



HAL
open science

Forçage électromagnétique dans les métaux liquides

Michaël Pereira

► **To cite this version:**

Michaël Pereira. Forçage électromagnétique dans les métaux liquides. Physique [physics]. Sorbonne Université, 2018. Français. NNT : 2018SORUS069 . tel-02165027

HAL Id: tel-02165027

<https://theses.hal.science/tel-02165027v1>

Submitted on 25 Jun 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT
DE SORBONNE UNIVERSITE

Spécialité : Physique

École doctorale : « Physique en Île-de-France »

réalisée

au Laboratoire de Physique Statistique de l'École Normale
Supérieure

présentée par

Michaël PEREIRA

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE SORBONNE UNIVERSITE

Sujet de la thèse :

Forçages électromagnétiques dans les métaux liquides.

soutenue le vendredi 30 novembre 2018

devant le jury composé de :

M. Alban POTHERAT (Professeur à Coventry University)	Rapporteur
M. Michaël LE BARS (Directeur de recherche au CNRS)	Rapporteur
M ^{me} Anne SERGENT (Maitre de conférences à Sorbonne université)	Examinatrice
M. Stephan FAUVE (Professeur de l'ENS et Académicien)	Directeur de thèse
M. Christophe GISSINGER (Maître de conférences à l'ENS)	Directeur de thèse

Résumé

Dans ce manuscrit, nous abordons une étude expérimentale de magnétohydrodynamique, traitant plus particulièrement du forçage électromagnétique dans les métaux liquides. L'entraînement d'un fluide conducteur de l'électricité par un champ magnétique se traduit par une conversion d'énergie électromagnétique en énergie cinétique, via le travail de la force de Laplace. La motivation de cette thèse est donc d'examiner comment un champ électromagnétique engendre un écoulement, d'étudier les différentes façons d'assurer un tel transfert d'énergie, ou encore de caractériser les facteurs limitant l'efficacité de ce transfert. Cette thèse présente deux expériences de laboratoire permettant d'étudier deux types de forçage différents : d'une part, l'entraînement d'un fluide par induction à partir d'un champ magnétique variable (analogue au moteur asynchrone), d'autre part un entraînement résultant de la combinaison d'un champ magnétique stationnaire et uniforme et d'un courant électrique constant (analogue au moteur à courant continu).

Dans une première partie, une loi prédictive est obtenue pour l'évolution d'un fluide soumis à un champ glissant dans le régime turbulent. On montre que cet entraînement est limité par la turbulence, mais aussi par des mécanismes originaux comme une expulsion de flux magnétique, ou un transfert de l'énergie vers des harmoniques. Cette limitation de l'entraînement se traduit par une borne sur le rendement de cette conversion d'énergie, qui ne peut excéder 50%. Dans une seconde partie, le fluide est soumis à deux champs magnétiques glissants dans des directions opposées, engendrant ainsi un écoulement de cisaillement. Les fluctuations turbulentes brisent alors la symétrie du problème et donnent à la couche de cisaillement un comportement chaotique, révélant notamment un spectre de puissance en $1/f$ du champ de vitesse à basse fréquence. Cette accumulation d'énergie aux basses fréquences est associée à des renversements chaotiques des structures cohérentes. L'apparition de ce bruit en $1/f$ est contrôlée par la symétrie du forçage et le taux de turbulence au sein de l'écoulement. Enfin, dans une dernière expérience, une couche mince de métal liquide est forcée par conduction, permettant d'observer pour la première fois en laboratoire un écoulement MHD turbulent de type Képlérien. On observe ainsi que le champ magnétique joue un rôle de laminarisation de l'écoulement et que la transition vers le régime turbulent se fait de manière continue. Ces travaux montrent ainsi qu'il est possible d'isoler plusieurs mécanismes limitant l'entraînement des métaux liquides forcés électromagnétiquement et de comprendre plus généralement la dynamique complexe des écoulements MHD.

Mots clefs : *Instabilité, turbulence, magnétohydrodynamique, métaux liquides, champ magnétique, induction, sonde potentielle, vélocimétrie Doppler, effet Hall, traitement du signal, filtre, décrochement, fluctuation, non linéaire, hors équilibre, chaotique, stochastique, bruit, renversement, transition, bifurcation, écoulement, etc...*

Abstract

This manuscript describes an experimental study on magnetohydrodynamics, with a particular focus on the electromagnetic driving of liquid metals. Such electromagnetically-driven flows involve transformation of electromagnetic energy into kinetic energy through the Laplace force. The motivation of the present thesis is to examine how an electromagnetic field generates a flow, to study the different ways to ensure such a transfer of energy, or to characterize what bounds the efficiency of this energy conversion. This thesis presents two laboratory experiments studying two different driving : first, the induction of a fluid motion by a traveling magnetic field (similar to an asynchronous motor), then a driving due to the combination of a stationary and uniform magnetic field and a constant electric current (similar to a DC motor).

In the first part of the thesis, a predictive scaling law is obtained for the evolution of a fluid subjected to a traveling field in the turbulent regime. It is shown that this driving is strongly limited by turbulence, but also by various mechanisms such as magnetic flux expulsion, or energy transfers to higher harmonics. This limitation results in a bound on the efficiency of this energy conversion, which can never exceed 50%. In a second part, the fluid is subjected to two magnetic fields traveling in opposite directions, thus generating a shear flow. The turbulent fluctuations break the symmetry of the problem and yields a chaotic behavior of the shear layer, revealing a $1/f$ power spectrum at low frequency. This accumulation of energy at low frequencies is associated with chaotic reversals of large scale coherent structures. The appearance of this $1/f$ noise is mediated by the symmetry and the turbulence of the flow. Finally, in a last experiment, a thin disc of liquid metal is driven by conduction, leading to the first observation of MHD Keplerian turbulence in the laboratory. It is thus observed that the magnetic field laminarises the flow and that the transition to Keplerian turbulence is continuous. This work shows that it is possible to isolate several mechanisms characterizing electromagnetically-driven flows and to understand the complex dynamics of MHD flows.

Mots clefs : *Instability, turbulence, magnetohydrodynamics, liquid metals, magnetic field, induction, potential probe, Doppler velocimetry, Hall effect, signal processing, filter, setback, fluctuation, nonlinear, out of equilibrium, chaotic, stochastic, noise, reversals, transition, bifurcation, flow, etc ...*

Remerciement

Tout d'abord, je tiens à remercier chaleureusement mon directeur de thèse : Stephan Fauve. Il a été et restera pour moi à jamais un grand maître en la matière. J'ai au cours de cette thèse énormément appris à ses côtés. Je le remercie de m'avoir donné cette chance de réaliser une thèse. Il aura toujours été bienveillant à mon égard. Je n'aurais pu espérer un meilleur encadrement !

Mes seconds remerciements iront à mon codirecteur : Christophe Gissinger. Il est bien difficile de le remercier en quelques lignes, et de lui faire part de l'estime et de la profonde gratitude que j'ai à son égard. Il faut parfois être armé de patience pour travailler à mes côtés et le moins que l'on puisse dire est que Christophe n'a pas démerité. Toujours disponible, très pédagogue, patient et d'un vrai soutien psychologique, j'aurai finalement eu l'honneur d'avoir été son premier thésard, j'espère qu'il en gardera un bon souvenir. Merci infiniment pour tout.

Je remercie l'ensemble du jury pour avoir lu, analysé et apporté leur expertise sur mon travail. Merci à Michaël Le Bars, Alban Potherat et Anne Sergent.

Je dirai que François Pétrélis aura sûrement joué le rôle de troisième directeur officieux. Drôle, avenant, toujours de bon conseil (en échange d'une cigarette!), François est l'âme du groupe. Ne change rien !

Je remercie Ludovic Petitdemange, mon parrain de thèse pour son soutien et sa bienveillance. On aura tout de même bien rigolé et je garderai un souvenir incroyable de ton mariage !

Je remercie Sébastien Aumaître, mon tuteur de thèse pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et ses bons conseils (comme s'y prendre tôt pour la rédaction!).

Je remercie Benoît Semin. Le désordre ne fait pas partie de son vocabulaire. J'ai appris à ses côtés à ranger, étiqueter, classer, organiser, déménager bref... à être carré !

Je remercie Alexandros Alexakis. Discret et efficace, il est la force tranquille par excellence.

Je remercie aussi bien évidemment les quelques doctorants qui auront croisé ma route dans cette longue aventure que représente la thèse. Je remercie Guillaume Michel, Florence Marcotte, Gaurav, Adrian, le petit Bruno Regaldo (*alias tic*), le petit Thibaut Richard (*alias tac*), Alice Marcotte (j'ai déjà cité une Marcotte non ?) et Kannabiran Seshasayanan. Ce fut important de pouvoir compter sur des collègues doctorants, des "jeunes" dans le même bateau. Leur bonne humeur, leur enthousiasme, leur dynamisme mais aussi parfois les coups durs partagés, bref... ce tout a été une source d'aide et de réconfort durant ma thèse.

Une mention spéciale pour Melissa Menu et Alexis Bres qui auront subi plus que les autres. Melissa m'a soutenu, a relu la thèse, m'a empêché de trainer trop tard à la Montagne le soir... Alexis, en plus d'être mon correcteur d'orthographe officiel, il aura été un ami dévoué tout au long de ma thèse. J'ai avec chacun d'eux eu des histoires drôles que je pourrais bien sûr raconter. Mais la décence fait que je ne peux pas les conter ici. Oui, il m'arrive d'être décent ! Merci infiniment à tous les deux !

Monter des expériences demande du temps, de l'ingéniosité, de la technique, de la motivation, de l'acharnement et surtout de la patience ! Je n'ai aucune honte à dire que je ne rassemble pas toutes ces qualités ! Bien souvent, j'ai eu recours au soutien d'autres personnes compétentes. Je tiens donc à remercier le meilleur ingénieur du département Nabile Garoum (il n'aime pas que je dise cela) pour son travail, ainsi que l'ensemble des techniciens pour leur savoir faire et leur expérience, à savoir José Quintas, Carlos Domingue Gonçalves et Laurent Bonnet.

Je remercie également l'ensemble du personnel administratif : Annie Ribaudreau, Benoît Paulet, Fabienne Renia, Nora Sadaoui, Marie Gefflot et Dounia Benzouak. Drôle, sympathique et de bonne humeur, l'ensemble de ce personnel m'a toujours aidé et bien accueilli. Merci.

Je remercie le personnel du service informatique : Zaïre Dissi, Yann Colin, et Frédéric Desprez pour m'avoir aidé lorsque j'avais besoin. Sans oublier le service de maintenance, je remercie Didier Courtiade et bien sûr Celia Ruschinzik. Une mention spéciale à ma chère Marie Sylvestre que je remercie pour sa gentillesse. Le Rhum arrangé que tu as ramené des îles est le meilleur que j'ai pu goûter jusqu'ici.

En travaillant au laboratoire de physique statistique, j'ai bien évidemment été amené à côtoyer quotidiennement d'autres chercheurs que je souhaite mentionner ici. J'ai eu un grand plaisir à discuter avec eux et faire leur connaissance : Frédéric Lechenault, Samuel Poincloux, Antoine Niguès et bien sûr Martine Ben Amar.

Je tiens à remercier chaleureusement Philippe Kuypers pour son soutien et ses conseils avisés. Si cette thèse a pu se terminer dans les meilleures conditions c'est en partie grâce à son aide.

Je remercie l'ensemble de mes amis pour tout... Ils me maintiennent les pieds sur terre, la tête hors de l'eau et sont une source de joie quotidienne ! Merci à Aurelien Ratier pour ton amitié fidèle, Kevin Charpot pour toutes ces soirées endiablées, Valentin Bonnifet, Benjamin Brolin, Marlène Einsenbarth, Adrien Alvarez, Alexandra Rdrs et tous ceux que j'oublie car je dois m'arrêter d'écrire.

Merci à Clément Verilhac (*allias le marseillais*), ami de toujours, avec qui j'aurai passé sûrement les plus beaux moments de mes études. On a eu tellement de fou rire que je me demande si finalement c'était bel et bien des "études". Force est de constater, qu'on a réussi à aller au bout, on peut enfin sortir les manteaux de fourrure, les lunettes de soleil, les cigares et les boot's crocro !

Alicia Gagnière... merci infiniment pour tout ! Je n'ai pas toujours été l'ami que j'aurai dû être faute de temps. La thèse a forcément pris le pas sur ma vie. Mais tu as toujours été là, même dans les moments difficiles, alors merci. J'espère un jour pouvoir te rendre la pareille. Pour parodier un vers de Voltaire : «*Si tu n'existait pas, il faudrait t'inventer*».

Victor Furba, le seul, l'unique, on aura fait les 400 coups ensemble. On a cependant toujours un projet en suspens ! On avait parlé d'un tour du monde non ? Voilà, c'est terminé pour moi, prépare tes valises !

Je salue également l'ensemble du personnel du corps militaire de la gendarmerie nationale, notamment le groupement GD de Saône-et-Loire (71) avec qui j'ai une attache particulière. Bien évidemment, il m'est impossible de citer l'ensemble des hommes et des femmes se dévouant à leur pays à travers la réserve opérationnelle, mais je ne vous oublie pas.

Mes derniers remerciements iront bien sûr à ma famille. Tout d'abord, mes parents Rosaline et Mario pour avoir fait ce que je suis. Je n'ai jamais manqué de rien et je leur dédie naturellement ce travail, sans eux rien n'aurait été possible. Je

remercie également mon frère Guillaume et le petit dernier Pedro. Je remercie ma grand-mère Isabelle, qui a toujours voulu avoir un petit-fils docteur, voilà c'est fait !

Je ne pensais pas écrire cela un jour. C'est avec une vive émotion que je pense à ma tante et marraine Augusta qui nous a quitté trop tôt. Tu m'auras soutenu depuis le tout début et c'est avec tristesse que tu es partie avant d'avoir pu voir ce projet arriver à son terme. J'espère que de là où tu es, tu seras fier.

Même avec la plus grande attention lors de l'écriture de ces remerciements, je suis sûr d'oublier encore du monde. De manière générale, je vous remercie sincèrement tous et pour tout...

Je dédie ce travail à mes parents, Rosaline et Mario.

"Le ciel étoilé offre une leçon de sagesse à qui sait le regarder : s'y perdre, c'est se trouver¹."

- M. Onfray

1. *Brève encyclopédie du monde*. Tome 1 : Cosmos (2015). Chapitre : Une ontologie matérialiste

Table des matières

Resumé	i
Abstract	iii
Remerciement	v
Table des matières	
1 Introduction	1
1 Introduction générale	2
2 Etat de l'art et motivations	4
3 Les équations de la magnétohydrodynamique (MHD)	7
4 Les nombres sans dimension	12
5 Les métaux liquides	15
6 Structure du manuscrit	17
2 Entraînement d'un fluide conducteur par induction	21
1 Etat de l'art	23
2 Dispositif expérimental	26
3 Méthodes de mesures et ordre de grandeur	29
3.1 Les sondes Vives	29
3.2 Les sondes à effet Doppler	34
3.3 Les sondes à effet Hall	38
3.4 Les capteurs Pt100	39
3.5 Traitement analogique des signaux	41
3.6 Ordre de grandeur des vitesses de rotation au sein de l'ex- périence	44
3.7 Le champ magnétique imposé $\vec{B}_0(\vec{r}, t)$	46
3.7.1 Décroissance exponentielle du champ magnétique selon l'axe (Oz)	46

	3.7.2	Variation du champ magnétique selon θ (disque en rotation)	48
	3.7.3	Champ magnétique ressenti par le fluide avec deux disques	49
4		L'écoulement moyen	53
	4.1	Vitesse orthoradiale v_ϕ	53
	4.2	Vitesse axiale V_z	56
5		Expulsion de flux magnétique	58
6		Loi d'échelle de l'écoulement	60
	6.1	Etude des courbes de vitesse à partir du nombre de Mach magnétique	60
	6.2	Le coefficient de dissipation C_D	62
7		Fluctuations du champ de vitesse	64
	7.1	Les spectres de puissance	64
	7.2	La D.S.F. (<i>double-supply-frequency</i>)	66
8		Un modèle de fonctionnement d'une P.EM.	70
	8.1	Expression du champ magnétique induit \vec{b}	71
	8.2	La force de Laplace	77
	8.3	La force totale appliquée sur le système	80
	8.4	Pour aller plus loin : l'instabilité MHD	82
3		Calcul des bornes pour le rendement et mesures expérimentales	85
1		Bilan énergétique	86
	1.1	L'équation de l'énergie cinétique	87
	1.2	L'équation de l'énergie magnétique	90
	1.3	Le régime stationnaire	91
2		Les puissances dissipées au sein du système	92
	2.1	Puissance Ohmique	92
	2.2	Puissance perdue par viscosité	95
3		Encadrement du rendement	96
	3.1	Définition du rendement	96
	3.2	Rapport des dissipations	98
	3.3	Le cas turbulent	100
4		Résultats expérimentaux	101
	4.1	Comparaison un disque/deux disques	104
4		Expérience Von Kármán Magnétique (V.K.M.)	107
1		Introduction	109
2		Dispositif expérimental	109
3		L'écoulement moyen $\langle v \rangle$	110
4		Les fluctuations du champ de vitesse v'	113

5	Cas d'un forçage non symétrique	116
6	Les spectres de puissance	118
6.1	Cascade inertielle : Théorie de Kolmogorov	119
6.2	Spectre avec renversements chaotiques	121
6.3	Distribution de la probabilité des temps d'attente	123
6.4	Cas d'étude : le «Flicker Noise» (ou <i>bruit en 1/f</i>)	125
6.5	Hypothèse de Taylor	128
7	Relation entre les paramètres α et β	129
8	Modélisation mathématique possible pour les processus de renversements stochastiques	133
8.1	Processus aléatoire sans mémoire	137
8.2	Processus aléatoire avec mémoire : Proposition d'un mécanisme pour $P(\tau)$	138
9	Discussion du bruit en $\frac{1}{f^\alpha}$ à basse fréquence	141
10	Conclusion	143
5	Expérience KEPLER	147
1	Introduction	148
1.1	Problématique et motivation	148
1.2	L'état de la recherche actuelle	149
2	Dispositif expérimental	154
2.1	Le montage	154
2.2	Les bobines de Helmholtz	157
2.3	La résistance du fluide	159
2.4	Fonctionnement des sondes Vives	160
2.5	Mesure du terme correctif	163
3	Cadre théorique	164
3.1	Etude des différents régimes : laminaire/turbulent	164
3.2	Lien entre les nombres sans dimension	168
3.3	Les couches limites	169
4	Analyse des résultats	174
4.1	Écoulement moyen	174
4.2	Fluctuation de vitesse	182
6	Conclusion	185
1	Bilan général	186
2	Perspectives	188
A	Caractéristiques du servomoteur et du variateur de l'expérience P.E.M.	191

B	Capteur fourche optique	195
C	Calibration des sondes Vives	199
D	Article scientifique produit : « <i>1/f noise and long-term memory of coherent structures in a turbulent shear flow</i> »	201
E	Démonstration de l'invariance par changement de référentiel de la loi d'induction	207
F	Démonstration d'une loi d'évolution pour le champ magnétique induit b dans le cas $Re \gg 1$ et $R_m^s \lesssim 1$	209
	Bibliographie	212
	Liste des tableaux	223
	Liste des figures	234
	Liste des notations	235

Chapitre 1

Introduction

"Une vie d'expériences fraie le passage, court ou long, stérile ou fructueux, du néant à la mort, en transitant par la joie, indéfiniment dilatée.¹."

- M. Serres

Sommaire

1	Introduction générale	2
2	Etat de l'art et motivations	4
3	Les équations de la magnétohydrodynamique (MHD) .	7
4	Les nombres sans dimension	12
5	Les métaux liquides	15
6	Structure du manuscrit	17

1. *Le Tiers-instruit* de Michel Serres

1 Introduction générale

La matière qui compose l'Univers se présente à nous sous forme d'état solide, liquide ou gazeux. Un triptyque mis à mal au XX^e siècle lorsque les physiciens révélèrent que 99% de la matière de l'Univers visible était dans l'état plasma, c'est à dire de gaz ionisé dont les propriétés physiques diffèrent fondamentalement d'un gaz neutre. L'étude de cet état de la matière motiva de nombreux scientifiques, notamment un astrophysicien suédois, Hannes Alfvén (1908-1995), qui en 1942 élaborait les bases de la théorie de la MagnétoHydroDynamique (MHD) dans son article «*Existence of electromagnetic-hydrodynamic waves*» de la revue Nature [3]. Une nouvelle branche de la physique moderne naquit alors, en faisant le lien entre l'électromagnétisme de Maxwell et l'hydrodynamique de Navier et Stokes. Dans ce court article, Alfvén résout un système d'équations dans le cas linéaire, incompressible et démontre l'existence d'ondes qui depuis portent son nom : les **ondes d'Alfvén**. Notons toutefois que les prémices de la MHD sont souvent associés à des physiciens comme Lundquist, Faraday ou encore Hartmann.

Aujourd'hui, la MHD s'impose à nous comme une discipline essentielle pour comprendre de nombreux phénomènes présents dans notre environnement. On l'utilise dans un large spectre de la recherche fondamentale et appliquée [29]. Le nombre important d'applications possibles s'explique essentiellement par la présence des fluides conducteurs à toutes les échelles de l'Univers. Par exemple, la MHD est employée en **astrophysique** pour comprendre l'évolution des étoiles, les vents stellaires ou encore les disques d'accrétion autour d'objets super-massifs comme les trous noirs. On la retrouve également en **géophysique** pour comprendre les mécanismes de génération du champ magnétique terrestre. Sans oublier les applications dans l'**industrie**, où l'on étudie les générateurs MHD, les pompes à induction, la coulée électromagnétique des métaux en métallurgie [9] ou encore la fusion thermonucléaire contrôlée (par exemple, le réacteur international ITER à Cadarache).

La MHD est donc une discipline relativement étendue permettant d'étudier les fluides conducteurs de l'électricité lorsque leur mouvement est couplé au champ électromagnétique. Le fluide est alors le siège d'un champ électrique qui y produit des courants électriques ; ceux-ci modifient le champ magnétique local. De plus, la force de Laplace appliquée à la matière le long des lignes de courant modifie le mouvement du fluide en tendant dans ce cas à s'opposer à la cause qui lui a donné naissance (loi de Lenz). Dans cette thèse, nous allons nous intéresser particulièrement aux métaux liquides. Ces derniers sont beaucoup étudiés en laboratoire notamment dans des expériences de MHD avec pour vocation de comprendre l'origine du champ magnétique terrestre. Cette problématique a été un des enjeux

scientifiques majeurs du XX^e siècle et anime depuis longtemps les physiciens.

En 1820, H.C. Ørsted démontre qu'un fil parcouru par un courant est capable de modifier l'orientation de l'aiguille aimantée d'une boussole [56]. Révolutionnaire pour l'époque, cette découverte prouve l'interaction entre les forces électrique et magnétique, marquant ainsi les prémices de ce qu'on appellera plus tard *l'électromagnétisme*. En utilisant les conclusions des expériences d'Ørsted, Ampère a émis l'hypothèse d'un champ magnétique terrestre dû à des courants électriques à l'intérieur de la Terre. Ces considérations ont permis bien plus tard de formuler l'idée d'un *effet dynamo*, qui consiste à expliquer la génération du champ magnétique *via* les mouvements turbulents de métal liquide. Cette théorie est apparue en 1919 pour la première fois dans l'article de Larmor [64]. Près d'un siècle plus tard, en 2000, deux expériences situées respectivement à Riga en Lettonie et à Karlsruhe en Allemagne ont réussi pour la première fois à obtenir la génération spontanée de champ magnétique. Cependant, il s'agissait de dynamos laminaires dont le succès résultait en grande partie du fait que leurs auteurs avaient réussi à limiter les fluctuations de vitesse de l'écoulement. Ce n'est qu'en 2007 qu'une preuve expérimentale de dynamo turbulente est venue conforter la théorie, avec l'expérience VKS [18]. Notons cependant que le principe de machine dynamoélectrique qui consiste à produire un courant continu à partir d'un forçage mécanique (par le principe d'induction électromagnétique), a été présentée publiquement plus d'un siècle auparavant en 1867 par W. Siemens (voir image 1.1). Ces premières dynamos, constituées de rotors solides et de bobinages ont permis à Siemens, Tesla, Wheatstone et quelques autres d'initier la production industrielle d'électricité à partir de travail mécanique.

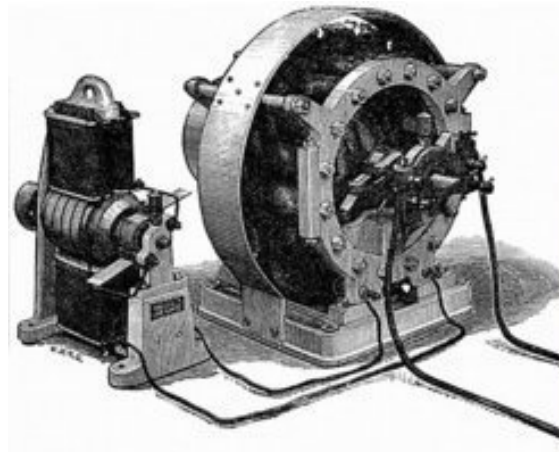


FIGURE 1.1 – Image de la première dynamo électrique conçue par W. Siemens

Aujourd'hui encore, l'étude des écoulements de métaux liquides soumis à un forçage électromagnétique soulève de nombreuses questions. La force de Laplace joue le rôle de médiateur assurant la conversion de l'énergie électromagnétique du forçage en énergie hydrodynamique de l'écoulement. Selon la géométrie du problème, le type de forçage (courant induit ou injecté), ou encore selon le taux de turbulence de l'écoulement, nous souhaitons savoir s'il existe des facteurs limitants à cette conversion d'énergie. A travers l'étude de l'écoulement moyen, des fluctuations du champ de vitesse ou encore des éventuelles instabilités, notre motivation générale est de mieux comprendre le comportement des métaux liquides soumis à un forçage électromagnétique.

2 Etat de l'art et motivations

Dans le cadre de la MHD, un système physique peut être étudié à partir d'un jeu d'équations impliquant l'équation de Navier-Stokes d'une part et l'équation d'induction d'autre part. Nous écrirons ces équations dans la section suivante. Un système MHD possède donc des degrés de liberté à la fois électromagnétiques et hydrodynamiques. Ces degrés de liberté permettent le passage d'énergie magnétique à cinétique (ou *vice versa*), *via* le travail de la force de Laplace.

La motivation de cette thèse est donc d'examiner comment à l'aide de la force de Laplace, un champ électromagnétique engendre un écoulement, mais aussi, d'étudier les différentes façon d'assurer un tel transfert d'énergie. Pour cela, on utilise deux expériences de laboratoire différentes. Dans la première, on impose un champ magnétique stationnaire et uniforme et on injecte un courant électrique dans le fluide. Cette méthode se rapproche du fonctionnement d'un **moteur à courant continu**. Dans une seconde expérience, un champ magnétique variable est imposé afin d'entraîner le fluide par induction. Ce cas se rapprocherait alors plus du fonctionnement d'un **moteur asynchrone**.

La principale question posée est : qu'est-ce qui limite l'efficacité de ce transfert d'énergie? Nous savons depuis longtemps que les instabilités hydrodynamiques peuvent limiter l'efficacité de la mise en mouvement d'un corps mobile. Par exemple, l'écoulement turbulent engendré par les instabilités, autour des voitures (voir photo (1.3)), des trains ou des avions, réduit considérablement le rendement et représente la source majeure du coût énergétique de déplacement. Ce type de problème aérodynamique a occupé pendant de nombreuses années les ingénieurs cherchant à contrôler les instabilités de l'écoulement, pour gagner en efficacité (voir photo (1.2)). Mais comme a pu le dire S. Fauve [38] : «*le pragmatisme des ingénieurs les*

a conduit le plus souvent à éviter les régimes instables quitte à en payer le coût, ou à les contrôler plutôt que d'en étudier le développement.». C'est pourquoi, un humble ingénieur propose dans cette thèse d'en étudier le développement et de comprendre comment ces instabilités peuvent constituer un facteur limitant dans l'efficacité du forçage.

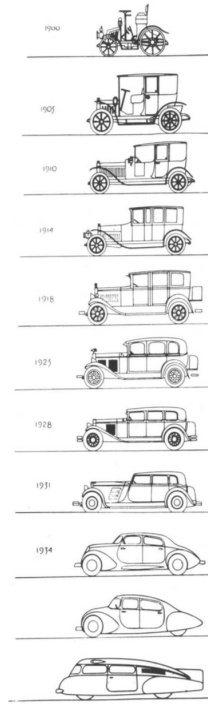


FIGURE 1.2 – Les processus d'instabilité des écoulements fluides sont coûteux en énergie. Les questions relatives à l'aérodynamique ont très vite été considérées par les ingénieurs de l'industrie automobile. Voici une évolution du *design* des véhicules automobiles entre les années 1900 et 1940. Croquis de Raymond Loewy [100]

Les instabilités hydrodynamiques ont été étudiées dès la fin du XIX^e siècle par Faraday, Helmholtz, ou encore Kelvin, mais ce n'est seulement qu'à partir des années 70 que les physiciens se sont intéressés au problème de manière systématique, lorsqu'ils étudiaient le comportement chaotique des systèmes déterministes. Pour citer un exemple, lorsqu'un fluide soumis à la pesanteur est chauffé par le bas et/ou refroidi en haut, on observe des mouvements de convection thermique structurés en cellules de rotation ascendantes/descendantes. Le déclenchement de ce mouvement s'appelle l'instabilité de Rayleigh (1916) - Bénard (1901). Lorsque le gradient de température dépasse un certain seuil, des mouvements chaotiques apparaissent,

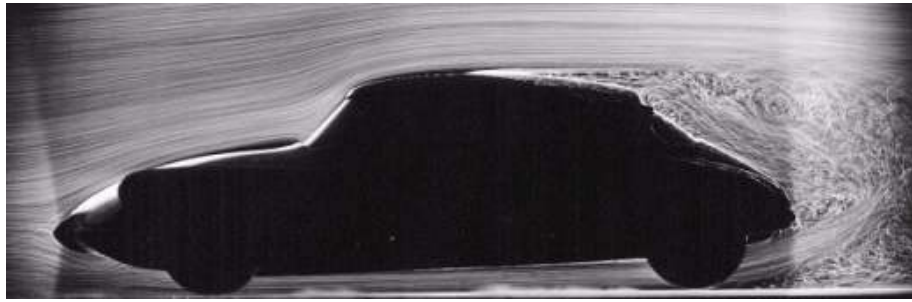


FIGURE 1.3 – Photographie d’une Citroën DS 19 sortie en octobre 1955. Dès ses débuts la DS 19 connaît un véritable succès international. Symbole de l’élégance et de l’avant-garde française, il n’en demeure pas moins que d’un point de vue aérodynamique une part importante de l’énergie cinétique est dissipée en raison du comportement turbulent autour du véhicule. Comme on peut le voir sur les essais en soufflerie (image tirée de la revue [108]), à l’arrière de la DS le fluide se déstabilise et forme des structures complexes sur une large gamme d’échelles spatiales, limitant considérablement la vitesse de la voiture.

avec dans le cas turbulent beaucoup de degrés de liberté. Par ailleurs, il est possible d’observer des systèmes dissipatifs simples, avec peu de degrés de liberté régis par des lois déterministes, pouvant engendrer des comportements stochastiques. Il est donc intéressant de constater qu’un mécanisme élémentaire d’instabilité peut forcer le système à transiter vers un régime chaotique. Nous aurons l’occasion dans cette thèse d’en étudier un exemple, avec un forçage électromagnétique contrarotatif (*cf.* chapitre 4).

Des instabilités, nous retenons bien souvent l’aspect incommode. Quelques cas minoritaires où l’instabilité peut avoir un aspect positif sont à citer, comme l’effet dynamo déjà évoqué [75]. Il s’agit d’un exemple où aucun champ, ni courant électrique ne sont imposés. Pourtant à partir de la médiation d’un processus d’instabilité, on arrive à convertir de l’énergie mécanique en énergie magnétique. C’est justement ce mécanisme d’instabilité qui engendre des degrés de liberté magnétiques. Toutefois, il est vrai qu’en général l’instabilité est limitante, comme les cas présentés dans cette thèse. Nous avons étudié la transformation inverse consistant à convertir de l’énergie électromagnétique en énergie mécanique par action de la force de Laplace. Dans ce cas, les instabilités limitent l’efficacité du processus de transfert d’énergie.

Bien que ces effets soient antagonistes, nous avons observé des phénomènes similaires de génération de champ magnétique dans le cas d’un entraînement de fluide par un champ glissant (voir chapitre 2 et 3). Il ne s’agit en rien d’une dy-

namo, mais d'un champ magnétique créé par induction qui s'oppose au champ appliqué. Cela revient à l'expulsion du champ magnétique qui diminue alors le forçage. Et c'est justement ce processus qui tend à rendre l'entraînement du fluide inefficace, comme par exemple dans les pompes électromagnétiques (P.E.M.).

3 Les équations de la magnétohydrodynamique (MHD)

Dans cette section, nous allons présenter les équations constitutives de la MHD, sur lesquelles se basent l'ensemble des raisonnements théoriques développés dans cette thèse.

Les équations régissant le système sont l'équation de conservation de la masse, l'équation de Navier-Stokes et les équations de Maxwell. Pour fermer le système, des équations constitutives du milieu viennent s'ajouter : l'équation d'état du fluide (dans le cas compressible) et la loi d'Ohm.

► **Approximation de la MHD** Pour écrire les équations, couplant l'hydrodynamique à l'électromagnétisme, il est nécessaire de formuler au préalable un certain nombre d'hypothèses qui constituent *l'approximation de la MHD* :

- **Fluide collisionnel** : le temps caractéristique de collision des électrons est négligeable devant le temps caractéristique d'évolution du champ magnétique. Cela se traduit par la relation $\omega\tau_c \ll 1$.
- **Absence d'effet Hall** : le champ magnétique n'induit qu'une déflexion négligeable sur la trajectoire des électrons. Autrement dit, la magnétorésistance est négligeable
- **Ecoulement non relativiste** : le fluide conducteur se déplace à une vitesse caractéristique v faible devant celle de la lumière telle que : $v \ll c$.
- **Electroneutralité du fluide** : les échelles ioniques et électroniques sont supposées non séparées.

► **L'équation régissant l'aspect hydrodynamique**

Tout d'abord, considérons le système étudié comme un fluide réel visqueux. L'équation de Navier-Stokes régit alors le mouvement de ce dernier en décrivant l'évolution du champ de vitesse $\vec{v}(\vec{r}, t)$.

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}) \vec{v} \right) = -\overrightarrow{grad}(P) + \mu \overrightarrow{\Delta}(\vec{v}) + \vec{F}_{Laplace} + \vec{F} \quad (1.1)$$

Où l'on notera ρ la densité du fluide (en $kg.m^{-3}$), \vec{v} le vecteur vitesse du fluide, P la pression, μ le coefficient de viscosité dynamique (en $Pa.s$). Avec également, $\vec{F}_{Laplace}$ la force volumique de Laplace et \vec{F} une force volumique quelconque agissant sur le fluide, selon le cas considéré (poussée d'Archimède, entraînement inertiel, force de Coriolis, ...).

Dans notre cas, le fluide est soumis aux frottements visqueux, à la force de Laplace (due aux courants induits ou injectés) et éventuellement, aux forces d'inertie ou aux forces de pression.

La force de Laplace correspond à l'action qu'exerce tout champ électromagnétique sur un fluide conducteur. Celle-ci s'écrit : $\vec{F}_{laplace} = \vec{j} \wedge \vec{B}$ où \vec{j} correspond au vecteur densité volumique de courant et \vec{B} au champ magnétique total.

Dans notre cas d'étude, l'équation de Navier-Stokes s'écrit finalement :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}) \vec{v} \right) = -\overrightarrow{grad}(P) + \mu \vec{\Delta}(\vec{v}) + \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (1.2)$$

Dans le cas général, il est nécessaire d'invoquer une équation d'état (isotherme, adiabatique, ...) afin de fermer le système. Dans le cas d'un écoulement incompressible étudié dans cette thèse, on ajoute uniquement la condition d'incompressibilité de l'écoulement :

$$\boxed{div(\vec{v}) = 0} \quad (1.3)$$

► Les équations régissant l'aspect électromagnétique

A présent écrivons l'équation générale régissant le problème électromagnétique. Cette équation correspond à **l'équation d'induction**. Cette dernière s'établit à partir des équations de Maxwell et de la loi d'Ohm locale.

★ les équations de Maxwell

Les équations générales de l'électromagnétisme s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho_e}{\epsilon_0} \quad (\text{Maxwell-Gauss}) \\ \operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \quad (\text{Maxwell-Thomson}) \\ \operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Faraday}) \\ \operatorname{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Ampère}) \end{array} \right. \quad (1.4)$$

Notons que le terme $\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (avec \vec{E} le champ électrique) dans l'équation de Maxwell-Ampère, correspond au **courant de déplacement**. Il est négligeable, puisque nous ne tenons pas compte des effets relativistes : les vitesses en jeu sont petites devant la vitesse de la lumière ($v \ll c$). Toutefois ce terme peut être dominant dans certains cas non relativistes, comme par exemple avec les micro-ondes.

★ La loi d'Ohm

Dans un conducteur au repos, la loi d'Ohm locale s'écrit : $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ avec σ la conductivité électrique du milieu (en $S.m^{-1}$) et j le vecteur densité volumique de courant. Cependant, dans notre cas le métal liquide est animé d'un mouvement de vitesse \vec{v} . Il faut donc tenir compte des modifications apportées par le mouvement. Pour cela, on utilise la transformation galiléenne $\vec{x}' = \vec{x} - \vec{v}t$ (car $v \ll c$). Les champs deviennent donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \\ \vec{B}' = \vec{B} \\ \vec{j}' = \vec{j} \end{array} \right. \quad (1.5)$$

Autrement dit, dans le référentiel du fluide en mouvement, la loi d'Ohm s'écrit :

$$\boxed{\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})} \quad (1.6)$$

Le changement de référentiel fait apparaître un terme proportionnel au champ électromoteur $\vec{v} \wedge \vec{B}$ induit par le mouvement du fluide à la vitesse \vec{v} dans un champ magnétique \vec{B} . Toutefois, pour appliquer la loi (1.6) plusieurs critères doivent être respectés. Tout d'abord, la conductivité électrique σ est définie pour des champs

stationnaires. Il faut que le temps de collision τ des électrons dans le métal soit petit devant le temps caractéristique d'évolution du champ électromagnétique [35]. On note f la fréquence d'évolution du champ, il faut alors :

$$\tau f \ll 1 \quad (1.7)$$

D'autre part, pour considérer que la conductivité est indépendante du champ magnétique B , il faut que celui-ci modifie peu la trajectoire des électrons. L'interaction entre le moment magnétique des charges électroniques (*spin*) et le champ magnétique imposé est caractérisé par le mouvement de precession de Larmor. En utilisant la fréquence de Larmor $f_l = \frac{eB}{m}$ d'un électron de masse m et de charge électrique $-e$ dans un champ magnétique B , il faut vérifier :

$$\tau f_l \ll 1 \quad (1.8)$$

Sachant que le temps de collision est relié à la conductivité électrique par la loi $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$ où n est la densité volumique d'électrons. Dans cette thèse, nous aborderons uniquement le cas des métaux liquides, pour lesquels typiquement $\sigma \sim 10^6 \text{ S.m}^{-1}$ et $n \sim 10^{28} \text{ m}^{-3}$ d'après [10]. Si à présent nous faisons l'application numérique, nous constatons que ces deux approximations (1.7 et 1.8) sont justifiées si la fréquence du champ électromagnétique est inférieure à 10^{14} Hz et si le champ magnétique est inférieur à 1000 T. On peut donc raisonnablement considérer la loi d'Ohm comme correcte dans nos expériences.

★ Equation de conservation de la charge électrique

L'équation locale s'écrit : $\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}) = 0$. En utilisant la loi d'Ohm et la première équation de Maxwell, dans le fluide on peut écrire :

$$\boxed{\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} \rho_e = -\text{div}(\vec{v} \wedge \vec{B})} \quad (1.9)$$

La densité de charge respecte donc une équation différentielle du premier ordre. Le temps caractéristique d'évolution de cette grandeur est de l'ordre de $\frac{\epsilon_0}{\sigma} \sim 10^{-18} \text{ s}$. Il s'agit de la constante de relaxation diélectrique représentant le temps nécessaire pour que la conduction neutralise ou établisse une charge d'espace. A titre d'exemple, le temps de relaxation des électrons dans un matériau conducteur

donné par le modèle de Drude est de l'ordre de $\sim 10^{-14}$ s.

Autrement dit, la densité de charge dans le milieu évolue très rapidement par rapport aux fréquences typiques mesurées dans le cadre de nos expériences. Le terme de la dérivée temporelle de densité de charge est donc négligeable. Pour les métaux solides le milieu est globalement neutre. La solution homogène de l'équation sans second membre tend rapidement vers zéro. En d'autres termes, la densité de charge est nulle dans le fluide au repos. Dans un cas en mouvement, la densité de charge est forcée par le champ électromoteur $\vec{v} \wedge \vec{B}$ et on obtient la solution particulière :

$$\rho_e = -\frac{\epsilon_0}{\sigma} \text{div}(\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (1.10)$$

Toutefois, notons que pour les métaux liquides utilisés dans les conditions du laboratoire, la charge volumique reste faible. Ces arguments nous permettent de considérer que : $\text{div}(\vec{j}) = 0$ en raison de $v \ll c$. Pour la même raison, le terme de force de Lorentz $\rho_e \vec{E}$ est négligeable dans l'équation de Navier-Stokes.

★ L'équation d'induction

Nous allons à présent établir l'équation d'induction régissant le problème électromagnétique. Cette équation s'obtient en utilisant la loi d'Ohm d'un conducteur en mouvement dans l'équation de Maxwell-Faraday.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} &\Leftrightarrow \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \sigma (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{\text{rot}} [\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B})] = \mu_0 \sigma [\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) + \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{v} \wedge \vec{B})] \\ &\Leftrightarrow -\tilde{\Delta} \vec{B} = \mu_0 \sigma \left[-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{v} \wedge \vec{B}) \right] \end{aligned}$$

On pose : $\boxed{\eta = \frac{1}{\mu_0 \sigma}}$ la **diffusivité magnétique** (aussi appelée parfois par abus résistivité électrique) homogène à des $m^2.s^{-1}$. Il vient :

$$\boxed{\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{v} \wedge \vec{B}) + \eta \tilde{\Delta} \vec{B}} \quad (1.11)$$

Remarques :

Dans l'équation de Navier-Stokes (voir équation 1.2), le terme $\nu \tilde{\Delta} \vec{v}$ avec $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ le coefficient de viscosité cinématique (en $m^2.s^{-1}$) est dû à l'effet de la viscosité du fluide. Il s'interprète comme la diffusion de la quantité de mouvement. Par analogie, il est donc possible d'interpréter le terme $\eta \tilde{\Delta} \vec{B}$ dans l'équation d'induction (voir 1.11), comme un phénomène de diffusion du champ magnétique. Ce terme est dû à un effet de résistivité (dissipation Joule) du champ \vec{B} .

4 Les nombres sans dimension

Bien souvent dans les calculs, nous sommes amenés à adimensionner les équations ce qui conduit inévitablement à définir des nombres sans dimension. Le sens physique de ces nombres passe par la comparaison d'ordres de grandeur de différents effets physiques. Concernant la MHD et de manière plus générale la mécanique des fluides, nous pouvons en définir quelques-uns souvent utilisés. Cette liste n'a pas vocation à être exhaustive.

Pour cela, on note L une échelle caractéristique de longueur, v l'amplitude typique du champ de vitesse et T une échelle caractéristique de temps. Enfin, on utilisera quelques grandeurs physiques intrinsèques au fluide utilisé : σ la conductivité électrique, ν la viscosité cinématique ou encore la perméabilité magnétique du milieu notée μ_0 , car pour les métaux liquides la perméabilité magnétique relative est $\mu_r \simeq 1$.

► Nombre de Reynolds cinétique :

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} \quad (1.12)$$

Il permet d'évaluer l'importance relative de la convection du fluide par rapport à la dissipation visqueuse. En outre, il permet de définir deux régimes dynamiques. D'une part, le régime **laminaire** où le terme visqueux de l'équation de Navier-Stokes est dominant par rapport au terme convectif (Re petit). D'autre part, le régime **turbulent** où le terme inertiel domine (Re grand). Dans la plupart des écoulements de métaux liquides (en laboratoire ou dans l'industrie) le nombre de Reynolds est généralement très grand : $Re \sim 10^4 - 10^6$.

► Nombre de Reynolds magnétique :

$$\boxed{R_m = \mu_0 \sigma v L} \quad (1.13)$$

Analogue au nombre de Reynolds cinétique, il correspond au rapport entre le temps de convection et de diffusion du champ magnétique. Il permet de caractériser la dynamique du champ \vec{B} . Il se construit à partir de l'équation d'induction (1.11) en faisant le rapport entre le terme $\vec{\text{rot}}(\vec{v} \wedge \vec{B})$ produisant les effets d'induction et le terme de diffusion magnétique $\eta \tilde{\Delta} \vec{B}$. Ce nombre peut varier significativement d'une application MHD à l'autre. Dans cette thèse, ce nombre sera généralement de l'ordre de l'unité.

► Nombre de Prandtl magnétique :

$$\boxed{P_m = \frac{\nu}{\eta} = \frac{Re}{R_m}} \quad (1.14)$$

Selon le fluide considéré, il s'agit d'une constante. Celle-ci permet de faire le lien entre les nombres de Reynolds cinétique et magnétique et compare le terme de diffusion magnétique avec celui de la diffusion visqueuse. Pour les métaux liquides, ce nombre est de l'ordre de 10^{-6} . Cela signifie donc que le champ de vitesse diffuse considérablement moins vite que le champ magnétique. C'est pour cette raison que la majorité des instabilités MHD nécessitant un grand nombre de Reynolds magnétique se produisent à partir d'un écoulement turbulent.

► Nombre de Mach magnétique :

$$\boxed{M_m = \frac{v}{v_A} = \frac{v}{\frac{B}{\sqrt{\rho \mu_0}}} = \sqrt{\frac{\frac{\rho v^2}{2}}{\frac{B^2}{2\mu_0}}} \quad (1.15)$$

Ce nombre correspond au rapport de la vitesse d'écoulement du fluide v sur la vitesse des **ondes d'Alvén**. Si l'on considère une ligne de champ magnétique soumise à une perturbation (par exemple l'écoulement du fluide conducteur) alors la tension magnétique agit tout comme pour une corde, en jouant le rôle de force de rappel et tend à redresser la courbure de la ligne de champ. Ce phénomène est alors à l'origine de propagation d'ondes MHD incompressibles : les **ondes d'Alvén**. Ces dernières furent prédites théoriquement en 1942 [3, 36]. Après plusieurs tentatives infructueuses [22, 65, 68] ce n'est qu'en 1959 qu'une première confirmation expérimentale indiscutable de leur existence est obtenue [4] dans un tube

d'hydrogène ionisé.

Le nombre de Mach magnétique permet donc de comparer la vitesse d'écoulement et la vitesse de ces ondes. Il est possible de faire l'analogie avec le nombre de Mach M utilisé en aérodynamique qui compare la vitesse de déplacement d'un corps par rapport à la vitesse du son, et qui permet de déterminer différents régimes : subsonique ($M < 1$), sonique ($M = 1$) ou encore supersonique ($M > 1$). Dans ce dernier cas, le système se déplace plus vite que l'information qu'il engendre, ce qui est à l'origine d'ondes de choc.

Pour revenir à notre cas, lorsque le nombre de Mach magnétique est supérieur à l'unité alors cela implique que le fluide s'écoule plus vite que l'information transportée par les ondes d'Alfvén. Une autre manière de le comprendre est de visualiser ce nombre comme le rapport entre les énergies magnétique et cinétique.

► **Nombre de Hartmann :**

$$\boxed{Ha^2 = \sigma B_{\perp}^2 \frac{L^2}{\rho\nu}} \quad (1.16)$$

Il décrit le rapport de la viscosité magnétique et de la viscosité du fluide. Une manière plus simple de le définir est le rapport entre la force de Laplace et la force de frottement visqueux.

La notion de *viscosité magnétique* n'est pas très intuitive au premier abord. Par analogie, il s'agit d'une grandeur qui peut s'apparenter à de la viscosité lorsque l'on étudie le mouvement d'un fluide conducteur plongé dans un champ magnétique. Imaginons l'écoulement d'un fluide conducteur visqueux, supposé incompressible entre deux plaques fixes, où l'on injecte du courant \vec{j} et on applique un champ magnétique transverse aux parois \vec{B}_{\perp} (voir schéma 1.4) :

En écrivant la force Laplace résultant du courant et du champ magnétique, il vient :

$$\begin{aligned} \vec{F}_L &= \vec{j} \wedge \vec{B} = \sigma \left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right) \wedge \vec{B} \\ &= \sigma \left(\vec{E} \wedge \vec{B} + (\vec{v} \wedge \vec{B}) \wedge \vec{B} \right) \\ &= \sigma \left(\vec{E} \wedge \vec{B} + \vec{B}(\vec{v} \cdot \vec{B}) - \vec{v}(\vec{B} \cdot \vec{B}) \right) \quad \text{or, } \vec{v} \perp \vec{B} \\ &= \sigma E \cdot B \vec{u}_x - \sigma B^2 \vec{v} \end{aligned} \quad (1.17)$$

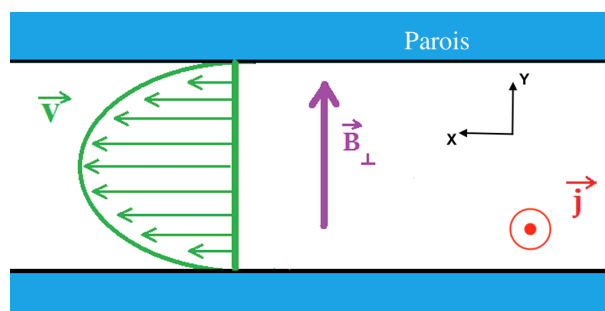


FIGURE 1.4 – Schématisation d'un problème d'écoulement de Hartmann

C'est ainsi que l'on définit le **coefficient de viscosité magnétique** : $\eta_B = \sigma B^2$. Nous pouvons constater que d'une part, le terme issu de la force de Laplace orienté selon le vecteur unitaire \vec{u}_x contribue au sens de l'écoulement. Enfin, un autre terme apparaît sous la forme de $-\eta_B \vec{v}$. De par son signe, ce terme s'oppose au mouvement du fluide. Il s'agit donc d'une force de frottement due à cette notion de *viscosité magnétique*. Toutefois, nous verrons que la force de Laplace peut également accélérer le fluide.

► Nombre de Stuart (ou paramètre d'interaction) :

$$N = \frac{\sigma B^2 L}{\rho v} = \frac{Ha^2}{Re} \quad (1.18)$$

Il correspond au rapport entre la force de Laplace et le terme convectif. Il permet ainsi d'évaluer l'importance de l'action du champ magnétique sur le mouvement du fluide. Par exemple, pour un paramètre d'interaction petit $N < 1$, les effets inertiels sont plus importants que le forçage magnétique. Autrement dit, il représente le rapport entre la densité de la force magnétique et la quantité de mouvement du fluide. On peut le construire à partir du nombre de Reynolds et de Hartmann.

5 Les métaux liquides

Différents métaux liquides sont utilisés dans l'industrie ou dans le cadre de la recherche pour leurs propriétés électriques ou thermiques. Le mercure fut le premier métal à être utilisé dans la recherche en MHD. Il a l'avantage d'être liquide dans les conditions normales de température et de pression. En revanche, il est

très dense et moins bon conducteur que d'autres métaux. De plus, l'inhalation des vapeurs de mercure est nuisible pour la santé à long terme. Cette toxicité pour l'Homme a été de plus en plus prise en compte par l'Union Européenne durant les années 90. Son utilisation dans l'industrie, le domaine médical ou la recherche est à présent sérieusement réglementée voire interdite.

Naturellement, les expériences en laboratoire utilisent également d'autres métaux liquides comme le sodium, le gallium, l'aluminium (plutôt dans l'industrie) ou encore des alliages comme le galinstan. Le tableau (1.1) mentionne les caractéristiques physico-chimiques des quatre liquides conducteurs les plus souvent utilisés. Il s'agit d'une liste non exhaustive.

Nom	Sodium	Gallium	Mercure	Galinstan
Famille	Métaux alcalins	Métaux pauvres	Métaux de transition	Alliage
Composition	Na monoatomique	Ga monoatomique	Hg monoatomique	68.5% Gallium (Ga) 21.5% Indium (In) 10% Etain (Sn)
σ ($S.m^{-1}$)	21.10^6	$6,78.10^6$	$1,04.10^6$	$3,46.10^6$
T_{fus} ($^{\circ}C$)	97.8	29.8	-38.9	-19
ρ ($kg.m^3$)	$0,968.10^3$	$6,095.10^3$	$13,55.10^3$	$6,44.10^3$

TABLE 1.1 – Tableau récapitulatif des différents métaux liquides et de leurs caractéristiques physiques comme la conductivité électrique σ , la masse volumique ρ ou encore la température de fusion T_{fus} .

Le *sodium liquide* est sûrement le plus intéressant pour les expériences en MHD en raison de sa bonne conductivité électrique. C'est d'ailleurs cet élément qui est utilisé dans les expériences dynamo (voir thèses [44] et [17]), ou dans les pompes électromagnétiques utilisées pour refroidir les circuits secondaires de certaines centrales nucléaires. Le sodium ne se trouve pas sous forme de corps pur dans la nature, mais sous forme *composée* (exemple : le sel). Il s'agit d'un métal non magnétique, présentant de nombreux avantages, notamment sa haute conductivité électrique, optimisant ainsi les nombres de Hartmann Ha et de Reynolds Magnétique R_m . Son principal inconvénient est qu'il est corrosif, mais surtout très inflammable. Sans oublier qu'il n'est pas liquide à température ambiante, son utilisation nécessite donc de le chauffer.

Le gallium, découvert en 1875 par le français Lecoq de Boisbaudran, peut se trouver dans la nature sous forme de minerai (solide d'apparence blanc argenté). Outre le fait qu'il est corrosif, il est aussi plus onéreux que les autres métaux cités

en raison de sa rareté sur Terre (typiquement 600 euros par kilogramme). Enfin, sa température de fusion est de $T_{fusion} = 29.8^{\circ}\text{C}$ ce qui nécessite là encore de le chauffer pour atteindre l'état liquide.

Pour finir le galinstan est un alliage formé à partir de gallium, d'indium et d'étain. Cet alliage présente plusieurs avantages : une meilleure conductivité électrique que le mercure, un état liquide à température ambiante, une faible réactivité et pas de toxicité avérée. Pour ces raisons, nous avons utilisé pour l'ensemble de nos expériences ce fluide conducteur.

Au cours du temps (presque immédiatement en fait), le galinstan a tendance à s'oxyder avec l'air. Il se forme une couche pâteuse foncée en surface au bout de quelques jours. Les oxydes en volume peuvent aussi être un facteur limitant pour les mesures. Il est donc nécessaire de nettoyer occasionnellement le fluide en utilisant de l'acide chlorhydrique pour éliminer les oxydes (voir article [24]).

6 Structure du manuscrit

Cette thèse s'articule en trois parties distinctes relatives à trois configurations expérimentales différentes.

Dans un premier temps, nous étudions une configuration dans laquelle le forçage est produit par un champ magnétique variable dans l'espace et dans le temps $\vec{B}(\vec{r}, t)$ (parties 1 et 2). Dans ce cas, ce sont les courants de Foucault, combinés avec le champ magnétique, qui produisent la force de Laplace mettant en mouvement le fluide.

Dans un second temps, l'entraînement du métal liquide est assuré par l'injection d'un courant I , associé à la présence d'un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = \vec{B}_0$. Le mouvement du fluide n'est donc pas causé par l'induction. Ce chapitre est aussi l'occasion d'étudier un écoulement turbulent entre deux cylindres, mais différent des expériences classiques de Taylor-Couette.

Ces deux expériences permettent d'aborder plusieurs questions liées à la transition vers la turbulence, aux couches limites, ou encore à l'effet du champ magnétique sur l'écoulement.

► Partie 1 : Forçage corotatif par induction

Cette première partie a pour but d'étudier l'entraînement du métal liquide à l'aide d'un champ magnétique glissant. Pour cela, nous utilisons deux disques avec des aimants permanents disposés tout autour des disques en alternant leur moment dipolaire magnétique. Le champ produit est alors périodique. Le métal liquide est contenu dans un canal torique à section rectangulaire. Les deux disques disposés de part et d'autre du canal, tournent dans la même direction : forçage **corotatif**. Le **chapitre 2** détaille le dispositif expérimental, présente les résultats expérimentaux comme les mesures de l'écoulement moyen, les spectres de puissance ou encore les mesures de flux magnétique. Enfin, on présente un modèle théorique d'entraînement de fluide par un champ glissant permettant de mieux comprendre ces résultats et de discuter une instabilité propre à ce type de problème, dite *instabilité de décrochement*.

Le **chapitre 3** aborde un autre aspect de l'étude lié aux questions sur l'efficacité d'un tel forçage pour entraîner le fluide. Cette configuration présente des similitudes avec les moteurs à induction ou encore les pompes électromagnétiques (PEM). D'un point de vue plus pragmatique nous introduirons les notions de rendement, de puissance injectée ou encore de dissipation. On dressera alors le bilan énergétique d'un tel montage.

► Partie 2 : Forçage contrarotatif par induction

Le **chapitre 4** considère un autre type d'entraînement par induction. Le dispositif expérimental est identique à celui étudié en partie 1, si ce n'est que le forçage par induction est **contrarotatif**. Deux champs magnétiques glissants dans des directions opposées de part et d'autre du canal, produiront un écoulement de cisaillement. Nous aurons l'occasion alors d'étudier une instabilité de la couche de mélange engendrant des renversements aléatoires de l'écoulement. Nous serons amenés à raisonner sur la dynamique de structures cohérentes, sur l'importance du taux de turbulence, sur la symétrisation du forçage ou encore sur les renversements chaotiques. Nous introduirons la notion de «*bruit en $1/f$* » observé sur les spectres de puissance à basses fréquences, et proposerons un modèle de renversements stochastiques à l'origine de ce phénomène physique.

► Partie 3 : Forçage par injection de courant

La dernière partie exposée au **chapitre 5** permettra d'étudier un forçage par injection de courant. Le champ magnétique sera cette fois-ci uniforme et station-

naire. L'entraînement du fluide résulte du couplage entre le champ imposé et le courant injecté. Une nouvelle expérience sera alors présentée, avec une géométrie dans laquelle l'écoulement sera compris entre deux cylindres. Nous mettons en évidence la modification du profil radial de l'écoulement moyen lorsque le nombre de Reynolds augmente. Un profil en $\frac{1}{\sqrt{r}}$, appelé «*Képlérien*» est observé à grand nombre de Reynolds. Celui-ci est notamment engendré dans les disques d'accrétion. Nous discuterons alors de la transition de l'écoulement vers la turbulence.

Chapitre 2

Entraînement d'un fluide conducteur par induction

"Science is the study of what is, Engineering builds what will be. The scientist merely explores that which exists, while the engineer creates what has never existed before¹."

- T. von Kármán

Sommaire

1	Etat de l'art	23
2	Dispositif expérimental	26
3	Méthodes de mesures et ordre de grandeur	29
3.1	Les sondes Vives	29
3.2	Les sondes à effet Doppler	34
3.3	Les sondes à effet Hall	38
3.4	Les capteurs Pt100	39
3.5	Traitement analogique des signaux	41
3.6	Ordre de grandeur des vitesses de rotation au sein de l'expérience	44
3.7	Le champ magnétique imposé $\vec{B}_0(\vec{r}, t)$	46
4	L'écoulement moyen	53
4.1	Vitesse orthoradiale v_ϕ	53
4.2	Vitesse axiale V_z	56
5	Expulsion de flux magnétique	58

1. La science est l'étude de ce qui est, l'ingénierie construit ce qui sera. Le scientifique explore simplement ce qui existe, tandis que l'ingénieur crée ce qui n'a jamais existé auparavant.

6	Loi d'échelle de l'écoulement	60
6.1	Etude des courbes de vitesse à partir du nombre de Mach magnétique	60
6.2	Le coefficient de dissipation C_D	62
7	Fluctuations du champ de vitesse	64
7.1	Les spectres de puissance	64
7.2	La D.S.F. (<i>double-supply-frequency</i>)	66
8	Un modèle de fonctionnement d'une P.E.M.	70
8.1	Expression du champ magnétique induit \vec{b}	71
8.2	La force de Laplace	77
8.3	La force totale appliquée sur le système	80
8.4	Pour aller plus loin : l'instabilité MHD	82

1 Etat de l'art

Dans ce chapitre nous allons étudier l'entraînement d'un métal liquide (gallium *i.e.* eutectique gallium-indium-étain) par un champ magnétique périodique glissant. Le fluide répond au forçage par la génération de courants de Foucault induits (loi de Lenz). La force de Laplace met alors le fluide en mouvement. Ce type de forçage permet de modéliser de nombreux problèmes. Un exemple typique est la pompe électromagnétique (PEM) à induction. Il est possible de rencontrer dans la littérature le nom de *pompe Einstein-Szilard* en l'honneur des deux physiciens qui avaient abordé la question du pompage d'un métal liquide en 1930 [33].

Les PEM sont déjà utilisées dans l'industrie comme par exemple en métallurgie pour pomper de l'aluminium en fusion ou lors du traitement de divers métaux. Elles sont également envisagées dans les réacteurs de génération IV, pour le pompage de fluide caloporteur (sodium liquide) dans les circuits de refroidissement secondaires. Un des objectifs est de pouvoir produire un pompage très efficace du métal liquide sur une large gamme de paramètre de fonctionnement comme la taille de la PEM ou le débit. L'avantage principal de l'utilisation de telles pompes est la facilité d'entretien par rapport aux pompes mécaniques [58], et elles présentent donc un grand intérêt dans les processus industriels.

La figure (2.1) illustre le fonctionnement d'une PEM. A l'aide d'un réseau de bobines triphasées (représenté par les couleurs rouge-bleu-vert), il est possible de créer un champ magnétique périodique et glissant dans la direction axiale z . En faisant varier l'intensité électrique dans chaque bobine, on module l'amplitude du champ magnétique engendré selon l'axe z . Le fluide est alors mis en mouvement dans un canal annulaire (bleu clair) *via* l'effet d'induction. En effet, lorsque le fluide conducteur est soumis à un champ magnétique variable, la force de Laplace due aux courants induits de Foucault met en mouvement le fluide. En remplaçant le fluide par un induit solide, on peut alors faire l'analogie avec le principe du moteur linéaire à induction. Un point à noter, est la présence de barres de fer doux (ferromagnétique) représentées en gris foncé sur le schéma. Le fer doux permet de canaliser les lignes de champ magnétique (conduction du flux magnétique), afin d'avoir à l'intérieur du canal annulaire un champ \vec{B} purement radial. Enfin, la taille de l'ouverture du canal selon la direction r sera notée γ . Comme longueur caractéristique selon la direction z , nous prendrons la longueur d'onde du champ magnétique notée λ .

Fait intéressant, l'efficacité des pompes électromagnétiques présente une limitation lorsque les effets d'induction deviennent dominants par rapport au champ magnétique imposé. Dans les pompes à grande échelle, une instabilité se produit au

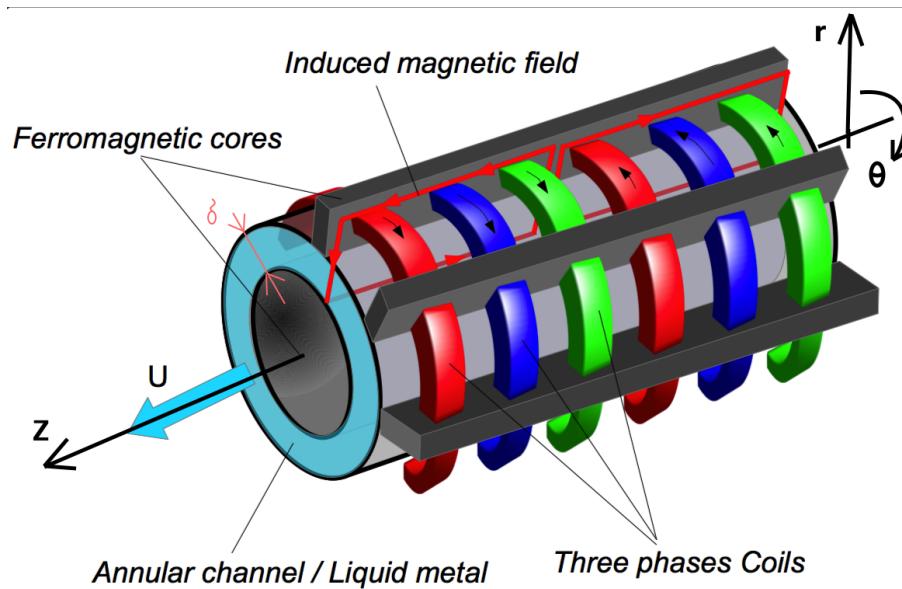


FIGURE 2.1 – Schéma dans le repère cylindrique (r, θ, z) du dispositif d'une pompe électromagnétique annulaire industrielle. On notera la présence de bobines d'induction triphasées entourant le canal pour créer un champ magnétique périodique glissant dans la direction axiale. Les barres de fer doux (en gris foncé) permettent de canaliser les lignes du champ magnétique à l'intérieur du canal.

sein de l'écoulement, ce qui réduit considérablement le débit développé : le fluide bifurque brusquement d'un état de quasi-synchronisme avec le champ magnétique glissant, à un état de régime bloqué où le fluide est presque au repos. Cette instabilité s'explique par le fait que le métal liquide en mouvement engendre un champ magnétique induit (loi de Lenz) qui s'oppose au champ magnétique glissant imposé. Il en résulte une diminution du champ magnétique total au sein du métal liquide et donc une diminution de la force de Laplace entraînant le fluide. L'expulsion du flux magnétique par l'écoulement ou encore la stabilité des couches limites jouent donc un rôle important dans la problématique liée à l'efficacité des PEM. L'expulsion de flux a été étudiée et mise en évidence numériquement pour le cas des PEM dans l'article récent de Gissinger *et. al.* [45]. L'un des premiers papiers que l'on peut trouver sur le sujet de l'expulsion de flux est celui de Weiss *et. al.* [112] en 1966. Par ailleurs, les écoulements engendrés étant fortement turbulents, les fluctuations de vitesse peuvent affecter la nature des instabilités observées, ce qui constitue encore un problème ouvert.

Gailitis et Lielausis [40] ont formulé une explication théorique à cette instabilité. En ignorant les couches limites formées près des parois et en supposant un

champ de vitesse invariant dans la direction radiale r , ils ont proposé un critère d'apparition de l'instabilité des PEM. D'après ce modèle, la déstabilisation de la pompe provient d'une inhomogénéité de l'écoulement dans la direction azimutale lorsque le nombre de Reynolds magnétique $R_m^s = \mu_0 \sigma (c - v)L$ (basé sur la vitesse de glissement $c - v$) devient suffisamment grand. Dernièrement des travaux portant sur des simulations numériques [94] ont montré que les écoulements au sein des PEM annulaires se destabilisent en raison d'une inhomogénéité de l'écoulement dans la direction radiale plutôt que dans la direction orthoradiale comme prévu chez Gailitis et Lielausis [40]. Des analyses supplémentaires sur la stabilité linéaire de ces écoulements ont également été obtenues théoriquement en étudiant plus précisément la structure radiale du champ de vitesse, mais uniquement dans la limite des petits nombres de Reynolds magnétique [26, 2].

Quelques études expérimentales [57] ont montré qu'une pulsation basse fréquence dans la pression et le débit est observée lorsque les effets d'induction sont importants (grandes valeurs de R_m), ce qui réduit fortement l'efficacité de la pompe. Si le champ magnétique des bobines ou la vitesse d'entrée du sodium est non uniforme dans la direction azimutale θ , cette pulsation prend la forme de vortex non-asymétriques dans l'espace annulaire de la pompe [7].

Les aspects fondamentaux de l'expulsion du flux dans les fluides conducteurs sont relativement bien connus [114, 81, 88]. Cependant, l'apparition de l'expulsion du flux par une instabilité de l'écoulement reste mal comprise. Malgré ces études théoriques et expérimentales, les mécanismes exacts par lesquels l'instabilité de décrochage se produit à grande échelle en présence de turbulence sont encore peu compris et représentent un domaine de recherche actif.

En raison de ce rôle crucial de l'expulsion de flux, le problème des pompes électromagnétiques est très proche d'un problème théorique étudié par Kamkar et Moffatt [55], dans lequel l'écoulement d'un fluide conducteur est confiné dans un canal rectangulaire et soumis à un gradient de pression dans la direction longitudinale et à un champ magnétique transverse appliqué extérieurement. Une transition très similaire à l'instabilité des PEM a été prédite, dans laquelle l'écoulement bifurque d'un écoulement de type Hartman vers un écoulement de type Poiseuille lorsque le nombre de Reynolds magnétique augmente. Des simulations numériques de ce problème ont récemment confirmé le rôle joué par l'expulsion de flux dans cette instabilité [13].

En résumé, l'étude de l'entraînement d'un fluide conducteur par un champ magnétique glissant nous permet d'aborder plusieurs questions. Dans un premier

temps, nous aborderons l'efficacité du forçage électromagnétique et plus particulièrement ses limites. Nous étudierons ensuite l'expulsion du champ magnétique au sein du fluide, pour finir sur des questions liées au rendement d'un tel entraînement.

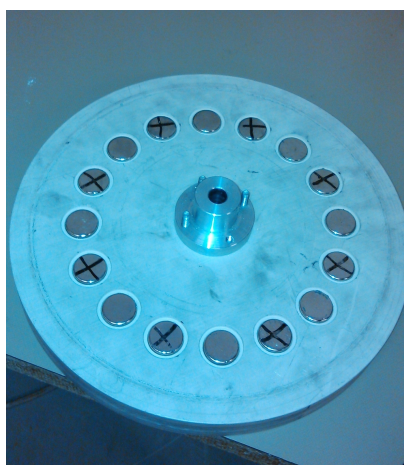
2 Dispositif expérimental

Les figures (2.2(a) et 2.2(b)) montrent deux photos des pièces principales de l'expérience : un canal annulaire en polychlorure de vinyle (PVC), avec un rayon intérieur $r_i = 66$ mm, un rayon extérieur $r_o = 100$ mm et une hauteur $H = 47$ mm, est rempli de Galinstan liquide (GaInSn), un alliage eutectique liquide à température ambiante.

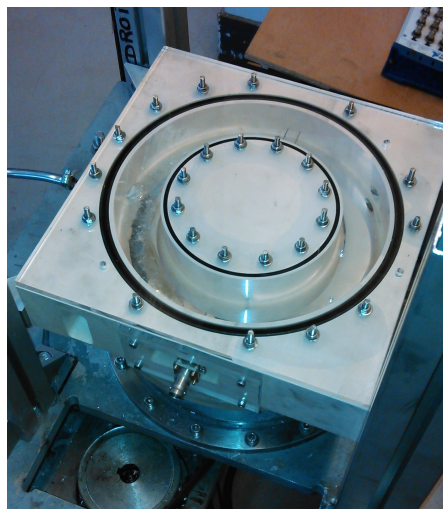
À une distance h au-dessus et en-dessous du canal se trouvent deux disques rotatifs, constitués chacun de 16 aimants de Néodyme (NdFeB) disposés à des espacements réguliers le long d'un cercle de rayon $R = 83$ mm. Ces aimants sont des cylindres de diamètre $d_m = 20$ mm et de hauteur $h_m = 10$ mm, créant un champ magnétique rémanent de $B_m^0 = 0.45T$ à leur surface. Ils sont disposés de telle sorte que deux aimants adjacents, séparés par une distance $d_m = 2\pi R/16 = 32,5$ mm, sont orientés avec une polarité opposée comme on peut le voir sur la photo (les croix représentent les pôles Nord des aimants).

Le moment dipolaire magnétique des aimants étant alterné autour du disque, cela permet d'obtenir un champ magnétique périodique. L'entraînement du fluide se fait à l'aide de la rotation des deux disques de part et d'autre du canal. Pour cela, les deux disques sont en phase, c'est à dire que chaque pôle d'aimant fait face à un pôle opposé sur l'autre disque, assurant ainsi l'homogénéité du champ d'un disque à l'autre.

Nous avons utilisé un servomoteur monophasé RX 630E de PARVEX® (voir figure (2.3(b))) afin d'assurer la rotation des disques tout en gardant les aimants en phase. Celui-ci développe une puissance mécanique d'environ 2 kW. Il s'agit d'un servomoteur fonctionnant en courant continu (134V - 16A) et pouvant être asservi en tension (modification de la vitesse de rotation) ou en courant (modification du couple). Un seul moteur est utilisé dans cette expérience, pour faire tourner les deux disques en même temps. il est important de le mentionner, puisque nous verrons par la suite (*cf* chapitre sur l'expérience VKM) que le dispositif peut être utilisé en **contrarotation**. Nous devons alors utiliser deux moteurs découplés, afin de pouvoir faire varier les fréquences de chaque disque indépendamment.

