



**HAL**  
open science

# Premier pas vers la miniaturisation des cryoréfrigérateurs spatiaux

Arkadii Sochinskii

► **To cite this version:**

Arkadii Sochinskii. Premier pas vers la miniaturisation des cryoréfrigérateurs spatiaux. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Grenoble Alpes, 2018. Français. NNT : 2018GREAY065 . tel-02130456

**HAL Id: tel-02130456**

**<https://theses.hal.science/tel-02130456>**

Submitted on 15 May 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

### **DOCTEUR DE LA COMMUNAUTE UNIVERSITE GRENOBLE ALPES**

Spécialité : **PHYSIQUE APPLIQUÉE**

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

**Arkadii SOCHINSKII**

Thèse dirigée par **Nicolas LUCHIER**, CEA/INAC/SBT  
et codirigée par **Frédéric AYELA**, professeur UGA  
encadrée par **Manuel MEDRANO-MUNOZ**, CEA/INAC/SBT et  
**Damien COLOMBET**, LEGI  
préparée au sein du **Service des Basses Températures, INAC** et  
du **Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels**  
dans l'École Doctorale de Physique

## **Premiers pas vers la miniaturisation des cryoréfrigérateurs spatiaux**

## **Next step towards the miniaturisation of space cryocoolers.**

Thèse soutenue publiquement le **26 Octobre 2018**,  
Devant le jury composé de :

**Madame IRINA GRAUR MARTIN**

Professeur, Université Aix-Marseille, Rapporteur

**Monsieur ARNAUD COCKX**

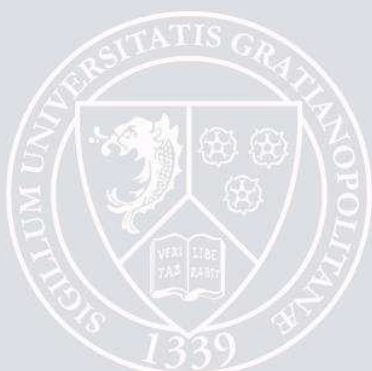
Professeur, INSA Toulouse, Rapporteur

**Monsieur STEPHANE COLIN**

Professeur, INSA Toulouse, Président

**Monsieur GIAN LUCA MORINI**

Professeur, Université de Bologne - Italie, Examineur





# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1 État de l'art</b>	<b>11</b>
1.1 Les systèmes de micro-réfrigération	11
1.2 Caractérisation des régénérateurs	16
1.2.1 Performance d'un régénérateur	16
1.2.2 Facteur de frottement	19
1.2.3 Nombre de Nusselt	23
1.3 Synthèse	26
<b>2 Étude numérique : simulation de l'écoulement et du transfert pour un élément isolé</b>	<b>29</b>
2.1 Introduction	29
2.2 Étude d'une colonne isolée	29
2.3 Caractérisation de l'écoulement	30
2.4 Caractérisation du transfert de chaleur	30
2.5 Procédure numérique	31
2.5.1 Construction du maillage	31
2.5.2 Simulation de l'écoulement	34
2.5.3 Simulation du transfert de chaleur	35
2.6 Résultats pour un élément isolé	36
2.6.1 Simulation de l'écoulement pour une colonne isolée	36
2.6.1.1 Cas du cylindre circulaire isolé	38
2.6.1.2 Cas du cylindre isolé de section en losange	42
2.6.2 Simulation du transfert de chaleur pour une colonne isolée	46
2.6.2.1 Cas du cylindre circulaire isolé	46
2.6.2.2 Cas du losange isolé	48
2.7 Conclusion	49
<b>3 Étude numérique : simulation de l'écoulement et du transfert pour un VER</b>	<b>51</b>
3.1 Introduction	51
3.2 Géométrie d'un micro-régénérateur	51
3.3 Caractérisation de l'écoulement	54
3.4 Caractérisation du transfert de chaleur	55
3.5 Procédure numérique	57
3.5.1 Construction du maillage	57



3.5.2	Simulation de l'écoulement	59
3.5.3	Simulation du transfert de chaleur	59
3.6	Résultats pour un volume élémentaire représentatif	60
3.6.1	Simulation de l'écoulement pour un volume élémentaire représentatif	60
3.6.1.1	Comparaison aux expériences antérieures	60
3.6.1.2	Validation de l'écoulement avec des conditions périodiques	61
3.6.1.3	Simulation pour le cas VER de type colonnes de section en losange	63
3.6.1.4	Analogie à un écoulement en canal	70
3.6.1.5	Étude des effets collectifs sur l'écoulement	75
3.6.2	Simulation du transfert de chaleur pour un volume élémentaire représentatif	80
3.6.2.1	Validation du transfert de chaleur avec des conditions périodiques	80
3.6.2.2	Simulation pour le cas VER de type colonnes de losanges	83
3.6.2.3	Analogie à un écoulement en canal	91
3.6.2.4	Étude des effets collectifs sur le transfert de chaleur	91
3.6.3	Comparaison des performances	94
3.7	Conclusion	99
<b>4</b>	<b>Étude expérimentale</b>	<b>101</b>
4.1	Introduction	101
4.2	Dimensionnement des régénérateurs : La micro-structure.	101
4.3	Micro-fabrication des régénérateurs	104
4.3.1	Lithographie	104
4.3.2	Gravure	106
4.3.2.1	Gravure chimique KOH	106
4.3.2.2	Gravure physico-chimique	107
4.3.3	Scellement	112
4.4	Contrôle et mesure de la géométrie réelle des régénérateurs	112
4.4.1	Porosité et dimensions des VER	113
4.4.2	Profondeur du canal	114
4.4.3	Bilan des échantillons micro-fabriqués	116
4.5	Étude de l'écoulement	119
4.5.1	Installation expérimentale pour l'étude de l'écoulement	119
4.5.2	Caractéristiques de capteurs et des incertitudes associées	120
4.5.3	Caractérisation de l'écoulement	121
4.5.4	Étude de l'écoulement dans un canal simple	123
4.5.5	Étude de l'écoulement dans un régénérateur	125
4.6	Étude du transfert thermique stationnaire.	132
4.6.1	Procédés de micro-fabrication : thermistance	132
4.6.1.1	Conception du circuit de mesure	132
4.6.1.2	Dépôt métallique de micro-thermomètres	133
4.6.1.3	Paramétrage et calibration des thermomètres de résistance	135
4.6.2	Montage expérimental	140
4.6.3	Mesures de températures	141
4.6.4	Nombre de Nusselt expérimental	142
4.7	Conclusion	145

<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>146</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>149</b>
<b>A Propriétés physiques</b>	<b>155</b>
A.1 Propriétés physiques de l'hélium gazeux . . . . .	155
A.1.1 Masse volumique . . . . .	155
A.1.2 Viscosité dynamique . . . . .	155
A.1.3 Conductivité thermique . . . . .	155
A.1.4 Capacité thermique à pression constante . . . . .	156
A.1.5 Diffusivité thermique et nombre de Prandtl . . . . .	156
A.2 Propriétés physiques du Silicium . . . . .	158
A.3 Propriétés physiques du Pyrex . . . . .	158
<b>B Equation d'Ergun</b>	<b>159</b>
<b>C Calcul de la longueur moyenne de parcours</b>	<b>161</b>
<b>D Comparaison au profil de vitesse parabolique</b>	<b>163</b>
<b>E Solution analytique : diffusion pure autour d'un cylindre</b>	<b>166</b>
<b>F Lien entre facteur de frottement et coefficient de traînée</b>	<b>168</b>
<b>G Résultats pour le transfert de chaleur dans un VER</b>	<b>170</b>
<b>H Résultats pour une géométrie sinus</b>	<b>176</b>
<b>I Modélisation du transfert de chaleur au sein d'un microrégénérateur</b>	<b>182</b>
I.1 Modèle 1 : Modèle stationnaire sans conduction axiale . . . . .	183
I.2 Modèle 2 : Modèle stationnaire avec conduction axiale . . . . .	184
<b>J Etablissement du facteur de Ruhlich &amp; Quack</b>	<b>188</b>

# Nomenclature

$A$	section de passage transversale, $m^2$
$\langle A \rangle$	surface moyenne de passage au sein du régénérateur, $m^2$
$A_{cont}$	surface mouillée pour un VER, $m^2$
$A_{contL}$	surface mouillée pour un VER par unité de longueur, $m$
$A'_{cont}$	surface mouillée pour du canal inter-losanges formé par le rapprochement des colonnes, $m^2$
$a$	largeur du losange, $m$
$b$	longueur du losange, $m$
$c$	côté du losange, $m$
$C_D$	coefficient de traînée
$C_{Dp}$	composante du $C_D$ liée à la distribution de pression
$C_{D\tau}$	composante du $C_D$ liée aux contraintes visqueuses
$C_p$	capacité calorifique à pression constante, $Jkg^{-1}K^{-1}$
$D$	diamètre du cylindre, $m$
$D_h$	diamètre hydraulique du VER, $m$
$D'_h$	diamètre hydraulique du canal inter-losanges formé par le rapprochement des colonnes, $m$
$D_T$	diffusivité thermique, $m^2s^{-1}$
$e$	largeur de la tranchée gravée, $\mu m$
$f$	coefficient de pertes de charge
$F_D$	force de traînée, $N$
$H$	hauteur du canal, idem distance entre deux plaques planes, $m$
$h_T$	coefficient de transfert de chaleur, $Wm^{-2}K^{-1}$
$h$	hauteur des colonnes profilées, $m$
$h_{gr}$	hauteur des colonnes profilées, idem profondeur de gravure, $m$
$h_{RMS}$	moyenne quadratique de la profondeur mesurée par le profilomètre à stylet, $\mu m$
$I_{alim}$	Courant d'alimentation de thermomètres à résistance, $A$
$J$	flux de chaleur moyen sur la surface d'un élément isolé, $Wm^{-2}$
$J_{loc}$	flux de chaleur local à la surface de l'objet, $Wm^{-2}$
$k$	conductance thermique, $WK^{-1}$
$Kn$	nombre de Knudsen
$L$	longueur du canal, $m$
$L_h$	longueur de l'établissement de l'écoulement laminaire, $m$
$L_{ref}$	longueur de référence de l'élément, $m$
$L_L$	longueur longitudinale entre les centres des piliers, $m$
$L'_L$	estimation de la longueur longitudinale parcouru réellement par le fluide, $m$
$L_T$	longueur transversale entre les centres des piliers, $m$

$l$	longueur d'un thermomètre à résistance, $m$
$l_p$	longueur du périmètre d'une colonne, $m$
$\vec{n}$	vecteur normal à la surface
$Nu$	nombre de Nusselt de canal basé sur $D_h$
$Nu'$	nombre de Nusselt de canal basé sur $D'_h$
$Nu_D$	nombre de Nusselt d'une colonne isolée (basé sur $D$ ou $a$ )
$P_{op}$	pression opératoire, $Pa$
$P_{in}$	pression à l'entrée du canal, $Pa$
$P_{out}$	pression à la sortie du canal, $Pa$
$P_{piliers}$	périmètre total de tous les piliers présents dans la microstructure, $m$
$PO$	nombre adimensionnel de Poiseuille basé sur $D_h$ et $L_L$
$PO'$	nombre adimensionnel de Poiseuille basé sur $D'_h$ et $L'_L$
$Pr$	nombre adimensionnel de Prandtl
$Q_m$	débit massique, $kg \cdot s^{-1}$
$R$	résistance électrique, $\Omega$
$R_{Th}$	résistance électrique d'un thermomètre (thermistance), $\Omega$
$Re$	nombre de Reynolds de canal (basé sur $D_h$ )
$Re_D$	nombre de Reynolds d'une colonne isolée (basé sur $D$ ou $a$ )
$T_{op}$	température opératoire, $K$
$T_p$	température imposée à la paroi, $K$
$T_\infty$	température loin de la surface de l'élément, $K$
$U_{th}$	tension mesuré aux bornes de thermomètre à résistance, $V$
$U_{max}$	vitesse maximale d'écoulement, $m \cdot s^{-1}$
$VER$	volume élémentaire représentatif
$V_{colonnes}$	volume occupé par les colonnes composant la micro-structure du régénérateur, $m^3$
$V_{gaz}$	volume occupé par le gaz, $m^3$
$V_{total}$	volume total du régénérateur, $m^3$
$W$	largeur du canal, $m$
$\langle - \rangle$	valeur moyenne

### Caractères grecs

$\alpha$	angle d'attaque (et de fuite) des losanges, $^\circ$
$\alpha_T$	coefficient de température d'un thermomètre de résistance, $^\circ C^{-1}$
$\beta$	angle caractérisante VER
$\Delta_{dyn}$	épaisseur de la couche limite dynamique, $m$
$\Delta_{x_{VER}}$	demi-longueur entre deux points des colonnes, $m$
$\Delta_{y_{VER}}$	demi-largeur entre deux sommets des colonnes, $m$
$\varepsilon$	porosité de la micro-structure de régénérateur (du milieux poreux)
$\lambda$	conductivité thermique du fluide, $W m^{-1} K^{-1}$
$\lambda_{Si}$	conductivité thermique du silicium, $W m^{-1} K^{-1}$
$\mu$	viscosité dynamique du fluide, $Pa \cdot s$
$\nu$	viscosité cinématique du fluide, $m^2 s^{-1}$
$\rho$	masse volumique du fluide, $kg m^{-3}$
$\tau$	tenseur des contraintes visqueuses, $Pa$

$\phi$  coefficient de transfert global de Bejan  
 $\Phi$  facteur de forme  
 $\psi$  facteur de performance de régénérateur Ruhlich et Quack

# Remerciements

Je suis profondément reconnaissant au laboratoire d'excellence LANEF (ANR-10-LBX-51-01) pour la bourse de financement de cette thèse.

Je tiens à remercier grandement les membres de mon équipe pour les heureux moments passés et les difficultés surpassées ensemble. Notamment, Damien COLOMBET pour sa contribution inestimable dans chaque étape de cette thèse, Manuel MEDRANO MUNOZ pour son rôle très important à l'initiation au sujet et l'inspiration pour la science expérimentale qu'il a partagée avec moi, Frédéric AYELA pour très riche expérience en micro-fabrication que j'ai eu la chance d'absorber lors de notre coopération, Nicolas Luchier pour sa confiance en moi et la manière très élégante de diriger ce travail.

Pour notre collaboration effective et agréable, je remercie vivement mes collègues et mes amis parmi les membres des équipes techniques, informatiques et administratives :

- Du Service des basses températures (SBT/INAC, CEA Grenoble), particulièrement Lionel DUBAND, Jean-Marc DUVAL, Alain GAUTHIER, Eric ERCOLANI, David GARCIA (surtout pour son professionnalisme hors norme !), Julien INIGO, Anthony ATTARD, René Laurent CLERC, Sylvain MARTIN, Pierre SAINT-BONNET et Michèle MOUCOT.

- Du laboratoire des écoulements géophysiques et industriels (LEGI), notamment Achim WIRTH, Cyril BONAMY, Zhujun HUANG, Thomas LATELLA, Gabriel MOREAU, Olivier DE MARCHI, Stéphane MERCIER, Jhoan GENNAI et Lafiyatou EMERIAUD.

- De la plate-forme NanoFab (l'institut Néel), particulièrement Bruno FERNANDEZ, Thierry CROZES, Jean-François MOTTE, Gwènaëlle JULIE, Sébastien DUFRESNES, Philippe DAVID.

- De la plate-forme technologique Amont (PTA, MINATEC/CEA Grenoble), Thierry CHEVOLLEAU, Stéphane LITAUDON, Frédéric GUSTAVO, Christophe LEMONIAS PETIT MARTENON, Irène PECK, Martine GRI.

Je salue vivement la ville de Grenoble, un endroit formidable qui réunit la science et les montagnes, ainsi que ses extraordinaires habitants et visiteurs.

Finalement, je remercie ma mère, mon amour K, ma famille et mes amis.

# Resumé

## Resumé

Ce travail a été effectué dans le cadre d'études de la miniaturisation d'un cryo-réfrigérateur de type tube à gaz pulsé (TGP) et particulièrement pour mieux comprendre l'écoulement et le transfert de chaleur dans un régénérateur, l'élément clé du TGP.

Nous présentons les études numérique et expérimentale du facteur de frottement et du nombre de Nusselt pour les écoulements stationnaires et continus à nombre de Reynolds modéré  $O(1 - 100)$  au sein d'un régénérateur micro-fabriqués. L'influence de la porosité et de la géométrie est étudiée. La micro-structure précisément contrôlée représente des canaux incurvés de largeur de 10, 20 et 40  $\mu\text{m}$  et de profondeur de 100 à 300  $\mu\text{m}$  qui forment un réseau de colonnes ayant des profils de losanges ou sinusoïdaux. Les micro-canaux sont gravés sur un substrat de silicium par la technologie DRIE. Une technologie d'implantation de thermomètres à l'intérieur de la micro-structure de régénérateur a été développée et mise en œuvre. Les performances des micro-régénérateurs ont été étudiées selon deux approches : la première se base sur le rapport des pertes de charges dans l'écoulement et de l'efficacité du transfert thermique (NPH/NTU) ; la deuxième, sur le coefficient de transfert de chaleur global proposé par Bejan. L'étude numérique de ces deux critères montre tout le potentiel des micro-structures proposées.

## Summary

This research is done in the framework of miniaturisation of pulse tube cryocoolers studies and especially to gain a better understanding of the mass flow and heat transfert in the regenerator, which is a crucial component of these type of cryocoolers.

In this work we present a numerical and experimental study of the Darcy-Weisbach friction factor and Nusselt number for a continuous and steady flow at moderate Reynolds number  $O(1 - 100)$  in a micro-machined regenerators. The influence of porosity from 40 to 80 % and of the geometry parameters are studied. Well-controlled microstructures represent convoluted channels of 10, 20 or 40  $\mu\text{m}$  width and 100 or 300  $\mu\text{m}$  depth generated by rhombic- or sinusoidal-shaped columns. The channels are etched in Silicon wafers using DRIE MEMS technology. The thermometers are integrated inside the regenerator's micro-structure to measure the temperature evolution. The efficiency of the regenerators is estimated using two different approaches : the first, as a ratio of pressure drop losses and heat transfer efficiency (NPH/NTU) ; the second, as a volumetric heat transfer density coefficient proposed by Bejan. The numerical study of the efficiency shows the interest of proposed micro-structures.

# Introduction

Aujourd'hui, un des problèmes limitant le développement de la micro-électronique est l'évacuation de la chaleur générée par effet Joule. Ainsi, une surchauffe lors du fonctionnement des composants électroniques est souvent à l'origine de leur défaillance. Ce problème devient encore plus complexe si l'électronique est exploitée sous conditions et environnements extrêmes comme par exemple pour l'électronique embarquée dans l'espace. De plus, la miniaturisation des systèmes électroniques exige à son tour la miniaturisation du système de refroidissement.

Une des solutions déjà exploitées pour permettre le refroidissement de composants électroniques est le principe de cryo-réfrigérateur de type tube à gaz pulsé (TGP). Cette technologie dispose de plusieurs avantages par rapport aux machines frigorifiques classiques basées sur un cycle de Stirling en mode récepteur. Parmi ces avantages on peut citer l'absence de pièce mobile du côté froid de la machine ce qui accroît grandement la fiabilité de l'installation et réduit fortement les vibrations.

Le composant clé d'un tube à gaz pulsé est le régénérateur. Il joue le rôle d'éponge thermique en accumulant et restituant la chaleur lors de l'écoulement oscillant du gaz. Ce composant permet aussi de maintenir le fort gradient de température entre la zone froide et la zone chaude d'un cryo-réfrigérateur. Le régénérateur représente un milieu poreux caractérisé par sa porosité (taux de vide) traditionnellement composé d'un empilement de sphères ou de grilles.

Plusieurs équipes de recherche ont déjà démontré l'intérêt de contrôler la géométrie des micro-structures au sein des régénérateurs pour minimiser les pertes de charge et maximiser le transfert de chaleur pour des applications de cryoréfrigération mais aussi pour des machines exploitant le cycle de Stirling en mode moteur. En effet, des pertes de charge élevées sont synonymes de plus forte puissance consommée par la machine frigorifique et donc de diminution des performances globales du cryo-réfrigérateur. Des études précédentes ont démontré qu'un régénérateur composé d'un réseau de colonnes de forme elliptique, lentille, sinus ou losange permettrait d'obtenir des coefficients de performance plus importants que les géométries traditionnelles.

D'autres équipes ont montré que la miniaturisation d'un tube à gaz pulsé nécessite la réduction de la taille caractéristique du milieu poreux composant le régénérateur. On se confronte alors aux limites des techniques traditionnelles de fabrication.

Dans ce travail nous nous focalisons sur le dimensionnement d'un régénérateur micro-structuré de forme losange. Le choix de cette géométrie est détaillé dans le manuscrit mais il se base principalement sur une géométrie qui permet de conserver au maximum la surface de passage de l'écoulement, afin de minimiser les pertes de charge. Nous proposons dans cette thèse d'étudier numériquement et expérimentalement l'influence du facteur d'aspect des losanges composant la micro-structure et de sa porosité sur les pertes de charge, le transfert thermique et les performances associées à ce type de milieu poreux. Cette étude se limitera à caractériser les performances pour



l'écoulement incompressible et un transfert à propriétés physiques constantes en condition stationnaire. Par rapport aux applications liées aux TGP, l'écoulement a lieu en régime laminaire car la gamme de nombre de Reynolds caractéristique est de  $5 < Re < 90$ . L'écoulement est continu car il est caractérisé par un nombre de Knudsen faible  $Kn < 0.001$ . Comme le fluide utilisé dans un TPG est un gaz, le nombre de Prandlt reste proche de l'unité et vaut, pour l'Hélium que nous utiliserons,  $Pr = 0.7$ .

Dans la partie numérique, nous exploitons un code de simulation conçu pour la mécanique des fluides afin d'étudier l'influence des paramètres géométriques sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Dans la partie expérimentale, nous nous proposons d'abord d'exploiter les technologies de micro-fabrication afin de facilement réaliser des régénérateurs de différentes géométries à micro-échelle. Les régénérateurs microfabriqués sont ensuite caractérisés sur un banc d'essais.

Cette thèse est le fruit d'une collaboration entre deux laboratoires Grenoblois : le Service des Basses Températures (SBT) ayant une grande expertise dans la conception et la fabrication de tubes à gaz pulsé et le Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI) ayant une forte expérience en simulation numérique dans la mécanique des fluides et en micro-fluidique.

Dans un premier chapitre, nous réalisons l'état de l'art sur l'étude des pertes de charge et du transfert de chaleur pour des régénérateurs conventionnels et des régénérateurs structurés. Nous identifions également dans cette partie les principaux facteurs permettant d'évaluer les performances de ce type d'échangeur. Dans le deuxième chapitre, nous présentons la simulation de l'écoulement et du transfert de chaleur pour le cas de colonnes isolées cylindriques ou de section losange. Cette partie permet de valider les procédures permettant d'obtenir l'évolution du coefficient de traînée, du nombre de Nusselt ou de la longueur de recirculation. Ces informations sont comparées à la bibliographie et permettront par la suite de quantifier les effets collectifs liés au rapprochement des colonnes dans la matrice poreuse. Dans le troisième chapitre, la simulation de l'écoulement et du transfert pour le cas d'un ensemble de colonnes est présentée. Pour cela, après avoir validé nos calculs avec le cas d'un écoulement entre deux plaques planes, nous utilisons des conditions périodiques pour un volume élémentaire représentatif d'étude (VER, motif répétitif). Les conclusions obtenues en terme de performances grâce à cette pré-étude numérique ont alors permis d'orienter les expériences menées dans ces travaux. Dans le quatrième chapitre, nous présentons la microfabrication des régénérateurs ainsi que leur caractérisation expérimentale en terme d'écoulement. La comparaison avec nos résultats issus des simulations y est alors analysée. Dans ce dernier chapitre, nous proposons également une solution technique permettant d'estimer l'échange thermique sur régénérateur basée sur la microfabrication de thermistance. Un essai de caractérisation thermique de nos échantillons est alors présenté afin de chercher à quantifier expérimentalement l'influence de la géométrie sur l'efficacité de transfert. Nous terminons par une conclusion générale et par les perspectives envisagées suite à ces travaux.

# Chapitre 1

## État de l'art

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord brièvement les deux technologies utilisées pour la micro-réfrigération ainsi que le fonctionnement d'un micro-réfrigérateur de type tube à gaz pulsé. Dans une deuxième partie, nous réalisons une synthèse sur l'état de l'art concernant la caractérisation et le dimensionnement des régénérateurs présents dans ce type de machines frigorifiques. Dans une dernière partie, une synthèse permet de mettre en évidence les questions restant ouvertes malgré le nombre important de travaux sur ce sujet. Nous montrons alors que la maîtrise de la géométrie de la structure du régénérateur (forme et porosité) peut nous permettre d'amoindrir les pertes de charge tout en fournissant un transfert de chaleur efficace.

### 1.1 Les systèmes de micro-réfrigération

Dans la littérature, les solutions techniques permettant de réaliser de la micro-réfrigération de l'ordre de quelques milli-Watts ( $O$  1-100mW) sont principalement des micro-échangeurs/évaporateurs basés sur une détente de Joule-Thomson (JT) ou des systèmes à écoulement oscillant basés sur un cycle Stirling récepteur.

Concernant les systèmes basés sur une détente JT, les articles dont nous allons discuter sont inspirés par la volonté de diminuer la puissance de réfrigération de 10 W à 10 mW, en réduisant le diamètre hydraulique du détendeur de 1 mm à 1  $\mu$ m. La première contribution notable a été faite par l'équipe de W.A. Little [Garvey et al. \(1983\)](#) qui a utilisé les procédés de lithographie pour réaliser un prototype en verre borosilicate Pyrex capable de refroidir de l'azote gazeux à 88 K avec une puissance frigorifique de 25 mW. Vingt ans plus tard, l'équipe de H.J.M. ter Brake [Lerou et al. \(2006\)](#) a également présenté un prototype capable d'extraire une puissance frigorifique 20 mW à 100 K, avec des pressions de fonctionnement de 6 à 80 *bar*. Le fluide utilisé est de l'azote pur. La géométrie de l'étage de réfrigération est une restriction de section suivie d'une zone d'évaporation précédée par un canal en verre muni de piliers. Ces piliers servent principalement à encaisser les contraintes générées par l'écoulement du liquide à haute pression. Après l'évaporateur un second canal permet d'évacuer la phase vapeur vers le compresseur. Le choix du verre comme matériau permet de minimiser la conduction de la chaleur le long de l'échangeur. En effet, la conduction dans le verre est de l'ordre de 1  $W/m/K$  contre 100 – 150  $W/m/K$  pour le silicium. Les wafers de verre font chacun 175  $\mu$ m d'épaisseur et les canaux ont une largeur comprise entre 2 à 5 mm pour une longueur de 15 à 35 mm. La hauteur de restriction jouant le rôle de la vanne de détente n'est

que de 300 nm. Les débits massiques de fonctionnement varient entre 1 et 2 mg/s. Le procédé de fabrication est basé sur la gravure HF. Il comprend sept étapes de lithographie.

Quelques années plus tard, la même équipe [Derking et al. \(2011\)](#), a présenté une solution permettant de fournir une puissance nette de réfrigération de 26 – 131 mW à une température de 100 K. Pour cette étude, les auteurs collent jusqu'à 7 thermomètres à résistance de Pt100 le long de l'échangeur et les connectent grâce à un circuit imprimé. Ceci leur permet de mesurer l'évolution de la température des parois de l'échangeur en fonction du temps. Les auteurs notent l'apparition de bouchons dus à la présence d'une faible quantité d'eau dans l'azote. Ces problèmes ont été résolus par l'emploi d'un filtre. Une fine couche d'or est ici déposée sur le verre afin de diminuer les pertes radiatives. Le débit massique passe à 4 – 17 mg/s. Les pressions de fonctionnement sont similaires (6 – 80 bar). Pour une température d'évaporation de 100 K, l'état stationnaire est atteint au niveau de l'échangeur en 7 à 90 minutes selon le débit imposé. Une résistance chauffante est ajoutée au bout de l'échangeur afin de contrôler via un PID la température au niveau de l'évaporateur.

Une autre solution plus communément choisie pour la micro réfrigération se base sur l'utilisation de machines se rapprochant d'un cycle de Stirling en mode récepteur. Les systèmes basés sur un cycle de Stirling ont l'avantage de requérir des pressions de travail plus modérées (O 10-30 bars).

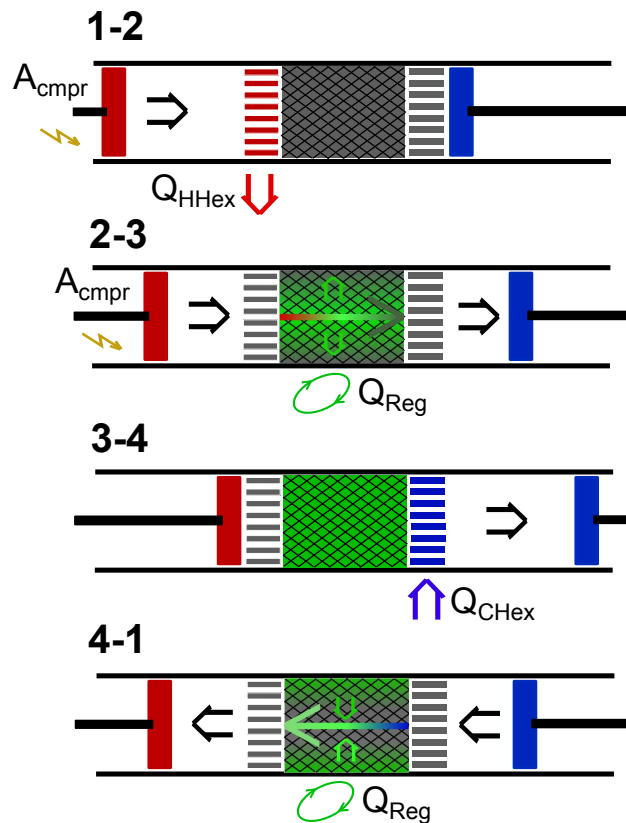
Les principales étapes d'un cycle de Stirling sont, avec entre parenthèse les chaleurs (Q) et travaux (W) reçus ou cédés par le gaz pour chaque transformation :

- 1-2 compression isotherme ( $Q_{HHex} < 0, W_{1-2} > 0$ ),
- 2-3 refroidissement isochore ( $Q_{reg} < 0, W_{2-3} = 0$ ),
- 3-4 détente isotherme ( $Q_{CHex} > 0, W_{3-4} < 0$ ),
- 4-1 échauffement isochore ( $Q_{reg} > 0, W_{4-1} = 0$ ).

La présence d'un régénérateur au niveau des transformations isochores permet de limiter les échanges de chaleur avec l'extérieur aux seules transformations isothermes.

Comme le montre le schéma 1.1, un réfrigérateur Stirling de type alpha utilise deux pistons prenant en sandwich un volume de gaz qui traverse selon un écoulement alternatif un domaine se composant d'un échangeur chaud, d'un régénérateur et d'un échangeur froid. Dans la pratique, le composant à refroidir est alors en contact avec l'échangeur froid ( $Q_{CHex} > 0$ ). Lors de la phase de compression 1 – 2, la condition isotherme est obtenue par évacuation de la chaleur  $Q_{HHex}$  au niveau de l'échangeur thermique chaud. La diminution du volume total est alors générée par la compression suite au déplacement du piston gauche. Puis durant le refroidissement isochore 2 – 3, le gaz traversant le régénérateur cède de la chaleur à la matrice composant le régénérateur ( $Q_{Reg} < 0$ ). La condition isochore de cette transformation est alors obtenue par un déplacement conjoint des deux pistons de gauche à droite. Ensuite, la détente isotherme 3 – 4 permet l'augmentation du volume de la chambre par le déplacement du piston droit à droite alors que le piston gauche reste immobile à sa position la plus à droite. La condition isotherme est causée par l'absorption de chaleur  $Q_{CHex}$  au niveau de l'échangeur froid. Lors de la dernière transformation, l'échauffement isochore 4 – 1 est assuré par un apport de chaleur issu de la matrice du régénérateur ( $Q_{reg} > 0$ ). Comme précédemment pour 2 – 3, la condition isochore de cette transformation est alors obtenue par le déplacement conjoint des deux pistons. Cette condition nous permettra dans nos simulations de considérer l'écoulement à travers le régénérateur comme incompressible.

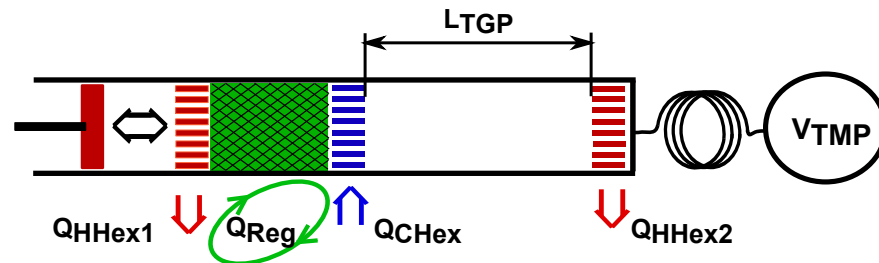
Pour ce cycle, le travail effectué par le compresseur et les pistons correspond à  $W_{cycle} = W_{1-2} + W_{3-4} > 0$ . On définit alors le coefficient de performance de la machine comme le rapport entre la puissance frigorifique au niveau de l'échangeur froid et la puissance mécanique absorbée par le compresseur  $COP = Q_{CHex}/W_{cycle}$ . Pour plus d'informations sur le fonctionnement des machines frigorifiques de type Stirling Alpha, le lecteur peut se référer aux articles suivants [Haywood et al. \(2002\)](#); [McFarlan & Semperlotti \(2014\)](#).



**FIGURE 1.1:** Représentation schématique d'un cryoréfrigérateur Stirling de type  $\alpha$ .

À partir des années 60 est apparu un nouveau type de réfrigérateur qui, sous certaines conditions, se rapproche d'un cycle de Stirling. Nommé tube à gaz pulsé (TGP), son piston dans la zone froide a été remplacé par un tube à pulsation [Gifford & Longworth \(1964\)](#), [Mikulin et al. \(1984\)](#), [Zhu et al. \(1990\)](#), [Popescu et al. \(2001\)](#). Sur la représentation schématique sur la fig.1.2, un échangeur froid est situé au niveau de l'extrémité du tube en contact avec le régénérateur ( $Q_{CHex} > 0$ ). Un échangeur à température ambiante est situé à l'autre extrémité du tube ( $Q_{HHex2} < 0$ ) et se prolonge par un tube capillaire (une inertance) qui débouche sur un volume tampon. Un autre échangeur à température ambiante ( $Q_{HHex1} < 0$ ) est situé à l'autre extrémité du régénérateur du côté d'un compresseur. L'association du tube, de l'inertance et du volume tampon crée un déphasage entre le mouvement oscillant du seul piston présent dans le système et l'écoulement du gaz dans le tube à gaz pulsé. Le gaz subit ainsi des transformations identiques à celles d'un cycle de Stirling. Néanmoins, les pertes de charge dans l'inertance contribuent à l'irréversibilité des transformations et diminuent l'efficacité réelle par rapport à celle d'un cycle de Stirling conventionnel. En même temps, l'avantage d'un TGP devant un cryo-réfrigérateur de Stirling est l'absence de

pièce mobile du côté froid de la machine ce qui accroît grandement la fiabilité de l'installation et réduit fortement les vibrations.

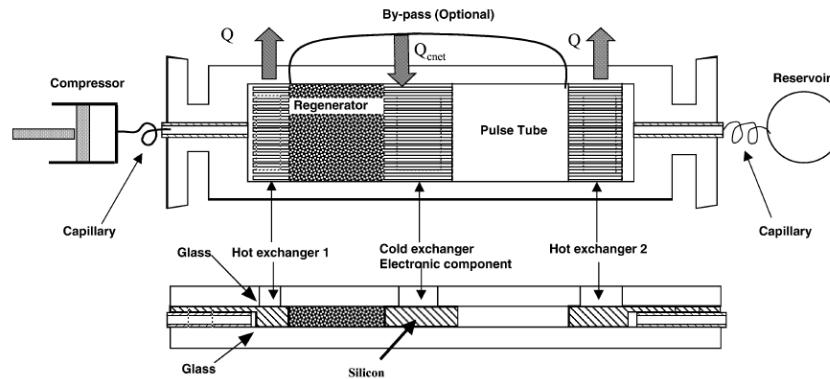


**FIGURE 1.2:** Représentation schématique d'un cryo-réfrigérateur type tube à gaz pulsé avec un orifice et un volume tampon (OPTR).

Pour plus d'informations sur l'évolution de cette technologie basée sur un écoulement pulsé dans un tube, le lecteur peut se reporter à l'article de [Popescu et al. \(2001\)](#) qui propose une revue montrant l'évolution depuis le premier exemplaire de TGP proposé par Gifford et Longsworth en 1964 jusqu'aux modèles avancés comme le multi by-pass OPTR à quatre étages. Les agents réfrigérants les plus utilisés sont l'air, l'azote ou l'hélium. Ce dernier s'est montré le plus efficace, en particulier pour le cas de faibles températures de fonctionnement. La pression moyenne du gaz est souvent comprise entre 10 et 20 bars, avec une variation du taux de compression entre  $P_{max}/P_{min} = 3$  et 5.

[Nika et al. \(2003\)](#) présente une étude sur la miniaturisation du TGP. En utilisant la technique de la gravure chimique sur le silicium, il crée un module passif de TGP. Ce module passif est réalisé comme un sandwich Pyrex-Si gravé-Si-Pyrex (de 1 mm, 1 mm, 40  $\mu m$ , 1mm d'épaisseur respectivement). L'architecture de ce module est constituée par un régénérateur (ensemble de sphères compactées, milieux poreux aléatoire de porosité incertaine et variant entre 33 et 45 %), de deux échangeurs thermiques chauds évacuant la chaleur, un échangeur froid puisant la chaleur émise par un composant électronique (voir fig. 1.3). Les échangeurs froid et chaud sont séparés par un tube. Ces trois échangeurs sont gravés dans le silicium sous forme d'ailettes de 45  $\mu m$  d'épaisseur et espacées entre 50 et 150  $\mu m$ . Cette construction basée sur des micro-échangeurs permet d'augmenter sensiblement la surface d'échange. Les deux échangeurs chauds sont liés à deux radiateurs qui dissipent la chaleur vers l'extérieur de la machine. Un by-pass est présent entre les deux échangeurs chauds. L'architecture du module passif contient également les éléments qui augmentent la rigidité mécanique et la résistance thermique. Le compresseur est un élément actif et n'est pas miniaturisé dans ce cas. Le compresseur et le volume tampon sont connectés au module passif à l'aide de capillaires. Les thermocouples et les capteurs de pression sont connectés au module passif via des passages étanches. Un des paramètres importants pour le dimensionnement de ces machines est la longueur du tube à gaz pulsé  $L_{TGP}$  (fig.1.2) qui doit permettre d'éviter le transport de la chaleur entre les deux échangeurs chaud et froid (effet "shuttle"). En estimant le nombre Knudsen pour leurs conditions opératoires ( $Kn = 10^{-4}$ ), les auteurs placent leur étude dans un régime d'écoulement continu avec des conditions d'adhérence en paroi. Le tube à gaz pulsé dimensionné par [Nika et al. \(2003\)](#) permet d'atteindre une puissance frigorifique de 50 mW à température ambiante avec une pression opératoire de 12 bars pour une fréquence 50 Hz. Bien que le TGP refroidisse le composant, la diminution de température obtenue par cette architecture n'est seulement que de

10 à 12°C.



**FIGURE 1.3:** Représentation schématique d'un cryorefrigerateur micro-fabrique type tube à gaz pulsé basique (OPTR ou, optionnellement, DOPTR) proposé par [Nika et al. \(2003\)](#).

Les auteurs notent que la performance de cette solution technique reste médiocre en comparaison aux mini-pulse tubes classiques existant (ex : Thales Cryogenie France : 4 W à température ambiante, refroidissement 160 K). Une des hypothèses identifiées pour expliquer ces faibles efficacités est une longueur de régénérateur ou d'échangeur trop faible, la présence d'échanges thermiques parasites avec le milieu ambiant et la forme du module. Néanmoins ce travail montre la possibilité d'utilisation des techniques de micro-fabrication pour ce genre de cryorefrigerateurs. Les auteurs évoquent aussi l'importance d'optimiser grâce à une étude approfondie le contrôle des facteurs de frottement et du nombre de Nusselt dans les échangeurs et dans le régénérateur. Il faut également noter que dans ce travail la gravure du silicium est uniquement utilisée pour contrôler la géométrie des échangeurs et non pour la géométrie de la micro structure dans le régénérateur qui est classiquement constituée de billes métalliques connues pour leur faible performance.

Du fait de leurs nombreux avantages, le développement des TGP et leur optimisation continue de faire l'objet de nombreux travaux. Nous pouvons par exemple citer un travail intéressant effectué par [Garaway & Grossman \(2008\)](#) qui a étudié un prototype de mini TGP OPTR à haute fréquence muni uniquement d'un capillaire faisant orifice d'impédance. Dans la solution proposée, les auteurs observent que l'absence du volume tampon à la fin du tube capillaire (de longueur 23.5 mm et de diamètre interne 450  $\mu\text{m}$ ) semble fournir une efficacité similaire à celle d'une machine utilisant un volume tampon. L'élimination du volume tampon serait rendue possible par les faibles volumes internes mis en jeu y compris le volume balayé par le compresseur miniaturisé *Ricor K527*.

Le TGP à hautes fréquences de fonctionnement a été un sujet de recherche expérimentale traité par [Carvalho Lopes et al. \(2011\)](#) au sein du SBT, CEA Grenoble, pour le cas de régénérateurs composés de grilles empilées. Un des facteurs limitant lors de l'augmentation de fréquence de fonctionnement est la géométrie du régénérateur. Les auteurs montrent que pour une porosité donnée, pour chaque fréquence de fonctionnement, il existe un type d'agencement des grilles optimal qui dépend du diamètre des fils, de l'espace libre entre les fils. Par exemple, à 10 Hz, ils observent que le coefficient de performance est le meilleur pour les grilles avec le diamètre d'un fil  $d_{fil} = 53.3 \mu\text{m}$  et une ouverture entre les fils de  $d_{ouv} = 73.7 \mu\text{m}$  correspondant à une porosité de  $\varepsilon = 0.643$ . Alors qu'à 100 Hz le COP est le meilleur pour les grilles ayant un diamètre de fil de  $d_{fil} = 25.4 \mu\text{m}$  et une ouverture de  $d_{ouv} = 25.4 \mu\text{m}$  donnant  $\varepsilon = 0.561$ . Cette première étude purement expérimentale

a démontré l'intérêt du contrôle de la géométrie des régénérateurs pour maîtriser les performances des TGP.

La présentation du fonctionnement des micro-réfrigérateurs à l'écoulement oscillant nous montre clairement que le régénérateur est un organe clef dans la conception de ce type de machine frigorifique. Nous proposons dans la deuxième partie de ce chapitre de présenter un état de l'art de la caractérisation des régénérateurs.

## 1.2 Caractérisation des régénérateurs

Un régénérateur est le plus souvent défini par les dimensions de sa matrice poreuse, par le type d'éléments le composant (particules ou colonnes) et par la porosité  $\varepsilon = V_{gaz}/V_{total}$ . La définition classique d'un diamètre hydraulique pour un canal simple est  $D_{hSimple} = D'_h = 4A/P_{mouille}$ . Pour un milieu poreux le diamètre hydraulique se reformule comme étant le rapport du volume des pores sur leur surface d'échange  $D_h = 4V_{gaz}/A_{contact}$  (cf. [Scheidegger \(1963\)](#)).

Pour une géométrie donnée, la caractérisation des performances d'un régénérateur passe par l'évaluation des pertes de charge et des taux de transfert de chaleur associés. La première formulation du diamètre hydraulique peut s'appliquer si on considère que le fluide s'écoule avec une certaine tortuosité au sein de micro-canaux en parallèle de longueur  $L'$  supérieure à la longueur du régénérateur. La seconde formulation ne nécessite de prendre en compte que la longueur  $L$  du régénérateur. Les deux servent à établir le coefficient de perte de charge de Darcy-Weisbach  $f$  aussi appelé le facteur de frottement.

Une autre dimension caractéristique est la largeur des éléments qui permet d'analyser les pertes de charge en se basant sur la théorie de coefficient de traînée  $C_D$ . Par ailleurs, le transfert de chaleur est défini à travers l'évolution du nombre de Nusselt  $Nu$  en fonction d'un diamètre hydraulique ou d'une largeur d'un élément selon le cas. Dans la littérature, on trouve de nombreux travaux permettant d'estimer  $f$ ,  $C_D$  et  $Nu$  pour différentes géométries de régénérateur. Nous présentons dans les paragraphes suivants un aperçu de ces corrélations ainsi que l'analyse critique proposée pour comparer les performances d'un régénérateur.

### 1.2.1 Performance d'un régénérateur

Pour mieux comprendre la performance d'un régénérateur, [Ruhlich & Quack \(1999\)](#) ont réalisé une étude numérique sur l'influence de la géométrie des structures sur l'écoulement et sur le transfert thermique. Les formes considérées sont lenticulaire, elliptique, cylindrique pour des porosités  $\varepsilon$  variant entre 40 et 60 %. Les simulations sont réalisées pour un nombre de Reynolds compris entre 40 et 1000. Dans un premier temps, en s'inspirant des techniques du génie des procédés, les auteurs ont cherché à analyser leurs résultats en traçant l'évolution du rapport NPH/NTU (unité de différence de pression / unité de transfert de chaleur). Nommons ce rapport  $\psi = NPH/NTU$ . La meilleure performance correspond au  $\psi$  minimal. [Ruhlich & Quack \(1999\)](#) définissent le NPH comme la perte de charge dans l'échangeur adimensionnalisée par la pression dynamique basée sur la vitesse moyenne de l'écoulement  $NPH = \Delta P / (0.5\rho U_m^2) = fL/D_h$ , avec  $L$  la longueur de l'échangeur et  $D_h = 4V_{gaz}/A_{contact}$  son diamètre hydraulique basé sur le volume des pores  $V_{gaz}$  qui dépend de la porosité et de la surface de contact avec le gaz  $A_{contact}$ .  $A_{contact}$  se calcule par

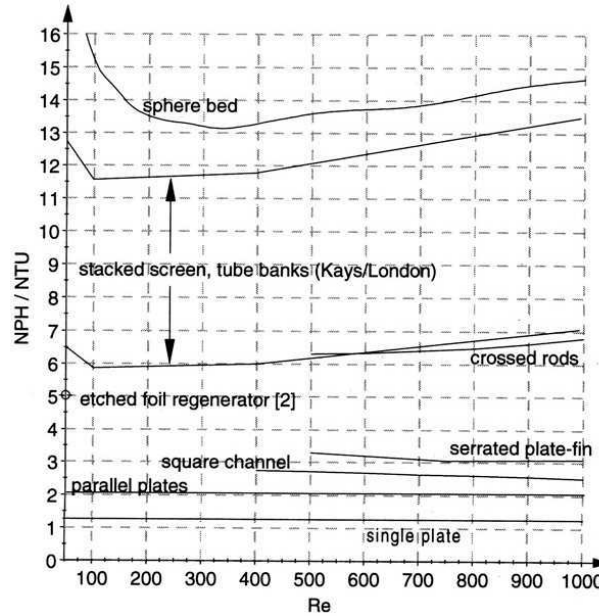


le produit du périmètre total de tous les piliers dans la micro-structure,  $l_p \cdot N_{tot}$ , et de leur hauteur ( $h_{gr}$  pour les structures gravées)  $A_{contact} = l_p \cdot N_{tot} \cdot h_{gr}$ . En revanche, le calcul du NTU est plus complexe à établir. Pour définir son expression, les auteurs utilisent le bilan d'enthalpie sur l'échangeur tel que la chaleur échangée entre les parois des piliers et le gaz est

$$Q = \dot{m}C_p(T_{out,gaz} - T_{in,gaz}) = h_T A_{contact}(T_{pilier} - T_{moy,gaz}) \quad (1.1)$$

avec  $T_{in,gaz}$  et  $T_{out,gaz}$  la température du gaz en entrée et en sortie d'échangeur,  $T_{pilier}$  la température moyenne à la paroi des piliers et  $T_{moy,gaz}$  la température moyenne du gaz dans l'échangeur.  $h_T$  est le coefficient de transfert de chaleur. Les auteurs proposent de définir le NTU comme  $NTU = h_T \cdot A_{contact} / (\dot{m}C_p) = (T_{out,gaz} - T_{in,gaz}) / (T_{pilier} - T_{moy,gaz})$ . En considérant la définition des nombres de Nusselt  $Nu = h_T D_H / \lambda$ , de Reynolds  $Re = U_m D_h / \nu$  et Prandlt  $Pr = \nu / (\lambda / (\rho C_p))$ , où  $\lambda$  et  $\nu$  sont respectivement les conductivité thermique et viscosité cinématique du gaz, avec  $A_{cont}/A = 4L/D_h$ , on montre que le paramètre NTU se simplifie facilement en  $NTU = Nu4L/(RePrD_h)$ . Cette expression est similaire à celle proposée par [Tanaka et al. \(1990\)](#). Pour leur géométrie et pour d'autres géométries plus connues, cette formulation permet alors de tracer le rapport  $\psi$

$$\psi = \frac{NPH}{NTU} = \frac{fRePr}{4Nu} = \frac{PoPr}{4Nu} \quad (1.2)$$

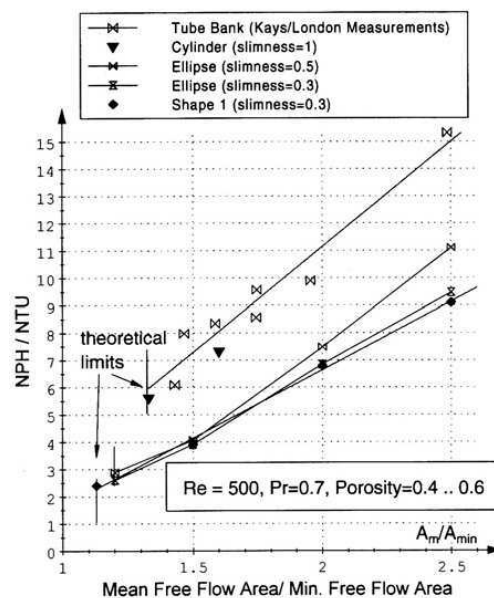


**FIGURE 1.4:** Évolution du rapport  $NPH/NTU$  en fonction du nombre de Reynolds de canal pour différentes géométries d'échangeur selon [Ruhlich & Quack \(1999\)](#).

Comme le montre la figure 1.4, la micro-structure d'un régénérateur la moins efficace est le lit de sphères (sphere bed) dont le rapport  $NPH/NTU$  est supérieur à 13 et peut monter à 16 aux faibles Reynolds. Pour des écrans en fils tissés superposés ce rapport varie entre 6 et 13. La limite théorique proposée par les auteurs est définie pour une seule plaque (single plate) et fait 1.25, par contre il s'agit d'un écoulement plutôt externe. La meilleure référence pour le type d'écoulement étudié est celle de l'écoulement entre deux plaques planes dont le rapport  $NPH/NTU = 2.04$  avec



$Nu = 8.235$ ,  $f \cdot Re = 96$  et  $Pr = 0.7$ . Selon la fig. 1.5 [Ruhlich & Quack \(1999\)](#) observent alors la meilleure efficacité pour la micro-structure (Shape 1) ce qui correspond au  $NPH/NTU = 2.4$ . Cette géométrie a une porosité  $\varepsilon = 60 \%$ , et se compose d'éléments lenticulaires avec le rapport largeur/longueur = 0.3. Cette référence sera utilisée pour l'étude numérique et expérimentale effectuée dans le cadre de cette thèse. Les auteurs notent cependant que la dispersion axiale n'est pas prise en compte dans les rapports  $NPH/NTU$  calculés pour le cas d'un canal à section carrée et pour un écoulement incompressible entre plaques, alors que cet effet est intégré dans les simulations. La seconde critique que l'on peut faire à cette approche est le fait que le bilan d'enthalpie se base sur la température moyenne du gaz dans l'échangeur alors que celle-ci varie le long du régénérateur.

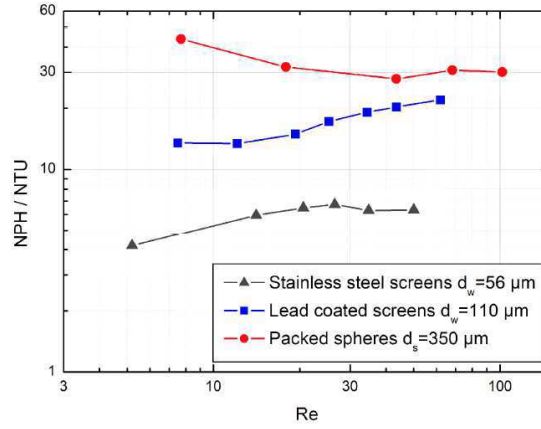


**FIGURE 1.5:** Influence du paramètre  $A/A_{min}$  sur le rapport  $NPH/NTU$  pour une géométrie donnée et un nombre de Reynolds de canal de  $Re = 500$  selon [Ruhlich & Quack \(1999\)](#).

Dans un second temps, pour un nombre de Reynolds de canal donné, comme le montre la figure 1.5, les auteurs remarquent que le rapport  $NPH/NTU$  diminue fortement lorsque le rapport  $A/A_{min}$  tend vers l'unité, avec  $A$  la section de passage de l'écoulement en entrée de réseau et  $A_{min}$  la section de passage minimale entre les piliers. Ceci est dû au fait que la variation de la section de passage du fluide dans le réseau génère des zones d'accélération / de décélération sources de perte d'énergie et donc de pertes de charge. Pour leur géométrie, les conditions optimales sont obtenues pour  $A/A_{min} = 1, 13$ . Les auteurs n'ont pas trouvé des géométries avec  $A/A_{min}$  plus proche de 1.

L'étude d'un nouveau matériel créé par la galvanoplastie des écrans avec du plomb a été effectuée par [Koetting et al. \(2008\)](#) en se basant sur la méthode  $NPH/NTU$ . Possédant une porosité  $\varepsilon$  entre 38 et 55 %, ce matériel a montré une performance supérieure à celle des sphères mais inférieure à celle des grilles superposées aux porosités identiques (fig. 1.6).

Finalement il est intéressant de noter que dans la littérature sur l'optimisation de la géométrie des échangeurs de chaleur composés de matrices de colonnes de formes variées, les travaux de [Bejan](#) proposent de considérer un facteur de performance qui quantifie la conductance (ou coefficient



**FIGURE 1.6:** Évolution du rapport NPH/NTU en fonction du nombre de Reynolds de canal pour différentes géométries d'échangeur selon [Koetting et al. \(2008\)](#).

de transfert global de l'échangeur  $h_T A_{cont}$  (W/K) tel que

$$\phi = \frac{\frac{J}{T_p - \langle T \rangle}}{\lambda V_{total} / A_{cont}} \quad (1.3)$$

où  $A_{cont}$  est ici la surface d'échange pour une colonne. Ce paramètre a été utilisé pour définir la distance intercolonne optimale pour le cas du transfert en écoulement forcé dans une matrice composée de cylindre circulaires alignés ou en quinconce [Stanescu et al. \(1996\)](#) et pour le cas de matrices composées de colonnes alignées ou en quinconce de section elliptique [Matos et al. \(2004b,a\)](#). Pour un rapport volume total d'échangeur sur taille de colonne fixe (aire interfaciale par unité de volume fixe), plus ce facteur est important et plus la conductance (ou coefficient de transfert de chaleur global W/K) est important. La principale critique que nous pouvons faire sur ce facteur de performance est que contrairement au facteur de Ruhlich, il ne prend pas en compte les pertes charges liées à l'écoulement. Par contre si la conductance d'un échangeur est maximisée, son volume peut être réduit ce qui peut permettre de travailler sur l'aspect miniaturisation des régénérateurs.

Cette revue bibliographique nous montre que pour évaluer les performances d'un régénérateur à partir du critère de [Ruhlich & Quack \(1999\)](#) (Eq. 1.2) ou de [Stanescu et al. \(1996\)](#) (Eq. 1.3), il est nécessaire de connaître l'évolution du facteur de frottement et du nombre de Nusselt associé à l'écoulement et au transfert de chaleur.

Pour mieux comprendre l'influence de  $f$  et de  $Nu$  sur l'efficacité du régénérateur on analyse ces paramètres individuellement pour les différentes microstructures.

## 1.2.2 Facteur de frottement

On se rappelle d'abord la formulation du facteur de frottement  $f$

$$f = \frac{L_{ref}}{L} \frac{\Delta P}{1/2 \rho U_{ref}^2} \quad (1.4)$$

où  $L_{ref}$  est la longueur de référence,  $L$  la longueur du régénérateur (du milieu poreux),  $\Delta P$  la chute de pression lors de l'écoulement,  $U_{ref}$  la vitesse de référence.

[Ergun \(1952\)](#) étudie expérimentalement l'évolution des pertes de charges dans les milieux poreux tels que des réseaux aléatoires de sphères. Il propose alors une relation permettant de faire le lien entre les deux comportements asymptotiques identifiés précédemment par [Blake \(1922\)](#) et [Kozeny \(1927\)](#) (à faible Reynolds  $f = constante/Re$ ) et [Burke & Plummer \(1928\)](#) (à fort Reynolds  $f = constante$ ). En prenant en compte ces deux contributions, le facteur de frottement dans un milieu poreux devient simplement

$$f = a_1/Re + a_2 \quad (1.5)$$

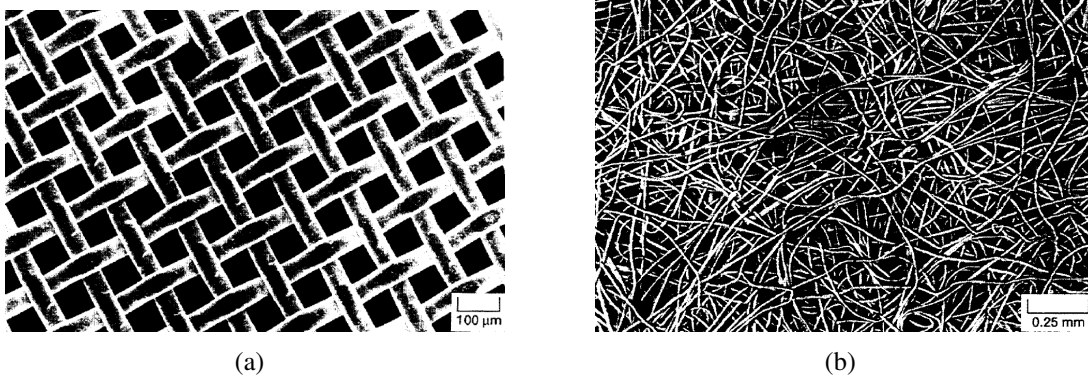
où  $a_1$  et  $a_2$  sont des constantes empiriques. Pour  $f$  et  $Re$  basés sur la vitesse moyenne et le diamètre hydraulique, [Ergun \(1952\)](#) trouve les valeurs suivantes  $a_1 = 133$  et  $a_2 = 2.33$ . La première contribution en  $a_1/Re$  est la loi de Darcy valide pour un écoulement laminaire à faible Reynolds. Et la seconde contribution est connue sous le nom de coefficient de Forchheimer traduisant l'apparition des effets d'inertie avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

[Tanaka et al. \(1990\)](#) étudient expérimentalement les pertes de charge pour un écoulement oscillant au sein du régénérateur et le transfert de chaleur associé (ce dernier est présenté au chapitre 1.2.3). Dans cette étude, les régénérateurs ont été composés d'une microstructure classique telle que les grilles, et de nouveaux matériaux comme la mousse métallique et du métal fritté (similaire au lit de sphères). Ces expériences sont réalisées pour une gamme de Reynolds  $10 < Re_{max} < 4000$  où le nombre de Reynolds maximal et le coefficient de perte de charge  $f$  se basent sur le diamètre hydraulique et sur la vitesse maximale dans le réseau. La porosité varie selon la structure étudiée  $64.5 < \varepsilon < 75.4 \%$  pour les réseaux de grilles,  $81.9 < \varepsilon < 95.6 \%$  pour les mousses métalliques,  $\varepsilon < 37.2 \%$  pour le métal fritté. Le fil composant les grilles a un diamètre de  $50 < d_W < 230 \mu m$ . L'estimation du facteur de frottement se base sur la mesure périodique de la perte de charge et une estimation du débit dans le régénérateur. Deux régénérateurs sont utilisés dans l'installation expérimentale. Le fluide est maintenu en écoulement oscillant par le compresseur (1.7 à 10 Hz). Les mesures de pertes de charge sont réalisées avec de l'air à température ambiante et pour une pression moyenne opératoire comprise entre 1 et 10 bars. Dans un premier temps les auteurs montrent que le facteur de frottement  $f$  en fonction d'un nombre de Reynolds basé sur le diamètre des fils  $d_W$  génère beaucoup de dispersion dans les résultats. En revanche, si le nombre de Reynolds se basent sur le diamètre hydraulique, les mesures se regroupent sur une seule courbe. L'utilisation du diamètre hydraulique comme longueur de référence dans le calcul du nombre de Reynolds est donc plus appropriée. [Tanaka et al. \(1990\)](#) trouvent alors quasiment la même corrélation pour toutes les matrices, tel que

$$f = a_1/Re_{max} + a_2 \quad (1.6)$$

avec  $a_1 = 175$ ,  $a_2 = 1.60$ . [Tanaka et al. \(1990\)](#) en étudiant l'écoulement dans une canalisation cylindrique montre que le coefficient de perte de charge est 30 % supérieur à la valeur en écoulement stationnaire. Il l'explique par la modification du profil de vitesse.

[Gedeon & Wood \(1996\)](#) étudient expérimentalement l'écoulement au sein d'un régénérateur de moteur Stirling de type empilement de grilles métalliques tissées ou de type feutre de métal (voir Fig. 1.7). L'étude est réalisée avec de l'hélium et de l'azote pour un cas d'écoulement oscillant avec une gamme de Reynolds de  $0.45 < Re < 6100$ , un fil de diamètre  $53 < dw < 94 \mu m$ , et



**FIGURE 1.7:** Matrice de type (a) grille métallique tressée et (b) feutre métallique étudié expérimentalement par [Gedeon & Wood \(1996\)](#).

une porosité de  $62 < \varepsilon < 78 \%$  pour les grilles et  $68 < \varepsilon < 84 \%$  pour les feutres de métal. Le facteur de frottement et le nombre de Reynolds se base sur le diamètre hydraulique et la vitesse moyenne de la phase gaz. Les auteurs n’observent aucune différence entre les courbes  $f$  vs  $Re$  en instationnaire et celles en stationnaire. En revanche, les résultats obtenus pour les deux géométries ne convergent pas vers une unique courbe. Ils proposent alors de décrire l’évolution du facteur de frottement en modifiant légèrement l’équation d’Ergun tel que

$$f = a_1/Re + a_2/Re^{a_3} \quad (1.7)$$

avec pour les grilles  $a_1 = 129$ ,  $a_2 = 2.91$ ,  $a_3 = 0.103$  et pour le feutre de métal  $a_1 = 192$ ,  $a_2 = 4.53$ ,  $a_3 = 0.067$ . Les auteurs n’observent pas d’influence de la variation de la porosité sur le facteur de frottement.

[Nika et al. \(2003, 2004\)](#) effectuent une mesure globale des pertes de charge aux bornes de leur module passif, puis soustraient les pertes de charge attendues dans les micro-échangeurs pour calculer les pertes dans le régénérateur. Les auteurs observent un comportement conforme à celui indiqué par Ergun, avec  $a_1 = 82.8$  et  $a_2 = 0.018$ .

[Wang et al. \(2004\)](#) proposent une étude expérimentale de l’écoulement oscillant dans le régénérateur d’un TGP de type OPTR fonctionnant à haute fréquence (30-60 Hz). Des mesures de perte de charge et de vitesse d’écoulement instantanées sont réalisées grâce entre autre à l’utilisation d’anémomètres à fil chaud de faibles dimensions. Le régénérateur se compose d’un assemblage des grilles tissées en fils d’acier inoxydable de diamètre  $21 \mu m$ . À même nombre de Reynolds, les auteurs observent que le facteur de frottement instantané en écoulement oscillant est plus important que celui attendu en écoulement stationnaire. Cependant, la définition du facteur de frottement utilisée intègre les effets d’accélération de l’écoulement. Les auteurs notent que le ratio entre les facteurs de frottement oscillant et stationnaire n’est pas une constante monotone.

[Vanapalli et al. \(2005\)](#) et [Vanapalli et al. \(2007\)](#) ont mesuré les pertes de charges dans des réseaux de micro-piliers (micro-structurés) de forme circulaire, carrée, ellipsoïdale, lenticulaire, sinusoïdale et rhomboïdale. Les régénérateurs sont faits à partir de puces en silicium de hauteur  $250 \mu m$  avec un espace entre les piliers de l’ordre de  $20 \mu m$ . Les expériences sont réalisées pour des diamètres hydrauliques  $D_h$  de 23 à  $84 \mu m$  et une porosité quasi constante de 75 %. Le fluide utilisé est l’azote gazeux à température ambiante. L’écoulement est caractérisé par une gamme de

Reynolds de canal de  $10 < Re < 500$ . Leurs résultats expérimentaux montrent que le facteur de frottement peut être décrit par

$$f = a_1/Re^{a_2} \quad (1.8)$$

avec  $26,98 < a_1 < 183,02$  et  $0,44 < a_2 < 0,94$  selon la géométrie. L'analyse réalisée par les auteurs prend en compte la perte de charge en entrée et sortie de canal due au changement de section (passage avec/sans pilier). Pour le cas où les piliers sont circulaires, les auteurs ont aussi trouvé que le facteur de frottement pour des piliers en quinconce est plus élevé que pour des piliers alignés. Le sens physique de ces corrélations est discutable. D'une part, on attend  $a_2 = 1$  pour  $1 < Re < 100$ ; d'autre part, il est étonnant de trouver les valeurs  $a_1$  inférieures à celle d'un canal carré de porosité égale à 100 %.

Dans le même temps [Cha et al. \(2008\)](#) réalisent des expériences et des simulations sur les écoulements oscillants d'hélium au sein de régénérateurs composés de micro-disques de nickel d'une porosité de 26.8 % et un pore proche de  $40 \mu m$ . Pour cela, les auteurs mesurent l'évolution des pressions entrée/sortie en fonction du temps pour des fréquences allant de 5 à 60 Hz et cherchent à les reproduire par simulation. La simulation se base sur la résolution des équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie totale. La présence du milieu poreux est prise en compte via l'introduction d'un terme source dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Ce terme traduit les pertes de charges dans le milieu poreux et comme précédemment, il se compose de deux contributions et de deux coefficients. La première partie traduit les effets visqueux (loi de Darcy, à faible Reynolds) et la seconde partie les effets inertiels (coefficient de Forchheimer, à fort Reynolds). La simulation est alors utilisée en comparaison avec les mesures disponibles pour évaluer ces coefficients pour la géométrie étudiée expérimentalement mais également pour d'autres géométries de type grilles empilées et mousses métalliques. Les auteurs observent qu'à Reynolds modéré, selon les cas, le facteur de frottement en condition oscillante peut être plus fort ou plus faible que celui en condition stationnaire. En effet, pour le métal fritté ou les mousses métalliques le facteur de frottement oscillant est plus faible qu'en stationnaire. Alors que pour les grilles et micro-disques, celui ci est plus important en écoulement oscillant. En revanche, à faible nombre de Reynolds, le facteur de frottement en condition oscillante est strictement égal à celui établi pour un écoulement stationnaire quelque soit la géométrie.

Les travaux de [Costa \(Costa et al., 2013, 2014c,a, 2015\)](#) se penchent sur la description des pertes de charge et des transferts de chaleur en écoulement stationnaire et oscillant pour le cas de régénérateurs de moteur Stirling composés de grilles superposées ou entrelacées. [Costa et al. \(2013\)](#) utilisent la simulation numérique directe afin d'étudier dans un premier temps la chute de pression dans ce type de milieu poreux. Ils observent une différence inférieure à 5 % entre leur simulation et les expériences de [Gedeon & Wood \(1996\)](#). Les caractéristiques des écoulements sont  $10 < Re_{max} < 400$ , pour une porosité comprise entre 47.2 et 63.8 % et un diamètre hydraulique compris entre 150 et  $200 \mu m$ . Les grilles sont alors composées de fils de diamètre  $80 < d_w < 110 \mu m$ . Il faut noter qu'au lieu de considérer un volume élémentaire représentatif (VER), les auteurs réalisent la simulation 3D pour un tronçon complet de régénérateur ( $4 mm$ ) de surface de passage de  $1 mm^2$ . Pour les cas de Reynolds élevés les auteurs utilisent un modèle de turbulence. Les simulations sont faites pour des conditions isothermes (viscosité et masse volumique constantes), incompressibles et un fluide newtonien. Les auteurs montrent que pour un écoulement stationnaire dans un régénérateur de type grilles empilées, le coefficient de perte



de charge peut être décrit par l'Eq. 1.7 avec des coefficients proche de ceux de [Gedeon & Wood \(1996\)](#)  $a_1 = 123$ ,  $a_2 = 3.20$ ,  $a_3 = 0.103$ . Ils préfèrent prendre cette formulation (éq. 1.7) qui dans le second terme prend en compte les effets d'inertie qui apparaissent lorsque le Reynolds augmente. On remarque également, que le nombre de Reynolds dans ces travaux se base aussi sur la vitesse maximale dans l'écoulement sur le diamètre hydraulique. Les résultats obtenus montrent un effet du changement de la dimension des structures (diamètre des fils) mais pas d'effet de la variation de la porosité.

Dans un second article sur le même sujet, [Costa et al. \(2014a\)](#) présentent les expériences en lien avec les simulations précédentes. Dans des conditions d'écoulements oscillant, les auteurs observent, pour une section de canal et une vitesse données, une diminution de la perte de charge lorsque la porosité augmente (Fig. 14 dans l'article). Concernant les résultats obtenus en terme de facteur de frottement, les auteurs proposent une unique corrélation de type Ergun (Eq. 1.5). Les auteurs utilisent comme vitesse de référence ( $f$ ,  $Re$ ) la vitesse maximale. Les calculs de  $f$  et  $Re$  sont réalisés à partir des mesures instantanées. La mesure de débit est intégrée sur 0.5 s et réalisée toute les secondes. La mesure de pression se fait grâce à des transducteurs ayant un temps de réponse faible de 5 ms. La mesure de la température de l'écoulement est réalisée par des thermocouples ayant un temps de réponse également de 5 ms.

### 1.2.3 Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt s'exprime

$$Nu = \frac{h_T L_{ref}}{\lambda} \quad (1.9)$$

avec  $h_T$  coefficient d'échange thermiques,  $L_{ref}$  la longueur de référence et  $\lambda$  conductivité thermique du fluide.

[Tanaka et al. \(1990\)](#) estiment l'efficacité des transferts de chaleur en se basant sur la mesure de la variation periodique de la température à l'entrée et à la sortie de régénérateur. Deux régénérateurs sont utilisés dans l'installation expérimentale. Un élément électrique chauffant fait varier la température dans l'échangeur thermique chaud entre ces deux régénérateurs. À la sortie de chacun d'entre eux il y a un échangeur thermique froid. Le fluide est maintenu en écoulement oscillant par le compresseur (1.7 à 10 Hz). Alors que les mesures de pertes de charge ont été réalisées avec de l'air, l'étude des transferts thermiques est réalisée avec de l'hélium. La pression moyenne opératoire est comprise entre 4 et 10 bars et la température d'élément chauffant varie de 100 à 400 K. La corrélation du nombre de Nusselt s'obtient à partir du bilan thermique du régénérateur et du coefficient de transfert moyen déterminé par le NTU. Les auteurs obtiennent pour le reseau de grilles

$$Nu = 0.33 Re_{max}^{0.67} \quad (1.10)$$

Cette corrélation donne des résultats inférieurs à ceux attendus pour un écoulement stationnaire, ce qui est contradictoire selon [Tanaka et al. \(1990\)](#). Pour l'étude des transferts de chaleur en écoulement oscillant, les auteurs ont utilisé des thermocouples de faibles dimensions et donc de faible inertie thermique pour avoir un temps de réponse le plus réduit possible. Le temps de réponse du capteur est pris en compte par l'utilisation d'une équation de correction du premier ordre en temps. On remarque que l'équation 1.10 a la faiblesse de conduire à  $Nu=0$  en absence de l'écoulement.

Pour l'étude du transfert de chaleur, [Gedeon & Wood \(1996\)](#) établissent un nombre de Nusselt de canal à partir d'un bilan d'énergie complexe au niveau du régénérateur prenant en compte la dispersion axiale mais également les pertes thermiques. Il est observé un effet de la porosité qui est pris en compte sous la forme suivante

$$Nu = (1 + a_1(PrRe)^{a_2})\varepsilon^{a_3} \quad (1.11)$$

avec  $a_1 = 0.99$ ,  $a_2 = 0.66$ ,  $a_3 = 1.79$  pour les grilles et  $a_1 = 1.16$ ,  $a_2 = 0.66$ ,  $a_3 = 2.61$  pour les feutres. Il est intéressant de noter que [Gedeon & Wood \(1996\)](#) proposent également une corrélation pour le nombre de Nusselt effectif en négligeant la dispersion axiale de la chaleur avec la même relation et les coefficients suivant  $a_1 = 0.64$ ,  $a_2 = 0.72$ ,  $a_3 = 1.79$  pour les grilles et  $a_1 = 0.48$ ,  $a_2 = 0.79$ ,  $a_3 = 2.75$  pour les feutres. Pour un nombre de Reynolds élevé, comme attendu, la dispersion axiale ayant moins de poids, les deux nombres de Nusselt convergent vers les mêmes valeurs. Cette distinction a le mérite de souligner l'importance de la dispersion axiale pour les points de fonctionnement où le nombre de Reynolds est faible. En effet, à bas Reynolds la différence de température entrée/sortie du gaz s'écoulant dans le régénérateur est influencée à la fois par la dispersion axiale et par le transfert conductif de chaleur avec la matrice. Un des avantages de la corrélation Eq. 1.11 comparée aux formes souvent rencontrées dans la littérature en  $Nu = a_1(PrRe)^{a_2}$  est qu'elle admet l'existence d'un transfert de chaleur pour la phase où l'écoulement s'inverse (Reynolds nul, diffusion pure). Il faut noter cependant que les auteurs utilisent une conductivité thermique globale qui prend en compte la conduction axiale dans la phase continue (gaz) et dans la matrice solide. Une des limites technologiques identifiées à l'époque par ces travaux est la difficulté d'insérer des sondes de température dans les interstices de la structure composant le régénérateur.

