



**HAL**  
open science

# Évolution de la rotation du cœur des étoiles sur la branche des géantes rouges : des mesures à grande échelle vers une caractérisation du transport de moment cinétique

Charlotte Gehan

► **To cite this version:**

Charlotte Gehan. Évolution de la rotation du cœur des étoiles sur la branche des géantes rouges : des mesures à grande échelle vers une caractérisation du transport de moment cinétique. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris sciences et lettres, 2018. Français. NNT : 2018PSLEO021 . tel-02128409

**HAL Id: tel-02128409**

**<https://theses.hal.science/tel-02128409>**

Submitted on 14 May 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT

de l'Université de recherche Paris Sciences et Lettres  
PSL Research University

Préparée à l'Observatoire de Paris

Evolution de la rotation du cœur des étoiles sur la branche des géantes rouges : des mesures à grande échelle vers une caractérisation du transport de moment cinétique

**École doctorale n°127**

ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE D'ÎLE-DE-FRANCE

**Spécialité** ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE

Soutenue par **Charlotte GEHAN**  
le 21 septembre 2018

Dirigée par **Eric Michel**  
et par **Benoît Mosser**

## COMPOSITION DU JURY :

M Pierre Kervella  
Observatoire de Paris, Président

M Thierry Corbard  
Observatoire de la Côte d'Azur, Rapporteur

Mme Valérie Van Grootel  
Université de Liège, Rapporteur

M Jørgen Christensen-Dalsgaard  
Université d'Aarhus, Examineur

Mme Arlette Noels  
Université de Liège, Examineur

Mme Ana Palacios  
Université de Montpellier, Examineur

M Eric Michel  
Observatoire de Paris, Directeur

M Benoît Mosser  
Observatoire de Paris, Directeur



Laboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique





# Table des Matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>7</b>
1.1	Sonder les intérieurs stellaires via l'astérosismologie . . . . .	7
1.2	Les différents types de pulsateurs stellaires . . . . .	8
1.2.1	Pulsateurs classiques . . . . .	8
1.2.2	Pulsateurs de type solaire . . . . .	8
1.3	Histoire de l'astérosismologie . . . . .	9
1.3.1	Les pulsations solaires . . . . .	10
1.3.2	De l'héliosismologie à l'astérosismologie . . . . .	11
1.3.3	La révolution spatiale : les missions CoRoT et <i>Kepler</i> . . . . .	13
1.3.4	Le cas des géantes rouges . . . . .	15
1.4	L'importance de la rotation . . . . .	16
1.4.1	Le ralentissement de la rotation du cœur des géantes rouges et le problème du transport de moment cinétique . . . . .	16
1.4.2	Enjeux de la thèse . . . . .	18
<b>2</b>	<b>Structure et évolution des pulsateurs de type solaire</b>	<b>21</b>
2.1	Naissance de l'étoile . . . . .	22
2.2	Phase de pré-séquence principale . . . . .	25
2.3	Séquence principale . . . . .	27
2.3.1	Début des réactions de fusion nucléaire . . . . .	27
2.3.2	Stabilité de la fusion nucléaire . . . . .	27
2.3.3	Fin de la séquence principale . . . . .	30
2.4	Phase de sous-géante . . . . .	30
2.5	Branche des géantes rouges . . . . .	32
2.5.1	Premier <i>dredge-up</i> . . . . .	36
2.5.2	<i>Bump</i> sur la branche des géantes rouges . . . . .	36
2.5.3	Perte de masse . . . . .	36
2.5.4	Refroidissement du cœur par émission de neutrinos . . . . .	37
2.6	Branche horizontale ou <i>clump</i> . . . . .	37
2.6.1	Début des réactions de fusion nucléaire de l'hélium . . . . .	37
2.6.2	Fusion stable de l'hélium . . . . .	39
2.6.3	Fin de la branche horizontale . . . . .	41
2.7	Branche asymptotique des géantes rouges . . . . .	41
2.7.1	Perte de masse . . . . .	42
2.8	Post-branche asymptotique des géantes rouges . . . . .	43
<b>3</b>	<b>Les modes d'oscillation des pulsateurs de type solaire</b>	<b>45</b>
3.1	Relation de dispersion des ondes sismiques . . . . .	45
3.2	Modes de pression . . . . .	47
3.2.1	Conditions aux limites . . . . .	49
3.2.2	Relation asymptotique des modes de pression . . . . .	49
3.2.3	Paramètres sismiques globaux . . . . .	50
3.3	Modes de gravité . . . . .	51

3.3.1	Conditions aux limites . . . . .	51
3.3.2	Relation asymptotique des modes de gravité . . . . .	51
3.3.3	Paramètres sismiques globaux . . . . .	52
3.3.4	La quête des modes de gravité . . . . .	52
3.4	Modes mixtes . . . . .	53
3.4.1	Relation asymptotique des modes mixtes . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Mesure sismique de la rotation du cœur des géantes rouges</b>	<b>55</b>
4.1	Effet de la rotation sur les spectres d'oscillation . . . . .	55
4.1.1	Cas des modes de pression purs . . . . .	55
4.1.2	Cas des modes de gravité purs . . . . .	59
4.2	Les géantes rouges, des rotateurs lents . . . . .	59
4.2.1	Estimation de la vitesse moyenne de rotation du cœur . . . . .	59
4.2.2	Estimation de la période moyenne de rotation du cœur . . . . .	61
4.3	Précédentes mesures . . . . .	63
4.4	Corriger la modulation de l'espacement en période des modes mixtes . . . . .	65
4.4.1	La fonction $\zeta$ . . . . .	67
4.4.2	Les spectres en période corrigée . . . . .	70
4.5	Diagrammes échelle en période corrigée . . . . .	72
4.5.1	Sélection des modes mixtes significatifs . . . . .	72
4.5.2	Sélection des modes mixtes dominés par la gravité . . . . .	73
4.5.3	Lissage des diagrammes échelle . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Identification automatique des composantes du multiplet rotationnel associé à la rotation du cœur</b>	<b>77</b>
5.1	Utilisation de la transformée de Hough . . . . .	77
5.1.1	Principe de la transformée de Hough . . . . .	77
5.1.2	Mesure de $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ à partir de la transformée de Hough . . . . .	78
5.1.3	Application pratique . . . . .	80
5.1.4	Limites de la méthode . . . . .	81
5.2	Construction de diagrammes échelle synthétiques . . . . .	82
5.3	Cas particulier des rotations du cœur modérées à rapides . . . . .	84
5.3.1	Identification de l'ordre du croisement observé . . . . .	84
5.3.2	Incertitudes sur la mesure du splitting rotationnel . . . . .	85
5.4	Une méthode adaptée à la mesure de rotations du cœur lentes à rapides . . . . .	85
5.4.1	Sélection des modes mixtes importants . . . . .	85
5.4.2	Corrélation du spectre observé avec différents spectres synthétiques . . . . .	86
5.4.3	Incertitudes sur la mesure du splitting rotationnel . . . . .	90
5.4.4	Comparaison aux mesures précédentes . . . . .	91
<b>6</b>	<b>Mesure à grande échelle de la rotation du cœur des étoiles de la branche des géantes rouges observées par <i>Kepler</i></b>	<b>93</b>
6.1	Caractéristiques de l'échantillon étudié . . . . .	93
6.2	Etude de l'évolution de la rotation du cœur . . . . .	97
6.2.1	Evolution de la rotation du cœur en fonction du rayon . . . . .	97
6.2.2	Evolution de la rotation du cœur en fonction de la densité de modes mixtes . . . . .	97
6.3	Influence des paramètres stellaires dans le taux du ralentissement de la rotation du cœur . . . . .	98
6.3.1	Influence de la métallicité . . . . .	99
6.3.2	Influence de la masse . . . . .	99
6.4	Origine des différences observées avec les précédentes mesures . . . . .	101
6.5	Implications sur le haut de la branche des géantes rouges et le <i>clump</i> . . . . .	103
6.6	Conclusion . . . . .	104

<b>Article : Core rotation braking on the red giant branch for various mass ranges</b> . . . . .		105
<b>7</b>	<b>Vers une interprétation complète du spectre d'oscillation des géantes rouges</b>	<b>119</b>
7.1	Identification des modes mixtes . . . . .	120
7.2	Ajustement des modes mixtes individuels . . . . .	120
7.3	Mesure des paramètres sismiques associés aux modes mixtes . . . . .	121
7.3.1	Espacement en période . . . . .	121
7.3.2	Splitting rotationnel . . . . .	123
7.3.3	Largeur des modes mixtes . . . . .	123
7.3.4	Amplitude et hauteur des modes mixtes . . . . .	124
7.4	Application à grande échelle . . . . .	125
7.4.1	Discontinuités dans le profil de Brunt-Väisälä . . . . .	126
7.4.2	Espacement en période des modes de gravité . . . . .	126
7.4.3	Offset de gravité . . . . .	127
7.4.4	Splitting rotationnel . . . . .	128
7.4.5	Inclinaison stellaire . . . . .	129
7.5	Observabilité des modes mixtes . . . . .	130
7.5.1	Modes mixtes dominés par la pression . . . . .	130
7.5.2	Modes mixtes dominés par la gravité . . . . .	131
7.6	Conclusion . . . . .	132
<b>Article : Period spacings in red giants IV. Toward a complete description of the mixed-mode pattern</b> . . . . .		132
<b>8</b>	<b>Quantifier le moment cinétique extrait du cœur des étoiles le long de la branche des géantes rouges</b>	<b>159</b>
8.1	Calcul du couple d'extraction du moment cinétique . . . . .	159
8.2	Modèles de référence . . . . .	160
8.3	Contraintes apportées par les mesures sur le profil de rotation et son évolution . . . . .	161
8.4	Evolution du profil de moment d'inertie interne . . . . .	162
8.5	Implication en termes d'extraction locale de moment cinétique dans le cœur . . . . .	162
8.6	Perspectives . . . . .	166
<b>9</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>167</b>
9.1	Conclusions . . . . .	168
9.1.1	Mesures à grande échelle de la rotation du cœur sur la branche des géantes rouges	168
9.1.2	Quantifier le moment cinétique extrait du cœur le long de la branche des géantes rouges . . . . .	168
9.2	Perspectives . . . . .	169
9.2.1	Analyse des spectres d'oscillation des géantes rouges . . . . .	169
9.2.2	Caractérisation du transport de moment cinétique par la modélisation . . . . .	171



# Remerciements

La thèse fut pour moi une véritable expérience de vie, unique et inoubliable. Beaucoup de changements ont eu lieu pendant cette période : premier salaire, premier studio, début de la vie à deux, opération de la myopie qui m'a donné de nouveaux yeux en parfait état de marche... Je ressors vraiment épanouie de ces trois années très intenses et enrichissantes, autant d'un point de vue professionnel que personnel.

J'ai eu la chance de travailler dans l'environnement privilégié que représente le site de Meudon de l'Observatoire de Paris et j'avoue que cet endroit me manquera lorsque je m'en irai. J'ai pu travailler sur un sujet passionnant et si enrichissant intellectuellement parlant. J'ai eu l'occasion de diversifier mes expériences en effectuant de la médiation scientifique au Palais de la Découverte aussi bien qu'en enseignant dans des domaines variés comme le traitement du signal ou l'électromagnétisme. J'ai eu l'occasion de voyager dans des endroits fabuleux où je n'aurais sûrement pas eu l'occasion d'aller autrement. Ce sont pour moi des souvenirs mémorables, moi qui n'avait presque jamais voyagé avant le début de ma thèse. J'ai bien sûr rencontré un grand nombre de personnes qui m'ont permis d'évoluer.

Je tiens tout d'abord à remercier chaleureusement les membres de mon jury pour avoir accepté d'en faire partie et pour s'être déplacés jusqu'à la lointaine banlieue de Meudon : Pierre Kervella, Arlette Noels, Ana Palacios, Jørgen Christensen-Dalsgaard, et tout particulièrement mes rapporteurs, Valérie Van Grootel et Thierry Corbard, pour avoir lu avec grande attention mon manuscrit.

Je remercie Benoît pour sa patience et ses conseils précieux lorsque je cherchais un moyen de développer la méthode qui m'a permis d'obtenir autant de résultats. Je n'oublierai pas l'ambiance animée qu'il a su mettre au cours des différentes conférences et Workshops !

Je remercie Eric pour m'avoir poussée à me lancer dans la modélisation pour interpréter mes résultats et pour m'avoir aidée dans cette voie. Il est vrai que la prise en main du code MESA et les modifications à effectuer en Fortran m'ont données quelques déboires et Eric m'a poussée à persévérer.

Je tiens également à remercier tout le Pôle Étoile du LESIA pour leur accueil, leur soutien, leur compagnie et le travail que j'ai pu développer pendant ma thèse. Merci en particulier à Daniel, Kévin, Caroline, Morgan, Marie-Jo, Richard, Coralie, Rhita, Réza, Yveline, Mary, Alexander, Takafumi pour tous les échanges que nous avons eu, professionnels ou non, et tous les moments partagés, que ce soit à la cantine ou en colloque. Merci aux autres doctorants actuels de l'équipe, Steven et Victor, ainsi qu'aux anciens qui sont partis depuis longtemps pour certains, Aurore, Charly, Raphaël, Mathieu et Bram, pour avoir grandement contribué à la bonne ambiance au sein de l'équipe. Et puis, merci aux stagiaires qui sont passés par chez nous, en particulier ma grande amie Saniya, ainsi que Benoît et Louis, pour avoir apporté de la fraîcheur et de la nouveauté dans nos rangs.

J'aimerais remercier de façon plus large les doctorants de l'Observatoire de Paris car je me serai sentie bien seule sans eux. Plus particulièrement, merci à Aurianna, Julien, Lucien, Lucas, Clément, Sarah, Sébastien pour m'avoir permis d'intégrer l'organisation de la conférence Elbereth. Merci à Dimitri, Hélène, Jan, Dan, Olivier, William, Marion de nous avoir rejoints l'année suivante. Merci à Lisa pour avoir pris le relais d'Elbereth à mes côtés. J'aimerais également remercier Meriem pour avoir organisé le Spacebus Maroc. Ce fut une expérience incroyable où j'ai rencontré des personnes formidables, en particulier Diane, Isadora et Tabatha. Je vous remercie toutes les quatre pour avoir été si présentes ; merci pour avoir fait de notre rêve de road trip dans l'Ouest américain une réalité !

Je remercie également ma famille pour leur soutien durant ces trois années.

Ma mère, qui m'a orientée vers des études scientifiques puis qui a suivi ma thèse de près et qui est maintenant capable parler de modes mixtes et des étoiles du *clump* !

Mes grands-parents, pour m'avoir entourée de leur attention, c'est une grande chance de vous avoir si près de moi.

Mon père, pour m'avoir transmis sa passion pour la musique, qui m'a accompagnée pendant une bonne partie de mon travail par le biais d'écouteurs dans les oreilles devant mon ordi !

Mon oncle, pour m'avoir donné l'opportunité de donner une conférence à une centaine d'élus locaux, ce n'est pas tous les jours que l'on peut parler astérosismologie avec des politiques !

Je remercie enfin mes amis pour m'avoir permis de garder les pieds sur terre et pour être là depuis si longtemps : Ludovic, Alexandre, Ken, Charlène, Angéline, Jacqueline, Benoît, Caroline, Pierre-Yves. Enfin, le meilleur pour la fin : je remercie mon cher et tendre Christophe. Merci d'être là quotidiennement, pour tes bons petits plats ; merci d'être toi et de faire partie de ma vie depuis plus de cinq ans.

# Chapitre 1

## Introduction

Les étoiles sont des sphères de plasma auto-gravitantes, dont les régions centrales sont le siège de réactions de fusion nucléaire. Les étoiles représentent une source majeure de radiations électromagnétiques dans l'Univers et nous permettent ainsi d'étudier l'Univers dans son ensemble.

Les étoiles :

- sont à l'origine de l'évolution chimique de l'Univers ;
- permettent d'étudier les galaxies lointaines, et donc de retracer l'évolution de l'Univers tout entier ;
- permettent de retracer la formation et l'évolution de notre galaxie, la Voie Lactée ;
- permettent l'étude du milieu interstellaire grâce aux radiations électromagnétiques qui sont absorbées par les molécules et les poussières du milieu interstellaire ;
- permettent de réaliser des tests de relativité générale, comme c'est le cas de l'étoile S2, l'une des étoiles les plus proches du trou noir central de notre galaxie, dont l'orbite est étudiée avec l'instrument GRAVITY ;
- sont les progéniteurs non seulement d'objets compacts étudiés dans le cadre de la relativité générale, comme les trous noirs, les étoiles à neutrons ou les naines blanches, mais également des nébuleuses planétaires ou encore d'événements extrêmement énergétiques comme les supernovas ou les sursauts gamma ;
- sont hôtes d'exoplanètes, dont la caractérisation nécessite une bonne compréhension de la physique stellaire.

Les étoiles sont ainsi la pierre angulaire de l'astrophysique. Leur compréhension représente un enjeu majeur dans tous les domaines de l'astrophysique et nécessite la combinaison de nombreux domaines différents de la physique dans des conditions de température et de densité extrêmes.

### 1.1 Sonder les intérieurs stellaires via l'astérosismologie

L'enjeu fondamental de la physique stellaire est de comprendre la structure et l'évolution des étoiles. Or l'intérieur des étoiles est fortement opaque au rayonnement. Les photons émis à l'intérieur de l'étoile interagissent avec le plasma de l'étoile et suivent une marche aléatoire chaotique. Ils mettent ainsi plusieurs millions d'années à atteindre la surface de l'étoile pour ensuite se propager en ligne droite dans le milieu interstellaire. Les photons émis par l'étoile proviennent donc exclusivement des couches superficielles et ne nous fournissent pas d'informations directes sur l'intérieur de l'étoile.

La naissance de l'astérosismologie vers le milieu du XX<sup>e</sup> siècle a changé la donne en permettant un accès direct aux propriétés de l'intérieur des étoiles. La démarche est analogue à celle de la sismologie

terrestre, qui permet de sonder la Terre depuis la fin du XIX<sup>e</sup> siècle par l'étude des ondes sismiques excitées par les séismes. En effet, des ondes sismiques se propagent à l'intérieur des étoiles, et la manière dont elles se propagent dépend des propriétés physiques des régions qu'elles ont traversées. Les ondes sismiques peuvent former des interférences constructives à certaines fréquences discrètes et se superposer en ondes stationnaires, les modes propres d'oscillation de l'étoile. Ces vibrations provoquent des variations périodiques de luminosité, qui sont enregistrées par un photomètre ultra-précis. Un moyen de mettre en évidence les périodicités des variations de luminosité est d'appliquer une transformée de Fourier à la courbe de lumière ainsi enregistrée. L'analyse de Fourier permet de passer des courbes de lumière aux spectres d'oscillation, où les différentes fréquences de vibration de l'étoile sont révélées.

## 1.2 Les différents types de pulsateurs stellaires

Il existe de nombreux types de pulsateurs stellaires, de masses et de stades évolutifs très variés, depuis les étoiles de pré-séquence principale jusqu'aux naines blanches. Les caractéristiques de leurs oscillations sont très variées, avec des périodes couvrant un intervalle de la minute à la centaine de jours, et des amplitudes allant du millionième du flux à plusieurs ordres de grandeurs du flux en photométrie, soit de la dizaine de cm/s à la dizaine de km/s en vitesse radiale. Les mécanismes d'excitation entretenant les oscillations et la force de rappel qui intervient sont très différents d'un type de pulsateur à l'autre. Afin que des oscillations résonnent, leur période doit être comparable ou plus courte que l'échelle de temps thermique de la zone d'excitation. Pour une zone d'excitation située à un rayon  $r$  dans l'étoile de rayon  $R$ , cette échelle de temps s'exprime (Pamyatnykh 1999 [116])

$$\tau_{\text{th}} = \int_r^R \frac{c_p T dm}{L}, \quad (1.1)$$

où  $c_p$  est la capacité thermique massique du gaz à pression constante,  $L$  et  $T$  sont respectivement la luminosité et la température à la surface de l'étoile, et  $dm$  est la masse d'une parcelle de fluide élémentaire. Cette échelle de temps thermique représente la durée pendant laquelle une région de l'étoile peut rayonner lorsque la seule source d'énergie est l'énergie potentielle gravitationnelle. Si la période d'oscillation est bien plus longue que  $\tau_{\text{th}}$ , la zone d'excitation reste en équilibre thermique et n'est pas capable d'exciter des modes d'oscillation. Deux grandes classes de pulsateurs se distinguent : les pulsateurs classiques et les pulsateurs de type solaire.

### 1.2.1 Pulsateurs classiques

Dans le cas des pulsateurs de type classique, les oscillations sont auto-excitées et instables, principalement générées par le mécanisme  $\kappa$  (Samadi et al. 2015 [130]). Il s'agit d'une instabilité thermique due à une variation de l'opacité de régions partiellement ionisées proches de la surface. Les oscillations des pulsateurs classiques sont caractérisées par des périodes pouvant aller d'une heure à plusieurs jours et par de larges amplitudes de l'ordre de quelques km/s en vitesse radiale. Cette dernière caractéristique fait que ce sont les premiers pulsateurs qui ont été historiquement observés, comme nous allons le voir par la suite. Les pulsateurs classiques comprennent différents types d'étoiles éparpillées au sein du diagramme de Hertzsprung-Russell. Certaines étoiles présentent des modes de pression, comme les Céphéides ( $\delta$  Cephei), les  $\delta$  Scuti, les étoiles Ap en oscillation rapide (RoAp), les  $\beta$ -Cephei, les étoiles de type Mira et les RR-Lyrae (Fig. 1.1). D'autres présentent des modes de gravité, comme les étoiles de type B à pulsations lentes (SPB) ou les naines blanches de type DOV et DBV (Fig. 1.1).

### 1.2.2 Pulsateurs de type solaire

Dans le cas des pulsateurs de type solaire, qui possèdent une enveloppe convective externe, les oscillations sont de nature stochastique et stables. Les mouvements convectifs qui ont lieu dans les régions proches de la surface sont capables d'exciter des oscillations dont la période est proche de l'échelle de temps caractéristique de ces mouvements convectifs (Christensen-Dalsgaard 2003 [26]). En effet, les mouvements convectifs turbulents dans les régions supérieures de l'enveloppe externe ont une vitesse proche de la vitesse du son et représentent une source efficace de bruit acoustique. Une partie de

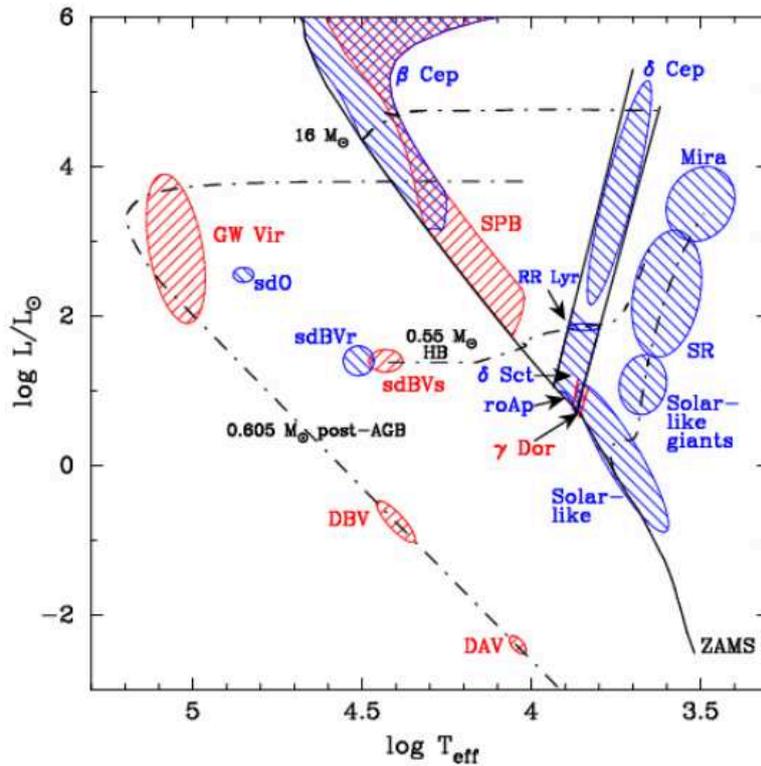


Figure 1.1 – Diagramme de Hertzsprung-Russell représentant la luminosité des étoiles en fonction de leur température effective. Les étoiles sont ici représentées en fonction de leur type d’oscillation, avec en bleu les étoiles présentant des modes de pression, en rouge les étoiles présentant des modes de gravité (Aerts et al. 2010 [1]).

l’énergie de ces fluctuations stochastiques est transmise aux oscillations stellaires, et l’étoile entre en résonance selon ses modes propres d’oscillation. Chaque mode est excité par un grand nombre de cellules convectives qui ne sont pas corrélées. Dans ces conditions, tous les modes sont excités de manière stochastique dans une large gamme de fréquences. Les oscillations de type solaire sont excitées de façon stochastique par la convection turbulente dans l’enveloppe externe et se rencontrent donc dans toutes les étoiles possédant une région convective (Samadi & Goupil 2001 [131]).

Les oscillations des pulsateurs de type solaire sont caractérisées par des périodes d’oscillation pouvant aller de la minute à quelques heures (Aerts et al. 2010 [1]) et par de faibles amplitudes, de l’ordre de quelques cm/s au m/s en vitesse radiale. Les oscillations de ces pulsateurs, comme le Soleil et les géantes rouges, ont ainsi été découvertes plus tardivement. Les modes qui sont excités sont des modes de pression. J’ai consacré ma thèse à l’étude de certains pulsateurs de type solaire, les géantes rouges.

### 1.3 Histoire de l’astérosismologie

L’existence d’étoiles variables est avérée depuis plusieurs siècles (e.g., Hekker & Christensen-Dalsgaard 2017 [70]). La première étoile variable a été découverte à la fin du XVI<sup>e</sup> siècle par l’astronome amateur hollandais Fabricius ; il s’agissait de la géante rouge Mira, aussi appelée *o* Ceti. La première étoile Céphéide a ensuite été découverte en 1784 par l’astronome amateur John Goodricke. Cependant, on peut considérer que l’astérosismologie est née il y a seulement un peu plus d’un siècle, avec la découverte en 1912 par l’astronome américaine Henrietta Leavitt de la relation entre la période de variabilité des Céphéides et leur luminosité, qui est toujours utilisée pour étalonner les mesures de distances galactiques et extragalactiques (Leavitt & Pickering 1912 [86]). Les observations de pulsateurs classiques, présentant d’importantes variations de luminosité, se sont ensuite poursuivies, notamment des Céphéides, des  $\delta$  Scuti, des RR Lyrae, des naines blanches et des étoiles de type Mira. Les premiers pulsateurs de type solaire, présentant des oscillations de plus faible amplitude, n’ont été détectés que bien plus tardivement.

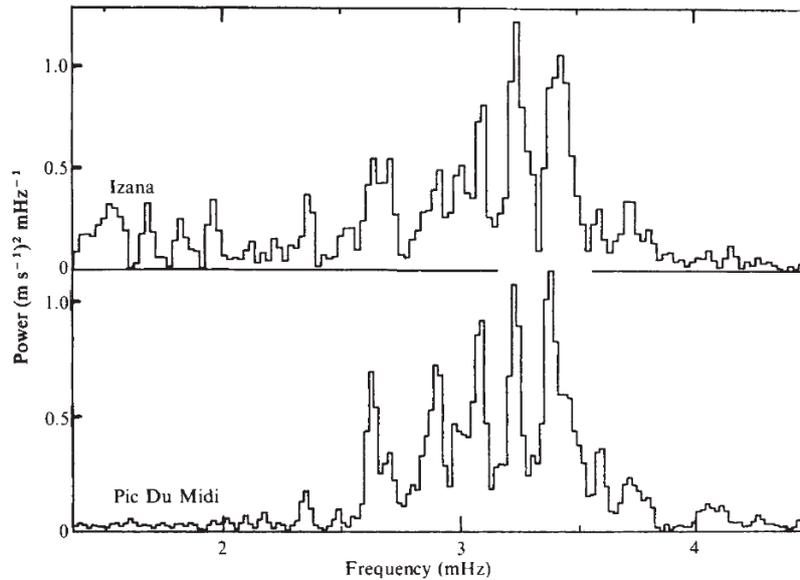


Figure 1.2 – Spectres de puissance des oscillations solaires en fonction de la fréquence, obtenus après 8h d’observations le 6 août 1978 (Claverie et al. 1979 [30]). Le premier a été enregistré à l’Observatoire d’Izaña (Tenerife, Espagne) et le second au Pic du Midi (France). L’accord entre ces deux spectres, enregistrés depuis des sites distants d’environ 2300 km, indique que les pics observés sont d’origine solaire et ne sont pas causés par des perturbations atmosphériques ou instrumentales.

### 1.3.1 Les pulsations solaires

Au début des années 1960, des observations spectroscopiques du Soleil sont effectuées de manière continue afin de mieux caractériser les différents phénomènes perturbant sa surface. En 1962, l’oscillation de la surface du Soleil est mise en évidence en analysant le décalage Doppler des raies spectroscopiques (Evans & Michard 1962 [49]). Ces pulsations sont périodiques, avec une période d’environ 5 minutes, confirmée indépendamment par une deuxième équipe la même année (Leighton et al. 1962 [90]). La compréhension du phénomène qui en est à l’origine, à savoir l’existence de modes de vibration acoustiques à l’intérieur du Soleil, ne survient qu’à la décennie suivante. Ulrich (1970) [149] et Leibacher & Stein (1971) [89] expliquent de façon théorique que ces vibrations correspondent à des modes propres d’oscillation, dont l’utilisation permettrait de sonder la structure interne du Soleil. Deubner (1975) [41] confirme observationnellement que ces oscillations peuvent être interprétées comme des modes acoustiques non radiaux de faible ordre radial.

L’héliosismologie, ou sismologie solaire, voit véritablement le jour en 1979 lorsque plusieurs semaines d’observations sont combinées, faisant apparaître clairement les modes d’oscillation du Soleil (Claverie et al. 1979 [30], Fig. 1.2). Pour obtenir une précision suffisante sur les fréquences des modes d’oscillation, et donc sur les informations qu’on en déduit sur la structure interne de l’étoile, il faut accumuler des observations sur une durée aussi longue que possible. Dans ce contexte, plusieurs réseaux de télescopes au sol, répartis à différentes longitudes sur Terre, ont ainsi été développés afin d’observer en continu les pulsations solaires en s’affranchissant de l’alternance du jour et de la nuit : le réseau International Research on the Interior of the Sun (IRIS) en 1991 (Fossat 1991 [51]), le Birmingham Solar-Oscillations Network (BiSON) en 1992 (Chaplin et al. 1996 [25]) et le Global Oscillation Network Group (GONG) en 1994 (Hill et al. 1994 [73]). Cependant, la résolution fréquentielle reste limitée par la durée d’observation. La solution optimale pour observer les oscillations en continu avec un seul et même instrument consiste à se tourner vers le domaine spatial. Depuis 1995, l’instrument Global Oscillations at Low Frequencies (GOLF) du satellite Solar and Heliospheric Observatory (SoHO) enregistre les pulsations solaires (Gabriel et al. 1995 [55]) et a permis d’identifier des milliers de modes d’oscillation du Soleil (Fig. 1.3). L’héliosismologie a mené à de nombreux résultats, comme la mesure de la fraction massique d’hélium présente dans l’enveloppe du Soleil (Dziembowski et al. 1991 [45]) ou encore la mesure du profil de rotation interne du Soleil (Schou et al. 1998 [133], Di Mauro & Dziembowski 1998 [42]).

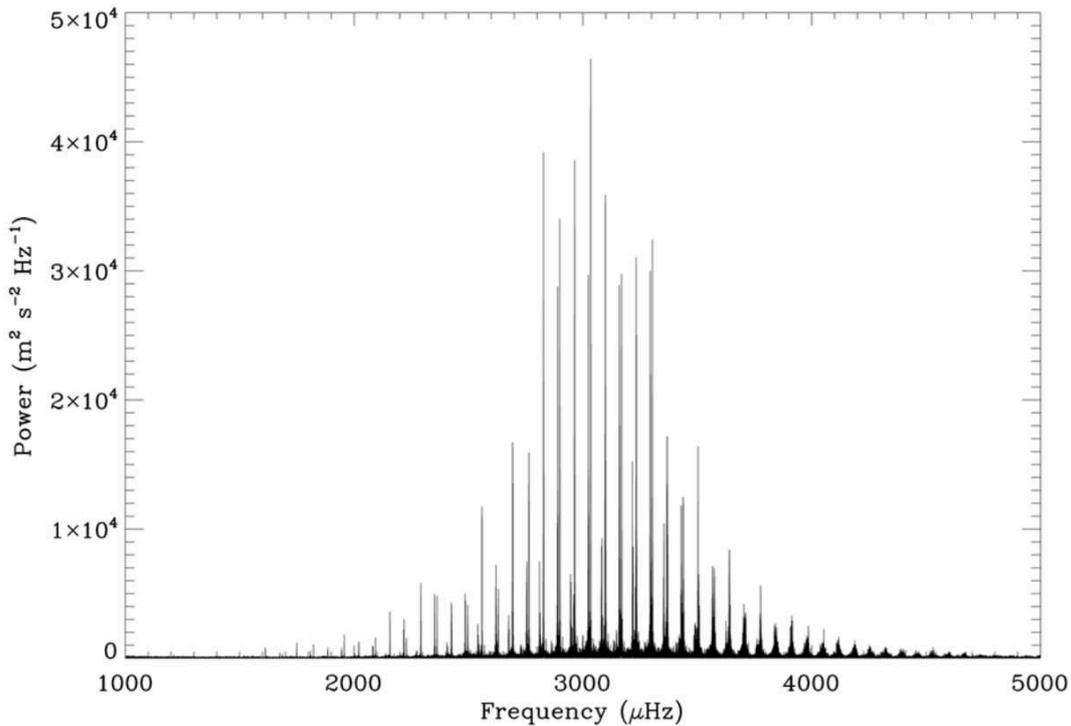


Figure 1.3 – Spectre de puissance des oscillations solaires en fonction de la fréquence observées par l'instrument GOLF du satellite SoHO (Elsworth et al. 2015 [48]).

### 1.3.2 De l'héliosismologie à l'astérosismologie

Les bases théoriques de l'astérosismologie ont été posées par Pekeris (1938) [120] et Cowling (1941) [33], puis Monique Tassoul a dérivé des expressions asymptotiques pour les pulsations stellaires non-radiales (Tassoul 1980 [144], Tassoul 1990 [145]). La théorie des oscillations de type solaire combinée avec les résultats innovants obtenus pour le Soleil ont donné l'idée d'analyser les oscillations d'autres étoiles afin de contraindre leur structure interne. Mais pendant longtemps, l'identification non ambiguë des oscillations dans d'autres étoiles n'a pas été possible du fait de leur luminosité apparente plus faible, rendant la détection des oscillations plus difficile. Les premières oscillations extrasolaires de type solaire sont finalement détectées sans ambiguïté en 1999 dans les étoiles Procyon et  $\eta$  Cas (Martić et al. 1999 [93], Barban et al. 1999 [6]). La première identification des modes d'oscillation de l'étoile  $\alpha$  Centauri, en 2001, marque la naissance de l'astérosismologie à part entière (Bouchy & Carrier 2001 [20], Fig. 1.4). Rapidement, les observations au sol s'avèrent insuffisantes pour contraindre la structure des étoiles étudiées. En effet, l'analyse de Fourier est d'autant plus performante que la courbe de lumière est longue : des données temporelles de longue durée permettent d'améliorer le rapport signal à bruit des spectres d'oscillation ainsi que la résolution en fréquence des modes d'oscillation (Fig. 1.5). De plus, l'interruption des observations au sol pendant la journée pose problème. En effet, une étoile ne peut pas être observée plus de 10 ou 12 h d'affilée depuis un site unique, et cette durée est très loin d'être suffisante pour atteindre la résolution en fréquence nécessaire à l'exploitation des spectres. Si l'on combine les données issues de plusieurs jours d'observation, ceci ajoute de la confusion au sein du spectre : c'est l'effet de fenêtre dû à la durée du jour, qui génère des fréquences additionnelles au sein du spectre compliquant considérablement son interprétation (Fig. 1.6). Une possibilité pour à la fois gagner en résolution, augmenter le rapport signal sur bruit et éviter l'effet de fenêtre est de mettre en place un réseau d'observatoires judicieusement répartis sur Terre, afin que chacun puisse se relayer au cours de la rotation terrestre et que les interruptions dans les données soient minimales, comme le réseau Stellar Oscillations Network Group (SONG) depuis 2006 (Grundahl et al. 2006 [66]), qui fonctionne pour le moment avec deux sites d'observation alors qu'il en faudrait au moins six. L'autre option est de développer des télescopes spatiaux afin de pouvoir enregistrer de façon continue les variations lumineuses des étoiles en s'affranchissant de l'alternance du jour et de la nuit à laquelle

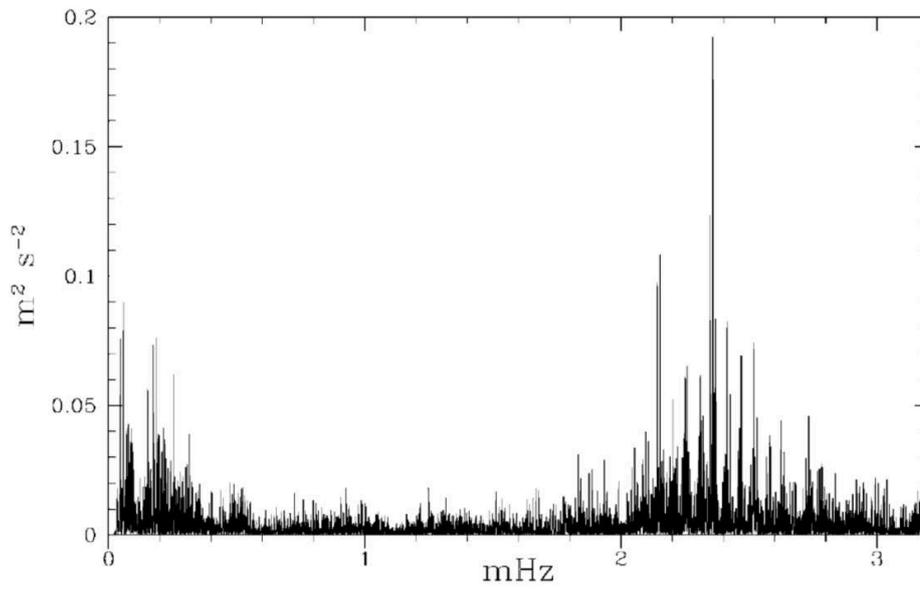


Figure 1.4 – Spectre de puissance des oscillations de l'étoile  $\alpha$  Centauri en fonction de la fréquence, obtenu en 2001 (Bouchy & Carrier 2001 [20]).

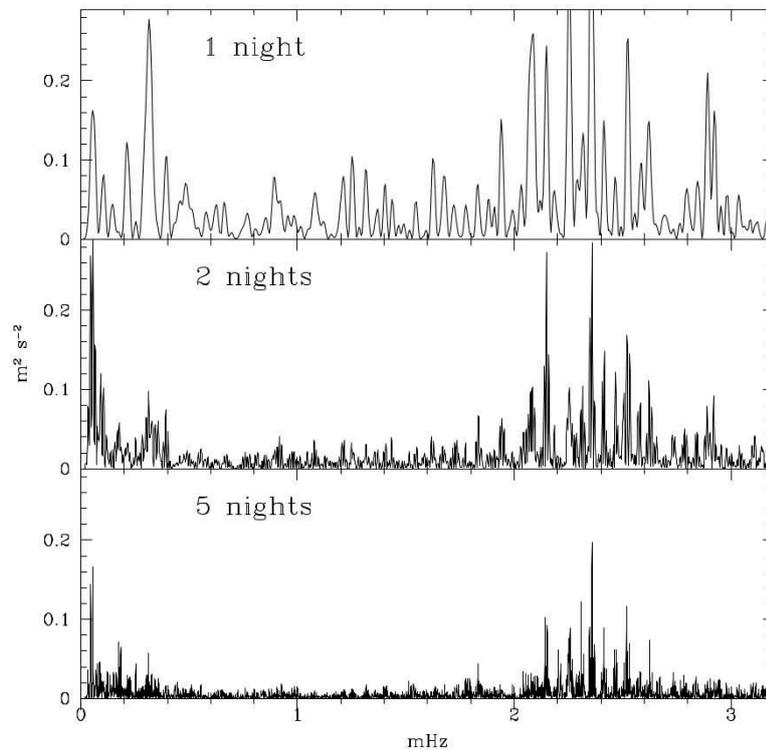


Figure 1.5 – Evolution de la résolution du spectre d'oscillation de l'étoile  $\alpha$ -Centauri pour une durée d'observation de 1, 2 ou 5 nuits (Bouchy & Carrier 2001 [20]). La résolution s'améliore lorsque la durée d'observation augmente, et la largeur des pics décroît significativement. La durée utilisée ici est toutefois bien inférieure aux durées d'observation de CoRoT ou *Kepler*, de l'ordre de plusieurs mois.

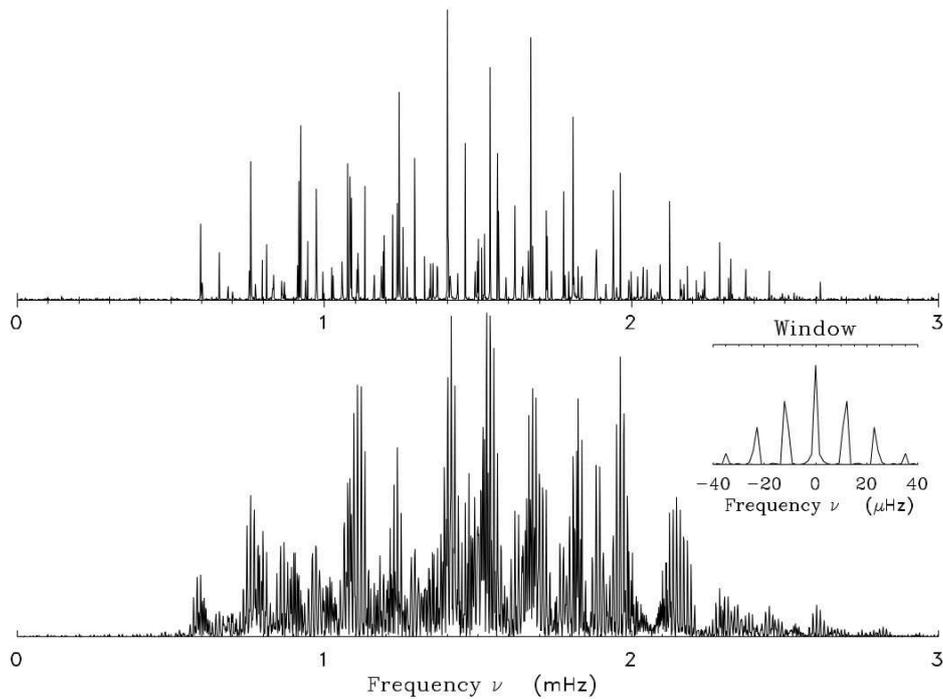


Figure 1.6 – Effet de fenêtre sur un spectre théorique d'oscillation (Benoît Mosser, "Hélio & astérosismologie : observations", cours de Master 2 Recherche Spécialité Astronomie et Astrophysique, 2004 [99]). *Haut* : Spectre théorique pour une observation continue pendant 5 jours. *Bas* : Le même spectre modulé par une fenêtre d'observation de 5 nuits ; le spectre de la fenêtre d'observation est représenté en haut à droite. La fenêtre résultant de l'absence d'observation durant la journée dégrade fortement le spectre ; seuls les pics principaux subsistent.

la Terre est soumise. Dans ce contexte, différents projets de missions spatiales ont vu le jour.

### 1.3.3 La révolution spatiale : les missions CoRoT et *Kepler*

La première mission spatiale dédiée à l'astérosismologie, Etude de la Variabilité, de la Rotation et des Intérieurs Stellaires (EVRIS), a vu le jour en 1982 au sein du Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) français. L'instrument, embarqué à bord de la mission russe MARS 96, devait observer une dizaine d'étoiles brillantes pendant le trajet entre la Terre et Mars. Le lancement a eu lieu en novembre 1996, mais après une orbite autour de la Terre la mission s'est abîmée dans le Pacifique suite à une défaillance du dernier étage du lanceur. Il faut attendre le lancement du microsatellite canadien Microvariability & Oscillations of Stars (MOST), en 2003, pour obtenir des données photométriques spatiales. Le satellite est conçu pour observer en continu une étoile brillante à la fois dans chacun des 24 champs, sur des intervalles d'un mois. Cependant, le rapport signal à bruit est trop bas, et la mission montre très tôt son incapacité à détecter des oscillations de type solaire. De nombreux projets de mission spatiales ont ensuite vu le jour sans aboutir, comme la mission Probing Rotation and the Interiors of Stars by means of Microvariability and Activity (PRISMA) qui a été proposée en 1985 puis en 1993 à l'Agence Spatiale Européenne (ESA), la mission Measuring Oscillations in Nearby Stars (MONS) qui a été proposée au Programme Spatial Danois en 1999, ou encore la mission *Eddington* sélectionnée par l'ESA en 2000.

En 1993, le projet Convection and Rotation (CoRoT) est proposé au CNES. L'objectif initial était d'observer une centaine d'étoiles brillantes pour détecter des pulsations de type solaire, mais un événement inattendu a complètement changé la donne : la découverte de la première exoplanète par Michel Mayor et Didier Queloz en 1995 à l'Observatoire de Haute Provence (Mayor & Queloz 1995 [94]). Cette planète massive orbitant très près de son étoile a été une véritable surprise, car les planètes géantes du système solaire orbitent loin du Soleil. Une telle découverte remettait en cause l'hypothèse de formation du système solaire comme scénario commun de formation des systèmes planétaires, et de

nouvelles détections étaient nécessaires afin de savoir si les jupiters chauds étaient répandus. La photométrie s'est vite avérée particulièrement intéressante pour les détecter car leur proximité de l'étoile hôte et leur grande taille provoquent une importante baisse de luminosité de l'étoile lorsque la planète l'occulte. CoRoT proposant justement des observations photométriques, la mission a pris une dimension supplémentaire en intégrant une composante exoplanétaire et fut ainsi rebaptisée Convection, Rotation and planetary Transits (CoRoT). La conception de la mission a alors radicalement changé : il s'agissait cette fois d'observer plus de 150 000 étoiles dans un même champ pendant une durée de six mois, calibrée pour atteindre une précision de l'ordre de  $0.1 \mu\text{Hz}$  sur les fréquences individuelles d'oscillation. Le projet final est proposé à nouveau en 1997 et enfin accepté en 2000 par le CNES. La mission CoRoT est finalement lancée en décembre 2006 et a pu observer des dizaines de milliers d'étoiles jusqu'en novembre 2012. C'est la première mission qui a permis de mettre en évidence les structures globales des spectres d'oscillation de type solaire dans un grand nombre d'étoiles et de les utiliser pour étudier les intérieurs stellaires.

Un autre projet, *Kepler*, est proposé à la National Aeronautics and Space Administration (NASA) en 1990 et va révolutionner l'astérosismologie. L'objectif initial était de mettre en évidence les structures fines au sein des spectres d'oscillation en fréquence, notamment les effets de la rotation interne, pour un maximum d'étoiles. Après la détection de la première exoplanète en 1995, l'objectif était également de découvrir des planètes susceptibles d'abriter la vie, c'est-à-dire de type terrestre, plus petites et orbitant plus loin de leur étoile que les jupiters chauds. Une durée d'observation aussi longue représente également une aubaine pour l'astérosismologie. *Kepler* est ainsi conçu pour observer plusieurs milliers d'étoiles avec une durée ininterrompue de 4 ans. La mission n'est acceptée qu'en 2001, et le satellite *Kepler* est lancé en avril 2009. Il a observé plus de 150 000 étoiles jusqu'en 2013, fournissant des courbes de lumière d'une longueur et d'une précision encore inégalées.

Les nombreux résultats obtenus par CoRoT et *Kepler* ont établi l'astérosismologie comme une discipline essentielle à la compréhension détaillée non seulement de la structure et de l'évolution stellaire, mais également des phénomènes physiques régissant les intérieurs stellaires. Dans ce contexte, la mission spatiale PLANetary Transits and Oscillations of stars (PLATO) est en cours de préparation depuis 2007. Cette mission est conçue pour mener des observations photométriques ininterrompues de haute précision et de longue durée d'étoiles relativement brillantes, de magnitude dans le visible entre 11 et 13. Les courbes de lumière seront exploitées pour détecter des transits planétaires, en particulier de planètes de type terrestre, et pour des analyses sismiques, afin de mesurer des paramètres stellaires et des âges précis. Plato présentera un large champ de vue afin de couvrir une large région du ciel et de maximiser le nombre d'étoiles brillantes observées à chaque pointage. Le satellite comprendra 24 télescopes, ce qui est nouveau pour une mission spatiale. Les télescopes sont identiques et regroupés en quatre groupes de six télescopes. Les six télescopes de chaque groupe observent le même champ, et les groupes sont légèrement décalés les uns par rapport aux autres pour que leurs champs de vue respectifs se recouvrent partiellement. Cette configuration permet d'avoir un meilleur rapport signal à bruit dans certaines régions du champ de vue total, en particulier au centre où les champs de vue des 24 télescopes se recouvrent. Cette redondance permet également de réduire l'impact d'un éventuel dysfonctionnement d'un télescope. Le plan focal de chaque télescope sera équipé de 4 caméras CCD. Chaque télescope aura un diamètre de 120 mm et un champ de vue de  $1100 \text{ deg}^2$ , permettant de couvrir un champ total de  $2250 \text{ deg}^2$  à chaque pointage. Actuellement, le plan d'observation prévoit 4 ans de fonctionnement scientifique nominal, consistant en des observations de longue durée de deux champs du ciel distincts sur deux ans. La durée de fonctionnement pourra être étendue jusqu'à 8 ans, et Plato devrait observer des centaines de milliers d'étoiles. Son lancement vers le point de Lagrange L2 est prévu en 2026 à bord d'une fusée Soyouz.

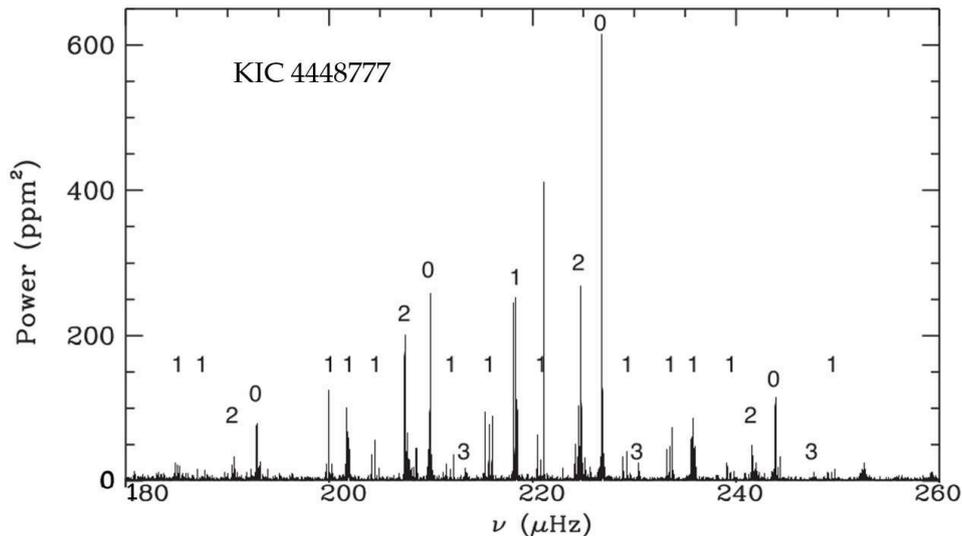


Figure 1.7 – Spectre de puissance des oscillations de l'étoile géante rouge KIC 4448777 en fonction de la fréquence, obtenu à partir des données du satellite *Kepler* en 2016 (Di Mauro et al. 2016 [43]). Les chiffres indiquent le degré angulaire des modes d'oscillation ; plus le degré est faible, plus la profondeur à laquelle les modes sondent l'étoile augmente.

#### 1.3.4 Le cas des géantes rouges

Les géantes rouges sont des étoiles peu massives évoluées qui ont épuisé l'hydrogène de leur cœur. Le cœur d'hélium est dans un premier temps inerte lorsque l'étoile évolue sur la branche rouge, puis entre en fusion lorsque l'étoile arrive sur la branche horizontale. Les géantes rouges subissent d'importants changements de structure interne qui sont détaillés dans le chapitre 2. L'existence d'oscillations de type solaire au sein des géantes rouges est supposée depuis 1983 car ces étoiles possèdent une enveloppe convective externe (Christensen-Dalsgaard & Frandsen 1983 [28]). On s'attendait également à ce que le spectre d'oscillation de ces étoiles présente un grand nombre de modes, absents des spectres des pulsateurs de type solaire sur la séquence principale : les modes mixtes, qui permettent de sonder le cœur des géantes rouges. Cependant, on s'attendait soit à ce que les modes mixtes soient trop amortis pour être détectables, soit à ce qu'ils forment une forêt inextricable de pics, rendant les spectres inexploitable. Ce n'est qu'en 2002 que des oscillations de type solaire sont clairement détectées pour la première fois au sein de la géante rouge  $\zeta$  Hya, grâce au spectrographe CORALIE de l'Observatoire de La Silla (Frandsen et al. 2002 [53]). Ce résultat confirme la possibilité que les géantes rouges sont le siège d'oscillations de type solaire, mais la résolution du spectre est trop faible pour permettre de détecter des modes mixtes.

Lorsque les missions spatiales CoRoT et *Kepler* sont développées, les géantes rouges ne font donc pas partie des cibles prioritaires. Du point de vue de la recherche d'exoplanètes, la différence de taille entre une planète de type terrestre et une géante rouge est trop importante pour que le transit de la planète provoque une baisse significative de la luminosité de l'étoile. Du point de vue des pulsations stellaires, l'existence de modes mixtes n'est pas avérée et les géantes rouges présentent de ce fait un intérêt sismique limité. Les résultats obtenus par CoRoT concernant les géantes rouges ont ainsi été une véritable surprise. En effet, la mission a confirmé l'existence de pulsations de type solaire chez les géantes rouges (De Ridder et al. 2009 [36]). Les modes d'oscillation d'un grand nombre de géantes rouges ont pu être identifiés (Hekker et al. 2009 [72], Bedding et al. 2010, [13], Mosser et al. 2010 [103]), permettant de mesurer les caractéristiques globales de leurs spectres d'oscillation (Huber et al. 2010 [74], Mosser et al. 2011 [102]).

Mais le potentiel des géantes rouges fut pleinement révélé par les quatre ans de données photométriques enregistrées par *Kepler*, révélant l'existence de modes mixtes (Bedding et al. 2011 [13]) permettant d'obtenir des informations sismiques d'une qualité sans précédent (Fig. 1.7). Ces étoiles subissant des

évolutions structurelles très importantes, elles sont particulièrement intéressantes du point de vue de la compréhension de l'évolution stellaire et des mécanismes physiques régissant leur intérieur. L'étude sismique des géantes rouges représente ainsi une véritable révolution, et les géantes rouges sont devenues des cibles majeures pour l'astérosismologie. Les principaux résultats apportés par l'astérosismologie concernant les géantes rouges incluent l'estimation précise des masses et rayons stellaires (Kjeldsen et al. 1995 [83], Mosser et al. 2013 [111]), l'identification du stade évolutif des étoiles évoluées, permettant notamment de distinguer les étoiles sur la branche des géantes rouges des étoiles de la branche horizontale (Bedding et al. 2011 [13], Stello et al. 2013 [138], Mosser et al. 2014 [105]), ainsi que l'étude de la rotation interne des géantes rouges (Beck et al. 2012 [12], Mosser et al. 2012 [109]).

## 1.4 L'importance de la rotation

La rotation est un ingrédient fondamental de la physique stellaire, qui impacte à la fois la structure et l'évolution stellaire (Zahn 1992 [154], Talon & Zahn 1997 [143], Lagarde et al. 2012 [84]). Elle induit un transport de moment cinétique et d'éléments chimiques qui modifient la structure interne des étoiles (e.g., Maeder 2009 [91]). Par exemple, le mélange induit par la rotation est capable d'amener un surplus d'hydrogène dans le cœur, augmentant ainsi la durée de vie de l'étoile sur la séquence principale. De la même façon, le transport d'éléments chimiques détermine la taille du cœur d'hélium dans les phases plus évoluées, qui joue un rôle crucial dans l'évolution stellaire. La rotation a également pour effet de modifier la composition chimique de surface des étoiles (Kippenhahn et al. 2012 [82]). La rotation affecte donc significativement la détermination des âges stellaires (e.g., Lebreton et al. 2014 [87]). Ainsi, la compréhension de la rotation des étoiles à tout moment de leur évolution est nécessaire pour obtenir une image globale pertinente et complète de leur évolution. Il est donc capital d'avoir des contraintes observationnelles sur le profil de rotation interne des étoiles pour comprendre comment la rotation impacte l'évolution stellaire. Les modes mixtes permettent en principe de mesurer le profil de rotation interne des géantes rouges. En pratique, les zones radiative et convective ont des propriétés très différentes, et les modes mixtes permettent essentiellement de mesurer les vitesses de rotation moyennes de ces deux régions. Les modes mixtes sondent principalement le cœur des géantes rouges. Dans ces conditions, il est plus facile de mesurer la rotation moyenne du cœur des géantes rouges que de mesurer la rotation moyenne de l'enveloppe (Goupil et al. 2013 [63]).

### 1.4.1 Le ralentissement de la rotation du cœur des géantes rouges et le problème du transport de moment cinétique

Lorsque les étoiles quittent la séquence principale, le cœur d'hélium inerte se contracte et l'enveloppe convective se dilate en réponse. Si l'on suppose la conservation locale du moment cinétique, on s'attend ainsi à ce que la rotation du cœur accélère et à ce que la rotation de l'enveloppe ralentisse. Mosser et al. (2012) [109] ont mesuré de façon semi-automatique la rotation moyenne du cœur d'environ 300 géantes rouges à différents stades évolutifs, à la fois sur la branche des géantes rouges où les étoiles fusionnent l'hydrogène en couche au-dessus du cœur d'hélium inerte, et dans la phase du *clump* où les étoiles fusionnent également l'hélium dans le cœur (Fig. 1.8). Deheuvels et al. (2014) [38] ont également obtenu des mesures de la rotation du cœur de trois sous-géantes et trois étoiles sur le bas de la branche des géantes rouges (Fig. 1.8). Le rayon stellaire, qui augmente lorsque les étoiles évoluent depuis la fin de la séquence principale jusqu'à la pointe de la branche des géantes rouges, est utilisé dans ces deux études comme marqueur de l'évolution stellaire pour les sous-géantes et les étoiles sur la branche des géantes rouges (Fig. 1.8). Les mesures de Deheuvels et al. 2014 [38] indiquent effectivement que la rotation du cœur des sous-géantes semble accélérer (Fig. 1.8) et qu'une importante rotation différentielle se met en place jusqu'au moment où l'étoile atteint la branche des géantes rouges. Mais les mesures de Mosser et al. (2012) [109] indiquent ensuite que la rotation du cœur ralentit le long de la branche des géantes rouges (Fig. 1.8). Il y a donc nécessairement un transfert efficace de moment cinétique à l'œuvre au sein des géantes rouges. Ce résultat est renforcé par les vitesses plus faibles de rotation mesurées dans le *clump* (Fig. 1.8), qui sont trop faibles pour être expliquées uniquement par l'expansion du cœur lorsque la fusion de l'hélium s'enclenche au cours d'un flash et lève la dégénérescence du cœur (Mosser et al. 2012 [109]). De plus, Deheuvels et al. (2015) [37] ont observé

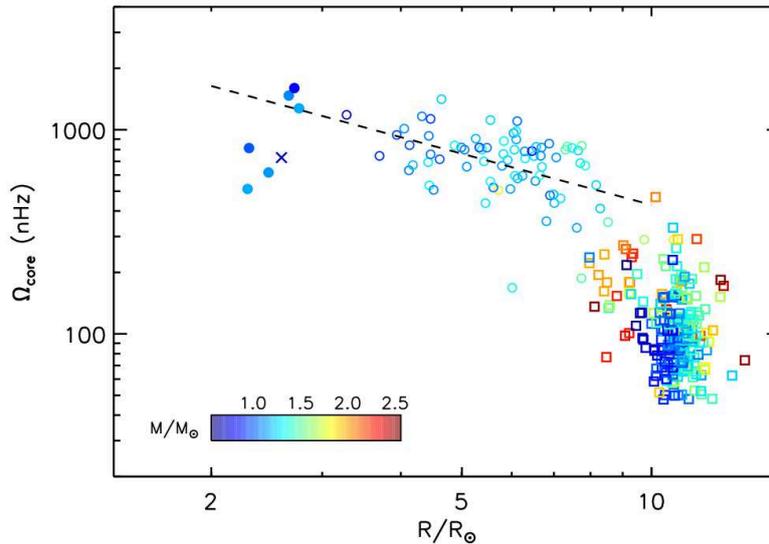


Figure 1.8 – Evolution de la vitesse angulaire moyenne de rotation du cœur d'étoiles évoluées en fonction de leur rayon, exprimé en rayons solaires. Les cercles pleins et la croix représentent les mesures de Deheuvels et al. (2014) [38] pour trois sous-géantes et trois étoiles sur le bas de la branche des géantes rouges. Les cercles vides et les carrés représentent respectivement les mesures de Mosser et al. (2012) [109] sur la branche des géantes rouges et dans le *clump*. Le ralentissement observé de la vitesse de rotation du cœur le long de la branche des géantes rouges est représenté par la droite en pointillés.

une faible rotation différentielle au sein d'étoiles du *clump* secondaire où le cœur tourne presque aussi lentement que l'enveloppe, ce qui confirme l'existence d'un transfert de moment cinétique.

Jusqu'ici, les mécanismes physiques à l'origine de cette redistribution du moment cinétique ne sont pas encore entièrement compris. Différentes prescriptions physiques pour le transport de moment cinétique ont été proposées et implémentées au sein des codes d'évolution stellaire : transport par les instabilités hydrodynamiques et la circulation méridienne (Eggenberger et al. 2012 [47], Marques et al. 2013 [92], Ceillier et al. 2013 [24]), par les modes mixtes (Belkacem et al. 2015 [16], [15]), par les ondes de gravité internes (Fuller et al. 2015 [54], Pinçon et al. 2017 [121]), par un champ magnétique généré dans l'intérieur radiatif (Cantiello et al. 2014 [23], Fuller et al. 2014 [54], Rüdiger et al. 2015 [127]). Cependant, les modèles basés sur ces mécanismes physiques prédisent des vitesses de rotation du cœur au moins 10 fois trop élevées par rapport aux mesures, et ne reproduisent pas le ralentissement du cœur observé (Fig. 1.9). Dans ces conditions, un autre processus transportant du moment cinétique est nécessairement à l'œuvre pour ralentir la rotation du cœur (Tayar et al. 2013 [146]). En parallèle, différentes études ont essayé de paramétriser l'efficacité du transfert de moment cinétique à l'intérieur des géantes rouges en utilisant des coefficients de diffusion ad-hoc, qui ne sont pas basés sur une approche physique théorique (Spada et al. 2016 [137], Eggenberger et al. 2017 [46]).

Le désaccord entre les mesures et les modèles basés sur des prescriptions physiques pour le transport de moment cinétique nous indique que la théorie ne nous permet pas encore d'expliquer comment la rotation interne des étoiles évolue. Il est donc essentiel d'obtenir des mesures de rotation du cœur pour un échantillon de géantes rouges bien plus important, afin d'obtenir des contraintes observationnelles plus fortes sur l'efficacité du ralentissement du cœur.

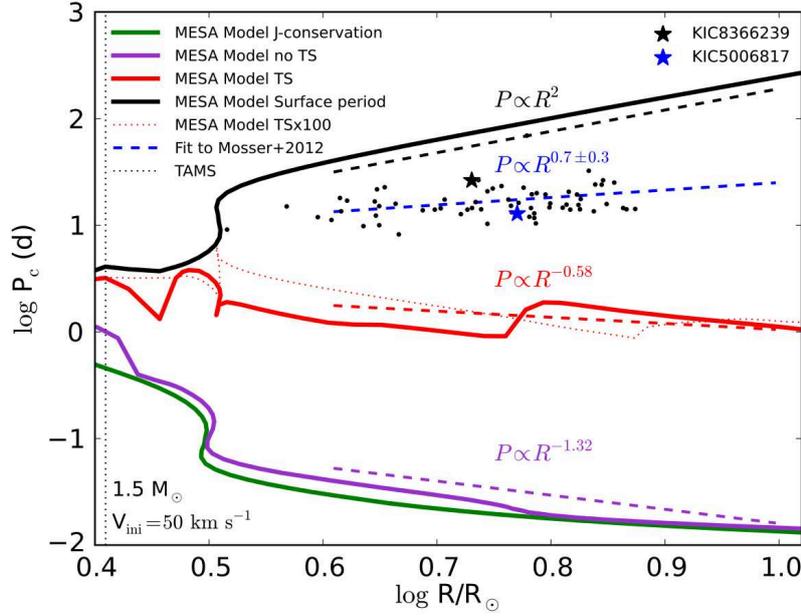


Figure 1.9 – Evolution de la période de rotation du cœur en fonction du rayon stellaire pour différentes prescriptions physiques de transport de moment cinétique dans un modèle de  $1.5M_{\odot}$  avec une rotation initiale de  $50 \text{ km s}^{-1}$  (Cantiello et al. 2014 [23]). Les prescriptions pour le transfert du moment cinétique sont les suivantes : conservation locale du moment cinétique du cœur en vert, transfert par les instabilités rotationnelles en violet, et transfert par les torsions magnétiques au sein de la zone radiative en rouge, le champ magnétique étant généré par l’effet dynamo Taylor–Spruit. La ligne rouge en pointillés correspond à un modèle pour lequel le coefficient de diffusion de Taylor–Spruit a été multiplié par 100. L’évolution de la période de rotation de la surface est également représentée en noir. Les droites en pointillés colorés représentent un ajustement linéaire aux différentes courbes au début de la branche des géantes rouges. Les points noirs représentent les étoiles de la branche des géantes rouges étudiées par Mosser et al. (2012) [109], la droite en pointillés bleus représentant le meilleur ajustement à ces données. Les symboles en forme d’étoiles indiquent les étoiles étudiées par Beck et al. (2012) [12] et Beck et al. (2014) [11]. La droite verticale en pointillés noirs localise la fin de la fusion de l’hydrogène dans le cœur.

### 1.4.2 Enjeux de la thèse

Le satellite *Kepler* (NASA) a fourni des milliers de spectres de géantes rouges d’une qualité inégalée, permettant d’augmenter considérablement le nombre de mesures de la rotation moyenne du cœur et d’étudier l’influence des divers paramètres stellaires comme la masse et la métallicité. Mon travail de thèse vise à augmenter substantiellement la base de données de mesures de la rotation du cœur disponibles afin d’affiner le diagnostic de Mosser et al. (2012) [109] et d’étudier comment l’efficacité du ralentissement dépend de grandeurs physiques comme la masse et la métallicité des étoiles. Afin de traiter de façon efficace la moisson de spectres d’oscillation fournis par *Kepler*, j’ai développé une méthode permettant de mesurer de façon aussi automatique que possible la rotation moyenne du cœur des étoiles sur la branche des géantes rouges. La mise au point d’une telle méthode s’avère particulièrement délicate sur la branche des géantes rouges, où dans de nombreux cas les modes mixtes sont enchevêtrés, rendant les spectres d’oscillation difficiles à interpréter (Mosser et al. 2012 [110]). Une grande partie de la difficulté vient de la double nature des modes mixtes : les modes mixtes dominés par la pression sont à peu près équirépartis en fréquence alors que les modes mixtes dominés par la gravité sont à peu près équirépartis en période (Mosser et al. 2012 [110]). Une solution consiste à étirer les spectres en fréquence afin de simuler le comportement des modes de gravité purs, régulièrement espacés en période (Mosser et al. 2015 [114]). La méthode que j’ai développée est basée sur l’utilisation de spectres étirés en périodes corrigées. Une telle méthode applicable à grande échelle est essentielle pour préparer l’analyse des futures données du satellite Plato (ESA, 2026), qui représentent des centaines de milliers de géantes rouges potentielles.

Le manuscrit est organisé de la manière suivante. Comme l'analyse sismique des étoiles dépend et permet de comprendre leur structure interne et leur évolution, le chapitre 2 donne une vision détaillée de la structure et de l'évolution des pulsateurs de type solaire à l'aide de modèles, depuis la naissance de l'étoile jusqu'à la post-branche asymptotique des géantes rouges. Le chapitre 3 expose les éléments de théorie des oscillations des géantes rouges, nécessaires pour exploiter les spectres d'oscillation et étudier les propriétés physiques de leur intérieur. Le chapitre 4 établit le principe de la mesure sismique de la rotation du cœur des géantes rouges à partir du concept de période corrigée. Le chapitre 5 décrit les différentes approches testées pour aboutir à une méthode en grande partie automatique permettant de mesurer la rotation moyenne du cœur des étoiles sur la branche des géantes rouges. Le chapitre 6 détaille les mesures à grande échelle obtenues de la rotation du cœur des étoiles de la branche des géantes rouges observées par *Kepler* ainsi que les résultats associés, qui font l'objet d'une publication en tant que premier auteur. Le chapitre 7 explique comment l'utilisation du concept de périodes corrigées permet d'améliorer l'interprétation des spectres d'oscillation des géantes rouges, en permettant de mesurer non seulement des paramètres sismiques globaux mais également des paramètres sismiques individuels des modes mixtes, ce qui fait l'objet d'une publication en tant que second auteur. Le chapitre 8 se consacre à l'interprétation des nouvelles contraintes observationnelles apportées par les mesures concernant l'évolution de la rotation moyenne du cœur des étoiles sur la branche des géantes rouges en termes de transport de moment cinétique grâce à la modélisation de l'évolution stellaire. Le chapitre 9 présente les conclusions et perspectives qui découlent de cette thèse.



## Chapitre 2

# Structure et évolution des pulsateurs de type solaire

L'astérosismologie repose sur la théorie des oscillations stellaires, qui dépend de la structure interne des étoiles. Les étoiles passent par de nombreux stades tout au long de leur évolution, avec d'importants changements de structure interne. L'analyse sismique des étoiles dépend et permet de comprendre leur structure interne et leur évolution. Dans ce contexte, ce chapitre, inspiré de Kippenhahn et al. (2012) [82] mais également de Prialnik (2000) [123], Hansen et al. (2004) [68], Salaris & Cassisi (2005) [128] et Maeder (2009) [91], s'attache à décrire l'évolution de la structure des étoiles qui passent par le stade de géante rouges à l'aide de modèles.

L'évolution des étoiles présente des différences significatives en fonction de leur masse. Les géantes rouges que j'ai étudiées dans ma thèse ont une masse comprise entre 1 et  $2.5 M_{\odot}$ . Afin d'illustrer les différentes phases par lesquelles elles passent durant leur évolution, j'ai calculé l'évolution de deux étoiles de 1 et  $2.2 M_{\odot}$  depuis leur naissance jusqu'à la phase de branche asymptotique des géantes, en utilisant le code d'évolution stellaire Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA) qui permet de passer le flash de l'hélium subi par les étoiles de faible masse (Paxton et al. 2011 [117], 2013 [118], 2015 [119]). J'ai choisi d'arrêter l'évolution lorsque la masse du cœur de carbone sur la branche asymptotique atteint  $0.45 M_{\odot}$ . Les abondances sont tirées de Grevesse & Noels (1993) [64] et j'ai choisi une métallicité proche de la valeur solaire ( $Z = 0.02$ ,  $Y = 0.28$ ). La convection est décrite par la théorie de la longueur de mélange (Böhm-Vitense 1958 [19]) comme l'ont présenté Cox & Giuli (1968) [34], avec une longueur de mélange  $\alpha_{MLT} = 2$ . J'ai utilisé les équations d'état OPAL 2005 (Rogers & Nayfonov 2002 [126]) et les opacités OPAL (Iglesias & Rogers 1996 [76]), complétées par les opacités de Ferguson et al. (2005) [50] à basse température. Les taux de réaction nucléaire viennent de la compilation NACRE (Angulo et al. 1999 [2]). Les conditions aux limites en surface sont basées sur la relation classique  $T - \tau$  d'Eddington. D'autres abondances plus récentes existent et une calibration plus précise de la longueur de mélange serait possible mais nous n'attendons pas d'effet significatif sur les phénomènes décrits ici. Comme nous voulons seulement mettre en avant des caractéristiques générales, les effets de la diffusion des éléments chimiques et de la pénétration convective dans le cœur sont ignorés.

Dans ce chapitre, j'utilise deux principaux types de diagrammes pour caractériser l'évolution stellaire : le diagramme de Hertzsprung-Russell et le diagramme de Kippenhahn. Le diagramme de Hertzsprung-Russell représente la luminosité de l'étoile normalisée à la valeur solaire en fonction de la température effective. Ce diagramme permet de faire apparaître la classification spectrale des étoiles et présente l'avantage de classer les étoiles directement à partir des observations, en substituant la température effective par un indice de couleur plus facilement observable. Lorsque la masse de l'étoile augmente, le tracé évolutif se décale vers des températures effectives et des luminosités de plus en plus importantes (Fig. 2.1).

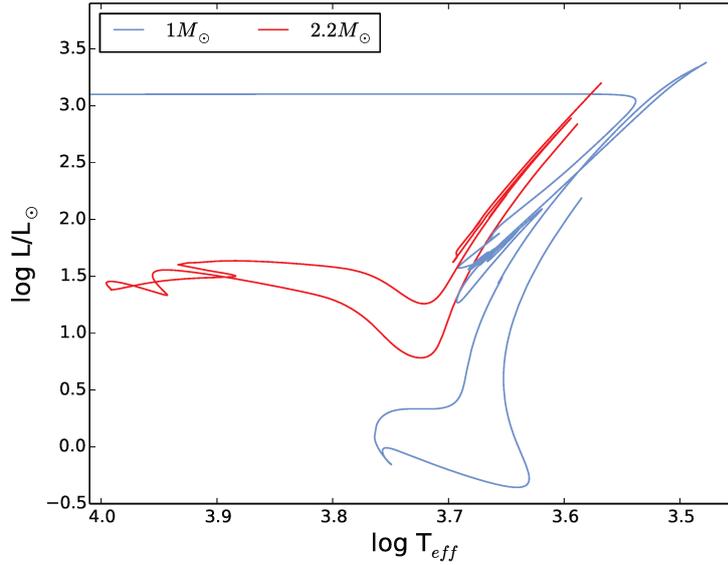


Figure 2.1 – Diagramme de Hertzsprung-Russell représentant l'évolution de deux étoiles de masses différentes depuis la naissance de l'étoile jusqu'à la branche asymptotique des géantes rouges. Les tracés évolutifs ont été calculés avec MESA pour des étoiles de  $1 M_{\odot}$  en bleu et de  $2.2 M_{\odot}$  en rouge, pour une métallicité initiale solaire.

Le diagramme de Kippenhahn permet de suivre l'évolution de la structure interne de l'étoile au cours du temps et ne peut être obtenu qu'à partir de modèles stellaires. En général, ce diagramme représente l'évolution en masse des différentes régions de l'étoile, principalement les régions convectives, radiatives et où la fusion nucléaire a lieu.

## 2.1 Naissance de l'étoile

Les étoiles naissent à partir de la contraction de nuages de gaz du milieu interstellaire lorsqu'une perturbation, comme une onde de choc produite par une supernova ou une collision avec un autre nuage, perturbe l'équilibre hydrostatique du nuage et génère des surdensités locales. Si l'on suppose que le nuage interstellaire est une sphère isotherme de gaz parfait, une partie du nuage peut devenir instable et se contracter sous l'effet de sa propre gravité si la masse dépasse localement la masse de Jeans, qui s'exprime

$$M_J = 1.1 M_{\odot} \left( \frac{T}{10 \text{ K}} \right)^{3/2} \left( \frac{\rho}{10^{-19} \text{ g.cm}^{-3}} \right)^{-1/2} \left( \frac{\mu}{2.3} \right)^{-3/2}, \quad (2.1)$$

où  $\mu$  est le poids moléculaire moyen, c'est-à-dire le nombre moyen d'unités de masse atomique par particule. Les valeurs de référence  $\rho = 10^{-19} \text{ g.cm}^{-3}$  et  $T = 10 \text{ K}$  sont typiques des régions de formation stellaire au sein des nuages interstellaires, plus denses et plus froides que le reste du nuage. La valeur  $\mu = 2.3$  implique que l'on suppose que tout l'hydrogène est sous forme moléculaire et que l'hélium est sous forme neutre. Dans ces conditions, la masse typique d'une région de gaz moléculaire à partir de laquelle les étoiles se forment sous l'effet de l'instabilité de Jeans est  $M_J = 1.1 M_{\odot}$ , bien inférieure à la masse typique du nuage interstellaire dans son ensemble qui est d'environ  $10^5 M_{\odot}$ . Au fur et à mesure que la densité du nuage en effondrement augmente, la masse de Jeans diminue (Eq. 2.1) et le critère de stabilité est à nouveau violé. Dans ces conditions, le nuage en effondrement se fragmente en plusieurs régions qui continuent à se contracter. Le temps d'ajustement du gaz est alors bien plus court que le temps de chute libre, et l'effondrement est isotherme.

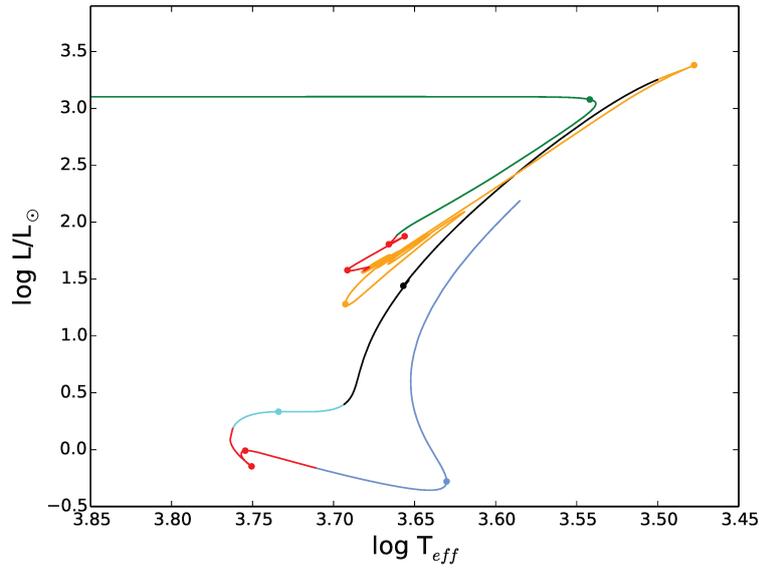


Figure 2.2 – Diagramme de Hertzsprung-Russell pour une étoile de  $1 M_{\odot}$  et de métallicité initiale solaire depuis la pré-séquence principale jusqu'à la branche asymptotique des géantes. La couleur code le stade évolutif de l'étoile : la pré-séquence principale en bleu, la séquence principale en rouge, la phase de sous-géante en bleu ciel, la branche des géantes rouges en noir, le flash de l'hélium et ses conséquences en orange, la branche horizontale des géantes en rouge, la branche asymptotique des géantes en vert. Les points colorés indiquent des modèles correspondant à des changements de direction du tracé évolutif de l'étoile, pour lesquels on s'intéresse à la structure interne par la suite.

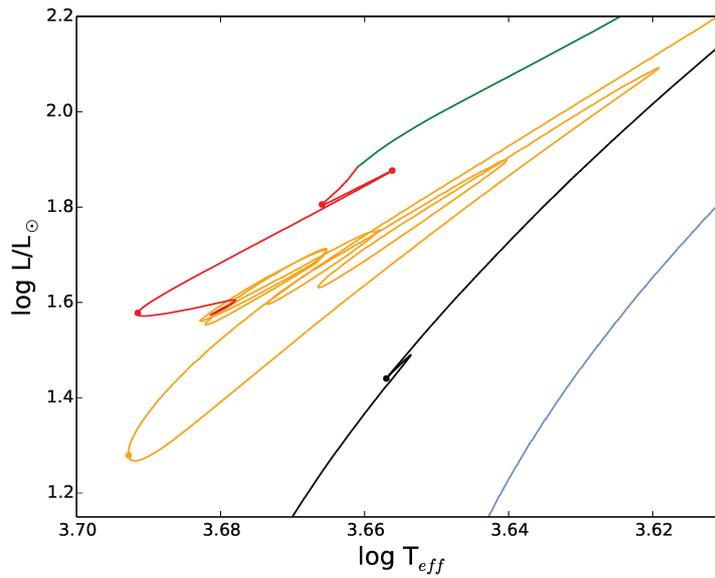


Figure 2.3 – Zoom de la Figure 2.2 centré sur le *bump* sur la branche des géantes rouges, les conséquences du flash de l'hélium et la branche horizontale.

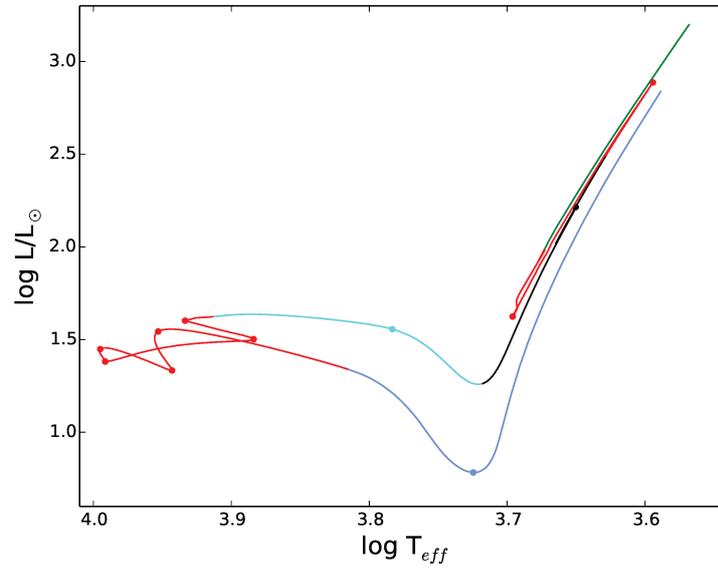


Figure 2.4 – Diagramme de Hertzsprung-Russell pour une étoile de  $2.2 M_{\odot}$  et de métallicité initiale solaire depuis la pré-séquence principale jusqu'à la branche asymptotique des géantes. La couleur code le stade évolutif de l'étoile comme dans la Figure 2.2.

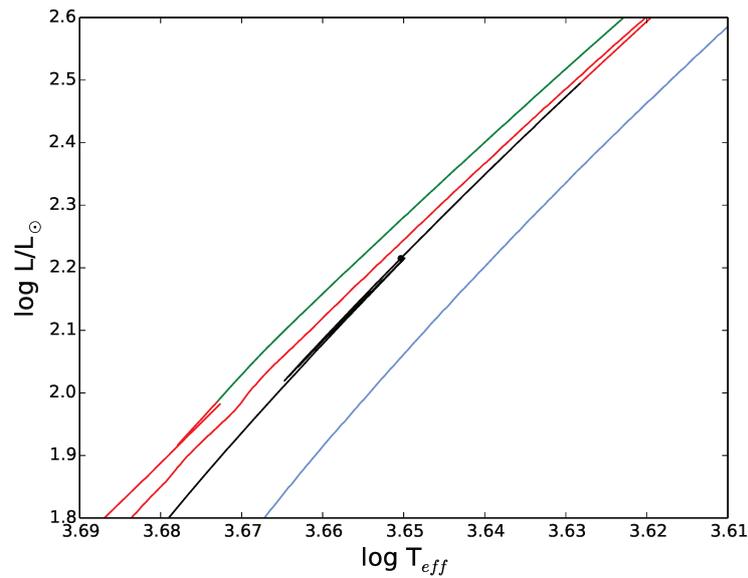


Figure 2.5 – Zoom de la Figure 2.4 centré sur le *bump* sur la branche des géantes rouges et la fin de la branche horizontale.

## 2.2 Phase de pré-séquence principale

L'étoile en formation est maintenant en contraction quasistatique. Elle est entièrement convective dans un premier temps, la contraction est adiabatique et le rayon et la luminosité de l'étoile en formation diminuent fortement. Le trajet évolutif est alors à peu près vertical au sein du diagramme Hertzsprung-Russell (première partie du trajet bleu dans les Figures 2.2 et 2.4) : c'est ce que l'on appelle la ligne de Hayashi (Hayashi 1961 [69]), qui correspond à l'endroit du diagramme de Hertzsprung-Russell où sont situées les étoiles en équilibre hydrostatique entièrement convectives. La position de la ligne de Hayashi dépend à la fois de la masse et de la composition chimique de l'étoile. La ligne de Hayashi définit une frontière au sein du diagramme Hertzsprung-Russell entre une zone autorisée, sur la gauche, et une zone interdite, sur la droite, pour les étoiles en équilibre hydrostatique. Les étoiles situées à plus haute température effective que la ligne de Hayashi ont un gradient de température  $\nabla < \nabla_{\text{ad}}$ , où  $\nabla_{\text{ad}} = (d \ln T / d \ln P)_s$  est le gradient de température adiabatique et  $s$  est l'entropie. Dans ces conditions, l'étoile n'est plus entièrement convective et une zone radiative interne se développe. Au contraire, les étoiles qui seraient hypothétiquement situées à droite de la ligne de Hayashi auraient un gradient de température  $\nabla > \nabla_{\text{ad}}$ . Dans ce cas, une part importante de l'étoile posséderait un gradient de température superadiabatique. Le terme  $\nabla - \nabla_{\text{ad}}$  serait alors significativement positif, un flux convectif très important se mettrait en place qui permettrait de transporter l'énergie très rapidement, sur une échelle de temps dynamique. Dans ces conditions,  $\nabla$  diminuerait très rapidement pour redevenir égal à  $\nabla_{\text{ad}}$ , et l'étoile serait aussitôt ramenée sur la ligne de Hayashi. La restructuration rapide de l'étoile implique donc que la région à droite de la ligne de Hayashi est interdite pour toute étoile en équilibre hydrostatique.

La densité finit par devenir suffisamment importante pour que l'étoile en formation soit opaque au rayonnement infrarouge, qui est alors piégé dans les régions centrales. Dans ces conditions, la température et la pression augmentent dans le cœur. Le gradient de température devient égal au gradient de température radiatif  $\nabla_{\text{rad}} < \nabla_{\text{ad}}$  dans les régions centrales, et un cœur radiatif en équilibre hydrostatique se développe (Fig. 2.6 (a) et Fig. 2.6 (b)). Les modèles indiquent que l'étoile se déplace sur la gauche du diagramme Hertzsprung-Russell lorsque la zone radiative interne occupe environ 45 % du rayon de l'étoile (Fig. 2.6 (a) et Fig. 2.6 (b)), s'éloignant de la ligne de Hayashi vers des températures effectives plus importantes (deuxième partie du trajet bleu dans les Figures 2.2 et 2.4). La luminosité reste à peu près constante lors de la contraction quasi-statique. Le rayon diminue d'un facteur 25 durant la phase de pré-séquence principale dans le cas d'une étoile de  $1 M_{\odot}$  (Fig. 2.7 (a)) et d'un facteur 20 dans le cas d'une étoile de  $2.2 M_{\odot}$  (Fig. 2.7 (b)).

L'évolution sur la pré-séquence principale s'effectue sur une échelle de temps caractéristique de l'ajustement thermique de l'étoile, correspondant au temps qu'il faut à une fluctuation thermique pour se propager du centre à la surface de l'étoile. Cette échelle de temps de Kelvin-Helmholtz s'exprime

$$\tau_{\text{KH}} = \frac{|E_g|}{L} = \frac{G M^2}{2 R L}, \quad (2.2)$$

avec  $E_g$  l'énergie gravitationnelle libérée par la contraction de l'étoile. La luminosité à la fin de la phase de pré-séquence principale correspond approximativement à la luminosité avec laquelle l'étoile débute son évolution sur la séquence principale. Dans ces conditions, la relation masse-luminosité indique que  $L \simeq M^{3.5}$ , et  $\tau_{\text{KH}} \simeq M^{-2.5}$ . La protoétoile atteint ainsi d'autant plus vite la séquence principale que sa masse est importante. Les modèles montrent qu'une étoile de  $1 M_{\odot}$  passe environ 27 millions d'années sur la pré-séquence principale (Fig 2.6 (a)) alors qu'une étoile de  $2.2 M_{\odot}$  y passe environ 4 millions d'années (Fig 2.6 (b)).

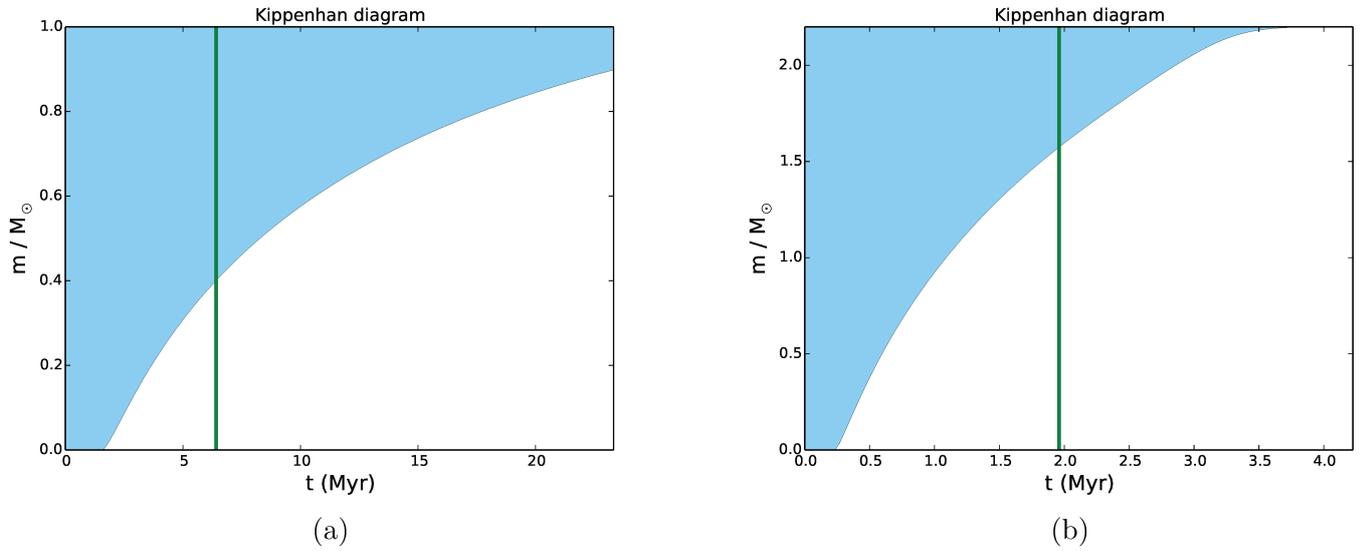


Figure 2.6 – Diagrammes de Kippenhahn représentant l'évolution des zones internes de deux modèles stellaires de masses différentes pendant la phase de pré-séquence principale. Les zones convectives sont représentées en bleu, les zones radiatives en blanc, la ligne noire supérieure représente la surface de l'étoile. Les lignes vertes correspondent aux modèles sélectionnés dans les Figures 2.2 et 2.4. (a) Modèle de  $M = 1 M_{\odot}$ . (b) Modèle de  $M = 2.2 M_{\odot}$ .

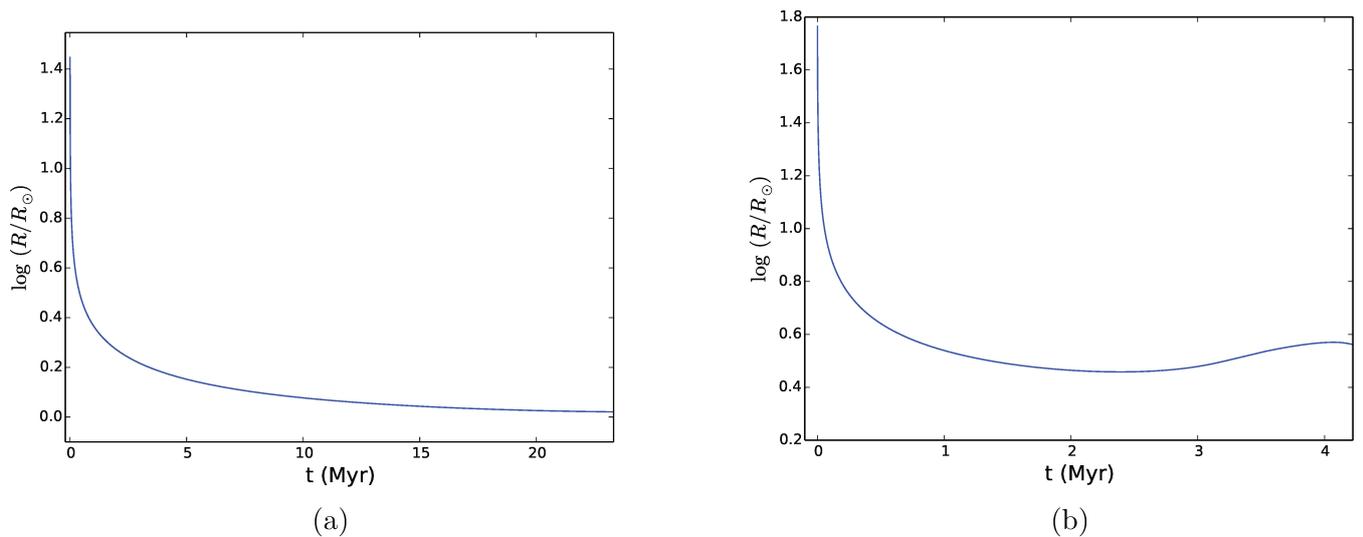


Figure 2.7 – Evolution du logarithme du rayon de l'étoile pendant la phase de pré-séquence principale. (a) Modèle de  $M = 1 M_{\odot}$ . (b) Modèle de  $M = 2.2 M_{\odot}$ .

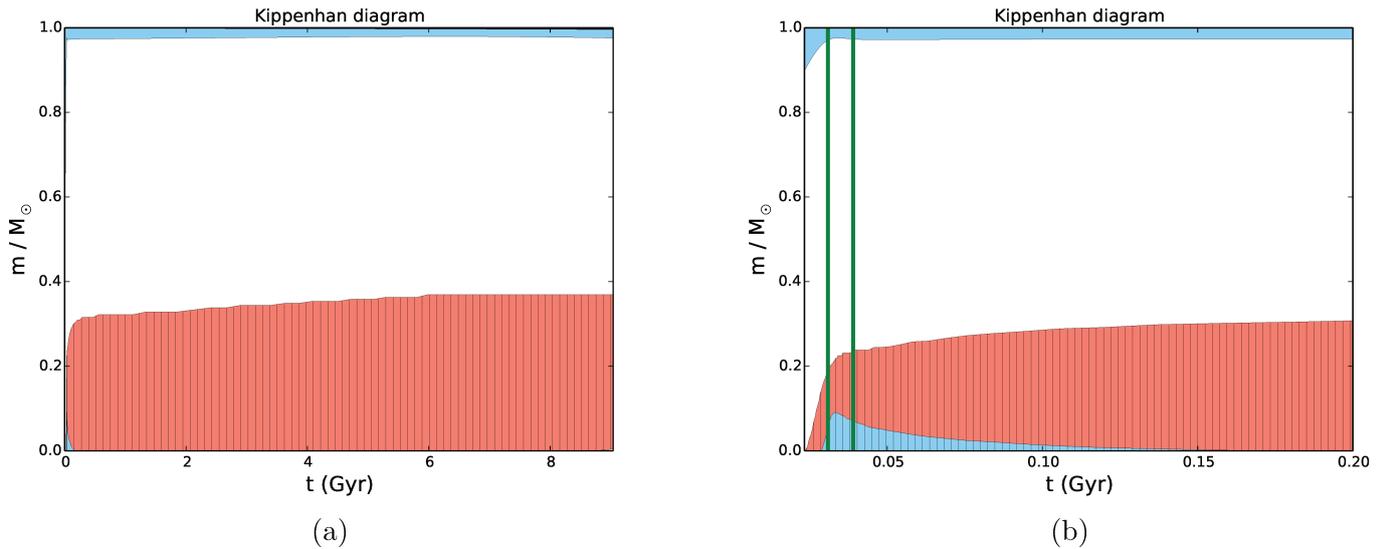


Figure 2.8 – Même représentation que dans la Figure 2.6 pour un modèle stellaire de  $M = 1 M_{\odot}$  pendant la phase de séquence principale. Les zones de fusion nucléaire sont hachurées et correspondent à un taux de production d'énergie nucléaire supérieur à  $1 \text{ erg/g/s}$ . Elles sont de plus représentées en rouge dans le cas d'une zone radiative. Les lignes vertes correspondent aux modèles sélectionnés dans la Figure 2.2. (a) Evolution pendant toute la phase de séquence principale. (b) Zoom sur le début de la séquence principale.

## 2.3 Séquence principale

### 2.3.1 Début des réactions de fusion nucléaire

La température interne de l'étoile ne cesse d'augmenter et des réactions nucléaires de fusion s'enclenchent, qui ne sont pas à l'équilibre dans un premier temps. La réaction de fusion du carbone, initialement présent au sein du nuage interstellaire, en azote démarre lorsque la température centrale atteint environ  $10^6 \text{ K}$ . Cette réaction s'inscrit dans le cycle CNO, dont le taux de production d'énergie nucléaire est très sensible à la température. L'énergie nucléaire est ainsi produite très près du centre, avec un flux d'énergie important. Dans ces conditions, un cœur convectif se développe (Fig. 2.8 (b) et Fig. 2.10 (b)) et l'énergie produite interrompt la contraction de l'étoile (Fig. 2.9 (b) et Fig. 2.11 (b)). Ceci se traduit par une inversion de la variation de la température effective au sein du diagramme de Hertzsprung-Russell pour les étoiles de  $M \leq 1 M_{\odot}$  (Fig. 2.2 entre les deux premiers points rouges). Pour les étoiles de  $M > 1 M_{\odot}$ , le tracé au sein du diagramme de Hertzsprung-Russell est un peu plus compliqué. Les modèles indiquent que, la température étant plus élevée, le cœur convectif occupe dans un premier temps environ 20 % de la masse de l'étoile, avant de diminuer pour atteindre environ 10 % en masse comme dans le cas des étoiles moins massives (Fig. 2.10 (b)). Cela se traduit par plusieurs inversions de la variation de la température effective (Fig. 2.4 entre le premier et le quatrième point rouge).

### 2.3.2 Stabilité de la fusion nucléaire

Lorsque la température atteint environ  $10^7 \text{ K}$ , la fusion de l'hydrogène en hélium s'enclenche dans les régions centrales radiatives de l'étoile, qui s'établit sur la séquence principale. Pour les étoiles de  $M \leq 1 M_{\odot}$ , la température centrale n'est pas suffisamment élevée pour maintenir le cycle CNO. Les réactions nucléaires de la chaîne proton-proton dominent rapidement le processus de fusion de l'hydrogène, et le cœur convectif disparaît (Fig. 2.8 (a) et (b)). Pour les étoiles de  $M > 1 M_{\odot}$ , le cycle CNO de fusion de l'hydrogène l'emporte et le cœur convectif se maintient sur la séquence principale (Fig. 2.10 (a)).

Les solutions numériques des équations de structure pour différentes étoiles sur la séquence principale présentent une similarité et peuvent être approximées par des relations d'échelle, appelées relations

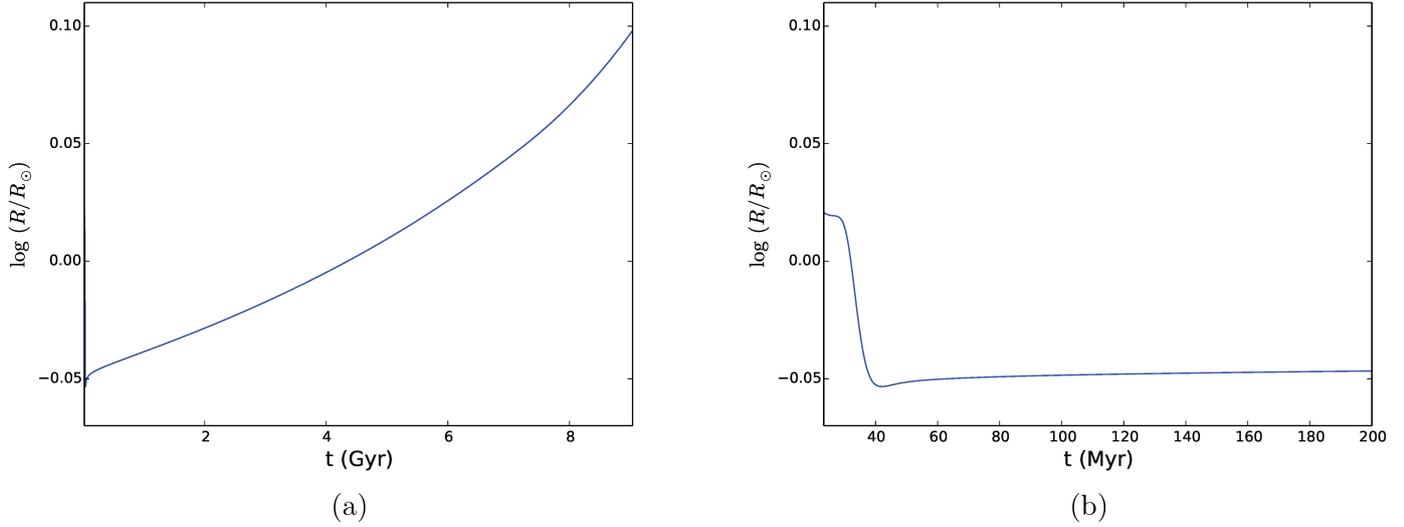


Figure 2.9 – Evolution du logarithme du rayon de l'étoile pendant la phase de séquence principale pour un modèle de  $M = 1 M_\odot$ . (a) Evolution pendant toute la phase de séquence principale. (b) Zoom sur le début de la séquence principale.

d'homologie. Deux modèles de masses  $M$  et  $M'$  et de rayons  $R$  et  $R'$  sur la séquence principale sont homologues si des couches homologues, qui ont la même coordonnée en masse  $x = m/M$ , sont situées au même rayon relatif  $r/R$ , soit

$$\frac{r(x)}{r'(x)} = \frac{R}{R'}. \quad (2.3)$$

Des étoiles homologues ont ainsi la même distribution relative en masse. Dans ces conditions, il existe une relation d'homologie entre la masse, la luminosité et le poids moléculaire moyen de deux étoiles sur la séquence principale, qui s'exprime (Kippenhahn et al. 2012 [82])

$$\frac{L}{L'} = \left(\frac{M}{M'}\right)^3 \left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^4. \quad (2.4)$$

Lors de la fusion de l'hydrogène en hélium, la masse de l'étoile ne varie pas mais  $\mu$  augmente, ce qui mène à une augmentation de la luminosité (tracé rouge de la Fig. 2.2 à partir du dernier point rouge et Fig. 2.4 entre le quatrième et le cinquième point rouge). L'augmentation de luminosité est corrélée avec une augmentation du rayon. Les modèles indiquent que le rayon augmente d'un facteur environ 1.4 pour une étoile de  $1 M_\odot$  (Fig. 2.9 (a)) et d'un facteur environ 1.8 pour une étoile de  $2.2 M_\odot$  du début à la fin de la séquence principale (Fig. 2.11 (a)). Cette augmentation du rayon donne lieu à une diminution de la température effective dans le cas d'une étoile de  $2.2 M_\odot$  (Fig. 2.4 entre le quatrième et le cinquième point rouge).

