



HAL
open science

Transfert énergétique irréversible grâce à un résonateur acoustique à comportement non-linéaire

Valentin Alamo Vargas

► **To cite this version:**

Valentin Alamo Vargas. Transfert énergétique irréversible grâce à un résonateur acoustique à comportement non-linéaire. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Lyon, 2018. Français. NNT : 2018LYSET006 . tel-02156176

HAL Id: tel-02156176

<https://theses.hal.science/tel-02156176>

Submitted on 14 Jun 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre NNT: 2018LYSET006

THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

opérée au sein de
l'École Nationale des Travaux Publics de l'État

École Doctorale n° 162
Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité : "Acoustique"

Soutenue publiquement le 7 septembre 2018, par:

Valentin ALAMO VARGAS

Transfert énergétique irréversible grâce à un résonateur acoustique à comportement non-linéaire

Devant le jury composé de:

M. BELLIZZI, SERGIO	DR	CNRS (LMA)	Rapporteur
Mme. SCHMIDT, FRANZISKA	HDR	IFSTTAR	Rapporteur
M. DUFOUR, RÉGIS	Professeur	INSA Lyon	Examineur (Président du Jury)
M. NOIRAY, NICOLAS	Professeur	ETH Zürich	Examineur
M. GOURDON, EMMANUEL	HDR	LTDS (ENTPE)	Directeur de thèse
M. TURE SAVADKOOHI, ALIREZA	CR1	LTDS (ENTPE)	Co-directeur de thèse

Table des matières

Table des matières	iii
Liste des figures	v
Liste des tableaux	ix
Remerciements	1
Introduction	3
1 État de l'art	7
1.1 Contrôle du bruit	8
1.2 Puit d'Énergie Non-linéaire (Nonlinear Energy Sink, NES)	27
1.3 Résonateurs non-linéaires en acoustique	37
2 Résonateur de Helmholtz à comportement non-linéaire	47
2.1 Introduction	48
2.2 Système considéré	49
2.3 Modélisation analytique du comportement non-linéaire du RH	57
2.4 Conclusion	78
3 Couplage entre un mode acoustique en basses fréquences et un Résonateur de Helmholtz	79
3.1 Introduction	80
3.2 Équations gouvernantes du système	81
3.3 Méthode d'Échelles Multiples de Temps du système	85
3.4 Vérifications expérimentales	96
3.5 Conclusion	102
Conclusion	103
Bibliographie	105

Liste des figures

1.1	Tube de Kundt cylindrique (diamètre 46 mm) disponible à l'ENTPE.	9
1.2	Schéma du tube de Kundt avec un échantillon d'un matériau poreux placé à l'extrémité.	9
1.3	Schéma du tube de Kundt avec un résonateur acoustique placé à l'extrémité.	10
1.4	Coefficient d'absorption pour le cas d'un système soumis à un contrôle actif : comparaison entre cas actif, passif et hybride (actif et passif combinés) [COBO et al., 2004].	11
1.5	Schéma du montage pour réaliser du contrôle actif [FURSTOSS et al., 1997].	11
1.6	Exemple du contrôle actif dans un casque auditif [LOISEAU, 2016].	12
1.7	Exemple du montage pour réaliser du contrôle actif dans un conduit de climatisation [TANG et CHENG, 1998].	12
1.8	Exemple du contrôle actif dans un conduit [LOISEAU, 2016].	13
1.9	Exemple du contrôle actif par contrôle d'impédance dans un conduit [THENAIL et al., 1997].	13
1.10	Exemple du contrôle actif par contrôle d'impédance dans une salle [RIVET et al., 2017].	14
1.11	Exemple du coefficient d'absorption pour le cas d'un matériau poreux [PIÉGAY et al., 2018].	15
1.12	Exemple des matériaux poreux de type mousse : à gauche, une vue d'ensemble du matériau; à droite, une vue rapprochée de la structure du matériau [D'AMORE et al., 2017].	15
1.13	Exemple des matériaux poreux de type laine : à gauche, l'échantillon de laine de chanvre; à droite, l'échantillon de laine de lin [PIÉGAY et al., 2018].	16
1.14	Schéma d'un matériau NIDA [ROCHE, 2011].	16
1.15	Schéma d'un résonateur quart d'onde.	17
1.16	Schéma d'un résonateur de Helmholtz.	17
1.17	Schéma avec les détails de paramètres d'un résonateur de Helmholtz.	18
1.18	Schéma d'un résonateur de Helmholtz et son analogie avec un système MRA.	19
1.19	Schéma d'un système général MRA.	19
1.20	Schéma d'un absorbeur linéaire accordé (système MRA).	21
1.21	Évolution linéaire de la fréquence de résonance d'un résonateur de Helmholtz en fonction de l'amplitude (système MRA). Les paramètres utilisés sont $c = 0.005$, $k = 1$, $M = 1$	21
1.22	Schéma d'un absorbeur non-linéaire (système MRA avec une force de restitution non-linéaire).	22
1.23	Réponse d'un système de Duffing en fonction de la fréquence réduite [MOTTARD, 2011].	22
1.24	Schéma d'un couplage linéaire entre système principal MRA et un système secondaire MRA.	23
1.25	Schéma d'un couplage non-linéaire entre un système principal MRA et un système secondaire MRA.	23
1.26	Réponse du système MRA en fonction de la pulsation pour plusieurs cas : cas non couplé (- -), cas couplage linéaire avec un système MRA (-), cas couplage non-linéaire avec un système MRA (-) [GOURDON et al., 2007].	24

1.27 Schéma du montage pour réaliser du contrôle semi-actif [FURSTOSS et al., 1997]. . .	25
1.28 Exemple du coefficient d'absorption du contrôle semi-actif [THENAIL et al., 1994]. .	25
1.29 Schéma du montage pour réaliser du contrôle semi-actif [BRYK et al., 2018].	26
1.30 Coefficient d'absorption pour le cas d'une solution d'atténuation de bruit avec un contrôle passif hybride (résonateur acoustique combiné à des matériaux poreux) [GOURDON et al., 2017].	26
1.31 Schéma du NES : un couplage non-linéaire entre un système principal et un système secondaire [BELLET et al., 2010].	27
1.32 Schéma du NES : un couplage linéaire entre un système principal linéaire et un sys- tème secondaire non-linéaire [BELLET et al., 2010].	27
1.33 Courbe caractéristique de l'oscillateur linéaire. A représente l'amplitude et ω la pul- sation.	28
1.34 Courbe caractéristique de l'oscillateur non-linéaire. A représente l'amplitude et ω la pulsation	28
1.35 Évolution de la dynamique d'un système couplé en régime libre.	29
1.36 Évolution de la dynamique d'un système couplé en régime libre avec une simulation numérique [WEISS et al., 2014].	29
1.37 Réponse en déplacement d'un système couplé avec un NES en fonction du temps. (-) représente le déplacement du système primaire couplé au NES, (-) représente le déplacement du NES couplé et (- -) représente le déplacement du système principal sans couplage [GOURDON et al., 2007].	30
1.38 Comparaison entre les déplacements du système principal et secondaire, ainsi que la fréquence instantanée du système secondaire lors du pompage énergétique [GOUR- DON, 2006].	31
1.39 Schéma d'un SIM avec des points singuliers [STAROSVETSKY et GENDELMAN, 2008]. .	32
1.40 SIM comparé avec une simulation numérique dans le cas d'un régime libre [LA- MARQUE et TURE SAVADKOOHI, 2014].	32
1.41 Evolution de l'énergie du déplacement de la masse secondaire en fonction du temps [LAMARQUE et TURE SAVADKOOHI, 2014].	33
1.42 Evolution de l'énergie du déplacement de la masse principale en fonction du temps [LAMARQUE et TURE SAVADKOOHI, 2014].	33
1.43 SIM avec simulation numérique dans le cas d'un régime forcé. IC signifie conditions initiales [CHARLEMAGNE et al., 2016].	34
1.44 Evolution de l'énergie liée au déplacement de la masse secondaire en fonction du temps [CHARLEMAGNE et al., 2016].	34
1.45 Evolution du SIM en fonction de la valeur de l'amortissement [LAMARQUE et al., 2011].	35
1.46 Banc d'essai d'un modèle réduit de bâtiment avec NES [GOURDON et al., 2007]. . . .	36
1.47 Exemple d'un banc d'essai d'un modèle réduit de bâtiment avec NES [NUCERA et al., 2008].	36
1.48 Réponse d'un système couplé avec NES pour plusieurs amplitudes de champ inci- dent [BELLET et al., 2010].	38
1.49 Schéma du montage d'un couplage entre système principal acoustique avec un NES de type membrane (tube droit) [COCHELIN et al., 2006].	39
1.50 Schéma du montage d'un couplage entre système principal acoustique avec un NES de type membrane (tube courbé) [BELLET et al., 2010].	39
1.51 Surface de réponse en amplitude en fonction de la fréquence et l'amplitude d'exci- tation [BELLET et al., 2010].	40
1.52 Réponse en amplitude d'un RH en fonction du paramètre de déphasage par rapport à la fréquence de résonance pour un champ incident fort (évolution non-linéaire de la fréquence de résonance) [YU et al., 2011].	41
1.53 Montage de RH en série [RICHOUX et al., 2006].	41

1.54	Évolution de la résistance d'un RH en fonction de la fréquence normalisée [SINGH et RIENSTRA, 2013].	42
1.55	Évolution en amplitude d'un RH en fonction de la fréquence. En pointillé, les résultats issus du modèle et en lignes solides les résultats issus des mesures [ACHILLEOS et al., 2016].	42
1.56	Évolution en amplitude d'un RH en fonction de la fréquence. En pointillé, les résultats issus du modèle et en lignes solides les résultats issus des mesures. La ligne verticale en pointillé représente l'évolution théorique linéaire de la fréquence de résonance. Les points noirs représentent le pic de résonance pour chaque configuration étudiée [ACHILLEOS et al., 2016].	43
1.57	Géométries modifiées pour le col d'un résonateur de Helmholtz [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015].	44
1.58	Coefficient d'absorption en fonction de l'amplitude pour le RH [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015].	44
1.59	Montage utilisé pour étudier le comportement non-linéaire d'un RH avec différents géométries pour le col [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015].	45
1.60	Évolution de la réponse en amplitude d'un résonateur acoustique à comportement non-linéaire pour différentes conditions de champ incident. Chaque croix sur la Figure représente le pic de résonance pour chaque configuration [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015].	46
2.1	RH en 2D : (a) col classique et (b) col taillé.	49
2.2	Montage expérimental.	50
2.3	Schéma du tube de Kundt qui indique les positions du microphone pour les mesures de la pression du son.	50
2.4	Schéma du RH utilisé pour les mesures.	51
2.5	Mesures expérimentales (•).	51
2.6	Col hyperboloïde décroissant.	52
2.7	Col hyperboloïde croissant.	53
2.8	Échantillons de résonateurs imprimés avec l'imprimante 3D.	53
2.9	Différentes formes géométriques du col du RH : 1, col hyperboloïde croissant; 2, col hyperboloïde décroissant; 3, col droit; 4, col hyperboloïde symétrique.	54
2.10	Mesures expérimentales RH imprimés en 3D.	55
2.11	Imprimante 3D de l'ENTPE.	56
2.12	Simulation d'un écoulement autour d'un col de RH : à gauche, non-taillé; à droite, taillé [FÖRNER et al., 2015].	56
2.13	Schéma du jet produit autour de l'orifice d'un RH lorsqu'il est soumis à des fortes amplitudes incidentes de son [ZINN, 1970].	57
2.14	Mesures expérimentales (•) et courbe empirique (-) pour quelques points.	60
2.15	Diagramme de bifurcation avec $\Omega = 1.01$	61
2.16	Exemple du portrait de phase chaotique pour $\zeta F = 0.7$ (à gauche) et la solution périodique pour $\zeta F = 0.2$ (à droite).	62
2.17	Simulation numérique de l'Éq. (2.19) : (a) (-) et la courbe d'évolution de pics de résonance (•) et (b) $ x /p_{eff}$ où p_{eff} est la pression efficace.	63
2.18	Simulation numérique de l'Éq. (2.19) : (a) (-) et la courbe d'évolution de pics de résonance (•) et (b) $ x /p_{eff}$ où p_{eff} est la pression efficace, pour un autre jeu de paramètres.	64
2.19	Fonctions triangulaire et rectangulaire [MANEVITCH et al., 2010].	67
2.20	Sur la Figure (2.20a) : \hat{y} Numérique (-) comparé à \hat{y} Analytique pour le domaine fortement non-linéaire (-) et domaine quasi-linéaire (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.05$, $\delta = 0.005$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 1$. Sur la Figure 2.20b : Δ Numérique (-) comparé à Δ Analytique dans le domaine fortement non-linéaire (-) et domaine quasi-linéaire (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.05$, $\delta = 0.005$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 1$	71

2.21	Sur la Figure (2.21a) : y Numérique (-) comparé à y Analytique (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.05$, $\delta = 0.005$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 0.995$ (Ω_1). Sur la Figure 2.21b : y Numérique (-) comparé à y Analytique (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.05$, $\delta = 0.005$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 1.007$ (Ω_2).	72
2.22	Sur la Figure 2.22a : y Numérique (-) comparé à y Analytique (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.07$, $\delta = 0.007$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 0.995$ (Ω_1). Sur la Figure 2.22b : y Numérique (-) comparé à y Analytique (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.07$, $\delta = 0.007$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 1.007$ (Ω_2).	73
2.23	y Numérique (-) comparé à y Analytique (-), pour $f_0 = 1.2$, $\sigma = 0.04$, $\delta = 0.004$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 0.997$ (Ω_1).	73
2.24	Résultats numériques (-) comparés au modèle Analytique (o) à partir de $f_0 = 0.2$ jusqu'à $f_0 = 1.6$ (avec un pas de 0.2). Cas (a) $ x $ et cas (b) $ x /p_{eff}$	74
2.25	Résultats numériques (-) (pour $f_0 = 8$ (- -)) comparés au modèle Analytique (o) à partir $f_0 = 0.2$ jusqu'à $f_0 = 5.2$ (avec un pas de 1) (pour $f_0 = 8$ (Δ)). Cas (a) $ x $ et cas (b) $ x /p_{eff}$	75
2.26	Résultats numériques (-) comparés au modèle Analytique (o) à partir de $\hat{f}_0 = 0.2$ jusqu'à $\hat{f}_0 = 1.6$ (avec un pas de 0.2). Cas (a) $ x $ et cas (b) $ x /p_{eff}$	77
2.27	Résultats numériques (- - - - -) comparés au modèle Analytique (carré) à partir de $\hat{f}_0 = 0.3$ jusqu'à $\hat{f}_0 = 1.7$ (avec un pas de 0.2).	77
3.1	Schéma du RH avec un col droit.	81
3.2	Schéma du système acoustique couplé avec un RH.	81
3.3	Schéma du système acoustique couplé avec un RH, avec les parties identifiées par couleurs : source sonore (moutarde), tube à diamètre réduit (gris), boîte de couplage (bleu) et le RH (rose).	82
3.4	Positions d'équilibre et pli de singularités du système, pour $f_0 = 7 \times 10^{-5}$. Le système possède un point d'équilibre.	89
3.5	Le système est attiré par le point d'équilibre (1) (sur la Figure 3.4).	90
3.6	Positions d'équilibre et pli de singularités du système, pour $f_0 = 1 \times 10^{-4}$. Le système possède un point d'équilibre.	91
3.7	Le système est attiré par le point d'équilibre (1) (sur la Figure 3.6).	91
3.8	Positions d'équilibre et pli de singularités du système, pour $f_0 = 1 \times 10^{-3}$. Le système possède trois points d'équilibre.	92
3.9	Le système est attiré par le point d'équilibre (1) (sur la Figure 3.8).	92
3.10	(a) N_1 en fonction de N_2 analytique (-) et numérique (-) pour les conditions initiales ($\tau = 0$) $U_1 = U_2 = 0$, $\frac{dU_1}{d\tau} = \frac{dU_2}{d\tau} = 1 \times 10^{-5}$; (b) N_1 Numérique avec RH (-), N_1 sans RH (-).	93
3.11	(a) N_1 en fonction de N_2 analytique (-) et numérique (-) pour les conditions initiales ($\tau = 0$) $U_1 = U_2 = 0$, $\frac{dU_1}{d\tau} = 1 \times 10^{-5}$, $\frac{dU_2}{d\tau} = 5 \times 10^{-5}$; (b) N_1 numérique avec RH (-) et N_1 sans RH (-).	95
3.12	Cas intermédiaire : N_1 en fonction de N_2 analytique (-) et numérique (-) pour les conditions initiales ($\tau = 0$) $U_1 = U_2 = 0$, $\frac{dU_1}{d\tau} = 1 \times 10^{-5}$, $\frac{dU_2}{d\tau} = 5 \times 10^{-5}$	96
3.13	Configuration expérimentale.	97
3.14	N_1 en fonction de τ avec RH (-) et N_1 sans RH vs τ (-) pour trois cas : (a) 144 dB, (b) 150 dB et (c) 153.3 dB.	99
3.15	Amplitude de pression au milieu du tube à diamètre réduit dans un régime forcé pour le système avec RH (-) et sans RH (-) dans trois cas : (a) 138 dB, (b) 150 dB and (c) 157.5 dB.	100
3.16	Amplitude de la pression au milieu du tube à diamètre réduit en fonction de la fréquence dans un régime forcé pour le système avec RH (avec une cavité de $L_{cav} = 26.5$ mm) (-) et sans RH (-) pour trois cas : (a) 138 dB; (b) 150 dB; (c) 157.5 dB.	101

Liste des tableaux

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier Sergio Bellizzi et Franziska Schmidt d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse, ainsi que Régis Dufour pour avoir présidé mon jury de thèse. Je remercie également Nicolas Noiray de m'avoir fait l'honneur de participer au jury.

Merci au Laboratoire Tribologie et Dynamique des Systèmes (sur le site de l'ENTPE), institution au sein de laquelle j'ai été accueilli pendant ma thèse. Je voudrais remercier toutes les personnes qui ont pu aider à la réalisation de ce projet, autrement dit, tout le personnel technique et administratif qui a apporté, de près ou de loin, son aide pour que le travail se fasse dans les meilleures conditions.

Je tiens à remercier mes encadrants de thèse, Emmanuel Gourdon et Alireza Ture Savadkoohi, de m'avoir permis de réaliser ce projet d'étude. Merci de m'avoir encouragé à développer avec passion cette recherche. Merci aussi pour les connaissances transmises, aux niveaux technique et humain, tout au long du travail.

Je voudrais remercier particulièrement Claude-Henri Lamarque, Jean-Marc Malasoma, Joachim Blanc Gonnet, Fulbert Mbailassem et Tristan Cambonie de m'avoir aidé, encouragé, conseillé et encadré pendant le travail de thèse. Ils ont beaucoup apporté à ma recherche à plusieurs niveaux.

Je tiens à remercier tous mes collègues qui ont participé à la bonne ambiance tout au long de la réalisation de ce travail. Merci aussi à l'équipe d'éclairage et thermique pour les moments de partages techniques et humains.

Je voudrais remercier spécialement ma famille qui a été un soutien précieux tout le long de mes études. Un grand merci à mes parents et à ma famille proche qui ont apporté des conseils constructifs et qui ont eu de la patience pendant les périodes les plus chargées.

Introduction

Dans l'actualité, l'importance du confort acoustique et vibratoire est de plus en plus considérable. Les efforts pour diminuer la gêne, produite par les nuisances sonores et vibratoires dans les différents domaines (génie civil, industries et transports), créent une demande d'actions de la part d'acteurs socio-économiques importants. Le développement des activités humaines produit une augmentation de nuisances sonores issues des transports ou des machines, ce qui produit un renforcement des exigences (Grenelle de l'environnement par exemple [Gre, 2008]) au niveau de l'isolation et du traitement des points noirs liés au bruit. Puisque le traitement à la source est généralement impossible à réaliser, on cherche plutôt à atténuer le son le long de son chemin de propagation ou à la réception.

Il est important d'améliorer l'efficacité du contrôle acoustique et vibratoire pour avoir un meilleur confort acoustique ou pour une meilleure protection d'une structure, dans les multiples domaines d'application. En effet, certains bruits ou vibrations peuvent être dangereux et pourraient être capable d'endommager une structure (par exemple en réduisant la durée de vie de l'ouvrage ou le bâtiment) qui doit être préservée, que ce soit parce qu'elle doit tenir dans le temps (infrastructure publique, réseaux de transports) ou parce que sa stabilité permet une utilisation sûre de la part des utilisateurs.

Parmi ces domaines, on peut citer un exemple parlant qui est celui du transport aérien, où on peut trouver des champs de pression très forts. Ce domaine connaît un grand développement. Ce développement crée, entre autres, une augmentation du niveau de bruit autour des zones riveraines aux aéroports. Ceci représente une gêne acoustique qui va affecter négativement l'individu et le prix des biens immobiliers dans ces zones [SEDOARISOA, 2015]. Ces bruits sont ceux liés aux phases de décollage et d'atterrissage.

Ce problème de bruit pour les riverains des aéroports n'est pas nouveau. Les moteurs d'avion ont, depuis leur création, été très bruyants. Suite aux normes de contrôle de bruit, les constructeurs de ces engins ont fait réduire le niveau de bruit au cours de décennies, de façon à assurer un certain confort acoustique chez les riverains, ce qui montre son importance [FILIPPONE, 2000]. Ce bruit induit par le transport aérien peut donc être une application parmi d'autres à court terme (car forts niveaux), mais d'autres applications pourraient être envisagées : bruit industriel (voir acoustique de salles).

Dans ce cadre-là, on s'intéresse aux solutions techniques qui vont permettre de réduire le bruit à fort niveau (par exemple issu des turbines d'avion ou des machines industrielles). Pour contrôler le son, il existe principalement trois types d'approches : le contrôle actif, le contrôle passif et le contrôle semi-actif. Le premier représente des systèmes généralement plus complexes à réaliser (car besoin d'apport d'énergie externe), et donc plus coûteux. Le deuxième représente des systèmes généralement plus robustes et plus économiques. Parmi les différents types de contrôle passif, on retrouve ceux qui utilisent la dissipation passive du son (par exemple des matériaux poreux, des mousses) et l'absorption dynamique (par exemple les résonateurs acoustiques). Il se trouve que ces différents contrôles passifs ne sont généralement pas efficaces dans tout le spectre fréquentiel. Plus précisément, les matériaux poreux sont plutôt efficaces en hautes et moyennes

fréquences, tandis que les résonateurs acoustiques (on va s'intéresser particulièrement aux résonateurs de Helmholtz [HELMHOLTZ, 1863]) sont efficaces pour une gamme de fréquence très étroite, et leur fréquence de résonance dépend de leurs géométries. Le résonateur de Helmholtz classique utilise le phénomène d'antirésonance pour atténuer un bruit. C'est pour cela qu'il est accordé à la fréquence du système principal. Or, dans des applications réelles, le système principal, qui est celui que l'on cherche à contrôler, peut subir des variations dans ses caractéristiques dynamiques classiques ce qui se traduit par des variations de sa fréquence de résonance. Le résonateur de Helmholtz étant accordé à une seule fréquence, lorsque celle-ci est modifiée il n'est plus efficace. Finalement, la troisième approche pour le contrôle de bruit représente un hybride entre le contrôle actif et le contrôle passif.

Un des objectifs de cette thèse est d'élargir la zone d'efficacité d'un résonateur acoustique, par exemple celui de Helmholtz, dans le spectre fréquentiel, plus particulièrement dans les basses fréquences.

Dans le domaine de la mécanique, il existe des technologies équivalentes pour le contrôle de vibrations. La dissipation passive est utilisée dans ce domaine pour absorber la vibration de structures. Les absorbeurs dynamiques linéaires, connu généralement sous le nom d'absorbeurs de Frahm ou absorbeurs à masse accordée (TMD) [FRAHM, 1911], sont l'équivalent mécanique du résonateur de Helmholtz. L'absorbeur de Frahm permet de traiter une fréquence spécifique, et d'absorber la vibration avec le phénomène d'antirésonance pour une fréquence accordée. Le problème du fait que la fréquence accordée reste sur une bande de fréquence très étroite est toujours présent comme dans le cas du résonateur de Helmholtz.

D'autre part, les absorbeurs dynamiques purement non-linéaires, définis comme des systèmes constitués d'une masse et un ressort à raideur purement non-linéaire, provoquent de l'intérêt chez les chercheurs en dynamique puisqu'ils représentent une solution à certains problèmes de vibration où la solution linéaire n'est plus suffisante. En effet, il est possible de réaliser du transfert d'énergie irréversible entre un système primaire linéaire et un absorbeur non-linéaire. Des travaux sur la dynamique d'un tel système [GENDELMAN et al., 2000; VAKAKIS et GENDELMAN, 2000] ont permis de décrire en détail le processus de transfert irréversible d'énergie, grâce au phénomène de capture de résonance et aux modes non-linéaires.

L'idée est de mettre l'absorbeur non-linéaire dans des conditions (activation d'un mode non-linéaire) telles que le transfert irréversible d'énergie vibratoire soit possible, de la structure principale vers le système secondaire, et que cette énergie soit éliminée dans l'absorbeur. Ce qui fait que le système principal a un mouvement amorti et que le système secondaire absorbe l'énergie du principal et l'élimine. Le phénomène de transfert avec ces caractéristiques est appelé pompage énergétique et le système est appelé Puit d'Énergie Non-linéaire (Nonlinear Energy Sink, NES). Ce qui est intéressant avec les absorbeurs de ces caractéristiques est qu'ils fonctionnent sur une large gamme de fréquences, parce que l'absorbeur peut s'accorder à n'importe quelle fréquence puisqu'il n'a pas de fréquence de résonance linéaire. Cependant, ce phénomène a lieu seulement à partir d'un certain seuil d'énergie atteint.

Plusieurs études ont été réalisées sur la dynamique de systèmes principaux couplés à un ou des absorbeurs non-linéaires [GENDELMAN et al., 2006; LAMARQUE et al., 2014], comme par exemple : des NES en parallèle, des systèmes à multiple degrés de liberté, NES pour l'atténuation sismique dans les bâtiments [GOURDON et al., 2007], NES couplés à des câbles sous tension, un milieu acoustique couplé avec une membrane qui sert de NES [COCHELIN et al., 2006], entre autres. D'autre part, d'autres chercheurs ont étudié différents types de non-linéarités : NES vibro-impact [NUCERA et al., 2007], NES avec une fonction potentielle non-lisse [TURE SAVADKOOHI et al., 2012], NES avec une non-linéarité cubique, entre autres.

C'est dans ce cadre que l'on trouve intéressant et original d'étudier un absorbeur non-linéaire acoustique, d'une part parce qu'il permettrait une absorption du son sur une gamme plus large de fréquences par rapport à un absorbeur linéaire classique, et d'autre part parce que cette absorption pourrait s'effectuer en basses fréquences.

Les travaux du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA CNRS UMR 7031 Marseille) ont été pionniers dans le pompage énergétique en vibro-acoustique entre un milieu acoustique et une membrane à comportement non-linéaire [BELLET et al., 2010; COCHELIN et al., 2006]. Le système principal étant le milieu acoustique et le système secondaire à comportement non-linéaire étant la membrane viscoélastique. La force de restitution non-linéaire était réalisée dans ce dernier cas de façon mécanique (membrane), les fréquences ciblées sont très faibles (de l'ordre de 100 Hz) au début du domaine audible.

Dans le cadre de cette thèse, je me suis intéressé plus particulièrement au pompage énergétique en utilisant un résonateur purement acoustique. Le système principal étudié dans ce document étant un milieu acoustique et le système secondaire un résonateur acoustique à comportement non-linéaire. Certains comportements non-linéaires dans des réseaux de résonateurs de Helmholtz ont déjà été observés [RICHOUX et al., 2006]. L'augmentation de la gamme de fréquence d'efficacité du résonateur de Helmholtz en faisant des variations sur la géométrie du col a été montrée expérimentalement par Gourdon et al. [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015]. Un autre résultat intéressant dans ce document, est l'observation expérimentale de la non-linéarité du résonateur de Helmholtz soumis à des régimes d'excitation très forts.

OBJECTIF

L'idée du travail documenté dans ce manuscrit est d'étudier la possibilité d'obtenir un résonateur non-linéaire purement acoustique à comportement durcissant, dans le but d'avoir un pompage énergétique entre un système principal (mode acoustique en basses fréquences) et un système secondaire qui sert de NES, plus précisément un résonateur de Helmholtz avec un comportement non-linéaire.

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (LTDS) sur le site ENTPE, dans l'équipe Dynamique des Systèmes Complexes (DySCo).

Le travail a été structuré de façon à commencer l'étude du résonateur de Helmholtz en régime non-linéaire, puis le couplage entre un mode acoustique en basses fréquences et le résonateur de Helmholtz, puis l'optimisation des paramètres du couplage.

Tout d'abord, l'état de l'art est réalisé dans le premier chapitre. On va aborder les concepts qui seront utilisés pour développer la suite du travail. En effet, on aborde les différentes technologies qui sont utilisées pour le contrôle de vibrations et on en donne quelques exemples. Ceci nous permet d'introduire la méthode de contrôle qui sera utilisée pour cette étude.

Dans le deuxième chapitre, on va étudier le comportement mollissant et durcissant du résonateur de Helmholtz de façon expérimentale et analytique. Pour ce faire on va faire l'observation expérimentale du comportement durcissant et mollissant du résonateur de Helmholtz. Puis, on va déterminer les gammes de valeurs physiques de paramètres. Ensuite, on va étudier les équations gouvernantes d'un résonateur de Helmholtz. Pour cette équation, on va considérer des termes non-linéaires pour les forces d'amortissement et de restitution. Pour finir, on va chercher une approximation des solutions analytiques de l'équation de mouvement du résonateur de Helmholtz, à l'aide de la méthode d'échelles de temps multiples.

Une fois le comportement durcissant montré, on s'intéresse dans le troisième chapitre au couplage entre un mode acoustique de tube à basses fréquences et un résonateur de Helmholtz à comportement mollissant et durcissant, dans des différents régimes d'excitation, de façon expérimentale et analytique. La partie expérimentale va être réalisée en faisant un montage tel que l'on puisse créer un mode de tube (en utilisant un tube à diamètre réduit) couplé avec le résonateur de Helmholtz. Le développement du modèle prend en compte les travaux du deuxième chapitre par rapport aux équations de mouvement du résonateur de Helmholtz. De cette façon, on va considérer les équations du mouvement du système couplé en prenant en compte le comportement mollissant et durcissant du résonateur. A l'aide de la méthode d'échelles de temps multiples, on va obtenir la variété invariante du système couplé. C'est dans le contexte d'une solution quasi-périodique, que le système couplé peut prétendre à avoir un phénomène de pompage énergétique. Notre but est donc d'optimiser le jeu de paramètres pour que le système puisse être capable de réaliser du pompage énergétique.

Enfin, des conclusions et perspectives seront apportées en fin de document.

Chapitre 1

État de l'art

Sommaire

1.1 Contrôle du bruit	8
1.1.1 Contrôle actif	11
1.1.2 Contrôle passif	14
1.1.3 Contrôle hybride	24
1.2 Puit d'Énergie Non-linéaire (Nonlinear Energy Sink, NES)	27
1.2.1 Principe	27
1.2.2 Applications	35
1.3 Résonateurs non-linéaires en acoustique	37
1.3.1 Introduction	37
1.3.2 NES en vibro-acoustique	37
1.3.3 Résonateurs non-linéaires purement acoustiques	40

1.1 Contrôle du bruit

La lutte contre la gêne produite par les nuisances sonores et vibratoires dans le génie civil, le bâtiment, les transports et l'industrie, correspond à une demande très forte de la part des différents acteurs socio-économiques. Ainsi, l'amélioration des moyens qui permettent l'atténuation acoustique est un enjeu important, au sens qu'elle permet un meilleur confort acoustique et une réduction de nuisances vibratoires plus importante.

On peut considérer qu'il existe dans la littérature trois méthodes de contrôle de bruit : les actives, les passives (matériaux poreux absorbants et absorbeurs dynamiques) et les hybrides (combinaison de deux précédentes). Ces méthodes de contrôle seront détaillées dans les sections suivantes dans ce chapitre.

En acoustique deux mécanismes permettent de faire du contrôle de bruit : l'isolation acoustique ou la correction acoustique. Le premier a pour objectif la diminution de la transmission de l'onde acoustique produite par une source. La correction acoustique a pour but d'améliorer l'absorption du son. Dans la présente thèse, nous nous sommes principalement intéressés à l'absorption du son.

Dans le but de classer les domaines fréquentielles d'efficacité en atténuation de chacune des méthodes de contrôle de bruit, on utilise un indicateur spécifique lorsque l'on étudie l'absorption du son, appelé le coefficient d'absorption.

Coefficient d'absorption du son

Afin de déterminer le taux d'absorption du son par un matériau, on utilise le coefficient d'absorption α , défini comme le rapport entre l'intensité absorbée par le matériau, I_a , et l'intensité incidente, I_i . Sa valeur est comprise entre 0 et 1. Lorsqu'elle vaut 0, on dit que le matériau n'absorbe pas le son (il est totalement réfléchissant), et lorsqu'elle vaut 1, on dit que le matériau absorbe le son (il est totalement absorbant). L'expression du coefficient d'absorption s'exprime donc :

$$\alpha = \frac{I_a}{I_i} \quad (1.1)$$

Le coefficient d'absorption est calculé à partir des mesures de pression dans le cas d'un tube de Kundt. Il est composé d'un tube où à une de ses extrémités est placé un haut-parleur et dans l'autre extrémité est placé le matériau avec une terminaison rigide derrière celui-ci. Un microphone peut être placé à différentes positions pour mesurer la pression. Un exemple de tube de Kundt est donné sur la Figure 1.1. Il existe des tubes de Kundt de différentes longueurs et différents diamètres. Le principe de ces tubes est de créer les conditions de propagation d'une onde plane en incidence normale. Il est important de remarquer que ce sont les diamètres et les longueurs qui déterminent les limites d'utilisation en fréquence de ces tubes pour que les ondes restent planes.

Pour la réalisation de ces mesures, le haut-parleur émet généralement un bruit quasi-aléatoire. La fréquence la plus supérieure qui a été étudiée reste suffisamment faible pour qu'il existe uniquement des modes longitudinaux dans le tube de Kundt.

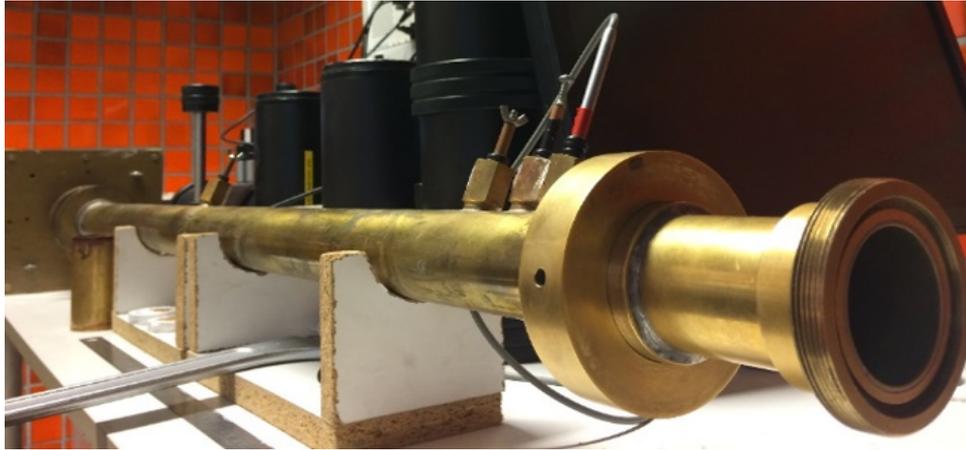


FIGURE 1.1 – Tube de Kundt cylindrique (diamètre 46 mm) disponible à l'ENTPE.

Le coefficient d'absorption du bruit est mesuré en prenant deux positions de mesures pour le microphone (aussi connu sous le nom de méthode de fonction de transfert, elle est définie par la norme standard ISO 10534-2, [ISO, 2003]). En mesurant la fonction de transfert entre les deux positions de microphone, on peut trouver le coefficient d'absorption en incidence normale α , représenté sur la Figure 1.2 et sur la Figure 1.3. Dans cette optique, on cherche à déterminer l'expression analytique du coefficient de réflexion et de la fonction de transfert entre les deux positions du microphone M1 et M2, où on va mesurer la pression p_1 et p_2 , respectivement.

Le haut-parleur envoie des ondes (ondes incidentes) qui vont se propager le long du tube jusqu'à l'emplacement de l'échantillon dans l'autre extrémité du tube. Lorsque les ondes rentrent en contact avec l'échantillon, une partie des ondes va se propager dans l'échantillon (ondes absorbées), ce qui crée de l'atténuation; et l'autre partie sera réfléchi (ondes réfléchies) en direction contraire aux ondes incidentes, c'est-à-dire, vers le haut-parleur.

La surpression, p' , dans le tube peut s'exprimer en fonction de l'onde incidente, p_i , et réfléchi, p_r :

$$p' = p_i + p_r = P_0 e^{j(\omega t - k_0 U)} + R P_0 e^{j(\omega t + k_0 U)} \quad (1.2)$$

où P_0 est l'amplitude de l'onde incidente, ω la pulsation (définie comme $\omega = 2\pi f$, où f est la fréquence en Hz), t est le temps réel, U est la variable spatiale, k_0 le nombre d'onde de l'air (défini comme $k_0 = \omega/c_0$, avec c_0 est la vitesse du son dans l'air) et R le coefficient de réflexion, j défini comme $j^2 = -1$. En considérant que la terminaison du tube (côté échantillon) a une impédance infinie (terminaison rigide), alors on peut déterminer le coefficient d'absorption α du matériau à partir des mesures de pression p_1 et p_2 (détails sur la Figure 1.2).

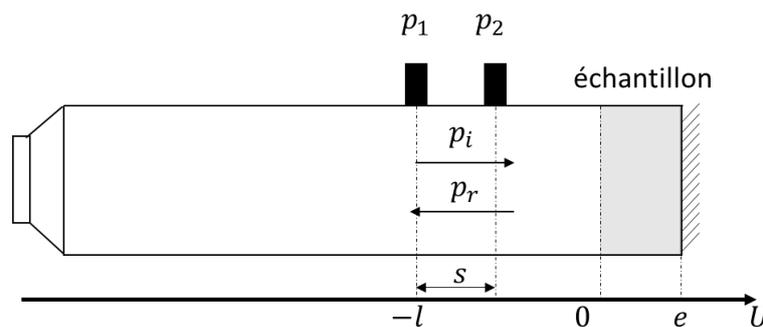


FIGURE 1.2 – Schéma du tube de Kundt avec un échantillon d'un matériau poreux placé à l'extrémité.

On utilise cette méthode de calcul du coefficient d'absorption adapté à notre étude, où on va placer un résonateur acoustique à la place de l'échantillon de la Figure 1.2. Le schéma du montage utilisé est représenté sur la Figure 1.3.

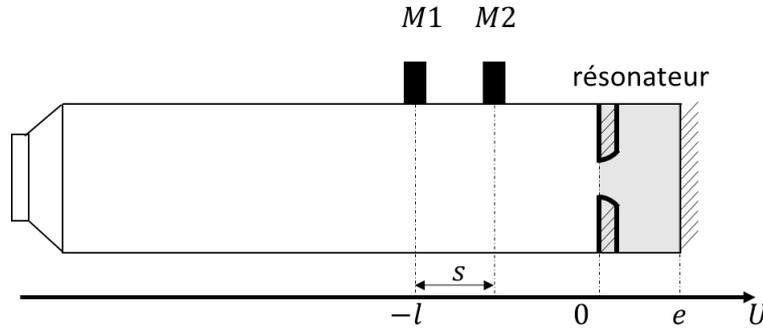


FIGURE 1.3 – Schéma du tube de Kundt avec un résonateur acoustique placé à l'extrémité.

$$p_1 = P_0 e^{j(\omega t + k_0 l)} + R P_0 e^{j(\omega t - k_0(l-s))} \quad (1.3)$$

$$p_2 = P_0 e^{j(\omega t + k_0(l-s))} + R P_0 e^{j(\omega t - k_0 l)} \quad (1.4)$$

où l est la distance entre la position du microphone 1, M1, sur la Figure 1.3 et la surface de l'échantillon (résonateur), s la distance entre les positions M1 et M2 des microphones sur la Figure 1.3.

Le coefficient de réflexion R peut être obtenu en utilisant l'Équation (1.3) et l'Équation (1.4). En simplifiant, on obtient :

$$R = \frac{H_{12} - e^{-jk_0 s}}{e^{jk_0 s} - H_{12}} e^{2jk_0 l} \quad (1.5)$$

où $H_{12} = p_1 / p_2$ est la fonction de transfert (complexe) entre les signaux mesurés aux positions des microphones M1 et M2 sur la Figure 1.3.

On obtient l'expression du coefficient d'absorption en injectant l'Équation (1.2) dans l'Équation (1.1), (sachant que $I_a = I_i - I_r$, dans le cas d'une terminaison rigide derrière l'échantillon, où I_r est l'intensité réfléchie) ce qui s'exprime en simplifiant par :

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad (1.6)$$

Il est possible de définir un milieu acoustique avec son impédance, qui est définie comme la résistance du milieu au passage de l'onde sonore. L'impédance, Z , est définie comme le rapport de la pression p et de la vitesse de l'onde sonore v . Ainsi, son expression s'écrit :

$$Z = \frac{p(U, t)}{v(U, t)} = Z_0 \frac{1 + R}{1 - R} \quad (1.7)$$

où $p(U, t)$ est la pression à la position U et au temps t , $v(U, t)$ est la vitesse de l'onde sonore à la position U et au temps t , Z_0 est l'impédance de l'air, définie comme $Z_0 = \rho_0 c_0$, avec ρ_0 la densité de l'air au repos.

L'impédance acoustique spécifique est définie comme le rapport entre l'impédance du matériau et l'impédance de l'air.

En utilisant l'Équation (1.7) dans l'Équation (1.6), α peut être exprimé par :

$$\alpha = 1 - \left(\frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \right)^2 \quad (1.8)$$

1.1.1 Contrôle actif

Le principe du contrôle actif du bruit consiste à éliminer ou réduire un bruit en faisant une superposition entre le bruit original et un anti-bruit qui est émis (généralement par un haut-parleur). Ainsi, le bruit résultant de cette superposition a une amplitude moindre que le bruit original [FURSTOSS et al., 1997; HAÏNE LECOCQ, 2006; NELSON et ELLIOTT, 1992]. Ce type de contrôle du bruit est souvent utilisé en basses fréquences. Un exemple de la gamme de fréquence dans laquelle cette méthode de contrôle est efficace est montré sur la Figure 1.4, où il existe une atténuation totale à basses fréquences (environ 170 Hz) et une évolution décroissante du coefficient d'absorption acoustique avec l'augmentation de la fréquence. Le coefficient d'absorption du son reste, cependant, assez important dans l'intervalle entre 170 Hz et 800 Hz. Le contrôle actif est généralement plus complexe en raison de son besoin en apport d'énergie externe et nécessite souvent l'installation de plusieurs microphones.

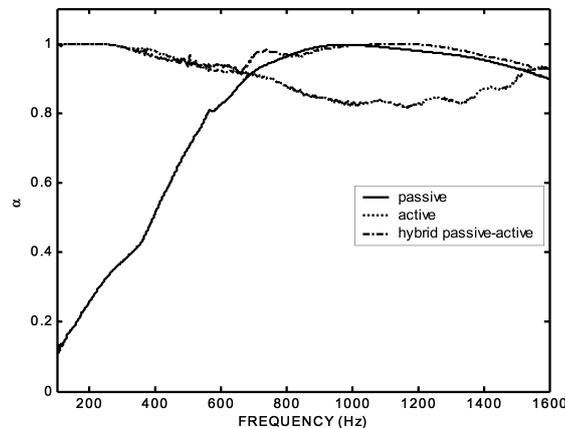


FIGURE 1.4 – Coefficient d'absorption pour le cas d'un système soumis à un contrôle actif : comparaison entre cas actif, passif et hybride (actif et passif combinés) [COBO et al., 2004].

Une façon de réaliser ce contrôle actif est possible avec le montage décrit sur la Figure 1.5. Dans cette configuration, deux microphones sont utilisés sur l'axe de propagation du bruit original afin de calculer le bruit secondaire nécessaire pour être en interférence destructive avec le bruit original, et ainsi réduire le niveau de bruit global. Ce bruit secondaire va être produit par un haut-parleur placé sur l'axe de propagation du son original et orienté vers le haut-parleur qui produit le son original.

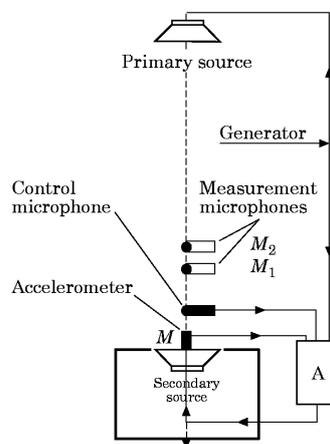


FIGURE 1.5 – Schéma du montage pour réaliser du contrôle actif [FURSTOSS et al., 1997].