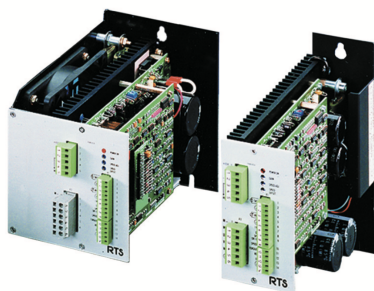


(a) Plateau en P.V.C. constitué de 16 aimants de NeoDyme alternés (cf les petites croix correspondent aux pôles Nord) possédant chacun un champ magnétique permanent de $B = 0.45 \text{ T}$



(b) Cellule en P.V.C avec un canal à section rectangulaire rempli de Galinstan MCP11

FIGURE 2.2 – Photos des deux pièces principales du montage, à savoir le disque d'aimants et la cellule.



(a) Servo variateurs CC - Série RTS de la société PARVEX®



(b) Servomoteurs RX 630E PARVEX®

FIGURE 2.3 – Photo du variateur et du servomoteur permettant de contrôler l'expérience. Les différentes caractéristiques de ces appareils sont données en ANNEXE A.

Le moteur possède une dynamo tachymétrique qui renvoie une tension proportionnelle à la vitesse de rotation de l'arbre principal. Cette information est bien entendu importante pour réguler constamment la puissance électrique injectée, et donc la vitesse de rotation (contrôle en tension). Cela est possible à l'aide d'un servo variateur Série RTS de la société PARVEX[®] (voir figure (2.3(a))). Cet appareil fonctionne en triphasé 190 V sur le secteur triphasé 32A-380V du laboratoire. En utilisant un transformateur TT 11117 de 2,5 kVA, la tension a pu être abaissée pour alimenter le variateur. La consigne en tension est délivrée par une carte NI instrument[®] USB-6212, elle même pilotée par un programme Matlab[®]. Les différentes caractéristiques de ces appareils sont données en ANNEXE A. La figure (2.4) donne un aperçu final de cette expérience. Tous les éléments ont été fixés à un bâti. La structure est fabriquée à partir d'éléments de Norcan[®]. Les trois éléments : disque-cellule-disque sont bien entendu, parallèles entre eux et également par rapport au sol.

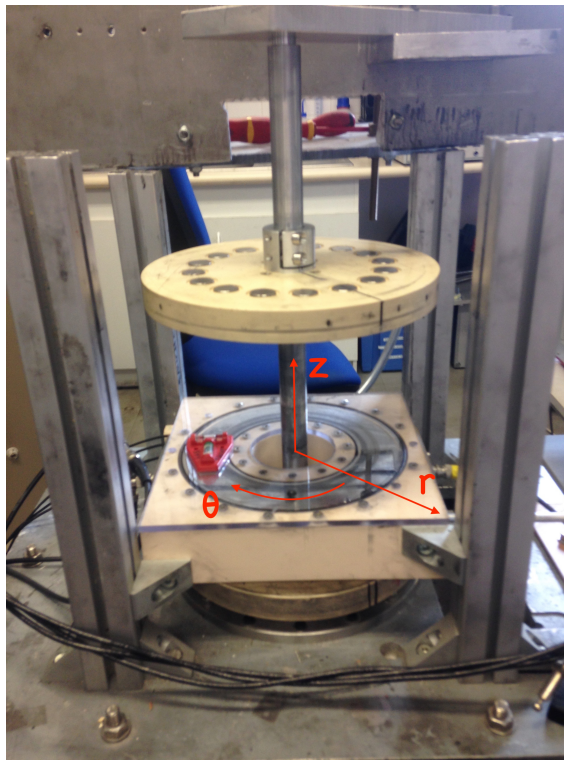


FIGURE 2.4 – Photo du dispositif final. L'ensemble est entraîné par un unique moteur.

3 Méthodes de mesures et ordre de grandeur

Ce ne sont pas les méthodes de mesure qui manquent en mécanique des fluides. Cependant, en MHD nous sommes considérablement limités. Par exemple, pour mesurer la vitesse la plupart des méthodes habituelles de *PIV*, de *particle tracking*, d'anémométrie, etc... ne peuvent pas être utilisées. Par exemple pour la *PIV* ou le *particle tracking*, l'opacité des métaux liquides fait que les photons des rayons lumineux sont réfléchis en surface, rendant impossible l'observation de l'écoulement à partir de traceur. Il serait toutefois possible d'utiliser des traceurs radioactifs avec des rayons X, mais cette méthode est difficile à mettre en place et de surcroît onéreuse [106, 78]. Finalement, les deux méthodes courantes qui en ressortent sont l'utilisation des mesures de potentiel électrique et la méthode de vélocimétrie Doppler acoustique. Nous prendons le temps ici, d'expliquer leur principe.

3.1 Les sondes Vives

La principale grandeur physique que l'on souhaite mesurer est la vitesse d'écoulement du fluide au sein du canal. Pour cela, une méthode intrusive est régulièrement utilisée en MHD. Il s'agit d'une mesure de tension aux bornes de deux électrodes immergées dans le métal liquide et séparées entre elles d'une distance l . Cette méthode permet de déduire la vitesse du fluide comme nous allons le démontrer.

Il est courant de rencontrer deux cas de configuration dans ce type de mesure. Dans un premier cas, un fort champ magnétique à grande échelle est imposé [59, 109]. Nous aurons l'occasion d'aborder cette configuration au chapitre 5. Dans le second cas, en l'absence de champ à grande échelle, on utilise un dispositif appelées *sondes Vives*. L'idée est d'imposer à un champ magnétique localisé à l'aide d'un petit aimant entre les électrodes, permettant ainsi la mesure de la vitesse locale [28]. Intéressons-nous à ce dernier cas.

Le schéma (2.5) illustre une sonde Vives introduite dans un fluide s'écoulant à la vitesse \vec{v} . La sonde est composée de deux électrodes métalliques espacées de l avec un aimant permanent \vec{B}_0 entre les deux.

La loi d'Ohm locale dans le référentiel du laboratoire, avec le fluide en mouvement à la vitesse v s'écrit : $\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$. On souhaite mesurer une différence de potentiel électrique entre les broches, que l'on notera U puis en déduire la vitesse locale d'écoulement du fluide. Pour cela, on peut écrire :

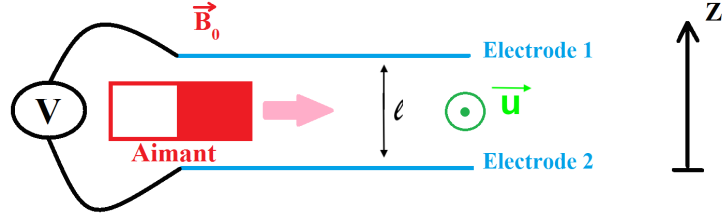


FIGURE 2.5 – Schéma représentant le principe des sondes Vives

$$\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma} - \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \Leftrightarrow \quad U = \int_0^l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_0^l \left[\frac{\vec{j}}{\sigma} - \vec{v} \wedge \vec{B} \right] \quad (2.1)$$

Sachant que $\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$ alors : $\frac{\vec{j}}{\sigma} = \eta \cdot \text{rot}(\vec{B})$

Le champ électrique peut donc s'écrire à partir de deux termes :

$$\vec{E} = \eta \cdot \text{rot}(\vec{B}) - \vec{v} \wedge \vec{B} \quad (2.2)$$

Le rapport de ces deux termes correspond au nombre de Reynolds magnétique estimé à l'échelle locale des sondes Vives.

$$R_m^{vives} = \frac{\vec{v} \wedge \vec{B}}{\eta \cdot \text{rot}(\vec{B})} \sim \frac{uB}{\frac{B}{\mu_0 \sigma l}} = \mu_0 \sigma l v \quad (2.3)$$

Étudions à présent deux cas de configuration.

► Cas où $R_m^{vives} \gg 1$

Ce premier cas ne pose pas vraiment de problème dans la mesure où un grand nombre de Reynolds magnétique implique :

$$R_m^{vives} \gg 1 \quad \Rightarrow \quad \vec{v} \wedge \vec{B} \gg \eta \cdot \text{rot}(\vec{B}) \quad \Rightarrow \quad \vec{E} \sim \vec{v} \wedge \vec{B} \quad (2.4)$$

La tension U mesurée entre deux électrodes espacées d'une longueur l peut alors s'écrire :

$$U = \int_0^l \vec{E} \cdot d\vec{l} \sim uBl \quad (2.5)$$

Toutefois, ce cas est peu utile puisque l'on ne connaît pas le champ magnétique local. Il faudrait le mesurer directement.

► Cas où $R_m^{vives} \lesssim 1$

Dans le cas qui nous intéresse pour l'expérience, le nombre de Reynolds magnétique est inférieur, ou de l'ordre de l'unité. Ce cas est plus complexe dans la mesure où la densité de courant est produite par un phénomène d'induction. Il faut alors décomposer le champ magnétique comme un champ imposé par l'aimant et un champ magnétique induit $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}$. Les effets de l'induction étant faible $b \ll B_0$ cela permet d'écrire le résultat : $b \sim R_m B_0$. Sachant que $\vec{rot}(\vec{B}_0) = 0$ à l'extérieur de l'aimant (pas de courant libre $j_{libre} = 0$) alors $\vec{j} = \frac{1}{\mu_0} \vec{rot}(\vec{b})$. Ainsi :

$$\frac{j}{\sigma} \sim \frac{b}{\mu_0 \sigma l} \sim \frac{R_m B_0}{\mu_0 \sigma l} \sim u B_0 \quad (2.6)$$

Ce résultat $\boxed{\frac{j}{\sigma} \sim u B_0}$ nous dit que la densité de courant est *a priori* du même ordre de grandeur que le terme d'induction $\vec{v} \wedge \vec{B} \sim \vec{v} \wedge \vec{B}_0$. Il n'est donc aussi facile d'exprimer la tension U comme une simple proportionnalité avec $u B_0 l$. Pourtant expérimentalement, les études utilisant cette approche affirment que pour de petites valeurs de R_m [28] ou de grand paramètre d'interaction [99, 101], on obtient raisonnablement la valeur de vitesse attendue.

Pour s'en convaincre calculons la divergence du champ électrique à partir de la loi d'Ohm. Sachant que $div(\vec{j}) = 0$ en régime permanent et en choisissant $div(\vec{A}) = 0$ comme choix de de jauge (jauge de Coulomb). Il vient :

$$\begin{aligned} div(\vec{E}) &= \frac{1}{\sigma} div(\vec{j}) - div(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \vec{rot}(B) \cdot \vec{v} - \vec{rot}(v) \cdot \vec{B} \\ &= \vec{rot}(\vec{b}) \cdot \vec{v} - \vec{\omega} \cdot \vec{B} \\ &= \mu_0 \vec{j} \cdot \vec{v} - \vec{\omega} \cdot \vec{B}_0 - \vec{\omega} \cdot \vec{b} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Avec $\vec{\omega} = \vec{rot}(\vec{v})$ le vecteur vorticité. De plus on sait que $div(\vec{E}) = \frac{\rho_e}{\epsilon_0}$. Or, on peut également écrire : $div(\vec{E}) = div \left[-\vec{grad}(V) - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right] = -\Delta V$. Par conséquent, on peut alors établir l'équation de Poisson :

$$\boxed{\Delta V = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0} = \mu_0 \vec{j} \cdot \vec{v} - \vec{\omega} \cdot \vec{B}_0 - \vec{\omega} \cdot \vec{b}} \quad (2.8)$$

Evaluons à présent l'ordre de grandeur des différents termes.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\omega} \cdot \vec{B}_0 \sim \frac{B_0 v}{l_K} \\ \vec{\omega} \cdot \vec{b} \sim \frac{bv}{l_K} \\ \mu_0 \vec{j} \cdot \vec{v} \sim \frac{bv}{l_\sigma} \end{array} \right. \quad (2.9)$$

Avec $l_K \sim LRe^{-\frac{3}{4}}$, l'échelle de Kolmogorov définie comme l'échelle de dissipation du champ de vitesse par viscosité; et $l_\sigma \sim LR_m^{-\frac{3}{4}}$, l'échelle de dissipation ohmique des courants induits. La longueur L étant l'échelle intégrale de l'écoulement. Finalement, pour notre expérience un seul terme est dominant et on obtient :

$$\boxed{\Delta V \sim \vec{\omega} \cdot \vec{B}_0}.$$

Ces résultats établis dans la thèse de M. Berhanu [17] mettent en évidence deux points importants pour la suite. D'une part, mesurer la différence de potentiel entre les électrodes permet d'obtenir un signal avec pour ordre de grandeur uB_0l pour des fluctuations plus grandes que l'espacement entre les broches. Il est tout à fait possible d'étudier la dynamique des fluctuations de vitesses à ces échelles. Dans le cas de fluctuations plus petites que l'espacement l , on mesure alors la différence entre deux potentiels V décorrélés. Enfin, la mesure de tension entre les électrodes permet d'accéder au gradient du potentiel V et non au Laplacien. La calibration d'une sonde Vives reste donc discutable, puisque son résultat sera donné à une constante près. C'est pourquoi une autre technique de mesure est nécessaire dans l'expérience pour venir conforter les résultats des sondes Vives et calibrer ces dernières (voir annexe C). Nous utiliserons des capteurs à velocimétrie Doppler que nous présentons à la section suivante.

► Les aimants sur les disques en rotation impactent-ils la mesure ?

Les sondes Vives permettent de mesurer localement la vitesse de l'écoulement intégré sur l'espacement entre les deux broches. Cependant, dans notre cas le fluide est entraîné par un champ magnétique périodique glissant. Les sondes captent

également le passage des aimants. Précédemment, nous avons écrit que la tension correspondait à l'intégrale du champ électrique entre les deux broches :

$$U = \int_0^l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_0^l \left[\frac{\vec{j}}{\sigma} - \vec{v} \wedge \vec{B} \right] \quad (2.10)$$

Or le champ électrique dans le référentiel du fluide peut s'écrire comme :

$$\vec{E} = \vec{E}_{statique} + \vec{E}_{dynamique} = -\vec{grad}(V) - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (2.11)$$

Le terme $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ est intégré dans la mesure. Il reflète la dynamique temporelle du potentiel vecteur \vec{A} , lui-même intrinsèquement lié au champ magnétique total \vec{B} . Or, $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}_{induit}$ avec B_0 le champ *stationnaire* du petit aimant entre les broches (indépendant du temps). Ainsi, la dépendance temporelle du terme $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ provient du champ magnétique induit b , et donc également du passage des aimants du disque.

On mesure alors un terme de **haute fréquence** bien visible sur le signal. Pour s'affranchir de ce problème, nous avons donc utilisé un **filtre passe bas** en sortie de la sonde Vives, afin de couper les hautes fréquences du signal électrique (le bruit et la fréquence du champ magnétique glissant). Le terme $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ étant filtré, il n'est donc pas pris en compte dans les mesures.

► Que fait-on en mesurant au Voltmètre la tension entre les broches ?

Cette question naît d'une discussion sur le rôle du chemin parcouru entre les deux électrodes espacées d'une distance l . Mesurer une différence de potentiel, revient par définition à ne pas tenir compte du chemin suivi dans l'espace physique. Pour autant, nous pourrions nous demander si la longueur des broches intervient dans la mesure de tension. Si l'on prend de petites électrodes, obtient-on la même valeur qu'avec des grandes ? Une autre manière de présenter le problème est de s'interroger sur le sens d'une mesure de tension.

Imaginons un cas où les effets d'induction sont importants. Autrement dit, lorsque que la dynamique du potentiel vecteur $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ doit être prise en compte. Si

l'on mesure la circulation du champ électrique $U = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ alors par définition, plusieurs chemins seraient possibles. D'habitude la circulation du champ électrique est nulle sur un circuit fermé, mais pas dans un cas avec induction. En appliquant un voltmètre aux extrémités des électrodes, mesure t-on une vraie différence de potentiel électrique ou la circulation du champ électrique autour de la maille ? Cette question n'est bien sûr pas évidente dans la majorité des cas.

L'article d'André Boussier aborde cette question [23]. Il montre en l'occurrence que la mesure de potentiel n'est pas rigoureusement égale dans le cas où les phénomènes d'induction sont importants (*i.e.* pour un nombre de Reynolds magnétique supérieur à l'unité). Dans notre cas d'expérience, les effets de l'induction ne sont pas assez conséquents, et quand bien même ils le seraient, le terme de dynamique haute fréquence $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ est filtré pour ne pas laisser place au doute. Toutefois, en filtrant nous n'avons plus accès à une partie du spectre d'énergie pour étudier les fluctuations. D'où la nécessité d'utiliser les sondes Doppler pour mesurer les fluctuations.

► Disposition dans le canal

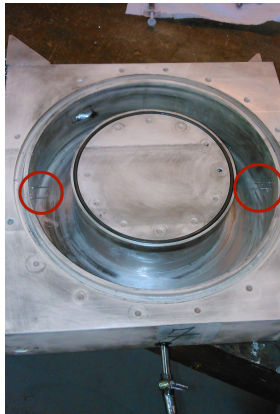
Au niveau de l'expérience, nous avons utilisé deux sondes Vives. Sur la figure (2.6(a)), il est possible de remarquer deux broches métalliques (paire d'électrodes) de part et d'autre du canal (entouré en rouge). Une sonde est dans le plan *horizontal* de la cellule, afin de mesurer la vitesse v_z et l'autre dans le plan *vertical* à la cellule, mesurant la vitesse v_θ . Pour mieux se localiser dans le repère cylindrique (r, θ, z) se référer au schéma (2.4). Les sondes Vives sont **intrusives**, puisque les broches sont localisées à l'intérieur du canal où s'écoule le fluide.

Enfin, sur la Figure (2.6(b)) nous pouvons voir le résultat final de la fabrication des sondes. Une fois les broches introduites à l'intérieur, on place l'aimant entre celles-ci au niveau de la paroi, sans être intrusif. Il suffit ensuite de figer le tout avec un liant à base de polymères époxydes nommé *STYCAST*® (en noir sur la photo). Deux fils électriques sont alors soudés à une prise BNC pour récupérer le signal électrique en sortie.

3.2 Les sondes à effet Doppler

Comme nous l'avons déjà évoqué plus haut, la deuxième méthode de mesure de la vitesse consiste à utiliser une sonde à effet Doppler. Intéressons-nous à son principe de fonctionnement.

L'effet Doppler est relativement connu en physique. Or, contrairement à ce que



(a) Broches des sondes Vives dans le plan horizontal et vertical



(b) Sonde Vives - extérieur

FIGURE 2.6 – Photographie des sondes VIVES

nous pourrions penser, l'appellation "Doppler" ne se réfère pas ici, à une mesure du changement de la fréquence de l'écho, mais du changement de la **phase**.

La sonde envoie des impulsions acoustiques dans le domaine ultrasonore. Ces dernières sont réfléchies par des **particules d'oxyde** présentes dans le fluide. Le principe de la mesure repose sur la détermination de la différence de phase entre deux échos, liée à la distance parcourue.

Notons T_{PRF} la période d'émission des impulsions du transducteur, "PRF" signifiant *Pulse Repetition Frequency*. Voici un schéma permettant d'illustrer cette grandeur.

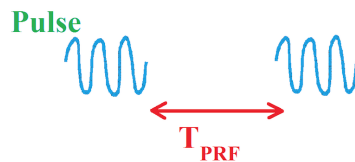


FIGURE 2.7 – Schématisation des impulsions envoyées par le transducteur Doppler

Considérons à présent une particule dans le fluide, comme par exemple des morceaux d'oxyde du métal liquide (voir point rouge sur le schéma 2.8). La particule se déplace dans le fluide selon une direction donnée à la vitesse \vec{v} (voir vecteur en noir sur le schéma 2.8). Notons que le faisceau du transducteur est suffisamment large pour capter le déplacement de la particule. Il ne s'agit pas d'un simple rayon d'émission unidirectionnel.

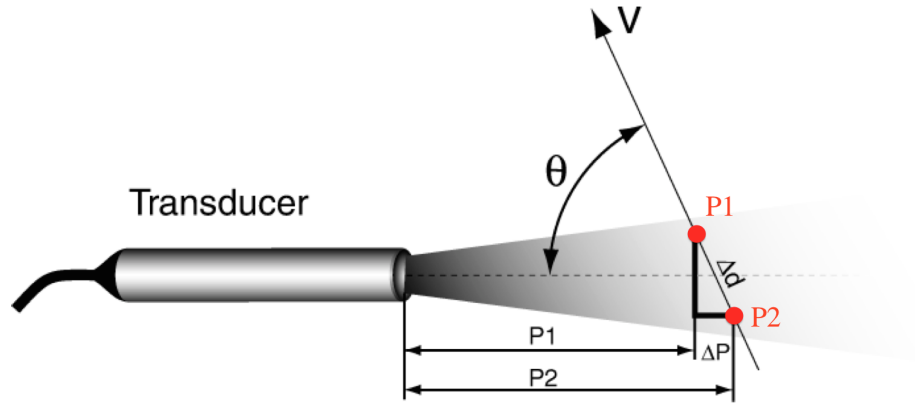


FIGURE 2.8 – Schéma représentant le principe des sondes Doppler, issu du manuel d'utilisation DOP3010

En notant T_1 et T_2 respectivement, le temps auquel a lieu la réception du premier puis du second écho par la sonde, lorsque la particule est à la position P_1 et P_2 . Nous avons alors :

$$P_2 - P_1 = \Delta P = c \left(\frac{T_2}{2} - \frac{T_1}{2} \right) = \frac{c\Delta T}{2} \quad (2.12)$$

où c représente la célérité de l'onde acoustique dans le fluide

Notons que nous raisonnons avec des longueurs projetées selon l'axe central du transducteur, noté X , même si les points P_1 et P_2 ne sont pas sur cet axe. Les ondes acoustiques émises sont des *ondes planes*. Afin de calculer les temps ou les distances, nous devons raisonner à partir du front de l'onde.

Ainsi, la sonde mesure la **composante axiale** de la vitesse de la particule (projection de \vec{v}). En effet, selon l'axe X , pour se déplacer de ΔP la particule possède une vitesse $-v \cos \theta \cdot \vec{e}_x$

$$\begin{aligned} \text{D'où :} \quad \Delta P &= \underbrace{v \cdot \cos(\theta)}_{|\vec{v} \cdot \vec{e}_x|} \times \underbrace{T_{PRF}}_{\text{Temps entre les impulsions}} \\ &= \text{temps mis par la particule pour faire } \Delta P \end{aligned}$$

$$\text{On obtient alors la relation :} \quad \boxed{\Delta P = \frac{c\Delta T}{2} = v \cdot \cos(\theta) \times T_{PRF}}$$

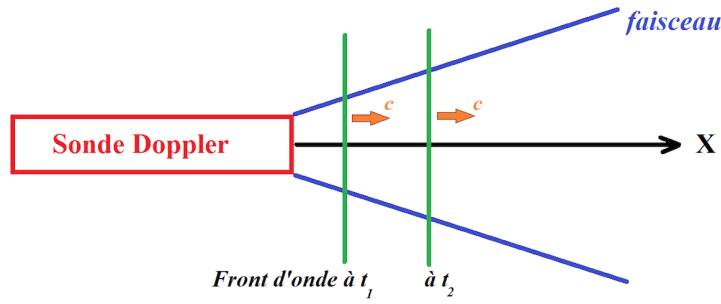
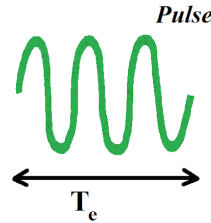


FIGURE 2.9 – Représentation de l'émission d'ondes planes par le transducteur

Par définition, la différence de phase entre les deux ondes acoustiques s'écrit : $\Delta\phi = \frac{2\pi}{T_e}(T_2 - T_1)$. Où T_e est la période de l'onde porteuse telle que : $f_e = \frac{1}{T_e}$. Autrement dit, les deux impulsions sont à la fréquence f_e (voir l'illustration 2.10).

FIGURE 2.10 – Représentation d'un pulse avec sa période T_e

$$\text{Ainsi : } \Delta\phi = 2\pi f_e \Delta T$$

$$\text{Or : } \frac{c\Delta T}{2} = v \cdot \cos(\theta) \times T_{PRF} \Leftrightarrow \Delta T = \frac{2v\cos(\theta)T_{PRF}}{c}$$

$$\text{Finalement, on obtient : } \Delta\phi = 2\pi f_e \times \frac{2v\cos(\theta)T_{PRF}}{c} \Leftrightarrow \boxed{v = \frac{c\Delta\phi}{4\pi f_e T_{PRF} \cos(\theta)}}$$

Un point important est à noter concernant les sondes Doppler. Il existe une zone dite de **Fresnel** (ou de *champ proche*), où l'intensité de faisceau acoustique varie rapidement dans l'espace, ce qui fausse considérablement la mesure Doppler. Cette zone est située entre l'extrémité du transducteur et la distance caractéristique : $L_{Fresnel} = \frac{d^2 f_e}{4c}$ avec d le diamètre typique de la sonde. Dans cette zone, l'onde acoustique ne peut pas être considérée comme une onde plane. Faisons l'application numérique afin d'obtenir cet intervalle de champ proche. Le tableau 2.1 donne les valeurs numériques des grandeurs intrinsèques à la sonde Doppler, ainsi que le résultat de longueur de Fresnel.

Diamètre de la sonde	Fréquence	vitesse du son dans le Galinstan	$L_{Fresnel}$
$d = 5\text{mm}$	$f_e = 2\text{ MHz}$	$c = 2750\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	$\sim 5\text{ mm}$

TABLE 2.1 – Application numérique

Par conséquent, il ne nous est pas possible d'accéder à des mesures pertinentes dans l'intervalle $[0; 5]\text{ mm}$, ce qui se vérifie bien avec les courbes expérimentales, que nous discuterons dans une prochaine section.

3.3 Les sondes à effet Hall

La sonde à effet Hall permet de mesurer l'amplitude d'un champ magnétique selon une direction donnée, avec pour unité de mesure le *Gauss* ou le *Tesla*. Le rapport entre ces deux unités de mesure est tel que : $1T = 10^4G$. L'effet Hall quant à lui, est un phénomène s'observant dans les matériaux conducteurs. Considérons le schéma (2.11), afin de comprendre le principe.

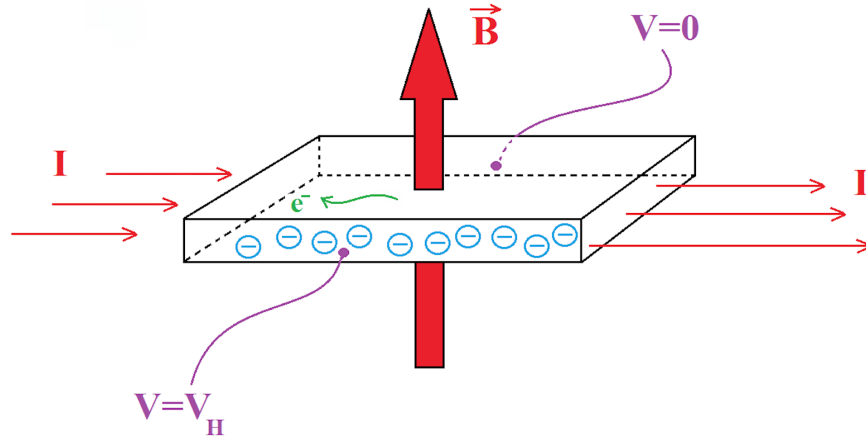


FIGURE 2.11 – Schéma explicatif de l'effet Hall

L'idée est de plonger un conducteur électrique dans un champ magnétique \vec{B} quelconque. Dans certaines applications (par exemple une sonde à effet Hall), on utilise plutôt un semi-conducteur. Celui-ci est parcouru par un courant électrique continu noté I . Les électrons se déplacent alors à une vitesse v et sont soumis par définition à la **force de Lorentz** telle que : $\vec{F} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Il apparaît alors une différence de potentiel due à l'accumulation de charge électronique sur une face en raison de la force de Lorentz. Nous avons donc : $\Delta V = V_H$. Les charges e^- étant déviées, cela donne naissance à un champ électrique stationnaire transverse au courant tendant à ramener une homogénéité dans le ruban. Le champ électrique \vec{E}_{ind} s'écrit par définition : $\boxed{\vec{E}_{ind} = -\text{grad}(V)}$

Nous pouvons alors introduire un coefficient R_H , dit de Hall, reliant la tension V_H , l'amplitude du champ B et le courant I . Si nous étalonnons R_H pour un champ donné, nous pouvons alors nous servir de l'effet Hall comme capteur du champ magnétique.

3.4 Les capteurs Pt100

Afin de caractériser l'état de base du système, nous avons cherché à mesurer la température du fluide en fonction du forçage électromagnétique. En effet, le Galinstan est un alliage liquide. Lors de l'écoulement du fluide, il apparaît une force de frottement pouvant se dissiper thermiquement en chauffant le fluide. Si tel était le cas la conductivité électrique σ pourrait alors être modifiée. Les nombres sans dimension comme R_m ou Ha le seraient également en conséquence.

L'importance de mesurer la température du fluide permet donc d'apporter une correction à la conductivité si nécessaire. Les valeurs de la conductivité électrique sont référencées et tabulées en fonction de la température selon le matériau considéré. Pour la mesure, nous avons utilisé des sondes Pt100 non intrusives. A titre d'information, "Pt" signifie **Platine** qui est le métal noble utilisé pour fabriquer la sonde. Le principe de fonctionnement des sondes reste basé sur l'utilisation de la propriété de variation de la résistivité du métal avec la température. Le nombre "100" provient du fait qu'à $T = 0^\circ C$ la résistance du matériau est de $R_0 = 100\Omega$. La Figure (2.12) représente la courbe caractéristique de la sonde Pt100. Comme nous pouvons le constater, le capteur Pt100 possède une résistance électrique variant de manière *quasi-linéaire* avec la température.

La relation linéaire du capteur est telle que : $\boxed{R = R_0(1 + \alpha\theta)}$
avec, $R_0 = 100\Omega$ et $\alpha = 3.85 \cdot 10^{-3} C^{-1}$

Sur la Figure (2.13), nous avons choisi de montrer l'évolution de la température du fluide lorsque l'on applique une consigne maximale au moteur, afin d'avoir le maximum d'échauffement dans le milieu. La courbe rouge correspond aux mesures expérimentales. Tout d'abord, notons que l'évolution est relativement lente, avec

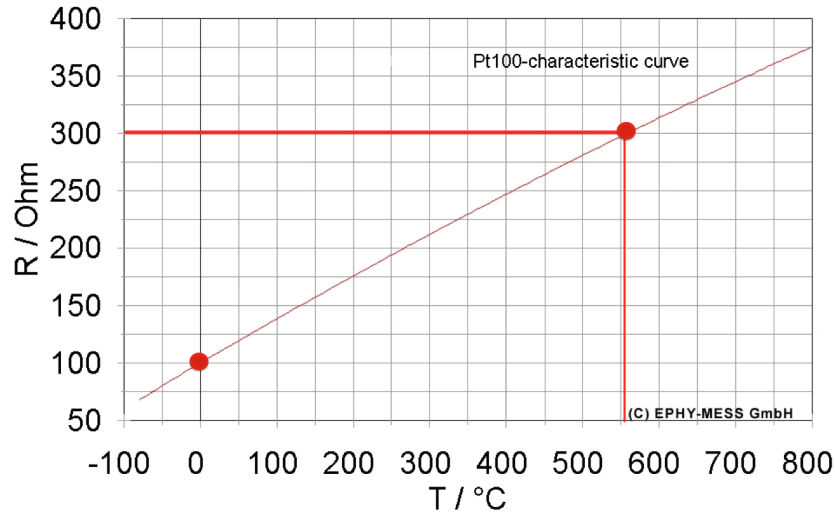


FIGURE 2.12 – Courbe caractéristique d’une sonde Pt100. On représente la valeur de la résistance R (en Ω) en fonction de la température du milieu. L’évolution est linéaire sur une grande étendue.

un temps caractéristique d’environ une demi-heure. De plus, la courbe peut être très bien interpolée par une exponentielle telle que :

$$T_{theorique} = T_{max} \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)} \right) + T_{initial} \quad \text{avec} \quad T_{max} = 87^{\circ}C,$$

$$T_{initial} = 24.6^{\circ}C \quad \text{et} \quad \tau = 34min$$

Cette courbe permet d’apporter d’ores et déjà la réponse à une éventuelle correction de la conductivité électrique. Le temps caractéristique d’évolution de la température est grand devant nos temps d’acquisition. Par conséquent, même avec une consigne importante (grand R_m), nous ne serons pas gênés par l’échauffement du fluide.

D’autre part, nous avons vu sur la photo (2.6) que la cellule était faite en PVC. Ce matériau est en polymère et de surcroît, ses propriétés physico-chimiques font qu’il n’est pas très résistant à la température. Au bout d’un certain temps le fluide peut atteindre la **température de transition vitreuse** T_g . Le matériau passe alors de l’état vitreux à l’état caoutchouteux. Pour le PolyChlorure de Vinyle (PVC) : $T_g = 80^{\circ}C$. Par sécurité, la mesure continue de la température du milieu permet de veiller à ne pas dépasser cette température critique (fixé arbitrairement

à 68°C) qui risquerait de faire fondre la cellule.

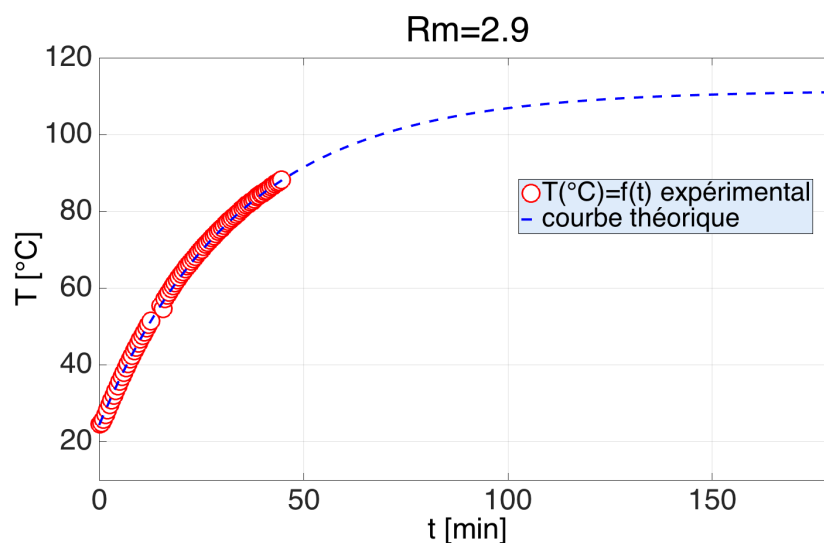


FIGURE 2.13 – Température en fonction du temps pour le forçage maximal (disque au contact de la paroi) et une valeur max $Rm = 2.9$. Il s’agit d’un rotation très rapide du champ magnétique ($c \sim 14.2\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$), où le fluide chauffe par friction visqueuse mais surtout par dissipation ohmique (effet Joule). Nous ne sommes pas monté à des valeurs plus importantes au cours de cette expérience.

3.5 Traitement analogique des signaux

Que le problème soit d’origine mécanique, électrique ou encore thermique, l’une des principales difficultés à laquelle l’expérimentateur est confronté se limite principalement au *bruit*. L’analyse physique se basant sur la mesure, la nécessité d’optimiser le signal pour en récupérer le plus d’informations possibles est évidente. Dit plus simplement, il faut avoir un bon rapport *signal sur bruit*.

Pour cela, plusieurs solutions se présentent à nous. Le traitement du signal numérisé en *post-traitement*. Le logiciel MatLab [®] propose tout un panel d’outils statistiques permettant de traiter le signal : filtre, moyenne glissante, etc... L’avantage de cette méthode est de comprendre et contrôler clairement l’impact de notre action sur le signal. L’inconvénient en revanche est que cette méthode reste possible dans un cas où le signal numérique est relativement bon. En effet, parfois la grandeur physique mesurée est très petite par rapport aux barres d’incertitude des capteurs utilisés. L’information peut aussi être *«noyée»* en raison

de diverses sources de bruit (mauvais rapport signal/bruit). Dans un tel cas, une analyse en *post-traitement* s'avère impossible. De plus, le signal une fois numérisé perd de manière irréversible une certaine quantité d'informations. Le traitement analogique du signal présente donc de meilleurs avantages.

► **Le filtre-amplificateur STANFORD ® :**

Par choix, nous avons donc utilisé deux appareils de mesure permettant le traitement direct du signal. Dans un premier temps nous présentons ici le filtre-amplificateur analogique STANFORD ® SR 560 (photo en figure (2.14) et schéma de fonctionnement en (2.15)).

Cet appareil est utilisé pour la mesure avec les sondes Vives. Il permet d'une part de mesurer l'écoulement moyen à partir du signal obtenu avec les sondes Vives. En mode DC, en amplifiant (sans saturer !) et en filtrant un maximum avec le filtre *pas-se-bas* avec une fréquence de coupure de $f_c \sim 0.3$ Hz, on peut alors obtenir la tension continue proche de la valeur moyenne RMS du signal. Cette tension est alors proportionnelle à la vitesse comme nous l'avons déjà vu.

L'appareil permet en outre de régler l'offset éventuel. Sans forçage, donc sans écoulement, la tension doit être nulle. Une fois réglé initialement, on peut obtenir la vitesse moyenne de l'écoulement. Petit bémol de cette méthode, en coupant fréquemment très bas, nous n'avons pas accès au spectre de puissance et donc à la cascade inertielle. Il faut donc utiliser un autre filtre amplificateur, mais cette fois-ci, en mode couplage AC. On coupe alors la composante continue, et cette fois-ci on place la coupure du filtre passe-bas assez haute $f_c = 1$ kHz. On aura alors accès spectre de puissance et aussi au différents modes de l'écoulement (D.S.F), nous reviendrons sur ce point.

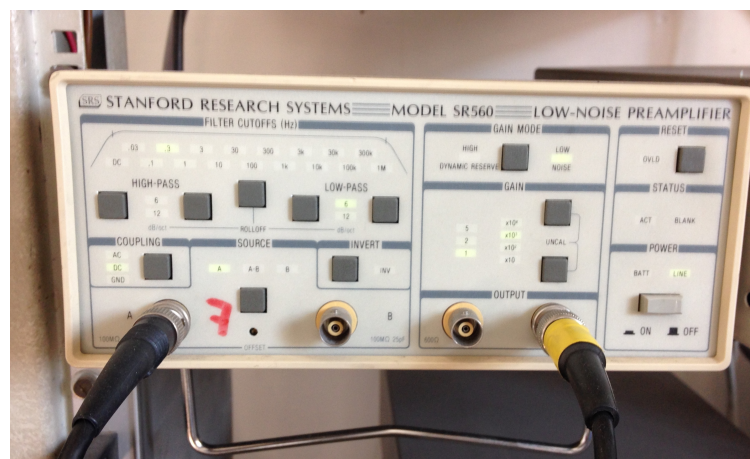


FIGURE 2.14 – Appareil filtre-amplificateur analogique STANFORD ® SR 560

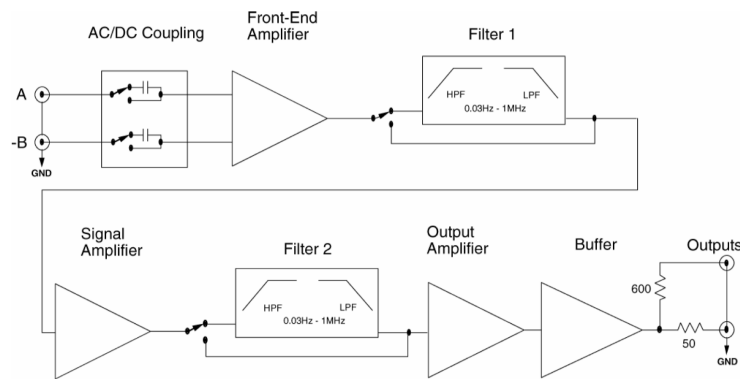


FIGURE 2.15 – schématisation du fonctionnement de l'appareil STANFORD[®] SR 560

► **Le nano-voltmètre KEITHLEY[®] :**

Pour de faible forçage, l'écoulement se traduit par un faible signal en terme de tension. Pour cela, nous avons utilisé un nanovoltmètre KEITHLEY[®] 182 sensitive digital. Celui-ci permet d'avoir une mesure très précise de la vitesse moyenne d'écoulement même pour de faibles valeurs de vitesse d'écoulement.

En revanche cette méthode, ne donne pas accès au spectre puisque l'appareil intègre le signal sur un pas de temps donné (typiquement un *temps d'intégration* de 100 ms). Cela revient à tronquer fréquentiellement le spectre à 10 Hz.



FIGURE 2.16 – NanoVoltmètre KEITHLEY[®] 182 sensitive digital voltmeter

3.6 Ordre de grandeur des vitesses de rotation au sein de l'expérience

Lorsque nous appliquons une consigne en tension au servomoteur, à partir du programme d'interface LabView [®], les disques tournent à une vitesse donnée. Plutôt que d'utiliser la tension appliquée, il est plus pertinent de raisonner directement avec la vitesse de rotation des disques, qui correspond à la célérité c du champ magnétique glissant. Dans cette section, nous présentons rapidement à partir d'une *tension appliquée*, les valeurs pertinentes converties liées aux grandeurs physiques importantes du problème (fréquence, vitesse angulaire, etc...).

★ Vitesse angulaire et fréquence de rotation du disque :

Dans l'expérience, le moteur a été contrôlé en tension, ce qui permet de réguler la vitesse de rotation des disques. Notons qu'il est possible également d'asservir le moteur en courant afin de le contrôler en couple. Mais sachant que le nombre de Reynolds magnétique est calculé à partir de la vitesse du champ magnétique glissant $R_m = \mu_0 \sigma H c$ (donc de la vitesse de rotation des disques), il est préférable d'avoir un contrôle en vitesse pour pouvoir varier ce nombre sans dimension.

Le moteur possède une vitesse nominale de $2400 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ (pour une tension maximale). Mais, entre l'arbre de rotation du moteur et l'axe tournant solidaire des disques, nous utilisons une courroie de distribution avec un rapport 2. On a donc :

$$10V \Rightarrow 2400 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1} \times 2 = 4800 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1} = 80 \text{ tr} \cdot \text{s}^{-1} = 80 \text{ Hz}$$

La *vitesse angulaire* (*i.e. la pulsation*) vaut alors : $\dot{\theta} = \omega = 503 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

★ Vitesse de rotation du disque :

La vitesse de glissement c du champ magnétique correspond simplement à la vitesse de rotation des aimants disposés sur l'extrémité du disque (voir photo 2.2(a)). La distance des aimants au centre du disque vaut $R = 80 \text{ mm}$. Nous pouvons déterminer la vitesse de rotation maximale des aimants à partir de la vitesse angulaire :

$$\|\vec{v}\| = R\dot{\theta} = 0.08 \times 503 = 40,24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

★ Fréquence du champ magnétique (f_B) :

Pour une consigne maximale (10 V) la fréquence de rotation du disque vaut 80 Hz. Attention toutefois à ne pas confondre avec la fréquence du champ magnétique

f_B . Le disque est composé de 16 aimants alternés, décrivant ainsi tout autour du disque $16/2 = 8$ périodes. Autrement dit : $c = R\omega_{disque} = \frac{\omega_B}{k}$. On note k le nombre d'onde, tel que : $k = \frac{2\pi}{\lambda_B}$ et où λ_B correspond à la longueur d'onde du champ magnétique. On peut écrire $\lambda_B = \frac{2\pi R}{8}$ ce qui se traduit par : $\omega_B = 8\omega_{disque}$. Par conséquent, pour une consigne de 10V le champ magnétique aura une fréquence 8 fois plus importante que le disque, soit : $f_B = 640$ Hz.

Le tableau 2.2 permet de synthétiser ce que nous avons évoqué dans cette section.

Consigne	Vitesse ang. ω_{disque}	célérité champ c	Fréq. rot. f_{disque}	Fréq. champ f_B
10 V	$503 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$	$50,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	80 Hz	640 Hz

TABLE 2.2 – Tableau récapitulatif de rapport de proportionnalité de conversion

Cette table de conversion se détermine avec les valeurs caractéristiques données dans le manuel d'utilisation du servomoteur. Bien entendu, une vérification expérimentale des valeurs a été faite. Ces paramètres de contrôle de l'expérience sont importants puisqu'ils permettent par la suite de calculer les nombres sans dimension pour l'expérience, à savoir $Re = \frac{vH}{\nu}$, $R_m = \mu_0\sigma cH$ ou encore $Ha = BH\sqrt{\frac{\sigma}{\rho\nu}}$ servant de base pour l'analyse des résultats.

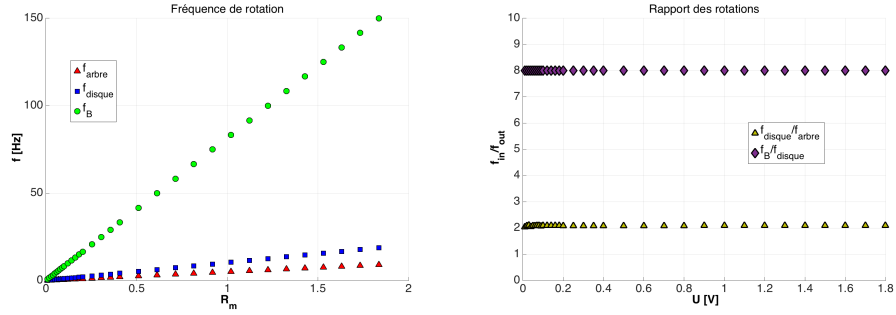
Pour cela, on mesure avec le tachymètre la vitesse de rotation (en $tr.min^{-1}$) de l'arbre moteur, représentée sur la figure (2.17(a)). Il est alors possible de mesurer la fréquence de rotation du disque d'aimants à l'aide d'un petit dispositif consistant à utiliser une fourche optique. Il s'agit d'une photo-diode créant un faisceau lumineux entre un émetteur et un récepteur. En plaçant une petite tige à l'extrémité du disque, lorsque celle-ci coupe le faisceau lumineux, le signal reçu de la fourche optique présente alors un échelon de tension (créneau). Ce dispositif permet donc de mesurer la fréquence de rotation du disque. Nous ne présenterons pas en détail cette méthode de mesure car elle ne présente pas un intérêt majeur ici, une note explicative du capteur est placée en annexe B.

Enfin, à l'aide de la sonde à effet Hall, nous pouvons également mesurer la fréquence du champ magnétique. A l'aide du spectre fréquentiel d'énergie du signal du champ magnétique, on visualise un pic prédominant caractéristique de la fréquence du champ B noté f_B . Nous discuterons les spectres dans la section dédiée

aux résultats.

Par conséquent, tout cela nous permet de maîtriser avec précision des fréquences typiques de l'expérience. L'arbre du moteur tourne à une fréquence f_{arbre} (courbe rouge). La figure (2.17(b)) montre que le facteur de conversion de la courroie est d'environ ~ 2 (cf courbe jaune).

Les fréquences de rotation de l'arbre, du disque ou du champ magnétique augmentent linéairement avec la consigne (ou R_m). Le rapport entre les fréquences reste constant quelque soit la consigne. Finalement, rien de bien surprenant sachant que le servomoteur est asservi en vitesse (et non en couple), mais encore fallait-il le vérifier.



(a) Fréquence de rotation de l'arbre moteur (rouge), du disque d'aimants (bleu) et du champ magnétique (vert) en fonction de R_m

(b) Rapport des différentes rotations

FIGURE 2.17 – Courbes de mesures des différentes vitesses de rotation au sein de l'expérience, afin d'estimer les rapports de transmission.

3.7 Le champ magnétique imposé $\vec{B}_0(\vec{r}, t)$

3.7.1 Décroissance exponentielle du champ magnétique selon l'axe (Oz)

Enfin, il est important de décrire le forçage magnétique imposé avec les disques d'aimants. Quelle est la forme du champ magnétique périodique? Comment évolue son intensité en fonction de l'espacement d'un disque par rapport à la cellule? Quelle est l'intensité perçue par le fluide quand les deux disques se font face de part et d'autre de la cellule?

Commençons par étudier la valeur du champ magnétique pour un disque en fonction de la hauteur, *i.e.* le long de l'axe (Oz) (voir schéma 2.4). En effet, s'il

est assez simple de montrer que pour un aimant le champ magnétique décroît en $\sim \frac{1}{z^3}$, il n'en est rien pour un disque tournant composé de 16 aimants NeoDyme. La figure (2.18) illustre la modélisation d'un aimant par une spire parcouru par un courant I . Dans ce cas la valeur du champ magnétique sur l'axe (Oz) en appliquant la loi de Biot et Savart s'écrit : $B_z = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$

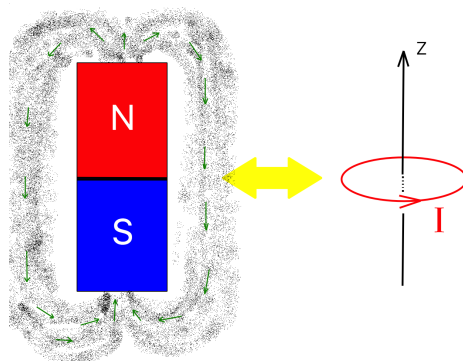


FIGURE 2.18 – Un simple aimant crée un champ magnétique partant de son pôle Nord pour se fermer sur le pôle Sud. Cette représentation simpliste des lignes de champ d'un aimant, peut aussi par équivalence être modélisée comme un spire parcourue pour un courant d'intensité I . On s'intéresse ici à l'intensité du champ magnétique mesuré le long d'un axe Z .

Dans notre cas, l'expression du champ B n'est pas aussi triviale. Il est plus simple de déterminer la loi d'évolution expérimentalement. En plaçant la sonde contre un aimant, nous mesurons la valeur du champ magnétique au contact de l'aimant. Nous obtenons alors $B_z = 0.45T$, ce qui correspond à la valeur *maximale* que le fluide peut ressentir. Puis, nous réitérons l'opération en déplaçant la sonde à effet Hall le long de l'axe Oz . Nous obtenons ainsi la courbe (2.19) représentant la valeur du champ magnétique axial B_z en fonction de la distance aimant/sonde.

Cette loi est d'un réel intérêt avant d'aborder l'expérience. En effet, selon la hauteur du canal par rapport au plateau, le champ magnétique ressenti par le fluide n'est pas le même. Or, afin de caractériser l'état du fluide, nous calculons les nombres sans dimensions intrinsèques au problème, notamment le nombre de Hartmann. Comme nous le savons, celui-ci est directement lié à la valeur du champ magnétique. D'où la nécessité de connaître la valeur du champ B_z selon la hauteur de cellule, pour pouvoir déterminer le nombre de Hartmann de l'écoulement.

Expérimentalement, nous vérifions alors que : $B_0(z) = B_{max}e^{-kz}$ où $k = \frac{2\pi}{\lambda} =$

$\frac{2\pi}{45}$ en mm^{-1} et $B_{max} = 0.45T$. La décroissance exponentielle selon l'éloignement du disque peut s'interpréter comme une conséquence de la forme sinusoïdale du champ dans la direction θ (à la manière d'une onde évanescente). Bien que sa forme exponentielle ne soit pas démontrée mathématiquement, on le vérifie bien sur la courbe expérimentale (2.19) où lorsque l'on trace le logarithme du champ, les données s'alignent sur une droite. De plus, cette forme exponentielle permet de calculer le champ facilement notamment pour estimer le nombre de Hartmann.

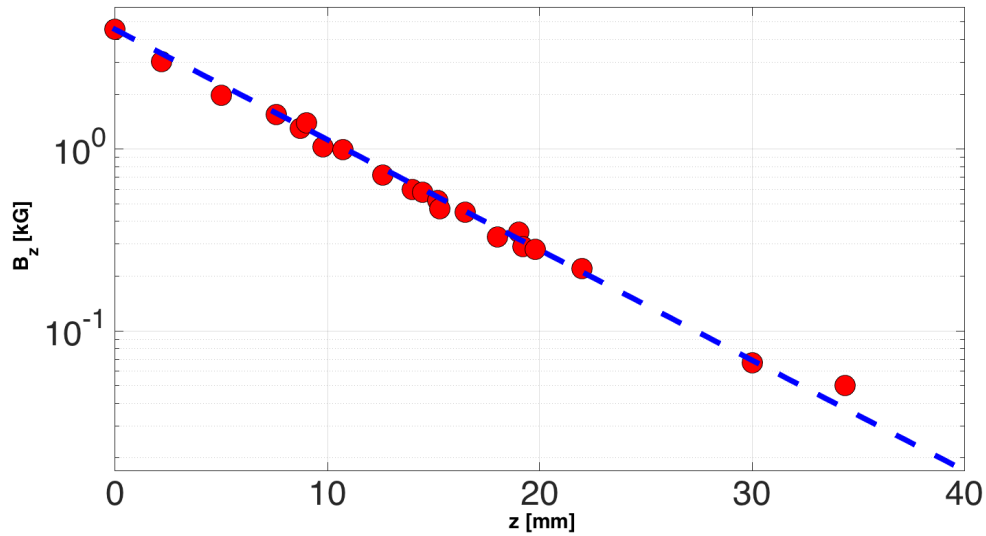


FIGURE 2.19 – Amplitude du champ magnétique du disque d'aimants tournant, en fonction de la hauteur (axe Oz). Les points expérimentaux sont approchés par une fonction exponentielle décroissante.

3.7.2 Variation du champ magnétique selon θ (disque en rotation)

En utilisant des aimants permanents alternés tout autour du disque, notre idée était d'obtenir un champ magnétique périodique, et de surcroît glissant selon la direction θ lorsque le disque était en rotation. Pour pouvoir développer par la suite un modèle de cette expérience, nous avons besoin de connaître la variation du champ magnétique autour du disque.

On place alors une sonde à effet hall au contact du disque tout en faisant tourner ce dernier à vitesse constante, pendant une petite acquisition temporelle. La Figure (2.20) montre la variation du champ magnétique au cours de l'acquisition.

On définit la hauteur h comme la distance séparant le disque de la sonde à effet Hall. Pour $h = 0$ (courbe rouge), le capteur est quasiment au contact du disque d'aimants. Sur les ventres du signal, nous obtenons bien de manière symétrique $+0.45$ T ou -0.45 T selon l'orientation de l'aimant. Bien que le signal soit périodique, la forme du champ magnétique au contact des aimants est difficilement ajustable par une fonction connue. En fait, cette forme particulière est simplement due aux effets de bords et à l'utilisation d'un nombre fini d'aimants. De plus, le cas ne nous intéresse pas particulièrement car la cellule avec le fluide sera toujours à au moins quelques millimètres des disques pour éviter tout contact mécanique. En revanche, un fois une certaine distance passée, typiquement $h_c = 5$ mm, on obtient un champ magnétique périodique pouvant raisonnablement être ajusté par une sinusoïde. L'amplitude du signal diminue logiquement avec la hauteur d'éloignement de la sonde du disque.

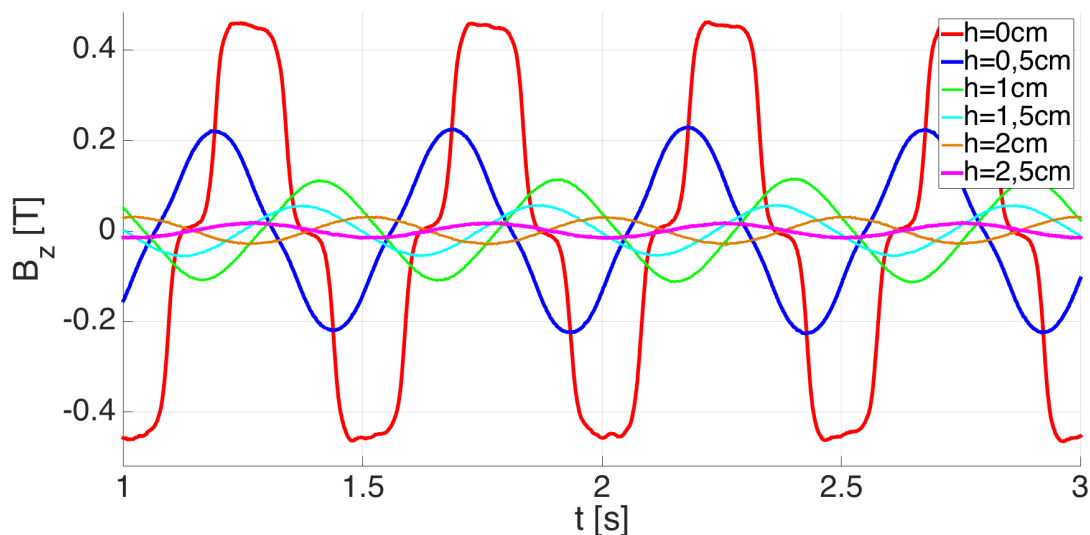


FIGURE 2.20 – Amplitude du champ magnétique à une distance h du disque, en fonction du temps et donc de la position angulaire θ

3.7.3 Champ magnétique ressenti par le fluide avec deux disques

Considérons à présent le forçage magnétique imposé par les deux disques. Nous savons que le champ magnétique décroît exponentiellement dans le canal. Si nous disposons deux disques de part et d'autre, comme sur la figure (2.21) on assure une symétrie du forçage dans le plan médian du canal $z = 0$. Avec un asservissement

unique à l'aide d'un servomoteur pour la rotation de l'arbre central, nous nous affranchissons d'éventuels problèmes liés au déphasage des deux disques. Ici, un pôle Nord fait face à un pôle Sud sur le disque opposé. Ce qui nous permet d'engendrer un champ magnétique périodique glissant (ajusté par une sinusoïde). La taille du canal est de $H = 47\text{mm}$. L'axe (Oz) en zéro est centré sur le plan médian du canal.

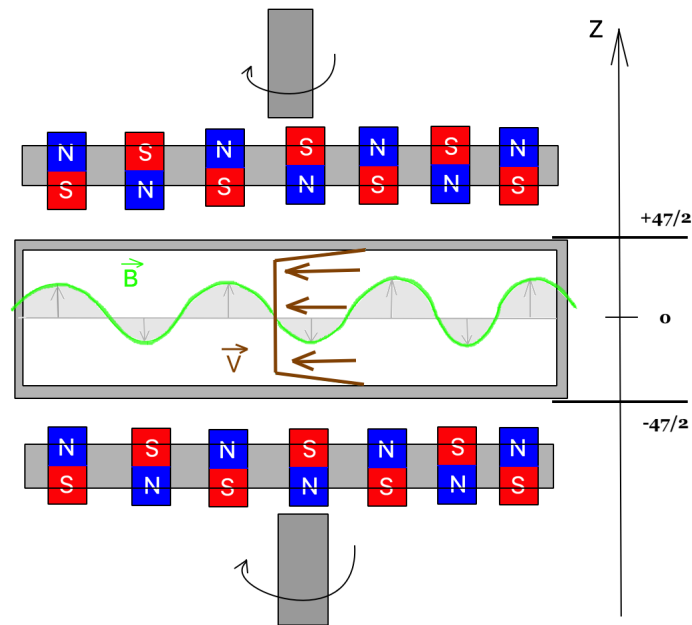


FIGURE 2.21 – Représentation schématique du montage avec deux disques. Les aimants sont de polarités alternées sur chaque disque. De plus, chaque aimant est en phase avec celui sur l'autre disque. Les deux disques sont entraînés par le même moteur. On obtient alors en vert un champ magnétique approximativement sinusoïdal au centre du canal. On représente en marron le profil de l'écoulement (type Hartmann). L'axe (Oz) ascendant est centré dans le plan médian du canal. La hauteur de ce dernier est $H = 47\text{ mm}$.

Nous avons vu qu'au contact d'un aimant le champ vaut $B_{max} = 0.45\text{ T}$, ce dernier décroît exponentiellement comme : $B_z = B_{max}e^{-kz}$. En utilisant deux disques, cela revient à sommer algébriquement deux champs exponentiels. La figure (2.22) illustre le champ magnétique ressenti par le fluide pour plusieurs valeurs de forçage. Les lignes noires en $z = \pm\frac{47}{2}\text{ mm}$ représentent les parois internes du canal. A cette limite il faut ajouter l'épaisseur de la paroi refermant le canal $\sim 5\text{ mm}$, ainsi qu'une distance de sécurité $\sim 5\text{ mm}$. En effet, pour les grandes rotations, l'imperfection mécanique du montage donne un léger mouvement de précession des disques. Pour

éviter un éventuel frottement entre le canal et le disque, le minimum est imposé à ~ 5 mm. Ainsi, le forçage le plus intense dans cette expérience correspond à une distance disque-fluide de ~ 10 mm, soit un champ magnétique de $B \sim 0.17$ T aux parois ($Ha = 727$).

Le champ magnétique résultant peut alors s'écrire :

$$B_{tot} = B_{max} [\exp(-k(z - z_{bas})) + \exp(-k(z_{haut} - z))]$$

où z_{bas} correspond à la position axiale du disque du bas et z_{haut} à celle du haut. Dans cette exemple, pour $Ha = 727$ les disques sont situés à 10 mm du fluide (paroi interne) donc $z_{bas} = -\frac{47}{2} - 10 = -33,5$ mm. Pour $z = z_{bas}$ ou $z = z_{haut}$ on retrouve bien la valeur au contact $B_{max} = 0.45$ T.

Sur la figure (2.22) les 4 couleurs différentes représentent la valeur du champ magnétique axial B_z (champ ressenti par le fluide) pour les 4 valeurs de forçage choisies pour cette expérience : $Ha = 727, 570, 444,$ et 348 (courbes bleue, rouge, verte et jaune). Il est important de noter que le champ n'est pas homogène dans le canal. Le fluide ressent bien évidemment moins le forçage au milieu du canal. Par choix, nous prenons la valeur aux parois interne du canal (à la surface du fluide) pour calculer le nombre de Hartman. L'avantage d'utiliser les deux disques en co-rotation en phase est d'avoir un forçage symétrique par rapport au plan médian $z = 0$.

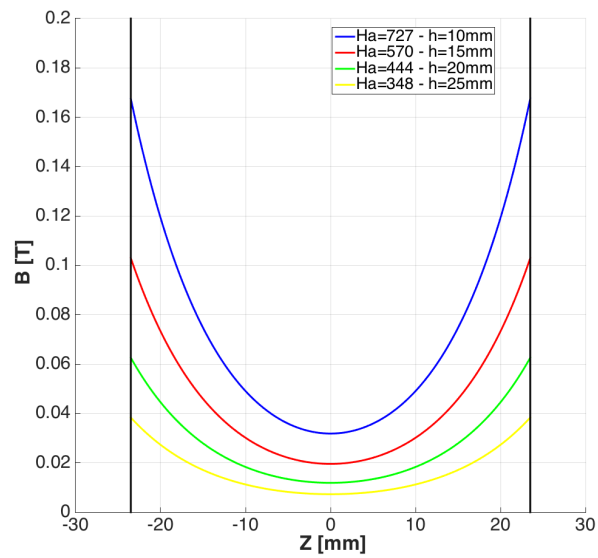


FIGURE 2.22 – Représentation graphique de la valeur du champ magnétique axial B_z au sein du canal (champ ressenti par le fluide) pour les 4 valeurs de forçage choisies pour cette expérience : $Ha = 727, 570, 444,$ et 348 (courbes bleue, rouge, verte et jaune). La légende indique également la distance h entre le disque et la paroi interne (le fluide).

4 L'écoulement moyen

Le premier point discuté est l'écoulement moyen du fluide dans le canal. Si l'on décompose le champ de vitesse comme un champ moyen et une partie fluctuante, on peut dans un premier temps étudier les structures cohérentes observées dans l'écoulement moyen, puis analyser les spectres turbulents avec les fluctuations de vitesse.

4.1 Vitesse orthoradiale v_ϕ

Sur la figure (2.23), nous avons représenté la vitesse d'écoulement du fluide en fonction du nombre sans dimension R_m pour plusieurs valeurs de Ha . La vitesse moyenne de l'écoulement est d'autant plus importante que le nombre d'Hartmann est grand. Dans la mesure où rapprocher les plateaux d'aimants du canal correspond à un champ magnétique perçu par le fluide plus important, alors il est cohérent d'avoir un meilleur entraînement du fluide. D'autre part, lorsque le nombre de Reynolds magnétique augmente, autrement dit la vitesse du champ magnétique glissant, la vitesse du fluide v_ϕ augmente également. Notons que pour de grandes valeurs de R_m (voir par exemple, la courbe pour $Ha = 695$), la vitesse croît de moins en moins rapidement, voire atteint un maximum $v_\phi \sim 2,3 \text{ m.s}^{-1}$.

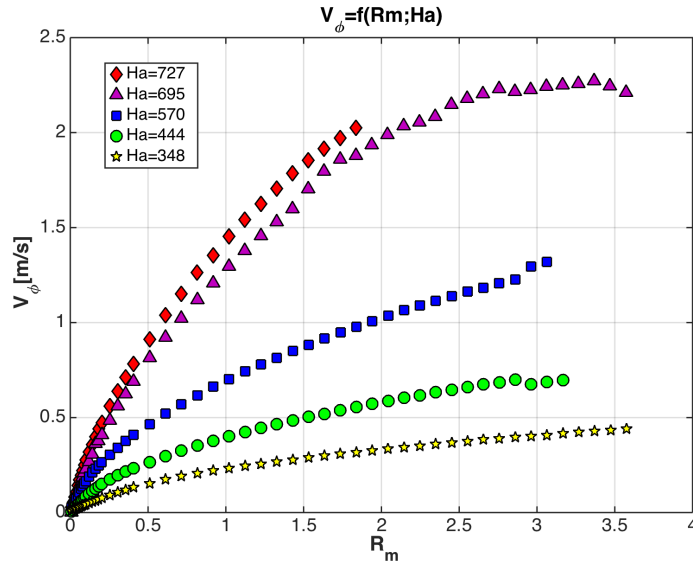


FIGURE 2.23 – Vitesse d'écoulement \vec{v}_ϕ mesurée par sonde Vives en fonction de R_m pour différentes valeurs de Ha .

Le même résultat en échelle logarithmique (figure (2.24)) met en évidence un seuil autour de $R_m \sim 0.3$ où l'évolution de la vitesse moyenne orthoradiale évolue linéairement dans un premier temps, puis une fois le seuil passé, la vitesse croît moins rapidement en $v_\phi \sim \sqrt{R_m}$.

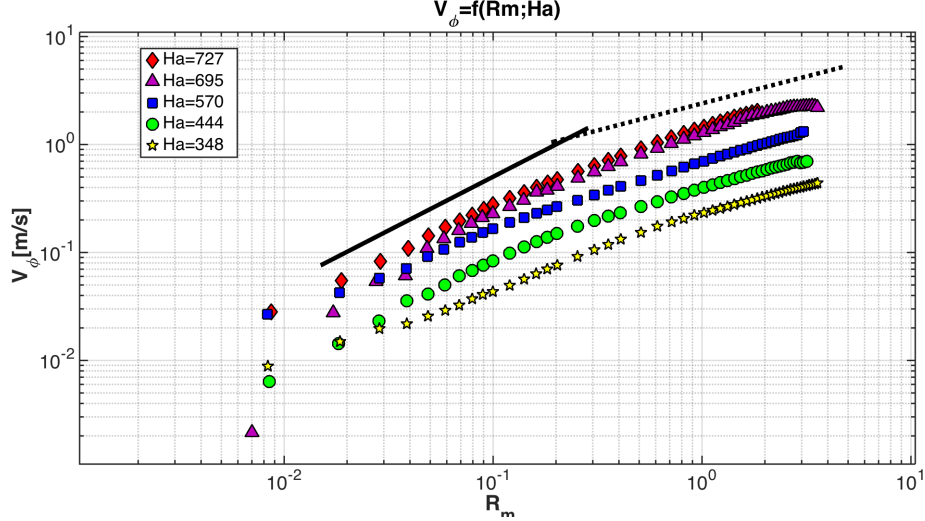


FIGURE 2.24 – Vitesse orthoradiale de l'écoulement \vec{v}_ϕ en échelle logarithmique. La partie de gauche peut s'ajuster par une loi linéaire $v_\phi \sim R_m$ (courbe noire) et la partie de droite, par une loi en racine $v_\phi \sim \sqrt{R_m}$

Afin de comparer aux simulations numériques, il est intéressant de raisonner sur les grandeurs adimensionnées. Les courbes de la figure (2.25) représentent la vitesse normalisée Q en fonction de R_m . Rappelons que $Q = \frac{v}{c}$ est le rapport entre la vitesse du fluide v et la célérité du champ magnétique c , soit la vitesse du disque. Tout d'abord, lorsque les plateaux d'aimants tournent lentement, c'est à dire pour des valeurs de R_m proches de zéro, alors le fluide suit les aimants à une vitesse $Q \sim 0.6$ pour le plus haut forçage $Ha = 727$. L'entraînement du fluide est donc relativement efficace (60% de la vitesse du champ) sur environ une décade indépendamment de R_m .

Par contre, lorsque l'on augmente la vitesse de rotation des plateaux d'aimants (augmentation de R_m), l'écart entre les deux vitesses croît. Autrement dit, le fluide décroche progressivement, l'entraînement par la force de Laplace est de moins en moins efficace et en conséquence Q décroît.

On peut comparer ce dernier résultat (figure 2.25) avec des simulations numériques qui ont été faites au sein du groupe de physique non linéaire du LPS. Dans

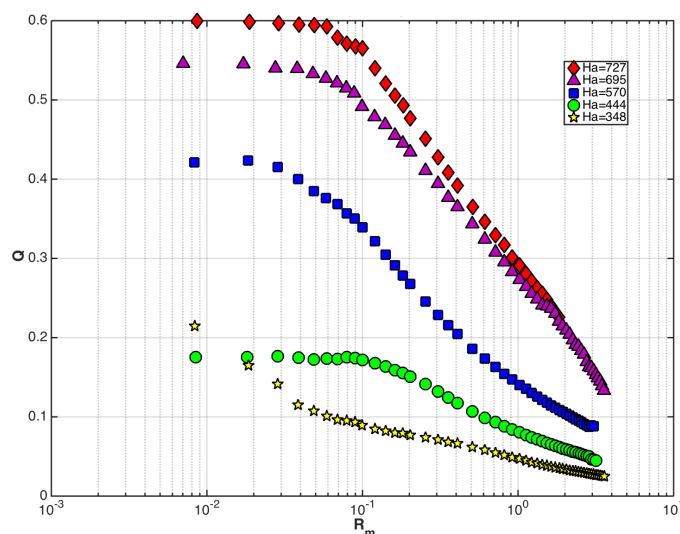


FIGURE 2.25 – Représentation graphique de la vitesse normalisée Q pour 5 valeurs de Ha .

l'article de P. Rodriguez *et. al.* [94], la figure (2.26) représente le nombre sans dimension Q en fonction de R_m pour différents nombres d'Hartmann (quoique pour une géométrie différente).

Cette figure montre que le pompage du fluide par un champ magnétique fonctionne au synchronisme sur une plage étendue de R_m . Puis pour des R_m et des Ha assez grands, un **seuil critique** apparaît où la vitesse normalisée Q chute brutalement. Il s'agit d'une *transition discontinue* vers un autre état caractéristique d'un **dé-crochement** du fluide résultant d'une **instabilité** MHD que nous discuterons à la fin de ce chapitre.

Les simulations numériques et l'expérience correspondent à deux régimes d'étude différents : l'étude numérique permet d'explorer le cas $R_m \gg 1$ avec toutefois des valeurs de Re pas trop grandes. Dans notre étude expérimentale, l'écoulement est turbulent ($Re \gg 1$) mais les valeurs du nombre de Reynolds magnétique sont de l'ordre de l'unité. Pour ce qui est du forçage, les valeurs du nombre de Hartmann sont sensiblement les mêmes. Il est intéressant de constater que ces deux études n'apportent pas les mêmes résultats sur le pompage d'un métal liquide par induction. Dans l'expérience, nos courbes se situent en dessous de la courbe noire avec $Q \sim 0.6$ et $R_m \sim 1$. Le décrochement progressif s'explique par la génération progressive du champ magnétique induit, inhibant l'efficacité de la force de Laplace. Nous discuterons ce point, lors des prochaines sections. En revanche, les résultats

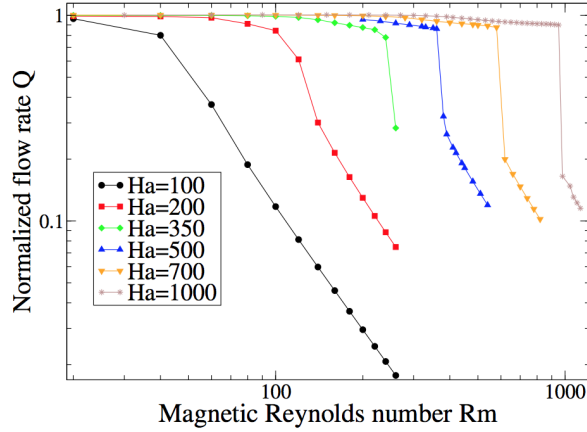


FIGURE 2.26 – Simulation numérique de Q en fonction de R_m pour différentes valeurs de Ha . Graphique issu de l'article [94]

de l'étude numérique montrent un décrochement brutal du fluide pour certaines valeurs critiques de R_m . Cette instabilité peut se prévoir à l'aide d'un modèle simple développé par Gailitis [40], que nous discuterons à la fin de ce chapitre.

