

Thèse de l'Université de Lyon
délivrée par l'École Centrale de Lyon

Spécialité : Nanophotonique

présentée et soutenue publiquement par

Florian DUBOIS

le 18/12/2018

Thèse préparée à l'Institut des Nanotechnologies de Lyon (INL)

**Étude des propriétés spectro-spatiales des cristaux photoniques
membranaires à symétrie brisée**

Ecole doctorale N°160 : Electronique, Electrotechnique, Automatique

Composition du jury :

Christophe SAUVAN	Chargé de recherche - IOGS	Rapporteur
Guillaume MALPUECH	Directeur de recherche CNRS - Institut Pascal	Rapporteur
Alfredo DE ROSSI	Ingénieur de recherche - Thales R&T	Examineur
Maria-Pilar BERNAL	Directeur de recherche CNRS - FEMTO-ST	Président du jury
Xavier LETARTRE	Directeur de recherche CNRS - INL	Directeur de Thèse
Pierre VIKTOROVITCH	Directeur de recherche CNRS - INL	Encadrant de Thèse
Hai Son NGUYEN	Maitre de conférence - ECL	Encadrant de Thèse

Hofstadter's law : « *It always takes longer than you expect, even when you take into account
Hofstadter's Law* »

Gödel, Escher, Bach : An Eternal Golden Braid,
Douglas Hofstadter

Remerciements

Cette thèse ainsi que les travaux qu'elle a suscité ont été réalisés au sein de l'Institut des Nanotechnologies de Lyon (INL), sur le site d'Écully. Je souhaite remercier en premier lieu Catherine BRU-CHEVALLIER, directrice du laboratoire, de m'avoir permis de réaliser ces travaux dans les meilleures conditions possibles. Je tiens aussi à remercier Christian SEASSAL pour les mêmes raisons ainsi que pour son soutien et pour l'aide qu'il m'a apporté dès le début de cette aventure.

Je souhaite aussi exprimer ma gratitude envers les membres du Jury de thèse : je remercie Christophe SAUVAN et Guillaume MALPUECH pour avoir accepté d'être rapporteurs et pour le soin qu'ils ont apporté à la lecture de ce manuscrit. Je remercie aussi Alfredo DE ROSSI pour avoir assisté à ma soutenance en tant qu'examineur. Enfin, je remercie Maria-Pilar BERNAL d'avoir accepté de présider ce jury et pour l'intérêt qu'elle a porté à mon travail.

Je tiens évidemment à adresser des remerciements particuliers à Xavier LETARTRE pour avoir dirigé cette thèse. Merci pour la confiance qu'il m'a accordé lorsqu'il m'a confié ces travaux de recherche et accueilli au sein du laboratoire. Merci aussi pour son encadrement durant ces trois années, nos échanges ont toujours été très enrichissants et ont grandement contribué à l'accomplissement de cette thèse.

Je voudrais aussi remercier Pierre VIKTOROVITCH pour son encadrement, ses conseils avisés ainsi que pour son investissement dans ces travaux. Je remercie aussi chaleureusement Hai Son NGUYEN, dont la joie de vivre, le dynamisme et l'engouement qu'il a pour la recherche est un véritable exemple à suivre.

Je suis très reconnaissant envers tous les collaborateurs avec qui j'ai pu interagir. Je remercie tout particulièrement Sébastien CUEFF, Jean-Louis LECLERCQ ainsi que Thierry DESCHAMPS, avec qui j'ai fortement apprécié travailler.

Je remercie aussi toute l'équipe nanophotonique du laboratoire, pour m'avoir accueilli en leur sein. Merci à Christelle MONAT, Taha BENYATTOU, Ségolène CALLARD, Emmanuel DROUARD, Cécile JAMOIS, Yves ROBACH, José PENUELAS, Brice DEVIF, Sylvie GONCALVES et Thérèse MARTIN pour leur aide concernant l'encadrement des TP, des TD, du fonctionnement administratif ou de façon générale pour la bonne humeur qui se dégage du 4e étage du bâtiment F7.

Je remercie fortement tous mes collègues doctorants et post-doctorants de la "bétaillère" (entre autre) : Malik KEMICHE, Jérémy LHUILLIER, Pierre DEMONGODIN, Florian BERRY, Rémi BRICHE, Jordan BOUAZIZ, Michele CALVO, David ALLIOUX et Thomas WOOD. J'ai passé trois années formidables à vos cotés, et malgré mon tempérament équanime, c'est avec beaucoup d'émotion que j'ai dû quitter Lyon à la fin de ma thèse.

Je remercie aussi chaleureusement mon père et ma mère d'être venus assister à ma soutenance. Un grand merci aussi à ma sœur d'avoir été présente, ainsi que de s'être occupée de filmer toute la soutenance. Enfin, je tiens à remercier particulièrement Jessie, qui m'a beaucoup aidé à gérer le stress de la fin de thèse, à faire la chasse aux fautes d'orthographe et répétitions dans le manuscrit, et qui est venue de très loin pour pouvoir me soutenir le jour J. Merci pour tout cela, et merci pour toutes ces merveilleuses années passées avec toi.

Avant-propos

Résumé des travaux de thèse

Les travaux effectués dans le cadre de cette thèse s'inscrivent dans la suite des travaux réalisés par l'INL (Institut des Nanotechnologies de Lyon) sur les résonateurs optiques à base de cristaux photoniques membranaires pour la réalisation de composants actifs ou passifs intégrés sur silicium.

Ces travaux se concentrent particulièrement sur le contrôle des propriétés de propagation des modes et des résonances guidés s'établissant dans les cristaux photoniques membranaires. Ils s'appuient notamment sur la nature partiellement ou totalement guidée de ces modes, ainsi que des propriétés de symétrie des structures (ou au contraire de dissymétrie) afin de pouvoir générer des dispersions photoniques à la demande.

En effet, le contrôle des propriétés spectro-spatiales est primordiale à la réalisation de composants photoniques efficaces. Par exemple l'établissement d'un régime d'émission laser dans un cristal photonique membranaire passe par un contrôle minutieux des propriétés temporelles de la résonance (fort facteur de qualité) mais aussi spatiales (fort ralentissement de la lumière) afin de pouvoir générer des densités d'états photoniques suffisamment importantes. Ainsi, de nombreuses stratégies de contrôle ont été mises en place durant les années 2000, permettant l'établissement d'un régime laser dans des structures diverses. Néanmoins, si les méthodes de fabrication et la maîtrise dans la conception de ces structures se sont améliorées au fil de leur développement, ces dispositifs restent difficilement compétitifs face à d'autres technologies. Démontrer la versatilité de ces structures par l'ajout de fonctionnalités tels que le *beam steering* ou d'autres capacités serait alors une véritable plus-value.

Récemment, de nouvelles stratégies de contrôle de la lumière ont émergé. Ces stratégies se basent sur une approche totalement différente des procédés de contrôle habituels. Ainsi, on peut citer les nouveaux phénomènes de localisation de la lumière basés sur des procédés inédits de découplage de la lumière du continuum radiatif, ou des dispersions en cône de Dirac qui pourraient permettre la réalisation de composants originaux tels que des lasers mono-modes à grande surface active. Ces nouveaux phénomènes permettent d'envisager d'autres approches pour la réalisation de lasers à cristaux photoniques et pourraient apporter les nouvelles fonctionnalités recherchées.

Parallèlement, l'utilisation de membranes photoniques multi-modes reste encore peu répandue dans la littérature. L'utilisation conjointe de modes d'ordres différents offre pourtant des possibilités supplémentaires dans le contrôle des propriétés de propagation de la lumière dans les cristaux photoniques membranaires. Ce contrôle supplémentaire peut se traduire par des capacités de ralentissement de la lumière accrues ou par la réalisation de dispersions plus exotiques.

Le but de cette thèse est alors de mettre en place les briques conceptuelles nécessaires à la génération de ces dispersions particulières. Pour cela, un modèle théorique permettant d'appréhender les dynamiques de couplage opérant dans les cristaux photoniques membranaires étudiés est mis en place. Ce modèle est ensuite confronté aux résultats de simulation ainsi qu'aux caractérisations optiques des structures fabriquées. En parallèle, une étude prospective des applications possibles est menée pour chacune des dispersions générées.

Summary of the thesis

Work carried out in this thesis is part of the overall work done at INL on optical resonators based on photonic crystals for the design of passive as well as active components integrated on silicon chips.

These works especially focus on spectral properties and propagation control of guided modes and resonances settled in photonic crystal slabs. They rely partly on the guided nature of these modes as well as their symmetry properties to generate on-demand photonic dispersions.

Indeed, control of the spectro-spatial properties is overriding for the design of efficient photonic components. For instance, obtaining a laser effect with a photonic crystal requires a precise control of both spectral properties (high quality factor) and spatial ones (high light slow-down) so that large photonic densities of states are achieved. Thereby, numerous strategies of control have been developed during the 2000s, allowing a laser effect to occur with various structures. Nonetheless, despite both manufacture and design qualities have been improved, these components still remain hardly competitive compared to other technologies. Demonstrating the versatility of these structures by achieving novel functionalities like beam steering or other capacities would be a real betterment.

Recently, new strategies to control light using photonic crystals have been discovered. These strategies are based on completely new phenomena. For instance, new possibilities to localize light based on novel light decoupling processes from the continuum have arisen and Dirac cone dispersions could allow the formation of monomode larger-area photonic crystal lasers. These new phenomena enabled to consider new approaches to design photonic crystal laser that could lead to the novel functionalities sought.

In parallel, the use of multimode photonic membranes still remains uncommon in the literature. The use of several guided orders gives additional possibilities to the control of light propagation within photonic crystal membrane thought. This additional control can lead to improved slowing-down capabilities or exotic dispersion generation.

The goal of this thesis is to set up the fundamental blocks on which these particular dispersions are based on. In this purpose, a theoretical model allowing apprehending the coupling dynamic occurring in photonic crystal membranes is established. Then, this model is compared to simulation results and experimental characterizations of the manufactured structures.

Table des matières

Remerciements	v
Avant-propos	vii
Table des matières	ix
Liste des figures	xiii
Liste des acronymes	xix
Introduction	1
1 Cristaux photoniques : fondements théoriques	5
1.1. Avant-propos	6
1.2. Les équations de Maxwell et l'hamiltonien photonique	8
1.2.1. Equations de Maxwell dans les milieux diélectriques	8
1.2.2. Equations aux valeurs propres et hamiltonien photonique	10
1.3. Propriétés des modes photoniques	11
1.3.1. Propriétés algébriques	11
1.3.2. Relation de dispersion	13
1.3.3. Première zone de Brillouin	15
1.3.4. Vitesse de phase, vitesse de groupe et vitesse de l'énergie	15
1.3.5. Loi d'échelle	17
1.3.6. Densité d'état photonique	18
1.4. Symétries ponctuelles d'un cristal photonique	20
1.4.1. Définition	21
1.4.2. Théorie des groupes ponctuels de symétrie	22
1.4.3. Polarisation de la lumière	26
1.4.4. Zone de Brillouin irréductible	28
1.5. Les cristaux photoniques étendus	29
1.5.1. Cristaux photoniques unidimensionnels	29
1.5.2. Les cristaux photoniques bidimensionnels	32
1.6. Les cristaux photoniques membranaires	35
1.6.1. Introduction	35
1.6.2. Modes guidés dans les CPM	35
1.6.3. Résonances guidées dans les CPM	36
1.7. Applications et état de l'art	38
1.8. Références	42

2	Moyens de conception et d'étude	47
2.1.	Méthodes de résolutions numériques	48
2.1.1.	Méthode de décomposition en ondes planes	48
2.1.2.	Rigorous Coupled Wave Analysis (RCWA)	51
2.1.3.	Finite Difference Time Domain (FDTD)	52
2.2.	Méthodes d'étude analytiques	53
2.2.1.	Théorie des modes couplés	53
2.2.2.	La méthode k_p	56
2.3.	Méthodes de fabrication	58
2.3.1.	Matériaux actifs et passifs employés	59
2.3.2.	Procédés de fabrication	60
2.4.	Moyens de caractérisation	62
2.4.1.	Banc de spectroscopie résolue en angle	62
2.4.2.	Caractérisations passives et actives	62
2.5.	Conclusion du chapitre	63
2.6.	Références	64
3	Ingénierie de dispersion par brisure de symétrie dans les cristaux photoniques membranaire	67
3.1.	Motivations et principes fondamentaux	68
3.2.	Conception des structures	70
3.2.1.	Structure <i>Peigne</i>	71
3.2.2.	Structure <i>Arêtes de poisson</i>	72
3.3.	Ingénierie de dispersion selon Δ_x	73
3.3.1.	Expression de l'hamiltonien de couplage	73
3.3.2.	Bandes ultra-plates	80
3.3.3.	Dispersion multi-vallées : bandes en W et M	86
3.3.4.	Cône de Dirac "longitudinal"	90
3.3.5.	ADP en configuration antisymétrique	97
3.4.	Ingénierie de dispersion selon Δ_y	102
3.4.1.	Expression de l'hamiltonien de couplage	102
3.4.2.	Bandes ultra-plates	103
3.4.3.	Dispersion multi-vallées transverses	105
3.4.4.	Cône de Dirac "transverse"	106
3.4.5.	Cône de Dirac complet	107
3.5.	Conclusion du chapitre	114
3.6.	Références	116
4	Contrôle de l'interaction des modes guidés avec le continuum radiatif	123
4.1.	Introduction aux pertes radiatives	124
4.2.	Propriétés des résonances guidées	125
4.2.1.	Dispersion photoniques - Décroissance spatiale	125
4.2.2.	Dispersion photoniques - Décroissance temporelle	128

4.2.3. Densités d'états photoniques des résonances guidées	129
4.3. Bound State in the Continuum (BIC)	131
4.3.1. BIC de symétrie	133
4.3.2. BIC Friedrich-Wintgen	134
4.3.3. Conclusion sur les BIC	135
4.4. Mise en cavité et BIC ultra-plat	136
4.4.1. Effet d'une mise en cavité	136
4.4.2. BIC ultra-plat	138
4.5. Les points exceptionnels	140
4.5.1. Théorie générale	140
4.5.2. Formation et observation dans les CPM	142
4.6. Conclusion du chapitre	145
4.7. Références	146
Conclusion	153
Annexes	I
Glossaire	XXVII
Liste des publications	XXXI

Liste des figures

Chapitre 1

1.1. Illustrations des différents types de cristaux photoniques étendus	7
a CP 1D : périodique dans une direction	7
b CP 2D : périodique dans deux directions	7
c CP 3D : périodique dans trois directions	7
1.2. Exemples de fabrication de CP 3D	8
a Structure <i>woodpile</i> par Lin et al (1998)	8
b Structure <i>opale inversée</i> par Vlasov et al (2001)	8
1.3. Principe de la normalisation par une boîte pour le calcul des DOS des modes de Bloch	19
a Illustration de la boîte et des conditions de réflexion totale aux limites (cas d'un CP 2D)	19
b Illustration de la discrétisation des vecteurs d'onde par la boîte (cas 2D)	19
1.4. Exemple de structure du groupe de symétrie C_{2v}	23
1.5. Illustration des polarisations TE et TM dans une structure uniforme suivant z.	27
1.6. Illustration des polarisation s et p de la lumière dans l'air par rapport au plan d'incidence Π	28
1.7. Illustration de la structure Bragg	29
1.8. Principe de fonctionnement et réflectivité d'un miroir de Bragg	30
a Illustration des réflexions multiples au sein d'un miroir de Bragg	30
b Réflectivité d'un miroir de Bragg	30
1.9. Espace réciproque et zone de Brillouin irréductible pour la structure Bragg	31
1.10. Dispersion d'un Bragg quart-d'onde selon k_x	32
1.11. Illustration d'un CP 2D à maille carré constitué de trous dans un matériaux diélectrique	32
1.12. Espace réciproque et zone de Brillouin irréductible pour un CP2D appartenant au groupe C_{4v}	33
1.13. Dispersion du CP2D suivant les directions de haute symétrie	34
1.14. Définition des différents régimes de diffraction	37
1.15. Exemple de spectre de réflectivité présentant un profil de Fano induit par une résonance guidée	38
1.16. Illustration d'un BIC obtenu par la modification d'un paramètre structural	39
a Évolution du facteur de qualité d'une résonance guidée en Γ en fonction d'un paramètre structural	39

b	Spectre de transmission d'un CPM en incidence normale en fonction d'un paramètre structural	39
1.17.	Illustration d'une dispersion en cône de Dirac dans un CP 2D	40

Chapitre 2

2.1.	Illustration de l'utilisation de la MDOP afin d'obtenir la dispersion des modes guidés d'un CPM	51
2.2.	Empilement de base servant à l'élaboration des structures passives	59
2.3.	Empilement de base servant à l'élaboration des structures actives	60
2.4.	Procédés de fabrication des structures passives P1	61
a	Empilement de base	61
b	Empilement final	61
c	Gravure de la couche de HSQ par lithographie électronique	61
d	Transfert dans la couche de silicium amorphe par gravure ICP/RIE	61
2.5.	Procédés de fabrication des structures actives	61
a	Structure finale active A1	61
b	Structure finale active A2	61
2.6.	Empilement de base servant à l'élaboration des structures passives	62

Chapitre 3

3.1.	Modes optiques et dispersions d'un guide plan multimode	69
a	Dispersion d'un guide plan multimode de corrugation infinitésimale	69
b	Deux premiers ordres guidés dans le guide à la pulsation normalisée 0.18	69
c	Dispersion d'un guide plan multimode corrugué, mettant en évidence le <i>splitting</i> aux intersections des dispersions	69
3.2.	Structures asymétriques <i>Peigne</i> et ADP étudiées dans le cadre de ces travaux de thèse	70
a	Structure <i>Peigne</i>	70
b	Structure <i>Arête de poisson</i>	70
3.3.	Première zone de Brillouin associé à la structure <i>Peigne</i>	71
3.4.	Exemple de structure ADP sous la forme de guide déposé sur substrat	73
3.5.	Structure de base, structure finale et perturbation appliquée servant à l'élaboration du modèle TMC	74
a	Structure et modes de base servant à l'élaboration du modèle TMC de la structure <i>Peigne</i>	74
b	Structure <i>Peigne</i> finale	74
3.6.	Illustration des différents procédés de couplages dans la structure <i>Peigne</i> . A gauche, les couplages intra-ordres guidés et à droite les couplages inter-ordres guidés	75
3.7.	Structure de base servant à modéliser la structure asymétrique générique	76

a	Structure et modes de base servant à l'élaboration du modèle TMC	76
b	Structure asymétrique générique finale, servant de base pour la modélisation des structures ADP	76
3.8.	Illustration des différents procédés de couplage dans un CPM asymétrique	78
a	Couplage évanescent V_f	78
b	Couplage diffracto-évanescent type II V_{II}	78
c	Couplage diffractif U_1 et diffracto-évanescent type I $V_{I,1}$ (guide supérieur)	78
d	Couplage diffractif U_2 et diffracto-évanescent type I $V_{I,2}$ (guide inférieur)	78
3.9.	Illustration de la structure de base pris pour le modèle TMC des BUP	81
3.10.	Perturbation appliquée à la structure et résultats sur la dispersion	82
3.11.	Évolution des dispersions de la structure <i>Peigne</i> en fonction du taux de gravure	83
3.12.	Évolution des différents paramètres de fit du modèle TMC au fur de la gravure de la structure	84
3.13.	Structure employée pour réalisation d'une BUP robuste, dispersion obtenue et fit par le modèle TMC	85
a	Structure fabriquée et ses paramètres géométriques	85
b	Vue MEB de la structure	85
3.14.	Spectres de réflexion résolus en angle de la structure <i>Peigne</i> et mise en évidence de la BUP	85
3.15.	Relation de dispersion 2D quadratique et quartique et densité d'état photonique correspondante	86
a	Relation de dispersion 2D quartique suivant k_x et quadratique suivant k_y	86
b	PhDOS correspondante à une dispersion 2D quartique dans une direction et quadratique dans la direction transverse	86
3.16.	Génération de bandes en W et M au sein de la structure <i>Peigne</i>	87
3.17.	Cartographie de PL résolue en angle obtenue sur le banc de Fourier	88
3.18.	Comparaison entre l'intensité de PL intégrée sur tous les angles et les DOS calculées par MDOP	89
3.19.	Mise en évidence de l'établissement d'un régime laser sur un mode excentré permettant l'émission laser inclinée (incidence non normale)	90
3.20.	Spectres de réflexion résolus en angle de la structure <i>Peigne</i> et mise en évidence du cône de Dirac.	95
3.21.	Cartographie de champ des modes du cône Dirac longitudinal	96
3.22.	Dispersion du cône de Dirac longitudinal dans la structure <i>Peigne</i>	97
3.23.	Conception de cône de Dirac possédant différentes pentes	98
3.24.	Schéma de la structure ADP avec un décalage latéral d'une demi-période	98
3.25.	Illustration des sept groupes de frise. Les groupes P_{1a1} et P_{ma2} sont non-symorphiques car ils contiennent une réflexion glissée	99
3.26.	Évolution de la dispersion de la structure ADP avec le décalage latéral	100

3.27. Cartographie de champs du mode supérieur du cône formé par la structure ADP en configuration antisymétrique	102
3.28. Illustration du principe de fonctionnement des bandes plates anormales	103
a Vue 3D d'une dispersion anormale	103
b Coupe de la relation de dispersion selon les directions Δ_x et Δ_y , mettant en évidence la bande anormale	103
3.29. BUP selon δ_y générée par couplage TE-TM	104
3.30. Cartographie de champ des modes du cône Dirac transverse	107
3.31. Dispersion de Dirac transverse	107
3.32. Champ vectoriel E_y du cône de Dirac transverse pris à différents instants, mettant en évidence le caractère hybride du mode	108
a Champ vectoriel E_y des modes du cône de Dirac transverse à $t = 0$. Le champ obtenu est celui du mode TM	108
b Champ vectoriel E_y des modes du cône de Dirac transverse à $t = \tau/4$. Le champ obtenu est celui du mode TE.	108
3.33. Cartographie des modes TE et TM dégénérés, de leur parité vis-à-vis des plans de symétrie de la structure ainsi que la direction selon laquelle ils se couplent	109
3.34. Cône de Dirac 2D TE-TE-TM dans une structure Peigne	109
3.35. Cartographie des modes TE et TM dégénérés, de leur parité vis-à-vis des plans de symétrie de la structure ainsi que la direction selon laquelle ils se couplent	110
3.36. Cône de Dirac 2D TM-TM-TE dans une structure Peigne	110
3.37. Champ vectoriel E_y du cône de Dirac transverse pris à différents instants, mettant en évidence le caractère hybride du mode	111
a Courbes iso-pulsations du cône TE-TE-TM, les valeurs iso-pulsations sont prises par rapport au point de Dirac	111
b Courbes iso-pulsations du cône TM-TM-TE, les valeurs iso-pulsations sont prises par rapport au point de Dirac	111
3.38. Illustration de la structure réalisée pour le cône TM-TM-TE	111
3.39. Comparaison entre les spectres de réflexion expérimentale et simulée par FDTD. La dispersion est obtenue selon k_x	112
a Spectre de réflexion, selon k_x , expérimentale (à gauche) et simulée par FDTD (à droite). La lumière analysée est polarisée S (soit TE)	112
b Spectre de réflexion, selon k_x , expérimentale (à gauche) et simulée par FDTD (à droite). La lumière analysée est polarisée P (soit TM)	112
3.40. Comparaison entre les spectres de réflexion expérimentale et simulée par FDTD. La dispersion est obtenue selon k_y	113
a Spectre de réflexion, selon k_y , expérimentale (à gauche) et simulée par FDTD (à droite). La lumière analysée est polarisée S	113
b Spectre de réflexion, selon k_y , expérimentale (à gauche) et simulée par FDTD (à droite). La lumière analysée est polarisée P	113
3.41. Coupes iso-énergie du cône de Dirac 2D	113

Chapitre 4

4.1.	Dispersion complexe d'un matériau homogène à pertes	126
4.2.	Dispersion complexe centrée sur le premier gap d'un Bragg avec pertes de propagation	127
4.3.	Dispersion du Bragg obtenu par FDTD en imposant des conditions aux bords de type Bloch (vecteur d'onde réel et imposé)	129
4.4.	DOS d'une dispersion quadratique en présence de pertes	131
4.5.	Dispersion du BICUP	139
4.6.	Plan de Riemann montrant l'évolution de la valeur propre dans l'espace des paramètres	142
a	Évolution de la partie réelle de la valeur propre dans l'espace des paramètres . .	142
b	Évolution de la partie imaginaire de la valeur propre dans l'espace des paramètres	142
4.7.	Spectres de réflectivité résolus en angle centrés sur les points exceptionnels obtenus par le modèle TMC et l'hamiltonien de l'équation 4.26	144

Annexes

A.1.	Surface dans l'espace réciproque parcourue par les modes d'une dispersion 2D isotrope	VI
A.2.	illustration de la surface d'intégration pour l'iso-pulsation ω	VIII
A.3.	Organigramme de détermination des groupes de symétrie	X
A.4.	Illustration de l'effet d'un antidéplacement (dans notre exemple, une réflexion) sur le champ magnétique	XI
A.5.	Structure Peigne générique sans perturbation double période	XX
A.6.	Illustration de l'implémentation de la perturbation double période au sein de la structure Peigne	XXI

Liste des acronymes

ADP	Structure du type arêtes de poisson. 72, 73, 76, 79, 97, 98, 100
BIC	Bound States in the Continuum. 132–138, XXI
BUP	Dispersion plate de dérivée seconde nulle selon au moins une direction. 80–83, 85–87, 90, 96, 103–105, 114, 138, 139
CP	Cristal photonique 1D, 2D ou 3D et uniforme selon les éventuelles directions restantes. 6, 8, 14, 15, 18, 29, 32, 40, 48, 50, 68, 71, 72, 80, 86, 89, 91, 103, 109, 110, 114, 127, 132, 142, II
CPM	Cristal photonique 1D ou 2D compact dans une direction. 35–38, 40, 48, 51, 52, 54, 55, 68–73, 77, 78, 80, 81, 87, 97, 102, 104, 105, 107, 112, 114, 125, 128, 130, 132–136, 138, 139, 142–145, XXIII
DFB	Laser à rétroaction répartie (de l’anglais <i>Distributed FeedBack laser</i>). 38, 133
DOS	Densité d’état photoniques. 18–20, 38, 84, 86–89, 96, 105, 108, 109, 114, 125, 127–131, 140, 142, V–IX
FDTD	Finite Difference Time Domain. 51, 52
MDOP	Méthode de décomposition en ondes planes. 48–53, 56, 83, 88, 89, 106, 109, 110, XII
MEB	Microscope électronique à balayage. 85
PE	Point exceptionnel. 140–145, XXIII
PECVD	Dépôt chimique en phase vapeur assisté par plasma (de l’anglais <i>Plasma-Enhanced Chemical Vapor Deposition</i>). 60, 61
PL	photoluminescence. 63, 88, 89
PML	Perfectly Matched Layer. 53
PZB	Première zone de Brillouin. 15, 17, 24, 28, 29, 69, 72, 75, 76, 80, 81, 86, 87, 99, 109, 127, 130, 131, 142, VI, XX
RCWA	Rigorous Coupled Wave Analysis. 51–53, 88, XX

RI	Représentation irréductibles. 23 , 25 , 26 , 28 , 31 , 33 , 34 , 54 , 90–94 , 100 , 101 , 106 , 108 , 110 , 133
SDOS	Densité d'état spectrale. 20 , V
TGS	Théorie des groupes de symétrie. 21 , 101
TMC	Théorie des modes couplés. 53 , 55 , 69 , 73 , 74 , 76 , 81–85 , 87 , 91 , 103 , 130 , 135 , 143 , XXIII
VCSEL	Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser. 31
ZBI	Zone de Brillouin irréductible. 29

Préambule

Contexte des travaux de thèse

Les progrès de la micro-électronique se base massivement sur les matériaux semi-conducteurs, en utilisant à profit leurs propriétés de transport électrique uniques. Ces propriétés électriques, héritées de l'arrangement périodique de leurs atomes, permet la formation d'un gap électronique servant de base à la conception de nombreux composants électroniques.

La photonique est le pendant optique de l'électronique. En effet, alors que l'électronique est de façon général basé sur le contrôle de l'électron, la photonique à pour objectif principal le contrôle du photon et de ses interactions avec son environnement. De ce contrôle de la lumière résulte de nombreux composants tels que les diodes électroluminescentes, les diodes lasers ou encore les modulateurs et amplificateurs optiques.

Parmi les nombreuses branches qui composent la photonique, celle dédiée à l'étude des cristaux photoniques semble être propice à fournir un contrôle très fort sur la lumière et ses interactions. Ces matériaux artificiels sont parfois introduits comme étant le pendant optique des matériaux semi-conducteurs, ils consistent en effet en un arrangement périodique de matériaux, généralement diélectriques. Dans ce cas, la permittivité diélectrique varie périodiquement à l'échelle de la longueur d'onde, ce qui permet alors de modeler la façon dont la lumière se propage en son sein.

La définition des cristaux photoniques est très générale, elle englobe énormément de géométries possibles. De plus, contrairement au comportement des électrons, l'optique ne possède aucune échelle de longueur de référence. On trouve ainsi des cristaux photoniques opérant dans des régimes très divers, tels que le domaine du micro-onde, de l'optique ou de l'infra-rouge, chacun possédant ses caractéristiques propres. Néanmoins, il est généralement admis que les première études sur les cristaux photoniques ont débutés avec les travaux de Lord Rayleigh en 1887 et portaient sur des structures multicouches [1].

L'un des points marquant dans l'histoire des cristaux photoniques fût la découverte en 1987 des gaps photoniques complets. Ces gap optiques, *a l'instar* des gap électronique dans les matériaux semi-conducteurs, représente un intervalle d'énergie pour lequel aucun photon ne peut exister quelle que soit la direction de propagation. Il en résulte des applications telles que l'inhibition du taux d'émission spontanée [2] ou la possibilité de localiser la lumière [3].

Dès lors, la course au gaps photoniques complet était lancée. Il en résulte de nombreuses améliorations tant dans les méthodes de calculs que dans les réalisations expérimentales de ces cristaux photoniques dans les années 90.

En parallèle, d'autres schémas d'intégrations se développés, tels que les cristaux photoniques

membranaires, profitant de flexibilité dans leur fabrication tout en possédant des propriétés photoniques inédites sans avoir à se reposer sur la formation d'un gap photonique complet.

Ces structures sont en effet compatibles avec les procédés de fabrication issus de la micro-électronique et sont donc les plus aptes à une production à grande échelle. Par ailleurs, de nombreuses fonctionnalités, actives comme passives, sont réalisables en utilisant ces structures. Parmi ces fonctionnalités, on peut citer la réalisation de filtres optiques, de miroirs ou encore d'émetteurs laser.

Les dispositifs à base de cristaux photoniques membranaires se sont peu à peu développés depuis les années 90, profitant de méthodes de fabrication de mieux en mieux maîtrisées et d'une meilleure compréhension de la physique sous-jacentes à ces structures. Néanmoins, plusieurs verrous technologiques restent encore à débloquer afin de rendre ces dispositifs compétitifs avec des technologies plus classiques ayant déjà fait leur preuves.

Objectifs de la thèse

Récemment, de nouveaux phénomènes ont été découverts au sein des structures membranaires. Par exemple, de nouvelles stratégies de confinements sont étudiées afin d'établir des résonances guidées à forts facteurs de qualité portant sur des procédés de découplage de la résonance avec le continuum rayonné. Ces procédés ont déjà permis l'établissement d'un régime laser dans un cristal photonique membranaire à fort contraste d'indice et ils semblent pouvoir offrir des moyens de contrôle supplémentaires sur les propriétés d'émission.

D'autres exemples de propriétés émergentes existent tel que la génération de dispersions en *cône de Dirac* ou de modes *rétrogrades*. Ces dispersions particulières offriraient des caractéristiques inédites permettant d'obtenir des lasers monomodes grande surface ou un confinement latéral plus important.

Les travaux de cette thèse se placent dans le cadre de ces nouvelles propriétés et moyens de contrôle qu'il est possible d'envisager dans des cristaux photoniques membranaires. L'accent est tout particulièrement mis sur le contrôle des propriétés de dispersion qu'il est possible d'obtenir dans les CP 1D membranaires, afin d'aller plus loin que la formation des dispersions paraboliques typiques des cristaux photoniques.

Ainsi, le but de ces travaux de thèse est de mettre en place les briques conceptuelles permettant la formation de dispersion à la demande dans ces structures et ainsi que de réaliser une étude prospective sur les applications possibles.

Plan

Ce manuscrit de thèse s'articule autour de quatre chapitres principaux, chacun développant un aspect particulier de ces travaux de thèse. Le premier chapitre présente le contexte de cette étude ainsi que le développement mathématique et physique nécessaire à la compréhension des notions

développées dans les chapitre suivant. Ainsi, ce chapitre débute avec un historique rapide du développement des cristaux photoniques. Ensuite, les propriétés des modes optiques s'établissant dans ces structures sont décrites. L'accent est mis sur les propriétés de symétrie au sens large, on définit ainsi les propriétés de propagation de la lumière ainsi que les propriétés de symétrie ponctuelles au moyen de la théorie des groupe de symétrie. Finalement, un état de l'art est dressé et les objectifs de ces travaux de thèse sont présentés.

Le deuxième chapitre est dédiés aux "outils" employés dans ce manuscrit à l'étude des structures photoniques d'intérêts. Ces outils se distinguent en quatre catégories, les outils de simulation, les méthodes d'étude analytiques, les moyens de fabrication et les outils de caractérisation expérimentales. Ces outils d'étude sont alors décrit successivement dans ce chapitre.

Dans le troisième chapitre, les résultats de l'ingénierie de dispersion *sous le cône de lumière* des cristaux photoniques étudiés sont donnés. Pour cela, les géométries étudiées sont décrites et justifiées, ensuite l'ingénierie de dispersion selon les deux directions principales de l'espace réciproque est présentée. En particulier, des dispersions en cône de Dirac, multi-vallées et *ultra-plates* sont décrites ainsi que leurs moyens d'obtention.

Enfin, le quatrième chapitre se concentre sur le contrôle des caractéristiques spectro-spatiales des résonances guidées situées au-dessus du cône de lumière. Ainsi, l'impact des pertes optique sur les dispersions est introduites, puis des moyens de contrôles de ces pertes sont présentés. Finalement, se chapitre se conclue sur la génération d'une résonance guidées dont les propriétés spectro-spatiale allie les fortes capacités de ralentissement de la lumière développées dans le chapitre 3 aux faibles pertes rayonnées développées dans ce chapitre.

Références

- [1] RAYLEIGH, J. W. 1887. «Xvii. on the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure», *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 24, n° 147, doi :10.1080/14786448708628074, p. 145–159. URL <https://doi.org/10.1080/14786448708628074>.
1
- [2] YABLONOVITCH, E. 1987. «Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics», *Physical Review Letters*, vol. 58, n° 20, doi :10.1103/PhysRevLett.58.2059, p. 2059–2062, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.58.2059>. 1
- [3] JOHN, S. 1987. «Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices», *Physical Review Letters*, vol. 58, n° 23, doi :10.1103/PhysRevLett.58.2486, p. 2486–2489, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.58.2486>. 1

Chapitre 1

Cristaux photoniques : fondements théoriques

Sommaire

2.1	Méthodes de résolutions numériques	48
2.1.1	Méthode de décomposition en ondes planes	48
2.1.2	Rigorous Coupled Wave Analysis (RCWA)	51
2.1.3	Finite Difference Time Domain (FDTD)	52
2.2	Méthodes d'étude analytiques	53
2.2.1	Théorie des modes couplés	53
2.2.2	La méthode kp	56
2.3	Méthodes de fabrication	58
2.3.1	Matériaux actifs et passifs employés	59
2.3.2	Procédés de fabrication	60
2.4	Moyens de caractérisation	62
2.4.1	Banc de spectroscopie résolue en angle	62
2.4.2	Caractérisations passives et actives	62
2.5	Conclusion du chapitre	63
2.6	Références	64

C E premier chapitre a pour but de dresser les principes fondamentaux permettant l'étude des modes photoniques s'établissant dans les structures périodiques. Ainsi, après avoir défini et introduit les cristaux photoniques, les équations de Maxwell sont présentées et mises en forme afin de pouvoir étudier leurs solutions au mieux.

Ensuite, une étude des différentes propriétés des solutions de ces équations, telles que les propriétés de propagation et de symétrie, est présentée. Pour cela, un certain nombre de notions développées dans des ouvrages de photonique sont repris. Le rappel de ces notions semble pertinent car cela participe à la cohérence générale de ce manuscrit. Par ailleurs, ces notions seront utiles à la compréhension des chapitres suivants.

Ensuite, une présentation des différents types de cristaux photoniques existants et de leur spécificités est donnée. L'accent est mis sur les cristaux photoniques membranaires, représentant l'approche adoptée par l'INL depuis sa création.

Finalement, un état de l'art sur les applications relatives aux travaux de cette thèse est dressé en fin de ce chapitre.

1.1 Avant-propos

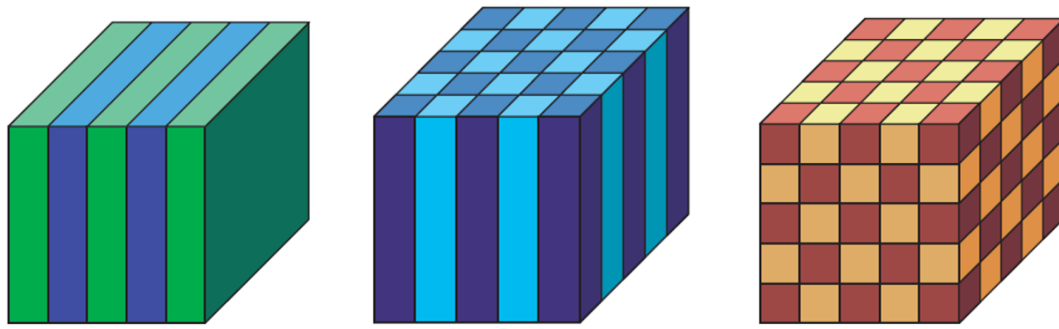
Les **cristaux photoniques (CP)** sont le pendant optique des matériaux cristallins en physique du solide. Ils consistent en un arrangement périodique de matériaux aux propriétés optiques différentes, tel qu'illustré sur la figure 1.1 dans différents cas de périodicité.

Classiquement, ce sont des matériaux diélectriques qui sont employés à la réalisation de ces structures afin de limiter les pertes par absorption que l'on peut rencontrer par exemple dans les métaux. Les CP sont alors formés par empilement de couche de matériaux diélectriques ou par structuration. C'est donc la variation périodique de l'indice optique de la structure qui modèle ses propriétés optiques. Ainsi, les caractéristiques optiques sont déterminées selon :

- Le nombre de directions suivant lesquelles la structure est périodique (1D, 2D, 3D)
- Le réseau cristallin (cubique, triangulaire,...) et ses paramètres de maille
- La géométrie de la maille élémentaire
- Les indices optiques des matériaux employés, et plus particulièrement le contraste d'indice optique
- Leur géométrie globale (étendue ou membranaire)

Les CP 3D sont les seuls capables de contrôler la lumière selon les trois directions de l'espace. Il y eut un fort engouement pour ce type de structures lorsque YABLONOVITCH [1] et JOHN [2] montrèrent respectivement la possibilité de former un *gap photonique* complet (c'est-à-dire une annulation totale de la densité d'état sur une plage de fréquence donnée) et des propriétés de localisations de la lumière en 1987. Le "semi-conducteur photonique" venait d'être découvert.

Néanmoins, les études sur les CP remontent bien avant cette date clé. Ainsi, il est généralement admis que les premières études sur les cristaux photoniques ont débuté en 1887 avec les travaux de



(a) CP 1D : périodique dans une direction (b) CP 2D : périodique dans deux directions (c) CP 3D : périodique dans trois directions

FIGURE 1.1 – Illustrations des différents types de cristaux photoniques étendus, reproduit depuis [3]

Lord Rayleigh, qui portait sur des structures multicouches [4]. Par la suite, le 20^e siècle fût propice à des études nombreuses et variées notamment sur les réseaux optiques et leur propriétés de diffraction. En 1972, BYKOV [5] fût le premier à étudier l'effet des gaps optiques (incomplets) d'une structure multicouche sur l'émission spontanée d'émetteurs placés à l'intérieur, avant que YABLONOVITCH ne généralise ce concept aux structures tridimensionnelles et à la possibilité d'inhiber totalement l'émission spontanée.

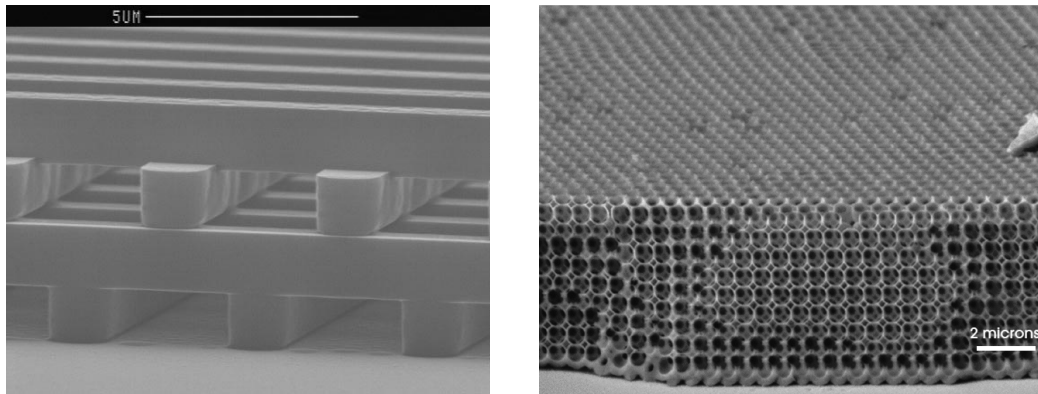
On notera aussi l'existence de travaux antérieurs sur les réseaux tridimensionnels réalisés par OHTAKA et collab. de 1979 à 1983, portant notamment sur le calcul de la dispersion d'un cristal photonique 3D et de plusieurs propriétés en découlant [6–9].

Finalement, la course au gap photonique complet était lancée. Les calculs de structures de bandes par HO et collab. [10] permis de montrer que l'obtention de gap complet avec des structures FCC de type *opale* n'était pas possible, contrairement à ce que pouvait laisser penser des résultats expérimentaux préliminaires, du fait d'une symétrie du cristal. Ils montrent néanmoins que l'utilisation d'une structure FCC de type *diamant* permettait d'obtenir la formation d'un gap photonique complet.

Ainsi, plusieurs réalisations de cristaux photoniques à gap complet furent réalisées au cours des années 90. On peut notamment citer les travaux de YABLONOVITCH [11, 12], qui emploie une structure opale inversée impliquant des trous non-sphériques dans une matrice de matériaux à fort indice optique (des semi-conducteurs GaAs ou InP notamment) afin de résoudre le souci de symétrie des structures opale classiques. On appelle communément cette structure *yablonovite*. On citera aussi les travaux de WIJNHOFEN [13], qui réalise en 1998 un CP 3D à base de TiO₂, et les travaux de LIN et collab. [14] (illustrés sur la figure 1.2a) qui réalise les premières couches de la structure *woodpile* à base de silicium amorphe. Malheureusement, faute d'échantillon de qualité suffisamment bonne, de matériaux d'indice optique suffisamment élevé ou d'autres limitations, ces travaux ne permirent pas de démontrer clairement l'existence d'un gap optique complet ou de former de véritable CP 3D.

C'est finalement en 2000 avec les travaux de BLANCO et collab. [15] et NODA [16] que la démonstration expérimentale fût réalisée. On peut aussi mentionner la réalisation d'un cristal photonique de

type opale inversée par VLASOV et collab. [17] en 2001, qui est illustrée sur la figure 1.2b.



(a) Structure *woodpile* par Lin et al (1998)

(b) Structure *opale inversée* par Vlasov et al (2001)

FIGURE 1.2 – Exemples de fabrication de CP 3D

En parallèle, une approche différente du contrôle de la lumière s’est développée en employant des structures planaires. Ces structures, bien plus simple à réaliser et compatible avec les procédés CMOS de la micro-électronique, sont plus apte à une fabrication à grande échelle et ont donc été le sujet de nombreuses études.

ULRICH et TACKE furent parmi les premiers à réaliser des études sur des guides d’onde métalliques planaires fonctionnant dans le domaine des micro-ondes [18]. Par la suite, on peut mentionner les travaux de ZENGERLE [19] qui étudie les propriétés de propagations de micro-ondes dans des guides d’onde structurés 1D et 2D. C’est finalement dans les années 90 que les structures périodiques planaires, et de façon plus générale les cristaux photoniques bidimensionnels, commencent à être fortement étudiées [20–22].

les CP sont ainsi un domaine très riche et emprunt d’une longue histoire. Afin de pouvoir décrire davantage leur développement, il convient de rappeler les caractéristiques de la lumière se propageant en leur sein. Pour cela, la suite de ce chapitre est consacrée à différentes notions de photoniques développées dans des ouvrages spécialisés [3, 23, 24] et se conclue sur un état de l’art relatif aux travaux de cette thèse.

1.2 Les équations de Maxwell et l’hamiltonien photonique

1.2.1 Equations de Maxwell dans les milieux diélectriques

Avant de pouvoir décrire les propriétés possédées par les CP, il convient de rappeler les équations de Maxwell. Ces équations sont des lois fondamentales de la physique et constituent les postulats de base de l’électromagnétisme. Elles possèdent l’expression suivante :

$$\begin{aligned}
 \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= 0 & \nabla \wedge \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} &= \mathbf{0} \\
 \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \rho & \nabla \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} &= \mathbf{J}
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

Avec¹ :

- $\mathbf{E}$: Champ électrique (V/m)
- $\mathbf{B}$: Champ magnétique (T)
- $\mathbf{D}$: Champ de déplacement électrique (C/m²)
- $\mathbf{H}$: Champ d'excitation magnétique (A/m)
- ρ : Densité de charge électrique (C/m³)
- $\mathbf{J}$: Vecteur densité de courant électrique (A/m²)

Il est possible dans un premier temps de simplifier ces équations en prenant comme hypothèse que le système étudié est composé de matériaux *diélectriques* (ou semi-conducteurs dans une gamme d'énergies inférieure au gap électronique), *isotropes* et que l'on se situe dans le régime de *réponse linéaire* des matériaux (les amplitudes du champ électrique sont suffisamment faibles). On se place ainsi dans un matériau qui ne présente aucune densité de charges ni de courant électrique de sorte que $\rho = 0$ et $\mathbf{J} = \mathbf{0}$.

De plus, dans un tel matériau, le champ $\mathbf{D}$ (respectivement $\mathbf{H}$) et $\mathbf{E}$ (respectivement $\mathbf{B}$) sont liés linéairement de la façon suivante :

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} \end{array} \right.
 \tag{1.2}$$

Avec :

- ϵ_0 : Permittivité diélectrique du vide ($\approx \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ F/m)
- μ_0 : Perméabilité magnétique du vide ($4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m)
- ϵ_r : Permittivité diélectrique relative du matériau
- μ_r : Perméabilité magnétique relative du matériau

On fait par ailleurs l'hypothèse que $\mu_r = 1$, ce qui représente une approximation valide pour de nombreux exemples de matériaux diélectriques dans le domaine de longueur d'onde d'intérêt (optique et infrarouge). On peut ainsi simplifier les équations 1.1 de la façon suivante :

1. Certaines dénominations changent d'un auteur à un autre. En particulier, $\mathbf{H}$ est aussi parfois appelé *champ magnétique* pouvant mener à confusion.

$$\begin{aligned}
 \nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= 0 & \nabla \wedge \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} &= \mathbf{0} \\
 \nabla \cdot [\epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)] &= 0 & \nabla \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \epsilon_0 \epsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} &= \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

1.2.2 Equations aux valeurs propres et hamiltonien photonique

Les solutions du système d'équations 1.3 sont généralement des fonctions complexes du temps et des variables d'espace, qui ne peuvent être obtenues que par des méthodes de résolution numériques (voir la partie 2.1 pour des exemples de telles méthodes). Néanmoins, à défaut de pouvoir obtenir des solutions analytiques de ces équations, leur linéarité les rend propices à une analyse plus poussée. Il est notamment possible de les mettre sous la forme d'une *équation aux valeurs propres* en les décomposant en harmoniques temporelles. Dans un premier temps, on utilise les équations 1.3 afin d'obtenir l'équation suivante :

$$\nabla \wedge \left(\frac{1}{\epsilon_r} \nabla \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \right) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \tag{1.4}$$

On utilise alors les champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$ complexes décomposés sous la forme d'harmoniques temporelles² :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) \tag{1.5}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) \tag{1.6}$$

Ainsi, en injectant l'équation 1.6 dans 1.4, on obtient l'équation aux valeurs propres relative au champ $\mathbf{H}$, que l'on nommera *équation photonique* :

$$\nabla \wedge \left(\frac{1}{\epsilon_r} \nabla \wedge \mathbf{H}_0 \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}_0 \tag{1.7}$$

Où pour des question de lisibilité les dépendances des fonctions aux variables d'espace ont été retirées. On définit alors l'*hamiltonien photonique* Θ_H de sorte que l'équation 1.7 se résume à :

$$\Theta_H \mathbf{H}_0 = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}_0 \tag{1.8}$$

On peut de même définir un hamiltonien photonique relatif au champ $\mathbf{E}_0$ de la façon suivante³ :

2. On notera que dans ce manuscrit de thèse la convention $-\omega t$ est employée afin de rendre compte de la phase temporelle des modes. Cela n'a que peu d'implication à partir du moment où ω est réel

3. Cette équation sera employée à la place de celle relative au champ $\mathbf{H}$ à quelques reprises dans les chapitres suivants. Néanmoins, pour des raisons qui dépassent le cadre de ce manuscrit, l'hamiltonien pour $\mathbf{H}$ est privilégié pour le reste du chapitre. Voir JOANNOPOULOS et collab. [3, p. 16] et SAKODA [23, p. 34] pour plus de détails

$$\Theta_E \mathbf{E}_0 = \frac{1}{\epsilon_r} \nabla \wedge (\nabla \wedge \mathbf{E}_0) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{E}_0 \quad (1.9)$$

Les solutions des équations de Maxwell sont alors les solutions de l'équation aux valeurs propres 1.8 et 1.8 vérifiant les conditions de *divergence nulle* des champs d'excitation magnétique et de déplacement électrique, aussi appelées *conditions de transversalité du champ électromagnétique*, décrites par les équations de Maxwell restantes. En utilisant les équations 1.5 et 1.6, ces conditions deviennent :

$$\nabla \cdot \mathbf{H}_0 = 0 \quad (1.10)$$

$$\nabla \cdot [\epsilon_r \mathbf{E}_0] = 0 \quad (1.11)$$

Pour cela, l'équation aux valeurs propres pour le champ d'excitation magnétique est généralement résolue en restreignant les solutions possibles à celles qui vérifient la transversalité du champ $\mathbf{H}$ (équation 1.10). Ensuite, le champ électrique $\mathbf{E}$ est déduit du champ $\mathbf{H}$ par la relation issue des équations de Maxwell suivante :

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \frac{i}{\omega \epsilon_r(\mathbf{r}) \epsilon_0} \nabla \wedge \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) \quad (1.12)$$

Ce qui permet au champ électrique $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ de vérifier naturellement sa condition de transversalité (équation 1.11), la divergence d'un rotationnel étant systématiquement nulle. De cette façon, seule la condition de transversalité sur le champ $\mathbf{H}$ est réellement nécessaire à vérifier.

Ensuite, les solutions physiques du système se déduisent facilement de ces solutions complexes en ne conservant que leur partie réelle.

1.3 Propriétés des modes photoniques

1.3.1 Propriétés algébriques

Afin de définir proprement certaines notions, qui seront particulièrement utile dans le chapitre 2, il convient de préciser quelques propriétés algébriques que possèdent les modes photoniques solutions de l'équation aux valeurs propres 1.8.

En premier lieu, il est nécessaire de définir un produit scalaire sur ces modes. Pour le champ magnétique, il est généralement défini comme suit :

$$\langle \mathbf{H}_a | \mathbf{H}_b \rangle \equiv \int_{\Omega} \mathbf{H}_a^* \cdot \mathbf{H}_b d\mathbf{r}^3 \quad (1.13)$$

Où Ω est le domaine sur lequel l'équation photonique est résolue, en générale il se réduit à une

maille élémentaire et est de taille fini (il est alors qualifié de *compact*). Il se peut que dans certain cas cette quantité diverge, notamment dans les domaines non compacts. Ces cas particuliers ne sont pas traités dans ce manuscrit, lorsque cela arrive on se contentera de redéfinir le domaine d'étude en introduisant des conditions aux bords particulières (voir le chapitre 4 pour plus de détails).

Il est alors possible de définir une norme $\|\Phi\|^2 = \langle \Phi | \Phi \rangle$. On peut ainsi normaliser les vecteurs propres de l'équation photonique afin que leurs normes correspondent à l'énergie stockée dans le mode ou soit au contraire unitaire.

Ensuite, pour des conditions aux bords parfaitement réfléchissantes ou périodiques (domaine compact) ou encore si le champ électromagnétique se dissipe (tend vers 0) pour de grandes distances (domaine non compact) et en absence d'absorption par les matériaux (i.e. : ϵ_r est réel), il est possible de montrer que l'hamiltonien photonique Θ_H est *hermitien*, c'est à dire que $(\mathbf{H}_1, \Theta_H \mathbf{H}_2) = (\Theta_H \mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2)$. Il en résulte plusieurs propriétés sur $\mathbf{H}_0$ et ω :

- ω est réel
- ω est positif
- les solutions de l'équation photonique sont deux à deux orthogonales⁴

Nous verrons dans le chapitre 4 que dans plusieurs cas de figure, l'hermiticité de Θ_H n'est pas assurée amenant généralement à des pulsations complexes.

Un des avantages le plus intéressant de mettre les équations de Maxwell sous la forme d'une équation aux valeurs propres est d'avoir la possibilité de construire les solutions de Θ_H sous la forme de vecteurs propres d'opérateurs commutant avec Θ_H . En effet, considérons un opérateur F commutant avec Θ_H , c'est-à-dire que $\Theta_H F = F \Theta_H$, on peut alors montrer que les vecteurs propres de Θ_H sont aussi vecteurs propres de F ⁵. Ce résultat est très utile, car si les vecteurs propres de Θ_H sont généralement complexes à déterminer voire impossible à obtenir analytiquement, les vecteurs propres de F peuvent être beaucoup plus simple à exprimer et nous renseignent alors sur Φ . Les deux parties suivantes se concentrent sur différents opérateurs commutant (éventuellement) avec Θ_H , ainsi que les propriétés qui en découlent.

Les études portant sur des structures photoniques consistent alors généralement à lister dans un premier temps les différents opérateurs commutant avec Θ_H , cela se fait simplement en observant les invariances de la permittivité diélectrique relative $\epsilon_r(\mathbf{r})$. Globalement, on pourra classer ces invariances dans deux catégories. Les invariances peuvent être *non-ponctuelles* (qui ne laisse aucun point invariant), comme la périodicité d'une structure ou son uniformité. Ces deux invariances sont par ailleurs traitées dans la partie 1.3.2, juste à la suite de cette partie. On peut aussi définir les symétries *ponctuelles*, dont les implications sont traitées dans la partie 1.4. A titre informatif, quelques notions sur les symétries non-ponctuelles telles que la réflexion glissée et leurs implications sont données dans la partie 3.3.5.