Ce type de contrôle a certaines limites puisqu'il est efficace localement, ce qui rend son utilisation compliquée lorsque l'on parle d'un système de dimensions importantes. Son exemple d'application le plus connu, étant le casque de réduction active de bruit [LOISEAU, 2016], représenté sur la Figure 1.6.

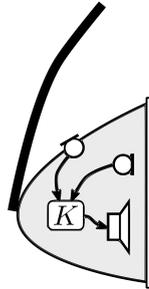


FIGURE 1.6 – Exemple du contrôle actif dans un casque auditif [LOISEAU, 2016].

Parmi les techniques de contrôle actif de bruit, on remarque l'utilisation d'actionneurs piézo-électriques et le contrôle d'impédance. Les réductions acoustiques dans les conduits de climatisation font partie des multiples applications de la vie quotidienne du contrôle actif du bruit.

Actionneurs piézoélectriques (Haut-parleur)

On s'intéresse à l'exemple du conduit de climatisation mentionné précédemment pour expliquer la technique d'actionneurs piézoélectriques. En effet, l'objectif est de diminuer le niveau de bruit à l'intérieur du conduit en faisant la superposition du bruit original avec le bruit secondaire en opposition de phase. Le bruit initial est produit dans le montage par un haut-parleur et le bruit secondaire est produit par un deuxième haut-parleur. Le bruit secondaire est calculé à partir des mesures de deux microphones qui sont placés dans le conduit [TANG et CHENG, 1998], représenté sur la Figure 1.7 et sur la Figure 1.8.

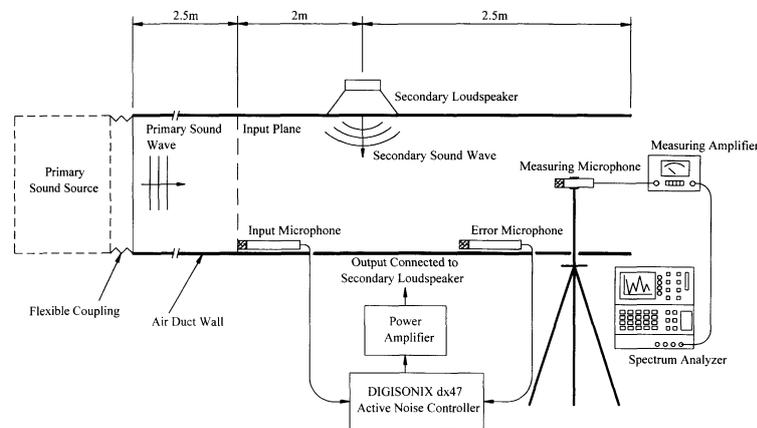


FIGURE 1.7 – Exemple du montage pour réaliser du contrôle actif dans un conduit de climatisation [TANG et CHENG, 1998].

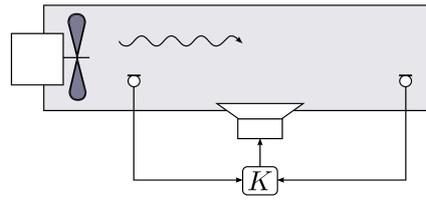


FIGURE 1.8 – Exemple du contrôle actif dans un conduit [LOISEAU, 2016].

Contrôle d'impédance

Il faut également mentionner dans les techniques actives de contrôle les méthodes récentes d'absorption active. Ces méthodes sont principalement basées sur le contrôle d'impédance sur une partie de la surface du champ acoustique [OLSON et MAY, 1953].

Une façon de réaliser ce type de contrôle d'impédance est d'utiliser le contrôle d'impédance surfacique d'un haut-parleur secondaire, placé sur l'axe de propagation du son original que l'on cherche à atténuer [THENAIL et al., 1997]. Des capteurs pour mesurer la pression et la vitesse au niveau du deuxième haut-parleur permettent de créer une boucle de contrôle afin de permettre le contrôle d'impédance de celui-ci. Un exemple de montage de ce type de contrôle est montré sur la Figure 1.9.

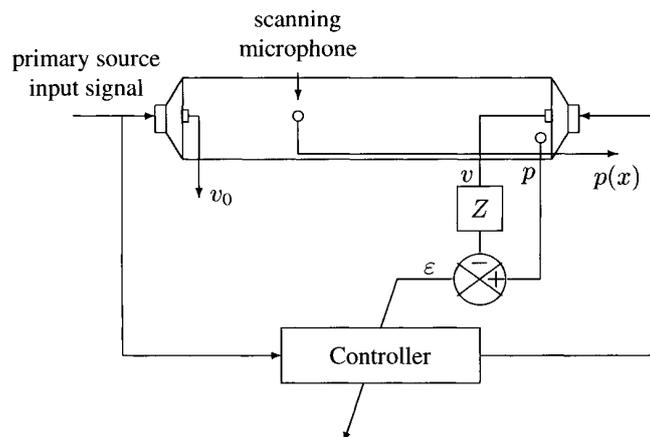


FIGURE 1.9 – Exemple du contrôle actif par contrôle d'impédance dans un conduit [THENAIL et al., 1997].

Des recherches ont été réalisées pour étendre ce type de contrôle réalisé dans des conduits vers le contrôle de salles. Plus précisément, certaines distributions dans l'espace et au niveau fréquentiel des modes de salle peuvent produire des temps d'atténuation du son longs, ce qui pourrait empêcher une perception et production de sons musicaux dans de bonnes conditions. Des méthodes de contrôle actif par actionneurs piézoélectrique ont été utilisées pour atténuer les modes de salle, néanmoins, elles sont souvent coûteuses et compliquées à mettre en place quand les salles ont des géométries complexes. Ainsi, le contrôle par impédance s'avère moins coûteux et plus simple, en contrôlant l'impédance surfacique d'un haut-parleur secondaire placé dans une salle afin de se rapprocher des caractéristiques d'impédance acoustique spécifiques de l'air [RIVET et al., 2017]. En pratique, il n'est pas envisageable de couvrir tous les murs de la salle étudiée avec les membrane absorbantes. Il est donc important de connaître les différents facteurs qui optimisent l'absorption dans la salle (par exemple, la minimisation de l'énergie potentielle). Un montage en utilisant cette technique est montré sur la Figure 1.10, où 16 membranes de haut-parleur sont placées aux quatre coins inférieures d'une salle parallélépipédique.

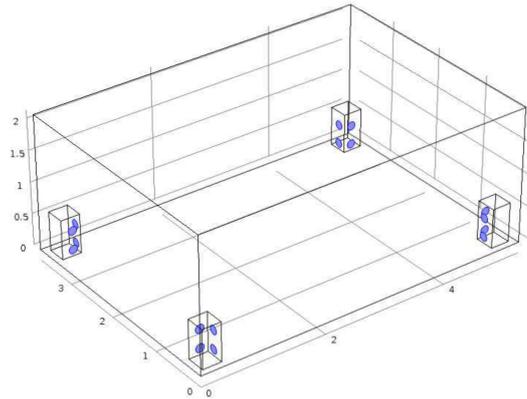


FIGURE 1.10 – Exemple du contrôle actif par contrôle d'impédance dans une salle [RIVET et al., 2017].

1.1.2 Contrôle passif

Ce type de méthode utilise les propriétés de dissipation dans le but d'absorber le bruit dans son chemin de propagation. Ce type de contrôle est généralement plus robuste et économique que le contrôle actif, principalement parce qu'il n'a pas besoin d'apport d'énergie externe. On peut considérer qu'il existe principalement deux façons de réaliser du contrôle passif de bruit : en rajoutant des dissipateurs passifs (par exemple des matériaux poreux) et par couplage avec des absorbeurs dynamiques (par exemple des absorbeurs accordés).

L'efficacité dans le spectre fréquentiel est détaillée dans les sections suivantes pour le cas des matériaux poreux et pour le cas des absorbeurs dynamiques accordés.

1.1.2.1 Matériaux Poreux

L'atténuation par matériaux poreux est réalisée grâce à la dissipation visco-thermique et aux différentes réflexions multiples qui ont lieu lors du passage du bruit à travers celui-ci. Ainsi, la dissipation est augmentée. Parmi les matériaux poreux qui sont utilisés pour faire du contrôle passif du bruit, on peut citer : les mousses et les laines (minérales et végétales). Ils sont plutôt efficaces pour l'atténuation acoustique vers les moyennes et hautes fréquences [ALLARD et ATALLA, 2009], comme on peut le voir sur la Figure 1.11. Sur cette figure-là, le coefficient d'absorption du son, α , est représenté en fonction de la fréquence d'excitation. Il se trouve que le coefficient d'absorption de laines végétales (dans ce cas particulier, laine de lin [PIÉGAY et al., 2018]) croît avec la fréquence. Plus précisément, ces laines végétales sont peu absorbantes pour des fréquences inférieures à 500 Hz et totalement absorbantes pour des fréquences supérieures à 1000 Hz. Ce type de contrôle passif a une atténuation limitée en basses fréquences parce que les matériaux poreux restent en régime visqueux en basses fréquences [JOHNSON et al., 1987]. De plus, le dimensionnement des matériaux poreux afin d'atténuer les basses fréquences engendrerait des dimensions très importantes du matériau au niveau de l'épaisseur, qui ne sont généralement pas adaptées pour certaines applications envisagées.

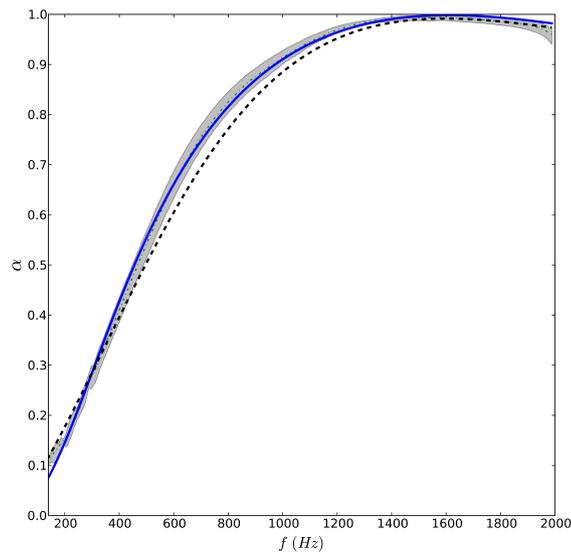


FIGURE 1.11 – Exemple du coefficient d'absorption pour le cas d'un matériau poreux [PIÉGAY et al., 2018].

— Mousse

Les mousses sont des structures qui intègrent des réseaux de pores connectés. Les mousses sont plutôt légères comparées aux laines utilisées pour l'atténuation acoustique. On peut montrer quelques exemples de mousses pour l'absorption acoustique sur la Figure 1.12.



FIGURE 1.12 – Exemple des matériaux poreux de type mousse : à gauche, une vue d'ensemble du matériau; à droite, une vue rapprochée de la structure du matériau [D'AMORE et al., 2017].

— Laine

Les laines sont des matériaux composés de fibres. Les laines sont généralement plus lourdes que les mousses. Il existe des laines végétales ou minérales. Deux exemples de laines végétales sont représentés sur la Figure 1.13.



FIGURE 1.13 – Exemple des matériaux poreux de type laine : à gauche, l'échantillon de laine de chanvre; à droite, l'échantillon de laine de lin [PIÉGAY et al., 2018].

1.1.2.2 Absorbeurs dynamiques

Le contrôle passif de bruit par absorbeur dynamique consiste à dissiper l'énergie de la source principale dans l'absorbeur dynamique (résonateur dans le cas d'un absorbeur acoustique). Les absorbeurs dynamiques sont efficaces seulement pour une fréquence particulière. Les dimensions du résonateur en très basses fréquences deviennent généralement très importantes, ce qui se traduit par des difficultés d'implémentation dans des applications réelles envisagées.

Il existe plusieurs types de résonateurs acoustiques, parmi lesquels les plus classiques sont : le résonateur quart d'onde et le résonateur de Helmholtz.

Un exemple d'application de réseaux de résonateurs acoustiques pour atténuer le bruit est le matériau Nid d'Abeille, communément appelé NIDA, qui consiste à faire un matériau sandwich composé de couches de résonateurs acoustiques [HAÏNE LECOCQ, 2006; ROCHE, 2011]. Un schéma du matériau NIDA se trouve sur la Figure 1.14.

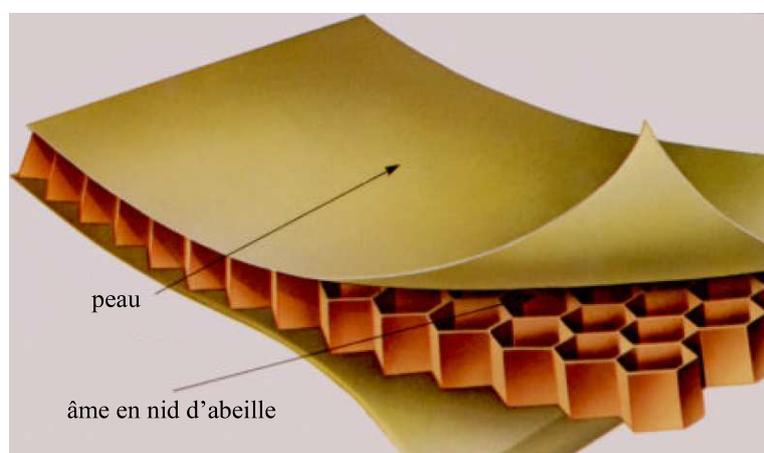


FIGURE 1.14 – Schéma d'un matériau NIDA [ROCHE, 2011].

Résonateur quart d'onde

Par exemple, lorsque l'on considère un volume d'air enfermé dans une cavité (par exemple, un tube) fermée à une de ses extrémités et ouverte à l'autre, on parle d'un résonateur quart d'onde [MBAILASSEM, 2016]. Un exemple de résonateur quart d'onde est représenté sur la Figure 1.15

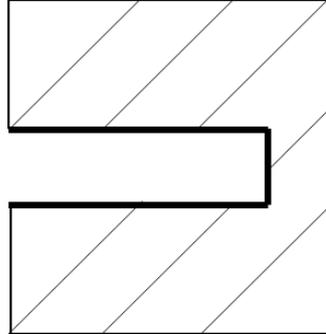


FIGURE 1.15 – Schéma d'un résonateur quart d'onde.

Ce résonateur est appelé quart d'onde parce que sa fréquence de résonance est un quart de la longueur d'onde de l'onde acoustique incidente. Il permet d'atténuer une fréquence ciblée.

Sa fréquence de résonance est déterminée par l'expression :

$$f = \frac{nc_0}{4L} \quad (1.9)$$

où L est la longueur du tube, c_0 est la vitesse du son dans l'air, n est un numéro entier.

Résonateur de Helmholtz

Par exemple, lorsque l'on considère un volume d'air enfermé dans une cavité qui est reliée à l'extérieur via un col, on parle d'un résonateur acoustique de Helmholtz (RH) [HELMHOLTZ, 1863]. Il est caractérisé par un comportement dynamique analogue à un système mécanique de type masse-ressort. Ainsi, le résonateur acoustique possède une fréquence de résonance dans laquelle il permet une atténuation efficace du bruit. Un schéma du résonateur de Helmholtz est montré sur la Figure 1.16.

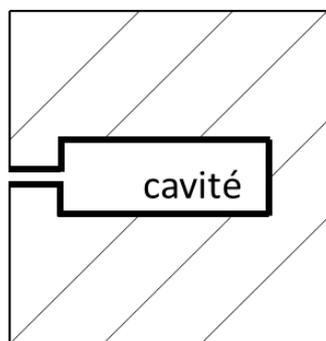


FIGURE 1.16 – Schéma d'un résonateur de Helmholtz.

Le résonateur acoustique est donc efficace pour atténuer le bruit à fréquence spécifique en utilisant le principe de l'antirésonance. La conception de cet absorbeur est faite de façon à ce

qu'il soit accordé à la fréquence de résonance naturelle du système principal. Il existe principalement deux types de comportements dynamiques lorsque l'on considère un absorbeur dynamique acoustique : linéaire et non-linéaire.

On va considérer un modèle de résonateur de Helmholtz selon les paramètres définis sur la Figure 1.17.

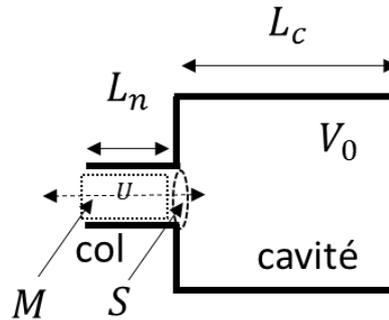


FIGURE 1.17 – Schéma avec les détails de paramètres d'un résonateur de Helmholtz.

où L_n est la longueur du col du résonateur acoustique, S est la surface transversale du col du résonateur, V_0 est le volume de la cavité et L_c la longueur de la cavité et M la masse d'air contenue dans le col, dont le déplacement est associé à la variable U .

Analogie entre résonateur de Helmholtz et un Amortisseur de Masse Accordé (AMA)

Puisque le résonateur de Helmholtz est un absorbeur dynamique, il a le même comportement dynamique qu'un système mécanique de type Masse Ressort Amortisseur (MRA). Afin de réaliser une analogie entre les deux systèmes, on considère les hypothèses suivantes :

- la longueur d'onde, λ , de l'excitation acoustique est très supérieure aux dimensions du résonateur.
- l'air dans le col est incompressible.

Avec ces hypothèses, le col du résonateur est assimilé à une masse M , la cavité du résonateur à un ressort de raideur k puisqu'elle présente des caractéristiques de compressibilité (analogie car phénomène adiabatique). Les effets dissipatifs sont considérés dans le coefficient d'amortissement c . Chaque partie du RH a une équivalence dans le schéma du système MRA, comme représenté sur la Figure 1.18.

Dans ce groupe d'absorbeurs, on peut trouver un exemple connu, celui de l'absorbeur de Frahm ou Amortisseur de Masse Accordé (AMA ou TMD par son acronyme en anglais) [FRAHM, 1911].

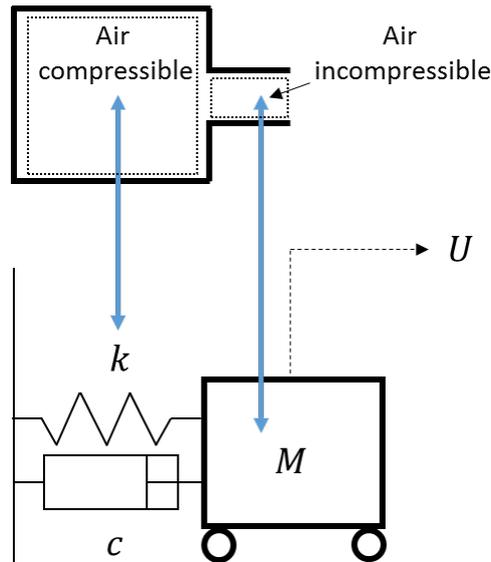


FIGURE 1.18 – Schéma d'un résonateur de Helmholtz et son analogie avec un système MRA.

De façon générale, le système MRA peut être représenté comme sur la Figure 1.19. Où f_r représente la force de restitution du ressort, f_a la force d'amortissement et F la force extérieure appliquée sur la masse M , qui provoque le déplacement U de cette masse.

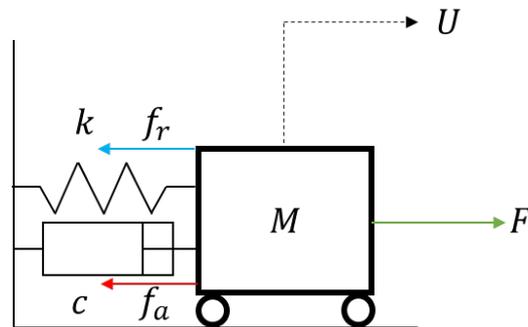


FIGURE 1.19 – Schéma d'un système général MRA.

En utilisant la deuxième loi du mouvement de Newton appliquée à la masse M , on obtient l'expression :

$$M \frac{d^2 U}{dt^2} = \Sigma \text{forces} \quad (1.10)$$

où t est le temps réel. L'Équation (1.10) devient :

$$M \frac{d^2 U}{dt^2} = F + f_r + f_a \quad (1.11)$$

où $f_a = -c \frac{dU}{dt}$ (cas d'un amortissement visqueux, avec le coefficient d'amortissement c), $f_r = -kU$ (pour un ressort à raideur linéaire, avec la raideur du ressort k) et $F = F_0 \sin(\omega_f t)$ (pour un forçage harmonique, avec l'amplitude du forçage F_0 , pulsation du forçage $\omega_f = 2\pi f_f$, avec f_f la fréquence de d'excitation). L'équation gouvernante du système dans le cas d'une excitation harmonique s'écrit alors :

$$M \frac{d^2 U}{dt^2} + c \frac{dU}{dt} + kU = F_0 \sin(\omega_f t) \quad (1.12)$$

Fréquence de résonance du résonateur de Helmholtz

On pose l'équation du système MRA, qui représente le RH. Afin de chercher la fréquence de résonance propre du système MRA, on considère qu'il n'y a pas de forçage, $F_0 = 0$. L'Équation (1.12) sans frottement visqueux devient :

$$M \frac{d^2 U}{dt^2} + kU = 0 \quad (1.13)$$

où M est la masse dans le col du résonateur $M = \rho S L_n$ (ρ la masse volumique de l'air), k est la raideur du ressort (compressibilité de l'air dans la cavité du résonateur acoustique). On s'intéresse à déterminer une expression analytique de k . Pour ce faire, on va considérer l'équation de la conservation de la masse appliquée à la masse d'air incompressible qui se trouve dans le col du RH et l'équation d'état de l'air dans le domaine linéaire. Après quelques développements mathématiques à partir de l'équation de la conservation de la masse, on obtient l'expression :

$$k = \frac{c_0^2 \rho S^2}{V_0} \quad (1.14)$$

En injectant l'Équation (1.14) dans l'Équation (1.13), on obtient :

$$\rho S L_n \frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{c_0^2 \rho S^2}{V_0} U = 0 \quad (1.15)$$

A partir de l'Équation (1.15), on peut obtenir la fréquence de résonance du résonateur, f_r dont l'expression est :

$$f_r = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{V_0 L_n}} \quad (1.16)$$

Même si l'Équation (1.16) permet de déterminer la fréquence de résonance d'un résonateur de Helmholtz, certaines limites d'utilisation apparaissent lorsque l'on a remarqué une différence significative entre la valeur théorique, donnée par la formule et des résultats expérimentaux [INGARD, 1953]. Premièrement, lorsque la longueur du col, L_c , de l'expression sans correction devient infiniment petite, alors la fréquence de résonance du résonateur, f_r , devient infiniment grande, ce qui n'a pas lieu dans la réalité. En effet, la masse d'air dans le col du résonateur fait déplacer une quantité d'air aux extrémités de celui-ci. Il faut donc considérer cette masse d'air supplémentaire en plus du volume d'air contenu dans le col du résonateur.

Plusieurs chercheurs se sont intéressés au sujet de la correction de longueur pour la formule de la fréquence de résonance du résonateur de Helmholtz. Parmi les corrections à la longueur du col, L_c , proposées celle des travaux de Rayleigh est une des plus utilisées [RAYLEIGH, 1870] et est bien vérifiée expérimentalement. Afin de considérer cette correction, l'expression de la fréquence de résonance du résonateur de Helmholtz dans l'Équation (1.16) devient :

$$f_r = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{V_0 (L_n + 0.96\sqrt{S})}} \quad (1.17)$$

où le terme $0.96\sqrt{S}$ représente la longueur du col complémentaire nécessaire pour prendre en compte le volume d'air supplémentaire entraîné par les extrémités de la masse d'air dans le col. En effet, chaque extrémité va rajouter une correction de $\delta = \frac{8a}{3\pi}$ où a est le rayon du col dans le cas où il est cylindrique. Ainsi, la correction des deux extrémités vaut $2\delta = \frac{16a}{3\pi} \simeq 0.96\sqrt{S}$.

1.1.2.2.1 Linéaire Lorsque l'on parle d'un absorbeur dynamique passif linéaire, on considère qu'il s'agit d'un système qui a une fréquence de résonance qui est indépendante de l'évolution de l'amplitude du champ incident. Il est représenté sur la Figure 1.20.

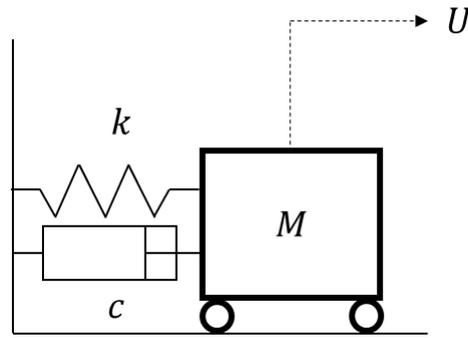


FIGURE 1.20 – Schéma d'un absorbeur linéaire accordé (système MRA).

Dans ce cas, la force de restitution du ressort est linéaire. L'évolution de l'amplitude du déplacement, U , de ce type d'absorbeur dynamique en fonction de la fréquence de résonance réduite $\frac{f}{f_0}$ (rapport entre la fréquence d'excitation, f , et la fréquence de résonance de l'absorbeur dynamique linéaire étudié, f_0) est représentée sur la Figure 1.21. Dans cette Figure, on observe que la fréquence de résonance reste indépendante de l'évolution de l'amplitude d'excitation et que l'amplitude de la réponse croît linéairement avec l'amplitude d'excitation, A .

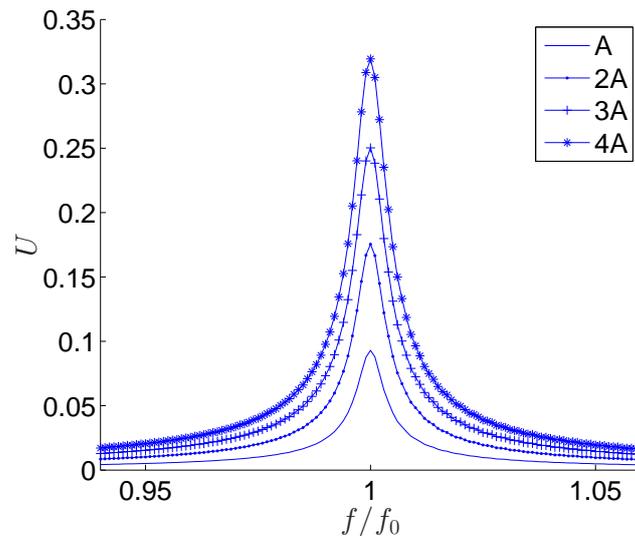


FIGURE 1.21 – Évolution linéaire de la fréquence de résonance d'un résonateur de Helmholtz en fonction de l'amplitude (système MRA). Les paramètres utilisés sont $c = 0.005$, $k = 1$, $M = 1$.

1.1.2.2.2 Non-linéaire Lorsque l'on parle d'un absorbeur dynamique passif non-linéaire, on considère qu'il s'agit d'un système constitué d'une masse qui a une fréquence qui varie en fonction de l'évolution de l'amplitude du champ incident. Dans ce groupe d'absorbeurs, on peut considérer un exemple connu, celui des Puits d'Énergie Non-linéaire ou Nonlinear Energy Sink (NES) [GENDELMAN et al., 2000; VAKAKIS et GENDELMAN, 2000], qui sera expliqué en détail dans la prochaine section. La représentation d'un absorbeur dynamique passif non-linéaire se trouve sur la Figure 1.22

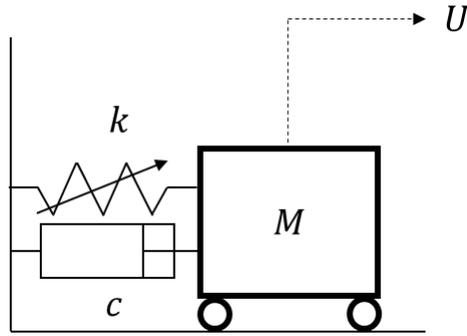


FIGURE 1.22 – Schéma d'un absorbeur non-linéaire (système MRA avec une force de restitution non-linéaire).

Dans ce cas, la force de restitution du ressort contient des termes non-linéaires.

Parmi les oscillateurs dynamiques passifs non-linéaires, un exemple connu est celui de l'oscillateur de Duffing. L'oscillateur de Duffing [DUFFING, 1918] est un système MRA où la force de restitution du ressort a un terme linéaire et un terme cubique. Ce type de système décrit un nombre important de mécanismes industrielles. On peut observer le comportement non-linéaire d'un système de Duffing sur la Figure 1.23. Plus précisément, l'évolution de la fréquence de résonance vers les hautes fréquences avec l'augmentation de l'amplitude du champ incident se traduit par un comportement de type durcissant.

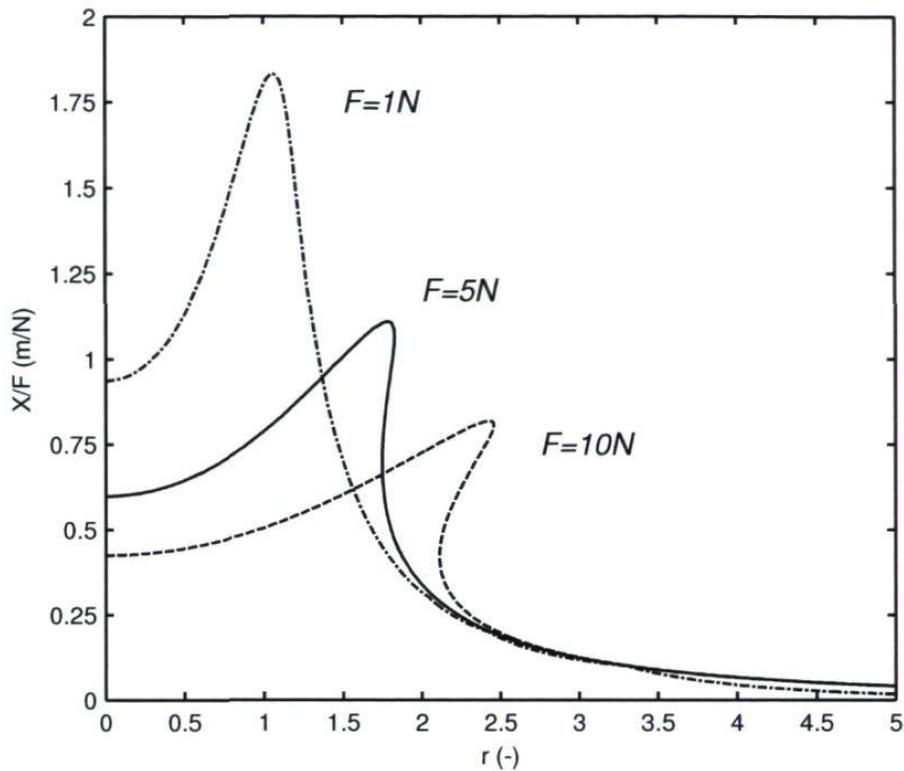


FIGURE 1.23 – Réponse d'un système de Duffing en fonction de la fréquence réduite [MOTTARD, 2011].

où l'équation générale est de la forme :

$$M \frac{d^2U}{dt^2} + c \frac{dU}{dt} + k_1 U + k_3 U^3 - F \sin(\omega_f t) = 0 \quad (1.18)$$

où k_1 est le terme linéaire de la force de restitution du ressort, k_3 est le terme cubique de la force de restitution du ressort. Sur la Figure 1.23, on observe que la fréquence de résonance du système non-linéaire varie selon l'amplitude. Ainsi, pour une augmentation de l'amplitude, la fréquence de résonance se déplace vers les hautes fréquences. Ce type de comportement dynamique est appelé comportement durcissant.

Comparaison de la réponse du système principal : couplage avec un absorbeur dynamique linéaire ou non-linéaire

On considère un absorbeur dynamique accordé (par exemple, le résonateur de Helmholtz dans le domaine de l'acoustique) couplé linéairement avec un système principal, représenté sur la Figure 1.24. La variable de déplacement du système principal est notée U_1 et la variable de déplacement du système secondaire accordé est notée U_2 . Le coefficient d'amortissement visqueux pour le système principal est noté c_1 tandis que pour le système secondaire c_2 . La raideur du ressort du système principal est notée k_1 et pour le système secondaire k_2 . La masse du système principal est notée M_1 et pour le système secondaire M_2 .

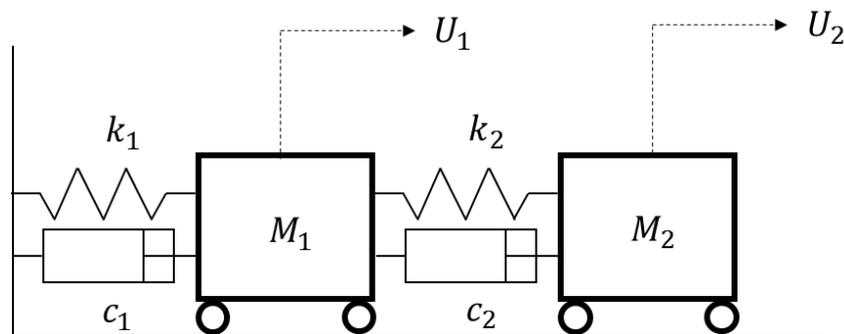


FIGURE 1.24 – Schéma d'un couplage linéaire entre système principal MRA et un système secondaire MRA.

Lorsque l'on considère un couplage non-linéaire, on peut considérer une représentation comme celle sur la Figure 1.25.

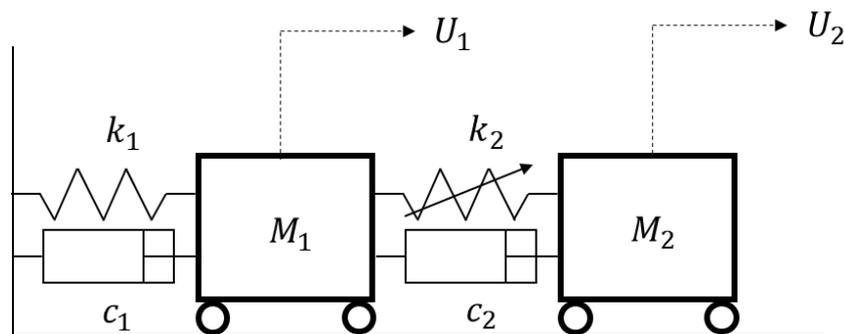


FIGURE 1.25 – Schéma d'un couplage non-linéaire entre un système principal MRA et un système secondaire MRA.

On observe sur la Figure 1.26 [GOURDON, 2006], les deux types de réponses obtenues pour les systèmes décrits sur les Figures 1.24 et 1.25. Ainsi, sur la Figure 1.26, il y est représenté la réponse du système principal (x_1 qui correspond à U_1 dans les Figures 1.24 et 1.25) en fonction du type de système secondaire avec lequel il est couplé. Plus précisément, si l'on considère un couplage avec un système linéaire, on obtient une réponse atténuée sur la fréquence de résonance du système principal avec une apparition de pics de résonance d'amplitude moindre de chaque côté de la ré-

sonance initiale. Cependant, lorsque l'on considère un couplage non-linéaire, la réponse du système principal autour de la résonance sera atténuée tout en restant sous l'allure de la courbe par rapport au cas non couplé. Ainsi, lors d'un couplage non-linéaire on obtient une atténuation de la résonance désirée sans en créer d'autres pics plus importants autour et l'atténuation est efficace sur une plus grande bande fréquentielle et pas uniquement à la résonance du système primaire. Les propriétés du système principal ne sont pas modifiées.

Même si l'option du couplage non-linéaire est intéressante au niveau de l'atténuation de la résonance du système principal, il se peut cependant qu'il y ait de comportements complexes créés avec ce couplage non-linéaire, qu'il faut prendre en compte au moment de la conception du NES. Notamment, il est possible d'observer un exemple de ces comportements dynamiques complexes sur la Figure 1.26 autour de la pulsation $\omega = 32 \text{ rad.s}^{-1}$.

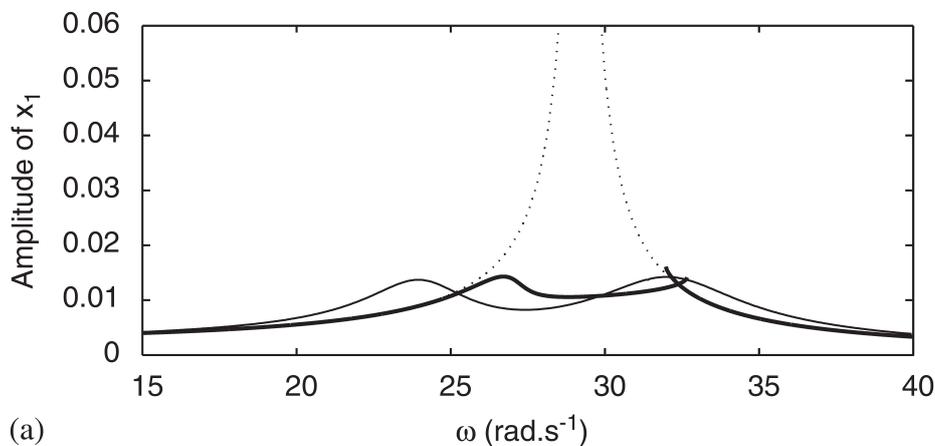


FIGURE 1.26 – Réponse du système MRA en fonction de la pulsation pour plusieurs cas : cas non couplé (- -), cas couplage linéaire avec un système MRA (-), cas couplage non-linéaire avec un système MRA (-) [GOURDON et al., 2007].

1.1.3 Contrôle hybride

Des systèmes hybrides sont réalisés en combinant des techniques de contrôle de bruit actives et passives. Ils sont parfois appelés semi-actifs ou semi-passifs selon les cas et selon le principe initial (passif ou actif) qui est amélioré. Leur gamme d'efficacité fréquentielle est généralement assez large (basses, moyennes et hautes fréquences) puisqu'elle bénéficie des avantages en efficacité du contrôle actif et passif.

Solutions actives hybrides

On peut considérer un exemple de Furstoss [FURSTOSS et al., 1997], représenté sur la Figure 1.27, où un matériau poreux est placé sur le chemin de propagation, devant lequel des microphones sont ajoutés pour mesurer les pression incidente et réfléchiée et derrière lequel est placé un haut-parleur qui sert de source secondaire.

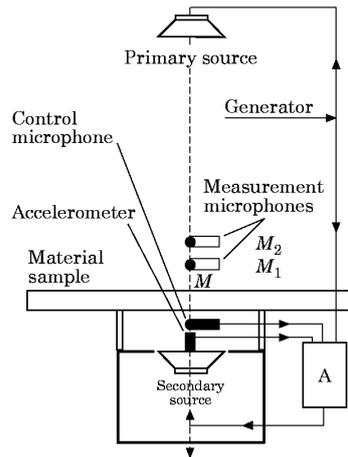


FIGURE 1.27 – Schéma du montage pour réaliser du contrôle semi-actif [FURSTOSS et al., 1997].

On peut remarquer que lorsque l'on fait du contrôle semi-actif, on arrive à améliorer le coefficient d'absorption en basses fréquences par rapport au contrôle passif, comme on peut le voir sur la Figure 1.28. En effet, le coefficient d'absorption acoustique est très important pour les fréquences comprises entre 200 Hz et 1400 Hz, même s'il y a une légère baisse du coefficient vers 1400 Hz.

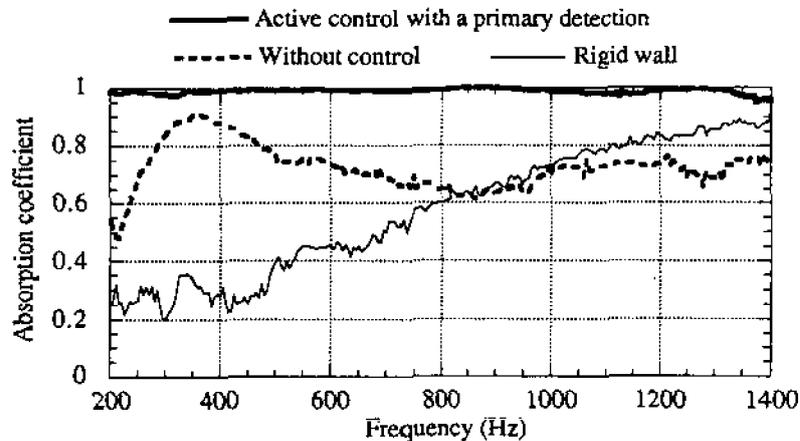


FIGURE 1.28 – Exemple du coefficient d'absorption du contrôle semi-actif [THENAIL et al., 1994].

Solutions actives hybrides

On peut considérer un exemple de Bryk [BRYK et al., 2018], représenté sur la Figure 1.29 où est réalisé à la fois du contrôle passif (membrane à comportement non-linéaire) et du contrôle actif (haut-parleur dans une boîte d'encoffrement pour notamment réduire le terme linéaire).

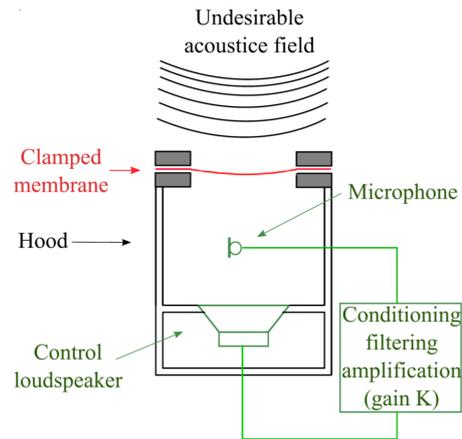


FIGURE 1.29 – Schéma du montage pour réaliser du contrôle semi-actif [BRYK et al., 2018].

Combinaison de solutions passives pour une gamme de fréquence élargie (absorption en basses fréquences et hautes fréquences)

Il est possible de combiner plusieurs types de contrôle passif du bruit afin de mieux atténuer un certain spectre fréquentiel. En effet, l'utilisation à la fois de résonateurs acoustiques et de matériaux poreux permet d'élargir la gamme fréquentielle où le contrôle de bruit est efficace. Sur la Figure 1.30 issue de [GOURDON et al., 2017], on observe le coefficient d'absorption dans le cas d'un contrôle passif hybride, où est combiné un résonateur de Helmholtz et un matériaux poreux, ce qui permet de bénéficier d'une forte atténuation du bruit autour de 400 Hz aux basses fréquences, issue du résonateur de Helmholtz, et aussi une atténuation considérable du bruit entre 700 Hz et 1600 Hz aux moyennes fréquences là où les matériaux poreux sont efficaces.

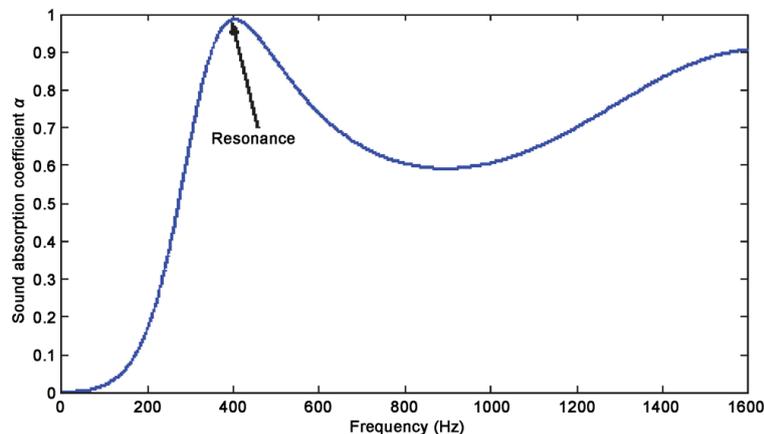


FIGURE 1.30 – Coefficient d'absorption pour le cas d'une solution d'atténuation de bruit avec un contrôle passif hybride (résonateur acoustique combiné à des matériaux poreux) [GOURDON et al., 2017].

Dans cette thèse, je m'intéresse au contrôle passif par absorbeur dynamique accordé lorsqu'il présente un comportement non-linéaire afin d'exploiter ses propriétés appliquées au couplage avec une structure primaire linéaire. Ainsi, je m'intéresse à l'atténuation du son en basses fréquences en utilisant un absorbeur dynamique accordé purement acoustique. Les limites de la gamme de fréquence d'utilisation et le transfert d'énergie seront surpassées par rapport au cas d'un absorbeur dynamique accordé à comportement linéaire.

1.2 Puit d'Énergie Non-linéaire (Nonlinear Energy Sink, NES)

1.2.1 Principe

Un NES est un système secondaire (Masse-Ressort-Amortisseur) avec un potentiel non-linéaire, qui s'agit généralement d'un terme cubique, et qui est couplé à un système principal, généralement plus lourd, dans le but de réaliser un **Transfert d'Énergie ciblé** (Targeted Energy Transfer, TET) [VAKAKIS et GENDELMAN, 2000]. Le TET est réalisé à partir du système principal vers le NES, où l'énergie sera collectée et éliminée. Le TET est aussi connu sous le nom de pompage énergétique.

Le principal inconvénient du Transfert d'Énergie avec un NES est qu'il faut dépasser un certain seuil d'énergie pour activer le transfert. Le système peut être excité avec un régime non forcé (excitation ponctuelle) ou en régime forcé.