Pour finir, on observe dans l'étude numérique $Q \sim 1$ à la différence des résultats expérimentaux. Cela s'explique en raison du paramètre d'interaction qui est nettement supérieur dans les simulations avec $N \gg 1$ à la différence de notre cas. Il est en effet très difficile d'obtenir expérimentalement un quasi-synchronisme entre la vitesse du champ magnétique glissant et celle du fluide, comme le cas du moteur asynchrone.

4.2 Vitesse axiale V_z

Regardons à présent ce qu'il en est pour l'écoulement axial. Les mesures n'ont pas été très convaincantes pour la plupart des séries de données où les plateaux d'aimants sont assez espacés du canal (typiquement au delà de 20 mm). Le champ magnétique imposé est assez faible. En revanche, pour les plus hauts forçages, on mesure un écoulement significatif. Il s'agit d'un effet de seuil, où pour de faibles valeurs de c , nous n'observons pas d'écoulement bien défini. En revanche, pour $c > 1 \text{ m.s}^{-1}$ un écoulement apparaît et croît linéairement avec c . Cette vitesse axiale V_z s'explique par des écoulements de recirculation engendrés au sein du canal, également observés dans les simulations numériques.

En effet, dans le cadre d'une collaboration avec Sandeep Reddy, une étude

numérique sur le pompage d'un métal liquide par un champ magnétique glissant dans un canal de géométrie identique a été réalisée. Cette étude permet une comparaison avec les résultats expérimentaux. La figure (2.27) illustre une coupe du canal à section rectangulaire (plan (r,z)) où l'on représente la vitesse axiale V_z . Lorsque l'écoulement est turbulent, les simulations montrent que le second mode le plus important après l'écoulement moyen V_ϕ est une recirculation dans le plan (r,z) avec deux rouleaux (voire quatre dans certains cas, non montrés ici). De plus, à grand Re un rouleau peut briser la symétrie par rapport au plan médian, ce qui explique que l'on mesure un écoulement V_z vers le haut (ou vers le bas).

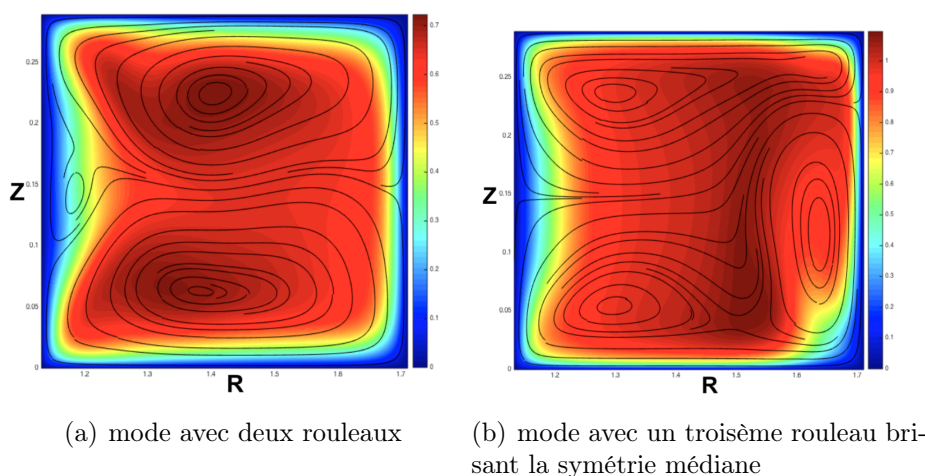


FIGURE 2.27 – Simulation numérique de l'écoulement dans l'expérience. A gauche, l'écoulement possède deux rouleaux symétriques par rapport au plan médian. A droite, on illustre un cas où un troisième rouleau brise la symétrie.

Dans l'expérience, les électrodes de mesure sont situées dans le plan médian (voir photo 2.6). Lorsqu'il existe deux rouleaux symétriques par rapport au plan médian, la sonde Vives mesure donc en moyenne un écoulement nul. En revanche, en augmentant Re l'écoulement devient turbulent, on peut alors observer d'autres modes avec une brisure de symétrie. La figure (2.28) montre le champ de vitesse axial V_z en fonction du nombre de Reynolds. Pour des valeurs supérieures à $Re \sim 3 \cdot 10^4$ l'écoulement devient turbulent à partir d'un seuil Re_c qui dépend du nombre d'Hartmann. En traçant V_z en fonction de l'inverse du paramètre d'interaction N , on observe que les différents résultats se rassemblent sur une unique courbe, tel que $V_z \propto \frac{1}{N}$ à grande vitesse. En particulier, le seuil d'apparition du rouleau brisant la symétrie est contrôlé uniquement par le paramètre d'interaction.

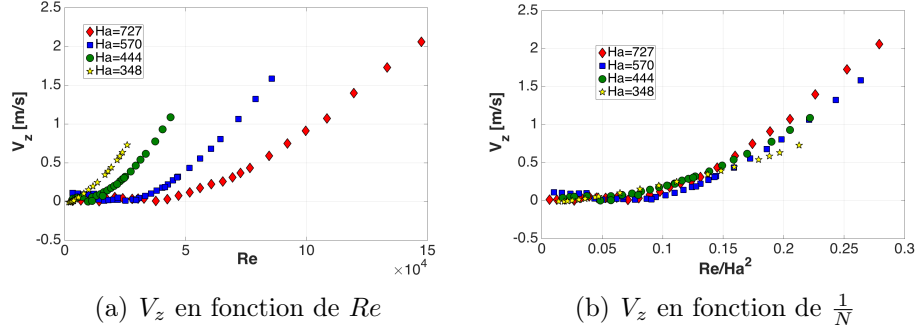


FIGURE 2.28 – Pour différentes valeurs de Ha , on représente la vitesse de l’écoulement axial V_z . Pour de faible valeur de Rm , l’écoulement est inexistant, jusqu’à une certaine limite $Re \sim 3 \cdot 10^4$ où l’écoulement devient turbulent. Cela coïncide avec l’apparition de rouleaux au sein du canal. Notons que les courbes se rassemblent en fonction du paramètre d’interaction N .

5 Expulsion de flux magnétique

A la figure (2.23), on observe pour $Ha = 695$ une saturation voire une diminution de la vitesse azimutale lorsque l’on augmente la vitesse de rotation des disques. Cette diminution de vitesse peut s’interpréter comme un effet de l’expulsion progressive du champ magnétique du centre vers les parois du canal. En effet, à faible rotation des disques, les lignes de champ sont bien rectilignes dans le canal selon la direction z (voir le schéma 2.29(a)). À mesure que la vitesse du champ magnétique glissant augmente, un écart de vitesse s’installe, le fluide allant moins vite que le champ glissant, et les lignes de champ se tordent progressivement (voir schéma 2.29(b)). La force de Laplace diminue au centre du canal, le fluide ralentit, jusqu’à expulser totalement le champ magnétique sur les parois du canal. Ainsi, l’induction ne se produit plus dans le canal et la vitesse tend vers zéro.

Ce phénomène mal compris, a été mesuré (voir figure (2.30)) et caractérisé. Les grandeurs physiques entre l’expérience et les simulations sont d’ordres bien différents. En effet, sur la simulation, il est facile d’atteindre des valeurs d’environ 10^3 pour R_m et Ha . Or, dans l’expérience les valeurs typiques que nous pouvons atteindre sont de l’ordre de 1 pour R_m et 600 pour Ha . Ainsi, l’observation du décrochement pour cette expérience reste délicat. Comme nous avons pu le voir sur la figure (2.25), il s’agit plus d’un décrochement progressif qu’on pourrait éventuellement comparer aux deux premières courbes des simulations (en noir et rouge). Nous avons déjà évoqué précédemment, que nous pourrions utiliser du Sodium liquide. La conductivité électrique σ de ce métal liquide étant plus élevée, la valeur

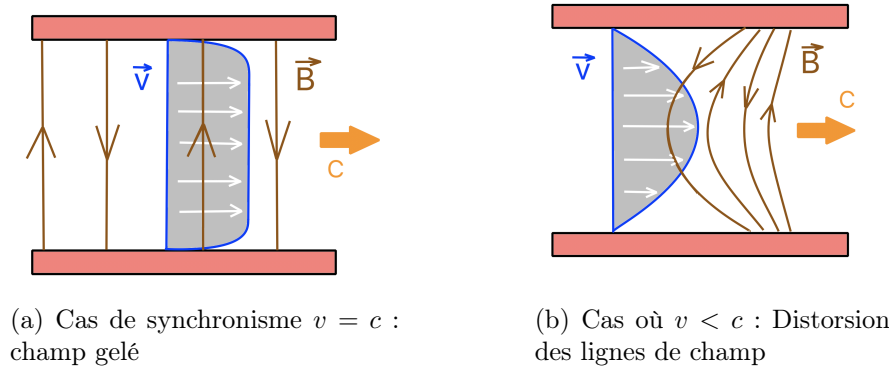


FIGURE 2.29 – Schématisation du phénomène d’expulsion du champ magnétique. Pour un écoulement turbulent le profil de vitesse au synchronisme est un écoulement bouchon ou de type Hartmann. Une fois que le fluide décroche, l’écoulement tend à redevenir laminaire avec un profil de type Poiseuille. La distorsion des lignes de champ est une manière de visualiser l’expulsion du champ magnétique.

de R_m augmenterait d’un facteur 3 environ. De plus, en utilisant des aimants plus puissants, augmentant ainsi la valeur de B_z , nous pourrions optimiser la valeur de Ha . Toutes ces considérations laissent envisager une future expérience.

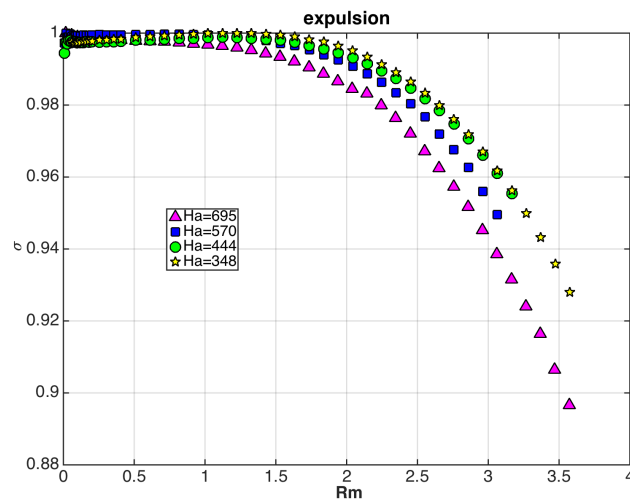


FIGURE 2.30 – Ecart type du signal du champ magnétique pour 4 forçages différents, en fonction du nombre de Reynolds magnétique.

Une sonde à effet Hall mesurant les trois composantes du champ magnétique

est placée dans le plan médian en $R = 95$ mm (à la paroi). Cela permet de mesurer l'expulsion de flux magnétique au sein du canal en fonction du nombre de Reynolds magnétique (voir figure 2.30). On observe que le champ magnétique reste constant jusqu'à une valeur de $R_m \sim 2$ à partir de laquelle une nette décroissance du champ est produite (environ 10% pour $R_m = 3.5$).

Ce résultat se comprend bien à l'aide de l'effet de peau : un champ magnétique oscillant à la pulsation ω ne pénètre un conducteur électrique que sur une épaisseur $\delta_B = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$. Le nombre de Reynolds magnétique peut se réécrire en fonction de l'épaisseur de peau $R_m = \frac{H \lambda_B}{\pi \delta_B^2}$. On voit ainsi que la diminution du champ magnétique mesuré correspond exactement à $\delta_B = \frac{H}{2}$ ($R_m = 1.7$). Pour cette valeur, il n'est en effet plus possible au champ magnétique de pénétrer le métal liquide jusqu'au plan médian, produisant la diminution de vitesse observée à la figure (2.23).

6 Loi d'échelle de l'écoulement

6.1 Etude des courbes de vitesse à partir du nombre de Mach magnétique

Reprenons un résultat précédent sur la vitesse moyenne orthoradiale v_ϕ mais cette fois, en fonction du nombre de Reynolds magnétique basé sur la vitesse de glissement ($c - v$) (différence entre la vitesse du champ magnétique et celle du fluide). Sur la figure (2.31), la vitesse croît rapidement jusqu'à tendre progressivement vers une asymptote, assez visible pour la courbe violette à $Ha = 695$.

A partir de l'équation d'induction, il est possible de faire un changement de référentiel pour passer du référentiel du laboratoire au référentiel tournant (le plateau d'aimants). L'équation d'induction est invariante par ce changement de référentiel. La démonstration est donnée en annexe E. La vitesse d'écoulement du fluide devient alors dans le nouveau référentiel $c - v$ (vitesse de glissement). L'équation d'induction permet d'obtenir la relation classique $b \sim \mu_0 \sigma (c - v) L B_0 \sim R_m^s B_0$ dans la limite où $R_m^s \lesssim 1$. La démonstration est faite en annexe F.

En équilibrant le terme inertiel et le terme de la force de Laplace dans l'équation de Navier-Stokes, dans le cas d'un écoulement turbulent ($Re \gg 1$) nous obtenons

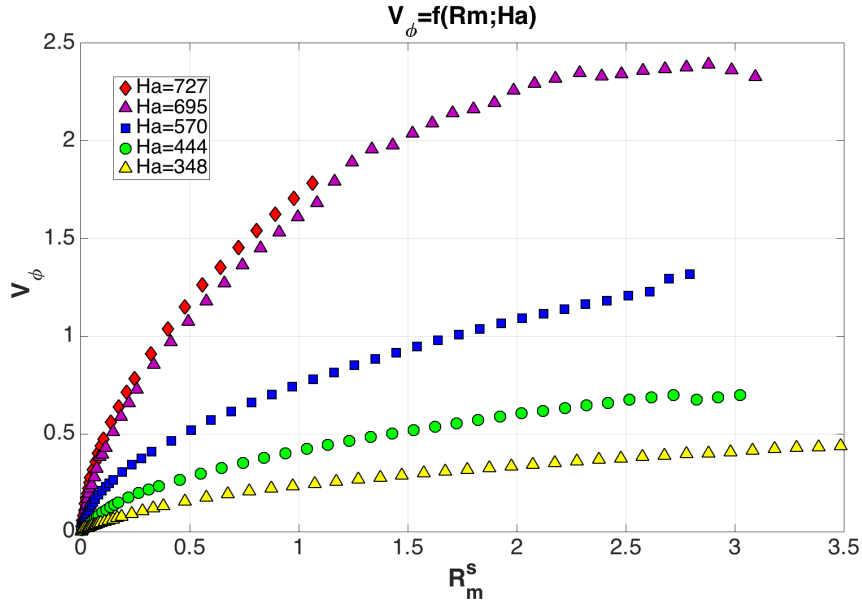


FIGURE 2.31 – Vitesse d’écoulement orthoradiale en fonction du R_m^s basé sur la vitesse de glissement, pour 5 valeurs de Ha .

la relation suivante : $\rho \frac{v^2}{L} \sim \frac{bB_0}{\mu_0 L}$. En combinant alors ces deux résultats, on obtient la loi d’échelle suivante :

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{v^2}{L} &\sim \frac{bB_0}{\mu_0 L} \\
 \Leftrightarrow \rho \frac{v^2}{L} &\sim \frac{R_m^s B_0^2}{\mu_0 L} \\
 \Leftrightarrow M_m &\sim \sqrt{R_m^s}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Où $M_m = \frac{v\sqrt{\rho\mu_0}}{B}$ et le nombre de Mach magnétique (aussi appelé *Mach Alfvénique*) comparant la vitesse du fluide à la vitesse des ondes Alfvén. Sur la figure (2.32), on représente ce nombre de Mach magnétique en fonction de la racine carrée de R_m^s . Les courbes obtenues pour différentes valeurs de Ha se rassemblent démontrant la pertinence de cette loi d’échelle. Toutefois, lorsque la valeur du nombre de Reynolds magnétique devient supérieure à l’unité, nous constatons que l’écoulement sort du domaine de validité de la loi, correspondant à un régime pour lequel le champ magnétique induit devient comparable au champ appliqué.

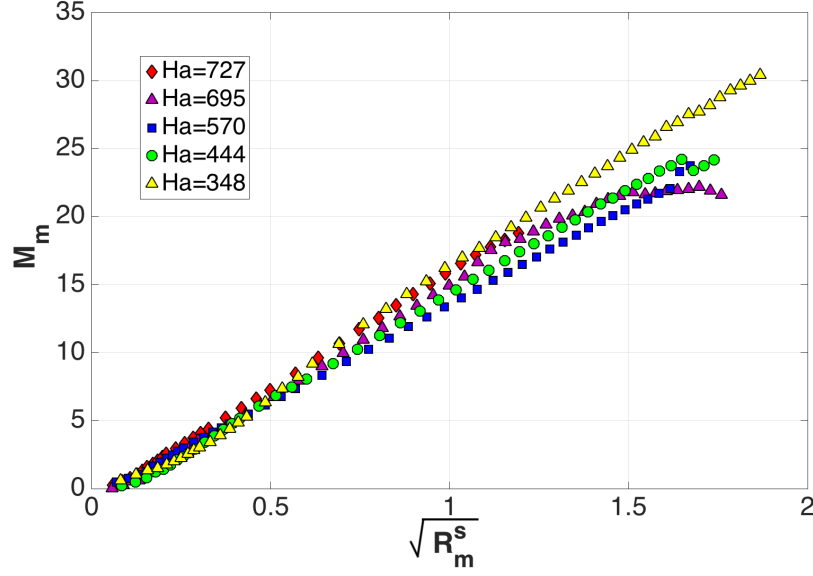


FIGURE 2.32 – Représentation du nombre de Mach magnétique en fonction de la racine carrée de R_m^s basé sur la vitesse de glissement ($c - v$). On constate que le domaine de validité de la loi d'échelle correspond à $R_m^s \lesssim 1$.

La figure (2.33) montre le nombre de Mach magnétique en fonction de R_m^s en échelle logarithmique. On visualise la loi de puissance liant les deux nombres, avec l'exposant $\frac{1}{2}$. Notons également que cette loi est valide pour R_m^s pas trop grand par rapport à l'unité, ni trop petit. Cette dernière considération, revient à dire que l'écoulement doit être turbulent $Re \gg 1$, et l'induction pas trop forte.

6.2 Le coefficient de dissipation C_D

Cette loi d'échelle $M_m \propto \sqrt{R_m^s}$ peut également être utilisée pour estimer la dissipation visqueuse dans l'expérience. Le fluide s'écoule dans le canal et subit une force de frottement. Selon le régime étudié, cette force peut être dominée par les contraintes visqueuses ou la dissipation turbulente. Pour notre expérience, la force de frottement appliquée au fluide peut être modélisée comme celle présente dans un écoulement incompressible visqueux d'une conduite linéaire. Typiquement l'équation de Darcy pour les pertes de charge permet de modéliser ce problème. L'équation a été développée par Henry Darcy, avant d'être modifiée par Julius Weisbach en 1845 qui lui donna sa forme actuelle [25]. La force de viscosité F_ν se retrouve assez simplement par analyse dimensionnelle :

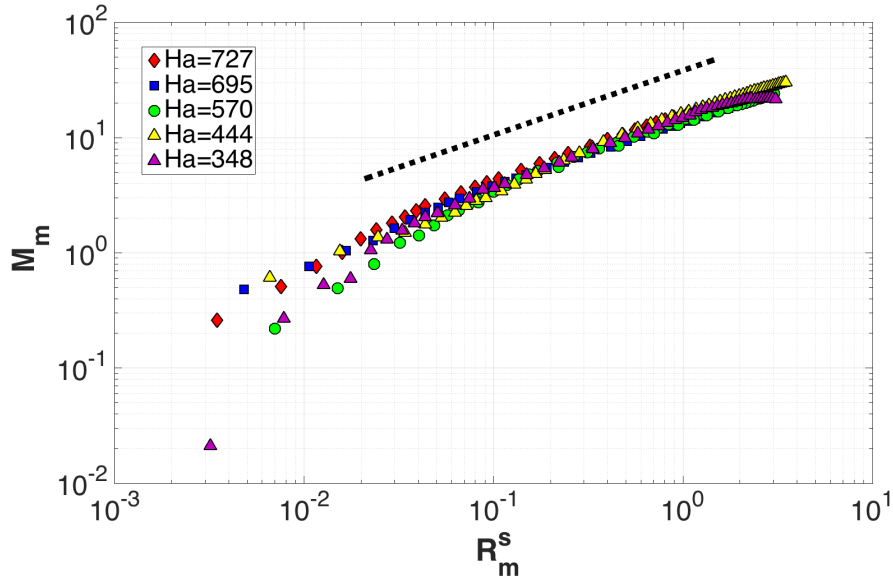


FIGURE 2.33 – Nombre de Mach en fonction du nombre de Reynolds magnétique basé sur la vitesse de glissement ($c - v$). L'échelle logarithmique permet de mettre en évidence une loi de puissance d'exposant $\frac{1}{2}$. La loi d'échelle reste valable pour R_m^s pas trop grand par rapport à l'unité et Re suffisamment grand.

$$F_\nu \sim \rho C_D \frac{v^2}{H} \quad (2.14)$$

La hauteur du canal est notée H , ρ la densité du fluide et v la vitesse typique de l'écoulement. Le coefficient de friction C_D (aussi appelé coefficient de frottement ou encore de perte de charge) dépend du nombre de Reynolds tel que $C_D \sim \frac{1}{Re}$ dans le régime laminaire, et tend vers une asymptote dans le régime turbulent. En 1944, L. F. Moody propose un diagramme portant son nom [76] et permettant de déterminer C_D selon le nombre de Reynolds et la rugosité relative du canal. Ce diagramme est représenté sur la figure (2.34).

L'équilibre entre la force visqueuse et la force de Laplace s'écrit ainsi :

$$\rho C_D \frac{v^2}{h} \sim j \cdot B \quad (2.15)$$

Ce qui mène à la loi d'échelle $M_m = \sqrt{\frac{R_m^s}{C_D}}$.

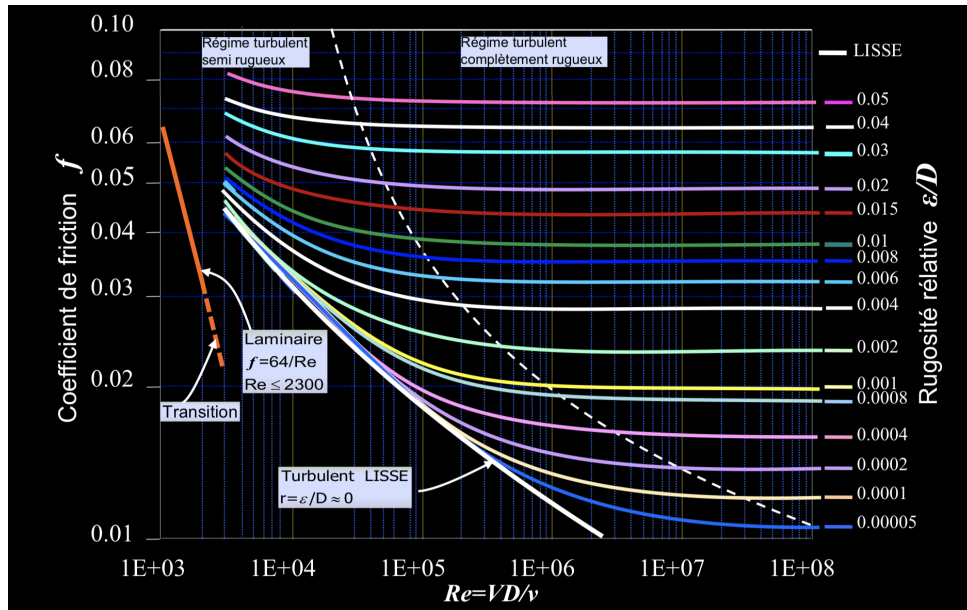


FIGURE 2.34 – Diagramme de Moody illustrant la dépendance du coefficient de frottement C_D (noté f sur ce diagramme) en fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité.

Les figures (2.32) et (2.33) nous permettent donc d'estimer grossièrement le coefficient de dissipation C_D . Expérimentalement, nous trouvons un coefficient permettant d'ajuster au mieux les courbes avec $C_D = 6 \cdot 10^{-2}$. En comparaison, pour un écoulement turbulent dans une conduite linéaire avec une rugosité normale, le coefficient de friction de l'eau est de l'ordre de $3 \cdot 10^{-2}$.

7 Fluctuations du champ de vitesse

7.1 Les spectres de puissance

Dans un premier temps, le spectre du champ magnétique obtenu avec les sondes à effet Hall. Ce spectre nous indique la fréquence du champ B, donc la fréquence typique du forçage à laquelle l'on injecte l'énergie. Ensuite, nous discutons du spectre des deux composantes de vitesse, à savoir v_ϕ et v_z .

En présence d'un champ périodique de pulsation ω , les courants induits $j(\omega)$ sont également de pulsation ω , le produit donnant la force de Laplace exhibant une composante notable à " 2ω ". Cette composante se retrouve dans le spectre du

champ de vitesse comme le montre H. Araseki *et. al.* [6]. Nous discuterons ce point dans la section suivante.

Sur la figure (2.35), on représente le spectre de puissance du champ magnétique en rouge, qui montre un spectre plat dans lequel apparaît un pic dominant autour de 20 Hz. Cette fréquence correspond à la fréquence du champ B dû à la rotation des disques d'aimants (autrement dit, à la fréquence du forçage à laquelle l'énergie est injectée dans le système). Sur le spectre un autre pic est visible à basse fréquence autour de 2,5 Hz. Nous avons pris soin de marquer les pics par un petit carré orange pour plus de lisibilité. Ce pic sur la gauche du spectre résulte d'un artefact mécanique. En effet, le disque lors de sa rotation présente un léger mouvement de précession autour de son axe. Ainsi, on mesure aussi la fréquence de rotation du disque, puisque la précession de celui-ci se fait à la même fréquence que la rotation de l'arbre moteur.

Lors de la section (3.6), nous avons montré que le champ magnétique avait une fréquence 8 fois plus importante que la fréquence de rotation du disque d'aimants. Si l'on mesure un pic à 20 Hz correspondant au champ magnétique, alors le pic basse fréquence correspond bien à la rotation du plateau d'aimants (*i.e.* $20/8 = 2,5$ Hz). Notons également que ce léger mouvement de précession des disques se répercute sur le spectre de vitesse des deux composantes.

Considérons maintenant les spectres de vitesse. On constate qu'il est possible de suivre la composante en " 2ω " (carré orange sur la droite). Le forçage à la fréquence du champ magnétique (autour de 20 Hz) engendre une composante à 40 Hz aussi appelée D.S.F. pour *double-supply-frequency* que nous discuterons à la section suivante.

Les spectres de vitesse peuvent être approchés par une loi de puissance en $f^{-\frac{5}{3}}$ en accord avec la cascade de Kolmogorov [61, 60]. La cascade est définie à partir de la fréquence d'injection de 20 Hz jusqu'à un maximum en principe égal la fréquence de coupure de Kolmogorov. Dans notre cas, le champ de vitesse orthoradial (spectre bleu), la partie haute fréquence est noyée dans le bruit du signal. La cascade est visible sur environ deux décades. Pour le champ de vitesse axial V_z , le cas est différent puisque le signal est amplifié et filtré par les appareils Standford®. Afin de supprimer les pics hautes fréquences du bruit, on applique un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure $f_c = 200\text{Hz}$ visible sur le spectre avec la flèche orange. On peut finalement observer la cascade inertielle sur une petite décade. Nous n'avons pas eu besoin de filtre passe bas pour le spectre de v_ϕ puisque le nanovoltmètre a été utilisé sur un temps d'intégration de 3 ms.

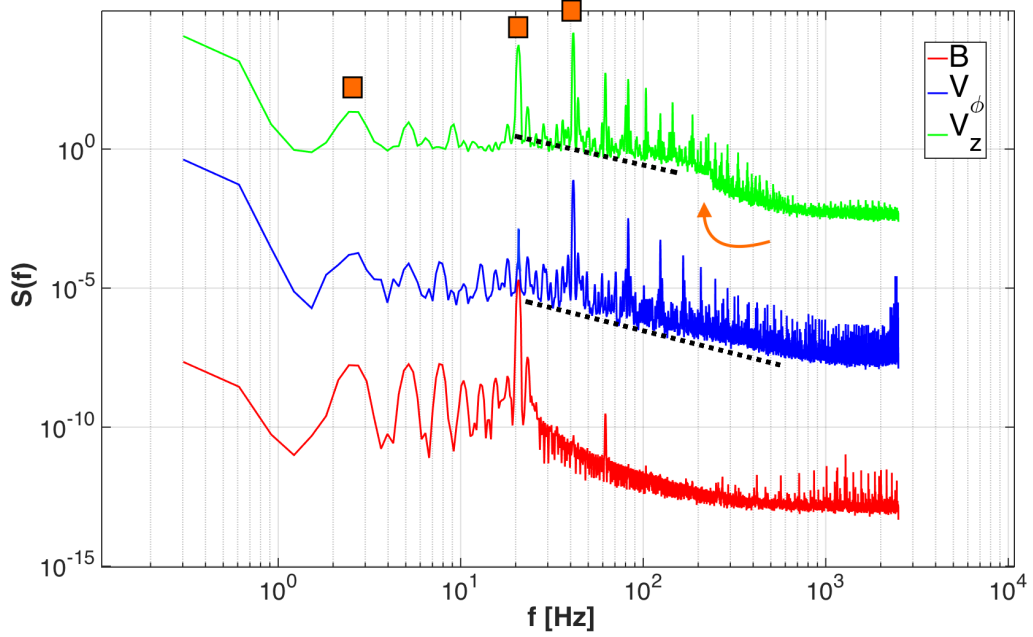


FIGURE 2.35 – Représentation du spectre de puissance pour le champ magnétique (en rouge), la vitesse orthoradiale V_ϕ (en bleu) et la vitesse axiale V_z (en vert). Nous avons choisi de représenter ici les spectres pour le plus fort forçage $Ha = 727$ et pour une fréquence de rotation du disque de $f_{disque} = 2,5$ Hz ($f_B = 20$ Hz). Les spectres ont été multipliés par 1, 10 et 100 pour plus de lisibilité. Les courbes en pointillés indiquent $f^{-\frac{5}{3}}$.

7.2 La D.S.F. (*double-supply-frequency*)

La composante double dans le champ de vitesse de l'écoulement a déjà été mise en évidence expérimentalement [6, 7] et numériquement [94]. Araseki *et al.* ont montré que dans le cadre d'un pompage de métal liquide par induction, l'efficacité du processus pouvait être réduite à faible nombre de Reynolds magnétique par une forte pulsation à fréquence double (DSF).

La figure (2.36) illustre l'énergie A du mode harmonique en 2ω . Concrètement, il s'agit de l'amplitude du pic sur le spectre de puissance telle que : $A \sim \tilde{v}_{2\omega}^2$. A partir du spectre de puissance d'un des champs de vitesse, V_z par exemple, on mesure l'énergie de la DSF en fonction de la fréquence de forçage à laquelle l'on injecte l'énergie dans le système. Dans un premier temps la DSF n'est pas présente. Lorsque la fréquence du forçage approche de 12 Hz, on commence à voir apparaître un pic à 2ω sur le spectre. En suivant l'énergie du pic lors de l'augmentation de

la fréquence de forçage, on constate que l'énergie augmente d'autant plus que le nombre de Hartmann est important. L'échelle logarithmique met en évidence une loi de puissance en $A \sim f^2$ pour un forçage avec $f > 15$ Hz. En dessous, la pulsation double n'est pas vraiment visible sur le spectre et les énergies sont trop faibles pour en tirer une loi d'évolution.

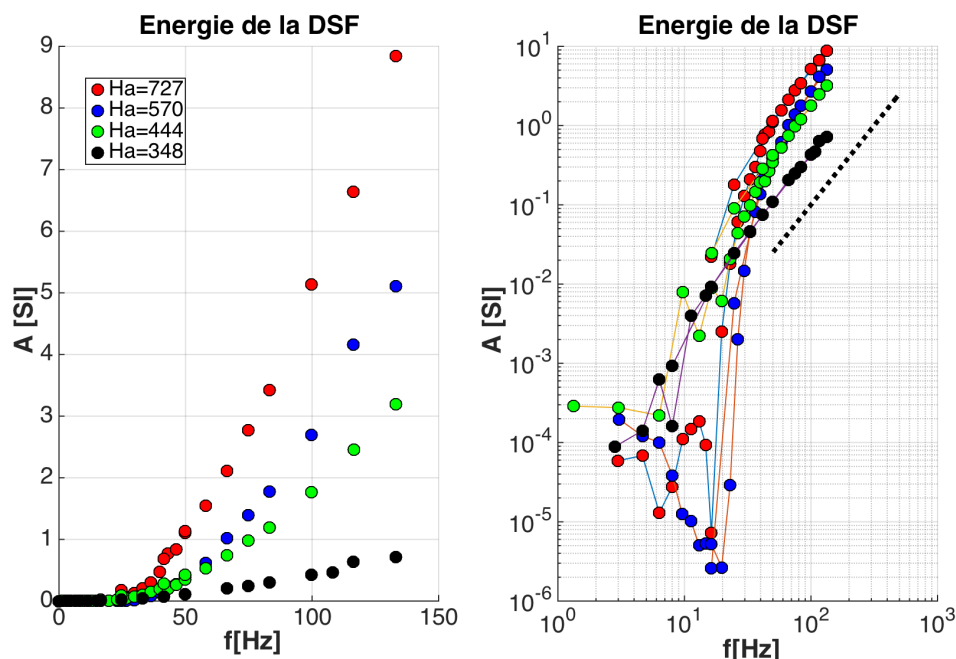


FIGURE 2.36 – Représentation de l'énergie de la DSF (aire du pic) en fonction de la fréquence de cette dernière, pour différentes valeurs de Ha , à l'échelle linéaire (gauche) et logarithmique (droite). Le mode à " 2ω " montrant une loi d'évolution en puissance de 2.

L'entraînement du fluide étant assuré par la valeur moyenne de la force de Laplace, le battement à pulsation double limite considérablement l'efficacité de cet entraînement. A partir du moment où une partie de l'énergie électromagnétique est transférée dans le mode à 2ω c'est que l'on limite la croissance du champ de vitesse moyen. Il est donc important de bien comprendre l'apparition de ce mode. La figure (2.37) illustre l'énergie de la DSF en fonction du nombre de Reynolds. Dans l'ordre croissant d'intensité du forçage, la DSF apparaît pour $Re = 7, 8.10^3$ (courbe noire), $Re = 1.10^4$ (courbe verte), $Re = 3.10^4$ (courbe bleue) et $Re = 4.10^4$ (courbe rouge). Plus le nombre d'Hartmann est important, plus il est nécessaire d'avoir un écoulement turbulent à haut Re pour engendrer la DSF. Toutefois, l'apparition du mode double n'est pas contrôlée uniquement par Re dans la mesure où

il n'y a pas de seuil commun. En fait, ce seuil est plutôt contrôlé par le paramètre d'interaction, qui vaut $N \sim 15$ à la transition. Ce résultat fournit une prédiction intéressante sur l'apparition de la pulsation à fréquence double dans de tels écoulements.

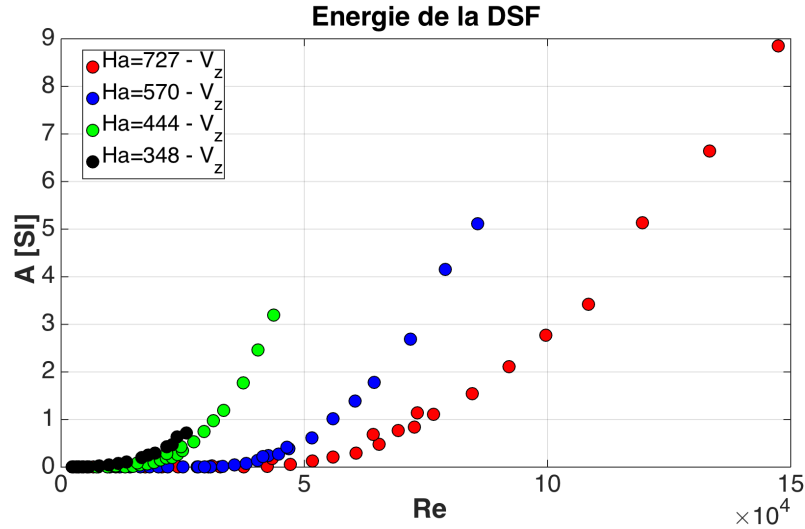


FIGURE 2.37 – Energie du mode à pulsation double (DSF) en fonction du nombre de Reynolds.

La figure (2.38) montre l'énergie du pic de la DSF tracée en fonction du nombre de Reynolds magnétique R_m , incluant le champ de vitesse orthoradial v_ϕ (carré) et le champ axial V_z (rond). On observe que l'apparition de la DSF correspond à $R_m \sim 0,25$, en accord avec les résultats précédents.

La présence de la DSF dans l'expression de la force de Laplace peut se retrouver par le calcul. Une des applications de cette expérience concernant les pompes électromagnétiques, un modèle simple de PEM sera décrit à la section suivante. Ce modèle permettra en outre, de retrouver un certain nombre de résultats expérimentaux discutés ici.

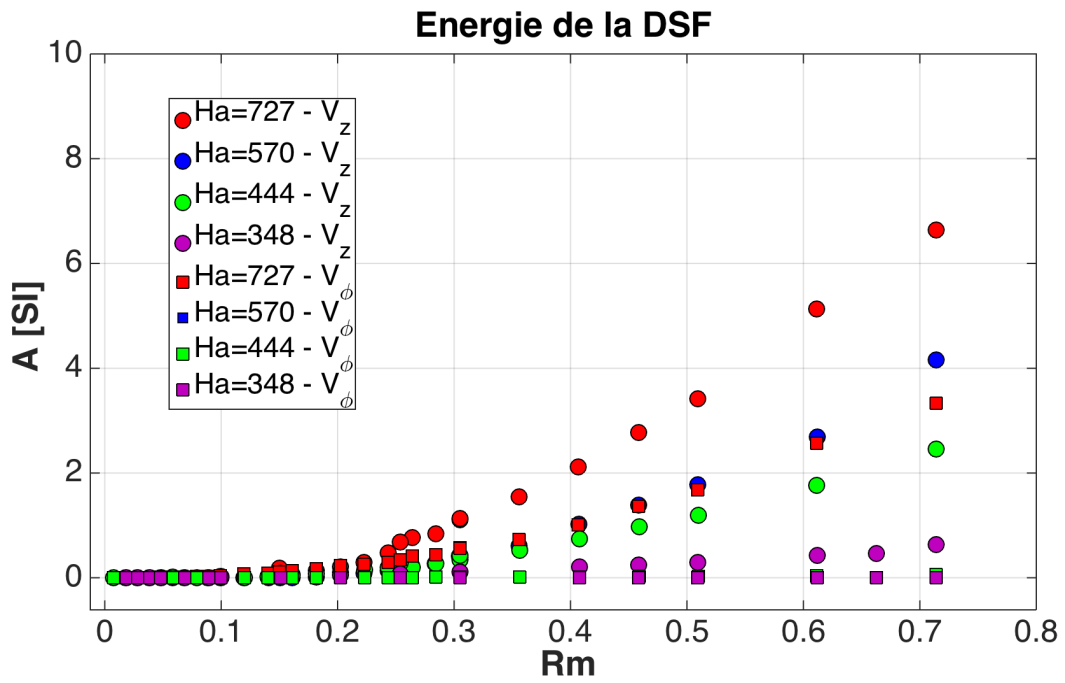


FIGURE 2.38 – Energie du mode à pulsation double (DSF) en fonction du nombre de Reynolds magnétique. Les points ronds représentent les mesures associées au champ de vitesse axial V_z . Les carrés représentent quant à eux, les mesures du champ de vitesse V_ϕ . Notons la présence d'un effet de seuil à $R_m \sim 0,25$

8 Un modèle de fonctionnement d'une P.EM.

Les résultats précédents montrent que le pompage d'un fluide par induction est contrôlé par plusieurs phénomènes, comme la turbulence de l'écoulement, l'expulsion de flux magnétique ou encore les instabilités hydrodynamiques. Dans cette section, nous présentons un modèle théorique simple permettant de mieux comprendre nos résultats et de mieux préciser les mécanismes impliqués dans l'entraînement d'un métal liquide par un champ magnétique glissant. Le modèle développé s'inspire fortement des travaux de Gailitis et Lielausis [40], puisque nous considérons le cas d'une pompe électromagnétique (PEM), c'est à dire que l'on considère le système de la figure (2.1) en se plaçant dans le repère cylindrique (r, θ, z) . Pour simplifier les calculs on pose quelques hypothèses :

- Le champ électrique \vec{E} , tout comme les champs magnétiques \vec{B}_0 et \vec{b} seront considérés sous la forme d'**ondes planes progressives et harmoniques**. On pourra alors écrire : $\vec{B}_0 = \tilde{B}_0 \exp[-i(\omega t - kz)]\vec{e}_r$
- Le canal où circule le fluide possède une taille typique notée γ (gap, largeur caractéristique) bien inférieure à la longueur typique de variation du champ magnétique exciteur \vec{B}_0 . Autrement dit, $\boxed{\gamma \ll \lambda}$ où λ correspond à la longueur d'onde du champ magnétique.
- Le champ de vitesse sera considéré comme **uniforme** tel que : $\vec{v} = v \cdot \vec{e}_z$. On négligera les effets de viscosité aux parois. Tout se passe comme si nous considérons un solide en mouvement, à la place d'un fluide. Il s'agit donc de la théorie dite du *fluide en bloc* considérée par Gailitis et Lielausis.

Tout d'abord, on décompose le champ magnétique en deux termes $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}$ correspondant respectivement au forçage (les aimants) et le champ induit dans le fluide. On a toujours $r\vec{ot}(\vec{B}_0) = 0$ en l'absence de conducteur et $r\vec{ot}(\vec{b}) = \mu_0 \vec{j}$ en considérant les courants induits.

D'où : $\vec{j} = \frac{1}{\mu_0} r\vec{ot}(\vec{b})$. La force de Laplace s'écrit alors :

$$\boxed{\vec{F}_L = \frac{1}{\mu_0} r\vec{ot}(\vec{b}) \wedge \vec{B}} \quad (2.16)$$

8.1 Expression du champ magnétique induit \vec{b}

► Justification de la forme du champ \vec{B}_0 :

On considère un problème bidimensionnel (axisymétrique) tel que le champ magnétique s'écrit comme une onde propagative dans la direction z :

$$\vec{B}_0 = B_0^r(r) \exp[-i(\omega t - kz)]\vec{e}_r + B_0^z(r) \exp[-i(\omega t - kz)]\vec{e}_z \quad (2.17)$$

Cela implique que le champ \vec{B}_0 est **invariant par rapport à θ** , respectant la symétrie de révolution du problème.

Dans les pompes industrielles les parois sont généralement constituées de fer doux correspondant à des **conditions limites ferromagnétiques**. Cela signifie que sur les parois du canal, la composante tangentielle du champ magnétique excitateur est nulle : $B_0^z|_{r=R_{int}} = 0$ et $B_0^z|_{r=R_{ext}} = 0$, où R_{int} et R_{ext} sont respectivement le rayon interne et le rayon externe du canal, comme nous pouvons le voir sur le schéma (2.39).

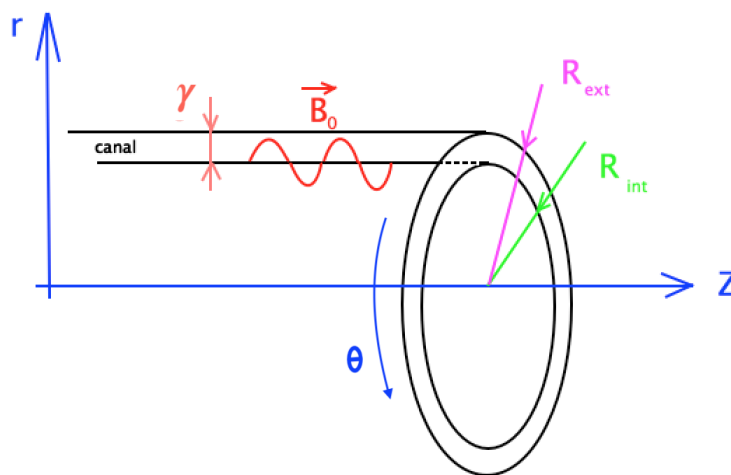


FIGURE 2.39 – Schéma du problème

Tout d'abord, utilisons l'équation de Maxwell-Ampère : $r\vec{\text{rot}}(\vec{B}_0) = 0$.

$$r\vec{ot}(\vec{B}_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B_0^r \\ 0 \\ B_0^z \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial B_0^r}{\partial z} - \frac{\partial B_0^z}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta$$

En ordre de grandeur, nous avons :

$$\frac{\partial B_0^r}{\partial z} \sim \frac{\Delta B_0^r}{\lambda} \sim \frac{B_0^r}{\lambda} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial B_0^z}{\partial r} \sim \frac{\Delta B_0^z}{\gamma} \sim \frac{B_0^z}{\gamma} \quad (2.19)$$

D'après les conditions limites ferromagnétiques, on sait que le champ tangentiel s'annule sur les parois. Donc peu importe comment évolue radialement B_0^z dans le canal, on sait qu'il s'annule sur la paroi interne et de nouveau sur la paroi externe. Cela implique que la variation de cette grandeur est du même ordre que l'amplitude de la composante z du champ exciteur, soit $\Delta B_0^z \sim B_0^z$.

De même, on sait que le dispositif est construit de manière à avoir une onde magnétique progressive selon la direction z. Donc, la variation typique de la composante radiale du champ exciteur est du même ordre de grandeur que l'amplitude du champ, puisque l'onde évolue périodiquement selon l'axe z, soit : $\Delta B_0^r \sim B_0^r$.

L'équation de Maxwell-Ampère nous donne alors une première relation : $B_0^z \sim \frac{\gamma}{\lambda} B_0^r$

L'argument $\gamma \ll \lambda$ permet d'affirmer que la composante du champ selon z est négligeable devant la composante radiale : $B_0^z \ll B_0^r$. On écrit le champ magnétique extérieur comme une onde progressive uniquement avec une composante radiale :

$$\vec{B}_0 = \tilde{B}_0(r) \exp[-i(\omega t - kz)] \vec{e}_r \quad (2.20)$$

Remarquons qu'à ce moment, rien ne nous permet d'affirmer que le champ est invariant radialement, d'où une dépendance de l'amplitude en r, noté $B_0(r)$. En utilisant la divergence en coordonnées cylindriques, il vient :

$$\text{div}(\vec{B}_0) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial(rB_0^r)}{\partial r} + \frac{\partial B_0^z}{\partial z} = 0 \quad (2.21)$$

Pour une taille caractéristique selon la direction r, nous prendrons la largeur du gap γ . Selon la direction z, nous prendrons la longueur d'onde λ . Ce qui donne :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r B_0^r}{\partial r} \sim \frac{\Delta B_0^r}{\gamma} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial B_0^z}{\partial z} \sim \frac{\Delta B_0^z}{\lambda} \sim \frac{B_0^z}{\lambda} \quad (2.23)$$

ΔB_0^r correspond à la variation typique de la composante selon r du champ magnétique exciteur. Selon la direction radiale, nous ne pouvons pas dire grand chose de cette grandeur. En revanche, ΔB_0^z correspondant à la variation typique de la composante selon z du champ magnétique exciteur est du même ordre de grandeur que B_0^z , l'amplitude du champ exciteur selon z . En effet, il n'y a pas de champ magnétique permanent de grande échelle selon l'axe z , donc B_0^z évolue *a priori* périodiquement, ce qui implique que $\Delta B_0^z \sim B_0^z$.

L'équation de Maxwell-Thomson nous donne alors la seconde relation : $\Delta B_0^r \sim \frac{\gamma}{\lambda} B_0^z$

En synthétisant les deux résultats, nous comprenons alors que : $\Delta B_0^r \ll B_0^r$. Cela nous dit que la variation de la composante radiale du champ magnétique selon r est négligeable devant son amplitude. Ainsi, \vec{B}_0 et \vec{b} prennent la forme d'une onde progressive telle que :

$$\begin{cases} \vec{B}_0 = \tilde{B}_0 \exp[-i(\omega t - kz)] \vec{e}_r \\ \vec{b} = \tilde{b} \exp[-i(\omega t - kz)] \vec{e}_r \end{cases} \quad (2.24)$$

Notons qu'en prenant le rotationnel de cette expression, nous ne retrouvons pas $\vec{rot}(\vec{B}_0) \neq 0$ en raison des hypothèses faites dans le calcul ci-dessus. Cela signifie que $\vec{rot}(\vec{B}_0) = 0$ et $\text{div}(\vec{B}_0) = 0$ ne sont satisfait qu'au premier ordre en $\frac{\gamma}{\lambda}$.

A ce stade, aucun argument physique ne permet encore d'affirmer que le champ magnétique induit $\vec{b} = \tilde{b} \cdot \exp[-i(\omega t - kz)] \cdot \vec{e}_r$ soit indépendant de θ . Il faudrait poser $\tilde{b} = \tilde{b}(\theta)$, une amplitude complexe telle que : $\tilde{b} = b_0 \exp[im\theta]$ où $m \in \mathbb{R}$. Il s'agit en fait du problème *non-axisymétrique* traité dans l'article de Gailitis et Lielausis [40]. Si le champ induit dépend de la coordonnée orthoradiale, cela signifie que la vitesse du fluide dépend elle aussi de cette coordonnée $v = v(\theta)$. L'écoulement est alors inhomogène spatialement.

Cependant, dans notre cas nous nous limiterons au cas **axisymétrique**. Cela implique une invariance des grandeurs physique (vitesse v , champ induit b etc...) par rapport à la coordonnée azimutale. Nous pouvons écrire que : $\partial_{\theta\theta} b = \frac{\partial^2 b}{\partial \theta^2} = 0$

car b ne dépend pas de la variable θ dans son expression d'onde progressive. Cependant, le phénomène d'instabilité peut **briser la symétrie**. Ainsi, le champ magnétique induit quant à lui dépendrait dans ce cas, *a priori* de la variable θ tel que : $\tilde{b} = b_0 \exp[i \cdot m\theta]$.

► **Calcul de \vec{b} :**

Pour trouver la forme mathématique du champ magnétique induit b , il faut repartir de l'équation d'induction (voir 1.11) et calculer chaque terme de celle-ci. Rappelons aussi que nous sommes dans un système de coordonnées cylindrique (r, θ, z) . D'ores et déjà, nous pouvons commencer par écrire :

$$\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = -i\omega \vec{b} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t} = -i\omega \vec{B}_0$$

Nous avons montré que le forçage B_0 est purement radial. Rappelons que l'on fait l'hypothèse que le champ induit b le sera également. Soit, $\vec{v} \wedge \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} b \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = vb \cdot \vec{e}_\theta$

$$\text{D'où, } r\vec{\text{rot}}(\vec{v} \wedge \vec{b}) = \vec{\nabla} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ vb \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -ikU\tilde{b} \exp[-i(\omega t - kz)] \\ 0 \\ \frac{v\tilde{b}}{r} \exp[-i(\omega t - kz)] \end{pmatrix}$$

De même, nous aurons pour le champ B_0 :

$$r\vec{\text{rot}}(\vec{v} \wedge \vec{B}_0) = \begin{pmatrix} -ikU\tilde{B}_0 \exp[-i(\omega t - kz)] \\ 0 \\ \frac{v\tilde{B}_0}{r} \exp[-i(\omega t - kz)] \end{pmatrix}$$

Concernant le dernier terme, à savoir le Laplacien vectoriel $\tilde{\Delta} \vec{b}$ son calcul est plus délicat pour ce qui est des coordonnées cylindriques. Nous présentons donc ici seulement le résultat.

$$\tilde{\Delta} \vec{b} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r^2} \partial_{\theta\theta} b - k^2 b - \frac{1}{r^2} b \\ \frac{2}{r^2} \partial_\theta b \\ 0 \end{pmatrix}$$

Il vient alors :

$$\tilde{\Delta}\vec{b} = \begin{pmatrix} -k^2b - \frac{1}{r^2}b \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A présent que nous avons calculé chaque terme de l'équation d'induction, il faut projeter le tout selon \vec{e}_r . En effet, les champs magnétiques \vec{B}_0 et \vec{b} sont orientés selon la direction radiale \vec{e}_r . D'où :

$$\tilde{\Delta}\vec{b} \cdot \vec{e}_r = -k^2b - \frac{1}{r^2}b = \left(1 + \frac{1}{k^2r^2}\right) \cdot (-k^2b) \quad (2.25)$$

En posant : $\chi = \frac{1}{kr}$, il vient : $\tilde{\Delta}\vec{b} \cdot \vec{e}_r = (1 + \chi^2) \cdot (-k^2b)$.

Avec k le vecteur d'onde tel que : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Or, en première approximation nous avons posé : $\lambda \ll r$. La taille caractéristique de r correspond au rayon de la section annulaire de la pompe (voir 2.1), bien supérieur à la longueur d'onde du champ magnétique λ , il vient alors :

$$\lambda \ll r_0 \Leftrightarrow \frac{\lambda}{r_0} \ll 1 \Leftrightarrow \chi \ll 1 \quad (2.26)$$

Dans le calcul de la projection du Laplacien vectoriel ($\tilde{\Delta}\vec{b} \cdot \vec{e}_r$), il est raisonnable en première approximation de négliger le terme χ^2 devant 1. Finalement, nous obtenons : $\tilde{\Delta}\vec{b} \cdot \vec{e}_r = -k^2b$.

Selon la direction radiale \vec{e}_r on a :

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = r\vec{ot}(\vec{v} \wedge \vec{b}) + \eta \tilde{\Delta} \vec{b} - \left(\frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t} - r\vec{ot}(\vec{v} \wedge \vec{B}_0) \right) \right] \cdot \vec{e}_r \\
& \Leftrightarrow -i\omega b = -ikUb - \eta k^2 b - [-i\omega B_0 + ikUB_0] \\
& \Leftrightarrow -i\omega \tilde{b} = -ikU\tilde{b} - \eta k^2 \tilde{b} + i\tilde{B}_0(\omega - kU) \\
& \Leftrightarrow \tilde{b} = \frac{i\tilde{B}_0(\omega - kU)}{-i\omega + ikU + \eta k^2} \\
& \Leftrightarrow \tilde{b} = \frac{i\tilde{B}_0\left(\frac{\omega}{k} - v\right)}{-i\left(\frac{\omega}{k} - v\right) + \eta k}
\end{aligned}$$

Sachant que la vitesse de phase du champ magnétique se définit telle que : $c = \frac{\omega}{k}$, nous pouvons poser Q la vitesse normalisée déjà abordée lors des résultats : $Q = \frac{v}{c}$. Ainsi :

$$\begin{aligned}
\tilde{b} = \frac{i\tilde{B}_0\left(\frac{\omega}{k} - v\right)}{-i\left(\frac{\omega}{k} - v\right) + \eta k} & \Leftrightarrow \tilde{b} = \frac{i\tilde{B}_0\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{-i\left(1 - \frac{v}{c}\right) + \eta \frac{k}{c}} \\
& \Leftrightarrow \tilde{b} = \frac{i\tilde{B}_0(1 - Q)}{-i(1 - Q) + \underbrace{\eta \frac{k}{c}}_{\frac{1}{R_m}}}
\end{aligned}$$

Il apparaît dans le calcul le **nombre de Reynolds magnétique** basé sur la vitesse du champ magnétique glissant : $R_m = \frac{\mu_0 \sigma c}{k}$. Finalement, nous obtenons une expression pour \tilde{b} (amplitude complexe) :

$$\boxed{\tilde{b} = \frac{i\tilde{B}_0 R_m (1 - Q)}{1 - iR_m (1 - Q)}} \quad (2.27)$$

8.2 La force de Laplace

En obtenant la forme mathématique du champ magnétique induit b , nous pouvons déterminer l'expression de la force de Laplace. Modéliser mathématiquement le forçage est une manière de pouvoir comprendre l'efficacité du transfert d'énergie, sa dépendance avec les nombres sans dimension du problème, ou encore comprendre l'instabilité de décrochement que nous avons évoquée en introduction de ce chapitre.

Nous pourrions d'ores et déjà déterminer la force moyennée dans le temps : $\langle \vec{F}_L \rangle_{temps} = \frac{1}{2} Re \left\{ \vec{j} \wedge \vec{B}^* \right\}$ sachant que $j \in \mathbb{C}$ et $B \in \mathbb{C}$. Mais, nous souhaitons obtenir dans un premier temps l'expression instantanée de la force de Laplace $F_L(t)$, notamment pour retrouver la composante D.S.F. du forçage que nous avons discutée dans les résultats. Ainsi, en reprenant la relation $F_L = \frac{1}{\mu_0} r\vec{ot}(\vec{b}) \wedge \vec{B}$ il faut commencer par prendre la partie réelle de chaque terme.

$$\tilde{b} = \frac{iB_0R_m(1-Q)}{1-iR_m(1-Q)} = \left(\frac{-B_0R_m^2(1-Q)^2}{1+R_m^2(1-Q)^2} \right) + i \left(\frac{B_0R_m(1-Q)}{1+R_m^2(1-Q)^2} \right) \quad (2.28)$$

Il vient alors :

$$Re \left\{ \vec{b} \right\} = \left(\frac{-B_0R_m^2(1-Q)^2}{1+R_m^2(1-Q)^2} \cos(kz - \omega t) - \frac{B_0R_m(1-Q)}{1+R_m^2(1-Q)^2} \sin(kz - \omega t) \right) \cdot \vec{e}_r \quad (2.29)$$

Ainsi, en prenant le rotationnel, nous obtenons :

$$r\vec{ot} \left(Re \left\{ \vec{b} \right\} \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{kB_0R_m^2(1-Q)^2}{1+R_m^2(1-Q)^2} \sin(kz - \omega t) - \frac{kB_0R_m(1-Q)}{1+R_m^2(1-Q)^2} \cos(kz - \omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

De même, nous avons :

$$Re \left\{ \vec{B}_{tot} = \vec{b} + \vec{B}_0 \right\} = \begin{pmatrix} \frac{-B_0R_m^2(1-Q)^2}{1+R_m^2(1-Q)^2} \cos(kz - \omega t) - \frac{-B_0R_m(1-Q)}{1+R_m^2(1-Q)^2} \sin(kz - \omega t) + B_0 \cos(kz - \omega t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Remarquons qu'à ce stade du calcul, le produit vectoriel donne bien une seule composante selon la direction \vec{e}_z , cohérent avec le fait que la force de Laplace entraîne bel et bien le fluide selon la direction axiale z .

Afin d'alléger le calcul, nous posons le nombre sans dimension :

$$\Lambda = \frac{R_m(1-Q)}{1+R_m^2(1-Q)^2} = \frac{R_m^s}{1+(R_m^s)^2}$$

On rappelle que R_m est le nombre de Reynolds magnétique basé sur la célérité c du champ magnétique glissant et que R_m^s est basé sur la vitesse de glissement entre le fluide et le champ magnétique ($c-v$) tel que : $R_m^s = R_m(1-Q)$. Il vient alors :

$$r\vec{\otimes}t \left(Re \left\{ \vec{b} \right\} \wedge Re \left\{ \vec{B}_{tot} \right\} \right) = \left(\begin{array}{c} 0 \\ \Lambda k B_0 [R_m^s \sin(kz-\omega t) - \cos(kz-\omega t)] \cdot [-\Lambda B_0 R_m^s \cos(kz-\omega t) - \Lambda B_0 \sin(kz-\omega t) + B_0 \cos(kz-\omega t)] \end{array} \right)$$

Sachant que $\vec{F}_L = \frac{1}{\mu_0} r\vec{\otimes}t(\vec{b}) \wedge \vec{B}$, nous pouvons alors écrire la force de Laplace en fonction du temps et de l'espace, sous la forme :

$$F_L = \frac{\Lambda k B_0}{\mu_0} [R_m^s \sin(kz-\omega t) - \cos(kz-\omega t)] [-\Lambda B_0 R_m^s \cos(kz-\omega t) - \Lambda B_0 \sin(kz-\omega t) + B_0 \cos(kz-\omega t)] \quad (2.31)$$

A ce stade l'expression de la force de Laplace est légèrement indigeste. Mais il est possible de la simplifier. Le calcul est long et fastidieux, cependant il ne demande aucun effort majeur. Le détail du calcul n'ayant pas d'intérêt particulier, nous donnons ici directement le résultat de la force de Laplace instantanée $F_L(t)$.

$$F_L(t) = \frac{-\Lambda k B_0^2}{2\mu_0} + \frac{\Lambda^2 B_0^2}{\mu_0} \cdot \sin(2kz - 2\omega t) - \frac{\Lambda k B_0^2}{2\mu_0} \cdot \frac{1 - R_m^2(1-Q)^2}{1 + R_m^2(1-Q)^2} \cdot \cos(2kz - 2\omega t)$$

Ou de manière plus compact en notant $\psi = kz - \omega t$:

$$F_L(t) = \frac{-B_0^2 k}{2\mu_0} \left[\frac{R_m^s}{1+(R_m^s)^2} + \frac{R_m^s}{(1+(R_m^s)^2)^2} ((1-(R_m^s)^2)\cos(2\psi) - 2R_m^s \sin(2\psi)) \right] \quad (2.32)$$

Cette forme est intéressante. Tout d'abord, la force de Laplace instantanée possède un terme constant au cours du temps. Ce terme correspond à la moyenne

temporelle de la force de Laplace, que nous aurions pu obtenir directement en utilisant la relation $\langle \vec{F}_L \rangle_{temps} = \frac{1}{2} Re \left\{ \vec{j} \wedge \vec{B}^* \right\}$. C'est ce terme qui assure l'entraînement du fluide.

Sachant que, $\langle \cos(2kz - 2\omega t) \rangle_{temps} = \langle \sin(2kz - 2\omega t) \rangle_{temps} = 0$, alors :

$$\langle \|\vec{F}_{Laplace}\| \rangle_{temps} = \frac{B_0^2 \sigma c}{2} \cdot \frac{(1-Q)}{1 + R_m^2 (1-Q)^2} \quad (2.33)$$

De plus, concernant les termes trigonométriques on notera qu'ils sont périodiques de pulsation 2ω . Il s'agit d'un aspect mis en évidence expérimentalement et numériquement dans les articles de H. Araseki *et al.* [6, 7]. C'est ce que nous avons nommé "Double-supply-frequency"(DSF) lors de la discussion des résultats.

► La force de frottement

Afin d'adimensionner la formule présente, il nous faut modéliser la force de frottement. Comme vu précédemment, la relation de **Darcy Weisbach** développée en 1845 [25] donne l'expression de la perte de charge d'un écoulement au sein d'une conduite linéaire :

$$F_\nu = -C_D \frac{\rho}{d} v^2 sign(v) \quad (2.34)$$

La densité du fluide est notée ρ , C_D le coefficient de friction (sans dimension) et d le diamètre d'ouverture de la conduite. Revenons à présent sur la force totale du système $F_{tot} = F_L + F_\nu$. Nous cherchons à écrire celle-ci sans dimension. En prenant une force typique, notée F_0 , qui sera construite à partir de grandeurs caractéristiques du problème telles que :

$$F_0 = C_D \frac{\rho c^2}{d} \quad (2.35)$$

Il est alors possible d'adimensionnaliser le système tel que :

$$\begin{cases} \bar{F}_L = \frac{F_L}{F_0} = \frac{B_0^2 \sigma d}{2\rho c C_D} \cdot \frac{(1-Q)}{1 + R_m^2 (1-Q)^2} \\ \bar{F}_\nu = \frac{F_\nu}{F_0} = -Q^2 \cdot sign(Q) \end{cases} \quad (2.36)$$

Nous avons donc la force de frottement \vec{F}_ν qui s'oppose à la force de Laplace \vec{F}_L . Autrement dit, \vec{F}_ν possède un sens opposé à celui de l'écoulement, d'où la présence du terme " $-sign(Q)$ ". Ce raisonnement fait donc apparaître un nombre sans dimension H_* tel que : $H_*^2 = \frac{B_0^2 \sigma d}{2\rho C_D c}$. Ce nombre est très similaire à un nombre d'Hartmann, dans lequel la viscosité a été remplacée par une viscosité turbulente $\nu_T = C_D c d$.

Finalement, il vient :

$$F_{Laplace}(Q, R_m, H_*) = H_*^2 \frac{(1-Q)}{1 + R_m^2 (1-Q)^2} \quad (2.37)$$

8.3 La force totale appliquée sur le système

Le système est défini comme un : {fluide visqueux conducteur d'électricité (métal liquide)}
Celui-ci subit deux *forces extérieures* qui sont :

- La force de Laplace \vec{F}_L due au phénomène d'**induction**
- La force de frottement \vec{F}_ν due à la **viscosité** du fluide

La force totale moyenne adimensionnée s'exerçant sur le fluide peut alors s'écrire comme nous l'avons vu :

$$F_{totale} = F_{Laplace} + F_\nu = H_*^2 \frac{(1-Q)}{1 + R_m^2 (1-Q)^2} - Q^2 \cdot sign(Q) \quad (2.38)$$

La figure (2.40) représente la force de Laplace en fonction de la variable Q , mais pour différentes valeurs du nombre de Reynolds magnétique. Le nombre de Hartmann quant à lui, est fixé arbitrairement à $H_* = 65$.

On choisit de représenter la fonction pour différents R_m car ce nombre est lié à la vitesse de glissement du champ magnétique. En pratique, il est donc plus facile de varier la valeur de R_m plutôt que le nombre de Hartmann, qui suggère de modifier l'amplitude du champ magnétique.

La figure (2.40) montre que plus la valeur du nombre de Reynolds magnétique est grande, moins l'amplitude de la force de Laplace est importante. Voilà un point intéressant à discuter sur le sens du transfert d'énergie. D'une part, les effets de l'induction sont plus importants, mais la force d'entraînement du fluide diminue. Cela peut paraître paradoxal au premier abord. En fait, le nombre de Reynolds

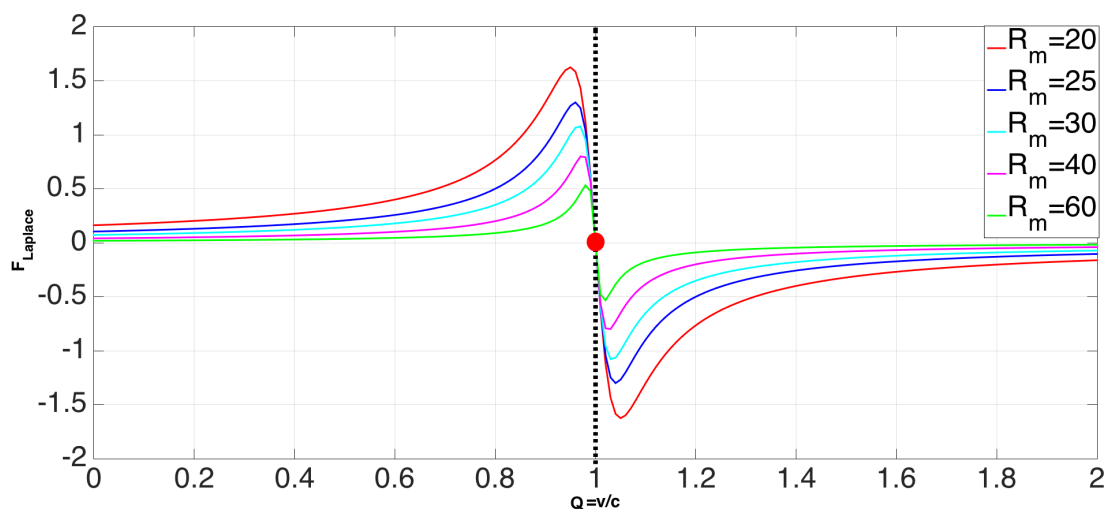


FIGURE 2.40 – Force de Laplace en fonction de Q (vitesse normalisée) pour différentes valeurs de R_m

magnétique est basé sur la vitesse c du champ magnétique. Sur cette figure, nous traçons la force de Laplace adimensionnée par la force F_0 écrite précédemment. Cette dernière est basée sur c^2 , ce qui justifie une diminution de la force de Laplace adimensionnée lorsque l'on augmente R_m .

Toutefois, la diminution de Q présentée avec les résultats expérimentaux s'explique par un tout autre argument. Lorsque la vitesse de glissement du champ augmente, cela suggère une plus grande variation du flux magnétique au sein du fluide. Ce dernier réagit en conséquence par la naissance de courant induit s'opposant aux variations du champ excitateur. Lorsque le champ magnétique induit devient assez important, on comprend que le champ total perçu par le fluide est amoindri, ce qui se traduit par une baisse de l'amplitude de la force de Laplace. Par conséquent, bien que le fluide soit entraîné par induction, c'est cette même induction qui va inhiber l'action de la force de Laplace.

Le point rouge caractérise l'état du fluide où $Q = 1$, soit $v = c$. La vitesse d'écoulement du fluide est la même que la vitesse de propagation du champ magnétique glissant. En présence de frottement, le champ magnétique entraîne le fluide à une vitesse $v < c$. Il est possible d'être au *quasi-synchronisme* de la pompe avec $v \sim c$ sans jamais pour autant atteindre le synchronisme $v = c$.

Notons que pour $Q > 1$ la force de Laplace prend des valeurs négatives. En effet, si le métal liquide se déplace plus vite que le champ glissant, ce dernier aura tendance à ralentir l'écoulement. Ce type de régime peut être rencontré si l'on

impose à l'expérience un gradient de pression $\vec{grad}(P)$ dans le fluide. Dans ce cas, la force de Laplace est négative et ralentit le fluide.

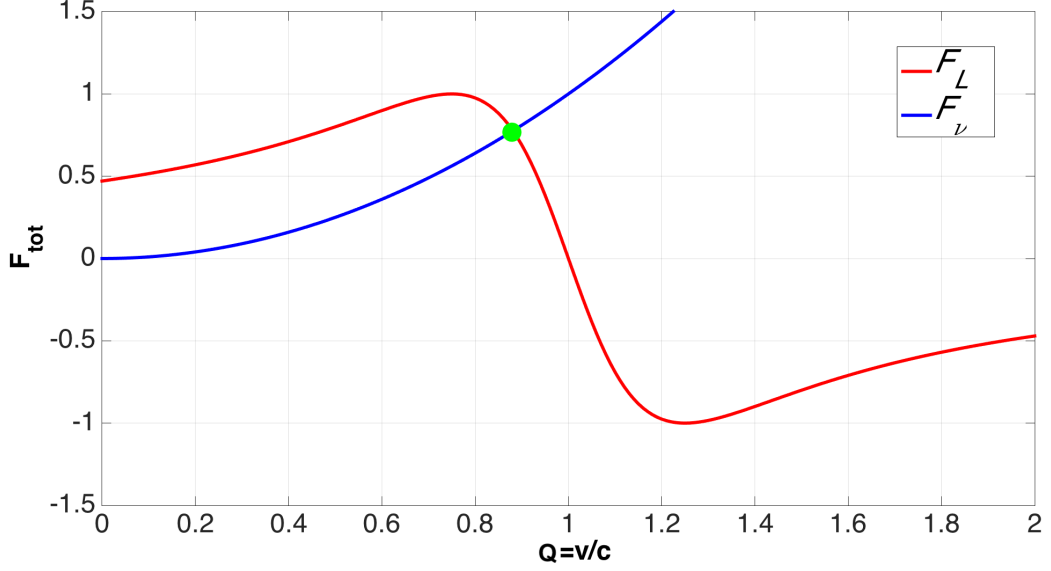


FIGURE 2.41 – Représentation des forces s'exerçant sur le système pour $R_m = 4$ et $Ha = 8$

Regardons à présent les points d'équilibre du système en présence de friction. Sur la figure (2.41) est représentée en rouge la force de Laplace et en bleu, la force de frottement. Cette dernière a le profil d'une parabole en raison de la forme quadratique de la force de frottement : $F_v = -Q^2 \cdot sign(Q)$. Nous avons donc l'ensemble des forces extérieures s'exerçant sur le système. Le point vert sur la courbe correspond à un point caractéristique, appelé **point de fonctionnement de la pompe**. En d'autres termes, il s'agit d'un point d'équilibre du système tel que : $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \|\vec{F}_L\| = \|\vec{F}_\eta\|$

8.4 Pour aller plus loin : l'instabilité MHD

Sur la Figure (2.42), nous avons représenté pour 4 valeurs de R_m , les forces extérieures s'exerçant sur le système (rouge : force de Laplace, bleu : force de frottement) en fonction de la vitesse normalisée Q . Nous souhaitons étudier les points d'équilibre du système selon les paramètres du forçage.