[Costa et al. \(2014c\)](#) étudient numériquement le transfert de chaleur dans le même type de régénérateur pour un fluide ayant un nombre Prandlt de  $Pr = 0.73$ , un nombre de Reynolds allant jusqu'à 400, un gamme de porosité de  $60 < \varepsilon < 68$  %, composées de fils de diamètre  $80 < d_w < 110$   $\mu m$ . Le maillage 3D représente une portion de la géométrie réelle pour un domaine de calcul de 1.5 mm de long et 0.5 mm<sup>2</sup> de section. L'étude est faite comme précédemment sans condition de périodicité avec un fluide ayant des propriétés physiques constantes. Leurs résultats de simulation se rapprochent plus de la corrélation de [Gedeon & Wood \(1996\)](#) que de celle de [Tanaka et al. \(1990\)](#). Dans leurs conditions d'écoulement et pour leur géométrie, les auteurs trouvent une corrélation du type

$$Nu = a_1 + a_2 Re_{max}^{0.66} \quad (1.12)$$

avec  $a_1 = 1.14(1.54)$  et  $a_2 = 0.39(0.29)$  pour le cas des grilles empilées (entrelacées).  $Re_{max}$  est encore une fois le nombre de Reynolds basé sur la vitesse maximale et le diamètre hydraulique. Le nombre de Nusselt  $Nu = h_T \cdot d_h / \lambda_G$  et le coefficient de transfert de chaleur  $h_T$  est simplement calculé à partir des simulations grâce à un bilan global d'énergie sur le volume total du régénérateur à partir des températures entrée/sortie en négligeant la conduction axiale de la chaleur tel que

$$\dot{m}_G C_{pG} \frac{\partial T_G}{\partial x} = h_T A_{contact} (T_{fil} - T_G(x)) \quad (1.13)$$

avec  $T_{fil}$  la température imposée à la surface des fils constituant le réseau de grilles,  $T_G(x)$  la température du gaz à la position x,  $\dot{m}_G$  le débit de gaz,  $C_{pG}$  la capacité calorifique à pression constante du gaz,  $A_{contact}$  est ici l'aire interfaciale d'échange par unité de longueur en m<sup>2</sup>/m. Comme cela est

fait classiquement en transfert thermique, les auteurs introduisent alors la différence de température en moyenne logarithmique  $\Delta T_{ml}$  pour en déduire le coefficient de transfert de chaleur. Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à l'annexe I. L'effet de porosité introduit par [Gedeon & Wood \(1996\)](#) sur l'évolution du nombre de Nusselt est interprété par [Costa et al. \(2014c\)](#) uniquement comme un effet sur l'aire interfaciale d'échange. Et encore une fois, les auteurs décrivent un effet du diamètre des fils sur les corrélations de Nusselt et non un effet de porosité. La conduction axiale de la chaleur dans la phase gaz n'est pas prise en compte dans l'analyse.

Dans [Costa et al. \(2015\)](#), la même équipe, propose d'utiliser les résultats établis sur le coefficient de perte de charge et le nombre de Nusselt dans un régénérateur de type grilles empilées pour réaliser la simulation d'un écoulement oscillant. Pour cela, les auteurs résolvent l'équation de quantité de mouvement et de conservation de l'énergie dans la phase continue (gaz) ainsi que la conservation d'énergie dans la phase dispersée (la matrice solide). Afin de décrire le frottement dans le milieu poreux, un terme source basé sur le coefficient de perte de charge est introduit dans l'équation de quantité de mouvement. Afin de décrire les transferts de chaleur, un terme source est introduit dans les équations de conservation d'énergie. Ce terme prend en compte, les différences de température locale, l'aire interfaciale d'échange et le coefficient de transfert de chaleur calculé à partir de la corrélation établie précédemment pour le nombre de Nusselt dans [Costa et al. \(2014c\)](#). Il est intéressant de noter que le calcul du nombre de Nusselt se base sur le nombre Reynolds et sur la vitesse locale. Pour réaliser la simulation en écoulement oscillant, en entrée de domaine, une condition limite impose une oscillation sinusoïdale de la vitesse en fonction du temps alors que la température est fixe.

Dans la littérature sur le transfert de chaleur, on rencontre également plusieurs travaux permettant d'estimer le nombre de Nusselt pour le cas d'une matrice composée d'un réseau de sphères de même diamètre ([Ranz & Marshall, 1952](#); [Rowe & Claxton, 1965](#); [Wakao et al., 1979](#); [Bird et al., 2002](#)). Parmi ces différents travaux, la corrélation établie expérimentalement par [Rowe & Claxton \(1965\)](#) pour un écoulement dans un lit fixe composé de sphères est souvent utilisée

$$Nu_D = a_1 + a_2 (\varepsilon Re_D)^n Pr^{1/3} \quad (1.14)$$

$$a_1 = 2/(1 - (1 - \varepsilon)^{1/3}) \quad (1.15)$$

$$a_2 = 0.61/\varepsilon \quad (1.16)$$

$$n = \frac{2 + 4.65(\varepsilon Re_D)^{-0.28}}{3(1 + 4.65(\varepsilon Re_D)^{-0.28})} \quad (1.17)$$

avec  $36.8 < (1 - \varepsilon) < 74.0 \%$ ,  $200 < Re_D \varepsilon < 2000$ . Cette relation a été obtenue en considérant le transfert de chaleur d'une sphère unique placée dans un réseau de sphères (rhomboédrique ou cubique) en diminuant progressivement pour chaque mesure la distance moyenne entre les sphères. Les mesures sont réalisées en régime stationnaire et la sphère en cuivre est chauffée continuellement par une résistance électrique. Le nombre de Nusselt est alors déduit à partir d'un bilan thermique. Cette expression qui reste relativement complexe est également en accord avec les travaux de simulations numériques de [Massol \(2004\)](#).



### 1.3 Synthèse

La miniaturisation des TGP passe par la miniaturisation des régénérateurs. Cela exige une étude micro-fluidique des pertes de charge et des transferts de chaleur au coeur des régénérateurs afin d'aboutir à une optimisation du dispositif.

Cette revue nous a permis de mettre en évidence plusieurs points importants. Tout d'abord, on montre l'importance de la miniaturisation des cryo-réfrigérateurs. Il faut noter que les TGP miniaturisés se caractérisent par une demande grandissante de la part des industriels dans le but de diminuer le poids des machines embarquées. Pour un volume de régénérateur donné, l'augmentation du nombre d'éléments (donc diminution de leur taille) augmente l'aire inter-faciale d'échange favorisant ainsi le transfert de chaleur ce qui permettrait de diminuer la taille moyenne du régénérateur. Cependant, en contre partie, la miniaturisation d'un régénérateur augmente aussi les pertes de charges associée via principalement la diminution du diamètre hydraulique et les pertes conductives axiales. Le défi de miniaturiser les régénérateurs (ou les TGP) tout en garantissant les mêmes niveaux de puissance frigorifique voire de coefficient de performance n'est, pour l'instant, pas du tout gagné. Pour s'en convaincre, on peut citer par exemple les faibles performances obtenues par [Nika et al. \(2003\)](#) lors d'une tentative de miniaturisation d'un micro-réfrigérateur de type TGP.

L'ensemble des travaux cités dans notre revue bibliographie est synthétisé dans le tableau 1.1. Concernant le facteur de frottement, on remarque qu'on retrouve un comportement classique des écoulements en milieux poreux (ou en canal) : avec en régime laminaire la forme  $f \approx cste/Re$  et une quasi-stabilisation de  $f$  ( $f \approx cste$ ) en régime turbulent. La valeur des constantes associées au facteur de frottement dépend alors directement de la géométrie étudiée. De plus, au niveau du type d'écoulement, sachant que les régénérateurs fonctionnent en écoulement intermittent, plusieurs études proposent de comparer le facteur de frottement pour le cas d'un écoulement stationnaire avec celui d'un écoulement oscillant. Si à faible nombre de Reynolds les deux coefficients  $f_{osc}$  et  $f_{statio}$  sont égaux,  $f_{osc}$  devient globalement plus élevé que  $f_{statio}$  à Reynolds élevé.

Les corrélations disponibles pour décrire l'évolution du nombre de Nusselt sont souvent proportionnelles à  $Re^{2/3}$ . Mais alors l'absence de valeur pour le nombre de Nusselt pour  $Re \approx 0$  ne permet pas l'estimation des flux de chaleur pour un écoulement oscillant, où la vitesse peut s'annuler ponctuellement, ce qui est problématique pour les applications TGP car même à faible vitesse la diffusion thermique génère du transfert de chaleur. De plus, pour de faibles vitesses d'écoulement il est crucial de prendre en compte la dispersion axiale de la chaleur dans le traitement des données pour extraire le nombre de Nusselt à partir de mesures afin de dissocier le transport axial de la chaleur par dispersion et le transfert de chaleur.

Dans une démarche de miniaturisation, les technologies de micro-fabrication sont particulièrement attractives. D'une part elles permettent la réalisation de réseaux périodiques parfaitement définies. D'autre part, le fait de disposer de régénérateurs composés de piliers de section en losange ou sinusoïdale permet de conserver la section de passage relativement constante le long de l'écoulement, cela réduit l'effet de pertes de charge singulières. Cependant, à notre connaissance seules deux équipes ont étudié dans les détails ce type de solution pour permettre une miniaturisation des régénérateurs. Les travaux de [Ruhlich & Quack \(1999\)](#) se basent uniquement sur de la simulation numérique sans confirmation expérimentale. De même, les travaux de [Vanapalli et al. \(2005, 2007\)](#) se basent sur une approche expérimentale mais pour une porosité unique (75 %). Aussi, à notre connaissance, l'étude conjointe de l'écoulement et de transfert de chaleur au sein de micro-régénérateur de ce type n'a pas été présentée dans la littérature. On

constate alors qu'il manque des corrélations permettant de décrire le facteur de frottement et le nombre de Nusselt pour des matrices de colonnes en forme de losange. Une précédente étude réalisée par [Medrano Munoz & Duval \(2014\)](#) au CEA Grenoble a démontré le potentiel de la micro-fabrication des régénérateurs afin d'étudier expérimentalement l'influence du contrôle de la géométrie de la matrice des régénérateurs sur les pertes charges associées, le transfert de chaleur pour une large gamme de porosité.

	Ergun (1952)	Rowe & Claxton (1965)	Tanaka et al. (1990)	Gedeon & Wood (1996)
approche	Exp.	Exp.	Exp.	Exp.
matrice	sphères	sphères	grilles/mousse/métal fritté	grilles/feutre metal
régime	statio. lam./turb.	statio. $200 < Re_D \varepsilon < 2000$	instatio. $10 < Re_{max} < 4000$	statio. instatio. $0.45 < Re < 6100$
porosité	-	$0.368 < (1 - \varepsilon) < 0.74 \%$	$\varepsilon < 75/95/37 \%$	$62 < \varepsilon < 84 \%$
f	$f = 133/Re + 2.33$	-	$f = 175/Re_{max} + 1.60$	$f = 129/Re + 2.91/Re^{0.103}$
Nu	-	$Nu_D = a_1 + a_2 (\varepsilon Re_D)^n Pr^{1/3}$	$Nu = 0.33 Re_{max}^{0.67}$	$Nu = (1 + 0.99(Pr Re)^{0.66}) \varepsilon^{2.61}$

	Nika et al. (2003, 2004)	Vanapalli et al. (2005, 2007)	Costa et al. (2013, 2014c)
approche	Exp.	Exp.	Num.
matrice	sphères	colonnes formes variées	grilles
régime	statio. $1000 < Re < 5000$	statio. $10 < Re < 500$	statio. $Re < 400$
porosité	$33 < \varepsilon < 45 \%$	$75 \%$	$60 < \varepsilon < 68 \%$
f	$f = 82.8/Re + 0.018$	$f = (26.98 \text{ à } 183.02)/Re^{(0.44 \text{ à } 0.94)}$	$f = 123/Re + 3.20/Re^{0.103}$
Nu	-	-	$Nu = (1.14 \text{ à } 1.54) + (0.29 \text{ à } 0.39) Re_{max}^{0.66}$

**TABLE 1.1:** Synthèse des principales relations présentes dans la littérature pour décrire le facteur de frottement et le nombre de Nusselt d'un régénérateur.

# Chapitre 2

## Étude numérique : simulation de l'écoulement et du transfert pour un élément isolé

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous abordons la simulation de l'écoulement et du transfert de chaleur autour de colonnes isolées de différentes formes. Cette première partie nous permet de prendre en main le code, d'établir et de valider les procédures de calcul. Ces premières simulations donnent également l'évolution du coefficient de traînée et du nombre de Nusselt pour une colonne isolée.

### 2.2 Étude d'une colonne isolée

Dans cette première partie, nous étudions et nous caractérisons l'écoulement et le transfert de chaleur autour de colonnes isolées de forme circulaire ou de section en losange. Le choix de la forme circulaire est motivé par le fait que, dans la littérature, de nombreux travaux ont déjà traité ce sujet ce qui en fait un cas de référence. Comme expliqué précédemment, le choix de l'étude des colonnes de section en losange est motivé par le fait qu'une telle association permet de minimiser les pertes de charge via une quasi conservation de la section de passage le long de l'écoulement (voir section 1.2). Aussi, comme nous avons pu le constater grâce à quelques simulations, les résultats obtenus avec une géométrie de forme sinus en terme de facteurs de frottement et de nombres de Nusselt restent très proches de ceux fournis par une colonne en forme de losange (Annexe H). Nous reviendrons sur ce point dans la conclusion de ce chapitre.

Dans une première section, nous introduisons tout d'abord les grandeurs permettant de caractériser l'écoulement et le transfert de chaleur. Puis nous présentons les équations résolues et les conditions aux limites. Enfin, dans la dernière section, nous analysons les résultats obtenus que nous comparons aux résultats existant dans la littérature.

## 2.3 Caractérisation de l'écoulement

Afin d'étudier l'écoulement autour d'un élément isolé, nous définissons le nombre de Reynolds pour un élément isolé  $Re_D$  basé sur la vitesse moyenne de l'écoulement et sur une longueur caractéristique  $L_{ref}$  définie par la largeur de l'élément dans le plan perpendiculaire à l'écoulement

$$Re_D = \frac{UL_{ref}}{\nu} \quad (2.1)$$

Pour le cas d'un cylindre circulaire, la longueur caractéristique sera le diamètre ( $L_{ref} = D$ ) alors que pour la section en losange, la longueur caractéristique sera sa largeur ( $L_{ref} = a$ ). Pour un cylindre circulaire, en considérant les vitesses et dimensions que nous attendons dans nos régénérateurs ( $26 < U < 52 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $a \approx 50 \text{ }\mu\text{m}$ ), on obtient un nombre de Reynolds pour une colonne isolée variant dans l'intervalle  $10 < Re_D < 20$ . De plus, comme le montrent entre autre [Kalita & Ray \(2009\)](#), au dessus de  $Re_D = 40$ , le sillage d'un cylindre circulaire commence à osciller et à former des détachements périodiques de tourbillons (allées de von Karman). Par la suite pour les simulations d'éléments isolés, nous nous limiterons le plus souvent au cas où le lâché tourbillonnaire dans le sillage des piliers n'est pas présent ( $Re_D < 40$  pour la section circulaire). Cette gamme de variation du nombre de Reynolds nous permet ainsi d'étudier l'écoulement en condition stationnaire.

La caractérisation de l'hydrodynamique autour d'un élément isolé se fera entre autre via le calcul du coefficient de traînée lié à la force de traînée qui s'applique sur l'élément. Le coefficient de traînée est composé de deux contributions : une première liée à la distribution de pression ( $C_{Dp}$ ) et une seconde liée à la distribution des contraintes visqueuses sur la surface de l'objet ( $C_{D\tau}$ ) tel que

$$C_D = \frac{1}{(1/2)\rho U^2} \int_S (-p\vec{n} + \tau \cdot \vec{n}) dS = C_{Dp} + C_{D\tau} \quad (2.2)$$

avec

$$C_{Dp} = \frac{1}{(1/2)\rho U^2} \int_S -p\vec{n} dS \quad (2.3)$$

$$C_{D\tau} = \frac{1}{(1/2)\rho U^2} \int_S \tau \cdot \vec{n} dS \quad (2.4)$$

avec  $p$  la pression,  $\tau$  le tenseur des contraintes visqueuses et  $\vec{n}$  la normale à la surface. Il est important de noter que, pour un ensemble de colonnes, plus la force de traînée est grande et plus les pertes de charge sont importantes. Il y a donc un lien direct entre le coefficient de traînée ( $C_D$ ) et le coefficient de pertes de charge ( $f$ ). Nous reviendrons sur ce point précis lors de l'étude des écoulements dans les réseaux de colonnes (section 3.6.1).

## 2.4 Caractérisation du transfert de chaleur

Dans ce travail, nous nous intéressons également au transfert de chaleur pour le cas d'une température imposée en paroi. Ce choix est principalement motivé par le fait que la comparaison des diffusivités thermiques  $D_T$  dans les matériaux composant le régénérateur ( $D_T(Si) = \lambda/(\rho C_p) =$

$O(10^{-4})$ ,  $m^2/s$  pour le silicium) et dans les gaz utilisés pour les essais de thermique (sous pression de 10 bar,  $D_T(He) = O(10^{-5})$ ,  $m^2/s$  pour l'hélium,  $D_T(N_2) = O(10^{-6})$ ,  $m^2/s$  pour l'azote) nous montre que la résistance thermique est principalement localisée dans le fluide. On s'attend donc à ce que la température régnante dans la matrice solide soit donc relativement homogène pour une position donnée le long du régénérateur. De plus, expérimentalement, nous allons chercher à mesurer la température de paroi le long du régénérateur ce qui sera donc une grandeur connue. Afin de caractériser le transfert de chaleur, à partir de la loi de Fourier, on définit tout d'abord le flux de chaleur local à la surface de l'objet tel que

$$J_{loc} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \quad (2.5)$$

On calcule ensuite le flux de chaleur moyen  $J$  comme l'intégrale du flux de chaleur local  $J_{loc}$  sur la surface de l'élément tel que

$$J = \frac{1}{S} \int_S J_{loc} dS = \frac{1}{S} \int_S \left( -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right) dS \quad (2.6)$$

avec  $S$  la surface de la colonne,  $\lambda$  la conductivité thermique du fluide,  $n$  la normale à la surface. Ainsi, nous sommes capables de calculer pour chaque condition d'écoulement, le nombre de Nusselt comme le flux de chaleur adimensionné tel que

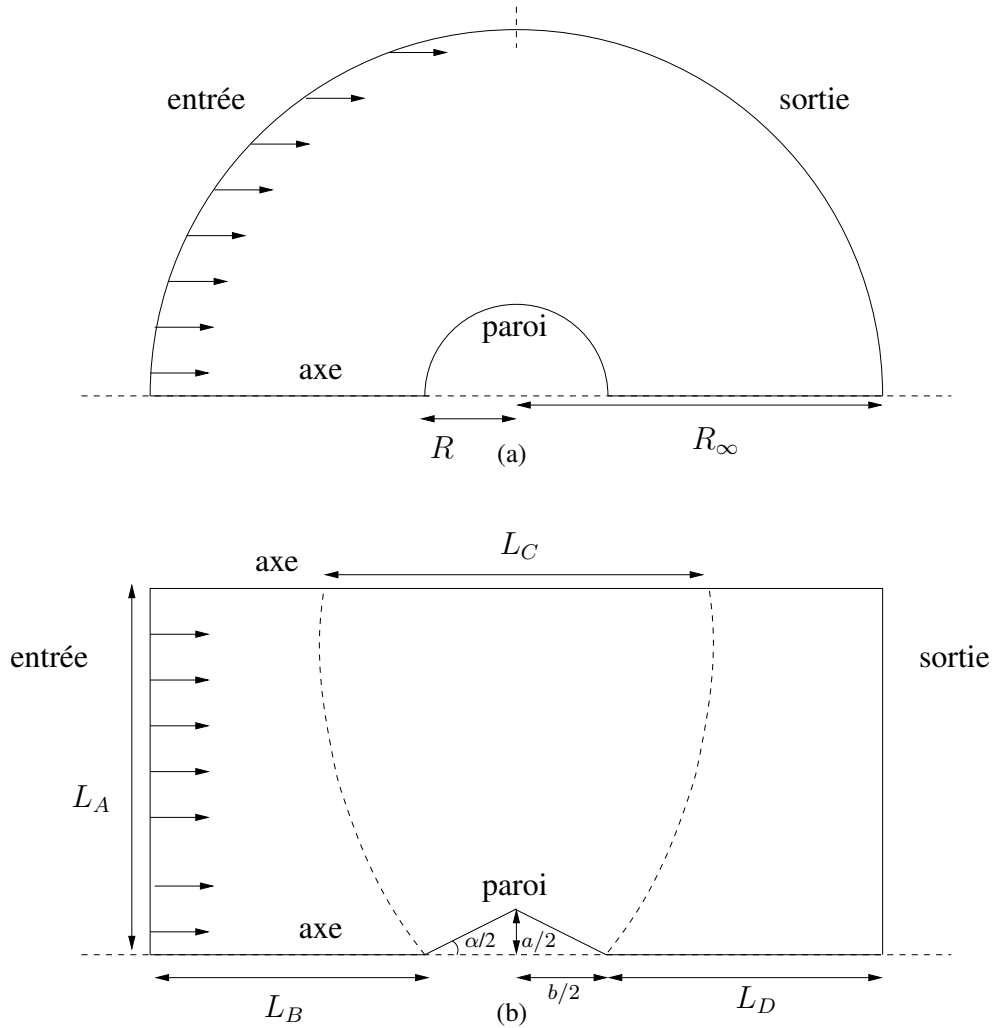
$$Nu = \frac{J}{\lambda(T_p - T_\infty)/L_{ref}} = \frac{h_T L_{ref}}{\lambda} \quad (2.7)$$

où  $T_p$  est la température imposée en paroi,  $T_\infty$  la température du champ lointain (loin de la surface de l'élément), avec  $J$  le flux de chaleur moyen. On introduit également le coefficient de transfert thermique  $h_T$  ( $Wm^{-2}$ ). De précédents travaux sur l'analyse dimensionnelle montrent que le nombre de Nusselt pour un élément isolé dépend principalement du nombre de Reynolds de l'élément ainsi que du nombre de Prandtl du fluide.

## 2.5 Procédure numérique

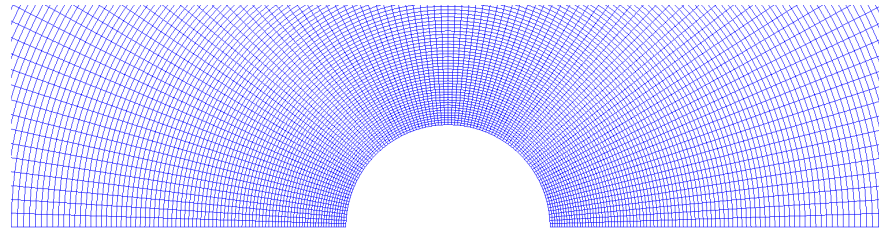
### 2.5.1 Construction du maillage

Dans ce travail, nous utilisons des maillages hexaédriques structurés qui sont réalisés à l'aide du logiciel Salome. Du fait de la géométrie, les écoulements à travers les colonnes peuvent être simplifiés à un cas 2D en considérant que la hauteur des colonnes (noté  $h$ ) est grande devant toutes les autres dimensions. Pour le cas d'un élément isolé, la présence d'une symétrie axiale nous permet de considérer uniquement la moitié du domaine de calcul. Le domaine de calcul est présenté dans la figure 2.1 pour le cas de la section (a) circulaire et (b) en losange. Le zoom sur le maillage autour d'une colonne isolée est présenté dans la figure 2.2. La construction du maillage se fait en cherchant à positionner des mailles les plus rectangulaires possible, de façon colinéaire aux lignes de courant. Cela permet de gagner en précision pour le calcul des flux. Pour le cas du cylindre circulaire, les lignes de courant suivent le diamètre du maillage en C. En revanche pour la section en losange, comme le montre la figure 2.1b cela nous impose d'ajouter deux lignes verticales pour respecter au mieux cette contrainte et contrôler la forme du maillage.

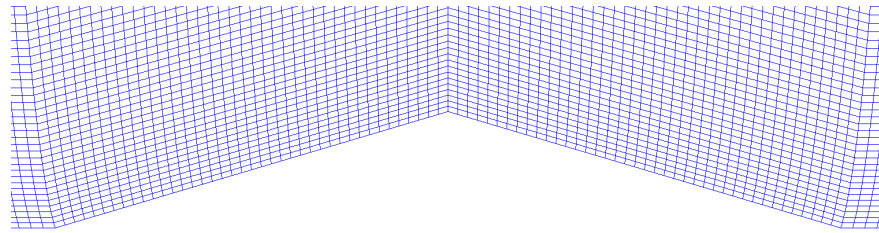


**FIGURE 2.1:** Domaine de calcul et conditions limites pour la simulation de l'écoulement et du transfert de chaleur autour d'un cylindre isolé de section (a) circulaire et (b) en losange.

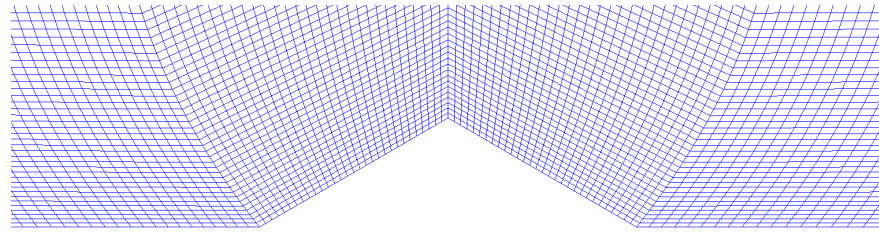
L'entrée du domaine de calcul est située à gauche alors que la sortie du domaine est à droite. Le domaine est en forme de C pour le cas d'une colonne de section circulaire alors qu'il se rapproche d'un rectangle pour les simulations avec une colonne de section losange avec une condition de symétrie sur la paroi supérieure du domaine (axe). Pour ne pas avoir d'influence des conditions limites sur les résultats, selon [Magnaudet et al. \(1995\)](#) et [Legendre & Magnaudet \(1998\)](#), pour le cas de la simulation d'un écoulement axisymétrique autour d'un objet sphérique, le rapport entre le rayon du cylindre circulaire noté  $R$  (ou largeur du losange) et la limite du domaine de calcul notée ici  $R_\infty$  doit être au moins de  $R_\infty/R = 120$  pour  $Re < 1$  et de  $R_\infty/R = 60$  pour  $1 < Re_D < 300$ . Comme nous avons  $1 < Re_D < 100$ , nous avons systématiquement limité le maillage à  $R_\infty/R = 60$  pour le cylindre circulaire ou à un rapport  $L_A/a = L_B/a = 60$  avec  $60 \leq L_D/a \leq 100$  pour le cas de la colonne isolée en forme de losange. Par la suite, nous verrons effectivement que cette taille de domaine de calcul est suffisamment grande pour reproduire les résultats issus des travaux antérieurs. Les détails des dimensions du domaine et du maillage pour le cas plus complexe du losange sont reportés dans le tableau 2.1.



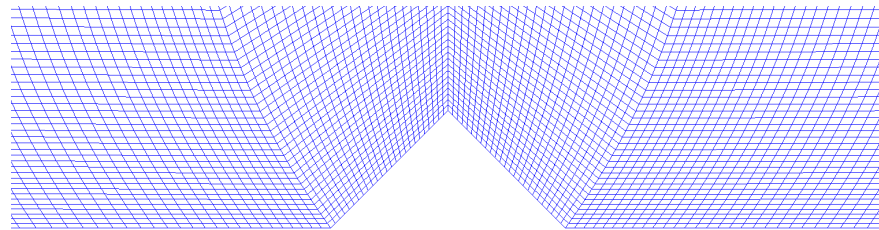
(a)



(b)



(c)



(d)

**FIGURE 2.2:** Détails de maillage (a) pour une colonne circulaire et pour une colonne en forme de losange avec (b)  $\alpha = 33^\circ$ , (c)  $\alpha = 60^\circ$  et (d)  $\alpha = 90^\circ$ .

Pour calculer la taille de la maille la plus petite à la surface de l'élément, il est nécessaire de considérer les contraintes sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur. Ainsi, le maillage construit pourra être utilisé à la fois pour simuler l'écoulement et le transfert sans aucune modification. Pour cela, nous devons calculer le nombre de Prandtl  $Pr = \nu/D_T = \nu\rho C_p/\lambda$  qui compare la diffusion de quantité de mouvement à la diffusion de la chaleur. Pour une surface rigide, la couche limite



$\alpha$	$L_A/sf$	$L_B/sf$	$L_C/sf$	$L_D/sf$	$L_D/a$
33	200/20	150/20	80/1	150/20	80
50	200/20	150/10	60/1	150/13	60
60	200/20	150/10	60/1	150/12,5	80
90	200/20	120/20	50/1	200/20	100
120	200/20	150/10	40/1	150/20	100
147	200/20	150/10	32/1	150/20	100

**TABLE 2.1:** Dimensions du domaine et nombre de mailles sur les segments  $L_A$ ,  $L_B$ ,  $L_C$ ,  $L_D$  (fig. 2.1) pour le cas plus complexe du losange isolé ( $L_A/a = L_B/a = 60$ , sf=facteur d'échelle entre la plus grande et petite maille).

dynamique est de l'ordre de  $\Delta_{dyn}/D \approx Re^{1/2}$ . Toujours pour une surface rigide, pour  $Pr < 1$ , la couche limite thermique est de l'ordre de  $\Delta_{th}/D \approx Pr^{1/2} Re^{1/2}$  (Favre-Marinet, 1990).

Dans notre cas (voir table annexe A.1), nous avons  $Pr < 1$  ce qui implique que la couche limite thermique est plus grande que la couche limite dynamique  $\Delta_{dyn} < \Delta_{th}$ . Par conséquent la taille de la plus petite maille en paroi noté  $\Delta_x$  est contrainte par la valeur de l'épaisseur de la couche limite dynamique  $\Delta_{dyn}$ . Pour les simulations, en se fixant sur le nombre de Reynolds de colonne le plus élevé  $Re_D = 40$ , la couche limite dynamique est  $\Delta_{dyn}/D = 1/40^{0.5} = 0.15$ . Ainsi, l'épaisseur de la première maille en paroi sera systématiquement inférieure à cette valeur  $\Delta_r/D < \Delta_{dyn}/D$ . Pour des écoulements à Reynolds fort ou modéré, le calcul de l'épaisseur de la couche limite permet généralement de fixer l'épaisseur de la plus petite maille en paroi  $\Delta_r$ . La longueur des mailles  $\Delta_\theta$  en paroi est généralement fixée tel que  $2 < \Delta_\theta/\Delta_r < 4$ . Dans notre cas, avec un diamètre de  $D = 2$ , on a  $\Delta_{dyn} = 0.3$ . Or, si on impose 5 mailles dans la couche limite on a  $\Delta_r = \Delta_{dyn}/5 = 0.06$ . En considérant un aplatissement de la maille de  $\Delta_\theta/\Delta_r = 2$  on a  $\Delta_\theta = 0.12$ . Sachant que le demi-périmètre du cylindre circulaire est  $\pi R = \pi = 3.14$ , cela correspond à un nombre de mailles le long de la paroi du demi cercle de  $N_\theta = 3.14/0.12 = 26$  mailles. Or dans la littérature, le nombre de mailles le long du demi-périmètre d'un cylindre circulaire ou d'une particule est plutôt fixé à  $N_\theta = 90$  Huang (2009),  $N_\theta = 100$  Kalita & Ray (2009),  $N_\theta = 118$  Dani (2007). Ce nombre élevé de mailles permet de décrire avec une certaine précision la variation des gradients le long de la paroi. Dans notre cas, si nous considérons  $N_\theta = 100$  et  $D = 2$ , la longueur de la maille en paroi est  $\Delta_\theta = 3.14/100 = 0.0314$ . En posant un aplatissement de maille de  $\Delta_\theta/\Delta_r = 2$  on a  $\Delta_r = 0.015$  ce qui correspond à  $\Delta_r/\Delta_{dyn} = 0.3/0.015 = 20$  mailles dans la couche limite dynamique à  $Re_D = 40$ . Nous constatons donc que pour un nombre de Reynolds faible, le maillage est plus conditionné par le nombre de mailles tangentiellement à la surface du cylindre circulaire ( $N_\theta$ ) que par la présence suffisante de mailles dans la couche limite ( $\Delta_{dyn}$ ). Par la suite, afin de bien calculer le champ de vitesse proche de la paroi, nous considérerons un nombre de maille égale ou supérieur à  $N_\theta = 100$  et un aplatissement des mailles respectant  $2 < \Delta_\theta/\Delta_r < 4$ .

## 2.5.2 Simulation de l'écoulement

Dans ce paragraphe, nous décrivons brièvement les équations résolues ainsi que les conditions limites utilisées pour obtenir le champ de vitesse et de pression au sein d'un écoulement autour

d'une colonne. Nous considérons ici que l'écoulement est incompressible, Newtonien et laminaire. Nous résolvons alors les équations de Navier-Stokes (conservation de masse et de quantité de mouvement) pour un écoulement stationnaire :

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (2.8)$$

$$\rho u \cdot \nabla u = -\nabla p + \nabla \cdot \tau \quad (2.9)$$

avec  $u$  la vitesse locale du fluide,  $p$  la pression locale du fluide,  $\tau = \mu(\nabla u + \nabla^T u)$  le tenseur des contraintes visqueuses,  $\rho$  la masse volumique,  $\mu$  la viscosité dynamique. Ces équations sont résolues grâce à la méthode des volumes finis sous OpenFoam avec une version compilée en double précision. La résolution est implicite avec annulation des termes instationnaires via l'utilisation d'un pas de temps non physique. Les flux convectifs sont discrétisés par un schéma amont du second ordre. Les flux diffusifs sont discrétisés par un schéma centré du second ordre. La pression est calculée par l'algorithme SIMPLE par résolution d'une équation de Poisson. En entrée du domaine de calcul (voir Fig. 2.1), une vitesse constante  $U$  est imposée et le gradient de pression est annulé. En sortie du domaine de calcul, une pression de référence  $p_0$  est imposée alors que le gradient de vitesse est annulé. Une condition de symétrie est imposée sur l'axe. Une condition d'adhérence est imposée en paroi des colonnes. Afin de faire varier le nombre de Reynolds, on modifie la valeur de la viscosité cinématique. La condition initiale  $u = U$  et  $p = p_0$  est imposée dans tout le domaine de calcul. La convergence du coefficient de traînée nous permet également de savoir si le champ de vitesse est convergé. Une fois le champ de vitesse  $u$  obtenu dans un domaine de calcul nous pouvons l'utiliser pour la simulation du transfert de chaleur. Dans cette démarche, on se base sur l'hypothèse que le changement de la température ne perturbe pas les champs de vitesse.

### 2.5.3 Simulation du transfert de chaleur

Dans ce paragraphe, nous décrivons brièvement l'équation résolue ainsi que les conditions limites utilisées pour obtenir le champ de température dans le cas du transfert de chaleur autour d'une colonne lorsque la température de paroi  $T_p$  est imposée. Nous considérons que la diffusivité thermique du fluide  $D_T = \lambda/(\rho C_p)$  est constante, avec  $C_p$  sa capacité calorifique à pression constante. Ainsi, le transfert de chaleur peut être étudié en résolvant l'équation de conservation de l'enthalpie qui s'écrit

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T u) = D_T \nabla^2 T \quad (2.10)$$

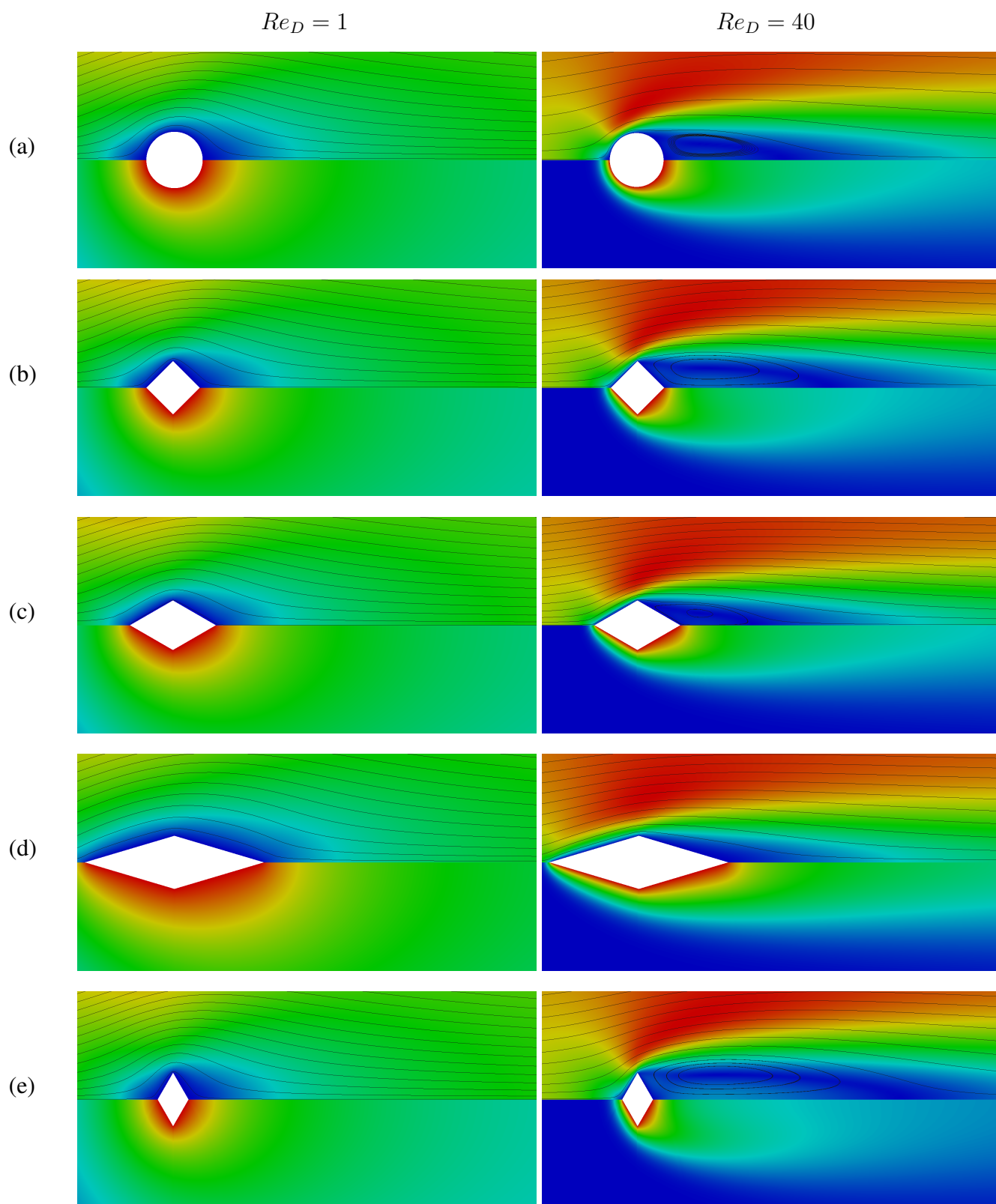
avec  $T$  la température locale du fluide autour de l'objet. Comme précédemment cette équation est résolue grâce à la méthode des volumes finis sous OpenFoam avec une version compilée en double précision. Nous avons souhaité conserver le terme temporel car par la suite, pour le cas de la simulation des réseaux de colonnes, nous aurons besoin de résoudre ce terme. Afin de calculer le flux de chaleur et le nombre de Nusselt, nous considérons le champ de température une fois que celui-ci est convergé. Pour cela, nous utilisons le champ obtenu au dernier pas de temps avec un temps physique de simulation correspondant entre 100 et 200 fois le temps de convection ( $L_{ref}/U$ ).

Les flux convectifs sont discrétisés par un schéma TVD du second ordre avec limiteur de pente de Sweby. Les flux diffusifs sont discrétisés par un schéma centré du second ordre. Le terme instationnaire est discrétisé par une méthode implicite du second ordre. En entrée de domaine, une température constante  $T_\infty$  est imposée. En sortie de domaine, le gradient de température est annulé. À la surface de l'objet, une température de paroi constante  $T_p > T_\infty$  est imposée. Une condition de symétrie est imposée sur l'axe. La condition initiale constante  $T = T_\infty$  est imposée dans tout le domaine de calcul. Pour réaliser une simulation pour un nombre de Reynolds donné, le champ de vitesse est importé des précédents calculs. Puis, sachant la viscosité dynamique  $\nu$  utilisée pour ce nombre de Reynolds, la diffusivité thermique  $D_T$  est imposée pour que le nombre de Prandtl corresponde à  $Pr = \nu/D_T = 0.7$ , qui reste très proche de celui du diazote ( $Pr \approx 0.8$ ) ou de l'hélium ( $Pr \approx 0.7$ ) communément utilisé dans les tubes à gaz pulsé.

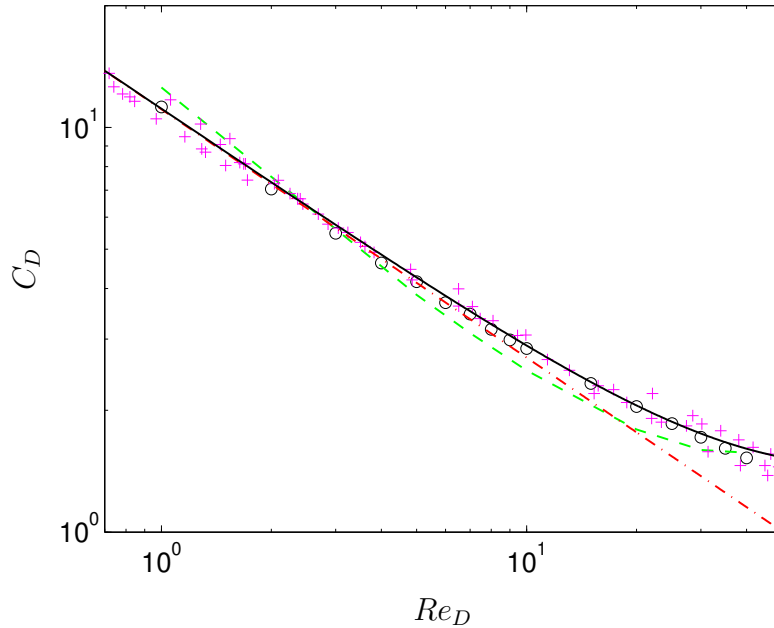
## 2.6 Résultats pour un élément isolé

### 2.6.1 Simulation de l'écoulement pour une colonne isolée

Un exemple de résultats obtenus pour l'écoulement autour de colonnes isolées est présenté dans la figure 2.3 pour les cas suivants : cylindre de section circulaire et en losanges avec  $\alpha = 90-60-33-120^\circ$  pour  $Re_D = 1$  et  $Re_D = 40$ . Dans cette figure, le champ de vitesse (rouge= $U_{max}$ , bleu=0) et les lignes de courant sont reportées sur la partie haute. Dans tous les cas traités, comme attendu, nous observons clairement une diminution de la couche limite de la vitesse autour de l'objet lorsque le nombre de Reynolds augmente ainsi qu'un déficit de vitesse dans le sillage de l'objet. Comme le montrent les lignes de courant, outre la valeur de l'épaisseur des couches limites, ce qui diffère entre les différents cas, c'est principalement la formation d'une recirculation en aval de la colonne. Pour un écoulement à  $Re_D = 1$ , les lignes de courant collent au profil et il n'y a pas de recirculation derrière l'objet. Puis lorsque le nombre de Reynolds augmente jusqu'à  $Re_D = 40$ , une recirculation plus ou moins étendue se forme progressivement sauf pour les cas  $\alpha = 30 - 33 - 35^\circ$  qui voient cette recirculation apparaître pour des nombres de Reynolds plus importants. Nous reviendrons en détail sur la taille de cette recirculation dans les paragraphes suivants.



**FIGURE 2.3:** Champs de vitesse / lignes de courant (partie haute) et champs de température (partie basse) pour l'écoulement et le transfert de chaleur autour d'une colonne isolée de forme (a) circulaire ou en losange avec (b)  $\alpha = 90^\circ$ , (c)  $\alpha = 60^\circ$ , (d)  $\alpha = 33^\circ$  et (e)  $\alpha = 120^\circ$ .



**FIGURE 2.4:** Coefficient de traînée d'un cylindre circulaire en fonction du nombre de Reynolds  $Re_D$  : mesures selon + Tritton (1959) et --- corrélation de Wieselberger (1921) (Eq. 2.12), -.- Sheard et al. (2005) (Eq. 2.11), ce travail : o ce travail et — Eq. 2.13.

### 2.6.1.1 Cas du cylindre circulaire isolé

Plusieurs simulations d'écoulement autour d'un cylindre isolé de section circulaire pour la gamme de Reynolds  $Re_D < 40$  ont été réalisées suivant la méthode présentée précédemment. Les résultats obtenus ont été comparés à ceux de la littérature dans un premier temps en terme d'évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds. Dans la figure 2.4, nous avons reporté nos résultats de simulation ainsi que les mesures réalisées par Tritton (1959) et Wieselberger (1921) (selon Sheard et al. (2005)). En accord avec ces travaux, nous observons que le coefficient de traînée décroît lorsque le nombre de Reynolds augmente.

Nous observons un bon accord entre les mesures et nos simulations. De plus, comme déjà identifié dans les travaux de Sheard et al. (2005), pour  $Re_D < 10$ , une évolution de type loi puissance est retrouvée telle que

$$C_D = A \cdot Re_D^m = 11.09 Re_D^{-0.61} \quad (2.11)$$

ce qui est typique des écoulements à bas nombre de Reynolds. Pour  $1 < Re < 10$ , nous constatons que cette relation est en accord avec nos résultats de simulation. Ces coefficients ont été calculés par la méthode des moindres carrés sous Matlab. Par contre, pour les nombres de Reynolds supérieurs à 10, à cause de l'apparition d'une recirculation à l'arrière du cylindre de section circulaire vers  $Re_D \approx 6.25$ , l'évolution de la traînée en fonction du nombre de Reynolds ne suit plus une loi puissance. L'apparition de la recirculation en aval du cylindre est due à la présence d'un gradient de pression adverse qui génère un décollement de l'écoulement alors que nous restons en régime laminaire. Afin de prendre en compte l'effet de la recirculation sur l'évolution de la traînée, une

approximation plus sophistiquée à été proposée par [Wieselberger \(1921\)](#) ([Zdravkovich, 1977](#))

$$C_D = \frac{8\pi}{Re_D (2.002 - \log(Re_D))} \quad (2.12)$$

Cette corrélation se base sur plusieurs travaux expérimentaux. Cependant, la différence entre les valeurs prédites par cette corrélation et nos données atteint 12.27 % pour  $Re_D = 20$ . C'est pourquoi, en gardant les mêmes valeurs pour les coefficients  $A$  et  $m$  dans la corrélation 2.11, nous avons cherché une corrélation afin de représenter le coefficient de traînée pour  $10 < Re_D < 40$ . Une solution est de corriger la loi puissance proposée par [Sheard et al. \(2005\)](#) (Eq. 2.11) avec une corrélation telle que, pour  $Re_D < 40$

$$C_D = 11.09 Re_D^{-0.61} (1 + 0.003 Re_D^{1.3}) \quad (2.13)$$

Comme le montre la Fig. 2.4, cette nouvelle corrélation nous permet de décrire l'évolution de nos données issues de la simulation, ainsi que l'évolution des données obtenues expérimentalement par [Tritton \(1959\)](#). Dans un second temps, dans le tableau 2.2, nous avons comparé nos résultats à ceux de la littérature issus d'autres simulations numériques. Les valeurs de  $C_D$  obtenues dans ce travail sont également en très bon accord avec les simulations numériques réalisées précédemment par [Kalita & Ray \(2009\)](#) (Tab. 6 dans l'article) pour  $Re_D = 40$  et  $Re_D = 20$ . La différence maximale avec nos simulations est inférieure à 2.1 %.

$Re_D$	$C_D^a$	$C_D^b$	$C_D^c$	$C_D^d$	$Nu_D^d$
1	-	-	-	11,240	0,816
2	-	-	-	7,041	-
3	-	-	-	5,476	-
4	-	-	-	4,624	-
5	4,116	-	-	4,157	1,418
6	-	-	-	3,689	-
7	3,421	-	-	3,459	-
8	-	-	-	3,170	-
9	-	-	-	2,985	-
10	2,846	-	-	2,833	1,855
15	-	-	-	2,329	2,181
20	2,045	2,001	2,019	2,043	2,446
25	-	-	-	1,854	2,683
30	-	-	-	1,716	2,892
35	-	-	-	1,610	3,082
40	1,522	1,498	1,514	1,526	3,256

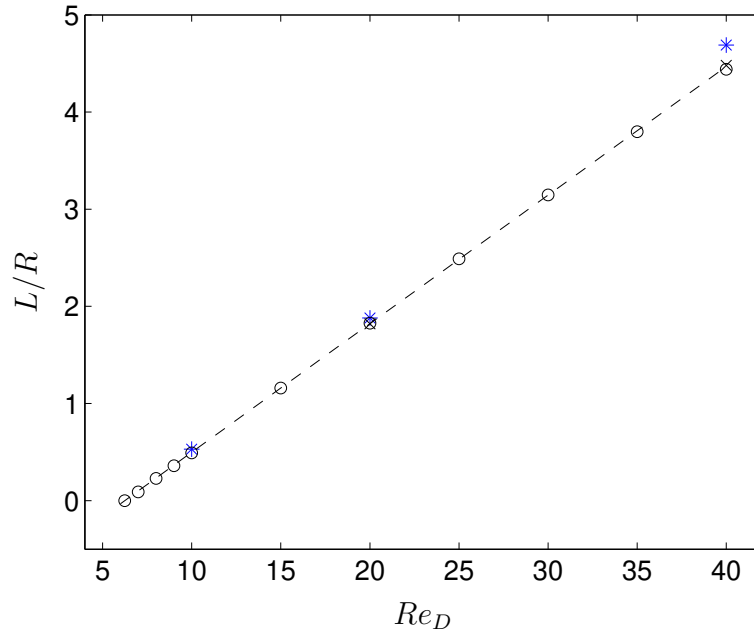
**TABLE 2.2:** Comparaison des résultats de simulations numériques ; a : [Dennis & Chang \(1970\)](#) ; b : [Fornberg \(1980\)](#) ; c : [Kalita & Ray \(2009\)](#) ; d : ce travail.

Nous avons également analysé l'évolution de la longueur de la recirculation en fonction du nombre de Reynolds. Pour un cylindre circulaire, une recirculation se forme dans le sillage du pilier à partir du Reynolds critique de  $Re_{crit} = 6.24$ . La longueur de recirculation correspond alors

à la distance derrière le pilier où la composante portée par l'axe de symétrie s'annule  $u_x(L) = 0$ . En effet, à cause de la recirculation, sur l'axe, nous avons  $u_x(x < L) \leq 0$  et respectivement  $u_x(x > L) > 0$ . Par la suite afin de pouvoir comparer avec les cylindres de section en losange, nous considérons la longueur de recirculation adimensionnée  $L/(L_{ref}/2) = L/R$  (où  $R$  est le rayon du cylindre circulaire). Les résultats obtenus sont tracés dans la figure 2.5. En accord avec de précédents travaux (Dennis & Chang (1970); Fornberg (1980); Kalita & Ray (2009)), l'évolution de la longueur de recirculation évolue de façon linéaire avec le nombre de Reynolds tel que

$$\frac{L}{R} = A Re_D + B \quad (2.14)$$

avec, pour un cylindre circulaire,  $A = 0.1324$  et  $B = -0.8265$ . La différence maximale par rapport aux simulations de Kalita & Ray (2009) est égale à 5.6 %.

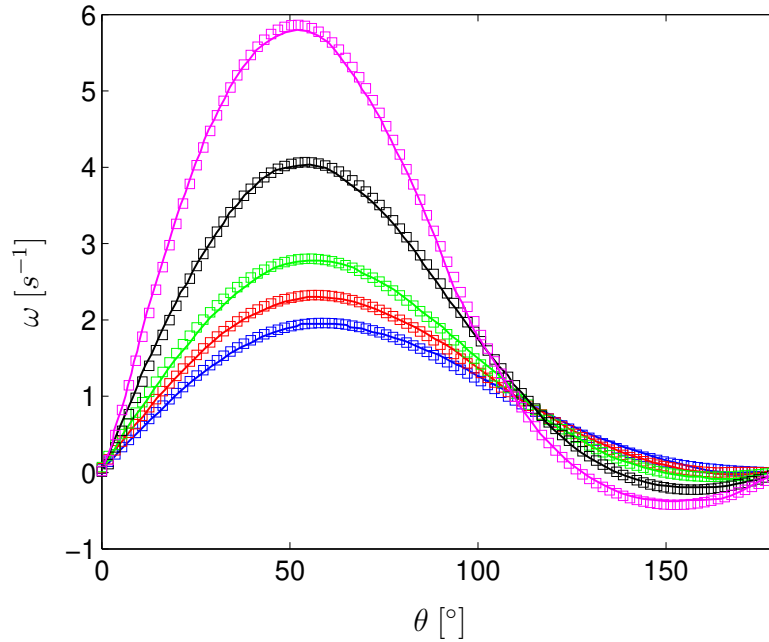


**FIGURE 2.5:** Évolution de la longueur de recirculation pour un cylindre circulaire en fonction de  $Re_D$  : selon simulations de \* Dennis & Chang (1970) et de X Fornberg (1980),  $\circ$  ce travail et — Eq. 2.14.

Finalement, nous avons également analysé l'évolution de la vorticité le long de la surface du cylindre circulaire. La vorticité est définie comme le produit vectoriel entre l'opérateur nabla et le vecteur vitesse. Pour un écoulement 2D, son expression se simplifie à une unique composante portée par l'axe perpendiculaire au plan de symétrie  $\vec{e}_z$

$$\omega = \nabla \times \vec{u} = \left( 0 \vec{e}_x; 0 \vec{e}_y; \left[ \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right] \vec{e}_z \right) \quad (2.15)$$

Nous avons tracé la distribution de la vorticité pour différentes positions angulaires  $\theta$  à la surface du cylindre circulaire dans la figure 2.6 pour  $Re_D = 5, 7, 10, 20$  et  $40$ . Une valeur de  $\theta = 0$  ( $\theta = 180$ ) correspond au point d'arrêt à l'amont (aval) de l'écoulement.



**FIGURE 2.6:** Évolution de la vorticité le long de la surface d’un cylindre circulaire pour de haut en bas  $Re_D = 5 - 7 - 10 - 20 - 40$ ; lignes : [Dennis & Chang \(1970\)](#), symboles : ce travail ( $\theta = 0$  avant et  $\theta = 180^\circ$  arrière du cylindre).

Sachant que la vorticité traduit la mise en rotation des particules parcourant une ligne de courant proche de la surface du cylindre, nous constatons qu’il est logique d’obtenir des valeurs positives pour l’intégralité du profil pour  $Re_D < 7$  car il n’y a pas de recirculation derrière le cylindre circulaire. Dès la formation de la recirculation, pour  $Re_D > 7$ , en accord avec nos précédentes observations, à cause de la recirculation, le signe de la vorticité devient négatif en arrière de la surface du cylindre circulaire pour un angle  $\theta > 110^\circ$ . Dans un second temps, nous constatons que nos résultats se superposent parfaitement avec les profils de vorticité issus des simulations numériques réalisées par [Dennis & Chang \(1970\)](#). Ces résultats montrent également que les gradients de vitesse et plus généralement le champ de vitesse sont résolus avec suffisamment de précision pour poursuivre nos travaux.

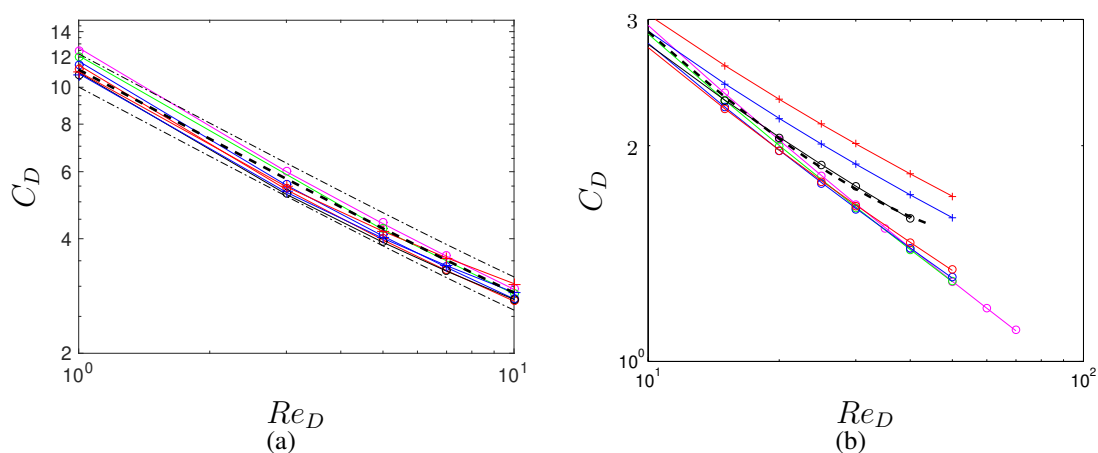
Ces différentes comparaisons nous ont permis de valider le code de calcul et les procédures utilisées pour le cas de la simulation d’un écoulement stationnaire incompressible autour d’un cylindre de section circulaire. En utilisant la même méthodologie, nous pouvons à présent aborder la simulation d’un écoulement autour d’une colonne de section en losange.



### 2.6.1.2 Cas du cylindre isolé de section en losange

Dans cette partie nous analysons l'écoulement laminaire ( $1 < Re_d < 80$ ) autour d'une colonne possédant une section de forme losange où l'angle d'attaque (et de fuite)  $\alpha$  varie entre 30 et 147 degrés. La largeur du losange  $a$  est constante et égale au diamètre du cylindre circulaire étudié précédemment, soit  $a = 2$ . La longueur du losange notée  $b$  varie en fonction de  $\alpha$  de telle sorte que les sommets du losange s'éloignent du point central suivant l'axe  $x$  quand l'angle  $\alpha$  diminue : le losange s'allonge. Le calcul du nombre de Reynolds  $Re_D$  s'effectue comme précédemment en considérant la largeur de la surface perpendiculaire à l'écoulement  $L_{ref} = a$ .

On s'intéresse à l'évolution du coefficient de traînée  $C_D$  et à la longueur adimensionnée de la recirculation  $L/(L_{ref})/2 = L/(a/2)$  en fonction de  $Re_D$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ . Sur la fig. 2.7, le coefficient de traînée  $C_D$  des losanges est tracé en fonction de  $Re_D$  pour  $1 < Re_D < 10$  (a) et  $10 < Re_D < 100$  (b).



**FIGURE 2.7:** Coefficients de traînée pour un cylindre isolé de section losange avec un angle d'attaque de  $33 < \alpha < 147$  pour (a)  $1 < Re_D < 10$  et (b)  $10 < Re_D < 100$  :  $--$  cylindre circulaire et  $-.-$   $\pm 10\%$  cylindre circulaire, section en losange avec  $\alpha = \color{magenta}{\square}$   $33^\circ$ ,  $\color{green}{\square}$   $40^\circ$ ,  $\color{blue}{\square}$   $50^\circ$ ,  $\color{orange}{\square}$   $60^\circ$ ,  $\color{black}{\square}$   $90^\circ$ ,  $\color{black}{\times}$   $120^\circ$ ,  $\color{red}{\times}$   $147^\circ$ .

Globalement, nous observons que les coefficients de traînée des cylindres de section en losange restent proches qualitativement et quantitativement de celui d'un cylindre circulaire. Pour de faibles nombres de Reynolds,  $C_D$  augmente lorsque le losange s'aplatit (diminution de  $\alpha$ ). Cette tendance est sans doute expliquée par l'augmentation de la longueur de surface longitudinale ce qui augmente le frottement du fluide. On note au passage que pour  $Re_D > 40$ , le  $C_D$  avec  $\alpha = 30-40^\circ$  semble être légèrement plus faible que pour les autres cas avec  $\alpha = 60-90^\circ$ . La traînée d'un cylindre circulaire semble se rapprocher fortement de celle du cylindre de section en losange avec  $\alpha = 90^\circ$ . Pour  $Re_D > 2$ , la traînée des losanges à  $60^\circ$  et  $90^\circ$  devient inférieure à celle du cylindre circulaire. Cependant, comme le montre la figure 2.7 a, globalement nous devons retenir que pour  $33 \leq \alpha \leq 147^\circ$  à faible nombre de Reynolds  $Re_D < 10$ , le coefficient de traînée des sections en losanges reste relativement proche de celui d'un cylindre circulaire. En effet, dans cette même figure nous avons également reporté le coefficient de traînée du losange  $\pm 10\%$  et ces deux courbes englobent pratiquement nos résultats excepté pour le cas  $\alpha = 33^\circ$  et  $Re_D = 1$ . Pour  $Re_D > 10$ ,

à cause de la formation progressive de la recirculation, l'évolution de la traînée des sections en losange se différencie de celle d'un cylindre classique de révolution (Fig. 2.7 b). Pour  $Re_D > 25$  et  $\alpha < 90^\circ$ , la traînée issue des formes losanges est toujours inférieure à celle du cylindre circulaire. Alors que pour  $Re_D > 10$  et  $\alpha > 90^\circ$  le coefficient de traînée des sections en losange devient plus important que celui d'un cylindre circulaire.

Nous retenons donc que le  $C_D$  de la forme losange augmente avec la décroissance de  $\alpha$  et peut être dans certains cas plus avantageux tout en restant globalement très proche de celui d'un cylindre circulaire. Cela implique donc que le choix de la longueur de référence  $L_{ref} = a$  pour calculer le  $C_D$  permet de faire l'analogie avec la traînée sur un pilier circulaire. Comme pour le cylindre circulaire, nous observons globalement que l'évolution de  $C_D$  en fonction de  $Re_D$  suit également une loi puissance du type  $C_D = A Re_D^{-1}$ , pour  $Re_D < 10$ . Cependant, nous notons que plus l'angle diminue, plus le comportement en  $C_D \propto Re_D^{-1}$  est conservée pour des nombres de Reynolds plus importants que  $Re_D = 10$ . Pour un cylindre circulaire, la déviation à cette loi est liée à la formation de la recirculation. Cela nous indique donc déjà que la recirculation derrière un losange apparaît sans doute pour des nombres de Reynolds plus importants que  $Re_{crit} = 6.24$ . Nous confirmerons cela dans la suite du chapitre.

Comme précédemment, nous avons cherché à identifier des corrélations capables de décrire l'évolution du  $C_D$  en fonction du nombre de Reynolds pour le cas de la forme losange. L'évolution du coefficient de traînée pour un losange peut être décrite par l'équation suivante

$$C_D = A Re_D^{-1} (1 + B Re_D^n) \quad (2.16)$$

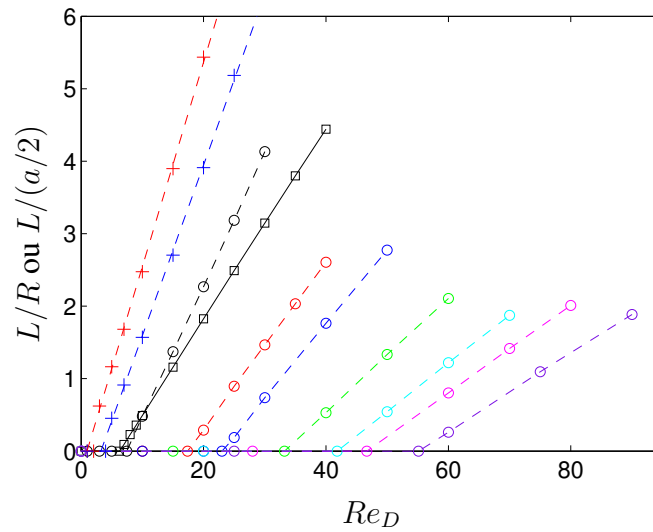
avec les coefficients A, B, n donnés dans le tableau 2.3. Cette relation a une forme similaire à celle utilisée par Schiller & Nauman (1933) pour décrire le coefficient de traînée pour le cas d'une sphère solide. Ce choix est motivé par le fait qu'à très faible nombre de Reynolds ( $Re_D \ll 1$ ), les coefficients de traînée évoluent généralement de façon inversement proportionnelle au nombre de Reynolds (loi de Stokes). L'équation 2.16 permet de décrire nos résultats avec une différence proche de 2.5 % pour  $Re_D = 1$  et inférieure à 1 % pour  $Re_D > 1$ . Nous devons noter cependant que l'évaluation de la constante A dans l'équation 2.16 reste imprécise car le nombre de Reynolds le plus faible dans nos simulation est de  $Re_D = 1$ . Afin d'estimer avec précision cette constante il faudrait travailler avec des nombres de Reynolds beaucoup plus faibles et de ce fait augmenter grandement la taille du domaine de calcul afin de s'affranchir de l'influence des conditions limites sur le résultat des simulations. La relation 2.16 avec les coefficients donnés dans le tableau 2.3 est donc strictement limité à  $Re_D > 1$ .

Dans la figure 2.8, nous avons tracé l'évolution de la taille de la recirculation en fonction du nombre de Reynolds pour les différents losanges ainsi que pour le cylindre circulaire. Un rapport  $L/(D) = L/(a/2) = 0$  nous indique l'absence de recirculation. On peut définir un nombre de Reynolds critique  $Re_{crit}$  correspondant à l'apparition de la recirculation, autrement dit de la composant de la vitesse  $u_x$  négatif derrière une colonne. Ce nombre est reporté dans la dernière colonne du tableau 2.4 pour les différents cas. Nous constatons premièrement que le nombre de Reynolds critique est similaire à celui du cylindre circulaire pour le cas d'un losange avec  $\alpha = 90^\circ$  ( $Re_{crit} \approx 6 - 7$ ). Puis, lorsque le losange s'aplatit (diminution de alpha), le Reynolds critique augmente et il faut atteindre des vitesses d'écoulement plus importantes pour voir apparaître une recirculation. Par exemple, pour un losange avec un angle de  $\alpha = 30^\circ$ , il n'y a pas de recirculation pour  $Re < 55$ , ce qui peut être intéressant par rapport à nos applications où le Reynolds de colonne

$\alpha$	$A$	$B$	$n$
30	6.6800	0.9482	0.5702
33	6.7648	0.8763	0.5827
35	6.7010	0.8721	0.5872
40	6.5646	0.8443	0.6002
50	6.9266	0.6907	0.6397
60	7.1043	0.6089	0.6717
90	6.9857	0.5651	0.7201
120	6.8338	0.5886	0.7392
147	6.6441	0.6536	0.7394

**TABLE 2.3:** Coefficient de traînée d'un losange isolé pour  $Re_D < 40$  : évolution des coefficients de l'Eq.2.16.

reste inférieur à 40. Dans un second temps, nous pouvons remarquer que l'évolution de  $L/(a/2)$  avec  $Re$  est toujours linéaire avec une pente relativement proche pour les cas  $\alpha = 30 - 40^\circ$ . Ainsi, la longueur de la recirculation derrière un losange peut également être décrite par l'équation 2.14 avec les constantes A et B données dans le tableau 2.4.



**FIGURE 2.8:** Longueur de la recirculation adimensionnée en fonction de  $Re_D$  :  $\square$  cylindre circulaire, cylindre de section en losange avec  $\alpha = \circ 30^\circ, \circ 33^\circ, \circ 35^\circ, \circ 40^\circ, \circ 50^\circ, \circ 60^\circ, \circ 90^\circ, + 120^\circ, + 147^\circ, --$  Eq. 2.14.

$\alpha$	$A$	$B$	$Re_{crit}$
30	0.0541	-2.9815	55.0
33	0.0604	-2.8187	46.6
35	0.0665	-2.7808	41.8
40	0.0788	-2.6168	33.2
50	0.1031	-2.3711	23.0
60	0.1154	-2.0051	17.4
90	0.1824	-1.3598	7.4
120	0.2353	-0.7598	3-4
147	0.2819	-0.2727	1-2
cylindre $\circ$	0.1324	-0.8265	6.24

**TABLE 2.4:** Longueur de la recirculation pour un cylindre isolé de section en losange et circulaire ( $\circ$ ) : évolution des coefficients de l'équation 2.14.

## 2.6.2 Simulation du transfert de chaleur pour une colonne isolée

Un exemple de résultats obtenus pour le transfert de chaleur autour de colonnes isolées est présenté dans la figure 2.3 pour les cas suivants : cylindre circulaire et de section en losanges avec  $\alpha = 90 - 60 - 33 - 120^\circ$  pour  $Re_D = 1$  et  $Re_D = 40$ . Dans cette figure, le champ de température (rouge= $T_p$ , bleu= $T_\infty$ ) est reporté sur la partie basse. Dans tous les cas traités, comme attendu, nous observons clairement une diminution de la couche limite thermique autour de l'objet lorsque le nombre de Reynolds augmente ainsi qu'une élévation de la température dans le sillage de l'objet. Dans cette figure, nous observons également une couche limite thermique plus importante en aval de l'objet par rapport à la partie frontale.

### 2.6.2.1 Cas du cylindre circulaire isolé

Avant de nous lancer dans la simulation du transfert pour le cas d'un écoulement autour d'un cylindre circulaire, nous avons dans un premier temps cherché à simuler et à vérifier le cas du transfert de chaleur en diffusion pure (absence d'écoulement) pour une colonne circulaire. Nous considérons le cas d'un transfert en état stationnaire, avec une imposition de la température en paroi  $T_p$  et en limite de domaine  $T_\infty$ . À partir de la résolution de l'équation de diffusion en stationnaire, on montre que le profil de température et le nombre de Nusselt évoluent comme (voir Annexe E)

$$T(r) = \frac{(T_\infty - T_p)}{\ln(R_\infty/R)} \ln(r/R) + T_p \quad (2.17)$$

$$Nu_D = \frac{2}{\ln(R_\infty/R)} \quad (2.18)$$

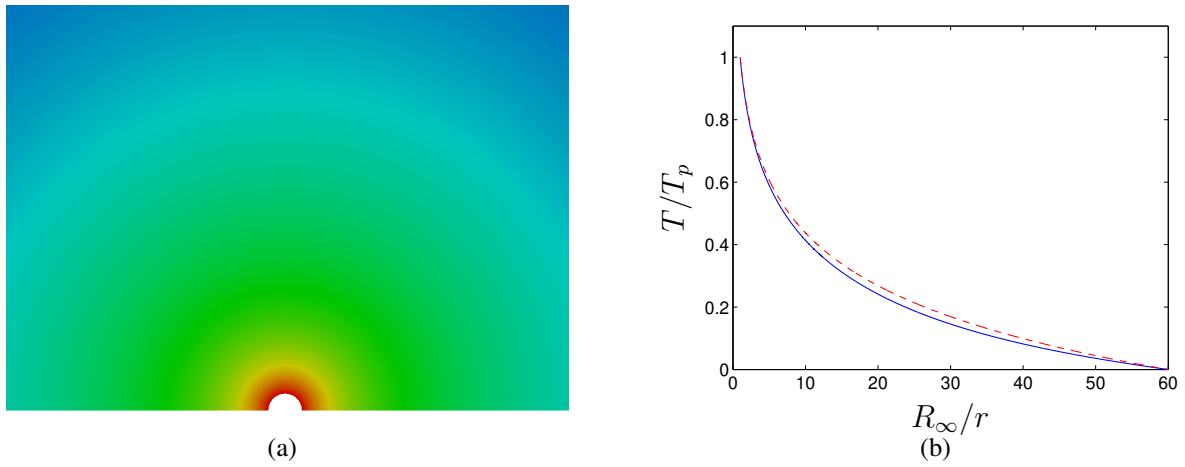
avec respectivement  $R$  et  $R_\infty$  le rayon du cylindre circulaire et du domaine de calcul (Fig. 2.1). Comme le montre la figure 2.9, le champ de température obtenu par simulation est en parfait accord avec cette solution analytique. Avec  $R_\infty/R = 60$ , le nombre de Nusselt théorique est alors  $Nu_D = 0.48$  contre  $Nu_D = 0.51$  par simulation numérique, soit 5.9 % de différence. De plus, nous observons que contrairement au cas d'un objet diffusant de la chaleur dans un volume (3D), une dépendance du Nusselt au rapport de longueur  $R_\infty/R$  est trouvée pour le cas d'un cylindre circulaire. Cette dépendance aux dimensions du domaine est due à l'hypothèse 2D. Mais elle est présente uniquement pour le cas  $Re_D = 0$ . Par conséquent pour le cas de diffusion pure autour d'une colonne isolée, il n'existe pas de limite inférieure au nombre de Nusselt (Bird et al., 2002).