De par l'absence du terme linéaire, l'absorbeur non-linéaire peut s'accorder à n'importe quelle fréquence du système principal [GENDELMAN, 2012; KERSCHEN et al., 2007; MANEVITCH et al., 2007; ROMEO et al., 2015; VAKAKIS et al., 2008]. Ceci permet d'obtenir une atténuation de l'énergie pour une plus large gamme de fréquences par rapport à un absorbeur linéaire classique. Ce type de couplage peut avoir principalement deux configurations : la première est représentée sur la Figure 1.31, où le système principal (structure linéaire) est couplé de façon non-linéaire avec le système secondaire; la deuxième configuration est représentée sur la Figure 1.32, où le système principal (structure linéaire) est faiblement couplé linéairement avec le système secondaire (structure non-linéaire).

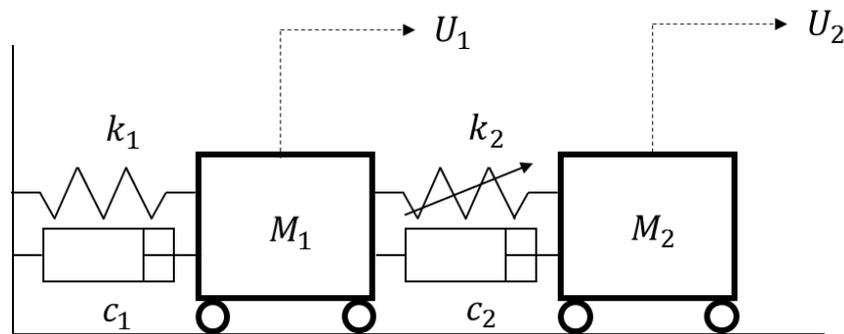


FIGURE 1.31 – Schéma du NES : un couplage non-linéaire entre un système principal et un système secondaire [BELLET et al., 2010].

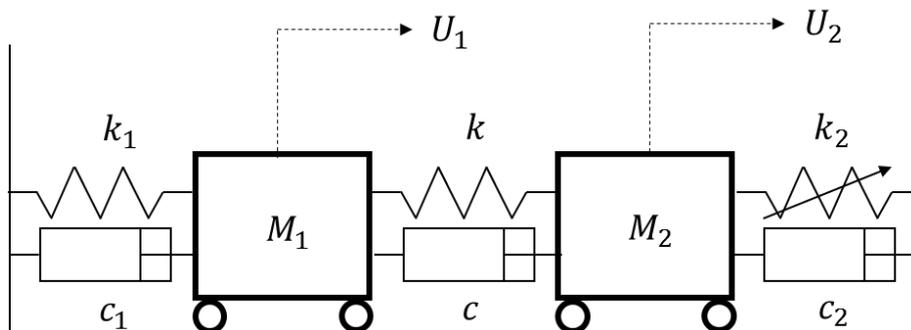


FIGURE 1.32 – Schéma du NES : un couplage linéaire entre un système principal linéaire et un système secondaire non-linéaire [BELLET et al., 2010].

L'utilisation d'un absorbeur non-linéaire implique un échange d'énergie irréversible qui peut être expliqué par le fait que sa courbe caractéristique (amplitude A en fonction de la pulsation ω) a un seul point d'intersection avec la courbe caractéristique d'un oscillateur linéaire. Ainsi, l'échange d'énergie a lieu dans un seul sens [BELLET, 2010].

Courbe caractéristique d'un oscillateur linéaire, représentée sur la Figure 1.33 :

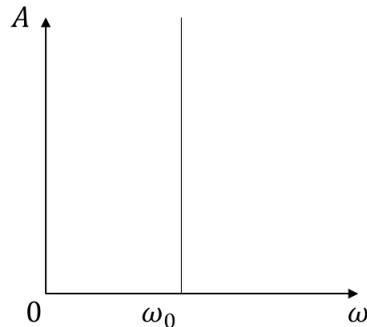


FIGURE 1.33 – Courbe caractéristique de l'oscillateur linéaire. A représente l'amplitude et ω la pulsation.

Courbe caractéristique d'un oscillateur non-linéaire, représentée sur la Figure 1.34 :

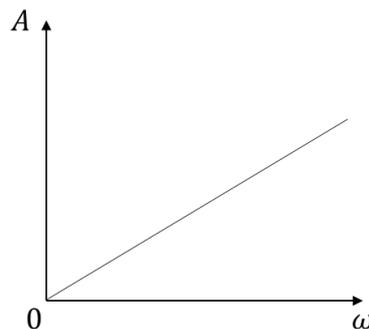


FIGURE 1.34 – Courbe caractéristique de l'oscillateur non-linéaire. A représente l'amplitude et ω la pulsation

Transfert d'énergie

Afin de mieux comprendre le phénomène de pompage d'énergie quelques exemples sont donnés. Il a été montré dans la littérature que, de façon générale, le transfert d'énergie se réalise en 3 phases [WEISS et al., 2014].

Le processus de contrôle par la technologie NES est basé sur la capture de la résonance 1 :1. Pour le cas de vibrations en régime libre le processus de transfert d'énergie a lieu en 3 phases :

1. Accroche à la variété invariante lente (Slow Invariant Manifold, SIM) (cette notion est détaillée et expliquée un peu plus loin dans le texte). Dans cette phase la dynamique du système couplé est attirée par le SIM. Elle suit le SIM qui correspond aux interactions non-linéaires entre le système principal et le NES accompagné par une réduction de l'énergie du système principal. La réduction d'énergie du système principal de cette phase est principalement dépendante des conditions initiales. Une résonance 1 :1 a lieu entre le système principal et le NES. Dans cette résonance 1 :1, une synchronisation des fréquences des déplacements du système principal et secondaire a lieu, avec échange d'énergie. Une représentation de cette phase est sur la Figure 1.35, entre le point A et le point B.

2. Saut : bifurcation et destruction du mode non-linéaire. La bifurcation correspond à une réduction abrupte de l'énergie du NES et par un niveau d'énergie plus ou moins constant du système principal. Il peut être observé un changement de fréquence entre les deux déplacements. Une représentation de cette phase est sur la Figure 1.35, entre le point B et le point C.

3. Réduction de l'énergie d'une manière classique, principalement due à l'amortissement : une réduction de l'énergie classique du système principal jusqu'à ce que son énergie atteigne le zéro. Une représentation de cette phase est sur la Figure 1.35, entre le point C et le point (0, 0).

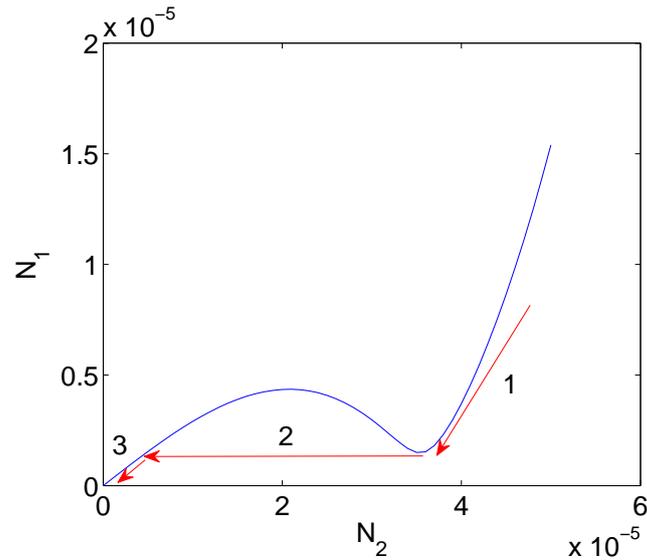


FIGURE 1.35 – Évolution de la dynamique d'un système couplé en régime libre.

Un exemple de variété invariante avec une simulation numérique représentant les points A, B et C est montré sur la Figure 1.36.

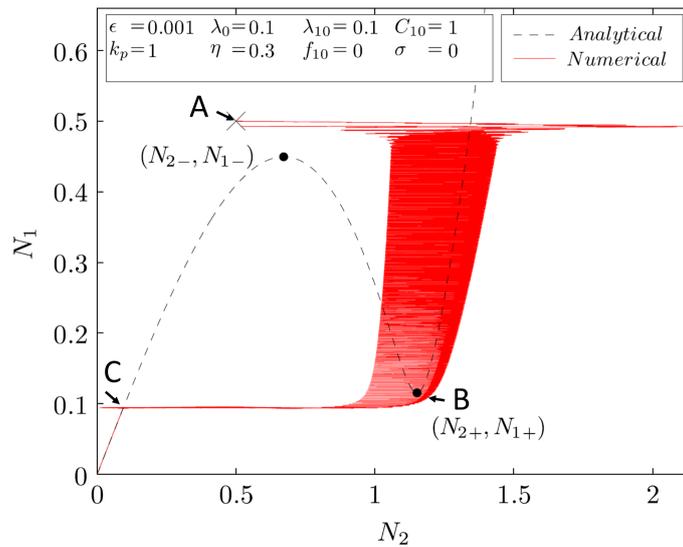


FIGURE 1.36 – Évolution de la dynamique d'un système couplé en régime libre avec une simulation numérique [WEISS et al., 2014].

Un exemple de la réponse d'un système principal couplé à un NES, dans le cas d'une excitation de type sismique sur un système mécanique est montré sur la Figure 1.37. Sur cette figure, on aperçoit que la structure non-linéaire (trait fin continu) rentre en grandes vibrations lorsque les vibrations dans la structure primaire dépassent un seuil permettant d'absorber les vibrations de la structure primaire. Les excitations utilisées dans cette figure représentent une excitation sismique. Plus précisément sur la Figure 1.37, on remarque que la phase d'accrochage (début de l'étape 1 du transfert d'énergie) a lieu entre $t = 2.5s$ et $t = 4s$, la phase de résonance (fin de l'étape 1) a lieu entre $t = 4s$ et $t = 6s$ suivi de la phase de saut (étape 2), qui a lieu à partir de $t = 6s$.

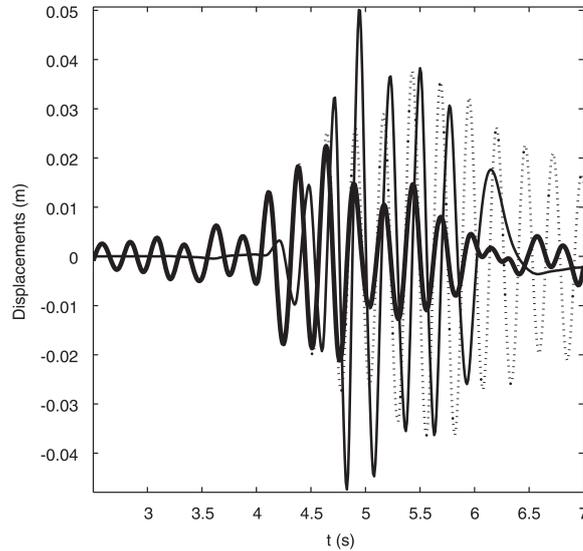


FIGURE 1.37 – Réponse en déplacement d'un système couplé avec un NES en fonction du temps. (-) représente le déplacement du système primaire couplé au NES, (-) représente le déplacement du NES couplé et (- -) représente le déplacement du système principal sans couplage [GOURDON et al., 2007].

Pour une réponse en régime libre une comparaison entre les déplacements du système principal, du système secondaire et la fréquence instantanée pour le système secondaire est réalisée sur la Figure 1.38. L'étape d'accrochage (début de l'étape 1) a lieu entre $t = 0s$ et $t = 50s$, l'étape de résonance 1 : 1 (fin de l'étape 1) a lieu entre $t = 50s$ et $t = 225s$ et l'étape du saut d'énergie (étape 2) a lieu à partir de $t = 225s$.

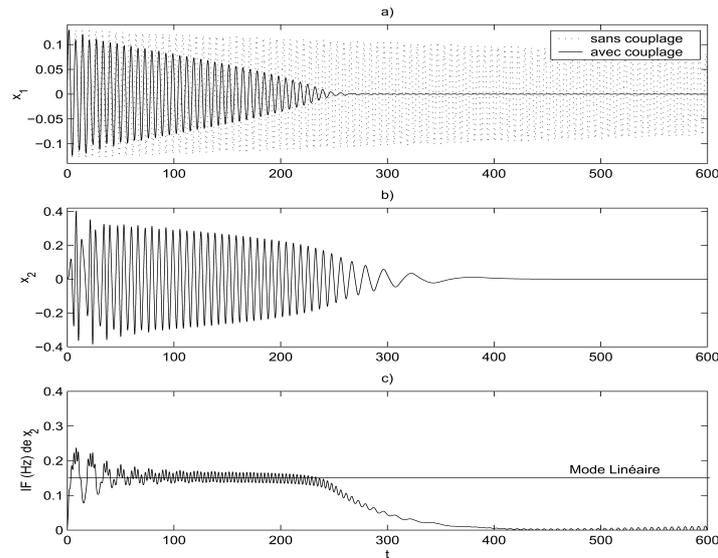


FIGURE 1.38 – Comparaison entre les déplacements du système principal et secondaire, ainsi que la fréquence instantanée du système secondaire lors du pompage énergétique [GOURDON, 2006].

SIM

Le pompage énergétique est associé à un comportement dynamique particulier qui a lieu entre le système primaire et le système secondaire. On peut étudier les comportements dynamiques d'un système couplé à l'aide de la courbe de la variété invariante calculée à l'échelle du temps lente (Slow Invariant Manifold, SIM). Elle représente tous les possibles comportements dynamiques (une représentation asymptotique) qui existent entre les amplitudes des déplacements des systèmes (système principal et système secondaire) intégrant le système couplé. Un exemple de SIM est représenté sur la Figure 1.39.

Pour déterminer le SIM d'un système couplé, on peut utiliser la méthode d'Echelles Multiples du Temps [NAYFEH et MOOK, 1979] et les variables complexes de Manevitch [MANEVITCH, 2001]. L'idée est de découpler la dynamique lente de la dynamique rapide. Cette méthode sera développée dans le chapitre 3. Elle nous permet de tracer l'évolution de la dynamique lente dans un graphique intégrant l'énergie des deux systèmes étudiés (système principal et système annexe) dans le couplage.

Le SIM peut être utilisé pour mieux concevoir un système couplé afin d'augmenter l'efficacité du pompage énergétique. De plus, il peut permettre de connaître si une réponse de type quasi-périodique (qui est associée à une efficacité importante du pompage énergétique) est possible analytiquement pour un certain jeu de paramètre qui définissent le couplage d'un système principal avec un NES.

L'étude du SIM peut permettre de connaître les zones stables et instables de fonctionnement du couplage, ainsi que les points d'équilibre et les points singuliers du système couplé.

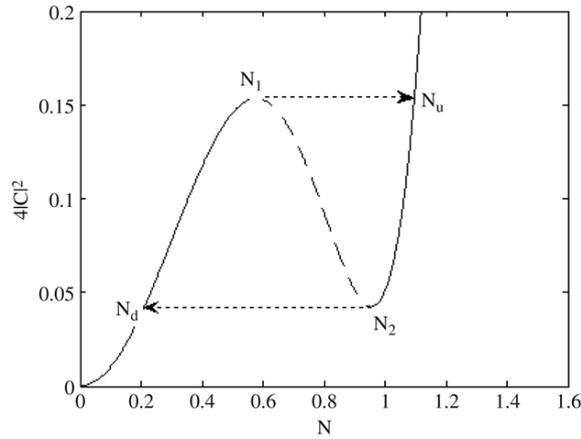


FIGURE 1.39 – Schéma d'un SIM avec des points singuliers [STAROSVETSKY et GENDELMAN, 2008].

Sur cette Figure 1.39 C et N représentent les énergies liées au déplacement des masses du système principal et secondaire, respectivement.

N_1 et N_2 représentent les limites des zones de stabilité de la variété invariante, les flèches marquent les "sauts" hypothétiques dans le cas d'un régime forcé. N_1 et N_2 représentent des points singuliers.

On va étudier deux types de régimes : non forcé et forcé.

— **Cas du régime non forcé (oscillations libres)**

Pour illustrer ce régime, je considère un SIM calculé sur un système décrit par [LAMARQUE et TURE SAVADKOOHI, 2014]. On peut observer la convergence de la solution numérique vers la variété invariante sur la Figure 1.40 sur le cas précis décrit dans [LAMARQUE et TURE SAVADKOOHI, 2014]. Sur cette Figure, N_1 et N_2 représentent les énergies dans le système primaire et secondaire (non-linéaire). La simulation numérique démarre avec des conditions initiales précises qui se trouvent au-dessus du seuil d'énergie nécessaire pour observer le "saut" d'énergie. On remarque que la simulation numérique suit la branche stable du SIM pour les valeurs comprises entre $N_1 = 20$ et $N_1 = 5$, ensuite elle traverse la zone d'instabilité en faisant le "saut" vers la branche stable à environ $N_1 = 2$.

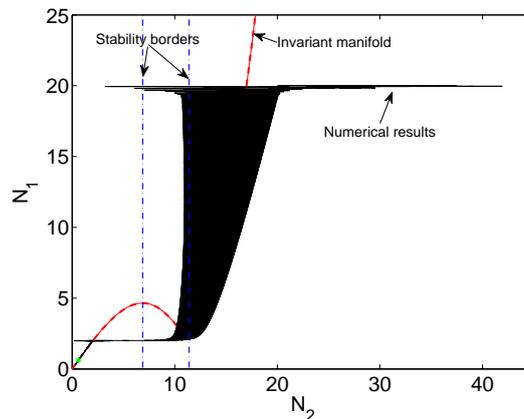


FIGURE 1.40 – SIM comparé avec une simulation numérique dans le cas d'un régime libre [LAMARQUE et TURE SAVADKOOHI, 2014].

Sur la Figure 1.40, la solution numérique (qui prend en compte toutes les échelles de temps, les lentes et les rapides) en noir part d'une condition initiale pour osciller autour du SIM. La présence

de l'amortissement décroît l'énergie ce qui fait qu'il y ait un saut lorsque l'énergie N_1 décroît à une valeur autour de 3. A ce moment-là l'énergie du système secondaire passe de $N_2 = 12$ environ (avant le saut) à $N_2 = 3$ environ. Puis, l'énergie N_1 et N_2 vont converger vers 0 jusqu'à l'atténuation totale en suivant le SIM.

Une autre représentation de cette simulation peut se faire en considérant la Figure 1.41 où est représenté l'évolution de l'énergie lié au déplacement de la masse du système secondaire en fonction du temps. Sur cette figure, on observe qu'il existe une décroissance de l'énergie très forte qui a lieu lorsque le "saut" a lieu.

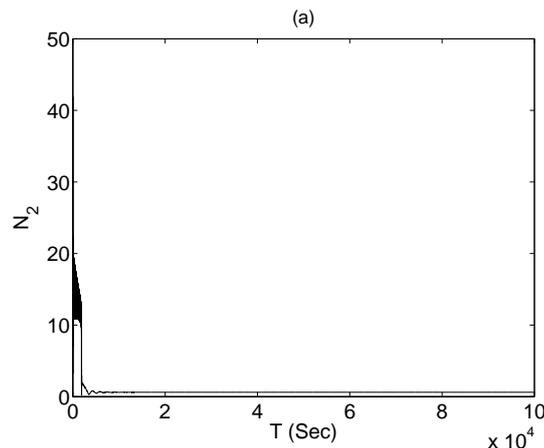


FIGURE 1.41 – Evolution de l'énergie du déplacement de la masse secondaire en fonction du temps [LAMARQUE et TURE SAVADKOOHI, 2014].

On peut remarquer que lorsque l'on analyse la Figure 1.42, qui représente l'évolution de l'énergie liée au déplacement de la masse principale, N_1 , on voit une décroissance rapide au même moment où le saut d'énergie se produit dans la masse secondaire, N_2 , sur la Figure 1.41.

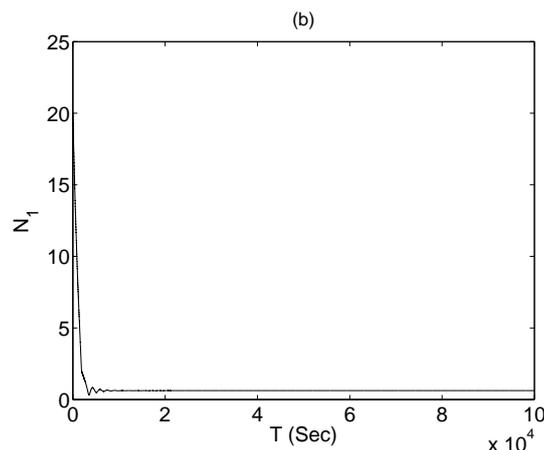


FIGURE 1.42 – Evolution de l'énergie du déplacement de la masse principale en fonction du temps [LAMARQUE et TURE SAVADKOOHI, 2014].

— Cas du régime forcé

On va considérer un système soumis à une excitation forcée. Pour illustrer ce régime, je considère des résultats décrits dans [CHARLEMAGNE et al., 2016], où est étudié plusieurs cas de variétés invariantes. Sur la Figure 1.43, on observe à gauche le SIM et à droite une comparaison entre le SIM et la simulation numérique. La forme du SIM et les résultats de la simulation numérique nous

permettent d'affirmer que le système a une réponse de type quasi-périodique. Sur la figure de gauche où est représenté le SIM (N_1 et N_2 représentent les énergies dans le système primaire et secondaire), on remarque le chemin asymptotique que suit le système. En commençant par les conditions initiales (IC), le comportement va tendre vers la courbe du SIM. Ensuite le système va diminuer en énergie tout en suivant le SIM. Puis lorsque le système arrive au point B minimum local de la branche stable, il va réaliser un "saut" vers la branche stable suivant vers le point C. Puis, en considérant qu'il s'agit d'un régime forcé, le système va continuer suivant la branche stable vers un maximum local, au point D. A ce moment-là, il va réaliser un "saut" vers la branche stable vers le point A. Ainsi, le cycle se répète tant que le système est forcé.

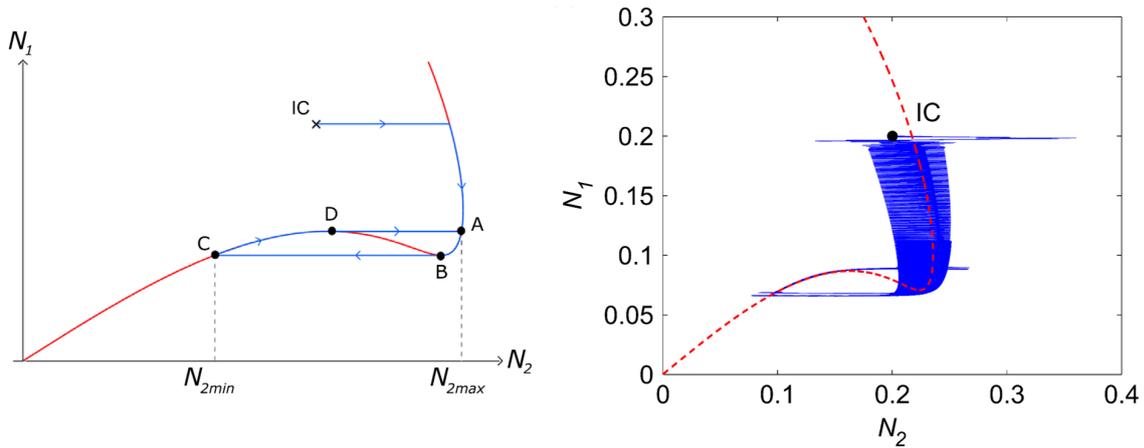


FIGURE 1.43 – SIM avec simulation numérique dans le cas d'un régime forcé. IC signifie conditions initiales [CHARLEMAGNE et al., 2016].

On observe sur la Figure 1.44 que l'évolution de l'énergie liée au déplacement de la masse secondaire en fonction du temps correspond à un régime de réponse quasi-périodique.

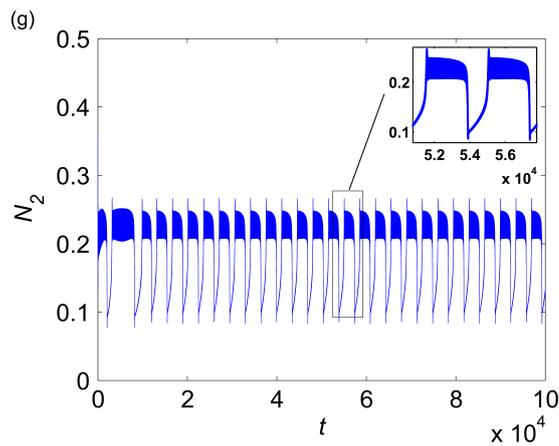


FIGURE 1.44 – Evolution de l'énergie liée au déplacement de la masse secondaire en fonction du temps [CHARLEMAGNE et al., 2016].

Dans le régime forcé, il existe la possibilité que le système ait une réponse fortement modulée (Strongly Modulated Response, SMR) [STAROSVETSKY et GENDELMAN, 2008] ou il peut être attiré à un régime périodique [TURE SAVADKOOHI et al., 2016]. Cette réponse fortement modulée peut être observée sur la Figure 1.43 et la Figure 1.44.

Rôle de l'amortissement du NES

L'amortissement du système joue un rôle important dans la dynamique du couplage. La valeur de l'amortissement du NES a un impact sur la vitesse de l'atténuation de l'énergie dans le système couplé. Ceci va être visible au niveau du SIM puisque une atténuation de l'énergie plus rapide représente une convergence vers le point $(N_2 = 0, N_1 = 0)$ plus rapide.

Dans les exemples précédents, on constate bien l'importance du rôle de l'amortissement du NES dans le cheminement le long du SIM et lors de l'atténuation. En effet, il a été montré dans la littérature qu'il existe un amortissement critique pour avoir le phénomène de saut permettant une meilleure dissipation (plus rapide) [GENDELMAN et al., 2006].

Il existe ainsi une valeur de l'amortissement (λ) critique du NES, notée λ_c , qui détermine la limite entre l'apparition ou non d'une variété invariante avec un maximum et un minimum locaux. Ainsi, cette valeur détermine la possibilité de l'existence d'un régime de réponse quasi-périodique (en régime forcé), ce qui permet la possibilité des "sauts" visible dans le SIM. Par exemple, dans le cas d'une force de restitution non-linéaire purement cubique avec un amortissement purement visqueux, il a été montré dans [GENDELMAN et al., 2006] que la valeur de l'amortissement critique est $\lambda_c < \frac{1}{\sqrt{3}}$. Un exemple d'évolution du SIM en fonction de la valeur de l'amortissement est montré sur la Figure 1.45.

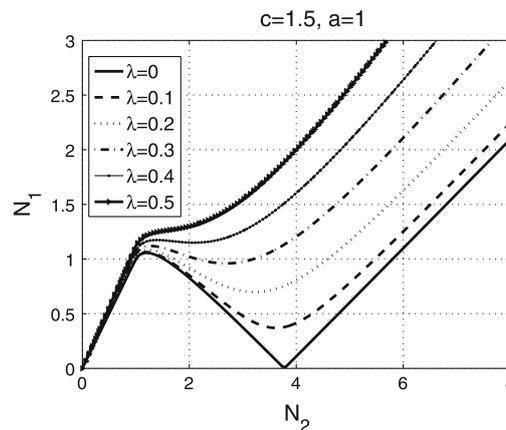


FIGURE 1.45 – Evolution du SIM en fonction de la valeur de l'amortissement [LAMARQUE et al., 2011].

1.2.2 Applications

Le transfert d'énergie irréversible est possible à condition d'avoir un couplage entre un système linéaire et un NES qui soit excité au-dessus du seuil dans l'optique d'activer un mode non-linéaire.

Les NES ont déjà été étudiés et il existe plusieurs types d'applications comme par exemple : l'atténuation sismique dans les bâtiments dans le but de préserver les structures [GOURDON et al., 2007], représenté sur la Figure 1.46; pour diminuer les mouvements dans les câbles de haute tension, dans le but de les stabiliser et les protéger [WEISS et al., 2015].

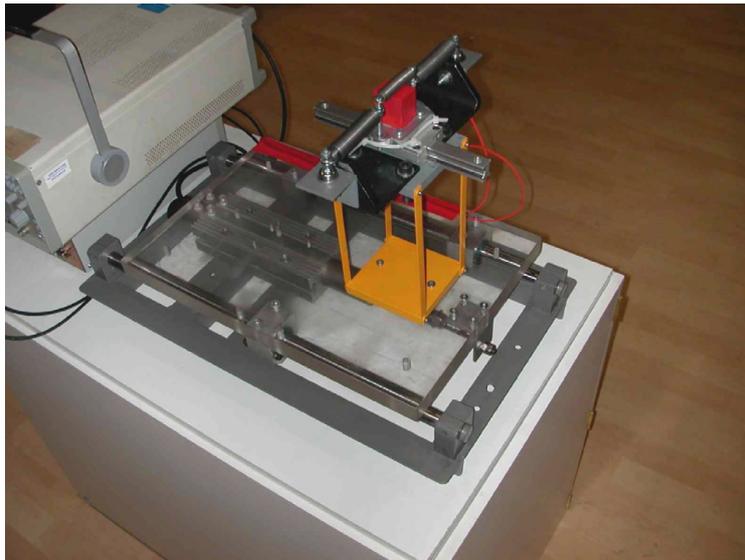


FIGURE 1.46 – Banc d'essai d'un modèle réduit de bâtiment avec NES [GOURDON et al., 2007].

Un montage pour étudier les effets de l'utilisation du couplage d'un NES, avec une non-linéarité de type vibro-impact, à un bâtiment à échelle réduite lorsqu'il est soumis à des sollicitations sismiques est représenté sur la Figure 1.47.

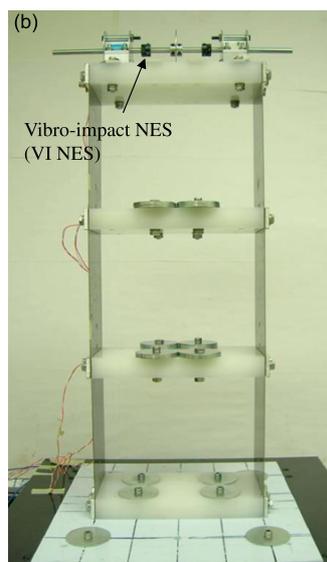


FIGURE 1.47 – Exemple d'un banc d'essai d'un modèle réduit de bâtiment avec NES [NUCERA et al., 2008].

Les limites du fonctionnement du NES sont liées au fait qu'il a besoin d'un régime de fonctionnement qui soit supérieur à un seuil. S'il n'est pas supérieur à ce seuil-là, alors les comportements non-linéaires ne seront pas activés.

Types de force de restitution

La force de restitution du NES peut avoir plusieurs formes qui représentent différents comportements afin de mieux s'adapter au contrôle d'un système principal. Parmi ces formes, on peut remarquer le type purement cubique [BELLET et al., 2010; GENDELMAN et al., 2006, 2000; VAKAKIS et GENDELMAN, 2000] (il s'agit du cas classique et il est généralement associé à un comportement de type durcissant). Dans le domaine vibro-acoustique et parmi le type purement cubique, on peut

remarquer l'utilisation d'une membrane viscoélastique pour le NES dans [BELLET et al., 2010]. On peut également citer le type vibro-impact [GENDELMAN et ALLONI, 2016; GOURC et al., 2015; NUCERA et al., 2007] (dont une des applications peut être la protection de structures contre les tremblements de terre), et le type non-linéarité non régulière ("non-smooth") [LAMARQUE et al., 2014] (ils ont montré que le système peut être attiré par des points fixes différents à différentes échelles de temps). Par ailleurs, il a été étudié le cas de NES associés en parallèle dans [TURE SAVADKOOHI et al., 2012] et des NES associés en série [CHARLEMAGNE et al., 2018].

1.3 Résonateurs non-linéaires en acoustique

1.3.1 Introduction

L'utilisation de NES dans le but de contrôler de vibrations a motivé des chercheurs à se poser la question sur l'application de ce principe dans le cas des systèmes vibro-acoustiques et purement acoustiques.

En effet, le pompage énergétique ayant été observé expérimentalement et étudié analytiquement pour des systèmes mécaniques, il devient un sujet de plus en plus développé dans d'autres domaines comme par exemple les systèmes vibro-acoustiques [BELLET et al., 2010; COCHELIN et al., 2006] et les systèmes purement acoustiques lors des dernières années.

En plus des NES, il faut également souligner que différents auteurs se sont intéressés au comportement non-linéaire de résonateurs purement acoustiques.

Dans cette partie, je m'intéresse à approfondir les détails de ces travaux qui ont permis de motiver cette étude.

1.3.2 NES en vibro-acoustique

Le phénomène de pompage qui a lieu avec un NES adapté au domaine de l'acoustique avec des montages vibro-acoustiques a été le sujet de nombreuses recherches. Ces recherches ont permis l'obtention des mécanismes de dissipation (par exemple, membrane viscoélastique à comportement non-linéaire) qui permettent de réaliser des atténuations importantes en basses fréquences dans des couplages vibro-acoustiques.

Dans ces montages l'objectif est de chercher à coupler une structure vibrante à comportement non-linéaire (qui sert de NES) à un milieu acoustique (par exemple, un mode acoustique créé dans un tube). Les premières observations expérimentales du pompage énergétique en basses fréquences (autour de 100 Hz) dans ce type de montages vibro-acoustiques ont été réalisées par l'équipe du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA, UMR 7031 CNRS Marseille) [COCHELIN et al., 2006]. Des études en utilisant un montage spécifique ont permis d'observer l'existence de différents régimes de réponse dans les couplages vibro-acoustique (dont le régime quasi-périodique associé à un pompage énergétique très efficace), ainsi que la visualisation de l'augmentation de la largeur de bande fréquentielle d'efficacité et des observations sur le pompage énergétique dans des systèmes sous excitation sinusoïdale et en oscillations libres [BELLET et al., 2010]. Le montage considéré dans [COCHELIN et al., 2006] est celui d'un haut-parleur couplé à un tube de diamètre réduit (afin de créer un mode acoustique) à l'extrémité duquel, il existe une boîte de couple connectée à une membrane viscoélastique qui sert de NES (représenté sur la Figure 1.49, où le schéma du montage est décrit).

Le système a été amélioré dans [BELLET et al., 2010] avec une gestion de la pré-tension de la membrane notamment pour diminuer les termes linéaires (représenté sur la Figure 1.50). Ce dernier travail est représenté sur la Figure 1.51 avec le tracé de l'amplitude de la pression dans le tube

(mode acoustique) avec une surface qui permet de voir l'évolution en fonction de la fréquence et l'amplitude d'excitation. Ainsi, il est possible d'y observer, lorsque l'amplitude incidente est faible, une crête qui correspond à la fréquence de résonance du mode acoustique. A partir d'un certain niveau d'amplitude incidente (autour de 45 V) et pour les amplitudes supérieures, la crête est aplatie. Ce phénomène où la crête disparaît en laissant place à un plateau est appelé phénomène d'écrêtement. Il correspond au pompage énergétique qui a lieu entre le mode acoustique créé dans le tube et une membrane viscoélastique. Dans un but d'optimiser le pompage énergétique, les caractéristiques du NES sont adaptées afin de permettre un seuil d'activation faible du pompage énergétique ainsi qu'un élargissement du pic d'écrêtement. Par ailleurs les résultats sur la Figure 1.48 indiquent que le plateau issu de l'écrêtement est amené à disparaître pour des amplitudes très fortes. En effet, ceci indique qu'il existe un comportement optimal au-delà duquel la membrane à comportement non-linéaire n'est plus efficace puisque l'efficacité de l'atténuation diminue en plus de la création de pics de résonance dans d'autres fréquences (dans ce cas, création d'un pic de résonance autour de 81 Hz). Le principe du NES en vibro-acoustique ne se limite pas au contrôle de bruit de modes acoustiques dans un tube.

Dans ces deux travaux précédents, le système vibrant servant de NES a été une membrane viscoélastique à comportement non-linéaire en latex. Or, des recherches ont été réalisées en utilisant comme structure secondaire une membrane de haut-parleur sans son moteur [MARIANI et al., 2011]. L'utilisation d'une membrane de haut-parleur dépourvue du moteur en tant que système secondaire a plusieurs intérêts, notamment par rapport au fait que l'on peut ajuster certains de ses paramètres (par exemple, la masse, la raideur non-linéaire et l'amortissement).

Par ailleurs, le comportement non-linéaire de la membrane peut aussi permettre l'obtention d'une capture de résonance d'une ou plusieurs fréquences. Cette caractéristique multi-fréquentielle du pompage énergétique a été étudiée pour les systèmes vibro-acoustiques, par exemple dans le cas d'un conduit [BELLIZZI et al., 2013] et dans le cas d'une salle [SHAO et COCHELIN, 2014], où la structure secondaire est une membrane viscoélastique.

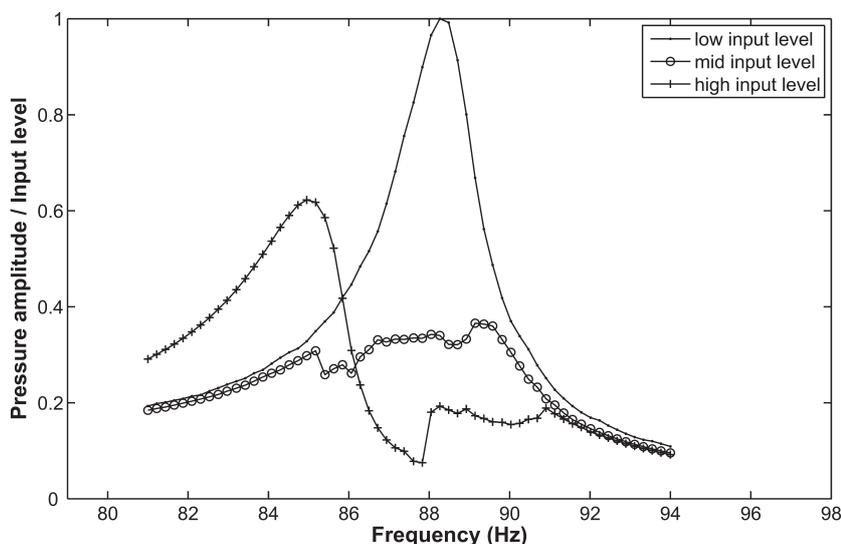


FIGURE 1.48 – Réponse d'un système couplé avec NES pour plusieurs amplitudes de champ incident [BELLET et al., 2010].

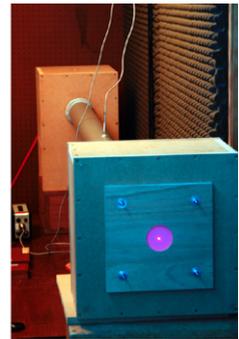
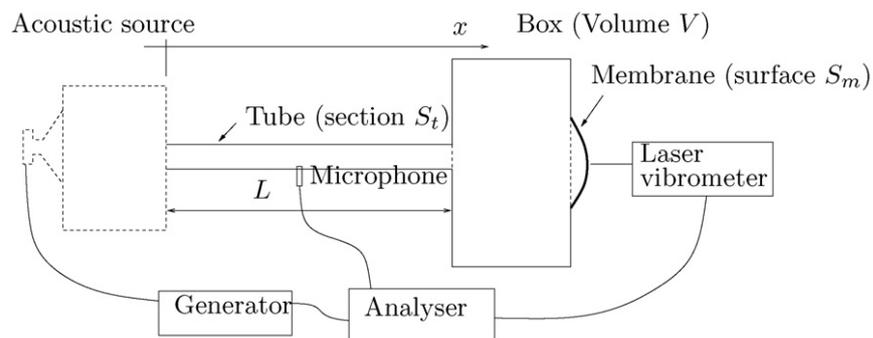


FIGURE 1.49 – Schéma du montage d'un couplage entre système principal acoustique avec un NES de type membrane (tube droit) [COCHELIN et al., 2006].

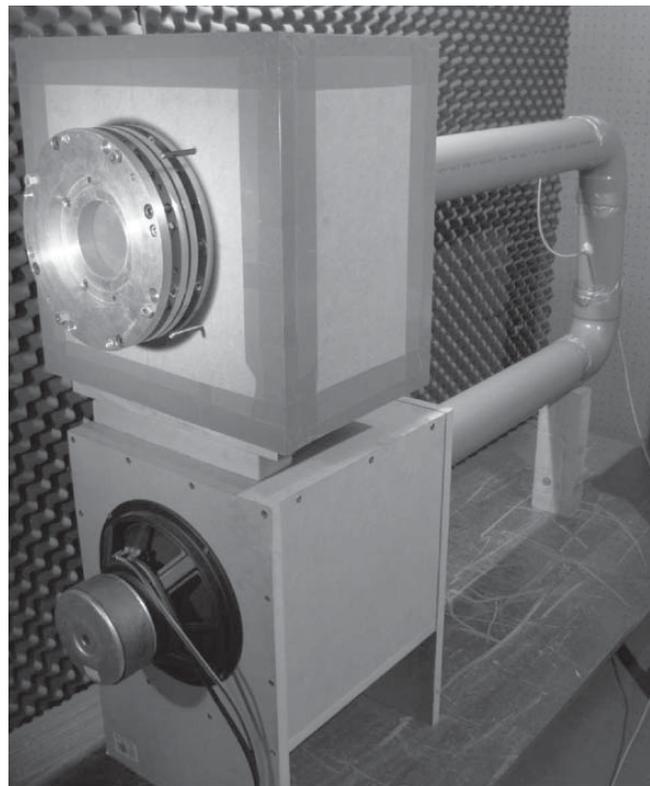


FIGURE 1.50 – Schéma du montage d'un couplage entre système principal acoustique avec un NES de type membrane (tube courbé) [BELLET et al., 2010].

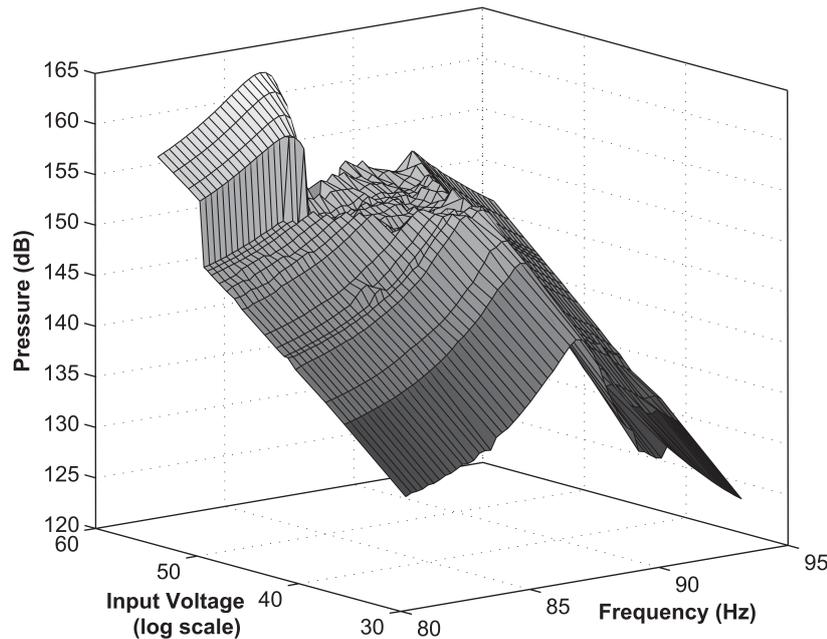


FIGURE 1.51 – Surface de réponse en amplitude en fonction de la fréquence et l'amplitude d'excitation [BELLET et al., 2010].

De part la nature mécanique du NES (membrane qui vibre), la fréquence ciblée reste très basses fréquences (~ 100 Hz) au début du domaine audible. Pour essayer d'atténuer des basses fréquences du domaine audible ayant des valeurs plus élevées, on peut s'intéresser à des résonateurs purement acoustiques.

1.3.3 Résonateurs non-linéaires purement acoustiques

1.3.3.1 Comportement Non-linéaire

Plusieurs auteurs se sont intéressés à des comportements non-linéaires des résonateurs purement acoustiques.

— Comportement mollissant

Le comportement mollissant consiste à réaliser un déplacement de la fréquence de résonance vers les basses fréquences lorsqu'il existe une augmentation de l'amplitude du champ incident.

Il faut noter qu'il a été montré théoriquement par une modélisation [YU et al., 2011] qu'un comportement non-linéaire d'un RH classique pouvait avoir lieu. Ce comportement non-linéaire est représenté sur la Figure 1.52, où on peut observer le comportement mollissant lorsque l'on considère des fortes amplitudes. Sur cette Figure est représentée l'amplitude du déplacement d'un résonateur de Helmholtz en fonction du paramètre qui représente la variation de la pulsation, β_2 , autour de la résonance 1 : 1, soumis à une excitation de forte amplitude, 147 dB. La pulsation est définie comme $\omega = 1 + \epsilon^2 \sigma$, où ϵ est un petit paramètre, $\sigma = A\beta_2$, avec A une constante. Le pic d'amplitude se trouve pour une valeur négative du paramètre β_2 , ce qui implique une variation de la fréquence de résonance vers les basses fréquences. Ceci a comme conséquence un comportement mollissant du résonateur de Helmholtz avec l'augmentation de l'amplitude d'excitation.

