HAL open science

Egalisation aveugle, application pour des canaux de transmission

Ali Moussa

▶ **To cite this version:**

Ali Moussa. Egalisation aveugle, application pour des canaux de transmission. Automatique / Robotique. Normandie Université; Université de Gabès (Tunisie), 2018. Français. NNT : 2018NORMC267 . tel-02159550

HAL Id: tel-02159550

https://theses.hal.science/tel-02159550v1

Submitted on 18 Jun 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Normandie Université

THÈSE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialité AUTOMATIQUE, SIGNAL, PRODUCTIQUE, ROBOTIQUE

Préparée au sein de l'Université de Caen Normandie

En cotutelle internationale avec Université de Gabès , TUNISIE

Egalisation aveugle, application pour des canaux de transmission

Présentée et soutenue par
Ali MOUSSA

Thèse soutenue publiquement le 15/12/2018 devant le jury composé de		
M. AHMED FAKHFAKH	Professeur, Ecole Nat. d'électronique et des com.	Rapporteur du jury
M. SAÏD SAFI	Professeur, Université Sultan Moulay Slimane	Rapporteur du jury
M. KAMEL ABDERRAHIM	Professeur, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès	Membre du jury
Mme MONIA TURKI	Professeur, l'Ecole nationale d'ingénieurs de Tunis	Président du jury
M. MOHAMMED M'SAAD	Professeur des universités, Université Caen Normandie	Directeur de thèse

Thèse dirigée par MOHAMMED M'SAAD, Laboratoire d'Automatique de Caen (LAC)

UNICAEN UNIVERSITÉ CAEN NORMANDIE

MIIS

LAC

À mes parents

Leur compréhension et leur soutien constants m'ont permis de me donner de la confiance face à de nouveaux défis. Sans eux, je n'aurai jamais pu concrétiser toutes ces années d'études.

À l'âme de mon oncle Abdelaziz

À l'âme de mon oncle Farid

À l'âme de mon grand-père Ali

À mes frères et mes sœurs,

À ma famille et à tous mes amis,

À tous ceux qui m'ont aidés,

pour finir ce travail.

Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse ont été effectués au sein du laboratoire de recherche "Commande Numérique des Procédés Industriels", CONPRI, de l'École Nationale d'Ingénieur de Gabès, Tunisie et au sein du laboratoire d'Automatique de Caen, LAC EA 7478, de l'Université de Caen et de l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Caen (ENSICAEN), France. Avant de présenter ces travaux, je tiens à remercier, Monsieur **Ridha BEN ABDENNOUR** le directeur du CONPRI et Monsieur **Fouad GIRI** le directeur du LAC.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de thèse Monsieur **Kamel ABDERRAHIM**, Professeur à l'ENIG, qui a bien voulu me guider jusqu'au terme de ce travail. Je lui suis reconnaissant pour sa disponibilité, ses précieux conseils et tout le soutien qu'il m'a apporté. Ses compétences et ses discussions enrichissantes ont été un atout indéniable à la réussite de ces travaux.

Mes très sincères remerciements s'adressent à mon directeur de thèse, Monsieur **Mohammed M'SAAD**, Professeur à l'ENSICAEN, pour sa gentillesse, sa disponibilité et sa patience au cours de ces années de thèse. Merci pour la confiance qu'il m'accordée, pour son vif intérêt pour le bon déroulement de mes séjours à Caen et de l'avancement de mes travaux. Je lui suis reconnaissant pour son soutien humain et moral et ses aides durant ces années de thèse.

Je remercie Madame **Monia TURKI**, Professeur à ENIT, de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Mes remerciements à Monsieur **Ahmed FAKHFAKH**, Professeur à ENET'COM et Monsieur **Said SAFI**, Professeur à l'université Sultan Moulay Sliman, d'avoir pris le temps pour juger ce travail et de m'avoir fait l'honneur d'être rapporteurs de cette thèse.

Je remercie très vivement Monsieur **Miloud FRIKEL**, Maître de Conférences à l'ENSICAEN, d'avoir fait partie de ce jury.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Mademoiselle **Saïda BEDOUI**, Maître assistante à l'université de Gabès, à Monsieur **Mathieu POULIQUEN**, Maître de conférences HDR à l'université de Caen et à Monsieur **Miloud FRIKEL**, Maître de conférence à l'ENSICAEN, d'avoir acceptés d'encadrer mes travaux de thèse avec professionnalisme, rigueur, patience, disponibilité et générosité. Ils m'ont guidé tout au long de ces trois années et m'ont fait gravir avec succès toutes les étapes qui jalonnent les trois années de thèse. Encore merci pour votre confiance et votre sympathie.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à ma famille, mes parents, mes frères et tous mes proches et amis, qui m'ont accompagnés, aidés, soutenus et encouragés tout au long de la réalisation de ce travail.

Table des matières

Remerciements **3**

1 Articles publiés dans des Journaux 7

2 Communications présentées dans des conférences internationales avec comité de lecture 7

Notations **9**

Table des figures **13**

Introduction générale **17**

Chapitre I
Principe des modulations mono/multi-porteuses et caractéristiques des canaux de transmission **21**

I.1 Introduction 23

I.2 Chaîne de transmission numérique 23

I.3 Les modulations mono-porteuse 29

I.4 Modélisation des canaux de transmission 35

I.5 Système OFDM 39

I.6 Conclusion 46

Chapitre II
Un état de l'art sur l'égalisation aveugle pour les modulations monoporteuses **47**

II.1 Introduction 49

II.2 Structure des égaliseurs 49
II.3 Estimation des paramètres de l'égaliseur 51
II.4 Conclusion 69

Chapitre III
Égalisation aveugle basée sur la méthode optimale d'ellipsoïde bornée 71

III.1 Introduction 73
III.2 Position du problème 74
III.3 Algorithme d'égalisation proposé 75
III.4 Analyse de l'algorithme eSMBE 82
III.5 Propriété de conservation de l'énergie de l'algorithme eSMBE . . 97
III.6 Exemple de mise en œuvre 99
III.7 Comparaison avec l'algorithme SMBE 107
III.8 Égalisation aveugle de type OBE pour des canaux à évanouissements 115
III.9 Conclusion 125

Chapitre IV
Égalisation aveugle pour un système OFDM 127

IV.1 Introduction 129
IV.2 Classification des algorithmes d'égalisation aveugle pour un système OFDM 130
IV.3 Algorithme eSMBE adapté à un système OFDM 141
IV.4 Conclusion 153

Conclusion générale et perspectives 155

Bibliographie 159

Liste des Publications

1 Articles publiés dans des Journaux

A1 - Moussa A., Pouliquen M., Frikel M., Bedoui S., Abderrahim K. and M'Saad M. "Optimal Bounding Ellipsoid Algorithms for adaptive blind equalizations over AWGN and multipath fading Channels". *In the Advances in Systems, Signals & Devices (ASSD)*, 2(12), 2018. (Indexé Scopus).

A2 - Moussa A., Pouliquen M., Frikel M., Bedoui S., Abderrahim K. and M'Saad M. "Blind Equalization in Presence of Bounded Noise". *IET Signal Processing (Impact Factor : 1.298)*, 2018.

A3 - Moussa A., Frikel M., Pouliquen M., Bedoui S., Abderrahim K. and M'Saad M. "A Review of blind equalization algorithms for OFDM systems". *IET*, (article en préparation 2019).

A4 - Moussa A., Frikel M., Pouliquen M., Bedoui S., Abderrahim K. and M'Saad M. "Optimal Bounding Ellipsoid Algorithms for blind equalization of OFDM system". *IET*, (article en préparation 2019).

2 Communications présentées dans des conférences internationales avec comité de lecture

C1 - Moussa A., Frikel M., Pouliquen M., Bedoui S., Abderrahim K. and M'Saad M. "Two decades of blind equalization research for OFDM systems". *First International Conference on Signals, Automation and Telecommunications (ICSAT'18)*, May 2-4, Beni Mellal, Morocco, 2018.

C2 - Moussa A., Pouliquen M., Frikel M., Bedoui S., Abderrahim K. and M'Saad M. "Recursive blind equalization for the bounded noise case under different modulations". *25th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED'17)*, Malte, 1339-1344, 2017.

C3 - Moussa A., Pouliquen M., Frikel M., Bedoui S., Abderrahim K. and M'Saad M. "Comparative study of blind equalizers based on optimal bounding ellipsoid algorithm under AWGN and fading channels". *14th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD'17)*,), March 28-31, Marrakech, Morocco, 11-16, 2017.

C4 - Moussa A., Pouliquen M., Frikel M., Bedoui S., Abderrahim K. and M'Saad M. "Blind equalization of OFDM systems based an optimal bounding ellipsoid under different channels". *18th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA'17)*, Dec 21-23, Monastir, Tunisie, 2017.

C5 - Moussa A., Pouliquen M., Frikel M., Bedoui S., Abderrahim K. and M'Saad M. "Performance of a blind equalization algorithm for Rayleigh and Rician Channels". *In 17th International Conference on Science and Techniques of Automatic Control & Computer Engineering (STA'16)*, Sousse, Tunisie, 685-690, 2016.

Notations

Principaux symboles

Re	: partie réelle.
Im	: partie imaginaire.
$\lvert . \rvert$	: module.
$*$	: produit de convolution.
$sign(.)$	: fonction signe.
$csign(.)$	: fonction signe dans le plan complexe.
$E\{.\}$	: espérance mathématique.
$(.)^*$	: conjugué.
$(.)^T$	: conjugué transposé.
$\lVert . \rVert$	: norme.
$\lVert . \rVert_2$	: norme 2.
$\lVert . \rVert_\infty$	: norme ∞.
$\lfloor . \rfloor$	: partie entière.
$\hat{a}$	: estimateur d'un paramètre a.
∇	: le gradient.
$\mathbb{C}$	: ensemble des nombres complexes.
$\mathbb{R}$	: ensemble des nombres réels.

Abréviations

HDSL	: High-bit-rate Digital Subscriber Line
ADSL	: Asymmetric Digital Subscriber Line
VDSL	: Very-high-bit-rate Digital Subscriber Line
DAB	: Digital Audio Broadcasting
PSP	: Per-Surviror Processing
VLSI	: Very-Large-Scale Integration
CMOE	: Constrained Minimum Output Energy
PAP	: Phase Adaptation Procedure
FBMC	: Filtre Bank Multi-Carrier
SISO	: Single Input Single Output
MIMO	: Multiple Input Multiple Output
SNR	: Signal to Noise Ratio
SER	: Symbole Error Rate
IIS	: Interférence Inter-Symbole
IAM	: Interference Approximaion Method
DDP	: Densité De Probabilité
FO	: Frequency Offset
MSE	: Mean-Squared Error
EQM	: Erreur Quadratique Moyenne
SVD	: Singular Value Decomposition
GI	: Guard Interval
MOE	: Minimum-Output-Energy
WBMCS	: Wireless Broadband Multimedia Communication System
TDMA	: Time-Division Multiple Access
SCA	: Square Contour Algorithm
PSK	: Phase Shift Keying (Modulation à saut de phase).
QAM	: Quadrature Amplitude Modulation (Modulation en quadrature d'amplitude).
ASK	: Amplitude Shift Keying (Modulation à saut d'amplitude).

FSK	: Frequency Shift Keying (Modulation à saut de fréquence).
DFT	: Discrete Fourier Transform
$OFDM$	: Orthogonal Frequency Division Multiplexing
FFT	: Fast Fourier Transform (Transformée de Fourier rapide).
RIF	: Réponse Impulsionnelle Finie
RII	: Réponse Impulsionnelle Infinie
RLS	: Recursive Least Square
LSF	: Least Squares Fitting
LMS	: Least Mean Squares
$BLMS$	: Block Least Mean Square
SGD	: Stochastic Gradient Descent
MV	: Maximum de vraisemblance
ML	: Maximum-Likelihood
MAP	: Maximum à Postériori
DFE	: Decision-feedback Equalizer
$MMSE$	: Minimum Mean Square Error
ZF	: Zero Forcing
CMA	: Constant Modulus Algorithm
CNA	: Constant Norm Algorithm
$NCMA$	: Normalized Constant Modulus Algorithm
MMA	: Multi-Modulus Algorithm
CQA	: Square Contour Algorithm
$VCMA$	: Constant Vector-Modulus Algorithm
SQD	: Stochastic Quadratic Distance
$AR-LCSQD$	: Adaptative Radius Low Complexity SQD
$MSQD$	: Multimodulus SQD
OBE	: Optimal Bounding Ellipsoid
$SMBE$	: Set Membership Blind Equalization
$eSMBE$	: extended SMBE
BVE	: Blind Viterbi Equalizer

Table des figures

I.1 Schéma bloc d'un système de transmission numérique 24
I.2 Un milieu à trajets multiple. 27
I.3 Représentation de phénomène d'IIS. 28
I.4 Modèle global d'une modulation numérique. 30
I.5 Constellation d'une modulation OOK 31
I.6 Les constellations 2-ASK et 4-ASK. 31
I.7 Les constellations des modulations 4-PSK et 8-PSK. 32
I.8 Les constellations des modulations 16-PSK et 32-PSK. 33
I.9 Exemple de modulation FSK 34
I.10 Les constellations des modulations 4-QAM et 8-QAM. 35
I.11 Les constellations des modulations 16-QAM et 64-QAM. 35
I.12 Le modèle de canal de transmission. 36
I.13 Modélisation des canaux de Rayleigh et de Rice 37
I.14 La différence entre le spectre OFDM et le spectre FDM. 40
I.15 Orthogonalité de quatre sous-porteuses dans un système OFDM. . 41
I.16 Schéma de fonctionnement d'un émetteur OFDM. 42
I.17 Exemple de symbole OFDM avec un intervalle de garde. 44
I.18 Émission des symboles OFDM sans intervalle de garde dans un canal à trajets multiple. 45
I.19 Émission des symboles OFDM avec intervalle de garde dans un canal à trajets multiple 45
I.20 Schéma de fonctionnement de récepteur OFDM. 46

II.1 Schéma de fonctionnement d'un système de communication. . . . 49
II.2 Structure d'un égaliseur linéaire. 50
II.3 Égaliseur à Retour de Décision. 52

III.1 Le problème d'égalisation aveugle 74
III.2 Illustration 2D : $\bigcap_i \mathbf{S}_i(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_k)$ 78
III.3 Si $\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right| > 1$, alors $\hat{s}_{k/k-1}$ est projeté sur le cercle de rayon δ et de centre $\mathbf{Q}\left(\hat{s}_{k/k-1}\right)$. Cela donne $\hat{s}_{k/k}$. 82
III.4 Illustration 2D : $(\mathbf{S}_k(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_k) \cap \mathcal{E}_{k-1}) \subseteq \mathcal{E}_k$ 84

III.5 Représentation pour la conservation de l'énergie 99
III.6 Constellations de $\widehat{s}_{k/k}$ pour 16-MAQ et SNR= $20dB$, $25dB$, $30dB$ et $35dB$ 101
III.7 Constellations de $\widehat{s}_{k/k}$ pour 16-MDF et SNR= $20dB$, $25dB$, $30dB$ et $35dB$ 102
III.8 L'amplitude des paramètres de $G(z)$ pour 16-QAM et SNR= $20dB$, $25dB$, $30dB$ and $35dB$ 103
III.9 L'amplitude des paramètres de $G(z)$ pour 16-PSK and SNR= $20dB$, $25dB$, $30dB$ et $35dB$ 104
III.10 SER en fonction de δ pour $N = 4000$ 105
III.11 SER en fonction de N pour SNR=$20dB$ 106
III.12 SER en fonction de SNR pour $N = 2000$ 107
III.13 SER en fonction de SNR pour deux types de bruit différents . . . 108
III.14 Constellation 16-QAM de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme SMBE et SNR= $10dB$, $20dB$ 111
III.15 Constellation 16-QAM de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme eSMBE et SNR= $10dB$, $20dB$ 111
III.16 $|\widehat{\theta}_k|$ en fonction de k pour l'algorithme SMBE et l'algorithme eSMBE 112
III.17 Constellation 16-PSK de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme SMBE et SNR $= 10dB$, $20dB$ 112
III.18 Constellation 16-PSK de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme eSMBE et SNR $= 10dB$, $20dB$ 113
III.19 Constellation 4-ASK de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme SMBE et SNR = $10dB$, $20dB$ 113
III.20 Constellation 4-ASK de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme eSMBE et SNR $= 10dB$, $20dB$ 113
III.21 Comparaison des performances : SER en fonction de SNR pour $N = 500$ 114
III.22 Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec le canal de Rayleigh et pour SNR= $20dB$, $30dB$. 114
III.23 Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec le canal de Rice et pour SNR= $20dB$, $30dB$. 115
III.24 Diagramme de l'œil à la sortie du canal de Rayleigh pour SNR= $30dB$. 115
III.25 Diagramme de l'œil à la sortie de l'égaliseur pour le canal de Rayleigh pour SNR= $30dB$. 116
III.26 Diagramme de l'œil à la sortie du canal de Rice pour SNR= $30dB$. 117
III.27 Diagramme de l'œil à la sortie de l'égaliseur pour le canal de Rice pour $SNR = 30$. 118
III.28 Comparaison avec les canaux de Rice et de Rayleigh : SER en fonction du SNR pour $N = 2000$. 118
III.29 Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec les algorithmes SMBE et eSMBE pour le canal de Rayleigh et pour SNR= $20dB$. 119

III.30 Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec les algorithmes SMBE et eSMBE pour le canal de Rice et pour SNR= $20dB$. 119
III.31 Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec SMBE et eSMBE pour le canal de Rayleigh et pour SNR= $30dB$. 119
III.32 Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec SMBE et eSMBE pour le canal de Rice et pour SNR= $30dB$. 120
III.33 Constellation MDP de $\widehat{s}_{k/k}$ avec SMBE et eSMBE pour le canal de Rayleigh et pour SNR $= 30dB$. 120
III.34 Constellation MDP de $\widehat{s}_{k/k}$ avec SMBE et eSMBE pour le canal de Rice et pour SNR $= 30dB$. 120
III.35 Comparaison entre les algorithmes SMBE et eSMBE : SER en fonction de N pour le canal de Rayleigh et pour $SNR = 20dB$. . . . 121
III.36 Comparaison entre les algorithmes SMBE et eSMBE : SER en fonction de N pour le canal de Rice et pour $SNR = 20dB$. 121
III.37 Comparaison entre les algorithmes SMBE et eSMBE : SER en fonction de SNR pour le canal Rayleigh. 122
III.38 Comparaison entre les algorithmes SMBE et eSMBE : SER en fonction de SNR pour le canal de Rice. 122

IV.1 Schéma fonctionnel d'un système OFDM 131
IV.2 Modèle de système global 141
IV.3 Exemple de simulation 1 : constellations QAM d'entrée et de sortie d'égaliseur pour le canal Rayleigh et $SNR = 10dB$ 147
IV.4 Exemple de simulation 1 : constellations QAM d'entrée et de sortie d'égaliseur pour le canal Rayleigh et $SNR = 20dB$ 148
IV.5 Exemple de simulation 1 : diagrammes de l'œil d'entrée et de sortie d'égaliseur pour le canal Rayleigh et $SNR = 10dB$ 148
IV.6 Exemple de simulation 1 : diagrammes de l'œil d'entrée et de sortie d'égaliseur pour le canal Rayleigh et $SNR = 20dB$ 149
IV.7 Exemple de simulation 2 : constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec eSMBE pour le canal AWGN et $SNR = 30dB$. 149
IV.8 Exemple de simulation 2 : constellation QAM de $\widehat{s}_{k/k}$ avec eSMBE pour le canal Rayleigh et $SNR = 30dB$. 150
IV.9 Exemple de simulation 2 : constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec eSMBE pour le canal Rice et $SNR = 30dB$. 150
IV.10 Exemple de simulation 2 : diagramme de l'oeil de sortie d'égaliseur pour le canal AWGN et $SNR = 30dB$. 151
IV.11 Exemple de simulation 2 : diagramme de l'oeil de sortie d'égaliseur pour le canal Rayleigh et $SNR = 30dB$. 151
IV.12 Exemple de simulation 2 : diagramme de l'oeil de sortie d'égaliseur pour le canal Rice et $SNR = 30dB$. 152

Introduction générale

Contexte générale et objectifs

Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans le cadre du développement des systèmes de communication numérique. Ce manuscrit s'intéresse plus particulièrement au problème d'égalisation aveugle : sur ce qui se fait actuellement et sur des solutions possibles de développement.
Afin de situer le contexte, rappelons que la transmission des données se fait généralement sous forme d'ondes électromagnétiques se propageant dans un milieu, de l'émetteur vers le récepteur. Cette propagation ne se fait pas sans heurt puisque le signal émis est sujet à différentes altérations (telles que la réflexion, la réfraction et la diffraction) et est susceptible d'être dégradé de part la présence de différents bruits et perturbations. Ces différents phénomènes, déjà largement étudiés par ailleurs, rendent difficile une restitution fidèle de l'information au niveau du récepteur. L'objectif de l'égalisation est ainsi de permettre, au niveau du récepteur, une forme de restauration du signal initialement émis.
L'égalisation est réalisée par le biais d'un filtre numérique appelé égaliseur. Le comportement de ce filtre, et donc son efficacité, est conditionné à la valeur de ses paramètres. Différentes solutions ont été déjà proposées dans la littérature pour l'estimation de ces paramètres dans différents contextes. Il existe deux classes principales d'égalisation : l'égalisation classique et l'égalisation aveugle. La première classe est basée sur la propagation récurrente d'une séquence d'apprentissage, séquence connue du récepteur et de l'émetteur. Ceci va permettre l'utilisation des techniques de type identification afin d'estimer les paramètres de l'égaliseur, paramètres calculés de manière à contraindre la sortie de l'égaliseur dans un voisinage du signal émis. Ce type d'approche est relativement simple à mettre

en oeuvre mais il a l'inconvénient de réduire le débit des données transmises. La seconde classe, l'égalisation aveugle, ne souffre pas de cet inconvénient. En égalisation aveugle les paramètres de l'égaliseur sont estimés via une exploitation des caractéristiques structurelles du signal émis, il n'est ainsi pas nécessaire d'utiliser une séquence d'apprentissage. Les premiers travaux en égalisation aveugle sont ceux présentés dans [17] et [86]. Par la suite, d'autres solutions ont été proposées. Celles qui exploitent les statistiques du second ordre (SOS) (voir par exemples [95], [96], [94], [69], [33], [100]) et celles qui exploitent les statistiques d'ordre supérieur (HOS) (voir par exemples [86], [42], [97], [57], [104], [4], [67], [19]).
Le but principal de ces travaux de thèse est de proposer des algorithmes innovants pour l'égalisation aveugle. Cette thèse se concentre notamment sur deux contextes particuliers : le contexte de l'égalisation aveugle en présence du bruits et perturbations exogènes bornées et le cas de l'égalisation aveugle pour les systèmes OFDM.

Organisation et contributions

Cette thèse comporte quatre chapitres.

Dans **le premier chapitre** de cette thèse, nous présentons le cadre formel de notre étude. Nous présentons notamment les différents éléments de la chaîne de communication (codage de source, codage de canal, codage binaire-à-symbole, codage symbole -à-signal, etc.). Nous présentons aussi différents types de modulation mono-porteuse (modulation à saut d'amplitude (ASK), modulation à saut de phase (PSK), modulation à saut de fréquence (FSK), etc.). Ceci est nécessaire puisque certaines solutions d'égalisation seront spécifiquement dédiées à certaines modulations. Enfin, nous présentons une modélisation sommaire des canaux de transmission ainsi que des systèmes OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Ce premier chapitre est ainsi dédié à l'introduction des notations utilisées dans la suite du document.

Dans **le deuxième chapitre**, nous nous concentrons sur les méthodes d'égalisation les plus répandues dans la littérature. Il s'agit dans ce deuxième chapitre de

faire un tour d'horizon sur les méthodes existantes. Nous présentons tout d'abord la formulation et la description formelle du problème d'égalisation. Ensuite, nous présentons les critères les plus utilisés pour l'égalisation classique ainsi que les algorithmes qui en découlent. Nous présentons enfin les principaux algorithmes d'égalisation aveugle.

Le troisième chapitre de cette thèse présente notre **première contribution**. Nous y présentons des solutions d'égalisation aveugle dans un contexte particulier : l'égalisation aveugle pour les modulations mono-porteuses en présence de bruits ou perturbations bornés. La plupart des méthodes précédemment citées (SOS et HOS) sont conçues en supposant qu'il n'y a pas de bruit ou bien que le bruit est stochastique. Dans ce dernier cas, le bruit est supposé être non corrélé avec les données transmises et il est modélisé soit comme un bruit gaussien blanc ou corrélé de moyenne nulle, soit comme un bruit blanc uniformément distribué de moyenne nulle, soit (plus rarement) comme un bruit impulsif, modélisé par une distribution α-stable ([24], [103], [68]). Ces méthodes ne sont ainsi par adaptées au contexte de l'égalisation en présence de bruits ou perturbations bornés. Notre principale contribution réside en la reformulation du problème d'égalisation aveugle en un problème d'identification en présence de perturbations bornées. L'intérêt de cette reformulation est triple. Premièrement, elle permet de considérer le contexte du bruit borné. Un avantage de cette hypothèse est que le bruit n'est pas décrit par sa distribution, la seule information disponible est sa bornitude, ce qui rend cette hypothèse moins restrictive. Deuxièmement, cette nouvelle formulation s'inspire de l'algorithme d'identification OBE (Optimal Bounding Ellipsoid)([26], [27], [52], [76], [93]), algorithme disposant d'une faible complexité de calcul et par conséquent pouvant aisément être implémenté en temps réel. Troisièmement, peu de paramètres de synthèse doivent être fixés par l'utilisateur contrairement à de nombreux algorithmes qui ont été proposés précédemment. Nous présentons ainsi dans ce chapitre notre algorithme pour l'égalisation aveugle. Une analyse de stabilité et de convergence y sont proposées. Une étude comparative entre les performances de l'algorithme proposé et des algorithmes de la littérature est aussi présentée, ceci sous différentes modulations

et pour différents types de canaux.

Le quatrième chapitre de cette thèse est dédié à notre **seconde contribution**. Nous nous intéressons au cadre spécifique de l'égalisation aveugle pour les systèmes OFDM. Nous considérons les signaux OFDM transmis sur des canaux à trajets multiples avec différents types de constellation. Dans un premier temps, nous rappelons les techniques d'égalisation aveugle pour les systèmes OFDM, en détaillant les deux principales catégories : les algorithmes fréquentiels et temporels d'égalisation aveugle. Dans un deuxième temps, nous proposons une adaptation de la solution proposée dans le chapitre précédent pour les systèmes OFDM pour des canaux à trajets multiples, en particulier les canaux de Rayleigh et de Rice, et aussi pour le canal à bruit blanc additif gaussien.

Une conclusion générale et des perspectives achèvent ce document de thèse.

Chapitre I

Principe des modulations mono/multi-porteuses et caractéristiques des canaux de transmission

Sommaire

I.1 Introduction 23

I.2 Chaîne de transmission numérique 23

I.2.1 Codage de source 24

I.2.2 Codage de canal 24

I.2.3 Codage binaire-à-symbole 25

I.2.4 Codage symbole-à-signal 25

I.2.5 Le filtrage d'émission et de réception 25

I.2.6 Le canal de transmission 25

I.2.7 La chaîne de transmission et ses distorsions 27

I.3 Les modulations mono-porteuse 29

I.3.1 Principe de modulation numérique 29

I.3.2 Modulation à saut d'amplitude (Amplitude Shift Keying - ASK) 30

I.3.3 Modulation à saut de phase (Phase Shift Keying - PSK) 32

I.3.4 Modulation à saut de fréquence(Frequency Shift Keying - FSK) 33
I.3.5 Modulation en quadrature d'amplitude (Quadrature Amplitude Modulation - QAM) 33
I.4 Modélisation des canaux de transmission 35
I.4.1 Modélisation sous forme de filtre à réponse impulsionnelle finie 35
I.4.2 Canal à bruit blanc additif gaussien 36
I.4.3 Canal subissant l'évanouissement 36
Modèle de Rayleigh 37
Modèle de Rice 38
Effet Doppler 38
I.5 Système OFDM 39
I.5.1 Principe de l'OFDM 40
I.5.2 La notion d'orthogonalité 41
I.5.3 Le signal OFDM 42
Emetteur OFDM 42
Récepteur OFDM 44
I.6 Conclusion 46

I.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter les notions de base du processus de transmission numérique, tout en mettant l'accent sur les différents éléments de la chaîne de communication et le système multi-porteuses OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing).

Dans la paragraphe I.2, nous présentons le système de communication en détaillant les différents éléments de cette chaîne de communication à savoir : l'émetteur, le récepteur, le codage de source, le codage de canal, le filtrage d'émission, le canal de transmission et ses distorsions. Ensuite, le paragraphe I.3 est consacré aux modulations mono-porteuses (ASK, PSK, FSK et QAM). Une modélisation et une charactérisation des canaux de transmission sont, sommairement, discutées dans le paragraphe I.4. Enfin, le système OFDM est décrit dans la paragraphe I.5.

I.2 Chaîne de transmission numérique

Le but du processus de transmission est de transporter les messages de la source vers le destinataire. Cette transmission doit être réalisée de manière à minimiser le nombre d'erreurs et les pertes d'informations entre l'émetteur et le récepteur. Cette transmission est réalisée via une chaîne de communication telle que celle présentée dans la figure I.1. Les principaux éléments constituant une chaîne de communication sont les suivants :

- Le bloc d'émission. Il est constitué par une source d'information, codage de source, codage de canal et une modulation.
- Le canal.
- Le bloc de réception. Il est constitué par une démodulation, un décodage canal, un décodage source et un destinataire.

Le contenu des éléments précédemment cités est détaillé dans les paragraphes suivants.

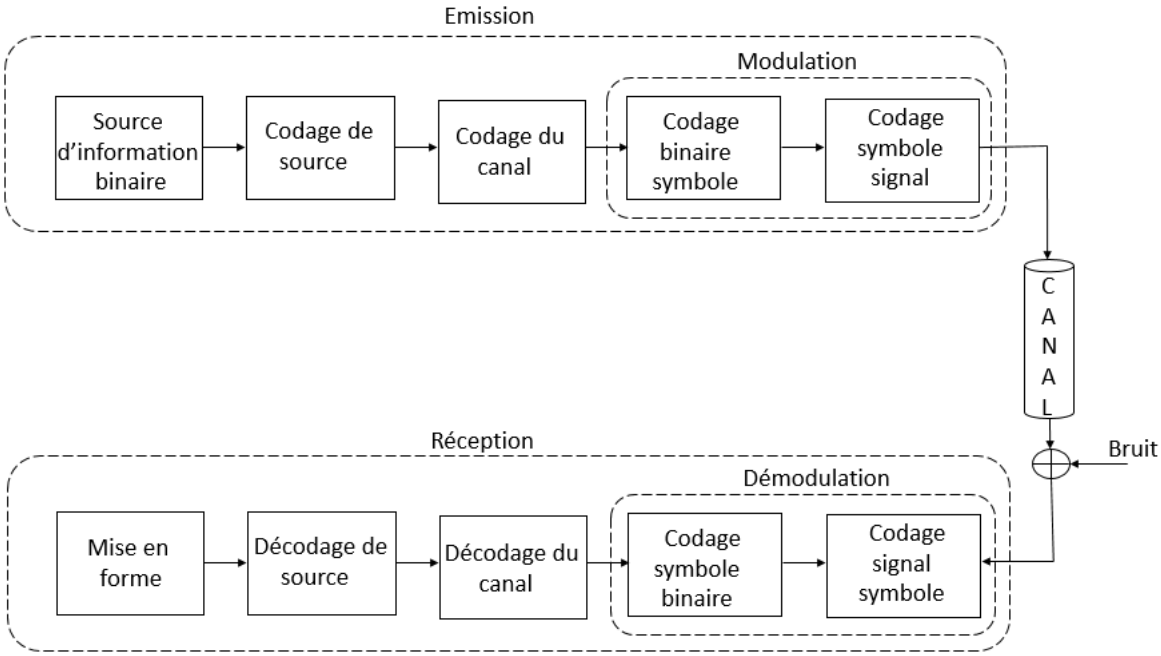

FIGURE I.1 – Schéma bloc d'un système de transmission numérique

I.2.1 Codage de source

Dans un système de transmission numérique, l'information est représentée initialement par une séquence binaire. Pour représenter le message de la façon la plus courte possible, un codage de source est placé juste après la source d'information binaire. Ce codage est réversible et il a pour but de restreindre le nombre de composantes nécessaires à la représentation des données contenues dans le message émis par la source.

I.2.2 Codage de canal

Afin d'améliorer la qualité de transmission par le canal et accroître la résistance aux perturbations, il est indispensable d'introduire un codage de canal. Ce codage consiste à insérer des composantes binaires parmi les éléments d'informations du message issu du codeur. Ces composantes, nommées redondances, vont permettre de limiter les erreurs de transmission.

I.2.3 Codage binaire-à-symbole

Le codage binaire-à-symbole consiste à faire correspondre chaque n composantes binaires dérivées du message à l'un des $M = 2n$ éléments, nommées symboles. Ces symboles sont à valeur réelle ou complexe.

Selon le nombre de bits, il existe deux types de codage binaire-à-symbole :

- Si $n = 1$, dans ce cas le codage et binaire
- Si $n > 1$, dans ce cas le codage est une modulation à M-aire ou M états, les différents M symboles sont souvent décrits par une représentation graphique nommée constellation ou mapping.

I.2.4 Codage symbole-à-signal

Le codage symbole-à-signal, ou encore modulation, a pour objectif d'associer à des données numériques un signal physique modulant porteur de l'information à transmettre. Ce procédé repose sur la modification d'une ou plusieurs grandeurs d'une onde porteuse $A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ axée sur la bande de fréquence du canal. Les grandeurs qui peuvent être modifiées sont : l'amplitude (A), la fréquence ($f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$) ou la phase ($\varphi_0$). Quelques modulations numériques, basées sur les variations de certaines de ces grandeurs, sont détaillées plus loin.

I.2.5 Le filtrage d'émission et de réception

Généralement, le signal modulé a un spectre infini, il ne peut donc pas être transmis directement et il est alors nécessaire de limiter la bande passante du signal modulé par un filtre basse fréquence. Ce filtre est nommé filtre d'émission. Il sert à assurer la mise en forme du signal modulé, mise en forme adaptée au canal. Un filtre de réception est aussi utilisé au niveau du récepteur. La réponse impulsionnelle des filtres d'émission et de réception doit satisfaire le critère de Nyquist ([80]).

I.2.6 Le canal de transmission

Dans une chaîne de communication, le canal de transmission est l'élément responsable du transport du signal de l'émetteur vers le récepteur. Ainsi, le canal

représente le milieu physique bruité à travers lequel la transmission des signaux se fait. On peut distinguer deux types de canaux : les canaux avec support physique (la ligne bifilaire, le câble coaxial, la fibre optique et le guide d'onde) et les canaux sans support physique. Dans ce dernier type de canaux, il n'y a pas de support physique entre l'émetteur et le récepteur. Dans cette thèse, nous nous intéressons seulement aux canaux sans support physique.

Le signal, porteur de l'information, se présente sous les différentes formes suivantes :

- **Les ondes électromagnétiques**
  Ces ondes sont transmises en ligne droite dans l'espace via une antenne aérienne au niveau de l'émetteur.
- **Les ondes hertziennes**
  Les ondes hertziennes sont transmises dans l'espace à la vitesse de la lumière.
- **Les rayons laser**
  Les rayons laser assurent une transmission très directrice, où l'émetteur et le récepteur sont proches.
- **Les ondes radio**
  Les ondes radio sont des ondes qui assurent la communication mobile à longue distance. Lors de la transmission, le signal se propage selon plusieurs trajets puisqu'il interagit avec les obstacles et les matériaux qu'il traverse (voir figure I.2). Les phénomènes phyiques en jeu sont :
  - **Réflexion** : la réflexion est un phénomène qui se produit lorsque les obstacles rencontrés par l'onde sont de grandes dimensions par rapport à la longueur d'onde et de surface lisse.
  - **Réfraction** : la réfraction est un phénomène qui se produit lorsque l'onde traverse un milieu translucide.
  - **Diffraction** : la diffraction est un phénomène qui a lieu sur les arêtes d'obstacles de grandes dimensions par rapport à la longueur d'onde.
  - **Diffusion** : la diffusion est un phénomène par lequel l'onde est déviée dans diverses directions par une interaction avec d'autres objets.

  Le signal obtenu au niveau du récepteur est une combinaison des ondes qui

proviennent des différents trajets, ce signal subit des distorsions importantes telles que l'affaiblissement ou les différentes rotations de phase.

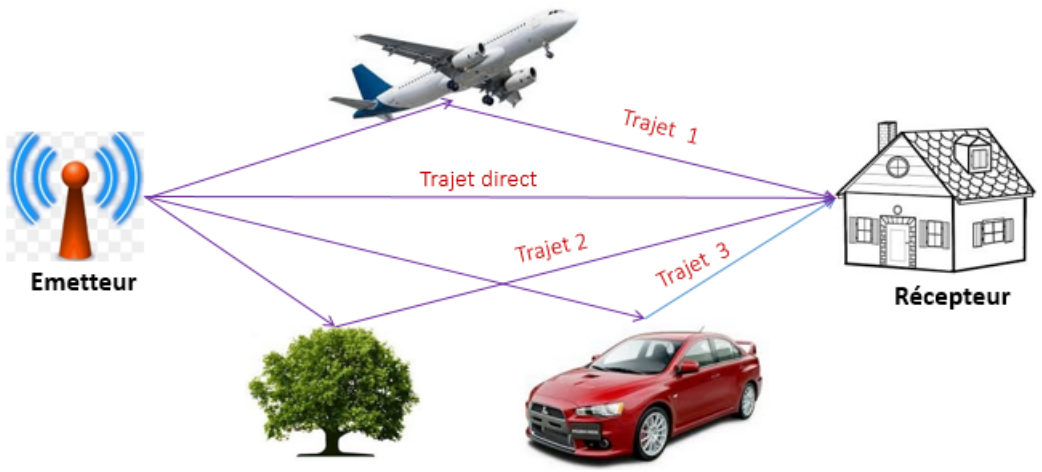

FIGURE I.2 – Un milieu à trajets multiple.

I.2.7 La chaîne de transmission et ses distorsions

D'après le paragraphe précédent, les données émises par les canaux sont affectées par différentes distorsions et perturbations. Ceci limite grandement les performances de la chaîne de communication. Afin de pouvoir réduire ces "altérations", il est nécessaire en premier lieu d'essayer de les caractériser. D'un point de vue formel, elles peuvent être classées en plusieurs catégories comme suit :

- **Le bruit**

  Le bruit est un signal parasite aléatoire, qui rassemble toutes les perturbations provenant de l'atmosphère (humidité, brouillard, température...) ainsi que d'autres perturbations provenant des composantes qui constituent la chaîne de transmission (bruit thermique, électronique, etc.).

  On peut classer le bruit en deux catégories :

  – Le bruit multiplicatif : si le signal transmis est superposé à d'autres signaux d'origine tout à fait extérieure et indépendant de celui-ci.

  – Le bruit additif : si le facteur de transmission (transmittance) d'un canal est distordu par un facteur d'amplitude variant dans le temps.

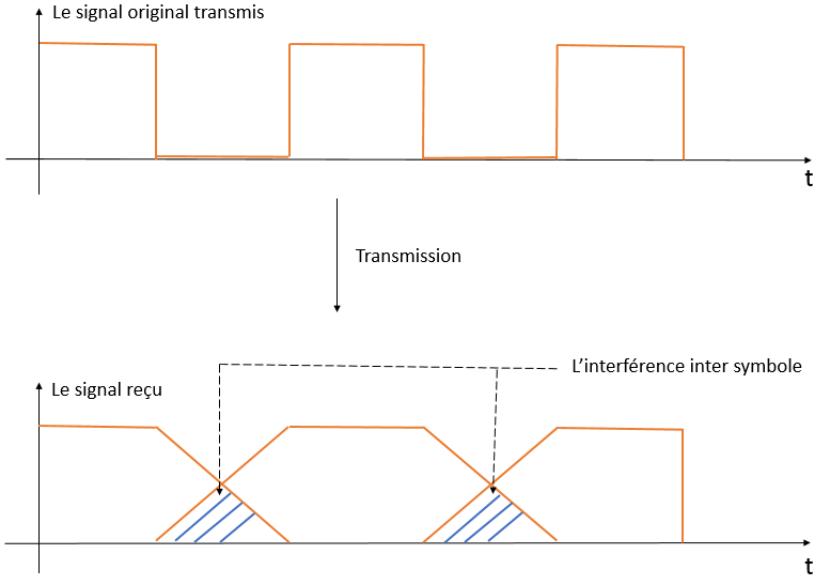

FIGURE I.3 – Représentation de phénomène d'IIS.

- **L'Interférence Inter-Symbole (IIS)**
  L'Interférence Inter-Symbole est un phénomène perturbant qui distord le signal émis. Cette forme de distorsion résulte d'un chevauchement entre deux symboles successifs. Ce chevauchement est due à plusieurs facteurs tels que le phénomène de multi-trajets, les retards et la largeur de bande limitée du canal de transmission. La figure I.3 illustre ce phénomène de IIS.
- **L'interférence co-canal**
  L'interférence co-canal est un phénomène se produisant lorsque plusieurs émetteurs de radio utilisent la même fréquence. Ce problème est très fréquent dans les systèmes de réseaux de première, deuxième et troisième génération.
- **La transmission par trajets multiple**
  La transmission par trajets multiple se trouve dans les communications mobiles pour lesquelles le signal transmis rencontre sur son chemin des obstacles tels que bâtiments, montagnes, etc. (figure I.2). Le signal émis subit des phénomènes physiques décrits auparavant (la réflexion, la réfraction, la diffraction) et est, par la suite, propagé par différents chemins. Ce phénomène de trajets multiple génère des déformations et des atténuations du

signal initialement émis.

I.3 Les modulations mono-porteuse

La modulation consiste à adapter le signal numérique à émettre au canal de transmission sur lequel il sera émis. La modulation sert à modifier une ou plusieurs grandeurs d'une onde porteuse centrée sur la bande de fréquence du canal. Différentes modulations numériques sont proposées dans la littérature suivant le paramètre modifié.

Dans la suite, nous présentons les modulations numériques les plus utilisées dans les télécommunications.

I.3.1 Principe de modulation numérique

Le modèle d'un système de modulation numérique est représenté sur la figure I.4. Sur cette figure, am_k et bm_k représentent la modulation au sens que (am_k, bm_k) sont les cordonnées d'un symbole dans la constellation.

Un signal en bande de base $a(t)$, appelé signal modulant, est défini comme suit

$$a(t) = \sum_k a_k g(t - kT_s) \tag{I.1}$$

avec T_s la durée d'émission d'un symbole, $a_k = am_k + jbm_k$ et $g(t)$ est la forme d'onde prise en considération dans l'intervalle $[0, T_s[$.

Ceci peut aussi se réécrire sous la forme

$$a(t) = \sum_k a_k(t) \tag{I.2}$$

avec $a_k(t) = a_k g(t - kT_s)$.

Le signal à la sortie de la modulation, appelé signal modulé, est noté $s(t)$ et est défini par :

$$s(t) = \mathrm{Re}\left[a(t)e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}\right] \tag{I.3}$$

où $\mathrm{Re}[.]$ désigne la partie réelle, et où $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ et φ_0 sont respectivement la fréquence de la porteuse et sa phase.

Équation (I.3) peut-être réécrit comme suit :

$$s(t) = am(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0) - bm(t)\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{I.4}$$

avec

$$\begin{cases} am(t) = \sum_k am_k g(t - kT_s) = \sum_k am_k(t) \\ bm(t) = \sum_k bm_k g(t - kT_s) = \sum_k bm_k(t) \end{cases} \tag{I.5}$$

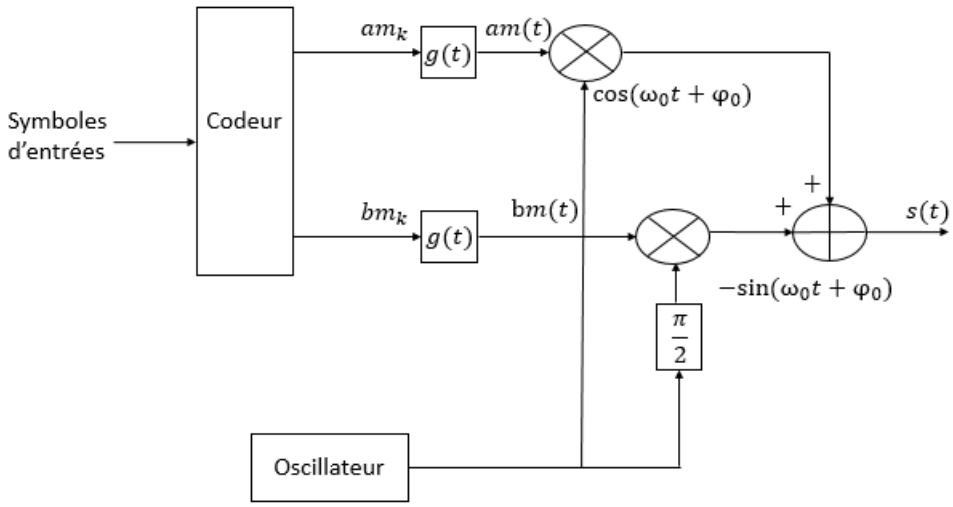

FIGURE I.4 – Modèle global d'une modulation numérique.