Considérons le nombre de Reynolds magnétique R_m . En augmentant sa valeur, nous constatons que différents points d'équilibre apparaissent. Pour $R_m = 20$, le

système possède un seul point d'équilibre. Il s'agit d'un point **stable**. Autrement dit, une petite perturbation (comme des fluctuations turbulentes) faisant sortir le système de son point d'équilibre, se traduit par des effets le ramenant à l'équilibre.

Pour $R_m = 25$, le système possède alors trois points d'équilibre : deux stables et un instable. Nous avons donc un système dit **bistable**. En continuant à augmenter le paramètre R_m (en pratique cela consiste à augmenter la vitesse du champ magnétique glissant \vec{B}), nous constatons alors que les deux points d'équilibre stable et instable, se rapprochent progressivement. Ils collisionnent et s'annihilent.

Ainsi, pour $R_m = 34$, le système se situe au **seuil critique** où nous avons encore trois points d'équilibre, avant de passer à un unique point. La fusion des deux points d'équilibre précédents correspond à ce que l'on appelle une **bifurcation noeud-col**. Attardons nous un peu plus sur ce cas.

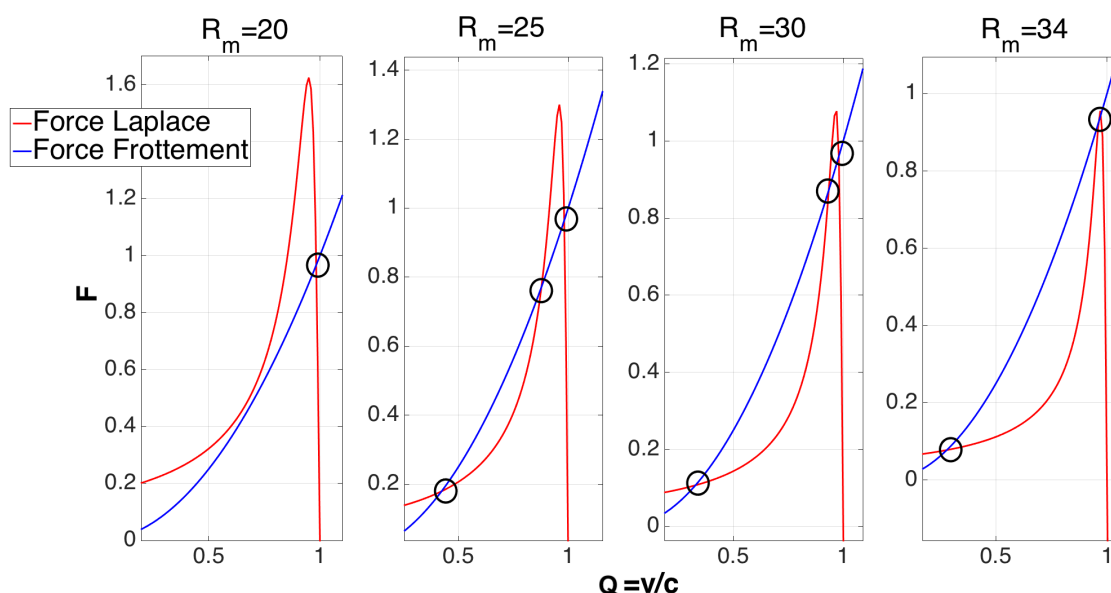


FIGURE 2.42 – Représentation des forces s'exerçant sur le système pour différente valeur de R_m

La collision de la solution stable avec la solution instable entraîne la disparition de ces solutions stationnaires. Le système bascule alors sur la solution stable restante à savoir $Q \approx 0$. Le fluide suivant le champ magnétique glissant, voit sa vitesse chuter brutalement pour occuper cet état. Cette configuration signifie que $v \ll c$, le fluide ne suit plus le champ magnétique glissant. Il s'agit d'une transition *discontinue* d'état du système que nous avons déjà eu l'occasion d'évoquer : le **décrochement de la pompe**. Dans notre expérience, le décrochement se fait de

manière continue et s'explique par une expulsion du flux magnétique. Là, nous présentons un problème rencontré pour de grandes valeurs du nombre de Hartmann et de Reynolds magnétique. Il s'agit d'une instabilité MHD que l'on rencontre par exemple dans les PEM.

Si maintenant on revient aux valeurs de paramètres permettant d'avoir de nouveau 3 solutions, le système reste sur la solution stable $Q \sim 0$. Dit autrement, cette bifurcation est associée à un phénomène d'**hystérésis**. Toutefois, il est possible de décrocher de l'entraînement du champ magnétique, avant même d'atteindre la bifurcation noeud-col. Lorsque l'écoulement est turbulent, des fluctuations peuvent faire basculer le système vers l'état $Q \sim 0$.

Chapitre 3

Calcul des bornes pour le rendement et mesures expérimentales

"La forme humaine est, dans toute la nature, celle qui donne le meilleur rendement. Si vous désirez construire un être mécanique, capable d'accomplir un très grand nombre de mouvements, des gestes et d'actes, sans se tromper, vous ne pouvez faire mieux qu'imiter la forme humaine¹."

- Isaac Asimov

Sommaire

1	Bilan énergétique	86
1.1	L'équation de l'énergie cinétique	87
1.2	L'équation de l'énergie magnétique	90
1.3	Le régime stationnaire	91
2	Les puissances dissipées au sein du système	92
2.1	Puissance Ohmique	92
2.2	Puissance perdue par viscosité	95
3	Encadrement du rendement	96
3.1	Définition du rendement	96
3.2	Rapport des dissipations	98
3.3	Le cas turbulent	100
4	Résultats expérimentaux	101
4.1	Comparaison un disque/deux disques	104

1. Le Cycle des Robots, Tome 3 : Les cavernes d'acier de Isaac Asimov.

1 Bilan énergétique

Lorsque l'on parle d'une pompe, d'un moteur ou de manière plus générale, d'un système physique à conversion énergétique, la question du rendement intervient dans la mesure où l'on souhaite estimer l'efficacité du forçage. Il s'agit d'évaluer le rapport entre l'énergie injectée dans le système, utile à son fonctionnement, et l'énergie produite par ce dernier. Dans notre cas, nous utilisons dans un premier temps une puissance électrique P_{elec} pour alimenter le moteur et mettre en rotation le disque d'aimants. L'énergie mécanique de la rotation se détermine à partir du produit du couple moteur et de la vitesse angulaire.

La puissance mécanique permet de pomper le fluide via la force de Laplace. Il est alors possible de définir un rendement de l'entraînement du fluide par le champ magnétique glissant comme le rapport de la puissance cinétique du fluide et de la puissance injectée dans le système. Dans ce chapitre, nous définirons l'expression du rendement pour un tel processus, puis à partir d'un calcul simple (voir [92]), nous estimerons les bornes du rendement. Enfin, nous aborderons les résultats expérimentaux obtenus pour ce montage.

Le bilan énergétique de l'expérience est intéressant sur plusieurs aspects. Comme l'énergie est injectée par un forçage magnétique (à travers un champ magnétique dépendant du temps et imposé aux limites du canal), il existe différentes manières possibles pour la dissiper. L'énergie magnétique peut être directement dissipée par dissipation ohmique sans impliquer de mouvement du fluide, ou au contraire être convertie en énergie cinétique avec la force de Laplace, pour être finalement dissipée par la viscosité. Il existe actuellement peu de prédiction concernant le rapport entre la dissipation visqueuse et la dissipation ohmique dans les écoulements électromagnétiques.

De même, ce qui limite l'efficacité d'une telle conversion de l'énergie magnétique en énergie cinétique est assez peu connu. Enfin, le problème réside dans la connaissance des couches limites relativement complexes dues au champ magnétique inhomogène qui est appliqué aux parois. Une caractérisation complète de ces couches peut certainement nous aider à comprendre la dynamique des écoulements électromagnétiques. L'article [92] montre qu'il existe un lien profond entre la structure de ces couches limites, l'apparition de l'instabilité de décrochement et la dissipation d'énergie, ce qui conduit à des prédictions intéressantes sur l'efficacité de telles transformations énergétiques.

Afin d'établir les équations régissant l'évolution énergétique du système, nous schématisons dans un premier temps le problème (voir figure (3.1)). On représente alors l'écoulement du métal liquide dans un canal à section rectangulaire S et

de hauteur L . L'écoulement de type Hartmann présente des couches limites de taille caractéristique δ . Pour obtenir les équations du bilan énergétique, il suffit de réaliser le produit scalaire de l'équation de Navier-Stokes avec le champ de vitesse \vec{v} d'une part, et le produit scalaire de l'équation d'induction avec le champ magnétique $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$.

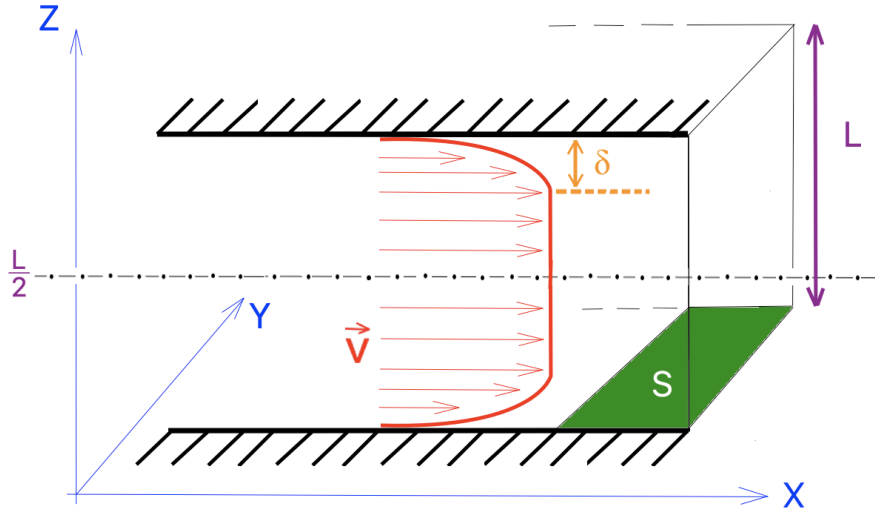


FIGURE 3.1 – Schematisation d'un canal torique avec les grandeurs caractéristiques utilisées pour le calcul.

1.1 L'équation de l'énergie cinétique

Le produit scalaire du champ de vitesse \vec{v} avec l'équation de Navier-Stokes donne :

$$\rho \vec{v} \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{grad}) \vec{v} = -\vec{v} \cdot \vec{grad}(P) + \rho \nu \vec{v} \cdot \vec{\Delta}(\vec{v}) + \vec{v} \cdot (\vec{j} \wedge \vec{B}) \quad (3.1)$$

► Gradient de pression :

On sait que : $div(P\vec{v}) = Pdiv(\vec{v}) + \vec{v} \cdot \vec{grad}(P)$

Or : $div(\vec{v}) = 0$ car le fluide est incompressible.

Ainsi : $div(P\vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{grad}(P)$

En intégrant sur le volume V du canal, le théorème de Green-Ostrogradski nous donne alors :

$$\iiint_V \text{div}(P\vec{v}).dV = \iint_S P\vec{v}.d\vec{S} = 0 \quad (3.2)$$

Car les conditions limites impliquent que la vitesse soit nulle sur les parois à la frontière du domaine définissant le volume V .

► **Terme des forces de frottement visqueux :**

On sait que : $r\vec{ot}(r\vec{ot}(\vec{v})) = \vec{grad}(\text{div}(\vec{v})) - \vec{\Delta}\vec{v}$

Or : $\text{div}(\vec{v}) = 0$ car le fluide est incompressible.

Ainsi : $\vec{\Delta}\vec{v} = -r\vec{ot}(r\vec{ot}(\vec{v}))$

En intégrant sur le volume V du canal, on définit alors la puissance moyenne dissipée par effet de viscosité, que l'on notera D_ν . Cette puissance s'associe à la notion de vorticité $\vec{\omega} = r\vec{ot}(\vec{v})$, qui nous le savons est importante essentiellement dans les couches limites (pour un écoulement bouchon).

$$\boxed{D_\nu = \rho\nu \iiint_V \vec{v} \cdot r\vec{ot}(\vec{\omega}).dV = -\rho\nu \iiint_V \vec{v} \cdot \vec{\Delta}(\vec{v}).dV} \quad (3.3)$$

► **Terme de la force de Laplace :**

Sachant que : $r\vec{ot}(\vec{B}) = \mu_0\vec{j} \iff \vec{j} = \frac{1}{\mu_0}r\vec{ot}(\vec{B})$

En int grat sur le volume V du canal directement, on a :

$$\begin{aligned} \iiint_V \vec{v} \cdot (\vec{j} \wedge \vec{B}).dV &= - \iiint_V \vec{j} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B}).dV \\ &= -\frac{1}{\mu_0} \iiint_V r\vec{ot}(\vec{B}) \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B}).dV \\ &= -\frac{1}{\mu_0} \left[\iiint_V \vec{B} \cdot r\vec{ot}(\vec{v} \wedge \vec{B}).dV + \underbrace{\iint_S \vec{B} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{S}}_0 \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

En effet, comme nous l'avons évoqué plus haut la vitesse est nulle sur les parois à la frontière du domaine définissant le volume V . On peut alors définir la puissance moyenne de la force de Laplace, notée L telle que :

$$L = -\frac{1}{\mu_0} \iiint_V \vec{B} \cdot \vec{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}).dV \quad (3.5)$$

► **Terme de dérivée particulaire :**

Commençons par modifier le terme non linéaire de dérivée convective à l'aide de la relation vectorielle suivante : $\vec{grad}(\frac{\vec{A}^2}{2}) = (\vec{A} \cdot \vec{grad})\vec{A} + \vec{A} \wedge \vec{rot}(\vec{A})$

$$\rho\vec{v} \cdot \left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{grad})\vec{v} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\underbrace{\frac{1}{2}\rho\vec{v}^2}_{E_{\text{cinétique volumique}}} \right) + \rho\vec{v} \cdot \left[\vec{grad}(\frac{\vec{v}^2}{2}) + \vec{rot}(\vec{v}) \wedge \vec{v} \right]$$

$$\vec{v} \cdot (\vec{rot}(\vec{v}) \wedge \vec{v}) = 0 \text{ car } \vec{v} \text{ est toujours } \perp \text{ à } \vec{rot}(\vec{v}) \wedge \vec{v}$$

Il reste alors le terme avec le gradient. En utilisant la relation vectorielle suivante : $\text{div}(f.\vec{A}) = \vec{A} \cdot \vec{grad}(f) + f.\text{div}(\vec{A})$ on obtient alors :

$$\rho\vec{v} \cdot \vec{grad}(\frac{\vec{v}^2}{2}) = \text{div} \left(\rho \frac{\vec{v}^2}{2} \cdot \vec{v} \right) - \frac{\vec{v}^2}{2} \cdot \underbrace{\text{div}(\rho\vec{v})}_0$$

0 car le fluide est incompressible

Ce qui nous donne enfin :

$$\rho\vec{v} \cdot \left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{grad})\vec{v} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2}\rho\vec{v}^2 \right) + \text{div} \left(\rho \frac{\vec{v}^2}{2} \cdot \vec{v} \right) \quad (3.6)$$

Comme nous avons fait pour les autres termes, en intégrant sur le volume donné V, il vient :

$$\begin{aligned} \iiint_V \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2}\rho\vec{v}^2 \right) + \text{div} \left(\frac{\vec{v}^2}{2} \cdot \vec{v} \right) \right] dV &= \frac{d}{dt} \underbrace{\iiint_V \frac{1}{2}\rho\vec{v}^2 dV}_{\text{indépendant de l'espace}} + \underbrace{\iiint_V \text{div} \left(\rho \frac{\vec{v}^2}{2} \cdot \vec{v} \right) \cdot dV}_{\text{Th. de Green-Ostro.}} \\ &= \iint_S \rho \frac{\vec{v}^2}{2} \cdot \vec{v} \cdot d\vec{S} \\ &= 0 \text{ car } \vec{v} \text{ est nul à la frontière du domaine (condition limite)} \end{aligned}$$

L'opérateur de dérivée temporelle $\frac{d}{dt}$ agit sur l'espace temporel, l'opérateur d'intégration spatiale $\iiint_V dV$ quant à lui agit dans l'espace physique. Ces deux opérateurs peuvent donc commuter. Cependant, une fois que l'énergie cinétique volumique $\rho \frac{\vec{v}^2}{2}$ est intégrée (*i.e.* moyennée) dans l'espace, cette grandeur physique ne dépend plus des coordonnées spatiales. L'opérateur de dérivée temporelle se transforme donc en une dérivée droite.

On notera donc l'énergie cinétique globale E^c . Pour conclure, le terme de dérivée particulaire dans l'équation de Navier-Stokes se transforme simplement comme :

$$\boxed{\rho \vec{v} \cdot \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = \frac{dE^c}{dt}} \quad (3.7)$$

► **Conclusion :**

Les calculs réalisés dans cette section permettent alors d'établir l'équation de conservation de l'énergie cinétique du fluide :

$$\rho \vec{v} \cdot \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = -\text{grad}(P) + \rho \nu \Delta(\vec{v}) + \vec{j} \wedge \vec{B} \right] \iff \boxed{\frac{dE^c}{dt} = L - D_\nu} \quad (3.8)$$

1.2 L'équation de l'énergie magnétique

Il faut repartir de l'équation d'induction et réaliser le produit scalaire avec le champ magnétique $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$ et enfin intégrer sur le volume considéré. Les relations vectorielles nécessaires pour le calcul étant les mêmes que pour l'énergie cinétique, nous nous permettrons dans cette section d'être plus synthétiques.

$$\begin{aligned} \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \vec{B} \cdot \text{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \vec{B} \cdot \tilde{\Delta} \vec{B} \\ \iff \iiint_V \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\left(\frac{\vec{B}^2}{2\mu_0} \right)}_{\text{Densité volumique d'énergie magnétique}} dV &= \iiint_V \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \text{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \iiint_V \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \tilde{\Delta} \vec{B} \end{aligned}$$

Densité volumique d'énergie magnétique

On reconnait alors un terme déjà évoqué correspondant à la puissance globale (moyennée dans l'espace) de la force de Laplace :

$$L = -\frac{1}{\mu_0} \iiint_V \vec{B} \cdot \vec{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot dV \quad (3.9)$$

De plus, on note E^c l'énergie magnétique contenue dans le volume de contrôle V . On a alors :

$$\iiint_V \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{B}^2}{2\mu_0} \right) dV = \frac{dE^B}{dt} \quad (3.10)$$

Pour ce qui est du dernier terme, on utilise la même relation vectorielle que pour l'énergie cinétique en sachant toutefois que : $\vec{rot}(\vec{rot}(\vec{B})) = -\tilde{\Delta}\vec{B}$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_0\sigma} \iiint_V \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \tilde{\Delta}\vec{B} &= -\frac{1}{\mu_0\sigma} \iiint_V \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \vec{rot}(\vec{rot}(\vec{B})) \\ &= -\frac{1}{\mu_0\sigma} \left[\iiint_V \frac{\vec{rot}(\vec{B})^2}{\mu_0} dV + \frac{1}{\mu_0} \oiint_s \left(\vec{rot}(\vec{B}) \wedge \vec{B} \right) \cdot d\vec{S} \right] \\ &= \underbrace{-\frac{1}{\sigma} \iiint_V \vec{j}^2 \cdot dV}_{-D_\eta} + \frac{\eta}{\mu_0} \oiint_s \left(\vec{B} \wedge \vec{rot}(\vec{B}) \right) \cdot d\vec{S} \end{aligned}$$

Le terme de surface peut se définir comme la puissance moyenne injectée que l'on notera P . En effet, il s'agit de la puissance fournie au système au travers des courants de surface imposés aux extrémités. Pour conclure, la relation de conservation de l'énergie magnétique s'écrit alors :

$$\boxed{\frac{dE^B}{dt} = P - L - D_\eta} \quad (3.11)$$

1.3 Le régime stationnaire

En résumé, le bilan énergétique conduit au jeu d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE^c}{dt} = L - D_\nu \\ \frac{dE^B}{dt} = P - L - D_\eta \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Rappelons la signification des termes :

- D_ν : Puissance dissipée sous forme de chaleur par effet de la viscosité du fluide
- D_η : Puissance dissipée sous forme de chaleur par effet ohmique, aussi appelé "*Effet Joule*"
- L : Puissance liée à la force de Laplace mettant en mouvement le fluide dans le canal. Autrement dit, il s'agit de la puissance transférée du champ électromagnétique au fluide.
- P : Puissance moyenne injectée dans le système

Dans le régime stationnaire, les grandeurs physiques ne dépendent plus du temps. Ce qui donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} L = D_\nu \\ L = P - D_\eta \end{array} \right. \quad (3.13)$$

2 Les puissances dissipées au sein du système

2.1 Puissance Ohmique

Comme nous avons pu le voir précédemment, la puissance dissipée par effet Joule peut s'écrire :

$$D_\eta = \eta\mu_0 \iiint_V J^2.dV \quad (3.14)$$

On sait que pour $R_m^s \lesssim 1$, on peut écrire par approximation : $J = \sigma(v - c)B$ où v est la vitesse d'écoulement du fluide et c la célérité du champ magnétique glissant. Soit S l'élément intégral de surface (la section) que l'on peut voir sur la figure (3.1). Si décompose l'espace comme une partie avec la couche limite δ d'une part, et l'écoulement central de l'autre, il vient :

$$D_\eta = \eta\mu_0\sigma^2 B^2 S \left[\int_0^\delta (v - c)^2 dz + \int_\delta^{\frac{L}{2}} (v - c)^2 dz \right] \quad (3.15)$$

Calculons dans un premier temps l'intégrale de gauche. Pour cela, nous modélisons l'écoulement par un champ de vitesse dépendant de la coordonnée axiale z uniquement, et en tenant compte de l'épaisseur de la couche limite δ . Le champ de vitesse s'écrit : $v(z) = U_0(1 - e^{-\frac{z}{\delta}})$. En prenant les valeurs pour notre expérience, on obtient sur la figure (3.2) un modélisation du profil de Hartmann. On note de part et d'autre du canal la présence de couche limite, et dans la région centrale ("bulk flow") un profil type d'écoulement en bloc. Cette approche est raisonnable dans notre situation.

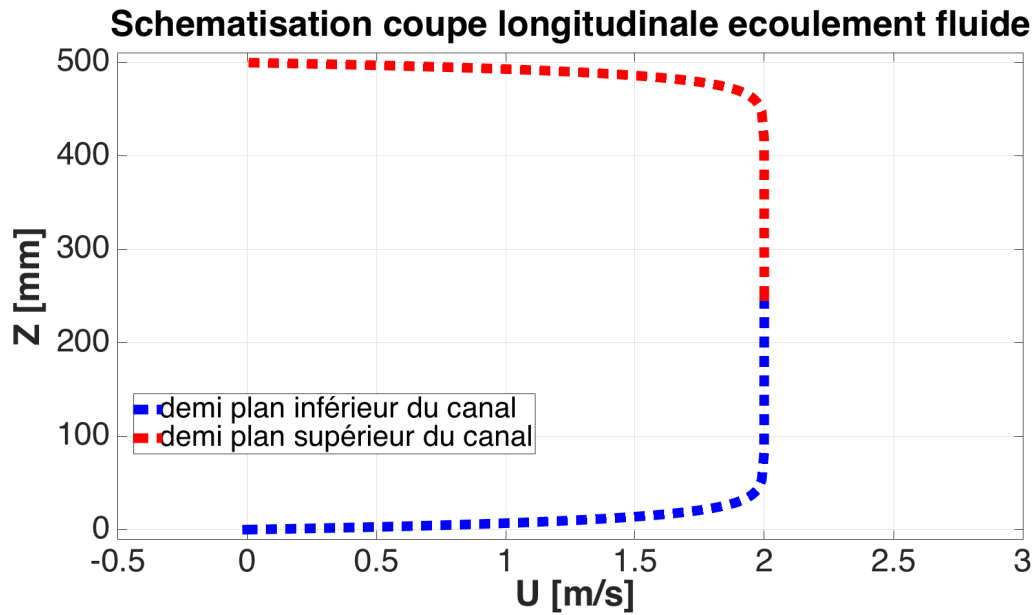


FIGURE 3.2 – Schématisation de l'écoulement de Hartmann au sein du canal

Ainsi, l'intégrale dans la couche limite s'écrit :

$$\begin{aligned}
\int_0^\delta (v(z) - c)^2 dz &= \int_0^\delta [(U_0 - c) - U_0 e^{-\frac{z}{\delta}}]^2 dz \\
&= \int_0^\delta [(U_0 - c)^2 - 2(U_0 - c)U_0 e^{-\frac{z}{\delta}} + U_0^2 e^{-\frac{2z}{\delta}}] dz \\
&= (U_0 - c)^2 \delta - [-2(U_0 - c)U_0 \delta e^{-\frac{z}{\delta}}]_0^\delta + \left[-\frac{U_0^2 \delta}{2} e^{-\frac{2z}{\delta}} \right]_0^\delta \\
&= (U_0 - c)^2 \delta - \left[\underbrace{-2(U_0 - c)U_0 \delta e^{-1}}_{\ll 2(U_0 - c)U_0 \delta} + 2(U_0 - c)U_0 \delta \right] + \left[\underbrace{-\frac{U_0^2 \delta}{2} e^{-2}}_{\ll \frac{U_0^2 \delta}{2}} + \frac{U_0^2 \delta}{2} \right]
\end{aligned}$$

d'où :

$$\boxed{\int_0^\delta (v(z) - c)^2 dz \sim (U_0 - c)^2 \delta - 2(U_0 - c)U_0 \delta + \frac{U_0^2 \delta}{2}} \quad (3.16)$$

Retenons alors que dans le cas d'une pompe fonctionnant au **quasi-synchronisme** ($U_0 \sim c$ ou autrement dit, $Q \sim 1$) le résultat se simplifie tel que :

$$\boxed{\int_0^\delta (v(z) - c)^2 dz \sim \frac{c^2 \delta}{2}} \quad (3.17)$$

De même, pour la seconde intégrale, sachant que l'on se situe en dehors de la couche limite, on a par conséquent : $v(z) = U_0 \sim c$. L'intégrale en dehors de la couche limite peut donc dans une certaine approximation être considérée comme négligeable par rapport à la première.

Retenons alors que :

$$\boxed{\int_{\frac{L}{\delta}}^L (v(z) - c)^2 dz \ll \int_0^\delta (v(z) - c)^2 dz} \quad (3.18)$$

Pour résumer, la puissance perdue par dissipation ohmique peut alors s'écrire en ordre de grandeur et dans le cas d'une pompe optimale (quasi-synchronisme) :

$$D_\eta \sim \eta \mu_0 \sigma^2 B^2 S \frac{c^2 \delta}{2} \quad (3.19)$$

2.2 Puissance perdue par viscosité

Précédemment, nous avons défini la puissance perdue par effet de viscosité notée D_ν comme :

$$D_\nu = \rho\nu \iiint_V \vec{v} \cdot \tilde{\Delta} \vec{v} dV \quad (3.20)$$

Donnons un ordre de grandeur pour cette puissance. Dans notre approche, nous supposons toujours que le champ de vitesse ne dépend que de la coordonnée axiale $\vec{v} = v(z) \cdot \vec{e}_x$.

$$\begin{aligned} D_\nu &= \rho\nu \iiint_V \vec{v} \cdot \tilde{\Delta} \vec{v} dV \\ &= \rho\nu \int_0^L \vec{v} \cdot \tilde{\Delta} \vec{v} dz \iint_S dS \\ &= \rho\nu S \left[\int_0^\delta \vec{v} \cdot \tilde{\Delta} \vec{v} dz + \int_\delta^{\frac{L}{2}} \vec{v} \cdot \tilde{\Delta} \vec{v} dz \right] \end{aligned}$$

La seconde intégrale est nulle dans ce cas, car la vorticité $\vec{\omega} = \vec{rot}(\vec{v})$ est nulle en dehors de la couche limite, car dans la zone centrale, $v(z) = U_0 = cste$. Cela revient à dire, de manière plus triviale, que le fluide dissipe de l'énergie sous forme de chaleur par effet de viscosité essentiellement dans les couches limites.

$$D_\nu = \rho\nu S \int_0^\delta \vec{v} \cdot \tilde{\Delta} \vec{v} dz - \rho\nu S \int_\delta^{\frac{L}{2}} \vec{v} \cdot \underbrace{\vec{rot}(\vec{rot}(\vec{v}))}_0 dz = \rho\nu S \int_0^\delta \vec{v} \cdot \tilde{\Delta} \vec{v} dz \quad (3.21)$$

Comme précedemment, le champ de vitesse peut se modéliser comme un profil de Hartmann : $v(z) = U_0(1 - e^{-\frac{z}{\delta}})$. Ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv(z)}{dz} = \frac{U_0}{\delta} e^{-\frac{z}{\delta}} \\ \frac{d^2v(z)}{dz^2} = -\frac{U_0}{\delta^2} e^{-\frac{z}{\delta}} \end{array} \right. \quad (3.22)$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} D_\nu &= \rho\nu S \int_0^\delta \vec{v} \cdot \tilde{\Delta} \vec{v} dz \\ &= \rho\nu S \int_0^\delta v(z) \frac{d^2v(z)}{dz^2} dz \\ &= \rho\nu S \int_0^\delta -\frac{U_0^2}{\delta^2} (1 - e^{-\frac{z}{\delta}}) e^{-\frac{z}{\delta}} dz \\ &= -\frac{U_0^2}{\delta^2} \rho\nu S \left([-\delta e^{-\frac{z}{\delta}}]_0^\delta - \left[-\frac{\delta}{2} e^{-\frac{2z}{\delta}} \right]_0^\delta \right) \\ &\sim \frac{U_0^2}{\delta^2} \rho\nu S \left(\delta - \frac{\delta}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\text{D'où : } \boxed{D_\nu \sim \frac{\rho\nu S U_0^2}{2\delta}}$$

3 Encadrement du rendement

3.1 Définition du rendement

Pour évaluer le rendement, nous allons partir d'une définition "*classique*" consistant à écrire :

$$r = \frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance fournie}}$$

La puissance utile est dans notre cas la puissance mise en oeuvre pour que le fluide soit en mouvement dans le canal. Cette dynamique est assurée par la force de Laplace. Ainsi, la puissance utile correspond au terme L relatif à la puissance moyenne de la force de Laplace.

Pour ce qui est de la puissance injectée, nous pourrions utiliser la puissance électrique $P_{elec} = UI$ utilisée pour alimenter le moteur. Toutefois, il est clair que la transmission de puissance entre l'électrique et le mécanique n'est que partiellement assurée. Il est donc préférable de mesurer le couple du moteur et considérer que la puissance injectée correspond à la puissance mécanique du moteur permettant d'engendrer le champ magnétique glissant.

La puissance *réellement* injectée dans le fluide peut aussi s'exprimer à partir des pertes. En effet, l'énergie ne disparaît pas, autrement dit ce que l'on injecte se retrouve dans les pertes. Nous avons établi les équations du bilan énergétique (3.12). Il est possible aussi d'écrire le bilan énergétique de manière plus globale sous forme d'une unique équation en sommant les deux. On note E l'énergie totale du système étudié :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE^c}{dt} + \frac{dE^B}{dt} = P_{inj} - D_\nu - D_\eta \quad (3.23)$$

A l'état stationnaire : $\frac{dE}{dt} = 0$. D'où : $P_{inj} = D_\nu + D_\eta$

On peut alors conclure et définir le rendement dans le cas présent comme :

$$r = \frac{L}{D_\nu + D_\eta} = \frac{D_\nu}{D_\nu + D_\eta} = \frac{1}{1 + \frac{D_\eta}{D_\nu}} \quad (3.24)$$

A ce stade, il est intéressant d'interpréter la physique sous jacente à ces équations, en illustrant le propos par le schéma (3.3). En injectant une puissance P_{inj} , cette dernière va d'une part mettre en mouvement le fluide et donc se convertir en travail par unité de temps de la force de Laplace L . Pour cela le mécanisme fait appel des courant électriques induits. Ainsi, une partie de cette puissance injectée sera d'autre part, perdue par effet ohmique (*Effet Joule*). Cette dissipation, se traduit physiquement sous forme de transfert thermique (chaleur).

Enfin, la puissance de Laplace liée à la cinétique du fluide, perd en puissance en dissipant sous forme de chaleur. Mais cette fois-ci, le mécanisme est dû à l'interaction entre la viscosité du fluide d'une part et les parois du canal. Cela donne naissance à une couche limite de taille caractéristique δ , à l'intérieur de laquelle,

la puissance cinétique se dissipe.

On peut le comprendre aussi en observant le système d'équation. La puissance de la force de Laplace L est présente dans les deux équations bilan, mais avec un signe opposé. Là où l'énergie magnétique est alimentée par le terme source P_{inj} , une partie est perdue dans la cinétique du fluide avec le terme L . Ce terme se retrouve donc logiquement dans l'équation bilan de l'énergie cinétique. Mais, on constate qu'en sommant les deux équations, le terme de puissance de Laplace L disparaît. Il est donc interne au mécanisme de transfert d'énergie, mais à l'échelle globale il n'intervient pas.

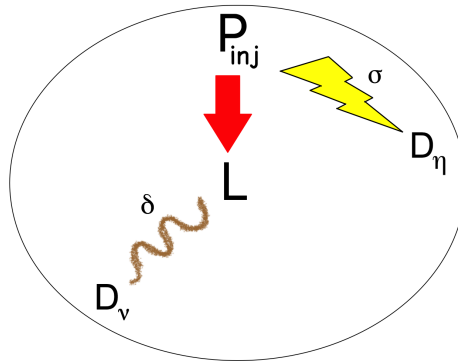


FIGURE 3.3 – Schematisation du bilan énergétique

3.2 Rapport des dissipations

Rappelons tout d'abord quelques résultats fondamentaux que nous venons d'établir :

$$D_{\eta} \sim \sigma B^2 S \frac{c^2 \delta}{2} \quad (3.25)$$

$$D_{\nu} \sim \frac{\rho \nu U_0^2 S}{2\delta} \quad (3.26)$$

Le rapport des puissances dissipées peut s'écrire en ordre de grandeur comme :

$$\begin{aligned}
\frac{D_\eta}{D_\nu} &\sim \frac{\sigma B^2 S \frac{c^2 \delta}{2}}{\frac{\rho \nu U_0^2 S}{2\delta}} \\
&\sim \underbrace{\frac{c^2}{U_0^2}}_{\frac{1}{Q^2}} \cdot \underbrace{\frac{\sigma B^2 L^2}{\rho \nu}}_{Ha^2} \cdot \underbrace{\left(\frac{\delta}{L}\right)^2}_{\sim \frac{1}{Ha^2}}
\end{aligned}$$

Par conséquent :

$$\boxed{\frac{D_\eta}{D_\nu} \sim \frac{1}{Q^2}} \tag{3.27}$$

Nous cherchons ici à donner une estimation de la borne maximale pour le rendement d'un processus d'entraînement d'un fluide par un champ glissant. Pour cela nous avons fait quelques approximations comme un champ de vitesse purement axiale $v(z)$, un fonctionnement au quasi-synchronisme $U_0 \sim c$ ou encore, des nombre de Reynolds magnétiques pas trop grands par rapport à l'unité $R_m^s \lesssim 1$. Dans cette limite, on peut donner un encadrement du rendement :

$$\begin{aligned}
\forall Q \in \mathbb{R} \quad 0 < Q < 1 &\iff 0 < Q^2 < 1 \\
&\iff \frac{1}{Q^2} > 1 \\
&\iff \frac{D_\eta}{D_\nu} > 1 \\
&\iff 1 + \frac{D_\eta}{D_\nu} > 2 \\
&\iff \frac{1}{1 + \frac{D_\eta}{D_\nu}} < \frac{1}{2} \\
&\iff \boxed{r < \frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

Nous venons de démontrer la limite haute du rendement importante dans l'étude du dispositif étudié. Dans un cas de fonctionnement optimal, le rendement maximal (borne supérieure) est de 50%. Un résultat plutôt encourageant pour une réalisation industrielle comme les PEM. Notons cependant, que pour des moteurs

électriques il est généralement habituel de rencontrer des rendements de l'ordre de 50 à 60%. On peut également comparer ce résultat aux rendements des pompes hydrauliques qui sont bien souvent supérieurs à 50%. L'entraînement d'un métal liquide par induction n'est donc foncièrement pas un processus efficace. Pour autant ce n'est pas ce qui est recherché par les industriels. La possibilité d'entraîner le fluide par un champ magnétique glissant facilite considérablement la maintenance. Le fluide dans le canal n'est pas accessible et l'entraînement est assuré à l'extérieur par des bobines à induction comme nous avons déjà pu le voir. A la différence des pompes hydrauliques, la mécanique interne est inexistante, la logistique et la maintenance sont donc simplifiées. Somme toute, le rendement n'est pas catastrophique au regard des autres avantages.

3.3 Le cas turbulent

Un point reste à discuter concernant l'aspect turbulent de l'écoulement. En effet, les calculs effectués précédemment permettent dans un cas idéal d'obtenir une borne supérieure pour le rendement. Cependant, il s'agit de calcul dans le cas laminaire puisque l'on considère que les dissipations se font dans les couches limites visqueuses δ au niveau des parois. Dans l'expérience il est clair que l'écoulement est turbulent. L'encadrement du rendement reste-t-il alors encore valable ?

D'un point de vue purement pragmatique, il semblerait que ce modèle puisse s'appliquer aussi au cas des écoulements turbulents. Nous justifions bien entendu ce propos au travers des résultats expérimentaux dans la section suivante. Dans le cas des pompes électromagnétiques, l'entraînement du métal liquide se fait en appliquant un champ magnétique glissant uniquement sur une portion du canal linéaire. Dans ce cadre, les industriels évaluent le rendement en mesurant la chute de pression entre l'entrée et la sortie de cette portion. Fait intéressant, dans plusieurs expériences [37, 80] ils atteignent asymptotiquement un rendement proche de 50%. Ces résultats semblent donc être en accord avec nos prédictions.

Pour un nombre de Reynolds suffisamment grand, les couches limites ainsi que le *bulk flow* deviennent turbulents. Cela implique de remplacer la viscosité moléculaire ν par une **viscosité turbulente** notée ν_T . Dans la littérature, il est possible de rencontrer de nombreuses formulations, le plus souvent empiriques, utilisées dans l'ingénierie. Bien que concrète, la notion de viscosité turbulente n'est pas toujours bien définie (encore moins en MHD !). La version la plus simple consiste à la construire dimensionnellement à partir de la valeur de la vitesse dans le *bulk-flow* U_0 telle que : $\nu_T \sim U_0 L$. La vitesse maximale de l'écoulement mesurée est de l'ordre de $v \sim 2 \text{ m.s}^{-1}$. Pour la longueur caractéristique L on prendra typique-

ment la hauteur H du canal. Cela nous donne un ordre de grandeur de $\nu_T \sim 10^{-1} m^2.s^{-1}$. En comparaison la viscosité cinématique du galinstan est de $\nu = 0,37 mm^2.s^{-1}$, autrement dit de l'ordre de grandeur $10^{-6} m^2.s^{-1}$.

Dans le cas laminaire, l'écoulement a un profil de type poiseuille. Lorsque l'on applique un champ magnétique transverse, le profil prend la forme d'un écoulement de Hartmann. De même, si l'écoulement devient turbulent, le profil à la forme d'un écoulement bouchon avec une géométrie proche de celle de l'écoulement d'Hartmann. Dans ces deux cas, s'il est possible de définir une couche limite de Hartmann ou une couche limite turbulente, on peut alors penser que les dissipations ohmique et visqueuse seront majoritairement dans les couches limites. Autrement dit, si les dissipations ohmique et visqueuse restent dominées par la dissipation dans les couches limites, le calcul précédent reste pertinent et le rendement maximal pour un écoulement turbulent devrait rester borné par 50%. Nous verrons dans la section suivante que les résultats expérimentaux sont cohérents avec cette idée.

4 Résultats expérimentaux

La puissance mécanique P développée se définit comme le produit du couple moteur C et la vitesse angulaire des disques ω . En présence du fluide conducteur entre les disques, le couple mécanique imposé permet de mettre en mouvement le fluide. Si par convention on définit $Ha = 0$ comme le cas où la cellule remplie de fluide est retirée, c'est à dire où les disques tournent dans le vide, alors la mesure du couple en fonction de la vitesse de rotation des disques permet d'obtenir une courbe nominale à retrancher dans les mesures. Par exemple, sur la figure (3.4(a)) on mesure le couple de l'arbre moteur dans un premier temps avec les deux disques en rotation dans le vide sans présence du fluide (courbe avec les diamants verts). Notons qu'en présence de frottement solide, la mesure du couple devrait être constante et indépendante de la vitesse de rotation des disques. Toutefois, on mesure une légère augmentation linéaire en fonction de $R_m = \mu_0 \sigma c H$ résultant potentiellement de plusieurs facteurs : frottement avec l'air, présence d'induction des pièces métalliques du montage (vis, écrou...) etc... Cela suggère de retrancher cette courbe aux mesures du couple en présence du fluide pour évaluer au mieux le couple hydrodynamique de l'entraînement du fluide.

Dans un deuxième temps, on mesure le couple en présence du fluide avec un unique disque au plus proche de la paroi de la cellule (courbe avec les carrés bleus). Enfin, on rajoute le deuxième disque, toujours au plus proche de la paroi ($Ha = 727$). Premier constat, en présence du fluide, l'entraînement de ce dernier par induction, implique un freinage magnétique du disque, donc un couple mesuré plus important

et dépendant de R_m . De même, avec deux disques, le couple mesuré est logiquement plus important. Le couple varie selon la charge appliquée sur l'arbre moteur, donc le nombre de disques. A l'aide d'une interpolation des données, nous pouvons alors retrancher la courbe nominale $Ha = 0$ pour avoir une vraie estimation du couple hydrodynamique (voir (3.4(b)) figure).

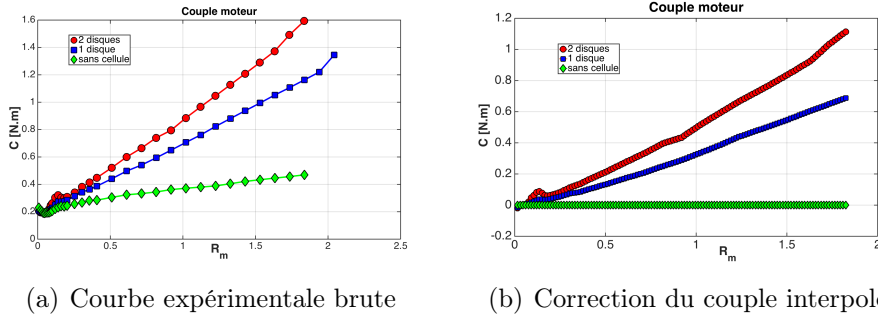
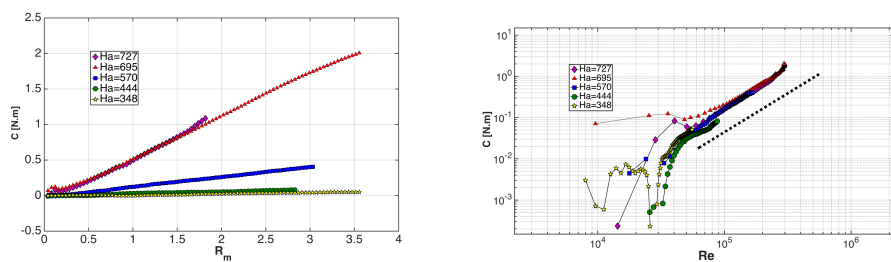


FIGURE 3.4 – Courbes expérimentales de la mesure du couple en considérant 3 cas : avec un disque au contact de la paroi (carrés bleus), avec deux disques symétriques (ronds rouges), et avec ces deux mêmes disques mais en retirant la cellule de fluide placée entre.

Pour différentes valeurs du forçage, on mesure le couple hydrodynamique (*i.e.* le couple mécanique en présence du fluide), qui nous permettra ensuite de déterminer la puissance injectée pour mettre en mouvement le fluide. Sur la figure (3.5(a)), on constate que lorsque les disques sont au plus proche des parois du canal ($Ha = 727$) le couple est maximal et linéaire en fonction de R_m . Plus on éloigne les disques, plus on diminue l'intensité du forçage. La pente d'évolution du couple en fonction de R_m diminue, jusqu'à atteindre une valeur asymptotique proche de zéro pour $Ha = 348$. Si à présent, l'on trace la mesure du couple en fonction du nombre de Reynolds cinétique (figure (3.5(b))), alors on met en évidence un loi d'évolution quadratique du couple avec la vitesse d'écoulement du fluide : $C \sim v^2$, ce qui est cohérent avec les attentes.

A partir de la mesure de la vitesse angulaire des disques ω , il est maintenant possible d'obtenir la puissance injectée pour entraîner le fluide dans la cellule. La figure (3.6(a)) montre la puissance en fonction de R_m . Tout comme le couple, la puissance est d'autant plus grande que le nombre de Hartmann est grand. Son évolution est strictement croissante en fonction de R_m . Point intéressant, si l'on trace la puissance en fonction de Re , on retrouve approximativement la loi de puissance attendue $P_{inj} \sim Re^3$. En effet, nous savons que la puissance injectée par unité de surface se retrouve dans les pertes : $P_{inj} = (D_\nu + D_\eta)S$, où la dissipation visqueuse

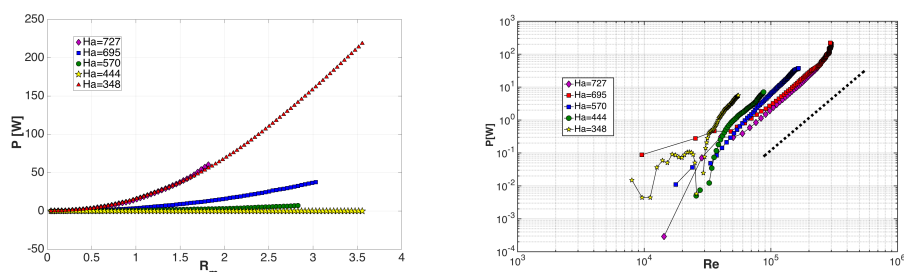


(a) Mesure du couple en fonction de R_m (b) Mesure du couple en fonction de Re sur une échelle logarithmique

FIGURE 3.5 – Courbes de mesures du couple moteur en fonction de R_m et Re pour différentes valeurs du nombre de Hartmann

par unité de surface s'exprime à partir du coefficient de frottement C_D comme $D_\nu = \rho C_D v^3$.

Notons toutefois qu'il existe de nets écarts à cette loi de puissance cubique, pour des valeurs petites ou très grandes de Re (voir courbe (3.6(b))), ainsi qu'une forte dépendance avec le nombre d'Hartmann. Cela s'explique par la présence de dissipation ohmique D_η . Sachant que $P_{inj} = (D_\nu + D_\eta)S$, selon le régime étudié nous n'aurons pas toujours une évolution en $\sim v^3$.



(a) Mesure de puissance injectée en fonction de R_m (b) Mesure de puissance injectée en fonction de Re sur une échelle logarithmique

FIGURE 3.6 – Courbes de mesures de la puissance mécanique en fonction de R_m et Re pour différentes valeurs du nombre de Hartmann

L'idée est d'arriver à mesurer un rendement pour cette expérience. Nous avons d'une part la puissance injectée $P_{inj} = C\omega$ en fonction de R_m . Pour ce qui est la puissance utile P_u par définition celle-ci est liée à la puissance de la force de Laplace L . Comme nous avons pu le voir lors du bilan énergétique, en régime stationnaire $L = D_\nu$. Il s'agit d'une puissance par unité de surface, donc pour avoir la

puissance utile totale, on prendra : $P_u = \rho C_D v^3 \pi (R_{ext}^2 - R_{int}^2)$. Ce qui nous donne pour finir, une expression du rendement :

$$r \sim C_D \frac{\rho v^3 \pi (R_{ext}^2 - R_{int}^2)}{C \omega} \quad (3.28)$$

La figure (3.7) montre le rendement obtenu dans cette expérience. Le champ magnétique décroît exponentiellement dans la direction axiale z , ce qui abaisse rapidement le forçage du fluide lorsque l'on espace les disques des parois. Pour cette raison, les faibles valeurs du nombre de Hartmann donne un rendement difficilement mesurable en raison de vitesses trop faibles. On représente sur la courbe uniquement le rendement pour les deux forçages les plus importants, à savoir $Ha = 727$ et $Ha = 695$.

La courbe atteint une borne supérieure où $r \sim 50\%$, ce résultat est en adéquation avec le calcul de borne réalisé précédemment. Notons que le rendement décroît pour une certaine valeur du nombre de Reynolds magnétique $R_m \sim 1$. Ce résultat a été mis en avant au travers de nos calculs et aussi dans l'article de Araseki *et al.* [8], où ces derniers mesurent la pression en entrée et en sortie d'une PEM. Ils définissent le rendement à partir de la perte de charge et montre une évolution similaire en cloche avec un rendement inférieur à 30%.

La figure (3.7) nous indique d'une part que le rendement est sensible au nombre de Hartmann. D'autre part, même pour un écoulement turbulent le rendement est inférieur à la borne prédite avec le calcul laminaire, ce qu'il laisse penser que même si le *bulk flow* est turbulent, les couches limites sont encore définies et concentrent l'essentiel des dissipation visqueuse et ohmique. Le passage du rendement par un maximum pour décroître ensuite révèle également la limitation du processus de conversion d'énergie par la force de Laplace, par une expulsion progressive du flux magnétique, et donc un amincissement de l'épaisseur de peau.

4.1 Comparaison un disque/deux disques

La figure (3.8) présente deux configurations. Dans un premier temps, on place deux disques d'aimants de part et d'autre du canal, de telle manière que ces derniers soient au plus proche des parois de la cellule ($Ha = 727$). On mesure alors la vitesse d'écoulement du fluide dans la direction orthoradiale v_ϕ , le couple moteur C , le rendement défini plus haut r et enfin, le puissance mécanique P . Les courbes en carrés bleus en revanche, concernent la configuration dans laquelle seul le disque du bas a été conservé.

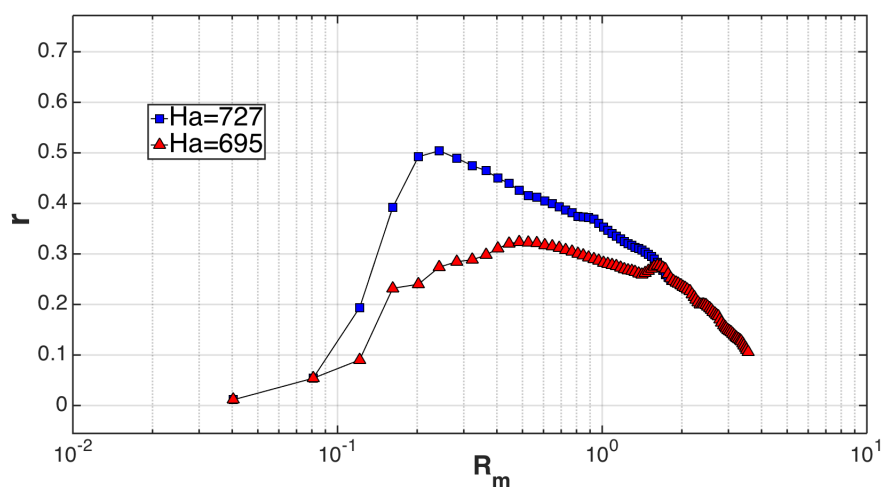


FIGURE 3.7 – Mesures expérimentales du rendement pour $Ha = 727$ et $Ha = 695$ en fonction de R_m

Sans grande surprise, les vitesses d'entraînement du fluide sont plus grandes, avec un forçage de part et d'autre du canal. Si les courbes ne semblent pas montrer de grandes différences pour des petites valeurs du nombre de Reynolds magnétique $R_m < 0.5$, en revanche pour de plus grandes valeurs la différence est plus marquée.

Concernant le couple, il semble cohérent que lorsque l'on utilise deux disques d'aimants le freinage par induction étant plus important, le couple mesuré au niveau de l'arbre moteur est plus important également. Le coût énergétique pour entraîner le fluide correspond à la puissance mécanique P résultant du produit du couple et de la vitesse angulaire, il est donc normal de retrouver une évolution similaire pour les courbes de puissance. Pour $R_m > 0.5$, un écart se creuse et montre que la puissance développée avec deux disques est plus importante. Notons que les courbes présentées ont été retranchées par le couple nominal de la rotation des disques à vide.

Enfin, un fait plus surprenant, les rendements obtenus avec un disque sont supérieurs à ceux obtenus avec les deux. À R_m fixé la vitesse d'écoulement du fluide est plus importante pour autant avec un entraînement à deux disques. Cela se comprend car le coût énergétique pour déplacer le fluide avec deux disques est plus important, pour finalement obtenir une vitesse d'écoulement guère plus grande. Le rendement à faible R_m peut alors être meilleur avec un disque. On retrouve toujours la borne supérieure à 50%. De plus, le rendement diminue en fonction de R_m .

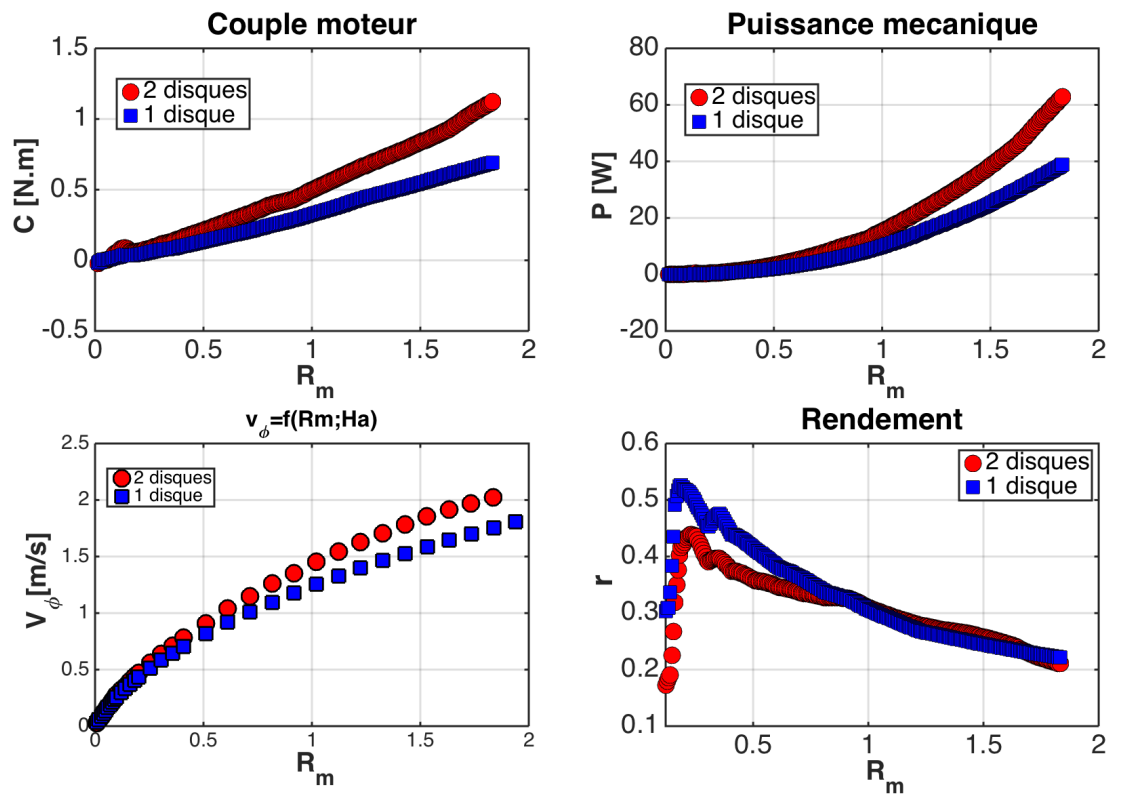


FIGURE 3.8 – Etude de cas : Première configuration avec deux disques d’aimants disposés de part et d’autre du canal de manière symétrique. Les disques sont placés au plus proche des parois du canal (cf courbes avec des ronds rouges). Deuxième configuration, on retire le disque du haut et on conserve uniquement un disque d’aimants en bas pour entraîner le fluide (cf courbe avec carrés bleus). Les 4 figures illustrent l’évolution de la vitesse orthoradiale, du couple moteur, du rendement et de la puissance mécanique.

Chapitre 4

Expérience Von Kármán Magnétique (V.K.M.)

"Do not worry about your difficulties in mathematics. I can assure you mine are still greater¹."

- A. Einstein

Sommaire

1	Introduction	109
2	Dispositif expérimental	109
3	L'écoulement moyen $\langle v \rangle$	110
4	Les fluctuations du champ de vitesse v'	113
5	Cas d'un forçage non symétrique	116
6	Les spectres de puissance	118
6.1	Cascade inertielle : Théorie de Kolmogorov	119
6.2	Spectre avec renversements chaotiques	121
6.3	Distribution de la probabilité des temps d'attente	123
6.4	Cas d'étude : le «Flicker Noise» (ou <i>bruit en 1/f</i>)	125
6.5	Hypothèse de Taylor	128
7	Relation entre les paramètres α et β	129
8	Modélisation mathématique possible pour les processus de renversements stochastiques	133
8.1	Processus aléatoire sans mémoire	137
8.2	Processus aléatoire avec mémoire : Proposition d'un mécanisme pour $P(\tau)$	138

1. Ne vous inquiétez pas au sujet de vos difficultés en mathématiques, les miennes sont encore plus importantes.

9	Discussion du bruit en $\frac{1}{f^\alpha}$ à basse fréquence	141
10	Conclusion	143

1 Introduction

Précédemment, nous avons abordé l'étude d'un écoulement induit par un forçage magnétique. Sans injection de courant, juste en appliquant deux champs magnétiques glissants en **corotation** dans la direction orthoradiale \vec{e}_θ , les courants induits permettaient alors d'engendrer la force de Laplace. Cette dernière assurait la conversion de puissance électromagnétique en puissance hydrodynamique.

Dans ce chapitre, nous allons présenter un autre type de forçage, toujours en continuité avec l'expérience précédente. A présent, deux champs magnétiques glissants sont appliqués mais cette fois-ci dans des sens opposés (**contrarotation**). L'écoulement moyen est donc annulé et le taux de fluctuation turbulente est beaucoup plus élevé en raison du cisaillement.

Nous étudierons dans un premier temps l'écoulement moyen de cisaillement. La dynamique de ce dernier tend à briser les symétries du problème lorsque la turbulence devient importante. La couche de cisaillement a alors un comportement chaotique. Ce dernier point se traduit sur le spectre de puissance des fluctuations du champ de vitesse par la présence d'une loi de puissance à basse fréquence en $\frac{1}{f^\alpha}$. A partir de la fréquence typique d'injection de l'énergie, on pourrait s'attendre à une cascade d'énergie vers les hautes fréquences et un spectre plat pour les basses fréquences. Or, il semblerait que l'augmentation du taux de turbulence modifie le spectre à basse fréquence.

Ce comportement original a été observé et étudié durant les dernières décennies pour différents systèmes physiques. Son étude est un enjeu majeur dans la compréhension des signaux chaotiques. La physique sous-jacente à ce problème et les modèles mathématiques utilisés pour le comprendre sont d'un intérêt réel.

2 Dispositif expérimental

La figure (4.1) montre une image schématique de l'expérience. Le montage est le même, hormis que chaque disque est à présent asservi par un servomoteur. Les deux disques tournent en contrarotation il n'y a donc pas de considération de phase dans cette partie.

Le forçage étant différent, ceci nous conduit à définir de nouveaux paramètres de contrôle sans dimension. Tout d'abord, le paramètre de symétrie noté $F =$

$(f_1 - f_2)/(f_1 + f_2)$ où f_1 et f_2 sont respectivement les fréquences de rotation du disque du haut et du bas. Pour un forçage symétrique, c'est à dire avec les mêmes fréquences de rotation des disques de part et d'autre de la cellule, ce paramètre est nul : $F = 0$. Le nombre de Reynolds cinétique est défini autrement : $Re = \frac{(f_1 + f_2)}{2} \cdot \frac{H^2}{\nu}$ où H est la hauteur du canal. Il sera à présent basé sur la fréquence de rotation moyenne des disques.

Le champ magnétique est toujours mesuré dans le plan médian du canal. Concernant le champ de vitesse, celui-ci est mesuré par Velocimétrie Doppler (UDV) en utilisant trois sondes situées dans trois plans horizontaux différents $z = 0$ (plan moyen) et $z = \pm 11$ mm (voir plan 4.2). Lorsque les deux champs magnétiques imposés aux extrémités supérieure et inférieure tournent dans le même sens, la force de Laplace azimutale entraîne l'écoulement dans la même direction que les disques, et le dispositif agit donc comme une pompe à induction. La vitesse de l'écoulement augmente à la fois avec l'amplitude du champ appliqué et la vitesse de rotation des disques. Notez cependant que la vitesse du fluide est toujours inférieure à la vitesse des disques, et peut être beaucoup plus petite si le champ magnétique est expulsé à l'extérieur du canal au grand nombre de Reynolds magnétique, $Rm = RePm$. Pour cela, nous pouvons retourner à la lecture du chapitre sur l'étude de la corotation, ainsi que divers articles [45, 94]. Les résultats liés à ce nouveau type de d'écoulement sont présentés dans l'article ([69]).

Le but est donc de faire tourner les deux disques dans un sens opposé. Ce forçage peut vaguement rappeler les écoulements tourbillonnaires de von Kármán : voir expérience V.K.S Ravelet et al. [75]. Cette expérience est donc baptisée *von Kármán Magnétique* (V.K.M.) pour ces similitudes. En effet, au lieu de forcer de manière mécanique l'écoulement avec des disques en contrarotation munis de pales, nous utilisons un **forçage magnétique** avec deux disques d'aimants.

Un des grands enjeux du montage était de symétriser le forçage dans un premier temps. Les deux disques doivent être à **équidistance** du canal, afin que le fluide ne ressente pas plus l'effet de l'un que de l'autre.

3 L'écoulement moyen $\langle v \rangle$

Première question : quel est la forme de l'écoulement moyen ? Les mesures expérimentales à l'aide des sondes Doppler ont permis de répondre à cette question. En prenant un certain nombre de profils de la vitesse le long de l'axe de mesure noté X, nous effectuons une moyenne temporelle d'ensemble de tous ces profils,

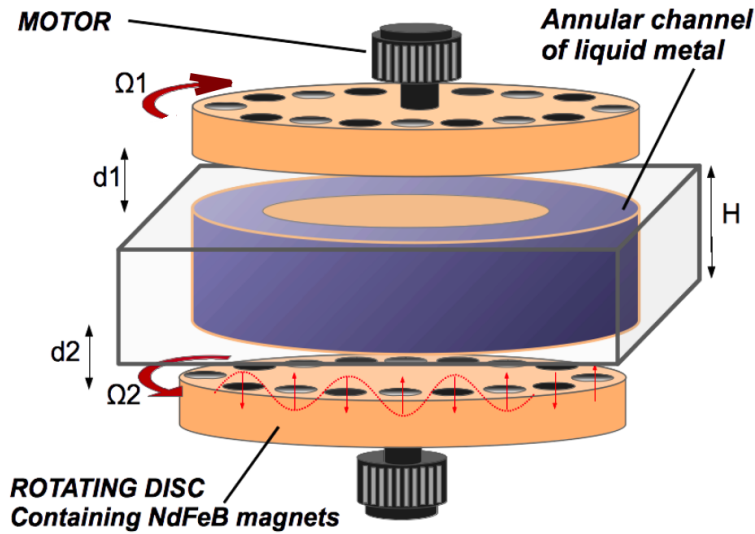


FIGURE 4.1 – Schématisation de l'expérience V.K.M. Le canal annulaire fait en PVC est rempli de Galinstan MCP11. Le rayon moyen est $R = 83$ mm et la taille du gap $H = 47$ mm. De part et d'autre, deux disques munis de 16 aimants de NeoDym tournent en contrarotation. L'écoulement est engendré par la force de Laplace de deux champs magnétiques glissants. Crédit schéma C. Gissinger.

afin de donner une image de l'écoulement dans le canal.

La figure (4.3) montre le profil moyen de la vitesse. La courbe en vert correspond à la mesure de la sonde du bas. Globalement, la vitesse mesurée est positive. Cette considération algébrique ne dépend que du sens dans le lequel le fluide tourne au sein du canal. Le fait que la vitesse soit *positive* indique que la partie basse du canal est entraînée par le disque du bas. La courbe bleue en revanche correspond à la mesure du capteur Doppler situé vers le haut du canal, et le profil de vitesse *négalif* indique que la partie supérieure du fluide suit le disque du haut.

Les disques sont placés à 5mm des parois de manière à avoir le forçage magnétique le plus fort. L'écoulement est ici clairement turbulent : $Re = 5.10^5$. Notons que le profil de vitesse moyenne est relativement symétrique puisqu'on mesure en haut et en bas une vitesse d'environ $\pm 60 \text{ mm.s}^{-1}$. Pour les 3 capteurs, au début de l'axe de mesure $X \sim 0$ les vitesses mesurées sont nulles. Cela s'explique en raison de la zone de Fresnel (voir description des capteurs). Les impulsions acoustiques envoyées par le transducteur sont des ondes planes progressives. Très proche du capteur, au niveau de la paroi, l'approximation des ondes planes n'est plus valide. Il existe donc un intervalle où le capteur ne mesure rien. La taille de cet intervalle dépend entre autre de la fréquence des ultrasons envoyés. Ici, la zone de Fresnel

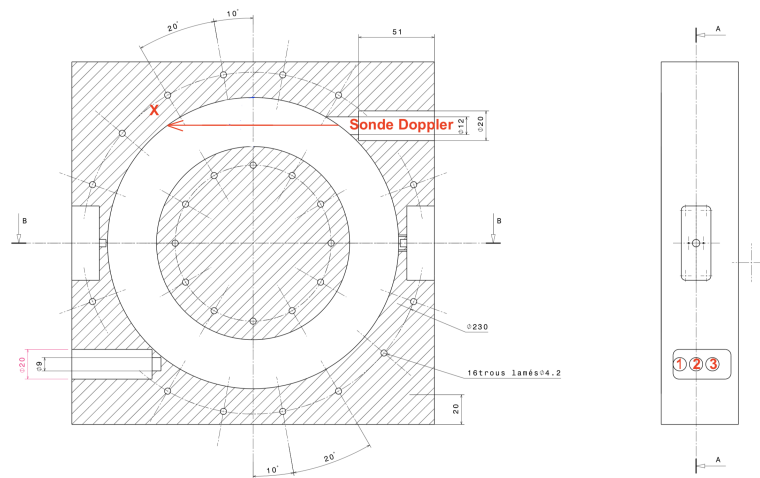


FIGURE 4.2 – Plan de la cellule réalisé sous le logiciel Catia V5. A gauche, on représente en rouge l’axe X de visée pour la mesure Doppler. A droite, une vision latérale du profil permet d’illustrer la position des 3 capteurs sur l’axe Z

est de l’ordre de ~ 5 mm.

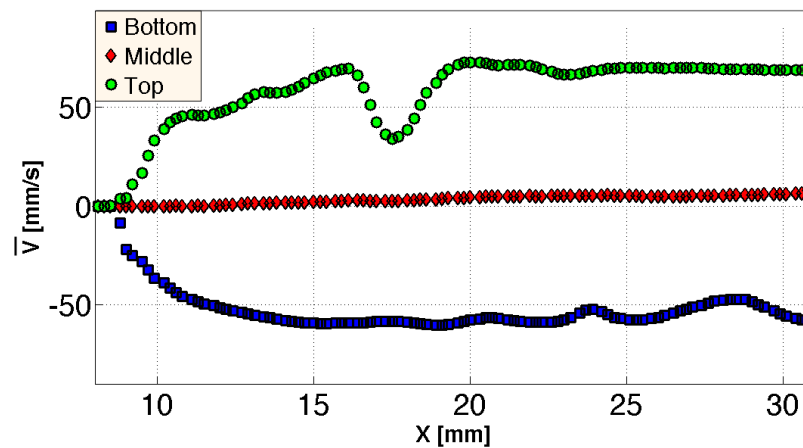


FIGURE 4.3 – Mesure de la vitesse moyenne selon l’axe de mesure X, pour 3 positions différentes du capteur Doppler. Notons une imperfection sur la courbe en vert (vitesse mesurée en haut du canal). Cela est *a priori* dû localement aux oxydes moins concentrés (l’écho du signal est donc plus faible). L’écoulement est turbulent $Re = 6.10^4$ et les disques sont près du canal (~ 5 mm) pour avoir un forçage maximal. Les disques tournent à une fréquence $f = 10$ Hz.

Enfin, la courbe en rouge relative au capteur situé sur le plan médian du canal montre que la vitesse moyenne du fluide est **nulle** à cet endroit. Nous avons donc un résultat indiquant que l'écoulement au sein du canal correspond à un écoulement en cisaillement (voir schéma (4.4)). Le fluide au dessus du plan médian du canal suit le disque du haut, et inversement. Au milieu, représenté par un point rouge sur le schéma, on note la présence d'une couche de cisaillement où les forçages sont parfaitement compensés, annulant ainsi la vitesse moyenne. S'agit-il pour autant d'une vitesse instantanée toujours nulle au centre du canal ? Le fait de réaliser une moyenne sur les profils nous cache cette information.

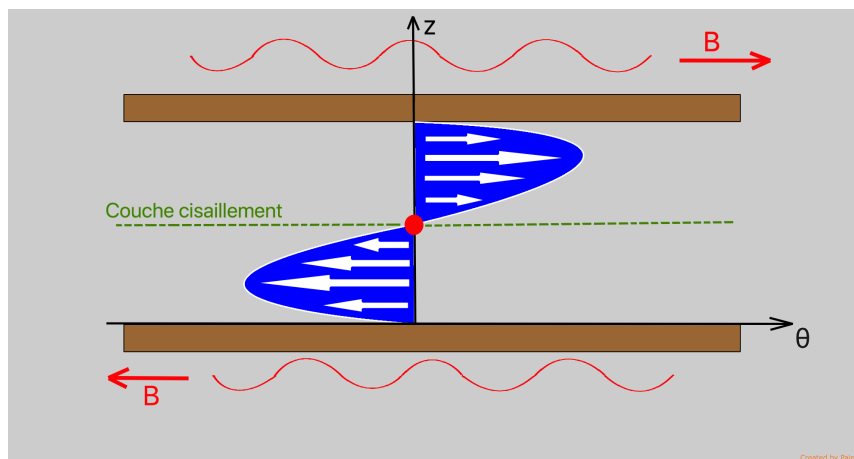


FIGURE 4.4 – Profil de la vitesse moyenne de l'écoulement.

4 Les fluctuations du champ de vitesse v'

La figure (4.5) montre les mesures du champ de vitesse dans le plan médian du canal avec la sonde Doppler du milieu. Notons que la dynamique de l'écoulement présente des renversements au cours du temps. A fort nombre de Reynolds $Re = 6.10^4$ l'écoulement est turbulent et se renverse de manière chaotique. Nous avons représenté par une ligne en pointillés rouges la moyenne du signal. Celle-ci est proche de zéro, légèrement négative en raison de petites imperfections de montage (écart des disques, precessions de ces derniers, oxydes, etc...) pouvant induire une légère dissymétrie. L'acquisition se fait habituellement sur un temps relativement long, mais nous avons ici agrandi l'échelle pour plus de visibilité.

Nous observons donc des **renversements de la vitesse au cours du temps**. Par conséquent, la vitesse au centre du canal est en moyenne nulle, mais de ma-

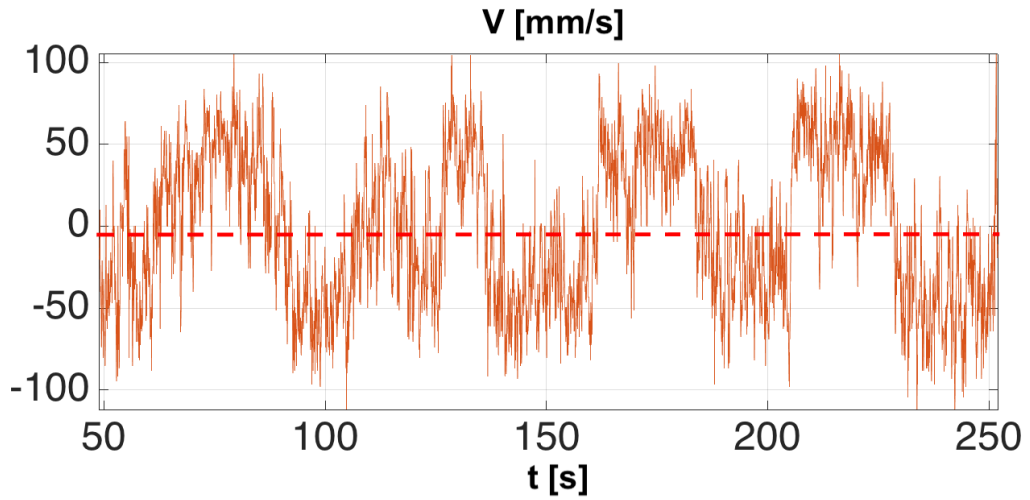


FIGURE 4.5 – Dynamique de l'écoulement dans le plan médian du canal pour $Re = 6.10^4$.

nière instantanée, le fluide suit tantôt le disque du haut, tantôt le disque du bas. La dynamique du profil de vitesse peut donc schématiquement être décrite comme sur la figure (4.6). Les renversements chaotiques de la vitesse sont dus à une instabilité au sein du fluide.