Nous pouvons à présent aborder le cas du transfert en présence d'un écoulement ( $Re_D > 0$ ). Les résultats de la simulation du transfert de chaleur autour d'un cylindre circulaire isolé sont représentés dans la Fig. 2.10. Dans cette figure, nous observons que le nombre de Nusselt augmente avec le nombre de Reynolds, ce qui est caractéristique d'un transfert thermique en convection forcée. Ces résultats ont été comparés à ceux de la littérature. On peut citer dans un premier temps la corrélation proposée par McAdams (1954) valable pour  $Pr = 0.7$  et  $0.1 < Re_D < 1000$

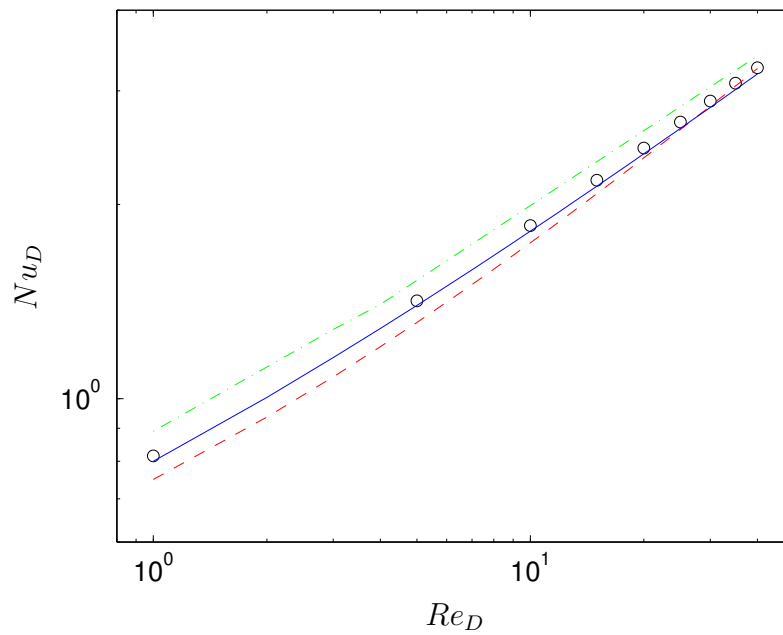
$$Nu_D = 0.32 + 0.43 Re_D^{0.52} \quad (2.19)$$

De même, dans la littérature, on trouve également la corrélation proposée par Hilpert (1933) valable pour  $Pr = 0.7$

$$Nu_D = C + Re_D^n \quad (2.20)$$



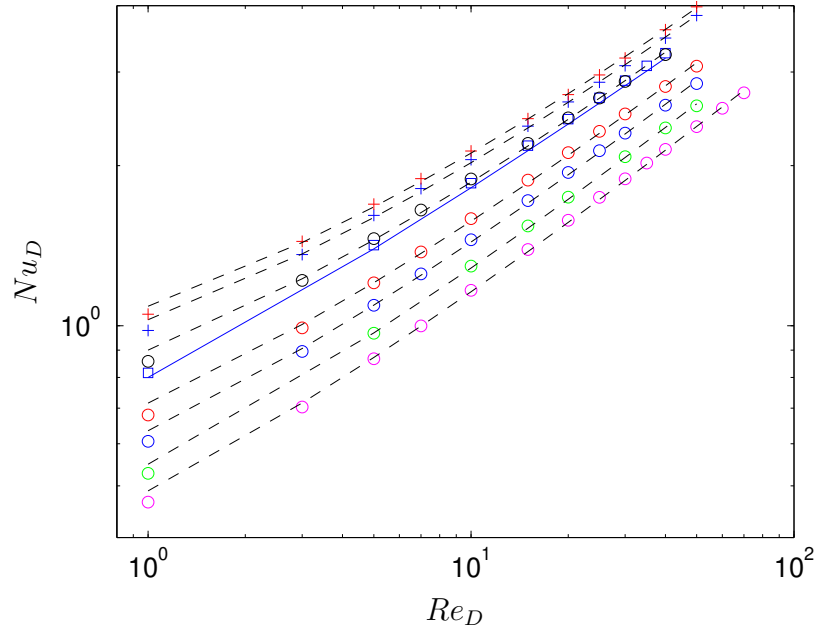
**FIGURE 2.9:** Diffusion pure autour d'un cylindre circulaire : (a) champ de température, (b) profil de température : — solution analytique Eq.2.17 ; - - ce travail.



**FIGURE 2.10:** Nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds pour le cas d'un cylindre circulaire isolé : -.- Hilpert (1933) ; - - McAdams (1954) ; — Collis (1959) ;  $\circ$  ce travail.

avec  $C = 0.891$  et  $n = 0.33$  pour  $1 < Re < 4$  et  $C = 0.821$  et  $n = 0.385$  pour  $4 < Re < 40$ . Finalement, nous avons également tracé la corrélation proposée par Collis (1959) qui est très souvent citée dans la littérature. Dans ces travaux, les auteurs identifient une corrélation pour décrire l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds à partir d'une étude expérimentale pour le cas de l'air tel que, pour  $Pr = 0.7$  et  $0.02 < Re < 44$

$$Nu_D = 0.24 + 0.56 Re_D^{0.45} \quad (2.21)$$



**FIGURE 2.11:** Nombre de Nusselt issu des simulations en fonction de  $Re_D$ ;  $\square$  cylindre circulaire et — Eq. 2.21 ; cylindre de section en losange avec  $\alpha = \circ$  33°,  $\circ$  40°,  $\circ$  50°,  $\circ$  60°,  $\circ$  90°,  $+$  120°,  $+$  147°, et -- Eq.2.22

Nos résultats sont globalement en accord avec ces précédents travaux et plus particulièrement avec les résultats de [Collis \(1959\)](#). En effet, la différence entre le nombre de Nusselt issu des simulations et celui donné par [Collis \(1959\)](#) (Eq. 2.21) est inférieure à 2 %.

### 2.6.2.2 Cas du losange isolé

Les résultats de simulation du transfert de chaleur pour les losanges sont tracés sur la figure 2.11 ainsi que ceux obtenus pour le cas du cylindre circulaire isolé. On observe tout d'abord, que le nombre de Nusselt du cylindre circulaire est proche de celui du losange à 90°. En revanche, le nombre de Nusselt diminue lorsque le losange s'aplatit dans le sens de l'écoulement. On peut penser que ceci traduit le fait que la couche limite thermique moyenne autour du losange est plus importante lorsque l'angle  $\alpha$  diminue. L'aplatissement du losange fournit alors des gradients de vitesse plus faibles en paroi, diminuant ainsi l'évacuation de la chaleur. Nous observons qu'en accord avec l'équation 2.21 établie pour un cylindre circulaire, la représentation en échelle log/log dans la figure 2.11 nous montre que lorsque le nombre de Reynolds augmente, le nombre de Nusselt augmente également en suivant une loi puissance du type  $Nu = B Re^n$  avec  $n$  proche de 1/2, ce qui est typique des transferts de chaleur à fort nombre de Reynolds et nombre de Prandtl constant. À partir de nos simulations, nous pouvons proposer de décrire le nombre de Nusselt pour une colonne de forme losange sous la forme suivante

$$Nu_D = A + B Re^{1/2} \quad (2.22)$$

avec les constantes A et B données dans le tableau 2.5. L'équation 2.22 permet de décrire nos résultats avec une différence proche de 5 % pour  $Re_D = 1$  et inférieure à 2 % pour  $Re_D > 1$ .

$\alpha$	$A$	$B$
33	0.179	0.309
40	0.209	0.340
50	0.264	0.371
60	0.319	0.397
90	0.456	0.445
120	0.5638	0.4626
147	0.6148	0.4733

**TABLE 2.5:** Nombre de Nusselt d'un losange isolé pour  $Re_D < 40$  : Évolution des coefficients de l'équation 2.22.

En comparant les résultats en terme de coefficient de traînée  $C_D$  et de nombre de Nusselt  $Nu$ , il reste difficile de savoir quelle géométrie est la plus appropriée pour réaliser un échangeur composé d'une matrice de colonnes. Si l'on considère que pour  $Re_D < 10$  les coefficients de traînée sont assez similaires, les résultats en terme de nombre de Nusselt semblent suggérer que plus l'angle d'attaque est élevé plus le transfert de chaleur est efficace. Cependant, il est clair que l'écoulement autour d'une colonne est différent de celui au sein d'une matrice de colonnes. La simulation de l'écoulement dans une matrice de colonnes apparaît donc comme un passage obligé pour évaluer les géométries les plus intéressantes. Aussi, l'établissement des lois d'évolution des coefficients de traînée et nombre de Nusselt pour une colonne isolée devrait par la suite nous permettre de mettre en évidence les effets collectifs engendrés par les rapprochements des colonnes.

## 2.7 Conclusion

Dans ce premier travail numérique, nous avons réalisé la simulation de l'écoulement et du transfert de chaleur autour d'une colonne isolée. Dans un premier temps, nous avons comparé nos résultats à ceux de la littérature pour le cas d'une colonne circulaire avant d'aborder la simulation de colonnes en forme de losange. Nous avons alors établi les lois d'évolution du coefficient de traînée  $C_D$  et du nombre de Nusselt  $Nu$  pour des colonnes de forme losange ayant un angle d'attaque (et de fuite) compris entre  $\alpha = 33^\circ$  et  $147^\circ$ . Au niveau de l'écoulement, nous avons alors constaté que l'augmentation de l'angle d'attaque favorisait la formation d'une recirculation en aval de la colonne. Nous avons alors caractérisé la longueur de cette recirculation en fonction du nombre de Reynolds. Typiquement plus l'angle  $\alpha$  est faible, plus le nombre de Reynolds correspondant à l'apparition de cette recirculation est élevé. Nous avons également constaté que la diminution de l'angle génèrait une augmentation du coefficient de traînée sans doute suite à l'augmentation de la surface de frottement le long du profil.

Cependant, la variation du coefficient de traînée due à la variation de l'angle reste modérée puisqu'elle représente environ  $\pm 10\%$  du coefficient de traînée d'un cylindre circulaire. Par contre, nous avons montré que l'influence de l'angle  $\alpha$  était beaucoup plus importante sur le nombre de Nusselt. Que cela soit en terme de  $C_D$  ou de  $Nu$ , pour un angle de  $\alpha = 90^\circ$  nous retrouvons des valeurs proches de celles du cas des colonnes circulaires. En revanche, lorsque  $\alpha$  diminue, nous observons une diminution du nombre de Nusselt et inversement. Ce comportement est sans



doute dû à la diminution des couches limites dynamique et thermique moyennes lorsque l'angle  $\alpha$  augmente. Cette partie nous a permis de prendre en main le code de calcul et d'établir les évolutions de  $C_D$  et  $Nu$  pour le cas d'un élément isolé. Nous pouvons étudier par la suite les effets collectifs sur l'écoulement et le transfert de chaleur pour un volume élémentaire représentatif (VER) du régénérateur à nouvelle micro-structure.

# Chapitre 3

## Étude numérique : simulation de l'écoulement et du transfert pour un VER

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la simulation de l'écoulement et du transfert de chaleur au sein d'une matrice de colonnes pour un volume élémentaire représentatif (VER, fig.3.1). Cette étape nous permet d'identifier l'évolution du facteur de frottement global, du coefficient de traînée et du nombre de Nusselt pour différentes porosités et formes de colonnes. La comparaison des résultats, notamment avec le cas de la colonne isolée, nous permet de quantifier les effets collectifs sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Ce travail de simulation donne aussi accès aux paramètres caractérisant les performances d'un régénérateur.

Suite à l'étude bibliographique que nous avons réalisée, la microstructure qui nous intéresse dans ce travail se compose des piliers profilés en forme de losange. Cette géométrie a été choisie car sous certaines conditions elle permet de minimiser dans une certaine mesure la variation de la surface de passage le long de l'écoulement. Dans le même temps, des piliers sous forme de losange sont relativement plus facile à réaliser que les piliers lenticulaires ou en forme de sinus.

### 3.2 Géométrie d'un micro-régénérateur

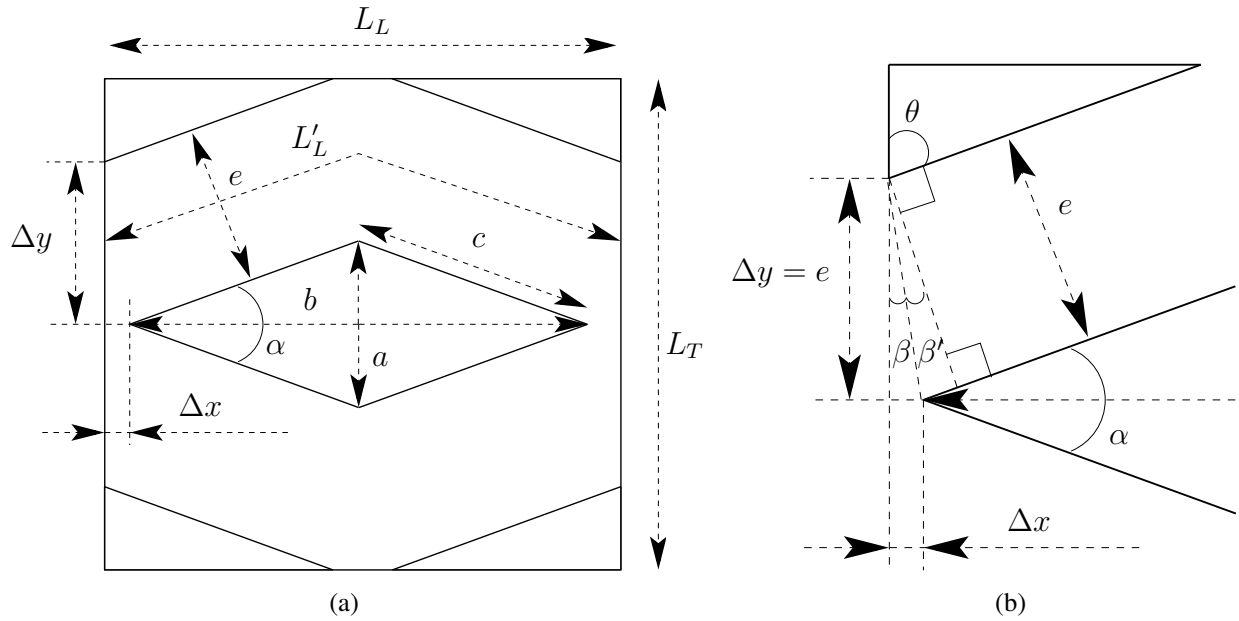
Différents paramètres caractérisent un micro-régénérateur. On peut citer tout d'abord, la porosité du régénérateur qui est définie comme le rapport entre  $V_{gaz}$  le volume occupé par le gaz et le volume total  $V_{total} = V_{gaz} + V_{colonnes}$  occupé par les colonnes et le gaz

$$\varepsilon = V_{gaz}/V_{total} = 1 - \frac{V_{colonnes}}{V_{total}} \quad (3.1)$$

Plus la porosité est faible, moins il y a de place pour le gaz dans le canal.

Le deuxième paramètre caractérisant le milieu poreux est la taille moyenne des pores ou bien la distance moyenne entre les surfaces des éléments, ici les colonnes.

Le troisième paramètre qui intervient dans la définition d'une géométrie de régénérateur est la taille moyenne des éléments eux mêmes. Un lien direct existe entre la porosité, la dimension



**FIGURE 3.1:** Paramètres géométriques du volume élémentaire représentatif pour un arrangement de colonnes de forme losange : (a) paramètres globaux, (b) déduction de la longueur  $\Delta x$  imposée par la condition  $\Delta y = e$ .

des colonnes et la distance inter-colonne. Enfin, pour ce type d'écoulement on définit le diamètre hydraulique du canal comme (Vanapalli et al. (2007)).

$$D_h = \frac{4\varepsilon V_{total}}{A_{cont}} \quad (3.2)$$

On remarque que pour la porosité  $\varepsilon = 100\%$  (canal conventionnel), l'éq. 3.2 correspond à  $4 \cdot$  'surface de passage' / 'périmètre mouillé'.

Pour les milieux poreux, la porosité peut varier le long d'un volume de sphères ou grilles. Pour les colonnes organisées la déviation de la porosité d'un VER par rapport à la valeur moyenne dans le volume total peut être minimisée.

La représentation du volume élémentaire que nous avons choisie est présentée dans la figure 3.1a avec les principales dimensions. Nous avons fait le choix de définir un volume "élémentaire" représentatif contenant un losange complet. On définit 'a' et 'b' la hauteur et la longueur du losange. 'c' représente le côté du losange tel que  $c = \sqrt{(a/2)^2 + (b/2)^2}$ . 'e' représente la distance entre les cotés des losanges.  $\Delta x$  correspond à la demi distance entre deux losanges le long du VER.  $\Delta y$  correspond à la demi distance entre deux losanges dans la largeur du VER. Le profil de forme losange est caractérisé par l'angle d'attaque  $\alpha$ . Si la largeur 'a' du losange est connue. La longueur du losange est alors donnée par  $b = a / \tan(\alpha/2)$ . On définit également la longueur  $L_L = b + 2\Delta x$  et la largeur du VER  $L_T = a + 2\Delta y$ . Comme le montre la figure 3.1b, dans le but de conserver le plus possible une surface de passage constante, nous imposons en entrée de domaine la condition

$$\Delta y = e \quad (3.3)$$

Comme l'illustre cette même figure, la condition ci-dessus impose  $\beta = \beta'$ , ainsi la relation suivante entre les angles  $\pi = 2\beta + \pi/2 + \theta$ . À partir du losange, la somme des angles d'un triangle

rectangle nous donne  $\pi = \pi/2 + \theta + \alpha/2$ . On obtient alors  $\beta = \alpha/4$ . Ce qui nous permet d'exprimer la distance  $\Delta x$  telle que

$$\Delta x = e \tan(\beta) = e \tan(\alpha/4) \quad (3.4)$$

Aussi, afin d'apprécier l'analogie avec un canal, nous introduisons la longueur moyenne parcourue par le fluide entre les colonnes  $L'_L$ . Cette longueur correspond à l'estimation de la longueur parcourue par l'écoulement qui contourne la forme losange. Son expression sera détaillée par la suite.

Nous sommes maintenant en mesure de préciser l'expression de la porosité et du diamètre hydraulique en fonction des paramètres géométriques pour le VER qui nous intéresse (Fig. 3.1). Le volume total d'un VER peut s'écrire comme suit

$$V_{total} = L_L L_T h = (b + 2\Delta x)(a + 2\Delta y)h = (b + 2e \tan(\alpha/4))(a + 2e)h \quad (3.5)$$

Avec 'h' la hauteur des colonnes. Sachant que pour notre configuration, le VER se compose de 2 colonnes soit un volume de colonnes de  $V_{colonnes} = 2(ab/2)h = abh$ , selon l'Eq. 3.1, la porosité peut s'écrire uniquement en fonction de trois paramètres : 'a', ' $\alpha$ ' et 'e'

$$\varepsilon = 1 - \frac{ab}{(b + 2e \tan(\alpha/4))(a + 2e)} = 1 - \frac{a^2/\tan(\alpha/2)}{(a/\tan(\alpha/2) + 2e \tan(\alpha/4))(a + 2e)} \quad (3.6)$$

De même, nous pouvons préciser l'expression du diamètre hydraulique pour un tel VER. Sachant que la surface en contact avec le gaz est simplement  $A_{cont} = 8ch = 8h\sqrt{((a/2)^2 + (b/2)^2)}$ , d'après l'Eq. 3.2, nous pouvons également exprimer le diamètre hydraulique en fonction de trois paramètres : 'a', ' $\alpha$ ' et 'e'

$$D_h = \frac{4\varepsilon V_{total}}{A_{cont}} = 4 \left[ 1 - \frac{ab}{(b + 2e \tan(\alpha/4))(a + 2e)} \right] \frac{(b + 2e \tan(\alpha/4))(a + 2e)}{8\sqrt{((a/2)^2 + (b/2)^2)}} \quad (3.7)$$

$$= 4 \frac{(b + 2e \tan(\alpha/4))(a + 2e) - ab}{8\sqrt{((a/2)^2 + (b/2)^2)}} \quad (3.8)$$

$$= 4 \frac{(a/\tan(\alpha/2) + 2e \tan(\alpha/4))(a + 2e) - a^2/\tan(\alpha/2)}{8\sqrt{((a/2)^2 + (a/\tan(\alpha/2)/2)^2)}} \quad (3.9)$$

Il est important de noter que de par l'hypothèse 2D faite dans ces simulations, contrairement aux régénérateurs étudiés expérimentalement, nous avons uniquement un frottement pariétal sur le pourtour des colonnes. Les frottements dûs aux cotés du canal contenant les colonnes ne sont pas pris en compte dans une approche 2D. Dans les simulations, ceci se traduit par une surface de contact plus faible que dans l'expérience correspondante.

Dans la suite du chapitre, nous nous intéresserons à l'étude de l'écoulement et du transfert de chaleur pour des géométries dotées de colonnes en forme de losanges pour différents angles et porosités.

### 3.3 Caractérisation de l'écoulement

Afin de caractériser l'écoulement présent dans un micro-régénérateur, nous sommes aussi amenés à définir certains nombres et coefficients à l'échelle du canal poreux. Nous devons tout d'abord introduire le nombre de Reynolds de canal défini comme suit :

$$Re = \frac{\rho U D_h}{\mu} = \frac{U D_h}{\nu} \quad (3.10)$$

avec  $U$  la vitesse moyenne de l'écoulement dans le canal. Ce nombre est traditionnellement utilisé pour définir le régime d'écoulement dans un canal. Afin de quantifier les pertes de charge entre l'entrée et la sortie d'un canal contenant les colonnes nous définissons également le coefficient de pertes de charge lié à l'écoulement tel que

$$f = \frac{D_h}{L_L} \frac{\Delta P}{1/2 \rho U^2} \quad (3.11)$$

où  $L_L$  est la longueur du VER.

Dans le champ de nombres de Reynolds étudié  $1 < Re < 100$ , les pertes de charge peuvent être présentées sous la forme du nombre de Poiseuille.

$$Po = f Re \quad (3.12)$$

Il faut noter que dans la littérature, différents travaux proposent des corrélations permettant de prédire le coefficient de perte de charge en fonction du nombre de Reynolds de canal (Ergun (1952); Vanapalli et al. (2007); Sparrow & Grannis (1991)). La vitesse de référence choisie par Ruhlich & Quack (1999) pour étudier les pertes de charge est définie comme la vitesse dans le canal vide

$$U' = \frac{Q_m}{\rho A} \quad (3.13)$$

où  $Q_m$  est le débit massique et  $A = W \times h$  la section de passage du canal égale au produit hauteur  $h$  par largeur de canal  $W$ . Vanapalli et al. (2007) choisit plutôt de définir une vitesse de référence basée sur la vitesse moyenne du gaz dans l'écoulement tel que

$$U = \frac{Q_m}{\rho A \varepsilon} = \frac{Q_m}{\rho \langle A \rangle} \quad (3.14)$$

Par la suite, nous suivrons cette dernière approche pour les simulations et les expériences afin de considérer le nombre Reynolds basé sur la vitesse moyenne de l'écoulement  $U$ .

Dans le cas présent, pour les TGP miniaturisés, le débit massique maximal (dans un régime d'écoulement oscillant) est de l'ordre de  $Q_m(max) = 10^{-3} \text{ gs}^{-1}$  pour une porosité de  $40 < \varepsilon < 80 \%$ . Si nous considérons une hauteur de canal de l'ordre de  $h = h_{gr} = 150 \mu\text{m}$  et une largeur de canal  $W = 2 \text{ mm}$ , on a une surface totale de passage de  $A = 0.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ . La vitesse moyenne varie alors dans l'intervalle suivant  $26 < U < 52 \text{ ms}^{-1}$  pour une vitesse en canal vide de  $U' = 20 \text{ ms}^{-1}$ . La taille des éléments est de l'ordre de  $D \approx 50 \mu\text{m}$  pour une porosité de  $40 < \varepsilon < 80 \%$  et un diamètre hydraulique de  $20 < D_h < 50 \mu\text{m}$ , on obtient un nombre de Reynolds de canal dans l'intervalle  $7 < Re < 83$ . Ce calcul nous montre que comme attendu pour ce type de milieu

poreux l'écoulement reste laminaire et que le nombre de Reynolds de canal reste inférieur à 100. C'est pourquoi dans les simulations présentées par la suite, l'écoulement et le transfert de chaleur seront étudiés pour les plages de variation du Reynolds de canal et de la porosité suivante :  $0.4 < Re < 100$  et  $0.40 < \varepsilon < 0.90$ . L'influence de la forme des losanges sera étudiée en faisant varier l'angle d'attaque tel que  $\alpha = 33 - 40 - 50 - 60 - 90^\circ$ .

### 3.4 Caractérisation du transfert de chaleur

Dans la littérature, il existe principalement deux approches pour étudier les effets collectifs sur le transfert de chaleur (ou de masse) dans un réseau organisé d'éléments fixes ou en mouvement. La première approche consiste à réaliser la simulation du transfert de chaleur en imposant une température constante en entrée du domaine composé d'une série de plusieurs VER et à la surface des colonnes. Le coefficient de transfert ou le nombre de Nusselt est alors calculé à partir d'un bilan global d'énergie. Le désavantage de cette approche est d'extraire le nombre de Nusselt d'une façon indirecte. Cette approche a été entre autres utilisée par [Roghair et al. \(2016a\)](#) pour l'étude des effets collectifs sur le transfert de masse pour des écoulements denses de bulles en ascension dans un liquide.

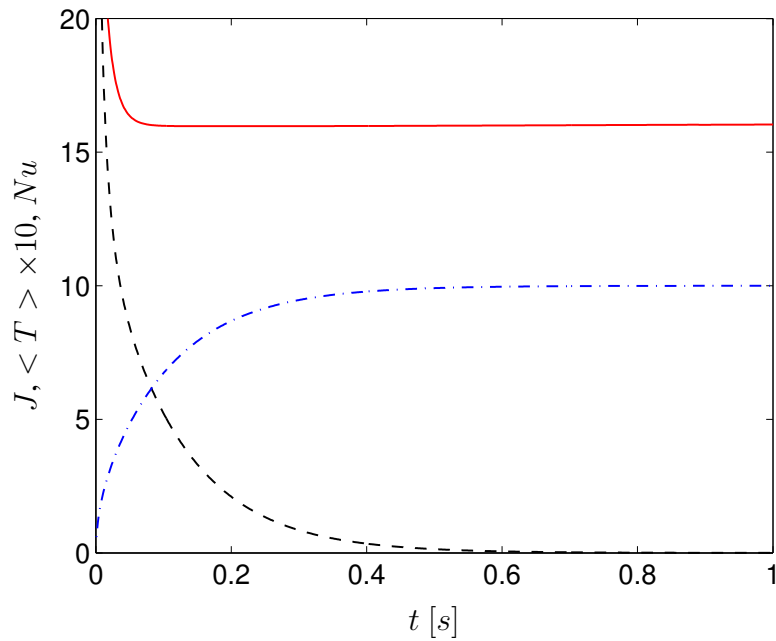
La seconde approche consiste à considérer le transfert de chaleur au sein d'un unique VER. La température est toujours imposée à la surface des colonnes et une condition périodique est utilisée en entrée et sortie de domaine. Au niveau de la colonne centrale, le flux de chaleur surfacique  $J$  est calculé comme précédemment pour un élément isolé comme l'intégrale du flux de chaleur local ( $J_{Loc}$ ) sur la surface de la colonne divisée par la surface totale (voir Eq. 2.5 et 2.6). Ensuite le nombre de Nusselt est donné par

$$Nu = \frac{J}{\lambda(T_p - \langle T \rangle) / L_{ref}} \quad (3.15)$$

où  $T_p$  est la température imposée en paroi,  $\langle T \rangle$  la température moyenne dans le volume du VER. Ce volume, noté  $V_{gaz}$ , est la somme du nombre total  $n_{tot}$  des volumes finis  $V_i$  composant le VER.

$$\langle T \rangle = \frac{\int \int \int T dv}{V_{gaz}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{tot}} V_i \cdot T_i}{V_{gaz}} \quad (3.16)$$

Un exemple de résultat obtenu est donné dans la figure 3.2. Durant la simulation, le flux de chaleur  $J$  qui est très élevé au début diminue rapidement jusqu'à s'annuler. De même, la température moyenne  $\langle T \rangle$  qui est nulle au départ augmente rapidement pour tendre vers  $T_p$ . Cependant, dans le même temps, le nombre de Nusselt qui dépend du rapport  $J / (T_p - \langle T \rangle)$  converge rapidement vers une valeur fixe qui traduit l'établissement d'un transfert en conditions quasi-statiques. Cette approche a été entre autre utilisée par [Massol \(2004\)](#) pour l'étude des effets collectifs sur le transfert de chaleur dans un réseau de sphères solides en contact avec un écoulement de gaz. Notons que dans l'équation 3.15, si la longueur de référence choisie est le coté du losange  $L_{ref} = a$  alors nous obtenons le nombre de Nusselt à l'échelle d'un losange dans la matrice que nous noterons  $Nu_D$  (Eq.3.15 avec  $L_{ref} = a$ ). Afin de comparer aux expériences, il sera aussi intéressant d'évaluer le



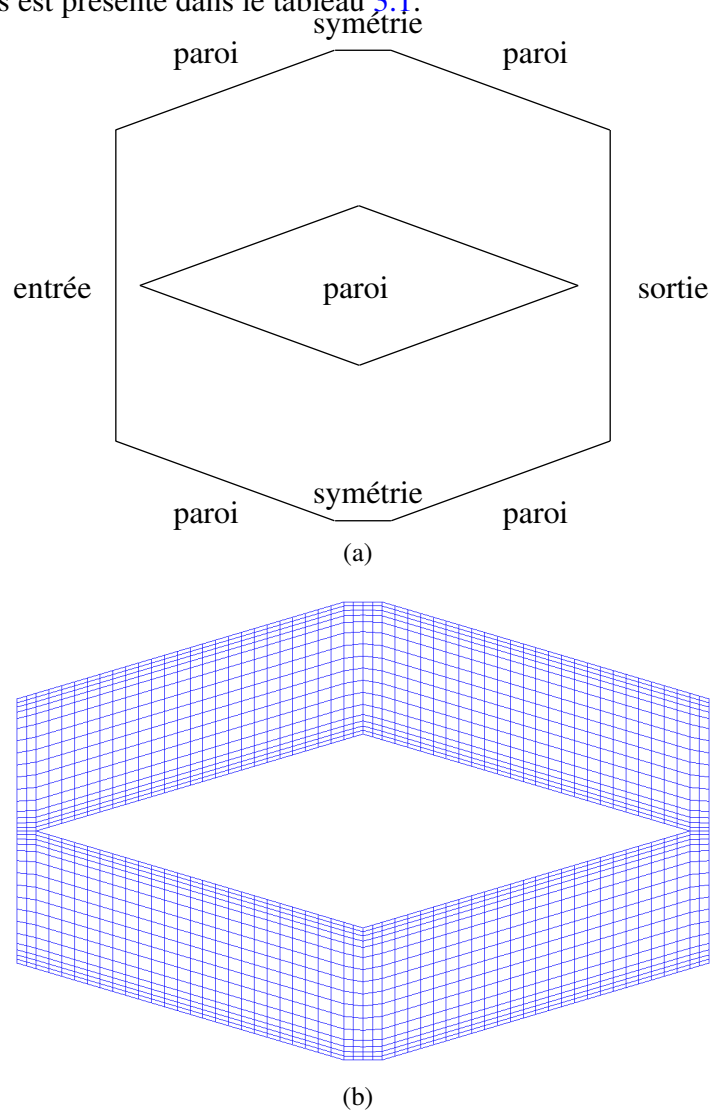
**FIGURE 3.2:** Convergence des simulations de transfert en VER vers un état quasi-statique : --  $J$ , -.-  $\langle T \rangle \times 10$ , -  $Nu_D$  Eq. 3.15.

nombre de Nusselt basé sur le diamètre hydraulique  $L_{ref} = D_h$  que nous noterons simplement  $Nu$  (Eq.3.15 avec  $L_{ref} = D_h$ ) et qui correspond au Nusselt à l'échelle de l'ensemble des colonnes. Nous avons finalement la relation suivante entre ces deux nombres :  $Nu = Nu_D D_h/a$ . De même, nous pouvons également lier le nombre de Reynolds d'élément au nombre de Reynolds de canal tel que :  $Re = Re_D D_h/a$ .

## 3.5 Procédure numérique

### 3.5.1 Construction du maillage

Comme pour le cas de l'étude des colonnes isolées, nous avons également privilégié l'utilisation d'un maillage hexahédral structuré. Le domaine de calcul pour un VER est schématisé dans la figure 3.3a et un exemple de maillage est donné dans la figure 3.3b. Globalement, le nombre de mailles entre les losanges  $N_e = N\Delta y$  varie selon l'angle et la porosité tel que  $50 < N\Delta y < 300$ . Le nombre de mailles sur le segment  $\Delta x$  est proche de  $N\Delta x \approx 5$ . Le nombre de mailles sur la périphérie d'un losange ( $2c$ ) varie tel que  $62 < N\theta = 2Nc < 180$ . Le détail des caractéristiques des maillages utilisés est présenté dans le tableau 3.1.



**FIGURE 3.3:** (a) Domaine de calcul et conditions limites pour la simulation de l'écoulement et du transfert de chaleur au sein d'un VER, (b) exemple de maillage grossier avec  $\alpha = 33^\circ$  et  $\varepsilon = 60\%$  ( $N_{total} = 1792$ ,  $N_e = 16$  et  $N_c = 24$  contre  $N_{total} = 35200$ ,  $N_e = 100$  et  $N_c = 83$  pour le maillage conventionnel (tab.3.1)).



$\alpha$	$\varepsilon, \%$	$N_{total}$	$N_e$	$N_c$
33	40	16400	50	80
	50	23520	70	81
	60	35200	100	83
	70	64800	180	82
	80	96000	250	84
	90	139200	300	90
40	40	10800	50	52
	50	15680	70	53
	60	22400	100	52
	70	34800	150	52
50	40	6800	50	32
	50	9520	70	31
	60	14400	100	32
	70	22800	150	32
60	40	9600	40	55
	50	9920	40	56
	60	19600	70	60
	70	27200	100	54
	80	64800	180	65
90	40	8400	50	36
	50	12320	70	36
	60	19200	100	36
	70	32400	150	36
	80	51200	200	36

**TABLE 3.1:** Détails des maillages utilisés pour le calcul en VER.

### 3.5.2 Simulation de l'écoulement

Comme pour le cas de la simulation de l'écoulement autour d'une colonne isolée, le fluide est considéré comme incompressible et newtonien et les équations de Navier-Stokes sont résolues pour le cas d'un écoulement stationnaire (Eq. 2.8 et 2.9). Comme précédemment ces équations sont résolues grâce à la méthode des volumes finis sous OpenFoam avec une version compilée en double précision. La résolution est implicite avec annulation des termes instationnaires via l'utilisation d'un pas de temps non physique. Les flux convectifs sont discrétisés par un schéma amont du second ordre. Les flux diffusifs sont discrétisés par un schéma centré du second ordre. La pression est calculée par l'algorithme SIMPLE par résolution d'une équation de Poisson.

En entrée et en sortie du domaine de calcul (voir Fig. 3.3a), une condition périodique en vitesse ( $u(x = 0) = u(x = L_L)$ ) et en pression ( $p(x = 0) = p(x = L_L)$ ) est imposée afin de prendre en compte l'influence de la répartition des VER pour représenter la matrice poreuse. Plusieurs calculs tests ont été réalisés avec jusqu'à 5 VER à la suite. Ces calculs ont montré qu'à partir de 2 VER les conditions périodiques sont vérifiées. Afin de générer l'écoulement, dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, un gradient linéaire de pression est imposé dans la direction de l'écoulement afin de générer une vitesse moyenne constante  $U$ . Une condition de symétrie est imposée sur les parties inférieure et supérieure afin de prendre en compte la présence des VER sur les côtés. Une condition d'adhérence est imposée en surface des colonnes (paroi). Comme précédemment afin de faire varier le nombre de Reynolds, on modifie la valeur de la viscosité cinématique. La condition initiale  $u = U$  et  $p = p_0$  est imposée dans tout le domaine de calcul. La convergence du coefficient de perte de charge  $f$  permet de savoir si le champ de vitesse est convergé. Une fois le champ de vitesse  $u$  obtenu dans un domaine de calcul nous pouvons l'utiliser pour la simulation du transfert de chaleur dans le même VER.

### 3.5.3 Simulation du transfert de chaleur

Comme pour le cas de la simulation du transfert de chaleur autour d'une colonne isolée, nous considérons que la diffusivité thermique du fluide  $D_T = \lambda/(\rho C_p)$  est constante et l'équation de conservation de l'enthalpie est résolue (Eq. 2.10) en condition instationnaire grâce à la méthode des volumes finis. Comme nous le verrons par la suite, la résolution en instationnaire est nécessaire dans la procédure de calcul du nombre de Nusselt à partir des simulations. Les flux convectifs sont discrétisés par un schéma TVD du second ordre avec limiteur de pente de Sweby. Les flux diffusifs sont discrétisés par un schéma centré du second ordre. Le terme instationnaire est discrétisé par une méthode implicite du second ordre.

En entrée et en sortie de domaine, une condition périodique en température est imposée ( $T(x = 0) = T(x = L_L)$  voir Fig. 3.3b). À la surface des colonnes (paroi), une température de paroi constante  $T_p > T_\infty$  est imposée. Une condition de symétrie est imposée sur les parties inférieure et supérieure afin de prendre en compte la présence de VER sur les cotés. La condition initiale constante  $T = T_\infty$  est imposée dans tout le domaine de calcul. Pour réaliser une simulation pour un nombre de Reynolds donné, le champ de vitesse est importé des précédents calculs. Puis, sachant la viscosité dynamique  $\nu$  utilisée pour ce nombre de Reynolds, la diffusivité thermique  $D_T$  est imposée pour que le nombre de Prandtl corresponde à celui de l'hélium  $Pr = \nu/D_T = 0.7$ .

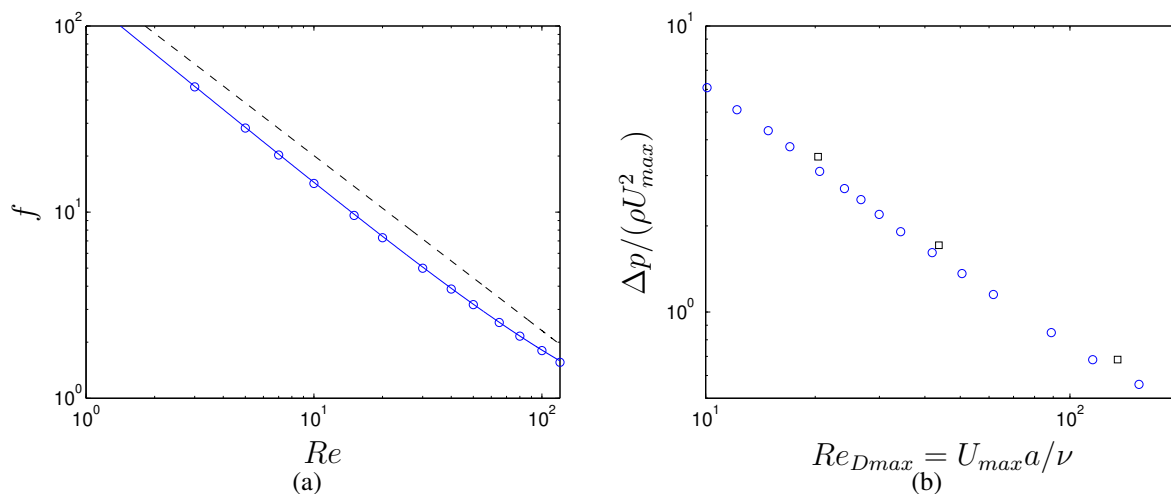
## 3.6 Résultats pour un volume élémentaire représentatif

### 3.6.1 Simulation de l'écoulement pour un volume élémentaire représentatif

Avant de nous lancer dans la simulation des géométries qui nous intéressent (matrice de losanges avec conservation de section de passage), nous avons d'abord cherché à réaliser la simulation de l'écoulement dans des matrices de type colonnes de section en losange déjà documentée dans la littérature.

#### 3.6.1.1 Comparaison aux expériences antérieures

Afin d'apprécier la résolution de l'écoulement au sein d'un VER de type matrice de losanges, nous avons donc dans un premier temps comparé nos résultats de simulations à deux expériences de référence trouvées dans la littérature. La première correspond aux mesures de pertes de charge présentées par [Vanapalli et al. \(2007\)](#) pour le cas d'une matrice de losanges disposés en quinconce ayant un angle d'attaque de  $\alpha = 37.15^\circ$  et une porosité de  $\varepsilon = 75\%$  ( $a/b = 20.5/610.33$ ,  $L_L/L_T = 50/100$ ). La comparaison est présentée dans la figure 3.4a sous la forme de l'évolution du facteur de frottement en fonction du nombre de Reynolds.



**FIGURE 3.4:** Validation de la simulation de l'écoulement dans un VER à partir d'expériences antérieures pour des matrices de losanges ; (a) expériences de [Vanapalli et al. \(2007\)](#) avec  $\varepsilon = 75\%$ ,  $\alpha = 37.15^\circ$  : -- expériences  $f = 175.2Re^{-0.94}$ ,  $\circ$  simulations, — régression à partir des simulations  $f = 141.2/Re(1 + 0.0018Re^{1.1})$ ; (b) expériences de [Sparrow & Grannis \(1991\)](#) avec  $\varepsilon = 65\%$ ,  $\alpha = 45^\circ$  :  $\square$  expériences,  $\circ$  simulations.

Nous constatons que nos simulations présentent la même tendance avec une pente similaire à celle trouvée par [Vanapalli et al. \(2007\)](#). Cependant, les valeurs mesurées semblent plus de 30 % supérieures à celles obtenues par simulation. Dans un premier temps, l'hypothèse avancée pour expliquer cette différence fut les effets 3D avec un frottement supplémentaire dû aux surfaces latérales dans l'expérience. Cependant après vérifications, ces effets devraient être négligeables dans l'expérience car le rapport de longueur entre la taille d'un élément et la hauteur est tellement faible

que nous devons nous rapprocher de l'hypothèse d'un écoulement 2D, ici  $a/h = 20/250 = 0.08$ . Cette différence reste inexpliquée car nous manquons d'informations sur la méthode de traitement appliquée par les auteurs.

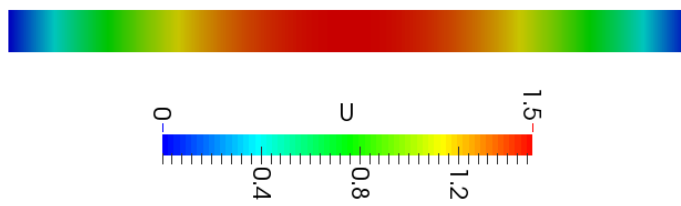
C'est pourquoi nous avons également cherché un second cas de validation qui fut l'expérience de Sparrow & Grannis (1991). Dans cette expérience, les pertes de charges sont étudiées pour le cas d'une matrice de losanges disposés en quinconce ayant un angle d'attaque de  $\alpha = 45^\circ$  et une porosité de  $\varepsilon = 65\%$  avec également un rapport taille d'élément sur hauteur de colonne  $a/h = 1/24 = 0.0417$ . La comparaison entre les mesures et nos simulations est présentée dans la figure 3.4 b sous la forme de l'évolution de la perte de charge pour un VER adimensionalisée par la pression dynamique basée sur la vitesse maximale dans l'écoulement en fonction d'un nombre de Reynolds basé sur la vitesse maximale dans l'écoulement. Les écarts relatifs entre nos simulations et les mesures de Sparrow & Grannis (1991) sont alors respectivement de 3.8 %, 4.5 % et 18 % pour les trois points disponibles à  $Re_{Dmax} < 100$  ( $Re_{Dmax} = 20.3 - 43.7 - 135.2$ ). Nous notons au passage que dans ces deux cas tests issus de la littérature, la contrainte sur la conservation de la section de passage  $e$  en entrée, sortie et à mi distance du VER n'est pas respectée.

### 3.6.1.2 Validation de l'écoulement avec des conditions périodiques

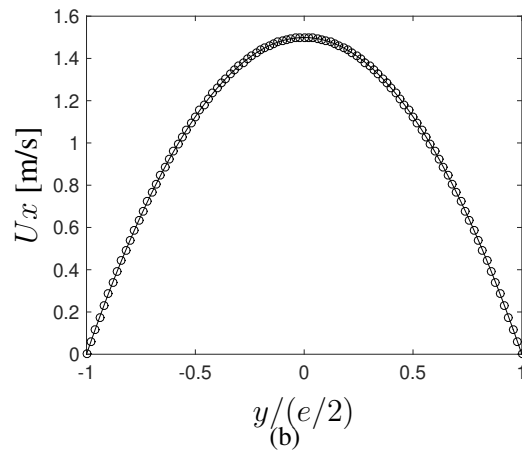
Avant de passer au calcul dans un VER, nous avons tenu à valider notre procédure de calcul avec imposition des conditions périodiques. Pour cela, nous avons cherché à calculer le coefficient de perte de charge et le nombre de Poiseuille correspondant pour le cas d'un écoulement entre deux plaques planes. Pour cela, le volume élémentaire représentatif a été défini comme une tranche de l'écoulement de faible longueur ( $l=0.06h$ ). Le champs de vitesse obtenu est présenté dans la figure 3.5a, où l'écoulement a lieu de bas en haut. Comme le montre la figure 3.5b, le profil de vitesse obtenu est comme attendu parfaitement parabolique. Finalement, les nombres de Poiseuille obtenus dans ce VER sont reportés dans la seconde colonne du Tableau 3.2 pour  $1 < Re < 100$ . Nos résultats apparaissent comme en parfaitement en accord avec la théorie qui prédit une valeur de  $Po = 96$  contre  $Po = 95.94$  avec nos simulations. Nous pouvons donc à présent entamer sereinement l'étude de l'écoulement dans nos VER.

Re	Po	Nu
1	95,9408	9,8616987773
5	95,9408	9,8635843933
10	95,9408	9,8769773701
20	95,94064	9,8631274656
50	95,9408	9,8628992248
80	95,94048	9,8623998955
100	95,9408	9,8636411283

**TABLE 3.2:** Indépendance du nombre de Poiseuille et du nombre de Nusselt pour le cas d'un écoulement entre plaque planes ( $Pr=0.7$ )



(a)

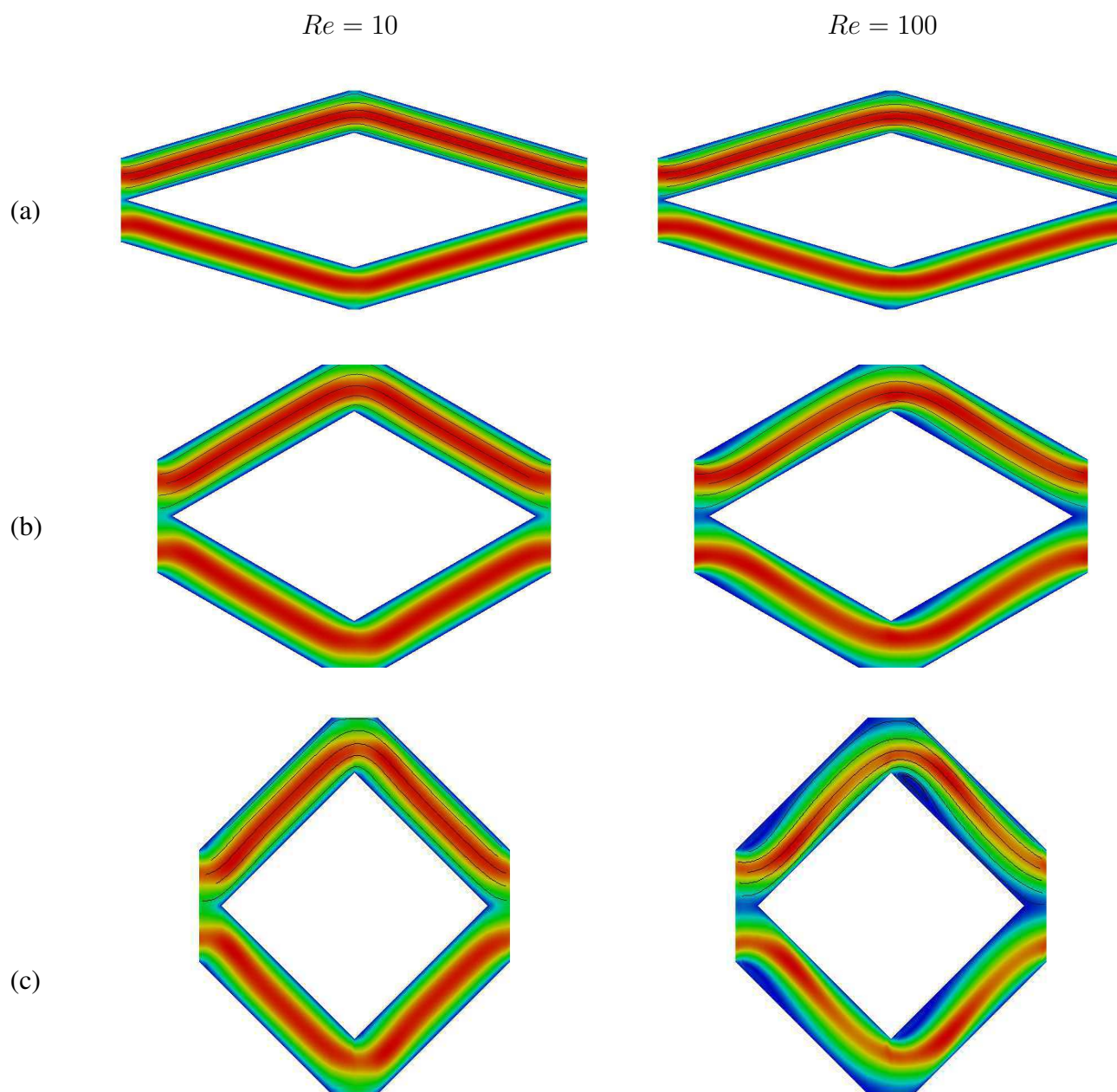


(b)

**FIGURE 3.5:** Simulation d'un écoulement entre deux plaques planes dans un volume élémentaire  $L = Xe$  avec des conditions limites périodiques ( $Re = U2e/\nu = 10$ ) : (a) champ de vitesse (norme du vecteur vitesse) ; (b) Profil parabolique :  $\circ$  simulation, — profil parabolique théorique  $U_x = (3/2)U(1 - y^2/(e/2)^2)$

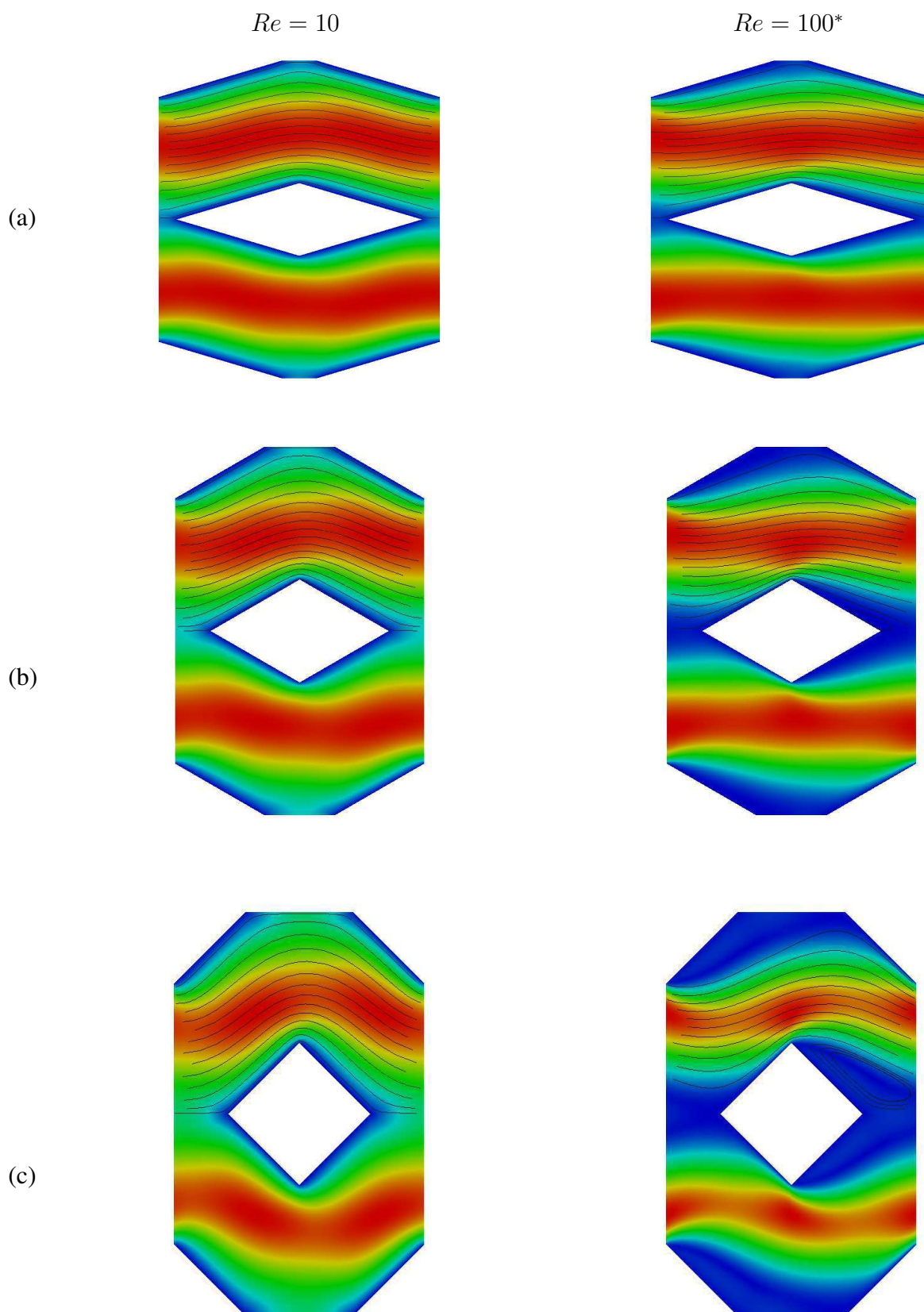
### 3.6.1.3 Simulation pour le cas VER de type colonnes de section en losange

Les simulations ont été réalisées pour un VER avec un angle d'attaque de  $\alpha = 33, 40, 50, 60, 90^\circ$  et une porosité variant entre 40 et 90 %. Les champs de vitesse obtenus pour  $Re = 10 - 100$ ,  $\alpha = 33-60-90^\circ$  et  $\varepsilon = 40$  et 80 % sont reportés dans les figures 3.6 et 3.7. Dans la figure 3.6 pour  $\varepsilon = 40$  %, nous constatons que malgré l'augmentation de l'angle à  $Re = 10$  (à gauche) la topologie de l'écoulement reste très proche avec une vitesse maximale proche du centre et une diminution de la vitesse jusqu'à annulation ( $u = 0$ ) en paroi. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, pour  $Re = 100$  (à droite) nous constatons la formation de zones de déficit de vitesse notamment au niveau des bords d'attaque et de fuite mais également en aval des sommets latéraux. Les lignes de courant nous montrent cependant que ce déficit de vitesse ne génère pas de recirculation. Dans la figure 3.7 pour  $\varepsilon = 80$  %, nous remarquons que pour  $Re = 10$  (à gauche) la topologie l'écoulement est proche de celle de plus faible porosité avec une vitesse maximale au centre et une diminution progressive de celle-ci en se rapprochant de la paroi. En revanche, l'augmentation du nombre de Reynolds (à droite,  $Re = 100$ ) conduit pour cette porosité à la formation de déficit de vitesse qui induit la formation de recirculation pour les angles  $\alpha = 60$  et  $90^\circ$ . La formation de ces recirculations est en accord avec les observations pour une colonne isolée qui montre que plus l'angle est faible moins les recirculations sont susceptibles d'être présentes (Fig. 2.8).



**FIGURE 3.6:** Champs de vitesse / lignes de courant (partie haute) pour l'écoulement dans un VER pour  $\varepsilon = 40\%$  (a)  $\alpha = 33^\circ$ , (b)  $\alpha = 60^\circ$ , (c)  $\alpha = 90^\circ$ .

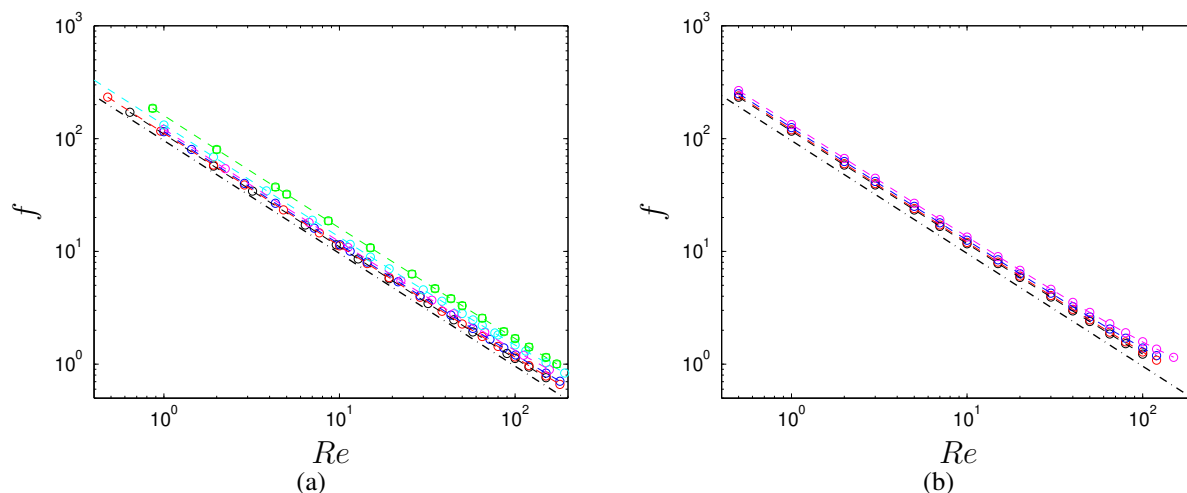




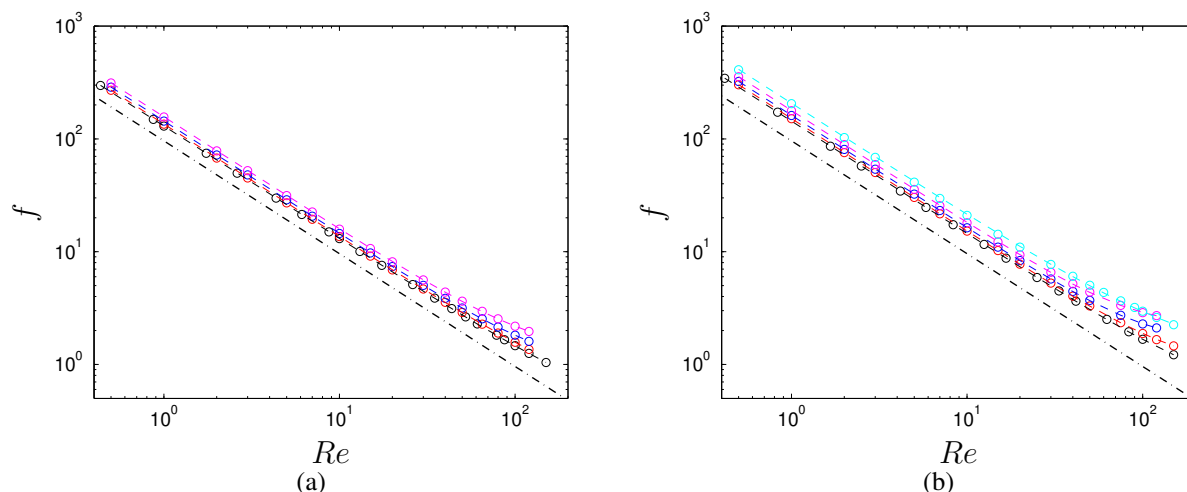
**FIGURE 3.7:** Champs de vitesse / lignes de courant (partie haute) pour l'écoulement dans un VER pour  $\varepsilon = 80\%$  (a)  $\alpha = 33^\circ$ , (b)  $\alpha = 60^\circ$ , (c)  $\alpha = 90^\circ$  (\* sauf  $\alpha = 90^\circ$  et  $\varepsilon = 80\%$  :  $Re=70$ ).



Nous avons reporté dans les figures 3.8, 3.9 et 3.10 l'évolution du facteur de frottement correspondant en fonction du nombre de Reynolds de canal  $Re$ .

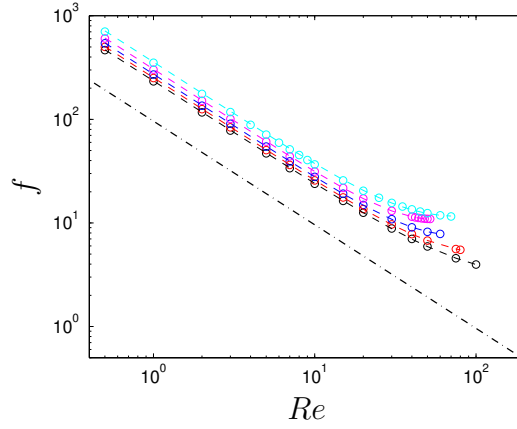


**FIGURE 3.8:** Évolution du facteur de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour : (a)  $\alpha = 33^\circ$  (b)  $\alpha = 40^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40\%$ ,  $\circ \varepsilon = 0.50$ ,  $\circ \varepsilon = 60\%$ ,  $\circ \varepsilon = 70\%$ , uniquement pour (a)  $\circ \varepsilon = 80\%$ ,  $\circ \varepsilon = 90\%$ ; - - - corrélations Eq. 3.17 et Tab. 3.3; -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $f = 96/Re$



**FIGURE 3.9:** Évolution du facteur de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour : (a)  $\alpha = 50^\circ$  (b)  $\alpha = 60^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40\%$ ,  $\circ \varepsilon = 50\%$ ,  $\circ \varepsilon = 60\%$ ,  $\circ \varepsilon = 70\%$ , uniquement pour (b)  $\circ \varepsilon = 80\%$ ; - - - corrélations Eq. 3.17 et Tab. 3.3; -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $f = 96/Re$

Nous notons tout d'abord que nos valeurs sont toujours supérieures au facteur de frottement que nous pouvons rencontrer pour le cas d'un écoulement entre plaques planes  $f = 96/Re$ . Dans tous



**FIGURE 3.10:** Évolution du facteur de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour :  $\alpha = 90^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40\%$ ,  $\circ \varepsilon = 50\%$ ,  $\circ \varepsilon = 60\%$ ,  $\circ \varepsilon = 70\%$ ,  $\circ \varepsilon = 80\%$ ; - - - corrélations Eq. 3.17 et Tab. 3.3 ;-.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $f = 96/Re$

les cas, nous observons une évolution proportionnelle à  $f(1 < Re < 10) \propto 1/Re$  pour des Reynolds faibles et modérés puis une stabilisation nette vers des valeurs qui évoluent plus faiblement en fonction du nombre de Reynolds  $f(Re \gg 1) \propto Re^n$  avec  $-0.18 \leq n \leq 1.01$ . Nos résultats peuvent être décrits par une relation proche de celle également utilisée par [Gedeon & Wood \(1996\)](#)

$$f = \frac{A}{Re}(1 + B Re^n) \quad (3.17)$$

avec les constantes A, B et n données dans le tableau 3.3. Cette dernière équation permet de représenter nos résultats avec entre 1 et 2.5 % de différence. Globalement, nous observons que plus l'angle d'attaque est élevé plus le facteur de frottement est important. Nous remarquons également que, pour un angle  $\alpha$  donné, l'augmentation de la porosité produit une augmentation du facteur de frottement. Comme le montre la figure 3.11, nous pouvons noter par comparaison avec les travaux antérieurs que l'augmentation de f avec la porosité était en accord avec les résultats de simulation de [Costa et al. \(2014b\)](#) à bas Reynolds pour le cas d'une matrice tissée de fils. L'augmentation de f avec  $\varepsilon$  paraît contre intuitif. Cependant à débit, volume de canal, géométrie de colonnes (a,b) fixés, si la porosité augmente, on diminue alors le nombre de colonnes, donc la section de passage, ce qui amène à diminution de la vitesse moyenne, une augmentation du diamètre hydraulique et au final une diminution de la perte de charge  $\Delta p \propto fU^2/D_h$  malgré l'augmentation de f. Il est cependant difficile d'identifier à ce stade la cause exacte de ce comportement.

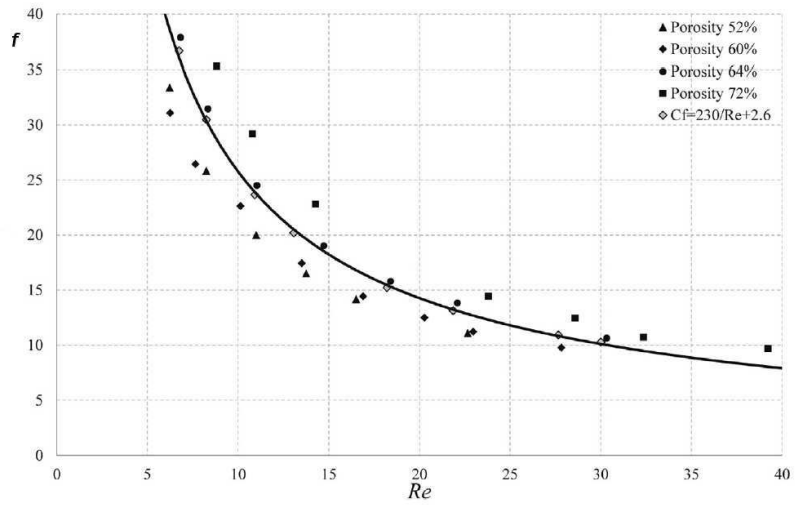
Dans l'équation 3.17, l'estimation des constantes B n'est sans doute qu'approximative du fait de la limite haute de la gamme balayée par le nombre de Reynolds. Par contre, nous pouvons avoir confiance dans les valeurs à faible nombre de Reynolds qui peuvent être présentées sous la forme du nombre de Poiseuille  $Po = fRe$  (A dans Tab. 3.3) que nous avons tracé dans la figure 3.12 en fonction de la porosité pour les différents angles d'attaque considérés. Cette figure nous montre clairement l'influence de la porosité sur le nombre de Poiseuille. Dans la littérature, pour le cas de matrices composées de métal fritté ou de grilles tissées, l'influence de la porosité sur le facteur de frottement fut évoquée par [Gedeon & Wood \(1996\)](#) mais non prouvée. Ce point a également été observé par les simulations de [Costa et al. \(2014b\)](#) mais n'a pas été clairement exploité puisque

l'ensemble des résultats est alors décrit par une unique corrélation (voir Fig. 3.11). Si nous analysons plus en détails nos résultats, nous constatons que pour  $\alpha \leq 40^\circ$  et  $\varepsilon \leq 70\%$  la géométrie aux losanges fournit un nombre de Poiseuille plus faible que celui attendu pour une matrice composée de sphères (Ergun, 1952). Par contre, pour la même gamme de porosité  $\varepsilon \leq 70\%$ , seule la géométrie au losange avec un angle de  $\alpha = 33^\circ$  permet d'obtenir un nombre de Poiseuille plus faible que celui attendu pour une matrice composée de grilles empilées. Nous démontrons donc ici l'intérêt de l'utilisation des matrices composées de colonnes de section en losange par rapport aux matrices conventionnellement utilisées dans les régénérateurs (sphères, grilles).

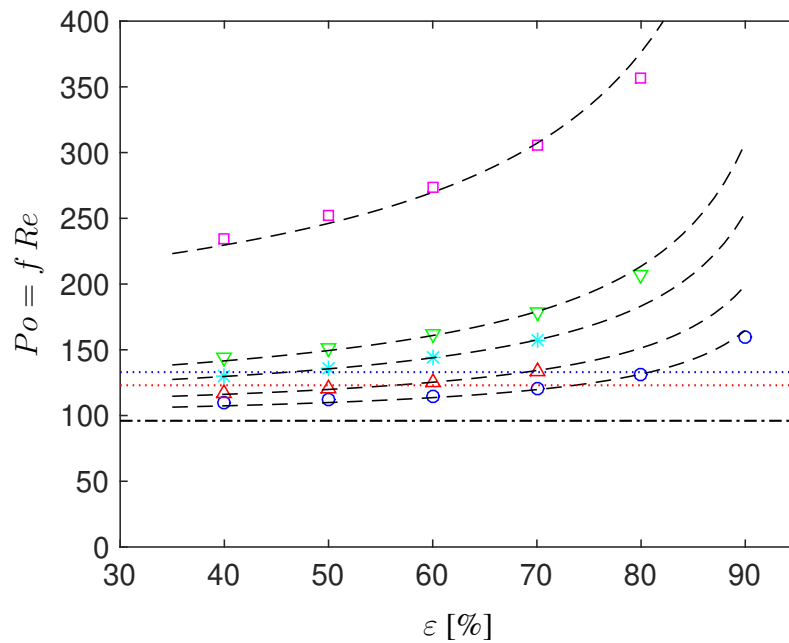
Par la suite, afin de mieux comprendre l'effet de la porosité sur le facteur de frottement au sein d'une matrice de type losanges, nous avons cherché à comparer l'écoulement présent entre les colonnes à celui entre deux plaques planes d'un micro canal.

$\alpha$	$\varepsilon, \%$	$A = Po$	$B$	$n$
33	40	109.58	1.0037e-04	1.1935
	50	111.81	1.9931e-04	1.1148
	60	115.32	2.4277e-04	1.1652
	70	121.06	3.7007e-04	1.1965
	80	132.04	0.0017	0.9286
	90	160.01	0.0012	0.8274
40	40	116.56	2.1032e-04	1.2048
	50	119.91	2.2508e-04	1.2421
	60	125.29	2.2303e-04	1.3476
	70	133.58	5.7330e-04	1.2460
50	40	130.09	5.6814e-04	1.1729
	50	135.44	3.8057e-04	1.3152
	60	144.17	3.6678e-04	1.4256
	70	157.03	7.5778e-04	1.3572
60	40	143.88	4.3471e-04	1.2842
	50	151.39	2.6684e-04	1.4811
	60	161.84	2.6293e-04	1.6014
	70	178.36	6.2338e-04	1.4999
	80	206.52	0.0035	1.0417
90	40	234.69	0.0010	1.4188
	50	252.45	5.1813e-04	1.6576
	60	272.99	2.8460e-04	1.9136
	70	305.07	2.9920e-04	2.0148
	80	357.11	0.0010	1.6797

**TABLE 3.3:** Facteur de frottement pour un VER : Évolution des coefficients de l'équation 3.17.



**FIGURE 3.11:** Évolution du facteur de frottement en fonction du nombre de Reynolds selon les simulations numériques de [Costa et al. \(2014c\)](#) pour le cas d'une matrice tissée de fils.



**FIGURE 3.12:** Évolution du nombre de Poiseuille en fonction de la porosité pour :  $\circ$   $\alpha = 33^\circ$ ,  $\triangle$   $\alpha = 40^\circ$ ,  $*$   $\alpha = 50^\circ$ ,  $\nabla$   $\alpha = 60^\circ$  et  $\square$   $\alpha = 90^\circ$ ; - - - calcul du nombre de Poiseuille à partir de l'analogie microcanal (Eq. 3.24); ... matrice de type sphères  $Po = 133$  ([Ergun, 1952](#)); ... matrice de type empilement de grilles  $Po = 123$  ([Costa et al., 2013](#)); -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $Po = 96$

### 3.6.1.4 Analogie à un écoulement en canal

Lors de nos simulations, comme le montrent les figures 3.6 et 3.7, nous avons remarqué que l'écoulement entre les surfaces de deux losanges restait relativement homogène avec dans certains cas quelques distorsions et la formation de recirculations pour  $Re = 100$  et notamment pour un angle d'attaque supérieur à  $30 - 40^\circ$ . Afin d'aller plus loin dans l'analyse des résultats, nous avons alors tracé les profils de vitesse à différentes sections de passage de l'écoulement comme présenté dans le figure 3.13. Les profils relevés sont alors comparés au profil parabolique qui s'établit classiquement pour le cas d'un écoulement laminaire entre deux plaques planes :

$$U = U_{max}(1 - r^2/(e/2)^2) \quad (3.18)$$

avec  $r$  la distance par rapport au centre du canal formé par le rapprochement de deux losanges (courbe  $g(x)$  dans annexe C) et  $U_{max}$  la vitesse maximale de l'écoulement qui est proche de  $U_{max} = 1.5U_{moy}$ . Ici, nous constatons généralement que la vitesse moyenne sur une section est de  $U_m = 1.047$  m/s, ce qui donne une vitesse maximale pour le profil de  $U_{max} = 1.57$  et non pas  $U_m = 1.5$  m/s.

Les comparaisons à ce profil sont présentées dans les figures 3.14 pour le cas  $\alpha = 33^\circ$ ,  $\varepsilon = 40\%$  et pour différents nombres de Reynolds. Pour ce cas, nous observons clairement, que le profil de vitesse correspond à un profil parabolique entre 2 plaques planes pour  $Re = 1$  et  $Re = 10$ . Une légère différence est observée entre la théorie et les simulations pour le cas  $Re = 100$ . Nous pouvons donc observer que le confinement des losanges induit la formation d'un écoulement proche de celui entre deux plaque planes. Comme détaillé dans l'annexe D, toujours pour le cas  $\alpha = 33^\circ$ , pour  $Re = 10$  et  $Re = 100$ , nous avons également reporté les profils de vitesse pour les porosités suivantes  $\varepsilon = 40 - 50 - 60 - 70\%$ . Ici avec l'angle  $\alpha = 33^\circ$  ou bien avec un autre angle, nous constatons systématiquement que quelque soit la porosité un très bon accord avec le profil parabolique (Eq. 3.18) est trouvé pour le cas  $Re \leq 10$  (fig. D.1) alors qu'une faible déviation est toujours présente pour  $Re = 100$  (fig. D.2). Plus l'angle d'attaque augmente et plus la déviation avec le profil parabolique est importante à  $Re = 100$ .