La séquence principale est la phase évolutive la plus longue d'une étoile. La perte d'énergie de l'étoile qui rayonne est contrebalancée par la production d'énergie nucléaire dans le cœur et l'étoile évolue sur une échelle de temps nucléaire, définie comme l'échelle de temps que mettrait une étoile à fusionner 10 % de son hydrogène. Cette échelle de temps s'exprime

$$\tau_{\text{nuc}} = \frac{E_{\text{nuc}}}{L} = 0.1 \frac{\eta M c^2}{L}, \quad (2.5)$$

où  $E_{\text{nuc}}$  représente l'énergie nucléaire libérée par les réactions de fusion,  $c$  est la vitesse de la lumière et  $\eta = 0.7\%$  représente le rendement de la production d'énergie par la réaction de fusion de l'hydrogène en hélium par rapport à l'énergie de masse disponible. La durée de vie d'une étoile sur la séquence principale dépend ainsi fortement de sa masse : les modèles indiquent qu'une étoile de  $1 M_\odot$  passe environ 9 milliards d'années sur la séquence principale (Fig. 2.8 (a)), alors qu'une étoile de  $2.2 M_\odot$  y passe environ 700 millions d'années, soit une durée 13 fois moins longue (Fig. 2.10 (a)).

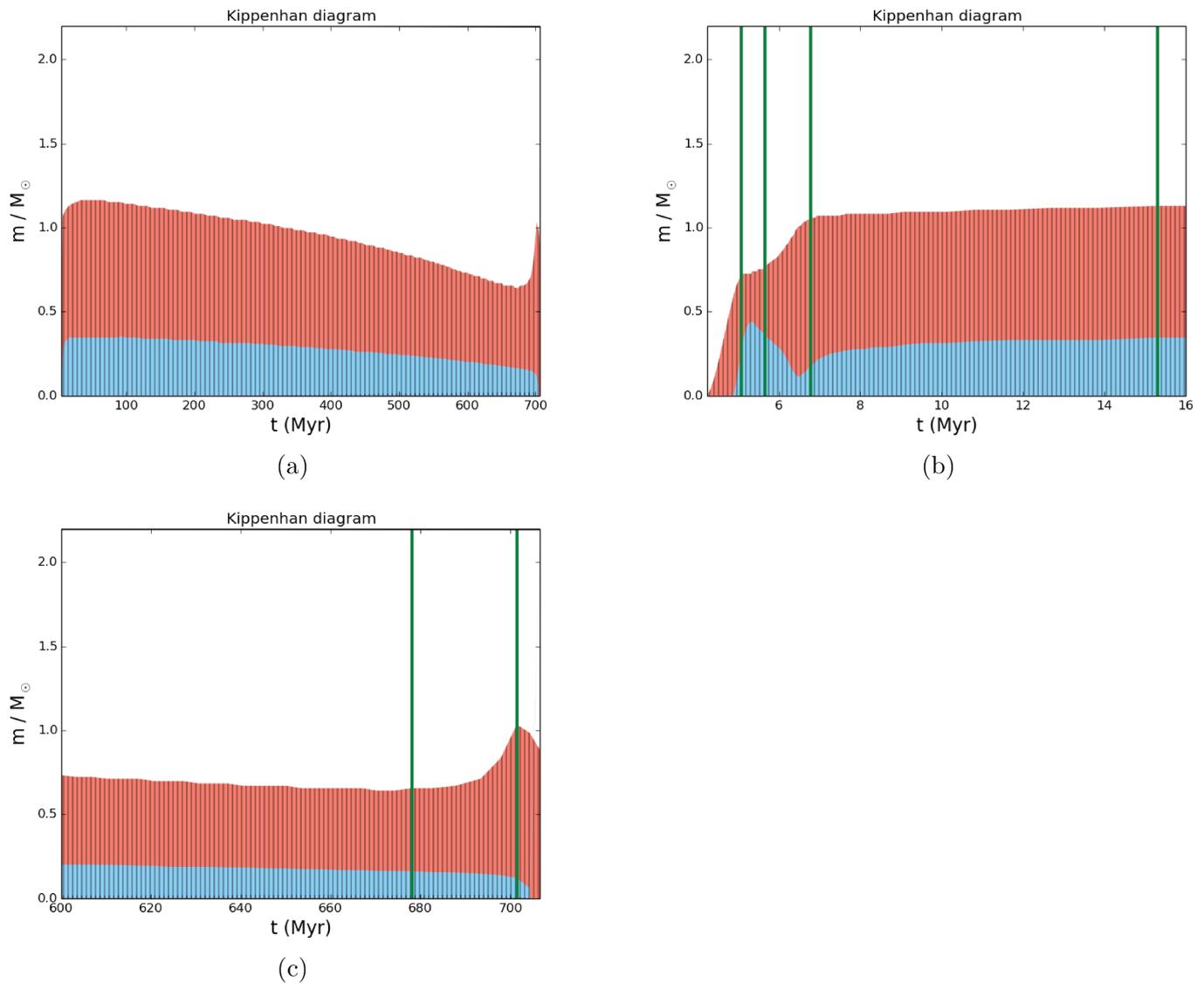


Figure 2.10 – Même représentation que dans la Figure 2.8 pour une étoile de  $M = 2.2 M_{\odot}$ . (a) Evolution pendant toute la phase de séquence principale. (b) Zoom sur le début de la séquence principale. (c) Zoom sur la fin de la séquence principale.

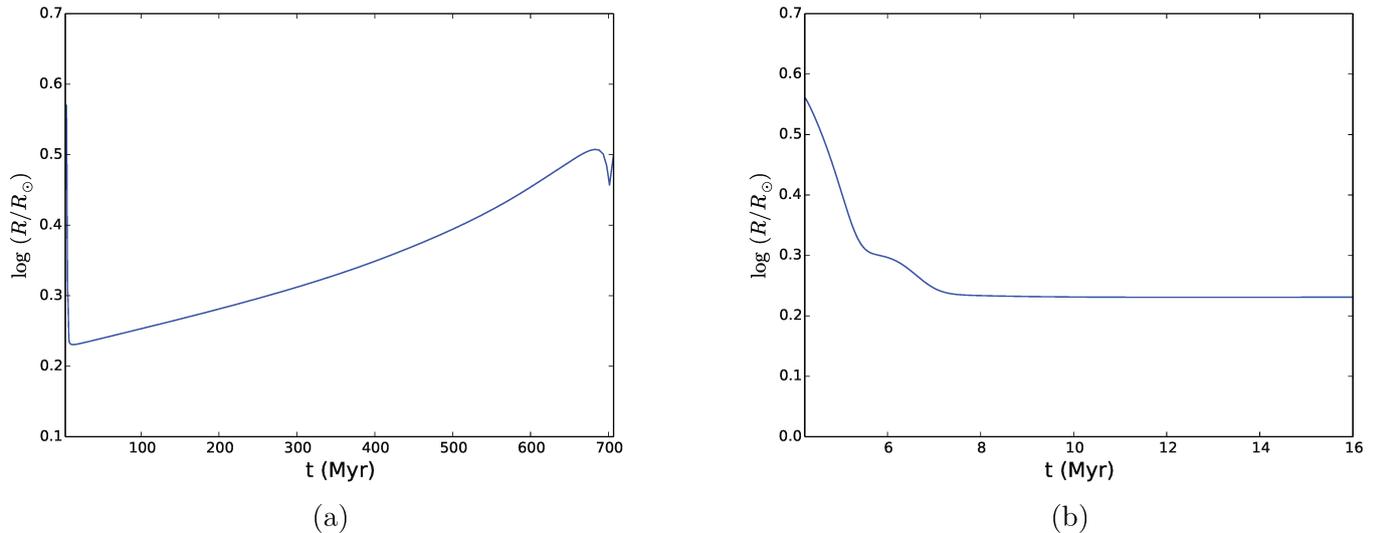


Figure 2.11 – Evolution du logarithme du rayon de l'étoile pendant la phase de séquence principale pour un modèle de  $M = 2.2 M_\odot$ . (a) Evolution pendant toute la phase de séquence principale. (b) Zoom sur le début de la séquence principale.

### 2.3.3 Fin de la séquence principale

Dans le cas d'une étoile de  $M \leq 1 M_\odot$ , l'hydrogène est déplété graduellement dans le cœur radiatif, et la transition vers la fusion de l'hydrogène en couche se fait graduellement. Dans le cas d'une étoile de  $M > 1 M_\odot$ , la convection homogénéise l'intégralité du cœur où a lieu la fusion nucléaire. Ainsi, le cœur tout entier est impacté lorsque l'hydrogène est presque épuisé. Afin de maintenir un taux de production d'énergie nucléaire suffisant, le cœur se contracte pour augmenter la température centrale, et le rayon de l'étoile diminue (Fig. 2.11 (a) vers 650 millions d'années). Cette contraction correspond à une augmentation de la température effective et de la luminosité, et l'étoile fait un crochet dans le diagramme de Hertzsprung-Russell qui n'est pas présent dans le cas d'une étoile moins massive (Fig. 2.4 entre le cinquième et le sixième point rouge). La zone convective centrale finit par disparaître au fur et à mesure que le taux de production d'énergie nucléaire diminue (Fig. 2.10 (c)). Lorsque l'étoile quitte la séquence principale, elle se dilate (Fig. 2.11 (a)) et sa température effective diminue (tracé rouge de la Fig. 2.4 à partir du dernier point rouge). Dans les modèles présentés dans ce chapitre, je considère que l'étoile quitte la séquence principale lorsque la fraction en masse d'hydrogène au centre devient inférieure à  $10^{-4}$ .

## 2.4 Phase de sous-géante

Après la séquence principale, l'hydrogène du cœur est épuisé. Le cœur se contracte, sa pression et sa température augmentent. Il en va de même pour les régions situées juste au-dessus du cœur, où la température atteint  $10^7$  K. La fusion de l'hydrogène s'effectue ainsi dans une couche au-dessus du cœur d'hélium inerte. Cette couche est épaisse dans la phase de sous-géante (Fig. 2.12 (a) et Fig. 2.12 (b)). Lorsqu'une étoile présente une couche où la fusion nucléaire se produit, comme dans le cas des sous-géantes, cette couche se comporte du point de vue dynamique comme un miroir entre le cœur et l'enveloppe. Sous l'effet de la contraction du cœur, la couche d'hydrogène en fusion s'échauffe et produit plus d'énergie. Les régions situées au-dessus, essentiellement convectives, ont un gradient de température adiabatique. Dans ces conditions, l'efficacité du transport de l'énergie produite est maximale et ne peut pas augmenter. Comme le gradient de température est fixé dans l'enveloppe, les régions au-dessus du cœur n'ont d'autre choix que de se dilater en réponse à la contraction du cœur par effet miroir. Leur température diminue et leur opacité augmente, ainsi la base de l'enveloppe convective plonge de plus en plus profondément dans l'étoile et l'enveloppe convective occupe une fraction de la masse de l'étoile de plus en plus importante (Fig. 2.12 (a) et Fig. 2.12 (b)). La dilatation de l'enveloppe

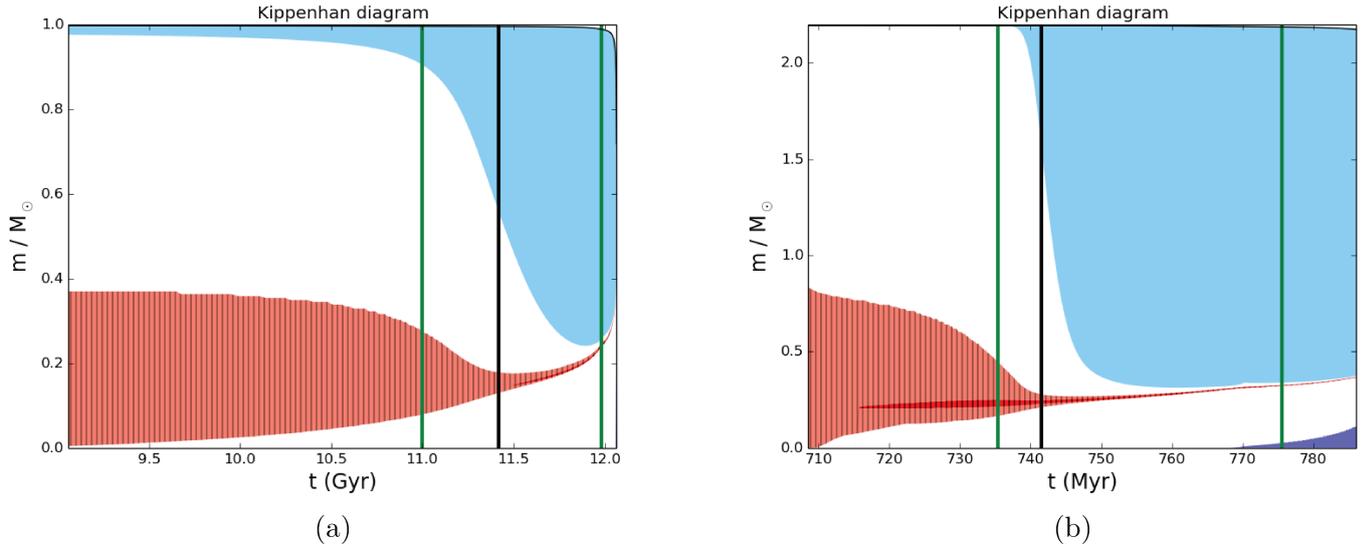


Figure 2.12 – Même représentation que dans la Figure 2.10 pendant la phase de sous-géante et sur la branche des géantes rouges pour deux modèles de masses différentes. Les zones de fusion nucléaire en rouge clair et rouge foncé correspondent respectivement à un taux de production d’énergie nucléaire supérieur à  $1 \text{ erg/g/s}$  et  $1000 \text{ erg/g/s}$ . Les zones de refroidissement par émission de neutrinos correspondant à un taux de perte d’énergie supérieur à  $1 \text{ erg/g/s}$  sont représentées en violet. La ligne noire verticale marque la transition entre ces deux stades évolutifs. (a) Modèle de  $M = 1 M_{\odot}$ . (b) Modèle de  $M = 2.2 M_{\odot}$ .

s’accompagne d’une augmentation du rayon durant toute la phase de sous-géante, d’un facteur 1.8 pour une étoile de  $1 M_{\odot}$  (Fig. 2.13 (a)) et d’un facteur 1.4 pour une étoile de  $2.2 M_{\odot}$  (Fig. 2.13 (b)) d’après les modèles. La température effective diminue et la luminosité reste à peu près constante (trajet bleu ciel dans les Fig. 2.2 et Fig. 2.4), l’augmentation du rayon étant à peu près compensée par la diminution de la température effective.

Sur la branche des sous-géantes, les étoiles situées respectivement en-dessous et au-dessus de la limite de Schönberg–Chandrasekhar présentent des conditions physiques différentes dans leur intérieur. Pour une masse totale donnée, elle correspond à la masse maximale que peut avoir un cœur inerte et isotherme pour soutenir le reste de l’étoile. Si la masse du cœur est supérieure à cette limite, la pression à l’intérieur du cœur isotherme n’est pas suffisante pour compenser le poids de l’enveloppe qui l’entoure. La limite de Schönberg–Chandrasekhar s’écrit comme le rapport maximum entre la masse du cœur et la masse totale de l’étoile et s’exprime (Schönberg & Chandrasekhar 1942 [132])

$$\frac{M_c}{M} = 0.37 \left( \frac{\mu_{\text{env}}}{\mu_c} \right)^2 \simeq 0.10, \quad (2.6)$$

dans le cas d’un cœur d’hélium pur où  $\mu_c = 4/3$  et pour une enveloppe riche en hydrogène. Dans les modèles où la pénétration convective est négligée pendant l’évolution de l’étoile, comme les modèles calculés ici, les étoiles de  $M \leq 8 M_{\odot}$  ont un cœur d’hélium dont la masse reste en-dessous de la limite de Schönberg–Chandrasekhar sur la branche des sous-géantes (Fig. 2.12 (a) et Fig. 2.12 (b)). Par conséquent, l’étoile est en équilibre hydrostatique et thermique avec un cœur d’hélium isotherme. Les modèles indiquent qu’une étoile de  $1 M_{\odot}$  passe environ 2.4 milliards d’années sur la branche des sous-géantes (Fig. 2.12 (a)), alors qu’une étoile de  $2.2 M_{\odot}$  y passe environ 35 millions d’années, soit une durée 69 fois plus courte (Fig. 2.12 (b)). Lorsque qu’une pénétration convective modérée est incluse, la masse du cœur est plus importante à la fin de la séquence principale et seules les étoiles de  $M \leq 2 M_{\odot}$  restent en équilibre thermique pendant la phase de sous-géante. Lorsque la masse du cœur d’hélium dépasse la limite de Schönberg–Chandrasekhar, le cœur d’hélium n’est pas isotherme et se contracte rapidement afin de maintenir un équilibre quasi-statique sur la branche des sous-géantes. Ces étoiles traversent ainsi rapidement la branche des sous-géantes sur une échelle de temps de Kelvin-Helmholtz. En pratique, on observe un déficit d’étoiles de  $M > 2 M_{\odot}$  dans cette phase évolutive très rapide, que

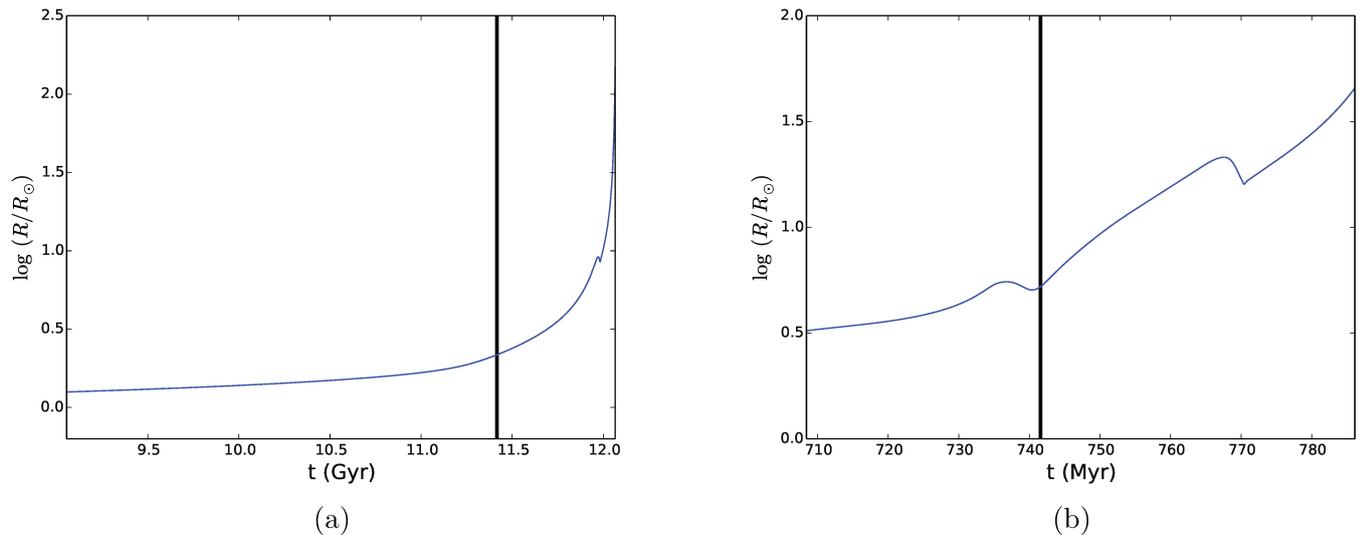


Figure 2.13 – Evolution du logarithme du rayon de l'étoile pendant la phase de sous-géante et sur la branche des géantes rouges pour deux modèles de masses différentes. La ligne noire verticale marque la transition entre ces deux stades évolutifs. (a) Modèle de  $M = 1 M_\odot$ . (b) Modèle de  $M = 2.2 M_\odot$ .

l'on appelle fossé de Hertzsprung. Dans les modèles présentés dans ce chapitre, je considère que l'étoile quitte la branche des sous-géantes lorsqu'elle arrive sur le coude marquant le début de la branche des géantes rouges (début du tracé noir dans les Fig. 2.2 et Fig. 2.4).

D'un point de vue sismique, les sous-géantes présentent des modes mixtes et peuvent être identifiées au sein d'un diagramme sismique qui représente l'espacement en période des modes de gravité dipolaires  $\Delta\Pi_1$ , qui renseigne sur la taille du cœur d'hélium, en fonction de la grande séparation des modes radiaux  $\Delta\nu$ , qui dépend de la densité moyenne de l'étoile (Fig. 2.14). Un tel diagramme  $\Delta\Pi_1$ - $\Delta\nu$  permet de déterminer précisément le stade évolutif des étoiles présentant des modes mixtes, contrairement au diagramme de Hertzsprung-Russell classique qui n'apporte pas d'information sur les régions les plus internes de l'étoile. Lorsque les sous-géantes évoluent, la grande séparation diminue car la densité moyenne de l'étoile diminue. La contraction du cœur résulte également en une diminution de  $\Delta\Pi_1$  (Fig. 2.14).

## 2.5 Branche des géantes rouges

Je m'intéresse aux étoiles de  $M \leq 2.5 M_\odot$ , pour lesquelles les modèles calculés sans pénétration convective indiquent que la masse du cœur d'hélium est suffisamment faible pour que ces étoiles évoluent en équilibre thermique sur la branche des sous-géantes. Les modèles indiquent que ces étoiles entament leur évolution le long de la branche des géantes rouges lorsque la masse du cœur d'hélium atteint la limite de Schönberg–Chandrasekhar (Eq. 2.6), soit 10 % de la masse de l'étoile (Fig. 2.12 (a) et Fig. 2.12 (b)). La suite de l'évolution dépend encore une fois de la masse de l'étoile.

Lorsque la température est basse et/ou la densité est importante, la pression de dégénérescence domine. L'origine de cette pression quantique s'explique par le principe d'exclusion de Pauli : dans un atome, deux fermions appartenant à une même orbitale atomique ne peuvent pas être simultanément dans le même état quantique, c'est-à-dire avoir le même spin et le même niveau d'énergie. Lorsque les atomes sont très proches les uns des autres, certaines orbitales finissent par se juxtaposer avec celles d'atomes voisins, et les atomes ne peuvent plus se rapprocher davantage sans violer le principe d'exclusion. La mécanique quantique nous indique que, dans ces conditions, les électrons vont peupler tous les niveaux d'énergie en-dessous de l'énergie de Fermi. Le gaz parfait est alors dégénéré, et la pression de dégénérescence ne dépend plus de la température comme dans le cas du gaz parfait clas-

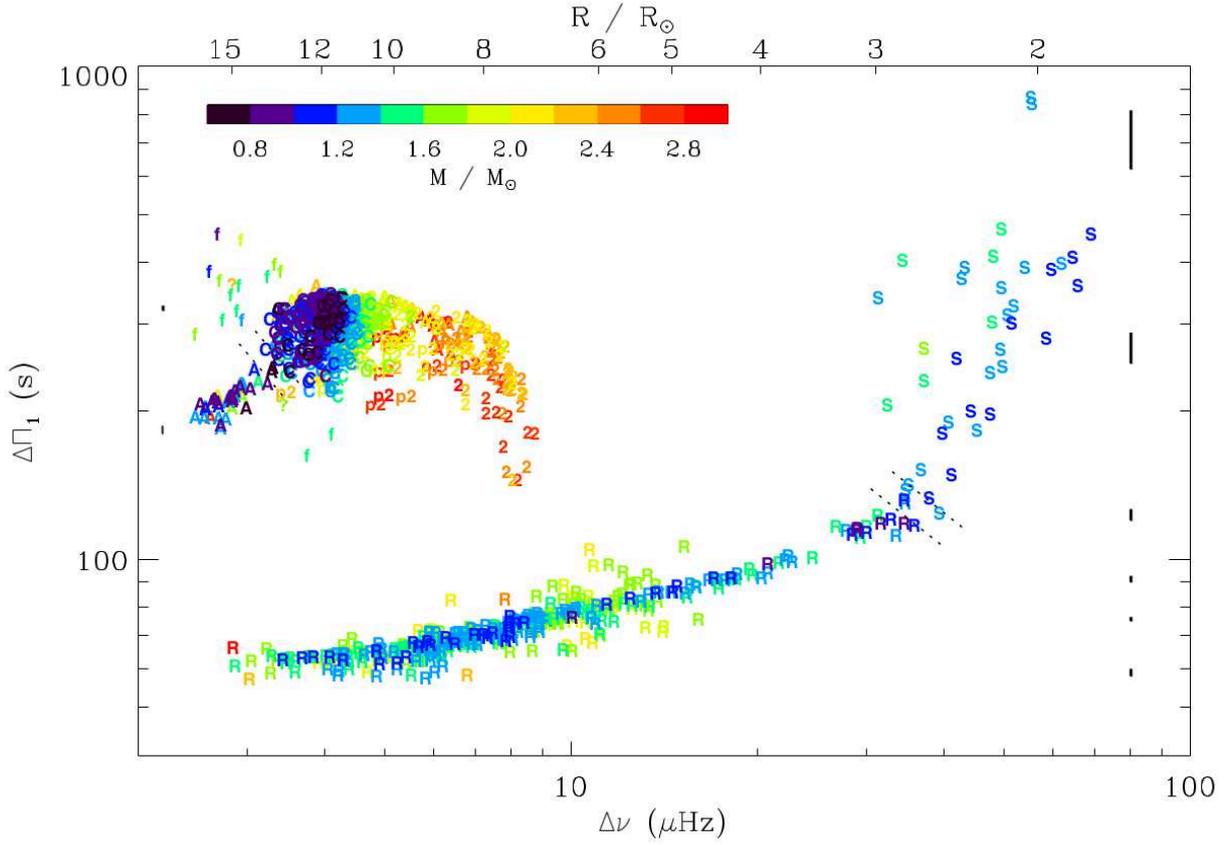


Figure 2.14 – Diagramme sismique représentant l’espacement en période des modes de gravité dipolaires  $\Delta\Pi_1$  en fonction de la grande séparation des modes radiaux  $\Delta\nu$  pour des étoiles observées par *Kepler* présentant différents stades évolutifs (Mosser et al. 2014 [105]). La couleur code la masse des étoiles. Les sous-géantes sont indiquées par la lettre S, la branche des géantes rouges par la lettre R, le flash de l’hélium par la lettre f, le *clump* rouge par la lettre C, le *clump* secondaire par le chiffre 2, et la branche asymptotique des géantes rouges par la lettre A. Les étoiles indiquées par p2 sont de possibles progéniteurs d’étoiles du *clump* rouge. Les incertitudes moyennes sur  $\Delta\Pi_1$  et  $\Delta\nu$  sont indiquées par les zones d’erreur, sur la droite pour les étoiles de la branche des géantes rouges, et sur la gauche pour les étoiles de la branche horizontale. Les lignes en pointillés indiquent les limites entre les différents stades évolutifs.

sique. Ainsi, si la température d’une sphère de gaz augmente, le rayon ne peut pas augmenter pour auto-réguler sa température.

On peut estimer de quelle manière le degré de dégénérescence dépend de la masse en calculant la température et la densité centrales pour deux étoiles de masses différentes. Si l’on suppose un gaz parfait classique, on peut estimer la pression au centre de l’étoile à partir de l’équilibre hydrostatique comme

$$P_c = \frac{GM\langle\rho\rangle}{R}, \quad (2.7)$$

où l’on considère la masse volumique moyenne

$$\langle\rho\rangle = \frac{3M}{4\pi R^3}. \quad (2.8)$$

On a ainsi

$$P_c = \frac{3}{4\pi} \frac{GM^2}{R^4}. \quad (2.9)$$

On peut également estimer la température au centre de l’étoile à partir de l’équation 2.9 et de l’équation d’état du gaz parfait comme

$$T_c = \frac{m P_c}{k \rho} = \frac{m}{k} \frac{GM}{R}, \quad (2.10)$$

où  $m$  représente la masse d'un atome d'hydrogène et  $k$  est la constante de Boltzmann.

La densité particulière au centre de l'étoile  $n_c$  dérive directement de l'équation d'état du gaz parfait et peut être estimée comme

$$n_c = \frac{P_c}{k T_c}. \quad (2.11)$$

Nous pouvons maintenant calculer  $T_c$  et  $n_c$  pour des étoiles de 1 et  $2.2 M_\odot$  en considérant les modèles calculés avec MESA. Si l'on s'intéresse à la base de la branche des géantes rouges, les modèles indiquent que le rayon est multiplié par 2 environ pour une étoile de  $2.2 M_\odot$  par rapport à une étoile de  $1 M_\odot$  (Fig. 2.13 (a) et Fig. 2.13 (b)). Dans ces conditions, pour une étoile de  $2.2 M_\odot$ ,  $P_c$  est multipliée par 0.67,  $T_c$  est multipliée par 1.1 et  $n_c$  est multipliée par 0.61 par rapport à une étoile de  $1 M_\odot$ . Les modèles nous indiquent ainsi que la densité est plus importante et la température plus faible dans le cœur lorsque la masse des étoiles diminue. La pression de dégénérescence domine donc dans les étoiles peu massives, typiquement  $M < 2 M_\odot$ . Dans ces étoiles, seule une partie du cœur d'hélium est dégénérée, où la pression de dégénérescence est suffisante pour arrêter la contraction, mais le reste du cœur continue à se contracter et la température augmente. L'ensemble du cœur est isotherme grâce au transport efficace d'énergie par conduction électronique. Dans ces conditions, les étoiles de faible masse évoluent en équilibre thermique et hydrostatique et restent relativement longtemps sur la branche des géantes rouges. Les étoiles de  $M > 2 M_\odot$ , ne peuvent pas être à l'équilibre thermique sur la branche des géantes rouges car le cœur n'est pas dégénéré et sa masse dépasse la limite de Schönberg–Chandrasekhar. Le cœur d'hélium isotherme se contracte rapidement afin de maintenir un équilibre quasi-statique, et sa température augmente en réaction.

Quelle que soit la masse de l'étoile, la dilatation des couches supérieures se poursuit par effet miroir en réponse à la contraction du cœur, tout comme dans la phase de sous-géante. Leur température diminue, leur opacité augmente, et la base de l'enveloppe convective plonge de plus en plus profondément dans l'étoile : les modèles indiquent que l'enveloppe convective finit par occuper une fraction importante de la masse de l'étoile, égale à environ 75 % pour une étoile de  $1 M_\odot$  et environ 70 % pour une étoile de  $2.2 M_\odot$  (Fig. 2.15 (a) et Fig. 2.15 (c)). La dilatation de l'enveloppe résulte en une forte augmentation du rayon, d'un facteur 50 pour une étoile de  $1 M_\odot$  (Fig. 2.13 (a)) et d'un facteur 9 pour une étoile de  $2.2 M_\odot$  (Fig. 2.13 (b)) de la base au sommet de la branche des géantes rouges. L'augmentation de la température du cœur provoque également une augmentation de la température de la couche d'hydrogène en fusion. Le cycle CNO domine la fusion de l'hydrogène en couche et la production d'énergie nucléaire augmente. Dans ces conditions, la fusion de l'hydrogène se fait dans une couche de plus en plus étroite (Hekker & Christensen-Dalsgaard 2017 [70]) (Fig. 2.15 (a) et Fig. 2.15 (c)). L'étoile possède maintenant une enveloppe convective importante et sa trajectoire dans le diagramme de Hertzsprung-Russell est proche de la ligne de Hayashi. Dans ces conditions, la température effective ne peut plus diminuer de façon significative, sinon l'étoile n'est plus à l'équilibre hydrostatique. Toute dilatation de l'enveloppe est donc uniquement possible si la luminosité augmente (tracé noir au sein des Fig. 2.2 et Fig. 2.4). L'évolution de l'étoile au sein du diagramme de Hertzsprung-Russell est similaire à la phase de pré-séquence principale, mais l'étoile monte le long de la ligne de Hayashi au lieu de descendre. L'étoile n'étant pas entièrement convective, son ascension se fait sur une trajectoire un peu plus chaude que la ligne de Hayashi.

Pour les étoiles de  $M < 2 M_\odot$  sur la branche des géantes rouges, le contraste de densité entre le cœur dégénéré et l'enveloppe devient si important que l'influence de l'enveloppe devient négligeable par rapport à celle du cœur. Dans ces conditions, l'enveloppe et le cœur sont essentiellement découplés : les propriétés de la couche d'hydrogène en fusion sont complètement déterminées par les propriétés du cœur d'hélium, et non par l'enveloppe (Kippenhahn et al. 2012 [82]). Or la couche d'hydrogène en fusion est la principale source de luminosité de l'étoile, ainsi la luminosité totale dépend de la masse du cœur d'hélium mais est indépendante de la masse totale de l'étoile. La relation liant la luminosité des étoiles qui ont un cœur dégénéré sur la branche des géantes rouges avec la masse  $M_c$  et le rayon

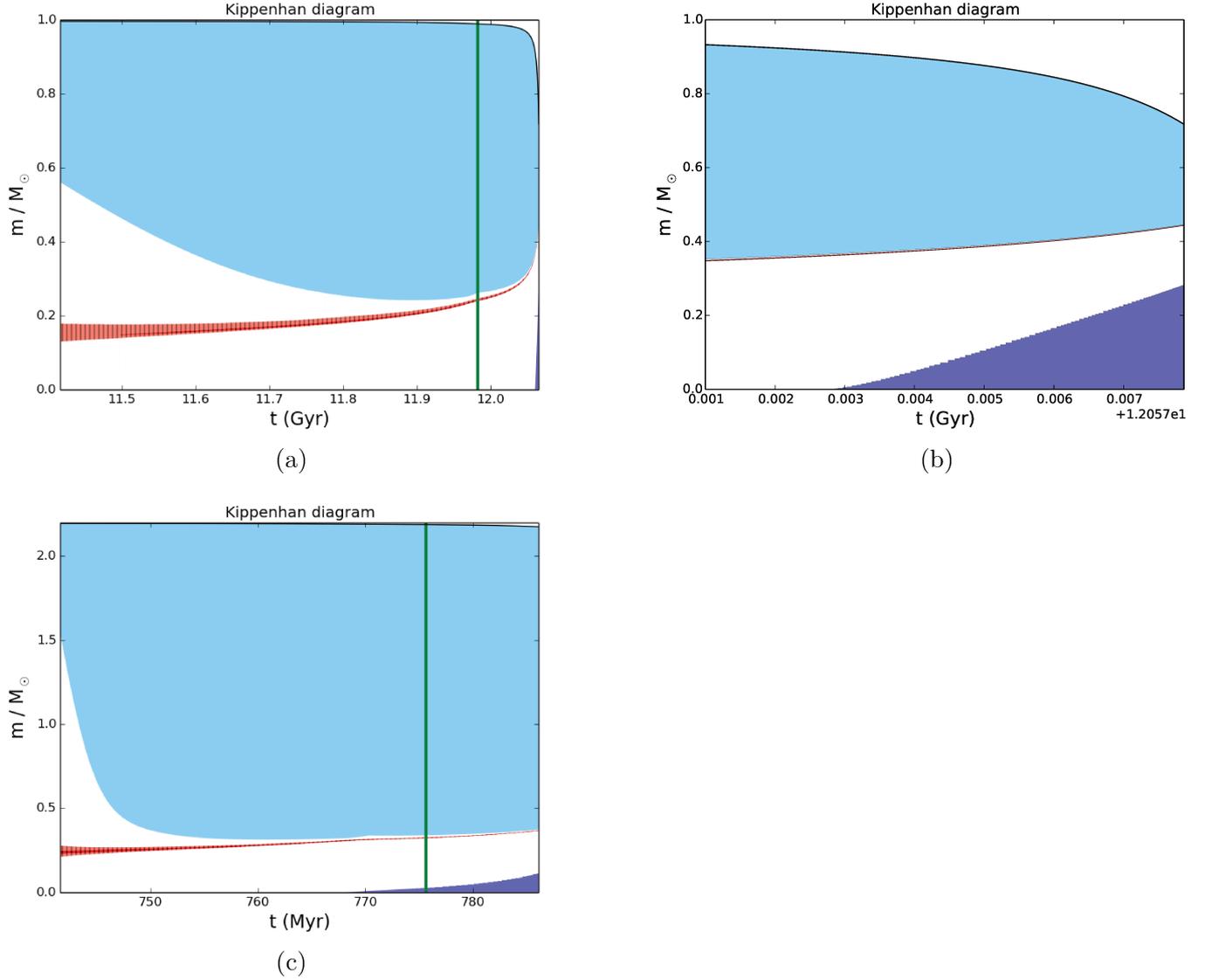


Figure 2.15 – Même représentation que dans la Figure 2.12 sur la branche des géantes rouges pour deux modèles de masses différentes. (a) Evolution sur toute la branche des géantes rouges pour un modèle de  $M = 1 M_{\odot}$ . (b) Zoom sur la fin de la branche des géantes rouges pour un modèle de  $M = 1 M_{\odot}$ . (c) Evolution sur toute la branche des géantes rouges pour un modèle de  $M = 2.2 M_{\odot}$ .

$R_c$  du cœur s'exprime (Kippenhahn et al. 2012 [82])

$$L \sim M_c^7 R_c^{-16/3}. \quad (2.12)$$

Les modèles indiquent qu'une étoile de  $1 M_{\odot}$  passe environ 700 millions d'années sur la branche des géantes rouges (Fig. 2.15 (a)), alors qu'une étoile de  $2.2 M_{\odot}$  y passe environ 45 millions d'années, soit une durée 16 fois plus courte (Fig. 2.15 (c)).

D'un point de vue sismique, l'augmentation du rayon lorsque les étoiles évoluent sur la branche des géantes rouges résulte en une diminution de la grande séparation (Fig. 2.14). Le cœur se contracte et l'espacement en période des modes de gravité augmente. Les étoiles de la branche des géantes rouges de la Fig. 2.14 présentent des masses inférieures à environ  $2 M_{\odot}$ . Dans ces conditions, les propriétés physiques de l'intérieur de ces étoiles sont dominées par les conditions physique du cœur dégénéré. La masse du cœur d'hélium est la même pour ces étoiles, aussi l'évolution sur la branche des géantes rouges dans le diagramme  $\Delta\Pi_1$ - $\Delta\nu$  est très similaire pour les étoiles de faible masse (Fig. 2.14).

Deux événements notables se produisent lors de l'évolution de l'étoile sur la branche des géantes

rouges : le premier *dredge-up* et le *bump*.

### 2.5.1 Premier *dredge-up*

La base de l’enveloppe convective plonge de plus en profondément lors de l’évolution des étoiles sur la branche des géantes rouges. Elle finit par atteindre des régions où la composition chimique a été modifiée par les réactions de fusion de l’hydrogène de la séquence principale. La convection distribue alors les produits de la fusion à l’intérieur de toute l’enveloppe, et ces produits sont transportés jusqu’à la surface de l’étoile. Cet événement, appelé le premier *dredge-up*, permet donc d’apporter à la surface de l’étoile des espèces chimiques produites par la fusion de l’hydrogène dans le cœur. Ceci a pour conséquence de modifier les abondances de surface de certains éléments. Entre autres, l’abondance en azote augmente au détriment de celle du carbone, provoquant une diminution considérable du rapport C/N (Salaris et al. 2015 [129], Lagarde et al. 2017 [85]) ; l’abondance en hélium augmente ; l’abondance en hydrogène diminue. Pour les étoiles où le cycle CNO dominait la fusion nucléaire sur la séquence principale, le rapport des isotopes du carbone  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  diminue également considérablement.

### 2.5.2 *Bump* sur la branche des géantes rouges

Une fois que la région convective a atteint une extension maximale, elle recule à cause de l’avancée de la couche d’hydrogène en fusion, laissant derrière elle une discontinuité de composition chimique entre l’enveloppe homogène riche en hydrogène et le cœur riche en hélium. Durant son avancée, la couche en fusion finit par rencontrer cette discontinuité et se retrouve soudainement dans un environnement plus riche en hydrogène (modèle vert dans les Fig. 2.15 (a) et Fig. 2.15 (c)). Par conséquent, le poids moléculaire de la couche en fusion diminue, et la luminosité de l’étoile également. L’étoile voit son évolution s’inverser au sein du diagramme de Hertzsprung-Russell (tracé noir dans les Fig. 2.3 et Fig. 2.5). Lorsque l’excédent d’hydrogène est fusionné, l’étoile poursuit sa progression sur la branche des géantes rouges et sa luminosité recommence à augmenter. Chaque étoile traverse ainsi trois fois l’intervalle de luminosité autour du *bump*. Dans ces conditions, un grand nombre d’étoiles est visible dans cet intervalle de luminosité au sein d’une population stellaire (Iben 1968 [75], King et al. 1985 [81]). Le *bump* de luminosité a été récemment décrit en détail dans les données sismiques de *Kepler* (Khan et al. 2018 [80]). Les modèles indiquent que le *bump* a lieu jusqu’à environ  $2.2 M_{\odot}$ . Pour les étoiles plus massives, la fusion de l’hélium dans le cœur démarre avant que la couche d’hydrogène en fusion n’atteigne la discontinuité de composition chimique laissée par le premier *dredge-up*, et aucune structure similaire au *bump* n’est présente sur la branche des géantes rouges. La variation de luminosité au moment du *bump* résulte en une variation du rayon, qui décroît avant de continuer à augmenter : le rayon diminue d’un facteur 1.1 pour une étoile de  $1 M_{\odot}$  et d’un facteur environ 1.6 pour une étoile de  $2.2 M_{\odot}$  (Fig. 2.13 (a) autour de 12 milliards d’années et Fig. 2.13 (b) vers 765 millions d’années).

### 2.5.3 Perte de masse

Un autre processus est important : la perte de masse au sommet de la branche des géantes rouges. Au fur et à mesure que la luminosité et le rayon de l’étoile augmentent le long de la branche des géantes rouges, la gravité de surface devient très faible. L’enveloppe est alors de moins en moins gravitationnellement liée et le flux de photons peut plus facilement enlever de la masse de la surface de l’étoile. Le mécanisme provoquant la perte de masse chez les géantes rouges n’est pas bien compris. La sismologie a montré que l’amplitude des oscillations observées dans les régions externes est suffisamment importante pour conduire à une accélération comparable à la gravité de surface, et les régions les plus externes peuvent être facilement éjectées (Mosser et al. 2013 [106]). Comme il n’existe pas encore de modèle théorique complet pour les vents stellaires et que la plupart des informations sur la perte de masse résultent des observations, des lois empiriques sont utilisées dans les modèles et permettent d’obtenir un ordre de grandeur pour la perte de masse. La loi de Reimers (1975) [125] est souvent utilisée pour les géantes rouges et s’exprime

$$\dot{M}_{\text{R}} = -4 \times 10^{-13} \eta \frac{L}{L_{\odot}} \frac{R}{R_{\odot}} \frac{M_{\odot}}{M} M_{\odot}/\text{an}, \quad (2.13)$$

où  $\dot{M}_R$  est le taux de perte de masse de l'étoile en  $M_\odot/\text{an}$  et  $\eta$  est un paramètre proche de l'unité. La perte de masse est particulièrement importante sur le haut de la branche des géantes rouges pour les étoiles de masse  $M \leq 2M_\odot$  (Fig. 2.15 (a)) : les modèles indiquent qu'une étoile de  $1 M_\odot$  a perdu environ  $0.3 M_\odot$ , soit 30 % de sa masse initiale, une fois arrivée au sommet de la branche des géantes rouges (Fig. 2.15 (b)), alors qu'une étoile de  $2.2 M_\odot$  perd seulement  $0.02 M_\odot$ , soit 1 % de sa masse initiale (Fig. 2.15 (c)). Ceci est confirmé par les mesures sismiques, qui indiquent l'existence d'étoiles du *clump* de  $M < 0.7 M_\odot$  (Fig. 2.14). Seule la perte de masse au sommet de la branche des géantes rouges peut expliquer ces observations.

### 2.5.4 Refroidissement du cœur par émission de neutrinos

Une émission spontanée de neutrinos peut se produire même en l'absence de réactions nucléaires, à haute température et haute densité. En effet, le couplage des interactions fondamentales faible et électromagnétique implique que pour chaque processus électronique générant un photon, il y a une très petite probabilité pour qu'une paire neutrino-antineutrino soit générée au lieu d'un photon. Cette émission de neutrinos représente une perte d'énergie directe depuis l'intérieur de l'étoile, qui se traduit par un refroidissement des régions émettrices comme les neutrinos s'échappent en interagissant très peu avec le gaz de l'étoile.

Au fur et à mesure que le cœur des étoiles se contracte sur la branche des géantes rouges, la densité et la température augmentent, et les pertes d'énergie par émission de neutrinos deviennent plus importantes au centre de l'étoile. Les modèles indiquent que la région concernée par cette émission significative de neutrinos est d'autant plus massive que la masse de l'étoile est faible (Fig. 2.15 (b) et Fig. 2.15 (c)). Dans ces conditions, les régions centrales du cœur d'hélium se refroidissent lorsque l'étoile arrive sur le haut de la branche des géantes rouges. Ce phénomène va jouer un rôle important dans le déclenchement de la fusion de l'hélium du cœur pour les étoiles de faible masse qui ont un cœur dégénéré.

## 2.6 Branche horizontale ou *clump*

### 2.6.1 Début des réactions de fusion nucléaire de l'hélium

La température du cœur d'hélium inerte augmente le long de la branche des géantes rouges du fait de sa contraction. Elle finit par approcher les  $10^8$  K, et la réaction triple-alpha de fusion de l'hélium en carbone et en oxygène peut démarrer. Comme son nom l'indique, la réaction triple-alpha consiste en la fusion de trois atomes d'hélium. Cette fusion se fait en deux étapes : deux atomes d'hélium fusionnent tout d'abord pour donner du béryllium, puis un troisième atome d'hélium fusionne avec l'atome de béryllium pour former un atome de carbone. Cependant, le béryllium est un élément très instable qui se décompose spontanément et très rapidement pour redonner deux atomes d'hélium. Pour que toutes les étapes de la réaction triple-alpha se réalisent, il faut donc maintenir une concentration en béryllium suffisamment importante. Dans un premier temps, la température du cœur n'est pas suffisante pour conserver une concentration en béryllium suffisante, et seule la première étape de la réaction triple-alpha a lieu (zone rouge hachurée avant le premier modèle en vert au sein des Fig. 2.16 (a) et Fig. 2.18 (b)). Durant cette phase, le taux de production nucléaire est faible et n'impacte pas les propriétés de surface de l'étoile, qui continue à monter sur la branche des géantes rouges (début du tracé orange jusqu'au premier point orange dans la Fig. 2.2 et début du tracé rouge jusqu'au premier point rouge dans la Fig. 2.4). Le rayon continue à augmenter (début des Fig. 2.17 (a) et Fig. 2.18 (c)). A partir du moment où la température du cœur atteint environ  $10^8$  K, la fusion des noyaux d'hélium est fortement accélérée et la concentration en béryllium est maintenue, permettant la fusion d'un troisième noyau d'hélium pour donner du carbone (suite de l'évolution au sein des Fig. 2.16 (a) et Fig. 2.18 (b)). Cependant, la fusion de l'hélium du cœur s'enclenche dans des conditions très différentes pour les étoiles de  $M < 2M_\odot$ , qui ont un cœur dégénéré, et pour les étoiles de  $M > 2M_\odot$ , pour lesquelles le cœur n'est pas dégénéré.

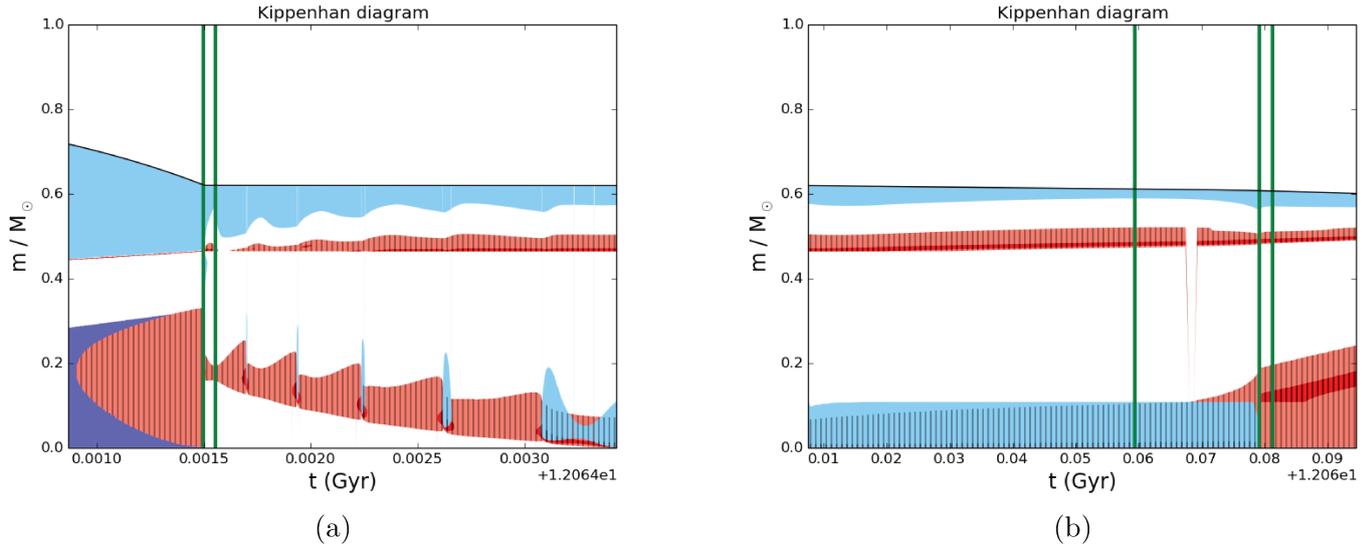


Figure 2.16 – Même représentation que dans la Figure 2.15 pendant la phase de fusion de l’hélium du cœur pour un modèle de  $M = 1 M_{\odot}$  avec perte de masse sur la branche des géantes rouges. (a) Flash de l’hélium. (b) Branche horizontale.

Pour les étoiles de  $M < 2 M_{\odot}$ , l’allumage des réactions nucléaires de fusion de l’hélium se fait dans des conditions dégénérées, pour une masse du cœur autour de  $M_c \approx 0.45 - 0.47 M_{\odot}$  (Sweigart & Gross 1978 [140]) (Fig. 2.16 (a)). La pression du cœur dégénéré ne dépend pas de la température, ainsi l’énergie générée par la réaction triple-alpha provoque une augmentation de la température qui n’est pas contrebalancée par une expansion du cœur. L’allumage de la fusion de l’hélium est donc thermiquement instable et déclenche un emballement thermonucléaire : c’est le flash de l’hélium. Ce phénomène ne dure que quelques secondes car l’augmentation de la température lève très vite la dégénérescence du cœur d’hélium. La pression devient alors dépendante de la température, et toute production supplémentaire d’énergie provoque une expansion et un refroidissement du cœur. Le taux de production d’énergie nucléaire diminue alors en réponse à la dilatation du cœur. Les modèles indiquent que le flash de l’hélium n’a pas lieu au centre de l’étoile, mais dans une couche localisée à une masse relative autour de  $m/M = 0.2$ , où la température atteint un maximum (Fig. 2.16 (a) entre les deux modèles verts). En effet, la température n’atteint pas son maximum au centre de l’étoile à cause des pertes d’énergie par émission de neutrinos dans les régions les plus centrales sur le haut de la branche des géantes rouges. Dans ces conditions, la dégénérescence est partiellement levée par le flash de l’hélium au-dessus du centre de l’étoile. Les modèles prédisent ensuite qu’une série de sous-flashes moins importants se produisent, sur une période de 2 millions d’années dans le cas d’une étoile de  $1 M_{\odot}$  (Fig. 2.16 (a)). Chaque sous-flash a lieu de plus en plus près du centre de l’étoile, jusqu’à ce que la dégénérescence du cœur soit complètement levée. L’existence de ces sous-flashes n’est pas encore confirmée par les observations, mais ces sous-flashes pourraient apparaître dans les données sismiques, comme l’ont montré les mesures des paramètres sismiques globaux des modes mixtes de Mosser et al. (2014) [105] où certaines étoiles semblent avoir récemment subi le flash de l’hélium (Fig. 2.14).

Au moment du flash de l’hélium, la couche d’hydrogène en fusion est toujours active et l’enveloppe se contracte en réponse à l’expansion du cœur par effet miroir. Dans ces conditions, les modèles indiquent que la luminosité et le rayon de l’étoile décroissent d’environ deux ordres de grandeur (tracé entre les deux premiers points orange dans la Fig. 2.2 et Fig. 2.17 (a)). Puis, les modèles prédisent des variations du rayon (Fig. 2.17 (a)) et de la luminosité de l’étoile provoquées par les sous-flashes, donnant un tracé compliqué au sein du diagramme de Hertzsprung-Russell (tracé orange au sein des Fig. 2.2 et Fig. 2.3).

Pour les étoiles de  $M > 2 M_{\odot}$ , l’allumage de la fusion de l’hélium se fait dans des conditions non dégénérées et les réactions de fusion nucléaire s’établissent sans emballement thermonucléaire (Fig. 2.18 (b)). Sous l’effet de la forte production d’énergie nucléaire, le cœur se dilate, ce qui mène à une diminution de la luminosité et du rayon de l’étoile d’environ un ordre de grandeur par effet miroir (tracé

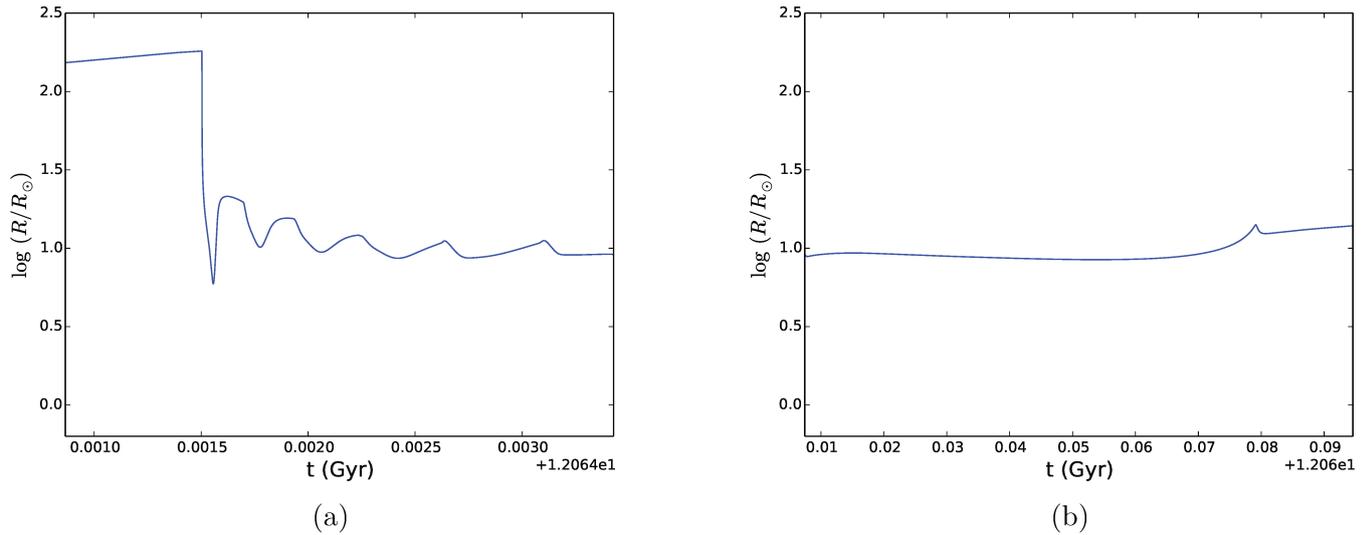


Figure 2.17 – Evolution du logarithme du rayon de l'étoile pendant la phase de fusion de l'hélium du cœur pour un modèle de  $M = 1 M_{\odot}$ . (a) Flash de l'hélium. (b) Branche horizontale.

entre les deux premiers points rouges dans la Fig. 2.4 et Fig. 2.18 (c)).

### 2.6.2 Fusion stable de l'hélium

L'étoile atteint à nouveau un état d'équilibre thermique et hydrostatique et la fusion de l'hélium s'établit dans le cœur à une température d'environ  $10^8$  K : l'étoile entre sur la branche horizontale. Comme le taux de réaction nucléaire de la fusion de l'hélium est très sensible à la température, la production d'énergie est fortement concentrée au niveau du centre de l'étoile, donnant naissance à un cœur convectif (Fig. 2.16 (b) et Fig. 2.18 (b)). L'étoile a maintenant deux sources de production d'énergie nucléaire : une couche d'hydrogène en fusion au-dessus du cœur d'hélium qui fusionne pour former du carbone et de l'oxygène. La couche d'hydrogène en fusion s'est étendue en réponse à la fusion de l'hélium du cœur (Fig. 2.16 (b) et Fig. 2.18 (a)). L'évolution sur la branche horizontale se fait à rayon quasi constant : le rayon total reste proche de  $10 R_{\odot}$  aussi bien pour une étoile de  $1 M_{\odot}$  que pour une étoile de  $2.2 M_{\odot}$  (Fig. 2.17 (b) et Fig. 2.18 (c)). Cette propriété se voit aisément dans les diagrammes de Hertzsprung-Russell sismiques (Fig. 2.14).

La position de l'étoile dans le diagramme de Hertzsprung-Russell ne change pas beaucoup au cours de son évolution sur la branche horizontale : l'étoile est située proche de la branche des géantes rouges, à plus haute température effective (tracés rouges au sein des Fig. 2.2 et Fig. 2.4). La masse du cœur des étoiles qui ont subi le flash de l'hélium est à peu près la même. Dans ces conditions, les étoiles de  $M < 2 M_{\odot}$  ont à peu près la même luminosité. Les étoiles ont subi une perte de masse sur la branche des géantes rouges d'autant plus importante que leur masse est faible. La masse de leur enveloppe convective est d'autant plus faible sur la branche horizontale, et la température effective d'autant plus importante. Dans ces conditions, les étoiles de  $M < 2 M_{\odot}$  forment une branche horizontale au sein du diagramme de Hertzsprung-Russell : c'est ce qu'on appelle le *clump* rouge ou *clump* primaire. Les étoiles plus massives, qui n'ont pas subi le flash de l'hélium, présentent une dispersion plus importante au sein du diagramme de Hertzsprung-Russell ; elles appartiennent au *clump* secondaire (Fig. 2.14).

Durant le flash de l'hélium, une quantité importante d'hélium est fusionnée. L'évolution des étoiles de  $M < 2 M_{\odot}$  est ainsi considérablement accélérée sur la branche horizontale, et la durée d'évolution devient du même ordre de grandeur que pour les étoiles plus massives. Dans ces conditions, la durée que passe une étoile sur la branche horizontale ne dépend que peu de sa masse, contrairement à la phase de séquence principale. Les modèles indiquent même qu'une étoile de  $1 M_{\odot}$  passe environ 90 millions d'années sur la branche horizontale (Fig. 2.16 (b)), soit moins de temps qu'une étoile de  $2.2$

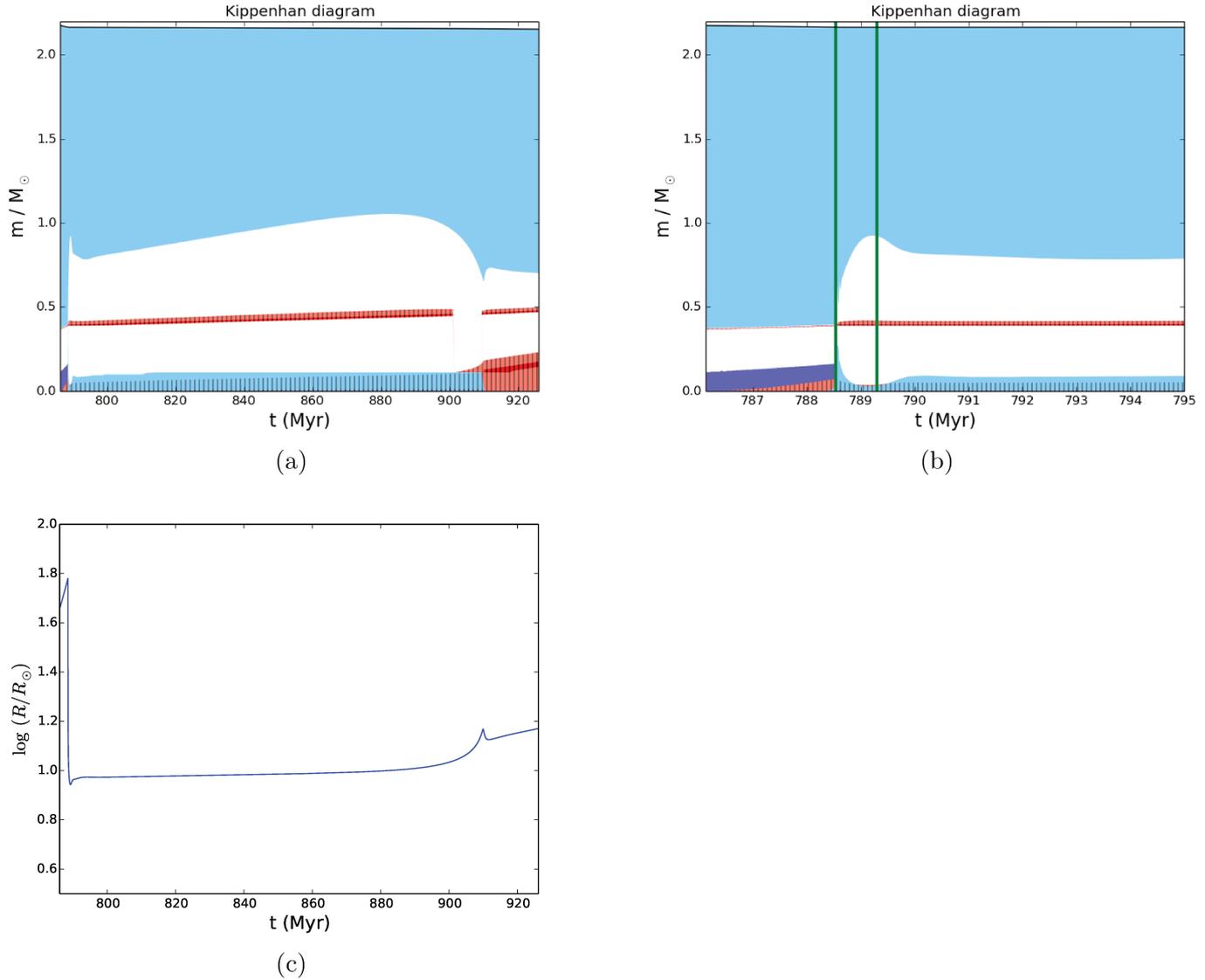


Figure 2.18 – Même représentation que dans la Figure 2.16 pendant la phase de fusion de l’hélium du cœur pour un modèle de  $M = 2.2 M_{\odot}$  avec perte de masse sur la branche des géantes rouges. (a) Evolution pendant toute la phase de branche horizontale. (b) Zoom sur le début de la branche horizontale. (c) Evolution du logarithme du rayon de l’étoile pendant toute la phase de branche horizontale.

$M_{\odot}$  qui y passe environ 135 millions d’années (Fig. 2.18 (a)). La luminosité est plus importante durant cette phase, ainsi l’évolution sur la branche horizontale est bien plus rapide comparée à la phase de séquence principale : les modèles indiquent que la durée de vie d’étoiles de  $1 M_{\odot}$  et  $2.2 M_{\odot}$  sur la branche horizontale représente respectivement un centième et un cinquième du temps passé sur la séquence principale.

D’un point de vue sismique, la masse du cœur dégénéré au moment où la fusion de l’hélium débute est la même pour les étoiles de  $M < 1.9 M_{\odot}$ . Les étoiles du *clump* primaire occupent ainsi une zone bien localisée dans le diagramme  $\Delta\Pi_1-\Delta\nu$  (Fig. 2.14). Les étoiles du *clump* secondaire présentent une dispersion plus importante dans le diagramme  $\Delta\Pi_1-\Delta\nu$  : l’espacement en période des modes de gravité décroît lorsque la masse de l’étoile augmente, tout comme la masse du cœur lorsque la fusion de l’hélium débute (Fig. 2.14).

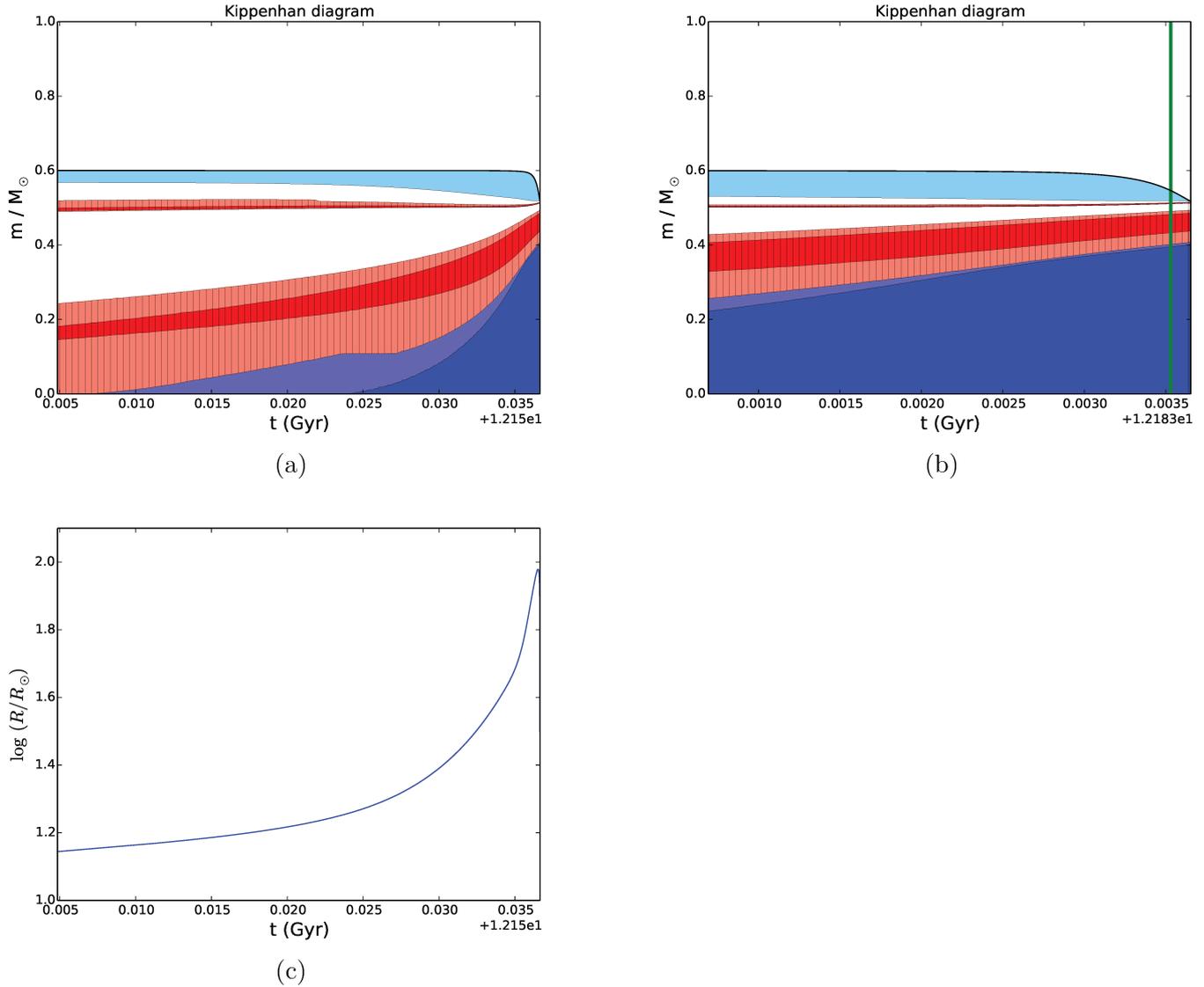


Figure 2.19 – Même représentation que dans la Figure 2.18 sur la branche asymptotique des géantes pour un modèle de  $M = 1 M_{\odot}$  avec perte de masse sur la branche des géantes rouges et sur la branche horizontale. Les zones de refroidissement par émission de neutrinos en bleu clair et bleu foncé correspondent respectivement à un taux de perte d'énergie supérieur à 10 erg/g/s et 1 erg/g/s. (a) Evolution sur toute la branche asymptotique. (b) Zoom sur la fin de la branche asymptotique des géantes. (c) Evolution du logarithme du rayon de l'étoile pendant toute la branche asymptotique.

### 2.6.3 Fin de la branche horizontale

Lorsque l'hélium du cœur commence à être épuisé, le taux de production d'énergie nucléaire diminue et la convection cesse dans le cœur (Fig. 2.16 (b) autour de 12.14 milliards d'années pour un modèle de  $1 M_{\odot}$  et Fig. 2.18 (a) autour de 910 millions d'années pour un modèle de  $2.2 M_{\odot}$ ). Le cœur se contracte à nouveau et l'enveloppe se dilate par effet miroir. Comme sur la branche des géantes rouges, la température effective diminue et la luminosité augmente (fin des tracés rouges dans les Fig. 2.3 et Fig. 2.5). Dans les modèles présentés dans ce chapitre, je considère que l'étoile quitte la branche horizontale lorsque la fraction en masse d'hélium au centre devient inférieure à  $10^{-4}$ .

## 2.7 Branche asymptotique des géantes rouges

Après la phase de branche horizontale, l'hélium du cœur est épuisé. La contraction progressive du cœur sur la branche horizontale a provoqué une augmentation de sa pression et de sa température. Il en va de même pour les régions situées juste au-dessus du cœur, où la température atteint  $10^8$  K.

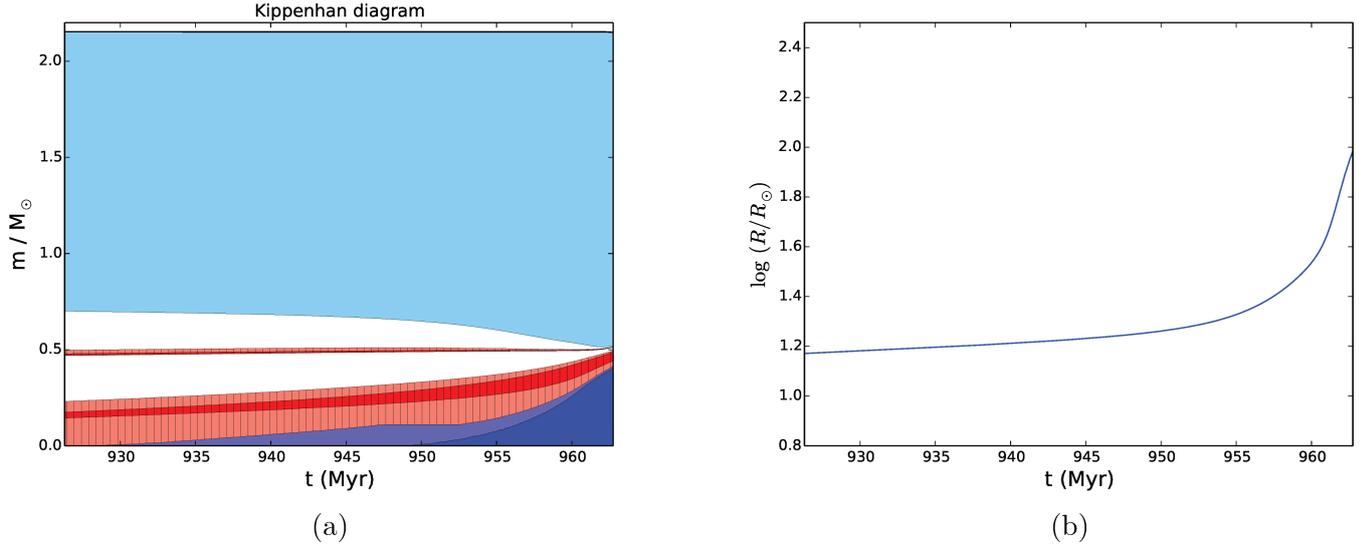


Figure 2.20 – Même représentation que dans la Figure 2.19 sur la branche asymptotique des géantes pour un modèle de  $M = 2.2 M_{\odot}$  avec perte de masse sur la branche des géantes rouges et sur la branche horizontale. (a) Evolution sur toute la branche asymptotique. (c) Evolution du logarithme du rayon de l'étoile pendant toute la branche asymptotique.

La fusion de l'hélium s'effectue donc maintenant dans une couche au-dessus du cœur de carbone et d'oxygène inerte. La phase de branche asymptotique des géantes rouges est ainsi caractérisée par la présence de deux sources d'énergie nucléaire, où la fusion se fait en couche au-dessus du cœur (Fig. 2.19 (a) et Fig. 2.20 (a)). La couche d'hydrogène en fusion est très faiblement active et reste à une abscisse en masse fixée (Fig. 2.19 (a) et Fig. 2.20 (a)). Un effet miroir se produit entre le cœur inerte de carbone et d'oxygène, qui se contracte, et l'enveloppe au-dessus de la couche d'hélium en fusion, qui se dilate. L'enveloppe en expansion se refroidit, son opacité augmente et l'enveloppe pénètre plus profondément dans l'étoile (Fig. 2.19 (a) et Fig. 2.20 (a)). Le rayon de l'étoile augmente (Fig. 2.19 (c) et Fig. 2.20 (b)). Dans cette phase évolutive, la luminosité de l'étoile provient essentiellement de la couche d'hélium en fusion, qui ajoute progressivement de la masse au cœur de carbone et oxygène (Fig. 2.19 (a) et Fig. 2.20 (a)). Le cœur inerte devient dégénéré au fur et à mesure que la densité augmente.

L'étoile reprend son ascension le long de la ligne de Hayashi, qui avait été interrompue par la fusion de l'hélium du cœur pendant la phase de branche horizontale (trajet vert jusqu'au premier point vert dans la Fig. 2.2 et trajet vert dans la Fig. 2.4). L'enveloppe convective, érodée par les couches d'hydrogène et d'hélium en fusion, a une masse moins importante comparée à la branche des géantes rouges, aussi l'évolution se fait sur une trajectoire plus chaude que la branche des géantes rouges (trajet vert jusqu'au premier point vert dans la Fig. 2.2 et trajet vert dans la Fig. 2.4).

D'un point de vue sismique, quelques étoiles apparaissent près du *clump* dans le diagramme  $\Delta\Pi_1$ - $\Delta\nu$ , mais présentent des valeurs de  $\Delta\Pi_1$  significativement plus petites (Fig. 2.14). Ces étoiles sont probablement en train de quitter le *clump* pour commencer leur ascension de la branche asymptotique des géantes rouges. Leur cœur se contracte à nouveau comme l'hélium du cœur est épuisé, menant à une diminution de  $\Delta\Pi_1$ . La grande séparation diminue également comme l'enveloppe se dilate par effet miroir.

### 2.7.1 Perte de masse

La distribution d'énergie spectrale des étoiles sur la branche asymptotique présente un excès important aux longueurs d'onde infrarouges, correspondant à de forts vents stellaires avec un taux de perte de masse autour de  $10^{-7}$  à  $10^{-4} M_{\odot}/\text{an}$ . De nombreuses étoiles sont mêmes complètement masquées par une enveloppe circumstellaire de poussières et sont invisibles dans les longueurs d'onde optiques.

L'enveloppe est rapidement soufflée, sur une période de plusieurs milliers d'années (Fig. 2.19 (b)), et enrichit le milieu interstellaire des éléments synthétisés durant l'évolution de l'étoile. Le taux de perte de masse détermine à la fois la luminosité maximale à laquelle l'étoile va quitter la branche asymptotique, et la masse de la naine blanche finale. Les mécanismes à l'origine de cette perte de masse importante ne sont pas encore entièrement compris. Comme il n'existe pas encore de modèle théorique complet pour les vents stellaires et que la plupart des informations sur la perte de masse résultent des observations, des lois empiriques sont utilisées dans les modèles et permettent d'obtenir un ordre de grandeur pour la perte de masse. La loi de Blöcker (1995) [18] est souvent utilisée pour les étoiles de la branche asymptotique des géantes rouges et s'exprime

$$\dot{M}_B = 4.83 \times 10^{-9} \dot{M}_R \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-2.1} \left( \frac{L}{L_\odot} \right)^{2.7} M_\odot/\text{an}. \quad (2.14)$$

Dans les modèles présentés dans ce chapitre, l'évolution de l'étoile est arrêtée lorsque la masse du cœur de carbone atteint  $0.45 M_\odot$ . Cette masse est atteinte plus vite pour les étoiles plus massives. L'étoile de  $M = 2.2 M_\odot$  n'a pas encore atteint le haut de la branche asymptotique et n'a pas encore expérimenté cette perte de masse importante, ni les phases évolutives qui suivent.

## 2.8 Post-branche asymptotique des géantes rouges

Le cœur de carbone et d'oxygène ressemble de plus en plus à une naine blanche, et seule l'enveloppe riche en hydrogène, qui est peu massive mais a un rayon important, donne à l'étoile l'apparence d'une géante rouge dans un premier temps. La masse de l'enveloppe diminue de plus en plus car l'enveloppe est érodée à la base par la fusion de l'hydrogène en couche et au sommet par la perte de la masse (Fig. 2.19 (b)). Lorsque que la masse de l'enveloppe devient suffisamment petite, environ  $10^{-2} - 10^{-3} M_\odot$  selon la masse du cœur, l'enveloppe commence à se rétracter et la température effective augmente (trajet vert à partir du point vert dans la Fig. 2.2) : l'étoile quitte la branche asymptotique des géantes rouges. Son rayon diminue (toute fin de l'évolution dans la Fig. 2.19 (c)). La couche d'hydrogène en fusion est faiblement active, aussi la masse du cœur reste à peu près constante. La relation 2.12 entre la luminosité et la masse du cœur est toujours valable, et la luminosité reste quasi constante. L'étoile est en équilibre complet et suit un trajet horizontal vers les hautes températures effectives au sein du diagramme de Hertzsprung-Russell (trajet vert à partir du point vert dans la Fig. 2.2). Cette phase dure environ  $10^4$  ans, jusqu'à ce que l'enveloppe finisse par disparaître et que le reste d'étoile entre sur la branche de refroidissement des naines blanches.



## Chapitre 3

# Les modes d'oscillation des pulsateurs de type solaire

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, je me suis intéressée durant ma thèse à des pulsateurs de type solaire bien particuliers, les géantes rouges, qui possèdent des modes mixtes permettant de sonder leur cœur. Afin d'exploiter les spectres d'oscillation pour étudier les propriétés physiques de l'intérieur des géantes rouges, il nous faut poser quelques éléments de théorie des oscillations stellaires.

### 3.1 Relation de dispersion des ondes sismiques

La théorie des oscillations stellaires se base sur les équations de l'hydrodynamique : le plasma de l'étoile est considéré comme un fluide continu, dont les conditions physiques sont perturbées par la propagation des ondes sismiques. Pour obtenir une expression analytique de la propagation d'une onde à l'intérieur de l'étoile, il est nécessaire d'utiliser plusieurs hypothèses simplificatrices.

- La symétrie de l'étoile est supposée sphérique : les quantités physiques ne dépendent que du rayon.
- L'étoile est considérée en équilibre hydrostatique : elle subit de petites perturbations autour de sa position d'équilibre, et la structure à l'équilibre peut être supposée constante au cours du temps sur plusieurs périodes d'oscillations. Les équations de l'hydrodynamique sont linéarisées en ne conservant que les termes contenant de premier ordre.
- L'hypothèse de rotation lente : les effets des forces centrifuge et de Coriolis sur la structure interne sont négligés.
- L'approximation non visqueuse : aucune force de frottement ne s'exerce sur les différentes parcelles de fluide considérées.
- L'approximation adiabatique : les échanges d'énergie entre le milieu environnant et l'élément de fluide déplacé hors de sa position d'équilibre sont nuls.
- L'approximation de Cowling : les perturbations du potentiel gravitationnel sont négligées.

La symétrie sphérique de l'étoile permet de décomposer les modes propres d'oscillation sur la base des harmoniques sphériques  $Y_\ell^m$  qui s'écrivent (Unno et al. 1989 [151], Aerts et al. 2010 [1])

$$Y_\ell^m(\theta, \varphi) = (-1)^m \sqrt{\frac{(2\ell + 1)(\ell - m)!}{4\pi(\ell + m)!}} P_\ell^m(\cos \theta) e^{im\varphi}, \quad (3.1)$$

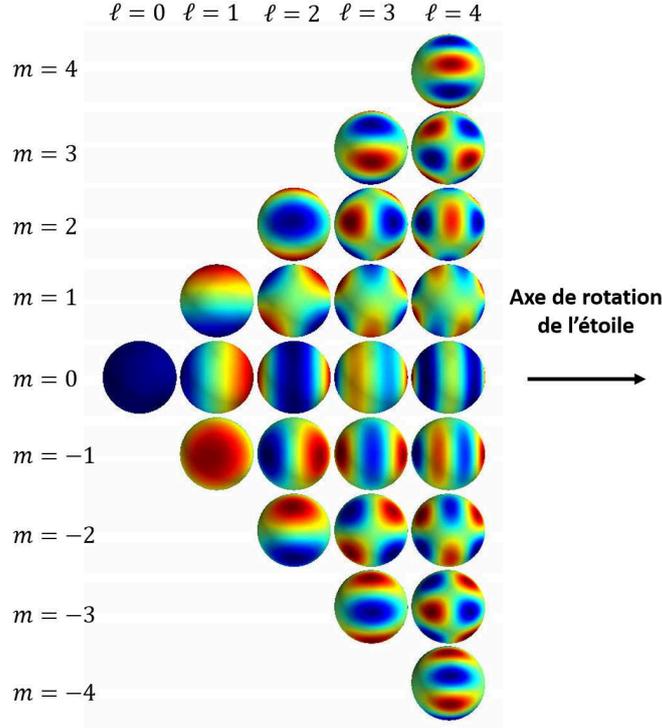


Figure 3.1 – Harmoniques sphériques pour différents degrés angulaires  $\ell$  et ordres azimutaux  $m$ . Les zones en bleu se contractent et les zones en rouge se dilatent. Crédits : Florian T. Pokorny, KTH Royal Institute of Technology, Suède.

où  $\theta$  et  $\varphi$  sont les angles de longitude et de latitude des coordonnées sphériques,  $i$  est l'unité imaginaire telle que  $i^2 = -1$ ,  $P_\ell^m$  est un polynôme de Legendre tel que

$$P_\ell^m(\cos \theta) = \frac{1}{2^\ell \ell!} (1 - \cos^2 \theta)^{m/2} \frac{d^{\ell+m}}{d \cos^{\ell+m} \theta} (\cos^2 \theta - 1)^\ell, \quad (3.2)$$

et  $\ell$  et  $m$  sont deux nombres entiers. Le degré  $\ell$  caractérise le nombre de lignes nodales du mode sur la sphère entière (Fig. 3.1). Les modes radiaux sont caractérisés par un degré  $\ell$  nul, tandis que les modes non radiaux de degré  $\ell > 0$  présentent des mouvements transverses en plus d'un mouvement radial, et ne préservent donc pas la symétrie sphérique. L'ordre azimutal  $-\ell \leq m \leq \ell$  caractérise le nombre de méridiens nodaux (Fig. 3.1). Le nombre de nœuds selon la direction radiale est caractérisé par un troisième nombre : l'ordre radial  $n$ , qui ne dépend pas de la distribution angulaire des harmoniques sphériques  $Y_\ell^m$ .

Après de nombreux développements numériques, les hypothèses précédentes permettent de réduire les équations linéarisées des oscillations sous la forme d'une seule équation différentielle du second ordre, où la relation de dispersion des ondes s'exprime (Unno et al. 1989 [151], Aerts et al. 2010 [1])

$$k_r^2 = \frac{\omega^2}{c_s^2} \left(1 - \frac{S_\ell^2}{\omega^2}\right) \left(1 - \frac{N_{\text{BV}}^2}{\omega^2}\right), \quad (3.3)$$

avec  $k_r$  le nombre d'onde radial,  $c_s$  la vitesse du son et  $\omega$  la pulsation des oscillations. Dans ces conditions, les régions où les ondes se propagent forment des cavités résonnantes qui ne dépendent que des profils des fréquences de Lamb  $S_\ell$  et de Brunt-Väisälä  $N_{\text{BV}}$ . La fréquence de Lamb s'exprime (Aerts et al. 2010 [1])

$$S_\ell^2 = \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} c_s^2, \quad (3.4)$$

avec  $\ell$  le degré angulaire de l'onde et  $r$  le rayon de la couche considérée. La fréquence de Brunt-Väisälä s'exprime (Aerts et al. 2010 [1])

$$N_{\text{BV}}^2 = g \left( \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right), \quad (3.5)$$

avec  $g$  le champ gravitationnel,  $p$  la pression,  $\rho$  la masse volumique et  $\Gamma_1 = (\partial \ln p / \partial \ln \rho)_{\text{ad}}$  l'exposant adiabatique. La fréquence de Brunt-Väisälä peut également s'écrire (e.g., Maeder 2009 [91], Kippenhahn et al. 2012 [82])

$$N_{\text{BV}}^2 = \frac{g \delta}{H_p} \left( \nabla_{\text{ad}} - \nabla + \frac{\varphi}{\delta} \nabla_{\mu} \right), \quad (3.6)$$

où  $H_p = -(dr/d \ln P)$  est l'échelle de hauteur de pression,  $\nabla = d \ln T / d \ln P$  est le gradient de température,  $\nabla_{\text{ad}}$  est le gradient de température adiabatique,  $\nabla_{\mu} = d \ln \mu / d \ln P$  est le gradient de composition chimique,  $\delta = -(\partial \ln \rho / \partial \ln T)_{P, \mu}$  et  $\varphi = -(\partial \ln \rho / \partial \ln \mu)_{P, T}$ .

La relation de dispersion (Eq. 3.3) définit les conditions selon lesquelles les ondes sismiques peuvent se propager :

- le cas où  $k_r^2 > 0$  correspond à un comportement oscillatoire, les ondes se propagent. Dans ce cas,  $\omega^2 > N_{\text{BV}}^2$  et  $\omega^2 > S_{\ell}^2$  ou  $\omega^2 < N_{\text{BV}}^2$  et  $\omega^2 < S_{\ell}^2$  ;
- le cas où  $k_r^2 < 0$  correspond à une décroissance exponentielle de la fonction d'onde, les ondes sont évanescentes. Dans ce cas,  $\omega^2 > N_{\text{BV}}^2$  et  $\omega^2 < S_{\ell}^2$  ou  $\omega^2 < N_{\text{BV}}^2$  et  $\omega^2 > S_{\ell}^2$ .

Dans une étoile de type solaire, deux types d'ondes longitudinales se propagent : des ondes de pression qui provoquent des oscillations à hautes fréquences et des ondes de gravité qui provoquent des oscillations à basses fréquences. Deux mécanismes permettent de générer des ondes de gravité au niveau de l'interface entre l'intérieur radiatif et l'enveloppe convective : les ondes de pression ou la pénétration des panaches convectifs dans l'intérieur radiatif. Lorsqu'une parcelle de fluide est déstabilisée verticalement en-dehors de sa position d'équilibre, la poussée d'Archimède tend à la ramener vers sa position d'équilibre. L'inertie de la parcelle de fluide provoque un mouvement oscillatoire autour de sa position d'équilibre, déclenchant la propagation d'une perturbation appelée onde de gravité.

## 3.2 Modes de pression

Les ondes de pression, dont la force de rappel est liée à la compressibilité adiabatique du fluide, peuvent se propager dans toute l'étoile (Figs. 3.2 et 3.3). Plus le degré angulaire de l'onde est élevé, plus le nombre de réflexions subies à la surface est important et moins l'onde peut se propager en profondeur (Figs. 3.2 et 3.3). Les modes de pression sont associés à des fréquences élevées, telles que  $\omega \gg N_{\text{BV}}$ . Dans ces conditions, l'équation 3.3 devient

$$k_r^2 \simeq \frac{1}{c_s^2} (\omega^2 - S_{\ell}^2). \quad (3.7)$$

Or le vecteur d'onde total s'écrit

$$k = \sqrt{k_r^2 + k_h^2}, \quad (3.8)$$

avec le vecteur d'onde horizontal tient compte de la symétrie sphérique et s'exprime

$$k_h^2 = \frac{S_{\ell}^2}{c_s^2}. \quad (3.9)$$

On obtient ainsi la relation

$$\omega \simeq k c_s, \quad (3.10)$$

qui correspond à la relation de dispersion d'une onde purement acoustique. En pratique, les ondes de pression associées à un certain degré  $\ell$  se propagent là où  $\omega > S_{\ell}$  (Fig. 3.3).

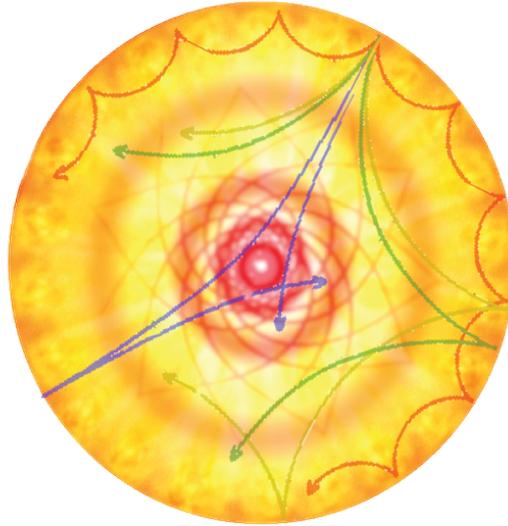


Figure 3.2 – Schéma de l'intérieur d'une étoile de type solaire, possédant une enveloppe convective externe et un intérieur radiatif. Les ondes de pression sont représentées en couleurs et se propagent dans toute l'étoile, les ondes de gravité sont représentées en orange et se propagent dans l'intérieur radiatif. Crédits : IAC.

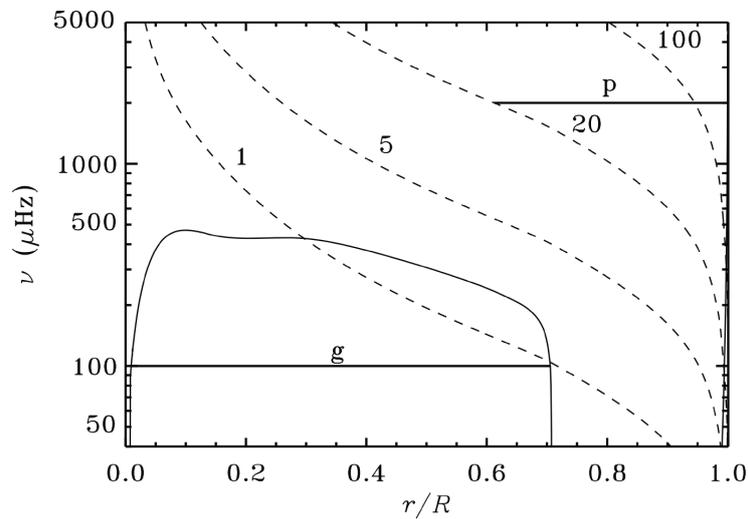


Figure 3.3 – Diagramme de propagation du Soleil, représentant la fréquence cyclique des modes propres d'oscillation,  $\nu = \omega/2\pi$ , en fonction du rayon normalisé de l'étoile (Aerts et al. 2010 [1]). La fréquence de Brunt-Väisälä est représentée par la courbe continue noire, les fréquences de Lamb pour les degrés angulaires  $\ell = 1, 5, 20, 100$  sont représentées en pointillés. Les lignes noires horizontales localisent les modes de gravité ainsi que les modes de pression associés à  $\ell = 20$ .

### 3.2.1 Conditions aux limites

La condition de résonance des ondes internes s'obtient en imposant des conditions aux limites aux bords de la cavité résonante. L'approximation Jeffreys-Wentzel-Kramers-Brillouin (JWKB) permet d'étudier les ondes solutions d'une équation différentielle linéaire du second ordre, en supposant que la longueur d'onde radiale est petite devant l'échelle caractéristique de variation de la structure interne loin des points tournants. La méthode consiste à déterminer les fonctions propres autour des points tournants aux deux bords de la cavité, puis à relier asymptotiquement les solutions à l'intérieur de la cavité. Dans ces conditions, la condition pour que les ondes de pression forment des ondes stationnaires s'écrit (Shibahashi 1979 [136], Unno et al. 1989 [151])

$$\sin\left(\int_{r_{\text{int}}}^{r_{\text{ext}}} k_r dr\right) = 0, \quad (3.11)$$

soit

$$\int_{r_{\text{int}}}^{r_{\text{ext}}} k_r dr = n\pi, \quad (3.12)$$

où  $r_{\text{int}}$  et  $r_{\text{ext}}$  sont respectivement les points tournants interne et externe de la cavité. Cette condition aux limites détermine la forme du spectre d'oscillation pour les modes de pression.

### 3.2.2 Relation asymptotique des modes de pression

Chez les pulsateurs de type solaire, la fréquence des modes de pression suit une relation appelée motif d'oscillation, dont la relation asymptotique originale s'écrit (Tassoul 1980 [144])

$$\nu_{n_p, \ell} = \left(n_p + \frac{\ell}{2} + \varepsilon\right) \Delta\nu_{\text{as}} - [\ell(\ell+1)d_0 + d_1] \frac{\Delta\nu_{\text{as}}^2}{\nu_{n_p, \ell}}, \quad (3.13)$$

où  $n_p$  est l'ordre radial du mode et  $\varepsilon$ ,  $d_0$  et  $d_1$  sont des constantes. Afin de relier la valeur théorique  $\Delta\nu_{\text{as}}$  et mesurée  $\Delta\nu_{\text{obs}}$  de la grande séparation, le développement utilisé en pratique s'écrit au premier ordre (Mosser et al. 2013 [111]) :

$$\nu_{n_p, \ell} = \left(n_p + \frac{\ell}{2} + \varepsilon_p + d_{0\ell} + \frac{\alpha_{\text{obs}}}{2} [n_p - n_{\text{max}}]^2\right) \Delta\nu_{\text{obs}}, \quad (3.14)$$

où  $d_{0\ell}$  est la petite séparation, correspondant à la distance qui sépare le mode de pression de degré  $\ell$  et d'ordre radial  $n_p$  du point médian entre les modes radiaux environnants.

La grande séparation mesurée au sein du spectre d'oscillation correspond à la différence en fréquence entre deux modes radiaux de même degré mais d'ordres radiaux consécutifs, pour des fréquences proches de  $\nu_{\text{max}}$ . Elle s'exprime

$$\Delta\nu_{\text{obs}} \simeq \nu_{n+1, \ell} - \nu_{n, \ell}. \quad (3.15)$$

La relation liant la valeur théorique  $\Delta\nu_{\text{as}}$  et mesurée  $\Delta\nu_{\text{obs}}$  s'exprime (Mosser et al. 2013 [111]) :

$$\Delta\nu_{\text{as}} = \Delta\nu_{\text{obs}} \left(1 + \frac{n_{\text{max}} \alpha_{\text{obs}}}{2}\right), \quad (3.16)$$

où :

- $n_{\text{max}} = \nu_{\text{max}}/\Delta\nu_{\text{obs}} - \varepsilon_p$  est l'ordre radial non nécessairement entier correspondant à la fréquence du maximum de puissance des oscillations, avec  $\varepsilon_p$  une constante caractérisant les modes dominés par la pression ;
- $\alpha_{\text{obs}}$  est un paramètre représentant la courbure de la fréquence des modes de pression, signature du deuxième ordre de l'asymptotique.

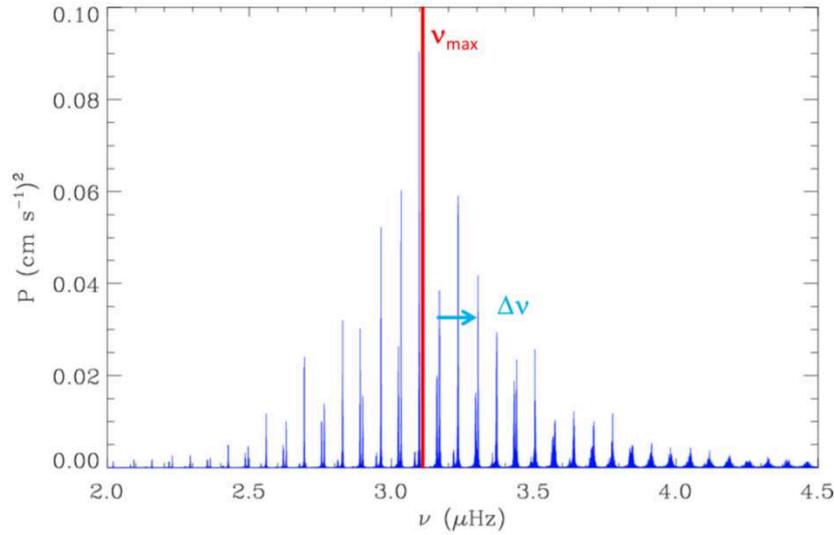


Figure 3.4 – Spectre d’oscillation du Soleil où la grande séparation  $\Delta\nu$  et la fréquence du maximum de puissance des oscillations  $\nu_{\max}$  sont indiquées.

### 3.2.3 Paramètres sismiques globaux

L’étude statistique du spectre d’oscillation en fréquence d’une étoile permet de dériver des paramètres sismiques globaux, qui ont l’avantage de pouvoir être déterminés sans identifier au préalable les fréquences individuelles des modes d’oscillation au sein du spectre et fournissent des informations globales sur le spectre d’oscillation. Les paramètres sismiques globaux associés aux modes de pression sont la grande séparation  $\Delta\nu$  et la fréquence du maximum de puissance des oscillations  $\nu_{\max}$ .

#### Fréquence du maximum de puissance des oscillations $\nu_{\max}$

La forme du spectre d’oscillation résulte d’un équilibre entre l’excitation et l’amortissement des modes. Dans le cas des pulsateurs de type solaire, les modes sont à la fois excités et amortis de manière stochastique par la convection turbulente dans l’enveloppe. Cette configuration revient à considérer un oscillateur amorti entretenu par un forçage aléatoire (Christensen-Dalsgaard et al. 1989 [29]). Si le forçage varie peu avec la fréquence, le spectre d’oscillation a une forme lorentzienne dont la largeur est déterminée par le taux d’amortissement des modes. Cette hypothèse est vérifiée pour les pulsateurs de type solaire (Fig. 3.4). La fréquence du maximum de puissance des oscillations correspond à la fréquence où l’amplitude de l’enveloppe lorentzienne est maximale (Fig. 3.4), telle que (Belkacem et al. 2011 [14])

$$\nu_{\max} \propto \nu_c \propto \frac{g}{\sqrt{T_{\text{eff}}}} \propto \frac{M}{R^2 \sqrt{T_{\text{eff}}}}, \quad (3.17)$$

avec  $\nu_c$  la fréquence de coupure en-deçà de laquelle une onde est réfléchiée, et au-delà de laquelle une onde va déferler dans la haute atmosphère et ne plus présenter de mouvements oscillatoires (Brown 1991 [21]).  $g$  représente la gravité de surface,  $T_{\text{eff}}$  la température effective,  $M$  la masse et  $R$  le rayon de l’étoile.

#### Grande séparation $\Delta\nu$

Les modes de pression radiaux sont régulièrement espacés en fréquence de la grande séparation  $\Delta\nu$  (Fig. 3.4), qui correspond à l’inverse du temps que met une onde de pression pour faire un aller-retour depuis le centre de l’étoile jusqu’à la surface. L’expression asymptotique de la grande séparation est reliée au diamètre acoustique stellaire comme

$$\Delta\nu_{\text{as}} = \left( 2 \int_0^R \frac{dr}{c_s} \right)^{-1}. \quad (3.18)$$

La grande séparation nous renseigne sur la vitesse moyenne du son à l'intérieur de l'étoile, ainsi que sur la masse volumique moyenne de l'enveloppe via (Ulrich 1986 [150])

$$\Delta\nu_{\text{as}} \propto \sqrt{\rho} \propto \sqrt{\frac{GM}{R^3}}. \quad (3.19)$$

La définition théorique de la grande séparation diffère significativement de la valeur  $\Delta\nu_{\text{obs}}$  mesurée près de la fréquence du maximum de puissance des oscillations  $\nu_{\text{max}}$ . En effet, l'expression asymptotique  $\Delta\nu_{\text{as}}$  est valable uniquement pour les hautes fréquences, c'est-à-dire pour les grands ordres radiaux, loin de  $\nu_{\text{max}}$ . Les conditions de mesure de  $\Delta\nu_{\text{obs}}$  ne coïncident donc pas avec la définition théorique de  $\Delta\nu_{\text{as}}$  (Eq. 3.16).