4. Quelques précautions sont à prendre en cas de dégénérescences de deux vecteurs propres ou plus, néanmoins même dans ces cas il est toujours possible de construire un ensemble de vecteurs orthogonaux deux-à-deux

5. Pour la démonstration, voir l'annexe 4.6

1.3.2 Relation de dispersion

En premier lieu, considérons un matériau diélectrique homogène de permittivité relative ϵ_r quelconque. Du fait de l'homogénéité de la structure, c'est-à-dire de $\epsilon_r(\mathbf{r})$, l'hamiltonien photonique va posséder un certain nombre d'invariances. L'une des premières invariances remarquables est la *symétrie de translation continue*, c'est-à-dire l'invariance de la structure par n'importe quel opérateur de translation T_d défini en 1D suivant x par :

$$\hat{T}_d \mathbf{H}_0(x, y, z) = \mathbf{H}_0(x - d, y, z) \quad \forall x, y \text{ et } z \quad (1.14)$$

Dont les vecteurs propres sont les fonctions exponentielles complexes de la forme e^{ikx} avec comme valeurs propres associées e^{-ikd} . Autrement dit, il est possible de chercher les solutions de l'équation photonique sous la forme :

$$\mathbf{H}_k(x, y, z) = \mathbf{H}_0(y, z) e^{ikx} \quad (1.15)$$

Ou de façon générale, en prenant en compte la symétrie de translation continue dans toutes les directions :

$$\mathbf{H}_k(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (1.16)$$

Ces solutions sont communément appelées *ondes planes*, elles sont polarisées dans la direction de $\mathbf{H}_0$. En cherchant les solutions sous cette forme, la condition de transversalité du champ $\mathbf{H}$ (équation 1.10) devient alors :

$$\nabla \cdot \mathbf{H}_k(\mathbf{r}) = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{H}_0 = 0 \quad (1.17)$$

Autrement dit, la polarisation du champ d'excitation magnétique $\mathbf{H}_k$ se fait toujours dans le plan transverse au vecteur d'onde $\mathbf{k}$, d'où la dénomination de *condition de transversalité* de cette équation. On notera que dans le cas de structures plus complexes comme les cristaux photoniques, cette condition n'est plus valide sous cette forme.

Un deuxième intérêt de mettre les solutions sous cette forme est d'établir la *relation de dispersion* de la structure. Les relations de dispersion consistent à relier les propriétés d'évolutions spatiales de l'onde (c'est-à-dire le vecteur d'onde $\mathbf{k}$) aux variations temporelles (c'est-à-dire ω). Cela se fait en réinjectant l'équation 1.16 dans l'équation photonique, on obtient alors :

$$\|\mathbf{k}\|^2 = \epsilon_r \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \quad (1.18)$$

L'équation 1.18 est la relation de dispersion de la lumière dans les matériaux diélectriques homogènes.

L'idée est désormais de savoir si les structures périodiques peuvent être traitées de la même manière. Ces dernières sont caractérisées par une permittivité diélectrique relative périodique, c'est-à-dire que :

$$\epsilon_r(\mathbf{r} + \mathbf{G}) = \epsilon_r(\mathbf{r}) \quad \forall \mathbf{r} \quad (1.19)$$

Où $\mathbf{G}$ est un vecteur quelconque du réseau. Par conséquent, les structures ne possèdent plus qu'une *symétrie de translation discrète*, et Θ_H commute avec l'opérateur de translation T_G . Ainsi, de même que précédemment les vecteurs propres de Θ_H peuvent être exprimés sous la forme d'un vecteur propre de T_G . Cela permet de décomposer les vecteurs propres de Θ_H sous la forme d'une *onde de Bloch* s'exprimant de la façon suivante⁶ :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_k(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{g}} \left(\mathbf{c}_{k,\mathbf{g}} e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g})\cdot\mathbf{r}} \right) \\ &= e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \sum_{\mathbf{g}} \left(\mathbf{c}_{k,\mathbf{g}} e^{i\mathbf{g}\cdot\mathbf{r}} \right) \\ &= e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (1.20)$$

Où $\mathbf{g}$ sont les vecteurs du réseau réciproque et $\mathbf{u}_k(\mathbf{r})$ est une fonction périodique de même périodicité que le CP. Cette fonction représente l'*enveloppe de Bloch*. Ce qui est intéressant d'observer est qu'il reste toujours possible de définir un vecteur d'onde $\mathbf{k}$ dans le cas des structures périodiques, néanmoins celui-ci n'est plus unique, à la place il est défini à une translation près d'un vecteur du réseau réciproque. Il en découle que malgré des variations spatiales de la permittivité diélectrique, la lumière se propage au sein de la structure sans subir de diffusion. Pour être plus précis, toutes les diffusions induites par les variations d'indice optique sont cohérentes entre-elles et ne font que former l'enveloppe de Bloch. On appelle ce vecteur d'onde particulier *vecteur d'onde de Bloch*.

Dans le cas des ondes de Bloch, la relation de transversalité prend une forme différente. Le champ magnétique ne peut plus être transverse au vecteur d'onde de Bloch car celui-ci n'est pas unique. À la place, chacune de ses harmoniques $\mathbf{c}_{k,\mathbf{g}}$ sont transverses à leur vecteur d'onde de Bloch associé $\mathbf{k} + \mathbf{g}$ ⁷.

Enfin, on remarquera que chercher les vecteurs propres sous la forme d'onde de Bloch revient à ne chercher que les modes dont le champ électromagnétique est déphasé d'une cellule unitaire à une autre par un terme constant (valant ka dans le cas d'un CP 1D, où a est la période). Cela revient à étudier la structure sur une seule maille unitaire et à imposer des conditions aux bords particulières appelées *conditions de Bloch* qui imposent un déphasage constant entre deux bords opposés. Le fait d'appliquer ainsi des conditions aux bords a généralement pour effet de discrétiser les pulsations accessibles par le système. Autrement dit, au lieu d'avoir un continuum de pulsations possible, on obtient un ensemble de pulsations que l'on indexe par ordre croissant de pulsation $\omega_n(\mathbf{k})$. En fai-

6. Pour plus de détails sur la construction de l'onde de Bloch, voir l'annexe 4.6

7. Pour plus d'informations, voir l'annexe 4.6

sant varier de façon continue $\mathbf{k}$, ces pulsations discrètes évoluent formant ainsi ce que l'on appelle communément la *structure de bande* du CP.

De même, on indexe les solutions de l'équation photonique par rapport à la bande à laquelle elles appartiennent : $\mathbf{H}_{\mathbf{k},n}$.

1.3.3 Première zone de Brillouin

Une des propriétés des modes de Bloch par rapport aux ondes planes est la périodicité de leur relation de dispersion. En effet, plaçons nous pour simplifier dans le cas d'un CP 1D de période a . Alors, deux modes en k et $k + m2\pi/a$ (où m est un entier relatif quelconque) et appartenant à la même branche n sont identiques par construction (voir l'équation 1.20) et possèdent donc la même pulsation. Par conséquent, il est inutile d'étudier la dispersion des structures périodiques sur la totalité de l'espace des vecteurs d'onde, l'étude peut facilement se réduire sur la première période de la dispersion (par exemple sur la gamme de vecteurs d'onde $[-\pi/a, \pi/a]$) dans le cas 1D), ne comportant ainsi aucune valeur de $\mathbf{k}$ redondante. Cet espace de vecteur d'onde est appelé *Première zone de Brillouin* (PZB). Le cas des CP 2D et 3D est similaire mais forme des PZB plus complexe suivant les réseaux cristallins étudiés.

D'autres symétries peuvent encore réduire la zone d'étude minimale, une symétrie courante dans la plupart des structures photoniques est la symétrie temporelle. Cette symétrie revient à ne pas pouvoir différencier un mode de Bloch $\mathbf{H}_{\mathbf{k},n}(\mathbf{r}, t)$ dont l'évolution temporelle est inversée $t \rightarrow -t$ du mode de Bloch dont le vecteur d'onde est inversé $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$. On en déduit que ces deux modes possèdent la même pulsation et ainsi que $\omega_{n,-\mathbf{k}} = \omega_{n,\mathbf{k}}$. Autrement dit, les dispersions de la plupart des structures possèdent une symétrie d'inversion, même si la structure ne la possède pas, permettant de réduire encore la zone d'étude.

Nous verrons dans la partie 1.4 qu'il est possible dans certains cas de réduire davantage la zone d'étude dans l'espace réciproque.

1.3.4 Vitesse de phase, vitesse de groupe et vitesse de l'énergie

Dans les sections précédentes, nous avons défini les relations de dispersion dans les cristaux photoniques et les milieux homogènes. Pour cela, nous avons caractérisé les solutions de l'équation photonique par un vecteur d'onde de Bloch $\mathbf{k}$ et une pulsation ω , mais il existe d'autres grandeurs capables de caractériser ces solutions. En particulier, il est souvent intéressant de caractériser les modes par leur vitesse de propagation.

Néanmoins, contrairement aux corpuscules, les ondes ne sont pas caractérisées par une mais trois vitesses, la *vitesse de phase*, la *vitesse de groupe* et la *vitesse de l'énergie*. Considérons un milieu homogène isotrope et linéaire de permittivité relative ϵ_r constante (indépendante de la pulsation). Les solutions de l'équation photonique sont les ondes planes propagatives monochromatiques telles que décrites dans la partie 1.3.2.

La vitesse de phase est alors définie comme la vitesse de propagation des fronts d'onde (lorsque ceux-ci peuvent être correctement définis). Dans le cas des ondes planes, le front d'onde est bien défini et peut être obtenu en calculant les positions iso-phases⁸. On obtient ainsi l'expression de la vitesse de phase suivante :

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} \quad (1.21)$$

Ainsi, en employant la relation de dispersion dans les milieux homogènes donnée par l'équation 1.18, on en déduit que $v_\phi = c/\sqrt{\epsilon_r} = c/n$ en définissant l'indice optique $n = \sqrt{\epsilon_r}$.

La vitesse de groupe quant à elle est définie comme la vitesse de propagation d'une impulsion (ou paquet d'ondes) dans le matériau. Elle est définie dans des régimes "balistiques" pour lesquels l'impulsion ne se déforme "pas trop" au cours de sa propagation, de sorte qu'il est possible de définir sans ambiguïté sa position. Par conséquent, cette notion est correctement définie dans des régimes de faible dispersion et de faible absorption. Elle possède l'expression suivante⁹ :

$$\mathbf{v}_g(\mathbf{k}) = \nabla_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k}) \quad (1.22)$$

Toujours en utilisant la relation de dispersion dans les milieux homogènes donnée par l'équation 1.18, on trouve $v_g = c/n$.

Enfin, la vitesse de l'énergie est la vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique. Elle est définie par le rapport entre le vecteur de Poynting $\mathbf{\Pi}$ et la densité d'énergie électromagnétique U . Elle dépend donc du temps et des variables d'espace, on utilise alors sa valeur moyenne sur une période (spatiale et temporelle), on obtient alors l'expression¹⁰ :

$$v_e = \frac{\langle \mathbf{\Pi}(\mathbf{r}) \rangle}{\langle U(\mathbf{r}) \rangle} \quad (1.23)$$

Où $\langle .. \rangle$ représente la moyenne spatiale et temporelle sur une période.

Il est alors possible d'établir¹¹ que $\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_g$ dans les milieux homogènes mais aussi dans les milieux périodiques.

Ainsi, dans les milieux diélectriques homogènes dont la permittivité est réelle et constante, les vitesses de phase, de groupe et de l'énergie sont toutes égales entre-elles. On notera par ailleurs que les notions d'indices de groupe et de phase sont parfois privilégiées car plus intuitives que les vitesses de groupe et de phase. Elles se définissent ainsi :

8. Voir l'annexe 4.6 pour la démonstration

9. Voir l'annexe 4.6 pour la démonstration

10. Voir l'annexe 4.6 pour plus de détails et pour la démonstration

11. Pour la démonstration, voir par exemple SAKODA [23, p. 30].

$$n_\phi = \frac{c}{v_\phi} \quad (1.24)$$

$$n_g = \frac{c}{v_g} \quad (1.25)$$

Dans les milieux diélectriques non dispersifs, ces deux quantités sont égales à l'indice optique du matériau.

Dans les milieux périodiques, les notions précédentes ne s'appliquent néanmoins pas toujours. En effet, prenons l'expression d'un mode de Bloch tel que décrit par l'équation 1.20. Ces modes sont constitués d'une multitude d'harmoniques de Bloch, chacune possédant une vitesse de phase différente. Par conséquent, il n'est généralement pas possible de définir une vitesse de phase globale du mode, à part si la plupart des harmoniques sont négligeables et que le mode de Bloch peut se réduire à une simple onde plane.

En revanche, la notion de vitesse de groupe peut généralement être définie dans les milieux périodiques. Il convient cependant d'être prudent car ces milieux peuvent être fortement dispersifs, notamment en bord de [PZB](#), où il peut devenir difficile de définir proprement la notion de vitesse de groupe¹². Néanmoins, en dehors de ces régimes spéciaux, l'expression de la vitesse de groupe reste inchangée par rapport à celle des milieux homogènes, si ce n'est qu'il faut désormais expliciter le numéro de la bande à laquelle on se réfère :

$$\mathbf{v}_n(\mathbf{k}) = \nabla_{\mathbf{k}} \omega_n(\mathbf{k}) \quad (1.26)$$

1.3.5 Loi d'échelle

Une propriété intéressante de l'équation photonique est son comportement vis-à-vis des contractions et dilatations de l'espace. En effet, si l'on considère une structure photonique A représentée par $\epsilon_r(\mathbf{r})$ et un mode photonique établi dans cette structure $\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$ à la pulsation ω . Alors, dans une structure B identique à la structure A mais dilatée ($s > 1$) ou contractée ($s < 1$) représentée par $\epsilon'_r(\mathbf{r}) = \epsilon_r(\mathbf{r}/s)$, le mode $\mathbf{H}'_0(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}/s)$ est lui-même un mode propre de la structure B avec une pulsation $\omega' = \omega/s$ et un vecteur d'onde $\mathbf{k}/s$.

Il est alors commode de normaliser les grandeurs tels que le vecteur d'onde et la pulsation par une longueur de référence afin d'obtenir une dispersion indépendante de l'échelle des longueurs. La période du cristal est alors un bon candidat de longueur de référence. Pour être plus précis, les grandeurs précédentes sont normalisées de la façon suivante :

12. Cela est *a fortiori* encore plus vrai lorsque le mode subit des pertes. Ces cas particuliers sont discutés dans le chapitre 4

$$\bar{\omega} = \frac{\omega a}{2\pi c} \quad (1.27)$$

$$\bar{k} = \frac{ka}{2\pi} \quad (1.28)$$

Cette propriété permet de faciliter la conception des cristaux photoniques car il est alors simple de pouvoir ajuster la longueur d'onde d'une résonance d'intérêt en appliquant simplement le bon facteur d'échelle à la structure. Par ailleurs, en ajustant ainsi la structure, elle conservera toutes ses propriétés "intensives" (gap relatif $\Delta\omega/\omega_0$, vitesse de groupe,...)

Cette propriété permet aussi de simplifier, dans une certaine mesure¹³, l'étude des CP dans le domaine de l'optique et de l'infrarouge en les étudiant dans un premier temps dans le domaine des micro-ondes qui nécessite l'utilisation de structures de périodes millimétriques et donc beaucoup plus simple à fabriquer.

1.3.6 Densité d'état photonique

Considérons un émetteur de lumière représenté par un dipôle électrique oscillant à la pulsation ω , de magnitude et d'orientation $\mathbf{d}$ et situé en $\mathbf{r}_0$ de sorte que :

$$\mathbf{P}_d(\mathbf{r}, t) = \mathbf{d}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)e^{-i\omega t} \quad (1.29)$$

On peut alors montrer, dans le cadre de la physique classique¹⁴, que la *densité d'énergie rayonnée* par ce dipôle peut s'obtenir à l'aide de la relation :

$$U = \frac{\pi\omega^2}{\epsilon_0 V} \langle |\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_0)|^2 \rangle_{\mathbf{k}} D(\omega) \quad (1.30)$$

Où V correspond au volume du domaine de résolution¹⁵ (une maille élémentaire) et où $D(\omega)$ est la *densité d'états photoniques* (DOS) des modes optiques de l'environnement. Il apparait alors que la densité d'énergie rayonnée par un émetteur (autrement dit son taux d'émission spontanée) n'est pas une caractéristique intrinsèque de cet émetteur. Au contraire, cette densité d'énergie dépend aussi de l'environnement optique de l'émetteur. En particulier, il est possible de modifier le taux d'émission spontanée en jouant sur les DOS de l'environnement ou en plaçant l'émetteur sur un *point chaud* du champ électrique (maximisant $\langle |\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_0)|^2 \rangle$). On quantifie communément cette exaltation par l'environnement de l'émission spontanée par le *facteur de Purcell*, qui correspond au ratio des DOS du système étudié avec celui de l'espace libre.

13. Cette technique reste cependant limitée par l'évolution des propriétés des matériaux dans les différents domaines

14. Pour la démonstration, voir par exemple SAKODA [23, p. 102]. On notera aussi que le traitement par la mécanique quantique mène à un résultat similaire

15. Le champ électrique considéré est normalisé et dépend du volume du domaine. Ces détails ne sont pas développés dans ce manuscrit.

La DOS est donc une caractéristique importante de l'environnement, elle consiste à quantifier le nombre d'états dN existants dans un intervalle $[\omega, \omega + d\omega]$ arbitrairement fin donné, de sorte que :

$$dN(\omega) = D(\omega)d\omega \quad (1.31)$$

Dans le cas de modes pour lesquels il est possible de définir un vecteur d'onde (structures périodiques ou uniformes dans au moins une direction), cette définition se complique. En effet, si l'on considère une branche de la structure de bande, il existe alors une infinité de modes dans un intervalle $[k, k + dk]$ donné. Afin de pouvoir comptabiliser correctement ces modes il est nécessaire de recourir à une normalisation.

C'est la *normalisation dans une boîte* qui est généralement employée. Cela consiste à imposer des conditions aux bords de réflexion totale suivant toutes les directions pour lesquelles le vecteur d'onde est défini (on note ce nombre de direction d). Cela revient alors à contenir la structure au sein d'une boîte, dont la dimensionnalité est la même que celle du vecteur d'onde, d . On discrétise ainsi les vecteurs d'onde accessibles par l'ensemble des modes du système

$$k_i = n_i \frac{\pi}{L} \quad (1.32)$$

Où k_i sont les composantes du vecteur d'onde $\mathbf{k}$ et $n_i \in \mathbb{N}$. Ainsi, chaque mode de la structure ainsi encagé occupe une étendue¹⁶ de $(\pi/L)^d$ dans l'espace réciproque.

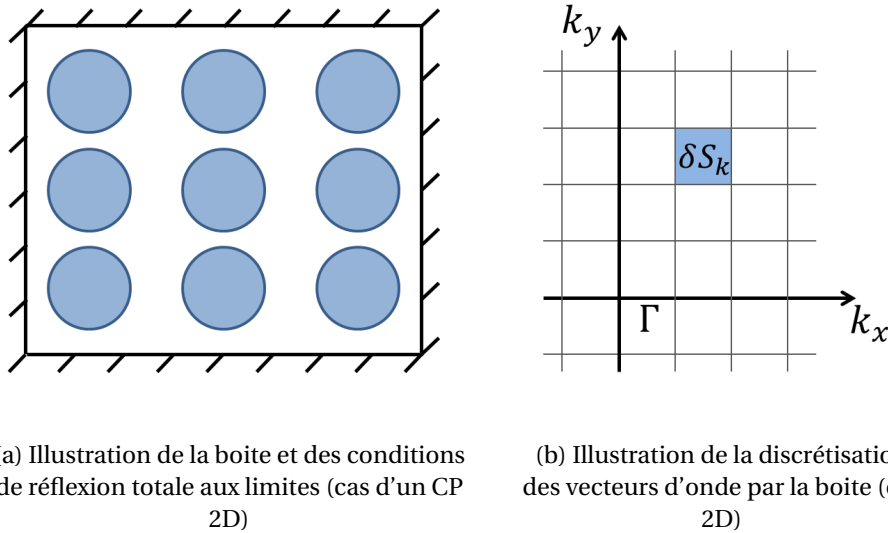


FIGURE 1.3 – Principe de la normalisation par une boîte pour le calcul des DOS des modes de Bloch

Il est aussi possible d'employer des conditions aux bords périodiques à la place des conditions de réflexion totale. Dans ce cas là, le vecteur d'onde se discrétise de la façon suivante :

$$k_i = n_i \frac{2\pi}{L} \quad (1.33)$$

16. Selon la valeur de d , cette étendue représente un volume, une surface ou une longueur dans l'espace réciproque

où $n_i \in \mathbb{Z}$. L'étendue d'un mode dans l'espace réciproque devient alors $(2\pi/L)^d$, néanmoins cela est compensé par la nécessité de comptabiliser les valeurs positives et négatives du vecteur d'onde. On retrouve finalement des valeurs de DOS identiques avec l'une ou l'autre des conditions aux bords considérées.

La seconde étape du calcul peut se faire de plusieurs manières. La plus générale consiste à utiliser la notion de **densité d'états spectrale (SDOS)**. Cette notion est dérivée des fonctions de Green [25], elle consiste à fournir la densité d'état à une position donnée dans l'espace réciproque et est notée $S(\omega, \mathbf{k})$. Dans le cas de systèmes sans pertes comme ceux que l'on étudie dans cette partie, ces fonctions sont représentées par des fonctions de Dirac centrées sur les pulsations des modes de Bloch, soit $S_n(\omega, \mathbf{k}) = \delta(\omega - \omega_n(\mathbf{k}))$ où S_n est la densité d'état spectrale de la branche n , dont la relation de dispersion est $\omega_n(\mathbf{k})$. Comme nous le verrons dans le chapitre 4, dans le cas de résonances à pertes les SDOS peuvent généralement être assimilées à des *lorentziennes*.

On peut alors montrer que le nombre d'états dans l'intervalle $[\omega, \omega + d\omega]$ est donné par¹⁷ :

$$dN = \left(\frac{L}{\pi}\right)^d \sum_n \int_{\mathbf{k}} S_n(\omega, \mathbf{k}) d\mathbf{k} d\omega \quad (1.34)$$

Finalement, afin d'obtenir une quantité intrinsèque à la dispersion du matériau (qui ne dépend pas de la boîte), on utilise la densité d'état par unité de volume/surface/longueur de la boîte. On fait ensuite tendre la taille de la boîte considérée vers l'infini, pour notre exemple on obtient alors¹⁸ :

$$g(\omega) = \frac{1}{L^d} \frac{dN}{d\omega} = \frac{D(\omega)}{L^d} = \frac{1}{\pi^d} \sum_n \int_{\mathbf{k}} S_n(\omega, \mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (1.35)$$

Cette expression générale des densités d'états sera utile lors du calcul des DOS dans les systèmes non-hermitiens du chapitre 4, où la SDOS n'est plus représentée par des distributions de Dirac. Dans les systèmes sans pertes néanmoins, des méthodes de calcul plus simple peuvent être appliquées. Ces méthodes sont décrites dans l'annexe 4.6 pour le cas des dispersions isotropes et anisotropes. Par ailleurs, un recueil de DOS calculer dans différents cas de dispersions est aussi disponible dans les annexes.

1.4 Symétries ponctuelles d'un cristal photonique

Lorsque la structure diélectrique possède un certain nombre de symétries, il est alors possible de catégoriser les modes s'établissant en son sein. « Lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits » disait CURIE [26] en 1894. Si cette affirmation connaît quelques exceptions, elle s'applique très bien à l'électromagnétisme

17. Voir l'annexe 4.6 pour la démonstration

18. Dans la littérature, le terme en $1/\pi^d$ est généralement omis. Il est conservé ici afin d'être en accord avec la méthode de calcul alternative proposée en annexe

et nous verrons alors qu'elle permet de caractériser les modes photoniques en fonction de ses parités (ou plus généralement de ses *caractères*) vis-à-vis de ses symétries.

Dans la partie 1.3.2, nous avons déjà utilisé une ou plusieurs symétries du système afin de caractériser les modes. L'invariance par translation continue ou discrète nous a en effet permis de mettre les solutions sous la forme d'ondes planes selon les directions où la structure est uniforme et sous la forme d'onde de Bloch dans les directions où la structure est périodique. Dans cette partie, nous nous consacrerons aux cas des *symétries ponctuelles*, et plus particulièrement aux *symétries miroirs* et *symétries de rotation*, en employant la [Théorie des groupes de symétrie \(TGS\)](#).

Afin de ne pas alourdir inutilement les développements réalisés dans les parties suivantes, de nombreuses notions sont passées sous silence. Pour plus de détails sur la branche des mathématiques traitant les groupes de symétrie et de ses implications en physique, voir par exemple INUI et collab. [27].

1.4.1 Définition

Une symétrie ponctuelle d'une structure est un opérateur linéaire agissant sur les coordonnées de l'espace laissant un point de l'espace invariant et la structure inchangée. Les cas de la translation (continue ou discrète), de la réflexion glissée et de l'axe hélicoïdal ne rentrent donc pas dans cette définition car ils ne laissent aucun point de l'espace invariant¹⁹. Par ailleurs, on considère parmi ces opérateurs uniquement ceux qui conservent les longueurs (isométries de l'espace). Dans un espace bidimensionnel ou tridimensionnel, on trouve alors communément les symétries de réflexion, les symétries de rotation, les symétries de rotation impropre²⁰ (rotation selon un axe Δ suivi d'une réflexion par rapport à un plan Π perpendiculaire à Δ), les centres d'inversion et l'identité (trivial).

On notera dans ce manuscrit l'opérateur de symétrie $\hat{O}$ (agissant sur des champs vectoriels ou scalaires) et sa représentation matricielle²¹ O (agissant sur des vecteurs) de sorte que :

$$[\hat{O}\mathbf{f}](\mathbf{r}) = O\mathbf{f}(O^{-1}\mathbf{r}) \quad \text{Pour un champ vectoriel} \quad (1.36)$$

$$[\hat{O}f](\mathbf{r}) = f(O^{-1}\mathbf{r}) \quad \text{Pour un champ scalaire} \quad (1.37)$$

Ainsi, un opérateur $\hat{O}$ est une symétrie de la structure si et seulement si $[\hat{O}\epsilon_r](\mathbf{r}) = \epsilon_r(\mathbf{r})$.

On notera par ailleurs que dans le cas des structures périodiques, une symétrie de la structure est *a fortiori* aussi une symétrie du réseau. On peut néanmoins montrer que toutes les symétries de l'espace ne peuvent pas respecter cette condition, seules certaines symétries peuvent éventuellement

19. Ces opérateurs rentrent dans le cadre des groupes de symétrie *non-symmorphiques*. Certains développements sur ces groupes seront réalisés au chapitre 3

20. Aussi connue sous les dénominations *d'antirotation*, de *roto-réflexion* ou encore de *rotation-réflexion*

21. Il existe une subtilité sur cet opérateur vectoriel car son comportement varie suivant qu'il agit sur un *vecteur vrai* (comme le champ électrique) ou un *pseudo-vecteur* (comme le champ magnétique). Pour plus de détails, voir l'annexe 4.6

s'appliquer aux structures périodiques. Ce résultat, connu sous le nom de *théorème de restriction cristallographique*, n'admet alors que les symétries de rotation de certains ordres, à savoir les ordres 2, 3, 4 et 6²².

1.4.2 Théorie des groupes ponctuels de symétrie

On considère alors une structure possédant un certain nombre de symétries, représentées par les opérateurs $\{\hat{O}_n\}$. Par exemple, on peut considérer la structure 2D illustrée sur la figure 1.4, qui possède deux plans de symétrie (i.e des symétries de réflexion) de normales $\hat{x}$ et $\hat{y}$ représentés par les opérateurs σ_x et σ_y (provenant de l'allemand *Spiegelung*, soit *réflexion*) respectivement. Du fait de ces deux plans de symétrie, la structure possède aussi une symétrie de rotation d'ordre 2 notée C_2 , dont l'axe correspond à l'intersection entre les deux plans de symétrie. De plus, cette structure admet trivialement l'opérateur identité E (provenant de l'allemand *Einheit*, soit *unité*) comme symétrie. L'ensemble de ces symétries forme un groupe ponctuel nommé C_{2v} selon la notation de Schoenflies (un organigramme permettant de déterminer le groupe ponctuel d'un crystal en fonction de ses symétries est donné dans l'annexe 4.6). Ce groupe est alors défini par :

$$C_{2v} = \{E, C_2, \sigma_x, \sigma_y\} \quad (1.38)$$

Cela implique que

1. La combinaison de deux éléments du groupe est aussi un élément du groupe
2. L'inverse de chacun des éléments du groupe fait aussi partie du groupe
3. La multiplication est associative (i.e. $(ab)c = a(bc)$ où a, b et c sont des éléments quelconques du groupe)
4. Il existe un élément neutre dans le groupe, l'opérateur identité dans notre cas

Il est alors commun de présenter un groupe en établissant sa *table de multiplication* (voir la table 1.1)

	E	C_2	σ_x	σ_y
E	E	C_2	σ_x	σ_y
C_2	C_2	E	σ_y	σ_x
σ_x	σ_x	σ_y	E	C_2
σ_y	σ_y	σ_x	C_2	E

TABLEAU 1.1 – Table de multiplication de groupe ponctuel C_{2v} .

Pendant longtemps, l'étude des symétries présentées par les cristaux, en minéralogie principalement, ne fut utilisée qu'à des fins de classification. Progressivement, l'idée que les propriétés physiques d'un cristal soient liées à ses propriétés de symétrie s'imposa. On peut par exemple citer les

22. Il est intéressant de noter que, profitant d'une dimension latérale finie, certaines structures possèdent des symétries d'ordre 5 tout en conservant une certaine périodicité (spectre de diffraction quasi-discret). Ces structures pseudo-périodiques sont communément appelées *quasi-cristaux*

études de PASTEUR qui compris le premier en 1848 que le pouvoir rotatoire d'un cristal dépend de ses symétries. Ce principe fut confirmé ensuite par les expériences de J. CURIE et P. CURIE, ce dernier énonça alors son *principe de symétrie* évoqué précédemment.

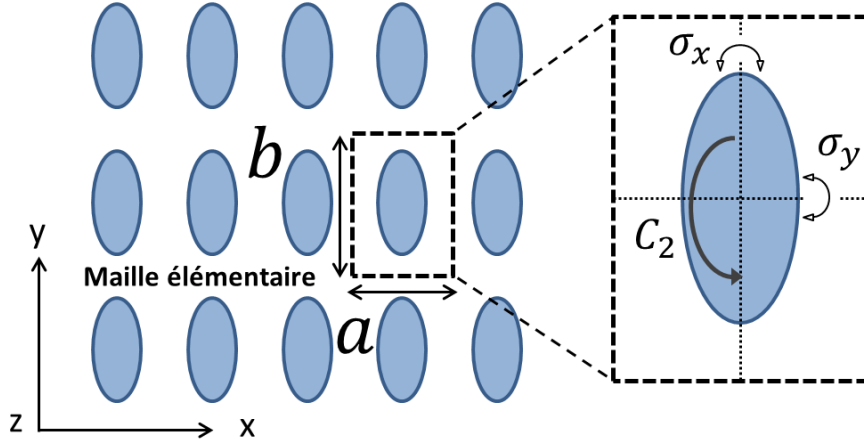


FIGURE 1.4 – Exemple de structure du groupe de symétrie C_{2v} .

Les symétries jouent aussi un rôle important dans le domaine des cristaux photoniques. Certains procédés sont contraints à des règles de sélection basées sur les symétries des modes optiques. Par exemple, certains modes optiques d'une structure photonique ne peuvent pas être excités par une onde plane incidente à cause de leurs propriétés de symétries incompatibles avec celles de l'onde incidente²³. La classification des modes optiques en fonction de leur propriétés de symétrie est alors une nécessité lorsque l'on étudie ces procédés.

La classification des modes de Bloch s'établissant dans une structure photonique donnée se fait en établissant leurs **représentations irréductibles (RI)**. Considérons un mode de Bloch quelconque de la structure $\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}}$, situé en $\mathbf{k}$ et de pulsation propre ω . On appelle $\mathbf{G}$ le groupe de symétrie de la structure et on considère un de ses opérateurs de symétrie $\hat{O} \in \mathbf{G}$.

En premier lieu, comme $\hat{O}$ commute avec $\Theta_{\mathbf{H}}$, $\hat{O}\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}}$ est aussi un mode propre de $\Theta_{\mathbf{H}}$ ayant la même pulsation que $\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}}$ à savoir ω . On ne peut en revanche pas établir que ces deux modes soient colinéaires à cause des dégénérescences de la pulsation ω (on sait pas exemple que $\omega(-\mathbf{k}) = \omega(\mathbf{k})$ à cause de la symétrie temporelle). Il convient alors d'établir la position de ce mode dans l'espace des vecteurs d'onde. Pour cela, il suffit de quantifier le déphasage subit par le mode d'une période à une autre. De façon générale, on peut montrer²⁴ que :

$$\hat{O}\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}} = e^{i\theta}\mathbf{H}_{n,\mathbf{Ok}} \quad (1.39)$$

Où θ est une phase *a priori* quelconque. Cette égalité n'est pas une contrainte très forte sur les modes, sauf dans les cas particuliers où $\mathbf{Ok} = \mathbf{k}$ pour lesquels l'équation 1.39 devient une équation aux

23. Ce type de mode sera étudié dans la partie 4.3.1

24. Cette égalité s'applique *a minima* pour les opérations de réflexion et de rotation, voir JOANNOPOULOS et collab. [3, p. 37-38] pour les démonstrations

valeurs propres. Dans ce cas, les modes de Bloch de la structure sont alors aussi des modes propres des opérateurs de symétrie. Ils peuvent alors être caractérisés par la valeur propre de $\hat{O}$ à laquelle ils sont associés. On appelle cette valeur propre *caractère* de $\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}}$ par rapport à $\hat{O}$ et est noté ξ . Ainsi :

$$\hat{O}\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}} = \xi\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}} \quad \forall \mathbf{k} \text{ tel que } O\mathbf{k} = \mathbf{k} \quad (1.40)$$

On notera bien que cette classification ne peut pas se faire en tout point de la [PZB](#), seulement aux points respectant l'égalité $O\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Autrement dit, les symétries de la structure contraignent les modes de Bloch uniquement aux vecteurs d'onde invariants par l'action de ces symétries. Pour un vecteur d'onde quelconque donné, toutes les symétries ne pourront pas nécessairement contraindre $\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}}$. les modes de Bloch n'appartiennent donc généralement pas au même groupe de symétrie que la structure dans laquelle ils s'établissent mais plutôt à un *sous-groupe* $\mathbf{G}_{\mathbf{k}} \subset \mathbf{G}$, sous-groupe pour lequel tous les opérateurs de symétrie laissent le vecteur d'onde de Bloch invariant²⁵. On qualifie alors les zones de la [PZB](#) pour lesquelles $\mathbf{G}_{\mathbf{k}}$ ne se réduit pas à l'ensemble $\{E\}$ *points de haute symétrie*. Ces zones peuvent prendre la forme de surface, de ligne voire de points singuliers pour les plus hauts degrés de symétries (où éventuellement $\mathbf{G}_{\mathbf{k}} = \mathbf{G}$). Ainsi, suivant la position considérée dans l'espace réciproque, différente symétrie peuvent ne plus s'appliquer aux modes de Bloch. On fera référence à ce phénomène sous le terme de *brisure de symétrie par le vecteur d'onde* par opposition à la brisure de symétrie "physique" d'une structure.

De façon générale, un mode de Bloch de la structure situé au point $\mathbf{k}$ possède alors les symétries du groupe ponctuel $\mathbf{G}_{\mathbf{k}}$. Cela ne signifie cependant pas que son caractère soit systématiquement égal à 1. Prenons par exemple le cas d'une structure possédant un plan de symétrie représenté par l'opérateur $\hat{M}$ et un mode de Bloch situé en un vecteur de Bloch $\mathbf{k}$ tel que $M\mathbf{k} = \mathbf{k}$ et de caractère ξ par rapport à $\hat{M}$. Alors, en appliquant deux fois l'opération de réflexion, on retrouve le mode de départ, autrement dit :

$$\hat{M}^2\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}} = \xi^2\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}} = \mathbf{H}_{n,\mathbf{k}} \quad (1.41)$$

Ainsi, les caractères associés à une symétrie de réflexion ne peuvent prendre comme valeur que 1 ou -1, correspondant respectivement à un mode *pair* et *impair*²⁶.

En établissant l'ensemble des caractères possibles pour chaque opération de symétrie d'un groupe et en prenant en compte les liens entre chacune de ces opérations, donnés par la table de multiplication, il est possible d'établir la table des caractères des groupes de symétrie²⁷. Un exemple est donné sur la table 1.2

25. Il est en effet question ici de vecteur d'onde de Bloch, à savoir l'ensemble des vecteurs d'onde décrit par les différentes harmoniques et non pas un simple vecteur unique.

26. On peut voir cela comme une conséquence de l'utilisation de matériaux diélectriques. Dans ces matériaux, la distribution de charges et de courant sont nulles. Ainsi, les plans de symétrie de la structure sont à la fois des plans de symétrie et d'antisymétrie des charges et du courant électrique, les modes s'installant dans la structure peuvent alors être pairs ou impairs.

27. On se place ici dans le cas des groupes de symétrie non dégénérés, le cas des groupes dégénérés nécessite un traitement plus poussé. Néanmoins, dans ce manuscrit nous étudierons majoritairement des structures n'appartenant pas à

C_{2v}	E	C_2	σ_x	σ_y
A_1	+1	+1	+1	+1
A_2	+1	+1	-1	-1
B_1	+1	-1	+1	-1
B_2	+1	-1	-1	+1

TABLEAU 1.2 – Table des caractères du groupe ponctuel C_{2v} .

Il existe alors pour ce groupe uniquement quatre "ensembles" de caractères possibles. Grossièrement, un mode de Bloch appartenant au groupe ponctuel $\mathbf{G}_{\mathbf{k}} = C_{2v}$ peut être pair ou impair par rapport à σ_x , il peut être pair ou impair par rapport à σ_y , le caractère de C_2 n'est néanmoins pas libre d'être choisi, il résulte du produit entre le caractère de σ_x et celui de σ_y ce qui limite le nombre d'ensemble à quatre : A_1 , A_2 , B_1 et B_2 . On appelle ces ensembles *représentations irréductibles*, ils permettent de caractériser de façon univoque les modes photoniques par rapport aux symétries ponctuelles de la structure.

Une remarque sur ce sujet, on aurait pu vouloir utiliser le fait que les opérateurs de symétrie commutent avec Θ_H afin de décrire directement les modes propres de la structure comme des modes propres de l'opérateur de symétrie (voir la partie 1.3.1, qui nous a permis d'établir la forme des solutions dans les milieux homogènes et périodiques comme étant respectivement des ondes planes et des ondes de Bloch). On prouve alors que tous les modes de la structure possèdent les symétries de $\mathbf{G}$, sans avoir à se restreindre aux points de haute symétrie de la structure. La différence est que l'on ne caractérise alors pas les modes de Bloch de la structure, mais des modes quelconques composés de plusieurs modes de Bloch dégénérés en pulsation et de vecteurs d'onde de Bloch différents.

Pour illustrer ce principe avec un exemple simple, considérons un milieu homogène 1D, qui possède donc un "plan" de symétrie de normale $\hat{x}$. Les modes s'établissant dans cette structure à la pulsation ω sont des ondes planes, elle sont au nombre de deux : l'onde *propagative* qui se propage dans le sens des x croissants et l'onde *contre-propagative* qui va dans le sens des x décroissants. On peut alors facilement former une onde stationnaire symétrique (ou anti-symétrique) en juxtaposant correctement le mode propagatif avec le mode contre-propagatif. Les solutions de l'équation photonique possèdent bien la symétrie de la structure, et peuvent être caractérisées par un caractère $\xi = \pm 1$ (+1 pour un mode symétrique et -1 pour un mode antisymétrique). Néanmoins, en faisant cela, nous n'avons pas caractérisé les modes de Bloch de la structure (ou plutôt les ondes planes dans notre exemple). Si l'on se restreint à un vecteur d'onde, alors il est évident que le mode ne peut pas avoir de symétrie par rapport à x , sauf si $k = 0$, point de haute symétrie pour laquelle on obtient un champ stationnaire.

Pour finir, il peut être utile dans l'étude des symétries des modes de Bloch de définir les *relations de compatibilité* entre un groupe d'espace et l'un de ses sous-groupes.

Considérons une structure photonique et un de ses modes situés en un point de haute symétrie comme le point Γ (situé en $\mathbf{k} = \mathbf{0}$). Ce mode appartient à l'une de *RI* du groupe $g \in \mathbf{G}_{\Gamma}$. Imaginons que l'on observe alors l'évolution de ce mode à une position voisine de Γ , qui est alors un point de

des groupes de symétrie dégénérés, nous passons donc sous silence cette complication. Pour plus d'informations, voir par exemple SAKODA [23].

moindre symétrie que Γ . Par exemple, observons le en $(k_x, k_y) = (0, \delta k_x)$, c'est-à-dire suivant un axe que l'on appellera l'axe Δ . Alors, ce nouveau mode ne possède alors que les symétries du groupe de Δ et appartient à une nouvelle RI $g' \in \mathbf{G}_\Delta$. Ce groupe est par ailleurs un sous-groupe de $\mathbf{G}_\Gamma$ étant donné qu'il possède moins de symétrie, soit $\mathbf{G}_\Delta \subset \mathbf{G}_\Gamma$.

Néanmoins, la transition de Γ à Δ étant continue²⁸, les parités du mode en Δ se déduisent de celles du mode en Γ . Autrement dit, la RI du mode en Δ g' se déduit de g .

Les **relations de compatibilité** consiste à donner les surjections $g \rightarrow g'$ entre un groupe et un de ses sous-groupes. Elle nous renseigne ainsi sur l'évolution des symétries d'une bande donné le long de sa dispersion. Un exemple de **relation de compatibilité** entre le groupe C_{2v} et C_1 est donné dans la partie 1.5.2.

1.4.3 Polarisation de la lumière

Les champs électriques et magnétiques sont des vecteurs dont l'évolution temporelle et spatiale de leur composantes suivant x, y et z est régit par l'équation photonique. Du fait de la présence de rotationnels dans cette équation, les différentes composantes sont couplées entre-elles. Il en résulte que les modes photoniques sont des fonctions complexes qu'il est difficile à résoudre analytiquement mais aussi numériquement.

Il existe néanmoins des cas particuliers de symétrie du système pour lesquels l'équation photonique vectorielle se découple en deux équations scalaires indépendantes. En effet, considérons une structure photonique uniforme selon une direction de l'espace donné noté z . Nous savons alors que les modes de la structure prennent la forme d'ondes planes selon cette direction du fait de la symétrie de translation, mais ce qui nous intéresse surtout c'est que la structure possède alors un plan de symétrie (xy). Ainsi, en reprenant l'équation 1.39 avec une réflexion $\hat{M}_z$ comme opérateur :

$$\hat{M}_z \mathbf{H}_{n,\mathbf{k}} = e^{i0} \mathbf{H}_{n,M_z \mathbf{k}} \quad (1.42)$$

On se place alors en des points de l'espace réciproque de sorte que $M_z \mathbf{k} = \mathbf{k}$, c'est-à-dire que l'on restreint le vecteur d'onde de Bloch à être compris dans le plan de symétrie. Ainsi :

$$\hat{M}_z \mathbf{H}_{n,\mathbf{k}} = \xi \mathbf{H}_{n,\mathbf{k}} \iff M_z \mathbf{H}_{n,\mathbf{k}}(M_z^{-1} \mathbf{r}) = \xi \mathbf{H}_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (1.43)$$

La particularité du plan de symétrie issu de la symétrie de translation continue est qu'il est valable quel que soit le choix de l'origine pour $\mathbf{r}$. Par conséquent, il est toujours possible de se placer dans des conditions où $M_z \mathbf{r} = \mathbf{r}$. Ainsi, il en résulte²⁹ que :

28. D'éventuelles dégénérescences peuvent compliquer cette affirmation et nécessitent un traitement particulier appelé *procédure de réduction*. Néanmoins en choisissant judicieusement les vecteurs de base de l'espace dégénéré, cette subtilité peut généralement être évitée. Pour plus d'information, voir SAKODA [23, p. 50]

29. Ce résultat est obtenu en prenant en compte que le champ magnétique est un *pseudo-vecteur*, voir l'annexe 4.6

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{n,\mathbf{k}}^x(x, y, z) = -\xi H_{n,\mathbf{k}}^x(x, y, z) \\ H_{n,\mathbf{k}}^y(x, y, z) = -\xi H_{n,\mathbf{k}}^y(x, y, z) \\ H_{n,\mathbf{k}}^z(x, y, z) = \xi H_{n,\mathbf{k}}^z(x, y, z) \end{array} \right. \quad (1.44)$$

Ainsi, on en déduit que :

- Pour un mode pair ($\xi = +1$), les composantes H_x et H_y sont nulles en tout point
- Pour un mode impair ($\xi = -1$), la composante H_z est nulle en tout point

En opérant de même avec le champ électrique $\mathbf{E}$, on prouve alors qu'un mode impair est constitué de (E_z, H_x, H_y) . Le champ électrique est alors systématiquement transverse aux vecteurs d'onde de Bloch $\mathbf{k} \in \Pi$, on qualifie ces modes de *modes transverses électrique (TE)*. De la même manière, un mode pair est constitué de (H_z, E_x, E_y) , que l'on qualifie alors de *modes transverses magnétique (TM)*³⁰.

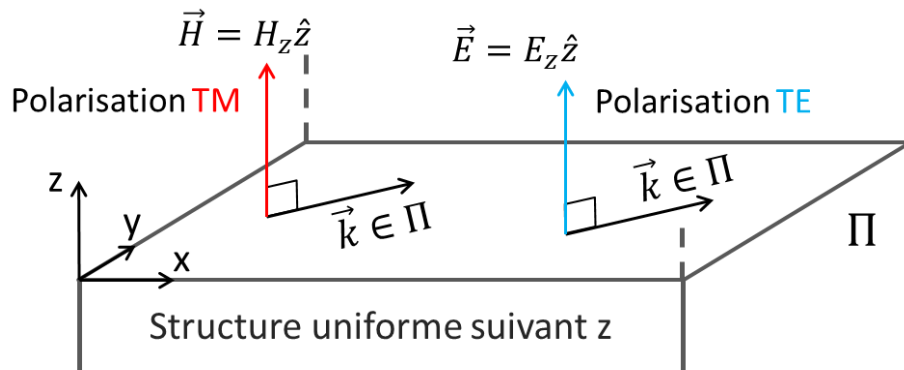


FIGURE 1.5 – Illustration des polarisations TE et TM dans une structure uniforme suivant z .

L'intérêt de pouvoir décrire les solutions sous la forme d'onde polarisés est triple. En premier lieu, la condition de transversalité du champ $\mathbf{H}$ (voir l'équation 5.9 de l'annexe 4.6) est automatiquement vérifiée pour un mode TM, celle du champ $\mathbf{E}$ l'est aussi en utilisant l'équation 1.12. De façon identique, même si elle ne sont pas présentée ici, les conditions de transversalité du champ électromagnétique sont vérifiées pour un mode TE.

Le second intérêt est de pouvoir résoudre l'équation photonique sous la forme de deux équations scalaires découplées, facilitant ainsi grandement la résolution numérique.

Enfin, lorsque qu'une structure est uniforme dans une direction z , alors les symétries des modes de Bloch $\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}}$ relatives aux directions x et y se découpent de celles de la direction z , à condition bien sûr que le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ soit dans le plan (k_x, k_y) . Autrement dit, le groupe de symétrie "tridimensionnel" du mode de Bloch peut se décomposer sous la forme d'un groupe de symétrie suivant

30. La définition TE/TM peut différer d'un auteur à l'autre

la direction z et du groupe de symétrie dans le plan (x,y) , soit $\mathbf{G}_k^{3D} = \mathbf{G}_z \otimes \mathbf{G}_k^{2D}$. Dans cette égalité, $\mathbf{G}_z = \{E, \sigma_z\}$, et ne possède que deux RI : la polarisation TE et la polarisation TM.

Ainsi, afin d'étudier les systèmes présentant une direction uniforme, il est commode d'étudier ses symétries *dans le plan* afin d'établir son groupe ponctuel $\mathbf{G}^{2D}$. La totalité des propriétés de symétrie "tridimensionnelles" peuvent se retrouver en considérant les deux polarisations possibles.

Comme expliqué, cette séparation n'est possible que si le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ est dans le plan (k_x, k_y) . lorsque ce n'est pas le cas, alors il n'est plus possible de définir une polarisation et le mode de Bloch appartient au sous-groupe "tridimensionnel" $\mathbf{G}_k^{3D} = \mathbf{G}_k^{2D}$ (sous-groupe de $\mathbf{G}_z \otimes \mathbf{G}_k^{2D}$). Il s'agit alors d'un cas particulier de brisure de symétrie par le vecteur d'onde que l'on utilisera à notre avantage dans le chapitre 3.

Enfin, le cas des matériaux entièrement uniformes, comme l'air, a un traitement plus particulier. Les modes s'établissant dans l'air sont les modes *transverses électromagnétiques* s et p . C'est-à-dire que si l'on se place dans le référentiel du plan d'incidence de la lumière, on peut décomposer les modes de propagation en deux polarisations. La polarisation s est l'équivalent de la polarisation TE, le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incident. La polarisation p est l'équivalent de la polarisation TM, le champ électrique est compris dans le plan d'incidence. Ces polarisations sont illustrées sur la figure 1.6, on se référera à ces polarisation sous la dénomination de polarisations s et p et non pas TE et TM, cette différenciation aura une utilité dans le chapitre 3.

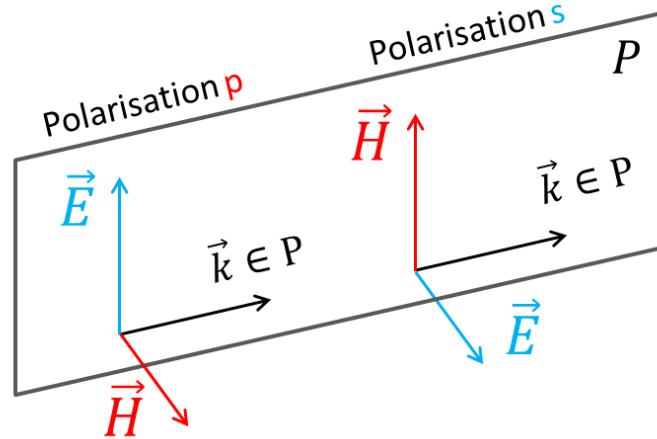


FIGURE 1.6 – Illustration des polarisation s et p de la lumière dans l'air par rapport au plan d'incidence Π

1.4.4 Zone de Brillouin irréductible

On conclura cette partie dédiée à l'étude des symétries ponctuelles des structures étudiées sur la possibilité de trouver des redondances dans le calcul de la dispersion sur la **PZB** issu de la présence de ces symétries.

En effet, nous avons déjà pu réduire grandement la zone d'étude à la **PZB** grâce à la symétrie de translation discrète et à la symétrie temporelle. Il est néanmoins possible de réduire encore cette zone grâce aux symétries ponctuelles de la structure. En reprenant l'équation 1.39, nous avons vu que

pour chaque symétrie ponctuelle de la structure $\hat{O}$ et pour tout mode de Bloch $\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}}$, le mode $\hat{O}\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}}$ est un mode propre de Θ_H de même pulsation et situé en $O\mathbf{k}$. Par conséquent, la dispersion $\omega_n(\mathbf{k})$ admet comme symétries les mêmes opérateurs O que la structure. Une portion plus petite que la **PZB** est donc suffisante pour obtenir la dispersion sur tout l'espace réciproque. Cette espace nécessaire est appelé **Zone de Brillouin irréductible (ZBI)**, elle dépend du groupe de symétrie auquel appartient la structure et doit donc être défini au cas par cas.

1.5 Les cristaux photoniques étendus

1.5.1 Cristaux photoniques unidimensionnels

Les **CP** 1D, aussi appelés *structure de Bragg* ou encore *structures multi-couches*, consistent en la structure périodique la plus simple possible. Il s'agit d'un empilement périodique de couches de matériaux (généralement deux) d'indice optiques différents tel qu'illustré sur la figure 1.7). Les études portant sur ce type de structure remonte à l'année 1887 par Lord Rayleigh [4].

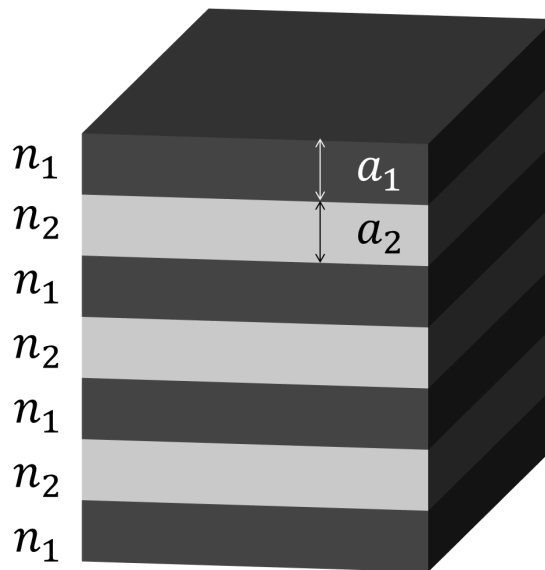


FIGURE 1.7 – Illustration de la structure Bragg

Du fait de la facilité de fabrication comparé aux autres types de **CP** ainsi que de ses propriétés optiques très intéressantes, la structure Bragg est rapidement devenue incontournable. Une de ses applications majeures est la réalisation de miroirs à forte réflectivité communément appelé *miroir de Bragg*. Son fonctionnement repose sur la possibilité de cumuler les réflectivités de chacun des dioptrés formés aux interfaces entre les couches de matériaux en ajustant correctement les distances de séparations de ces dioptrés. La condition pour obtenir une réflectivité maximale est de former des couches d'épaisseurs optiques en *quart-d'onde*, permettant ainsi d'obtenir des interférences destructives entre les ondes en transmission, et constructives en réflexion.

On peut par ailleurs montrer que la réflectivité est élevée sur toute une gamme de pulsation. En passant les détails, il est possible de montrer que dans le cas d'un miroir de Bragg en quart-d'onde, la

largeur de cette gamme peut être obtenu par l'expression suivante [28] :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{4}{\pi} \arcsin \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right| \quad (1.45)$$

Où ω_0 correspond à l'optimum de réflectivité. Il est par ailleurs à noter que si la position et l'extension du plateau de réflectivité varie avec l'angle d'incidence, il reste cependant possible dans certaine configuration (notamment en employant des matériaux qui possèdent un contraste d'indice suffisant) de conserver une gamme de fréquence pour laquelle la réflectivité est élevée pour tout angle d'incidence. Autrement dit, il est possible de réaliser des miroirs de Bragg *omnidirectionnels* [3].