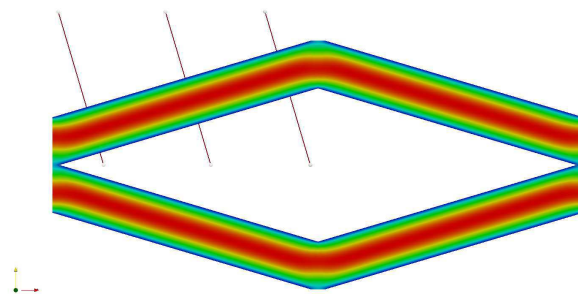
Ces résultats nous ont alors permis d'envisager de réaliser une analogie avec un micro canal en considérant que la majeure partie des pertes de charge est principalement due au frottement pariétal dans les canaux formés par le passage du fluide entre les losanges. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons alors cherché à calculer le diamètre hydraulique  $Dh'$ , le nombre de Reynolds  $Re'$  et le facteur de frottement  $f'$  correspondant au canal inter losange. Le diamètre hydraulique et le nombre de Reynolds correspondant au micro canal peuvent s'écrire comme suivant

$$Dh' = 4eh/(2(e + h)) = 4e/(2(e/h + 1)) \approx 2e \quad (3.19)$$

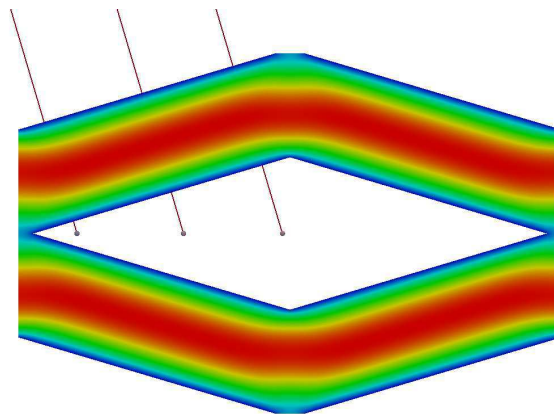
$$Re' = U Dh'/\nu \approx Re Dh'/Dh = Re 2e/Dh \quad (3.20)$$

Comme illustré dans la figure 3.1, nous devons évaluer la longueur  $L'_L$  parcourue pas le fluide dans ce micro canal. Comme cela est détaillé dans l'annexe C, le calcul de la longueur parcourue par le fluide dans le micro canal est donnée par la relation suivante

$$L'_L = 4\Delta x \sqrt{1 + (a/(2b))^2} + 2(b/2 - \Delta x) \sqrt{1 + (a/b)^2} \quad (3.21)$$

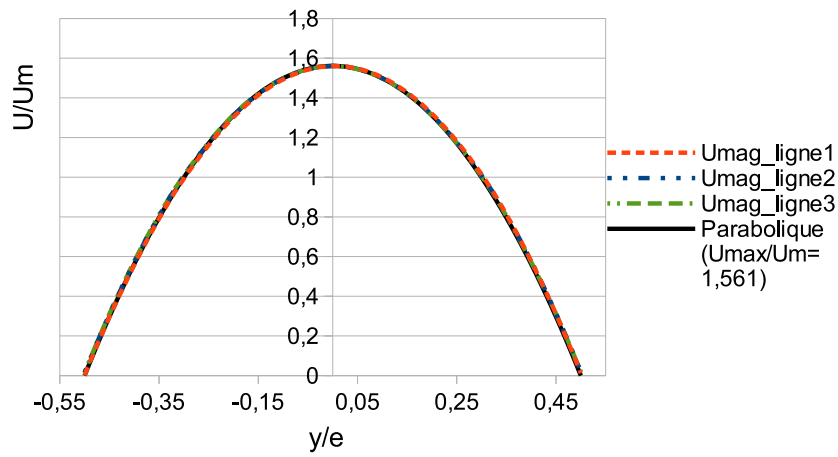


(a)

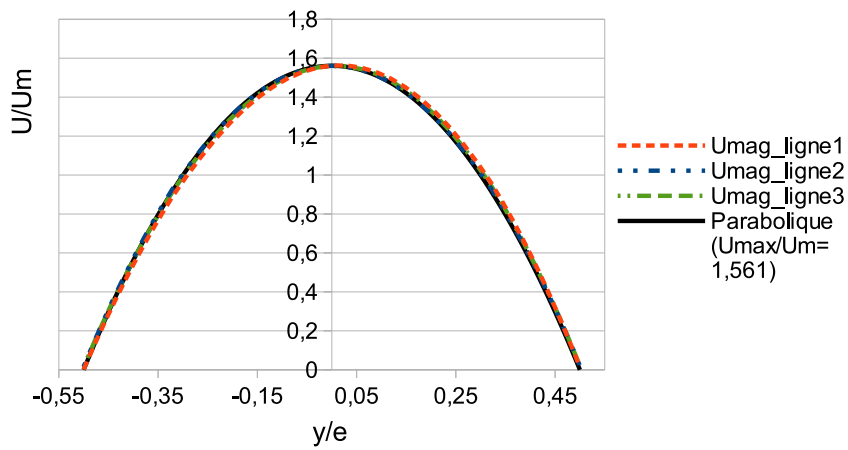


(b)

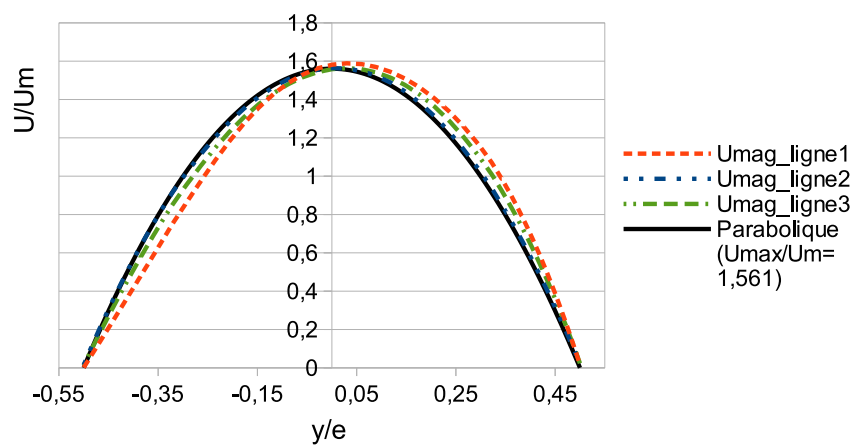
**FIGURE 3.13:** Visualisation des sections de passage où les profils de vitesse sont étudiés : cas d'un VER aux losanges avec  $\alpha = 33^\circ$  et (a)  $\varepsilon=40\%$  et (b)  $\varepsilon=60\%$ . Les profils de vitesse correspondant, de gauche à droit, aux lignes 1, 2 et 3 sont tracés sur la fig. 3.14 pour les cas (a) et sur les fig. D.1 et D.2 pour (b).



(a)



(b)



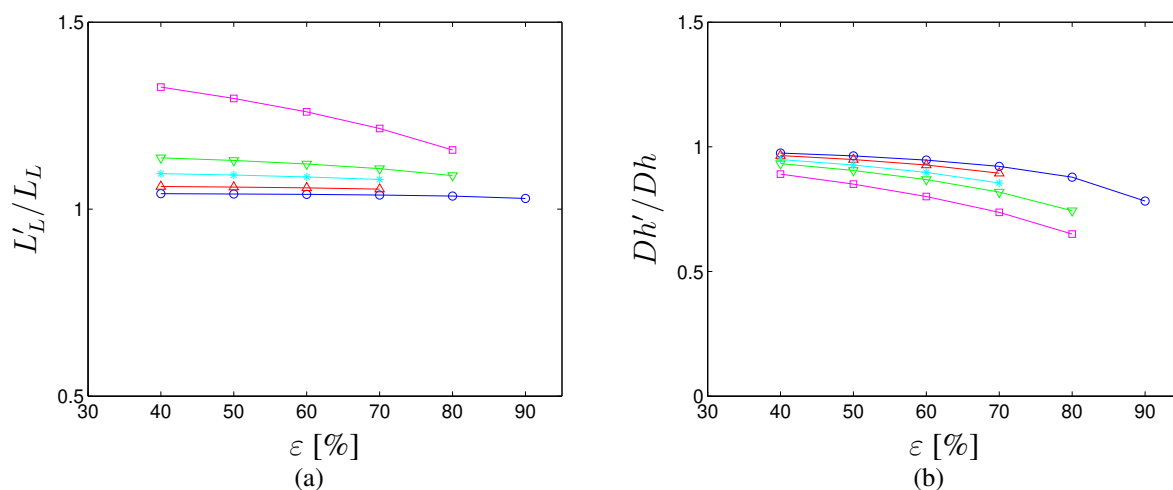
(c)

**FIGURE 3.14:** Profils de vitesse dans 3 sections (correspondent aux lignes 1, 2, 3 sur fig. 3.13 de gauche à droite ) pour  $\alpha = 33^\circ$  et  $\varepsilon = 40\%$  pour différents nombres de Reynolds : (a)  $Re = 1$ , (b)  $Re = 10$ , (c)  $Re = 100$ .

Le facteur de frottement dans le canal  $f'$  peut alors se calculer à partir du précédent facteur de frottement pour le VER ( $f$ ), du rapport de longueur  $L'_L/L_L$  et de diamètre hydraulique  $Dh'/Dh$

$$f' = \frac{Dh'}{L'_L} \frac{\Delta P}{1/2\rho U^2} = \frac{Dh'}{L'_L} \frac{L_L}{Dh} f = \frac{Dh'}{Dh} \frac{L_L}{L'_L} f \quad (3.22)$$

On note que le rapport de longueur  $L'_L/L_L$  représente pour les écoulements en milieu poreux la tortuosité du réseau dans lequel s'écoule le fluide. Les évolutions de la tortuosité  $L'_L/L_L$  et du rapport des diamètres hydrauliques  $Dh'/Dh$  sont présentées dans la figure 3.15. La tortuosité est par définition forcément supérieure ou égale à 1 car le fluide est dévié par les colonnes, ce qui rallonge la longueur moyenne de son parcours ( $L'_L$ ). De plus, comme on peut le constater dans cette dernière figure, la diminution de l'angle d'attaque  $\alpha$  fait tendre la tortuosité vers l'unité car on se rapproche du cas plaques planes. L'augmentation de la porosité semble diminuer significativement la tortuosité mais uniquement pour un angle d'attaque supérieur à  $50^\circ$ . Le rapport de diamètre hydraulique  $Dh'/Dh$  est forcément inférieur ou égal à 1 car au premier ordre, la surface de passage étant la même (même porosité), ce rapport est lié aux surfaces de contact  $Dh'/Dh \propto A_{cont}/A'_{cont}$ . Or pour le cas d'un VER, le long de la longueur  $L'_L$  le fluide n'étant en contact avec une paroi que de façon intermittente (surface des colonnes et surface fluide) nous avons  $A_{cont} < A'_{cont}$  et par conséquent  $Dh'/Dh \leq 1$ . Comme précédemment, la diminution de l'angle d'attaque  $\alpha$  fait tendre le rapport de diamètre vers l'unité car on se rapproche d'un réseau de plaques planes. Contrairement à la tortuosité, le rapport de diamètre est impacté par l'augmentation de porosité. Quelque soit la valeur de l'angle d'attaque, si la porosité augmente,  $Dh'/Dh$  diminue.



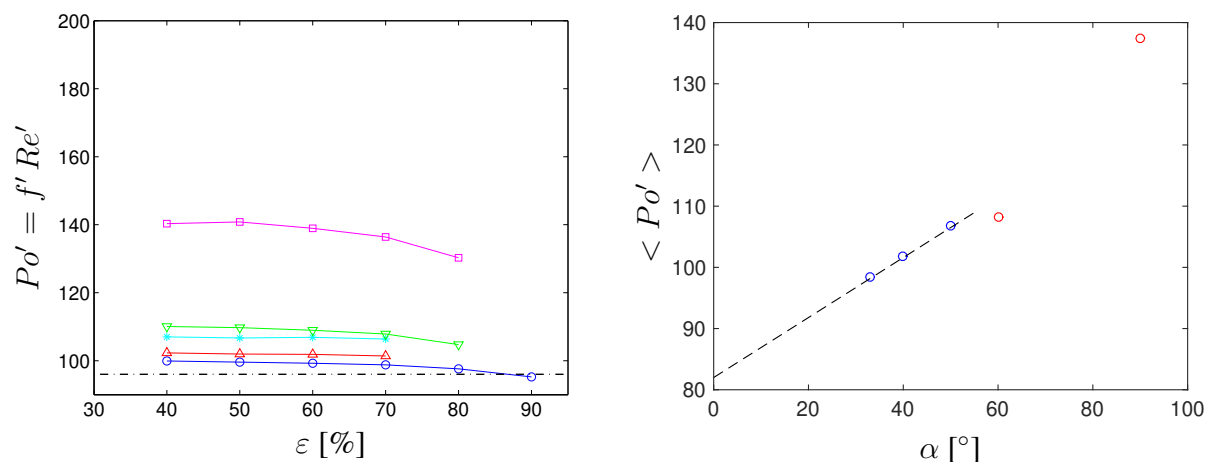
**FIGURE 3.15:** Évolution de la tortuosité et du rapport de diamètre hydraulique en fonction de la porosité :  $\circ$   $\alpha = 33^\circ$ ,  $\triangle$   $\alpha = 40^\circ$ ,  $*$   $\alpha = 50^\circ$ ,  $\nabla$   $\alpha = 60^\circ$  et  $\square$   $\alpha = 90^\circ$

Par conséquent, ayant établi l'évolution de ces derniers rapports de longueur, le nombre de Poiseuille correspondant à l'écoulement dans le micro canal peut être calculé à partir du Poiseuille en VER sous la forme suivante

$$Po' = Re' f' = \left( \frac{Dh'}{Dh} \right)^2 \frac{L_L}{L'_L} f Re = \left( \frac{Dh'}{Dh} \right)^2 \frac{L_L}{L'_L} Po \quad (3.23)$$



L'évolution du nombre de Poiseuille correspondant à l'écoulement dans le canal inter losange est présentée dans la figure 3.16a en fonction de la porosité.



**FIGURE 3.16:** (a) Évolution du nombre de Poiseuille en fonction de la porosité avec l'analogie micro canal :  $\circ$   $\alpha = 33^\circ$ ,  $\triangle$   $\alpha = 40^\circ$ ,  $*$   $\alpha = 50^\circ$ ,  $\nabla$   $\alpha = 60^\circ$  et  $\square$   $\alpha = 90^\circ$ ; -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $Po = 96$ ; (b) Évolution du nombre de Poiseuille moyen  $\langle Po' \rangle$  en fonction de l'angle d'attaque :  $\circ$  et  $\circ$  résultats de simulation, -- régression sur les points en bleu,  $\alpha \leq 50^\circ$  Eq. 3.25.

Premièrement, nous observons que la plage de variation de  $Po'$  est bien plus faible que celles pour un VER ( $95 < Po' < 140$  contre  $107 < Po < 357$ ). Nous constatons de plus que le nombre de Poiseuille de canal est relativement constant quelque soit l'angle d'attaque pour toute la gamme de porosités étudiée. Pour nous en convaincre, nous avons reporté dans le tableau 3.4 les valeurs moyennes  $\langle Po' \rangle$  et l'écart type  $EcTy(Po')$  ainsi que l'écart maximal par rapport à la moyenne  $EcMax(|Po' - \langle Po' \rangle|)$  pour les différents angles d'attaque. Pour l'ensemble des cas traités, l'écart type et l'écart maximal restent respectivement inférieurs à 3 % et 5 % de la valeur moyenne. Aussi, nous notons que plus l'angle diminue et plus nous nous rapprochons du cas plaques planes.

Nous pouvons également noter que la variation de  $Po'$  avec la porosité est maximale pour le cas  $\alpha = 90^\circ$ . Dans la figure 3.6, si nous examinons de plus près le champ de vitesse pour cet angle lorsque la porosité augmente, nous constatons que l'écoulement ne suit pas la forme du losange mais semble plutôt emprunter un "raccourci" ce qui fait que la distance parcourue par le fluide se rapproche plus de  $L_L$  que de  $L'_L$ . Pour le cas  $\alpha > 50^\circ$ , la diminution de  $Po'$  avec la porosité est, sans doute, due à une longueur réellement parcourue par le fluide plus petite par rapport à la longueur  $L'_L$  utilisée dans le traitement. En effet, le Poiseuille évolue de façon inversement proportionnelle à la longueur considérée  $Po' \propto 1/L'_L$ .

En considérant le nombre de Poiseuille moyen en micro canal, reporté dans le tableau 3.4, nous pouvons donc à présent inverser l'équation 3.23 afin de tracer l'évolution du nombre de Poiseuille en VER en fonction du nombre de Poiseuille moyen que nous trouvons pour un micro canal  $\langle Po' \rangle$  et donné dans le tableau 3.4

$$Po = \langle Po' \rangle \left( \frac{Dh}{Dh'} \right)^2 \frac{L'_L}{L_L} \quad (3.24)$$

Le résultat reporté dans la figure 3.12 (lignes en pointillés) est en parfait accord avec les simulations. Cette approche nous permet donc de prédire les valeurs de Poiseuille pour différentes porosités. Par conséquent, nous pouvons donc admettre que, pour un angle  $\alpha$  donné, la variation du nombre de Poiseuille pour un VER ( $Po$ ) est entièrement liée à la variation de la longueur parcourue par le fluide  $L'_L$ . Pour aller plus loin, dans la figure 3.16 b, l'évolution de  $\langle Po' \rangle$  est tracée en fonction de l'angle  $\alpha$ . Nous remarquons que pour  $\alpha \leq 50^\circ$  nous obtenons une évolution linéaire telle que

$$\langle Po' \rangle = 0.49 \alpha + 82 \quad (3.25)$$

Avec  $\alpha$  en degrés. Cette équation peut alors nous permettre de prédire le Poiseuille moyen  $\langle Po' \rangle$ , et donc le Poiseuille en VER  $Po$  pour un angle compris entre 33 et 50°. Cependant, le fait que  $\langle Po' \rangle$  augmente avec l'angle, nous montre que la variation de l'angle d'attaque  $\alpha$  induit une déviation du fluide qui se traduit par une perte de charge plus importante.

$\alpha$	$\langle Po' \rangle$	$EcTy(Po')$	$EcMax( Po' - \langle Po' \rangle )$
33	98	1.74	3.15
40	101.9	0.37	0.49
50	106.7	0.27	0.35
60	108.3	2.1	3.51
90	137.3	4.3	7.07

**TABLE 3.4:** Évolution du nombre de Poiseuille moyen  $\langle Po' \rangle$  par analogie avec un canal, écart type (EcTy) et écart maximal (EcMax).

### 3.6.1.5 Étude des effets collectifs sur l'écoulement

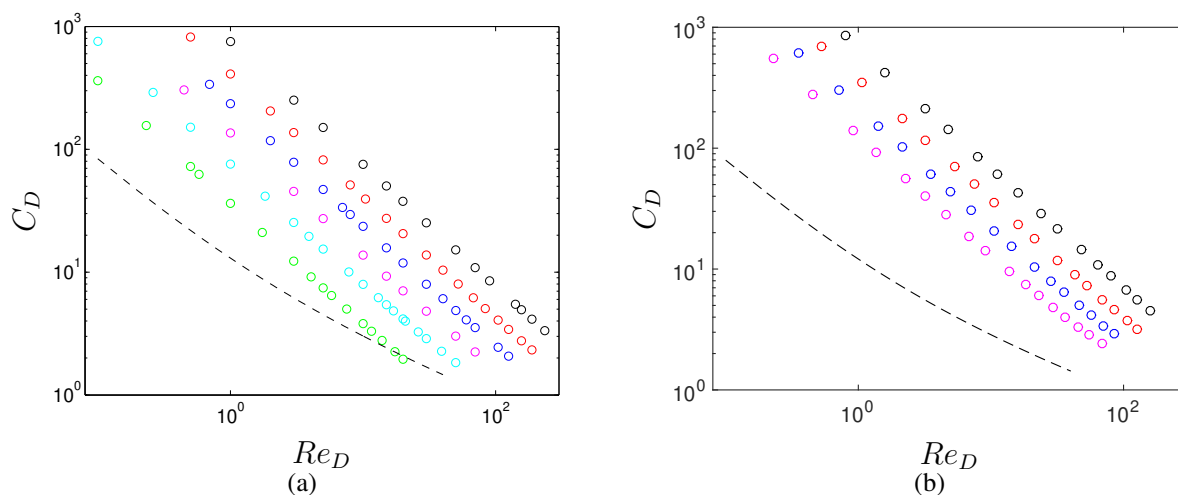
Dans la littérature sur l'étude des effets collectifs sur le coefficient de traînée (Colombet, 2012) nous pouvons relever deux contributions reconnues. Une première contribution axiale qui lorsque des éléments sont placés sur un même axe, colinéairement à l'écoulement, induit une diminution de la force de traînée lorsque les éléments se rapprochent (effet exploité par les cyclistes en formation les uns derrière les autres). La seconde contribution est la contribution transverse qui fait que lorsque deux éléments sont rapprochés selon un axe perpendiculaire à l'écoulement, le fluide s'écoulant entre les deux induit un blocage hydrodynamique et augmente la traînée des deux objets.

Lors de nos simulations, nous nous sommes rendu compte que le fait de travailler avec des conditions périodiques et d'imposer un gradient de pression sous forme d'un terme source dans la quantité de mouvement impliquait que le champ de pression résolu n'intégrait pas le gradient imposé car il était déjà présent sous forme d'un terme source dans l'équation de quantité de mouvement. Le champ de pression résolu ne correspond alors qu'au champ de pression résiduelle (sans le gradient de pression imposé). C'est pourquoi pour le cas de la simulation de l'écoulement en VER, afin d'avoir quand même une estimation des effets collectifs, le coefficient de traînée sur une colonne a été calculé à partir d'un bilan de quantité de mouvement. Le calcul qui se base sur le théorème de la quantité de mouvement pour un fluide parfait (ou théorème d'Euler) est détaillé en Annexe F (Eq. F.11). Ce calcul nous a permis de montrer que le coefficient de traînée sur une colonne est lié au facteur de frottement sous la forme suivante

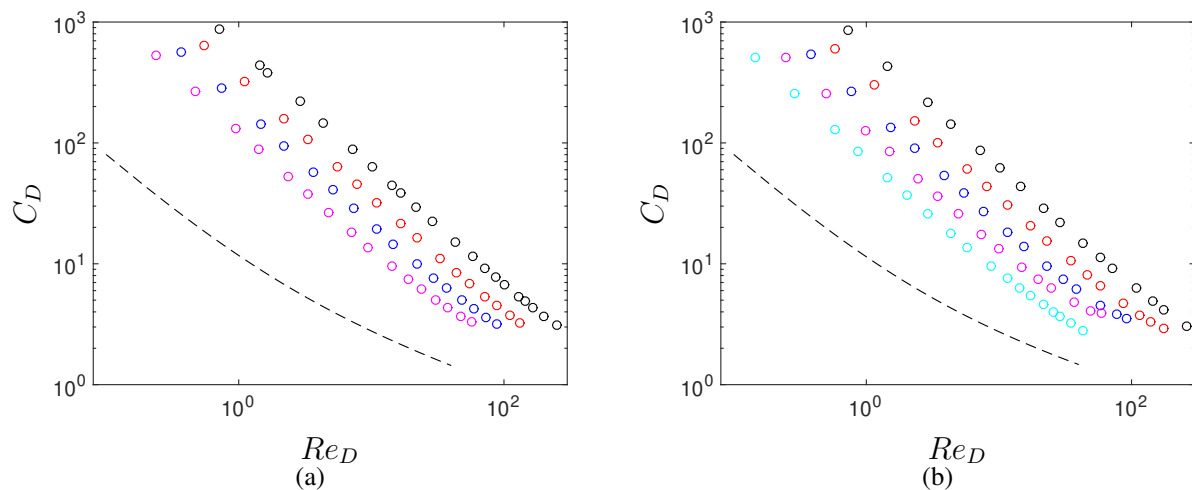
$$C_D \approx f \frac{L_L L_T}{D_h 2a} \quad (3.26)$$

Bien que les effets visqueux ne soient pas pris en compte dans ce bilan aux bornes du domaine de calcul, la validité de l'équation 3.26 a été vérifiée à quelques pourcentages près sur des calculs en VER avec imposition d'un gradient de pression entrée/sortie et gradient de vitesse nul en entrée et sortie de domaine (conditions proches des conditions périodiques). Ceci semble montrer que dans le bilan de quantité de mouvement sur un VER, la variation des contraintes visqueuses entre l'entrée et la sortie du domaine reste négligeable par rapport à celle due à la variation de pression.

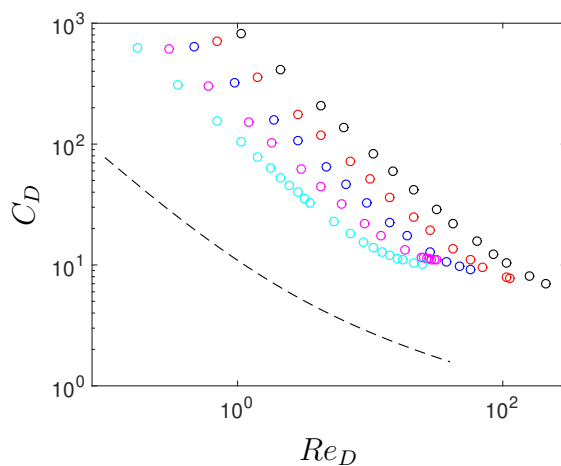
L'évolution du coefficient de traînée pour les différentes simulations réalisées est présentée dans les figures 3.17, 3.18 et 3.19 en fonction du Reynolds d'élément.



**FIGURE 3.17:** Évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds d'élément pour : (a)  $\alpha = 33^\circ$  (b)  $\alpha = 40^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40\%$ ,  $\circ \varepsilon = 50\%$ ,  $\circ \varepsilon = 60\%$ ,  $\circ \varepsilon = 70\%$ ,  $\circ \varepsilon = 80\%$ ,  $\circ \varepsilon = 90\%$ ; - - -  $C_D$  pour une colonne isolée Eq. 2.16 et Tab. 2.3.



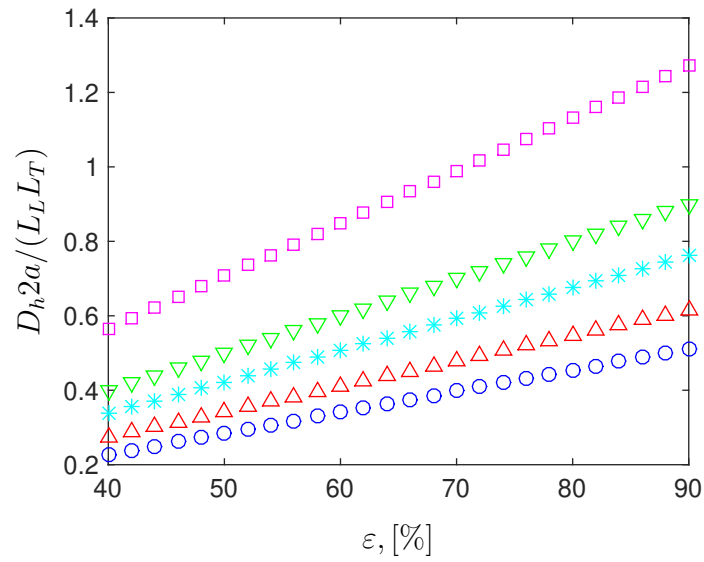
**FIGURE 3.18:** Évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds d'élément pour : (a)  $\alpha = 50^\circ$  (b)  $\alpha = 60^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 50 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 60 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 70 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 80 \%$ ; ---  $C_D$  pour une colonne isolée Eq. 2.16 et Tab. 2.3.



**FIGURE 3.19:** Évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds d'élément pour :  $\alpha = 90^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 50 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 60 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 70 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 80 \%$ ; ---  $C_D$  pour une colonne isolée Eq. 2.16 et Tab. 2.3.

Premièrement, nous constatons globalement que l'évolution du coefficient de traînée pour une colonne dans une matrice est systématiquement supérieure ou égale à la traînée donnée pour une colonne isolée. De plus, nous notons que la diminution de la porosité et donc du paramètre ' $\varepsilon$ ', autrement dit le rapprochement des colonnes, induit une augmentation du coefficient de traînée. Nous pouvons donc conclure que le rapprochement des colonnes dans nos géométries génère une augmentation de la traînée car la contribution transverse ( $C_D$  augmente avec le rapprochement) est plus importante que la contribution axiale ( $C_D$  diminue avec le rapprochement). Nous notons au passage que pour  $\alpha = 33^\circ$  et  $\varepsilon = 90\%$  à fort nombre de Reynolds, nous retrouvons quasiment la traînée pour un élément isolé. Cela nous laisse à penser que notre moyen indirect d'estimer la traînée pour un VER est relativement fiable. Deuxièmement, on peut remarquer deux comportements différents selon l'angle et le nombre de Reynolds. Pour  $\alpha = 33^\circ$  et  $40^\circ$ , lorsque le nombre de Reynolds augmente, le coefficient de traînée reste inversement proportionnel au Reynolds même pour des Reynolds élevés  $C_D \propto 1/Re_D$ . Puis, à partir de  $\alpha = 50^\circ$  jusqu'à  $\alpha = 90^\circ$ , avec l'augmentation de l'angle d'attaque, on observe l'apparition d'un second régime, comme pour le cas d'une colonne isolée, le coefficient de traînée diminue de façon moins abrupte et ne suit plus une loi en  $1/Re_D$ . Comme nous avons pu l'observer précédemment dans la présentation des champs de vitesse, nous pensons que le confinement de l'écoulement permet de garder un écoulement proche d'un écoulement parabolique pour des nombres de Reynolds d'élément élevés ce qui induit une évolution de  $C_D \propto 1/Re_D$ .

Finalement, si nous inversons l'équation 3.26 nous pouvons exprimer le facteur de frottement en fonction de  $C_D$  et des paramètres géométriques tel que  $f \approx C_D(Dh2a)/(L_L L_T)$ . En accord avec de nombreux travaux antérieurs, nous avons observé que le coefficient de traînée diminue avec l'augmentation de la porosité. Dans le même temps nous observons également une augmentation du facteur de frottement avec l'augmentation de la porosité. Pas conséquent, la diminution de  $C_D$  est compensée par l'augmentation du rapport  $Dh2a/(L_L L_T)$  avec l'augmentation de porosité  $\varepsilon$ . Nous avons tracé l'évolution de ce rapport pour les différents angles considérés dans la Figure 3.20 et nous trouvons effectivement que ce rapport augmente proportionnellement à  $\varepsilon$ . En effet, comme le diamètre hydraulique est égale à  $Dh = 4\varepsilon(L_L L_T)/(8c)$  on montre aisément que nous avons finalement  $Dh2a/(L_L L_T) = 2((a/2)/c)\varepsilon = 2\sin(\alpha/2)\varepsilon$ . L'augmentation du facteur de frottement avec la porosité est donc le fruit de l'évolution du coefficient de traînée  $C_D$  et du rapport  $Dh2a/(L_L L_T)$  qui est influencé par la valeur de  $\alpha$ .



**FIGURE 3.20:** Évolution du ratio  $D_h 2\alpha / (L_L L_T)$  en fonction de la porosité :  $\circ \alpha = 33^\circ$ ,  $\triangle \alpha = 40^\circ$ ,  $* \alpha = 50^\circ$ ,  $\nabla \alpha = 60^\circ$ ,  $\square \alpha = 90^\circ$

## 3.6.2 Simulation du transfert de chaleur pour un volume élémentaire représentatif

### 3.6.2.1 Validation du transfert de chaleur avec des conditions périodiques

Dans cette partie, nous cherchons à valider nos simulations sur le cas du transfert de chaleur pour un écoulement entre deux plaques planes sans conditions périodiques dans un premier temps. Puis, dans un second temps, nous réaliserons le même calcul avec l'utilisation des conditions périodiques.

Nous reprenons tout d'abord les notes de cours de [Eldridge \(2014\)](#). On considère le transfert de chaleur associé à écoulement stationnaire incompressible entre deux plaques planes distantes d'une hauteur  $2H$ .

Si l'on néglige la diffusion axiale de la chaleur par rapport à l'advection alors il est possible de simplifier l'équation de conservation de l'enthalpie en 2D qui se résume à

$$u(y) \frac{\partial T}{\partial x} = D \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \approx D \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3.27)$$

avec  $x$  la coordonnée le long de l'écoulement et  $y$  celle perpendiculaire à l'écoulement. On obtient alors une équation différentielle ordinaire à deux variables mais à coefficient non constant ( $u(y)$ ) qui s'apparente à un problème dit de "Sturm Liouville". Les conditions limites pour sa résolution sont liées à l'imposition de la température en paroi ( $T_p$ ), de la température en entrée ( $T_{in} = T_\infty$ ) et de la présence d'une symétrie axiale en  $y = 0$  tel que

$$T(\forall x, y = \pm H) = T_p \quad (3.28)$$

$$T(x = O, \forall y) = T_{in} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(\forall x, y = 0) = 0 \quad (3.30)$$

On définit alors la température moyenne adimensionnée comme

$$\theta = \frac{T_m - T_p}{T_{in} - T_p} \quad (3.31)$$

avec  $T_m = (1/(2H)) \int_{-H}^H T dy$  la température moyenne sur un profil. La solution résolution de l'équation 3.27 correspond à la somme de fonctions polynomiales de  $y$  mais l'on peut montrer que l'évolution de la température moyenne suit approximativement une loi de la forme

$$\theta = A \exp(-B x^*) \quad x^* = \frac{x D}{U H^2} \quad (3.32)$$

avec  $A$  et  $B$  des constantes positives. Pour établir le nombre de Nusselt global pour l'ensemble du canal noté  $Nu_G$  que l'on rencontre le plus souvent dans la littérature, le bilan simplifié d'enthalpie suivant est considéré

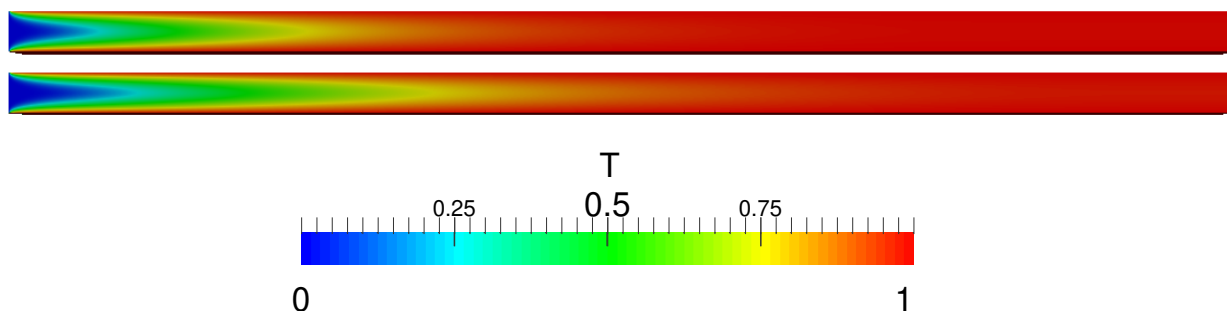
$$(\rho U H) C_p \frac{dT_m}{dx} = h_T (T_p - T_m) \quad (3.33)$$

Ce bilan n'intègre pas la diffusion axiale de la chaleur. On en déduit alors le coefficient de transfert de chaleur et le nombre de Nusselt tel que

$$h_T = \frac{-\rho U H C_p dT_m}{(T_m - T_p) dx} = B \frac{\lambda}{H} \quad (3.34)$$

$$Nu_G = 4B \approx 7.56 \quad (3.35)$$

Nous avons donc dans un premier temps cherché à vérifier cette solution analytique en considérant un domaine de calcul long de  $60H$  et de hauteur  $2H$ . Pour cela, en condition stationnaire, nous imposons en entrée de domaine une température constante égale à  $T_{in} = 0$ , une température de paroi fixe  $T_p = 1$  ainsi qu'un gradient nul en sortie de domaine ( $dT/dn=0$ ). Afin de pouvoir négliger la diffusion axiale, nous avons réalisé des simulations pour un nombre de Peclet suffisamment élevé  $Pe = Re \times Pr = 70$  et  $100$ . Les champs de température obtenus sont présentés dans la figure 3.21.

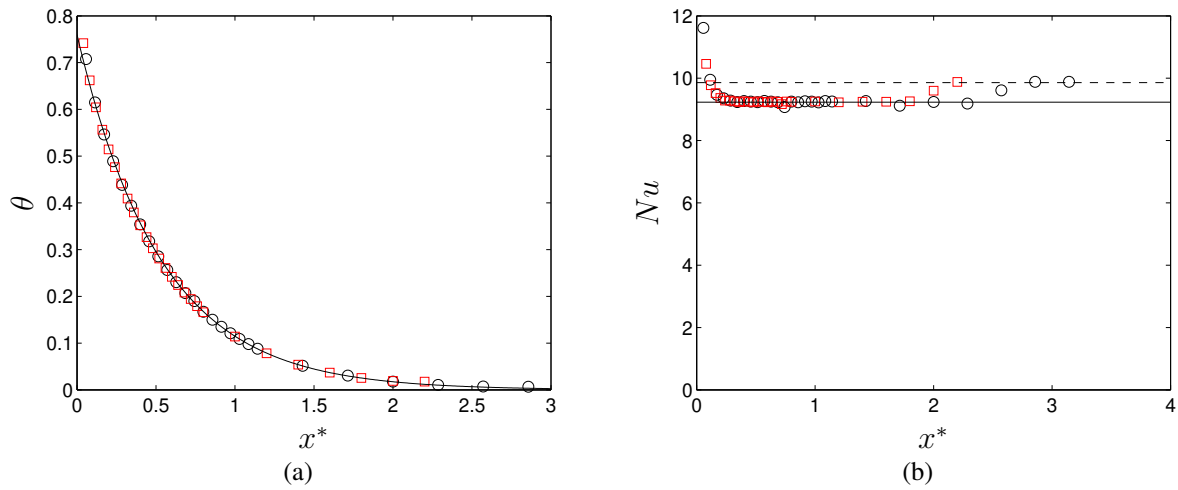


**FIGURE 3.21:** Champs de température en écoulement stationnaire pour un transfert entre deux plaques planes : haut  $Pe = 70$  et bas  $Pe = 100$ .

On observe alors l'établissement progressif du transfert de chaleur avec le développement de la couche limite le long de l'écoulement. L'évolution de la température moyenne adimensionnée est présentée dans la figure 3.22a. Nous constatons alors que dans l'évolution de  $\theta$  semble indépendante du nombre de Péclet et se superpose pratiquement à la relation  $\theta = 0.76 \exp(-B x^*)$  avec  $B = 1.89$ . Ce qui correspond exactement au nombre de Nusselt global théorique de  $Nu_G = 4 \times 1.89 = 7.56$ . Dans notre travail, nous nous intéressons au nombre de Nusselt basé sur les flux pariétaux de chaleur et non sur l'évolution globale de la température moyenne du fluide. C'est pourquoi dans un second temps, nous avons tracé l'évolution du nombre de Nusselt le long de l'écoulement en considérant l'Eq. 3.15, le diamètre hydraulique comme longueur de référence ( $L_{ref} = D_h = 2e = 4H$ ) et une surface d'intégration correspondant à une maille de calcul. L'évolution du nombre de Nusselt le long de l'écoulement est présenté dans la figure 3.22b.

Nous avons alors constaté que lorsque le transfert s'établit, loin de l'entrée du domaine pour  $x^* > 0.5$ , le nombre de Nusselt converge systématiquement proche d'une valeur de  $Nu = 9.23$





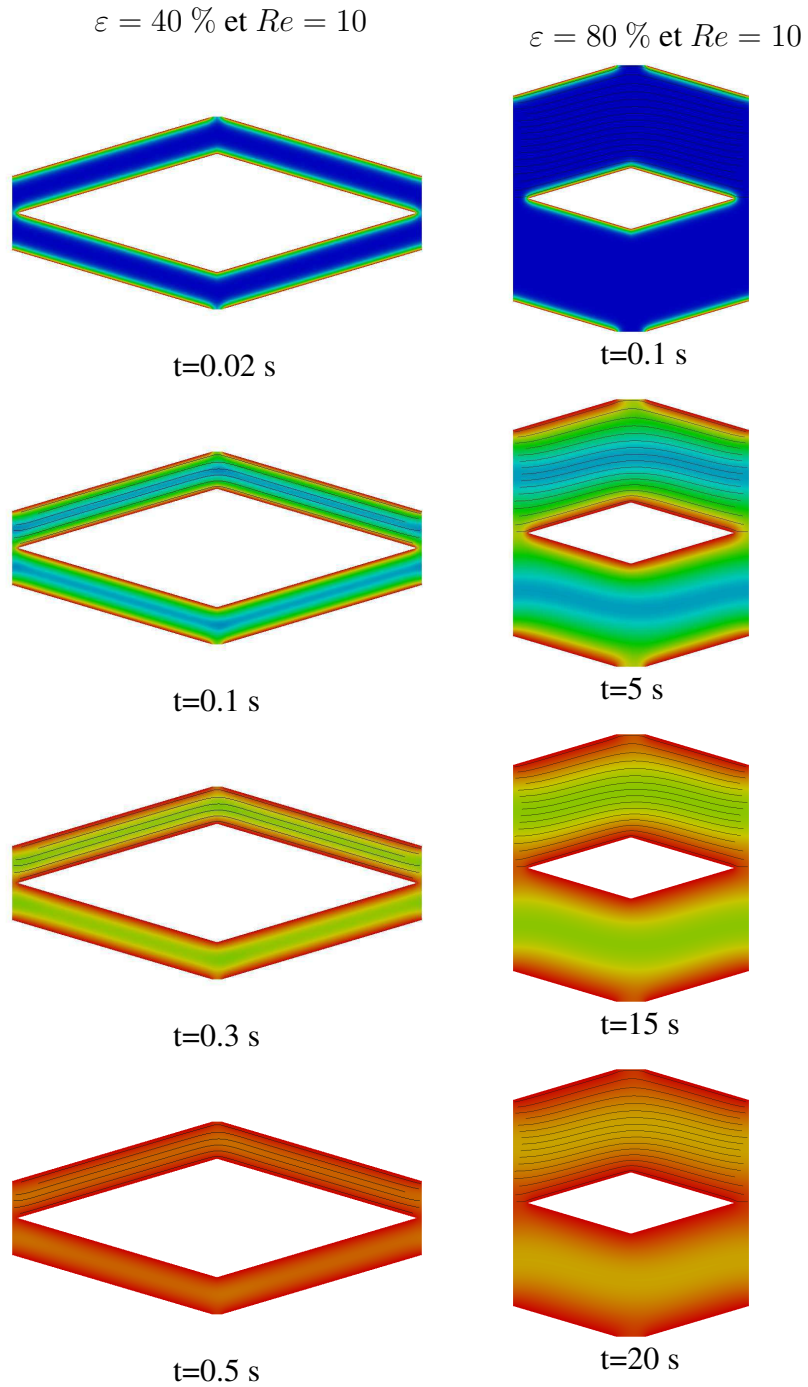
**FIGURE 3.22:** (a) Évolution de la température adimensionnée le long de l'écoulement :  $\circ$   $Pe = 70$  et  $\square$   $Pe = 100$ , —  $\theta = 0.76 \exp(-1.89 x^*)$ ; Évolution du nombre de Nusselt le long de l'écoulement :  $\circ$   $Pe = 70$  et  $\square$   $Pe = 100$ , —  $Nu=9.23$ , --  $Nu=9.86$ .

avant d'augmenter en fin de domaine de calcul. Cette augmentation semble liée à l'influence de la condition limite en sortie. Mais nous observons donc que si le Nusselt est calculé de façon directe (à partir du flux de chaleur) et non de façon indirecte (à partir de la variation de  $T_m$ ), le nombre de Nusselt pour le cas plaques planes en condition établie est en réalité 20 % supérieur à 7.56, valeur souvent citée dans la littérature. Aussi, comme le reporte entre autre [Bird et al. \(2002\)](#) (p. 431), le nombre de Nusselt théorique attendu pour le cas d'un transfert de chaleur en écoulement et régime établis entre deux plaques planes est de  $Nu = \pi^2 = 9.86$  lorsque le nombre de Prandtl est inférieur à 1 ("plug flow"). Cette valeur est également en accord avec les travaux de [Colin \(2012\)](#) pour cas d'un transfert de chaleur pour un écoulement de gaz dans un micro-canal lorsque le nombre de Knudsen est nul (sans glissement en paroi). Nous obtenons donc une différence avec ce premier cas test de 6 %.

Dans un second temps, comme précédemment pour la validation des conditions périodiques pour l'écoulement, nous avons cherché à valider nos procédures de calculs à partir du cas du transfert de chaleur entre deux plaques planes. Pour cela, comme pour l'écoulement (Fig 3.5), nous avons considéré un volume élémentaire représentatif qui correspond à une tranche de faible longueur en imposant des conditions périodiques comme expliqué dans le paragraphe 3.5. Les nombre de Nusselt obtenus sont reportés dans la dernière colonne du Tableau 3.2. Plusieurs tests de convergence en maillage et en temps ont été réalisés. Ces calculs ont alors montré que pour un transfert en condition établie entre deux plaques planes le nombre de Nusselt avoisine  $Nu = 9.86$  tout en restant indépendant du nombre de Reynolds. Cette valeur reste très proche de la valeur obtenue pour le cas sans conditions périodiques pour  $x^* > 0.5$  et encore plus proche de la valeur théorique attendue de  $Nu = \pi^2$ . Par la suite, nous avons donc considéré comme référence ce nombre de Nusselt ( $Nu = 9.86$ ) pour le cas d'un écoulement entre deux plaque planes. Nous pouvons donc à présent entamer sereinement l'étude du transfert de chaleur dans nos VER.

### 3.6.2.2 Simulation pour le cas VER de type colonnes de losanges

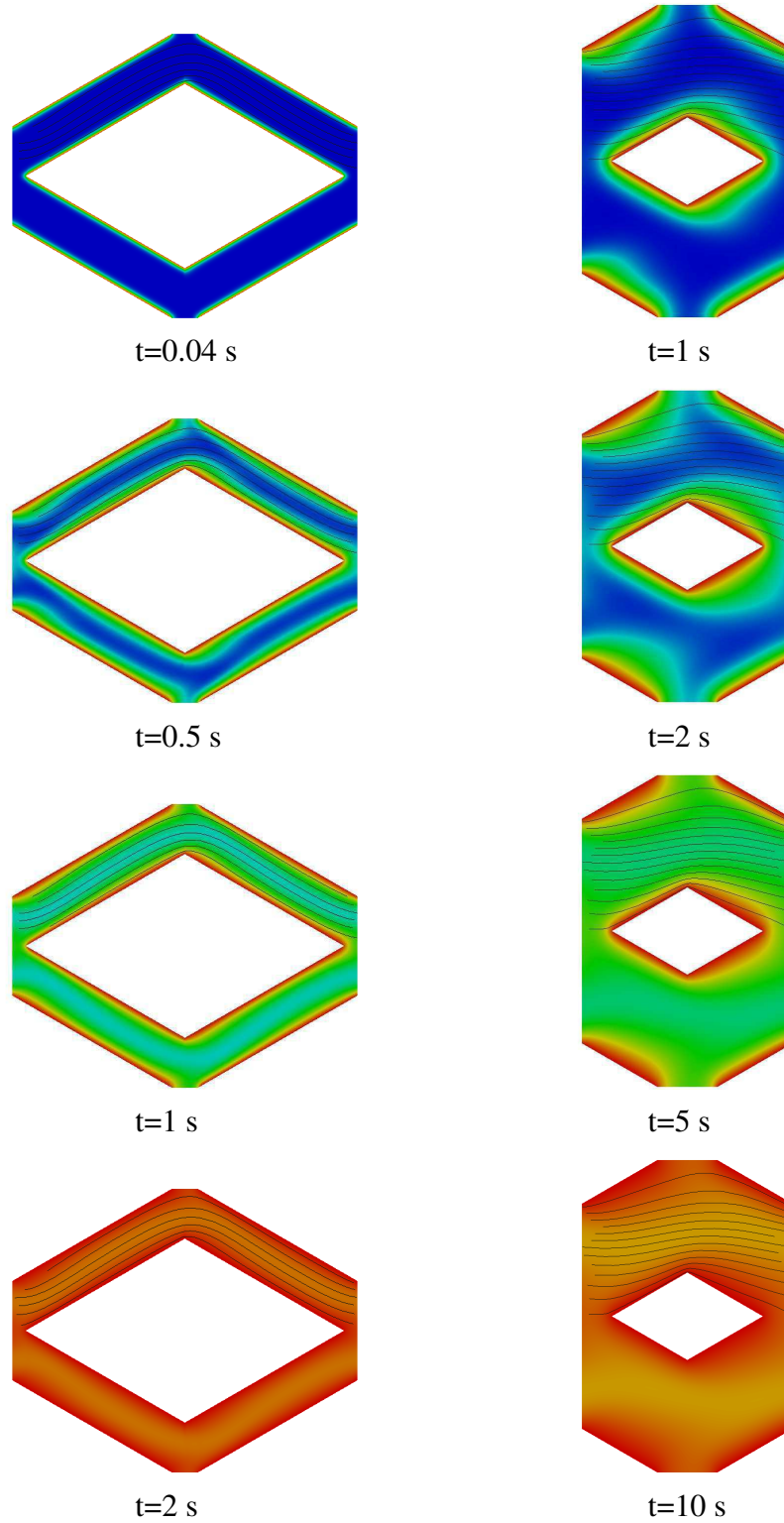
Deux exemples de champs de température obtenus lors de la résolution instationnaire du transfert de chaleur dans un VER sont présentés dans les figures 3.23 et 3.24. Comme nous pouvons l'observer dans ces figures, la chaleur se diffuse à partir des parois des losanges pour progressivement tendre vers un champ de température homogène grâce aux conditions périodiques ( $T^i(x=0, y) = T^{i-1}(x=L_L, y)$ ), pour un volume fini à la coordonnée  $y$  donnée et à l'itération " $i$ ", la température à l'entrée du VER ( $x=0$ ) correspond à celle à la sortie du VER ( $x=L_L, y$ ) et à l'itération " $i-1$ ". Comme expliqué dans le paragraphe 3.4, initialement le nombre de Nusselt est très important avant de se stabiliser très rapidement autour d'une valeur constante qui correspond à un état quasi-stationnaire du transfert de chaleur dans le VER. Les figures 3.23 et 3.24 présentent typiquement l'évolution d'un champ de température observée lors de nos simulations avec, à bas Reynolds, un champs de température relativement similaire entre l'avant et l'arrière du losange, puis à plus fort nombre de Reynolds, un plus faible gradient de température est observé en arrière dans le sillage du losange où le fluide déjà chauffé s'accumule. En revanche, comme le montre la figure 3.25, lorsque l'angle est de  $90^\circ$ , le champs de température est très rapidement non homogène entre l'arrière et l'avant du losange du fait de la présence d'une recirculation. Ces mêmes observations ont été faites pour le cas d'un cylindre isolé de section en losange. Donc on pourrait penser que le transfert de chaleur se déroule dans des conditions similaires. Cependant, il faut rappeler que le rapprochement des éléments peut modifier les épaisseurs de couche limite thermique qui contrôlent le gradient de température en surface des losanges et donc le taux de transfert de chaleur. De plus, comme nous pouvons aussi le constater dans ces figures, nous observons aussi une interaction de sillage sur le transfert de chaleur. En effet, la chaleur accumulée à l'arrière d'un élément vient influencer la chaleur observée à l'avant de l'élément suivant. Ce qui tend globalement à diminuer les différences de température entre les parois et le fluide. Ce phénomène suggère une diminution du flux de chaleur moyen issu d'un losange ( $J$ ). Mais il ne faut pas oublier que dans le même temps la température moyenne  $\langle T \rangle$  augmente et que le Nusselt est un flux de chaleur adimensionné par rapport au potentiel de transfert  $Nu \propto J/(T_p - \langle T \rangle)$ . Seul un tracé du nombre de Nusselt à l'échelle d'un VER ou à l'échelle d'un pilier peut nous permettre de savoir si le transfert de chaleur est favorisé avec la variation de porosité et d'angle.



**FIGURE 3.23:** Champs de température / lignes de courant (partie haute) pour la simulation du transfert de chaleur dans un VER pour  $\alpha = 33^\circ$ ,  $Re = 10$ ,  $\varepsilon = 40 \%$  (à gauche) et  $\varepsilon = 80 \%$  (à droite).

$\varepsilon = 40\%$  et  $Re = 100$

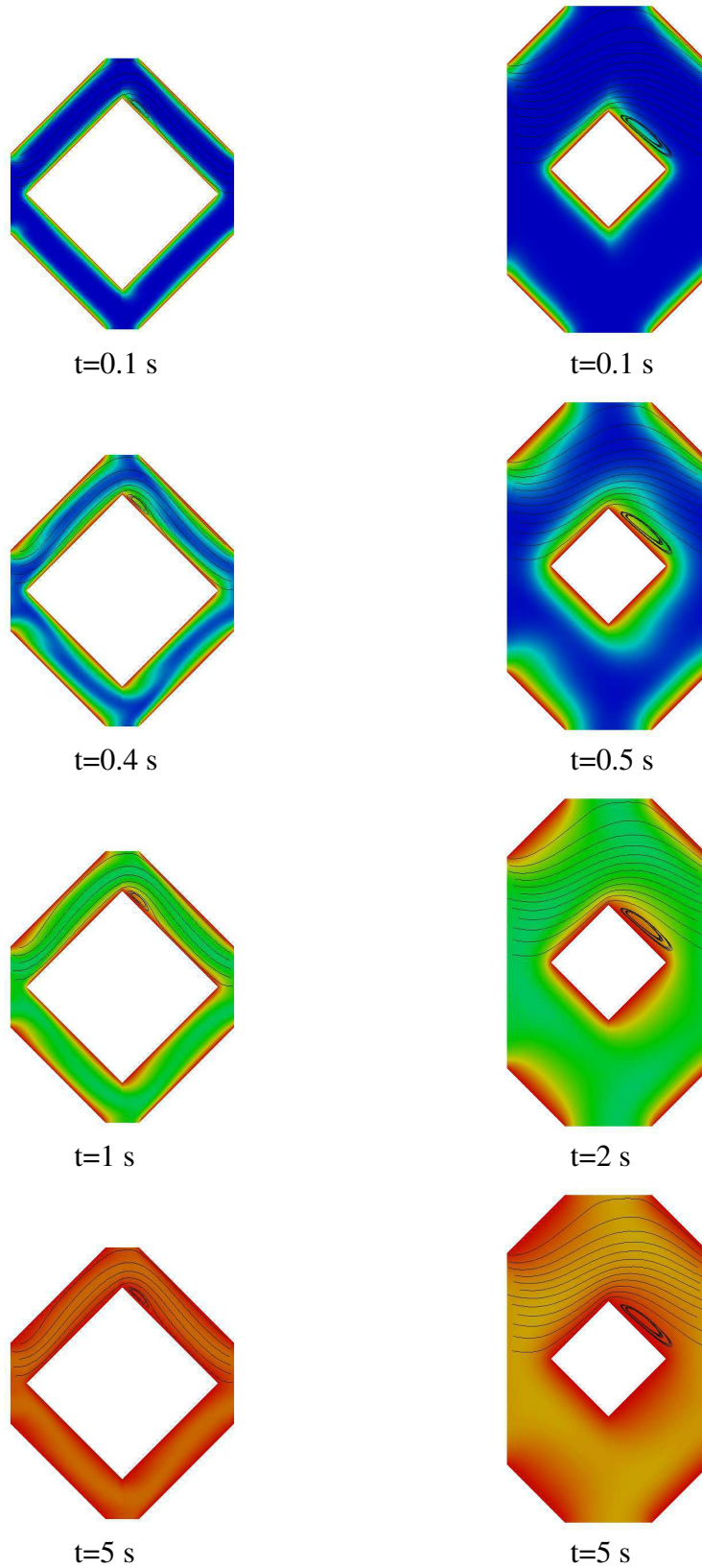
$\varepsilon = 80\%$  et  $Re = 100$



**FIGURE 3.24:** Champs de température / lignes de courant (partie haute) pour la simulation du transfert de chaleur dans un VER pour  $\alpha = 60^\circ$  :  $\varepsilon = 40\%$  et  $Re = 100$  (à gauche),  $\varepsilon = 80\%$  et  $Re = 100$  (à droite).

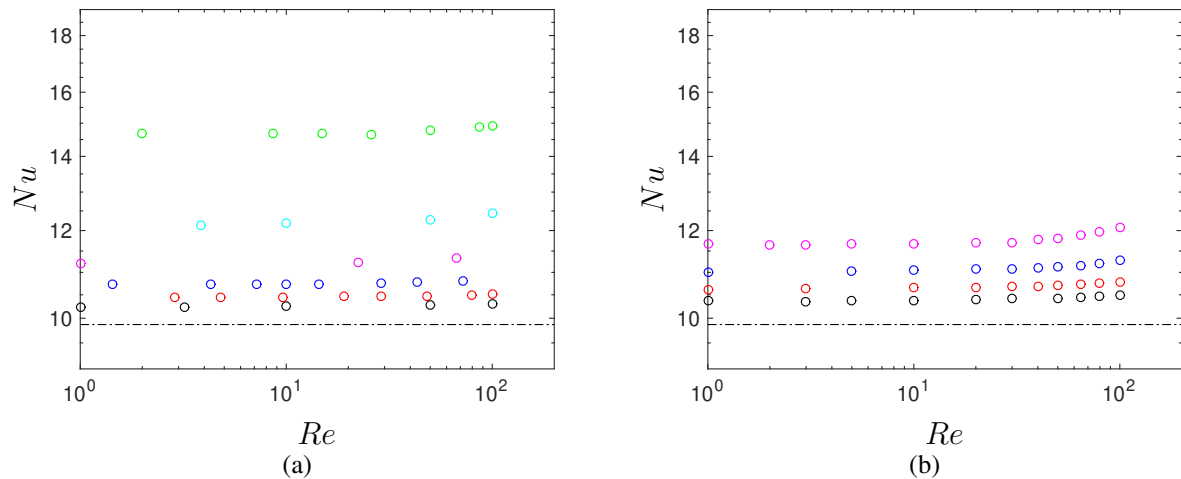
$\varepsilon = 40 \%$  et  $Re = 100$

$\varepsilon = 80 \%$  et  $Re = 70$

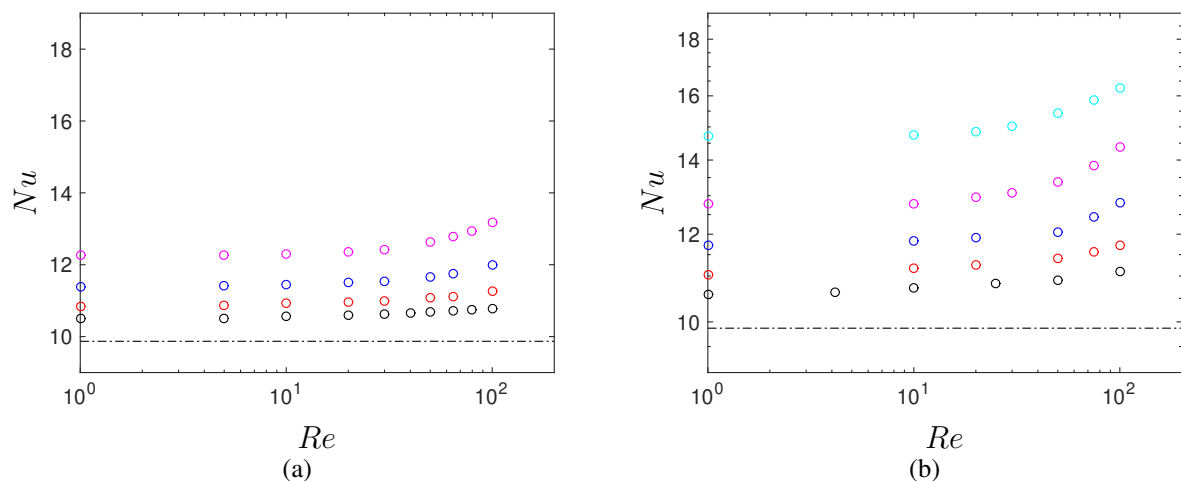


**FIGURE 3.25:** Champs de température / lignes de courant (partie haute) pour la simulation du transfert de chaleur dans un VER pour  $\alpha = 90^\circ$  :  $\varepsilon = 40 \%$  et  $Re = 100$  (à gauche),  $\varepsilon = 80 \%$  et  $Re = 70$  (à droite).

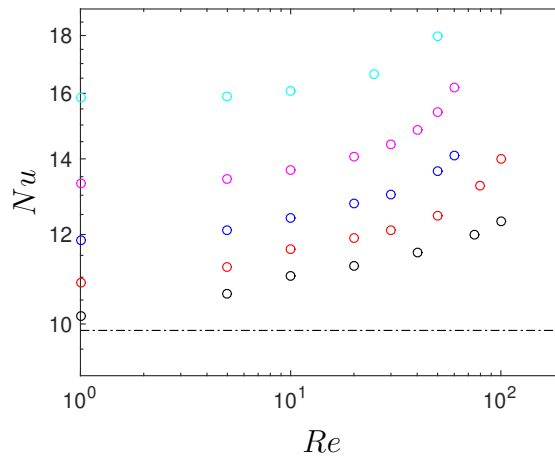
Les résultats obtenus pour le transfert de chaleur dans un VER sont présentés dans les figures 3.26, 3.27 et 3.28 et en annexe dans le Tableau G.



**FIGURE 3.26:** Évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds pour : (a)  $\alpha = 33^\circ$  (b)  $\alpha = 40^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 50 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 60 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 70 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 80 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 90 \%$ ; -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $Nu = 9.86$



**FIGURE 3.27:** Évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds pour : (a)  $\alpha = 50^\circ$  (b)  $\alpha = 60^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 50 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 60 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 70 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 80 \%$ ; -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $Nu = 9.86$



**FIGURE 3.28:** Évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds pour :  $\alpha = 90^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 50 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 60 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 70 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 80 \%$ ; -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $Nu = 9.86$

On observe dans ces figures que pour un angle donné, l'augmentation de la porosité produit une augmentation significative du nombre de Nusselt. Dans le même temps, pour une porosité imposée, l'augmentation de l'angle produit des nombres de Nusselt plus importants. Pour  $\alpha \leq 50^\circ$ , on remarque que la dépendance au nombre Reynolds reste très faible. En effet, le nombre de Nusselt augmente très légèrement avec le nombre de Reynolds. Pour  $\alpha \geq 60^\circ$ , on note clairement une augmentation non négligeable du Nusselt avec le nombre Reynolds. Par exemple, le nombre de Nusselt pour un angle de  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\varepsilon = 80 \%$  et  $Re = 50$  vaut  $Nu(\alpha = 90^\circ, Re = 50) = 17.95$ . Globalement, plus l'angle est faible, plus la dépendance en Reynolds s'estompe. De plus, on constate que comme pour le nombre de Poiseuille, lorsque l'angle et la porosité diminuent, on tend assez logiquement vers le nombre de Nusselt fourni par un écoulement entre plaques planes.

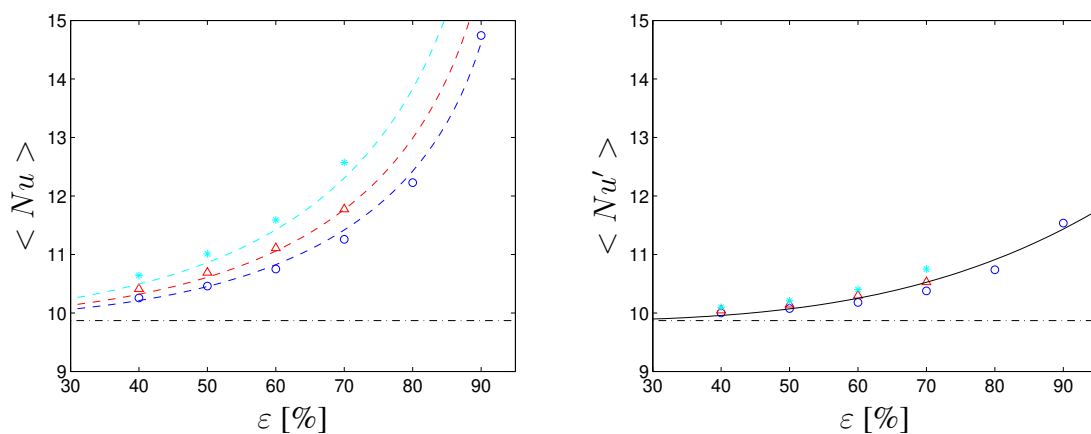
Nous pouvons observer ici que la non dépendance du Nusselt au nombre de Reynolds pour  $\alpha \leq 50^\circ$  et  $Re < 100$  nous indique que nous atteignons un régime de canal ( $Nu = cst$ ). Ce résultat est sans doute dû à la géométrie qui comme nous l'avons vu précédemment correspond à des micro canaux cheminant à travers les piliers et au faible nombre de Reynolds garantissant un écoulement sans recirculation.

Comme nous nous intéressons en particulier aux géométries à faible angle qui sont caractérisées par un Nusselt quasiment constant, nous pouvons pour  $\alpha \leq 50^\circ$ , calculer et tracer l'évolution du nombre de Nusselt moyen  $\langle Nu \rangle$ . Les résultats sont reportés dans le tableau 3.5. La différence relative entre les Nusselts ( $Nu$ ) et la valeur moyenne ( $\langle Nu \rangle$ ) est restée inférieure à 4 %. Ce qui nous permet de considérer que pour ces données le Nusselt peut être estimé à partir de  $\langle Nu \rangle$ . L'évolution du Nusselt moyen est tracé dans la figure 3.29a en fonction de la porosité. On constate alors clairement que l'augmentation de l'angle et/ou de la porosité génère une augmentation du Nusselt moyen. Il est intéressant de noter que, dans la littérature, comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, l'augmentation du nombre de Nusselt avec la porosité a déjà été suggérée par les travaux de Gedeon & Wood (1996). Comme pour le facteur de frottement, l'augmentation du nombre de Nusselt avec la porosité reste pour l'instant contre-intuitive.

Cependant à débit, volume de canal, géométrie de colonnes (a,b) fixés, si la porosité aug-



mente, on diminue alors le nombre de colonnes, donc la section de passage et l'aire interfaciale d'échange  $A_{contact}$ , ce qui amène à une diminution de la vitesse moyenne. La variation de vitesse et de diamètre hydraulique n'ont pas d'impact sur le Nusselt qui semble indépendant de  $Re$ . Par contre, l'augmentation du diamètre hydraulique et la diminution de l'aire interfaciale génère au final comme attendu une diminution du coefficient d'échange thermique global  $A_{contact}h_T$  avec  $h_T \propto Nu/D_h$ . Il est cependant difficile d'identifier à ce stade la cause exacte de ce comportement. Seul une analyse de l'évolution du nombre de Nusselt d'élément isolé peut nous aider à comprendre ce résultat. Cependant, si on s'attache aux valeurs obtenues, il faut noter que pour  $\alpha \leq 50^\circ$  et  $\varepsilon \leq 60\%$  le nombre de Nusselt ne varie pas excessivement avec  $Nu(\alpha \leq 50^\circ, \varepsilon \leq 60\%) = 10 - 12 (+20\%)$ .



**FIGURE 3.29:** (a) Évolution du nombre de Nusselt moyen  $\langle Nu \rangle$  en fonction de la porosité :  $\circ$   $\alpha = 33^\circ$ ,  $\triangle$   $\alpha = 40^\circ$ ,  $*$   $\alpha = 50^\circ$ , -- calcul du nombre de Nusselt moyen à partir de  $\langle Nu' \rangle$  issu de l'analogie microcanal (Eq. 3.36 et  $Dh'/Dh$  Fig. 3.15b); (b) Évolution du nombre de Nusselt moyen  $\langle Nu' \rangle$  avec l'analogie du transfert en microcanal en fonction de la porosité; — corrélation proposée pour décrire  $\langle Nu' \rangle$  (Eq. 3.36); -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $Nu = 9.86$



$\alpha$	$\varepsilon, \%$	$\langle Nu \rangle$
33	40	10.26
	50	10.46
	60	10.75
	70	11.26
	80	12.23
	90	14.74
40	40	10.41
	50	10.69
	60	11.11
	70	11.77
50	40	10.64
	50	11.01
	60	11.59
	70	12.57

**TABLE 3.5:** Nombre de Nusselt moyen issu des simulations.

### 3.6.2.3 Analogie à un écoulement en canal

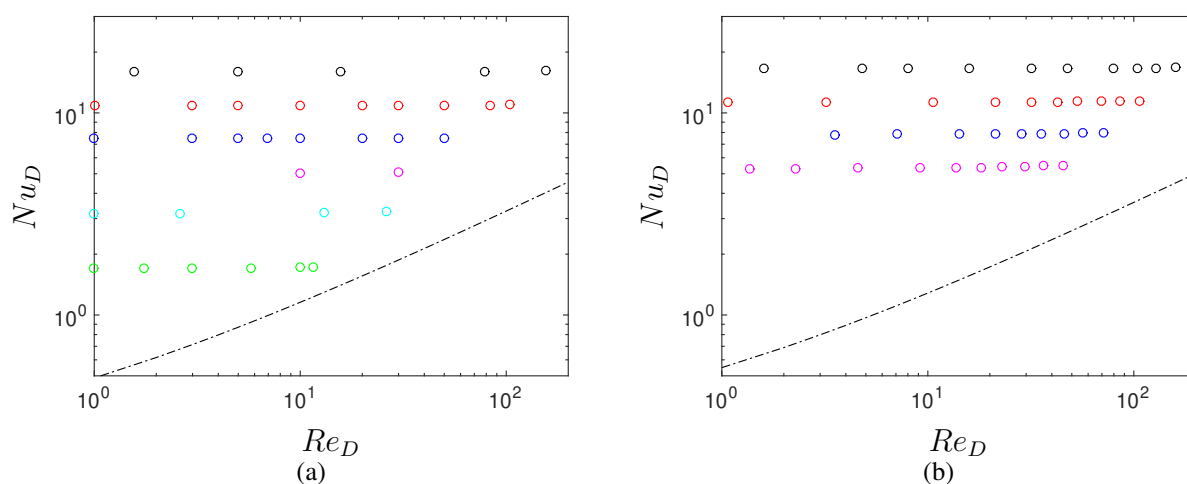
Comme précédemment pour le facteur de frottement dans le canal  $f'$  (sous-chapitre 3.6.1.4), nous pouvons tracer l'évolution du nombre de Nusselt moyen en considérant l'échelle du canal de longueur  $L'_L$  présent entre les losanges (voir Fig. 3.1). On calcule alors le nombre de Nusselt de canal tel que  $\langle Nu' \rangle = \langle Nu \rangle D'_h / D_h$  avec le diamètre hydraulique de canal  $D'_h = 2e$ . Les résultats sont tracés dans la figure 3.29 b. Nous constatons alors que l'ensemble des résultats se rassemble sur un seul comportement qui peut être décrit par la relation suivante

$$\langle Nu' \rangle = 9.86 + 2.26 \varepsilon^{3.43} \quad (3.36)$$

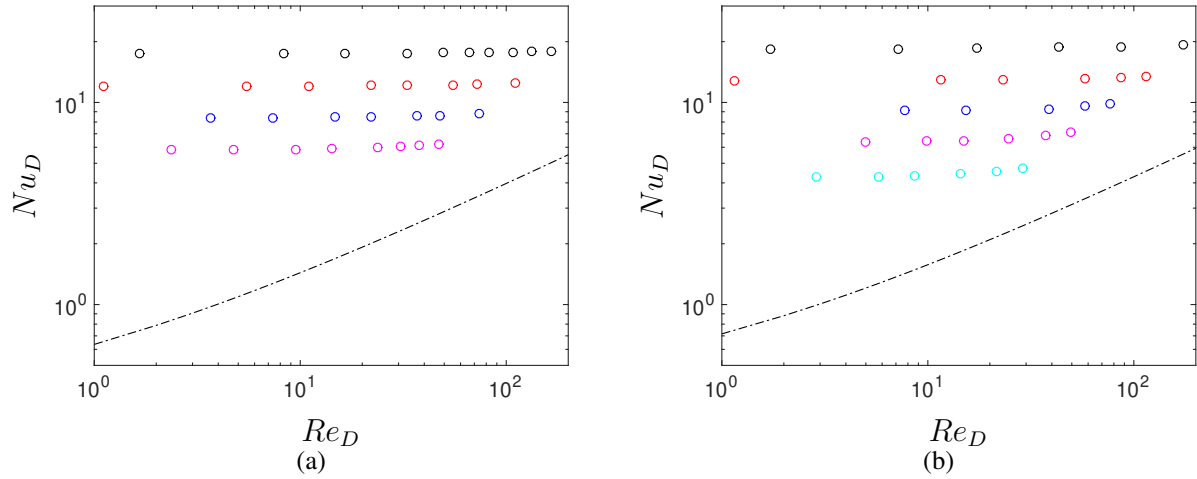
Cette relation a pour limite inférieure le Nusselt de plaques planes ( $\langle Nu' \rangle (\varepsilon = 0) = 9.86$ ). En effet, lorsque la porosité diminue pour un VER cela implique indirectement une faible distance ( $e$ ) entre les parois des losanges et la formation de canal de très faible épaisseur. On se rapproche alors d'un écoulement entre plaques planes. On note dans la figure 3.29b et dans l'Eq. 3.36, une faible augmentation du Nusselt avec la porosité malgré le changement de la longueur de référence. Cela impliquerait que contrairement au Poiseuille ce changement d'échelle ne suffit pas complètement à expliquer la variation du nombre de Nusselt avec la porosité.

### 3.6.2.4 Étude des effets collectifs sur le transfert de chaleur

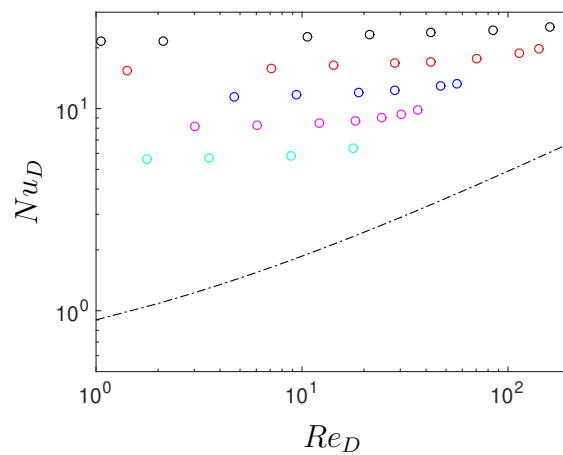
Comme pour l'écoulement, nous avons cherché à évaluer les effets collectifs sur le transfert de chaleur. Pour cela, nous allons comparer le nombre de Nusselt d'une colonne dans une matrice  $Nu_D = Nu a / D_h$  à celui d'une colonne isolée de même angle. Les résultats sont reportés dans les figures 3.30, 3.31 et 3.32. Dans ces figures, l'effet collectif se traduit tout d'abord par un nombre de Nusselt d'élément toujours supérieur à celui d'un pilier isolé (courbe en pointillé dans les figures).



**FIGURE 3.30:** Évolution du nombre de Nusselt d'élément  $Nu_D$  en fonction du nombre de Reynolds d'élément pour : (a)  $\alpha = 33^\circ$  (b)  $\alpha = 40^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 50 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 60 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 70 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 80 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 90 \%$ ; - - -  $Nu_D$  pour une colonne isolée Eq. 2.22 et Tab. 2.5.