### 3.3 Modes de gravité

Les ondes de gravité, dont la force de rappel est la poussée d'Archimède, ne peuvent se propager que dans les régions où  $N_{\text{BV}} > 0$ . Les ondes de gravité ne se propagent ainsi que dans l'intérieur radiatif (Figs. 3.2 et 3.3), car le gradient de température est quasi-adiabatique dans l'enveloppe convective et  $N_{\text{BV}} \approx 0$ . Les modes de gravité sont associés à des basses fréquences, telles que  $\omega \ll S_\ell$ . Dans ces conditions, l'équation 3.3 devient

$$k_r^2 \simeq \frac{S_\ell^2}{c_s^2} \left( \frac{N_{\text{BV}}^2}{\omega^2} - 1 \right). \quad (3.20)$$

En combinant les équations 3.9 et 3.8, on obtient la relation

$$\omega^2 \simeq \frac{N_{\text{BV}}^2}{1 + \frac{k_r^2}{k_h^2}}, \quad (3.21)$$

qui correspond à la relation de dispersion d'une onde de gravité. En pratique, les ondes de gravité se propagent là où  $\omega < N_{\text{BV}}$  (Fig. 3.3).

#### 3.3.1 Conditions aux limites

La condition pour que les ondes de gravité forment des ondes stationnaires en utilisant la méthode JWKB s'écrit (Shibahashi 1979 [136], Unno et al. 1989 [151])

$$\cos \left( \int_{r_{\text{int}}}^{r_{\text{ext}}} k_r dr \right) = 0, \quad (3.22)$$

soit

$$\int_{r_{\text{int}}}^{r_{\text{ext}}} k_r dr = \left( n - \frac{1}{2} \right) \pi. \quad (3.23)$$

Cette condition aux limites détermine la forme du spectre d'oscillation pour les modes de gravité.

#### 3.3.2 Relation asymptotique des modes de gravité

La période des modes de gravité suit une relation asymptotique qui s'exprime (Tassoul 1980 [144], Provost et al. 1986 [124])

$$P_{\text{ng},\ell} = \left( |n_g| + \frac{\ell}{2} - \frac{1}{4} - \theta \right) \Delta\Pi_\ell + [\ell(\ell+1)V_{1g} + V_{2g}] \frac{\Delta\Pi_\ell^2}{P_{\text{ng},\ell}}, \quad (3.24)$$

où :

- $n_g$  est l'ordre radial des modes de gravité, défini comme étant un entier négatif ;
- $\theta$  est un terme de phase, sensible à la stratification présente juste en-dessous de la zone de convection ;

- $\Delta\Pi_\ell$  est l'espacement en période des modes de gravité ;
- $V_{1g}$  et  $V_{2g}$  sont des fonctions de la fréquence de Brunt-Väisälä.

Au premier ordre, la relation asymptotique des modes de gravité devient (Mosser et al. 2012 [110])

$$P_{n_g, \ell} = \left( |n_g| + \frac{\ell}{2} - \frac{1}{4} - \theta \right) \Delta\Pi_\ell. \quad (3.25)$$

La fréquence des modes de gravité s'exprime

$$\nu_g = \frac{1}{P_{n_g, \ell}}. \quad (3.26)$$

### 3.3.3 Paramètres sismiques globaux

Contrairement aux modes de pression, les modes de gravité ne sont pas régulièrement espacés en fréquence au sein du spectre d'oscillation. Ils sont caractérisés par un espacement en période  $\Delta\Pi_\ell$  régulier qui donne une information directe sur la taille du cœur d'hélium, et dans le cas des étoiles sur la branche horizontale, sur sa masse (Montalbán et al. 2013 [97]). Cet espacement constant s'exprime (Mosser et al. 2012 [110])

$$\Delta\Pi_\ell = \frac{2\pi^2}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \left[ \int_{core} \frac{N_{BV}}{r} dr \right]^{-1}. \quad (3.27)$$

### 3.3.4 La quête des modes de gravité

Dans le cas des pulsateurs de type solaire sur la séquence principale, comme le Soleil, les modes de gravité, qui portent des informations directes sur les conditions physiques qui règnent dans le cœur, sont très difficilement observables. En effet, les ondes sont évanescentes dans la région où  $N_{BV} < \omega < S_\ell$ , et les modes de gravité sont confinés dans l'intérieur radiatif (Fig. 3.3).

La quête pour la détection des modes de gravité du Soleil a commencé il y a environ 40 ans, avec la détection par Severny et al. 1976 ([135]) d'oscillations avec une période de 160 min, qui ne pouvait pas être attribuée à des modes de pression. Il a fallu attendre 10 ans avant ces oscillations soient en fait attribuées à un artefact. Plusieurs détections possibles avec les données issues de l'instrument GOLF ont ensuite été publiées. Un mode mixte, comportant à la fois une composante de pression et une composante de gravité, a été reporté à 284.7  $\mu\text{Hz}$  (Gabriel et al. 2002 [55]). D'autres candidats ont été suggérés autour de 220  $\mu\text{Hz}$  (Turck-Chièze et al. 2004 [148]). La détection possible de modes de gravité dipolaires est ensuite annoncée par García et al. (2007) [57] puis par García et al. (2011) [56] à basse fréquence, entre 25 et 140  $\mu\text{Hz}$ , indiquant une rotation du cœur solaire jusqu'à 5 fois plus rapide que la rotation de la zone radiative au-dessus du cœur. Jusqu'ici, aucune de ces détections n'a été confirmée.

Récemment, Fossat et al. (2017) [52] ont identifié des modes de gravité solaires, détectés de façon indirecte via les modulations de la fréquence des modes de pression qu'ils provoquent. Les auteurs considèrent cette détection avec un niveau de confiance élevé car elle a été obtenue en utilisant deux séries temporelles indépendantes enregistrés par GOLF ainsi que deux intervalles de fréquence différents. Cette détection révèle une période de rotation du cœur solaire d'environ une semaine, soit environ 4 fois plus rapide que la rotation moyenne de la zone radiative au-dessus, qui reste difficile à expliquer par les modèles. Cependant, l'étude des modes de gravité du Soleil n'en est qu'à ses débuts, et leur détection reste difficile.

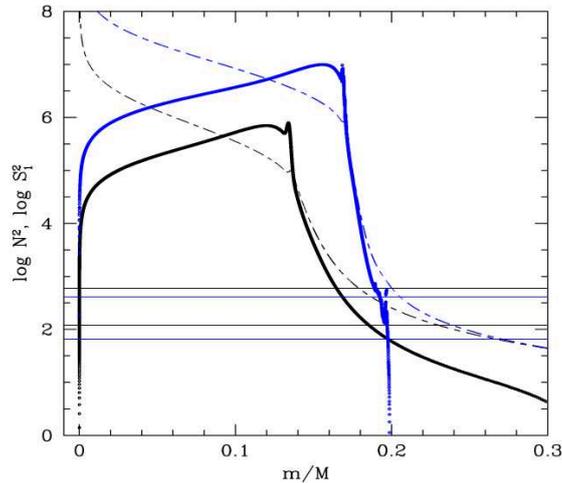


Figure 3.5 – Diagramme de propagation pour deux modèles stellaires situés sur la branche des géantes rouges, en fonction de la masse normalisée (Goupil et al. 2013 [63]). Le modèle en bleu est plus évolué que le modèle en noir. Les fréquences de Brunt-Väisälä sont représentées en trait plein, les fréquences de Lamb pour les modes dipolaires sont représentées en pointillés. Les lignes horizontales représentent le domaine de fréquence attendu pour les oscillations stellaires, centré autour de  $\nu_{\max}$ .

### 3.4 Modes mixtes

Dans le cas des étoiles évoluées comme les sous-géantes et les géantes rouges, la donne change complètement. Comme nous l'avons vu au chapitre 2, leur cœur d'hélium inerte se contracte et devient très dense, en même temps que d'importants gradients de composition chimique se développent. La fréquence de Brunt-Väisälä augmente et atteint ainsi des valeurs importantes dans le cœur (Fig. 3.5). Dans ces conditions, la fréquence des modes de gravité et leur nombre augmentent (Montalbán et al. 2013 [97]). En parallèle, l'enveloppe se dilate et le rayon de l'étoile augmente. La densité moyenne de l'enveloppe et la gravité de surface diminuent alors, ce qui provoque une diminution de la grande séparation  $\Delta\nu$  et de la fréquence du maximum de puissance des oscillations  $\nu_{\max}$  (Fig. 3.5). Les fréquences des modes de gravité atteignent ainsi l'intervalle de fréquence où les modes de pression sont excités de manière stochastique (Fig. 3.5). De plus, la zone évanescence entre les cavités résonnantes des modes de pression et de gravité est suffisamment étroite pour qu'un couplage s'établisse entre les ondes de pression de l'enveloppe convective et les ondes de gravité de l'intérieur radiatif, donnant naissance à des modes mixtes non radiaux (Scuflaire 1974 [134]). Les modes mixtes ont une amplitude à la fois dans le cœur et dans l'enveloppe de l'étoile (Fig. 3.6). Ils se comportent ainsi comme des modes de gravité dans le cœur et comme des modes de pression dans l'enveloppe. La détection des modes mixtes nous renseigne donc sur les propriétés physiques du cœur des géantes rouges, ce qui n'est pas directement envisageable dans le cas des pulsateurs de type solaire sur la séquence principale, pour lesquels la fréquence de Brunt-Väisälä atteint des valeurs trop faibles pour que des modes mixtes puissent s'établir en nombre suffisant. Chez les géantes rouges, tous les modes de degré angulaire  $\ell > 0$  sont des modes mixtes, seuls les modes radiaux sont des modes de pression purs. Les modes mixtes dipolaires, de degré angulaire  $\ell = 1$ , ont une amplitude plus importante que les modes mixtes de degré  $\ell > 1$  et sondent principalement le cœur des géantes rouges. Par la suite, on se restreint donc uniquement aux modes mixtes dipolaires.

#### 3.4.1 Relation asymptotique des modes mixtes

La relation asymptotique des modes mixtes exprime le couplage existant entre les modes de pression dans l'enveloppe et les modes de gravité dans le cœur et s'écrit (Shibahashi 1979 [136], Unno et al. 1989 [151]) :

$$\tan \theta_p = q \tan \theta_g, \quad (3.28)$$

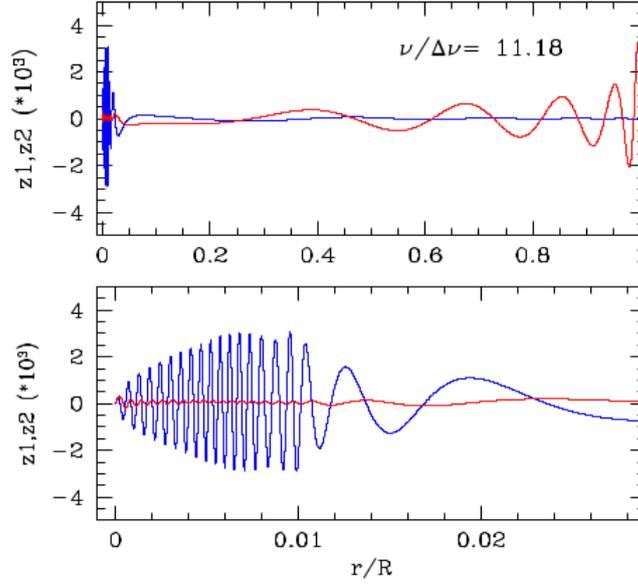


Figure 3.6 – Fonction propre d'un mode mixte dipolaire en fonction du rayon normalisé (Goupil et al. 2013 [63]). La composante horizontale est représentée en bleu, la composante radiale en rouge. La Figure du bas est un agrandissement de la Figure du haut au niveau du cœur de l'étoile.

où  $\theta_p$  et  $\theta_g$  sont respectivement les phases des modes de pression et de gravité,  $q$  est le facteur de couplage entre les composantes de pression et de gravité des modes mixtes.

Les phases s'écrivent (Mosser et al. 2012 [110]):

$$\theta_p = \pi \frac{\nu}{\Delta\nu}, \quad (3.29)$$

et

$$\theta_g = \pi \frac{1}{\nu \Delta\Pi_1}, \quad (3.30)$$

où  $\nu$  représente les fréquences des modes mixtes et  $\Delta\Pi_1$  est l'espacement en période des modes de gravité dipolaires, de degré  $\ell = 1$ .

La forme de l'équation 3.28 permet de réécrire les phases  $\theta_p$  et  $\theta_g$  en ajoutant des termes additionnels, à condition que ces derniers soient des multiples de  $\pi$ . Il est ainsi possible et utile d'écrire

$$\theta_p = \pi \frac{\nu - \nu_p}{\Delta\nu_p}, \quad (3.31)$$

et

$$\theta_g = \pi \frac{1}{\Delta\Pi_1} \left( \frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu_g} \right), \quad (3.32)$$

où  $\Delta\nu_p = \Delta\nu (1 + \alpha(n_p - n_{\max}))$  est l'espacement en fréquence entre modes radiaux consécutifs, qui augmente avec l'ordre radial,  $\nu_p$  et  $\nu_g$  sont respectivement les fréquences des modes de pression et de gravité dipolaires.

La réécriture de l'équation 3.28 en incluant les équations 3.31 et 3.32 pour les phases  $\theta_p$  et  $\theta_g$  donne

$$\pi \frac{\nu - \nu_p}{\Delta\nu_p} = \arctan \left[ q \tan \left( \frac{\pi}{\Delta\Pi_1} \left[ \frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu_g} \right] \right) \right]. \quad (3.33)$$

La relation asymptotique des modes mixtes s'exprime finalement (Mosser et al. 2012 [110])

$$\nu = \nu_p + \frac{\Delta\nu_p}{\pi} \arctan \left[ q \tan \left( \pi \left[ \frac{1}{\nu \Delta\Pi_1} - \frac{1}{\nu_g \Delta\Pi_1} \right] \right) \right]. \quad (3.34)$$

## Chapitre 4

# Mesure sismique de la rotation du cœur des géantes rouges

Comme nous l'avons vu au chapitre 3, les géantes rouges présentent des oscillations de type solaire qui incluent des modes mixtes. Ainsi, non seulement leur spectre d'oscillation est globalement bien compris, mais il offre de plus la possibilité de sonder l'intégralité de l'intérieur des géantes rouges, de l'enveloppe jusqu'au cœur. La mesure de la rotation de leur cœur nous apporte des contraintes observationnelles sur les mécanismes physiques qui sont à l'origine de l'extraction de moment cinétique au sein du cœur des géantes rouges. J'ai consacré la majeure partie de ma thèse au développement d'une méthode de mesure de la rotation du cœur des étoiles sur la branche des géantes rouges observées par le satellite *Kepler*. Cette méthode devait être aussi automatisée que possible afin de pouvoir traiter un maximum d'étoiles et d'étudier comment l'évolution de la rotation du cœur le long de la branche des géantes rouges dépend de divers paramètres, comme la masse.

### 4.1 Effet de la rotation sur les spectres d'oscillation

La rotation brise la symétrie sphérique de l'étoile, induisant une structure fine dans le spectre d'oscillation qui permettent d'obtenir des informations détaillées sur le profil de rotation interne des étoiles. La rotation a un effet sur les spectres d'oscillation qui est similaire à l'effet Zeeman d'un champ magnétique sur les niveaux d'énergie d'un atome : elle lève la dégénérescence en fréquence existant entre des modes ayant le même ordre radial  $n$  et degré angulaire  $\ell$  mais d'ordres azimutaux  $m$  différents, créant des composantes au sein du multiplet rotationnel pour chaque valeur  $-\ell \leq m \leq \ell$ . L'écart en fréquence existant entre la composante rotationnelle d'ordre azimutal  $m \neq 0$  et la composante d'ordre azimutal  $m = 0$  renseigne sur la rotation interne de l'étoile (Fig. 4.1). C'est ce que l'on appelle la levée de dégénérescence rotationnelle ou *splitting rotationnel*, qui s'exprime

$$\delta\nu_{\text{rot}} = \nu_{n,\ell,m} - \nu_{n,\ell,0}. \quad (4.1)$$

Dans la suite, nous nous intéressons aux modes mixtes dipolaires, et nous allons voir que l'interprétation des spectres en fréquences devient de plus en plus compliquée lorsque le *splitting rotationnel* augmente.

#### 4.1.1 Cas des modes de pression purs

Le cas le plus simple pour visualiser comment l'augmentation du *splitting rotationnel* impacte les spectres en fréquence consiste à considérer un peigne de Dirac régulier en fréquence, qui simule le comportement des modes pression purs (Eq. 3.2.2). La Figure 4.2 montre l'évolution du spectre quand le *splitting rotationnel* augmente. Pour des raisons de simplicité, ce spectre n'est pas réaliste : les modes sont simplement représentés par des Diracs ayant tous la même amplitude, et les composantes du *splitting rotationnel* sont symétriques par rapport aux modes associés à  $m = 0$ , même quand le *splitting* devient grand.

Les modes associés à l'ordre azimutal  $m = 0$  ne sont pas perturbés par la rotation. L'espacement

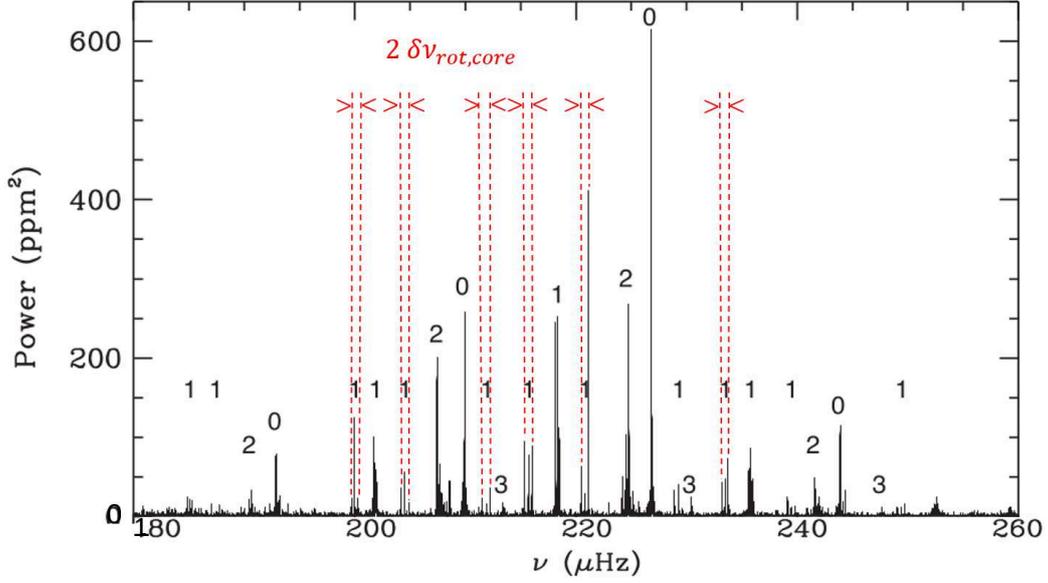


Figure 4.1 – Même figure que la Fig. 1.7 du chapitre 1, où les composantes rotationnelles des modes dipolaires dominés par la gravité d'ordre azimutal  $m = \pm 1$  sont repérées en rouge (Di Mauro et al. 2016 [43]). L'écart entre les composantes rotationnelles associées au même ordre radial et au même degré angulaire correspond au double du splitting rotationnel lié à la rotation du cœur.

en fréquence entre deux modes d'ordres radiaux consécutifs s'écrit en fonction de leur espacement en période comme

$$\nu_{n+1,0} - \nu_{n,0} = \frac{\Delta P}{P^2}. \quad (4.2)$$

Considérons maintenant différents cas où le splitting rotationnel est plus ou moins grand comparé à l'espacement en fréquence des modes d'oscillation.

Lorsque  $\delta\nu_{\text{rot}} \ll \Delta P/P^2$ , les modes associés à  $m = \pm 1$  d'ordre radial  $n$  sont situés de part et d'autre du mode de même ordre radial associé à  $m = 0$  (Fig. 4.2 (a)). Dans ce cas où tous les modes de même ordre radial et d'ordres azimutaux différents sont consécutifs dans le spectre, il est facile d'identifier les splittings rotationnels.

Lorsque le splitting rotationnel est multiple de la moitié de l'espacement en fréquence entre modes consécutifs, soit  $\delta\nu_{\text{rot}} = (k/2)\Delta P/P^2$  avec  $k$  un entier positif, les composantes de multiplets rotationnels associés à différents ordres azimutaux se chevauchent (Fig. 4.2 (b) et (c)). Lorsque  $k$  est impair, les composantes rotationnelles d'ordres azimutaux  $m = \pm 1$  et d'ordres radiaux consécutifs se chevauchent. Ainsi toutes les composantes d'ordres azimutaux  $m = \pm 1$  sont confondues au sein du spectre (Fig. 4.2 (b)). Lorsque  $k$  est pair, les composantes rotationnelles d'ordres azimutaux  $m = \{-1, 0, +1\}$  et d'ordres radiaux différents sont confondues au sein du spectre (Fig. 4.2 (c)).

Lorsque  $\delta\nu_{\text{rot}} > \Delta P/P^2$ , les composantes associées à  $m = \pm 1$  ne sont plus à côté du mode associé à  $m = 0$  de même ordre radial, mais sont proches des modes associés à  $m = 0$  d'ordres radiaux consécutifs. Il est alors probable de mesurer un splitting bien plus petit en considérant les composantes d'ordres azimutaux  $m = \pm 1$  les plus proches du mode associé à  $m = 0$  (Fig. 4.2 (d)).

Au fur et à mesure que  $\delta\nu_{\text{rot}}$  devient de plus en plus grand par rapport à  $\Delta P/P^2$ , les composantes rotationnelles associées à  $m = -1$  se décalent vers les basses fréquences et celles associées à  $m = +1$  se décalent vers les hautes fréquences (Fig. 4.2 (e)). Lorsque  $\delta\nu_{\text{rot}} \gg \Delta P/P^2$ , les composantes d'ordres azimutaux  $m = \pm 1$  forment deux familles bien distinctes en fréquence (Fig. 4.2 en bas à droite), comme prédit par Ouazzani et al. (2013) [115].

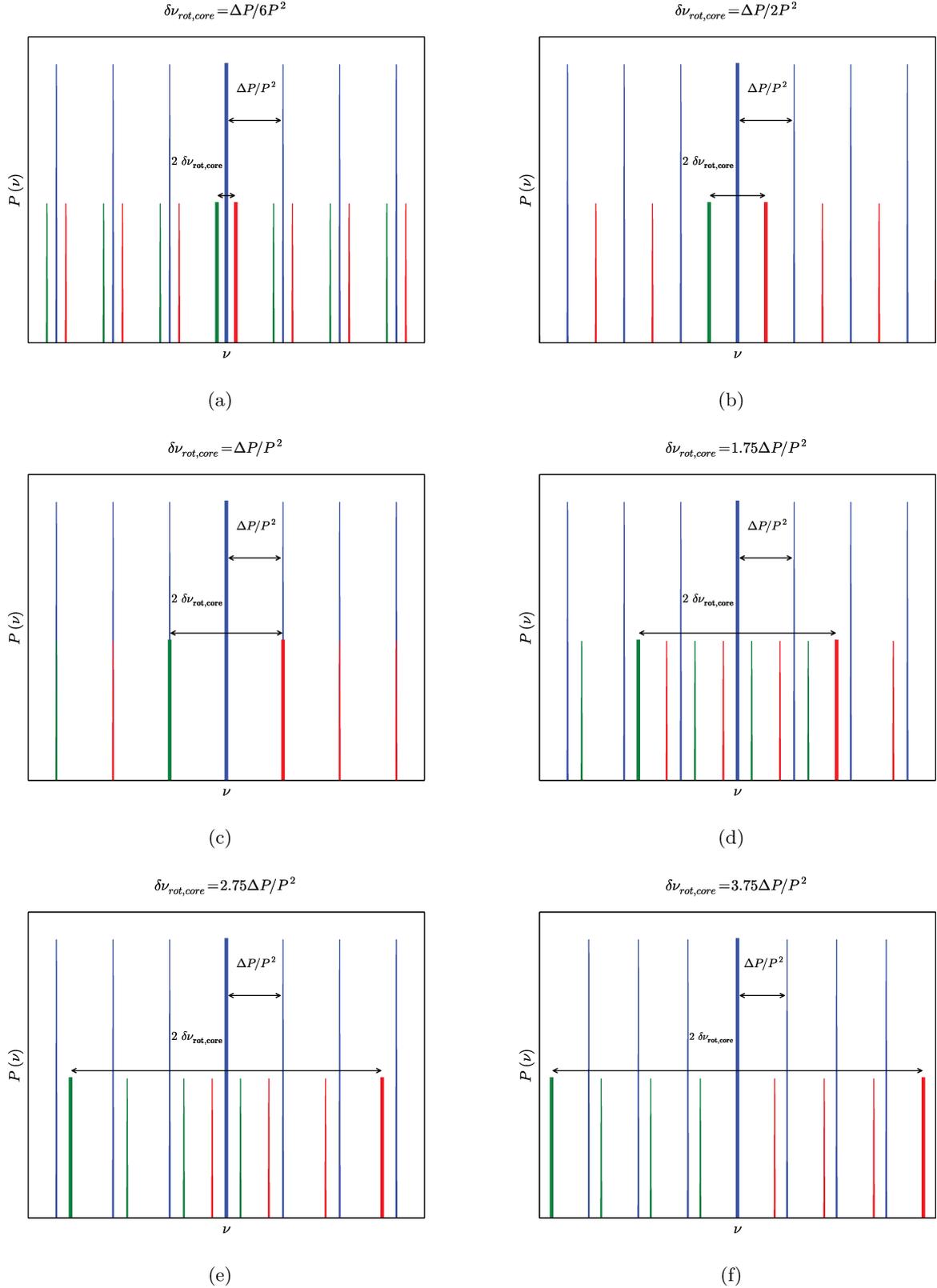


Figure 4.2 – Peignes réguliers en fréquence, avec des valeurs de splittings rotationnels croissantes de gauche à droite et de haut en bas, exprimées en haut de chaque spectre en fonction de l’espacement en fréquence des modes d’oscillation  $\Delta P/P^2$ . Les modes d’oscillation d’ordre azimutal  $m = 0$  sont représentés en bleu, les composantes rotationnelles associées aux ordres azimutaux  $m = +1$  et  $m = -1$  sont respectivement en rouge et vert. Un ensemble de modes de même ordre radial et d’ordres azimutaux  $m = \{-1, 0, +1\}$  est représenté en gras pour indiquer le splitting rotationnel  $\delta\nu_{rot}$  et l’espacement en fréquence des modes  $\Delta P/P^2$ .

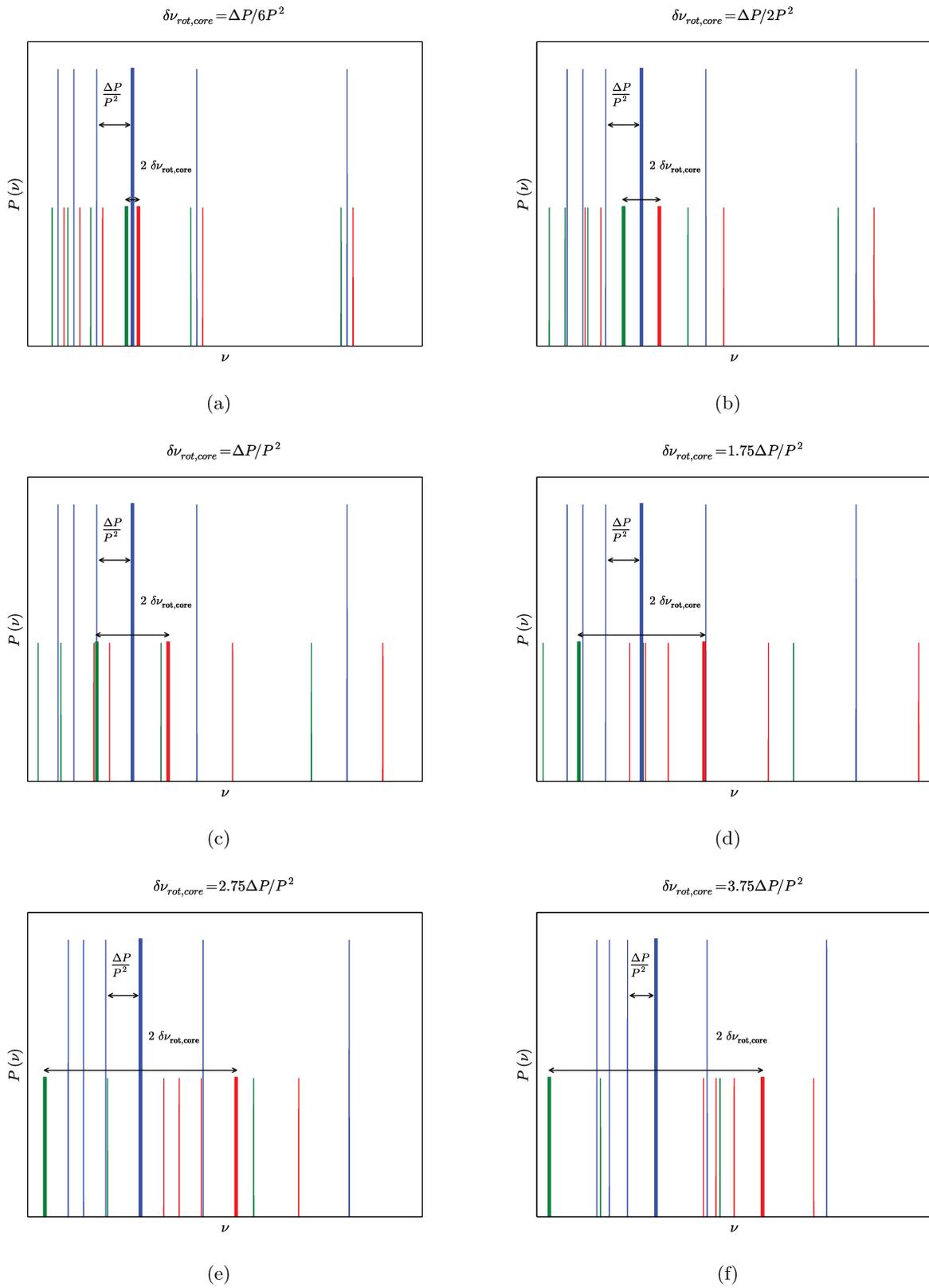


Figure 4.3 – Peignes réguliers en période similaires à la Fig. 4.2.

### 4.1.2 Cas des modes de gravité purs

Considérons maintenant l'effet de la rotation sur un peigne de Dirac synthétique en période qui simule le comportement des modes de gravité purs, dont l'espacement en fréquence augmente avec la fréquence (Eq. 3.25). La Figure 4.3 montre l'évolution du spectre quand le splitting rotationnel augmente. Tant que  $\delta\nu_{\text{rot}} \ll \Delta P/P^2$ , aucun croisement entre composantes rotationnelles d'ordres radiaux différents n'a lieu et la mesure des splittings rotationnels est facile (Fig. 4.3 (a)). Puis, les composantes rotationnelles d'ordres radiaux différents présentent des croisements à basse fréquence lorsque le splitting augmente, alors même que  $\delta\nu_{\text{rot}} < (1/2)\Delta P/P^2$  (Fig. 4.3 (b)). Au fur et à mesure que le splitting augmente par rapport à  $\Delta P/P^2$ , de plus en plus de croisements ont lieu à des fréquences de plus en plus hautes (Fig. 4.3 (c) et (d)). On finit par tendre vers un régime où les composantes d'ordres azimutaux  $m = \pm 1$  forment deux familles bien distinctes en fréquence (Fig. 4.3 (e) et (f)).

## 4.2 Les géantes rouges, des rotateurs lents

Cette section a pour but de montrer que les modes mixtes dipolaires permettent d'estimer la rotation moyenne du cœur des géantes rouges. Les géantes rouges sont des rotateurs lents, pour lesquels l'accélération centrifuge est négligeable partout dans l'étoile (Goupil et al. 2013 [63]). De plus,  $\Omega(r)/2\pi < \Delta\nu \ll \nu_{\text{max}}$  dans toute l'étoile, où  $\Omega$  est la vitesse angulaire de rotation, et les effets de la force de Coriolis sont dans ces conditions négligeables (Ouazzani et al. 2013 [115]). Une approche perturbative du premier ordre peut donc être utilisée pour estimer la vitesse angulaire de rotation à partir des fréquences d'oscillation, où la rotation ne dépend que du rayon. Le splitting rotationnel s'exprime alors (Goupil et al. 2013 [63]) :

$$\delta\nu_{\text{rot}} = \int_0^1 K(x) \frac{\Omega(x)}{2\pi} dx, \quad (4.3)$$

où  $x = r/R$  est le rayon normalisé de l'étoile et  $K(x)$  est le noyau rotationnel, qui dépend de la structure de l'étoile et des fonctions propres des modes d'oscillation. Le noyau rotationnel identifie les régions principalement sondées par les modes d'oscillation et permet de quantifier la contribution des différentes régions de l'étoile à la mesure du splitting rotationnel. La Figure 4.4 présente les noyaux rotationnels intégrés et normalisés de deux modes mixtes dominés par la gravité et un mode mixte dominé par la pression, pour un modèle stellaire sur la branche des géantes rouges. Les noyaux intégrés indiquent que la contribution du cœur à la mesure du splitting rotationnel est très différente selon que le mode est dominé par la pression ou par la gravité. Les noyaux rotationnels des modes dominés par la gravité sont dominés par la contribution du cœur d'hélium, puisque les noyaux rotationnels intégrés et normalisés atteignent une valeur d'environ 0.80 au niveau de la couche d'hydrogène en fusion. En revanche, la contribution de l'enveloppe à la mesure du splitting rotationnel est importante pour les modes dominés par la pression, puisque le noyau rotationnel intégré et normalisé atteint une valeur de seulement 0.4 à la base de l'enveloppe convective.

### 4.2.1 Estimation de la vitesse moyenne de rotation du cœur

Les cavités radiative et convective ont des propriétés très différentes et nous pouvons décomposer le splitting rotationnel en fonction des vitesses angulaires moyennes du cœur et de l'enveloppe comme (Goupil et al. 2013 [63], Mosser et al. 2012 [109])

$$\delta\nu_{\text{rot}} = \beta_{\text{core}} \left\langle \frac{\Omega}{2\pi} \right\rangle_{\text{core}} + \beta_{\text{env}} \left\langle \frac{\Omega}{2\pi} \right\rangle_{\text{env}}, \quad (4.4)$$

où

$$\beta_{\text{core}} = \int_0^{x_{\text{core}}} K(x) dx, \quad (4.5)$$

$$\beta_{\text{env}} = \int_{x_{\text{core}}}^1 K(x) dx, \quad (4.6)$$

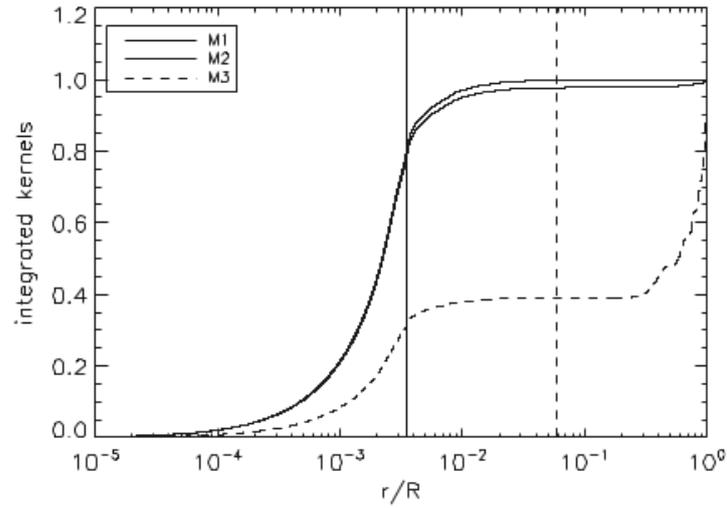


Figure 4.4 – Noyaux rotationnels intégrés et normalisés pour trois modes mixtes dipolaires en fonction du rayon normalisé, pour une étoile de  $1M_{\odot}$  sur la branche des géantes rouges (Mosser et al. 2012 [109]). La structure interne a été calculée avec le code d'évolution stellaire CESAM (Morel 1997 [98]) et les fréquences d'oscillation avec le code ADIPLS (Christensen-Dalsgaard 2011 [27]). Les modes M1 et M2 sont des modes dominés par la gravité, le mode M3 est dominé par la pression. La ligne verticale en trait plein localise la profondeur moyenne de la couche où la fusion de l'hydrogène a lieu au-dessus du cœur d'hélium, la ligne verticale en pointillés localise la base de la zone convective.

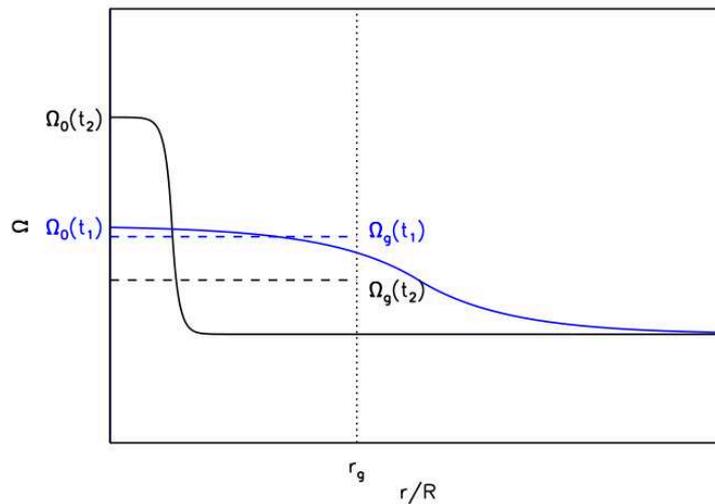


Figure 4.5 – Profils de rotation dans une étoile imaginaire au sein de laquelle un gradient de rotation se développe dans la cavité résonante des modes de gravité, délimitée par la ligne verticale en pointillés, entre deux instants  $t_1$  (courbes noires) et  $t_2$  (courbes bleues) (Deheuvels et al. 2014 [38]). Les lignes en pointillés représentent la vitesse moyenne de rotation dans la cavité résonante des modes de gravité,  $\Omega_g$ . La vitesse de rotation du centre est appelée  $\Omega_0$ .

et

$$\langle \Omega \rangle_{\text{core}} = \frac{\int_0^{x_{\text{core}}} \Omega(x) K(x) dx}{\int_0^{x_{\text{core}}} K(x) dx}, \quad (4.7)$$

$$\langle \Omega \rangle_{\text{env}} = \frac{\int_{x_{\text{core}}}^1 \Omega(x) K(x) dx}{\int_{x_{\text{core}}}^1 K(x) dx}, \quad (4.8)$$

où  $x_{\text{core}} = r_{\text{core}}/R$  est le rayon normalisé de la cavité résonante des modes de gravité. Dans le cas des géantes rouges,  $\langle \Omega \rangle_{\text{core}}/\langle \Omega \rangle_{\text{env}} > 1$  voire  $\langle \Omega \rangle_{\text{core}}/\langle \Omega \rangle_{\text{env}} \gg 1$  pour des cœurs en rotation très rapide. De plus, les modes mixtes dipolaires dominés par la gravité sont principalement sensibles au cœur (Fig. 4.4). Dans ces conditions,  $\beta_{\text{env}}/\beta_{\text{core}} \ll 1$  et la contribution de l'enveloppe au splitting rotationnel peut être négligée dans l'équation 4.4. Pour les modes mixtes dominés par la gravité, le terme  $\beta_{\text{core}}$  peut être approximé par (Ledoux 1953 [88])

$$\beta_{\text{core}} \simeq 1 - \frac{1}{\ell(\ell+1)}. \quad (4.9)$$

Dans ces conditions, le splitting rotationnel lié à la rotation moyenne du cœur donne une estimation directe de la vitesse angulaire moyenne de rotation de cœur comme (Goupil et al. 2013 [63], Mosser et al. 2012 [109]):

$$\delta\nu_{\text{rot,core}} \simeq \frac{1}{2} \left\langle \frac{\Omega}{2\pi} \right\rangle_{\text{core}}. \quad (4.10)$$

Il nous faut garder à l'esprit que la vitesse angulaire qui est estimée à partir de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  représente la vitesse moyenne de rotation de la cavité résonante des modes de gravité, et non à la vitesse des régions les plus centrales. Si un gradient important de rotation existe dans la cavité résonante des modes de gravité, l'interprétation de la vitesse moyenne mesurée est plus compliquée. En effet, la vitesse de rotation des couches centrales peut dans ce cas être plus rapide que la vitesse de rotation des autres régions de la cavité résonante, et la vitesse moyenne mesurée est alors sous-estimée par rapport à la vitesse réelle de rotation du centre. Dans ce cas, la vitesse obtenue est une limite basse de la vitesse réelle de rotation du centre. La Figure 4.5 illustre ce point en supposant qu'un gradient de rotation se met en place au sein d'une étoile imaginaire entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$ . Dans cet exemple, la rotation moyenne du cœur, ici représentée par  $\Omega_g$ , ralentit car  $\Omega_g(t_2) < \Omega_g(t_1)$  alors que la rotation du centre accélère car  $\Omega_0(t_2) > \Omega_0(t_1)$ . Toute conclusion sur l'évolution de la rotation des régions les plus centrales dépend donc de l'évolution du gradient de rotation dans la cavité résonante des modes de gravité.

### 4.2.2 Estimation de la période moyenne de rotation du cœur

La période moyenne de rotation du cœur peut être estimée via

$$\langle T_{\text{rot}} \rangle_{\text{core}} = \frac{2\pi}{\langle \Omega \rangle_{\text{core}}} \simeq \frac{1}{2\delta\nu_{\text{rot,core}}}. \quad (4.11)$$

Il faut avoir à l'esprit que la mesure de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  correspond au splitting rotationnel des modes dipolaires les plus dominés par la gravité, qui ne sont pas des modes de gravité purs. En pratique,  $\beta_{\text{core}}/\beta_{\text{env}} \gg 1$  seulement sur la partie haute de la branche des géantes rouges accessible aux mesures sismiques. Sur le bas de la branche des géantes rouges, la contribution de l'enveloppe aux splittings rotationnels des modes dominés par la gravité n'est pas négligeable. Il nous faut donc introduire un facteur correctif au splitting rotationnel qui tient compte de la contribution de l'enveloppe, pour obtenir une estimation plus exacte de la rotation moyenne du cœur. La rotation de l'enveloppe n'est pas connue mais on la suppose petite et négligeable devant la rotation du cœur. La période moyenne de rotation du cœur s'écrit alors (Mosser et al. 2012 [109])

$$\langle T_{\text{rot}} \rangle_{\text{core}} = \frac{1}{2\eta\delta\nu_{\text{rot,core}}}. \quad (4.12)$$

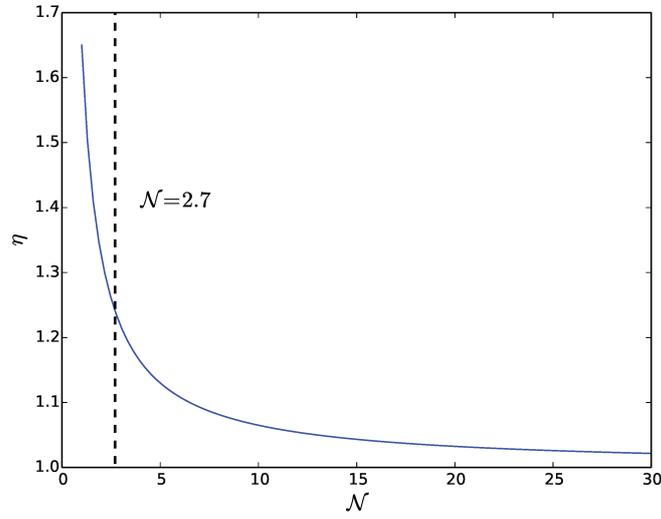


Figure 4.6 – Facteur correctif  $\eta$  calculé pour des valeurs de  $\mathcal{N}$  rencontrées typiquement sur la branche des géantes rouges. La droite verticale en pointillés indique la limite  $\mathcal{N} = 2.7$ .

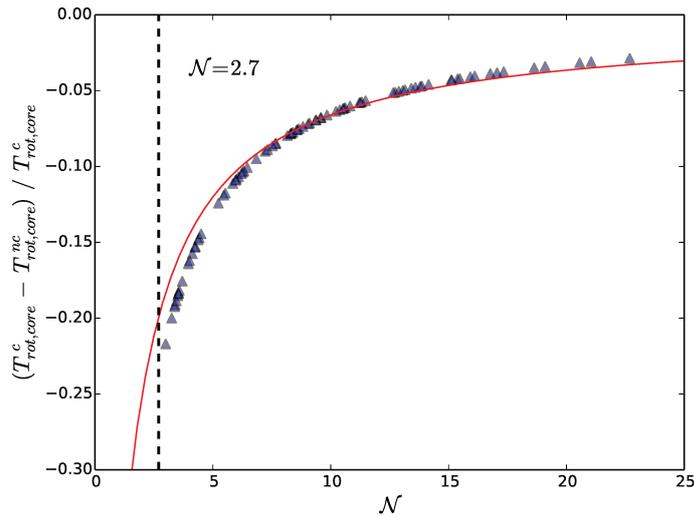


Figure 4.7 – Déviation relative entre les périodes de rotation du cœur calculées avec et sans correction par le facteur  $\eta$ , respectivement  $\langle T_{\text{rot}} \rangle_{\text{core}}^c$  et  $\langle T_{\text{rot}} \rangle_{\text{core}}^{nc}$ , pour les étoiles de la branche des géantes rouges étudiées par Mosser et al. (2012) [109]. La droite verticale en pointillés indique la limite  $\mathcal{N} = 2.7$ . La courbe rouge représente une variation en  $1/\eta$ .

Le facteur correctif  $\eta$  s'exprime

$$\eta \simeq 1 + \frac{\gamma}{\mathcal{N}}, \quad (4.13)$$

où l'analyse de noyaux rotationnels intégrés pour des modèles de géantes rouges à différents stades évolutifs donne  $\gamma \simeq 0.65$ , et où

$$\mathcal{N} = \frac{\Delta\nu}{\Delta\Pi_1 \nu_{\max}^2}. \quad (4.14)$$

L'équation 4.14 exprime la densité de modes mixtes, c'est-à-dire le nombre de modes de gravité existant par intervalle de fréquence de largeur  $\Delta\nu$ , qui augmente au fur et à mesure que les étoiles évoluent le long de la branche des géantes rouges (Grosjean et al. 2014 [65]). En pratique, il n'est pas possible d'obtenir des informations sismiques pour les étoiles de la branche des géantes rouges en-dessous de  $\mathcal{N} = 2.7$  avec les données *Kepler* enregistrées en mode de longue cadence. La Figure 4.6 montre l'évolution du facteur  $\eta$  pour des valeurs typiques de  $\mathcal{N}$  rencontrées sur la branche des géantes rouges. Ce facteur correctif est plus important pour les étoiles sur le bas de la branche des géantes rouges par rapport aux géantes rouges plus évoluées, où  $\eta$  tend vers 1 et où la contribution de l'enveloppe au splitting rotationnel devient négligeable, mais n'excède pas la valeur de 1.24 pour  $\mathcal{N} = 2.7$ .

On peut estimer la déviation relative entre les périodes de rotation du cœur calculées avec et sans correction par le facteur  $\eta$ , respectivement  $\langle T_{\text{rot}} \rangle_{\text{core}}^c$  et  $\langle T_{\text{rot}} \rangle_{\text{core}}^{nc}$ , à partir des mesures de splitting rotationnel de Mosser et al. (2012) [109] pour 85 étoiles de la branche des géantes rouges. Comme le facteur correctif  $\eta$  corrige la contribution de l'enveloppe, qui tourne plus lentement que le cœur, les périodes de rotation du cœur sont plus courtes par rapport aux périodes calculées sans correction par  $\eta$ , et la déviation relative est négative (Fig. 4.7). Le comportement de la déviation relative en fonction de  $\mathcal{N}$  est proche de  $1/\eta$ . Comme le suggérait la Fig. 4.6, la déviation relative est plus grande sur le bas de la branche des géantes rouges et atteint jusqu'à 22 % en valeur absolue, puis diminue au fur et à mesure de l'évolution pour devenir inférieure à 3 % en valeur absolue. Il est donc important de prendre en compte ce facteur correctif si l'on veut estimer au mieux la rotation moyenne du cœur des géantes rouges. Cependant, le facteur  $\eta$  permet uniquement d'estimer la correction à apporter pour tenir compte d'une rotation de l'enveloppe petite et négligeable devant la rotation du cœur, et une interprétation complète de l'évolution de la rotation du cœur des géantes rouges à partir des splittings rotationnels mesurés requiert le calcul de noyaux rotationnels.

### 4.3 Précédentes mesures

Depuis les premières mesures de rotation du cœur de géantes rouges (Beck et al. 2012 [12]), la majorité des études disponibles présentent des mesures concernant un nombre limité d'étoiles, au maximum quelques dizaines par étude, résultant d'une méthode non automatisée (Deheuvels et al. 2012 [39], Beck et al. 2012 [10], Deheuvels et al. 2015 [37]). Ces étoiles présentent des spectres d'oscillation où les splittings rotationnels sont faciles à repérer via une inspection visuelle, correspondant au cas  $\delta\nu_{\text{rot,core}} < (1/2)\Delta P/P^2$ .

L'étude de Mosser et al. (2012) [109] augmente significativement cet ordre de grandeur en présentant des mesures semi-automatiques de la rotation du cœur d'environ 300 géantes rouges, situées à la fois sur la branche des géantes rouges et dans la phase du *clump* (Fig. 4.8). La fonction d'autocorrélation d'enveloppe, développée à l'origine pour mesurer la grande séparation (Mosser et al. 2009 [100]), est utilisée pour mesurer les splittings rotationnels de façon automatique. Afin d'éviter toute confusion entre les splittings et l'espacement en fréquence des modes mixtes dominés par la gravité, les auteurs utilisent des filtres suffisamment étroits de façon à sélectionner uniquement un mode mixte. Ces filtres sont positionnés tout le long du spectre, incluant aussi les modes dominés par la pression, et leurs positions centrales sont situées dans les intervalles de fréquence où les modes mixtes sont attendus. En pratique, cinq largeurs de filtres de l'ordre de 1  $\mu\text{Hz}$  ou moins sont testées, qui correspondent aux

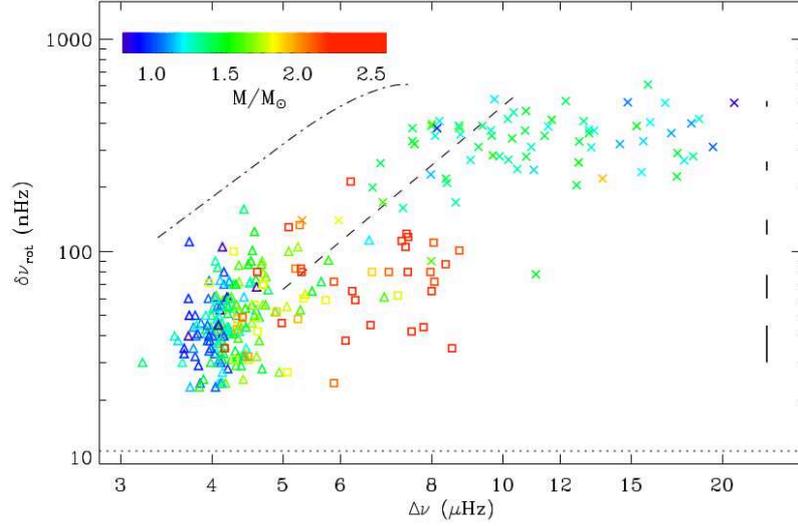


Figure 4.8 – Splitting rotationnel associé aux modes dominés par la gravité en fonction de la grande séparation. Les croix correspondent aux étoiles sur la branche des géantes rouges, les triangles aux étoiles du *clump* primaire, et les carrés aux étoiles du *clump* secondaire. La couleur code la masse, estimée à partir des paramètres sismiques globaux. Les barres verticales indiquent les barres d'erreurs moyennes en fonction du splitting rotationnel mesuré. Les pointillés horizontaux représentent la résolution fréquentielle au sein du spectre. Les tirets ainsi que la ligne représentant une alternance de pointillés et de tirets indiquent la limite de confusion avec les modes mixtes, où  $\delta\nu_{\text{rot}} = (1/2)\Delta P/P^2$ , respectivement pour les étoiles de la branche des géantes rouges et du *clump* primaire et secondaire.

ordres de grandeur des splittings rotationnels mesurés sur la branche des géantes rouges. Pour une largeur de filtre donnée, dix positions du filtre sont testées par ordre radial, et ceci sur sept ordres radiaux autour de  $\nu_{\text{max}}$ . Soixante-dix possibilités sont ainsi testées pour une largeur de filtre donnée.

Cependant, le splitting rotationnel  $\delta\nu_{\text{rot}}$  est modulé en fréquence le long du spectre avec une période de  $\Delta\nu$ . En effet, la contribution de la rotation du cœur au splitting rotationnel est plus importante pour les modes dominés par la gravité que pour les modes dominés par la pression. Comme la rotation du cœur est plus rapide que celle de l'enveloppe, le splitting des modes dominés par la gravité est plus grand que celui des modes dominés par la pression. Mosser et al. (2012) [109] ont pris en compte cette modulation comme

$$\delta\nu_{\text{rot}} = \nu_{n,1,m} - \nu_{n,1,0} = m R(\nu) \delta\nu_{\text{rot,g}}, \quad (4.15)$$

avec  $\delta\nu_{\text{rot,g}}$  le splitting maximal porté par les modes dominés par la gravité. Le terme  $R(\nu)$  porte la modulation en fréquence du splitting rotationnel, et s'exprime de manière empirique (Mosser et al. 2012 [110])

$$R(\nu) = 1 - \frac{\lambda}{1 + \left(\frac{\nu - \nu_{\text{np},1}}{\beta \Delta\nu}\right)^2}, \quad (4.16)$$

avec  $\lambda$  et  $\beta$  ayant des valeurs respectivement très proches de 0.5 et 0.08. La forme lorentzienne du terme  $R(\nu)$  est choisie pour représenter au mieux la modulation observée, et n'a pas de justification théorique. Mosser et al. (2012) [109] utilisent ainsi la fonction d'autocorrélation d'enveloppe en prenant en compte cette modulation du splitting. La signature du splitting rotationnel correspond ensuite au pic le plus important au sein du spectre du spectre fenêtré par l'utilisation d'un filtre. La détection s'avère positive si des splittings similaires sont mesurés pour au moins trois positions différentes du filtre sur plusieurs ordres radiaux.

Leur méthode automatique a permis de mesurer les splittings rotationnels de 265 étoiles, à la fois dans le *clump* et au début de la branche des géantes rouges. Cependant, cette méthode ne fonctionne pas quand le splitting rotationnel devient plus grand que la moitié de l'espacement des modes mixtes, ce qui est souvent le cas lorsque les étoiles montent la branche des géantes rouges. Dans ces conditions, un ajustement des modes mixtes au cas par cas est nécessaire, ce qui a été fait pour 48 étoiles.

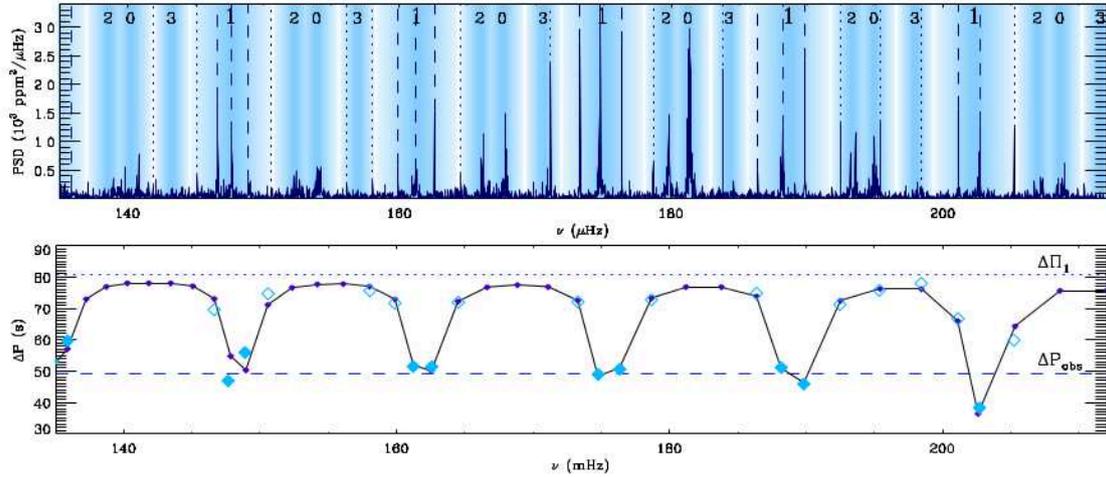


Figure 4.9 – *Haut* : Spectre d’oscillation de l’étoile KIC 9882316 (Mosser et al. 2012 [110]). Les chiffres indiquent le degré angulaire des modes d’oscillation. Les lignes verticales en pointillés et en tirets indiquent les modes identifiés comme étant dipolaires. Les modes mixtes dipolaires dominés par la pression sont localisés près des positions marquées par le numéro 1. *Bas* : Espacement en période  $\Delta P = 1/\nu_{n,1} - 1/\nu_{n+1,1}$  entre modes mixtes dipolaires adjacents d’ordre azimutal  $m = 0$ , en fonction de la fréquence. Les losanges bleus représentent les  $\Delta P$  mesurés, la ligne noire et les losanges violets correspondent aux  $\Delta P$  estimés via une convolution du motif formé par les modes de pression et de gravité purs avec une fonction de couplage. Les pointillés indiquent la valeur de  $\Delta\Pi_1$ , tandis que les tirets indiquent la valeur moyenne  $\Delta P_{\text{obs}}$  de l’espacement observé pour les modes mixtes dominés par la pression.

Le travail de Mosser et al. (2012) [109] a ainsi permis de mesurer des splittings rotationnels à bas  $\Delta\nu$ , au-delà de la limite de confusion avec les modes mixtes où  $\delta\nu_{\text{rot,core}} > (1/2)\Delta P/P^2$  (Fig. 4.8). Leur méthode présente cependant plusieurs limitations majeures. L’utilisation de filtres très étroits pour chercher les splittings rotationnels implique que seules les séries temporelles avec un rapport signal à bruit élevé peuvent être analysées, ce qui exclut bon nombre d’étoiles. De plus, la fiabilité des mesures de splitting rotationnel diminue lorsque le splitting devient grand et qu’il devient nécessaire d’ajuster les modes mixtes étoile par étoile, ce qui est le cas de bon nombre d’étoiles sur la branche des géantes rouges. Enfin, le succès de la mesure dépend principalement du stade évolutif des étoiles. Les petits splittings rencontrés dans le *clump* sont faciles à mesurer car ces étoiles sont toujours en-deçà de la limite de confusion avec les modes mixtes (Fig. 4.8). Les splittings plus grands rencontrés sur la branche des géantes rouges sont plus difficiles à mesurer car ils se chevauchent et se mélangent avec les petits espacements des modes mixtes. Ainsi, l’échantillon de Mosser et al. (2012) [109] comprend seulement 85 étoiles sur la branche des géantes rouges, contre 228 étoiles du *clump*.

Dans ces conditions, il est capital d’augmenter considérablement le nombre de mesures de splitting rotationnel disponibles sur la branche des géantes rouges afin d’affiner le diagnostic posé par Mosser et al. (2012) [109], en développant une méthode fiable, capable de mesurer des splittings rotationnels au-delà de la limite de confusion de façon automatique.

## 4.4 Corriger la modulation de l’espacement en période des modes mixtes

La première étape consiste à étirer les spectres en fréquence afin de s’affranchir de la modulation du splitting rotationnel avec la fréquence. Les modes radiaux et quadrupolaires sont tout d’abord identifiés via le motif d’oscillation universel (Eq. 3.14) puis retirés du spectre d’oscillation, afin de ne conserver que les modes mixtes dipolaires. Les modes dipolaires de pression et de gravité purs présentent un comportement différent au sein des spectres d’oscillation : les modes de pression purs sont régulièrement espacés en fréquence, avec un espacement égal à  $\Delta\nu$ , alors que les modes de gravité purs sont régulièrement espacés en période  $P = 1/\nu$ , avec un espacement égal à  $\Delta\Pi_1$ . Il en va de même pour les modes mixtes dipolaires (Fig. 4.9) : les modes mixtes dominés par la pression ont un

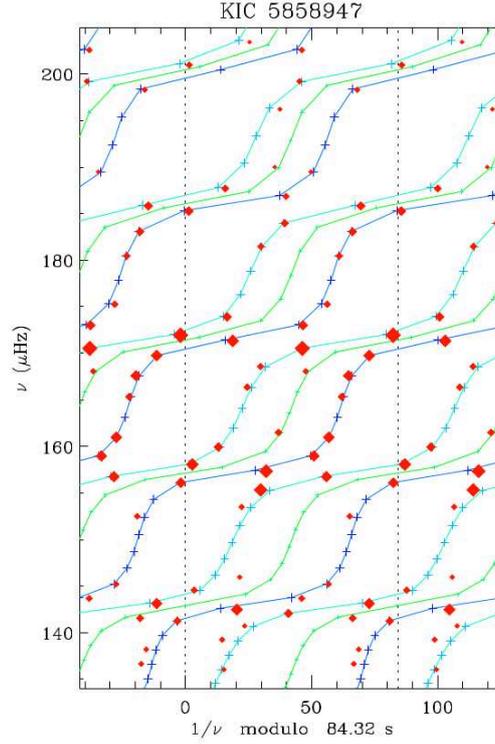


Figure 4.10 – Diagramme échelle représentant la fréquence en fonction de l’inverse de la fréquence modulo  $\Delta\Pi_1$ , pour la géante rouge KIC 5858947 (Mosser et al. 2012 [109]). Les losanges rouges indiquent la présence des modes mixtes observés. Les croix indiquent la localisation attendue des composantes du multiplet rotationnel, avec en bleu ciel la composante  $m = -1$ , en vert la composante  $m = 0$  et en bleu foncé la composante  $m = +1$ .

espacement en période qui décroît avec la fréquence, alors que les modes mixtes dominés par la gravité ont un espacement en période proche de  $\Delta\Pi_1$ .

A première vue, une possibilité pour identifier facilement les composantes du multiplet rotationnel consiste à retirer du spectre les modes dominés par la pression, identifiés via le motif d’oscillation universel (Eq. 3.14), afin de ne conserver que les modes dominés par la gravité, puis de replier le spectre en période sur  $\Delta\Pi_1$ . Cela revient à découper des intervalles de largeur  $\Delta\Pi_1$  au sein du spectre en période, puis à les empiler les uns au-dessus des autres pour donner ce que l’on appelle un diagramme échelle (Fig. 4.10). Les composantes du multiplet rotationnel d’ordre azimutal différent présentent ainsi des structures différentes au sein du diagramme échelle. Cependant, ces structures sont compliquées, en grande partie parce que le caractère mixte des modes dominés par la gravité implique que leur espacement en période n’est pas strictement égal à  $\Delta\Pi_1$ . Ainsi ces diagrammes échelles ne peuvent pas être utilisés pour identifier de façon automatique les composantes du multiplet rotationnel, qui doivent être ajustées individuellement (Fig. 4.10). Ils permettent néanmoins d’améliorer la précision de la mesure du splitting rotationnel, comme dans l’étude de Mosser et al. (2012) [109].

Dans ces conditions, la période n’apparaît pas comme une bonne variable à utiliser pour mesurer les splittings rotationnels de manière simple. Nous avons besoin de corriger la période afin que les modes mixtes d’ordre azimutal  $m = 0$  apparaissent régulièrement espacés. Afin d’obtenir un spectre de modes mixtes mimant le comportement des modes de gravité, nous avons besoin d’une fonction décrivant précisément le comportement de la différence de période  $\Delta P$  entre modes mixtes consécutifs : la fonction  $\zeta$ .

#### 4.4.1 La fonction $\zeta$

La fonction  $\zeta$  découle de la dérivation de la relation asymptotique des modes mixtes (Eq. 3.28) par rapport à l'ordre radial des modes mixtes  $n_m$  (Mosser et al. 2015 [114], Vrad et al. 2016 [153]).

Si l'on néglige la variation de  $\Delta\nu_p$  avec la fréquence, la dérivation de l'équation 3.28 par rapport à  $n_m$  donne, en respectant les équations 3.31 et 3.32 pour les phases  $\theta_p$  et  $\theta_g$ ,

$$\pi \frac{1}{\Delta\nu_p \cos^2 \theta_p} \frac{d\nu}{dn_m} = \pi q \frac{1}{\Delta\Pi_1 \cos^2 \theta_g} \frac{d}{dn_m} \left( \frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu_g} \right), \quad (4.17)$$

car l'expression de  $\nu_p$  est indépendante de  $n_m$ , ainsi sa dérivée est nulle.

Or la période associée à un mode mixte dipolaire s'écrit

$$P = n_m \Delta\Pi_1 + p, \quad (4.18)$$

avec  $p$  une période résiduelle traduisant l'écart à une fonction peigne régulièrement espacée.

En remplaçant  $\nu$  par  $1/P$ , on obtient

$$\frac{1}{\Delta\nu_p \cos^2 \theta_p} \frac{d}{dn_m} \left( \frac{1}{n_m \Delta\Pi_1 + p} \right) = q \frac{1}{\Delta\Pi_1 \cos^2 \theta_g} \frac{d}{dn_m} \left( n_m \Delta\Pi_1 + p - \frac{1}{\nu_g} \right). \quad (4.19)$$

Or  $1/\nu_g = (n_g + \varepsilon_g) \Delta\Pi_1$  et  $n_m = n_p + n_g$ , où  $n_g$  est un entier négatif. Ainsi les  $1/\nu_g$  dépendent de  $n_m$  comme

$$\frac{1}{\nu_g} = (n_m - n_p + \varepsilon_g) \Delta\Pi_1. \quad (4.20)$$

On a ainsi

$$\frac{d}{dn_m} \left( \frac{1}{\nu_g} \right) = \Delta\Pi_1. \quad (4.21)$$

L'équation 4.19 devient donc

$$\frac{d}{dn_m} \left( \frac{1}{P} \right) = q \frac{\Delta\nu_p \cos^2 \theta_p}{\Delta\Pi_1 \cos^2 \theta_g} \frac{dp}{dn_m}. \quad (4.22)$$

En utilisant le fait que  $1/P^2 = \nu^2$  et en réécrivant  $p$  en fonction de  $P$ , on obtient

$$-\nu^2 \frac{dP}{dn_m} = q \frac{\Delta\nu_p \cos^2 \theta_p}{\Delta\Pi_1 \cos^2 \theta_g} \left( \frac{dP}{dn_m} - \Delta\Pi_1 \right), \quad (4.23)$$

ce qui nous donne après division des deux membres de l'équation par  $\Delta\Pi_1$

$$\frac{1}{\Delta\Pi_1} \frac{dP}{dn_m} \left[ q \frac{\Delta\nu_p \cos^2 \theta_p}{\Delta\Pi_1 \cos^2 \theta_g} + \nu^2 \right] = q \frac{\Delta\nu_p \cos^2 \theta_p}{\Delta\Pi_1 \cos^2 \theta_g}. \quad (4.24)$$

Finalement, la dérivation de la relation implicite de couplage des modes mixtes donne

$$\frac{1}{\Delta\Pi_1} \frac{dP}{dn_m} = \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{\nu^2 \Delta\Pi_1 \cos^2 \theta_g}{\Delta\nu_p \cos^2 \theta_p} \right]^{-1}. \quad (4.25)$$

La plus petite variation de l'ordre radial  $n_m$  qui existe est  $\Delta n_m = 1$  car  $n_m$  est un entier. Cette variation correspond à l'espacement en période entre deux modes mixtes consécutifs. Dans ces conditions,

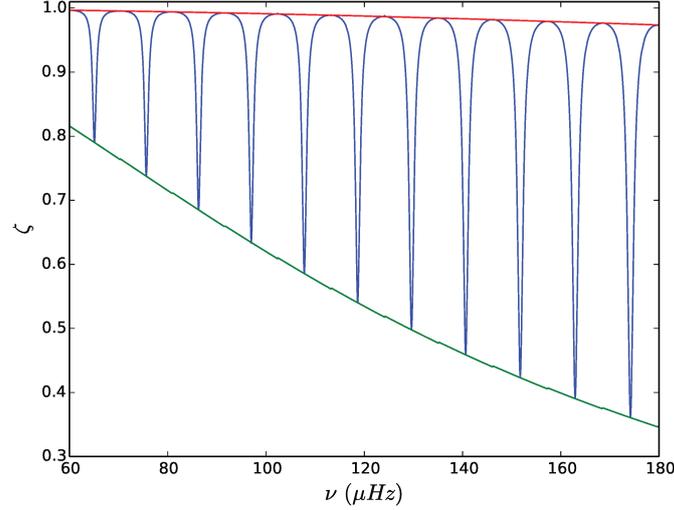


Figure 4.11 – En bleu, la fonction de couplage  $\zeta$  calculée pour  $\Delta\nu = 11 \mu\text{Hz}$ ,  $\Delta\Pi_1 = 80 \text{ s}$ , et  $q = 0.12$ . Les maxima et minima de  $\zeta$  correspondant aux modes dominés par la gravité et la pression sont respectivement indiqués par les lignes rouges et vertes.

l'expression de  $\zeta$  s'écrit en respectant les équations 3.31 et 3.32 pour l'expression des phases  $\theta_p$  et  $\theta_g$  comme (Mosser et al. 2015 [114])

$$\frac{\Delta P}{\Delta\Pi_1} = \zeta = \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{\nu^2 \Delta\Pi_1}{\Delta\nu_p} \frac{\cos^2 \left[ \pi \frac{1}{\Delta\Pi_1} \left( \frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu_g} \right) \right]}{\cos^2 \left( \pi \frac{\nu - \nu_p}{\Delta\nu_p} \right)} \right]^{-1}. \quad (4.26)$$

La fonction  $\zeta$ , représentée dans la Fig. 4.11, caractérise le couplage entre les modes de pression et de gravité, différent selon que les modes mixtes observés sont dominés par la pression ou par la gravité. En effet,  $\zeta$  exprime la contribution du cœur radiatif à l'inertie des modes (Goupil et al. 2013 [63], Deheuvels et al. 2014 [38], Deheuvels et al. 2015 [37]). Ainsi, la fonction  $\zeta$  représente un moyen de caractériser la nature des modes mixtes.

La fonction  $\zeta$  permet également de caractériser la modulation en fréquence du splitting rotationnel, comme (Goupil et al. 2013 [63])

$$\frac{\delta\nu_{\text{rot}}}{\delta\nu_{\text{rot,g}}} = \zeta \left( 1 - 2 \frac{\langle\Omega\rangle_{\text{env}}}{\langle\Omega\rangle_{\text{core}}} \right) + 2 \frac{\langle\Omega\rangle_{\text{env}}}{\langle\Omega\rangle_{\text{core}}}. \quad (4.27)$$

La contribution de l'enveloppe est négligée car le cœur tourne bien plus vite que l'enveloppe, d'où

$$\frac{\delta\nu_{\text{rot}}}{\delta\nu_{\text{rot,g}}} = \zeta. \quad (4.28)$$

Ainsi la fonction  $\zeta$  fournit une description justifiée par la théorie de la modulation en fréquence du splitting rotationnel, contrairement à l'expression empirique de l'équation 4.16.

### Comportement asymptotique pour les modes dominés par la pression

Pour les modes dominés par la pression, la phase  $\theta_p$  est proche de 0. Le terme  $\tan\theta_p$  est donc petit, et la relation implicite de couplage définissant les modes mixtes implique que le terme  $\tan\theta_g$  est également petit. Ainsi,  $\cos^2\theta_p$  et  $\cos^2\theta_g$  sont proches de 1, d'où

$$\zeta_{\text{min}} = \left[ 1 + \frac{1}{q} \frac{\nu^2 \Delta\Pi_1}{\Delta\nu_p} \right]^{-1} = \left[ 1 + \frac{1}{q\mathcal{N}} \right]^{-1}. \quad (4.29)$$

Le terme  $1/q\mathcal{N}$  n'est pas négligeable, et  $\zeta_{\text{min}}$  diffère significativement de 1. Dans ces conditions, les modes mixtes dominés par la pression se situent aux minima de la fonction  $\zeta$ , correspondant à une valeur de  $\Delta P$  significativement inférieure à  $\Delta\Pi_1$  (Fig. 4.11).

### Comportement asymptotique pour les modes dominés par la gravité

Pour les modes dominés par la gravité, la phase  $\theta_p$  est proche de  $\pi/2$ . Le terme  $\tan \theta_p$  est donc grand, et la relation implicite de couplage définissant les modes mixtes implique que le terme  $\tan \theta_g$  est également grand. Dans ces conditions, les termes  $\cos^2 \theta_p$  et  $\cos^2 \theta_g$  sont petits, et on peut approximer les termes en  $\cos^2$  par  $1/\tan^2$ . Ainsi, on a

$$\frac{\cos^2 \theta_g}{\cos^2 \theta_p} \simeq \frac{\tan^2 \theta_p}{\tan^2 \theta_g} = \frac{q^2 \tan^2 \theta_g}{\tan^2 \theta_g} = q^2. \quad (4.30)$$

D'où la valeur

$$\zeta_{\max} = \left[ 1 + q \frac{\nu^2 \Delta \Pi_1}{\Delta \nu_p} \right]^{-1} = \left[ 1 + \frac{q}{\mathcal{N}} \right]^{-1}. \quad (4.31)$$

Le terme  $q/\mathcal{N}$  est négligeable, et  $\zeta_{\max}$  est très proche de 1. Ainsi les modes mixtes dominés par la gravité se situent aux maxima de la fonction  $\zeta$ , correspondant à une valeur de  $\Delta P$  très proche de  $\Delta \Pi_1$  (Fig. 4.11).

### Nouvelle expression de la fonction $\zeta$

Le calcul de  $\zeta$  via l'équation 4.26 présente un inconvénient majeur : les valeurs de  $\zeta$  qui reflètent effectivement le comportement des modes mixtes sont calculées pour les fréquences discrètes des modes mixtes et ne reproduisent pas toute la complexité de la fonction  $\zeta_\nu$  lorsqu'elle est considérée comme une fonction continue de la fréquence (Fig. 4.12). Ainsi, le calcul de  $\zeta$  nécessite d'abord de résoudre la relation asymptotique implicite exprimant la fréquence des modes mixtes (Eq. 3.34) pour plusieurs ordres radiaux. Cet inconvénient peut être évité en utilisant les relations trigonométriques pour dériver une autre expression de la fonction  $\zeta$  (Hekker et al. 2018 [71]). On reformule le terme  $\cos^2 \theta_g / \cos^2 \theta_p$  comme

$$\frac{\cos^2 \theta_g}{\cos^2 \theta_p} = \frac{1}{\cos^2 \theta_p} \frac{1}{1 + \tan^2 \theta_g}. \quad (4.32)$$

La relation asymptotique des modes mixtes (Eq. 3.28) implique que  $\tan^2 \theta_g = \tan^2 \theta_p / q^2$ . On a donc

$$\frac{\cos^2 \theta_g}{\cos^2 \theta_p} = \frac{1}{\cos^2 \theta_p + \frac{1}{q^2} \tan^2 \theta_p \cos^2 \theta_p}. \quad (4.33)$$

On a finalement

$$\frac{\cos^2 \theta_g}{\cos^2 \theta_p} = \frac{1}{\cos^2 \theta_p + \frac{1}{q^2} \sin^2 \theta_p}. \quad (4.34)$$

Ainsi la fonction  $\zeta$  s'exprime

$$\zeta = \left[ 1 + \frac{\nu^2}{q} \frac{\Delta \Pi_1}{\Delta \nu_p} \frac{1}{\frac{1}{q^2} \sin^2 \left( \pi \frac{\nu - \nu_p}{\Delta \nu_p} \right) + \cos^2 \left( \pi \frac{\nu - \nu_p}{\Delta \nu_p} \right)} \right]^{-1}. \quad (4.35)$$

Sous cette forme,  $\zeta$  présente l'avantage d'être une fonction continue de la fréquence et est donc bien plus rapide à calculer (Fig. 4.11). Je me sers de l'équation 4.35 pour obtenir des spectres en période corrigée.

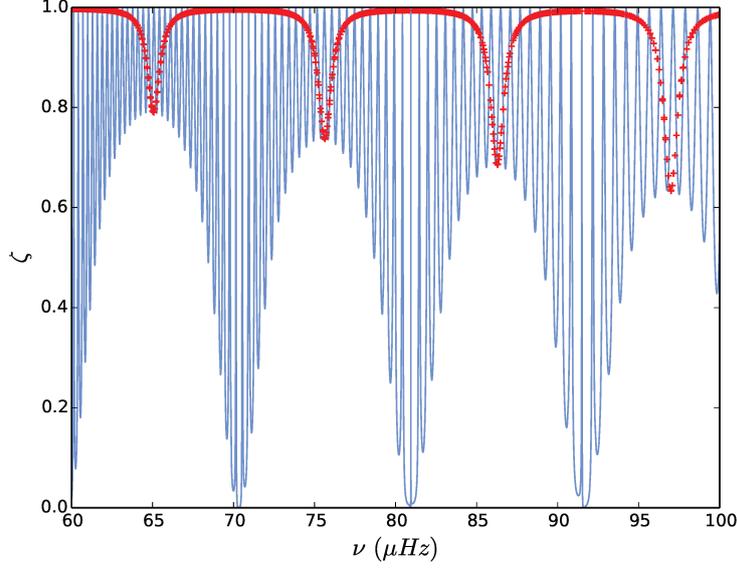


Figure 4.12 – Superposition de la fonction  $\zeta_\nu$  considérée comme une fonction continue de la fréquence, en bleu, et de la fonction  $\zeta$  calculée pour les fréquences discrètes des modes mixtes, en rouge.

#### 4.4.2 Les spectres en période corrigée

L'équation différentielle qui relie la fréquence et la période s'exprime

$$\frac{d\nu}{\nu} = -\frac{dP}{P}. \quad (4.36)$$

Or l'équation 4.26 implique que  $\Delta\Pi_1 = \Delta P / \zeta$ . L'espacement en période corrigée des modes mixtes  $\Delta\tau$  étant par définition égal à  $\Delta\Pi_1$ , l'équation différentielle reliant la période et la période corrigée s'écrit

$$d\tau = \frac{dP}{\zeta}. \quad (4.37)$$

Finalement, l'équation différentielle reliant la période corrigée et la fréquence est (Mosser et al. 2015 [114])

$$d\tau = -\frac{1}{\zeta} \frac{d\nu}{\nu^2}. \quad (4.38)$$

Au sein des spectres en période corrigée, les modes mixtes d'ordre azimutal  $m = 0$ , non perturbés par la rotation, sont régulièrement espacés de la période  $\Delta\Pi_1$  (Fig. 4.13).

#### Relation entre la fréquence et la période modifiée par la rotation

La rotation perturbe la fréquence des oscillations et la modifie : la fréquence  $\nu$  est décalée de  $\nu - m \delta\nu_{\text{rot}}$ . Or le splitting rotationnel s'écrit (Goupil et al. 2013 [63])

$$\delta\nu_{\text{rot}} = \zeta \delta\nu_{\text{rot,core}} + \delta\nu_{\text{rot,env}}(1 - \zeta), \quad (4.39)$$

avec la contribution de l'enveloppe qui est négligée car le cœur tourne bien plus vite que l'enveloppe.

Dans ces conditions,  $\nu$  est décalée de  $\nu - m \zeta \delta\nu_{\text{rot,core}}$ .

De la même façon, la rotation modifie également la période des oscillations associées au même ordre azimutal  $m$ . Dans ces conditions, l'équation 4.36 devient

$$dP_m = -\frac{d\nu}{(\nu - m \zeta \delta\nu_{\text{rot,core}})^2}. \quad (4.40)$$

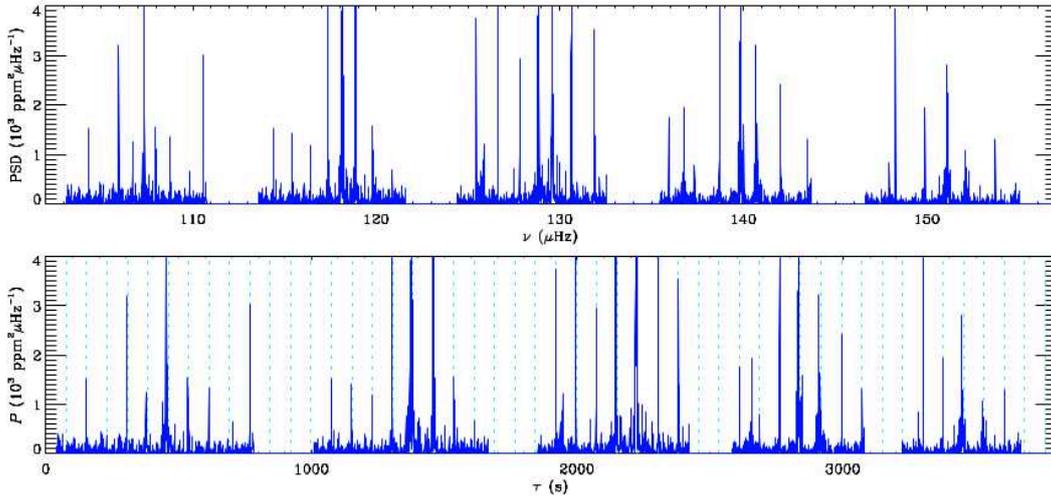


Figure 4.13 – *Haut* : Spectre d'oscillation en fréquence de la géante rouge KIC 9145955, où le fond a été soustrait (Vrard et al. 2016 [153]). Les gammes de fréquence où aucun mode d'oscillation n'est visible correspondent aux modes radiaux et quadrupolaires, qui ont été retirés du spectre. *Bas* : Même spectre en période corrigée, où les pointillés bleu ciel indiquent un peigne de Dirac régulier de période  $\Delta\Pi_1$ .

En factorisant par  $1/\nu^2$ , on a

$$dP_m = -\frac{d\nu}{\nu^2 \left(1 - m\zeta \frac{\delta\nu_{\text{rot,core}}}{\nu}\right)^2}. \quad (4.41)$$

Puisque  $\delta\nu_{\text{rot,core}}/\nu \ll 1$ , un développement limité au premier ordre en  $\delta\nu_{\text{rot,core}}/\nu$  donne

$$dP_m = -\frac{d\nu}{\nu^2} \left(1 + 2m\zeta \frac{\delta\nu_{\text{rot,core}}}{\nu}\right). \quad (4.42)$$

Ainsi l'espacement en période entre deux modes modes mixtes consécutifs possédant le même ordre azimutal  $m$  s'exprime

$$\Delta P_m = \Delta P \left(1 + 2m\zeta \frac{\delta\nu_{\text{rot,core}}}{\nu}\right), \quad (4.43)$$

avec  $\Delta P$  l'intervalle de période entre modes mixtes d'ordre azimutal nul.

Finalement,  $\Delta P_m$  dépend de  $\Delta\Pi_1$  comme

$$\Delta P_m = \zeta \Delta\Pi_1 \left(1 + 2m\zeta \frac{\delta\nu_{\text{rot,core}}}{\nu}\right). \quad (4.44)$$

### Relation entre la période et la période corrigée modifiée par la rotation

L'équation 4.37 implique que la rotation modifie l'espacement en période corrigée. Au lieu d'avoir  $\Delta\tau_m = \Delta\Pi_1$ , l'écart en période corrigée entre deux modes mixtes consécutifs possédant le même ordre azimutal  $m$  s'exprime

$$\Delta\tau_m = \frac{\Delta P_m}{\zeta}. \quad (4.45)$$

En introduisant l'équation 4.44, on obtient finalement (Mosser et al. 2015 [114])

$$\Delta\tau_m = \Delta\Pi_1 \left(1 + 2m\zeta \frac{\delta\nu_{\text{rot,core}}}{\nu}\right). \quad (4.46)$$

On peut approximer  $\zeta$  comme le rapport entre le nombre de modes de gravité et le nombre de modes de pression par intervalle de fréquence de largeur  $\Delta\nu$ . L'équation 4.46 devient alors

$$\Delta\tau_m \simeq \Delta\Pi_1 \left(1 + 2m \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{N} + 1} \frac{\delta\nu_{\text{rot,core}}}{\nu}\right). \quad (4.47)$$

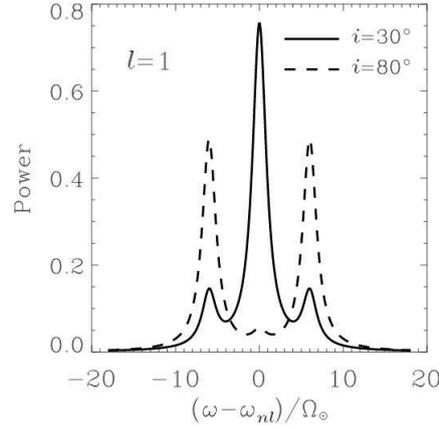


Figure 4.14 – Impact de l’inclinaison stellaire sur la visibilité des composantes du multiplet rotationnel des modes mixtes dipolaires (Gizon & Solanki 2003 [61]). La courbe en traits pleins correspond à une inclinaison de  $30^\circ$ , la courbe en pointillés correspond à une inclinaison de  $80^\circ$ .

## 4.5 Diagrammes échelle en période corrigée

L’équation 4.47 implique que les modes mixtes d’ordre azimutal  $m = 0$  sont régulièrement espacés en période corrigée de l’intervalle  $\Delta\Pi_1$ . Les modes mixtes d’ordre azimutal  $m \neq 0$  ont un espacement en période corrigée différent mais proche de  $\Delta\Pi_1$  lorsque la rotation n’est pas trop rapide, car dans ces conditions  $\delta\nu_{\text{rot,core}} / \nu \ll 1$ . Cette propriété nous permet de replier le spectre en période corrigée sur  $\Delta\Pi_1$  pour construire un diagramme échelle représentant la fréquence en fonction de  $\tau$  modulo  $\Delta\Pi_1$ , c’est-à-dire en fonction de  $\tau + k\Delta\Pi_1$  où  $k$  est un entier. Dans ces conditions, les modes associés à un même ordre azimutal forment des alignements qui sont faciles à identifier, comme nous allons le voir par la suite. En particulier, les modes associés à  $m = 0$  s’alignent verticalement.

Cependant, le nombre de composantes rotationnelles visibles dépend de l’inclinaison de l’axe de rotation de l’étoile par rapport à nous. La figure 4.14 illustre l’influence de l’inclinaison stellaire sur la visibilité des composantes rotationnelles. Lorsque l’inclinaison de l’axe de rotation de l’étoile est faible, seule la composante centrale associée à  $m = 0$  est principalement visible. La visibilité des composantes d’ordre azimutal non nul est très faible. Lorsque l’inclinaison stellaire est importante, la situation s’inverse et les deux composantes rotationnelles associées à  $m = \pm 1$  sont clairement visibles alors que la visibilité de la composante associée à  $m = 0$  devient proche de zéro.

En pratique, nous observons trois cas différents pour des valeurs d’inclinaison stellaire comprises entre  $0$  et  $90^\circ$ . Dans le cas où l’inclinaison est élevée et où l’étoile est vue par l’équateur ou proche de l’équateur, seules les deux composantes rotationnelles associées à  $m = \pm 1$  sont visibles (Fig. 4.14). Lorsque l’inclinaison de l’étoile est intermédiaire, les trois composantes rotationnelles sont visibles. La visibilité des composantes associées à  $m = \pm 1$  diminue et la visibilité de la composante associée à  $m = 0$  augmente lorsque l’inclinaison se rapproche de  $0^\circ$ . Enfin, quand l’inclinaison est faible et que l’étoile est vue par le pôle ou proche du pôle, la situation s’inverse, seule la composante rotationnelle associée à  $m = 0$  est visible (Fig. 4.14).

La construction de diagrammes échelle de bonne qualité, permettant d’identifier les composantes rotationnelles de façon automatique, nécessite plusieurs étapes.

### 4.5.1 Sélection des modes mixtes significatifs

La première étape consiste à s’affranchir du fond dû à la granulation, afin de ne conserver que les modes propres d’oscillation de l’étoile. La densité spectrale de puissance du fond dû à la granulation dépend de la fréquence et est estimée via une relation du type (Mosser et al. 2012 [107])

$$B(\nu) = \beta \left( \frac{\nu}{\nu_{\text{max}}} \right)^\gamma, \quad (4.48)$$

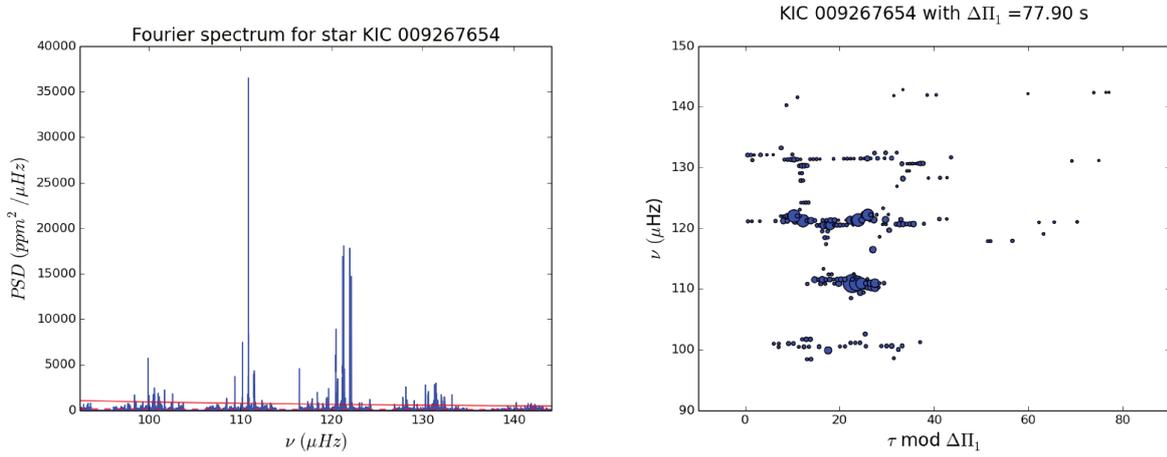


Figure 4.15 – *Gauche* : Spectre d’oscillation en fréquence de l’étoile KIC 9267654, où les modes radiaux et quadrupolaires ont été retirés. La ligne rouge représente une densité spectrale de puissance égale à huit fois le fond, calculé à partir de l’équation 4.48. *Droite* : Diagramme échelle en période corrigée de l’étoile KIC 9267654, représentant uniquement les modes mixtes dipolaires dont la densité spectrale de puissance est supérieure ou égale à huit fois le fond. La taille des symboles augmente avec la densité spectrale de puissance.

où la hauteur  $\beta$  et l’exposant  $\gamma$  prennent des valeurs réelles.

La sélection des modes significatifs repose ensuite sur un test statistique : le rapport entre la hauteur des pics et le fond doit être plus grand qu’un niveau seuil  $R_p$  de manière à rejeter l’hypothèse nulle, où du bruit seul suffit à expliquer la présence des pics (Mosser et al. 2009 [100]), soit

$$P(\nu) \geq R_p B(\nu), \quad (4.49)$$

où  $P(\nu)$  est la densité spectrale de puissance des modes d’oscillation. En pratique, le niveau du fond est très variable d’une étoile à l’autre, et il faut dans certains cas considérer une densité spectrale de puissance assez faible pour prendre en compte suffisamment de modes mixtes. Par défaut, la valeur de  $R_p$  est initialement fixée à 6, puis l’utilisateur la fait évoluer jusqu’à trouver un bon compromis, où le nombre de modes mixtes significatifs pris en compte est maximisé et le nombre de pics dus au fond de granulation est minimisé (Fig. 4.15 pour  $R_p = 8$ ).

#### 4.5.2 Sélection des modes mixtes dominés par la gravité

L’étape suivante consiste à s’affranchir des modes mixtes dominés par la pression afin de ne conserver que les modes dominés par la gravité, qui portent la signature de la rotation du cœur de l’étoile. La fréquence théorique  $\nu_p$  des modes de pression dipolaires purs est calculée à l’aide du motif d’oscillation universel pour  $\ell = 1$  (Eq. 3.14). Les modes dipolaires ont tous un caractère mixte dans le cas des géantes rouges, et les modes dominés par la pression sont dispersés autour des fréquences  $\nu_p$ . En pratique, je considère que les modes présents dans un intervalle de fréquence de largeur  $0.095 \Delta\nu$  autour des fréquences  $\nu_p$  sont des modes dominés par la pression (Fig. 4.16).

Les modes dominés par la pression ont une durée de vie courte et ne sont pas résolus en fréquence. Un mode dominé par la pression forme ainsi des interférences au sein du spectre d’oscillation, dans un intervalle de fréquence étroit. Lors du passage en période corrigée, la correction induite par  $\zeta$  pour obtenir un espacement régulier des modes mixtes est la plus importante pour les modes dominés par la pression. En effet,  $\zeta$  s’écarte sensiblement de 1 pour ces modes (Fig. 4.11). Dans ces conditions, le terme en  $1/\zeta$  de l’équation 4.37 implique que l’espacement entre les modes dominés par la pression est considérablement étiré lors du changement de variable en période corrigée. La dispersion de ces modes est ainsi bien plus importante en période corrigée qu’en fréquence, et les modes dipolaires dominés par la pression dessinent des alignements horizontaux au sein des diagrammes échelle (Fig. 4.16). Ces structures brouillent les alignements quasi verticaux dessinés par les modes dominés par la gravité, c’est pourquoi il faut exclure les modes dominés par la pression du spectre d’oscillation.

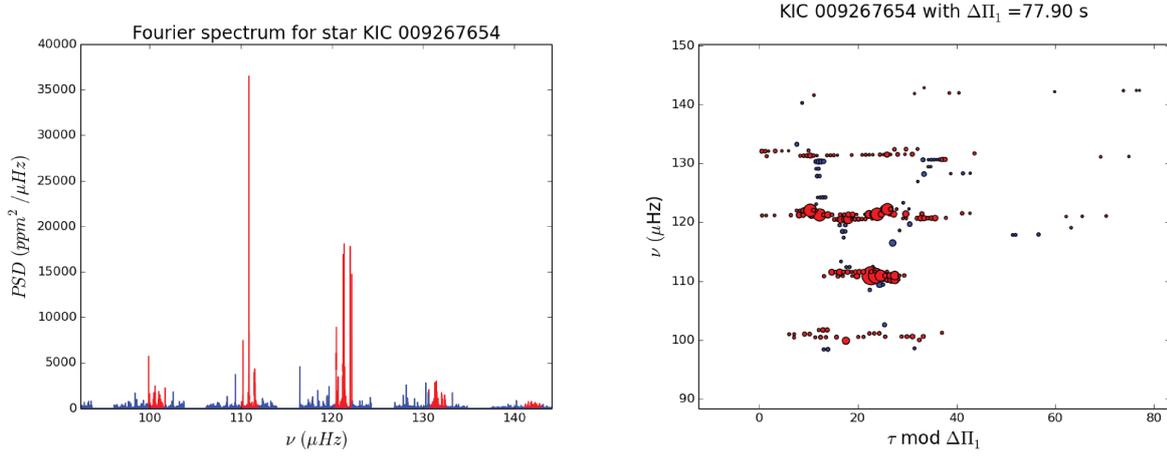


Figure 4.16 – Même représentation que la Figure 4.15, où les modes mixtes dipolaires dominés par la pression, repérés à partir de l'équation 3.14, sont représentés en rouge.

### 4.5.3 Lissage des diagrammes échelle

L'étape finale consiste à lisser les diagrammes échelles afin de mettre en évidence de manière optimale les alignements dessinés par les composantes rotationnelles. En effet, certains modes dominés par la gravité ont une durée de vie trop courte pour être résolus en fréquence et présentent une petite dispersion en période corrigée (Fig. 4.17 à gauche). Pour limiter cet effet qui perturbe les alignements observés, je barycentre les pics très proches les uns des autres au sein du diagramme échelle, typiquement les pics dont l'espacement en fréquence est inférieur à  $10^{-1} \mu\text{Hz}$  et dont l'espacement en  $x = \tau \bmod \Delta\Pi_1$  est inférieur à 3 (Fig. 4.17 à droite). La fréquence, la valeur de  $x$  et la densité spectrale de puissance du pic barycentré sont calculées comme

$$\nu_b = \frac{\sum_{i=1}^n P(i) \nu(i)}{\sum_{i=1}^n P(i)}, \quad (4.50)$$

$$x_b = \frac{\sum_{i=1}^n P(i) x(i)}{\sum_{i=1}^n P(i)}, \quad (4.51)$$

$$P_b = \frac{\sum_{i=1}^n P(i)}{n}, \quad (4.52)$$

où  $n$  représente le nombre de pics à barycentrer.

A l'issue de ces différentes étapes, les diagrammes échelle en période corrigée sont optimisés pour permettre l'identification automatique des composantes rotationnelles.

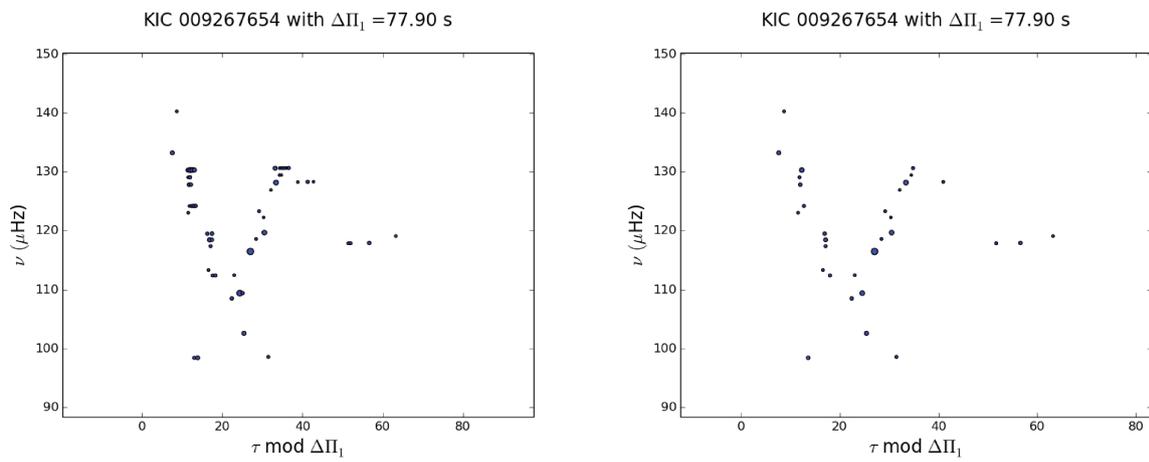


Figure 4.17 – *Gauche* : Diagramme échelle en période corrigée de l'étoile KIC 9267654 représentant uniquement les modes mixtes dipolaires dominés par la gravité. *Droite* : Même représentation une fois que les modes mixtes trop proches ont été barycentrés.



## Chapitre 5

# Identification automatique des composantes du multiplet rotationnel associé à la rotation du cœur

L'identification visuelle des composantes rotationnelles est aisée en utilisant des diagrammes échelle en période corrigée. Il est maintenant possible de développer une méthode permettant d'identifier automatiquement ces composantes rotationnelles et d'en déduire une mesure du splitting rotationnel lié à la rotation du cœur.

### 5.1 Utilisation de la transformée de Hough

Selon l'équation 4.47, les composantes rotationnelles d'ordres azimutaux différents dessinent des alignements rectilignes dans un diagramme échelle en période corrigée représentant  $\tau$  en fonction de  $\tau$  modulo  $\Delta\Pi_1$ , dont l'identification permet de dériver une mesure de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ . L'identification de ces alignements peut se faire en utilisant des droites de la forme  $y = ax + b$ , où  $x$  et  $y$  sont les coordonnées cartésiennes des modes dominés par la gravité,  $a$  et  $b$  représentent respectivement la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite considérée. Cependant, les composantes rotationnelles sont quasi verticales au sein des diagrammes échelle en période corrigée. L'équation précédente s'avère alors problématique car la pente tend vers l'infini, et la détermination de la pente et de l'ordonnée à l'origine est hautement imprécise. Dans ces conditions, j'ai dans un premier temps pensé utiliser la transformée de Hough, qui est habituellement utilisée pour détecter des droites ou des formes arbitraires dans une image (Ballester 1994 [5]), pour identifier de manière automatique les composantes rotationnelles (Gehan et al. 2016 [58]). La transformée de Hough utilise les coordonnées polaires  $(\rho, \theta)$  pour caractériser la position et l'orientation de la droite (Fig. 5.1) :  $\theta$  correspond à l'angle entre la droite perpendiculaire à l'alignement considéré et l'axe des abscisses,  $\rho$  représente la distance entre l'alignement considéré et l'origine. La transformée de Hough permet ainsi de repérer avec précision les droites proches de la verticale qui représentent les composantes rotationnelles au sein des diagrammes échelle et a été utilisée par Gehan et al. (2016) [58].