I.3.2 Modulation à saut d'amplitude (Amplitude Shift Keying - ASK)

Dans la modulation à saut d'amplitude (Amplitude Shift Keying (ASK)), seule la porteuse en phase $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ apparaît, la porteuse en quadrature n'existe pas de point ($bm_k = 0$). Cette modulation est appelée aussi mono dimensionnelle.

Le signal modulé s'écrit donc :

$$s(t) = \sum_k am_k g(t - kT_s)\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{I.6}$$

Selon la taille M de l'alphabet, nous avons deux cas possibles :

- Si $M = 2$, dans ce cas, la modulation est binaire ou 'tout ou rien' (On Off Keying (OOK)). La constellation de la modulation d'amplitude par tout ou rien est présentée dans la figure I.5.
- Si $M > 2$, dans ce cas la modulation est appelée modulation à M états, ce type de modulation est symétrique. Les constellations de 2-ASK et 4-ASK sont présentées dans la figure I.6.

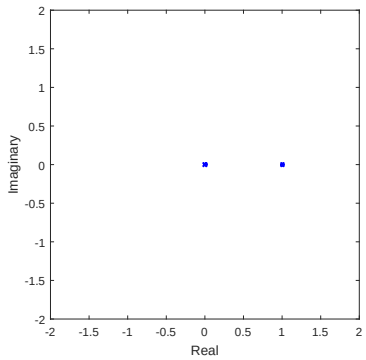

FIGURE I.5 – Constellation d'une modulation OOK

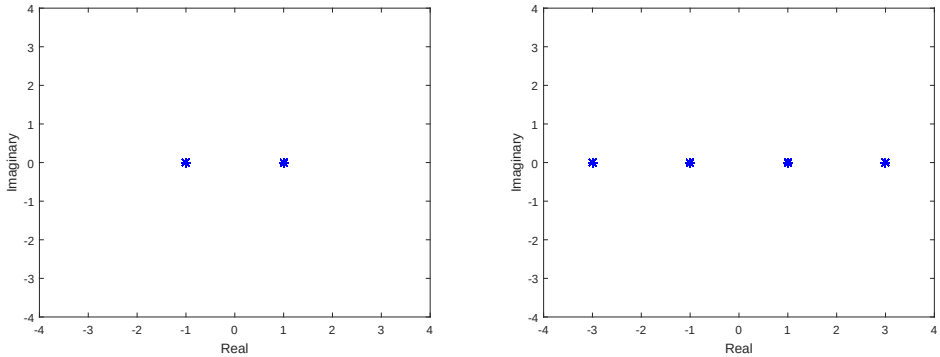

FIGURE I.6 – Les constellations 2-ASK et 4-ASK.

I.3.3 Modulation à saut de phase (Phase Shift Keying - PSK)

Dans le cas de la modulation à saut de phase (Phase Shift Keying (PSK)) le module de a_k est unitaire, ainsi $a_k = e^{i\varphi_k}$ et

$$\begin{cases} am_k = \cos(\varphi_k) \\ bm_k = \sin(\varphi_k) \end{cases} \tag{I.7}$$

Les symboles de la constellation PSK sont ainsi disposés sur un cercle. Pour M donné, l'ensemble des phases possibles est :

$$\begin{cases} \varphi_k = \dfrac{\pi}{M} + k\dfrac{2\pi}{M} \text{ si } M > 2 \\ \varphi_k = 0 \text{ ou } \pi \; si \; M = 2 \end{cases} \tag{I.8}$$

Les constellations 4-PSK et 8-PSK, ainsi que les constellations 16-PSK et 32-PSK sont représentées, respectivement, sur les figures I.7 et I.8.

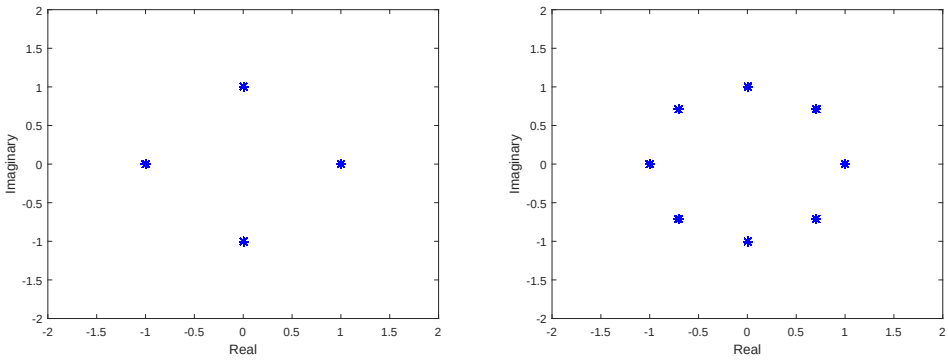

FIGURE I.7 – Les constellations des modulations 4-PSK et 8-PSK.

PSK est utilisée dans la technologie sans fil telle que la norme de réseau local sans fil, IEEE 802.11b et elle est également utilisée dans les systèmes de transmission de signaux dans l'armée.

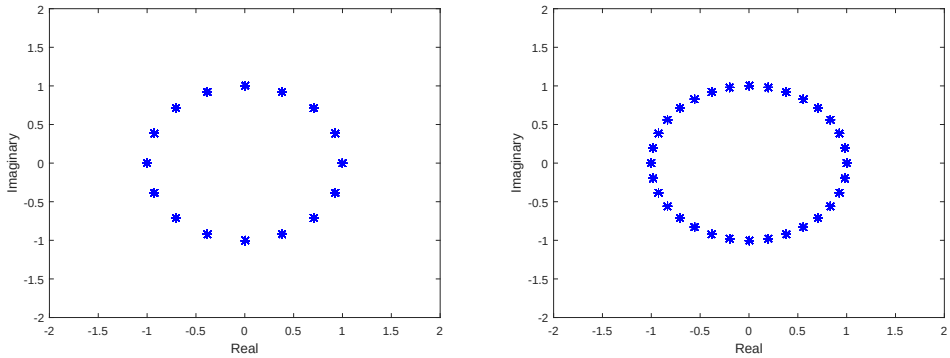

FIGURE I.8 – Les constellations des modulations 16-PSK et 32-PSK.

I.3.4 Modulation à saut de fréquence(Frequency Shift Keying - FSK)

La modulation à saut de fréquence est aussi souvent appelée en anglais Frequency Shift Keying (FSK). Le signal modulé est donné par :

$$s(t) = \mathrm{Re}\left(e^{j\varphi(t)} e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}\right) \tag{I.9}$$

Une caractéristique de la modulation FSK est que son enveloppe est constante. La fréquence instantanée $f(t)$ du signal $s(t)$ est obtenue par la dérivation de la phase $2\pi f_0 t + \varphi(t)$ par rapport au temps, donc

$$f(t) = f_0 + \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi(t)}{dt} \tag{I.10}$$

La figure I.9 illustre la mise en oeuvre de cette modulation FSK pour une séquence de données binaires ([0 1 0 1 1 1 0]). Deux porteuses sont définies : une porteuse (P1) de fréquence ($fp1 = 3HZ$) et une porteuse (P2) de fréquence ($fp2 = 1HZ$). Sur cet exemple le niveau logique "1" est représenté par P1, le niveau logique "0" est représenté par P2.

I.3.5 Modulation en quadrature d'amplitude (Quadrature Amplitude Modulation - QAM)

La modulation en quadrature d'amplitude (Quadrature Amplitude Modulation (QAM)) est une modulation bidimensionnelle. Les symboles à la sortie de

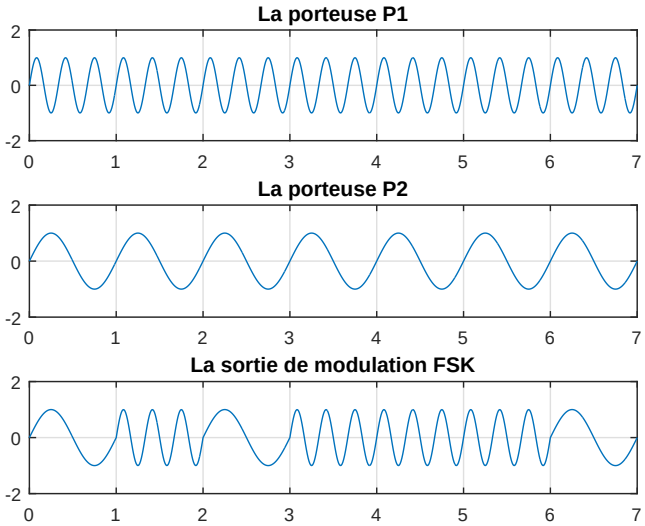

FIGURE I.9 – Exemple de modulation FSK

cette modulation sont donnés par :

$$a_k = A_k e^{j\varphi_k} \tag{I.11}$$

avec $A_k = |a_k| = \sqrt{am_k^2 + bm_k^2}$ et $\varphi_k = \arg(a_k)$. Le signal modulé s'écrit comme suit :

$$s(t) = \mathrm{Re}\left(A_k e^{j\varphi_k} e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}\right) \tag{I.12}$$

Il apparaît que la modulation QAM est la généralisation des modulations ASK et PSK. Les constellations de 4-QAM et 8-QAM ainsi que les constellations 16-QAM et 64-QAM sont présentées respectivement sur les figures I.10 et I.11.

Pour les applications de diffusion domestiques par exemple, 64-QAM et 256-QAM sont souvent utilisées dans des applications de télévision par câble et modem câble numérique.

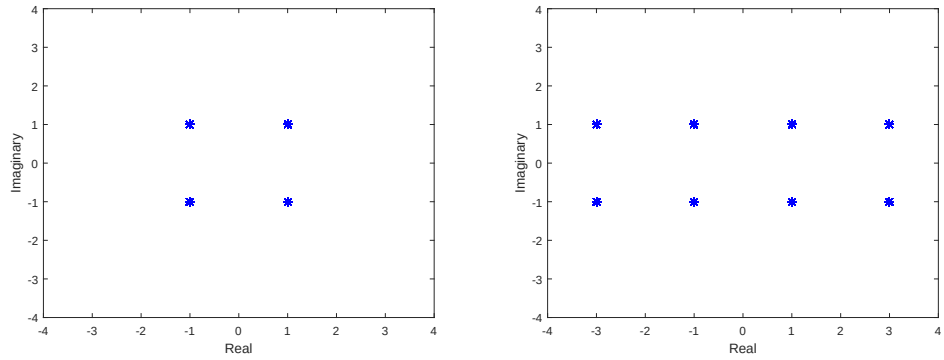

FIGURE I.10 – Les constellations des modulations 4-QAM et 8-QAM.

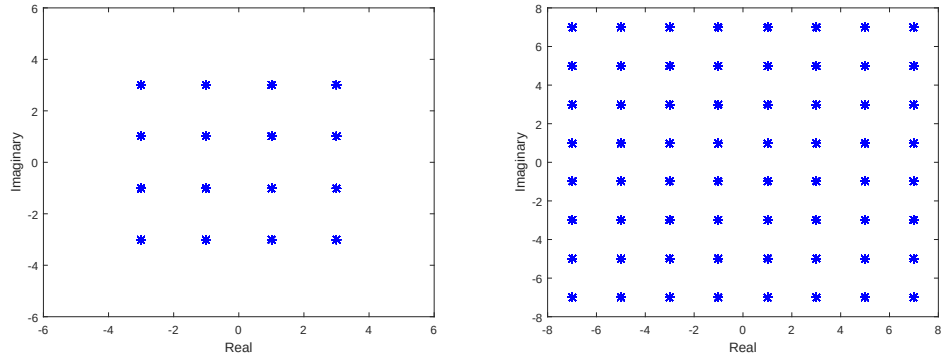

FIGURE I.11 – Les constellations des modulations 16-QAM et 64-QAM.

I.4 Modélisation des canaux de transmission

I.4.1 Modélisation sous forme de filtre à réponse impulsionnelle finie

L'ensemble des phènomènes attenant au canal de communication et discuté auparavant (bruit, trajets multiple, IIS, etc.) permettent une modélisation sommaire du canal comme présenté sur la figure I.12. Le canal est ici supposé pouvoir être modélisé par un filtre à réponse impulsionnelle finie. Les paramètres de ce filtre sont à valeurs complexes et sont notés h_i pour $i \in [1; L_h - 1]$. L_h est la taille du canal. Le filtre est défini, avec l'opérateur z^{-1}, par

$$H(z) = \sum_{k=0}^{L_h-1} h_k z^{-k} \tag{I.13}$$

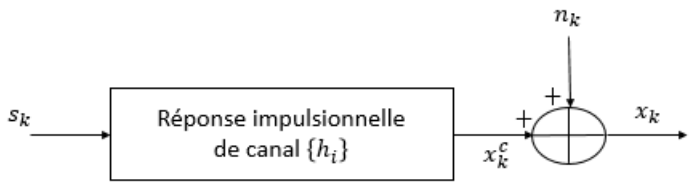

FIGURE I.12 – Le modèle de canal de transmission.

Pour cette modélisation, $\{n_k\}$ est un bruit additif indépendant de la séquence $\{s_k\}$ et de variance finie σ_n^2. Sachant que $\{s_k\}$ est une séquence échantionée de signal $s(t)$ à la cadence T_e, qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$s_k = s(t)\delta_{T_e}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(t)\delta(t - kT_e) \tag{I.14}$$

où $\delta(t)$ est impulsion de Dirac.

La sortie du canal x_k s'exprime ainsi comme suit :

$$\begin{aligned} x_k &= x_k^c + n_k \\ &= \sum_{i=0}^{L_h-1} h_i s_{k-i} + n_k \end{aligned} \tag{I.15}$$

I.4.2 Canal à bruit blanc additif gaussien

Le canal à bruit additif gaussien est plus souvent désigné sous l'appelation AWGN pour Additive White Gaussian Noise. Ce type de modélisation simplifiée est utilisé pour l'examen des schémas de modulation. Les données ne subissent aucune perte d'amplitude et aucune distorsion de phase, elles sont en revanche altérées par un bruit blanc gaussien, on a ainsi

$$x_k = s_k + n_k \tag{I.16}$$

où n_k est le bruit blanc gaussien, s_k est le symbole d'entrée, et x_k est la sortie du canal.

I.4.3 Canal subissant l'évanouissement

Ce type de canal s'adapte à la plupart des applications de télécommunication moderne. Le modèle du canal est représenté sur la figure I.13, le signal reçu est

représenté de la manière suivante :

$$x_k = \alpha_k s_k + n_k \tag{I.17}$$

avec α_k une variable aléatoire complexe de moyenne nulle. Plusieurs distributions peuvent être associées à cette variable aléatoire. Nous nous concentrons dans la suite sur la distribution de Rayleigh et la distribution de Rician.

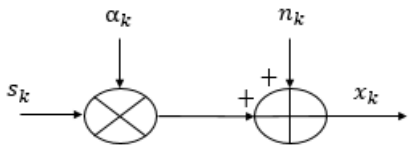

FIGURE I.13 – Modélisation des canaux de Rayleigh et de Rice

Modèle de Rayleigh

Le principe de cette distribution est de modéliser l'enveloppe des données de réception en tant que variables aléatoires. Cette distribution est utilisée pour l'évanouissement plat et elle convient dans la situation où il n'y a pas de ligne de visée entre l'émetteur et le récepteur. L'équation (I.17) peut être réécrite comme suit :

$$x_k = \sum_{j=1}^{N_t} \alpha_k^j s(kT_s - \tau_k^j) + n_k \tag{I.18}$$

où N_t est le nombre de trajets dans le canal de Rayleigh, α_k^j et τ_k^j sont respectivement les facteurs de gain et le retard du trajet spécifique j.

L'équation précédente peut être réécrite comme suit :

$$x_k = \cos(2\pi f_c) I_k - \sin(2\pi f_c) Q_k + n_k \tag{I.19}$$

où f_c est la fréquence du signal de la porteuse sinusoïdale. I_k et Q_k sont des paramètres de moyenne nulle et de variance σ^2. En ces termes, l'amplitude de l'enveloppe complexe reçue $r_k = \left|\alpha_k^j\right| = \sqrt{I_k^2 + Q_k^2}$. Pour la modèle de Rayleigh, la fonction de distribution de cette enveloppe est :

$$P(r) = \frac{r^2}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right);\ r \geqslant 0 \tag{I.20}$$

où $E\{r^2\} = 2\sigma^2$.

Modèle de Rice

Le canal de Rice est approprié dans le cas où il y a une ligne de visée entre l'émetteur et le récepteur. Dans ce cas, les paramètres I_k et Q_k sont des processus aléatoires gaussiens de même variance σ^2 mais avec des moyennes non nulles m_k^I et m_k^Q. Pour la modèle de Rice, la fonction de distribution de l'enveloppe $r_k = \left|\alpha_k^j\right| = \sqrt{I_k^2 + Q_k^2}$ est :

$$P(r) = \frac{r^2}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2 + \partial^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{r\partial}{\sigma^2}\right); r \geqslant 0 \tag{I.21}$$

où $\partial^2 = m_I^2 + m_Q^2$ est un paramètre de non-centralité et $I_0(.)$ est la fonction de Bessel modifiée de l'ordre 0 suivante :

$$I_0(r) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cosh(r\sin\xi)d\xi = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \exp(r\sin\xi)d\xi \tag{I.22}$$

L'équation (I.21) peut être écrite comme suit :

$$P(r) = \begin{cases} \frac{r^2\exp(K)}{\sigma^2}\exp(\frac{-r^2}{2\sigma^2})I_0\left(\frac{r\sqrt{2K}}{\sigma^2}\right); r \geqslant 0 \\ \\ 0;\ r < 0 \end{cases} \tag{I.23}$$

où $K = \frac{\partial^2}{2\sigma^2}$ est appelé facteur de Rice.

Effet Doppler

Dans le contexte des canaux à trajets multiple, le déplacement du corps du récepteur provoque un phénomène d'étalement du spectre du signal, qui peut être modélisé sous différents modèles (Clarce, etc.). Ce phénomène est connu sous le nom d'effet Doppler. Cet élargissement du signal se traduit par un décalage de fréquence. Ce facteur de décalage (f_d) est appelé le décalage de fréquence Doppler.

$$f_d = \frac{v}{\lambda}\cos\xi = f_m\cos\xi \tag{I.24}$$

où v est la vitesse du corps du récepteur, λ est la longueur d'onde, ξ est l'angle entre la direction de déplacement du corps du récepteur et l'incident du signal. $f_m = \frac{v}{\lambda}$ est le décalage maximal de fréquence Doppler qui se produit lorsque le déplacement du corps du récepteur et l'incident du signal ont la même direction.

I.5 Système OFDM

Dans les dernières années, plusieurs travaux et développements ont été réalisés sur les réseaux de télécommunications câblées. Dans le début, seules les communications des données à bas débits existaient pour les utilisateurs mobiles. Après cela, les systèmes de communications multimédias à large bande sans fils sont devenus une nécessité dans les secteurs publics et privés. La transmission des données à l'aide de système de communication multimédia sans fils à large bande (WBMCS) se fait spécifiquement par le réseau mobile sans fils. Cependant, le réseau mobile sans fils ne satisfait pas une qualité de service (QoS) élevée comme celui requis dans les réseaux filaires. En effet, il a un caractère de trajets multiple ce qui provoque le phénomène d'interférences inter-symboles(ISI), qui à son tour aboutit à une diminution significative des performances de ce type de réseau. Pour concevoir un système WBMC, il est indispensable d'employer une transmission à haut débit. Pour dépasser les problèmes de transmission sans fils et pour atteindre le WBMC, la technique de multiplexage par répartition en fréquence orthogonale (OFDM) est introduite dans une chaîne de communication. L'OFDM est considérée comme la plus importante technologie des transmissions multi-porteuses, grâce à sa capacité à dépasser certains problèmes tels que l'évanouissement sélectif en fréquence et les interférences inter-symboles.

À la fin des années 1950, les premières études sur le multiplexage par répartition en fréquence (FDM) ont été introduites. D'autres développements ont été fournis pour la FDM, au milieu des années 1960 ([28], [84]). Cependant, avec FDM, un certain chevauchement apparaît entre les sous canaux, donc il est nécessaire de l'éviter pour dépasser le problème d'interférences entre les canaux. L'une des solutions pour dépasser ce dernier problème, sert à utiliser en même temps des signaux parallèles et FDM avec des canaux qui se chevauchent. Pour implémenter cette solution, une technique de modulation multi-porteuse chevauchante est mise en œuvre et qui nous permet d'économiser un bon pourcentage de la bande passante. La figure I.14 expose la différence entre le spectre OFDM et le spectre FDM. Pour accomplir cette technique, les différentes porteuses modulées doivent être mathématiquement orthogonales. C'est la technologie 'Orthogonal

Frequency Division Multiplexing' (OFDM).

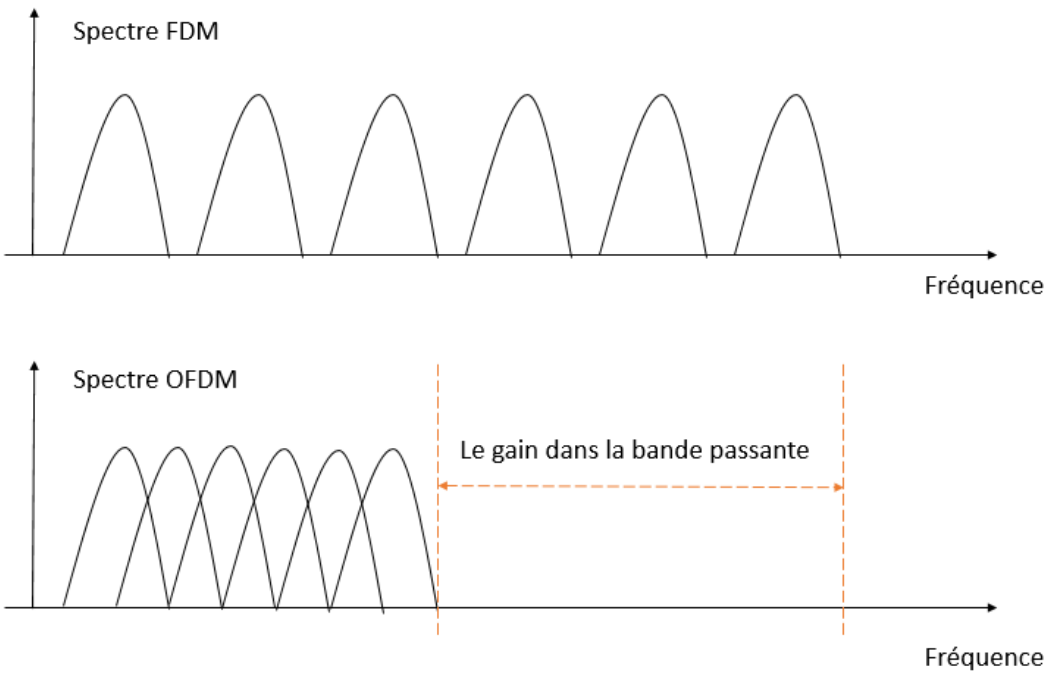

FIGURE I.14 – La différence entre le spectre OFDM et le spectre FDM.

Dans ce cadre, des études et des analyses ont été faites sur un processus de transmission à porteuses multiple qui ont la caractériqtique d'être orthogonales. La figure I.15 montre l'orthogonalité de quatre sous-porteuses dans un système OFDM.

I.5.1 Principe de l'OFDM

L'OFDM est un processus de propagation des données, qui traite les données parallèlement, contrairement aux systèmes monoporteuses qui modulent l'information sur une seule porteuse à un débit élevée.

Cette nouvelle technique sert à propager sur N sous-porteuses modulées à un débit faible, en divisant une large bande de fréquence en N sous bandes, et chaque sous bande est associée à une sous-porteuse. Par la suite, la bande passante de chaque sous-porteuse sera faible par rapport à la bande passante de cohérence

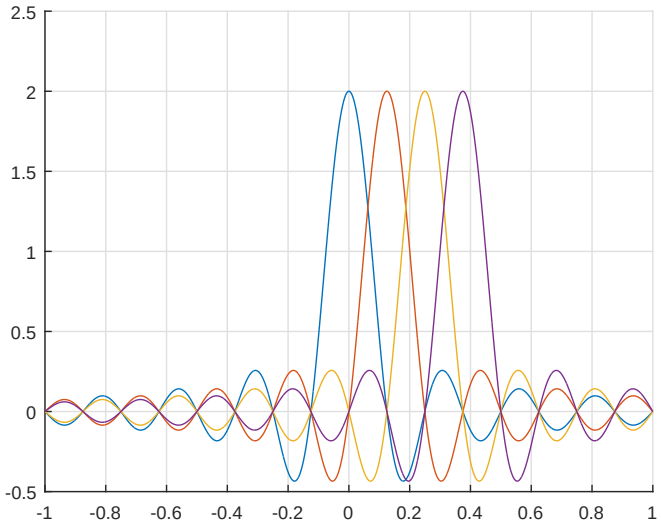

FIGURE I.15 – Orthogonalité de quatre sous-porteuses dans un système OFDM.

du canal. Cela rend qu'un évanouissement plat agit sur les sous canaux ce qui facilite énormément l'égalisation.

I.5.2 La notion d'orthogonalité

L'OFDM a une caractéristique importante qui est l'orthogonalité entre les sous-porteuses. En effet, l'efficacité spectrale du système OFDM dépend du choix de l'espacement entre les sous-porteuses. Dans ce cadre, nous avons deux cas possibles :

- Cas où l'espacement entre les sous-porteuses est petit, un grand chevauchement se produit, qui provoque à son tour l'interférence inter-symboles et diminue par la suite l'efficacité spectrale.
- Cas où l'espacement entre les sous-porteuses est grande, donc la nécessité d'une grande bande passante pour garantir le même débit de transmission et par la suite diminue l'efficacité spectrale.

D'où, l'importance de l'orthogonalité entre les sous-porteuses qui assure une efficacité spectrale optimale tout en garantissant en même temps un rapprochement le plus possible entre les sous-porteuses et une absence d'interférence entre les données (voir la figure I.15).

Si on pose la k^{ieme} sous-porteuse :

$$\psi_k(t) = e^{j2\pi f_k t} \tag{I.25}$$

où $f_k = f_0 + k\Delta f$, f_0 représente la fréquence de la sous-porteuse originale, f_k représente la fréquence de la sous-porteuse d'indice k et Δf représente l'écart fréquentiel entre deux sous-porteuses voisines. Alors les sous-porteuses du système OFDM doivent vérifier la condition d'orthogonalité suivante :

$$\begin{cases} \int_0^{T_s} \psi_j(t)\psi_i^*(t)dt = 0 \text{ si } i \neq j \\ \int_0^{T_s} \psi_j(t)\psi_i^*(t)dt = 1 \text{ si } i = j \end{cases} \tag{I.26}$$

I.5.3 Le signal OFDM

Dans cette partie, nous décrivons les différentes étapes d'une transmission OFDM, tout en étudiant en même temps la chaîne de transmission OFDM (émetteur OFDM et récepteur OFDM) et le signal OFDM.

Emetteur OFDM

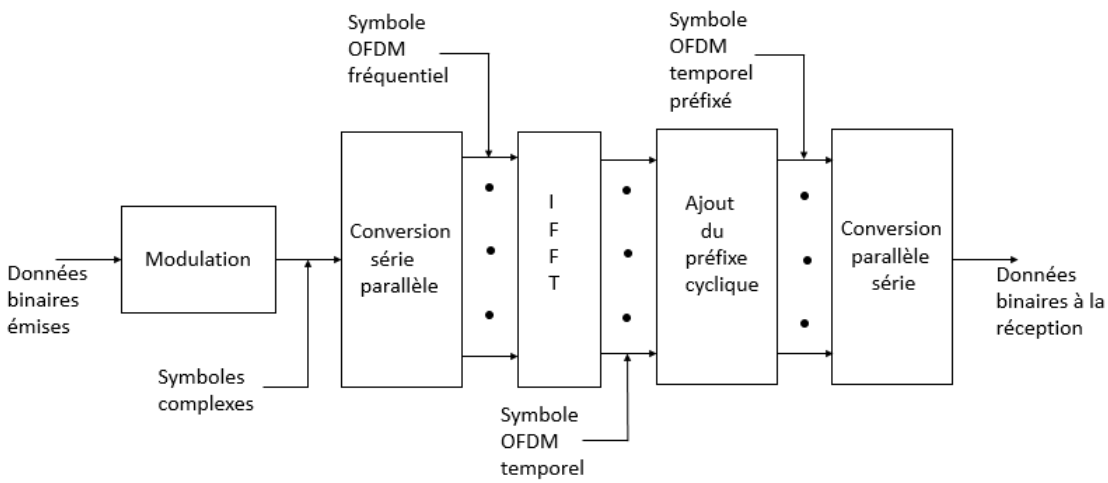

FIGURE I.16 – Schéma de fonctionnement d'un émetteur OFDM.

Le schéma de fonctionnement I.16 montre les différents éléments qui constituent la partie de l'émetteur de la chaîne de transmission OFDM. Tout d'abord, une séquence de données binaires $\{a_k\}$ est modulée par une modulation mono-porteuse qui peut être QAM, PSK ou ASK, pour obtenir des symboles complexes $\{s_k\}$ de durée T et de taille M de la constellation de la modulation mono-porteuse utilisée. Après, ces symboles sont regroupés en blocs $\{S_p\}$ de taille N à l'aide d'un convertisseur série-parallèle. Chaque p^{ieme} bloc $\{S_p\}$ est de durée $T_s = N * T$ et qui peuvent être écrits comme suit :

$$S_p = [s_{0,p}, ..., s_{1,p}]^T \ ; \ p = 1, 2..., P \tag{I.27}$$

Par la suite, chaque trame est modulée par la transformée de Fourier inverse en utilisant la technique de transformée de Fourier inverse rapide (IFFT), pour obtenir des blocs dans le domaine temporel $X_p = [x_{0,p}, x_{1,p}, ..., x_{N-1,p}]^T$. Les éléments de X_p sont déterminés comme suit :

$$x_{n,p} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s_{k,p} e^{\frac{j2\pi kn}{N}} \ ; \ 0 \leqslant n \leqslant N-1 \tag{I.28}$$

L'IFFT permet de transformer les trames OFDM du domaine fréquentiel au domaine temporel pour qu'elles puissent se propager à travers un canal de transmission. L'IFFT est un algorithme hautement efficace et rapide, basé sur l'IDFT et permet de réduire le temps de calcul. La matrice de la transformée de Fourier discrète F_N est constituée par des éléments en exponentiels :

$$F_N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & e^{-j2\pi/N} & \cdots & e^{-j2\pi(N-1)/N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j2\pi(N-1)/N} & \cdots & e^{-j2\pi(N-1)^2/N} \end{bmatrix} \tag{I.29}$$

Ensuite, un intervalle de garde est inséré entre les symboles OFDM propagés successivement. Il est ajouté à chaque début de trame, ce qui prolonge la durée du symbole OFDM qui dévient $T_s = T_g + T_u$, avec T_g est la durée de l'intervalle de garde et T_u est la durée de symbole OFDM original.

Cette opération se fait par la copie de N_g derniers symboles du bloc OFDM et l'insérer ensuite au début du bloc, ceci est illustré dans la figure I.17.

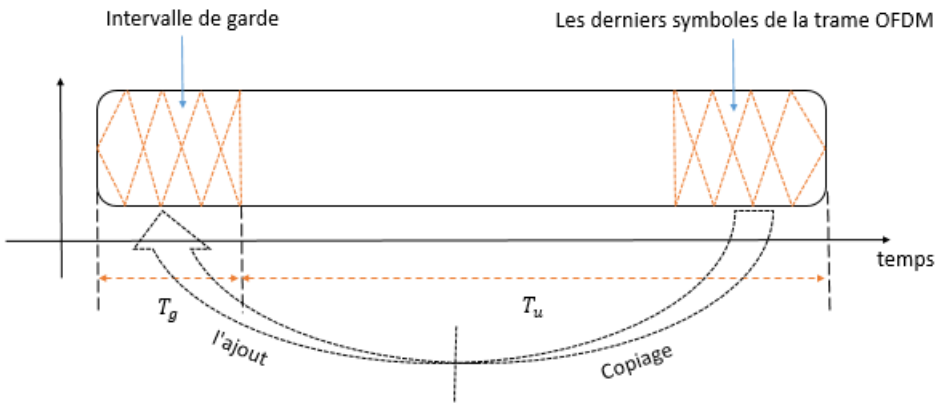

FIGURE I.17 – Exemple de symbole OFDM avec un intervalle de garde.

L'objectif d'utiliser l'intervalle de garde est d'éviter les interférences inter-symboles et le problème de multi-trajets. Pour que cette utilisation de préfixe cyclique soit parfaite et efficace, il faut que sa durée soit inférieure à la durée du retard maximal résultant du canal de transmission ([6]). Les deux figures (I.18 et I.19) montrent bien l'intérêt du préfixe cyclique dans le cas où il y a deux trajets, sachant que l'un d'eux est en retard par rapport à l'autre. Grâce au préfixe cyclique, les interférences inter-symboles sont éliminées et la récupération des données d'origine est bien effectuée.

Suite à l'insertion du préfixe cyclique, un convertisseur parallèle-série prépare les données préfixées pour la transmission à travers le canal.

Récepteur OFDM

Le schéma de fonctionnement, figure I.20, donne les différents éléments constitutifs de la partie réceptrice de la chaîne de transmission OFDM. Les données à la sortie du canal sont envoyées au convertisseur série-parallèle pour que ce dernier les prépare au système qui élimine l'intervalle de garde des symboles OFDM préfixés. Par la suite, les symboles OFDM $Y_p = [y_{0,p}, y_{1,p}, ..., y_{N-1,p}]^T$ sont démodulés

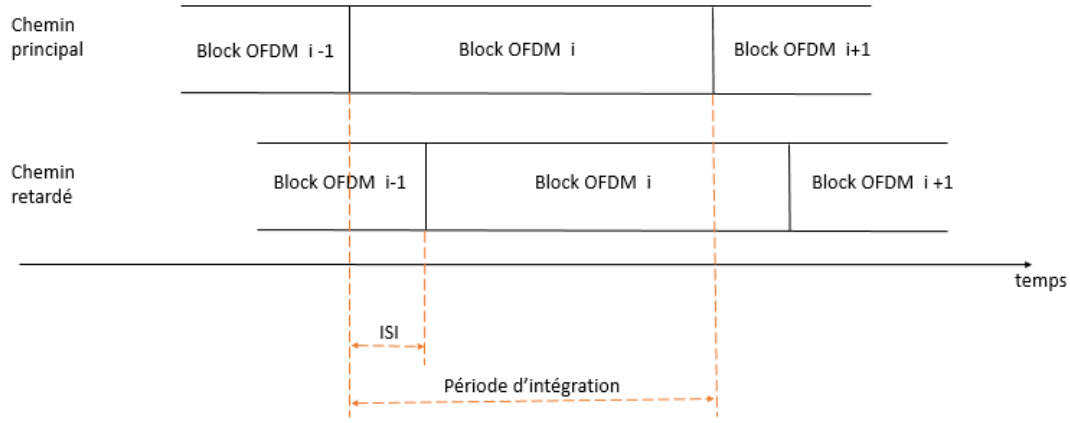

FIGURE I.18 – Émission des symboles OFDM sans intervalle de garde dans un canal à trajets multiple.

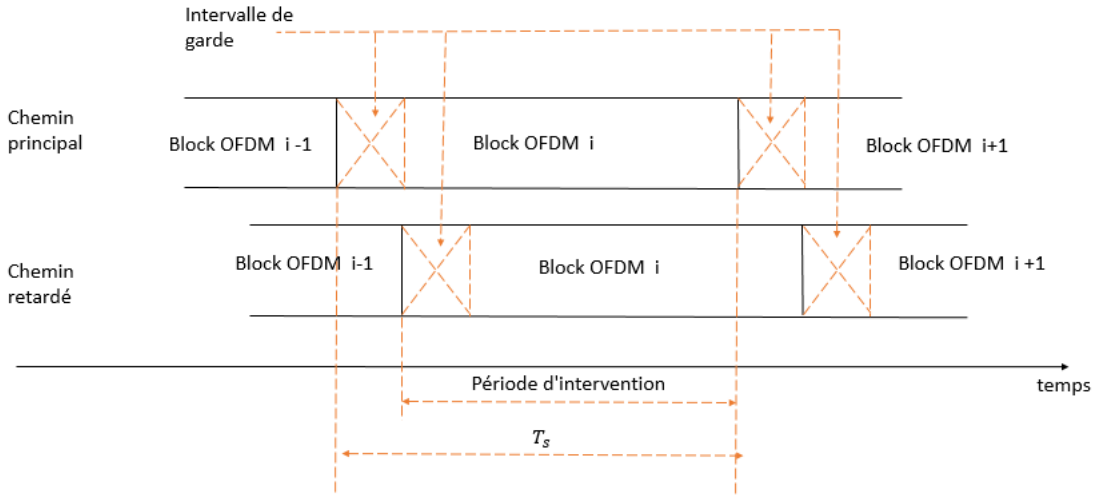

FIGURE I.19 – Émission des symboles OFDM avec intervalle de garde dans un canal à trajets multiple .

et convertis dans le domaine fréquentiel à l'aide de la FFT, pour donner finalement des blocs $Z_p = [z_{0,p}, z_{1,p}, ..., z_{N-1,p}]^T$. Les éléments de Z_p sont déterminés comme suit :

$$z_{n,p} = \sum_{k=0}^{N-1} y_{k,p} e^{\frac{-j2\pi kn}{N}} \ ; \ 0 \leqslant n \leqslant N-1 \tag{I.30}$$

Afin de récupérer les données émises à la réception, les symboles OFDM fré-

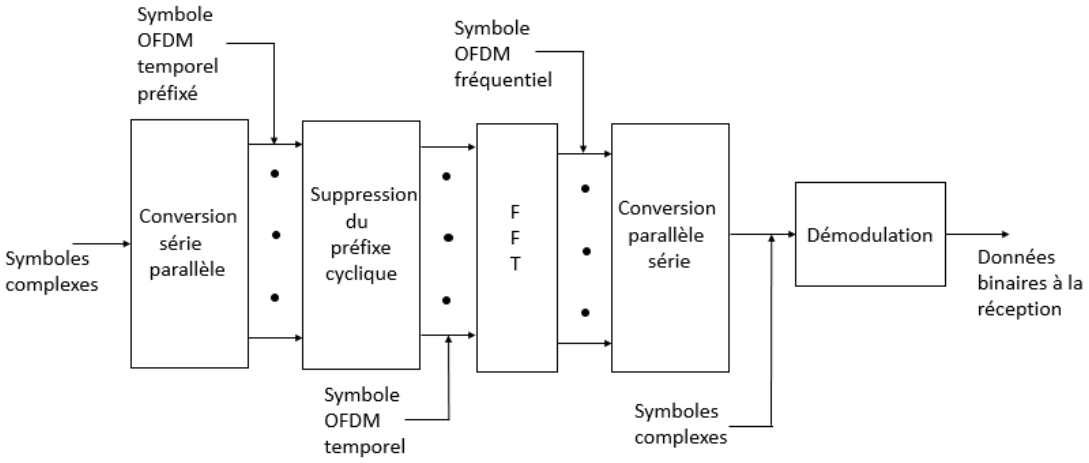

FIGURE I.20 – Schéma de fonctionnement de récepteur OFDM.

quentiels à la sortie de la FFT sont démodulés par une démodulation mono-porteuse.

I.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un aperçu général sur une chaîne de transmission numérique. Tout d'abord, nous avons présenté un système de communication en détaillant les modes de transmission et les différents éléments de cette chaîne. Ensuite, différentes modulations ont été présentées et une modélisation sommaire des canaux a été décrite. Enfin, le principe des systèmes OFDM a été présenté. L'objectif du chapitre suivant est de se focaliser sur le problème d'égalisation, opération permettant une compensation des distortions induites par un canal de transmission.

Chapitre II

Un état de l'art sur l'égalisation aveugle pour les modulations monoporteuses

Sommaire

II.1 Introduction 49

II.2 Structure des égaliseurs 49

II.2.1 Égaliseurs linéaires 50

II.2.2 Égaliseurs non linéaires 51

II.3 Estimation des paramètres de l'égaliseur 51

II.3.1 Égalisation classique 52

Égaliseur basé sur le critère du maximum de vraisemblance (MV) 53

Égaliseur basé sur le critère de maximum a postériori (MAP) 53

Égaliseur basé sur le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne (MEQM) 54

Égaliseur basé sur le critère de forçage à zéro (ZF) . . 57

II.3.2 Égalisation aveugle 57

Algorithme de Sato 57

Algorithme de Godard 59

Algorithme de Benveniste-Goursat (BG) 60
Algorithme CMA (Constant Modulus Algorithm) . . . 60
Algorithme MMA (Multi-Modulus Algorithm) 61
Algorithme NCMA (Normalized Constant Modulus Algorithm) 63
Algorithme CNA (Constant Norm Algorithm) 64
Les algorithmes basés sur SQD (Stochastic Quadratic Distance) 66
II.4 Conclusion 69

II.1 Introduction

Nous traitons dans ce chapitre le problème de l'égalisation aveugle des canaux de transmission. Ce chapitre se place dans le cadre où la propagation des données se fait à travers des canaux SISO (Single Input Single Output) et pour une modulation monoporteuse.

Les principales structures d'égaliseur utilisées en télécommunication sont présentées dans le paragraphe II.2. Les principaux algorithmes d'égalisation classique sont présentés dans le paragraphe II.3.1, ceux pour l'égalisation aveugle sont présentés dans le paragraphe II.3.2.

II.2 Structure des égaliseurs

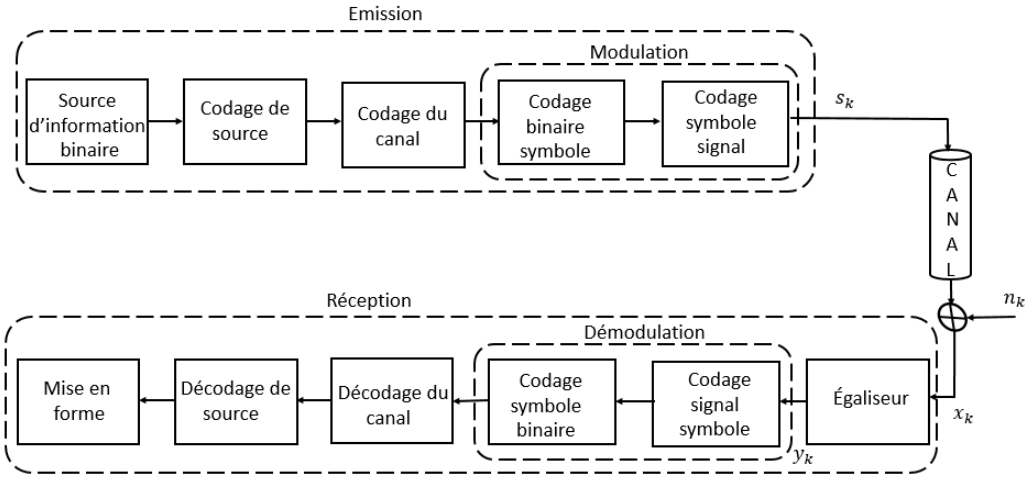

FIGURE II.1 – Schéma de fonctionnement d'un système de communication.

La figure II.1 représente la structure d'une chaîne de communication avec égaliseur. Rappelons que $\{s_k\}$ désigne l'entrée du canal. Cette séquence est supposée être une séquence constituée de symboles indépendants et identiquement distribués et de variance finie σ_s^2. Les éléments de cette séquence sont supposés appartenir à une constellation connue, notée $\mathbf{C_o}$, de type QAM, PSK ou ASK. Dans ce chapitre, nous nous focalisons sur la synthèse de l'égaliseur permettant la restitution de la séquence $\{s_k\}$, nous supposerons la synchronisation réalisée

par ailleurs (via des méthodes présentées dans [79] par exemple). $\{x_k\}$ désigne la séquence de sortie du canal, par cconséquent elle constitue l'entrée de l'égaliseur et $\{y_k\}$ est la séquence de sortie de l'égaliseur.

II.2.1 Égaliseurs linéaires

Les égaliseurs linéaires s'expriment sous forme de filtre linéaire : filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF) ou filtre à réponse impulsionnelle infinie (RII). Ce dernier est aussi connu sous le nom de filtre récursif.