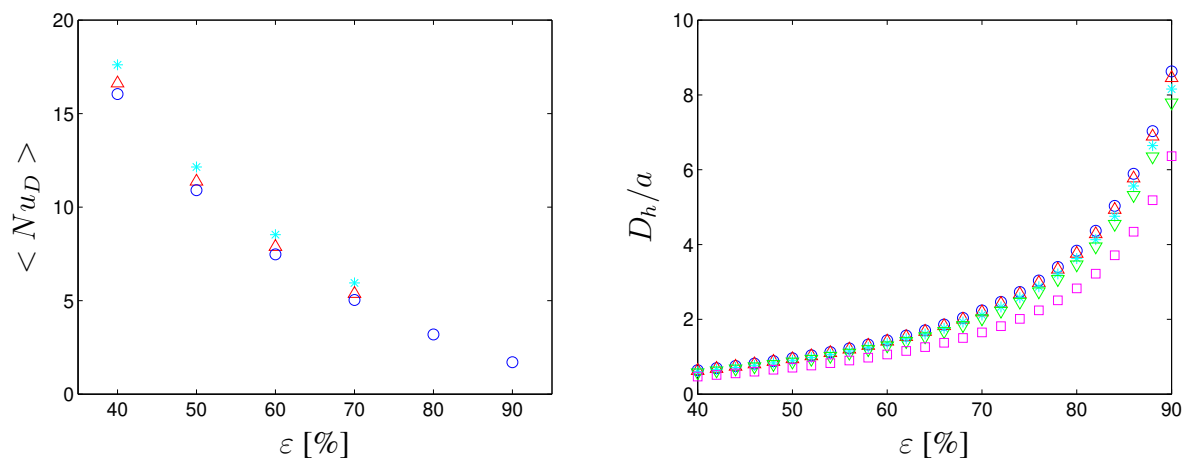
**FIGURE 3.31:** Évolution du nombre de Nusselt d'élément  $Nu_D$  en fonction du nombre de Reynolds d'élément pour : (a)  $\alpha = 50^\circ$  (b)  $\alpha = 60^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 50 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 60 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 70 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 80 \%$ ; - - -  $Nu_D$  pour une colonne isolée Eq. 2.22 et Tab. 2.5.



**FIGURE 3.32:** Évolution du nombre de Nusselt d'élément  $Nu_D$  en fonction du nombre de Reynolds d'élément pour :  $\alpha = 90^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 50 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 60 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 70 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 80 \%$ ; - - -  $Nu_D$  pour une colonne isolée Eq. 2.22 et Tab. 2.5.

Contrairement à l'évolution de  $Nu$ , l'effet collectif à l'échelle d'un pilier isolé se traduit aussi par une augmentation de  $Nu_D$  avec la diminution de la porosité. Ce phénomène positif sur le nombre de Nusselt lorsque la distance entre les éléments diminue a déjà été mis en évidence dans les années 60-70 pour le cas d'un transfert de chaleur ou de masse dans les lits fixes ou fluidisés composés le plus souvent de particules plus ou moins sphériques. On peut citer entre autre les travaux de [Rowe & Claxton \(1965\)](#); [Miyachi et al. \(1976\)](#); [Gunn \(1978\)](#); [Massol \(2004\)](#). Cette augmentation du Nusselt résulte d'une interaction entre les couches limites thermiques lorsque les éléments se rapprochent. Son intensité est étroitement liée à la valeur du nombre de Péclet d'élément ( $Pe_D = Re_D Pr$ ). En effet, comme on peut le constater dans nos figures lorsque le nombre de Reynolds augmente l'écart entre le Nusselt du VER et celui du pilier isolé diminue. Pour d'autres systèmes diphasiques d'écoulement dispersé, à fort nombre de Péclet ( $Pe > 1000$ ), on montre que les effets collectifs sur le transfert de chaleur ou de masse deviennent insignifiants ([Colombet et al., 2015](#); [Roghair et al., 2016b](#)).

Finalement, par rapport aux résultats précédents, nous constatons que l'évolution du nombre de Nusselt pour un VER  $Nu = Nu_D D_h/a$  (Nusselt basé sur  $D_h$ ) est contrôlée par les variations du  $Nu_D$  et du rapport  $D_h/a$  en fonction de la porosité. L'évolution du Nombre de Nusselt moyen pour un élément  $\langle Nu_D \rangle$  et du rapport  $D_h/a$  sont présentés dans la figure 3.33 pour les différents angles considérés. Nous constatons alors que globalement le rapport  $D_h/a$  augmente fortement avec la porosité en suivant une évolution très similaire pour  $\alpha \leq 60^\circ$  alors que comme observé précédemment le Nusselt (moyen) d'élément diminue. Par conséquent, la faible augmentation observée du nombre de Nusselt pour un VER  $Nu$  (Fig. 3.29a) avec la porosité est le fruit de la combinaison de la faible diminution de  $Nu_D$  et de la forte augmentation de  $D_h/a$  avec  $\varepsilon$ .

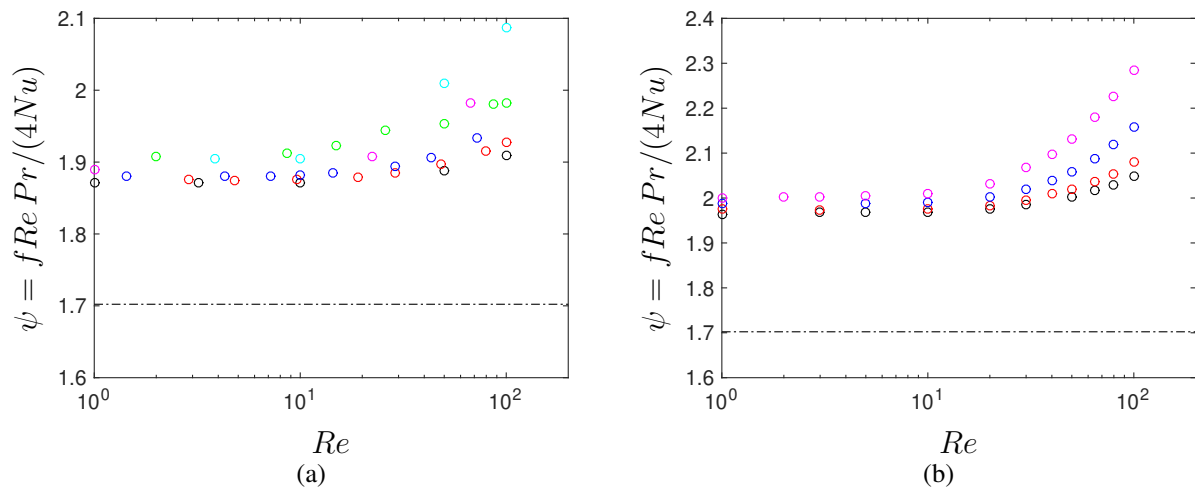


**FIGURE 3.33:** (a) Évolution du nombre de Nusselt d'élément moyen  $\langle Nu_D \rangle$  en fonction de la porosité ; (b) Évolution du rapport de longueur  $D_h/a$  en fonction de la porosité :  $\circ \alpha = 33^\circ$ ,  $\triangle \alpha = 40^\circ$ ,  $* \alpha = 50^\circ$ ,  $\nabla \alpha = 60^\circ$ ,  $\square \alpha = 90^\circ$

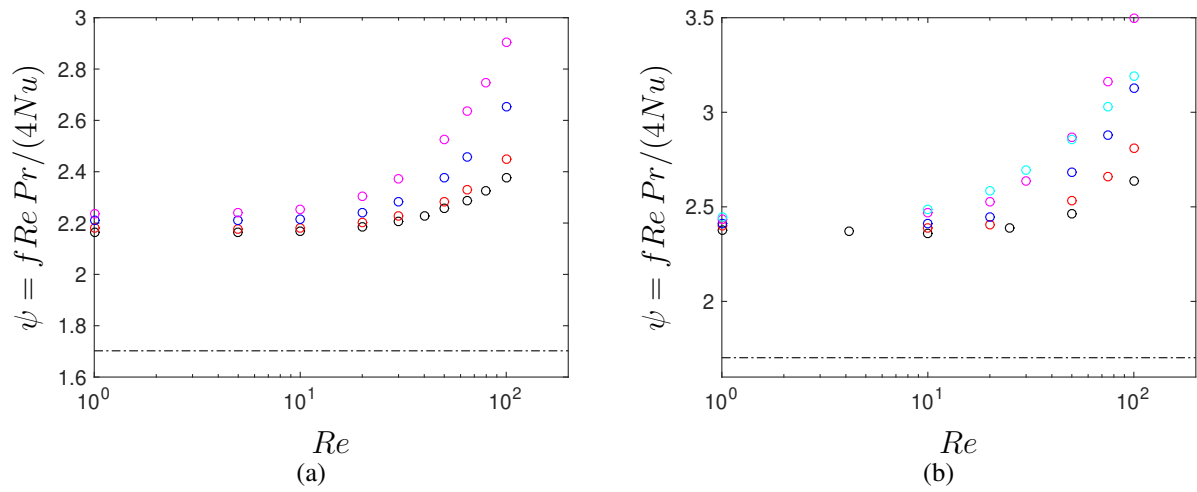
### 3.6.3 Comparaison des performances

L'objectif des travaux présentés dans ce chapitre, est d'utiliser la simulation numérique pour décrire et estimer les pertes de charge et les nombres de Nusselt d'un milieu poreux composé de piliers de section en losange pour un écoulement incompressible à faible nombre de Reynolds ( $Re < 100$ ). Nous pouvons à présent évaluer les performances de ce type d'échangeur selon différents aspects. Dans un premier temps, afin de comparer les performances théoriques en terme d'efficacité de transfert et de pertes de charge associées, nous avons tracé l'évolution du critère proposé par [Ruhlich & Quack \(1999\)](#) que nous notons  $\psi$ . Les résultats sont reportés dans les figure [3.34](#), [3.35](#), [3.36](#). Comme référence on y trouve la valeur théorique obtenu pour le cas d'un écoulement entre deux plaques planes (ligne en pointillés)

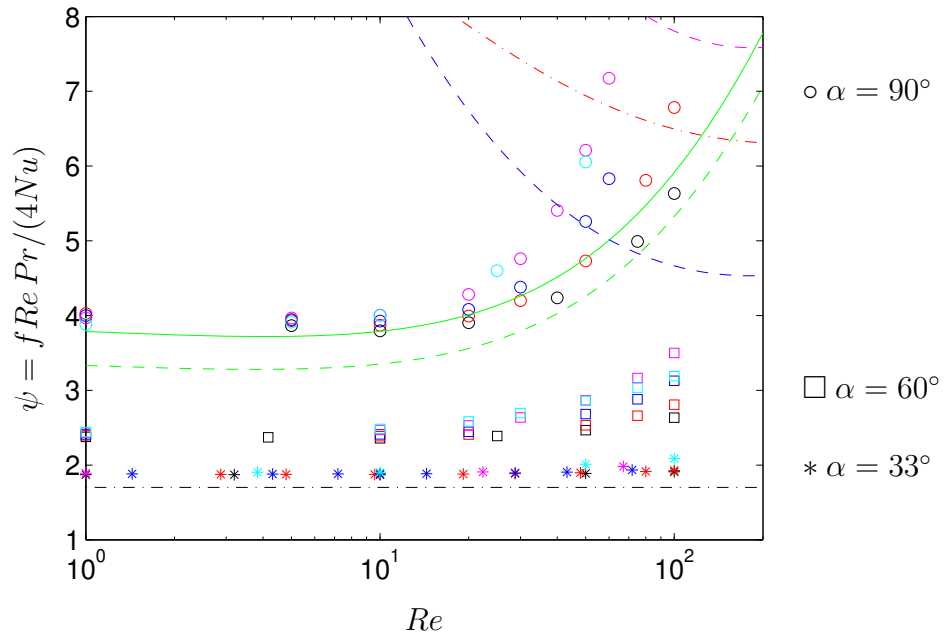
$$\psi = \frac{f Re Pr}{4 Nu} = \frac{Po \cdot Pr}{4 Nu} = \frac{96 \times 0.7}{4 \times 9.87} = 1.7 \quad (3.37)$$



**FIGURE 3.34:** Évolution du critère de Ruhlich & Quack en fonction du nombre de Reynolds pour : (a)  $\alpha = 33^\circ$  (b)  $\alpha = 40^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40\%$ ,  $\circ \varepsilon = 50\%$ ,  $\circ \varepsilon = 60\%$ ,  $\circ \varepsilon = 70\%$ ,  $\circ \varepsilon = 80\%$ ,  $\circ \varepsilon = 90\%$ ; -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $f Re Pr / (4 Nu) = 1.7$



**FIGURE 3.35:** Évolution du critère de Ruhlich & Quack en fonction du nombre de Reynolds pour : (a)  $\alpha = 50^\circ$  (b)  $\alpha = 60^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 50 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 60 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 70 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 80 \%$ ; -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $fRePr/(4Nu) = 1.7$



**FIGURE 3.36:** Évolution du critère de Ruhlich & Quack en fonction du nombre de Reynolds pour :  $\alpha = 90^\circ$  sont  $\circ \varepsilon = 40 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 50 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 60 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 70 \%$ ,  $\circ \varepsilon = 80 \%$ ;  $\alpha = 60^\circ$  sont  $\square, \square, \square, \square \varepsilon = 40 - 80 \%$ ;  $\alpha = 33^\circ$  sont  $*, *, *, *, *, \varepsilon = 40 - 80 \%$ ; -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $fRePr/(4Nu) = 1.7$ ; empilement de grilles selon (Gedeon & Wood, 1996) avec  $Re_{max} = Re$ , empilement de grilles selon (Costa et al., 2013, 2015) avec  $Re_{max} = Re$ , empilement de sphères (Ergun, 1952; Rowe & Claxton, 1965) :  $\varepsilon = 40 \%$  — et  $\varepsilon = 50 \%$  — ; symboles carrés :  $\alpha = 60^\circ$  et symboles étoiles  $\alpha = 33^\circ$  (avec le même code couleur pour la valeur de  $\varepsilon$ ).

Nous rappelons que plus ce critère est faible plus l'efficacité de transfert de chaleur est importante pour une même perte de charge adimensionnée par le carré de la vitesse. L'établissement de ce facteur est détaillé en Annexe J. Pour un angle donné, l'augmentation du nombre de Reynolds se traduit par une augmentation de  $\psi$ . Plus l'angle est important plus  $\psi$  est influencé par le nombre de Reynolds. En revanche, quelque soit l'angle, lorsque le nombre de Reynolds est inférieur à  $Re=10$ , nous constatons que  $\psi$  converge vers une valeur constante proche de 2 pour  $\alpha \leq 50$  ( $\psi(\alpha = 33^\circ, Re = 1) \approx 1.88$ ,  $\psi(\alpha = 40^\circ, Re = 1) \approx 1.98$ ,  $\psi(\alpha = 50^\circ, Re = 1) \approx 2.2$ ). Pour une porosité choisie, l'augmentation de l'angle génère une augmentation de  $\psi$  qui peut être relativement importante notamment pour les angles supérieurs à  $60^\circ$  (ex :  $\psi(\alpha = 90^\circ, Re = 100, \varepsilon = 70\%) = 7$ ). Par conséquent, selon ce critère, les performances sont influencées à la fois par la géométrie mais également par le régime d'écoulement. En effet, pour  $Re \leq 10$ , la porosité a peu d'influence sur  $\psi$  et la géométrie optimale correspond à celle qui à l'angle  $\alpha$  le plus faible. Puis pour  $Re \geq 10$ , les performances selon ce critère sont influencées par la valeur de  $\varepsilon$ . La géométrie fournissant les plus faibles valeurs de  $\psi$  correspond à celle ayant le plus faible angle  $\alpha$  et la plus faible porosité  $\varepsilon$ .

En considérant les résultats précédents pour décrire les pertes de charges ( $\langle Po' \rangle$  Eq. 3.25) ainsi que le transfert de chaleur dans un VER ( $\langle Nu' \rangle$  Eq. 3.36), pour  $\alpha \leq 50^\circ$ , il est alors possible de retrouver la limite rencontrée dans les figures 3.34 et 3.34, le facteur  $\psi$

$$\psi(1 \leq Re \leq 10, \alpha \leq 50) = \frac{f Re Pr}{4 Nu} = \frac{\langle Po' \rangle}{\langle Nu' \rangle} \frac{D_h L'_L Pr}{2e L_L 4} = 0.175 \frac{(0.49 \alpha + 82)}{(9.86 + 2.26e^{3.43})} \frac{D_h L'_L}{2e L_L} \quad (3.38)$$

$$\approx 1.8 - 1.98(\alpha = 33^\circ) \quad 1.96 - 2.2(\alpha = 40^\circ) \quad 2.16 - 2.6(\alpha = 50^\circ) \quad (3.39)$$

Nous confirmons donc ainsi que la valeur asymptotique de  $\psi$  à faible Reynolds, quelque soit la porosité, reste proche de 2 pour  $\varepsilon \geq 40\%$ . Finalement, nous avons comparé nos résultats aux travaux de Gedeon & Wood (1996) et Costa et al. (2013, 2015) qui fournissent l'évolution du facteur de frottement et du nombre de Nusselt pour le cas de géométrie de type empilement de grilles (voir chapitre I). Les résultats sont uniquement reportés dans la Figure 3.36 correspondant à un angle  $\alpha = 90^\circ$ . Nous observons alors que pour  $30 < Re < 100$  nous retrouvons le même ordre de grandeur pour  $\psi$ . En revanche nous pouvons noter que selon ces travaux,  $\psi$  est sensé augmenter avec la diminution du nombre de Reynolds.

Les valeurs correspondant au cas d'un milieu poreux composé d'un réseau de sphère sont également reportées dans cette même figure en considérant le facteur d'aspect donné par Ergun (1952) et le nombre de Nusselt issu de Rowe & Claxton (1965) pour  $\varepsilon = 40\%$  et  $50\%$ . Il est très intéressant de noter que nous retrouvons alors la même évolution en fonction de  $Re$  qu'avec nos géométries ainsi que le même ordre de grandeur que pour le cas  $\alpha = 90^\circ$ . Cette comparaison confirme donc la présence potentielle de deux régimes d'évolution pour  $\psi$  avec comme limite  $Re = 10$ . Par contre, l'influence de la porosité sur  $\psi$  semble inversée avec une diminution de  $\psi$  si  $\varepsilon$  augmente.

Si nous analysons plus en détails ces résultats, nous observons que la stabilisation de  $\psi$  pour des nombres de Reynolds faibles est principalement dûe à deux effets. Dans nos géométries ainsi que dans la relation de Ergun (1952) (voir Tab. 1.1), le nombre de Poiseuille ( $Po = f Re$ ) est constant alors que le nombre de Nusselt ne varie pas beaucoup. En revanche, avec la forme d'équation

proposée par [Gedeon & Wood \(1996\)](#) et [Costa et al. \(2013, 2015\)](#) quand le nombre de Reynolds diminue, le nombre de Poiseuille évolue proportionnellement à  $Po = fRe \propto Re^{0.9}$ . De même, avec les formulations de Nusselt proposées par ces deux équipes, le nombre de Nusselt ne se stabilise pas non plus pour  $Re < 10$ . Ainsi, l'utilisation de ces corrélations empêche donc  $\psi$  de converger vers une valeur constante pour  $Re < 10$ . Il serait donc intéressant d'identifier dans la littérature des corrélations ayant la forme de l'équation d'Ergun valides pour le cas d'un empilement de grilles à bas Reynolds et un Nusselt quasi constant pour  $Re < 10$ . Dans cette figure qui synthétise l'ensemble de nos résultats ainsi que les informations tirées de la littérature, nous avons également reporté les valeurs obtenues pour un angle de  $\alpha = 33$  et  $60^\circ$ . Selon le critère de Ruhlich & Quack et sous la condition d'instaurer un écoulement plutôt 2D (hauteurs de colonnes bien plus importantes que les autres longueurs caractéristiques), nous pouvons alors clairement constater que la géométrie étudiée serait plus performante que les géométries conventionnelles (grilles, sphères) pour un angle  $\alpha$  le plus faible possible.

Il faut toutefois rappeler que le critère de Ruhlich & Quack possède le désavantage de ne pas prendre en compte la longueur (et donc l'encombrement) de l'échangeur pour fournir une puissance thermique donnée mais il reste très utilisé dans la littérature sur l'étude et la conception des régénérateurs. Aussi, de part les hypothèses prises pour faire les simulations numériques, ce critère ne prend pas en compte les effets de diffusion axiale (conduction) de la chaleur dans la matrice solide, sachant que ce phénomène est important pour ce type d'échangeur.

Finalement, afin d'apprécier aussi l'influence de la variation du volume du VER lorsque les paramètres géométriques varient sur le transfert de chaleur, nous avons également évalué le facteur proposé par [Stanescu et al. \(1996\)](#) et identifié dans le chapitre 1. Nous rappelons ci-dessous son expression

$$\phi = \frac{\frac{J}{T_p - \langle T \rangle}}{\lambda V_{total} / (ab/2)} \quad (3.40)$$

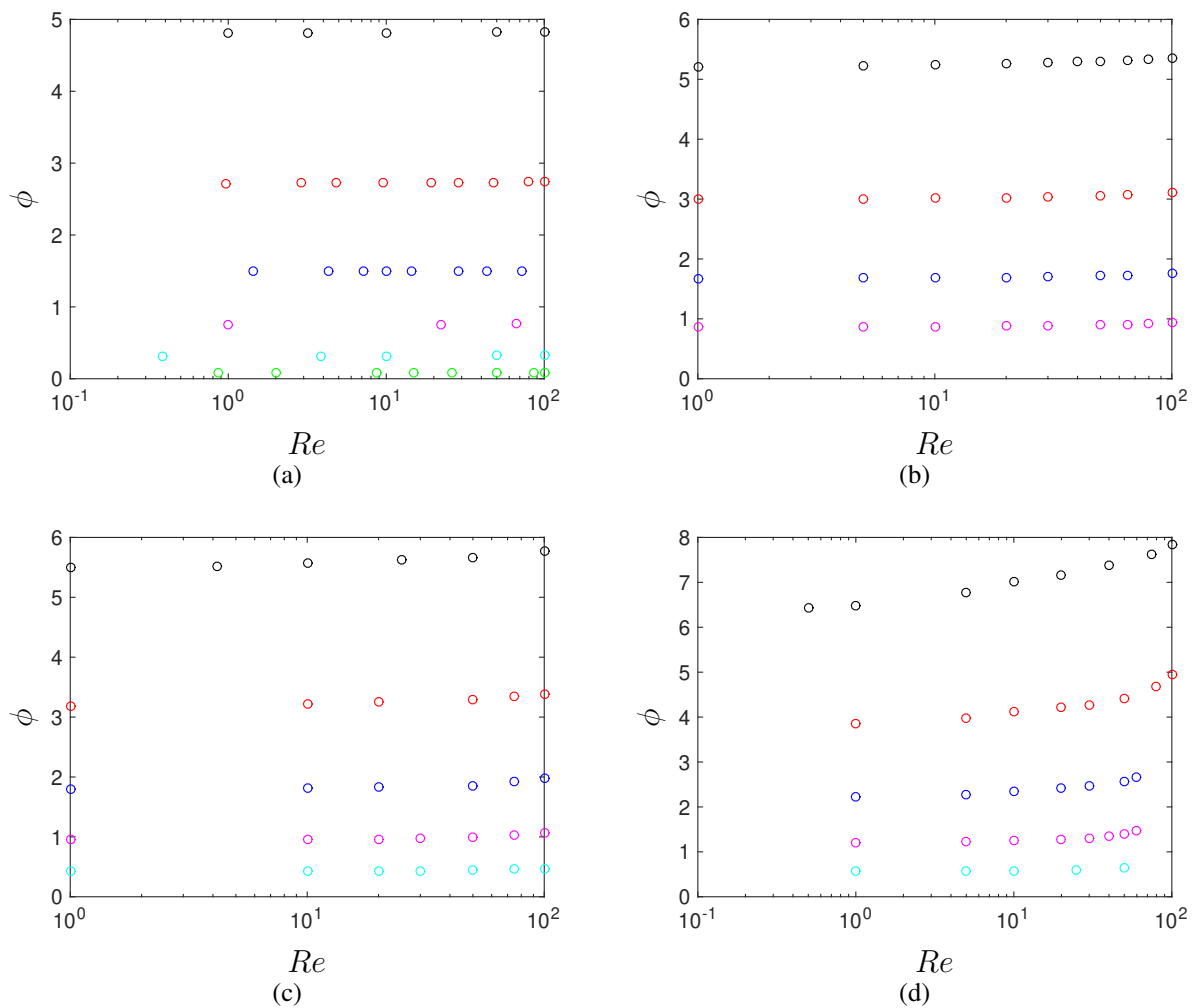
Pour un rapport volume total d'échangeur sur taille de colonne fixe (aire interfaciale par unité de volume fixe), plus ce facteur est important et plus la conductance (ou coefficient de transfert de chaleur global W/K) sera importante. Il ne prend pas en compte l'aspect perte de charge mais permet de raisonner à volume et section de colonne fixes. À partir de la définition du nombre de Nusselt, on peut montrer que ce nombre se réduit à l'expression suivante

$$\phi = \frac{h_T ab/2}{\lambda V_{total}} = \frac{Nu ab/2}{D_h V_{total}} \quad (3.41)$$

Les évolutions de  $\phi$  en fonction de Re sont reportées dans la figure [3.37](#) pour  $\alpha = 33 - 50 - 60 - 90^\circ$ . Nous constatons alors clairement que quelque soit l'angle, le critère de Bejan augmente avec la diminution de la porosité, ce qui semble logique puisque pour une taille de colonne et un volume fixes, un échangeur avec une porosité plus faible possède plus de colonnes et donc une aire interfaciale d'échange plus grande. On note également que pour un angle de  $\alpha = 90^\circ$  l'augmentation du nombre de Reynolds semble augmenter la valeur de  $\phi$ . De plus, selon ce critère pour une porosité donnée, la diminution de l'angle, tend à diminuer la conductance, ce qui induirait que pour une même conductance les volumes d'échangeur seraient plus importants lorsque l'angle diminue. Cependant, il est très important de noter que la chute de  $\phi$  due à la diminution de l'angle se compense très rapidement par une diminution de la porosité. La maximisation de ce facteur lorsque la porosité diminue est donc l'information principale à retenir. Nous pouvons noter également que



contrairement aux travaux de l'équipe de Bejan, nous ne retrouvons pas de maximum "local" en fonction de la porosité (qui est liée à la distance inter colonne). Ceci pourrait être dû au fait que notre nombre de Nusselt ne varie pas excessivement lorsque la porosité varie.



**FIGURE 3.37:** Évolution du critère de Bejan en fonction du nombre de Reynolds pour : (a)  $\alpha = 33^\circ$  (b)  $\alpha = 50^\circ$  (c)  $\alpha = 60^\circ$  (d)  $\alpha = 90^\circ$  et  $\circ \varepsilon = 40\%$ ,  $\circ \varepsilon = 50\%$ ,  $\circ \varepsilon = 60\%$ ,  $\circ \varepsilon = 70\%$ ,  $\circ \varepsilon = 80\%$ ,  $\circ \varepsilon = 90\%$

### 3.7 Conclusion

Dans ce second volet numérique, nous avons abordé la simulation de l'écoulement et du transfert de chaleur pour le cas d'un ensemble de colonnes. Pour cela, nous avons défini un volume élémentaire représentatif (motif répétitif) et imposé des conditions aux limites périodiques dans le but d'étudier l'influence de l'angle d'attaque  $\alpha$  et de la porosité  $\varepsilon$  sur les pertes de charge et le nombre de Nusselt. Des simulations ont été réalisées pour  $33^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  et  $40\% \leq \varepsilon \leq 80\%$ . Pour l'écoulement et le transfert de chaleur nous avons analysé nos résultats selon trois échelles spatiales : la matrice poreuse (le VER), le micro canal formé entre les losanges et la colonne elle-même.

En terme d'écoulement, pour un VER, nous avons montré que l'augmentation de l'angle et de la porosité fournissait des facteurs de frottement plus importants. L'influence de la porosité sur le facteur de frottement est en accord avec les résultats de [Costa et al. \(2014c\)](#). L'analyse de l'évolution du nombre de Poiseuille nous a montré que la géométrie étudiée permettait d'atteindre des valeurs plus faibles que celles pour un régénérateur composé de sphères ([Ergun, 1952](#)) ou d'un empilement de grilles ([Costa et al., 2013](#)) pour des angles inférieurs ou égaux à  $40^\circ$  et une porosité inférieure à 70 %. Ce résultat démontre donc que la géométrie de colonnes en forme de losange donne, sous ces conditions, des pertes de charge plus faibles que les géométries conventionnelles.

Une analyse plus détaillée à l'échelle du micro canal formé par le rapprochement des colonnes a permis de montrer que l'influence de la porosité et que l'évolution du nombre de Poiseuille était principalement expliquée par l'allongement de la longueur parcourue par le fluide dû à la tortuosité du réseau de colonnes. Cette analyse a permis de décrire de façon relativement simple l'évolution du nombre de Poiseuille quelque soit l'angle  $\alpha \leq 50^\circ$  et quelque soit la porosité. L'analyse de l'écoulement à l'échelle de la colonne a permis de quantifier les effets collectifs sur l'écoulement dus au rapprochement des éléments avec augmentation de la porosité. Nous avons montré que l'augmentation observée sur le facteur de frottement ( $f$ ) avec l'augmentation de porosité était le résultat de l'augmentation du rapport  $Dh_{2a}/(L_L L_T)$  et de la diminution du coefficient de traînée lorsque  $\varepsilon$  et donc la distance entre les piliers augmentent.

En terme de transfert de chaleur, nous avons pu établir l'évolution du nombre de Nusselt  $Nu$  en fonction de l'angle et de la porosité. Nous avons alors constaté que le nombre de Nusselt semblait légèrement influencé par l'augmentation du nombre de Reynolds, mais uniquement pour les angles supérieurs à  $50^\circ$ . Ce constat nous montre qu'en considérant l'hypothèse d'un écoulement 2D, nous retrouvons un comportement d'écoulement confiné proche de celui entre deux plaques planes ou en canal qui se caractérise par un nombre de Nusselt indépendant du nombre de Reynolds. Ainsi, pour un angle  $\alpha \leq 50^\circ$ , nous avons alors pu considérer la valeur moyenne du nombre de Nusselt  $\langle Nu \rangle$  qui dépend de l'angle et de la porosité. Il a été observé qu'une augmentation de  $\varepsilon$  ou de l'angle  $\alpha$  induit une augmentation du nombre de Nusselt  $Nu$ . De plus, comme précédemment, afin de confirmer ce résultat, nous avons tracé le nombre de Nusselt ( $Nu'$ ) en considérant le diamètre hydraulique  $Dh'$  correspondant au micro canal formé par les parois des colonnes. Nous avons alors pu constater que pour les angles  $33 < \alpha < 50^\circ$  ce Nusselt convergeait vers une unique courbe qui dépend uniquement de la porosité  $\varepsilon$  et est indépendante de  $\alpha$  ( $\langle Nu' \rangle = f(\varepsilon)$ ). Ceci nous a permis alors de proposer une description simple pour l'évolution de  $\langle Nu' \rangle$  et  $\langle Nu \rangle$ .

Par la suite, l'évolution du Nusselt à l'échelle d'une colonne isolée  $Nu_D$  a été étudiée. En accord avec la littérature sur les effets collectifs sur le transfert de chaleur, une augmentation de  $Nu_D$  a été observée lorsque la porosité diminue. Ainsi, nous avons pu démontrer que l'augmenta-

tion du Nusselt basé sur le diamètre hydraulique est la conséquence de la diminution de  $Nu_D$  et de l'augmentation du rapport  $D_h/a$  avec  $\varepsilon$ .

Dans une dernière partie, nos résultats de simulation ont été comparés avec le coefficient de performance proposé par [Ruhlich & Quack \(1999\)](#) qui est couramment utilisé dans le dimensionnement des régénérateurs. Nous avons alors observé deux régimes distincts. Pour  $Re < 10$ , le facteur  $\psi$  semble indépendant du Reynolds et de la porosité mais augmente avec l'angle. Nos travaux démontrent que le coefficient  $\psi$  reste proche de 2 et semble tendre vers la valeur obtenue pour un écoulement et un transfert entre deux plaques planes ( $\psi = 1.7$ ) lorsque  $\alpha$  diminue. Pour des écoulement à  $Re < 10$ , la géométrie optimale correspond à celle ayant l'angle le plus faible car  $\psi$  est indépendant de la porosité. Pour  $Re > 10$ ,  $\psi$  augmente à la fois avec la porosité et l'angle. Ainsi, selon ce facteur, pour ces conditions d'écoulement, la géométrie optimale correspond à celle ayant l'angle et la porosité la plus faible. Aussi, il a été observé que nos simulation sont globalement bien inférieures à celles prédites pour un empilement de grilles ou de sphères. La comparaison avec le cas d'un réseau de sphères semble confirmer la présence de deux régimes ayant pour limite  $Re = 10$ . Aussi, nous avons constaté que pour un angle de  $\alpha = 90^\circ$ , nos résultats en terme de facteur de [Ruhlich](#) se rapprochent de ceux obtenus pour le cas d'un réseau de sphères. Ces résultats semblent donc montrer que pour les expériences qui vont suivre il faut favoriser l'utilisation de colonne ayant un angle faible (ex :  $33^\circ$ ) et un écoulement 2D avec une hauteur de gravure la plus grande possible devant les autres échelles de longueurs ( $a$ ,  $e$ ). Nous devons relativiser toutefois ces résultats, car premièrement nos simulations ne prennent pas en compte les effets 3D ainsi que la conduction de chaleur dans la matrice solide qui est favorisée lorsque les piliers ont un faible rapport  $a/b$  (faible  $\alpha$ ). De plus, comme déjà noté précédemment, ce facteur ne prend pas en compte l'encombrement du régénérateur. En effet, il faut noter que la diminution de l'angle induit aussi une diminution de l'aire interfaciale d'échange ce qui obligerait, *a priori*, d'augmenter le volume de l'échangeur pour garantir un même flux de chaleur. Afin de prendre en compte l'influence de la variation des paramètres géométriques sur la conductance, nous avons tracé le facteur de [Bejan](#) ce qui nous a démontré que plus la porosité était faible, plus la conductance (ou coefficient global de transfert de chaleur) était forte. Afin de favoriser la miniaturisation des échangeurs, il faudrait donc privilégier les matrices possédant la plus faible porosité.

Enfin, plusieurs simulations pour des géométries sinusoïdales à différents rapport  $a/b$  et différentes porosités  $\varepsilon$  ont été réalisées et comparées avec les simulations sur VER composé de losanges en conservant la même distance  $\Delta x$  dans le sens de l'écoulement (voir Annexe H). Il a alors été observé que les résultats avec la géométrie sinus différaient de ceux avec la géométrie losange uniquement pour des angles  $\alpha$  supérieur à  $75^\circ$ , générant alors des nombre de Poiseuille jusqu'à 10 % plus faible et des nombres de Nusselt jusqu'à 8 – 9 % plus grands. Comme la gravure de géométries de forme losange est plus facile à contrôler que celle en forme sinus munie d'extrémités très fines, ces résultats confirment donc que le choix de colonnes en forme de losange est le plus judicieux pour l'étude expérimentale qui va suivre.

Grâce à cette pré-étude numérique, nous avons pu orienter par la suite les expériences issues de cette thèse et chercher à vérifier les observations faites lors des simulations numériques.

# Chapitre 4

## Étude expérimentale

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre nous détaillons et analysons les travaux expérimentaux réalisés pendant cette thèse. Dans un premier temps, nous présentons le dimensionnement et la micro-fabrication des régénérateurs ainsi que la mesure des différentes dimensions associées à la matrice de colonnes. Dans un second temps, nous introduisons la méthodologie expérimentale pour la caractérisation des pertes de charge dans ce type de milieux poreux profilés. Nous analysons alors les résultats obtenus pour différents types d'échantillons. Finalement, dans un troisième temps, nous introduisons l'étude du transfert thermique, réalisée à l'aide de micro-thermomètres à résistance intégrés dans les microstructures. Les différentes techniques de micro-fabrication des thermistances ainsi que les méthodes expérimentales sont d'abord présentées. Puis, nous proposons une analyse et une discussion sur les résultats obtenus.

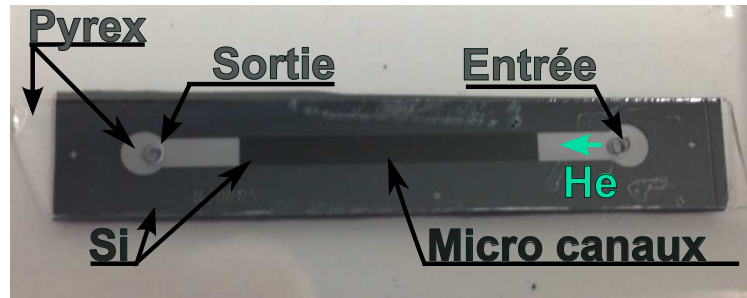
### 4.2 Dimensionnement des régénérateurs : La micro-structure.

Nos échantillons consistent en des canaux de section rectangulaire dotés de la micro-structure désirée gravés dans un substrat de silicium. Ils sont encapsulés par des lames de Pyrex percées à l'entrée et à la sortie (voir la fig. 4.1).

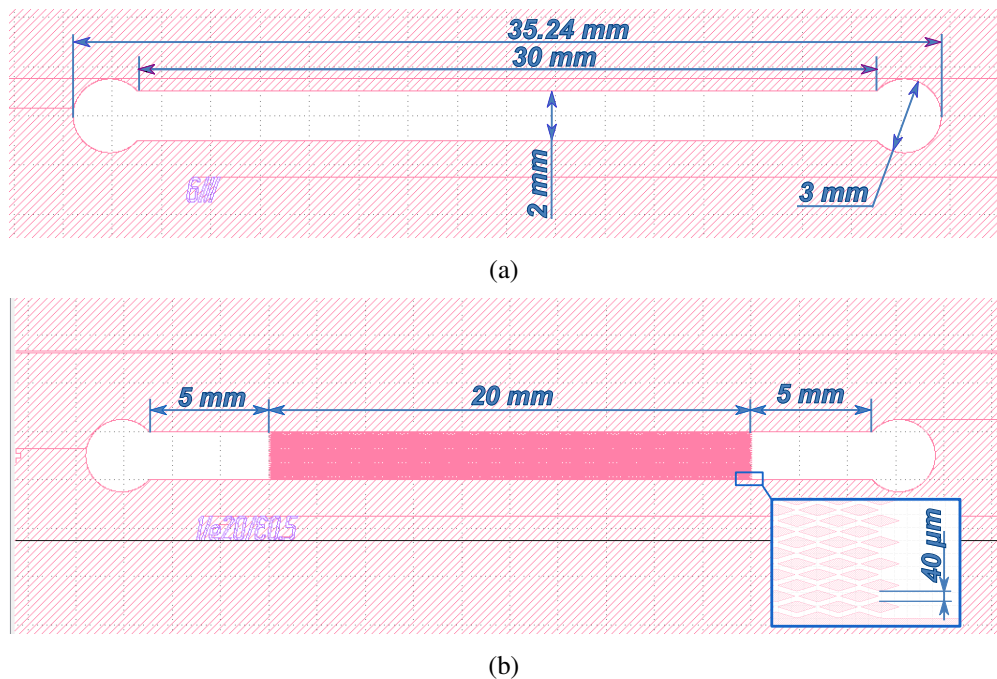
Les dimensions d'un canal font 30 mm en longueur et 2 mm en largeur (4.2, a). Aux extrémités deux zones vides circulaires de diamètre 3 mm permettent de compenser une déviation possible lors du perçage des trous d'alimentation à l'entrée/sortie. La longueur totale fait donc 35.2 mm. Dans la plupart des cas, le parcours total du gaz varie entre 35 et 31 mm.

Pour reproduire un milieu poreux, ces canaux sont munis de faisceaux de piliers semblables aux géométries étudiées dans le chapitre précédent. Cette zone se trouve au milieu du canal sur une longueur de 20 mm (4.2, b). Aux extrémités de la microstructure, des zones de développement de l'écoulement sur une longueur de 5 mm sont prévues afin d'homogénéiser l'écoulement avant l'entrée dans le milieu poreux.

Les milieux poreux micro-profilés se distinguent par la porosité  $\varepsilon$  et par des largeurs  $e$  de micro-canaux de 10, 20 et 40  $\mu\text{m}$ . Pour faciliter le dimensionnement, le traitement et l'analyse, on peut définir un volume élémentaire représentatif (VER) comme dans l'étude numérique 3.2. De façon similaire, on définit la longueur  $b$  et la largeur  $a$  d'un pilier profilé, la longueur  $L_L$  et la largeur  $L_T$



**FIGURE 4.1:** Photo de l'échantillon de la famille 2, le Regen1 DRIE\_01. Le canal et les micro-canaux sont gravés sur une profondeur  $h_{gr}=112 \mu\text{m}$  dans un substrat de silicium d'épaisseur  $400 \mu\text{m}$  et encapsulés par une lamelle de Pyrex.



**FIGURE 4.2:** Schémas et dimensions : (a) du canal vide, de la famille 1 Canal6 KOH\_0N vide ; (b) du canal Regen1 rempli de micro-structure à la longueur de 20 mm et correspondant aux familles 2 (DRIE\_0N) et 3 (DRIE\_1N). La longueur de développement de l'écoulement fait au moins 5 mm à l'entrée et à la sortie. La largeur des micro-canaux  $e = 20 \mu\text{m}$  (cf. zoom  $2 \cdot e = 40 \mu\text{m}$ ).

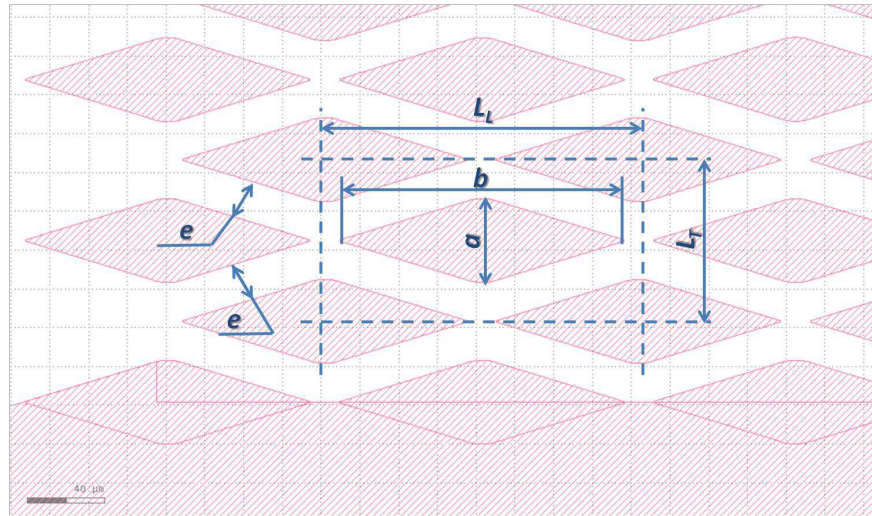
du VER (voir fig. 4.3 et 3.1). Ainsi, on dispose de sept types de microstructures composées des colonnes en section losange lissé et caractérisé par un rapport  $a/b$  proche de  $a/b = 0.295$ , ce qui correspond à un angle  $\alpha = 33^\circ$ . Le choix de cet angle a été motivé par les conclusions obtenues par la simulation numérique qui montre que le facteur de Rhulich est maximal avec un angle faible. Dans ces travaux, faute de temps, nous avons choisi de fixer le facteur de forme des piliers (et donc l'angle) afin de chercher à se focaliser sur l'étude de l'influence de l'augmentation de la porosité. Les dimensions caractéristiques de chaque géométrie sont regroupées dans la table 4.1. Une des micro-structures étudiées expérimentalement est composée de la géométrie sinusoïdale avec une

largeur de micro-canaux et une porosité identique à celle des losanges de type 1.

Pour un régénérateur donné on regroupe un certain nombre de piliers isolés  $N_{iso}$  sur la zone de  $2 \times 20 \text{ mm}^2$ . Les surfaces latérales dans cette zone peuvent s'exprimer en nombre équivalent de piliers  $N_{lat}$ . Ainsi, la somme de ces deux nombres nous donne le nombre total des piliers  $N_{tot} = N_{iso} + N_{lat}$ . L'aire inter-faciale de contact se calcule comme  $A_{cont} = N_{tot} h_{gr} l_p$ , où la hauteur de gravure et le périmètre d'un pilier sont issus des mesures optiques.

Numéro d'échantillon	$\varepsilon, \%$	$e [\mu\text{m}]$	$a [\mu\text{m}]$	$b [\mu\text{m}]$	$L_T [\mu\text{m}]$	$L_L [\mu\text{m}]$	$N_{iso}$	$N_{lat}$
Regen1	50	20	43.2	146.4	83.2	162	5781	123
Regen2	39.2	20	66.4	225.2	106.4	246.4	2978	81
Regen3	59	20	30.6	103.6	70.6	118	9295	169
Regen4	39.2	40	132.8	450.4	212.8	491.8	688	41
Regen5	58.9	40	61.2	207.2	141.2	235.6	2281	85
6 (vide)	100	-	-	-	W=2000	L=30000	-	-
Regen7	39.3	10	33.2	112.6	53.2	122.6	12187	163
Regen8	59	10	15.2	51.8	35.2	58	38815	344
Regen9 (sin)	0.505	20	43.2	145.6	83.2	161.4	5804	124

**TABLE 4.1:** Caractéristiques géométriques des micro-régénérateurs (Le rapport petit axe sur grand axe est  $a/b = 0.295$  sauf pour  $a/b_{(8)} = 0.293$  et  $a/b_{(9)} = 0.297$ , ce qui correspond à l'angle  $33^\circ$ ).



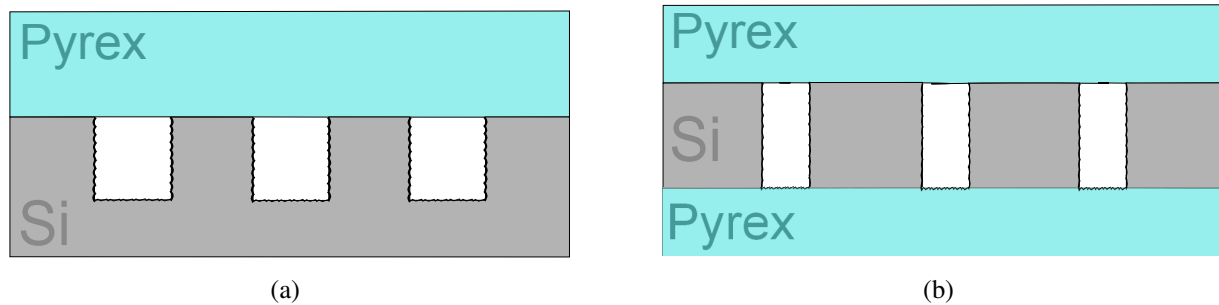
**FIGURE 4.3:** Exemple de géométrie de micro-structure de type losange.

Nous pouvons distinguer trois types d'échantillons en fonction des technologies appliquées à leur micro-fabrication :

- 1 Des échantillons gravés par l'attaque chimique au KOH (cf. 4.3.2.1). Il s'agit de canaux vides peu profonds, de l'ordre de  $15$  à  $30 \mu\text{m}$ . Ces échantillons de référence sont conçus pour confirmer la fiabilité des mesures expérimentales. Dans notre texte, ils sont nommés Canal6 KOH\_0N.
- 2 Des échantillons gravés par la technique DRIE (Deep Reactive Ion Etching) que l'on va détailler plus tard (cf. 4.3.2). Ces canaux sont beaucoup plus profonds que les précédents, de l'ordre de  $100$  à  $190 \mu\text{m}$  et contiennent les micro-structures qui sont l'objet de notre étude (4.4, a). Ils sont nommés RegenN DRIE\_0N.



- 3 Une troisième famille d'échantillons a été gravée par DRIE sur l'épaisseur totale des substrats de silicium (Si), dont la profondeur a été de 120 à 160 et 300  $\mu\text{m}$ . Dans ce cas on réalise une double encapsulation en utilisant un double scellement Pyrex-Silicium-Pyrex (le sandwich Pyrex-Si-Pyrex 4.4, b), de manière à ce que la microstructure soit uniquement composée de silicium. Ce type de configuration limite la conductivité thermique axiale car chaque pilier devient un élément isolé. Ils sont nommés Regen $N$  DRIE\_1 $N$ .



**FIGURE 4.4:** Schémas de la section d'un échantillon (a) de type 2, Regen $N$  DRIE\_0 $N$  et (b) de type 3, Regen $N$  DRIE\_1 $N$  en Pyrex-Silicium-Pyrex.

### 4.3 Micro-fabrication des régénérateurs

Les techniques de micro-fabrication permettent d'obtenir des micro-structures de dimensions contrôlées avec une précision proche de 1  $\mu\text{m}$ . Les étapes principales de la micro-fabrication sont :

- Lithographie des motifs
- Gravure
- Encapsulation de l'échantillon gravé avec un capot en Pyrex

#### 4.3.1 Lithographie

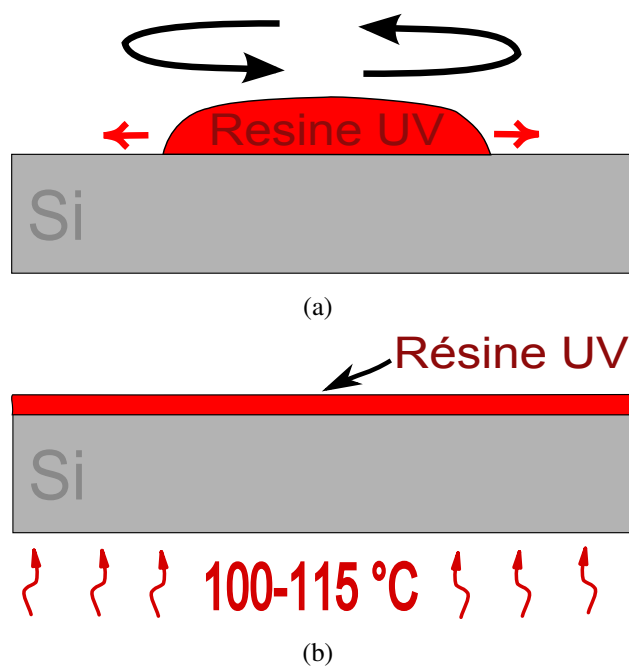
La lithographie est une technique de micro-fabrication pour la duplication de motifs sur un substrat. Elle comprend les étapes telles que l'étalement d'une résine photosensible en couche mince et uniforme, l'insolation par rayonnement UV à travers un masque et le développement. Le motif est reproduit sur des zones où la résine est soit éliminée (résine positive) soit conservée (résine négative). La lithographie est suivie par des opérations soustractives comme la gravure ou additives comme un dépôt de métal.

L'étape préparatoire qui précède la lithographie est la conception du masque qui permettra de dupliquer des motifs identiques. Le masque est constitué d'un matériau transparent aux longueurs d'ondes UV, dans notre cas du quartz. Il est également disponible en verre sodio-calcique ou borosilicate (Pyrex). Une des surfaces est couverte par une couche opaque en oxyde de chrome. Le dessin (motif) à photolithographier est créé sur le logiciel "KLayout" (exemples sur les figures 4.2 et 4.3), logiciel 2D dédié aux applications en microélectronique et MEMS. Ensuite, la surface chromée est couverte de la résine photosensible et insolée ponctuellement sur les zones à vides (zones à graver des futurs échantillons) par le laser *HeidelbergDWL66FS*. Cette étape permet de

créer des motifs avec une précision allant jusqu'à  $0.5 \mu\text{m}$ . Une fois le masque développé, le dépôt de chrome non protégé par la résine est éliminé par attaque acide, laissant des zones transparentes.

La première étape de la lithographie est l'étalement de la résine sur la surface du substrat (voir fig. 4.5, a). L'épaisseur finale de la couche dépend de la viscosité de la résine, de la vitesse, de l'accélération de la rotation et du temps de centrifugation (tab. 4.2). Ces trois derniers paramètres se pilotent sur une centrifugeuse de type *SPIN150*. Cet appareil maintient le substrat par application d'un vide entre le substrat et la plate-forme tournante. Avant le contact avec la résine, la surface du substrat doit être nettoyée de toutes particules et poussière par un flux d'azote sous pression. Il est important aussi de déposer la résine délicatement, à l'aide d'une pipette, et d'éviter la formation de bulles d'air sur la surface. Une fois la couche mince et uniforme établie, le substrat est chauffé pour évaporer le solvant et solidifier le polymère composant la résine (fig. 4.5,b).

Dans notre travail on utilise les résines positives dont les zones exposées au rayonnement UV s'éliminent. Plus précisément, ce sont les résines *S1818* et *AZ6245*. La *S1818* est moins visqueuse et permet d'établir une épaisseur de couche de résine qui avoisine  $2 \mu\text{m}$ . Plus visqueuse, la résine *AZ6245* permet d'obtenir une couche de  $6 \mu\text{m}$  d'épaisseur.



**FIGURE 4.5:** Les étapes de lithographie : (a) formation de la couche mince et uniforme sur la centrifugeuse ; (b) échauffement et polymérisation de la résine.

Ensuite, la résine est soumise à l'émission d'un rayonnement UV à travers un masque (fig. 4.6). La longueur d'onde fait  $365 \text{ nm}$ . On choisit la durée d'exposition en fonction de la puissance de la lampe et de l'épaisseur de la résine. La résolution de la lithographie dépend du contact entre le masque et substrat. Il est important que la partie opaque du masque soit contiguë à la résine afin d'éviter les effets de diffraction. Les sources du rayonnement UV utilisés sont : l'appareil "KLOE UV KUB" ou "SUSS MJB4".

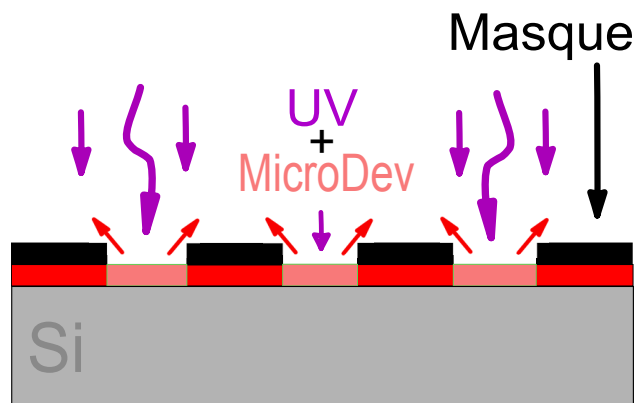
L'étape finale de la lithographie est le développement de la résine (fig. 4.6). Le substrat insolé est alors placé 1 minute dans une solution composée à 50 % d'eau distillée et à 50 % de



La résine	l'épaisseur de la couche [ $\mu\text{m}$ ]	Vitesse [ $\text{rot}/\text{min}$ ]	Accélération [ $\text{rot}/\text{min}^2$ ]	Durée de centrifugation [s]	Température-durée de chauffage de [ $^{\circ}\text{C} - \text{s}$ ]	Durée de développement [s]
S1818	1.8	4000	4000	30	115 $^{\circ}\text{C}$ - 60s	60
S1818	2.2	4000	2000	30	115 $^{\circ}\text{C}$ - 60s	60
AZ4562	6.2	4000	4000	60	100 $^{\circ}\text{C}$ - 90s	150

**TABLE 4.2:** Les recettes de lithographie utilisées pour des résines différentes en fonction de la couche protectrice souhaitée.

liquide de développement "Microposit developer" pour la résine S1818 ou "AZ developer" pour la AZ4562. Une fois le temps écoulé, le substrat est rincé abondamment avec de l'eau dé-ionisée pour éliminer la résine sur les parties insolées.



**FIGURE 4.6:** Insolation de la résine par l'émission UV suivi du développement par la solution 1 :1 du microDEV et de l'eau de-ionisée (EDI) et rinçage.

## 4.3.2 Gravure

La technique de gravure dépend du type de l'échantillon. Plus précisément, on utilise la technique de gravure chimique pour les canaux peu profonds de la famille KOH\_0X et la gravure physico-chimique pour les micro-canaux profonds des régénérateurs des familles DRIE\_0X et DRIE\_1X.

### 4.3.2.1 Gravure chimique KOH

Ce type de gravure se réalise pour le silicium par immersion dans une solution aqueuse d'hydroxyde de potassium à 80 $^{\circ}$  C. Elle conduit à des profils de gravure trapézoïdaux car la vitesse d'attaque du plan cristallin  $\langle 111 \rangle$  est très faible devant celle du plan  $\langle 100 \rangle$ . Les surfaces gravées sont très lisses, ce qui rend la gravure KOH intéressante pour des canaux vides de la famille KOH\_0X, qui doivent être peu profonds (10-30  $\mu\text{m}$ ) et sont assez larges  $W=2\text{mm}$ .

Les substrats de silicium utilisés sont couverts des deux cotés par une couche protectrice de nitrure de silicium  $\text{Si}_3\text{N}_4$  d'épaisseur 50-80 nm. Le nitrure de silicium joue le rôle de masque pendant la gravure chimique.

### 4.3.2.2 Gravure physico-chimique

La gravure profonde est effectuée par la méthode dite BOSCH (fig. 4.7). La profondeur de gravure dépend du nombre de cycles. Un cycle inclut une phase d'attaque et une phase de passivation. Le bombardement de la surface du substrat par des radicaux libres de fluorine  $SF_6$  (450 *sccm*) en mélange avec l'oxygène  $O_2$  (25 – 50 *sccm*), lors d'une première phase de cycle, enlève les atomes de silicium principalement dans la direction axiale. L'efficacité de gravure est augmentée par le champ électrique créé par un générateur RF à 13.56 MHz ce qui accélère les ions jusqu'à des énergies de l'ordre de quelques centaines d'eV. Néanmoins, la gravure n'est pas parfaitement anisotrope. Pour protéger les parois latérales lors de la gravure, un polymère passivant  $C_4F_8$  est déposé sur l'échantillon lors d'une deuxième phase. L'alternance des deux phases donne une forme ondulée aux surfaces latérales de piliers (voir fig. 4.8).

La vitesse de gravure dépend de la durée d'un cycle et des pauses intermédiaires permettant le refroidissement de l'échantillon. À cette fin un jet gazeux est continuellement envoyé sur la face arrière du substrat pour éviter une élévation trop importante de sa température. Un sur-échauffement peut provoquer une attaque trop rapide de la résine ainsi que sa "caramélisation". Une fois que la gravure est finie, la résine peut être enlevée par rinçage avec de l'acétone puis par un nettoyage sous un plasma d'oxygène.

	Phase passivation	Phase attaque
gaz	$C_4F_8$	$SF_6 / O_2$
débit, <i>sccm</i>	250	450 / 25-50
durée, s	4-5	6-7.5
delay pressure, mTorr	100	100
boost pressure, mTorr	100	20
main pressure, mTorr	14	75
13.56 MHz Coil, W	1200	1780
13.56 MHz Platten, W	20	50
température, °C	10	10

TABLE 4.3: Recette de gravure DRIE la plus fréquemment suivie.

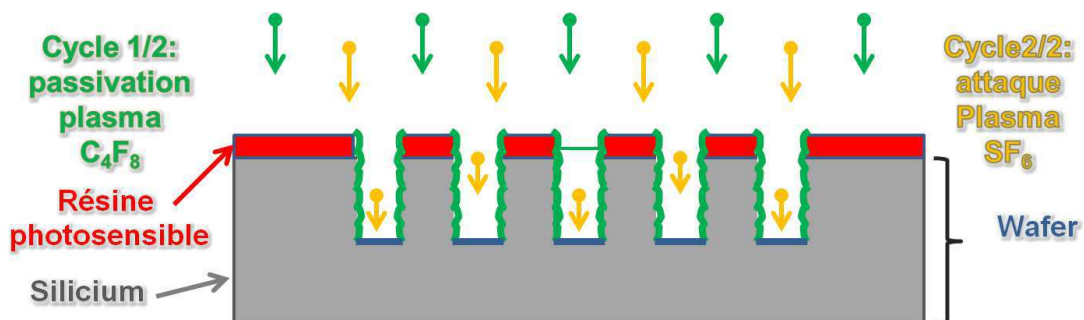
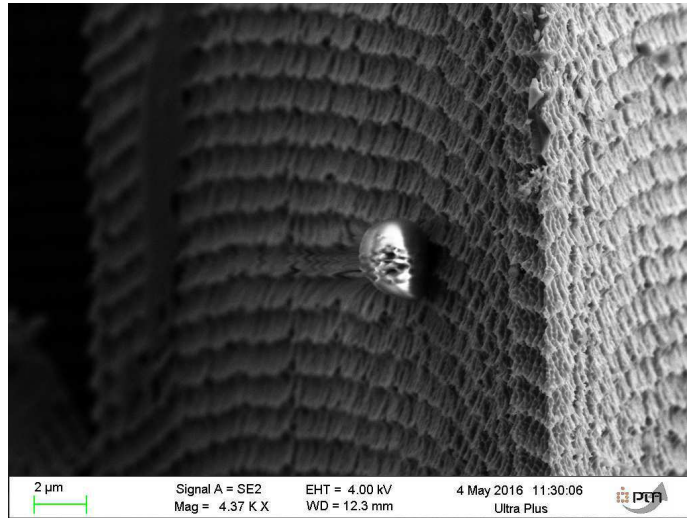


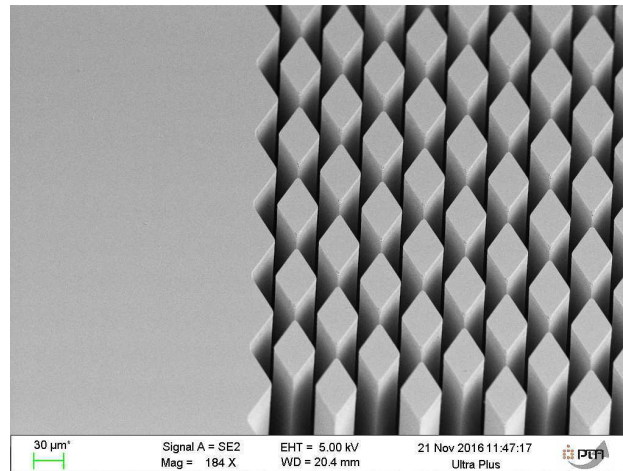
FIGURE 4.7: Gravure profonde par la méthode DRIE BOSCH.



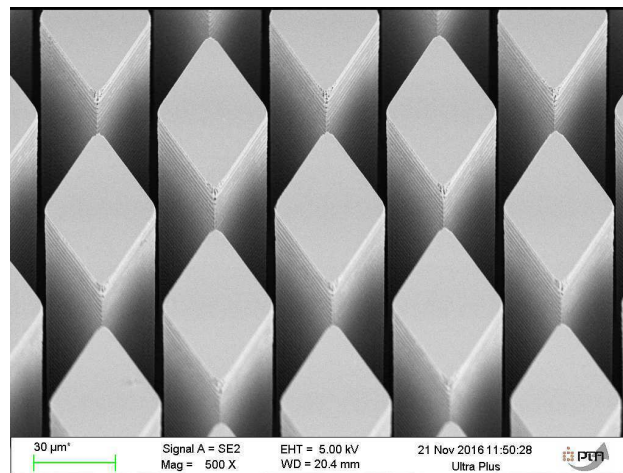
**FIGURE 4.8:** La surface laterale d'un pilier gravé par la technique DRIE.

Prises sous MEB, les images des échantillons dont les micro-structures sont distantes de  $e = 20 \mu\text{m}$  sont présentées sur la fig. 4.9 et 4.10. Les microstructures sont visualisées sous différents points et angles de vues. On y rencontre des piliers ayant les profils aux losanges et sinusoïdaux dont les porosités font  $\varepsilon \approx 50$  et  $\varepsilon \approx 60 \%$ .

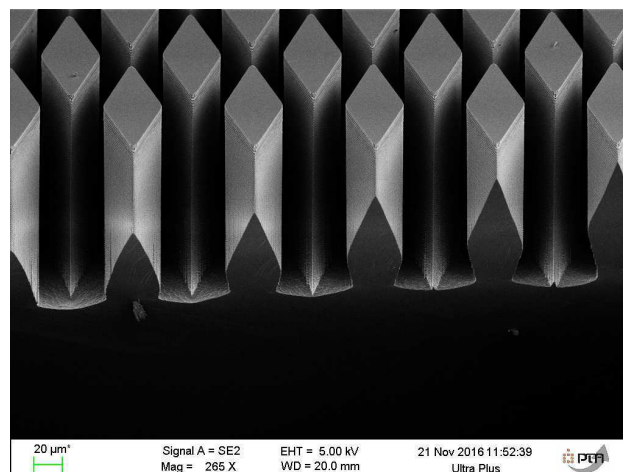
Dans les images 4.11 (a, b, c) prises sous le MEB, on observe les sections réalisées au coeur des micro-structures. La première représente le réseaux de piliers massifs distant de  $e \approx 20 \mu\text{m}$  avec la porosité  $\varepsilon \approx 40 \%$ . Les deux dernières, ont des piliers espacés de  $e \approx 10 \mu\text{m}$  et  $\varepsilon \approx 70 \%$ , ce qui les rend très fins et délicats. Dans le même temps, nous avons pu constater sur ces images que la déviation de la verticalité lors de la gravure ne dépasse pas  $2.5^\circ$ . Pour différentes gravures, la largeur de piliers peut varier entre  $a \approx 12 - 15 \mu\text{m}$ .



(a)

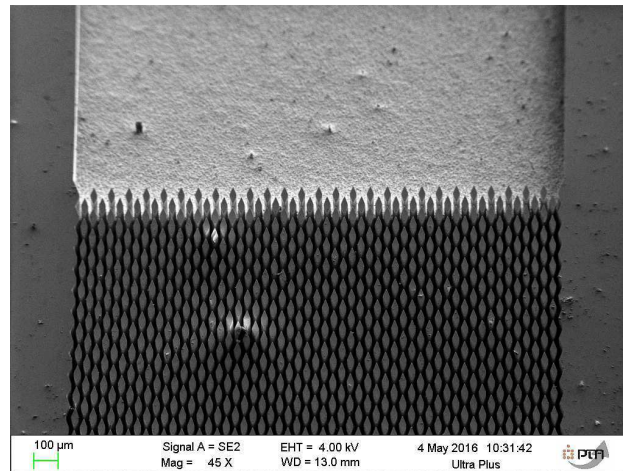


(b)

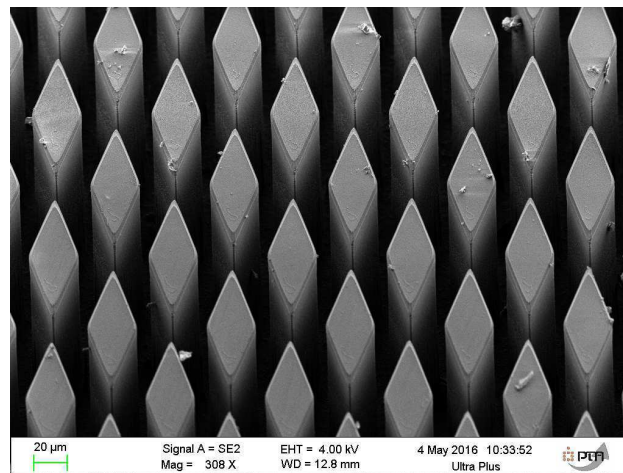


(c)

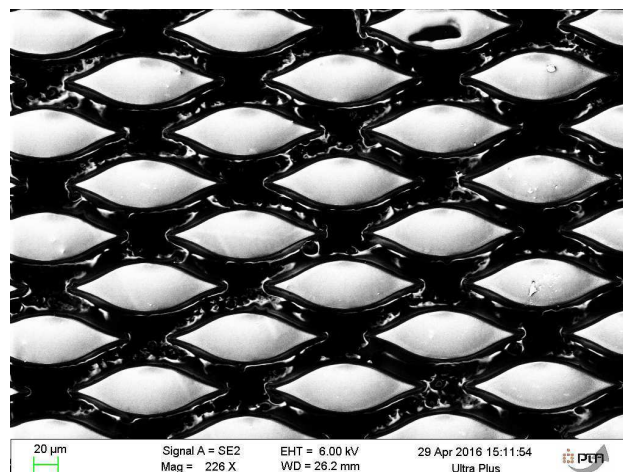
**FIGURE 4.9:** Observation sous MEB des micro-structures distantes de  $e = 20 \mu\text{m}$  du régénérateur *Regen1\_DRIE05* qui obéit  $\varepsilon \approx 50 \%$ .



(a)



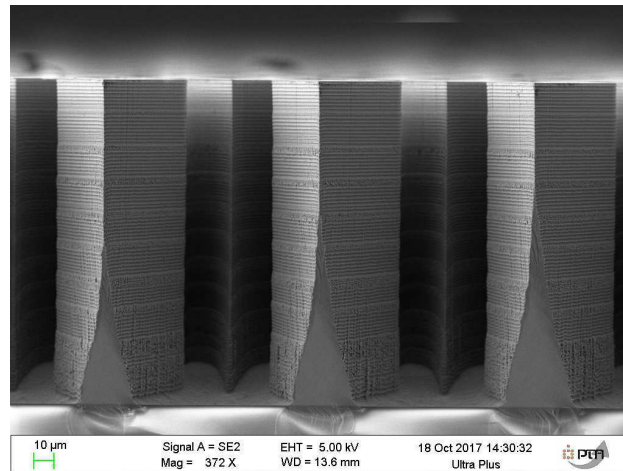
(b)



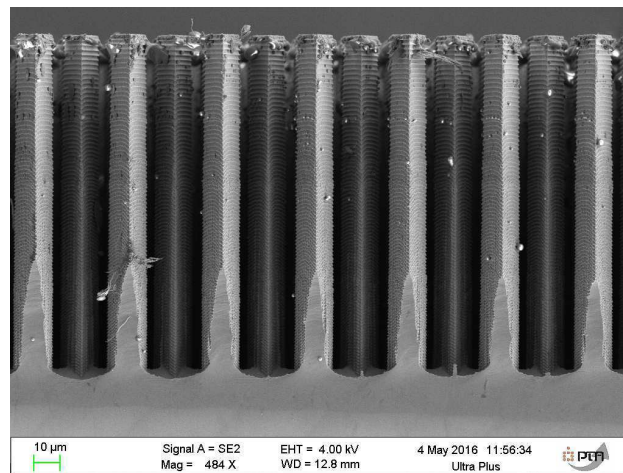
(c)

**FIGURE 4.10:** Observation sous MEB des micro-structures distantes de  $e = 20 \mu\text{m}$  des régénérateurs *Regen3* DRIE\_01 ( $\varepsilon \approx 60 \%$ ) (a), (b) et *Regen9* DRIE\_01 ( $\varepsilon \approx 50 \%$ ) sinusoïdal (c).

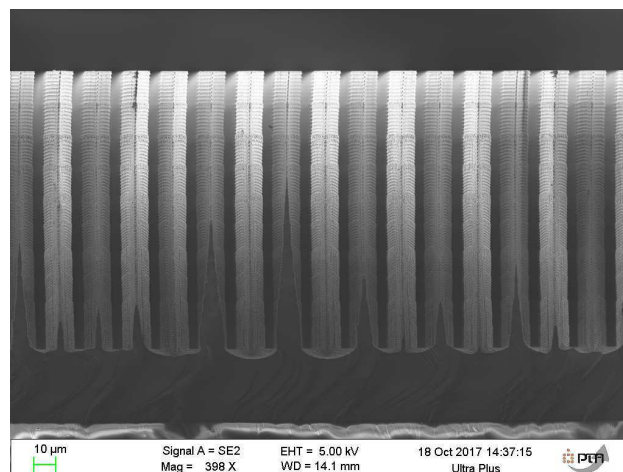




(a)



(b)



(c)

**FIGURE 4.11:** Observation sous MEB des régénérateurs *Regen2* DRIE\_12 (a), *Regen8* DRIE\_02 (b) et *Regen8* DRIE\_12 (c).

### 4.3.3 Scellement

La procédure finale est l'encapsulation d'un échantillon par scellement anodique avec un capot de Pyrex (fig. 4.12). Lors de cette dernière étape, l'ensemble est chauffé jusqu'à une température de  $450^{\circ}\text{C}$  pendant environ 2 heures. Le silicium est à la masse, le Pyrex seul est polarisé négativement à une tension de  $-500\text{ V}$ . Dans ces conditions, les ions positifs  $\text{Na}^+$  migrent du pyrex vers l'électrode ce qui crée une force électrostatique collant les matériaux. Un tel scellement permet de résister à des pressions de 15-20 bar. Cette procédure est identique pour tous les types d'échantillons décrits dans la section 4.2. Pour le dernier type de régénérateurs composé d'un sandwich Pyrex-Si-Pyrex (régénérateurs RegenN DRIE\_1N), on réalise d'abord un premier scellement Pyrex-Si avant les étapes de lithographie et gravure. Pour finalement, encapsuler le substrat Pyrex-Si une seconde fois après gravure. Ainsi, sur la fig. 4.11 (a et c) on voit la frontière entre le silicium composant la micro-structure et le Pyrex jouant le rôle du fond d'un canal. On remarque encore une fois l'influence des vitesses de gravure différentes pour les micro-structures espacées à  $e \approx 20\ \mu\text{m}$  (4.11, a) et  $e \approx 10\ \mu\text{m}$  (4.11, c). Pour les échantillons issus de la même gravure, la profondeur de gravure du premier échantillon ( $e \approx 20\ \mu\text{m}$ ) est très proche de l'épaisseur totale d'un substrat de silicium, tandis que pour le deuxième échantillon ( $e \approx 10\ \mu\text{m}$ ), il manquait  $\approx 30\ \mu\text{m}$  avant d'atteindre le fond (Pyrex). Ceci confirme que la vitesse de gravure est influencée par la finesse de la microstructure. Ceci nous indique que pour une gravure, il est préférable d'avoir une unique largeur de microcanaux ( $e$ ).

L'image 4.13 représente le régénérateur doublement scellé au Pyrex selon le schéma 4.4. Cette solution permet d'obtenir des micro-piliers isolés et de réduire la conduction axiale entre la partie froide et la partie chaude du régénérateur.