#### 5.1.1 Principe de la transformée de Hough

Le passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires s'écrit

$$\rho = \frac{x}{\cos \theta}, \quad (5.1)$$

$$\rho = \frac{y}{\sin \theta}. \quad (5.2)$$

Si l'on multiplie les relations précédentes respectivement par  $\cos^2 \theta$  et  $\sin^2 \theta$ , cela revient à écrire

$$\rho \cos^2(\theta) = x \cos \theta, \quad (5.3)$$

$$\rho \sin^2(\theta) = y \sin \theta. \quad (5.4)$$

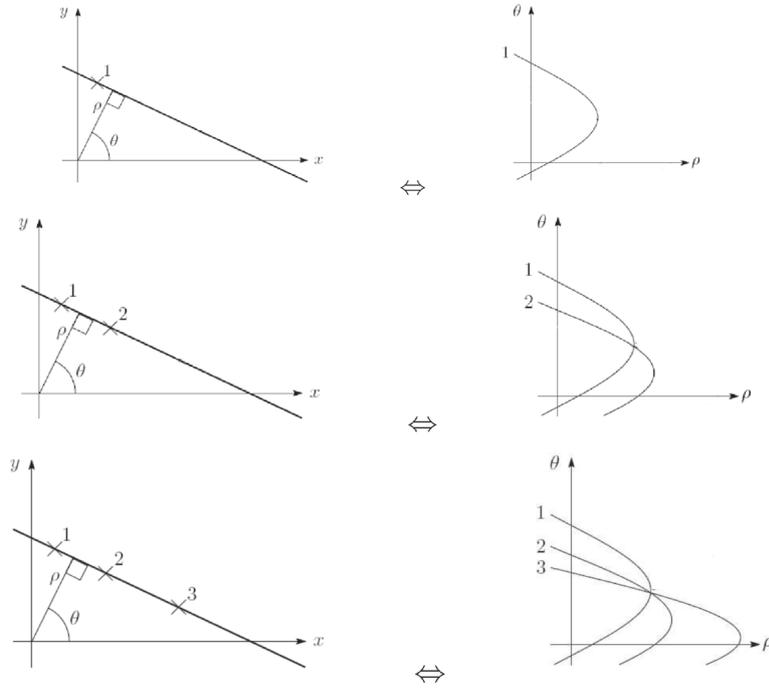


Figure 5.1 – Principe de la transformée de Hough (source : <http://slideplayer.fr/slide/1567709/>). *Haut* : Un point dans l'espace cartésien  $(x, y)$  est représenté par une sinusoïde dans l'espace de Hough  $(\rho, \theta)$ . *Milieu et bas* : Les points qui sont alignés dans l'espace cartésien sont représentés par des sinusoïdes qui s'intersectent toutes aux mêmes coordonnées  $(\rho, \theta)$  dans l'espace de Hough. Une droite est ainsi caractérisée par un couple de valeurs  $(\rho, \theta)$ .

L'addition de ces deux équations donne la relation

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta. \quad (5.5)$$

Pour un point isolé, l'angle  $\theta$  peut prendre toutes les valeurs possibles entre  $-\pi/2$  et  $+\pi/2$ . Un point donné possède un couple de coordonnées  $(x, y)$  fixes et est donc représenté par une sinusoïde dans l'espace de Hough  $(\rho, \theta)$  (Fig. 5.1 haut). Si plusieurs points sont alignés sur une même droite, leurs sinusoïdes respectives s'intersectent toutes aux mêmes coordonnées  $(\rho, \theta)$  dans l'espace de Hough (Figure 5.1 milieu et bas). Ainsi, détecter des droites dans l'espace cartésien revient à détecter des intersections dans l'espace de Hough.

### 5.1.2 Mesure de $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ à partir de la transformée de Hough

Les modes mixtes étant observés dans une gamme de fréquence limitée autour de  $\nu_{\text{max}}$ , on peut réécrire l'équation 4.47 en approximant  $\nu$  par  $\nu_{\text{max}}$  comme

$$\Delta\tau_m = \Delta\Pi_1 (1 + x_{\text{rot}}), \quad (5.6)$$

avec

$$x_{\text{rot}} \simeq 2m \frac{\mathcal{N}}{(\mathcal{N} + 1)} \frac{\delta\nu_{\text{rot,core}}}{\nu_{\text{max}}}. \quad (5.7)$$

La mesure de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  passe par la mesure de la valeur du paramètre  $x_{\text{rot}}$ . Il nous faut ainsi faire le lien entre les paramètres  $x_{\text{rot}}$  et  $\theta$ .

Le paramètre de Hough  $\theta$  représente l'angle existant entre la droite perpendiculaire à l'alignement considéré dans le diagramme échelle, correspondant au paramètre de Hough  $\rho$ , et l'axe des abscisses (Fig. 5.1). La trigonométrie nous indique que l'angle  $\theta$  correspond également à l'angle entre les composantes rotationnelles d'ordre azimutal  $m \neq 0$  et la composante verticale d'ordre azimutal  $m = 0$  (Fig. 5.2). Considérons le triangle rectangle dont le côté adjacent appartient à la composante verticale

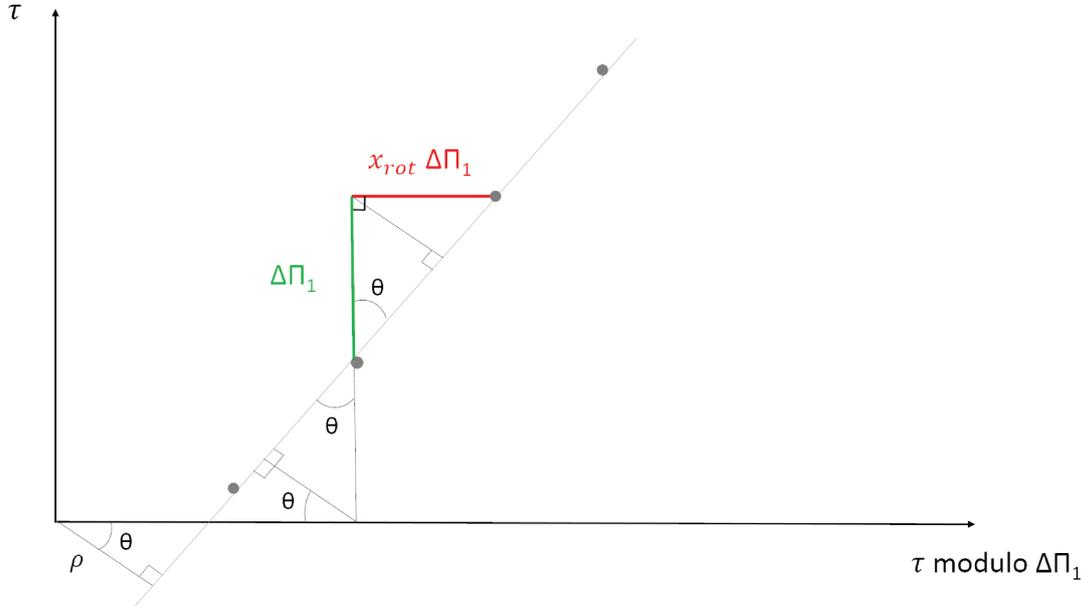


Figure 5.2 – Diagramme échelle représentant  $\tau$  en fonction de  $\tau$  modulo  $\Delta\Pi_1$ . Les pics appartenant à une composante du multiplet rotationnel d'ordre azimutal non nul sont représentés en gris clair. La droite identifiant la composante rotationnelle est également représentée en gris clair. Les paramètres de Hough  $\rho$  et  $\theta$  associés à cet alignement sont indiqués. La trigonométrie nous indique à quels endroits dans le diagramme échelle on retrouve l'angle  $\theta$ , ainsi que le lien existant entre les paramètres  $x_{\text{rot}}$  et  $\theta$ .

d'ordre azimutal  $m = 0$  et dont le côté opposé représente la distance entre cet alignement vertical et l'alignement associé à la composante rotationnelle d'ordre azimutal non nul (Fig. 5.2).

Le côté adjacent, en vert au sein du diagramme échelle, relie verticalement deux pics consécutifs d'ordre azimutal  $m = 0$ . Dans ces conditions,  $\Delta\tau = \Delta\Pi_1$  (Fig. 5.2).

Le côté opposé, en rouge au sein du diagramme échelle, relie horizontalement deux pics appartenant à des composantes rotationnelles différentes, respectivement à la composante d'ordre azimutal non nul et à la composante d'ordre azimutal  $m = 0$ . L'espace en  $\tau$  entre ces deux pics découle de l'équation 5.6 et s'écrit

$$\Delta\tau_{m \neq 0} - \Delta\tau_{m=0} = \Delta\Pi_1 (1 + x_{\text{rot}}) - \Delta\Pi_1 = \Delta\Pi_1 x_{\text{rot}}. \quad (5.8)$$

L'opération modulo est définie comme

$$x \bmod y = x - y \left\lfloor \frac{x}{y} \right\rfloor, \quad (5.9)$$

où  $x$  et  $y$  sont deux réels. Ainsi, la valeur du côté opposé du triangle rectangle considéré au sein du diagramme échelle s'exprime

$$(\Delta\Pi_1 x_{\text{rot}}) \bmod \Delta\Pi_1 = \Delta\Pi_1 x_{\text{rot}} - \Delta\Pi_1 \left\lfloor \frac{\Delta\Pi_1 x_{\text{rot}}}{\Delta\Pi_1} \right\rfloor = \Delta\Pi_1 x_{\text{rot}} - \Delta\Pi_1 \lfloor x_{\text{rot}} \rfloor. \quad (5.10)$$

En pratique, la déviation de  $\Delta\tau_m$  par rapport à  $\Delta\Pi_1$  est très petite (Eq. 5.6), et  $x_{\text{rot}} \leq 2\%$ . Dans ces conditions,  $\lfloor x_{\text{rot}} \rfloor = 0$  et le côté opposé du triangle rectangle, en rouge, s'exprime  $x_{\text{rot}} \Delta\Pi_1$  (Fig. 5.2).

Les côtés opposé et adjacent du triangle rectangle étant maintenant connus, la trigonométrie implique finalement que

$$\tan \theta = \frac{x_{\text{rot}} \Delta\Pi_1}{\Delta\Pi_1} = x_{\text{rot}}. \quad (5.11)$$

En pratique,  $\tan \theta \leq 2\%$  donc  $\theta \leq 1\%$  et un développement limité au premier ordre donne  $x_{\text{rot}} = \theta$ .

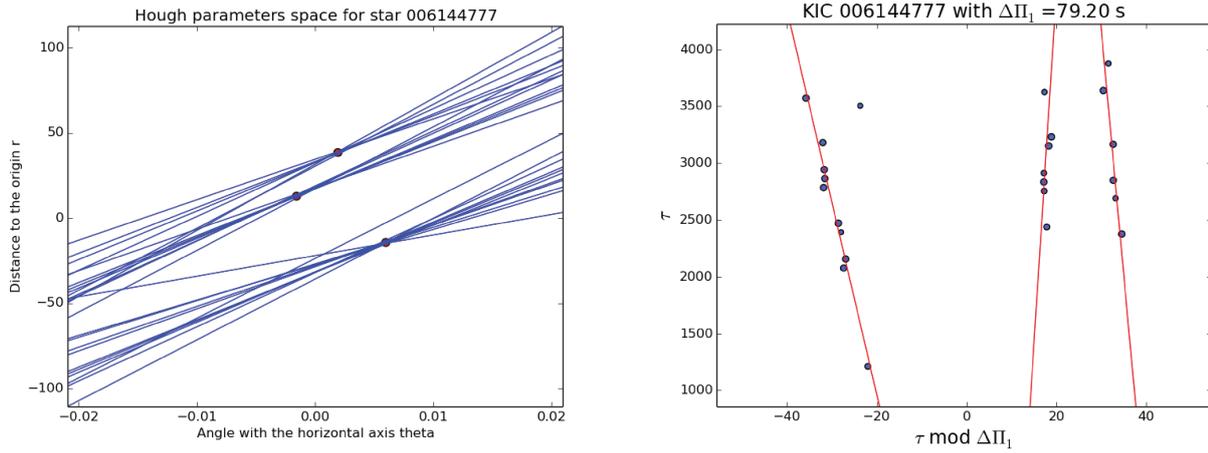


Figure 5.3 – *Gauche* : Résultat de l’application de la transformée de Hough à l’étoile KIC 6144777. Les points rouges indiquent les valeurs  $(\rho, \theta)$  correspondant aux composantes rotationnelles identifiées. *Droite* : Diagramme échelle représentant  $\tau$  en fonction de  $\tau$  modulo  $\Delta\Pi_1$  pour l’étoile KIC 6144777. Les composantes rotationnelles correspondant aux ordres azimutaux  $m = \{-1, 0, 1\}$  sont représentées par des points bleus. Les droites rouges représentent l’identification automatique de chaque composante via la transformée de Hough.

### 5.1.3 Application pratique

L’algorithme que j’ai développé se base de manière itérative sur chacun des pics du diagramme échelle afin de rechercher tous les alignements possibles, pour lesquels  $-\pi/150 < \theta < +\pi/150$  afin de ne pas prendre en compte des alignements trop éloignés de la verticale. Chaque alignement est représenté par une droite associée à un angle  $\theta$ . Un pic est considéré aligné le long d’une droite si  $|\rho_{\text{synth}} - \rho_{\text{peak}}| \leq \Delta\Pi_1/80$ , où  $\rho_{\text{synth}}$  et  $\rho_{\text{peak}}$  correspondent respectivement aux paramètres de Hough de la droite calculée et du pic considéré. L’algorithme calcule ainsi les valeurs de  $\rho$  et  $\theta$  de chaque alignement trouvé. Une fois que les intersections d’un pic avec les autres ont été trouvées, ce pic n’est plus pris en compte aux itérations suivantes afin de ne pas compter deux fois les mêmes intersections. Lorsque tous les alignements ont été identifiés au sein du diagramme échelle, l’algorithme recherche ensuite les coordonnées  $(\rho, \theta)$  correspondant aux droites identifiant les composantes rotationnelles présentes. Cela revient à rechercher les coordonnées  $(\rho, \theta)$  pour lesquelles le nombre d’intersections dans l’espace de Hough est le plus important (Fig. 5.3 gauche). Selon le nombre de composantes rotationnelles visibles, l’algorithme identifie une, deux ou trois valeurs de  $\theta$ .

Dans le cas où seule la composante associée à  $m = 0$  est visible, il n’est pas possible d’obtenir une mesure de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ . Il est cependant possible d’améliorer la précision sur la mesure de  $\Delta\Pi_1$ . En effet, le paramètre  $\theta$  doit être nul lorsque  $m = 0$ , donc la mesure de  $\Delta\Pi_1$  est ajustée comme  $\Delta\Pi_1 = \Delta\Pi_{1,\text{ini}}(1 - \theta)$ .

Si les deux composantes associées à  $m = \pm 1$  sont visibles, les deux valeurs de  $\theta$  doivent être égales et de signe opposé. L’algorithme calcule ainsi la valeur de  $\theta$  correspondant à  $x_{\text{rot}}$  comme  $\theta - \theta_{\text{mean}}$ , où  $\theta$  correspond indifféremment à la composante associée à  $m = +1$  ou  $m = -1$ , et  $\theta_{\text{mean}}$  est la moyenne des deux valeurs de  $\theta$  mesurées. La mesure de  $\Delta\Pi_1$  peut également être améliorée comme  $\Delta\Pi_1 = \Delta\Pi_{1,\text{ini}}(1 - \theta_{\text{mean}})$ .

Enfin, dans le cas où les trois composantes rotationnelles sont visibles, la composante associée à  $m = 0$  possède une valeur  $\theta_0$  intermédiaire par rapport aux deux autres composantes. La valeur de  $\theta$  correspondant à  $x_{\text{rot}}$  est ainsi calculée comme la moyenne de  $\theta - \theta_0$  pour les deux composantes associées à  $m = \pm 1$ . Comme la valeur  $\theta_0$  est censée être nulle, la mesure de  $\Delta\Pi_1$  peut également être améliorée comme  $\Delta\Pi_1 = \Delta\Pi_{1,\text{ini}}(1 - \theta_0)$ .

La mesure du splitting rotationnel découle ensuite directement de l’équation 5.7. Pour chacune des

Table 5.1 – Mesure de splittings rotationnels  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  via la transformée de Hough, avec les incertitudes  $\delta(\delta\nu_{\text{rot,core}})$  et incertitudes relatives  $\delta(\delta\nu_{\text{rot,core}})/\delta\nu_{\text{rot,core}}$  associées.

KIC	$\delta\nu_{\text{rot,core}}$ (nHz)	$\delta(\delta\nu_{\text{rot,core}})$ (nHz)	$\delta(\delta\nu_{\text{rot,core}})/\delta\nu_{\text{rot,core}}$ (%)
3526061	412	18	4.3
6144777	266	31	11.6
7430666	287	36	12.6
8081497	597	20	3.4
8475025	274	10	3.6
9267654	497	15	3.0
10866415	323	41	12.6
11550492	378	37	9.8

droites identifiant les composantes rotationnelles, l'incertitude  $\sigma_1$  sur l'angle  $\theta$  est calculée via une méthode des moindres carrés non linéaire. L'incertitude sur  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  découle finalement de l'incertitude  $\sigma$  sur  $x_{\text{rot}}$  via l'équation 5.7, calculée comme

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}. \quad (5.12)$$

Une vérification visuelle est ensuite effectuée en représentant au sein du diagramme échelle les droites qui ajustent les composantes rotationnelles dans l'espace cartésien (Fig. 5.3 droite). L'équation de la droite en coordonnées cartésiennes  $(x, y)$  est déterminée à partir de ses paramètres de Hough  $(\rho, \theta)$ . Les relations liant les coordonnées cartésiennes aux paramètres de Hough dérivent de l'équation 5.5 et s'expriment

$$x = \frac{\rho - y \sin \theta}{\cos \theta}, \quad (5.13)$$

$$y = \frac{\rho - x \cos \theta}{\sin \theta}. \quad (5.14)$$

Afin de calculer l'équation cartésienne de la droite, deux cas limites sont considérés. Dans le premier cas, on considère que  $y_1 = 0$  ; dans ces conditions,  $x_1 = \rho / \cos \theta$ . Dans le deuxième cas, on considère que  $x_2 = 0$  ; dans ces conditions,  $y_2 = \rho / \sin \theta$ . La pente  $a$  et l'ordonnée à l'origine  $b$  de la droite sont ainsi calculées comme

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2}{x_1}, \quad (5.15)$$

$$b = y_2 - a x_2 = y_2. \quad (5.16)$$

L'algorithme basé sur la transformée de Hough a ainsi permis de mesurer automatiquement  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  pour une dizaine d'étoiles (Table 5.1).

#### 5.1.4 Limites de la méthode

La précision sur la mesure de  $x_{\text{rot}}$  n'est pas très bonne car la méthode nous donne deux ou trois valeurs de  $\theta$  selon le nombre de composantes rotationnelles présentes, qu'il faut moyenner. Dans ces conditions, les incertitudes sur  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  restent relativement élevées (Table 5.1). De plus, la méthode recherche des alignements proches de la verticale, il se peut donc que l'identification des composantes rotationnelles soit incorrecte en cas d'erreur de mesure suffisamment importante sur  $\Delta\Pi_1$ . Enfin, la méthode recherche des alignements sans se servir d'un motif préexistant incluant une, deux ou trois composantes rotationnelles. Il est ainsi possible que les alignements préférentiels ne correspondent pas aux composantes rotationnelles, mais à des alignements incluant des pics appartenant à différentes composantes.

Dans ces conditions, j'ai privilégié une méthode plus prometteuse, basée sur la construction de diagrammes échelle synthétiques représentant  $\nu$  en fonction de  $\tau$  modulo  $\Delta\Pi_1$ .

## 5.2 Construction de diagrammes échelle synthétiques

La méthode que j'ai mise en place pour identifier de manière automatique les composantes rotationnelles passe par la construction de diagrammes échelle synthétiques à partir de l'équation 4.47. Je commence par construire des périodes correspondant à des modes de gravité purs non perturbés par la rotation, associés à  $m = 0$ . Dans ces conditions, les périodes sont régulièrement espacées de l'intervalle  $\Delta\Pi_1$ , telles que

$$P_0 = \tau_0 = n_m \Delta\Pi_1, \quad (5.17)$$

où l'ordre radial des modes mixtes  $n_m$  prend des valeurs entières. Les fréquences des modes de gravité purs non perturbés par la rotation sont ensuite calculées comme

$$\nu_0 = \frac{1}{P_0}. \quad (5.18)$$

La méthode est basée sur l'utilisation de périodes corrigées, où tous les modes mixtes dipolaires non perturbés par la rotation sont espacés de  $\Delta P = \Delta\Pi_1$ . Dans ces conditions, tous les modes dipolaires se comportent comme des modes de gravité purs, et  $\zeta = 1$ . Les fréquences et les espacements élémentaires en période corrigée des modes associés à  $m = \pm 1$  sont ainsi calculés comme

$$\nu_{\pm} = \nu_0 \pm \delta\nu_{\text{rot,core}}, \quad (5.19)$$

$$d\tau_{\pm} = \Delta\Pi_1 \left( 1 \pm 2 \frac{\delta\nu_{\text{rot,core}}}{\nu_0} \right). \quad (5.20)$$

Les périodes des modes associées à  $m = \pm 1$  sont ensuite calculées comme

$$P_{\pm} = \frac{1}{\nu_{\pm}}. \quad (5.21)$$

Finalement, les périodes corrigées des modes associés à  $m = \pm 1$  sont calculées comme

$$\tau_{\pm} = P_{\pm,\text{max}} \pm d\tau_{\pm}, \quad (5.22)$$

où  $P_{\pm,\text{max}}$  représente la période maximale calculée pour les modes associés à  $m = \pm 1$ .

La Figure 5.4 présente un diagramme échelle synthétique construit à partir des équations précédentes. On constate que les composantes rotationnelles se croisent plusieurs fois au sein du spectre théorique. Ces croisements entre composantes rotationnelles d'ordres azimutaux différents sont similaires à ce que montre Ouazzani et al. (2013) [115] pour des spectres de géantes rouges théoriques. Cependant, ces croisements se produisent ici à des fréquences de rotation du cœur  $\langle\Omega\rangle_{\text{core}}/2\pi$  plus faibles, comprises entre 200 et 2000 nHz, par rapport à la fréquence  $\langle\Omega\rangle_{\text{core}}/2\pi = 8 \mu\text{Hz}$  à laquelle ont lieu les premiers croisements dans l'étude de Ouazzani et al. (2013) [115].

Ce diagramme échelle synthétique peut être interprété à l'aide de la relation exprimant la condition pour avoir un croisement des composantes rotationnelles, qui s'écrit

$$\delta\nu_{\text{rot}} = k \frac{\delta\nu}{2}, \quad (5.23)$$

où  $\delta\nu$  est l'espacement en fréquence des modes mixtes et  $k$  est un entier positif déterminant l'ordre, c'est-à-dire le numéro, du croisement.

En utilisant l'équation 4.36, l'espacement en fréquence entre modes mixtes consécutifs s'exprime

$$\delta\nu = \nu^2 \Delta P. \quad (5.24)$$

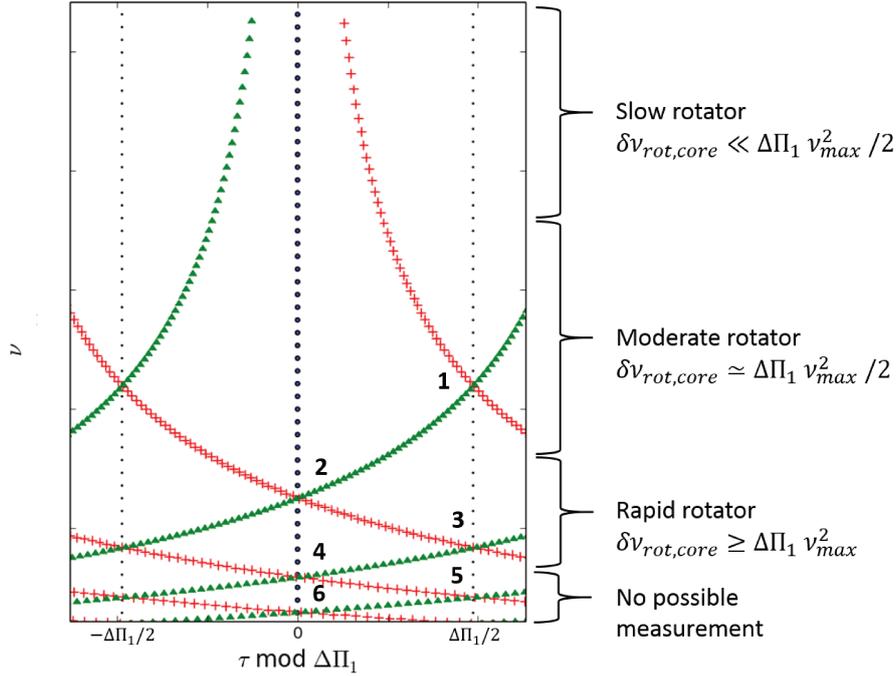


Figure 5.4 – Diagramme échelle synthétique en période corrigée, construit à partir de l'équation 4.47. Les couleurs indiquent l'ordre azimutal : les composantes rotationnelles associées à  $m = \{-1, 0, +1\}$  sont respectivement représentées par les triangles verts, les points bleus et les croix rouges. Les petits points noirs représentent  $\tau \bmod \Delta\Pi_1 = \pm \Delta\Pi_1/2$ . Les numéros signalent l'ordre du croisement (Eq. 5.23).

L'équation 4.26 nous donne

$$\Delta P = \zeta \Delta\Pi_1. \quad (5.25)$$

En utilisant l'équation 4.39 pour le splitting rotationnel dans le cas où la contribution de l'enveloppe est négligée, ainsi que les équations 5.24 et 5.25, l'équation 5.23 devient

$$\delta\nu_{\text{rot,core}} = k \frac{\nu_k^2 \Delta\Pi_1}{2}, \quad (5.26)$$

où les  $\nu_k$  sont les fréquences pour lesquelles un croisement des composantes rotationnelles d'ordre  $k$  a lieu. Ainsi, les fréquences auxquelles des croisements ont lieu dépendent de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  et  $\Delta\Pi_1$  comme

$$\nu_k = \sqrt{\frac{2 \delta\nu_{\text{rot,core}}}{k \Delta\Pi_1}}. \quad (5.27)$$

Si on considère des étoiles qui ont la même valeur de  $\Delta\Pi_1$  mais des valeurs différentes de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ , les croisements des composantes rotationnelles ont lieu à des fréquences différentes, d'autant plus élevées que  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  est grand. Dans ces conditions, le motif de la Figure 5.4 est translaté verticalement vers les hautes fréquences, et le nombre de croisements visibles augmente. De plus, pour une étoile ayant des valeurs de  $\Delta\Pi_1$  et de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  fixes, l'équation 5.27 implique que l'ordre du croisement décroît avec la fréquence (Fig. 5.4) ; à haute fréquence, les composantes rotationnelles sont presque parallèles et aucun croisement n'est possible. Enfin, l'équation 5.27 nous indique que l'espacement en fréquence des croisements augmente avec la fréquence (Fig. 5.4).

Comme nous l'avons vu dans la Section 4.1.1, la parité de l'ordre du croisement  $k$  modifie le motif dessiné par les composantes rotationnelles au sein du diagramme échelle (Fig. 5.4). Lorsque  $k$

Table 5.2 – Détermination de l'ordre  $k$  du croisement pour l'étoile KIC 9267654 avec  $\Delta\Pi_1 = 77.9$  s. Ordre  $k$  du croisement observé, fréquences  $\{\nu_{k-1}, \nu_k, \nu_{k+1}\}$  où un croisement a lieu et valeurs de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  associées.

$k$	$\nu_{k-1}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_k$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{k+1}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\delta\nu_{\text{rot,core}}$ (nHz)
1	-	108.0	76.4	454
2	152.7	108.0	88.2	909
3	132.3	108.0	93.5	1363
4	124.7	108.0	96.6	1817

est pair, les trois composantes associées aux ordres azimutaux  $m = \{-1, 0, 1\}$  se croisent à  $\tau \bmod \Delta\Pi_1 = 0$  ; lorsque  $k$  est impair, seules les composantes associées à  $m = \pm 1$  se croisent à  $\tau \bmod \Delta\Pi_1 = \pm \Delta\Pi_1/2$ .

En pratique, les modes mixtes sont observés dans un intervalle de fréquence limité au sein du diagramme échelle, et on n'observe en général que deux ou trois croisements au maximum. Dans ces conditions, la Figure 5.4 peut être interprétée de la manière suivante à l'aide de l'équation 5.26.

La partie supérieure où  $\delta\nu_{\text{rot,core}} \ll \Delta\Pi_1 \nu_{\text{max}}^2 / 2$  correspond à des rotations du cœur lentes, pour lesquelles aucun croisement n'apparaît. Ces cas simples sont le plus souvent rencontrés sur le bas de la branche des géantes rouges.

La partie intermédiaire, où le premier croisement a lieu, correspond à des rotations du cœur modérées pour lesquelles  $\delta\nu_{\text{rot,core}} \simeq \Delta\Pi_1 \nu_{\text{max}}^2 / 2$ . Ces cas compliqués correspondent à la majorité des étoiles évoluées observées par *Kepler*, où les composantes rotationnelles peuvent maintenant être clairement identifiées en utilisant les périodes corrigées.

La partie inférieure correspond à des rotations du cœur rapides, pour lesquelles  $\delta\nu_{\text{rot,core}} \geq \Delta\Pi_1 \nu_{\text{max}}^2$  et les croisements sont trop nombreux pour permettre d'identifier les composantes rotationnelles dans les spectres en fréquence. Cependant, ces composantes peuvent toujours être identifiées en utilisant les périodes corrigées.

Enfin, la partie la plus inférieure correspond à des rotations du cœur très rapides, qui génèrent des croisements trop nombreux pour permettre d'identifier les composantes rotationnelles et pour lesquelles aucune mesure n'est actuellement possible.

### 5.3 Cas particulier des rotations du cœur modérées à rapides

Le cas des rotations du cœur modérées à rapides a été traité par Gehan et al. (2017) [59]. Lorsqu'un croisement est observé au sein du diagramme échelle, on peut mesurer le splitting rotationnel lié à la rotation du cœur via l'équation 5.26. Cette expression présente l'avantage de ne pas dépendre de la fonction  $\zeta$ , qu'il n'est donc pas nécessaire de calculer pour mesurer  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ . Il suffit juste d'identifier dans le diagramme échelle une des fréquences  $\nu_k$  où les composantes rotationnelles se croisent, ainsi que l'ordre du croisement  $k$ , pour obtenir une mesure précise de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  pour les étoiles dont la rotation du cœur est modérée à rapide. Il est ainsi possible d'appliquer cette méthode aux étoiles pour lesquelles  $\Delta\Pi_1$  est connu, ce qui représente près de 5000 étoiles (Vrard et al. 2016 [153]).

#### 5.3.1 Identification de l'ordre du croisement observé

L'ordre du croisement  $k$  est a priori inconnu. Afin de couvrir toutes les possibilités, les différentes valeurs possibles de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  sont dans un premier temps calculées via l'équation 5.26 pour des valeurs de  $k$  comprises entre 1 et 4. Puis les fréquences de croisement  $\nu_{k-1}$  et  $\nu_{k+1}$ , associées aux ordres de croisement voisins de l'ordre  $k$ , sont calculées pour les différentes valeurs de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  possibles via l'équation 5.27. L'existence ou l'absence de croisements possibles à  $\tau \bmod \Delta\Pi_1 = \pm \Delta\Pi_1/2$  permet finalement d'identifier l'ordre du croisement  $k$ , et donc de mesurer  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ .

Un exemple est donné dans la Table 5.2 pour l'étoile KIC 9267654, pour laquelle un croisement est observé à la fréquence  $\nu_k = 108 \mu\text{Hz}$  (Fig. 4.17). L'ordre du croisement est selon toute probabilité

Table 5.3 – Mesure de splittings rotationnels

KIC	$k$	$\Delta\Pi_1$ (s)	$\nu_{k-1}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_k$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{k+1}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\delta\nu_{\text{rot,core}}$ (nHz)
5380775	3	78.20	91.9	75.0	65.0	660
6949009	2	72.79	113.1	80.0	65.3	466
7257175	2	72.60	134.4	95.0	77.6	655
7267119	3	73.90	98.0	80.0	69.3	709
9227589	4	76.00	207.8	180.0	161.0	4925
10387370	3	70.80	89.4	73.0	63.2	566

$k = 1$ , car aucun croisement n'a visiblement lieu à plus haute fréquence si l'on prolonge les courbes formées par les composantes rotationnelles d'ordre azimutal  $m = \pm 1$ . Dans ces conditions, on mesure  $\delta\nu_{\text{rot,core}} = 454$  nHz pour cette étoile (Table 5.2). J'ai appliqué cette méthode à six autres étoiles pour lesquelles les composantes rotationnelles d'ordre azimutal différent se chevauchent (Table 5.3).

### 5.3.2 Incertitudes sur la mesure du splitting rotationnel

L'incertitude sur la mesure de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  s'exprime par définition

$$\delta(\delta\nu_{\text{rot,core}}) = \sqrt{\left[\frac{\partial(\delta\nu_{\text{rot,core}})}{\partial(\Delta\Pi_1)}\right]^2 \delta(\Delta\Pi_1)^2 + \left[\frac{\partial(\delta\nu_{\text{rot,core}})}{\partial(\nu_k)}\right]^2 \delta\nu_k^2}, \quad (5.28)$$

où  $\delta(\Delta\Pi_1)$  et  $\delta\nu_k$  sont respectivement les incertitudes sur  $\Delta\Pi_1$  et sur  $\nu_k$ .

Le développement de l'équation 5.28 en utilisant l'équation 5.26 pour  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  donne

$$\frac{\delta(\delta\nu_{\text{rot,core}})}{\delta\nu_{\text{rot,core}}} = \sqrt{\left[\frac{\delta(\Delta\Pi_1)}{\Delta\Pi_1}\right]^2 + 4 \left[\frac{\delta\nu_k}{\nu_k}\right]^2}. \quad (5.29)$$

Les valeurs typiques des incertitudes relatives sont  $\delta(\Delta\Pi_1)/\Delta\Pi_1 \simeq 1\%$  et  $\delta\nu_k/\nu_k \simeq 1\%$ . Ainsi, l'incertitude relative sur  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  est  $\delta(\delta\nu_{\text{rot,core}})/\delta\nu_{\text{rot,core}} \simeq 3\%$ , plus petite qu'en utilisant la transformée de Hough (Section 5.1).

## 5.4 Une méthode adaptée à la mesure de rotations du cœur lentes à rapides

La méthode développée dans la Section 5.3 n'est applicable qu'aux étoiles dont les composantes rotationnelles présentent au moins un croisement au sein du diagramme échelle en période corrigée, pour lesquelles  $\delta\nu_{\text{rot,core}} > (k/2)\Delta P/P^2$ . J'ai ainsi développé une méthode permettant de mesurer précisément  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ , qu'il y ait ou non chevauchement des composantes rotationnelles. Cette méthode, permettant de mesurer aussi bien des rotations lentes que rapides, est basée sur la corrélation du spectre observé avec différents spectres synthétiques (Gehan et al. 2018 [60]).

### 5.4.1 Sélection des modes mixtes importants

Afin de limiter le temps de calcul, la corrélation du spectre observé avec des spectres synthétiques ne se base pas sur tous les modes mixtes dominés par la gravité présents au sein du diagramme échelle en période corrigée, mais uniquement sur les modes mixtes présentant une densité spectrale de puissance suffisamment élevée. Le caractère stochastique de l'excitation des oscillations peut produire localement une valeur de densité spectrale de puissance très élevée. Dans ces conditions, la sélection des modes importants n'est pas basée sur le mode dominé par la gravité présentant la valeur maximale de densité spectrale de puissance, mais sur le troisième mode le plus important, présentant une valeur de densité spectrale de puissance  $P_3$ . L'algorithme considère que les modes mixtes importants ont

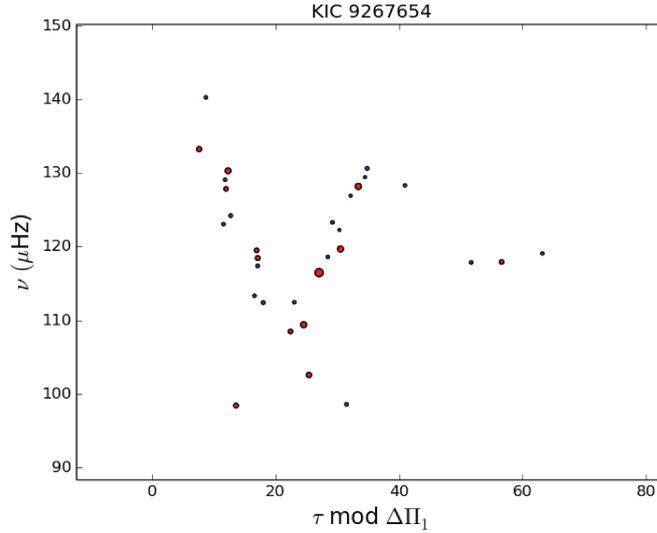


Figure 5.5 – Même figure que la Figure 4.17, où les modes mixtes importants sont représentés en rouge.

une densité spectrale de puissance  $P(\nu) > 0.25 P_3$  (Fig. 5.5). Dans le cas où tous les modes dominés par la gravité présents dans le diagramme échelle satisfont ce critère, l’algorithme considère que les modes importants ont une densité spectrale de puissance supérieure à la valeur médiane de la densité spectrale de puissance de tous les modes dominés par la gravité.

#### 5.4.2 Corrélation du spectre observé avec différents spectres synthétiques

L’algorithme effectue ensuite la corrélation du spectre observé avec un spectre synthétique présentant plusieurs paramètres qui varient. La corrélation comprend trois grandes étapes itératives imbriquées, résumées dans le logigramme présenté dans la Figure 5.6. Comme le nombre de composantes rotationnelles visibles au sein du spectre observé est inconnu, trois types de spectres sont testés à chaque étape, contenant une, deux ou trois composantes rotationnelles. Les différentes étapes de la corrélation sont détaillées dans les sections qui suivent.

##### Variation de $\delta\nu_{\text{rot,core}}$

Le premier paramètre qui varie est le splitting rotationnel lié à la rotation du cœur  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ . En effet, nous avons vu dans la Section 5.2 que les fréquences auxquelles les composantes rotationnelles d’ordres azimutaux différents présentent un croisement dépendent de la valeur de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ . En pratique, on observe des oscillations dans un intervalle de fréquence limité, et les composantes rotationnelles synthétiques sont plus ou moins parallèles ou obliques les unes par rapport aux autres dans le diagramme échelle pour des valeurs de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  différentes. Dans ces conditions, les composantes rotationnelles observées et synthétiques coïncident lorsque la valeur de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  utilisée pour construire le spectre synthétique est la même que la valeur du splitting  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  de l’étoile observée. Ainsi, la corrélation entre le spectre observé et le spectre synthétique qui ajuste au mieux le spectre observé nous donne une mesure précise de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ .

Pour chaque étoile, l’algorithme teste des valeurs de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  typiquement rencontrées sur la branche des géantes rouges, comprises entre 100 et 1000 nHz avec un pas de 10 nHz. En effet, la méthode n’est pas adaptée pour des valeurs  $\delta\nu_{\text{rot,core}} < 100$  nHz ou  $\delta\nu_{\text{rot,core}} > 1000$  nHz : lorsque le splitting est trop petit, les composantes rotationnelles sont trop proches pour être distinguées de manière non ambiguë au sein des diagrammes échelle ; lorsque le splitting est trop grand, les composantes rotationnelles se chevauchent sur plusieurs ordres radiaux, et les nombreux croisements visibles rendent leur identification difficile.

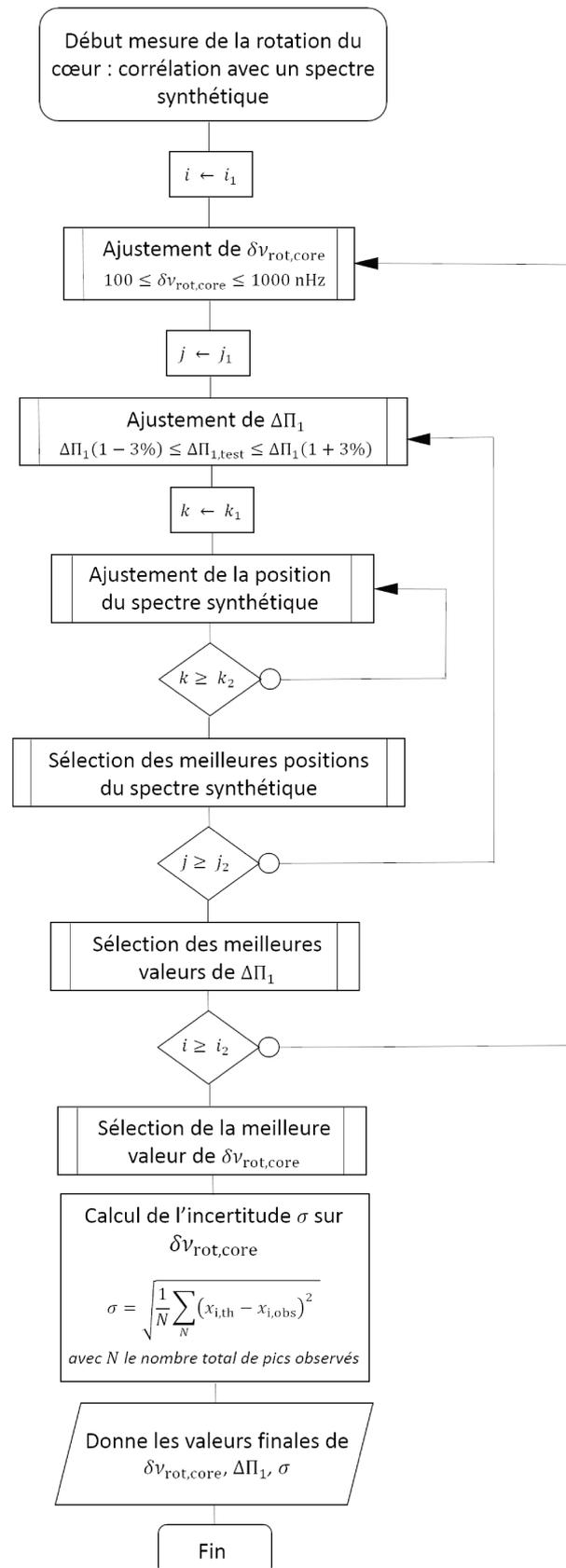


Figure 5.6 – Logigramme représentant les grandes étapes intervenant dans la corrélation du spectre observé avec un spectre synthétique afin de mesurer la rotation moyenne du cœur. Les rectangles représentent les différentes étapes de l’algorithme. Les rectangles avec une double barre verticale sur les côtés indiquent les étapes qui correspondent à des sous-programmes, incluant différentes étapes de calcul. Les flèches représentent ici des boucles itératives. Les losanges représentent un choix ; si la condition énoncée est remplie, l’algorithme sort de la boucle et avance vers les autres étapes, du haut vers le bas dans le logigramme ; sinon, l’algorithme reste dans la boucle et revient à l’étape précédente. A chaque itération, les valeurs des variables de contrôle  $i$ ,  $j$  et  $k$  sont incrémentées entre les valeurs initiales  $i_1$ ,  $j_1$ ,  $k_1$  et les valeurs finales  $i_2$ ,  $j_2$ ,  $k_2$ . Le parallélogramme représente les sorties fournies par l’algorithme une fois l’ensemble des opérations achevées.

### Variation de $\Delta\Pi_1$

Le deuxième paramètre qui varie est la période de repliement  $\Delta\Pi_1$  du spectre observé. En effet, la mesure de  $\Delta\Pi_1$  peut être imprécise lorsque seul un faible nombre de modes dominés par la gravité est observé. Ce cas se présente soit lorsque les modes mixtes sont de faible amplitude et ont une densité spectrale de puissance très faible (Mosser et al. 2017 [104]), soit sur le haut de la branche des géantes rouges, où les modes dominés par la gravité ont des inerties très importantes et ne peuvent pas être observés (Grosjean et al. 2014 [65]). De plus, même de petites variations de  $\Delta\Pi_1$  suffisent à modifier l'inclinaison des composantes rotationnelles au sein du diagramme échelle. Si la mesure de  $\Delta\Pi_1$  n'est pas assez précise, les composantes rotationnelles ne sont alors plus symétriques par rapport à la verticale et la corrélation avec le spectre synthétique (Fig. 5.4) a de grandes chances d'échouer. Ainsi, la méthode de corrélation que j'ai mise en place permet non seulement de mesurer avec une grande précision le splitting rotationnel  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ , mais également d'améliorer la précision sur la mesure de  $\Delta\Pi_1$  jusqu'à 0.1 %.

L'algorithme utilise les mesures de  $\Delta\Pi_1$  de Vrad et al. (2016) [153] comme première estimation, puis teste des valeurs  $\Delta\Pi_{1,\text{test}}$  dans l'intervalle  $\Delta\Pi_1(1 \pm 0.03)$  avec un pas de 0.1 s.

### Translation du spectre synthétique

Le troisième et dernier paramètre qui varie est le mode mixte important sur lequel s'appuie la corrélation avec le spectre synthétique. Plusieurs positions du spectre synthétique par rapport au spectre observé sont testées, où le spectre synthétique est successivement translaté et centré sur chacun des modes mixtes importants sélectionnés dans la Section 5.4.1 (Fig. 5.7).

Trois cas se présentent, correspondant aux trois types de spectres qui sont testés à chaque étape. Lorsque le spectre synthétique testé comporte uniquement la composante rotationnelle associée à  $m = 0$ , l'abscisse de cette composante est successivement centrée sur les abscisses des différents pics importants au sein du spectre observé. Lorsque le spectre synthétique testé comporte deux ou trois composantes rotationnelles, c'est toujours l'abscisse de la composante associée à  $m = +1$  qui est successivement centrée sur les abscisses des différents pics importants au sein du spectre observé (Fig. 5.7).

Pour chaque position du spectre synthétique testée, l'algorithme calcule le nombre de pics alignés le long des composantes rotationnelles synthétiques. Je considère de manière empirique qu'un pic est aligné le long d'une composante si

$$|\tau_{\text{peak}} - \tau_{\text{synth}}| \leq \frac{\Delta\Pi_1}{30}, \quad (5.30)$$

où  $\tau_{\text{peak}}$  est la période corrigée du pic observé et  $\tau_{\text{synth}}$  est la période corrigée de la composante synthétique, résultant de l'interpolation du spectre synthétique à la fréquence du pic observé. Le spectre synthétique testé est conservé si au moins quatre pics sont alignés le long des composantes rotationnelles synthétiques, sinon il est rejeté.

Pour chaque position du spectre synthétique testée, l'algorithme calcule également la moyenne de la somme des résidus au carré correspondant aux pics alignés le long des composantes rotationnelles synthétiques, comme

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\tau_{\text{peak},i} - \tau_{\text{synth},i})^2}{n}, \quad (5.31)$$

où  $n$  est le nombre total de pics alignés le long des composantes rotationnelles synthétiques. La valeur de  $\chi^2$  représente ainsi une estimation de la dispersion des valeurs observées  $\tau_{\text{peak}}$  autour des valeurs synthétiques  $\tau_{\text{synth}}$ .

Pour un type de spectre synthétique testé, contenant une, deux ou trois composantes rotationnelles,

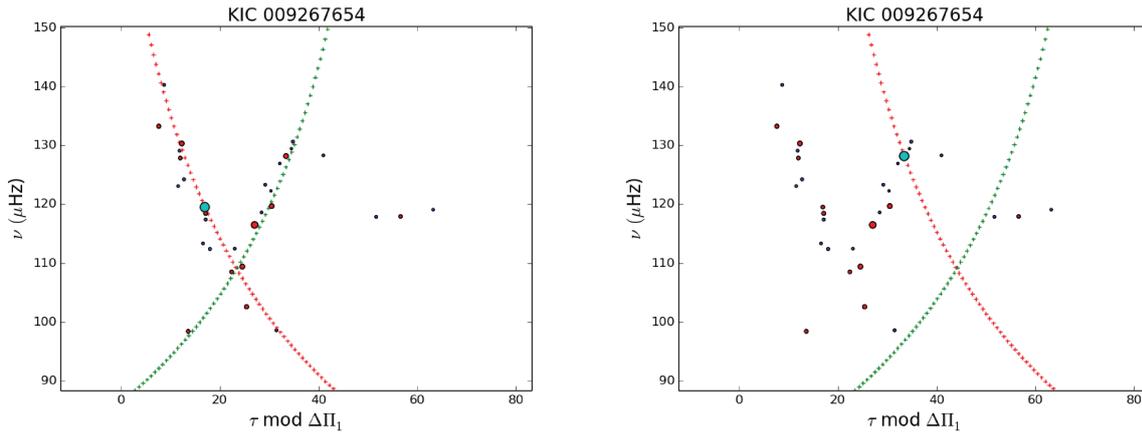


Figure 5.7 – Même représentation que la Figure 5.5, présentant la corrélation du spectre observé avec un spectre synthétique contenant deux composantes rotationnelles. Deux exemples de corrélation sont représentés, basés sur deux modes mixtes importants représentés en bleu clair dans chacun des diagrammes. Les composantes rotationnelles synthétiques associées à  $m = \pm 1$  sont respectivement représentées en rouge et vert.

l’algorithme considère que le meilleur ajustement du spectre observé est celui qui maximise le nombre  $n$  de pics alignés le long des composantes synthétiques. Lorsque plusieurs valeurs de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  et  $\Delta\Pi_{1,\text{test}}$  correspondent au même nombre  $n$  de pics alignés, alors la meilleure configuration est celle qui minimise la valeur de  $\chi^2$ .

La Figure 5.7 présente deux exemples de corrélations, basées sur deux pics importants au sein du spectre observé pour des valeurs de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  et  $\Delta\Pi_1$  identiques. La configuration présentée dans la figure de droite est rejetée par l’algorithme car trop peu de pics du spectre observé sont alignés le long des composantes synthétiques ; en revanche, la configuration présentée dans la figure de gauche est l’une des meilleures possibles car un maximum de pics sont alignés le long des composantes synthétiques.

### Sélection du nombre de composantes rotationnelles visibles

Les étapes précédentes sont toutes automatisées et identifient le spectre synthétique qui ajuste au mieux le spectre observé pour chacun des trois types de spectres testés, contenant une, deux ou trois composantes rotationnelles. À ce stade, il nous reste au plus trois possibilités de spectres synthétiques, correspondant à trois valeurs possibles pour  $\Delta\Pi_{1,\text{test}}$  et  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ . L’étape finale consiste à sélectionner le spectre synthétique qui reproduit le nombre de composantes rotationnelles observées. Cette étape n’est pas automatisée et je sélectionne la configuration optimale après inspection visuelle. Ceci permet de m’assurer que le spectre synthétique final ajuste au mieux le spectre observé. Si aucune des solutions proposées par l’algorithme n’est satisfaisante, ce qui peut par exemple être le cas lorsqu’un nombre non négligeable de modes ayant une courte durée de vie ou de degré angulaire  $\ell = 3$  sont présents, je considère que la corrélation a échoué. Lorsque la méthode de corrélation permet d’identifier le spectre synthétique qui ajuste au mieux le spectre observé, l’algorithme donne une mesure de  $\Delta\Pi_{1,\text{test}}$  et  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ .

### Mesure plus précise de $\delta\nu_{\text{rot,core}}$

La dernière étape consiste à affiner la mesure de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ . Pour cela, l’algorithme reprend toutes les étapes précédentes en ne faisant varier que  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  puisque la valeur finale de  $\Delta\Pi_{1,\text{test}}$  ainsi que le nombre de composantes rotationnelles sont maintenant connus. L’algorithme utilise la valeur de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  mesurée grâce aux étapes précédentes comme valeur d’entrée, puis des variations de  $\delta\nu_{\text{rot,core}} \pm 15$  nHz sont testées avec un pas de 5 nHz. La solution finale est celle qui minimise l’équation 5.31.

L’algorithme incluant l’ensemble des étapes de corrélation du spectre observé avec des spectres syn-

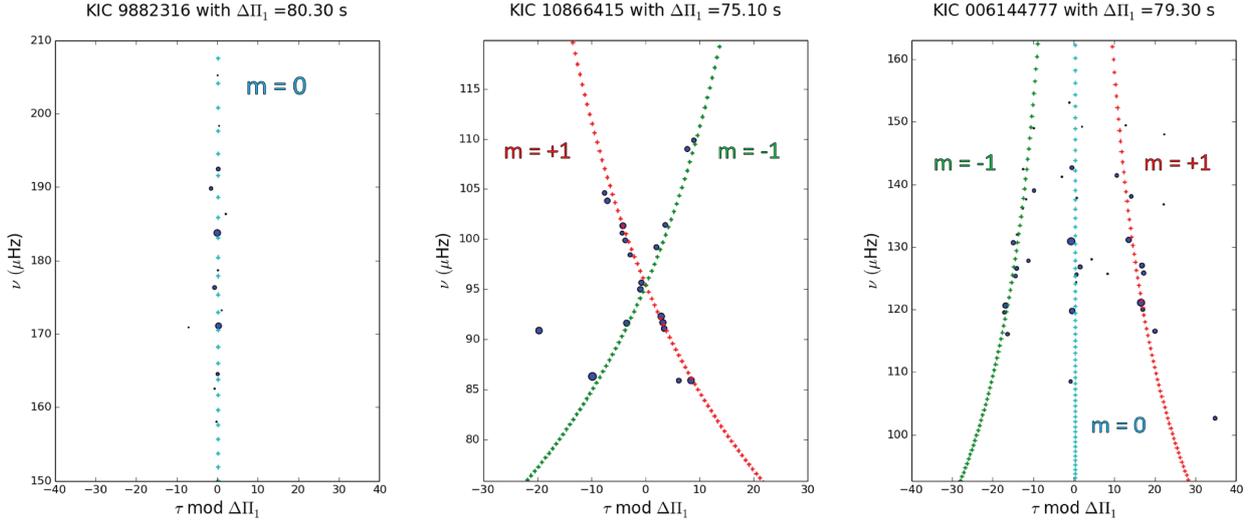


Figure 5.8 – Diagrammes échelle en période corrigée pour des étoiles de la branche des géantes rouges avec différentes inclinaisons stellaires. Les composantes rotationnelles sont identifiées de façon automatique via une corrélation du spectre observé avec un spectre synthétique construit à partir de l’équation 4.47. Les couleurs indiquent l’ordre azimutal : les composantes rotationnelles associées à  $m = \{-1, 0, +1\}$  sont respectivement représentées en vert, bleu ciel et rouge. La taille des symboles augmente avec la densité spectrale de puissance. *Gauche* : Étoile vue par le pôle, pour laquelle seule la composante associée à  $m = 0$  est visible. *Milieu* : Étoile vue par l’équateur, pour laquelle les composantes associées à  $m = \{-1, +1\}$  sont visibles. *Droite* : Étoile présentant une inclinaison intermédiaire, pour laquelle les trois composantes rotationnelles sont visibles.

Table 5.4 – Mesure de splittings rotationnels

KIC	$\delta\nu_{\text{rot,core}}$ (nHz)	$\sigma$ (nHz)
9267654	460	5
9882316	-	-
10866415	345	4
6144777	230	4

thétiques converge au bout d’une durée comprise entre 30 s et 2 min par étoile. Cette durée dépend essentiellement du nombre de modes mixtes importants sélectionnés dans la Section 5.4.1, sur lesquels se base la corrélation. Des exemples d’identification automatique des composantes rotationnelles via la corrélation du spectre observé avec des spectres synthétiques sont présentés dans la Figure 5.8 pour trois étoiles présentant différentes inclinaisons stellaires. Les mesures de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  associées sont présentées dans la Table 5.4. Lorsque l’étoile est vue par le pôle ou proche du pôle comme KIC 9882316, aucune information sur la rotation interne ne peut être obtenue.

### 5.4.3 Incertitudes sur la mesure du splitting rotationnel

L’incertitude  $\sigma$  sur la mesure de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  est calculée via l’équation 5.31 en prenant en compte uniquement les pics pour lesquels

$$|\tau_{\text{peak}} - \tau_{\text{synth}}| \leq \frac{\Delta\Pi_1}{3}. \quad (5.32)$$

Les autres pics ne sont pas pris en compte dans le calcul de l’incertitude car ils sont trop loin des composantes rotationnelles pour être significatifs. Ces pics peuvent être dus à des résidus du fond, à des modes dominés par la pression qui n’ont pas été retirés du spectre ou encore à des modes de degré angulaire  $\ell = 3$ . Les incertitudes mesurées sont de l’ordre de 10 nHz ou moins.

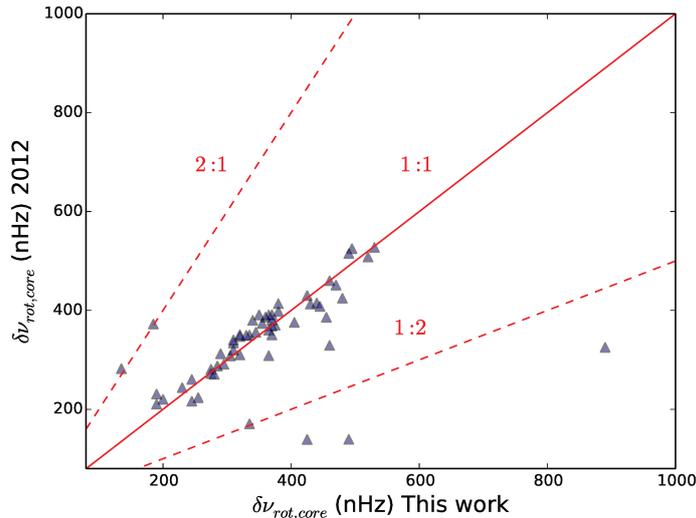


Figure 5.9 – Comparaison des mesures de splitting rotationnel lié à la rotation du cœur obtenues grâce à la méthode de corrélation développée dans la Section 5.4, avec les mesures de Mosser et al. (2012) [109] sur la branche des géantes rouges. La droite rouge représente la relation 1:1. Les droites en pointillés rouges représentent les relations 1 : 2 et 2 : 1.

#### 5.4.4 Comparaison aux mesures précédentes

Afin de m’assurer de la performance de la méthode, je l’ai appliquée aux 85 étoiles de la branche des géantes rouges étudiées par Mosser et al. (2012) [109]. La méthode propose une identification satisfaisante des composantes rotationnelles dans 79 % des cas (Gehan et al. 2018 [60]). Néanmoins, dans certains cas seule la composante associée à  $m = 0$  est détectée alors que Mosser et al. (2012) [109] ont obtenu des mesures de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ , qui requièrent l’existence des composantes associées à  $m = \pm 1$ . Finalement, la méthode de corrélation donne des mesures de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  pour 67 % des étoiles de l’échantillon. En considérant les mesures de Mosser et al. (2012) [109] comme référence, on peut ainsi estimer que la méthode manque environ 12 % des mesures possibles de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  en détectant uniquement la composante rotationnelle associée à  $m = 0$ , alors que les composantes d’ordres azimutaux  $m = \pm 1$  sont également présentes. Ceci arrive principalement pour les faibles inclinaisons stellaires, quand la visibilité des composantes associées à  $m = \pm 1$  est très faible comparée à la visibilité de la composante d’ordre azimutal  $m = 0$ . Dans ces conditions, les composantes associées à  $m = \pm 1$  nous apparaissent noyées dans le bruit de fond.

La différence relative entre les mesures  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  que j’ai obtenues et les mesures  $\delta\nu_{\text{rot,core,2012}}$  de Mosser et al. (2012) [109] s’exprime

$$d_r = \left| \frac{\delta\nu_{\text{rot,core}} - \delta\nu_{\text{rot,core,2012}}}{\delta\nu_{\text{rot,2012}}} \right|. \quad (5.33)$$

Au final,  $d_r < 10\%$  pour 74 % des étoiles (Fig. 5.9). Les mesures de splitting rotationnel sont supposées plus précises en utilisant la méthode de corrélation puisqu’elle se base sur les périodes corrigées calculées à partir de la fonction  $\zeta$ , alors que Mosser et al. (2012) [109] ont utilisé un profil lorentzien empirique pour reproduire la modulation observée des splittings avec la fréquence.

La Figure 5.9 représente la comparaison étoile par étoile des mesures que j’ai obtenues par rapport aux mesures de Mosser et al. (2012) [109] sur la branche des géantes rouges. La majorité des mesures obtenues dans les deux études sont proches d’une comparaison 1:1. Sur les 57 mesures de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  que j’ai obtenues, seules 7 se trouvent loin de la comparaison 1:1. Cette disparité s’explique facilement pour 3 d’entre elles, situées sur l’une des droites représentant une comparaison 1 : 2 ou 2 : 1.

Lorsque le splitting rotationnel est plus grand que la moitié de l’espace des modes mixtes, les composantes rotationnelles d’ordres azimutaux différents sont enchevêtrées. Les composantes rotationnelles associées à  $m = \pm 1$  ne sont plus situées juste à côté de la composante  $m = 0$ . Dans ces

conditions, il est possible de se tromper dans l'interprétation du spectre d'oscillation en considérant des composantes rotationnelles d'ordres radiaux différents, ce qui correspond à une mesure égale à la moitié du splitting rotationnel (Fig. 5.9).

De plus, deux cas correspondent à des spectres en fréquence très similaires. En effet, une étoile ayant un splitting rotationnel égal au quart de l'espacement des modes mixtes et une inclinaison proche de  $90^\circ$  présente des composantes associées à  $m = \pm 1$  équidistantes. Mais une étoile ayant un splitting rotationnel égal au tiers de l'espacement des modes mixtes et une inclinaison proche de  $55^\circ$  présente également des composantes rotationnelles associées à  $m = \{-1, 0, +1\}$  équidistantes. Dans ces deux configurations, toutes les composantes rotationnelles ont à peu près la même visibilité. Dans ces conditions, il est possible de confondre ces deux configurations en identifiant une composante associée à  $m = \pm 1$  comme une composante  $m = 0$ . Une telle erreur correspond à une mesure égale au double du splitting rotationnel (Fig. 5.9).

La méthode basée sur l'utilisation des périodes corrigées permet de traiter les cas compliqués correspondant à des splittings importants avec une meilleure précision par rapport à Mosser et al. (2012) [109] et évite de se tromper dans l'identification des composantes rotationnelles. Cette méthode nous permet de mesurer des splittings plus importants, puisque que les mesures qui en découlent indiquent des valeurs de splittings aussi importantes que 900 nHz alors que Mosser et al. (2012) [109] ont mesuré des valeurs maximales autour de 500 nHz (Fig. 5.9).

En conclusion, la méthode développée ici permet de mesurer des splittings rotationnels liés à la rotation du cœur avec une grande précision, meilleure que la précision atteinte par Mosser et al. (2012) [109]. Il est ainsi possible d'appliquer la méthode de corrélation du spectre observé avec différents spectres synthétiques à grande échelle, à des étoiles de la branche des géantes rouges pour lesquelles aucune mesure de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  n'est à ce jour disponible (Gehan et al. 2018 [60]).

## Chapitre 6

# Mesure à grande échelle de la rotation du cœur des étoiles de la branche des géantes rouges observées par *Kepler*

La méthode de corrélation du spectre observé avec différents spectres synthétiques que j’ai développée dans la Section 5.4 permet d’identifier de manière automatique les composantes rotationnelles au sein des spectres d’oscillation et d’en déduire une mesure du splitting rotationnel lié à la rotation du cœur  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ . Après avoir validé cette méthode en comparant les mesures de splittings rotationnels obtenues aux mesures précédentes, je l’ai appliquée à grande échelle aux étoiles de la branche des géantes rouges observées par *Kepler* afin d’étudier de quelle manière la valeur moyenne de la rotation du cœur et la pente du ralentissement dépendent des paramètres stellaires, comme la masse et la métallicité. Ces résultats font l’objet d’un article (Gehan et al. 2018 [60]).

### 6.1 Caractéristiques de l’échantillon étudié

J’ai appliqué la méthode de corrélation du spectre observé avec différents spectres synthétiques à 1725 étoiles de la branche des géantes rouges, pour lesquelles l’espacement en période des modes de gravité  $\Delta\Pi_1$  a été mesuré (Vrard et al. 2016 [153]). J’ai fait en sorte d’avoir un échantillon présentant la plus large gamme de masse stellaire possible. Afin d’avoir une bonne complétude en masse de l’échantillon, j’ai recherché toutes les étoiles de  $M > 1.9 M_\odot$ . En effet, les étoiles de masse élevée sont moins nombreuses sur la branche des géantes rouges car elles évoluent plus rapidement, contrairement à ce que l’on observe dans le *clump* qui représente un stade évolutif stable. Les étoiles de plus faible masse n’ont fait l’objet d’aucune sélection particulière, elles ont été analysées par ordre croissant de leur numéro d’identification au sein du Kepler Input Catalog.

La masse et le rayon stellaires peuvent être estimés à partir des paramètres sismiques globaux  $\Delta\nu$  et  $\nu_{\text{max}}$  via les relations d’échelle (Kjeldsen & Bedding 1995 [83], Kallinger et al. 2010 [78])

$$\frac{M}{M_\odot} = \left( \frac{\nu_{\text{max}}}{\nu_{\text{max},\odot}} \right)^3 \left( \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_\odot} \right)^{-4} \left( \frac{T_{\text{eff}}}{T_\odot} \right)^{3/2}, \quad (6.1)$$

$$\frac{R}{R_\odot} = \left( \frac{\nu_{\text{max}}}{\nu_{\text{max},\odot}} \right) \left( \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_\odot} \right)^{-2} \left( \frac{T_{\text{eff}}}{T_\odot} \right)^{1/2}, \quad (6.2)$$

où  $\nu_{\text{max},\odot} = 3050 \mu\text{Hz}$ ,  $\Delta\nu_\odot = 135.5 \mu\text{Hz}$  et  $T_\odot = 5777 \text{ K}$  sont les valeurs solaires choisies comme références (Mosser et al. 2013 [111]). J’ai utilisé les températures effectives obtenues par spectroscopie du catalogue APOKASC, où les paramètres spectroscopiques du relevé Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment (APOGEE) sont complétées par les paramètres sismiques déterminés par les membres du Kepler Asteroseismology Science Consortium (KASC) (Pinsonneault et al. 2014 [122]). Lorsque l’étoile étudiée n’est pas présente dans le catalogue, une estimation de la température

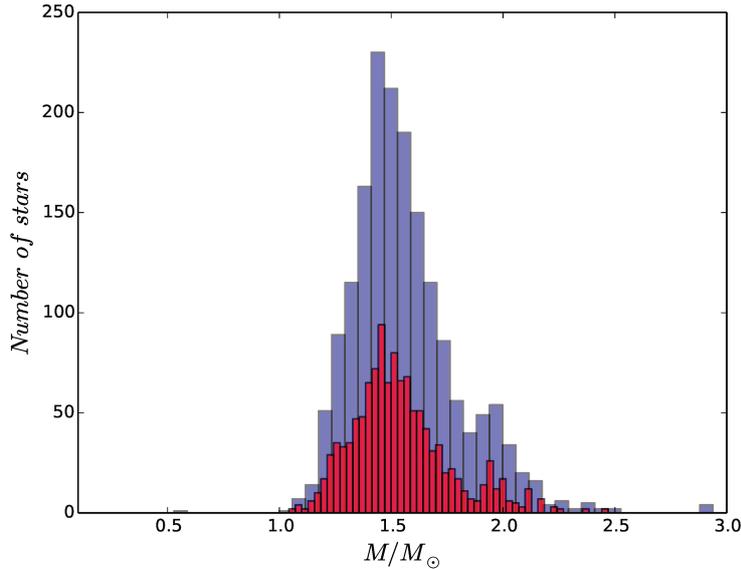


Figure 6.1 – Histogramme représentant la répartition de la masse des étoiles de l'échantillon étudié. L'échantillon initial est représenté en bleu. L'échantillon final, pour lequel la méthode a identifié de manière satisfaisante les composantes rotationnelles, est représenté en rouge.

effective est obtenue via la relation d'échelle

$$T_{\text{eff}} = 4800 \left( \frac{\nu_{\text{max}}}{40} \right)^{0.06}, \quad (6.3)$$

où  $\nu_{\text{max}}$  est exprimé en  $\mu\text{Hz}$  (Mosser et al. 2012 [107], Khan et al. 2018 [80]). La masse des étoiles de l'échantillon que j'ai étudié est essentiellement comprise entre 1 et  $2.5 M_{\odot}$  (Fig. 6.1). L'échantillon couvre ainsi une large gamme de masse, incluant à la fois des progéniteurs des *clumps* primaire et secondaire.

La méthode a proposé une identification satisfaisante des composantes rotationnelles pour 1183 étoiles de la branche des géantes rouges, ce qui représente un taux de réussite de 69 %. En excluant les étoiles dont l'inclinaison stellaire est proche de  $0^{\circ}$ , pour lesquelles seule la composante associée à  $m = 0$  est visible et où aucune information sur la rotation du cœur ne peut être obtenue (Chap. 5), la méthode a permis de mesurer le *splitting* rotationnel lié à la rotation du cœur de 875 étoiles, augmentant d'environ un facteur 10 la taille de l'échantillon par rapport à l'étude de Mosser et al. (2012) [109]. (Fig. 6.2). La masse de ces étoiles est toujours comprise entre 1 et  $2.5 M_{\odot}$ , on garde ainsi la même distribution en masse que l'échantillon initial (Fig. 6.1).

Lorsque  $\Delta\nu$  décroît, l'algorithme a de plus en plus de mal à repérer les composantes rotationnelles : 70 % des cas infructueux correspondent à  $\Delta\nu \leq 9 \mu\text{Hz}$ , c'est-à-dire à des étoiles évoluées sur la branche des géantes rouges (Fig. 6.3). En effet, plus les étoiles sont évoluées sur la branche des géantes rouges, plus l'inertie des modes mixtes dominés par la gravité augmente (Dupret et al. 2009 [44], Grosjean et al. 2014 [65]). Les modes mixtes sont alors moins visibles, rendant l'identification des composantes rotationnelles plus difficile (Mosser et al. 2018 [108]). La méthode ne parvient également pas à proposer une identification satisfaisante des composantes rotationnelles lorsque la densité de modes mixtes est trop faible : 10 % des cas infructueux correspondent à  $\mathcal{N} \leq 5$  (Fig. 6.3). Ces étoiles peu évoluées sur la branche des géantes rouges ont un faible nombre de modes mixtes dipolaires qui rend l'identification des composantes rotationnelles difficile.

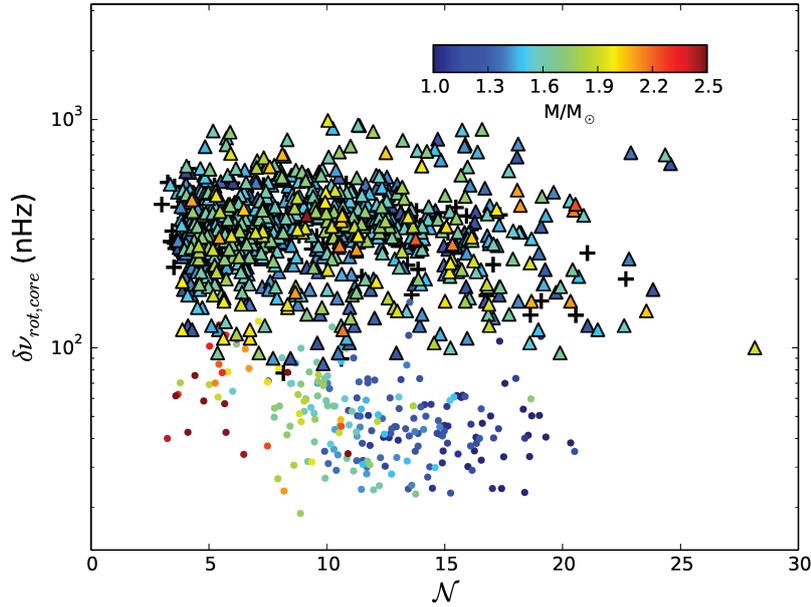


Figure 6.2 – Splitting rotationnel lié à la rotation du cœur, mesuré à partir des équations 4.47 et 4.14, en fonction de la densité de modes mixtes. La couleur indique la masse stellaire, estimée à partir des paramètres sismiques globaux. Les triangles colorés représentent les mesures sur la branche des géantes rouges obtenues en appliquant la méthode de corrélation. Les croix noires et les points colorés représentent les mesures de Mosser et al. (2012) [109], respectivement pour les étoiles de la branche des géantes rouges et pour le *clump*.

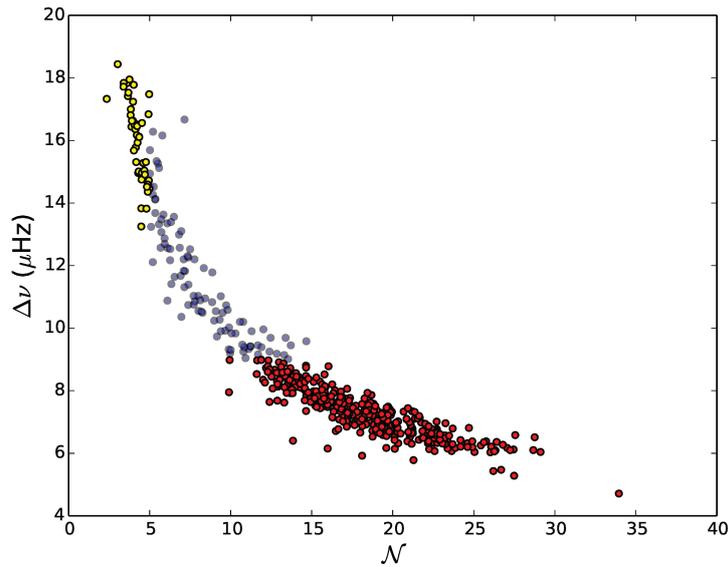


Figure 6.3 – Grande séparation en fonction de la densité de modes mixtes pour les étoiles de la branche des géantes rouges pour lesquelles la méthode de corrélation ne parvient pas à proposer une identification satisfaisante des composantes rotationnelles. Les étoiles ayant  $\mathcal{N} \leq 5$  sont représentées en jaune, les étoiles ayant  $\Delta\nu \leq 9 \mu\text{Hz}$  sont représentées en rouge.

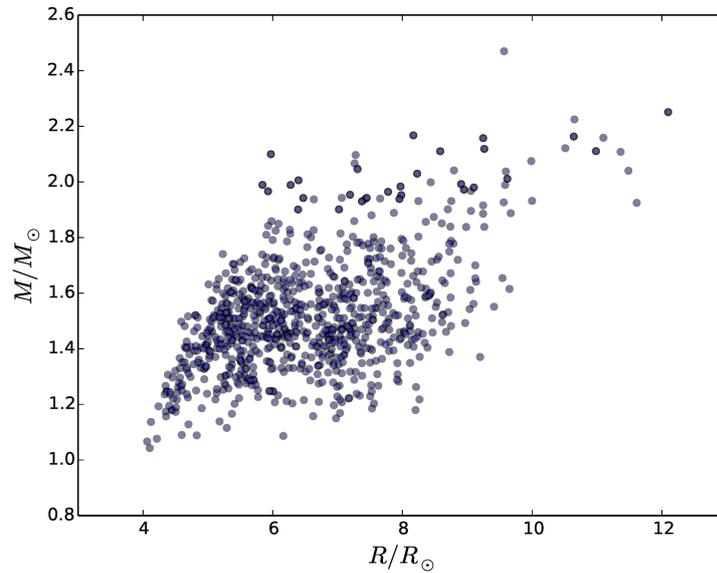


Figure 6.4 – Diagramme masse-rayon des étoiles de la branche des géantes rouges pour lesquelles les composantes rotationnelles ont été identifiées. Les points apparaissent plus foncés quand le nombre de points superposés augmente.

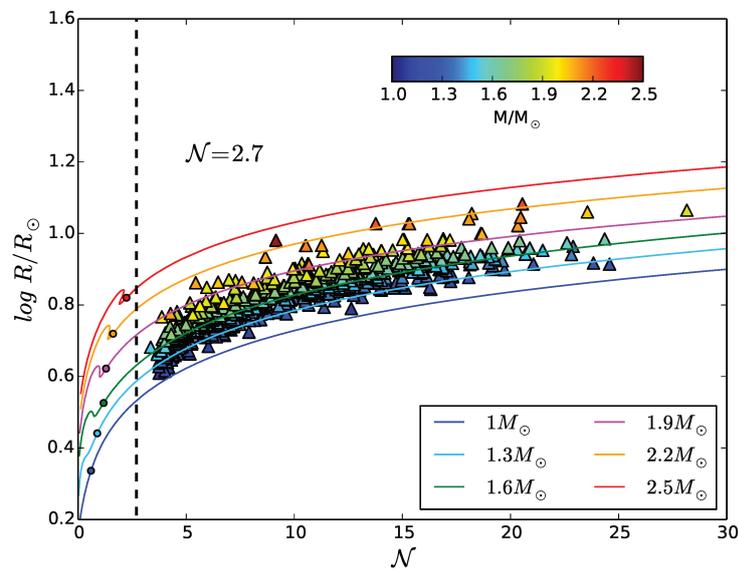


Figure 6.5 – Evolution du rayon en fonction de la densité de modes mixtes sur la branche des géantes rouges. Les triangles colorés représentent les mesures obtenues par la méthode de corrélation, la couleur indiquant la masse estimée à partir des paramètres sismiques globaux. Les lignes colorées représentent les séquences évolutives calculées avec MESA pour différentes masses. Les points colorés indiquent le bas de la branche des géantes rouges pour les différentes masses. La ligne verticale en pointillés indique  $\mathcal{N} = 2.7$ , limite en-dessous de laquelle on ne peut plus observer de modes mixtes avec les données *Kepler* enregistrées en mode de longue cadence.

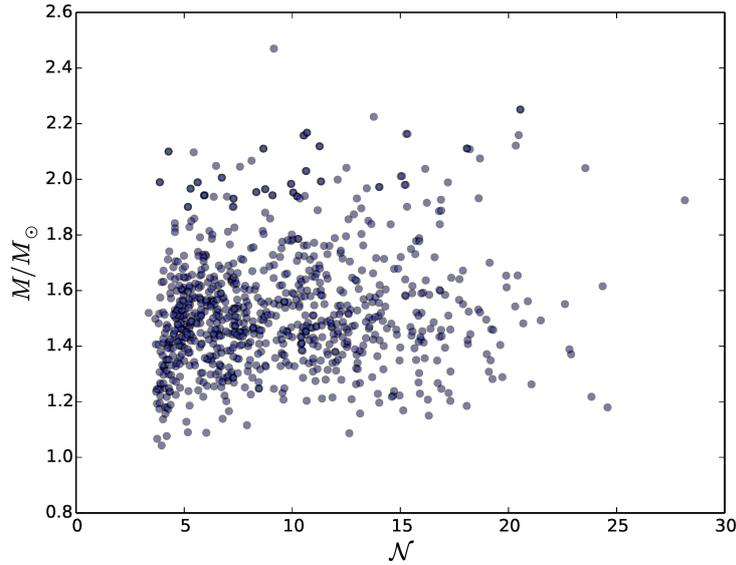


Figure 6.6 – Même représentation que la Fig. 6.4, avec cette fois la densité de modes mixtes en abscisse.

## 6.2 Etude de l'évolution de la rotation du cœur

Afin d'étudier l'évolution de la rotation du cœur, nous avons besoin d'utiliser un paramètre caractérisant au mieux l'évolution stellaire, quelle que soit la masse considérée, dans l'intervalle de masse couvert par notre échantillon.

### 6.2.1 Evolution de la rotation du cœur en fonction du rayon

J'ai dans un premier temps considéré le rayon comme marqueur de l'évolution stellaire, comme dans l'étude de Mosser et al. (2012) [109]. En effet, le rayon augmente lorsque les étoiles évoluent sur la branche des géantes rouges. Nous observons une corrélation importante entre la masse et le rayon stellaire dans notre échantillon (Fig. 6.4), associée à un critère de corrélation de Pearson de 0.55. Ceci indique que le rayon n'est pas un paramètre approprié pour étudier l'évolution de la rotation du cœur, comme on peut s'y attendre. En effet, pour  $\Delta\nu$  fixée, plus la masse est importante, plus le rayon attendu sur la branche des géantes rouges est grand. Dans ces conditions, la corrélation observée entre la masse et le rayon est un biais induit par l'évolution stellaire.

Pour illustrer ce point, j'ai utilisé les séquences évolutives calculées dans le chapitre 2 par le code MESA (Paxton et al. 2011 [117], 2013 [118], 2015 [119]) pour des modèles stellaires de masse  $M = \{1.0, 1.3, 1.6, 1.9, 2.2, 2.5\} M_{\odot}$ . Ces modèles illustrant les principales caractéristiques évolutives de la structure et des pulsations sur la branche des géantes rouges confirment que les étoiles qui ont des masses plus importantes entrent sur la branche des géantes rouges avec des rayons plus grands (Fig. 6.5). De plus, nous observons cette tendance dans notre échantillon lorsque nous superposons nos données aux séquences évolutives.

### 6.2.2 Evolution de la rotation du cœur en fonction de la densité de modes mixtes

La densité de modes mixtes  $\mathcal{N}$  est un indicateur potentiellement plus adapté que le rayon pour suivre l'évolution stellaire. En effet, dans l'intervalle de  $\mathcal{N}$  où nous avons des mesures de rotation du cœur, les modèles des différentes masses considérées montrent que non seulement  $\mathcal{N}$  augmente de façon continue lorsque les étoiles évoluent le long de la branche des géantes rouges, mais également que la gamme de valeurs de  $\mathcal{N}$  est la même pour toutes les masses (Fig. 6.5). De plus, les séquences évolutives indiquent que les étoiles entrent sur la branche des géantes rouges avec un rayon qui dépend fortement de la masse, compris entre  $2.1 R_{\odot}$  pour une étoile de  $1 M_{\odot}$  et  $6.6 R_{\odot}$  pour une étoile de  $2.5 M_{\odot}$ ,

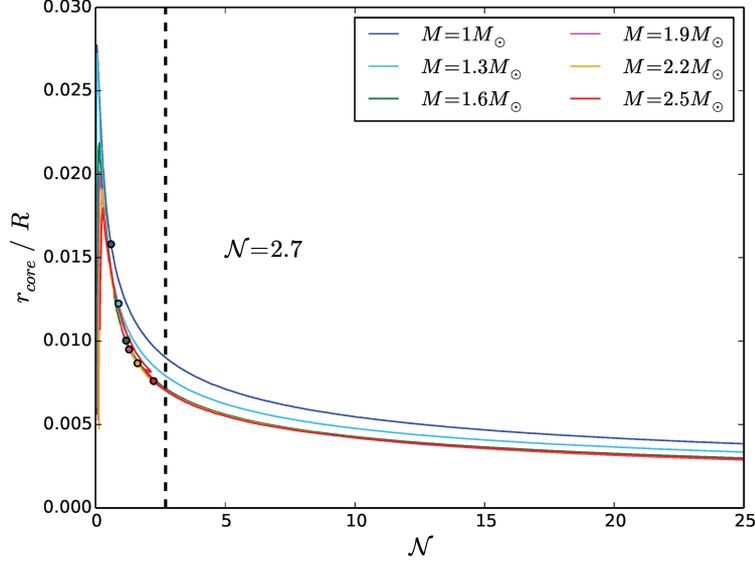


Figure 6.7 – Evolution de la position relative de la base de la couche d’hydrogène en fusion, c’est-à-dire du rayon du cœur normalisé au rayon stellaire total, en fonction de la densité de modes mixtes  $\mathcal{N}$ . L’évolution est calculée pour différentes masses avec MESA. Le code de couleur des séquences évolutives et des points localisant la base de la branche des géantes rouges est le même qu’à la Fig. 6.5. La ligne verticale en pointillés noirs a la même signification qu’à la Fig. 6.5. Les tracés correspondant à  $M \geq 1.6M_{\odot}$  sont superposés.

mais avec des valeurs de  $\mathcal{N}$  comprises entre 0.6 et 2.6. A la base de la branche des géantes rouges, l’intervalle de valeurs en  $\mathcal{N}$  pour différentes masses est ainsi 2.25 fois plus petit que l’intervalle de valeurs en rayon. Les modèles confirment que toutes les étoiles de notre échantillon sont déjà sur la branche des géantes rouges (Fig. 6.5). Ces étoiles ont toutes  $\mathcal{N} > 2.7$  car la fréquence de Nyquist associée au mode d’enregistrement longue cadence de *Kepler*, correspondant à une durée d’acquisition d’environ 30 min, est environ égale à  $280 \mu\text{Hz}$  et est inférieure à la fréquence des oscillations des étoiles sur le bas de la branche des géantes rouges, pour lesquelles  $\mathcal{N} < 2.7$ . Nous observons enfin une apparente absence de corrélation entre la masse stellaire et la densité de modes mixtes dans notre échantillon (Fig. 6.6), avec un critère de corrélation de Pearson de 0.15. Tout ceci fait pressentir que  $\mathcal{N}$  est un indicateur de l’évolution stellaire moins biaisé que le rayon.

Les modèles confirment le fait que  $\mathcal{N}$  représente un marqueur non biaisé de l’évolution stellaire sur la branche des géantes rouges, qui est utilisé par la suite (Fig. 6.2). Ils indiquent en effet que la densité de modes mixtes correspond de manière remarquable à la fraction du rayon stellaire occupée par le cœur inerte d’hélium le long de la branche des géantes rouges (Fig. 6.7). Ceci est valable pour les différentes masses considérées puisque la différence en rayon normalisé  $r_{\text{core}} / R$  entre les différents modèles à  $\mathcal{N}$  fixé reste en-dessous de 1 % sur la branche des géantes rouges, indépendamment de la masse.

### 6.3 Influence des paramètres stellaires dans le taux du ralentissement de la rotation du cœur

Sur la branche des géantes rouges, les travaux précédents concernent essentiellement des étoiles de faible masse, avec une masse maximale d’environ  $1.7 M_{\odot}$ . D’une part, Eggenberger et al. (2017) [46] ont exploré l’influence de la masse sur l’efficacité du transport de moment cinétique, mais en considérant seulement deux étoiles de masses différentes pour lesquelles des mesures de rotation du cœur sont disponibles. D’autre part, les mesures de Mosser et al. (2012) [109] incluent un échantillon limité d’étoiles sur la branche des géantes rouges, avec seulement trois étoiles de  $M > 1.7 M_{\odot}$ . Nous avons maintenant un échantillon bien plus important couvrant un large intervalle de masse, de 1 jusqu’à  $2.5 M_{\odot}$ , nous permettant d’explorer de quelle manière le splitting rotationnel moyen lié à

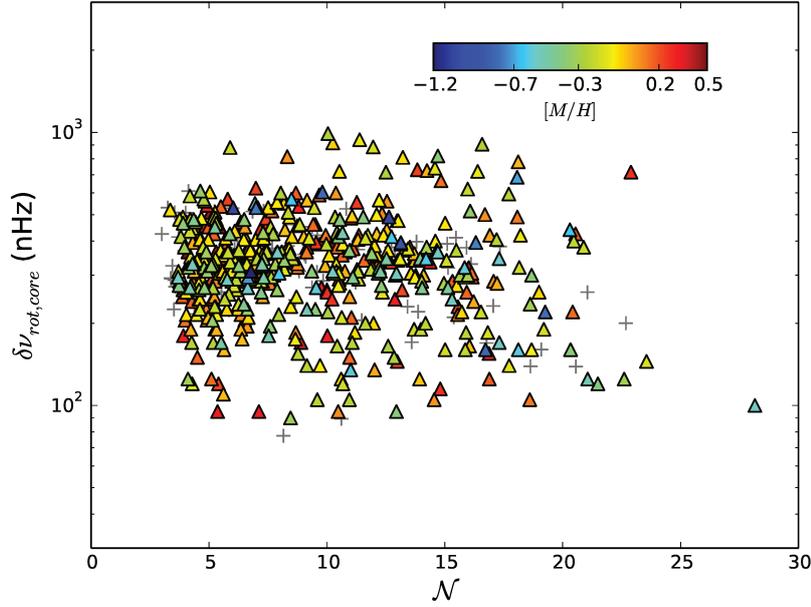


Figure 6.8 – Même représentation que la Fig. 6.2, excepté que la couleur indique maintenant l’abondance stellaire en métaux qui provient du relevé APOKASC.

la rotation du cœur et le taux de ralentissement de la rotation du cœur dépendent des paramètres stellaires.

### 6.3.1 Influence de la métallicité

La métallicité  $Z$  est reliée à l’abondance totale en métaux de l’étoile  $[M/H]$  via

$$[M/H] = \log \left( \frac{Z/X}{Z_{\odot}/X_{\odot}} \right), \quad (6.4)$$

où  $X$  est la fraction en masse d’hydrogène de l’étoile,  $X_{\odot} = 0.7381$  et  $Z_{\odot} = 0.0134$  sont les valeurs solaires de fraction en masse d’hydrogène et de métallicité (Asplund et al. 2009 [4]).

L’abondance en métaux peut également être reliée à l’abondance en fer de l’étoile  $[\text{Fe}/H]$  via

$$[M/H] = A [\text{Fe}/H], \quad (6.5)$$

où  $A$  est une constante comprise entre 0.9 et 1.

J’ai utilisé les mesures d’abondance en métaux  $[M/H]$  du catalogue APOKASC (Pinsonneault et al. 2014 [122]) pour 511 étoiles pour lesquelles la méthode de corrélation a permis de mesurer le splitting rotationnel lié à la rotation du cœur. Les abondances des étoiles considérées couvrent une large gamme de valeurs, comprises entre  $-1.2$  et  $0.5$  dex. Les valeurs de splitting rotationnel mesurées ainsi que leur évolution semblent indépendantes de la métallicité (Fig. 6.8).

### 6.3.2 Influence de la masse

J’ai considéré quatre intervalles de masse, choisis de manière à avoir un nombre d’étoiles suffisamment important dans chaque intervalle de masse (Table 6.1). J’ai ensuite mesuré pour chaque intervalle de masse la valeur moyenne du splitting rotationnel lié à la rotation du cœur  $\langle \delta\nu_{\text{rot,core}} \rangle$  et considéré une relation du type

$$\delta\nu_{\text{rot,core}} \propto \mathcal{N}^a, \quad (6.6)$$

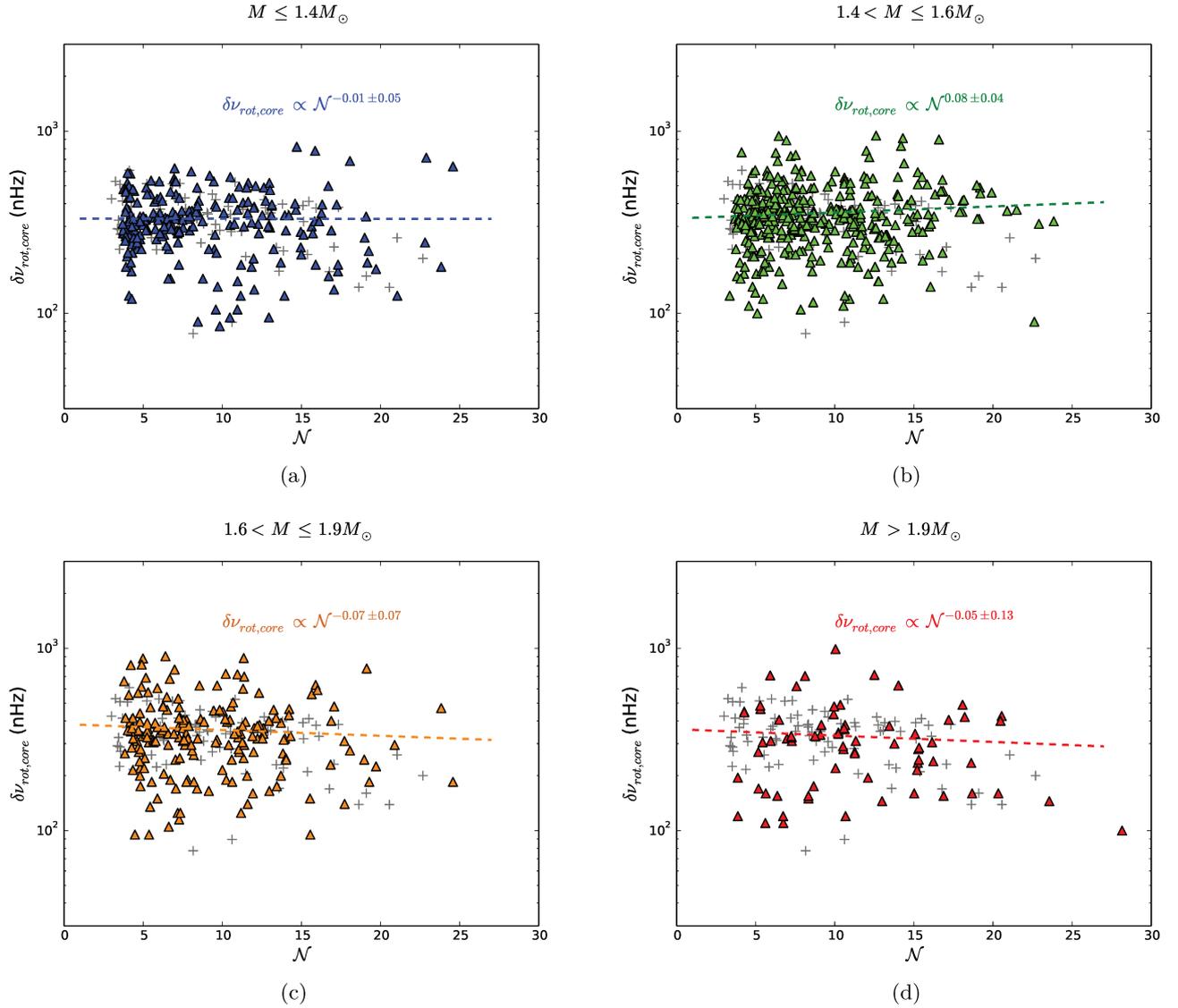


Figure 6.9 – Splitting rotationnel lié à la rotation du cœur pour différents intervalles de masse, en fonction de la densité de modes mixtes. Les triangles colorés représentent les mesures obtenues en appliquant la méthode de corrélation. Les croix grises représentent les mesures de Mosser et al. (2012) [109] sur la branche des géantes rouges. Les droites colorées résultent de l’ajustement du ralentissement de la rotation du cœur, obtenu à partir de l’équation 6.6. Les intervalles de masse sont (a)  $M \leq 1.4 M_{\odot}$ , (b)  $1.4 < M \leq 1.6 M_{\odot}$ , (c)  $1.6 < M \leq 1.9 M_{\odot}$ , (d)  $M > 1.9 M_{\odot}$ .

Table 6.1 – Taux de ralentissement résultant de l’ajustement de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  en fonction de  $\mathcal{N}^a$  (Eq. 6.6) et splittings rotationnels moyens, pour différents intervalles de masse.

$M$	Nombre d’étoiles	$a$	$\langle\delta\nu_{\text{rot,core}}\rangle$ (nHz)
$M \leq 1.4M_{\odot}$	224	$-0.01 \pm 0.05$	$331 \pm 127$
$1.4 < M \leq 1.6M_{\odot}$	383	$0.08 \pm 0.04$	$355 \pm 140$
$1.6 < M \leq 1.9M_{\odot}$	187	$-0.07 \pm 0.07$	$359 \pm 164$
$M > 1.9M_{\odot}$	81	$-0.05 \pm 0.13$	$329 \pm 170$

Table 6.2 – Taux de ralentissement résultant de l’ajustement de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  en fonction de  $\mathcal{N}^a$  (Eq. 6.6). La valeur  $a_{\mathcal{N},2012}$  est basée sur les mesures de Mosser et al. (2012) [109] alors que la valeur  $\langle a \rangle$  est basée sur les mesures obtenues via la méthode de corrélation pour un échantillon bien plus grand.

$a_{\mathcal{N},2012}$	$\langle a \rangle$
$-0.19 \pm 0.06$	$0.01 \pm 0.03$

où les valeurs de l’exposant  $a$  pour chaque intervalle de masse résultent d’un ajustement non linéaire basé sur la méthode des moindres carrés (Fig. 6.9). Les valeurs mesurées pour  $\langle\delta\nu_{\text{rot,core}}\rangle$  et  $a$  sont résumées dans la Table 6.1 pour les différents intervalles de masse. Les résultats indiquent que les valeurs moyennes de splitting rotationnel et de taux de ralentissement de la rotation du cœur sont les mêmes pour tous les intervalles de masse considérés, à la précision des mesures obtenues (Table 6.1 et Fig. 6.10). De plus, la valeur moyenne du taux de ralentissement mesuré est plus faible que le taux de ralentissement mesuré en utilisant toutes les mesures de rotation du cœur de Mosser et al. (2012) [109] sur la branche des géantes rouges (Table 6.2 et Fig. 6.10). Ainsi, ces mesures suggèrent une évolution similaire de la rotation du cœur pour différentes masses sur la branche des géantes rouges. Cette caractéristique frappante peut s’avérer capitale dans la recherche du phénomène physique à l’origine du transport de moment cinétique. Ce résultat n’est pas en contradiction avec la conclusion d’Eggenberger et al. (2017) [46], qui indique que l’efficacité du transport de moment cinétique devrait augmenter avec la masse. En effet, une étoile de  $2.5 M_{\odot}$  évolue cent fois plus vite qu’une étoile de  $1 M_{\odot}$  sur la branche des géantes rouges (Table 6.4), et le moment cinétique doit être transporté sur une échelle de temps bien plus courte. Cependant, aucune conclusion concernant le rôle de la masse dans l’efficacité du transport de moment cinétique ne peut être faite à ce stade car l’échelle de temps d’évolution stellaire n’est pas le seul paramètre en jeu. Un effort de modélisation est nécessaire pour obtenir une estimation quantitative du transport de moment cinétique à partir des mesures de rotation du cœur et pour apporter des contraintes plus précises sur les mécanismes physiques à l’œuvre. Ce travail fait l’objet du chapitre 8.

## 6.4 Origine des différences observées avec les précédentes mesures

Afin de comprendre l’origine de la différence observée entre les taux moyens de ralentissement mesurés sur la branche des géantes rouges en utilisant respectivement les mesures de Gehan et al. (2018) [60] et l’échantillon de Mosser et al. (2012) [109], j’ai sélectionné les 57 étoiles de la branche des géantes rouges pour lesquelles Gehan et al. (2018) [60] et Mosser et al. (2012) [109] ont obtenu des mesures de la rotation moyenne du cœur. J’ai ensuite considéré le rayon et la densité de modes mixtes comme marqueurs de l’évolution stellaire.

J’ai tout d’abord comparé les taux de ralentissement mesurés à partir des mesures de Gehan et al. (2018) [60] et des mesures de Mosser et al. 2012 [109] en fonction du rayon (Fig. 6.11). Les deux pentes mesurées diffèrent fortement et le taux de ralentissement mesuré à partir de l’échantillon de Gehan et al. (2018) [60] est plus faible (Table 6.3). Les différences significatives entre les deux échantillons sont dues aux deux étoiles de  $R > 9.5 R_{\odot}$ , pour lesquelles les mesures de Mosser et al. (2012) [109] sous-estiment le splitting rotationnel. En effet, on retrouve des pentes en accord en excluant ces étoiles des deux échantillons.

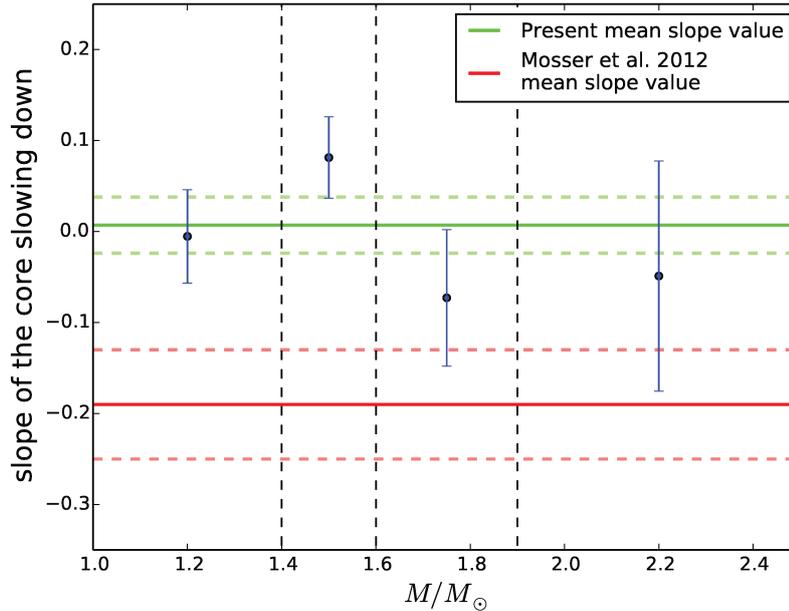


Figure 6.10 – Pentas  $a$  du ralentissement de la rotation du cœur, en considérant son évolution en fonction de la densité de modes mixtes  $\mathcal{N}$ , pour différents intervalles de masse. Les pentes mesurées et les barres d’erreur associées sont en bleu. Les lignes verticales en pointillés noirs marquent les limites entre les différents intervalles de masse considérés. Les lignes horizontales en traits pleins verts et rouges indiquent les valeurs  $\langle a \rangle$  et  $a_{\mathcal{N},2012}$  du taux de ralentissement, mesurées respectivement à partir de toutes les mesures obtenues via la méthode de corrélation et à partir de l’échantillon de Mosser et al. (2012) [109] sur la branche des géantes rouges. Les lignes en pointillés verts et rouges représentent les barres d’erreur associées à la mesure du taux de ralentissement pour les deux échantillons.