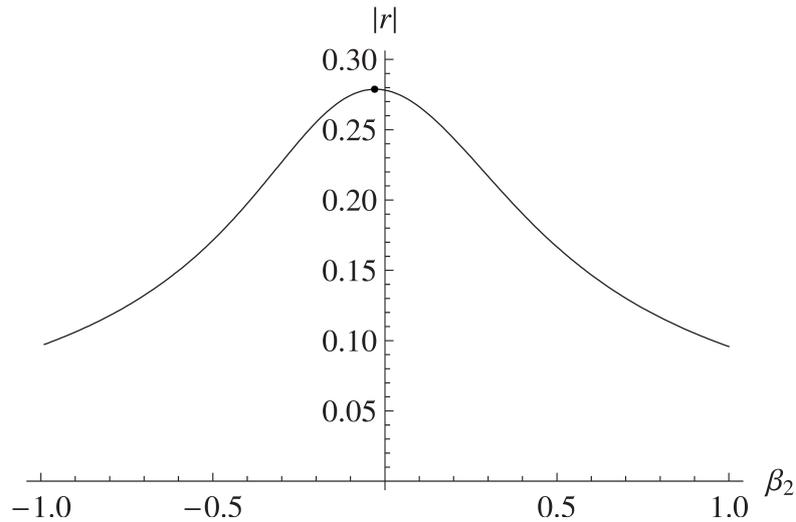


FIGURE 1.52 – Réponse en amplitude d'un RH en fonction du paramètre de déphasage par rapport à la fréquence de résonance pour un champ incident fort (évolution non-linéaire de la fréquence de résonance) [YU et al., 2011].

Ce type de comportement non-linéaire permet une utilisation pour des applications inédites. Par exemple, une étude avec un montage en série de RH à comportement mollissant le long d'un tube cylindrique a été réalisée par l'équipe du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans (LAUM, UMR CNRS 6613 Le Mans), dans laquelle il a été observé une augmentation de la largeur de la bande de fréquence d'efficacité d'atténuation [RICHOUX et al., 2006]. Le montage est représenté sur la Figure 1.53



FIGURE 1.53 – Montage de RH en série [RICHOUX et al., 2006].

— Comportement non-linéaire de l'impédance d'un résonateur de Helmholtz

Des effets non-linéaires ont été également modélisés dans [SINGH et RIENSTRA, 2013]. Dans ces travaux, on peut observer une évolution non-linéaire avec l'augmentation de l'amplitude de l'impédance 1.54, ce qui se traduit par un comportement non-linéaire de la résistance du résonateur de Helmholtz.

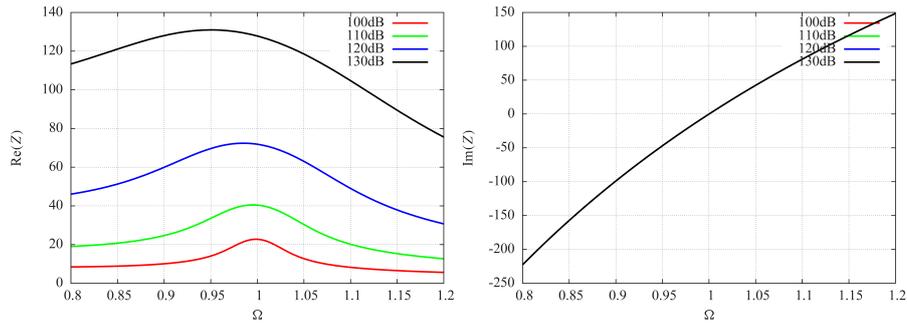


FIGURE 1.54 – Évolution de la résistance d'un RH en fonction de la fréquence normalisée [SINGH et RIENSTRA, 2013].

Il a également été montré dans [ACHILLEOS et al., 2016] que des propriétés non-linéaires de résonateurs de Helmholtz pouvaient être utilisées pour obtenir des solitons acoustiques dans un guide d'onde. La Figure, telle qu'elle apparaît dans [ACHILLEOS et al., 2016], est représentée sur la Figure 1.55. En effet, un modèle de coefficient d'absorption acoustique avec les mesures issues du montage expérimental a été comparé en faisant varier l'amplitude d'excitation.

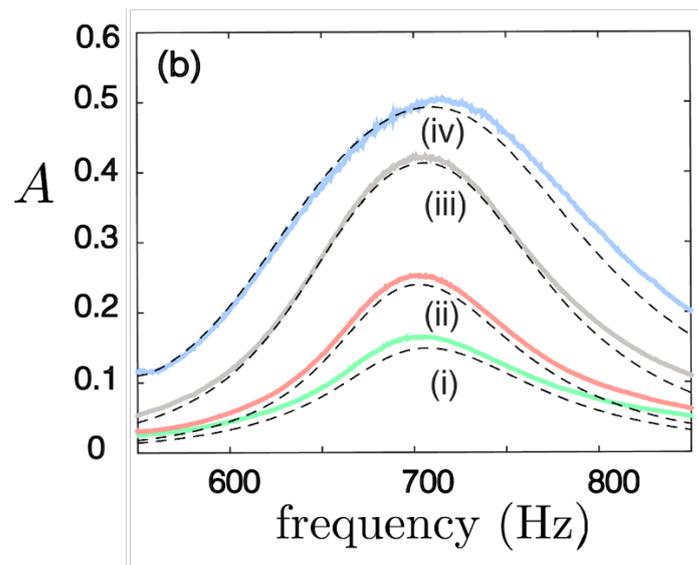


FIGURE 1.55 – Évolution en amplitude d'un RH en fonction de la fréquence. En pointillé, les résultats issus du modèle et en lignes solides les résultats issus des mesures [ACHILLEOS et al., 2016].

Même si l'étude initiale [ACHILLEOS et al., 2016] visait à modéliser le coefficient d'absorption, on a remarqué qu'il y a un clair comportement non-linéaire. Tout d'abord, pour les plus faibles amplitudes, il est de type mollissant. Ensuite quand l'amplitude augmente, il devient durcissant. Par ailleurs, ce comportement est mieux apprécié si l'on rajoute des points noirs sur chaque pic de résonance sur les courbes. Dans ce cas, et en prenant le pic (i) en tant que référence, on a observé un comportement légèrement mollissant avec l'augmentation de l'amplitude suivi d'un comportement durcissant. Les résultats sont montrés sur la Figure 1.56. Afin de remarquer l'évolution en fréquence du pic de résonance, on a noté avec des points noirs les pics d'amplitude pour les différentes valeurs de pression incidente.

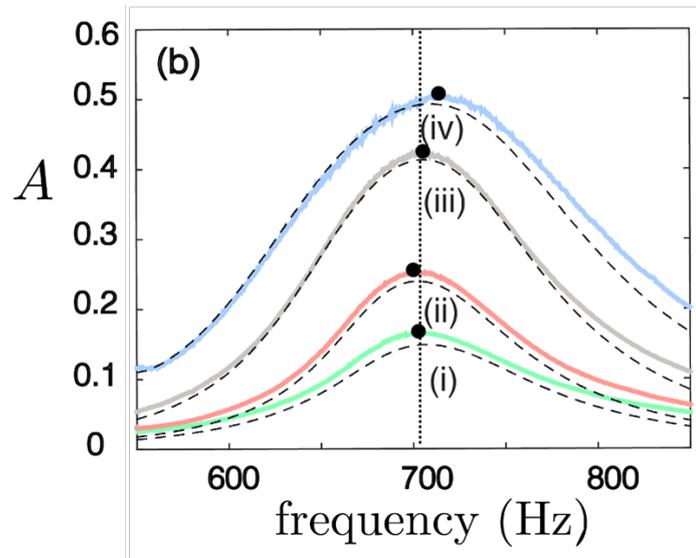


FIGURE 1.56 – Évolution en amplitude d'un RH en fonction de la fréquence. En pointillé, les résultats issus du modèle et en lignes solides les résultats issus des mesures. La ligne verticale en pointillé représente l'évolution théorique linéaire de la fréquence de résonance. Les points noirs représentent le pic de résonance pour chaque configuration étudiée [ACHILLEOS et al., 2016].

— Effet de la variation de la géométrie du col

Il faut souligner que dans les résultats précédents, qui montrent certains comportements non-linéaires des résonateurs acoustiques, principalement visibles avec l'augmentation de l'amplitude du champ incident, il n'a pas encore été évalué l'impact de la géométrie du col du RH sur le comportement non-linéaire de celui-ci. Dans l'optique de déterminer quelle type d'évolution a lieu dans le comportement de la fréquence de résonance du résonateur acoustique, on va analyser les résultats de différentes études qui ont évalué plusieurs géométries différentes de col.

Les études sur l'effet de l'utilisation d'une géométrie modifiée pour le col d'un résonateur de Helmholtz ont ainsi été réalisées dans [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015]. Le schéma des géométries étudiées est représenté sur la Figure 1.57. Ces géométries sont utilisées pour réaliser une comparaison expérimentale du coefficient d'absorption acoustique pour un résonateur de Helmholtz avec différentes géométries du col.

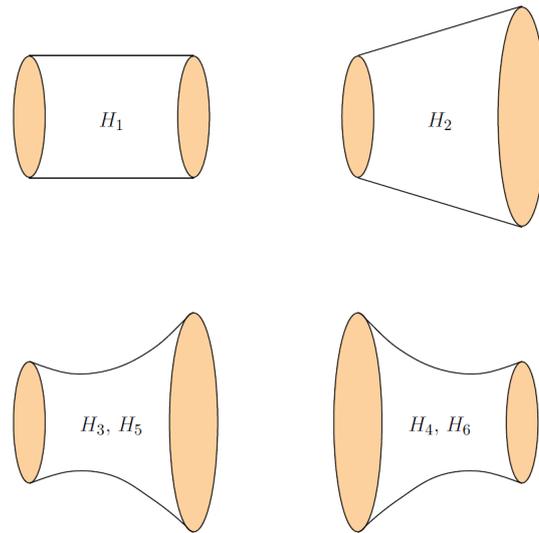


FIGURE 1.57 – Géométries modifiées pour le col d'un résonateur de Helmholtz [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015].

On peut observer le coefficient d'absorption pour le cas d'un absorbeur dynamique accordé (résonateur de Helmholtz) pour plusieurs types de géométrie de col [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015], sur la Figure 1.58. En effet, on observe qu'expérimentalement l'efficacité d'absorption du RH est améliorée avec l'utilisation de géométries de col de RH modifiées. De plus, on observe que la gamme de fréquence où le résonateur de Helmholtz est efficace est aussi élargie.

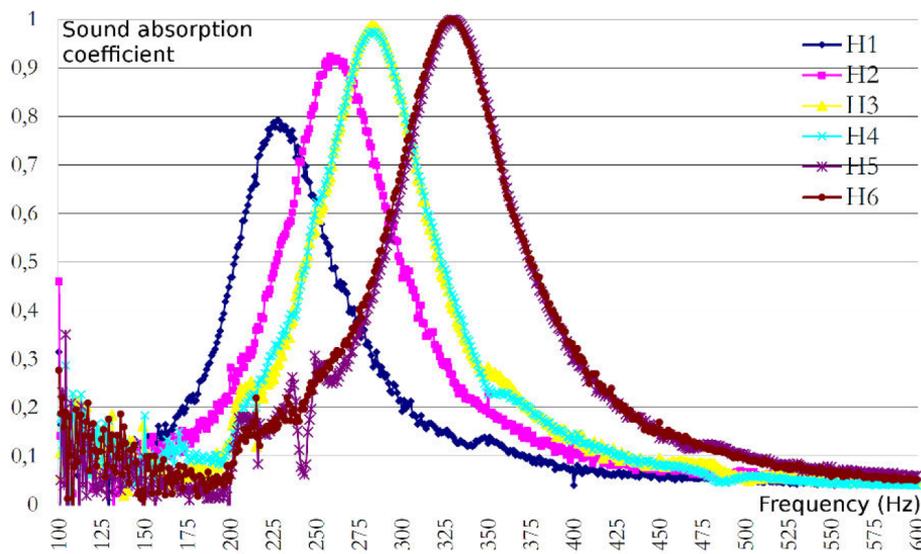


FIGURE 1.58 – Coefficient d'absorption en fonction de l'amplitude pour le RH [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015].

1.3.3.2 Comportement Durcissant

Parmi les comportements non-linéaires des résonateurs acoustiques étudiés, on s'intéresse à ceux qui correspondent à des évolutions de la fréquence de résonance vers les hautes fréquences, autrement dit, on s'intéresse aux comportements durcissants. Ils sont d'autant plus intéressants pour cette thèse qu'ils ont été largement étudiés dans les systèmes mécaniques (NES) avec des raideurs principalement cubiques. Ces comportements durcissants peuvent ensuite être associés

au transfert irréversible d'énergie.

Récemment, il a ainsi été considéré un RH avec un col droit et avec des cols "taillés" (formes géométriques adaptées) [FÖRNER et al., 2015; GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015]. Il a été étudié l'impact de la géométrie du col sur son comportement non-linéaire. On considère que le résonateur non-linéaire est celui qui a une fréquence de résonance qui varie en fonction de l'amplitude du champ incident. Certains travaux ont déjà mis évidence ce comportement non-linéaire en fonction de l'amplitude [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015]. Le montage utilisé pour obtenir le comportement durcissant du résonateur acoustique est montré sur la Figure 1.59 et correspond à un tube de Kundt déjà décrit dans le présent chapitre.

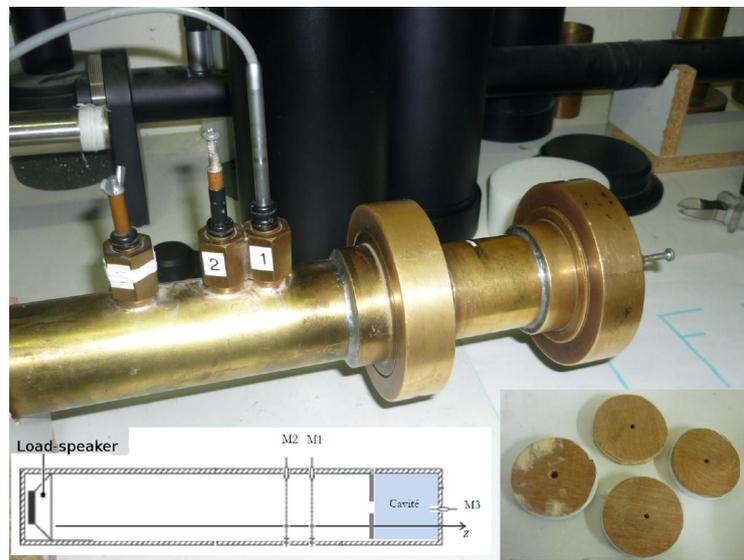


FIGURE 1.59 – Montage utilisé pour étudier le comportement non-linéaire d'un RH avec différentes géométries pour le col [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015].

L'évolution non-linéaire de la fréquence de résonance du résonateur acoustique étudié dans [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015] est constatée sur la Figure 1.60. En effet, la fréquence de résonance du résonateur se déplace vers les fréquences supérieures selon l'augmentation de l'amplitude du champ de bruit incident. Le premier point placé à une fréquence d'environ 330 Hz et à 100 Pa (environ 134 dB) correspond à la fréquence de résonance du résonateur avant le début de la non-linéarité. Le deuxième et le troisième point, placés à 250 Pa (environ 141.9 dB) et 400 Pa (environ 146 dB) respectivement, aux points où on remarque le décalage vers les fréquences supérieures de la fréquence de résonance.

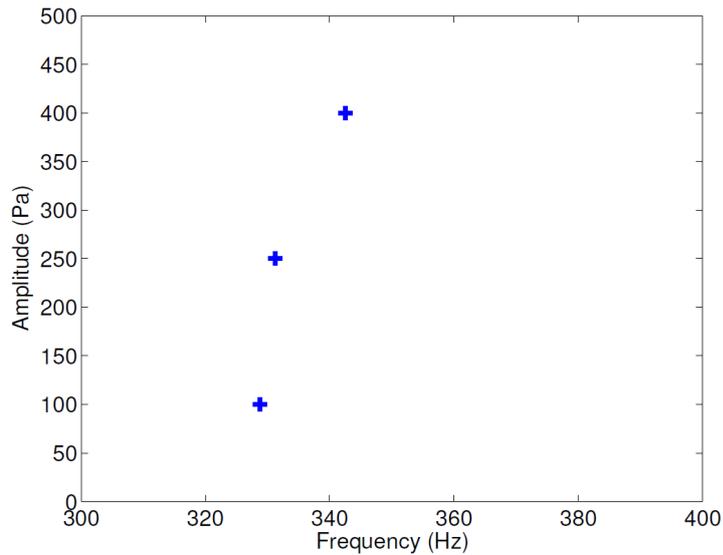


FIGURE 1.60 – Évolution de la réponse en amplitude d'un résonateur acoustique à comportement non-linéaire pour différentes conditions de champ incident. Chaque croix sur la Figure représente le pic de résonance pour chaque configuration [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015].

Ces résultats présentés ci-dessus nous montrent qu'il est possible d'envisager un comportement durcissant d'un résonateur purement acoustique. Dans cette thèse, nous nous sommes posés la question du comportement non-linéaire du résonateur de Helmholtz, afin de modéliser et mesurer les caractéristiques non-linéaires de ce résonateur purement acoustique, ce qui fait le contenu du deuxième chapitre. De plus, nous nous sommes intéressés au couplage entre ce résonateur non-linéaire purement acoustique et un mode acoustique créé pour essayer de réaliser du transfert irréversible d'énergie, ce qui est détaillé dans le troisième chapitre.

Chapitre 2

Résonateur de Helmholtz à comportement non-linéaire

Sommaire

2.1 Introduction	48
2.2 Système considéré	49
2.2.1 Dispositif expérimental	49
2.2.2 Influence de la forme du col	51
2.3 Modélisation analytique du comportement non-linéaire du RH	57
2.3.1 Systèmes d'équations gouvernantes	57
2.3.2 Détermination des paramètres	59
2.3.3 Possibilité du chaos	59
2.3.4 Méthode des Echelles Multiples	61
2.4 Conclusion	78

Comme énoncé dans le précédent chapitre, nous nous intéressons ici au possible comportement non-linéaire d'un résonateur de Helmholtz.

Ce chapitre a fait l'objet de publications scientifiques dans le journal *Nonlinear Dynamics* [ALAMO VARGAS et al., 2017b] et *Procedia Engineering* [ALAMO VARGAS et al., 2017a] (en tant que publication de conférence EURO-DYN 2017 à Rome).

2.1 Introduction

Certains auteurs ont déjà expérimenté expérimentalement un comportement non-linéaire dans un RH [BOLT et al., 1949; SIVIAN, 1935]. Puis, Ingard [INGARD et ISING, 1967] a étudié la non-linéarité acoustique d'un orifice dans une plaque. Il a divisé des parties en fonction de l'amplitude. Pour les faibles amplitudes (appelé régime linéaire), l'écoulement autour de l'orifice est principalement irrotationnel. Cependant, pour les fortes amplitudes (appelé régime non-linéaire), l'écoulement prend la forme d'un jet oscillatoire à travers l'orifice. En conséquence, l'écoulement est asymétrique dans les deux côtés de la plaque. D'un côté, il y a principalement un flux rentrant irrotationnel et de l'autre côté il y a un jet. Plus récemment, ce phénomène a été modélisé [BOULLOSA et ORDUÑA-BUSTAMANTE, 1992; HERSH et WALKER, 1977; RICHOUX et al., 2006] et une force non-linéaire de rappel et d'amortissement ont été proposées.

Singh [SINGH et RIENSTRA, 2013] a modélisé un RH en considérant un terme d'amortissement non-linéaire et un terme de force de rappel linéaire. Förner et al [FÖRNER et al., 2015] ont expliqué plusieurs types de dissipations qui existent dans un RH. Ils affirment que la dissipation linéaire est produite par les couches limites thermo-visqueuses, et que la dissipation non-linéaire est produite principalement par les pertes par tourbillon. Quelques autres travaux ont considéré à la fois l'amortissement non-linéaire (dû à la perte du jet) et aussi la force de rappel non-linéaire, avec des termes quadratiques et des termes cubiques (dû à l'élasticité non-linéaire de la cavité d'air pour les excitations de forte amplitude), comme le travail de Yu et al [YU et al., 2011]. Ils ont montré théoriquement un possible comportement légèrement mollissant.

D'autre part, le travail de Meissner [MEISSNER, 2004] confirme le fait que la fréquence du résonateur dépend de la vitesse d'écoulement, les conditions d'écoulement (laminaire ou turbulent) et la géométrie du résonateur. De plus, dans [FÖRNER et al., 2015] il a été montré que la géométrie du col peut avoir une influence sur l'apparition des tourbillons et la dissipation autour du col. Il serait alors possible d'aller plus loin dans le domaine non-linéaire, en termes de la force de rappel non-linéaire, si le tourbillon et la dissipation autour du col sont minimisés. Ceci est possible en adaptant la géométrie du col comme réalisé dans ce document.

On considère dans ce chapitre des solutions analytiques basées sur les échelles multiples de temps [NAYFEH et MOOK, 1979] et la méthode de transformation du temps non régulière (NTTM, en anglais) [PILIPCHUK, 2010], pour calculer les réponses extrêmement non-linéaires des systèmes en fonction des régimes d'amplitude. En effet, la méthode des échelles multiples permet généralement de prédire correctement le comportement non-linéaire comme dans le cas de [LUONGO et ZULLI, 2015]. L'idée de ce travail est de réduire les pertes par tourbillon en faisant un taillage non-linéaire du col du RH, pour obtenir un comportement durcissant pour les fortes amplitudes et non seulement un comportement mollissant comme réalisé dans quelques travaux précédents [RICHOUX et al., 2006; YU et al., 2011]. Des tests expérimentaux sont réalisés et comparés avec les résultats analytiques obtenus.

D'abord, dans la section 2.2, des tests expérimentaux sont réalisés en utilisant un RH avec un col taillé pour montrer qu'il est possible d'obtenir un comportement durcissant pour des paramètres de systèmes donnés. Puis, dans la section 2.3, les équations gouvernantes sont déterminées

et les valeurs expérimentales de l'amortissement sont obtenues et utilisées pour les simulations. La possibilité du chaos est aussi étudiée. En utilisant la méthode des échelles multiples une solution analytique est obtenue pour des réponses fortement non-linéaires du système en fonction du régime d'amplitude. Finalement, on conclut sur les résultats de ce chapitre.

2.2 Système considéré

Je choisis dans ce chapitre de d'abord présenter les dispositifs expérimentaux et quelques mesures afin de considérer dans un deuxième temps la modélisation en commentant les ordres de grandeurs des différents paramètres. En fonction de cela, on peut prédire la possibilité d'apparition ou non de différents phénomènes physiques.

2.2.1 Dispositif expérimental

On considère un RH idéal (comme montré sur la Figure 2.1a) qui consiste en une colonne d'air dans le col considérée comme une masse incompressible et l'air à l'intérieur de la cavité qui est supposé être compressible. On utilise les hypothèses classiques suivantes : les transformations à l'intérieur du résonateur acoustique sont adiabatiques; la longueur du col (L_n) est considérée beaucoup plus petite que la longueur de la cavité (L_c); la masse d'air du col ($m_{air\ col}$) est considérée comme incompressible puisque le nombre de Helmholtz (H_e) [HERSH et WALKER, 1977; RIENSTRA et HIRSCHBERG, 2017], défini comme $H_e = \frac{fL_n}{c}$ (avec f la fréquence et c la vitesse du son, appliquée au segment L_n) est très petit comparé à 1. En effet, pour le résonateur expérimental choisi, on obtient $H_e = 0.0072$. Le montage expérimental est le suivant, comme montré sur la

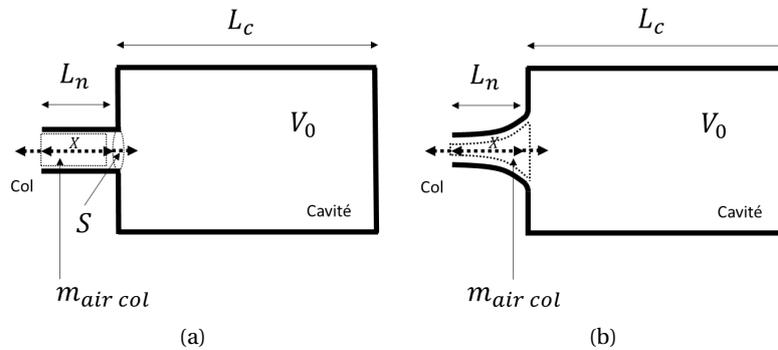
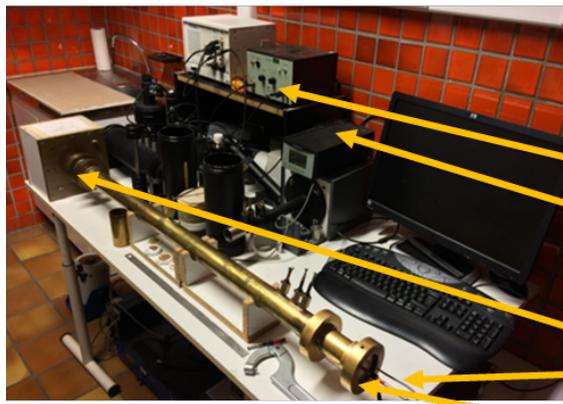


FIGURE 2.1 – RH en 2D : (a) col classique et (b) col taillé.

Figure 2.2 et Figure 2.3. On utilise un tube de Kundt avec un diamètre de 4.6 cm. Un RH est placé à l'extrémité du tube. Un haut-parleur est placé à une extrémité du tube alimenté par un amplificateur $B \& K^{\circledR}$ type 2706. Il permet d'envoyer du son pour une large gamme de fréquences. Un microphone, $\frac{1}{4}$ pouces $B \& K^{\circledR}$ type 4178 (lié à un pré-amplificateur $B \& K^{\circledR}$ type 2633), est placé à différentes positions (M1, M2 sur la Figure 2.3) du tube mince et tangentiel à sa parois pour mesurer les signaux de son à l'intérieur du tube sans perturber les déplacements d'air. Une troisième position du microphone (M3, sur la Figure 2.3) est choisie pour permettre la mesure du son dans la cavité du résonateur. Un amplificateur $B \& K^{\circledR}$ type 2690 fait le traitement du signal reçu par le microphone. Une carte graphique National Instrument NI PXI-1031 sert à faire l'acquisition. Le montage expérimental est visible sur la Figure 2.2.



- Génération du signal acoustique: (a)
- Mesure du signal: (b)
- (a) Amplificateur de gamme
- (b) Amplificateur-Convertisseur: Conditionneur NEXUS Type 2690
- (a) Haut-parleur
- (b) Microphone multidirectionnel
- Résonateur

FIGURE 2.2 – Montage expérimental.

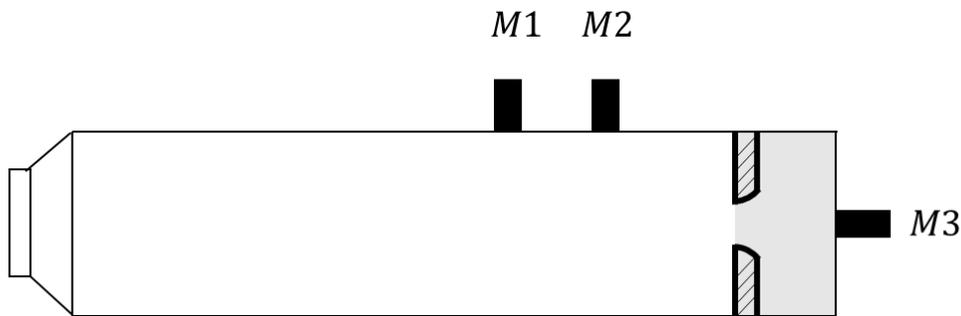


FIGURE 2.3 – Schéma du tube de Kundt qui indique les positions du microphone pour les mesures de la pression du son.

Les dimensions du RH choisi avec un col taillé sont détaillées dans la partie suivante. Le choix de ce type de col est justifié par les travaux de [GOURDON et TURE SAVADKOOHI, 2015], qui ont montré un début de comportement durcissant. Je vais étudier un peu plus en détail l'effet du col taillé dans ce document.

La longueur de la cavité est $L_c = 2.15$ cm avec un col hyperboloïde (comme montré sur la Figure 2.1b). La longueur du col est $L_n = 9$ mm. Le rayon externe du col est $r_{ex} = 2$ mm et le rayon interne est $r_{in} = 4$ mm. On utilise une pièce en bois (comme indiqué sur la Figure 2.4) dans le but de créer une cavité et le col du RH. De plus, on utilise une fine couche de téflon autour de la circonférence de la pièce en bois pour éviter les fuites. L'influence de la forme du col sera détaillée dans une prochaine section. Du fait de ce montage expérimental, on peut mesurer la fréquence de résonance quand l'amplitude de pression est maximale (en utilisant la méthode de la fonction de transfert avec deux microphones décrite dans le chapitre 1) pour obtenir la courbe expérimentale du déplacement des pics de résonance, en fonction de l'amplitude. Le microphone M3 permet d'obtenir la pression dans la cavité (à titre indicatif car non utilisé ici).

La fréquence de résonance dans le régime linéaire est $f_0 = 276$ Hz. Par rapport à la force d'excitation, on considère plusieurs points expérimentaux pour une excitation de niveau de pression du son (SPL, en anglais) entre 110 dB jusqu'à 150 dB. La pression totale est définie comme la somme de la pression atmosphérique p_0 et la fluctuation de la pression p' , en conséquence l'expression de la pression totale est $p_{tot} = p_0 + p'$. La force d'excitation est exprimée en utilisant la fluctuation de pression p' . Le ratio $\frac{p'}{p_0}$ calculé pour SPL = 110 dB et SPL = 150 dB vaut respectivement

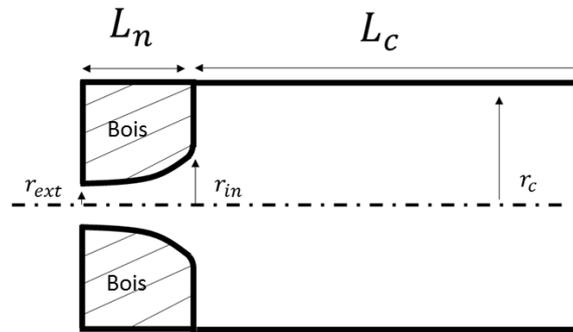


FIGURE 2.4 – Schéma du RH utilisé pour les mesures.

$\frac{p'}{p_0} = 6.2 \times 10^{-5}$ et $\frac{p'}{p_0} = 6.2 \times 10^{-3}$. La courbe de l'amplitude expérimentale (en dB) en fonction de la fréquence est donnée sur la Figure 2.5. Expérimentalement, on observe un comportement dur-

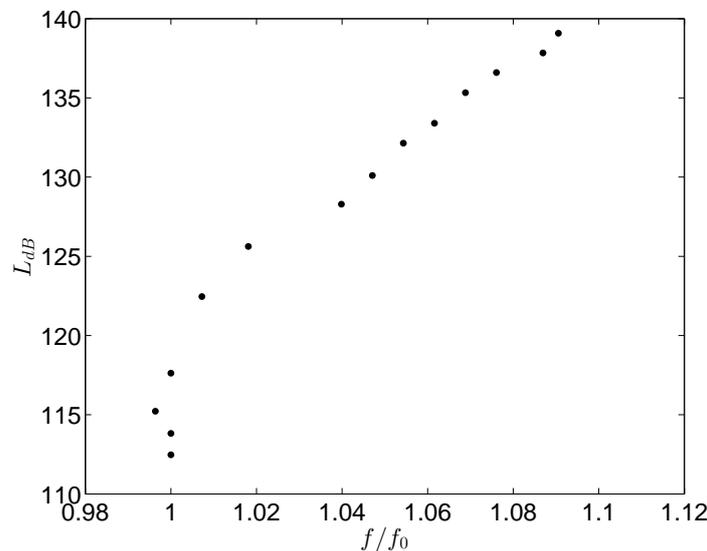


FIGURE 2.5 – Mesures expérimentales (•).

cissant, pour les amplitudes plus fortes dans le régime non-linéaire, et un léger comportement mollissant, pour les faibles amplitudes dans le régime non-linéaire. Lorsque l'on considère un champ de pression avec un SPL = 110 dB, le régime reste linéaire (pas de décalage en fréquence), c'est pourquoi on montre seulement le graphique qui correspond au régime non-linéaire.

2.2.2 Influence de la forme du col

D'autres mesures expérimentales, en utilisant le même montage de la Figure 2.2, ont été réalisées avec différents types de RH qui ont été imprimés en utilisant une imprimante 3D, réalisant des échantillons avec des formes de col contrôlées.

L'imprimante 3D utilisée est nommée ProJet 3510SD produite par 3D Systems Europe Ltd. La résine utilisée par l'imprimante 3D est VisiJet M3 Crystal. Cette imprimante permet de réaliser des pièces avec une résolution de $32 \mu m$ en utilisant la résine décrite. Des exemples de pièces produites avec cette imprimante sont montrés sur les Figures 2.6 et 2.7.

Plus précisément, les 3 formes que j'ai analysées ont été : le col droit, le col hyperboloïde crois-

sant et le col hyperboloïde décroissant, représentés sur la Figure 2.9.

Pour chaque forme, le même volume de cavité et le même volume du col ont été conservés (pour assurer la même fréquence de résonance en régime linéaire).

Les résultats de ces mesures sont présentés sur la Figure 2.10, où l'amplitude en dB est tracée en fonction de la différence entre la fréquence de résonance et la fréquence mesurée. Cette différence est notée Δf (avec $\Delta f = f_0 - f$). f_0 représente la fréquence de résonance dans le domaine linéaire et f représente la fréquence de résonance mesurée pour chaque amplitude, avec les différentes géométries du col. Sur cette figure, il y a deux aspects intéressants à noter. Le premier est qu'il est possible d'observer que les effets non-linéaires sont plus prononcés dans le cas hyperboloïde que dans le cas du col droit. Dans les différents cas de col hyperboloïde, on remarque que la non-linéarité est plus prononcée pour le cas du col hyperboloïde symétrique que dans le cas hyperboloïde croissant ou décroissant.

Le deuxième aspect que l'on remarque sur la Figure 2.10 est que le début de la non-linéarité commence pour un champ sonore plus faible (il démarre pour des amplitudes plus faibles) dans le cas hyperboloïde que dans le cas du col droit.

Afin de comprendre ces différences, on étudie dans la prochaine section l'effet du taillage du col sur l'écoulement de l'air dans le RH et l'effet de l'apparition du jet.

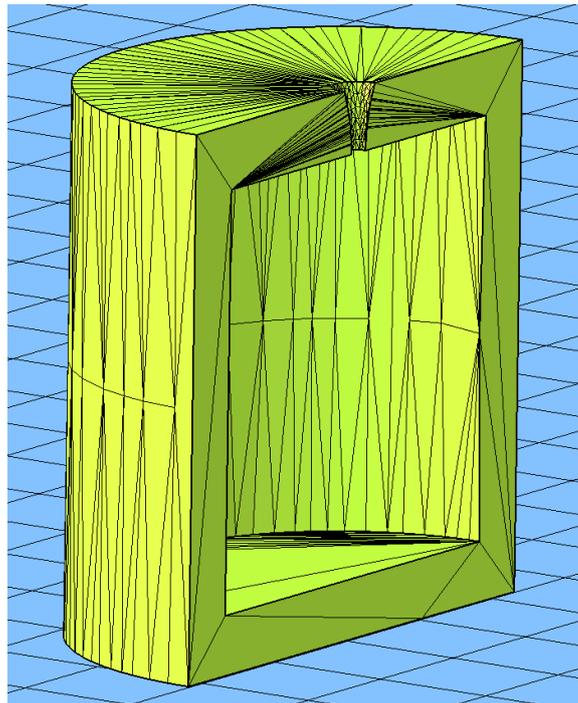


FIGURE 2.6 – Col hyperboloïde décroissant.

L'imprimante 3D utilisé pour réaliser les RH avec différentes géométries du col est représentée sur la Figure 2.11.

2.2.2.1 Effet du taillage du col sur l'écoulement de l'air dans le RH

Afin d'étudier l'effet du taillage du col dans la création de pertes par tourbillon, des simulations numériques ont été réalisées [FÖRNER et al., 2015]. Ces résultats sont présentés sur la Figure

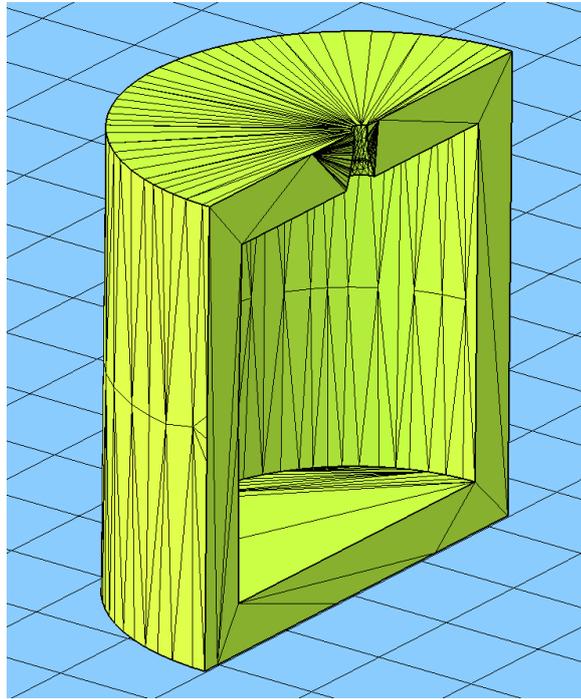


FIGURE 2.7 – Col hyperboloïde croissant.



FIGURE 2.8 – Échantillons de résonateurs imprimés avec l'imprimante 3D.

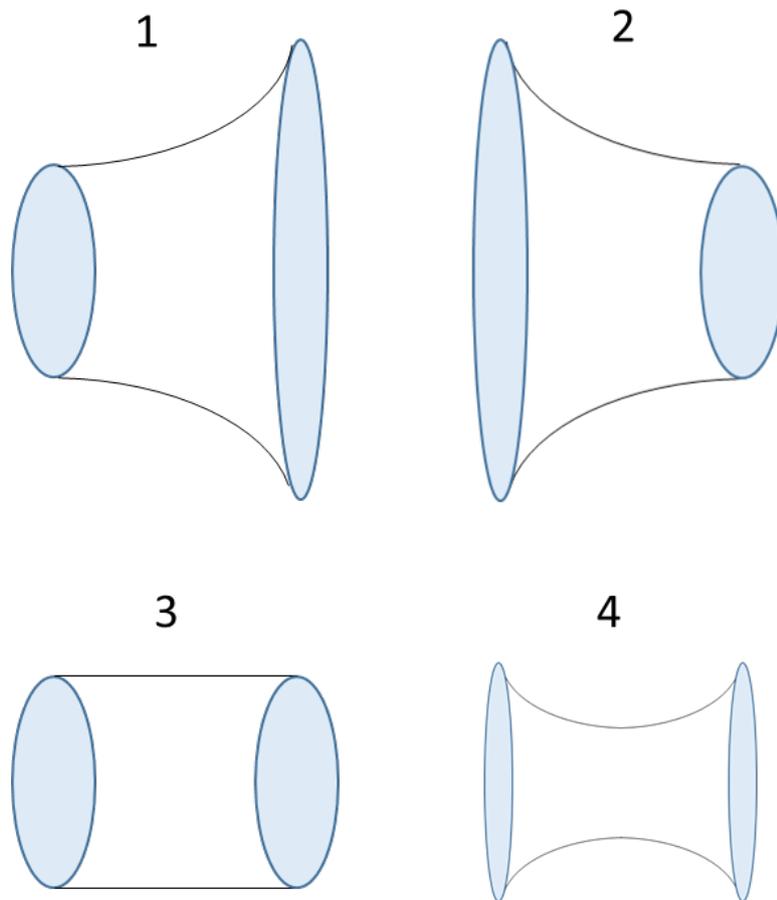


FIGURE 2.9 – Différentes formes géométriques du col du RH : 1, col hyperboloïde croissant ; 2, col hyperboloïde décroissant ; 3, col droit ; 4, col hyperboloïde symétrique.

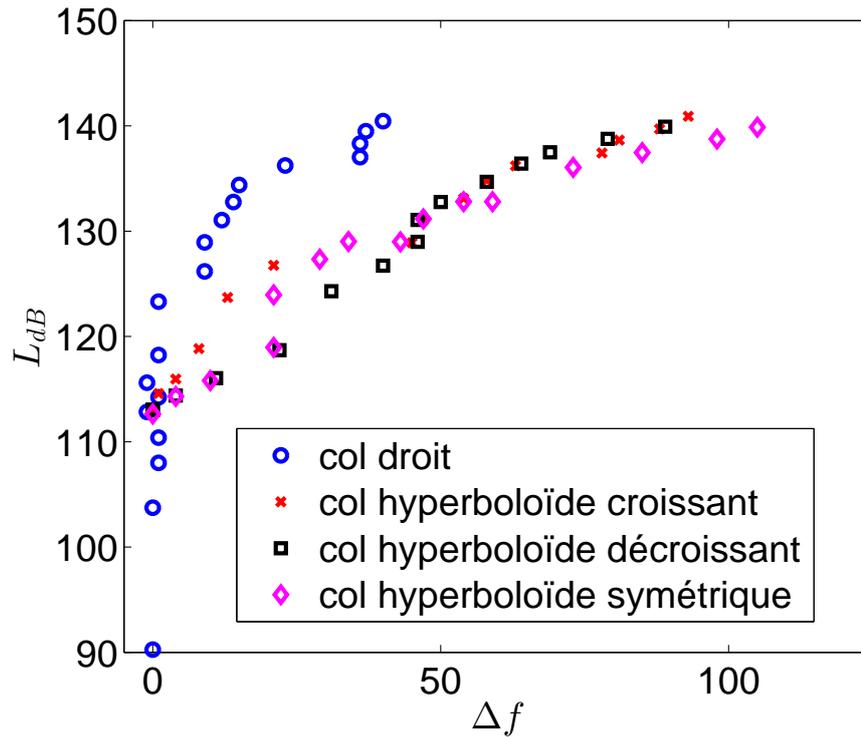


FIGURE 2.10 – Mesures expérimentales RH imprimés en 3D.

2.12. Lorsque le col du RH est droit, l'écoulement présente des pertes par tourbillons importantes autour des angles droits. Or, lorsque le col est taillé, les pertes par tourbillon sont réduites.

La réduction des pertes par tourbillon (et donc de l'amortissement) permet d'atteindre une non-linéarité plus prononcée dans la courbe amplitude en fonction de la fréquence, ce qui indique un comportement durcissant plus prononcé.

2.2.2.2 Effet de l'apparition du jet

Des travaux sur les mécanismes de dissipation qui ont lieu à des fortes amplitudes de champ incident dans un RH montrent qu'il existe un jet qui est périodiquement formé des deux côtés de l'orifice du RH [ZINN, 1970].

Un schéma du jet produit à des fortes amplitudes est représenté sur la Figure 2.13. On considère un RH qui est connecté à un système principal (cavité principale) où l'on cherche à réduire la pression d'oscillation. Dans le cas où l'amplitude de l'oscillation de forçage est importante, le comportement instantané de l'écoulement avant l'orifice et après l'orifice est différent. L'écoulement en amont de l'orifice est plutôt "stagné" avec une entrée vers le col de façon presque radiale. Le sens des flèches sur cette figure indique le sens d'écoulement de l'air autour de l'orifice. Cette écoulement qui rentre dans l'orifice est de faible vitesse. Après être rentré dans l'orifice, l'écoulement change de direction et il part en tant que jet axial de haute vitesse.

L'intérêt de prendre en considération le phénomène du jet dans le RH dans le cas de fortes amplitudes incidentes est que cela permet de prédire l'amplitude de la résistance non-linéaire du résonateur.



FIGURE 2.11 – Imprimante 3D de l'ENTPE.

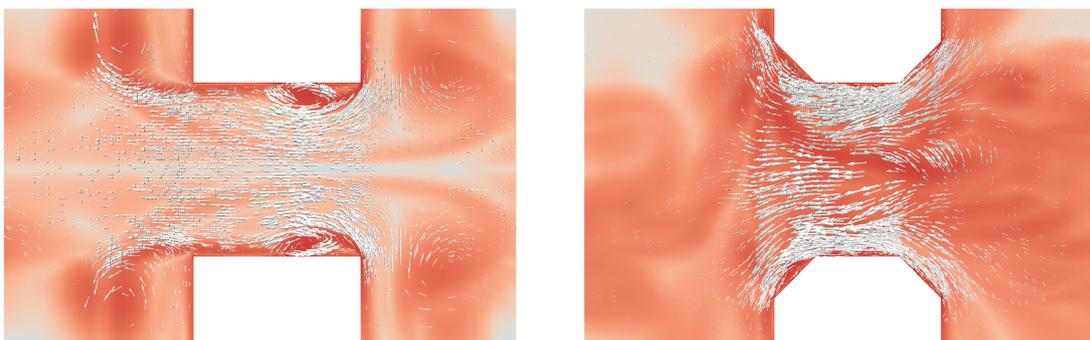


FIGURE 2.12 – Simulation d'un écoulement autour d'un col de RH : à gauche, non-taillé; à droite, taillé [FÖRNER et al., 2015].