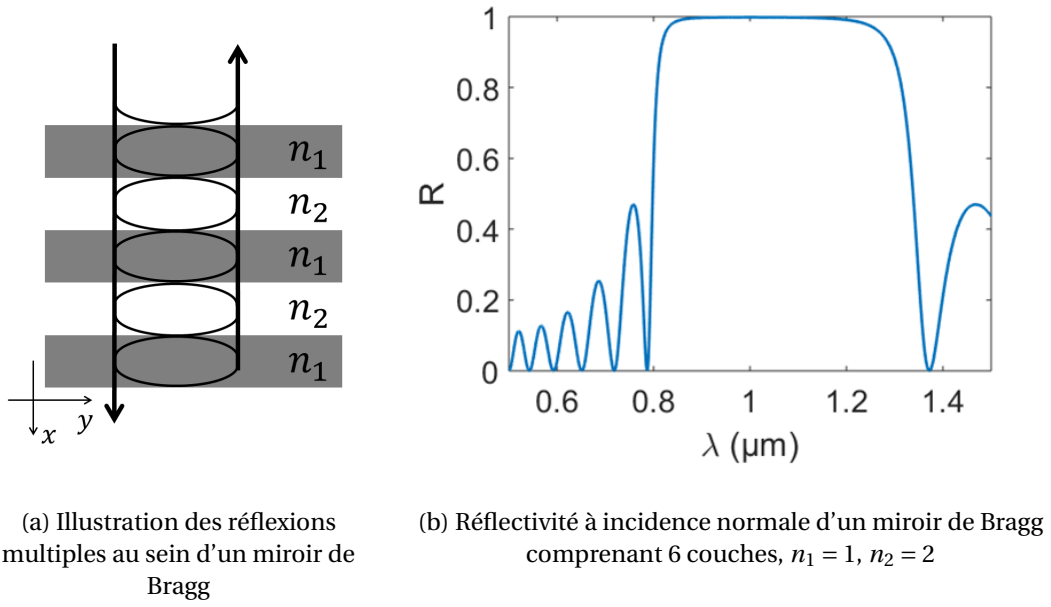


FIGURE 1.8 – Principe de fonctionnement et réflectivité d'un miroir de Bragg

Ces structures possèdent une symétrie cylindrique, ce qui permet de ramener systématiquement l'étude de la dispersion dans un plan $(k_{\parallel}, k_{\perp})$. On note la direction parallèle à la périodicité x et la direction transverse y . On définit la direction z de sorte à ce qu'elle soit orthogonale à x et y . Du fait de son uniformité suivant z , la structure possède un plan de symétrie (x, y) qui s'applique aux modes de Bloch quels que soient leurs vecteurs d'onde. On note cette symétrie σ_z , elle permet de décomposer systématiquement les modes suivant une polarisation TE ou TM. Comme expliqué dans la partie 1.4.3, le vecteur d'onde étant astreint au plan (k_x, k_y) , on peut se contenter d'étudier les symétries de la structure dans le plan (x, y) .

Le Bragg possède aussi un plan de symétrie (x, z) du fait de son uniformité suivant y , qui s'applique aux modes de Bloch en $k_y = 0$ quel que soit k_x . Conjointement avec la polarisation, cette symétrie permet de savoir que les modes de Bloch suivant (O, k_x) peuvent être décrits par une seule composante pour les champ $\mathbf{H}$ et $\mathbf{E}$ (soit (H_z, E_y) pour le mode TM et (H_y, E_z) pour le mode TE). Le champ est dans ce cas systématiquement transverse électrique et magnétique, de plus les modes TE se déduisent des modes TM par une rotation d'axe (O, x) et d'angle $\pi/2$, ils sont donc systématiquement dégénérés.

La dispersion photonique possédant les symétries de la structure en plus d'une symétrie d'inversion issue de la symétrie temporelle, la zone de Brillouin irréductible se réduit aux valeurs positives de k_x et k_y comme illustré sur la figure 1.9.

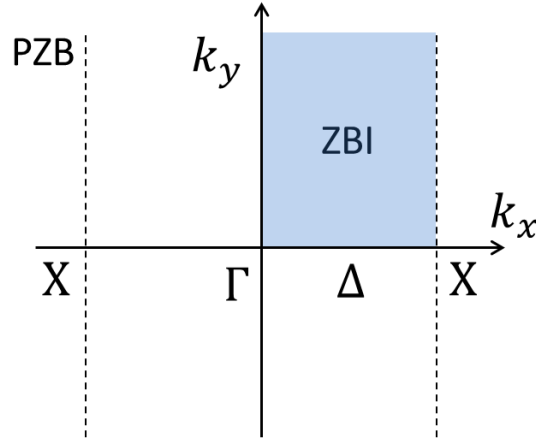


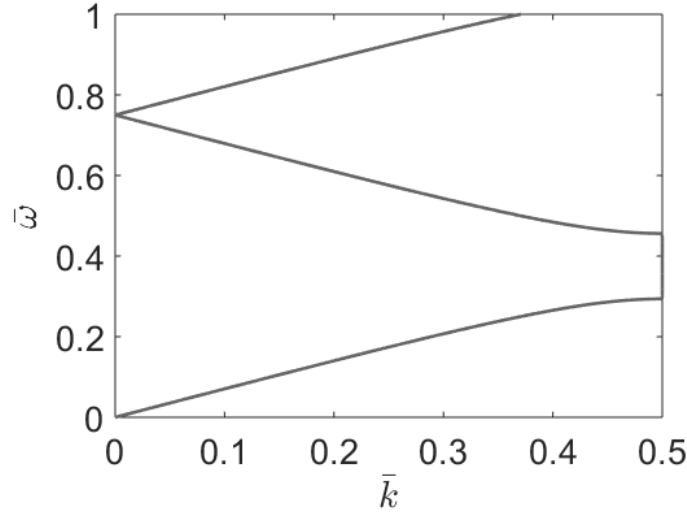
FIGURE 1.9 – Espace réciproque et zone de Brillouin irréductible pour la structure Bragg

Les symétries précédentes n'ont alors qu'un intérêt dans la décomposition du champ en leur polarisation. Cependant, la structure peut éventuellement posséder une symétrie de réflexion supplémentaire, suivant le plan (y,z) . Cette symétrie s'applique aux modes de Bloch en $k_x = 0$ ou $k_x = \frac{\pi}{a}$ quel que soit k_y . En ne considérant que cette symétrie, la structure peut alors être catégoriser selon deux groupes de symétrie 1D. Le groupe C_1 correspond à une structure ne comportant pas de symétrie autre que l'identité, elle ne possède alors qu'une seule RI. Le groupe C_s correspond à une structure possédant une symétrie de réflexion $\{E, \sigma\}$ et possède donc deux RI.

C_s	E	σ
A'	+1	+1
A''	+1	-1

TABEAU 1.3 – Table des caractères du groupe ponctuel C_s .

Les propriétés de réflectivité élevée ont su trouver de nombreuses applications, on peut notamment citer la possibilité de réaliser des filtres ou encore des lasers. Plus précisément, la technologie de laser VCSEL (Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser) repose essentiellement sur des miroirs de Bragg afin de former sa cavité résonante. Enfin, les premières études portant sur le contrôle de l'émission spontanée d'émetteur dans des structures périodiques furent réalisées par BYKOV [5] en 1972 dans des structures de Bragg, formant alors les prémices de ce qui allait devenir les études des cristaux photoniques modernes.


 FIGURE 1.10 – Dispersion d'un Bragg quart-d'onde selon k_x

1.5.2 Les cristaux photoniques bidimensionnels

La suite logique des études réalisés sur les CP 1D consiste à étudier la propagation de la lumière dans les CP 2D, c'est-à-dire les structures périodiques suivant deux directions de l'espace et uniforme dans la troisième direction. De fabrication plus simple que leur pendant tridimensionnel, ces structures ont été le sujet de nombreuses recherches au vue de la richesse qu'elles apportent sur le contrôle de la lumière par rapport aux structures Bragg, notamment lorsqu'elles sont employées sous leur forme *membranaire*.

Un des exemples le plus simple de CP 2D consiste en un arrangement carré de trous circulaires dans une matrice d'un matériau diélectrique (ou à l'inverse de piliers dans une matrice d'air) tel qu'illustré sur la figure 1.11, la structure étant considérée comme uniforme dans la direction normale.

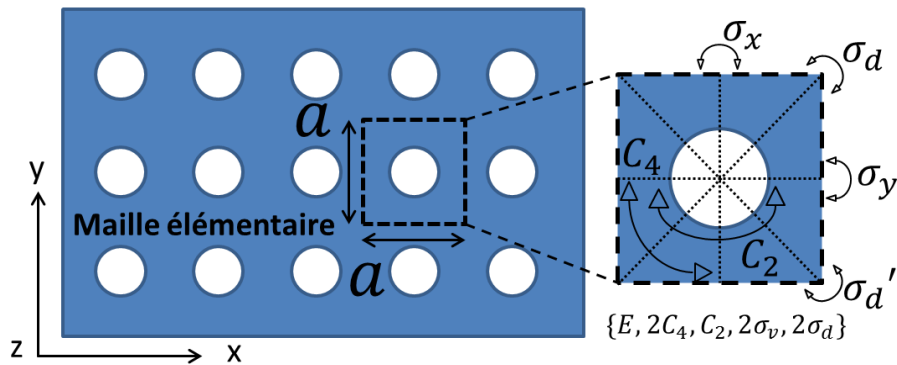


FIGURE 1.11 – Illustration d'un CP 2D à maille carré constitué de trous dans un matériaux diélectrique

En restreignant la dispersion au plan (k_x, k_y) , l'uniformité suivant z de la structure permet de décomposer les modes suivant leur polarisation et de n'avoir à établir que les symétries du plan. On montre alors que la structure 2D appartient au groupe ponctuel $C_{4v} = \{E, 2C_4, C_2, 2\sigma_v, 2\sigma_d\}$ ³¹ dont les

RI sont données sur la table 1.4.

C_{4v}	E	$2C_4$	C_2	$2\sigma_v$	$2\sigma_d$
A_1	+1	+1	+1	+1	+1
A_2	+1	+1	+1	-1	-1
B_1	+1	-1	+1	+1	-1
B_2	+1	-1	+1	-1	+1
E	+2	0	-2	0	0

TABLEAU 1.4 – Table des caractères du groupe ponctuel C_{4v} .

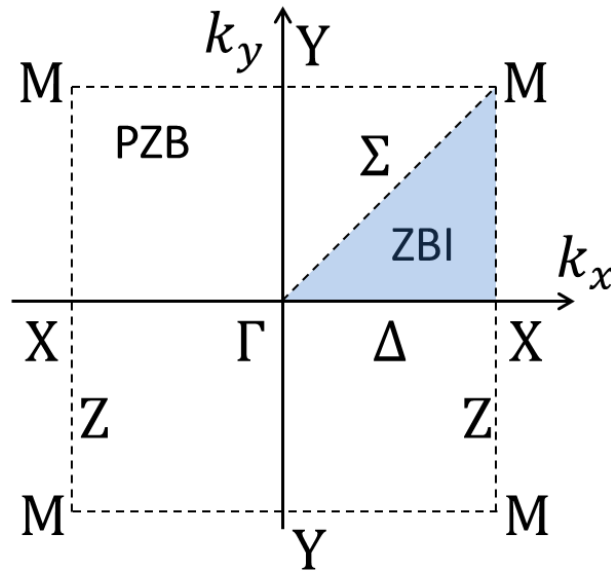


FIGURE 1.12 – Espace réciproque et zone de Brillouin irréductible pour un CP2D appartenant au groupe C_{4v}

Bien sûr, suivant la position du mode de Bloch considéré dans l'espace réciproque, les symétries possibles peuvent être restreintes. Sur la figure 1.12, les lignes (Δ , Σ , Z) et points (Γ , X , M) de haute symétrie sont indiqués. En ces positions, les groupes de symétrie des modes de Bloch sont les suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{G}_\Gamma = C_{4v} & \{E, 2C_4, C_2, 2\sigma_v, 2\sigma_d\} \\ \mathbf{G}_X = C_{2v} & \{E, C_2, \sigma_x, \sigma_y\} \\ \mathbf{G}_M = C_{4v} & \{E, 2C_4, C_2, 2\sigma_v, 2\sigma_d\} \\ \mathbf{G}_\Delta = C_{1h} & \{E, \sigma_y\} \\ \mathbf{G}_\Sigma = C_{1h} & \{E, \sigma_d\} \\ \mathbf{G}_Z = C_{1h} & \{E, \sigma_x\} \end{array} \right. \quad (1.46)$$

Un exemple de dispersion le long des axes de haute symétrie est donné sur la figure 1.13. La dispersion a été calculée par la méthode de décomposition en ondes planes (voir le chapitre 2 pour plus de détail sur la méthode).

31. Le préfixe "2" devant l'opérateur C_4 indique qu'il est équivalent par changement de base à un autre opérateur (en l'occurrence C_4^{-1}). Ils partagent alors les mêmes caractères, on les regroupe donc sous la même dénomination. Il en va de même avec $\sigma_v = \sigma_y = \sigma_x$ et $\sigma_d = \sigma'_d$

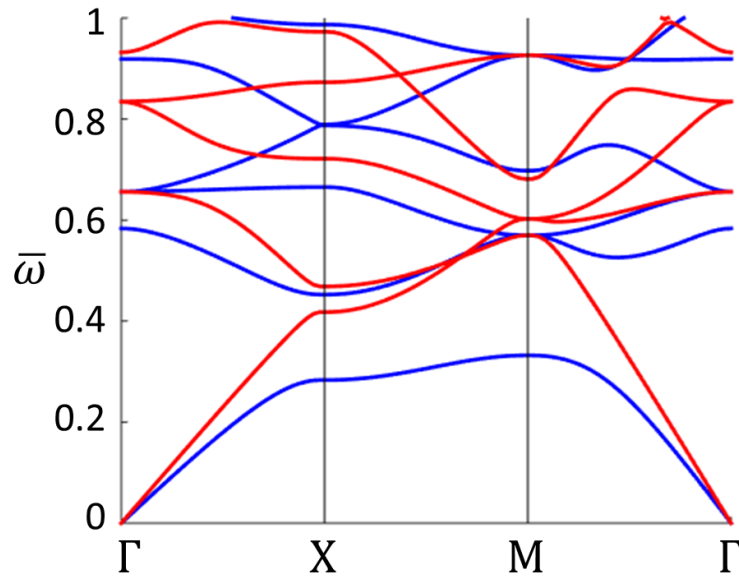


FIGURE 1.13 – Dispersion du CP2D de la figure 1.11 suivant les directions de haute symétrie, calculer par MDOP. Les bandes rouges (respectivement bleus) correspondent aux modes TM (respectivement TE). Les trous ($\epsilon = 1$) sont formé dans un matériaux diélectrique de permittivité $\epsilon = 8.9$

Enfin, afin d'illustrer le concept de **relation de compatibilité**, considérons un mode de Bloch $\mathbf{H}_{n,X}$ situé en X appartenant à la RI $g \in \mathbf{G}_X = C_{2v}$. On souhaite maintenant connaître la RI du mode $\mathbf{H}_{n,Z}$ de la même branche n mais situé quelque part sur l'axe Z, dont le groupe est $\mathbf{G}_Z = C_{1h}$. La symétrie σ_x est commune à C_{2v} et C_s , la parité de $\mathbf{H}_{n,X}$ et $\mathbf{H}_{n,Z}$ vis-à-vis de cette symétrie est alors conservée. On peut alors dresser la table 1.5 des **relations de compatibilité** pour le point X et l'axe Z. Dans cette table la RI A' correspond au mode pair et A'' au mode impair (vis-à-vis de σ_x).

	Δ
X: A ₁	A'
A ₂	A''
B ₁	A'
B ₂	A''
E	A'+A''

TABEAU 1.5 – Relations de compatibilité entre le groupe ponctuel C_{2v} du point X et du groupe C_s de la direction Δ

Parmi les autres systèmes cristallins très employés pour les CP 2D, on trouve les réseaux à maille *triangulaire* et en *nid d'abeilles*. Ces systèmes sont très répandus pour leur capacités à former un gap photonique complet³² commun aux polarisation TE et TM.

32. Lorsque le vecteur d'onde est contraint à rester dans le plan 2D

1.6 Les cristaux photoniques membranaires

1.6.1 Introduction

Comme nous l'avons vu, les difficultés liées à la fabrication des CP 3D ont conduit à l'étude d'autres types de cristaux photoniques, comme les CP 2D. Néanmoins, ces structures sont avant tout des objets purement théoriques car ils sont supposés être infinis dans toutes les directions. Leur fabrication requièrent donc de réaliser des objets suffisamment étendus dans toutes les directions de l'espace, notamment en hauteur. Leur réalisation n'est donc pas si aisée et requièrent des procédés de fabrication particuliers qui ne sont pas adaptés aux technologies de fabrication classiques de la micro-électronique.

Les cristaux photoniques sous leur forme membranaire ont ainsi été fortement étudiés pour leur souplesse de fabrication comparés aux CP étendus. Les **cristaux photoniques membranaires (CPM)** consistent en une structuration 1D ou 2D d'un guide d'onde planaire. Leur fabrication ne requiert la structuration que d'une couche de faible épaisseur (de l'ordre de la longueur d'onde dans le matériau), ce qui lui permet d'être compatible avec les technologies usuelles (étapes d'épithaxie, lithographie et gravure) lorsque l'on travaille dans l'infrarouge. C'est l'approche employée à l'INL et dans les travaux de cette thèse.

Deux différences importantes existent lorsque l'on travaille avec des **CPM**. Premièrement, les polarisations TE et TM ne peuvent exister que si la structure est encore uniforme selon une direction. Par conséquent, ces polarisations n'existent que dans les **CPM 1D**³³.

Ensuite, la perte de la symétrie de translation continue suivant la normale (que l'on nomme z) ne permet plus de traiter les modes optiques comme une onde plane suivant z . Autrement dit, il n'est plus possible de définir une condition aux bords de type Bloch dans cette direction, à la place le domaine d'étude est infini dans cette direction. Comme précisé dans la partie 1.3.1, lorsque le domaine d'étude n'est plus compact l'opérateur Θ_H n'est plus assuré d'être hermitien même dans les milieux purement diélectriques. Il en résulte que les modes optiques s'établissant dans ces systèmes ont une pulsation complexe, c'est-à-dire qu'ils subissent des pertes optiques. Ces pertes optiques sont liées aux couplages des modes de la membrane photonique aux modes rayonnés (voir le chapitre 4 pour plus d'explications).

Il est alors possible de délimiter deux régimes de fonctionnement, qui sont développés dans les deux parties suivantes.

1.6.2 Modes guidés dans les CPM

Le premier régime de fonctionnement consiste à former des modes confinés verticalement par *réflexion totale interne* dans la membrane, de la même manière que les modes guidés dans un guide

33. Il est néanmoins possible dans certain cas de CPM 2D de pouvoir définir des "quasi-polarisations" nommées quasi-TE et quasi-TM. Néanmoins, ces cas ne sont pas pertinents à expliciter dans le cadre de ces travaux de thèse qui se concentrent sur les CPM 1D, pour plus d'information voir par exemple JOANNOPOULOS et collab. [3, p. 127].

plan.

Du fait de la périodicité de la structure dans le plan, il est en effet toujours possible de définir un vecteur d'onde *dans le plan* $\mathbf{k}_{\parallel}$ pour les modes de Bloch de la structure. On peut ainsi profiter du même principe de confinement qu'il existe dans les fibres optiques et guides d'onde usuels. Pour résumer, le vecteur d'onde $\mathbf{k}_{\parallel}$ étant conservé à l'interface membrane/air, il est possible de calculer le vecteur d'onde *perpendiculaire* du mode de Bloch dans l'air en utilisant la relation de dispersion de l'air. Ainsi, à l'ordre 0 en diffraction :

$$k_{\perp}^2 = \left(\frac{n_{air}}{c} \omega \right)^2 - \|\mathbf{k}_{\parallel}\|^2 \quad (1.47)$$

Avec $n_{air} = 1$. Le vecteur d'onde perpendiculaire devient donc purement imaginaire lorsque $\omega \leq \frac{c}{n_{air}} \|\mathbf{k}_{\parallel}\|$, formant ainsi une onde évanescence. Ainsi, les modes de Bloch établis dans la structure sont découplés des modes rayonnés et ne se couplent qu'aux ondes évanescences en dehors de la structure. On retombe alors dans les conditions d'hermiticité de Θ_H (les modes décroissent à l'infini), et donc de modes sans pertes.

On appelle la limite entre le régime guidés et le régime à pertes rayonnée la *ligne de lumière* (ou *cône de lumière* pour les dispersions 2D), qui est défini par la relation :

$$\omega = \frac{c}{n_{air}} \|\mathbf{k}_{\parallel}\| \quad (1.48)$$

Dans le cas où le CPM est déposé sur un substrat bas indice optique, alors il sera nécessaire de prendre aussi en compte la ligne de lumière associé à l'indice optique du substrat afin de s'assurer d'être dans le régime sans pertes rayonnées.

1.6.3 Résonances guidées dans les CPM

A l'inverse des modes situés en-dessous du cône de lumière, qui sont confinés dans la membrane photonique par réflexion totale interne, les modes situés au-dessus du cône de lumière peuvent se coupler avec les modes rayonnés et ainsi posséder une durée de vie limitée. On qualifie alors ces modes de *résonances guidées* afin de les distinguer des modes guidés dans la membrane.

Dans la partie 1.3.5, on profite de la linéarité de Θ_H afin de pouvoir normaliser les propriétés de dispersion des structures photoniques, et de pouvoir les caractériser au maximum avec des propriétés intensives. Dans cette optique, il est courant de normaliser aussi la durée de vie des résonances guidées τ . Cela est réalisé en utilisant la notion de *facteur de qualité*, qui est une quantité définie de la façon suivante :

$$Q = \omega \tau \quad (1.49)$$

Physiquement, dans des régimes où $\omega \gg 1/\tau$, cette quantité correspond à la quantité d'énergie stockée par une résonance divisée par la quantité d'énergie perdue sur une période temporelle ($\Delta t =$

$2\pi/\omega$).

Dans le cas d'un guide plan non corrugué, les résonances situées au-dessus du cône de lumière ont un **facteur de qualité** très faible car, en dehors des conditions de réflexion totale interne, la réflexion sur les dioptries formés à l'interface matériaux/air est très faible et aucun autre phénomène ne permet de limiter les pertes rayonnées.

En revanche, dans le cas des modes de Bloch d'un **CPM**, l'énergie du mode est stockée sous la forme de plusieurs harmoniques de Bloch. Par conséquent, dans certains cas, il se peut que la ou les harmoniques responsables du couplage aux modes rayonnés ne représentent qu'une faible portion de l'énergie totale du mode de Bloch. Un tel mode sera alors principalement constitué d'harmoniques guidées dans la membrane et pourra ainsi posséder des **facteurs de qualité** plus raisonnables, voire recouvrer des pertes rayonnées nulles comme expliqué dans le chapitre 4. On peut alors généralement distinguer deux types de résonances guidées, les modes faiblement résonants sont les résonances guidées de faible **facteur de qualité** tandis que les modes fortement résonants possèdent des **facteurs de qualité** importants. Dans ces travaux de thèse, seuls les modes fortement résonants sont étudiés.

Il est par ailleurs possible de définir plusieurs lignes de lumière secondaires au-dessus de la ligne de lumière principale. Ces lignes de lumières secondaires délimitent les différents régimes de diffraction. Ainsi, la n -ième ligne de lumière est définie en considérant que la n -ième harmonique de Bloch la plus proche de Γ engendre un vecteur d'onde longitudinal réel dans l'air, c'est-à-dire :

$$k_{\perp,n}^2 = \left(\frac{n_{air}}{c} \omega \right)^2 - \|\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{G}_n\|^2 \quad (1.50)$$

Ces domaines se déduisent alors de la ligne de lumière principale en considérant ses repliements le long des axes principaux.

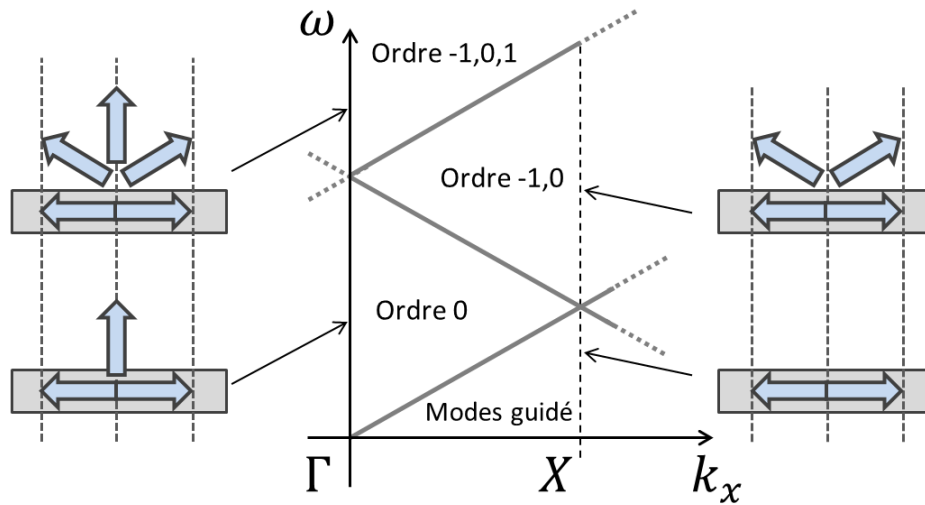


FIGURE 1.14 – Définition des différents régimes de diffraction dans un CPM1 D symétrique (la diffraction vers le bas n'est pas illustrée) et illustration au point Γ (à gauche) et au point X (à droite)

Les résonances guidées ont la particularité de pouvoir interagir avec le continuum rayonné.

C'est-à-dire que contrairement aux modes guidés situés sous le cône de lumière, les résonances guidées modifient la réponse spectrale de la membrane à une excitation extérieur, comme une onde plane incidente par exemple. Ainsi, les résonances guidées vont avoir un impact sur la réflectivité et la transmission d'une membrane photonique qui se traduit généralement en un *profil de Fano* (voir la figure 1.15).

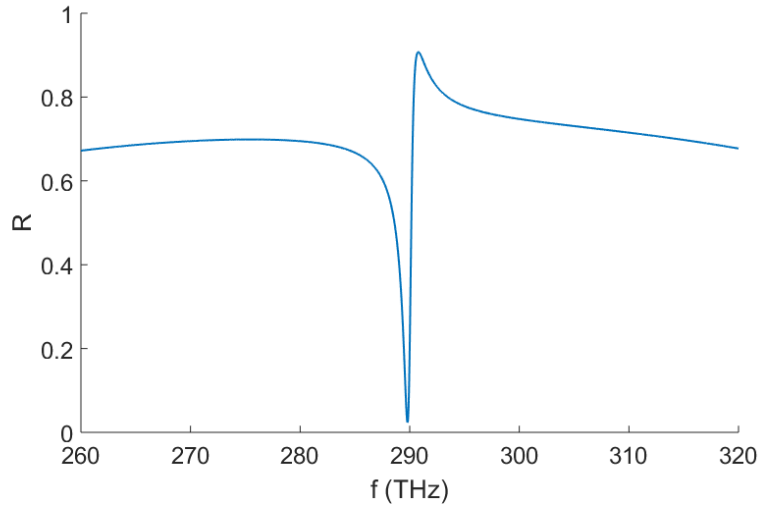


FIGURE 1.15 – Exemple de spectre de réflectivité présentant un profil de Fano induit par une résonance guidée. La membrane photonique possède un indice effectif $n = 3.55$ et une épaisseur $e = 220$ nm. Une résonance fictive est simulée en $f = 290$ THz, elle possède un facteur de qualité intrinsèque $Q_{tot} = 911$ et un facteur de qualité lié aux pertes radiative $Q_{rad} = 728$

Ce résultat peut être anticipé en utilisant la théorie des modes couplées (cette méthode est développée dans le chapitre 2). La démonstration est donnée dans l'annexe 4.6.

On notera aussi que les pertes rayonnées ne sont pas les seules sources possibles de pertes, l'absorption de la lumière par les matériaux peut aussi limiter le facteur de qualité des résonances.

1.7 Applications et état de l'art

Initialement, les cristaux photoniques ont pris de l'importance avec les travaux de YABLONOVITCH [1] et JOHN [2] comme expliqué en préambule de ce chapitre, à des fins de contrôle des densités d'états photoniques et de localisation de la lumière. Du fait des difficultés à fabriquer ces structures, les études se sont tournées vers des géométries alternatives. Aujourd'hui, les CPM sont les structures les plus étudiées du fait de leur compatibilité avec les méthodes de fabrication classiques de la micro-électronique.

En effet, de nombreuses application de ces structures existent. Dans les régimes *passifs*, on peut citer la possibilité de réaliser des filtres très fin spectralement [29, 30] et des miroirs à forte réflexion large bande (malgré une épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde) [31, 32]. Dans le régime *actif*, les fort **facteurs de qualité** des résonances associés à l'amplification de la DOS en bord de bandes permet d'atteindre des régimes d'émission laser dans le plan (modes guidés) ou à émission verticale (résonances guidées)³⁴. Ces lasers, dérivés des **Lasers à rétroaction répartie (DFB)**, sont communément

appelés *laser en bord de bande photonique* (photonic band-edge laser).

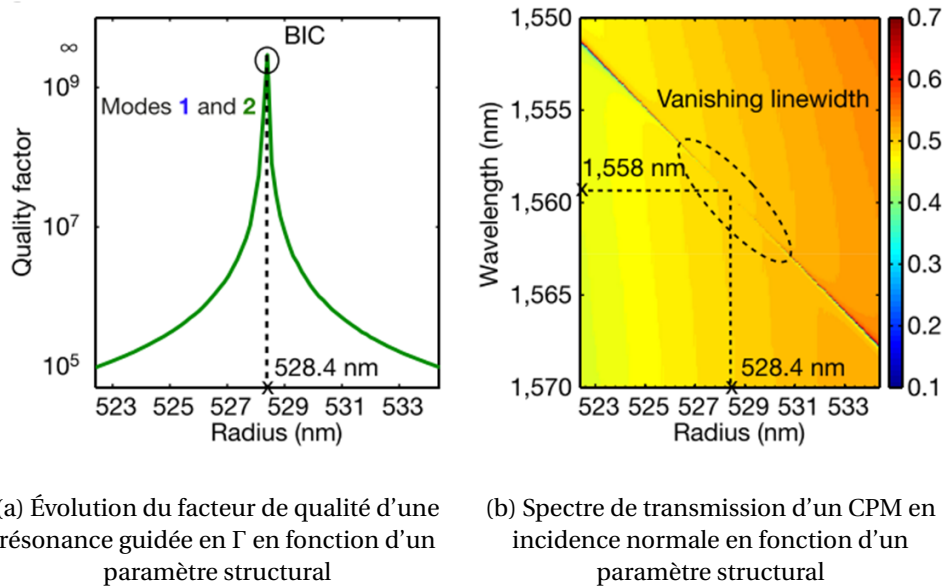


FIGURE 1.16 – Illustration d'un BIC obtenu par la modification d'un paramètre structural. Reproduit depuis KODIGALA et collab. [33]

Les premières démonstrations de ce type de lasers datent de la fin des années 90, avec les travaux de MEIER et collab. [34]³⁵ rapidement suivi de IMADA et collab. [35], en employant un CP 2D de faible corrugation afin d'atteindre un régime laser pour l'émission verticale. Par la suite, plusieurs autres démonstrations permirent de mettre en évidence la possibilité de contrôler la direction d'émission [36] et/ou la polarisation de la lumière émise [37].

En 2001, la première démonstration de laser en bord de bande dans des structures à *fort contraste d'indice* a été réalisée par RYU et collab. [38] à basse température en structurant directement le milieu actif, composé de plusieurs puits quantiques InGaAsP/InP. Le contraste d'indice élevé (supérieur à 2) permet un confinement latéral plus important de la lumière, permettant d'accéder à des seuils laser moins élevés dans des structures moins larges³⁶. Néanmoins, la membrane photonique étant suspendue, la faible dissipation thermique ne permet pas d'atteindre le régime laser à température ambiante dans cette structure.

L'effet laser à température ambiante a finalement été obtenu pour la première fois par l'INL en 2002 [40], en reportant la couche active (constituée de puits quantiques InAsP enterrés dans une couche d'InP) sur une couche de silice. Cette couche de silice permet de profiter d'une meilleure dissipation thermique tout en faisant office d'isolation optique pour les modes de la membrane d'InP structurée. Ainsi, l'effet laser a pu être obtenu sous pompage optique pulsé au point K de l'espace

34. On pourrait aussi parler des nombreuses études sur les modes de défauts ponctuels ou linéiques qu'il est possible d'obtenir dans ces structures, permettant de former des cavités optiques à fort facteur de qualité ou des guides d'onde aux propriétés de dispersion particulières. Ce aspect n'est néanmoins pas pertinent à développer dans ce manuscrit de thèse.

35. Ces travaux montrent un rétrécissement de la largeur de raie spectrale mais ne donnent néanmoins pas d'information sur la cohérence spatiale

36. L'effet laser à température ambiante peut être obtenu pour des structures d'une dizaine de micromètres de large pour du fort contraste d'indice contre une centaine de micromètres pour de faibles contrastes d'indice [39]

réciroque, sous le cône de lumière.

Par la suites, les études portants sur ces lasers se sont concentrées sur différents moyens de réduction des pertes dans ces structures, en employant d'autres réseaux cristallins [41], en utilisant un Bragg inférieur [42, 43] afin de confiner verticalement et en formant des "barrières optiques" [43] pour le confinement latéral. On peut aussi citer le développement de méthodes de fabrications alternatives à la lithographie électronique, comme *la lithographie holographique laser* [44]³⁷.

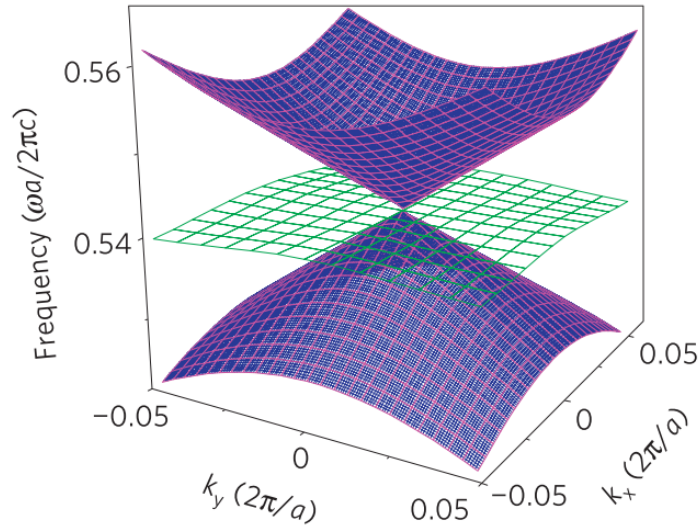


FIGURE 1.17 – Illustration d'une dispersion en cône de Dirac dans un CP 2D. Reproduit depuis HUANG et collab. [45]

Récemment de nouvelles stratégies de confinements verticaux sont étudiées afin d'établir des résonances guidées à forts **facteurs de qualité** portant sur des phénomènes de découplage de la résonance avec le continuum rayonné. Ces phénomènes, regroupés sous l'appellation de *Bound States in the Continuum* (BIC) [46], ont déjà permis l'établissement d'un régime laser dans d'un **CPM** à fort contraste d'indice actif (puits quantiques InGaAsP) suspendu, à partir d'un *mode de Bloch rapide* (vitesse de groupe non nulle) [33]. Un exemple est donné sur la figure 1.16. Ces phénomènes offrent des moyens de contrôle supplémentaires sur les propriétés spectrales des résonances guidées, et permettent d'envisager la formation de résonances guidées à fort **facteur de qualité** émettant à des angles variés, alors que les **CPM** actuels émettent généralement verticalement.

En parallèle, des propriétés de dispersion inédites ont été découvertes dans les CP 2D et ont engendré de nombreuses recherches. On peut notamment citer les travaux sur les structures possédant une dispersion en *cône de Dirac* [45] telle qu'illustrée sur la figure 1.17, dont les caractéristiques optiques imitent celles de matériaux fictifs à indice optique nul. Cette particularité permet d'envisager la conception de large membranes laser monomodes. On peut aussi citer les dispersions *rétrogrades* générés dans les guides à CP [47] issues d'un couplage entre les modes guidés TE et TM, permettant de confiner latéralement lors de leur mise en cavité [48].

Les travaux de cette thèse se place dans le cadre de ces nouvelles propriétés et moyens de contrôle qu'il est possible d'envisager dans des **CPM**. L'accent est tout particulièrement mis sur le contrôle

37. Aussi appelé *lithographie interférentielle*

des propriétés de dispersion qu'il est possible d'obtenir dans les CP 1D membranaires, afin d'aller plus loin que la formation des dispersions paraboliques typiques des cristaux photoniques. Ainsi, le but est de mettre en place les briques conceptuelles permettant la formation de dispersion à la demande dans ces structures et de réaliser une étude prospective sur les applications possibles.

1.8 Références

- [1] YABLONOVITCH, E. 1987. «Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics», *Physical Review Letters*, vol. 58, n° 20, doi :10.1103/PhysRevLett.58.2059, p. 2059–2062, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.58.2059>. 6, 38
- [2] JOHN, S. 1987. «Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices», *Physical Review Letters*, vol. 58, n° 23, doi :10.1103/PhysRevLett.58.2486, p. 2486–2489, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.58.2486>. 6, 38
- [3] JOANNOPOULOS, J. D., S. G. JOHNSON, J. N. WINN et R. D. MEADE. 2008. *Photonic crystal Molding the Flow of Light*, 2^e éd., Press, Princeton University, ISBN 9780691124568. URL <http://ab-initio.mit.edu/book/photonic-crystals-book.pdf>. 7, 8, 10, 23, 30, 35
- [4] RAYLEIGH, J. W. 1887. «Xvii. on the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure», *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 24, n° 147, doi:10.1080/14786448708628074, p. 145–159. URL <https://doi.org/10.1080/14786448708628074>. 7, 29
- [5] BYKOV, V. 1972. «Spontaneous emission in a periodic structure», *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, vol. 35, n° 2, p. 269–273. URL <http://adsabs.harvard.edu/abs/1972JETP...35..269B>. 7, 31
- [6] OHTAKA, K. 1979. «Energy band of photons and low-energy photon diffraction», *Physical Review B*, vol. 19, n° 10, doi :10.1103/PhysRevB.19.5057, p. 5057–5067, ISSN 0163-1829. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.19.5057>. 7
- [7] INOUE, M. et K. OHTAKA. 1982. «Enhanced Raman scattering by a two-dimensional array of dielectric spheres», *Physical Review B*, vol. 26, n° 6, doi :10.1103/PhysRevB.26.3487, p. 3487–3490, ISSN 0163-1829. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.26.3487>.
- [8] OHTAKA, K. et M. INOUE. 1982. «Light scattering from macroscopic spherical bodies. I. Integrated density of states of transverse electromagnetic fields», *Physical Review B*, vol. 25, n° 2, doi :10.1103/PhysRevB.25.677, p. 677–688, ISSN 0163-1829. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.25.677>.
- [9] INOUE, M., K. OHTAKA et S. YANAGAWA. 1982. «Light scattering from macroscopic spherical bodies. II. Reflectivity of light and electromagnetic localized state in a periodic monolayer of dielectric spheres», *Physical Review B*, vol. 25, n° 2, doi :10.1103/PhysRevB.25.689, p. 689–699, ISSN 0163-1829. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.25.689>. 7
- [10] HO, K. M., C. T. CHAN et C. M. SOUKOULIS. 1990. «Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures», *Physical Review Letters*, vol. 65, n° 25, doi :10.1103/PhysRevLett.65.3152, p. 3152–3155, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.65.3152>. 7

- [11] YABLONOVITCH, E., T. GMITTER et K. LEUNG. 1991. «Photonic band structure : The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms», *Physical Review Letters*, vol. 67, n° 17, doi : 10.1103/PhysRevLett.67.2295, p. 2295–2298, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.67.2295>. 7
- [12] CHENG, C. C., V. ARBET-ENGELS, A. SCHERER et E. YABLONOVITCH. 1996. «Nanofabricated three dimensional photonic crystals operating at optical wavelengths», *Physica Scripta*, vol. T68, n° 111, doi :10.1088/0031-8949/1996/T68/002, p. 17–20, ISSN 0031-8949. URL <http://stacks.iop.org/1402-4896/1996/i=T68/a=002?key=crossref.a20eb176caa7f999bedce33a854d8587>. 7
- [13] WIJNHOFEN, J. E. 1998. «Preparation of Photonic Crystals Made of Air Spheres in Titania», *Science*, vol. 281, n° 5378, doi :10.1126/science.281.5378.802, p. 802–804, ISSN 00368075. URL <http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.281.5378.802>. 7
- [14] LIN, S. Y., J. G. FLEMING, D. L. HETHERINGTON, B. K. SMITH, R. BISWAS, K. M. HO, M. M. SIGALAS, W. ZUBRZYCKI, S. R. KURTZ et J. BUR. 1998. «A three-dimensional photonic crystal operating at infrared wavelengths», *Nature*, vol. 394, n° 6690, doi :10.1038/28343, p. 251–253, ISSN 0028-0836. URL <http://www.nature.com/doifinder/10.1038/28343>. 7
- [15] BLANCO, A., E. CHOMSKI, S. GRABTCHAK, M. IBISATE, S. JOHN, S. W. LEONARD, C. LOPEZ, F. MEGUER, H. MIGUEZ, J. P. MONDIA, G. A. OZIN, O. TOADER et H. M. VAN DRIEL. 2000. «Large-scale synthesis of a silicon photonic crystal with a complete three-dimensional bandgap near 1.5 micrometres», *Nature*, vol. 405, n° 6785, doi :10.1038/35013024, p. 437–440, ISSN 0028-0836. URL <http://www.nature.com/articles/35013024>. 7
- [16] NODA, S. 2000. «Full Three-Dimensional Photonic Bandgap Crystals at Near-Infrared Wavelengths», *Science*, vol. 289, n° 5479, doi :10.1126/science.289.5479.604, p. 604–606, ISSN 00368075. URL <http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.289.5479.604>. 7
- [17] VLASOV, Y. A., X.-Z. BO, J. C. STURM et D. J. NORRIS. 2001. «On-chip natural assembly of silicon photonic bandgap crystals», *Nature*, vol. 414, n° 6861, doi :10.1038/35104529, p. 289–293, ISSN 0028-0836. URL <http://www.nature.com/articles/35104529>. 8
- [18] ULRICH, R. et M. TACKE. 1973. «Submillimeter waveguiding on periodic metal structure», *Applied Physics Letters*, vol. 22, n° 5, doi :10.1063/1.1654628, p. 251–253, ISSN 00036951. 8
- [19] ZENGERLE, R. 1987. «Light Propagation in Singly and Doubly Periodic Planar Waveguides», *Journal of Modern Optics*, vol. 34, n° 12, doi :10.1080/09500348714551531, p. 1589–1617, ISSN 0950-0340. URL <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/09500348714551531>. 8
- [20] MCCALL, S., P. PLATZMAN, R. DALICHAOUCH, D. SMITH et S. SCHULTZ. 1991. «Microwave propagation in two-dimensional dielectric lattices», *Physical Review Letters*, vol. 67, n° 15, doi : 10.1103/PhysRevLett.67.2017, p. 2017–2020, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.67.2017>. 8

- [21] PLIHAL, M., A. SHAMBROOK, A. MARADUDIN et P. SHENG. 1991. «Two-dimensional photonic band structures», *Optics Communications*, vol. 80, n° 3-4, doi :10.1016/0030-4018(91)90250-H, p. 199–204, ISSN 00304018. URL <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/003040189190250H>.
- [22] KRAUSS, T. F., R. M. D. L. RUE et S. BRAND. 1996. «Two-dimensional photonic-bandgap structures operating at near-infrared wavelengths», *Nature*, vol. 383, n° 6602, doi :10.1038/383699a0, p. 699–702, ISSN 0028-0836. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=optica-5-3-289><http://www.nature.com/doifinder/10.1038/383699a0>. 8
- [23] SAKODA, K. 2005. *Optical Properties of Photonic Crystals, Springer Series in Optical Sciences*, vol. 80, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, ISBN 3-540-20682-5, 232 p., doi :10.1007/b138376. URL <http://link.springer.com/10.1007/b138376>. 8, 10, 16, 18, 25, 26
- [24] INOUE, K. et K. OHTAKA. 2004. *Photonic Crystals, Springer Series in OPTICAL SCIENCES*, vol. 94, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, ISBN 978-3-642-05816-5, doi :10.1007/978-3-540-40032-5. URL <http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-40032-5>. 8
- [25] MCPHEDRAN, R. C., L. C. BOTTEN, J. MCORIST, A. A. ASATRYAN, C. M. DE STERKE et N. A. NICOROVICI. 2004. «Density of states functions for photonic crystals», *Physical Review E*, vol. 69, n° 1, doi :10.1103/PhysRevE.69.016609, p. 016 609, ISSN 1539-3755. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.69.016609>. 20
- [26] CURIE, P. 1894. «Sur la symétrie dans les phénomènes physiques, symétrie d'un champ électrique et d'un champ magnétique», *J. Phys. Theor. Appl.*, vol. 3, n° 1, doi :10.1051/jphystap:018940030039300, p. 393–415. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00239814>. 20
- [27] INUI, T., Y. TANABE et Y. ONODERA. 1990. *Group Theory and Its Applications in Physics, Springer Series in Solid-State Sciences*, vol. 78, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, ISBN 978-3-540-60445-7, doi :10.1007/978-3-642-80021-4. URL <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-80021-4>. 21
- [28] OSTING, B. 2012. «Bragg structure and the first spectral gap», *Applied Mathematics Letters*, vol. 25, n° 11, doi :10.1016/j.aml.2012.03.002, p. 1926–1930, ISSN 08939659. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.aml.2012.03.002><http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0893965912001553>. 30
- [29] MAGNUSSON, R. et S. S. WANG. 1992. «New principle for optical filters», *Applied Physics Letters*, vol. 61, n° 9, doi :10.1063/1.107703, p. 1022–1024, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.107703>. 38
- [30] WANG, S. S. et R. MAGNUSSON. 1993. «Theory and applications of guided-mode resonance filters», *Applied Optics*, vol. 32, n° 14, doi :10.1364/AO.32.002606, p. 2606, ISSN 0003-6935. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ao-32-14-2606>. 38
- [31] MATEUS, C., M. HUANG, Y. DENG, A. NEUREUTHER et C. CHANG-HASNAIN. 2004. «Ultrabroadband Mirror Using Low-Index Cladded Subwavelength Grating», *IEEE Photonics Technology*

- Letters*, vol. 16, n° 2, doi :10.1109/LPT.2003.821258, p. 518–520, ISSN 1041-1135. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1266476/>. 38
- [32] BOUTAMI, S., B. BAKIR, H. HATTORI, X. LETARTRE, J.-L. LECLERCQ, P. ROJO-ROME, M. GAR-RIGUES, C. SEASSAL et P. VIKTOROVITCH. 2006. «Broadband and compact 2-D photonic crystal re-flectors with controllable polarization dependence», *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 18, n° 7, doi :10.1109/LPT.2006.871833, p. 835–837, ISSN 1041-1135. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1608178/>. 38
- [33] KODIGALA, A., T. LEPETIT, Q. GU, B. BAHARI, Y. FAINMAN et B. KANTÉ. 2017. «Lasing action from photonic bound states in continuum», *Nature*, vol. 541, n° 7636, doi :10.1038/nature20799, p. 196–199, ISSN 0028-0836. URL <http://dx.doi.org/10.1038/nature20799><http://www.nature.com/articles/nature20799>. 39, 40
- [34] MEIER, M., A. MEKIS, A. DODABALAPUR, A. TIMKO, R. E. SLUSHER, J. D. JOANNOPOULOS et O. NALAMASU. 1999. «Laser action from two-dimensional distributed feedback in photonic crys-tals», *Applied Physics Letters*, vol. 74, n° 1, doi :10.1063/1.123116, p. 7–9, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.123116>. 39
- [35] IMADA, M., S. NODA, A. CHUTINAN, T. TOKUDA, M. MURATA et G. SASAKI. 1999. «Coherent two-dimensional lasing action in surface-emitting laser with triangular-lattice photonic crystal struc-ture», *Applied Physics Letters*, vol. 75, n° 3, doi :10.1063/1.124361, p. 316–318, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.124361>. 39
- [36] NOTOMI, M., H. SUZUKI et T. TAMAMURA. 2001. «Directional lasing oscillation of two-dimensional organic photonic crystal lasers at several photonic band gaps», *Applied Physics Let-ters*, vol. 78, n° 10, doi :10.1063/1.1352671, p. 1325–1327, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1352671>. 39
- [37] NODA, S. 2001. «Polarization Mode Control of Two-Dimensional Photonic Crystal Laser by Unit Cell Structure Design», *Science*, vol. 293, n° 5532, doi :10.1126/science.1061738, p. 1123–1125, ISSN 00368075. URL <http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.1061738>. 39
- [38] RYU, H.-Y., S.-H. KWON, Y.-J. LEE, Y.-H. LEE et J.-S. KIM. 2002. «Very-low-threshold photo-nic band-edge lasers from free-standing triangular photonic crystal slabs», *Applied Physics Let-ters*, vol. 80, n° 19, doi :10.1063/1.1477617, p. 3476–3478, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1477617>. 39
- [39] KWON, S.-H., H.-Y. RYU, G.-H. KIM, Y.-H. LEE et S.-B. KIM. 2003. «Photonic bandedge lasers in two-dimensional square-lattice photonic crystal slabs», *Applied Physics Letters*, vol. 83, n° 19, doi :10.1063/1.1626004, p. 3870–3872, ISSN 0003-6951. URL <https://doi.org/10.1063/1.1626004><http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1626004>. 39
- [40] MONAT, C., C. SEASSAL, X. LETARTRE, P. REGRENY, P. ROJO-ROMEO, P. VIKTOROVITCH, M. LE VASSOR D'YERVILLE, D. CASSAGNE, J. P. ALBERT, E. JALAGUIER, S. POCAS et B. ASPAR. 2002. «InP-based two-dimensional photonic crystal on silicon : In-plane Bloch mode laser», *Applied Physics*

- Letters*, vol. 81, n° 27, doi:10.1063/1.1532554, p. 5102–5104, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1532554>. 39
- [41] MOUETTE, J., C. SEASSAL, X. LETARTRE, P. ROJO-ROMEO, J.-L. LECLERCQ, P. REGRENY, P. VIKTOROVITCH, E. JALAGUIER, P. PERREAU et H. MORICEAU. 2003. «Very low threshold vertical emitting laser operation in InP graphite photonic crystal slab on silicon», *Electronics Letters*, vol. 39, n° 6, doi:10.1049/el:20030371, p. 526, ISSN 00135194. URL <http://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/el{ }20030371>. 40
- [42] BEN BAKIR, B., C. SEASSAL, X. LETARTRE, P. VIKTOROVITCH, M. ZUSSY, L. DI CIOCCIO et J. M. FEDELI. 2006. «Surface-emitting microlaser combining two-dimensional photonic crystal membrane and vertical Bragg mirror», *Applied Physics Letters*, vol. 88, n° 8, doi:10.1063/1.2172730, p. 081 113, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.2172730>. 40
- [43] FERRIER, L., P. ROJO-ROMEO, E. DROUARD, X. LETATRE et P. VIKTOROVITCH. 2008. «Slow Bloch mode confinement in 2D photonic crystals for surface operating devices», *Optics Express*, vol. 16, n° 5, doi:10.1364/OE.16.003136, p. 3136, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-16-5-3136>. 40
- [44] CHO, C.-O., J. JEONG, J. LEE, H. JEON, I. KIM, D. H. JANG, Y. S. PARK et J. C. WOO. 2005. «Photonic crystal band edge laser array with a holographically generated square-lattice pattern», *Applied Physics Letters*, vol. 87, n° 16, doi:10.1063/1.2103422, p. 161 102, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.2103422>. 40
- [45] HUANG, X., Y. LAI, Z. H. HANG, H. ZHENG et C. T. CHAN. 2011. «Dirac cones induced by accidental degeneracy in photonic crystals and zero-refractive-index materials», *Nature Materials*, vol. 10, n° 8, doi:10.1038/nmat3030, p. 582–586, ISSN 1476-1122. URL <http://www.nature.com/articles/nmat3030>. 40
- [46] HSU, C. W., B. ZHEN, A. D. STONE, J. D. JOANNOPOULOS et M. SOLJAČIĆ. 2016. «Bound states in the continuum», *Nature Reviews Materials*, vol. 1, n° 9, doi:10.1038/natrevmats.2016.48, p. 16 048, ISSN 2058-8437. URL <http://www.nature.com/articles/natrevmats201648>. 40
- [47] IBANESCU, M., S. G. JOHNSON, D. ROUNDY, C. LUO, Y. FINK et J. D. JOANNOPOULOS. 2004. «Anomalous Dispersion Relations by Symmetry Breaking in Axially Uniform Waveguides», *Physical Review Letters*, vol. 92, n° 6, doi:10.1103/PhysRevLett.92.063903, p. 063 903, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.92.063903>. 40
- [48] IBANESCU, M., S. G. JOHNSON, D. ROUNDY, Y. FINK et J. D. JOANNOPOULOS. 2005. «Microcavity confinement based on an anomalous zero group-velocity waveguide mode», *Optics Letters*, vol. 30, n° 5, doi:10.1364/OL.30.000552, p. 552, ISSN 0146-9592. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-30-5-552>. 40

Chapitre 2

Moyens de conception et d'étude

Sommaire

3.1	Motivations et principes fondamentaux	68
3.2	Conception des structures	70
3.2.1	Structure <i>Peigne</i>	71
3.2.2	Structure <i>Arêtes de poisson</i>	72
3.3	Ingénierie de dispersion selon Δ_x	73
3.3.1	Expression de l'hamiltonien de couplage	73
3.3.2	Bandes ultra-plates	80
3.3.3	Dispersion multi-vallées : bandes en W et M	86
3.3.4	Cône de Dirac "longitudinal"	90
3.3.5	ADP en configuration antisymétrique	97
3.4	Ingénierie de dispersion selon Δ_y	102
3.4.1	Expression de l'hamiltonien de couplage	102
3.4.2	Bandes ultra-plates	103
3.4.3	Dispersion multi-vallées transverses	105
3.4.4	Cône de Dirac "transverse"	106
3.4.5	Cône de Dirac complet	107
3.5	Conclusion du chapitre	114
3.6	Références	116

CE second chapitre regroupe l'ensemble des techniques d'études et de caractérisations des cristaux photoniques utilisées dans ces travaux de thèse. En premier lieu, ce chapitre présente les moyens de simulations utilisés, leur fonctionnement ainsi que leurs limites. On se concentre plus particulièrement sur la méthode de décomposition en ondes planes (MDOP) qui, en plus de permettre le calcul de la structure de bande de cristaux photoniques, permet d'introduire un type de couplage employé dans le chapitre 3 lors de la construction du modèle théorique.

Ensuite, les techniques d'analyse et de modélisation sont décrites. Plus précisément deux méthodes sont développées, la théorie des modes couplés qui permet de construire les modes de Bloch sous la forme de sous-modes couplés et la méthode k_p qui nous permet d'accéder aux pentes des cônes de Dirac étudiés dans le chapitre 3.

Les moyens de fabrication employés à la réalisation des structures sont ensuite introduits ainsi que des moyens de caractérisation optique. En particulier, le banc de réflectométrie en espace de Fourier est décrit dans la dernière partie de ce chapitre.

2.1 Méthodes de résolutions numériques

L'équation photonique est une équation qui n'admet pas de solutions analytiques simples (à l'exception de certains cas triviaux). L'obtention de ses solutions passe alors nécessairement par l'utilisation de méthodes de résolution numériques.