La même comparaison en utilisant la densité de modes mixtes  $\mathcal{N}$  comme marqueur de l’évolution stellaire donne des pentes en accord pour les deux échantillons (Fig. 6.11 et Table 6.3). L’accord entre les pentes mesurées est meilleur en utilisant  $\mathcal{N}$  comme traceur de l’évolution stellaire car les mesures de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  sont redistribuées par rapport à ce qui est observé en utilisant le rayon. Ces pentes sont en accord mais sont significativement plus importantes par rapport à ce que l’on mesure en utilisant un échantillon bien plus grand. Dans ces conditions, la différence entre les pentes mesurées par Gehan et al. (2018) (Fig. 6.9 et Table 6.2) provient d’un effet d’échantillon et nous indique que l’échantillon de Mosser et al. (2012) [109] est biaisé. Ceci n’est pas surprenant car leur méthode se limite essentiellement aux cas simples, correspondant aux petits splittings. Lorsque les étoiles évoluent sur la branche des géantes rouges,  $\Delta\nu$  décroît et de plus en plus d’étoiles atteignent la limite de confusion entre le splitting et l’espacement des modes mixtes. L’approche suivie par Mosser et al. (2012) [109] utilise les spectres en fréquence et non les spectres en période corrigée. Dans ces conditions, il est de plus en plus difficile de mesurer de grands splittings lorsque  $\mathcal{N}$  augmente car les composantes rotationnelles sont alors enchevêtrées. Cela signifie que les étoiles qui présentent une signature rotationnelle non ambiguë ont une plus grande probabilité de présenter de petits splittings lorsque  $\mathcal{N}$  augmente. Ce déficit en mesures de grands splittings pour les grandes valeurs de  $\mathcal{N}$  a tendance à résulter en une pente négative, qui suggère un ralentissement de la rotation du cœur. Le fait de travailler avec des spectres en période corrigée nous permet de mesurer des splittings rotationnels fiables bien au-delà de la limite de confusion. Nous sommes maintenant capables de mesurer de grands splittings partout sur la branche des géantes rouges, et ces mesures non biaisées indiquent un taux de ralentissement de la rotation du cœur plus faible que le taux de ralentissement mesuré par Mosser et al. (2012) [109] (Fig. 6.9 et Table 6.2).

Dans ces conditions, les mesures obtenues via la méthode de corrélation pour un échantillon bien plus important (Gehan et al. 2018 [60]) nous permettent d’affiner le diagnostic posé par Mosser et al. (2012) [109] concernant l’évolution de la rotation du cœur le long de la branche des géantes rouges. Ces mesures confirment des vitesses de rotation du cœur faibles sur le bas de la branche des géantes

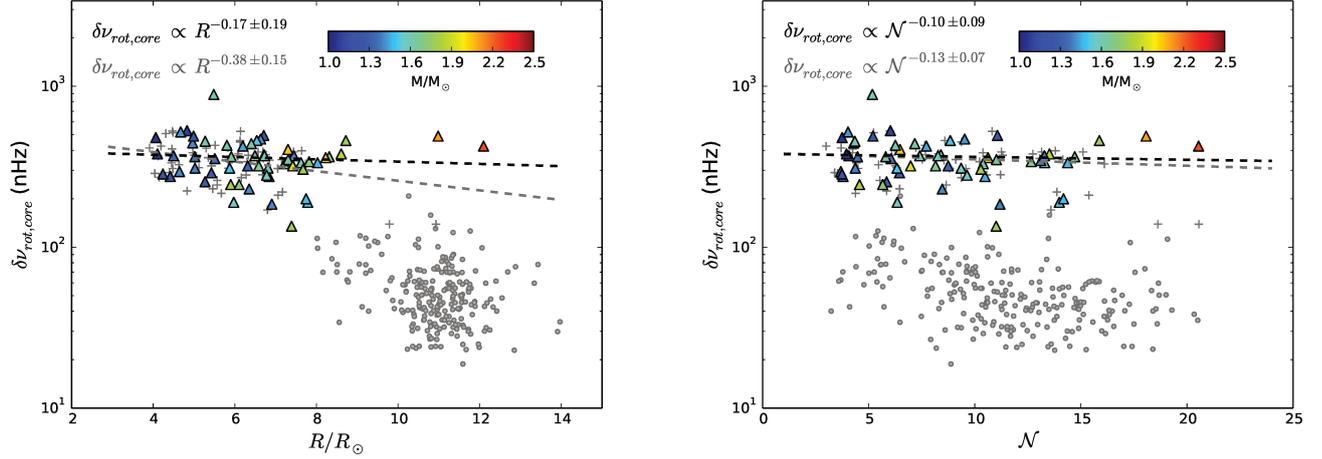


Figure 6.11 – Splitting rotationnel lié à la rotation du cœur, en fonction du rayon (gauche) et en fonction de la densité de modes mixtes (droite). Les mesures obtenues via la méthode de corrélation sont représentées par les triangles colorés, le code de couleur étant le même que dans la Fig. 6.2. Les mesures de Mosser et al. (2012) [109] sur la branche des géantes rouges et dans le *clump* sont représentées respectivement par les croix et les points gris. Les étoiles de la branche des géantes rouges sont communes aux deux échantillons représentés. Les ajustements linéaires résultant des mesures obtenues via la méthode de corrélation et des mesures de Mosser et al. (2012) [109] sont respectivement représentés en pointillés noirs et gris.

Table 6.3 – Taux de ralentissement sur la branche des géantes rouges résultant de l’ajustement de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  en fonction du rayon et de la densité de modes mixtes, basé sur les étoiles communes à l’échantillon considéré dans cette étude et à l’échantillon étudié par Mosser et al. (2012) [109]. Les valeurs prises par  $a_{2012,\text{now}}$  dérivent des mesures de [107] tandis que les valeurs de  $a_{\text{us}}$  dérivent des mesures obtenues durant ma thèse.

Variable	$a_{2012,\text{now}}$	$a_{\text{us}}$
$R/R_{\odot}$	$-0.38 \pm 0.15$	$-0.17 \pm 0.19$
$\mathcal{N}$	$-0.13 \pm 0.07$	$-0.10 \pm 0.09$

rouges et révèlent que l’évolution de la rotation du cœur est indépendante de la masse stellaire. Elles indiquent de plus que la rotation du cœur semble rester constante sur la partie de la branche des géantes rouges couverte par l’échantillon considéré dans cette étude, au lieu de ralentir légèrement. Ces résultats renforcent la nécessité de trouver des mécanismes physiques permettant de contrebalancer la contraction du cœur le long de la branche des géantes rouges. En effet, non seulement la rotation du cœur devrait accélérer en l’absence de transfert de moment cinétique, mais les modèles prédisent toujours des vitesses de rotation du cœur au moins dix fois supérieures aux mesures.

## 6.5 Implications sur le haut de la branche des géantes rouges et le *clump*

Il faut garder à l’esprit que l’astérosismologie nous permet de sonder les intérieurs stellaires uniquement pour une fraction du temps passé par les étoiles sur la branche des géantes rouges ( $t_{\text{obs}}/t_{\text{RGB}}$  dans la Table 6.4). Ainsi, les mesures existantes ne peuvent pas apporter de contraintes sur l’évolution de la rotation du cœur sur le haut de la branche des géantes rouges, et nous devons nous en remettre à la modélisation pour ce stade évolutif. Nous savons qu’un ralentissement significatif doit avoir lieu sur le haut de la branche des géantes rouges, malheureusement hors de portée avec les mesures sismiques actuelles. En effet, le splitting rotationnel moyen dans le *clump* est environ huit fois plus faible pour les étoiles de  $M \leq 1.2 M_{\odot}$  et environ quatre fois plus faible pour les étoiles de  $M > 1.9 M_{\odot}$  que le splitting moyen mesuré sur la branche des géantes rouges (Fig. 6.2).

Nous devons également noter que, bien que la densité de modes mixtes soit un bon marqueur de

Table 6.4 – Echelles de temps évolutives données par MESA pour différentes masses stellaires. L'échelle de temps  $t_{\text{RGB}}$  correspond à l'évolution de l'étoile depuis la base jusqu'au sommet de la branche des géantes rouges. L'échelle de temps  $t_{\text{obs}}$  correspond à l'évolution de l'étoile sur la partie de la branche des géantes rouges accessible via l'astérosismologie, correspondant à  $3 < \mathcal{N} < 30$ .

$M/M_{\odot}$	$t_{\text{RGB}}$ (Myr)	$t_{\text{obs}}$ (Myr)	$t_{\text{obs}}/t_{\text{RGB}}$ (%)
1.0	640	200	31
1.3	420	160	38
1.6	280	120	43
1.9	110	50	46
2.2	44	13	30
2.5	8	6	75

l'évolution stellaire sur la branche des géantes rouges, cela n'est plus le cas dans le *clump*. En effet, la gamme des valeurs de densité de modes mixtes est la même pour les étoiles du *clump* et de la branche des géantes rouges, ce qui semble indiquer que  $\mathcal{N}$  décroît depuis la pointe de la branche des géantes rouges jusqu'au *clump* (Fig. 6.2). Ceci est confirmé par les modèles calculés avec MESA, qui indiquent que  $\mathcal{N}$  décroît fortement quand la fusion de l'hélium est établie dans le cœur. De plus, les données confirment que la dispersion des valeurs de  $\mathcal{N}$  observée dans le *clump* provient d'un effet de masse et ne représente pas l'évolution stellaire dans le *clump* (Fig. 6.2). Les étoiles de masse plus importante présentent en moyenne des valeurs de  $\mathcal{N}$  plus petites. Cette tendance est confirmée par les modèles, qui prédisent des valeurs de  $\mathcal{N}$  plus petites dans le *clump* lorsque la masse augmente.

## 6.6 Conclusion

Les modes mixtes et les splittings rotationnels peuvent maintenant être distingués de manière simple et quasi automatique grâce à l'utilisation de spectres en période corrigée. Nous entrons ainsi dans l'ère des mesures à grande échelle de la rotation du cœur des géantes rouges, indispensables à la préparation de l'analyse des futures données Plato, qui représentent un potentiel de centaines de milliers de géantes rouges. J'ai développé une méthode permettant une identification automatique des modes mixtes dipolaires dominés par la gravité qui portent la signature de la rotation du cœur. Cette méthode nous permet de mesurer le splitting rotationnel lié à la rotation du cœur pour les étoiles de la branche des géantes rouges, même quand les modes mixtes et les splittings sont enchevêtrés. Comme les composantes rotationnelles d'ordres azimutaux différents sont bien identifiées tout au long du spectre, il est maintenant possible de mesurer de grandes valeurs de splittings rotationnels de manière simple.

J'ai obtenu des mesures de la rotation du cœur de 875 étoiles de la branche des géantes rouges couvrant une large de gamme de masse, comprise entre 1 et  $2.5 M_{\odot}$  (Gehan et al. 2018 [60]), nous donnant l'opportunité de révéler comment l'évolution de la rotation du cœur dépend de la masse stellaire. Ces mesures à grande échelle ont été obtenues en utilisant une méthode plus élaborée et ont permis d'affiner le diagnostic posé par Mosser et al. (2012) [109]. Comme les séquences évolutives calculées avec le code MESA pour différentes masses stellaires ont mis en avant que le rayon, utilisé par Mosser et al. (2012) [109], n'est pas un bon indicateur de l'évolution stellaire, j'ai utilisé à la place la densité de modes mixtes  $\mathcal{N}$  comme marqueur de l'évolution stellaire. Les mesures obtenues indiquent que la rotation du cœur est à peu près constante, au lieu de légèrement ralentir, sur la partie de la branche des géantes rouges accessible aux mesures sismiques. Cependant, ce résultat n'est pas en contradiction avec les conclusions de Mosser et al. (2012) [109] puisque les mesures confirment des vitesses de rotation du cœur lentes sur la partie basse de la branche des géantes rouges. L'échantillon plus grand et moins biaisé étudié ici révèle également un résultat inédit : la rotation est indépendante de la masse sur la branche des géantes rouges. Comme les étoiles évoluent sur la branche des géantes rouges avec des échelles de temps très différentes selon leur masse, ce résultat suggère que les mécanismes qui transportent du moment cinétique devraient avoir des efficacités différentes selon la masse.

Quantifier l'efficacité du transport de moment cinétique requiert une utilisation plus approfondie des modèles, ce qui fait l'objet du chapitre 8.

# Core rotation braking on the red giant branch for various mass ranges

C. Gehan<sup>1</sup>, B. Mosser<sup>1</sup>, E. Michel<sup>1</sup>, R. Samadi<sup>1</sup>, and T. Kallinger<sup>2</sup>

<sup>1</sup> PSL, LESIA, CNRS, Université Pierre et Marie Curie, Université Denis Diderot, Observatoire de Paris, 92195 Meudon Cedex, France  
e-mail: charlotte.gehan@obspm.fr

<sup>2</sup> Institute for Astrophysics, University of Vienna, Türkenschanzstrasse 17, 1180 Vienna, Austria

Received 13 February 2018 / Accepted 8 April 2018

## ABSTRACT

**Context.** Asteroseismology allows us to probe stellar interiors. In the case of red giant stars, conditions in the stellar interior are such as to allow for the existence of mixed modes, consisting in a coupling between gravity waves in the radiative interior and pressure waves in the convective envelope. Mixed modes can thus be used to probe the physical conditions in red giant cores. However, we still need to identify the physical mechanisms that transport angular momentum inside red giants, leading to the slow-down observed for red giant core rotation. Thus large-scale measurements of red giant core rotation are of prime importance to obtain tighter constraints on the efficiency of the internal angular momentum transport, and to study how this efficiency changes with stellar parameters.

**Aims.** This work aims at identifying the components of the rotational multiplets for dipole mixed modes in a large number of red giant oscillation spectra observed by *Kepler*. Such identification provides us with a direct measurement of the red giant mean core rotation.

**Methods.** We compute stretched spectra that mimic the regular pattern of pure dipole gravity modes. Mixed modes with the same azimuthal order are expected to be almost equally spaced in stretched period, with a spacing equal to the pure dipole gravity mode period spacing. The departure from this regular pattern allows us to disentangle the various rotational components and therefore to determine the mean core rotation rates of red giants.

**Results.** We automatically identify the rotational multiplet components of 1183 stars on the red giant branch with a success rate of 69% with respect to our initial sample. As no information on the internal rotation can be deduced for stars seen pole-on, we obtain mean core rotation measurements for 875 red giant branch stars. This large sample includes stars with a mass as large as  $2.5 M_{\odot}$ , allowing us to test the dependence of the core slow-down rate on the stellar mass.

**Conclusions.** Disentangling rotational splittings from mixed modes is now possible in an automated way for stars on the red giant branch, even for the most complicated cases, where the rotational splittings exceed half the mixed-mode spacing. This work on a large sample allows us to refine previous measurements of the evolution of the mean core rotation on the red giant branch. Rather than a slight slow-down, our results suggest rotation is constant along the red giant branch, with values independent of the mass.

**Key words.** asteroseismology – methods: data analysis – stars: interiors – stars: oscillations – stars: rotation – stars: solar-type

## 1. Introduction

The ultra-high precision photometric space missions CoRoT and *Kepler* have recorded extremely long observation runs, providing us with seismic data of unprecedented quality. The surprise came from red giant stars (e.g. Mosser & Miglio 2016), which present solar-like oscillations that are stochastically excited in the external convective envelope (Dupret et al. 2009). Oscillation power spectra showed that red giants not only present pressure modes as in the Sun, but also mixed modes (De Ridder et al. 2009; Bedding et al. 2011) resulting from a coupling of pressure waves in the outer envelope with internal gravity waves (Scuflaire 1974). As mixed modes behave as pressure modes in the convective envelope and as gravity modes in the radiative interior, they allow one to probe the core of red giants (Beck et al. 2011).

Dipole mixed modes are particularly interesting because they are mostly sensitive to the red giant core (Goupil et al. 2013). They were used to automatically measure the

dipole gravity mode period spacing  $\Delta\Pi_1$  for almost 5000 red giants (Vrard et al. 2016), providing information about the size of the radiative core (Montalbán et al. 2013) and defined as

$$\Delta\Pi_1 = \frac{2\pi^2}{\sqrt{2}} \left( \int_{\text{core}} \frac{N_{\text{BV}}}{r} dr \right)^{-1}, \quad (1)$$

where  $N_{\text{BV}}$  is the Brunt–Väisälä frequency. The measurement of  $\Delta\Pi_1$  leads to the accurate determination of the stellar evolutionary stage and allows us to distinguish shell-hydrogen-burning red giants from core-helium-burning red giants (Bedding et al. 2011; Stello et al. 2013; Mosser et al. 2014).

Dipole mixed modes also give access to near-core rotation rates (Beck et al. 2011). Rotation has been shown to impact not only the stellar structure by perturbing the hydrostatic equilibrium, but also the internal dynamics of stars by means of the transport of both angular momentum and chemical species (Zahn 1992; Talon & Zahn 1997; Lagarde et al. 2012). It is thus

crucial to measure this parameter for a large number of stars to monitor its effect on stellar evolution (Lagarde et al. 2016). Semi-automatic measurements of the mean core rotation of about 300 red giants indicated that their cores are slowing down along the red giant branch while contracting at the same time (Mosser et al. 2012b; Deheuvels et al. 2014). Thus, angular momentum is efficiently extracted from red giant cores (Eggenberger et al. 2012; Cantiello et al. 2014), but the physical mechanisms supporting this angular momentum transport are not yet fully understood. Indeed, several physical mechanisms transporting angular momentum have been implemented in stellar evolutionary codes, such as meridional circulation and shear turbulence (Eggenberger et al. 2012; Marques et al. 2013; Ceillier et al. 2013), mixed modes (Belkacem et al. 2015a,b), internal gravity waves (Fuller et al. 2014; Pinçon et al. 2017), and magnetic fields (Cantiello et al. 2014; Rüdiger et al. 2015), but none of them can reproduce the measured orders of magnitude for the core rotation along the red giant branch. In parallel, several studies have tried to parameterize the efficiency of the angular momentum transport inside red giants through ad-hoc diffusion coefficients (Spada et al. 2016; Eggenberger et al. 2017).

In this context, we need to obtain mean core rotation measurements for a much larger set of red giants in order to put stronger constraints on the efficiency of the angular momentum transport and to study how this efficiency changes with the global stellar parameters like mass (Eggenberger et al. 2017). In particular, we require measurements for stars on the red giant branch because the dataset analysed by Mosser et al. (2012b) only includes 85 red giant branch stars. The absence of large-scale measurements is due to the fact that rotational splittings often exceed half the mixed-mode frequency spacings at low frequencies in red giants. For such conditions, disentangling rotational splittings from mixed modes is challenging. Nevertheless, it is of prime importance to develop a method as automated as possible as we enter the era of massive photometric data, with *Kepler* providing light curves for more than 15 000 red giant stars and the future *Plato* mission potentially increasing this number to hundreds of thousands.

In this work we set up an almost fully automated method to identify the rotational signature of stars on the red giant branch. Our method is not suitable for clump stars, presenting smaller rotational splittings as well as larger mode widths due to shorter lifetimes of gravity modes (Vrard et al. 2017). Thus, the analysis of the core rotation of clump stars is beyond the scope of this paper. In Sect. 2 we explain the principle of the method, based on the stretching of frequency spectra to obtain period spectra reproducing the evenly-spaced gravity-mode pattern. In Sect. 3 we detail the set up of the method, including the estimation of the uncertainties. In Sect. 4 we compare our results with those obtained by Mosser et al. (2012b). In Sect. 5 we apply the method to red giant branch stars of the *Kepler* public catalogue, and investigate the impact of the stellar mass on the evolution of the core rotation. Section 6 is devoted to discussion and Sect. 7 to conclusions.

## 2. Principle of the method

Mixed modes have a dual nature: pressure-dominated mixed modes ( $p$ - $m$  modes) are almost equally spaced in frequency, with a frequency spacing close to the large separation  $\Delta\nu$ , while gravity-dominated mixed modes ( $g$ - $m$  modes) are almost equally spaced in period, with a period spacing close to  $\Delta\Pi_1$ . In order to retrieve the behaviour of pure gravity modes, we need to

disentangle the different contributions of  $p$ - $m$  and  $g$ - $m$  modes, which can be done by deforming the frequency spectra.

### 2.1. Stretching frequency spectra

The mode frequencies of pure pressure modes are estimated through the red giant universal oscillation pattern (Mosser et al. 2011)

$$\nu_{p,\ell} = \left( n_p + \frac{\ell}{2} + \varepsilon_p + d_{0\ell} + \frac{\alpha}{2}(n_p - n_{\max})^2 \right) \Delta\nu, \quad (2)$$

where

- $n_p$  is the pressure radial order;
- $\ell$  is the angular degree of the oscillation mode;
- $\varepsilon_p$  is the phase shift of pure pressure modes;
- $\alpha$  represents the curvature of the radial oscillation pattern;
- $d_{0\ell}$  is the small separation, namely the distance, in units of  $\Delta\nu$ , of the pure pressure mode having an angular degree equal to  $\ell$ , compared to the midpoint between the surrounding radial modes;
- $n_{\max} = \nu_{\max}/\Delta\nu - \varepsilon_p$  is the non-integer order at the frequency  $\nu_{\max}$  of maximum oscillation signal.

We consider only dipole mixed modes, which are mainly sensitive to the red giant core. Thus, in a first step we remove from the observed spectra the frequency ranges where radial and quadrupole modes are expected using the universal oscillation pattern (Eq. (2)). We then convert the frequency spectra containing only dipole mixed modes into stretched period spectra, with the stretched period  $\tau$  derived from the differential equation (Mosser et al. 2015):

$$d\tau = \frac{1}{\zeta} \frac{d\nu}{\nu^2}. \quad (3)$$

The  $\zeta$  function, introduced by Goupil et al. (2013) as a function of mode inertia, expressed as a function of global asymptotic parameters by Mosser et al. (2015), can be redefined as (Hekker & Christensen-Dalsgaard 2017)

$$\zeta = \left[ 1 + \frac{\nu^2}{q} \frac{\Delta\Pi_1}{\Delta\nu_p} \frac{1}{\frac{1}{q^2} \sin^2\left(\pi \frac{\nu - \nu_p}{\Delta\nu_p}\right) + \cos^2\left(\pi \frac{\nu - \nu_p}{\Delta\nu_p}\right)} \right]^{-1}. \quad (4)$$

The parameters entering the definition of  $\zeta$  are as follows:

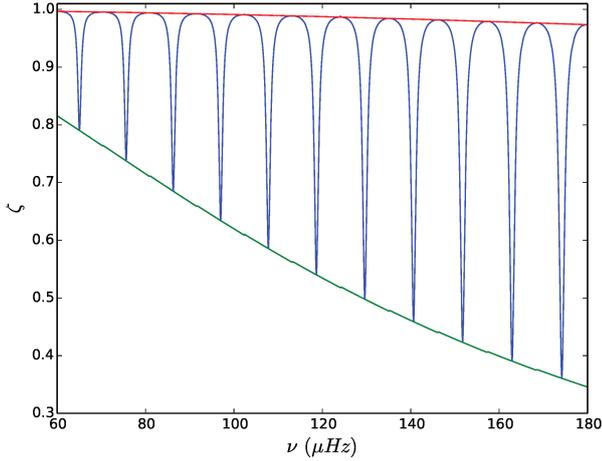
- $q$  the coupling parameter between gravity and pressure modes;
- $\Delta\nu_p = \Delta\nu(1 + \alpha(n_p - n_{\max}))$  the observed large separation, which increases with the radial order;
- $\nu_p$  the pure dipole pressure mode frequencies;
- $\nu$  the mixed-mode frequencies.

The pure dipole pressure mode frequencies are given by Eq. (2) for  $\ell = 1$ . The mixed-mode frequencies are given by the asymptotic expansion of mixed modes (Mosser et al. 2012c):

$$\nu = \nu_p + \frac{\Delta\nu_p}{\pi} \arctan \left[ q \tan \pi \left( \frac{1}{\Delta\Pi_1 \nu} - \frac{1}{\Delta\Pi_1 \nu_g} \right) \right], \quad (5)$$

where

$$\nu_g = \frac{1}{n_g \Delta\Pi_1} \quad (6)$$



**Fig. 1.** Stretching function  $\zeta$  (blue line) computed with  $\Delta\nu = 11 \mu\text{Hz}$ ,  $\Delta\Pi_1 = 80 \text{ s}$ , and  $q = 0.12$ . The asymptotic behaviours of  $\zeta$  for  $g$ - $m$  and  $p$ - $m$  modes are indicated by a red and green line, respectively.

are the pure dipole gravity mode frequencies, with  $n_g$  being the gravity radial order, usually defined as a negative integer.

We can approximate

$$\zeta \simeq \frac{\Delta P}{\Delta\Pi_1}, \quad (7)$$

where  $\Delta P$  is the bumped period spacing between consecutive dipole mixed modes. In these conditions,  $\zeta$  gives information on the trapping of dipole mixed modes. Gravity-dominated mixed modes ( $g$ - $m$  modes) have a period spacing close to  $\Delta\Pi_1$  and represent the local maxima of  $\zeta$ , while pressure-dominated mixed modes ( $p$ - $m$  modes) have a lower period spacing decreasing with frequency and represent the local minima of  $\zeta$  (Fig. 1).

## 2.2. Revealing the rotational components

Pressure-dominated mixed modes are not only sensitive to the core but also to the envelope. The next step thus consists in removing  $p$ - $m$  modes from the spectra through Eq. (2), leaving only  $g$ - $m$  modes. In practice,  $g$ - $m$  modes with a height-to-background ratio larger than six are considered as significant in a first step; then this threshold is manually adapted in order to obtain the best compromise between the number of significant modes and background residuals. All dipole  $g$ - $m$  modes with the same azimuthal order  $m$  should then be equally spaced in stretched period, with a spacing close to  $\Delta\Pi_1$ . However, the core rotation perturbs this regular pattern so that the stretched period spacing between consecutive  $g$ - $m$  modes with the same azimuthal order slightly differs from  $\Delta\Pi_1$ , with the small departure depending on the mean core rotational splitting as (Mosser et al. 2015)

$$\Delta\tau_m = \Delta\Pi_1 \left( 1 + 2m\zeta \frac{\delta\nu_{\text{rot,core}}}{\nu} \right). \quad (8)$$

As the mean value of  $\zeta$  depends on the mixed-mode density  $\mathcal{N}$ , we can avoid the calculation of  $\zeta$  by approximating

$$\Delta\tau_m \simeq \Delta\Pi_1 \left( 1 + 2m \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{N} + 1} \frac{\delta\nu_{\text{rot,core}}}{\nu} \right). \quad (9)$$

The mixed-mode density represents the number of gravity modes per  $\Delta\nu$ -wide frequency range and is defined as

$$\mathcal{N} = \frac{\Delta\nu}{\Delta\Pi_1 \nu_{\text{max}}^2}. \quad (10)$$

Red giants are slow rotators, presenting low rotation frequencies of the order of  $2 \mu\text{Hz}$  or less. In these conditions, the centrifugal acceleration can be neglected everywhere in red giants (Goupil et al. 2013). Besides,  $\Omega(r)/2\pi < \Delta\nu \ll \nu_{\text{max}}$  throughout the whole star and Coriolis effects are negligible. Thus, rotation can be treated as a first-order perturbation of the hydrostatic equilibrium (Ouazzani et al. 2013), and the rotational splitting can be written as follows (Unno et al. 1989; see also Goupil et al. 2013 for the case of red giants):

$$\delta\nu_{\text{rot}} = \int_0^1 K(x) \frac{\Omega(x)}{2\pi} dx, \quad (11)$$

where  $x = r/R$  is the normalized radius,  $K(x)$  is the rotational kernel, and  $\Omega(x)$  is the angular velocity at normalized radius  $x$ . In a first approximation, we can separate the core and envelope contributions of the rotational splitting as

$$\delta\nu_{\text{rot}} = \beta_{\text{core}} \left\langle \frac{\Omega}{2\pi} \right\rangle_{\text{core}} + \beta_{\text{env}} \left\langle \frac{\Omega}{2\pi} \right\rangle_{\text{env}}, \quad (12)$$

with

$$\beta_{\text{core}} = \int_0^{x_{\text{core}}} K(x) dx, \quad (13)$$

$$\beta_{\text{env}} = \int_{x_{\text{core}}}^1 K(x) dx, \quad (14)$$

$$\langle \Omega \rangle_{\text{core}} = \frac{\int_0^{x_{\text{core}}} \Omega(x) K(x) dx}{\int_0^{x_{\text{core}}} K(x) dx}, \quad (15)$$

$$\langle \Omega \rangle_{\text{env}} = \frac{\int_{x_{\text{core}}}^1 \Omega(x) K(x) dx}{\int_{x_{\text{core}}}^1 K(x) dx}, \quad (16)$$

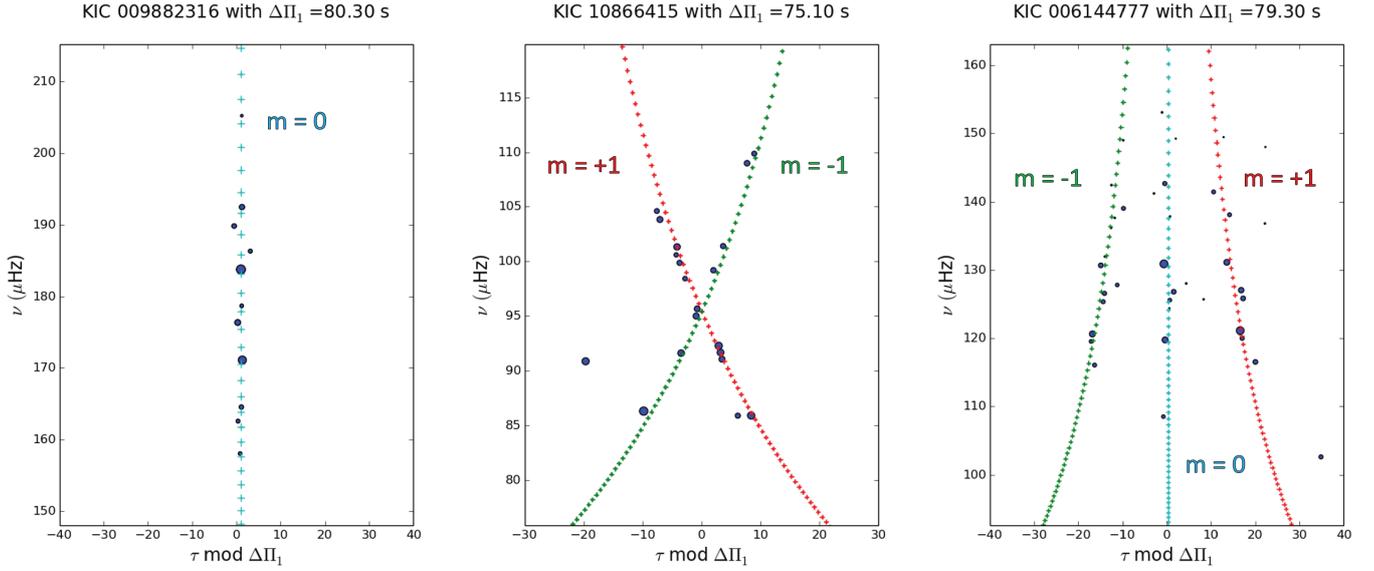
$x_{\text{core}} = r_{\text{core}}/R$  being the normalized radius of the  $g$ -mode cavity.

If we assume that dipole  $g$ - $m$  modes are mainly sensitive to the core, we can neglect the envelope contribution as  $\beta_{\text{core}}/\beta_{\text{env}} \gg 1$  in these conditions. Moreover,  $\beta_{\text{core}} \simeq 1/2$  for dipole  $g$ - $m$  modes (Ledoux 1951). In these conditions, a linear relation connects the core rotational splitting to the mean core angular velocity as follows (Goupil et al. 2013; Mosser et al. 2015)

$$\delta\nu_{\text{rot,core}} \simeq \frac{1}{2} \left\langle \frac{\Omega}{2\pi} \right\rangle_{\text{core}}. \quad (17)$$

The departure of  $\Delta\tau_m$  from  $\Delta\Pi_1$  is small, on the order of a few percent of  $\Delta\Pi_1$ . This allows us to fold the stretched spectrum with  $\Delta\Pi_1$  in order to build stretched period échelle diagrams (Mosser et al. 2015), in which the individual rotational components align according to their azimuthal order and become easy to identify (Fig. 2). When the star is seen pole-on, the  $m = 0$  components line up on a unique and almost vertical ridge. Rotation modifies this scheme by splitting mixed modes into two or three components, depending on the stellar inclination.

In these échelle diagrams, rotational splittings and mixed modes are now disentangled. It is possible to identify the azimuthal order of each component of a rotational multiplet, even in a complex case like KIC 10866415 where the rotational splitting is much larger than the mixed-mode frequency spacing. In such cases, the ridges cross each other (Fig. 2).



**Fig. 2.** Stretched period échelle diagrams for red giant branch stars with different inclinations. The rotational components are identified in an automatic way through a correlation of the observed spectrum with a synthetic one constructed using Eq. (9). The colours indicate the azimuthal order: the  $m = \{-1, 0, +1\}$  rotational components are represented in green, light blue, and red, respectively. The symbol size varies as the power spectral density. *Left panel:* star seen pole-on where only the  $m = 0$  rotational component is visible. *Middle panel:* star seen equator-on where the  $m = \{-1, +1\}$  components are visible. *Right panel:* star with an intermediate inclination angle where all the three components are visible.

### 3. Disentangling and measuring rotational splittings

We use stretched period échelle diagrams to develop an automated identification of rotational multiplet components. The method is based on a correlation between the observed spectrum and a synthetic one.

#### 3.1. Construction of synthetic spectra

Synthetic spectra are built from Eqs. (9) and (10). Frequencies corresponding to pure gravity modes unperturbed by rotation, associated with the azimuthal order  $m = 0$ , are first constructed through Eq. (6). Rotation perturbs and shifts oscillation frequencies of  $g$ - $m$  modes associated with azimuthal orders  $m$  such as  $\nu - m\zeta\delta\nu_{\text{rot,core}}$  (Mosser et al. 2015). Once frequencies have been built for  $g$ - $m$  modes associated with  $m = \{-1, 0, +1\}$ , periods are calculated through  $P = 1/\nu$  and are used to construct synthetic stretched periods through Eqs. (9) and (10).

Figure 3 shows examples of such synthetic échelle diagrams for two different  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  values, where the rotational components present many crossings. These crossings between multiplet rotational components with different azimuthal orders are similar to what was shown by Ouazzani et al. (2013) for theoretical red giant spectra. However, they occur here at a smaller core pulsation frequency, for  $200 < \langle\Omega_{\text{core}}\rangle/2\pi < 2000$  nHz, while Ouazzani et al. (2013) found the first crossings to happen around  $\langle\Omega_{\text{core}}\rangle/2\pi = 8\mu\text{Hz}$ .

The frequencies where crossings occur can be expressed as (Gehan et al. 2017)

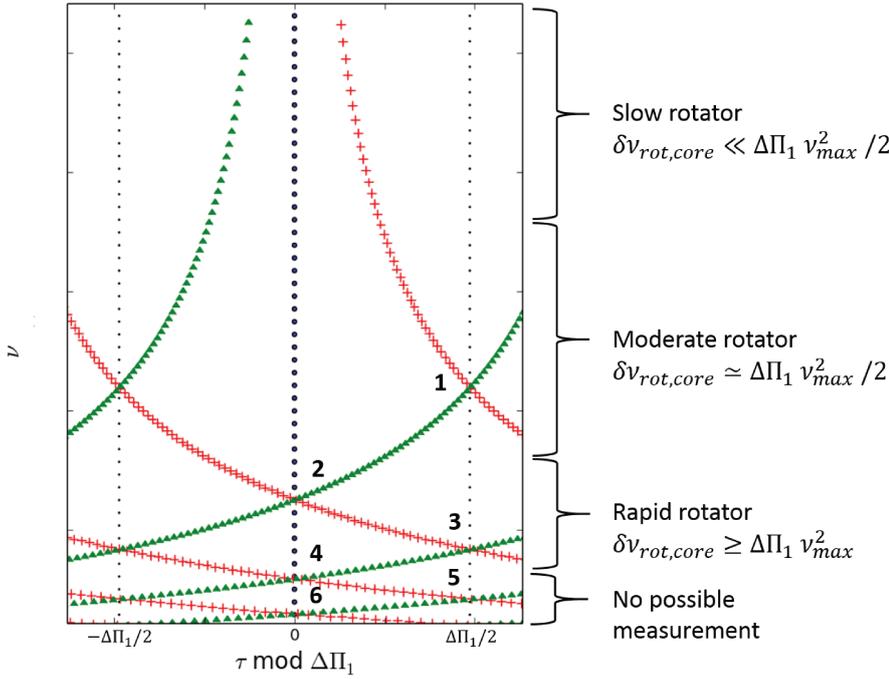
$$\nu_k = \sqrt{\frac{\delta\nu_{\text{rot,core}}}{k\Delta\Pi_1}}, \quad (18)$$

where  $k$  is a positive integer representing the crossing order. We can define whether a red giant is a slow or a rapid rotator by

comparing  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  to half the mixed-mode frequency spacing, which can be approximated by  $\Delta\Pi_1 v_{\text{max}}^2 / 2$  (Gehan et al. 2017). In these conditions, the échelle diagram shown in Fig. 3 for the largest rotational splitting can be understood as follows. The upper part corresponds to slow rotators with no crossing, where  $\delta\nu_{\text{rot,core}} \ll \Delta\Pi_1 v_{\text{max}}^2 / 2$ . These cases can be found on the lower giant branch. The medium part, where the first crossing occurs, corresponds to moderate rotators where  $\delta\nu_{\text{rot,core}} \simeq \Delta\Pi_1 v_{\text{max}}^2 / 2$ . Such complicated cases are found at lower frequencies, corresponding to most of the evolved stars in the *Kepler* sample, where rotational components can now be clearly disentangled through the use of the stretched period. The lower part corresponds to rapid rotators, where  $\delta\nu_{\text{rot,core}} \geq \Delta\Pi_1 v_{\text{max}}^2$  and too many crossings occur to allow the identification of the multiplet components in the unperturbed frequency spectra. Nevertheless, rotational components can still be disentangled using stretched period spectra. The lowest part corresponds to very rapid rotators with too many crossings to allow the identification of the multiplet rotational components, for which currently no measurement of the core rotation is possible.

For fixed  $v_{\text{max}}$  and  $\Delta\Pi_1$  values, the more  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  increases, the more  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  becomes larger compared to  $\Delta\Pi_1 v_{\text{max}}^2$ . Thus, the pattern presented in Fig. 3 is shifted upwards towards higher frequencies. In practice, if we consider stars that have the same  $\Delta\Pi_1$  and  $v_{\text{max}}$ , the larger the rotational splitting, the higher the crossing frequencies, and the larger the number of visible crossings.

Such synthetic échelle diagrams were originally used to identify the crossing order for stars with overlapping multiplet rotational components (Gehan et al. 2017). Combined with the measurement of at least one frequency where a crossing occurs, the identification of the crossing order provides us with a measurement of the mean core rotational splitting. In this study, we base our work on this method, extending it to allow for the identification of the rotational multiplet components whether these components overlap or not.



**Fig. 3.** Synthetic stretched period échelle diagram built from Eqs. (9) and (10). The colours indicate the azimuthal order: the  $m = \{-1, 0, +1\}$  rotational components are given by green triangles, blue dots, and red crosses, respectively. The small black dots represent  $\tau = (\pm\Delta\Pi_1/2) \bmod \Delta\Pi_1$ . The numbers mark the crossing order  $k$  (Eq. (18)). As the number of observable modes is limited, they cover only a limited frequency range in the diagram.

### 3.2. Correlation of the observed spectrum with synthetic ones

The observed spectrum is correlated with different synthetic spectra constructed with different  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  and  $\Delta\Pi_1$  values, through an iterative process. The position of the synthetic spectra is based on the position of important peaks in the observed spectra, defined as having a power spectral density greater than or equal to 0.25 times the maximal power spectral density of  $g$ - $m$  modes.

We test  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  values ranging from 100 nHz to 1  $\mu$ Hz with steps of 5 nHz. In fact, the method is not adequate for  $\delta\nu_{\text{rot,core}} < 100$  nHz and for  $\delta\nu_{\text{rot,core}} > 1$   $\mu$ Hz: when  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  is too low, the multiplet rotational components are too close to be unambiguously distinguished in échelle diagrams; when  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  is too high, the multiplet rotational components overlap over several  $g$ - $m$  mode orders, making their identification challenging.

We also considered  $\Delta\Pi_1$  as a flexible parameter. We used the  $\Delta\Pi_1$  measurements of Vrad et al. (2016) as a first guess and tested  $\Delta\Pi_{1,\text{test}}$  in the range  $\Delta\Pi_1 (1 \pm 0.03)$  with steps of 0.1 s. Indeed, inaccurate  $\Delta\Pi_1$  measurements can occur when only a low number of  $g$ - $m$  modes are observed, due to suppressed dipole modes (Mosser et al. 2017) or high up the giant branch where  $g$ - $m$  modes have a very high inertia and cannot be observed (Grosjean et al. 2014). Moreover, even small variations of the folding period  $\Delta\Pi_1$  modify the inclination of the observed ridges in the échelle diagram. They are then no longer symmetric with respect to the vertical  $m = 0$  ridge if the folding period  $\Delta\Pi_1$  is not precise enough, and the correlation with synthetic spectra may fail. Thus, our correlation method not only gives high-precision  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  measurements, but also allows us to improve the precision on the measurement of  $\Delta\Pi_1$ , expected to be as good as 0.01%.

Furthermore, the stellar inclination is not known a priori and impacts the number of visible rotationally split frequency components in the spectrum. Thus, three types of synthetic spectra are tested at each time step, containing one, two, and three rotational multiplet components.

### 3.3. Selection of the best-fitting synthetic spectrum

For each configuration tested, namely for synthetic spectra including one, two, or three components, the best fit is selected in an automated way by maximizing the number of peaks aligned with the synthetic ridges. After this automated step, an individual check is performed to select the best solution, depending on the number of rotational components. This manual operation allows us to correct for the spurious signatures introduced by short-lived modes or  $\ell = 3$  modes.

We define  $\tau_{\text{peak}}$  and  $\tau_{\text{synth}}$  as the observed and synthetic stretched periods of any given peak, respectively. We empirically consider that a peak is aligned with a synthetic ridge if

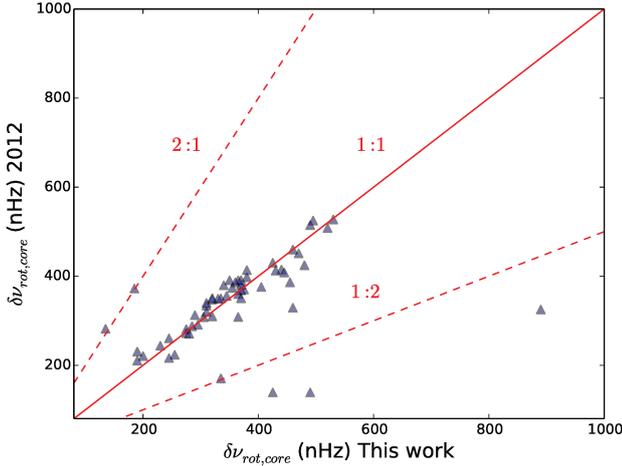
$$|\tau_{\text{peak}} - \tau_{\text{synth}}| \leq \frac{\Delta\Pi_1}{30}. \quad (19)$$

We further define

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\tau_{\text{peak},i} - \tau_{\text{synth},i})^2}{n}, \quad (20)$$

where  $n$  is the total number of aligned peaks along the synthetic ridges and  $\chi^2$  is the mean residual squared sum for peaks belonging to the synthetic rotational multiplet components. The  $\chi^2$  quantity thus represents an estimate of the spread of the observed  $\tau_{\text{peak}}$  values around the synthetic  $\tau_{\text{synth}}$ . If several  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  and  $\Delta\Pi_{1,\text{test}}$  values give the same number of aligned peaks, then the best fit corresponds to the minimum  $\chi^2$  value.

This step provides us with the best values of  $\Delta\Pi_{1,\text{test}}$  and  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  for each of the three stellar inclinations tested. At this stage, at most three possible synthetic spectra remain, corresponding to fixed  $\Delta\Pi_{1,\text{test}}$  and  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  values: a spectrum with one, two, or three rotational multiplet components. The final fit corresponding to the actual configuration is selected manually. Such final fits shown in Fig. 2 provide us with a measurement of the mean core rotational splitting, except when the star is nearby pole-on.



**Fig. 4.** Comparison of the present results with those from Mosser et al. (2012b) for stars on the red giant branch. The solid red line represents the 1:1 relation. The red dashed lines represent the 1:2 and 2:1 relations.

### 3.4. Uncertainties

The uncertainty  $\sigma$  on the measurement of  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  is calculated through Eq. (20), except that peaks with

$$|\tau_{\text{peak}} - \tau_{\text{synth}}| > \frac{\Delta\Pi_1}{3} \quad (21)$$

are considered as non-significant and are discarded from the estimation of the uncertainties. They might be due to background residuals, to  $\ell = 1$   $p$ - $m$  modes that were not fully discarded, or to  $\ell = 3$  modes. The obtained uncertainties are on the order of 10 nHz or smaller.

## 4. Comparison with other measurements

Mosser et al. (2012b) measured the mean core rotation of about 300 stars, both on the red giant branch (RGB) and in the red clump. We apply our method to the RGB stars of Mosser et al. (2012b) sample, representing 85 stars. The method proposed a satisfactory identification of the rotational components in 79% of cases. Nevertheless, for some cases our method detects only the  $m = 0$  component while Mosser et al. (2012b) obtained a measurement of the mean core rotation, which requires the presence of  $m = \pm 1$  components in the observations. Finally, our method provides  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  measurements for 67% of the stars in the sample. Taking as a reference the measurements of Mosser et al. (2012b), we can thus estimate that we miss about 12% of the possible  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  measurements by detecting only the  $m = 0$  rotational component, while the  $m = \pm 1$  components are also present but remain undetected by our method. This mostly happens at low inclination values, when the visibility of the  $m = \pm 1$  components is very low compared to that of  $m = 0$ . In such cases, the components associated with  $m = \pm 1$  appear to us lost in the background noise.

We calculated the relative difference between the present measurements and those of Mosser et al. (2012b) as

$$d_r = \left| \frac{\delta\nu_{\text{rot}} - \delta\nu_{\text{rot,2012}}}{\delta\nu_{\text{rot,2012}}} \right|. \quad (22)$$

We find that  $d_r < 10\%$  for 74% of stars (Fig. 4). We expect our correlation method to provide more accurate measurements

because we use stretched periods based on  $\zeta$ , while Mosser et al. (2012b) chose a Lorentzian profile to reproduce the observed modulation of rotational splittings with frequency, which has no theoretical basis.

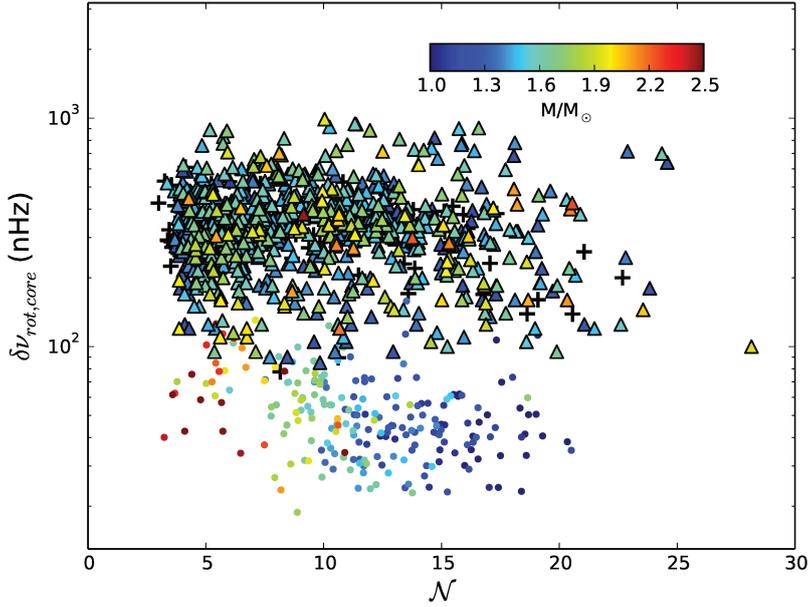
On the 57  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  measurements that we obtained for the RGB stars in the Mosser et al. (2012b) sample, only seven lie away from the 1:1 comparison. We can easily explain this discrepancy for three of these stars, lying either on the lines representing a 1:2 or a 2:1 relation. When the rotational splitting exceeds half the mixed-mode spacing, rotational multiplet components with different azimuthal orders are entangled. The rotational components associated with  $m = \pm 1$  are no longer close to the  $m = 0$  component. In these conditions, it is possible to misidentify the oscillation spectrum by considering rotational components with different radial orders and measure half the rotational splitting. Additionally, two cases result in very similar frequency spectra. Indeed, a star that has a rotational splitting equal to one quarter of the mixed-mode spacing and an inclination angle close to  $90^\circ$  will present equidistant components associated with  $m = \pm 1$ . But a star that has a rotational splitting equal to one third of the mixed-mode spacing and an inclination angle close to  $55^\circ$  will also present an equipartition of the rotational components associated with  $m = \{-1, 0, +1\}$ . In these two configurations, all rotational components almost have the same visibility. In these conditions, it is possible to misidentify these two configurations by identifying a  $m = \pm 1$  component as a  $m = 0$  component. Such a misidentification results in the measurement of twice the rotational splitting. Our method based on stretched periods deals with complicated cases corresponding to large splittings with more accuracy compared to the method of Mosser et al. (2012b), avoiding a misidentification of the rotational components. We note that Mosser et al. (2012b) measured maximum splittings values around 600 nHz while our measurements indicate values as high as 900 nHz.

## 5. Large-scale measurements of the red giant core rotation in the Kepler sample

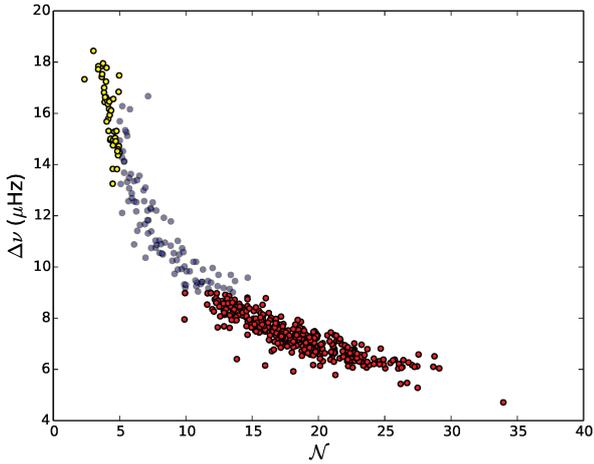
We selected RGB stars where Vrard et al. (2016) obtained measurements of  $\Delta\Pi_1$ . These measurements were used as input values for  $\Delta\Pi_{1,\text{test}}$  in the correlation method. The method proposed a satisfactory identification of the rotational multiplet components for 1183 RGB stars, which represents a success rate of 69%. We obtained mean core rotation measurements for 875 stars on the RGB (Fig. 5), roughly increasing the size of the sample by a factor of ten compared to Mosser et al. (2012b). The impossibility of fitting the rotational components increases when  $\Delta\nu$  decreases: 70% of the unsuccessful cases correspond to  $\Delta\nu \leq 9 \mu\text{Hz}$  (Fig. 6). Low  $\Delta\nu$  values correspond to evolved RGB stars. During the evolution along the RGB, the  $g$ - $m$  mode inertia increases and mixed modes are less visible, making the identification of the rotational components more difficult (Dupret et al. 2009; Grosjean et al. 2014). The method also failed to propose a satisfactory identification of the rotational components where the mixed-mode density is too low: 10% of the unsuccessful cases correspond to  $\mathcal{N} \leq 5$  (Fig. 6). These cases correspond to stars on the low RGB presenting only a few  $\ell = 1$   $g$ - $m$  modes, where it is hard to retrieve significant information on the rotational components.

### 5.1. Monitoring the evolution of the core rotation

The stellar masses and radii can be estimated from the global asteroseismic parameters  $\Delta\nu$  and  $\nu_{\text{max}}$  through the scaling



**Fig. 5.** Mean core rotational splitting as a function of the mixed-mode density measured through Eqs. (9) and (10). The colour code indicates the stellar mass estimated from the asteroseismic global parameters. Coloured triangles represent the measurements obtained in this study. Black crosses and coloured dots represent the measurements of Mosser et al. (2012b) for stars on the red giant branch and in the red clump, respectively.



**Fig. 6.** Large separation as a function of the mixed-mode density for red giant branch stars where our method failed to propose a satisfactory identification of the rotational components. Stars that have  $N \leq 5$  are represented in yellow, stars that have  $\Delta\nu \leq 9 \mu\text{Hz}$  are represented in red.

relations (Kjeldsen & Bedding 1995; Kallinger et al. 2010; Mosser et al. 2013)

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \left( \frac{v_{\max}}{v_{\max,\odot}} \right)^3 \left( \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \right)^{-4} \left( \frac{T_{\text{eff}}}{T_{\odot}} \right)^{3/2}, \quad (23)$$

$$\frac{R}{R_{\odot}} = \left( \frac{v_{\max}}{v_{\max,\odot}} \right) \left( \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \right)^{-2} \left( \frac{T_{\text{eff}}}{T_{\odot}} \right)^{1/2}, \quad (24)$$

where  $v_{\max,\odot} = 3050 \mu\text{Hz}$ ,  $\Delta\nu_{\odot} = 135.5 \mu\text{Hz}$ , and  $T_{\odot} = 5777 \text{K}$  are the solar values chosen as references.

When available, we used the effective temperatures provided from the APOKASC catalogue, where spectroscopic parameters provided from the Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment (APOGEE) are complemented with asteroseismic parameters determined by members of the *Kepler* Asteroseismology Science Consortium (KASC; Pinsonneault et al. 2014). Otherwise, we used a proxy of the effective temperature given by (Mosser et al. 2012a)

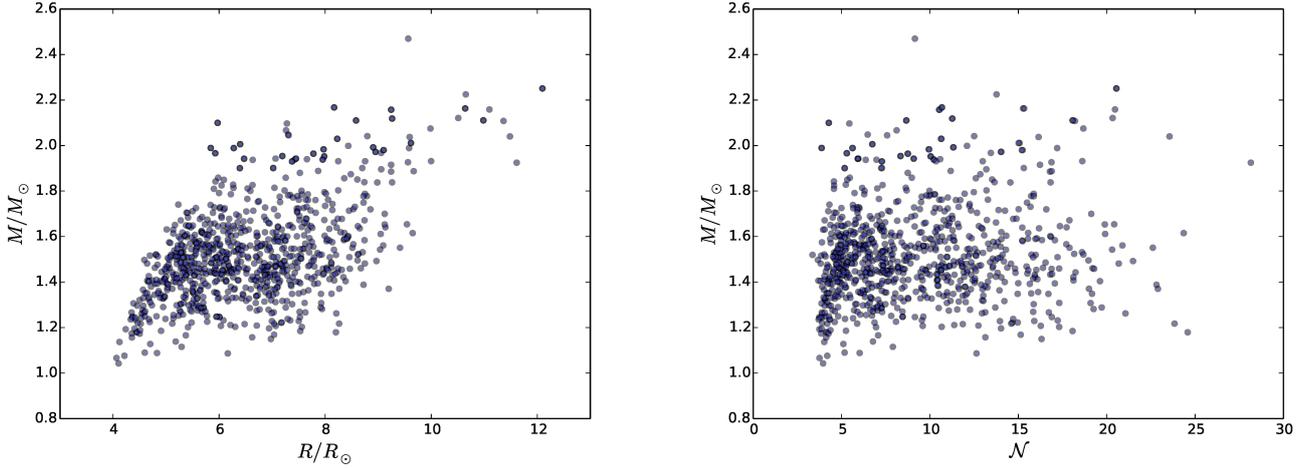
$$T_{\text{eff}} = 4800 \left( \frac{v_{\max}}{40} \right)^{0.06}, \quad (25)$$

with  $v_{\max}$  in  $\mu\text{Hz}$ .

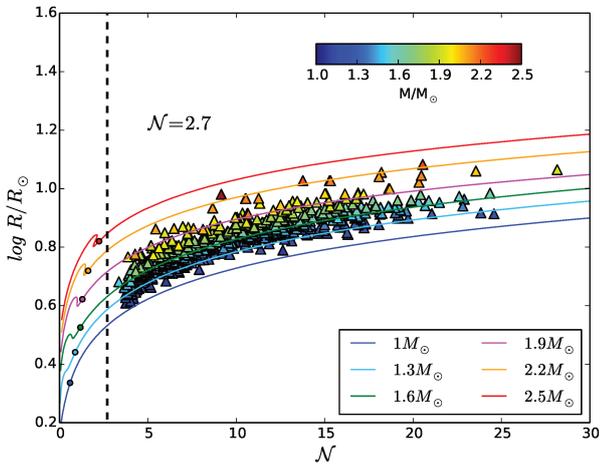
We observe a significant correlation between the stellar mass and radius in our sample (Fig. 7) with a Pearson correlation coefficient of 0.55, indicating that the radius is not an appropriate parameter to monitor the evolution of the core rotation, as one could expect. Indeed, at fixed  $\Delta\nu$ , the higher the mass, the higher the expected radius on the RGB. In these conditions, the observed correlation between the stellar mass and radius is a bias induced by stellar evolution.

In order to illustrate the main characteristics of structure and pulsation behaviour on the RGB, we produced a set of models with  $M = \{1.0, 1.3, 1.6, 1.9, 2.2, 2.5\} M_{\odot}$  using the stellar evolutionary code Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA; Paxton et al. 2011, 2013, 2015). The abundances mixture follows Grevesse & Noels (1993) and we chose a metallicity close to the solar one ( $Z = 0.02$ ,  $Y = 0.28$ ). Convection is described with the mixing length theory (Böhm-Vitense 1958) as presented by Cox & Giuli (1968), using a mixing length parameter  $\alpha_{MLT} = 2$ . We use the OPAL 2005 equation of state (Rogers & Nayfonov 2002) and the OPAL opacities (Iglesias & Rogers 1996), complemented by the Ferguson et al. (2005) opacities at low temperatures. The nuclear reaction rates come from the NACRE compilation (Angulo et al. 1999). The surface boundary conditions are based on the classical Eddington gray  $T - \tau$  relationship. Since we only aim at sketching out general features, the effect of elements' diffusion and convective core overshooting are ignored. These models confirm that stars with higher masses enter the RGB with higher radii (Fig. 8). We further observe this trend in our sample when superimposing our data onto the computed evolutionary tracks.

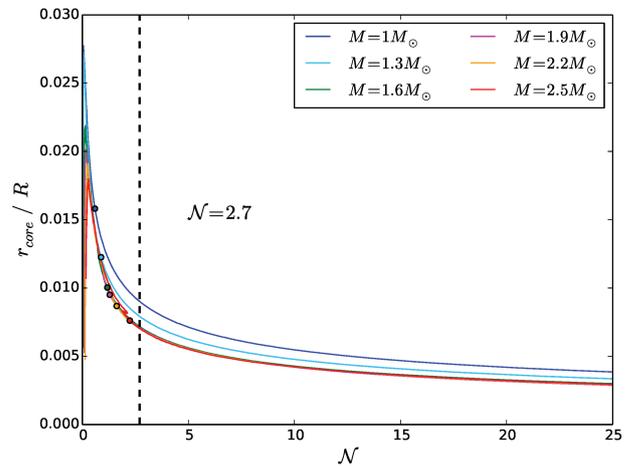
We stress that the mixed-mode density  $N$  is a possible proxy of stellar evolution instead of the radius, as models show that  $N$  increases when stars evolve along the RGB (Fig. 8). In fact, the computed evolutionary sequences indicate that while stars enter the RGB with a radius depending dramatically on the stellar mass, they show close  $N$  values between 0.6 and 2.6. We note that models confirm that all stars in our sample have already entered the RGB, as we cannot obtain seismic information for



**Fig. 7.** Mass distribution of red giant branch stars where the rotational multiplet components have been identified. The darkness of the dots is positively correlated with the number of superimposed dots. *Left panel:* mass as a function of the radius. *Right panel:* mass as a function of the mixed-mode density.



**Fig. 8.** Evolution of the radius as a function of the mixed-mode density on the red giant branch. Coloured triangles represent the measurements obtained in this study, the colour coding represents the mass estimated from the asteroseismic global parameters. Evolutionary tracks are computed with MESA for different masses. The coloured dots indicate the bottom of the RGB for the different masses. The vertical black dashed line indicates the lower observational limit for the mixed-mode density,  $\mathcal{N} = 2.7$ .



**Fig. 9.** Evolution of the relative position of the core boundary, namely the radius of the core normalized to the total stellar radius, as a function of the mixed-mode density  $\mathcal{N}$ , for different stellar masses, computed with MESA. The colour code for the evolutionary sequences and dots locating the bottom of the red giant branch is the same as in Fig. 8. The vertical black dashed line has the same meaning as in Fig. 8. The tracks corresponding to  $M \geq 1.6 M_{\odot}$  are superimposed.

stars below  $\mathcal{N} = 2.7$  with *Kepler* long-cadence data. We further observe an apparent absence of correlation between the stellar mass and the mixed-mode density in our sample (Fig. 7) with a Pearson correlation coefficient of 0.15, indicating that  $\mathcal{N}$  is a less biased proxy of stellar evolution than the radius.

As shown by our models, the mixed-mode density remarkably monitors the fraction of the stellar radius occupied by the inert helium core along the RGB (Fig. 9). This is valid for the various stellar masses considered, as the relative difference in  $r_{\text{core}}/R$  between models with different masses remains below 1%. We thus use the mixed-mode density as an unbiased marker of stellar evolution on the RGB (Fig. 5).

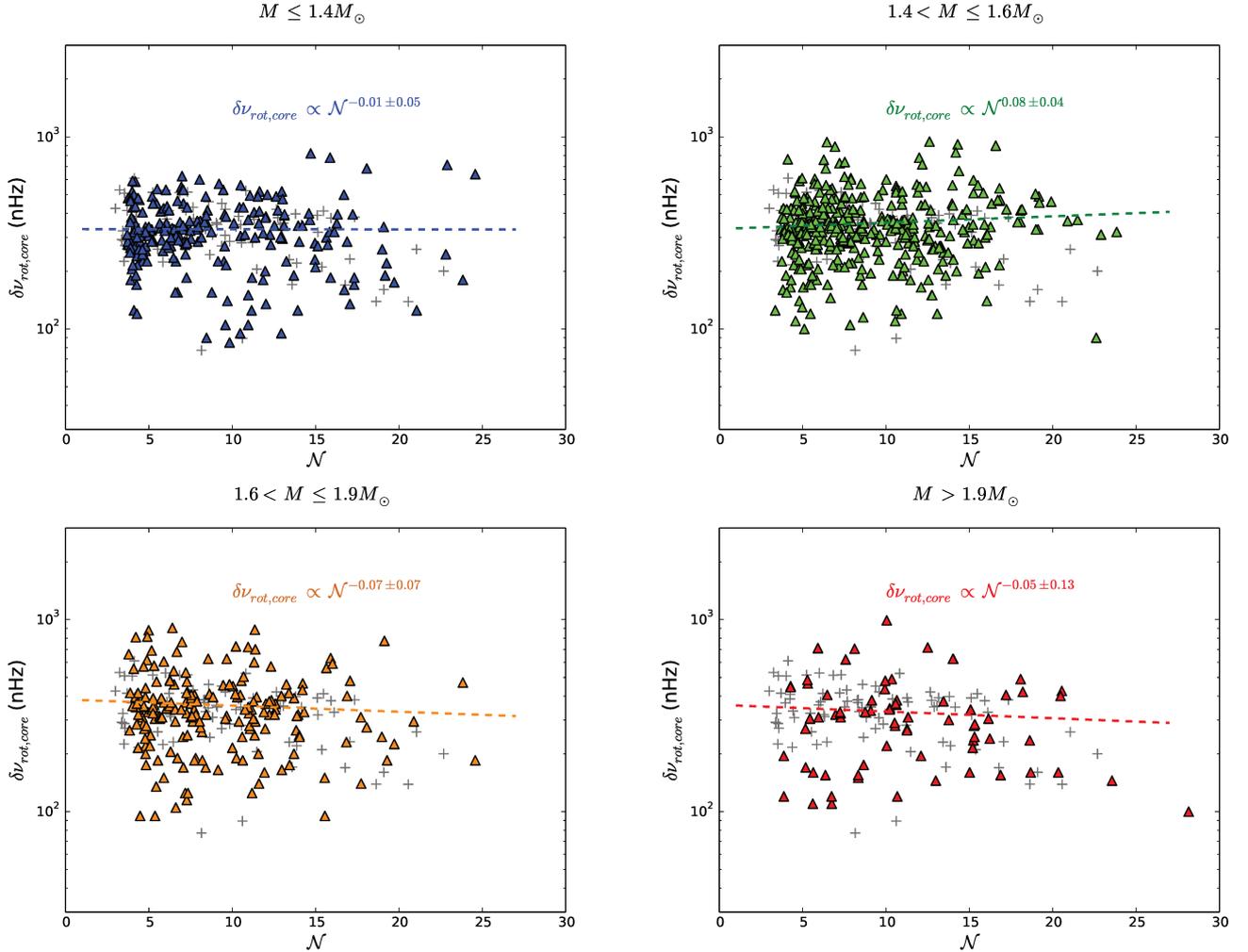
## 5.2. Investigating the core slow-down rate as a function of the stellar mass

On the one hand, Eggenberger et al. (2017) explored the influence of the stellar mass on the efficiency of the angular

momentum transport, but they only considered two stars with different masses. On the other hand, the measurements of Mosser et al. (2012b) actually included a small number of stars on the RGB and the highest mass was around  $1.7 M_{\odot}$ , with only three high-mass stars. We now have a much larger dataset covering a broad mass range, from 1 up to  $2.5 M_{\odot}$ , allowing us to investigate how the mean core rotational splitting and the slow-down rate of the core rotation depend on the stellar parameters. We considered different mass ranges, chosen in order to ensure a sufficiently large number of stars in each mass interval. We then measured for each mass range the mean value of the core rotational splitting  $\langle \delta v_{\text{rot,core}} \rangle$  and investigated a relationship of the type

$$\delta v_{\text{rot,core}} \propto \mathcal{N}^a, \quad (26)$$

with the  $a$  values resulting from a non-linear least squares fit on each mass interval (Fig. 10). The measured  $\langle \delta v_{\text{rot,core}} \rangle$  and



**Fig. 10.** Mean core rotational splitting as a function of the mixed-mode density for different mass ranges. Coloured triangles represent the measurements obtained in this study while grey crosses represent the measurements of Mosser et al. (2012b) on the red giant branch. The coloured lines represent the corresponding fits of the core slow-down obtained from Eq. (26). *Upper left panel:*  $M \leq 1.4 M_{\odot}$ . *Upper right panel:*  $1.4 < M \leq 1.6 M_{\odot}$ . *Lower left panel:*  $1.6 < M \leq 1.9 M_{\odot}$ . *Lower right panel:*  $M > 1.9 M_{\odot}$ .

$a$  values are summarized in Table 1 as a function of the mass range. The results indicate that the mean core rotational splittings and core rotation slow-down rate are the same, to the precision of our measurements, for all stellar mass ranges considered in this study (Table 1 and Fig. 11). Moreover, the mean slow-down rate measured in this study is lower than what we derive when using all the Mosser et al. (2012b) measurements on the RGB (Table 2).

## 6. Discussion

We selected the 57 RGB stars for which we and Mosser et al. (2012b) obtained mean core rotation measurements. We then considered either the radius or the mixed-mode density as a proxy of stellar evolution. In the following, we explore the origin of the discrepancy found between the mean slow-down rate of the core rotation measured in this work and the mean slope measured when using Mosser et al. (2012b) results. We then address the mass dependence of the core slow-down rate. We finally discuss the limitations and implications of our results.

### 6.1. Origin of the observed discrepancies

We first compared the slow-down rates obtained with our measurements and those of Mosser et al. (2012b) as a function of the

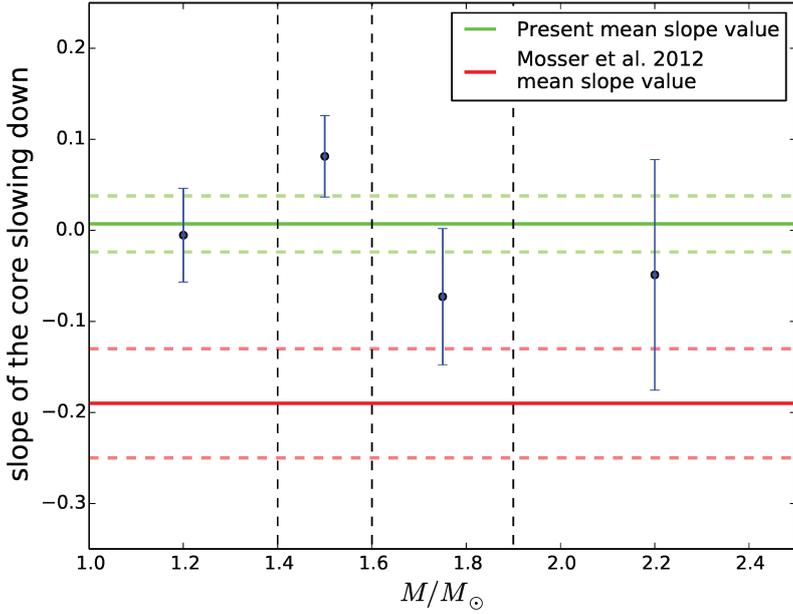
**Table 1.** Slow-down rates and mean core rotational splittings.

$M$	Number of stars	$a$	$\langle \delta\nu_{\text{rot,core}} \rangle$ (nHz)
$M \leq 1.4 M_{\odot}$	224	$-0.01 \pm 0.05$	$331 \pm 127$
$1.4 < M \leq 1.6 M_{\odot}$	383	$0.08 \pm 0.04$	$355 \pm 140$
$1.6 < M \leq 1.9 M_{\odot}$	187	$-0.07 \pm 0.07$	$359 \pm 164$
$M > 1.9 M_{\odot}$	81	$-0.05 \pm 0.13$	$329 \pm 170$

**Notes.** Fit of  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  as a function of  $N^a$  (Eq. (26)).

radius (Fig. 12). The measured slopes strongly differ from each other, the slow-down rate we obtained with our measurements being lower (Table 3). The significant differences between these two sets of measurements arise from the two stars with a radius larger than  $9.5 R_{\odot}$ , for which Mosser et al. (2012b) underestimated the mean core rotational splittings. We checked that we recover slopes that are in agreement when excluding these stars from the two datasets.

We also made the same comparison using the mixed-mode density  $N$  as a proxy of stellar evolution (Fig. 13) and found slopes in agreement (Table 3). The smaller discrepancy



**Fig. 11.** Slopes of the core slow-down  $a$  when considering the evolution of the core rotation as a function of the mixed-mode density  $\mathcal{N}$  measured through Eq. (10) for different mass ranges. Our measurements and the associated error bars are represented in blue. Vertical black dashed lines mark the boundaries between the different mass ranges considered. The green and red solid and dashed lines indicate the value of the slow-down rate and the associated error bars measured in this study from a fit to all stars  $\langle a \rangle$  and derived from all Mosser et al. (2012b) measurements on the red giant branch  $a_{\mathcal{N},2012}$ , respectively.

**Table 2.** Slow-down rates on the red giant branch.

$a_{\mathcal{N},2012}$	$\langle a \rangle$
$-0.19 \pm 0.06$	$0.01 \pm 0.03$

**Notes.** Fit of  $\delta v_{\text{rot,core}}$  as a function of the mixed-mode density. The value taken by  $a_{\mathcal{N},2012}$  is derived from Mosser et al. (2012b) measurements while  $\langle a \rangle$  is derived from the measurements obtained in this study for a much larger sample.

comes from the redistribution of the repartition of  $\delta v_{\text{rot,core}}$  measurements induced by  $\mathcal{N}$ , which probes the stellar evolutionary stage, compared to what is observed when using the radius. These slopes are in agreement but are significantly larger than what we derive from a sample ten times larger. The discrepancy thus comes from a sample effect. Hence, the sample of Mosser et al. (2012b) is somehow biased. This is not surprising because their method was limited to simple cases, that is, to small splittings. This confusion limit is more likely reached when  $\Delta\nu$  decreases, which corresponds in average to more evolved stars. Thus, in the approach followed by Mosser et al. (2012b), it is easier to measure large splittings at low  $\mathcal{N}$  since they are working with frequency instead of stretched periods. On the contrary, when  $\mathcal{N}$  increases it is harder to measure large splittings because the rotational multiplet components are entangled. In these conditions, stars showing a non-ambiguous rotational signature are more likely to present low splittings. This deficit in large splittings at large  $\mathcal{N}$  tends to result in a negative slope, suggesting a slow-down of the core rotation. Working with stretched periods allows us to measure reliable splittings well beyond the confusion limit. Thus, our measurements, encompassing a much larger sample, allow us to refine the diagnosis of Mosser et al. (2012b) on the evolution of the core rotation along the RGB and to reveal that this evolution is independent of the stellar mass. They confirm low core-rotation rates on the low RGB, and indicate that the core rotation seems to remain constant on the part of the RGB covered by our sample, instead of slightly slowing down. This reinforces the need to find physical mechanisms to counterbalance the core contraction along the RGB, which should lead to an acceleration of the core rotation in the absence of

angular momentum transport. Furthermore, models still need to reconcile with observations as they predict core rotation rates at least ten times higher than those measured.

### 6.2. Mass dependence of the core slow-down rate

Our results suggest a similar evolution of the core rotation for various masses on the red giant branch. This constitutes a striking feature and hopefully a fruitful indication in the search for the physical process at work. It is not in contradiction with the conclusion made by Eggenberger et al. (2017) that the efficiency of the angular momentum transport would increase with stellar mass, since a  $2.5 M_{\odot}$  star evolves 100 times faster than a  $1 M_{\odot}$  star on the RGB (Table 4). However, things are not so simple as the evolutionary timescale is not the only parameter at stake. More modelling work will be necessary to go from these measurements to quantitative estimates in terms of angular momentum transport and to bring tighter constraints on the mechanisms at work. This goes beyond the scope of the present work.

### 6.3. Mean core rotation

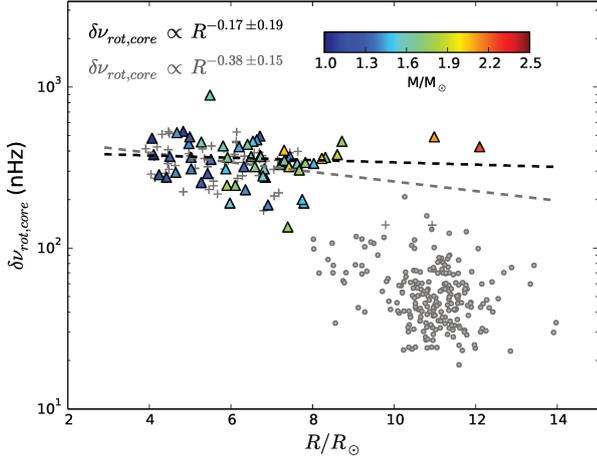
We must keep in mind that the measured  $\delta v_{\text{rot,core}}$  are the rotational splittings of the most  $g$ -dominated dipole modes, which does not directly scale with the core rotation rate (Eqs. (12)–(14)). In practice,  $\beta_{\text{core}}/\beta_{\text{env}} \gg 1$  only on the high RGB accessible with asteroseismology. On the lower RGB, the envelope contribution to the splittings of  $g$ - $m$  modes is not negligible. We thus need to introduce a correction factor  $\eta$  into Eq. (17) to derive an accurate estimation of the mean core rotation rate (Mosser et al. 2012b) as

$$\langle \Omega \rangle_{\text{core}} = 4\pi\eta\delta v_{\text{rot,core}}, \quad (27)$$

with

$$\eta = 1 + \frac{0.65}{\mathcal{N}}. \quad (28)$$

However, the relative deviation between  $\langle \Omega \rangle_{\text{core}}$  values derived with and without the  $\eta$  correction factor remains limited to



**Fig. 12.** Mean core rotational splitting as a function of the radius estimated from the global asteroseismic parameters. Our measurements are represented by coloured triangles, the colour code being the same as in Fig. 5. Mosser et al. (2012b)’s measurements on the RGB and on the clump are represented by grey crosses and dots, respectively. RGB stars are common to our study and to the Mosser et al. (2012b) study. The linear fit resulting from our RGB measurements is plotted in black while the fit resulting from Mosser et al. (2012b) RGB measurements is represented in grey.

**Table 3.** Slow-down rates on the RGB.

Variable	$a_{2012,now}$	$a_{us}$
$R/R_{\odot}$	$-0.38 \pm 0.15$	$-0.17 \pm 0.19$
$\mathcal{N}$	$-0.13 \pm 0.07$	$-0.10 \pm 0.09$

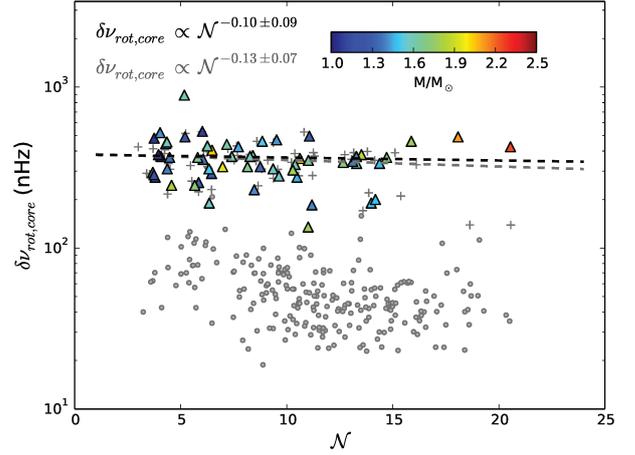
**Notes.** Fit of the core rotational splitting is a function of either the stellar radius or the mixed-mode density. These fits are based on stars that are common to our study and to that of Mosser et al. (2012b). The values taken by  $a_{2012,now}$  are derived from Mosser et al. (2012b) measurements while  $a_{us}$  values are derived from our measurements.

around 15% in absolute value. In these conditions,  $\delta\nu_{rot,core}$  can be used as a proxy of the red giant mean core rotation and provides clues on its evolution during the RGB stage. Moreover, the  $\eta$  correction is only a proxy for the correction of the envelope contribution. A complete interpretation in terms of the evolution of the red giant core rotation from the measured splittings requires the computation of rotational kernels, which is left to further studies.

#### 6.4. Implications for the high RGB and the clump

We must also keep in mind that asteroseismology allows us to probe stellar interiors for only a fraction of the time spent by stars on the RGB ( $t_{obs}/t_{RGB}$  in Table 4). Thus, existing seismic measurements cannot bring constraints on the evolution of the core rotation on the high RGB, and we have to rely on modelling in this evolutionary stage. We know that a significant braking must occur in this evolutionary stage, unfortunately out of reach of seismic measurements. Indeed, compared to what we measure for RGB stars, the mean rotational splitting on the red clump is divided by a factor of eight for  $M \leq 1.2 M_{\odot}$  stars and a factor of four for  $M > 1.9 M_{\odot}$  stars, as seen in Fig. 5.

Finally, the fact that  $\mathcal{N}$  is a good proxy of stellar evolution on the RGB is not the case on the clump. Clump and RGB stars have mixed-mode densities located in the same range



**Fig. 13.** Same as Fig. 12, this time representing the mean core rotational splitting as a function of the mixed-mode density.

**Table 4.** Evolutionary timescales given by MESA for different stellar masses, either on the whole RGB ( $t_{RGB}$ ) and accessible through asteroseismology for  $3 < \mathcal{N} < 30$  ( $t_{obs}$ ).

$M/M_{\odot}$	$t_{RGB}$ (Myr)	$t_{obs}$ (Myr)	$t_{obs}/t_{RGB}$ (%)
1.0	640	200	31
1.3	420	160	38
1.6	280	120	43
1.9	110	50	46
2.2	44	13	30
2.5	8	6	75

of values, which seems to indicate that  $\mathcal{N}$  decreases from the tip of the RGB (Fig. 5). This is confirmed by models computed with MESA, which indicate that  $\mathcal{N}$  strongly decreases when helium burning is firmly established in the core. Moreover, data emphasize that the dispersion of the  $\mathcal{N}$  values met in the clump rises from a mass effect and does not trace the stellar evolution in the clump (Fig. 5). Higher mass stars have lower  $\mathcal{N}$  values on average. This trend is confirmed by models that predict lower  $\mathcal{N}$  values on the clump when the stellar mass increases.

## 7. Conclusion

Mixed modes and splittings can now be disentangled in a simple and almost automated way through the use of stretched period spectra. This opens the era of large-scale measurements of the core rotation of red giants necessary to prepare the analysis of Plato data representing hundreds of thousands of potential red giants. We developed a method allowing an automatic identification of the dipole gravity-dominated mixed-modes split by rotation, providing us with a measurement of the mean core rotational splitting  $\delta\nu_{rot,core}$  for red giant branch stars, even when mixed modes and splittings are entangled. As rotational components with different azimuthal orders are now well identified in the full power spectrum, we can now have access to large rotational splitting values in a simple way.

We obtained mean core rotation measurements for 875 red giant branch stars, covering a broad mass range from 1 to  $2.5 M_{\odot}$ . This led to the possibility of unveiling the role of the stellar mass in the core rotation slow-down rate. These measurements,

obtained using a more elaborate method applied to a much larger sample, allowed us to extend the results of Mosser et al. (2012b) through a more precise characterization of the evolution of the mean core rotation on the red giant branch, and to unveil how this evolution depends on the stellar mass. As evolutionary sequences calculated with MESA for various stellar masses emphasized that the radius, used by Mosser et al. (2012b), is not a good proxy of stellar evolution, we used instead the mixed-mode density  $\mathcal{N}$ . Our results are not in contradiction with the conclusions of Mosser et al. (2012b), as they confirm low core rotation rates on the low red giant branch and indicate that the core rotation is almost constant instead of slightly slowing down on the part of the RGB to which we have access. It also appeared that this rotation is independent of the mass and remains constant over the red giant branch encompassed by our observational set. This conclusion differs from previous results and is due to the combination of the use of a larger and less biased dataset. As stars in our sample evolve on the RGB with very different timescales, this result implies that the mechanisms transporting angular momentum should have different efficiencies for different stellar masses. Quantifying the efficiency of the angular momentum transport requires a deeper use of models. This is beyond the scope of this paper and left to further studies.

*Acknowledgements.* We acknowledge financial support from the Programme National de Physique Stellaire (CNRS/INSU). We thank Sébastien Deheuvels for fruitful discussions, and the entire *Kepler* team, whose efforts made these results possible.

## References

- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., et al. 1999, *Nucl. Phys. A*, 656, 3
- Beck, P. G., Bedding, T. R., Mosser, B., et al. 2011, *Science*, 332, 205
- Bedding, T. R., Mosser, B., Huber, D., et al. 2011, *Nature*, 471, 608
- Belkacem, K., Marques, J. P., Goupil, M. J., et al. 2015a, *A&A*, 579, A30
- Belkacem, K., Marques, J. P., Goupil, M. J., et al. 2015b, *A&A*, 579, A31
- Böhm-Vitense, E. 1958, *Z. Astrophys.*, 46, 108
- Cantiello, M., Mankovich, C., Bildsten, L., et al. 2014, *ApJ*, 788, 93
- Ceillier, T., Eggenberger, P., García, R. A., et al. 2013, *A&A*, 555, A54
- Cox, J. P., & Giuli, R. T. 1968, *Principles of Stellar Structure* (New York: Gordon and Breach)
- Deheuvels, S., Doğan, G., Goupil, M. J., et al. 2014, *A&A*, 564, A27
- De Ridder, J., Barban, C., Baudin, F., et al. 2009, *Nature*, 459, 398
- Dupret, M.-A., Belkacem, K., Samadi, R., et al. 2009, *A&A*, 506, 57
- Eggenberger, P., Montalbán, J., & Miglio, A. 2012, *A&A*, 544, L4
- Eggenberger, P., Lagarde, N., Miglio, A., et al. 2017, *A&A*, 599, A18
- Ferguson, J. W., Alexander, D. R., Allard, F., et al. 2005, *ApJ*, 623, 585
- Fuller, J., Lecoanet, D., Cantiello, M., et al. 2014, *ApJ*, 796, 17
- Gehan, C., Mosser, B., & Michel, E. 2017, *EPJ Web Conf.*, 160, 04005
- Goupil, M. J., Mosser, B., Marques, J. P., et al. 2013, *A&A*, 549, A75
- Grevesse, N., & Noels, A. 1993, *Phys. Scr.*, T47, 133
- Grosjean, M., Dupret, M.-A., Belkacem, K., et al. 2014, *A&A*, 572, A11
- Hekker, S., & Christensen-Dalsgaard, J. 2017, *A&ARv*, 25, 1
- Iglesias, C. A., & Rogers, F. J. 1996, *ApJ*, 464, 943
- Kallinger, T., Weiss, W. W., Barban, C., et al. 2010, *A&A*, 509, A77
- Kjeldsen, H., & Bedding, T. R. 1995, *A&A*, 293, 87
- Lagarde, N., Decressin, T., Charbonnel, C., et al. 2012, *A&A*, 543, A108
- Lagarde, N., Bossini, D., Miglio, A., Vrad, M., & Mosser, B. 2016, *MNRAS*, 457, L59
- Ledoux, P. 1951, *ApJ*, 114, 373
- Marques, J. P., Goupil, M. J., Lebreton, Y., et al. 2013, *A&A*, 549, A74
- Montalbán, J., Miglio, A., Noels, A., et al. 2013, *ApJ*, 766, 118
- Mosser, B., & Miglio, A. 2016, in *The CoRot Legacy Book: The Adventure of the Ultra High Precision Photometry from space*, ed. CoRot Team, 197
- Mosser, B., Belkacem, K., Goupil, M. J., et al. 2011, *A&A*, 525, L9
- Mosser, B., Elsworth, Y., Hekker, S., et al. 2012a, *A&A*, 537, A30
- Mosser, B., Goupil, M. J., Belkacem, K., et al. 2012b, *A&A*, 548, A10
- Mosser, B., Goupil, M. J., & Belkacem, K., et al. 2012c, *A&A*, 540, A143
- Mosser, B., Michel, E., Belkacem, K., et al. 2013, *A&A*, 550, A126
- Mosser, B., Benomar, O., & Belkacem, K., et al. 2014, *A&A*, 572, L5
- Mosser, B., Vrad, M., Belkacem, K., et al. 2015, *A&A*, 584, A50
- Mosser, B., Belkacem, K., Pinçon, C., et al. 2017, *A&A*, 598, A62
- Ouazzani, R.-M., Goupil, M. J., Dupret, M.-A., & Marques, J. P. 2013, *A&A*, 554, A80
- Paxton, B., Bildsten, L., Dotter, A., et al. 2011, *ApJS*, 192, 3
- Paxton, B., Cantiello, M., Arras, P., et al. 2013, *ApJS*, 208, 4
- Paxton, B., Marchant, P., Schwab, J., et al. 2015, *ApJS*, 220, 15
- Pinçon, C., Belkacem, K., Goupil, M. J., & Marques, J. P. 2017, *A&A*, 605, A31
- Pinsonneault, M. H., Elsworth, Y., Epstein, C., et al. 2014, *ApJS*, 215, 19
- Rogers, F. J., & Nayfonov, A. 2002, *ApJ*, 576, 1064
- Rüdiger, G., Gellert, M., Spada, F., & Tereshin, I. 2015, *A&A*, 573, A80
- Scuflaire, R. 1974, *A&A*, 36, 107
- Spada, F., Gellert, M., Arlt, R., et al. 2016, *A&A*, 589, A23
- Stello, D., Huber, D., Bedding, T. R., et al. 2013, *ApJ*, 765, L41
- Talon, S., & Zahn, J.-P. 1997, *A&A*, 317, 749
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. 1989, *Nonradial Oscillations of Stars* (Tokyo: University of Tokyo Press)
- Vrad, M., Mosser, B., Samadi, R., et al. 2016, *A&A*, 588, A87
- Vrad, M., Mosser, B., & Barban, C. 2017, *EPJ Web Conf.*, 160, 04012
- Zahn, J.-P. 1992, *A&A*, 265, 115



## Chapitre 7

# Vers une interprétation complète du spectre d'oscillation des géantes rouges

La compréhension des spectres d'oscillation des géantes rouges passe par une identification claire des modes en utilisant la relation asymptotique des modes mixtes, complétée par une description de l'influence de la rotation sur les oscillations (Mosser et al. 2015 [114]). Jusqu'ici, la majorité des étoiles dont le spectre a été étudié en détail et modélisé sont situées sur le bas de la branche des géantes rouges (Baudin et al. 2012 [8], Di Mauro et al. 2016 [43]), à la fois parce que la résolution fréquentielle relative est meilleure pour ce stade évolutif, et parce que les spectres d'oscillation présentent des splittings rotationnels plus petits que l'espacement des modes mixtes et restent ainsi simples à interpréter. Lorsque les étoiles évoluent sur la branche des géantes rouges, les splittings rotationnels et les modes mixtes sont enchevêtrés et il est plus probable de se tromper dans l'identification du spectre (Mosser et al. 2012 [109]).

Mon travail permet d'apporter un éclairage nouveau sur l'identification des modes perturbés par la rotation. La méthodologie que j'ai mise en place (Gehan et al. 2016 [58]) ouvre la voie aux mesures à grande échelle du splitting rotationnel moyen lié à la rotation du cœur sur la branche des géantes rouges (Gehan et al. 2018 [60]), tout en permettant d'analyser efficacement les spectres d'oscillation lorsque la rotation du cœur est rapide (Gehan et al. 2017 [59]). Ces travaux permettent d'améliorer l'interprétation des spectres d'oscillation des géantes rouges. Il est maintenant envisageable d'étudier les propriétés individuelles des modes mixtes dans les spectres de géantes rouges, là où la plupart des travaux précédents sont basés sur la mesure et l'analyse de paramètres sismiques globaux, comme la grande séparation  $\Delta\nu$  ou encore l'espacement en période asymptotique des modes de gravité  $\Delta\Pi_1$  (voir Miglio et al. 2017 [96]). C'est l'objet de l'article de Mosser, Gehan, Belkacem et al. (2018) [108] où nous apportons une description cohérente du spectre d'oscillation des géantes rouges riche en modes mixtes, aussi bien sur la branche des géantes rouges que sur la branche horizontale, même pour des étoiles présentant une rotation rapide du cœur. De nouvelles expressions, basées sur la relation asymptotique des modes mixtes, sont proposées et testées pour l'espacement en période des modes mixtes et les splittings rotationnels. L'identification des modes mixtes individuels permet de mesurer les hauteurs et largeurs des modes mixtes et de mesurer l'angle d'inclinaison de l'axe de rotation par rapport à la ligne de visée. Nous estimons également les conditions selon lesquelles les modes mixtes sont observables à partir des paramètres sismiques globaux. J'ai contribué à cet article par mes analyses de splittings rotationnels avec des diagrammes échelle en période corrigée ainsi que par les nombreux essais sur les meilleures techniques d'ajustement. L'observation de splittings rotationnels asymétriques a également contribué à motiver ce travail.

## 7.1 Identification des modes mixtes

Le motif d'oscillation universel des géantes rouges (Eq. 3.14) permet dans un premier temps d'identifier les modes radiaux et quadrupolaires. Les modes mixtes dipolaires sont ensuite identifiés de façon automatique dans les intervalles de fréquence en-dehors des modes radiaux et quadrupolaires. La sélection automatique des modes repose sur un test statistique : le rapport entre la hauteur des pics et le fond doit être plus grand qu'un niveau seuil  $R_p$  de manière à rejeter l'hypothèse nulle, où du bruit seul suffit à expliquer la présence des pics (Mosser et al. 2009 [100]). On souhaite que la probabilité  $p$  que du bruit blanc suffise à expliquer le signal soit la plus faible possible. Pour les modes ayant une longue durée de vie, comme les modes mixtes dominés par la gravité, la relation entre  $R_p$  et  $p$  dépend de la durée d'observation  $T_{\text{obs}}$  et de la largeur de l'intervalle  $\Delta_\nu$  de fréquence où on s'attend à observer un mode comme (Appourchaux et al. 2009 [3])

$$R_p \simeq \ln \frac{T_{\text{obs}} \Delta_\nu}{p}. \quad (7.1)$$

Il est utile de considérer  $\Delta_\nu = \Delta\nu/\mathcal{N}$  car on attend par définition  $\mathcal{N}$  modes mixtes dipolaires par intervalle de fréquence de largeur  $\Delta\nu$ , sans prendre en compte les effets de la rotation sur les modes d'oscillation. En pratique, on recherche quelques pics dans un intervalle de fréquence  $\Delta_\nu$  car on y attend un, deux ou trois modes en moyenne, selon l'inclinaison de l'axe de rotation. En considérant la durée d'observation de quatre ans du satellite *Kepler* et une probabilité de réjection  $p = 10^{-2}$ , la valeur seuil est typiquement  $R_p = 10$ . Un premier ajustement du spectre basé sur la relation asymptotique des modes mixtes est initié avec  $R_p = 10$ , puis utilisé avec une valeur  $R_p$  plus faible pour mener un second ajustement, où les modes mixtes fins sont recherchés dans des intervalles de fréquence étroits, de largeur inférieure à  $0.1 \mu\text{Hz}$ . La détection des modes mixtes dominés par la gravité bénéficie de l'information acquise par les pics présentant des hauteurs plus importantes, et la valeur  $R_p = 7$  est suffisante pour rejeter l'hypothèse nulle à une probabilité de 1 %. Un pic fin est finalement identifié comme un mode mixte dominé par la gravité si sa fréquence est suffisamment proche de la fréquence asymptotique, dans un intervalle inférieur à quatre fois la largeur du mode pour les modes résolus, et à quatre fois la résolution fréquentielle pour les modes non résolus. Les paramètres sismiques globaux des modes dominés par la gravité sont ensuite obtenus par les méthodes décrites dans Vrad et al. (2016) [153] et Mosser et al. (2017) [113], au moyen d'une minimisation du  $\chi^2$  entre les spectres observé et synthétique.

## 7.2 Ajustement des modes mixtes individuels

La fréquence centrale des modes identifiés en utilisant la relation asymptotique des modes mixtes est ensuite déterminée comme le barycentre de l'excès de puissance associé. Le mode mixte dipolaire est alors ajusté par une lorentzienne, qui permet de mesurer la hauteur et la largeur à mi-hauteur du mode. L'ajustement asymptotique des modes mixtes utilisé ici présente l'avantage d'être basé sur un petit nombre de paramètres, qui comprennent les fréquences des modes radiaux, la position moyenne attendue des modes de pression dipolaires donnée par la petite séparation  $d_{01}$ , ainsi que quatre paramètres asymptotiques : l'espacement en période des modes de gravité dipolaires  $\Delta\Pi_1$ , le facteur de couplage  $g$ , l'offset de gravité  $\varepsilon_g$ , et le splitting rotationnel moyen associé à la rotation du cœur  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ .

La fiabilité de l'ajustement asymptotique a été vérifiée sur l'étoile KIC 6144777. Des pics présentant une valeur  $R_p > 7$ , non identifiés comme des modes mixtes dipolaires, sont présents mais n'invalident pas l'ajustement asymptotique du spectre. Ces pics correspondent principalement soit à des modes quadrupolaires, soit à des modes de degré  $\ell = 3$ , soit à du bruit. Les résidus entre les fréquences des modes mixtes observées et asymptotiques sont le plus souvent inférieurs à la résolution en fréquence du spectre observé et comparables aux incertitudes sur les fréquences mesurées (Fig. 7.1). Les résidus sont plus grands, mais toujours de l'ordre de la résolution en fréquence, autour des modes mixtes dominés par la pression. Les déviations observées, de l'ordre de  $\Delta\nu/200$ , ne sont pas dues aux *glitches*

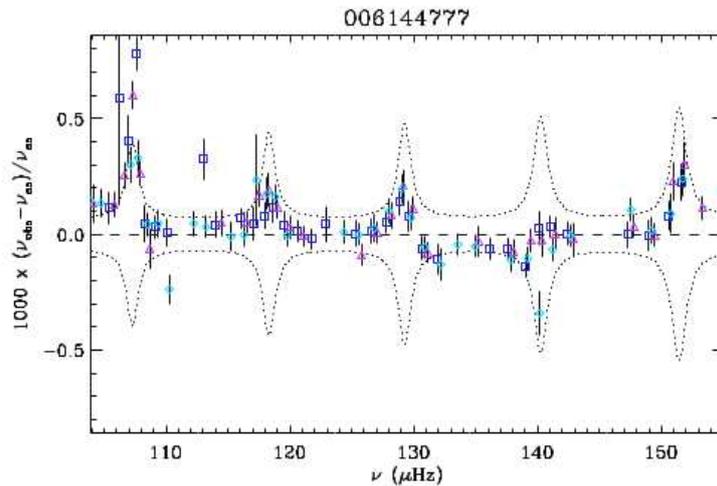


Figure 7.1 – Résidus relatifs, multipliés par 1000, entre les fréquences des modes mixtes observées et asymptotiques de l'étoile KIC 6144777. La couleur des symboles indique l'ordre azimutal : les carrés bleu foncé indiquent  $m = -1$ , les losanges bleu clair indiquent  $m = 0$  et les triangles pourpres indiquent  $m = +1$ . Les incertitudes à  $1-\sigma$  sont représentées par les barres noires verticales. Les tirets correspondent à un ajustement parfait. Les lignes pointillés représentent la résolution en fréquence modulée par  $\Delta\nu(1 - \zeta)/100$ , et sont utilisées de manière empirique pour définir la qualité de l'ajustement.

de pression, qui provoquent des déviations bien plus importantes de l'ordre de  $\Delta\nu/40$  (Vrard et al. 2015 [152]). Lorsque les modes mixtes dominés par la pression sont exclus, la déviation standard de l'ajustement asymptotique est de 11 nHz, ce qui représente 1.3 fois la résolution fréquentielle, ou une précision relative de  $10^{-4}$  à la fréquence  $\nu_{\max}$ . L'accord entre les pics observés et asymptotiques de l'étoile KIC 6144777 démontre la qualité de l'ajustement asymptotique, qui peut être utilisé pour obtenir des mesures précises et non biaisées des paramètres asymptotiques des modes mixtes.

### 7.3 Mesure des paramètres sismiques associés aux modes mixtes

Suivant les travaux de Shibahashi (1979) [136] et Unno et al. (1989) [151], des expressions asymptotiques ont été dérivées pour différents paramètres sismiques associés aux modes mixtes : les fréquences propres (Mosser et al. 2012 [110]), l'espacement en période (Christensen-Dalsgaard 2012 [28]), les splittings rotationnels (Goupil et al. 2013 [63], Deheuvels et al. 2015 [37]), les largeurs et hauteurs des modes (Grosjean et al. 2014 [65], Belkacem et al. 2015 [16, 15], Mosser et al. 2017 [104]). L'idée est ici de réviser certaines de ces expressions afin de donner une vision plus précise et unifiée du spectre de modes mixtes. Ce sont mes travaux, montrant la validité des spectres en période corrigée, qui ont conduit à réviser ces expressions.

#### 7.3.1 Espacement en période

Les travaux précédents (Christensen-Dalsgaard 2012 [28], Mosser et al. 2015 [114]) ont montré que l'espacement en période des modes mixtes dipolaires s'écrit

$$\Delta P = P_{n_m} - P_{n_m+1} = \zeta \Delta \Pi_1. \quad (7.2)$$

Or  $\zeta$  peut varier de façon significative entre les périodes  $P_{n_m+1}$  et  $P_{n_m}$ , rendant cette expression ambiguë. Mosser et al. (2015) [114] ont montré que la variation de la période d'oscillation  $P$  avec l'ordre radial mixte  $n_m$  s'écrit

$$\frac{dP}{dn_m} = \zeta \Delta \Pi_1. \quad (7.3)$$

En intégrant cette équation, on obtient une nouvelle expression pour l'espacement en période qui s'exprime

$$\Delta P = P_{n_m} - P_{n_m+1} = \langle \zeta \rangle_{n_m} \Delta \Pi_1, \quad (7.4)$$

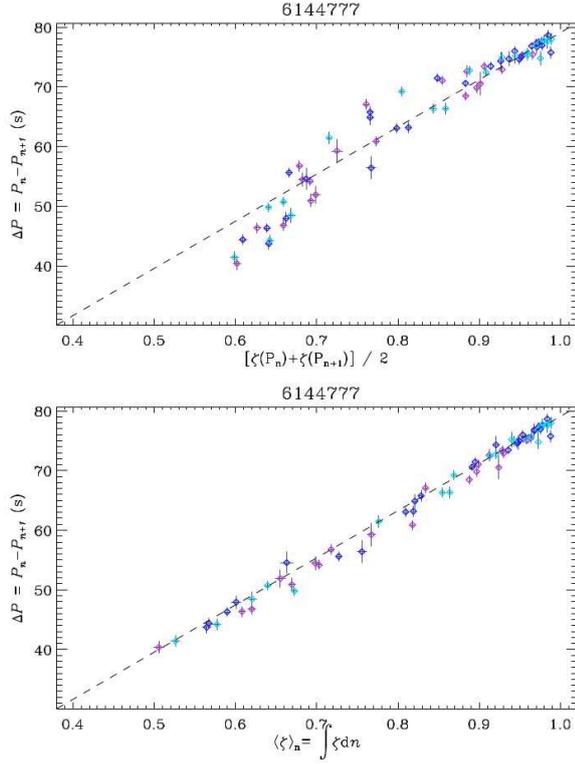


Figure 7.2 – Espacement en période des modes mixtes dipolaires de l'étoile KIC 614777. *Haut* :  $\Delta P$  en fonction de la moyenne arithmétique  $[\zeta(\nu_{n_m}) + \zeta(\nu_{n_m+1})]/2$ . *Bas* :  $\Delta P$  en fonction de la fonction intégrée  $\langle \zeta \rangle_{n_m}$ . Les couleurs codent l'ordre azimutal : les carrés bleu foncé indiquent  $m = -1$ , les losanges bleu clair indiquent  $m = 0$  et les triangles pourpres indiquent  $m = +1$ . La ligne pointillée indique une relation 1:1. Les incertitudes à  $1-\sigma$  sur les espacements en période et sur les valeurs intégrées de  $\zeta$  sont respectivement indiquées par des barres d'erreur verticales et horizontales.