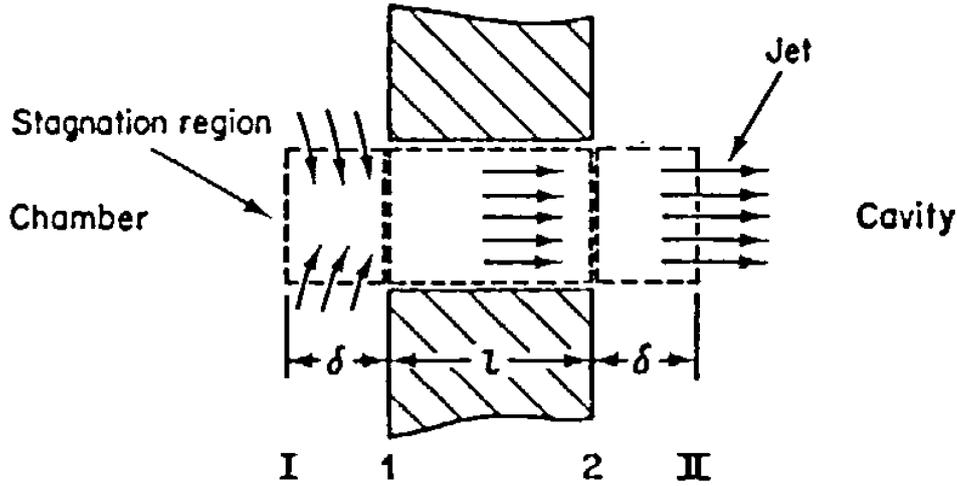


FIGURE 2.13 – Schéma du jet produit autour de l'orifice d'un RH lorsqu'il est soumis à des fortes amplitudes incidentes de son [ZINN, 1970].

2.3 Modélisation analytique du comportement non-linéaire du RH

2.3.1 Systèmes d'équations gouvernantes

La compression de l'air dans la cavité produit une force de rappel. La friction due à l'air qui est à grande vitesse dans le col va produire de l'amortissement [SINGH et RIENSTRA, 2013; YU et al., 2011]. On considère les termes non-linéaires pour les forces de rappel et d'amortissement [YU et al., 2011]. La force de rappel non-linéaire est produite principalement par l'air emprisonné dans la cavité d'un résonateur, qui est considéré comme un ressort non-linéaire.

En effet, on considère les propriétés élastiques qui représentent l'air enfermé dans la cavité qui peuvent être déduites à partir de l'équation (P,V) du processus thermodynamique qui a lieu dans l'air dans le résonateur. On a un processus adiabatique [ROSSING et al., 2007]. Dans les équations suivantes, les paramètres dans les indices représentent que la dérivation doit être réalisée en considérant ce paramètre constant. On considère l'équation isentropique en acoustique :

$$c^2 = \left(\frac{\delta p}{\delta \rho} \right)_s \quad (2.1)$$

où s est l'entropie par unité de masse. On a par ailleurs l'équation d'état isentropique qui est :

$$p = p_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\hat{\gamma}} \quad (2.2)$$

où $\hat{\gamma} = \frac{c_p}{c_v}$. c_p représente la chaleur spécifique à pression constante et c_v représente la chaleur spécifique à volume constant. Il est possible d'écrire l'équation d'état où la pression est développée avec des séries de Taylor en fonction de la masse volumique et l'entropie.

$$p - p_0 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{s, \rho = \rho_0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_{s, \rho = \rho_0} (\rho - \rho_0)^2 + \dots \quad (2.3)$$

ou encore :

$$p - p_0 = A \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} + \frac{B}{2} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \frac{C}{6} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^3 + \dots \quad (2.4)$$

avec des expressions de coefficients :

$$A = \rho_0 \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{s, \rho = \rho_0} = \rho_0 c_0^2 \quad (2.5)$$

$$B = \rho_0^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_{s, \rho = \rho_0} \quad (2.6)$$

$$C = \rho_0^3 \left(\frac{\partial^3 p}{\partial \rho^3} \right)_{s, \rho = \rho_0} \quad (2.7)$$

Les termes d'ordre supérieur des séries de Taylor peuvent généralement être négligés.

En utilisant l'Éq. (2.2), on peut retrouver par dérivation les termes de l'Éq (2.5) et l'Éq (2.6), afin de trouver l'expression :

$$\frac{B}{A} = \gamma - 1 \quad (2.8)$$

Cette expression définit le degré de non-linéarité des termes par rapport au coefficient du terme linéaire A. Elle permet de caractériser la force de la non-linéarité.

On cherche à exprimer la différence de pression avec un signe négatif ce qui permet de réécrire l'Éq (2.4), en considérant l'Éq (2.8) avec l'expression [BOULLOSA et ORDUÑA-BUSTAMANTE, 1992] :

$$\frac{\Delta p}{p_0} = \left[-\hat{\gamma} \left(\frac{SX}{V_0} \right) - \frac{1}{2} \hat{\gamma} (\hat{\gamma} + 1) \left(\frac{SX}{V_0} \right)^2 + \dots \right] \quad (2.9)$$

ou encore, en considérant la relation $c^2 = \hat{\gamma} p_0 / \rho$:

$$\Delta p = - \left(\frac{\rho c^2 S}{V_0} \right) \left(X - \frac{1}{2} (\hat{\gamma} + 1) \left(\frac{S}{V_0} \right)^2 X^2 + \dots \right) \quad (2.10)$$

Or, en considérant l'expression de la fréquence de résonance du résonateur exprimée dans l'Équation 1.16, on peut réécrire l'Équation 2.10. De cette façon, le déplacement X de l'air dans le col va produire un changement de pression Δp [RICHOUX et al., 2006; YU et al., 2011] :

$$\Delta p = -\rho L_e \omega_0^2 \left(X - \frac{(\hat{\gamma} + 1) S}{2V_0} X^2 + \frac{(\hat{\gamma} + 1) (\hat{\gamma} + 2) S^2}{6V_0^2} X^3 \right) \quad (2.11)$$

où ρ est la densité de l'air, L_e est la longueur efficace du col ($L_e = L_n + \frac{16r}{3\pi}$), où r est le rayon du col cylindrique comme mentionné dans [YU et al., 2011]), S est la section transversale du col, V_0 est le volume de la cavité, $\hat{\gamma}$ est le ratio de chaleur spécifique et ω_0 est la fréquence de résonance linéaire d'un résonateur. Généralement, le terme cubique de la fonction de la force de rappel n'est pas pris en compte [RICHOUX et al., 2006], comme mentionné dans l'introduction. Dans cette étude, du fait de l'atténuation des pertes par tourbillon (par taillage du col, comme montré sur la Figure 2.1b) les termes de la force de rappel non-linéaire seront importants.

L'amortissement non-linéaire est dû au phénomène de jet [HERSH et WALKER, 1977; SINGH et RIENSTRA, 2013]. En considérant l'équation du moment, la conservation de la masse, en combinant la force de rappel non-linéaire, l'amortissement linéaire, la longueur efficace, l'amortissement non-linéaire, et l'incrément de pression externe p (fluctuation de la pression autour de la pression atmosphérique p_0), l'équation du mouvement par rapport au temps t^* s'écrit :

$$\frac{d^2 X}{dt^{*2}} + \frac{\xi}{2L_e} \frac{dX}{dt^*} \left| \frac{dX}{dt^*} \right| + 2\delta^* \frac{dX}{dt^*} + \omega_0^2 X \left(1 - \alpha \frac{SX}{V_0} + \beta \left(\frac{SX}{V_0} \right)^2 \right) = -\frac{p}{\rho L_e} \quad (2.12)$$

Où $\delta^* = \left(\frac{S}{2\rho L_e}\right) \Re(Z_{in} + Z_{vis})$, (où \Re représente la partie réelle d'un nombre complexe), $\alpha = \frac{(\hat{\gamma}+1)}{2}$, $\beta = \frac{(\hat{\gamma}+1)(\hat{\gamma}+2)}{6}$ et ξ est le coefficient de résistance hydraulique totale du col.

Z_{in} est l'impédance acoustique à l'entrée du RH, Z_{vis} est l'impédance acoustique de friction et t^* est le temps réel.

On introduit les variables adimensionnelles, $t = \omega_0 t^*$, $x = \frac{SX}{V_0}$, $\delta = \frac{2\delta^*}{\omega_0}$, $\sigma = \left(\frac{\xi}{2}\right) \left(\frac{V_0}{L_e S}\right)$, on obtient :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \sigma \frac{dx}{dt} \left| \frac{dx}{dt} \right| + \delta \frac{dx}{dt} + (x - \alpha x^2 + \beta x^3) = -p \quad (2.13)$$

L'amortissement non-linéaire dû au jet, exprimé par le coefficient σ peut généralement être négligé pour des niveaux de pression faibles, mais pour les forts niveaux, σ doit être présent et proportionnel au ratio entre le volume de la cavité et le volume du col [Yu et al., 2011].

Les différents ordres de grandeurs des paramètres de système produisent des réponses dynamiques différentes du système. Dans le cas d'une pression incidente faible, la contribution de la force de rappel non-linéaire est petite en comparaison avec le terme d'amortissement linéaire, donc dans ce cas, l'amortissement linéaire est dominant, puis le mouvement de l'air dans le col est simplifié à une vibration linéaire avec l'amortissement linéaire. Tandis que pour une pression incidente extrêmement forte, la force de rappel joue un rôle principal dans les oscillations non-linéaire.

Les régimes dynamiques peuvent être très différents en fonction des paramètres. Cependant, du fait de montage expérimental choisi, les valeurs de paramètres sont limitées à une certaine gamme.

2.3.2 Détermination des paramètres

En considérant l'écoulement d'air, $\hat{\gamma} = 1.4$, alors les valeurs de α et β sont fixés dans le présent document. Plus précisément, on obtient $\alpha = 1.2$, $\beta = 1.36$. Une courbe empirique sommaire peut être utilisée pour approximer les coefficient d'amortissement pour quelques points (en comparaison avec une intégration numérique directe du système (2.13)) comme montré sur la Figure 2.14. Les valeurs choisies sont $\delta = 0.005$ pour le terme d'amortissement linéaire et $\sigma = 0.05$ pour le terme d'amortissement non-linéaire.

2.3.3 Possibilité du chaos

Comme l'Équation (2.13) contient à la fois les termes quadratiques et cubiques, le chaos peut être possible dans un tel système [MARIANI et al., 2016; ROMEO et al., 2015].

En considérant $-p = \zeta F \cos(\Omega t)$, $\sigma = \zeta \sigma_1$, $\delta = \zeta \delta_1$ avec ζ avec un petit paramètre, l'Équation (2.13) peut être écrite :

$$\begin{cases} T = \frac{dx}{dt} \\ \frac{dT}{dt} = -x + \alpha x^2 - \beta x^3 + \zeta \left(F \cos(\Omega t) - \sigma_1 \frac{dx}{dt} \left| \frac{dx}{dt} \right| - \delta_1 \frac{dx}{dt} \right) \end{cases} \quad (2.14)$$

L'Équation (2.14) est écrite sous la forme de termes non perturbés et perturbés avec le paramètre ζ . Sa forme non perturbée s'écrit :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x - \alpha x^2 + \beta x^3 = 0 \quad (2.15)$$

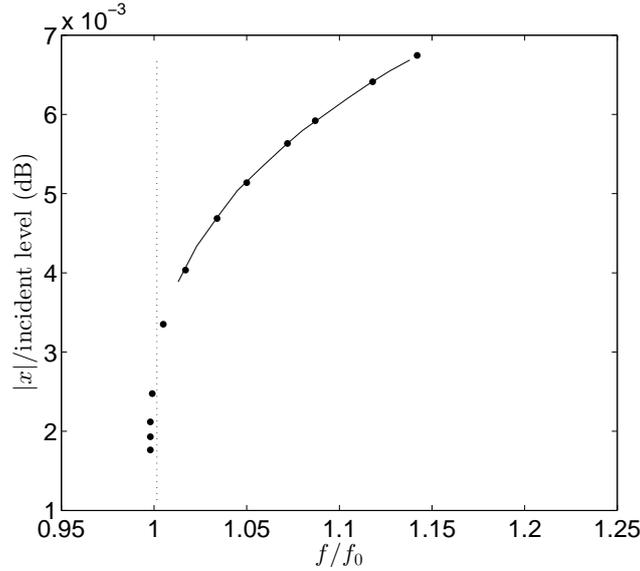


FIGURE 2.14 – Mesures expérimentales (•) et courbe empirique (-) pour quelques points.

La première intégration de l'Équation (2.15), aussi appelée Hamiltonien, s'écrit :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{3} \alpha x^3 + \frac{1}{4} \beta x^4 = H \quad (2.16)$$

Les différentes valeurs de H correspondent à différentes courbes dans le portrait de phase : sa valeur est déterminée par les conditions initiales. L'Équation (2.15) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{T} = \frac{dx}{dt} \\ \frac{dT}{dt} = -x + \alpha x^2 - \beta x^3 \end{cases} \quad (2.17)$$

On considère $T = \frac{dT}{dt} = 0$ pour obtenir les points fixes. Avec des valeurs expérimentales de ce document, on a $\alpha^2 - 4\beta < 0$ ($\hat{\gamma} = 1.4$ pour l'air et donc $\alpha = 1.2$ et $\beta = 1.36$). Ceci veut dire qu'il y a un seul point fixe $(0, 0)$. On peut remarquer que si $\alpha^2 - 4\beta > 0$ alors trois points fixes existent (un est un point fixe de type hyperbolique et les autres sont des points fixes stables).

Pour obtenir le mouvement homoclinique, on impose $H = 0$. On écrit :

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = -x^2 \left(1 - \frac{2}{3} \alpha x + \frac{1}{2} \beta x^2 \right) = H \quad (2.18)$$

Dans notre partie expérimentale, en considérant les valeurs fixées de α et β , on obtient $\frac{4}{9} \alpha^2 - 2\beta < 0$. Ceci signifie que $\left(\frac{dx}{dt} \right)^2$ est négatif ainsi il n'y a pas d'orbite homoclinique dans ce cas (dans le cas contraire $\frac{dx}{dt}$ est complexe). Ceci implique que la méthode de Melnikov classique analytique [GUCKENHEIMER et HOLMES, 2013] n'est pas possible dans ce cas. La méthode de Melnikov (utilisée par exemple dans [MARIANI et al., 2016; ROMEO et al., 2015]) utilise une intégrale calculée avec une orbite homoclinique perturbée pour étudier la possibilité du chaos.

Cependant, il a déjà été montré dans des publications sur le chaos qu'il est possible d'obtenir du chaos même si une orbite homoclinique n'existe pas. Dans ces cas-là, le seul moyen pour étudier la possibilité du chaos est d'utiliser une méthode numérique. Parmi elles on a choisi les sections de Poincaré et les diagrammes de bifurcation avec une intégration numérique directe du

système initial (2.14).

Pour le système considéré (2.14), avec des paramètres expérimentaux et en considérant $\Omega = 1.01$, on obtient le diagramme de bifurcation montré sur la Figure 2.15. Les sections stroboscopiques (chaque période du forçage) ont été calculées numériquement avec la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 après un temps long pour chaque amplitude du forçage ζF . x_i dénote les points obtenus à chaque section stroboscopique (accumulation en un ou plusieurs points).

Le diagramme de bifurcation montre la possibilité du chaos, par exemple avec $\zeta F = 7$ (ceci a été

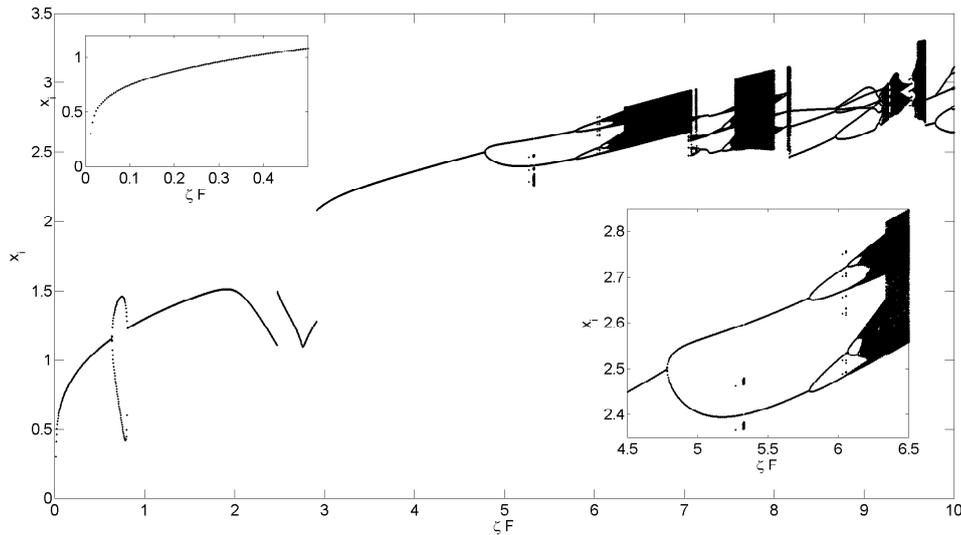


FIGURE 2.15 – Diagramme de bifurcation avec $\Omega = 1.01$.

confirmé par le calcul numérique de l'exposant de Lyapunov). Le portrait de phase de ce mouvement chaotique est donné sur la Figure 2.16. Dans cette figure on a aussi montré une solution périodique pour $\zeta F = 0.2$.

Cependant, on remarque aussi que le chaos apparaît pour une valeur de forçage très forte (pour $\zeta F < 0.5$, on a seulement trouvé des solutions périodiques pour une large gamme de la variation de Ω) qui n'est pas physiquement réaliste. En effet, dans notre application pratique (montage expérimental) $\zeta F = 0.0383$ correspond à une valeur de 136 dB qui est une amplitude du son très élevée. Dans toutes les simulations numériques que l'on a réalisées, le chaos apparaît pour des valeurs de F très élevées qui ne sont pas physiquement réalistes. Ceci est la raison, pour laquelle on considère l'approche classique suivante (méthode des échelles multiples) et on suppose qu'il n'y a pas de chaos.

Dans toutes les solutions numériques et analytiques, on considère désormais des valeurs fixes des paramètres qui ont été déterminées avec la partie expérimentale.

2.3.4 Méthode des Echelles Multiples

On peut désormais considérer que le déplacement x est petit. Alors, on va introduire des petits paramètres pour résoudre cette équation. En effet, on introduit le paramètre ϵ (avec $0 < \epsilon \ll 1$) de façon à ce que $x = \epsilon y$, avec y d'ordre 1. Alors, en fonction de l'ordre de grandeur, on peut écrire $\delta = \epsilon^2 r_2$, $\sigma = \epsilon r_1$ et $p = \epsilon^3 f_0 \cos(\Omega t)$. On est intéressé à la résonance 1 : 1, donc la fréquence linéaire peut s'exprimer par $\Omega = 1 + \epsilon^2 \mu$ où μ est le décalage en fréquence. Alors, on obtient finalement :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \epsilon^2 r_1 \frac{dy}{dt} + \epsilon^2 r_2 y - \epsilon \alpha y^2 + \epsilon^2 \beta y^3 = \epsilon^2 f_0 \cos(\Omega t) \quad (2.19)$$

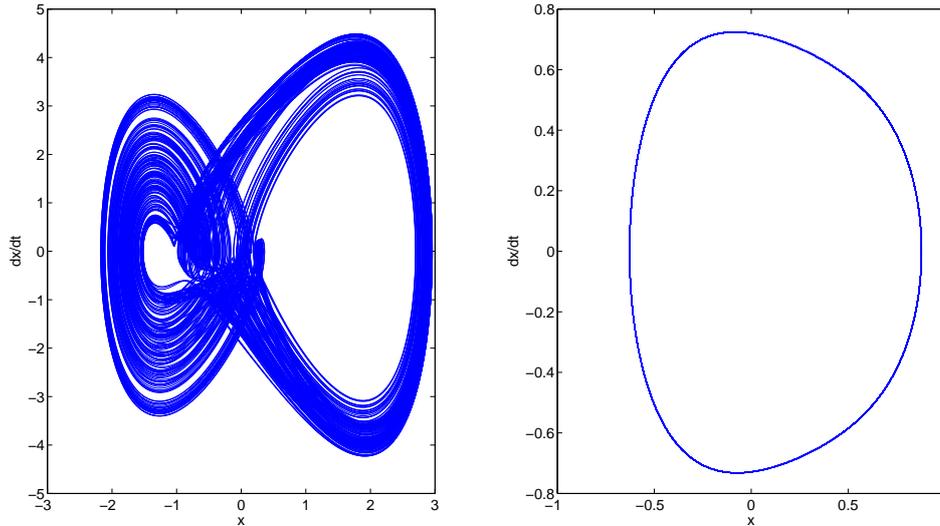


FIGURE 2.16 – Exemple du portrait de phase chaotique pour $\zeta F = 0.7$ (à gauche) et la solution périodique pour $\zeta F = 0.2$ (à droite).

Avant d'appliquer la méthode des échelles multiples [NAYFEH et MOOK, 1979], on peut faire un graphique de la solution numérique du système (2.19). Les paramètres (expérimentaux) sont $\sigma = 0.05$, $\delta = 0.005$, $\alpha = 1.2$, $\beta = 1.36$ avec $f_0 = 0.1$ jusqu'à $f_0 = 12.1$ et par intégration directe de l'Équation (2.19) avec une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 et en prenant les résultats après un temps suffisamment long, on obtient les résultats montrés sur la Figure 2.17. On choisit de faire le graphique représentant d'abord l'amplitude de x pour mieux visualiser la courbe d'évolution de pics de fréquence. On a aussi ajouté la même figure avec un axe vertical différent ($|x|/p_{eff}$, où p_{eff} est la racine carrée moyenne (RMS, en anglais) de la pression) (le gain entre la pression externe imposée et la réponse du RH) qui est la présentation plus classique.

On choisit de montrer un résultats avec les paramètres (expérimentaux) suivants $\sigma = 0.07$, $\delta = 0.007$, $\alpha = 1.2$, $\beta = 1.36$ avec $f_0 = 0.1$ jusqu'à $f_0 = 12.1$, sur la Figure 2.18.

Les simulations numériques présentées sur la Figure 2.17 de l'Éq. (2.19) montrent un comportement intéressant qui à ma connaissance, n'a pas encore été étudié dans la littérature dans le domaine acoustique. Pour les amplitudes les "plus faibles", le système a un comportement mollissant (c'est-à-dire la fréquence de résonance est décroissante avec la croissance de l'amplitude). Ce comportement mollissant se transforme en un comportement durcissant quand l'excitation du système augmente. Le système a dans cas-là un comportement durcissant pour les "plus fortes" amplitudes. Ce comportement a été observé dans la partie expérimentale du travail précédent.

La Figure (2.17) montre la courbe de l'évolution de pics de la fréquence de la résonance (points). Un nombre adimensionnel, le nombre de Strouhal [BLEVINS, 1990], est généralement utilisé **comme une mesure de la fréquence des pertes prédominantes par tourbillon**. Une barre de couleurs dans la partie droite de la Figure 2.17 est utilisée pour représenter la valeur du nombre de Strouhal ($S_r = 0.198 \left(1 - \frac{19.7}{Re}\right)$) [BLEVINS, 1990]. La variation du nombre de Strouhal est associée avec les changements dans la structure de l'écoulement. On peut remarquer que la valeur est très proche de 0.2. On a trouvé que le nombre de Strouhal devient stable (même valeur) quand on augmente l'excitation. Ceci implique que les effets des pertes par tourbillon sont limités quand l'excitation est plus importante et la force de rappel non-linéaire devient plus importante.

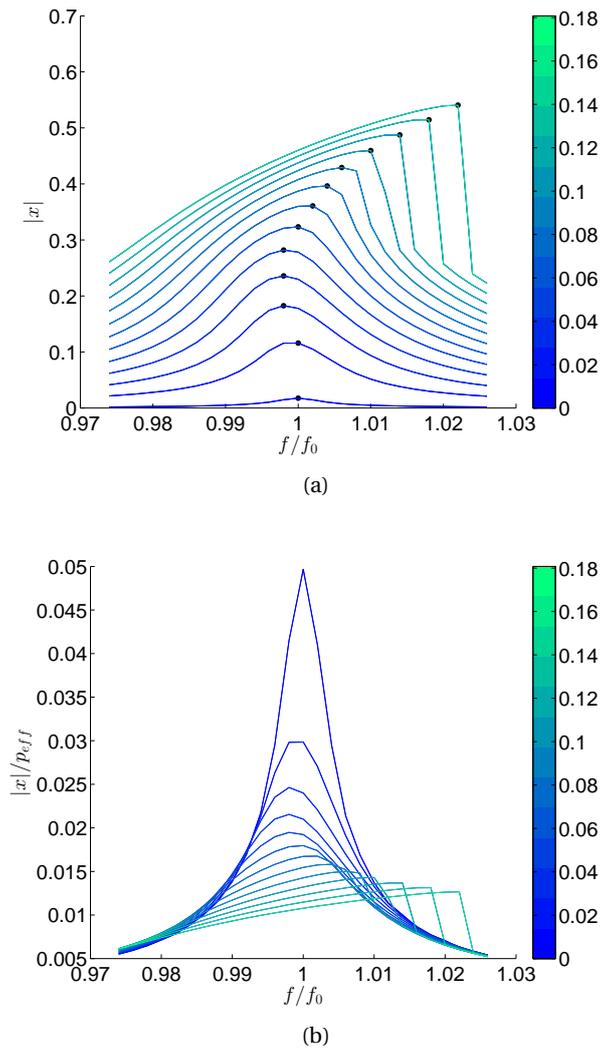


FIGURE 2.17 – Simulation numérique de l'Éq. (2.19) : (a) (-) et la courbe d'évolution de pics de résonance (•) et (b) $|x|/p_{eff}$ où p_{eff} est la pression efficace.

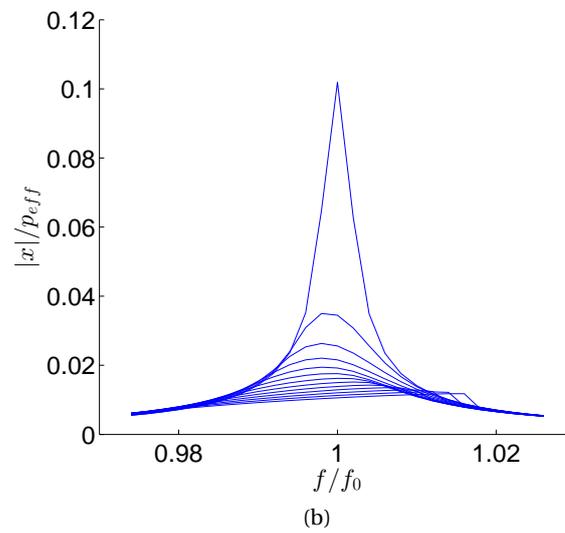
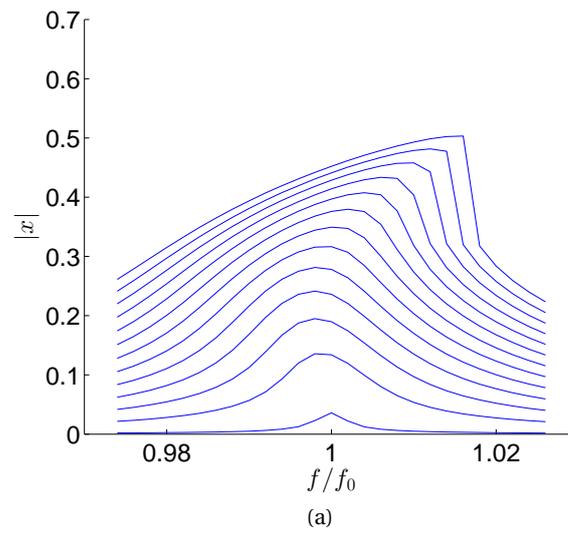


FIGURE 2.18 – Simulation numérique de l'Éq. (2.19) : (a) (-) et la courbe d'évolution de pics de résonance (•) et (b) $|x|/p_{eff}$ où p_{eff} est la pression efficace, pour un autre jeu de paramètres.

Généralement, en acoustique, pour des paramètres fixés (α, β), on obtient soit un comportement mollissant, soit durcissant. Donc, une des contributions de ce travail présente une modélisation qui intègre de façon simultanée des comportements mollissant et durcissant (avec des forces de rappel non-linéaire qui incluent des termes quadratiques et cubiques), ce qui peut avoir lieu pour un système de paramètres fixe (comme montré dans les résultats expérimentaux de ce travail) et qui dépend de l'amplitude externe d'excitation. Le terme "carré" généralement est à l'origine du comportement mollissant alors que les termes cubiques généralement produisent un comportement durcissant.

On développe dans les prochaines parties la modélisation analytique pour obtenir ce type de comportement. On peut comparer les valeurs de f_0 avec ceux qui correspondent aux valeurs de la pression du son (SPL) de Förner [FÖRNER et al., 2015]. En effet, dans leur travail, il y a eu trois valeurs différents de la pression du son (SPL) : 89.3 dB, 115.6 dB et 119.7 dB. Ces valeurs-là correspondent à $f_0 = 0.083$, $f_0 = 1.7$, $f_0 = 2.74$, respectivement. Si on compare ces valeurs de f_0 avec ceux de la Figure 2.17, on peut conclure que tous ces cas se trouvent dans le régime linéaire. Dans notre cas, le niveau de forçage est plus important dans le but de visualiser un décalage en fréquence. On considère la méthode des échelles multiples [NAYFEH et MOOK, 1979], dans le but d'analyser les différents phénomènes physiques selon l'échelles de temps.

On développe les échelles de temps rapides et lentes, en utilisant l'expansion en échelles de temps multiple et comme on considère un petit déplacement, avec un développement de y de la forme :

$$y = y_0 + \varepsilon y_1 + \varepsilon^2 y_2 + O(\varepsilon^3) \quad (2.20)$$

Échelle de Temps Rapide :

$$T_0 = \varepsilon^0 t \quad (2.21)$$

Échelles de Temps Lentes :

$$T_1 = \varepsilon^1 t, \quad T_2 = \varepsilon^2 t \quad (2.22)$$

On remplace ces développements dans l'Éq. (2.19). Dans le but d'étudier le système à des échelles de temps différentes, on cherche un système d'équation à différents ordres de ε . On obtient :

ε^0 :

$$\frac{\partial^2 y_0}{\partial T_0^2} + y_0 = 0 \quad (2.23)$$

ε^1 :

$$2 \frac{\partial^2 y_0}{\partial T_0 \partial T_1} + \frac{\partial^2 y_1}{\partial T_0^2} + y_1 - \alpha y_0^2 = 0 \quad (2.24)$$

$$\varepsilon^2 : 2 \frac{\partial^2 y_0}{\partial T_0 \partial T_2} + \frac{\partial^2 y_0}{\partial T_1^2} + 2 \frac{\partial^2 y_1}{\partial T_0 \partial T_1} + \frac{\partial^2 y_2}{\partial T_0^2} + r_1 \frac{\partial y_0}{\partial T_0} \left| \frac{\partial y_0}{\partial T_0} \right| + r_2 \frac{\partial y_0}{\partial T_0} + y_2 - \alpha 2 y_0 y_1 + \beta y_0^3$$

$$= \frac{f_0}{2} \left(e^{i(T_0 + \mu T_2)} + e^{-i(T_0 + \mu T_2)} \right) \quad (2.25)$$

L'Éq.(2.23) a une solution de la forme :

$$y_0 = A(T_1, T_2, T_3, \dots) e^{iT_0} + A^*(T_1, T_2, T_3, \dots) e^{-iT_0} \quad (2.26)$$

Où $*$ représente la variable complexe conjuguée. Si on injecte (2.26) dans (2.24) :

$$\frac{\partial^2 y_1}{\partial T_0^2} + y_1 = \alpha A^2 e^{2iT_0} + \alpha 2AA^* + \alpha A^{*2} e^{-2iT_0} - 2i \frac{\partial A}{\partial T_1} e^{iT_0} + 2i \frac{\partial A^*}{\partial T_1} e^{-iT_0} \quad (2.27)$$

Lorsque l'on élimine les termes séculaires, on obtient :

$$\frac{\partial A}{\partial T_1} = 0 \Rightarrow A = A(T_2, T_3, \dots) \quad (2.28)$$

Après l'élimination de termes séculaires, l'Éq. (2.27) devient :

$$\frac{\partial^2 y_1}{\partial T_0^2} + y_1 = \alpha A^2 e^{2iT_0} + \alpha 2AA^* + \alpha A^{*2} e^{-2iT_0} \quad (2.29)$$

La solution particulière de l'Éq. (2.29) issu de l'Éq. (2.24) est :

$$y_1 = -\frac{1}{3}\alpha A^2 e^{2iT_0} + \alpha 2AA^* - \frac{1}{3}\alpha A^{*2} e^{-2iT_0} \quad (2.30)$$

On introduit (2.26) et (2.30) dans l'expression (2.24), et on remplace A avec sa forme complexe : $A = \hat{y}e^{i\gamma}$.

On utilise l'Éq (2.26) et l'Éq (2.30) pour l'injecter dans l'Éq (2.25). Cette nouvelle expression est séparée en partie réelle et la partie imaginaire.

La partie réelle est définie par l'expression :

$$2\frac{\partial \hat{y}}{\partial T_2} \sin(\gamma) + 2\frac{\partial \gamma}{\partial T_2} \hat{y} \cos(\gamma) + \frac{F_0}{2} \cos(\mu T_2) + r_2 \hat{y} \sin(\gamma) + \left[-3\beta - \frac{10}{3}\alpha^2 \right] \hat{y}^3 \cos(\gamma) + \frac{K \sin(\gamma)}{2} = 0 \quad (2.31)$$

La partie imaginaire est définie par l'expression :

$$-2\frac{\partial \hat{y}}{\partial T_2} \cos(\gamma) + 2\frac{\partial \gamma}{\partial T_2} \hat{y} \sin(\gamma) + \frac{F_0}{2} \sin(\mu T_2) - r_2 \hat{y} \cos(\gamma) + \left[-3\beta + \frac{10}{3}\alpha^2 \right] \hat{y}^3 \sin(\gamma) - \frac{K \cos(\gamma)}{2} = 0 \quad (2.32)$$

où K est une constante. Après simplifications, en utilisant $\Delta = \gamma - \mu T_2$, on obtient deux équations :

$$\begin{cases} \hat{y} \frac{\partial \Delta}{\partial T_2} = -\hat{y}\mu - \frac{f_0}{4} \cos(\Delta) + \hat{y}^3 \left(\frac{3}{2}\beta - \frac{5}{3}\alpha^2 \right) \\ \frac{\partial \hat{y}}{\partial T_2} = -\frac{f_0}{4} \sin(\Delta) - \frac{r_2}{2} \hat{y} - r_1 \hat{y}^2 \left(\frac{8}{3\pi} \right) \end{cases} \quad (2.33)$$

Lorsque l'on impose $\frac{\partial \Delta}{\partial T_2} = 0$ et $\frac{\partial \hat{y}}{\partial T_2} = 0$, on peut obtenir les points fixes du système (2.33). Ceci permet d'obtenir la courbe amplitude-fréquence. Cependant, on cherche à obtenir la solution analytique complète du système initial. Dans ce but, on utilise la méthode appelée NTTM [PILIPCHUK, 2010] pour traiter l'équation non-linéaire (2.33).

2.3.4.0.1 Tracé du comportement du système en utilisant la méthode NTTM :

La méthode d'échelles multiples permet d'obtenir l'Éq. (2.33) en particulier la courbe de l'évolution des pics de la fréquence de résonance, i.e. aux points fixes $\frac{\partial \Delta}{\partial T_2} = \frac{\partial \hat{y}}{\partial T_2} = 0$, mais dans le but d'obtenir la solution analytique complète pour l'Éq. (2.33) (avec une solution transitoire), on doit utiliser une autre méthode. Dans le but de résoudre le système d'Éq. (2.33), on utilise la méthode appelée NTTM (Nonsmooth Time Transformation Method). La méthode consiste à faire des projections des variables inconnues dans des fonctions triangulaires et rectangulaires. Donc, une combinaison de la méthode d'échelles multiples et la méthode NTTM est nécessaire pour trouver une approximation analytique du système.

Plus spécifiquement, on considère un comportement fortement non-linéaire dans l'intervalle $[0, T_2^*]$ et l'instant T_2^* correspond au premier maximum de la fonction $\hat{y}(T_2)$ après lequel le mouvement devient similaire à des oscillations régulières autour du point stationnaire. Ceci permet de séparer la dynamique transitoire dans deux domaines [MANEVITCH et al., 2010].

Tout d'abord, je considère le domaine où il y a le régime fortement non-linéaire.

Régime fortement non-linéaire :

On s'intéresse au comportement du système dans l'intervalle $[0, T_2^*]$. Dans cet intervalle le système a un comportement fortement non-linéaire. On considère que la dissipation est suffisamment faible pour la négliger.

La dynamique d'un oscillateur fortement non-linéaire est similaire à un mouvement de corps libre d'une particule en mouvement avec une vitesse constante entre deux limiteurs de mouvement. Ceci nous permet d'employer la méthode NTTM dans l'étude des oscillations fortement non-linéaire. Tout d'abord, on introduit les fonctions régulières $\tau(\phi)$ et $e(\phi) = \frac{d\tau}{d\phi}$, défini suivant les expressions suivantes [PILIPCHUK, 2010] :

$$\tau = \tau(\phi) = \frac{2}{\pi} \left| \arcsin \left(\sin \left(\frac{\pi\phi}{2} \right) \right) \right| \quad (2.34)$$

$$e(\phi) = 1, 0 < \phi \leq 1, e(\phi) = -1, 1 < \phi < 2 \quad (2.35)$$

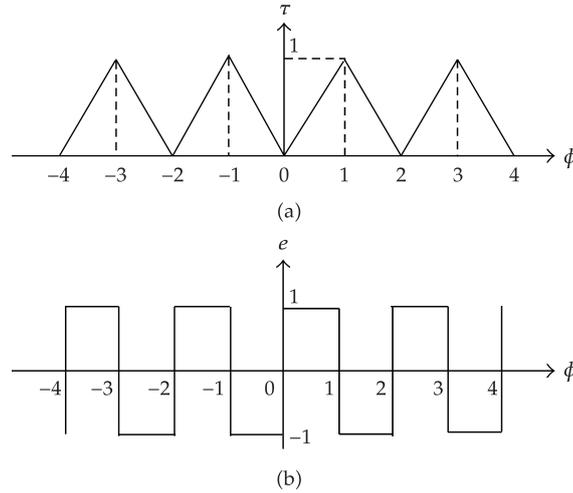


FIGURE 2.19 – Fonctions triangulaire et rectangulaire [MANEVITCH et al., 2010].

En considérant $\phi = \hat{\Omega}T_2$, la fréquence $\hat{\Omega}$ sera déterminée dans la suite. Le système non amorti a une solution sous la forme :

$$\hat{y}(T_2) = X_1(\tau) + e(\phi)Y_1(\tau), \Delta(T_2) = X_2(\tau) + e(\phi)Y_2(\tau) \quad (2.36)$$

et

$$\frac{d}{d\tau_2} = \hat{\Omega} \left(e \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \quad (2.37)$$

On considère la condition $Y_{1,2} = 0$ à $\tau = 1, 2, \dots$

Ce qui implique :

$$\frac{d\hat{y}}{d\tau_2} = \hat{\Omega} \left(e \frac{\partial X_1}{\partial \tau} + \frac{\partial Y_1}{\partial \tau} \right) \quad (2.38)$$

$$\frac{d\Delta}{d\tau_2} = \hat{\Omega} \left(e \frac{\partial X_2}{\partial \tau} + \frac{\partial Y_2}{\partial \tau} \right) \quad (2.39)$$

En considérant que $Y_{1,2} = 0$ à $\tau = 1, 2, \dots$, pour dériver simplifier les équations pour $X_i, Y_i, i = 1, 2$, on va insérer les Éqs. (2.38) et (2.39) dans l'Éq. (2.33) (en considérant les termes d'amortissement

nuls, $r_1 = 0$ et $r_2 = 0$) et on sépare les termes qui ont et qui n'ont pas le terme e . Ceci permet d'obtenir le système d'équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\Omega} \frac{\partial Y_1}{\partial \tau} = -f_0 \sin(X_2) \cos(Y_2) \\ \hat{\Omega} \frac{\partial X_1}{\partial \tau} = -f_0 \sin(Y_2) \cos(X_2) \\ \hat{\Omega} \left(X_1 \frac{\partial Y_2}{\partial \tau} + Y_1 \frac{\partial X_2}{\partial \tau} \right) + \mu X_1 - 3 \left(\frac{\beta}{2} - \frac{5\alpha^2}{9} \right) X_1^3 - 9 \left(\frac{\beta}{2} - \frac{5\alpha^2}{9} \right) X_1 Y_1^2 = -f_0 \cos(Y_2) \cos(X_2) \\ \hat{\Omega} \left(X_1 \frac{\partial X_2}{\partial \tau} + Y_1 \frac{\partial Y_2}{\partial \tau} \right) = f_0 \sin(Y_2) \sin(X_2) \end{array} \right. \quad (2.40)$$

Le système d'équations (2.40) est satisfait par $Y_1 = 0$, $X_2 = 0$. Sous ces conditions, les variables X_1 et Y_2 satisfont les équations similaires à l'Éq. (2.33) (en considérant les termes d'amortissement nuls, $r_1 = 0$ et $r_2 = 0$) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\Omega} \frac{\partial X_1}{\partial \tau} + f_0 \sin(Y_2) = 0 \\ \hat{\Omega} X_1 \frac{\partial Y_2}{\partial \tau} + \mu X_1 - 3 \left(\frac{\beta}{2} - \frac{5\alpha^2}{9} \right) X_1^3 + f_0 \cos(Y_2) = 0 \end{array} \right. \quad (2.41)$$

et on considère que :

$$\frac{\partial X_1}{\partial \tau} = 0 \text{ à } Y_2 = 0, \tau = 1 \quad (2.42)$$

On considère aussi les conditions qui viennent de la forme de deuxième ordre :

$$\hat{\Omega}_2 \frac{\partial^2 X_1}{\partial \tau^2} + f(X_1) = 0 \quad (2.43)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 = 0 \\ \hat{\Omega} \frac{dX_1}{d\tau} = \frac{f_0}{4} \end{array} \right. \quad (2.44)$$

Puisque l'on cherche à souligner les caractéristiques dynamiques substantielles, en considérant la solution de (2.38,2.39) incluse dans le système (2.33) sans les termes d'amortissement et en considérant (2.43,2.44), on peut obtenir finalement :

$$X_1 = x_0 + x_1 + \dots, Y_2 = y_0 + y_1 + \dots, \hat{\Omega} = \hat{\Omega}_0 (1 + \sigma^* + \dots) \quad (2.45)$$

Où $\sigma^* \ll 1$. Puisque l'approximation du vibro-impact est insensible à la présence du potentiel, la fonction x_0 est choisie comme la solution de l'équation :

$$\frac{\partial^2 x_0}{\partial \tau^2} = 0 \quad (2.46)$$

Avec les conditions initiales $x_0 = 0$, $\hat{\Omega}_0 \frac{\partial x_0}{\partial \tau} = \frac{f_0}{4}$ à $\tau = 0$, on trouve à partir de (2.46) que :

$$x_0(\tau) = A_0 \tau, A_0 \hat{\Omega} = \frac{f_0}{4} \quad (2.47)$$

A partir (2.34) et (2.35) on a :

$$\hat{\Omega}_0 T_2^* = 1, T_2^* = \frac{1}{\hat{\Omega}_0} = \frac{4A_0}{f_0} \quad (2.48)$$

$$x_0(\tau) = FT_2, 0 < T_2 < T_2^*, x_0(\tau(T_2^*)) = x_0(1) = A_0 \quad (2.49)$$

Comme réalisé dans [MANEVITCH et al., 2010; TURE SAVADKOOHI et al., 2011], A_0 est obtenu à partir de $T_2^* = \frac{4A_0}{f_0}$. L'approximation x_1 est calculée en utilisant :

$$\hat{\Omega}_0^2 \frac{\partial^2 x_1}{\partial \tau^2} = -f(x_0) \quad (2.50)$$

$$x_1(\tau) = \frac{-1}{\hat{\Omega}_0^2} \int_0^\tau (\tau - \xi) f(A_0 \xi) d\xi \quad (2.51)$$

Avec A_0 et $\hat{\Omega}_0$, la nouvelle expression de x_1 est :

$$x_1(\tau) = \frac{-A_0 \tau^3}{4\hat{\Omega}_0^2} \left(\frac{9\left(\frac{\beta}{2} - \frac{5\alpha^2}{9}\right)^2}{56} (A_0 \tau)^4 - \frac{3\mu\left(\frac{\beta}{2} - \frac{5\alpha^2}{9}\right)}{5} (A_0 \tau)^2 + \frac{\mu^2}{6} \right) \quad (2.52)$$

On s'intéresse maintenant à calculer $Y_2(\tau)$. Avec le même raisonnement que celui utilisé précédemment, on pose $Y_2 = y_0 + y_1$, où y_0 peut être trouvé à partir de la première équation du système (2.41), dans laquelle on pose $X_1 = x_0$. Ceci implique :

$$y_0 = -\arcsin\left(\frac{\frac{f_0}{4}}{A_0 \hat{\Omega}_0}\right) = \frac{-\pi}{2}, 0 < \tau < 1 \quad (2.53)$$

Le terme $y_1(\tau)$ est défini par la deuxième équation du système (2.41). De la même façon que l'on a fait avant, on pose $X_1 = x_0$ et on exclut $\cos(Y_2)$ pour obtenir :

$$\frac{\partial y_1}{\partial \tau} = \frac{1}{\hat{\Omega}_0} \left(\frac{-\mu}{2} + \frac{9}{4} \left(\frac{\beta}{2} - \frac{5\alpha^2}{9} \right) A_0^2 \tau^2 \right) \quad (2.54)$$

$$y_1(\tau, t_0) = \frac{1}{\hat{\Omega}_0} \left(\frac{-\mu\tau}{2} + \frac{3}{4} \left(\frac{\beta}{2} - \frac{5\alpha^2}{9} \right) A_0^2 \tau^3 \right) \quad (2.55)$$

Maintenant que la solution est obtenue pour le régime fortement non-linéaire, on va s'intéresser aux solutions quasi-linéaires, en utilisant la continuité de d'amplitude de déplacement et continuité de la phase.