Dans le cas d'un filtre à RII, $\hat{s}_k$ s'exprime sous la forme suivante :

$$\hat{s}_k = \sum_{i=0}^{L_w-1} w_i x_{k-i} - \sum_{i=1}^{N_p-1} f_i \hat{s}_{k-i} \tag{II.1}$$

où w_i et f_i sont respectivement les coefficients du numérateur et du dénominateur de la fonction de transfert du filtre RII. $L_w - 1$ et $N_p - 1$ sont respectivement les ordres du numérateur et du dénominateur. Il convient de rappeller que le filtre RIF est un cas particulier du filtre RII (pour $N_p = 1$).

Le filtre RIF est apprécié pour sa simplicité de mise en oeuvre et sa stabilité intrinsèque. Le filtre à IIR a l'avantage de pouvoir se substituer, avec peu de paramètres, à un filtre RIF avec un grand nombre de paramètres. Dans la suite, pour une raison de simplicité, seuls les filtre RIF seront considérés.

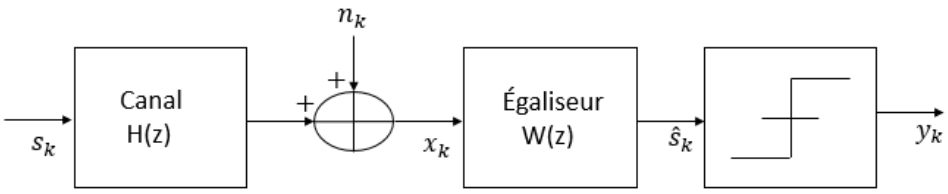

FIGURE II.2 – Structure d'un égaliseur linéaire.

La figure II.2 présente la mise en oeuvre d'un égaliseur linéaire. Il est à noter que le filtre est suivi d'un circuit de décision à seuils. Ce type de circuit permet la discrimination des valeurs discrètes sur $\hat{s}_k$ à l'aide de seuils. Ces seuils dépendent de la modulation utilisée. La sortie de ce circuit de décision est notée y_k, tel que $y_k \in \mathbf{C_o}$:

$$y_k = \mathbf{Q}(\hat{s}_k) \tag{II.2}$$

où la fonction de quantification $\mathbf{Q}(.)$ est définie par

$$\mathbf{Q}(y) = \underset{z \in \mathbf{C_o}}{\arg\min} \left\{ |z - y| \right\} \tag{II.3}$$

$\mathbf{Q}(y)$ correspond au symbole le plus proche de la constellation $\mathbf{C_o}$ de y.

Quelques solutions pour la détermination des paramètres w_i seront détaillées dans la section II.3.

II.2.2 Égaliseurs non linéaires

En terme d'égaliseur non linéaires, une extension de la structure précédente est l'égaliseur à retour de décision (Decision Feedback Equalizer - DFE) dont le schéma de principe est décrit sur la figure II.3.

Cette structure est composée de deux filtres :

- Un filtre linéaire direct $W(z)$, nommé aussi filtre avant.
- Un filtre linéaire de retour $Q(z)$, nommé aussi filtre arrière.

Une caractéristique de cet égaliseur est le fait que les échantillons passés de la sortie du circuit de décision sont réinjectés en sortie du filtre avant. Si w_i et f_i désignent respectivement les coefficients du filtre avant et du filtre arrière alors la sortie $\hat{s}_k$ s'exprime comme suit :

$$\hat{s}_k = \sum_{i=-N_{nl}+1}^{0} w_i x_{k-i} + \sum_{i=1}^{N_{nl}-1} f_i y_{k-i} \tag{II.4}$$

où N_{nl} est l'ordre du filtre.

On peut noter que si $\hat{s}_k$ est égal à y_k alors l'égaliseur à retour de décision équivaut à un simple filtre RII.

II.3 Estimation des paramètres de l'égaliseur

L'objectif de l'égalisation est de supprimer ou d'atténuer les effets du canal pour que les données émises par l'émetteur soient les mêmes au niveau du récepteur. Comme énoncé dans la section précédente, l'égaliseur est un filtre appliqué en sortie du canal. La conception de ce filtre est réalisé à partir d'informations

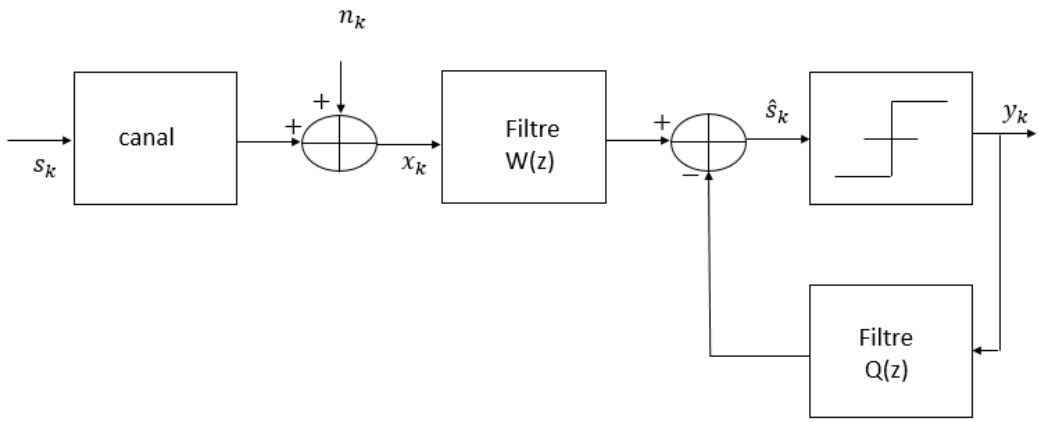

FIGURE II.3 – Égaliseur à Retour de Décision.

communes à l'émetteur et au récepteur. Selon la nature de ces informations communes on peut répartir les algorithmes d'égalisation en deux classes :

- Si ces informations consistent en une séquence prédéfinie, connue de l'émetteur et du récepteur alors on parle d'égalisation classique ou supervisée.
- Si ces informations sont des caractéristiques structurelles du signal généré par l'émetteur alors on parle d'égalisation aveugle ou non-supervisée (ou encore autodidacte).

II.3.1 Égalisation classique

En égalisation classique, une séquence connue de l'émetteur et du récepteur est envoyée à intervalle régulier. Cette séquence est une séquence dite d'apprentissage. Il y a plusieurs solutions pour insérer cette séquence au sein des données "utiles" ([91], [101]), deux d'entre elles sont : (1) l'égalisation par préambule qui consiste à introduire au début de chaque bloc à émettre une partie des données connue par le récepteur, (2) l'égalisation par pilotes répartis qui consiste à insérer des symboles de référence connue à certaines positions du bloc à émettre.

La conception des paramètres du filtre constituant l'égaliseur est réalisée sur la base de la connaissance de cette séquence d'apprentissage et sur la base de la minimisation (ou maximisation) d'un critère d'optimisation. Ce critère traduit, dans un sens, la qualité de l'égalisation.

Dans cette partie, nous examinons quatre critères couramment utilisés : le

critère du maximum de vraisemblance (MV), le critère du maximum a postériori (MAP), le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne (MEQM) et le critère de forçage à zéro (ZF).

Égaliseur basé sur le critère du maximum de vraisemblance (MV)

Le critère du maximum de vraisemblance permet de sélectionner à partir de la séquence reçue ($\{x_1,\ldots,x_N\}$), la séquence émise la plus probable, séquence notée par $\{s_1,s_2,\ldots,s_N\}^{MV}$. Le critère du maximum de la vraissemblance (MV) au sens de toute la séquence émise afin de trouver celle qui ressemble le plus à la séquence reçue.
Ce critère consiste en la maximisation de la probabilité conditionnelle $P_x(s_1 = a_1,\ldots,s_N = a_N\,|x_1,\ldots,x_N)$:

$$\{s_1,s_2,\ldots,s_N\}^{MV} = \underset{\{m_1,m_2,\ldots,m_N\}\in M^N}{\arg\max} P_x(s_1 = m_1,\ldots,s_N = m_N\,|x_1,\ldots,x_N) \qquad \text{(II.5)}$$

où N est la longueur de la séquence d'apprentissage, $\{x_i\}_{i=1\ldots N}$ est la séquence reçue et $\{m_i\}_{i=1\ldots N}$ est une séquence de taille N dont les échantillons peuvent prendre M valeurs possibles (les M valeurs de la constellation du signal émis).

La formulation de l'équation (II.5) peut être transformée via la loi de Bayes ([20]) en supposant que les symboles émis sont équiprobables. Dans ce cas, l'équation (II.5) peut être réécrite comme suit :

$$\{s_1,s_2,\ldots,s_N\}^{MV} = \underset{\{m_1,m_2,\ldots,m_N\}\in M^N}{\arg\max} P_x(x_1,\ldots,x_N\,|s_1 = m_1,\ldots,s_N = m_N) \qquad \text{(II.6)}$$

Dans ce critère, il est nécessaire à chaque séquence reçue, de calculer la distance entre celle-ci et toutes les M^N séquences émises possibles. Pour M et N grands l'implémentation de ce critère est coûteux en temps de calcul. Afin de réduire cette charge de calcul deux méthodes ont été proposées : une méthode basée sur l'algorithme de Viterbi (voir [40]) et une autre méthode qui consiste à calculer les métriques des séquences les plus probables (voir [101]).

Égaliseur basé sur le critère de maximum a postériori (MAP)

Un autre critère possible pour l'égalisation est le critère du Maximum a Postériori. Ce critère a été introduit en 1970 par Abend et Frichman dans [2]. Contrai-

rement au critère du maximum de vraisemblance qui maximise la vraisemblance au sens de toute la séquence émise, le critère du maximum a postériori maximise la vraisemblance au sens du symbole émis s_k. À partir de ce critère, on détecte le symbole s_k émis à l'instant k sachant la séquence reçue $x_1, x_2, \ldots, x_{k+D}$, où D est un retard qui est supposé supérieur au retard du canal.

L'optimisation du critère MAP sert à trouver le symbole s_k émis, dans l'alphabet des M symboles possibles du signal, qui maximiserait la probabilité conditionnelle $P_x(s_k = m\,|x_1, \ldots, x_{k+D})$:

$$s_k^{MAP} = \underset{a \in M}{\arg\max}\, P_x(s_k = m\,|x_1, \ldots, x_{k+D}) \tag{II.7}$$

Cette probabilité conditionnelle peut se réécrire comme suit :

$$P_x(s_k = m\,|x_1, \ldots, x_{k+D}) = \frac{P_x(x_1, \ldots, x_{k+D}\,|s_k = m) P_x(s_k = m)}{P_x(x_1, \ldots, x_{k+D})} \tag{II.8}$$

Une solution pour trouver les symboles de l'équation (II.8) de manière récursive est proposée dans [81].

Égaliseur basé sur le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne (MEQM)

Pour l'égalisation au sens du minimum de l'erreur quadratique moyenne, le critère à minimiser est :

$$J_{MEQM} = E\left\{|\hat{s}_k - s_k|^2\right\} \tag{II.9}$$

où $E\{.\}$ est l'espérance mathématique.

Dans le cas d'un égaliseur paramétré par un filtre RIF, $\hat{s}_k$ est de la forme

$$\hat{s}_k = \phi_k^T \theta \tag{II.10}$$

avec $(.)^T$ désigne le transposé conjugué, θ est le vecteur de paramètres et ϕ_k est le vecteur d'observation tels que

$$\theta = \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_{L_w-1} \end{pmatrix} \text{ et } \phi_k = \begin{pmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ \vdots \\ x_{k-L_w+1} \end{pmatrix} \tag{II.11}$$

L'objectif est d'estimer le vecteur de paramètres qui minimise le critère (II.7).

$$\theta_{MEQM} = \arg\min_{\theta} \{J_{MEQM}\} \tag{II.12}$$

Si la séquence de bruit $\{n_k\}$ est un bruit blanc de moyenne nulle et de variance σ_n^2 alors la minimisation de l'équation (II.12) aboutit à la solution de Wiener suivante :

$$\theta_{MEQM} = \left(\sigma_s^2 \tilde{H}^T \tilde{H} + \sigma_n^2 I_{L_w}\right)^{-1} \sigma_s^2 \tilde{H}^T e_{d_r} \tag{II.13}$$

avec I_{L_w} est la matrice identité de dimension L_w, e_{d_r} est un vecteur colonne de dimension $L_w + L_h - 1$ contenant des 0 partout excepté à l'indice d_r et $\tilde{H}$ représente l'effet du canal ([90]) :

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_1 & h_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{L_h-1} & \ddots & \ddots & h_0 \\ 0 & \ddots & \ddots & h_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & h_{L_h-1} \end{pmatrix} \tag{II.14}$$

Cette solution nécessite la connaissance des paramètres du canal. Ceux-ci peuvent être estimés via l'utilisation d'un algorithme d'identification classique ([61]) et la connaissance d'une séquence d'apprentissage. Il est aussi possible d'approximer directement cette solution via des algorithmes d'adaptation paramétrique. Les méthodes adaptatives les plus répandues qui permettent de mettre à jour les coefficients de l'égaliseur en approximant la solution du critère de l'équation (II.10) sont l'algorithme du gradient et l'algorithme des moindres carrés récursif.

Algorithme de gradient

L'algorithme du gradient propose une estimation du vecteur de paramètres instant après instant. Notons $\widehat{\theta}_k$ le vecteur de paramètres de l'égaliseur à l'instant k. $\widehat{\theta}_k$ est calculé à partir de $\widehat{\theta}_{k-1}$ comme suit

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu(-\nabla_\theta J_{MEQM}) \tag{II.15}$$

où $\nabla_\theta J_{MEQM}$ est la dérivée du critère en $\widehat{\theta}_{k-1}$ et μ est le pas d'adaptation. μ contrôle la stabilité et la convergence de l'algorithme. Une condition à satisfaire pour que cet algorithme converge est la suivante :

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \tag{II.16}$$

où $\lambda_{\max}$ est la valeur propre maximale de la matrice de covariance $E\left\{\phi_k \phi_k^T\right\}$.

Cette solution correspond à l'algorithme du gradient déterministe. Afin de permettre une adaptation en temps réel, une dérivation de l'erreur quadratique instantanée peut être préférée ce qui donne

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu \phi_k \varepsilon_k \tag{II.17}$$

où $\hat{s}_{k/k-1} = \phi_k^T \widehat{\theta}_{k-1}$ est appelé l'estimation a priori et $\varepsilon_k = s_k - \hat{s}_{k/k-1}$ l'erreur d'estimation a priori. Cette solution correspond à l'algorithme du gradient stochastique.

Algorithme RLS

Il est possible de substituer l'algorithme récursif des moindres carrés à l'algorithme du gradient stochastique, l'intérêt étant de permettre une adaptation du gain d'adaptation au cours du temps. L'algorithme récursif des moindres carrés est donné ci-dessous

$$\begin{aligned}
&\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \Gamma_k \varepsilon_k \\
&\varepsilon_k = s_k - \hat{s}_{k/k-1} \\
&\hat{s}_{k/k-1} = \phi_k^T \widehat{\theta}_{k-1} \\
&\Gamma_k = \tfrac{P_{k-1}\phi_k}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1} \phi_k} \\
&P_k = \tfrac{1}{\lambda}\left(P_{k-1} - \Gamma_k \phi_k^T P_{k-1}\right)
\end{aligned} \tag{II.18}$$

$0 < \lambda \leq 1$ est le facteur d'oubli. Cet algorithme requiert l'initialisation de la matrice P_k. Il est conseillé de choisir

$$P_0 = \alpha I \tag{II.19}$$

avec α est une valeur positive, généralement choisie grande.

L'algorithme récursif des moindres carrés permet une convergence plus rapide du vecteur de paramètre par rapport à l'algorithme du gradient stochastique, néanmoins la charge de calcul est plus importante.

Égaliseur basé sur le critère de forçage à zéro (ZF)

L'égaliseur basé sur le critère de forçage à zéro correspond à l'égaliseur de Wiener précédent mais pour un bruit nul. Pour $\sigma_n = 0$, l'équation (II.13) devient

$$\theta_{ZF} = \left(\tilde{H}^T \tilde{H}\right)^{-1} \tilde{H}^T e_{d_r} \tag{II.20}$$

D'un point de vue filtrage, ceci revient à construire un filtre égaliseur réalisant l'inverse, à un retard près, du filtre représentant le canal.

II.3.2 Égalisation aveugle

Les solutions citées précédemment sont basées sur la connaissance d'une séquence d'appentissage. Ce type d'égalisation peut affecter négativement le rendement du canal puisque la séquence d'apprentissage propagée entre l'émetteur et le récepteur va consommer une partie importante de la bande passante du canal.

Dans le cadre de l'égalisation aveugle, il n'y a plus de séquences d'apprentissage et aucune information sur le canal. Les uniques informations disponibles au récepteur sont des informations structurelles de la séquence de données émise. Dans ce paragraphe, nous nous concentrons sur les algorithmes d'égalisation aveugle utilisant des statistiques du second ordre et des algorithmes d'égalisation aveugle utilisant des statistiques d'ordre supérieur.

Algorithme de Sato

L'algorithme de Sato est souvent considéré comme la première technique d'égalisation aveugle proposée dans la littérature. Cet égaliseur est nommé aussi auto-récupérateur et il est utilisé dans la transmission de données à plusieurs niveaux modulées en amplitude.

Dans un premier temps, Sato a adapté son algorithme pour les signaux PAM (Pulse Amplitude Modulation : il s'agit d'un schéma de modulation d'impulsion analogique dans lequel les amplitudes d'un train d'impulsions de porteuse varient en fonction de la valeur d'échantillonnage du signal de message). Dans ce cas, l'algorithme est équivalent à l'égaliseur à décision dirigée ([74]) dont le critère est le suivant :

$$J_{DD}(y_k) = E\left\{|\mathbf{Q}(\hat{s}_k) - \hat{s}_k|^2\right\} \tag{II.21}$$

Le critère à minimiser pour l'algorithme de Sato est donné par :

$$J_{Sat}(\hat{s}_k) = E\left\{|\gamma sign(\hat{s}_k) - \hat{s}_k|^2\right\} \tag{II.22}$$

où le coefficient γ est défini comme suit :

$$\gamma = \frac{E\left\{|s_k|^2\right\}}{E\left\{|s_k|\right\}}$$

γ est fixé pour que le module du signal à la sortie de l'égaliseur soit le même que celui du signal émis. L'opérateur $sign(.)$ est la fonction signe définie par :

$$\begin{cases} Si \;\; y > 0 \;\; alors \;\; sign(y) = 1 \\ \\ Si \;\; y < 0 \;\; alors \;\; sign(y) = -1 \\ \\ Si \;\; y = 0 \;\; alors \;\; sign(y) = 0 \end{cases} \tag{II.23}$$

La minimisation de la fonction de coût de Sato se fait par un algorithme de type gradient stochastique comme présenté dans la section précédente : à chaque instant k, on calcule le vecteur de paramètres $\widehat{\theta}_k$ de l'égaliseur en fonction du gradient du critère en $\widehat{\theta}_{k-1}$:

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu\left(-\nabla_\theta(J_{Sat})\right) \tag{II.24}$$

Ceci donne l'équation de mise à jour suivante :

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu\phi_k(\gamma sign(\hat{s}_{k/k-1}) - \hat{s}_{k/k-1}) \tag{II.25}$$

où $\hat{s}_{k/k-1} = \phi_k^T\widehat{\theta}_{k-1}$.

Dans un second temps, Sato a adapté son algorithme aux modulations QAM. Une forme générale de cet algorithme a été proposée, le critère correspondant est :

$$J_{GSat}(\hat{s}_k) = E\left\{\left|\gamma_g csign(\hat{s}_k) - \hat{s}_k\right|^2\right\} \tag{II.26}$$

où le coefficient γ_g est défini comme suit :

$$\gamma_g = \frac{E\left\{s_{r,k}^2 + s_{i,k}^2\right\}}{E\left\{\left|s_{r,k}\right| + \left|s_{i,k}\right|\right\}}$$

ici $s_{r,k} = \mathrm{Re}(s_k)$ représente la partie réelle de s_k et $s_{i,k} = \mathrm{Im}(s_k)$ représente sa partie imaginaire. $csign(.)$ est une généralisation de la fonction $sign(.)$ pour un nombre complexe, généralisation définie comme suit :

$$\begin{cases} Si \;\; \mathrm{Re}(y) > 0 \;\; alors \;\; csign(y) = 1 \\ \\ Si \;\; \mathrm{Re}(y) < 0 \;\; alors \;\; csign(y) = -1 \\ \\ Si \;\; \mathrm{Re}(y) = 0 \;\; alors \;\; csign(y) = sign(\mathrm{Im}(y)) \end{cases} \tag{II.27}$$

Dans ce cas, l'équation de mise à jour sur $\widehat{\theta}_k$ est donnée par

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu\phi_k(\gamma_g csign(\hat{s}_{k/k-1}) - \hat{s}_{k/k-1}) \tag{II.28}$$

Algorithme de Godard

L'algorithme de Godard est considéré comme la deuxième technique d'égalisation aveugle proposée dans la littérature. Cette méthode a été proposée par D. Godard en 1980 [42], ce type d'algorithme est une forme plus développée de l'algorithme de Sato puisqu'elle est mieux adaptée aux schémas de modulations bidimensionnelles.

Le critère à minimiser pour l'approche de Godard est appelé dispersion d'ordre p et est défini par :

$$J^p_{God} = E\left\{\left(\left|R_p - \hat{s}_k\right|^p\right)\right\} \tag{II.29}$$

avec p est un entier strictement positive et R_p est une constante réelle positive, qui supervise l'amplitude de l'égaliseur et présente le rayon moyen de la constellation émise. R_p est défini par :

$$R_p = \frac{E\left\{|s_k|^{2p}\right\}}{E\left\{|s_k|^p\right\}} \tag{II.30}$$

Via l'utilisation d'un algorithme de type gradient, le vecteur de paramètres $\widehat{\theta}_k$ est adapté comme suit :

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu \left|\hat{s}_{k/k-1}\right|^{p-2} \hat{s}_{k/k-1}\phi_k(R_p - \left|\hat{s}_{k/k-1}\right|^p) \tag{II.31}$$

avec comme précédemment $\hat{s}_{k/k-1} = \phi_k^T \widehat{\theta}_{k-1}$

Algorithme de Benveniste-Goursat (BG)

Cet algorithme est proposé par A. Benveniste et M. Goursat dans [23] en 1984. Cet algorithme s'intéresse à étendre la fonction d'erreur de l'algorithme de Sato à d'autres types de fonctions d'erreur. Cet algorithme est une approche hybride qui fusionne deux fonctions d'erreurs existantes, particulièrement la fonction d'erreur de l'algorithme de la décision dirigée et celle de l'algorithme de Sato.

L'équation de mise à jour du vecteur de paramètres de l'égaliseur est

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu \phi_k \varepsilon^{BG}_{k/k-1} \tag{II.32}$$

avec $\varepsilon^{BG}_{k/k-1}$ la fonction d'erreur de Benveniste-Goursat est donnée par :

$$\varepsilon^{BG}_{k/k-1} = k_1 \varepsilon^{DD}_{k/k-1} + k_2 \left| \varepsilon^{DD}_{k/k-1} \right| \varepsilon^{GSat}_{k/k-1} \tag{II.33}$$

où k_1 et k_2 sont des constantes positives. ε^{DD}_k et ε^{GSat}_k sont définis par

$$\begin{aligned} \varepsilon^{DD}_{k/k-1} &= \mathbf{Q}(\hat{s}_{k/k-1}) - \hat{s}_{k/k-1} \\ &= y_{k/k-1} - \hat{s}_{k/k-1} \\ &= \left(y_{r,k/k-1} + j y_{i,k/k-1}\right) - \left(\hat{s}_{r,k/k-1} + j \hat{s}_{i,k/k-1}\right) \\ &= \left(y_{r,k/k-1} - \hat{s}_{r,k/k-1}\right) + j\left(y_{i,k/k-1} - \hat{s}_{i,k/k-1}\right) \end{aligned} \tag{II.34}$$

et

$$\begin{aligned} \varepsilon^{GSat}_{k/k-1} &= \hat{s}_{k/k-1} - \gamma sign(\hat{s}_{k/k-1}) \\ &= \left(\hat{s}_{r,k/k-1} + j \hat{s}_{i,k/k-1}\right) - \gamma sign(\hat{s}_{r,k/k-1} + j \hat{s}_{i,k/k-1}) \\ &= \left(\hat{s}_{r,k/k-1} - \gamma sign(\hat{s}_{r,k/k-1})\right) + j\left(\hat{s}_{i,k/k-1} - \gamma sign(\hat{s}_{i,k/k-1})\right) \end{aligned} \tag{II.35}$$

Cet algorithme est analysé dans [22]. A noter que la charge de calcul de cet algorithme est du même ordre que celle des algorithmes précédents.

Algorithme CMA (Constant Modulus Algorithm)

L'algorithme CMA est proposé par J. R. Treicher et al. en 1983 dans [97]. Cet algorithme permet simultanément d'atténuer les effets des trajets multiples sélectifs en fréquence et les interférences sur des signaux modulés à enveloppe constante.

La seule connaissance nécessaire est la forme d'onde du signal transmis, spécifiquement, son enveloppe constante. Ce type d'algorithme est le schéma le plus connu d'égalisation aveugle pour les signaux QAM.

La mise à jour du vecteur de paramètres de l'égaliseur est donnée par :

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu \phi_k \varepsilon_k^{CMA} \tag{II.36}$$

avec ε_k^{CMA} l'erreur donnée par :

$$\varepsilon_k^{CMA} = \hat{s}_{k/k-1}(R_2 - \hat{s}_{k/k-1}^2) \tag{II.37}$$

et

$$R_2 = \frac{E\left\{|s_k|^4\right\}}{E\left\{|s_k|^2\right\}} \tag{II.38}$$

L'algorithme CMA offre une bonne performance pour un signal FM (Frequency Modulation) dans un environnement multi-trajets en présence d'interférences.
Cet algorithme d'égalisation a aussi été exploité dans [99].

Algorithme MMA (Multi-Modulus Algorithm)

K. N. Or et Y. O. Chin ont proposé en 1995 dans [73], un algorithme basé sur l'algorithme CMA pour un système bidimensionnel. La fonction de coût de l'algorithme CMA a été modifiée afin de faire apparaître deux fonctions de coût disjointes : une pour la partie réelle, l'autre pour la partie imaginaire. La fonction de coût totale est ainsi définie par :

$$J_{MMA} = J_r^{MMA} + J_i^{MMA} \tag{II.39}$$

où J_r^{MMA} et J_i^{MMA} sont respectivement les fonctions de coût des parties réelles et imaginaires de la sortie de l'égaliseur. Ces fonctions sont définies par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} J_r^{MMA} = E\left\{\left(\left|R_{2,r} - \hat{s}_{r,k}\right|^2\right)^2\right\} \\ \\ J_i^{MMA} = E\left\{\left(\left|R_{2,i} - \hat{s}_{i,k}\right|^2\right)^2\right\} \end{cases} \tag{II.40}$$

où la sortie de l'égaliseur $\hat{s}_k$ s'écrit $\hat{s}_k = \hat{s}_{r,k} + j\hat{s}_{i,k}$ avec $\hat{s}_{r,k}$ et $\hat{s}_{i,k}$ représentent respectivement les parties réelles et imaginaires de $\hat{s}_k$.

Dans ce critère, $R_{2,r}$ et $R_{2,i}$ sont les constantes réelles définies comme R_2 dans (II.38) mais pour les parties réelles et imaginaires. Ces deux constantes sont déterminées par les parties réelles $\left(\left\{s_{r,k}\right\}\right)$ et imaginaires $\left(\left\{s_{i,k}\right\}\right)$ de la séquence de données d'entrée $\{s_k\}$, les expressions de $R_{2,r}$ et $R_{2,i}$ sont :

$$\begin{cases} R_{2,r} = \dfrac{E\left\{\left|s_{r,k}\right|^4\right\}}{E\left\{\left|s_{r,k}\right|^2\right\}} \\ \\ R_{2,i} = \dfrac{E\left\{\left|s_{i,k}\right|^4\right\}}{E\left\{\left|s_{i,k}\right|^2\right\}} \end{cases} \tag{II.41}$$

L'application de l'algorithme du gradient stochastique donne l'équation de mise à jour suivante :

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu\phi_k\varepsilon_k^{MMA} \tag{II.42}$$

avec ε_k^{MMA} est l'erreur, donnée par

$$\varepsilon_k^{MMA} = \varepsilon_{r,k}^{MMA} + j\varepsilon_{i,k}^{MMA} \tag{II.43}$$

où

$$\varepsilon_{r,k}^{MMA} = \hat{s}_{r,k/k-1}\left(R_{2,r} - \left|\hat{s}_{r,k/k-1}\right|^2\right) \tag{II.44}$$

et

$$\varepsilon_{i,k}^{MMA} = \hat{s}_{i,k/k-1}\left(R_{2,i} - \left|\hat{s}_{i,k/k-1}\right|^2\right) \tag{II.45}$$

On peut noter que la fonction de coût de l'algorithme MMA dépend de la composante de phase de la sortie de l'égaliseur et par conséquent cet algorithme peut simultanément corriger l'erreur de phase et atténuer l'interférence inter symbole. Cela permet une amélioration des performances par rapport à l'algorithme CMA, notamment une augmentation de la vitesse de convergence et une réduction de l'erreur résiduelle.

Une forme générale de l'algorithme MMA, qu'on note MMA_{p-q}, a été proposée dans [19], sa fonction de coût associée est définie par :

$$J_{MMA_{p-q}} = J_r^{MMA_{p-q}} + J_i^{MMA_{p-q}} \tag{II.46}$$

avec

$$\begin{cases} J_r^{MMA_{p-q}} = E\left\{\left|\left|\hat{s}_{r,k}\right|^p - R_r^p\right|^q\right\} \\ J_i^{MMA_{p-q}} = E\left\{\left|\left|\hat{s}_{i,k}\right|^p - R_i^p\right|^q\right\} \end{cases} \tag{II.47}$$

et p, q deux entiers positifs.

La mise à jour du vecteur de paramètres $\widehat{\theta}_k$ se fait par un algorithme adaptatif basé sur le gradient stochastique :

$$\begin{aligned} \widehat{\theta}_k &= \widehat{\theta}_{k-1} + \mu\phi_k \left[\left|\left(\left|\hat{s}^p_{r,k/k-1}\right|\right) - R_r^p\right|^{q-2} \left|\hat{s}^{p-2}_{r,k/k-1}\right| \left(R_r^p - \left|\hat{s}^p_{r,k/k-1}\right|\right) \hat{s}_{r,k/k-1}\right. \\ &+ \left. j\left|\left(\left|\hat{s}^p_{i,k/k-1}\right|\right) - R_i^p\right|^{q-2} \left|\hat{s}^{p-2}_{i,k/k-1}\right| \left(R_i^p - \left|\hat{s}^p_{i,k/k-1}\right|\right) \hat{s}_{i,k/k-1}\right] \end{aligned} \tag{II.48}$$

Algorithme NCMA (Normalized Constant Modulus Algorithm)

Dans [53] en 1995, D. L. Jones a proposé un algorithme de module constant normalisé avec une valeur du pas μ réglable. Cet algorithme est basé sur l'algorithme CMA précédent. La solution présentée ici consiste à adapter le pas d'adaptation μ de telle manière que

$$\left|\phi_k^T \widehat{\theta}_k\right|^2 = R_2 \tag{II.49}$$

ceci sur la base de l'algorithme récursif

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu\phi_k \hat{s}_{k/k-1}(R_2 - \hat{s}^2_{k/k-1}) \tag{II.50}$$

Une solution possible satisfaisant cette contrainte est l'adaptation de μ par

$$\mu_k = \frac{\left|\hat{s}_{k/k-1}\right|^2 - \sqrt{R_2}\left|\hat{s}_{k/k-1}\right|}{4\left|\hat{s}_{k/k-1}\right|^2\left(R_2 - \left|\hat{s}_{k/k-1}\right|^2\right)\|\phi_k\|^2} \tag{II.51}$$

avec $\|\phi_k\|^2 = \phi_k^T\phi_k$.

Ce choix du pas est parfois trop important et l'algorithme peut ne pas converger, ce qui nous oblige à utiliser un facteur de réduction α tel que $0 < \alpha \leqslant 1$. De même il est possible de rajouter un term de régularisation ψ au dénominateur de (II.52), pour donner finalement un facteur de pas correspondant à l'algorithme NCMA définie par :

$$\mu_k = \alpha\frac{\left|\hat{s}_{k/k-1}\right|^2 - \sqrt{R_2}\left|\hat{s}_{k/k-1}\right|}{4\left|\hat{s}_{k/k-1}\right|^2\left(R_2 - \left|\hat{s}_{k/k-1}\right|^2\right)\|\phi_k\|^2 + \psi} \tag{II.52}$$

Dans ce cas, la mise à jour du vecteur des coefficients d'égaliseur est donnée par :

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu_k \hat{s}_{k/k-1} \phi_k \left(\left| R_2 - \hat{s}_{k/k-1} \right|^2 \right) \tag{II.53}$$

Algorithme CNA (Constant Norm Algorithm)

Dans [44], A. Goupil et J. Palicot ont proposé une nouvelle classe d'algorithmes d'égalisation aveugle nommée les algorithmes à norme constante. Ce type de classe est utilisé dans les systèmes de communications numériques bidimensionnels d'ordre supérieur.

Comme présenté dans [44], la fonction de coût de CNA généralisée pour l'égalisation aveugle peut être écrite comme suit :

$$J_{CNA} = \frac{1}{pq} E\left\{ |R - N(\hat{s}_{\mathrm{k}})^p|^q \right\} \tag{II.54}$$

avec R est une constante réelle positive qui dépend du type de constellation. p et q, deux constantes, représentant deux degrés de liberté de l'algorithme. $N(.)$ est une fonction norme qui doit respecter les relations suivantes :

$$\begin{cases} \forall y \in \mathbb{C}, N(y) \geqslant 0 \\ \\ \forall y \in \mathbb{C}, \forall \beta \in \mathbb{R}, N(\beta y) = |\beta| N(y) \\ \\ \forall x,\, y \in \mathbb{C}^2,\, N(x+y) \leqslant N(x) + N(y) \end{cases} \tag{II.55}$$

Différentes variantes de cette solution sont définies selon le type de norme et selon les valeurs de p et q. Ces variantes sont notées CNA-q^*, avec q^* l'ordre de la norme. Avant de présenter certaines de ces variantes, il est nécessaire de définir la norme l_{q^*} par :

$$\|y\|_{q^*} = \sqrt[q^*]{|\mathrm{Re}(y)|^{q^*} + |\mathrm{Re}(y)|^{q^*}} \tag{II.56}$$

Dans la suite, nous nous limitons à présenter deux variantes qui sont CNA-6 et CNA-∞.

Algorithme CNA-6 :

C'est un cas particulier de CNA où $q^* = 6$. La fonction de coût du CNA-6 est donnée par (avec $p = q = 2$) :

$$J_{CNA} = \frac{1}{4} E\left\{ R - \left| \|\hat{s}_k\|_6^2 \right|^2 \right\} \tag{II.57}$$

La mise à jour du vecteur de paramètres de l'algorithme CNA-6 se fait de la manière suivante :

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu \phi_k \left(R - \left\| \hat{s}_{k/k-1} \right\|_6^2 \right) \frac{\left(\mathrm{Re}(\hat{s}_{k/k-1})\right)^5 + i\left(\mathrm{Re}(\hat{s}_{k/k-1})\right)^5}{\left\| \hat{s}_{k/k-1} \right\|_6^4} \tag{II.58}$$

Algorithme CNA-∞ :

Cette classe de CNA utilise la norme infinie donnée par :

$$\|y\|_\infty = \max\left(|\mathrm{Re}(y)|, |\mathrm{Im}(y)|\right) \tag{II.59}$$

L'utilisation de cette norme dans la fonction de coût fournit un algorithme appelé CQA (Constant sQuare Algorithm) qui correspond à l'algorithme CNA-∞. La fonction de coût de CQA s'écrit alors :

$$J_{CQA} = \frac{1}{4} E\left\{ \left| R - \|\hat{s}_k\|_\infty^2 \right|^2 \right\} \tag{II.60}$$

Le vecteur de paramètres de l'égaliseur est ajusté à chaque instant k par l'équation :

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu \phi_k \left(\left\| R - \hat{s}_{k/k-1} \right\|_\infty^2 \right) g(\hat{s}_{k/k-1}) \tag{II.61}$$

où $g(.)$ est une fonction définie par :

$$g(y) = \begin{cases} \mathrm{Re}(y), \text{ si } |\mathrm{Re}(y)| > |\mathrm{Im}(y)| \\ i\,\mathrm{Im}(y), \text{ sinon} \end{cases} \tag{II.62}$$

L'algorithme CNA présente un avantage majeur par rapport aux algorithmes CMA et MMA. En effet, il peut être appliqué sur n'importe quelle constellation, contrairement à l'algorithme CMA qui est adapté seulement pour les signaux PSK, de même pour l'algorithme MMA qui n'est adapté qu'aux signaux QAM.

Les algorithmes basés sur SQD (Stochastic Quadratic Distance)

M. Lázaro et al. ont proposé en 2005 dans [57], une nouvelle technique d'égalisation aveugle basée sur les critères de la théorie de l'information et sur l'estimation de densités de probabilité (DDP) correspondant aux symboles à la sortie de l'égaliseur.

Ce type d'algorithme consiste à forcer la fonction de DDP à la sortie de l'égaliseur à être similaire à celle de la séquence émise. Cette idée est équivalente à minimiser la distance quadratique entre la fonction de DDP de la sortie de l'égaliseur et la fonction de DDP des données émises. La fonction de coût est donnée par l'équation suivante :

$$J_{SQD} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(f_{\hat{S}^p}(z) - f_{S^p}(z)\right)^2 dz \tag{II.63}$$

où $\hat{S}^p = \{|\hat{s}_k|^p\}$ et $S^p = \{|s_k|^p\}$ sont respectivement l'ensemble des modules à la puissance p des symboles à la sortie de l'égaliseur et des symboles de la constellation d'entrée. $f_Z(z)$ est la DDP de Z.

L'algorithme SQD est basé sur l'estimation non paramétrique de la DDP en utilisant une fenêtre de Parzen à noyau gaussien, avec les L symboles précédents. L'estimation de la DDP relative aux données égalisées est ainsi donnée par :

$$\hat{f}_{Y^p}(z) = \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L} K_{\sigma_0}\left(z - \left|\hat{s}_{k-j}\right|^p\right) \tag{II.64}$$

où $K_{\sigma_0}(x)$ est un noyau gaussien de variance σ_0, nommée aussi la largeur du noyau. L'expression de $K_{\sigma_0}(x)$ est donnée par :

$$K_{\sigma_0}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{\frac{-x^2}{2\sigma_0^2}} \tag{II.65}$$

Le même estimateur est utilisé pour estimer et calculer la DDP de la constellation des données d'entrée et qui est donné par la relation suivante :

$$\hat{f}_{S^p}(z) = \frac{1}{N_s}\sum_{j=1}^{M} K_{\sigma_0}\left(z - \left|s_j\right|^p\right) \tag{II.66}$$

où M est le nombre de symboles complexes dans la constellation.

En remplaçant les équations (II.64) et (II.66) dans l'équation (II.63), l'expression de la fonction de coût devient :

$$\begin{aligned} J_{SQD} = & \tfrac{1}{L^2}\sum_{i=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1} K_{\sigma_0}\left(\left|\hat{s}_{k-j}\right|^2 \left|\hat{s}_{k-i}\right|^2\right) \\ & + \tfrac{1}{M^2}\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{M-1} K_{\sigma_0}\left(\left|s_j\right|^2 - \left|s_i\right|^2\right) \\ & - \tfrac{2}{LM}\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{L-1} K_{\sigma_0}\left(\left|\hat{s}_{k-j}\right|^2 - \left|s_i\right|^2\right) \end{aligned} \tag{II.67}$$

Pour $L = 1$ ([57]), La fonction de coût (II.67) devient

$$J_{SQD} = \frac{1}{M^2}\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{M-1} K_{\sigma_0}\left(\left|s_j\right|^2 - \left|s_i\right|^2\right) - \frac{2}{M}\sum_{i=0}^{M-1} K_{\sigma_0}\left(\left|\hat{s}_k\right|^2 - \left|s_i\right|^2\right) \tag{II.68}$$

Le vecteur de paramètres est ainsi obtenu via

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu\phi_k \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M} K'_{\sigma_0}\left(\left|\hat{s}_{k/k-1}\right|^2 - \left|s_j\right|^2\right)\hat{s}_{k/k-1} \tag{II.69}$$

où

$$K'_{\sigma_0}(x) = -\frac{x}{\sqrt{2x}\sigma_0^3} e^{\left(\frac{-x^2}{2\sigma_0^2}\right)} \tag{II.70}$$

Cet algorithme d'égalisation a aussi été examiné dans [37].

Algorithme LCSQD (Low Complexity SQD)

Il est possible que pour des signaux de modulation d'ordre élevé tels que 16-QAM et 256-QAM, la charge de calcul est trop importante pour l'algorithme SQD. Pour surmonter ce problème, C. Zhang et al. ont proposé un nouvel algorithme connu sous le nom Low complexity Stochastic Quadrature Distance (LCSQD) [104]. La seule différence entre SQD et LCSQD est que ce dernier utilise seulement les symboles situés dans un voisinage, de rayon fixe R, du symbole à la sortie de l'égaliseur. Les ensembles de symboles utilisés sont définis selon la norme des parties réelles et imaginaires. Dans ce cadre, il existe trois cas possibles pour définir cet ensemble :

- Si $\max\left(\left|\hat{s}_{r,k}\right|, \left|\hat{s}_{i,k}\right|\right) < A_{\max} + R$, où $A_{\max}$ est l'amplitude maximale de la constellation. Dans ce cas, l'ensemble des symboles utilisés par le critère

LCSQD est défini comme suit :

$$\chi = \left\{ s_j : \left\| \hat{s}_k - s_j \right\| < R \right\} \tag{II.71}$$

- Si $\min\left(\left|\hat{s}_{r,k}\right|, \left|\hat{s}_{i,k}\right|\right) \geqslant A_{\max} + R$, dans ce cas l'ensemble est présenté comme suit :

$$\chi = \begin{cases} s_{r,j} = sign(\hat{s}_{r,k})(A_{\max} - ld) \\ s_{i,j} = sign(\hat{s}_{i,k})(A_{\max} - ld) \end{cases} \tag{II.72}$$

  où $l = 0, 1,\ j = 1, ..., 4$ et d est la distance minimale entre deux symboles de la constellation.
- Si $\max\left(\left|\hat{s}_{r,k}\right|, \left|\hat{s}_{i,k}\right|\right) \geqslant A_{\max} + R$, deux cas sont possibles pour l'ensemble de symboles utilisés :
  - Si $\left|\hat{s}_{r,k}\right| < A_{\max} + R$, alors

$$\chi = \left\{ \begin{array}{l} s_{r,j} : \left\| sign(\hat{s}_{r,k}) s_{r,j} - \left\lfloor \hat{s}_{r,k} \right\rfloor \right\| < R \\ s_{i,j} : sign(\hat{s}_{i,k})(A_{\max} + ld) \end{array} \right\}_{l=-1,0} \tag{II.73}$$

  - Si $\left|\hat{s}_{i,k}\right| < A_{\max} + R$, alors

$$\chi = \left\{ \begin{array}{l} s_{r,j} : sign(\hat{s}_{r,k})(A_{\max} + ld) \\ s_{i,j} : \left\| sign(\hat{s}_{i,k}) s_{i,j} - \left\lfloor \hat{s}_{i,k} \right\rfloor \right\| < R \end{array} \right\}_{l=-1,0} \tag{II.74}$$

Algorithme AR-LCSQD (Adaptative Radius-LCSQD)

Dans [67], M. Messai et al. ont proposé en 2013 une extension de l'algorithme LCSQD. Cet algorithme utilise un rayon adaptatif R_k qui est défini par :

$$R_k = \alpha f_{d,k}^s + \beta \tag{II.75}$$

où encore,

$$R_k = \lambda R_{k-1} + (1 - \lambda)(\alpha f_{d,k}^s + \beta) \tag{II.76}$$

où α et β sont choisis expérimentalement et $f_{d,k}^s$ est la valeur lissée de la fonction de dispersion $f_{d,k}$ suivante :

$$f_{d,k} = \left| E\left\{ |y_k|^2 \right\} - R_2 \right| \tag{II.77}$$

$f^s_{d,k}$ est ainsi adapté à chaque instant k de la manière suivante :

$$f^s_{d,k} = \lambda f^s_{d,k} + (1-\lambda) f_{d,k} \tag{II.78}$$

où λ est un facteur de lissage.