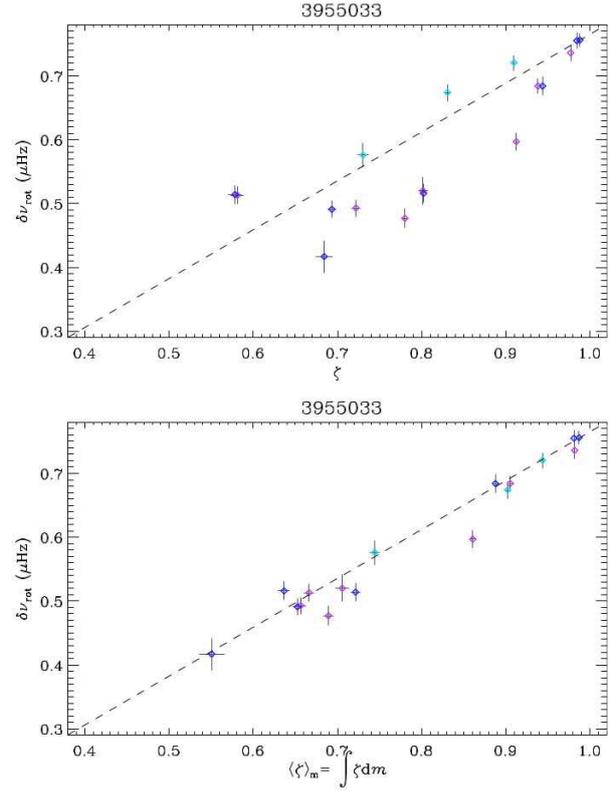


Figure 7.3 – Splittings rotationnels moyens de l'étoile KIC 3955033. *Haut* :  $\delta\nu_{\text{rot}}$  en fonction de  $\zeta$ . *Bas* :  $\delta\nu_{\text{rot}}$  en fonction de la fonction intégrée  $\langle \zeta \rangle_m$ . Les couleurs codent l'ordre azimutal comme dans la Fig. 7.2. La ligne pointillée indique une relation 1:1. Les incertitudes à  $1-\sigma$  sur les splittings rotationnels et les valeurs intégrées de  $\zeta$  sont respectivement indiquées par des barres d'erreur verticales et horizontales.

où

$$\langle \zeta \rangle_{n_m} = \int_{n_m}^{n_m+1} \zeta(\nu) dn_m. \quad (7.5)$$

On considère ici que  $n_m$  est une variable continue définie par

$$dn_m = \frac{d\tau}{\Delta\Pi_1}, \quad (7.6)$$

où

$$d\tau = \frac{d\nu}{\zeta \nu^2}. \quad (7.7)$$

Dans ces conditions, on retrouve l'expression

$$\Delta P = \int_{\nu_{n_m}}^{\nu_{n_m+1}} \frac{d\nu}{\nu^2}, \quad (7.8)$$

qui découle directement du fait que  $dP = -d\nu/\nu^2$  par définition. Le fait de retrouver cette définition en utilisant  $\langle \zeta \rangle_{n_m}$  au lieu de  $\zeta$  montre que l'équation 7.4 est plus précise pour la mesure de  $\Delta P$  que l'équation 7.2. Finalement,

$$\langle \zeta \rangle_{n_m} = \int_{n_m}^{n_m+1} \zeta(\nu) dn_m = \int_{\nu_{n_m,m}}^{\nu_{n_m+1,m}} \frac{d\nu}{\Delta\Pi_1 \nu^2}. \quad (7.9)$$

La validité de l'équation 7.4 a été testée sur l'étoile KIC 6144777, située sur la branche des géantes rouges. L'espacement en période a été mesuré, dans un cas en utilisant la moyenne arithmétique  $[\zeta(\nu_{n_m}) + \zeta(\nu_{n_m+1})]/2$ , dans l'autre cas la valeur intégrée  $\langle \zeta \rangle_{n_m}$ . Les  $\Delta P$  mesurés en utilisant  $\zeta$  sont modulés (Fig. 7.2 haut), sauf pour les modes mixtes dominés par la gravité où  $\zeta$  est proche de 1. Lorsque  $0.7 < \zeta < 0.9$ , la fonction  $\zeta$  est convexe et les  $\Delta P$  sont surestimés ; lorsque  $0.7 < \zeta$ , la fonction  $\zeta$  est concave et les  $\Delta P$  sont sous-estimés. Les  $\Delta P$  mesurés en utilisant  $\langle \zeta \rangle_{n_m}$  ne présentent aucune modulation et l'ajustement est à peu près linéaire, avec un  $\chi^2$  deux fois plus petit (la Fig. 7.2 bas). Cette comparaison empirique confirme que l'utilisation de la fonction intégrée  $\langle \zeta \rangle_{n_m}$  donne une mesure plus précise de l'espacement en période des modes mixtes dipolaires.

### 7.3.2 Splitting rotationnel

Le splitting rotationnel est également modulé par la fonction  $\zeta$  comme (Goupil et al. 2013 [63])

$$\delta\nu_{\text{rot}} = \nu_{n_m,m} - \nu_{n_m,0} = \zeta \delta\nu_{\text{rot,core}} + (1 - \zeta) \delta\nu_{\text{rot,env}}, \quad (7.10)$$

où  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  et  $\delta\nu_{\text{rot,env}}$  sont respectivement les splittings moyens associés au cœur et à l'enveloppe. Par analogie avec l'équation 7.4, il est possible de réécrire  $\delta\nu_{\text{rot}}$  dans le cas limite où la rotation moyenne de l'enveloppe peut être négligée par rapport à celle du cœur comme

$$\delta\nu_{\text{rot}} = \nu_{n_m,m} - \nu_{n_m,0} = \langle \zeta \rangle_m \delta\nu_{\text{rot,core}}, \quad (7.11)$$

où

$$\langle \zeta \rangle_m = \int_0^{\pm 1} \zeta dm = \int_{\nu_{n_m,0}}^{\nu_{n_m,\pm 1}} \frac{d\nu}{\Delta\Pi_1 \nu^2}. \quad (7.12)$$

Comme pour l'ordre radial  $n_m$  dans l'équation 7.4, on considère ici que l'ordre azimutal  $m$  est une variable continue comprise entre 0 et  $\pm 1$ .

La validité de l'équation 7.11 a été testée sur l'étoile KIC 3955033, située sur la branche des géantes rouges. L'étoile KIC 6144777 présente une rotation trop lente pour qu'une différence soit observée en utilisant  $\langle \zeta \rangle_m$  ou  $\zeta$ . Le splitting rotationnel a été mesuré, dans un cas en utilisant directement  $\zeta$ , dans l'autre cas en utilisant la valeur intégrée  $\langle \zeta \rangle_m$ . Lorsque  $\langle \zeta \rangle_m$  est utilisée (Fig. 7.3 bas), la dispersion entre les valeurs mesurées et les prédictions est bien plus petite qu'en utilisant uniquement  $\zeta$  (la Fig. 7.3 haut), avec une valeur du  $\chi^2$  dix fois plus petite. De plus, le splitting rotationnel associé à la rotation du cœur  $\delta\nu_{\text{rot,core}} = 765 \pm 10$  nHz mesuré en utilisant  $\langle \zeta \rangle_m$  est bien plus précis que le splitting  $\delta\nu_{\text{rot,core}} = 730 \pm 50$  nHz mesuré en utilisant simplement  $\zeta$ . Cette comparaison confirme que l'utilisation de la fonction intégrée  $\langle \zeta \rangle_m$  donne une mesure plus précise des splittings rotationnels des modes mixtes dipolaires.

### 7.3.3 Largeur des modes mixtes

Benomar et al. (2014) [17] ont montré que la largeur des modes mixtes est modulée par la fonction  $\zeta$  comme

$$\Gamma_{n_m} = \Gamma_0 (1 - \zeta), \quad (7.13)$$

où  $\Gamma_0$  est la largeur du mode radial le plus proche. Cette relation implique que les modes mixtes ont une largeur plus petite que les modes radiaux. Cette relation n'est cependant pas vérifiée pour certaines étoiles où les modes mixtes sont de faible amplitude à cause d'un amortissement radiatif supplémentaire dans la zone radiative interne (Mosser et al. 2017 [104]).

La validité de l'équation 7.13 a été testée sur l'étoile KIC 6144777. La largeur des modes mixtes est effectivement modulée le long du spectre, où les modes mixtes dominés par la pression ont des largeurs comparables à celles des modes radiaux alors que les modes mixtes dominés par la gravité sont beaucoup plus fins (Fig. 7.4 haut). La validité de l'équation 7.13 est vérifiée, à l'exception des petites

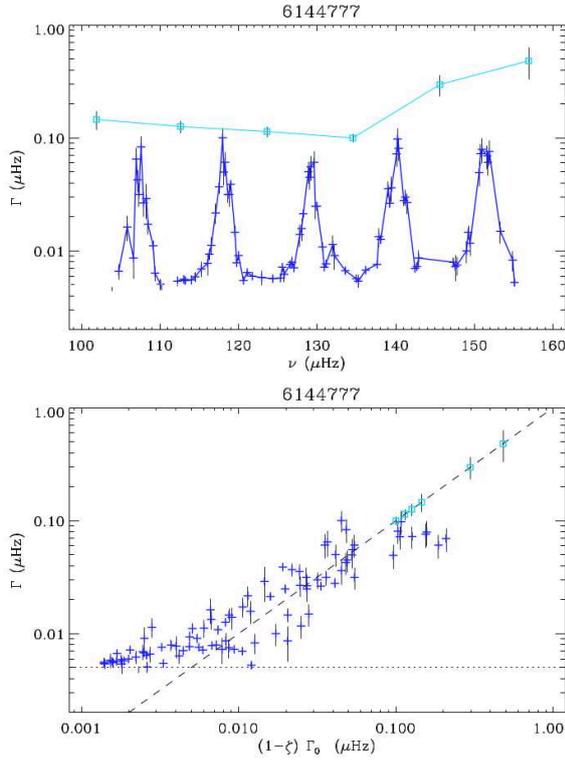


Figure 7.4 – Largeurs des modes en fonction de la fréquence (haut) et de  $(1 - \zeta) \Gamma_0$  (bas) pour l'étoile KIC 6144777. Les modes radiaux sont représentés par des carrés bleu ciel et les modes mixtes dipolaires par des croix bleu foncé. Les incertitudes à  $1-\sigma$  sur  $\Gamma$  sont représentées par des barres d'erreurs verticales. La ligne horizontale en pointillés indique la valeur  $2\delta f_{\text{res}}/\pi$  (Eq. 7.16). Les modes radiaux sont considérés comme des modes de pression purs où  $\zeta = 0$ . La ligne de tirets en diagonale indique la relation 1:1.

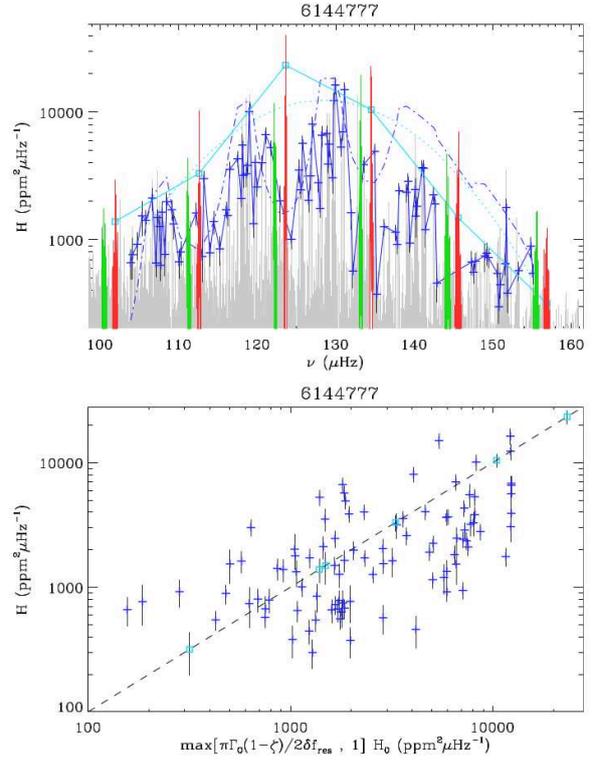


Figure 7.5 – Hauteurs des modes en fonction de la fréquence (haut) et de la hauteur des modes radiaux (bas) pour l'étoile KIC 6144777. Les fréquences des modes radiaux et quadrupolaires sont respectivement représentées par des carrés bleu ciel et des croix bleu foncé. Les incertitudes à  $1-\sigma$  sur  $H$  sont représentées par des barres d'erreurs verticales. Le trait mixte en bleu foncé indique la hauteur attendue des modes dipolaires en supposant que l'excès de densité spectrale de puissance suit une gaussienne, représentée par les pointillés bleu ciel.

valeurs de  $\Gamma$  où la résolution fréquentielle limite la mesure de largeurs très petites (Fig. 7.4 bas). Dans ces conditions, la limite imposée par la résolution fréquentielle ne permet pas de tester si un petit amortissement radiatif supplémentaire affecte les modes mixtes dominés par la gravité (Dupret et al. 2009 [44], Grosjean et al. 2014 [65]).

### 7.3.4 Amplitude et hauteur des modes mixtes

L'amplitude des modes mixtes dipolaires est également modulée par  $\zeta$  comme (Belkacem et al. 2015 [15])

$$A_{\text{nm}}^2 = A_0^2 (1 - \zeta), \quad (7.14)$$

où  $A_0$  est l'amplitude ajustée sur les deux modes radiaux les plus proches. Cette équation est justifiée par la théorie car elle exprime la conservation de l'énergie : la somme de toute l'énergie distribuée dans les modes mixtes correspond à l'énergie attendue dans l'unique mode de pression pur qui devrait exister en l'absence de couplage (Mosser et al. 2015 [114]). De plus, Dupret et al. (2009) [44] ont montré que l'on s'attend à ce que l'amplitude des modes non-radiaux dominés par la gravité soit très petite, à cause de leur inertie importante et de l'amortissement radiatif, alors que l'on s'attend à ce que l'amplitude des modes non-radiaux dominés par la pression soit du même ordre que l'amplitude des modes radiaux, car leur inertie est comparable à celle des modes radiaux et l'amortissement radiatif est négligeable.

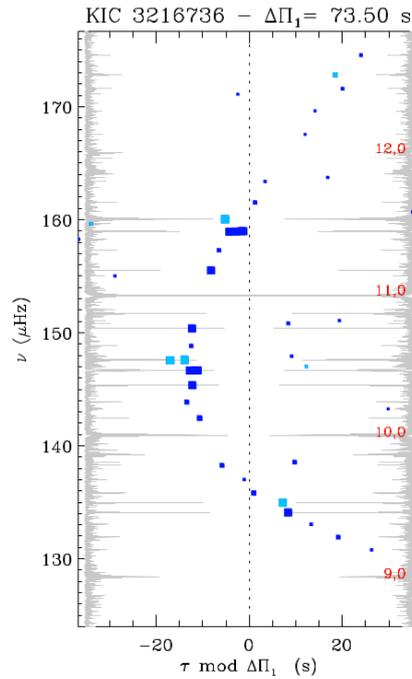


Figure 7.6 – Diagramme échelle en période corrigée de l'étoile KIC 3216736, la seule étoile de la branche des géantes rouges parmi plus de 200 étoiles sur la branche des géantes rouges à présenter des *glitches* affectant les modes dominés par la gravité. Le spectre est simple à analyser car seuls les modes mixtes associés à  $m = 0$  sont visibles, mais montre une modulation longue période au lieu de l'alignement vertical attendu, indiqué par les pointillés verticaux. Les modes dominés par la pression et la gravité sont respectivement représentés en bleu ciel et en bleu foncé. Les pics supplémentaires qui ne suivent pas la tendance générale sont des modes de degré  $\ell = 3$  ou  $\ell = 2$ . Les nombres rouges indiquent l'ordre radial des modes de pression. Pour plus de clarté, le spectre d'oscillation est également représenté deux fois de manière symétrique le long de l'axe des ordonnées.

La hauteur des modes dipolaires au sein du spectre d'oscillation s'écrit

$$H_{n_m} = \frac{2}{\pi} \frac{A_{n_m}^2}{\Gamma_{n_m}} = \frac{2}{\pi} \frac{A_0^2}{\Gamma_0} = H_0. \quad (7.15)$$

Cette expression implique que les modes radiaux et dipolaires ont des hauteurs similaires au sein du spectre (Dupret et al. 2009 [44]). En pratique, les modes radiaux sont résolus, mais ce n'est pas toujours le cas des modes mixtes dipolaires lorsque la largeur est inférieure à la résolution fréquentielle  $\delta f_{\text{res}}$ . Dans ces conditions, un facteur de dilution doit être appliqué, et la hauteur des modes dipolaires non-résolus s'écrit

$$H_{n_m} = \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma_{n_m}}{\delta f_{\text{res}}} H_0. \quad (7.16)$$

La validité de l'équation 7.16 a été testée sur l'étoile KIC 6144777. Des trous dans la distribution des hauteurs sont présents lorsque les modes mixtes ne sont pas résolus (Fig. 7.5 haut). Il est cependant clair que les hauteurs des modes dipolaires suivent la distribution des hauteurs des modes radiaux, comme prédit par l'équation 7.16 (Fig. 7.5 bas). La forte dispersion observée est due à la nature stochastique de l'excitation des modes.

## 7.4 Application à grande échelle

Mosser, Gehan, Belkacem et al. (2018) [108] ont mené une analyse systématique sur 372 géantes rouges présentant des stades évolutifs variés en utilisant le développement asymptotique. Les étoiles analysées viennent principalement de Mosser et al. (2014) [105] et Vrad et al. (2016) [153], avec des étoiles également étudiées par Beck et al. (2012) [12], Kallinger et al. (2012) [77], Deheuvels et al.

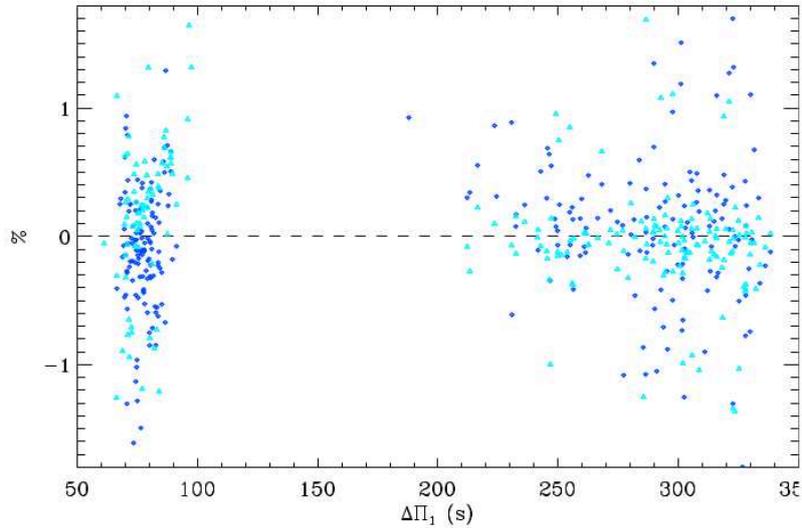


Figure 7.7 – Comparaison entre les espacements en période  $\Delta\Pi_1$  mesurés dans cette étude et d'autres études. Les triangles bleu ciel indiquent le biais lorsque  $\Delta\Pi_1$  est mesuré en supposant  $\varepsilon_g = 0$  (Mosser et al. 2014 [105]) alors que les losanges bleu foncé correspondent à l'absence d'hypothèse sur  $\varepsilon_g$  (Vrard et al. 2016 [153]).

(2014) [38], et Corsaro et al. (2015) [31]. Les étoiles étudiées présentent des rapports signal à bruit élevés, correspondant à une magnitude inférieure à 12 sur la bas de la branche des géantes rouges ou à 14 pour les étoiles plus évoluées, afin que les modes mixtes dominés par la gravité soient détectables. Excepté les étoiles déjà étudiées en détail au cours de travaux précédents, les étoiles de l'échantillon ont été analysées par numéro de KIC croissant. Cette sélection n'est pas supposée introduire de biais particulier par rapport à l'échantillon *Kepler* de géantes rouges. De plus, contrairement à de nombreuses études précédentes, l'analyse des spectres n'est ici pas limitée aux étoiles présentant des splittings rotationnels plus petits que la limite de confusion avec l'espacement des modes mixtes, soit  $\delta\nu_{\text{rot}} \leq \nu_{\text{max}} \Delta\Pi_1$ .

#### 7.4.1 Discontinuités dans le profil de Brunt-Väisälä

Les profils de la vitesse du son et de Brunt-Väisälä peuvent être affectés par des variations rapides de la structure interne. Le motif régulier dessiné par les modes de pression et de gravité purs dans les spectres d'oscillation est ainsi perturbé, présentant ce que l'on appelle des *glitches*. Les *glitches* qui nous intéressent sont ceux qui affectent les modes dominés par la gravité, qui sont provoqués par des discontinuités dans le profil de Brunt-Väisälä. Environ 30 % des étoiles des *clumps* primaire et secondaire présentent des *glitches* (Cunha et al. 2015 [35], Mosser et al. 2015 [114]), et le développement asymptotique donne un ajustement du spectre pertinent uniquement lorsque l'amplitude des *glitches* est limitée. Sur la branche des géantes rouges, seule l'étoile KIC 3216736 présente des *glitches* au sein de l'échantillon étudié et aucun ajustement pertinent du spectre n'a pu être obtenu, mais uniquement un diagramme échelle en période corrigée (Fig. 7.6). Comme plus de 200 étoiles sur la branche des géantes rouges ont été analysées avec une approche systématique, nous pouvons conclure que le cas le plus commun correspond à l'absence de *glitches* sur la branche des géantes rouges, comme le prévoit la théorie (Cunha et al. 2015 [35]).

#### 7.4.2 Espacement en période des modes de gravité

L'ajustement du spectre d'oscillation basé sur le développement asymptotique des modes mixtes permet de déterminer la fréquence des modes de gravité (Eq. 3.34), telle que

$$\frac{1}{\nu_g} = (-n_g + \varepsilon_g) \Delta\Pi_1, \quad (7.17)$$

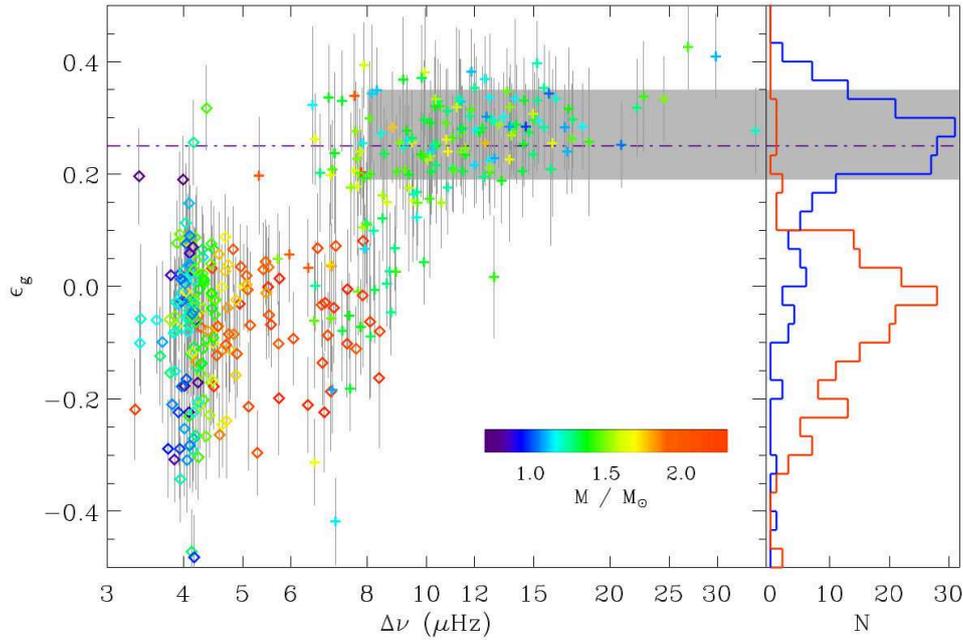


Figure 7.8 – *Gauche* : variation de l’offset de gravité  $\varepsilon_g$  avec  $\Delta\nu$ . Les couleurs indiquent la masse stellaire. Les étoiles sur la branche des géantes rouges et dans le *clump* rouge sont respectivement représentées par des croix et par des losanges. L’aire grise horizontale correspond à l’intervalle de valeurs prédites par Takata (2016) [141] pour les étoiles de la branche des géantes rouges. Le trait mixte indique la valeur asymptotique  $\varepsilon_g = 1/4$  prédite par le développement asymptotique (Provost & Berthomieu 1986 [124]). Les incertitudes sur  $\varepsilon_g$  sont indiquées par des barres d’erreurs verticales ; les incertitudes sur  $\Delta\nu$  sont plus petites que la taille des symboles. *Droite* : histogrammes de la distribution de  $\varepsilon_g$  sur la branche des géantes rouges (en bleu) et dans le *clump* rouge (en rouge).

où  $\varepsilon_g$  est l’offset de gravité. Il est alors possible de mesurer l’espace en période des modes de gravité,  $\Delta\Pi_1$ , sans hypothèse préalable sur la valeur de  $\varepsilon_g$ . Jusqu’à présent,  $\Delta\Pi_1$  n’a été mesuré en considérant  $\varepsilon_g$  comme un paramètre libre que pour quelques étoiles (Buysschaert et al. 2016 [22], Hekker et al. 2018 [71], pour 3 et 22 étoiles respectivement). Dans les autres cas, l’offset de gravité est arbitrairement fixé à  $\varepsilon_g = 0$ , ce qui permet malgré tout une mesure de  $\Delta\Pi_1$  très précise, de l’ordre de 0.1 s pour les étoiles sur la branche des géantes rouges et de 0.3 s dans le *clump* rouge (Mosser et al. 2012 [110], Mosser et al. 2014 [105]). Ces mesures sont cependant affectées d’un léger biais, de l’ordre d’une fraction de  $\nu_{\max}^2 \Delta\Pi_1$ . Les valeurs mesurées par Vrad et al. (2016) [153] sont libres de toute hypothèse sur  $\varepsilon_g$  et ne sont pas biaisées, mais leurs incertitudes sont plus grandes par rapport aux mesures obtenues dans cette étude. La comparaison des mesures obtenues dans l’étude présentée ici avec les mesures de Mosser et al. (2014) [105] et Vrad et al. (2016) [153] confirme l’absence de biais systématique (Fig. 7.7). La méthode présentée ici assure donc la précision de la mesure de  $\Delta\Pi_1$ , libre de toute hypothèse sur  $\varepsilon_g$ , et prouve que l’équation 7.17 est pertinente. La précision obtenue sur la mesure de  $\Delta\Pi_1$  est d’environ 0.06 s sur la branche des géantes rouges et de 0.22 s dans le *clump* rouge.

### 7.4.3 Offset de gravité

La mesure de l’offset de gravité  $\varepsilon_g$  est maintenant possible pour un grand nombre d’étoiles sur la branche des géantes rouges et dans le *clump* (Fig. 7.8). Le développement asymptotique prédit  $\varepsilon_g = 1/4 - \theta$  (Provost & Berthomieu 1986 [124]), où  $\theta$  est une mesure des effets de la stratification dans la zone radiative. Les mesures obtenues indiquent que la valeur médiane de  $\varepsilon_g$  sur la branche des géantes rouges est proche de la valeur asymptotique  $1/4$ , qui est attendue en l’absence de stratification en-dessous de la zone convective (Provost & Berthomieu 1986 [124]). Les étoiles évoluées sur la branche des géantes rouges présentent des valeurs de  $\varepsilon_g$  plus faibles, mais le nombre d’étoiles est trop petit pour confirmer cette tendance. Ce changement de régime dans les valeurs de  $\varepsilon_g$  n’est pas associé au *bump* de luminosité car le *bump* a lieu pour des étoiles plus évoluées que celles considérées dans cette étude

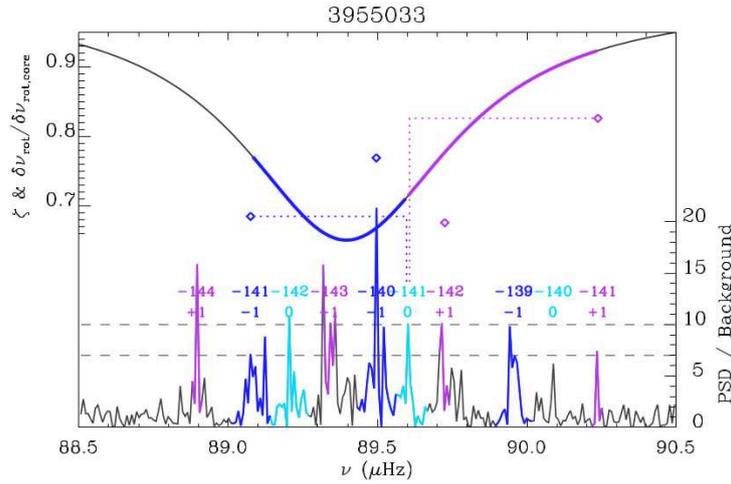


Figure 7.9 – Asymétrie du splitting rotationnel à basse fréquence pour l'étoile KIC 3955033, correspondant à l'ordre radial  $n_p = 8$ . Chaque mode mixte dipolaire est repéré par son ordre radial et son ordre azimutal. Les splittings rotationnels associés aux ordres radiaux compris entre  $-142$  et  $-140$  sont représentés par des losanges et ne suivent pas la fonction  $\zeta$ . Les splittings rotationnels associés à l'ordre radial  $-141$  sont identifiés en pointillés ; le splitting associé à  $m = +1$  est bien plus grand que le splitting associé à  $m = -1$ . Les régions colorées indiquent les domaines de fréquence sur lesquels la fonction  $\zeta$  est intégrée pour mesurer les splittings d'ordre radial  $-141$ . Les tirets horizontaux correspondent à une densité spectrale de puissance respectivement 7 et 10 fois plus importante que le fond.

(Khan et al. 2018 [80]). Les mesures confirment pleinement les prédictions de Takata (2016) [141], qui prévoient une accumulation de valeurs de  $\varepsilon_g$  comprises entre 0.2 et 0.3 sur la branche des géantes rouges. Les mesures de Hekker et al. (2018) [71] pour 21 étoiles de la branche des géantes rouges indiquent des valeurs de  $\varepsilon_g$  comprises entre  $-0.2$  et 0.5, mais l'accumulation de valeurs entre 0.2 et 0.3 prédite par Takata (2016) [141] n'est pas visible. Il s'avère que les mesures de  $\Delta\Pi_1$  de Hekker et al. (2018) [71] sont moins précises au-delà de la limite de confusion entre splittings rotationnels et espacement des modes mixtes. Les récents développements théoriques sur le développement asymptotique mettent en évidence que la mesure très précise de  $\Delta\Pi_1$  est nécessaire pour obtenir une estimation fiable de  $\varepsilon_g$  (Takata 2016 [141], [142]). Les étoiles du *clump* rouge présentent des valeurs de  $\varepsilon_g$  proches de 0, avec une dispersion plus grande que sur la branche des géantes rouges. Le terme de stratification  $\theta$  semble ainsi important dans le *clump* rouge, de l'ordre de 0.3. Les incertitudes médianes sur  $\varepsilon_g$  sont d'environ 0.1 sur la branche des géantes rouges et 0.08 dans le *clump* rouge.

#### 7.4.4 Splitting rotationnel

Des asymétries des splittings rotationnels ont été décrites par Deheuvels et al. (2017) [40] comme la signature des effets combinés de la rotation et de la mixité des modes. Ils ont calculé des effets de proche dégénérescence en utilisant à la fois des approches perturbative et non-perturbative et ont pu reproduire les asymétries du splitting rotationnel observées. Le développement asymptotique des modes mixtes décrit également les effets combinés de la rotation et de la mixité des modes : les splittings rotationnels basés sur  $\langle\zeta\rangle_m$  ne sont pas symétriques, alors que les splittings rotationnels basés simplement sur  $\zeta$  sont symétriques et ne correspondent pas aux mesures. Ainsi, la détection de triplets asymétriques permet de prouver la pertinence du choix de  $\langle\zeta\rangle_m$  au lieu de  $\zeta$ . Il est difficile mais possible d'observer une telle asymétrie des splittings rotationnels pour des étoiles ayant une rotation du cœur rapide. Une rotation rapide du point de vue de la sismologie signifie que  $\delta\nu_{\text{rot}} \geq \Delta\nu/\mathcal{N}$  (Gehan et al. 2017 [59], 2018 [60]), mais cette rotation reste lente du point de vue de la structure interne de l'étoile : le formalisme développé par Goupil et al. (2013) [63] et Deheuvels et al. (2014) [38], résumé par l'équation 7.11, reste pertinent. Un exemple est donné par l'étoile KIC 3955033, dont le spectre a été ajusté à la fois avec des splittings rotationnels symétriques et asymétriques. A haut ordre radial  $n_p$ , il est difficile de distinguer les splittings rotationnels entre ces deux cas. Cependant, les splittings symétriques mesurés en utilisant  $\zeta$  ne correspondent pas aux splittings asymétriques observés à bas ordre radial, quand le splitting rotationnel devient plus grand que l'espacement des

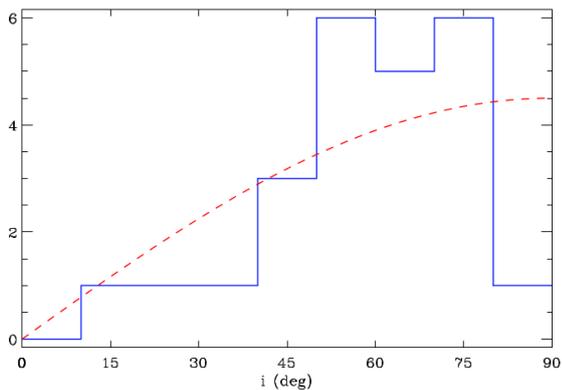


Figure 7.10 – Histogramme des inclinaisons stellaires mesurées dans l’amas NGC 6819. Les pointillés indiquent une distribution en  $\sin i$ .

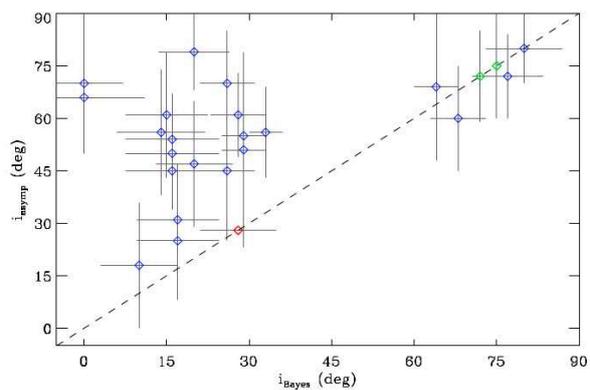


Figure 7.11 – Comparaison des mesures de l’inclinaison de l’axe de rotation des étoiles de l’amas NGC 6819 obtenues dans cette étude et par Corsaro et al. (2017) [32]. Les barres d’erreur représentent les incertitudes à  $1\text{-}\sigma$ . Le symbole rouge correspond à un cas où le rapport signal à bruit est faible et où aucun ajustement asymptotique n’a pu être obtenu. Les symboles verts indiquent des étoiles étudiées par Handberg et al. (2017) [67] pour lesquelles il n’y a pas d’ajustement bayésien. La ligne en pointillés indique la relation 1:1.

modes mixtes (Fig. 7.9). L’utilisation de  $\langle \zeta \rangle_m$  donne une solution pertinente tout au long du spectre, en reproduisant les splittings asymétriques observés à bas ordre radial.

La rotation de surface peut être déduite de la mesure du splitting rotationnel (Eq. 7.10) uniquement pour les étoiles sur le bas de la branche des géantes rouges (Goupil et al. 2013 [63], Di Mauro et al. 2016 [43], Triana et al. 2017 [147]). La mesure est cependant difficile, puisqu’elle résulte d’une extrapolation à  $\zeta = 0$  alors que les valeurs obtenues sont principalement au-dessus de  $\zeta = 0.6$  (Fig. 7.3). Il est nécessaire d’utiliser la fonction intégrée  $\langle \zeta \rangle_m$  au lieu de  $\zeta$  pour améliorer la précision sur la mesure de la rotation de surface. Dans le cas de l’étoile KIC 3955033, la rotation de surface mesurée est négative lorsque  $\zeta$  est utilisée, alors qu’elle est nulle en utilisant  $\langle \zeta \rangle_m$ . De plus, l’asymétrie des splittings rotationnels observée justifie l’usage de  $\langle \zeta \rangle_m$ .

#### 7.4.5 Inclinaison stellaire

L’ajustement asymptotique permet également de mesurer l’inclinaison stellaire  $i$ . L’amplitude de la composante rotationnelle associée à  $m = 0$  est proportionnelle à  $\sin^2 i$  alors que la somme des amplitudes des modes associés à  $m = \pm 1$  est proportionnelle à  $\cos^2 i$ . L’ajustement asymptotique est ici testé sur une vingtaine de géantes rouges dont les inclinaisons ont déjà été mesurées en utilisant d’autres méthodes, situées dans les amas ouverts NGC 6819 (Basu et al. 2011 [7], Stello et al. 2011 [139], Miglio et al. 2012 [95], Corsaro et al. 2017 [32]) et NGC 6791 (Handberg et al. 2017 [67], Corsaro et al. 2017 [32]) observés par *Kepler*. La distribution des inclinaisons mesurées suit la relation en  $\sin i$  attendue pour des inclinaisons aléatoires, sauf près de  $i = 90^\circ$  (Fig. 7.10). Les inclinaisons proches de  $90^\circ$  ne peuvent pas être mesurées précisément à cause de la nature stochastique de l’excitation des modes (Kamiaka et al. 2018 [79]) et sont souvent sous-estimées autour de  $70 - 80^\circ$ . Ce biais n’affecte cependant pas l’analyse car plusieurs inclinaisons sont compatibles avec une étoile vue par l’équateur en considérant les incertitudes sur la mesure de  $i$ .

Corsaro et al. (2017) [32] ont mesuré de faibles inclinaisons stellaires au sein des deux amas NGC 6819 et NGC 6791 en menant une analyse bayésienne et en ont déduit que les axes de rotation sont alignés. Les mesures obtenues ici sont en désaccord avec les mesures de Corsaro et al. (2017) [32] pour les faibles inclinaisons et contredisent leur résultat (Fig. 7.11). La Figure 7.12 montre l’ajustement bayésien du spectre de l’étoile KIC 5112373 de l’amas NGC 6819. La largeur des modes est uniforme,

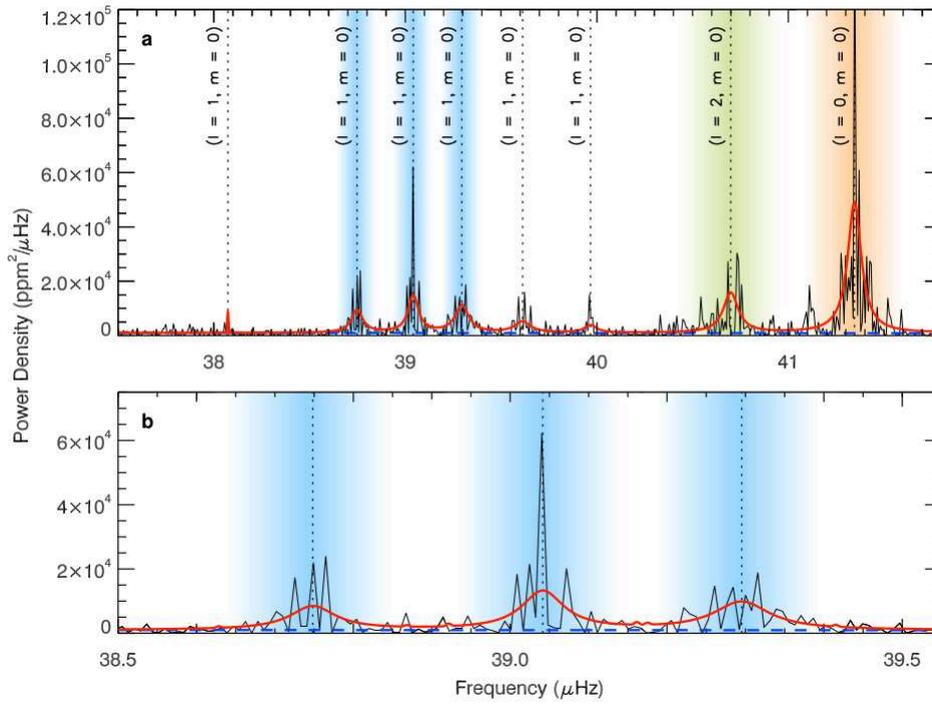


Figure 7.12 – *Haut* : Ajustement bayésien du spectre de l'étoile KIC 5112373, en rouge. Les modes mixtes sont repérés par leur degré angulaire et leur ordre azimutal, et les fréquences individuelles par les pointillés verticaux. Les régions contenant les modes radiaux et quadrupolaires sont respectivement représentées en orange et vert. Les modes mixtes dipolaires utilisés pour mesurer l'inclinaison stellaire sont représentés en bleu. Les pointillés horizontaux indiquent le niveau du fond. *Bas* : Zoom sur l'intervalle de fréquence autour des trois modes dipolaires utilisés pour mesurer l'angle d'inclinaison de l'axe de rotation. L'ajustement révèle uniquement les modes associés à  $m = 0$ .

pertinente pour les modes dominés par la pression mais trop importante pour les modes dominés par la gravité (Eq. 7.13). L'ajustement bayésien considère alors que toute l'énergie est concentrée dans la composante associée à  $m = 0$ , et l'inclinaison mesurée est de  $20 \pm 8^\circ$ . L'ajustement bayésien converge ainsi vers de faibles inclinaisons lorsque des a-priori irréalistes sont utilisés pour la largeur des modes tout au long du spectre. L'ajustement asymptotique permet d'identifier clairement des triplets rotationnels (Fig. 7.13). La présence des modes associés à  $m = \pm 1$  tout au long du spectre implique que l'inclinaison est plus importante que la mesure de Corsaro et al. (2017) [32]. La mesure déduite de l'ajustement asymptotique est de  $47 \pm 18^\circ$  pour cette étoile. L'ajustement asymptotique indique que les splittings rotationnels estimés par l'analyse bayésienne sont la plupart du temps surestimés, et que les inclinaisons sont la plupart du temps sous-estimées (Fig. 7.11).

Cette étude met en avant le rôle majeur de l'analyse asymptotique dans l'estimation pertinente des paramètres asymptotiques des modes mixtes. Dans ces conditions, les conclusions de Corsaro et al. (2017) [32] doivent être revues : les axes de rotation des étoiles dans les amas ouverts âgés ne sont ni alignés, ni parallèles à la ligne de visée.

## 7.5 Observabilité des modes mixtes

Interpréter l'information apportée par les modes mixtes nécessite de caractériser leur observabilité. Les conditions qui doivent être remplies pour pouvoir observer des modes mixtes, aussi bien dominés par la pression que par la gravité, peuvent être estimées en utilisant les propriétés de la fonction  $\zeta$ .

### 7.5.1 Modes mixtes dominés par la pression

Les modes mixtes sont dominés par la pression dans un intervalle de phase de pression  $\theta_p$  qui correspond à la largeur à mi-hauteur de la fonction  $\zeta$  (Eq. 4.35). En supposant que  $q$  est petit, ce qui est vérifié

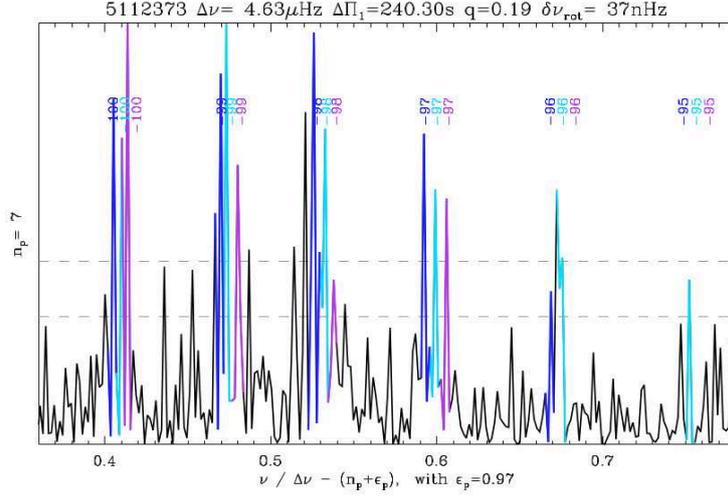


Figure 7.13 – *Haut* : Ajustement asymptotique du spectre de l'étoile KIC 5112373 pour l'ordre radial  $n_p = 7$ . Les modes associés à  $m = \{-1, 0, +1\}$  sont respectivement représentés en bleu foncé, bleu clair et violet. Les pointillés horizontaux indiquent une densité spectrale de puissance respectivement 7 et 10 fois plus importante que le fond. Contrairement à l'analyse de Corsaro et al. (2017) [32] (Fig. 7.12), les modes associés à  $m = \pm 1$  sont identifiés.

pour tous les stades évolutifs à l'exception de la transition entre la phase de sous-géantes et la branche des géantes rouges (Mosser et al. 2017 [113]), cet intervalle s'exprime

$$\delta\theta_p|_{p-m} = 2q \sqrt{1 + \frac{1}{\mathcal{N}q}}. \quad (7.18)$$

A partir de l'équation 3.34, l'intervalle de fréquence où les modes mixtes sont dominés par la pression s'écrit

$$\delta\nu_{p-m} = 2q \frac{\Delta\nu}{\pi} \sqrt{1 + \frac{1}{\mathcal{N}q}}. \quad (7.19)$$

La diminution de l'intervalle de fréquence où des modes mixtes dominés par la pression sont visibles, observée lorsque les étoiles évoluent sur la branche des géantes rouges, s'explique par la diminution de  $q$  et l'augmentation de  $\mathcal{N}$ . Cette expression explique également pourquoi l'intervalle de fréquence où des modes mixtes dominés par la pression sont visibles est plus grand dans le cas des étoiles du *clump*, qui présentent des valeurs de  $q$  plus grandes que les étoiles de la branche des géantes rouges.

### 7.5.2 Modes mixtes dominés par la gravité

Les modes mixtes dominés par la gravité sont clairement visibles lorsque leur hauteur est similaire à celle des modes radiaux, soit  $H_{nm} \simeq H_0$ . La combinaison des équations 7.13 et 7.16 donne ainsi la condition

$$\frac{\pi}{2} \frac{\Gamma_0}{\delta f_{\text{res}}} (1 - \zeta) \geq 1. \quad (7.20)$$

En pratique, les modes dominés par la gravité ne peuvent être observés que lorsque la résolution fréquentielle est suffisamment fine, soit  $\delta f_{\text{res}} < \Gamma_0$ . En considérant  $\Gamma_0 \simeq 100 - 150$  nHz, la durée d'observation minimale est  $T_{\text{obs}} \simeq 80 - 120$  jours. Cette limite est vérifiée observationnellement : les modes mixtes sont observables avec les cycles de CoRoT de 150 jours (Mosser et al. 2011 [101]) mais sont difficilement observables avec les séries temporelles de 80 jours de K2 (Stello et al. 2017).

En combinant l'équation 7.20 avec l'expression 4.35 pour  $\zeta$  et en supposant que les termes en  $q^2$  sont négligeables, ce qui est vérifié pour tous les stades évolutifs à l'exception de la transition entre la

phase de sous-géantes et la branche des géantes rouges (Mosser et al. 2017 [113]), les modes dominés par la gravité sont clairement visibles si

$$\mathcal{N} \leq \frac{1}{4q} \left( \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma_0}{\delta f_{\text{res}}} - 5 \right). \quad (7.21)$$

Cette condition est vérifiée pour les sous-géantes, sur le bas de la branche des géantes rouges et pour les étoiles du *clump* secondaire (Mosser et al. 2014 [105]). De même que pour les modes mixtes dominés par la pression, l'intervalle de fréquence où des modes mixtes dominés par la gravité sont visibles diminue lorsque les étoiles évoluent sur la branche des géantes rouges. Cet intervalle est plus grand dans le cas des étoiles du *clump*, qui présentent des valeurs de  $q$  plus grandes que les étoiles de la branche des géantes rouges. Dans les conditions d'observation de *Kepler*, l'équation 7.21 implique que les modes mixtes ne sont visibles qu'en-dessous de  $\mathcal{N} \simeq 25$  pour les étoiles de la branche des géantes rouges et du *clump*. Cette limite est vérifiée observationnellement, avec seulement quelques exceptions correspondant à des valeurs de  $\mathcal{N}$  plus importantes (Gehan et al. 2018 [60]). Dans ces conditions, les modes mixtes ne peuvent être observés que lorsque  $\Delta\nu \gtrsim 6 \mu\text{Hz}$  sur la branche des géantes rouges et  $\Delta\nu \gtrsim 3 \mu\text{Hz}$  dans le *clump*. Par conséquent, les étoiles avec  $3 \leq \Delta\nu \leq 6 \mu\text{Hz}$  appartiennent le plus souvent au *clump*. Des observations récentes localisent le *bump* de luminosité sur la branche des géantes rouges autour de  $\Delta\nu = 5 - 6 \mu\text{Hz}$ , selon la masse et la métallicité des étoiles (Khan et al. 2018 [80]). Il apparaît donc très difficile d'utiliser l'ajustement du spectre de modes mixtes pour sonder le *bump*, situé au-delà de la limite théorique d'observabilité des modes mixtes sur la branche des géantes rouges. Néanmoins, les périodes  $\Delta\Pi_1$  sont mesurables pour ces étoiles (Vrard et al. 2016 [153]).

## 7.6 Conclusion

Les espacements en période, les splittings rotationnels, les largeurs et hauteurs des modes dépendent tous de l'inertie des modes et sont donc tous reliés à la fonction  $\zeta$ . Les espacements en période et les splittings rotationnels, en particulier pour les étoiles dont les splittings rotationnels et les modes mixtes sont enchevêtrés, sont mieux estimés en utilisant des valeurs intégrées de la fonction  $\zeta$ , ce qui est équivalent à utiliser la période corrigée (Mosser et al. 2015 [114]).

L'analyse asymptotique basée sur les relations asymptotiques des modes de pression et des modes mixtes nous permet de déterminer de manière précise et non biaisée les propriétés individuelles des modes mixtes, comme les fréquences, les hauteurs et les largeurs, en l'absence de *glitches* affectant les modes de gravité. Le développement asymptotique des modes de gravité permet alors de mesurer avec une grande précision les paramètres asymptotiques  $\Delta\Pi_1$ ,  $q$  et  $\varepsilon_g$ .

L'analyse asymptotique révèle également que les axes de rotation des étoiles des amas ouverts âgés NGC 6791 et NGC 6819 ne sont pas alignés, contredisant les conclusions de Corsaro et al. (2017) [32]. Ce résultat illustre l'utilité de l'ajustement asymptotique pour estimer des a-prioris pertinents pour tout ajustement systématique des modes mixtes des géantes rouges, bayésien ou non.

L'utilisation des propriétés physiques des modes mixtes permet de conclure que l'observation des modes mixtes au sein des géantes rouges évoluées requiert une durée d'observation plus longue que 100 jours. De plus, les modes mixtes ne sont observables que lorsque  $\mathcal{N} \lesssim 25$ , correspondant à  $\Delta\nu \gtrsim 6 \mu\text{Hz}$  sur la branche des géantes rouges et  $\Delta\nu \gtrsim 3 \mu\text{Hz}$  dans le *clump* rouge.

# Period spacings in red giants<sup>★</sup>

## IV. Toward a complete description of the mixed-mode pattern

B. Mosser<sup>1</sup>, C. Gehan<sup>1</sup>, K. Belkacem<sup>1</sup>, R. Samadi<sup>1</sup>, E. Michel<sup>1</sup>, M-J. Goupil<sup>1</sup>

LESIA, Observatoire de Paris, PSL Research University, CNRS, Université Pierre et Marie Curie, Université Paris Diderot, 92195 Meudon, France; [benoit.mosser@obspm.fr](mailto:benoit.mosser@obspm.fr)

Preprint online version: July 31, 2018

### ABSTRACT

*Context.* Oscillation modes with a mixed character, as observed in evolved low-mass stars, are highly sensitive to the physical properties of the innermost regions. Measuring their properties is therefore extremely important to probe the core, but requires some care, due to the complexity of the mixed-mode pattern.

*Aims.* The aim of this work is to provide a consistent description of the mixed-mode pattern of low-mass stars, based on the asymptotic expansion. We also study the variation of the gravity offset  $\varepsilon_g$  with stellar evolution.

*Methods.* We revisit previous works about mixed modes in red giants and empirically test how period spacings, rotational splittings, mixed-mode widths, and heights can be estimated in a consistent view, based on the properties of the mode inertia ratios.

*Results.* From the asymptotic fit of the mixed-mode pattern of a large set of red giants at various evolutionary stages, we derive unbiased and precise asymptotic parameters. As the asymptotic expansion of gravity modes is verified with a precision close to the frequency resolution for stars on the red giant branch ( $10^{-4}$  in relative values), we can derive accurate values of the asymptotic parameters. We decipher the complex pattern in a rapidly rotating star, and explain how asymmetrical splittings can be inferred. We also revisit the stellar inclinations in two open clusters, NGC 6819 and NGC 6791: our results show that the stellar inclinations in these clusters do not have privileged orientation in the sky. The variation of the asymptotic gravity offset with stellar evolution is investigated in detail. We also derive generic properties that explain under which conditions mixed modes can be observed.

**Key words.** Stars: oscillations - Stars: interiors - Stars: evolution

### 1. Introduction

Probing the cores of stars is difficult since, generally, stellar information arises from their photosphere. Fortunately, asteroseismology of evolved stars reveals stellar interiors in a unique and powerful way: gravity waves that propagate throughout the core couple with pressure waves and construct mixed modes that can be observed (Beck et al. 2011; Bedding et al. 2011; Benomar et al. 2014). The measurement of the global seismic properties of these mixed modes then carries unique information on the core structure (e.g., Montalbán et al. 2013; Lagarde et al. 2016; Bossini et al. 2015, 2017). Observations with the space missions CoRoT and *Kepler* have provided the measurement of the asymptotic period spacings (Mosser et al. 2012b; Vrad et al. 2016), of the differential-rotation profile in red giants (Beck et al. 2012; Deheuvels et al. 2014, 2015), and of the core rotation for about 300 stars analyzed by Mosser et al. (2012c).

Most of the previous studies are based on the measurement and analysis of global seismic parameters, such as the asymptotic large separation  $\Delta\nu$  and the asymptotic period spacings  $\Delta\Pi_1$  (e.g., Miglio et al. 2017). It is now time to access the properties of individual frequencies in red giants. Up to now, most of the studies (e.g., Baudin et al. 2012; Di Mauro et al. 2016) were limited to stars on the red giant branch (RGB). Two main reasons explain this restriction: first, the oscillation spectra benefit from a bet-

ter relative frequency resolution for this evolutionary stage; second, the oscillation spectra remain simple, with rotational splittings smaller than period spacings. When stars evolve, these features become intricate, so that confusion is possible. For the most evolved stars, mixed modes are no longer observable (e.g., Baudin et al. 2012; Mosser et al. 2013; Stello et al. 2014).

The understanding of any complicated mixed-mode oscillation pattern must be based on an unambiguous identification of the modes. Up to now, the most efficient method has relied on the use of the asymptotic expansion, completed by a clear description of the influence of rotation (Mosser et al. 2015). New insights on rotation were provided by the analysis depicted in Gehan et al. (2016), who have developed a methodology to measure rotational splittings in an automated way; Gehan et al. (2017) and Gehan et al. (2018) showed how rapid rotation can be addressed efficiently. This efficiency derives from the use of stretched oscillation spectra.

In this work, we first examine in Section 2 how the different frequency spacings in the asymptotic mixed-mode expansion can be expressed as a function of the mode inertia. New expressions are proposed for the mixed-mode spacings and rotational splittings. Case studies are examined in Section 3 to test and validate these expressions. In Section 4, we take advantage of the precision of the fits to derive accurate asymptotic period spacings and gravity off-

sets; for the first time, we can exhibit the global evolution of these gravity offsets as a function of stellar evolution. New insights on the rotational splittings are proposed in Section 5; in particular, we show how the asymptotic expansion can be used to provide priors based upon physical assumptions for any fitting code used later in the analysis. Finally, we assess the conditions for observing mixed modes, based on global asymptotic parameters only (Section 6). Section 7 is devoted to our conclusions.

## 2. Mixed-mode parameters

Following the work of Shibahashi (1979) and Unno et al. (1989), we derived asymptotic expansions of mixed modes for different seismic parameters: eigenfrequencies (Mosser et al. 2012b), period spacings (Christensen-Dalsgaard 2012), rotational splittings (Goupil et al. 2013; Deheuvels et al. 2015), and mode widths and mode heights (Grosjean et al. 2014; Belkacem et al. 2015b,a; Mosser et al. 2017a). Here, we intend to revisit all these parameters that depict the mixed-mode spectrum in order to provide a more precise and unified view.

### 2.1. Asymptotic expansion

The asymptotic expansion of mixed modes is an implicit relation between the phases  $\theta_p$  and  $\theta_g$  of the pressure- and gravity-wave contributions to the mixed modes, respectively. It reads

$$\tan \theta_p = q \tan \theta_g, \quad (1)$$

where  $q$  is the coupling factor (Mosser et al. 2017b). The phases are related to the large separation  $\Delta\nu$  and the period spacing  $\Delta\Pi_1$ . The most convenient expressions of the phase refer respectively to the pure<sup>1</sup> p and g mode spectra

$$\theta_g = \pi \frac{1}{\Delta\Pi_1} \left( \frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu_g} \right), \quad (2)$$

$$\theta_p = \pi \frac{\nu - \nu_p}{\Delta\nu_p}, \quad (3)$$

where  $\nu_p$  and  $\nu_g$  are the asymptotic frequencies of pure pressure and gravity modes, respectively, and  $\Delta\nu_p$  is the frequency difference between the consecutive pure pressure radial modes with radial orders  $n_p$  and  $n_p + 1$ . In this work, we consider that the radial modes and pure dipole pressure modes obey the universal red giant oscillation pattern (Mosser et al. 2011b) and that the dipole gravity modes follow the asymptotic comb-like pattern

$$\frac{1}{\nu_g} = (-n_g + \varepsilon_g) \Delta\Pi_1, \quad (4)$$

where  $\Delta\Pi_1$  is the period spacing and  $\varepsilon_g$  is the gravity offset.

Mosser et al. (2015) derived that the variation of the oscillation period  $P$  with the mixed radial order  $n$  writes

$$\frac{dP}{dn} = \zeta \Delta\Pi_1. \quad (5)$$

<sup>1</sup> Pure p (or g) modes are hypothetical modes that could be formed in the pressure (or gravity) cavity without any coupling with the other cavity.

A convenient way to write the parameter  $\zeta$  is (Hekker & Christensen-Dalsgaard 2017)

$$\zeta(\nu) = \left[ 1 + \frac{q}{\mathcal{N}} \frac{1}{q^2 \cos^2 \theta_p + \sin^2 \theta_p} \right]^{-1}, \quad (6)$$

where  $\mathcal{N} = \Delta\nu/(\nu^2 \Delta\Pi_1)$  is the density of gravity modes compared to pressure modes, in other words the number of mixed modes in a  $\Delta\nu$ -wide interval. Compared to the original form presented in Mosser et al. (2015), the rapidly varying phase  $\theta_g$  has been replaced by a function of  $\theta_p$  that varies in a smooth way.

As demonstrated by Goupil et al. (2013) and used by subsequent work (Benomar et al. 2014; Deheuvels et al. 2015), the function  $\zeta$  is connected to the inertia of mixed modes. Introducing the contributions of the envelope and of the core,

$$\zeta = \frac{I_{\text{core}}}{I_{\text{env}} + I_{\text{core}}}, \quad (7)$$

and assuming that the envelope contribution of a mixed mode is similar to the inertia of the closest radial mode ( $I_{\text{env}} \equiv I_{n_p,0}$ ), we find that the inertia of the dipole mode with mixed radial order  $n$  varies as

$$I_{n,1} = \frac{I_{n_p,0}}{1 - \zeta}. \quad (8)$$

For the sake of simplicity, we use hereafter the abridged notation  $I_n$  for the inertia of the dipole mixed modes and  $I_0$  for the closest radial modes, and follow the same convention for the mode heights and widths.

### 2.2. Seismic parameters

With  $\zeta$ , we now intend to express the different seismic parameters.

#### 2.2.1. Period spacing

Following Christensen-Dalsgaard (2012) and Mosser et al. (2015), period spacings can be expressed as

$$\Delta P = P_n - P_{n+1} = \zeta \Delta\Pi_1. \quad (9)$$

This expression is however ambiguous, since  $\zeta$  may vary significantly between the periods  $P_{n+1}$  and  $P_n$  ( $> P_{n+1}$ ). Therefore, we prefer to consider the expression resulting from the integration of Eq. (5)

$$\Delta P = P_n - P_{n+1} = \Delta\Pi_1 \int_n^{n+1} \zeta(\nu) dn = \Delta\Pi_1 \langle \zeta \rangle_n, \quad (10)$$

where we consider that the mixed-mode radial order  $n$  is a continuous variable defined by  $dn = d\tau/\Delta\Pi_1$ , where  $\tau$  is the stretched period introduced by Mosser et al. (2015); i.e.,

$$d\tau = \frac{d\nu}{\zeta \nu^2}. \quad (11)$$

In fact,  $n$  takes consecutive integer values for each mixed mode. In this work, we use an estimate of  $n = n_p + n_g$  derived from the pressure and gravity radial orders;  $n_p$

is derived from the universal red giant oscillation pattern (Mosser et al. 2011b), whereas  $n_g$  is given by

$$n_g = - \left[ \frac{1}{\nu \Delta \Pi_1} - \frac{1}{4} \right] \quad \text{on the RGB,} \quad (12)$$

$$n_g = - \left[ \frac{1}{\nu \Delta \Pi_1} + \frac{1}{4} \right] \quad \text{in the red clump,} \quad (13)$$

where the correcting terms  $\pm 1/4$  that depend on the evolutionary stage are justified in Section 4.4. They differ by  $1/2$ , as depicted by the asymptotic relation (e.g., Tassoul 1980; Benomar et al. 2013). In red giants, the high density  $\mathcal{N}$  of mixed modes implies that  $|n_g| \gg n_p$ , so that the mixed-mode orders are negative.

From the definition of the stretched period, Eq. (10) reduces to

$$\Delta P = \int_{\nu_n}^{\nu_{n+1}} \frac{d\nu}{\nu^2}. \quad (14)$$

This evident relation justifies the relevance of Eq. (10) instead of Eq. (9): using  $\langle \zeta \rangle_n$  is necessarily more accurate than using  $\zeta$  for computing period spacings.

### 2.2.2. Rotational splitting

As introduced by Goupil et al. (2013), the function  $\zeta$  is used to express the mixed-mode rotational splitting as a function of the mean rotational splittings related to pure gravity or pure pressure modes:

$$\delta \nu_{\text{rot}} = \zeta \delta \nu_{\text{rot,g}} + (1 - \zeta) \delta \nu_{\text{rot,p}}. \quad (15)$$

As shown by subsequent works (e.g., Deheuvels et al. 2014; Di Mauro et al. 2016; Triana et al. 2017), it is difficult to derive from the observed rotational splittings more than these two mean quantities.

Again, we have to solve the ambiguity of the meaning of  $\zeta$  in Eq. (15), since we can either consider the value<sup>2</sup>  $\zeta(\nu_{n,0})$ , in the framework of the perturbation of the non-rotating frequency  $\nu_{n,0}$ , or  $\zeta(\nu_{n,m})$ , considering that the inertia to be considered corresponds to the actual frequency  $\nu_{n,m}$ . By analogy with the equation dealing with the period spacing, we propose to rewrite the rotational splitting  $\delta \nu_{\text{rot}} = \nu_{n,m} - \nu_{n,0}$ , in the limit case where the mean envelope rotation is negligible compared to the mean core rotation, as

$$\delta \nu_{\text{rot}} = \delta \nu_{\text{rot,core}} \int_{\nu_{n,0}}^{\nu_{n,m}} \zeta \, dm = \delta \nu_{\text{rot,core}} \langle \zeta \rangle_m, \quad (16)$$

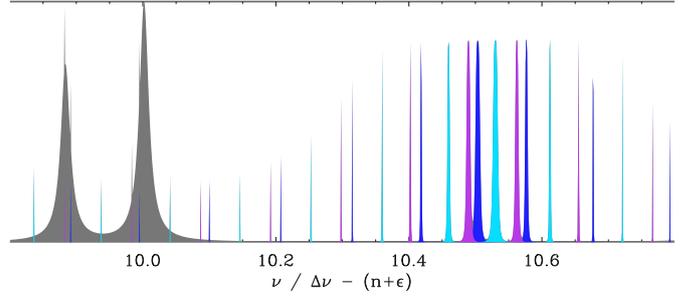
where  $\delta \nu_{\text{rot,core}} \equiv \delta \nu_{\text{rot,g}}$ . As for the radial order  $n$  in Eq. (10), we consider the azimuthal order  $m$  as a continuous variable varying from 0 to  $\pm 1$ . So, we have introduced two mean values of  $\zeta$ ,

$$\langle \zeta \rangle_n = \int_n^{n+1} \zeta \, dn = \int_{\nu_{n,m}}^{\nu_{n+1,m}} \frac{d\nu}{\Delta \Pi_1 \nu^2}, \quad (17)$$

$$\langle \zeta \rangle_m = \int_0^{\pm 1} \zeta \, dm = \int_{\nu_{n,0}}^{\nu_{n,\pm 1}} \frac{d\nu}{\Delta \Pi_1 \nu^2}, \quad (18)$$

to account for the period spacings and rotational splittings. The relevance of  $\langle \zeta \rangle_n$  is already proven by Eqs. (10) and

<sup>2</sup> Since we consider dipole modes only, we use a simplified notation  $\nu_{n,m}$  instead of  $\nu_{n,\ell,m}$ .



**Fig. 1.** Description of the radial order closest to  $\nu_{\text{max}}$  of the oscillation power spectrum of a typical RGB star. Frequencies, widths, and heights are estimated according to the function  $\zeta$ . Quadrupole and radial modes are plotted in gray, dipole mixed modes in dark blue ( $m = -1$ ), light blue ( $m = 0$ ), or purple ( $m = 1$ ), respectively.

(11), whereas the relevance of  $\langle \zeta \rangle_m$  has yet to be demonstrated. If we succeed, we will also have understood the relevance of the use of stretched periods for analyzing the mixed modes (Eq. 11).

### 2.3. Mixed-mode width, height, and amplitude

The work performed by the gas during one oscillation cycle is the same for all modes, associated with surface damping, when the radiative damping in the Brunt-Väisälä cavity is considered as negligible. Hence, Benomar et al. (2014) have estimated that the mode width of the mixed modes writes

$$\Gamma_n = \Gamma_0 \frac{I_0}{I_n} = \Gamma_0 (1 - \zeta). \quad (19)$$

From this relation, we verify that mixed modes have smaller mode widths than radial modes. However, we recall that a family of stars behave differently, when mixed modes are depressed because of an extra damping in the radiative inner region (Mosser et al. 2012a; García et al. 2014; Mosser et al. 2017a).

From Belkacem et al. (2015a) we also derive that the amplitude of a resolved dipole mixed mode is

$$A_n^2 = A_0^2 (1 - \zeta), \quad (20)$$

when the geometrical factor that conducts to a visibility of about 1.54 for red giant dipole modes (Mosser et al. 2012a, 2017a) is omitted. Such amplitudes correspond to similar heights for radial and dipole modes since  $A^2 = \pi \Gamma H / 2$ . When, for non-resolved mixed modes, the width  $\Gamma_n$  is less than the frequency resolution  $\delta f_{\text{res}}$ , a dilution factor must be considered (Dupret et al. 2009). It expresses

$$H_n = \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma_n}{\delta f_{\text{res}}} H_0, \quad (21)$$

when radial modes are resolved, which is the common case.

### 2.4. Synthetic mixed-mode pattern

The previous ingredients can be used to depict an oscillation pattern. Figure 1 shows the synthetic spectrum of a typical star on the low RGB, based on Eq. (16) for the rotational splittings, on Eq. (19) for the mode widths, and on Eq. (21) for the mode heights of unresolved

modes. This spectrum resembles the description derived by Grosjean et al. (2014) from non-adiabatic computations, with a time-dependent treatment of convection which provides the lifetimes of radial and non-radial mixed modes.

### 3. Case studies

In this Section, we use RGB stars showing clear oscillation spectra as case studies, in order to test the description of the mixed-mode spacings, widths, heights, and rotational splittings, which were previously introduced. The first steps consist in identifying their oscillation spectra and in fitting as many dipole mixed modes as possible. One of the two stars considered here, KIC 6144777 was already investigated in many previous articles (e.g., Corsaro et al. 2015; García Saravia Ortiz de Montellano et al. 2018). The other one, KIC 3955033, was less studied since it shows a complicated mixed-mode spectrum; it belongs to the list of red giants with period spacings automatically computed by Vrad et al. (2016). We used data downloaded from the KASOC site<sup>3</sup>, processed using the *Kepler* pipeline developed by Jenkins et al. (2010), and corrected from outliers, occasional jumps, and drifts (see García et al. 2011, for details).

#### 3.1. Identification of the mixed modes

The location of the mixed modes primarily relies on the firm identification of the pure pressure-mode spectrum. The determination of the large separation  $\Delta\nu$ , first derived from the envelope autocorrelation function (Mosser & Appourchaux 2009), is based on the universal red giant oscillation pattern. This method provides the efficient identification of the radial modes and helps to locate the frequency ranges where mixed modes cannot be mistaken for radial or quadrupole modes. For  $\ell = 1$  modes, the second-order asymptotic expansion writes

$$\nu_p = \left( n_p + \varepsilon_p + \frac{1}{2} + d_{01} + \frac{\alpha}{2} [n_p - n_{\max}]^2 \right) \Delta\nu, \quad (22)$$

where  $\varepsilon_p$  is the acoustic offset,  $n_{\max} = \nu_{\max}/\Delta\nu - \varepsilon_p$ , and  $\alpha = 0.076/n_{\max}$ . The parameter  $d_{01}$  is function of the large separation, under the form  $A + B \log \Delta\nu$  (where  $\Delta\nu$  is expressed in  $\mu\text{Hz}$ ), with  $A = 0.0553$  and  $B = -0.036$ , as determined from the large-scale analysis along the RGB conducted by Mosser et al. (2014). The accurate determination of  $d_{01}$  is crucial for the determination of the pure dipole pressure modes, hence for the determination of the minima of the function  $\zeta$ . In that respect, the small modulation of the radial-mode pattern induced by the sound-speed glitches (Miglio et al. 2010; Vrad et al. 2015) must be considered also. Therefore, we fit the actual position of the radial modes first, then use them to refine the pure pressure dipole-mode frequencies according to

$$\nu_p = (\nu_{n_p,0} + \nu_{n_p+1,0})/2 + d_{01} (\nu_{n_p+1,0} - \nu_{n_p,0}). \quad (23)$$

The background parameters, derived as in Mosser et al. (2012a), are used to correct the granulation contribution in the frequency range around  $\nu_{\max}$ . Hence, mixed modes can be automatically identified in frequency ranges that have no radial and quadrupole modes when their heights

are significantly above the background. The automatic selection of the modes relies on a statistical test: the height-to-background ratio of the modes must be higher than a threshold level  $R_p$  in order to reject the null hypothesis to a low probability  $p$ . According to Appourchaux et al. (2006), the relation between  $R_p$  and  $p$  depends for long-lived modes on the observation duration  $T_{\text{obs}}$  and on the width  $\Delta\nu$  of the frequency range where a mode is expected. This relation expresses

$$R_p \simeq \ln \frac{T_{\text{obs}} \Delta\nu}{p}, \quad (24)$$

when expressed in noise unit. This situation applies here, since the precise identification of the mixed-mode pattern is based on gravity-dominated mixed modes. With 4-year observations and the search of a couple of modes in a frequency range  $\Delta\nu = \Delta\nu/\mathcal{N}$ , the threshold is typically 10 for a secure probability rejection at the  $10^{-2}$  level. In practice, mixed modes with a height-to-background ratio higher than 10 are used to initiate the fit. A lower threshold is enough for the final agreement, when the synthetic mixed-mode pattern based on secure modes can be used to search for long-lived mixed modes in narrow frequency ranges. We benefit from the fact that the asymptotic fit is precise and enables to search for thin modes in a frequency range  $\Delta\nu$  narrower than  $0.1 \mu\text{Hz}$ . Therefore, a threshold of 7 is enough for rejecting the null hypothesis at the 1%-level for these modes whose detection benefits from the information gained by larger peaks. The thin mode widths (Eq. 19) are of great use to map the observed spectrum: a thin gravity-dominated mixed mode must be found in the close vicinity, less than 4 times the mode width, of its expected position. For unresolved peaks, this condition is relaxed to 4 times the frequency resolution. The global seismic parameters of the gravity component are then derived from the methods described in Vrad et al. (2016) and Mosser et al. (2017b), with a least-square fit between the observed and asymptotic patterns.

At this stage, global seismic parameters are measured and mixed modes are identified, so that it is possible to measure their individual properties.

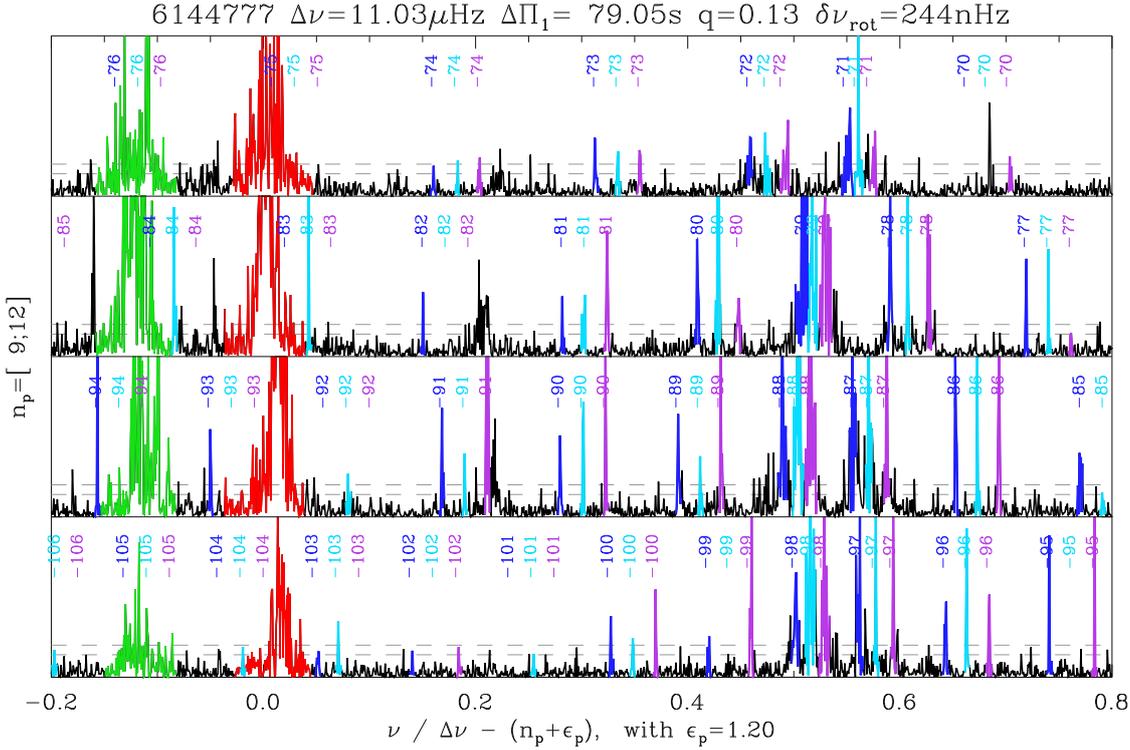
#### 3.2. Individual fitting procedure

When fitting individually mixed modes, we aim at testing the validity of the asymptotic expression, but not at reaching the ultimate precision, which is the role of a dedicated fit of individual modes (e.g., Gaulme et al. 2009). Therefore, in order to simplify the fit, we supposed (and checked a posteriori) that all multiplets can be fitted independently. This is not the case in all red giant spectra, but it is verified for most stars on the early RGB or in the red clump.

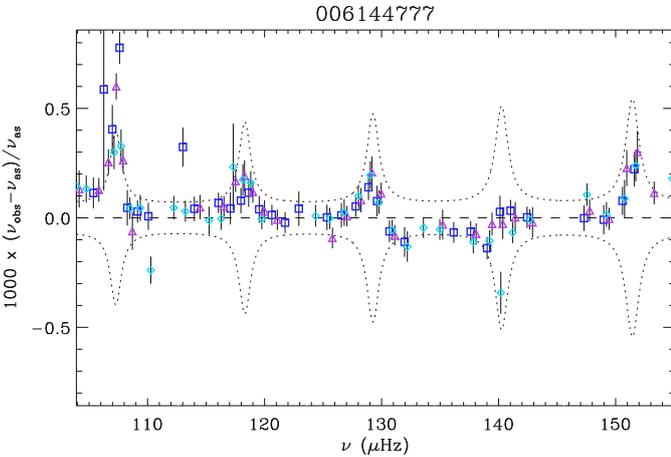
From the asymptotic fit, we identify in the background-corrected spectrum the power excess associated to each mode. Then, we determine the central frequency of the peak as the barycenter of the power excess. The height  $H$  and full width at half maximum  $\Gamma$  are simultaneously derived from the Lorentzian fit of the mode. We use Eqs. (19) and (21) as priors. Modes are fitted individually when the mode density is low, or simultaneously when the Lorentzians used as priors overlap.

The fitted spectrum and the seismic parameters of KIC 6144777, used as a first study case, are given in Fig. 2 and

<sup>3</sup> <http://kasoc.phys.au.dk>



**Fig. 2.** Fit of the oscillation pattern of the RGB star KIC 6144777, showing the pressure radial orders  $n_p$  from 9 to 12. The power spectrum density has been divided by the fit of the background. Radial and quadrupole modes are highlighted in red and green. The expected locations of dipole mixed modes are labelled with their mixed radial orders. When detected, mixed modes are highlighted in dark blue ( $m = -1$ ), light blue ( $m = 0$ ), or purple ( $m = 1$ ).  $\ell = 3$  modes, which are also mixed, are located near the abscissa 0.22; extra peaks in the range  $[-0.2, -0.05]$  are mixed quadrupole modes. The gray dashed lines indicate the two thresholds used in this work, corresponding to height-to-background ratios of 7 and 10.

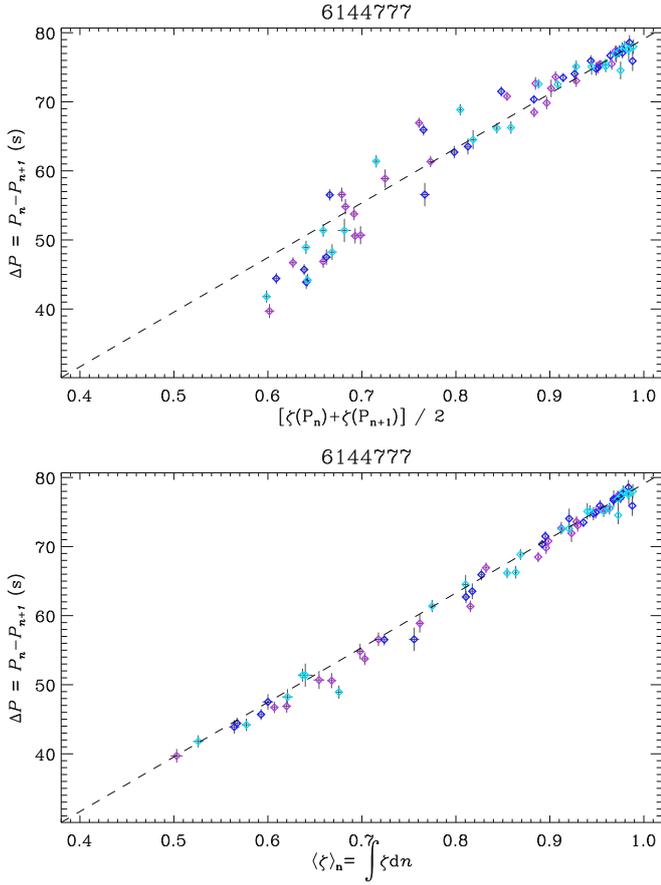


**Fig. 3.** Relative residuals, multiplied by 1000, between the observed and asymptotic mixed-mode frequencies in KIC 6144777. The color of the symbols indicates the azimuthal order: dark blue squares for  $m = -1$ , light blue diamonds for  $m = 0$ , or purple triangles for  $m = 1$ ;  $1\text{-}\sigma$  uncertainties are also shown. The dashed line corresponds to a perfect fit. The dotted lines show the frequency resolution plus an extra-modulation  $\Delta\nu(1 - \zeta)/100$ , which is empirically used to define the quality of the fit.

in Table A.1. We note the large agreement between the observed and asymptotic peaks. As in other stars show-

ing a seismic signal with a high signal-to-noise ratio (S/R), outliers with a height-to-background value  $R$  higher than 7 are present. Their detection does not invalidate the method presented above: they correspond either to  $\ell = 2$  or 3 mixed modes, possibly also to  $\ell = 4$  modes, or to aliases (since the duty cycle is about 93%), or even to noise since the detection of 1 noisy peak with  $R \geq 8$  is expected in a  $30\text{-}\mu\text{Hz}$  frequency range after 4 years of observation, assuming that the noise statistic is a  $\chi^2$  with two degrees of freedom.

The quality of the fit is shown by the small residuals between the observed frequencies and the asymptotic fits (Fig. 3); we note that these residuals are comparable to the uncertainties, derived from Libbrecht (1992) or slightly larger when the quality of the fit may be affected by the high mode density. These residuals are of about the frequency resolution. When pressure-dominated mixed modes are excluded, the standard deviation of the asymptotic fit is  $11\text{ nHz}$ . This value represents 1.3 times the frequency resolution  $\delta f_{\text{res}}$ , or  $\Delta\nu/1000$ , or a relative precision at  $\nu_{\text{max}}$  of about  $10^{-4}$ . The quality of the fits is based on a small number of parameters: the radial mode frequencies, the mean location  $d_{01}$  of the expected pure pressure dipole modes, and four asymptotic parameters: the period spacing  $\Delta\Pi_1$ , the coupling factor  $q$ , gravitational offset  $\varepsilon_g$ , and the mean core rotational splitting  $\delta\nu_{\text{rot}}$ . Residuals reach maximum values near the pressure-dominated mixed modes: there, deviations of about  $\Delta\nu/200$  are observed, to be compared to the amplitudes of pressure glitches of about  $\Delta\nu/40$  (Vrard et al. 2015). We suspect that these residuals are



**Fig. 4.** Period spacings of the RGB star KIC 6144777. *Top:* plot as a function of the arithmetical mean value  $(\zeta(\nu_n) + \zeta(\nu_{n+1}))/2$ . *Bottom:* plot as a function of the mean value  $\langle \zeta \rangle_n$ . The colors code the azimuthal orders, as in Fig. 2; the dashed line indicates the 1:1 relation; 1- $\sigma$  uncertainties on both the spacings and the mean values of  $\zeta$  are indicated by vertical and horizontal error bars.

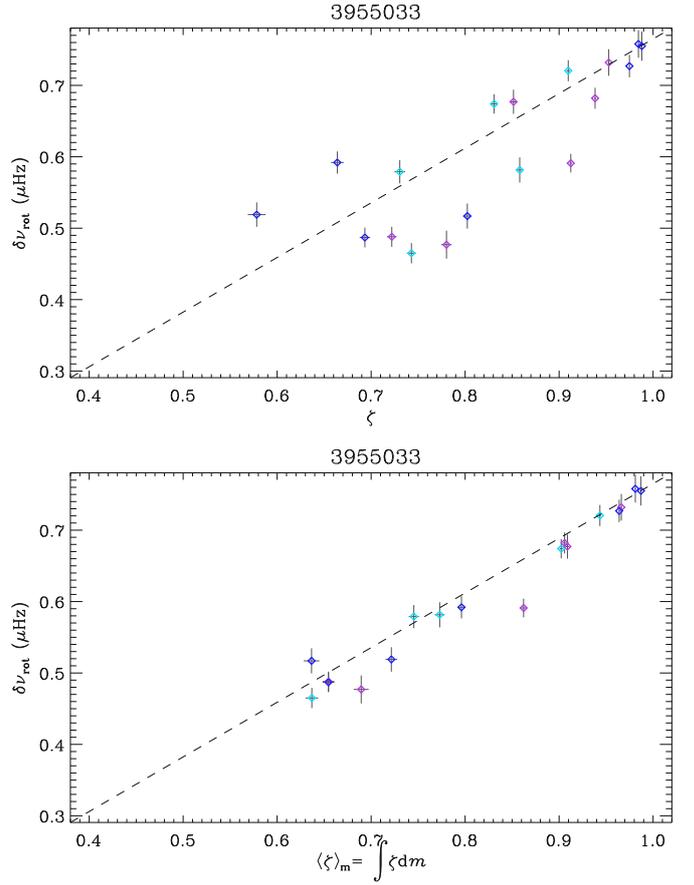
mostly due to the variation of the parameter  $d_{01}$  with frequency.

### 3.3. Relationships with $\zeta$

With the identification of the mixed-mode pattern, we aim to verify the relevance of the use of  $\langle \zeta \rangle_n$  for the period spacings, to test the relevance of  $\langle \zeta \rangle_m$  for the rotational splittings, and further test the predictions for the mode widths and heights.

#### 3.3.1. Period spacings

Period spacings were fitted with different functions of  $\zeta$ , according either to the integrated value  $\langle \zeta \rangle_n$  (Eq. 10) or to the arithmetical mean  $\zeta = (\zeta_n + \zeta_{n+1})/2$ . The resulting plots are shown in Fig. 4. When  $\langle \zeta \rangle_n$  is not used, one remarks that the  $\Delta P(\zeta)$  relation shows a modulation that results from the concavity of  $\zeta$ . When  $\zeta$  is close to unity for gravity-dominated mixed modes, no modulation is seen; in the range  $[0.7, 0.9]$ , where the function is convex, the period spacings are larger than predicted; below 0.7, where the function is concave, the period spacings are smaller than expected. The relation between  $\Delta P$  and  $\langle \zeta \rangle_n$  does not show

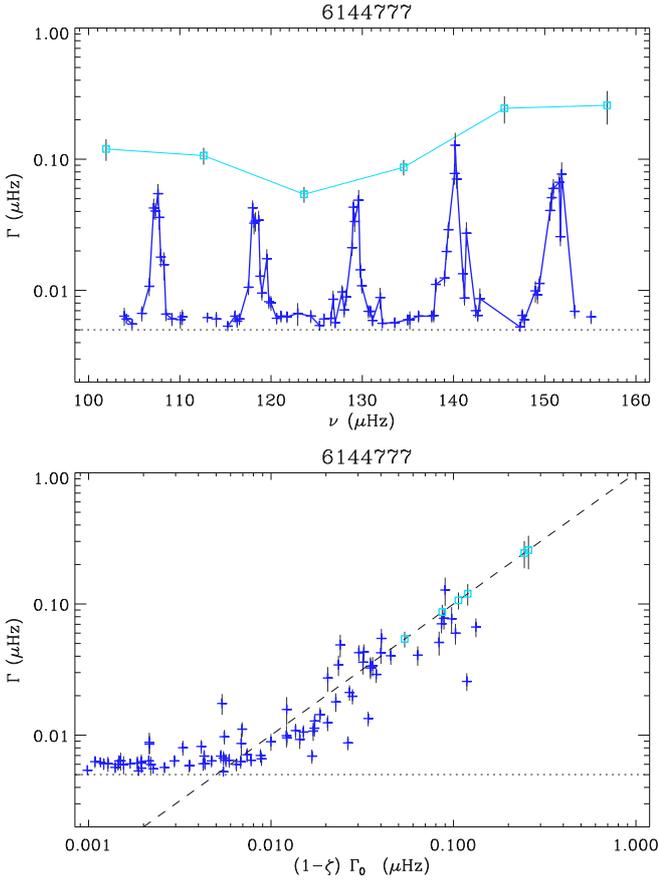


**Fig. 5.** Mean rotation splittings of the RGB star KIC 3955033. *Top:* plot as a function of  $\zeta$ . *Bottom:* plot as a function of the mean value  $\langle \zeta \rangle_m$ . The colors code the azimuthal orders; the dashed line indicates the 1:1 relation; 1- $\sigma$  uncertainties on both the splittings and the mean values of  $\zeta$  are indicated by vertical and horizontal error bars.

such a modulation. Furthermore, the fit with  $\langle \zeta \rangle_n$  is nearly linear, with residuals two times smaller. From this comparison, we confirm that the use of  $\langle \zeta \rangle_n$  is preferable for fitting the period spacings.

#### 3.3.2. Rotational splittings

We performed similar test for the rotational splittings. We a priori excluded a dependence on  $\zeta(\nu_{n,0})$ , since we clearly observe asymmetrical splittings (see below, Section 5.1) that cannot be reproduced with  $\zeta(\nu_{n,0})$ . In fact, the rotation rate of KIC 6144777 is not important enough to observe any difference between the variations with either  $\zeta$  or  $\langle \zeta \rangle_m$ . We therefore performed the fit of the star KIC 3955033 (Fig. A.3), which shows a much more rapid rotation (Fig. 5). From the comparison of  $\delta\nu_{\text{rot}}(\zeta)$  and  $\delta\nu_{\text{rot}}(\langle \zeta \rangle_m)$ , we derive that this latter expression is more convenient since it provides a  $\chi^2$  ten times smaller than when using  $\zeta$ , associated with a much more precise estimate of the core rotation:  $\delta\nu_{\text{rot,core}} = 765 \pm 10$  nHz with  $\langle \zeta \rangle_m$ , versus  $\delta\nu_{\text{rot,core}} = 730 \pm 50$  nHz with  $\zeta$ . From this test, we conclude positively about the relevance of the use of  $\langle \zeta \rangle_m$  for the rotational splittings.

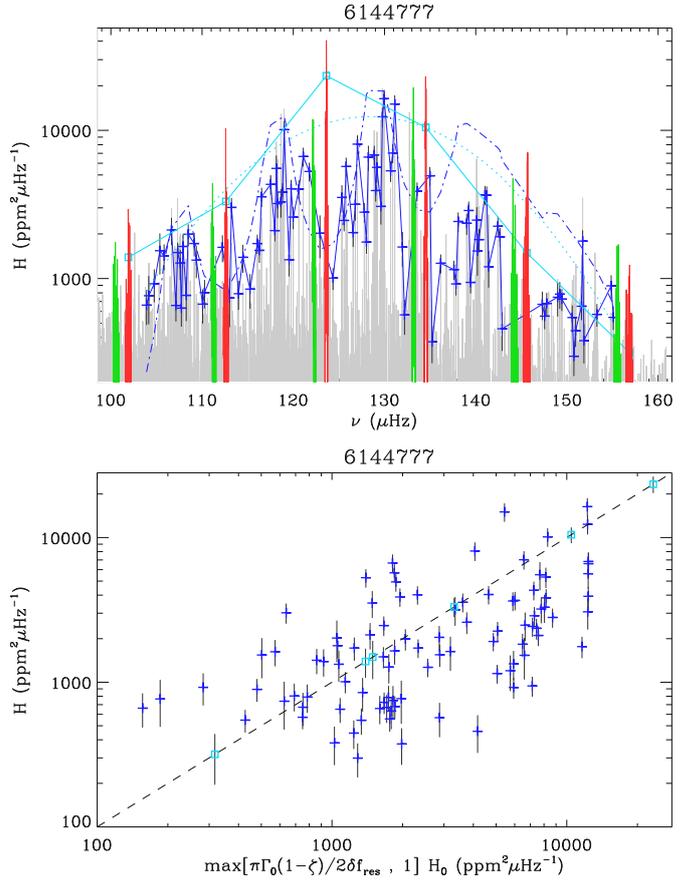


**Fig. 6.** Mode widths as a function of the cyclic frequency (*top*) or as a function of  $(1-\zeta)\Gamma_0$  (*bottom*), for the RGB star KIC 6144777. Radial modes are plotted with square symbols and dipole mixed modes with +;  $1-\sigma$  uncertainties on  $\Gamma$  are indicated by vertical error bars. The value  $2\delta f_{\text{res}}/\pi$  (Eq. 21) plotted as a dotted line is proportional to the 4-year long frequency resolution. In the bottom plot, radial modes have been considered too, assuming they have  $\zeta = 0$  as pure pressure modes. The dashed line indicates the 1:1 relation.

### 3.3.3. Widths, amplitudes, and heights

As expected from Eq. (19), the mixed-mode width shows large variations: pressure-dominated mixed modes have widths comparable to those of the radial modes, contrary to gravity-dominated modes that are much thinner (Fig. 6, top panel). Figure 6 also shows the validity of Eq. (19), with the mixed-mode width proportional to  $(1-\zeta)$ , except for low values where the observations resolution hampers the measurement of very thin widths. The precision of the fit is limited by the stochastic excitation, especially for long-lived peaks: the presence or absence of signal in a single frequency bin can modify the width in large proportion. This limit added to the limitation in frequency resolution does not allow us to test if small additional radiative damping affects the gravity-dominated mixed modes (Dupret et al. 2009; Grosjean et al. 2014).

As shown by Mosser et al. (2015), Eq. (20) has a strong theoretical justification, since it expresses the conservation of energy: the sum of all the energy distributed in the mixed modes corresponds to the energy expected in the single pure pressure mode that should exist in absence of any coupling.



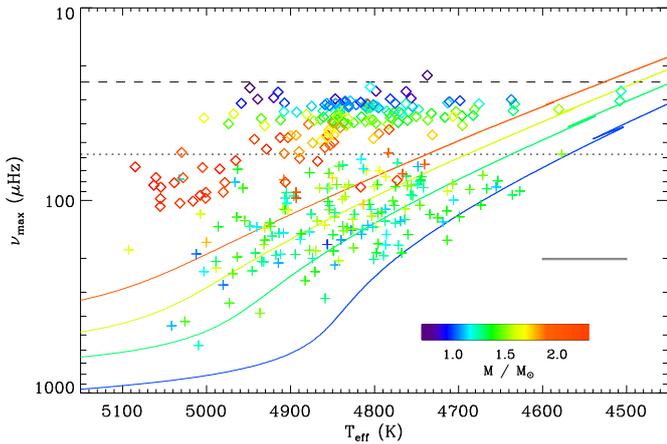
**Fig. 7.** Mode heights as a function of the cyclic frequency (*top*) or as a function of the radial mode height, modified when the modes are not resolved, (*bottom*), for the RGB star KIC 6144777. Radial modes are plotted with square symbols and dipole mixed modes with +. The Fourier spectrum is plotted in red (green) for emphasizing the radial (quadrupole) modes. The dot-dashed line provides the expected heights of dipole modes, under the assumption that the power excess mimics a Gaussian relation (dotted line). The dashed line indicates the 1:1 relation.

So, our result is in line with the findings of Mosser et al. (2012a), who measured that, except for depressed modes, the observed total visibility of dipole modes matches the theoretical expectations.

Due to the stochastic nature of the excitation, the mode heights show a large spread (Fig. 7). Dips in the distributions occur when modes are not resolved. It is however clear in Fig. 7 bottom that the dipole mode heights follow the radial distribution according to the trend of Eq. (21). We note that all mixed modes associated with a given pressure radial order show a systematic behavior. For instance, all mixed modes of KIC 6144777 in the frequency range  $[137, 143 \mu\text{Hz}]$  associated with the pressure mode  $n_p = 11$  show lower amplitudes than expected from the Gaussian fit of the power excess. Such a behavior recalls us that the excitation of a mixed mode is due to its acoustic component.

### 3.4. Validation

From these two case studies and from other examples shown in Appendix, we can conclude that the asymptotic fits



**Fig. 8.** Seismic diagram of the 372 red giants studied in this work, with  $\nu_{\max}^{-1}$  used as a proxy for the luminosity. The color codes the stellar mass. Stars on the RGB are plotted with + symbols, red clump stars with  $\diamond$ . The dotted and dashed lines indicate the limit of the visibility of mixed modes for RGB and clump stars, respectively, as defined by Eq. (31). Evolution tracks on the RGB, computed with MESA for solar metallicity (Gehan et al. 2018), are shown for the stellar masses 1.0, 1.3, 1.6, and  $1.9 M_{\odot}$ . The error box indicates the typical  $1\text{-}\sigma$  uncertainties on  $T_{\text{eff}}$  and  $\nu_{\max}$ .

are relevant at all evolutionary stages, when the signal-to-noise ratio is high enough. So, the equations developed in Section 2 allow us to depict the mixed-mode spectrum with a very high accuracy, when the integrated values  $\langle \zeta \rangle_n$  and  $\langle \zeta \rangle_m$  are considered for the period spacings and the rotational splittings, respectively. Up to now, only red clump stars showing buoyancy glitches cannot be fitted with a single set of parameters.

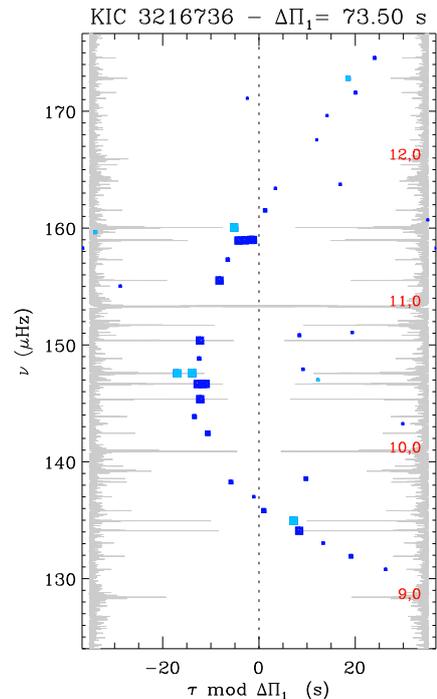
#### 4. Asymptotic period spacings and gravity offsets

In this section, we show how previous findings can be used to derive accurate period spacings. We also explore the variation of the gravity offsets  $\varepsilon_g$  with stellar evolution. These studies rely on the determination of the pure-gravity mode pattern.

##### 4.1. Observations

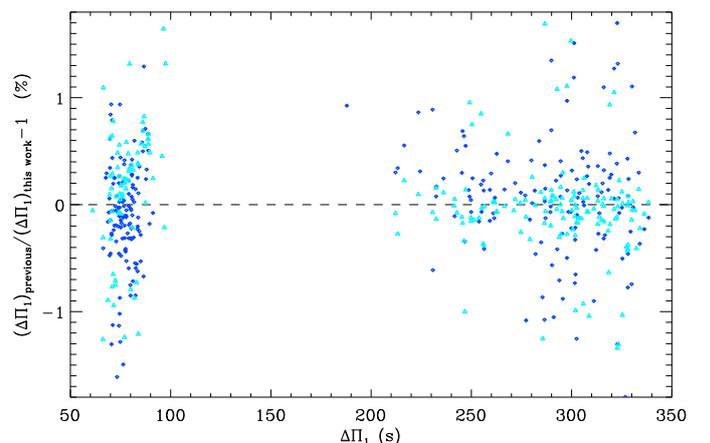
Our analysis was conducted over 372 red giants at various evolutionary stages, mainly from Mosser et al. (2014) and Vrad et al. (2016), with stars also considered in Beck et al. (2012), Kallinger et al. (2012), Deheuvels et al. (2014), and Corsaro et al. (2015). Data were obtained as for the two stars considered in Section 3. When available, effective temperatures are from APOGEE spectra (Albaret et al. 2017). Selection criteria are mainly based upon the noise level, with *Kepler* magnitudes brighter than 12 on the low RGB or 14 for more evolved stars. Following the method exposed in Section 3.1, we need data with a S/R high enough to allow the identification of gravity-dominated mixed modes. When such modes are too few, measurements are impossible. This condition induces a selection bias, specifically addressed in Section 6.

The 372 stars that were analyzed are shown in a seismic diagram (Fig. 8). We considered stars from the low



**Fig. 9.** Stretched-period échelle diagram of KIC 3216736, the only RGB star in our sample showing buoyancy glitches. The spectrum is simple, since only  $m = 0$  dipole mixed modes are present, but shows a large-period modulation instead of the expected vertical alignment. Modes plotted in light blue are pressure dominated; extra peaks that do not follow the global trend are either  $\ell = 3$  modes or  $\ell = 2$  mixed modes. Red figures indicate the radial orders of the radial modes. For clarity, the power spectrum density is also plotted twice, top to tail.

RGB (Fig. A.1) to more evolved RGB stars (Fig. A.2). The spectrum of the evolved RGB star KIC 2443903 (Fig. A.4) corresponds to a case near the limit of visibility of gravity-dominated mixed modes, with a mode density  $\mathcal{N} \simeq 22.4$

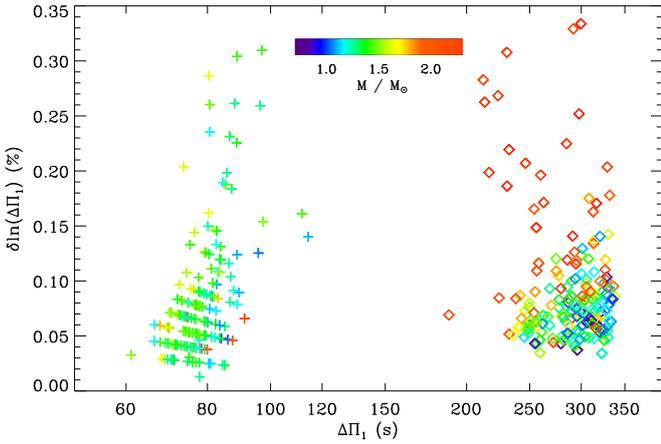


**Fig. 10.** Comparison of the asymptotic period spacings with previous values. Light blue triangles show the bias in period spacings computed under the assumption  $\varepsilon_g = 0$  (Mosser et al. 2014), whereas dark blue diamonds are free of this hypothesis (Vrad et al. 2016).