Notons que la symétrie du problème (rotation π du plan médian qui consiste à échanger les deux disques) implique une invariance des lois physiques par rotation dans la direction azimutale θ . De manière statistique (moyenne au cours du temps) la symétrie est respectée puisque la vitesse moyenne est nulle (point rouge). Autrement dit, les forçages se compensent en moyenne. En revanche, la dynamique de l'écoulement, présentant ces renversements chaotiques, révèle une brisure spontanée de symétrie. La couche de cisaillement fluctue dans la direction axiale (Oz) en sautant de manière aléatoire entre deux états.

La distribution des vitesses dans le plan médian du canal (4.7) révèle plusieurs informations. D'une part, le signal est **bimodal**, autrement dit la couche de cisaillement occupe deux états physiques définis. Il est possible d'approcher la distribution par deux gaussiennes décentrées en $v \sim -50 \text{ mm.s}^{-1}$ et $v \sim +50 \text{ mm.s}^{-1}$.

De plus, notons que ces deux gaussiennes n'ont pas tout à fait la même taille. La mesure de vitesse négative est légèrement plus probable, ce qui rejoint l'idée d'une moyenne globale négative proche de zéro, comme vu sur la figure (4.5). Il peut également s'agir d'un problème de convergence.

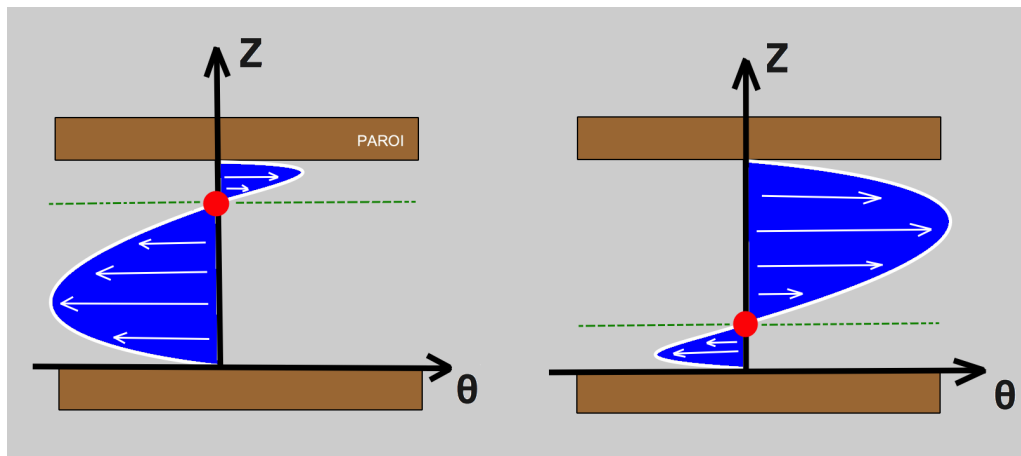


FIGURE 4.6 – Fluctuations de la couche de cisaillement dans le canal.

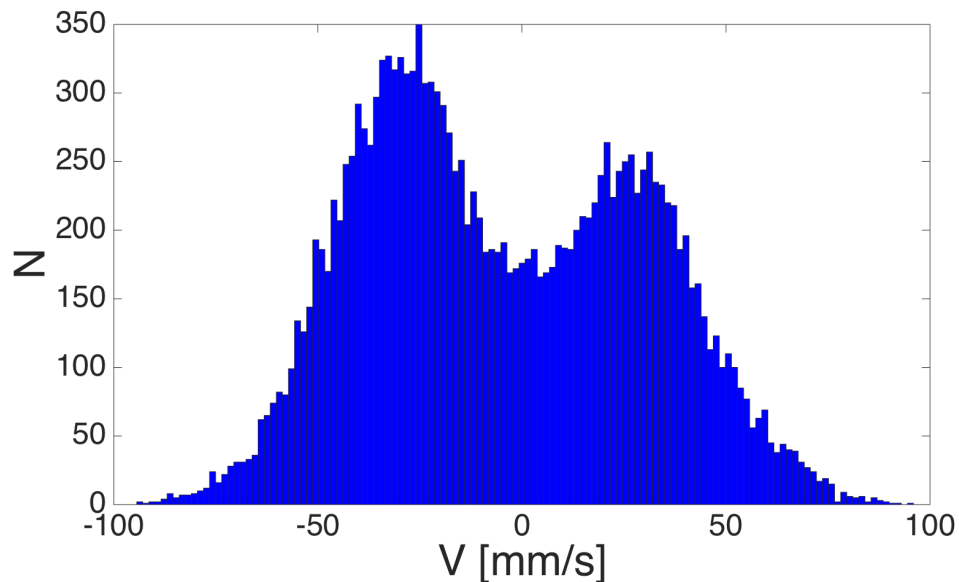


FIGURE 4.7 – Distribution statistique des vitesses dans le plan équatorial du canal

A ce stade, quelques questions viennent naturellement : comment évolue la fonction de densité de probabilité (PDF) en fonction de la vitesse c des disques ? La distribution est-elle toujours bimodale pour toute valeur de c ? Pour une hauteur de plateau donné, *i.e.* une valeur de forçage fixe, si l'on augmente la vitesse de rotation des disques on augmente également le taux de turbulence. Plus les disques tournent vite, plus le centre des deux gaussiennes s'éloignent. La couche de cisaillement se renverse entre deux états de vitesses de plus en plus importantes.

Ceci étant dit, si l'on abaisse la vitesse de rotation des disques, le nombre de Reynolds devient de moins en moins important jusqu'à passer un seuil où l'écoulement redevient laminaire. Dans un tel cas, l'entraînement étant plus faible, nous ne mesurons plus de renversements chaotiques. Les deux maximums de la PDF tendent à fusionner pour former une unique distribution gaussienne centrée en zéro. Ces renversements sont donc clairement liés à la valeur du nombre de Reynolds.

5 Cas d'un forçage non symétrique

Abordons maintenant le cas où nous dissymétrisons volontairement l'expérience pour mieux comprendre l'existence de cette bistabilité et contrôler ainsi les renversements. Précédemment, le paramètre de symétrie $F = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2}$ a été défini comme un rapport des fréquences du disque du haut et du bas.

La figure (4.8) montre les maximums de la distribution du champ de vitesse mesuré dans le plan médian en fonction du paramètre de symétrie F . Les carrés rouges (respectivement les cercles bleus) indiquent une vitesse positive (respectivement négative). On commence par faire tourner le disque du bas avec le disque du haut fixe $f_1 = 0$ Hz, soit $F < 0$. Il n'y a alors pas de renversement. La vitesse mesurée est de moyenne négative, signifiant que l'écoulement est entraîné par le disque du bas. On augmente alors la fréquence du disque du haut f_1 et donc le paramètre F augmente jusqu'à obtenir un saut sur la branche de vitesse positive (carré bleu). On obtient alors un écoulement bistable avec des renversements. En continuant à augmenter la fréquence du disque du haut, on finit par atteindre un seuil $F \sim +0.15$ où on ne mesure plus que des vitesses positives. Il n'y a plus de renversement et globalement, le forçage du haut a pris le dessus. Le fluide perçoit pour autant toujours le disque du bas qui joue un rôle de freinage par induction, sans pour autant entraîner des renversements.

A présent, on diminue la fréquence du disque du haut f_1 de manière à repasser par $F = 0$ jusqu'à $F < 0$. On atteint alors un nouveau seuil où l'on retrouve le domaine de bistabilité jusqu'à ce que le disque du bas reprenne à nouveau le dessus. Finalement, si un des disques tourne plus rapidement, alors le fluide situé au centre du canal aura tendance à le suivre. Il existe cependant un domaine de bistabilité ou **domaine d'existence de ces renversements**.

Notons cependant que le cycle n'est pas centré en zéro. En effet, $F = 0$ correspond à $f_1 = f_2$, c'est à dire que les deux disques tournent à la même vitesse. Nous pourrions alors nous attendre à être dans une configuration optimale pour observer les renversements symétriques de vitesse. Or, ce n'est pas le cas, car visiblement le disque du bas l'emporte et la vitesse de l'écoulement est positive. Ce résultat nous

donne une information sur la **symétrie de l'expérience**. La cellule, où se trouve le metal liquide, est sensiblement plus proche du disque du bas. Mais cela suffit pour dissymétriser l'expérience, le fluide ressent alors un champ magnétique plus «*intense*» via le disque du bas.

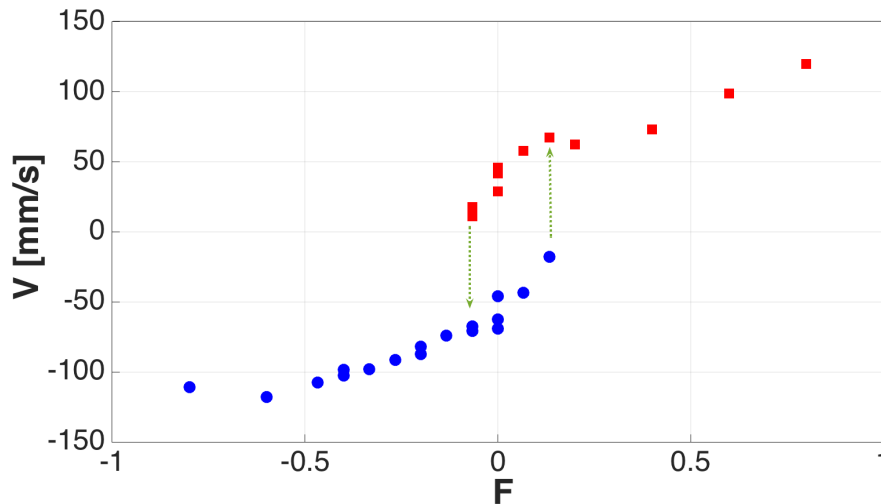


FIGURE 4.8 – Vitesse maximale mesurée dans le plan moyen en fonction du paramètre de symétrie F , pour $Re = 7,1 \cdot 10^4$. Les deux flèches verticales en pointillés indiquent les limites de la région de bistabilité de l'écoulement entre des vitesses positives et négatives.

Des renversements similaires du champ de vitesse ont été identifiés dans les écoulements tourbillonnaires de von Kármán, dans lesquels la couche de cisaillement créée par deux disques à pales contrarotatives peut subir des sauts chaotiques au niveau du plan médian [90]. Les mesures de velocimétrie Doppler au-dessus et en-dessous du plan médian indiquent qu'une dynamique similaire à grande échelle de la couche de cisaillement centrale se produit dans notre expérience.

Dans la Fig. (4.9), nous montrons la PDF du champ de vitesse dans le plan médian, pour différentes valeurs de F et une valeur fixe du nombre de Reynolds $Re = 6.10^4$, où l'écoulement est clairement turbulent. Lorsque F a de grandes valeurs négatives ou positives, le système est dans un régime non bimodal avec une vitesse moyenne négative (respectivement positive). Le fluide suit alors le disque du bas (respectivement le haut) avec une distribution gaussienne des fluctuations de vitesse. Pour les valeurs de F proches de 0, la distribution est bimodale et peut s'avérer soit relativement symétrique par rapport à zéro (par exemple $F = 0.09$),

soit asymétrique avec une queue non gaussienne (par exemple $F = 0.14$).

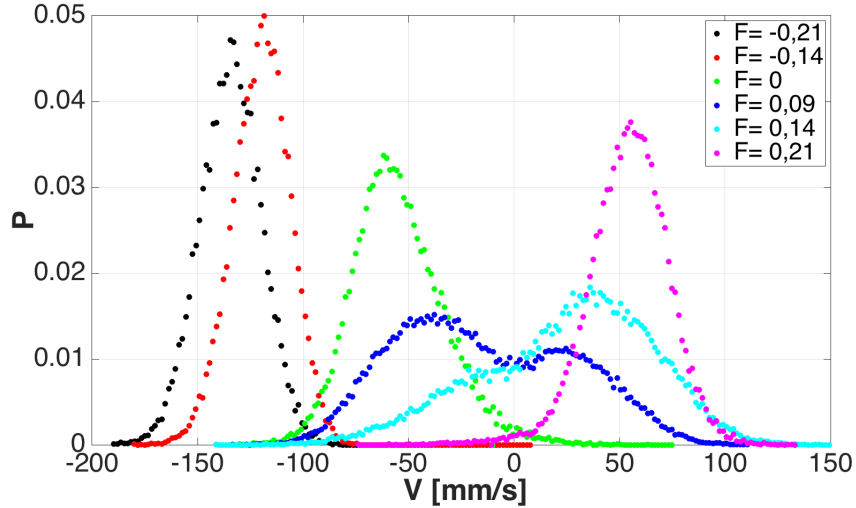


FIGURE 4.9 – Densité de probabilité de la vitesse pour différentes valeurs du paramètre de symétrie F du forçage. Notons la présence d’une transition entre une distribution gaussienne pour de grandes valeurs de $|F|$ vers un état bimodal pour $F \sim 0$.

6 Les spectres de puissance

Nous avons étudié dans un premier temps l’évolution des propriétés statistiques du champ de vitesse dans le régime bistable, pour $F \sim 0$. Etudions à présent les spectres de puissance de signaux présentant de tels renversements chaotiques. Mais d’abord, partons d’un cas habituel où $F \neq 0$. La distribution des vitesses de l’écoulement est alors gaussienne centrée sur la moyenne $\langle v \rangle$. L’écoulement est turbulent mais ne présente pas de renversements. Dans ce cas, on retrouve le comportement classique d’un écoulement turbulent où le spectre de puissance est caractérisé par une cascade inertielle (voir figure (3.1)) pouvant être ajustée par une loi de puissance d’exposant $-\frac{5}{3}$ (courbe en pointillés rouges). La partie basse fréquence en revanche, en dessous de la fréquence d’injection est plate (courbe en pointillés verts).

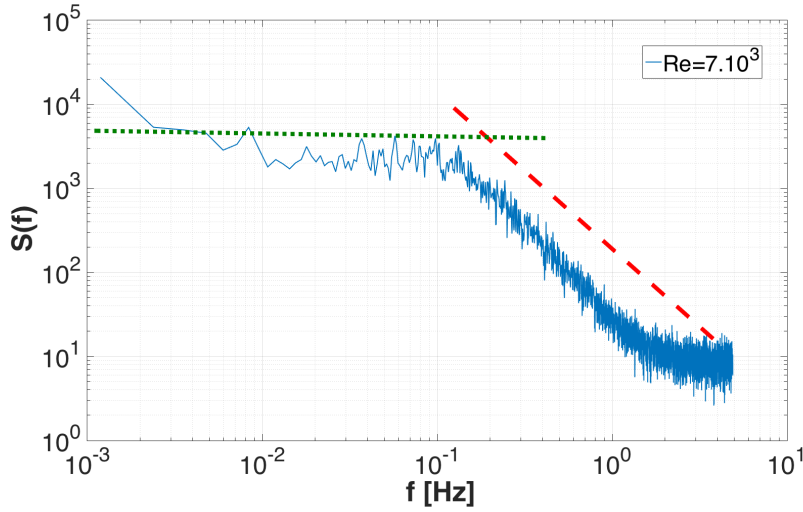


FIGURE 4.10 – Spectre de puissance de la vitesse de l’écoulement dans le plan médian. La distribution des vitesses est une gaussienne centrée sur la moyenne ($F > 0$). La cascade inertielle est approchée par une loi de puissance d’exposant $-\frac{5}{3}$ (courbe en pointillés rouges). La partie basse fréquence est plate f^0 (courbe en pointillés verts).

6.1 Cascade inertielle : Théorie de Kolmogorov

Rétablissons succinctement le résultat de l’exposant de la cascade de transfert d’énergie en turbulence. Le système physique considéré ici est forcé expérimentalement à une fréquence particulière f_{inj} . Autrement dit, nous injectons à l’aide des disques en rotation à une certaine fréquence de l’énergie dans le système. La force de Laplace joue le rôle de médiateur pour convertir l’énergie électromagnétique en énergie hydrodynamique. Il est alors classique pour un écoulement turbulent d’observer une **cascade inertielle** allant de la fréquence d’injection jusqu’aux plus hautes fréquences.

Cette cascade traduit le flux d’énergie vers les petites structures au sein de l’écoulement. Ce phénomène est caractérisé par une loi de puissance d’exposant $-\frac{5}{3}$ en turbulence.

Dans cette section, rappelons simplement d’où provient cet exposant. Raisonnons pour l’instant dans le domaine spatial. On note U la vitesse caractéristique du système à grande échelle et L l’échelle intégrale. Si l’on souhaite avoir un ordre de grandeur de l’énergie du système, il faut alors intégrer l’ensemble des énergies de chaque mode de Fourier : E_k

$$\int_{\mathbb{R}} E_k dk = \rho L^3 U^2 \sim U^2 \quad (4.1)$$

L'hypothèse de la théorie de Kolmogorov consiste à dire que pour de grandes valeurs de Re , le phénomène de dissipation énergétique est négligeable devant le transfert. Le flux d'énergie à l'échelle k donnée peut s'écrire : $\Pi_E(k) = \frac{u_k^2}{\tau_k} = cste$
Avec τ_k : le temps caractéristique de transfert de l'énergie à l'échelle k .

$$\text{Ainsi, on peut écrire :} \quad \Pi_E(k) = \frac{U^2}{T} = \frac{U^3}{L}$$

Sachant que :

$$\tau_k = \frac{l_k}{u_k} \sim \frac{1}{k u_k} \quad (4.2)$$

D'où :

$$\Pi_E(k) = \frac{u_k^2}{\tau_k} = u_k^3 k = cste = \frac{U^3}{L} \quad (4.3)$$

Il vient alors :

$$u_k = \frac{U}{\sqrt[3]{L}} \cdot k^{-1/3}$$

$$\iff \boxed{u_k \sim k^{-1/3}} \quad (4.4)$$

Le rapport dk/k étant petit devant l'unité, il est alors possible de faire un développement limité à l'ordre 1. La quantité d'énergie présente dans l'échelle infinitésimale $[k; k + dk]$ s'écrit alors :

$$E(k)dk = u_{k+dk}^2 - u_k^2 \sim (k + dk)^{-2/3} - k^{-2/3}$$

$$\iff E(k)dk \sim k^{-2/3} \left(1 + \frac{dk}{k}\right)^{-2/3} - k^{-2/3}$$

$$\iff E(k)dk \sim k^{-2/3} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{dk}{k} - 1\right)$$

$$\iff E(k)dk \sim -\frac{2}{3} k^{-5/3} \cdot dk$$

$$\iff \boxed{E(k)dk \sim k^{-5/3} \cdot dk} \quad (4.5)$$

L'énergie n'est pas distribuée uniformément entre les modes de Fourier : le système n'est pas à l'équilibre thermodynamique. Notons en outre que l'hypothèse de Taylor (que nous prendrons soin de définir par la suite) nous permet de raisonner

aussi dans le domaine temporel. Nous obtenons alors que le spectre d'énergie au niveau de la cascade inertielle s'écrit comme $E(f) \sim f^{-\frac{5}{3}}$.

6.2 Spectre avec renversements chaotiques

Sur la figure (4.11), nous montrons un spectre de puissance résultant d'un signal temporel $v(t)$ mesuré par Velocymétrie Doppler dans le plan médian, pour un écoulement turbulent $Re = 4,8.10^4$. Cette fois-ci, nous considérons uniquement le cas où $F \sim 0$ avec des renversements chaotiques et la distribution est bimodale. A la différence du spectre (4.10), nous avons à basse fréquence une accumulation d'énergie. Le spectre en dessous de la fréquence d'injection, se comporte en loi de puissance $\frac{1}{f^\alpha}$ où $\alpha = 0.8$. Nous avons donc un effet des renversements chaotiques à basse fréquence en turbulence.

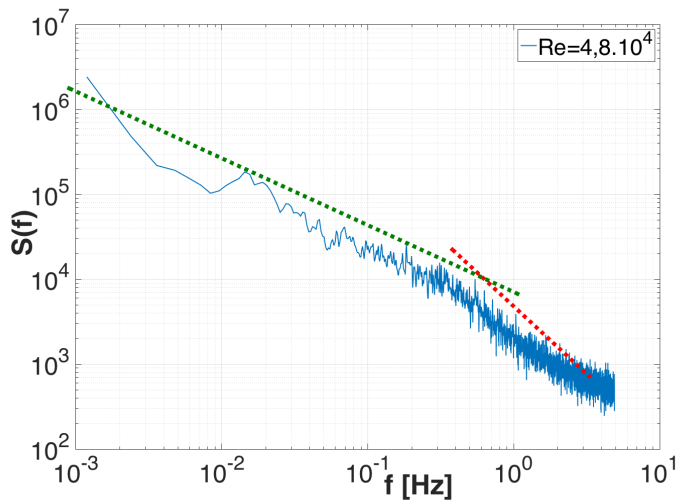


FIGURE 4.11 – Spectre de puissance de la vitesse de l'écoulement dans le plan médian. L'écoulement est turbulent avec $Re = 4,8.10^4$. La distribution des vitesses est bimodale avec $F \sim 0.01$. Le signal présente des renversements chaotiques. On retrouve alors la cascade d'énergie de pente $-\frac{5}{3}$ (courbe en pointillés rouges). En revanche, à basse fréquence on note une accumulation d'énergie avec une loi d'échelle en $\frac{1}{f^\alpha}$ où $\alpha = 0.8$ (courbe en pointillés verts).

Sur la figure (4.12), quelques spectres de puissance extraits de plusieurs séries temporelles $v(t)$ sont représentés pour différentes valeurs du nombre de Reynolds,

afin de caractériser le comportement basse fréquence en fonction du taux de turbulence. Remarquons d'abord que tous les spectres de puissance montrent une cascade d'énergie $f^{-\frac{5}{3}}$ de l'échelle d'injection $f_0 \sim \frac{U}{H}$, où U est la vitesse moyenne et H est la hauteur du canal. Nous nous intéressons ici au comportement des spectres aux fréquences inférieures à l'échelle d'injection f_0 . Nous observons dans un premier temps qu'ils dépendent fortement du nombre de Reynolds : au plus bas Re , le spectre est plat pour les fréquences inférieures à f_0 . L'écoulement présente bien une distribution bimodale, mais pour autant le taux de turbulence est faible. Le spectre peut alors être approché par une fonction Lorentzienne.

Lorsque Re est augmenté au-delà d'une valeur critique $Re_c \sim 10^4$, le système montre une accumulation d'énergie au niveau des basses fréquences, de telle sorte que cette partie du spectre peut être approchée par une loi de puissance en $1/f^\alpha$. Ce phénomène est plus communément appelé *bruit en 1/f*. Il s'agit d'un phénomène rencontré dans de nombreux systèmes physiques comme : les semi-conducteurs, les signaux acoustiques ou encore comme ici les écoulements hydrodynamiques. Ce sujet a été étudié ces dernières décennies et joue un rôle important dans la compréhension des systèmes dynamiques chaotiques. Nous prendrons soin de mieux définir la notion de bruit en $1/f$ à la section suivante.

L'encadré de la Fig. (4.12) montre la dépendance de l'exposant α en fonction de Re , et suggère qu'il converge rapidement vers des valeurs légèrement supérieures à $\alpha = 1$. Notons que les spectres en dessous de l'échelle d'injection f_0 ne sont pas liés à un processus de cascade inertielle, car les fréquences mesurées sont trop faibles pour correspondre à n'importe quelle échelle spatiale de l'écoulement.

En particulier, les spectres en $1/f$ observés ici dans l'écoulement ne sont pas similaires aux spectres en $1/f$ observés dans les couches limites turbulentes qui correspondent avec les spectres en $1/k$ par l'hypothèse de Taylor (voir article [83]).

Par conséquent, le taux de turbulence, dit autrement le nombre de Reynolds contrôle l'apparition du bruit en $1/f$. Plus l'écoulement est turbulent, plus le signal est chaotique et l'exposant α augmente de même. Le nombre de Re n'est pas le seul paramètre que nous pouvons faire varier. Nous avons vu que le paramètre de symétrie F contrôlait la distribution des vitesses dans le plan médian (4.9). En respectant le code couleur, regardons à présent comment se comporte le spectre de puissance en faisant varier le paramètre F . Toujours dans un cas turbulent, l'asymétrie dans le forçage contrôle clairement la valeur de l'exposant α du spectre de puissance à basse fréquence, comme le montre la figure (4.13). Pour le forçage fortement asymétrique ($F = -0.21$ et $F = -0.14$), le spectre est plat, avec un comportement en f^0 sur plusieurs décades pour $f < f_0$. Il s'agit des cas de distributions gaussiennes, où il n'y a plus de renversement, car le système est sorti du

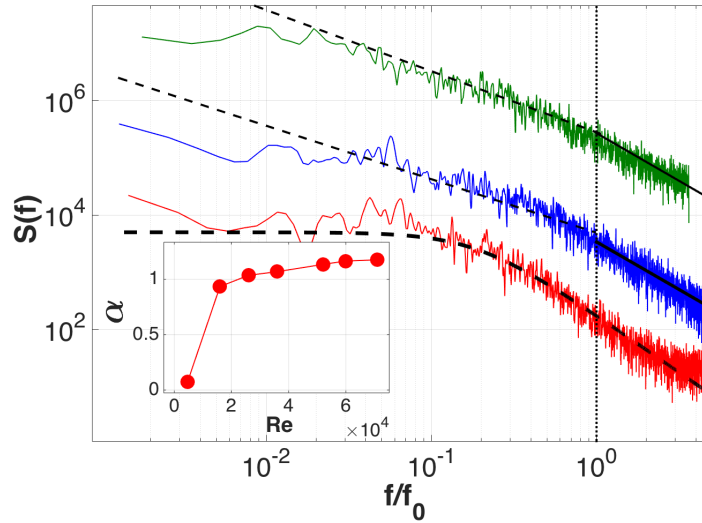


FIGURE 4.12 – Spectre fréquentiel de puissance $S(f)$ du champ de vitesse de l'écoulement $v(t)$ pour différentes valeurs du Reynolds ($Re = 4,7 \cdot 10^3$; $Re = 1,6 \cdot 10^4$ et $Re = 3,6 \cdot 10^4$ du bas vers le haut). Pour que le graphique soit plus lisible, les spectres ont été multipliés respectivement par 1,10 et 1000. Notons la présence de l'exposant $-\frac{5}{3}$ à haute fréquence, et à basse fréquence la présence du bruit en $1/f^\alpha$. Nous représentons α en fonction de Re dans l'encadré.

cycle de bistabilité.

Lorsque l'on augmente le paramètre F jusqu'à passer par le point $F \sim 0$, l'écoulement retrouve une forme bistable et commence à explorer de manière aléatoire l'autre polarité, α augmente en conséquence. En continuant à augmenter F jusqu'à $F \sim +0,21$, nous dissymétrisons le système dans l'autre sens. On retrouve alors une distribution gaussienne (courbe rose (4.9)) et l'exposant α a rediminué. Le cadre interne à la figure (4.13) montre l'évolution de l'exposant en fonction du paramètre de symétrie. L'exposant α passe par un maximum lorsque le système est parfaitement bimodal. Ce phénomène physique de *bruit en 1/f* est donc, en plus d'apparaître à fort taux de turbulence, contrôlé par la symétrie du forçage.

6.3 Distribution de la probabilité des temps d'attente

Pour un écoulement turbulent avec des renversements de la couche de cisaillement nous avons vu que la distribution des vitesses était bimodale. Ces renversements aléatoires peuvent être caractérisés par la distribution $P(\tau)$ des temps d'attente τ entre deux transitions successives, comme le montre la figure. (4.14)

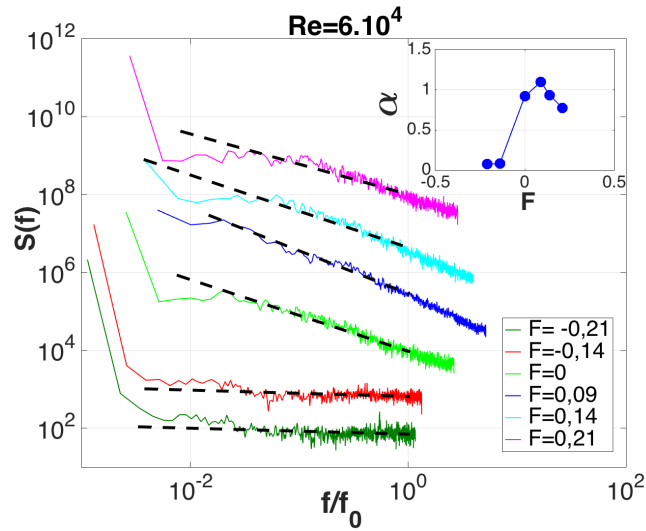


FIGURE 4.13 – Spectre fréquentiel de puissance $S(f)$ du champ de vitesse de l'écoulement v pour différentes valeurs du paramètre de symétrie F du forçage. Pour avoir un graphique plus lisible, nous avons pris le soin de multiplier les spectres par des puissances de 10 pour chaque incrément de F . En encadré, nous représentons l'exposant α en fonction de F .

pour $Re = 7,1 \cdot 10^4$. Le temps d'attente correspond à la durée pendant laquelle la couche de cisaillement reste sur un état avant de se renverser. Nous observons que les temps d'attente sont distribués selon une loi de puissance $P(\tau) \sim \tau^{-\beta}$, contrairement à la distribution exponentielle généralement observée dans le cas d'un système sans effet mémoire (par exemple une loi poissonnienne). Nous reviendrons sur les considérations théoriques d'une telle distribution dans la section suivante.

La présence d'une loi de puissance pour les temps d'attente suggère donc une physique non-poissonnienne plus complexe. Notez aussi que tout comme l'exposant α , l'exposant de la loi de puissance noté β dépend de Re , et tend lentement vers $\beta = 2$ lorsque Re augmente.

Ces résultats ont été obtenus pour $F \sim 0$, comme tous les spectres de puissance montrés dans la Fig. (4.12). Les points de mesure sont liés à des séries temporelles présentant des renversements chaotiques entre deux états symétriques.

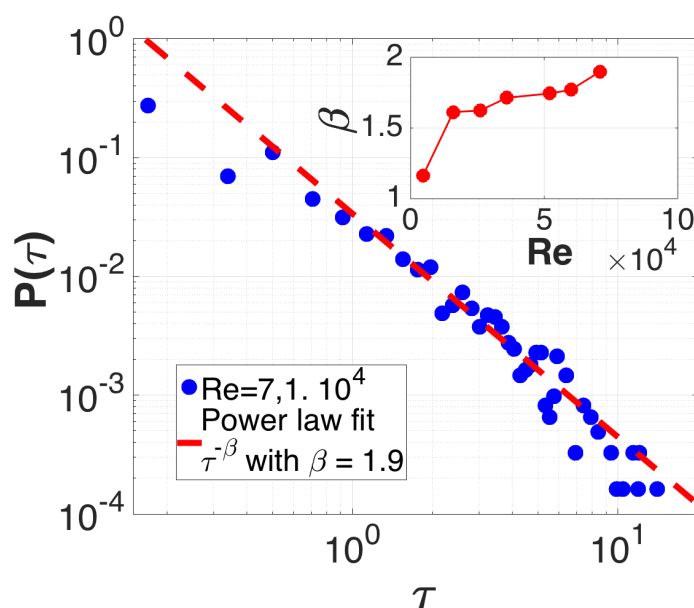


FIGURE 4.14 – Distribution des temps d’attente $P(\tau)$ entre deux renversements successifs de l’écoulement turbulent pour $Re = 7,1 \cdot 10^4$. Pour de grandes valeurs de Re , la distribution suit une loi de puissance en $\tau^{-\beta}$. En encadré, l’évolution de β en fonction de Re .

6.4 Cas d’étude : le «Flicker Noise» (ou *bruit en 1/f*)

Le bruit en « $1/f$ » ou «Flicker noise» correspond à l’existence d’une large gamme de fréquences sur lesquelles le spectre de puissance basse fréquence $S(f)$ d’une grandeur physique, suit une loi de puissance telle que $S(f) \sim f^{-\alpha}$, avec α proche de 1 (ou plus généralement $0 < \alpha < 2$). Ce problème est curieux en physique de part son omniprésence observée dans une grande variété de systèmes physiques. On le rencontre dans les fluctuations de tension et de courant des tubes à vide ou des transistors [52, 51, 50, 32], mais encore au sein des champs magnétiques astrophysiques [72], des systèmes biologiques [42], du climat [39], ou pour finir des écoulements turbulents comme dans les articles [90, 30, 27]. Ceci est une liste non exhaustive illustrant l’ampleur du phénomène.

La figure (4.15) est une vue schématique d’un spectre que l’on vient de mettre en évidence. On note 3 parties distinctes : la partie basse fréquence liée au bruit en $1/f^\alpha$. Celle-ci est comprise entre la plus basse fréquence possible à enregistrer $f = \frac{1}{T}$ où T est le temps d’acquisition de l’expérience, et f_i la fréquence d’injection de l’énergie dans le système. Cette dernière fréquence peut être estimée grossièrement par le rapport U/L où U est la vitesse typique de l’écoulement à grande

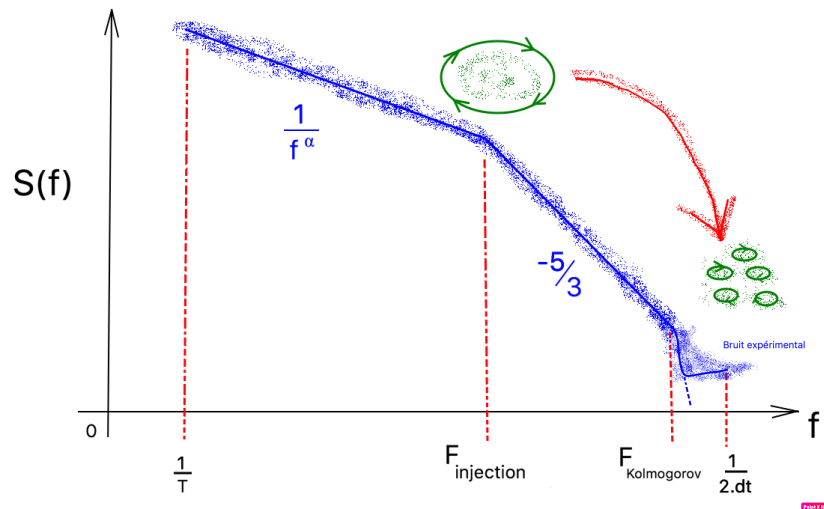


FIGURE 4.15 – Vue schématique d’un spectre de puissance de vitesse pour un écoulement turbulent où l’on aurait des renversements chaotiques définis sur la base d’une distribution bimodale des vitesses. Notons la présence d’une cascade inertielle, propre à la théorie de Kolmogorov de 1941 ([60, 61]). A gauche, on illustre un bruit typique en $1/f^\alpha$, comme on peut le rencontrer dans notre expérience.

échelle et L l’échelle d’injection de l’énergie.

Au centre, on retrouve la cascade d’énergie de pente $-5/3$ classique en turbulence et prédite par la théorie K41 de Kolmogorov [60, 61]. L’énergie injectée à grande échelle se transfère vers les petites structures, jusqu’à être dissipée par viscosité. L’image (4.16) de Richardson illustre le mécanisme de transfert d’énergie au sein d’une cascade inertielle.

La troisième et dernière partie du spectre correspond au régime visqueux. La cascade d’énergie prend fin lorsque le nombre de Reynolds est tel que $Re \sim 1$. Cette coupure (ou *cut off visqueux*) se produit à la fréquence de Kolmogorov, que l’on peut estimer à partir de l’échelle spatiale : $\eta_{Kolmo} \frac{\nu^3}{\epsilon}^{\frac{1}{4}}$ où ν est la viscosité cinématique et ϵ le flux d’énergie. Ce raisonnement peut se faire aussi bien dans le domaine spatial que temporel sous certaines conditions, que l’on appelle : **Hypothèse de Taylor**. Nous reviendrons sur ce que cette dernière implique.

Le spectre de puissance prend fin à la fréquence la plus grande enregistrée. Il s’agit simplement de la fréquence d’échantillonnage utilisée pour l’expérience, divisée par un facteur 2 en raison du théorème de Nyquist-Shannon.

Étonnamment, cette omniprésence du bruit en $1/f$ ne semble pas dépendre d’une seule explication : bien que de nombreux modèles intéressants aient été propo-

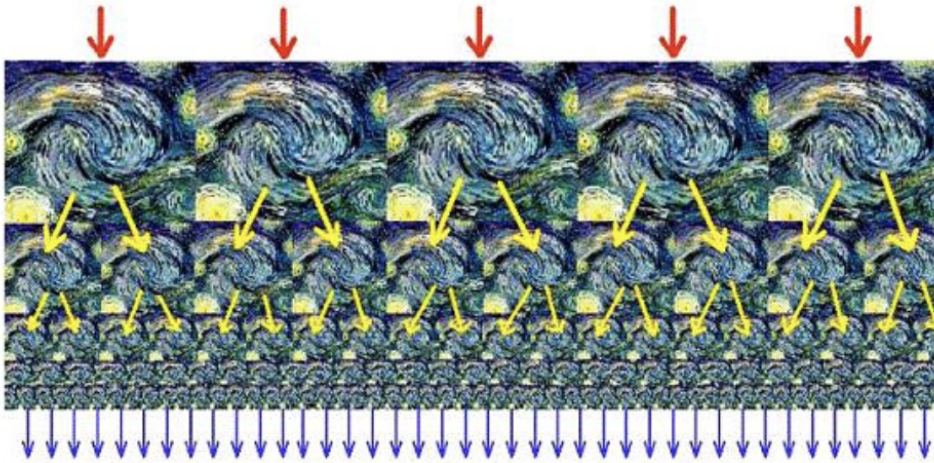


FIGURE 4.16 – Cascade d'énergie vue par Lewis Fry Richardson en 1922 et son célèbre Quatrain parodiant un poème de Swift : «Great whirls have little whirls that feed on their velocity and little whirls have lesser whirls and so on to viscosity». Dans cette vision du transfert d'énergie d'échelles en échelles, l'énergie est injectée aux plus grandes échelles (flèches rouges) et dissipée entièrement aux plus petites (flèches bleues).

posés au cours des 50 dernières années, il n'existe actuellement aucun mécanisme universel pour créer un tel bruit. Certaines questions restent encore ouvertes à ce sujet. Plusieurs études expérimentales n'ont pas encore montré de coupure basse fréquence au comportement du bruit en $1/f$, même après des temps de mesure relativement longs [79].

Différents niveaux de description théorique du bruit en $1/f$ impliquent l'existence d'une distribution continue des temps de relaxation dans le système [19, 110], le mouvement brownien fractionnaire [70], les systèmes dynamiques de faible dimension proches de la transition vers chaos [71, 41]. Ces systèmes affichent souvent un régime intermittent avec des renversements survenant après des temps d'attente aléatoires τ . Pour ce type de processus ponctuels, il a été montré que le spectre en $f^{-\alpha}$ est lié à une distribution en loi de puissance $P(\tau) \propto \tau^{-\beta}$ avec une certaine relation entre α et β [67].

Bien que la plupart des premières observations expérimentales du bruit en $1/f^\alpha$ n'affichent pas ces événements discrets dans le signal direct, des événements de renversement ont été observés dans les petits systèmes électroniques [89] et plus

récemment dans des *quantum dots* [63, 96, 82]. Ces temps d'attente, répartis en loi de puissance sont associés aux durées passées par le système dans deux états différents (état clair ou sombre dans le cas des états quantiques). Plus récemment, l'analyse statistique de la turbulence quasi-bidimensionnelle d'un écoulement forcé électromagnétiquement présentait une dynamique similaire, dans laquelle une circulation à grande échelle entraînée par un écoulement turbulent présentait des renversement aléatoires [49]. Dans cette expérience, des fonctions de distribution de probabilité de temps de renversement en loi de puissance et des spectres de puissance en $1/f$ ont été observés.

Ces résultats suggèrent que les structures cohérentes engendrées dans les écoulements turbulents jouent un rôle crucial dans l'apparition du bruit $1/f$. D'autre part, il est connu que de telles structures cohérentes à grande échelle peuvent présenter des dynamiques très différentes en fonction du niveau de fluctuations turbulentes ou des propriétés de symétrie du système. L'idée que ces propriétés pourraient affecter le bruit en $1/f$ reste une question ouverte. En ajustant soigneusement les paramètres de l'expérience rapportée ici, le niveau de turbulence et la symétrie entre les deux états peuvent être contrôlés indépendamment, ce qui permet une telle recherche.

Nous montrons comment le spectre en $1/f$ est directement liée à la loi de puissance de la PDF des temps d'attente, mais dépend aussi essentiellement du niveau de turbulence présent dans l'écoulement. De plus, la symétrie du forçage joue un rôle crucial : les différentes relations sont satisfaites par α et β selon que les deux états sont symétriques ou non. Nous avons en outre, réussi à obtenir une transition continue entre les différents régimes théoriques prévus dans [67]. Cette transition peut être obtenue en fonction de la dissymétrie des PDF de vitesse, pour un Re fixé. Ces points seront abordés dans les prochaines sections.

6.5 Hypothèse de Taylor

Nous avons précédemment raisonné sur la base d'échelle spatiale (taille caractéristique de l'expérience L , vecteur d'onde k etc...) et évoqué l'idée que nous pouvions très bien appliquer cette hypothèse dans le cas de notre expérience sur la base d'échelle temporelle (temps d'acquisition T , fréquence d'échantillonnage f_e etc...). Bien entendu, cela se peut uniquement sous une certaine condition, appelée *Hypothèse de Taylor*.

La mesure du champ de vitesse en laboratoire (velocimétrie Doppler, fil chaud, sonde Vives, etc...) donne accès à une information temporelle localisée dans l'espace. Il peut paraître impossible de calculer des spectres ou d'autres fonctions de

structures, qui impliquent la différence entre deux mesures de vitesse faites en deux points différents, alors qu'on ne dispose que d'un seul point de mesure.

Pour contourner cette difficulté, on utilise le fait que la vitesse de l'écoulement possède une moyenne temporelle non nulle $\langle u(t) \rangle = U$. Précisons que l'on parle de l'écoulement central («*bulk flow*») et non de l'écoulement aux parois où la condition de non glissement reste vraie $U = 0$. Dans ces conditions, la particule de fluide qui passe à l'instant t sur le capteur sera à l'instant $t + \Delta t$ à une distance $U \cdot \Delta t$ en aval du capteur.

Si le champ de vitesse n'a pas beaucoup évolué entre temps, on peut alors transcrire une série temporelle en une série spatiale. Cette hypothèse de champ de vitesse *gelé* est l'hypothèse de Taylor. Le critère permettant de juger de la pertinence de cette hypothèse comme bonne approximation est de dire que les fluctuations de vitesse u' sont négligeables devant l'écoulement moyen U telles que : $\langle u'^2 \rangle \ll U^2$.

Il est important de noter que l'hypothèse de Taylor n'est pas valable dans le régime basses fréquences du spectre, où nous étudions le bruit en $1/f$. En effet, les temps τ sont plus long que le temps intégral $\frac{L}{U}$

7 Relation entre les paramètres α et β

Comme nous l'avons évoqué plus haut, il a été montré [67, 79] qu'en présence de distribution en loi de puissance $P(\tau)$ similaire à celle rencontrée sur la Fig. (4.14), l'exposant α du spectre de puissance et l'exposant β de la distribution des temps d'attentes sont liés. Dans le cas de renversements symétriques (signifiant que les deux états ont une probabilité de transition similaire), on attend la relation $\alpha + \beta = 3$. Nous rétablirons ce résultat à la section suivante. En revanche, il existe également un autre régime où $\beta - \alpha = 1$ qui correspond au cas d'un processus non symétrique, par exemple pour les *bursting process* (l'écoulement occupe majoritairement un état, mais saute aléatoirement et de manière éphémère sur l'autre état).

Il a été montré dans [47] qu'une prédiction ou l'autre peut être observée en fonction de l'expérience : par exemple, les fluctuations de pression dans la turbulence 3D [1] suivent plutôt la loi $\beta - \alpha = 1$, tandis que $\alpha + \beta = 3$ est observé pour les renversements stochastiques d'un écoulement turbulent à grande échelle [49].

Nous montrons ici que les deux régimes peuvent être observés au sein d'une même expérience et à partir d'une même grandeur physique mesurée. Les deux régimes dépendent seulement du paramètre de symétrie F et du nombre de Reynolds Re . La figure (4.18) résume la plupart de nos expériences (obtenues pour

différentes valeurs de F et Re) dans l'espace des paramètres $\{\alpha, \beta\}$, où la ligne pointillée indique le régime $\beta - \alpha = 1$ et la ligne continue indique $\alpha + \beta = 3$.

En statistique, il est possible de définir un coefficient de dissymétrie, aussi appelé dans la littérature : *coefficient de Fisher* ("skewness" en anglais), afin de mesurer l'asymétrie de la distribution d'une variable aléatoire. De manière schématique, ce coefficient est positif lorsque la queue de la gaussienne est à droite, et négatif lorsque la distribution s'étale sur la gauche. Le cas où skewness vaut zéro, correspond tout simplement à une distribution symétrique pure, à savoir une distribution où l'espérance (i.e. la moyenne), le mode et la médiane sont égaux. Par exemple, une gaussienne centrée sur zéro. La notion de symétrie s'évalue par rapport à la médiane de la distribution, et non par rapport à zéro !

Pour finir, le coefficient de Fisher est totalement adapté pour les distributions bimodales. Ce dernier se définit comme l'espérance du moment d'ordre 3 de la variable centrée réduite, telle que :

$$\theta = E \left(\left(\frac{X - \bar{X}}{\sigma} \right)^3 \right)$$

Pour chaque point, nous avons donc calculé l'asymétrie des PDF de la distribution à partir de $\theta = \langle [(v(t) - \mu)/\sigma]^3 \rangle$, où σ et μ sont respectivement l'écart-type et la moyenne.

Sur la figure (4.17) nous reportons les exposants α et β de l'ensemble des campagnes de mesures, en testant les différents régimes théoriques possibles : d'une part, $\alpha + \beta$ (ronds bleus) puis $\beta - \alpha$ (carrés rouges). La ligne bleue correspond à la prédiction attendue $\alpha + \beta = 3$ et la ligne rouge à $\beta - \alpha = 1$. Notons la valeur critique du coefficient d'asymétrie $\theta = 0, 1$. Lorsque ce dernier est supérieur (dissymétrie de la distribution), alors les données sont compatibles avec le régime dissymétrique ($\beta - \alpha = 1$). En revanche, pour $\theta < 0, 1$ (distribution symétrique) les mesures coïncident avec le régime symétrique $\alpha + \beta = 3$. Le critère quantitatif $\theta = 0, 1$ pour caractériser le système dans un régime donné est donc obtenu à partir de ces droites.

La figure (4.18) rapporte des résultats obtenus uniquement pour des nombres de Reynolds suffisamment grands (en pratique $Re \geq 5 \cdot 10^4$) et F pas trop grand (on ne garde que les distributions qui ne sont pas gaussiennes). Si le forçage est trop asymétrique, alors on obtient une distribution gaussienne avec des fluctuations de vitesse autour de l'un des états, et il n'y a évidemment pas de bruit $1/f$. Plus surprenant encore, si le nombre de Reynolds Re est trop petit, le bruit en $1/f$

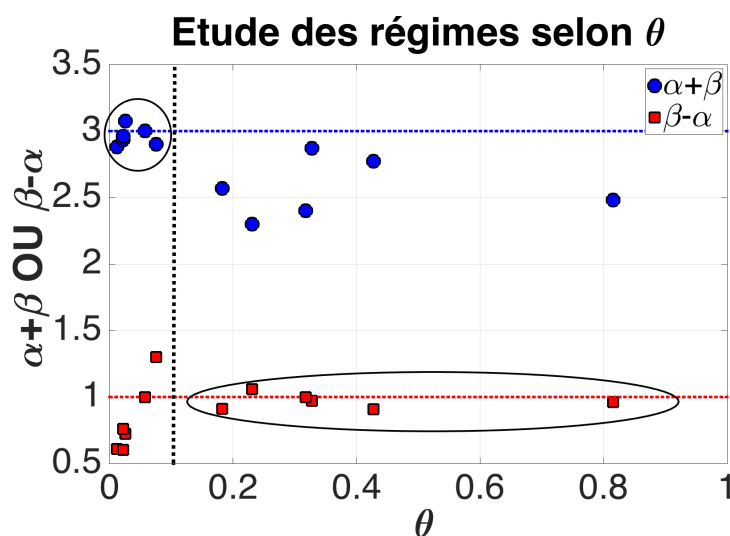


FIGURE 4.17 – Représentation des deux régimes théoriques possibles : $\alpha + \beta$ (ronds bleus) et $\beta - \alpha$ (carrés rouges). La ligne bleue correspond à la prédiction attendue $\alpha + \beta = 3$ et la ligne rouge à $\beta - \alpha = 1$. Sur un ensemble de campagnes réalisés, nous reportons les exposants α et β en testant les deux régimes possibles. Notons la valeur critique du coefficient d’asymétrie $\theta = 0,1$. Lorsque ce dernier est supérieur (dissymétrie de la distribution), alors les données correspondent au régime asymétrique ($\beta - \alpha = 1$). En revanche, pour $\theta < 0,1$ (distribution symétrique) les mesures coïncident avec le régime symétrique $\alpha + \beta = 3$.

peut tout de même être observé (voir par exemple Fig. (4.12) pour $Re = 1,6 \cdot 10^4$), mais le système ne semble pas de se positionner sur un régime ou un autre, bien que les temps d’attentes soient distribués selon une loi de puissance.

Lorsque la PDF de l’écoulement présente une distribution bimodale ($\theta < 0,1$, cercles bleus), la plupart des points tendent à s’alligner sur la ligne $\alpha + \beta = 3$, tandis que les renversements dissymétriques ($\theta > 0,1$, carrés rouges) se trouvent le long de $\beta - \alpha = 1$. Ces résultats montrent que l’asymétrie du forçage contrôle le type de bruit en $1/f$ (c’est-à-dire la valeur de la somme ou de la différence des exposants) qui est observée.

Le fait que les fluctuations de basse fréquence en $1/f$ ne soient observées que sous certaines conditions est non-trivial. En effet, l’existence d’un seuil critique Re_c montre que les transitions chaotiques entre deux états ne sont pas suffisantes pour l’observation du bruit en $1/f$. L’écoulement doit être relativement turbulent, ce qui pourrait être interprété comme un besoin d’un nombre suffisant de degrés de liberté. Ce point de vue est en accord avec le mécanisme proposé par [11].

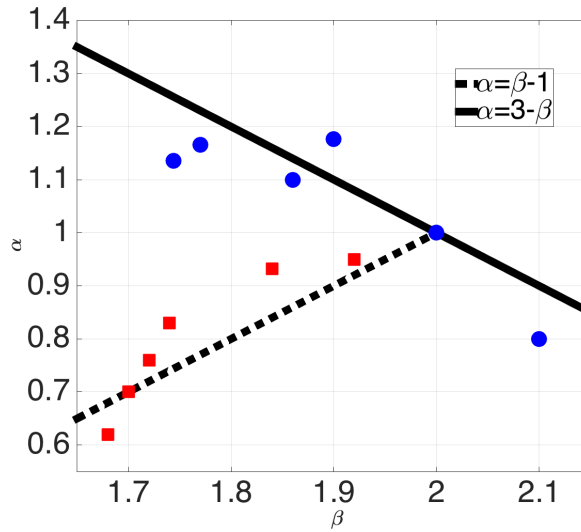


FIGURE 4.18 – L’exposant α en fonction de β pour diverses valeurs de F et de Re . La ligne noire indique $\beta - \alpha = 1$, tandis que la ligne en pointillés correspond à $\alpha + \beta = 3$. Le coefficient d’asymétrie θ des distributions (PDF) permet de discriminer l’appartenance des points de mesure à tel ou tel régime. Les points bleus représentent des mesures avec $\theta < 0.1$ et les carrés rouges à $\theta > 0.1$.

Au-dessus de Re_c , nos résultats expérimentaux montrent que bien que α et β ne changent que légèrement avec Re , mais dépendent fortement du paramètre d’asymétrie. Cette seconde observation est intéressante, car la transition continue de $\alpha + \beta = 3$ à $\beta - \alpha = 1$ se produit lorsque la symétrie équatoriale de l’écoulement est brisée. Notons que les deux régimes peuvent être observés dans le même système.

En d’autres termes, certaines caractéristiques du bruit en $1/f$ peuvent être directement liées à l’asymétrie du système. Il serait intéressant de voir si cette relation peut être utilisée pour comprendre certains systèmes à partir des caractéristiques de leurs fluctuations du bruit en $1/f$. Par exemple, l’étude des exposants α et β à partir des spectres du vent solaire ou de la luminosité de certaines étoiles possèdent également du bruit en $1/f$ [72], peut aider à explorer leurs propriétés de symétrie, moins accessibles à partir des observations.

Enfin, nos résultats pour les configurations symétriques ($\theta < 0.1$) montrent également que l’exposant α semble converger vers une valeur proche de l’unité, alors que le système atteint un régime turbulent établi, soulignant le rôle particulier joué par la valeur $\alpha = 1$. Il serait intéressant de voir si ce dernier point correspond à un comportement général de systèmes turbulents possédant un spectre en $1/f^\alpha$.

à basse fréquence.

La distribution symétrique bimodale pour les renversements de vitesse (4.7) est donc un exemple typique où le système respecte la loi $\alpha + \beta = 3$. La figure (4.19) montre un autre type de distribution, où l'on reste quasi-bimodal, mais cette fois-ci avec une assymétrie avérée. Dans ce cas, la relation $\beta - \alpha = 1$ est observée.

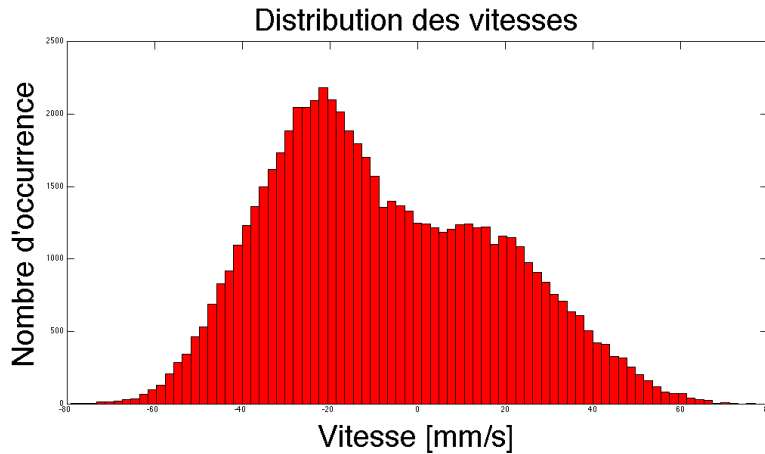


FIGURE 4.19 – Distribution des vitesses de la couche de cisaillement dans le plan médian du canal. Il s’agit ici d’une distribution dissymétrique. Mesure faite pour un écoulement turbulent $Re = 7,1 \cdot 10^4$ avec une différence de rotation entre les deux disques $F = 0,15$. L’écoulement reste encore quasi-bimodal, or la valeur du coefficient d’assymétrie dans ce cas est telle que $\theta > 0,1$. Nous tendons donc au régime de *bursting process* tel que $\alpha = \beta - 1$.

8 Modélisation mathématique possible pour les processus de renversements stochastiques

Dans cette partie, nous revenons sur les propriétés rencontrées expérimentalement sur le *bruit en 1/f* et nous montrons la relation existant entre α et β dans le cas de processus ponctuels, à partir d’une modélisation mathématique.

Tout d’abord, nous pouvons rétablir le lien entre l’exposant noté α relatif au bruit basse fréquence visible sur le spectre de puissance, et β relatif à la loi de puissance de la distribution de probabilité des temps d’attente $P(\tau)$. Imaginons une mesure de vitesse au cours du temps $u(t)$, présentant des renversements chaotiques

symétriques. Cela se traduit par des changements de signe tels que : $u(t) = \pm 1$ (voir schéma 4.20).

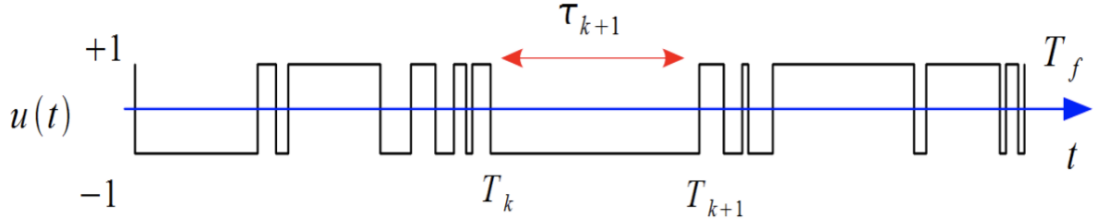


FIGURE 4.20 – Schéma de renversement symétrique de la vitesse d'écoulement d'un fluide. Illustration reprise des papiers de J. Herault et. al. [47, 49]

Le théorème de Wiener-Khintchine stipule que le spectre d'énergie peut s'écrire comme la transformée de Fourier de la fonction d'auto-correlation $C(t)$, tel que :

$$E(f) = \int_{\mathbb{R}} C(t) \exp(i\omega t) dt \quad (4.6)$$

La fonction d'auto-corrélation temporelle du signal $u(t)$ est définie comme :

$$C(t) = \frac{1}{T_f} \int_0^{T_f} u(t' + t) u(t') dt' \quad (4.7)$$

Considérons l'exemple où l'écoulement reste sur un état durant un temps τ . S'il s'avère que ce temps est tel que $\tau < t$ alors la phase en question ne contribuera pas de manière significative à la fonction d'auto-correlation. En effet, le produit $u(t')u(t'+t)$ se moyenne à zéro pour des petites phases. La contribution dominante réside dans les phases de polarisation constante avec $\tau > t$. Ainsi, pour estimer la fonction d'auto-correlation $C(t)$, on ne tiendra compte que des phases de durée $\tau > t$. Le schéma 4.21 repris de la thèse de J. Herault [48] permet d'illustrer ce propos.

Le terme $n(\tau)$ correspond au nombre de phases de durée $\tau > t$. Le produit aura une contribution significative sur une durée $\tau - t$. Pour une acquisition d'une durée T_f avec N renversements, on a alors : $n(\tau) = N.P(\tau)$, où $P(\tau)$ est la probabilité de rester accroché sur un état pendant un temps τ . Si l'on écrit $\langle \tau \rangle$ le temps moyen où le système est dans une des deux polarités, alors il vient que : $N = \frac{T_f}{\langle \tau \rangle}$. D'où :

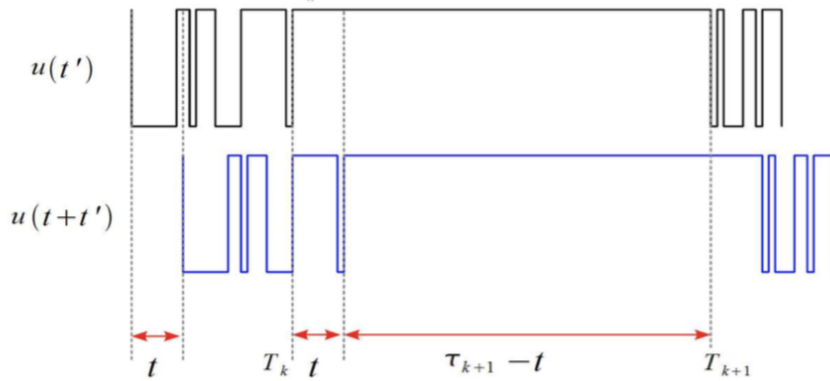


FIGURE 4.21 – Schéma illustrant le calcul de l'auto-corrélation. Illustration reprise de la thèse de J. Herault [48]. Pour des temps t grands, seules les phases de polarité constante telles que $\tau > t$ vont contribuer significativement à l'auto-corrélation. Les phases où $\tau < t$ se moyennent quant à elles à zéro.

$$\begin{aligned}
 C(t) &\sim \frac{1}{T_f} \int_t^{T_f} (\tau - t) n(\tau) d\tau \\
 \Leftrightarrow C(t) &\sim \frac{1}{T_f} \int_t^{T_f} (\tau - t) \frac{T_f}{\langle \tau \rangle} P(\tau) d\tau \\
 \Leftrightarrow C(t) &\sim \frac{1}{\langle \tau \rangle} \int_t^{T_f} (\tau - t) P(\tau) d\tau
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Nous savons à présent que la distribution des probabilités de temps d'attente peut (dans notre cas d'étude) s'écrire comme une loi de puissance : $P(\tau) \sim A \cdot \tau^{-\beta}$. Avec A une constante multiplicative. Pour une acquisition suffisamment longue $T_f \rightarrow \infty$ le calcul revient à intégrer un polynôme.

$$\begin{aligned}
 C(t) &= \frac{A}{\langle \tau \rangle} \int_t^{\infty} (\tau - t) \tau^{-\beta} d\tau \\
 \Leftrightarrow C(t) &= \frac{A}{\langle \tau \rangle} \left[\frac{1}{\beta - 2} + \frac{1}{1 - \beta} \right] t^{2-\beta} \sim t^{2-\beta}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Notons que pour cette étape du calcul, la condition restrictive sur l'ensemble des solutions $\beta > 2$ est nécessaire pour ne pas avoir une divergence. Nous pouvons enfin, utiliser le théorème de Wiener-Khintchine pour exprimer le spectre d'énergie

d'un signal avec renversements chaotiques symétriques :

$$\begin{aligned}
 E(f) &= \int C(t) \exp(i2\pi ft) \cdot dt \\
 \Leftrightarrow E(f) &\sim \int t^{2-\beta} \exp(i2\pi ft) \cdot dt \\
 \Leftrightarrow E(f) &\sim f^{\beta-3} \int u^{2-\beta} \exp(i2\pi u) \cdot du \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

Lors du changement de variable, une autre condition restrictive sur les solutions s'impose : $\beta < 3$. Sachant que nous notons α l'exposant relatif au bruit basse fréquence du spectre tel que : $E(f) \sim f^\alpha$. Par identification, il vient : $\alpha + \beta = 3$

Pour arriver à un tel résultat, nous avons posé les hypothèses suivantes :

- Les renversements chaotiques sont **symétriques**.
- $2 < \beta < 3$.

Ce résultat reste néanmoins valide pour $1 < \beta < 2$ mais nécessite un calcul un peu plus lourd décrit dans l'article de M. Niemann *et al.* [79].

Un calcul similaire peut être effectué pour un signal avec des renversements dissymétriques. L'idée étant la même, on ne détaillera pas le calcul ici. Notons simplement que la théorie prédit aussi l'autre régime que nous avons observé expérimentalement. En effet, lorsque que le système explore les états de manière non symétriques («*bursting process*»), le système reste accroché sur un état un temps significatif, puis celui-ci se renverse de manière stochastique pendant un temps court (voir figure (4.22)). La théorie prédit alors un lien entre les exposants α du spectre basse fréquence, et β de la distribution $P(\tau)$ tel que : $\alpha = \beta - 1$.

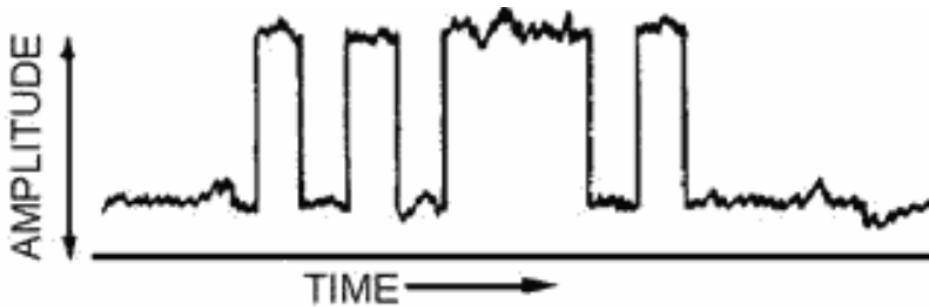


FIGURE 4.22 – Illustration d'un signal avec renversement dissymétrique. Phénomène de «*bursting process*».

8.1 Processus aléatoire sans mémoire

Étudions à présent un mécanisme classique de renversements stochastiques entre deux états. Il est en effet assez habituel dans un tel problème d'observer un spectre fréquentiel en Lorentzienne où les probabilités de transition sont le plus souvent décrites sous forme de loi de Poisson, comme nous avons pu le voir expérimentalement. Il s'agit d'établir mathématiquement ce résultat.

Considérons par exemple un double puits de potentiel avec deux attracteurs A et B . Le système représenté par une bille sur la figure (4.23) transite de manière chaotique entre les deux états associés à un changement de signe (± 1).

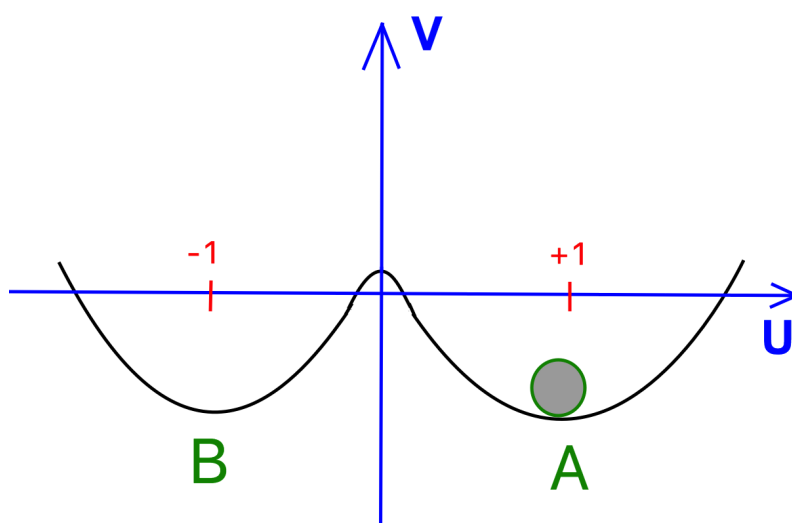


FIGURE 4.23 – Schéma simple pour illustrer la transition stochastique entre deux états A et B .

On note $P(\tau)$ la probabilité de rester sur un attracteur durant un temps τ . Nous avons vu précédemment que la fonction d'auto-correlation s'écrivait :

$$C(t) \sim \frac{1}{\langle \tau \rangle} \int_t^{T_f} (\tau - t) P(\tau) d\tau \quad (4.11)$$

Si les transitions sont aléatoires sans mémoire, $P(t + dt) = P(t)(1 - \lambda dt)$ où λ est le taux de transition par unité de temps. On retrouve donc la loi de Poisson comme attendue, $P(\tau) = \lambda e^{-\lambda\tau}$ pour la probabilité de résidence sur un état donné. Lorsque deux événements sont clairement définis et que l'occupation du système dans l'un des deux états est aléatoire, alors il est courant d'utiliser une loi de poisson pour d'écrire le phénomène. Nous pourrions donc partir d'un tel mécanisme

pour étudier ces renversements chaotiques.

Il s'agit d'un processus dit *sans mémoire*. Le passage d'un attracteur à l'autre ne dépend pas du temps, *i.e.* la prédiction du futur à partir du présent n'est pas rendue plus précise par des éléments d'information concernant le passé. Pour un tel mécanisme, la fonction d'auto-correlation s'écrit :

$$\begin{aligned}
 C(t) &\sim \frac{1}{\langle \tau \rangle} \int_0^\infty (\tau - t) \lambda e^{-\lambda \tau} d\tau \\
 &\Leftrightarrow \sim \begin{cases} e^{-\lambda \tau} \int_0^\infty u e^{-u} du \\ \text{avec } u = \lambda(\tau - t) \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \sim e^{-\lambda \tau} \int_0^\infty e^{-u} du \\
 &\Leftrightarrow \sim e^{-\lambda \tau} \tag{4.12}
 \end{aligned}$$

La fonction d'auto-correlation prend donc la forme d'une exponentielle décroissante au cours du temps. En appliquant le théorème de Wiener-Khintchine, on obtient que le spectre fréquentiel prend l'allure d'une Lorentzienne, telle que :

$$\boxed{E(f) \sim \frac{2\lambda}{\lambda^2 + \omega^2}} \tag{4.13}$$

Ce mécanisme de processus de renversements stochastiques entre deux états, ne permet donc pas d'expliquer l'apparition du bruit basse fréquence en loi de puissance $\frac{1}{f^\alpha}$. Il faut donc proposer un autre modèle.

8.2 Processus aléatoire avec mémoire : Proposition d'un mécanisme pour $P(\tau)$

Etudions maintenant un autre mécanisme possible où le temps intervient dans la probabilité de transition entre état. Soit $f(\tau)$: la probabilité de rester sur un attracteur pendant **au moins** un temps τ . Cette fonction est liée à la distribution de probabilité des temps d'attente $P(\tau)$ par l'équation :

$$P(\tau).d\tau = f(\tau) - f(\tau + d\tau) \quad (4.14)$$

NB : L'intégrale de $P(\tau).d\tau$ sur $[0; +\infty[$ est normalisée à 1.
Par passage à la limite, on peut alors écrire :

$$P(\tau) = -\frac{df}{d\tau} \quad (4.15)$$

On cherche à exprimer la forme de $f(\tau)$. Pour cela, nous devons établir l'équation régissant son évolution. Notons $\Gamma_{A \rightarrow B}(\tau) = \Gamma(\tau)$ la probabilité de transition de A vers B à l'instant τ . Alors, il vient par définition :

$$P(\tau) = \Gamma(\tau) \cdot f(\tau) \quad (4.16)$$

RAPPEL :

- $P(\tau)$: Probabilité de **rester** sur l'attracteur pendant τ
- $\Gamma(\tau)$: Probabilité de se **renverser** à l'instant τ
- $f(\tau)$: Probabilité de rester sur l'attracteur **au moins** un temps τ

L'équation principale donne donc :

$$\frac{df}{d\tau} + \Gamma(\tau) \cdot f(\tau) = 0 \quad (4.17)$$

Les solutions sont donc de la forme :

$$f(\tau) = \exp \left[- \int_0^\tau \Gamma(\tau') d\tau' \right] \quad (4.18)$$

Ce qui nous donne enfin :

$$P(\tau) = \Gamma(\tau) \cdot \exp \left[- \int_0^\tau \Gamma(\tau') d\tau' \right] \quad (4.19)$$

Tout l'intérêt de cette section est de proposer un autre mécanisme qui permettrait d'obtenir la distribution voulue en loi de puissance telle que : $P(\tau) \sim \tau^{-\beta}$. C'est la notion «*d'effet mémoire*» souvent associé au bruit en $1/f$. Nous avons vu

qu'une loi de Poisson décrivant des événements rares (renversement stochastique) avec une probabilité indépendante du temps ne permettait pas d'expliquer le bruit en $1/f$.

Imaginons à présent un processus où la probabilité de transition changerait avec le temps. Pour cela, nous pouvons consulter le cours de W.R. Young [113] qui traite de la diffusion anormale, et évoque un exercice sur l'industrie des ampoules au début du XX^{ieme} s. A l'époque, les ampoules avait une durée de vie bien plus longue que celles que l'on peut acheter de nos jours dans le commerce. En effet, une fois un stock d'ampoules vendues, ce secteur industriel connut une période plus difficile, en raison du simple fait que l'offre dépassait la demande. Il n'y avait plus raison d'acheter de nouvelle ampoule. Vint alors le concept «*d'obsolescence programmée*», afin de réduire la durée de vie des ampoules.

La probabilité que l'ampoule grille pouvait être décrite par un mécanisme à effet mémoire. Dans ce cours de W. Young, ce dernier propose une loi totalement applicable aux renversements chaotiques. Pour revenir au problème qui nous concerne, nous pouvons définir la probabilité de se **renverser** à l'instant τ tel que :

$$\Gamma(\tau) = \frac{\nu}{\theta + \tau} \quad (4.20)$$

Avec ν une constante géométrique, θ un temps caractéristique pour que Γ ne diverge pas en $\tau = 0$.

Nous pouvons alors à partir de ce mécanisme calculer $f(\tau)$.

$$\int_0^\tau \Gamma(\tau') d\tau' = \int_0^\tau \frac{\nu}{\theta + \tau'} d\tau' = -\ln \left[\left(\frac{\theta}{\theta + \tau} \right)^\nu \right] \quad (4.21)$$

$$\text{d'où} \quad f(\tau) = \left(\frac{\theta}{\theta + \tau} \right)^\nu \quad (4.22)$$

Par conséquent :

$$P(\tau) = \Gamma(\tau) \cdot f(\tau) \quad (4.23)$$

$$= \frac{\nu}{\theta + \tau} \cdot \left(\frac{\theta}{\theta + \tau} \right)^\nu \quad (4.24)$$

$$= \nu \theta (\theta + \tau)^{-(\nu+1)} \quad (4.25)$$

Conclusion :

La distribution de probabilité des temps d'attente peut donc prendre la forme d'une loi de puissance à partir d'un tel mécanisme, telle que : $P(\tau) \sim \tau^{-\beta}$. A présent, si l'on souhaite regarder le spectre d'une telle distribution de renversements chaotiques, il suffit d'utiliser le théorème de Wiener-Khintchine comme dans le calcul de la section précédente. Une telle distribution donne un spectre basse fréquence en $f^{-\alpha}$.