Oscillations quasi-linéaires :

On s'intéresse au comportement du système pour un temps supérieur à T_2^* . Dans cet intervalle le système a un comportement de type quasi-linéaire [MANEVITCH et al., 2010].

Autrement dit, on étudie les oscillations quasi-linéaires dans le deuxième domaine du mouvement, $\tau > 1$. L'état permanent (point d'équilibre) $O : (\hat{y}_0, \Delta_0)$ pour le premier système est déterminé par l'équation.

$$\hat{y}^2 \left(\left(\mu - 3\hat{y}^2 \left(\frac{\beta}{2} - \frac{5\alpha^2}{9} \right) \right)^2 + \left(\frac{r_2}{2} + \hat{y} \frac{8r_1}{3\pi} \right)^2 \right) = \left(\frac{f_0}{4} \right)^2 \quad (2.56)$$

Ou par sa forme équivalente :

$$\left(\frac{r_2}{2} + \hat{y}_0 \frac{8r_1}{3\pi}\right) \hat{y}_0 = -\left(\frac{f_0}{4}\right) \sin(\Delta_0), \mu \hat{y}_0 - 3\hat{y}_0^3 \left(\frac{\hat{\beta}}{2} - \frac{5\alpha^2}{9}\right) = -\left(\frac{f_0}{4}\right) \cos(\Delta_0) \quad (2.57)$$

On considère $\hat{\xi} = \hat{y} - \hat{y}_0$, $\hat{\beta} = \Delta - \Delta_0$. Ces changements de variables montrent les déviations du point d'équilibre. En plus, on doit imposer les conditions limites :

$$\hat{y}_0 + \hat{\xi} = x_0^*, \Delta_0 + \hat{\beta} = y_0^* \quad (2.58)$$

Où $x_0^* = x_0(T_2^*)$ et $y_0^* = y_0(T_2^*)$. On peut considérer que le système peut être linéarisé autour de O :

$$\begin{cases} \frac{d\hat{\xi}}{dT_2} + \left(\frac{f_0}{4}\right) \hat{\beta} = -\left(2\left(\frac{8r_1}{3\pi}\right) \hat{y}_0 + \frac{r_2}{2}\right) \hat{\xi} \\ \frac{d\hat{\beta}}{dT_2} - \frac{k_1}{\hat{y}_0} \hat{\xi} = -\left(\left(\frac{8r_1}{3\pi}\right) \hat{y}_0 + \frac{r_2}{2}\right) \hat{\beta} \end{cases} \quad (2.59)$$

Avec $k_1 = 9\left(\frac{\hat{\beta}}{2} - \frac{5\alpha^2}{9}\right) \hat{y}_0^2 - \mu$. Une façon de résoudre le système linéaire (2.59) est de le considérer sous la forme de système matriciel $\dot{F} = QF$.

$$\begin{cases} \frac{d\hat{\xi}}{dT_2} = -\left(2\left(\frac{8r_1}{3\pi}\right) \hat{y}_0 + \frac{r_2}{2}\right) \hat{\xi} - \left(\frac{f_0}{4}\right) \hat{\beta} \\ \frac{d\hat{\beta}}{dT_2} = \frac{k_1}{\hat{y}_0} \hat{\xi} - \left(\left(\frac{8r_1}{3\pi}\right) \hat{y}_0 + \frac{r_2}{2}\right) \hat{\beta} \end{cases} \quad (2.60)$$

On calcule de façon analytique λ_1 et λ_2 les valeurs propres de la matrice Q, et \vec{V}_1 et \vec{V}_2 les vecteurs propres associés aux valeurs propres. Les valeurs propres sont définies par les expressions :

$$\lambda_1 = \frac{(\Upsilon_1 + \Upsilon_2) + \sqrt{(\Upsilon_1 + \Upsilon_2)^2 - 4(\Upsilon_1 \Upsilon_2 + \frac{k_1 f_0}{y_0^4})}}{2} \quad (2.61)$$

$$\lambda_2 = \frac{(\Upsilon_1 + \Upsilon_2) - \sqrt{(\Upsilon_1 + \Upsilon_2)^2 - 4(\Upsilon_1 \Upsilon_2 + \frac{k_1 f_0}{y_0^4})}}{2} \quad (2.62)$$

où $\Upsilon_1 = 2\left(\frac{8r_1}{3\pi}\right) \hat{y}_0 + \frac{r_2}{2}$ et $\Upsilon_2 = \left(\frac{8r_1}{3\pi}\right) \hat{y}_0 + \frac{r_2}{2}$. Alors, la solution du système (2.59) est :

$$F = [\hat{\xi}, \hat{\beta}]^T = C_1 \vec{V}_1 e^{\lambda_1 T_2} + C_2 \vec{V}_2 e^{\lambda_2 T_2} \quad (2.63)$$

Les constantes C_1 et C_2 sont calculées en considérant la continuité des amplitudes et la phase, représentée par les conditions limites des équations (2.58). Finalement, on peut exprimer l'ensemble de la façon suivante :

$$y = 2\hat{y} \cos(\Delta + \Omega t) + \varepsilon 2\alpha \hat{y}^2 \left(1 - \frac{1}{3} \cos(2(\Delta + \Omega t))\right) \quad (2.64)$$

Où $\hat{y} = \hat{\xi} + \hat{y}_0$ et $\Delta = \hat{\beta} + \Delta_0$ sont calculées en utilisant l'Éq. (2.63)). En connectant les deux comportements en utilisant la méthode analytiques précédente, on peut obtenir les résultats montrés sur la Figure 2.20, pour un jeu de paramètres. La courbe analytique est très proche des résultats numériques; on aperçoit une différence très petite entre les deux. En effet, on peut voir une petite différence entre T_2^* calculé dans le modèle analytique et dans le modèle numérique, parce que l'on

néglige l'amortissement dans le régime fortement non-linéaire pendant l'approximation. Cependant, l'approximation reste correcte.

Ainsi, par exemple, je vais maintenant m'intéresser à la solution analytique obtenue en choisissant des jeux de paramètres. En considérant les paramètres α , β , σ et δ décrits dans la section (2.3.2) et en considérant $f_0 = 1$, pour $f/f_0 = 0.995$, $f/f_0 = 1.007$, $\sigma = 0.05$ et $\delta = 0.005$ le résultat de l'approximation analytique obtenue est plutôt bon, comme montré sur la Figure 2.21. On compare aussi les résultats pour un amortissement plus important, pour $f_0 = 1$, pour $f/f_0 = 0.995$, $f/f_0 = 1.007$, $\sigma = 0.07$ et $\delta = 0.007$ sur la Figure 2.22. Ensuite, on compare aussi les résultats pour un amortissement moins important, pour $f_0 = 1.2$, pour $f/f_0 = 0.997$, $\sigma = 0.04$ et $\delta = 0.004$ sur la Figure 2.23.

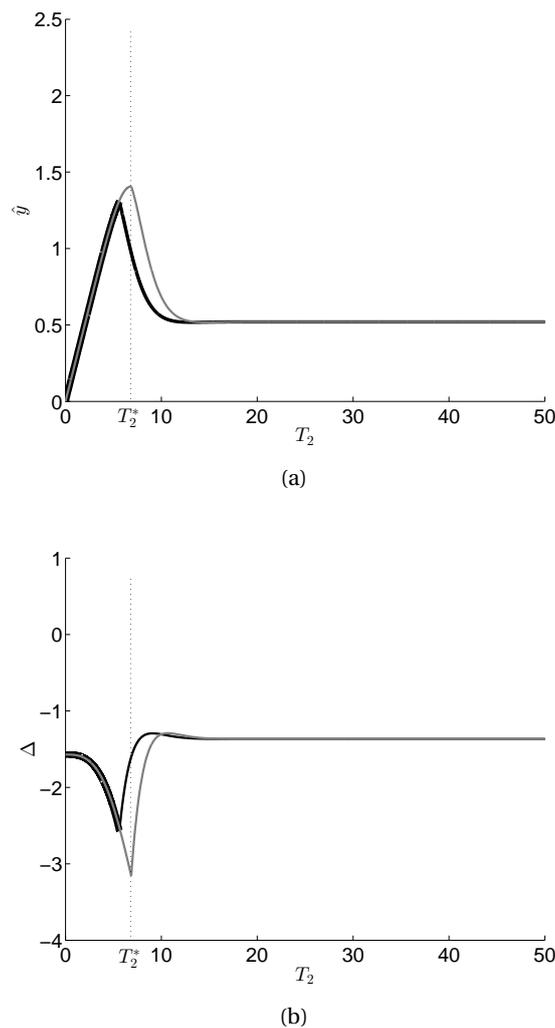
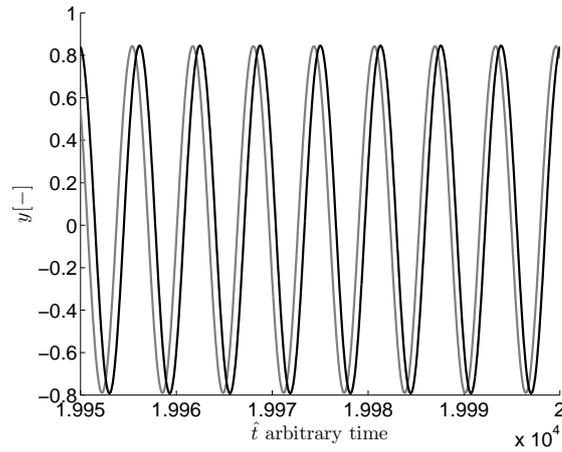
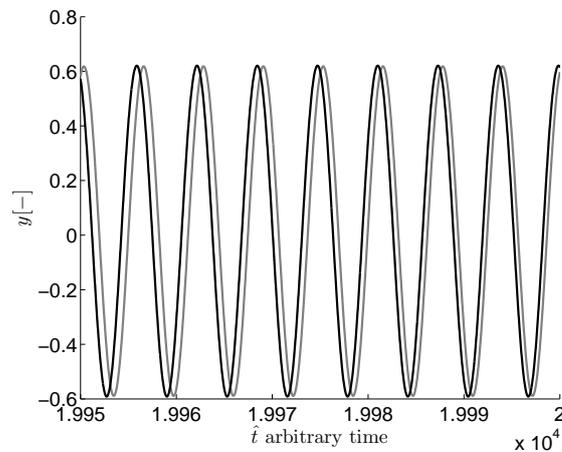


FIGURE 2.20 – Sur la Figure (2.20a) : \hat{y} Numérique (-) comparé à \hat{y} Analytique pour le domaine fortement non-linéaire (-) et domaine quasi-linéaire (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.05$, $\delta = 0.005$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 1$. Sur la Figure 2.20b : Δ Numérique (-) comparé à Δ Analytique dans le domaine fortement non-linéaire (-) et domaine quasi-linéaire (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.05$, $\delta = 0.005$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 1$.

Sur la Figure 2.21, on peut vérifier que l'approximation est bonne. Le faible décalage dans la phase entre la courbe numérique et la courbe analytique pour les Figures 2.21a et 2.21b est dû à l'approximation du temps T_2^* , comme montré sur la Figure 2.20. Un autre exemple de vérification numérique pour un autre jeu de paramètres est donné sur la Figure 2.22. Cette figure confirme les mêmes conclusions que la précédente. Puis on peut faire le graphique de la courbe d'amplitude-fréquence à des points fixes comme montré sur la Figure 2.24 en considérant le premier jeu de

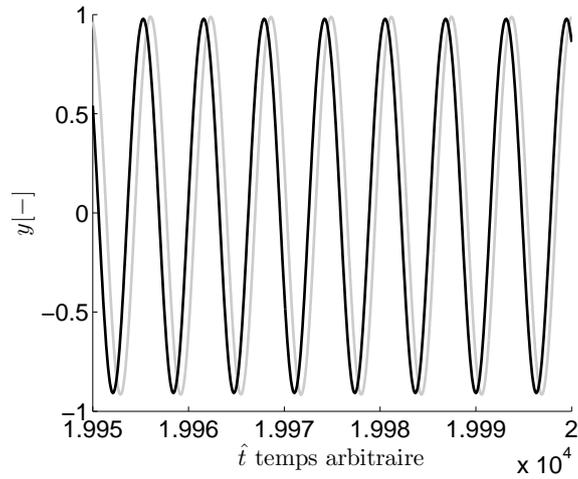


(a)

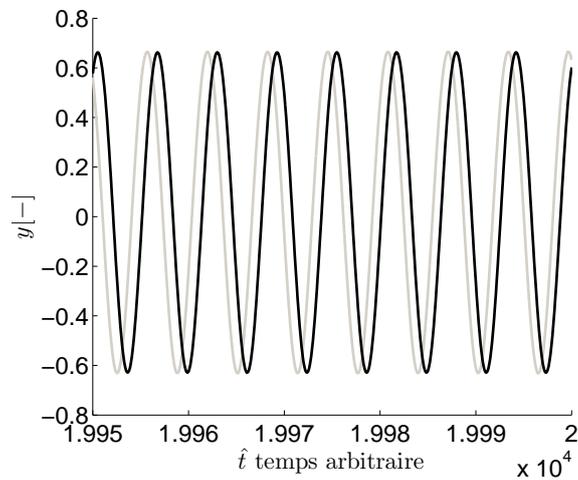


(b)

FIGURE 2.21 – Sur la Figure (2.21a) : y Numérique (-) comparé à y Analytique (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.05$, $\delta = 0.005$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 0.995$ (Ω_1). Sur la Figure 2.21b : y Numérique (-) comparé à y Analytique (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.05$, $\delta = 0.005$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 1.007$ (Ω_2).



(a)



(b)

FIGURE 2.22 – Sur la Figure 2.22a : y Numérique (-) comparé à y Analytique (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.07$, $\delta = 0.007$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 0.995$ (Ω_1). Sur la Figure 2.22b : y Numérique (-) comparé à y Analytique (-), pour $f_0 = 1$, $\sigma = 0.07$, $\delta = 0.007$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 1.007$ (Ω_2).

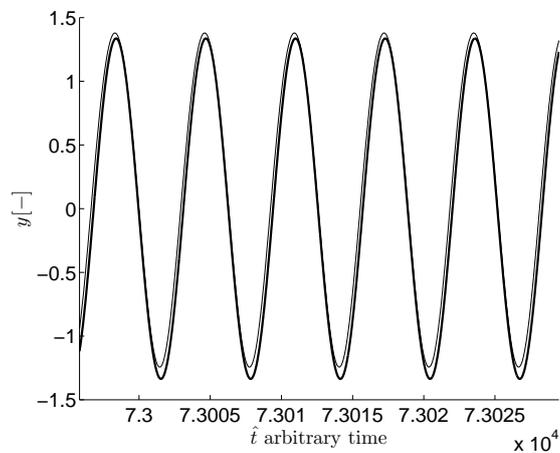


FIGURE 2.23 – y Numérique (-) comparé à y Analytique (-), pour $f_0 = 1.2$, $\sigma = 0.04$, $\delta = 0.004$, $\varepsilon = 0.1$ et $f/f_0 = 0.997$ (Ω_1).

paramètres :

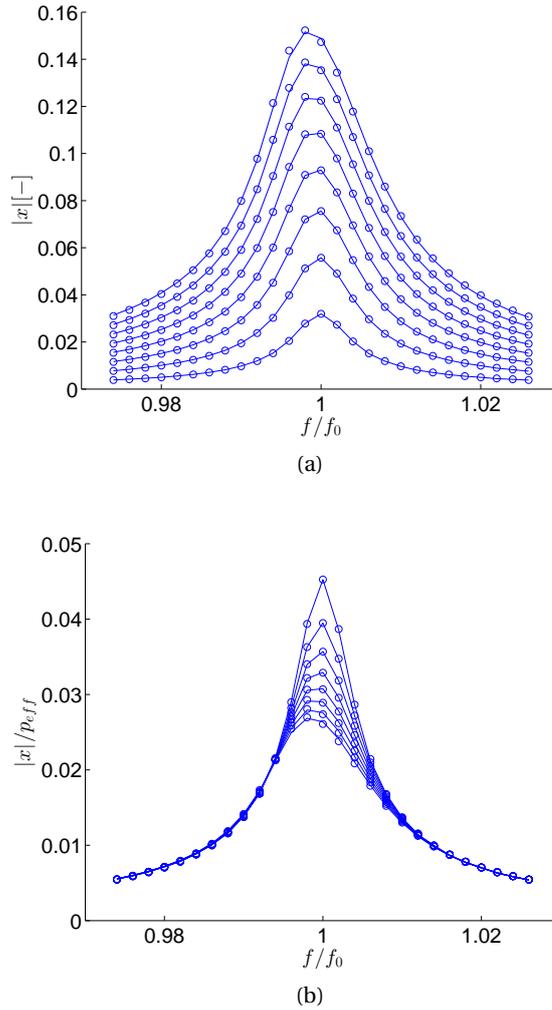


FIGURE 2.24 – Résultats numériques (-) comparés au modèle Analytique (o) à partir de $f_0 = 0.2$ jusqu'à $f_0 = 1.6$ (avec un pas de 0.2). Cas (a) $|x|$ et cas (b) $|x|/p_{eff}$.

Sur la Figure 2.24, on observe une bonne approximation analytique comparé aux résultats numériques. On obtient un comportement mollissant (pour les amplitudes d'excitation fortes ce comportement mollissant évolue vers les basses fréquences) comme observé expérimentalement dans [SIVIAN, 1935] et analytiquement dans [YU et al., 2011] (sur la Figure 1.52, Chapitre 1).

Cependant, si on augmente l'amplitude d'excitation, l'approximation est moins bonne comme montré sur la Figure 2.25, et devient biaisé pour les amplitudes beaucoup plus fortes. En effet, par exemple pour $f_0 = 8$, le résultat numérique montre un comportement durcissant mais la solution analytique montre un comportement mollissant. Ceci peut être expliqué par l'ordre de grandeur. En effet, pour une forte valeur d'excitation, f_0 n'est plus d'ordre 1 et non plus y . Dans ce cas, nos hypothèses ne sont plus satisfaites, c'est pourquoi on considère dans la suite une autre hypothèse pour les amplitudes plus fortes.

2.3.4.0.2 Amplitudes de forçage externe plus fortes Maintenant d'après ce qui est dit précédemment, on garde y d'ordre ε^{-1} , alors $y = O(\frac{1}{\varepsilon})$ et donc $x = y$ (on garde x d'ordre 1).

Pour être capable d'utiliser l'analyse d'échelles multiples, on considère $r_2 = \frac{\hat{r}_2}{\varepsilon}$, $\alpha = \varepsilon^* \alpha_1$, $\beta =$

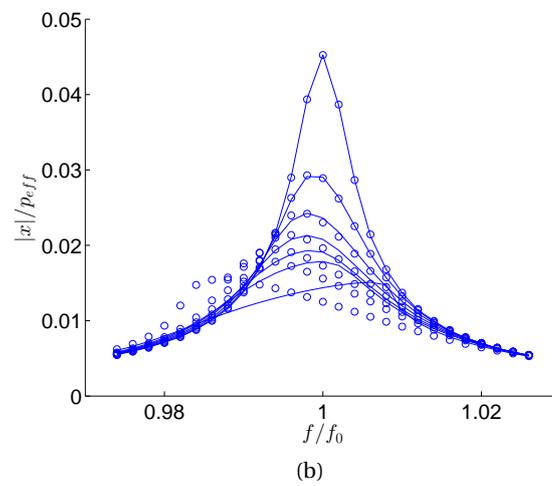
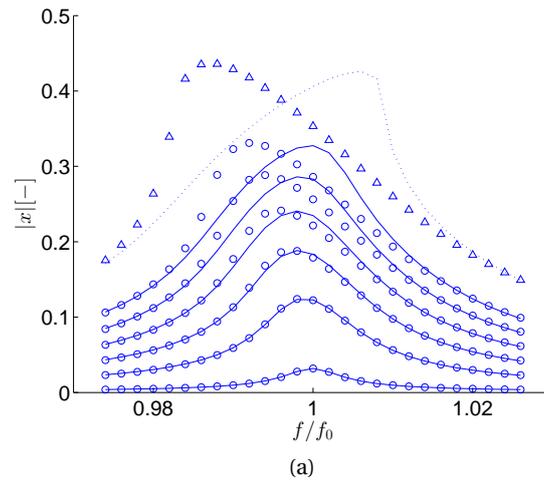


FIGURE 2.25 – Résultats numériques (-) (pour $f_0 = 8$ (- -)) comparés au modèle Analytique (o) à partir $f_0 = 0.2$ jusqu'à $f_0 = 5.2$ (avec un pas de 1) (pour $f_0 = 8$ (Δ)). Cas (a) $|x|$ et cas (b) $|x|/p_{eff}$.

$$\varepsilon^* \beta_1, f_0 = \frac{\hat{f}_0}{\varepsilon^2}.$$

Dans le but de simplifier l'équation, on considère dans la suite $\varepsilon^* = \varepsilon$. L'Éq. (2.19) devient :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \varepsilon r_1 \frac{dx}{dt} \left| \frac{dx}{dt} \right| + \varepsilon \hat{r}_2 \frac{dx}{dt} + x - \varepsilon \alpha_1 x^2 + \varepsilon \beta_1 x^3 = \varepsilon \hat{f}_0 \cos(\Omega t) \quad (2.65)$$

Avec $\Omega = 1 + \varepsilon \mu$. Maintenant, On remarque clairement que le terme quadratique et le terme cubique sont du même ordre. En effet, par une analyse d'échelles multiples (section 2.3.4) de l'Éq. (2.65), on obtient :

$$\varepsilon^0 : \quad \frac{\partial^2 x_0}{\partial T_0^2} + x_0 = 0 \quad (2.66)$$

$\varepsilon^1 :$

$$2 \frac{\partial^2 x_0}{\partial T_0 \partial T_1} + \frac{\partial^2 x_1}{\partial T_0^2} + r_1 \frac{\partial x_0}{\partial T_0} \left| \frac{\partial x_0}{\partial T_0} \right| + \hat{r}_2 \frac{\partial x_0}{\partial T_0} + x_1 - \alpha_1 x_0^2 + \beta_1 x_0^3 = \frac{\hat{f}_0}{2} \left(e^{iT_0} e^{i\mu T_1} + e^{-iT_0} e^{-i\mu T_1} \right) \quad (2.67)$$

$\varepsilon^2 :$

$$2 \frac{\partial^2 x_0}{\partial T_0 \partial T_2} + \frac{\partial^2 x_0}{\partial T_1^2} + 2 \frac{\partial^2 x_1}{\partial T_0 \partial T_1} + \frac{\partial^2 x_2}{\partial T_0^2} + r_1 2 \frac{\partial x_0}{\partial T_0} \text{sign} \left(\frac{\partial x_0}{\partial T_0} \right) \left(\frac{\partial x_0}{\partial T_1} + \frac{\partial x_1}{\partial T_0} \right) + \hat{r}_2 \left(\frac{\partial x_0}{\partial T_1} + \frac{\partial x_1}{\partial T_0} \right) + x_2 - \alpha_1 2x_0 x_1 + \beta_1 3x_0^2 x_1 = 0 \quad (2.68)$$

et en considérant $\Delta = \gamma - \mu T_1$, on obtient :

$$\begin{cases} \hat{x} \frac{\partial \Delta}{\partial T_1} = -\hat{x} \mu - \frac{\hat{f}_0}{4} \cos(\Delta) + \hat{x}^3 \left(\frac{3}{2} \beta \right) \\ \frac{\partial \hat{x}}{\partial T_1} = -\frac{\hat{f}_0}{4} \sin(\Delta) - \frac{r_2}{2} \hat{x} - r_1 \hat{x}^2 \left(\frac{8}{3\pi} \right) \end{cases} \quad (2.69)$$

Le système (2.69) est similaire au système (2.33), alors on peut appliquer la méthode de transformation du temps non régulière (NTTM, en anglais), comme dans la section (2.3.4.0.1). Ainsi, on obtient l'expression de x :

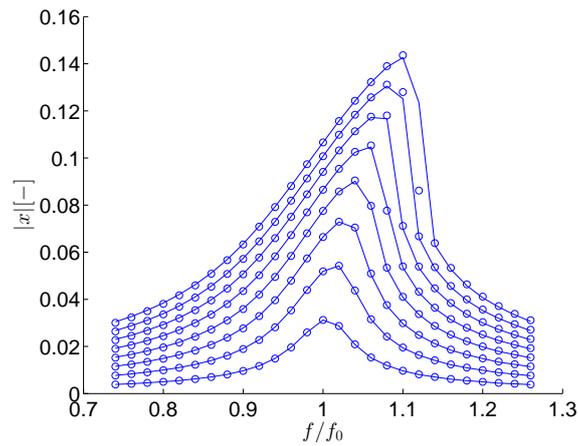
$$x = 2\hat{x} \cos(\Delta + \Omega t) + \varepsilon \left(2\alpha_1 \hat{x}^2 - 2\alpha_1 \hat{x}^2 \frac{1}{3} \cos(2(\Delta + \Omega t)) + \frac{2}{8} \beta_1 \hat{x}^3 \cos(3(\Delta + \Omega t)) \right) \quad (2.70)$$

On considère un jeu de paramètres $\sigma = 0.05$, $\delta = 0.05$, $\alpha_1 = 1.2$, $\beta_1 = 1.36$ pour réaliser la courbe amplitude-fréquence de l'Éq. (2.65) sur la Figure 2.26, dans le but de montrer la validité analytique pour les fortes amplitudes :

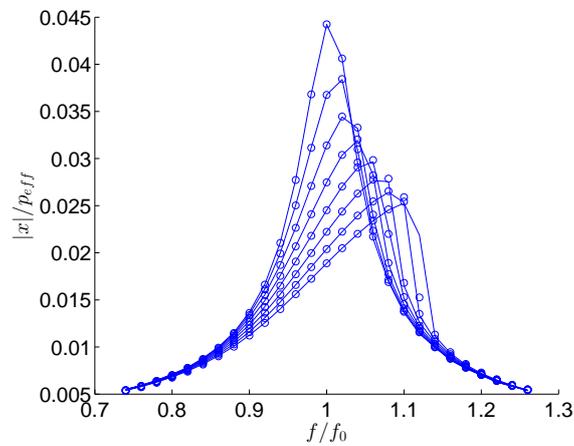
Sur la Figure 2.26, on peut remarquer le comportement durcissant du système. La modélisation de ce comportement est précise pour l'intervalle $[0.2, 1.6]$. Comme ce comportement est lié au domaine fortement non-linéaire, on peut voir que ce résultat est cohérent avec la simulation numérique sur la Figure 2.17 et avec des tests expérimentaux.

En augmentant l'amplitude, l'approximation de l'Éq. (2.65) devient moins bonne comme montré sur la Figure 2.27. Dans cette figure, on considère un jeu de paramètres $\sigma = 0.04$, $\delta = 0.04$, $\alpha_1 = 1.2$, $\beta_1 = 1.36$.

Là encore, l'hypothèse sur les ordres de grandeur n'est plus valable. Il faudrait donc d'autres ordres des grandeurs pour les paramètres. Cependant, les ordres de grandeurs de ces amplitudes ne sont plus réalistes car cela représente des amplitudes trop élevées.



(a)



(b)

FIGURE 2.26 – Résultats numériques (-) comparés au modèle Analytique (o) à partir de $\hat{f}_0 = 0.2$ jusqu'à $\hat{f}_0 = 1.6$ (avec un pas de 0.2). Cas (a) $|x|$ et cas (b) $|x|/p_{eff}$.

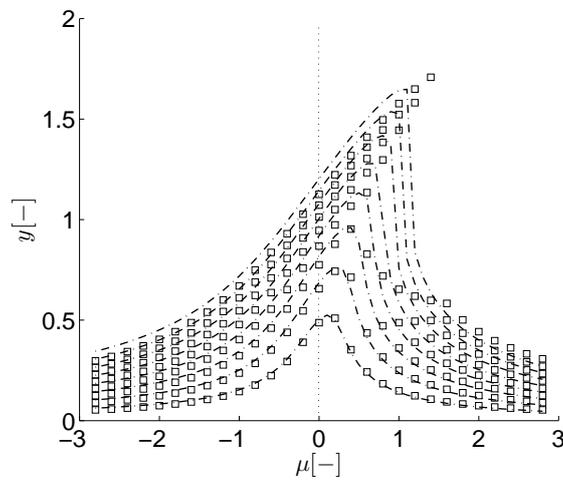


FIGURE 2.27 – Résultats numériques (---) comparés au modèle Analytique (carré) à partir de $\hat{f}_0 = 0.3$ jusqu'à $\hat{f}_0 = 1.7$ (avec un pas de 0.2).

2.4 Conclusion

Les résonateurs de Helmholtz ont été utilisés avec la force de rappel non-linéaire et les forces non conservatrices. La fonction de force de rappel contient des termes linéaires, quadratiques et cubiques tandis que la force non conservatrice contient des termes linéaires et des parties non régulières. Le système d'équation a été traité par une méthode d'échelles de temps multiples autour de la résonance 1 : 1 qui permet de tracer son comportement à des échelles de temps différentes.

La technique de transformation non régulière du temps est utilisée pour résoudre le système non-linéaire d'équations à une échelle de temps lente, tandis que le comportement du résonateur à ses points fixes présente une réponse non-linéaire par rapport au paramètre de décalage et au terme de forçage externe. Les résultats obtenus montrent un comportement à la fois mollissant et durcissant dans de tels systèmes en fonction de l'amplitude d'excitation du forçage. Ce comportement est dû à l'existence simultanée de termes quadratiques et cubiques dans la fonction de rappel du résonateur.

En fait, dans les amplitudes de pression plus faibles, le terme quadratique est la cause d'une réponse mollissante du système, alors que pour les niveaux de pression plus forts, le terme cubique de la force de rappel est responsable du comportement durcissant. Les développements analytiques ont été comparés avec les résultats numériques. Le comportement expérimental est ainsi retrouvé et expliqué.

Le tracé de réponses non-linéaires des résonateurs de Helmholtz propose une idée de la conception pour les résonateurs purement acoustiques utilisés en tant que contrôleurs passifs pour être couplés à un système principal qui pourrait être applicable pour une large gamme de fréquences, comme les systèmes absorbeurs non-linéaires utilisés pour les vibrations mécaniques. Un travail plus approfondi pourrait également se centrer sur l'effet "grazing" qui pourrait avoir lieu autour du col du résonateur.

Chapitre 3

Couplage entre un mode acoustique en basses fréquences et un Résonateur de Helmholtz

Sommaire

3.1 Introduction	80
3.2 Équations gouvernantes du système	81
3.2.1 Boîte de couplage	83
3.2.2 Source sonore	84
3.2.3 Système secondaire : RH	84
3.3 Méthode d'Échelles Multiples de Temps du système	85
3.3.1 Résultats numériques	90
3.4 Vérifications expérimentales	96
3.4.1 Régime Transitoire	96
3.4.2 Régime Stationnaire	98
3.5 Conclusion	102

Après avoir étudié le comportement non-linéaire d'un résonateur de Helmholtz, nous nous intéressons ici au possible transfert énergétique entre un mode acoustique en basses fréquences et un résonateur de Helmholtz.

Dans ce chapitre on réalise le modèle analytique de cette dynamique à l'aide de la méthode d'échelles de temps multiples. On étudie le transfert d'énergie ciblé depuis un mode acoustique vers un résonateur de Helmholtz avec un comportement non-linéaire [GOURDON et al., 2018]. Pour ce faire, on reprend le modèle développé dans [ALAMO VARGAS et al., 2017b] et on établit les équations de couplage. On détermine la variété invariante à l'aide de la méthode d'échelles multiples du temps, dans le but d'évaluer des jeux de paramètres qui permettent un régime de solution quasi-périodique ou des régimes périodiques avec des niveaux faibles d'énergie pour le système principal. C'est ce type de régime de solution qui indique un transfert d'énergie ciblé à partir du système principal (mode acoustique) vers le système secondaire (résonateur de Helmholtz avec un comportement durcissant et mollissant dans un régime non-linéaire).

De cette façon, des vérifications expérimentales vont être effectués pour plusieurs amplitudes d'excitation et différents régimes d'excitation (forcé et libre).

On va également réaliser des simulations numériques pour plusieurs jeux de paramètres afin de montrer les différents types de réponse selon la forme de la variété invariante. Lorsque la variété invariante possède un maximum local et un minimum local, il est possible que le système ait un régime de solution quasi-périodique, ce qui favoriserait l'efficacité du transfert d'énergie.

Ce chapitre a fait l'objet d'une publication scientifique dans le journal *Journal of Vibration and Acoustics* [GOURDON et al., 2018].

3.1 Introduction

Cochelin et al. [COCHELIN et al., 2006] et Bellet et al. [BELLET et al., 2010] ont appliqué le concept des NES en vibro-acoustique. Dans leurs travaux, la non-linéarité a été faite par un système mécanique (une membrane visco-élastique avec un comportement durcissant). Ils ont réussi à transférer l'énergie acoustique, de façon irréversible, à partir d'un mode acoustique vers un membrane (pour des basses fréquences autour de 100 Hz).

Dans le chapitre précédent, il a déjà été montré qu'il est possible d'obtenir un comportement durcissant en utilisant un RH modifié dans le régime non-linéaire. Il est donc possible d'utiliser ce résonateur non-linéaire pour essayer de réussir un transfert d'énergie non-linéaire ciblé en couplant ce résonateur à un mode acoustique. L'avantage de l'utilisation d'un résonateur non-linéaire purement acoustique est que le contrôle passif acoustique peut être réalisé pour des fréquences supérieures aux basses fréquences (100 Hz).

Ce chapitre est organisé de la façon suivante. D'abord, dans la section 3.2, les équations gouvernantes du système couplé sont données. Ensuite, dans la section 3.3, le système a été traité de façon analytique pour le cas de la résonance 1 : 1 à différentes échelles du temps. La présente méthodologie permet d'identifier les points d'équilibre et les singularités du "pli" (fold singularities) à la première échelle de temps.

En plus, elle sert comme outil prédictif pour concevoir un résonateur acoustique avec un comportement non-linéaire. Ensuite, les paramètres physiques et acoustiques réalistes de l'ensemble du système sont considérés. Les prédictions analytiques sont comparées avec celles obtenues par intégration numérique directe du système d'équations. Les vérifications expérimentales dans les régimes transitoires et permanent sont présentées dans la section 3.4. Finalement, les conclusions

de ce chapitre sont présentées dans la section 3.5.

3.2 Équations gouvernantes du système

On considère un RH montré sur la Figure 3.1. Pour ce RH, la longueur du col (L_n) est considérée beaucoup plus petite que la longueur de la cavité (L_{cav}); la masse d'air dans le col (m_2) est considérée comme incompressible, dont le déplacement est noté U_2 .

Les équations pour le RH prennent en compte les différentes non-linéarités. De plus, on doit remarquer qu'il a été discuté dans le précédent chapitre que le taillage du col permet de réduire les tourbillons et aller au-delà dans le comportement durcissant quand l'amplitude augmente. Sur la

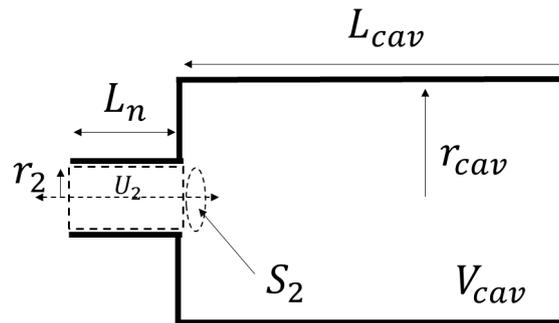


FIGURE 3.1 – Schéma du RH avec un col droit.

Figure 3.1, r_2 est le rayon du col, S_2 est la surface transversale du col, r_{cav} est le rayon de la cavité du RH, L_n est la longueur du col du RH, L_{cav} est la longueur de la cavité du RH, V_{cav} est le volume de la cavité du RH.

On est intéressé dans ce chapitre par l'étude du couplage d'un RH à un mode acoustique. Pour ce faire, on considère le montage décrit sur la Figure 3.2. Un mode acoustique est créé grâce à l'utilisation du tube à diamètre réduit. Sur la Figure 3.2, p_{ls} est la pression à la proximité du haut-

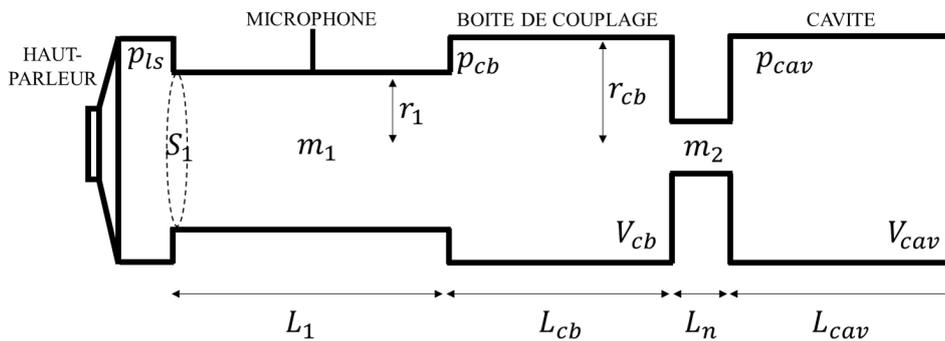


FIGURE 3.2 – Schéma du système acoustique couplé avec un RH.

parleur, p_{cb} est la pression dans la boîte de couplage, p_{cav} est la pression dans la cavité du RH, m_1 est la masse d'air dans le tube à diamètre réduit (dont le déplacement est noté U_1), m_2 est la masse d'air dans le col du RH, S_1 est la surface transversale du tube à diamètre réduit, r_1 est le rayon du tube à diamètre réduit, r_{cb} est le rayon de la boîte de couplage, L_1 est la longueur du tube à diamètre réduit, L_{cb} est la longueur de la boîte de couplage, V_{cb} est le volume de la boîte de couplage.

Dans le but d'obtenir une équation gouvernante du système couplé, on considère les équations gouvernantes de chaque partie qui intègre le système global.

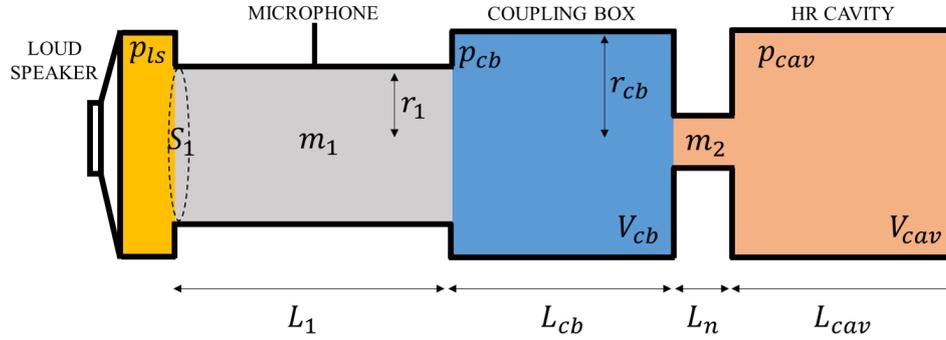


FIGURE 3.3 – Schéma du système acoustique couplé avec un RH, avec les parties identifiées par couleurs : source sonore (moutarde), tube à diamètre réduit (gris), boîte de couplage (bleu) et le RH (rose).

D'abord, on considère la conservation de la masse dans le tube à diamètre réduit (montré sur la Figure 3.3) et on considère un déplacement à un degré de liberté où ρ est la masse volumique de l'air [ROSSING et al., 2007].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \operatorname{div} \left(\frac{\partial U_1}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.1)$$

Où ρ est la masse volumique de l'air et t est le temps réel. L'équation d'état du fluide dans le cas linéaire s'écrit :

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c_0^2 \quad (3.2)$$

Où p est la pression et c_0 est la vitesse du son de l'air. On injecte l'Équation (3.2) dans l'Équation (3.1). L'expression résultante s'écrit :

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U_1}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.3)$$

Où $\frac{\partial}{\partial X}$ est la dérivée partielle par rapport au déplacement variable X . L'Équation (3.3) s'écrit :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho c_0^2 \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U_1}{\partial t} \right) \quad (3.4)$$

On intègre le temps dans l'Équation (3.4) :

$$p = -\rho c_0^2 \frac{\partial U_1}{\partial X} \quad (3.5)$$

On considère l'équation d'Euler pour une onde plane, qui se propage seulement dans une dimension, (on considère que le tube est suffisamment long) :

$$\rho \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial X} \quad (3.6)$$

On introduit l'Équation (3.5) dans l'Équation (3.6). L'expression s'écrit :

$$\rho S_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} = \rho c_0^2 S_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} \quad (3.7)$$

On va chercher la forme variationnelle de l'Équation (3.7). Dans le but de faire ceci, on va multiplier l'expression par un déplacement virtuel δU_1 , et ensuite on va intégrer l'expression dans toute la longueur du tube à diamètre réduit, L_1 :

$$\int_0^{L_1} \rho S_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} \delta U_1 dX = \int_0^{L_1} \rho c_0^2 S_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} \delta U_1 dX \quad (3.8)$$

On fait l'intégration par parties de $\int_0^{L_1} \rho c_0^2 S_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} \delta U_1 dX$.

$$\text{Où } \int_0^{L_1} u(X) \dot{v}(X) dX = [uv]_0^{L_1} - \int_0^{L_1} \dot{u}(X) v(X) dX.$$

$$\text{On choisit } u = \delta U_1 \text{ et } \dot{v} = \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2}.$$

Donc, l'Équation (3.8) s'écrit :

$$\int_0^{L_1} \rho S_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} \delta U_1 dX = - \int_0^{L_1} \rho c_0^2 S_1 \frac{\partial U_1}{\partial X} \frac{\partial \delta U_1}{\partial X} dX + \rho c_0^2 \delta U_1(L_1) \frac{\partial U_1(L_1)}{\partial X} - \rho c_0^2 \delta U_1(0) \frac{\partial U_1(0)}{\partial X} \quad (3.9)$$

On note $p_{cb} = -\rho c_0^2 \frac{\partial U_1(L_1)}{\partial X}$ et $p_{ls} = -\rho c_0^2 \frac{\partial U_1(0)}{\partial X}$.

Ensuite, l'Équation (3.9) s'écrit :

$$\int_0^{L_1} \rho S_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} \delta U_1 dX = - \int_0^{L_1} \rho S_1 c_0^2 \frac{\partial U_1}{\partial X} \frac{\partial \delta U_1}{\partial X} dX - p_{cb}(t) S_1 \delta U_1(L_1, t) + p_{ls}(t) S_1 \delta U_1(0, t) \quad (3.10)$$

On réalise la réduction de Rayleigh-Ritz, et on choisit la fonction la plus adaptée selon la forme, qui est celle qui corresponde au premier mode acoustique du tube à diamètre réduit :

$$U_1(X, t) = U_{1a}(t) \left(-\cos\left(\frac{\pi X}{L_1}\right) \right) \quad (3.11)$$

$$\delta U_1(X, t) = \delta U_{1a}(t) \left(-\cos\left(\frac{\pi X}{L_1}\right) \right) \quad (3.12)$$

On introduit l'Équation (3.11) et l'Équation (3.12) dans l'Équation (3.10). Quand on développe les intégrales, on obtient :

$$\left(\frac{\rho S_1 L_1}{2} \right) \frac{d^2 U_1}{dt^2} + \left(\frac{\rho S_1 c_0^2 \pi^2}{2 L_1} \right) U_1 = p_{ls} S_1 - p_{cb} S_1 \quad (3.13)$$

Dans la pratique, l'amortissement est présent dans le mouvement. On considère le coefficient d'amortissement, noté c_1 , qui sera déterminé empiriquement. Ensuite, l'Équation (3.13) s'écrit :

$$m_1 \frac{d^2 U_1}{dt^2} + c_1 \frac{dU_1}{dt} + k_1 U_1 = p_{ls} S_1 - p_{cb} S_1 \quad (3.14)$$

$$\text{Où } m_1 = \frac{\rho S_1 L_1}{2}, k_1 = \frac{\rho S_1 c_0^2 \pi^2}{2 L_1}.$$

3.2.1 Boîte de couplage

L'intérêt de l'utilisation de la boîte de couplage est d'assurer un faible couplage linéaire entre le mode acoustique (créé dans le tube à diamètre réduit) et le résonateur de Helmholtz.

Elle se trouve entre le tube à diamètre réduit et le RH, en gris sur la Figure 3.3. On calcule la pression dans la boîte de couplage, p_{cb} , en utilisant l'Équation (3.5), qui considérée comme constante. On l'exprime dans la forme d'une variation de volume. L'expression s'écrit comme :

$$p_{cb} = -\rho c_0^2 \frac{\Delta V_{cb}}{V_{cb}} \quad (3.15)$$

$$p_{cb} = -k_b (S_2 U_2 - S_1 U_1) \quad (3.16)$$

Où $k_b = \frac{\rho c_0^2}{V_{cb}}$.