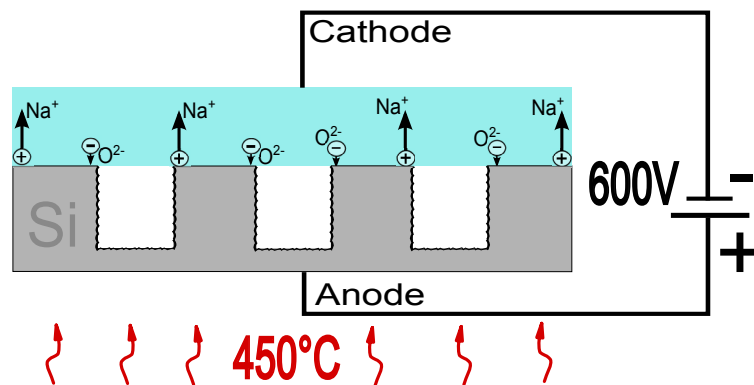
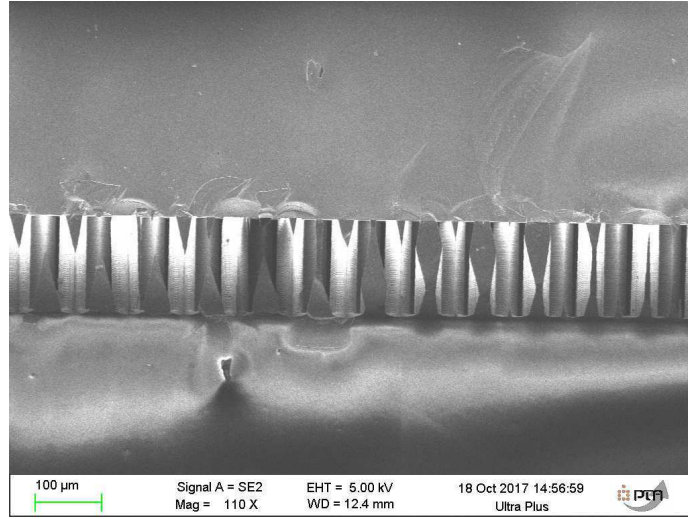


FIGURE 4.12: Encapsulation de l'échantillon.

## 4.4 Contrôle et mesure de la géométrie réelle des régénérateurs

Dans cette section on s'intéresse à contrôler et mesurer la géométrie des micro-structures. Les paramètres principaux recherchés sont : la porosité et le diamètre hydraulique. La taille caractéristique de la microstructure est le diamètre hydraulique  $D_h$  qui, pour un VER dans le réseau de piliers, se définit comme



**FIGURE 4.13:** Observation sous MEB du régénérateur *Regen9* DRIE\_11 doublement scellé avec du Pyrex. Réalisation du schéma 4.4.

$$D_h = \frac{4 \varepsilon V_{tot}}{A_{cont}} = \frac{4 \varepsilon L_L L_T h}{2 l_p h + 2 \varepsilon L_L L_T} \quad (4.1)$$

avec  $A_{cont}$  la surface en contact avec le gaz,  $l_p$  le périmètre mouillé d'un pilier dans un plan 2D du VER.

#### 4.4.1 Porosité et dimensions des VER

Comme dans le chapitre précédent (eq.2.23), la porosité s'exprime en fraction de volume libre du gaz.

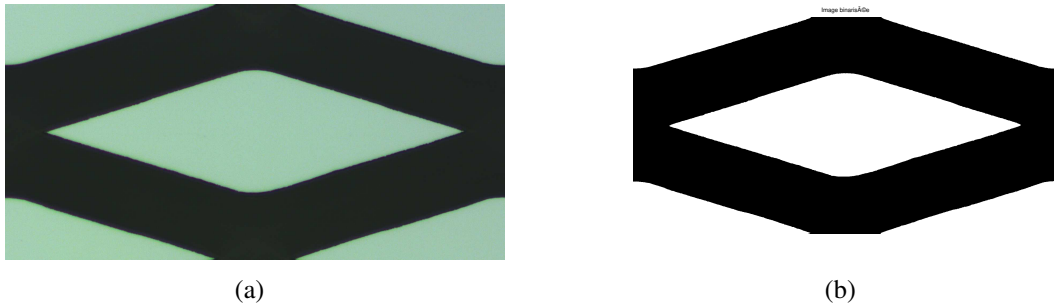
$$\varepsilon = \frac{V_{gaz}}{V_{total}} \quad (4.2)$$

Suite à la micro-fabrication, la taille finale des objets après gravure est légèrement inférieure à celle définie par le masque. Pour obtenir la vraie valeur de  $\varepsilon$ , les images (10 par échantillon) de micro-structure prises sous microscope optique sont binarisées sous le logiciel MatLab. Le nombre des pixels correspondant au vide (noirs sur la fig. 4.14) est divisé par le nombre total des pixels.

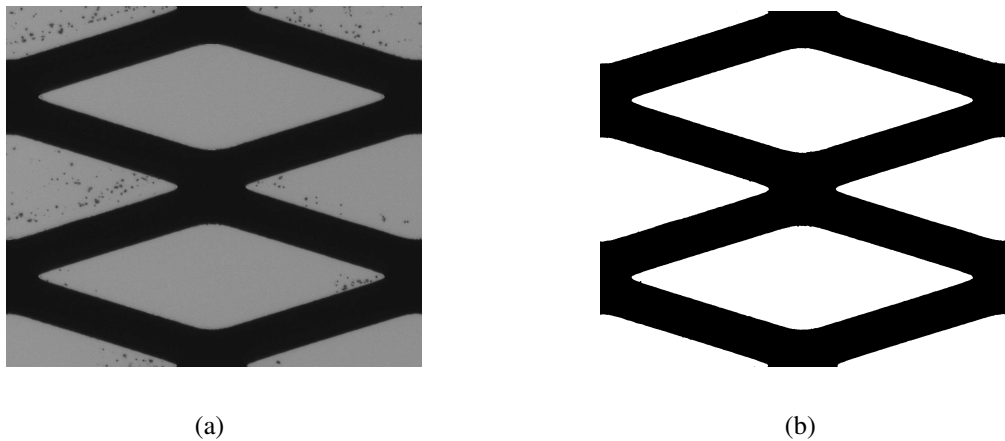
Pour diminuer l'incertitude de traitement sur les géométries les plus réduites (micro-canaux avec  $e = 10 \mu\text{m}$ ) on peut traiter l'image de plusieurs VERs. Dans l'exemple montré sur la figure 4.15 la moyenne arithmétique de la porosité fait  $\varepsilon_m = 45.99 \%$  avec l'écart type  $\sigma = 0.46 \%$ . On constate que la différence est de 15 % par rapport à la porosité du masque (*Regen7*  $\varepsilon_m = 40 \%$ ).

Lors de contrôle de géométrie on a remarqué l'augmentation de la porosité pour les échantillons gravés sur le silicium uniquement (*Regen9\_DRIE05* à  $\varepsilon = 56.8 \%$ ) et sur le silicium scellé avec du Pyrex (*Regen9\_DRIE10*  $\varepsilon = 63.5 \%$ ) (fig. 4.16). En utilisant les photos prises sous le microscope optique on contrôle également les dimensions telles que la largeur du micro-canal  $e$ , la longueur  $b$  et la largeur  $a$  d'un pilier, le périmètre d'un pilier en plan 2D qui joue le rôle du périmètre mouillé  $l_p$  dans l'équation (4.1).

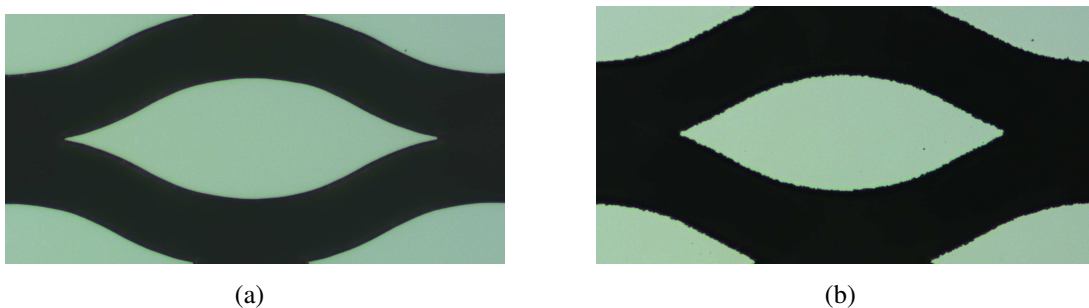




**FIGURE 4.14:** Traitement de l'image lors d'un calcul du VER (a) photo prise sous le microscope optique non binarisée et (b) binarisée.



**FIGURE 4.15:** Traitement de l'image lors d'un calcul de la porosité de deux volumes représentatifs VER du régénérateur *Regen7\_DRIE13* (a) photo prise sous le microscope optique non binarisée et (b) binarisée.



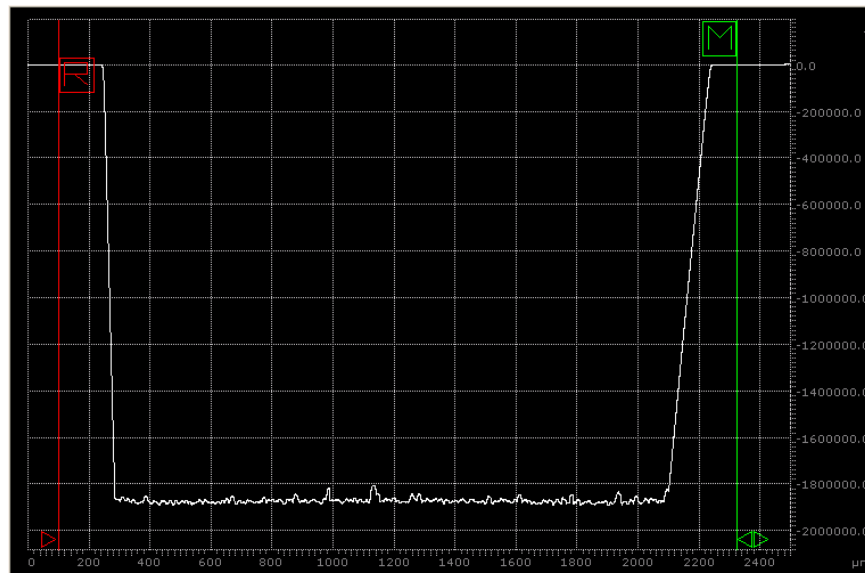
**FIGURE 4.16:** Photo des VER à la géométrie sinusoïdale identique (même masque) issu de différentes gravures (a) *Regen9\_DRIE05* à  $\varepsilon = 56.8 \%$  (b) *Regen9\_DRIE10*  $\varepsilon = 63.5 \%$ .

#### 4.4.2 Profondeur du canal

La mesure de la profondeur de chaque régénérateur est effectuée à l'aide du profilomètre à stylet diamant Bruker Dektak XT. La moyenne quadratique des points mesurés au fond du canal par rapport aux points en surface est considérée comme étant la valeur de profondeur.

Pour les canaux vides (échantillons référencés KOH\_0X), la hauteur de gravure peut être caractérisée directement par cette méthode avec une incertitude relative de 0.55 % et une incertitude absolue maximum de 270 nm. Cette précision sur la mesure de la hauteur de gravure est due au fait que la gravure chimique permet d’avoir un fond de canal très lisse.

Pour les régénérateurs, il est impossible de faire toucher la pointe du stilet sur le fond d’un micro-canal de largeur 10, 20 ou 40  $\mu\text{m}$  et de profondeur supérieure à 100  $\mu\text{m}$  à cause de sa dimension et surtout à cause de la fragilité des structures fines en Si. La mesure au profilomètre de la profondeur de gravure des échantillons n’a pu donc se faire que dans les régions extérieures à la micro-structure. Pour connaître la profondeur réellement gravée au coeur des régénérateurs, pour chaque lot usiné, nous avons dû sacrifier régulièrement un échantillon pour observer sa tranche au MEB.



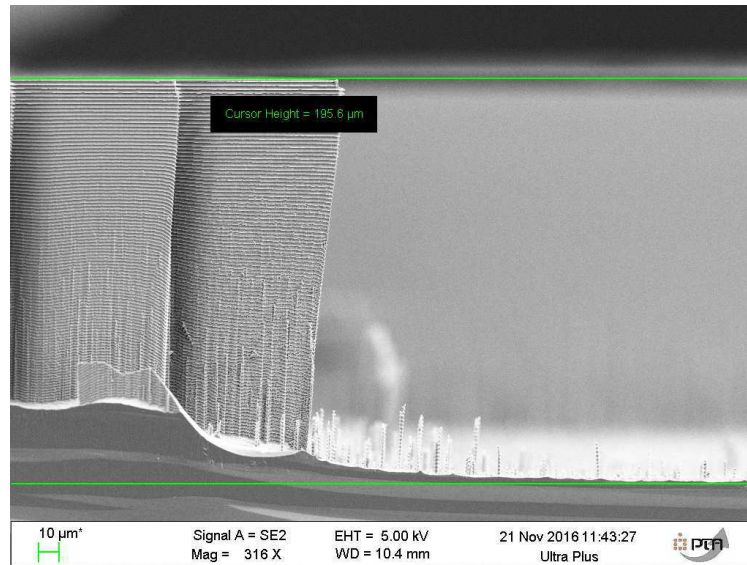
**FIGURE 4.17:** Exemple du profil du régénérateur 2 DRIE\_05 mesuré par le profilomètre à stilet.

Sur la figure 4.18, prise au MEB, on mesure à l’extérieur du régénérateur  $h_{gr} = 195.6 \mu\text{m}$  alors que la mesure au profilomètre donnait  $h_{gr} = 185,4 \mu\text{m}$ . Nous expliquons cette différence par la rugosité du fond et la présence de *black silicon*, sorte de stalagmites de silicium restant au fond si la gravure ne s’est pas passée idéalement. Pour cet échantillon, l’incertitude absolue sur la profondeur des canaux est de 5 %.

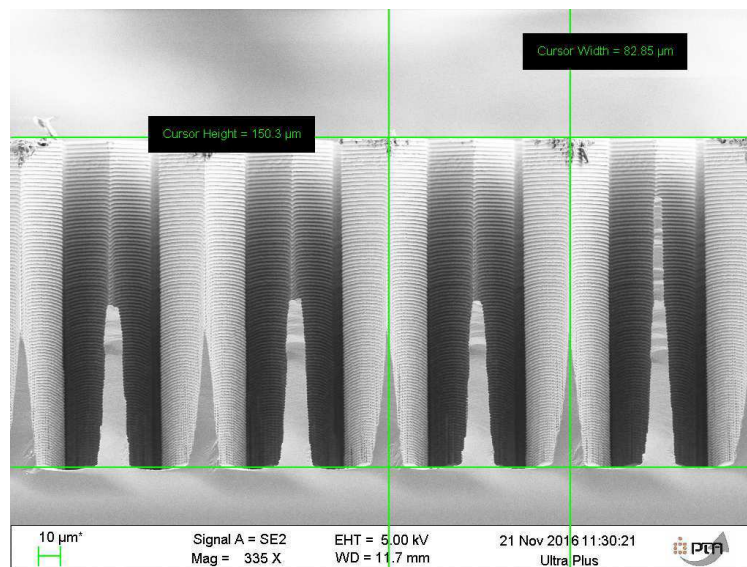
On observe que la profondeur gravée au coeur du régénérateur est toujours plus faible que dans les zones de développement (tab. 4.4). Nous expliquons cette diminution de la vitesse de gravure par la diminution du flux d’espèces réactives arrivant en fond de gravure.

Mais pour tous les échantillons testés, le rapport entre la profondeur gravée entre les piliers et la profondeur gravée dans la zone en amont et en aval du milieu poreux reste constant et égal à  $0.81 \pm 0.01$ . Nous pouvons donc retenir que l’incertitude absolue sur la hauteur des piliers est de l’ordre de 6.2 %.

Ainsi on peut globalement estimer les profondeurs des micro-canaux en fonction de l’espace-ment entre les motifs et des conditions de gravure. On peut également estimer la vitesse de gravure par cycle au niveau de la micro-structure.



(a)

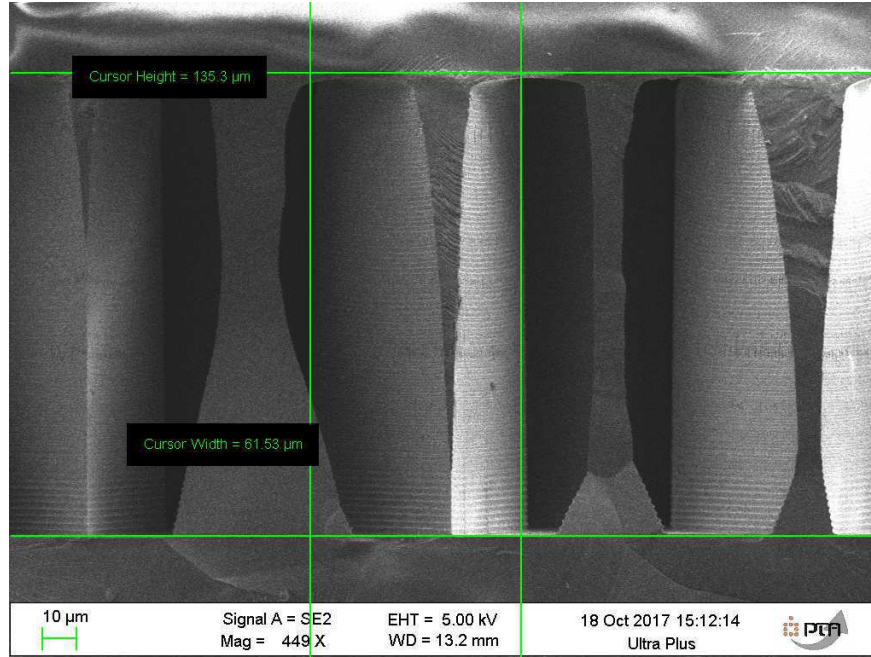


(b)

**FIGURE 4.18:** L'observation sous MEB du régénérateur 1 DRIE\_05 (a) à la frontière entre la microstructure et la zone de développement de l'écoulement et (b) à l'intérieur de la microstructure.

#### 4.4.3 Bilan des échantillons micro-fabriqués

Pour pouvoir comparer nos résultats avec ceux de la simulation, nous devons savoir si l'écoulement dans les régénérateurs se rapproche d'un écoulement 2D (hypothèse faite lors des simulations précédentes). Pour cela, pour un échantillon, nous avons défini un facteur de forme  $\Phi$  correspondant au VER associé, comme le rapport entre les surfaces de frottement horizontales (surfaces



**FIGURE 4.19:** Observation sous MEB du régénérateur 2 DRIE\_10 à l'intérieur de la microstructure. Scellement Pyrex-Silicium-Pyrex conforme au schéma 4.4

Gravure, N	$t^*$ , s/cycl	nb cycles	hors régénérateur, $h_{gr}$ , $\mu\text{m}$	au coeur du régénérateur, $h_{gr}$ , $\mu\text{m}$ (e= 20 / 10 $\mu\text{m}$ )	$h_{gr}$ par cycle (e= 20 / 10 $\mu\text{m}$ )
DRIE01	7.5 / 6	70	138.7	113.5 / -	1.62 /
DRIE02	7.5/6	90	140	135 / 128.8	1.55 / 1.43
DRIE03	7/6	90	156	139 / -	-
DRIE05	7/4.5	100	185.4 (195)	150.3 /	1.5 /
DRIE10	7.5/4.5	80	137.7 **	135.3 / -	1.69 / -
DRIE11	7/5	95	152.6 **	142.8 /-	1.5 /-
DRIE12	7/5	90	160 **	140 / 129.5	1.56 / 1.44
DRIE13	7/5	165	298 **	242 /	1.47 /

**TABLE 4.4:** Caractéristiques des gravures physico-chimiques DRIE.  $t^*$  = Durée gravure/passivation, s/cycl; \*\* = la hauteur de gravure prise sur les zones amont/aval milieux poreux (corresponds à l'épaisseur du wafer de Si).

libres inférieure et supérieure du canal) et verticales (matrice de piliers), tel que

$$\Phi = \left( \frac{A_{canal-libre(inf+sup)}}{A_{cont}} \right)_{VER} = \frac{2 L_L L_T \varepsilon}{2 l_p h_{gr}} = \frac{L_L L_T \varepsilon}{l_p h_{gr}} \quad (4.3)$$

Plus ce facteur de forme est faible, plus la surface des piliers est importante par rapport aux surfaces libres du canal et plus nous nous rapprochons des conditions d'un écoulement 2D car la majorité du frottement ou du transfert de chaleur est générée au niveau des piliers et non pas par le canal contenant ces mêmes piliers. On note que ce rapport se rapproche de  $\Phi \approx 2e/h_{gr}$  pour de faibles porosités.

Dans ces travaux, une vingtaine d'échantillons ont été micro-fabriqués. Les caractéristiques géométriques de ces 20 échantillons étudiés par la suite sont présentées dans le tableau 4.5. Nous

constatons que nos échantillons peuvent se différencier en trois familles selon la largeur du micro-canal :  $e \approx 40 \mu\text{m}$ ,  $e \approx 20 \mu\text{m}$ ,  $e \approx 10 \mu\text{m}$ . Aussi, nous pouvons remarquer que le facteur d'aspect de nos échantillons évolue dans la plage suivante  $0.09 < \Phi < 0.41$ . Par la suite, nous verrons que les échantillons avec lesquels nous avons pu réaliser une mesure fiable de pertes de charges ont généralement un facteur d'aspect inférieur à 30 %. Cela laisse penser que l'écoulement au sein des échantillons est proche d'un écoulement 2D et que nous pourrions comparer nos résultats avec ceux issus de la simulation numérique.

<i>Regen, N</i>	$\varepsilon, \%$	$D_h [\mu\text{m}]$	$e [\mu\text{m}]$	$h_{gr} [\mu\text{m}]$	$\Phi$	$l_p, \mu\text{m}$	$A_{cont}, \text{mm}^2$
Regen1_DRIE01	56.38	42.43	$\approx 21$	112.0	0.24	284	188.1
Regen1_DRIE03	56.86	44.69	$\approx 21$	135.0	0.20	284.4	226.7
Regen1_DRIE12	56.57	45.28	$\approx 21$	140.4	0.19	282.5	234.1
Regen2_DRIE03	44.94	45.92	$\approx 21$	135.3	0.21	425.5	175.7
Regen2_DRIE05	45.1	45.19	$\approx 21$	150.2	0.18	445.6	204.7
Regen2_DRIE13	41.68	43.34	$\approx 21$	243.0	0.10	459.3	341.4
Regen3_DRIE10	66.44	45.97	$\approx 21$	135.6	0.20	200.3	257.1
Regen3_DRIE12	65.17	45.34	$\approx 21$	140.4	0.19	201	267.1
Regen3_DRIE13	61.8	44.86	21.2	243	0.10	208.5	479.4
Regen9_DRIE05	56.75	48.08	22.3	150.0	0.19	266.1	236.4
Regen9_DRIE10	63.51	59.43	25.3	137.8	0.28	225.1	183.7
Regen4_DRIE05	42.0	73.36	$\approx 41$	163.0	0.29	923.7	109.8
Regen5_DRIE01	60.1	67.2	$\approx 41$	115.5	0.41	421.7	115.3
Regen5_DRIE05	63.8	77.8	$\approx 41$	163.0	0.31	418.9	161.6
Regen5_DRIE12	62.0	72.8	$\approx 41$	145.8	0.33	425.1	146.7
Regen7_DRIE03	49.55	26.98	$\approx 11.5$	129.6	0.11	214.4	343.1
Regen7_DRIE05	51.85	29.54	$\approx 11.5$	143.0	0.11	205.7	363.2
Regen7_DRIE13	45.98	26.43	$\approx 11.0$	240.0	0.09	215.56	425.2
Regen8_DRIE01	71.15	30.2	$\approx 11.5$	101.5	0.17	85.4	339.6
Regen8_DRIE03	72.43	30.9	$\approx 11.5$	128.7	0.13	84.7	427.1
Regen8_DRIE05	75.27	33.2	$\approx 11.5$	143.0	0.13	82.3	460.8

**TABLE 4.5:** Caractéristiques géométriques des micro-régénérateurs .

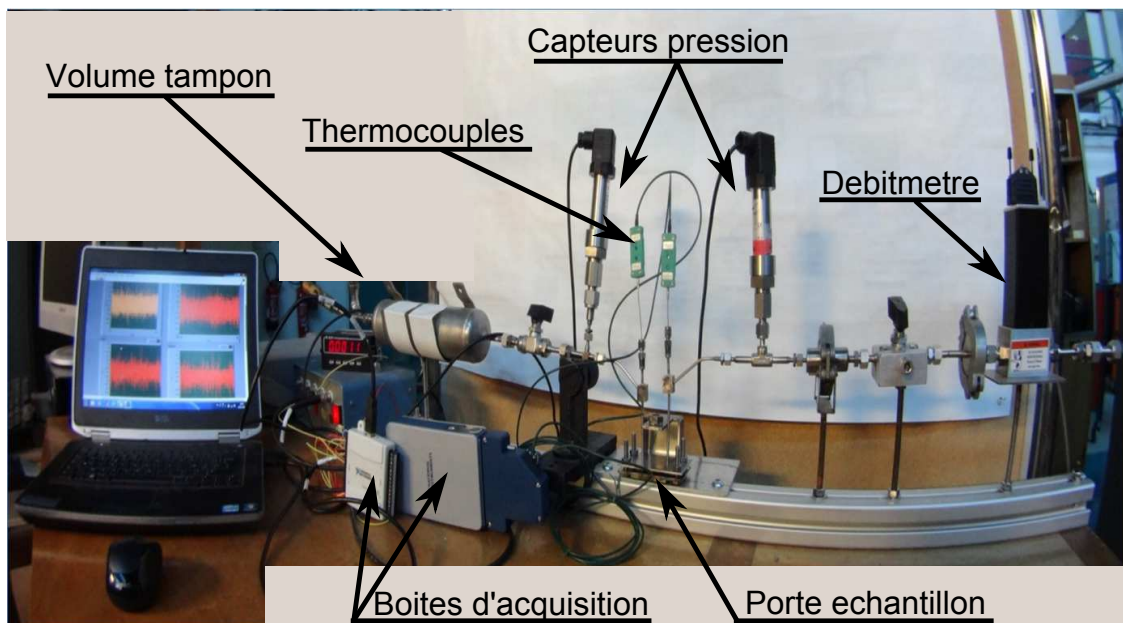


## 4.5 Étude de l'écoulement

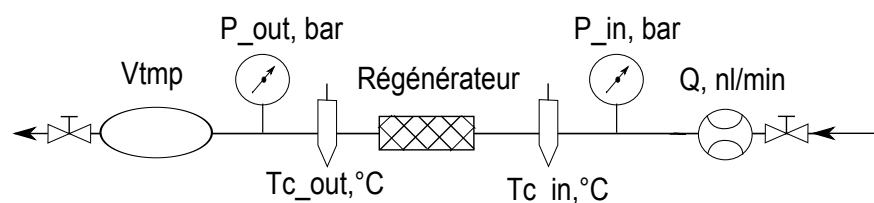
### 4.5.1 Installation expérimentale pour l'étude de l'écoulement

Dans ce chapitre on présente l'installation expérimentale et le porte échantillon conçus pour la mesure des pertes de charges hydrodynamiques dans chaque régénérateur.

La fig. 4.20 montre une photo du montage expérimental. Ce montage est schématisé sur la fig. 4.21.



**FIGURE 4.20:** Photo de l'installation expérimentale conçue pour l'étude de l'écoulement stationnaire dans le milieu poreux.



**FIGURE 4.21:** Schéma de l'installation expérimentale conçue pour l'étude de l'écoulement stationnaire dans le milieu poreux.

À l'entrée du banc d'essais, une bouteille d'Hélium (200 bar, Alphagaz) fournit le gaz nécessaire à l'écoulement. Avant l'entrée du circuit de mesure le gaz est détendu jusqu'à une pression comprise entre 5 et 10 bar. Le gaz passe alors à travers une vanne pointeau qui permet un réglage précis du débit (non présente sur la photo). Après cette vanne un débitmètre massique permet de mesurer le débit de gaz. Arrivé au niveau du porte échantillon, le gaz traverse le régénérateur. Un thermocouple ainsi qu'un capteur de pression est positionné sur les canalisations en aval et

en amont de l'échantillon. Ceci permet d'avoir accès aux pressions ( $P_{in}$  et  $P_{out}$ ) et températures ( $T_{in}$  et  $T_{out}$ ) en entrée et sortie du régénérateur. Finalement, le gaz arrive dans un réservoir tampon avant d'être libéré en passant à travers une seconde vanne pointeau. La présence de ce réservoir tampon permet d'imposer en sortie de régénérateur une pression fixe supérieure à la pression atmosphérique. Le volume tampon est équipé d'une vanne de sécurité.

L'imposition d'une pression de sortie plus élevée que la pression atmosphérique grâce au volume tampon permet de minimiser les effets de compressibilité du gaz. En effet, afin de considérer que l'écoulement est quasiment incompressible, le rapport de masse volumique en entrée et en sortie  $\rho_{out}/\rho_{in}$  de régénérateur doit rester proche de 1. Pour des conditions de température constante, comme le montre la loi des gaz parfaits, ce rapport est proportionnel au rapport de pression tel que  $\rho_{out}/\rho_{in} \propto P_{out}/P_{in}$ . Sachant que la pression opératoire en entrée de régénérateur reste proche de  $5 < P_{out} < 9 \text{ bar}$  et que la perte de charge  $\Delta P = P_{in} - P_{out}$  varie entre 0.5 et 1 bar, le rapport de masse volumique est dans la gamme  $0.80 < \rho_{out}/\rho_{in} < 0.88$ . Cela nous garantit une faible variation de la masse volumique et donc une vitesse moyenne quasi constante le long du régénérateur. Cela n'aurait pas été possible si la pression en sortie était la pression atmosphérique. Ce montage expérimental nous permet donc de nous rapprocher de conditions où l'écoulement peut être considéré comme incompressible.

Comme le montre la figure 4.22, le porte-échantillon se compose de deux plaques métalliques en inox avec des trous pour les vis de fixation. La plaque inférieure est recouverte par un matériel isolant en fibre de verre et munie d'une embase en téflon où un régénérateur se pose. Les capillaires passent à travers la plaque supérieure, puis sont soudés à des brides cylindriques en métal. Coté échantillon, un canal circulaire est usiné sur ces brides dans lequel un joint torique d'étanchéité en élastomère est inséré. Ainsi, seul le joint est en contact avec le pyrex. Les thermocouples sont insérés à l'intérieur des capillaires de façon à rapprocher le point sensible le plus proche de l'entrée/la sortie d'un échantillon mais en évitant tout contact possible avec le Pyrex et des parois des capillaires. Une couche de super-isolant est utilisée pour minimiser le rayonnement thermique vers extérieur.

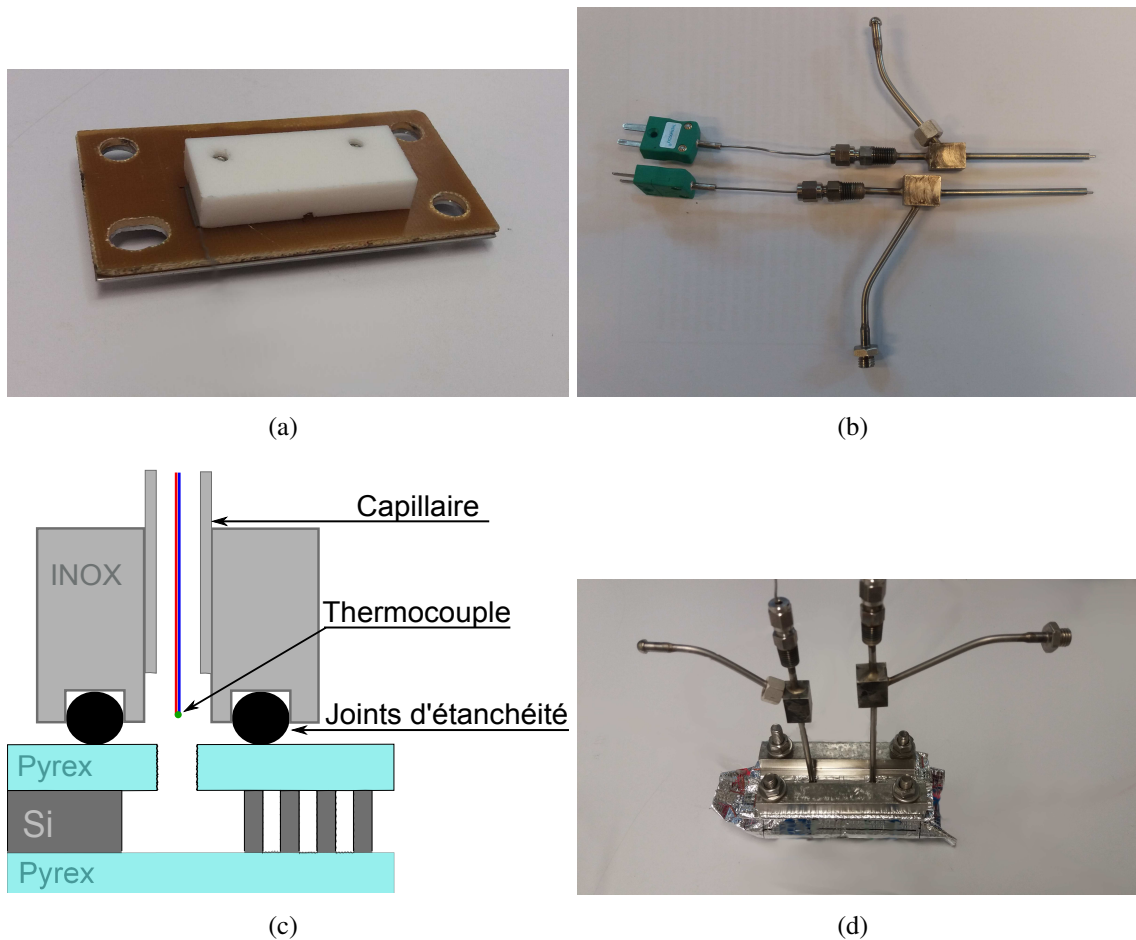
## 4.5.2 Caractéristiques de capteurs et des incertitudes associées

La mesure de la pression a été réalisée avec des capteurs de pression piezorésistifs Keller PAA-23/8465.1. Le modèle utilisé possède une gamme de mesure de 0 à 20 bar et le signal de sortie de 0 à 10 V, avec une incertitude de 0.1 % de la pleine d'échelle et ne dépend pas du point de mesure. Ces capteurs ont été calibrés préalablement aux mesures sur le banc d'essais.

La mesure du débit a été réalisée avec un débitmètre massique à effet thermique dérivé de la marque *BrooksDelta* (*SmartMassFlow*). La gamme de débits mesurables par ce dispositif est de 0 à 0.55  $\text{NL}/\text{min}$ , ce qui correspond à un signal analogique de tension de 0 à 5 V. L'incertitude absolue sur la mesure de débit  $\pm \Delta Q$  se calcule comme 0.2 % de la gamme de mesure plus 0.7 % du point de mesure. Ainsi, pour un point au milieu d'échelle de mesure  $Q = 0.3 \text{ lN}/\text{min}$  sera :

$$\pm \Delta Q = 0.002 \cdot 0.55 + 0.007 \cdot 0.3 = 0.0032, \text{ lN}/\text{min} \quad (4.4)$$

La mesure est donc effectuée avec l'incertitude  $Q = 0.300 \pm 0.003 \text{ lN}/\text{min}$ , soit pour ce cas environ 1 %. Cette incertitude monte à 2.9 % pour les points de mesure des plus faibles débits et s'arrête à 0.9 % pour le débit maximal de débitmètre. Ce capteur a été préalablement calibré chez



**FIGURE 4.22:** Porte échantillon (a) la base se compose d'une plaque INOX couvert d'une plaque à fibre de verre et une embase à téflon (b) les capillaires avec les thermocouples (type K) (c) schéma de fixation d'un échantillon (d) porte-échantillon assemblé.

le fabricant juste avant son achat. Pendant les campagnes de mesure, les constantes de calibration ont également été vérifiées une seconde fois par le fabricant, sans être modifiées.

Les signaux analogiques issus des capteurs de pression et du débitmètre sont transformés en forme numérique et communiqués au poste de traitement par une carte d'acquisition NI-USB 6009.

### 4.5.3 Caractérisation de l'écoulement

Comme expliqué précédemment, pendant les mesures de débit, la pression du volume tampon est maintenue constante entre 4.5 et 7 bar. Cette pression est beaucoup plus élevée que la chute de pression à travers du régénérateur. Cela évite des variations de masse volumique appréciables entre l'entrée et la sortie, et nous permet donc de considérer que la vitesse moyenne de l'écoulement est constante tout le long du canal. Le nombre de Reynolds pour cet écoulement se définit

$$Re = \frac{\rho(P_m, T_m) D_h U_m}{\mu(T_m)} \quad (4.5)$$



où  $\rho(P_m, T_m)$  est la masse volumique, sous conditions de pression  $P_m$  et de température  $T_m$  moyennes au sein de régénérateur,  $\mu(T_m)$  est la viscosité dynamique en fonction de  $T_m$ ,  $D_h$  le diamètre hydraulique selon l'éq. 4.1 et  $U_m$  est la vitesse moyenne de l'écoulement au sein du réseau de micro-piliers. Comme indiqué dans l'annexes A.1, la masse volumique est calculée à partir de la loi des gaz parfait.  $U_m$  est calculée par l'équation suivante à partir du débit massique, de la masse volumique et de la surface débitante  $h_{gr} \varepsilon W$

$$U_m = \frac{\dot{m}}{\rho(P_m, T_m) h_{gr} \varepsilon W} \quad (4.6)$$

où  $\dot{m}$  est le débit massique,  $\varepsilon$  est la porosité de la micro-structure et  $h_{gr}$  et  $W$  sont la profondeur de gravure (la hauteur des colonnes) et la largeur du canal respectivement.

Comme lors des simulations, le facteur de frottement lié à l'écoulement est alors calculé

$$f = \frac{D_h}{L} \frac{\Delta P}{1/2 \rho(P_m, T_m) U_m^2} \quad (4.7)$$

où  $L$  est la longueur du canal de la zone contenant les piliers. La perte de charge  $\Delta P$  aux bornes du régénérateur est calculée en soustrayant de  $\Delta P = P_{in} - P_{out}$  les pertes générées par le frottement visqueux lors du passage du fluide dans les zones de développement de l'écoulement. Pour l'ensemble de nos mesures des géométries avec  $e = 20$  et  $40 \mu\text{m}$ , nous avons observé que l'incertitude sur la mesure du facteur de frottement  $f$  varie entre 15 % et 5 % de la valeur mesurée pour  $5 < Re < 38$  respectivement, et pour les mesures des géométries avec  $e = 10 \mu\text{m}$ , entre 50 % et 16 % de la valeur mesurée pour  $3 < Re < 15$  respectivement.

Pour comparer les écoulements dans les différentes microstructures nous utilisons aussi le coefficient des pertes de charge ou la chute de pression adimensionnelle  $\xi$ . Ce coefficient est le rapport de la chute de pression entre l'entrée et la sortie du régénérateur sur la pression dynamique

$$\xi = f \cdot \frac{L}{D_h} = \frac{\Delta P}{1/2 \rho U_m^2} \quad (4.8)$$

Dans la littérature sur les écoulements de gaz en microfluidique il a été démontré que lorsque le gaz est suffisamment peu dense, les molécules de gaz sont tellement éloignées que la condition d'adhérence du gaz en paroi ( $u=0$ ) n'est pas respectée (cf. [Morini et al. \(2005\)](#), [Perrier et al. \(2011\)](#)). Afin de garantir la présence d'une condition d'adhérence entre le gaz qui s'écoule et les parois du régénérateur lors de nos expériences, nous avons calculé le nombre de Knudsen

$$Kn = \frac{\lambda_l}{L_{ref}} = \frac{k_B \cdot T}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot d_{gaz}^2 \cdot P \cdot L_{ref}} \quad (4.9)$$

avec  $k_B$  - la constante de Boltzmann ( $k_B = 1.38065 \cdot 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ),  $T$  - température en Kelvin,  $P$  - la pression en Pa et  $d_{gaz}$  le diamètre d'un sphère dure du gaz. Ce nombre correspond au rapport entre le libre parcours moyen d'une particule de gaz  $\lambda_l$  et la longueur de référence  $L_{ref}$  lié à l'écoulement. On estime que la condition de continuité du fluide et donc d'adhérence en paroi est maintenue pour un nombre de Knudsen inférieur à 0.1 [Laurendeau \(2005\)](#). Pour  $Kn > 0.1$ , la faible densité du gaz fait que son comportement s'apparente à un fluide non continu (réseau de molécules) et donc à une condition de glissement en paroi d'une surface solide. Dans notre cas, la longueur de référence minimale correspond au paramètre  $e$  (tab. 4.1) des régénérateurs 7

et 8,  $e = 10\mu\text{m}$ . Pour l'hélium, selon [Yampolskii et al. \(2006\)](#), le diamètre d'une sphère dure est de  $d_{He} = 260\text{ pm}$ . Ainsi, pour le pire de nos cas, à la température  $T = 350\text{ K}$  et à la pression atmosphérique  $P = 101325\text{ Pa}$ , le nombre de Knudsen vaut 0.05. Ainsi, nous pouvons considérer que dans nos conditions opératoires le fluide est suffisamment dense pour être considéré comme continu, avec une condition d'adhérence en paroi.

#### 4.5.4 Étude de l'écoulement dans un canal simple

Avant l'étude des écoulements à travers les micro-structures, nous avons testé notre montage expérimental en mesurant les pertes de charge à travers des canaux dépourvus de micro-structure. Avec un écoulement de gaz (peu visqueux), dans ce type de canal droit, les pertes de charge sont très faibles : au-delà de  $100\mu\text{m}$  de profondeur de gravure la chute de pression entre l'entrée et la sortie est du même ordre de grandeur que l'incertitude des capteurs de pression utilisés.

Les canaux étudiés ont une largeur de  $W=2000\mu\text{m}$  et une profondeur de gravure  $h_{gr}$  entre 18 et  $35\mu\text{m}$ . Le facteur de forme, qui est égal au rapport  $\Phi=h_{gr}/W$ , varie entre 0.0091 et 0.0158. Nous sommes alors très proche de l'écoulement Poiseuille entre deux plaques planes,  $h_{gr}/W \rightarrow 0$ , ce qui se rapproche de la géométrie 2D.

Trois canaux simples ont été caractérisés dans une gamme de Reynolds de  $5 < Re < 75$  :

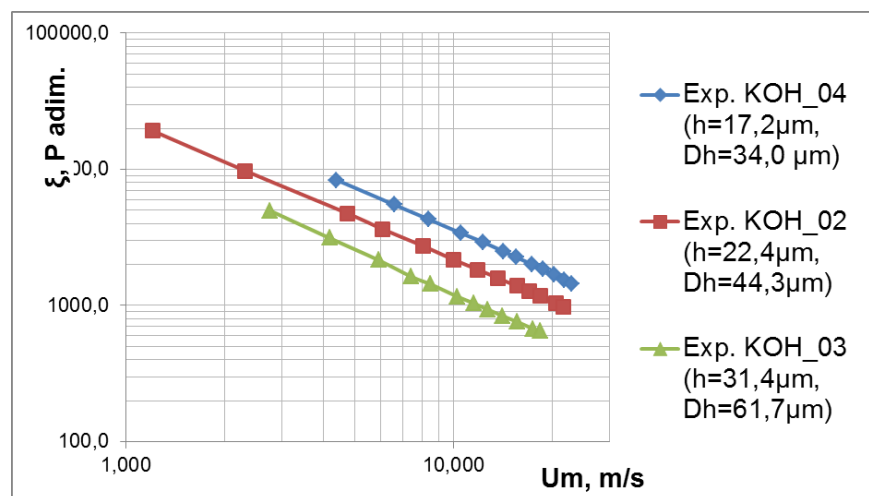
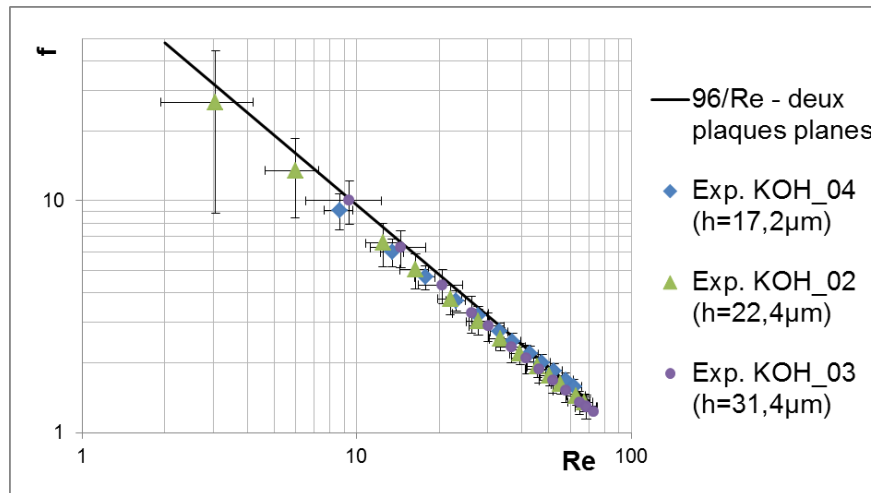


FIGURE 4.23: La pression adimensionnelle  $\xi$  en fonction de la vitesse moyenne.

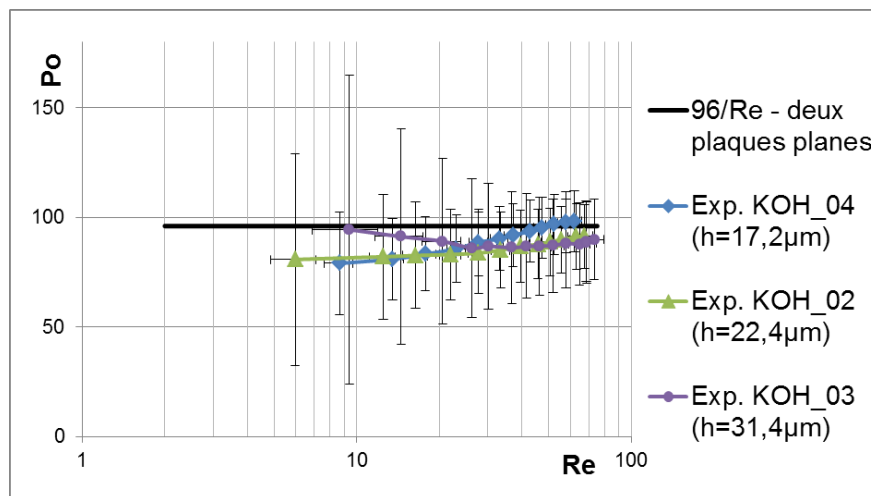
Vu que les géométries des canaux sont identiques, la pression adimensionnelle  $\xi$  (cf. 4.8) peut être étudiée en fonction d'un seul paramètre, la profondeur de gravure qui est directement liée au diamètre hydraulique ( $Dh = 2h_{gr}$ ). Sur la fig. 4.23, les trois canaux vides ont été étudiés sous conditions identiques : la pression dans le réservoir était maintenue quasi constante,  $P_{out} = 6.6\text{-}6.8\text{ bar}$  ; la température ambiante et de l'écoulement était entre 19 et 21 °C. En analysant l'évolution de  $\xi$  en fonction de la vitesse moyenne, on constate avec satisfaction que  $\xi$  évolue comme  $1/U_m$  et que pour  $U_m$  fixée,  $\xi$  est d'autant plus élevée que  $D_h$  est petit.

Sur la figure 4.24a, les trois évolutions du facteur de frottement sont tracées en fonction du nombre de Reynolds. Compte tenu des incertitudes, les résultats se rapprochent du cas d'un écoulement entre deux plaques planes. Le nombre de Poiseuille  $Po = f \cdot Re$  est tracé sur la figure 4.24b

en fonction de  $Re$ . Toutes les valeurs calculées à partir de l'étude expérimentale vérifient  $Po = \text{constante}$  et s'approchent, aux incertitudes de mesure près, de la valeur théorique attendue pour un écoulement laminaire entre deux plaques planes  $Po = 96$ .



(a)



(b)

**FIGURE 4.24:** Évolution du facteur de frottement  $f$  (a) et du nombre de Poiseuille (b) en fonction de  $Re$  (pour  $5 < Re < 70$ ) dans des canaux vides KOH\_02, \_03 et \_04 avec les barres d'incertitude.

Régénérateur, N	$h_{gr}, \mu m$	$D_h, \mu m$	$\Phi = h_{gr}/W$	$f = A \cdot Re^{-1}$
KOH04 ( $17 < Re < 61$ )	17.2	34.0	0.009	$88.1 \cdot Re^{-1}$
KOH02 ( $15 < Re < 67$ )	22.4	44.3	0.011	$84.4 \cdot Re^{-1}$
KOH03 ( $30 < Re < 73$ )	31.4	61.7	0.016	$87.16 \cdot Re^{-1}$

**TABLE 4.6:** Caractéristiques géométriques des canaux vides Canal6.

### 4.5.5 Étude de l'écoulement dans un régénérateur

Dans nos expériences, il s'avère que le nombre de Reynolds ne dépasse pas  $Re = 40$ . Pour cette gamme de Reynolds, comme le montrent nos simulations, le facteur de frottement suit une loi telle que

$$f = A \cdot Re^{-1} = Po \cdot Re^{-1} \quad (4.10)$$

où  $A$  correspond à constante  $a_1$  de l'équation d'Ergun (1.5),  $Po$  au nombre de Poiseuille. Les tableaux ci-dessous (4.7, 4.8, 4.9) regroupent les valeurs du facteur frottement expérimental  $f$ .

Dix régénérateurs constitués de micro-canaux distants de  $e = 20 \mu\text{m}$  et couvrant trois valeurs de porosité différentes ont d'abord été caractérisés. Leurs caractéristiques sont regroupées dans la table 4.7. La courbe  $f(Re)$  a été tracée sur la figure 4.25 pour les régénérateurs présentant les porosités extrêmes (respectivement  $\varepsilon \approx 43 \%$  et  $\varepsilon \approx 65 \%$ ). Pour ces mesures où  $Re < 30$ , la relation  $f = Po/Re$  est validée, avec  $Po = 110 \pm 2$  pour les régénérateurs possédant  $\varepsilon \approx 43 \%$ , et  $Po = 132 \pm 9$  pour les régénérateurs possédant  $\varepsilon \approx 65 \%$ . Cette dernière valeur est commune à une géométrie de type losange ou sinus. Pour une porosité intermédiaire (fig. 4.26), on a toujours  $f = Po/Re$  mais les valeurs de  $Po$  sont plus dispersées ( $Po = 92 \pm 10$ ). Il est donc assez difficile de mettre en évidence une augmentation de  $f$  avec  $\varepsilon$  pour  $Re$  fixé pour les géométries aux losanges.

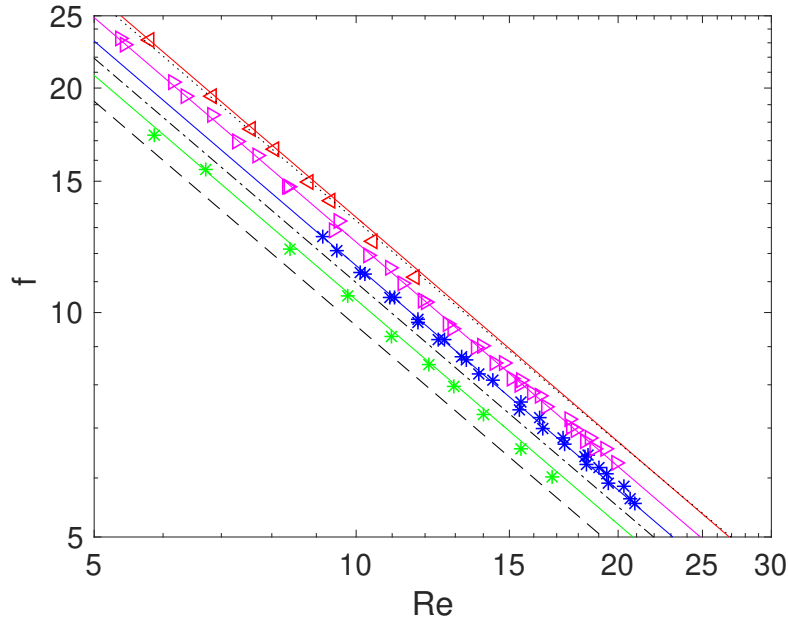
Par contre, pour la géométrie sinusoïdale à la porosité plus élevée, on a bien une augmentation de  $f$  à  $Re$  fixé, mais ce résultat peut être expliqué aussi par une modification légère du profil à cause de sur-gravure (fig. 4.16). On rappelle que les simulations sur des réseaux de losanges identiques ne montrent qu'une augmentation inférieure à 10 % pour des porosités passant de  $\varepsilon = 40$  à  $\varepsilon = 70 \%$ . En même temps, pour les géométries à  $\alpha = 33^\circ$ , la différence par rapport aux géométries sinusoïdales similaires ne dépasse pas 1 % (Annexe H).

Parmi ces dix régénérateurs, deux ont présenté un coefficient de frottement anormalement élevé. Ces échantillons ont la particularité de présenter du *BlackSilicon* en fond de gravure, sorte de stalagmites de silicium qu'une impureté dans le silicium a préservé de la gravure pendant l'attaque. Cela crée au passage du gaz une surface de frottements supplémentaire, qui explique l'augmentation du nombre de Poiseuille pour les régénérateurs *Regen1\_DRIE03* et *Regen2\_DRIE03* (tab. 4.7).

Régénérateur, N	$\varepsilon_m, \%$	$h_{gr}, \mu\text{m}$	$D_h [\mu\text{m}]$	$f=A \cdot Re^{-1}$
Regen1_DRIE01 (7<Re<25)	56.38	112	42.83	$102.9 \cdot Re^{-1}$
Regen1_DRIE03 (7<Re<20)	56.86	135	44.69	$(153.1 \cdot Re^{-1})$
Regen1_DRIE12 (6<Re<22)	56.57	140.4	45.3	$79.5 \cdot Re^{-1}$
Regen2_DRIE03 (11<Re<29)	44.94	135	45.92	$(146.53 \cdot Re^{-1})$
Regen2_DRIE05 (9<Re<21)	45.1	150.2	45.1	$115.6 \cdot Re^{-1}$
Regen2_DRIE13 (4.5<Re<17)	41.68	243	43.34	$104.0 \cdot Re^{-1}$
Regen3_DRIE12 (5<Re<21)	65.17	140.4	45.43	$124.3 \cdot Re^{-1}$
Regen3_DRIE13 (4.5<Re<12)	61.85	243	44.87	$134.2 \cdot Re^{-1}$
Regen9sin_DRIE05 (7<Re<22)	56.75	150	48.08	$92.6 \cdot Re^{-1}$
Regen9sin_DRIE10 (6<Re<26)	63.51	137.7	47.41	$131.6 \cdot Re^{-1}$

**TABLE 4.7:** Corrélations de facteur de frottement  $f(Re)$  des micro-régénérateurs de type 1, 2, 3 et 9 avec  $e=20 \mu\text{m}$ . (-) régénérateur avec un défaut du fond de gravure : *BlackSilicon*

Quatre régénérateurs constitués de micro-canaux distants de  $e = 40 \mu\text{m}$  ont ensuite été étudiés (tab.4.8). Un *Regen4\_DRIE05* présente une porosité  $\varepsilon = 42 \%$ , les trois autres de l'ordre



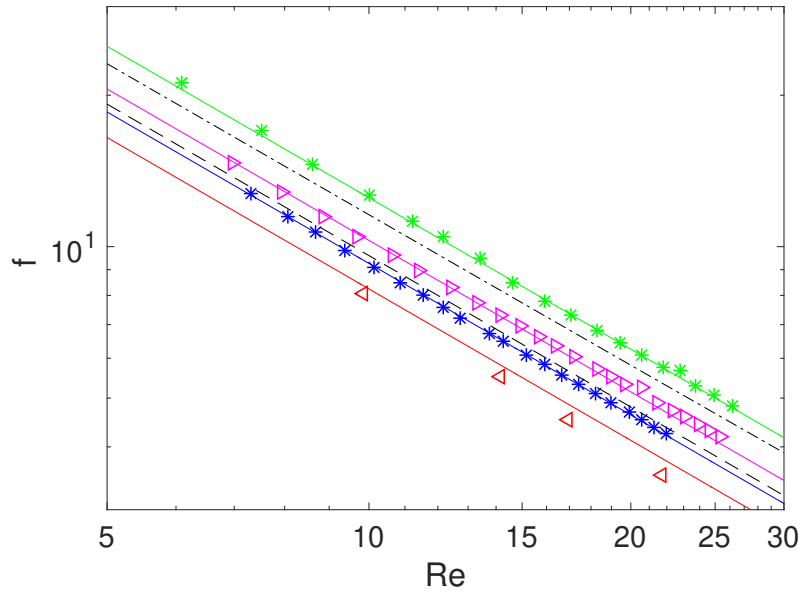
**FIGURE 4.25:** L'évolution du facteur de frottement  $f$  en fonction de  $Re$  des échantillons : \* Regen2\_DRIE13 ( $\varepsilon = 41.7\%$ ,  $- f = 104.0 \cdot Re^{-1}$ ); \* Regen2\_DRIE05 ( $\varepsilon = 45.1\%$ ,  $- f = 115.6 \cdot Re^{-1}$ );  $\blacktriangleright$  Regen3\_DRIE12 ( $\varepsilon = 65.2\%$ ,  $- f = 124.3 \cdot Re^{-1}$ );  $\blacktriangleleft$  Regen3\_DRIE13 ( $\varepsilon = 61.9\%$ ,  $f = 134.2 \cdot Re^{-1}$ ); -- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $f \cdot Re = 96$ ; - · - résultat de simulation pour le VER à  $\alpha = 33^\circ$  et  $\varepsilon = 40\%$  dont le produit  $f \cdot Re = 109.58(1 + 0.0001004 \cdot Re^{1.194})$ ; ··· simulation pour le VER à  $\alpha = 33^\circ$  et  $\varepsilon = 80\%$   $f \cdot Re = 132.04(1 + 0.0017 \cdot Re^{0.929})$ .

$\varepsilon = 62\%$ . Là encore la relation  $Po = f \cdot Re$  est parfaitement vérifiée (fig. 4.27). Excepté l'échantillon *Regen5\_DRIE01*, tous les autres produisent des résultats cohérents :  $Po = 107$  pour  $\varepsilon \approx 42\%$  et  $Po = 107 \pm 10$  pour  $\varepsilon \approx 62\%$ , valeurs assez proches celles obtenues lorsque  $e = 20 \mu\text{m}$ .

Régénérateur, N	$\varepsilon_m, \%$	$h_{gr}, \mu\text{m}$	$D_h [\mu\text{m}]$	$f=A \cdot Re^{-1}$
Regen4_DRIE05 (9<Re<37)	42.0	163.0	73.36	$103.9 \cdot Re^{-1}$
Regen5_DRIE01 (5<Re<38)	60.1	115.5	67.2	$108.6 \cdot Re^{-1}$
Regen5_DRIE05 (10<Re<27)	63.8	163.0	77.8	$124.2 \cdot Re^{-1}$
Regen5_DRIE12 (11<Re<33)	62.0	145.8	72.79	$133.3 \cdot Re^{-1}$

**TABLE 4.8:** Corrélations de facteur frottement  $f(Re)$  des micro-régénérateurs de type 4 et 5 avec  $e = 40 \mu\text{m}$ .

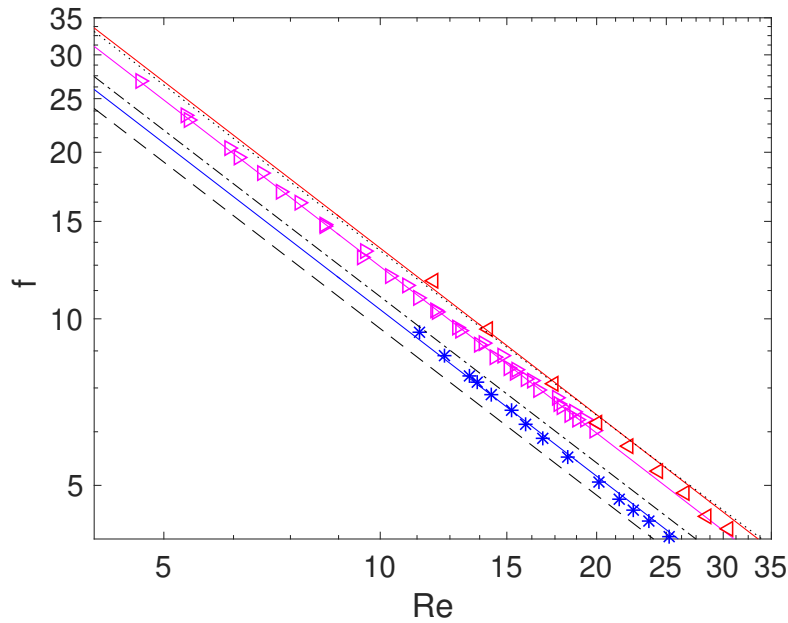
Enfin, six régénérateurs avec  $e = 10 \mu\text{m}$  ont été caractérisés (table 4.9). La moitié obéit à  $\varepsilon \approx 50\%$ , l'autre moitié obéit à  $\varepsilon \approx 70\%$ . Pour chacune de ces porosités nous avons un échantillon avec du *BlackSilicon*, ce qui a altéré la mesure du frottement. Malgré l'absence d'anomalies visuelles, l'échantillon *Regen8\_DRIE01* montre  $Po = 167 \pm 4$  ce que semble erroné par rapport aux simulations. Les autres régénérateurs fournissent logiquement  $Po = 107 \pm 5$  pour  $\varepsilon \approx 50\%$ , et  $Po = 115 \pm 1$  pour  $\varepsilon \approx 73\%$ .



**FIGURE 4.26:** L'évolution du facteur de frottement  $f$  en fonction de  $Re$  des échantillons : \* Regen9\_DRIE10 à micro-structure sinusoïdale ( $\varepsilon = 63.51 \%$ ,  $f = 131.6 \cdot Re^{-1}$ ); \* Regen9\_DRIE05 à micro-structure sinusoïdale ( $\varepsilon = 56.8 \%$ ,  $f = 92.6 \cdot Re^{-1}$ );  $\blacktriangleright$  Regen1\_DRIE01 ( $\varepsilon = 56.4 \%$ ,  $f = 102.9 \cdot Re^{-1}$ );  $\blacktriangleleft$  Regen1\_DRIE12 ( $\varepsilon = 56.6 \%$ ,  $f = 79.5 \cdot Re^{-1}$ ). -- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $f \cdot Re = 96$ . - . - simulation pour le VER à  $\alpha = 33^\circ$  et  $\varepsilon = 60 \%$   $f \cdot Re = 115.32(1 + 0.0002428 \cdot Re^{1.165})$ .

Afin de synthétiser nos résultats expérimentaux, nous avons tracé dans la figure 4.29, l'évolution du nombre de Poiseuille en fonction de la porosité. Dans cette figure, les résultats de simulation sont également reportés. Nous constatons alors que globalement, nos résultats expérimentaux semblent confirmer l'augmentation du nombre de Poiseuille avec l'augmentation de la porosité. Nous observons qu'une majorité de nos mesures se rapprochent de la valeur et du comportement attendu pour un angle  $\alpha = 33^\circ$ . Trois de nos résultats pour  $\varepsilon = 56 \%$  et  $71 \%$  semblent donner des valeurs relativement trop faibles ou trop importantes. Ceci pourrait laisser penser que par exemple la largeur du canal pourrait influencer nos résultats. Cependant, si nous analysons en détail la figure 4.29, nous constatons que pour les trois largeurs de micro-canaux considérées ( $e \approx 10 - 20 - 40 \mu\text{m}$ ), la majorité des points restent proches des valeurs prédites par les simulations. Cette différence, pour ces trois cas, n'est donc pas due à la largeur du micro-canal formé entre les piliers.

Afin d'identifier si dans nos expériences nous avons l'influence des effets de bords due à la nature de l'écoulement réel (3D), nous avons tracé dans la figure 4.30 l'écart relatif entre le Poiseuille mesuré et celui issu de nos simulations en fonction du facteur d'aspect. Nous n'observons pas une nette diminution de l'écart relatif avec la diminution du facteur d'aspect. Les écarts observés entre les simulations et nos mesures ne sont donc pas liés au fait que l'écoulement réel est 3D et qu'il existe un frottement supplémentaire au niveau des surfaces inférieure et supérieure du canal. Finalement, dans cette figure, nous observons également qu'en réalité seul deux échantillons sur les 16 étudiés diffèrent à plus de  $20 \%$  de la valeur donnée par la simulation. Ce qui nous permet

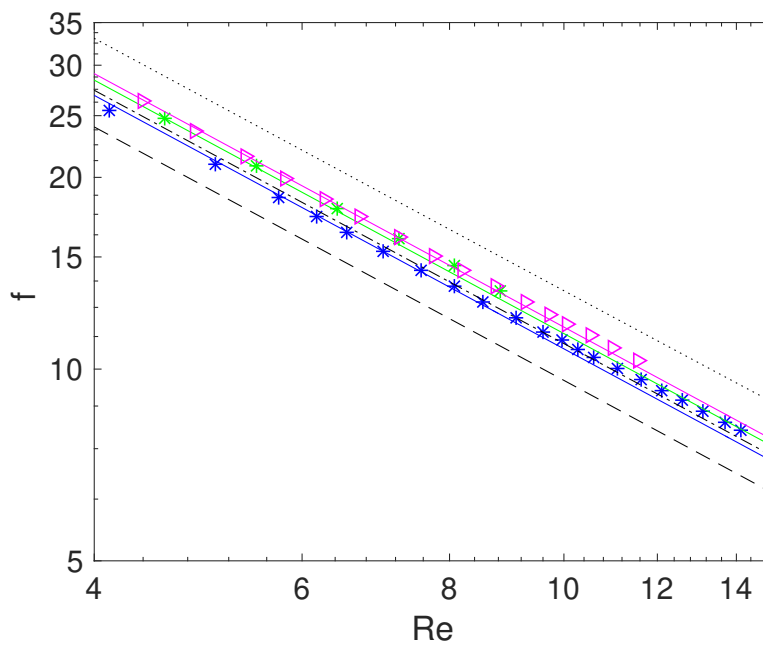


**FIGURE 4.27:** L'évolution du facteur de frottement  $f$  en fonction de  $Re$  des échantillons : \* Regen4\_DRIE05 ( $\varepsilon = 42.0\%$ ,  $- f = 103.9 \cdot Re^{-1}$ );  $\blacktriangleright$  Regen5\_DRIE05 ( $\varepsilon = 63.8\%$ ,  $- f = 124.2 \cdot Re^{-1}$ );  $\blacktriangleleft$  Regen5\_DRIE12 ( $\varepsilon = 62.0\%$ ),  $f = 133.4 \cdot Re^{-1}$ ;  $--$  cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $f \cdot Re = 96$ ;  $- \cdot -$  résultat de simulation pour le VER à  $\alpha = 33^\circ$  et  $\varepsilon = 40\%$  dont le produit  $f \cdot Re = 109.58(1 + 0.0001004 \cdot Re^{1.194})$ ;  $\dots$  simulation pour le VER à  $\alpha = 33^\circ$  et  $\varepsilon = 80\%$   $f \cdot Re = 132.04(1 + 0.0017 \cdot Re^{0.929})$ .

de considérer un bon accord entre nos mesures et les simulations numériques.

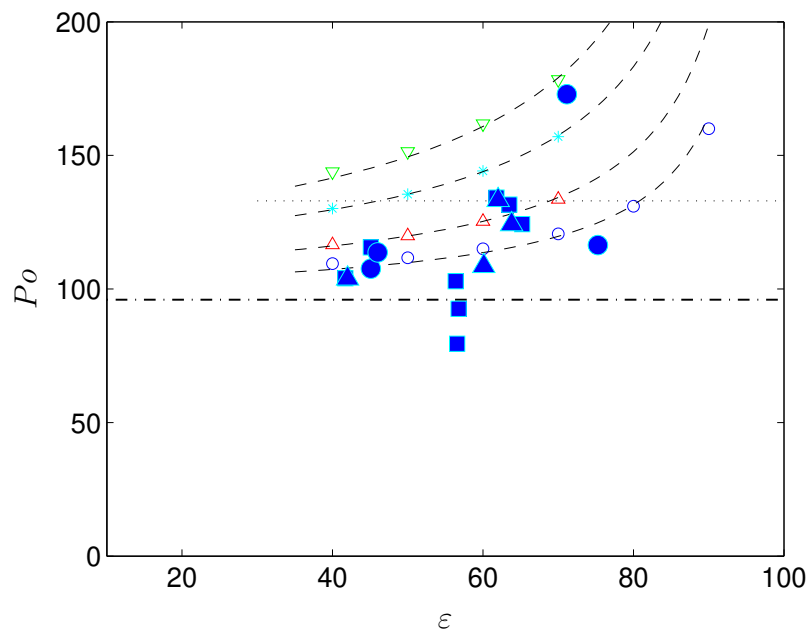
Régénérateur, N	$\varepsilon_m$ %	$h_{gr}$ , $\mu m$	$D_h$ [ $\mu m$ ]	$f=A \cdot Re^{-1}$
Regen7_DRIE03 ( $3 < Re < 14$ )	49.55	129.6	26.98	$(148.2 \cdot Re^{-1})$
Regen7_DRIE05 ( $3 < Re < 14$ )	51.84	143	29.54	$107.6 \cdot Re^{-1}$
Regen7_DRIE13 ( $3 < Re < 9$ )	45.98	240	26.43	$113.7 \cdot Re^{-1}$
Regen8_DRIE01 ( $3 < Re < 15$ )	71.15	101.5	30.2	$172.9 \cdot Re^{-1}$
Regen8_DRIE03 ( $4 < Re < 12$ )	72.43	128.7	30.9	$(179.6 \cdot Re^{-1})$
Regen8_DRIE05 ( $< Re <$ )	75.27	143	33.2	$116.4 \cdot Re^{-1}$

**TABLE 4.9:** Corrélations de facteur frottement  $f(Re)$  des micro-régénérateurs de type 7 et 8 avec  $e=10 \mu m$ . (-) régénérateur avec un défaut du fond de gravure : BlackSilicon

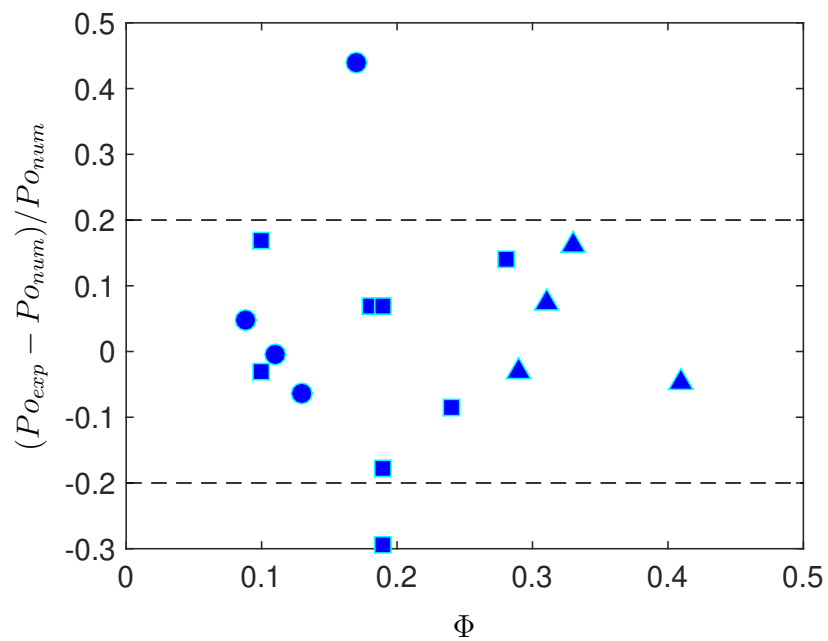


**FIGURE 4.28:** L'évolution du facteur de frottement  $f$  en fonction de  $Re$  des échantillons :  
 \* Regen7\_DRIE05 ( $\varepsilon = 51.8.0 \%$ ,  $- f = 107.6 \cdot Re^{-1}$ ); \* Regen7\_DRIE13 ( $\varepsilon = 46.0 \%$ ,  
 $- f = 113.7 \cdot Re^{-1}$ );  $\blacktriangleright$  Regen8\_DRIE05 ( $\varepsilon = 75.3 \%$ ,  $- f = 116.4 \cdot Re^{-1}$ );  $--$  cas d'un  
 écoulement entre 2 plaques planes  $f \cdot Re = 96$ ;  $- \cdot -$  résultat de simulation pour le VER à  
 $\alpha = 33^\circ$  et  $\varepsilon = 40 \%$  dont le produit  $f \cdot Re = 109.58(1 + 0.0001004 \cdot Re^{1.194})$ ;  $\dots$  simulation pour  
 le VER à  $\alpha = 33^\circ$  et  $\varepsilon = 80 \%$   $f \cdot Re = 132.04(1 + 0.0017 \cdot Re^{0.929})$ .





**FIGURE 4.29:** Évolution du nombre de Poiseuille en fonction de la porosité pour : simulations numériques  $\circ \alpha = 33^\circ$ ,  $\triangle \alpha = 40^\circ$ ,  $* \alpha = 50^\circ$ ,  $\nabla \alpha = 60^\circ$ ; mesures expérimentales  $\alpha = 33^\circ$  :  $\bullet e = 10 \mu m$ ,  $\blacksquare e = 20 \mu m$ ,  $\blacktriangle e = 40 \mu m$ ; - - - approximation du nombre de Poiseuille pour la porosité correspondante basée sur la simulation numérique (Eq. 3.24); ... nombre de Poiseuille pour un milieu poreux composé de sphères à bas Reynolds selon Ergun (1952); -.- cas d'un écoulement entre 2 plaques planes  $Po = 96$



**FIGURE 4.30:** Évolution de l'écart relatif entre le Poiseuille mesuré  $P_{o_{exp}}$  et celui issu des simulations  $P_{o_{num}}$  en fonction du facteur d'aspect du régénérateur ; mesures expérimentales  $\alpha = 33^\circ$  :  $\bullet$   $e = 10 \mu\text{m}$ ,  $\blacksquare$   $e = 20 \mu\text{m}$ ,  $\blacktriangle$   $e = 40 \mu\text{m}$  ; - - -  $\pm 20 \%$

## 4.6 Étude du transfert thermique stationnaire.

### 4.6.1 Procédés de micro-fabrication : thermistance

Notre objectif est de mesurer la température de paroi au coeur du régénérateur en utilisant des thermomètres à résistance de platine ou d'autre métal. En raison de la nature fragile de nos échantillons et à leur taille réduite, trouver un système robuste mécaniquement et fiable électriquement a été un véritable défi. Le principe que nous avons retenu a été de déposer et de lithographier sur la face intérieure du capot de Pyrex des thermomètres à résistance métallique en couche mince. La résistance électrique  $R_{Th}$  se mesure par la méthode dite à '4 fils' : 2 connexions pour l'alimentation par un courant électrique continu  $I_{alim}$  et 2 connexions pour la mesure de tension  $U_{Th}$ .