9 Discussion du bruit en $\frac{1}{f^\alpha}$ à basse fréquence

Considérons à présent uniquement la partie basse fréquence des spectres. Quelques questions restent en suspens, en particulier concernant la saturation de bruit en $1/f$. Bien que plusieurs études expérimentales n'aient pas encore montré de coupure basse fréquence au comportement du bruit en $1/f$ où le spectre redeviendrait plat, même après des temps de mesure relativement longs [79], il est physiquement impossible que ce comportement se prolonge quand $f \rightarrow 0$. D'une part, l'énergie totale du système (*i.e.* l'intégration sur toutes les fréquences du spectre d'énergie) ne peut pas diverger. Si un tel comportement était possible aux très basses fréquences, cela impliquerait donc nécessairement des temps caractéristiques physiques infiniment longs.

Pour le système qui nous concerne, nous montrons que le bruit en $1/f$ tend à saturer au bout d'un temps relativement long. La preuve expérimentale en est faite avec la figure (4.24), où deux spectres de puissance réalisés dans les mêmes conditions expérimentales sont représentés. La différence entre les deux réside simplement dans le temps d'acquisition T . En bleu, un spectre réalisé sur 2h. Pour la rouge, le spectre est obtenu en 15h.

La partie droite du spectre est ajustée par une régression polynomiale d'exposant $-5/3$ (courbe en pointillés roses) : il s'agit de la cascade inertielle. La partie basse fréquence correspondant au bruit en $1/f$ est ajustée par une loi de puissance en $f^{-\alpha}$ avec $\alpha = 0.8$. Cette régression n'est valable que sur une ou deux décades. Très vite, le spectre tend à *saturer*, *i.e.* à être blanc à très basse fréquence

La figure (4.25) illustre la distribution des temps d'attentes pour l'acquisition de 2h (points en vert) et l'acquisition de 15h (points oranges). La loi de puissance en $\tau^{-\beta}$ est toujours présente. La valeur de β est pratiquement identique.

Notons que le bruit en $1/f$ de la courbe rouge sur le spectre de puissance (4.24) sature typiquement pour une fréquence $f_{sat} = 2.10^{-2}$ Hz. Il s'agit donc d'un temps caractéristique relativement long $\tau \sim 100$ s. Or, un temps caractéristique long lié

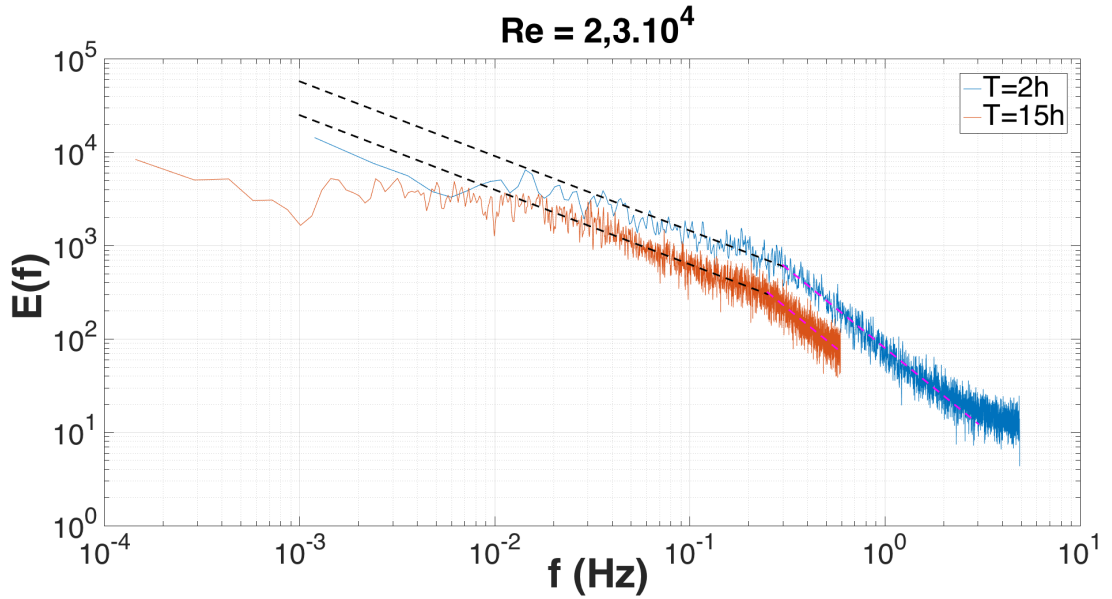


FIGURE 4.24 – Spectre fréquentiel de puissance $S(f)$ de la vitesse d'écoulement. En bleu, pour une acquisition courte (2h) et en rouge pour une acquisition longue (15h). Notons la présence de la cascade inertielle à hautes fréquences, et la présence du bruit en $1/f$ pour les basses fréquences. Nous observons une saturation du bruit en $1/f$ pour de longues acquisitions.

à la physique du problème serait le temps inertiel $\tau_{inertiel} = \frac{L}{U} \sim 5\text{s}$. Ce temps correspond contrairement au temps typique d'injection de l'énergie $f_i \sim 0,2\text{Hz}$. Pour donner une explication de la saturation du bruit en $1/f$, il faut trouver le sens physique d'un temps suffisamment long. Il s'avère que pour notre expérience le temps d'attente le plus long, pendant lequel le système reste accroché sur un état, correspond à $\tau \sim 60\text{s}$. On peut alors construire une fréquence $f \sim 1,5 \cdot 10^{-2}\text{Hz}$ qui coïncide visiblement avec la fréquence de saturation. Cet aspect de l'étude sur la saturation du bruit en $1/f$ reste encore un problème ouvert.

Revenons de nouveau sur cette expérience de 15h, mais cette fois-ci pour y observer un autre point intéressant. La figure (4.26) illustre à droite en bleu, le signal temporel de l'acquisition de la vitesse. Nous avons volontairement zoomé sur un intervalle de temps donné pour mieux observer les renversements. A gauche en rouge, il s'agit du même signal pour lequel nous avons récupéré uniquement l'information du signe du champ de vitesse. Les valeurs sont donc comprises entre ± 1 selon les renversements.

La figure (4.27) illustre en rouge le spectre de puissance $S(f)$ de l'acquisition, que

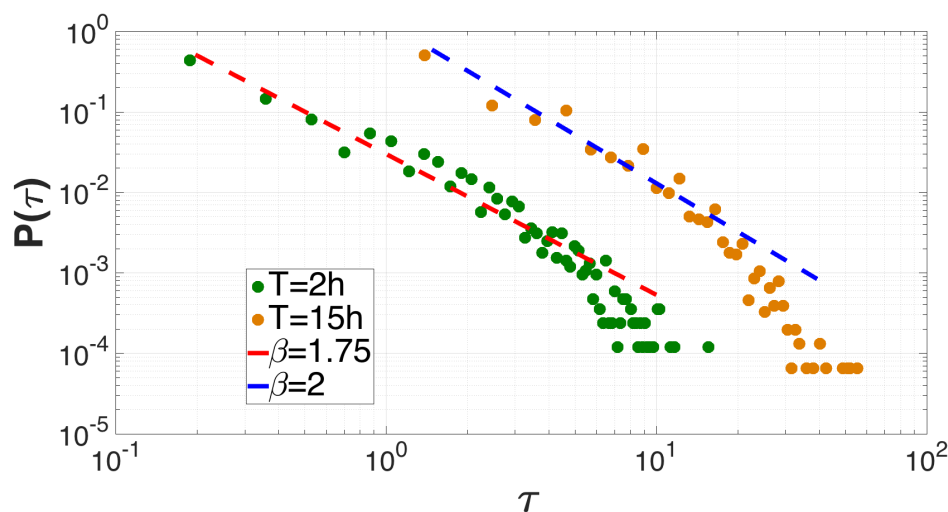


FIGURE 4.25 – Distribution des temps d’attente pour une acquisition courte de 2h (points verts) et une longue de 15h (points oranges).

nous avons déjà rencontrés sur la figure (4.24). En bleu, on représente le spectre de puissance de la fonction signe du champ de vitesse. Il s’avère que la partie basses fréquences du spectre peut être ajustée par la même loi de puissance en $1/f^\alpha$ avec $\alpha = 0,8$ dans les deux cas. La saturation à très basse fréquence est toujours présente. En revanche, au dessus de la fréquence d’injection de l’énergie f_{inj} le spectre est modifié. Cela se comprend aisément dans la mesure où au travers du signe de la vitesse, nous ne tenons pas compte des petites structures, associées aux fluctuations hautes fréquences de la vitesse.

Finalement, on comprend que l’amplitude du signal, intrinsèquement liée à l’intensité du forçage (nombre de Hartmann) n’a pas d’importance ici. A partir du moment où l’écoulement est turbulent, seul l’aspect chaotique des renversements contrôle le bruit en $1/f$ et sa saturation. Ceci permet également de justifier le modèle théorique, où nous avons utilisé un signal caractérisé par des renversements de signe ± 1 pour retrouver la loi de puissance en $f^{-\alpha}$.

10 Conclusion

Insistons sur le fait que, dans le système étudié, un comportement nouveau a été mis en évidence à basse fréquence lorsque l’on augmente le nombre de Reynolds. En augmentant le taux de turbulence, nous pourrions nous attendre à fabriquer de petites structures dans l’écoulement associées à de hautes fréquences. Il est

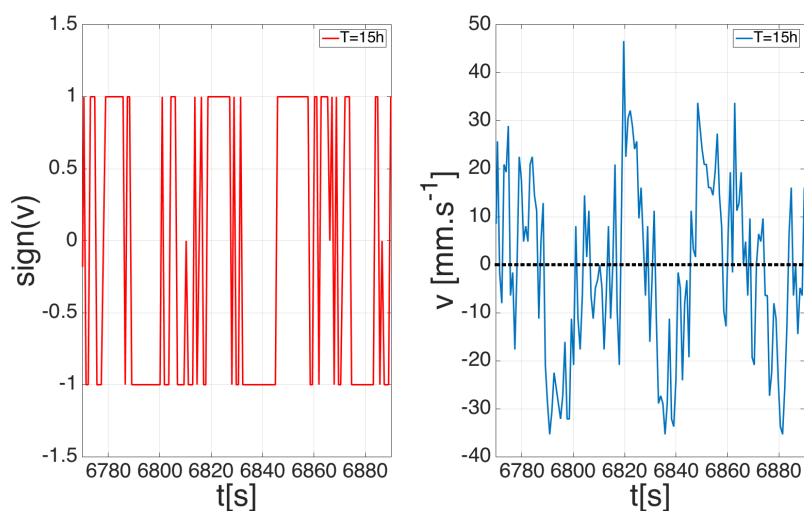


FIGURE 4.26 – Pour l’acquisition de 15h, à droite on représente la mesure de vitesse dans le plan médian du canal. Le signal a été agrandi sur un certain intervalle de temps, afin de visualiser les renversements. A gauche, nous représentons pour ce même intervalle la fonction *signe* de la vitesse.

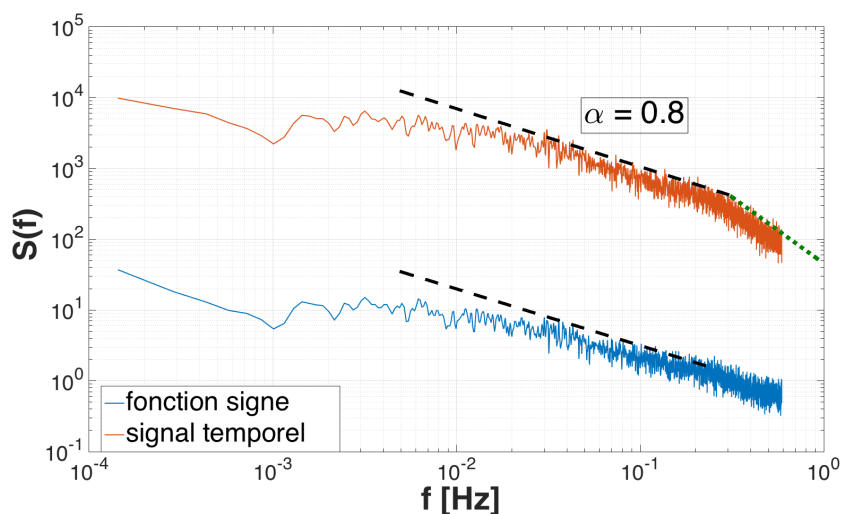


FIGURE 4.27 – Spectre fréquentiel de puissance $S(f)$ pour l’aquisition de 15h. En rouge le spectre du signal. En bleu, le spectre de la fonction signe du signal. La partie de bruit en $1/f$ peut s’ajuster avec la même loi de puissance, ce qui montre qu’un bruit en $1/f$ résulte bien des renversements.

exact que l'augmentation de Re repousse la coupure de Kolmogorov à plus haute fréquence. Cependant, le changement qualitatif le plus important que nous avons observé est au contraire une croissance du spectre d'énergie à très basse fréquence qui correspond à l'apparition du bruit en $1/f$.

Ainsi, l'apparition du bruit en $1/f$ n'est pas intuitive. Pour obtenir des renversements chaotiques sources de bruit en $1/f$, l'écoulement doit être turbulent. Nous avons également mis en évidence que le paramètre de symétrie des renversements contrôle l'exposant α de la loi de puissance du spectre. Le comportement de la vitesse à basse fréquence ($f \rightarrow 0$) en turbulence est lié à la dynamique des structures cohérentes (ici la dynamique de la couche de mélange). C'est également le cas dans les écoulements bidimensionnel (voir thèse J. Herault [48]).

Les principaux résultats mis en avant dans ce chapitre sont les effets de la symétrie (passage d'un état à deux) et du nombre de Reynolds sur la partie basses fréquences des spectres.

Chapitre 5

Expérience KEPLER

"Je préfère de loin la virulente critique d'un seul homme d'esprit à l'approbation inconsidérée de la masse."

- J. Kepler

Sommaire

1	Introduction	148
1.1	Problématique et motivation	148
1.2	L'état de la recherche actuelle	149
2	Dispositif expérimental	154
2.1	Le montage	154
2.2	Les bobines de Helmholtz	157
2.3	La résistance du fluide	159
2.4	Fonctionnement des sondes Vives	160
2.5	Mesure du terme correctif	163
3	Cadre théorique	164
3.1	Etude des différents régimes : laminaire/turbulent	164
3.2	Lien entre les nombres sans dimension	168
3.3	Les couches limites	169
4	Analyse des résultats	174
4.1	Ecoulement moyen	174
4.2	Fluctuation de vitesse	182

1 Introduction

1.1 Problématique et motivation

L'un des exemples les plus connus d'écoulement MHD correspond au cas d'un fluide conducteur s'écoulant dans un canal sur lequel est appliqué un champ magnétique statique B_0 . Dans ce cas, l'écoulement doit être entraîné soit par un gradient de pression à travers le canal, soit par le mouvement des parois. Une autre possibilité est d'appliquer un courant électrique à travers le métal liquide, de sorte que la force de Laplace $\vec{F} = \vec{j} \wedge \vec{B}_0$ entraîne le métal liquide. La différence avec le chapitre précédent est claire puisque dans ce cas, les courants électriques sont injectés plutôt qu'induits par les variations du champ magnétique. En revanche, il s'agit là encore d'un exemple d'écoulement entraîné par forçage magnétique dans lequel la force de Laplace assure le transfert d'énergie électromagnétique vers l'écoulement hydrodynamique.

Depuis les travaux pionniers d'Hartmann [46] sur les pompes à conduction électromagnétique, plusieurs travaux ont été consacrés à l'étude de tels écoulements de métaux liquides entraînés par une force électromagnétique stationnaire. Expérimentalement, il est généralement plus facile d'étudier ce problème dans une géométrie cylindrique, dans laquelle l'écoulement est entraîné dans la direction azimutale sous l'effet d'un champ magnétique axial et d'une injection d'un courant radial. Pour l'étude d'un tel forçage, nous avons mis au point une expérience cylindrique de rayon moyen R (avec un rayon interne R_1 et un rayon externe R_2) et de hauteur H avec un très faible facteur de forme H/R dans laquelle un écoulement turbulent azimutal de métal liquide est engendré en utilisant la combinaison d'un champ magnétique axial stationnaire et de courant électrique radial. Les cylindres interne et externe sont des électrodes permettant l'injection d'un important courant (voir sections suivantes et figure 5.1). Typiquement, pour un courant injecté de plusieurs milliers d'ampères et un champ magnétique appliqué d'un dixième de Tesla, le métal liquide atteint une vitesse moyenne azimutale de plusieurs mètres par seconde. Comme nous le verrons dans la suite de ce chapitre, dans ces conditions, l'écoulement est turbulent. L'équilibre des forces entre l'inertie et la force de Laplace, ainsi qu'un faible facteur de forme, conduisent à un profil de vitesse de la forme $v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$, également connu sous le nom de profil Keplerien. Les écoulements Kepleriens sont omniprésents en astrophysique, ils résultent d'un équilibre entre force centrifuge et force de gravitation.

A travers, cette expérience, nous pourrions ainsi aborder plusieurs questions directement liées à ce type d'écoulement keplerien turbulent et aux divers aspects de la turbulence magnétisée : quel type de cascade d'énergie est obtenu ? Comment

le champ magnétique influence-t-il le développement d'un écoulement moyen dans ces systèmes? Quels sont les paramètres qui contrôlent l'écoulement? Mais aussi, comment les instabilités peuvent limiter l'efficacité du forçage?

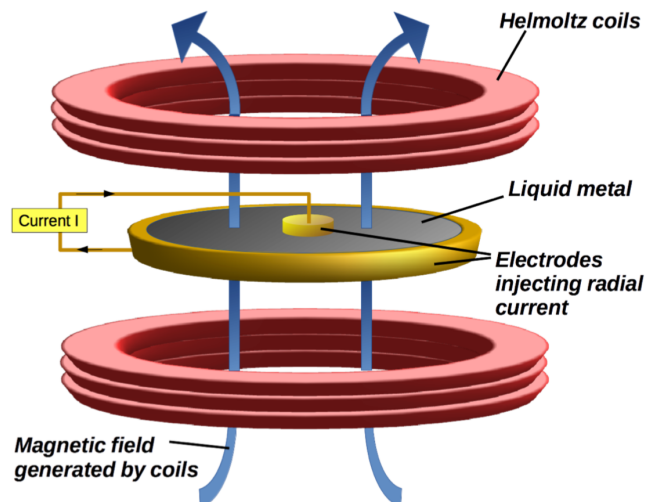


FIGURE 5.1 – Schéma de l'expérience. Un disque de métal liquide est introduit au centre des bobines de Helmholtz, pouvant imposer un champ $B = 0,1 T$. Les deux cylindres sont des électrodes permettant d'injecter dans le disque un courant radial $I = 3000 A$.

1.2 L'état de la recherche actuelle

Les premières études s'intéressant à la dynamique d'un métal liquide en présence de champ magnétique et de courants électriques remontent bien évidemment aux travaux pionniers d'Hartmann [46]. En 1965, Hunt et Stewartson [53] proposent l'une des premières études théorique d'un écoulement MHD en présence de parois conductrices. Dans cette étude, les auteurs calculent les couches limites se formant près des électrodes, et en déduisent une expression théorique pour l'écoulement engendré par ce forçage électromagnétique. Dans cette théorie, la limite des grands nombres d'Hartmann est utilisée, afin d'ignorer les recirculations de l'écoulement.

Une première confirmation expérimentale de cette théorie est obtenue en 1971 par Bayliss et Hunt [15, 16], dans une expérience de laboratoire utilisant du mercure. En imposant un champ magnétique suffisamment fort pour inhiber les effets

inertiels, les auteurs confirment la dépendance linéaire de l'écoulement avec le courant imposé I , et note qu'un aspect important du forçage de l'écoulement est relié à la question de savoir s'il existe une résistance de contact entre le fluide et l'électrode.

Plus tard, Tabeling et Chabrierie [107] proposent une nouvelle approche théorique en s'intéressant à la recirculation susceptible d'apparaître lorsque le champ imposé n'est pas trop fort. Ils trouvent qu'un écoulement secondaire n'impliquant pas d'effets inertiels est produit par les couches limites d'Hartmann. Au contraire, les couches de Shercliff (couches limites parallèles au champ) produisent une recirculation permettant aux effets inertiels de pénétrer au coeur de l'écoulement, modifiant ainsi le profil moyen de vitesse lorsque le nombre de Reynolds est suffisamment grand.

De manière similaire, Potherat et al [86] prédisent analytiquement deux types de phénomènes susceptibles de se produire dans de tels écoulements forcés électromagnétiquement en géométrie annulaire : premièrement, une recirculation secondaire liée aux effets inertiels dans la couche limite d'Hartmann, et ensuite la possibilité d'observer une dépendance transverse de la vitesse dans le coeur de l'écoulement. Ces prédictions ont été confirmées expérimentalement par les mêmes auteurs. Il est désormais bien admis que l'action principale du champ est ainsi de réduire les gradients dans sa direction, et que la nature de la transition entre écoulement bi-dimensionnel à très fort champ et écoulement 3D est intimement liée aux recirculations [99, 87].

Plus récemment, plusieurs études se sont intéressées à la déstabilisation de tels écoulements pour des nombres de Reynolds modérés, lorsque les couches d'Hartmann deviennent instable. L'étude expérimentale de Moresco et Alboussiere [77] s'intéresse à la distribution des courants dans l'écoulement et rapporte comment la déstabilisation des couches limites d'Hartmann est contrôlée par le paramètre $R = Re/Ha$, c'est-à-dire par un nombre de Reynolds critique basé sur l'épaisseur laminaire de la couche de Hartmann. Dans cette expérience, la transition vers la turbulence est observée pour des valeurs de R deux ordres de grandeurs plus petits que ce qui est prédit par les calculs de stabilité linéaire, suggérant ainsi l'existence de transition sous-critique dans ce type d'écoulements. Ces résultats ont été complétés par des simulations numériques directes [62], proposant une explication pour cet écart entre simulations et expériences basée sur la croissance de perturbations d'amplitude finie près des couches limites. Dans certains cas, il a été montré que l'instabilité de l'écoulement est plutôt contrôlée par le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de la couche de Shercliff [85].

Par ailleurs, il a également été montré numériquement que les écoulements en géométrie annulaire forcés par courant peuvent également devenir instables à des nombres de Hartmann modérés, via une instabilité de type centrifuge [116, 115].

Une telle déstabilisation est également rapportée dans d'autres expériences de laboratoires. Tabeling [107] a montré que les écoulements forcés électromagnétiquement peuvent subir une séquence d'instabilités impliquant de lentes oscillations des structures cellulaires juste avant la transition à la turbulence. En 2012, Boisson *et al.* [20, 21] ont montré que certaines ondes propagatives peuvent apparaître lorsque le forçage est suffisamment important. Plus récemment, une déstabilisation de type Kelvin-Helmoltz des couches limites libres engendrées au niveau des électrodes a été également observée [104, 105]. Enfin, notons que Messadek *et al.* [73] ont également mis en évidence qu'à très grands nombres de Reynolds et Hartmann, dans une configuration avec une couche cisailée, le système transite vers un état de turbulence quasi-bidimensionnelle. De nets écarts à la linéarité sont observés entre la vitesse et le courant injecté dus soit à des recirculations, soit à des couches de Hartmann turbulentes. Les auteurs observent également des spectres de vitesses typiques de régime turbulent.

Le tableau (5.1) résume les paramètres utilisés dans ces différentes expériences, notamment l'amplitude des courants injectés I et des champs magnétiques B utilisés. On voit ainsi que l'amplitude du forçage électromagnétique, mesuré par $F = IB$, peut donc être relativement important. Par exemple, les expériences de Stelzer *et al.* ou Messadek *et al.* permettent d'atteindre $IB \sim 300 A.T$, suffisant pour obtenir des régimes à grand nombre de Reynolds. Toutefois, il est intéressant de noter que ces haut forçages sont obtenus à l'aide de champs magnétiques particulièrement puissants (entre 1 et 10 Tesla). Ainsi, ces diverses expériences de laboratoires décrivent des régimes turbulents ou quasi-turbulents, mais toujours dans un régime fortement magnétisé, pour lequel le paramètre d'interaction reste grand. On notera également que les paramètres d'élongation sont souvent assez grand, avec des canaux annulaire de rapport d'aspect proche de 1.

La compréhension du régime pleinement turbulent (faiblement magnétisé) reste donc un problème relativement ouvert, pour lequel peu de résultats existent dans le cadre des écoulements entraînés par forçage électromagnétique. Ce régime présente pourtant plusieurs intérêts. Premièrement, la dynamique des couches limites dans ce régime reste peu comprise, tout comme les éventuelles recirculations de l'écoulement. On sait également qu'un écoulement en disque fin (paramètre d'élongation $\Theta \ll 1$) est susceptible de se comporter de manière très différente, puisque l'ensemble des gradients de vitesse sont alors produits dans la direction verticale.

Enfin, l'étude de l'écoulement pleinement turbulent d'un disque fin magnétisé trouve une application directe en astrophysique. Par exemple, les disques d'accrétion, l'un des problèmes les plus étudiés dans la dynamique des fluides astro-

physiques, impliquent des écoulements turbulents dans lesquelles un fluide est en rotation Képlérienne autour d'un corps central massif, généralement une étoile, une proto-étoile ou un trou noir. Les mécanismes exacts par lesquels le moment angulaire est transporté vers l'extérieur dans ces disques restent inconnus. En effet, les énormes taux d'accrétion observés par les astrophysiciens indiquent que le transport de matière vers l'intérieur, perdant du moment angulaire, doit être compensée par un important transport de moment cinétique vers l'extérieur. Les profils de Kepler étant stables hydrodynamiquement selon le critère de Rayleigh pour l'instabilité centrifuge, on ne peut pas invoquer un mécanisme de déstabilisation linéaire pour expliquer ce transport du moment cinétique [91, 54, 111].

Pour tenter de comprendre l'existence de ce régime, différents mécanismes ont été proposés tels qu'une transition sous-critique à la turbulence [66] ou le rôle de la stratification en densité [31]. Mais le scénario le plus accepté est l'instabilité magnétorotationnelle (MRI) [12], qui explique comment un fluide conducteur en rotation différentielle soumis à un champ magnétique suffisamment puissant peut être déstabilisé et devenir turbulent. Bien que largement étudiée numériquement et théoriquement, l'observation expérimentale de la MRI reste un défi majeur pour la dynamique des fluides modernes, principalement en raison de la difficulté à atteindre un nombre de Reynolds magnétique élevé en laboratoire, mais également en raison de l'impossibilité de générer un écoulement Képlérien stable. Pour cette raison, nous verrons que l'expérience décrite dans ce chapitre est la première étude en laboratoire d'un écoulement Keplerien à forçage électromagnétique dans un disque mince. On notera que notre expérience n'est pas une démonstration expérimentale de la MRI linéaire, car l'écoulement est déjà turbulent, et R_m est probablement trop petit. Notre approche est donc relativement différente de ce qui a été fait ces dernières années par les équipes de Princeton [93] et de Dresdes [103, 102], qui ont étudié la génération de la MRI dans les écoulements de Taylor-Couette.

Article	h en cm	R_2 en cm	d en cm	B_{max} en T	Ha_{max}	I_{max} en A	Fluide
Baylis [14]	5	2,7	0,12	0,5	15	30	Hg
Baylis [15]	0,39-3,1	7	0,39-3,1	0,4	128	110	Hg
Moresco et Alboussiere [77]	1	5	1	13	1690	650	Hg
Boisson <i>et al.</i> [20]	12	4	1,2	0,15	460	50	GaSnIn
Mikhailovich <i>et al.</i> [74]	6,25	3,525	3,125	0,125	160	120	GaSnIn
Messadek et Moreau [73]	1	11	11	6	1800	70	Hg
Stelzer <i>et al.</i> [104]	10	20,5	16	1	4000	300	GaSnIn
Expérience KEPLER	1,5	19	13	0,1	60	3000	GaSnIn

TABLE 5.1 – Tableau (non exhaustif) récapitulatif des différents paramètres (géométrie, champ magnétique, courant, fluide etc...) des recherches effectuées ces dernières années sur la thématique.

2 Dispositif expérimental

2.1 Le montage

L'écoulement est engendré dans une couche de galinstan d'épaisseur $h = 15$ mm limitée par deux électrodes (figure 5.2). La cathode (borne +) est le disque central de rayon $R_1 = 60$ mm. L'anode (borne -) est un anneau de rayon interne $R_2 = 190$ mm. Ces électrodes en laiton ont été nickelées afin de pas être attaquées par le galinstan. La couche de galinstan a donc la forme d'un disque, ou plus exactement d'un canal torique à section carrée d'allongement $\frac{R_2 - R_1}{h}$ très grand. Il est limité par une paroi inférieure (respectivement supérieure) en P.V.C. (respectivement en polycarbonate). Des joints toriques assurent l'étanchéité de l'ensemble. Le volume de galinstan est $V \sim 1,53\text{L}$.

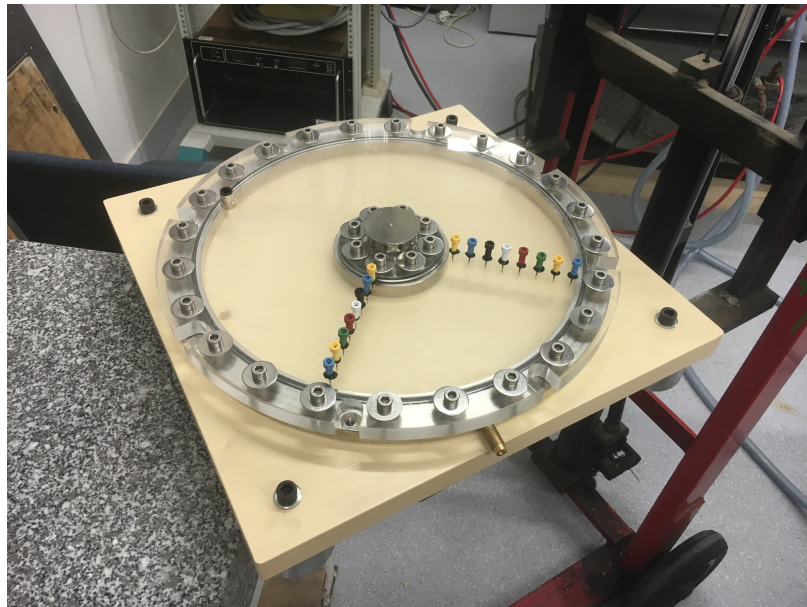


FIGURE 5.2 – Disque de l'expérience composé d'une section carrée en PVC. Le plus grand anneau correspond à l'anode. La pièce centrale correspond quant à elle, à la cathode. Ces deux pièces sont reliées à un générateur de courant. Une plaque de polycarbonate est placée au dessus. Deux rangées (séparées d'un angle $\frac{\pi}{2}$) de 9 broches sont disposées le long du rayon du disque. L'extrémité en laiton qui dépasse de l'anneau externe correspond au serre-pièce pour placer la sonde Doppler.

Afin d'engendrer l'écoulement, nous injectons du courant à l'aide d'un géné-

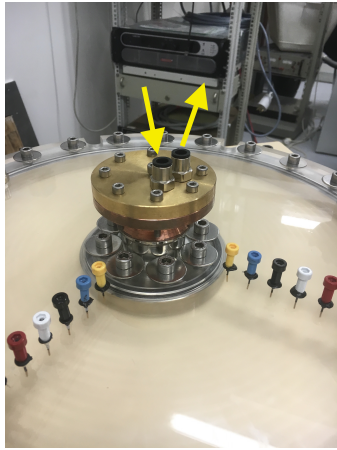
rateur Power TEN P66 Serie 53000 ®. Il permet d'injecter un courant continu important allant jusqu'à $I_{max} = 3036$ sous une tension de $0 - 5$ V. Pour un courant maximal, La tension mesurée pour le dispositif est $U_{max} = 1,19$ V, ce qui nous renseigne sur la résistance totale de l'expérience $R_{tot} \sim 0,4$ mΩ. Cette valeur comprend l'ensemble des sources résistives de l'expérience : les câbles, les résistances de contact avec les cosses, le fluide etc... Pour un tel courant, il est évident que l'effet Joule se fera ressentir. L'expérience a tendance à chauffer beaucoup : d'une part au niveau des cables, mais surtout au niveau de la cathode. Le fluide possède une résistance assez faible comme nous le verrons à la section suivante. Ce dernier ne chauffe pas particulièrement pour des acquisitions de quelques heures, il n'est pas nécessaire de corriger en température certaines grandeurs comme la conductivité électrique σ .

Afin d'éviter une augmentation trop importante de la température lors du passage du courant électrique (3000 A), l'anode et la cathode de l'expérience sont reliées au générateur par 32 câbles en cuivre multibrin de section $S \sim 50$ mm² (*i.e.* diamètre de section de 7 mm) et d'une longueur de $L \sim 2,5$ m avec pour résistance $R = 0,95$ mΩ. Par ailleurs, une hotte de ventilation est utilisée pour refroidir le réseau de câbles. En régime maximal, l'effet Joule correspondant est $P_{Joule} = R \cdot I_{max}^2 \sim 2,9$ kW.

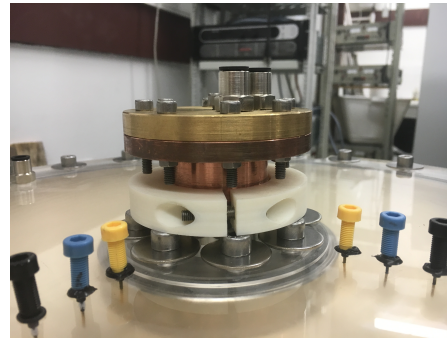
Revenons à présent sur les puissances mises en jeu dans l'expérience. Le générateur d'alimentation est branché sur le réseau EDF 230 V en triphasé avec prise de 20A. Notre capacité de puissance est donc de $P = 3U \cdot I \sim 13,8$ kW. Bien sûr le générateur n'en fournit qu'une partie dans l'expérience $P_{fournie} = U_{max} \cdot I_{max} = 3,6$ kW. Pour autant, cela ne correspond pas à la puissance réellement injectée dans le fluide. En effet, celui-ci possède une résistance très faible $R = 3,5 \cdot 10^{-6}$ Ω (calcul fait dans la section suivante). Ainsi, pour le régime de courant maximal $I_{max} = 3036$ A, la puissance injectée est $P_{inj} = 33$ W.

De part sa faible résistance le fluide ne chauffe pas particulièrement. En revanche, la cathode (anneau interne) chauffe en raison de sa petite section. L'anode (grand anneau) possède une section plus grande, donc une résistance plus petite. L'échauffement sera donc plus important au niveau de la cathode. Dans un tel cas, il pourrait y avoir un gradient de température radial qui engendrerait par convection un écoulement radial non souhaité dans le cadre de notre étude. Pour estimer cet effet, nous avons placé des capteurs Pt100 pour mesurer la température le long du rayon en temps réel. Une fois le régime stationnaire atteint, on impose via un bain thermostaté une température de la cathode, annulant ainsi le gradient thermique éventuel. La figure (5.3) illustre la pièce faite de cuivre et de laiton conçue à

cet effet. A l'intérieur, on y trouve un petit canal de coulée. Sur la photo de gauche, on peut observer les deux têtons permettant l'entrée et la sortie d'eau. Le fluide de refroidissement est donc en circuit fermé et sa température est imposée par une consigne du bain thermostaté. Cette pièce est plate et vient se positionner sur la face de la cathode. Pour optimiser le transfert thermique, on place sur les faces en contact de la pâte thermique. Enfin, les deux parties (électrode-refroidisseur) sont attachées par un serre-pièce blanc (photo de droite) réalisé par impression 3D.



(a) Disposition d'une pièce métallique plane sur la cathode pour optimiser le refroidissement de cette dernière. Notons la présence de l'entrée et de la sortie d'eau.



(b) La pièce de refroidissement est attachée à la cathode à l'aide d'un serre-pièce réalisé en impression 3D.

FIGURE 5.3 – Pièce de refroidissement de la cathode (+)

Pour mesurer le profil de l'écoulement, nous avons placé une série de 9 électrodes le long du rayon. En mesurant les tensions entre ces dernières, on obtient une mesure de la vitesse orthoradiale v_θ . On place également des sondes transverses pour la mesure d'un éventuel écoulement radial v_r . Chaque électrode est constituée de Nickel (Ni). Afin d'améliorer le mouillage entre l'électrode et le fluide, nous avons utilisé une technique d'électrodéposition d'or (galvanisation). En appliquant un courant continu avec un générateur avec une tension de $U = 4$ à 6 V, on peut forcer une réaction chimique d'oxydoréduction pour déposer de l'or à la surface du nickel. Sur la photo (5.4) nous pouvons observer le résultat après dorure. A l'aide d'un coton imbibé d'une solution d'ions, le dépôt se fait sur l'électrode via la réaction : $4Au^{3+}(aq) + 6H_2O \rightarrow 4Au(s) + 12H^+ + 3O_2(g)$. Nous verrons par la suite, que cette méthode a présenté des limites.



FIGURE 5.4 – Photographie des broches Vives. Chacune d’elles dépasse de 10 mm. Elles sont en nickel et ont été dorées pour optimiser le mouillage. L’espacement entre chaque broche est de 10 mm

2.2 Les bobines de Helmholtz

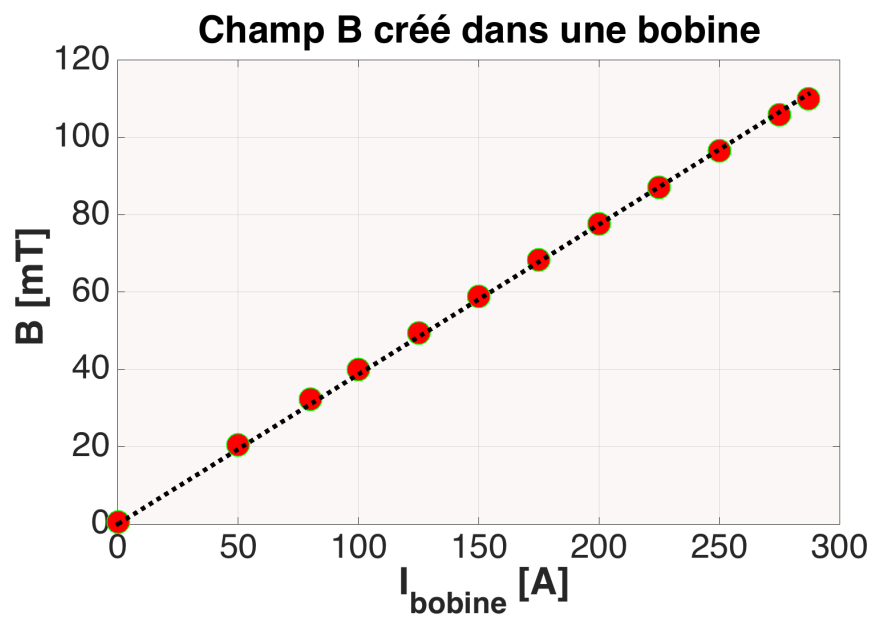
Afin d’imposer un champ magnétique uniforme et stationnaire sur le disque, des bobines de Helmholtz sont utilisées (voir photographie (5.5)). Ces dernières sont alimentées par deux générateurs SGA à courant continu (un pour chaque bobine). Un générateur peut fournir pour une bobine une puissance maximale telle que : $I_{max} = 287$ A et $U_{max} = 30$ V, soit $P \sim 8,6$ kW. La puissance totale de fonctionnement des deux bobines monte donc au maximum à $P_{tot} \sim 17,2$ kW. La résistance pour une bobine est d’environ $R \sim 100$ Ω . Afin d’éviter l’échauffement des bobines, celles-ci sont constamment refroidies à l’eau, permettant d’avoir un champ magnétique stationnaire.

Le champ magnétique axial au centre d’une bobine constituée de N spires circulaires de rayon R parcourues par un courant I est : $B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$. Le champ magnétique créé étant linéaire en fonction de l’intensité, la pente sera donc proportionnelle au nombre de spires. Sur la figure (5.6) nous avons mesuré la valeur du champ magnétique axial au centre d’une bobine en fonction du courant imposé. Nous retrouvons bien la loi linéaire avec un exposant tel que : $B = \alpha \cdot I$ où



FIGURE 5.5 – Photographie des bobines de Helmholtz

$\alpha = 0.3876$ S.I. Par conséquent chaque bobine est composée de 220 spires.

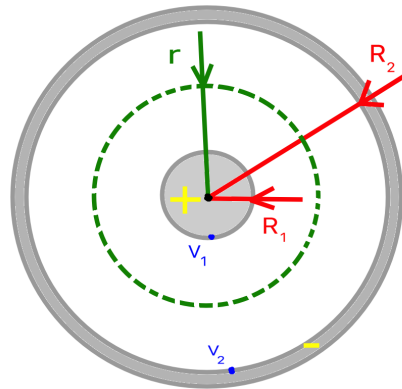
FIGURE 5.6 – Valeur du champ magnétique axial B_0 au centre de la bobine en fonction du courant imposé

2.3 La résistance du fluide

Il est possible de calculer la résistance comprise entre les deux électrodes circulaires concentriques. Il est judicieux de déterminer celle-ci pour notamment savoir si l'effet Joule (échauffement du fluide) sera important. On note V_1 et V_2 les potentiels électrostatiques respectivement de la cathode et de l'anode. Le vecteur de densité volumique de courant injecté peut s'écrire sans champ magnétique appliqué (donc sans induction) : $\vec{j} = -\sigma \cdot \vec{grad}(V)$.



(a) Photo du disque placé entre les deux bobines. Le couvercle de polycarbonate a été retiré. Le galinstan est donc visible en surface libre entre la cathode et l'anode.



(b) Schématisation du problème. On note V_1 et V_2 les potentiels électrostatiques respectivement de la cathode (+) et de l'anode (-). Le cercle imaginaire en vert illustre la variable radiale r comprise entre le rayon interne R_1 et externe R_2

FIGURE 5.7 – Schéma de l'expérience KEPLER

Pour des raisons de symétrie, nous pouvons faire l'hypothèse que le courant injecté sera purement radial. De même, pour des raisons de convention algébrique le courant sera de surcoût centrifuge (du + vers -). Le gradient exprimé en coordonnée cylindrique donne alors la relation suivante :

$$\begin{aligned}
\vec{j} &= -\sigma \cdot \frac{dV}{dr} \vec{e}_r \\
\Leftrightarrow \frac{I}{2\pi hr} &= -\sigma \cdot \frac{dV}{dr} \\
\Leftrightarrow dV &= -\frac{I}{2\pi\sigma h} \cdot \frac{dr}{r} \\
\Leftrightarrow \int_{V_1}^{V_2} dV &= -\frac{I}{2\pi\sigma h} \int_{R_1}^{R_2} d\ln(r) \\
\Leftrightarrow V_2 - V_1 = -\Delta V &= -\frac{I}{2\pi\sigma h} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \\
\Leftrightarrow \boxed{\Delta V = \frac{1}{2\pi\sigma h} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \cdot I} & \quad (5.1)
\end{aligned}$$

On retrouve donc simplement la loi d'Ohm ($U = R.I$). Ainsi, la résistance du fluide utilisé entre deux électrodes cylindriques s'écrit : $R = \frac{1}{2\pi\sigma h} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$. Ce calcul a également été fait dans l'article de Sommeria *et.al.* [97].

Pour : $h = 15$ mm la hauteur du disque ; $R_1 = 60$ mm et $R_2 = 190$ mm les rayons interne et externe ; $\sigma = 3.46.10^6$ $S.m^{-1}$ la conductivité électrique du fluide, il vient : $R = 3,5.10^{-6} \Omega$. La valeur peut sembler relativement faible. En réalité, les principales sources résistives de l'expérience proviennent des câbles, des soudures, et surtout des cosses (résistance de contact).

2.4 Fonctionnement des sondes Vives

Le fonctionnement des sondes Vives utilisées ici, est identique à ce qui a été décrit au chapitre 2. En particulier, la différence de potentiel U mesurée entre deux broches est donc donnée par l'équation 2.1 : $U = \int_0^l \left(\frac{\vec{j}}{\sigma} - \vec{v} \wedge \vec{B} \right)$. En revanche, j correspond ici aux courants injectés entre les deux électrodes.

En projetant à présent l'équation sur la direction radiale \vec{e}_r (voir figure 5.12), et en intégrant entre deux broches d'une sonde Vives espacées d'une distance $l = r_{ext} - r_{int}$ alors :

$$\begin{aligned}
\vec{\text{grad}}(V) &= -\frac{\vec{j}}{\sigma} + \vec{v} \wedge \vec{B}_0 \\
\iff \frac{dV}{dr} &= -\frac{j_r}{\sigma} - UB_0 \\
\iff \int_{V_{int}}^{V_{ext}} dV &= -\frac{1}{\sigma} \int_{r_{int}}^{r_{ext}} j_r \cdot dr - \int_{r_{int}}^{r_{ext}} UB_0 \cdot dr
\end{aligned}$$

Entre deux broches Vives proches, le fait d'intégrer revient à faire la moyenne spatiale entre ces dernières. Ainsi, la vitesse est considérée comme indépendante radialement entre deux broches.

Puisque le vecteur de densité volumique de courant dans la direction radiale est clairement dominé par le courant que l'on injecte dans l'expérience, il suffit de connaître le courant injecté I pour calculer ce terme.

L'alimentation impose entre l'anode et la cathode de l'expérience un courant d'intensité I . Le vecteur de densité volumique de courant injecté \vec{j}_{inj} est radial et centrifuge tel que :

$$I = \iint \vec{j}_{inj} \cdot d\vec{S} = \iint (j_{inj} \cdot \vec{e}_r) \cdot (rd\theta dz \cdot \vec{e}_r) = j_{inj} 2\pi r h$$

d'où $j_{inj}(r) = \frac{I}{2\pi r h}$ où h est la hauteur en z

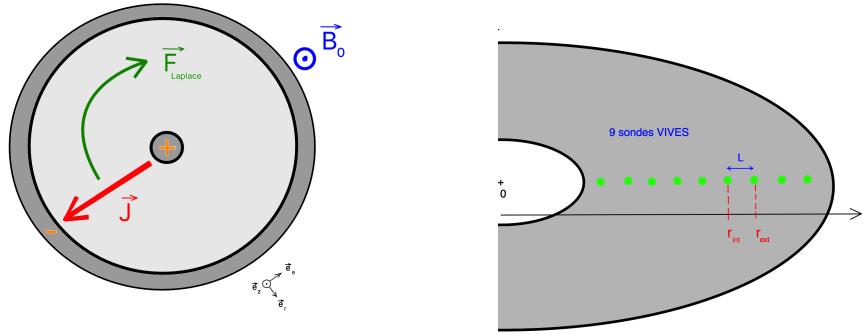
On peut alors revenir sur le calcul de l'intégrale entre deux broches, où :

$$\int_{r_{int}}^{r_{ext}} j_r \cdot dr = \frac{I}{2\pi h} \int_{r_{int}}^{r_{ext}} \frac{dr}{r} = \frac{I}{2\pi h} \ln \left(\frac{r_{ext}}{r_{int}} \right)$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned}
\Delta V &= V_{ext} - V_{int} = -UB_0 l - \frac{I}{2\pi \sigma h} \ln \left(\frac{r_{ext}}{r_{int}} \right) \\
\iff |\Delta V| &= UB_0 l + \frac{I}{2\pi \sigma h} \ln \left(\frac{r_{ext}}{r_{int}} \right)
\end{aligned}$$

Selon le schéma 5.8, le problème considéré est tel que le rayon de la broche externe (*i.e.* éloignée du centre, vers le bord extérieur) s'écrit : $r_{ext} = r_{int} + l$.



(a) Représentation dans le repère cylindrique des trois grandeurs physiques du problème : la densité de courant \vec{j} ; la force de Laplace \vec{F}_L et le champ magnétique \vec{B}

(b) Représentation des 9 sondes VIVES le long de la coordonnée radiale r . Les sondes sont espacées entre elles d'une distance L

FIGURE 5.8 – Schéma de l'expérience KEPLER

$$\text{D'où, } \frac{r_{ext}}{r_{int}} = 1 + \frac{l}{r_{int}}$$

Dans l'expérience, $l = 15\text{mm}$ et la position radiale interne de la première broche (celle étant la plus proche du centre) r_{int} vaut 80 mm. Le rapport $\frac{l}{r_{int}} = 0,19$ peut donc être considéré comme petit. Finalement, en prenant le terme d'ordre 1 du développement limité il vient :

$$\ln\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right) = \ln\left(1 + \frac{l}{r_{int}}\right) \sim \frac{l}{r_{int}}$$

Ce calcul nous indique donc que la différence de potentiel électrique (tension) mesurée entre deux broches d'une sonde Vives est intrinsèquement liée à la vitesse de l'écoulement du fluide \mathbf{U} , au champ magnétique imposé B_0 mais aussi au **courant injecté I** . A la différence du chapitre 2, le courant injecté engendre un terme correctif dans l'expression générale de la tension aux bornes des Vives. Ce terme correctif est linéaire en courant I , et inversement proportionnel à r .

$$\boxed{|\Delta V| = UB_0l + \frac{I}{2\pi\sigma h} \cdot \frac{l}{r_{int}}} \quad (5.2)$$

2.5 Mesure du terme correctif

Dans un premier temps, on mesure expérimentalement la ddp aux bornes des Vives sans appliquer de champ magnétique avec les bobines. D'après le calcul précédent, la ddp devrait être linéaire avec le courant injecté telle que : $|\Delta V| \sim \frac{I}{2\pi\sigma h} \cdot \frac{l}{r_{int}}$. C'est assez bien vérifié comme on peut le voir sur la figure (5.9), la ddp est bien linéaire en courant. L'ajustement théorique fonctionne plutôt bien aussi. Cette figure révèle en outre que sans champ magnétique appliqué, même pour de forts courants injectés, l'ordre de grandeur typique de la tension mesurée, donc du terme correctif en question est de $\sim 1mV$. Ceci étant dit cela ne nous permet pas encore à ce stade de dire que le terme est négligeable pour autant.

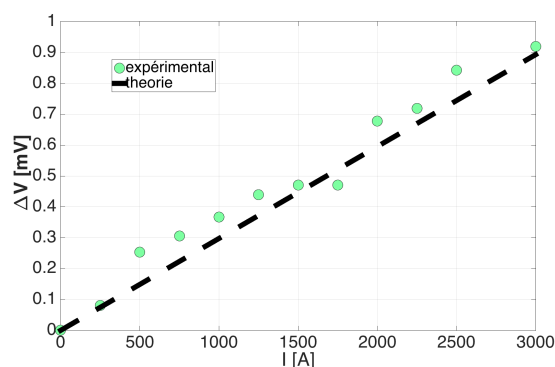


FIGURE 5.9 – Tension mesurée sur une sonde Vives au milieu du disque. Aucun champ magnétique n'est appliqué. Injection de courant de 0 à 3000 A.

Sur la figure 5.10, on représente la tension en fonction du courant injecté, toujours sans champ magnétique, mais cette fois-ci pour la sonde Vives interne, c'est à dire pour celle qui est la plus proche du centre de l'expérience. A la différence de la courbe précédente qui est le résultat de la sonde au milieu de l'axe radial. L'ordre de grandeur est toujours de quelques millivolts. La tension mesurée est pour autant un peu plus importante sur la figure 5.10 tout simplement car la mesure est faite sur la sonde interne. On rappelle que le terme correctif dépend de la coordonnée radiale en $\sim \frac{1}{r}$.

De plus, on remarque que pour un courant injecté nul $I = 0A$ (sachant que $B_0 = 0T$) la ddp mesurée n'est pas nulle ce qui peut sembler surprenant. Cela est dû à un léger *offset* qui peut se régler directement sur l'appareil de mesure. Une fois retiré, nous avons pris soin de mettre ici les barres d'incertitude. Typiquement l'incertitude est de l'ordre du dixième de millivolt ($\delta V = \pm 0.1mV$), donc

ce n'est finalement pas choquant. L'incertitude est estimée à partir de l'écart type σ du signal temporel de la tension mesurée pour une sonde Vives lors de l'acquisition.

Enfin, un dernier point mérite d'être évoqué. Pour un fort courant électrique injecté, typiquement $I > 2000\text{A}$, les mesures s'éloignent légèrement de la prédiction théorique. Cela s'explique par un autoéchauffement dû la résistance globale de l'expérience. On peut d'ailleurs remarquer que cet écart est plus important sur la figure 5.13 que sur la figure 5.12, car la sonde au milieu chauffe moins que la sonde interne proche de la cathode. Le mécanisme physique en jeu correspond à un changement de la résistance du fluide dû à l'échauffement.

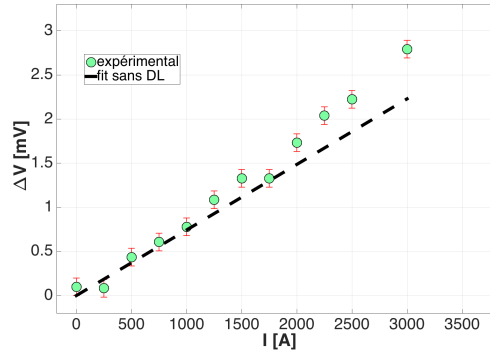


FIGURE 5.10 – Tension mesurée sur la sonde interne (plus proche du centre). Aucun champ magnétique n'est appliqué. Injection de courant de 0 à 3000 A.

Nous avons aussi placé deux broches transverses pour mesurer un éventuel écoulement radial v_r . Sur la figure 5.11, toujours sans champ magnétique appliqué, on peut constater que les sondes Vives transverses ne mesurent quasiment aucune tension. Le maximum mesuré est $\Delta V \sim 0.2\text{ mV}$ ce qui est l'incertitude de mesure. Ainsi, le terme correctif est nul pour les sondes transverses ce qui est tout à fait cohérent. Les éventuels écarts à zéro peuvent aussi être dus à l'hypothèse de départ d'un courant purement radial $\vec{j} = j\vec{e}_\theta$.

3 Cadre théorique

3.1 Etude des différents régimes : laminaire/turbulent

Par définition, l'intensité du courant injecté entre l'anode et la cathode, s'écrit :

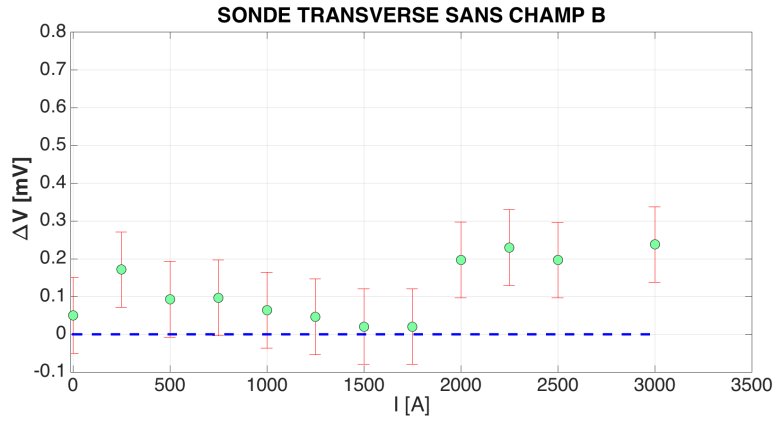


FIGURE 5.11 – Tension mesurée sur une sonde Vives transverse. Aucun champ magnétique n’est appliqué. Injection de courant de 0 à 3000 A.

$$I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iint (j_{inj} \cdot \vec{e}_r) \cdot (rd\theta dz \cdot \vec{e}_r) = j \cdot 2\pi r h \quad \Longrightarrow \quad j \sim \frac{I}{2\pi r h} \quad (5.3)$$

Par conséquent, un ordre de grandeur de la densité de courant électrique injectée dans l’expérience est : $j \sim \frac{I}{2\pi R_1 h}$. Le terme de la force de Laplace peut alors s’approximer comme :

$$\vec{j} \wedge \vec{B} \sim \frac{IB_0}{2\pi R_1 h}$$

Par ailleurs, les mesures de l’écoulement indiquent des vitesses allant de quelques centimètre par seconde à plusieurs mètres par seconde. A très faible forçage, on s’attend donc à ce que la force de Laplace équilibre plutôt la force visqueuse. Dans ce cas, en notant U' l’ordre de grandeur typique de la vitesse dans un tel régime, on a :

$$\eta \vec{\Delta}(\vec{v}) \sim \frac{\eta U'}{l^2} \sim \frac{\rho \nu U'}{l^2}$$

Autrement dit, le champ de vitesse U' suit la loi suivante :

$$\boxed{U' \sim \frac{IB_0 l^2}{2\pi R_1 h \rho \nu}} \quad (5.4)$$

Toutefois, dans notre expérience le forçage engendre rapidement un écoulement turbulent. Dans ce cas, la force de Laplace s'équilibre plutôt avec le terme inertiel :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) \sim \frac{\rho U^2}{h} \quad (5.5)$$

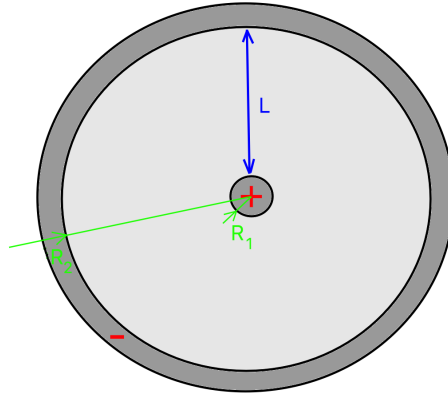


FIGURE 5.12 – Schéma 2D de l'expérience KEPLER (vue du dessus)

On notera dans l'expression ci-dessus, l'utilisation de h comme longueur typique des gradients de vitesse, dû à la géométrie de disque fin de l'expérience. L'équilibre des forces donne alors :

$$U \sim \sqrt{\frac{IB_0 l}{2\pi \rho h R_1}} \quad (5.6)$$

Notons que selon le régime considéré (régime laminaire ou turbulent), la dépendance entre vitesse et courant injecté est différente. Dans le cas laminaire, le champ de vitesse est linéaire en fonction du produit IB , tandis que dans le cas turbulent on a $v \propto \sqrt{IB}$. Dans ce dernier cas, le nombre de Reynolds s'exprime comme :

$$Re = \frac{Ul}{\nu} = \sqrt{\frac{IB_0 l}{2\pi \rho h R_1}} \cdot \frac{l}{\nu} \propto (I \cdot B_0)^{\frac{1}{2}} \quad (5.7)$$

Le tableau 5.2 liste les valeurs des grandeurs physiques de l'expérience, permettant d'estimer le nombre de Reynolds maximal $Re \sim 10^5$.

Nom	Galinstan MCP11
Composition chimique	68.5% Gallium (Ga) 21.5% Indium (In) 10% Etain (Sn)
Conductivité électrique	$3.46 \cdot 10^6 \text{ S.m}^{-1}$
Point de fusion	-19 °C
Viscosité dynamique η	$2,4 \cdot 10^{-3} \text{ Pl}$
Masse volumique ρ	$6,44 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
Viscosité cinématique ν	$0,37 \text{ mm}^2.\text{s}^{-1}$
Rayon interne R_1	0,06 m
Rayon externe R_2	0,19 m
Longueur radiale $l = R_2 - R_1$	0,13 m
Hauteur h (gap)	0,015 m
Champ magnétique B_{max}	0,1 T
Intensité I_{max}	3000 A

TABLE 5.2 – Tableau des valeurs utilisées pour l'application numérique

On peut alors tracer la solution (voir figure (5.13)), afin d'estimer les valeurs du nombre de Reynolds Re , selon le forçage électromagnétique (I, B_0) .

► **Le nombre de Hartmann :**

Le nombre de Hartmann correspond au rapport de la viscosité magnétique et de la viscosité du fluide. Nous pouvons le calculer à partir de $\rho\nu$ la viscosité dynamique du fluide, σ la conductivité électrique du milieu, B_\perp la valeur du champ magnétique transverse à l'écoulement et enfin, L une grandeur caractéristique du problème. Pour la longueur, nous prendrons la hauteur du canal h . Quant à la valeur typique du champ magnétique, celle-ci monte au maximum à $B \sim 0.1 \text{ T}$. Le nombre de Hartmann permet entre autres, d'estimer la taille typique de la couche limite de la vitesse sur les parois perpendiculaires au champ magnétique. Ainsi :

$$\boxed{Ha \sim 60} \quad (5.8)$$

► **Le nombre de Reynolds magnétique :**

Pour le nombre de Reynolds magnétique $R_m = \mu_0 \sigma \nu R$ où $R = R_2 - R_1$ est prise comme longueur typique et U (calculé précédemment) pour la vitesse. Pour

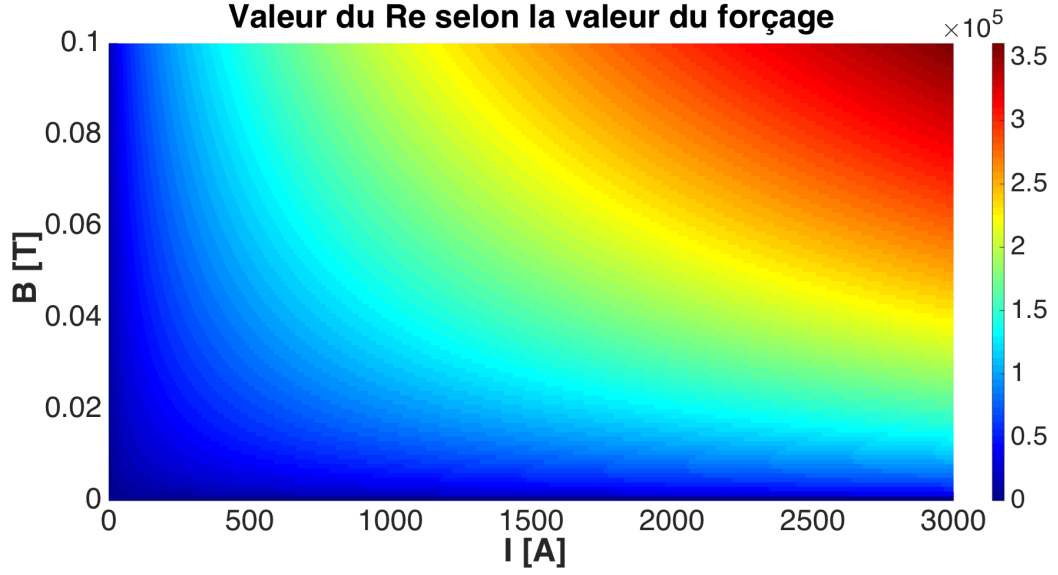


FIGURE 5.13 – Estimation du nombre de Reynolds Re en fonction du forçage électromagnétique (I, B_0)

un forçage maximal, sa valeur reste faible (les lignes de champ ne sont pas trop affectée par l'écoulement) :

$$\boxed{Rm \sim 0.6} \quad (5.9)$$

3.2 Lien entre les nombres sans dimension

L'étude par analyse dimensionnelle permet dans notre cas de retrouver quelques résultats intéressants. Pour le problème considéré ici, il y a 8 grandeurs physiques caractéristiques : l'intensité I ; le champ magnétique B ; le champ de vitesse v ; la masse volumique ρ ; la viscosité cinématique ν ; la conductivité électrique σ ; la hauteur du disque h ; le rayon moyen R et enfin, la perméabilité magnétique du milieu μ .

Cela fait donc un total de 9 grandeurs pouvant s'exprimer à partir de 4 unités indépendantes. Ainsi, d'après le théorème π nous pouvons construire 5 nombres sans dimension (9-4) : le nombre de Hartmann $Ha = \frac{Bh\sqrt{\sigma}}{\sqrt{\rho\nu}}$, le nombre de Reynolds magnétique $R_m = \mu_0\sigma Vh$, le nombre Reynolds cinétique $Re = \frac{Vh}{\nu}$, le paramètre d'allongement $\Theta = \frac{h}{R}$ (rapport de la hauteur du disque sur son rayon) et un dernier nombre sans dimension Υ comparant la vitesse au champ magnétique. Dans le

cas d'un écoulement turbulent, Υ s'écrit comme le rapport entre force de Laplace et force d'inertie, tel que :

$$\Upsilon = \frac{v\sqrt{\rho R}}{\sqrt{IB}} \quad (5.10)$$

Dans le cas le plus général, l'ensemble des nombres sans dimension controlant ce problème sont donc reliés par une fonction f telle que : $f(\Theta, Re, R_m, Ha, \Upsilon) = 0$. Dans l'expérience, le paramètre d'allongement est considéré comme très petit $\Theta \ll 1$. Par ailleurs, le nombre de Reynolds magnétique reste relativement faible. Dans ces conditions, il ne reste plus que deux nombres sans dimension tels que :

$$v \sim f(Ha) \cdot \frac{\sqrt{IB}}{\sqrt{\rho R}} \quad (5.11)$$

Ce simple calcul dimensionnel permet de voir que dans le cas turbulent, la vitesse de l'écoulement dépend de la racine du courant injecté. L'effet du champ magnétique est plus subtil : il apparaît à la fois dans le forçage \sqrt{IB} de l'écoulement, mais également dans le nombre de Hartmann de la fonction f . Cette dernière fonction étant inconnue, il est difficile de prédire *a priori* l'effet d'un fort champ magnétique sur l'écoulement. Nous verrons que les mesures expérimentales permettent de contraindre cette fonction.

3.3 Les couches limites

L'étude expérimentale montre que la vitesse v du fluide augmente de zéro à la paroi (adhérence imposée par les forces d'attraction intermoléculaires) jusqu'à une valeur correspondant à celle de l'écoulement externe sans frottement. Cette petite zone est appelé **couche limite**. Son concept est dû à Ludwig Prandtl (théorie de la couche limite établie en 1904 [5]). Dans notre cas, le fluide conducteur d'électricité est soumis à un champ magnétique ce qui produit deux types de couches limites particulières. Sur les parois orthogonales aux lignes de champ magnétique, l'écoulement forme une **couche limite d'Hartmann** [46]. L'intérieur de la couche limite d'Hartmann est soumis à d'importants courants électriques et à la force visqueuse, telle que $\frac{\rho\nu v}{\delta^2} \sim \frac{B^2}{\delta}$ donnant ainsi :

$$\delta_{Ha} = \frac{\sqrt{\rho\nu}}{B\sqrt{\sigma}} \quad (5.12)$$

L'application numérique donne un ordre de grandeur pour notre expérience : $\delta_{Ha} = 0,25 \text{ mm}$.

En revanche, sur les parois parallèles aux lignes de champ l'écoulement forme une **couche limite de Shercliff** [95, 53] telle que :

$$\delta_{Sh}^2 = \frac{\sqrt{\rho\nu}L}{B\sqrt{\sigma}} \quad (5.13)$$

L'application numérique donne un ordre de grandeur : $d_{Sh} = 2 \text{ mm}$. Autrement dit, l'épaisseur des couches d'Hartmann évolue comme $\frac{1}{Ha}$ tandis que l'épaisseur des couches de Shercliff évolue en $\frac{1}{\sqrt{Ha}}$.

Dans notre cas, le forçage étant significatif $Ha \gg 1$ on comprend alors que l'estimation des longueurs adimensionnées conduit à une couche de Shercliff plus grande par rapport à la couche d'Hartmann. On peut comprendre ce résultat en remarquant que le champ de vitesse de l'écoulement n'apprécie guère varier selon une ligne du champ magnétique. De plus, la condition de non-glissement aux parois imposant l'annulation des vitesses, suggère que la couche d'Hartmann sera plus fine (*i.e.* le champ de vitesse s'annulera plus brutalement). Une autre manière de comprendre cela *physiquement* est de remarquer que lorsque l'équation d'induction peut s'écrire :

$$\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = (\vec{B}_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \tilde{\Delta} \vec{b}$$

avec le champ magnétique total qui se décompose comme la somme du terme de forçage et du champ magnétique induit $B = B_0 + b$. Dans les métaux liquides, le nombre de Prandtl magnétique est de l'ordre de $P_m \sim 10^{-5}/10^{-6}$. Cela signifie que le champ magnétique diffuse bien plus vite que le champ de vitesse. En d'autres termes, la solution de l'équation sans second membre tend rapidement vers zéro. Il reste alors à considérer la solution particulière. Le second membre (*le terme de forçage*) impose la solution. Le temps typique d'évolution du champ magnétique est plus important que celui du champ de vitesse. Ainsi, pour une petite perturbation de l'écoulement, le champ magnétique évoluera en conséquence. La dynamique temporelle du champ magnétique $\frac{\partial \vec{b}}{\partial t}$ n'est donc pas le terme important à considérer ici. En terme d'ordre de grandeur, on a :

$$\begin{aligned}
(\vec{B}_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} &\sim -\frac{1}{\mu_0 \sigma} \tilde{\Delta} \vec{b} \\
\Leftrightarrow B_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} &\sim -\frac{1}{\mu_0 \sigma} \tilde{\Delta} \vec{b} \\
\Leftrightarrow \vec{b} &\sim -\mu_0 \sigma B_0 \tilde{\Delta}^{-1} \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Où $\tilde{\Delta}^{-1}$ représente l'opérateur Laplacien vectoriel inverse. Celui-ci peut commuter avec l'opérateur de dérivée spatiale $\frac{\partial}{\partial z}$ grâce au théorème de Schwarz. Gardons cet ordre de grandeur du champ magnétique induit \vec{b} à l'esprit et reprenons l'équation de Navier-Stokes. La force de Laplace peut se réécrire sous la forme :

$$\vec{F}_L = \vec{j} \wedge \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \vec{rot}(\vec{B}) \wedge \vec{B} = \frac{-1}{2\mu_0} \vec{grad}(B^2) + \frac{1}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \vec{grad}) \vec{B} \tag{5.15}$$

Le premier terme s'interprète comme une pression magnétique. Il n'est pas très important dans notre cas, dans la mesure où il vient s'ajouter au terme de pression hydrodynamique $\vec{grad}(P)$. Le second terme en revanche, représente la tension magnétique. Il permet d'évaluer l'ordre de grandeur de la diffusion magnétique. On peut alors écrire au premier ordre :

$$\frac{1}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \vec{grad}) \vec{B} \sim \frac{B_0}{\mu_0} \frac{\partial \vec{b}}{\partial z}$$

En reprenant alors l'estimation de \vec{b} , il vient naturellement :

$$\frac{B_0}{\mu_0} \frac{\partial \vec{b}}{\partial z} \sim -\sigma B_0^2 \tilde{\Delta}^{-1} \left(\frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial z^2} \right) \tag{5.16}$$

Nous avons à présent un terme représentant la dissipation magnétique du champ de vitesse v . Ce terme est à comparer au terme de dissipation visqueuse $\nu \tilde{\Delta} \vec{v}$. Imaginons un écoulement où le champ de vitesse serait indépendant de la composante axiale z telle que : $v = v(r, \theta)$ (voir figure (5.14)). Dans ce cas précis, il n'y a pas de diffusion magnétique. Le champ de vitesse est uniquement dissipé dans les couches limites visqueuses.