Les algorithmes MSQD

Les algorithmes MSQD (Multimodulus SQD) sont obtenus de la même manière que les algorithmes MMA c'est à dire à partir de l'algorithme CMA : via la décomposition du critère d'égalisation de SQD en un terme de phase et un autre en quadrature. Ceci conduit à des critères nommés Multimodulus SQD-l_p (MSQD-l_p).
La fonction de coût de l'algorithme MSQD-lp est définie par :

$$\begin{aligned} J_{MSQD-l_p} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\hat{f}_{|\hat{s}_{r,k}|^p}(z) - \hat{f}_{|s_{r,k}|^p}(z) \right)^2 dz \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\hat{f}_{|\hat{s}_{i,k}|^p}(z) - \hat{f}_{|s_{i,k}|^p}(z) \right)^2 dz \end{aligned} \tag{II.79}$$

où les $\hat{f}_x(z)$ sont les DDPs estimées, ces estimations sont données par :

$$\hat{f}_x(z) = \frac{1}{N_x} \sum_{j=1}^{N_x} K_{\sigma_0}(z - x_j) \tag{II.80}$$

où x est égal à $|s_{r,k}|^p$, $|s_{i,k}|^p$, $|\hat{s}_{r,k}|^p$ ou $|\hat{s}_{i,k}|^p$, $N_x = N_s$ pour $x = |s_{r,k}|^p$ ou $x = |s_{i,k}|^p$ et $N_x = L$ pour $x = |y_{r,k}|^p$ ou $x = |\hat{s}_{i,k}|^p$.

La mise à jour du vecteur de paramètres se fait de manière analogue à celle de l'équation (II.69) via un algorithme de type gradient.
Cet algorithme d'égalisation a aussi été étudié dans [39] et [38].

II.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une introduction au problème d'égalisation aveugle pour les canaux de transmission a été exposée. Nous avons présenté tout d'abord les principales structures d'égaliseurs utilisés. Ensuite nous avons présenté quelques solutions pour l'égalisation classique dans le cas ou l'égaliseur est un filtre RIF.

Enfin, le dernier paragraphe a été consacré à différentes approches proposées dans la littérature pour la synthèse d'égaliseur aveugle. Ces différents algorithmes ont en commun l'usage d'un algorithme récursif pour la mise à jour du vecteur de paramètres de l'égaliseur. Dans le chapitre suivant, nous proposons une nouvelle approche pour l'égalisation aveugle. Cet algorithme sera aussi un algorithme récursif, donc applicable en temps réel, mais il sera basé sur un principe différent de ceux énoncés précédemment.

Chapitre III

Égalisation aveugle basée sur la méthode optimale d'ellipsoïde bornée

Sommaire

III.1 Introduction **73**

III.2 Position du problème **74**

III.3 Algorithme d'égalisation proposé **75**

III.3.1 Principe de l'algorithme 75

III.3.2 Détail de l'algorithme 77

III.3.3 Propriété de l'erreur a posteriori 80

III.4 Analyse de l'algorithme eSMBE **82**

III.4.1 Interprétation géométrique 83

III.4.2 Analyse de stabilité et de convergence 89

III.5 Propriété de conservation de l'énergie de l'algorithme eSMBE **97**

III.6 Exemple de mise en œuvre **99**

III.6.1 Mise en œuvre de l'eSMBE 100

Conditions de simulation 100

Les exemples simulés et résultats obtenus 100

Observations 101

III.6.2 Étude comparative 103
Les exemples simulés et résultats obtenus 104
Observations 106
III.7 Comparaison avec l'algorithme SMBE 107
III.7.1 algorithme SMBE 107
III.7.2 Simulations 110
Premier exemple 110
Deuxième exemple 111
Troisième exemple 113
III.8 Égalisation aveugle de type OBE pour des canaux à évanouissements 115
III.8.1 Étude de performance de l'algorithme eSMBE 116
Premier exemple 117
Deuxième exemple 120
III.8.2 Étude comparative 121
Premier exemple 123
Deuxième exemple 123
Troisième exemple 124
Quatrième exemple 124
III.9 Conclusion 125

III.1 Introduction

Nous proposons dans ce chapitre notre contribution à l'égalisation aveugle. Comme cela a été vu dans le chapitre précédent, de nombreuses solutions sont déjà proposées dans la littérature. La plupart de ces travaux se sont concentrés sur l'égalisation aveugle soit en l'absence du bruit, soit en présence du bruit stochastique dont la distribution est connue. Des exemples usuels d'hypothèses existent dans la littérature comme l'hypothèse du bruit blanc gaussien additif ou l'hypothèse du bruit impulsif (modélisé par un processus α-stable).

Nous proposons ici une solution dans un contexte différent : l'égalisation aveugle en présence de perturtbations bornées (le bruit de quantification entre dans cette classe de perturbations). Dans la suite nous désignerons par le mot "bruit" cette composante bornée même si elle peut correspondre dans certains cas à une perturbation déterministe. Ainsi, sous cette hypothèse de bornitude, le bruit n'est plus décrit par sa distribution mais par la seule information disponible à savoir une borne sur son amplitude. Cela rend le problème d'égalisation plus difficile et explique le faible nombre de solutions existantes sur le sujet.

Des solutions ont été proposées dans [50] et [51]. Ces solutions sont basées sur la contraction récursive d'un ensemble de vraisemblance à un polytope réduit. Il est montré que l'identification de l'entrée du canal peut être garantie en temps limité sous certaines conditions. Cependant, il est indiqué par les auteurs que le cas d'un canal variant dans le temps ne peut pas être considéré et que la charge de calcul est trop élevée pour un canal d'ordre grand ou pour un alphabet avec plus de deux symboles.

Une autre solution est proposée dans [75]. Il s'agit de l'algorithme SMBE (Set Membership Blind Equalization). Cet algorithme est basé sur un algorithme d'identification de type OBE (Optimal Bounding Ellipsoid), il en résulte une faible complexité de calcul. Cet algorithme est aussi adapté au cas des canaux variant dans le temps et sa mise en oeuvre nécessite uniquement la connaissance d'une limite supérieure de l'amplitude du bruit. Notre contribution consiste en une extension de cette solution. L'algorithme proposé dans ce chapitre sera désigné dans la suite par le nom eSMBE pour extended-SMBE.

Ce chapitre comporte neuf paragraphes : dans le paragraphe III.2, le pro-

blème d'égalisation aveugle considéré est formulé et plusieurs hypothèses classiques sont considérées. Le paragraphe III.3 est consacré à la présentation de l'algorithme eSMBE. Quelques analyses de l'algorithme sont ensuite proposées dans les paragraphe III.4 et III.5. Des exemples de mise en oeuvre et comparaison sont proposées dans les paragraphes III.6 et III.7. Quelques exemples de mise en oeuvre sur des canaux à évanouissement sont proposés dans le paragraphe III.8. Le paragraphe IV.4 conclut ce chapitre.

III.2 Position du problème

Nous considérons le modèle en bande de base d'un canal de transmission numérique caractérisé par un filtre à RIF, avec la modélisation proposée dans le premier chapitre, la séquence $\{x_k\}$ reçue est ainsi modélisée par

$$x_k = \sum_{i=0}^{L_h-1} h_i s_{k-i} + n_k \tag{III.1}$$

Comme le montre la figure III.1, le canal peut être un canal SIMO (Single-Input Multi-Output) avec p sorties ($p \geq 1$). Cela signifie que $x_k \in \mathbb{C}^{p\times 1}$, $n_k \in \mathbb{C}^{p\times 1}$ et $h_i \in \mathbb{C}^{p\times 1}$.

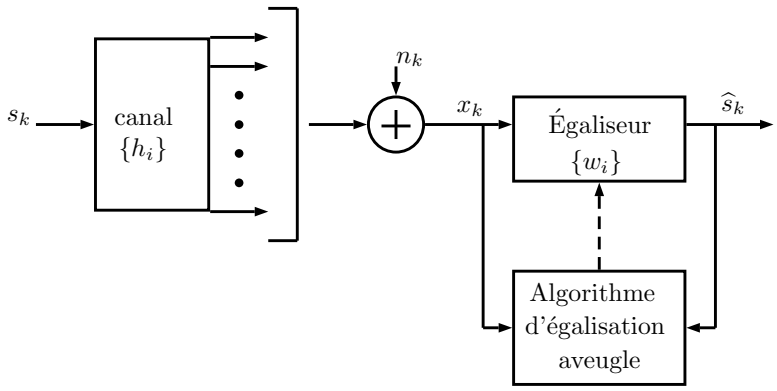

FIGURE III.1 – Le problème d'égalisation aveugle

Les principales hypothèses qui complètent la description du problème sont les suivantes :

Hypothèse 1. Les symboles d'entrée $\{s_k\}$ sont indépendants, uniformément distribués. Ils appartiennent à une constellation $\mathbf{C_o}$ (QAM, PSK ou ASK) connue.

Hypothèse 2. La séquence de bruit est bornée, c'est-à-dire $|n_k^{(j)}| \leq \delta_n^{(j)}$ pour tout $j \in \{1,...,p\}$ où $n_k^{(j)}$ est le j-ème composante de n_k et $|.|$ est le module complexe.

Hypothèse 3. Les séquences $\{s_k\}$ et $\{n_k^{(j)}\}$ sont indépendantes pour tout $j \in \{1,...,p\}$.

Hypothèse 4. Il existe un filtre de déconvolution à FIR d'ordre L_w, défini par sa réponse impulsionnelle $\{w_i\}$, tel que si $n_k = 0$, alors

$$s_k = \sum_{i=0}^{L_w-1} x_{k-i}^T w_i + d_k = \phi_k^T \theta^* + d_k \tag{III.2}$$

où $\theta^* \in \mathbb{C}^{n\times 1}$ est le vecteur de paramètres, de dimension $n = pL_w$, défini par

$$\theta^* = \begin{pmatrix} w_0 \\ \vdots \\ w_{L_w-1} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \phi_k = \begin{pmatrix} x_k \\ \vdots \\ x_{k-L_w+1} \end{pmatrix}$$

et d_k est tel que

$$|d_k| < \frac{\delta_{\mathbf{C_o}}}{2} \tag{III.3}$$

avec $\delta_{\mathbf{C_o}}$ défini par $\delta_{\mathbf{C_o}} = \min\limits_{z,z' \in \mathbf{C_o}, z \neq z'} \left\{ \left| z - z' \right| \right\}$.

L'hypothèse 4. indique qu'il existe un filtre de déconvolution tel que, en l'absence de bruit, sa sortie est dans un voisinage d'un point appartenant à la constellation $\mathbf{C_o}$. Ce voisinage est borné par $\frac{\delta_{\mathbf{C_o}}}{2}$. La séquence $\{d_k\}$ est usuellement supposée gaussienne, ceci se justifie par le théorème de la limite centrale.

III.3 Algorithme d'égalisation proposé

III.3.1 Principe de l'algorithme

L'algorithme eSMBE proposé dans ce chapitre est une extension de l'algorithme SMBE proposé dans [75]. L'idée principale est de réaliser l'estimation

d'un vecteur de paramètres tel que, à chaque instant, la sortie de l'égaliseur soit dans le voisinage d'un point appartenant à la constellation $\mathbf{C_o}$, la taille de ce voisinage étant une fonction du niveau de bruit et de l'amplitude de d_k.

Notons d'abord qu'en présence de bruit, s_k peut être réécrit comme suit

$$s_k = \sum_{i=0}^{L_w-1} (x_{k-i} - n_{k-i})^T w_i + d_k \tag{III.4}$$

$$s_k = \phi_k^T \theta^* + v_k \tag{III.5}$$

où v_k correspond à d_k plus l'impact de n_k à la sortie de l'égaliseur :

$$v_k = d_k - \sum_{i=0}^{L_w-1} n_{k-i}^T w_i \tag{III.6}$$

À partir de l'hypothèse 2. et de l'hypothèse 4., il apparaît que le module de v_k est borné, par conséquent il existe $\delta_v > 0$ tel que

$$|v_k| \leq \delta_v$$

Il s'ensuit que le vecteur de paramètres θ^* satisfait la propriété suivante.

Propriété 1. *Sous les hypothèses énoncées dans le paragraphe III.2, si la séquence $\{n_k\}$ et les paramètres $\{w_i\}$ satisfont $\delta_v < \frac{\delta_{\mathbf{C_o}}}{2}$, alors*

$$\mathbf{Q}\left(\phi_k^T \theta^*\right) = s_k \tag{III.7}$$

■

Cette propriété est dérivée du fait que $\delta_{\mathbf{C_o}}$ est la plus petite distance entre deux symboles dans la constellation $\mathbf{C_o}$. Si δ_v est inférieur à $\frac{\delta_{\mathbf{C_o}}}{2}$, alors $\phi_k^T \theta^*$ est proche d'un point qui appartient à la constellation $\mathbf{C_o}$. De cette propriété, nous avons

$$s_k = \mathbf{Q}\left(\phi_k^T \theta^*\right) = \phi_k^T \theta^* + v_k \tag{III.8}$$

Il en résulte

$$\mathbf{Q}\left(\phi_k^T \theta^*\right) - \phi_k^T \theta^* = v_k \tag{III.9}$$

avec $|v_k| \leq \delta_v < \frac{\delta_{\mathbf{C_o}}}{2}$.

Nous définissons maintenant l'ensemble de vraisemblance $\mathbf{S}_k(\theta^*)$ comme

$$\mathbf{S}_k(\theta^*) = \left\{\theta \in \mathbb{R}^n, |\mathbf{Q}(\phi_k^T\theta^*) - \phi_k^T\theta| \ \leq \ \delta\right\} \tag{III.10}$$

Étant donné $\mathbf{Q}(\phi_k^T\theta^*)$ et ϕ_k, $\mathbf{S}_k(\theta^*)$ est l'ensemble de tous les θ possibles tels que $\phi_k^T\theta$ est dans un voisinage de $\mathbf{Q}(\phi_k^T\theta^*)$, le voisinage défini par le borne δ. $\mathbf{S}_k(\theta^*)$ correspond à l'intersection entre deux demi-plans. La propriété suivante montre que, pour un choix approprié de δ, θ^* peut être estimé à partir d'une analyse de l'intersection $\bigcap_i \mathbf{S}_i(\theta^*)$.

Propriété 2. *Si la séquence $\{n_k\}$ et les paramètres $\{w_i\}$ satisfont $\delta_v < \frac{\delta_{\mathbf{C_o}}}{2}$ et si δ satisfait*

$$\delta_v \leq \delta < \frac{\delta_{\mathbf{C_o}}}{2} \tag{III.11}$$

alors $\theta^* \in \mathbf{S}_i(\theta^*)$ pour tout i et par conséquent θ^* est tel que

$$\theta^* \in \bigcap_i \mathbf{S}_i(\theta^*) \tag{III.12}$$

■

L'algorithme eSMBE est basé sur la propriété précédente. Nous définissons $\widehat{\theta}_k$ l'estimation du vecteur de paramètres à l'instant k. L'objectif de l'algorithme eSMBE est de calculer $\widehat{\theta}_k$ de telle manière que, pour δ satisfaisant l'équation III.11, on a

$$\bigcap_i \mathbf{S}_i(\widehat{\theta}_k) \neq \emptyset \tag{III.13}$$

Ceci est illustré dans la figure III.2.

III.3.2 Détail de l'algorithme

Le problème d'égalisation aveugle s'apparente à présent à un problème d'identification en présence de perturbations bornées. Parmi les méthodes d'identification proposées dans la littérature pour résoudre un tel problème, nous nous inspirons d'un algorithme OBE ([27], [93], [26], [52], [76]). Ce type d'algorithme

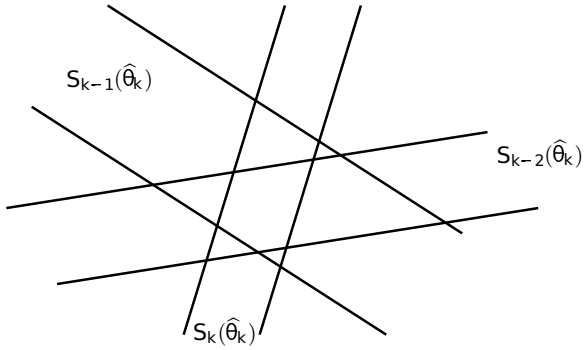

FIGURE III.2 – Illustration 2D : $\bigcap_i \mathbf{S}_i(\widehat{\theta}_k)$

a une faible complexité de calcul et par conséquent il peut être implémenté en temps réel.

À partir de ce qui précède, à l'instant k, nous nous intéressons à l'ensemble suivant

$$\mathbf{S}_k(\widehat{\theta}_k) = \left\{\theta \in \mathbb{R}^n, |\mathbf{Q}(\phi_k^T\widehat{\theta}_k) - \phi_k^T\theta| \ \leq \ \delta\right\} \tag{III.14}$$

À l'instant k, l'objectif est de réaliser l'estimation d'un vecteur de paramètres $\widehat{\theta}_k$ tel que

$$\mathbf{Q}\left(\phi_k^T\widehat{\theta}_k\right) - \phi_k^T\widehat{\theta}_k = \varepsilon_k \tag{III.15}$$

où

$$|\varepsilon_k| \leq \delta \tag{III.16}$$

et où δ satisfait l'équation III.11.

Remarque 1. *Il est à noter que, selon la modulation utilisée, il existe plusieurs vecteurs solutions équivalents. Par exemple pour une modulation 16-PSK, si $\widehat{\theta}_k$ satisfait (III.15) et (III.16), alors $e^{jq\frac{2\pi}{16}}\widehat{\theta}_k$ satisfait aussi les équations III.15, III.16) et III.11 avec $q \in \mathbb{Z}$.*

Avant d'introduire l'algorithme, nous définissons $\widehat{s}_{k/k-1}$ et $\widehat{s}_{k/k}$, respectivement la sortie a priori et a posteriori du filtre, comme suits

$$\begin{cases} \widehat{s}_{k/k-1} = \phi_k^T\widehat{\theta}_{k-1} \\ \\ \widehat{s}_{k/k} = \phi_k^T\widehat{\theta}_k \end{cases} \tag{III.17}$$

Nous définissons également les erreurs de quantification suivantes $\varepsilon_{k/k-1}$ et $\varepsilon_{k/k}$:

$$\begin{cases} \varepsilon_{k/k-1} = \mathbf{Q}(\widehat{s}_{k/k-1}) - \widehat{s}_{k/k-1} \\ \\ \varepsilon_{k/k} = \mathbf{Q}(\widehat{s}_{k/k}) - \widehat{s}_{k/k} \end{cases}$$

L'équation de mise à jour des paramètres correspondant à l'algorithme eSMBE est donnée par l'algorithme 1 ci-dessous.

Algorithm 1: eSMBE

Entrées: L_w, λ, δ, $\widehat{\theta}_0$, P_0

pour k **faire**

Calcul de $\widehat{s}_{k/k-1}$ **et** $\varepsilon_{k/k-1}$

si $|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}| > 1$ ***et*** $\phi_k^T P_{k-1}\phi_k > 0$ **alors**

$$\sigma_k = \frac{\lambda}{\phi_k^T P_{k-1}\phi_k}\left(\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right| - 1\right) \tag{III.18}$$

sinon

si $\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right| \leq 1$ ***et*** $\phi_k^T P_{k-1}\phi_k > 0$ **alors**

$$\sigma_k = 1 \tag{III.19}$$

sinon

$$\sigma_k = 0 \tag{III.20}$$

$$\Gamma_k = \frac{P_{k-1}\phi_k\sigma_k}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k} \tag{III.21}$$

$$P_k = \frac{1}{\lambda}\left(I_n - \Gamma_k\phi_k^T\right)P_{k-1} \tag{III.22}$$

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \Gamma_k\varepsilon_{k/k-1} \tag{III.23}$$

Cet algorithme nécessite la définition de $\widehat{\theta}_0$, P_0, λ et δ. Ces paramètres sont définis ci-dessous.

- $\widehat{\theta}_0$ et P_0 sont les conditions initiales sur $\widehat{\theta}_k$ et P_k. $\widehat{\theta}_0$ peut être choisi au hasard et P_0 tel que $P_0 = p_o I_n$ avec $p_o > 0$.
- λ est le facteur d'oubli fixé par l'utilisateur. Il doit être choisi dans $]0;1[$. Un facteur d'oubli faible pénalise les données du passé et favorise l'adaptation

à de nouvelles dynamiques du canal. Un facteur d'oubli élevé réduit l'impact du bruit, mais réduit également la capacité d'adaptation aux nouvelles dynamiques ([61]).

– δ doit être choisi selon l'équation III.11 et correspond à une borne pour l'erreur a posteriori, ceci est démontré dans la section suivante.

III.3.3 Propriété de l'erreur a posteriori

Dans cette partie nous étudions le comportement de l'erreur a posteriori de l'algorithme eSMBE. En multipliant l'équation III.23 par ϕ_k^T on a

$$\phi_k^T \widehat{\theta}_k = \phi_k^T \widehat{\theta}_{k-1} + \phi_k^T \Gamma_k \varepsilon_{k/k-1} \tag{III.24}$$

D'après l'équation III.17, $\widehat{s}_{k/k}$ peut être écrit comme suit :

$$\widehat{s}_{k/k} = \widehat{s}_{k/k-1} + \phi_k^T \Gamma_k \varepsilon_{k/k-1} \tag{III.25}$$

Nous considérons d'abord l'erreur $\mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \widehat{s}_{k/k}$. À partir de l'équation III.25, Cette erreur peut être calculée comme suite

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \widehat{s}_{k/k} &= \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \left(\widehat{s}_{k/k-1} + \phi_k^T \Gamma_k \varepsilon_{k/k-1}\right) \\ &= \varepsilon_{k/k-1} - \phi_k^T \Gamma_k \varepsilon_{k/k-1} \end{aligned} \tag{III.26}$$

Après une factorisation, nous obtenons

$$\mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \widehat{s}_{k/k} = (1 - \phi_k^T \Gamma_k)\varepsilon_{k/k-1} \tag{III.27}$$

En remplaçant Γ_k par son expression, l'équation III.27 devient

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \widehat{s}_{k/k} &= \left(1 - \phi_k^T \frac{P_{k-1}\phi_k\sigma_k}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\right)\varepsilon_{k/k-1} \\ &= \left(\frac{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k} - \phi_k^T \frac{P_{k-1}\phi_k\sigma_k}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\right)\varepsilon_{k/k-1} \\ &= \left(\frac{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k - \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\right)\varepsilon_{k/k-1} \end{aligned} \tag{III.28}$$

Finalement, l'erreur a posteriori peut être écrite sous la forme suivante :

$$\mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \widehat{s}_{k/k} = \frac{\lambda}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\varepsilon_{k/k-1} \tag{III.29}$$

Si $\phi_k^T P_{k-1}\phi_k > 0$ (hypothèse 1.), alors il y a deux cas possibles :

– Si $\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right| > 1$ et à partir de l'équation III.18, alors l'équation III.29 peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \widehat{s}_{k/k} &= \frac{\lambda}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k \frac{\lambda}{\phi_k^T P_{k-1}\phi_k}\left(\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right|-1\right)}\varepsilon_{k/k-1} \\
&= \frac{\lambda}{\lambda+\lambda\left(\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right|-1\right)}\varepsilon_{k/k-1} \\
&= \frac{1}{1+\left(\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right|-1\right)}\varepsilon_{k/k-1}
\end{aligned}$$

d'où

$$\mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \widehat{s}_{k/k} = \frac{1}{\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right|}\varepsilon_{k/k-1} \tag{III.30}$$

Ceci donne $\left|\mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \widehat{s}_{k/k}\right| = \delta$. De plus $\delta < \frac{\delta_{\mathbf{C_o}}}{2}$, par conséquent, nous avons

$$\left|\mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \widehat{s}_{k/k}\right| < \frac{\delta_{\mathbf{C_o}}}{2}$$

alors

$$\mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k}\right) = \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right)$$

et ainsi

$$\left|\varepsilon_{k/k}\right| = \delta \tag{III.31}$$

– Si $\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right| \leq 1$ et à partir de l'équation III.19, alors

$$\mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \widehat{s}_{k/k} = \frac{\lambda}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k}\varepsilon_{k/k-1}$$

Dans ce cas, l'algorithme d'adaptation de $\widehat{\theta}_{k-1}$ à $\widehat{\theta}_k$ correspond à l'algorithme des moindres carrés et par conséquent

$$\left|\mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right) - \widehat{s}_{k/k}\right| < \left|\varepsilon_{k/k-1}\right| < \frac{\delta_{\mathbf{C_o}}}{2}$$

Il s'ensuit que $\mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k}\right) = \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k-1}\right)$ et ici encore

$$\left|\varepsilon_{k/k}\right| \leq \delta$$

D'après ce qui précède, l'algorithme eSMBE assure la propriété suivante.

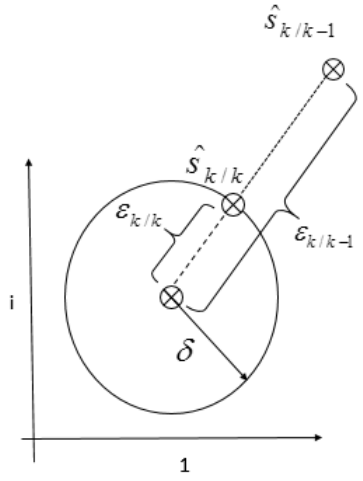

FIGURE III.3 – Si $\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right| > 1$, alors $\hat{s}_{k/k-1}$ est projeté sur le cercle de rayon δ et de centre $\mathbf{Q}\left(\hat{s}_{k/k-1}\right)$. Cela donne $\hat{s}_{k/k}$.

Propriété 3. *L'algorithme eSMBE est tel que, si* $\phi_k^T P_{k-1}\phi_k > 0$ *et si* δ *satisfait (III.11), alors le vecteur de paramètres estimé* $\widehat{\theta}_k$ *satisfait*

$$\left|\mathbf{Q}\left(\phi_k^T\widehat{\theta}_k\right) - \phi_k^T\widehat{\theta}_k\right| \leq \delta \tag{III.32}$$

■

Cela signifie que l'algorithme eSMBE permet l'estimation d'un vecteur de paramètres compatible avec l'équation III.15 et l'équation III.16. Cela montre que la sortie de l'égaliseur a posteriori est située au voisinage immédiat d'un point appartenant à la constellation $\mathbf{C_o}$.

Cette propriété est illustrée sur la figure III.3 dans le cas où $\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right| > 1$: $\hat{s}_{k/k-1}$ est projeté sur le cercle de rayon δ et centre $\mathbf{Q}\left(\hat{s}_{k/k-1}\right)$. Remarquons que cette propriété est satisfaite pour toutes les conditions initiales et par conséquent même pour une mauvaise initialisation.

III.4 Analyse de l'algorithme eSMBE

Cette partie est consacrée à l'analyse de certaines propriétés de l'algorithme eSMBE.

III.4.1 Interprétation géométrique

Afin de fournir quelques premières informations utiles sur l'algorithme d'estimation des paramètres, nous définissons l'ellipsoïde $\mathcal{E}_{k-1}$ donné par

$$\mathcal{E}_{k-1} = \left\{ \theta \in \mathbb{R}^n, (\theta - \widehat{\theta}_{k-1})^T P_{k-1}^{-1} (\theta - \widehat{\theta}_{k-1}) \leq 1 \right\} \tag{III.33}$$

Dans le théorème 1 ci-dessous, il est montré que le vecteur de paramètres $\widehat{\theta}_k$ fourni par l'algorithme eSMBE est le centre d'un ellipsoïde $\mathcal{E}_k$ incluant $(\mathbf{S}_k(\widehat{\theta}_k) \bigcap \mathcal{E}_{k-1})$ (ceci est illustré sur la figure III.4). Il est également montré que, si $\theta^* \in \mathcal{E}_{k-1}$ alors $\mathcal{E}_k$ contient aussi θ^*.

Avant d'introduire le théorème, nous considérons que la séquence $\{\phi_k\}$ possède la propriété d'excitation persistante suivante d'ordre $o_e \geq n$: il existe $\alpha > 0$ et $\beta > 0$ tels que pour tout k :

$$\alpha I_n \leq \sum_{i=0}^{o_e} \phi_{k-i} \sigma_{k-i} \phi_{k-i}^T \leq \beta I_n \tag{III.34}$$

Théorème III.1. *Considérons les hypothèses de la partie III.2 et supposons que* δ *satisfait l'équation III.11. L'algorithme eSMBE est tel que, si* $|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}| > 1$*, alors*

–

$$(\mathbf{S}_k(\widehat{\theta}_k) \cap \mathcal{E}_{k-1}) \subseteq \mathcal{E}_k \tag{III.35}$$

De plus si $\{\phi_k\}$ *est une séquence d'excitation persistante d'ordre* $o_e \geq n$*, si* θ^* *satisfait* $\theta^* \in \mathcal{E}_{k-1}$ *et* $\mathbf{Q}(\phi_k^T \theta^*) = \mathbf{Q}(\phi_k^T \widehat{\theta}_k)$ *alors*

– $\mathcal{E}_k$ *est borné et tel que*

$$\theta^* \in \mathcal{E}_k \tag{III.36}$$

■

On peut constater que tant que $|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}| > 1$, alors $\mathcal{E}_k$ est un ellipsoïde borné à l'instant k de $\bigcap_{i \in [1;k]} \mathbf{S}_i(\widehat{\theta}_i)$. $\mathcal{E}_k$ décrit une forme d'incertitude sur les paramètres : $\mathcal{E}_k$ correspond à un voisinage de $\widehat{\theta}_k$ qui contient θ^*.

Démonstration 1. *(démonstration du théorème 2)*

La démonstration est divisée en plusieurs étapes.

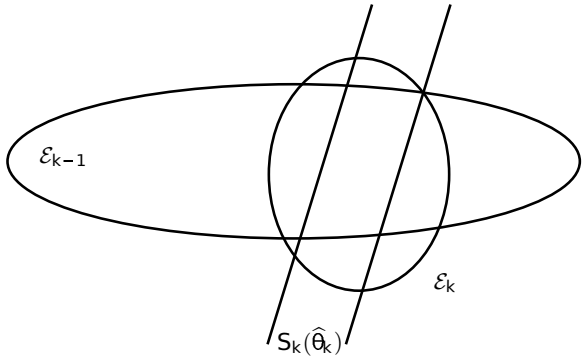

FIGURE III.4 – Illustration 2D : $(\mathbf{S}_k(\widehat{\theta}_k) \cap \mathcal{E}_{k-1}) \subseteq \mathcal{E}_k$

– *La preuve que* $(\mathbf{S}_k(\widehat{\theta}_k) \cap \mathcal{E}_{k-1}) \subseteq \mathcal{E}_k$

Nous considérons θ *tel que* $\theta \in \mathcal{E}_{k-1}$ *et* $\theta \in \mathbf{S}_k(\widehat{\theta}_k)$ *alors*

$$\begin{cases} (\theta - \widehat{\theta}_{k-1})^T P_{k-1}^{-1} (\theta - \widehat{\theta}_{k-1}) \leq 1 \\ \left| \mathbf{Q}(\phi_k^T \widehat{\theta}_k) - \phi_k^T \theta \right| \leq \delta \end{cases} \tag{III.37}$$

Via une multiplication de l'équation (III.37) par $\sigma_k \in \mathbb{R}$ *et par* λ*, nous obtenons le résultat suivante :*

$$\begin{cases} \lambda(\theta - \widehat{\theta}_{k-1})^T P_{k-1}^{-1} (\theta - \widehat{\theta}_{k-1}) \leq \lambda \\ \sigma_k \left| \mathbf{Q}(\phi_k^T \widehat{\theta}_k) - \phi_k^T \theta \right|^2 \leq \sigma_k \delta^2 \end{cases} \tag{III.38}$$

Il en résulte que

$$\lambda(\theta - \widehat{\theta}_{k-1})^T P_{k-1}^{-1} (\theta - \widehat{\theta}_{k-1}) + \left| \mathbf{Q}(\phi_k^T \widehat{\theta}_k) - \phi_k^T \theta \right|^2 \sigma_k \leq \lambda + \sigma_k \delta^2 \tag{III.39}$$

Or on a

$$\hat{\theta}_{k-1} = \hat{\theta}_k - \Gamma_k \varepsilon_{k/k-1} \tag{III.40}$$

et

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(\phi_k^T \widehat{\theta}_k) - \phi_k^T \theta &= \mathbf{Q}(\phi_k^T \widehat{\theta}_k) - \phi_k^T \theta - \phi_k^T \widehat{\theta}_k + \phi_k^T \widehat{\theta}_k \\ &= -\phi_k^T (\theta - \widehat{\theta}_k) + \mathbf{Q}(\phi_k^T \widehat{\theta}_k) - \phi_k^T \widehat{\theta}_k \\ &= -\phi_k^T (\theta - \widehat{\theta}_k) + \varepsilon_{k/k} \end{aligned} \tag{III.41}$$

En utilisant l'équation III.40 et l'équation III.41, nous obtenons :

$$\begin{gathered} \lambda(\theta - \widehat{\theta}_{k-1})^T P_{k-1}^{-1} (\theta - \widehat{\theta}_{k-1}) + \left| \mathbf{Q}(\phi_k^T \widehat{\theta}_k) - \phi_k^T \theta \right|^2 \sigma_k = \\ (\theta - \hat{\theta}_k + \Gamma_k \varepsilon_{k/k-1})^T \lambda P_{k-1}^{-1} (\theta - \hat{\theta}_k + \Gamma_k \varepsilon_{k/k-1}) + \\ (-\phi_k^T (\theta - \widehat{\theta}_k) \varepsilon_{k/k})^T \sigma_k (-\phi_k^T (\theta - \widehat{\theta}_k) + \varepsilon_{k/k}) \end{gathered} \tag{III.42}$$

Après quelques développements mathématiques, l'équation III.42 devient :

$$\begin{gathered}\lambda(\theta-\widehat{\theta}_{k-1})^T P_{k-1}^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_{k-1})+\left|\mathbf{Q}(\phi_k^T\widehat{\theta}_k)-\phi_k^T\theta\right|^2\sigma_k = \\ (\theta-\widehat{\theta}_k)^T\lambda P_{k-1}^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_k)+(\theta-\widehat{\theta}_k)^T\phi_k\sigma_k\phi_k^T(\theta-\widehat{\theta}_k) + \\ \varepsilon_{k/k-1}^T\Gamma_k^T\lambda P_{k-1}^{-1}\Gamma_k\varepsilon_{k/k-1}+\varepsilon_{k/k}^T\sigma_k\varepsilon_{k/k} + \\ 2(\theta-\widehat{\theta}_k)^T\lambda P_{k-1}^{-1}\Gamma_k\varepsilon_{k/k-1}-2(\theta-\widehat{\theta}_k)^T\phi_k\sigma_k\varepsilon_{k/k}\end{gathered} \tag{III.43}$$

L'équation (III.43) peut être écrite comme la somme de trois termes :

$$\lambda(\theta-\widehat{\theta}_{k-1})^T P_{k-1}^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_{k-1})+\left|\mathbf{Q}(\phi_k^T\widehat{\theta}_k)-\phi_k^T\theta\right|^2\sigma_k=(A)+(B)+(C) \tag{III.44}$$

avec

$$\begin{cases}(A)=(\theta-\widehat{\theta}_k)^T\lambda P_{k-1}^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_k)+(\theta-\widehat{\theta}_k)^T\phi_k\sigma_k\phi_k^T(\theta-\widehat{\theta}_k) \\ (B)=\varepsilon_{k/k-1}^T\Gamma_k^T\lambda P_{k-1}^{-1}\Gamma_k\varepsilon_{k/k-1}+\varepsilon_{k/k}^T\sigma_k\varepsilon_{k/k} \\ (c)=2(\theta-\widehat{\theta}_k)^T\lambda P_{k-1}^{-1}\Gamma_k\varepsilon_{k/k-1}-2(\theta-\widehat{\theta}_k)^T\phi_k\sigma_k\varepsilon_{k/k}\end{cases} \tag{III.45}$$

Le terme (A) s'écrit comme suit :

$$(A)=(\theta-\widehat{\theta}_k)^T(\lambda P_{k-1}^{-1}+\phi_k\sigma_k\phi_k^T)(\theta-\widehat{\theta}_k) \tag{III.46}$$

Or d'après la lemme d'inversion matricielle on a $P_k^{-1}=\lambda P_{k-1}^{-1}+\phi_k\sigma_k\phi_k^T$, *donc*

$$(A)=(\theta-\widehat{\theta}_k)^T P_k^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_k) \tag{III.47}$$

On sait que

$$\varepsilon_{k/k}=\frac{\lambda}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k}\varepsilon_{k/k-1} \tag{III.48}$$

ceci donne

$$(C)=0 \tag{III.49}$$

D'après les équations III.21 et III.48, le terme (B) s'écrit comme suit :

$$(B)=\varepsilon_{k/k}^T\frac{\sigma_k}{\lambda}(\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k)\varepsilon_{k/k} \tag{III.50}$$

D'après les équations III.47, III.49 et (III.50), nous obtenons :

$$\begin{gathered}(\theta-\widehat{\theta}_k)^T P_k^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_k)+\frac{\lambda\sigma_k|\varepsilon_{k/k-1}|^2}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\leq \\ \lambda(\theta-\widehat{\theta}_{k-1})^T P_{k-1}^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_{k-1})+\left|\mathbf{Q}(\phi_k^T\widehat{\theta}_k)-\phi_k^T\theta\right|^2\sigma_k\end{gathered} \tag{III.51}$$

Ceci donne

$$\begin{aligned}&(\theta-\widehat{\theta}_k)^T P_k^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_k) \leq \\ &\lambda(\theta-\widehat{\theta}_{k-1})^T P_{k-1}^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_{k-1}) + \left|\mathbf{Q}(\phi_k^T\widehat{\theta}_k)-\phi_k^T\theta\right|^2 \sigma_k - \frac{\lambda\sigma_k|\varepsilon_{k/k-1}|^2}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\end{aligned} \tag{III.52}$$

or d'après l'équation III.39, l'inégalité (III.52) peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned}&(\theta-\widehat{\theta}_k)^T P_k^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_k) \leq \\ &\lambda+\sigma_k\delta^2 - \frac{\lambda\sigma_k|\varepsilon_{k/k-1}|^2}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\end{aligned} \tag{III.53}$$

or $\lambda \leq 1$*, alors l'inégalité (III.53) devient*

$$\begin{aligned}&(\theta-\widehat{\theta}_k)^T P_k^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_k) \leq \\ &1+\sigma_k\delta^2 - \frac{\lambda\sigma_k|\varepsilon_{k/k-1}|^2}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\end{aligned} \tag{III.54}$$

D'autre part, si $|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}| > 1$*, alors nous avons*

$$\begin{aligned}\frac{\lambda\sigma_k|\varepsilon_{k/k-1}|^2}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k} &= \frac{\lambda\sigma_k|\varepsilon_{k/k-1}|^2}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k \frac{\lambda}{\phi_k^T P_{k-1}\phi_k}\left(\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right|-1\right)} \\ &= \frac{\sigma_k|\varepsilon_{k/k-1}|^2}{1+\left(\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right|-1\right)} \\ &= \delta\sigma_k|\varepsilon_{k/k-1}|\end{aligned} \tag{III.55}$$

Il est clair maintenant que

$$\frac{\lambda\sigma_k|\varepsilon_{k/k-1}|^2}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k} \geqslant \sigma_k\delta^2 \tag{III.56}$$

alors

$$\sigma_k\delta^2 - \frac{\lambda\sigma_k|\varepsilon_{k/k-1}|^2}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k} \leq 0$$

donc l'inégalité (III.53) devient

$$(\theta-\widehat{\theta}_k)^T P_k^{-1}(\theta-\widehat{\theta}_k) \leq 1 \tag{III.57}$$

ainsi $\theta \in \mathcal{E}_k$ *et par conséquent* $(\mathbf{S}_k(\widehat{\theta}_k) \cap \mathcal{E}_{k-1}) \subseteq \mathcal{E}_k$.

– *La preuve qu'il existe* s_{sup} *tel que* $(P_k)^{-1} \leq s_{sup} I_n$
Tout d'abord, il est nécessaire d'exprimer P_k^{-1}*. À partir de l'équation III.22, nous avons*

$$\begin{aligned}P_k^{-1} &= (\tfrac{1}{\lambda}\left(I_n - \Gamma_k\phi_k^T\right)P_{k-1})^{-1} \\ &= \lambda\left(P_{k-1} - \Gamma_k\phi_k^T P_{k-1}\right)^{-1}\end{aligned} \tag{III.58}$$

En remplaçant l'expression Γ_k dans l'équation (III.58), nous obtenons

$$\begin{aligned} P_k^{-1} &= \lambda\left(P_{k-1} - \tfrac{P_{k-1}\phi_k\sigma_k}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\phi_k^T P_{k-1}\right)^{-1} \\ &= \lambda\left(P_{k-1} - P_{k-1}\phi_k\sigma_k\left(\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k\right)^{-1}\phi_k^T P_{k-1}\right)^{-1} \end{aligned} \tag{III.59}$$

Nous considérons la lemme d'inversion matricielle suivante

$$(A - B^T C^{-1} B)^{-1} = A^{-1} + A^{-1}B^T(C - BA^{-1}B^T)^{-1}BA^{-1} \tag{III.60}$$

En appliquant l'équation III.60 sur l'équation III.59 avec

$$\begin{cases} A = P_{k-1} \\ B = \phi_k^T P_{k-1} \\ C = \frac{1}{\sigma_k}\left(\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k\right) \end{cases} \tag{III.61}$$

Finalement, nous avons

$$P_k^{-1} = \lambda P_{k-1}^{-1} + \phi_k\sigma_k\phi_k^T \tag{III.62}$$

Les k itérations de P_k^{-1} sont

$$\begin{aligned} P_k^{-1} &= \lambda P_{k-1}^{-1} + \phi_k\sigma_k\phi_k^T \\ \\ P_{k-1}^{-1} &= \lambda P_{k-2}^{-1} + \phi_{k-1}\sigma_{k-1}\phi_{k-1}^T \\ P_{k-2}^{-1} &= \lambda P_{k-3}^{-1} + \phi_{k-2}\sigma_{k-2}\phi_{k-2}^T \\ \vdots \quad & \quad \vdots \\ P_1^{-1} &= \lambda P_0^{-1} + \phi_1\sigma_1\phi_1^T \end{aligned} \tag{III.63}$$

À partir de l'équation III.63 nous obtenons

$$\begin{aligned} P_k^{-1} &= \lambda P_{k-1}^{-1} + \phi_k\sigma_k\phi_k^T \\ &= \lambda\left(\lambda P_{k-2}^{-1} + \phi_{k-1}\sigma_{k-1}\phi_{k-1}^T\right) + \phi_k\sigma_k\phi_k^T \\ &= \lambda\left(\lambda\left(\lambda P_{k-3}^{-1} + \phi_{k-2}\sigma_{k-2}\phi_{k-2}^T\right) + \phi_{k-1}\sigma_{k-1}\phi_{k-1}^T\right) + \phi_k\sigma_k\phi_k^T \\ &= \lambda^k P_0^{-1} + \phi_k\sigma_k\phi_k^T + \lambda\phi_{k-1}\sigma_{k-1}\phi_{k-1}^T + \cdots + \lambda^{k-1}\phi_1\sigma_1\phi_1^T \end{aligned} \tag{III.64}$$

Donc P_k^{-1} *peut être écrite sous la forme suivante :*

$$P_k^{-1} = \lambda^k P_0^{-1} + \sum_{i=0}^{k-1} \lambda^i \phi_{k-i} \sigma_{k-i} \phi_{k-i}^T \tag{III.65}$$

À partir de l'hypothèse d'excitation persistante de l'équation III.34, nous avons

$$P_k^{-1} \leq \lambda^k P_0^{-1} + \beta \sum_{i=0}^{k-1} \lambda^i \tag{III.66}$$

Nous avons $\sum_{i=0}^{k-1} \lambda^i = \frac{1-\lambda^k}{1-\lambda}$*, l'équation III.66 devient donc*

$$P_k^{-1} \leq \lambda^k P_0^{-1} + \beta \frac{1-\lambda^k}{1-\lambda} \tag{III.67}$$

Il s'ensuit que $P_k^{-1} \leq s_{sup} I_n$ *avec* $s_{sup} = P_0^{-1} + \beta \frac{1}{1-\lambda}$.