Plusieurs méthodes de résolution existent, chacune d'elles ayant ses avantages et ses faiblesses que ce soit en terme de performances ou d'applicabilité. En effet, s'il existe des méthodes très versatiles qui peuvent s'appliquer à tous les types de structures, tous les types de conditions aux bords et permettent d'obtenir presque toutes les caractéristiques optiques, ces méthodes sont généralement très coûteuses en ressources informatiques. Ainsi, des méthodes alternatives, spécialisé dans la résolution de l'équation photoniques dans des cas spécifiques (par exemple s'appliquant uniquement aux structures infiniment périodique), ont été développées permettant d'obtenir certaines caractéristiques optiques pour un coût moindre en ressource informatique et en temps de calcul.

Cette partie est dédiée à la présentation des différentes méthodes de simulation utilisées dans le cadre de ces travaux de thèse. Un bref aperçu de leur fonctionnement ainsi que leurs domaines d'applicabilité et les caractéristiques optiques qu'elles fournissent sont donnés.

2.1.1 Méthode de décomposition en ondes planes

La **méthode de décomposition en ondes planes (MDOP)** est une méthode numérique de résolution des équations de Maxwell dans les milieux périodiques tels que les CP, elle permet d'avoir accès à la pulsation des modes de Bloch ainsi qu'à leur cartographie du champ électromagnétique associée. Elle peut néanmoins être adaptée, dans une certaine mesure précisée dans la suite de cette partie, à l'étude des CPM.

En plus d'être une méthode relativement peu gourmande en ressource informatique, elle possède l'avantage de montrer explicitement la physique sous-jacente aux cristaux photoniques. C'est pour cela que son principe de fonctionnement est développé dans la suite de cette partie dans un cas simple d'une structure Bragg. Un développement plus complet est réalisé dans l'annexe 4.6

La **MDOP** résout les équations de Maxwell dans le domaine fréquentiel (temporellement et spatialement). Elle consiste à développer les solutions sous la forme de leur série de Fourier (ou plus précisément, à les développer en onde de Bloch). De même la permittivité diélectrique ϵ_r (ou plutôt son inverse $1/\epsilon_r$) est décomposée sous la forme de sa série de Fourier. En injectant ces termes dans l'équation photonique, il est alors possible d'aboutir à une équation aux valeurs propres portant sur les harmoniques des modes de Bloch. Les solutions approximatives de cette équation aux valeurs propres sont obtenues en effectuant une troncature sur le nombre d'harmoniques pris en compte. On aboutit alors à une équation aux valeurs propres de dimension finie dont la résolution passe par la diagonalisation d'une matrice de couplage.

Afin d'illustrer ce principe de fonctionnement, on considère une structure Bragg périodique selon la direction x de période a . Du fait de la symétrie cylindrique de la structure, on peut restreindre l'étude au plan (k_x, k_y) dans l'espace réciproque. Afin de simplifier davantage l'étude, on se restreint à la direction k_x . Du fait de l'uniformité de la structure suivant z , les modes peuvent se décomposer selon deux polarisations, TE ou TM, permettant de réduire l'équation photonique vectorielle à une équation photonique scalaire (une portant sur E_z ou H_z suivant la polarisation considérée). Dans le cas particulier du Bragg suivant k_x , les modes TE et TM sont dégénérés, on considère alors arbitrairement un mode TE. En décomposant ainsi les modes sur une polarisation, on notera que la condition de transversalité est automatiquement vérifiée, on s'assure ainsi de n'obtenir que des *solutions physiques*.

La décomposition en série de Fourier de sa permittivité diélectrique donne alors :

$$\frac{1}{\epsilon_r(\mathbf{r})} = \sum_l \kappa_l e^{j \frac{2\pi}{a} l x} \quad (2.1)$$

De même, le développement en harmoniques des modes de Bloch considérés (polarisation TE) donne :

$$E_{n,k}^y = \sum_j \left(c_{n,k,j} e^{i(k+j \frac{2\pi}{a})x} \right) \quad (2.2)$$

Afin d'alléger la notation, on note le champ électrique E_y , ses harmoniques de Bloch c_j , le vecteur d'onde de Bloch $\mathbf{k} = k\hat{x}$ et les pulsations propres ω_n . Par ailleurs, l'équation photonique portant sur le champ électrique devient :

$$-\frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial^2 E_y}{\partial^2 x} = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 E_y \quad (2.3)$$

On obtient ainsi :

$$\left(\sum_l \kappa_l e^{il \frac{2\pi}{a} x} \right) \left(\sum_j \left(k + j \frac{2\pi}{a} \right)^2 c_j \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \sum_p c_p e^{i(k_x + p \frac{2\pi}{a})x} \quad (2.4)$$

En développant le produit et en opérant la transformée de Fourier de cette équation, on aboutit à :

$$\sum_j \kappa_{p-j} c_j \left(k + j \frac{2\pi}{a} \right)^2 = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 c_p \quad \forall p \quad (2.5)$$

Les harmoniques de Bloch c_j sont donc solutions d'un système d'équations pouvant se mettre sous la forme d'une équation aux valeurs propres, dont les valeurs propres donnent accès aux pulsations et leurs vecteurs propres associés sont formés des coefficients c_p .

Afin de résoudre le système d'équation, on effectue alors une troncature sur les harmoniques de Bloch de la structure permettant de ramener le système d'équation à une taille finie. Afin d'illustrer la résolution, on ne considère plus que les harmoniques $\{\kappa_{-1}, \kappa_0, \kappa_1\}$ de la permittivité. On effectue de même une troncature sur les modes optiques. On peut ainsi mettre le système d'équation 2.5 sous la forme d'une équation aux valeurs propres dont la résolution passe par la diagonalisation d'une matrice carrée.

On peut alors montrer que les harmoniques des modes de Bloch prépondérantes des modes optiques dans le voisinage de $k_x = \pi/a$ sont c_{-1} et c_0 ¹. Le système d'équation peut alors être restreint à ces deux harmoniques, il se résout en diagonalisant la matrice 2x2 qui en résulte. Les vecteurs propres de cette matrice correspondent aux harmoniques $(c_{k_x, -1}, c_{k_x, 0})$ et les valeurs propres donnent accès aux pulsations propres. Elles s'obtiennent en diagonalisant :

$$\begin{bmatrix} \kappa_0 k^2 & \kappa_1 \left(k - \frac{2\pi}{a} \right)^2 \\ \kappa_{-1} k^2 & \kappa_0 \left(k - \frac{2\pi}{a} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

En $k = \pi/a$, cette matrice devient :

$$\begin{bmatrix} \kappa_0 \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 & \kappa_1 \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \\ \kappa_{-1} \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 & \kappa_0 \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Le *splitting* au point π/a est ainsi lié aux coefficients de Fourier κ_1 et κ_{-1} , il est donc d'autant plus important que la corrugation du CP est forte. Il représente un couplage entre le mode propagatif c_0 et le mode contre-propagatif c_{-1} , on y fera référence dans la suite de ces travaux sous le terme de *couplage diffractif*.

Pour terminer, cette méthode s'appuyant sur la décomposition en série de Fourier de la permittivité diélectrique de la structure, elle est majoritairement adaptée à l'étude des cristaux photoniques étendus. Ainsi l'étude des résonances guidées s'établissant dans les cristaux photoniques membranaires n'est pas envisageable avec la MDOP. Néanmoins, l'étude de la dispersion de modes guidés

1. En ces points, deux valeurs sur la diagonale sont égales. Pour plus d'information, voir SAKODA [1, p. 6]

dans les CPM est réalisable. l'idée est d'étudier une structure différente, qui respecte les conditions de périodicité dans toutes les directions, mais qui possède les mêmes caractéristiques de dispersion. Cette structure est dérivée du CPM étudié en le répliquant périodiquement dans la direction normale à celui-ci. On obtient ainsi virtuellement un empilement du CPM, dont les seules modifications sur les modes guidés du CPM initial sont les *couplages évanescents* pouvant se créer si les CPM sont placés trop près les uns des autres, engendrant des décalages en pulsation des modes (voir la figure 2.1).

Le désavantage de cette astuce est qu'elle requiert un nombre important d'harmoniques selon la direction normale au CPM à prendre en compte dans le calcul. Il s'agit néanmoins d'un moyen qui reste compétitif avec la FDTD² dans le cadre des calculs 2D, d'autant plus qu'elle ne requiert aucun post-traitement afin de localiser la position des modes en pulsation.

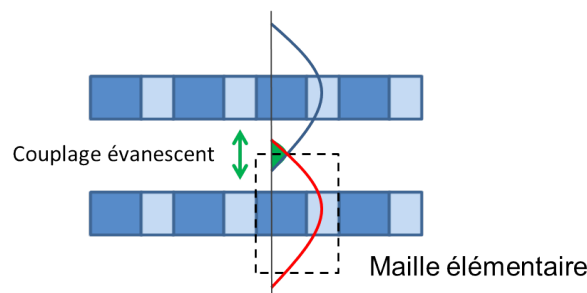


FIGURE 2.1 – Illustration de l'utilisation de la MDOP afin d'obtenir la dispersion des modes guidés d'un CPM

Une limite à cette méthode d'obtention des propriétés de dispersion des cristaux photoniques est qu'elle déduit la pulsation des modes à partir de la structure, et en particulier de sa permittivité diélectrique. Par conséquent, si les matériaux employés possèdent un indice optique dépendant de la pulsation, la MDOP ne permet pas d'anticiper la valeur à employer. Autrement dit, cette méthode de calcul n'est pas adaptée, telle quelle, à l'étude des matériaux dispersifs.

Dans le cadre des travaux de cette thèse, le logiciel de MDOP commercial *BandSolve* de la distribution de logiciel RSoft a été employé conjointement avec un logiciel "maison" conçu sur Matlab afin de pouvoir profiter de méthodes d'optimisation développées sur cette plateforme.

2.1.2 Rigorous Coupled Wave Analysis (RCWA)

La RCWA (pour Rigorous Coupled Wave Analysis)³ est une méthode de calcul numérique rigoureuse et semi-analytique⁴ des systèmes compacts dans une direction et périodiques dans les autres tels que les CPM. Elle résout les équations de Maxwell dans le domaine fréquentiel (spatialement dans au moins une direction et temporellement), elle est particulièrement bien adaptée pour simuler le comportement de structures et d'empilement de structures périodiques *longitudinalement*. Du fait de la plus faible convergence des séries de Fourier pour les structures à fort contraste d'indice, elle est plus efficace pour les structures à contraste d'indice faible à moyen où les phénomènes d'oscillations de Gibbs sont moins présents. Elle peut néanmoins s'appliquer aux structures à fort contraste

2. Cette méthode est introduite plus tard dans cette partie

3. Aussi parfois appelé *Fourier modal method*

d'indice (et même aux structures employant des métaux) au prix de temps de calculs plus longs.

La **RCWA** a été introduite par M. G. MOHARAM et T. K. GAYLORD en 1981, elle a néanmoins des origines plus anciennes par les travaux de KNOP [2] datant de 1978 et ceux de KOGELNIK [3] en 1969. Elle permet d'accéder à de nombreuses caractéristiques optiques des structures telles que la réflectivité, la transmission, l'absorption, la diffraction.

Dans le cadre des travaux de cette thèse, cette méthode est particulièrement intéressante car elle permet d'accéder rapidement aux spectres de réflexion résolus en angle et donc aux propriétés de dispersion des résonances guidées des structures étudiées. En effet, comme expliqué dans la partie 1.6.3, les résonances guidées engendrent des *résonances de Fano* dans les spectres de réflectivité permettant ainsi de sonder leur dispersion.

Cette méthode d'obtention des dispersions se limite néanmoins aux résonances guidées, les modes guidés ne peuvent pas être sondés par une onde plane incidente. Une astuce palliant ce problème consiste à modifier légèrement la structure étudiée en lui appliquant une perturbation de période double de celle de la structure. Ce faisant, une partie des modes guidés normalement situés sous le cône de lumière peut se coupler aux modes rayonnés grâce à la diffraction induite par la perturbation. Une autre façon équivalente de voir les choses est de considérer que la perturbation double période replie la dispersion le long de l'axe $\pi/2a$, ramenant ainsi une partie de la dispersion au-dessus du cône de lumière. On convertit ainsi des modes guidés en résonances guidées à forts **facteurs de qualité**.

Afin de sonder les dispersions de résonances guidées à fort **facteur de qualité**, il est aussi possible d'ajouter virtuellement de l'absorption dans le matériaux composant le **CPM**. Cette astuce permet d'obtenir la dispersion du **CPM** par le biais des spectres d'absorption, on s'affranchit ainsi de la résonance de Fano des spectres de réflectivité pour n'observer plus que des résonances de forme lorentzienne. On obtient ainsi plus facilement les dispersions au prix d'une modification des **facteurs de qualité** des résonances.

L'un des inconvénients de cette méthode est qu'elle se limite aux **CPM** étendus (infiniment périodiques) et ne permet donc pas d'accéder aux pertes latérales dont souffrent les structures compactes. Néanmoins, contrairement à la **MDOP**, la **RCWA** permet de prendre en compte la dispersion des matériaux employés.

Dans le cadre des travaux de cette thèse, le logiciel de **RCWA** employé est le logiciel commercial *DiffRACTMod* de la distribution *RSoft*.

2.1.3 Finite Difference Time Domain (FDTD)

La **FDTD** (Finite Difference Time Domain) est l'une des méthodes de résolution numérique les plus employées en électromagnétisme. À l'inverse de la **RCWA** et de la **MDOP**, elle résout les équations de Maxwell dans le domaine temporel et spatial.

4. Une méthode de résolution est dite rigoureuse si elle converge vers une solution exacte des équations de Maxwell en augmentant infiniment sa précision (maillage, ...). La **RCWA** est semi-analytique car elle résout les équations analytiquement selon la direction normale au CPM et de façon numérique dans le plan transverse

Initiée par YEE [4] en 1966, elle permet d'accéder à de très nombreuses informations sur le système étudié. Sa force est d'être extrêmement versatile, en jouant sur les conditions aux bords appliquées au domaine de résolution et sur les moyens d'excitation des modes photoniques, elle permet d'obtenir les informations fournies par la MDOP et la RCWA. Elle permet ainsi, *à l'instar* de la RCWA et de la MDOP, d'étudier les structures périodiques (domaine d'étude compact) en employant des conditions de bord de type *Bloch* et périodique. Elle permet aussi d'étudier les systèmes non compacts, pour lesquels les conditions de bords de type *ondes sortantes* sont simulées par l'utilisation d'un matériau virtuel particulier, dénommé *Perfectly Matched Layer* (PML), permettant l'absorption de la lumière sans générer de réflexion. Elle est ainsi adaptée à l'étude des structures aux dimensions latérales finies.

Son principal inconvénient est d'être très gourmande en ressources et en temps de simulation. Son utilisation est donc restreinte à l'étude des systèmes pour lesquels les méthodes alternatives ne peuvent pas s'appliquer.

2.2 Méthodes d'étude analytiques

Les outils de simulations permettent d'accéder aux solutions de l'équation photonique. Néanmoins, elles ne permettent pas de comprendre totalement la physique sous-jacente aux structures étudiées. Par ailleurs, ces méthodes restent généralement coûteuses en ressources informatiques car elles résolvent l'équation photonique de manière rigoureuse.

Ainsi, des méthodes d'études non rigoureuses ont été développées afin d'obtenir les propriétés optiques de ces structures à moindre coût. Par exemple, historiquement des méthodes résolvant les équations photoniques dans l'approximation scalaire étaient utilisées, ne prenant ainsi pas totalement en compte la nature vectorielle de la lumière mais permettant de mener à bien des calculs très lourds pour l'époque.

En parallèle, des méthodes perturbatives ont été développées afin de simplifier les solutions de l'équation photonique et de pouvoir les obtenir de manière analytique. Ces solutions analytiques, généralement valables dans un domaine restreint (de vecteurs d'onde ou de perturbations) permettent de mieux comprendre le fonctionnement de ces structures et aident ainsi à leur conception. Néanmoins, ces méthodes phénoménologiques ne permettent pas d'obtenir les solutions sans calculs *ab initio*, elles s'appuient donc sur des moyens de simulations tels que ceux décrits dans la partie précédente.

Dans le cadre de ces travaux de thèse, des méthodes perturbatives sont employées afin de pouvoir modéliser le comportement de nos structures ou de pouvoir les caractériser. Les méthodes employées sont décrites dans cette partie.

2.2.1 Théorie des modes couplés

La *Théorie des modes couplés* (TMC) est une théorie qui permet de modéliser le comportement de résonances couplées entre-elles et à d'éventuels ports de sortie. Cette théorie est bien adaptée

à l'étude des CPM, pour lesquels les résonances sont simplement les modes de Bloch s'établissant dans la membrane photonique et les ports de sortie sont les différents ordres diffractés rayonnés par le dessus et le dessous de la membrane.

Ces modèles permettent de prédire les caractéristiques optiques de la membrane photonique, par exemple sa transmission ou réflectivité. Du fait de sa simplicité⁵, ce modèle permet de décomposer la dynamique complexe de ces structures corruguées et d'accéder ainsi à leurs principes fondamentaux.

La théorie est décrite dans de nombreuses revues [5–7], un exemple minimal est décrit dans cette partie afin d'aider à la compréhension des notions développées dans le chapitre 3.

On considère alors deux modes guidés établis dans un guide plan, sous le cône de lumière et de pulsation ω_1 et ω_2 . Toutes les sources de pertes sont négligées dans un premier temps. L'évolution temporelle de ces résonances est alors régie par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = -i\Omega\mathbf{A} \quad (2.8)$$

Avec $\mathbf{A}$ la matrice colonne représentant l'amplitude de chacune des résonances et Ω une matrice hermitienne représentant l'évolution de leur phase dans le temps :

$$\Omega = \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 \\ 0 & \omega_2 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

On considère maintenant que l'on structure le guide plan. Cette perturbation va impacter les résonances guidées de plusieurs façons. En premier lieu, ces deux modes vont pouvoir se coupler via la perturbation, ce qui se traduit par un terme de couplage κ sur l'anti-diagonale de la matrice Ω . Au premier ordre, cette force de couplage est proportionnelle au taux de recouvrement entre les cartographies des modes pondérées par la cartographie de la perturbation [5].

Les symétries de la structure, de la perturbation et les RI des modes considérés jouent un rôle important dans les processus de couplage, car elles peuvent totalement inhiber les interactions. En effet, considérons une structure possédant un plan de réflexion et deux modes établis, un pair et l'autre impair vis-à-vis de la symétrie de réflexion. On applique une perturbation sur la structure qui conserve le plan de symétrie (la perturbation est alors aussi symétrique), alors les nouveaux modes établis peuvent en approximation se déduire des modes initiaux qui se sont couplés via la perturbation. Néanmoins, les nouveaux modes sont aussi symétriques (pair ou impair) vis-à-vis du plan de symétrie, ils ne peuvent donc pas résulter du mélange entre un mode pair et un mode impair. Le couplage induit par la perturbation entre les deux modes est alors nécessairement nul pour des raisons de symétries. D'une façon générale, deux modes d'une structure appartenant à des RI différentes ne peuvent pas se coupler sous l'action d'une perturbation qui conserve les symétries de la structure. Si la perturbation brise certaines symétries, alors c'est le sous-groupe de symétrie qu'il faut considérer pour établir les RI des modes.

5. Simple mais néanmoins non simpliste

En deuxième lieu, ces modes peuvent ne plus être totalement guidées dans la structure si elles se couplent au continuum rayonné par le biais des ordres de diffraction de la structuration. On considère qu'un seul ordre de diffraction existe, le mode peut donc se coupler à deux ports de sortie, le mode rayonné se propageant vers le bas de la membrane et celui se propageant vers le haut⁶. On représente ce couplage par la matrice K . Inversement, il est aussi possible de coupler la lumière incidente sur la membrane dans les résonances, ce couplage est représenté par la matrice D .

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{A}}{dt} &= -i(\Omega - i\Gamma)\mathbf{A} + K^T \mathbf{s}_+ \\ &= -iH\mathbf{A} + K^T \mathbf{s}_+\end{aligned}\tag{2.10}$$

Où Γ est une matrice hermitienne représentant la décroissance temporelle des résonances du fait de leur couplage avec l'environnement, ainsi que le couplage des résonances entre-elles par leur pertes rayonnées. Aussi, $\mathbf{s}_+$ est un vecteur représentant les amplitudes des ondes incidentes sur la membrane et $\mathbf{s}_-$ celles des ondes sortantes. La seconde équation de la TMC représente l'évolution temporelle de l'amplitude des ondes sortantes :

$$\mathbf{s}_- = C\mathbf{s}_+ + D\mathbf{A}\tag{2.11}$$

Où C est une matrice unitaire représentant le couplage direct entre les ondes situées en-dessous de la membrane et celle situées au-dessus. En absence de résonance, elle représente simplement la réflectivité et transmission de la membrane.

Les différents procédés de couplage ne sont pas indépendants entre-eux. En effet, le modèle doit vérifier certains critères comme la conservation de l'énergie et la symétrie temporelle des équations de Maxwell⁷. En appliquant ces principes, on peut alors établir les relations suivantes :

$$D^\dagger D = 2\Gamma\tag{2.12}$$

$$K = D\tag{2.13}$$

$$CD^* = -D\tag{2.14}$$

Où l'opérateur $\dagger$ représente l'opération de *transconjugaison*. Ces relations, utilisées conjointement avec l'équation 2.10 dans le domaine fréquentiel et l'équation 2.11, permettent de montrer qu'une résonance guidée établie dans un CPM induit une résonance de Fano dans le spectre de réflectivité de la membrane tel qu'illustrée sur la figure 1.15 de la partie 1.6.3.

6. Pour être exact, du fait de la nature vectorielle de la lumière quatre ports de sortie existent car il faut prendre en compte les deux polarisations possibles (s et p). Néanmoins, on considérera ici que les résonances ne se couplent qu'à une seule des deux polarisations

7. Pour la démonstration, voir par exemple HAUS et HUANG [5], WONJOO SUH et collab. [6], FAN et collab. [7]

En reprenant l'équation 2.10 en absence d'onde incidente, l'équation devient une équation aux valeurs propres $HA = \omega A$ en régime stationnaire. Il est alors possible d'obtenir les pulsations propres, éventuellement complexes si les modes sont couplés au modes rayonnés, des modes de la structure en diagonalisant l'hamiltonien H .

La difficulté est alors d'établir les couplages mis en jeu dans cet hamiltonien. Plusieurs types de couplage peuvent apparaître, parmi lesquels on peut citer le *couplage évanescent* entre des modes localisés dans des structures différentes, ou le *couplage diffractif* introduit dans la partie 2.1.1 qui concerne des ondes partageant un même vecteur d'onde de Bloch couplé par les ordres de diffraction de la structure, ou encore le *couplage par les pertes rayonnées*.

2.2.2 La méthode kp

La méthode kp est une méthode perturbative d'obtention de la structure de bande de matériaux cristallins, en particulier de semi-conducteurs. Elle a été adaptée aux cristaux photoniques par JOHN-SON et HUI [8–10] en 1993 puis améliorée par SIPE [11] en 2000. Elle a été historiquement employée comme alternative aux méthodes de résolution rigoureuse de l'équation photonique dans les milieux périodiques telles que la MDOP et la méthode KKR⁸, qui restent des méthodes de résolution relativement lourdes, notamment du fait de la nature vectorielle de la lumière. Elle est donc naturellement apparue alors que les efforts pour chercher des gaps photoniques complets dans les CP 3D étaient importants, quelques années après la publication en 1987 des travaux de YABLONOVITCH [12] et JOHN [13].

Cette méthode consiste à calculer les solutions pour des vecteurs d'onde k proches d'un vecteur d'onde k_0 où les solutions sont connues. Les calculs étant plus simple à réaliser sur $\mathbf{E}$ que $\mathbf{H}$, le champ électrique sera exceptionnellement employé dans cette partie. Soit $\{\mathbf{E}_{\mathbf{k}_0,n}\}$ l'ensemble des solutions de l'équation photonique et $\{\omega_{n,0}\}$ leurs pulsations. Du fait de l'hermiticité de l'équation photonique⁹, cet ensemble de solutions forme une base complète sur laquelle il est possible de décomposer toutes autres solutions de l'équation photonique $\mathbf{E}_{\mathbf{k},m}$, en des points quelconques de l'espace réciproque. La méthode kp consiste alors à déterminer les coefficients de la décomposition de $\mathbf{E}_{\mathbf{k},m}$ sur la base $\{\mathbf{E}_{\mathbf{k}_0,n}\}$. On suppose alors connus les modes de Bloch :

$$\mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0} = e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_{n,\mathbf{k}_0}(\mathbf{r}) \quad (2.15)$$

Lesquels sont solutions de l'équation photonique :

$$\nabla \wedge (\nabla \wedge \mathbf{E}_0) = \epsilon_r(\mathbf{r}) \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{E}_0 \quad (2.16)$$

8. La méthode KKR (pour KORRINGA, KOHN et ROSTOKER) est aussi appelée *Green function method*. Cette méthode n'est pas développée dans ce manuscrit de thèse

9. Pour être plus exacte, l'équation photonique portant sur $\mathbf{E}$ étant une équation aux valeurs propres généralisées, c'est $\nabla \wedge \nabla \wedge \bullet$ et ϵ_r qui doivent être à la fois hermitiens et positifs semi-définis afin d'obtenir une base complète

Par ailleurs, on normalise¹⁰ ces modes de sorte à ce qu'ils forment une base orthonormée :

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}}, \mathbf{E}_{m,\mathbf{k}} \rangle &\equiv \frac{(2\pi)^2}{S} \iint_{Unit\ Cell} \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}}^* \cdot \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}_{m,\mathbf{k}} d\mathbf{r}^2 \\ &= \delta_{n,m}\end{aligned}\tag{2.17}$$

On peut alors décomposer une solution en un point $\mathbf{k}$ quelconque sur cette base de vecteur. Pour être plus précis, c'est l'enveloppe de Bloch $\mathbf{u}_{m,\mathbf{k}}$ que l'on décompose sur la base $\{\mathbf{u}_{n,\mathbf{k}_0}\}$ plutôt que le mode de Bloch, ainsi :

$$\mathbf{E}_{m,\mathbf{k}} = \sum_n A_{n,m}(\mathbf{k}) e^{i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0}\tag{2.18}$$

Où $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0$. Pour que l'égalité tienne, la décomposition est réalisée sur un nombre infini de modes. En pratique, on limite alors la décomposition sur un nombre fini de modes permettant d'avoir une approximation de la solution $\mathbf{E}_{m,\mathbf{k}}$. Cette approximation est ainsi d'autant plus précise que le nombre de modes pris en compte est élevé et que le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ est proche de $\mathbf{k}_0$. Il s'agit donc d'une méthode perturbative permettant d'accéder aux dispersions dans le voisinage du point $\mathbf{k}_0$.

Il existe aussi une subtilité dans cette décomposition. En général, lors de l'obtention des modes de Bloch en $\mathbf{k}_0$, on ne conserve que les modes qui vérifient la condition de transversalité du champ électrique, à savoir les modes $\mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0}$ solutions de l'équation 2.16 et vérifiant :

$$\nabla \cdot [\epsilon_r \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0}] = 0\tag{2.19}$$

Il s'agit donc d'un sous-ensemble des solutions de l'équation photonique 2.16 et ne représente donc pas un ensemble complet de solutions sur lequel on peut décomposer le mode en $\mathbf{k}$. Cette subtilité a été relevée par SIPE [11] qui a pu développer une version correcte de la méthode kp pour la photonique.

Cependant, dans notre étude, nous employons la méthode kp uniquement afin d'anticiper la valeur de la pente des cônes de Dirac étudiés dans le chapitre 3. Par conséquent, seul le premier ordre de la méthode kp nous intéresse, les corrections de SIPE ne participant qu'au second ordre, nous pouvons les négliger et employer la version initiale de JOHNSON et HUI.

On injecte alors l'équation 2.18 dans l'équation photonique 2.16. On obtient ainsi :

10. Le produit scalaire portant sur le champ électrique est légèrement différent de celui portant sur le champ magnétique présenté dans le chapitre 1

$$\sum_n A_{n,m} e^{i\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \left[\frac{\omega_{n,0}^2 - \omega_m^2}{c^2} \epsilon \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0} + i\Delta \mathbf{k} \wedge (\nabla \wedge \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0}) + \nabla \wedge (i\Delta \mathbf{k} \wedge \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0}) + \text{termes quadratiques} \right] = \mathbf{0} \quad (2.20)$$

On néglige les termes quadratiques apparaissant dans cette équation. On peut décomposer cette équation sur la base des fonctions $\{\mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0}\}$ en appliquant le produit scalaire. On obtient ainsi :

$$\sum_m A_{n,m} \left[\frac{\omega_{n,0}^2 - \omega_m^2}{c^2} \delta_{n,l} + \Delta k P_{n,l} \right] = 0 \quad \forall l \quad (2.21)$$

Cette équation peut alors se mettre sous la forme d'une équation aux valeurs propres matricielle, de dimension infinie. Par ailleurs, les termes $P_{n,l}$ représentent des coefficients de couplage linéique entre les modes $\mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0}$ et $\mathbf{E}_{l,\mathbf{k}_0}$ induit par la perturbation $\Delta \mathbf{k}$. L'expression de ce couplage linéique dans différents cas de figure est donnée dans l'annexe 4.6. Ce couplage induit une dispersion linéaire si et seulement si les modes $\mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0}$ et $\mathbf{E}_{l,\mathbf{k}_0}$ sont dégénérés, autrement dit si $\omega_{n,0} = \omega_{l,0} = \omega_0$. On peut alors négliger au premier ordre tous les modes non dégénérés. On considère alors dans notre modèle que seuls deux modes $\mathbf{E}_{1,\mathbf{k}_0}$ et $\mathbf{E}_{2,\mathbf{k}_0}$ sont dégénérés, réduisant ainsi le système à une matrice 2x2 :

$$\begin{bmatrix} \frac{\omega_0^2 - \omega_m^2}{c^2} & \Delta k P_{1,2} \\ \Delta k P_{1,2}^* & \frac{\omega_0^2 - \omega_m^2}{c^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{1,m} \\ A_{2,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

On approxime $\omega_0^2 - \omega_m^2$ par $-2\omega_0 \delta\omega$. En diagonalisant la matrice, on obtient alors :

$$\delta\omega = \frac{c^2}{2\omega_0} |P_{1,2}| \Delta k \quad (2.23)$$

On peut ainsi obtenir la valeur de la pente du cône de Dirac induit par la dégénérescence des modes $\mathbf{E}_{1,\mathbf{k}_0}$ et $\mathbf{E}_{2,\mathbf{k}_0}$.

2.3 Méthodes de fabrication

Dans cette partie, nous allons décrire les différents matériaux et procédés employés à la fabrication des structures expérimentales. Dans un premier temps, les matériaux diélectriques passifs et les matériaux semi-conducteurs actifs employés sont présentés ainsi que leur propriétés optiques. Ensuite, les procédés et étapes de fabrication sont décrits.

2.3.1 Matériaux actifs et passifs employés

Dans les travaux de cette thèse, deux approches différentes sont étudiées dans la réalisation des structures photoniques. En premier lieu, les structures peuvent être optiquement passives, c'est-à-dire qu'elles sont constituées de matériaux diélectriques non absorbants et non émetteurs dans la gamme de longueurs d'onde de l'étude. Cette approche nécessite donc l'emploi d'une source externe afin de pouvoir peupler les différents modes photoniques des structures et ainsi pouvoir sonder les propriétés telle que la dispersion. Les méthodes de caractérisation sont présentées dans la partie suivante de ce chapitre.

Dans les travaux de cette thèse, plusieurs matériaux diélectriques sont utilisés à la réalisation des structures expérimentales. Ainsi, le substrat de départ peut être un substrat silicium classique ou du SOI.

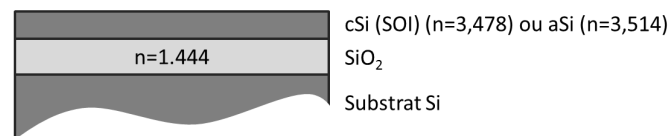


FIGURE 2.2 – Empilement de base servant à l'élaboration des structures passives

Le silicium est assimilé à un diélectrique passif dans la gamme du proche infrarouge, le gap optique étant de 1.12 eV l'absorption du matériau est faible et la réponse optique des électrons et trous libres est négligeable devant la réponse diélectrique. Les longueurs d'onde d'intérêts se situent aux alentours de la longueur d'onde des télécommunications $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$. Dans cette gamme de longueur d'onde, le silicium cristallin possède un indice optique de $n_{cSi} = 3.478$.

Du fait du fort indice optique du substrat silicium, un matériau de bas indice optique doit être formé à la surface afin de pouvoir isoler optiquement la structure photonique du substrat. Une alternative à l'utilisation d'un matériau est de suspendre les structures photoniques dans l'air en employant une gravure chimique. Néanmoins, dans le cadre de cette thèse, l'intégration des structures se fera sur une couche de bas indice optique.

La silice employée dans le substrat SOI et le substrat silicium est une silice thermique de 2 micromètres d'épaisseur. Son indice optique aux longueurs d'onde d'intérêts est de $n_{SiO_2} = 1.444$.

Enfin, la structure photonique est réalisée en structurant une couche formée au-dessus de la couche de silice. Dans le cas d'un substrat SOI, il s'agit de silicium cristallin, sinon c'est une couche de silicium amorphe qui est déposée. L'indice optique du silicium amorphe diffère légèrement de celui du silicium cristallin, aux longueurs d'onde étudiées il vaut $n_{aSi} = 3.514$.

Ces matériaux à bas et forts indices optiques servent de base à la réalisation des structures photoniques passives.

Ensuite, il y a les matériaux actifs. Ces matériaux permettent de générer la lumière directement au sein de la structure, et ainsi de sonder directement et finement ses propriétés de dispersion en

employant un faible gain. De plus, en augmentant suffisamment le gain dans la structure par le pompage optique, il est possible d'établir un régime d'émission laser si les pertes optiques ne sont pas trop importantes.

Le matériau à gain employé dans ces travaux consiste en une succession de puits quantiques en InAsP (épaisseur 6nm), émettant à 1540nm, dans une matrice en InP dont l'indice optique est $n_{\text{InP}} = 3.15$. Cette hétérostructure est réalisée par épitaxie sur un substrat InP. Il est ensuite reporté sur silice par *collage moléculaire*.

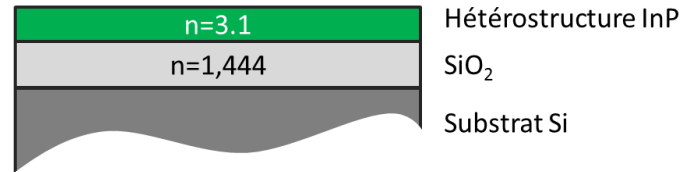


FIGURE 2.3 – Empilement de base servant à l'élaboration des structures actives

2.3.2 Procédés de fabrication

Les structures sont fabriquées dans la salle blanche de NANO LYON. Elles consistent en un empilement de couches de silicium et de silice déposées par *dépôt chimique en phase vapeur assisté par plasma (PECVD)* sur une couche de silice épaisse (2 μm) servant à isoler la structure photonique du substrat silicium. L'utilisation de silice intermédiaire permet de former des couches d'arrêt de gravure durant la structuration d'une couche de silicium.

Un exemple d'un tel empilement est donné sur la figure 2.4b. Cet empilement est constitué d'un substrat SOI sur lequel une couche mince (20nm) de silice est déposée par *PECVD* suivi d'une couche de silicium amorphe (400nm).

Afin de structurer la couche de silicium amorphe supérieure, une résine négative *d'hydrogénosilsesquioxane* (HSQ de l'anglais *hydrogen silsesquioxane*) de 150nm d'épaisseur. La couche de résine a été structurée par lithographie électronique sous un faisceau d'électron à 30 keV d'énergie. Le développement de la résine est réalisé dans une solution à 25% *d'hydroxide de tétraméthylammonium* (TMAH de l'anglais *tetramethylammonium hydroxide*) diluée dans l'eau, chauffée à 82°C.

Le transfert des motifs dans la couche de silicium amorphe est ensuite réalisé au moyen d'une gravure sèche par *plasma à couplage inductif* (ICP) en employant un mélange Cl_2/Ar (25/25 sccm à une pression de 2.8mTorr).

Cette gravure à l'ICP permet d'avoir des flancs droits et profonds. Néanmoins, elle n'est pas suffisamment sélective vis-à-vis de la couche d'arrêt de gravure en silice. Ainsi, la fin de gravure est finalisée par *gravure ionique réactive* (RIE), en employant un mélange de gaz SF_6/Ar (50/50 sccm à une pression de 10mTorr). Par ailleurs, l'épaisseur de la couche supérieure est contrôlée par des mesures de réflectométrie *in situ*.

On note la structure finale illustrée sur la figure 2.4d *structure P1*. Elle sera utilisée au chapitre

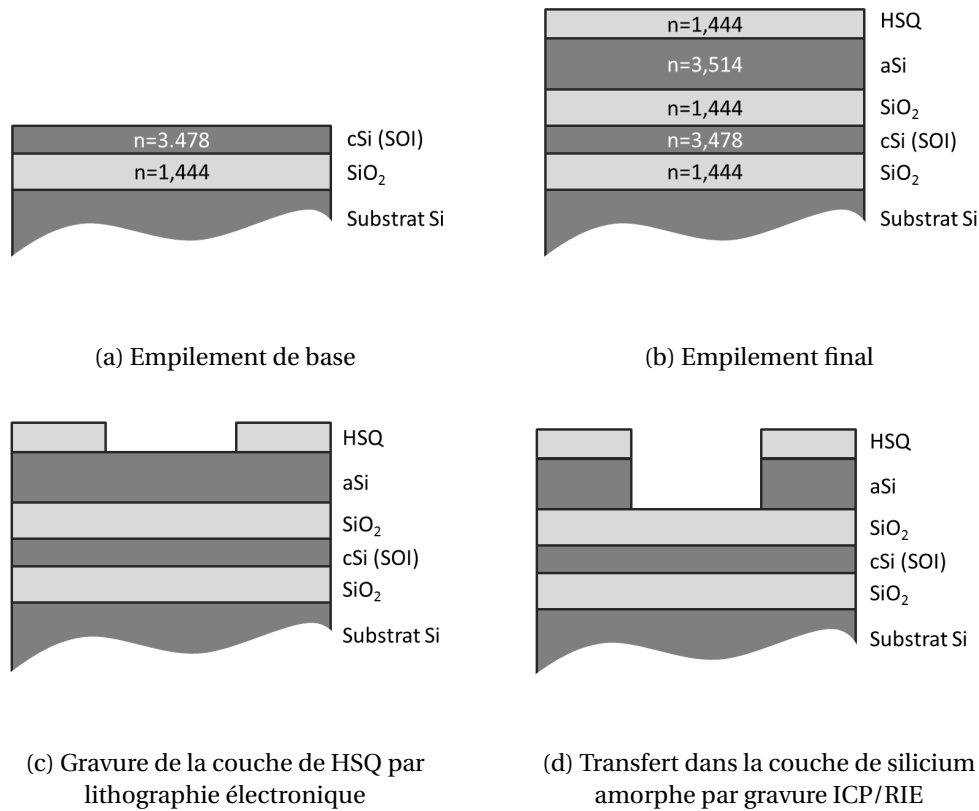


FIGURE 2.4 – Procédés de fabrication des structures passives P1

suivant à la réalisation de cône de Dirac. Son équivalent employant un substrat Si à la place d'un SOI est nommé P1bis. Cette structure emploie une couche de silice et une couche de silicium amorphe déposées par PECVD à la place du SOI.

Pour les structures actives, le procédé employé est similaire [14]. Simplement, la sélectivité de la gravure ICP à l'InP est suffisamment important pour ne pas avoir à utiliser de gravure RIE pour réaliser la fin de gravure. On obtient ainsi la structure illustrée sur la figure 2.5a, que l'on nomme A1.

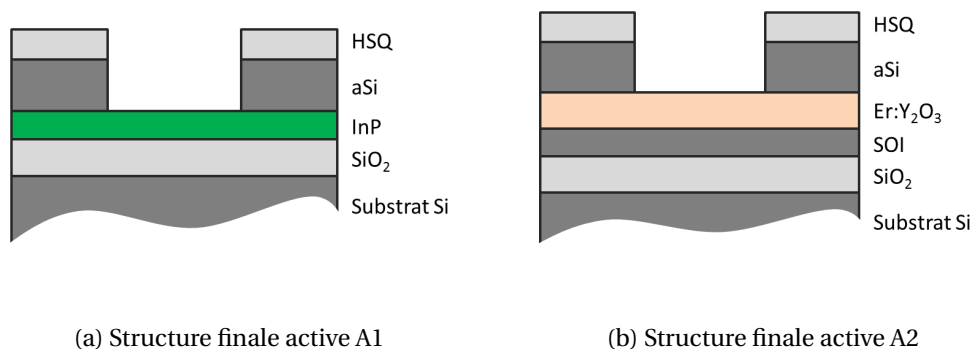


FIGURE 2.5 – Procédés de fabrication des structures actives

Enfin, une structure active alternative a aussi été étudiée. Elle consiste à employer de l'oxyde d'yttrium Y_2O_3 dopée à l'erbium comme matériaux actif à la place de l'InP. Cette structure est illustrée sur la figure 2.5b, l' Y_2O_3 étant de bas indice optique il est placé entre les deux couches de silicium

et peut ainsi servir aussi de couche d'arrêt de gravure [15]. On notera cependant que, du fait du bas indice optique de cette couche, le taux de recouvrement entre les émetteurs et les modes de la structure est faible. Ainsi, cette structure possède un gain bien moindre que la structure A1.

2.4 Moyens de caractérisation

2.4.1 Banc de spectroscopie résolue en angle

La caractérisation optique des structures fabriquées est réalisée sur un banc optique fonctionnant en espace de Fourier, qui permet de réaliser des mesures en passif (réflectivité, transmission) ou en actif (photoluminescence). Le banc de mesure est illustré sur la figure 2.6. Un objectif de microscope (ouverture numérique 0.42 et 4mm de distance focale) permet de focaliser la lumière de pompe (pour les mesures actives) ou la lumière blanche (pour les mesures passives) sur les structures fabriquées (dont la taille est de l'ordre de $100 \times 100 \mu\text{m}^2$). Cet objectif de microscope permet aussi de collimater la lumière émise depuis la structure.

L'image de la structure est ensuite formée sur une fente à l'entrée d'un spectromètre au moyen d'une lentille de focalisation (30cm de focale). Une lentille amovible (25cm de focale) située en amont de la lentille de focalisation permet de passer de l'image au plan de Fourier au niveau de la fente.

La fente permet alors de filtrer la dispersion de la lumière dans le plan (k_x, k_y) selon k_x . Un réseau de diffraction permet ensuite de diffracter la lumière vers une caméra infrarouge, permettant d'obtenir directement une image de la dispersion (ω, k_x) . La caméra consiste en une matrice de pixels à base d'InGaAs, refroidie par un dispositif Peltier et à l'eau. Pour visualiser la dispersion selon d'autres directions de l'espace réciproque que k_x (k_y ou k_Δ par exemple), un prisme de Dove est ajouté en amont de la lentille de Fourier, permettant d'aligner la direction d'intérêt avec la fente de filtrage.

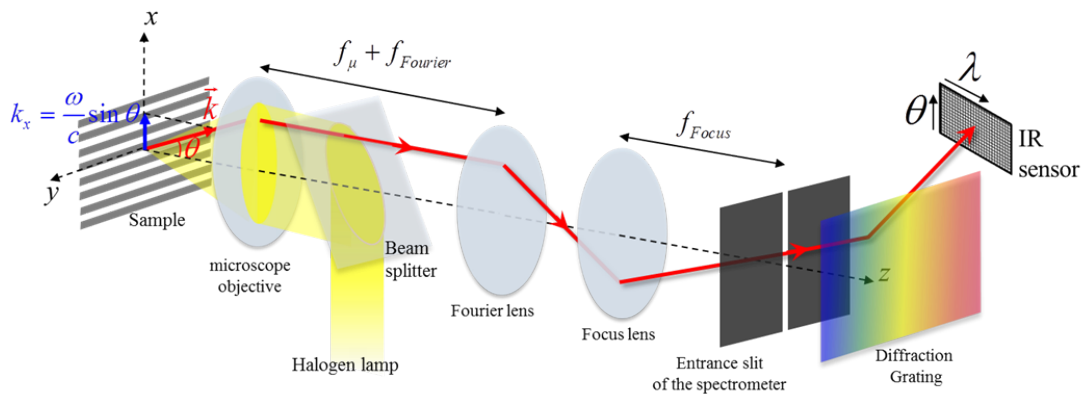


FIGURE 2.6 – Empilement de base servant à l'élaboration des structures passives

2.4.2 Caractérisations passives et actives

Les mesures passives consistent en une expérience de réflectométrie résolue en angle. Pour cela, une lumière blanche générée par une lampe halogène est utilisée. Elle est focalisée sur les structures

au moyen de l'objectif de microscope sur un spot d'une surface de $50 \times 50 \mu\text{m}^2$. La réflectivité est étalonnée en mesurant le spectre de la lumière blanche sur un miroir de Bragg.

Pour les structures actives, il est aussi possible de réaliser un pompage optique des structures afin de les étudier par photoluminescence (PL). Pour cela, un laser de pompe pulsé ($\lambda = 980\text{nm}$) est utilisé afin de générer la PL des puits quantiques situés dans la couche active d'InP. Le laser est pulsé à la fréquence de 80MHz et la durée des pulses émis est de 50ps.

L'émission de photoluminescence est ensuite collectée par l'objectif de microscope afin d'être analysée par le spectromètre.

2.5 Conclusion du chapitre

En conclusion, ce second chapitre regroupe les techniques d'études et de caractérisations des cristaux photoniques. Ces moyens se sont énormément développés depuis les prémices des études sur les cristaux photoniques. En ce qui concerne les moyens de simulation, différentes méthodes efficaces ou versatiles existent permettant d'accélérer la conception des cristaux photoniques et de relâcher les contraintes sur les ressources informatiques nécessaire.

La photonique a aussi pu profiter des développements issus de la mécanique quantiques et les études du transport électrique dans les matériaux cristallins. Ainsi, des méthodes perturbatives telles que la méthode k_p a pu être adaptée de la mécanique quantique à la photonique et à ses spécificités.

Enfin, les structures membranaires ont l'avantages sur les cristaux photoniques étendus de pouvoir profiter des méthodes de fabrication issues de la micro-électroniques et des différentes plateformes qui se sont développées. L'alliance Si/SiO₂ permet la réalisation de structures passives à fort contraste d'indice tandis que le report de couches actives à base d'InP permet la réalisation des fonctionnalités actives telles que l'émission laser.

2.6 Références

- [1] SAKODA, K. 2005. *Optical Properties of Photonic Crystals, Springer Series in Optical Sciences*, vol. 80, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, ISBN 3-540-20682-5, 232 p., doi :10.1007/b138376. URL <http://link.springer.com/10.1007/b138376>. 50
- [2] KNOP, K. 1978. «Rigorous diffraction theory for transmission phase gratings with deep rectangular grooves», *Journal of the Optical Society of America*, vol. 68, n° 9, doi :10.1364/JOSA.68.001206, p. 1206, ISSN 0030-3941. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josa-68-9-1206>. 52
- [3] KOGELNIK, H. 1969. «Coupled wave theory for thick hologram gratings», *The Bell System Technical Journal*, vol. 48, n° 9, doi :10.1002/j.1538-7305.1969.tb01198.x, p. 2909–2947, ISSN 0005-8580. 52
- [4] YEE, K. 1966. «Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media», doi :10.1109/TAP.1966.1138693. URL [{%}5Cnhttp://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs{_%}all.jsp?arnumber=1138693](http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1138693). 53
- [5] HAUS, H. et W. HUANG. 1991. «Coupled-mode theory», *Proceedings of the IEEE*, vol. 79, n° 10, doi :10.1109/5.104225, p. 1505–1518, ISSN 00189219. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/104225/>. 54, 55
- [6] WONJOO SUH, ZHENG WANG et SHANHUI FAN. 2004. «Temporal coupled-mode theory and the presence of non-orthogonal modes in lossless multimode cavities», *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 40, n° 10, doi :10.1109/JQE.2004.834773, p. 1511–1518, ISSN 0018-9197. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1337032/>. 55
- [7] FAN, S., W. SUH et J. D. JOANNOPOULOS. 2003. «Temporal coupled-mode theory for the Fano resonance in optical resonators», *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 20, n° 3, doi : 10.1364/JOSAA.20.000569, p. 569, ISSN 1084-7529. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josaa-20-3-569>. 54, 55
- [8] JOHNSON, N. F. et P. M. HUI. 1993. «k.p theory of photonic band structures in periodic dielectrics», *Journal of Physics : Condensed Matter*, vol. 5, n° 29, doi :10.1088/0953-8984/5/29/002, p. L355–L360, ISSN 0953-8984. URL <http://stacks.iop.org/0953-8984/5/i=29/a=002?key=crossref.bbf214ea8af5fa2aab486f3694c7e755>. 56
- [9] JOHNSON, N. F. et P. M. HUI. 1993. «Theory of propagation of scalar waves in periodic and disordered composite structures», *Physical Review B*, vol. 48, n° 14, doi :10.1103/PhysRevB.48.10118, p. 10 118–10 123, ISSN 0163-1829. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.48.10118>. 10118.
- [10] JOHNSON, N., P. HUI et K. LUK. 1994. «Theory of photonic band structures : a vector-wave k-p approach», *Solid State Communications*, vol. 90, n° 4, doi :10.1016/0038-1098(94)

- 90465-0, p. 229–232, ISSN 00381098. URL <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0038109894904650>. 56
- [11] SIPE, J. E. 2000. «Vector k_p approach for photonic band structures», *Physical Review E*, vol. 62, n° 4, doi :10.1103/PhysRevE.62.5672, p. 5672–5677, ISSN 1063-651X. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.62.5672><https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.62.5672>. 56, 57
- [12] YABLONOVITCH, E. 1987. «Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics», *Physical Review Letters*, vol. 58, n° 20, doi :10.1103/PhysRevLett.58.2059, p. 2059–2062, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.58.2059>. 56
- [13] JOHN, S. 1987. «Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices», *Physical Review Letters*, vol. 58, n° 23, doi :10.1103/PhysRevLett.58.2486, p. 2486–2489, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.58.2486>. 56
- [14] NGUYEN, H. S., F. DUBOIS, T. DESCHAMPS, S. CUEFF, P. REGRENY, J.-L. LECLERCQ, X. LETARTRE et P. VIKTOROVITCH. 2018. «Directional lasing at high oblique angle from metasurface exhibiting multivalley dispersion», vol. 1, p. 1–5. URL <http://arxiv.org/abs/1810.02939>. 61
- [15] CUEFF, S., M. S. R. HUANG, D. LI, X. LETARTRE, R. ZIA, P. VIKTOROVITCH et H. S. NGUYEN. 2018. «Tailoring the Local Density of Optical States and directionality of light emission by symmetry-breaking», , p. 1–6 URL <http://arxiv.org/abs/1810.04034>. 62

Chapitre 3

Ingénierie de dispersion par brisure de symétrie dans les cristaux photoniques membranaires

Sommaire

4.1	Introduction aux pertes radiatives	124
4.2	Propriétés des résonances guidées	125
4.2.1	Dispersion photoniques - Décroissance spatiale	125
4.2.2	Dispersion photoniques - Décroissance temporelle	128
4.2.3	Densités d'états photoniques des résonances guidées	129
4.3	Bound State in the Continuum (BIC)	131
4.3.1	BIC de symétrie	133
4.3.2	BIC Friedrich-Wintgen	134
4.3.3	Conclusion sur les BIC	135
4.4	Mise en cavité et BIC ultra-plat	136
4.4.1	Effet d'une mise en cavité	136
4.4.2	BIC ultra-plat	138
4.5	Les points exceptionnels	140
4.5.1	Théorie générale	140
4.5.2	Formation et observation dans les CPM	142
4.6	Conclusion du chapitre	145
4.7	Références	146

Ce chapitre se consacre à l'étude des propriétés de dispersion de cristaux photoniques 1D membranaires. Il se concentre notamment sur les moyens de contrôle possible afin de pouvoir générer des dispersions variées à la demande.

La première partie présente et justifie les deux géométries de cristaux photoniques étudiées, à savoir les structures de type *Peigne* et celles de type *Arêtes de poisson*.

La suite présente l'ingénierie de dispersion de ces structures selon les deux directions principales de la structure dans l'espace réciproque. Dans cette partie, des dispersions exotiques telles que les cônes de Dirac, les bandes multi-vallées et les bandes ultra-plates sont présentées.

3.1 Motivations et principes fondamentaux

Les CP permettent de modéliser la façon dont la lumière se propage en leur sein. Cette propriété leur provient de leur périodicité, générant ainsi un couplage diffractif entre les différents modes partageant un même vecteur de Bloch. Comme montré dans la partie 2.1.1, ce couplage diffractif est intimement lié au système cristallin du CP ainsi qu'à sa fonction de répartition de la permittivité diélectrique (i.e. son motif de répétition). Une quantité importante découle de cette fonction de répartition et permet de caractériser la force du couplage diffractif, il s'agit de l'écart d'indice optique. Le domaine des CP se distingue des autres systèmes diffractifs par l'utilisation de forts écarts d'indice optique (typiquement supérieur à 2), ce qui lui permet de profiter de larges gaps optiques ainsi que de modes lents de faible courbure. Néanmoins, les écarts d'indices optiques réalisables restent bornés. Dans le proche infrarouge les matériaux usuels atteignent difficilement des indices optiques dépassant 3.5, en conséquence les caractéristiques de dispersions possibles dans les CP comme les tailles de gap ou la courbure des bandes plates restent elles aussi limitées.

Ces limites sont d'autant plus contraignantes que l'utilisation de CP 3D, offrant de larges possibilités au contrôle de la lumière par son ouverture à la troisième dimension par rapport au CP 2D ou 1D [1], reste très limitée en pratique du fait de la difficulté de leur fabrication. Cependant, l'utilisation des CP sous leur forme membranaire permet déjà de profiter de cette ouverture, non par l'apparition d'ordres diffractés supplémentaires mais par la formation de modes guidés d'ordre supérieur. Il est alors possible de modéliser fortement les dispersions de ces ordres guidés en générant un couplage suffisamment fort entre-eux, tel que cela se fait dans d'autres types de structures guidantes telle que les guides W1 dans les CP 2D [2, 3].

En effet, les modes photoniques s'établissant au sein de CPM sont des modes de Bloch, du fait de la périodicité de la structure, partiellement ou totalement guidés dans le plan par l'indice optique (guidage réfractif par réflexion totale interne permettant le confinement vertical) [4, 5]. En conséquence ces modes photoniques sont issus des différents ordres guidés, repliés et couplés (générant un *splitting* entre ces modes) par la corrugation générant les différentes branches de la dispersion tels qu'illustré sur la figure 3.1c pour le cas d'un CPM 1D.