En revanche, pour un champ de vitesse dépendant de la composante axiale, on comprend que le problème est bien différent. En faisant la transformée de Fourier des termes de dissipation magnétique et visqueuse, il vient :

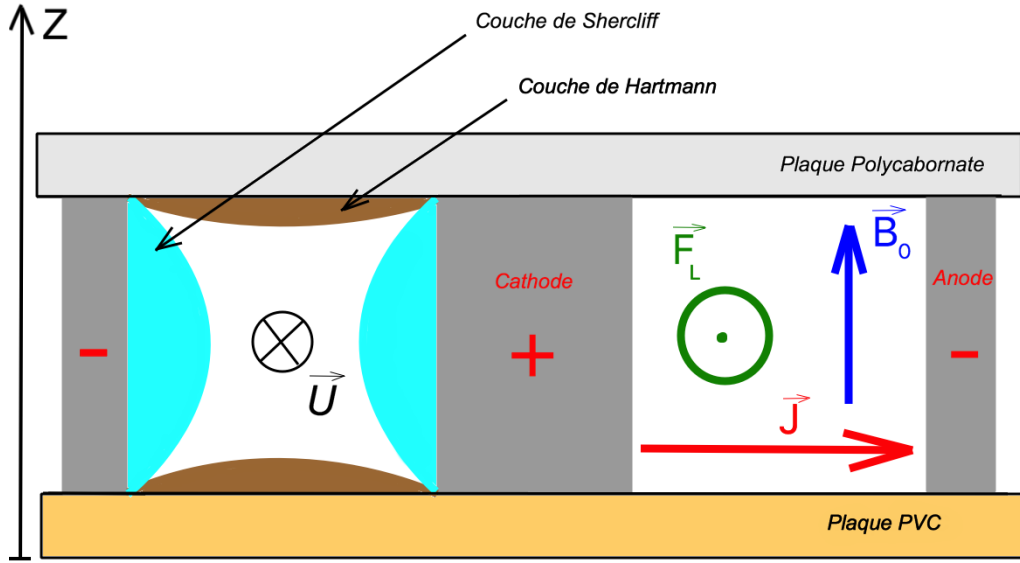


FIGURE 5.14 – Schéma non à l'échelle de l'expérience KEPLER. Illustration des couches limites.

$$\left\{ \begin{array}{l} TF[\nu \tilde{\Delta} \vec{v}] = -\nu k^2 \tilde{v} \\ TF[-\sigma B_0^2 \tilde{\Delta}^{-1} (\frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial z^2})] = +\sigma B_0^2 \cdot \frac{k_z^2}{k^2} \cdot \tilde{v} \end{array} \right. \quad (5.17)$$

On comprend alors que l'écoulement devient anisotrope. Si la dissipation visqueuse se fait globalement dans toutes les directions spatiales, il n'en est rien pour la dissipation magnétique. La direction axiale (Oz) correspondant à la direction du forçage magnétique est privilégiée. La champ de vitesse dissipe donc plus rapidement le long d'une ligne de champ magnétique. Ce petit calcul explique donc simplement pourquoi la couche d'Hartmann est plus fine que celle de Shercliff. Pour aller plus loin, on montre sur la figure (5.15) deux écoulements classiques en mécanique des fluides. Dans un premier cas, un écoulement laminaire dans un conduit linéaire. Puis on applique un champ magnétique axiale $B \cdot \vec{e}_z$. Le champ va alors gommer les variations de vitesse le long de ces lignes de champs. La dissipation étant anisotrope comme nous venons de le voir, ceci explique la forme des profils d'Hartmann.

Nous avons estimé les couches limites d'Hartmann et de Shercliff, mais quand est-il de la couche limite visqueuse? Dans le régime laminaire, il est assez aisé

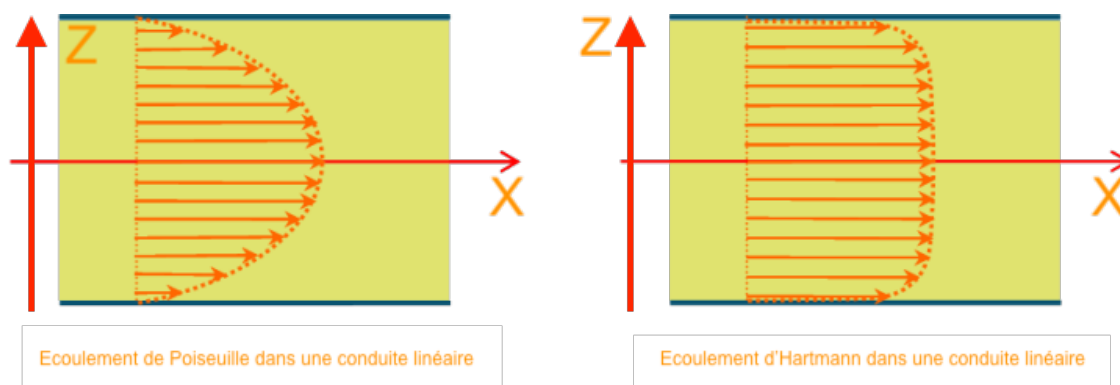


FIGURE 5.15 – Schéma de deux écoulements classiques en mécanique des fluides. Au sein d’une conduite linéaire, on représente à gauche le profil moyen de l’écoulement laminaire : dit écoulement de Poiseuille (profil parabolique). A gauche, on impose un champ magnétique axial $B \cdot \vec{e}_z$ et on obtient alors un profil bouchon, dit écoulement d’Hartmann.

d’estimer la taille de la couche limite visqueuse à partir du nombre de Reynolds comme : $\frac{d_\nu}{l} = \frac{1}{\sqrt{Re}}$.

A grand nombre de Reynolds, les couches limites sont particulièrement fines, on s’attend également à observer un écoulement de type bouchon (voir schéma 5.15).

Ainsi, le profil de vitesse dans notre expérience est-il dû à la turbulence ou aux effets du forçage magnétique ? Pour comprendre cela, il suffit de comparer le terme de dissipation magnétique, où nous avons vu qu’il s’estime comme $\sim \sigma B_0^2 v$ et le terme inertiel de l’équation de Navier-Stokes : $\rho(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})v \sim \rho \frac{v^2}{L}$ propre à l’aspect turbulent de l’écoulement. Le rapport de ces deux grandeurs nous donne le paramètre d’interaction noté N . Ce dernier traduit l’importance de l’action d’un champ magnétique sur le mouvement fluide.

$$N = \frac{\sigma B_0^2 L}{\rho v} \quad (5.18)$$

Prenons les valeurs typiques de l’expérience : $B_0 = 0.1 \text{ T}$, $h = 0.015 \text{ m}$ (hauteur du canal) et $v \sim 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en régime turbulent. Pour la conductivité électrique et la masse volumique on prendra les valeurs des propriétés du Galinstan MCP11 déjà données plus haut. On obtient alors : $\boxed{N \sim 0.1}$.

Par conséquent, cela signifie que la turbulence joue un rôle important dans notre écoulement. Le forçage magnétique bien que non négligeable, est d’un ordre de grandeur, par rapport aux effets de la turbulence.

4 Analyse des résultats

4.1 Écoulement moyen

Pour mesurer la vitesse moyenne de l'écoulement à partir des sondes Vives, il faut dans un premier temps caractériser le terme correctif avec le micro-voltmètre. Nous avons vu qu'un terme apparaissait lors du calcul de vitesse. Ce terme correctif est linéaire en courant. Plutôt que de s'appuyer sur la formule théorique nous avons préféré étalonner chaque sonde expérimentalement. Pour un champ magnétique nul une tension nulle pour chaque sonde doit être mesurée, lorsque le courant est nul lui aussi. On règle donc les différents offsets possibles sur les appareils de mesure. Ensuite, il suffit de mesurer quelques points pour des valeurs de courant comprises entre $[0; 3000]$ A. La loi étant linéaire, on obtient bien expérimentalement des droites (voir figure (5.16)). La figure de droite montre que ce terme correctif est inversement proportionnel au rayon r , et correspond bien à l'expression (2.4) calculée à la section précédente. Ce terme correctif est assez faible pour des écoulements importants, on mesure quelques millivolts. Cependant, dans le régime laminaire, ce terme n'est pas négligeable. Pour chaque mesure de vitesse, nous avons donc retranché le terme correctif sans utiliser la formule théorique.

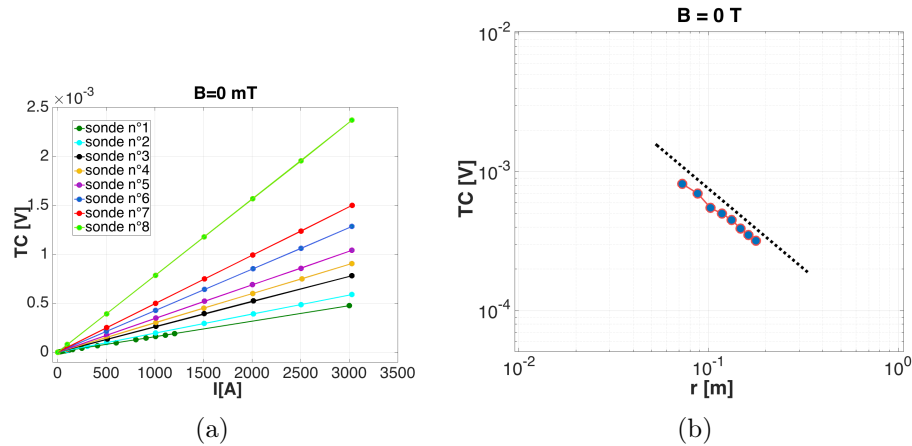


FIGURE 5.16 – Mesure en tension du terme correctif des vitesses. Ce terme est linéaire en courant I et est différent pour chaque sonde en raison de sa dépendance en $r \mapsto \frac{1}{r}$

La figure (5.17), montre la valeur de la vitesse moyenne pour chaque sonde. La sonde 1 correspond à la sonde la plus éloignée du centre du disque ; la sonde 8 correspond quant à elle, à la plus proche du centre. Sans surprise, la vitesse

mesurée par les sondes augmente avec le courant injecté et l'amplitude du champ magnétique imposé. Les vitesses mesurées peuvent atteindre environ $v \sim 2 \text{ m.s}^{-1}$.

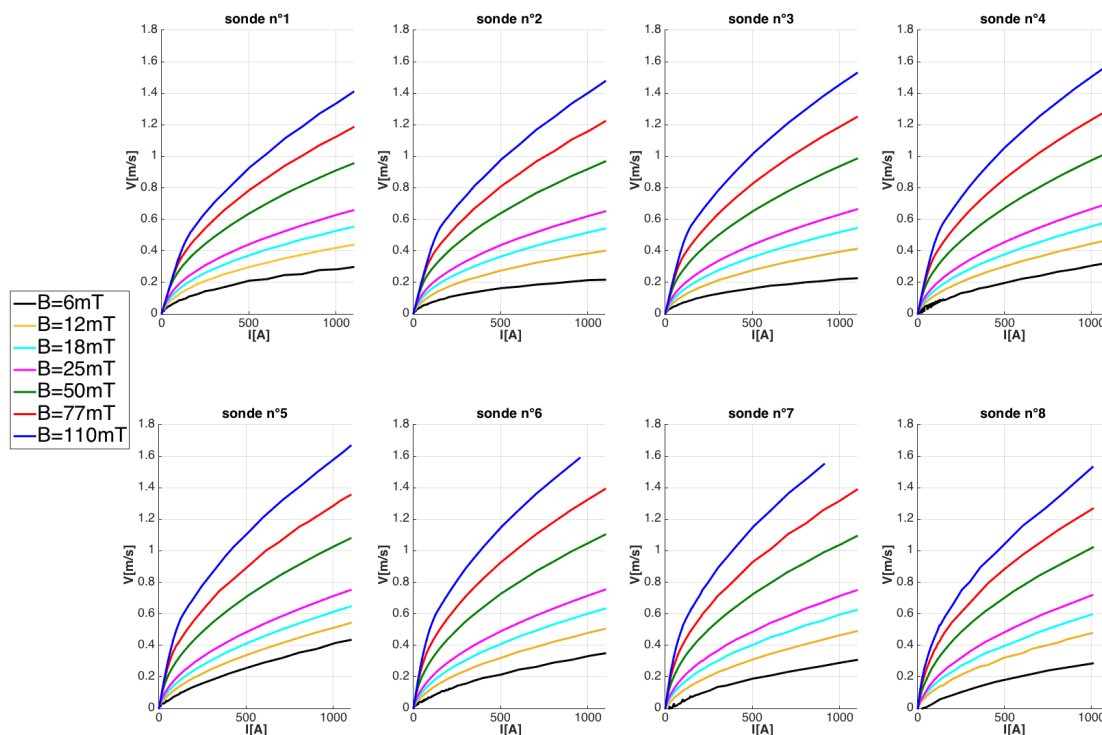


FIGURE 5.17 – Mesure de vitesse moyenne orthoradiale des 8 sondes Vives pour différents forçage magnétique en fonction du courant injecté I .

La figure (5.18) montre le même résultat en échelle logarithmique, pour la sonde Vives $n^{\circ}4$ uniquement (située au milieu du canal). L'incertitude sur la mesure de la vitesse étant d'environ $\delta v \sim 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$, il est donc impossible d'obtenir des valeurs de vitesse moyenne inférieures, c'est à dire pour des nombres de Reynolds inférieurs à $Re < 1000$ (encadré vert sur la courbe).

Etudions pour l'instant la courbe jaune ayant le forçage le plus élevé $B = 110 \text{ mT}$. A partir d'un courant $I \sim 10 \text{ A}$ l'écoulement est laminaire, ce qui se traduit par une loi d'évolution de la vitesse moyenne linéaire en courant, comme nous l'avons déjà évoqué : $V \propto I$. A partir d'un seuil $I \sim 80 \text{ A}$, l'écoulement devient turbulent et nous retrouvons une loi d'évolution de la vitesse en racine carrée du courant $V \propto \sqrt{I}$. Sur l'échelle logarithmique, deux lignes en pointillé noir ont été

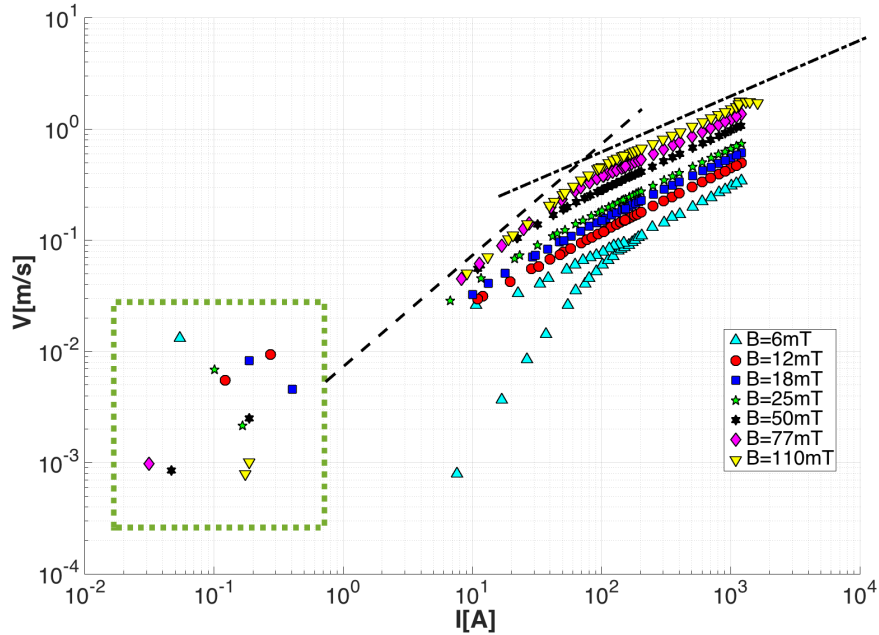


FIGURE 5.18 – Mesure de la vitesse orthoradiale moyenne au centre du canal pour différents champs appliqués. On observe une rupture de pente traduisant le passage du régime laminaire à turbulent.

placées pour bien illustrer la rupture de pente ($1 \mapsto \frac{1}{2}$). Pour chaque valeur du champ magnétique, les mesures de vitesse ont été faites en imposant une augmentation puis une diminution de l'intensité I , afin de déceler un éventuel phénomène d'hystérésis. La plupart des mesures effectuées ne montrent pas un tel hystérésis à l'exception de la courbe bleu clair, correspondant au forçage le plus faible $B \sim 6$ mT. Il est toutefois difficile de conclure car ces valeurs sont de l'ordre de grandeur de l'incertitude.

Regardons à présent une autre courbe, par exemple la rouge correspondant à un champ magnétique appliqué plus faible $B = 12$ mT. Dans ce cas, il n'y a pas de rupture de pente et la loi d'évolution est purement en racine carrée. En fait, le forçage de l'écoulement est contrôlé par le produit IB . En effet, comme montré à la section précédente, le champ de vitesse s'exprime comme $V \sim \sqrt{I \cdot B} f(Ha)$. Ceci est illustré par la figure (5.19) qui montre l'évolution de v en fonction de IB pour différentes valeurs du nombre de Hartmann. On note bien la transition du régime laminaire ($v \propto IB$) au régime turbulent ($v \propto \sqrt{IB}$). Lorsque le forçage IB est suffisamment important, on observe que l'ensemble des résultats se rassemblent sur une seule courbe, quelque soient les valeurs de I et de B . Autrement dit, on a

$f(Ha) \sim cste$, le champ B n'a d'influence qu'à travers l'entraînement \sqrt{IB} .

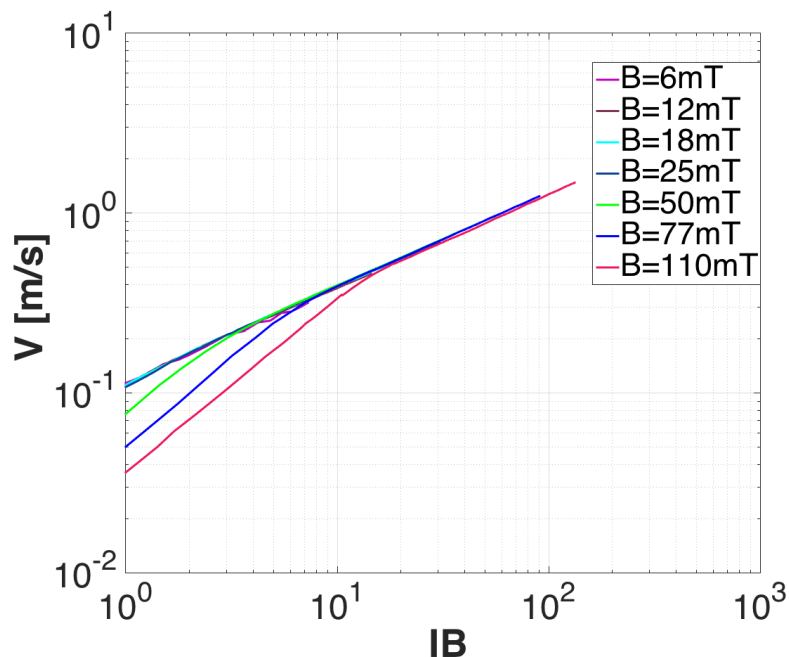


FIGURE 5.19 – Vitesse moyenne en fonction du produit IB pour différentes valeurs de Hartmann (Sonde n4).

A faible valeur du forçage, on note que la vitesse de l'écoulement diminue en fonction de la valeur du champ magnétique (voir figure (5.20)). Cela dénote le fait que le champ magnétique laminarise l'écoulement. Plus exactement, on observe d'abord un plateau à faible B pour lequel la vitesse est indépendante du champ magnétique. A plus fort B , la vitesse décroît comme $1/B$ pour IB fixé. Dans ce régime (petit Re et Ha), le champ de vitesse est indépendant du champ magnétique. Ce résultat $v \propto I$ est bien en accord avec la prédiction théorique pour un écoulement quasi-bidimensionnel à fort Ha [16].

Regardons à présent la figure (5.21) qui montre l'évolution de la vitesse angulaire Ω (en $rad.s^{-1}$) le long du rayon pour un forçage relativement faible ($I = 30A$, $B = 0.05$ T). La vitesse évolue telle que : $\Omega \sim \frac{1}{r^2}$. Cette dépendance est caractéristique d'un régime laminaire. Pour s'en convaincre, il suffit d'équilibrer la force de Laplace et la force visqueuse :

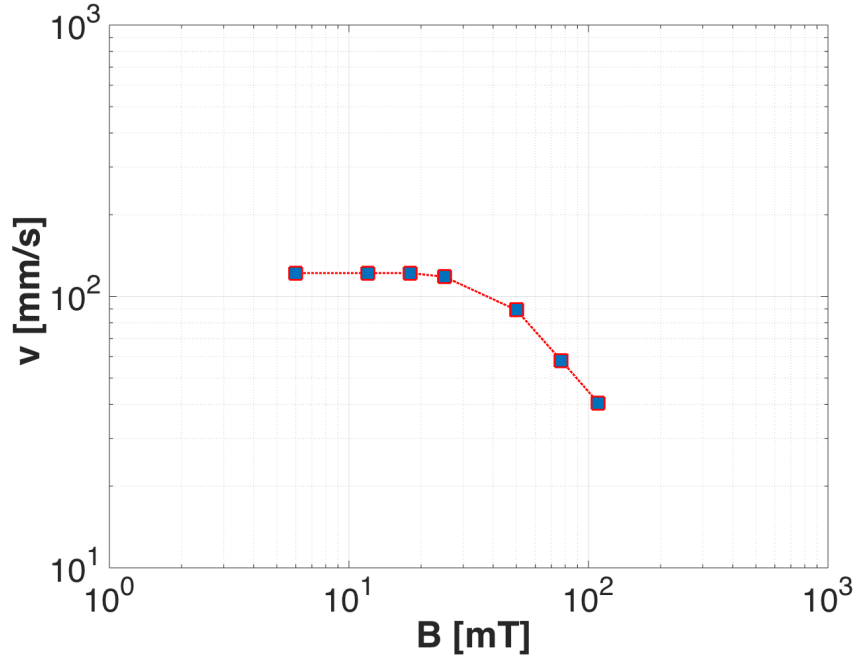


FIGURE 5.20 – Vitesse moyenne en fonction de la valeur de B pour un forçage fixé $IB = 1.5$.

$$\begin{aligned}
 \nu \tilde{\Delta} \vec{v} &\sim \vec{j} \wedge \vec{B} \\
 \Leftrightarrow \nu \frac{v}{h^2} &\sim \frac{IB}{\rho r h} \\
 \Leftrightarrow v &\sim \frac{IB}{\rho r} \cdot \frac{h}{\nu}
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

En raison de la faible valeur du paramètre d'allongement $\Theta = \frac{h}{R}$, les gradients sont essentiellement verticaux, ce qui explique l'utilisation de la longueur du canal h comme longueur typique du Laplacien. A plus haut forçage, l'écoulement devient turbulent. On obtient alors la figure (5.22) obtenu pour $[I = 2500\text{A}; B = 0.1\text{ T}]$. Le profil obtenu est très différent, avec un profil de vitesse angulaire moyenne $\Omega \sim \frac{1}{r^{\frac{3}{2}}}$. Ce profil résulte d'un régime inertiel :

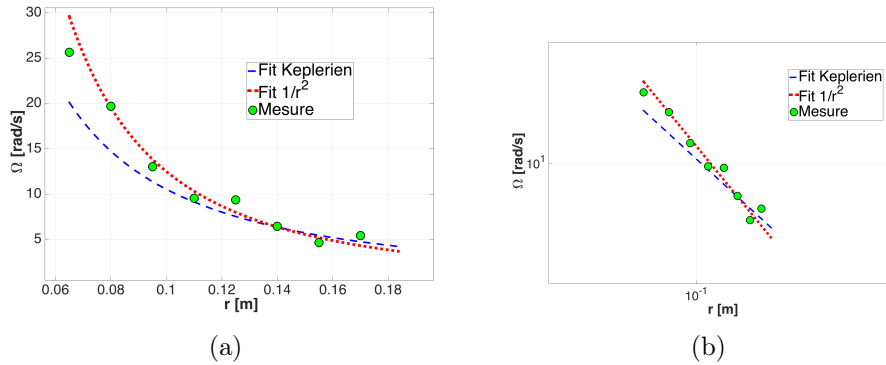


FIGURE 5.21 – Ecoulement laminaire obtenu à faible forçage $I = 30\text{A}$ $B = 0.05\text{T}$ et $Re = 20000$. Droite : représentation en échelle logarithmique. Pente $-\frac{3}{2}$ pour l’ajustement Keplerien (bleu) et -2 pour l’ajustement laminaire (rouge)

$$\begin{aligned}
 \rho(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} &\sim \vec{j} \wedge \vec{B} \\
 \Leftrightarrow \rho \frac{v^2}{h} &\sim \frac{IB}{rh} \\
 \Leftrightarrow v &\sim \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{IB}{r}}
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

Ainsi, l’utilisation d’un forçage magnétique où un grand courant électrique est injecté dans un disque fin conduit à la mise en place d’une turbulence Keplerienne, c’est à dire caractérisée par $\Omega \sim r^{-\frac{3}{2}}$. Cette approche permet donc de modéliser de manière particulièrement simple les écoulements rencontrés dans les disques d’accrétion.

Au sein de cette expérience, nous avons donc un écoulement électromagnétiquement forcé qui transite d’un régime laminaire à un régime de turbulence Keplerienne. La question à présent est d’étudier cette transition et notamment de savoir si elle est continue ou si elle résulte d’une instabilité. Lors d’une nouvelle série de mesures, on impose un fort champ magnétique $B = 110\text{ mT}$ dans l’idée de laminariser l’écoulement (et donc de rendre le 2D) et d’observer la transition en faisant varier progressivement le courant. Sur la figure (5.23) le profil moyen radial est représenté en échelle logarithmique pour différentes valeurs du courant. Pour un courant injecté $I \sim 1\text{A}$ l’écoulement est faible (voir courbe bleue), du moins difficilement mesurable en raison des barres d’incertitude. En augmentant progressivement le courant injecté, l’écoulement est laminaire (typiquement la courbe rouge) avec une dépendance $v \propto r^{-1}$. Puis, progressivement le profil moyen tend à

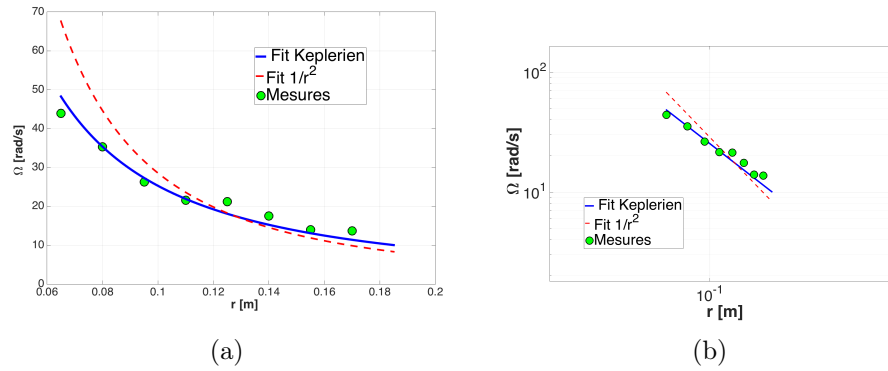


FIGURE 5.22 – Ecoulement turbulent $I = 2500\text{A}$ $B = 0.1\text{ T}$ et $Re = 330000$ où le profil de vitesse est Képlerien. Droite : représentation en échelle logarithmique. Pente $-\frac{3}{2}$ pour l’ajustement Képlerien (bleu) et -2 pour l’ajustement laminaire (rouge)

s’aplatir pour devenir Képlerien. Typiquement, la courbe orange correspond à une loi de puissance de type $v \propto r^\alpha$, avec $\alpha = -0.42$ (courbe noir en pointillés).

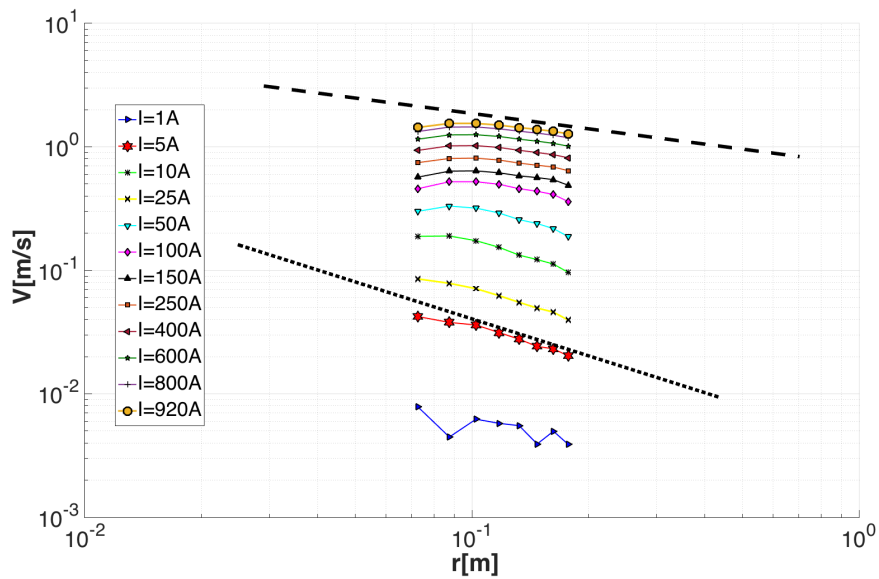


FIGURE 5.23 – Profil moyen de vitesse orthoradiale $V_\theta(r)$ pour un fort champ magnétique imposé $B = 110\text{ mT}$. En variant le courant progressivement, on note la transition vers un profil Képlerien.

Cette transition continue entre le régime laminaire et turbulent est illustrée par la figure (5.24) où nous représentons l'exposant α en fonction du courant injecté I . En théorie, les deux lois d'échelle possibles nous assurent une transition entre un profil de vitesse en $\frac{1}{r}$ (pente -1) à un profil Képlérien en $\frac{1}{\sqrt{r}}$ (pente $-0,5$) comme nous l'avons vu. Les mesures vérifient relativement bien ce dernier point puisque l'exposant α de la fonction de régression varie de $\alpha = -1.02$ à $\alpha = -0.42$. Le point d'inflexion se situe autour de $I \sim 80$ A ce qui est cohérent avec le résultat obtenu sur la courbe (5.18).

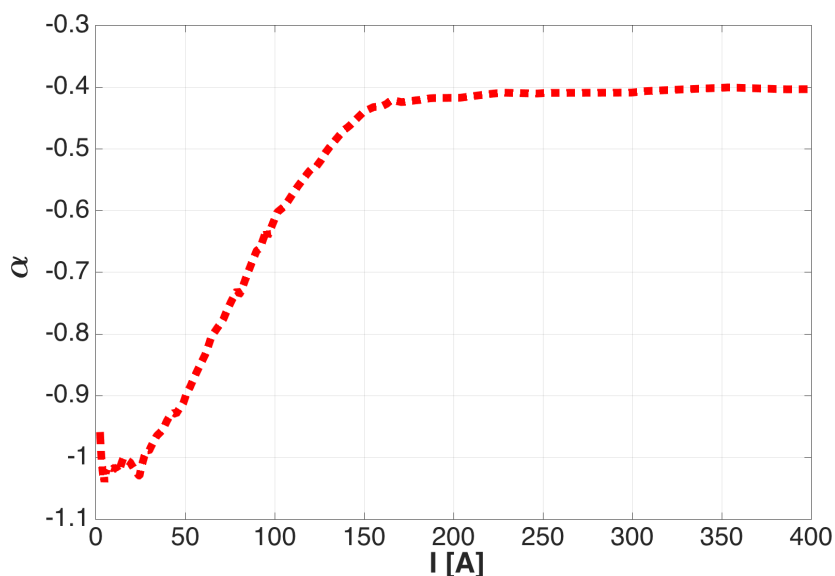


FIGURE 5.24 – Représentation graphique de l'exposant de la fonction permettant d'approcher les données du profil de vitesse moyenne $v_\theta(r)$. Le point d'inflexion se situe autour de $I \sim 80$ A.

Si l'on regarde le profil radial de la figure (5.23), proche de la cathode (petit rayon r) le champ de vitesse décroît. Il s'agit probablement d'un effet de bord situé en $r = 60$ mm, source d'une couche limite turbulente provoquant la décroissance du champ vitesse. La figure (5.25) illustre le type de profil de vitesse engendré dans l'expérience. Cette effet de bord est probablement responsable de la valeur $\alpha = -0,42$, légèrement plus faible que l'exposant $-\frac{1}{2}$ attendu théoriquement. Ce phénomène est bien identifié dans l'article [98] où la position du max dépend du champ, mais peut être également déplacée vers l'extérieur par des recirculations 3D.

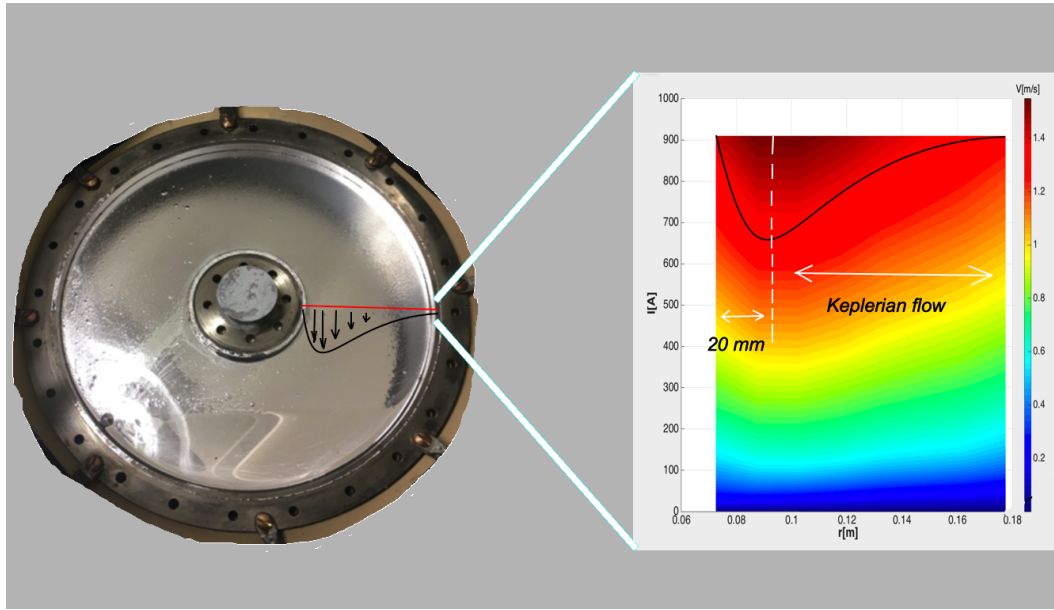


FIGURE 5.25 – Illustration du profil moyen $v_\theta(r)$ Képlérien à forçage magnétique $B = 110$ mT pour différentes valeurs de courant injecté. Un aperçu de la couche limite interne du disque est donnée ici.

4.2 Fluctuation de vitesse

Regardons à présent l'impact du champ magnétique imposé sur les fluctuations du champ de vitesse. Pour cela, nous injectons un courant important $I = 2000$ A nous assurant d'avoir un écoulement turbulent. Ensuite, nous augmentons progressivement le champ magnétique imposé. La figure (5.26) représente le spectre de puissance $S(f)$ en fonction du champ imposé. A basse fréquence le spectre est plat. Hormis le cas $B \sim 0.5$ mT où l'écoulement est quasi-inexistant, les autres sont turbulents. On observe assez bien la cascade turbulente de Kolmogorov, de pente $-\frac{5}{3}$ ([60, 61]) que l'on représente par une ligne noire en pointillé. Le champ magnétique ne semble pas influencer le spectre de puissance dans cette région, ce qui conforte l'idée que l'écoulement n'est pas de type "MHD" dans ce régime. Cependant, la coupure à la fréquence de Kolmogorov, aussi appelée *cut off visqueux* varie selon le forçage. Cette fréquence est telle que : $f_{Kolmo} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\nu}} = \frac{\nu}{L^2} \cdot Re^{\frac{3}{2}} \propto U^{\frac{3}{2}}$.

Ainsi, en augmentant le champ magnétique on varie par la même occasion la fréquence du *cut off visqueux* puisque la vitesse moyenne change. Il est possible de retrouver cette loi théorique avec les mesures. Sur la figure (5.27) on représente la fréquence de coupure de chaque spectre en fonction de la valeur de la vitesse moyenne de l'écoulement associé. On retrouve alors la bonne loi de puissance.

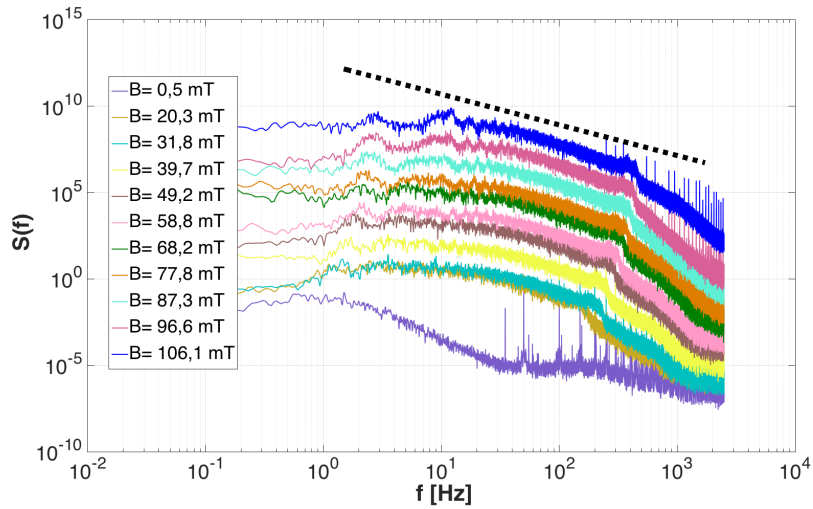


FIGURE 5.26 – Spectre de puissance à $I = 2000\text{A}$ pour différentes valeurs de B . Mesure prise sur la sonde n°4 correspondant au milieu du disque.

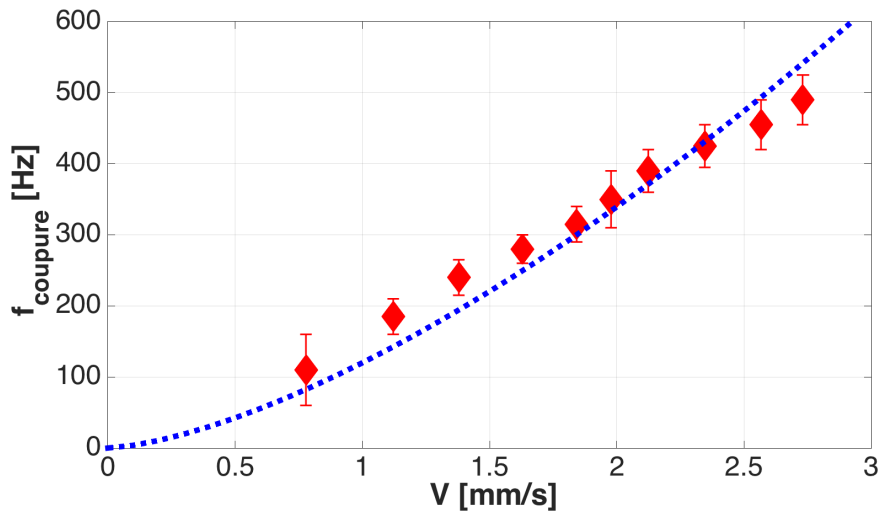


FIGURE 5.27 – En rouge, la fréquence de Kolmogorov de chaque spectre de la figure (5.26) avec sa vitesse moyenne associée V . La courbe bleue représente la loi de puissance $f_c \propto V^{3/2}$

Chapitre 6

Conclusion

"Toute vérité franchit trois étapes. D'abord elle est ridiculisée. Ensuite, elle subit une forte opposition. Puis, elle est considérée comme ayant toujours été une évidence."

- A. Schopenhauer

Sommaire

1	Bilan général	186
2	Perspectives	188

1 Bilan général

Ce travail de thèse a permis d'aborder l'étude des écoulements de métaux liquides soumis à un forçage électromagnétique. Comme nous avons pu le voir la force de Laplace joue le rôle de médiateur assurant la conversion de l'énergie électromagnétique du forçage en énergie hydrodynamique de l'écoulement. Pour étudier ce transfert nous avons mis au point plusieurs expériences qui ont permis de varier la géométrie du problème, le type de forçage ou encore le taux de turbulence de l'écoulement, afin de comprendre les facteurs limitants de cette conversion d'énergie.

La géométrie utilisée a toujours été un canal à section rectangulaire refermé sur lui même, de hauteur H et largeur L . Nous avons étudié plusieurs rapports d'aspect : $H \sim L$ pour le canal torique (chapitre 2 et 3) et $H \ll L$ pour le disque (chapitre 5). Nous avons également étudié plusieurs forçages. Dans la première partie (chapitre 2, 3 et 4), en imposant un champ magnétique variable entraînant le fluide par un phénomène d'induction (analogue à un moteur asynchrone). Cette méthode a également été étudiée dans différentes configurations avec : une corotation des disques (chapitre 2 et 3) et une contrarotation (chapitre 4). Dans une dernière partie (chapitre 5), nous avons imposé au fluide un champ magnétique stationnaire et uniforme et injecté un courant électrique (comme pour un moteur à courant continu).

Les résultats apportées par ces expériences ont permis de mettre en avant comment, à l'aide de la force de Laplace, un champ électromagnétique engendre un écoulement, mais aussi les facteurs limitants de l'entraînement. Par exemple, lorsque l'on impose un champ magnétique glissant nous avons fait le constat paradoxal suivant : les courants induits dans le fluide en raison de la variation du flux magnétique, permettent de créer la force de Laplace qui assure le pompage du fluide. Pour autant, lorsque l'induction devient trop importante, le champ induit s'oppose au champ appliqué, et en conséquence le champ total diminue. Cette expulsion du flux magnétique que nous avons mise en évidence dans l'expérience, limite voire diminue l'efficacité de la force de Laplace. L'induction est donc à la fois la cause de l'entraînement du fluide, et celle de son décrochement progressif. Nous avons également étendu le modèle simple de Gailitis et Lielausis [40] appliqué aux pompes électromagnétiques. Ce modèle a permis de retrouver des résultats expérimentaux, comme la pulsation double (DSF) présente dans la force de Laplace et qui se retrouve dans la signature spectrale des fluctuations de vitesse. Bien que cela n'ait pas été observé dans l'expérience, le modèle prédit une bifurcation noeud-col amenant au décrochement du fluide, ce qui constitue une instabilité MHD intéressante pouvant inhiber l'efficacité de la force de Laplace. En outre,

nous avons discuté une manière de mesurer le rendement d'un entraînement de fluide par un champ glissant. Les résultats de l'expérience ont montré que le rendement était de l'ordre de 50% aux plus grandes valeurs du nombre de Hartmann, un résultat en accord avec nos prédictions théoriques. Toutefois, le rendement diminue lorsque le nombre de Reynolds magnétique est supérieur à l'unité. Les effets de l'induction limitent donc l'efficacité de la force de Laplace, ce qui est cohérent avec les résultats précédents.

Finalement, dans un régime turbulent ($Re \gg 1$) avec peu d'effet de l'induction ($R_m < 1$), nous avons mis en évidence une loi d'évolution de l'écoulement en fonction du nombre de Mach magnétique uniquement, tel que : $M_m \sim \sqrt{R_m^s}$. Ces résultats ont permis un raccord avec des simulations numériques réalisées dans des régimes de paramètres différents : Re petit et $R_m \gg 1$.

Dans le chapitre 4, le forçage contra-rotatif pour la même géométrie a permis d'étudier un autre type de facteur limitant dans l'entraînement par induction d'un écoulement cisailé. Lorsque l'écoulement est suffisamment turbulent, la couche de mélange se renverse de manière chaotique au cours du temps entre deux états. La symétrie du forçage est importante puisqu'elle contraint l'écoulement moyen dans un domaine de bimodalité limité par $\langle v \rangle \sim \pm 60 \text{ mm.s}^{-1}$. Sorti de ce domaine de bistabilité, lorsque le forçage est dissymétrique, les renversements disparaissent et les vitesses mesurées sont plus importantes. Pour un nombre de Reynolds fixé, la symétrie du forçage contrôle donc l'efficacité du transfert d'énergie par la force de Laplace.

Nous avons également constaté que pour un forçage symétrique, lorsque le nombre de Reynolds est suffisamment grand, une accumulation d'énergie à basse fréquence est observée dans la signature spectrale des fluctuations de vitesse, en étant caractérisé par une loi de puissance en $1/f^\alpha$. Cette accumulation se situe en dessous de la fréquence d'injection de l'énergie. Plus le taux de turbulence est élevé et plus le bruit en $1/f$ se développe, là où on pourrait s'attendre à peupler préférentiellement les petites structures, donc les hautes fréquences.

En étudiant le contrôle du bruit en $1/f$ à partir du nombre de Reynolds et du paramètre de symétrie F , nous avons mis en évidence plus que l'efficacité du forçage, la répartition énergétique dans le domaine spectral. En développant un modèle simple, nous comprenons que ce phénomène est associé à un processus de renversement à effet mémoire, où la probabilité de renversement de la couche de cisaillement dépend du temps. De plus, nous avons montré que l'exposant de la partie basse fréquence du spectre n'est pas lié aux valeurs de la vitesse d'écoulement, mais à la dynamique de changement de signe du signal mesuré.

Enfin, dans le chapitre 5 le forçage est effectué en injectant un courant constant

dans une couche de métal liquide soumise à un champ stationnaire et uniforme. Dans ce cas, nous avons montré que la force de Laplace entraîne moins bien le fluide au-delà d'un certain seuil du forçage. En effet, la vitesse moyenne suit une loi en $v \sim IB$ dans un premier temps, pour ensuite croître en $v \sim \sqrt{IB}$ lorsque l'écoulement devient turbulent. Nous avons également montré la transition continue d'un profil radial en $v \sim \frac{1}{r}$ à un profil Képlérien en $v \sim \frac{1}{\sqrt{r}}$, permettant la première observation expérimentale de turbulence MHD Képlérienne dans un disque fin.

Pour conclure, nous avons présenté dans cette thèse des instabilités et des processus limitant l'efficacité du transfert d'énergie. La force de Laplace est essentiellement limitée par la turbulence ou par les effets de l'induction qui s'oppose aux causes qui lui ont donné naissance.

2 Perspectives

Au terme de cette thèse, de nombreuses voies restent inexplorées. Pour la première partie, on peut par exemple regretter que le décrochement brutal associé à un phénomène d'hystérésis n'ait pas été observé. Ce décrochement dû à l'instabilité présentée dans le modèle, pourrait être étudié avec de plus grandes valeurs du nombre de Hartmann et de Reynolds magnétique. Pour cela, une expérience de plus grande ampleur devra être réalisée, avec un champ magnétique plus intense, mais surtout avec un fluide plus conducteur tel que le sodium liquide. Par ailleurs, il serait intéressant d'étendre le calcul de la borne sur le rendement d'un processus d'entraînement par induction au cas turbulent.

Une étude comparative avec l'entraînement d'un induit solide semble également intéressante [43]. A l'aide de plusieurs disques, d'épaisseur H variable, réalisés en divers matériaux (cuivre, aluminium etc...), nous pourrions les entraîner en corotation avec les mêmes plateaux d'aimants. Cela permettrait d'une part d'étudier le décrochement mais également de comparer avec les résultats pour un métal liquide.

Concernant le forçage en contra-rotation, plus particulièrement le bruit en $1/f$, là aussi plusieurs questions restent ouvertes. On ne peut que regretter l'absence d'un modèle mathématique simple expliquant le mécanisme de génération du bruit en $1/f$ dans les processus de renversements chaotiques. Dans des résultats préliminaires, nous avons étudié un modèle de Lorenz auquel nous avons rajouté du bruit multiplicatif avec une coupure fréquentielle. Les résultats sont prometteurs puisque nous retrouvons une loi de puissance en $1/f$ dans les spectres, sur un nombre de décades proportionnel au temps d'intégration. Cet aspect mérite une

étude approfondie, d'autant plus qu'aucune explication théorique n'existe à ce jour pour le bruit en $1/f$ observé dans les divers écoulements turbulents.

Enfin, une suite intéressante à l'expérience KEPLER serait d'étudier un système bi-couche, par exemple une couche de galinstan sur une couche de mercure soumises au même type de forçage ($B = 0.1$ T et $I = 3000$ A). Le mercure étant deux fois plus dense que le galinstan, nous aurions deux couches superposées non-miscibles. Toutefois, ce dernier est plus conducteur que le mercure, on peut alors penser que le courant circulerait essentiellement dans la couche de gallium. D'après nos estimations, la différence de vitesse entre les deux fluides peut dépasser la vitesse des ondes de surface à l'interface Ga-Hg. Il en résulterait une turbulence avec génération d'ondes supercritiques tout à fait analogue à la turbulence supersonique (voir l'ouvrage de mécanique des fluides de Landeau et Lifchitz [34] sur l'analogie supersonique en eau peu profonde). Cette approche permettrait de mieux comprendre certains aspects de la turbulence en astrophysique, dont la dynamique est liée à l'existence de chocs supersoniques.

Annexe A

Caractéristiques du servomoteur et du variateur de l'expérience *P.E.M.*

Présentation des différentes caractéristiques du servomoteur et du variateur utilisés dans l'expérience *P.E.M.*

Servo variateurs CC - Série RTS

Vue d'ensemble

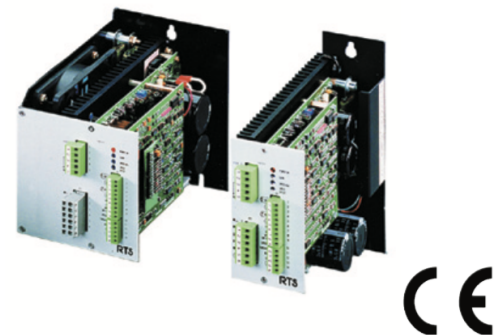
Description

Les servoamplificateurs RTS sont destinés au pilotage des servomoteurs à courant continu et sont disponibles dans de nombreux calibres jusqu'à 6,5 kW.

Ces produits permettent le contrôle en vitesse de moteurs CC

avec ou sans dynamo tachymétrique.

Ils intègrent l'alimentation de puissance, l'alimentation auxiliaire à découpage et la dissipation d'énergie sur résistance dans un encombrement réduit.



Caractéristiques

- Alimentation monophasée, triphasée ou batterie
- Régulation U-RI ou tachy
- Résistance de freinage intégrée
- Protections complètes intégrées
- Compacité élevée
- Montage mural ou en rack
- Format Europe 3U

Caractéristiques techniques - Vue d'ensemble

Alimentation	Monophasé, triphasé ou batterie
Courant nominal	3...40 A
Courant max.	10...80 A
Température de fonctionnement	0-40°C (déclassement de 35% par 10°C > 40°C à 60°C max.)
Altitude	1000m (déclassement de 10% >1000m par 1000m à 4000m max.)
Protection	IP00, IP20 pour les versions avec capot

FIGURE A.1 – Caractéristiques du Servo variateurs CC - Série RTS de la société PARVEX®

SERVOMOTEURS DC

RX

0.3 à 8N.m

Les moteurs courant continu RX, associés aux variateurs RTS, offrent une solution économique pour la réalisation de très nombreux servo mécanismes. Ils sont particulièrement destinés aux systèmes de faible puissance en ambiance propre.



Caractéristiques RX					
Moteur	Couple en rotation lente M_0 (N.m)	Courant permanent en rotation lente I_0 (A)	Tension d'alimentation de définition U (V)	Vitesse de définition N (tr/min)	Inertie du rotor ($\text{kgm}^2 \cdot 10^{-3}$)
RX120L	0.285	2.8	44.5	3000	5
RX130H	0.4	3.6	46	3000	6.8
RX320E	1.08	7.8	54	3000	50
RX330C	1.54	9.4	59	2900	72
RX520K	2.7	7.7	119	2800	128
RX530F	3.7	10.3	116	2700	174
RX620J	5	10.5	134	2400	350
RX630E	7.8	16	134	2400	500

Moteur associé	Tachy		Frein (tension 24Vdc $\pm 10\%$)			
	Modèle	FEM (V/1000 tr/min)	Couple de maintien (N.m)		Inertie ($\text{kgm}^2 \cdot 10^{-3}$)	Masse (kg)
			à 20°C	à 100°C		
RX1	TBN 206	6	1	0.9	1	0.4
RX3	TBN 206	6	1.5	1.4	1	0.18
RX5	TBN 306	6	6	5.5	5.3	0.45
RX6	TBN 306	6	12	11.5	15.7	0.9

Codeur					
Modèle	Moteur associé	Traits par tour		Inertie ($\text{kgm}^2 \cdot 10^{-3}$)	Masse (kg)
		standard	option		
K10	RX1 / RX3	500	250	0.03	0.07
C4	RX1 / RX3	500	1000-2000	0.23	0.2
C6B	RX5 / RX6	500-1000	2500-5000	0.3	0.45

- EXCELLENT RAPPORT PRIX/PERFORMANCES
- TRÈS FAIBLE MODULATION DE COUPLE
- AIMANTS FERRITE
- QUALITÉ DE CONSTRUCTION
- DURÉE DE VIE TRÈS LONGUE
- OPTION TACHY, CODEUR INCRÉMENTAL, RESOLVER
- OPTION FREIN
- PROTECTION IP40 (RX1 ET RX3)
IP54 (RX5 ET RX6), OPTION IP55
- ISOLATION CLASSE F

FIGURE A.2 – Caractéristiques du Servomoteurs RX 630E PARVEX®

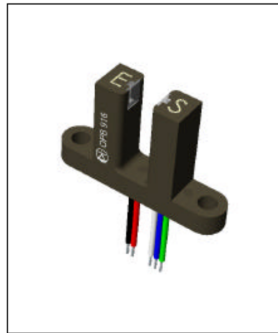
Annexe B

Capteur fourche optique



Product Bulletin OPB916
November 2000

Photologic® Slotted Optical Switches Type OPB916 Series



Features

- Choice of output configuration
- 24" min 26 AWG wires
- Low power consumption

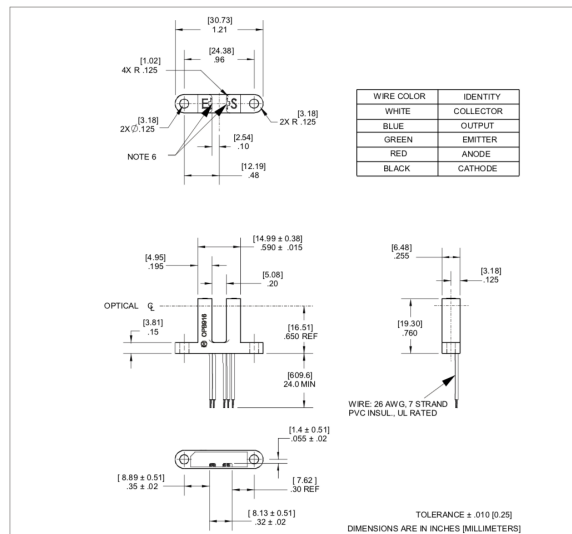
Description

The OPB916 consists of an infrared emitting diode and a Photologic® photo integrated circuit mounted in an opaque housing with clear windows for dust protection. The deep slot allows for a longer reach of the optical path from the mounting plane, .650" (16.51 mm).

Internal apertures are .010" x 0.06" for the Photologic's "S side" and .050" x 0.06" for the LED, "E side". Two logic states and two electrical output types are available.

Custom electrical, wire or cabling are available. Contact your local representative or Optek for more information.

Visit our website at www.optekinc.com
or email us at sensors@optekinc.com



Absolute Maximum Ratings (T_A = 25° C unless otherwise noted)

Supply Voltage V _{CC} (Not to exceed 3 sec.)	18 V
Storage and Operating Temperature Range	-40° C to +80° C
Input Diode Power Dissipation	100 mW ⁽¹⁾
Output Photologic® Power Dissipation	90 mW ⁽²⁾
Voltage at Output Lead (Open Collector Output)	35 V
Diode Forward D.C. Current	50 mA
Diode Reverse D.C. Voltage	2 V

NOTES:

- (1) Derate linearly 1.67 mW/° C above 25° C.
- (2) Derate linearly 2.67 mW/° C above 70° C.
- (3) Clear dust protection.
- (4) Normal application would be with light source blocked, simulated by I_F = 0 mA.
- (5) All parameters tested using pulse technique.

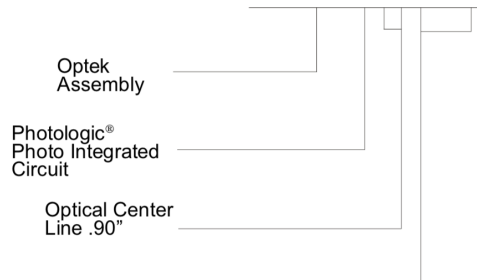
PRECAUTIONS: Exposure of the plastic body to chlorinated hydrocarbons and ketones such as thread lock and instant adhesive products will degrade the plastic body. Cleaning agents methanol and isopropanol are recommended. Spray or wipe do not submerge.

Type OPB916 Series



PART NUMBER GUIDE

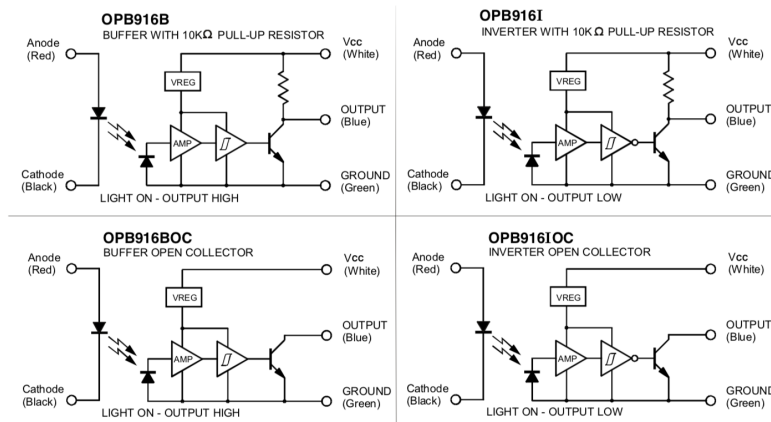
OPB916XXX



Electrical Specification Variations

- B - Buffered with 10K Ω pull-up
- BOC - Buffered Open-Collector Output
- I - Inverted with 10K Ω pull-up
- IOC - Inverted Open-Collector Output

Schematics



Annexe C

Calibration des sondes Vives

Lors de la présentation du fonctionnement des sondes Vives, nous avons discuté le fait que celles-ci mesurent la vitesse de l'écoulement à une constante près. Pour pouvoir calibrer les sondes, nous avons besoin d'une autre technique de mesure de la vitesse, d'où l'utilisation des sondes à effet Doppler. Nous présentons dans cet annexe la méthode de calibration.

Lors de l'étude de l'entraînement d'un métal liquide par un champ glissant (chapitre 2 et 3) nous avons mesuré la vitesse normalisée Q (rapport de la vitesse du fluide v et la vitesse du champ magnétique c) en fonction de R_m . Nous pouvons par exemple, nous appuyer sur cette courbe pour calibrer les sondes Vives.

L'avantage des sondes Doppler est de donner directement la valeur de la vitesse d'écoulement du fluide (méthode absolue) à condition bien sûr, de bien régler tous les paramètres (angle doppler, vitesse du son dans le milieu considéré, échantillonnage etc...). A la différence des sondes Vives qui ne donnent qu'un rapport de proportionnalité avec la vitesse (méthode relative). Les mesures doivent donc être pondérées par un coefficient géométrique. Ainsi, tout l'intérêt d'utiliser deux techniques de mesure est de vérifier la cohérence des résultats.

Lors de la démonstration du principe de mesure des sondes Vives, nous avons montré que la différence de potentiel était telle que : $\Delta V \propto U \times B_0 L$. En fait, connaissant la valeur du champ du petit aimant B_0 et la distance typique séparant les deux broches L , cela ne permet pas d'obtenir la valeur absolue de la vitesse d'écoulement. Nous devons affecter aux mesures un coefficient géométrique (ou facteur de forme) noté α pour avoir le bon résultat.

Pour obtenir le facteur de forme α , il suffit de comparer les mesures et d'estimer le coefficient permettant de superposer les courbes expérimentales. La figure (C.1)

montre en bleu les résultats vives et en rouge les résultats Doppler. L'évolution de Q en fonction de R_m est similaire. Le facteur géométrique est tel que : $\alpha = 1,2$. C'est à dire qu'en multipliant toutes les données des sondes vives par 1,2, nous obtenons une courbe qui se superpose à celle des résultats Doppler.

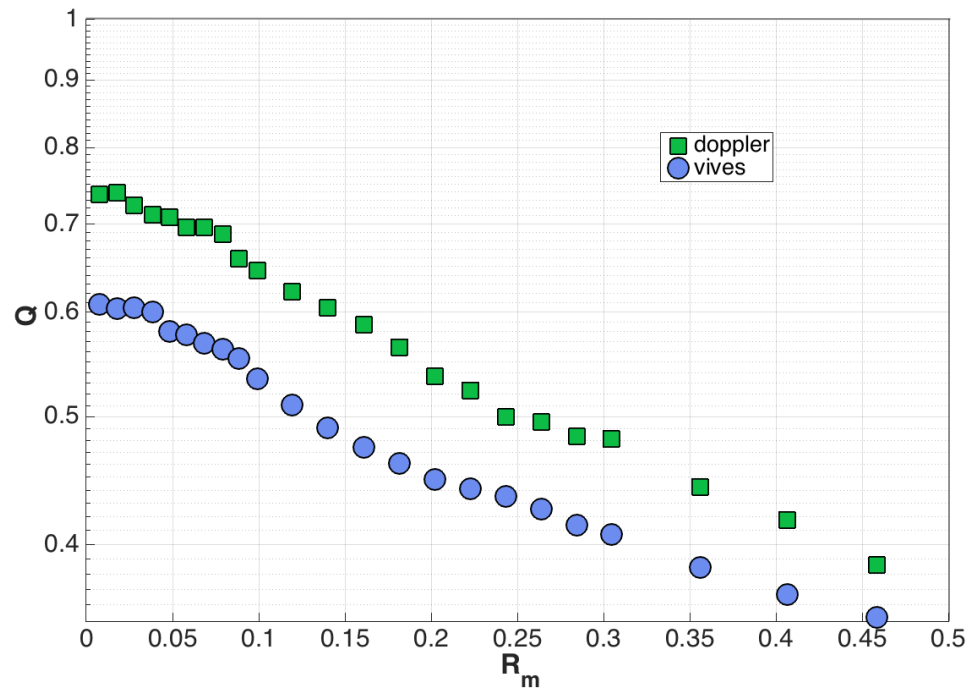


FIGURE C.1 – Comparaison des deux techniques de mesure de vitesse et détermination du coefficient géométrique

Annexe D

Article scientifique produit : «*1/f noise and long-term memory of coherent structures in a turbulent shear flow*»

1/f noise and long-term memory of coherent structures in a turbulent shear flow

M. Pereira, C. Gissinger, S. Fauve¹

¹Laboratoire de physique statistique, Ecole normale supérieure,
PSL Research University, UPMC Univ. Paris 6, Sorbonne Universités,
Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, CNRS, 75005 Paris, France

A shear flow of liquid metal (Galinstan) is driven in an annular channel by counter-rotating traveling magnetic fields imposed at the endcaps. When the traveling velocities are large, the flow is turbulent and its azimuthal component displays random reversals. Power spectra of the velocity field exhibit a $1/f^\alpha$ power law on several decades and are related to power-law probability distributions $P(\tau) \sim \tau^{-\beta}$ of the waiting times between successive reversals. This $1/f$ type spectrum is observed only when the Reynolds number is large enough. In addition, the exponents α and β are controlled by the symmetry of the system : a continuous transition between two different types of Flicker noise is observed as the equatorial symmetry of the flow is broken, in agreement with theoretical predictions.

PACS numbers: 16.64

A puzzling problem in physics is the ubiquity of '1/f' noise or 'Flicker' noise, i.e. the existence of a wide range of frequencies over which the low frequency power spectrum $S(f)$ of a physical quantity follows a power law $S(f) \sim f^{-\alpha}$, with α close to 1 (or more generally $0 < \alpha < 2$). Such behavior is observed in a broad variety of physical systems, ranging from voltage and current fluctuations in vacuum tubes or transistors [2, 3] to astrophysical magnetic fields [4], and including biological systems[5], climate [6] and turbulent flows[7–9] to quote a few .

Surprisingly, this ubiquity of $1/f$ noise does not seem to rely on a single explanation : although many interesting models have been proposed during the last 80 years, there is currently no universal mechanism for the generation of $1/f$ fluctuations. Different levels of theoretical description of $1/f$ noise involve, the existence of a continuous distribution of relaxation times in the system [10, 11], fractional Brownian motion [12], low dimensional dynamical systems close to transition to chaos [13, 14]. These systems often display an intermittent regime with bursts occurring after random waiting times τ . For this type of point processes, it has been shown that a $f^{-\alpha}$ spectrum is related to a power law distribution $P(\tau) \propto \tau^{-\beta}$ with some relation between α and β [15].

Although most of the early experimental observations of $1/f^\alpha$ noise do not display such discrete events in their time recordings, switching events have been observed in small electronic systems [16] and more recently in blinking quantum dots [17–19]. These waiting times, distributed as a power-law, reflect the scale-free nature of the statistics, and are associated to durations spent by the system in two different states (bright or dark state in the case of quantum dots). More recently, statistical analysis of quasi-bidimensional turbulence of an electromagnetically forced flow exhibited a similar dynamics, in which a large scale circulation driven by a turbulent flow, randomly reverses [20]. In this experiment, both $1/f$ power spectrum and power-law inter-event time probability distribution functions were observed. These results indicate that coherent structures generated in turbulent flows play a crucial role in the occurrence of $1/f$ noise. On

the other hand, it is known that such large scale coherent structures can exhibit very different dynamics depending on the level of turbulent fluctuations or the symmetry properties of the system. Whether these properties could affect $1/f$ noise is an open question. By carefully tuning the parameters of the experiment reported here, both the level of turbulence and the symmetry between two states can be independently controlled, allowing for such investigation : we show how the occurrence of $1/f$ fluctuations is directly related to the power-law PDF of waiting times, but critically depends on the level of turbulence generated in the flow. In addition, the symmetry of the forcing plays a crucial role : different relations are satisfied by α and β depending on whatever the two opposite states are symmetrical or not. In particular, a continuous transition between the different regimes predicted in [15] can be obtained as a function of the skewness of the velocity PDFs, ultimately controlled by the symmetry of the external driving.

Fig.1 shows a schematic picture of the experiment : an annular channel made of Polyvinyl Chloride (PVC), with inner radius $r_i = 66$ mm, outer radius $r_o = 100$ mm, and vertical height $H = 47$ mm, is filled with liquid Galinstan (GaInSn), an eutectic alloy which is liquid at ambient temperature, with kinematic viscosity $\nu = 0,37 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$, density $\rho = 6,44 \cdot 10^3 kg \cdot m^{-3}$ and electrical conductivity $\sigma = 3,46 \cdot 10^6 S \cdot m^{-1}$.

At a distance $h = 10$ mm above and below the channel are located two rotating discs, each containing 16 Neodymium magnets disposed with a regular spacing along a circle of radius $R = 83$ mm. These magnets are cylinders of diameter $d_m = 20$ mm and height $h_m = 10$ mm, generating a magnetic field of $B_m^0 = 0.45T$ at their surface. They are arranged such that two adjacent magnets, separated by a distance $d_m = 2\pi R/16 = 32.5$ mm, are oriented with opposite polarity. The rotating discs therefore generate on each side of the channel a spatially periodic magnetic field traveling in the azimuthal direction with pulsation $\Omega_i = 2\pi f_i/16$ and a wavenumber $k = \pi/d_m$, where f_i is the rotation rate of the disc i . The flow is electromagnetically driven by the Lorentz force due to

Typeset by REVTeX

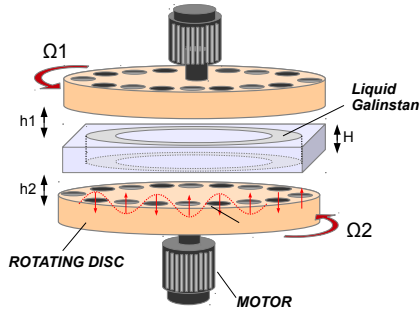


FIGURE 1: Schematic view of the experiment. An annular channel made of PVC of mean radius $R = 83$ mm and gap width $d = 47$ mm is filled with a liquid metal (Galinstan). The flow is driven by the Lorentz force due to a traveling magnetic field (TMF) on each side of the experiment, created by 16 Neodymium magnets placed on independently rotating discs.

these traveling magnetic fields (TMF) and their related induced electrical currents. The frequencies of the discs F_1 and F_2 can be changed independently. This leads to the definition of 4 dimensionless control parameters for the experiment : $F = (f_1 - f_2)/(f_1 + f_2)$ controls the asymmetry of the forcing provided by the top and bottom discs and $Re = (f_1 + f_2)/2 \cdot d^2/\nu$ is the Reynolds number based on the mean frequency of the discs. In addition, one can define the magnetic Prandtl number $Pm = \nu\mu_0\sigma$, which is of order $Pm \sim 10^{-6}$ for Galinstan, and the dimensionless magnetic field of the magnets which is represented by the Hartman number $H^2 = B_0^2\sigma d/(k\rho\nu)$, where B_0 is the magnetic field measured in the midplane of the channel and k the wave number. For the experiments reported here, $H = 45$ mm. The velocity field is measured through Ultrasound Doppler Velocimetry (UDV) using three probes located in three different horizontal planes $z = 0$ (midplane) and $z = \pm 11$ mm.

When the two traveling magnetic fields imposed at top and bottom endcaps rotate in the same direction, a strong azimuthal Lorentz force drives the flow in the same direction than the discs, and the device therefore acts as an induction pump. In that case, the velocity of the flow increases with both the magnitude of the applied field and the rotation rate of the discs. Note however that the fluid velocity is always smaller than the speed of the discs, and can be much smaller if the magnetic field is expelled outside the channel at large magnetic Reynolds number, $Rm = RePm$. [21, 22]. The results related to this new type of electromagnetically-driven flows will be reported in a forthcoming article ([23]).

We focus here on the configuration in which the two discs are counter-rotating. A strong shear flow develops in the channel, due to the opposed Lorentz force generated at the top and bottom boundaries by the corresponding traveling magnetic

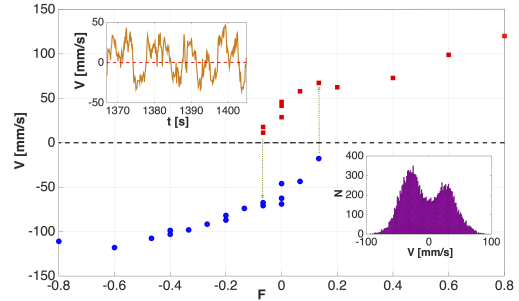


FIGURE 2: Mean velocity measured in the midplane as a function of F , for $Re = 7.1 \cdot 10^3$. The two vertical dashed lines indicate the region of bistability between positive and negative flow velocity. Insets show a typical time series in this bistable regime. Note the bimodality of the PDF related to the bistability of the flow.

fields. Fig. 2 shows the bifurcation of the time-averaged velocity measured by UDV in the midplane of the channel, as a function of the asymmetry parameter F . Red squares (respectively blue circles) indicate positive (resp. negative) mean velocity, meaning that the fluid in the midplane moves in the same direction than the upper (resp. lower) disc. Close to $F = 0$, a bistability between these two states is observed. The upper-left inset shows a typical time series of the velocity field in this regime (here for $F=0$): the instantaneous velocity is strongly fluctuating and exhibits chaotic reversals of its polarity, the fluid following alternatively one disc or the other. As a consequence, the corresponding probability density function (PDF) shows a bimodal structure (lower-right inset), characterized by two maxima in the PDF. The two vertical dotted lines delimitate the region for which such a bistability between positive and negative velocity is observed (characterized by bimodal PDFs). Note that the bifurcation diagram should be symmetrical with respect to $F = 0$ exactly, for which none of the two states is favored by the forcing. In practice, the curve is slightly shifted to positive values (symmetrical PDFs obtained for $F \sim 0.05$ for this Reynolds number), which may be due to some imperfections in the experimental setup. Similar reversals of the velocity field have been described in von Karman swirling flows, in which the shear layer generated by two counter rotating bladed discs can undergo chaotic jumps from the midplane [8]. UDV measurements above and below the midplane indicate that a similar large scale dynamics of the central shear layer occurs in the present experiment.

We first study the evolution of the statistical properties of the velocity field in the bistable regime, for $F \sim 0$. In Fig.3, we report the frequency power spectra extracted from time series $v(t)$ measured by UDV in the midplane, for different values of the Reynolds number. First note that all power spectra show a $f^{-5/3}$ direct cascade of energy from the injection scale $f_0 \sim U/d$, where U is the mean velocity of the flow (measured close to each disc) and d is the gap of the channel. We focus

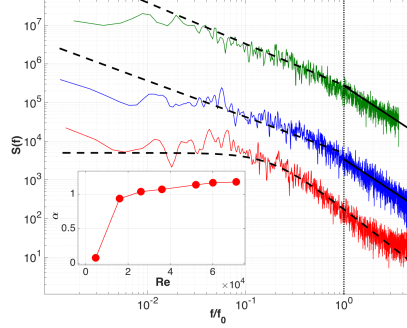


FIGURE 3: Frequency power spectra $S(f)$ of the velocity $V(t)$ for different Reynolds number ($Re = 4,7 \cdot 10^3$; $Re = 1,6 \cdot 10^4$ and $Re = 3,6 \cdot 10^4$ from bottom to top). For clarity, the spectra have been multiplied by 1,10 and 1000. Note the $-3/5$ at high frequency, and the occurrence of $1/f^\alpha$ noise at low frequency. Inset shows the exponent α as a function of Re .

here on the behavior of the spectra at frequency below the injection scale f_0 . We first observe that they strongly depend on the Reynolds number: at the lowest Re , the spectrum is flat for frequencies smaller than f_0 , but as Re is increased beyond a critical value $Re_c \sim 10^4$, the system shows a build up of the energy towards low frequency, such that $1/f^\alpha$ noise is observed at large Reynolds number. The inset of Fig.3 shows the dependence of α on Re , and suggests that it rapidly converges to values slightly larger than $\alpha = 1$ in the limit of large Re . We emphasize that the spectra below the injection scale f_0 are not related to any turbulent cascade process since the frequencies are too low to correspond to any spatial scale within the fluid container. In particular, the $1/f$ spectra observed here in the bulk flow are not similar to the $1/f$ spectra observed in turbulent boundary layers that trace back to $1/k$ spectra through the Taylor hypothesis [24].