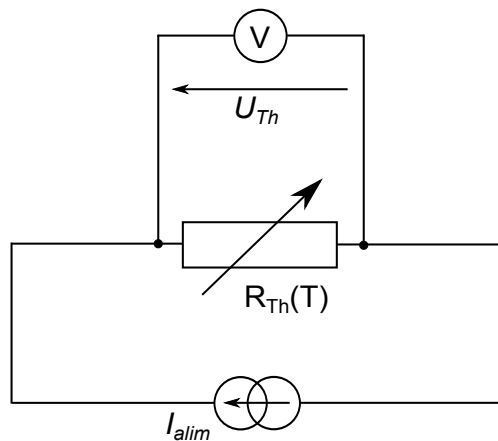


FIGURE 4.31: Schéma de mesure de la résistance du thermomètre par la méthode à '4 fils'.

#### 4.6.1.1 Conception du circuit de mesure

Le circuit électrique est composé de cinq thermomètres connectés en série et espacés l'un de l'autre d'une distance de 5 mm. Ils sont disposés de manière à ce que deux soient à l'extérieur de la zone des piliers et trois autres sont placés à l'intérieur (fig. 4.32).

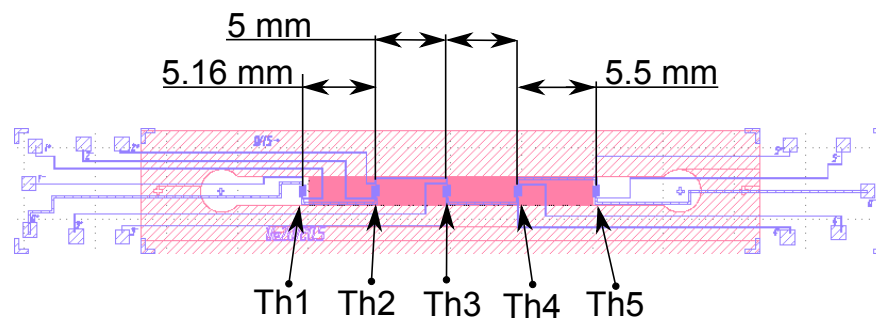
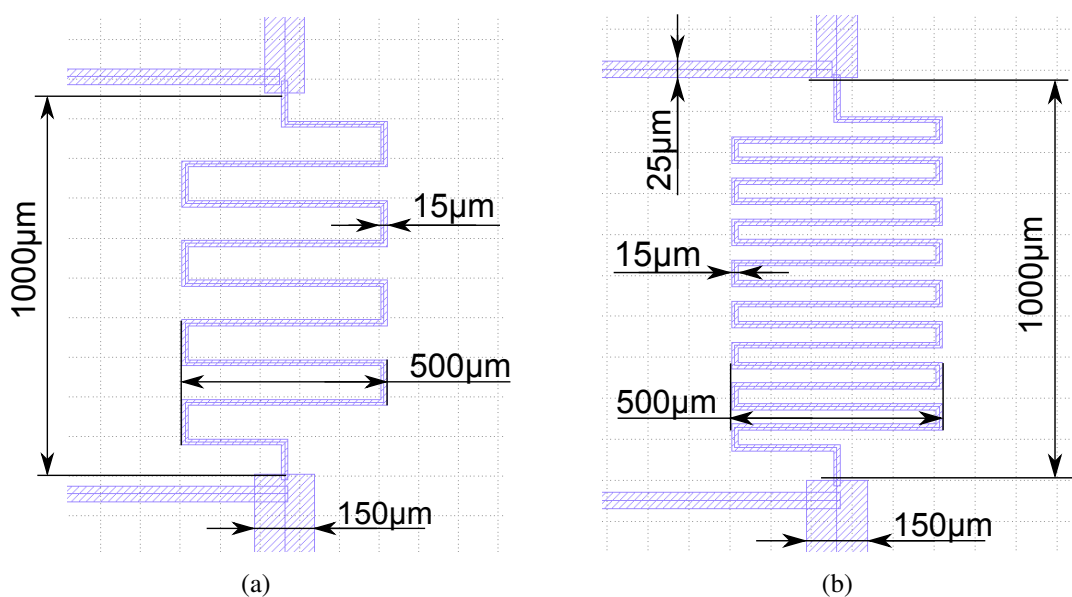


FIGURE 4.32: Espacement des thermomètres les uns par rapport aux autres.

Nous avons imposé que tous les thermomètres soient inscrits dans une aire de  $0.5 \times 1.0 \text{ mm}^2$

(fig. 4.33). Dans cette zone nous avons tracé une piste de  $15\ \mu\text{m}$  de largeur et de longueur  $l$ . Nous avons fabriqué deux types de thermo-résistances, avec  $l = 9\ \text{mm}$  et  $l = 5\ \text{mm}$  (fig. 4.33).

La piste d'alimentation est plus large que celle des thermomètres, de cette façon on diminue la résistance totale du circuit d'alimentation et on limite l'effet d'auto-échauffement par l'effet Joule. Les pistes de mesure de tension sur chaque thermo-résistance ont la largeur  $w = 25\ \mu\text{m}$ . Nous avons fait ces pistes plus étroites que celle d'alimentation car elles ne sont pas traversées par le courant.



**FIGURE 4.33:** Dimensions de thermomètres de résistance de largeur  $w = 15\ \mu\text{m}$  et de longueur (a)  $5000\ \mu\text{m}$  (b)  $9000\ \mu\text{m}$ .

#### 4.6.1.2 Dépôt métallique de micro-thermomètres

Nous avons développé deux procédures d'élaboration des thermomètres à résistance. Dans la première procédure nous avons mis un dépôt métallique plein champ sur la surface vierge du Pyrex. Puis, nous avons lithographié les motifs de thermomètres (fig. 4.34, a). La gravure du dépôt métallique pouvait se faire soit chimiquement dans une solution acide, soit par attaque ionique (IBE - fig. 4.34, b). L'attaque chimique est rapide mais peut conduire à une sur-gravure du motif. L'attaque ionique ne fait pas de sur-gravure mais peut carboniser la résine. Ceci pouvait être un avantage pour notre application puisque le circuit est alors isolé électriquement. Mais l'épaisseur de la résine ( $\approx 2\ \mu\text{m}$ ) peut malheureusement casser des micro-structures du régénérateur et affecter l'échange thermique. La résine était alors complètement enlevée par les solvants en laissant le circuit des thermomètres à l'air. L'avantage de ce procédé est la simplicité technologique. Son principal inconvénient est que le dépôt métallique, une fois le Pyrex scellé sur le régénérateur, est en contact avec le sommet du substrat en silicium. On s'attend donc à des perturbations dans la mesure du signal électrique.

Avec la seconde procédure, nous nous avons cherché d'avantage à éviter le contact entre les thermomètres et le silicium, mais elle nécessite des étapes de micro-fabrication plus nombreuses

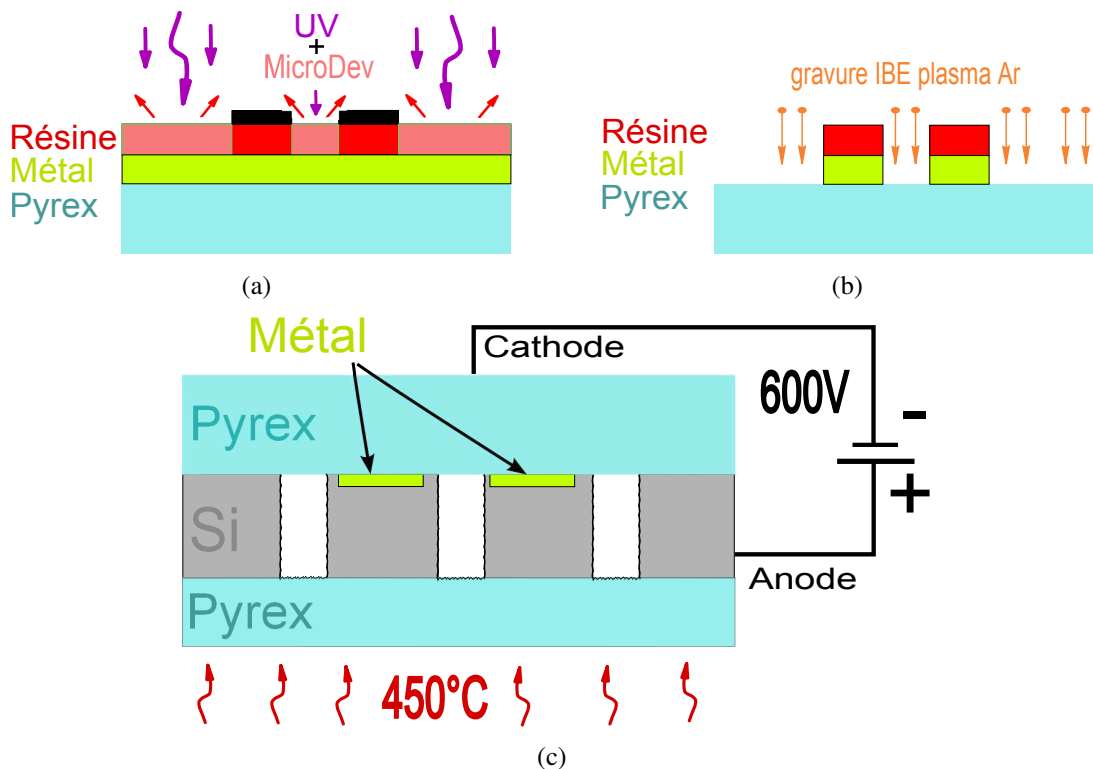


FIGURE 4.34: Micro-fabrication des thermomètres selon la méthode 1.

(fig. 4.35). On effectue la lithographie du thermomètre sur un substrat du Pyrex vierge. On grave très légèrement ( $0.30 \pm 0.05 \mu\text{m}$ ) par DRIE ( $\text{SF}_6 + \text{O}_2$ ) la partie exposée du Pyrex. Puis, tout en conservant la résine présente, on dépose le métal. On élimine enfin la résine (méthode *'lift-off'*) et il ne reste sur le Pyrex que le dépôt métallique en fond de gravure. Ce dépôt ne sera donc pas en contact avec le silicium une fois le Pyrex scellé. Le faible gap entre la partie active des thermorésistances et la paroi de l'écoulement nous permet de négliger toute éventuelle perturbation sur l'écoulement en paroi.

La couche métallique déposée fait 100-150 nm d'épaisseur et nécessite une couche d'adhésion (couche d'accroche) de 5-12 nm d'épaisseur en Titane (Ti) ou en Tantale (Ta). Le dépôt de la couche métallique peut se faire par les techniques différentes telles que le dépôt sous vide ou le dépôt par pulvérisation (ang.-sputtering) sous plasma Argon (Ar).

Dans le premier cas, l'évaporation du métal constituant la cible se passe sous action d'un faisceau d'électrons concentré sur sa surface. La zone d'évaporation émet le métal en phase gazeuse vers la chambre sous vide ( $10^{-5} - 10^{-6}$  mbar) et l'échantillon installé dedans. Ainsi, la couche mince se forme sur la surface du substrat. Cette couche est très fragile. L'utilisation de tantale comme couche d'accroche s'est montrée favorable devant le titane. Sa structure représente une agglomération des petites sphères (fig. 4.36) ce qui complexifie l'estimation de l'épaisseur réelle. On peut citer l'évaporateur *PlasysMEB550* utilisé dans notre expérience.

En pulvérisation cathodique, également effectuée dans une chambre sous vide  $5 \cdot 10^{-3}$  mbar, la cible métallique est exposée au bombardement des ions du plasma Ar attirés par un champ électromagnétique. Le principe physique est identique à celui utilisé pour la gravure IBE sauf que, au lieu

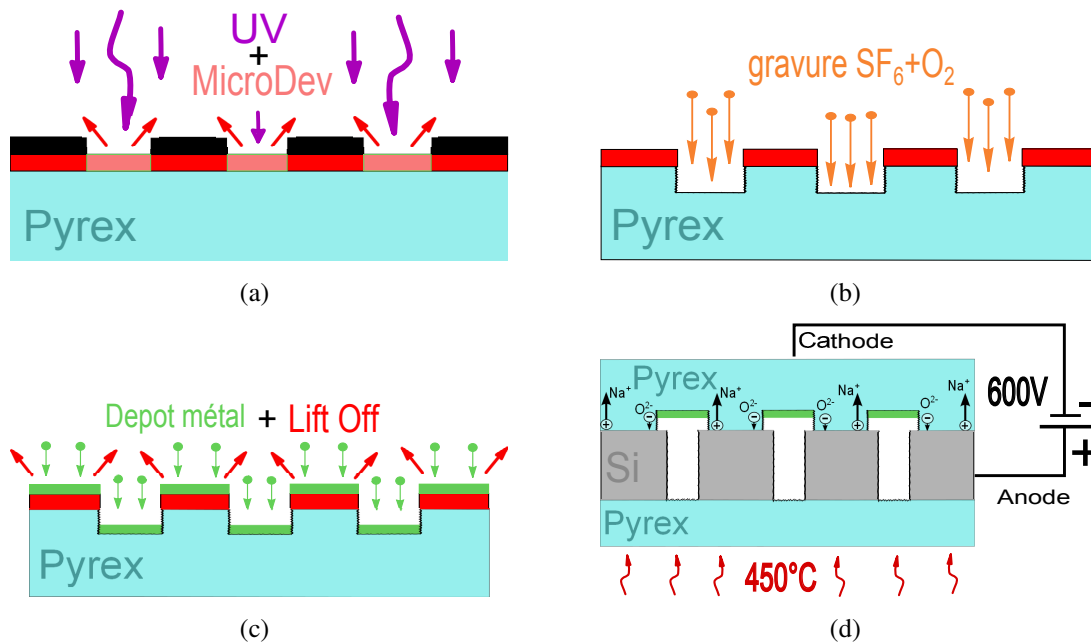


FIGURE 4.35: Micro-fabrication des thermomètres selon la méthode 2.

d'être évacué, le métal évaporé se condense sur le substrat. La qualité du dépôt et son adhérence sur la surface du Pyrex sont bien meilleures pour la pulvérisation. Une énergie plus importante communiquée aux molécules du métal fait qu'ils pénètrent plus profondément et adhèrent mieux à la surface porteuse des thermomètres. Une meilleure résistance mécanique (adhésion à la surface du substrat en Pyrex) a été observée pour des thermomètres de platine déposés par la méthode de pulvérisation avec une couche d'accroche de 6-10 nm tantale. Ce dépôt était tellement robuste que les bornes de contacts électriques pouvait être directement soudés en utilisant les alliages des métaux à faible point de fusion (le plomb, l'étain).

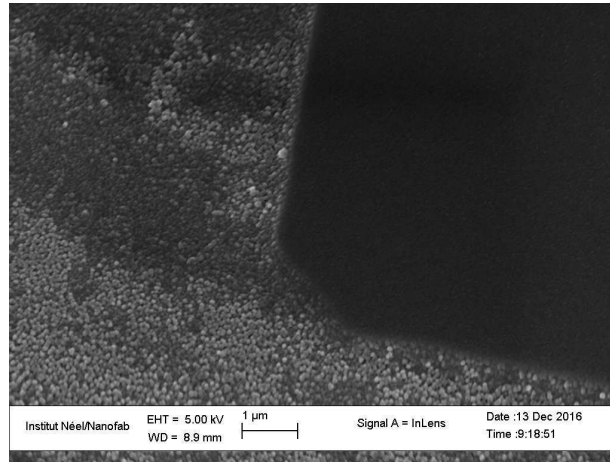
L'étape de *'lift-off'* (élimination de la résine) se fait avec de l'acétone. Si l'on rencontre des difficultés, on peut utiliser un bain de NMP (N-Méthil-2-Pyrrolidone) chauffé à 80°C.

Finalement, les lames de Pyrex équipées de thermomètres sont scellées avec les régénérateurs (fig. 4.39, fig. 4.38) décrits dans une section 4.2. Ce support en Pyrex a une longueur supérieure à celle du silicium afin de rendre accessibles les amenées de courant et les prises de tension. Dans un premier temps on étale de la résine *Stycast* dans le but d'isoler les contacts électriques les uns des autres et afin de prévenir toute diffusion future de la laque argent sur les amenées électriques et à l'intérieur du canal. Ensuite on connecte des fils avec de la laque argent. Une fois les contacts secs, on réétale de la résine *Stycast* pour l'isolation électrique finale. Cela améliore également la tenue mécanique des fils.

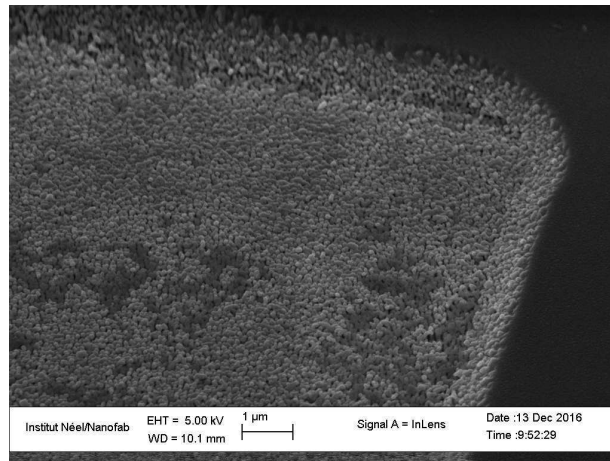
#### 4.6.1.3 Paramétrage et calibration des thermomètres de résistance

La résistivité d'un métal augmente avec la température. On la caractérise par sa variation relative :

$$\alpha_T = \frac{1}{\rho_{20}} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad (4.11)$$



(a)



(b)

**FIGURE 4.36:** Photos MEB de couche de platine déposée sous vide sur un substrat en Pyrex gravé.

où  $\rho_{20}$  est la résistivité du métal à 20°C.

À température donnée, la résistance d'un élément dépend de la résistivité et de sa géométrie

$$R_{Th}(T) = \rho_{met}(T) \cdot \frac{l}{A} \quad (4.12)$$

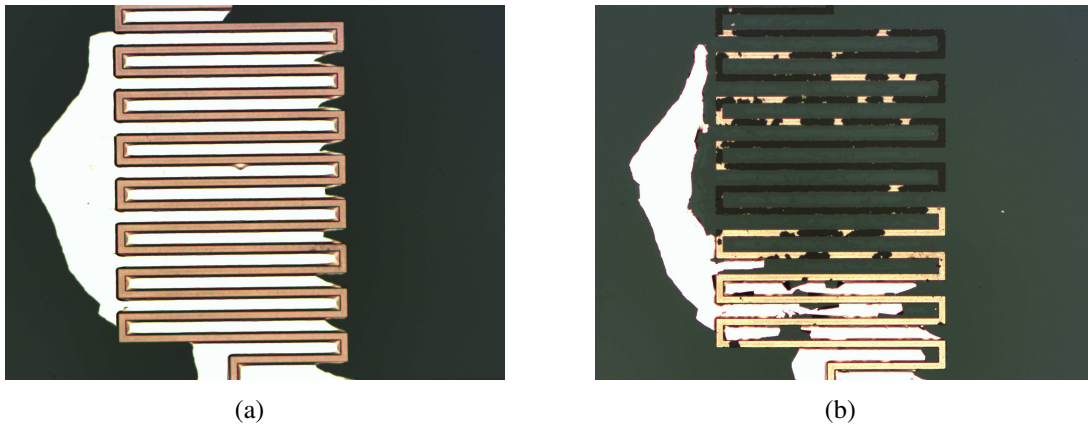
où  $l$  est la longueur de l'élément résistif dans le sens du courant et  $A$  la section de passage qui est égale au produit de la largeur d'une piste et de l'épaisseur du dépôt  $A = w \cdot h_{dp}$ .

En première approximation le coefficient de température est constant donc

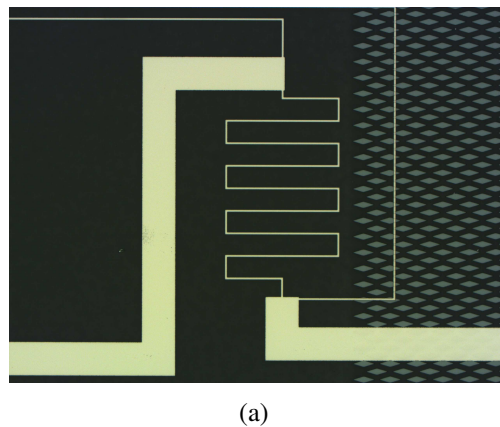
$$R_{Th} = R_{20}(1 + \alpha_T(T - T_0)) \quad (4.13)$$

Pour calibrer nos thermistances, il faut trouver les valeurs de  $\alpha_T$  et  $R_{20}$ . Les valeurs de  $\alpha$  sont connues pour les matériaux massifs (tab. 4.10). On s'attend à des valeurs de  $\alpha$  plus faibles pour des dépôts en couche mince.

Parmi les métaux dont la résistivité a une forte dépendance à la température et qui sont accessibles on citera le Platine (Pt), le cuivre (Cu) et l'or (Au). Le tableau ci-dessous indique les valeurs



**FIGURE 4.37:** Photo prise sous microscope d'un thermo-résistance en Cu obtenu selon le second procédé et déposés par pulvérisation de largeur  $15\mu\text{m}$  et longueur  $9000\mu\text{m}$  (a) après deux jours de lift-off dans un bain d'acétone et (b) abîmé par la nettoyage ultrason d'une minute et 10 % de puissance maximale de l'appareil.



**FIGURE 4.38:** Photo prise sous microscope d'un thermomètre de résistance en Pt de largeur  $15\mu\text{m}$  et longueur  $5000\mu\text{m}$  obtenu selon le second procédé et déposés par pulvérisation .

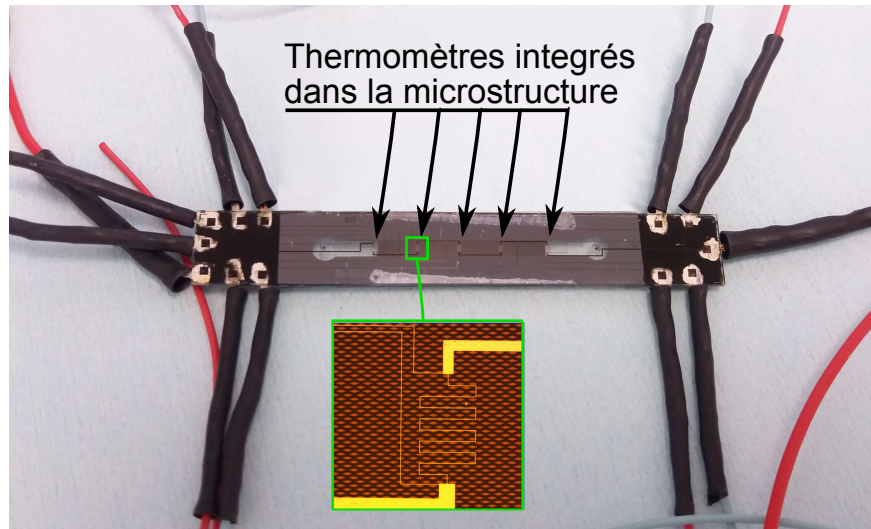
attendues de résistance pour différentes épaisseurs de cuivre et de platine à  $300\text{K}$ .

Métal déposé	Cuivre		Platine	
Résistivité $\rho_{met}$ ( $20^\circ\text{C}$ ), $\text{Ohm}\cdot\text{m}$	$17 \cdot 10^{-9}$		$110 \cdot 10^{-9}$ *	
Épaisseur du dépôt, $\text{nm}$	100	150	100	150
$R_{Th1}$ ( $9\text{mm}$ ), $\Omega$	102 $\Omega$	68 $\Omega$	666 $\Omega$	444 $\Omega$
$R_{Th2}$ ( $5\text{mm}$ ), $\Omega$	57 $\Omega$	38 $\Omega$	370 $\Omega$	247 $\Omega$

**TABLE 4.10:** L'ordre de grandeur de résistances des thermomètres. \* ref. Fery (1928)

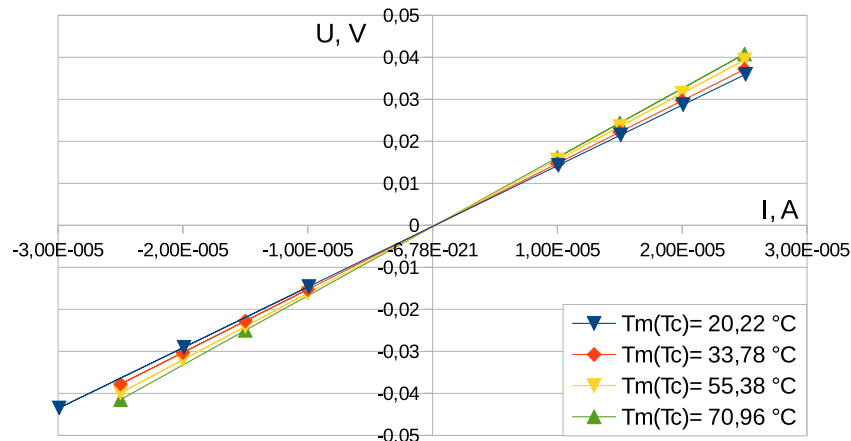
La calibration des thermo-résistances s'est faite dans une étuve thermostabilisée "Fisherbrand". Deux thermocouples supplémentaires ont été collés en bas et en haut de chaque échantillon. On utilise également un thermocouple interne de l'étuve comme référence. Pour une température donnée, on envoie un courant continu de  $\pm 3\mu\text{A}$  à  $\pm 40\mu\text{A}$  et on enregistre la tension correspondante (fig.





**FIGURE 4.39:** Photo de micro-régénérateur équipé de thermomètres.

4.40). Toutes les courbes linéaires décrivent bien un comportement ohmique, leur pente fournit  $R_{Th}(T)$ .

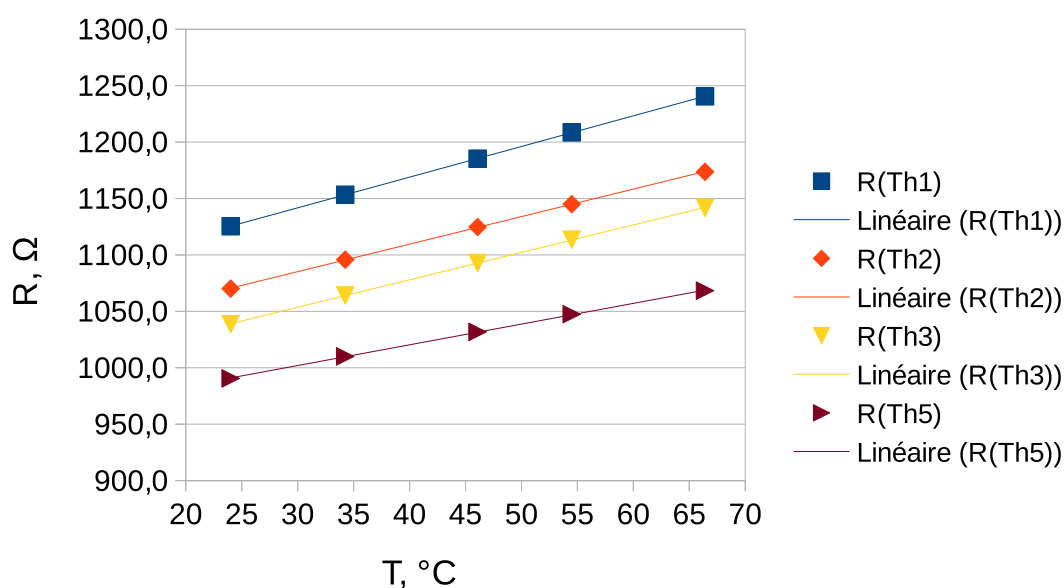


**FIGURE 4.40:** Courbes de calibration de thermomètre  $Th4$  platine scellé avec *Regen3\_DRIE13*. La pente d'une courbe  $dU/dI$  correspond à la résistance, ainsi  $R(Th4 \text{ à } 20,22^\circ\text{C}) = 1443,96 \Omega$ ,  $R(Th4 \text{ à } 33,78^\circ\text{C}) = 1499,07 \Omega$ ,  $R(Th4 \text{ à } 55,38^\circ\text{C}) = 1585,67 \Omega$ ,  $R(Th4 \text{ à } 70,96^\circ\text{C}) = 1646,0 \Omega$ .

La fig. 4.41 présente la calibration de quatre thermomètres en platine, élaborés par pulvérisation suivant le premier procédé et ayant une longueur de 9 mm et une épaisseur de  $\approx 100$  nm. On constate une évolution linéaire de  $R_{Th}$  avec la température. Les différences de valeur du  $R_0$  s'expliquent par un léger gradient de l'épaisseur du dépôt  $\approx 10\%$ . On mesure une résistivité moyenne de  $170 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot m$ , légèrement supérieure à celle d'un échantillon massif ( $110 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot m$  Fery (1928)). Nous expliquons cette différence par le fait que la résistivité d'un dépôt couche mince est toujours plus élevée que la valeur 'massive'.

Le coefficient de température  $\alpha_T$  est globalement identique pour tous les thermomètres et vaut ici  $2.35 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  à  $20^\circ\text{C}$ , valeur cohérente avec le coefficient  $\alpha_T$  du platine.

Ces résultats sont satisfaisants car pour l'échantillon *Regen3\_DRIE13* nous n'avons pas observé de perturbations (court circuits, effet photovoltaïque) qui auraient pu être attribuables au contact avec le silicium. D'autres échantillons (non-présentés ici) se sont malheureusement révélés être inexploitable à cause de ces perturbations.

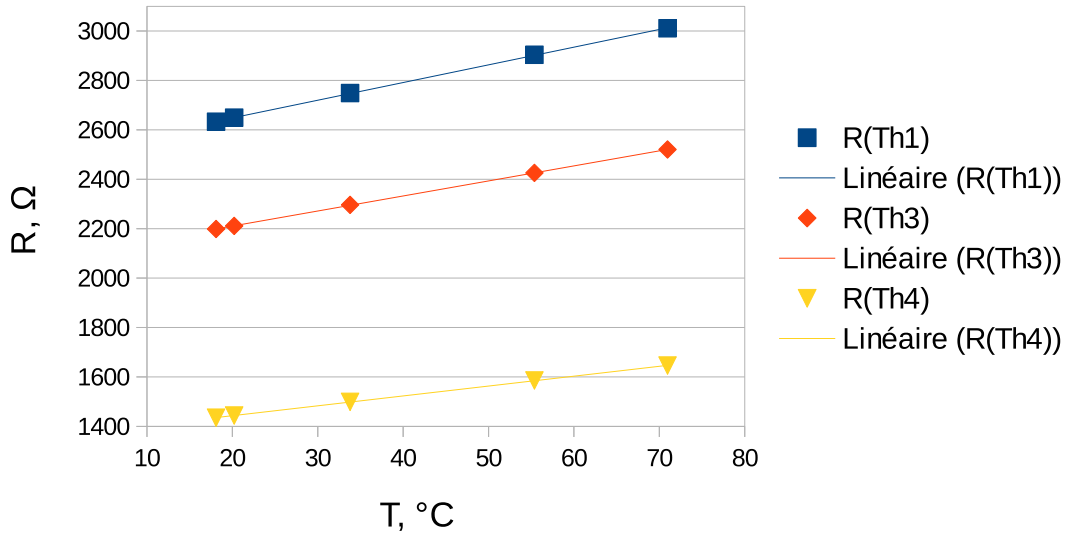


**FIGURE 4.41:** Courbes de calibration de thermomètres platine non-isolés scellés *Regen9\_DRIE10* déposés par pulvérisation.

dimensions des thermomètres	Thermomètres méthode 1 + <i>Regen9_DRIE10</i>				
	$l=9\text{mm}$ , $w = 15\mu\text{m}$ et $h_{\text{depot}}=100, \text{nm}$				
Thermomètre N°	1	2	3	4	5
Résistance $^\circ\text{C}$ $R_0$ ( $0^\circ\text{C}$ ), $\Omega$	1060.2	1012.1	980.6	-	946.9
Résistance $^\circ\text{C}$ $R_{20}$ ( $20^\circ\text{C}$ ), $\Omega$	1114.6	1060.9	1029.2	-	983.6
Pente $dR/dT$ ( $^\circ\text{C}$ ), $\Omega / ^\circ\text{C}$	2.718	2.438	2.432	-	1.837
Résistivité $\rho_{Pt}$ ( $20^\circ\text{C}$ ), $\Omega \cdot \text{m}$	$185.8 \cdot 10^{-9}$	$176.8 \cdot 10^{-9}$	$171.5 \cdot 10^{-9}$	-	$163.9 \cdot 10^{-9}$
Coefficient de température $\alpha_{Pt}$ ( $20^\circ\text{C}$ ), $^\circ\text{C}^{-1}$	$2.44 \cdot 10^{-3}$	$2.30 \cdot 10^{-3}$	$2.36 \cdot 10^{-3}$	-	$1.87 \cdot 10^{-3}$

**TABLE 4.11:** Caractéristiques des thermomètres en platine micro-fabriqués suivant le méthode 1 et scellé avec *Regen9\_DRIE10*. - thermomètre ne fonctionne pas.

La valeur calculée de la résistivité  $\rho_{Pt}$  des thermomètres déposés par évaporation et par la méthode 2 est élevée (cf. 4.12). La qualité du dépôt et l'incertitude de mesure de l'épaisseur de la couche de platine déposée expliquent ces valeurs. Sur la fig. 4.36 on voit la formation des petites sphères ce qui diminue localement la section de passage de la couche conductrice.



**FIGURE 4.42:** Courbes de calibration de thermomètres platine isolés scellés *Regen3\_DRIE13* déposés par évaporation.

-	Thermomètres méthode 2 + <i>Regen3_DRIE13</i>				
dimensions des thermomètres	$l=9\text{mm}, w = 15\mu\text{m}$ et $h_{\text{depot}} \approx 137, \text{nm}$				
Thermomètre N°	1	2	3	4	5
Résistance °C $R_0$ (0 °C), $\Omega$	2505.2	-	2089.4	1363.35	-
Résistance °C $R_{20}$ (20 °C), $\Omega$	2648.4	-	2211	1443.4	-
Pente $dR/dT$ °C, $\Omega / ^\circ\text{C}$	7.16	-	6.08	4.0	-
Résistivité $\rho_{Pt}$ (20 °C), $\Omega \cdot \text{m}$	$604.2 \cdot 10^{-9}$	-	$504.4 \cdot 10^{-9}$	$329.3 \cdot 10^{-9}$	-
Coefficient de température $\alpha_{Pt}$ (20 °C), $^\circ\text{C}^{-1}$	$2.7 \cdot 10^{-3}$	-	$2.75 \cdot 10^{-3}$	$2.77 \cdot 10^{-3}$	-
-	Thermomètres méthode 2 + <i>Regen7_DRIE13</i>				
dimensions des thermomètres	$l=9\text{mm}, w = 15\mu\text{m}$ et $h_{\text{depot}} \approx 110, \text{nm}$				
Thermomètre N°	1	2	3	4	5
Résistance °C $R_0$ (0 °C), $\Omega$	1751.5	1595.6	1561.6	1581.5	1716.5
Résistance °C $R_{20}$ (20 °C), $\Omega$	1847.8	1690.5	1643.3	1664.3	1805.1
Pente $dR/dT$ °C, $\Omega / ^\circ\text{C}$	4.815	4.744	4.087	4.14	4.429
Résistivité $\rho_{Pt}$ (20 °C), $\Omega \cdot \text{m}$	$338.8 \cdot 10^{-9}$	$309.9 \cdot 10^{-9}$	$301.3 \cdot 10^{-9}$	$305.1 \cdot 10^{-9}$	$330.9 \cdot 10^{-9}$
Coefficient de température $\alpha_{Pt}$ (20 °C), $^\circ\text{C}^{-1}$	$2.61 \cdot 10^{-3}$	$2.81 \cdot 10^{-3}$	$2.49 \cdot 10^{-3}$	$2.49 \cdot 10^{-3}$	$2.45 \cdot 10^{-3}$

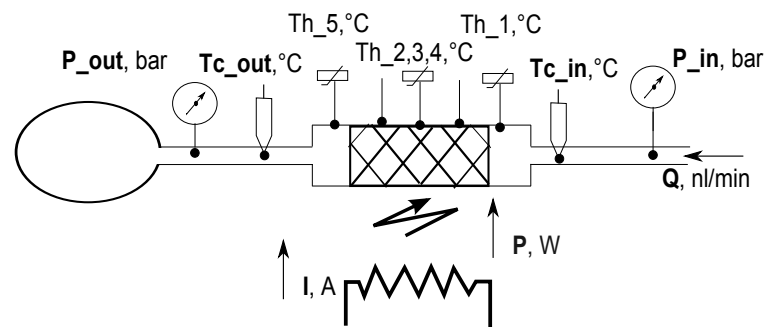
**TABLE 4.12:** Caractéristiques des thermomètres en platine micro-fabriqués suivant la méthode 2 et déposés sous vide et scellé avec *Regen3\_DRIE13* et *Regen7\_DRIE13*. - thermomètre ne fonctionne pas.

## 4.6.2 Montage expérimental

Par rapport au montage utilisé pour les mesures de pertes de charge, la nouveauté consiste en l'utilisation d'un élément chauffant en cuivre en couche mince au contact de l'échantillon. Pour les mesures avec les thermomètres élaborés suivant la méthode 1, l'élément chauffant et les thermomètres intégrés sont disposés de part et d'autre du canal. Pour les mesures avec les thermomètres élaborés suivant la seconde méthode, l'élément chauffant est du même coté que les thermomètres intégrés. L'élément chauffant est un dépôt de couche mince d'environ 150 nm

d'épaisseur qui couvre une surface de 20.2 mm par 2.2 mm. La résistance électrique à 20 °C vaut  $921.9 \pm 0.5 \Omega$ . Lors des mesures expérimentales elle est parcourue par un courant de 15 mA. En raison de l'auto-échauffement la résistance monte à  $934.9 \Omega$ , la puissance calorifique est donc de  $212.5 \pm 0.1 \text{ mW}$ .

Nous remarquons également que la résistance de l'élément chauffant augmentait à 1–2 % après chaque essai. Nous pensons que les contacts mécaniques entre échantillon et élément chauffant sont à l'origine d'une légère abrasion du dépôt.



**FIGURE 4.43:** Schéma de l'installation expérimentale conçue pour l'étude du transfert thermique stationnaire dans le milieu poreux.

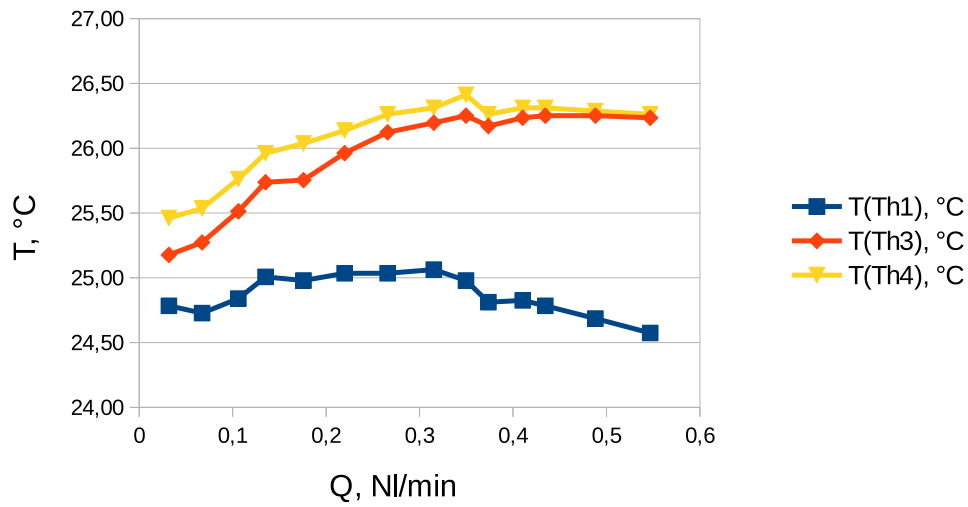
### 4.6.3 Mesures de températures

Pour enregistrer les valeurs de température, nous devons attendre environ 20 minutes afin que les signaux issus des thermo-résistances, de l'élément chauffant et des thermocouples se stabilisent.

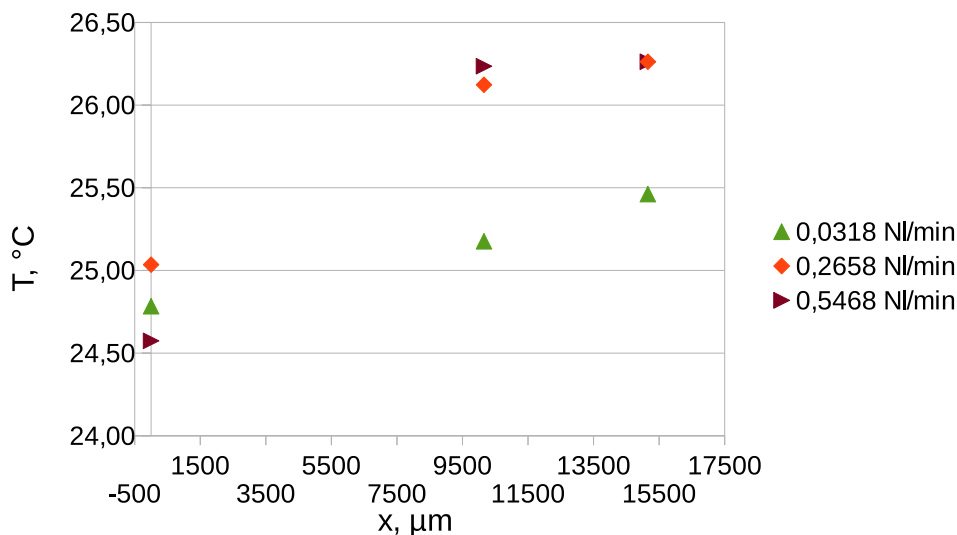
En régime de pure conduction à travers l'échantillon, nous pouvons estimer les ordres de grandeur des puissances calorifiques évacuées. L'échantillon est placé sur la base en téflon de 6 mm d'épaisseur (fig. 4.22, a). Les épaisseurs et les conductivités thermiques ( $0.25 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  du téflon contre  $1.13 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  du Pyrex) des matériaux impliqués dans le montage nous permettent d'estimer que 180 mW traversant le régénérateur. En mesurant la température au niveau de l'élément chauffant ( $28.6 \text{ }^\circ\text{C}$ ) et au niveau des thermomètres ( $25.1 \text{ }^\circ\text{C}$ ) on calcule 175 mW sans circulation de gaz. Ce résultat est conforme à celui attendu. Cette puissance traverse ensuite le réseau du micro-régénérateur ( $N_{tot} = 9295$  piliers ayant la section individuelle  $S_{ind} \approx 1.64 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , avec hauteur de gravure  $h_{gr} = 243 \text{ } \mu\text{m}$ ) qui présente une conductance thermique de  $k = \lambda_{Si} N_{tot} S_{ind} / h_{gr} \approx 6.6 \text{ W/K}$  (avec  $\lambda_{Si} = 110 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ), très largement supérieure à la conductance du gaz hélium dans les porosités ( $\approx 0.017 \text{ W/K}$ ).

En analysant l'évolution des températures pour des débits différents (fig. 4.44), on peut tirer deux conclusions qualitatives :

- 1 le thermomètre 1 en amont du régénérateur affiche toujours une température inférieure à celles des thermomètres 3 et 4 au coeur du régénérateur.
- 2 les températures affichées par les thermomètres 3 et 4 distant de 5 mm dans le régénérateur, évoluent de la même manière. Pour les débits faibles, le thermomètre 4 en aval est légèrement plus chaud que le 3 car il récupère une partie de la chaleur évacuée dans le gaz. Ce phénomène s'estompe dès que le débit augmente. On peut également s'en rendre compte sur la figure 4.44 où l'évolution de ces 3 températures est tracée pour trois valeurs de débit.



(a)



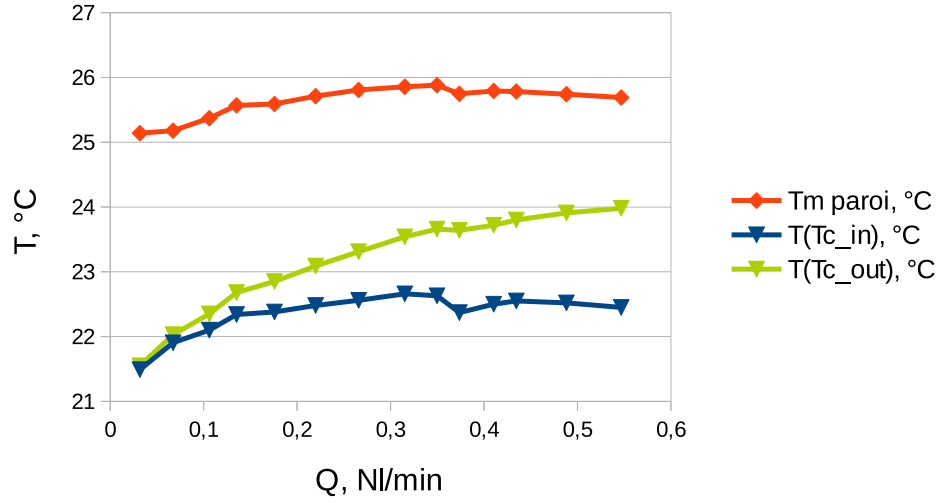
(b)

**FIGURE 4.44:** (a) évolution des températures en parois en fonction du débit (b) évolution des températures le long du régénérateur. Les températures en parois intérieures du régénérateur *Regen3\_DRIE13* sont mesurées par les thermomètres à résistance (Th) déposés par évaporation.

#### 4.6.4 Nombre de Nusselt expérimental

Grâce à l'élaboration de ces thermomètres, nous avons pu par la suite chercher à mesurer le nombre de Nusselt pour le cas d'un écoulement et d'un transfert en condition stationnaire à partir du calcul du coefficient d'échange thermique  $h_T$ .

Dans un premier traitement, nous avons estimé le nombre de Nusselt en négligeant la diffusion axiale de la chaleur dans le gaz (le long de l'échangeur). Pour cela, nous nous sommes basés sur



**FIGURE 4.45:** évolution de la température moyenne en paroi et des températures de gaz à l'entrée/sortie de régénérateur en fonction du débit. La température moyenne en parois intérieures du régénérateur *Regen3\_DRIE13* est mesurée par les thermomètres à résistance (Th). Les températures du gaz sont mesurées par les thermocouples.

la solution développée en annexe I.1 (Modèle 1 correspond à  $Nu_1$ ).

$$h_T = \ln \left( \frac{T_P - T_G(x=0)}{T_P - T_G(x=L)} \right) \cdot \frac{\dot{m}_G C_{pG}}{A_{contact}} \quad (4.14)$$

$$Nu_1 = h_T D_h / \lambda \quad (4.15)$$

avec  $h_T$  coefficient de transfert de chaleur,  $W m^{-2} K^{-1}$ ;  $T_P$  température de la paroi;  $T_G(x=0)$ ,  $T_G(x=L)$  température du gaz à l'entrée et à la sortie du régénérateur, °C;  $\dot{m}_G$  débit massique,  $kg s^{-1}$ ;  $A_{contact}$  surface latérale de tous les piliers dans un régénérateur,  $m^2$ .  $T_P$ ,  $T_G(x=0)$  et  $T_G(x=L)$  et correspondent aux *Tm paroi*, *T(Tc\_in)* et *T(Tc\_out)* sur la fig. 4.45. Dans cette première approche la température en paroi est considérée comme constante et égale à la moyenne arithmétique des températures mesurées par les trois thermomètres. Le résultat obtenu est rapporté sur la figure 4.46 ( $Nu_1$ ) pour l'échantillon *Reg3\_DRIE13* et pour différents nombres de Reynolds. Nous avons alors observé une augmentation du Nusselt en fonction de Re. Mais l'ordre de grandeur obtenu  $10^{-6} < Nu < 10^{-3}$  était relativement bas.

Comme nous travaillons avec des nombres de Reynolds et de Prandtl faibles, un seconde modèle prenant en compte la diffusion axiale a été testé. Ce modèle se base sur une solution analytique développée en annexe I.2 avec la température de paroi constante

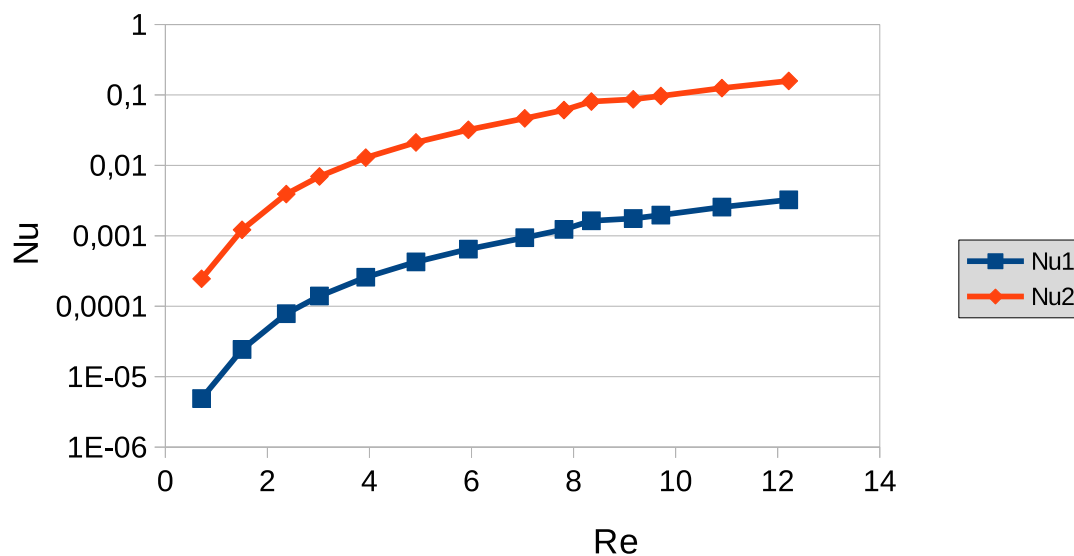
$$\beta = \frac{(Pe_L - 2\gamma)^2 - Pe_L^2}{4} \quad (4.16)$$

$$Nu = \frac{\beta D_h \varepsilon}{L^2 A_{contact}} \quad (4.17)$$

avec  $Pe$  nombre de Peclet. Le résultat est représenté dans la figure 4.46 ( $Nu_2$ ). Nous avons alors obtenu un Nusselt 50 fois supérieur au précédent. Ceci a confirmé l'importance de la prise

en compte de la diffusion axiale de la chaleur pour des écoulements à faible nombre de Peclet. Cependant l'ordre de grandeur des nombres de Nusselt mesurés reste relativement faible  $10^{-4} < Nu < 0.2$ . Plusieurs hypothèses peuvent expliquer ce résultat. Nous avons listé :

- 1 une erreur de mesure sur les thermocouples entrée/sortie (contact possible avec capillaire).
- 2 la présence d'un transfert couplé : en effet après la vérification on observe que la diffusivité thermique de l'hélium  $D_T = \lambda/(\rho C_P)$  s'avère d'être du même ordre de grandeur que celle du silicium.
- 3 des pertes thermiques trop importantes par rapport aux puissance mises en jeux : les pertes thermiques sont grandes, le bilan est faussé.
- 4 une température de paroi non homogène : en effet, l'échantillon n'était chauffé que d'un coté. Un fort gradient vertical de température peut se créer dans le sandwich Pyrex-silicium-Pyrex.
- 5 une influence des conditions aux limites dues au régime micro-fluidique du transfert (cf. [Colin \(2012\)](#), [Morini \(2004\)](#)). Pour l'étude de *Reg3\_DRIE13*,  $e = 21\mu\text{m}$ , le nombre de Knudsen maximal est  $Kn \approx 0.0033$  sous conditions de  $P_{min} = P_{Out} = 6.5$  bar et de  $T_{max} = 23.5$  ° C, mais il peut être plus élevé pour d'autres géométries.



**FIGURE 4.46:** Évolution du nombre Nusselt en fonction du Reynolds. Le coefficient d'échange thermique se base sur le modèle à la température constante en paroi sans terme de diffusion (Nu1) et avec diffusion (Nu2). Les températures sont mesurées en paroi intérieures du régénérateur *Regen3\_DRIE13* par les thermomètres à résistance (Th) déposés sous vide.

Faute de temps à l'heure où ce manuscrit est rédigé nous n'avons pas réalisé d'expériences supplémentaires pour explorer ces hypothèses et mieux comprendre pourquoi nous avons une telle différence entre les nombres Nusselt issus de nos mesures et ceux issus de nos simulations.

## 4.7 Conclusion

Dans cette partie expérimentale, nous avons essentiellement étudié des régénérateurs dont les piliers élémentaires étaient des cylindres de section en losange présentant l'angle d'attaque de  $33^\circ$ .

Pour trois distances inter-pilier différentes ( $e = 10, 20$  et  $40 \mu\text{m}$ ), nous avons pu étudier l'influence de la porosité sur le facteur de frottement et le nombre de Poiseuille.

Tous nos résultats obéissent à  $f = Po/Re$ . Le coefficient de frottement augmente avec la porosité et s'accorde avec les résultats numériques obtenus. Pour des porosités équivalentes, il n'y a pas d'influence notable de la valeur de paramètre  $e$ , largeur des micro-canaux dans le régénérateur.

Un seul essai a été effectué avec une géométrie sinusoïdale. Nous avons trouvé une valeur de  $Po = 93$ . Cet essai unique appelle d'autres expériences avec d'autres porosités pour pouvoir dégager une conclusion.

L'étude thermique s'est basée sur l'intégration de thermomètres pariétaux au cœur du régénérateur. Leur fiabilité a été prouvée mais le calcul du transfert ont démontré que d'autres paramètres devaient être affinés pour aboutir à des conclusions saines.



# Conclusion

Dans ce travail nous avons réalisé l'étude numérique et expérimentale de différentes géométries de régénérateurs micro-structurés de type matrices de colonnes en forme de losange. Cette géométrie spécifique a déjà été identifiée comme très intéressante pour ce type d'échangeur dans de précédents travaux. L'objectif est alors d'identifier l'influence de l'aspect de forme des losanges et de la porosité de la matrice sur les performances de ce type de régénérateurs.

L'étude bibliographique a montré que les performances des régénérateurs pouvaient être évaluées à partir de deux critères. Le premier critère de Ruchlich and Quack  $\psi$  permet de trouver la configuration optimale pour maximiser le transfert thermique et minimiser les pertes de charges. Le second critère de Bejan  $\phi$  permet quant à lui de faciliter la miniaturisation des échangeurs en identifiant les paramètres géométriques optimaux pour maximiser le transfert de chaleur. Comme nous avons pu le constater, les deux critères  $\phi$  et  $\psi$  dépendent principalement du facteur de frottement et du nombre de Nusselt. Ainsi, dans ce premier chapitre, un bilan des principales corrélations rencontrées dans la littérature pour décrire ces deux paramètres a été présenté pour des géométries de régénérateurs conventionnels (empilement de grilles ou sphères) ainsi que pour des géométries micro-structurées. Nous avons alors pu constater qu'il existait peu de corrélations permettant de décrire le facteur de frottement et le nombre de Nusselt pour des matrices de colonnes en forme de losange.

Nous avons alors mené une étude numérique complète afin de préparer le volet expérimental de cette thèse. Dans un premier temps, une étude préliminaire a été réalisée sur la simulation de l'écoulement et du transfert de chaleur autour de colonnes isolées. Ceci nous a permis de confirmer la fiabilité du code de calcul utilisé et de valider les procédures numériques. Cette étude a également permis d'identifier le comportement d'une unique colonne en terme de coefficient de traînée et de nombre de Nusselt afin de pouvoir par la suite quantifier les effets collectifs.

Ensuite, dans un second temps, grâce à la définition d'un volume élémentaire représentatif (VER, motif répétitif) et à l'emploi de conditions périodiques, des simulations numériques ont été menées afin d'étudier les pertes de charges et le transfert de chaleur associé pour un écoulement continu, laminaire et incompressible à travers différentes microstructures de régénérateur, pour une gamme de nombres de Reynolds caractéristiques de  $1 < Re < 100$ . En préambule de cette étude, l'application des conditions périodiques a été testée avec succès pour le cas d'un écoulement et d'un transfert de chaleur entre deux plaques planes.

Pour un VER, l'analyse des résultats à différentes échelles de l'écoulement (milieu poreux, micro-canal et colonne) nous a permis d'identifier et de comprendre l'influence de la forme des colonnes et de la porosité de la microstructure sur le facteur de frottement et le nombre de Nusselt. À l'échelle d'une colonne, nous avons alors retrouvé les comportements attendus en accord avec la littérature avec une diminution du coefficient de traînée et du nombre de Nusselt à l'échelle de

l'élément isolé avec l'augmentation de la porosité. À l'échelle du milieu poreux (du VER), ceci nous a permis de démontrer que l'augmentation du facteur de frottement ou du nombre de Nusselt du VER avec la porosité était liée à la variation de différents rapports de longueur. À l'échelle du canal formé par le rapprochement des losanges, à faible nombre de Reynolds, nous avons prouvé que la variation du facteur de frottement avec la porosité était entièrement expliqué par l'augmentation de la tortuosité qui se traduit par un allongement de la longueur parcouru par le fluide. Au niveau du transfert de chaleur nous avons constaté que l'hypothèse d'un écoulement 2D induit un régime de canal avec une très faible variation du nombre de Nusselt par rapport au nombre de Reynolds. L'intégralité de ce travail a finalement permis de calculer les coefficients de performance  $\phi$  et  $\psi$  de nos géométries. L'étude numérique a montré que les conditions optimales pour maximiser le transfert de chaleur, minimiser les pertes de charge, et favoriser la miniaturisation était un angle d'attaque et une porosité les plus faibles possibles, menant à des valeurs de  $\psi$  deux fois plus faibles (deux fois plus efficaces) que pour des structures conventionnelles. Ces conclusions ont guidé les choix faits pour l'étude expérimentale.

Dans la partie expérimentale de ce travail de thèse, une nouvelle technologie de micro-fabrication des régénérateurs a été proposée et développée. Cette technologie se base sur plusieurs points clefs :

- 1 le contrôle de la microstructure a permis de créer les piliers profilés de largeur  $a = 11 - 12 \mu\text{m}$ . Ils sont donc presque 2 fois plus fins que le diamètre minimal d'un fil métallique  $d_{fil} = 20\mu\text{m}$  de grilles superposées au sein d'un régénérateur classique. Les recettes utilisées ont permis de reproduire la taille et la forme des piliers avec une précision de  $1 \mu\text{m}$ .
- 2 la gravure de piliers isolés. La combinaison de matériaux à faible et haute conductivité thermique (Pyrex et silicium) permet de réduire la conductivité axiale et les pertes thermiques ce qui est une caractéristique obligatoire du régénérateur.
- 3 l'intégration des thermomètres en paroi interne du régénérateur, ce qui donne l'instrumentation prometteuse à la fois pour des études de microstructures profilées et pour le pilotage d'un cryo-réfrigérateur micro-fabriqués.

Ainsi nous avons mis au point une nouvelle génération de régénérateurs micro-fabriqués.

Lors de l'étude expérimentale nous avons caractérisé les pertes de charges pour des écoulements gazeux à des nombres de Reynolds caractéristiques de  $1 < Re < 40$  engendrés par les microstructures aux losanges ayant l'angle d'attaque de  $\alpha = 33^\circ$ . En accord avec les simulations, nous avons montré l'influence de la porosité sur le facteur de frottement. Parmi 18 échantillons étudiés, 16 présentent des résultats dont la différence avec ceux des simulations est inférieure à 20 %. L'étude expérimentale du transfert de chaleur a nécessité le développement d'une technologie de fabrication de micro-thermomètres à résistance intégrés dans la micro-structure du régénérateur. Bien que ce travail spécifique a été très chronophage et énergivore, nous avons montré la possibilité d'utilisation de micro-thermomètres intégrés dans les milieux poreux profilés. Nous avons vérifié leur bon comportement et précision. Néanmoins le nombre de Nusselt calculé lors des quelques essais thermiques réalisés est trop faible par rapport à celui attendu, même en prenant en compte la diffusion axiale de la chaleur dans le gaz. Ceci nous indique qu'il est encore nécessaire d'optimiser l'installation expérimentale pour permettre l'étude des performances thermiques dans ce type de régénérateur.

# Perspectives

Dans le futur le plus proche nous prévoyons une étude expérimentale supplémentaire du transfert de chaleur lors de l'écoulement stationnaire en conditions thermostabilisées (par immersion). Ceci permettra de s'assurer de conditions aux limites en température constantes.

Il faudra également se pencher sur l'écoulement oscillant tant du côté numérique que du côté expérimental.

Il est important d'effectuer une étude numérique d'écoulement continu et du transfert relié en prenant en comptes les effets micro-fluidiques qui apparaissent pour les nombres de Knudsen  $0.001 < Kn < 0.1$ , notamment en changeant les conditions aux limites pour le glissement de la vitesse et le saut en température en parois.

Concernant les applications, la micro-structure proposée est également prometteuse pour une utilisation dans les échangeurs à chaleur autres que des régénérateurs. On peut citer notamment le radiateur (ce schéma est réalisé pour les échantillons en silicium-Pyrex) ou bien l'échangeur à contre-courant.

La technologie de micro-fabrication développée dans le cadre de cette thèse permet de réaliser le module passif du tube à gaz pulsé avec le régénérateur intégré en utilisant la composition des substrats Pyrex-silicium-Pyrex. Le dimensionnement et l'optimisation de ce micro-cryoréfrigérateur nécessiteront sans doute un développement du modèle numérique complet avec le compresseur, les échangeurs thermiques, le tube et l'inertance pris en compte. Ce module peut être muni de thermomètres afin de piloter la machine en fonction de la température mesurée au niveau de l'échangeur thermique froid.

# Bibliographie

- ARP, V, MCCARTY, R, & FRIEND, D. 1998. Thermophysical properties of Helium-4 from 0.8 to 1500 K with pressure to 2000 MPa. NIST technical note.
- BIRD, R, STEWART, WE, & LIGHTFOOD, EN. 2002. Transport phenomena, 2nd Ed. John Wiley and sons, inc.
- BLAKE, FC. 1922. The resistance of packing to fluid flow. Trans. Amer. Inst. Chem. Engrs, **14**, 415–421.
- BURKE, SP, & PLUMMER, WB. 1928. Gas Flow through Packed Columns. Ind. Eng. Chem., **20**, 1196–1200.
- CARVALHO LOPES, D, RAVEX, A, & DUVAL, JM. 2011. Développement d'un tube à gaz pulsé très hautes fréquences. Ph.D. thesis, Université de Grenoble.
- CHA, JS, GHIAASIAAN, SM, & KIRKCONNELL, CS. 2008. Oscillatory flow in microporous media applied in pulse tube and Stirling cycle cryocooler regenerators. Experimental thermal and fluid science, **32**, 1264–1278.
- COLIN, STEPHANE. 2012. Gas microflows in the slip flow regime : a critical review on convective heat transfer. Journal of heat transfer, **134**, –.
- COLLIS, D.C. WILLIAMS, M.J. 1959. Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds number. Aeronautical research laboratories, Australian defence scientific service.
- COLOMBET, D. 2012. Modélisation de réacteurs Gaz-Liquide de type colonne à bulles en conditions industrielles. PhD thesis, INSA Toulouse.
- COLOMBET, D, LEGENDRE, D, RISSO, F, COCKX, A, & GUIRAUD, P. 2015. Dynamics and mass transfer of rising bubbles in a homogenous swarm at large gas volume fraction. Journal of Fluid Mechanics, **763**, 254–285.
- COSTA, SC, BARRUTIA, H, ESNAOLA, JA, & TUTAR, M. 2013. Numerical study of the pressure drop phenomena in wound woven wire matrix of a Stirling regenerator. Energy Conversion and Management, **67**, 57–65.
- COSTA, SC, TUTAR, M, BORRENO, I, ESNOLA, PRIETO, JI, & AL. 2014a. Experimental and numerical flow investigation of Stirling engine regenerator. Energy, **72**, 800–812.

- COSTA, SC, TUTAR, M, BARRENO, I, ESNAOLA, JA, BARRUTIA, H, GARCIA, D, GONZALEZ, MA, & PRIETO, JI. 2014b. Experimental and numerical flow investigation of Stirling engine regenerator. Energy, **72**, 800–812.
- COSTA, SC, BARRUTIA, H, ESNAOLA, JA, & TUTAR, M. 2014c. Numerical study of the heat transfer in wound woven wire matrix of a Stirling regenerator. Energy Conversion and Management, **79**, 255–264.
- COSTA, SC, BARRENO, I, TUTAR, M, ESNAOLA, JA, & BARRUTIA, H. 2015. The thermal non-equilibrium porous media modelling for CFD study of woven wire matrix of a Stirling regenerator. Energy Conversion and Management, **89**, 473–483.
- DANI, A. 2007. Transfert de masse entre une bulle et un liquide : simulations numériques directes et fluorescence induite par nappe LASER. PhD thesis, Toulouse University.
- DENNIS, CR, & CHANG, GZ. 1970. Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100. J. Fluid Mech., **42**, 471–489.
- DERKING, JH, ZALEWSKI, DW, GARCIA, M, HOLLAND, HJ, MUDALIAR, CAO, H, LEROU, PPPM, & TER BRAKE, HJM. 2011. Progress in Joule-Thomson Microcooling at the University of Twente. Cryocoolers 16, edited by SD Miller and RG Ross Jr, 463–471.
- ELDRIDGE, RB. 2014. Transport process. Lecture at Berkeley, University of California.
- ERGUN, S. 1952. Fluid flow through packed columns. Chem. Engr. Prog., **48**, 89–94.
- FAVRE-MARINET, M. 1990. Cours de convection, HMG.
- FERY, A. 1928. Étude de la variation de la resistivité des couches minces de platine en fonction de leur épaisseur et de l'influence des corps oxygénés sur de semblable résistance. Journal de Physique Radium, **3**.
- FORNBERG, B. 1980. A numerical study of steady viscous flow past a circular cylinder. Fluid Mechanics, vol.98, part 4, pp. 819-855.
- GARAWAY, I, & GROSSMAN, G. 2008. A study of a high-frequency miniature reservoir-less pulse tube. Advanced in cryogenic engineering, conference-CEC, **53**, 1547–1554.
- GARVEY, S, LOGAN, S, ROWE, R, & LITTLE, WA. 1983. Performance characteristics of a low-flow rate 25 mW, IN2 Joule-Thomson refrigerator fabricated by photolithographic means. Appl. Phys. Lett., **42**, 1048–50.
- GEDEON, D, & WOOD, JG. 1996. Oscillating-flow regenerator test rig : hardware and theory with derived correlations for screens and felts. NASA CR-198442.
- GIFFORD, WE, & LONGSWORTH, RC. 1964. Pulse tube refrigeration process. Annual Meeting of the American Society of mechanical Engineers, 69–78.
- GUNN, DJ. 1978. Transfer of heat or mass to particles in fixed and fluidized beds. Intl J. Heat Mass Transfer, **21**, 467–476.

- HAYWOOD, D, RAINE, JK, & GSCHWENDTNER, MA. 2002. Stirling-cycle heat-pumps and refrigerators - a realistic alternative ? IHRACE 2002 conference, Wellington, New Zealand.
- HILPERT, R. 1933. Wärmeabgabe von geheizten Drahten und Rohren im Luftstrom. ForshArb. Ing. Wes., **4**, 215.
- HUANG, Z. 2009. Efficacité de Capture dans les Procédés de Flottation. PhD thesis, Toulouse University.
- KALITA, JC, & RAY, RK. 2009. A transformation-free HOC scheme for incompressible viscous flows past an impulsively started circular cylinder. Journal of Computational Physics, **228**, 5207–5236.
- KOETTING, T, RICHTER, F, NAWRODT, R, ZIMMER, A, SCHWARZ, D, HEINERT, D, THURK, M, & SEIDEL, P. 2008. Application of novel regenerator material within a coaxial two-stage pulse tube refrigerator. Advances in Cryogenic Engineering, **53**, 235–242.
- KOZENY, J. 1927. Sitzungber Akd. Wiss. Wien, Abt. IIa, **136**, 271–306.
- LARSON, RE, & HIGDON, JL. 1989. A periodic grain consolidation model of porous media. Phys. fluids A, **1**, 38.
- LAURENDEAU, NORMAND M. 2005. Statistical thermodynamics. Fundamentals and applications. Cambridge University Press.
- LEGENDRE, D, & MAGNAUDET, J. 1998. The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. Journal of Fluids Mechanics, **368**, 81–126.
- LEROU, PPPM, VENHORST, GCF, BERENDS, CF, VEENSTRA, TT, BLOM, M, BURGER, JF, TER BRAKE, HJM, & ROGALLA, H. 2006. Fabrication of a micro cryogenic cold stage using MEMS-technology. Journal of Micromechanics and Microengineering, **16**(10), 1919.
- MAGNAUDET, J, RIVERO, M, & FABRE, J. 1995. Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. Part 1 : Steady straining flow. Journal of Fluids Mechanics, **284**, 97–135.
- MASSOL, A. 2004. Simulations numériques d'écoulements au travers des réseaux fixes de sphères monodisperses et bidisperses, pour des nombres de Reynolds modérés. Ph.D. thesis, INP Toulouse, France.
- MATOS, RS, VARGAS, JVC, LAURSEN, TA, & BEJAN, A. 2004a. Optimally staggered finned circular and elliptic tubes in forced convection. Int. J. Heat Mass Transfer, **47**, 1347–1359.
- MATOS, RS, LAURSEN, TA, VARGAS, JVC, & BEJAN, A. 2004b. Three-dimensional optimization of staggered finned circular and elliptic tubes in forced convection. International Journal of Thermal Sciences, **43**, 477–487.
- MCADAMS, WH. 1954. Heat transmission, third edition, Chap. X. McGraw-Hill Book Co. Inc.

- McFARLAN, P, & SEMPERLOTTI, F. 2014. Mathematical model and experimental design of an air filled alpha Stirling refrigerator. Department of Aerospace and mechanical Engineering, Notre Dame university, Indiana, 1–14.
- MEDRANO MUNOZ, M, & DUVAL, J-M. 2014. Etude métier structures régénérateur. CT-13-56. CEA/INAC/SBT.
- MIKULIN, EI, TARASOV, AA, & SHKREBYONOCK, MP. 1984. Low temperature expansion pulse tubes. Advanced in cryogenic Engineering, 629–637.
- MIYAUCHI, TK, ATAOKA, H, & KIKUCHI, T. 1976. Gas film coefficient of mass transfer in low Peclet number region for sphere packed beds. Chem. Engng Sci., **31**, 9–13.
- MORINI, GIAN LUCA. 2004. Single-phase convective heat transfer in microchannels : a review of experimental results. International Journal of thermal science, **43**, 631–651.
- MORINI, GIAN LUCA, LORENZINI, MARCO, & SPIGA, MARCO. 2005. A criterion for experimental validation of slip-flow models for incompressible rarefied gases through microchannels. Microfluid Nanofluid, **1**, 190–196.
- MORY, M. 2010. Ecoulements pour les prodédés : application Å la réaction chimique et Å la séparation mécanique. Ed. Lavoisier.
- NIKA, P, BAILLY, Y, JEANNOT, JC, & DE LABACHELERIE, M. 2003. An integrated pulse tube refrigeration device with micro exchangers : design and experiments. International Journal of Thermal Sciences, **42**, 1029–1045.
- NIKA, P, BAILLY, Y, JEANNOT, JC, DE LABACHELERIE, M, & DE LALLÉE, J. 2004. Miniature pulse tube for the cooling of electronic devices : functioning principles and practical modelling. Microscale thermophysical engineering, **8**, 301–325.
- PERRIER, P., GRAUR, I.A., EWART, T, & MEOLANS, J.G. 2011. Mass flow rate measurements in microtubes : from hydrodynamic to near free molecular regime. Physics of fluids, **1**, 190–196.
- POPESCU, G, RADCENCO, V, GARGALIAN, E, & RAMANI BALA, P. 2001. A critical review of pulse tube regenerator research. International Journal of Refrigeration, **24**, 230–237.
- RANZ, WE, & MARSHALL, WR. 1952. Evaporation from drops. Chem. Eng. Prog., **48**, 173–180.
- ROGHAIR, I, VAN SINT ANNALAND, M, & KUIPERS, JAM. 2016a. An improved Front-Tracking technique for the simulation of mass transfer in dense bubbly flows. Chemical Engineering Science, **152**, 351–369.
- ROGHAIR, I, ANNALAND, MVS, & KUIPERS, JAM. 2016b. An improved Front-Tracking technique for the simulation of mass transfer in dense bubbly flows. Chemical Engineering Science, **152**, 351–369.
- ROWE, PN, & CLAXTON, KT. 1965. Heat and mass transfer from a single sphere to fluid flowing through an array. Trans. Inst. Chem. Engrs-Lond., **43**, 321–331.