– *La preuve qu'il existe* s_{inf} *tel que* $0 < s_{inf} I_n \leq (P_k)^{-1}$

Après o_e *itérations sur l'équation III.65 nous avons*

$$P_k^{-1} = \lambda^{o_e} P_{k-o_e}^{-1} + \sum_{i=0}^{o_e-1} \lambda^i \phi_{k-i} \sigma_{k-i} \phi_{k-i}^T \tag{III.68}$$

$\lambda^{o_e} P_{k-o_e}^{-1} > 0$*, il vient donc*

$$P_k^{-1} \geq \sum_{i=0}^{o_e-1} \lambda^i \phi_{k-i} \sigma_{k-i} \phi_{k-i}^T \tag{III.69}$$

Le fait que $\lambda < 1$ *induit* $\lambda^{o_e-1} \leq \lambda^i$ *avec* $i \leq o_e - 1$ *donc nous avons*

$$\sum_{i=0}^{o_e-1} \lambda^i \phi_{k-i} \sigma_{k-i} \phi_{k-i}^T \geqslant \lambda^{o_e-1} \sum_{i=0}^{o_e-1} \phi_{k-i} \sigma_{k-i} \phi_{k-i}^T \tag{III.70}$$

À partir de les équations III.69 et III.70 nous obtenons

$$P_k^{-1} \geq \lambda^{o_e-1} \sum_{i=0}^{o_e-1} \phi_{k-i} \sigma_{k-i} \phi_{k-i}^T \tag{III.71}$$

$\{\phi_k\}_{k=1}^N$ *est supposée être une séquence d'excitation persistante d'ordre* o_e*, c.à.d* $\alpha I_n \leq \sum_{i=0}^{o_e} \phi_{k-i} \sigma_{k-i} \phi_{k-i}^T$ *il en résulte*

$$P_k^{-1} \geq \lambda^{o_e-1} \alpha I_n \tag{III.72}$$

Notons $s_{inf} = \lambda^{o_e - 1}\alpha$, *l'inégalité (III.71) devient :*

$$P_k^{-1} \geq s_{inf} I_n > 0 \tag{III.73}$$

– *La preuve que le volume de l'ellipsoïde* $\mathcal{E}_k$ *est borné*
À partir des résultats précédents, il existe s_{sup} *et* s_{inf} *tel que*

$$0 < s_{inf} I_n \leq (P_k)^{-1} \leq s_{sup} I_n$$

alors le volume de l'ellipsoïde $\mathcal{E}_k$ *est borné.*

– *La preuve que* $\theta^* \in \mathcal{E}_k$
Si $\mathbf{Q}(\phi_k^T \theta^*) = \mathbf{Q}(\phi_k^T \widehat{\theta}_k)$, *alors* $\theta^* \in \mathbf{S}_k(\widehat{\theta}_k)$. *Si* $\theta^* \in \mathcal{E}_{k-1}$, *à partir* $(\mathbf{S}_k(\widehat{\theta}_k) \cap \mathcal{E}_{k-1}) \subseteq \mathcal{E}_k$, *ceci donne* $\theta^* \in \mathcal{E}_k$.

■

III.4.2 Analyse de stabilité et de convergence

Ce paragraphe est dédié à l'analyse de stabilité et de convergence de convergence de l'algorithme proposé. Même si l'algorithme assure une sortie de l'égaliseur dans un voisinage d'un point de la constellation, la stabilité de l'algorithme et encore moins sa convergence vers une solution stationnaire n'est pas pour l'instant assurée. Ainsi, nous nous concentrons à présent sur le comportement du vecteur de paramètres $\widehat{\theta}_k$ (c'est-à-dire le centre de l'ellipsoïde $\mathcal{E}_k$).

À partir de l'hypothèse 4. il est considéré qu'il existe un vecteur de paramètres θ^* tel que

$$s_k = \phi_k^T \theta^* + v_k \tag{III.74}$$

avec $|v_k| < \delta_v$.

L'erreur a posteriori $\varepsilon_{k/k}$ est définie par

$$\varepsilon_{k/k} = \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k}\right) - \widehat{s}_{k/k} \tag{III.75}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k/k} &= \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k}\right) - \widehat{s}_{k/k} \\ &= \phi_k^T \theta^* - \phi_k^T \theta^* + \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k}\right) - \widehat{s}_{k/k} \\ &= \phi_k^T \theta^* + \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k}\right) - \phi_k^T \widehat{\theta}_k - \mathbf{Q}\left(s_k\right) + v_k \\ &= \phi_k^T \theta^* - \phi_k^T \widehat{\theta}_k + \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k}\right) - \mathbf{Q}\left(s_k\right) + v_k \end{aligned} \tag{III.76}$$

Nous introduisons maintenant le terme b_k dans l'équation précédente, qui peut être défini comme suit :

$$b_k = \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k}\right) - \mathbf{Q}\left(s_k\right) \tag{III.77}$$

Cela donne

$$\varepsilon_{k/k} = \phi_k^T(\theta^* - \widehat{\theta}_k) + b_k + v_k \tag{III.78}$$

b_k correspond à l'erreur de décision. b_k peut être assimilé à un bruit impulsif complexe dont le module est borné par la distance maximale entre deux symboles dans $\mathbf{C_o}$ c'est à dire

$$\delta_b = max_{k,k'}|s_k - s_{k'}|$$

Dans ce qui suit, nous définissons la fonction indicatrice $ind(.)$ de la façon suivante :

$$ind\left(\frac{|b_k|}{\delta_b}\right) = \begin{cases} 1 \text{ si } \left(\frac{|b_k|}{\delta_b}\right) \neq 0 \\ 0 \text{ si } \left(\frac{|b_k|}{\delta_b}\right) = 0 \end{cases} \tag{III.79}$$

et le filtre passe-bas à temps discret $F(q) = \frac{1}{1-\lambda q^{-1}}$ où q^{-1} désigne l'opérateur de retard.

Nous définissons le vecteur d'erreur de paramètres entre θ^* et $\widehat{\theta}_k$ par :

$$\widetilde{\theta}_k = \theta^* - \widehat{\theta}_k \tag{III.80}$$

$\varepsilon_{k/k}$ peut être réécrit comme suit :

$$\varepsilon_{k/k} = \phi_k^T \widetilde{\theta}_k + b_k + v_k \tag{III.81}$$

Le Théorème III.2 ci-dessous se concentre sur le comportement de $\widetilde{\theta}_k$ en fonction de $F(q)ind\left(\frac{|b_k|}{\delta_b}\right)$.

Théorème III.2. *Considérons les hypothèses proposées et supposons que δ satisfait (III.11). Si $\{\phi_k\}$ est une séquence d'excitation persistante d'ordre $o_e \geq n$ et si $P_0 = p_o I_n$ alors l'algorithme eSMBE est tel que pour toutes conditions initiales :*

- *Si $|\frac{\varepsilon_{i/i-1}}{\delta}| > 1$ pour $i \in [1;k]$ alors pour tous $k \geq o_e + 1$, $\widetilde{\theta}_k$ satisfait :*

$$\left\|\widetilde{\theta}_k\right\|^2 \leq \gamma_1 \lambda^k \left\|\widetilde{\theta}_0\right\|^2 + \gamma_2 F(q) ind\left(\frac{|b_k|}{\delta_b}\right) \tag{III.82}$$

Avec $\gamma_1 > 0$ et $\gamma_2 > 0$;

– *Si* $|\frac{\varepsilon_{i/i-1}}{\delta}| \leq 1$ *et* $v_i = 0$ *pour* $i \in [1;k]$ *alors pour tous* $k \geq o_e + 1$, $\widetilde{\theta}_k$ *satisfait :*

$$\left\|\widetilde{\theta}_k\right\|^2 \leq \gamma_1 \lambda^k \left\|\widetilde{\theta}_0\right\|^2 + \gamma_3 F(q) ind\left(\frac{|b_k|}{\delta_b}\right) \tag{III.83}$$

Avec $\gamma_3 > 0$ *;*

■

Démonstration 2. *(démonstration du théorème III.2)*
Nous considérons la fonction de Lyapounov suivante :

$$V_k = \widetilde{\theta}_k^T P_k^{-1} \widetilde{\theta}_k \tag{III.84}$$

A partir de la définition de $\widetilde{\theta}_k$ *il vient*

$$\widetilde{\theta}_{k-1} = \widetilde{\theta}_k + \Gamma_k \varepsilon_{k/k-1} \tag{III.85}$$

En remplaçant Γ_k *par son expression, nous obtenons*

$$\widetilde{\theta}_{k-1} = \widetilde{\theta}_k + \frac{P_{k-1}\phi_k\sigma_k}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\varepsilon_{k/k-1} \tag{III.86}$$

$$\begin{aligned} \widetilde{\theta}_{k-1} &= \widetilde{\theta}_k + \tfrac{P_{k-1}\phi_k\sigma_k}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\varepsilon_{k/k-1} \\ &= \widetilde{\theta}_k + \tfrac{1}{\lambda}\tfrac{P_{k-1}\phi_k\sigma_k\lambda}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k}\varepsilon_{k/k-1} \end{aligned} \tag{III.87}$$

et donc

$$\widetilde{\theta}_{k-1} = \widetilde{\theta}_k + P_{k-1}\phi_k\frac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k} \tag{III.88}$$

À partir de l'équation III.84, V_{k-1} *peut être écrite comme suit :*

$$V_{k-1} = \widetilde{\theta}_{k-1}^T P_{k-1}^{-1} \widetilde{\theta}_{k-1} \tag{III.89}$$

or d'après l'équation III.88, l'équation III.89 peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} V_{k-1} &= \left(\widetilde{\theta}_k + P_{k-1}\phi_k\tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k}\right)^T P_{k-1}^{-1}\left(\widetilde{\theta}_k + P_{k-1}\phi_k\tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k}\right) \\ &= \left(\widetilde{\theta}_k^T + \tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k}\phi_k^T P_{k-1}^T\right)\left(P_{k-1}^{-1}\widetilde{\theta}_k + \phi_k\tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k}\right) \\ &= \widetilde{\theta}_k^T P_{k-1}^{-1}\widetilde{\theta}_k + \widetilde{\theta}_k^T\phi_k\tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k} + \tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k}^T\phi_k^T P_{k-1}^T P_{k-1}^{-1}\widetilde{\theta}_k + \tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k}^T\phi_k^T P_{k-1}^T\phi_k\tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k} \end{aligned} \tag{III.90}$$

$\phi_k^T\widetilde{\theta}_k$ *est un scalaire donc* $\phi_k^T\widetilde{\theta}_k = \left(\phi_k^T\widetilde{\theta}_k\right)^T = \widetilde{\theta}_k^T\phi_k$ *et ceci donne*

$$\begin{aligned} V_{k-1} &= \widetilde{\theta}_k^T P_{k-1}^{-1}\widetilde{\theta}_k + \widetilde{\theta}_k^T\phi_k\tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k} + \tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k}^T\widetilde{\theta}_k^T\phi_k + \tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k}^T\phi_k^T P_{k-1}^T\phi_k\tfrac{\sigma_k}{\lambda}\varepsilon_{k/k} \\ &= \widetilde{\theta}_k^T P_{k-1}^{-1}\widetilde{\theta}_k + \tfrac{2}{\lambda}\widetilde{\theta}_k^T\phi_k\sigma_k\varepsilon_{k/k} + \tfrac{1}{\lambda^2}\varepsilon_{k/k}^T\sigma_k\phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k\varepsilon_{k/k} \end{aligned} \tag{III.91}$$

Finalement, V_{k-1} peut être écrite sous la forme suivante :

$$V_{k-1} = \widetilde{\theta}_k^T P_{k-1}^{-1} \widetilde{\theta}_k + \frac{2}{\lambda} \Re \left(\widetilde{\theta}_k^T \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \right) + \frac{1}{\lambda^2} \varepsilon_{k/k}^T \sigma_k \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \tag{III.92}$$

Nous savons que $P_{k-1}^{-1} = \frac{1}{\lambda} \left(P_k^{-1} - \phi_k \sigma_k \phi_k^T \right)$.
En substituant cette expression dans la forme précédente de V_{k-1} ceci donne :

$$\begin{aligned} V_{k-1} &= \widetilde{\theta}_k^T \tfrac{1}{\lambda} \left(P_k^{-1} - \phi_k \sigma_k \phi_k^T \right) \widetilde{\theta}_k + \tfrac{2}{\lambda} \Re \left(\widetilde{\theta}_k^T \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \right) + \tfrac{1}{\lambda^2} \varepsilon_{k/k}^T \sigma_k \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \\ &= \widetilde{\theta}_k^T \tfrac{1}{\lambda} P_k^{-1} \widetilde{\theta}_k - \widetilde{\theta}_k^T \tfrac{1}{\lambda} \phi_k \sigma_k \phi_k^T \widetilde{\theta}_k + \tfrac{2}{\lambda} \Re \left(\widetilde{\theta}_k^T \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \right) + \tfrac{1}{\lambda^2} \varepsilon_{k/k}^T \sigma_k \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \\ &= \tfrac{1}{\lambda} V_k - \tfrac{1}{\lambda} \widetilde{\theta}_k^T \phi_k \sigma_k \phi_k^T \widetilde{\theta}_k + \tfrac{2}{\lambda} \Re \left(\widetilde{\theta}_k^T \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \right) + \tfrac{1}{\lambda^2} \varepsilon_{k/k}^T \sigma_k \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \end{aligned} \tag{III.93}$$

Donc nous obtenons

$$V_k \leq \lambda V_{k-1} + Q_k \tag{III.94}$$

avec

$$Q_k \;=\; \widetilde{\theta}_k^T \phi_k \sigma_k \phi_k^T \widetilde{\theta}_k - 2\Re \left(\widetilde{\theta}_k^T \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \right) - \tfrac{1}{\lambda} \varepsilon_{k/k}^T \sigma_k \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \tag{III.95}$$

À partir de l'équation III.78 $\phi_k^T \widetilde{\theta}_k$ peut être écrit comme suit

$$\phi_k^T \widetilde{\theta}_k = \varepsilon_{k/k} - v_k - b_k$$

avec $|v_k| < \delta$ et $b_k = \mathbf{Q}\left(\widehat{s}_{k/k}\right) - s_k$. Ceci donne

$$\begin{aligned} Q_k &= \sigma_k |\varepsilon_{k/k} - v_k - b_k|^2 - 2\sigma_k (\varepsilon_{k/k} - v_k - b_k)^T \varepsilon_{k/k} - \tfrac{1}{\lambda} \varepsilon_{k/k}^T \sigma_k \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \\ &= \sigma_k \left(\varepsilon_{k/k}^2 + (v_k + b_k)^2 - 2\varepsilon_{k/k}(v_k + b_k) \right) - 2\sigma_k \varepsilon_{k/k}^T \varepsilon_{k/k} + 2\sigma_k v_k^T \varepsilon_{k/k} \\ &\quad + 2\sigma_k b_k^T \varepsilon_{k/k} - \tfrac{1}{\lambda} \varepsilon_{k/k}^T \sigma_k \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \\ &= \sigma_k \varepsilon_{k/k}^2 + \sigma_k (v_k + b_k)^2 - 2\sigma_k \varepsilon_{k/k}(v_k + b_k) - 2\sigma_k \varepsilon_{k/k}^T \varepsilon_{k/k} \\ &\quad + 2\sigma_k v_k^T \varepsilon_{k/k} + 2\sigma_k b_k^T \varepsilon_{k/k} - \tfrac{1}{\lambda} \varepsilon_{k/k}^T \sigma_k \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \\ &= \sigma_k (v_k + b_k)^2 - \sigma_k \varepsilon_{k/k}^2 - \tfrac{1}{\lambda} \varepsilon_{k/k}^T \sigma_k \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \varepsilon_{k/k} \\ &= \sigma_k (v_k + b_k)^2 - \sigma_k \varepsilon_{k/k} \left(1 + \tfrac{1}{\lambda} \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \right) \varepsilon_{k/k} \end{aligned} \tag{III.96}$$

Or nous avons $\varepsilon_{k/k} = \frac{\lambda}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k} \varepsilon_{k/k-1}$ donc

$$\varepsilon_{k/k} \left(\lambda + \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \right) = \lambda \varepsilon_{k/k-1}$$

Il vient

$$\varepsilon_{k/k} \left(1 + \frac{1}{\lambda} \phi_k^T P_{k-1} \phi_k \sigma_k \right) = \varepsilon_{k/k-1} \tag{III.97}$$

À partir de l'équation III.97 Q_k *peut être écrit comme suit :*

$$Q_k = \sigma_k |b_k + v_k|^2 - \sigma_k \varepsilon_{k/k}^T \varepsilon_{k/k-1} \tag{III.98}$$

Nous considérons les différents cas suivants :

– *Si* $|\frac{\varepsilon_{i/i-1}}{\delta}| > 1$ *pour* $i \in [1;k]$ *alors nous avons*

$$\begin{aligned} Q_k &\leq \sigma_k \left(|b_k|^2 + |v_k|^2 + 2|b_k||v_k|\right) - \sigma_k \varepsilon_{k/k}^T \varepsilon_{k/k-1} \\ &\leq \sigma_k |b_k| \left(|b_k| + 2|v_k|\right) + \sigma_k |v_k|^2 - \sigma_k \varepsilon_{k/k}^T \varepsilon_{k/k-1} \\ &\leq \sigma_k |b_k| (|b_k| + 2|v_k|) + \sigma_k (|v_k|^2 - \varepsilon_{k/k}^T \varepsilon_{k/k-1}) \end{aligned} \tag{III.99}$$

Nous savons que :

$$\begin{cases} \sigma_k = \frac{\lambda}{\phi_k^T P_{k-1} \phi_k} \left(\left| \frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta} \right| - 1 \right) \\ P_k^{-1} \leq s_{sup} I_n \end{cases} \tag{III.100}$$

alors

$$\begin{cases} \sigma_k = \frac{\lambda}{\phi_k^T P_{k-1} \phi_k} \left(\left| \frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta} \right| - 1 \right) \\ P_k \geq \frac{1}{s_{sup}} I_n \end{cases} \tag{III.101}$$

À partir de l'équation III.103 σ_k *est un scalaire positif borné donc il existe* ν *tel que* $0 < \sigma_k \leq \nu$.

De plus, si $\left| \frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta} \right| > 1$ *alors* $|\varepsilon_{k/k}| = \delta$. *Le fait que* $|v_k| < \delta$ *il en résulte que*

$$\begin{aligned} |v_k| &< |\varepsilon_{k/k-1}| \\ |v_k||v_k| &< |v_k||\varepsilon_{k/k-1}| \\ |v_k|^2 &< |v_k||\varepsilon_{k/k-1}| \\ |v_k|^2 &< \delta|\varepsilon_{k/k-1}| \\ |v_k|^2 &< |\varepsilon_{k/k}^T||\varepsilon_{k/k-1}| \end{aligned} \tag{III.102}$$

Ceci donne

$$|v_k|^2 - \varepsilon_{k/k}^T \varepsilon_{k/k-1} < 0 \tag{III.103}$$

et par conséquent l'équation III.99 devient

$$\begin{aligned} Q_k &\leq \sigma_k |b_k| (|b_k| + 2|v_k|) + \sigma_k (|v_k|^2 - \varepsilon_{k/k}^T \varepsilon_{k/k-1}) \\ &\leq \sigma_k |b_k| (|b_k| + 2|v_k|) \\ &\leq \nu \frac{|b_k|}{\delta_b} (|b_k| + 2|v_k|) \delta_b \\ &\leq \nu \frac{|b_k|}{\delta_b} (\delta_b + 2\delta_v) \delta_b \end{aligned} \tag{III.104}$$

et donc

$$Q_k \leq \nu \frac{|b_k|}{\delta_b}(\delta_b^2 + 2\delta_b\delta_v) \tag{III.105}$$

À partir l'équation III.94 V_k *devient*

$$V_k \leq \lambda V_{k-1} + q_k \tag{III.106}$$

avec

$$q_k = \nu \frac{|b_k|}{\delta_b}\left(\delta_b^2 + 2\delta_v\delta_b\right)$$

À partir de cette inégalité, nous représentons les k *itérations de* V_k *:*

$$\begin{aligned} V_k &\leq \lambda V_{k-1} + q_k \\ V_{k-1} &\leq \lambda V_{k-2} + q_{k-1} \\ V_{k-2} &\leq \lambda V_{k-3} + q_{k-2} \\ \vdots \quad & \quad \vdots \\ V_1 &\leq \lambda V_0 + q_1 \end{aligned} \tag{III.107}$$

À partir de l'équation III.107 nous obtenons

$$\begin{aligned} V_k &\leq \lambda V_{k-1} + q_k \\ &\leq \lambda(\lambda V_{k-2} + q_{k-1}) + q_k \\ &\leq \lambda(\lambda(\lambda V_{k-3} + q_{k-2}) + q_{k-1}) + q_k \\ &\leq \lambda^k V_0 + \lambda^{k-1} q_1 + \lambda^{k-2} q_2 + \cdots + \lambda q_{k-1} + q_k \\ &\leq \lambda^k V_0 \textstyle\sum_{i=0}^{k-1} \lambda^i q_{k-1} \\ &\leq \lambda^k V_0 + \textstyle\sum_{i=0}^{k-1} \lambda^i \nu \frac{|b_{k-1}|}{\delta_b}\left(\delta_b^2 + 2\delta_v\delta_b\right) \\ &\leq \lambda^k V_0 + \nu\left(\delta_b^2 + 2\delta_v\delta_b\right) \textstyle\sum_{i=0}^{k-1} \lambda^i \frac{|b_{k-i}|}{\delta_b} \end{aligned} \tag{III.108}$$

Nous obtenons ainsi sur $\widetilde{\theta}_k^T P_k^{-1} \widetilde{\theta}_k$ *l'inégalité suivante*

$$\widetilde{\theta}_k^T P_k^{-1} \widetilde{\theta}_k \leq \lambda^k \widetilde{\theta}_0^T P_0^{-1} \widetilde{\theta}_0 + \nu\left(\delta_b^2 + 2\delta_v\delta_b\right) \textstyle\sum_{i=0}^{k-1} \lambda^i \frac{|b_{k-i}|}{\delta_b} \tag{III.109}$$

Il a été démontré que $0 < s_{inf} I_n \leq P_k^{-1}$ *et nous supposons que* $P_0 = p_o I_n$ *ainsi nous obtenons*

$$\widetilde{\theta}_k^T s_{inf} \widetilde{\theta}_k \leq \lambda^k \widetilde{\theta}_0^T \tfrac{1}{p_o} \widetilde{\theta}_0 + \nu\left(\delta_b^2 + 2\delta_v\delta_b\right) \textstyle\sum_{i=0}^{k-1} \lambda^i \frac{|b_{k-i}|}{\delta_b} \tag{III.110}$$

Ceci

$$\widetilde{\theta}_k^T\widetilde{\theta}_k \leq \lambda^k\widetilde{\theta}_0^T\tfrac{1}{s_{inf}p_o}\widetilde{\theta}_0 + \tfrac{1}{s_{inf}}\nu\left(\delta_b^2+2\delta_v\delta_b\right)\textstyle\sum_{i=0}^{k-1}\lambda^i\tfrac{|b_{k-i}|}{\delta_b} \tag{III.111}$$

or $\sum_{i=0}^{k-1}\lambda^i\frac{|b_{k-i}|}{\delta_b} = \frac{|b_k|}{\delta_b}\frac{1-\lambda^k}{1-\lambda}$ *donc l'équation III.111 devient :*

$$\left\|\widetilde{\theta}_k\right\|^2 \leq \tfrac{\lambda^k}{s_{inf}p_o}\left\|\widetilde{\theta}_0\right\|^2 + \tfrac{1}{s_{inf}}\nu\left(\delta_b^2+2\delta_v\delta_b\right)\tfrac{|b_k|}{\delta_b}\tfrac{1-\lambda^k}{1-\lambda} \tag{III.112}$$

À partir de la définition du filtre $F(q)$ *et de* $ind(.)$ *dans (III.79), on obtient*

$$\left\|\widetilde{\theta}_k\right\|^2 \leq \tfrac{\lambda^k}{s_{inf}p_o}\left\|\widetilde{\theta}_0\right\|^2 + \tfrac{1}{s_{inf}}\nu\left(\delta_b^2+2\delta_v\delta_b\right)F(q)ind\left(\tfrac{|b_k|}{\delta_b}\right) \tag{III.113}$$

Nous supposons que :

$$\begin{cases} \gamma_1 = \frac{1}{p_o s_{inf}} > 0 \\ \gamma_2 = \frac{1}{s_{inf}}\nu\left(\delta_b^2+2\delta_v\delta_b\right) > 0 \end{cases} \tag{III.114}$$

À partir de l'équation III.114, l'inégalité (III.113) peut être écrite comme suit :

$$\left\|\widetilde{\theta}_k\right\|^2 \leq \gamma_1\lambda^k\left\|\widetilde{\theta}_0\right\|^2 + \gamma_2 F(q)ind\left(\frac{|b_k|}{\delta_b}\right) \tag{III.115}$$

– *Si* $|\frac{\varepsilon_{i/i-1}}{\delta}| \leq 1$ *alors* $\sigma_i = 1$ *et si* $v_i = 0$ *pour* $i \in [1;k]$, *alors cela donne*

$$Q_k = |b_k|^2 - \varepsilon_{k/k}^T\varepsilon_{k/k-1} \tag{III.116}$$

Pour $\sigma_k = 1$ *nous avons*

$$\varepsilon_{k/k} = \frac{\lambda}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k}\varepsilon_{k/k-1}$$

alors

$$\varepsilon_{k/k}^T\varepsilon_{k/k-1} = \frac{\lambda}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k}\varepsilon_{k/k-1}^T\varepsilon_{k/k-1}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k/k}^T\varepsilon_{k/k-1} &= \tfrac{\lambda}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k}\varepsilon_{k/k-1}^T\varepsilon_{k/k-1} \\ &= \tfrac{\lambda}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k}\left\|\varepsilon_{k/k-1}\right\|^2 \end{aligned} \tag{III.117}$$

or $\frac{\lambda}{\lambda+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k} > O$ *donc*

$$\varepsilon_{k/k}^T\varepsilon_{k/k-1} > 0$$

et par conséquent

$$Q_k \leq \frac{|b_k|}{\delta_b}\delta_b^2 \tag{III.118}$$

D'après les équations III.94 et III.118 nous avons

$$V_k \leq \lambda V_{k-1} + \frac{|b_k|}{\delta_b}\delta_b^2 \tag{III.119}$$

Notons $p_k = \frac{|b_k|}{\delta_b}\delta_b^2$*, donc l'équation III.119 devient comme suit :*

$$V_k \leq \lambda V_{k-1} + p_k \tag{III.120}$$

À partir de l'équation III.108 nous avons

$$\begin{aligned} V_k &\leq \lambda^k V_0 + \textstyle\sum_{i=0}^{k-1} \lambda^i p_{k-1} \\ &\leq \lambda^k V_0 + \textstyle\sum_{i=0}^{k-1} \lambda^i \frac{|b_{k-i}|}{\delta_b}\delta_b^2 \\ &\leq \lambda^k V_0 + \frac{|b_k|}{\delta_b}\delta_b^2 \frac{1-\lambda^k}{1-\lambda} \end{aligned} \tag{III.121}$$

A partir de la définition du filtre $F(q)$ *et de celle de* $ind(.)$ *dans l'équation III.79, nous obtenons*

$$\left\|\widetilde{\theta}_k\right\|^2 \leq \frac{\lambda^k}{s_{inf} p_o}\left\|\widetilde{\theta}_0\right\|^2 + \frac{1}{s_{inf}}\delta_b^2 F(q) ind\left(\frac{|b_k|}{\delta_b}\right) \tag{III.122}$$

Nous supposons que $\gamma_3 = \frac{1}{s_{inf}}\delta_b^2 > 0$ *alors l'inégalité (III.122) peut être écrite comme suit :*

$$\left\|\widetilde{\theta}_k\right\|^2 \leq \gamma_1 \lambda^k \left\|\widetilde{\theta}_0\right\|^2 + \gamma_3 F(q) ind\left(\frac{|b_k|}{\delta_b}\right) \tag{III.123}$$

■

Nous pouvons faire les commentaires d'interprétation suivants sur le Thèoreme III.2.

- Tout d'abord, si l'amplitude de l'erreur a priori est élevée $\left(|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}| > 1\right)$, c'est-à-dire si le vecteur des paramètres n'a pas encore convergé, et sous la condition d'excitation persistante sur la séquence $\{\phi_k\}$, l'équation III.82 montre que le vecteur d'erreur de paramètres $\widetilde{\theta}_k$ est borné même en présence d'une erreur de décision. Ceci assure la stabilité de l'algorithme pour toutes les conditions initiales (ce n'est pas le cas de tous les algorithmes d'égalisation aveugle).

- Ensuite, tant que nous avons $|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}| > 1$, l'amplitude de $\widetilde{\theta}_k$ dépend de l'erreur de décision filtrée : plus la valeur de $F(q)ind\left(\frac{|b_k|}{\delta_b}\right)$ est faible, plus $\left\|\widetilde{\theta}_k\right\|^2$ est faible. On peut également voir que l'impact d'une erreur de décision est limitée dans le temps. En effet, l'erreur de décision est filtrée par le filtre passe-bas $F(q)$. Grâce au choix du facteur d'oubli λ, ce filtre lisse l'impact de l'erreur de décision et par conséquent cette influence n'est pas significative après un certain temps.

- À partir de l'équation III.83, lorsque la magnitude de l'erreur a priori est faible, la convergence du vecteur de paramètres dépend du niveau de bruit et de l'imprécision de la modélisation. Si ce niveau de bruit et l'imprécision de modélisation sont faibles (c'est-à-dire $v_i \simeq 0$) et si l'erreur de décision filtrée tend vers zéro, alors $\left\|\widetilde{\theta}_k\right\|^2 \leq \gamma_1 \lambda^k \left\|\widetilde{\theta}_0\right\|^2$. Ceci montre que $\widehat{\theta}_k$ converge vers θ^*.

- Enfin, dans l'algorithme SMBE présenté dans [75], il a été proposé de geler l'adaptation des paramètres lorsque $|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}| \leq 1$. Cela conduit parfois à un arrêt prématuré de l'adaptation. Un avantage avec l'algorithme eSMBE proposé ici est d'éviter cet arrêt prématuré et par conséquent de permettre une meilleure convergence du vecteur de paramètres avec moins de données.

III.5 Propriété de conservation de l'énergie de l'algorithme eSMBE

Dans cette partie, nous montrons que l'algorithme eSMBE satisfait la relation de conservation de l'énergie. Nous définissons tout d'abord les erreurs d'estimations a priori et a posteriori comme suit

$$\begin{cases} e_k^a = s_k - \widehat{s}_{k/k-1} \\ e_k^p = s_k - \widehat{s}_{k/k} \end{cases}$$

En utilisant ces définitions, et à partir de l'équation III.25, nous avons

$$\begin{aligned} e_k^a &= s_k - \widehat{s}_{k/k-1} \\ &= e_k^p + \widehat{s}_{k/k} - \widehat{s}_{k/k-1} \\ &= e_k^p + (\widehat{s}_{k/k-1} + \phi_k^T \Gamma_k \varepsilon_{k/k-1}) - \widehat{s}_{k/k-1} \end{aligned} \tag{III.124}$$

d'où

$$e_k^a = e_k^p + \phi_k^T \Gamma_k \varepsilon_{k/k-1} \tag{III.125}$$

D'après l'équation III.125, on peut exprimer $\varepsilon_{k/k-1}$ en utilisant les erreurs d'estimation a priori et a posteriori de la manière suivante

$$\varepsilon_{k/k-1} = \frac{e_k^a - e_k^p}{\phi_k^T \Gamma_k} \tag{III.126}$$

En substituant l'équation III.126) dans l'équation III.85 nous obtenons

$$\widetilde{\theta}_k = \widetilde{\theta}_{k-1} - \Gamma_k \frac{e_k^a - e_k^p}{\phi_k^T \Gamma_k} \tag{III.127}$$

La relation (III.128) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\widetilde{\theta}_k = \widetilde{\theta}_{k-1} - \Gamma_k \left(\frac{e_k^a}{\phi_k^T \Gamma_k} - \frac{e_k^p}{\phi_k^T \Gamma_k} \right) \tag{III.128}$$

et ceci donne

$$\widetilde{\theta}_k + \frac{\Gamma_k}{\phi_k^T \Gamma_k} e_k^a = \widetilde{\theta}_{k-1} + \frac{\Gamma_k}{\phi_k^T \Gamma_k} e_k^p \tag{III.129}$$

Cette égalité établit une relation entre les erreurs d'estimation a priori et a posteriori et les erreurs aux instants k et $k-1$ sur le vecteurs de paramètres. Ceci permet l'établissement du résultat ci-dessous.

Propriété 4. *L'algorithme eSMBE est tel que pour toutes conditions initiales :*

$$\|\widetilde{\theta}_k\|^2 + \mu_k |e_k^a|^2 = \|\widetilde{\theta}_{k-1}\|^2 + \mu_k |e_k^p|^2 \tag{III.130}$$

avec μ_k est défini par

$$\mu_k = \frac{\|\Gamma_k\|^2}{|\phi_k^T \Gamma_k|^2} \tag{III.131}$$

■

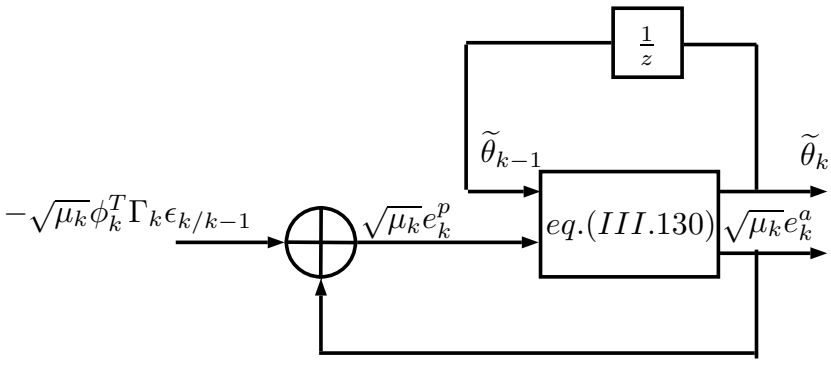

FIGURE III.5 – Représentation pour la conservation de l'énergie

Les liens entre la relation de conservation d'énergie de l'équation III.130 et l'équation III.125 sont représentés sur la figure III.5. Nous faisons les observations suivantes :

- Les énergies des vecteurs d'erreur sur paramètres sont liées aux énergies des erreurs d'estimation a priori et a posteriori. La relation entre le couple $\left\{\widetilde{\theta}_{k-1}; \frac{\Gamma_k}{\phi_k^T\Gamma_k}e_k^p\right\}$ et le couple $\left\{\widetilde{\theta}_k; \frac{\Gamma_k}{\phi_k^T\Gamma_k}e_k^a\right\}$ préserve l'énergie.

- L'équation (III.125) représente le chemin de retour de l'algorithme adaptatif.

III.6 Exemple de mise en œuvre

Dans ce paragraphe, nous étudions les performances de l'algorithme eSMBE proposé. De plus, nous comparons ces performances avec celle de méthodes existantes dans la littérature. Les données numériques ont été générées selon l'équation III.1. L'exemple utilisé est également utilisé dans [33].

Cet exemple numérique utilise un canal à deux sorties ($p = 2$) décrit par les filtres suivants :

$$h_1(z) = (-0.433+0.327j) + (0.125-0.187j)\,z^{-1}\,(-1.146-0.588j)\,z^{-2} + (1.189-0.136j)\,z^{-3}$$

$$h_2(z) = (-1.666+0.175j) + (0.288+0.726j)\,z^{-1}\,(1.191+2.183j)\,z^{-2} + (-0.038+0.114j)\,z^{-3}$$

III.6.1 Mise en œuvre de l'eSMBE

Dans ces simulations, nous étudions la capacité de l'algorithme à réaliser l'estimation d'un vecteur de paramètres en temps réel satisfaisant les équations III.15 et III.16.

Conditions de simulation

Les simulations sont effectuées dans les conditions suivantes :

- $\{n_k^{(1)}\}$ et $\{n_k^{(2)}\}$ sont deux bruits blancs complexes non corrélés uniformément distribués avec $|n_k^{(j)}| \leq \delta_n^j$, où $\delta_n^{(1)}$ et $\delta_n^{(2)}$ ont été ajustés pour avoir un SNR (Signal to Noise Ratio) désiré.
- L'ordre de l'égaliseur a été choisi égal à $L_w = 4$.
- Le facteur d'oubli λ a été choisi égal à 0.98.

Les exemples simulés et résultats obtenus

- **Exemple 1** :
  Les constellations de $\widehat{s}_{k/k}$ sont représentées sur la figure III.6 et la figure III.7 pour une modulation 16-QAM et une modulation 16-PSK respectivement. Différentes valeurs de SNR ont été appliquées (20dB, 25dB, 30dB et 35dB). Pour le 16-QAM, nous avons choisi $\delta = 0.99$, pour le 16-PSK nous avons choisi $\delta = 0.19$ (ces choix sont cohérents avec la contrainte ($\delta < \frac{\delta_{\mathbf{C_0}}}{2}$).

- **Exemple 2** :
  Nous avons calculé le produit entre les filtres correspondant au canal et les filtres correspondant à l'égaliseur. Ce produit est noté $G(z)$ et défini par

$$G(z) = \sum_{i=0}^{L_h-1} \sum_{j=0}^{L_w-1} h_i^T w_j z^{-i-j} = \sum_{i=0}^{L_g-1} g_i z^{-i}$$

  avec $L_g = L_h + L_w - 1$. L'amplitude des paramètres g_i est présentée dans la figure III.8 et la figure III.9 pour la modulation 16-QAM et la modulation 16-PSK.

- **Exemple 3** :
  Pour étudier l'influence du paramètre utilisateur δ, une simulation de Monte

Carlo utilisant la modulation 16-QAM avec 100 exécutions et N= 4000 échantillons a été effectuée. L'algorithme a été appliqué pour δ de 0.5 à 1.5 et avec SNR= $10dB$, SNR= $12.5dB$, SNR= $15dB$, SNR= $17.5dB$ et SNR= $20dB$. La valeur moyenne du taux d'erreur de symbole (SER - Symbol Error Rate) en fonction de δ est illustrée sur la figure III.10.

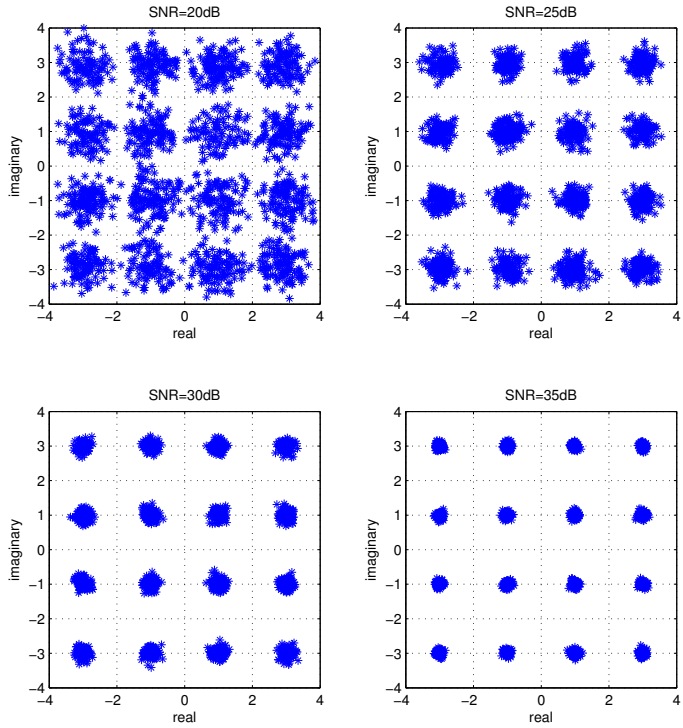

FIGURE III.6 – Constellations de $\widehat{s}_{k/k}$ pour 16-MAQ et SNR= $20dB$, $25dB$, $30dB$ et $35dB$

Observations

- **Observations pour l'exemple 1** :
  Les figures III.6 et III.7 montrent que :
  - l'algorithme eSMBE vérifie la propriété (III.15) et (III.16) pour chaque modulation et pour tous les SNR.
  - Pour un SNR faible, l'algorithme contraint l'amplitude de l'erreur a posteriori à être en deçà de δ.

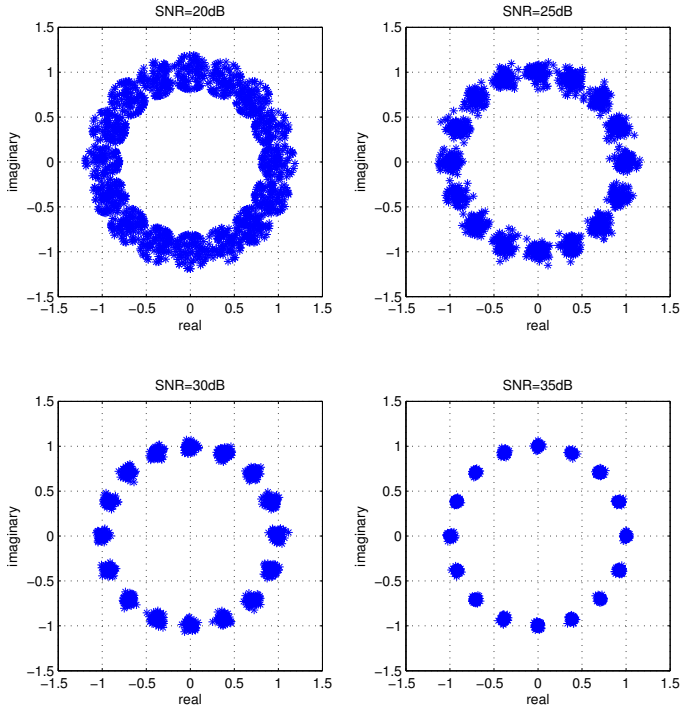

FIGURE III.7 – Constellations de $\widehat{s}_{k/k}$ pour 16-MDF et SNR= $20dB$, $25dB$, $30dB$ et $35dB$

- Pour un SNR plus élevé, l'algorithme estime un vecteur de paramètres tel que $\widehat{s}_{k/k}$ est très proche d'un point dans la constellation.

- **Observations pour l'exemple 2** :
  D'après les figures III.8 et III.9 il apparaît que l'égaliseur fourni par l'algorithme eSMBE réalise une compensation du canal. Le filtre $\sum_{i=0}^{L_g-1} g_i z^{-i}$ est en effet assimilable á un filtre à RIF avec un seul terme non nul.

- **Observations pour l'exemple 3** :
  la figure III.10 laisse apparaître les observations suivantes :
  - Une valeur trop faible de δ dégrade les performances. L'algorithme tente de réduire l'amplitude de l'erreur sous le niveau de bruit, il ne parvient pas à se stabiliser.
  - Même si $\delta > \frac{\delta_{C_0}}{2}$ les performances ne se dégradent pas. Il semble qu'un

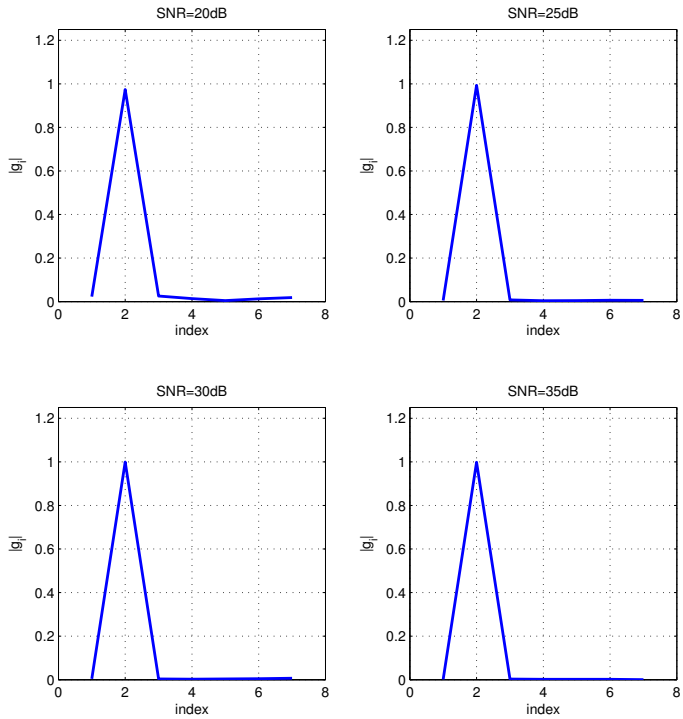

FIGURE III.8 – L'amplitude des paramètres de $G(z)$ pour 16-QAM et SNR$=20dB$, $25dB$, $30dB$ and $35dB$

choix de δ plus grand que $\frac{\delta_{C_0}}{2}$ contribue à améliorer les performances pour un SNR faible.

III.6.2 Étude comparative

Dans ces expériences de simulation, nous comparons l'algorithme eSMBE avec l'algorithme Multimodulus (MMA) proposé dans [4]. Parmi les algorithmes MMAp-q, nous avons choisi l'algorithme d'égalisation MMA2-1 qui utilise l'équation de mise à jour suivante sur le vecteur de paramètres :

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \mu\phi_k \left(sgn(R_r^2 - S_{r,k}^2)S_{r,k}) + jsgn(R_i^2 - S_{i,k}^2)S_{i,k}) \right) \tag{III.132}$$

avec $S_{r,k} = real(\widehat{s}_{k/k-1})$ and $S_{i,k} = imaginary(\widehat{s}_{k/k-1})$. μ est un gain positif qui régit la vitesse de convergence. R_r et R_i dépendent de la modulation, pour la modulation 16-QAM nous avons $R_r = R_i = 3$ (voir [4] ou [19]). μ a été choisi égal

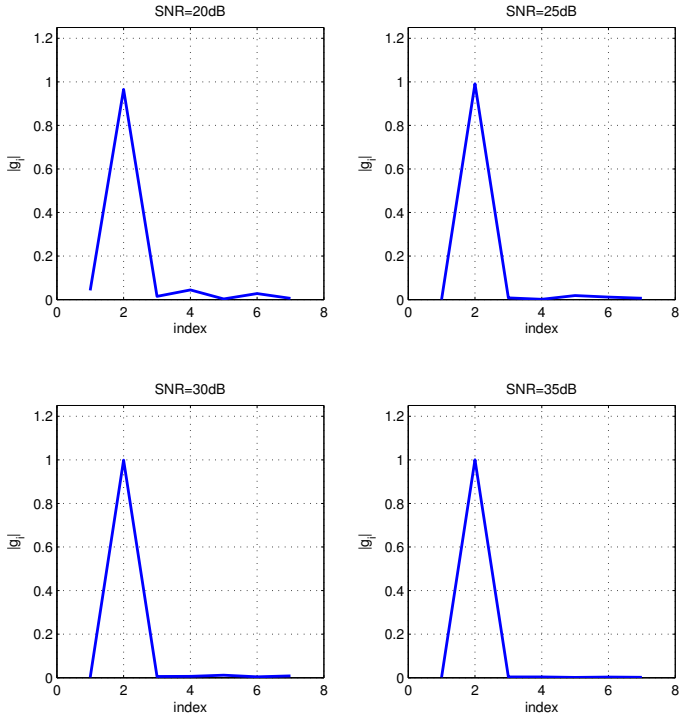

FIGURE III.9 – L'amplitude des paramètres de $G(z)$ pour 16-PSK and SNR= $20dB$, $25dB$, $30dB$ et $35dB$

à 8.10^{-5} (le meilleur choix obtenu à partir d'une simulation de Monte Carlo avec 100 exécutions pour $N = 4000$ et SNR $= 20dB$).