Since these results have been obtained for $F \sim 0$, all the power spectra shown in Fig.3 are related to time series exhibiting chaotic reversals between two symmetrical states. These random reversals can be characterized by the distribution $P(\tau)$ of the waiting time τ between two successive transitions, as shown in Fig. 4 for $Re = 7,1 \cdot 10^4$. We observe that the waiting times are distributed according to a power law $P(\tau) \sim \tau^{-\beta}$, in contrast to the exponential distribution generally observed in the case of a memoryless system. The presence of such power-law PDF therefore suggests a more complex non-Poissonian physics underlying the occurrence of polarity changes. Note that similarly to α , the exponent of the power law depends on Re , and slowly tends to $\beta = 2$ as Re is increased to large values.

The exponents of the power spectra and of the WT distribution also strongly depend on the asymmetry of the magnetic forcing, controlled by the value of F . In Fig. 5, we report

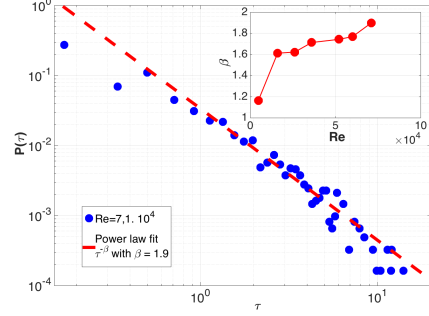


FIGURE 4: Distribution of the waiting time $P(\tau)$ between two successive reversals of the flow for $Re = 7,1 \cdot 10^4$. For sufficiently large Re , the distribution follows a power law $\tau^{-\beta}$. Inset shows the evolution of β with Re .

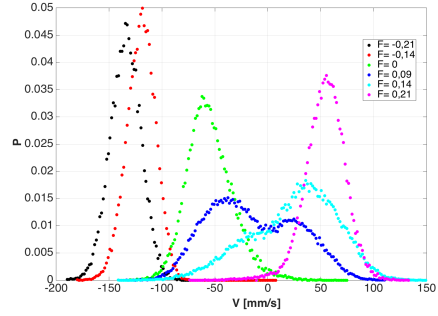


FIGURE 5: Probability density function of the velocity field for different values of the asymmetry F of the forcing. Note the transition from a Gaussian distribution at large $|F|$ to bimodal behavior for $F \sim 0$.

the probability density function (PDF) of the velocity field in the midplane, for various values of F and a fixed value of the Reynolds number $Re = 6 \cdot 10^4$. When F has large negative or positive values, the system is in a non-reversing regime with negative (respectively positive) mean velocity, and the fluid follows the bottom (respectively the top) disc with a gaussian distribution of the velocity fluctuations. For values of F close to 0, the distribution is either bimodal and roughly symmetrical with respect to zero (for instance $F = 0,09$), or asymmetrical with a non-gaussian tail (for instance $F = 0,14$).

Interestingly, this asymmetry in the forcing clearly controls the value of the exponent of the power spectrum at low frequency, as shown by Fig.6. For strongly asymmetric forcing ($F = -0,21$ and $F = -0,14$), the spectrum is flat, with f^0 behavior on several decades for $f < f_0$. As the flows starts to

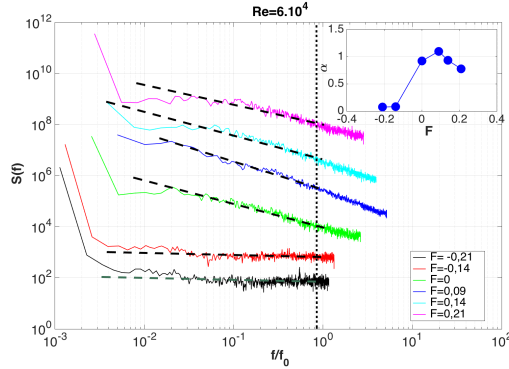


FIGURE 6: : Frequency power spectra $S(f)$ of the velocity $V(t)$ for different values of the asymmetry parameter F . For clarity, the spectra have been multiplied by 10 for each increment of F . Inset shows the exponent α as a function of F .

randomly explore the other polarity, α increases, even when the corresponding PDF is not bimodal (see $F = 0$). The exponent α reaches its maximum value $\alpha = 1.1$ for symmetrical PDFs of the velocity, and then decreases again with F as the flows come back to a non-reversing state.

In fact, it has been shown [15, 29] that in presence of heavy-tailed distribution similar to the one shown in Fig.4, the exponent α of the power spectrum and the exponent β of the WT distribution are related : in the case of a symmetric process (meaning that the two states have similar transition probability), one expects the relation $\alpha + \beta = 3$, whereas $\beta - \alpha = 1$ is predicted in a non-symmetric process (e.g. for random bursts). It has been shown in [25] that one prediction or the other can be observed depending on the experiment : for instance, pressure fluctuations in 3D turbulence [26] follow $\beta - \alpha = 1$ scaling, whereas $\alpha + \beta = 3$ is observed for random reversals of a large scale flow generated by Kolmogorov forcing [25].

We show here that both regimes can be observed in the same experiment and with the same measured quantity, depending only on the asymmetry parameter F and the Reynolds number : Fig 7 reports most of our experimental runs (obtained for various values of F and Re) in the parameter space $\{\alpha, \beta\}$, in which the dashed line indicates the regime $\beta - \alpha = 1$ and the solid line indicates $\alpha + \beta = 3$. For each point, we have computed the skewness of the PDFs of the velocity $\theta = \langle [(V(t) - \mu)/\sigma]^3 \rangle$, where σ and μ are respectively the standard deviation and the mean. When the probability density function of the flow exhibits a roughly bimodal distribution ($\theta < 0.1$, blue circles), most of the points tend to collapse on the line $\alpha + \beta = 3$, while asymmetrical reversals ($\theta > 0.1$, red squares) lie along $\beta - \alpha = 1$, valid for bursting processes only. While these results show that the asymmetry of the forcing controls the type of $1/f$ noise (i.e. the value of the sum or the difference of the exponents) which is observed,

what controls exactly the values of the exponents remains unclear.

It is also important to note that Fig.7 reports results obtained only for sufficiently large Reynolds numbers (in practice $Re \geq 5 \cdot 10^4$) and F not too large (keeping only non-gaussian distributions). If the forcing is too asymmetrical, gaussian fluctuations around one of the state are obtained, and there is obviously no $1/f$ noise. More surprisingly, if Re is too small, $1/f$ noise can be observed (see for instance Fig.3 for $Re = 2,6 \cdot 10^4$), but the system does not seem to lie on one regime or the other, although WT are distributed according to a power law.

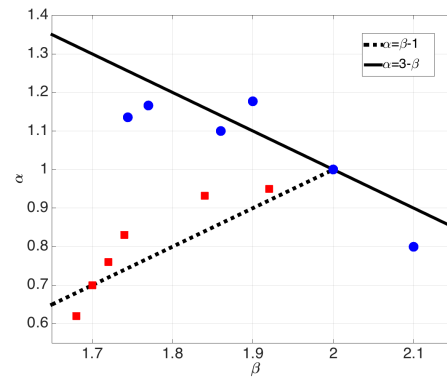


FIGURE 7: α as a function of β for various values of F and Re . The solid line indicates the regime $\beta - \alpha = 1$, while the dashed line corresponds to $\beta + \alpha = 3$. The skewness θ of the PDFs determines in which regime the system lies ($\theta < 0.1$ for blue circles, $\theta > 0.1$ for red squares).

As suggested by previous studies [20, 25], we therefore show that a bistability between two states associated with chaotic reversals of some large scale coherent structure (here the mean azimuthal velocity) easily generates Flicker noise, with no need for fine tuning of the parameters.

However, the fact that low-frequency $1/f$ fluctuations are observed only under some conditions is non-trivial : first, the existence of a critical threshold Re_c shows that chaotic transitions between large scale coherent structures are not sufficient for the observation of $1/f$ noise. The flow needs to be *turbulent enough*, which could be interpreted as a need of a large enough number of degrees of freedom.

Above Re_c , our experimental results show that although α and β only slightly change with Re , they strongly depends on the asymmetry parameter. This second observation is interesting, because the continuous transition from $\alpha + \beta = 3$ to $\beta - \alpha = 1$ generated as the equatorial symmetry of the flow is broken shows that both regimes can be observed within the same system. In other words, some features of $1/f$ noise can be directly related to the asymmetry of the system. It would be interesting to see if this relation can be used to unders-

tand some systems from the characteristics of their $1/f$ fluctuations. For instance, the study of the exponents α and β from $1/f$ fluctuations of the solar wind or the luminosity of some stars may help probing their symmetry properties, less accessible from observations. Finally, our results for symmetrical configurations ($\theta < 0.1$) also show that the exponent α seems to converge towards a value close to one as the system reaches fully developed turbulence, highlighting the particular role played by the value $\alpha = 1$. It would be interesting to see if this last point corresponds to a general behavior of turbulent systems displaying low frequency $1/f$ fluctuations.

-
- [1] P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld, Phys. Rev. Lett. **59**, 4 (1987)
 - [2] F. N. Hooge, T. G. M. Kleinpenning and L. K. J. Vandamme, Rep. Prog. Phys. **44**, 479 (1981)
 - [3] P. Dutta and P.M. Horn, Rev. Mod. Phys. **53**, 497 (1981)
 - [4] W.H. Matthaeus and M. L. Goldstein, Phys. Rev. Lett. **57**, 495 (1986)
 - [5] D.L. Gildea, T. Thornton, M.W. Mullan, Science, **267**, 1837-1839 (1995).
 - [6] K. Fraedrich and R. Blender, Phys. Rev. Lett. **90**, 108501 (2003)
 - [7] P. Dmitruk and W.H. Matthaeus, Phys.Rev.E **76**, 036305 (2007).
 - [8] F. Ravelet, A. Chiffaudel and F. Daviaud, J. Fluid. Mech. **339**, 601 (2008)
 - [9] A. Costa et al., Phys. Rev. Lett. **113**, 108501 (2014)
 - [10] J. Bernamont, Proc. Physical Soc. **49**, 138 (1937)
 - [11] A. van der Ziel, Physica **16**, 359 (1950)
 - [12] B. B. Mandelbrot and I. W. van Ness, SIAM **10**, 422 (1968)
 - [13] P. Manneville, J. Physique **41** 1235 (1980).
 - [14] T. Geisel, A. Zacherl and G. Radons, Phys. Rev. Lett. **59**, 2503 (1987)
 - [15] S.B. Lowen and M. Teich. C., Phys. Rev. E, **47**, 992 (1993)
 - [16] K. S. Ralls K. S. et al., Phys. Rev. Lett. **52**, 228 (1984)
 - [17] M. Kuno et al, J. Chem. Phys. **112**, 3117 (2000)
 - [18] K. T. Shimizu et al., Phys. Rev. B **63**, 205316 (2001)
 - [19] M. Pelton, D. G. Grier, and P. Guyot-Sionnest, Appl. Phys. Lett. **85** 819 (2004).
 - [20] J. Herault, F. Petrelis, S. Fauve, Euro. Phys. Lett. **111** 44002 (2015).
 - [21] C. Gissinger, P. Rodriguez-Imazio, S. Fauve, Phys. Fluids. **28** 034101 (2016)
 - [22] P. Rodriguez-Imazio and C. Gissinger, Phys. Fluids. **28** 034102 (2016)
 - [23] M. Pereira et al, in preparation (2018)
 - [24] A. E. Perry, S. Henbest and M. S. Chong, J. Fluid Mech. **165**, 163 (1986) and references therein.
 - [25] J. Herault, F. Petrelis, S. Fauve, Journ. Stat. Phys. **161** 1379 (2015).
 - [26] P. Abry et al, J. Physique II, **4**, 725 (1994)
 - [27] E. W. Montroll and M. F. Shlesinger, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **79**, 3380 (1982)
 - [28] A. K. M. Fazole Hussain, J. Fluid Mech. **173**, 303 (1986).
 - [29] M. Niemann, H. Kantz and E. Barakai, Phys. Rev. Lett., **110**, 140603 (2013)

Annexe E

Démonstration de l'invariance par changement de référentiel de la loi d'induction

Lors du chapitre 2, nous avons établi une loi d'échelle pour la vitesse de l'écoulement lors du pompage par induction. A cette occasion, nous avons appliqué un changement de référentiel en mentionnant que l'équation d'induction était invariante lorsque l'on passe du référentiel du laboratoire à un référentiel en rotation. Concernant ce dernier point, nous démontrons dans cette annexe la véracité de celui-ci.

Considérons le référentiel (R) dans lequel le fluide conducteur, de conductivité électrique σ , est en mouvement avec une vitesse absolue \vec{v} . Nous avons vu que le champ magnétique vérifiait l'équation d'induction :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) + \eta \tilde{\Delta} \vec{B} \quad (\text{E.1})$$

La dérivée temporelle est effectuée dans le référentiel (R). Passons à présent dans un référentiel (R') qui, par rapport au référentiel précédent, est en **rotation** à vitesse angulaire constante $\vec{\omega}$ (typiquement il s'agit du référentiel lié au disque d'aimant). Les champs vectoriels sont alors modifiés. Nous notons les grandeurs dans le nouveau référentiel avec l'indice prime ' :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}' = \vec{v} - \vec{\omega} \wedge \vec{r} \\ \vec{B}' = \vec{B} \end{array} \right. \quad (\text{E.2})$$

En posant $\vec{v}_r = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$ pour la vitesse relative au référentiel R' , nous avons alors : $r\vec{ot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) = r\vec{ot}(\vec{v}' \wedge \vec{B}) + r\vec{ot}(\vec{v}_r \wedge \vec{B})$. En utilisant une identité remarquable des produits vectoriels, nous pouvons développer le terme $r\vec{ot}(\vec{v}_r \wedge \vec{B})$ tel que :

$$\begin{aligned} r\vec{ot}(\vec{v}_r \wedge \vec{B}) &= \vec{\nabla} \wedge (\vec{v}_r \wedge \vec{B}) \\ &= \vec{v}_r (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \vec{B} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_r) \\ &= (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_r - (\vec{v}_r \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} \end{aligned}$$

En calculant les composantes de chacun des membres, il est aisé de vérifier que $(\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_r = \vec{\omega} \wedge \vec{B}$. Cela nous donne alors : $r\vec{ot}(\vec{v}_r \wedge \vec{B}) = \vec{\omega} \wedge \vec{B} - (\vec{v}_r \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}$. L'équation d'induction s'écrit alors :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Big|_R + (\vec{v}_r \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} = \vec{\omega} \wedge \vec{B} + \vec{\nabla} \wedge (\vec{v}' \wedge \vec{B}) + \eta \tilde{\Delta} \vec{B}$$

Le membre de gauche correspond à la **dérivée convective** du champ magnétique pour un champ de vitesse \vec{v}_r que nous noterons $\frac{D\vec{B}}{Dt} \Big|_R$. En passant à présent dans le référentiel R' en rotation uniforme à la pulsation ω ce terme se transforme suivant :

$$\frac{D\vec{B}}{Dt} \Big|_R = \frac{D\vec{B}}{Dt} \Big|_{R'} + \vec{\omega} \wedge \vec{B} \quad (\text{E.3})$$

Cependant, si l'on exprime le terme de dérivé convective dans le référentiel R' , la vitesse relative \vec{v}_r étant nulle, celui-ci se simplifie tel que :

$$\frac{D\vec{B}}{Dt} \Big|_{R'} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Big|_{R'} + \underbrace{(\vec{v}_r \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}}_0 = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Big|_{R'} = \frac{\partial \vec{B}'}{\partial t} \Big|_{R'}$$

L'équation devient alors au final dans le référentiel R' :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{B}'}{\partial t} \Big|_{R'} + \vec{\omega} \wedge \vec{B} &= \vec{\omega} \wedge \vec{B} + \vec{\nabla} \wedge (\vec{v}' \wedge \vec{B}) + \eta \tilde{\Delta} \vec{B} \\ \iff \boxed{\frac{\partial \vec{B}'}{\partial t} \Big|_{R'} = r\vec{ot}(\vec{v}' \wedge \vec{B}') + \eta \tilde{\Delta} \vec{B}'} & \quad (\text{E.4}) \end{aligned}$$

Nous retrouvons donc bien la même forme que l'équation de départ (cf E.1). De façon générale, l'équation d'induction est invariante par changement de référentiel en mouvement solide à vitesse constante. Cette démonstration assez simple, est très bien détaillée dans la thèse de François Pétrélis (voir [84]).

Annexe F

Démonstration d'une loi d'évolution pour le champ magnétique induit b dans le cas $Re \gg 1$ et $R_m^s \lesssim 1$

Dans cette annexe, nous souhaitons retrouver la loi $b \sim R_m^s B_0$ que nous avons utilisée lors du chapitre 2. Par analyse dimensionnelle il est possible de retrouver cette dernière.

L'équation Navier-Stokes s'écrit :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{grad}) \vec{v} \right) = -\vec{\nabla}(P) + \eta \vec{\Delta}(\vec{v}) + \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (\text{F.1})$$

Faisons l'hypothèse d'un régime *inertiel*, c'est à dire que le nombre de Reynolds est très grand devant l'unité $Re \gg 1$. En se plaçant dans ce cas, nous disons que le terme de dérivée particulaire est comparable au terme de la force de Laplace. A la différence d'un fluide laminaire ($Re \ll 1$) qui impliquerait quant à lui, que le terme de viscosité soit du même ordre de grandeur que la force de Laplace.

En terme de dimension, la vitesse d'écoulement v correspond au rapport d'une longueur typique L et un temps caractéristique τ , tel que : $v = \frac{L}{\tau}$. En étudiant les ordres de grandeur, nous avons :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{grad}) \vec{v} \right) \sim \rho \left(\frac{v^2}{L} \right)$$

L'équation de Maxwell-Ampère donne : $r \vec{\text{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$. Or, nous avons vu qu'il n'y a pas de courant injecté dans l'expérience. Le seul courant électrique correspond

au courant de Foucault (induction) tels que : $\vec{j} = \vec{j}_{induit}$. Sachant que $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}$ nous avons $r\vec{ot}(\vec{B}_0) = 0$ (absence de conducteur), et $r\vec{ot}(\vec{b}) = \mu_0 \vec{j}$.

La force de Laplace peut alors s'écrire en terme d'ordre de grandeur :

$$\vec{j} \wedge \vec{B}_{tot} \approx \frac{1}{\mu_0} r\vec{ot}(\vec{b}) \wedge \vec{B}_0 \sim \boxed{\frac{bB_0}{\mu_0 L}}$$

En conclusion, nous avons :

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} \sim \vec{j} \wedge \vec{B} \iff \boxed{\rho \frac{v^2}{L} \sim \frac{bB_0}{\mu_0 L}}$$

De même, l'**équation d'induction** s'écrit :

$$\boxed{\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = r\vec{ot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) + \eta \tilde{\Delta} \vec{B}} \quad (\text{F.2})$$

Grâce à cette équation, nous allons pouvoir estimer l'ordre de grandeur du champ magnétique induit b . Dans le référentiel du laboratoire, il n'y a aucune raison de négliger le terme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$. En effet, le champ \vec{B} dépend du temps et de l'espace. Or, si l'on réalise un changement de référentiel, en passant dans le référentiel du disque d'aimants en rotation à vitesse angulaire constante, nous perdons alors dans ce cas la dépendance en temps du champ magnétique B , d'où : $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$. Bien évidemment, nous ne pouvons pas changer de référentiel sans risquer de modifier la forme de l'équation d'induction. Or, il s'avère que celle-ci est **invariante par changement de référentiel** (voir annexe E)

Ainsi, les deux termes restant sont du même ordre de grandeur :

$$r\vec{ot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) \approx r\vec{ot}(\vec{v} \wedge \vec{B}_0) \iff \boxed{\frac{UB_0}{L}}$$

Concernant le terme de diffusivité du champ magnétique, nous pouvons décomposer le Laplacien tel que : $\lambda \tilde{\Delta} \vec{B} = \lambda (\tilde{\Delta} \vec{B}_0 + \tilde{\Delta} \vec{b})$. Or, en décomposant le champ magnétique de cette manière nous avons vu que $r\vec{ot}(\vec{B}_0) = 0$ en l'absence de conducteur. En prenant le rotationnel de cette expression, il vient :

$$r\vec{ot}(\underbrace{r\vec{ot}(\vec{B}_0)}_0) = \underbrace{grad(div(\vec{B}_0))}_0 - \tilde{\Delta} \vec{B}_0$$

Ainsi, nous avons : $\tilde{\Delta}\vec{B}_0 = 0$, ce qui permet de donner un ordre de grandeur du terme avec le Laplacien :

$$\alpha\tilde{\Delta}\vec{B} = \frac{1}{\mu_0\sigma}\tilde{\Delta}\vec{b} \sim \boxed{\frac{b}{\mu_0\sigma L^2}}$$

Conclusion :

$$\frac{b}{\mu_0\sigma L^2} \sim \frac{UB_0}{L} \iff b \sim \underbrace{\mu_0\sigma UL B_0}_{R_m^s}$$

Donc :

$$\boxed{b \sim R_m^s B_0} \tag{F.3}$$

Un point important est à souligner ici. Si l'équation est bien invariante par changement de référentiel, il n'en demeure pas moins que le champ de vitesse de l'écoulement est alors relative par rapport au nouveau référentiel. Le nombre de Reynolds magnétique n'est pas écrit de la même manière que précédemment. On note R_m^s pour indiquer que ce nombre est basé sur la *vitesse de glissement*. Cette vitesse caractéristique noté U représente $u - c$ la différence de vitesse entre le fluide et l'onde magnétique. Dans le référentiel du laboratoire la vitesse du fluide est u. Or, si l'on se "place" sur le disque d'aimants tournant, alors la vitesse du fluide sera $u - c$.

Bibliographie

- [1] P Abry, S Fauve, P Flandrin, and C Laroche. Analysis of pressure fluctuations in swirling turbulent flows. *Journal de Physique II*, 4(5) :725–733, 1994.
- [2] X Ai, BQ Li, and O Zikanov. Stability of electromagnetically-driven flows in induction channels. *Magnetohydrodynamics*, 43(1) :63–82, 2007.
- [3] Hannes Alfvén. Existence of electromagnetic-hydrodynamic waves. *Nature*, 150(3805) :405, 1942.
- [4] TK Allen, William R Baker, Robert V Pyle, and John M Wilcox. Experimental generation of plasma alfvén waves. *Physical Review Letters*, 2(9) :383, 1959.
- [5] John D Anderson. Ludwig prandtl’s boundary layer. *Physics Today*, 58(12) :42–48, 2005.
- [6] Hideo Araseki, Igor R Kirillov, Gennady V Preslitsky, and Anatoly P Ogorodnikov. Double-supply-frequency pressure pulsation in annular linear induction pump : Part i : Measurement and numerical analysis. *Nuclear Engineering and Design*, 195(1) :85–100, 2000.
- [7] Hideo Araseki, Igor R Kirillov, Gennady V Preslitsky, and Anatoly P Ogorodnikov. Magnetohydrodynamic instability in annular linear induction pump : Part i. experiment and numerical analysis. *Nuclear Engineering and Design*, 227(1) :29–50, 2004.
- [8] Hideo Araseki, Igor R Kirillov, Gennady V Preslitsky, and Anatoly P Ogorodnikov. Magnetohydrodynamic instability in annular linear induction pump : Part ii. suppression of instability by phase shift. *Nuclear Engineering and Design*, 236(9) :965–974, 2006.
- [9] S Asai. Recent development and prospect of electromagnetic processing of materials. *Science and Technology of Advanced Materials*, 1(4) :191, 2000.
- [10] D. Lederer et B. Roulet B. Diu, C. Guthmann. *Physique Statistique*. Hermann, 1997.

- [11] Per Bak, Chao Tang, and Kurt Wiesenfeld. Self-organized criticality : An explanation of the $1/f$ noise. *Physical review letters*, 59(4) :381, 1987.
- [12] Steven A Balbus and John F Hawley. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. i-linear analysis. ii-nonlinear evolution. *The Astrophysical Journal*, 376 :214–233, 1991.
- [13] Vinodh Bandaru, Julian Pracht, Thomas Boeck, and Jörg Schumacher. Simulation of flux expulsion and associated dynamics in a two-dimensional magnetohydrodynamic channel flow. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 29(4) :263–276, 2015.
- [14] JA Baylis. Detection of the onset of instability in a cylindrical magnetohydrodynamic flow. *Nature*, 204(4958) :563, 1964.
- [15] JA Baylis. Experiments on laminar flow in curved channels of square section. *Journal of Fluid Mechanics*, 48(3) :417–422, 1971.
- [16] JA Baylis and JCR Hunt. Mhd flow in an annular channel; theory and experiment. *Journal of Fluid Mechanics*, 48(3) :423–428, 1971.
- [17] Michael Berhanu. *Magnétohydrodynamique turbulente dans les métaux liquides*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2008.
- [18] Michaël Berhanu, Romain Monchaux, Stéphan Fauve, Nicolas Mordant, François Pétrélis, Arnaud Chiffaudel, François Daviaud, Bérengère Dubrulle, Louis Marié, Florent Ravelet, et al. Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo. *EPL (Europhysics Letters)*, 77(5) :59001, 2007.
- [19] J Bernamont. Fluctuations in the resistance of thin films. *Proceedings of the Physical Society*, 49(4) :138–139, 1937.
- [20] Jean Boisson, Andrei Klochko, François Daviaud, V Padilla, and S Aumaître. Travelling waves in a cylindrical magnetohydrodynamically forced flow. *Physics of Fluids*, 24(4) :044101, 2012.
- [21] Jean Boisson, Romain Monchaux, and Sébastien Aumaître. Inertial regimes in a curved electromagnetically forced flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 813 :860–881, 2017.
- [22] Winston H Bostick and Morton A Levine. Experimental demonstration in the laboratory of the existence of magneto-hydrodynamic waves in ionized helium. *Physical Review*, 87(4) :671, 1952.
- [23] A Boussié. Quelle tension mesure un voltmètre en régime quasistatique. *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 744 :757–770, 1992.
- [24] Daniel Brito, Henri-Claude Nataf, Philippe Cardin, Julien Aubert, and Jean-Paul Masson. Ultrasonic doppler velocimetry in liquid gallium. *Experiments in fluids*, 31(6) :653–663, 2001.

- [25] Glenn O Brown. The history of the darcy-weisbach equation for pipe flow resistance. In *Environmental and Water Resources History*, pages 34–43. 2003.
- [26] Suwon Cho and Sang Hee Hong. The magnetic field and performance calculations for an electromagnetic pump of a liquid metal. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 31(20) :2754, 1998.
- [27] Andrea Costa, Alfred R Osborne, Donald T Resio, Silvia Alessio, Elisabetta Crivì, Enrica Saggese, Katinka Bellomo, and Chuck E Long. Soliton turbulence in shallow water ocean surface waves. *Physical review letters*, 113(10) :108501, 2014.
- [28] A Cramer, K Varshney, Th Gundrum, and G Gerbeth. Experimental study on the sensitivity and accuracy of electric potential local flow measurements. *Flow measurement and instrumentation*, 17(1) :1–11, 2006.
- [29] Peter Alan Davidson. An introduction to magnetohydrodynamics, 2002.
- [30] Pablo Dmitruk and WH Matthaeus. Low-frequency $1/f$ fluctuations in hydrodynamic and magnetohydrodynamic turbulence. *Physical Review E*, 76(3) :036305, 2007.
- [31] B Dubrulle, Louis Marie, Ch Normand, D Richard, F Hersant, and J-P Zahn. A hydrodynamic shear instability in stratified disks. *Astronomy & Astrophysics*, 429(1) :1–13, 2005.
- [32] Pulak Dutta and PM Horn. Low-frequency fluctuations in solids : $1/f$ noise. *Reviews of Modern physics*, 53(3) :497, 1981.
- [33] A Einstein and L Szilard. Electrodynamic movement of fluid metals particularly for refrigerating machines. *Patent Specification*, 303065, 1928.
- [34] L. LANDEAU et E. LIFCHITZ. *Mécanique des fluides*. Ellipses, 1994.
- [35] L. Landau et E. Lipshitz. Electrodynamics of continuous media, course of theoretical physics. *Pergamon Press*, Tome 8, 1960.
- [36] Carl-Gunne Fälthammar. The discovery of magnetohydrodynamic waves. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 69(14) :1604–1608, 2007.
- [37] Alan Fanning, Gerald Kliman, Walter Kwant, Les Dahl, Tatsutoshi Inagaki, Masahiro Ueta, Nobuak Nibe, Hiroyuki Ota, Kenji Katsuki, Yoshihiro Doi, et al. Giant electromagnetic pump for sodium cooled reactor applications. In *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International*, volume 1, pages 477–482. IEEE, 2003.
- [38] Stephan FAUVE. Physique hors équilibre : instabilité et régulation. Discours inaugural d'entrée à l'académie des sciences, sous la coupole de l'institut

- de France. Disponibles en ligne : <http://www.academie-sciences.fr/fr/Liste-des-membres-de-l-Academie-des-sciences/-/F/stephan-fauve.html> (Page consultée le 15 septembre 2018), 2011.
- [39] Klaus Fraedrich and Richard Blender. Scaling of atmosphere and ocean temperature correlations in observations and climate models. *Physical Review Letters*, 90(10) :108501, 2003.
- [40] A Gailitis and O Lielausis. Instability of a homogeneous velocity distribution in an induction mhd machine. *Magnitnaia Gidrodinamika*, pages 87–101, 1975.
- [41] T Geisel, A Zacherl, and G Radons. Generic $1/f$ noise in chaotic hamiltonian dynamics. *Physical review letters*, 59(22) :2503, 1987.
- [42] David L Gilden, Thomas Thornton, and Mark W Mallon. $1/f$ noise in human cognition. *Science*, 267(5205) :1837–1839, 1995.
- [43] CG Gimblett and RS Peckover. On the mutual interaction between rotation and magnetic fields for axisymmetric bodies. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 368(1732) :75–97, 1979.
- [44] Christophe Gissinger. *Modèles et simulations numériques de l'effet dynamo*. PhD thesis, 2009.
- [45] Christophe Gissinger, Paola Rodriguez Imazio, and Stephan Fauve. Instability in electromagnetically driven flows. i. *Physics of Fluids*, 28(3) :034101, 2016.
- [46] Julius Hartmann and Freimut Lazarus. *Hg dynamics*. Levin & Munksgaard Copenhagen, 1937.
- [47] J Herault, F Pétrélis, and S Fauve. $1/f$ low frequency fluctuations in turbulent flows. *Journal of Statistical Physics*, 161(6) :1379–1389, 2015.
- [48] Johann Herault. *Dynamique des structures cohérentes en turbulence magnétohydrodynamique*. PhD thesis, 2013.
- [49] Johann Herault, François Pétrélis, and Stephan Fauve. Experimental observation of $1/f$ noise in quasi-bidimensional turbulent flows. *EPL (Europhysics Letters)*, 111(4) :44002, 2015.
- [50] FN Hooge. Discussion of recent experiments on $1/f$ noise. *Physica*, 60(1) :130–144, 1972.
- [51] FN Hooge. $1/f$ noise. *Physica B+ C*, 83(1) :14–23, 1976.
- [52] FN Hooge. Fn hooge, tgm kleinpenning, and lkj vandamme, rep. prog. phys. 44, 479 (1981). *Rep. Prog. Phys.*, 44 :479, 1981.
- [53] JCR Hunt and K Stewartson. Magnetohydrodynamic flow in rectangular ducts. ii. *Journal of fluid mechanics*, 23(3) :563–581, 1965.

- [54] Hantao Ji, Michael Burin, Ethan Schartman, and Jeremy Goodman. Hydrodynamic turbulence cannot transport angular momentum effectively in astrophysical disks. *Nature*, 444(7117) :343, 2006.
- [55] H Kamkar and HK Moffatt. A dynamic runaway effect associated with flux expulsion in magnetohydrodynamic channel flow. *Journal of fluid mechanics*, 121 :107–122, 1982.
- [56] Nahum Kipnis. Chance in science : The discovery of electromagnetism by hc oersted. *Science & Education*, 14(1) :1–28, 2005.
- [57] IR Kirillov. Experimental investigation of flow nonuniformity in a cylindrical linear induction pump. *English translation from Magnitnaya Gidrodinamika*, 2 :107–113, 1980.
- [58] Gerald B Kliman. Large electromagnetic pumps. *Electric Machines And Power Systems*, 3(2) :129–142, 1979.
- [59] Alexander Kolin. Electromagnetic velometry. i. a method for the determination of fluid velocity distribution in space and time. *Journal of applied physics*, 15(2) :150–164, 1944.
- [60] Andrey Nikolaevich Kolmogorov. Dissipation of energy in locally isotropic turbulence. In *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, volume 32, pages 16–18, 1941.
- [61] Andrey Nikolaevich Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. In *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, volume 30, pages 299–303, 1941.
- [62] DS Krasnov, Egbert Zienicke, Oleg Zikanov, Thomas Boeck, and Andre Thess. Numerical study of the instability of the hartmann layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 504 :183–211, 2004.
- [63] Masaru Kuno, David P Fromm, Hendrik F Hamann, Alan Gallagher, and David J Nesbitt. Nonexponential “blinking” kinetics of single cdse quantum dots : A universal power law behavior. *The journal of chemical physics*, 112(7) :3117–3120, 2000.
- [64] Joseph Larmor. How could a rotating body such as the sun become a magnet. *Rep. Brit. Adv. Sci.*, pages 159–160, 1919.
- [65] Bo Lehnert. Magneto-hydrodynamic waves in liquid sodium. *Physical Review*, 94(4) :815, 1954.
- [66] Geoffroy Lesur and P-Y Longaretti. On the relevance of subcritical hydrodynamic turbulence to accretion disk transport. *Astronomy & Astrophysics*, 444(1) :25–44, 2005.
- [67] Steven B Lowen and Malvin C Teich. Fractal renewal processes generate 1/f noise. *Physical Review E*, 47(2) :992, 1993.

- [68] Stig Lundquist. Experimental investigations of magneto-hydrodynamic waves. *Physical Review*, 76(12) :1805, 1949.
- [69] S. Fauve M. Pereira, C ; Gissinger. Pem. *Physical review letters*, 2018.
- [70] Benoit B Mandelbrot and John W Van Ness. Fractional brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM review*, 10(4) :422–437, 1968.
- [71] P Manneville. Intermittency, self-similarity and $1/f$ spectrum in dissipative dynamical systems. *Journal de Physique*, 41(11) :1235–1243, 1980.
- [72] WH Matthaeus and ML Goldstein. Low-frequency $1/f$ noise in the interplanetary magnetic field. *Physical review letters*, 57(4) :495, 1986.
- [73] Karim Messadek and Rene Moreau. An experimental investigation of mhd quasi-two-dimensional turbulent shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 456 :137–159, 2002.
- [74] B Mikhailovich, A Shapiro, S Sukoriansky, and I Zilberman. Experiments with turbulent rotating mhd flows in an annular gap. *Magnetohydrodynamics (0024-998X)*, 48(1), 2012.
- [75] Romain Monchaux, Michaël Berhanu, Mickaël Bourgoïn, Marc Moulin, Ph Odier, J-F Pinton, Romain Volk, Stéphan Fauve, Nicolas Mordant, François Pétrélis, et al. Generation of a magnetic field by dynamo action in a turbulent flow of liquid sodium. *Physical review letters*, 98(4) :044502, 2007.
- [76] Lewis F Moody. Friction factors for pipe flow. *Trans. Asme*, 66 :671–684, 1944.
- [77] Pablo Moresco and Thierry Alboussiere. Experimental study of the instability of the hartmann layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 504 :167–181, 2004.
- [78] Norman H Nachtrieb. Self-diffusion in liquid metals. *Advances in Physics*, 16(62) :309–323, 1967.
- [79] Markus Niemann, Holger Kantz, and Eli Barkai. Fluctuations of $1/f$ noise and the low-frequency cutoff paradox. *Physical review letters*, 110(14) :140603, 2013.
- [80] Hiroyuki Ota, Kenji Katsuki, Minoru Funato, Junzo Taguchi, Alan W Fanning, Yoshihiro Doi, Nobuaki Nibe, Masahiro Ueta, and Tatsutoshi Inagaki. Development of 160 m³/min large capacity sodium-immersed self-cooled electromagnetic pump. *Journal of nuclear science and technology*, 41(4) :511–523, 2004.
- [81] EN Parker. Kinematical hydromagnetic theory and its application to the low solar photosphere. *The Astrophysical Journal*, 138 :552, 1963.
- [82] Matthew Pelton, David G Grier, and Philippe Guyot-Sionnest. Characterizing quantum-dot blinking using noise power spectra. *Applied physics letters*, 85(5) :819–821, 2004.

- [83] AE Perry, S Henbest, and MS Chong. A theoretical and experimental study of wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 165 :163–199, 1986.
- [84] François Pétrélis. *Effet Dynamo : Etudes des mécanismes d’instabilité et de saturation du champ magnétique*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2002.
- [85] A Pothérat. Quasi-two-dimensional perturbations in duct flows under transverse magnetic field. *Physics of Fluids*, 19(7) :074104, 2007.
- [86] A Pothérat, J Sommeria, and R Moreau. An effective two-dimensional model for mhd flows with transverse magnetic field. *Journal of Fluid Mechanics*, 424 :75–100, 2000.
- [87] Alban Pothérat. Three-dimensionality in quasi–two-dimensional flows : Recirculations and barrel effects. *EPL (Europhysics Letters)*, 98(6) :64003, 2012.
- [88] MRE Proctor and DJ Galloway. The dynamic effect of flux ropes on rayleigh-bénard convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 90(2) :273–287, 1979.
- [89] KS Ralls, WJ Skocpol, LD Jackel, RE Howard, LA Fetter, RW Epworth, and DM Tennant. Discrete resistance switching in submicrometer silicon inversion layers : Individual interface traps and low-frequency (1 f?) noise. *Physical review letters*, 52(3) :228, 1984.
- [90] Florent Ravelet, Arnaud Chiffaudel, and François Daviaud. Supercritical transition to turbulence in an inertially driven von kármán closed flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 601 :339–364, 2008.
- [91] Lord Rayleigh. On the dynamics of revolving fluids. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 93(648) :148–154, 1917.
- [92] K Sandeep Reddy, Stephan Fauve, and Christophe Gissinger. Instabilities of mhd flows driven by traveling magnetic fields. *Physical Review Fluids*, 3(6) :063703, 2018.
- [93] Austin H Roach, Erik J Spence, Christophe Gissinger, Eric M Edlund, Peter Sloboda, Jeremy Goodman, and Hantao Ji. Observation of a free-shercliff-layer instability in cylindrical geometry. *Physical review letters*, 108(15) :154502, 2012.
- [94] Paola Rodriguez Imazio and Christophe Gissinger. Instability in electromagnetically driven flows. ii. *Physics of Fluids*, 28(3) :034102, 2016.
- [95] JA Shercliff. The flow of conducting fluids in circular pipes under transverse magnetic fields. *Journal of Fluid Mechanics*, 1(6) :644–666, 1956.

- [96] Ken T Shimizu, Robert G Neuhauser, Catherine A Leatherdale, Stephen A Empedocles, WK Woo, and Mounqi G Bawendi. Blinking statistics in single semiconductor nanocrystal quantum dots. *Physical Review B*, 63(20) :205316, 2001.
- [97] J Sommeria. Experimental study of the two-dimensional inverse energy cascade in a square box. *Journal of fluid mechanics*, 170 :139–168, 1986.
- [98] Joël Sommeria. Electrically driven vortices in a strong magnetic field. *Journal of Fluid Mechanics*, 189 :553–569, 1988.
- [99] Joël Sommeria and René Moreau. Why, how, and when, mhd turbulence becomes two-dimensional. *Journal of Fluid Mechanics*, 118 :507–518, 1982.
- [100] P. Sparke. *Un siècle de design automobile*. Editions Flammarion, 2003.
- [101] Binod Sreenivasan and Thierry Alboussiere. Experimental study of a vortex in a magnetic field. *Journal of Fluid Mechanics*, 464 :287–309, 2002.
- [102] Frank Stefani and Gunter Gerbeth. Mri in taylor-dean flows. In *AIP Conference Proceedings*, volume 733, pages 100–113. AIP, 2004.
- [103] Frank Stefani, Thomas Gundrum, Gunter Gerbeth, Günther Rüdiger, Manfred Schultz, Jacek Szklarski, and Rainer Hollerbach. Experimental evidence for magnetorotational instability in a taylor-couette flow under the influence of a helical magnetic field. *Physical review letters*, 97(18) :184502, 2006.
- [104] Zacharias Stelzer, David Cébron, Sophie Miralles, Stijn Vantieghem, Jérôme Noir, Peter Scarfe, and Andrew Jackson. Experimental and numerical study of electrically driven magnetohydrodynamic flow in a modified cylindrical annulus. i. base flow. *Physics of Fluids*, 27(7) :077101, 2015.
- [105] Zacharias Stelzer, Sophie Miralles, David Cébron, Jérôme Noir, Stijn Vantieghem, and Andrew Jackson. Experimental and numerical study of electrically driven magnetohydrodynamic flow in a modified cylindrical annulus. ii. instabilities. *Physics of Fluids*, 27(8) :084108, 2015.
- [106] MJ Stewart and F Weinberg. Fluid flow in liquid metals : Experimental observations. *Journal of Crystal Growth*, 12(3) :228–238, 1972.
- [107] P Tabeling and JP Chabrierie. Magnetohydrodynamic taylor vortex flow under a transverse pressure gradient. *The Physics of Fluids*, 24(3) :406–412, 1981.
- [108] Roger Temam. *Le coeur intime des tourbillons*. num. 20. Les Dossiers de La Recherche, p.42, août 2005.
- [109] A Tsinober, E Kit, and M Teitel. On the relevance of the potential-difference method for turbulence measurements. *Journal of Fluid Mechanics*, 175 :447–461, 1987.

- [110] A Van der Ziel. A. van der ziel, *physica (amsterdam)* 16, 359 (1950). *Physica (Amsterdam)*, 16 :359, 1950.
- [111] EP Velikhov, AA Ivanov, SV Zakharov, VS Zakharov, AO Livadny, and KS Serebrennikov. Equilibrium of current driven rotating liquid metal. *Physics Letters A*, 358(3) :216–221, 2006.
- [112] Nigel Oscar Weiss. The expulsion of magnetic flux by eddies. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 293(1434) :310–328, 1966.
- [113] William R. YOUNG. Anomalous diffusion. In Lectures on Stirring and Mixing from the 1999 Woods Hole Program in Geophysical Fluid Dynamics. Disponibles en ligne : http://pordlabs.ucsd.edu/wryoung/GFD_Lect/anomDiffChpt.pdf (Page consultée le 15 avril 2018), 1999.
- [114] IAB ZELDOVICH and AA Ruzmaikin. Magnetic field of a conducting fluid in two-dimensional motion. *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki*, 78 :980–986, 1980.
- [115] Yurong Zhao and Oleg Zikanov. Instabilities and turbulence in magnetohydrodynamic flow in a toroidal duct prior to transition in hartmann layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 692 :288–316, 2012.
- [116] Yurong Zhao, Oleg Zikanov, and Dmitry Krasnov. Instability of magnetohydrodynamic flow in an annular channel at high hartmann number. *Physics of fluids*, 23(8) :084103, 2011.

Liste des tableaux

1.1	Tableau récapitulatif des différents métaux liquides et de leurs caractéristiques physiques comme la conductivité électrique σ , la masse volumique ρ ou encore la température de fusion T_{fus}	16
2.1	Application numérique	38
2.2	Tableau récapitulatif de rapport de proportionnalité de conversion	45
5.1	Tableau (non exhaustif) récapitulatif des différents paramètres (géométrie, champ magnétique, courant, fluide etc...) des recherches effectuées ces dernières années sur la thématique.	153
5.2	Tableau des valeurs utilisées pour l'application numérique	167

Table des figures

1.1	Image de la première dynamo électrique conçue par W. Siemens . . .	3
1.2	Les processus d'instabilité des écoulements fluides sont coûteux en énergie. Les questions relatives à l'aérodynamique ont très vite été considérées par les ingénieurs de l'industrie automobile. Voici une évolution du <i>design</i> des véhicules automobiles entre les années 1900 et 1940. Croquis de Raymond Loewy [100]	5
1.3	Photographie d'une Citroën DS 19 sortie en octobre 1955. Dès ses débuts la DS 19 connaît un véritable succès international. Symbole de l'élégance et de l'avant-garde française, il n'en demeure pas moins que d'un point de vue aérodynamique une part importante de l'énergie cinétique est dissipée en raison du comportement turbulent autour du véhicule. Comme on peut le voir sur les essais en soufflerie (image tirée de la revue [108]), à l'arrière de la DS le fluide se déstabilise et forme des structures complexes sur une large gamme d'échelles spatiales, limitant considérablement la vitesse de la voiture.	6
1.4	Schématisme d'un problème d'écoulement de Hartmann	15
2.1	Schéma dans le repère cylindrique (r, θ, z) du dispositif d'une pompe électromagnétique annulaire industrielle. On notera la présence de bobines d'induction triphasées entourant le canal pour créer un champ magnétique périodique glissant dans la direction axiale. Les barres de fer doux (en gris foncé) permettent de canaliser les lignes du champ magnétique à l'intérieur du canal.	24
2.2	Photos des deux pièces principales du montage, à savoir le disque d'aimants et la cellule.	27
2.3	Photo du variateur et du servomoteur permettant de contrôler l'expérience. Les différentes caractéristiques de ces appareils sont données en ANNEXE A.	27
2.4	Photo du dispositif final. L'ensemble est entraîné par un unique moteur.	28

2.5	Schéma représentant le principe des sondes Vives	30
2.6	Photographie des sondes VIVES	35
2.7	Schématisation des impulsions envoyées par le transducteur Doppler	35
2.8	Schéma représentant le principe des sondes Doppler, issu du manuel d'utilisation DOP3010	36
2.9	Représentation de l'émission d'ondes planes par le transducteur	37
2.10	Représentation d'un pulse avec sa période T_e	37
2.11	Schéma explicatif de l'effet Hall	38
2.12	Courbe caractéristique d'une sonde Pt100. On représente la valeur de la résistance R (en Ω) en fonction de la température du milieu. L'évolution est linéaire sur une grande étendue.	40
2.13	Température en fonction du temps pour le forçage maximal (disque au contact de la paroi) et une valeur max $Rm = 2.9$. Il s'agit d'une rotation très rapide du champ magnétique ($c \sim 14.2m.s^{-1}$), où le fluide chauffe par friction visqueuse mais surtout par dissipation ohmique (effet Joule). Nous ne sommes pas monté à des valeurs plus importantes au cours de cette expérience.	41
2.14	Appareil filtre-amplificateur analogique STANDFORD ® SR 560	42
2.15	schématisation du fonctionnement de l'appareil STANDFORD ® SR 560	43
2.16	NanoVoltmètre KEITHLEY ® 182 sensitive digital voltmeter	43
2.17	Courbes de mesures des différentes vitesses de rotation au sein de l'expérience, afin d'estimer les rapports de transmission.	46
2.18	Un simple aimant crée un champ magnétique partant de son pôle Nord pour se fermer sur le pôle Sud. Cette représentation simpliste des lignes de champ d'un aimant, peut aussi par équivalence être modélisée comme un spire parcourue pour un courant d'intensité I. On s'intéresse ici à l'intensité du champ magnétique mesuré le long d'un axe Z.	47
2.19	Amplitude du champ magnétique du disque d'aimants tournant, en fonction de la hauteur (axe Oz). Les points expérimentaux sont approchés par une fonction exponentielle décroissante.	48
2.20	Amplitude du champ magnétique à une distance h du disque, en fonction du temps et donc de la position angulaire θ	49

2.21	Représentation schématique du montage avec deux disques. Les aimants sont de polarités alternées sur chaque disque. De plus, chaque aimant est en phase avec celui sur l'autre disque. Les deux disques sont entraînés par le même moteur. On obtient alors en vert un champ magnétique approximativement sinusoïdal au centre du canal. On représente en marron le profil de l'écoulement (type Hartmann). L'axe (Oz) ascendant est centré dans le plan médian du canal. La hauteur de ce dernier est $H = 47$ mm.	50
2.22	Représentation graphique de la valeur du champ magnétique axial B_z au sein du canal (champ ressenti par le fluide) pour les 4 valeurs de forçage choisies pour cette expérience : $Ha = 727, 570, 444,$ et 348 (courbes bleue, rouge, verte et jaune). La légende indique également la distance h entre le disque et la paroi interne (le fluide).	52
2.23	Vitesse d'écoulement \vec{v}_ϕ mesurée par sonde Vives en fonction de R_m pour différentes valeurs de Ha	53
2.24	Vitesse orthoradiale de l'écoulement \vec{v}_ϕ en échelle logarithmique. La partie de gauche peut s'ajuster par une loi linéaire $v_\phi \sim R_m$ (courbe noire) et la partie de droite, par une loi en racine $v_\phi \sim \sqrt{R_m}$	54
2.25	Représentation graphique de la vitesse normalisée Q pour 5 valeurs de Ha	55
2.26	Simulation numérique de Q en fonction de R_m pour différentes valeurs de Ha . Graphique issu de l'article [94]	56
2.27	Simulation numérique de l'écoulement dans l'expérience. A gauche, l'écoulement possède deux rouleaux symétriques par rapport au plan médian. A droite, on illustre un cas où un troisième rouleau brise la symétrie.	57
2.28	Pour différentes valeurs de Ha , on représente la vitesse de l'écoulement axial V_z . Pour de faible valeur de R_m , l'écoulement est inexistant, jusqu'à une certaine limite $Re \sim 3.10^4$ où l'écoulement devient turbulent. Cela coïncide avec l'apparition de rouleaux au sein du canal. Notons que les courbes se rassemblent en fonction du paramètre d'interaction N	58
2.29	Schématisme du phénomène d'expulsion du champ magnétique. Pour un écoulement turbulent le profil de vitesse au synchronisme est un écoulement bouchon ou de type Hartmann. Une fois que le fluide décroche, l'écoulement tend à redevenir laminaire avec un profil de type Poiseuille. La distorsion des lignes de champ est une manière de visualiser l'expulsion du champ magnétique.	59
2.30	Ecart type du signal du champ magnétique pour 4 forçages différents, en fonction du nombre de Reynolds magnétique.	59

2.31	Vitesse d'écoulement orthoradiale en fonction du R_m^s basé sur la vitesse de glissement, pour 5 valeurs de Ha	61
2.32	Représentation du nombre de Mach magnétique en fonction de la racine carrée de R_m^s basé sur la vitesse de glissement ($c - v$). On constate que le domaine de validité de la loi d'échelle correspond à $R_m^s \lesssim 1$	62
2.33	Nombre de Mach en fonction du nombre de Reynolds magnétique basé sur la vitesse de glissement ($c - v$). L'échelle logarithmique permet de mettre en évidence une loi de puissance d'exposant $\frac{1}{2}$. La loi d'échelle reste valable pour R_m^s pas trop grand par rapport à l'unité et Re suffisamment grand.	63
2.34	Diagramme de Moody illustrant la dépendance du coefficient de frottement C_D (noté f sur ce diagramme) en fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité.	64
2.35	Représentation du spectre de puissance pour le champ magnétique (en rouge), la vitesse orthoradiale V_ϕ (en bleu) et la vitesse axiale V_z (en vert). Nous avons choisi de représenter ici les spectres pour le plus fort forçage $Ha = 727$ et pour une fréquence de rotation du disque de $f_{disque} = 2,5$ Hz ($f_B = 20$ Hz). Les spectres ont été multipliés par 1, 10 et 100 pour plus de lisibilité. Les courbes en pointillés indiquent $f^{\frac{-5}{3}}$	66
2.36	Représentation de l'énergie de la DSF (aire du pic) en fonction de la fréquence de cette dernière, pour différentes valeurs de Ha , à l'échelle linéaire (gauche) et logarithmique (droite). Le mode à " 2ω " montrant une loi d'évolution en puissance de 2.	67
2.37	Energie du mode à pulsation double (DSF) en fonction du nombre de Reynolds.	68
2.38	Energie du mode à pulsation double (DSF) en fonction du nombre de Reynolds magnétique. Les points ronds représentent les mesures associées au champ de vitesse axial V_z . Les carrés représentent quant à eux, les mesures du champ de vitesse V_ϕ . Notons la présence d'un effet de seuil à $R_m \sim 0,25$	69
2.39	Schéma du problème	71
2.40	Force de Laplace en fonction de Q (vitesse normalisée) pour différentes valeurs de Rm	81
2.41	Représentation des forces s'exerçant sur le système pour $R_m = 4$ et $Ha = 8$	82
2.42	Représentation des forces s'exerçant sur le système pour différente valeur de Rm	83

3.1	Schematisation d'un canal torique avec les grandeurs caractéristiques utilisées pour le calcul.	87
3.2	Schématization de l'écoulement de Hartmann au sein du canal . . .	93
3.3	Schematisation du bilan énergétique	98
3.4	Courbes expérimentales de la mesure du couple en considérant 3 cas : avec un disque au contact de la paroi (carrés bleus), avec deux disques symétriques (ronds rouges), et avec ces deux mêmes disques mais en retirant la cellule de fluide placée entre.	102
3.5	Courbes de mesures du couple moteur en fonction de R_m et Re pour différentes valeurs du nombre de Hartmann	103
3.6	Courbes de mesures de la puissance mécanique en fonction de R_m et Re pour différentes valeurs du nombre de Hartmann	103
3.7	Mesures expérimentales du rendement pour $Ha = 727$ et $Ha = 695$ en fonction de R_m	105
3.8	Etude de cas : Première configuration avec deux disques d'aimants disposés de part et d'autre du canal de manière symétrique. Les disques sont placés au plus proche des parois du canal (cf courbes avec des ronds rouges). Deuxième configuration, on retire le disque du haut et on conserve uniquement un disque d'aimants en bas pour entrainer le fluide (cf courbe avec carrés bleus). Les 4 figures illustrent l'évolution de la vitesse orthoradiale, du couple moteur, du rendement et de la puissance mécanique.	106
4.1	Schématization de l'expérience V.K.M. Le canal annulaire fait en PVC est rempli de Galinstan MCP11. Le rayon moyen est $R = 83$ mm et la taille du gap $H = 47$ mm. De part et d'autre, deux disques munis de 16 aimants de NeoDym tournent en contrarotation. L'écoulement est engendré par la force de Laplace de deux champs magnétiques glissants. Crédit schéma C. Gissinger.	111
4.2	Plan de la cellule réalisé sous le logiciel Catia V5. A gauche, on représente en rouge l'axe X de visée pour la mesure Doppler. A droite, une vision latérale du profil permet d'illustrer la position des 3 capteurs sur l'axe Z	112
4.3	Mesure de la vitesse moyenne selon l'axe de mesure X, pour 3 positions différentes du capteur Doppler. Notons une imperfection sur la courbe en vert (vitesse mesurée en haut du canal). Cela est <i>a priori</i> dû localement aux oxydes moins concentrés (l'écho du signal est donc plus faible). L'écoulement est turbulent $Re = 6.10^4$ et les disques sont près du canal (~ 5 mm) pour avoir un forçage maximal. Les disques tournent à une fréquence $f = 10$ Hz.	112
4.4	Profil de la vitesse moyenne de l'écoulement.	113

4.5	Dynamique de l'écoulement dans le plan médian du canal pour $Re = 6 \cdot 10^4$	114
4.6	Fluctuations de la couche de cisaillement dans le canal.	115
4.7	Distribution statistique des vitesses dans le plan équatorial du canal	115
4.8	Vitesse maximale mesurée dans le plan moyen en fonction du paramètre de symétrie F , pour $Re = 7,1 \cdot 10^4$. Les deux flèches verticales en pointillés indiquent les limites de la région de bistabilité de l'écoulement entre des vitesses positives et négatives.	117
4.9	Densité de probabilité de la vitesse pour différentes valeurs du paramètre de symétrie F du forçage. Notons la présence d'une transition entre une distribution gaussienne pour de grandes valeurs de $ F $ vers un état bimodal pour $F \sim 0$	118
4.10	Spectre de puissance de la vitesse de l'écoulement dans le plan médian. La distribution des vitesses est une gaussienne centrée sur la moyenne ($F > 0$). La cascade inertielle est approchée par une loi de puissance d'exposant $-\frac{5}{3}$ (courbe en pointillés rouges). La partie basse fréquence est plate f^0 (courbe en pointillés verts).	119
4.11	Spectre de puissance de la vitesse de l'écoulement dans le plan médian. L'écoulement est turbulent avec $Re = 4,8 \cdot 10^4$. La distribution des vitesses est bimodale avec $F \sim 0.01$. Le signal présente des renversements chaotiques. On retrouve alors la cascade d'énergie de pente $\frac{-5}{3}$ (courbe en pointillés rouges). En revanche, à basse fréquence on note une accumulation d'énergie avec une loi d'échelle en $\frac{1}{f^\alpha}$ où $\alpha = 0.8$ (courbe en pointillés verts).	121
4.12	Spectre fréquentiel de puissance $S(f)$ du champ de vitesse de l'écoulement $v(t)$ pour différentes valeurs du Reynolds ($Re = 4,7 \cdot 10^3$; $Re = 1,6 \cdot 10^4$ et $Re = 3,6 \cdot 10^4$ du bas vers le haut). Pour que le graphique soit plus lisible, les spectres ont été multipliés respectivement par 1,10 et 1000. Notons la présence de l'exposant $-\frac{5}{3}$ à haute fréquence, et à basse fréquence la présence du bruit en $1/f^\alpha$. Nous représentons α en fonction de Re dans l'encadré.	123
4.13	Spectre fréquentiel de puissance $S(f)$ du champ de vitesse de l'écoulement v pour différentes valeurs du paramètre de symétrie F du forçage. Pour avoir un graphique plus lisible, nous avons pris le soin de multiplier les spectres par des puissances de 10 pour chaque incrément de F . En encadré, nous représentons l'exposant α en fonction de F	124

- 4.14 Distribution des temps d'attente $P(\tau)$ entre deux renversements successifs de l'écoulement turbulent pour $Re = 7,1 \cdot 10^4$. Pour de grandes valeurs de Re , la distribution suit une loi de puissance en $\tau^{-\beta}$. En encadré, l'évolution de β en fonction de Re 125
- 4.15 Vue schématique d'un spectre de puissance de vitesse pour un écoulement turbulent où l'on aurait des renversements chaotiques définis sur la base d'une distribution bimodale des vitesses. Notons la présence d'une cascade inertielle, propre à la théorie de Kolmogorov de 1941 ([60, 61]). A gauche, on illustre un bruit typique en $1/f^\alpha$. comme on peut le rencontrer dans notre expérience. 126
- 4.16 Cascade d'énergie vue par Lewis Fry Richardson en 1922 et son célèbre Quatrain parodiant un poème de Swift : «Great whirls have little whirls that feed on their velocity and little whirls have lesser whirls and so on to viscosity». Dans cette vision du transfert d'énergie d'échelles en échelles, l'énergie est injectée aux plus grandes échelles (flèches rouges) et dissipée entièrement aux plus petites (flèches bleues). 127
- 4.17 Représentation des deux régimes théoriques possibles : $\alpha + \beta$ (ronds bleus) et $\beta - \alpha$ (carrés rouges). La ligne bleue correspond à la prédiction attendue $\alpha + \beta = 3$ et la ligne rouge à $\beta - \alpha = 1$. Sur un ensemble de campagnes réalisés, nous reportons les exposants α et β en testant les deux régimes possibles. Notons la valeur critique du coefficient d'asymétrie $\theta = 0, 1$. Lorsque ce dernier est supérieur (dissymétrie de la distribution), alors les données correspondent au régime asymétrique ($\beta - \alpha = 1$). En revanche, pour $\theta < 0, 1$ (distribution symétrique) les mesures coïncident avec le régime symétrique $\alpha + \beta = 3$ 131
- 4.18 L'exposant α en fonction de β pour diverses valeurs de F et de Re . La ligne noire indique $\beta - \alpha = 1$, tandis que la ligne en pointillés correspond à $\alpha + \beta = 3$. Le coefficient d'asymétrie θ des distributions (PDF) permet de discriminer l'appartenance des points de mesure à tel ou tel régime. Les points bleus représentent des mesures avec $\theta < 0.1$ et les carrés rouges à $\theta > 0.1$ 132
- 4.19 Distribution des vitesses de la couche de cisaillement dans le plan médian du canal. Il s'agit ici d'une distribution dissymétrique. Mesure faite pour un écoulement turbulent $Re = 7,1 \cdot 10^4$ avec une différence de rotation entre les deux disques $F = 0, 15$. L'écoulement reste encore quasi-bimodal, or la valeur du coefficient d'asymétrie dans ce cas est telle que $\theta > 0.1$. Nous tendons donc au régime de *bursting process* tel que $\alpha = \beta - 1$ 133

- 4.20 Schéma de renversement symétrique de la vitesse d'écoulement d'un fluide. Illustration reprise des papiers de J. Herault et. al. [47, 49] . 134
- 4.21 Schéma illustrant le calcul de l'auto-corrélation. Illustration reprise de la thèse de J. Herault [48]. Pour des temps t grands, seules les phases de polarité constante telles que $\tau > t$ vont contribuer significativement à l'auto-corrélation. Les phases où $\tau < t$ se moyennent quant à elles à zéro. 135
- 4.22 Illustration d'un signal avec renversement dissymétrique. Phénomène de «*bursting process*». 136
- 4.23 Schéma simple pour illustrer la transition stochastique entre deux états A et B. 137
- 4.24 Spectre fréquentiel de puissance $S(f)$ de la vitesse d'écoulement. En bleu, pour une acquisition courte (2h) et en rouge pour une acquisition longue (15h). Notons la présence de la cascade inertielle à hautes fréquences, et la présence du bruit en $1/f$ pour les basses fréquences. Nous observons une saturation du bruit en $1/f$ pour de longues acquisitions. 142
- 4.25 Distribution des temps d'attente pour une acquisition courte de 2h (points verts) et une longue de 15h (points oranges). 143
- 4.26 Pour l'acquisition de 15h, à droite on représente la mesure de vitesse dans le plan médian du canal. Le signal a été agrandi sur un certain intervalle de temps, afin de visualiser les renversements. A gauche, nous représentons pour ce même intervalle la fonction *signe* de la vitesse. 144
- 4.27 Spectre fréquentiel de puissance $S(f)$ pour l'acquisition de 15h. En rouge le spectre du signal. En bleu, le spectre de la fonction *signe* du signal. La partie de bruit en $1/f$ peut s'ajuster avec la même loi de puissance, ce qui montre qu'un bruit en $1/f$ résulte bien des renversements. 144
- 5.1 Schéma de l'expérience. Un disque de métal liquide est introduit au centre des bobines de Helmholtz, pouvant imposer un champ $B = 0,1 T$. Les deux cylindres sont des électrodes permettant d'injecter dans le disque un courant radial $I = 3000 A$ 149

5.2	Disque de l'expérience composé d'une section carrée en PVC. Le plus grand anneau correspond à l'anode. La pièce centrale correspond quant à elle, à la cathode. Ces deux pièces sont reliées à un générateur de courant. Une plaque de polycarbonate est placée au dessus. Deux rangées (séparées d'un angle $\frac{\pi}{2}$) de 9 broches sont disposées le long du rayon du disque. L'extrémité en laiton qui dépasse de l'anneau externe correspond au serre-pièce pour placer la sonde Doppler.	154
5.3	Pièce de refroidissement de la cathode (+)	156
5.4	Photographie des broches Vives. Chacune d'elles dépasse de 10 mm. Elles sont en nickel et ont été dorées pour optimiser le mouillage. L'espacement entre chaque broche est de 10 mm	157
5.5	Photographie des bobines de Helmholtz	158
5.6	Valeur du champ magnétique axial B_0 au centre de la bobine en fonction du courant imposé	158
5.7	Schéma de l'expérience KEPLER	159
5.8	Schéma de l'expérience KEPLER	162
5.9	Tension mesurée sur une sonde Vives au milieu du disque. Aucun champ magnétique n'est appliqué. Injection de courant de 0 à 3000 A.	163
5.10	Tension mesurée sur la sonde interne (plus proche du centre). Aucun champ magnétique n'est appliqué. Injection de courant de 0 à 3000 A.	164
5.11	Tension mesurée sur une sonde Vives transverse. Aucun champ magnétique n'est appliqué. Injection de courant de 0 à 3000 A.	165
5.12	Schéma 2D de l'expérience KEPLER (vue du dessus)	166
5.13	Estimation du nombre de Reynolds Re en fonction du forçage électromagnétique (I, B_0)	168
5.14	Schéma non à l'échelle de l'expérience KEPLER. Illustration des couches limites.	172
5.15	Schéma de deux écoulements classiques en mécanique des fluides. Au sein d'une conduite linéaire, on représente à gauche le profil moyen de l'écoulement laminaire : dit écoulement de Poiseuille (profil parabolique). A gauche, on impose un champ magnétique axial $B \cdot \vec{e}_z$ et on obtient alors un profil bouchon, dit écoulement d'Hartmann.	173
5.16	Mesure en tension du terme correctif des vitesses. Ce terme est linéaire en courant I et est différent pour chaque sonde en raison de sa dépendance en $r \mapsto \frac{1}{r}$	174
5.17	Mesure de vitesse moyenne orthoradiale des 8 sondes Vives pour différents forçage magnétique en fonction du courant injecté I	175

5.18	Mesure de la vitesse orthoradiale moyenne au centre du canal pour différents champs appliqués. On observe une rupture de pente traduisant le passage du régime laminaire à turbulent.	176
5.19	Vitesse moyenne en fonction du produit IB pour différentes valeurs de Hartmann (Sonde n4).	177
5.20	Vitesse moyenne en fonction de la valeur de B pour un forçage fixé $IB = 1.5$	178
5.21	Ecoulement laminaire obtenu à faible forçage $I = 30A$ $B = 0.05$ T et $Re = 20000$. Droite : représentation en échelle logarithmique. Pente $-\frac{3}{2}$ pour l'ajustement Keplerien (bleu) et -2 pour l'ajustement laminaire (rouge)	179
5.22	Ecoulement turbulent $I = 2500A$ $B = 0.1$ T et $Re = 330000$ où le profil de vitesse est Képlerien. Droite : représentation en échelle logarithmique. Pente $-\frac{3}{2}$ pour l'ajustement Képlerien (bleu) et -2 pour l'ajustement laminaire (rouge)	180
5.23	Profil moyen de vitesse orthoradiale $V_\theta(r)$ pour un fort champ magnétique imposé $B = 110$ mT. En variant le courant progressivement, on note la transition vers un profil Képlérien.	180
5.24	Représentation graphique de l'exposant de la fonction permettant d'approcher les données du profil de vitesse moyenne $v_\theta(r)$. Le point d'inflexion se situe autour de $I \sim 80$ A.	181
5.25	Illustration du profil moyen $v_\theta(r)$ Képlérien à forçage magnétique $B = 110$ mT pour différentes valeurs de courant injecté. Un aperçu de la couche limite interne du disque est donnée ici.	182
5.26	Spectre de puissance à $I = 2000A$ pour différentes valeurs de B . Mesure prise sur la sonde n°4 correspondant au milieu du disque.	183
5.27	En rouge, la fréquence de Kolmogorov de chaque spectre de la figure (5.26) avec sa vitesse moyenne associée V . La courbe bleue représente la loi de puissance $f_c \propto V^{\frac{3}{2}}$	183
A.1	Caractéristiques du Servo variateurs CC - Série RTS de la société PARVEX®	192
A.2	Caractéristiques du Servomoteurs RX 630E PARVEX®	193
C.1	Comparaison des deux techniques de mesure de vitesse et détermination du coefficient géométrique	200

Liste des notations

Nous avons regroupé ci-dessous les principales notations employées dans les différents chapitres du document. Dans la mesure du possible, nous avons tenté de conserver les mêmes notations d'un chapitre à l'autre. Nous présentons tout d'abord une liste générale puis des listes relatives aux différents chapitres. On notera que seules les notations qui diffèrent de celles précédemment définies seront données dans ces listes. Enfin, certaines notations, apparaissant uniquement de manière ponctuelle, ont été omises.

Notations générales

PEM	Pompe ElectroMagnétique
$\Re(z)$	Partie réelle du nombre complexe z
$\Im(z)$	Partie imaginaire du nombre complexe z
ν	Viscosité cinématique du fluide
$\langle \bullet \rangle$	Moyenne temporelle
ω	Pulsation ($rad.s^{-1}$)
v	Champ de vitesse
I	Intensité électrique en A
B	Champ magnétique en T
E	Champ électrique en $V.m^{-1}$
...	

Chapitre 1

τ_c	Temps caractéristique d'évolution du champ magnétique B
ω	Pulsation du champ magnétique
P	Champ de pression
μ	Viscosité dynamique
ρ_e	Densité volumique de charge électrique $C.m^{-3}$
ϵ_0	Perméabilité électrique du vide
μ_0	Perméabilité magnétique du vide

σ	Conductivité électrique
j	Vecteur de densité volumique de courant
τ	Temps caractéristique de collision des électrons dans le métal
f_l	Fréquence de Larmor
m	Masse d'un électron
e	Charge élémentaire électrique $1,602 \cdot 10^{-19} C$
v_A	Vitesse des ondes d'Alfvén
T_{fus}	Température de fusion
...	

Chapitre 2

γ	Gap du canal pour une pompe électromagnétique
λ	Longueur d'onde du champ magnétique
c	Célérité du champ magnétique glissant
(r, θ, z)	Coordonnées du système cylindrique (rayon, angle azimutale, position axiale)
R	Rayon moyen du canal de l'expérience
d_m	Diamètre d'un aimant
h_m	Hauteur d'un aimant
r_i	Rayon interne du canal
r_0	Rayon externe du canal
H	Hauteur du canal
$\vec{\omega}$	Vecteur de vorticité
b	Champ magnétique induit
B_0	Champ magnétique imposé (forçage)
l_K	Echelle de Kolmogorov
l_σ	Echelle de dissipation ohmique
T_{PRF}	Période entre deux impulsions produites par le capteur à effet Doppler
T_e	Période d'une impulsion acoustique
T_g	Période de transition vitreuse
f_c	Fréquence de coupure du filtre
k	Vecteur d'onde
λ_B	Longueur d'onde du champ magnétique
ω_B	Pulsation du champ magnétique
ω_{disque}	Vitesse angulaire du disque
h	Hauteur entre la cellule et le plateau d'aimants
v_ϕ	Vitesse orthoradiale
Q	Vitesse normalisée (rapport de la vitesse du fluide v et la vitesse du champ B glissant c)
δ_B	Epaisseur de peau (longueur de pénétration du champ magnétique dans le métal liquide)
C_D	Coefficient de frottement
A	Valeur de l'amplitude d'un pic dans le spectre fréquentiel de puissance (= densité d'énergie)
...	

Chapitre 3

D_ν	Puissance dissipée par viscosité
D_η	Puissance dissipée par effet ohmique
L	Puissance de la force de Laplace
E_c	Energie cinétique
E_B	Energie magnétique
P	Puissance moyenne injectée
δ	Taille de la couche limite visqueuse
r	Rendement de l'expérience
...	

Chapitre 4

$S(f)$	Spectre de puissance de l'écoulement en fonction de la fréquence f
$P(\tau)$	Distribution des probabilités de temps d'attente
$Re = \frac{UL}{\nu}$	Nombre de Reynolds cinétique
$E(f)$	Spectre d'énergie de l'écoulement en fonction de la fréquence f
α	Exposant de la loi de puissance du bruit basse fréquence $f^{-\alpha}$
β	Exposant de la loi de puissance de la distribution de probabilité des temps d'attente $\tau^{-\beta}$
$C(t)$	Fonction d'autocorrelation
$n(\tau)$	nombre de phases de durée $\tau > t$
T_f	Temps final du signal (temps d'acquisition)
τ	Durée d'une phase (temps où le système reste sur une polarité)
f_0	Fréquence d'injection de l'énergie
f_1	Fréquence de rotation du disque du haut
f_2	Fréquence de rotation du disque du bas
F	Paramètre de symétrie de l'expérience
N	Nombre de renversement du signal
$\tau_{inertiel}$	Temps caractéristique d'injection de l'énergie du système $\sim \frac{U}{L}$
L	Echelle intégrale
θ	Coefficient de Fisher
...	

Chapitre 5

R_{tot}	Résistance totale de l'expérience
I_{max}	Intensité maximale injectée dans l'expérience
h	Hauteur du disque
R_1	Rayon interne du canal
R_2	Rayon externe du canal
l	Différence entre les rayons
Υ	Nombre sans dimension faisant le rapport entre la force de Laplace et la force d'inertie
δ_{Ha}	Couche limite d'Hartmann
δ_{Sh}	Couche limite de Shercliff
d_ν	Couche limite visqueuse
Θ	Paramètre d'allongement
...	