Ainsi, contrairement aux CP standards, les CPM possèdent différents ordres guidés pouvant être mis en interaction par la corrugation, offrant des possibilités nouvelles pour l'ingénierie de dispersion. En particulier, en employant des structures raisonnablement épaisses, il est aisé d'obtenir une

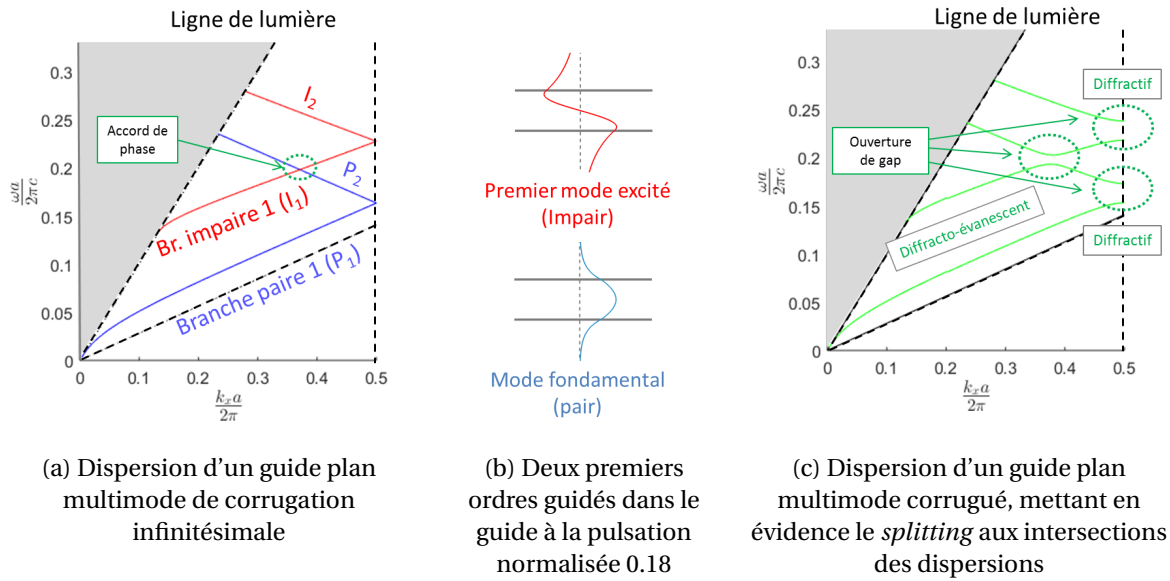


FIGURE 3.1 – Modes optiques et dispersion d'un guide plan multimode corrugué et non corrugué, d'indice optique $n = 3.54$, d'épaisseur $e = 1.09a$ et suspendu dans l'air. La corrugation a une période $a = 320nm$

structure comportant au moins deux modes guidés sous le cône de lumière, pouvant alors servir de base à la génération de dispersions nouvelles.

Partant de ce principe, afin d'obtenir une interaction forte entre différents modes deux conditions doivent être réunies, comme expliqué dans la partie 2.2.1. Tout d'abord un taux de couplage important entre les modes est requis, ce qui est globalement lié à un fort taux de recouvrement entre les modes. Ensuite, il faut que les modes vérifient l'accord en fréquence et en vecteur d'onde afin que le couplage puisse être efficace. Cette seconde condition peut facilement être obtenue avec les deux premiers ordres guidés de la structure, l'une des branches mise en jeu étant croissante et une seconde branche décroissante, elles ont tendance à se croiser naturellement au milieu de la PZB (voir la figure 3.1a).

La première condition en revanche n'est pas obtenue de façon triviale. Dans les CPM, les modes guidés les plus aptes à se croiser sont d'ordre successif (le mode fondamental et le premier mode excité par exemple). Pour une membrane symétrique, leurs parités verticales sont alors opposées annulant leur taux de recouvrement. En conséquence, ces ordres guidés ne font que se croiser dans leur dispersion sans se coupler. La solution la plus efficace pour résoudre ce problème est alors d'utiliser une structure asymétrique verticalement, de sorte que ces ordres guidés puissent se coupler de façon notable.

Il est à noter qu'il reste tout de même possible d'utiliser une structure symétrique en utilisant des ordres guidés non successifs, le mode fondamental et le deuxième ordre excité par exemple, qui sont tous deux pairs. Néanmoins, cela nécessite l'emploi de structures épaisses afin de ramener trois modes sous le cône de lumière. De plus, le taux de recouvrement entre ces modes, même s'il n'est pas nul, est plus faible que ce qu'il est possible de faire dans les structures asymétriques.

Dans la suite de ce chapitre, des géométries de CPM asymétriques possibles seront présentées, un modèle TMC sera ensuite établi afin de modéliser leur comportement et enfin les dispersions

notables pouvant être générés dans ces structures seront étudiées.

3.2 Conception des structures

La conception de CPM asymétriques verticalement doit respecter certains critères afin d'être viable. Le premier critère est d'ordre pratique, la fabrication de telles structures ne doit pas être inutilement compliquée. Par exemple, bien que possible, les gravures en biais n'apportent *a priori* pas plus que des structures ne comportant que des gravures droites et sont donc à proscrire. Le second critère consiste à vérifier que la brisure de symétrie créée induit un taux de couplage pair-impair suffisamment fort (de l'ordre de grandeur du couplage diffractif). Par exemple, si une structure est déposée sur un substrat de bas indice optique alors elle n'est pas symétrique verticalement au sens propre du terme. Les modes fondamentaux et excités peuvent donc se coupler, en particulier là où ces dispersions se croisent. Néanmoins, le *splitting* induit par le substrat est très faible et ne permet que peu de contrôle sur les dispersions. Enfin, afin de simplifier l'étude, les structures sont restreintes aux CPM 1D, c'est-à-dire aux structures périodiques selon une direction préférentielle (la direction longitudinale) et uniforme selon la direction orthogonale (la direction transverse). La portabilité des concepts développés dans cette thèse vers les structures 2D devrait être possible en prenant en compte la complexité (et donc la richesse) des réseaux 2D, notamment en termes de groupes de symétrie.

Au vu de ces critères de sélection, deux types de structures ressortent du lot. Leur géométrie et leurs symétries sont illustrées sur la figure 3.2 et décrites dans les sections suivantes.

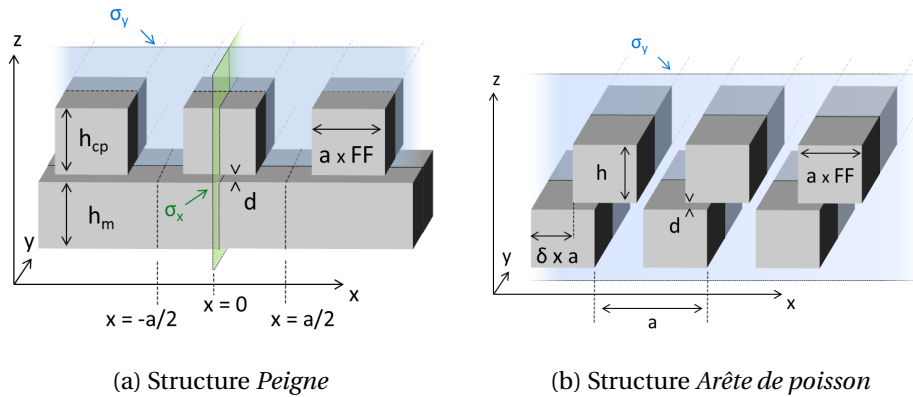


FIGURE 3.2 – Structures asymétriques générique *Peigne* et *arêtes de poisson* étudiées dans le cadre de ces travaux de thèse

Afin de réaliser ces structures, le silicium amorphe sera privilégié pour son fort indice optique ainsi que pour la flexibilité qu'il permet dans les méthodes de fabrication. En effet lorsque le silicium amorphe est déposé selon la méthode donnée dans la partie 2.3, son indice optique est de 3.54 dans le proche infrarouge (aux alentours de 1.5 μm). Cet indice optique permet de travailler avec des épaisseurs de membranes de moins de 500 nm et avec des périodes de quelques centaines de nanomètres.

3.2.1 Structure *Peigne*

La structure *Peigne* est illustrée sur la figure 3.2a. Elle consiste en un CPM 1D formé par une gravure partielle de la membrane, formant ainsi un créneau. La partie gravée (partie supérieure) peut éventuellement être séparée de la partie inférieure qui est non corruguée en employant une couche intermédiaire de bas indice optique. Cette couche intermédiaire doit être très mince afin que les parties supérieures et inférieures restent en "interaction" évanescente, car c'est cette interaction qui réalise la brisure de symétrie verticale. D'un point de vue pratique, cette couche permet aussi d'arrêter la gravure à la profondeur souhaitée ainsi que d'obtenir un fond de gravure propre et droit. A noter que cette structure peut être suspendue dans l'air ou déposée sur un substrat de bas indice optique. L'impact du substrat sur la dispersion est faible à condition de rester sous le cône de lumière du substrat.

Ce type de structure n'est pas totalement inconnue de la littérature. En effet, ces structures ont fait l'objet de nombreuses études dans le domaine des réflecteurs à CP large bande [6–9], des filtres optiques [10, 11] ainsi que des coupleurs optiques [12–14]. Des études sur son équivalent bidimensionnel ont aussi été menées [15, 16], ainsi que sur une de ses variantes employant un motif triangulaire plutôt que rectangulaire [17]. Il est néanmoins à noter que seuls quelques études s'attardent sur les propriétés de dispersion de ces structures, telle que les travaux de WANG et collab. [11].

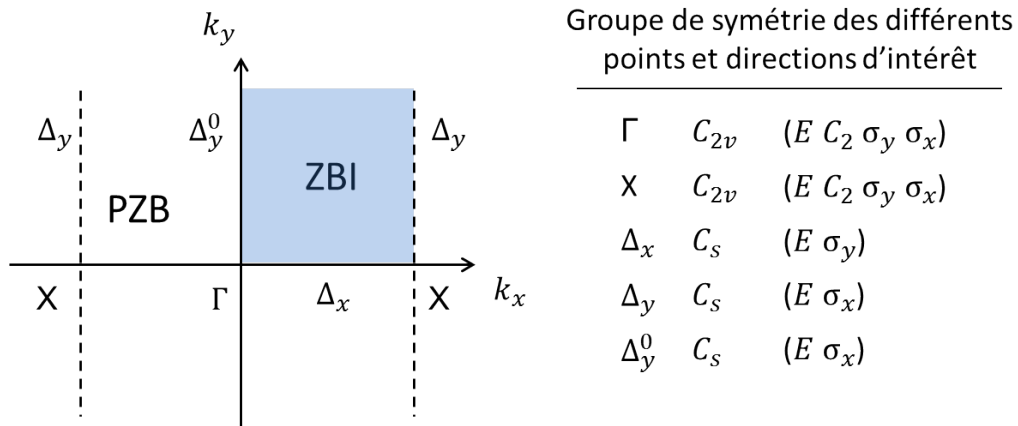


FIGURE 3.3 – Première zone de Brillouin associée à la structure *Peigne* et domaines de validité de ses différentes symétries

Cette structure est uniforme selon la direction y , elle possède alors une symétrie de translation continue dans cette direction et donc un plan de symétrie (x,z) (σ_y) tel qu'illustré sur la figure 3.2a. Cette particularité permet de séparer les modes selon leur polarisation (TE ou TM) à partir du moment où leur vecteur d'onde est inscrit dans le plan de symétrie (x,z) (i.e. si $k_y = 0$ quel que soit k_x), comme expliqué dans le chapitre II. Cette séparation des modes selon leur polarisation simplifie le modèle théorique en permettant de ne considérer qu'une seule polarisation à la fois.

La structure possède en plus un second plan de symétrie selon (y,z) (σ_x), elle aussi illustrée sur la figure 3.2a. Cette symétrie supplémentaire permet de séparer les modes selon leur parité horizontale pourvu que leur vecteur d'onde de Bloch soit invariant par cette opération. Cette condition est remplie lorsque $k_x = 0$ ou $k_x = \pi/a$ quel que soit k_y , comme expliqué dans le chapitre II, ce qui cor-

respond aux directions Δ_y et Δ_y^0 de la figure 3.3.

Du fait de ces deux plans de symétrie orthogonaux, la structure possède aussi une invariance par rotation d'ordre 2 et d'axe z . Cette symétrie découle des deux symétries précédentes et n'est donc pas utilisée afin de caractériser les modes photoniques par la suite. On notera simplement que celle-ci s'applique aux modes situés en Γ et en X uniquement. Par ailleurs, du fait de ces symétries, la structure appartient au groupe de symétrie C_{2v} , dont la table des éléments irréductibles est donnée en annexes 4.6 ainsi que sur le tableau 3.1.

La PZB associée à cette structure ainsi que les domaines de validité des différentes symétries sont illustrés sur la figure 3.3

3.2.2 Structure Arêtes de poisson

La seconde structure d'intérêt consiste en deux CPM classiques et identiques juxtaposés tels que décrit sur la figure 3.2b. Ces deux CPM sont suffisamment proches afin que leur modes photoniques se couplent de façon évanescence. Cette structure, dénommée arêtes de poisson (ADP), vient assurer une asymétrie verticale par un décalage latéral entre ses deux sous-réseaux. De même que la structure *Peigne*, la structure ADP est uniforme dans la direction y (voir la figure 3.2b) et par conséquent les modes photoniques situés en $k_y = 0$ peuvent être caractérisés selon leur polarisation et ceci quel que soit le décalage des sous-réseaux imposé.

Les autres symétries de la structure ADP dépendent fortement de son décalage latéral. Pour un décalage nul, la structure équivaut à un CPM symétrique classique et ne revêt pas d'intérêt particulier pour notre étude. Pour un décalage non nul et quelconque, la structure perd sa symétrie verticale. Au contraire de la structure *Peigne*, elle ne possède pas de symétrie horizontale (c'est-à-dire qu'elle ne possède pas de plan de symétrie selon (y,z)) ni de symétrie de rotation selon l'axe z . Elle possède néanmoins un centre d'inversion et un axe de rotation selon y , elle appartient donc au groupe C_{2h} . Enfin, pour un décalage d'une demi-période, la structure présente des symétries particulières de groupe d'espace non-symmorphique. Cette configuration particulière a été régulièrement étudiée dans la littérature, ses symétries et propriétés sont discutées en détail dans la partie 3.3.5.

Ce type de structure, incorporant un décalage entre deux réseaux, a été beaucoup étudié dans la littérature dans le but de réaliser des filtres [18], des résonateurs [19] ou de contrôler la dispersion dans des guides à CP [20–22]. Néanmoins, la plupart de la littérature sur ce type de structure se concentre sur la configuration décalée d'une demi-période pour ses propriétés de dispersions singulières.

Enfin, il est à noter que si cette structure n'est pas suspendue dans l'air mais posée sur un substrat, elle perd alors de nombreuses symétries. Le centre d'inversion, la rotation d'axe y et la symétrie de nature non-symmorphique sont en effet brisés par l'ajout du substrat, il ne subsiste alors plus que la symétrie de translation continue. Bien que ces symétries ne soient que faiblement brisé par le substrat, la structure ADP perd de son intérêt devant la structure *Peigne* dans cette configuration. Ce type de structure a alors principalement vocation à être suspendu dans l'air ou à être enterré dans un matériaux de bas indice optique de sorte à conserver ses symétries. Il existe néanmoins une autre

approche qui consiste à employer ces structures sous la forme de guides corrugués tel qu'illustré sur la figure 3.4 plutôt que sous la forme de CPM. Il est ainsi possible de conserver toutes les symétries intéressantes de la structure.

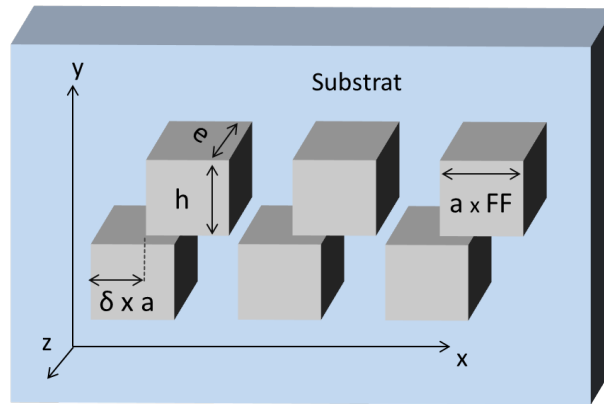


FIGURE 3.4 – Exemple de structure ADP sous la forme de guide déposé sur substrat

3.3 Ingénierie de dispersion selon Δ_x

Dans cette partie, nous nous concentrerons sur l'ingénierie de dispersion par le couplage des modes pair-impair, c'est-à-dire par le couplage entre des modes guidés de parité opposée rendu possible par la brisure de la symétrie verticale de la structure photonique.

Cette partie traitera de la possibilité de contrôler les dispersions le long de la direction Δ_x (aussi appelée direction *longitudinale*) telle que définie sur la figure 3.3. Dans un premier temps, nous déterminerons les différents procédés de couplage mis en jeu dans la TMC afin de pouvoir établir un hamiltonien de couplage des structures ADP et *Peigne*. Nous étudierons ensuite en détail les différents types de dispersion pouvant être générés ainsi que leurs propriétés et applications¹.

3.3.1 Expression de l'hamiltonien de couplage

Afin d'étudier ces structures asymétriques en profondeur, nous allons modéliser leur fonctionnement au moyen de la TMC. Cette méthode perturbative, décrite dans la partie 2.2.1, permet d'obtenir une bonne approximation des dispersions de nos structures malgré des perturbations employées relativement élevées.

L'établissement d'un modèle TMC passe par l'emploi d'une *structure de base* et de ses modes optiques (dispersion et cartographie de champ). La dispersion de la structure finale est alors obtenue en considérant les couplages induits par les perturbations permettant de passer de la structure de base à la structure finale.

1. Cette partie est basé sur H.S. Nguyen, F. Dubois, T. Deschamps, S. Cueff, A. Pardon, J.L. Leclercq, C. Seassal, X. Lertartre et P. Viktorovitch, "Symmetry Breaking in Photonic Crystals : On-Demand Dispersion from Flatband to Dirac Cones," *Physical Review Letters*, vol. 120, n°6, p. 066102 (2018)

Pour cette étude, la structure de base considérée est un guide plan multimode non corrugué. Ce guide possède deux modes optiques dans la gamme de longueur d'onde considérée, le mode fondamental $\phi_0^\pm$ et le premier mode excité $\phi_1^\pm$, chacun d'eux pouvant être **propagatif** ou **contre-propagatif**. Leurs dispersions sont connues, elles sont approximées au voisinage de $k = \pi/a$ par une droite de pente $\pm \nu_i$. Par ailleurs, même si la structure n'est pas encore corruguée, elle est supposée être périodique de période a , le théorème de Bloch implique alors le repliement de bande et le vecteur d'onde se définit à un multiple de $2\pi/a$ près. On a alors, au voisinage du point X :

$$\omega_{i,\pm} = \omega_{0,i} \pm \nu_i \left(k - \frac{\pi}{a} \right) \quad \forall i \quad (3.1)$$

Où le signe de la pente décrit le sens de propagation et l'indice i dénote le mode fondamental ($i = 0$) ou excité ($i = 1$). Cette structure basique et les modes considérés sont alors les mêmes que ceux présentés dans la figure 3.1a.

La **TMC** consiste à considérer une modification sur notre structure, dans notre cas la gravure partielle, comme une perturbation qui génère des couplages entre chacun de ces quatre modes. Ces couplages peuvent être classés selon trois types distincts illustrés sur la figure 3.6. Le premier type est un couplage diffractif "intra-ordre" (qui s'applique entre les modes d'un même ordre guidé). Ce couplage a pour particularité de coupler tous les modes partageant le même vecteur d'onde de Bloch, cela inclue donc les modes **propagatifs** et **contre-propagatifs** employés dans notre modèle. De plus, ces modes sont dégénérés deux-à-deux au point X, leur couplage est alors optimal en ce point et nous pouvons en première approximation négliger les harmoniques suivantes tel que justifié dans le chapitre 2.1.1. L'effet principal de ce couplage est alors d'ouvrir des gaps dans la dispersion en X (voir figure 3.1c).

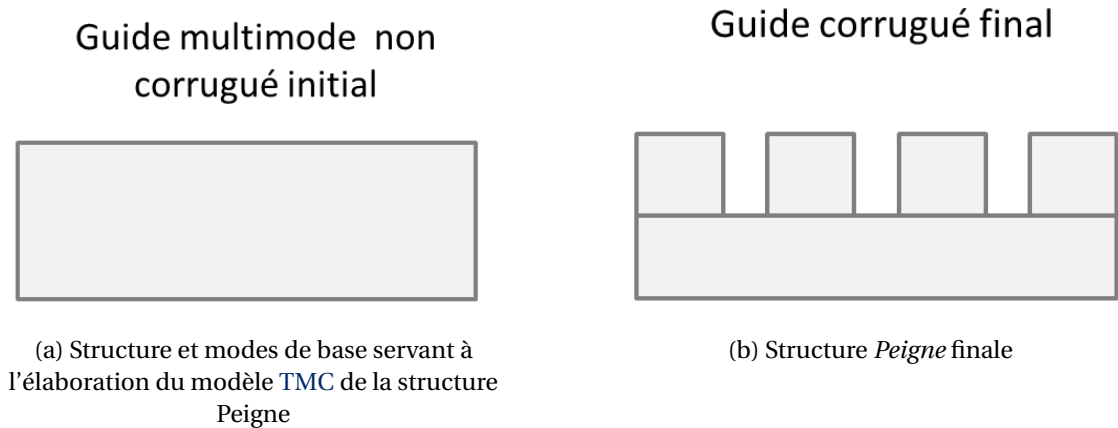


FIGURE 3.5 – Structure de base, structure finale et perturbation appliquée servant à l'élaboration du modèle **TMC**

Le second type de couplage est un couplage inter-ordre guidé **co-propagatif** issu de la brisure de symétrie de la structure induite par la gravure partielle. Ce couplage s'effectue entre le mode **propagatif** fondamental de la structure (respectivement **contre-propagatif**) et le mode **propagatif** excité (respectivement **contre-propagatif**). Ce couplage étant lié à la brisure de symétrie, il est possible d'an-

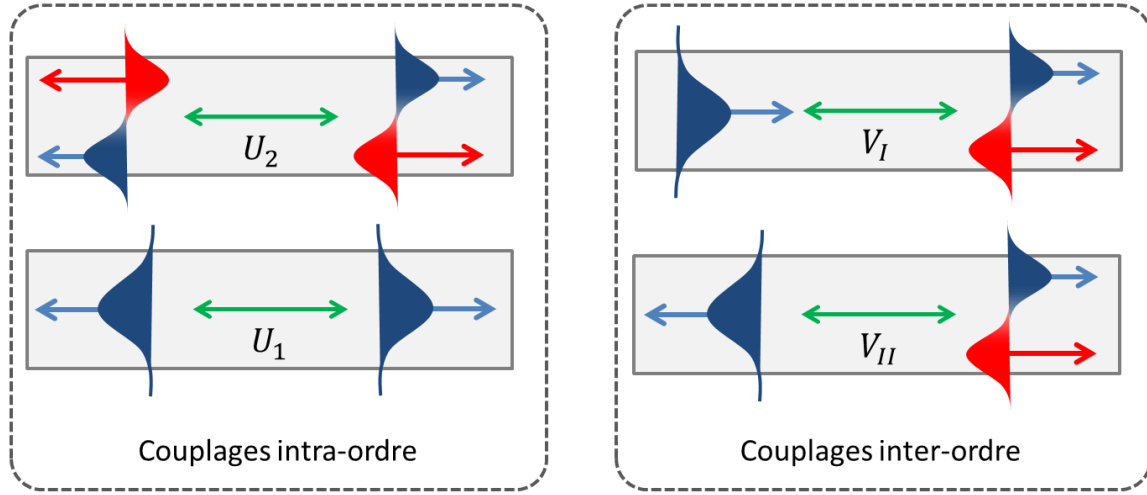


FIGURE 3.6 – Illustration des différents procédés de couplages dans la structure *Peigne*. A gauche, les couplages intra-ordres guidés et à droite les couplages inter-ordres guidés

ticiper qu'il s'annulera dans le cas d'une gravure totale de la structure, car celle-ci recouvrera sa symétrie verticale. Enfin, du fait de l'écart en pulsation de ces modes en tous points de la **PZB** (ils ne se croisent jamais), ce couplage n'est pas très effectif et nous verrons qu'il est difficile de le déterminer à partir d'un fit de la dispersion de la structure.

Le troisième et dernier type de couplage est un couplage inter-ordre guidé entre modes **contra-propagatifs**. Lui aussi issu de la brisure de symétrie verticale, il permet de coupler un mode fondamental avec un mode excité de propagation opposée. De même que pour le couplage précédent, il s'annule nécessairement lorsque la gravure est totale. Enfin, ce couplage est particulièrement effectif au point de croisement de ces modes **contra-propagatifs** ouvrant un gap en cette position (voir figure 3.1c).

Compte tenu de ces différents couplages, on aboutit au système couplé suivant :

$$\begin{cases}
 \frac{d\phi_1^+}{dt} = (\omega_1 + v_1 k_x) \phi_1^+ + U_1 \phi_1^- + V_I \phi_2^+ + V_{II} \phi_2^- \\
 \frac{d\phi_1^-}{dt} = U_1^* \phi_1^+ + (\omega_1 - v_1 k_x) \phi_1^- + V_{II} \phi_2^+ + V_I \phi_2^- \\
 \frac{d\phi_2^+}{dt} = V_I^* \phi_1^+ + V_{II}^* \phi_1^- + (\omega_2 + v_2 k_x) \phi_2^+ + U_2 \phi_2^- \\
 \frac{d\phi_2^-}{dt} = V_{II}^* \phi_1^+ + V_I^* \phi_1^- + U_2^* \phi_2^+ + (\omega_2 - v_2 k_x) \phi_2^-
 \end{cases} \quad (3.2)$$

Soit

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^- \\ \phi_2^+ \\ \phi_2^- \end{pmatrix} = H_{\text{Peigne}} \cdot \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^- \\ \phi_2^+ \\ \phi_2^- \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Avec

$$H_{Peigne} = \begin{bmatrix} \omega_1 + v_1 k_x & U_1 & V_1 & V_{II} \\ U_1^* & \omega_1 - v_1 k_x & V_{II} & V_I \\ V_I^* & V_{II}^* & \omega_2 + v_2 k_x & U_2 \\ V_{II}^* & V_I^* & U_2^* & \omega_2 - v_2 k_x \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

L'intérêt d'utiliser comme base des modes propagatif est que cela permet de réduire la dépendance au vecteur d'onde des différents taux de couplage. En effet en utilisant des modes de Bloch stationnaire en X (par exemple en prenant comme structure de base un guide entièrement gravé), les taux de couplage pair-impair auraient été fortement dépendants de k_x car d'autres symétries comme σ_x pourraient alors annuler ce couplage en certains points de la PZB comme le point X ou Γ . Employer des modes **propagatifs** permet alors de s'affranchir de cette difficulté.

En ce qui concerne la structure **ADP**, un modèle similaire à celui de la structure *Peigne* pourrait être développé, en partant des modes établis dans un guide non corrugué multimode. Néanmoins, afin de rendre compte au mieux des spécificités des structures **ADP**, il est plus pertinent de changer de structure de base et de considérer à la place deux guides monomodes identiques et juxtaposés. Cela permet de traiter séparément les couplages induits par la corrugation des deux guides et en particulier de faire apparaître facilement la phase de couplage qui résulte du décalage latéral.

On considère alors les modes guidés de chacun de ces deux guides monomodes. Ils sont au nombre de quatre, le mode propagatif du guide supérieur ψ_1^+ , le mode contre-propagatif du guide supérieur ψ_1^- et leur deux homologues du guide inférieur $\psi_2^\pm$. La structure et ces modes sont illustrés sur la figure 3.7.

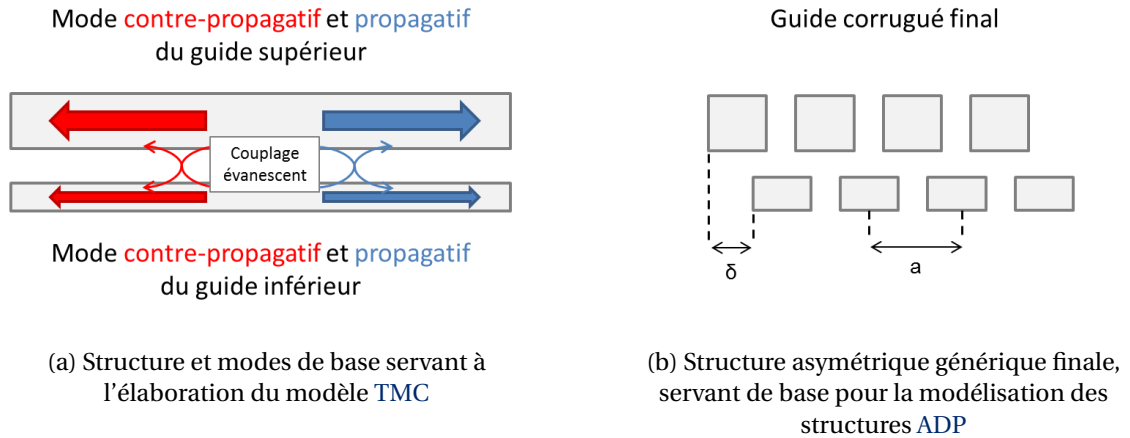


FIGURE 3.7 – Structure de base servant à modéliser la structure asymétrique générique

Quatre types de couplage entre ces modes, illustrés sur la figure 3.8, sont alors à prendre en considération pour rendre compte des modes de la structure gravée finale. Le premier est le couplage **évanescent** entre les deux modes formant les supermodes fondamental et excité du guide non corrugué. Sa caractéristique principale est d'être exponentiellement décroissante avec la distance entre les deux guides et de ne coupler que les modes vérifiant l'accord de phase (même vecteur d'onde), il ne

couple donc pas les modes **contra-propagatifs** entre-eux. Ce couplage est illustré sur la figure 3.8a.

Le second type de couplage est le couplage **diffractif** pur (voir le chapitre 2.1.1) induit par la corrugation. Ce couplage a pour particularité de coupler tous les modes d'un même guide partageant le même vecteur de Bloch, cela inclut les modes **propagatifs** et **contre-propagatifs** employés dans notre modèle qui sont en plus dégénérés en fréquence au point X, leur couplage est alors optimal et nous pouvons négliger les autres harmoniques tel que justifié dans le chapitre 2.1.1. Si l'on négligeait tout couplage évanescent entre les deux guides (en les séparant par une grande distance), ce couplage diffractif formerait les modes guidés de l'air et du semiconducteur classiques d'un CPM 1D monomode. Ce couplage est illustré sur la figure 3.8c et 3.8d.

Le troisième type de couplage est en réalité un couplage hybride mélangeant couplage évanescent et phénomène de diffraction. Ce couplage est illustré sur la figure 3.8c et 3.8d, il s'agit d'un couplage entre des modes **contra-propagatifs** d'un même guide par la corrugation du second guide. Ce couplage présente les caractéristiques des deux types de couplage précédents, à savoir un couplage entre des modes **contra-propagatifs** et une dépendance exponentielle du taux de couplage vis-à-vis de la séparation entre les guides. On y fera référence en tant que couplage **diffracto-évanescent** de type I. Son origine vient du fait que les modes **contra-propagatifs** du guide supérieur "voient" la corrugation du guide inférieur par leurs queues évanescentes et peuvent alors se coupler, et il en va de même pour les modes du guide inférieur. Une des particularités de ce couplage est qu'il possède une phase ajustable par le décalage latéral d'un des sous-réseaux par rapport à l'autre.

Le quatrième type de couplage est aussi un couplage hybride. Il s'agit du couplage entre des modes **contra-propagatifs** de guides différents (là où le couplage hybride de type I met en jeu des modes du même guide). Il est alors qualifié de couplage hybride de type II et est illustré sur la figure 3.8b

Compte-tenu de tous ces couplages, on aboutit au système couplé suivant :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \psi_1^+ \\ \psi_1^- \\ \psi_2^+ \\ \psi_2^- \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \psi_1^+ \\ \psi_1^- \\ \psi_2^+ \\ \psi_2^- \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Avec

$$H = \begin{bmatrix} \omega_1 + v_1 k_x & U_1 + V_{I,1} & V_f & V_{II} \\ U_1^* + V_{I,1}^* & \omega_1 - v_1 k_x & V_{II} & V_f \\ V_f^* & V_{II}^* & \omega_2 + v_2 k_x & U_2 + V_{I,2} \\ V_{II}^* & V_f^* & U_2^* + V_{I,2}^* & \omega_2 - v_2 k_x \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Dans cet hamiltonien, U_1 et U_2 sont les taux de couplage diffractif, V_f est le taux de couplage évanescent. Les termes $V_{I,1}$ et $V_{I,2}$ sont des termes de couplage **diffracto-évanescent** de type I. Enfin, le paramètre V_{II} représente le taux de couplage **diffracto-évanescent** de type II, couplant des modes **contra-propagatifs** de guides différents.

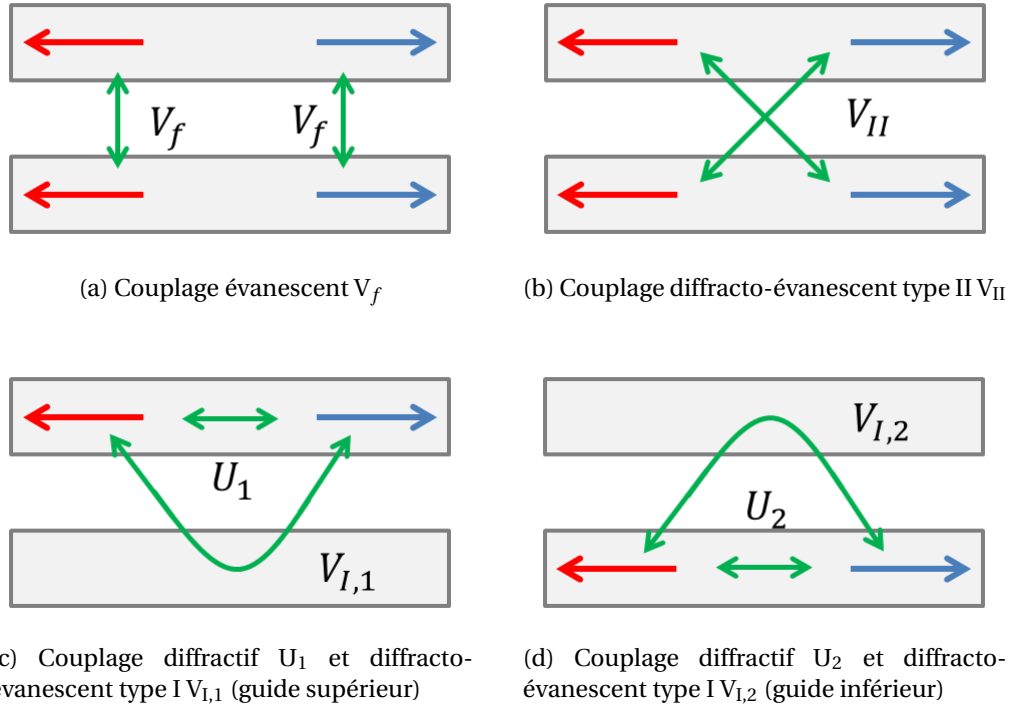


FIGURE 3.8 – Illustration des différents procédés de couplage et de leur expression dans un CPM asymétrique

Il est possible de développer davantage le modèle précédent, notamment en exprimant les phases des différents couplages. Ces phases vont dépendre fortement du choix des phases des modes de base $\psi_i^\pm$. En premier lieu, il est possible d'obtenir un couplage évanescent V_f réel en imposant une phase identique à tous les modes de base.

Nous pouvons aussi, tout comme expliqué dans la partie 2.1.1, considérer que le couplage diffractif du guide supérieur U_1 est réel en choisissant judicieusement la phase de son mode **propagatif** et **contre-propagatif**. Cela revient à considérer que le guide supérieur sert de référence de phase. Il n'est pas possible d'en faire autant pour le guide inférieur, ayant contraint ses phases à celles des modes du guide supérieur, une phase en $e^{i\theta}$ dans le taux de couplage apparaît nécessairement en cas de décalage latéral. Tout comme décrit dans la partie 2.1.1, pour le premier ordre de diffraction cette phase peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\theta = \frac{2\pi\delta}{a} \quad (3.7)$$

Concernant le taux de couplage hybride de type I, étant donné que le guide supérieur sert de référence de phase pour les modes optiques, les couplage mettant en jeu la corrugation du guide inférieur présentent cette phase de couplage θ . Donc, en l'occurrence, le couplage hybride de type I pour les modes du guide supérieur la possède (car cela met en jeu la corrugation du guide inférieur) mais celui des modes du guide inférieur ne possède pas cette phase². On notera que généralement, du fait que ce couplage provient d'un couplage diffractif mais appliqué sur la queue évanescence des

2. Il est plus simple de se convaincre de ce résultat si l'on considère que le guide supérieur n'est en réalité pas corrugué (ou de façon infinitésimale), à ce moment là il est clair que la corrugation du guide inférieur devra "recaler" les modes du guide supérieur sur sa phase en l'incluant dans son taux de couplage

modes, celui-ci est généralement plus faible que le couplage diffractif direct $V_{I,1} < U_1$, *a fortiori* dans les ADP ou la corrugation des deux guides est identique.

Le cas du couplage hybride de type II est un peu plus compliqué. Le mode propagatif du guide supérieur (ψ_1^+) peut se coupler au mode contre-propagatif du guide 2 (ψ_2^-) par le biais de la corrugation du guide supérieur mais aussi par la corrugation du guide inférieur. Ainsi, tout comme le couplage entre ψ_1^+ et ψ_1^- , le couplage hybride V_{II} comprend deux termes. Le premier terme est généré par la corrugation du guide supérieur, par conséquent ce terme ne comporte pas de phase de couplage. Le second terme en revanche est généré par la corrugation du guide inférieur et inclut donc une phase de couplage θ .

On aboutit alors à l'hamiltonien de couplage suivant :

$$H = \begin{bmatrix} \omega_1 + v_1 k_x & U_1 + V_{I,1} e^{i\theta} & V_f & V_{II,1} + V_{II,2} e^{i\theta} \\ U_1 + V_{I,1} e^{-i\theta} & \omega_1 - v_1 k_x & V_{II,1} + V_{II,2} e^{i\theta} & V_f \\ V_f & V_{II,1} + V_{II,2} e^{-i\theta} & \omega_2 + v_2 k_x & U_2 e^{i\theta} + V_{I,2} \\ V_{II,1} + V_{II,2} e^{-i\theta} & V_f & U_2 e^{-i\theta} + V_{I,2} & \omega_2 - v_2 k_x \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

On notera que par souci de simplification des notations, les normes des différents couplages ont été renommées pour correspondre à leur ancien terme. Ainsi, $U_1 = |U_1| e^{i\theta}$ a été renommé en $U_1 e^{i\theta}$, ou U_1 est réel.

Cet hamiltonien général permet de rendre compte du fonctionnement de réseaux 1D juxtaposés et décalés très divers. Néanmoins, son applicabilité se limite aux structures dont les deux sous-réseaux sont monomodes. Si le guide supérieur ou inférieur possède des modes guidés d'ordre supérieur alors le modèle échoue à représenter le système. Cela arrive régulièrement à cause des indices optiques importants employés. Il faut alors prendre soin d'employer des sous-réseaux d'épaisseur optique proche afin de pouvoir appliquer ce modèle. Il est donc particulièrement bien adapté aux structures ADP, qui emploient des sous-réseaux monomodes identiques. Il peut aussi s'appliquer à la structure *Peigne*, à conditions que les parties gravée et non gravée sont monomodes dans la gamme de fréquences considéré ce qui limite beaucoup son applicabilité.

On notera aussi que le modèle ne s'applique qu'à des sous-réseaux de même période spatiale, la mise en interaction évanescence de réseaux de périodes différentes, pouvant entre-autre générer des effets Moiré, ne rentre pas dans le cadre de ce modèle.

Dans le cas des structures ADP, l'utilisation de guides supérieurs et inférieurs identique (au décalage latéral près) permet de simplifier l'hamiltonien en prenant en compte que les guides supérieur et inférieur possèdent les mêmes caractéristiques. On aboutit alors à l'hamiltonien pour les structures ADP suivant :

$$H_{ADP} = \begin{bmatrix} \omega_0 + v k_x & U + V_I e^{i\theta} & V_f & V_{II} (1 + e^{i\theta}) \\ U + V_I e^{-i\theta} & \omega_0 - v k_x & V_{II} (1 + e^{i\theta}) & V_f \\ V_f & V_{II} (1 + e^{-i\theta}) & \omega_0 + v k_x & U e^{i\theta} + V_I \\ V_{II} (1 + e^{-i\theta}) & V_f & U e^{-i\theta} + V_I & \omega_0 - v k_x \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

3.3.2 Bandes ultra-plates

Dans les **CPM**, deux mécanismes principaux participent à la formation de bandes plates. Le premier est bien entendu l'apparition du couplage diffractif du fait de la périodicité de la structure. Tel que montré dans le chapitre 2.1.1, ce couplage entre les différents modes propagatifs d'un **CP** ou modes guidés d'un **CPM** partageant le même vecteur de Bloch induit des bandes plates généralement quadratiques, c'est-à-dire à dérivée seconde non nulle, au niveau des points de haute symétrie de la **PZB**. La valeur de cette courbure est fixée par la force du couplage diffractif.

Un second type de bande plate existe, que l'on dénomme bandes plates **anormales**. Ces bandes plates sont quadratiques et se forment le long des directions orthogonales au vecteur d'onde, elles auront une importance lorsque l'on étudiera les dispersions transverses (selon k_y) de nos structures. L'origine et les propriétés de ces dispersions sont alors introduites dans la partie 3.4.

Le couplage de modes guidés d'ordre différent dans les **CPM** asymétriques offre un mécanisme de contrôle supplémentaire sur la courbure des modes photoniques. L'idée est d'introduire un couplage entre deux ordres guidés plats (quadratiques) dont les courbures sont de signes opposés. On montre alors facilement que du fait de ce couplage, les courbures de ces deux modes ont tendance à s'annuler mutuellement. Cela peut être montré en diagonalisant l'hamiltonien suivant dans la base des deux modes de Bloch non couplés :

$$\begin{bmatrix} \omega_1 + \alpha_1 \Delta k^2 & V \\ V & \omega_2 - \alpha_2 \Delta k^2 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Où $\Delta k = k - k_0$. En diagonalisant cette matrice, on obtient alors :

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \Delta k^2 \pm \sqrt{V^2 + \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \Delta k^2 \right)^2} \quad (3.11)$$

On voit alors qu'il est possible de contrôler la courbure en jouant sur l'écart en pulsation des deux modes. Dans certains cas, il est même possible de l'annuler pour au moins un des deux modes, faisant apparaître une dispersion non plus quadratique mais au moins quartique (polynôme d'ordre 4) dont nous ferons référence sous le terme de **bandes ultra-plates (BUP)**. C'est notamment le cas si les deux modes sont de courbures exactement opposées et qu'ils sont initialement dégénérés (c'est-à-dire si $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ et $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_0$). A ce moment là :

$$\omega = \omega_0 \pm \sqrt{V^2 + \alpha_0^2 \Delta k^4} \approx \omega_0 \pm V \pm \frac{\alpha_0^2}{V} \Delta k^4 \quad (3.12)$$

On obtient alors dans ce cas particulier deux bandes plates de courbure nulle. On notera que le taux de couplage semble pouvoir être arbitrairement faible sans que cela n'empêche la possibilité d'annuler la dérivée seconde. Cependant, un faible taux de couplage impliquera une bande quartique peu robuste se comportant rapidement comme une bande quadratique classique dès lors que l'on s'éloigne un peu de k_0 . Il est donc nécessaire d'obtenir des taux de couplage suffisamment élevés afin de générer des **BUP robustes**. On notera aussi que l'égalité des courbures des modes initiaux

(en valeur absolue) n'est pas une nécessité, en cas de légère différence il suffira alors de compenser avec une légère levée de dégénérescence des modes initiaux $(\omega_1 - \omega_2)/(2V) = (\alpha_1 - \alpha_2)/(\alpha_1 + \alpha_2)$ pour retrouver les conditions de BUP pour l'une ou l'autre des branches.

Il reste à définir comment mettre en interaction deux bandes quadratiques dans nos structures. Bien sûr, il est possible de montrer qu'un tel couplage est réalisable à partir de notre hamiltonien général de l'équation 3.4, mais cela nécessite un travail de simplification et de résolution fastidieux alors qu'un modèle plus simple et plus intuitif peut être mis en place.

Considérons un CPM 1D classique mais suffisamment épais pour posséder deux ordres guidés sous le cône de lumière tel qu'illustré sur la figure 3.9. A ce moment là, le CPM étant symétrique verticalement ces deux modes se croisent en un point de la PZB. Ces modes constitueront la base du modèle, à la place des modes propagatifs et contre-propagatifs des guides supérieurs et inférieurs servant à l'hamiltonien général.

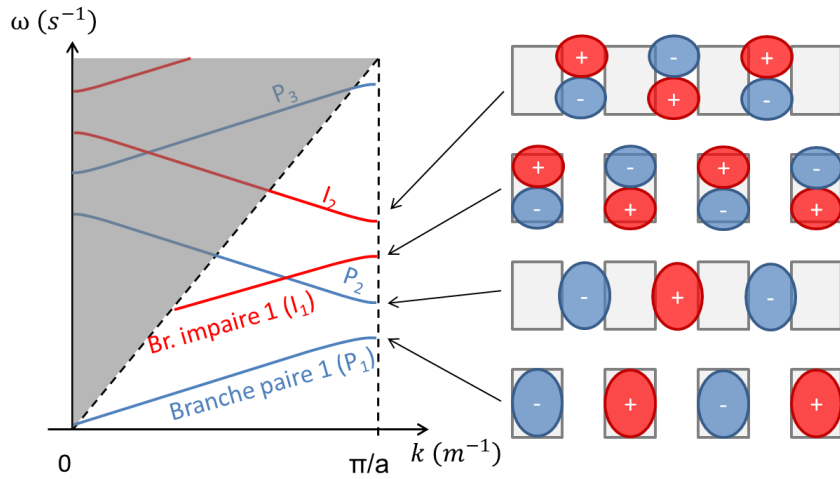


FIGURE 3.9 – Illustration de la structure de base pris pour le modèle TMC des BUP

En considérant maintenant une structure perturbée dont les trous sont en partie rebouchés (voir la figure 3.10), on induit un couplage entre tous les modes établis dans la structure, qu'ils soient pairs ou impairs. Ces couplages sont véritablement effectif uniquement pour des modes proches, il est possible alors d'approximer l'effet de la perturbation en restreignant le modèle aux deux modes qui se croisent à l'intérieur de la PZB. On aboutit ainsi à l'hamiltonien de couplage 2x2 présenté précédemment.

Bien entendu ce modèle comporte des lacunes, notamment il ne tient pas compte d'une éventuelle variation du taux de couplage avec le vecteur d'onde³, et afin d'aboutir à des résultats précis il est nécessaire d'utiliser un modèle plus complet, comme celui de l'hamiltonien général. Néanmoins, ce modèle a le mérite de montrer de manière qualitative mais explicite comment la brisure de symétrie d'une structure peut induire un couplage entre deux bandes permettant ainsi un contrôle sur sa dispersion, et notamment sur sa courbure de bande.

3. En effet, les deux modes considérés ici sont de parité latérale opposée en X, d'où un couplage nul en ce point. Néanmoins cette approximation réalisée ne change en rien la conclusion, à savoir que la création d'un couplage pair-impair permet de modifier les dispersions des modes allant jusqu'à l'annulation de la courbure d'une bande plate

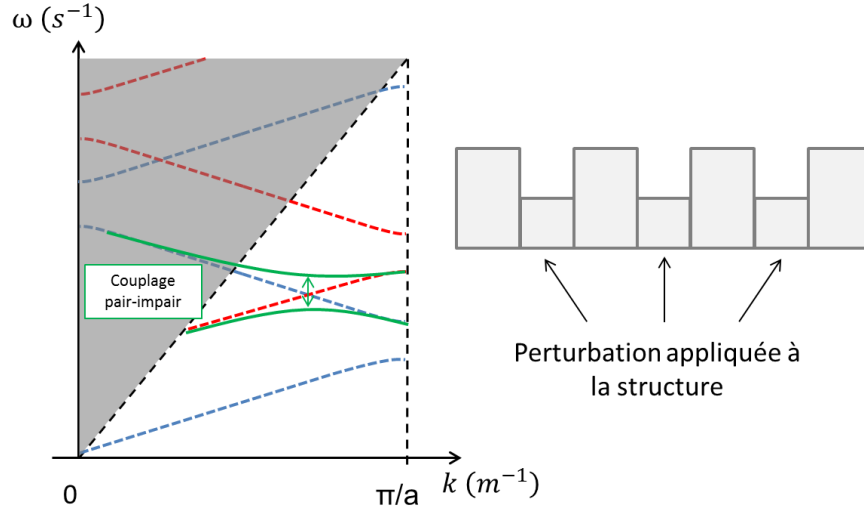


FIGURE 3.10 – Perturbation appliquée à la structure et résultats sur la dispersion

Appliquons ce principe de brisure de symétrie à la structure *Peigne*. Les paramètres structuraux employés sont les suivants : $a = 335nm$, $h_{cp} + h_m = 330nm$, $FF = 0.5$, $n = 3.54$ et $d = 0nm$. Nous mettons en interaction le mode fondamental de l'air avec le mode excité du semiconducteur grâce à la brisure de symétrie induite par la gravure partielle que l'on quantifiera par un taux de gravure défini par :

$$\epsilon = \frac{h_{cp}}{h_{cp} + h_m} \quad (3.13)$$

On en profite pour définir aussi l'épaisseur totale de la membrane $h_{tot} = h_{cp} + h_m$.

Nous utiliserons ce taux de gravure comme moyen de contrôle du taux de couplage pair-impair. L'évolution des dispersions de la structure ainsi que la courbure de la 3e bande plate sont données sur la figure 3.11. Ces dispersions ont été fittées en employant le modèle **TMC** des structures *Peigne* dont l'hamiltonien est donné par l'équation 3.4. La méthode de fit employée est une méthode d'optimisation de type **essaim particulaire**⁴. L'évolution des différents paramètres de fit est donnée sur la figure 3.12.

Sur la figure 3.11, nous remarquons que les modes se mélangent pour des taux de gravure compris entre 70% et 90% avec une annulation de la courbure aux environs de 80% formant ainsi la **BUP**.

La figure 3.12 nous donne plus d'information sur la dynamique de couplage dans cette structure. Sur la figure 3.12.a) et b), on observe que la pulsation des modes fondamental et excité ainsi que leur vitesse de groupe augmentent progressivement mettant en évidence la diminution de l'indice effectif de la membrane au cours de sa gravure. On observe aussi une évolution plus erratique des vitesses de groupe, cela est un signe que ces paramètres sont moins robustes (une variation de vitesse de groupe induit une faible modification de la dispersion dans la gamme de vecteurs d'onde fitté) et donc plus difficile à fitter par des méthodes de type **essaim particulaire**. Sur la figure 3.12.c) et d)

4. voir l'annexe 4.6 pour plus de détails sur la méthode

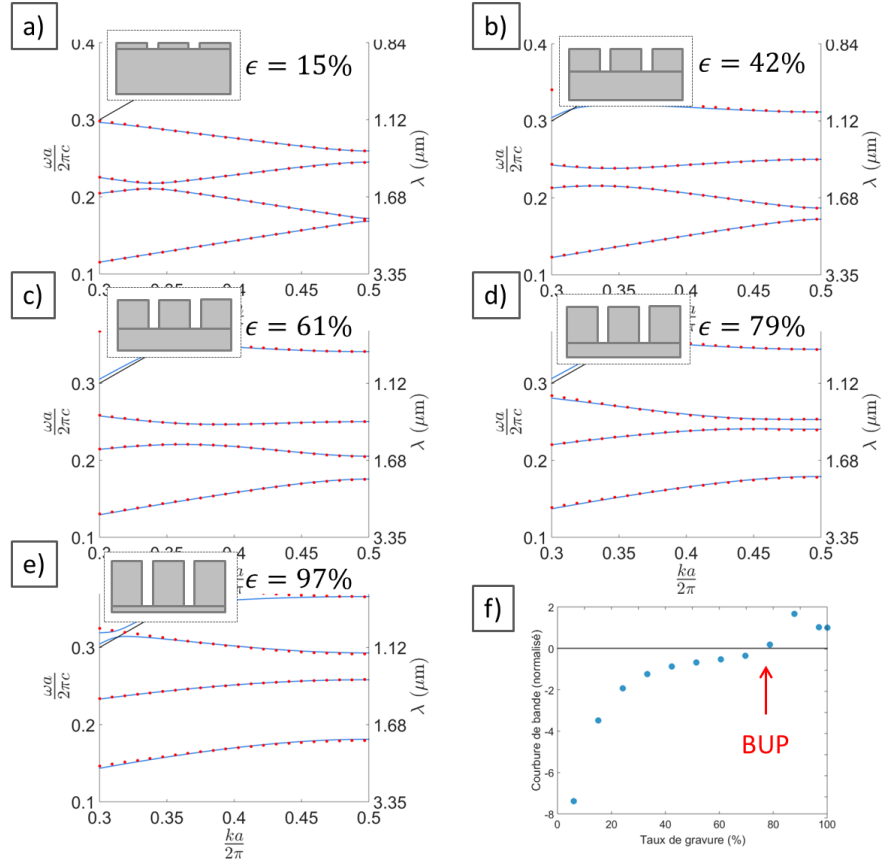


FIGURE 3.11 – a-e) Évolution des dispersions de la structure *Peigne* en fonction du taux de gravure ϵ , calculées par MDOP (en trait plein bleu) et résultat des fits du modèle TMC (en pointillé rouge). f) Évolution de la courbure de la 3e bande

sont tracés les taux de couplages diffractifs et pair-impair. Comme attendu, les taux de couplages diffractifs sont d'autant plus importants que la gravure est profonde. On observe aussi que le taux de couplage pair-impair **contra-propagatif** est en forme de cloche, avec un maximum aux alentours de 50-55% indiquant que c'est à ces taux de gravure que la brisure de symétrie verticale est la plus importante. Le taux de couplage pair-impair **co-propagatif** est en revanche très erratique à cause d'une faible robustesse, engendrant une erreur sur sa valeur trop importante par des méthodes de fit de la dispersion. Ce taux de couplage semble néanmoins être du même ordre de grandeur (bien que légèrement plus élevé) que le taux de couplage pair-impair **contra-propagatif**.

On peut retenir de ce fit que les paramètres géométriques actuels ne sont pas les plus optimisés pour obtenir une **BUP** robuste. En effet, les forts taux de gravure (80%) nécessaires à l'obtention d'une courbure nulle impliquent que l'on se trouve dans des régimes de couplage pair-impair **contra-propagatif** moyen (de l'ordre de deux fois moins que le pic pour $\epsilon = 55\%$). Une optimisation sur les autres paramètres géométriques (épaisseur totale, FF,...) doit permettre de ramener la **BUP** autour de ces taux de gravure afin d'améliorer sa robustesse.

Une **BUP** plus robuste a été obtenue en employant la structure P1bis décrite dans le chapitre 2 et illustrée sur la figure 3.13. La dispersion de la structure ainsi que son fit par le modèle TMC sont illustrés sur la figure 3.14.