Les exemples simulés et résultats obtenus

- **Exemple 1** :
  Dans cet exemple, nous avons testé l'influence du nombre N de données disponibles. Une première simulation de Monte Carlo avec 100 exécutions et SNR= 20 dB a été effectuée. Les mêmes conditions initiales ont été utilisées pour l'algorithme eSMBE et l'algorithme MMA2-1. Les algorithmes ont été appliqués pour N de 400 à 4000. La valeur moyenne de SER pour chaque algorithme en fonction de N est présentée sur la figure III.11.

- **Exemple 2** :
  Dans cet exemple, nous avons testé l'influence du niveau de bruit. Une

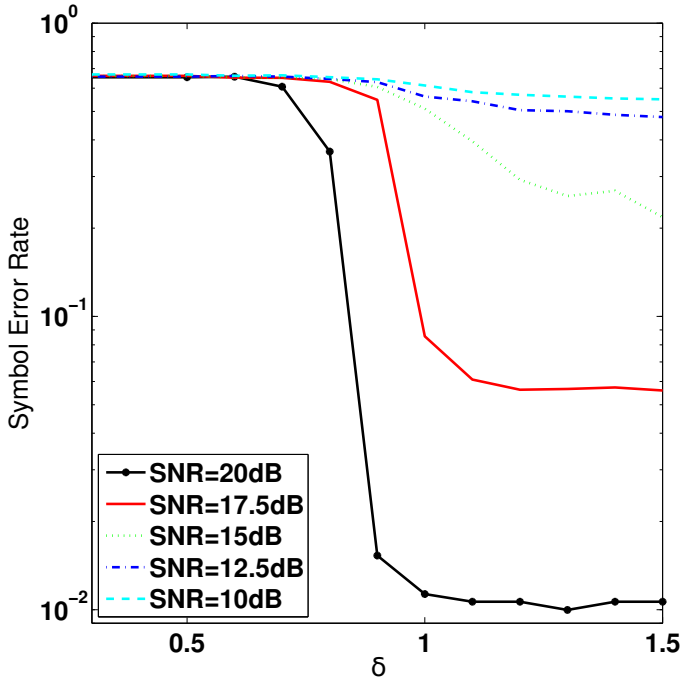

FIGURE III.10 – SER en fonction de δ pour $N = 4000$

deuxième simulation de Monte Carlo avec 100 exécutions et $N = 2000$ a été effectuée. Les algorithmes ont été appliqués pour SNR de 10dB à 25dB. La valeur moyenne de SER pour chaque algorithme en fonction de *SNR* est présentée sur la figure III.12.

– **Exemple 3** :
Dans cet exemple, nous avons testé l'influence de la structure du bruit. Deux types de bruit ont été testés. Le premier, désigné par le terme "bruit 1", était le bruit blanc complexe non corrélé précédent uniformément distribué. Le second, désigné par le terme "bruit 2", était un sinus avec une période égale à 250 échantillons. Une troisième simulation de Monte Carlo avec 100 exécutions et $N = 2000$ a été effectuée. Les algorithmes ont été appliqués pour SNR de 10 à 25 dB. La valeur moyenne de SER pour chaque algorithme et pour chaque type de bruit en fonction de *SNR* est représentée sur la figure III.12.

Observations

- **Observations pour l'exemple 1** :
  la figure III.11 montre que l'algorithme eSMBE a des performances supérieures à celles de l'algorithme MMA2-1 pour $SNR = 20$ dB, ceci quelque soit le nombre données utilisées.

- **Observations pour l'exemple 2** :
  la figure III.12 laisse apparaître que l'algorithme MMA2-1 est plus performant comparé à l'algorithme eSMBE pour un bruit fort (SNR $< 17,5$ dB) alors que l'algorithme eSMBE est meilleur pour un bruit faible.

- **Observations pour l'exemple 3** :
  la figure III.12 montre que les performances de l'algorithme eSMBE ne sont pas affectés par la structure du bruit alors que les performances de l'algorithme MMA2-1 dépendent du type de bruit.

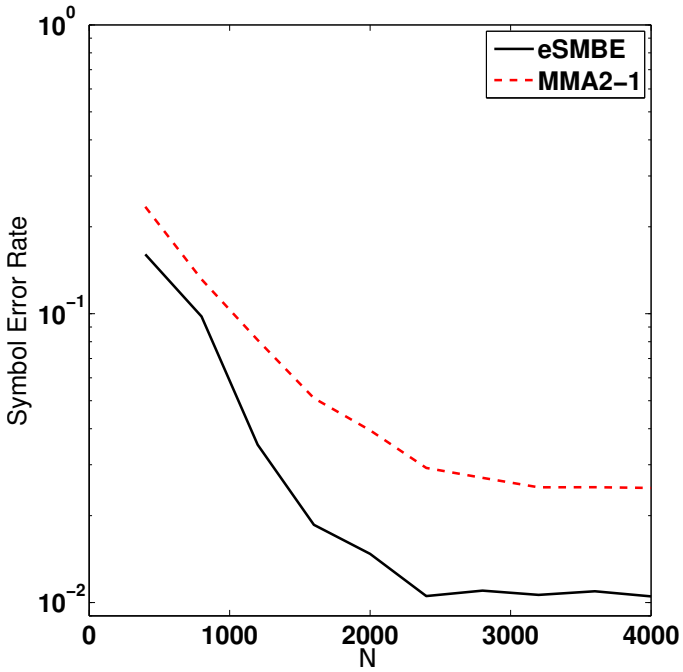

FIGURE III.11 – SER en fonction de N pour SNR=$20dB$

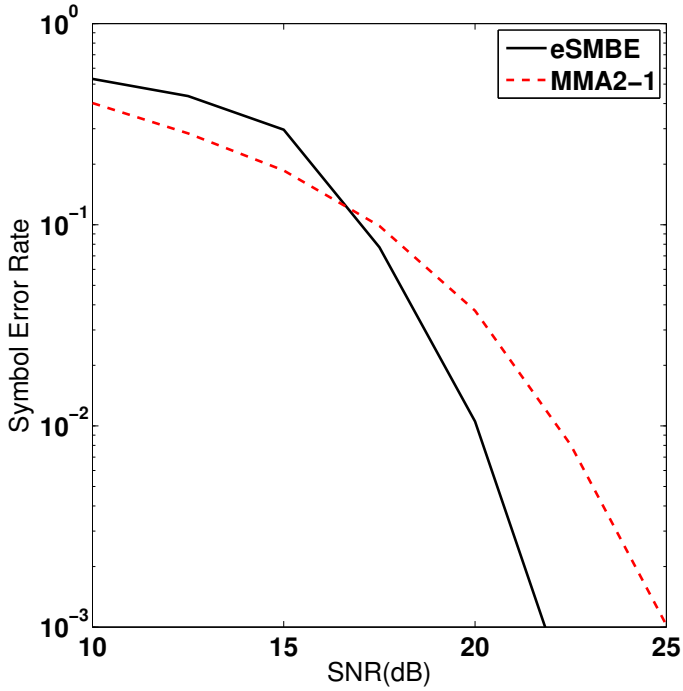

FIGURE III.12 – SER en fonction de SNR pour $N = 2000$

III.7 Comparaison avec l'algorithme SMBE

Dans cette partie, nous étudions la comparaison entre les performances de deux algorithmes de type OBE pour le cas de bruit borné sous différentes modulations QAM, PSK et ASK. Le premier algorithme est celui proposé dans [75] est nommé SMBE (Set Membership Blind Equalization). Cet algorithme est semblable l'algorithme eSMBE présenté dans ce chapitre, hormis la présence d'un gel de l'estimation paramétrique pour une erreur a priori dont le module est inférieur à δ. Cet algorithme a été introduit pour la modulation QAM dans [75], il est exprimé ici pour les modulations QAM, PSK et ASK. Le deuxième algorithme est l'algorithme eSMBE présenté dans ce chapitre. Il est une extension de l'algorithme SMBE.

III.7.1 algorithme SMBE

Dans cette section, nous rappelons l'algorithme SMBE. Cet algorithme correspond à un algorithme de moindres carrés récursif modifié et son équation de

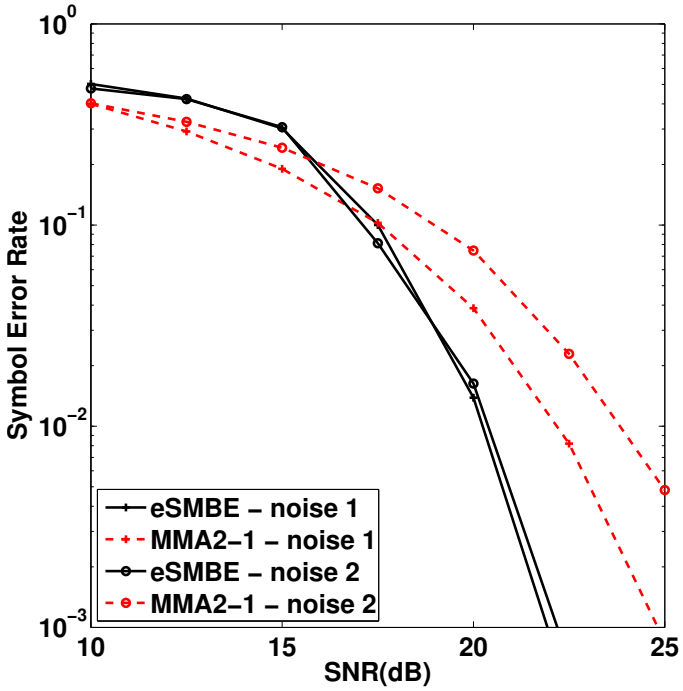

FIGURE III.13 – SER en fonction de *SNR* pour deux types de bruit différents

mise à jour pour $\widehat{\theta}_k$ est donnée dans l'algorithme 2 ci-dessous.

Comme pour l'algorithme eSMBE, cet algorithme satisfait la propriété 1 et la propriété 3. À propos du choix de δ selon l'équation III.11 et si δ_v est inconnu, deux cas peuvent se produire pour l'algorithme SMBE :

- Si δ est trop bas, cela sera en contradiction avec δ_v. L'algorithme essayera de réduire l'erreur de sortie sous le niveau de bruit, il peut avoir quelques difficultés à se stabiliser.
- Si δ est trop élevé, l'adaptation sera gelée prématurément et par conséquent une taille de jeu de données importante peut être nécessaire pour obtenir de bonnes performances.

L'algorithme eSMBE est représenté comme une solution pour résoudre ces problèmes. En effet, le fait que l'adaptation ne soit pas gelée même si $\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right| \leq 1$ est important par rapport à l'algorithme SMBE à plusieurs titre :

- Le choix du paramètre δ est plus facile. δ doit satisfaire la condition (III.11). Dans l'algorithme SMBE, le meilleur choix est $\delta = \delta_v$ et par conséquent nous

Algorithm 2: Algorithm SMBE

Entrées: L, λ, δ, $\widehat{\theta}_0$, P_0

pour $k \leftarrow n+1$ **to** N **faire**

Calculer :

$\varepsilon_{k/k-1} = \mathbf{Q}(\widehat{s}_{k/k-1}) - \widehat{s}_{k/k-1}$

si $|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}| > 1$ ***et*** $\phi_k^T P_{k-1}\phi_k > 0$ **alors**

$\sigma_k = \frac{\lambda}{\phi_k^T P_{k-1}\phi_k}\left(\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right| - 1\right)$

sinon

$\sigma_k = 0$

$$\Gamma_k = \frac{P_{k-1}\phi_k\sigma_k}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k\sigma_k} \tag{III.133}$$

$$P_k = \frac{1}{\lambda}\left(I_n - \Gamma_k\phi_k^T\right)P_{k-1} \tag{III.134}$$

$$\widehat{\theta}_k = \widehat{\theta}_{k-1} + \Gamma_k\varepsilon_{k/k-1} \tag{III.135}$$

Résultat: $\widehat{\theta}_k$

devons connaître le niveau du bruit. Ici, même pour un grand choix de δ l'adaptation n'est pas figée.

- Le fait que l'adaptation ne soit jamais gelée (sauf si $\phi_k^T P_{k-1}\phi_k = 0$) réduit le nombre de données nécessaire pour obtenir une performance suffisante. La vitesse de convergence est améliorée avec l'algorithme eSMBE.
- Une autre conséquence du fait que l'adaptation n'est jamais gelée est la réduction de la variance de l'erreur de sortie. En effet, l'amplitude de l'erreur de sortie n'est pas limitée par δ parce que, lorsque $\left|\frac{\varepsilon_{k/k-1}}{\delta}\right| \leq 1$ l'adaptation au sens des moindres carrés de l'algorithme réduit l'amplitude de l'erreur de sortie.

III.7.2 Simulations

Dans cette partie, nous comparons les performances des deux algorithmes pour un canal SISO. Les données numériques ont été générées selon l'équation III.1. Le canal était le canal téléphonique de la bande vocale utilisé dans [19] et décrit par

$$\begin{aligned} h(z) = &\left(-0.005-0.004j \right) + \left(0.009+0.030j \right) z^{-1} + \left(-0.024+0.104j \right) z^{-2} \\ &+ \left(0.854+0.520j \right) z^{-3} + \left(-0.218+0.273j \right) z^{-4} + \left(0.049-0.074j \right) z^{-5} \\ &+ \left(-0.016+0.020j \right) z^{-6} \end{aligned}$$

Premier exemple

Dans cet exemple, nous avons étudié l'influence du niveau du bruit sur la sortie $\widehat{s}_{k/k}$ pour une modulation 16-QAM. Les algorithme eSMBE et SMBE ont été testés sur la base de simulations Monte Carlo de 100 expériences. Nous utilisons un égaliseur de l'ordre $L_w - 1 = 6$ et nous avons choisi le facteur d'oubli λ égal à 0.99 et $\delta = 0.99$. Le nombre de données disponibles est de $N = 2000$, deux valeurs pour le SNR ont été testées.

La constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ est présentée dans la figure III.14 pour l'algorithme SMBE et dans la figure III.15 pour l'algorithme eSMBE. On observe que les deux algorithmes satisfont la propriété 3. Notons qu'avec l'algorithme eSMBE l'adaptation n'est jamais gelée et $\widehat{s}_{k/k}$ est par la suite plus proche d'un point de la

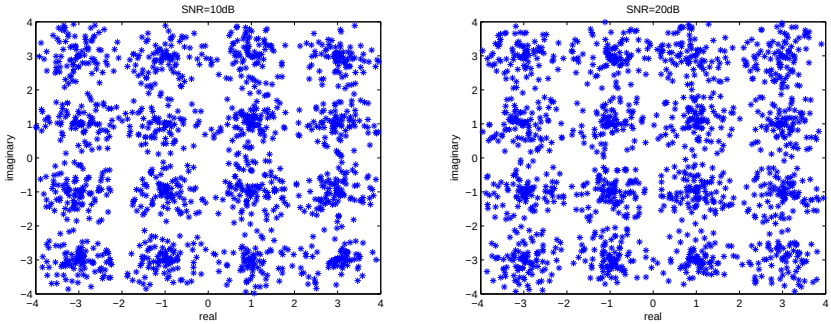

FIGURE III.14 – Constellation 16-QAM de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme SMBE et SNR= $10dB$, $20dB$

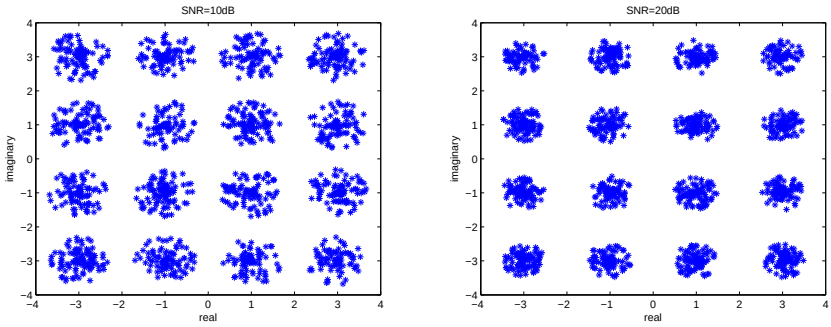

FIGURE III.15 – Constellation 16-QAM de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme eSMBE et SNR= $10dB$, $20dB$

constellation $\mathbf{C_o}$ que ne l'est l'algorithme SMBE. La variance de l'erreur de sortie est ainsi réduite avec l'algorithme eSMBE.

Les performances des deux algorithmes peuvent être comparées en terme de convergence via l'observation de $|\widehat{\theta}_k|$. La figure III.16 présente le comportement de $|\widehat{\theta}_k|$ pour chaque algorithme pour SNR= $20dB$. On peut remarquer que le vecteur de paramètres estimé est gelé tôt avec l'algorithme SMBE. L'algorithme SMBE a besoin de plus de données que l'algorithme eSMBE pour converger vers la même solution.

Deuxième exemple

Dans cet exemple, nous avons testé les deux algorithmes pour les modulations 16-PSK et 4-ASK avec deux valeurs de SNR (SNR= $10dB$ et $= 20dB$) (pour la

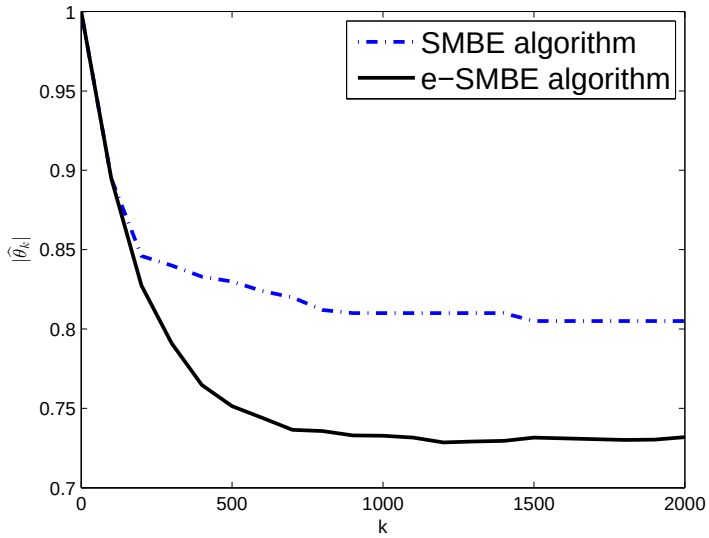

FIGURE III.16 – $|\widehat{\theta}_k|$ en fonction de k pour l'algorithme SMBE et l'algorithme eSMBE

modulation ASK nous utilisons la partie réelle du canal). On retrouve le même résultat que pour le premier exemple (voir les figures III.17, III.18, III.19 et III.20) et nous en déduisons que les deux algorithmes sont bien adaptés aux modulations QAM, PSK et ASK.

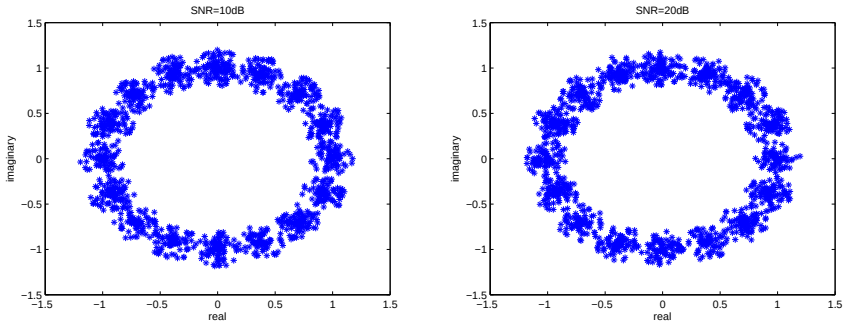

FIGURE III.17 – Constellation 16-PSK de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme SMBE et SNR $= 10dB$, $20dB$

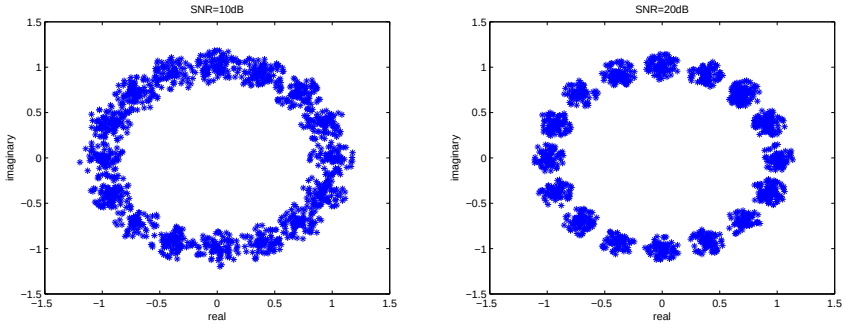

FIGURE III.18 – Constellation 16-PSK de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme eSMBE et SNR $= 10dB$, $20dB$

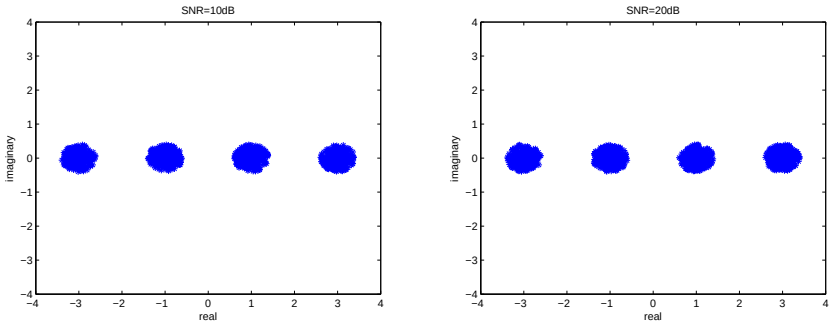

FIGURE III.19 – Constellation 4-ASK de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme SMBE et SNR $= 10dB$, $20dB$

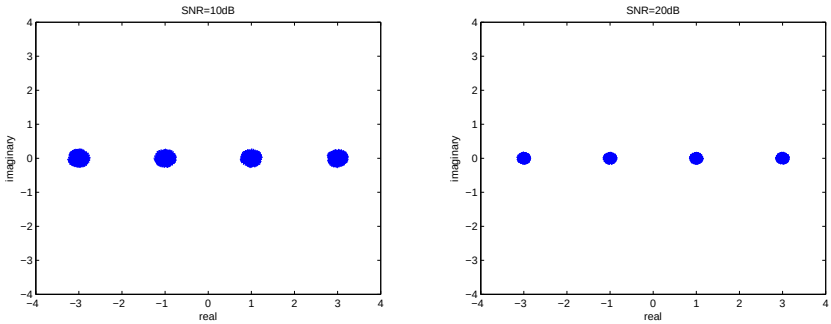

FIGURE III.20 – Constellation 4-ASK de $\widehat{s}_{k/k}$ avec l'algorithme eSMBE et SNR $= 10dB$, $20dB$

Troisième exemple

Dans cet exemple, nous avons comparé les performances entre les algorithmes SMBE, eSMBE et CMA proposés dans [97] et décrit dans le chapitre 2. Cette

comparaison est réalisée pour une modulation 4-QAM. Nous avons fixé $N = 500$, $\lambda = 0.99$ et $\delta = 0.99$. La figure III.21 présente le SER en fonction de SNR. Nous pouvons remarquer que l'algorithme eSMBE est plus efficace que les algorithmes SMBE et CMA. Ces deux derniers algorithmes ont des performances relativement proches sur cet exemple.

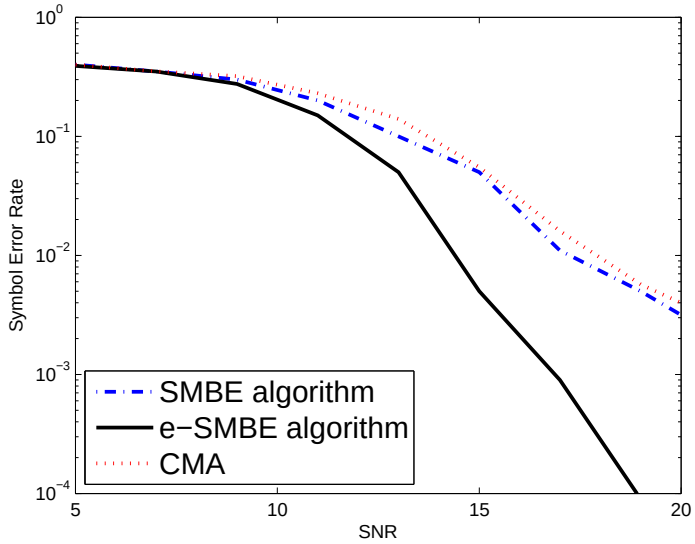

FIGURE III.21 – Comparaison des performances : SER en fonction de SNR pour $N = 500$

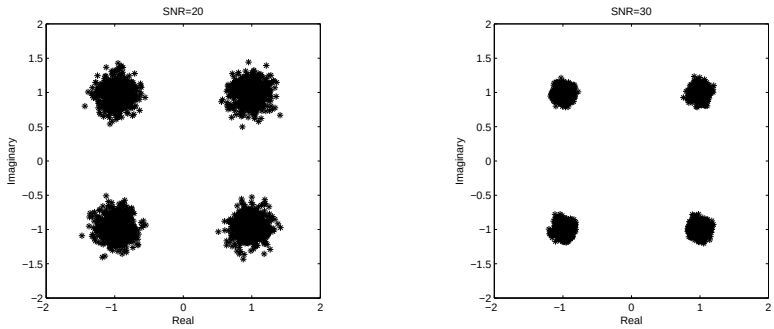

FIGURE III.22 – Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec le canal de Rayleigh et pour SNR= $20dB$, $30dB$.

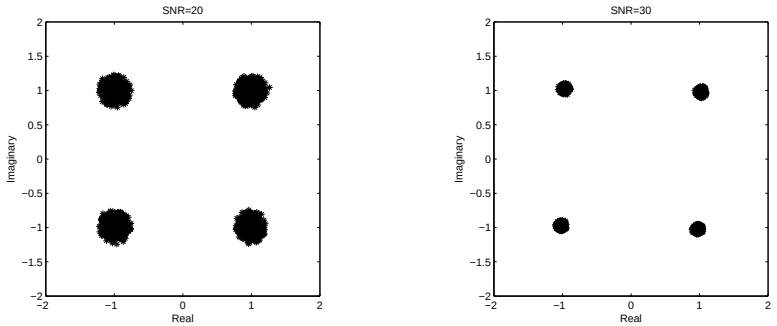

FIGURE III.23 – Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec le canal de Rice et pour SNR= $20dB$, $30dB$.

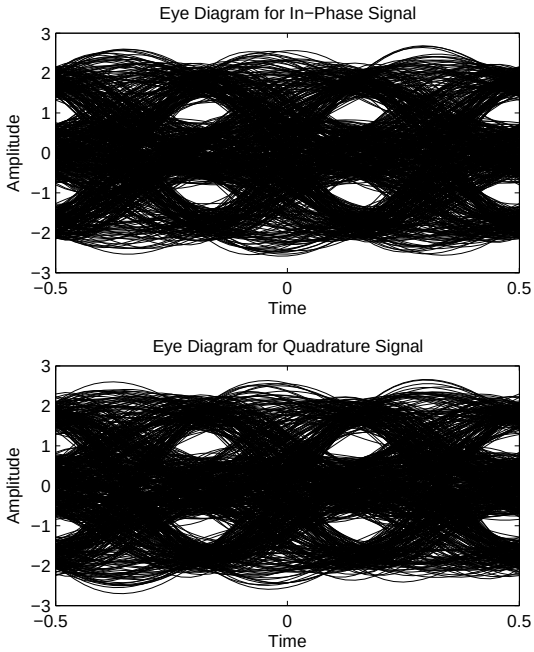

FIGURE III.24 – Diagramme de l'œil à la sortie du canal de Rayleigh pour SNR= $30dB$.

III.8 Égalisation aveugle de type OBE pour des canaux à évanouissements

Dans cette partie nous étudions le comportement de l'algorithme eSMBE pour des canaux à évanouissements.

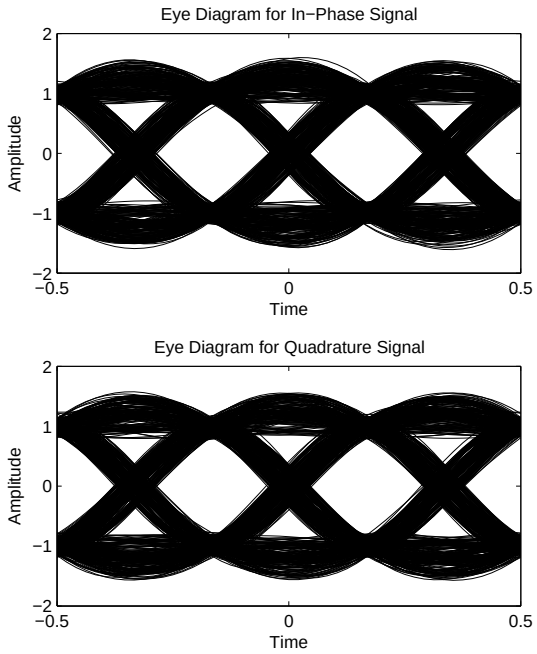

FIGURE III.25 – Diagramme de l'œil à la sortie de l'égaliseur pour le canal de Rayleigh pour SNR= $30dB$.

III.8.1 Étude de performance de l'algorithme eSMBE

Les performances de l'algorithme eSMBE pour les canaux de Rice et de Rayleigh sont évaluées par des simulations numériques. Dans les différentes expériences ci-dessous les séquences d'entrées sont constituées d'échantillons indépendants, identiquement distribués et provenant d'une constellation 4-QAM. Les simulations ont été effectuées pour un bruit blanc uniformément distribué, borné par δ_n, où δ_n a été adapté pour avoir un rapport signal sur bruit (SNR) requis.

Des simulations de Monte Carlo de 100 essais indépendants ont été menées sous les conditions suivantes : un ordre du filtre d'égalisation de $L_w - 1 = 8$, un facteur d'oubli λ choisi égal à 0.99 afin de réduire l'effet des mauvaises conditions initiales et une borne δ choisi égal à 0.99. De plus, nous avons choisi les valeurs suivantes des paramètres des canaux de Rayleigh et de Rice : $T_s = 10^{-6}s$, $f_d = 10^{-4}Hz$, $f_c = 1800.10^{-6}Hz$ et $K = 6.6923$.

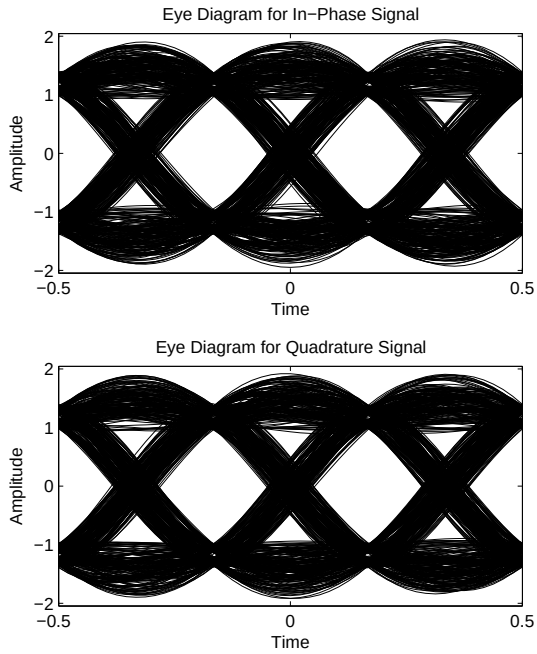

FIGURE III.26 – Diagramme de l'œil à la sortie du canal de Rice pour SNR= $30dB$.

Premier exemple

Dans cet exemple, nous avons étudié l'influence du niveau de bruit sur la sortie $\widehat{s}_{k/k}$ pour les canaux de Rayleigh et de Rice. Le nombre de données disponibles a été choisi égal à $N = 2000$. Dans un premier temps, nous réprésentons les constellations de $\widehat{s}_{k/k}$ dans les figures III.22 et III.23 pour l'algorithme eSMBE sous les canaux de Rayleigh et de Rice. Deux valeurs pour le SNR ont été testées : 20dB et 30dB. Ces deux figures montrent bien que l'algorithme eSMBE fournit une estimation $\widehat{s}_{k/k}$ dans un voisinage d'un point dans $\mathbf{C_o}$ pour une petite et une grande valeur de SNR et pour chaque canal.

Dans un deuxième temps, nous réprésentons les diagrammes de l'œil de l'algorithme eSMBE dans les figures III.24, III.25, III.26 et III.27, pour les canaux de Rayleigh et de Rice et pour $SNR = 20dB$. Cet outil est utilisé pour visualiser toutes les données transmises sur un temps limité et il nous donne une idée sur la fiabilité de l'algorithme.

Il faut observer ici la fermeture de l'oeil à la sortie des canaux de Rayleigh et de Rice (figures III.24 et III.25) et l'ouverture de l'oeil à la sortie de l'égaliseur

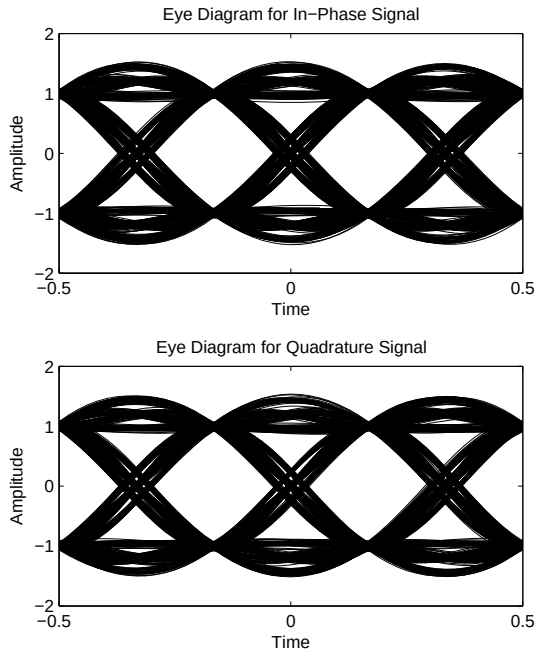

FIGURE III.27 – Diagramme de l'œil à la sortie de l'égaliseur pour le canal de Rice pour $SNR = 30$.

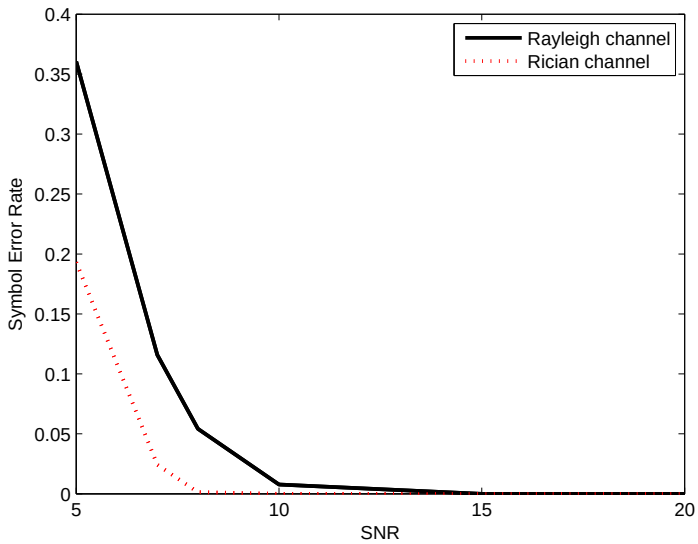

FIGURE III.28 – Comparaison avec les canaux de Rice et de Rayleigh : SER en fonction du SNR pour $N = 2000$.

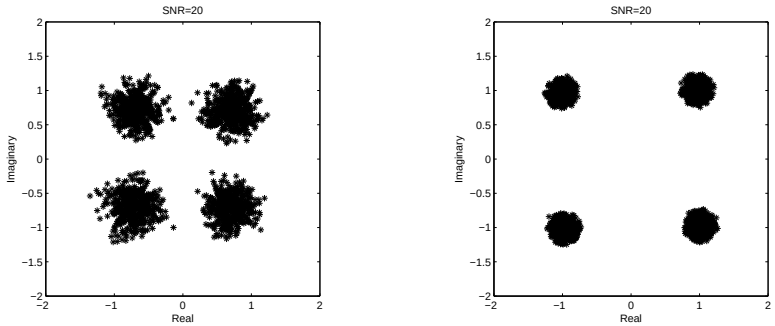

FIGURE III.29 – Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec les algorithmes SMBE et eSMBE pour le canal de Rayleigh et pour SNR= $20dB$.

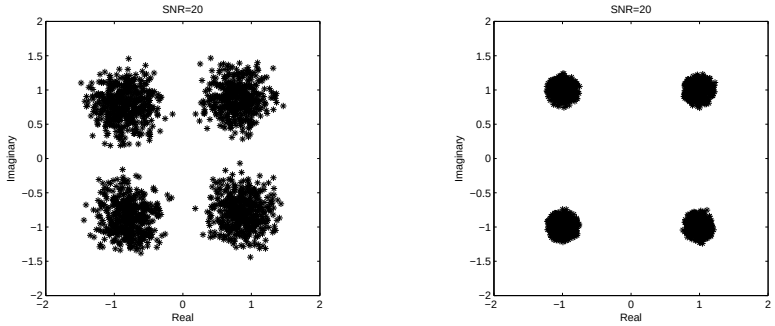

FIGURE III.30 – Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec les algorithmes SMBE et eSMBE pour le canal de Rice et pour SNR= $20dB$.

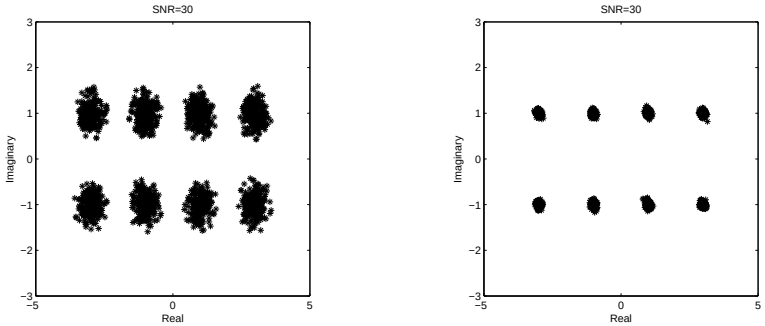

FIGURE III.31 – Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec SMBE et eSMBE pour le canal de Rayleigh et pour SNR= $30dB$.

(figures III.26 et III.27).

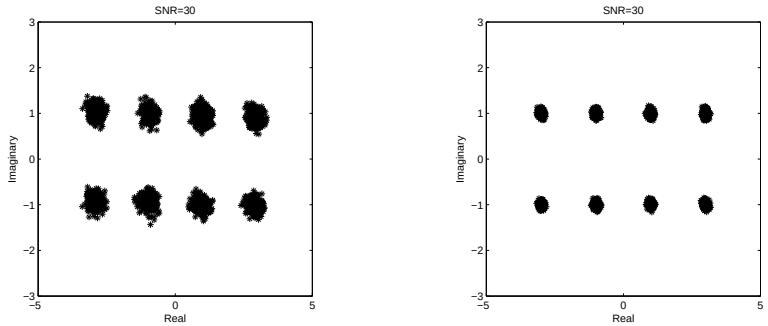

FIGURE III.32 – Constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec SMBE et eSMBE pour le canal de Rice et pour SNR$= 30dB$.

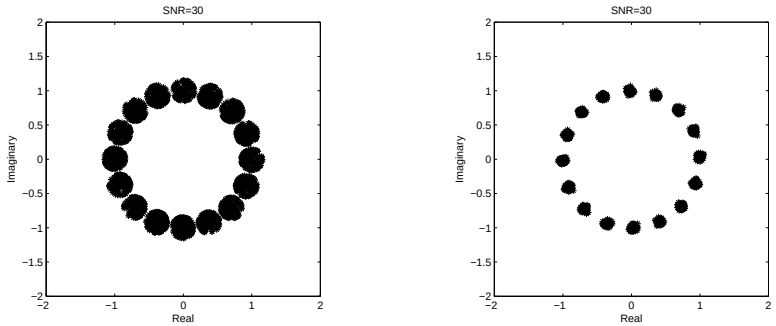

FIGURE III.33 – Constellation MDP de $\widehat{s}_{k/k}$ avec SMBE et eSMBE pour le canal de Rayleigh et pour SNR $= 30dB$.

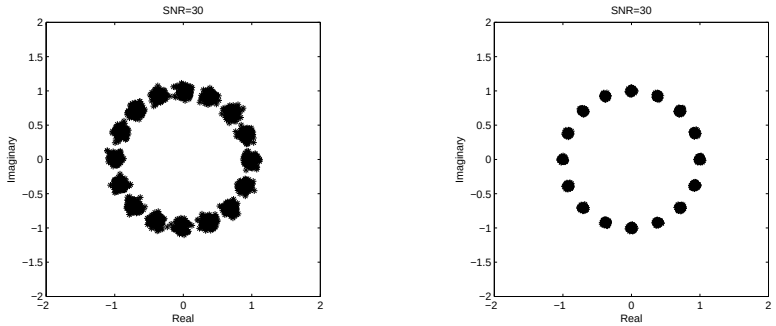

FIGURE III.34 – Constellation MDP de $\widehat{s}_{k/k}$ avec SMBE et eSMBE pour le canal de Rice et pour SNR $= 30dB$.

Deuxième exemple

Dans cet exemple, nous avons étudié les performances de la méthode proposée pour les canaux de Rayleigh et de Rice en fonction du niveau de bruit. Ici, nous

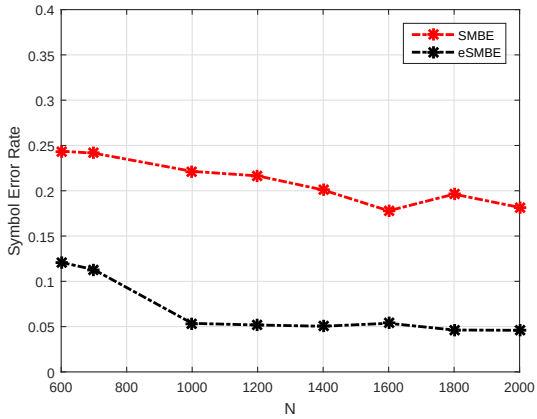

FIGURE III.35 – Comparaison entre les algorithmes SMBE et eSMBE : SER en fonction de N pour le canal de Rayleigh et pour $SNR = 20dB$.

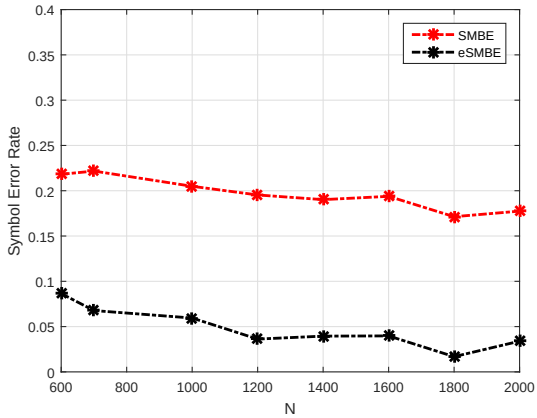

FIGURE III.36 – Comparaison entre les algorithmes SMBE et eSMBE : SER en fonction de N pour le canal de Rice et pour $SNR = 20dB$.

avons fixé de nouveau $N = 2000$. La figure III.28 présente le SER en fonction du SNR. Nous pouvons remarquer un meilleur comportement de l'algorithme eSMBE pour un faible niveau de bruit. A noter aussi que l'algorithme semble plus efficace sur cet exemple pour le canal de Rice que pour le canal de Rayleigh.

III.8.2 Étude comparative

Dans cette partie, nous proposons une étude comparative des performances des deux algorithmes SMBE et eSMBE pour les canaux de Rayleigh et de Rice.