**Table 1.** Period spacings and gravity offsets

KIC	$\nu_{\max}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\Delta\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\Delta\Pi_1$ (s)	$q$	$\varepsilon_g$	$\delta\nu_{\text{rot}}$ (nHz)
1576469	$90.60 \pm 0.98$	$7.41 \pm 0.04$	$284.80 \pm 0.64$	$0.23 \pm 0.03$	$-0.102 \pm 0.096$	$67 \pm 6$
1723700	$39.42 \pm 0.57$	$4.48 \pm 0.04$	$323.40 \pm 0.17$	$0.24 \pm 0.04$	$0.066 \pm 0.043$	$57 \pm 5$
2437976	$89.37 \pm 1.10$	$8.22 \pm 0.05$	$74.70 \pm 1.00$	$0.10 \pm 0.02$	$-0.006 \pm 0.095$	$320 \pm 30$
2443903	$66.76 \pm 0.90$	$7.01 \pm 0.04$	$71.10 \pm 0.02$	$0.12 \pm 0.02$	$-0.184 \pm 0.078$	$360 \pm 4$
3955033	$106.10 \pm 1.24$	$9.23 \pm 0.05$	$74.65 \pm 0.06$	$0.13 \pm 0.02$	$0.207 \pm 0.115$	$765 \pm 10$
5024476	$68.66 \pm 0.75$	$5.73 \pm 0.04$	$299.60 \pm 1.00$	$0.27 \pm 0.03$	$-0.199 \pm 0.102$	$63 \pm 6$
5112373	$43.82 \pm 0.59$	$4.63 \pm 0.04$	$240.30 \pm 0.14$	$0.19 \pm 0.02$	$-0.246 \pm 0.058$	$37 \pm 3$
6144777	$128.23 \pm 1.50$	$11.03 \pm 0.05$	$79.05 \pm 0.04$	$0.13 \pm 0.02$	$0.210 \pm 0.055$	$244 \pm 5$
10272858	$341.45 \pm 6.16$	$22.71 \pm 0.14$	$96.90 \pm 0.30$	$0.19 \pm 0.02$	$0.338 \pm 0.098$	$660 \pm 20$
11353313	$127.29 \pm 1.46$	$10.75 \pm 0.05$	$76.95 \pm 0.06$	$0.14 \pm 0.02$	$0.290 \pm 0.088$	$465 \pm 7$

The list of the full data set with 372 red giants showing an uncertainty in  $\varepsilon_g$  less than 0.15 is available on line as a CDS/VizieR document.


**Fig. 11.** Relative precision of the asymptotic period spacings. Same style as in Fig. 8.

close to the limit value above which the detection is impossible (Section 6). The fitting process for red clump stars can be achieved only when the amplitude of the buoyancy glitches remains limited (Fig. A.5); the same limitation appears in the secondary red clump (Fig. A.6). In fact, except for red-clump stars with large buoyancy glitches (Cunha et al. 2015; Mosser et al. 2015), the asymptotic expansion provides a relevant fit. We could then obtain precise measurements of the asymptotic gravity parameters in Eq. (4) and of their uncertainties for a large number of stars. We must report one exception: KIC 3216736 is the only RGB star of our sample where we found buoyancy glitches and could not provide a relevant fit of the spectrum, but only an échelle diagram based on stretched periods (Fig. 9). Since we have tested more than 160 stars on the RGB, with a systematic approach, we can conclude that the most common case on the RGB is the absence of buoyancy glitches, as expected theoretically (Cunha et al. 2015).

Characterizing the sample we studied in terms of bias is difficult. Apart from the RGB stars that were already studied in detail in previous works, we have mostly treated the stars with increasing KIC numbers. This systematic method implies that we did not introduce any further bias compared to the *Kepler* sample of red giants. Considering a high enough S/R, which is almost equivalent to select bright stars in the red giant domain, is not supposed to introduce biases either. Contrary to many previous stud-

ies, we are not limited to stars showing rotational splittings smaller than the confusion limit ( $\delta\nu_{\text{rot}} \leq \nu_{\max}^2 \Delta\Pi_1$ ). However, the presence of a strong cutoff (Section 6) limits the sample, when gravity-dominated mixed modes disappear. Red-clump stars with strong buoyancy glitches are absent in our data set since the fitting process requires then to account for the extra-modulation, which can be quite large (about  $\Delta\Pi_1/10$ ). When mixed modes are depressed, the low height-to-background ratio of the mixed modes allows the measurement of  $\Delta\Pi_1$  (Mosser et al. 2017a) but is not enough for fitting the pattern. Both cases deserve specific care beyond the scope of this work.

#### 4.2. Pure gravity modes

The identification of the mixed modes depicted in Section 3.1 allows us to retrieve the periods of the pure gravity modes and to infer global asymptotic parameters of the gravity components. We compute these periods from the mixed-mode frequencies  $\nu$ , using Eqs. (1) and (2),

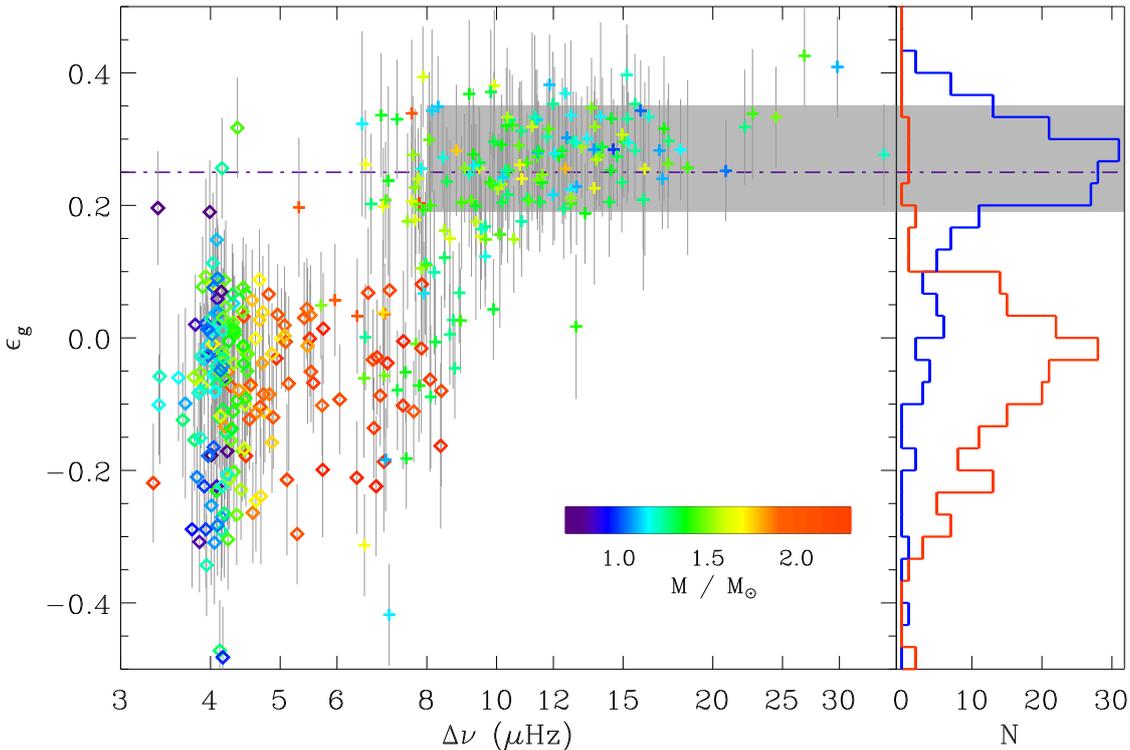
$$\frac{1}{\nu_g} = \frac{1}{\nu} - \frac{\Delta\Pi_1}{\pi} \operatorname{atan}\left(\frac{\tan\theta_p}{q}\right). \quad (25)$$

Close to each radial mode, when  $\theta_p$  varies from values less than but close to  $\pi/2$  to values higher than but close to  $-\pi/2$ , the atan correcting term introduces an offset of  $-\Delta\Pi_1$ , which in fact allows to relate the  $(\mathcal{N} + 1)$  mixed modes in the  $\Delta\nu$ -wide interval to  $\mathcal{N}$  only gravity modes. In order to use all mixed modes, including the  $|m| = 1$  components, we corrected first the rotational splittings, using Eq. (16) in order to obtain  $\nu$  values that are corrected from the rotational splitting.

From the periods of the gravity modes  $1/\nu_g$ , we could then derive the asymptotic parameters  $\Delta\Pi_1$  and  $\varepsilon_g$ , assuming the first-order asymptotic expression for pure gravity modes (Eq. 4). In practice, a first estimate of  $\Delta\Pi_1$  derived from the formalism of Mosser et al. (2015) and Vrad et al. (2016) is used in Eq. (25), then iterated with a least-square fit of the linear variation of the gravity modes (Eq. 4).

#### 4.3. Asymptotic period spacings

Up to now, measurements of  $\Delta\Pi_1$  considering that  $\varepsilon_g$  is a free parameter have been obtained for a few stars only (Buysschaert et al. 2016; Hekker et al. 2018, for 3 and 22 observed stars, respectively). The offset  $\varepsilon_g$  being arbitrarily fixed, Mosser et al. (2012b) and Mosser et al. (2014) re-



**Fig. 12.** *Left:* variation of  $\varepsilon_g$  with  $\Delta\nu$ , with the same style as Fig. 11. The horizontal dark gray domain corresponds to the expected range predicted for RGB stars by Takata (2016a), whereas the dot-dashed line shows the value  $\varepsilon_{g,as} = 1/4$  derived from the asymptotic expansion (Provost & Berthomieu 1986). Uncertainties on  $\varepsilon_g$  are indicated by vertical lines; uncertainties on  $\Delta\nu$  are smaller than the symbol size. *Right:* histograms of the distributions of  $\varepsilon_g$  on the RGB (blue curve) and in the red clump (red curve). The dot-dashed line and the gray domain have the same meaning as indicated above.

ported a very high precision for the period spacings, of typically 0.1 s for stars on the RGB and 0.3 s in the red clump. However, owing to the choice of  $\varepsilon_g = 0$ , their period spacings were slightly affected by a bias of about a fraction of  $\nu_{\max}\Delta\Pi_1^2$ . The values reported by Vrad et al. (2016), free of any hypothesis on  $\varepsilon_g$ , are not biased but show uncertainties typically five to fifteen times higher than the new values. Their comparison with our data confirms the absence of systematic offsets (Fig. 10). So, the new method ensures accuracy, in the sense that the measurements of  $\Delta\Pi_1$  are now free of any hypothesis on  $\varepsilon_g$  and prove that the asymptotic expansion for gravity modes (Eq. 4) is relevant. The relative accuracy we obtained for the period spacings, assuming Eq. (4), is shown in Fig. 11. The median relative accuracies on the RGB and in the red clump are similar, of about  $7 \cdot 10^{-4}$ . They translate, respectively, into 0.06 s on the RGB and 0.22 s in the red clump; Hekker et al. (2018) reach a similar precision.

#### 4.4. Gravity offsets $\varepsilon_g$

We could measure  $\varepsilon_g$  for a large set of stars. We however have to face the indetermination of  $\varepsilon_g$  modulo 1: we simply assume that  $\varepsilon_g$  is in the range  $[-0.5, 0.5]$ . The  $\varepsilon_g$  values computed for the set of stars presented in the paper is given in Table 1 and plotted in Fig. 12, where an histogram is also

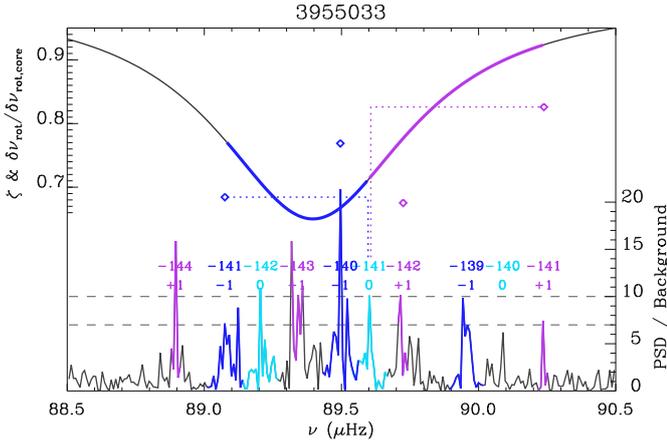
given. The complete table is given online only. Uncertainties on  $\varepsilon_g$  are small, related to the uncertainties in  $\Delta\Pi_1$  by

$$\delta\varepsilon_g = \frac{\delta\Delta\Pi_1}{\nu_{\max} \Delta\Pi_1^2}. \quad (26)$$

This relation comes from the derivative of Eq. (4). As a result, the median uncertainties are of about 0.08 on the RGB and 0.06 in the red clump.

We noticed that the median value of  $\varepsilon_g$  on the RGB is in fact close to 1/4, which is the expected asymptotic value in absence of stratification below the convection zone (Provost & Berthomieu 1986), derived from the contribution  $\ell/2 - \varepsilon_{as}$  with  $\ell = 1$  and  $\varepsilon_{as} = 1/4$ . Hence, we inferred that the degeneracy on the determination of  $\varepsilon_g$  is removed. We then noted a slight decrease in  $\varepsilon_g$  when stars evolve on the RGB, with an accumulation of values close to 0 for red-clump stars. Hekker et al. (2018) reported values of  $\varepsilon_g$  in the range  $[-0.2, 0.5]$  for 21 stars on the RGB, but did not identify the accumulation of values in the range  $[0.20, 0.35]$  predicted by Takata (2016a) for stars on the low RGB. Our measurements fully confirm this prediction. From a check of their data set, we interpret the differences in  $\varepsilon_g$  as resulting from less precise gravity spacings when large rotational splittings apparently modify the period spacings. As made clear by the recent theoretical developments of the asymptotic expansion (Takata 2016b,a), the accurate measurement of the leading-order term  $\Delta\Pi_1$  is necessary to provide reliable estimates of  $\varepsilon_g$ .

We can study the variation of  $\varepsilon_g$  along stellar evolution. On the RGB, the asymptotic expansion predicts



**Fig. 13.** Splitting asymmetry at low frequency in KIC 3955033. Each dipole mixed mode of the spectrum is labelled with its radial and azimuthal orders. The rotational splittings of the radial orders from  $-142$  to  $-140$ , plotted with diamonds, do not match the function  $\zeta$ . Only the multiplet with  $n = -141$  is complete: the  $m = +1$  splitting is much larger than the  $m = -1$  splitting; the colored regions indicate the ranges over which the function  $\zeta$  is integrated for the components of the multiplet  $n = -141$ . The dashed lines indicate height-to-background values of 7 and 10.

$\varepsilon_g = 1/4 - \vartheta$  (Provost & Berthomieu 1986), where  $\vartheta$  is a measure of the stratification just below the convection zone. From this dependence, we can infer that the term  $\vartheta$  is certainly very small for most stars on the low RGB. Higher values are suspected for evolved RGB stars, but with too few stars to firmly conclude, whereas lower values are seen for evolved RGB. We checked that the change of regime of  $\varepsilon_g$  is not associated with the luminosity bump since it occurs for more evolved stars than our sample (Khan et al. 2018). In the red clump, the  $\vartheta$  correction seems important, on the order of 0.3, with a larger spread than observed on the RGB.

An extended study of  $\varepsilon_g$  can now be performed to use this parameter as a probe of the stratification occurring in the radiative region. This study is however beyond the scope of this work.

## 5. Rotation

The fits based on the function  $\zeta$  also allow us to analyze rotational splittings in detail.

### 5.1. Splitting asymmetry

Recently, asymmetries in the rotational splittings were reported by Deheuvels et al. (2017), as the signature of the combined effects of rotation and mode mixing. Using both perturbative and non-perturbative approaches, they computed near-degeneracy effects and could fit the data. In fact, the asymptotic development of mixed modes also describes the combined effects of rotation and mode mixing, so that the rotational splittings based on  $\langle \zeta \rangle_m$  (Eqs. 16 and 18) are not symmetric. Inversely, the symmetrical rotational splitting based on  $\zeta$  (Eq. 15) does not reproduce the observed asymmetry. Hence, observing asymmetrical triplets is a way to prove the relevance of the use of  $\langle \zeta \rangle_m$  instead of  $\zeta$ .

Observing the asymmetry is challenging but possible for stars with a rapid rotation rate. As explained by Gehan et al. (2017, 2018), rapid rotation means  $\delta\nu_{\text{rot}} \geq \Delta\nu/\mathcal{N}$  for seismology. This rotation is however very slow in terms of interior structure, so that the formalism developed by Goupil et al. (2013) and Deheuvels et al. (2014), summarized by Eq. (16), remains relevant. It simplifies the study, as shown by Ouazzani et al. (2013) who treated the case where rotational splittings can be as large as  $\Delta\nu$ . We fitted the mixed-mode spectrum of KIC 3955033 with both the symmetrical and asymmetrical splitting. At high radial order  $n_p$ , it is hard to distinguish them. At low orders, when the rotational splittings exceed the mixed-mode spacings, the symmetrical splittings fail whereas the asymmetrical one provides a consistent solution along the whole spectrum. The radial order  $n_p = 8$  is shown in Fig. 13, the whole spectrum is shown in Fig. A.3.

### 5.2. Surface rotation

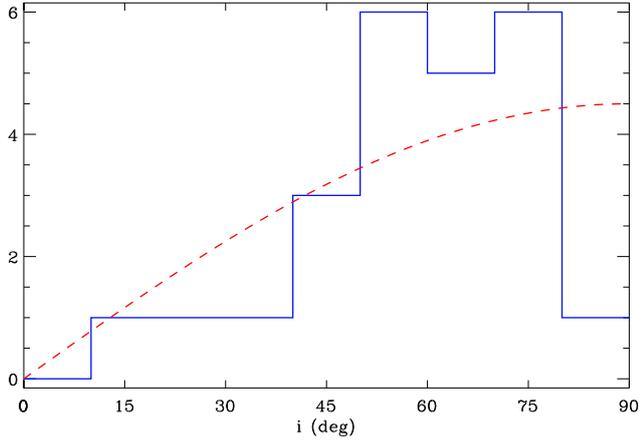
For stars on the low RGB, surface rotation can be inferred from the rotational splittings (Eq. 15). The measurement is however difficult, since it results from an extrapolation at  $\zeta = 0$ , when values are mostly obtained above  $\zeta = 0.6$  only (Fig. 5). The highest level of precision, hence the use of  $\langle \zeta \rangle_m$  instead of  $\zeta$ , is required for deriving a correct estimate of the surface rotation. The case of KIC 3955033 is illustrative, with a negative surface rotation when using  $\zeta$ ; the use of  $\langle \zeta \rangle_m$  provides a null value ( $5 \pm 20$  nHz). This case also confirms the general situation shown by previous works (Goupil et al. 2013; Di Mauro et al. 2016; Triana et al. 2017): deriving surface rotation can be achieved for the low RGB only.

### 5.3. Stellar inclination

From its ability to fit the gravity-dominated modes that carry useful information, the asymptotic fit can be used to derive the stellar inclination  $i$ . The amplitude of the  $m = 0$  component of the dipole multiplet is proportional to  $\sin^2 i$  whereas the sum of the amplitudes of the  $m = \pm 1$  mode is proportional to  $\cos^2 i$ . From Eq. (20), a correction factor of  $1/(1 - \zeta)$  should be applied on the amplitudes: its differential effect is however much below the precision one can get on  $i$ .

We tested our results on a set of stars for which the inclinations measured with other methods have been obtained. We checked that our results are relevant, with a precision limited by the uncertainties on the amplitude measurements. In order to avoid bias, we consider only peaks with a height-to-background ratio larger than 8. Nevertheless, we noted that the stochastic excitation of the modes induces a small bias for large inclinations. Equator-on inclinations, near  $90^\circ$ , cannot be retrieved precisely, with measurements reduced toward the range  $70$ – $80^\circ$ . As a consequence, they are rare in our analysis. However, many stars show inclinations that, according to the uncertainties, are compatible with equator-on measurement, so that the bias does not affect the following analysis.

We measured inclinations of red giants in the open clusters NGC 6819 observed by *Kepler* (e.g., Basu et al. 2011; Stello et al. 2011; Miglio et al. 2012). We selected the stars that exhibit mixed modes and could fit 20 mixed-mode



**Fig. 14.** Histogram of the inclinations measured in NGC 6819. The dashed line indicates the  $\sin i$  distribution.

**Table 2.** Asymptotic and rotational parameters in NGC 6819

KIC ID	$\Delta\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\Delta\Pi_1$ (s)	$q$	$\delta\nu_{\text{rot}}$ (nHz)	$i$ ( $^\circ$ )
4937056	4.76	291.0	0.21	90	$60\pm 15$
4937257 <sup>a</sup>	4.13	292.1	0.19	27	$72\pm 13$
4937770 <sup>b</sup>	7.82	161.0	0.18	×	×
4937775 <sup>a</sup>	7.33	226.3	0.21	110	$75\pm 15$
5023953	4.74	293.9	0.24	50	$51\pm 28$
5024327	4.72	269.5	0.20	55	$56\pm 13$
5024404	4.78	242.6	0.25	110	$80\pm 10$
5024414	6.47	283.0	0.30	90	$45\pm 20$
5024476	5.73	299.5	0.24	56	$71\pm 11$
5024582	4.76	323.5	0.22	70	$55\pm 18$
5111718	10.59	88.4	0.12	410	$69\pm 21$
5111949	4.81	319.0	0.28	35	$66\pm 15$
5112072	10.08	91.9	0.15	350	$72\pm 12$
5112361 <sup>c</sup>	6.19	99.0	0.12	350	$70\pm 20$
5112373	4.63	240.2	0.19	37	$47\pm 18$
5112387	4.70	267.2	0.28	84	$25\pm 17$
5112401	4.03	311.0	0.26	50	$54\pm 13$
5112467	4.75	285.2	0.25	90	$61\pm 12$
5112491	4.68	324.3	0.30	150	$31\pm 16$
5112730	4.56	320.0	0.25	45	$56\pm 18$
5112938	4.73	320.0	0.30	65	$45\pm 11$
5112950	4.35	319.5	0.38	38	$61\pm 18$
5112974	4.32	309.6	0.24	60	$50\pm 12$
5113441 <sup>c</sup>	11.75	89.0	0.13	730	$18\pm 18$
5200152	4.73	327.2	0.28	50	$70\pm 15$

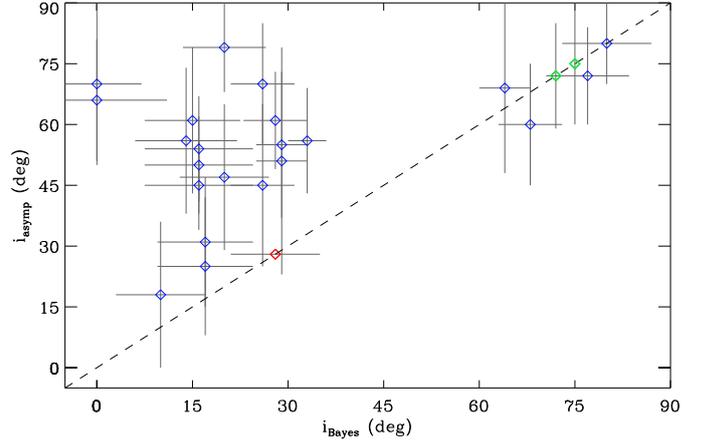
<sup>a</sup>: KIC 4937257 and KIC 4937775 are absent in Corsaro et al. (2017).

<sup>b</sup>: × symbols indicate the absence of any reliable asymptotic fit for KIC 4937770.

<sup>c</sup>: Different solutions in  $\Delta\Pi_1$  are possible for KIC 5112361, which all provide a high inclination. Different solutions in  $\delta\nu_{\text{rot}}$  are possible for KIC 5113441, which all provide a low inclination.

Typical uncertainties for those stars with low S/R spectra are 0.7% in  $\Delta\nu$  and  $\Delta\Pi_1$ , 12% in  $q$ , and 8% in  $\delta\nu_{\text{rot}}$ .

patterns with the asymptotic expansion. In one case, the asymptotic fit is impossible, due to a low S/R. In two other cases, different possible solutions exist, based either on different period spacings, or on different rotational splittings, but without any ambiguity for the inclination measurement: when two peaks dominate per period spacing, the inclination is necessarily high, whereas it is low when one single peak only is present. We completed this list with other NGC 6819 members listed in Handberg et al. (2017) and could fit two additional stars, which incidentally show

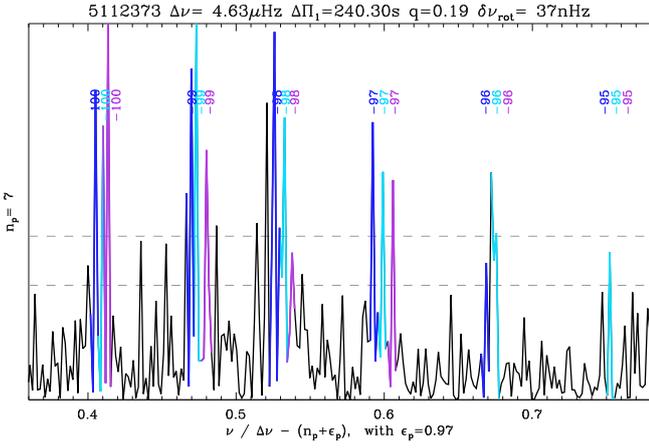


**Fig. 15.** Comparison of the inclinations of the spin axis of the stars in NGC 6819. Inclinations measured by Corsaro et al. (2017) are plotted on the x-axis, while inclinations derived from the asymptotic analysis are on the y-axis; 1- $\sigma$  uncertainties are indicated by vertical and horizontal error bars. The red symbol shows the case where no asymptotic fit could be found, and the green ones to cases without Bayesian fit. The dashed line corresponds to the 1:1 relation.

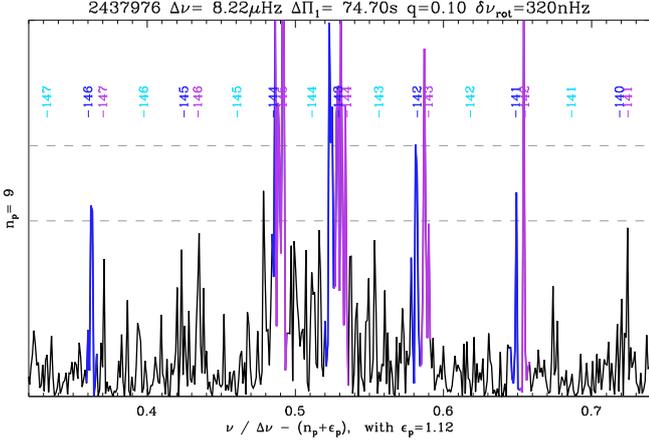
a large inclination. Results for the inclinations and rotational splittings are given in Table 2. As shown in Fig. 14, the distribution of the stellar inclinations mimics the  $\sin i$  relation expected for random inclinations, except near  $90^\circ$ , due to bias mentioned above. A similar test performed on the open cluster NGC 6791 reaches the same conclusion.

Low stellar inclinations in NGC 6819 and 6791 were measured by Corsaro et al. (2017), using a Bayesian analysis, from which aligned spins were inferred. Our measurements however contradict their claim, as shown in Fig. 15 for NGC 6819. In fact, our measurements compared to theirs agree for high inclinations, whereas they mostly disagree for low inclinations. Comparison with the asymptotic fits shows that their Bayesian rotational splittings are most often overestimated and that the related inclinations are most often underestimated.

In fact, the asymptotic fit can be used as a prior for the Bayesian fit. It indicates that the rotational splitting is derived from the thin gravity-dominated mixed modes, with narrow widths (Eq. 19) and average rotational splittings slightly inferior to the mean core rotation  $\delta\nu_{\text{rot}}$  (Eq. 16). Mixed modes at low pressure radial orders, with frequencies much below  $\nu_{\text{max}}$ , are especially informative, since previous work has shown that their radial mode widths, hence their mixed-mode widths according to Eq. (19), are the thinnest possible (Fig. 5 of Vrad et al. 2018). Figure 1 of the supplementary material of Corsaro et al. (2017) provides an explanation of the discrepant Bayesian values. Their fit of the star KIC 5112373 in NGC 6819 provides nearly uniform large mode widths, relevant for the pressure-dominated mixed modes but much too high for gravity-dominated modes, in contradiction with the physical variation indicated by Eq. (19). As a consequence, their fit assumes that all the power is concentrated in the  $m = 0$  mode; the resulting stellar inclination is  $20 \pm 8^\circ$ . We show the asymptotic solution of KIC 5112373 in Fig. 16, with thin gravity dominated mixed modes and the clear iden-



**Fig. 16.** Fit of the mixed modes corresponding to  $n_p = 7$  in KIC 5112373 (NGC 6819 member). The color codes the azimuthal order:  $m = +1$  in purple,  $m = -1$  in blue. The gray dashed lines indicate the two thresholds used in this work, corresponding to height-to-background ratios of 7 and 10. Contrary to the analysis conducted by Corsaro et al. (2017), modes with  $m = \pm 1$  are clearly identified.



**Fig. 17.** Fit of the mixed modes corresponding to  $n_p = 9$  in KIC 2437976 (NGC 6791 member). The color codes the azimuthal order:  $m = +1$  in purple,  $m = -1$  in blue. The location of  $m = 0$  modes is indicated in light blue, but none shows a large height for this star seen equator-on. The gray dashed lines indicate the two thresholds used in this work, corresponding to height-to-background ratios of 7 and 10. Many peaks above the threshold value 5.5 that rejects the null hypothesis at the 5 %-level follow the mixed-mode pattern.

tification of triplets. Since  $m = \pm 1$  modes are observed all along the spectrum, our solution for the inclination is larger, about  $47 \pm 18^\circ$ .

We provide another example with the star KIC 2437976, a NGC 6791 member. As shown in Fig. 17, rotational splittings are explained in a consistent way with thin unresolved gravity-dominated mixed modes and a rotation rate rapid enough to ensure that close modes *do not* belong to the same multiplets. All peaks can be explained by the  $m = \pm 1$  modes. In practice,  $m = 0$  modes are absent, so that this star has necessarily an inclination close to  $90^\circ$ , whereas Corsaro et al. (2017) measured  $i \simeq 0^\circ$ .

We conclude that some of the low inclinations reported in Corsaro et al. (2017) are incompatible with the analysis presented here. It seems that the difference is due to a too low range of the linewidth priors in the Bayesian analysis, which favors a solution with a low inclination angle and a high splitting. As a result, stellar spins in old open clusters are neither aligned nor quasi parallel to the line of sight. Our study emphasizes a major role for the asymptotic analysis: providing relevant estimates of all features of the mixed-mode pattern, including mode widths.

## 6. Observability of the mixed modes

All the information derived from mixed modes relies on their observability. The properties of the function  $\zeta$  can be used to assess under which conditions mixed modes can be actually observed. To achieve this, we investigate first the domain where pressure-dominated mixed modes are observed, then the condition for observing gravity-dominated mixed modes.

### 6.1. Pressure-dominated mixed modes

We can define the frequency range where mixed modes are pressure-dominated (pm) from the full width at half minimum of the  $\zeta$  function. So, these modes cover a range, expressed in terms of the pressure phase  $\theta_p$  (Eq. 6), verifying

$$\delta\theta_p|_{\text{pm}} = 2q \sqrt{1 + \frac{1}{\mathcal{N}q}} \quad (27)$$

under the assumption that  $q$  is small, which is verified for all stars except at the transition between subgiants and red giants (Mosser et al. 2017b). When expressed in frequency and compared to the large separation, this condition corresponds to a frequency range surrounding each pure pressure modes with a width  $\delta\nu_{\text{pm}}$  defined by

$$\frac{\delta\nu_{\text{pm}}}{\Delta\nu} = \frac{2q}{\pi} \sqrt{1 + \frac{1}{\mathcal{N}q}}. \quad (28)$$

The variations in  $q$  and  $\mathcal{N}$  explain the narrowing of the region with pressure-dominated mixed modes when stars evolve on the RGB. An example is shown in the Appendix (Fig. A.4). The expression of  $\delta\nu_{\text{pm}}$  also shows that red-clump stars, with larger  $q$  show pressure-dominated mixed modes in a broader region than RGB stars.

### 6.2. Visible gravity-dominated mixed modes

The non-dilution of the mode height expressed by Eq. 21 can be used to define a criterion of visibility of the gravity-dominated (gm) mixed modes. So, they are clearly visible when they show heights similar to those of the pressure modes ( $H_n = H_0$ ), hence when  $\Gamma_0(1 - \zeta) \geq 2\delta f_{\text{res}}/\pi$  (Eq. 19). This condition translates into

$$(1 - q^2) \sin^2 \theta_p \leq \frac{q}{\mathcal{N}} \left( \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma_0}{\delta f_{\text{res}}} - 1 \right) - q^2. \quad (29)$$

Except at the transition from subgiants to red giants, where mixed modes are unambiguously visible (Benomar et al.

2013; Deheuvels et al. 2014), the terms  $q^2$  are negligible, so that modes are clearly visible if

$$|\sin \theta_p|_{\text{gm}} \leq \sqrt{\frac{q}{\mathcal{N}} \left( \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma_0}{\delta f_{\text{res}}} - 1 \right)}. \quad (30)$$

This condition for observing gravity-dominated mixed modes has many consequences:

- It can be fulfilled only if the definition of the right term is ensured, which requires a frequency resolution low enough compared to the radial mode width. With  $\Gamma_0$  in the range [100, 150 nHz], the observation must last 50-75 days at least. In fact, mixed modes were observable with CoRoT runs lasting about 150 days (Mosser et al. 2011a), but are hardly observable with K2 80-day time series (Stello et al. 2017).
- When stars evolve on the RGB, the decrease in  $q$  and increase in  $\mathcal{N}$  contribute to the narrowing of observable modes. Mixed modes are more easily visible in the red clump, owing to larger  $q$  values. This criterion is implicitly used by Elsworth et al. (2017) for their determination of the evolutionary state of red-giant stars.
- All mixed modes are clearly visible when the condition expressed by Eq. (30) is always met, that is when  $\mathcal{N} \leq q(\pi\Gamma_0/2\delta f_{\text{res}} - 1)$ . This condition is met for subgiants, on the lower RGB, and for secondary-clump stars (Mosser et al. 2014).
- No mixed mode can be observed when the condition is so drastic that only pressure-dominated mixed modes can be observed. The combination of the conditions expressed by Eq. (27) and Eq. (30) yields the limit of visibility of gravity-dominated mixed modes, expressed by a condition on the mixed-mode density

$$\mathcal{N} \leq \frac{1}{4q} \left( \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma_0}{\delta f_{\text{res}}} - 5 \right). \quad (31)$$

In the conditions of observation of *Kepler*, with typical parameters defined as in Mosser et al. (2017a), this limit corresponds to a mode density  $\mathcal{N}$  of about 25, for RGB and clump stars, over which no gravity-dominated mixed modes can be identified. This theoretical estimate is observed in practice, with a few exceptions with larger  $\mathcal{N}$  (Fig. 8). On the RGB, observation of mixed modes with *Kepler* is limited to  $\Delta\nu \geq 6 \mu\text{Hz}$ , whereas the limit is around  $3 \mu\text{Hz}$  for clump stars. As a consequence, visible mixed modes in an oscillation spectrum with  $\Delta\nu$  in the range [3, 6  $\mu\text{Hz}$ ] most often indicate a red-clump star. Incidentally, the location of the RGB bump was recently identified by Khan et al. (2018) in the range [5, 6  $\mu\text{Hz}$ ], depending on the stellar mass and metallicity. This means that sounding the bump with mixed modes will be very difficult, if not impossible.

## 7. Conclusion

The asymptotic analysis allows us to depict the whole properties of the mixed-mode spectrum in a consistent way. Period spacings, rotational splittings, mode widths, and mode heights, all depend on the mode inertia so that all are related to the parameter  $\zeta$ . We could derive interesting properties:

- The asymptotic fit of the mixed modes proves to be precise and unbiased. Its precision for the RGB stars is so high that the asymptotic expansion of gravity modes can be validated when buoyancy glitches are absent. This ensures the delivery of accurate asymptotic parameters  $\Delta\Pi_1$ ,

$q$ , and  $\varepsilon_g$ . We found only one RGB star with such buoyancy glitches; on the contrary, buoyancy glitches are often present in red-clump stars.

- The period spacings and rotational splittings are better estimated with integrated values of the function  $\zeta$ . The use of these mean values  $\langle \zeta \rangle_n$  and  $\langle \zeta \rangle_m$  is useful for evolved RGB stars and is mandatory for stars with intricate splittings and spacings. Using the stretched period (Mosser et al. 2015) is in fact equivalent.

- The gravity asymptotic parameters  $\Delta\Pi_1$  and  $\varepsilon_g$  can now be accurately determined, with typical accuracy of respectively 0.06s and 0.1 on the RGB, and 0.22s and 0.08 in the red clump. This opens the way to a fruitful dialogue with theoretical developments (Takata 2006, 2016b,a) and modeling (e.g., Bossini et al. 2015; Cunha et al. 2015).

- We have made clear that observing mixed modes in evolved red giants requires an observation duration longer than  $\simeq 100$  days. However, gravity-dominated mixed modes are no longer observable when the stars are more evolved than  $\Delta\nu \simeq 6 \mu\text{Hz}$  on the RGB, or  $\Delta\nu \simeq 3 \mu\text{Hz}$  in the red clump. These thresholds are indicative values: the natural spread of the seismic parameters with respect to their mean values explain slight differences.

- We have demonstrated the non-alignment of the rotation axis of the stars belonging to the old open clusters NGC 6791 and NGC 6819. These results contradict previous findings by Corsaro et al. (2017) and illustrate how useful the asymptotic fit will be in the future when used to define priors to any Bayesian or other type of fit of mixed modes.

*Acknowledgements.* We thank the entire *Kepler* team, whose efforts made these results possible. BM warmly thanks Yvonne Elsworth, James Kuszlewicz and Masao Takata for their comments on the draft submitted for internal review on the website of the *Kepler* Asteroseismic Science Operations Center. We acknowledge financial support from the Programme National de Physique Stellaire (CNRS/INSU). BM acknowledges the support of the International Space Institute (ISSI) for the program AsteroSTEP (Asteroseismology of STEllar Populations)

## References

- Albareti, F. D., Allende Prieto, C., Almeida, A., et al. 2017, *ApJS*, 233, 25
- Appourchaux, T., Berthomieu, G., Michel, E., et al. 2006, in *ESA Special Publication*, Vol. 1306, *The CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding*, ed. M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, 377
- Basu, S., Grundahl, F., Stello, D., et al. 2011, *ApJ*, 729, L10
- Baudin, F., Barban, C., Goupil, M. J., et al. 2012, *A&A*, 538, A73
- Beck, P. G., Bedding, T. R., Mosser, B., et al. 2011, *Science*, 332, 205
- Beck, P. G., Montalbán, J., Kallinger, T., et al. 2012, *Nature*, 481, 55
- Bedding, T. R., Mosser, B., Huber, D., et al. 2011, *Nature*, 471, 608
- Belkacem, K., Marques, J. P., Goupil, M. J., et al. 2015a, *A&A*, 579, A31
- Belkacem, K., Marques, J. P., Goupil, M. J., et al. 2015b, *A&A*, 579, A30
- Benomar, O., Bedding, T. R., Mosser, B., et al. 2013, *ApJ*, 767, 158
- Benomar, O., Belkacem, K., Bedding, T. R., et al. 2014, *ApJ*, 781, L29
- Bossini, D., Miglio, A., Salaris, M., et al. 2015, *MNRAS*, 453, 2290
- Bossini, D., Miglio, A., Salaris, M., et al. 2017, *MNRAS*, 469, 4718
- Buysschaert, B., Beck, P. G., Corsaro, E., et al. 2016, *A&A*, 588, A82
- Christensen-Dalsgaard, J. 2012, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 462, *Progress in Solar/Stellar Physics with Helio- and Asteroseismology*, ed. H. Shibahashi, M. Takata, & A. E. Lynas-Gray, 503
- Corsaro, E., De Ridder, J., & García, R. A. 2015, *A&A*, 579, A83
- Corsaro, E., De Ridder, J., & García, R. A. 2018, *A&A*, 612, C2

- Corsaro, E., Lee, Y.-N., García, R. A., et al. 2017, *Nature Astronomy*, 1, 0064
- Cunha, M. S., Stello, D., Avelino, P. P., Christensen-Dalsgaard, J., & Townsend, R. H. D. 2015, *ApJ*, 805, 127
- Deheuvels, S., Ballot, J., Beck, P. G., et al. 2015, *A&A*, 580, A96
- Deheuvels, S., Doğan, G., Goupil, M. J., et al. 2014, *A&A*, 564, A27
- Deheuvels, S., Ouazzani, R. M., & Basu, S. 2017, *A&A*, 605, A75
- Di Mauro, M. P., Ventura, R., Cardini, D., et al. 2016, *ApJ*, 817, 65
- Dupret, M., Belkacem, K., Samadi, R., et al. 2009, *A&A*, 506, 57
- Elsworth, Y., Hekker, S., Basu, S., & Davies, G. R. 2017, *MNRAS*, 466, 3344
- García, R. A., Hekker, S., Stello, D., et al. 2011, *MNRAS*, 414, L6
- García, R. A., Pérez Hernández, F., Benomar, O., et al. 2014, *A&A*, 563, A84
- García Saravia Ortiz de Montellano, A., Hekker, S., & Themeßl, N. 2018, *MNRAS*, 476, 1470
- Gaulme, P., Appourchaux, T., & Boumier, P. 2009, *A&A*, 506, 7
- Gehan, C., Mosser, B., & Michel, E. 2016, *ArXiv e-prints*
- Gehan, C., Mosser, B., & Michel, E. 2017, in *European Physical Journal Web of Conferences*, Vol. 160, European Physical Journal Web of Conferences, 04005
- Gehan, C., Mosser, B., Michel, E., Samadi, R., & Kallinger, T. 2018, *ArXiv e-prints*
- Goupil, M. J., Mosser, B., Marques, J. P., et al. 2013, *A&A*, 549, A75
- Grosjean, M., Dupret, M.-A., Belkacem, K., et al. 2014, *A&A*, 572, A11
- Handberg, R., Brogaard, K., Miglio, A., et al. 2017, *MNRAS*, 472, 979
- Hekker, S. & Christensen-Dalsgaard, J. 2017, *A&A Rev.*, 25
- Hekker, S., Elsworth, Y., & Angelou, G. C. 2018, *A&A*, 610, A80
- Jenkins, J. M., Caldwell, D. A., Chandrasekaran, H., et al. 2010, *ApJ*, 713, L87
- Kallinger, T., Hekker, S., Mosser, B., et al. 2012, *A&A*, 541, A51
- Khan, S., Hall, O. J., Miglio, A., et al. 2018, *ApJ*, 859, 156
- Lagarde, N., Bossini, D., Miglio, A., Vrad, M., & Mosser, B. 2016, *MNRAS*, 457, L59
- Libbrecht, K. G. 1992, *ApJ*, 387, 712
- Miglio, A., Brogaard, K., Stello, D., et al. 2012, *MNRAS*, 419, 2077
- Miglio, A., Chiappini, C., Mosser, B., et al. 2017, *Astronomische Nachrichten*, 338, 644
- Miglio, A., Montalbán, J., Carrier, F., et al. 2010, *A&A*, 520, L6
- Montalbán, J., Miglio, A., Noels, A., et al. 2013, *ApJ*, 766, 118
- Mosser, B. & Appourchaux, T. 2009, *A&A*, 508, 877
- Mosser, B., Barban, C., Montalbán, J., et al. 2011a, *A&A*, 532, A86
- Mosser, B., Belkacem, K., Goupil, M., et al. 2011b, *A&A*, 525, L9
- Mosser, B., Belkacem, K., Pinçon, C., et al. 2017a, *A&A*, 598, A62
- Mosser, B., Benomar, O., Belkacem, K., et al. 2014, *A&A*, 572, L5
- Mosser, B., Dziembowski, W. A., Belkacem, K., et al. 2013, *A&A*, 559, A137
- Mosser, B., Elsworth, Y., Hekker, S., et al. 2012a, *A&A*, 537, A30
- Mosser, B., Goupil, M. J., Belkacem, K., et al. 2012b, *A&A*, 540, A143
- Mosser, B., Goupil, M. J., Belkacem, K., et al. 2012c, *A&A*, 548, A10
- Mosser, B., Pinçon, C., Belkacem, K., Takata, M., & Vrad, M. 2017b, *A&A*, 600, A1
- Mosser, B., Vrad, M., Belkacem, K., Deheuvels, S., & Goupil, M. J. 2015, *A&A*, 584, A50
- Ouazzani, R.-M., Goupil, M. J., Dupret, M.-A., & Marques, J. P. 2013, *A&A*, 554, A80
- Provost, J. & Berthomieu, G. 1986, *A&A*, 165, 218
- Shibahashi, H. 1979, *PASJ*, 31, 87
- Stello, D., Compton, D. L., Bedding, T. R., et al. 2014, *ApJ*, 788, L10
- Stello, D., Meibom, S., Gilliland, R. L., et al. 2011, *ApJ*, 739, 13
- Stello, D., Zinn, J., Elsworth, Y., et al. 2017, *ApJ*, 835, 83
- Takata, M. 2006, *PASJ*, 58, 893
- Takata, M. 2016a, *PASJ*, 68, 109
- Takata, M. 2016b, *PASJ*, 68, 91
- Tassoul, M. 1980, *ApJS*, 43, 469
- Triana, S. A., Corsaro, E., De Ridder, J., et al. 2017, *A&A*, 602, A62
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. 1989, *Nonradial oscillations of stars*, ed. Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H.
- Vrad, M., Kallinger, T., Mosser, B., et al. 2018, *ArXiv e-prints*
- Vrad, M., Mosser, B., Barban, C., et al. 2015, *A&A*, 579, A84
- Vrad, M., Mosser, B., & Samadi, R. 2016, *A&A*, 588, A87

## Appendix A: Seismic parameters

We used KIC 6144777 as a case study (Fig. 2). Table A.1 provides the fit of its radial dipole mixed modes. Our results are in agreement with those published by Corsaro et al. (2015) and derive a similar number of modes (about 100), but also show differences:

- The determination of the frequencies in Corsaro et al. (2015) can be as precise as 0.3 nHz. This precision of about  $\delta f_{\text{res}}/30$  was corrected into about  $\delta f_{\text{res}}/10$  in their corrigendum (Corsaro et al. 2018), which remains surprisingly good; the frequencies we obtain are given with a precision that is at best about half the frequency resolution ( $\simeq 4$  nHz).
- Their mode widths are quite different and, most often, larger than ours;
- Heights also differ, which can come from a different treatment of the time series.

A large agreement is also met with the results obtained by García Saravia Ortiz de Montellano et al. (2018) with a peak detection algorithm that works in a fully blind manner, if we relax their uncertainties that can be as low as  $\delta f_{\text{res}}/20$ .

The potential of the comparison between methods based on different principles is very high: coupling the physics of the asymptotic expansion and the power of a pure numerical approach is the next step for delivering duly identified mixed modes.

The échelle diagrams of the stars mentioned in the main text are also presented:

- KIC 10272858 lies on the low part of the RGB (Fig. A.1);
- KIC 11353313 is on the RGB (Fig. A.2);
- KIC 3955033 is a RGB star with a rapid core rotation (Fig. A.3); its frequencies are given in Table A.2;
- KIC 2443903 is more evolved on the RGB, at the limit of detection of mixed modes (Fig. A.4);
- KIC 1723700 is in the red clump star (Fig. A.5);
- and KIC 1725190 is a secondary red clump star (Fig. A.6).

**Table A.1.** Oscillation pattern of the RGB star KIC 6144777

$n_p$	$n$	$m$	$\zeta$	$\nu_{\text{as}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$x$	$\Gamma_{\text{as}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\Gamma$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$H$ ( $\text{ppm}^2 \mu\text{Hz}^{-1}$ )	$R$
Radial modes										
8				101.916	101.916 $\pm$ 0.014	0.040		0.120 $\pm$ 0.023	1390 $\pm$ 316	24.1
9				112.612	112.612 $\pm$ 0.011	0.010		0.106 $\pm$ 0.016	3314 $\pm$ 497	85.2
10				123.726	123.622 $\pm$ 0.006	0.008		0.054 $\pm$ 0.007	23358 $\pm$ 3059	338.5
11				134.574	134.534 $\pm$ 0.008	-0.003		0.087 $\pm$ 0.012	10451 $\pm$ 1305	195.7
12				145.842	145.585 $\pm$ 0.017	-0.002		0.244 $\pm$ 0.057	1491 $\pm$ 441	26.6
13				156.846	156.846 $\pm$ 0.042	0.019		0.258 $\pm$ 0.074	317 $\pm$ 121	10.7
Dipole mixed modes										
8	-112	1	0.9522	105.827	105.836 $\pm$ 0.007	0.396	0.009	0.007 $\pm$ 0.004	1185 $\pm$ 281	10.1
8	-111	1	0.8506	106.633	106.648 $\pm$ 0.007	0.469	0.027	0.011 $\pm$ 0.004	2124 $\pm$ 440	26.0
8	-110	-1	0.7311	106.957	106.985 $\pm$ 0.014	0.500	0.048	0.068 $\pm$ 0.017	454 $\pm$ 149	14.5
8	-110	0	0.6467	107.134	107.137 $\pm$ 0.010	0.514	0.064	0.042 $\pm$ 0.009	658 $\pm$ 145	13.9
8	-110	1	0.5989	107.278	107.322 $\pm$ 0.008	0.530	0.072	0.040 $\pm$ 0.007	1497 $\pm$ 250	30.6
8	-109	-1	0.6428	107.551	107.604 $\pm$ 0.009	0.556	0.064	0.055 $\pm$ 0.011	1272 $\pm$ 292	17.8
8	-109	0	0.7161	107.706	107.730 $\pm$ 0.010	0.567	0.051	0.036 $\pm$ 0.008	630 $\pm$ 157	11.2
8	-109	1	0.7983	107.899	107.909 $\pm$ 0.007	0.584	0.036	0.018 $\pm$ 0.005	1646 $\pm$ 323	18.0
8	-108	-1	0.8911	108.264	108.263 $\pm$ 0.010	0.616	0.020	0.016 $\pm$ 0.005	770 $\pm$ 254	12.2
8	-108	0	0.9206	108.482	108.484 $\pm$ 0.006	0.636	0.014	0.007 $\pm$ 0.004	1554 $\pm$ 335	14.0
8	-108	1	0.9406	108.710	108.700 $\pm$ 0.011	0.655	0.011	0.014 $\pm$ 0.005	505 $\pm$ 186	8.8
8	-107	-1	0.9617	109.140	109.138 $\pm$ 0.007	0.695	0.007	0.006 $\pm$ 0.004	1303 $\pm$ 313	11.9
8	-107	0	0.9683	109.373	109.375 $\pm$ 0.008	0.716	0.006	0.005 $\pm$ 0.004	783 $\pm$ 323	7.2
8	-106	0	0.9822	110.304	110.274 $\pm$ 0.008	0.798	0.003	0.006 $\pm$ 0.004	803 $\pm$ 175	8.4
8	-104	0	0.9889	112.235	112.235 $\pm$ 0.007	-0.024	0.002	0.005 $\pm$ 0.004	959 $\pm$ 335	9.3
9	-103	-1	0.9889	112.989	113.018 $\pm$ 0.012	0.047	0.002	0.006 $\pm$ 0.004	739 $\pm$ 269	8.1
9	-103	0	0.9889	113.228	113.226 $\pm$ 0.006	0.065	0.002	0.005 $\pm$ 0.004	1736 $\pm$ 480	17.3
9	-102	-1	0.9872	113.999	113.996 $\pm$ 0.007	0.135	0.002	0.006 $\pm$ 0.004	789 $\pm$ 174	8.2
9	-102	1	0.9856	114.477	114.478 $\pm$ 0.007	0.179	0.003	0.005 $\pm$ 0.004	919 $\pm$ 297	9.4
9	-101	0	0.9800	115.262	115.254 $\pm$ 0.008	0.249	0.004	0.005 $\pm$ 0.004	701 $\pm$ 221	7.3
9	-100	-1	0.9672	116.058	116.058 $\pm$ 0.006	0.322	0.006	0.006 $\pm$ 0.004	1721 $\pm$ 254	19.0
9	-100	0	0.9600	116.292	116.285 $\pm$ 0.007	0.343	0.007	0.006 $\pm$ 0.004	1150 $\pm$ 273	12.1
9	-100	1	0.9506	116.523	116.525 $\pm$ 0.006	0.364	0.009	0.006 $\pm$ 0.004	2571 $\pm$ 532	27.2
9	-99	-1	0.9056	117.072	117.076 $\pm$ 0.009	0.414	0.017	0.022 $\pm$ 0.006	459 $\pm$ 134	12.7
9	-99	0	0.8694	117.291	117.318 $\pm$ 0.025	0.436	0.023	0.040 $\pm$ 0.013	77 $\pm$ 34	7.2
9	-99	1	0.8189	117.489	117.520 $\pm$ 0.006	0.455	0.033	0.011 $\pm$ 0.004	4320 $\pm$ 641	54.2
9	-98	-1	0.6256	117.926	117.973 $\pm$ 0.007	0.496	0.067	0.043 $\pm$ 0.007	2105 $\pm$ 327	32.6
9	-98	0	0.5622	118.077	118.138 $\pm$ 0.009	0.511	0.079	0.033 $\pm$ 0.007	5534 $\pm$ 1222	91.7
9	-98	1	0.5461	118.211	118.282 $\pm$ 0.009	0.524	0.082	0.034 $\pm$ 0.007	3206 $\pm$ 652	69.8
9	-97	-1	0.6989	118.597	118.638 $\pm$ 0.008	0.556	0.054	0.034 $\pm$ 0.007	3294 $\pm$ 723	142.5
9	-97	0	0.7744	118.766	118.815 $\pm$ 0.007	0.572	0.041	0.013 $\pm$ 0.004	3831 $\pm$ 566	66.2
9	-97	1	0.8394	118.969	118.994 $\pm$ 0.006	0.588	0.029	0.010 $\pm$ 0.004	10109 $\pm$ 1478	154.7
9	-96	-1	0.9267	119.532	119.539 $\pm$ 0.008	0.638	0.013	0.017 $\pm$ 0.005	1339 $\pm$ 307	23.5
9	-96	0	0.9428	119.758	119.758 $\pm$ 0.006	0.658	0.010	0.008 $\pm$ 0.004	4038 $\pm$ 588	46.3
9	-96	1	0.9539	119.989	119.991 $\pm$ 0.007	0.679	0.008	0.008 $\pm$ 0.004	2271 $\pm$ 444	25.7
9	-95	-1	0.9717	120.623	120.617 $\pm$ 0.006	0.735	0.005	0.006 $\pm$ 0.004	3853 $\pm$ 586	44.1
9	-95	1	0.9778	121.096	121.088 $\pm$ 0.006	0.778	0.004	0.006 $\pm$ 0.004	6667 $\pm$ 971	77.7
9	-94	-1	0.9828	121.763	121.749 $\pm$ 0.006	-0.162	0.003	0.006 $\pm$ 0.004	5234 $\pm$ 769	61.2
9	-93	-1	0.9867	122.933	122.925 $\pm$ 0.010	-0.055	0.002	0.007 $\pm$ 0.004	2021 $\pm$ 647	27.2
10	-92	0	0.9861	124.367	124.355 $\pm$ 0.006	0.074	0.002	0.006 $\pm$ 0.004	1007 $\pm$ 169	13.4
10	-91	-1	0.9833	125.344	125.329 $\pm$ 0.007	0.162	0.003	0.005 $\pm$ 0.004	2714 $\pm$ 740	33.8
10	-91	0	0.9817	125.582	125.568 $\pm$ 0.006	0.184	0.003	0.005 $\pm$ 0.004	1574 $\pm$ 381	19.7
10	-91	1	0.9800	125.819	125.796 $\pm$ 0.006	0.205	0.004	0.006 $\pm$ 0.004	5347 $\pm$ 831	67.2
10	-90	-1	0.9706	126.575	126.561 $\pm$ 0.007	0.274	0.005	0.006 $\pm$ 0.004	1987 $\pm$ 407	25.3
10	-90	0	0.9661	126.810	126.799 $\pm$ 0.008	0.296	0.006	0.009 $\pm$ 0.004	2797 $\pm$ 714	35.8
10	-90	1	0.9594	127.042	127.032 $\pm$ 0.006	0.317	0.007	0.006 $\pm$ 0.004	5283 $\pm$ 1186	67.9
10	-89	-1	0.9167	127.792	127.789 $\pm$ 0.006	0.385	0.015	0.010 $\pm$ 0.004	2454 $\pm$ 424	31.9
10	-89	0	0.8900	128.014	128.018 $\pm$ 0.007	0.406	0.020	0.007 $\pm$ 0.004	1441 $\pm$ 297	18.8
10	-89	1	0.8528	128.220	128.231 $\pm$ 0.007	0.425	0.026	0.009 $\pm$ 0.004	6599 $\pm$ 1274	92.5
10	-88	-1	0.6144	128.822	128.875 $\pm$ 0.008	0.484	0.069	0.021 $\pm$ 0.005	6832 $\pm$ 1038	132.3
10	-88	0	0.5406	128.970	129.032 $\pm$ 0.008	0.498	0.083	0.043 $\pm$ 0.007	3925 $\pm$ 617	91.8
10	-88	1	0.5044	129.095	129.168 $\pm$ 0.009	0.510	0.089	0.034 $\pm$ 0.007	5624 $\pm$ 1181	130.5
10	-87	-1	0.6672	129.569	129.608 $\pm$ 0.009	0.550	0.060	0.049 $\pm$ 0.010	3066 $\pm$ 755	157.3
10	-87	0	0.7439	129.731	129.772 $\pm$ 0.007	0.565	0.046	0.014 $\pm$ 0.004	12352 $\pm$ 1855	257.9
10	-87	1	0.8133	129.927	129.955 $\pm$ 0.006	0.582	0.034	0.011 $\pm$ 0.004	16357 $\pm$ 2408	226.5
10	-86	-1	0.9294	130.677	130.670 $\pm$ 0.006	0.647	0.013	0.007 $\pm$ 0.004	4084 $\pm$ 855	55.9
10	-86	0	0.9433	130.903	130.896 $\pm$ 0.006	0.667	0.010	0.007 $\pm$ 0.004	7019 $\pm$ 1024	96.4
10	-86	1	0.9533	131.134	131.122 $\pm$ 0.006	0.688	0.008	0.006 $\pm$ 0.004	10575 $\pm$ 2196	145.8
10	-85	-1	0.9728	131.986	131.962 $\pm$ 0.009	0.764	0.005	0.009 $\pm$ 0.004	1419 $\pm$ 431	19.8
10	-85	0	0.9756	132.221	132.196 $\pm$ 0.009	0.785	0.004	0.006 $\pm$ 0.004	530 $\pm$ 151	7.4
10	-84	0	0.9833	133.590	133.573 $\pm$ 0.006	-0.090	0.003	0.006 $\pm$ 0.004	3228 $\pm$ 566	46.4
11	-83	0	0.9844	134.993	134.973 $\pm$ 0.006	0.037	0.003	0.006 $\pm$ 0.004	4520 $\pm$ 719	66.5
11	-82	-1	0.9806	136.185	136.161 $\pm$ 0.006	0.144	0.004	0.006 $\pm$ 0.004	1267 $\pm$ 184	20.0
11	-81	-1	0.9639	137.632	137.609 $\pm$ 0.006	0.275	0.007	0.006 $\pm$ 0.004	1148 $\pm$ 170	18.7
11	-81	0	0.9578	137.866	137.837 $\pm$ 0.007	0.296	0.008	0.006 $\pm$ 0.004	900 $\pm$ 151	13.9
11	-81	1	0.9494	138.096	138.075 $\pm$ 0.006	0.318	0.009	0.011 $\pm$ 0.004	2426 $\pm$ 366	39.1

Table A.1. continued.

$n_p$	$n$	$m$	$\zeta$	$\nu_{\text{as}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$x$	$\Gamma_{\text{as}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\Gamma$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$H$ ( $\text{ppm}^2 \mu\text{Hz}^{-1}$ )	$R$
11	-80	-1	0.8644	139.037	139.015 $\pm$ 0.007	0.403	0.024	0.012 $\pm$ 0.004	2323 $\pm$ 388	36.5
11	-80	0	0.8183	139.247	139.230 $\pm$ 0.006	0.422	0.033	0.020 $\pm$ 0.005	2879 $\pm$ 427	50.3
11	-80	1	0.7594	139.431	139.438 $\pm$ 0.007	0.441	0.043	0.029 $\pm$ 0.006	942 $\pm$ 147	18.2
11	-79	-1	0.4672	140.063	140.116 $\pm$ 0.009	0.503	0.096	0.078 $\pm$ 0.015	2479 $\pm$ 552	102.8
11	-79	0	0.4628	140.175	140.185 $\pm$ 0.012	0.509	0.097	0.128 $\pm$ 0.031	1534 $\pm$ 491	74.4
11	-79	1	0.4939	140.295	140.352 $\pm$ 0.009	0.524	0.091	0.071 $\pm$ 0.012	1831 $\pm$ 330	49.4
11	-78	-1	0.8100	140.998	141.019 $\pm$ 0.006	0.585	0.034	0.013 $\pm$ 0.004	3675 $\pm$ 536	61.6
11	-78	0	0.8550	141.194	141.202 $\pm$ 0.006	0.601	0.026	0.009 $\pm$ 0.004	3583 $\pm$ 541	58.3
11	-78	1	0.8894	141.409	141.419 $\pm$ 0.009	0.621	0.020	0.027 $\pm$ 0.007	1200 $\pm$ 332	44.1
11	-77	-1	0.9561	142.436	142.432 $\pm$ 0.006	0.713	0.008	0.007 $\pm$ 0.004	1831 $\pm$ 358	30.4
11	-77	0	0.9617	142.668	142.663 $\pm$ 0.006	0.734	0.007	0.006 $\pm$ 0.004	1912 $\pm$ 278	33.3
11	-77	1	0.9667	142.902	142.895 $\pm$ 0.009	0.755	0.006	0.009 $\pm$ 0.004	434 $\pm$ 133	7.3
12	-74	-1	0.9778	147.312	147.297 $\pm$ 0.007	0.154	0.004	0.005 $\pm$ 0.004	528 $\pm$ 146	9.4
12	-74	0	0.9761	147.549	147.551 $\pm$ 0.007	0.177	0.004	0.006 $\pm$ 0.004	557 $\pm$ 102	11.1
12	-74	1	0.9739	147.785	147.778 $\pm$ 0.006	0.197	0.005	0.006 $\pm$ 0.004	665 $\pm$ 120	12.0
12	-73	-1	0.9511	148.996	148.980 $\pm$ 0.009	0.306	0.009	0.010 $\pm$ 0.004	747 $\pm$ 193	18.1
12	-73	0	0.9422	149.226	149.215 $\pm$ 0.007	0.327	0.010	0.009 $\pm$ 0.004	756 $\pm$ 160	13.9
12	-73	1	0.9306	149.452	149.441 $\pm$ 0.006	0.348	0.013	0.011 $\pm$ 0.004	726 $\pm$ 122	14.3
12	-72	-1	0.7456	150.556	150.584 $\pm$ 0.008	0.452	0.046	0.041 $\pm$ 0.008	545 $\pm$ 112	18.2
12	-72	0	0.6672	150.737	150.764 $\pm$ 0.011	0.468	0.060	0.051 $\pm$ 0.011	298 $\pm$ 79	19.8
12	-72	1	0.5911	150.880	150.951 $\pm$ 0.011	0.485	0.074	0.060 $\pm$ 0.012	444 $\pm$ 99	23.6
12	-71	-1	0.4722	151.509	151.598 $\pm$ 0.010	0.543	0.095	0.067 $\pm$ 0.012	650 $\pm$ 126	27.4
12	-71	0	0.5300	151.624	151.720 $\pm$ 0.009	0.554	0.085	0.026 $\pm$ 0.006	1788 $\pm$ 329	66.9
12	-71	1	0.6122	151.772	151.861 $\pm$ 0.012	0.567	0.070	0.077 $\pm$ 0.018	380 $\pm$ 113	20.2
12	-70	1	0.9339	153.268	153.289 $\pm$ 0.007	0.697	0.012	0.007 $\pm$ 0.004	572 $\pm$ 100	12.3
12	-69	0	0.9717	154.828	154.849 $\pm$ 0.007	-0.162	0.005	0.005 $\pm$ 0.004	587 $\pm$ 160	11.7
12	-69	1	0.9733	155.064	155.083 $\pm$ 0.007	-0.141	0.005	0.006 $\pm$ 0.004	546 $\pm$ 97	11.8

$\zeta$  is derived from the best asymptotic fit;  $\nu_{\text{as}}$  are the asymptotic frequencies, whereas  $\nu$  correspond to the observed values;  $x = \nu/\Delta\nu - (n_p - \varepsilon_p)$  is the reduced frequency;  $\Gamma_{\text{as}}$  are the asymptotic mode widths, whereas  $\Gamma$  correspond to the observed values;  $H$  are the observed heights, and  $R$  is the height-to-background ratio.

## Appendix B: Stars in open clusters

All stars studied by Corsaro et al. (2017) were investigated. The fitting process is challenging, due to the dim magnitudes of such dim stars in open clusters. However, the combination of all pressure radial orders near  $\nu_{\max}$  provides in most cases an unambiguous fit, and at least a few mixed-mode radial orders provide clear splittings.

- Figure B.1 provides the asymptotic fit of KIC 5024476, member of the open cluster NGC 6819 observed by *Kepler*. We note that  $m = \pm 1$  modes are clearly identified and derive a stellar inclination  $i = 79 \pm 11^\circ$  for this star. This result is in disagreement with Corsaro et al. (2017) who found an inclination  $i = 20 \pm 7^\circ$ .

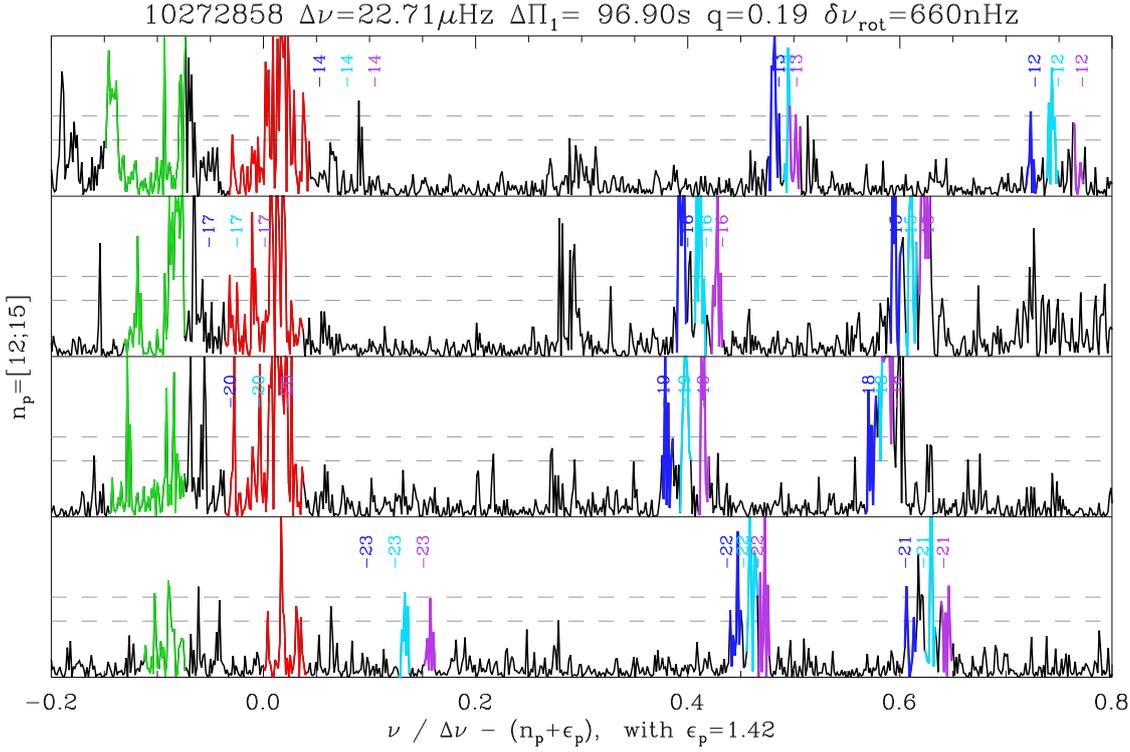
- Similar conclusions are reached for KIC 2437976 (Fig. B.2), member of the open cluster NGC 6791. Corsaro et al. (2017) found an inclination  $i = 0 \pm 10^\circ$ , despite the fact  $|m| = 1$  modes are clearly identified and indicate  $i = 76 \pm 14^\circ$ .

These stars are representative of the whole data set treated by Corsaro et al. (2017): the inability of the fitting process to identify thin short-lived mixed modes translates into the identification of a single broad  $m = 0$  peak. In such cases, stellar inclinations derived from the Bayesian fits are necessarily underestimated and biased toward low values.

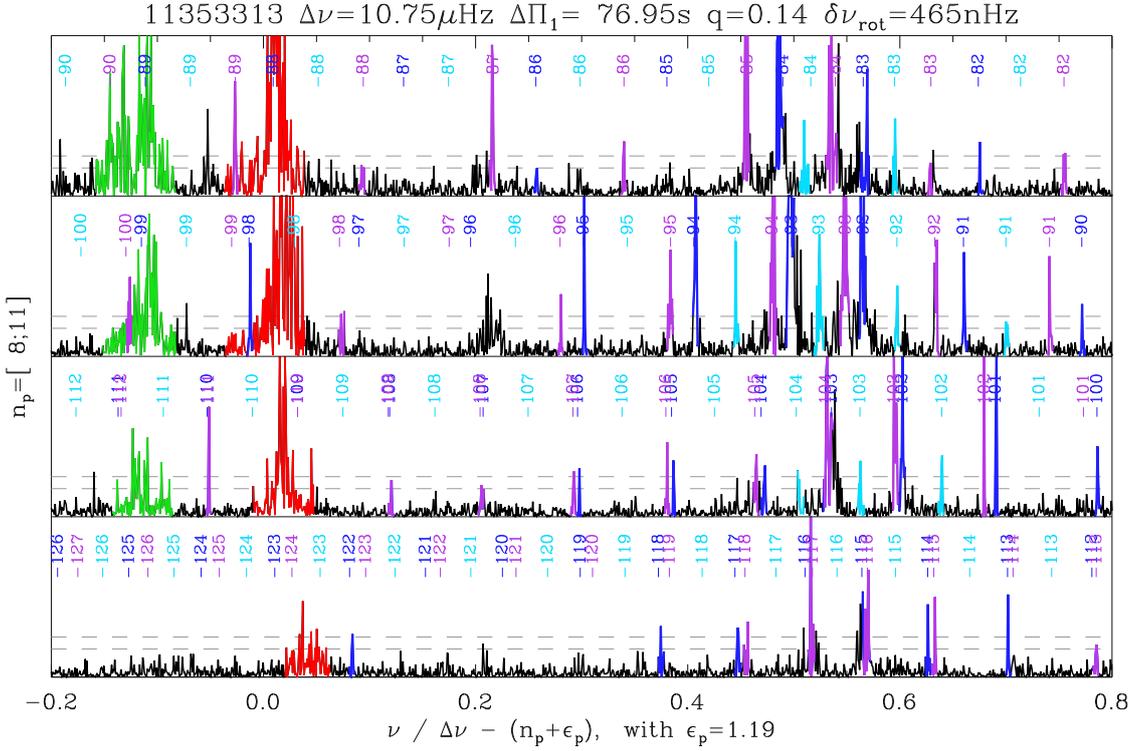
**Table A.2.** Oscillation pattern of the RGB star KIC 3955033

$n_p$	$n$	$m$	$\zeta$	$\nu_{\text{as}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$x$	$\Gamma_{\text{as}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\Gamma$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$H$ ( $\text{ppm}^2\mu\text{Hz}^{-1}$ )	$R$
Radial modes										
8				84.745	$84.745 \pm 0.077$	0.033		$0.198 \pm 0.089$	$1015 \pm 656$	16.2
9				93.958	$93.762 \pm 0.012$	0.010		$0.094 \pm 0.017$	$3985 \pm 872$	27.3
10				102.911	$103.010 \pm 0.013$	0.012		$0.138 \pm 0.027$	$7641 \pm 1745$	30.2
11				112.215	$112.143 \pm 0.009$	0.002		$0.067 \pm 0.012$	$18117 \pm 3832$	114.7
12				121.869	$121.474 \pm 0.016$	0.013		$0.122 \pm 0.025$	$2495 \pm 637$	19.6
Dipole mixed modes										
8	-144	1	0.8744	88.882	$88.894 \pm 0.006$	0.483	0.019	$0.007 \pm 0.004$	$5748 \pm 1146$	15.9
8	-141	-1	0.8051	89.078	$89.075 \pm 0.009$	0.503	0.029	$0.020 \pm 0.005$	$2011 \pm 512$	7.1
8	-142	0	0.7444	89.214	$89.205 \pm 0.008$	0.517	0.038	$0.032 \pm 0.006$	$2964 \pm 565$	10.9
8	-143	1	0.6908	89.338	$89.338 \pm 0.010$	0.531	0.046	$0.041 \pm 0.009$	$2226 \pm 536$	15.9
8	-140	-1	0.6640	89.507	$89.496 \pm 0.007$	0.548	0.050	$0.035 \pm 0.006$	$6623 \pm 1063$	21.4
8	-141	0	0.6955	89.623	$89.602 \pm 0.011$	0.560	0.046	$0.036 \pm 0.008$	$1250 \pm 297$	10.1
8	-142	1	0.7483	89.743	$89.725 \pm 0.012$	0.573	0.038	$0.043 \pm 0.010$	$1315 \pm 389$	10.1
8	-139	-1	0.8432	89.969	$89.956 \pm 0.009$	0.598	0.023	$0.024 \pm 0.006$	$2118 \pm 541$	9.8
8	-141	1	0.9111	90.251	$90.238 \pm 0.009$	0.629	0.013	$0.006 \pm 0.004$	$2235 \pm 601$	7.4
9	-127	-1	0.9047	97.755	$97.779 \pm 0.011$	0.446	0.014	$0.023 \pm 0.007$	$1041 \pm 358$	9.9
9	-126	-1	0.6934	98.346	$98.392 \pm 0.007$	0.512	0.046	$0.014 \pm 0.004$	$36038 \pm 5534$	121.7
9	-127	0	0.6800	98.375	$98.395 \pm 0.007$	0.512	0.048	$0.024 \pm 0.005$	$21840 \pm 3803$	121.7
9	-128	1	0.6615	98.413	$98.395 \pm 0.007$	0.512	0.051	$0.027 \pm 0.005$	$19513 \pm 3160$	121.7
9	-125	-1	0.6969	98.825	$98.818 \pm 0.007$	0.558	0.045	$0.014 \pm 0.004$	$10668 \pm 1614$	47.6
9	-126	0	0.7049	98.843	$98.879 \pm 0.007$	0.565	0.044	$0.028 \pm 0.006$	$6104 \pm 971$	27.3
9	-127	1	0.7220	98.874	$98.883 \pm 0.007$	0.565	0.042	$0.031 \pm 0.006$	$5427 \pm 941$	27.3
9	-124	-1	0.9050	99.430	$99.435 \pm 0.006$	0.625	0.014	$0.006 \pm 0.004$	$9343 \pm 1572$	29.3
9	-126	1	0.9124	99.474	$99.470 \pm 0.006$	0.629	0.013	$0.012 \pm 0.004$	$7355 \pm 1118$	23.3
9	-125	1	0.9647	100.170	$100.166 \pm 0.007$	0.704	0.005	$0.006 \pm 0.004$	$2664 \pm 543$	9.3
10	-120	1	0.9883	103.940	$103.940 \pm 0.007$	0.113	0.002	$0.006 \pm 0.004$	$3119 \pm 574$	11.1
10	-118	-1	0.9880	104.023	$104.025 \pm 0.010$	0.122	0.002	$0.007 \pm 0.004$	$2677 \pm 836$	10.2
10	-118	0	0.9848	104.778	$104.780 \pm 0.011$	0.204	0.002	$0.007 \pm 0.004$	$2318 \pm 827$	9.3
10	-117	-1	0.9844	104.838	$104.842 \pm 0.009$	0.211	0.002	$0.006 \pm 0.004$	$4417 \pm 1446$	14.7
10	-116	-1	0.9748	105.657	$105.666 \pm 0.006$	0.300	0.004	$0.005 \pm 0.004$	$4718 \pm 1166$	15.8
10	-115	-1	0.9438	106.481	$106.502 \pm 0.022$	0.391	0.008	$0.019 \pm 0.011$	$1349 \pm 1022$	16.4
10	-116	1	0.8515	107.096	$107.070 \pm 0.008$	0.452	0.022	$0.008 \pm 0.004$	$1890 \pm 368$	10.1
10	-115	0	0.8294	107.167	$107.194 \pm 0.011$	0.466	0.026	$0.041 \pm 0.011$	$1090 \pm 354$	9.5
10	-114	-1	0.8023	107.238	$107.259 \pm 0.006$	0.473	0.030	$0.016 \pm 0.004$	$5430 \pm 799$	21.0
10	-115	1	0.5811	107.710	$107.706 \pm 0.007$	0.521	0.063	$0.019 \pm 0.005$	$22251 \pm 3274$	99.4
10	-114	0	0.5753	107.757	$107.776 \pm 0.011$	0.529	0.064	$0.082 \pm 0.021$	$3573 \pm 1204$	70.9
10	-113	-1	0.5782	107.819	$107.818 \pm 0.008$	0.533	0.063	$0.042 \pm 0.009$	$6466 \pm 1487$	71.0
10	-114	1	0.7802	108.260	$108.253 \pm 0.008$	0.580	0.033	$0.018 \pm 0.005$	$7228 \pm 1753$	32.4
10	-113	0	0.8149	108.344	$108.337 \pm 0.009$	0.589	0.028	$0.027 \pm 0.007$	$3135 \pm 809$	35.8
10	-112	-1	0.8468	108.441	$108.429 \pm 0.009$	0.599	0.023	$0.029 \pm 0.007$	$3843 \pm 1006$	25.7
10	-113	1	0.9383	109.023	$109.019 \pm 0.006$	0.663	0.009	$0.008 \pm 0.004$	$11460 \pm 1670$	41.2
10	-112	1	0.9728	109.876	$109.870 \pm 0.006$	0.756	0.004	$0.006 \pm 0.004$	$6439 \pm 938$	23.4
11	-104	-1	0.9239	115.807	$115.818 \pm 0.006$	0.400	0.011	$0.007 \pm 0.004$	$3908 \pm 613$	15.8
11	-105	1	0.8432	116.274	$116.279 \pm 0.006$	0.450	0.023	$0.009 \pm 0.004$	$6992 \pm 1054$	26.2
11	-104	0	0.7745	116.468	$116.470 \pm 0.009$	0.471	0.034	$0.033 \pm 0.008$	$1247 \pm 360$	18.8
11	-103	-1	0.6842	116.648	$116.670 \pm 0.007$	0.492	0.047	$0.028 \pm 0.006$	$2247 \pm 418$	28.7
11	-104	1	0.5371	116.961	$116.976 \pm 0.010$	0.525	0.069	$0.054 \pm 0.011$	$2255 \pm 530$	17.6
11	-103	0	0.5477	117.092	$117.077 \pm 0.015$	0.536	0.068	$0.082 \pm 0.021$	$1275 \pm 415$	19.0
11	-102	-1	0.6181	117.248	$117.211 \pm 0.010$	0.551	0.057	$0.028 \pm 0.007$	$1479 \pm 387$	11.9
11	-103	1	0.8015	117.612	$117.600 \pm 0.007$	0.593	0.030	$0.017 \pm 0.005$	$2633 \pm 464$	14.5
11	-101	-1	0.9071	118.072	$118.063 \pm 0.017$	0.643	0.014	$0.031 \pm 0.013$	$479 \pm 289$	10.9

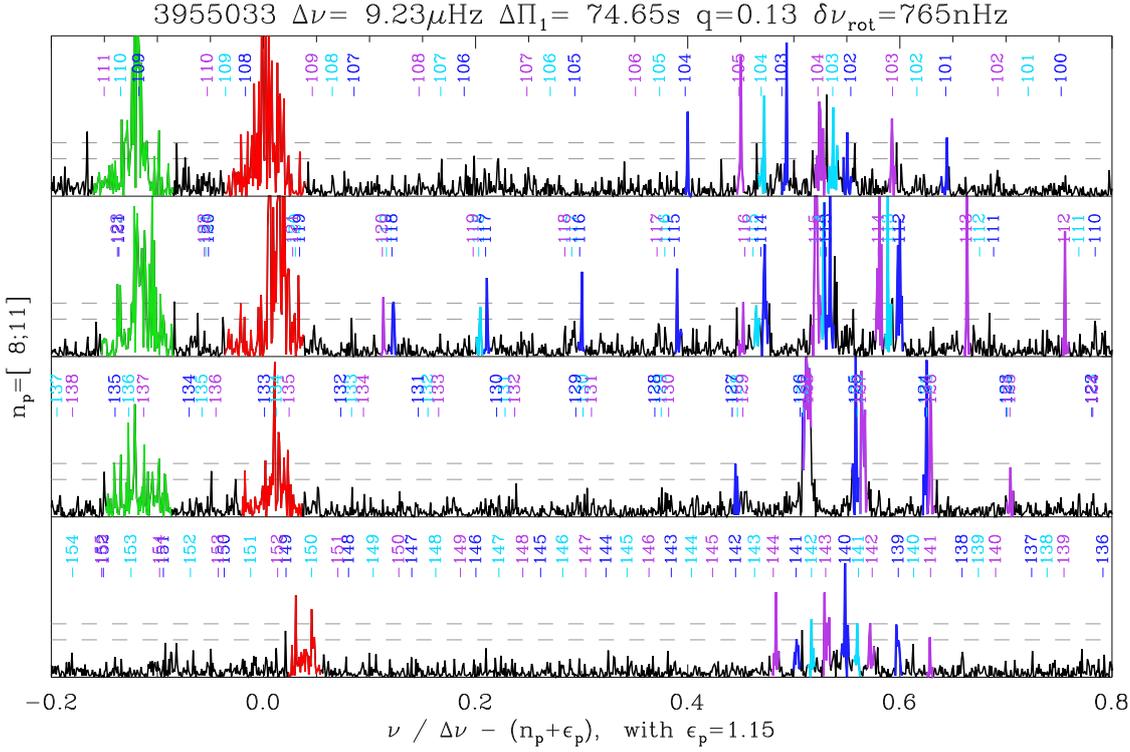
 Radial modes and mixed modes identified in KIC 3955033 with a height-to-background ratio  $R$  larger than 7. Same caption as Table A.1



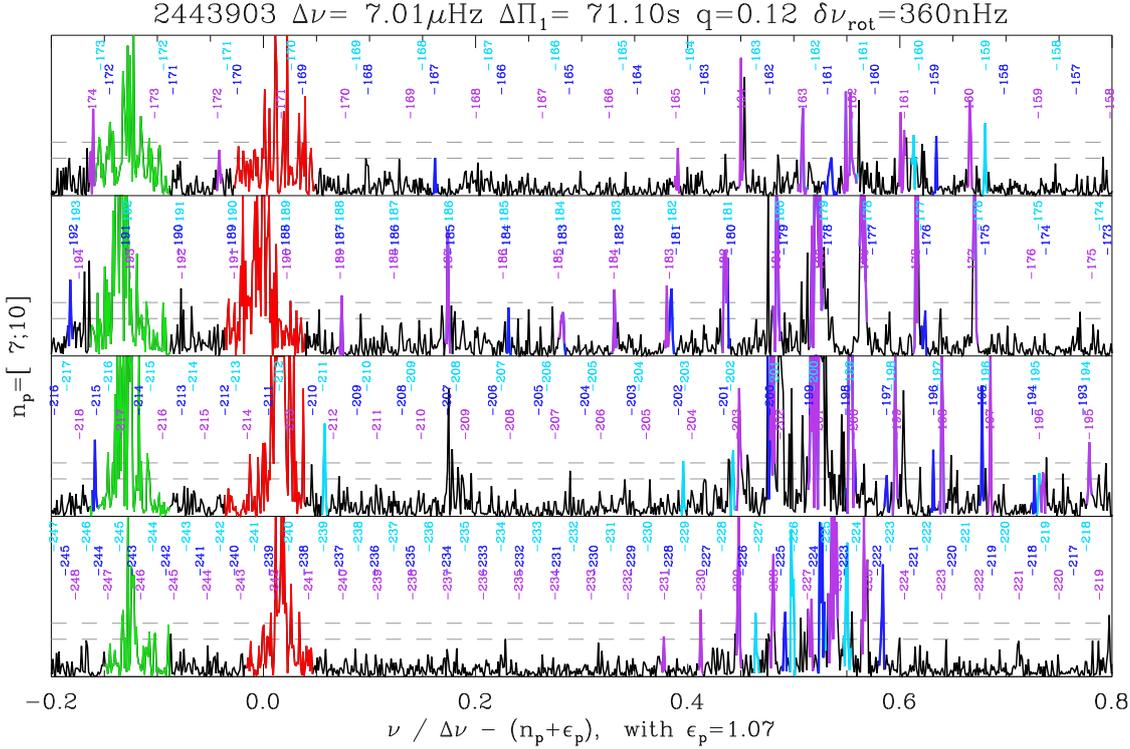
**Fig. A.1.** Fit of the oscillation pattern of the low RGB star KIC 10272858, at the limit of validity of the asymptotic pattern. Owing to the small radial orders, small shifts are seen between observed and asymptotic spectra. Same style as Fig. 2, but  $\ell = 3$  modes appear near the abscissa 0.28



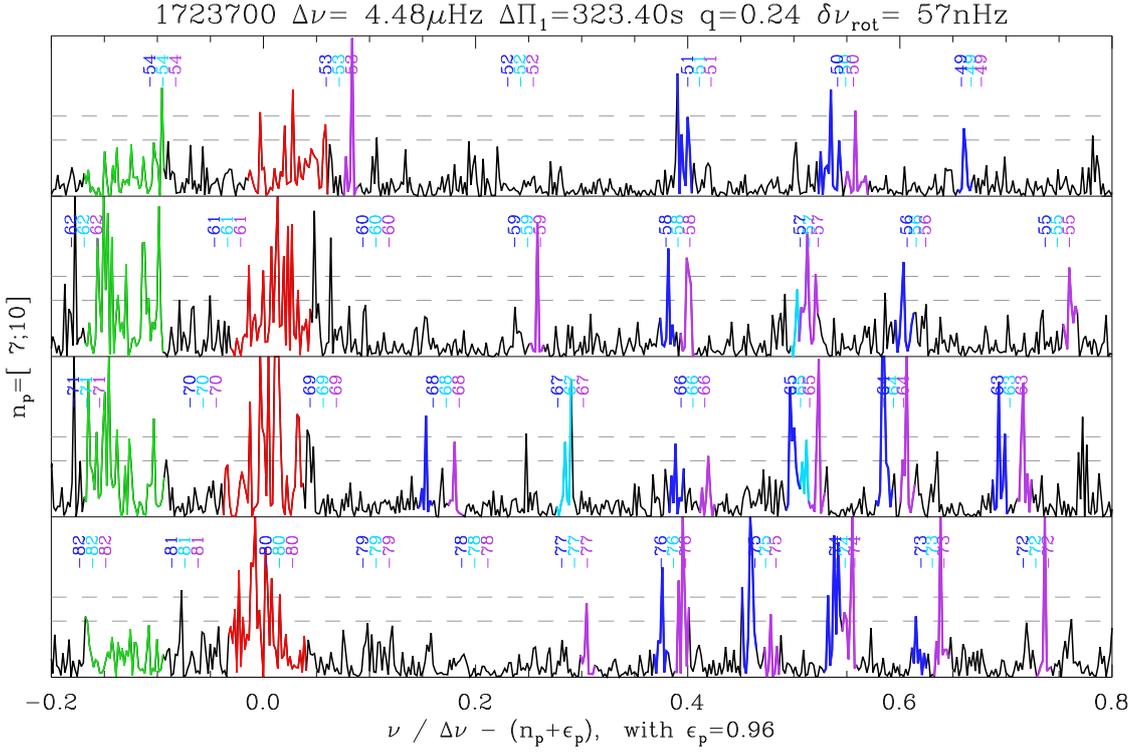
**Fig. A.2.** Fit of the oscillation pattern of the RGB star KIC 11353313. Same style as Fig. 2.



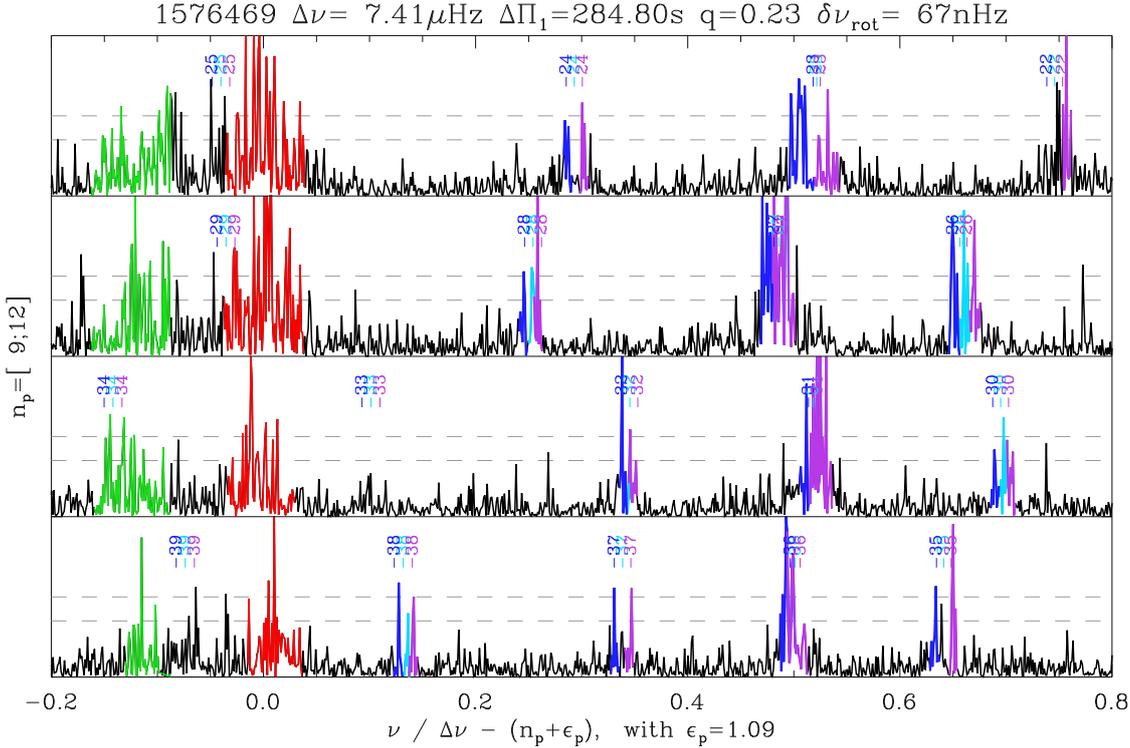
**Fig. A.3.** Fit of the oscillation pattern of the RGB star KIC 3955033. The overlap of mixed modes with different mixed-mode orders is the signature of the rapid core rotation. The second rotation crossing, where all components of the multiplets overlap (Gehan et al. 2017), occurs at the mixed-order  $n = -122$ . Same style as Fig. 2.



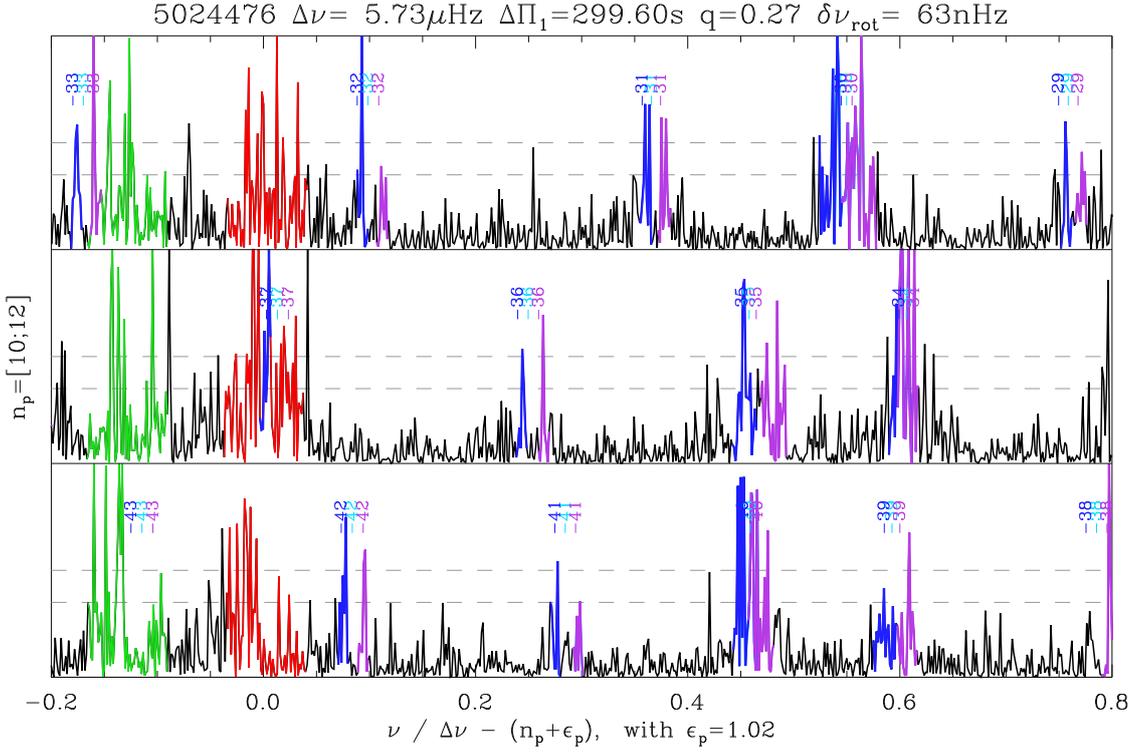
**Fig. A.4.** Fit of the oscillation pattern of the evolved RGB star KIC 2443903, near the limit of capability of identification, with a large crowding due to the high mode density. The second rotation crossing, where all  $m$  components apparently coincide, occurs at  $n = -189$  (with an abscissa  $\simeq 0.1$  and  $n_p = 9$ ); the third crossing, where  $|m| = 1$  components apparently coincide with  $m = 0$  inbetween, occurs at  $n = -233$  (with an abscissa  $\simeq 0.25$  and  $n_p = 7$ ). Same style as Fig. 2. Note that the modes with large heights at an abscissa  $\simeq 0.2$  are  $\ell = 3$  modes.



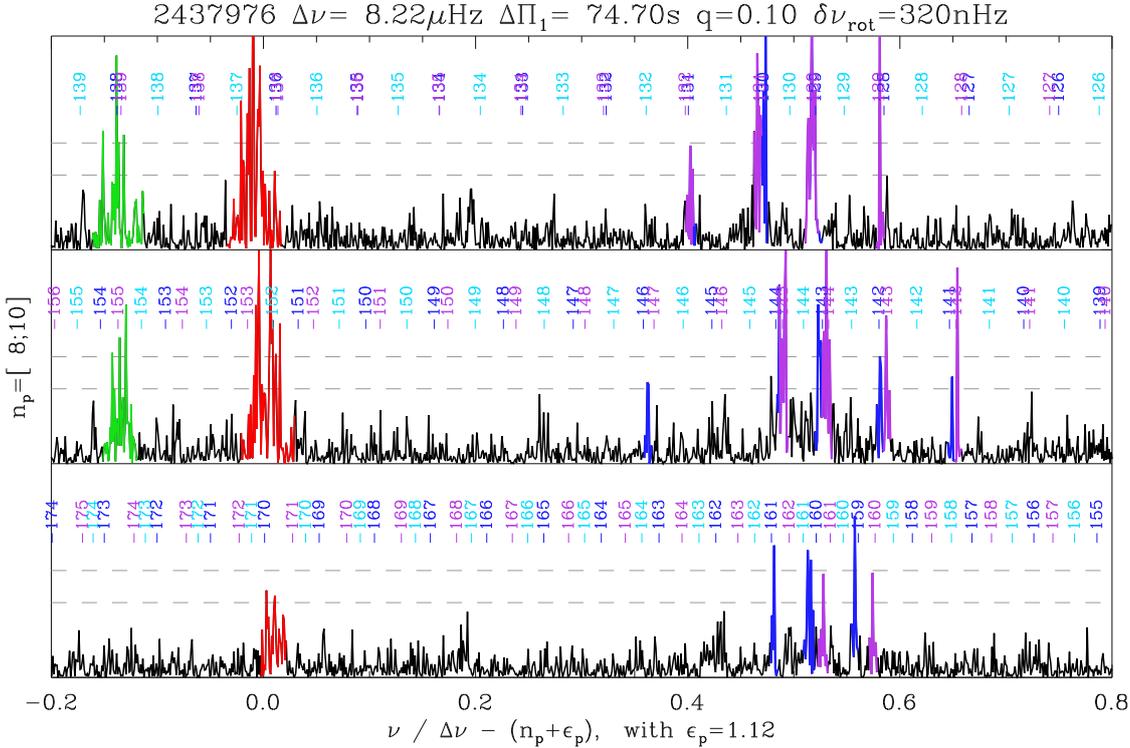
**Fig. A.5.** Fit of the oscillation pattern of the red-clump star KIC 1723700. Buoyancy glitches explain the small shifts between observed and asymptotic spectra but do no hamper the mode identification. Same style as Fig. 2.



**Fig. A.6.** Fit of the oscillation pattern of the secondary-clump star KIC 1725190. Buoyancy glitches explain the small shifts between observed and asymptotic spectra but do no hamper the mode identification. Same style as Fig. 2.



**Fig. B.1.** Fit of the oscillation pattern of the RGB star KIC 5024476, member of the open cluster NGC 6819. The dim magnitude of the cluster stars explains the low S/R. However, unambiguous doublets are identified all along the mixed-mode spectrum;  $m = 0$  modes are mostly absent and  $|m| = 1$  modes dominate the mixed-mode spectrum, so that a nearly pole-on inclination is not possible. Same style as Fig. 2.



**Fig. B.2.** Fit of the oscillation pattern of the RGB star KIC 2437976, member of the open cluster NGC 6791. The dim magnitude of the cluster stars explains the low S/R. The identification at radial order 9, supported by the radial orders 8 and 10, is unambiguously conclusive:  $m = 0$  modes are mostly absent and  $|m| = 1$  modes dominate the mixed-mode spectrum, so that a pole-on inclination is not possible. Same style as Fig. 2.