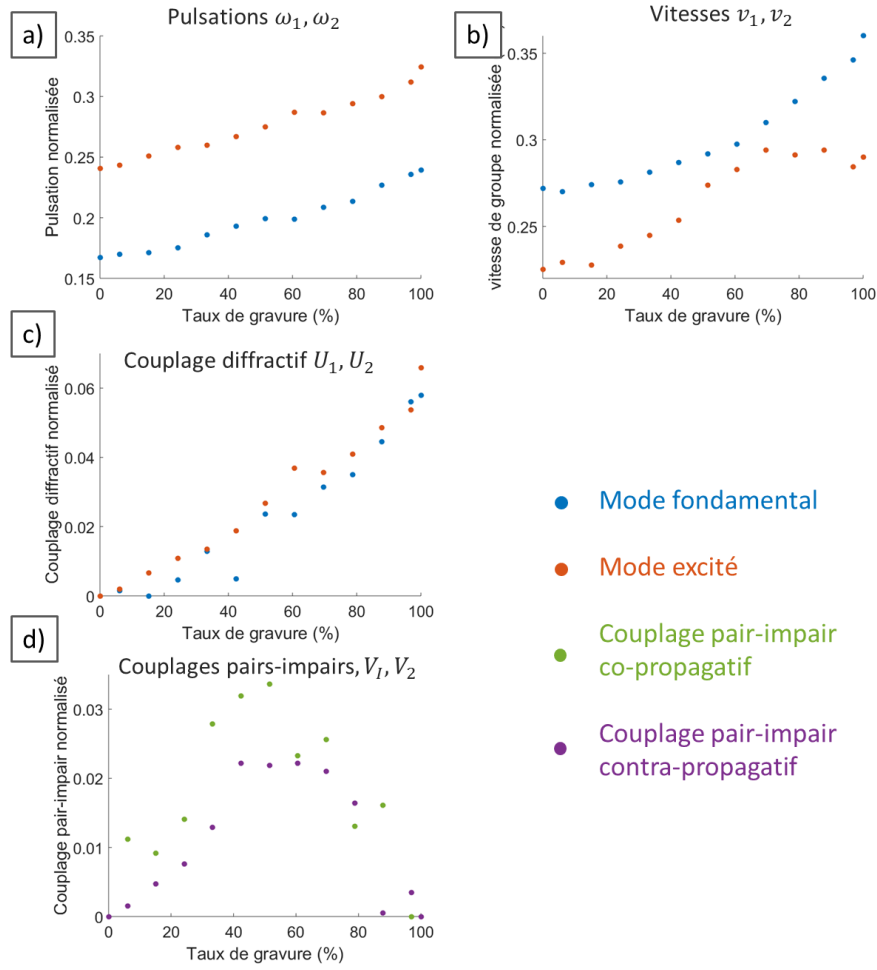
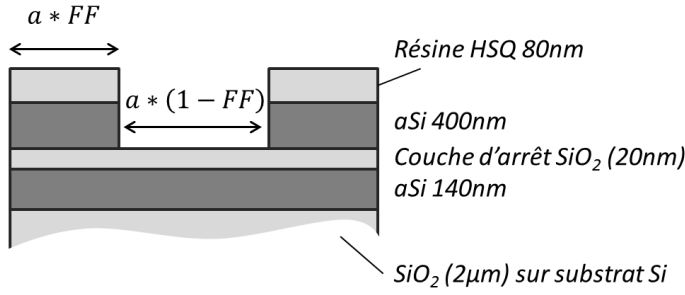


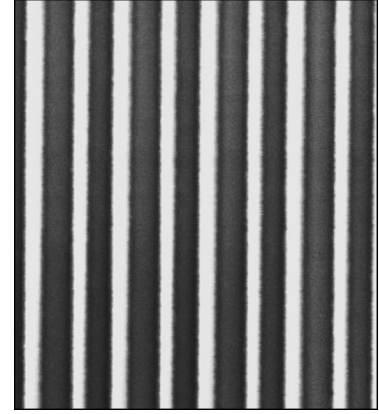
FIGURE 3.12 – Évolution des différents paramètres de fit du modèle TMC au fur de la gravure de la structure

La structure a été fabriquée en salle blanche et caractérisée sur un banc de réflectométrie résolue en angle (présenté dans le chapitre 2). La dispersion sous le cône de lumière a été sondée dans cette expérience en appliquant une perturbation double période, permettant de ramener une partie de la dispersion au dessus du cône de lumière par le premier ordre de diffraction de la double période. On obtient ainsi des résonances guidées de fort facteur de qualité qui peuvent être observées sur un spectre de réflexion sous la forme de résonances de Fano. Les résultats expérimentaux et la comparaison avec les simulations, aussi disponible dans NGUYEN et collab. [23], sont donnés sur la figure 3.14.

L'un des intérêts de pouvoir modifier cette courbure est, par exemple, de contrôler les DOS et donc l'émission spontanée d'émetteur via le facteur de Purcell. Tel que décrit dans le chapitre 1.3.6, les DOS 2D dépendent de la courbure selon les deux directions et sont d'autant plus importantes que les courbures sont faibles. La nouveauté ici est de pouvoir réduire la courbure selon Δ_x jusqu'à aller à son annulation (nous verrons par la suite qu'il est aussi possible d'annuler celle suivant Δ_y). On montre alors que dans le cas d'une dispersion quartique dans une direction (k_x) et quadratique dans l'autre (dispersion anormale), on obtient la densité d'état suivante :



(a) Structure fabriquée et ses paramètres géométriques



(b) Vue microscope électronique à balayage de la structure

FIGURE 3.13 – Structure employée à la réalisation d'une BUP robuste, dispersion obtenue et fit par le modèle TMC

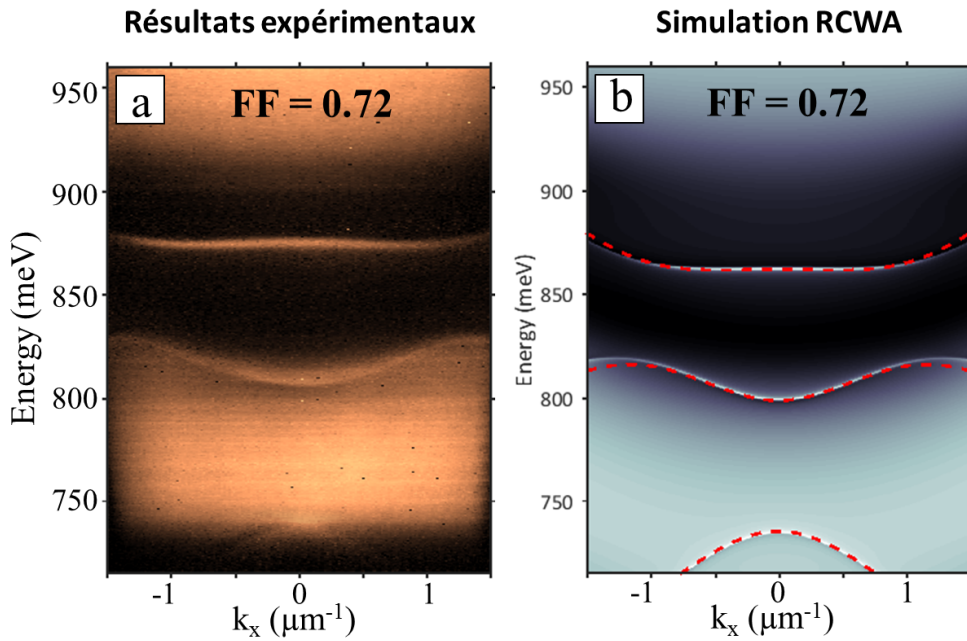


FIGURE 3.14 – À gauche, spectres de réflexion résolus en angle de la structure *Peigne*. La perturbation *double période* permet de sonder la dispersion sous le cône de lumière et de mettre en évidence la BUP. À droite, simulations RCWA et fit TMC de la même structure

$$g(\omega) = \frac{3I}{4\pi^2} \frac{1}{\sqrt{\alpha} \sqrt[4]{\beta}} \frac{1}{\sqrt[4]{\omega - \omega_0}} \quad (3.14)$$

Avec $I \approx 0.874$, α et β supposés positifs et avec une dispersion :

$$\omega(k_x, k_y) = \omega_0 + \alpha k_y^2 + \beta (k_x - \pi/a)^4 \quad (3.15)$$

La dispersion ainsi que la DOS correspondante sont illustrées sur la figure 3.15a et sur la figure 3.15b respectivement. On remarque que cette DOS diverge à l'approche de la fréquence ω_0 correspondant au mode du point X dans la PZB formant ainsi une singularité dans la DOS.

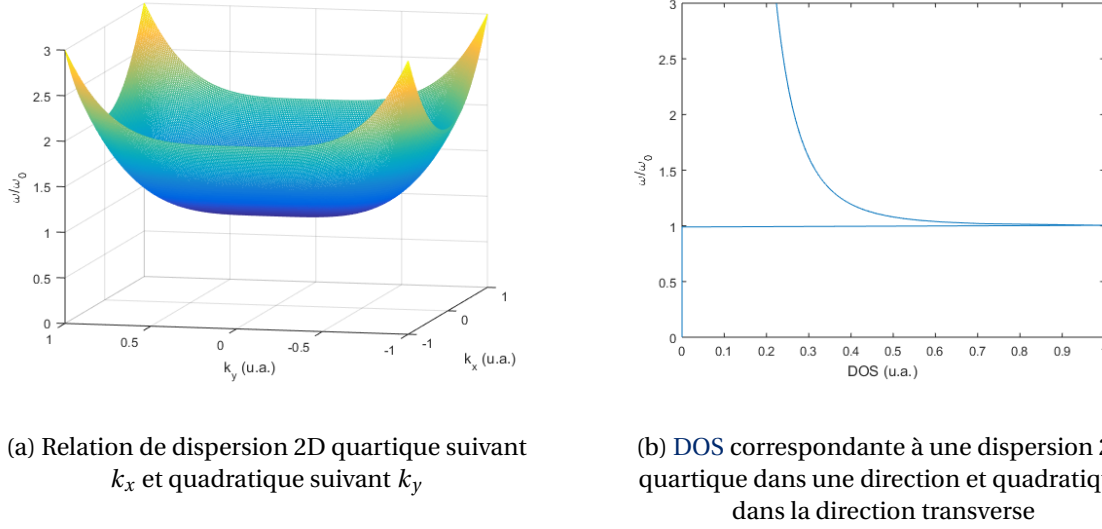


FIGURE 3.15 – (a) Relation de dispersion 2D quadratique et quartique et (b) densité d'état photonique correspondante démontrant l'apparition d'une singularité

Ainsi, comme nous l'avons vu dans la partie 1.3.6, l'intérêt de contrôler les DOS est de pouvoir modifier le taux d'émission spontanée d'émetteurs par le biais du **facteur de Purcell**. Ainsi, une singularité dans un CP permettra d'obtenir des **facteurs de Purcell** très importants (théoriquement infini) [24]. Cependant, une limite à cette singularité va cependant apparaître et être décrite dans la partie 4.2.1 lorsque l'on introduira des pertes dans notre système. A ce moment là, nous verrons que cette divergence sera levée. Nous verrons aussi qu'un autre intérêt pour ces BUP est de pouvoir renforcer le confinement latéral du mode optique, permettant de limiter ainsi les pertes latérales.

Ce type de dispersion quartique est aussi parfois dénommé sous le terme de *bord de bande dégénéré* (degenerated band edge ou DBE) et a été régulièrement étudié dans la littérature. On le trouve notamment dans des structures telles que les guides W1 [25], les CP 1D employant des matériaux anisotropes [26–28], les fibres optiques [29, 30] et les guides corrugués [20–22, 31]. Du fait de leur vitesse de groupe nulle (dérivée première) et de leur dispersion nulle (dérivée seconde), ces bandes ont des propriétés de couplage bout-à-bout (*butt-coupling*) particulières, notamment elles permettent l'apparition de modes dit *gelés* (frozen-modes) [26, 32].

3.3.3 Dispersion multi-vallées : bandes en W et M

Une autre caractéristique des modes de CP classiques est de ne pouvoir générer des bandes plates, donc des modes à fortes DOS, uniquement en des points de symétrie de l'espace réciproque du fait du couplage **diffusif**. Par conséquent, le système cristallin et les paramètres de mailles sont les seuls leviers permettant de contrôler la position des points à forte DOS. Ces paramètres sont de plus très difficiles à modifier dynamiquement, ils sont d'ailleurs généralement fixés une fois pour toute par la lithographie. Ce manque de flexibilité limite d'autant plus la gamme de vecteurs d'onde

à fortes DOS accessible, qui se limite alors généralement de modes en bord de PZB sous le cône de lumière ou en Γ pour l'émission verticale.

Néanmoins, en utilisant le couplage entre ordres guidés dans les CPM, il est possible de générer ces modes à fort DOS en des positions très variées de la PZB comme cela est illustré sur la figure 3.11. Ceci peut facilement être modélisé en reprenant le modèle à deux modes de la partie 3.3.2. Afin de simplifier les calculs, on va simplement approximer les bandes quadratiques de ce modèle par des bandes linéaires de vitesse de groupe v_1 et $-v_2$ au voisinage du point de croisement. Le modèle TMC donne alors :

$$\begin{bmatrix} \omega_1 + v_1 k & V \\ V & \omega_2 - v_2 k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_0 + v_1(k - k_0) & V \\ V & \omega_0 - v_2(k - k_0) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Où $k_0 = (\omega_2 - \omega_1)/(v_1 + v_2)$ est la position du croisement et ω_0 est sa pulsation associée. La diagonalisation du système donne alors :

$$\omega(k) = \omega_0 + \frac{v_1 - v_2}{2}(k - k_0) \pm \sqrt{V^2 + \left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)^2 (k - k_0)^2} \quad (3.17)$$

Dans le cas particulier où $v_1 = v_2 = v$, le terme linéaire s'annule, et on obtient alors bien une bande plate quadratique en k_0 de courbure $\alpha = \pm v^2/V$, d'autant plus faible que le taux de couplage est important. Dans le cas général où les vitesses de groupe ne sont pas strictement égales (en valeur absolue), cette bande plate est simplement excentrée de k_0 .

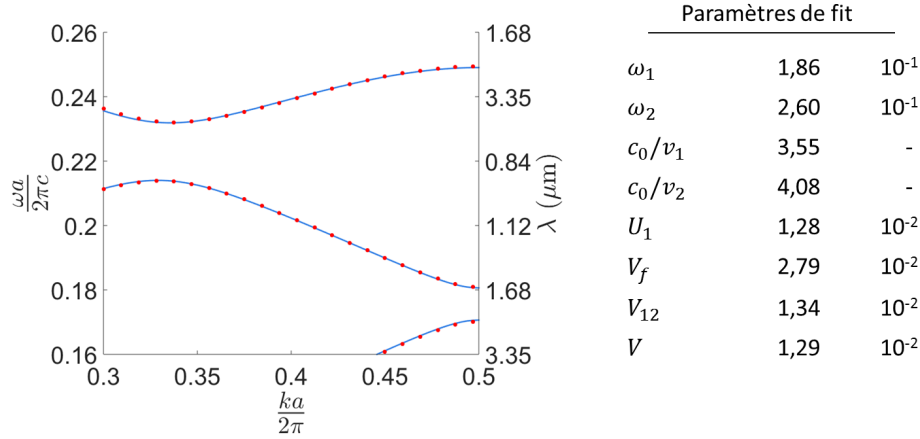


FIGURE 3.16 – Génération de bande en W au sein de la structure *Peigne*. Les paramètres de la structure sont les suivants : $a = 335nm$, $n = 3.54$, $h_{tot} = 330nm$, $FF = 0.5$, $d = 0nm$ et $\epsilon = 0.33$

De telles dispersions sont présentées sur les images de la figure 3.11. Un zoom sur l'une d'entre-elles est donné sur la figure 3.16, sur laquelle se trouvent aussi les paramètres de fit de la dispersion par le modèle TMC. Expérimentalement, on observe aussi une de ces bandes plates excentrées sur la figure 3.14, en dessous de la BUP.

De nombreuses applications découlent de ce type de dispersions. En premier lieu, cela permet de générer de fortes DOS en des points excentrés des points de hautes symétrie. Au dessus du cône

de lumière, cela permet d'établir un régime d'émission laser à un angle quelconque⁵.

Ces phénomènes ont été mis en évidence en utilisant la structure A1 et A2. Dans la structure A2, le faible taux de recouvrement entre les modes optiques et la couche d' Y_2O_3 ne permet pas d'observer son émission. En revanche, l'émission des défauts dans le silicium est faible mais suffisante pour observer l'effet de la dispersion sur l'émission spontanée de ces émetteurs. Ainsi, l'émission de photoluminescence du silicium est sondée au moyen du banc d'optique de Fourier. Les résultats sont donnés sur la figure 3.17 conjointement avec des simulations RCWA. Un bon accord est trouvé entre les résultats expérimentaux de PL et les simulations.

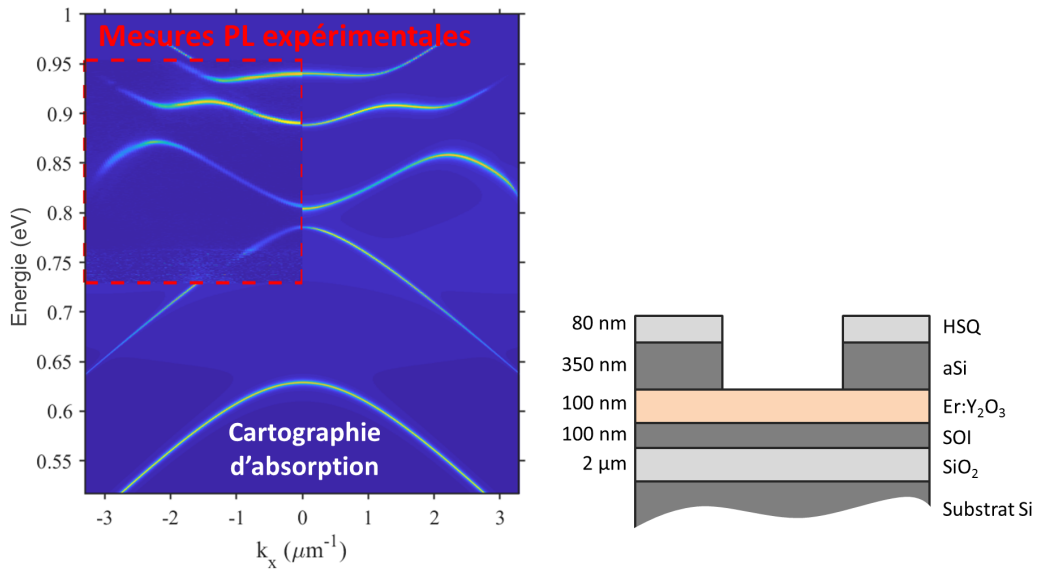


FIGURE 3.17 – À gauche, cartographie de PL résolue en angle obtenue sur le banc de Fourier juxtaposée aux résultats de simulation d'absorption par RCWA. À droite, rappel de la structure A2 avec les paramètres structuraux utilisés pour l'expérience [33]

Ces mesures montrent aussi la présence de pics de PL aux mêmes positions que les pics de DOS calculés par MDOP, et notamment aux pulsations des bandes plates excentrées. Il est ainsi possible de contrôler les DOS dans ces structures, et notamment de générer des pics de DOS en des points excentrés quelconques, permettant de contrôler l'émission angulaire des émetteurs.

Enfin, pour aller plus loin que le contrôle de l'émission spontanée, en augmentant suffisamment le gain dans la structure, il est possible d'atteindre un régime d'émission laser s'établissant sur un mode excentré du point Γ . Afin d'atteindre des gain suffisant, la structure A1 employant une couche active de puits quantiques est utilisée à la place de la structure A2. Dans cette structure, il est possible d'atteindre un régime d'émission laser [34], ce phénomène est illustré sur la figure 3.19.

Par ailleurs, il est possible d'imaginer réaliser du **beam steering**, c'est-à-dire pouvoir modifier dynamiquement l'angle d'émission de la lumière. Une façon de procéder serait de jouer sur la compétition de mode entre le mode excentré et le mode situé en Γ . En jouant sur la courbe de gain des

5. On parle ici d'émission à un angle par abus de langage, en réalité l'émission à un angle θ s'accompagne nécessairement d'une émission à un angle $-\theta$, l'angle d'émission n'est donc pas unique.

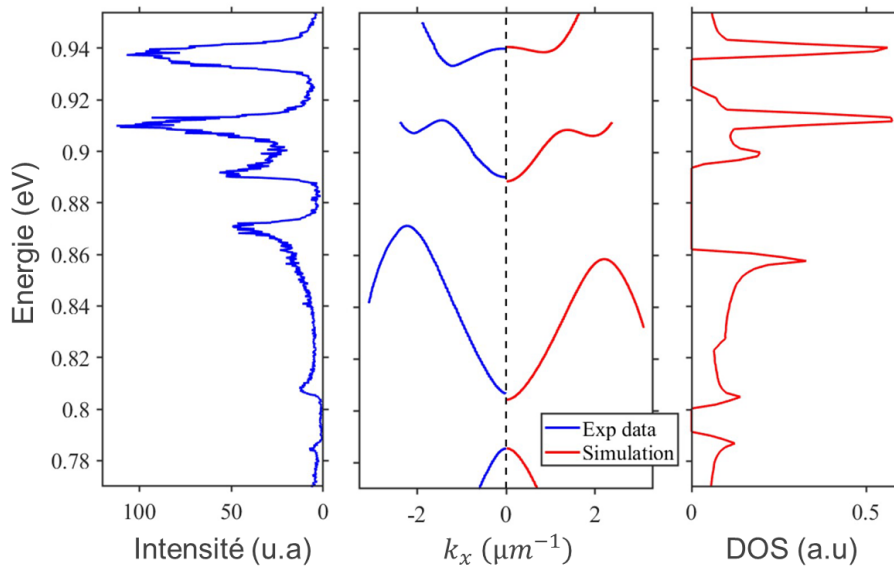


FIGURE 3.18 – Comparaison entre l'intensité de PL intégrée sur tous les angles et les DOS calculées par MDOP. Reproduit depuis CUEFF et collab. [33]

émetteurs dans la structure par rapport à la position des modes⁶, on favoriserait l'un ou l'autre de ces modes, permettant de permuter dynamiquement entre une émission normale à la surface et une émission en biais.

Un second intérêt de ce type de dispersion consiste à former des cavités optiques à forts **facteurs de qualité** [35, 36]. En effet, lorsque la structure possède une extension latérale finie, le mode guidé subit des pertes optiques par les bords de la structure (pertes communément appelé *pertes latérales*). Afin de limiter ces pertes latérales, un des moyens est de rendre les bords le plus réfléchissant possible. Pour cela, on peut graver totalement la structure afin de maximiser l'écart d'indice entre la structure et l'extérieur, ou encore placer la structure dans un CP de sorte que le mode s'installant dans la structure interne soit situé dans le gap du CP externe. Néanmoins, il est aussi possible lorsque la structure possède une dispersion en bande plate excentrée d'induire une forte réflexion aux bords de la structure ajustant correctement sa taille latérale de sorte que deux modes ou plus détruisent mutuellement leur pertes latérale par interférence [35]. Ce phénomène se rapproche fortement du *BIC de Friedrich-Wintgen* qui est approfondit dans la partie 4.3.2.

Un autre intérêt de ce type de dispersion est de pouvoir former une dispersion linéaire, de pente ajustable, située entre la bande plate formée par le couplage diffractif en X et la bande plate excentrée formée par le couplage diffracto-évanescent. Cette bande linéaire a pour intérêt d'avoir une courbure nulle au point de transition entre la première bande plate et la seconde. Ce type de dispersion peut présenter un intérêt dans le domaine de l'optique non linéaire, où une dispersion linéaire de faible vitesse de groupe permet la compression d'impulsions exaltant les effets non-linéaires. Une faible courbure est aussi nécessaire dans ce type d'application afin de ne pas disperser l'impulsion trop rapidement au cours de sa propagation [37].

6. Par exemple en jouant sur la température

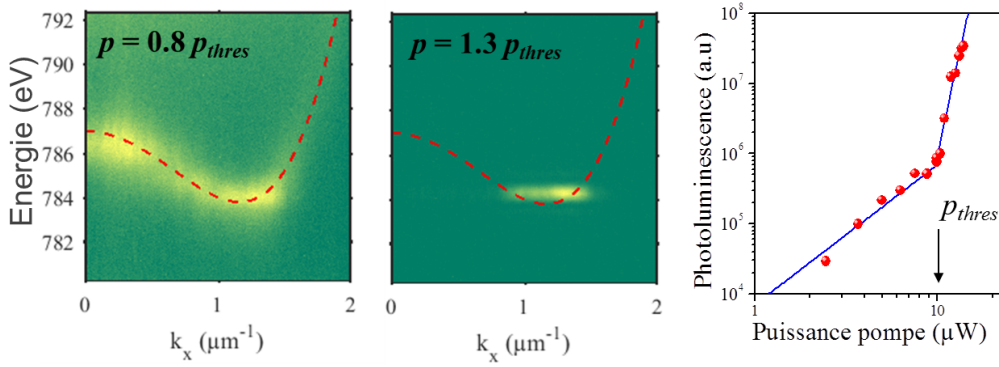


FIGURE 3.19 – Mise en évidence de l'établissement d'un régime laser sur un mode excentré permettant l'émission laser inclinée (incidence non normale), reproduit depuis NGUYEN et collab. [34]

3.3.4 Cône de Dirac "longitudinal"

En plus de pouvoir générer des BUP et des bandes plates excentrées, le couplage de modes guidés offre aussi la possibilité de former des dispersions linéaires au voisinage de points de haute symétrie, en d'autres termes il est possible de générer des cônes de Dirac.

La formation d'un cône de Dirac se fait en deux temps. Tout d'abord, il est nécessaire de dégénérer au moins deux modes au point de haute symétrie d'intérêt. Ensuite, il faut que ces deux modes se couplent en dehors de ce point, le long des directions d'intérêts, le couplage mis en jeu pouvant être de nature entièrement diffractive ou autre. Ces deux conditions peuvent être anticipées en utilisant un modèle simple à deux résonances et la méthode kp :

$$\begin{bmatrix} \omega_1 & \nu|k| \\ \nu^*|k| & \omega_2 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Dont les valeurs propres sont les suivantes :

$$\omega(k) = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \pm \sqrt{(\nu|k|)^2 + \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)^2} \quad (3.19)$$

On montre alors facilement que la dispersion est linéaire seulement si $\omega_1 = \omega_2$ et si le coefficient de couplage linéaire ν n'est pas nul.

La première condition peut être réalisée de deux façons. La dégénérescence de modes peut être obtenue de façon déterministe ou accidentelle. Une dégénérescence déterministe de deux modes a pour origine une symétrie de la structure photonique (ou plus précisément de l'hamiltonien photonique à la position de la dégénérescence), c'est-à-dire que les deux modes dégénérés sont identiques à une opération de symétrie près [38]. Ce type de dégénérescence n'arrive que dans des structures appartenant à des groupes ponctuels de symétrie bien particulières, possédant des RI dégénérées. Un exemple connu de ce genre de dégénérescence en mécanique quantique sont les orbitales électroniques p_x , p_y , p_z , toutes trois dégénérées car pouvant se déduire les unes des autres par des opé-

rations de rotation de $\pi/2$. Dans le cas des **CP**, on peut retrouver ce type de dégénérescence dans le groupe ponctuel C_{4v} , auquel appartient par exemple les **CP** bidimensionnels à réseau carré de trous ou de plots cylindriques, dans lequel les modes dipolaires se dégénèrent du fait de leur appartenance à une représentation irréductible dégénérée notée E. La particularité de ce type de dégénérescences est qu'elles sont robustes aux modifications de la structure (FF, épaisseur,...), pourvu que ces modifications n'altèrent pas ses propriétés de symétrie.

Contrairement à la dégénérescence déterministe, la dégénérescence accidentelle n'est pas due à un lien de symétrie entre les modes dégénérés. Il s'agit d'une dégénérescence fortuite obtenue pour certains jeux de paramètres précis de la structure [38], en conséquence de quoi ces dégénérescences ne sont pas robustes aux modifications de la structure. On pourrait croire à première vue que ces dégénérescences sont totalement indépendantes des symétries de la structure, mais en réalité elle doivent s'appuyer sur ces dernières afin de pouvoir être obtenues. Plus précisément, elles ne peuvent être réalisées qu'avec des modes appartenant à des **RI** différentes [39]. Cela peut être anticipé facilement à partir de la **TMC**. Considérons deux résonances (représentant les deux modes à dégénérer) dans une structure de base. Afin de faire dégénérer ces modes, on modifie certains paramètres de la structure (FF, épaisseur de la membrane, ...), faisant office de perturbation, ce qui induit un couplage entre ces modes s'ils appartiennent à la même **RI**. On aboutit alors à l'hamiltonien issu de la **TMC** suivant :

$$H = \begin{bmatrix} \omega_1 & V \\ V^* & \omega_2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Les deux modes résultant de ce couplage sont dotés des pulsations propres :

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \pm \sqrt{|V|^2 + \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)^2} \quad (3.21)$$

On montre alors facilement que ces deux résonances ne peuvent que se repousser, quelle que soit la valeur du taux de couplage et de sa phase, et ne peuvent donc pas être dégénérées. Bien sûr, dans un système plus élaboré comportant plusieurs résonances on peut montrer qu'il est possible de rapprocher des résonances entre-elles malgré la présence d'un taux de couplage V non nul de ces deux résonances. Cependant ce rapprochement ne pourrait être inférieur à un certain seuil (de l'ordre de grandeur de V), ce couplage est un plafond de verre et ne permet pas d'obtenir une dégénérescence.

Par conséquent, afin d'obtenir une dégénérescence accidentelle, il est nécessaire que le taux de couplage entre ces deux modes, induit par la variation des paramètres de la structure, soit systématiquement nul. Le seul moyen réaliste est alors que les modes en question appartiennent à des **RI** différentes (et donc que la symétrie séparant les modes soit conservée lors de l'application de la perturbation).

La seconde condition à l'obtention du cône de Dirac consiste à vérifier qu'au voisinage de la dégénérescence, ou tout du moins dans la direction d'intérêt, les deux modes se couplent. Les symétries jouent encore un rôle important, car des symétries peuvent subsister le long de certaines directions

dites de haute symétrie. Ces symétries peuvent alors induire un couplage nul entre les modes d'intérêts, empêchant alors la formation du cône de Dirac.

Plusieurs méthodes équivalentes permettent de s'assurer que ce couplage se produise. Une première méthode consiste à utiliser les **relations de compatibilité** entre les **RI** des modes dégénérés au point de haute symétrie Π et leur équivalent le long de la direction d'intérêt Δ . Ces **relations de compatibilité** consistent à voir le groupe ponctuel au point Π comme un cas particulier du groupe ponctuel de la direction Δ , auquel s'ajoutera simplement un ensemble de symétrie. Un mode au point Π se réduirait alors au groupe ponctuel de Δ au cours de sa dispersion, perdant ainsi toutes notions de parité (ou caractère) vis-à-vis des symétries exclusives au point Π mais conservant les autres. Ces autres caractères étant conservés, une **RI** du point Π se réduira à une **RI** de la direction Δ bien déterminée. Les **relations de compatibilité** consistent alors à donner le tableau de cette transformation surjective. On notera que le cas d'une **RI** dégénérée nécessitera un traitement plus approfondi afin de déterminer sa réduction et que celle-ci pourra être multiple (plusieurs **RI** liées à une seule **RI** dégénérée initiale).

Un point de vue plus simple mais parfaitement équivalent à ce raisonnement est de considérer que des symétries de l'hamiltonien photonique peuvent être brisées par le vecteur d'onde de Bloch, un mode photonique en un point Π perdra alors ses propriétés de symétrie le long de sa dispersion selon la direction Δ . Ce mode conservera néanmoins ses autres symétries, le faisant passer d'une **RI** au point Π à une autre **RI** dans la direction Δ .

Ce qui permet le couplage de modes dégénérés à un point Π le long de leur dispersion selon la direction Δ , c'est le fait que cette transformation bien que surjective n'est pas injective. Par conséquent certaines **RI**, du point Π , distinctes se réduiront sur la même **RI** de Δ . Ainsi, ces modes pourront se coupler et générer la dispersion linéaire désirée le long de Δ .

Bien entendu, selon la direction envisagée les **relations de compatibilité** seront différentes, il est donc possible qu'une dispersion linéaire soit formée selon certaines directions mais pas selon d'autres.

Une seconde façon d'anticiper ce couplage est d'utiliser la méthode k_p afin d'établir l'expression du couplage entre les modes d'intérêts selon une direction quelconque, et de mettre en évidence grâce à cette expression les conditions de symétrie pouvant annuler le couplage [38, 39]. L'originalité de l'approche est de considérer les symétries de tous les acteurs prenant part au couplage. Les **RI** des modes dégénérés devront donc être étudiées mais aussi la **RI** du vecteur d'onde de Bloch. En particulier, on peut montrer qu'une condition nécessaire au couplage entre deux modes A et B selon une direction Δ est que le produit de leur caractère respectif selon n'importe quelle symétrie du groupe ponctuel au point Π est égale à 1.

Enfin, on peut aussi mentionner la possibilité d'employer la méthode des *liaisons fortes* (tight-binding) comme alternative à la méthode k_p afin d'anticiper la formation de cône de Dirac depuis la dégénérescence entre deux modes. On notera aussi que ces méthodes sont adaptées à tous types de structure, que leur périodicité soit 1D, 2D ou même 3D [40].

Pour la suite, nous privilégierons la première méthode à la seconde car elle a l'intérêt d'être plus intuitive et plus simple à mettre en œuvre. Néanmoins, un exemple d'application de la seconde méthode est présenté à la fin de la partie.

C_{2v}	E	C_2	σ_y	σ_x
A_1	+1	+1	+1	+1
A_2	+1	+1	-1	-1
B_1	+1	-1	+1	-1
B_2	+1	-1	-1	+1

TABLEAU 3.1 – Table des caractères du groupe ponctuel C_{2v} , la base xyz correspondant à ceux de la figure 3.2a

C_s	E	σ
A'	+1	+1
A''	+1	-1

TABLEAU 3.2 – Table des caractères du groupe ponctuel C_s

Appliquons donc ces principes à la structure Peigne. Comme indiqué dans la partie 3.2.1, cette structure appartient au groupe ponctuel C_{2v} dont la table des caractères est donnée sur le tableau 3.1.

Ce groupe ponctuel de symétrie admet quatre types de RI différentes : A_1, A_2, B_1, B_2 . plus concrètement, ces quatre représentations correspondent aux modes de polarisation TM (A_1 et B_1) et TE (A_2 et B_2), chacune de ces polarisations pouvant être paire ou impaire selon σ_x .

La structure peigne présente deux directions de haute symétrie. La direction Δ_x correspond à la direction k_x ($k_y = 0$) et réciproquement la direction Δ_y correspond à la direction k_y ($k_x = 0$). Ces deux directions appartiennent au groupe ponctuel C_s ne contenant qu'une réflexion en plus de l'unité. Cette réflexion s'effectue selon la plan (xz) pour Δ_x et selon (yz) pour Δ_y . La table des caractères de ce groupe ponctuel est donnée sur le tableau 3.2.

Afin de déterminer quelles dégénérescences permettent d'obtenir une dispersion linéaire suivant Δ_x ou Δ_y , nous emploierons la première méthode à savoir l'utilisation des relations de compatibilité. Ces dernières sont données sur le tableau 3.3 pour les points de haute symétrie Γ et X et selon les deux directions de haute symétrie Δ_x et Δ_y . On remarquera néanmoins que les points Γ et X appartiennent au même groupe ponctuel et sont donc équivalents du point de vue des symétries.

Concentrons nous sur la direction Δ_x , la direction Δ_y sera analysée ultérieurement dans le cadre du chapitre 3.4.4, on remarque que les modes A_1 et B_1 se réduisent à la même RI du groupe C_s à savoir la RI A' . Une dégénérescence entre ces deux modes est donc propice à la génération d'une dispersion

		Δ_x	Δ_y
$\Gamma :$	A_1	A'	A'
	A_2	A''	A''
	B_1	A'	A''
	B_2	A''	A'
$X :$	A_1	A'	A'
	A_2	A''	A''
	B_1	A'	A''
	B_2	A''	A'

TABLEAU 3.3 – Relations de compatibilité entre le groupe ponctuel au point Γ et X, et ceux de la direction Δ_x et Δ_y

linéaire. Pour être plus précis, ces deux modes correspondent aux modes TM pair et TM impair et ils se réduisent selon Δ_x aux modes TM.

On remarque aussi que les modes A_2 et B_2 se réduisent à la RI A". Ces modes correspondent aux modes TE pair et impair et il se réduisent aux modes TE selon Δ_x . Il est donc possible de réaliser un cône TE et un cône TM selon Δ_x . Toute autre combinaisons de modes en revanche ne permet pas de générer de dispersions linéaires selon cette direction (un mode TE ne se couplera pas à un mode TM).

Nous avons pu déterminer quelles combinaisons de modes pouvaient amener à la formation d'un cône de Dirac en employant les [relations de compatibilité](#). Dans le but d'être le plus exhaustif possible, nous allons remonter rapidement ces résultats en employant la méthode kp à la place de ces relations. Il s'agit d'abord de déterminer à quelle RI appartient le vecteur d'onde de la direction considérée, dans notre cas Δ_x correspond à un vecteur d'onde selon k_x qui appartient à la RI B_1 (paire selon σ_y et impaire selon σ_x). Ensuite, il convient de vérifier que le produit des caractères est égal à 1, et cela en considérant chaque symétrie.

Prenons un exemple, si on considère que les deux modes dégénérés appartiennent aux RI A_1 et A_2 , le vecteur d'onde appartenant à la RI B_1 le produit de leur caractère (A_1 , A_2 et B_1) pour les symétries E, C_2 , σ_y , σ_x donne respectivement 1, -1, -1 et 1. Deux symétries impliquent un produit donnant -1, ces deux modes ne donneront donc pas de cône de Dirac.

Au contraire, si on choisit les modes A_2 et B_2 , les produits des caractères donnent respectivement 1, 1, 1 et 1. La dégénérescence de ces deux modes forme alors un cône de Dirac selon Δ_x . On retrouve alors les résultats établis à l'aide des [relations de compatibilité](#).

Maintenant que nous savons comment choisir les modes, appliquons ce principe à la structure *Peigne*. Dans un premier temps, concentrons nous sur la dégénérescence des modes A_2 et B_2 (les modes TE). La théorie développée précédemment nous assure que ces modes ne se coupleront pas sous une perturbation qui ne modifie pas le groupe de symétrie de la structure. Afin de maximiser les chances d'obtenir la dégénérescence espérée sans avoir à perturber trop profondément la structure, nous partons de deux modes déjà proches, à savoir le mode fondamental de l'air et le premier mode excité du semi-conducteur dont les cartographies de champ sont tracées sur la figure 3.21. Ces deux modes se prêtent généralement à un rapprochement relativement aisé dans le domaine spectral car le mode de l'air, s'installant principalement dans l'air possède un indice effectif plus faible qu'un mode du semi-conducteur lui permettant ainsi de compenser l'écart en fréquence avec un mode guidé d'ordre supérieur comme le premier mode excité du semi-conducteur.

Ces deux modes ont alors été dégénérés, la dispersion en résultant est tracée sur la figure 3.22. Une structure P1bis identique à celle de la figure 3.13a a été fabriquée. En employant un FF de 0.5, la dégénérescence est obtenue comme l'indique les observation en réflectométrie de la figure 3.20 [23].

La pente du cône de Dirac n'est évidemment pas quelconque, elle résulte du taux de couplage linéique entre les modes A_2 et B_2 le long de l'axe Δ_x qui nous est donné par la méthode kp :

$$H = \begin{bmatrix} \left(\frac{\omega_0}{c_0}\right)^2 & b_x k \\ b_x^* k & \left(\frac{\omega_0}{c_0}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

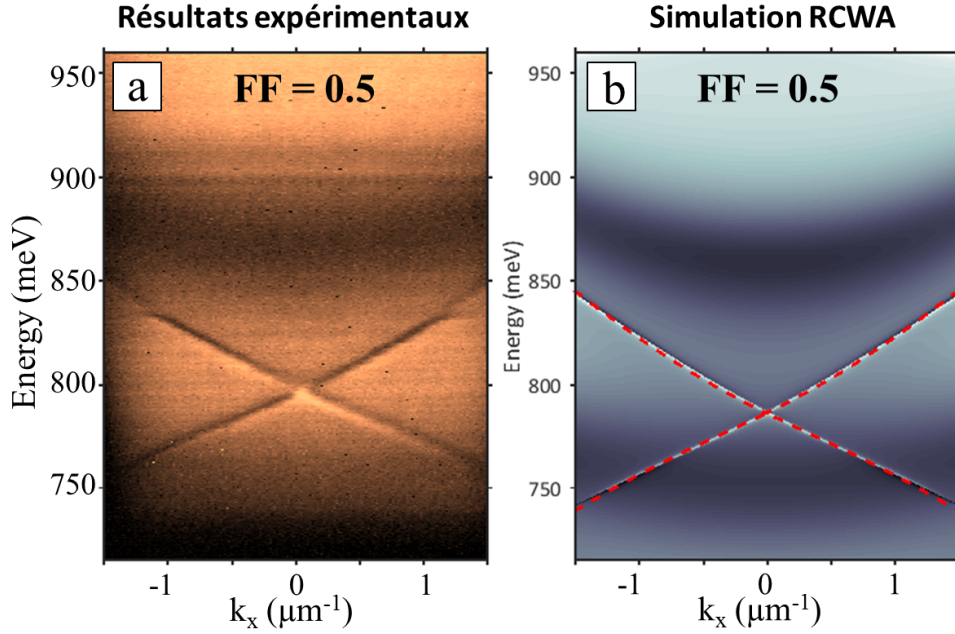


FIGURE 3.20 – À gauche, spectres de réflexion résolus en angle de la structure *Peigne*. La perturbation **double période** permet de sonder la dispersion sous le cône de lumière et de mettre en évidence le **cône de Dirac**. À droite, simulations RCWA et fit TMC de la même structure

Et on obtient la vitesse de groupe en diagonalisant l'hamiltonien et en linéarisant les pulsations obtenues autour de ω_0 , ce qui donne :

$$v_x = \frac{c_0^2}{2\omega_0} |b_x| \quad (3.23)$$

Ces modes étant de polarisation TE, il est possible d'établir une expression simple de ce taux du couplage linéique :

$$b_x = 2i \frac{(2\pi)^2}{S} \iint_{Unit\ Cell} \Phi_{TEe}^{y*} \frac{\partial \Phi_{TEo}^y}{\partial x} dS \quad (3.24)$$

Le calcul détaillé est donné dans l'annexe 4.6. On notera que dans notre cas, ce taux de couplage linéique est purement imaginaire. En effet, il est possible d'exprimer la cartographie de champ des modes $\phi(x, y)$ de façon totalement réelle aboutissant à une intégrale de recouvrement réel et donc à un b_x imaginaire. Cette phase de couplage de $\pi/2$ est d'une grande importance car elle montre que ces modes se couplent pour former le cône de Dirac avec un décalage temporel d'un quart de période.

On voit alors que c'est globalement un taux de recouvrement entre deux quantités dérivées des cartographies de champs qui fixe la valeur de la vitesse de groupe du Dirac. Il est intéressant de noter qu'il est possible de faire varier ce taux de recouvrement tout en conservant la dégénérescence des deux modes. Il est donc possible de modifier la pente du cône de Dirac d'une valeur haute (indice de

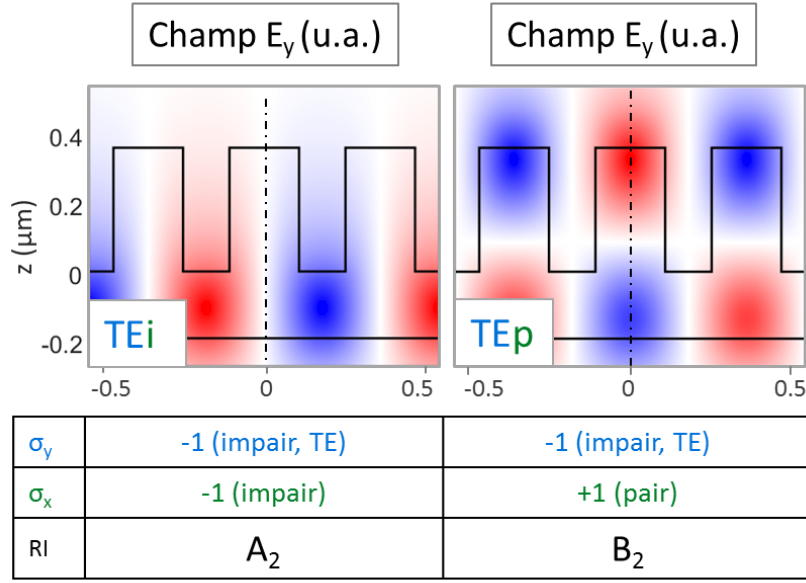


FIGURE 3.21 – Cartographie de champ des modes du cône Dirac longitudinal dans la structure *Peigne*

groupe semblable à celui du matériau employé pour le guide) à des valeurs extrêmement basses⁷. Un exemple de cette variation de pente est donnée sur la figure 3.23.

Tout comme les BUP, les cônes de Dirac offrent des propriétés intéressantes en termes de DOS. En effet, il est connu que ce type de dispersion donne lieu à une évolution linéaire des DOS allant jusqu'à l'annulation à la pulsation du Dirac. Dans le cas de notre dispersion, c'est un peu différent. La dispersion est bien linéaire suivant Δ_x en revanche, sauf cas particulier, la dispersion suivant Δ_y reste de nature *anormale*, donc quadratique (cette affirmation est démontrée et discutée dans la partie suivante). La dispersion de notre cône de Dirac sur le plan (k_x, k_y) évolue de la façon suivante :

$$\omega(k_x, k_y) = \pm \sqrt{(\nu k_x)^2 + (\alpha k_y^2)^2} \quad (3.25)$$

On montre alors que la DOS pour la partie supérieure du cône est la suivante :

$$g_{2D}(\omega) = \frac{3I}{2\pi^2 \nu \sqrt{\alpha}} \sqrt{\omega - \omega_0} \quad (3.26)$$

Avec $I \simeq 0.874$.

On retrouve bien une annulation des DOS au niveau du point de Dirac, en revanche celle-ci est moins marquée avec une évolution en $\sqrt{\omega - \omega_0}$ plutôt que linéaire. On notera que seul les modes formant le cône ont été pris en compte dans le calcul, tous les autres modes présents dans la gamme de pulsation avoisinant celle du point de Dirac ont été exclus du calcul.

7. On notera néanmoins que dans le cas de pente très faible, la courbure de la dispersion domine alors rapidement le cône de Dirac

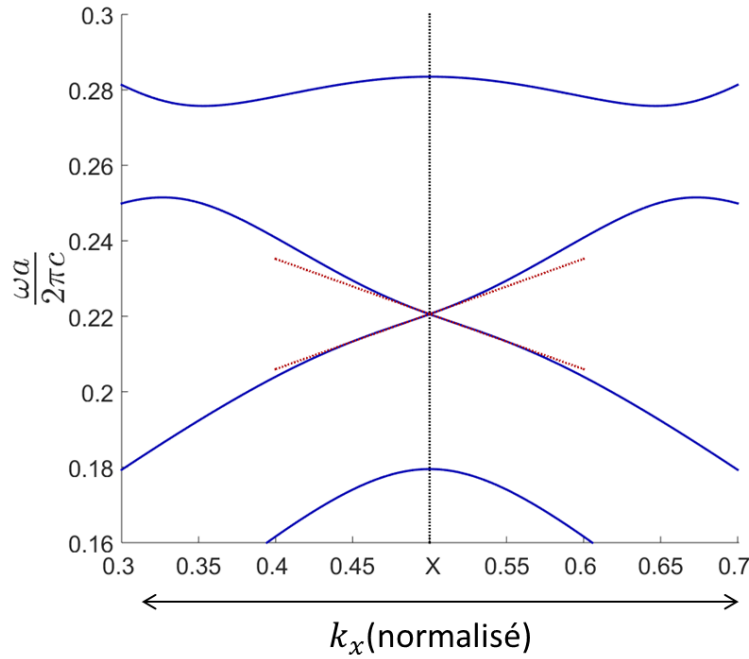


FIGURE 3.22 – Dispersion du cône de Dirac longitudinal dans la structure *Peigne*. Les paramètres de la structure sont les suivants : $n = 3.15$, $a = 335\text{nm}$, $h_{tot} = 550\text{nm}$, $\epsilon = 0.75$, $FF = 0.6$.

3.3.5 ADP en configuration antisymétrique

Nous nous intéressons maintenant au cas de la structure *ADP*, dans la configuration particulière du décalage d'une demi-période. Dans ce cas, la structure acquiert un certain nombre de symétries supplémentaires. En particulier, elle possède une symétrie de rotation d'ordre 2 d'axe z , C_2 , ainsi qu'un plan de symétrie (y,z) , σ_x . Ces deux symétries supplémentaires placeraient cette structure dans le groupe de symétrie C_{2v} ou C_{2h} suivant le point d'origine considéré.

Néanmoins, la structure possède une autre invariance, celle-ci non ponctuelle. Il s'agit d'une réflexion glissée par rapport à (x,y) et selon la direction x , que l'on note g . Afin de rendre compte de cette invariance, il est nécessaire de recourir aux groupes d'espaces. Les *groupes de frise* sont bien indiqués pour le cas des *CPM* unidimensionnels. Il existe 7 *groupes de frise*, les *ADP* appartiennent au groupe $pma2$ (ou $p2mg$ en notation anglo-saxonne) selon la notation de Hermann-Mauguin. A ce groupe de frise vient simplement s'ajouter la symétrie de translation continue et donc le plan de symétrie (x,z) .

Les groupes d'espaces non-symmorphiques nécessitent un traitement plus complexe que les groupes *symmorphiques*. En effet, dans le cas des groupes *symmorphiques*, les invariances par translations se découpent de symétries de la structure car ces dernières sont ponctuelles (il existe au moins un point de l'espace qui est laissé invariant par l'ensemble des symétries présentes), il est alors possible d'exprimer l'ensemble des invariances de la structure par le produit direct entre le groupe des translations et celui des symétries ponctuelles. Cela a pour intérêt de simplifier l'étude de ces systèmes en se concentrant sur l'étude du groupe ponctuel seul qui a l'avantage de posséder un nombre fini d'éléments.

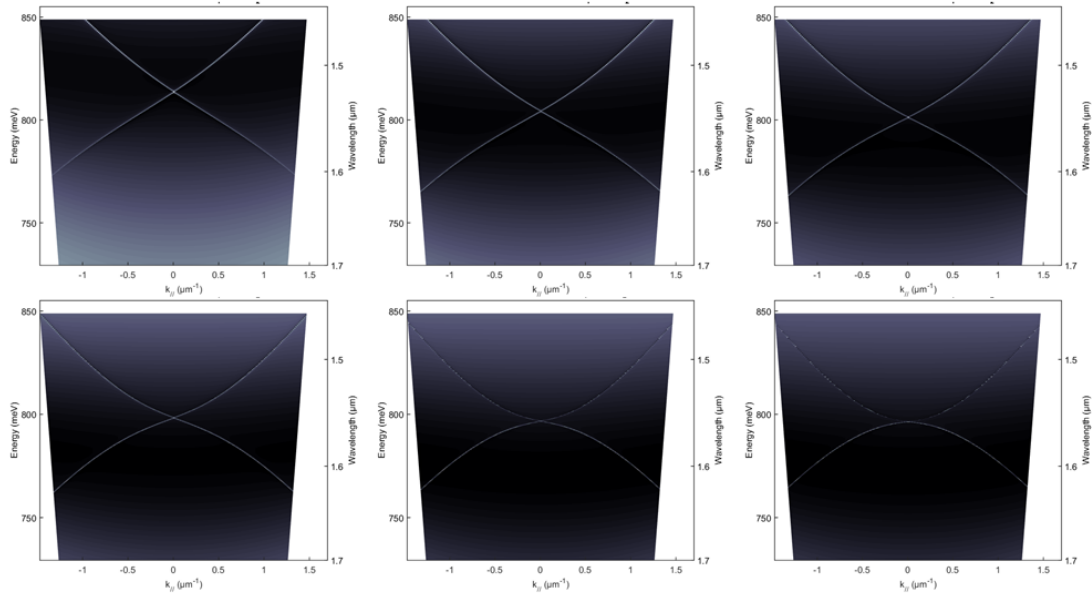


FIGURE 3.23 – Conception de cône de Dirac possédant différentes pentes en jouant sur les paramètres géométriques de la structure *Peigne*

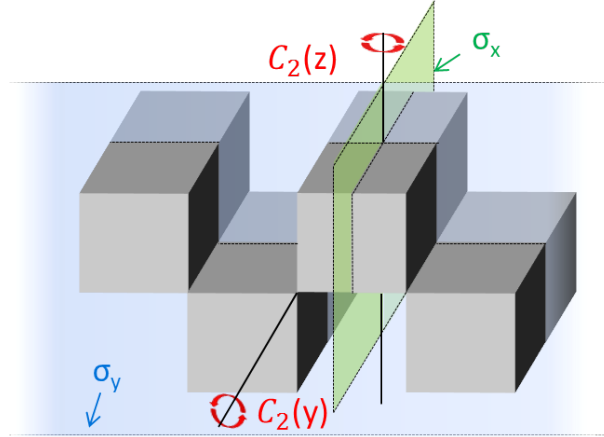


FIGURE 3.24 – Schéma de la structure *ADP* avec un décalage latéral d'une demi-période ainsi que ses symétries

La présence de la réflexion glissée dans les invariances de la structure ne permet pas de les traiter comme un simple groupe ponctuel. En effet, en appliquant à plusieurs reprises la réflexion glissée, on aboutit à une opération de translation. Il est donc nécessaire de prendre en compte le groupe des translations dans la liste des invariances. La difficulté qui se présente alors est que le groupe des translations possède un nombre infini d'éléments (translation d'une période, de deux périodes,... de n périodes). On peut néanmoins, en certaines positions de l'espace réciproque, restreindre l'étude aux éléments de translation modulo N périodes, cet entier N étant déterminé par la condition $\exp(-ikNa) = 1$ [41]. Cela revient à étudier le groupe quotient fini P_{ma2}/T_{Na} sans pour autant perdre d'informations. A titre d'exemple, au point X , il est possible de ramener l'étude au groupe quotient P_{ma2}/T_{2Na} , et au point Γ l'étude peut se ramener au groupe quotient P_{ma2}/T_{Na} .

L'effet du décalage latéral sur la dispersion est illustré sur la figure 3.26 avec un *fit* de ces dernières par l'Hamiltonien de l'équation 3.9 en employant un *essaim particulaire*. Comme prévu, la

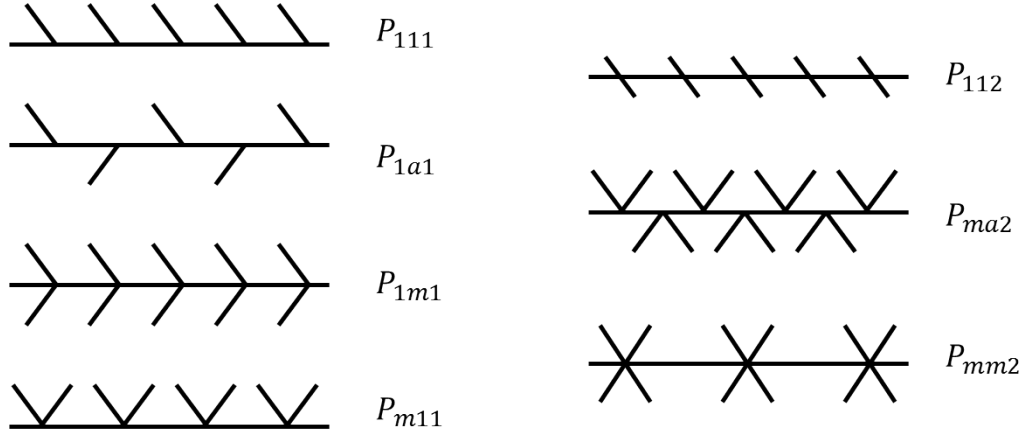


FIGURE 3.25 – Illustration des sept groupes de frise. Les groupes P_{1a1} et P_{ma2} sont non-symorphiques car ils contiennent une réflexion glissée

brisure de la symétrie verticale par le décalage induit un couplage entre les ordres guidés de la structure non décalée, ouvrant ainsi des gap aux intersections et générant des bandes en W et M. On remarque aussi que dans la configuration "anti-symétrique" (décalage d'une demi-période), des cônes de Dirac se forment en bord de [PZB](#).