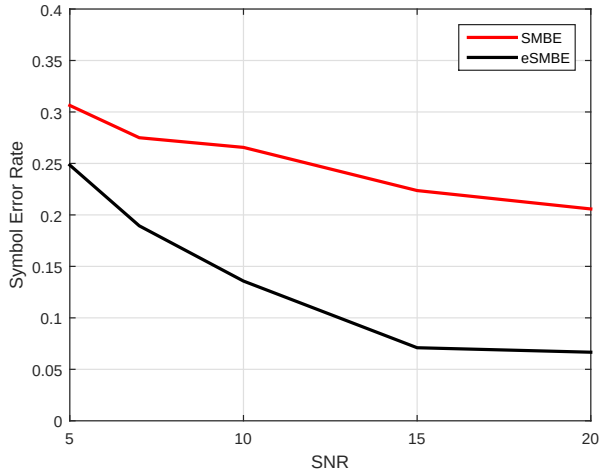

FIGURE III.37 – Comparaison entre les algorithmes SMBE et eSMBE : SER en fonction de SNR pour le canal Rayleigh.

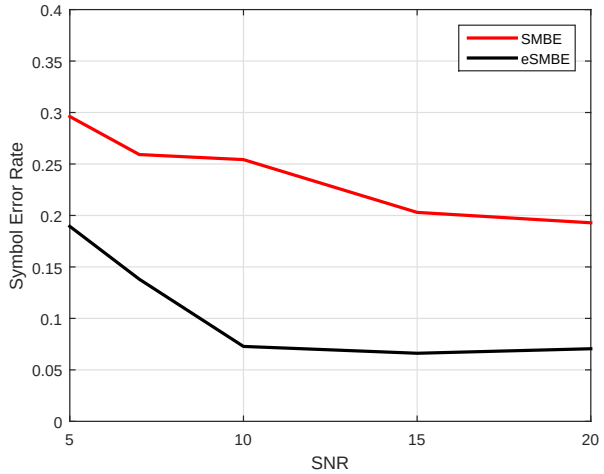

FIGURE III.38 – Comparaison entre les algorithmes SMBE et eSMBE : SER en fonction de SNR pour le canal de Rice.

Les trois constellations 4-QAM, 8-QAM et 16-PSK ont été testées.

Des simulations de Monte Carlo de 100 essais indépendants ont été menées sous les mêmes conditions que précédemment : un ordre du filtre d'égalisation de $L_w - 1 = 8$, un facteur d'oubli λ choisi égal à 0.99 afin de réduire l'effet des mauvaises conditions initiales et une borne δ choisi égal à 0.99. De plus, nous avons choisi les valeurs suivantes des paramètres des canaux de Rayleigh et de

Rice : $T_s = 10^{-6}s$, $f_d = 10^{-4}Hz$, $f_c = 1800.10^{-6}Hz$ et $K = 6.6923$.

Premier exemple

Dans cet exemple, nous avons observé la sortie des deux égaliseurs SMBE et eSMBE pour les canaux de Rayleigh et de Rice et pour une modulation 4-QAM. Le nombre N de symboles transmis est égal à 1000 et δ a été choisi égal à 0.99.

Les constellations de $\widehat{s}_{k/k}$ sont montrées pour l'algorithme SMBE et l'algorithme eSMBE sur les figures III.29 et III.30 respectivement pour les canaux de Rayleigh et de Rice. Ces constellations sont étudiées pour un SNR de $20dB$. Ces figures montrent qu'avec l'algorithme eSMBE, la sortie de l'égaliseur est plus proche d'un point dans $\mathbf{C_o}$ que l'algorithme SMBE pour chaque canal et pour chaque valeur de SNR.

Deuxième exemple

Dans cet exemple, nous avons observé la sortie des deux égaliseurs SMBE et eSMBE pour les canaux de Rayleigh et de Rice et pour une modulation 8-QAM et 16-PSK. Le nombre N de symboles transmis est égal à 2000 et δ a été choisi égal à 0.99.

Dans un premier temps, nous avons testé les algorithmes SMBE et eSMBE pour la modulation 8-QAM avec $SNR = 30dB$. Les distributions des échantillons $\widehat{s}_{k/k}$ sont montrées sur le figures III.31 et III.32 pour les canaux de Rayleigh et de Rice. Comme précédemment, ces figures montrent qu'avec l'algorithme eSMBE, la sortie de l'égaliseur est plus proche d'un point de la constellation de la modulation 8-QAM que la sortie de l'égaliseur obtenue avec l'algorithme SMBE.

Dans deuxième temps, nous avons testé les algorithmes pour la modulation 16-PSK avec SNR= $30dB$. Nous obtenons le même résultat que précédemment (figures III.33 et III.34). Les conclusions sont les suivantes : les deux algorithmes sont bien adaptés à la modulation 16-PSK, l'algorithme eSMBE fournit une sortie plus proche d'un point de la constellation que l'algorithme SMBE.

Troisième exemple

Dans cet exemple, nous avons examiné l'influence du nombre de données disponibles N. Le SER moyen en fonction de N est représenté sur les figures III.35 et III.36 respectivement pour les canaux de Rayleigh et de Rice. Le niveau de bruit était tel que SNR$= 20dB$ et N variait de 600 à 2000. Nous remarquons que l'algorithme eSMBE permet une convergence plus rapide que l'algorithme SMBE.

Quatrième exemple

Dans cet exemple, nous avons examiné le comportement des deux algorithmes pour les canaux de Rayleigh et de Rice en fonction du niveau de bruit. Le nombre N de symboles transmis a été choisi égal à 1000. Les performances des deux algorithmes sont présentées sur les figures III.37 et III.38. Ces figures fournissent le SER moyen en fonction du SNR et montrent ici encore que les performances de l'algorithme eSMBE sont supérieures à celles de l'algorithme SMBE pour les canaux de Rayleigh et de Rice.

III.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au problème d'égalisation aveugle en présence de perturbations bornées. Nous avons développé un nouvel algorithme d'égalisation aveugle, cet algorithme est intitulé extended Set Membership Blind Equalization (eSMBE). C'est algorithme est une extension de l'algorithme SMBE initialement proposé dans [75]. Les principales caratéristiques de l'algorithme eSMBE sont : le faible nombre de paramètres de synthèse nécessaire à sa mise en oeuvre et sa faible charge de calcul. Une analyse de stabilité et de convergence ont été présentées pour la méthode proposée, différentes simulations numériques comparatives ont aussi été effectuées. Nous avons présenté aussi une étude comparative de performances entre les deux méthodes SMBE et eSMBE, d'une part sous différentes modulations telles que QAM, PSK et ASK, et d'autre part sous différents canaux à evanouissements. Nous avons travaillé jusqu'à maintenant sur l'égalisation aveugle dans le cadre d'une modulation monoporteuse, ce qui n'est pas toujours pertinent pour certaines applications de télécommunications. L'objet du chapitre 4 est d'étudier l'égalisation aveugle dans le cadre des modulations multiporteuses.

Chapitre IV

Égalisation aveugle pour un système OFDM

Sommaire

IV.1 Introduction 129

IV.2 Classification des algorithmes d'égalisation aveugle pour un système OFDM 130

IV.2.1 Algorithmes fréquentiels 130

Algorithme basé sur le critère de Viterbi 130

Algorithme basé sur le critère de maximum de vraisemblance 132

Algorithmes basés sur la technique de norme constant (CNA) 133

IV.2.2 Algorithmes temporels 135

Algorithme basé sur la minimisation d'un critère quadratique 135

Algorithme basé sur l'approche des moindres carrés . 136

Algorithme basé sur la méthode d'énergie de sortie minimale 136

Algorithme basé sur la méthode de vecteur à module constant 137

Algorithme basé sur les caractéristiques des données de préfixe cyclique 138

IV.3 Algorithme eSMBE adapté à un système OFDM . . 141
IV.3.1 Position du problème 141
Modèle du signal d'un système OFDM 141
Les hypothèses de mise en œuvre pour l'eSMBE . . . 143
Structure du canal 144
IV.3.2 Algorithme eSMBE pour le système OFDM 144
IV.3.3 Mise en œuvre de l'algorithme eSMBE pour différentes canaux 146
Conditions de simulation 146
Les exemples simulés et résultat obtenues 147
Observations 153
IV.4 Conclusion 153

IV.1 Introduction

En raison du développement rapide des réseaux de télécommunication et du besoin de systèmes de communication multimédia large bande sans fil (WBMCS) nécessitant une transmission à haut débit, la technique d'égalisation seule n'est pas suffisante pour récupérer le signal transmis dans des meilleures conditions possibles. D'où, la nécessité de la technologie OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), qui est un cas particulier de la modulation multi-porteuse. Cette technique a été utilisée pour plusieurs applications tels que la diffusion vidéo numérique (DVB) et le système audio numérique terrestre (DAB) et elle a été utilisée dans les communications mobiles de quatrième génération.

Pour effectuer parfaitement l'opération de récupération de données, plusieurs travaux ont été proposés dont un nouveau schéma qui sert à combiner les algorithmes d'égalisation aveugle avec le système OFDM. Plusieurs approches d'égalisation aveugle pour le système OFDM ont été proposées. Elles se classifient selon :

- La nature du domaine d'application d'égalisation : le domaine fréquentiel ([62], [43], [98], [8], [88]), domaine temporel ([32], [30], [45], [46], [48], [11], [10], [25], [16], [12]) et le domaine fréquentiel et temporel ([66], [5], [54], [71], [72]).
- La nature de la structure OFDM : ZP-OFDM ([25], [13]), CP-OFDM ([32], [30], [5], [45], [54], [46], [48], [11], [10], [98], [16]) et GI-less OFDM ([14], [15]).
- Modèle du canal et de l'égaliseur : SISO, MIMO, SIMO,

Toutes ces approches supposent que le bruit est gaussien.

On peut citer des algorithmes qui effectuent une estimation du canal à égaliser et qui rendent, par conséquent, leur implémentation en temps réel compliquée. Et d'autres qui nécessitent un grand nombre de symboles OFDM pour assurer une convergence rapide.

Afin de surmonter ces problèmes, nous proposons un algorithme fréquentiel

d'égalisation aveugle en présence d'un bruit borné. Nous évaluons l'algorithme proposé pour les canaux à trajets multiple, en particulier les canaux de Rayleigh et de Rice et le canal AWGN.

Ce chapitre comporte deux paragraphes. Une classification claire et une représentation des principales techniques d'égalisation aveugle pour le système OFDM sont présentées dans le premier paragraphe IV.2. En fait, nous détaillons ces algorithmes en énonçant à chaque méthode son principe, ses caractéristiques, les hypothèses considérées, ses avantages et ses inconvénients. Dans le paragraphe IV.3, nous étudions les performances de l'algorithme proposé eSMBE pour le système OFDM en considérant les canaux à trajets multiple, en particulier les canaux de Rayleigh, de Rice et d'AWGN.

IV.2 Classification des algorithmes d'égalisation aveugle pour un système OFDM

Dans cette partie, nous présentons les deux classes les plus connues d'égalisation aveugle pour le système OFDM : les algorithmes fréquentiels d'égalisation aveugle et les algorithmes temporels d'égalisation aveugle.

IV.2.1 Algorithmes fréquentiels

Les algorithmes fréquentiels d'égalisation aveugle sont les premières méthodes proposées dans le cadre de la modulation multi-porteuse. Ce type d'algorithme est placé juste après l'opération de la transformée de Fourier rapide (FFT) et permet d'obtenir une égalisation fréquentielle simple par porteuse comme il est montré dans la figure IV.1.

Algorithme basé sur le critère de Viterbi

On peut citer l'égaliseur aveugle de Viterbi (BVE) pour l'égalisation et la détection des signaux OFDM simultanément qui a été proposé dans [62], pour

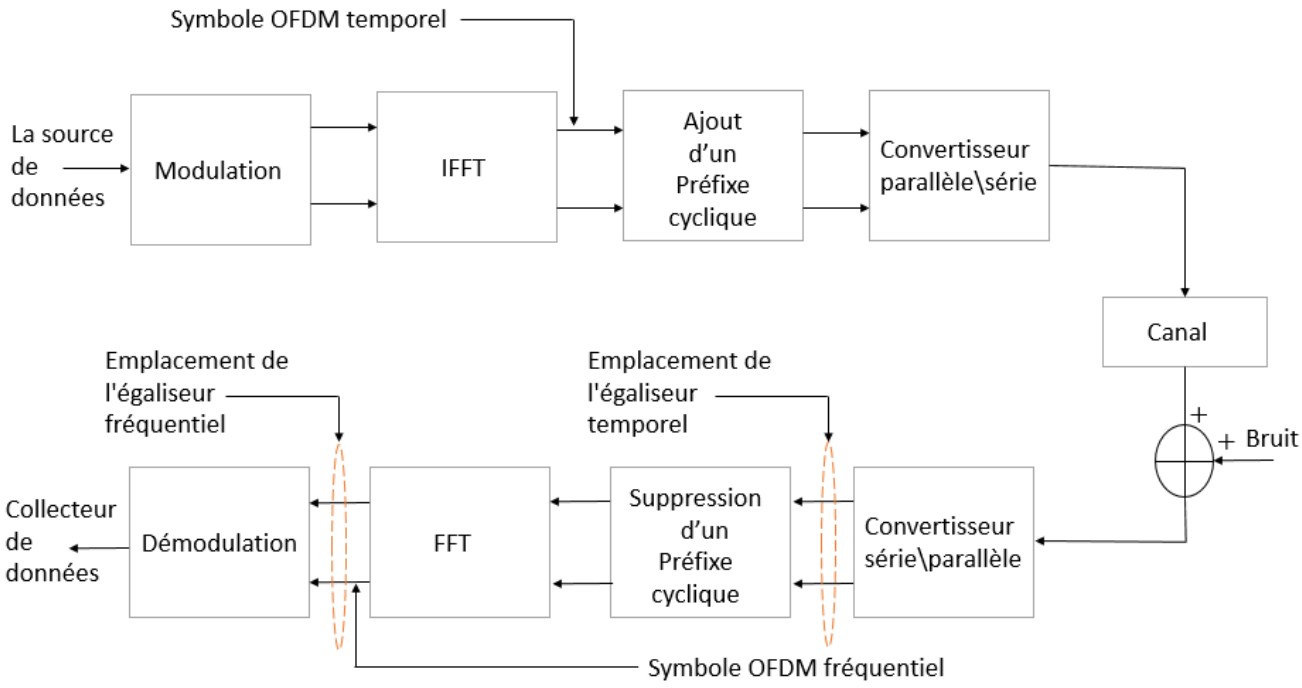

FIGURE IV.1 – Schéma fonctionnel d'un système OFDM

un environnement où les canaux sont sélectifs en fréquence. En effet, le processus d'égalisation est effectué bloc par bloc, par un décodeur en treillis utilisant une technique appelé "per-surviror processing" (PSP) ([83]). Cette méthode est basée sur l'algorithme de Viterbi [77]. Dans [62], les auteurs ont utilisé un modèle mathématique simple pour la réponse en fréquence du canal. Elle est modélisée par un polynôme dans le domaine fréquentiel. Ce polynôme est obtenu en utilisant la PSP et la corrélation fréquentielle entre les sous-porteuses proches. Le système proposé présente certains avantages, du fait qu'elle ne nécessite aucune donnée d'apprentissage périodique pour réaliser la convergence. De plus, ce type d'algorithme est plus efficace que la méthode de détection différentielle puisqu'il apporte une amélioration substantielle des performances. En outre, il convient aux applications multimédias à haut débit telle que la radio-mobile et il est facilement mis en œuvre grâce à la disponibilité de l'algorithme de Viterbi dans les processeurs VLSI. Cependant, cet algorithme a une complexité de calcul, qui est plus élevée que le récepteur différentiel, cette complexité étant principalement due à la mise en œuvre de l'algorithme de Viterbi. D'un autre côté, de nombreux

paramètres doivent être initialisés pour l'implémentation de l'algorithme.

Algorithme basé sur le critère de maximum de vraisemblance

En 2012, Y. Al-Naffouri et al. ont proposé dans [8] un algorithme qui assure à la fois l'estimation aveugle des canaux et la détection des données transmises. L'estimation du canal est basée sur un critère de maximum de vraisemblance (ML). Initialement, les auteurs proposent de minimiser une fonction de coût associée pour résoudre le problème d'estimation. Dans une seconde étape, les auteurs ont fourni une autre solution pour estimer le canal et les données transmises en optimisant la fonction objective maximale a posteriori (MAP). Cette nouvelle stratégie permet d'utiliser l'algorithme des moindres carrés récursifs (RLS) ([89]) pour mettre à jour un ensemble de paramètres.

Cet algorithme a une certaine complexité de calcul d'une part en raison d'un calcul important pour estimer les paramètres P_i et d'autre part du fait d'une action de retour arrière lors de l'exécution de la méthode si la condition relative au rayon de recherche initiale (r) n'est pas satisfaite. Dans ce sens, les auteurs ont introduit une nouvelle stratégie d'égalisation aveugle approximative pour surmonter ces problèmes en évitant le calcul des P_i avec la réorganisation des porteuses. Avec cette nouvelle forme d'algorithme, le nombre d'opérations de calcul devient de l'ordre O (LN) pour un SNR élevé, où L est la longueur du préfixe cyclique et N est le nombre total des sous-porteuses, contrairement à d'autres approches basées sur l'algorithme ML ([55], [56], [64] et [41]) qui entraînent des coûts de calcul très élevés.

En outre, il s'adapte avec une constellation arbitraire inversement aux autres méthodes basées sur l'algorithme ML ([63], [9] et [29]) qui ont seulement fonctionné pour la constellation du module constant. D'autre part, la méthode présentée ici est capable d'estimer le canal et de détecter les données transmises dans un environnement où les canaux sont de type à évanouissement rapide en opposition aux autres ML ([85], [92] , [59] et [31]) des algorithmes qui considèrent des canaux constants.

Les performances de l'algorithme proposé sont meilleures pour des valeurs de SNR quelconques que pour d'autres algorithmes tels que : Le récepteur aveugle

sous-spatial [70], le récepteur basé sur le décodage de sphère [31], un récepteur qui acquiert le canal en s'entraînant avec des pilotes $L+1$ et une corrélation du canal a priori [7] et le récepteur ML qui acquiert des données grâce à une recherche exhaustive.

Algorithmes basés sur la technique de norme constant (CNA)

En 2016, V. Savaux et al. ([88]) font une adaptation d'une classe d'algorithmes d'égalisation aveugle dans le domaine fréquentiel avec une technique de modulation multi-porteuses (OFDM) basée sur la technique de norme constant (CNA) [44]. Elle présente une forme générale de l'algorithme de module constant [97]. Cette classe fonctionne bien pour la modulation 16-QAM. Dans ces travaux, les auteurs ont étudié trois versions d'algorithmes dans cette classe : CNA-2, CNA-6 et CNA-∞. On note bien que CNA-2 et CNA-∞ sont équivalents respectivement à CMA et à l'algorithme CQA (Contour sQuare Algorithm). Dans le contexte OFDM, les auteurs ont proposé une structure pour l'adaptation de phase des coefficients d'égalisation afin d'annuler le décalage angulaire entre l'égaliseur et le canal. Cette procédure est appelée procédure d'adaptation de phase (PAP).
Pour l'initialisation des coefficients d'égalisation, les auteurs ont suivi une stratégie "Sup-optimal initialization strategy" qui permet d'augmenter la vitesse de convergence. En outre, les auteurs ont comparé les deux versions de CNA : CNA-6 et CQA avec le CMA, β-MMA et LS-ZF qui sont présentés respectivement dans [3], [18] et [82]. Cette comparaison montre que les deux versions de la famille CNA ont une vitesse de convergence plus élevée que les autres algorithmes et qu'elles atteignent une valeur du MSE plus faible que les méthodes CMA, β-MMA et LS-ZF grâce à la stratégie PAP et d'initialisation.
Cependant, l'algorithme CNA pour OFDM a un certain limite. En effet, de nombreux paramètres doivent être choisis pour la mise en œuvre telle que le nombre d'itérations de la procédure PAP, le paramètre de convergence optimal et le seuil de phase. D'un autre côté, des calculs supplémentaires ont été ajoutés au processus d'algorithme CNA pour assurer la convergence, tel que le calcul de la stratégie d'initialisation sup-optimale. Celui-ci augmente le taux de calcul, ce qui rend la vitesse de convergence faible et l'application de l'algorithme en temps réel est

difficile.

Afin de fournir un meilleur partage spectral, d'augmenter l'efficacité spectrale et d'avoir un débit binaire élevé, V. Savaux et al. ont adapté l'algorithme proposé dans [88], pour la modulation OFDM/OQAM dans un environnement de propagation sans synchronisation [87]. OFDM/OQAM est une forme spéciale de banque de filtres multi-porteuses (FBMC) qui ne nécessite pas l'ajout d'un préfixe cyclique. Dans ce contexte, le filtre utilisé est donc le filtre de Bellanger, ce filtre est également aussi appelé filtre Phydyas (voir [21] pour plus de détails). Pour adapter parfaitement l'algorithme CNA à l'OFDM/OQAM, les auteurs proposent de remodéler les symboles QAM pour obtenir des symboles QAM complexes à l'entrée de l'égaliseur. Ce remodelage est effectué par la sommation de deux symboles réels consécutifs. Cette transformation facilite le choix de la fonction coût de l'algorithme, contrairement aux autres algorithmes adaptés à OFDM/OQAM tels que CMA et MMA qui utilisent de vrais symboles QAM. Le signal remodelé utilisé pour le CNA-6 (qui est une version de CNA présentée dans [88]) est moins sensible que le signal utilisé par le CMA.

D'autre part, les auteurs ont proposé une nouvelle stratégie d'initialisation sous-optimale des valeurs des coefficients d'égalisation. Cette stratégie est bien adaptée aux canaux à évanouissement profond car elle prend en compte la valeur du canal pour chaque position fréquentielle, à l'opposé de l'initialisation classique utilisée dans [35] et [60], le calcul de la solution optimale est effectuée hors ligne car elle dépend uniquement de la taille de la constellation. De plus, la performance de la CNA-6 est comparée à CNA-2 (CMA) et à l'estimation assistée par données à l'aide de la méthode d'approximation d'interférence [58]. Les simulations montrent bien que l'application de CNA-6, en utilisant les entrées remodelées, est plus efficace que l'application de CMA avec des entrées réelles. Dans la simulation, il apparaît bien que l'égaliseur CNA-6 nécessite un grand nombre de symboles OFDM/OQAM pour assurer la convergence. De plus, de nombreux paramètres à mettre en œuvre pour l'implémentation de l'algorithme CNA-6 : paramètres liés au filtre, paramètres relatifs à la stratégie d'initialisation proposée et paramètres liés à l'algorithme CNA-6. Il est donc difficile de choisir en même temps les va-

leurs optimales des différents paramètres pour assurer de bonnes performances. En effet, la technique de remodelage dépend du choix des paramètres de filtrage et un mauvais choix de ce paramètre peut augmenter le niveau du bruit après le rémodélage et un mauvais choix de paramètres de la stratégie d'initialisation peut provoquer la divergence.

IV.2.2 Algorithmes temporels

Dans la littérature, de nombreux algorithmes temporels ont été introduits dans le cadre d'égalisation aveugle pour une modulation multi-porteuses, en raison de son rôle important dans l'atténuation de l'ISI, faite par le raccourcissement du canal en utilisant certaines caractéristiques du signal OFDM. Sachant que Le raccourcissement des canaux est une généralisation de l'égalisation, puisque l'égalisation revient à raccourcir le canal à la longueur égale à 1. Le raccourcissement du canal jusqu'à une longueur supérieure à un est fréquemment utilisé pour faciliter l'égalisation dans les systèmes utilisant la modulation à porteuses multiple.

Algorithme basé sur la minimisation d'un critère quadratique

Plusieurs sont les travaux traitants l'égalisation aveugle. Dans [32], l'égaliseur est linéaire et son vecteur de coefficients est obtenu en minimisant un critère quadratique sur l'énergie des signaux de sous-bande qui devrait être nulle, et il est capable d'égaliser le canal avec une seule connaissance qui est la partie du sortie du démodulateur qui devrait être zéro. Pour que le vecteur des coefficients d'égalisation ne converge pas vers à un vecteur nulle, une contrainte a été insérée à ce vecteur. Dans ce cas-là, la minimisation du critère est basée sur la technique des multiplicateurs de Lagrange.

Ainsi, un algorithme adaptatif basé sur une méthode BLMS (Block Least Mean Square) [36], a été utilisé pour l'implémentation en vérifiant la contrainte à chaque itération. L'algorithme proposé a l'avantage d'augmenter le débit. En effet, sa mise en oeuvre est réalisée sans connaissance a priori d'un intervalle de garde et d'un symbole de référence.

Algorithme basé sur l'approche des moindres carrés

En 2000, H. Cheon et D. Hong ont suggéré un algorithme d'égalisation aveugle spatio-temporel pour une seule entrée et plusieurs sorties (SIMO) variant dans le temps [30]. Cet algorithme est basé sur l'approche des moindres carrés en s'appuyant sur la structure de la trame du symbole OFDM, plus précisément sur le préfixe cyclique au lieu d'utiliser les statistiques du signal reçu. L'égalisation est basée ici sur la matrice qui est construite à partir de la matrice du signal reçu et qui contient des sous-espaces. Les auteurs ont appliqué la décomposition par valeur singulière (SVD) sur ces matrices pour obtenir finalement les vecteurs d'égalisation estimés qui sont les vecteurs propres correspondant aux valeurs singulières minimales. De plus, la SVD est également appliquée aux matrices constituées de vecteurs de signaux reçus pour estimer l'ordre des canaux. L'algorithme proposé est précis et a un coût de calcul acceptable et il a la capacité de suivre rapidement le canal variant dans le temps. Cependant, ce dernier est sensible aux signaux d'entrée et l'étude de cette approche est faite dans un environnement où l'effet du bruit est ignoré ce qui n'est pas le cas de la plupart des systèmes de télécommunication sans fil.

Algorithme basé sur la méthode d'énergie de sortie minimale

Un autre algorithme d'égalisation aveugle a été proposé pour le système OFDM avec un préfixe cyclique suffisant ou insuffisant dans [45]. L'algorithme proposé est basé sur la méthode "Constrained Minimum Output Energy" (CMOE), exploitant la propriété de corrélation spéciale générée par le préfixe cyclique. L'utilisation de CMOE nécessite de fixer une contrainte optimale, ce qui entraine que l'estimation aveugle du canal prend en compte une ambiguïté de phase. Cette ambiguïté sera éliminée par codage différentiel. Ainsi, les coefficients du canal estimé correspondent à un vecteur propre associé à la plus grande valeur propre de la matrice de corrélation. Deux versions du MOE ont été proposées. L'une est pour un préfixe cyclique suffisant où la longueur du préfixe cyclique est plus longue que celui du canal, l'autre version est la modification de la première méthode où la longueur du préfixe cyclique est plus courte que celle de canal.

La deuxième version est déjà proposée dans [46] et sa mise en œuvre se fait de deux façons : la première est basée sur l'algorithme par lots où le calcul de l'égaliseur est fait en un coup et le second algorithme où l'estimation du canal et la mise à jour des coefficients d'égalisation sont effectués à chaque itération. Cette nouvelle méthode présente une complexité de calcul similaire aux méthodes traditionnelles telle que l'OFDM, mais elle est plus efficace que ces méthodes puisqu'elle fonctionne sur un préfixe cyclique très court, améliorant ainsi l'efficacité de la bande passante. La méthode proposée est comparée à des algorithmes existants dans la littérature tels que SOFDM (OFDM avec des techniques de raccourcissement de canal [65]), et un système OFDM différentiellement codé sans estimation du canal. Cependant, la mauvaise estimation de la contrainte due aux erreurs de calcul des matrices de corrélation provoque la dégradation des performances du MOE.

Algorithme basé sur la méthode de vecteur à module constant

En 2003, D. L. Jones a introduit dans [54], une nouvelle méthode hybride qui regroupe deux algorithmes : LMS et VCMA ([102]). L'algorithme proposé rétablit aveuglément les propriétés de la bande de garde en minimisant l'énergie dans la bande zéro de garde ou en minimisant l'incohérence entre les données de préfixe circulaire et les échantillons correspondants dans le bloc de données. Ce mécanisme est basé sur l'algorithme LMS tout en maintenant une énergie de bloc moyenne constante par VCMA. VCMA a un rôle de contrôl de gain qui empêche les coefficients d'égalisation de converger vers zéro. De cette façon, l'algorithme proposé est considéré comme un algorithme LMS conditionné une projection stochastique de gradient. Cet algorithme a une faible complexité et une convergence rapide. De plus, la technique VCMA utilisée ici a plusieurs points communs intéressants avec CMA, tels que la robustesse aux erreurs de synchronisation, de phase et de décalage de fréquence.

Algorithme basé sur les caractéristiques des données de préfixe cyclique

En 2004, T. C. Hewavithana et D. M. Brookes ont proposé une méthode aveugle adaptative qui traite les données de préfixe cyclique des signaux OFDM pour effectuer l'égalisation aveugle du canal multi-trajets. Un algorithme de la plus profonde descente (steepest descent) a été utilisé pour minimiser la fonction du coût qui fait appel à la partie du signal qui correspond à l'intervalle de garde, et pour estimer les coefficients du vecteur de l'égaliseur à chaque itération.

En fait, dans le cadre d'un environnement non contraint, le problème de mise en œuvre de l'algorithme de la plus profonde descente cause des sous-dépassement dû à la réduction de l'énergie du sortie à l'égaliseur car les coefficients vectoriels convergent progressivement vers zéro. Les auteurs ont donc proposé une solution en modifiant l'algorithme de mise à jour qui correspond à l'algorithme des moindres carrés contraints (LMS) [34].

La méthode proposée ici est appliquée sur un canal à trajets multiple invariant dans le temps avec plusieurs retards courts et un seul retard long. Les performances de l'égaliseur introduit sont comparées à celles de l'égaliseur MMSE ([78]) et aux performances du récepteur sans l'égalisation des canaux. La simulation montre que la performance de l'égaliseur adaptatif aveugle proposé est également meilleure à celle de l'égaliseur MMSE. L'approche proposée présente certains avantages, peut-être le plus important, qu'elle ne nécessite aucun pilote pour l'estimation du canal, ce qui la rend efficace pour des systèmes telle que la radiodiffusion audio-numérique (DAB). D'autre part, elle a un faible taux de calcul car elle n'utilise que les données d'intervalle de garde dans le symbole OFDM et un seul paramètre (le gain d'adaptation) à initialiser pour l'implémentation. Cependant, la méthode proposée est implémentée pour un canal invariant dans le temps qui s'oppose à la plupart des applications réelles où les canaux à trajets multiple sont variants dans le temps.

Depuis 2005, Faisal O. Alayyan et al. ont fourni un ensemble d'algorithmes pour l'égalisation aveugle dans le contexte OFDM en exploitant les caractéristiques des données de préfixes cycliques. Le premier algorithme a été proposé dans [11], dans cet article, l'identification des coefficients d'égalisation se fait en

deux étapes. Dans la première étape, l'estimation est faite en utilisant un critère d'ajustement par les moindres carrés (LSF) sur les données de l'intervalle de garde. Dans la seconde étape, l'identification de l'égaliseur est effectuée en utilisant un algorithme de module constant (CMA) sur le reste des symboles OFDM. les simulations montrent que LSF-CMA converge plus rapidement que SGD-CMA. De plus, LSF-CMA peut suivre la variance même pour des canaux rapides. Par la suite, les auteurs ont donné une version modifiée de l'algorithme dans [10] pour atténuer le décalage fréquentiel (FO) dû au désaccord des oscillateurs dans l'émetteur et le récepteur. Cependant, ce type d'algorithme n'est pas efficace pour les modulations 64-QAM ou 256-QAM où le module de signal n'est pas constant, d'où la nécessité d'utiliser le CMA modifié (MCMA). Dans ce cadre, les auteurs ont proposé une nouvelle structure dans [16], en adaptant l'algorithme MCMA au système OFDM basé sur la propriété de l'intervalle de garde. En fait, il fonctionne bien pour les modulations 64-QAM ou 256-QAM et assure une bonne convergence sans compromettre le MSE. Cependant, la fonction coût MCMA est une combinaison de deux fonctions (fonction CMA et fonction CME), donc l'implémentation de MCMA nécessite d'initialiser un paramètre positif de convergence μ relatif à CMA et un paramètre de facteur de pondération β relatif à CME. La sélection de la une valeur optimale de β et μ en même temps. Ce qui est difficilement réalisable car une petite valeur de μ et une grande valeur de β augmentent le temps de convergence et inversement provoquent des erreurs résiduelles élevées en régime permanent.

Pour égaliser les canaux indépendamment des emplacements des zéro, dans [13], les auteurs ont adapté l'algorithme LSF-CMA pour une structure OFDM spécifique qui est OFDM à remplissage nul (ZP-OFDM). L'algorithme proposé présente des avantages par rapport à d'autres méthodes, en particulier des méthodes basées sur un sous-espace dans le contexte de l'OFDM. En effet, elles sont beaucoup plus simples et fonctionnent sans la nécessité d'une connaissance statique des données d'entrée et avec des enregistrements de données beaucoup plus petits, ce qui facilite le suivi de la variation rapide des canaux. Le processus proposé assure en même temps la récupération des données transmises et l'égalisation des canaux indépendamment des emplacements des zéro du canal

contrairement à d'autres structures tel que le CP-OFDM. Les performances de l'algorithme proposé sont comparées aux performances d'autres méthodes (CMA et MCMA) [47]. Cette comparaison montre que LSF-CMA converge marginalement plus vite par rapport aux deux autres algorithmes et sa capacité de calcul est plus simple que le MCMA. D'autre part, la mise en œuvre de l'algorithme LSF-CMA par la technique de la descente stochastique est plus efficace que par la méthode des moindres carrés récursifs (RLS).

Pour augmenter encore les performances, Faisal O. Alayyan et al. ont introduit un problème d'identification et d'égalisation aveugle dans [14], pour les canaux SIMO sans fil et l'OFDM sans utiliser d'intervalle de garde (GI) qui est appelé OFDM sans GI. Le préfixe cyclique est remplacé par la méthode de troncature en utilisant une donnée tronquée à la sortie du canal. Pour l'identification aveugle, ils ont utilisé deux algorithmes : la méthode subspatiale [1] et la méthode de maximum de vraisemblance (ML) [49]. L'égalisation aveugle est faite à la suite de l'estimation aveugle du canal en exploitant la structure d'égalisation à forçage nulle (ZF). Dans cet article, les auteurs ont étudié les deux méthodes d'identification pour trois structures différentes : OFDM sans GI, CP-OFDM et ZP-OFDM. De plus, les structures CP-OFDM et OFDM GI-less nécessitent un grand nombre de symboles OFDM pour obtenir une bonne estimation de canal alors que la structure ZP-OFDM ne nécessite qu'un petit nombre de symboles OFDM. L'absence de l'intervalle de garde pour la structure OFDM sans GI conduit à une modification de l'émetteur qui est la même pour la structure ZP-OFDM où la modification de l'émetteur est faite par un précodeur de banc de filtres. Contrairement à ce qui précède, la structure CP-OFDM ne nécessite pas de modification de l'émetteur et s'adapte à tous les systèmes OFDM standardisés. L'analyse a également montré que la méthode d'identification ML pour une structure OFDM sans GI est plus efficace que la méthode SS. En effet, la méthode SS a une grande complexité de calcul, c'est pourquoi elle ne figure pas dans les systèmes de communication sans fil de la prochaine génération.

IV.3 Algorithme eSMBE adapté à un système OFDM

IV.3.1 Position du problème

Modèle du signal d'un système OFDM

Le système SISO de communication numérique en bande de base est représenté dans la figure IV.2.

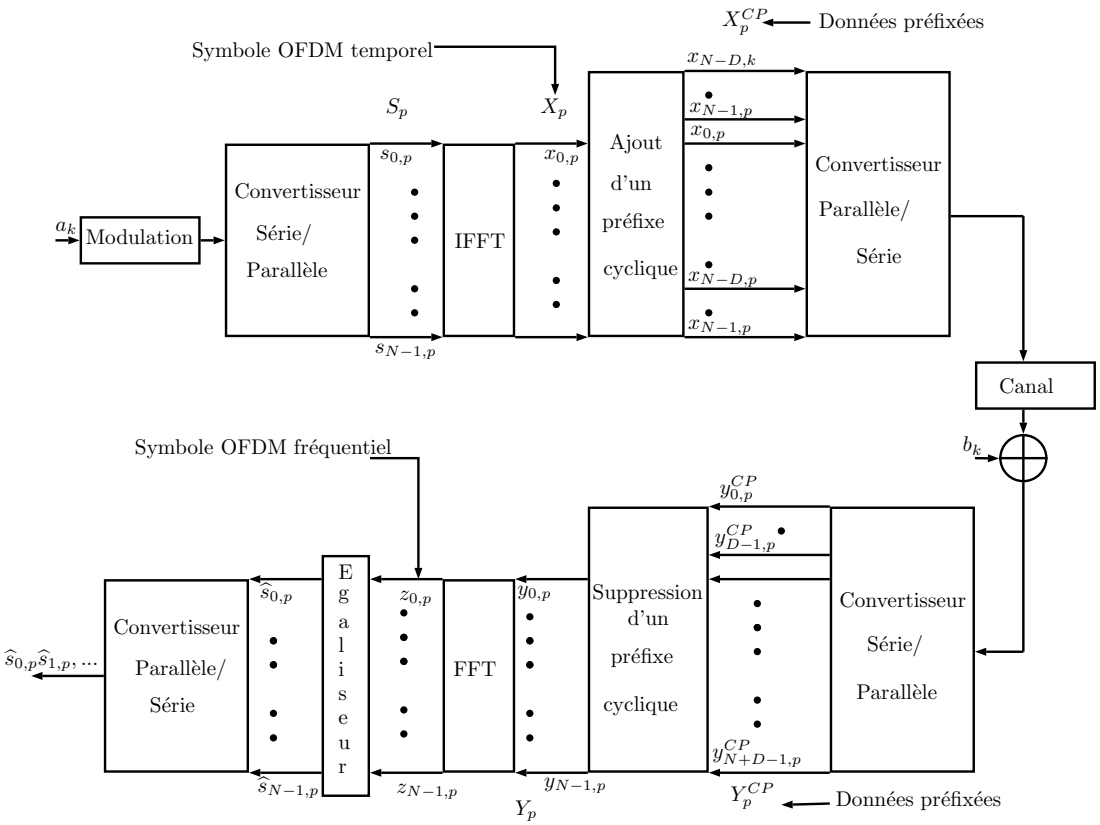

FIGURE IV.2 – Modèle de système global

Ce système se compose de deux éléments principaux : le système CP-OFDM et l'égaliseur. Les données d'entrée $\{a_k\}$ sont modulées par la modulation monoporteuse pour générer les symboles $\{s_k\}$. La séquence de symboles d'entrée $\{s_k\}$ est groupée dans les blocs $\{S_k\}$, chacun avec N symboles, qui peuvent être écrits

comme suit :

$$S_p = [s_{0,p}, ..., s_{N-1,p}]^T \ ; \ p = 1, 2..., P \tag{IV.1}$$

Nous considérons que ces éléments sont dans le domaine fréquentiel. Ensuite, Chaque bloc est traité par une matrice de l'IFFT $F_N^T \in \mathbb{R}^{N \times N}$, pour finalement donner des blocs dans le domaine temporel $\{X_p\}$:

$$X_p = F_N^T S_p = [x_{0,p}, x_{1,p}, ..., x_{N-1,p}]^T \tag{IV.2}$$

avec

$$F_N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & e^{-j2\pi/N} & \dots & e^{-j2\pi(N-1)/N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j2\pi(N-1)/N} & \dots & e^{-j2\pi(N-1)^2/N} \end{bmatrix} \tag{IV.3}$$

Ensuite, les D échantillons du préfixe cyclique (CP) sont insérés dans chaque symbole OFDM. L'insertion de CP peut être représentée en utilisant une matrice $T_{CP} = \left[I_{CP}^T, I_N^H\right] \in \mathbb{R}^{(N+D) \times N}$, qui est une concaténation des dernières lignes D d'une matrice d'identité I_N (que nous notons I_{CP}), et l'identité I_N elle-même. Ce processus est défini de la manière suivante :

$$\begin{aligned} X_k^{CP} &= T_{CP} X_p \\ &= T_{CP} F_N^H S_p \\ &= [x_{N-D,p}, ..., x_{N-1,p}, x_{0,p}, ..., x_{N-D,p}, ..., x_{N-1,p}]^T \\ &= \left[x_{0,p}^{CP}, ..., x_{D-1,p}^{CP}, x_{D,p}^{CP}, ..., x_{N,p}^{CP}, ..., x_{N+D-1,p}^{CP}\right]^T \end{aligned} \tag{IV.4}$$

Les données du signal (X_p^{CP}) sont transmises à travers un canal (décrit dans la section suivante).

La séquence de données préfixée à la sortie du canal est définie par

$$Y_p^{CP} = \left[y_{0,p}^{CP}, ..., y_{D-1,p}^{CP}, y_{D,p}^{CP}, ..., y_{N,p}^{CP}, ..., y_{N+D-1,p}^{CP}\right]^T \tag{IV.5}$$

Par la suite, le préfixe cyclique a été éliminé pour donner des symboles OFDM sans un CP qui peut être écrit comme suit :

$$Y_p = [y_{0,p}, y_{1,p}, ..., y_{N-1,p}]^T \tag{IV.6}$$

Le bloc de symboles Y_p est ensuite démodulé et converti dans le domaine fréquentiel par la matrice de la FFT : F_N, donnant enfin des symboles préparés pour le processus d'égalisation aveugle qui est structuré de la manière suivante :

$$Z_p = F_N Y_p = [z_{0,p}, z_{1,p}, ..., z_{N-1,p}]^T \tag{IV.7}$$

Les hypothèses de mise en œuvre pour l'eSMBE

Avant d'implémenter l'adapatation de l'algorithme proposé eSMBE pour un système OFDM, nous supposons ce qui suit tout au long de ce paragraphe :

1) Il existe une parfaite synchronisation des porteurs et des symboles.
2) Les éléments de S_p $(p = 1, 2, ..., P)$ est une suite de symboles indépendants et identiquement distribués, supposés provenir d'une constellation QAM.
3) La longueur du gain de canal est plus courte ou égale à la longueur du préfixe cyclique D.
4) La séquence de bruit est un bruit inconnu et elle est supposé être borné c'est à dire $|n_k| \leq \delta_n$, où δ_n est une borne supérieure.
5) Les deux suites $\{s_{k,p}\}$ et $\{n_k\}$ sont indépendantes.
6) Il existe un égaliseur paramétré par les coefficients de la réponse impulsionnelle $\{w_i\}$ tel que si $n_k = 0$, on obtient la sortie égaliseur :

$$\hat{s}_{k,p} = \sum_{i=0}^{L} w_i \beta_{k-i,p} = \phi_k^T \theta^* \tag{IV.8}$$

où $\theta^* \in \mathbb{C}^{n \times 1}$ est le vecteur de paramètres avec $n = L + 1$ le nombre de paramètres :

$$\theta^* = \begin{pmatrix} w_0 \\ \vdots \\ w_L \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \phi_k = \begin{pmatrix} \beta_{k,p} \\ \vdots \\ \beta_{k-L,p} \end{pmatrix}$$

et nous définissons $\beta_{k,p}$, tel que $(k = 0, 1, ..., N-1)$ et $(p = 1, ..., P)$, de la manière suivante :

$$[\beta_{0,p}, ..., \beta_{N-1,P}] = [z_{0,p}, ..., z_{N-1,p}] \tag{IV.9}$$

Structure du canal

Dans cette partie, nous utilisons deux modèles du canal qui caractérisent le phénomène d'évanouissement rapide : les canaux de Rayleigh et de Rice. Ces deux distributions sont déjà détaillées dans le chapitre 3.
Après passage par les canaux Rayleigh et Rician qui contiennent des chemins M, les données reçues sont structurées de la manière suivante :

$$y_{k,p}^{CP} = \sum_{j=1}^{M} \alpha_k^j \eta_{k-d_k^j,p} + n_k \tag{IV.10}$$

où α_k^j et d_k^j sont les facteurs de gain et le retard du chemin spécifique j. Nous définissons les différents éléments $\eta_{k,p}$, tels que $(k = 0, 1, ..., N-1)$ et $(p = 1, ..., P)$, de la façon suivante :

$$[\eta_{0,p}, ..., \eta_{N+D-1,p}] = [x_{0,p}^{CP}, ..., x_{N+D-1,p}^{CP}] \tag{IV.11}$$

L'équation IV.10 peut être écrit comme suit :

$$y_{k,p}^{CP} = \cos(2\pi f_c) I_{k,p} - \sin(2\pi f_c) Q_{k,p} + b_k \tag{IV.12}$$

où $I_{k,p}$ et $Q_{k,p}$ sont des variables aléatoires gaussiennes non corrélées avec des moyennes non nulles m_I et m_Q, et f_c est la fréquence du signal de la porteuse sinusoïdale.