**Table B.1.** Oscillation pattern of the red-clump star KIC 5024476 in NGC 6819

$n_p$	$n$	$m$	$\zeta$	$\nu_{\text{as}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$x$	$\Gamma_{\text{as}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\Gamma$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$H$ ( $\text{ppm}^2 \mu\text{Hz}^{-1}$ )	$R$
Radial modes										
10				63.335	$63.096 \pm 0.174$	-0.058		$0.501 \pm 0.216$	$698 \pm 429$	9.9
11				69.039	$69.039 \pm 0.055$	-0.021		$0.350 \pm 0.102$	$1365 \pm 536$	9.7
12				74.941	$74.941 \pm 0.039$	0.009		$0.231 \pm 0.067$	$1158 \pm 452$	35.6
Dipole mixed modes										
10	-43	-1	0.9495	63.873	$63.870 \pm 0.009$	0.077	0.013	$0.019 \pm 0.006$	$1887 \pm 532$	16.0
10	-43	1	0.9481	63.979	$63.976 \pm 0.007$	0.095	0.013	$0.009 \pm 0.004$	$3002 \pm 632$	12.7
10	-42	-1	0.9006	65.035	$65.005 \pm 0.015$	0.275	0.025	$0.045 \pm 0.012$	$497 \pm 175$	11.6
10	-42	0	0.8955	65.086	$65.131 \pm 0.012$	0.297	0.026	$0.028 \pm 0.008$	$576 \pm 191$	7.6
10	-42	1	0.8903	65.136	$65.131 \pm 0.011$	0.297	0.027	$0.027 \pm 0.008$	$589 \pm 186$	7.6
10	-41	-1	0.6178	66.050	$66.050 \pm 0.013$	0.457	0.096	$0.095 \pm 0.020$	$1859 \pm 503$	20.0
10	-41	0	0.6011	66.085	$66.061 \pm 0.013$	0.459	0.100	$0.099 \pm 0.022$	$1959 \pm 563$	20.0
10	-41	1	0.5866	66.117	$66.083 \pm 0.014$	0.463	0.103	$0.106 \pm 0.025$	$1783 \pm 534$	18.7
10	-40	-1	0.6453	66.784	$66.788 \pm 0.017$	0.586	0.089	$0.085 \pm 0.020$	$800 \pm 240$	8.9
10	-40	1	0.6794	66.858	$66.897 \pm 0.020$	0.605	0.080	$0.097 \pm 0.023$	$632 \pm 197$	14.4
10	-39	1	0.9132	67.985	$68.003 \pm 0.007$	0.798	0.022	$0.009 \pm 0.004$	$4805 \pm 844$	23.5
11	-37	-1	0.9084	70.563	$70.562 \pm 0.007$	0.244	0.023	$0.009 \pm 0.004$	$2295 \pm 521$	11.4
11	-37	1	0.9003	70.665	$70.672 \pm 0.006$	0.264	0.025	$0.008 \pm 0.004$	$2474 \pm 398$	14.8
11	-36	-1	0.6140	71.776	$71.786 \pm 0.015$	0.458	0.097	$0.103 \pm 0.022$	$1228 \pm 333$	18.4
11	-36	1	0.5811	71.843	$71.884 \pm 0.019$	0.475	0.105	$0.127 \pm 0.030$	$854 \pm 264$	12.1
11	-35	-1	0.6100	72.588	$72.615 \pm 0.010$	0.603	0.097	$0.072 \pm 0.013$	$2715 \pm 560$	29.9
11	-35	1	0.6455	72.658	$72.625 \pm 0.011$	0.605	0.089	$0.078 \pm 0.015$	$2287 \pm 527$	29.9
11	-34	-1	0.9051	73.870	$73.881 \pm 0.007$	-0.176	0.024	$0.016 \pm 0.005$	$2320 \pm 417$	12.5
11	-34	1	0.9111	73.972	$73.977 \pm 0.007$	-0.160	0.022	$0.008 \pm 0.004$	$4124 \pm 750$	22.2
12	-33	-1	0.9314	75.420	$75.422 \pm 0.006$	0.093	0.017	$0.007 \pm 0.004$	$5610 \pm 987$	31.2
12	-33	1	0.9296	75.524	$75.530 \pm 0.008$	0.112	0.018	$0.008 \pm 0.004$	$1498 \pm 379$	8.3
12	-32	-1	0.8053	76.972	$76.954 \pm 0.008$	0.360	0.049	$0.024 \pm 0.006$	$1836 \pm 391$	14.5
12	-32	1	0.7828	77.061	$77.060 \pm 0.009$	0.379	0.054	$0.034 \pm 0.007$	$1103 \pm 222$	13.2
12	-31	-1	0.4338	78.016	$78.029 \pm 0.017$	0.548	0.142	$0.156 \pm 0.035$	$1362 \pm 387$	32.1
12	-31	0	0.4373	78.041	$78.045 \pm 0.018$	0.550	0.141	$0.160 \pm 0.036$	$1326 \pm 379$	16.4
12	-31	1	0.4416	78.066	$78.062 \pm 0.017$	0.553	0.140	$0.154 \pm 0.034$	$1354 \pm 382$	14.3
12	-30	-1	0.8397	79.185	$79.226 \pm 0.008$	0.757	0.040	$0.013 \pm 0.004$	$2127 \pm 377$	12.8
12	-30	1	0.8538	79.280	$79.310 \pm 0.009$	0.771	0.037	$0.027 \pm 0.006$	$977 \pm 236$	9.7

Same caption as Table A.1

**Table B.2.** Oscillation pattern of the RGB star KIC 2437976 in NGC 6791

$n_p$	$n$	$m$	$\zeta$	$\nu_{\text{as}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$x$	$\Gamma_{\text{as}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\Gamma$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$H$ ( $\text{ppm}^2 \mu\text{Hz}^{-1}$ )	$R$
Radial modes										
8				75.045	$75.045 \pm 0.041$	0.013		$0.106 \pm 0.042$	$6520 \pm 3676$	7.8
9				83.284	$83.172 \pm 0.024$	0.001		$0.153 \pm 0.036$	$15645 \pm 4765$	31.3
10				91.382	$91.331 \pm 0.013$	-0.006		$0.100 \pm 0.017$	$22777 \pm 4443$	31.1
Dipole mixed modes										
8	-161	-1	0.8533	78.887	$78.893 \pm 0.008$	0.481	0.026	$0.022 \pm 0.006$	$10581 \pm 2376$	12.3
8	-160	-1	0.6438	79.234	$79.170 \pm 0.010$	0.514	0.064	$0.038 \pm 0.007$	$14647 \pm 2841$	11.9
8	-161	1	0.6511	79.343	$79.276 \pm 0.012$	0.527	0.063	$0.031 \pm 0.007$	$10930 \pm 2616$	9.6
8	-159	-1	0.7884	79.561	$79.519 \pm 0.008$	0.557	0.038	$0.026 \pm 0.006$	$14986 \pm 2978$	15.1
8	-160	1	0.8566	79.691	$79.671 \pm 0.009$	0.575	0.026	$0.023 \pm 0.006$	$6508 \pm 1802$	9.8
9	-146	-1	0.9726	86.115	$86.141 \pm 0.010$	0.362	0.005	$0.009 \pm 0.004$	$16564 \pm 5717$	7.6
9	-144	-1	0.7541	87.141	$87.185 \pm 0.010$	0.489	0.044	$0.054 \pm 0.013$	$20608 \pm 6137$	33.9
9	-145	1	0.7180	87.193	$87.191 \pm 0.009$	0.490	0.051	$0.049 \pm 0.011$	$23464 \pm 6034$	33.9
9	-143	-1	0.6110	87.503	$87.500 \pm 0.011$	0.528	0.070	$0.067 \pm 0.014$	$19703 \pm 4780$	29.1
9	-144	1	0.6404	87.550	$87.517 \pm 0.009$	0.530	0.065	$0.050 \pm 0.009$	$26627 \pm 5525$	29.1
9	-142	-1	0.8736	87.940	$87.943 \pm 0.007$	0.582	0.023	$0.009 \pm 0.004$	$21699 \pm 5272$	10.0
9	-143	1	0.8929	88.001	$87.989 \pm 0.006$	0.587	0.019	$0.009 \pm 0.004$	$29926 \pm 5102$	13.8
9	-141	-1	0.9588	88.486	$88.498 \pm 0.007$	0.649	0.007	$0.007 \pm 0.004$	$17180 \pm 3838$	8.1
9	-142	1	0.9622	88.537	$88.540 \pm 0.006$	0.654	0.007	$0.006 \pm 0.004$	$38360 \pm 5733$	18.3
10	-132	1	0.9463	94.663	$94.689 \pm 0.007$	0.402	0.010	$0.006 \pm 0.004$	$19058 \pm 3790$	9.7
10	-131	-1	0.9440	94.692	$94.708 \pm 0.008$	0.405	0.010	$0.005 \pm 0.004$	$15841 \pm 4952$	7.6
10	-131	1	0.7969	95.259	$95.216 \pm 0.009$	0.466	0.037	$0.034 \pm 0.008$	$21679 \pm 5266$	18.4
10	-130	-1	0.7827	95.284	$95.257 \pm 0.009$	0.471	0.039	$0.033 \pm 0.008$	$19865 \pm 4877$	20.4
10	-130	1	0.5518	95.692	$95.630 \pm 0.008$	0.517	0.081	$0.025 \pm 0.005$	$42908 \pm 7274$	26.4
10	-129	-1	0.5572	95.709	$95.633 \pm 0.008$	0.517	0.080	$0.027 \pm 0.006$	$39045 \pm 6386$	26.4
10	-129	1	0.8453	96.161	$96.162 \pm 0.007$	0.582	0.028	$0.009 \pm 0.004$	$29045 \pm 5946$	21.6
10	-125	0	0.9891	98.575	$98.551 \pm 0.008$	-0.128	0.002	$0.004 \pm 0.004$	$15436 \pm 11044$	7.5
11	-118	-1	0.8082	103.469	$103.439 \pm 0.010$	0.467	0.034	$0.023 \pm 0.006$	$6844 \pm 1785$	9.8
12	-108	1	0.7958	111.880	$111.821 \pm 0.012$	0.487	0.037	$0.022 \pm 0.006$	$5310 \pm 1445$	7.9
12	-105	-1	0.9174	113.342	$113.329 \pm 0.007$	0.670	0.015	$0.006 \pm 0.004$	$16746 \pm 4518$	8.6

Same caption as Table A.1



## Chapitre 8

# Quantifier le moment cinétique extrait du cœur des étoiles le long de la branche des géantes rouges

Le désaccord important entre les vitesses de rotation mesurées et calculées par les modèles indique qu'un ou plusieurs mécanismes doivent extraire du moment cinétique du cœur des étoiles sur la branche des géantes rouges. Les mesures obtenues au chapitre 6 apportent de nouvelles contraintes observationnelles sur l'évolution de la rotation moyenne du cœur des étoiles sur la branche des géantes rouges, dont l'implication en termes de transport de moment cinétique peut être interprétée grâce à la modélisation de l'évolution stellaire. Nous souhaitons estimer la quantité de moment cinétique qui doit être extraite localement et globalement du cœur, à différents moments de l'évolution sur la branche des géantes rouges, pour différentes masses stellaires, afin de reproduire les splittings rotationnels constants que j'ai mesurés au cours de l'évolution. Je présente dans ce chapitre les résultats préliminaires d'un travail en cours ainsi que les perspectives qui en découlent.

### 8.1 Calcul du couple d'extraction du moment cinétique

Le moment d'inertie quantifie la résistance d'un solide ou d'un fluide à sa mise en rotation ou aux variations de sa rotation. L'intérieur de l'étoile peut être découpé en coquilles sphériques de masse élémentaire  $dm$  et de rayon  $r$  par rapport à l'axe de rotation et  $R$  par rapport au centre de l'étoile. Le moment d'inertie par unité de masse s'écrit alors (Goldstein et al. 2002 [62])

$$\frac{\partial I(m, t)}{\partial m} = \frac{2}{3} r^2. \quad (8.1)$$

Le moment d'inertie nous indique quelles zones se contractent ou se dilatent. Dans le cas d'une coquille sphérique en mouvement circulaire à la vitesse angulaire  $\Omega$ , le moment cinétique  $J$  est lié au moment d'inertie et à  $\Omega$  comme (Goldstein et al. 2002 [62])

$$\frac{\partial J(m, t)}{\partial m} = \frac{\partial I(m, t)}{\partial m} \Omega(m, t). \quad (8.2)$$

Le théorème du moment cinétique stipule que le moment cinétique est conservé dans un système où il n'y a pas de couple extérieur. La variation temporelle du moment cinétique représente le couple équivalent à appliquer à la zone étudiée, qui s'écrit

$$C(m) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial J(m, t)}{\partial m} \right) = \frac{\partial I(m, t)}{\partial m} \frac{\partial \Omega(m, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial I(m, t)}{\partial m} \right) \Omega(m, t), \quad (8.3)$$

où

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial I(m, t)}{\partial m} \right) = \frac{4}{3} r \frac{dr}{dt}. \quad (8.4)$$

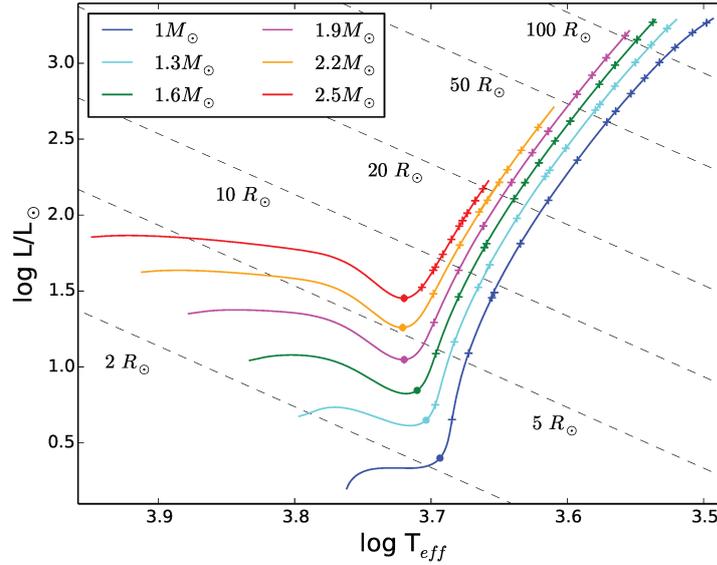


Figure 8.1 – Diagramme de Hertzsprung-Russell représentant les trajets évolutifs d'étoiles de masses  $M = \{1, 1.3, 1.6, 1.9, 2.2, 2.5\} M_{\odot}$  depuis le début de la branche des sous-géantes jusqu'au sommet de la branche des géantes rouges, calculés avec le code d'évolution stellaire MESA. Les croix correspondent aux modèles de référence utilisés dans la suite. Les pointillés représentent des iso-rayons calculés à partir de la loi de Stefan-Boltzmann.

Le couple  $C(m)$  est positif pour les zones de l'étoile en dilatation ou négatif pour les zones de l'étoile en contraction. Il représente le taux de moment cinétique à apporter à chaque instant dans les zones en dilatation et à extraire à chaque instant dans les zones en contraction. Dans ces conditions, nous devons connaître l'évolution temporelle du profil de moment d'inertie de l'étoile ainsi que l'évolution du profil de rotation pour quantifier le couple  $C(m)$  (Eq. 8.6). L'évolution du profil de rotation doit être déduite des mesures sismiques de splittings rotationnels du chapitre 6, tandis que l'évolution du profil de moment d'inertie est donnée par les modèles.

## 8.2 Modèles de référence

La masse des étoiles pour lesquelles j'ai obtenu des mesures de la rotation moyenne du cœur est comprise entre 1 et  $2.5 M_{\odot}$ . J'ai ainsi utilisé le code d'évolution stellaire Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA, Paxton et al. 2011 [117], 2013 [118], 2015 [119]) pour calculer les séquences évolutives d'étoiles de masses  $M = \{1, 1.3, 1.6, 1.9, 2.2, 2.5\} M_{\odot}$  représentatives des étoiles étudiées, dont l'évolution depuis le début de la branche des sous-géantes jusqu'au sommet de la branche des géantes rouges est représentée dans la Figure 8.1. Les modèles sont ceux utilisés dans le chapitre 2 pour décrire la structure et l'évolution des pulsateurs de type solaire, dont je rappelle ici les principales caractéristiques. Les abondances sont tirées de Grevesse & Noels (1993) [64] et j'ai choisi une métallicité proche de la valeur solaire ( $Z = 0.02$ ,  $Y = 0.28$ ). La convection est décrite par la théorie de la longueur de mélange (Böhm-Vitense 1958 [19]) comme l'ont présenté Cox & Giuli (1968) [34], avec une longueur de mélange  $\alpha_{MLT} = 2$ . J'ai utilisé les équations d'état OPAL 2005 (Rogers & Nayfonov 2002 [126]) et les opacités OPAL (Iglesias & Rogers 1996 [76]), complétées par les opacités de Ferguson et al. (2005) [50] à basse température. Les taux de réaction nucléaire viennent de la compilation NACRE (Angulo et al. 1999 [2]). Les conditions aux limites en surface sont basées sur la relation classique  $T - \tau$  d'Eddington. D'autres abondances plus récentes existent et une calibration plus précise de la longueur de mélange serait possible mais nous n'attendons pas d'effet significatif sur les phénomènes décrits ici. Comme nous voulons seulement mettre en avant des caractéristiques générales, les effets de la diffusion des éléments chimiques et de la pénétration convective dans le cœur sont ignorés.

### 8.3 Contraintes apportées par les mesures sur le profil de rotation et son évolution

Afin de déduire des informations sur le profil de rotation dans l'étoile et son évolution à partir des mesures de splitting rotationnel du chapitre 6, nous devons prendre en compte le fait que différentes régions de l'étoile contribuent à la mesure de  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$ , le splitting rotationnel lié à la rotation moyenne du cœur. En effet, la mesure de la vitesse angulaire de rotation grâce au splitting rotationnel est pondérée par le noyau rotationnel du mode dipolaire considéré (Eq. 4.3). Le noyau rotationnel est d'autant plus localisé dans le cœur que les modes mixtes dipolaires sont dominés par la gravité. Dans ces conditions, la contribution du cœur à la mesure du splitting rotationnel est maximale pour le mode mixte le plus dominé par la gravité. La méthode que j'ai développée se base sur l'hypothèse que la rotation de l'enveloppe est négligeable par rapport à la rotation du cœur dans le cas des géantes rouges (Goupil et al. 2013 [63], Mosser et al. 2012 [109]). Dans ces conditions, l'équation 4.28 indique que

$$\frac{\delta\nu_{\text{rot}}}{\delta\nu_{\text{rot,g}}} = \zeta = \frac{\Delta P}{\Delta\Pi_1}, \quad (8.5)$$

où  $\delta\nu_{\text{rot,g}}$  représente le splitting rotationnel mesuré pour le mode mixte dipolaire le plus dominé par la gravité. Lors du passage du spectre en fréquence au spectre en période corrigée, qui revient à utiliser les valeurs intégrées de  $\zeta$  des équations 7.4, 7.9 pour l'espacement en période des modes dipolaires et 7.11, 7.12 pour le splitting rotationnel (Mosser, Gehan, Belkacem et al. 2018 [108]), on introduit artificiellement une régularité au sein du spectre en modifiant l'espacement en période  $\Delta P$  des modes mixtes d'ordre azimutal  $m = 0$  pour qu'il soit égal à  $\Delta\Pi_1$ . L'équation 8.5 indique que cela revient à modifier le splitting rotationnel mesuré  $\delta\nu_{\text{rot}}$  pour qu'il soit égal au splitting maximal mesuré  $\delta\nu_{\text{rot,g}}$ , correspondant au mode mixte dipolaire le plus dominé par la gravité. Dans ces conditions, le splitting rotationnel lié à la rotation moyenne du cœur  $\delta\nu_{\text{rot,core}}$  que l'on mesure est égal au splitting  $\delta\nu_{\text{rot,max}}$ , et le noyau rotationnel à considérer est celui du mode le plus dominé par la gravité.

Sur le bas de la branche des géantes rouges, les modèles calculés par Goupil et al. (2013) [63] montrent que la base de la couche d'hydrogène en fusion est située à une profondeur  $r/R = 0.01$  et que le noyau rotationnel du mode le plus dominé par la gravité sonde principalement le cœur jusqu'à environ  $r/R = 0.01 - 0.012$ . Le noyau intégré et normalisé atteint une valeur de 0.89 au niveau de la base de la couche d'hydrogène en fusion. Cela signifie que les splittings rotationnels mesurés sur le bas de la branche des géantes rouges mesurent principalement la rotation moyenne du cœur d'hélium. Pour le sixième modèle de  $1 M_\odot$  de la Figure 8.1, situé sur le milieu de la branche des géantes rouges, la base de la couche d'hydrogène en fusion est située à une profondeur  $r/R = 0.0012$  et le noyau rotationnel intégré et normalisé du mode le plus dominé par la gravité atteint une valeur de 0.85 au niveau de la base de la couche d'hydrogène en fusion. Les noyaux rotationnels de ces deux modèles indiquent une variation d'environ 5% au plus dans la sensibilité des noyaux à la rotation moyenne du cœur entre le bas et le milieu de la branche des géantes rouges. Or les splittings rotationnels sont mesurés pour des valeurs de densité de modes mixtes  $\mathcal{N} \leq 30$ , qui correspondent à des étoiles situées bien moins évoluées par rapport au milieu de la branche des géantes rouges. Cela signifie que les splittings rotationnels du chapitre 6 mesurent toujours principalement la rotation moyenne du cœur d'hélium inerte, du centre jusqu'à la base de la couche d'hydrogène en fusion. Afin de s'en assurer, il faudrait quantifier les variations du noyau rotationnel associé au mode dipolaire le plus dominé par la gravité au cours de l'évolution sur la branche des géantes rouges pour différentes masses stellaires, afin de savoir si le splitting mesuré est représentatif d'une région plus ou moins limitée du cœur à un instant donné, et comment cette tendance évolue au cours du temps, pour différentes masses stellaires.

Dans un premier temps, nous allons considérer que les noyaux rotationnels restent essentiellement sensibles à la région sous la couche d'hydrogène en fusion tout au long de l'évolution sur la branche des géantes rouges, quelle que soit la masse de l'étoile. Dans ces conditions, on peut faire l'hypothèse que la mesure de splittings rotationnels constants au cours de l'évolution sur la branche des géantes rouges correspond à un profil de rotation  $\Omega(m)$  dans la cavité des modes de gravité qui est constant

au cours du temps. L'équation 8.3 devient alors

$$C(m) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial J(m, t)}{\partial m} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial I(m, t)}{\partial m} \right) \Omega(m, t). \quad (8.6)$$

Cela implique que, dans l'hypothèse où le profil de rotation est constant, le couple équivalent est donné par la multiplication de la variation temporelle du moment d'inertie par le profil de rotation, quel qu'il soit. L'évolution du profil de  $\partial I/\partial m$  indique ainsi comment le couple  $C(m)$  évolue. À l'avenir, il faudra tester la robustesse de cette hypothèse en utilisant les noyaux rotationnels et divers profils de rotation, afin d'étudier la sensibilité de la mesure de la rotation moyenne du cœur à un éventuel gradient dans le profil de rotation.

## 8.4 Evolution du profil de moment d'inertie interne

La Figure 8.2 représente le profil de moment d'inertie  $\partial I/\partial m$  à l'intérieur de l'étoile à différents instants de l'évolution le long de la branche des géantes rouges, pour différentes masses stellaires. La masse totale de l'étoile décroît au cours de l'évolution car les modèles incluent une perte de masse suivant la loi de Reimers (1975) [125] le long de la branche des géantes rouges (Eq. 2.13), mais cela n'affecte pas l'évolution du profil de moment d'inertie dans le cœur. Les modèles indiquent que le moment d'inertie total augmente avec l'évolution (Fig. 8.2). Un fort gradient de  $\partial I/\partial m$  existe entre le cœur et l'enveloppe pour toutes les masses considérées, associé au fort gradient de densité entre le cœur et l'enveloppe. Ce gradient devient de plus en plus raide et de plus en plus important au fur et à mesure que le cœur se contracte et que son moment d'inertie diminue, pendant que l'enveloppe se dilate et que son moment d'inertie augmente (Fig. 8.2). La masse du cœur augmente comme la couche d'hydrogène en fusion l'approvisionne en hélium (Fig. 8.2). Dans ces conditions, le cœur accrete progressivement des régions qui étaient précédemment situées dans la couche d'hydrogène en fusion, qui se contractent alors fortement. Ainsi,  $\partial I/\partial m$  présente une diminution importante dans ces régions nouvellement accrétées, visible en comparant les différentes courbes à  $dm$  fixé au niveau de l'interface entre le cœur et l'enveloppe dans la Fig. 8.2. Les modèles indiquent également que la masse du cœur d'hélium inerte augmente de moins en moins le long de la branche des géantes rouges au fur et à mesure que la masse de l'étoile augmente (Fig. 8.2). Cela n'est pas surprenant car plus l'étoile est massive, plus elle évolue rapidement, et moins elle monte haut sur la branche des géantes rouges (Fig. 8.1). Or la luminosité dépend de la masse du cœur sur la branche des géantes rouges (Eq. 2.12). Cela signifie que plus l'étoile est massive, moins le cœur d'hélium a de temps pour accréter de la masse en provenance de la couche d'hydrogène en fusion.

## 8.5 Implication en termes d'extraction locale de moment cinétique dans le cœur

Dans les régions où l'étoile est en contraction, le moment d'inertie diminue au cours du temps. Le couple de l'équation 8.6 est ainsi négatif et correspond au taux de moment cinétique à extraire à chaque instant sous l'hypothèse d'un profil de rotation  $\Omega(m)$  quelconque dans le cœur d'hélium mais constant au cours du temps. La Figure 8.3 représente les profils en valeur absolue de la variation temporelle du moment d'inertie local des régions de l'étoile en contraction du début au sommet de la branche des géantes rouges, pour des modèles stellaires de différentes masses. Au centre de l'étoile, le moment d'inertie tend vers zéro et sa variation temporelle est peu importante. Pour un modèle donné, les modèles révèlent l'existence de deux régimes distincts pour la variation du moment d'inertie dans les régions qui se contractent. Dans un premier temps, la variation temporelle du moment d'inertie augmente progressivement dans le cœur à partir du centre de l'étoile. La variation temporelle du moment d'inertie devient ensuite beaucoup plus importante près de la base de la couche d'hydrogène en fusion, lorsque de nouvelles régions sont accrétées dans le cœur d'hélium inerte et se contractent fortement au fur et à mesure de l'évolution sur la branche des géantes rouges. Ces régions nouvellement accrétées dominent la variation du moment d'inertie dans la zone de l'étoile en contraction. Enfin, la variation temporelle du moment d'inertie devient moins importante au-delà de la région où se situe la couche

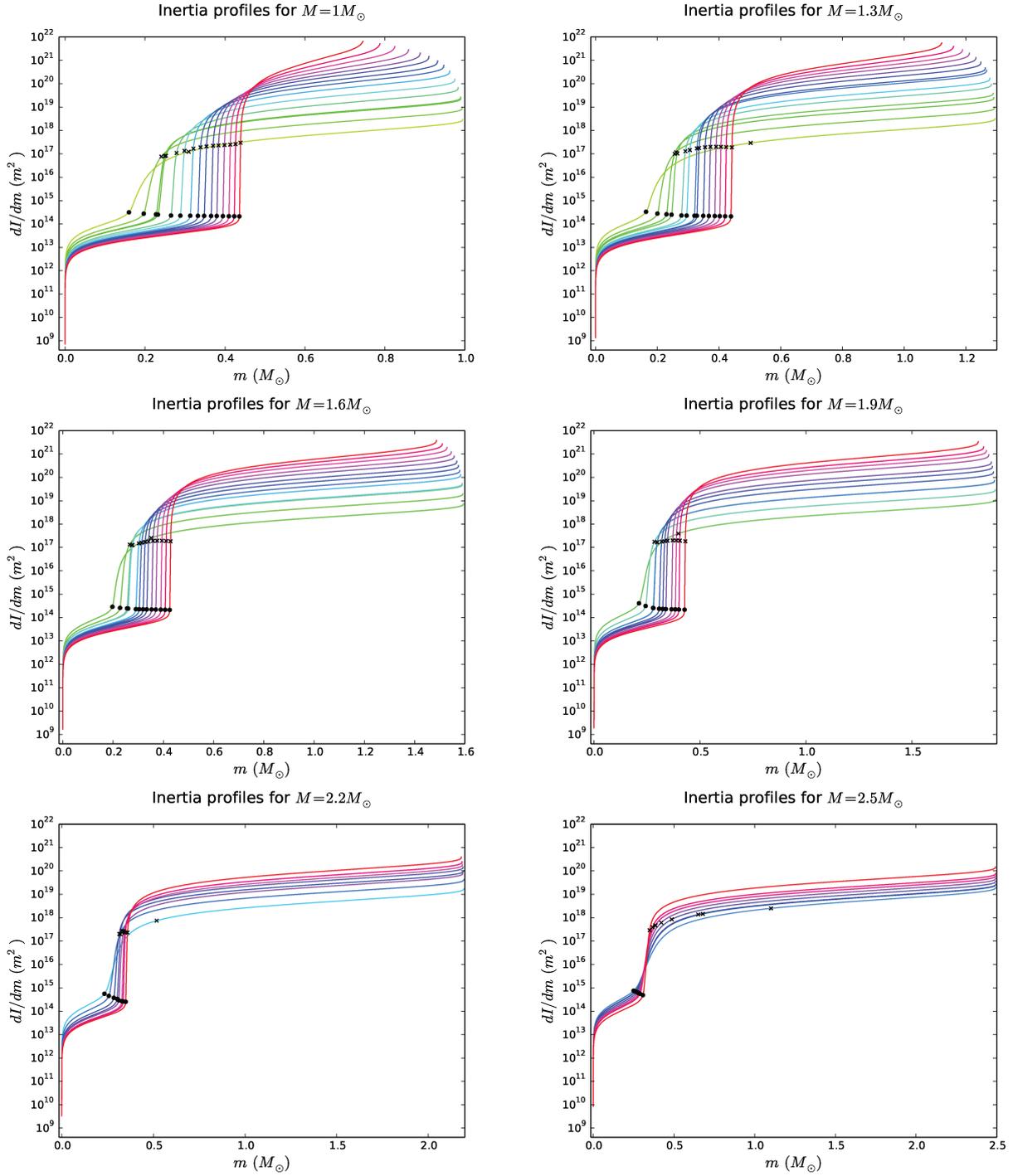


Figure 8.2 – Evolution du profil de moment d’inertie  $\partial I/\partial m$  pour des modèles de différentes masses, du début jusqu’au sommet de la branche des géantes rouges. L’axe des abscisses représente la masse interne, où le centre de l’étoile est défini par  $m = 0$ . Les différentes courbes correspondent à différents pas de temps évolutifs, représentés par les croix dans la Fig. 8.1. Le modèle le plus évolué sur la branche des géantes rouges est représenté en rouge. Les points noirs représentent la base de la couche d’hydrogène en fusion dans chacun des modèles, les croix noires correspondent à la base de l’enveloppe convective.

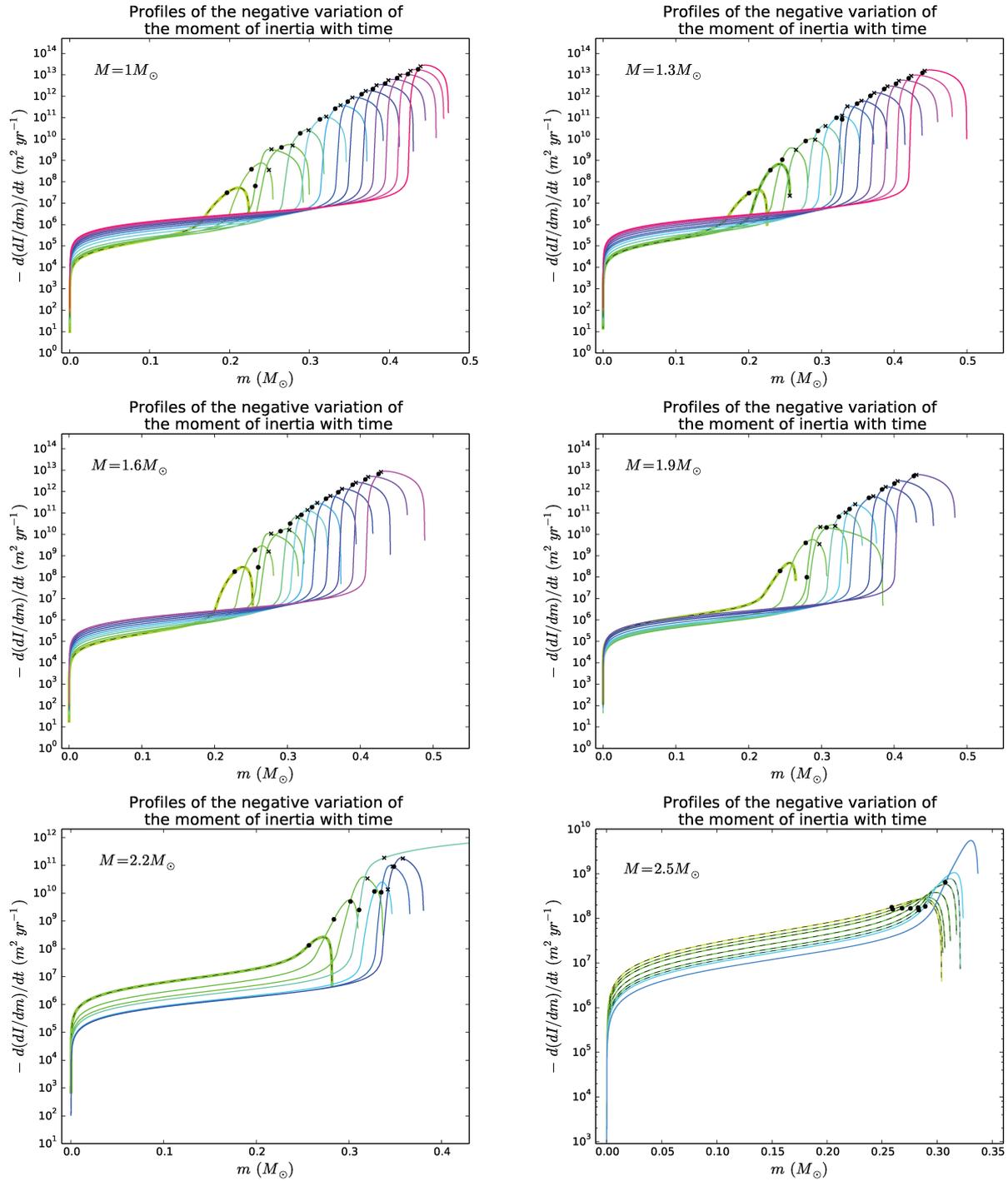


Figure 8.3 – Evolution du profil en valeur absolue de la variation temporelle du moment d’inertie local des régions de l’étoile en contraction pour des modèles de différentes masses, du début jusqu’au sommet de la branche des géantes rouges. Le modèle le moins évolué sur la branche des géantes rouges est représenté en vert clair. Les points et les croix noirs ont la même signification que dans la Figure 8.2. Les modèles pour lesquels des mesures de la rotation moyenne du cœur sont possibles, correspondant à une densité de modes mixtes  $\mathcal{N} \leq 30$ , sont représentés en gras et en pointillés.

d'hydrogène en fusion, lorsque l'on s'approche du point d'inversion entre les zones en contraction et en dilatation où la variation du moment d'inertie est nulle. Ainsi, pour un modèle donné, le taux d'extraction du moment cinétique en fonction du temps dans les régions en contraction est dominé par les régions progressivement accrétées dans le cœur au cours de l'évolution.

Pour un modèle d'une masse donnée, la variation locale du moment d'inertie est de plus en plus importante au cours de l'évolution dans les régions qui sont progressivement accrétées dans le cœur d'hélium inerte, et un gradient de variation temporelle du moment d'inertie se met en place entre le centre et les régions nouvellement accrétées au cours de l'évolution sur la branche des géantes rouges (Fig 8.3). Cela signifie que le taux de moment cinétique à extraire en fonction du temps pour conserver un profil de rotation constant dans le temps augmente dans ces régions.

Les modèles mettent en avant une différence de comportement de l'évolution de la variation locale du moment d'inertie entre les modèles de  $M < 2.2 M_{\odot}$  et  $M \geq 2.2 M_{\odot}$  : la variation temporelle du moment d'inertie des régions situées dans le cœur d'hélium inerte augmente d'environ un ordre de grandeur le long de la branche des géantes rouges pour les étoiles de  $M < 2.2 M_{\odot}$ , alors qu'elle diminue d'environ un ordre de grandeur dans ces régions pour les étoiles de  $M \geq 2.2 M_{\odot}$  (Fig 8.3). Cela signifie qu'en supposant un profil de rotation constant dans le cœur en fonction du temps, le taux d'extraction du moment cinétique en fonction du temps augmente dans le cœur d'hélium inerte de manière comparable au cours de l'évolution sur la branche des géantes rouges pour les étoiles de  $M < 2.2 M_{\odot}$ , d'environ un ordre de grandeur, et diminue de manière comparable pour les étoiles de  $M \geq 2.2 M_{\odot}$ , d'environ un ordre de grandeur.

On observe également que la différence de variation du moment d'inertie entre la zone autour de la couche d'hydrogène en fusion et le cœur d'hélium augmente au cours de l'évolution mais diminue avec la masse. Pour le premier modèle sur la branche des géantes rouges, cette différence passe de trois ordres de grandeur pour une étoile de  $1 M_{\odot}$  à un ordre de grandeur pour une étoile de  $2.5 M_{\odot}$  ; pour le dernier modèle, elle passe de huit ordres de grandeur pour une étoile de  $1 M_{\odot}$  à trois ordres de grandeur pour une étoile de  $2.5 M_{\odot}$  (Fig 8.3). Cela signifie que, dans les régions autour de la couche d'hydrogène en fusion, l'augmentation du taux d'extraction du moment cinétique en fonction du temps est d'autant moins importante que la masse de l'étoile est importante.

On peut noter une caractéristique intéressante au cours de l'évolution sur la branche des géantes rouges. Pour les modèles de masses comprises entre 1 et  $2.2 M_{\odot}$ , on remarque qu'à un moment de l'évolution la variation temporelle du moment d'inertie devient moins importante au niveau de la base de la couche d'hydrogène en fusion, avant de recommencer à augmenter (Fig. 8.3). Cette inversion dans l'évolution de la variation du moment d'inertie de la base de la couche d'hydrogène en fusion n'est pas visible pour une étoile de  $2.5 M_{\odot}$ . Elle survient entre le troisième et le quatrième modèle pour les étoiles de 1, 1.6 et  $1.9 M_{\odot}$ , entre le septième et le huitième modèle pour une étoile de  $1.3 M_{\odot}$ , entre le quatrième et le cinquième modèles pour une étoile de  $2.2 M_{\odot}$  et correspond au *bump* (section 2.5.2). La variation du moment d'inertie est ainsi affectée par le réajustement de la structure de l'étoile au moment du *bump*. Dans le cas d'une l'étoile de  $2.2 M_{\odot}$ , les modèles montrent que la variation en valeur absolue du moment d'inertie augmente de façon continue dans toute l'étoile au moment du *bump*, ce qui indique que l'ensemble de l'étoile est en contraction au moment du *bump* (Fig 8.3). Dans ces conditions, le *bump* semble impacter le taux d'extraction du moment cinétique en fonction du temps dans l'hypothèse où l'étoile conserve un profil de rotation constant dans le temps.

Enfin, il faut garder à l'esprit que la mesure de la rotation moyenne du cœur n'est possible que pour une portion limitée de la branche des géantes rouges, correspondant à une densité de modes mixtes  $\mathcal{N} \leq 30$ , qui s'arrête au niveau du *bump* ou en-dessous (Fig. 8.3). Ainsi, les mesures de rotation moyenne du cœur ne nous renseignent pas sur la partie haute de la branche des géantes rouges. Toute conclusion sur le taux d'extraction du moment cinétique en fonction du temps pour les modèles plus évolués doit être analysée avec précaution car rien ne garantit que le profil de rotation évolue de la même manière et reste constant au cours du temps à la fois sur le bas et sur le haut de la branche

des géantes rouges.

## 8.6 Perspectives

Nous souhaitons conforter l'hypothèse d'un profil de rotation non rigide constant au cours de l'évolution est compatible avec l'évolution constante mesurée pour les splittings rotationnels liés à la rotation du cœur. Pour cela, nous pourrions supposer différents profils initiaux de rotation différentielle entre le cœur et l'enveloppe, puis vérifier que l'hypothèse que ce profil de rotation reste constant dans le cœur au cours du temps est compatible avec l'évolution constante du splitting rotationnel qui est mesurée en utilisant les noyaux rotationnels des modes les plus dominés par la gravité pour les différents modèles sur la branche des géantes rouges. Nous voudrions également caractériser dans quelle mesure la pente du profil de rotation impacte l'évolution du splitting rotationnel lié à la rotation du cœur. Si nous pouvons établir que les mesures actuelles sont compatibles avec un profil de rotation du cœur constant le long de la branche des géantes rouges, alors nous pourrions calculer quelle quantité de moment cinétique doit être extraite de chaque couche du cœur, à différents moments de l'évolution sur la branche des géantes rouges, pour un profil de rotation donné, pour différentes masses stellaires.

# Chapitre 9

## Conclusions et perspectives

L'astérosismologie est un outil puissant qui nous permet de sonder les intérieurs stellaires. Les ondes internes génèrent des oscillations stellaires, dont la détection donne des informations sur les conditions physiques régnant à l'intérieur des étoiles. Les missions spatiales de photométrie ultra précise CoRoT (CNES) et *Kepler* (NASA) nous ont apporté des données sismiques d'une qualité inégalée. La surprise est venue des géantes rouges (e.g., Mosser & Miglio 2016 [112]), des pulsateurs de type solaire dont le spectre d'oscillation ne présente pas seulement des modes de pression comme dans le cas du Soleil, mais également des modes mixtes. Les modes mixtes consistent en un couplage entre les ondes de gravité qui se propagent dans l'intérieur radiatif et les ondes de pression qui se propagent dans l'enveloppe convective. Le caractère mixte de ces modes nous permet de sonder le cœur des géantes rouges, ce qui n'est pas le cas pour les pulsateurs de type solaire sur la séquence principale comme le Soleil. Les géantes rouges représentent de ce fait un laboratoire idéal pour étudier les mécanismes physiques qui gouvernent les intérieurs stellaires profonds.

Les modes mixtes dipolaires sont particulièrement intéressants car ils sont principalement sensibles au cœur des géantes rouges (Goupil et al. 2013 [63]). Ils peuvent notamment être utilisés pour donner une estimation de la vitesse de rotation du cœur (Beck et al. 2011 [9]). La rotation lève la dégénérescence en fréquence des modes d'oscillation, et la mesure de l'espacement entre les composantes rotationnelles ainsi générées, le *splitting* rotationnel, nous permet d'estimer la vitesse moyenne de rotation du cœur des géantes rouges. Les mesures de la rotation moyenne du cœur d'environ 300 géantes rouges ont montré que la rotation du cœur ralentit sur la branche des géantes rouges alors qu'il se contracte dans cette phase évolutive (Mosser et al. 2012 [109]). Il y a ainsi nécessairement un transport de moment cinétique important à l'œuvre, mais les mécanismes physiques qui en sont à l'origine ne sont pas encore entièrement compris. En effet, plusieurs mécanismes physiques ont été implémentés au sein des codes d'évolution stellaires : transport de moment cinétique par la circulation méridienne et la turbulence de cisaillement (Eggenberger et al. 2012 [47]; Marques et al. 2013 [92]; Ceillier et al. 2013 [24]), par les modes mixtes (Belkacem et al. 2015 [16, 15]), par les ondes de gravité internes (Fuller et al. 2014 [54]; Pinçon et al. 2017 [121]), par les champs magnétiques (Cantiello et al. 2014 [23]; Rüdiger et al. 2015 [127]); mais les valeurs de rotation du cœur prédites par les modèles restent au moins dix fois supérieures aux valeurs mesurées. Dans ce contexte, il était capital d'obtenir des mesures de rotation du cœur pour un échantillon d'étoiles sur la branche des géantes rouges bien plus important afin de contraindre l'efficacité du transport de moment cinétique en lien avec diverses propriétés stellaires, ce qui est maintenant possible avec les milliers de spectres d'oscillation obtenus par le satellite *Kepler*.

J'ai consacré la majeure partie de ma thèse au développement d'une méthode permettant des mesures à grande échelle de la rotation moyenne du cœur des étoiles sur la géantes rouges et à son application sur les étoiles de la branche des géantes rouges observées par *Kepler*. J'ai ensuite entamé un effort de modélisation avec MESA et ADIPLS pour interpréter les mesures obtenues et contraindre le transport de moment cinétique en fonction de la masse.

## 9.1 Conclusions

### 9.1.1 Mesures à grande échelle de la rotation du cœur sur la branche des géantes rouges

La majeure partie de ma thèse a été consacrée au développement d'une méthode permettant de mesurer de manière aussi automatique que possible la rotation du cœur des géantes rouges observées par *Kepler*, afin d'augmenter considérablement le nombre de mesures de rotation du cœur disponibles et investiguer de quelle manière l'efficacité du ralentissement du cœur dépend de propriétés comme la masse et la métallicité. J'ai développé une méthode permettant une identification automatique des composantes rotationnelles des modes mixtes dipolaires, basée sur l'étirement des spectres en fréquence (Mosser et al. 2015 [114], Gehan et al. 2018 [60]). En effet, les modes mixtes ont une double nature : les modes mixtes dominés par la pression sont presque équirépartis en fréquence alors que les modes mixtes dominés par la gravité sont presque équirépartis en période (Mosser et al. 2012 [110]). Il nous faut dans ces conditions corriger le spectre en fréquence afin de mimer le comportement des modes de gravité purs, régulièrement espacés de la période  $\Delta\Pi_1$ . A partir de ces spectres en période corrigée, j'ai ensuite construit des diagrammes échelle basés sur les modes dipolaires dominés par la gravité, qui sondent principalement le cœur (Mosser et al. 2015 [114]). Ces diagrammes échelle permettent de révéler aisément les différentes composantes rotationnelles, qui dessinent des alignements plus ou moins verticaux. Ces composantes sont ensuite automatiquement identifiées en corrélant le spectre observé avec un spectre synthétique construit en considérant la vitesse de rotation du cœur comme un paramètre ajustable. Cette méthode est particulièrement efficace pour analyser des cas habituellement compliqués, pour lesquels les splittings rotationnels sont enchevêtrés (Gehan et al. 2017 [59]). J'ai appliqué cette méthode à environ 1700 géantes rouges et j'ai obtenu une identification satisfaisante des composantes rotationnelles dans 69 % des cas. En prenant en compte le fait que seule la composante d'ordre azimutal  $m = 0$  est visible pour les étoiles vues par le pôle et qu'aucune information sur la rotation interne ne peut être obtenue dans ces conditions, j'ai obtenu 875 mesures de rotation du cœur. Ces mesures couvrent une large gamme de masse stellaire, ce qui m'a permis d'apporter des contraintes plus précises sur le rôle de la masse dans l'efficacité du ralentissement de la rotation du cœur. Les mesures obtenues pour un échantillon environ dix fois plus important que celui de Mosser et al. (2012) [109] indiquent d'une part que le taux de ralentissement de la rotation du cœur est plus faible que ce qui a été estimé par Mosser et al. (2012) [109], et d'autre part que le taux de ralentissement ne dépend pas de la masse stellaire (Gehan et al. 2018 [60]). Ceci indique que l'efficacité du transport de moment cinétique dépend sensiblement de la masse, puisque les étoiles évoluent sur des échelles de temps très différentes selon leur masse.

### 9.1.2 Quantifier le moment cinétique extrait du cœur le long de la branche des géantes rouges

Le désaccord important entre les vitesses de rotation mesurées et calculées par les modèles indique qu'un ou plusieurs mécanismes doivent extraire du moment cinétique du cœur des étoiles sur la branche des géantes rouges. Le travail mené est basé sur la modélisation de l'évolution locale de la structure interne de l'étoile. Le but n'est pas d'identifier le ou les mécanismes physiques à l'œuvre, mais dans un premier temps d'estimer à l'aide des modèles la quantité de moment cinétique qui doit être extraite localement et globalement du cœur, à différents moments de l'évolution sur la branche des géantes rouges, pour différentes masses stellaires, afin de reproduire les valeurs de rotation mesurées ainsi que l'absence d'évolution de la rotation moyenne du cœur qui est observée.

L'évolution du profil de moment d'inertie, calculé pour des modèles à différents endroits sur la branche des géantes rouges pour différentes masses, indique quelles sont les régions qui se contractent ou se dilatent, et donc où la rotation est supposée accélérer sous l'hypothèse de la conservation locale du moment cinétique. Les modèles montrent que la couche d'hydrogène en fusion alimente le cœur en hélium, qui accrète progressivement de nouvelles régions. Ces régions se contractent fortement et leur moment d'inertie diminue de façon spectaculaire.

Les modèles indiquent que, dans les régions en contraction, le taux d'extraction du moment cinétique en fonction du temps est dominé par les régions progressivement accrétées dans le cœur au cours de l'évolution sur la branche des géantes rouges. De plus, le taux de moment cinétique à extraire en fonction du temps pour conserver un profil de rotation constant dans le temps augmente dans ces régions nouvellement accrétées. Les modèles révèlent également que, dans les régions situées dans le cœur d'hélium inerte, la variation temporelle du moment d'inertie, donc le taux d'extraction du moment cinétique en fonction du temps en supposant un profil de rotation constant dans le cœur en fonction du temps, augmentent d'environ un ordre de grandeur le long de la branche des géantes rouges pour les étoiles de  $M < 2.2M_{\odot}$ , mais diminuent d'environ un ordre de grandeur dans ces régions pour les étoiles de  $M \geq 2.2M_{\odot}$ . De plus, la différence de variation du moment d'inertie entre la zone autour de la couche d'hydrogène en fusion et le cœur d'hélium augmente au cours de l'évolution mais diminue avec la masse. Finalement, les modèles montrent que la variation du moment d'inertie est affectée par le réajustement de la structure de l'étoile au moment du *bump*. Le *bump* sur la branche des géantes rouges semble ainsi impacter le taux d'extraction du moment cinétique en fonction du temps dans l'hypothèse où l'étoile conserve un profil de rotation constant dans le temps.

## 9.2 Perspectives

### 9.2.1 Analyse des spectres d'oscillation des géantes rouges

La méthode que j'ai développée permet de mesurer à grande échelle la rotation moyenne du cœur des étoiles sur la branche des géantes rouges et ouvre la voie aux mesures à grande échelle de la rotation du cœur des géantes rouges, essentielles pour préparer dans les meilleures conditions l'analyse future des données du satellite Plato (ESA, 2026), qui représentent des centaines de milliers de géantes rouges potentielles. Les contraintes observationnelles obtenues sur l'évolution de la rotation du cœur d'un grand nombre de géantes rouges à différents moments de leur évolution sur la branche des géantes rouges sont capitales pour inclure dans les modèles des prescriptions physiques réalistes pour le transport de moment cinétique dans les étoiles. La compréhension des mécanismes physiques à l'origine du transport de moment cinétique permettra d'améliorer notre compréhension de l'évolution stellaire. L'amélioration des modèles stellaires permettra de progresser dans l'estimation des âges stellaires, une problématique capitale dans le domaine de l'archéologie galactique, qui vise à retracer l'histoire de la Voie Lactée grâce à la caractérisation des populations stellaires qui la composent. Les travaux que j'ai menés ouvrent plusieurs pistes pour l'analyse des spectres d'oscillation des géantes rouges.

#### Affiner le diagnostic apporté par les mesures sur l'évolution de la rotation du cœur sur la branche des géantes rouges

Afin d'améliorer les contraintes observationnelles sur le taux de ralentissement de la rotation du cœur en lien avec la masse stellaire, et donc sur le transport de moment cinétique, une première perspective consiste à étendre les mesures de rotation du cœur obtenues à un nombre bien plus important d'étoiles de la branche des géantes rouges. Ceci permettrait également de caractériser si le taux de ralentissement est plus important pour les étoiles de  $M < 2M_{\odot}$ , avec un cœur dégénéré, que pour les étoiles de  $M > 2M_{\odot}$ , avec un cœur non dégénéré, comme les mesures actuelles pourraient le laisser envisager (Fig 6.9).

#### Caractériser et améliorer la performance de la méthode

Une deuxième piste serait de rendre la méthode de corrélation entièrement automatique. En effet, jusqu'à maintenant trois possibilités sont proposées pour l'identification des composantes rotationnelles, correspondant à différentes inclinaisons stellaires : un spectre présentant une, deux ou trois composantes rotationnelles, correspondant à une étoile vue soit par le pôle, soit par l'équateur, soit présentant une inclinaison intermédiaire. Il est possible de sélectionner de manière automatique la bonne configuration, en utilisant par exemple une méthode basée sur l'estimation du maximum de

vraisemblance.

Un autre travail consistera à caractériser plus en détail la performance de la méthode en l’appliquant à des spectres simulés correspondant à différents rapports signal à bruit et à différentes valeurs de *splitting* rotationnel. Ceci permettra d’étendre le domaine d’application de la méthode aussi bien vers les rotations les plus rapides que les plus lentes, tout en apportant des contraintes sur le comportement de l’algorithme pour de faibles rapports signal à bruit.

### Mesurer les angles d’inclinaison des étoiles

En parallèle, l’identification automatique des composantes rotationnelles rend possible la mesure de l’angle d’inclinaison de l’axe de rotation des étoiles sur la branche des géantes rouges. En effet, la visibilité des composantes rotationnelles varie avec l’inclinaison, et le rapport des densités spectrales de puissance entre les composantes rotationnelles associées aux ordres azimutaux  $m = \pm 1$  et la composante centrale associée à  $m = 0$ , non perturbée par la rotation, nous permet de mesurer l’inclinaison stellaire (Kamiaka et al. 2018 [79]). Ces mesures seraient particulièrement utiles pour déterminer la détectabilité d’exoplanètes autour d’étoiles évoluées. De telles détections nous donneraient des indications sur la survie et l’évolution des systèmes exoplanétaires une fois que les étoiles ont quitté la séquence principale.

### Développer une méthode automatique de mesure de la rotation du cœur des étoiles dans le *clump*

Il est également fondamental de développer une méthode automatique adaptée à la mesure de la rotation du cœur des étoiles de la branche horizontale. La mesure du *splitting* rotationnel lié à la rotation du cœur est en théorie simple pour les étoiles de la branche horizontale, qui présentent des rotations du cœur lentes et pour lesquelles aucun croisement des composantes rotationnelles n’a lieu au sein des spectres d’oscillation. Cependant, la largeur des modes est plus importante par rapport aux étoiles de la branche des géantes rouges, ce qui rend les composantes rotationnelles difficiles à distinguer au sein des diagrammes échelle en période corrigée. La méthode de corrélation que j’ai développée n’est ainsi pas adaptée aux étoiles de la branche horizontale. Au lieu de construire des spectres en période corrigée, il faut développer une autre méthode, basée sur des spectres en fréquence corrigée  $\nu'$  telle que

$$d\nu' = \frac{d\nu}{\zeta}. \quad (9.1)$$

### Ajustement des modes mixtes individuels

Afin d’exploiter pleinement le potentiel des spectres d’oscillation fournis par *Kepler*, nous avons besoin de mesurer les paramètres sismiques individuels comme les fréquences, largeurs et amplitudes des modes mixtes. Une analyse détaillée des spectres d’oscillation en ajustant individuellement les modes mixtes est fondamentale pour contraindre de manière plus détaillée la structure des étoiles et les modèles théoriques d’évolution stellaire. En vue de préparer l’analyse du flux de données très important de la future mission *Plato*, le défi consiste à réaliser un ajustement des spectres entièrement automatique, rapide et robuste. Il faut alors définir des a-priori robustes et pertinents pour mener un ajustement systématique des modes mixtes.

L’étude de Mosser, Gehan, Belkacem et al. (2018) [108] permet de mesurer l’offset de gravité  $\varepsilon_g$  à grande échelle et montre que les espacements en période, *splittings* rotationnels, largeurs et hauteurs des modes résultent d’un équilibre entre la contribution des modes de pression et de gravité à l’inertie des modes mixtes. Il est ainsi possible de les mesurer de manière cohérente, même lorsqu’une rotation rapide complique le spectre d’oscillation. Cette étude ouvre donc la perspective de mener un ajustement cohérent des modes mixtes individuels, qui peut être automatisé en utilisant des a-priori basés sur les propriétés physiques des modes mixtes, afin de mesurer aussi bien des paramètres sismiques globaux qu’individuels.

### 9.2.2 Caractérisation du transport de moment cinétique par la modélisation

Les mesures de rotation moyenne du cœur obtenues sur la branche des géantes rouges pour un grand nombre d'étoiles présentant une large gamme de masse ouvrent deux perspectives principales concernant la caractérisation du transport de moment cinétique par la modélisation.

#### Quantifier le transport de moment cinétique à partir de l'évolution du moment d'inertie

L'idée est de combiner les profils de moment d'inertie que j'ai calculés avec le noyau rotationnel du mode mixte dipolaire le plus dominé par la gravité pour quantifier quelle quantité de moment cinétique doit être extraite pour reproduire les mesures de splittings rotationnels constants sur la branche des géantes rouges. Pour cela, il faudrait investiguer si un profil de rotation constant au cours du temps est compatible avec les splittings rotationnels constants que j'ai mesurés, et également dans quelle mesure la pente du profil de rotation impacte l'évolution du splitting rotationnel moyen lié à la rotation du cœur. S'il est possible de montrer que le profil de rotation dans le cœur est fixe au cours de l'évolution, et que sa pente n'influence que peu l'évolution du splitting rotationnel moyen calculé à partir des modèles, alors il sera possible de quantifier le transport de moment cinétique localement et globalement dans le cœur.

#### Paramétrer l'efficacité du transport de moment cinétique

Un autre axe de travail consiste à paramétrer l'efficacité du transport de moment cinétique en fonction de la masse stellaire, en implémentant au sein du code d'évolution stellaire MESA un coefficient de diffusion ad-hoc dépendant du degré de rotation différentielle interne de l'étoile, similaire à ce que Spada et al. (2016) [137] ont utilisé. Appliquer ce type d'approche aux mesures de rotation du cœur que j'ai obtenues, incluant des étoiles massives jusqu'à  $2.5 M_{\odot}$ , nous permettra d'obtenir des contraintes plus précises sur l'efficacité du transport de moment cinétique et d'étudier l'effet de la masse stellaire sur sa redistribution.



# Bibliographie

- [1] C. Aerts, J. Christensen-Dalsgaard, and D. W. Kurtz. *Asteroseismology*. 2010.
- [2] C. Angulo, M. Arnould, M. Rayet, P. Descouvemont, D. Baye, C. Leclercq-Willain, A. Coc, S. Barhoumi, P. Aguer, C. Rolfs, R. Kunz, J. W. Hammer, A. Mayer, T. Paradellis, S. Kossonides, C. Chronidou, K. Spyrou, S. degl’Innocenti, G. Fiorentini, B. Ricci, S. Zavatarelli, C. Providencia, H. Wolters, J. Soares, C. Grama, J. Rahighi, A. Shotter, and M. Laméhi Rachti. A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates. *Nuclear Physics A*, 656:3–183, August 1999.
- [3] T. Appourchaux, R. Samadi, and M.-A. Dupret. On posterior probability and significance level: application to the power spectrum of HD 49 933 observed by CoRoT. *A&A*, 506:1–5, October 2009.
- [4] M. Asplund, N. Grevesse, A. J. Sauval, and P. Scott. The Chemical Composition of the Sun. *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, 47:481–522, September 2009.
- [5] P. Ballester. Hough transform for robust regression and automated detection. *A&A*, 286:1011–1018, June 1994.
- [6] C. Barban, E. Michel, M. Martić, J. Schmitt, J. C. Lebrun, A. Baglin, and J. L. Bertaux. Solar-like oscillations of Procyon A: stellar models and time series simulations versus observations. *A&A*, 350:617–625, October 1999.
- [7] S. Basu, F. Grundahl, D. Stello, T. Kallinger, S. Hekker, B. Mosser, R. A. García, S. Mathur, K. Brogaard, H. Bruntt, W. J. Chaplin, N. Gai, Y. Elsworth, L. Esch, J. Ballot, T. R. Bedding, M. Gruberbauer, D. Huber, A. Miglio, M. Yildiz, H. Kjeldsen, J. Christensen-Dalsgaard, R. L. Gilliland, M. M. Fanelli, K. A. Ibrahim, and J. C. Smith. Sounding Open Clusters: Asteroseismic Constraints from Kepler on the Properties of NGC 6791 and NGC 6819. *ApJL*, 729:L10, March 2011.
- [8] F. Baudin, C. Barban, M. J. Goupil, R. Samadi, Y. Lebreton, H. Bruntt, T. Morel, L. Lefèvre, E. Michel, B. Mosser, F. Carrier, J. De Ridder, A. Hatzes, S. Hekker, T. Kallinger, M. Auvergne, A. Baglin, and C. Catala. Modelling a high-mass red giant observed by CoRoT. *A&A*, 538:A73, February 2012.
- [9] P. G. Beck, T. R. Bedding, B. Mosser, D. Stello, R. A. Garcia, T. Kallinger, S. Hekker, Y. Elsworth, S. Frandsen, F. Carrier, J. De Ridder, C. Aerts, T. R. White, D. Huber, M.-A. Dupret, J. Montalbán, A. Miglio, A. Noels, W. J. Chaplin, H. Kjeldsen, J. Christensen-Dalsgaard, R. L. Gilliland, T. M. Brown, S. D. Kawaler, S. Mathur, and J. M. Jenkins. Kepler Detected Gravity-Mode Period Spacings in a Red Giant Star. *Science*, 332:205, April 2011.
- [10] P. G. Beck, J. De Ridder, C. Aerts, T. Kallinger, S. Hekker, R. A. García, B. Mosser, and G. R. Davies. Constraining the core-rotation rate in red-giant stars from Kepler space photometry. *Astronomische Nachrichten*, 333:967, December 2012.
- [11] P. G. Beck, K. Hambleton, J. Vos, T. Kallinger, S. Bloemen, A. Tkachenko, R. A. García, R. H. Østensen, C. Aerts, D. W. Kurtz, J. De Ridder, S. Hekker, K. Pavlovski, S. Mathur, K. De

- Smedt, A. Derekas, E. Corsaro, B. Mosser, H. Van Winckel, D. Huber, P. Degroote, G. R. Davies, A. Prša, J. Debosscher, Y. Elsworth, P. Nemeth, L. Siess, V. S. Schmid, P. I. Pápics, B. L. de Vries, A. J. van Marle, P. Marcos-Arenal, and A. Lobel. Pulsating red giant stars in eccentric binary systems discovered from Kepler space-based photometry. A sample study and the analysis of KIC 5006817. *A&A*, 564:A36, April 2014.
- [12] P. G. Beck, J. Montalbán, T. Kallinger, J. De Ridder, C. Aerts, R. A. García, S. Hekker, M.-A. Dupret, B. Mosser, P. Eggenberger, D. Stello, Y. Elsworth, S. Frandsen, F. Carrier, M. Hillen, M. Gruberbauer, J. Christensen-Dalsgaard, A. Miglio, M. Valentini, T. R. Bedding, H. Kjeldsen, F. R. Girouard, J. R. Hall, and K. A. Ibrahim. Fast core rotation in red-giant stars as revealed by gravity-dominated mixed modes. *Nature*, 481:55–57, January 2012.
- [13] T. R. Bedding, B. Mosser, D. Huber, J. Montalbán, P. Beck, J. Christensen-Dalsgaard, Y. P. Elsworth, R. A. García, A. Miglio, D. Stello, T. R. White, J. De Ridder, S. Hekker, C. Aerts, C. Barban, K. Belkacem, A.-M. Broomhall, T. M. Brown, D. L. Buzasi, F. Carrier, W. J. Chaplin, M. P. di Mauro, M.-A. Dupret, S. Frandsen, R. L. Gilliland, M.-J. Goupil, J. M. Jenkins, T. Kallinger, S. Kawaler, H. Kjeldsen, S. Mathur, A. Noels, V. Silva Aguirre, and P. Ventura. Gravity modes as a way to distinguish between hydrogen- and helium-burning red giant stars. *Nature*, 471:608–611, March 2011.
- [14] K. Belkacem, M. J. Goupil, M. A. Dupret, R. Samadi, F. Baudin, A. Noels, and B. Mosser. The underlying physical meaning of the  $\nu_{max} - \nu_c$  relation. *A&A*, 530:A142, June 2011.
- [15] K. Belkacem, J. P. Marques, M. J. Goupil, B. Mosser, T. Sonoi, R. M. Ouazzani, M. A. Dupret, S. Mathis, and M. Grosjean. Angular momentum redistribution by mixed modes in evolved low-mass stars. II. Spin-down of the core of red giants induced by mixed modes. *A&A*, 579:A31, July 2015.
- [16] K. Belkacem, J. P. Marques, M. J. Goupil, T. Sonoi, R. M. Ouazzani, M. A. Dupret, S. Mathis, B. Mosser, and M. Grosjean. Angular momentum redistribution by mixed modes in evolved low-mass stars. I. Theoretical formalism. *A&A*, 579:A30, July 2015.
- [17] O. Benomar, K. Belkacem, T. R. Bedding, D. Stello, M. P. Di Mauro, R. Ventura, B. Mosser, M. J. Goupil, R. Samadi, and R. A. Garcia. Asteroseismology of Evolved Stars with Kepler: A New Way to Constrain Stellar Interiors Using Mode Inertias. *The Astrophysical Journal Letters*, 781:L29, February 2014.
- [18] T. Blöcker. Stellar evolution of low and intermediate-mass stars. I. Mass loss on the AGB and its consequences for stellar evolution. *A&A*, 297:727, May 1995.
- [19] E. Böhm-Vitense. Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener Effektivtemperaturen und Leuchtkräfte. Mit 5 Textabbildungen. *Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener Effektivtemperaturen und Leuchtkräfte. Mit 5 Textabbildungen*, 46:108, 1958.
- [20] F. Bouchy and F. Carrier. P-mode observations on  $\alpha$  Cen A. *A&A*, 374:L5–L8, July 2001.
- [21] T. M. Brown. The sun and asteroseismology. In D. L. Lambert, editor, *Frontiers of Stellar Evolution*, volume 20 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 139–183, 1991.
- [22] B. Buysschaert, P. G. Beck, E. Corsaro, J. Christensen-Dalsgaard, C. Aerts, T. Arentoft, H. Kjeldsen, R. A. García, V. Silva Aguirre, and P. Degroote. Testing the asymptotic relation for period spacings from mixed modes of red giants observed with the Kepler mission. *A&A*, 588:A82, April 2016.
- [23] M. Cantiello, C. Mankovich, L. Bildsten, J. Christensen-Dalsgaard, and B. Paxton. Angular Momentum Transport within Evolved Low-mass Stars. *ApJ*, 788:93, June 2014.

- [24] T. Ceillier, P. Eggenberger, R. A. García, and S. Mathis. Understanding angular momentum transport in red giants: the case of KIC 7341231. *A&A*, 555:A54, July 2013.
- [25] W. J. Chaplin, Y. Elsworth, R. Howe, G. R. Isaak, C. P. McLeod, B. A. Miller, H. B. van der Raay, S. J. Wheeler, and R. New. BiSON Performance. *Solar Physics*, 168:1–18, September 1996.
- [26] J. Christensen Dalsgaard. Lecture notes on stellar oscillations. *Proceeding, Aarhus, Denmark*, May 2003.
- [27] J. Christensen-Dalsgaard. ADIPLS: Aarhus Adiabatic Oscillation Package (ADIPACK). Astrophysics Source Code Library, September 2011.
- [28] J. Christensen-Dalsgaard and S. Frandsen. Stellar 5 min oscillations. *Solar Physics*, 82:469–486, January 1983.
- [29] J. Christensen-Dalsgaard, D. O. Gough, and K. G. Libbrecht. Seismology of solar oscillation line widths. *ApJL*, 341:L103–L106, June 1989.
- [30] A. Claverie, G. R. Isaak, C. P. McLeod, H. B. van der Raay, and T. R. Cortes. Solar structure from global studies of the 5-minute oscillation. *Nature*, 282:591–594, December 1979.
- [31] E. Corsaro, J. De Ridder, and R. A. García. Bayesian peak bagging analysis of 19 low-mass low-luminosity red giants observed with Kepler. *A&A*, 579:A83, July 2015.
- [32] E. Corsaro, Y.-N. Lee, R. A. García, P. Hennebelle, S. Mathur, P. G. Beck, S. Mathis, D. Stello, and J. Bouvier. Spin alignment of stars in old open clusters. *Nature Astronomy*, 1:0064, March 2017.
- [33] T. G. Cowling. The non-radial oscillations of polytropic stars. *MNRAS*, 101:367, 1941.
- [34] J. P. Cox and R. T. Giuli. *Principles of stellar structure*. 1968.
- [35] M. S. Cunha, D. Stello, P. P. Avelino, J. Christensen-Dalsgaard, and R. H. D. Townsend. Structural Glitches near the Cores of Red Giants Revealed by Oscillations in g-mode Period Spacings from Stellar Models. *ApJ*, 805:127, June 2015.
- [36] J. De Ridder, C. Barban, F. Baudin, F. Carrier, A. P. Hatzes, S. Hekker, T. Kallinger, W. W. Weiss, A. Baglin, M. Auvergne, R. Samadi, P. Barge, and M. Deleuil. Non-radial oscillation modes with long lifetimes in giant stars. *Nature*, 459:398–400, May 2009.
- [37] S. Deheuvels, J. Ballot, P. G. Beck, B. Mosser, R. Østensen, R. A. García, and M. J. Goupil. Seismic evidence for a weak radial differential rotation in intermediate-mass core helium burning stars. *A&A*, 580:A96, August 2015.
- [38] S. Deheuvels, G. Doğan, M. J. Goupil, T. Appourchaux, O. Benomar, H. Bruntt, T. L. Campante, L. Casagrande, T. Ceillier, G. R. Davies, P. De Cat, J. N. Fu, R. A. García, A. Lobel, B. Mosser, D. R. Reese, C. Regulo, J. Schou, T. Stahn, A. O. Thygesen, X. H. Yang, W. J. Chaplin, J. Christensen-Dalsgaard, P. Eggenberger, L. Gizon, S. Mathis, J. Molenda-Žakowicz, and M. Pinsonneault. Seismic constraints on the radial dependence of the internal rotation profiles of six Kepler subgiants and young red giants. *A&A*, 564:A27, April 2014.
- [39] S. Deheuvels, R. A. García, W. J. Chaplin, S. Basu, H. M. Antia, T. Appourchaux, O. Benomar, G. R. Davies, Y. Elsworth, L. Gizon, M. J. Goupil, D. R. Reese, C. Regulo, J. Schou, T. Stahn, L. Casagrande, J. Christensen-Dalsgaard, D. Fischer, S. Hekker, H. Kjeldsen, S. Mathur, B. Mosser, M. Pinsonneault, J. Valenti, J. L. Christiansen, K. Kinemuchi, and F. Mullally. Seismic Evidence for a Rapidly Rotating Core in a Lower-giant-branch Star Observed with Kepler. *ApJ*, 756:19, September 2012.

- [40] S. Deheuvels, R. M. Ouazzani, and S. Basu. Near-degeneracy effects on the frequencies of rotationally-split mixed modes in red giants. *A&A*, 605:A75, September 2017.
- [41] F.-L. Deubner. Observations of low wavenumber nonradial eigenmodes of the sun. *A&A*, 44:371–375, November 1975.
- [42] M. P. Di Mauro and W. A. Dziembowski. Differential rotation of the solar interior: new helioseismic results by inversion of the SOI-MDI/SOHO data. *Memorie della Società Astronomia Italiana*, 69:559, 1998.
- [43] M. P. Di Mauro, R. Ventura, D. Cardini, D. Stello, J. Christensen-Dalsgaard, W. A. Dziembowski, L. Paternò, P. G. Beck, S. Bloemen, G. R. Davies, K. De Smedt, Y. Elsworth, R. A. García, S. Hekker, B. Mosser, and A. Tkachenko. Internal Rotation of the Red-giant Star KIC 4448777 by Means of Asteroseismic Inversion. *ApJ*, 817:65, January 2016.
- [44] M.-A. Dupret, K. Belkacem, R. Samadi, J. Montalbán, O. Moreira, A. Miglio, M. Godart, P. Ventura, H.-G. Ludwig, A. Grigahcène, M.-J. Goupil, A. Noels, and E. Caffau. Theoretical amplitudes and lifetimes of non-radial solar-like oscillations in red giants. *A&A*, 506:57–67, October 2009.
- [45] W. A. Dziembowski, A. A. Pamiatnykh, and R. . Sienkiewicz. Helium content in the solar convective envelope from helioseismology. *MNRAS*, 249:602–605, April 1991.
- [46] P. Eggenberger, N. Lagarde, A. Miglio, J. Montalbán, S. Ekström, C. Georgy, G. Meynet, S. Salmon, T. Ceillier, R. A. García, S. Mathis, S. Deheuvels, A. Maeder, J. W. den Hartogh, and R. Hirschi. Constraining the efficiency of angular momentum transport with asteroseismology of red giants: the effect of stellar mass. *A&A*, 599:A18, March 2017.
- [47] P. Eggenberger, J. Montalbán, and A. Miglio. Angular momentum transport in stellar interiors constrained by rotational splittings of mixed modes in red giants. *A&A*, 544:L4, August 2012.
- [48] Y. Elsworth, A.-M. Broomhall, S. Gosain, M. Roth, S. M. Jefferies, and F. Hill. The Importance of Long-Term Synoptic Observations and Data Sets for Solar Physics and Helioseismology. *Space Science Reviews*, 196:137–166, December 2015.
- [49] J. W. Evans and R. Michard. Observational Study of Macroscopic Inhomogeneities in the Solar Atmosphere. III. Vertical Oscillatory Motions in the Solar Photosphere. *ApJ*, 136:493, September 1962.
- [50] J. W. Ferguson, D. R. Alexander, F. Allard, T. Barman, J. G. Bodnarik, P. H. Hauschildt, A. Heffner-Wong, and A. Tamanai. Low-Temperature Opacities. *ApJ*, 623:585–596, April 2005.
- [51] E. Fossat. The IRIS network for full disk helioseismology - Present status of the programme. *Solar Physics*, 133:1–12, May 1991.
- [52] E. Fossat, P. Boumier, T. Corbard, J. Provost, D. Salabert, F. X. Schmider, A. H. Gabriel, G. Grec, C. Renaud, J. M. Robillot, T. Roca-Cortés, S. Turck-Chièze, R. K. Ulrich, and M. Lazrek. Asymptotic g modes: Evidence for a rapid rotation of the solar core. *A&A*, 604:A40, August 2017.
- [53] S. Frandsen, F. Carrier, C. Aerts, D. Stello, T. Maas, M. Burnet, H. Bruntt, T. C. Teixeira, J. R. de Medeiros, F. Bouchy, H. Kjeldsen, F. Pijpers, and J. Christensen-Dalsgaard. Detection of Solar-like oscillations in the G7 giant star  $\xi$  Hya. *A&A*, 394:L5–L8, October 2002.
- [54] J. Fuller, D. Lecoanet, M. Cantiello, and B. Brown. Angular Momentum Transport via Internal Gravity Waves in Evolving Stars. *ApJ*, 796:17, November 2014.

- [55] A. H. Gabriel, G. Grec, J. Charra, J.-M. Robillot, T. Roca Cortés, S. Turck-Chièze, R. Bocchia, P. Boumier, M. Cantin, E. Cespédes, B. Cougrand, J. Crétole, L. Damé, M. Decaudin, P. Delache, N. Denis, R. Duc, H. Dzitko, E. Fossat, J.-J. Fourmond, R. A. García, D. Gough, C. Grivel, J. M. Herreros, H. Lagardère, J.-P. Moalic, P. L. Pallé, N. Pétrou, M. Sanchez, R. Ulrich, and H. B. van der Raay. Global Oscillations at Low Frequency from the SOHO Mission (GOLF). *Solar Physics*, 162:61–99, December 1995.
- [56] R. A. García, D. Salabert, J. Ballot, A. Eff-Darwich, R. Garrido, A. Jiménez, S. Mathis, S. Mathur, A. Moya, P. L. Pallé, C. Régulo, K. Sato, J. C. Suárez, and S. Turck-Chièze. New insights on the solar core. In *Journal of Physics Conference Series*, volume 271 of *Journal of Physics Conference Series*, page 012046, January 2011.
- [57] R. A. García, S. Turck-Chièze, S. J. Jiménez-Reyes, J. Ballot, P. L. Pallé, A. Eff-Darwich, S. Mathur, and J. Provost. Tracking Solar Gravity Modes: The Dynamics of the Solar Core. *Science*, 316:1591, June 2007.
- [58] C. Gehan, B. Mosser, and E. Michel. Measuring the core rotation of red giant stars. *ArXiv e-prints*, December 2016.
- [59] C. Gehan, B. Mosser, and E. Michel. Rapidly rotating red giants. In *European Physical Journal Web of Conferences*, volume 160 of *European Physical Journal Web of Conferences*, page 04005, October 2017.
- [60] C. Gehan, B. Mosser, E. Michel, R. Samadi, and T. Kallinger. Core rotation braking on the red giant branch for various mass ranges. *A&A*, 616:A24, August 2018.
- [61] L. Gizon and S. K. Solanki. Determining the Inclination of the Rotation Axis of a Sun-like Star. *ApJ*, 589:1009–1019, June 2003.
- [62] H. Goldstein, C. Poole, and J. Safko. *Classical mechanics*. 2002.
- [63] M. J. Goupil, B. Mosser, J. P. Marques, R. M. Ouazzani, K. Belkacem, Y. Lebreton, and R. Samadi. Seismic diagnostics for transport of angular momentum in stars. II. Interpreting observed rotational splittings of slowly rotating red giant stars. *A&A*, 549:A75, January 2013.
- [64] N. Grevesse and A. Noels. Atomic data and the spectrum of the solar photosphere. *Physica Scripta Volume T*, 47:133–138, 1993.
- [65] M. Grosjean, M.-A. Dupret, K. Belkacem, J. Montalbán, R. Samadi, and B. Mosser. Theoretical power spectra of mixed modes in low-mass red giant stars. *A&A*, 572:A11, December 2014.
- [66] F. Grundahl, H. Kjeldsen, S. Frandsen, M. Andersen, T. Bedding, T. Arentoft, and J. Christensen-Dalsgaard. SONG: Stellar Oscillations Network Group . A global network of small telescopes for asteroseismology and planet searches. *Memorie della Società Astronomica Italiana*, 77:458, 2006.
- [67] R. Handberg, K. Brogaard, A. Miglio, D. Bossini, Y. Elsworth, D. Slumstrup, G. R. Davies, and W. J. Chaplin. NGC 6819: testing the asteroseismic mass scale, mass loss and evidence for products of non-standard evolution. *MNRAS*, 472:979–997, November 2017.
- [68] C. J. Hansen, S. D. Kawaler, and V. Trimble. *Stellar interiors : physical principles, structure, and evolution*. 2004.
- [69] C. Hayashi. Stellar evolution in early phases of gravitational contraction. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 13, 1961.
- [70] S. Hekker and J. Christensen-Dalsgaard. Giant star seismology. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 25:1, June 2017.

- [71] S. Hekker, Y. Elsworth, and G. C. Angelou. Gravity mode offset and properties of the evanescent zone in red-giant stars. *A&A*, 610:A80, March 2018.
- [72] S. Hekker, T. Kallinger, F. Baudin, J. De Ridder, C. Barban, F. Carrier, A. P. Hatzes, W. W. Weiss, and A. Baglin. Characteristics of solar-like oscillations in red giants observed in the CoRoT exoplanet field. *A&A*, 506:465–469, October 2009.
- [73] F. Hill, G. Fischer, J. Grier, J. W. Leibacher, H. B. Jones, P. P. Jones, R. Kupke, and R. T. Stebbins. The Global Oscillation Network Group site survey. 1: Data collection and analysis methods. *Solar Physics*, 152:321–349, July 1994.
- [74] D. Huber, T. R. Bedding, D. Stello, B. Mosser, S. Mathur, T. Kallinger, S. Hekker, Y. P. Elsworth, D. L. Buzasi, J. De Ridder, R. L. Gilliland, H. Kjeldsen, W. J. Chaplin, R. A. García, S. J. Hale, H. L. Preston, T. R. White, W. J. Borucki, J. Christensen-Dalsgaard, B. D. Clarke, J. M. Jenkins, and D. Koch. Asteroseismology of Red Giants from the First Four Months of Kepler Data: Global Oscillation Parameters for 800 Stars. *ApJ*, 723:1607–1617, November 2010.
- [75] I. Iben. Age and Initial Helium Abundance of Stars in the Globular Cluster M15. *Nature*, 220:143–146, October 1968.
- [76] C. A. Iglesias and F. J. Rogers. Updated Opal Opacities. *ApJ*, 464:943, June 1996.
- [77] T. Kallinger, S. Hekker, B. Mosser, J. De Ridder, T. R. Bedding, Y. P. Elsworth, M. Gruberbauer, D. B. Guenther, D. Stello, S. Basu, R. A. García, W. J. Chaplin, F. Mullally, M. Still, and S. E. Thompson. Evolutionary influences on the structure of red-giant acoustic oscillation spectra from 600d of Kepler observations. *A&A*, 541:A51, May 2012.
- [78] T. Kallinger, W. W. Weiss, C. Barban, F. Baudin, C. Cameron, F. Carrier, J. De Ridder, M.-J. Goupil, M. Gruberbauer, A. Hatzes, S. Hekker, R. Samadi, and M. Deleuil. Oscillating red giants in the CoRoT exofield: asteroseismic mass and radius determination. *A&A*, 509:A77, January 2010.
- [79] S. Kamiaka, O. Benomar, and Y. Suto. Reliability of stellar inclination estimated from asteroseismology: analytical criteria, mock simulations and Kepler data analysis. *MNRAS*, May 2018.
- [80] S. Khan, O. J. Hall, A. Miglio, G. R. Davies, B. Mosser, L. Girardi, and J. Montalbán. The Red-giant Branch Bump Revisited: Constraints on Envelope Overshooting in a Wide Range of Masses and Metallicities. *ApJ*, 859:156, June 2018.
- [81] C. R. King, G. S. Da Costa, and P. Demarque. The luminosity function on the subgiant branch of 47 Tucanae A comparison of observation and theory. *ApJ*, 299:674–682, December 1985.
- [82] R. Kippenhahn, A. Weigert, and A. Weiss. *Stellar Structure and Evolution*. 2012.
- [83] H. Kjeldsen and T. R. Bedding. Amplitudes of stellar oscillations: the implications for asteroseismology. *A&A*, 293:87–106, January 1995.
- [84] N. Lagarde, T. Decressin, C. Charbonnel, P. Eggenberger, S. Ekström, and A. Palacios. Thermohaline instability and rotation-induced mixing. III. Grid of stellar models and asymptotic asteroseismic quantities from the pre-main sequence up to the AGB for low- and intermediate-mass stars of various metallicities. *A&A*, 543:A108, July 2012.
- [85] N. Lagarde, A. C. Robin, C. Reylé, and G. Nasello. Population synthesis to constrain Galactic and stellar physics. I. Determining age and mass of thin-disc red-giant stars. *A&A*, 601:A27, May 2017.
- [86] H. S. Leavitt and E. C. Pickering. Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud. *Harvard College Observatory Circular*, 173:1–3, March 1912.

- [87] Y. Lebreton, M. J. Goupil, and J. Montalbán. How accurate are stellar ages based on stellar models?. I. The impact of stellar models uncertainties. In *EAS Publications Series*, volume 65 of *EAS Publications Series*, pages 99–176, November 2014.
- [88] P. Ledoux. The Nonradial Oscillations of Gaseous Stars and the Problem of Beta Canis Majoris. *ApJ*, 114:373, November 1951.
- [89] J. W. Leibacher and R. F. Stein. A New Description of the Solar Five-Minute Oscillation. *Astrophysical Letters*, 7:191–192, 1971.
- [90] R. B. Leighton, R. W. Noyes, and G. W. Simon. Velocity Fields in the Solar Atmosphere. I. Preliminary Report. *ApJ*, 135:474, March 1962.
- [91] A. Maeder. *Physics, Formation and Evolution of Rotating Stars*. 2009.
- [92] J. P. Marques, M. J. Goupil, Y. Lebreton, S. Talon, A. Palacios, K. Belkacem, R.-M. Ouazzani, B. Mosser, A. Moya, P. Morel, B. Pichon, S. Mathis, J.-P. Zahn, S. Turck-Chièze, and P. A. P. Nghiem. Seismic diagnostics for transport of angular momentum in stars. I. Rotational splittings from the pre-main sequence to the red-giant branch. *A&A*, 549:A74, January 2013.
- [93] M. Martić, J. Schmitt, and J.-C. Lebrun. Evidence for global pressure oscillations on Procyon. *A&A*, 351:993–1002, November 1999.
- [94] M. Mayor and D. Queloz. A Jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nature*, 378:355–359, November 1995.
- [95] A. Miglio, K. Brogaard, D. Stello, W. J. Chaplin, F. D’Antona, J. Montalbán, S. Basu, A. Bressan, F. Grundahl, M. Pinsonneault, A. M. Serenelli, Y. Elsworth, S. Hekker, T. Kallinger, B. Mosser, P. Ventura, A. Bonanno, A. Noels, V. Silva Aguirre, R. Szabo, J. Li, S. McCauliff, C. K. Middour, and H. Kjeldsen. Asteroseismology of old open clusters with Kepler: direct estimate of the integrated red giant branch mass-loss in NGC 6791 and 6819. *MNRAS*, 419:2077–2088, January 2012.
- [96] A. Miglio, C. Chiappini, B. Mosser, G. R. Davies, K. Freeman, L. Girardi, P. Jofré, D. Kawata, B. M. Rendle, M. Valentini, L. Casagrande, W. J. Chaplin, G. Gilmore, K. Hawkins, B. Holl, T. Appourchaux, K. Belkacem, D. Bossini, K. Brogaard, M.-J. Goupil, J. Montalbán, A. Noels, F. Anders, T. Rodrigues, G. Piotto, D. Pollacco, H. Rauer, C. A. Prieto, P. P. Avelino, C. Babusiaux, C. Barban, B. Barbuy, S. Basu, F. Baudin, O. Benomar, O. Bienaymé, J. Binney, J. Bland-Hawthorn, A. Bressan, C. Cacciari, T. L. Campante, S. Cassisi, J. Christensen-Dalsgaard, F. Combes, O. Creevey, M. S. Cunha, R. S. Jong, P. Laverny, S. Degl’Innocenti, S. Deheuvels, É. Depagne, J. Ridder, P. D. Matteo, M. P. D. Mauro, M.-A. Dupret, P. Eggenberger, Y. Elsworth, B. Famaey, S. Feltzing, R. A. García, O. Gerhard, B. K. Gibson, L. Gizon, M. Haywood, R. Handberg, U. Heiter, S. Hekker, D. Huber, R. Ibata, D. Katz, S. D. Kawaler, H. Kjeldsen, D. W. Kurtz, N. Lagarde, Y. Lebreton, M. N. Lund, S. R. Majewski, P. Marigo, M. Martig, S. Mathur, I. Minchev, T. Morel, S. Ortolani, M. H. Pinsonneault, B. Plez, P. G. P. Moroni, D. Pricopi, A. Recio-Blanco, C. Reylé, A. Robin, I. W. Roxburgh, M. Salaris, B. X. Santiago, R. Schiavon, A. Serenelli, S. Sharma, V. S. Aguirre, C. Soubiran, M. Steinmetz, D. Stello, K. G. Strassmeier, P. Ventura, R. Ventura, N. A. Walton, and C. C. Worley. PLATO as it is : A legacy mission for Galactic archaeology. *Astronomische Nachrichten*, 338:644–661, July 2017.
- [97] J. Montalbán, A. Miglio, A. Noels, M.-A. Dupret, R. Scuflaire, and P. Ventura. Testing Convective-core Overshooting Using Period Spacings of Dipole Modes in Red Giants. *ApJ*, 766:118, April 2013.
- [98] P. Morel. CESAM: A code for stellar evolution calculations. *A&A Supplement series*, 124:597–614, September 1997.
- [99] B. Mosser. Hélios & astérosismologie : observations. *Master M2 Recherche Spécialité A&A*, 2004.

- [100] B. Mosser and T. Appourchaux. On detecting the large separation in the autocorrelation of stellar oscillation times series. *A&A*, 508:877–887, December 2009.
- [101] B. Mosser, C. Barban, J. Montalbán, P. G. Beck, A. Miglio, K. Belkacem, M. J. Goupil, S. Hekker, J. De Ridder, M. A. Dupret, Y. Elsworth, A. Noels, F. Baudin, E. Michel, R. Samadi, M. Auvergne, A. Baglin, and C. Catala. Mixed modes in red-giant stars observed with CoRoT. *A&A*, 532:A86, August 2011.
- [102] B. Mosser, K. Belkacem, M. J. Goupil, E. Michel, Y. Elsworth, C. Barban, T. Kallinger, S. Hekker, J. De Ridder, R. Samadi, F. Baudin, F. J. G. Pinheiro, M. Auvergne, A. Baglin, and C. Catala. The universal red-giant oscillation pattern. An automated determination with CoRoT data. *A&A*, 525:L9, January 2011.
- [103] B. Mosser, K. Belkacem, M.-J. Goupil, A. Miglio, T. Morel, C. Barban, F. Baudin, S. Hekker, R. Samadi, J. De Ridder, W. Weiss, M. Auvergne, and A. Baglin. Red-giant seismic properties analyzed with CoRoT. *A&A*, 517:A22, July 2010.
- [104] B. Mosser, K. Belkacem, C. Pinçon, M. Takata, M. Vrad, C. Barban, M.-J. Goupil, T. Kallinger, and R. Samadi. Dipole modes with depressed amplitudes in red giants are mixed modes. *A&A*, 598:A62, February 2017.
- [105] B. Mosser, O. Benomar, and K. Belkacem et al. Mixed modes in red giants: a window on stellar evolution. *A&A*, 572:L5, December 2014.
- [106] B. Mosser, W. A. Dziembowski, K. Belkacem, M. J. Goupil, E. Michel, R. Samadi, I. Soszyński, M. Vrad, Y. Elsworth, S. Hekker, and S. Mathur. Period-luminosity relations in evolved red giants explained by solar-like oscillations. *A&A*, 559:A137, November 2013.
- [107] B. Mosser, Y. Elsworth, S. Hekker, D. Huber, T. Kallinger, S. Mathur, K. Belkacem, M. J. Goupil, R. Samadi, C. Barban, T. R. Bedding, W. J. Chaplin, R. A. García, D. Stello, J. De Ridder, C. K. Middour, R. L. Morris, and E. V. Quintana. Characterization of the power excess of solar-like oscillations in red giants with Kepler. *A&A*, 537:A30, January 2012.
- [108] B. Mosser, C. Gehan, K. Belkacem, R. Samadi, E. Michel, and M. Goupil. Period spacings in red giants IV: Toward a complete description of the mixed-mode pattern. *ArXiv e-prints*, July 2018.
- [109] B. Mosser, M. J. Goupil, K. Belkacem, J. P. Marques, P. G. Beck, S. Bloemen, J. De Ridder, C. Barban, S. Deheuvels, Y. Elsworth, S. Hekker, T. Kallinger, R. M. Ouazzani, M. Pinsonneault, R. Samadi, D. Stello, R. A. García, T. C. Klaus, J. Li, S. Mathur, and R. L. Morris. Spin down of the core rotation in red giants. *A&A*, 548:A10, December 2012.
- [110] B. Mosser, M. J. Goupil, K. Belkacem, E. Michel, D. Stello, J. P. Marques, Y. Elsworth, C. Barban, P. G. Beck, T. R. Bedding, J. De Ridder, R. A. García, S. Hekker, T. Kallinger, R. Samadi, M. C. Stumpe, T. Barclay, and C. J. Burke. Probing the core structure and evolution of red giants using gravity-dominated mixed modes observed with Kepler. *A&A*, 540:A143, April 2012.
- [111] B. Mosser, E. Michel, K. Belkacem, M. J. Goupil, A. Baglin, C. Barban, J. Provost, R. Samadi, M. Auvergne, and C. Catala. Asymptotic and measured large frequency separations. *A&A*, 550:A126, February 2013.
- [112] B. Mosser and A. Miglio. *IV.2 Pulsating red giant stars*, page 197. 2016.
- [113] B. Mosser, C. Pinçon, K. Belkacem, M. Takata, and M. Vrad. Period spacings in red giants. III. Coupling factors of mixed modes. *A&A*, 600:A1, April 2017.
- [114] B. Mosser, M. Vrad, K. Belkacem, S. Deheuvels, and M. J. Goupil. Period spacings in red giants. I. Disentangling rotation and revealing core structure discontinuities. *A&A*, 584:A50, December 2015.

- [115] R.-M. Ouazzani, M. J. Goupil, M.-A. Dupret, and J. P. Marques. Non-perturbative effect of rotation on dipolar mixed modes in red giant stars. *A&A*, 554:A80, June 2013.
- [116] A. A. Pamyatnykh. Pulsational Instability Domains in the Upper Main Sequence. *Acta Astronomica*, 49:119–148, June 1999.
- [117] B. Paxton, L. Bildsten, A. Dotter, F. Herwig, P. Lesaffre, and F. Timmes. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA). *ApJS*, 192:3, January 2011.
- [118] B. Paxton, M. Cantiello, P. Arras, L. Bildsten, E. F. Brown, A. Dotter, C. Mankovich, M. H. Montgomery, D. Stello, F. X. Timmes, and R. Townsend. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Planets, Oscillations, Rotation, and Massive Stars. *ApJS*, 208:4, September 2013.
- [119] B. Paxton, P. Marchant, J. Schwab, E. B. Bauer, L. Bildsten, M. Cantiello, L. Dessart, R. Farmer, H. Hu, N. Langer, R. H. D. Townsend, D. M. Townsley, and F. X. Timmes. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Binaries, Pulsations, and Explosions. *ApJS*, 220:15, September 2015.
- [120] C. L. Pekeris. Nonradial Oscillations of Stars. *ApJ*, 88:189, September 1938.
- [121] C. Pinçon, K. Belkacem, M. J. Goupil, and J. P. Marques. Can plume-induced internal gravity waves regulate the core rotation of subgiant stars? *A&A*, 605:A31, September 2017.
- [122] M. H. Pinsonneault, Y. Elsworth, C. Epstein, S. Hekker, S. Mészáros, W. J. Chaplin, J. A. Johnson, R. A. García, J. Holtzman, S. Mathur, A. García Pérez, V. Silva Aguirre, L. Girardi, S. Basu, M. Shetrone, D. Stello, C. Allende Prieto, D. An, P. Beck, T. C. Beers, D. Bizyaev, S. Bloemen, J. Bovy, K. Cunha, J. De Ridder, P. M. Frinchaboy, D. A. García-Hernández, R. Gilliland, P. Harding, F. R. Hearty, D. Huber, I. Ivans, T. Kallinger, S. R. Majewski, T. S. Metcalfe, A. Miglio, B. Mosser, D. Muna, D. L. Nidever, D. P. Schneider, A. Serenelli, V. V. Smith, J. Tayar, O. Zamora, and G. Zasowski. The APOKASC Catalog: An Asteroseismic and Spectroscopic Joint Survey of Targets in the Kepler Fields. *ApJS*, 215:19, December 2014.
- [123] D. Prialnik. *An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution*. July 2000.
- [124] J. Provost and G. Berthomieu. Asymptotic properties of low degree solar gravity modes. *A&A*, 165:218–226, September 1986.
- [125] D. Reimers. Circumstellar absorption lines and mass loss from red giants. *Memoires of the Societe Royale des Sciences de Liege*, 8:369–382, 1975.
- [126] F. J. Rogers and A. Nayfonov. Updated and Expanded OPAL Equation-of-State Tables: Implications for Helioseismology. *ApJ*, 576:1064–1074, September 2002.
- [127] G. Rüdiger, M. Gellert, F. Spada, and I. Tereshin. The angular momentum transport by unstable toroidal magnetic fields. *A&A*, 573:A80, January 2015.
- [128] M. Salaris and S. Cassisi. *Evolution of Stars and Stellar Populations*. 2005.
- [129] M. Salaris, A. Pietrinferni, A. M. Piersimoni, and S. Cassisi. Post first dredge-up [C/N] ratio as age indicator. Theoretical calibration. *A&A*, 583:A87, November 2015.
- [130] R. Samadi, K. Belkacem, and T. Sonoi. Stellar oscillations - II - The non-adiabatic case. In *EAS Publications Series*, volume 73 of *EAS Publications Series*, pages 111–191, February 2015.
- [131] R. Samadi and M.-J. Goupil. Excitation of stellar p-modes by turbulent convection. I. Theoretical formulation. *A&A*, 370:136–146, April 2001.
- [132] M. Schönberg and S. Chandrasekhar. On the Evolution of the Main-Sequence Stars. *ApJ*, 96:161, September 1942.

- [133] J. Schou, H. M. Antia, S. Basu, R. S. Bogart, R. I. Bush, S. M. Chitre, J. Christensen-Dalsgaard, M. P. Di Mauro, W. A. Dziembowski, A. Eff-Darwich, D. O. Gough, D. A. Haber, J. T. Hoeksema, R. Howe, S. G. Korzennik, A. G. Kosovichev, R. M. Larsen, F. P. Pijpers, P. H. Scherrer, T. Sekii, T. D. Tarbell, A. M. Title, M. J. Thompson, and J. Toomre. Helioseismic Studies of Differential Rotation in the Solar Envelope by the Solar Oscillations Investigation Using the Michelson Doppler Imager. *ApJ*, 505:390–417, September 1998.
- [134] R. Scuflaire. The Non Radial Oscillations of Condensed Polytropes. *A&A*, 36:107, November 1974.
- [135] A. B. Severnyi, V. A. Kotov, and T. T. Tsap. Observations of solar pulsations. *Nature*, 259:87–89, January 1976.
- [136] H. Shibahashi. Modal analysis of stellar nonradial oscillations by an asymptotic method. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 31:87–104, 1979.
- [137] F. Spada, M. Gellert, R. Arlt, and S. Deheuvels. Angular momentum transport efficiency in post-main sequence low-mass stars. *A&A*, 589:A23, May 2016.
- [138] D. Stello, D. Huber, T. R. Bedding, O. Benomar, L. Bildsten, Y. P. Elsworth, R. L. Gilliland, B. Mosser, B. Paxton, and T. R. White. Asteroseismic Classification of Stellar Populations among 13,000 Red Giants Observed by Kepler. *ApJL*, 765:L41, March 2013.
- [139] D. Stello, S. Meibom, R. L. Gilliland, F. Grundahl, S. Hekker, B. Mosser, T. Kallinger, S. Mathur, R. A. García, D. Huber, S. Basu, T. R. Bedding, K. Brogaard, W. J. Chaplin, Y. P. Elsworth, J. Molenda-Żakowicz, R. Szabó, M. Still, J. M. Jenkins, J. Christensen-Dalsgaard, H. Kjeldsen, A. M. Serenelli, and B. Wöhler. An Asteroseismic Membership Study of the Red Giants in Three Open Clusters Observed by Kepler: NGC 6791, NGC 6819, and NGC 6811. *ApJ*, 739:13, September 2011.
- [140] A. V. Sweigart and P. G. Gross. Evolutionary sequences for red giant stars. *ApJ, Supplement*, 36:405–437, March 1978.
- [141] M. Takata. Asymptotic analysis of dipolar mixed modes of oscillations in red giant stars. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 68:109, December 2016.
- [142] M. Takata. Physical formulation of mixed modes of stellar oscillations. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 68:91, December 2016.
- [143] S. Talon and J.-P. Zahn. Anisotropic diffusion and shear instabilities. *A&A*, 317:749–751, February 1997.
- [144] M. Tassoul. Asymptotic approximations for stellar nonradial pulsations. *ApJ, Supplement*, 43:469–490, August 1980.
- [145] M. Tassoul. Second-order asymptotic approximations for stellar nonradial acoustic modes. *ApJ*, 358:313–327, July 1990.
- [146] J. Tayar and M. H. Pinsonneault. Implications of rapid core rotation in red giants for internal angular momentum transport in stars. *ApJ*, 775:L1, September 2013.
- [147] S. A. Triana, E. Corsaro, J. De Ridder, A. Bonanno, F. Pérez Hernández, and R. A. García. Internal rotation of 13 low-mass low-luminosity red giants in the Kepler field. *A&A*, 602:A62, June 2017.
- [148] S. Turck-Chièze, R. A. García, S. Couvidat, R. K. Ulrich, L. Bertello, F. Varadi, A. G. Kosovichev, A. H. Gabriel, G. Berthomieu, A. S. Brun, I. Lopes, P. Pallé, J. Provost, J. M. Robillot, and T. Roca Cortés. Looking for Gravity-Mode Multiplets with the GOLF Experiment aboard SOHO. *ApJ*, 604:455–468, March 2004.

- [149] R. K. Ulrich. The Five-Minute Oscillations on the Solar Surface. *ApJ*, 162:993, December 1970.
- [150] R. K. Ulrich. Interpretation of global solar oscillation frequencies - WIMPS vs initial composition inhomogenieties. In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 18 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 989, September 1986.
- [151] W. Unno, Y. Osaki, and H. Ando. *Nonradial oscillations of stars*. 1989.
- [152] M. Vrad, B. Mosser, C. Barban, K. Belkacem, Y. Elsworth, T. Kallinger, S. Hekker, R. Samadi, and P. G. Beck. Helium signature in red giant oscillation patterns observed by Kepler. *A&A*, 579:A84, July 2015.
- [153] M. Vrad, B. Mosser, and R. Samadi. Period spacings in red giants. II. Automated measurement. *A&A*, 588:A87, April 2016.
- [154] J.-P. Zahn. Circulation and turbulence in rotating stars. *A&A*, 265:115–132, November 1992.





## Résumé

L'astérosismologie consiste à sonder les intérieurs stellaires en détectant les ondes sismiques qui s'y propagent. Les géantes rouges, des étoiles évoluées peu massives dont l'hydrogène du cœur est épuisé, sont des pulsateurs de type solaire présentant des modes mixtes qui nous permettent d'accéder directement aux propriétés physiques de leur cœur. Les mesures sismiques disponibles indiquent qu'un ou plusieurs mécanismes physiques encore mal compris contrebalancent l'accélération de la rotation du cœur sous l'effet de sa contraction, en transportant du moment cinétique. La majeure partie de cette thèse a été consacrée au développement d'une méthode permettant une mesure aussi automatisée que possible de la rotation moyenne du cœur des étoiles de la branche des géantes rouges observées par le satellite *Kepler* (NASA). Les mesures obtenues pour environ 900 étoiles mettent en évidence que la rotation du cœur est à peu près constante le long de la branche des géantes rouges, avec des valeurs indépendantes de la masse des étoiles. Le deuxième volet de cette thèse est consacré à l'interprétation de ces résultats basée sur la modélisation stellaire. L'enjeu consiste à utiliser les mesures à grande échelle obtenues durant la première partie pour caractériser la quantité de moment cinétique qui doit être extraite localement de chaque région du cœur, à différents instants sur la branche des géantes rouges, pour différentes masses stellaires.

## Mots Clés

Physique stellaire - Astérosismologie - Géantes rouges - Rotation interne - Transport de moment cinétique - Traitement de données - Modélisation

## Abstract

Asteroseismology consists in probing stellar interiors through the detection of seismic waves. Red giants are evolved low-mass stars that have exhausted hydrogen in their core. These stars are solar-type pulsators presenting mixed modes that allow us to have a direct access to the physical properties of their core. The available seismic measurements indicate that one or several mechanisms that remain poorly understood counterbalance the acceleration of the core rotation, resulting from its contraction, by transporting angular momentum. The greatest part of this PhD thesis was devoted to the development of a method allowing a measurement as automated as possible of the mean core rotation of stars on the red giant branch that were observed by the *Kepler* satellite (NASA). The measurements that were derived for almost 900 stars highlight that the core rotation is almost constant along the red giant branch, with values largely independent of the stellar mass. The second part of this PhD thesis is devoted to the interpretation of these results based on stellar modelling. The challenge consists in using the large-scale measurements obtained in the first part to characterise the quantity of angular momentum that has to be extracted from each layer of the core, at different timesteps on the red giant branch, for different stellar masses.

## Keywords

Stellar physics - Asteroseismology - Red giants - Internal rotation - Angular momentum transport - Data analysis - Modelling