Ce phénomène, connu de ce type de structure [\[42–44\]](#), peut être démontré algébriquement en s'appuyant sur la présence de la symétrie de réflexion glissée conjointement avec la réflexion σ_x . L'idée est de montrer qu'à partir de n'importe quel mode de la structure, on peut construire un mode dégénéré et orthogonal à celui-ci en utilisant la réflexion glissée et le plan de symétrie. De cette dégénérescence et des symétries mises en jeu, la méthode *kp* montre alors qu'un cône de Dirac est formé dans la direction longitudinale.

On commence en définissant les symétries utilisées. Soit σ_x l'opération de réflexion sur la direction x et soit $G = \sigma_z \circ T_{x,a/2}$ la réflexion glissée. Du fait de l'invariance de la structure (donc de $\epsilon(\mathbf{r})$), ces opérateurs commutent avec l'hamiltonien photonique Θ_H . Ainsi :

$$\Theta_H (\sigma_z \circ T_{x,a/2} \mathbf{H}) = \sigma_z \circ T_{x,a/2} (\Theta_H \mathbf{H}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sigma_z \circ T_{x,a/2} \mathbf{H} \quad (3.27)$$

Ainsi, $\mathbf{H}$ et $\sigma_z \circ T_{x,a/2} \mathbf{H}$ sont deux modes propres dégénérés de la structure. On se pose alors la question de sa position dans la [PZB](#). Pour cela, on regarde le déphasage acquis lors d'une translation d'une période selon x :

$$T_{x,a} \circ \sigma_z \circ T_{x,a/2} \mathbf{H} = \sigma_z \circ T_{x,a/2} \circ T_{x,a} \mathbf{H} = e^{-ika} \sigma_z \circ T_{x,a/2} \mathbf{H} \quad (3.28)$$

Le mode $\sigma_z \circ T_{x,a/2} \mathbf{H}$ est donc bien situé à la même position que $\mathbf{H}$. Il reste alors à montrer que ces deux modes ne sont pas simplement les mêmes à un coefficient de proportionnalité près. Pour cela, on considère que $\mathbf{H}$ est situé en $k = \pi/a$, on va montrer que ces deux modes sont de parités opposées selon σ_x , assurant ainsi que ces deux modes sont orthogonaux. Soit α la parité de $\mathbf{H}$, c'est-à-dire $\sigma_x \mathbf{H} = \alpha \mathbf{H}$ avec $\alpha = \pm 1$. Ainsi :

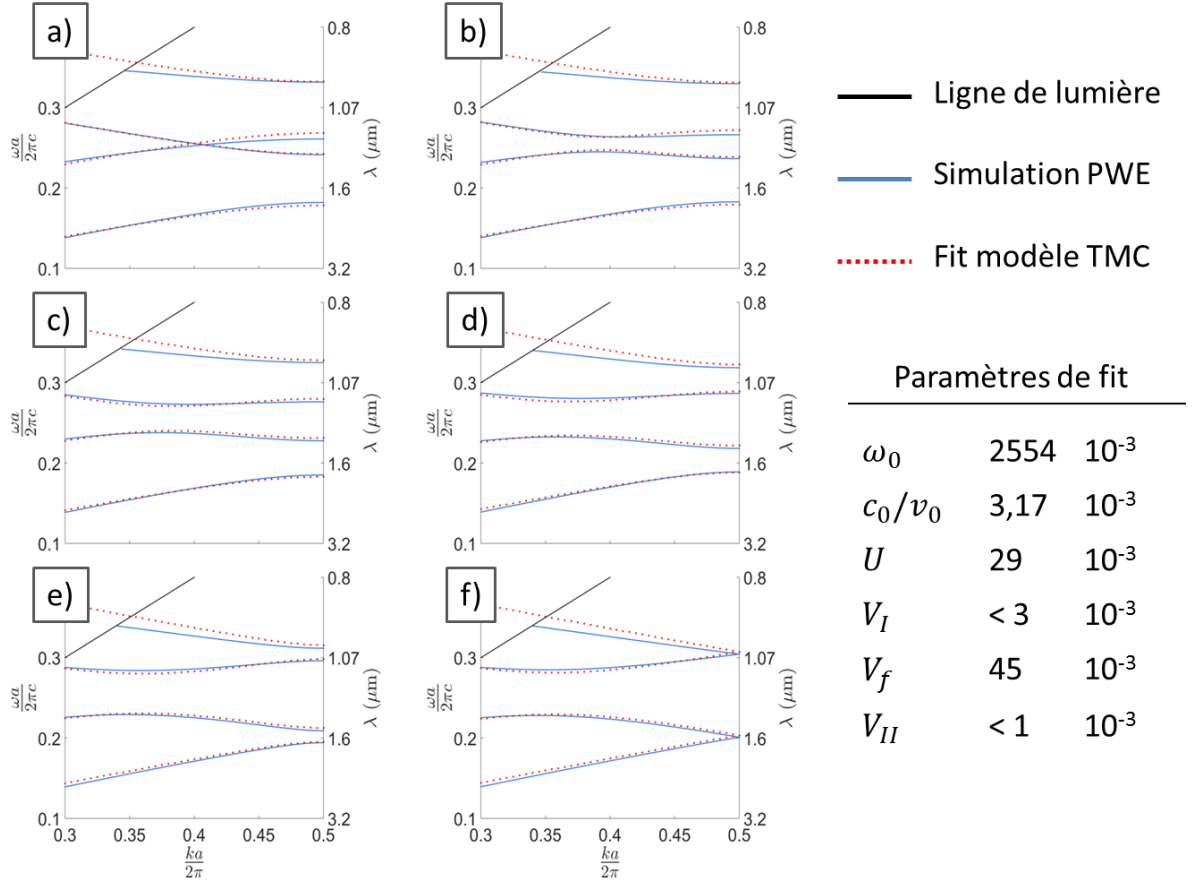


FIGURE 3.26 – Évolution de la dispersion de la structure ADP avec le décalage latéral. Les paramètres géométriques sont les suivants : $n = 3.54$, $a = 320\text{nm}$, $h = 130\text{nm}$, $\text{FF} = 0.7$ et $d = 20\text{nm}$. Respectivement de a) à f), le décalage latéral vaut 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 et 0.5.

$$\begin{aligned}
 \sigma_x (\sigma_z \circ T_{x,a/2} \mathbf{H}) &= \sigma_z \circ \sigma_x \circ T_{x,a/2} \mathbf{H} \\
 &= \sigma_z \circ T_{x,-a} \circ T_{x,a/2} \circ \sigma_x \mathbf{H} \\
 &= \alpha e^{ika} \sigma_z \circ T_{x,a/2} \mathbf{H} \\
 &= -\alpha \sigma_z \circ T_{x,a/2} \mathbf{H}
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

Les deux modes sont de parités opposées, ils sont donc bien orthogonaux et forment deux modes distincts et dégénérés. On génère donc bien des dégénérescences déterministes systématiques en X par le biais de ces deux symétries. Une autre façon d'aboutir à ce résultat est d'utiliser la table des RI associée au groupe quotient P_{ma2}/T_{2na} déjà établie dans la littérature [41, 43]. Elle est donnée sur le tableau 3.4.

Dans cette table des caractères, les opérations sont décrites selon la notation de Seitz, où $(R|v)$ correspond à une opération R suivi d'une translation v . On remarque alors qu'il existe une représentation bidimensionnelle K parmi les RI de ce groupe. Par ailleurs, il s'agit de la seule RI compatible avec un mode de Bloch situé en π/a car toutes les autres induisent un déphasage nul pour une opération de translation d'une période $\{E|a\}$ et ne peuvent donc pas décrire de tels modes. Tous les modes en X sont donc représentés par la RI K et sont alors dégénérés deux-à-deux. On retrouve par ailleurs

P_{ma2}/T_{2na}	$\{E 0\}$	$\{E a\}$	$\{C_2 0\}, \{C_2 a\}$	$\{\sigma_x a/2\}, \{\sigma_x 3a/2\}$	$\{\sigma_z a/2\}, \{\sigma_z 3a/2\}$
X_1	1	1	1	1	1
X_2	1	1	1	-1	-1
X_3	1	1	-1	1	-1
X_4	1	1	-1	-1	1
K	2	-2	0	0	0
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$

TABLEAU 3.4 – Table des caractères du groupe quotient P_{ma2}/T_{2na}

la possibilité de passer d'un mode à l'autre en employant la réflexion glissée $\{\sigma_z|a/2\}$.

On notera aussi que dans la démonstration donnée, la présence de la symétrie de réflexion σ_x est aussi importante dans l'obtention des dégénérescences que la présence de la réflexion glissée. Ce résultat est corroboré par la [TGS](#) en remarquant que le groupe quotient P_{1a1}/T_{2na} , qui contient une réflexion glissée sans plan de symétrie vertical, ne possède pas de [RI](#) bidimensionnelle dans sa table des caractères [\[41\]](#) (voir [tableau 3.5](#)).

P_{ma2}/T_{2na}	$\{E 0\}$	$\{E a\}$	$\{\sigma_z a/2\}, \{\sigma_z 3a/2\}$
X_1	1	1	1
X_2	1	1	-1
X_3	1	-1	i
X_4	1	-1	-i

TABLEAU 3.5 – Table des caractères du groupe quotient P_{1a1}/T_{2na}

La présence de ces dégénérescences s'accompagne par la formation d'un cône de Dirac au voisinage du point X. Ces modes se propagent dans la structure en "zigzaguant" d'un réseau à l'autre, la cartographie de champs associée à l'un de ces modes est illustrée sur la [figure 3.27](#).

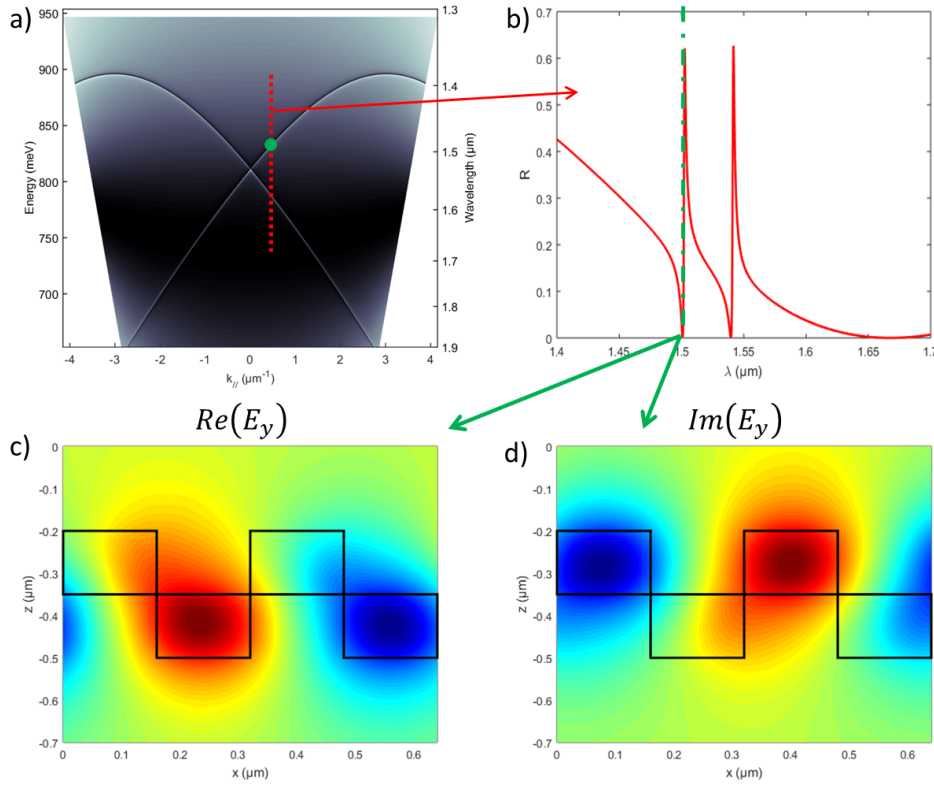


FIGURE 3.27 – a) Dispersion de la structure ADP en configuration antisymétrique obtenu par RCWA. b) Coupe des spectres de réflectivité pour un k légèrement excentré, mettant en évidence les deux **résonances de Fano** issues du cône. c-d) Cartographie de champs (réel et imaginaire) du mode supérieur du cône

3.4 Ingénierie de dispersion selon Δ_y

Dans cette partie, nous nous concentrons sur les possibilités de contrôle de la dispersion dans les **CPM** 1D selon la direction Δ_y . De même que dans la partie précédente, nous réaliserons cette étude sur la structure *Peigne*.

3.4.1 Expression de l'hamiltonien de couplage

La direction Δ_y est très différente de la direction Δ_x étudiée précédemment. En effet, selon cette direction les modes photoniques non couplés (mode de la structure de base) ne sont pas propagatifs mais sont au contraire plats (paraboliques). Cela vient du fait que l'on observe la dispersion des modes selon une direction transverse à leur vecteur d'onde, il en résulte une dispersion naturellement quadratique malgré l'absence totale de corrugation. Ces modes lents sont qualifiés de bandes plates **anormales**.

Afin de mieux comprendre l'origine de ces bandes, considérons le mode guidé fondamental d'un guide d'onde plan non corrugué dont la dispersion est schématisée sur la figure 3.28a. On se place en un point quelconque de l'espace réciproque $(k_x, k_y) = (k_0, 0)$ (en omettant le point Γ). Alors, selon la direction radiale (Δ_x), la dispersion est linéaire. En revanche, selon la direction orthogonale (Δ_y), la dispersion est quadratique (voir figure 3.28b). Ce type de bande plate est quelque fois qualifié

d'anomalie de vitesse de groupe (voir SAKODA [45]), elle permet de générer des bandes très plates dans les CP bidimensionnels [46, 47] mais elles restent néanmoins quadratiques et ont la particularité de ne posséder que des courbures positives.

Une deuxième différence apparaît dans cette direction, il s'agit de la disparition de la distinction entre la polarisation TE et TM des modes. En effet, la symétrie σ_y est brisée par le vecteur d'onde dans cette direction, il n'est alors plus possible de distinguer les modes TE et les modes TM. Il en résulte la possibilité de coupler des modes de polarisations différentes dans cette direction, il serait alors nécessaire de prendre en compte à la fois les modes TE et les modes TM afin d'établir un modèle TMC dans cette direction ce qui complexifierait fortement l'hamiltonien de couplage. De plus, le couplage TE-TM étant nul au point X, il n'est pas possible de l'approximer par une constante de couplage indépendante de k_y comme nous avons pu le faire jusqu'à présent pour les autres types de couplages.

Ainsi, à la place d'un modèle TMC complet, des modèles moins sophistiqués seront employés au cas par cas afin de rendre compte de façon qualitative le principe du fonctionnement du système.

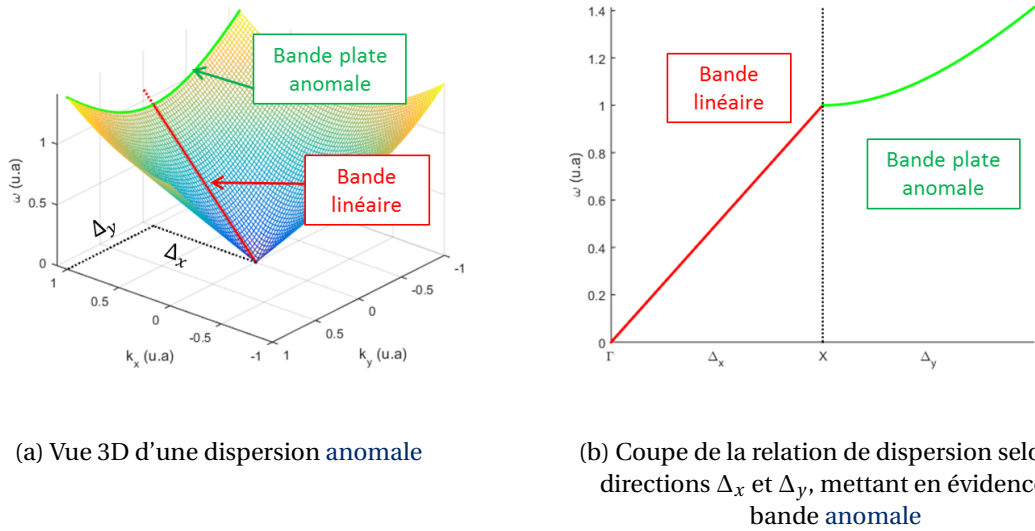


FIGURE 3.28 – Illustration du principe de fonctionnement des bandes plates anormales

3.4.2 Bandes ultra-plates

A l'instar du couplage pair-impair se produisant dans la partie 3.3.2 et qui permet de contrôler la courbure des modes photoniques selon Δ_x , le couplage TE-TM apparaissant le long de Δ_y permet un contrôle similaire de la courbure des modes photoniques mais dans la direction k_y .

Néanmoins, même si le principe reste identique aux BUP selon Δ_x , à savoir l'emploi du couplage entre des modes, sa réalisation est sensiblement différente. En effet, dans la partie 3.3.2 on utilisait deux modes photoniques de courbures opposées en signe, leur couplage amenait alors naturellement à leur annulation mutuelle. Dans le cas des dispersion suivant Δ_y en revanche, n'avons à disposition que des modes à dispersions anormales donc quadratiques à courbure positive.

Il reste cependant possible d'aboutir à une BUP si le taux de couplage TE-TM est suffisamment fort devant la dispersion anormale afin que la répulsion de bande résultant de ce couplage annule la courbure pour la bande inférieure. Cela est toujours possible pourvu que l'on rapproche les deux modes suffisamment. Néanmoins, *à l'instar* des BUP selon Δ_x , un couplage fort garantit d'obtenir une BUP robuste. Un exemple de BUP selon k_y est illustré sur la figure 3.29, sur laquelle sont aussi indiquées les paramètres de la structure utilisés.

Il est d'ailleurs à noter que, contrairement à la direction Δ_x où les BUP pouvaient être générées sur la branche supérieure ou inférieure, suivant Δ_y il n'est possible de l'obtenir que sur la branche inférieure car on est contraint à n'utiliser que des bandes à courbure positive.

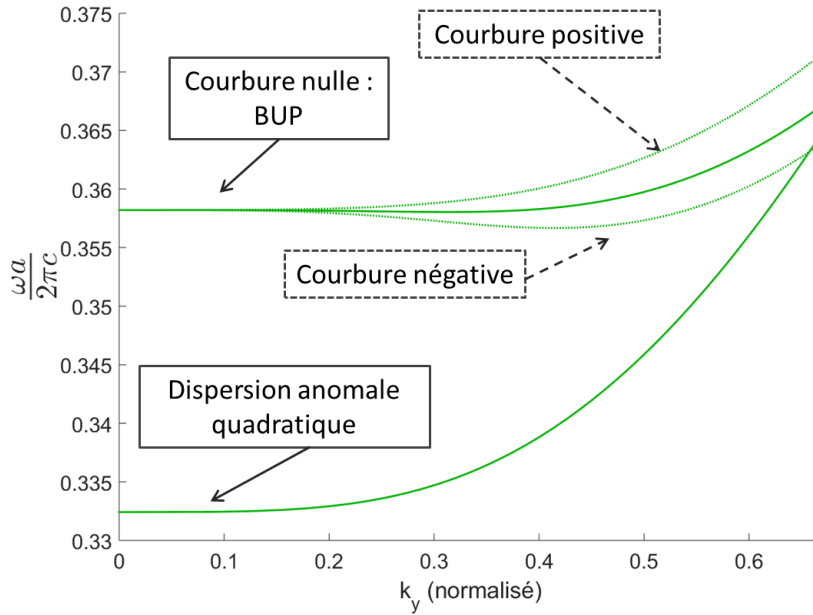


FIGURE 3.29 – BUP selon δ_y générée par couplage TE-TM. Les paramètres de la structure sont les suivants : $a = 335\text{nm}$, $n = 3.15$, $h_{cp} = 100\text{nm}$, $h_m = 66\text{nm}$, $d = 0\text{nm}$ et FF = 0.8

Il est à noter que ce type de dispersion reste néanmoins plus difficile à obtenir que leur équivalent selon k_x . En effet, le placement relatif des deux modes que l'on cherche à coupler est primordial. Mais alors que les deux modes TE employés à la BUP selon k_x se placent facilement les uns par rapport aux autres, le placement du mode TM par rapport au mode TE pour la BUP selon k_y est réalisé en jouant sur la biréfringence de la structure, qui est beaucoup moins sensible aux paramètres structuraux.

On conclura sur ce type de dispersion qu'elle ne sont pas inédite dans le domaine de la photonique. En effet, IBANESCU et collab. [29] met en évidence ce phénomène de couplage TE-TM dans le cadre des fibres à cristaux photoniques. C'est en revanche la première fois à notre connaissance que ce phénomène est employé au contrôle de la dispersion dans les CPM 1D.

3.4.3 Dispersion multi-vallées transverses

Dans la partie précédente, nous avons utilisé à notre avantage la capacité que possèdent les CPM 1D à mélanger les polarisations entre-elles afin de générer une BUP selon Δ_y . Ceci permet de générer des points à fortes DOS dans l'espace réciproque propice à l'établissement d'un régime laser. Néanmoins, un effet laser s'établissant autour du point X, bien que possédant un certain élargissement en vecteur d'onde, restera fortement polarisé selon la polarisation du mode en X dont il est issu. On ne profite donc pas entièrement de la possibilité de générer des modes à polarisation hybride grâce à ces structures si l'on se restreint aux points à fortes DOS situés le long de l'axe Δ_x .

Malheureusement, ces points à fortes DOS sont généralement situés en des points de haute symétrie de l'espace réciproque de la structure, soit dans notre cas les points Γ et X tous deux situés sur l'axe Δ_x . C'est là qu'interviennent les bandes plates en W. En effet, nous avons vu dans la partie 3.3.3 qu'il est possible de réaliser des points à fortes DOS en des positions quelconques de l'axe Δ_x en couplant correctement des modes entre-eux [34]. Selon la direction Δ_y , c'est le couplage TE-TM qui va permettre la génération de la bande plate excentrée.

Physiquement, le principe est simple. On peut modifier la géométrie de la structure afin de placer le mode TE et le mode TM arbitrairement proche l'un de l'autre au point X. Au voisinage du point X, le long de la direction Δ_y , les deux bandes ont tendance à évoluer à la façon d'une bande *anomale*. Néanmoins, du fait de la brisure de la symétrie σ_y dans cette direction, un couplage apparaît entre ces deux modes et ils se mettent alors à se repousser d'autant plus fortement que l'on s'éloigne du point X. Il est alors possible d'annuler la courbure du mode inférieur en ajustant la position des modes de sorte que ce taux de couplage croissant vienne compenser l'évolution quadratique issue du comportement anomal des bandes. On obtient ainsi une BUP, mais si l'on rapproche encore plus les modes entre eux, alors le taux de couplage TE-TM surpasse l'évolution *anomale* provoquant un changement de signe dans la courbure du mode en X qui devient négatif et on obtient un mode contre-propagatif. Plus loin le long de la direction Δ_y , le comportement *anomale* reprend le dessus sur l'effet de la corrugation, on retrouve alors un mode propagatif. Une bande plate se trouve alors nécessairement entre ces deux régimes de propagation.

On remarquera cependant que les mécanismes de couplage à l'origine de cette bande plate excentrée sont très différents de ceux de la partie 3.3.3. En effet, dans les bandes W et M selon Δ_x , la pente négative présente d'un côté ou de l'autre de la bande plate excentrée tient son origine dans les harmoniques de Bloch des modes que l'on a couplé. En d'autres termes, on profite du repliement des bandes afin d'avoir accès à des modes de pentes négatives. Ces modes à vitesse de groupe négative (tout en conservant une vitesse de phase positive) sont nommés ondes *rétrogrades* (backward-waves). Néanmoins dans le cas des cristaux photoniques leur apparition tient principalement du fait de la non unicité de la vitesse de phase d'un mode de Bloch, et généralement la vitesse de groupe d'un tel mode est du même signe que la vitesse de phase de son harmonique dominante lorsqu'elle existe.

En revanche, selon la direction Δ_y , on ne dispose pas de ces harmoniques de Bloch qui nous généreraient des modes à vitesses de groupe négatives. Dans cette direction, les modes ont naturellement une dispersion *anomale* et donc une vitesse de groupe positive. On génère notre bande à vitesse de groupe négative grâce à un couplage TE-TM et on obtient alors un mode qui se propage dans une

direction opposée à sa vitesse de phase⁸, formant ainsi une authentique onde rétrograde.

Ces modes rétrogrades possèdent des propriétés assez singulières [29]. Un photon se propageant selon un tel mode possède une *quantité de mouvement* $\hbar k$ négative (de signe opposé à sa vitesse de propagation). Lors de son absorption par un atome, la conservation de la quantité de mouvement va induire une force dans la direction opposée à la propagation du photon. De nombreux autres phénomènes sont aussi inversés, comme l'effet Doppler ou le phénomène de radiation de Tcherenkov.

3.4.4 Cône de Dirac "transverse"

Dans la partie 3.3.4, nous avons démontré, en employant la méthode kp, qu'il était possible de générer des cônes de Dirac dans la direction Δ_x en utilisant la brisure de la symétrie σ_x qui se produit dans cette direction. Une autre façon de voir cela était d'utiliser les [relations de compatibilité](#) qui montraient que deux modes de parités σ_x différentes se réduisaient à la même RI suivant Δ_x lorsqu'ils possédaient la même polarisation. Si ces deux modes étaient dégénérés en X, un cône de Dirac était alors généré.

L'idée derrière la formation de cône de Dirac suivant Δ_y est exactement la même. En reprenant les [relations de compatibilité](#) du tableau 3.3 relatif à la direction Δ_y , on s'aperçoit que les modes A_1 (modes TM pairs) et B_2 (modes TE pairs) se réduisent tous deux à la RI A' (modes pairs) du groupe ponctuel C_s , pour lequel le plan de réflexion σ est le plan (yz) pour la direction Δ_y . Il est donc possible d'obtenir un cône de Dirac en dégénérant deux modes appartenant à l'une et l'autre de ces RI. On notera que de la même façon, les modes A_2 (modes TE impairs) et B_1 (modes TM impairs) se réduisent tous deux à la RI A'' (modes impairs) et permettent ainsi de générer un cône de Dirac en cas de dégénérescence. En d'autres termes, dans ces structures il est possible de réaliser un cône de Dirac à partir d'un mode TE et d'un mode TM.

Cette dégénérescence a été réalisée avec la structure *Peigne* avec les deux modes illustrés sur la figure 3.30. La valeur des différents paramètres géométriques ainsi que la dispersion obtenue sont illustrées sur la figure 3.31.

Afin de mettre en évidence le mélange TE-TM, la cartographie de champ du mode supérieur du cône de Dirac a été tracée sur la figure 3.32. Cette cartographie de champ a été obtenue en employant la méthode kp à partir des modes dégénérés au point X et a été validée par une simulation MDOP en considérant un léger décalage en k du point X.

De la même façon qu'avec le cône de Dirac longitudinal, la méthode kp permet de donner l'expression théorique simplifiée de la pente du cône de Dirac transverse. Pour cela, on utilise à notre avantage le fait que l'on dégénère un mode TM avec un mode TE. On obtient alors la vitesse de groupe suivante :

$$v_y = \frac{c_0}{2\omega_0} \frac{(2\pi)^2}{S} \left| \iint_{Unit\ Cell} \left(\Phi_{TM}^{x*} \frac{\partial \Phi_{TE}^y}{\partial x} + \Phi_{TM}^{z*} \frac{\partial \Phi_{TE}^y}{\partial z} \right) dS \right| \quad (3.30)$$

8. Si la vitesse de phase selon k_x n'est pas unique à cause des harmoniques de Bloch, elle est en revanche parfaitement déterminée selon k_y

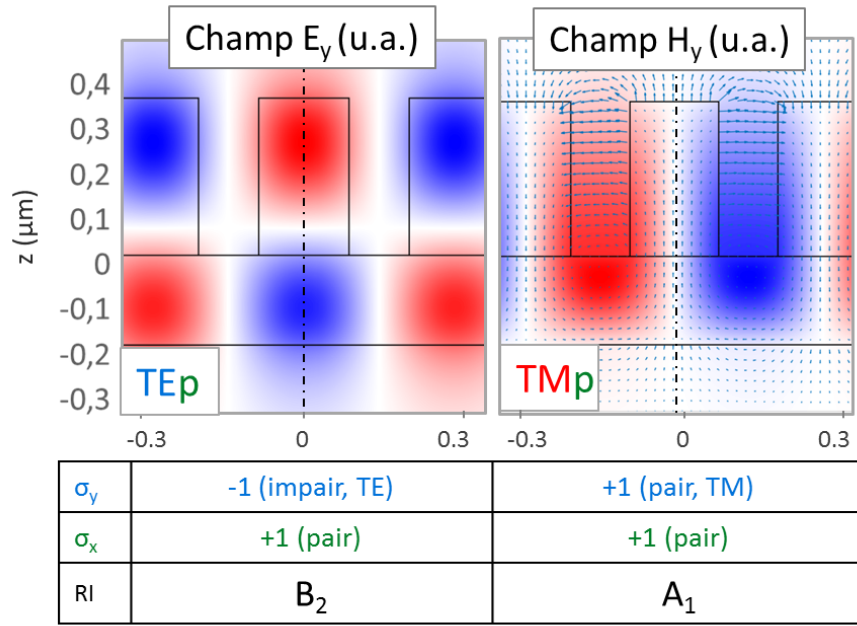


FIGURE 3.30 – Cartographie de champ des modes du cône Dirac transverse dans la structure *Peigne*

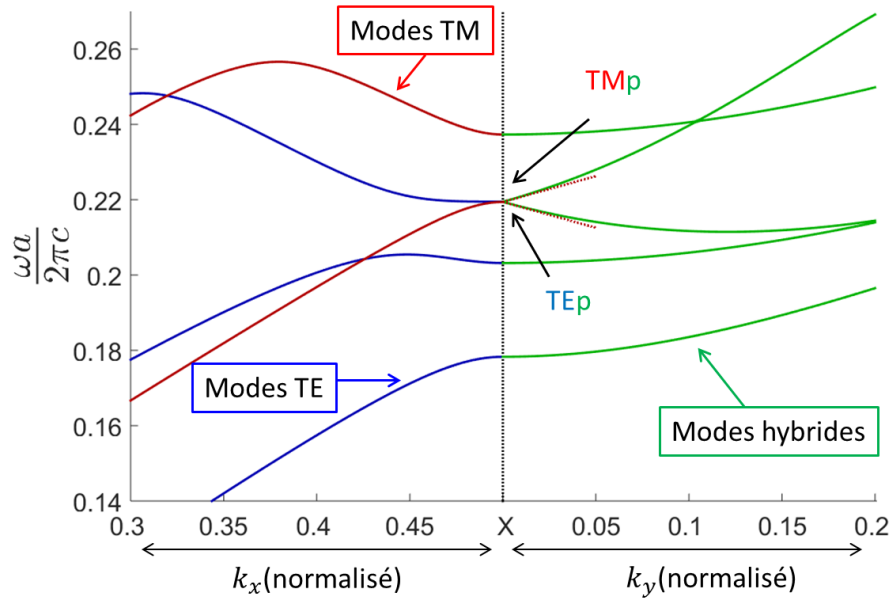
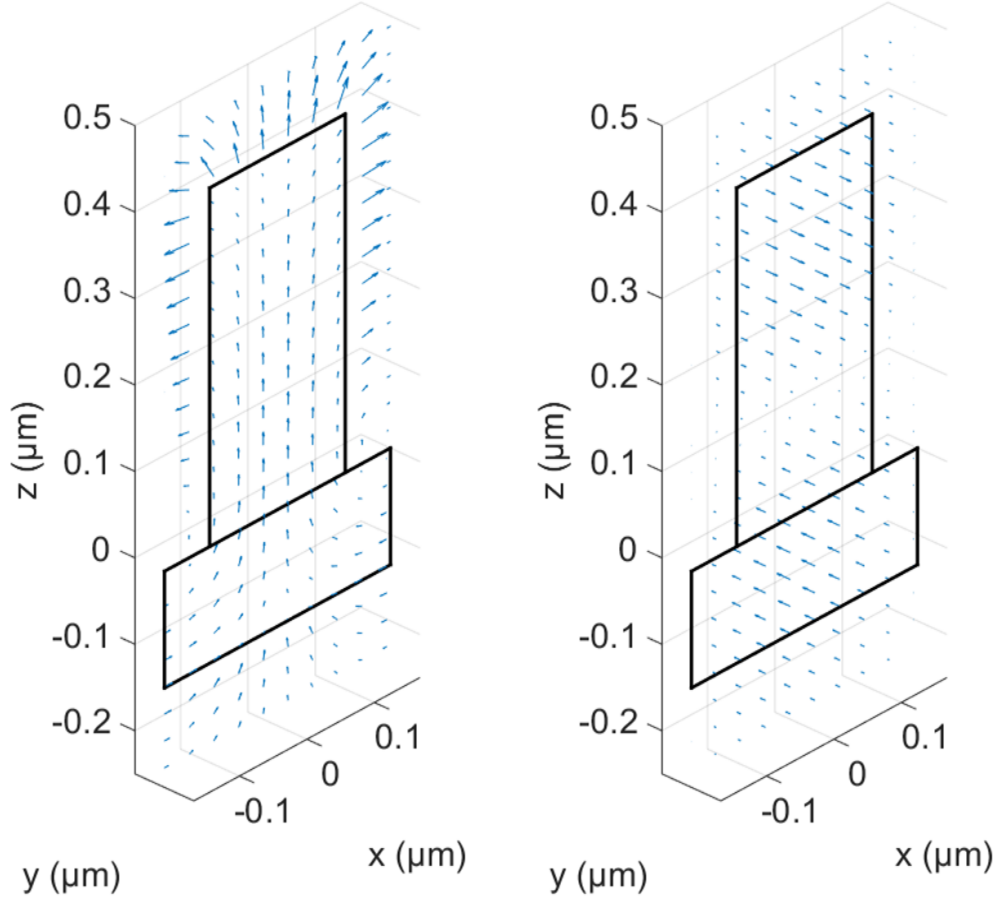


FIGURE 3.31 – Dispersion de Dirac transverse dans la structure *Peigne*

Où $\phi_{TM_e}^x$ est la composante suivant x du champ électrique du mode TM, $\phi_{TM_e}^z$ sa composante suivant z et $\phi_{TE_e}^y$ est la composante suivant y du mode TE.

3.4.5 Cône de Dirac complet

Pour conclure sur les différentes dispersions qu'il est possible de générer dans les CPM asymétriques, on remarquera à partir du tableau 3.3 qu'aucune combinaison impliquant seulement deux



(a) Champ vectoriel E_y des modes du cône de Dirac transverse à $t = 0$. Le champ obtenu est celui du mode TM

(b) Champ vectoriel E_y des modes du cône de Dirac transverse à $t = \tau/4$. Le champ obtenu est celui du mode TE.

FIGURE 3.32 – Champ vectoriel E_y du cône de Dirac transverse pris à différents instants, mettant en évidence le caractère hybride du mode

modes ne permet d'obtenir un cône de Dirac à la fois selon Δ_x et Δ_y . Les cônes de Dirac formés sont alors "incomplets" car ils présentent une dispersion plate selon certaines directions de l'espace réciproque. On les qualifie alors de [semi-cônes de Dirac](#) [48–51]. Il est cependant possible d'obtenir un cône de Dirac complet à partir de trois modes dégénérés. Par ailleurs, n'importe quelle combinaison parmi les quatre [RI](#) du groupe ponctuel C_{2v} générera ce cône complet.

La principale difficulté dans l'obtention de ce type de cône est qu'il est nécessaire de dégénérer accidentellement trois modes en même temps. Cela a été réalisé avec deux configurations différentes, la première se compose de deux modes TE (A_2 et B_2) et d'un mode TM pair (A_1) (voir la figure 3.33). Sa dispersion le long des axes principaux de symétrie et dans le voisinage de X est illustrée sur la figure 3.34.

On remarquera la présence d'une troisième bande en plus du cône de Dirac. Cette bande, plate en X, est constituée des modes non couplés du système. En particulier, selon Δ_x elle est constituée du mode de polarisation excédentaire (le mode TM pair dans notre cas) et selon Δ_y il s'agit du mode de parité excédentaire (le mode TE impair dans notre cas). Dans le calcul des [DOS](#), celle de cette bande

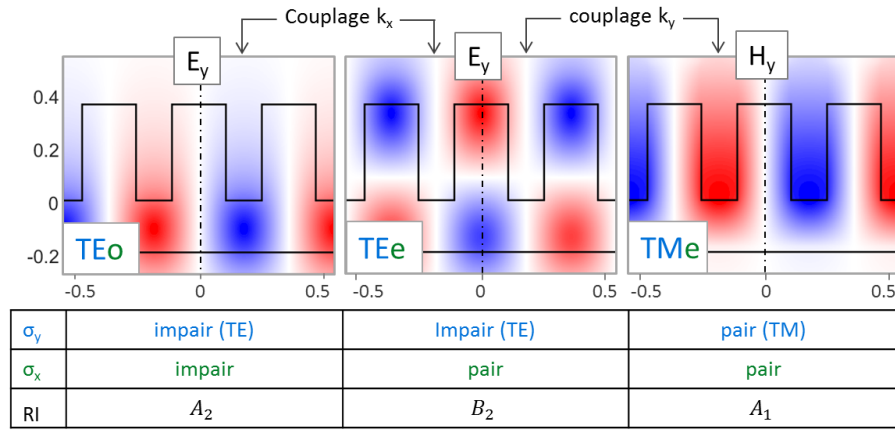


FIGURE 3.33 – Cartographie des modes TE et TM dégénérés, de leur parité vis-à-vis des plans de symétrie de la structure ainsi que la direction selon laquelle ils se couplent

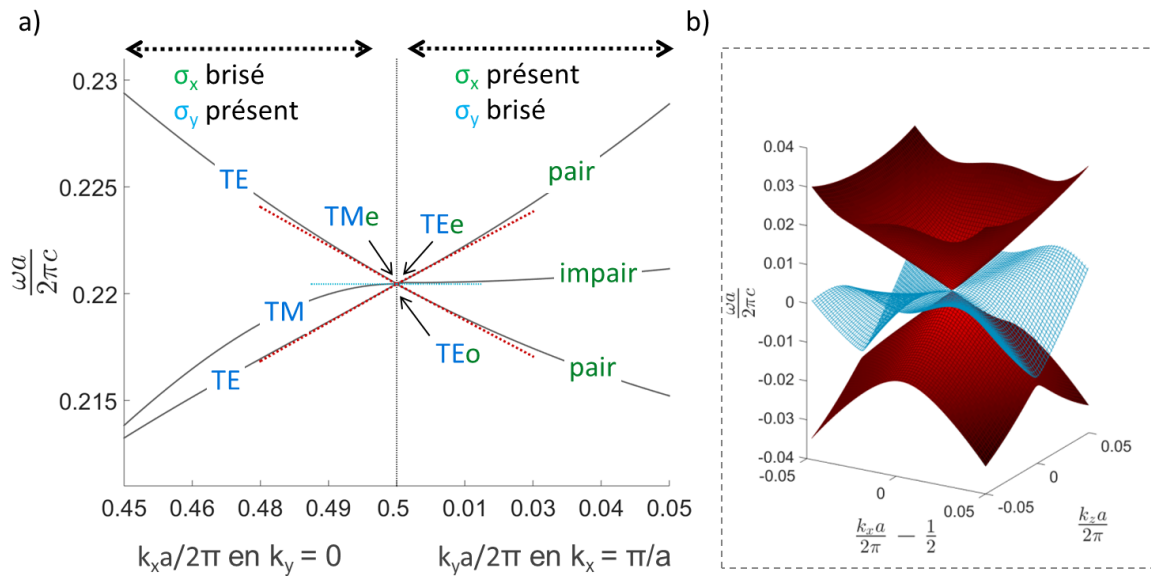


FIGURE 3.34 – a) Dispersion du cône TE-TE-TM dans la structure Peigne le long des deux directions principales de l'espace réciproque, Δ_x et Δ_y , à l'aide de la MDOP (lignes grises solides) et de la méthode kp au premier ordre (lignes rouges en pointillé). b) Dispersion complète au voisinage du point X. Les paramètres structuraux sont les suivants : $n = 3.15$, $a = 335nm$, $h_t = 550nm$, $\epsilon = 0.75$ et $FF_{sc} = 0.6$

plate vient s'ajouter à celle du cône et "cache" le point d'annulation des DOS.

Ce type de dispersion conique à trois branches dont une plate est connu de la littérature, ces cônes ont été beaucoup étudiés dans le cadre des CP 2D, notamment les réseaux carrés de trous ou de cylindres, et obtenus en Γ en jouant sur la dégénérescence accidentelle entre un mode monopolaire (non dégénéré) et un mode dipolaire (doublement dégénéré) [52]. Dans notre cas, nous nous sommes restreint aux dispersions au voisinage du point X de la PZB, les propriétés de symétries au point Γ étant les mêmes il est possible de réaliser le même type de cône en ce point. Néanmoins, étant nécessairement au-dessus du cône de lumière, les modes photoniques souffrent de pertes radiatives ce qui sort du cadre de ce chapitre, ils seront en revanche étudiés dans le chapitre suivant traitant l'effet des pertes sur les propriétés optiques.

Par souci de complétude, un cône impliquant la dégénérescence de deux modes TM (A_1 et B_1) et un mode TE (B_2) est donné sur la figure 3.36. Les courbes iso-pulsations des deux cônes sont aussi donnés sur la figure 3.37

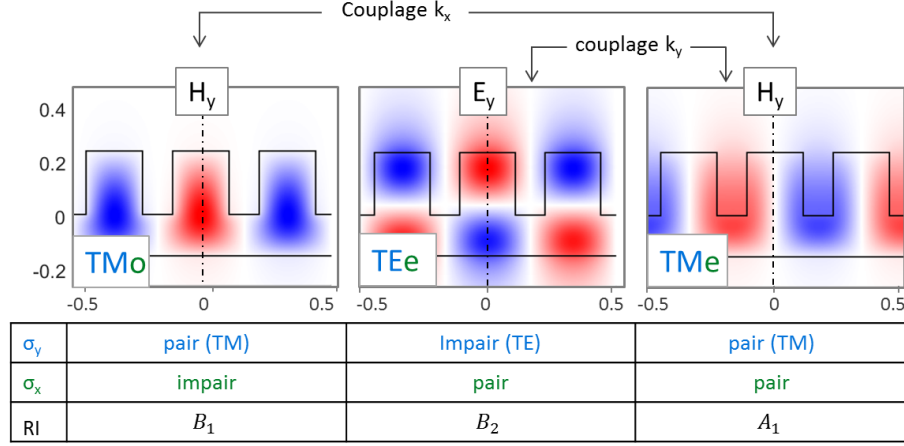


FIGURE 3.35 – Cartographie des modes TE et TM dégénérés, de leur parité vis-à-vis des plans de symétrie de la structure ainsi que la direction selon laquelle ils se couplent

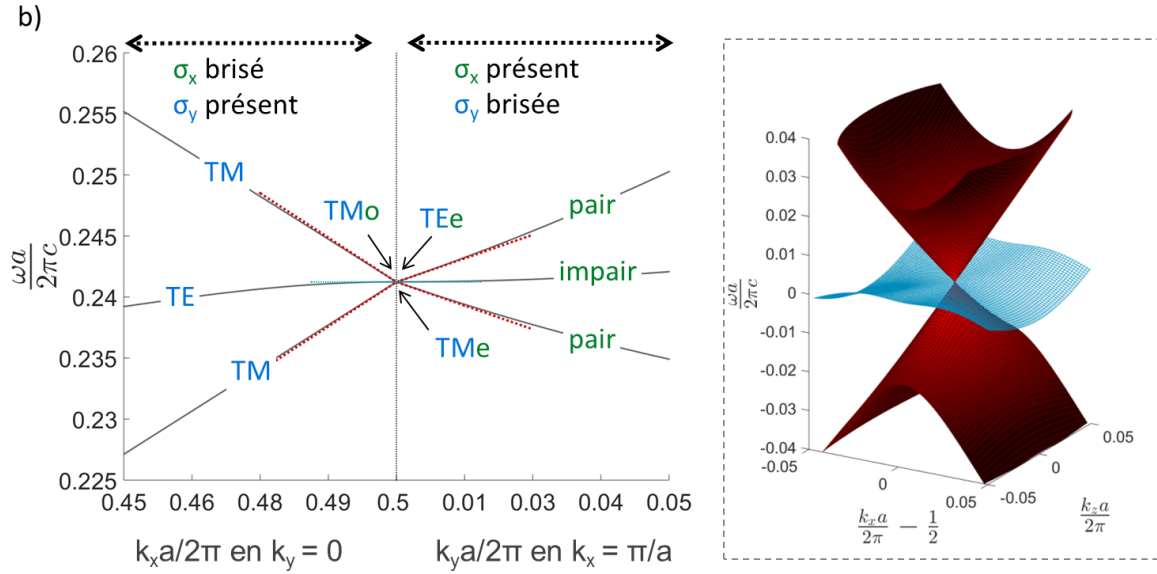


FIGURE 3.36 – a) Dispersion du cône TM-TM-TE dans la structure Peigne le long des deux directions principales de l'espace réciproque, Δ_x et Δ_y , à l'aide de la MDOP (lignes grises solides) et de la méthode kp au premier ordre (lignes rouges en pointillé). b) Dispersion complète au voisinage du point X. Les paramètres structuraux sont les suivants : $n = 3.23$, $a = 335nm$, $h_t = 405nm$, $\epsilon = 0.605$ et $FF_{sc} = 0.652$

On notera qu'il serait possible théoriquement de faire dégénérer les quatre types de RI au point X. On qualifie ce type de dispersion de **cône de Dirac double**. Cette triple dégénérescence permettrait de supprimer la bande plate qui est obtenue avec la double dégénérescence accidentelle, formant alors un second cône de Dirac. On trouve ce type de configuration en **cône de Dirac double** dans certains CP [53–55] et cristaux phononiques [56, 57], où la triple dégénérescence est assistée par des dégénérescences déterministes afin de simplifier sa conception. Dans nos structures, la conception manuelle d'une dégénérescence accidentelle d'un tel degré est difficile et il en va naturellement de

même pour sa réalisation expérimentale.

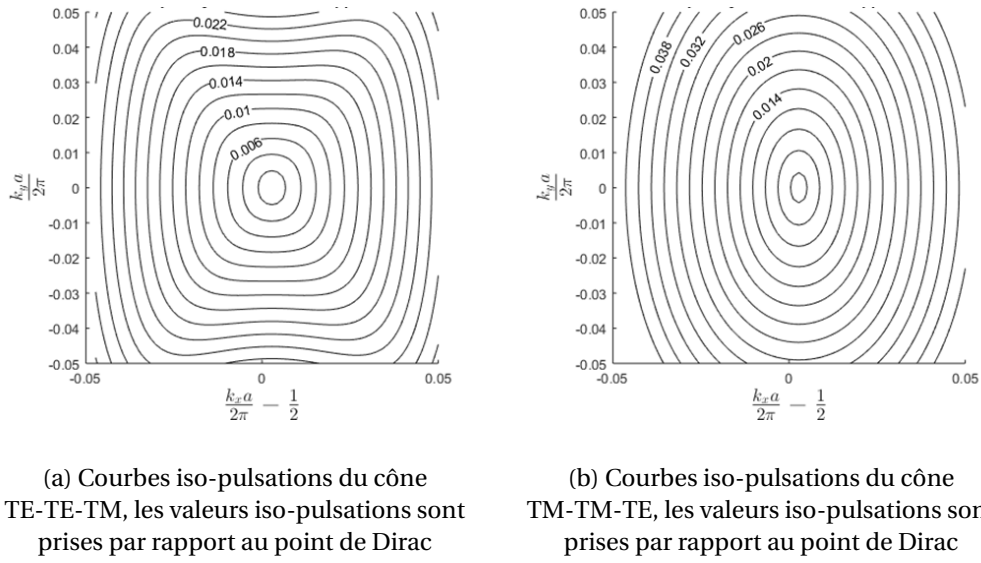


FIGURE 3.37 – Champ vectoriel E_y du cône de Dirac transverse pris à différents instants, mettant en évidence le caractère hybride du mode

On notera aussi que malgré la présence d'une dispersion conique par le biais de ces dégénérescences accidentelles, les **cônes de Dirac** obtenus ne possèdent pas toutes les propriétés des **cônes de Dirac** authentiques présents dans la littérature. En effet, ils ne sont pas issues d'un hamiltonien de Dirac et présentent une **phase de Berry** nulle ce qui induit notamment un comportement de localisation classique dans les systèmes désordonnés [58]. Afin de distinguer ces **cônes de Dirac** des "véritables" cônes, on les qualifie souvent de "Dirac-like cones" dans la littérature [38, 57–61].

la structure a été adaptée afin d'être réalisée en salle blanche, elle est illustrée sur la figure 3.38. Il s'agit d'une structure de type P1, c'est-à-dire qu'elle consiste en un substrat SOI sur lequel une fine couche de silice a été déposée afin de servir de couche d'arrêt de gravure. Du silicium amorphe est ensuite déposé puis structuré par des étapes de lithographie-gravure décrites dans le chapitre 2.

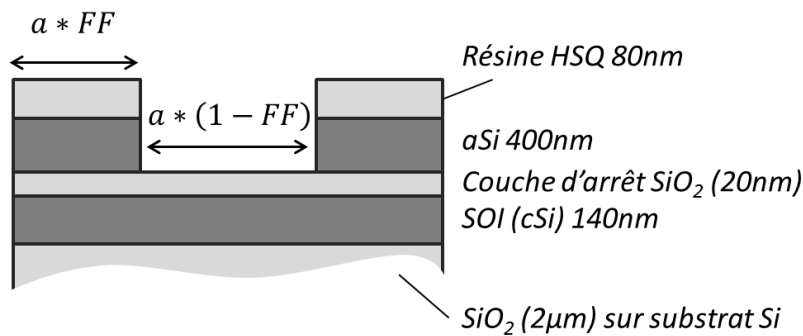
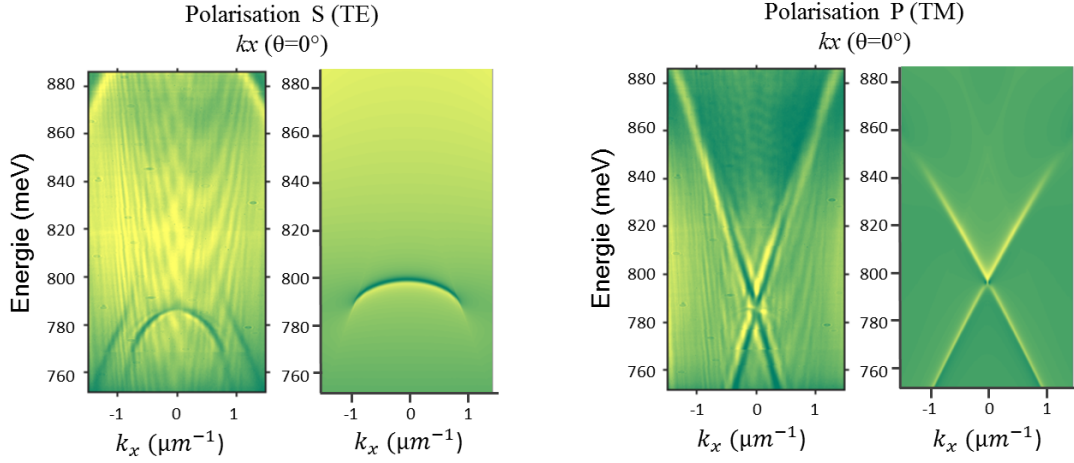


FIGURE 3.38 – Illustration de la structure P1 réalisée afin de démontrer expérimentalement les dispersions en cône TM-TM-TE. Les échelles ne sont pas respectées

Ces structures ont ensuite été caractérisées sur un banc de réflectométrie résolue en angle. Afin de sonder la dispersion sous le cône de lumière, une perturbation double période a été appliquée à la structure. Les modes observés sont donc situés dans le voisinage de Γ , néanmoins les propriétés

de symétrie sont identique à celles du point X. Les résultats de ces expériences sont donnés sur la figure 3.39 pour la dispersion selon k_x et sur la figure 3.40 pour la dispersion selon k_y et les courbes iso-énergies sont données sur la figure 3.41.



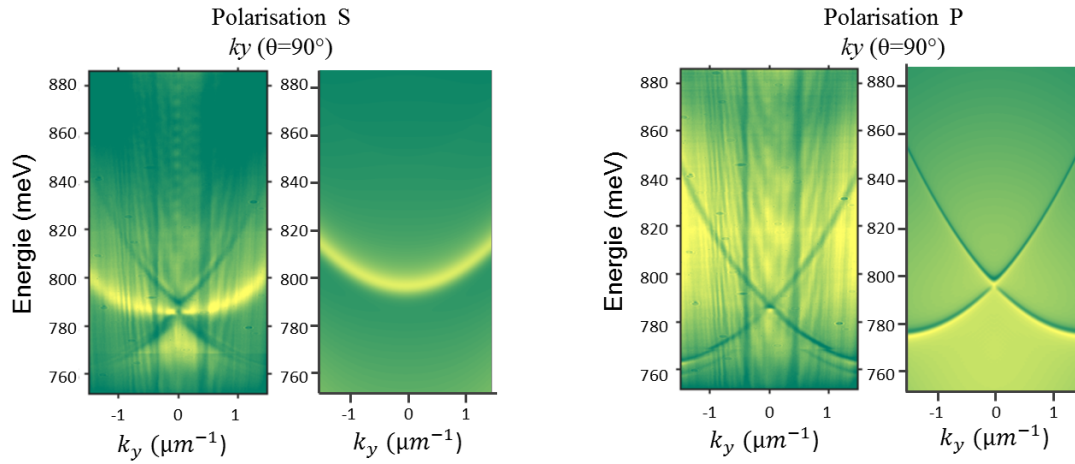
(a) Spectre de réflexion, selon k_x , expérimentale (à gauche) et simulée par FDTD (à droite). La lumière analysée est polarisée S (soit TE)
(b) Spectre de réflexion, selon k_x , expérimentale (à gauche) et simulée par FDTD (à droite). La lumière analysée est polarisée P (soit TM)

FIGURE 3.39 – Comparaison entre les spectres de réflexion expérimentale et simulée par FDTD. La dispersion est obtenue selon k_x

Sur ces figures, les résultats expérimentaux sont comparés avec les résultats de simulations FDTD. Un bon accord entre les expériences et les simulations est trouvé.

Il est remarquable sur ces spectres de réflectivité que les modes formant le cône de Dirac selon k_y ne soient observés que pour une des deux polarisations, la polarisation p en l'occurrence, malgré que les modes de Bloch ne soient pas polarisés TE ou TM dans cette direction. Cela résulte de la symétrie de réflexion σ_x . Cette symétrie permet de séparer les modes de Bloch s'établissant dans la structure selon leur parité, qui peut être soit paire soit impaire. Or, la lumière émise dans l'air peut aussi être caractérisé vis-à-vis de cette symétrie, et sa parité correspond de plus à sa polarisation (polarisation s pour la parité impair et inversement). Par conséquent, un mode pair ne pouvant se coupler qu'avec un mode pair (et inversement), malgré que le mode de Bloch ne soit pas polarisé il ne peut se coupler qu'avec une seule des deux polarisations de la lumière dans l'air (s ou p).