3.2.2 Source sonore

Elle est localisée au niveau du haut-parleur, coloriée en moutarde sur la Figure 3.3. On considère une source de son harmonique. Son expression s'écrit :

$$p_{ls} = F \cos(\omega_f t) \quad (3.17)$$

Où ω_f est la fréquence angulaire de forçage. Ainsi, l'équation gouvernante du système principal (tube à diamètre réduit), en considérant l'Équation (3.14), l'Équation (3.16) et l'Équation (3.17) s'écrit :

$$m_1 \frac{d^2 U_1}{dt^2} + c_1 \frac{dU_1}{dt} + k_1 U_1 - S_1 k_b (S_2 U_2 - S_1 U_1) = F \cos(\omega_f t) \quad (3.18)$$

3.2.3 Système secondaire : RH

Pour cette modélisation, nous allons reprendre les expressions analytiques obtenues dans la section 2.3.

Il est placé entre la boîte de couplage et l'extrémité du tube, en rose sur la Figure 3.3. On considère l'équation gouvernante d'un RH dans le régime non-linéaire avec un comportement durcissant qui considère des termes quadratiques et cubiques dans le potentiel non-linéaire et un terme non-linéaire pour la force d'amortissement, comme montré dans [ALAMO VARGAS et al., 2017b; YU et al., 2011] dans le précédent chapitre.

$$m_2 \frac{d^2 U_2}{dt^2} + \frac{\xi^*}{2L_e} \frac{dU_2}{dt} \left| \frac{dU_2}{dt} \right| + 2\delta^* \frac{dU_2}{dt} = p_{cb} S_2 - p_{cav} S_2 \quad (3.19)$$

où $m_2 = \rho L_e S_2$. S_2 est la surface transversale du col droit. L_e est la longueur efficace du col (qui prend en compte les corrections de Rayleigh).

$\delta^* = \delta m_2$, où $\delta = \left(\frac{S_2}{2\rho L_e} \right) \Re(Z_{in} + Z_{vis})$, (où \Re représente la partie réelle d'un nombre complexe).

$\xi^* = \xi m_2$ avec ξ le coefficient de résistance total hydraulique du col. Z_{in} est l'impédance acoustique au RH du côté haut-parleur, Z_{vis} est l'impédance de frottement acoustique.

Le déplacement de la masse d'air qui est localisée dans le col du RH, U_2 , va créer une pression p_{cav} , comme montré dans [ALAMO VARGAS et al., 2017b; BOULLOSA et ORDUÑA-BUSTAMANTE, 1992]. Cependant, l'air dans la cavité du RH a, dans le cas d'un régime d'excitation non-linéaire, un comportement de ressort non-linéaire. Donc, la pression p_{cav} s'écrit :

$$p_{cav} = \rho L_e \omega_{hr}^2 \left(U_2 - \frac{(\hat{\gamma} + 1) S_2}{2V_{cav}} U_2^2 + \frac{(\hat{\gamma} + 1)(\hat{\gamma} + 2) S_2^2}{6V_{cav}^2} U_2^3 \right) \quad (3.20)$$

où $\hat{\gamma}$ est le coefficient de chaleur spécifique et ω_{hr} est la résonance linéaire du RH. Dans le but d'obtenir l'équation gouvernante pour le système secondaire (RH), on injecte l'Équation (3.16) et l'Équation (3.20) dans l'Équation (3.19). On obtient :

$$m_2 \frac{d^2 U_2}{dt^2} + \frac{\xi^*}{2L_e} \frac{dU_2}{dt} \left| \frac{dU_2}{dt} \right| + 2\delta^* \frac{dU_2}{dt} = \left(\frac{c_0^2 \rho S_2}{V_{cb}} \right) (S_1 U_1 - S_2 U_2) - \rho L_e \omega_{hr}^2 S_2 \left(U_2 - \frac{S_2}{V_{cav}} \alpha U_2^2 + \frac{S_2^2}{V_{cav}^2} \beta U_2^3 \right) \quad (3.21)$$

Avec $\alpha = \frac{\hat{\gamma} + 1}{2}$ et $\beta = \frac{(\hat{\gamma} + 1)(\hat{\gamma} + 2)}{6}$.

Ainsi, le système d'équation gouvernant pour le système couplé comme montré sur la Figure 3.2, qui considère l'Éq. (3.18) et l'Éq. (3.21), s'écrit :

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 U_1}{dt^2} + c_1 \frac{dU_1}{dt} + k_1 U_1 - \frac{c_0^2 \rho S_1}{V_{cb}} (S_2 U_2 - S_1 U_1) = F \cos(\omega_f t) \\ m_2 \frac{d^2 U_2}{dt^2} + \frac{\xi^*}{2L_e} \frac{dU_2}{dt} \left| \frac{dU_2}{dt} \right| + 2\delta^* \frac{dU_2}{dt} + \frac{c_0^2 \rho S_2}{V_{cb}} (S_2 U_2 - S_1 U_1) + \rho L_e \omega_{hr}^2 S_2 \left(U_2 - \frac{S_2}{V_{cav}} \alpha U_2^2 + \frac{S_2^2}{V_{cav}^2} \beta U_2^3 \right) = 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

Dans le but d'étudier le comportement dynamique du système couplé à différentes échelles de temps, on utilise la méthode d'Echelles Multiples de Temps.

3.3 Méthode d'Echelles Multiples de Temps du système

Dans le but d'utiliser la méthode d'Echelles de Temps multiples, on simplifie l'Équation (3.22). On fait sa normalisation par rapport au temps et on considère les changements de variable suivants.

$$\text{On considère } \tau = \Omega t, \frac{d}{dt} = \Omega \frac{d}{d\tau}, \frac{d^2}{dt^2} = \Omega^2 \frac{d^2}{d\tau^2},$$

$$\kappa = \frac{c_0^2 \rho S_1 S_2}{V_{cb}}, \Omega = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \omega_n = \frac{\omega_f}{\Omega} :$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 U_1}{d\tau^2} + \frac{c_1}{\sqrt{m_1 k_1}} \frac{dU_1}{d\tau} + U_1 - \frac{\kappa}{k_1} \left(U_2 - \frac{S_1}{S_2} U_1 \right) = \frac{F}{k_1} \cos(\omega_n \tau) \\ r_{m2m1} \frac{d^2 U_2}{d\tau^2} + \frac{\xi^*}{2L_e m_1} \frac{dU_2}{d\tau} \left| \frac{dU_2}{d\tau} \right| + \frac{2\delta^*}{\sqrt{m_1 k_1}} \frac{dU_2}{d\tau} + \frac{\kappa}{k_1} \left(\frac{S_2}{S_1} U_2 - U_1 \right) + \frac{\rho L_e \omega_{hr}^2 S_2}{k_1} \left(U_2 - \frac{S_2}{V_{cav}} \alpha U_2^2 + \frac{S_2^2}{V_{cav}^2} \beta U_2^3 \right) = 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

On peut déduire les ordres de grandeur de chaque paramètre en prenant des valeurs réalistes de paramètres pour des possibles applications pratiques en acoustique. Quelques paramètres sont fixés (par exemple les propriétés de l'air $c_0 = 343$ m/s, $\rho = 1.22$ kg/m³, $\hat{\gamma} = 1.4$, $\alpha = 1.2$, $\beta = 1.36$) et d'autres sont ajustés pour le montage expérimental dans une gamme réaliste (par exemple $L_1 \approx 0.4$ m, $r_1 \approx 14.5$ mm, $L_{cav} \approx 26$ mm).

Ensuite, on est capable d'exprimer l'Équation. (3.23) dans des différents ordres de grandeur, en utilisant un petit paramètre, $\varepsilon \ll 1$, considéré comme le rapport entre la masse du système

secondaire et la masse du système principal, $\varepsilon = \frac{m_2}{m_1}$.

$$\begin{cases} \frac{d^2U_1}{d\tau^2} + \varepsilon\mu_1 \frac{dU_1}{d\tau} + U_1 - \varepsilon\gamma U_2 + \varepsilon\theta_1\gamma U_1 = \varepsilon f_0 \cos(\omega_n \tau) \\ \varepsilon \frac{d^2U_2}{d\tau^2} + \varepsilon\mu_{NL2} \frac{dU_2}{d\tau} \left| \frac{dU_2}{d\tau} \right| + \varepsilon\mu_{L2} \frac{dU_2}{d\tau} + \varepsilon\theta_2\gamma U_2 - \varepsilon\gamma U_1 + \varepsilon Q_a U_2 - \varepsilon Q_b U_2^2 + \varepsilon Q_c U_2^3 = 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \text{où } \varepsilon\mu_1 &= \frac{c_1}{\sqrt{m_1 k_1}}, \varepsilon\gamma = \frac{\kappa}{k_1}, \varepsilon\theta_1\gamma = \frac{\kappa S_1}{k_1 S_2}, \varepsilon f_0 = \frac{F}{k_1}, \\ \varepsilon\mu_{NL2} &= \frac{\xi^*}{2L_e m_1}, \varepsilon\mu_{L2} = \frac{2\delta^*}{\sqrt{m_1 k_1}}, \varepsilon\theta_2\gamma = \frac{\kappa S_2}{k_1 S_1}, \\ \varepsilon Q_a &= \frac{\rho L_e \omega_{hr}^2 S_2}{k_1}, \varepsilon Q_b = \varepsilon Q_a \frac{S_2}{V_{cav}} \alpha, \varepsilon Q_c = \varepsilon Q_a \frac{S_2^2}{V_{cav}^2} \beta. \end{aligned}$$

Il faut noter que dans la suite on considère $\varepsilon Q_b = \mathcal{O}(\varepsilon^2)$. En effet, comme montré dans le précédent chapitre, pour des forts niveaux, le comportement du résonateur devient durcissant et le terme cubique est prépondérant (le terme quadratique devient négligeable). Les valeurs expérimentales viennent d'ailleurs confirmer le fait que le terme Q_b est d'ordre ε . L'Équation (3.24) s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{d^2U_1}{d\tau^2} + \varepsilon\mu_1 \frac{dU_1}{d\tau} + U_1 - \varepsilon\gamma U_2 + \varepsilon\theta_1\gamma U_1 = \varepsilon f_0 \cos(\omega_n \tau) \\ \varepsilon \frac{d^2U_2}{d\tau^2} + \varepsilon\mu_{NL2} \frac{dU_2}{d\tau} \left| \frac{dU_2}{d\tau} \right| + \varepsilon\mu_{L2} \frac{dU_2}{d\tau} + \varepsilon\theta_2\gamma U_2 - \varepsilon\gamma U_1 + \varepsilon Q_a U_2 + \varepsilon Q_c U_2^3 = 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

On utilise les variables complexes de Manevitch [MANEVITCH, 2001]. Ce changement de variable permet de considérer sur une même variable l'influence du déplacement d'une masses d'air U_1 ainsi que sa vitesse $\frac{dU_1}{d\tau}$ (U_2 et $\frac{dU_2}{d\tau}$, respectivement).

$$\begin{cases} \varphi_1 e^{j\omega_n \tau} = \frac{dU_1}{d\tau} + j\omega_n U_1 \\ \varphi_2 e^{j\omega_n \tau} = \frac{dU_2}{d\tau} + j\omega_n U_2 \end{cases} \quad (3.26)$$

avec $j^2 = -1$ et où ω_n est l'excitation externe normalisée. Ainsi, l'Éq (3.26) permet de trouver l'expression des variables U_1 , \dot{U}_1 et \ddot{U}_1 en fonction des variables complexes de Manevitch.

$$\begin{cases} U_1 = \left(\frac{1}{2\omega_n j} \right) (\varphi_1 e^{j\omega_n \tau} - \bar{\varphi}_1 e^{-j\omega_n \tau}) \\ \dot{U}_1 = \left(\frac{1}{2} \right) (\varphi_1 e^{j\omega_n \tau} + \bar{\varphi}_1 e^{-j\omega_n \tau}) \\ \ddot{U}_1 = \left(\frac{1}{2} \right) (j\omega_n \varphi_1 e^{j\omega_n \tau} + \varphi_1 e^{j\omega_n \tau} - j\omega_n \bar{\varphi}_1 e^{-j\omega_n \tau} + \bar{\varphi}_1 e^{-j\omega_n \tau}) \end{cases} \quad (3.27)$$

On va utiliser la méthode d'Echelles de temps multiples [NAYFEH et MOOK, 1979], où on considère une nouvelle échelle de temps. Ceci permet le développement dans des échelles de temps rapides et lentes.

Échelle de Temps Rapide :

$$\tau_0 = \varepsilon^0 t \quad (3.28)$$

Échelles de Temps Lentes :

$$\tau_1 = \varepsilon^1 t, \quad \tau_2 = \varepsilon^2 t \quad (3.29)$$

La dérivée par rapport à τ s'écrit :

$$\frac{d}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau_1} + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \quad (3.30)$$

On suppose l'ordre de grandeur suivante pour ω_n : $\omega_n = 1 + \varepsilon\sigma + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$, $\frac{1}{\omega_n} = 1 - \varepsilon\sigma + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$.

On remplace les expressions de l'Équation (3.27), dans le système d'Équation (3.25). On réalise un moyennage avec les Séries de Fourier, en gardant seulement la première harmonique [TURE SAVADKOOHI et al., 2016]. Le système d'Équation (3.25) s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{j}{2}(1 + \varepsilon\sigma)\varphi_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_1 + \varepsilon\frac{\mu_1}{2}\varphi_1 - \frac{j}{2}(1 - \varepsilon\sigma)\varphi_1 + \varepsilon\gamma\frac{j}{2}(1 - \varepsilon\sigma)\varphi_2 - \varepsilon\theta_1\gamma\frac{j}{2}(1 - \varepsilon\sigma)\varphi_1 = \varepsilon\frac{f_0}{2} \\ \varepsilon\frac{j}{2}(1 + \varepsilon\sigma)\varphi_2 + \frac{\varepsilon}{2}\dot{\varphi}_2 + \varepsilon\frac{8}{3\pi}\mu_{NL2}\varphi_2|\varphi_2| + \varepsilon\frac{\mu_{L2}}{2}\varphi_2 \\ -\frac{j}{2}\varepsilon\theta_2\gamma(1 - \varepsilon\sigma)\varphi_2 + \frac{j}{2}\varepsilon\gamma(1 - \varepsilon\sigma)\varphi_1 - \frac{j}{2}(1 - \varepsilon\sigma)\varepsilon Q_a\varphi_2 - \frac{3j}{8}\varepsilon Q_c\varphi_2^2\bar{\varphi}_2 = 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

On cherche le système d'Équation (3.31) à différent ordres de grandeurs de ε .

On obtient que le système d'Équation (3.31) à l'ordre $\mathcal{O}(1)$ est :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\frac{\partial\varphi_1}{\partial\tau_0} = 0 \\ \frac{j}{2}\varphi_2 + \frac{1}{2}\frac{\partial\varphi_2}{\partial\tau_0} + \mu_{NL2}\frac{8}{3\pi}\varphi_2|\varphi_2| + \frac{\mu_{L2}}{2}\varphi_2 - \frac{j}{2}\theta_2\gamma\varphi_2 + \frac{j}{2}\gamma\varphi_1 - \frac{j}{2}Q_a\varphi_2 - \frac{3j}{8}Q_c|\varphi_2|^2\varphi_2 = 0 \end{cases} \quad (3.32)$$

La première équation du système d'Équation (3.32) implique :

$$\varphi_1 = \varphi_1(\tau_1, \tau_2, \dots) \quad (3.33)$$

Ensuite le système d'Équation (3.31) à l'ordre $\mathcal{O}(\varepsilon)$ pour l'équation gouvernante du système principal est :

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial\tau_1} = f_0 - j\gamma\varphi_2 + \varphi_1(-\mu_1 + j(\gamma\theta_1 - 2\sigma)) \quad (3.34)$$

On cherche les points fixes pour le système (3.32) ($\tau_0 \rightarrow \infty$ et ainsi $\frac{\partial\varphi_2}{\partial\tau_0} \rightarrow 0$) qui sont trouvés en utilisant :

$$\varphi_1 = -\frac{\varphi_2}{\gamma} \left(1 - j\mu_{NL2}\frac{16}{3\pi}|\varphi_2| - j\mu_{L2} - \gamma\theta_2 - Q_a - \frac{3}{4}Q_c|\varphi_2|^2 \right) \quad (3.35)$$

Dans le but d'évaluer l'évolution énergétique du système principale (lié au déplacement U_1) et du système secondaire (lié au déplacement U_2), on exprime les variables φ_1 et φ_2 avec la notation de l'expression polaire suivante dans l'Éq (3.35) :

$$\begin{cases} \varphi_1 = N_1 e^{j\delta_1} \\ \varphi_2 = N_2 e^{j\delta_2} \end{cases} \quad (3.36)$$

où N_1 représente l'énergie liée au déplacement U_1 et N_2 représente l'énergie liée au déplacement U_2 . Ensuite, on peut trouver la variété invariante à l'échelle du temps τ_0 . Pour ce faire, on remplace l'Éq (3.36) dans l'Éq (3.35). On sépare en partie réelle et partie imaginaire.

La partie réelle s'écrit :

$$N_1 \cos(\delta_1 - \delta_2) = \left(\frac{-N_2}{\gamma} \right) \left(1 - \gamma\theta_2 - Q_a - \frac{3}{4} Q_c N_2^2 \right) \quad (3.37)$$

La partie imaginaire s'écrit :

$$N_1 \sin(\delta_1 - \delta_2) = \left(\frac{-N_2}{\gamma} \right) \left(\mu_{NL2} \frac{16}{3\pi} N_2 + \mu_{L2} \right) \quad (3.38)$$

Finalement en faisant des simplifications mathématiques, les Éqs. (3.37) et (3.38) peuvent s'écrire de façon à avoir une expression de la forme N_1 en fonction de N_2 , aussi connue comme variété invariante.

$$N_1 = \frac{N_2}{\gamma} \sqrt{\left(\mu_{NL2} \frac{16}{3\pi} N_2 + \mu_{L2} \right)^2 + \left(1 - \gamma\theta_2 - Q_a - \frac{3}{4} Q_c N_2^2 \right)^2} \quad (3.39)$$

Dans le but d'analyser la structure du comportement, on s'intéresse à τ_1 l'échelle du temps autour de sa variété invariante (calculée dans l'échelle du temps τ_0). Ainsi, on injecte l'Équation (3.35) dans l'Équation (3.34). On peut obtenir :

$$\begin{cases} -\frac{\partial N_2}{\partial \tau_1} \left(1 - \gamma\theta_2 - Q_a - \frac{9}{4} Q_c N_2^2 \right) - N_2 \frac{\partial \delta_2}{\partial \tau_1} \left(\mu_{L2} + \mu_{NL2} \frac{16}{3\pi} N_2 \right) \\ = f_0 \gamma \cos(\delta_2) + \mu_1 N_2 \left(1 - \gamma\theta_2 - Q_a - \frac{3}{4} Q_c N_2^2 \right) + (2\sigma - \gamma\theta_1) N_2 \left(\mu_{L2} + \mu_{NL2} \frac{16}{3\pi} N_2 \right) \\ \frac{\partial N_2}{\partial \tau_1} \left(\mu_{L2} + \mu_{NL2} \frac{32}{3\pi} N_2 \right) - N_2 \frac{\partial \delta_2}{\partial \tau_1} \left(1 - \gamma\theta_2 - Q_a - \frac{3}{4} Q_c N_2^2 \right) \\ = -f_0 \gamma \sin(\delta_2) - \gamma^2 N_2 + (2\sigma - \gamma\theta_1) N_2 \left(1 - \gamma\theta_2 - Q_a - \frac{3}{4} Q_c N_2^2 \right) - \mu_1 N_2 \left(\mu_{L2} + \mu_{NL2} \frac{16}{3\pi} N_2 \right) \end{cases} \quad (3.40)$$

En considérant l'Équation (3.40), la forme réduite du système s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial N_2}{\partial \tau_1} = \frac{f_1(N_2, \delta_2)}{g(N_2, \delta_2)} \\ \frac{\partial \delta_2}{\partial \tau_1} = \frac{f_2(N_2, \delta_2)}{g(N_2, \delta_2)} \end{cases} \quad (3.41)$$

$$\text{où } f_1 = B_2 C_1 - B_1 C_2,$$

$$f_2 = -A_2 C_1 + A_1 C_2,$$

$$g = A_1 B_2 - A_2 B_1,$$

$$A_1 = -(1 - \gamma\theta_2 - Q_a - \frac{9}{4} Q_c N_2^2),$$

$$A_2 = \mu_{L2} + \mu_{NL2} \frac{32}{3\pi} N_2,$$

$$B_1 = -\mu_{L2} N_2 - \mu_{NL2} \frac{16}{3\pi} N_2^2$$

$$B_2 = -(1 - \gamma\theta_2 - Q_a - \frac{3}{4} Q_c N_2^2) N_2$$

$$C_1 = \gamma f_0 \cos(\delta_2) + \mu_1 N_2 (1 - \gamma\theta_2 - Q_a - \frac{3}{4} Q_c N_2^2) - (\theta_1 \gamma - 2\sigma) N_2 (\mu_{L2} + \mu_{NL2} \frac{16}{3\pi} N_2)$$

$$C_2 = -\gamma f_0 \sin(\delta_2) - \gamma^2 N_2 - \mu_1 N_2 (\mu_{L2} + \mu_{NL2} \frac{16}{3\pi} N_2) - (\theta_1 \gamma - 2\sigma) N_2 (1 - \gamma \theta_2 - Q_a - \frac{3}{4} Q_c N_2^2)$$

Une représentation du système d'Équation 3.41 est donnée sur la Figure 3.4 pour un jeu de paramètres. Sur cette figure, il est possible de déterminer des points d'équilibre du système forcé et les plis de singularités.

De façon générale, il existe deux types de points sur ce type de graphique : les points d'équilibre et les points singuliers. Les points d'équilibre donnent des solutions périodiques et les points singuliers donnent des solutions quasi-périodiques.

Pour déterminer les points d'équilibre du système, on trace les courbes $f_1 = 0$ et $f_2 = 0$, et on cherche les intersections entre elles-mêmes, pour $g \neq 0$.

Pour déterminer les points singuliers, on trace les courbes $f_1 = 0$ et $f_2 = 0$, et on cherche les intersections avec la courbe $g = 0$.

On s'intéresse à l'effet de l'augmentation de l'amplitude incident sur l'apparition de différents points (singuliers et d'équilibre).

Tout d'abord, on étudie le système pour une valeur faible de la force $f_0 = 7 \times 10^{-5}$, ce qui est représenté sur les Figures 3.4 et Figure 3.5. On y trouve un point de fonctionnement (point d'équilibre) pour $N_2 \approx 0.145 \times 10^{-5}$.

Ensuite, on étudie le système pour une valeur moyenne de la force $f_0 = 1 \times 10^{-4}$, ce qui est représenté sur les Figures 3.6 et Figure 3.7. On y trouve aussi un point de fonctionnement (point d'équilibre) pour $N_2 \approx 0.193 \times 10^{-5}$.

On étudie ensuite une valeur forte de la force $f_0 = 1 \times 10^{-3}$, ce qui est représenté sur les Figures 3.8 et Figure 3.9. On y trouve deux points de fonctionnement (points d'équilibre) pour $N_2 \approx 2.1 \times 10^{-5}$ et $N_2 \approx 3.54 \times 10^{-5}$.

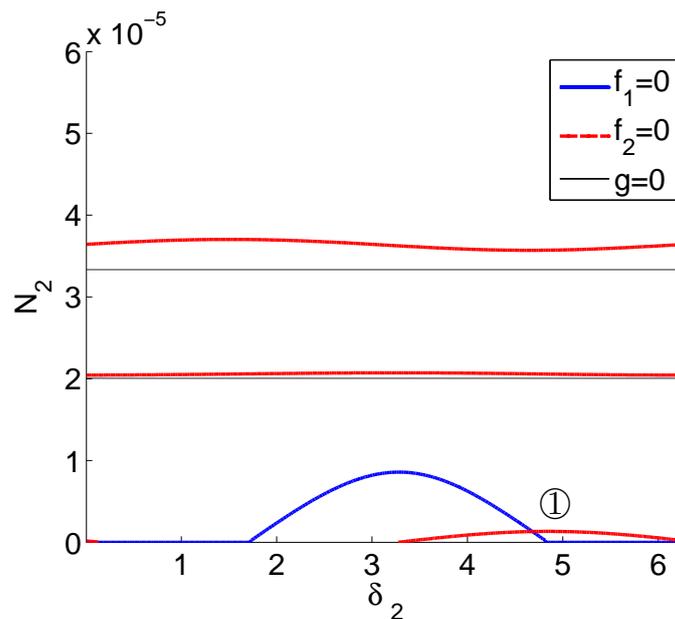


FIGURE 3.4 – Positions d'équilibre et pli de singularités du système, pour $f_0 = 7 \times 10^{-5}$. Le système possède un point d'équilibre.

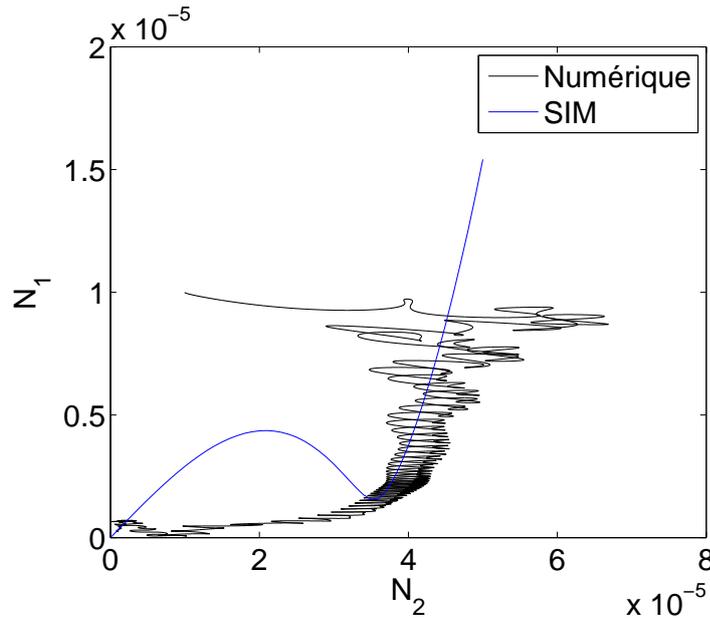


FIGURE 3.5 – Le système est attiré par le point d'équilibre (1) (sur la Figure 3.4).

Il est possible de trouver des dynamiques différentes lorsque l'amplitude du champ de son incident augmente. Par exemple, on retrouve un point de fonctionnement similaire pour les cas $f_0 = 7 \times 10^{-5}$ (Figure 3.4) et $f_0 = 1 \times 10^{-4}$ (Figure 3.6). Cependant, on retrouve deux points de fonctionnement pour le cas $f_0 = 1 \times 10^{-3}$ représenté sur la Figure 3.8.

Quand on a une intersection des courbes $f_1 = 0$ et $f_2 = 0$, on peut trouver le point d'équilibre du système couplé.

3.3.1 Résultats numériques

A) Valeurs réalistes :

Comme montré précédemment, en prenant des valeurs physiques de paramètres fixés ($c_0 = 343$ m/s, $\hat{\gamma} = 1.4$, $\rho = 1.22$ kg/m³), des paramètres empiriques ($\xi = 1.87$, $\delta = 134.7$) et des paramètres géométriques du montage ($L_1 = 40$ cm, $r_1 = 14.5$ mm, $L_{cb} = 23.25$ cm, $r_{cb} = 23$ mm, $L_n = 9$ mm, $r_2 = 1.5$ mm, $L_{cav} = 26.5$ mm, $r_{cav} = 23$ mm), et dans un but pédagogique on considère des hypothèses des conditions initiales choisies pour mieux observer le SIM, en considérant l'Équation (3.25) et l'Équation (3.39).

Les valeurs réalistes pour $f_0 = 0$ sont ainsi montrées sur la Figure 3.10a et la Figure 3.10b. Sur la Figure 3.10a, on peut voir la superposition du SIM comparé avec la simulation numérique de la courbe N_1 en fonction N_2 , où on peut voir une bonne prédiction analytique.

Sur la Figure 3.10b, on a observé la simulation numérique de N_1 en fonction de τ où on peut voir une amplitude avec une décroissance exponentielle.

En accord avec la Figure 3.10b, il n'y a pas de signes de transfert d'énergie ciblé entre le système principal et le système secondaire. Quand on compare N_1 avec RH à N_1 sans RH, il semble qu'ils sont plutôt similaires en amplitude. On a une décroissance classique due à un simple amortissement.

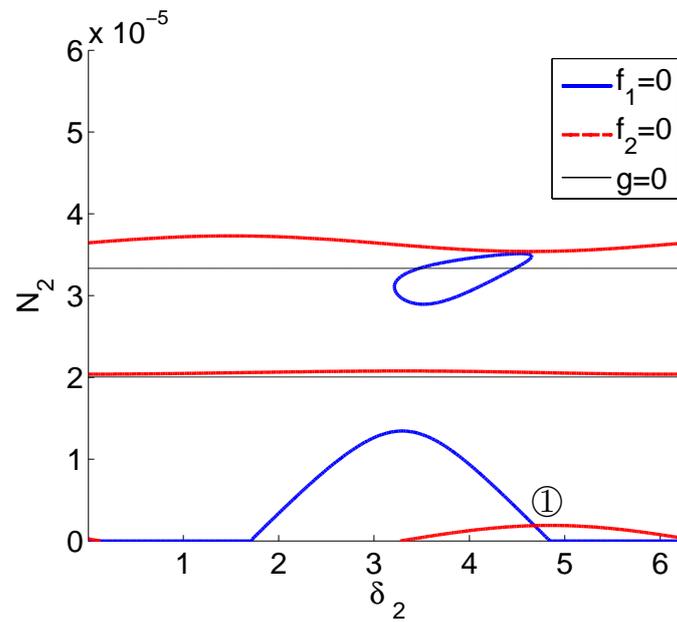


FIGURE 3.6 – Positions d'équilibre et pli de singularités du système, pour $f_0 = 1 \times 10^{-4}$. Le système possède un point d'équilibre.

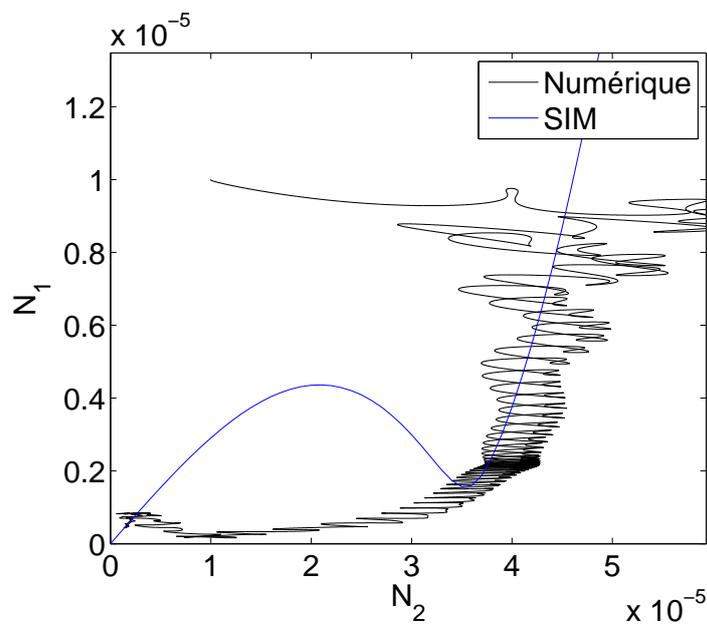


FIGURE 3.7 – Le système est attiré par le point d'équilibre (1) (sur la Figure 3.6).

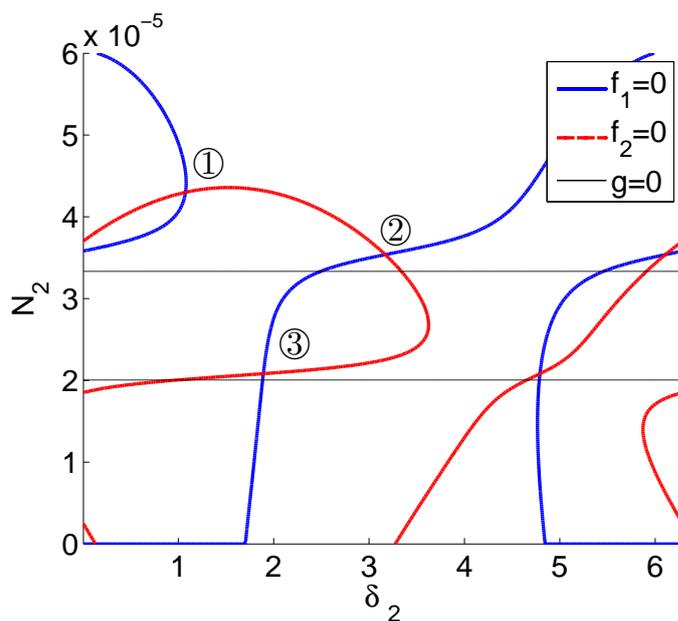


FIGURE 3.8 – Positions d'équilibre et pli de singularités du système, pour $f_0 = 1 \times 10^{-3}$. Le système possède trois points d'équilibre.

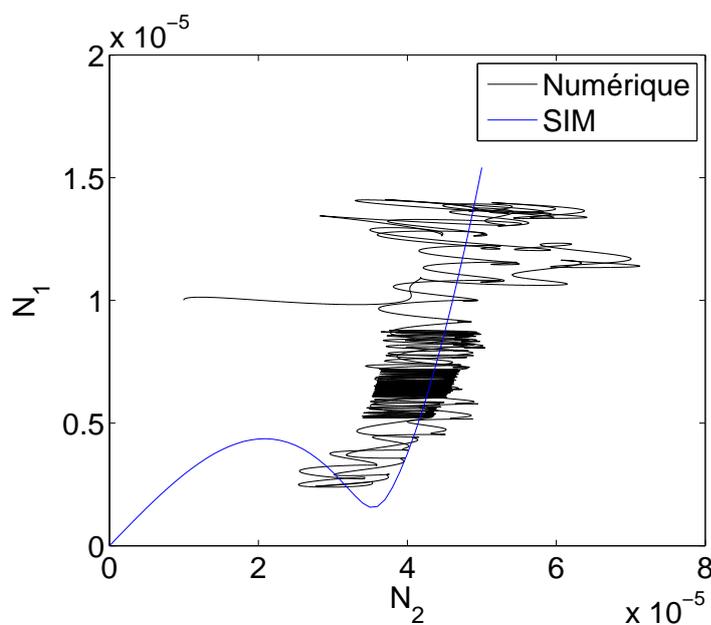
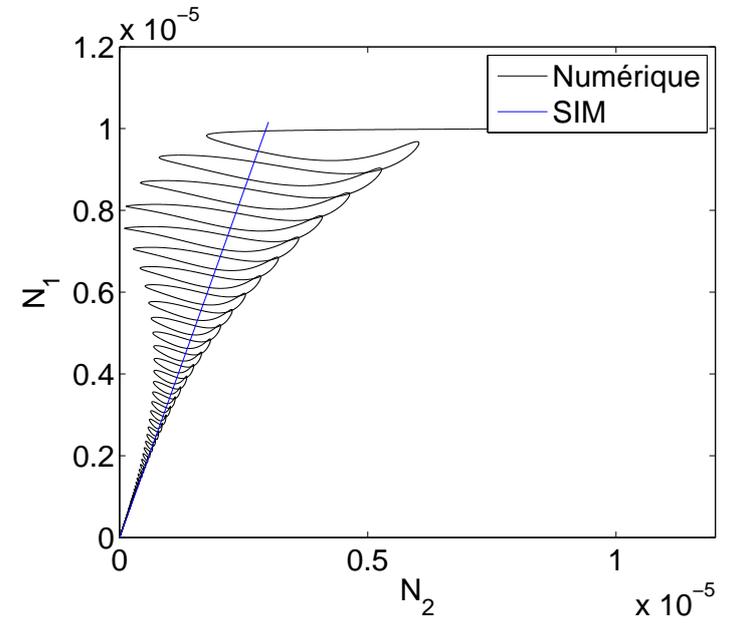
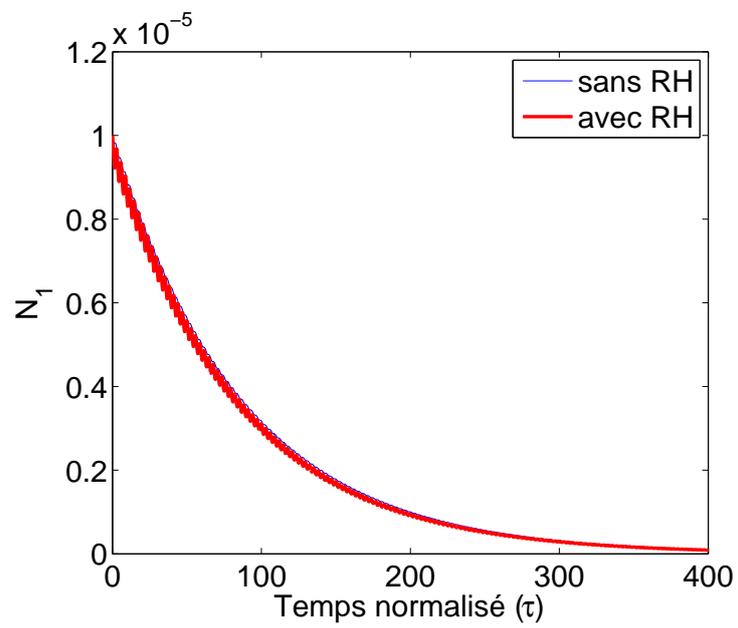


FIGURE 3.9 – Le système est attiré par le point d'équilibre (1) (sur la Figure 3.8).



(a)



(b)

FIGURE 3.10 – (a) N_1 en fonction de N_2 analytique (-) et numérique (-) pour les conditions initiales ($\tau = 0$) $U_1 = U_2 = 0$, $\frac{dU_1}{d\tau} = \frac{dU_2}{d\tau} = 1 \times 10^{-5}$; (b) N_1 Numérique avec RH (-), N_1 sans RH (-).

B) Multiplicité des solutions de la variété invariante :

En utilisant l'expression analytique de l'Équation (3.39), on impose $\frac{\partial N_1^2}{\partial N_2} = 0$, dans le but de permettre l'existence de maximum et minimum dans le SIM. Après il est possible de simplifier l'expression mathématique par la méthode de Ferrari.

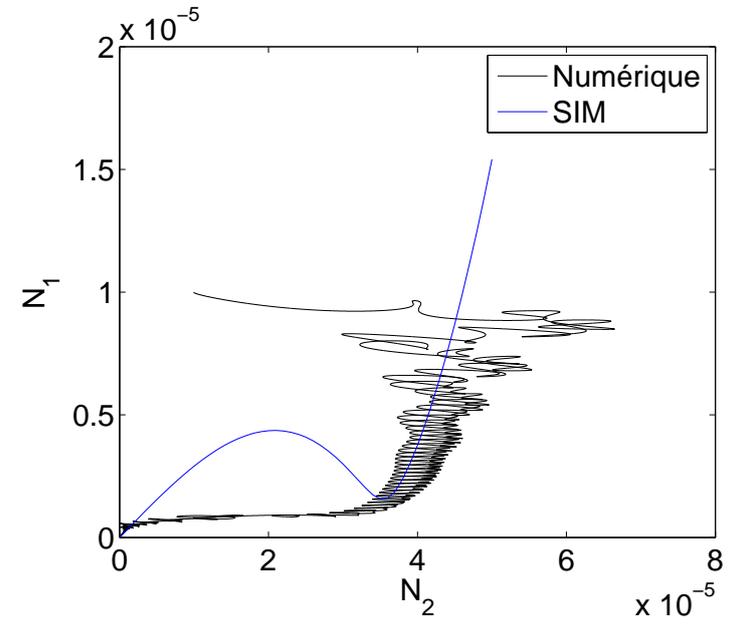
Un cas intermédiaire des valeurs optimisées pour $f_0 = 0$ est montré sur la Figure 3.12.

Les résultats pour les valeurs réalistes optimisées pour le cas du régime libre, i.e. $f_0 = 0$, sont montrés sur la Figure 3.11a et la Figure 3.11b. Sur la Figure 3.11a, on peut voir la superposition du SIM comparée à la simulation numérique de la courbe de N_1 en fonction de N_2 , où on peut voir une bonne prédiction analytique, notamment des différentes phases qui composent le SIM.

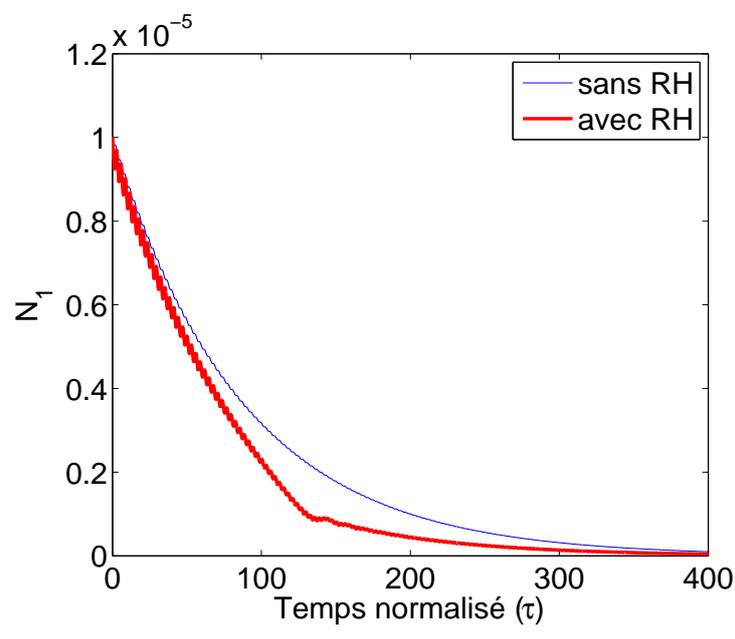
En considérant qu'il y a des branches stables et instables (entre les lignes pointillées) dans le SIM (courbe bleue) et vu que cette figure considère un régime libre, il est donc cohérent d'avoir une simulation numérique qui suit seulement les branches stables du SIM, comme c'est le cas dans cette superposition. Sur la Figure 3.11b, on a montré que la simulation numérique de N_1 et N_2 en fonction de τ où on peut voir une amplitude décroissante pour N_1 , et N_2 montre un saut en énergie.

En effet, le saut d'énergie représente un transfert d'énergie ciblé entre le système principal, représenté par N_1 et le système secondaire N_2 . Quand on compare N_1 avec RH (courbe bleue) à N_1 sans RH (courbe noire) sur la Figure 3.11b, on peut voir que le transfert d'énergie vers le RH permet une atténuation plus rapide de l'énergie du système principal par rapport aux résultats montrés sur la Figure 3.10a. Sur la Figure 3.11b, voit une décroissance avec deux phases et plus tard une décroissance exponentielle classique.

Afin de valider les résultats analytiques obtenus qui indiquent que l'atténuation d'énergie est plus performante quand il y a le "saut" d'énergie, nous nous intéressons à la réalisation de vérifications expérimentales.



(a)



(b)

FIGURE 3.11 – (a) N_1 en fonction de N_2 analytique (-) et numérique (-) pour les conditions initiales ($\tau = 0$) $U_1 = U_2 = 0$, $\frac{dU_1}{d\tau} = 1 \times 10^{-5}$, $\frac{dU_2}{d\tau} = 5 \times 10^{-5}$; (b) N_1 numérique avec RH (-) et N_1 sans RH (-).

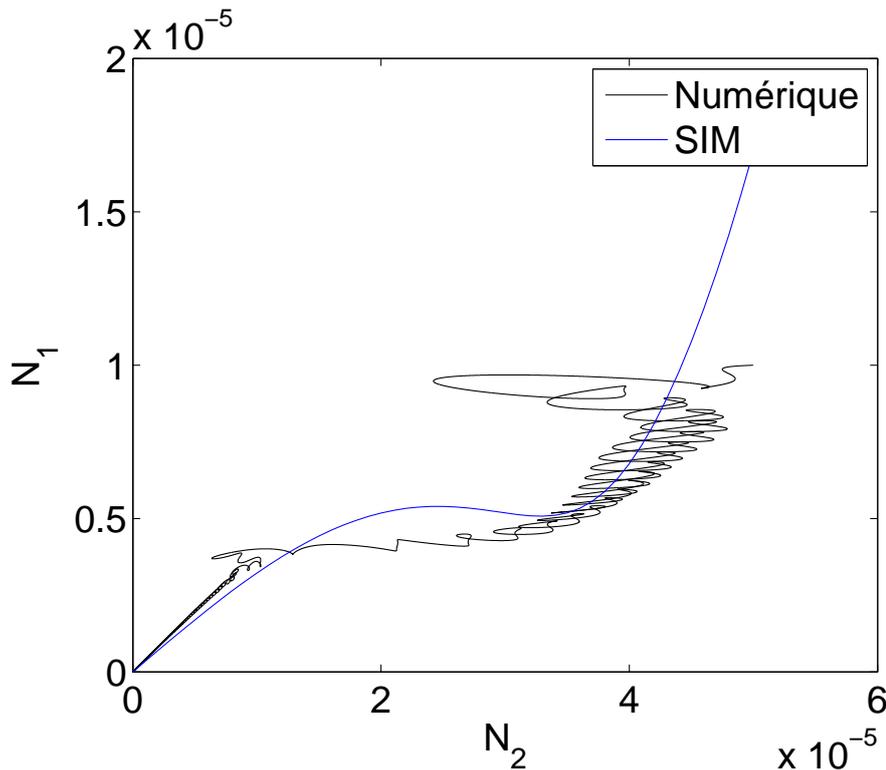


FIGURE 3.12 – Cas intermédiaire : N_1 en fonction de N_2 analytique (-) et numérique (-) pour les conditions initiales ($\tau = 0$) $U_1 = U_2 = 0$, $\frac{dU_1}{d\tau} = 1 \times 10^{-5}$, $\frac{dU_2}{d\tau} = 5 \times 10^{-5}$.