- RUHLICH, I, & QUACK, H. 1999. Investigations on regenerative heat exchangers. Cryocoolers 10<sup>Å</sup>, edited by RG Ross Jr., 265–274.
- SCHEIDEGGER, AE. 1963. The physics of flow through porous media. Oxford University Press.
- SCHILLER, L, & NAUMAN, A. 1933. VDI Zeits, **77**, 318.
- SHEARD, GJ, HOURIGAN, K, & THOMPSON, MC. 2005. Computations of the drag coefficients for low-Reynolds-number flow past rings. J. Fluid Mech., **526**, 257–275.
- SPARROW, EM, & GRANNIS, VB. 1991. Pressure drop characteristics of heat exchangers consisting of arrays of diamond-shaped pin fins. Int. J. Heat Mass Transfer, **34**, 589–600.
- STANESCU, G, FOWLER, AJ, & BEJAN, A. 1996. The optimal spacing of cylinders in free-stream cross-flow forced convection. Int. J. Heat Mass Transfer, **39**, 311–317.
- TANAKA, M, YAMASHITA, I, & CHISAKA, F. 1990. Flow and heat transfer characteristics of the stirling engine regenerator in an oscillating flow. JSME Int. J., **33**(2), 283–9.
- TRITTON, D.J. 1959. Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers. J. Fluid Mechanics **6**, 547-567.
- VAN DER HOEF, A, BEETSTRA, R, & KUIPERS, JAM. 2005. Lattice-Boltzmann simulations of low-Reynolds-number flow past mono- and bidisperse arrays of spheres : results for the permeability and drag force. J. Fluid Mech., **528**, 233–254.
- VANAPALLI, S, BURGER, JF, VEENSTRA, TT, HOLLAND, HJ, VENHORST, GCF, JANSEN, HV, TER BRAKE, HJM, & ELWENSPOEK, M. 2005. Experimental investigation of friction factors for gas flow across dense pillar matrices in microchannels. 16th MicroMechanics Europe Workshop, 354–357.
- VANAPALLI, S, TER BRAKE, HJM, JANSEN, HV, BURGER, JF, HOLLAND, HJ, VEENSTRA, TT, & ELWENSPOEK, MC. 2007. Pressure drop of laminar gas flows in a microchannel containing various pillar matrices. Journal of Micromechanics and Microengineering, 1381–1386.
- WAKAO, N, KAGUEI, S, & FUNAZKRI, T. 1979. Effect of fluid dispersion coefficients on particle-to-fluid heat transfer coefficients in packed beds. Chem. Eng. Sci., **34**, 325.
- WANG, XL, ZHAO, MG, CAI, JH, LIANG, JT, & DAI, W. 2004. Experimental flow characteristics study of a high frequency pulse tube regenerator. Cryocoolers, **13**, 439–444.
- WIESELBERGER, C. 1921. Neuere feststellungen uussigkeits und Luftwider stands. Phys. Z., **22**, 321–328.
- YAMPOLSKII, YU, PINNAU, I, & FREEMAN, B. 2006. Materials Science of Membranes for Gas and Vapor Separation. John Wiley and Sons, Ltd.
- YAWS, CARL L. 1999. Chemical properties handbook. McGraw Hill.



- ZDRAVKOVICH, M. 1977. A CRITICAL REMARK ON USE OF DRAG COEFFICIENT AT LOW REYNOLDS NUMBERS. Recueil des travaux de l'institut Mathématique, Nouvelle série, tome 3 (11).
- ZHU, S, WU, PA, & CHEN, Z. 1990. Double inlet pulse tube refrigerators :an important improvement. Cryogenics, 30, 514–520.

# Annexe A

## Propriétés physiques

### A.1 Propriétés physiques de l'hélium gazeux

Cette annexe détaille le calcul des propriétés physiques de l'Hélium.

#### A.1.1 Masse volumique

Comme l'expérience est menée pour des pressions modérées, la masse volumique du gaz  $\rho$  en  $kg/m^3$  est calculée grâce à l'équation des gaz parfait

$$\rho = \frac{PM}{RT} \quad (\text{A.1})$$

avec  $P$  la pression statique absolue en Pascal,  $R = 8.314 J/mol/K$  la constante des gaz parfaits,  $M = 4 \times 10^{-3} kg/mol$  la masse molaire de l'hélium,  $T$  la température en Kelvin.

#### A.1.2 Viscosité dynamique

La viscosité dynamique  $\mu$  en  $\mu\text{Poises}$  est calculée à partir de la relation donnée par [Yaws \(1999\)](#) comme suivant, avec les constantes  $A = 71.094$ ,  $B = 4.43 \cdot 10^{-1}$  et  $C = -5.18 \cdot 10^{-5}$  :

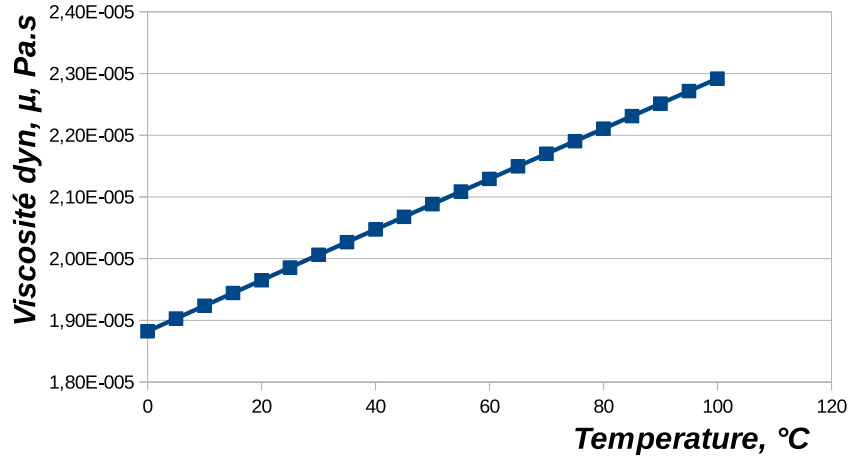
$$\mu = A + BT + CT^2 \quad (\text{A.2})$$

avec  $T$  - la température en K. Afin de passer en  $Pa \cdot s$  il faut diviser par  $10^7$ . L'évolution de la viscosité dynamique en fonction de la température pour  $0 < T < 100$  °C est présentée dans la figure Fig. A.1.

#### A.1.3 Conductivité thermique

La conductivité thermique  $\lambda$  en  $W/m/K$  est calculée à partir de la relation donnée par [Yaws \(1999\)](#) comme suivant, avec les constantes  $A = 0.05516$ ,  $B = 3.254 \cdot 10^{-4}$  et  $C = -2.2723 \cdot 10^{-8}$

$$\lambda = A + BT + CT^2 \quad (\text{A.3})$$



**FIGURE A.1:** Evolution de la viscosité dynamique de l'hélium gazeux en fonction de la température.

avec  $T$  - la température en K. L'évolution de la conductivité thermique en fonction de la température est présentée dans la figure Fig. A.2.

La corrélation  $\lambda$  de [Yaws \(1999\)](#) ne dépend pas de la pression. Elle est complétée par la corrélation tracée à partir de 5 valeurs dans un champ de températures entre 260 et 400 K, pour la pression 0.101325 MPa, [Arp et al. \(1998\)](#). Les deux sont tracées sur la fig. A.2. La différence entre ces deux corrélations est inférieure à 1 % au niveau de 100 °C, et inférieure à 0.5 % au niveau de 0 °C. Chez [Arp et al. \(1998\)](#) on trouve une légère augmentation de  $\lambda$  pour les pressions plus élevées, notamment de 0.2 % à 0.5 MPa et 0.45 % à 1 MPa (fig. A.3).

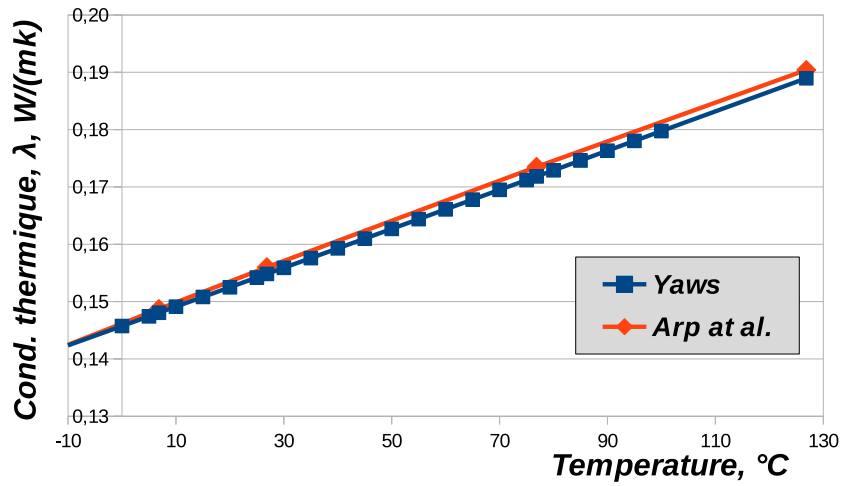
#### A.1.4 Capacité thermique à pression constante

La capacité thermique à pression constante  $C_p$  en  $J/mole/K$  est calculée à partir de la relation donnée par [Yaws \(1999\)](#) comme un seul constant ne dépendant pas de la température  $A = 20.786$ . Afin de passer aux unités en  $kg$  on divise cette valeur par la masse molaire  $M = 4 \times 10^{-3} kg/mol$ , donc  $C_p = 5196.5 J/kg/K$ . En fait, cette valeur donnée par [Yaws \(1999\)](#) est en accord avec la valeur théorique attendu pour un gaz parfait monoatomique  $C_p = 5R/(2M) = 5196.25 J/kg/K$  avec  $R = 8.314 J/K/mol$  ( $C_p/C_v = 5/3 = 1.66$ ). En effet, sur les tables de [Arp et al. \(1998\)](#),  $C_p = 5193 J/kg/K$  et reste constante entre 140 et 1500 K pour la pression atmosphérique ainsi que pour les pressions plus élevées ( $C_p = 5192 J/kg/K$  à 2 MPa).

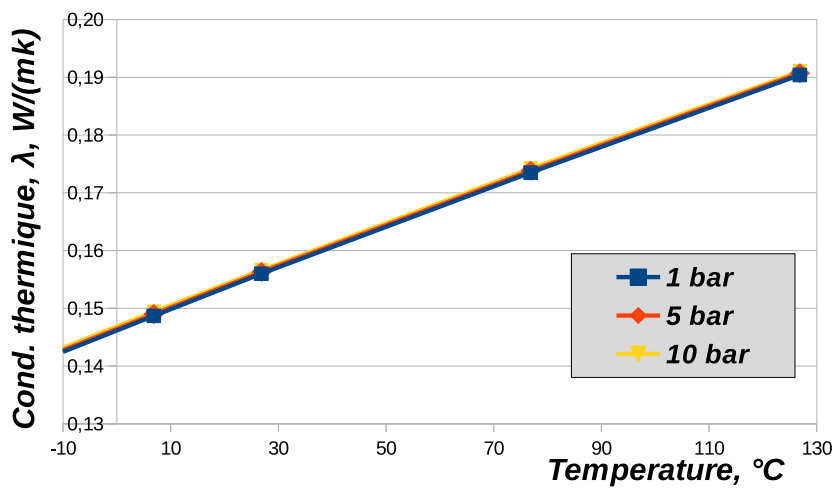
#### A.1.5 Diffusivité thermique et nombre de Prandtl

A partir des propriétés précédemment présentées, la diffusivité thermique (ou coefficient de diffusion de la chaleur) et le nombre de Prandtl de l'hélium se calculent comme

$$D = \frac{\lambda}{\rho C_p} \qquad Pr = \frac{\nu}{D} \qquad (A.4)$$



**FIGURE A.2:** Évolution de la conductivité thermique de l'hélium gazeux en fonction de la température.



**FIGURE A.3:** Évolution de la conductivité thermique de l'hélium gazeux en fonction de la température (Arp et al. (1998)).

Les températures et pressions opératoires pour un micro-régénérateur installé dans une machine frigorifique de type tube à gaz pulsé sont respectivement  $80 < T_{op} < 300 \text{ K}$  et  $1 < p_{op} < 20 \text{ bar}$ . Pour cette gamme de température, les propriétés physiques de l'hélium gazeux sont données dans le tableau.

$T_{op} \rightarrow$	[K]	300	300	300	200	200	200	80	80	80
$p_{op} \rightarrow$	[bar]	1	10	20	1	10	20	1	10	20
$\rho_G$	$[kgm^{-3}]$	0.160	1.604	3.207	0.241	2.406	4.811	0.601	6.014	12.028
$\mu_G$	$[Pas]$	1.99E-5	2.00E-5	2.00E-5	1.51E-5	1.52E-5	1.52E-5	8.63E-6	8.63E-6	8.77E-6
$\nu_G$	$[m^2 s^{-1}]$	1.24E-4	1.24E-5	6.23E-6	6.29E-5	6.32E-6	3.16E-6	1.44E-5	1.44E-6	7.29E-7
$C_{pG}$	$[Jkg^{-1}K^{-1}]$	5193.0	5192.3	5191.6	5193.1	5193.6	5193.6	5216.7	5216.7	5239.5
$\lambda_G$	$[Wm^{-1}K^{-1}]$	0.156	0.157	0.157	0.118	0.119	0.119	0.064	0.065	0.066
$D_T$	$[m^2 s^{-1}]$	1.87E-4	1.88E-5	9.45E-6	9.44E-5	9.50E-6	4.75E-6	2.02E-5	2.06E-6	1.04E-6
$Pr = \nu/D_T$	-	0.664	0.662	0.660	0.667	0.665	0.665	0.709	0.698	0.698

**TABLE A.1:** Propriétés physiques de l'hélium gazeux.

## A.2 Propriétés physiques du Silicium

**Selon Wikipedia :** Masse volumique :  $\rho_{Si} = 2330 [kgm^{-3}]$   
 Conductivité thermique :  $\lambda_{Si} (300 \text{ K}) = 148 [Wm^{-1}K^{-1}]$   
 Chaleur spécifique :  $C_p (300 \text{ K}) = 700 [Jkg^{-1}K^{-1}]$

**Selon catalogue de fournisseur de Si "Good Fellow" :** Masse volumique :  $\rho_{Si} = 2340 [kgm^{-3}]$   
 Conductivité thermique :  $\lambda_{Si} (273.15-373.15 \text{ K}) = 80-150 [Wm^{-1}K^{-1}]$   
 Chaleur spécifique :  $C_p (300 \text{ K}) = 703 [Jkg^{-1}K^{-1}]$

La diffusivité thermique dépend le plus de la variation de la conductivité thermique. En prenant une valeur max et min on estime les cas extrêmes :

$$D_T (\text{Min}) = 4.90E-5 [m^2s^{-1}] \quad D_T (\text{Max}) = 9.12E-5 [m^2s^{-1}]$$

## A.3 Propriétés physiques du Pyrex

Le Pyrex est un nom commercial du verre borosilicate. D'après la fiche matière de "Sceram ceramics"

Masse volumique :  $\rho_{Pyx} = 2230 [kgm^{-3}]$   
 Coefficient de dilatation thermique :  $\alpha_{Pyx} (20 - 300 \text{ }^\circ\text{C}) = 32.5 \cdot 10^{-7} [K^{-1}]$   
 Conductivité thermique :  $\lambda_{Pyx} (20 \text{ }^\circ\text{C}) = 1.13 [Wm^{-1}K^{-1}]$   
 Chaleur spécifique :  $C_p (20 \text{ }^\circ\text{C}) = 750 [Jkg^{-1}K^{-1}]$

## Annexe B

### Equation d'Ergun

Afin d'évaluer les pertes de charge dans un milieu granulaire à nombre de Reynolds faible où modéré, Ergun propose la relation suivante (Mory (2010) p. 322)

$$\frac{|\Delta p|}{L} = A \frac{(1 - \epsilon)^2}{\epsilon^3 d^2} \mu U' + B \frac{(1 - \epsilon)}{\epsilon^3 d} \rho U'^2 \quad (\text{B.1})$$

Avec  $d$  le diamètre des sphères,  $U' = Q/S_{total}$  la vitesse débitante dans le milieu poreux et où  $A$  et  $B$  sont des constantes empiriques. Cette relation est le fruit de l'analogie de l'écoulement en milieux poreux granulaire constitué de sphère à celui de l'écoulement dans une multitude de tubes de diamètre interne  $D$ . Dans cette analogie, la correspondance de l'aire interfaciale et de la porosité implique le lien suivant entre les diamètres de sphères et de tubes

$$d = \frac{3D(1 - \epsilon)}{2\epsilon} \quad (\text{B.2})$$

La relation d'Ergun prend alors la forme suivante

$$\frac{|\Delta p|}{L} = A \frac{4}{9\epsilon D^2} \mu U' + B \frac{2}{3\epsilon^2 D} \rho U'^2 \quad (\text{B.3})$$

De plus, la vitesse débitante dans le milieu poreux complet  $U'$  peut être liée à la vitesse débitante dans un tube noté  $U$  par la relation suivante

$$U = \frac{Q}{\epsilon S_{total}} = \frac{U'}{\epsilon} \quad (\text{B.4})$$

La relation d'Ergun peut alors s'écrire en fonction de la vitesse dans les tubes et du diamètre interne de ceux-ci :

$$\frac{|\Delta p|}{L} = \frac{4A}{9D^2} \mu U + \frac{2B}{3D} \rho U^2 \quad (\text{B.5})$$

Si maintenant nous écrivons le facteur de frottement en introduisant le nombre de Reynolds  $Re = UD\rho/\mu$ , nous obtenons pour cette relation

$$f = \frac{|\Delta p|}{L} \frac{D}{(1/2)\rho U^2} = \frac{8}{9} A \frac{1}{Re} + \frac{4}{3} B \quad (\text{B.6})$$

Dans la littérature, les constantes valent  $A \approx 150$  et  $B \approx 1.8$ . Le facteur de frottement lié à la relation d'Ergun prend donc la forme suivante

$$f = \frac{133}{Re} + 2.4 \quad (\text{B.7})$$

## Annexe C

### Calcul de la longueur moyenne de parcours

Dans cette annexe, nous détaillons le calcul de la longueur moyenne  $L'_L$  parcourue par le fluide s'écoulant entre des colonnes de forme losange. Pour cela, nous allons considérer la figure C.1 et les fonctions  $f(x)$  et  $h(x)$  correspondant respectivement aux profils inférieur et supérieur afin d'établir le calcul de la demi longueur  $L'_L/2$ . Nous allons également considérer les intervalles suivants :  $0 < x < \Delta x$ ,  $\Delta x < x < b/2$ ,  $b/2 < x < b/2 + \Delta x$ . En considérant le repère  $xOy$  dans la figure C.1, nous avons alors les évolutions suivantes :

$$f(x) = 0 \quad \text{pour } 0 < x < \Delta x \quad (\text{C.1})$$

$$f(x) = a/b(x - \Delta x) \quad \text{pour } \Delta x < x < b/2 \quad (\text{C.2})$$

$$f(x) = a/b(x - \Delta x) \quad \text{pour } b/2 < x < b/2 + \Delta x \quad (\text{C.3})$$

$$h(x) = (a/b)x + e \quad \text{pour } 0 < x < \Delta x \quad (\text{C.4})$$

$$h(x) = (a/b)x + e \quad \text{pour } \Delta x < x < b/2 \quad (\text{C.5})$$

$$h(x) = a/2 + e \quad \text{pour } b/2 < x < b/2 + \Delta x \quad (\text{C.6})$$

Pour les trois intervalles, l'écart entre les profils est donc

$$h(x) - f(x) = (a/b)x + e \quad \text{pour } 0 < x < \Delta x \quad (\text{C.7})$$

$$h(x) - f(x) = e + \Delta x a/b \quad \text{pour } \Delta x < x < b/2 \quad (\text{C.8})$$

$$h(x) - f(x) = a/2 + e - a/b(x - \Delta x) \quad \text{pour } b/2 < x < b/2 + \Delta x \quad (\text{C.9})$$

Le profil  $g(x) = f(x) + (h(x) - f(x))/2$  qui se situe à équidistance des profils inférieur et supérieur s'écrit alors

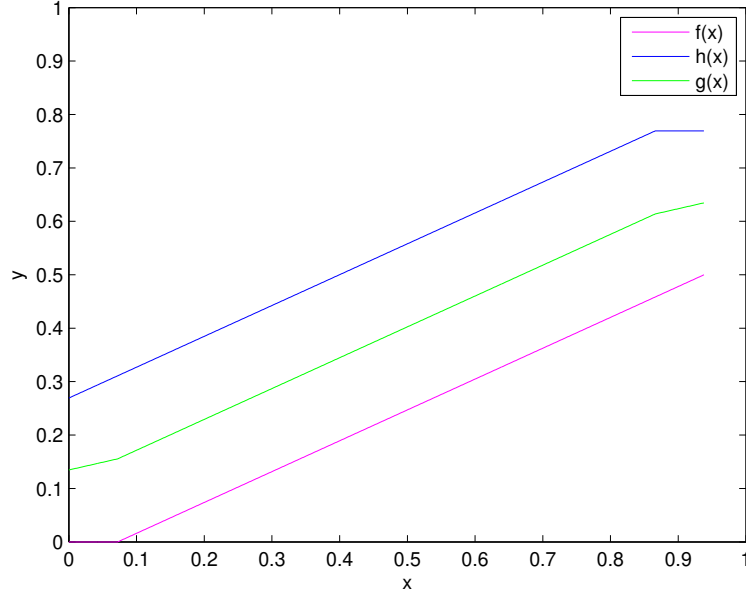
$$g(x) = [(a/b)x + e]/2 \quad \text{pour } 0 < x < \Delta x \quad (\text{C.10})$$

$$g(x) = a/b(x - \Delta x) + [e + \Delta x a/b]/2 \quad \text{pour } \Delta x < x < b/2 \quad (\text{C.11})$$

$$g(x) = a/b(x - \Delta x) + [a/2 + e - a/b(x - \Delta x)]/2 \quad \text{pour } b/2 < x < b/2 + \Delta x \quad (\text{C.12})$$

ou encore





**FIGURE C.1:** Calcul de la longueur de parcours du fluide  $L'_L$  (cas  $\alpha = 60$  et  $\epsilon = 0.40$ )

$$g(x) = ax/2b + e/2 \quad \text{pour } 0 < x < \Delta x \quad (\text{C.13})$$

$$g(x) = a/b(x - \Delta x/2) + e/2 \quad \text{pour } \Delta x < x < b/2 \quad (\text{C.14})$$

$$g(x) = a/(2b)(x - \Delta x) + a/4 + e/2 \quad \text{pour } b/2 < x < b/2 + \Delta x \quad (\text{C.15})$$

La longueur des trois segments correspondant au profil  $g(x)$  s'écrit

$$L1 = \sqrt{\Delta x^2 + (a\Delta x/2b)^2} \quad \text{pour } 0 < x < \Delta x \quad (\text{C.16})$$

$$L2 = \sqrt{(b/2 - \Delta x)^2 + (a/b(b/2 - \Delta x))^2} \quad \text{pour } \Delta x < x < b/2 \quad (\text{C.17})$$

$$L3 = \sqrt{\Delta x^2 + (a\Delta x/(2b))^2} = \quad \text{pour } b/2 < x < b/2 + \Delta x \quad (\text{C.18})$$

soit

$$L1 = \Delta x \sqrt{1 + (a/2b)^2} \quad \text{pour } 0 < x < \Delta x \quad (\text{C.19})$$

$$L2 = (b/2 - \Delta x) \sqrt{1 + (a/b)^2} \quad \text{pour } \Delta x < x < b/2 \quad (\text{C.20})$$

$$L3 = L1 = \Delta x \sqrt{1 + (a/(2b))^2} = \quad \text{pour } b/2 < x < b/2 + \Delta x \quad (\text{C.21})$$

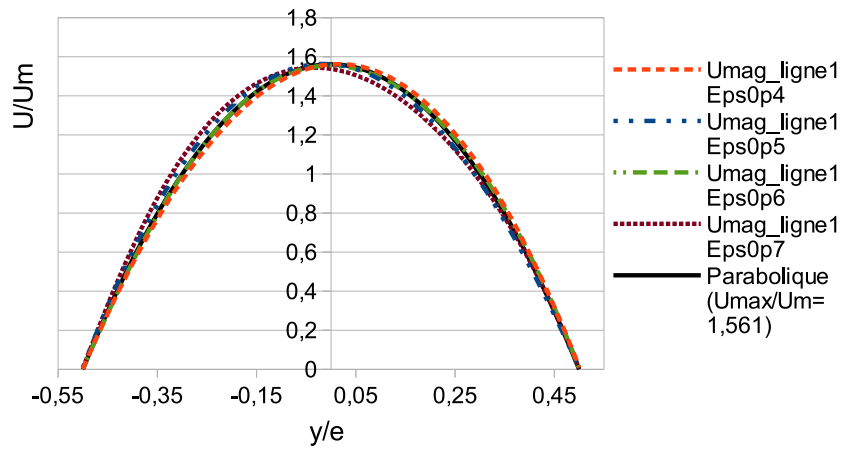
La longueur  $L'_L$  est finalement la somme des longueurs des trois segments

$$L'_L/2 = 2\Delta x \sqrt{1 + (a/(2b))^2} + (b/2 - \Delta x) \sqrt{1 + (a/b)^2} \quad (\text{C.22})$$

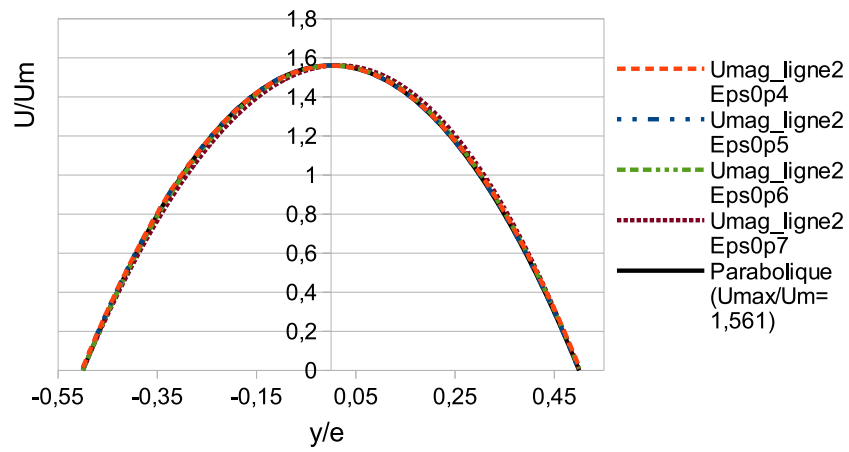
$$L'_L = 4\Delta x \sqrt{1 + (a/(2b))^2} + 2(b/2 - \Delta x) \sqrt{1 + (a/b)^2} \quad (\text{C.23})$$

## **Annexe D**

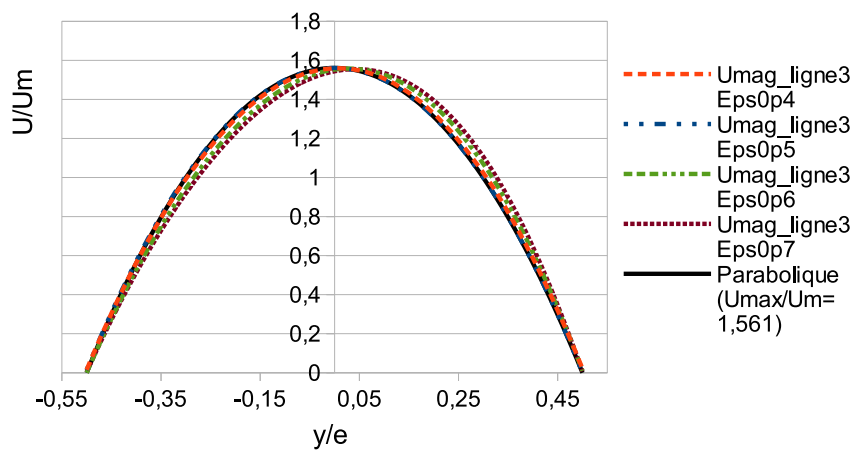
### **Comparaison au profil de vitesse parabolique**



(a)

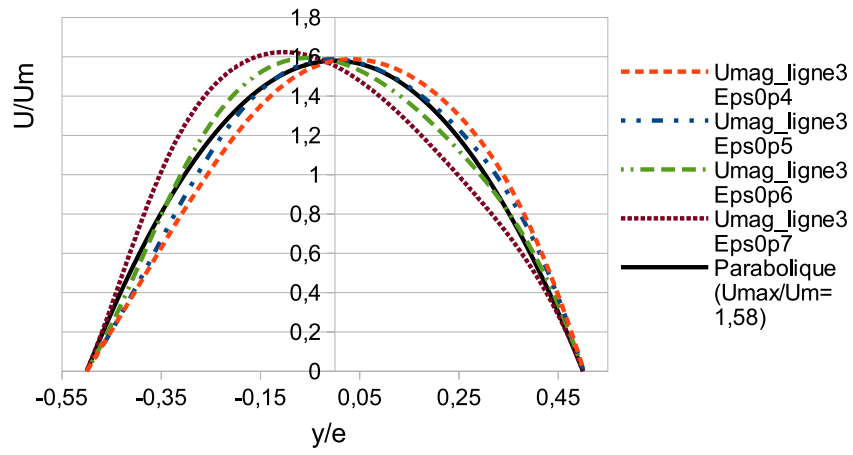


(b)

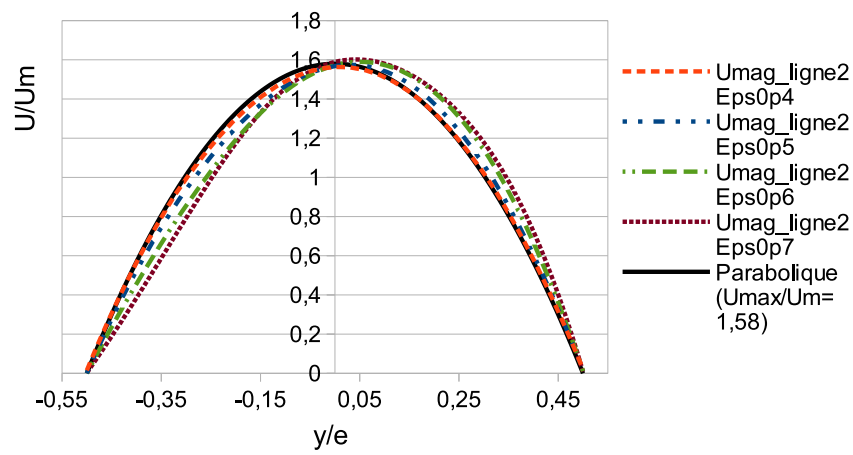


(c)

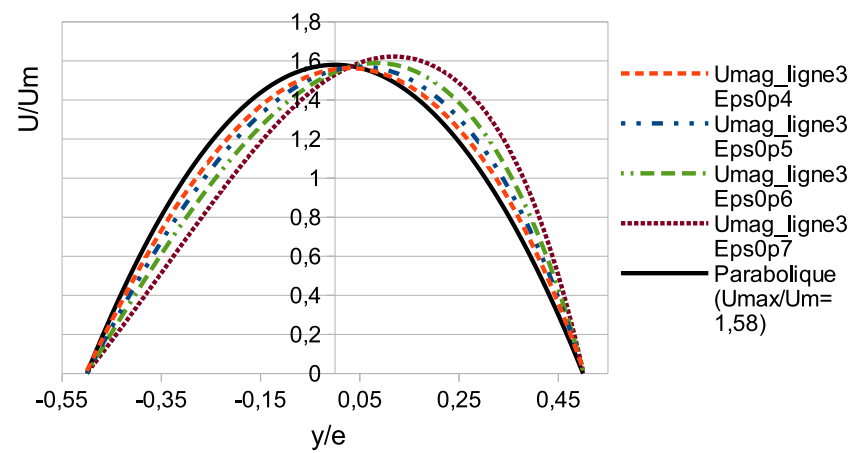
**FIGURE D.1:** Profils de vitesse dans 3 sections pour  $\alpha = 33^\circ$ ,  $Re=10$  et  $\varepsilon = 40 - 50 - 60 - 70 \%$  : (a) section 1, (b) section 2, (c) section 3.



(a)



(b)



(c)

**FIGURE D.2:** Profils de vitesse dans 3 sections pour  $\alpha = 33^\circ$ ,  $Re=100$  et  $\epsilon = 40 - 50 - 60 - 70\%$  : (a) section 1, (b) section 2, (c) section 3.

## Annexe E

# Solution analytique : diffusion pure autour d'un cylindre

En coordonnées cylindrique, l'équation de diffusion en condition stationnaire se résume à

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad (\text{E.1})$$

$$r \frac{\partial T}{\partial r} = \text{cste} \quad (\text{E.2})$$

$$\partial T = \frac{\text{cste}}{r} \partial r \quad (\text{E.3})$$

$$T = C1 \ln(r) + C2 \quad (\text{E.4})$$

avec pour conditions limites

$$T(r = R) = T_p \quad T(r = R_\infty) = T_\infty \quad (\text{E.5})$$

Ce qui implique

$$T_p = C1 \ln(R) + C2 \quad (\text{E.6})$$

$$T_\infty = C1 \ln(R_\infty) + C2 \quad (\text{E.7})$$

On peut alors identifier les constantes C1 et C2

$$C2 = T_p - C1 \ln(R) \quad (\text{E.8})$$

$$T_\infty = C1 \ln(R_\infty) + T_p - C1 \ln(R) \quad (\text{E.9})$$

$$T_\infty - T_p = C1 \ln(R_\infty/R) \quad (\text{E.10})$$

$$C1 = \frac{T_\infty - T_p}{\ln(R_\infty/R)} \quad (\text{E.11})$$

$$C2 = T_p - \frac{T_\infty - T_p}{\ln(R_\infty/R)} \ln(R) \quad (\text{E.12})$$

Soit au final (Eq. E.4)

$$T - T_p = (T_\infty - T_p) \frac{\ln(r/R)}{\ln(R_\infty/R)} \quad (\text{E.13})$$

Le gradient de température et le flux de chaleur  $J$  à la surface du cylindre s'écrit alors

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=R} = \frac{T_\infty - T_p}{\ln(R_\infty/R)} \frac{1}{R} \quad (\text{E.14})$$

$$J = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=R} = \lambda \frac{T_p - T_\infty}{\ln(R_\infty/R)} \frac{1}{R} \quad (\text{E.15})$$

Le nombre de Nusselt a ainsi pour valeur

$$Nu_D = \frac{J}{\lambda(T_p - T_\infty)/2R} = \frac{2}{\ln(R_\infty/R)} \quad (\text{E.16})$$

## Annexe F

# Lien entre facteur de frottement et coefficient de traînée

Pour un fluide parfait, le théorème de la quantité de mouvement aussi connu sous la forme du théorème d'Euler s'écrit

$$\rho \int \int_{\forall S} (\vec{v} \cdot \vec{n}_{ext}) \cdot \vec{n}_{ext} = \int \int_{\forall S - S_f} P \cdot \vec{n}_{ext} + \vec{F}_{S_f} \quad (\text{F.1})$$

avec  $n_{ext}$  les normales sortantes au VER, S les surfaces du VER,  $S_f$  les surfaces correspondant aux parois des colonnes.  $\vec{F}_{S_f} = 2\vec{F}_d$  la force appliquée par le fluide sur les deux colonnes contenues dans le VER qui correspond donc ici à 2 fois la force de traînée sur une colonne. Comme nous imposons des conditions cycliques, le champ de vitesse en entrée et en sortie de VER est identique et le membre de gauche de cette équation est nul. Après simplification, sachant que la surface d'entrée en 2D correspond à  $L_T$  on obtient donc

$$L_T(P_{in} - P_{out}) = 2F_d \quad (\text{F.2})$$

Dans la littérature sur les écoulements en milieux granulaires, on préfère présenter ce résultat sous la forme suivante (voir entre autre [Larson & Higdun \(1989\)](#); [Van der Hoef et al. \(2005\)](#))

$$\frac{\partial P}{\partial x} V_{total} = \sum F \quad (\text{F.3})$$

Avec  $\partial P / \partial x = (P_{in} - P_{out}) / L_L$  le gradient de pression le long du milieux poreux,  $V_{total} = L_L L_T$  et  $\sum F$  la somme des forces appliquées sur les objets composant le milieu poreux. On montre facilement l'égalité de ces deux équations. Il suffit alors de faire apparaître le facteur de

frottement puis le coefficient de traînée comme suit

$$L_T(P_{in} - P_{out}) = 2F_d \quad (\text{F.4})$$

$$L_T \frac{(P_{in} - P_{out})}{0.5\rho U^2} = 2 \frac{F_d}{0.5\rho U^2} \quad (\text{F.5})$$

$$\frac{L_T L_L (P_{in} - P_{out}) D_h}{D_h 0.5\rho U^2 L_L} = 2 \frac{F_d}{0.5\rho U^2} \quad (\text{F.6})$$

$$\text{avec } f = \frac{(P_{in} - P_{out}) D_h}{0.5\rho U^2 L_L} \quad (\text{F.7})$$

$$\frac{L_T L_L}{D_h} f = 2 \frac{F_d}{0.5\rho U^2} \quad (\text{F.8})$$

$$\text{avec } F_d = 0.5\rho U^2 a C_D \quad (\text{F.9})$$

$$\frac{L_T L_L}{D_h} f = 2a C_D \quad (\text{F.10})$$

$$C_D = f \frac{L_T L_L}{D_h 2a} \quad (\text{F.11})$$



## **Annexe G**

# **Résultats pour le transfert de chaleur dans un VER**

$\varepsilon$ en %	Re	f	Nu
40	1,00	109,47	10,237
	3,20	34,26	10,239
	10,00	10,96	10,246
	50,00	2,22	10,270
	100,00	1,12	10,295
50	0,96	116,56	10,421
	2,88	38,86	10,434
	4,79	23,32	10,439
	9,59	11,67	10,446
	19,18	5,85	10,456
	28,77	3,92	10,462
	47,95	2,37	10,466
	80,00	1,44	10,496
	100,00	1,16	10,509
60	1,44	80,14	10,724
	4,31	26,72	10,733
	7,19	16,04	10,734
	10,00	11,55	10,737
	14,38	8,04	10,741
	28,77	4,05	10,760
	43,15	2,72	10,773
	71,92	1,66	10,806
70	1,00	121,01	11,205
	22,37	5,47	11,234
	67,11	1,91	11,335
80	0,38	343,93	12,127
	3,84	34,42	12,131
	10,00	13,27	12,192
	50,00	2,82	12,260
	100,00	1,48	12,432
90	0,86	185,24	14,664
	2,00	79,94	14,670
	8,63	18,58	14,668
	15,00	10,75	14,674
	25,89	6,29	14,666
	50,00	3,30	14,787
	86,29	1,95	14,893
	100,00	1,69	14,924

**TABLE G.1:** Nombre de Nusselt et facteur de frottement pour un VER d'angle  $\alpha = 33^\circ$ .

$\varepsilon$ en %	Re	f	Nu
40	1	116,47	10,380
	3	38,84	10,357
	5	23,31	10,365
	10	11,68	10,380
	20	5,87	10,398
	30	3,94	10,409
	50	2,39	10,429
	65	1,85	10,447
	80	1,52	10,465
	100	1,23	10,485
50	1	119,81	10,616
	3	39,95	10,631
	10	12,02	10,649
	20	6,05	10,668
	30	4,06	10,680
	40	3,07	10,679
	50	2,47	10,707
	65	1,92	10,735
	80	1,58	10,758
	100	1,28	10,789
60	1	125,16	11,014
	5	25,06	11,025
	10	12,56	11,044
	20	6,33	11,066
	30	4,26	11,082
	40	3,23	11,100
	50	2,62	11,124
	65	2,05	11,160
	80	1,70	11,209
	100	1,39	11,275
70	1	133,39	11,677
	2	66,71	11,657
	3	44,48	11,658
	5	26,72	11,663
	10	13,41	11,677
	20	6,80	11,703
	30	4,61	11,702
	40	3,53	11,773
	50	2,88	11,819
	65	2,28	11,899
	80	1,90	11,976
	100	1,58	12,084

**TABLE G.2:** Nombre de Nusselt et facteur de frottement pour un VER d'angle  $\alpha = 40^\circ$ .

$\varepsilon$ en %	Re	f	Nu
40	1	129,80	10,492
	5	26,03	10,515
	10	13,07	10,559
	20	6,62	10,602
	30	4,47	10,630
	40	3,40	10,661
	50	2,75	10,672
	65	2,16	10,723
	80	1,79	10,751
	100	1,47	10,793
50	1	135,17	10,853
	5	27,09	10,883
	10	13,61	10,928
	20	6,90	10,966
	30	4,67	11,003
	50	2,89	11,069
	65	2,28	11,121
	100	1,57	11,257
60	1	143,84	11,397
	5	28,84	11,421
	10	14,50	11,460
	20	7,37	11,512
	30	5,02	11,552
	50	3,17	11,653
	65	2,54	11,745
	100	1,82	11,981
70	1	156,56	12,254
	5	31,41	12,273
	10	15,83	12,303
	20	8,13	12,362
	30	5,62	12,431
	50	3,64	12,622
	65	2,96	12,786
	80	2,54	12,951
	100	2,18	13,169

**TABLE G.3:** Nombre de Nusselt et facteur de frottement pour un VER d'angle  $\alpha = 50^\circ$ .

$\varepsilon$ en %	Re	f	Nu
40	1	143,70	10,578
	4,168	34,52	10,623
	10	14,46	10,729
	25,008	5,91	10,818
	50	3,07	10,904
	100	1,67	11,098
50	1	151,07	11,024
	10	15,23	11,169
	20	7,74	11,251
	50	3,30	11,410
	75	2,34	11,561
	100	1,88	11,720
60	1	161,43	11,722
	10	16,29	11,831
	20	8,33	11,924
	50	3,70	12,061
	75	2,73	12,443
	100	2,29	12,800
70	1	177,67	12,779
	10	18,03	12,778
	20	9,36	12,954
	30	6,56	13,066
	50	4,39	13,391
	75	3,34	13,856
	100	2,88	14,395
80	1	205,42	14,713
	10	20,96	14,759
	20	10,97	14,858
	30	7,71	15,012
	50	5,04	15,419
	75	3,66	15,859
	100	2,97	16,277

**TABLE G.4:** Nombre de Nusselt et facteur de frottement pour un VER d'angle  $\alpha = 60^\circ$ .

$\varepsilon$ en %	Re	f	Nu
40	0,5	465,87	10,120
	1	233,03	10,164
	5	46,95	10,627
	10	23,89	11,020
	20	12,55	11,250
	40	7,01	11,578
	75	4,56	11,990
	100	3,97	12,330
50	1	250,53	10,884
	5	50,50	11,238
	10	25,75	11,643
	20	13,61	11,925
	30	9,68	12,104
	50	6,74	12,476
	80	5,50	13,253
	100	5,42	13,997
60	1	270,88	11,853
	5	54,59	12,108
	10	27,87	12,420
	20	14,90	12,775
	30	10,87	13,027
	50	8,21	13,655
	60	7,83	14,103
	70	1	302,12
5		60,99	13,451
10		31,33	13,683
20		17,23	14,077
30		13,09	14,432
40		11,48	14,864
50		10,94	15,407
60		11,05	16,173
80	1	351,63	15,849
	5	71,11	15,901
	10	36,74	16,062
	25	17,48	16,630
	50	12,43	17,957

**TABLE G.5:** Nombre de Nusselt et facteur de frottement pour un VER d'angle  $\alpha = 90^\circ$ .

# Annexe H

## Résultats pour une géométrie sinus

Ce travail a été effectué par Thomas LATELLA lors de son stage au LEGI.

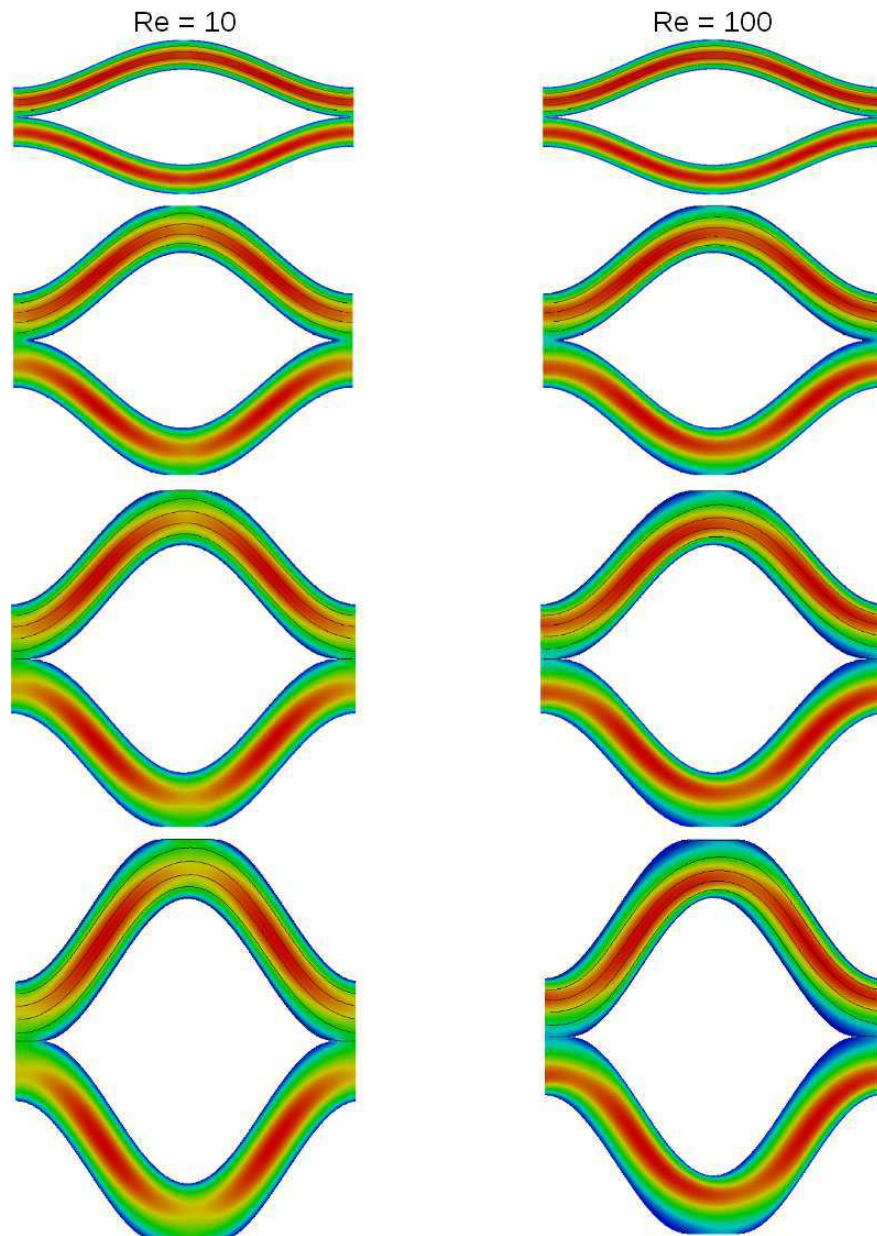
$\alpha$	$\varepsilon$ [%]	Po(Re<10) SINUS	Po(Re<10) LOSANGE	Différence sinus/losange
30	40	110,39	109,58	0,74 %
	60	116,38	115,32	0,91 %
	80	133,51	132,04	1,10 %
60	40	146,75	146,88	-0,09 %
	60	163,45	161,84	0,98 %
	80	206,94	206,52	0,20 %
75	40	180,34	177,08	1,81 %
	60	202,91	200,65	1,11 %
	80	261,02	263,59	-0,98 %
90	40	227,45	234,69	-3,18 %
	60	254,39	272,99	-7,31 %
	80	322,82	357,11	-10,62 %

**TABLE H.1:** Comparaison du nombre de Poiseuille pour les géométries sinus et losange

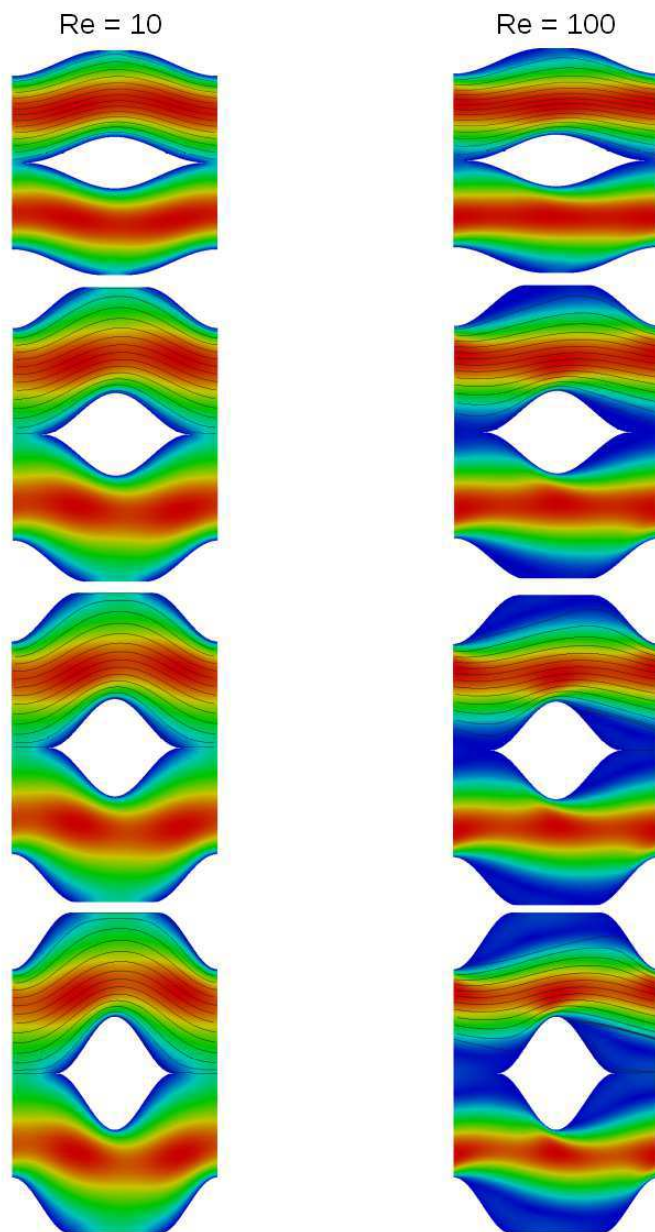
$\alpha$	$\varepsilon$ [%]	Nu sinus	Nu losange	Différence sinus/losange
33	40	10,16	10,24	0,82 %
33	60	10,65	10,73	0,77 %
33	80	12,00	12,18	1,45 %
60	40	10,21	10,60	3,82 %
60	60	11,31	11,78	4,12 %
60	80	14,15	14,74	4,15 %
75	40	10,03	10,70	6,64 %
75	60	11,35	12,06	6,20 %
75	80	14,77	15,56	5,35 %
90	40	9,77	10,48	7,32 %
90	60	11,15	12,13	8,77 %
90	80	14,92	15,94	6,80 %

**TABLE H.2:** Comparaison du nombre de Nusselt pour les géométries sinus et losange

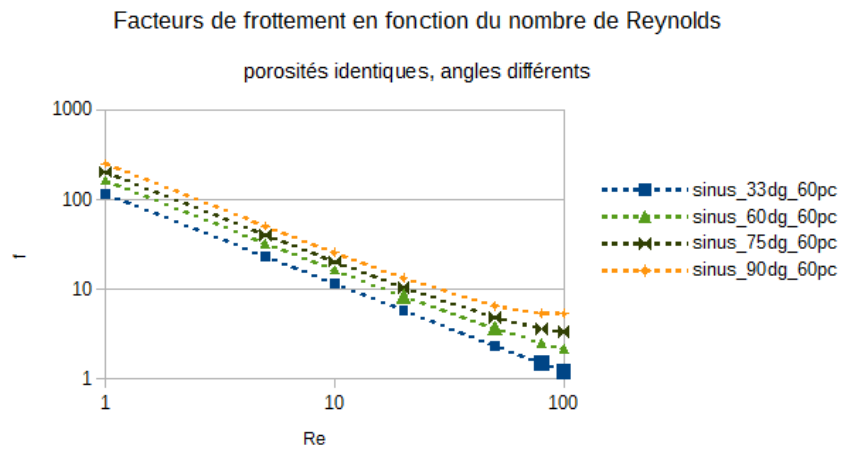




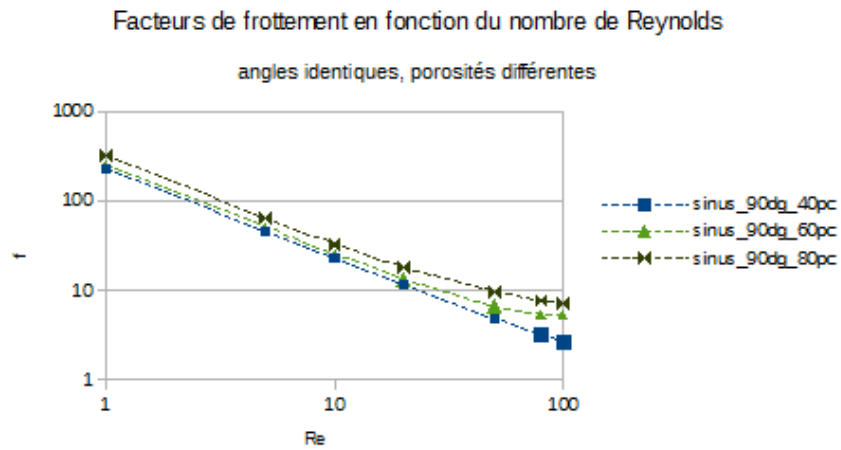
**FIGURE H.1:** Champ de vitesse pour les géométries de forme sinus : avec de bas en haut  $\alpha = 33 - 60 - 75 - 90^\circ$  et  $\epsilon = 0.40$



**FIGURE H.2:** Champ de vitesse pour les géométries de forme sinus : avec de bas en haut  $\alpha = 33 - 60 - 75 - 90^\circ$  et  $\epsilon = 0.80$

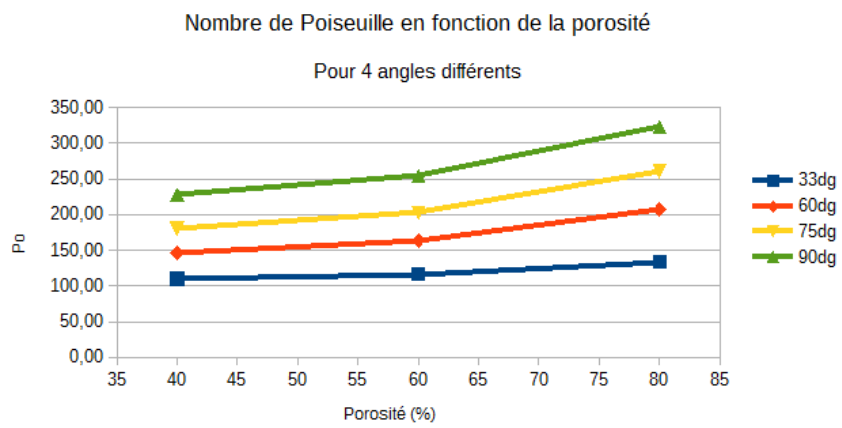


(a)



(b)

**FIGURE H.3:** Evolution du facteur de frottement pour les géométries de forme sinus : (a)  $\alpha = 33 - 60 - 75 - 90^\circ$  et  $\epsilon = 0.60$  ; (b)  $\alpha = 90^\circ$  et  $\epsilon = 0.40 - 0.60 - 0.80$



**FIGURE H.4:** Évolution du nombre de Poiseuille pour  $Re < 10$  pour les géométries sinus en fonction de l'angle et de la porosité

# Annexe I

## Modélisation du transfert de chaleur au sein d'un microrégénérateur

Dans cette partie, nous présentons les différentes approches qui peuvent être utilisées afin de mesurer le coefficient de transfert de chaleur  $h_T$  ( $W/(m^2K)$ ) et le nombre de Nusselt de canal  $Nu$  pour le cas d'un écoulement incompressible sous différentes conditions. Ces différentes approches découlent de l'équation de conservation de l'enthalpie le long de l'échangeur en suivant différentes hypothèses. Pour un écoulement incompressible ( $\rho_G = cst$ ) ayant des propriétés physiques constantes ( $C_{pG}$ ,  $\lambda_G$ ), l'équation de conservation de l'enthalpie peut s'écrire en 1D sous la forme suivante en fonction de la position  $x$  le long du canal

$$\rho_G C_{pG} \frac{\partial T_G}{\partial t} + \rho_G C_{pG} \frac{\partial(uT_G)}{\partial x} = \lambda_G \frac{\partial^2 T_G}{\partial x^2} + h_T \frac{A_i}{\epsilon} (T_p(x) - T_G) \quad (I.1)$$

avec la porosité ou fraction volumique de gaz  $\epsilon = V_{Gaz}/V_{total}$  et l'aire interfaciale par unité de volume  $A_i = \sum a_i/V_{total} = A_{contact}/V_{total}$  correspondant au rapport entre la somme des surfaces en contact avec le fluide  $A_{contact} = \sum a_i$  et le volume total occupé par le gaz et la matrice solide  $V_{total}$ .  $T_G$  représente la température du gaz le long du régénérateur et  $T_p$  est la température de la paroi des colonnes.

Dans notre étude, le premier terme du membre de gauche s'annule car nous nous plaçons dans des conditions où le transfert de chaleur est à l'état stationnaire. De plus, comme l'écoulement est établi et stationnaire, nous considérons que la vitesse moyenne du gaz  $u = Qv/(S_{total}\epsilon)$  est constante le long du régénérateur. Nous pouvons alors écrire la conservation de l'enthalpie sous la forme suivante

$$\rho_G C_{pG} u \frac{\partial T_G}{\partial x} = \lambda_G \frac{\partial^2 T_G}{\partial x^2} + h_T \frac{A_i}{\epsilon} (T_p(x) - T_G) \quad (I.2)$$

Notons que cette écriture commune en mécanique des fluides représente la conservation d'enthalpie par unité de volume de contrôle (gaz + matrice solide, soit en  $W/m^3$ ). Le nombre de Nusselt est alors calculé sous la forme  $Nu = h_T D_h / \lambda_G$ . À partir de l'équation I.2, afin d'obtenir les coefficients de transfert de chaleur et nombre de Nusselt à partir des mesures de température du gaz en entrée ( $x = 0$ ) et sortie ( $x = L$ ) de l'échangeur, nous allons identifier les traitements

possibles permettant la résolution de cette équation selon différentes hypothèses sur l'écoulement et la température de paroi  $T_{est_p}$ .

## I.1 Modèle 1 : Modèle stationnaire sans conduction axiale

Comme le proposent de nombreux auteurs comme par exemple [Ruhlich & Quack \(1999\)](#) ou [Costa et al. \(2014c\)](#), uniquement pour des écoulements à fort nombre de Reynolds de canal ( $Re_L = Lu\rho/\mu >>$ ) la dispersion axiale de la chaleur peut être négligée, le premier terme du membre de droite de l'équation I.2 s'annule. En multipliant l'équation obtenue par le volume total de l'échangeur  $V_{total} = S_{total}L$ , on retrouve le bilan global d'enthalpie (en W/m)

$$V_{total}\rho_G C_{pG} u \frac{\partial T_G}{\partial x} = h_T \frac{V_{total} A_i}{\epsilon} (T_p(x) - T_G) \quad (I.3)$$

$$S_{total} L \rho_G C_{pG} u \frac{\partial T_G}{\partial x} = h_T \frac{V_{total} A_i}{\epsilon} (T_p(x) - T_G) \quad (I.4)$$

$$S_{total} \epsilon u \rho_G C_{pG} \frac{\partial T_G}{\partial x} = h_T \frac{A_{contact}}{L} (T_p(x) - T_G) \quad (I.5)$$

$$\dot{m}_G C_{pG} \frac{\partial T_G}{\partial x} = h_T A'_{contact} (T_p(x) - T_G) \quad (I.6)$$

avec le débit massique de gaz  $\dot{m}_G = \rho_G S_{total} \epsilon u$ , où le terme  $A'_{contact} = A_{contact}/L$  représente l'aire interfaciale d'échange par unité de longueur. On considère dans ce paragraphe une température de paroi constante  $T_p(x) = T_p$ . La résolution de cette équation différentielle linéaire du premier ordre se fait alors par une simple intégration entre l'entrée et la sortie du régénérateur en introduisant le changement de variable suivant

$$T' = T_G - T_p \quad (I.7)$$

On obtient alors une équation différentielle linéaire du premier ordre sans second membre

$$\dot{m}_G C_{pG} \frac{\partial T_G}{\partial x} = -h_T A'_{contact} (T_G - T_p) \quad (I.8)$$

$$\dot{m}_G C_{pG} \frac{\partial T'}{\partial x} = -h_T A'_{contact} T' \quad (I.9)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial x} + \alpha T' = 0 \quad (I.10)$$

avec  $\alpha = h_T A'_{contact} / (\dot{m}_G C_{pG})$ . La résolution se fait par intégration telle que

$$\frac{\partial T'}{T'} = -\alpha \partial x \quad (\text{I.11})$$

$$\int_{x=0}^{x=x} \frac{\partial T'}{T'} = \int_{x=0}^{x=x} -\alpha \partial x \quad (\text{I.12})$$

$$\int_{x=0}^{x=x} \frac{\partial T'}{T'} = -\alpha x \quad (\text{I.13})$$

$$\ln \left[ \frac{T'(x=x)}{T'(x=0)} \right] = -\alpha x \quad (\text{I.14})$$

$$T'(x=x) = T'(x=0) \exp[-\alpha x] \quad (\text{I.15})$$

$$T_G(x=x) = T_p + (T_G(x=0) - T_p) \exp[-h_T A'_{contact} x / (\dot{m}_G C_{pG})] \quad (\text{I.16})$$

La solution générale à l'équation I.6 que nous obtenons nous montre donc que selon les présentes hypothèses, la différence de température  $T_G - T_p$  évolue le long du canal selon une loi exponentielle. On note que pour un échangeur de longueur infinie, la température tend bien vers celle imposée en paroi  $T_G(x = \infty) = T_p$ . Sachant les valeurs des températures phase gaz relevées expérimentalement en  $x = 0$  et  $x = L$ , on peut en déduire explicitement la valeur du coefficient  $\alpha$  puis la valeur du coefficient de transfert de chaleur  $h_T$ . D'après la solution analytique établie ci dessus, le coefficient  $\alpha$  se calcule comme

$$\ln[T'(x=L)/T'(x=0)] = -\alpha L \quad (\text{I.17})$$

$$\alpha = -\frac{\ln[T'(x=L)/T'(x=0)]}{L} \quad (\text{I.18})$$

Sachant  $\alpha$ , on peut facilement tracer l'évolution prédite par la solution analytique pour  $T_G(x)$  et on peut également en déduire le coefficient de transfert de chaleur  $h_T$  puis le nombre de Nusselt correspondant tel que

$$h_T = \frac{\alpha \dot{m}_G C_{pG}}{A'_{contact}} \quad (\text{I.19})$$

$$Nu = h_T D_h / \lambda \quad (\text{I.20})$$

Notons qu'à faible nombre de Reynolds, il serait plus précis de prendre en compte la présence d'une dispersion axiale de la chaleur le long de l'écoulement de gaz. C'est pourquoi, dans la section suivante, nous avons également résolu l'équation de conservation de l'enthalpie en considérant la présence de la conduction axiale de la chaleur dans la phase gaz.

## I.2 Modèle 2 : Modèle stationnaire avec conduction axiale

Dans le but d'évaluer l'influence de la conduction axiale, en considérant toujours que l'écoulement est à vitesse débitante  $u$  constante et en introduisant la diffusivité thermique du gaz  $D^{th} = \lambda_G / \rho_G C_{pG}$  en  $m^2/s$  et le nombre de Nusselt de canal  $Nu = HD_h / \lambda_G$  nous pouvons réécrire

l'équation de conservation de l'enthalpie (Eq. I.1) pour une température de paroi constante  $T_p(x) = T_p$ . Pour cela, nous allons opérer les changements de variable suivant

$$x' = x/L \quad T'_G = (T_G - T_p)/T_p \quad (\text{I.21})$$

On montre alors que la conservation de l'enthalpie peut s'écrire

$$\rho_G C_{pG} u \frac{\partial T_G}{\partial x} = \lambda_G \frac{\partial^2 T_G}{\partial x^2} + H \frac{A_i}{\epsilon} (T_p - T_G) \quad (\text{I.22})$$

$$u \frac{\partial T_G}{\partial x} = D^{th} \frac{\partial^2 T_G}{\partial x^2} - \frac{Nu D^{th}}{D_h} \frac{A_i}{\epsilon} T'_G \quad (\text{I.23})$$

$$\frac{u}{L} \frac{\partial T'_G}{\partial x'} = \frac{D^{th}}{L^2} \frac{\partial^2 T'_G}{\partial x'^2} - \frac{Nu D^{th}}{D_h} \frac{A_i}{\epsilon} T'_G \quad (\text{I.24})$$

$$\frac{\partial T'_G}{\partial x'} = \frac{D^{th}}{Lu} \frac{\partial^2 T'_G}{\partial x'^2} - \frac{L Nu D^{th}}{u D_h} \frac{A_i}{\epsilon} T'_G \quad (\text{I.25})$$

$$\frac{\partial T'_G}{\partial x'} = \frac{D^{th}}{Lu} \frac{\partial^2 T'_G}{\partial x'^2} - \frac{L D^{th} Nu}{u D_h} \frac{A_i}{\epsilon} T'_G \quad (\text{I.26})$$

$$\frac{\partial T'_G}{\partial x'} = \frac{D^{th}}{Lu} \frac{\partial^2 T'_G}{\partial x'^2} - \frac{D^{th}}{uL} Nu \frac{L^2}{D_h} \frac{A_i}{\epsilon} T'_G \quad (\text{I.27})$$

$$\frac{\partial T'_G}{\partial x'} = \frac{1}{Pe_L} \frac{\partial^2 T'_G}{\partial x'^2} - \frac{Nu}{Pe_L} \frac{L^2}{D_h} \frac{A_i}{\epsilon} T'_G \quad (\text{I.28})$$

Cette adimensionalisation fait apparaître le nombre de Peclet de canal  $Pe_L = uL/D^{th} = (L^2/D^{th})/(L/u) = Re_L P$  qui compare le temps de diffusion de la chaleur à celui de convection le long du canal. Ce nombre est aussi égale au produit entre le nombre de Prandtl et le nombre de Reynolds basé sur la longueur du canal  $Re_L = Lu\rho/\mu$ . Comme le montre la forme adimensionnée de l'équation de conservation de l'enthalpie, plus  $Re_L$  et donc  $Pe_L$  seront importants et plus le terme de diffusion axial de la chaleur en phase gaz pourra être négligée par rapport au transport par convection. Nous notons donc que l'estimation du nombre de Nusselt proposée par [Ruhlich & Quack \(1999\)](#); [Costa et al. \(2014c\)](#) (Methode 1) en négligeant la conduction axial de la chaleur dans l'écoulement le long du régénérateur est uniquement valable lors les nombres de Peclet de canal est très élevé. Comme l'avait déjà noté [Gedeon & Wood \(1996\)](#) à faible Peclet, la diffusion axial doit être prise en compte lors de l'estimation du nombre de Nusselt. Il est donc important de calculer le nombre de Peclet  $Pe_L$  pour nos expériences afin de savoir si nous pouvons négliger la conduction axiale.

Pour les cas où la conduction axiale est importante, nous devons résoudre l'équation I.28 pour estimer le nombre de Nusselt. Nous proposons par la suite de résoudre l'équation I.28 toujours pour une température de paroi contante. Pour cela, afin d'obtenir une équation différentielle linéaire du



second ordre sans second membre, nous pouvons réécrire cette équation sous la forme suivante

$$\frac{\partial T'_G}{\partial x'} - \frac{1}{Pe_L} \frac{\partial^2 T'_G}{\partial x'^2} + \frac{Nu}{Pe_L} \frac{L^2}{D_h} \frac{A_i}{\epsilon} T'_G = 0 \quad (\text{I.29})$$

$$\frac{\partial^2 T'_G}{\partial x'^2} + (-Pe_L) \frac{\partial T'_G}{\partial x'} + \left( -Nu \frac{L^2}{D_h} \frac{A_i}{\epsilon} \right) T'_G = 0 \quad (\text{I.30})$$

$$\frac{\partial^2 T'_G}{\partial x'^2} + (-Pe_L) \frac{\partial T'_G}{\partial x'} + (-\beta) T'_G = 0 \quad (\text{I.31})$$

$$\text{avec } \beta = Nu \frac{L^2}{D_h} \frac{A_i}{\epsilon} > 0 \quad (\text{I.32})$$

Le discriminant de cette équation est le suivant  $\Delta = Pe_L^2 + 4\beta$ , il est donc forcément positif. Ce qui implique que la forme de solution à cette équation différentielle est la suivante

$$T'_G = cste_1 \exp(\phi_1 x) + cste_2 \exp(\phi_2 x) \quad (\text{I.33})$$

avec

$$\phi_1 = \frac{Pe_L + \sqrt{Pe_L^2 + 4\beta}}{2} > 0 \quad (\text{I.34})$$

$$\phi_2 = \frac{Pe_L - \sqrt{Pe_L^2 + 4\beta}}{2} < 0 \quad (\text{I.35})$$

Afin d'identifier les deux constantes, nous devons alors écrire les conditions aux limites. Tout d'abord, nous savons que si la longueur de l'échangeur est infinie, la température du gaz sera celle imposée en paroi tel que avons

$$T'_G(x = \infty) = (T_G(x = \infty) - T_p)/T_p = 0 \quad (\text{I.36})$$

Comme  $\phi_1$  est positif, cette condition montre que nous avons  $cste_1 = 0$ . De plus, si nous écrivons la température en entrée de domaine nous obtenons

$$T'_G(x = 0) = (T_G(x = 0) - T_p)/T_p = cste_1 + cste_2 = cste_2 \quad (\text{I.37})$$

Au final, nous obtenons la solution suivante

$$T'_G = T'_G(x = 0) \exp\left(\frac{(Pe_L - \sqrt{Pe_L^2 + 4\beta})}{2} x\right) \quad (\text{I.38})$$

Ainsi pour une mesure en sortie d'échangeur  $x = L$ , nous pouvons définir un paramètre intermédiaire noté  $\gamma$  qui se calcule à partir des mesures de températures entrée/sortie

$$T'_G(x = L) = T'_G(x = 0) \exp\left(\frac{(Pe_L - \sqrt{Pe_L^2 + 4\beta})}{2} L\right) \quad (\text{I.39})$$

$$\ln(T'_G(x = L)/T'_G(x = 0)) = \frac{(Pe_L - \sqrt{Pe_L^2 + 4\beta})}{2} L \quad (\text{I.40})$$

$$\gamma = \frac{\ln(T'_G(x = L)/T'_G(x = 0))}{L} = \frac{(Pe_L - \sqrt{Pe_L^2 + 4\beta})}{2} \quad (\text{I.41})$$

Sachant la valeur du nombre de Peclet de canal  $Pe_L$  on en déduit la valeur du paramètre  $\beta$  ainsi que le nombre de Nusselt

$$\beta = \frac{(Pe_L - 2\gamma)^2 - Pe_L^2}{4} \quad (\text{I.42})$$

$$Nu = \frac{\beta D_h \varepsilon}{L^2 A_i} \quad (\text{I.43})$$

Il faut noter que ce modèle permet de prendre en compte la diffusion axiale de la chaleur dans la phase gaz. Il ne prend pas en compte l'influence de la présence des piliers sur ce phénomène de diffusion (dispersion axiale).

## Annexe J

# Etablissement du facteur de Ruhlich & Quack

Le facteur proposé par Ruhlich & Quack se base sur l'évaluation des performances de la géométrie d'un régénérateur via la comparaison des pertes de charge adimensionnés sur l'efficacité de transfert tel que

$$\psi = \frac{\Delta p / (1/2\rho U^2)}{(T_{out} - T_{in}) / (T_p - T_i n)} \quad (J.1)$$

On montre facilement que le numérateur s'exprime comme

$$\frac{\Delta p / (1/2\rho U^2)}{=} f \frac{L}{D_h} \quad (J.2)$$

Et, l'évolution de la température le long de l'échangeur (si la dispersion axiale est négligée) vérifie le bilan d'enthalpie suivant

$$m\dot{C}_p \frac{\partial T}{\partial x} = H_T A_{contL} (T_{pilier} - T) \quad (J.3)$$

avec  $x$  la coordonné portée par l'axe du canal et  $A_{contL}$  la surface en contact avec le fluide par unité de longueur. Dans l'article de [Ruhlich & Quack \(1999\)](#) le bilan d'enthalpie est (grandement) simplifié en

$$m\dot{C}_p \frac{(T_{out} - T_{in})}{L} = H_T A_{contL} (T_{pilier} - T_m) \quad (J.4)$$

Ce qui permet d'écrire l'efficacité de transfert comme

$$\frac{(T_{out} - T_{in})}{(T_{pilier} - T_m)} = \frac{H_T A_{cont}}{m\dot{C}_p} = \frac{H_T A_{cont}}{\rho C_p U A_{total} \varepsilon} \quad (J.5)$$

avec  $A_{cont} = A_{contL} L$  la surface en contact avec le fluide pour l'ensemble de l'échangeur,  $A_{total} \varepsilon$  la surface de passage du fluide,  $U$  la vitesse moyenne. En exprimant le coefficient de transfert de chaleur à partir du nombre de Nusselt  $H_T = Nu\lambda/D_h$ , en introduisant la diffusivité thermique  $D_T = \lambda/(\rho C_p)$  et le nombre de Prandlt  $Pr = \nu/D_T$  on obtient

$$\frac{(T_{out} - T_{in})}{(T_{pilier} - T_m)} = \frac{Nu D_T / D_h A_{cont}}{U A_{total} \varepsilon} \quad (J.6)$$

$$= \frac{Nu (D_T / \nu) A_{cont} \nu}{D_h U A_{total} \varepsilon} \quad (J.7)$$

$$= \frac{Nu}{Re Pr} \frac{A_{cont}}{A_{total} \varepsilon} \quad (J.8)$$

Il suffit alors de développer l'expression du diamètre hydraulique pour  $D_h = 4V_{total} \varepsilon / A_{cont} = 4L A_{total} \varepsilon / A_{cont}$  pouvoir écrire

$$\frac{A_{cont}}{A_{total} \varepsilon} = \frac{4L}{D_h} \quad (J.9)$$

Ce qui réduit l'efficacité de transfert à

$$\frac{(T_{out} - T_{in})}{(T_{pilier} - T_m)} = \frac{Nu}{Re Pr} \frac{A_{cont}}{A_{total} \varepsilon} = \frac{Nu}{Re Pr} \frac{4L}{D_h} \quad (J.10)$$

Le facteur de Ruhlich & Quack se simplifie pour donner l'expression suivante

$$\psi = \frac{\Delta p / (1/2 \rho U^2)}{(T_{out} - T_{in}) / (T_p - T_{in})} = \frac{f Re Pr}{4 Nu} \quad (J.11)$$