Dans les deux distributions précédentes, chaque trajet souffre d'un effet Doppler, ce phénomène provoque un décalage de fréquence noté f_d.

La mise en œuvre de ces deux canaux nécessite la fixation de deux paramètres : une fréquence porteuse f_c et une simple période des données d'entrée T_s.

IV.3.2 Algorithme eSMBE pour le système OFDM

Dans cette partie, l'algorithme utilisé est eSMBE, qui permet à réduire la distorsion de phase dans le canal, minimisant ainsi son effet pour amèliorer les performances de transmission. Le processus d'eSMBE est réalisé en estimant le

vecteur de paramètres θ^*.

Soit v_k^f représente l'effet de n_k après l'opération de la FFT et à l'entrée de l'égaliseur. v_k^f peut être défini comme suit :

$$v_k^f = -\sum_{i=0}^{N-1} n_i e^{\frac{-2\pi * j * k * i}{N}} \tag{IV.13}$$

À partir de l'hypothèse 2), v_k^f est borné et la borne supérieure est définie par :

$$|v_k^f| \leq \delta_v^f = \sum_{i=0}^{N-1} \delta_n \tag{IV.14}$$

Nous définissons, ci-après, v_k est l'effet de v_k^f à la sortie de l'égaliseur, v_k est donné par :

$$v_k = -\sum_{i=0}^{L} w_i^T v_{k-i}^f \tag{IV.15}$$

À partir de l'équation (IV.14), v_k est borné et la borne supérieure est donnée par :

$$|v_k| \leq \delta_v = \sum_{i=0}^{L} |w_i| \delta_v^f$$

La détermination des données à la sortie d'égaliseur s'opére de la manière suivante : si l'effet bruit est inférieur à 1 (c'est-à-dire inférieur à la demi-distance entre deux symboles dans la constellation), alors $\phi_k^T \theta^*$ est proche d'un point qui appartient à la constellation. L'ensemble des solutions est défini par un cercle de rayon $\delta_v < 1$ autour de s_k, donc s_k peut être estimé en utilisant $\mathbf{Q}(.)$. Donc, nous avons :

$$\mathbf{Q}\left(\phi_k^T \theta^*\right) = \phi_k^T \theta^* + v_k \tag{IV.16}$$

Il est noté que les plus importantes différences par rapport au cas mono-porteuse, qu'ici l'égaliseur eSMBE traite à son entré des blocs des symboles au lieu de symboles successifs. En outre, dans le cas OFDM, le bruit borné à l'entrée d'égaliseur est traité par une opération FFT de telle façon ce bruit reste borné

puisque le terme exponentiel dans le bloc FFT est à sa tour bornée.
Donc, il est clair maintenant que l'pplication de l'algorithme eSMBE pour l'OFDM garde les mêmes propriétés qui sont déjà proposés dans le chapitre 3.

IV.3.3 Mise en œuvre de l'algorithme eSMBE pour différentes canaux

Dans cette partie, nous avons effectué différentes simulations afin d'évaluer les performances de l'algorithme eSMBE pour le système OFDM, pour différents canaux tels que Rayleigh, Rician et AWGN.

Conditions de simulation

Nous examinons les caractéristiques et les performances de l'algorithme aveugle proposé pour CP-OFDM. Nous proposons un scénario SISO OFDM avec un flux de données indépendant transmis, correspondant à un utilisateur. L'utilisateur est équipé d'une antenne d'émission. Il transmet les symboles 4-QAM qui sont modulés par $N = 1024$ sous-porteuses et la longueur du CP est fixé à $D = 128$. Le nombre de symboles OFDM est fixé à $P = 3$.

$\{n_k\}$ est un bruit blanc complexe uniformément distribué avec $|n_k| \leq \delta_b$, où δ_n a été ajusté pour avoir un rapport signal sur bruit (SNR) désiré.

Pour mettre en oeuvre de l'algorithme eSMBE, nous avons choisi l'ordre de l'égaliseur $L = 7$, le facteur d'oubli λ égale à 0.99 et $\delta = 0.99$. Concernant les paramètres relatifs aux canaux, nous avons choisi les valeurs suivantes des paramètres des canaux de Rayleigh et de Rice : une simple période des données d'entrée $T_s = 10^{-6}s$, un décalage de fréquence $f_d = 10^{-4}Hz$, une fréquence porteuse $f_c = 1800.10^{-6}Hz$ et un facteur de Rice $K_r = 6.6923$.

Les résultats de simulation sont obtenus en utilisant une simulation de Monte Carlo de 100 tests indépendants.

Les exemples simulés et résultat obtenues

– **Premier exemple :**
Dans cet exemple, nous avons examiné l'effet du niveau de bruit sur l'entrée et la sortie de l'algoithme eSMBE pour une modulation 4-QAM pour le canal de Rayleigh. Deux valeurs pour le SNR ont été considérées : $10dB$ et $20dB$. la figure IV.3 et la figure IV.4 montrent la constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ pour l'algorithme eSMBE. Il est noté que $\widehat{s}_{k/k}$ dans un voisinage d'un point de la constellation.

Les diagrammes de l'oeil de l'entrée et de la sortie de l'algorithme eSMBE sous le canal de Rayleigh sont présentés dans la figure IV.5 et la figure IV.6. Nous remarquons la fermeture de l'oeil à l'entrée de l'algorithme eSMBE et l'ouverture de l'oeil à la sortie de même égaliseur.

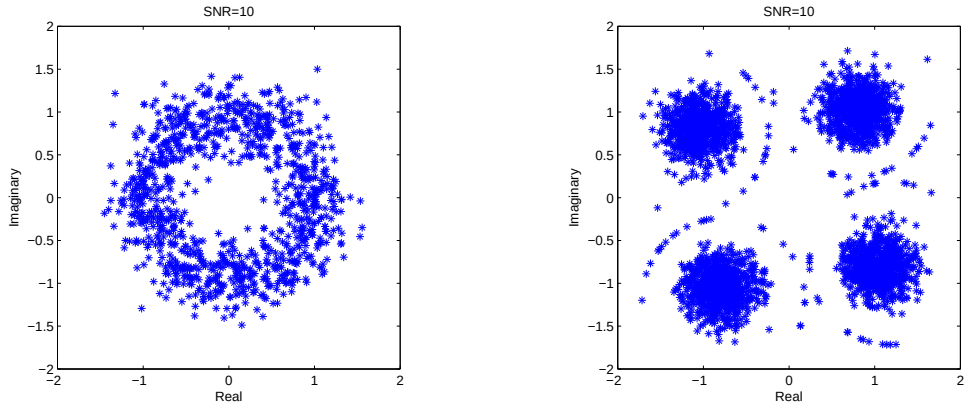

FIGURE IV.3 – Exemple de simulation 1 : constellations QAM d'entrée et de sortie d'égaliseur pour le canal Rayleigh et $SNR = 10dB$

– **Deuxième exemple :**
nous avons testé l'effet du niveau de bruit sur la sortie de eSMBE pour $30dB$ pour les canaux AWGN, de Rayleigh et de Rice. Les constellations et les diagrammes de l'oeil à la sortie de l'égaliseur pour différents canaux sont présentés dans les figures IV.7, IV.8, IV.9, IV.10, IV.11 et IV.12.

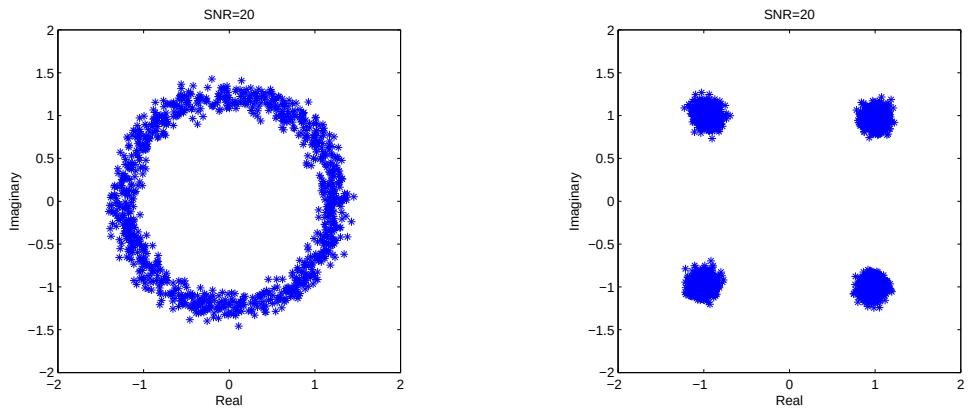

FIGURE IV.4 – Exemple de simulation 1 : constellations QAM d'entrée et de sortie d'égaliseur pour le canal Rayleigh et $SNR = 20dB$

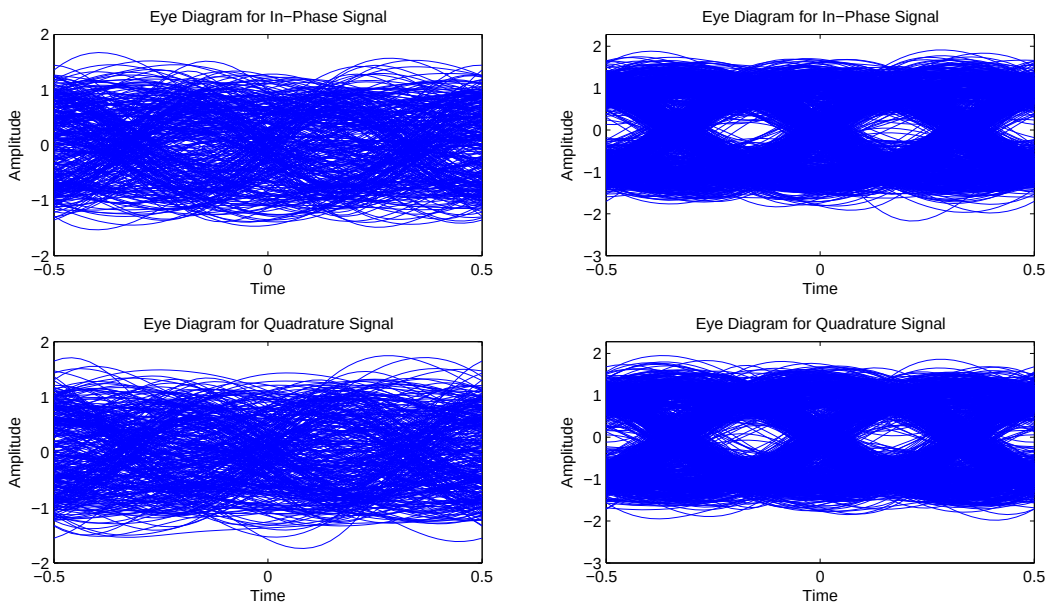

FIGURE IV.5 – Exemple de simulation 1 : diagrammes de l'œil d'entrée et de sortie d'égaliseur pour le canal Rayleigh et $SNR = 10dB$

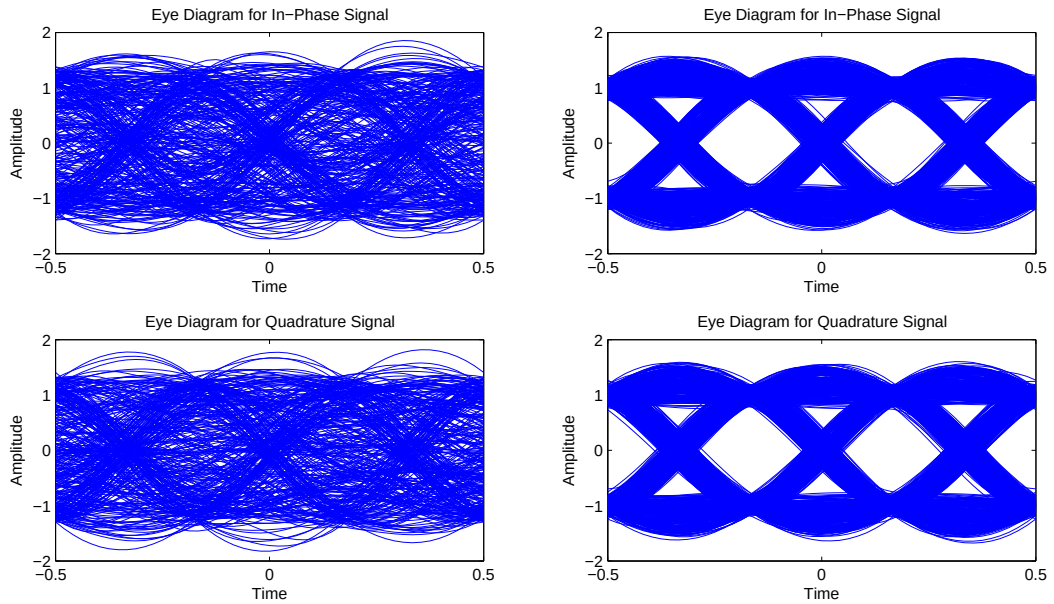

FIGURE IV.6 – Exemple de simulation 1 : diagrammes de l'œil d'entrée et de sortie d'égaliseur pour le canal Rayleigh et $SNR = 20dB$

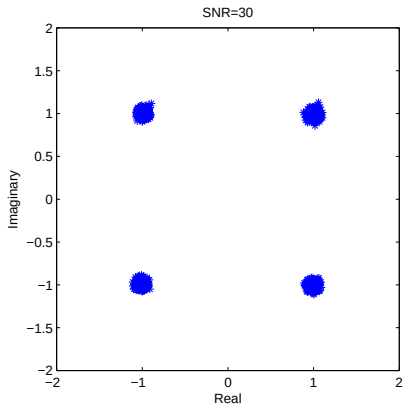

FIGURE IV.7 – Exemple de simulation 2 : constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec eSMBE pour le canal AWGN et $SNR = 30dB$.

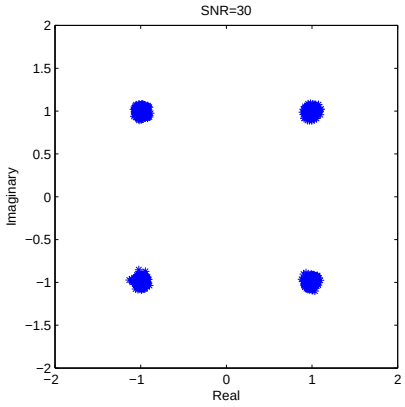

FIGURE IV.8 – Exemple de simulation 2 : constellation QAM de $\widehat{s}_{k/k}$ avec eSMBE pour le canal Rayleigh et $SNR = 30dB$.

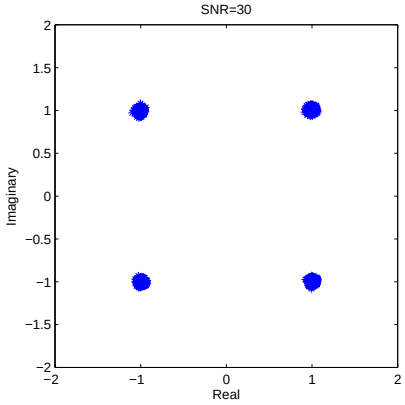

FIGURE IV.9 – Exemple de simulation 2 : constellation de $\widehat{s}_{k/k}$ avec eSMBE pour le canal Rice et $SNR = 30dB$.

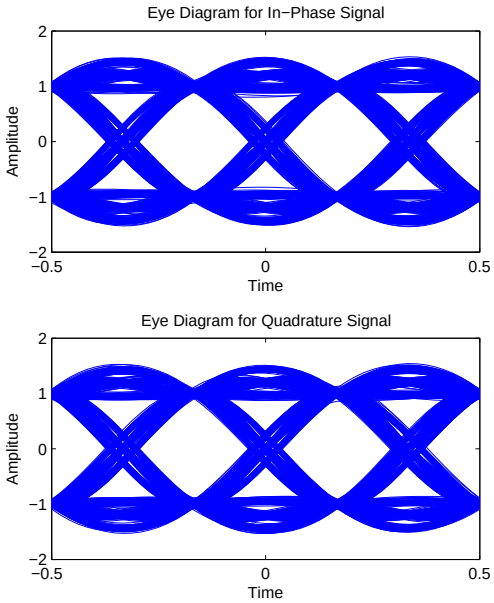

FIGURE IV.10 – Exemple de simulation 2 : diagramme de l'oeil de sortie d'égaliseur pour le canal AWGN et $SNR = 30dB$.

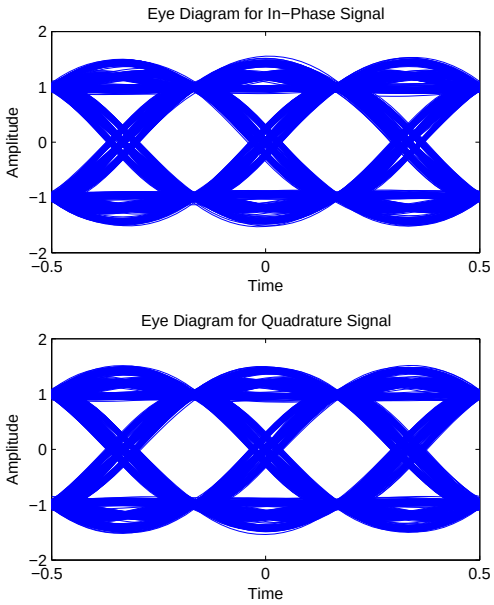

FIGURE IV.11 – Exemple de simulation 2 : diagramme de l'oeil de sortie d'égaliseur pour le canal Rayleigh et $SNR = 30dB$.

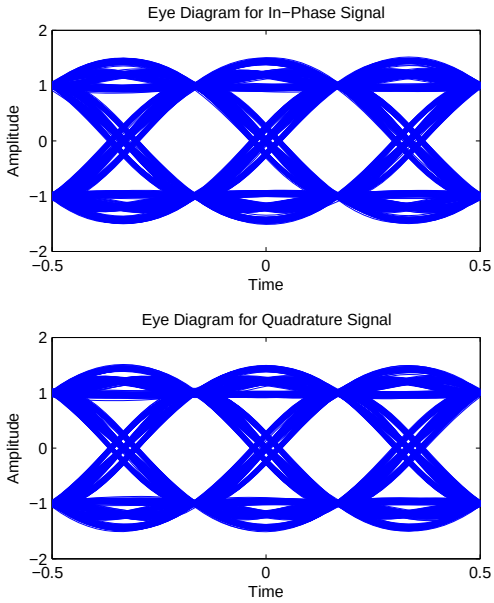

FIGURE IV.12 – Exemple de simulation 2 : diagramme de l'oeil de sortie d'égaliseur pour le canal Rice et $SNR = 30dB$.

Observations

Dans cette partie, un ensemble d'observations est fait sur les simulations des différents exemples (exemple 1 et exemple 2).

- **Observations pour l'exemple 1** :
  la figure IV.3 et la figure IV.4 montrent que l'algorithme eSBME a une bonne performance pour un canal de Rayleigh et pour des $SNR = 10dB$ et $SNR = 20dB$. En effet, contrairement aux symboles à l'entrée de l'algorithme eSMBE, les symboles à l'entrée d'eSMBE se trouvent dans un voisinage d'un point de la constellation.
  De plus, la figure IV.5 et la figure IV.6 montrent que le diagramme de l'œil à l'entrée de l'algorithme eSMBE présente une fermeture des yeux, mais à la sortie d'égaliseur où il présente une ouverture des yeux.
- **Observations pour l'exemple 2** :
  Les figures de l'exemple 2 montrent que l'algorithme eSMBE donne une bonne performance pour CP-OFDM sous les canaux AWGN, de Rayleigh et de Rice et pour un $SNR = 30dB$.

IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une nouvelle technique d'égalisation aveugle appelée eSMBE, en présence d'un bruit bornée, basée sur les méthodes OBE et dans le cadre d'un système OFDM. Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté une classification et une représentation des principales techniques d'égalisation aveugle pour l'OFDM, en montrant pour chaque méthode ses détails : principe, caractéristiques, conditions de fonctionnement, avantages et inconvénients. Dans le deuxième paragraphe, nous avons adapté l'algorithme proposé eSMBE à un système OFDM sous différentes canaux à trajets multiple (Rayleigh et Rice) et pour un canal AWGN.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion

Ce document de thèse a présenté quelques contributions à l'égalisation aveugle pour la modulation monoporteuse et la modulation multiporteuse. Ce document est structuré en quatre chapitres. Les deux premiers chapitres sont dédiés au contexte de l'étude et à un tour d'horizon des techniques d'égalisation classique et des techniques d'égalisation aveugle disponibles dans la littérature. Les deux chapitres suivants constituent nos contributions sur le sujet.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté la chaîne de transmission numérique en donnant les différents éléments la constituant : l'émetteur, le récepteur, le codage de source, le codage de canal et le filtrage d'émission. Différents types de modulation sont aussi présentés (monoporteuse et multiporteuse). Enfin, ce chapitre a mis en évidence la nécessité de l'usage d'un égaliseur via une introduction à certaines limitations et contraintes de fonctionnement d'une chaîne de transmission numérique (bruit, interférence inter symbole, problème de transmission par trajets multiple).

Dans le deuxième chapitre, nous nous sommes concentrés sur les techniques d'égalisation via, notamment, une description de structures possibles d'égaliseur. Après une brève présentation des solution usuelles en égalisation classique, nous nous sommes focalisés sur les algorithmes d'égalisation aveugle. Les premières techniques proposées dans la littérature, telles que l'algorithme de Sato, l'algorithme de Godard et l'algorithme de Benveniste-Goursat, ont été présentés. Les algorithmes basés sur le critère du module constant, ainsi que leurs diverses ex-

tensions telles que MCMA, NCMA et CNA ont aussi été détaillées. Par la suite, nous avons décrit les algorithmes basés sur l'estimation de densité de probabilités à savoir les algorithmes SQD, LCSQD, AR-LCSQD et MSQD.

Le troisième chapitre a été consacré à la présentation de notre approche pour l'égalisation aveugle monoporteuse. Cette solution est intitulée eSMBE pour "extended Set Membership Blind Equalization". La solution proposée est basée sur une formulation originale du problème d'égalisation aveugle : le problème d'égalisation aveugle est mis sous la forme d'un problème d'identification par ensemble d'appartenance. Cette formulation trouve toute sa justification sous l'hypothèse de bruits ou de perturbations bornés. Dans un premier temps nous avons proposé un algorithme simple d'égalisation aveugle. Cet algorithme s'inspire d'un algorithme d'identification par ensemble d'appartenance. Notre solution d'égalisation aveugle peut être mise en oeuvre en temps réel et son implémentation requiert peu de paramètres de synthèse. Une analyse de stabilité et de convergence en milieu bruité a été proposée. Dans un second temps nous avons proposé plusieurs simulations et comparaisons numériques de cet algorithme avec des solutions de la littérature, ceci pour différentes modulations et différents types de canaux. Ces simulations et comparaisons ont montré les caractéristiques de mise en oeuvre de notre solution ainsi que son intérêt potentiel.

Le quatrième chapitre est dédié à une extension de notre solution pour l'égalisation aveugle dans un contexte multiporteuse. Un nouveau schéma d'égalisation aveugle, basé sur l'algorithme eSMBE, est présenté dans ce chapitre pour une modulation multiporteuse, spécifiquement les systèmes OFDM. Dans un premier temps nous avons fourni une classification et une représentation synthétique des principales techniques d'égalisation aveugle pour OFDM, en détaillant le principe, les caractéristiques, les hypothèses, les avantages et les inconvénients de chaque méthode. Dans un deuxième temps, nous avons présenté l'extension de l'algorithme eSMBE aux systèmes OFDM pour différents canaux à trajet multiple (Rayleigh et Rice) et pour un canal à bruit blanc additif gaussien. Les simulations numériques relatives à l'implémentation de la nouvelle approche ont montré l'intérêt de cette solution.

Perspectives

En termes de perspectives, afin de mieux valoriser et approfondir les travaux entamés durant cette thèse nous pensons aux prolongements suivantes :

- Etudier la stabilité et la convergence de l'algorithme eSMBE dans le cadre d'une modulation multiporteuse. Nous souhaitons en effet confirmer les bonnes performances numériques de la solution proposée par des résultats analytiques.
- Étendre notre solution d'égalisation aveugle pour les canaux non linéaires. Des adaptations à des structures de type Wiener ou Hammerstein (ou plus généralement à des non linéarité par bloc) semblent en effet pouvoir être envisagées.
- Plus généralement, proposer des adaptations des algorithmes d'égalisation aveugle existant dans la littérature aux systèmes OFDM.

Bibliographie

[1] K. Abed-Meraim, J. F. Cardoso, A. Y. Gorokhov, P. Loubaton, and E. Moulines. On subspace methods for blind identification of single-input multiple-output FIR systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(1) :42–55, 1997.

[2] K. Abend and B. D. Fritchman. Statistical detection for communication channels with intersymbol interference. *Proceedings of the IEEE*, 58(5) :779–785, May 1970.

[3] S. Abrar and A. K. Nandi. Adaptive solution for blind equalization and carrier-phase recovery of square-qam. *IEEE Signal Processing Letters*, 17(9) :791–794, 2010.

[4] S. Abrar and A.K. Nandi. Blind equalization of square-QAM signals : a multimodulus approach. *IEEE Transactions on Communications*, 58(6) :1674–1685, 2010.

[5] T. Abrudan, M. Sirbu, and V. Koivunen. A block-Toeplitz VCMA equalizer for MIMO-OFDM systems. *The Thrity-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems Computers*, 1, 2003.

[6] W. Akmouche. *Etude et caractérisation des modulations multiporteuses OFDM*. Phd thesis in electrical engineering, Université de Bretagne Occidentale, October 2000.

[7] T. Y. Al-Naffouri, A. Bahai, and A. Paulraj. Semi-blind channel identification and equalization in OFDM : An expectation-maximization approach. *Proceedings IEEE 56th Vehicular Technology Conference*, 1, 2002.

[8] T. Y. Al-Naffouri, A. A. Dahman, M. S. Sohail, W. Xu, and B. Hassibi. Low-Complexity blind Equalization for OFDM Systems With general constellations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 60(12) :6395–6407, 2012.

[9] T. Y. Al-Naffouri and A. A. Quadeer. Cyclic prefix based enhanced data recovery in OFDM. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(6) :3406–3410, June 2010.

[10] F. O. Alayyan, K. Abed-Meraim, and A. M. Zoubir. Blind equalization and frequency offset estimation in OFDM systems exploiting guard interval redundancy. *Proceedings of the Eighth International Symposium on Signal Processing and Its Applications*, 1, 2005.

[11] F. O. Alayyan, K. Abed-Meraim, and A. M. Zoubir. Blind equalization in OFDM Systems Exploiting Guard Interval Redundancy. *Conference Record of the Thirty-Ninth Asilomar Conference onSignals, Systems and Computers*, 4, 2005.

[12] F. O. Alayyan, K. Abed-Meraim, and A. M. Zoubir. Blind MMSE channel identification and equalization algorithms for OFDM systems. *9th International Symposium on Signal Processing and Its Applications*, 2007.

[13] F. O. Alayyan, Y. H. Leung, and A. M. Zoubir. LSF-CMA Equalization Algorithm for OFDM System using Zero-Padding Technique. *IEEE International Conference on Signal Processing and Communications*, 2007.

[14] F. O. Alayyan, Y. H. Leung, A. M. Zoubir, R. M. Shubair, and O. Alketbi. Blind channel identification and equalization for GI-less OFDM systems. *1st IFIP Wireless Days*, pages 1–5, 2008.

[15] F. O. Alayyan, R. M. Shubair, A. M. Zoubir, and Y. H. Leung. Blind channel equalization in GI-less OFDM systems using property restoral. *17th International Conference on Telecommunications*, 2010.

[16] F. O. Alayyan, A. M. Zoubir, and Y. H. Leung. Adaptive blind equalization algorithm for QAM signals in OFDM systems by GI-restoration. *9th International Symposium on Signal Processing and Its Applications*, 2007.

[17] J. Allen and J. Mazo. A decision-free equalization scheme for minimum-phase channels. *IEEE Transactions on Communications*, 22(10) :1732–1733, 1974.

[18] A.W. Azim, S. Abrar, A. Zerguine, and A.K. Nandi. Steady-state performance of multimodulus blind equalizers. *Signal Processing*, 108 :509–520, 2015.

[19] A.W. Azim, S. Abrar, A. Zerguine, and A.K. Nandi. Performance analysis of

a family of adaptive blind equalization algorithms for square-QAM. *Digital Signal Processing*, 48 :163–177, 2016.

[20] T. Bayes. An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. *Philosophical Transaction of the Royal Society of London*, 50, 1763.

[21] M. Bellanger. Specification and design of a prototype filter for filter bank based multicarrier transmission. *in Prod. ICASSP'01*, 4, 2001.

[22] A. Benveniste and M. Goursat. A gain and phase identification procedure : Blind adjustment of a recursive equalizer. *in Proc. IEEE Inform. Theory Symp., Grigagno, Italy*, 1980.

[23] A. Benveniste and M. Goursat. Blind equalizers. *IEEE Trans. Commun.*, 32(8) :871–883, 1984.

[24] V. Bhatia, B. Mulgrew, and A. T. Georgiadis. Stochastic gradient algorithms for equalisation in α-stable noise. *Signal Processing*, 2006.

[25] R. Boloix-Tortosa, F. J. Payan-Somet, and J. J. Murillo-Fuentes. Reduced complexity blind equalization schemes for ZP-OFDM systems. *IEEE 8th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, 2007.

[26] M. Boutayeb, Y. Becis, and M. Darouach. Recursive identification of linear multivariable systems with bounded disturbances. *Proceedings* 15th *IFAC World Congress-Barcelona*, 2002.

[27] C. Canudas-De-Wit and J. Carrillo. A modified EW-RLS algorithm for systems with bounded noise. *Automatica*, 26(3) :599–606, 1990.

[28] R. W. Chang. Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission. *Bell System Technical Journal*, 45(10) :1775–1796, December 1966.

[29] T.-H. Chang, W.-K. Ma, and C.-Y. Chi. Maximum-likelihood detection of orthogonal space-time block coded OFDM in unknown block fading channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(4) :1637–1649, April 2008.

[30] H. Cheon and D. Hong. A blind spatio-temporal equalizer using cyclic prefix in OFDM systems. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings (Cat. No.00CH37100)*, 5, 2000.

[31] T. Cui and C. Tellambura. Joint data detection and channel estimation for OFDM systems. *IEEE Transactions on Communications*, 54(4) :670–679, 2006.

[32] M. de Courville, P. Duhamel, P. Madec, and J. Palicot. Blind equalization of OFDM systems based on the minimization of a quadratic criterion. *Communications, 1996. ICC '96, Conference Record, Converging Technologies for Tomorrow's Applications. 1996 IEEE International Conference on*, 3 :1318–1322, 1996.

[33] K.I. Diamantaras and T. Papadimitriou. An efficient subspace method for the blind identification of multichannel FIR systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(12) :5833–5839, 2008.

[34] B. Farhang-Boroujeny. Adaptive filters theory and applications. *1sted. John Wiley and Sons*, 1999.

[35] B. Farhang-Boroujeny. Multicarrier modulation with blind detection capability using cosine modulated filter banks. *in IEEE Transactions on Communications*, 51(12) :2057–2070, Dec. 2003.

[36] E. Ferrara. Fast implementations of LMS adaptive filters. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 28(4) :474–475, 1980.

[37] S. Fki, M. Messai, A. Aïssa-El-Bey, and T. Chonavel. Implémentation de complexité réduite d'un égaliseur aveugle par méthodes à noyaux. *24ème colloque du Groupement de Recherche en Traitement du Signal et des Images*, 2013.

[38] S. Fki, M. Messai, A. Aïssa-El-Bey, and T. Chonavel. New criteria for blind equalization based on pdf fitting. *15th IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, 2014.

[39] S. Fki, M. Messai, A. Assa-El-Bey, and T. Chonaval. Blind equalization based on pdf fitting and convergence analysis. *Signal Processing*, 101(0) :266–277, August 2014.

[40] G. D. Forney. The viterbi algorithm. *Proceedings of the IEEE*, 61(3) :268–278, 1973.

[41] A. Gallo and E.C.F.M. Vitetta. BEM-based SISO detection of orthogonal space-time block codes over frequency flat-fading channels. *IEEE Transactions Wireless Communications*, 3(6) :1885–1889, 2004.

[42] D.N. Godard. Self-recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication systems. *IEEE Transactions on Communications*, 28(11) :1867–1875, 1980.

[43] A. Gorokhov. Blind equalization in SIMO OFDM systems with frequency domain spreading. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 48(12) :3536–3549, 2000.

[44] A. Goupil and J. Palicot. New algorithms for blind equalization : The constant norm algorithm family. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55(4) :1436–1444, 2007.

[45] T. Han and X. Li. Minimum-output-energy method for blind equalization of OFDM and systems with sufficient or insufficient cyclic prefix. *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2003. Proceedings. (ICASSP '03). 2003 IEEE International Conference on*, 4, 2003.

[46] Taewoo Han and Xiaohua Li. Blind adaptive equalization of OFDM transmission with insufficient cyclic prefix. *Proceedings of the International Conference Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science, 2004.*, 2004.

[47] L. He, M. G. Amin, C. Reed, and R. C. Malkemes. A hybrid adaptive blind equalization algorithm for QAM signals in wireless communications. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 52(7) :2058–2069, Jul. 2004.

[48] T. C. Hewavithana and D. A. Brookes. Blind adaptive channel equalization for OFDM using the cyclic prefix data. *Global Telecommunications Conference, 2004.* GLOBECOM *'04.* IEEE, 4, 2004.

[49] Y. Hua. Fast maximum likelihood for blind identification of multiple FIR channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(3) :661–672, 1996.

[50] S. Icart, J. LeRoux, L. Pronzato, E. Thierry, and A. A. Zhigljavsky. Blind equalization in presence of bounded errors. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Munich*, 1997.

[51] S. Icart, J. LeRoux, L. Pronzato, E. Thierry, and A.A. Zhigljavsky. Blind equalization in presence of bounded errors with unknown bound. *1st IEEE Signal Processing Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, Paris*, 1997.

[52] D. Joachim and J. R. Deller Jr. Multiweight optimization in optimal

bounding ellipsoid algorithms. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(2) :679–690, 2006.

[53] D. L. Jones. A normalized constant-modulus algorithm. *Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 1, 1995.

[54] D. L. Jones. Property-restoral algorithms for blind equalization of OFDM. *The Thrity-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems Computers, 2003*, 1, 2003.

[55] E. Larsson, P. Stoica, and J. Li. On maximum-likelihood detection and decoding for space-time coding systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(4) :937–944, April 2002.

[56] E. G. Larsson, P. Stoica, and Jian Li. Orthogonal space-time block codes : maximum likelihood detection for unknown channels and unstructured interferences. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 51(2) :362–372, Feb 2003.

[57] M. Lazaro, I. Santamaria, D. Erdogmus, K. E. Hild, C. Pantaleon, and J. C. Principe. Stochastic blind equalization based on PDF fitting using Parzen estimator. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(2) :696–704, 2005.

[58] C. Lélé, J.-P. Javaudin, R. Legouable, A. Skrzypczak, and P. Siohan. Channel estimation methods for preamble-based OFDM/OQAM modulations. *European Transactions on Telecommunications*, 19(7) :741–750, November 2008.

[59] Y. Li, C. Georghiades, and G. Huang. Iterative maximum-likelihood sequence estimation for space-time coded systems. *IEEE Transactions on Communications*, 49(6) :948–951, 2001.

[60] L. Lin and B. Farhang-Boroujeny. Convergence analysis of blind equalizer in a cosine modulated filter bank-based multicarrier communication system. *in Proc. SPAWC*, Jun. 2003.

[61] L. Ljung. *System identification : theory for the user*. Prentice Hall, 1987.

[62] M. Luise, R. Reggiannini, and G. M. Vitetta. Blind equalization/detection for OFDM signals over frequency-selective channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 16(8) :1568–1578, 1998.

[63] W. Ma, B. Vo, T. Davidson, and P. Ching. Blind ML detection of orthogonal space-time block codes : Efficient high-performance implementations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(2) :738–751, 2006.

[64] W.-K. Ma. Blind ML detection of orthogonal space-time block codes : Identifiability and code construction. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55(7) :3312–3324, July 2007.

[65] R. K. Martin, J. Balakrishnan, W. A. Sethares, and C. R. Johnson. Blind, adaptive channel shortening for multicarrier systems. *Conference Record of the Thirty-Sixth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 1 :372–376, 2002.

[66] R. K. Martin and C. R. Johnson Jr. Blind, Adaptive per tone equalization for multicarrier receivers. *In Proc. Conf. on Information Sciences and Systems, Princeton, NJ*, 2002.

[67] M. Messai, S. Fki, T. Chonavel, and A. Aïssa-El-Bey. An adaptative radius blind equalization algorithm based on pdf fitting. *21st European Signal Processing Conference*, 2013.

[68] R. Mitra and V. Bhatia. Normalised multi-stage clustering equaliser for underwater acoustic channels. *In Sensor Signal Processing for Defence (SSPD)*, 2015.

[69] E. Moulines, P. Duhamel, J.F. Cardoso, and S. Mayrargue. Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43(2) :516–525, 1995.

[70] B. Muquet, M. de Courville, and P. Duhamel. Subspace-based blind and semi-blind channel estimation for OFDM systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(7) :1699–1712, Jul 2002.

[71] B. H. B. Naeeni and H. Amindavar. PT-CMA and PT-MMA for ofdm in wireless communication. *First International Conference on Communications and Networking in China*, 2006.

[72] B. H. B. Naeeni, H. Amindavar, and H. Bakhsh. Blind per tone equalization of multilevel signals using support vector machines for OFDM in wireless communication. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 64(2) :186–190, 2010.

[73] K. N. Oh and Y. O. Chin. Modified constant modulus algorithm : blind equalization and carrier phase recovery algorithm. *IEEE ICC Seattle, "Gateway to Globalization"*, 2(5) :498–502, June 1995.

[74] G. Picchi and G. Parati. Blind equalization and carrier recovery using a

'stop-and-go' decision-directed algorithm. *IEEE Transactions on Communications*, 35(9) :877–887, 1987.

[75] M. Pouliquen, M. Frikel, and M. Denoual. Recursive blind equalization with an optimal bounding ellipsoid algorithm. *in EUSIPCO*, 2014.

[76] M. Pouliquen, E. Pigeon, and O. Gehan. Output error identification for multi-input multi-output systems with bounded disturbances. 50th *IEEE Conference on Decision and Control-Orlando*, 2011.

[77] J. G. Proakis. Digital communications. *2nd ed. New York : McGrawHill*, 1989.

[78] J. G. Proakis. Digital communications. *3rd ed. McGraw-Hill Inc*, 1995.

[79] J. G. Proakis. Digital communications. *McGraw-Hill Science/Engineering/Math*, 2000.

[80] J. G. Proakis. Digital communications. *McGraw-Hill, New York, 4th édition*, 2001.

[81] J. G. Proakis and M. Salehi. Digital communications. *McGraw-Hill*, 2008.

[82] J.G Proakis. Communication through band-limited channels. *Digital Communications, Mc Graw-Hill, New York*, 1995.

[83] R. Raheli, A. Polydoros, and Ching-Kae Tzou. Per-survivor processing : A general approach to MLSE in uncertain environments. *IEEE Transactions on Communications*, 43, Feb. 1995.

[84] B. Saltzberg. Performance of an efficient parallel data transmission system. *IEEE Transactions on Communication Technology*, 15(6) :805–811, 1967.

[85] N. Sarmadi, S. Shahbazpanahi, and A. B. Gershman. Blind channel estimation in orthogonally coded MIMO-OFDM systems : A semidefinite relaxation approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(6) :2354–2364, 2009.

[86] Y. Sato. A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems. *IEEE Transactions on Communications*, 23(6) :679–682, 1975.

[87] V. Savaux, F. Bader, and M. Naoues. Blind equalization using constant modulus algorithm adapted to OFDM/OOQAM modulation. *International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, 2016.

[88] V. Savaux, F. Bader, and J. Palicot. Correcting CNA phase mismatch phenomena in frequency blind equalization for OFDM systems. *Signal Processing*, 27 :227–238, 2016.

[89] A. H. Sayed. Fundamentals of adaptive filtering. new york : Wiley. 2003.

[90] A. H. Sayed. Adaptative filters. *John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey*, 2008.

[91] F. Souhaila. *Egalisation aveugle par méthodes à noyaux et techniques de classification automatique de modulations.* Theses, Télécom Bretagne ; Université de Bretagne Occidentale, 2015.

[92] P. Stoica and G. Ganesan. Space-time block codes : Trained, blind and semi-blind detection. *Digital Signal Process*, 13(1) :93–105, 2003.

[93] G. Tan, C. Wen, and Y.C. Soh. Identification for systems with bounded noise. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(7) :998–1001, 1997.

[94] L. Tong, G. Xu, B. Hassibi, and T. Kailath. Blind identification and equalization based on second-order statistics : A frequency domain approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, 41(1) :329–334, 1995.

[95] L. Tong, G. Xu, and T. Kailath. A new approach to blind identification and equalization of multipath channels. *in Proc. 25th Asilomar Conf. Signals, Syst., Comput., Pacific Grove, CA*, 2, 1991.

[96] L. Tong, G. Xu, and T. Kailath. Blind identification and equalization based on second-order statistics : a time domain approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, 40(2) :340–349, 1994.

[97] J. Treichler and B. Agee. A new approach to multipath correction of constant modulus signals. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 31(2) :459–472, 1983.

[98] L. Wei, C. Ming, S. Cheng, and H. Wang. A Complexity Reduced Blind Channel Equalization Scheme for OFDM Systems. *IEEE 17th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, 2006.

[99] J. Xi, S. Yan, L. Xu, and J. Tian. Bidirectional blind equalization based on the constant modulus and subspace-based algorithms. *IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC)*, pages 1–5, 2015.

[100] Y. Xiang, L. Yang, D. Peng, and S. Xie. A second-order blind equalization method robust to ill-conditioned space-time block codes : Trained, blind

and semi-blind detection SIMO FIR channels. *Digital Signal Processing*, 32 :57–66, 2014.

[101] Y. S. Yameogo. *Etudes de nouvelles techniques d'estimation et d'égalisation de canal adaptées au systéme SC-FDMA*. Theses, Université Rennes 1, 2011.

[102] V. Y. Yang and D. L. Jones. A vector constant modulus algorithm for shaped constellation equalization. *IEEE Signal Processing Letters*, 5(4) :89–91, 1998.

[103] Z. Yin-bing, Z. Jun-wei, G. Ye-cai, and L. Jin-ming. A constant modulus algorithm for blind equalization in α-stable noise. *Applied Acoustics*, 71(7) :653–660, 2010.

[104] C. Zhang, B. Lin, R. Liu, and B. Wang. Low complexity blind equalization based on parzen window method. *5th International Conference on wireless Communications, Networking and Mobile Computing*, 2009.

Égalisation aveugle pour des canaux de transmission

Résumé

Les travaux de cette thèse portent sur l'égalisation des canaux de transmission pour une modulation mono-porteuse et pour une modulation multi-porteuse. Dans le cadre de l'égalisation, nous nous intéressons plus précisément à l'égalisation aveugle. Nous faisons tout d'abord une description de différents éléments constituants une chaine de communication, une description de différents types de modulations mono-porteuses et une description d'une modulation muti-porteuse (OFDM). Ensuite, nous faisons un état de l'art sur les méthodes de l'égalisation aveugle pour une modulation mono-porteuse. Nous proposons par la suite un algorithme basé sur une méthode d'identification de type OBE (Optimal Bounding Ellipsoid), en présence d'un bruit borné. Après, nous fournissons une analyse de stabilité et de convergence de la méthode proposée. Dans le cadre de la modulation multi-porteuse, nous présentons dans un premier temps un état de l'art sur les techniques d'égalisation aveugle pour le système OFDM. Ensuite, nous adaptons la méthode proposée pour le système OFDM sous les canaux à trajets multiples, en particulier les canaux Raleigh e Rice. Les performances de l'algorithme proposé ont illustré à travers plusieurs exemples en simulation tout au long de la thèse.

Mots-clés : Égalisation aveugle, Modulation mono-porteuse, OFDM, Bruit borné, Multi-trajets.

Abstract

The work of this thesis deals with the equalization of the transmission channels for a single-carrier modulation and for a multi-carrier modulation. In the context of equalization, we focus precisely on the blind equalization. First, we give a description of various elements constituting a communication chain, a description of different types of single-carrier modulations and a description of a multi-carrier modulation (OFDM). Then, we give an overview of the blind equalization methods for a single-carrier modulation. We propose subsequently an algorithm based on an Optimal Bounding Ellipsoid (OBE) type identification method, in the presence of a bounded noise. Next, we provide a stability and convergence analysis of the proposed method. In the context of multi-carrier modulation, we first present an overview of the blind equalization techniques for the OFDM system. Next, we adapt the proposed method for the OFDM system under multipath channels, especially the Raleigh and the Rice channels. The performance of the proposed algorithm has been illustrated in simulation by considering many examples throughout this thesis.

Keywords : Blind equalization, Single-carrier modulation, OFDM, Bounded noise, Multipath.