3.4 Vérifications expérimentales

On considère la configuration montrée sur la Figure 3.13. On utilise le tube de Kundt avec un diamètre de 4.6 cm dans lequel il y a une section à diamètre réduit. Un RH est inséré l'extrémité du tube. Un haut-parleur est placé à un côté du tube alimenté par un amplificateur de type 2706 B&K[®]. Il permet d'envoyer du bruit pour une large gamme de fréquences. Un microphone, $\frac{1}{4}$ pouces de type 4178 B&K[®] (relié à un pré-amplificateur de type 2633 B&K[®]), est placé au milieu d'un tube à diamètre réduit et tangent à sa paroi interne pour mesurer les signaux de son à l'intérieur du tube sans perturber les déplacements d'air.

Un amplificateur de type 2690 B&K[®] traite le signal reçu par le microphone. Une carte National Instrument NI PXI-1031 réalise l'acquisition. Les dimensions du RH choisies avec un col taillé sont détaillées dans la partie suivante. La longueur de la cavité est $L_{cav} = 26.5$ mm avec un col hyperboloïde. La longueur du col est $L_n = 8.5$ mm. Le rayon du col, du côté haut-parleur, est $r_2 = 2$ mm et le rayon, du côté cavité, est $r_2 = 4$ mm. On utilise une pièce en bois (comme indiqué sur la Figure 3.1) dans le but de créer la cavité et le col du RH. Cependant, on a utilisé une couche de téflon autour de la circonférence de la pièce en bois pour éviter les fuites d'air.

Deux types d'excitations externes sont considérées : transitoire et stationnaire.

3.4.1 Régime Transitoire

On considère que la sensibilité du microphone est 3.16×10^{-3} Volts / Pa. Dans le but d'obtenir un comportement transitoire, on envoie un signal sinusoïdal à la fréquence de résonance du tube (378.6 Hz) pour exciter le mode acoustique dans le régime stationnaire et ensuite on arrête subitement le signal et on enregistre l'évolution décroissante du signal, pour deux configurations : avec

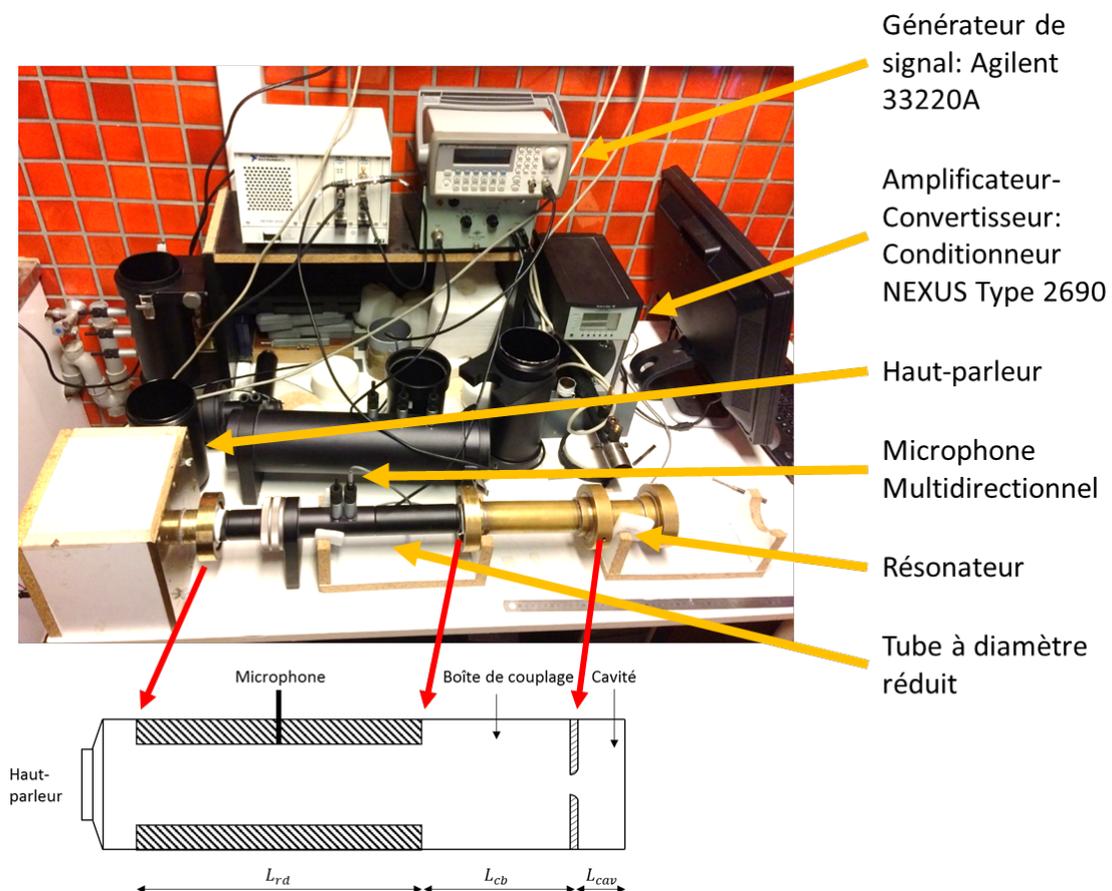


FIGURE 3.13 – Configuration expérimentale.

et sans RH, et pour trois niveaux d'amplitude incidente (144 dB, 150 dB et 153.5 dB).

Les résultats expérimentaux du transfert d'énergie transitoire sont montrés sur la Figure 3.14a, Figure 3.14b et Figure 3.14c. On peut voir que l'atténuation de l'énergie est meilleure pour les cas avec le couplage au RH. En effet, coupler un RH permet d'absorber de l'énergie d'une façon plus rapide, comparée au système non couplé.

Comme cela a déjà été mentionné dans des problèmes avec des systèmes mécaniques, l'efficacité du transfert d'énergie dépend également du niveau d'amplitude de l'excitation. On peut bien voir ce point dans les Figures 3.14a, 3.14b et 3.14c.

3.4.2 Régime Stationnaire

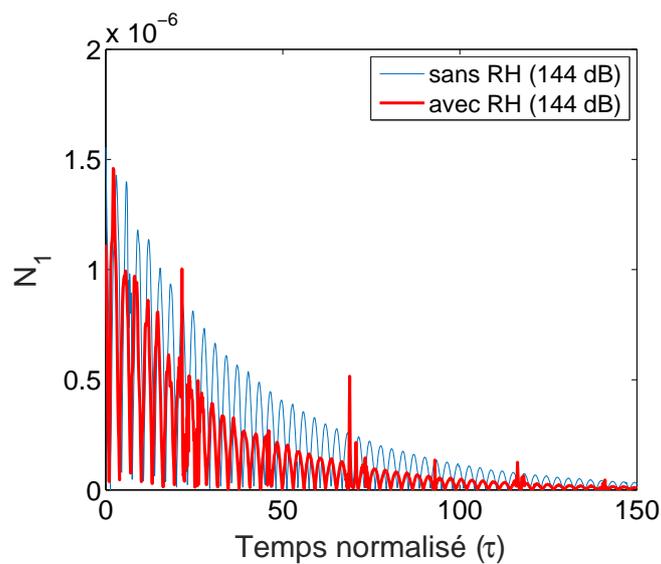
Dans le but d'obtenir un comportement stationnaire, un signal sinusoïdal est envoyé à la fréquence de résonance du tube (378.6 Hz), et on enregistre les pressions, pour deux configurations : avec et sans RH, et pour trois niveaux d'amplitude incident (138 dB, 150 dB et 157.5 dB).

Dans les Figures 3.15a, 3.15b et 3.15c, on voit l'atténuation du système secondaire. On peut voir qu'il y a une variation de l'oscillation dans le cas du système couplé. On observe que le RH dans le régime non-linéaire est efficace pour une gamme de fréquences (et non pas une seule fréquence comme c'est le cas avec le RH dans le régime linéaire).

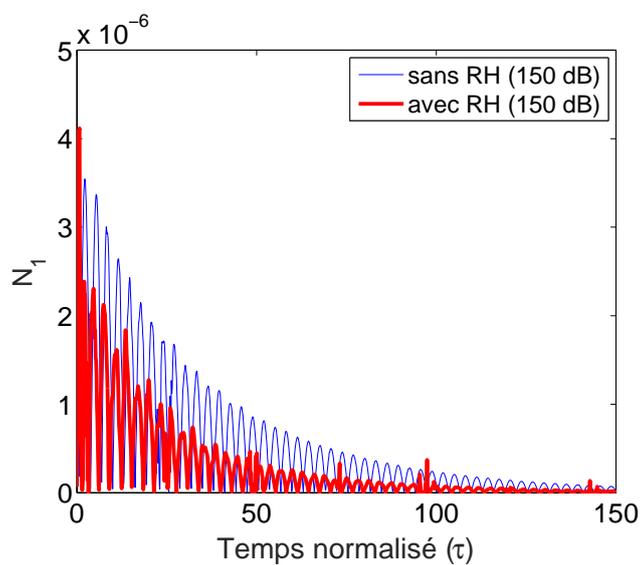
Dans les Figures 3.16a, 3.16b et 3.16c, contrairement à l'absorbeur linéaire, la courbe reste en dessous de la courbe sans couplage et on observe que pour les fréquences supérieures le système est moins efficace.

Cependant, pour des amplitudes très importantes, sur la Figure 3.16c, on peut voir que le système est plus efficace dans les fréquences supérieures et moins efficace pour les plus faibles fréquences.

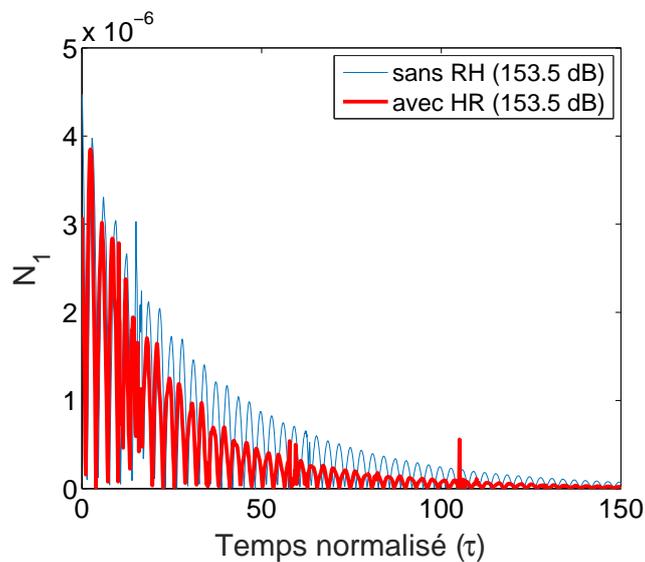
On observe aussi dans ces dernières figures un possible début d'observation de régime quasi-périodique. En effet, on observe sur la Figure 3.16c une réponse qui n'est pas périodique (différente de celles sur les Figures 3.16a et 3.16b). Il est possible que l'observation du régime quasi-périodique expérimental soit difficile parce qu'il existe de limitations variées. Parmi les limitations, on peut souligner les niveaux importants d'excitations (qui ne correspondent pas forcément à des cas physiques que l'on peut retrouver au quotidien), le pas de balayage en fréquence ou les limites de saturation des appareils de mesure.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 3.14 – N_1 en fonction de τ avec RH (-) et N_1 sans RH vs τ (-) pour trois cas : (a) 144 dB, (b) 150 dB et (c) 153.3 dB.

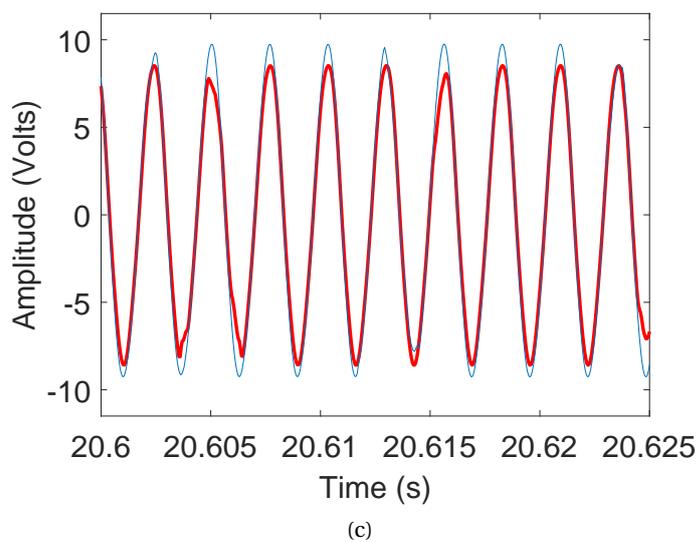
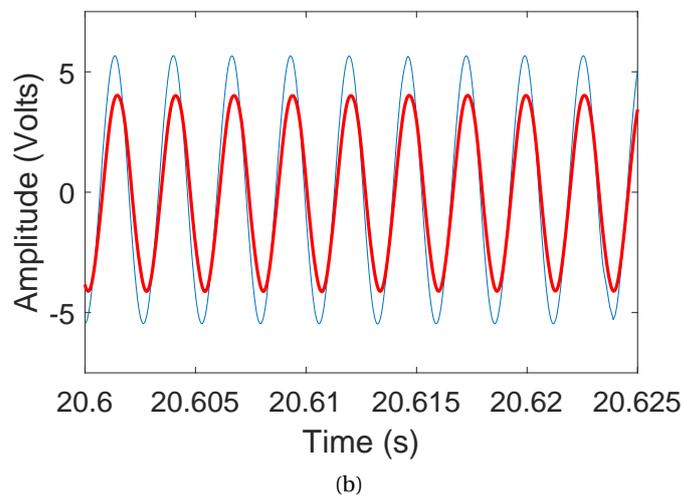
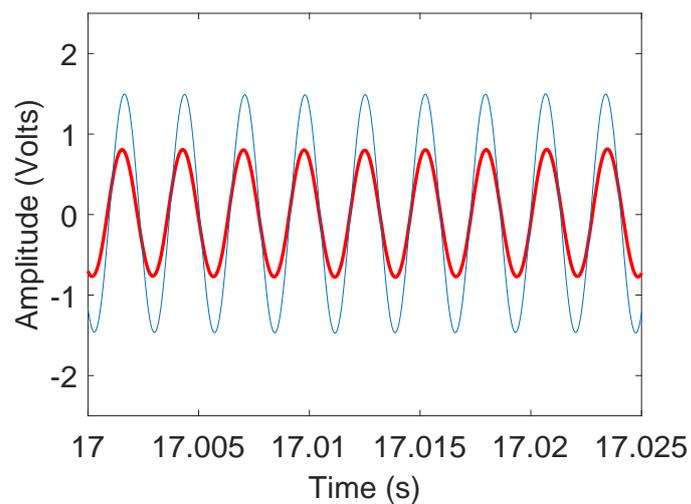
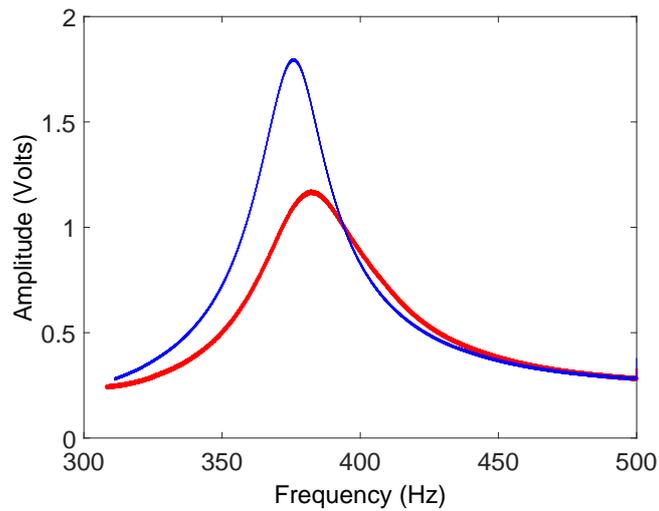
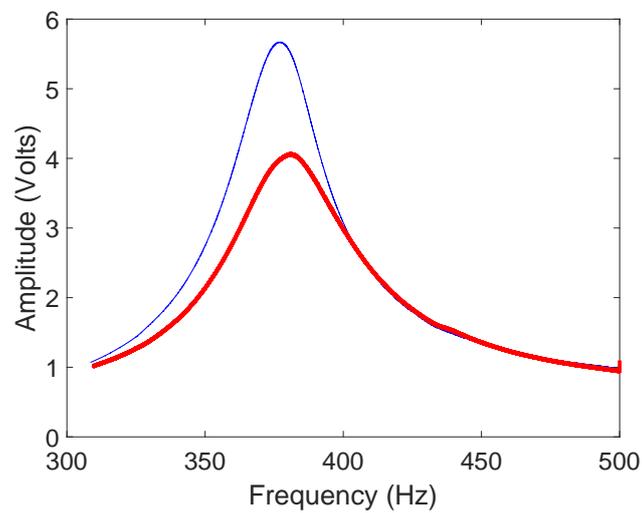


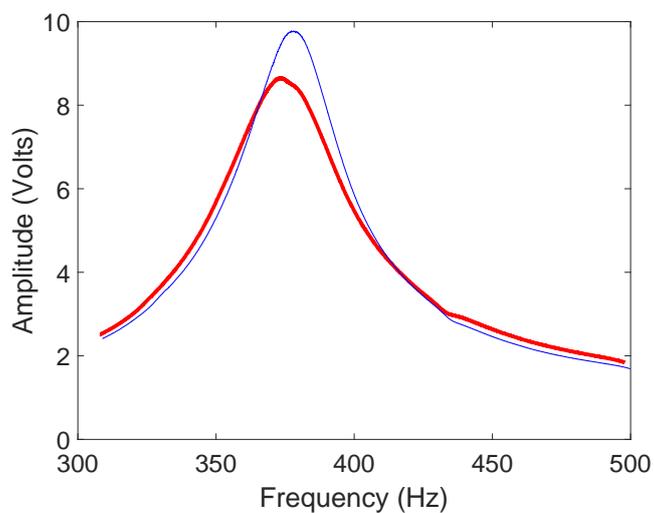
FIGURE 3.15 – Amplitude de pression au milieu du tube à diamètre réduit dans un régime forcé pour le système avec RH (-) et sans RH (-) dans trois cas : (a) 138 dB, (b) 150 dB and (c) 157.5 dB.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 3.16 – Amplitude de la pression au milieu du tube à diamètre réduit en fonction de la fréquence dans un régime forcé pour le système avec RH (avec une cavité de $L_{cav} = 26.5$ mm) (-) et sans RH (-) pour trois cas : (a) 138 dB; (b) 150 dB; (c) 157.5 dB.

3.5 Conclusion

Un couplage entre un résonateur de Helmholtz à col hyperboloïde et un mode acoustique en basses fréquences a été étudié. Une vérification expérimentale et une modélisation analytique ont été réalisées.

La vérification expérimentale du transfert énergétique a été réalisée en faisant la comparaison entre le système avec et sans résonateur acoustique, évalué pour plusieurs amplitudes de son. Le montage permet de créer le mode acoustique (premier mode du tube à diamètre réduit) avec un tube de Kundt à diamètre réduit. Ce tube à diamètre réduit est couplé avec le tube de Kundt à l'extrémité duquel est placé le résonateur acoustique.

L'atténuation acoustique du mode a été étudiée, en régime libre et forcé, à l'aide d'un microphone placé au milieu du tube à diamètre réduit (maximum d'amplitude du mode acoustique).

Les développements analytiques du système couplé ont été réalisés en utilisant la méthode d'Echelle Multiple de Temps pour un système excité autour de sa fréquence de résonance 1 :1. Ces développements analytiques ont permis de déterminer la variété invariante. Cette variété invariante permet d'analyser le comportement asymptotique des énergies de déplacement des masses d'air considérées. Ces expressions analytiques ont été vérifiées par les résultats de simulations numériques.

Des simulations numériques du SIM ont été effectuées. Nous avons montré que pour des paramètres physiques réalistes, il est difficile d'observer le transfert énergétique avec une solution quasi-périodique à cause de la géométrie du SIM. Cependant, un ajustement de paramètres du RH peut rendre possible la modification de la géométrie du SIM pour obtenir la multiplicité de solutions et donc du transfert énergétique.

Conclusion

Résumé de ce qui a été fait

Dans le but d'améliorer les réductions de bruit à fort niveau, j'ai étudié le contrôle passif acoustique avec des résonateurs purement acoustiques. Plus précisément, j'ai cherché dans cette thèse à étudier l'élargissement de la zone d'efficacité d'un résonateur acoustique dans le spectre fréquentiel, en basses fréquences, et à étudier l'atténuation acoustique produit par un tel résonateur en couplage avec un mode acoustique.

Dans un premier temps, le comportement d'un résonateur de Helmholtz dans un régime non-linéaire a été étudié. Des observations expérimentales du comportement non-linéaire du résonateur acoustique ont été réalisées. Les études théoriques et résultats expérimentaux ont montré que le résonateur a un comportement non-linéaire, mollissant puis durcissant, avec l'augmentation de l'amplitude, ce qui à ma connaissance n'avait jamais été mis en évidence en acoustique. La partie expérimentale a permis, par ailleurs, d'établir une gamme de valeurs physiques réalistes.

Ensuite, la modélisation du comportement dynamique du résonateur acoustique à comportement non-linéaire a été réalisée. J'ai considéré la gamme de valeurs réalistes déterminée dans la partie expérimentale. J'ai montré que dans cette gamme de valeurs, le système ne présente pas de chaos. Le comportement non-linéaire du résonateur acoustique permet une efficacité pour une plus large gamme de fréquences par rapport à un comportement linéaire. J'ai étudié l'impact de la géométrie du col dans l'atténuation acoustique et aussi dans la largeur du comportement non-linéaire au niveau fréquentiel. J'ai observé que plus le col a une courbure importante, plus large devient la gamme de fréquence d'efficacité.

Une fois que l'étude du comportement non-linéaire du résonateur de Helmholtz a été réalisée, je me suis intéressé à l'étude du couplage entre un mode acoustique en basses fréquences et un résonateur acoustique à comportement non-linéaire. Cette étude comprend une vérification expérimentale et numérique, par une méthode analytique, de l'atténuation d'un mode acoustique couplé avec un résonateur acoustique et une modélisation du comportement dynamique de ce système couplé.

J'ai étudié le transfert d'énergie ciblé depuis un mode acoustique vers un résonateur de Helmholtz avec un comportement non-linéaire. Nous avons réalisé le modèle analytique de cette dynamique à l'aide de la méthode d'échelles multiples de temps et en utilisant les variables complexes de Manevitch.

J'ai déterminé la variété invariante lente à l'aide de la méthode d'échelles multiples de temps, dans le but d'évaluer des jeux de paramètres qui permettent d'obtenir une forte interaction non-linéaire entre le mode acoustique et le RH menant à des régimes périodiques avec des niveaux d'énergie acceptables pour le mode principal ou à un régime quasi-périodique accompagné par des bifurcations persistantes. Ce régime a été obtenu théoriquement. Nous avons mis en évidence expérimentalement un possible début de régime quasi-périodique. Ce type de régime de solution est souvent associé à un transfert d'énergie ciblé efficace à partir du système principal (mode

acoustique) vers le système secondaire (résonateur de Helmholtz avec un comportement durcissant dans un régime non-linéaire).

Perspectives

Une analyse plus approfondie du régime quasi-périodique permettrait de mieux observer le phénomène. En effet, il existe des multiples facteurs qui peuvent limiter le possibilité d'observation expérimentale du régime quasi-périodique comme par exemple la saturation des appareils de mesure ou les forts niveaux d'excitation. Il est également possible qu'une étude plus approfondie permette une diminution du seuil d'activation et une exploitation du comportement non-linéaire du résonateur acoustique.

Une étude sur un couplage du mode acoustique avec des résonateurs acoustiques en les associant en série ou en parallèle pourrait enrichir le travail. Ceci permettrait, par exemple, de connaître l'influence de la quantité de résonateurs utilisés dans le couplage sur l'efficacité de l'atténuation acoustique.

Une procédure d'optimisation peut être envisagée pour obtenir la valeur limite d'activation de l'absorbeur non-linéaire. Cela signifie que les capacités purement non-linéaires de l'absorbeur pourront être utilisées pour obtenir des niveaux d'énergie acceptables grâce à un régime de forte modulation.

L'obtention de la diminution du seuil d'activation du comportement non-linéaire du résonateur acoustique pourrait permettre une utilisation du couplage dans d'autres applications. En effet, l'application du couplage étudié dans cette thèse est actuellement limité à des applications où les niveaux sonores sont très forts, ce qui restreint le champ d'applications à des cas spécifiques. Une réduction du seuil d'activation du comportement non-linéaire permettrait une utilisation plus vaste et variée de cette technologie, par exemple en acoustique des salles.

Une étude sur le couplage entre une salle (ou plusieurs modes acoustiques) permettrait ainsi d'éteindre le système à d'autres applications en 3D. En effet, l'atténuation acoustique dans les salles est une application qui peut être considérée seulement si le seuil d'activation du comportement non-linéaire est diminué suffisamment pour permettre une utilisation dans des champs sonores rencontrés dans les activités quotidiennes.

Bibliographie

Bibliographie

- 2008, «Le grenelle de l'environnement - rapport de synthèse du groupe 1 : Lutter contre les changements climatiques et maîtriser l'énergie», *Rapport technique, Ministère de l'Ecologie, du Développement durable, des Transports et du Logement*. 3
- ACHILLEOS, V., O. RICHOUX et G. THEOCHARIS. 2016, «Coherent perfect absorption induced by the nonlinearity of a helmholtz resonator», *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 140, n° 1, p. 94 – 100. [vii](#), [42](#), [43](#)
- ALAMO VARGAS, V., E. GOURDON et A. TURE SAVADKOOHI. 2017a, «Nonlinear behaviors of an acoustical resonator : theoretical and experimental evidences», *Procedia Engineering*, vol. 199, p. 643 – 648. X International Conference on Structural Dynamics, EURO DYN 2017. [48](#)
- ALAMO VARGAS, V., E. GOURDON et A. TURE SAVADKOOHI. 2017b, «Nonlinear softening and hardening behavior in helmholtz resonators for nonlinear regimes», *Nonlinear Dynamics*. [48](#), [80](#), [84](#)
- ALLARD, J. et N. ATALLA. 2009, «Propagation of sound in porous media : Modemodell sound absorbing materials», *Wiley, New York*. [14](#)
- BELLET, R. 2010, *Vers une nouvelle technique de contrôle passif du bruit : Absorbeur dynamique non linéaire et pompage énergétique*, mémoire de maîtrise, Université de Provence (Aix-Marseille I). [28](#)
- BELLET, R., B. COCHELIN, P. HERZOG et P.-O. MATTEI. 2010, «Experimental study of targeted energy transfer from an acoustic system to a nonlinear membrane absorber», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 329, n° 14, p. 2768 – 2791. [vi](#), [5](#), [27](#), [36](#), [37](#), [38](#), [39](#), [40](#), [80](#)
- BELLIZZI, S., R. CÔTE et M. PACHEBAT. 2013, «Responses of a two degree-of-freedom system coupled to a nonlinear damper under multi-forcing frequencies», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 332, n° 7, p. 1639 – 1653. [38](#)
- BLEVINS, R. 1990, «Flow-induced vibration», *Van Nostrand Reinhold*. [62](#)
- BOLT, R. H., S. LABATE et U. INGARD. 1949, «The acoustic reactance of small circular orifices», *Journal Acoustic Society of America*, vol. 21, n° 2, p. 94 – 97. [48](#)
- BOULLOSA, R. et F. ORDUÑA-BUSTAMANTE. 1992, «The reaction force on a helmholtz resonator driven at high sound pressure amplitudes», *American Journal of Physics*, vol. 60, n° 8. [48](#), [58](#), [84](#)
- BRYK, P., S. BELLIZZI et R. CÔTE. 2018, «Experimental study of a hybrid electro-acoustic nonlinear membrane absorber», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 424, p. 224 – 237. [vi](#), [25](#), [26](#)

- CHARLEMAGNE, S., C.-H. LAMARQUE et A. TURE SAVADKOOHI. 2016, «Dynamics and energy exchanges between a linear oscillator and a nonlinear absorber with local and global potentials», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 376, p. 33–47. [vi](#), [33](#), [34](#)
- CHARLEMAGNE, S., A. T. SAVADKOOHI et C.-H. LAMARQUE. 2018, «Dynamics of a linear system coupled to a chain of light nonlinear oscillators analyzed through a continuous approximation», *Physica D : Nonlinear Phenomena*. [37](#)
- COBO, P., J. PFRETZSCHNER, M. CUESTA et A. FERNÁNDEZ. 2004, «Low frequency absorption by active control of impedance», *acústica*. [v](#), [11](#)
- COCHELIN, B., P. HERZOG et P.-O. MATTEI. 2006, «Experimental evidence of energy pumping in acoustics», *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 334, n° 11, p. 639 – 644. [vi](#), [4](#), [5](#), [37](#), [39](#), [80](#)
- D'AMORE, G. K. O., M. CANIATO, A. TRAVAN, G. TURCO, L. MARSICH, A. FERLUGA et C. SCHMID. 2017, «Innovative thermal and acoustic insulation foam from recycled waste glass powder», *Journal of Cleaner Production*, vol. 165, p. 1306 – 1315. [v](#), [15](#)
- DUFFING, G. 1918, «Erzwungene schwingungen bei veränderlicher eingenfrequenz und ihre technische bedeutung», *Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig*. [22](#)
- FILIPPONE, A. 2000, «Data and performances of selected aircraft and rotorcraft», *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 36, p. 629 – 654. [3](#)
- FRAHM, H. 1911, «Device for damping vibrations of bodies», *US Patent 989,958*. [4](#), [18](#)
- FÖRNER, K., M. ASKIN TEMIZ, W. POLIFKE, I. LOPEZ ARTEAGA et A. HIRSCHBERG. 2015, «On the non-linear influence of the edge geometry on vortex shedding in the helmholtz resonators», *The 22nd International Congress on Sound and Vibration, Florence (Italy)*. [vii](#), [45](#), [48](#), [52](#), [56](#), [65](#)
- FURSTOSS, M., D. THENAIL et M. GALLAND. 1997, «Surface impedance control for sound absorption : Direct and hybrid passive/active strategies», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 203, n° 2, p. 219 – 236. [v](#), [vi](#), [11](#), [24](#), [25](#)
- GENDELMAN, O. 2012, «Analytic treatment of a system with a vibro-impact nonlinear energy sink», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 331, n° 21, p. 4599 – 4608. [27](#)
- GENDELMAN, O. et A. ALLONI. 2016, «Forced system with vibro-impact energy sink : Chaotic strongly modulated responses», *Procedia IUTAM*, vol. 19, p. 53 – 64. IUTAM Symposium Analytical Methods in Nonlinear Dynamics. [37](#)
- GENDELMAN, O., E. GOURDON et C. LAMARQUE. 2006, «Quasiperiodic energy pumping in coupled oscillators under periodic forcing», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 294, n° 4, p. 651 – 662. [4](#), [35](#), [36](#)
- GENDELMAN, O., L. MANEVITCH, A. VAKAKIS et R. M'CLOSKEY. 2000, «Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators : Part i—dynamics of the underlying hamiltonian systems», *ASME. J. Appl. Mech*, vol. 68, n° 1, p. 34 – 41. [4](#), [21](#), [36](#)
- GOURC, E., S. SEGUY, G. MICHON, A. BERLIOZ et B. MANN. 2015, «Quenching chatter instability in turning process with a vibro-impact nonlinear energy sink», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 355, p. 392 – 406. [37](#)
- GOURDON, E. 2006, *Contrôle passif de vibrations par pompage énergétique*, mémoire de maîtrise, Ecole Centrale de Lyon. [vi](#), [23](#), [31](#)
- GOURDON, E., N. ALEXANDER, C. TAYLOR, C. LAMARQUE et S. PERNOT. 2007, «Nonlinear energy pumping under transient forcing with strongly nonlinear coupling : Theoretical and experimental results», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 300, n° 3, p. 522 – 551. [v](#), [vi](#), [4](#), [24](#), [30](#), [35](#), [36](#)

- GOURDON, E., M. EL MANKIBI, R. ISSOGLIO, P. STABAT, D. MARCHIO et C. F. DORDELLY. 2017, «Silencer design for awning windows : Modified helmholtz resonators with perforated foam», *Building Simulation*, vol. 10, n° 5, p. 677–685, ISSN 1996-8744. [vi](#), [26](#)
- GOURDON, E. et A. TURE SAVADKOOHI. 2015, «Nonlinear structuring of helmholtz resonators for increasing the range of sound absorption», *EuroNoise 2015 : The 10th European Congress and Exposition on Noise Control Engineering, Maastricht*, p. 973 – 976. [vii](#), [5](#), [43](#), [44](#), [45](#), [46](#), [50](#)
- GOURDON, E., A. TURE SAVADKOOHI et V. ALAMO VARGAS. 2018, «Targeted energy transfer from one acoustical mode to an helmholtz resonator with nonlinear behavior», *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 140, n° 6. [80](#)
- GUCKENHEIMER, J. et P. HOLMES. 2013, «Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields», *Springer*. [60](#)
- HAYNE LECOCQ, B. 2006, *Contribution à l'étude du comportement acoustique de matériaux présentant des cavités débouchantes*, mémoire de maîtrise, Arts et Métiers ParisTech. [11](#), [16](#)
- HELMHOLTZ, H. V. 1863, «Die lehre von den tonempfindungen als physiologische grundlagefur die theorie der musik», *Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sons, Braunschweig*. [4](#), [17](#)
- HERSH, A. et B. WALKER. 1977, «Fluid mechanical model of the helmholtz resonator», *NASA contractor report*. [48](#), [49](#), [58](#)
- INGARD, U. 1953, «On the theory and design of acoustic resonators», *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 25, n° 6, p. 1037 – 1061. [20](#)
- INGARD, U. et H. ISING. 1967, «Acoustic nonlinearity of an orifice», *Journal Acoustic Society of America*, vol. 42, n° 1, p. 6 – 17. [48](#)
- ISO. 2003, «Acoustics - determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes - part 2 : Transfer-function method», *ISO 10534-2*. [9](#)
- JOHNSON, D. L., J. KOPLIK et R. DASHEN. 1987, «Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 176, p. 379 – 402. [14](#)
- KERSCHEN, G., D. M. MCFARLAND, J. J. KOWTKO, Y. S. LEE, L. A. BERGMAN et A. F. VAKAKIS. 2007, «Experimental demonstration of transient resonance capture in a system of two coupled oscillators with essential stiffness nonlinearity», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 299, n° 4, p. 822 – 838. [27](#)
- LAMARQUE, C.-H., O. V. GENDELMAN, A. TURE SAVADKOOHI et E. ETCHEVERRIA. 2011, «Targeted energy transfer in mechanical systems by means of non-smooth nonlinear energy sink», *Acta Mechanica*, vol. 221, n° 1, p. 175. [vi](#), [35](#)
- LAMARQUE, C.-H. et A. TURE SAVADKOOHI. 2014, «Dynamical behavior of a bouc-wen type oscillator coupled to a nonlinear energy sink», *Meccanica*, vol. 49, n° 8, p. 1917–1928. [vi](#), [32](#), [33](#)
- LAMARQUE, C.-H., A. TURE SAVADKOOHI et Z. DIMITRIJEVIC. 2014, «Dynamics of a linear system with time-dependent mass and a coupled light mass with non-smooth potential», *Meccanica*, vol. 49, n° 1, p. 135–145. [4](#), [37](#)
- LOISEAU, P. 2016, *Contrôle actif acoustique du bruit large bande dans un habitacle automobile*, mémoire de maîtrise, École nationale supérieure des mines de Nantes. [v](#), [12](#), [13](#)
- LUONGO, A. et D. ZULLI. 2015, «Nonlinear energy sink to control elastic strings : the internal resonance case», *Nonlinear Dynamics*, vol. 81, n° 1, p. 425 – 435. [48](#)

- MANEVITCH, L., E. GOURDON et C. LAMARQUE. 2007, «Parameters optimization for energy pumping in strongly nonhomogeneous 2 dof system», *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 31, n° 4, p. 900 – 911. [27](#)
- MANEVITCH, L. I. 2001, «The description of localized normal modes in a chain of nonlinear coupled oscillators using complex variables», *Nonlinear Dynamics*, vol. 25, n° 1, p. 95–109. [31](#), [86](#)
- MANEVITCH, L. I., A. S. KOVALEVA et E. L. MANEVITCH. 2010, «Limiting phase trajectories and resonance energy transfer in a system of two coupled oscillators», *Mathematical Problems in Engineering*. [vii](#), [66](#), [67](#), [69](#)
- MARIANI, R., S. BELLIZZI, B. COCHELIN, P. HERZOG et P. MATTEI. 2011, «Toward an adjustable nonlinear low frequency acoustic absorber», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, n° 22, p. 5245 – 5258, ISSN 0022-460X. [38](#)
- MARIANI, R., S. BELLIZZI, B. COCHELIN, P. HERZOG et P. MATTEI. 2016, «Le pompage énergétique par absorbeur non-linéaire bi-stable : prédiction de la transition chaotique de l'absorbeur par analyse de melnikov», *CFA/VISHNO*. [59](#), [60](#)
- MBAILASSEM, F. 2016, *Contrôle du bruit par effets de localisation par géométries irrégulières*, mémoire de maîtrise, INSA de Lyon. [17](#)
- MEISSNER, M. 2004, «The response of a helmholtz resonator to external excitation. part ii : flow-induced resonance», *Architectural Acoustics*, vol. 30, n° 1, p. 57 – 71. [48](#)
- MOTTARD, P. 2011, *Méthodes semi-analytiques en vibration non-linéaire*, mémoire de maîtrise, Université Laval Québec. [v](#), [22](#)
- NAYFEH, A. H. et D. T. MOOK. 1979, «Nonlinear oscillation», *Wiley and Sons, New York*. [31](#), [48](#), [62](#), [65](#), [86](#)
- NELSON, P. A. et S. J. ELLIOTT. 1992, «Active control of sound», *Academic Press*. [11](#)
- NUCERA, F., F. L. IACONO, D. MCFARLAND, L. BERGMAN et A. VAKAKIS. 2008, «Application of broadband nonlinear targeted energy transfers for seismic mitigation of a shear frame : Experimental results», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 313, n° 1, p. 57 – 76. [vi](#), [36](#)
- NUCERA, F., A. VAKAKIS, D. MCFARLAND, L. BERGMAN et G. KERSCHEN. 2007, «Targeted energy transfers in vibro-impact oscillators for seismic mitigation», *Nonlinear Dynamics*. [4](#), [37](#)
- OLSON, H. et E. MAY. 1953, «Electronic sound absorber», *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 25, n° 6. [13](#)
- PIÉGAY, C., P. GLÉ, E. GOURDON, E. GOURLAY et S. MARCEAU. 2018, «Acoustical model of vegetal wools including two types of fibers», *Applied Acoustics*, vol. 129, p. 36 – 46. [v](#), [14](#), [15](#), [16](#)
- PILIPCHUK, V. N. 2010, «Nonlinear dynamics», *Springer, Berlin, Heidelberg (2010)*. [48](#), [66](#), [67](#)
- RAYLEIGH. 1870, «On the theory of resonators», *Philosophical transactions of the Royal Society*. [20](#)
- RICHOUX, O., V. TOURNAT et T. LE VAN SUU. 2006, «Comportement non linéaire des bandes interdites dans un réseau acoustique unidimensionnel», *Congrès Français d'Acoustique*. [vi](#), [5](#), [41](#), [48](#), [58](#)
- RIENSTRA, S. et A. HIRSCHBERG. 2017, «An introduction to acoustics», *Eindhoven University of Technology*. [49](#)
- RIVET, E., S. KARKAR et H. LISSEK. 2017, «On the optimisation of multi-degree-of-freedom acoustic impedances of low-frequency electroacoustic absorbers for room modal equalisation», *Acta Acustica*, vol. 103, p. 1025 – 1036. [v](#), [13](#), [14](#)

- ROCHE, J.-M. 2011, *Simulation numérique de l'absorption acoustique de matériaux résonants en présence d'écoulement*, mémoire de maîtrise, Université du Maine. v, 16
- ROMEO, F., L. MANEVITCH, L. BERGMAN et A. VAKAKIS. 2015, «Transient and chaotic low-energy transfers in a system with bistable nonlinearity», *Chaos*. 27, 59, 60
- ROSSING, T. D., M. SCHROEDER, W. M. HARTMANN, N. H. FLETCHER, F. DUNN et D. M. CAMPBELL. 2007, *Springer Handbook of Acoustics*, 1^{re} éd., Springer Publishing Company, Incorporated, ISBN 978-0-387-30446-5. 57, 82
- SEDOARISOA, N. 2015, *Les impacts des nuisances sonores aériennes : dépréciation immobilière et inégalité sociale?*, mémoire de maîtrise, Université de Cergy-Pontoise. 3
- SHAO, J. et B. COCHELIN. 2014, «Theoretical and numerical study of targeted energy transfer inside an acoustic cavity by a non-linear membrane absorber», *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 64, p. 85 – 92. 38
- SINGH, D. et S. RIENSTRA. 2013, «A systematics impedance model for non-linear helmholtz resonator liner», *19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Berlin (Germany)*. vii, 41, 42, 48, 57, 58
- SIVIAN, L. J. 1935, «Acoustic impedance of small orifices», *Journal Acoustic Society of America*, vol. 7, n° 2, p. 94 – 101. 48, 74
- STAROSVETSKY, Y. et O. GENDELMAN. 2008, «Strongly modulated response in forced 2dof oscillatory system with essential mass and potential asymmetry», *Physica D : Nonlinear Phenomena*, vol. 237, n° 13, p. 1719 – 1733. vi, 32, 34
- TANG, S. et J. CHENG. 1998, «On the application of active noise control in an open end rectangular duct with and without flow», *Applied Acoustics*, vol. 53, n° 1, p. 193 – 210. v, 12
- THENAIL, D., M.-A. GALLAND et M. SUNYACH. 1994, «Active enhancement of the absorbent properties of a porous material», *Smart Materials and Structures*, vol. 3, n° 1, p. 18 – 25. vi, 25
- THENAIL, D., O. LACOUR, M. GALLAND et M. FURSTOSS. 1997, «The active control of wall impedance», *Acta Acustica*, vol. 83, p. 1039 – 1044. v, 13
- TURE SAVADKOOHI, A., C.-H. LAMARQUE et M. CONTESSA. 2016, «Trapping vibratory energy of main linear structures by coupling light systems with geometrical and material non-linearities», *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 80, p. 3 – 13. Dynamics, Stability, and Control of Flexible Structures. 34, 87
- TURE SAVADKOOHI, A., L. I. MANEVITCH et C.-H. LAMARQUE. 2011, «Analysis of the transient behavior in a two dof nonlinear system», *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 44, n° 6, p. 450 – 463. 69
- TURE SAVADKOOHI, A., B. VAURIGAUD, C.-H. LAMARQUE et S. PERNOT. 2012, «Targeted energy transfer with parallel nonlinear energy sinks, part ii : theory and experiments», *Nonlinear Dynamics*, vol. 67, n° 1, p. 37–46. 4, 37
- VAKAKIS, A. et O. GENDELMAN. 2000, «Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators : Part ii—resonance capture», *ASME. J. Appl. Mech*, vol. 68, n° 1, p. 42 – 48. 4, 21, 27, 36
- VAKAKIS, A., O. GENDELMAN, L. BERGMAN, D. MCFARLAND, G. KERSCHEN et Y. LEE. 2008, «Nonlinear targeted energy transfer in mechanical and structural systems i & ii», *Springer-Berlin*. 27
- WEISS, M., A. T. SAVADKOOHI, O. V. GENDELMAN et C.-H. LAMARQUE. 2014, «Dynamical behavior of a mechanical system including saint-venant component coupled to a non-linear energy sink», *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 63, p. 10 – 18. vi, 28, 29

- WEISS, M., B. VAURIGAUD, A. TURE SAVADKOOHI et C.-H. LAMARQUE. 2015, «Contrôle des oscillations libres horizontales d'un câble par un amortisseur non linéaire : théorie, expériences et robustesse», *22ème Congrès Français de Mécanique*. 35
- YU, G. K., Y. D. ZHANG et Y. Y. SHEN. 2011, «Nonlinear amplitude-frequency response of a helmholtz resonator», *J. Vib. Acoust.*, vol. 133, n° 2. vi, 40, 41, 48, 57, 58, 59, 74, 84
- ZINN, B. 1970, «A theoretical study of non-linear damping by helmholtz resonators», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 13, n° 3, p. 347 – 356. vii, 55, 57