La morale est qu'une émission de lumière polarisé depuis une résonance de CPM ne nécessite pas que la résonance soit elle-même polarisée. Autrement dit, il n'est pas nécessaire d'employer des structures uniformes selon au moins une direction, un plan de symétrie peut suffire. La contrainte est de devoir restreindre le vecteur d'onde aux points de l'espace réciproque qui conserve cette symétrie de réflexion.



(a) Spectre de réflexion, selon k_y , expérimentale (à gauche) et simulée par FDTD (à droite). La lumière analysée est polarisée S

(b) Spectre de réflexion, selon k_y , expérimentale (à gauche) et simulée par FDTD (à droite). La lumière analysée est polarisée P

FIGURE 3.40 – Comparaison entre les spectres de réflexion expérimentale et simulée par FDTD. La dispersion est obtenue selon k_y

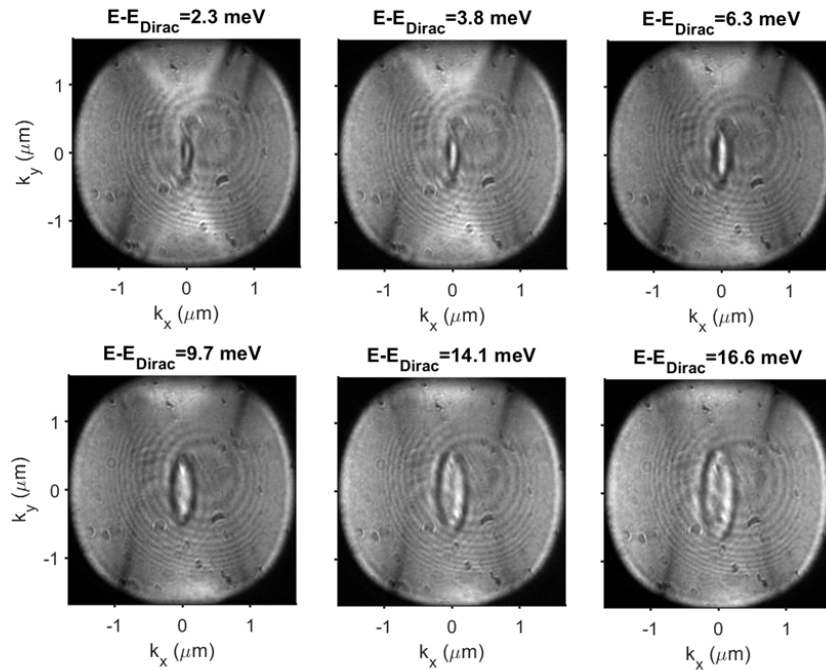


FIGURE 3.41 – Coupes iso-énergie du cône de Dirac 2D

3.5 Conclusion du chapitre

En conclusion, contrairement aux CP 1D ou 2D classiques qui génèrent leur propriétés de dispersions par un phénomène de couplage diffractif seul dans le plan de leur périodicité, les CPM permettent de profiter d'une ouverture à la 3^e dimension et génèrent leur dispersions par des phénomènes de couplages plus complexes. Sous le cône de lumière, cela se traduit par l'apparition d'ordres guidés ou, dit autrement, par la possibilité de générer des couplages évanescents.

C'est le contrôle de ce couplage évanescent, ainsi que son interaction avec les phénomènes de diffraction se produisant dans ces structures, qui permet de générer des dispersions photoniques très diverses dans la direction longitudinale. On retiendra aussi que, *à l'instar* de tout type de couplage entre modes de Bloch, les symétries de la structure photonique jouent un rôle important dans l'efficacité de couplage des modes entre-eux et qu'un contrôle des dispersions passe nécessairement par une étude rigoureuse des symétries mises en jeu.

C'est d'ailleurs grâce aux symétries de la structure qu'il a été possible de contrôler les dispersions dans la direction transverse. En effet, dans cette direction l'absence d'ordre de diffraction, et donc de modes rétrogrades, rend plus difficile la génération de modes photoniques tels que les BUP. En conséquence, on ne joue plus avec un couplage inter-ordre guidé, au lieu de cela on se sert de la symétrie de polarisation qui existe dans la direction longitudinale et du couplage TE-TM qui se produit en dehors de cette direction afin de contrôler les dispersions dans des directions dépourvues d'ordres de diffraction.

Grâce à ces phénomènes exclusifs aux structures guidantes, il est possible de former des dispersions aux propriétés très diverses. Cela se traduit par un contrôle important sur les DOS, pouvant aller de son annulation (cas de cônes de Dirac) jusqu'à la formation d'une singularité (cas des BUP). Cela amène aussi à des dispersions atypiques, telles que les bandes plates excentrées, qui semblent prometteuses pour beaucoup d'applications (polaritonique, beam steering, non-linéaire, ...).

Par ailleurs, d'autres schémas de couplage prometteurs n'ont pas été explorés durant cette thèse. En particulier, les CPM offrent la possibilité de coupler des réseaux de périodes différentes, formant ainsi un effet Moiré de période arbitrairement grande voire infinie. De nombreuses façons de former ce motif existent, en particulier avec des CPM 2D, et il ne fait nul doute que des propriétés de propagations intéressantes peuvent découler de ce type de structures.

On terminera cette partie en remarquant que si les dispersions réalisées sont pleines de promesses, elles ont néanmoins été obtenues sous des hypothèses incompatibles avec une intégration réaliste. En effet, une dispersion aussi "fine" aussi bien en vecteur d'onde qu'en pulsation est obtenue en considérant un réseau parfaitement infini et en négligeant toute forme de pertes. Cela a pour première conséquence de restreindre l'étude aux modes situés sous le cône de lumière, excluant ainsi les pertes par couplage radiatif. On néglige aussi les pertes par absorption et par diffusion nécessairement présentes dans un système réel. Enfin, l'effet de la taille latérale finie et des pertes que cela induit ont aussi été négligés.

Ces pertes vont nécessairement avoir un impact sur les propriétés photoniques de ces structures, qu'il faut pouvoir quantifier et contrôler autant que possible. Les caractérisations expérimentales des

cônes de Dirac 2D ont déjà montré qu'il était possible de contrôler la polarisation de la lumière émise en jouant sur les symétries des modes de Bloch. Le chapitre 4 se concentre alors sur l'étude de ces systèmes à pertes et des moyens de contrôle possible.

3.6 Références

- [1] JOANNOPOULOS, J. D., S. G. JOHNSON, J. N. WINN et R. D. MEADE. 2008. *Photonic crystal Molding the Flow of Light*, 2^e éd., Press, Princeton University, ISBN 9780691124568. URL <http://ab-initio.mit.edu/book/photonic-crystals-book.pdf>. 68
- [2] QIU, M. et M. SWILLO. 2003. «Contra-directional coupling between two-dimensional photonic crystal waveguides», *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, vol. 1, n° 1, doi:10.1016/S1569-4410(03)00003-8, p. 23–30, ISSN 15694410. URL <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1569441003000038>. 68
- [3] COLMAN, P., S. COMBRIÉ, G. LEHOUCQ et A. DE ROSSI. 2012. «Control of dispersion in photonic crystal waveguides using group symmetry theory», *Optics Express*, vol. 20, n° 12, doi : 10.1364/OE.20.013108, p. 13 108, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-20-12-13108>. 68
- [4] SAKODA, K. 2004. *Optical Properties of Photonic Crystals*, 2^e éd., Optical Sciences, ISBN 3540206825. 68
- [5] CHANG-HASNAIN, C. J. et W. YANG. 2012. «High-contrast gratings for integrated optoelectronics», *Advances in Optics and Photonics*, vol. 4, n° 3, doi :10.1364/AOP4.000379, p. 379, ISSN 1943-8206. URL <https://www.osapublishing.org/aop/abstract.cfm?uri=aop-4-3-379>. 68
- [6] PARK, G. C., A. TAGHIZADEH et I.-S. CHUNG. 2016. «Hybrid grating reflectors : Origin of ultra-broad stopband», *Applied Physics Letters*, vol. 108, n° 14, doi:10.1063/1.4945737, p. 141 108, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4945737>. 71
- [7] MAGNUSSON, R. 2014. «Wideband reflectors with zero-contrast gratings», *Optics Letters*, vol. 39, n° 15, doi :10.1364/OL.39.004337, p. 4337, ISSN 0146-9592. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-39-15-4337>. 71
- [8] LAAROUSSI, Y., C. CHEVALLIER, F. GENTY, N. FRESSENGEAS, L. CERUTTI, T. TALIERCIO, O. GAUTHIER-LAFAYE, P.-F. CALMON, B. REIG, J. JACQUET et G. ALMUNEAU. 2013. «Oxide confinement and high contrast grating mirrors for Mid-infrared VCSELs», *Optical Materials Express*, vol. 3, n° 10, doi:10.1364/OME.3.001576, p. 1576, ISSN 2159-3930. URL <https://www.osapublishing.org/ome/abstract.cfm?uri=ome-3-10-1576>. 71
- [9] KO, Y. H., M. NIRLAULA, K. J. LEE et R. MAGNUSSON. 2016. «Properties of wideband resonant reflectors under fully conical light incidence», *Optics Express*, vol. 24, n° 5, doi :10.1364/OE.24.004542, p. 4542, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=oe-24-5-4542>. 71
- [10] NIRLAULA, M., J. W. YOON et R. MAGNUSSON. 2015. «Single-layer optical bandpass filter technology», *Optics Letters*, vol. 40, n° 21, doi :10.1364/OL.40.005062, p. 5062, ISSN 0146-9592. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-40-21-5062>. 71

- [11] WANG, W., X. GAO, X. SHEN, Z. SHI et Y. WANG. 2018. «Spectral responses of linear grating filters under full-conical incidence», *Optics Letters*, vol. 43, n° 3, doi :10.1364/OL.43.000391, p. 391, ISSN 0146-9592. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-43-3-391>. 71
- [12] XIA CHEN, CHAO LI et HON KI TSANG. 2008. «Fabrication-Tolerant Waveguide Chirped Grating Coupler for Coupling to a Perfectly Vertical Optical Fiber», *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 20, n° 23, doi :10.1109/LPT.2008.2004715, p. 1914–1916, ISSN 1041-1135. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/4607244/>. 71
- [13] VERMEULEN, D., S. SELVARAJA, P. VERHEYEN, G. LEPAGE, W. BOGAERTS, P. ABSIL, D. VAN THOURHOUT et G. ROELKENS. 2010. «High-efficiency fiber-to-chip grating couplers realized using an advanced CMOS-compatible Silicon-On-Insulator platform», *Optics Express*, vol. 18, n° 17, doi : 10.1364/OE.18.018278, p. 18 278, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-18-17-18278>.
- [14] TAILLAERT, D., F. VAN LAERE, M. AYRE, W. BOGAERTS, D. VAN THOURHOUT, P. BIENSTMAN et R. BAETS. 2006. «Grating Couplers for Coupling between Optical Fibers and Nanophotonic Waveguides», *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 45, n° 8A, doi :10.1143/JJAP45.6071, p. 6071–6077, ISSN 0021-4922. URL <http://stacks.iop.org/1347-4065/45/6071>. 71
- [15] SHOKOOH-SAREMI, M. et R. MAGNUSSON. 2014. «Properties of two-dimensional resonant reflectors with zero-contrast gratings», *Optics Letters*, vol. 39, n° 24, doi :10.1364/OL.39.006958, p. 6958, ISSN 0146-9592. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-39-24-6958>. 71
- [16] RODRIGUEZ, A. W., A. P. MCCAULEY, P.-C. HUI, D. WOOLF, E. IWASE, F. CAPASSO, M. LONCAR et S. G. JOHNSON. 2011. «Bonding, antibonding and tunable optical forces in asymmetric membranes», *Optics Express*, vol. 19, n° 3, doi :10.1364/OE.19.002225, p. 2225, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-19-3-2225>. 71
- [17] ZHANG, S., Y. H. KO et R. MAGNUSSON. 2017. «Broadband guided-mode resonant reflectors with quasi-equilateral triangle grating profiles», *Optics Express*, vol. 25, n° 23, doi :10.1364/OE.25.028451, p. 28 451, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=oe-25-23-28451>. 71
- [18] SHUAI, Y., D. ZHAO, A. SINGH CHADHA, J.-H. SEO, H. YANG, S. FAN, Z. MA et W. ZHOU. 2013. «Coupled double-layer Fano resonance photonic crystal filters with lattice-displacement», *Applied Physics Letters*, vol. 103, n° 24, doi :10.1063/1.4846475, p. 241 106, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4846475>. 72
- [19] HA, S., A. A. SUKHORUKOV, A. V. LAVRINENKO et Y. S. KIVSHAR. 2010. «Cavity mode control in side-coupled periodic waveguides : Theory and experiment», *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, vol. 8, n° 4, doi :10.1016/j.photonics.2010.04.010, p. 310–317, ISSN 15694410. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.photonics.2010.04.010>. 72

- [20] BURR, J. R., N. GUTMAN, C. MARTIJN DE STERKE, I. VITEBSKIY et R. M. REANO. 2013. «Degenerate band edge resonances in coupled periodic silicon optical waveguides», *Optics Express*, vol. 21, n° 7, doi :10.1364/OE.21.008736, p. 8736, ISSN 1094-4087. URL <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/23571962><https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-21-7-8736>. 72, 86
- [21] SUKHORUKOV, A. A., A. V. LAVRINENKO, D. N. CHIGRIN, D. E. PELINOVSKY et Y. S. KIVSHAR. 2008. «Slow-light dispersion in coupled periodic waveguides», *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 25, n° 12, doi :10.1364/JOSAB.25.000C65, p. C65, ISSN 0740-3224. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josab-25-12-C65>.
- [22] WOOD, M. G., J. R. BURR et R. M. REANO. 2015. «Degenerate band edge resonances in periodic silicon ridge waveguides», *Optics Letters*, vol. 40, n° 11, doi :10.1364/OL.40.002493, p. 2493, ISSN 0146-9592. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-40-11-2493>. 72, 86
- [23] NGUYEN, H. S., F. DUBOIS, T. DESCHAMPS, S. CUEFF, A. PARDON, J.-L. LECLERCQ, C. SEAS-SAL, X. LETARTRE et P. VIKTOROVITCH. 2018. «Symmetry Breaking in Photonic Crystals : On-Demand Dispersion from Flatband to Dirac Cones», *Physical Review Letters*, vol. 120, n° 6, doi :10.1103/PhysRevLett.120.066102, p. 066 102, ISSN 0031-9007. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.066102>. 84, 94
- [24] KRASNOK, A., S. GLYBOVSKI, M. PETROV, S. MAKAROV, R. SAVELEV, P. BELOV, C. SIMOVSKI et Y. KIVSHAR. 2016. «Demonstration of the enhanced Purcell factor in all-dielectric structures», *Applied Physics Letters*, vol. 108, n° 21, doi :10.1063/1.4952740, p. 211 105, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4952740>. 86
- [25] BLOWN, P., C. FISHER, F. J. LAWRENCE, N. GUTMAN et C. M. DE STERKE. 2012. «Semi-analytic method for slow light photonic crystal waveguide design», *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, vol. 10, n° 4, doi :10.1016/j.photonics.2012.02.005, p. 478–484, ISSN 15694410. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.photonics.2012.02.005><http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1569441012000314>. 86
- [26] FIGOTIN, A. et I. VITEBSKIY. 2006. «Frozen light in photonic crystals with degenerate band edge», *Physical Review E*, vol. 74, n° 6, doi :10.1103/PhysRevE.74.066613, p. 066 613, ISSN 1539-3755. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.74.066613>. 86
- [27] FIGOTIN, A. et I. VITEBSKIY. 2007. «Slow-wave resonance in periodic stacks of anisotropic layers», *Physical Review A*, vol. 76, n° 5, doi :10.1103/PhysRevA.76.053839, p. 053 839, ISSN 1050-2947. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.76.053839>.
- [28] JUNG, K.-Y. et F. L. TEIXEIRA. 2008. «Numerical study of photonic crystals with a split band edge : Polarization dependence and sensitivity analysis», *Physical Review A*, vol. 78, n° 4, doi :10.1103/PhysRevA.78.043826, p. 043 826, ISSN 1050-2947. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.78.043826>. 86

- [29] IBANESCU, M., S. G. JOHNSON, D. ROUNDY, C. LUO, Y. FINK et J. D. JOANNOPOULOS. 2004. «Anomalous Dispersion Relations by Symmetry Breaking in Axially Uniform Waveguides», *Physical Review Letters*, vol. 92, n° 6, doi :10.1103/PhysRevLett.92.063903, p. 063 903, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.92.063903>. 86, 104, 106
- [30] SUKHORUKOV, A. A., C. J. HANDMER, C. M. DE STERKE et M. J. STEEL. 2007. «Slow light with flat or offset band edges in few-mode fiber with two gratings», *Optics Express*, vol. 15, n° 26, doi :10.1364/OE.15.017954, p. 17 954, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-15-26-17954>. 86
- [31] BURR, J. R., M. G. WOOD et R. M. REANO. 2016. «Experimental Verification of Degenerate Band Edge Dispersion in Silicon Photonic Integrated Circuits», *IEEE Photonics Journal*, vol. 8, n° 6, doi :10.1109/JPHOT.2016.2633225, p. 1–10, ISSN 1943-0655. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/7763851/>. 86
- [32] JIANG, C. 2010. «Asymmetric one-dimensional periodic slow-light waveguide», *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 27, n° 9, doi :10.1364/JOSAB.27.001845, p. 1845, ISSN 0740-3224. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josab-27-9-1845>. 86
- [33] CUEFF, S., F. DUBOIS, M. S. R. HUANG, D. LI, X. LETARTRE, R. ZIA, P. VIKTOROVITCH et H. S. NGUYEN. 2018. «Tailoring the Local Density of Optical States and directionality of light emission by symmetry-breaking», , p. 1–6 URL <http://arxiv.org/abs/1810.04034>. 88, 89
- [34] NGUYEN, H. S., F. DUBOIS, T. DESCHAMPS, S. CUEFF, P. REGRENY, J.-L. LECLERCQ, X. LETARTRE et P. VIKTOROVITCH. 2018. «Directional lasing at high oblique angle from metasurface exhibiting multivalley dispersion», vol. 1, p. 1–5. URL <http://arxiv.org/abs/1810.02939>. 88, 90, 105
- [35] IBANESCU, M., S. G. JOHNSON, D. ROUNDY, Y. FINK et J. D. JOANNOPOULOS. 2005. «Microcavity confinement based on an anomalous zero group-velocity waveguide mode», *Optics Letters*, vol. 30, n° 5, doi :10.1364/OL.30.000552, p. 552, ISSN 0146-9592. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-30-5-552>. 89
- [36] GHEBREBRHAN, M., M. IBANESCU, S. G. JOHNSON, M. SOLJAČIĆ et J. D. JOANNOPOULOS. 2007. «Distinguishing zero-group-velocity modes in photonic crystals», *Physical Review A*, vol. 76, n° 6, doi :10.1103/PhysRevA.76.063810, p. 063 810, ISSN 1050-2947. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.76.063810>. 89
- [37] BABA, T. 2008. «Slow light in photonic crystals», *Nature Photonics*, vol. 2, n° 8, doi :10.1038/nphoton.2008.146, p. 465–473, ISSN 1749-4885. URL <http://www.nature.com/articles/nphoton.2008.146>. 89
- [38] LI, Y., Y. WU, X. CHEN et J. MEI. 2013. «Selection rule for Dirac-like points in two-dimensional dielectric photonic crystals», *Optics Express*, vol. 21, n° 6, doi :10.1364/OE.21.007699, p. 7699, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-21-6-7699>. 90, 91, 92, 111

- [39] SAKODA, K. 2012. «Proof of the universality of mode symmetries in creating photonic Dirac cones», *Optics Express*, vol. 20, n° 22, doi:10.1364/OE.20.025181, p. 25 181, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-20-22-25181>. 91, 92
- [40] SAKODA, K. 2012. «Dirac cone in two- and three-dimensional metamaterials», *Optics Express*, vol. 20, n° 4, doi:10.1364/OE.20.003898, p. 3898, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-20-4-3898>. 92
- [41] CRACKNELL, A. 1974. «Tables of the irreducible representations of the 17 two-dimensional space groups and their relevance to quantum mechanical eigenstates for surfaces and thin films», *Thin Solid Films*, vol. 21, n° 1, doi:10.1016/0040-6090(74)90095-9, p. 107–127, ISSN 00406090. URL <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0040609074900959>. 98, 100, 101
- [42] DAHLBERG, O., R. C. MITCHELL-THOMAS et O. QUEVEDO-TERUEL. 2017. «Reducing the Dispersion of Periodic Structures with Twist and Polar Glide Symmetries», *Scientific Reports*, vol. 7, n° 1, doi:10.1038/s41598-017-10566-w, p. 10 136, ISSN 2045-2322. URL <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-017-10566-w><http://www.nature.com/articles/s41598-017-10566-w>. 99
- [43] MOCK, A., L. LU et J. O'BRIEN. 2010. «Space group theory and Fourier space analysis of two-dimensional photonic crystal waveguides», *Physical Review B*, vol. 81, n° 15, doi:10.1103/PhysRevB.81.155115, p. 155 115, ISSN 1098-0121. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.81.155115>. 100
- [44] CAMACHO, M., R. C. MITCHELL-THOMAS, A. P. HIBBINS, J. ROY SAMBLES et O. QUEVEDO-TERUEL. 2017. «Designer surface plasmon dispersion on a one-dimensional periodic slot metasurface with glide symmetry», *Optics Letters*, vol. 42, n° 17, doi:10.1364/OL.42.003375, p. 3375, ISSN 0146-9592. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-42-17-3375>. 99
- [45] SAKODA, K. 1999. «Enhanced light amplification due to group-velocity anomaly peculiar to two- and three-dimensional photonic crystals», *Optics Express*, vol. 4, n° 5, doi:10.1364/OE.4.000167, p. 167, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-4-5-167>. 103
- [46] XU, C., G. WANG, Z. H. HANG, J. LUO, C. T. CHAN et Y. LAI. 2016. «Design of full-k-space flat bands in photonic crystals beyond the tight-binding picture», *Scientific Reports*, vol. 5, n° 1, doi:10.1038/srep18181, p. 18 181, ISSN 2045-2322. URL <http://dx.doi.org/10.1038/srep18181><http://www.nature.com/articles/srep18181>. 103
- [47] MYOUNG, N., H. C. PARK, A. RAMACHANDRAN, E. LIDORIKIS et J.-W. RYU. 2018. «Flat-band localization and self-collimation of light in photonic crystals», URL <http://arxiv.org/abs/1801.08671>. 103
- [48] WU, Y. 2014. «A semi-Dirac point and an electromagnetic topological transition in a dielectric photonic crystal», *Optics Express*, vol. 22, n° 2, doi:10.1364/OE.22.001906, p. 1906, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-22-2-1906>. 108

- [49] HE, X.-T., Y.-N. ZHONG, Y. ZHOU, Z.-C. ZHONG et J.-W. DONG. 2015. «Dirac directional emission in anisotropic zero refractive index photonic crystals», *Scientific Reports*, vol. 5, n° 1, doi :10.1038/srep13085, p. 13 085, ISSN 2045-2322. URL <http://dx.doi.org/10.1038/srep13085><http://www.nature.com/articles/srep13085>.
- [50] HE, W.-Y. et C. T. CHAN. 2015. «The Emergence of Dirac points in Photonic Crystals with Mirror Symmetry», *Scientific Reports*, vol. 5, n° 1, doi :10.1038/srep08186, p. 8186, ISSN 2045-2322. URL <http://www.nature.com/articles/srep08186>.
- [51] YASA, U. G., N. ETI et H. KURT. 2016. «Manipulation of light using semi-Dirac dispersion in low-symmetric photonic crystals», dans *2016 18th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*, vol. 2016-Augus, IEEE, ISBN 978-1-5090-1467-5, ISSN 21627339, p. 1–4, doi :10.1109/ICTON.2016.7550404. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/7550404/>. 108
- [52] HUANG, X., Y. LAI, Z. H. HANG, H. ZHENG et C. T. CHAN. 2011. «Dirac cones induced by accidental degeneracy in photonic crystals and zero-refractive-index materials», *Nature Materials*, vol. 10, n° 8, doi :10.1038/nmat3030, p. 582–586, ISSN 1476-1122. URL <http://www.nature.com/articles/nmat3030>. 109
- [53] SAKODA, K. 2012. «Double Dirac cones in triangular-lattice metamaterials», *Optics Express*, vol. 20, n° 9, doi :10.1364/OE.20.009925, p. 9925, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-20-9-9925>. 110
- [54] LI, Y. et J. MEI. 2015. «Double Dirac cones in two-dimensional dielectric photonic crystals», *Optics Express*, vol. 23, n° 9, doi :10.1364/OE.23.012089, p. 12 089, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=oe-23-9-12089>.
- [55] QIU, P., W. QIU, Z. LIN, H. CHEN, J. REN, J.-X. WANG, Q. KAN et J.-Q. PAN. 2017. «Double Dirac point in a photonic graphene», *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 50, n° 33, doi :10.1088/1361-6463/aa7bc2, p. 335 101, ISSN 0022-3727. URL <http://stacks.iop.org/0022-3727/50/i=33/a=335101?key=crossref.1e1107871476998185060a2b5f5c969b>. 110
- [56] LI, Y., Y. WU et J. MEI. 2014. «Double Dirac cones in phononic crystals», *Applied Physics Letters*, vol. 105, n° 1, doi :10.1063/1.4890304, p. 014 107, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4890304>. 110
- [57] CHEN, Z.-G., X. NI, Y. WU, C. HE, X.-C. SUN, L.-Y. ZHENG, M.-H. LU et Y.-F. CHEN. 2015. «Accidental degeneracy of double Dirac cones in a phononic crystal», *Scientific Reports*, vol. 4, n° 1, doi :10.1038/srep04613, p. 4613, ISSN 2045-2322. URL <http://www.nature.com/articles/srep04613>. 110, 111
- [58] MEI, J., Y. WU, C. T. CHAN et Z.-Q. ZHANG. 2012. «First-principles study of Dirac and Dirac-like cones in phononic and photonic crystals», *Physical Review B*, vol. 86, n° 3, doi :10.1103/PhysRevB.86.035141, p. 035 141, ISSN 1098-0121. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.86.035141>. 111

- [59] ASHRAF, M. W. et M. FARYAD. 2016. «On the mapping of Dirac-like cone dispersion in dielectric photonic crystals to an effective zero-index medium», *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 33, n° 6, doi :10.1364/JOSAB.33.001008, p. 1008, ISSN 0740-3224. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josab-33-6-1008>.
- [60] XU, C. et Y. LAI. 2017. «Configurable Dirac-like conical dispersions in complex photonic crystals», *Physical Review B*, vol. 95, n° 4, doi :10.1103/PhysRevB.95.045124, p. 045 124, ISSN 2469-9950. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.95.045124>.
- [61] QIU, P., W. QIU, Z. LIN, H. CHEN, J. REN, J.-X. WANG, Q. KAN et J.-Q. PAN. 2017. «Investigation of beam splitter in a zero-refractive-index photonic crystal at the frequency of Dirac-like point», *Scientific Reports*, vol. 7, n° 1, doi :10.1038/s41598-017-10056-z, p. 9588, ISSN 2045-2322. URL <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-017-10056-z><http://www.nature.com/articles/s41598-017-10056-z>. 111

Chapitre 4

Contrôle de l'interaction des modes guidés avec le continuum radiatif

DANS ce chapitre, on s'intéresse à l'impact des pertes radiatives et non-radiatives sur les différentes propriétés optiques des modes s'établissant dans les cristaux photoniques. Pour cela, les différents points de vue pouvant être adoptés sont en premier lieu introduits et explicités, puis les modifications sur la dispersions, la vitesse de groupe ou encore les densités d'états sont présentées.

Ensuite, ce chapitre présente différentes stratégies de contrôle des pertes radiatives. Plus précisément, on présentera deux stratégies de découplage de la lumière du continuum radiatif, à savoir le découplage par incompatibilité de symétrie et par interférences destructives.

Ces deux stratégies de confinement sont alors utilisées conjointement avec la génération d'une bande ultra-plate, permettant de générer une dispersion à fort ralentissement latéral et à fort facteur de qualité, alliant ainsi le confinement spatial à une longue durée de vie de la résonance. On génère ainsi une résonance qui est propice à l'exaltation des phénomènes d'interaction lumière-matière, telle que l'émission spontanée.

Finalement, un phénomène atypique exclusif aux systèmes à pertes est présenté et discuté. Il s'agit de la génération de *points exceptionnels* dans la dispersion photonique. Les implications et applications de ce phénomène insolite sont rapidement décrites, et l'origine de leur formation dans les CPM est présentée.

4.1 Introduction aux pertes radiatives

Le chapitre précédent était consacré à l'étude des propriétés de dispersion des modes sans pertes dans les structures *Peigne* et ADP. Cette approximation est généralement faite car elle permet de profiter des propriétés des systèmes hermitiens. En particulier, on peut montrer que les modes propres s'établissant dans de tels systèmes ne possèdent que des pulsations réelles.

Cette approximation nécessite néanmoins de restreindre le champ d'étude aux modes situés sous le cône de lumière. En effet, les modes situés au-dessus du cône de lumière ne sont pas confinés dans la membrane photonique par réflexion totale interne et peuvent donc être étendus au-delà de la membrane. Afin d'étudier ces modes étendus, il est commode d'imposer des conditions aux bords de type *ondes sortantes* au système plutôt que d'étudier un système sans frontières définies¹. Le système étudié est alors ouvert, les modes situés au-dessus du cône de lumière peuvent perdre de l'énergie au travers de cette frontière, contrairement aux modes situés sous le cône de lumière qui ne s'étendent au-delà de la membrane photonique que sous la forme d'onde évanescente qui ne propage pas d'énergie au travers des frontières.

Une façon équivalente de raisonner est de considérer qu'un mode situé au-dessus du cône de lumière peut se décomposer sous la forme d'un mode guidé dans la membrane couplé aux modes rayonnés du continuum radiatif. Il est alors possible d'extraire de la force de couplage entre le mode guide et le continuum un temps de couplage caractéristique τ , correspondant à la durée de vie statistique des photons dans le mode guidé avant qu'ils ne soient émis par la membrane.

1. L'utilisation de matériaux PML dans les simulations FDTD est globalement équivalent à imposer ces conditions aux bords

D'une façon ou d'une autre, le rayonnement des modes situés au-dessus du cône de lumière peut être vu comme un cas particulier de pertes que l'on qualifie de *perles radiatives*. L'étude des CPM dans le cadre de la physique hermitienne est donc généralement exclusive aux modes situés sous le cône de lumière². Les modes situés au-dessus du cône de lumière sont alors communément qualifiés de *résonances guidées*.

Le but de ce chapitre est alors d'étudier les propriétés spectro-spatiales des résonances guidées, ainsi que de mettre en évidence les moyens de les contrôler. La première partie est consacrée à l'étude des résonances guidées dans les cristaux photoniques, de l'impact des pertes sur la dispersion et sur les densités d'états. La seconde partie étudie un phénomène propre aux systèmes non-hermitiens, la formation de points exceptionnels, au sein des CPM. La troisième partie est consacrée aux moyens permettant de limiter les pertes radiatives des résonances guidées dans les CPM en employant des techniques de découplage des modes guidés au continuum radiatif. Enfin, le cas des structures aux dimensions latérales finies est étudié.

4.2 Propriétés des résonances guidées

Cette partie est consacrée à l'étude des résonances guidées et en particulier à l'impact des pertes optiques (absorption, diffusion, pertes radiatives) sur les propriétés de dispersion ainsi que sur les densités d'état.

Contrairement au cas des systèmes sans pertes, la dispersion des modes optiques peut se calculer sur une gamme de vecteur d'onde et de pulsation complexe. Néanmoins, selon les méthodes de résolution numériques ou des moyens de caractérisation employés, seule une partie des solutions du système sont généralement accessibles.

De façon générale, le système peut être abordé selon deux points de vue différents : soit $\text{Im}(\omega) = 0$, soit $\text{Im}(k) = 0$. Dans l'étude d'un système non hermitien, ces deux points de vues sont complémentaires et leur emploi dépend de l'information recherchée.

Les deux parties suivantes sont consacrées à l'étude de ces points de vue puis l'impact des pertes sur les DOS est ensuite abordé.

4.2.1 Dispersion photoniques - Décroissance spatiale

Dans un premier temps, considérons un matériau diélectrique homogène sans pertes. Les modes optiques s'établissant sur ce système sont alors des ondes planes propagatives monochromatiques. Considérons maintenant que le matériau diélectrique possède des pertes par absorption (indice optique complexe), alors l'une des solutions du système consiste à avoir une onde monochromatique propagative atténuée exponentiellement dans sa direction de propagation. Ce point de vue revient à imposer $\text{Im}(\omega) = 0$ aux solutions, obtenant ainsi un vecteur d'onde complexe.

2. Néanmoins, même pour des modes guidés dans les CPM, il existe des sources de pertes qui ne peuvent pas toujours être négligées telles que l'absorption par les matériaux ou la diffusion par les imperfections de fabrication. On peut aussi mentionner les effets de taille latérale finie qui peuvent induire des pertes supplémentaires prépondérantes dans le système

Afin d'illustrer ce point de vue dans une structure plus complexe, reprenons le cas simple du Bragg. Afin d'obtenir la dispersion, la méthode des matrices de transfert est utilisée³. La méthode des matrices de transfert conduit à l'équation aux valeurs propres suivante :

$$M(\omega)\phi = D_{21}P_2D_{12}P_1\phi = e^{\pm ik(\omega)x}\phi \quad (4.1)$$

Où P_1 et P_2 sont les matrices de transfert liées à la propagation de l'onde dans les milieux 1 et 2 respectivement. Elles incorporent donc les pertes linéiques des matériaux. D_{12} et D_{21} quant à eux sont les matrices de transfert liées à l'interface entre le milieu 1 et 2 et inversement. Théoriquement, les pertes par absorption devraient être incluses dans l'indice optique des matériaux et devraient vérifier les relations de Kramers-Kronig, le système étant causal. Néanmoins, afin de simplifier l'étude, on suppose que l'indice optique et les pertes des matériaux peuvent être dissociés sur la plage restreinte de pulsation étudiée. Il est aussi supposé que les pertes et l'indice optique sont constants sur cette plage de pulsation.

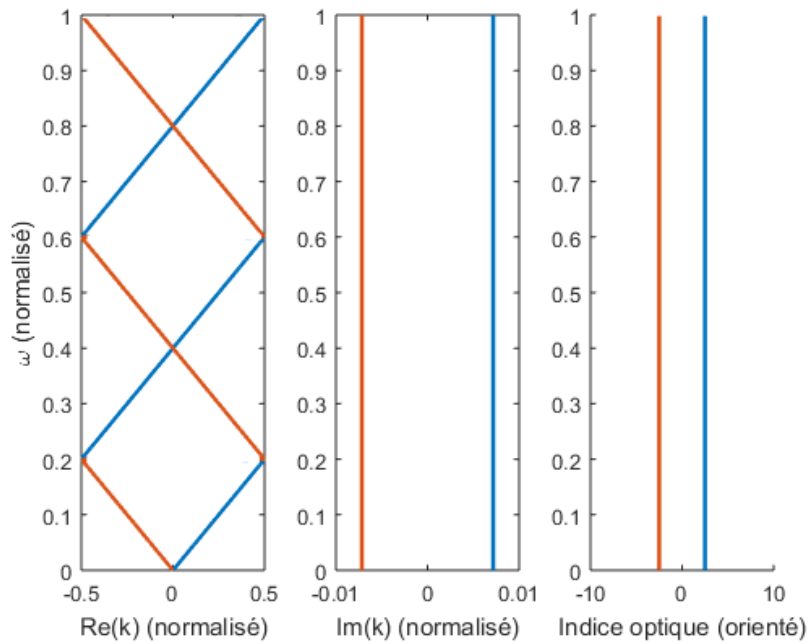


FIGURE 4.1 – Dispersion complexe d'un matériau homogène à pertes

Ainsi, pour un matériau homogène d'indice optique unitaire et possédant des pertes linéiques quelconques, on obtient la dispersion illustrée sur la figure 4.1. Sur cette figure, une période de corrugation virtuelle a été introduite pour le calcul de cette dispersion, formant les repliements de bandes observés. La dispersion du mode propagatif est en bleu, celle du mode contre-propagatif est en orange. Pour rappel, dans cette thèse la convention $e^{-i\omega t}$ est utilisée pour la pulsation. Par conséquent, un mode propagatif est atténué vers les x positifs et possède donc un vecteur d'onde dont la partie imaginaire est positive. On notera par ailleurs que dans le cas des systèmes non-hermitiens, l'expression de la vitesse de groupe (et par conséquent la valeur de l'indice de groupe) est adaptée de la façon suivante :

3. Une brève introduction de la méthode est donnée dans l'annexe 4.6

$$v_g = \text{Re} \left(\frac{d\omega}{dk} \right) \quad (4.2)$$

Lorsque la structure est corruguée, de la même façon que dans le cas sans pertes, les interférences entre les différentes ondes réfléchies modèlent la dispersion et tendent à ouvrir des gaps en bord de zone de Brillouin. Néanmoins, la présence de pertes de propagation dans les matériaux amoindrit les ondes au cours de leurs multiples réflexions, par conséquent les interférences destructives formant initialement le gap sont incomplètes. Il en résulte une modification non négligeable de la dispersion autour du gap photonique. Cela est illustré sur la figure 4.2, sur laquelle est tracée la dispersion complexe de la structure précédente mais corruguée.

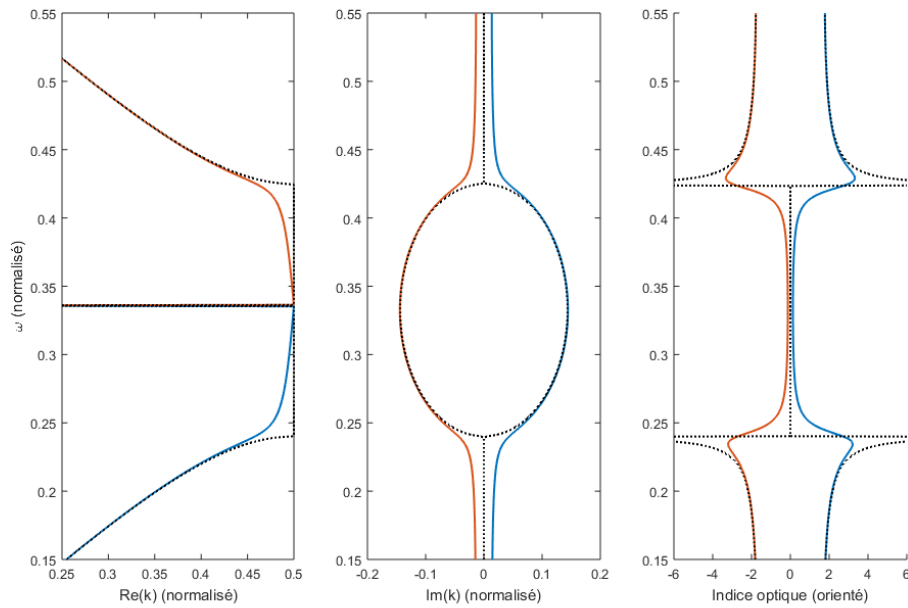


FIGURE 4.2 – Dispersion complexe centrée sur le premier gap d'un Bragg avec pertes de propagation (en traits pleins) et sans pertes de propagations (en pointillés)

Il apparait alors deux différences majeures avec le cas sans pertes. En premier lieu, on remarque que la vitesse de groupe ne tend plus vers zéro à l'approche du bord de la PZB, ce qui mène à une valeur d'indice effectif fini. Par une méthode perturbative, la valeur de l'indice de groupe du mode en bord de gap en cas de pertes par absorption, représentée par une permittivité complexe $\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$, est donnée par l'expression suivante [1, 2] :

$$n = \sqrt{\frac{c^2 \epsilon_r}{\alpha \omega_0 \epsilon_i}} \quad (4.3)$$

Où α est la courbure de la dispersion en bord du gap et ω_0 est la pulsation du mode situé en bord du gap. Ce phénomène, connu de la littérature [1–3], est un problème important pour des applications tirant profit de modes lents dans les CP telles que dans le domaine de l'optique non-linéaire. Bien évidemment, cette réduction de la capacité de ralentissement de la lumière dans les CP impacte aussi les DOS de ce type de structure. Une étude plus approfondie de cet impact est réalisée dans la

partie suivante.

La seconde différence majeure des structures photoniques à pertes est la disparition des gaps optiques. En effet, les réflexions multiples ne générant plus que des interférences destructives partielles, les modes peuvent se propager dans la structure pour toutes valeurs de pulsation. Par ailleurs, dans les gammes de pulsation des gaps originaux, la vitesse de groupe dépasse la célérité de la lumière dans le vide c_0 . Ce phénomène ne contredit cependant pas la causalité du système, lors de l'apparition de pertes de propagation la vitesse de groupe ne représente plus exactement la vitesse de propagation de l'énergie. Cette vitesse de groupe supraluminique est plus un artefact mathématique lié à la forte modification du pulse par les pertes au cours de sa propagation lorsque l'on est situé dans le gap [1, 4]. En d'autres termes, dans ces régimes la lumière ne se propage pas de façon balistique mais plutôt de façon diffusive et il devient difficile de définir une véritable vitesse de groupe.

La méthode des matrices de transfert permet d'obtenir la dispersion complexe des modes dans les Bragg, en imposant des pulsations réelles aux modes. Il est possible d'employer d'autres méthodes, notamment perturbatives, permettant d'obtenir ce type de dispersion dans des structures plus élaborées comme des CPM 1D [1–3, 5, 6]. L'intérêt de ce point de vue est de pouvoir étudier le phénomène de ralentissement de la lumière et la capacité de la structure à pouvoir confiner la lumière. Il est donc important à prendre en compte lorsque l'on veut étudier la propagation de la lumière ou les effets de dimensions latérales finies.

4.2.2 Dispersions photoniques - Décroissance temporelle

Il est néanmoins possible d'adopter un second point de vue sur la dispersion de ces résonances guidées. Reprenons l'exemple du matériau diélectrique homogène à pertes. il est aussi possible d'imaginer comme solution une onde plane, parfaitement délocalisée spatialement et décrit par un vecteur d'onde réel. Cependant, du fait de l'absorption du matériaux, l'amplitude de cette onde plane décroît exponentiellement avec le temps et n'est donc pas monochromatique. Cette solution est alors obtenue en imposant au système $\text{Im}(k) = 0$.

De telles solutions ne sont pas accessibles par la méthode des matrices de transfert. En général, elles sont obtenues par FDTD en imposant des conditions de Bloch (déphasage d'une période de la structure à une autre imposé). Ce sont aussi les solutions sondées par RCWA dans le cas des CPM, l'onde plane incidente ne pouvant pas se coupler avec les ondes évanescentes.

On obtient généralement des dispersions très différentes au cas précédent [5, 7]. Le Bragg précédemment a été simulé numériquement en employant de la FDTD à la place des matrices de transfert. La dispersion a été obtenue en moyennant le signal mesuré par plusieurs moniteurs éparpillés dans le Bragg, les résultats sont présentés sur la figure 4.3

En observant la dispersion de la partie réelle des modes (correspondant aux maximums de la TF des moniteurs), on remarque que le gap est de nouveau bien formé. De plus, la vitesse de groupe retrouve systématiquement des valeurs subluminiques.

Ce point de vue est intéressant car il représente le comportement d'une résonance délocalisée à pertes qu'il est possible d'exciter par une onde incidente. De plus, les DOS sont facilement calcu-

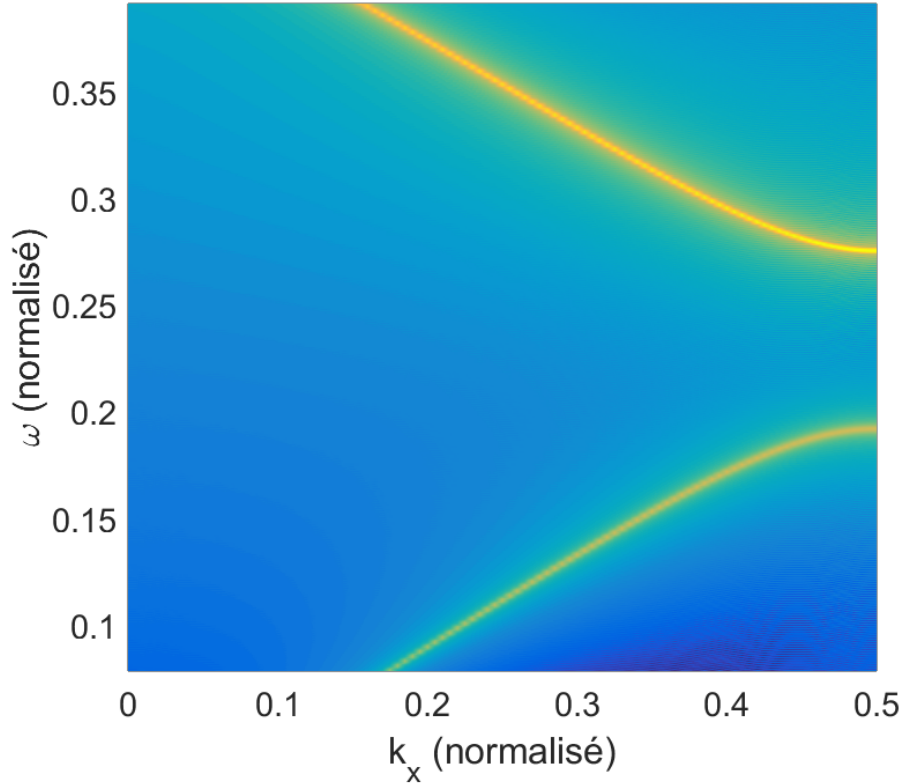


FIGURE 4.3 – Dispersion du Bragg obtenue par FDTD en imposant des conditions aux bords de type Bloch (vecteur d'onde réel et imposé)

lables à partir de ces solutions. En effet, la normalisation par une boîte n'est pas possible à réaliser en considérant un vecteur d'onde complexe, l'atténuation spatiale subit par les solutions ne permet plus à la boîte de quantifier le vecteur d'onde comme c'est le cas pour un vecteur d'onde réel. Ainsi, c'est le point de vue qui sera abordé pour la partie suivante.

4.2.3 Densités d'états photoniques des résonances guidées

Dans le chapitre 1.3.6, il est décrit la façon de calculer la densité d'états d'un système étendu sans pertes. Cette méthode ne permet cependant pas de calculer directement les densités d'état de résonances guidées. En effet, à cause de leur pertes, ces dernières ne sont pas spectralement bien définies. Ainsi, il est nécessaire en premier lieu de connaître leurs DOS spectrales $S(\omega, \mathbf{k})$ avant de pouvoir calculer leurs DOS.

La DOS spectrale correspond à la fonction de répartition de la DOS à un vecteur d'onde fixé. D'un certain point de vue, on peut rapprocher cette notion à celle des profils normalisés d'émission que l'on retrouve lors de l'étude des transitions radiatives. Dans le cas d'un modes guidé sans pertes, cette fonction de répartition est simplement une distribution de Dirac centrée sur la pulsation du mode. Dans le cas d'une résonance guidée, il est généralement admis qu'il s'agit d'une lorentzienne, car la décroissance exponentielle dans le temps à pour transformée de Fourier une lorentzienne.

Dans le cas d'une résonance guidée sujet aux pertes radiatives, il est possible de corroborer ce

résultat par un raisonnement différent [8, 9]. Il s'agit de jouer de nouveau sur les conditions aux bords, en appliquant cette fois-ci non pas des conditions d'ondes sortantes mais des conditions de réflexion totale. On génère ainsi un Fabry-Pérot vertical, discrétisant le nombre de mode existant. Le principe ressemble alors beaucoup à la *normalisation par une boîte*, néanmoins la structure n'étant pas périodique selon la verticale la quantification des modes n'est pas liée à la quantification du vecteur d'onde. L'idée est ensuite de calculer le surplus de DOS que l'on obtient dans ce Fabry-Pérot grâce au CPM (par rapport au Fabry-Pérot sans la structure). Il est alors possible de montrer que ce surplus de DOS est lié à la phase à la réflexion de la membrane. En modélisant cette réflexion par un modèle TMC, il est alors possible d'aboutir à une DOS lorentzienne pour les pertes radiatives.

On considère donc une résonance guidée de dispersion 1D $\omega_0(k)$ connue. Les pertes de cette résonance sont aussi connues $\gamma(k) = 1/\tau(k)$. Sa DOS spectrale à un k donné est alors une lorentzienne :

$$S(\omega, k) = \frac{1}{\pi} \frac{\tau(k)}{1 + (\tau(k)(\omega_0(k) - \omega))^2} \quad (4.4)$$

Cette lorentzienne est normalisée (on suppose que $\omega_0(k)\tau(k) \gg 1$) :

$$\int_{\omega} S(\omega, k) d\omega = 1 \quad \forall k \quad (4.5)$$

Ainsi, en utilisant la relation 1.35 démontrée dans la partie 1.3.6 et rappelée ci-dessous (dans le cas où seule une branche est comptabilisée) :

$$g_d(\omega) = \frac{1}{L^d} \frac{dN}{d\omega} = \frac{1}{\pi^d} \int_{\mathbf{k}} S(\omega, \mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (4.6)$$

On obtient :

$$g_{1D}(\omega) = \frac{1}{L} \frac{dN}{d\omega} = \frac{1}{\pi} \int_k \frac{1}{\pi} \frac{\tau(k)}{1 + (\tau(k)(\omega_0(k) - \omega))^2} dk \quad (4.7)$$

Cette équation se généralise facilement aux cas 2D et 3D.

En employant l'équation 4.7 à la place du calcul habituel des DOS, nous pouvons dans un premier temps anticiper certains effets des pertes. Considérons dans un premier temps un Bragg, au bord de sa PZB la dispersion peut être approximée par une parabole $\omega_0(k) = \omega_{pzb} + \alpha k^2$ ce qui génère une singularité dans la DOS comme illustrée sur la figure 4.4. Néanmoins, en prenant en compte l'étalement spectral de la résonance dû aux pertes optiques (supposé constant pour les calculs $\tau(k) = \tau$), on obtient l'expression de la DOS à la pulsation ω_{pzb} suivante :

$$g_{1D}(\omega = \omega_{pzb}) = \frac{C}{\pi} \sqrt{\frac{\tau}{\alpha}} \quad (4.8)$$

Où $C \approx 1.1107$. On observe alors que la singularité est levée par la présence des pertes, et que cette dernière est dépendante de la courbure de la bande en plus de son facteur de qualité. Par

ailleurs, il apparait une queue de DOS dans le gap souvent appelée *queue de Lifshitz* [10].

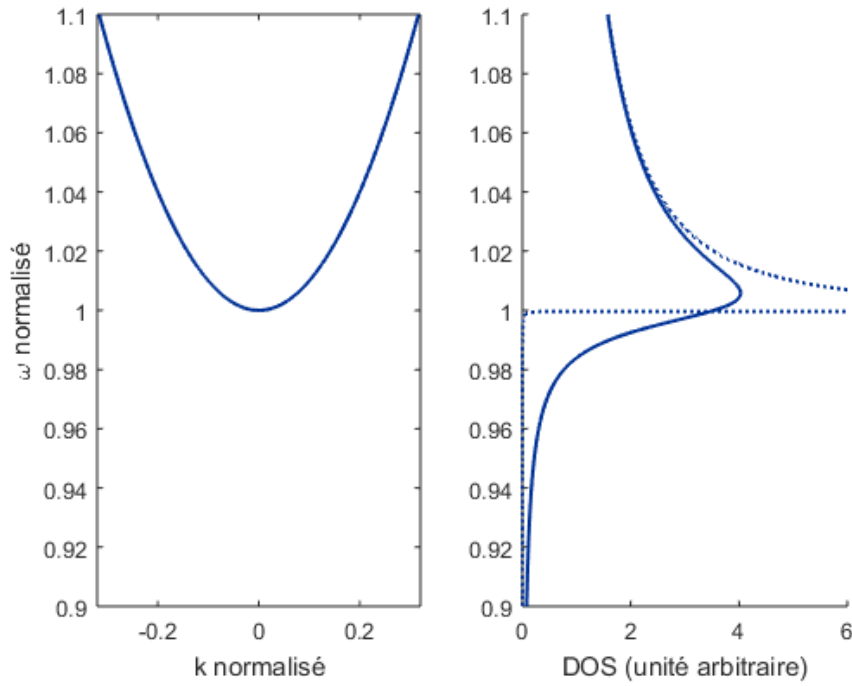


FIGURE 4.4 – DOS d'une dispersion quadratique en présence de pertes

On conclura que ces calculs sur les DOS théoriques des résonances guidées doivent être utilisés avec précaution. En effet, en absence de pertes, pour réaliser le calcul d'une DOS sur une fenêtre $[\omega, \omega + \Delta\omega]$ donnée, seuls les modes dont la pulsation est comprise dans cette fenêtre doivent être pris en compte, leur DOS spectrales ne s'étalant pas sur d'autres pulsations. Il n'est alors nécessaire de connaître la dispersion que sur une portion réduite de la PZB. En restreignant suffisamment la fenêtre de pulsation, il est alors possible de réaliser une approximation (linéaire, parabolique,...) de la dispersion sans impacter le calcul de la DOS.

Néanmoins, cela n'est plus possible lorsque l'on traite des résonances guidées. En effet, la DOS spectrale de ces dernières s'étale sur une gamme de pulsations, par conséquent afin de réaliser le calcul de la DOS sur une fenêtre de pulsation donnée $[\omega, \omega + \Delta\omega]$, la contribution des modes en dehors de cette fenêtre doit être prise en compte. Cela nécessite alors de connaître la dispersion sur la totalité de la PZB en générale, et éventuellement la dispersion de plusieurs branches dans le cas des cristaux photoniques.

4.3 Bound State in the Continuum (BIC)

Le confinement spatial de la lumière est naturellement recherché pour plusieurs raisons. Dans les fibres optiques et les guides d'onde en général, cela permet de diriger la lumière afin de réaliser de la communication optique ou de traiter un signal optique (interféromètre Mach-Zenner, ligne à retard, ...). Un autre intérêt du confinement est de permettre aussi de renforcer les interactions lumière-matière. En effet, confiner la lumière dans un faible volume durant un temps long permet

d'amplifier de nombreux phénomènes comme l'émission spontanée par le facteur de Purcell ou les effets non linéaires. En ce qui concerne les CPM, nous avons vu que les pertes radiatives avaient un impact néfaste sur les propriétés optiques des résonances, il est donc nécessaire de pouvoir mettre en place des schémas de contrôle de ces pertes.

Un des moyens les plus employés afin de confiner la lumière dans une ou plusieurs directions est de supprimer les modes étendus qui existent sur la plage de fréquence désirée. En supprimant ainsi les ports de sortie du système, les éventuels modes optiques existant sur cette plage de fréquence seront nécessairement confinés. La fibre optique est probablement l'exemple le plus pertinent de cette technique. En utilisant les lois de conservations de la pulsation (en dehors d'effets non linéaires) et de la constante de propagation, assurée par la symétrie de translation continue de la fibre optique, il est possible d'induire une plage de fréquence sur laquelle les modes ne cohabitent pas avec le continuum radiatif. En abordant le problème du point de vue de l'optique géométrique, cette plage de fréquence correspond au régime de réflexion total interne de la lumière, permettant alors de guider la lumière sans pertes radiatives. Le même principe est employé dans les guides et les fibres à cristaux photoniques, pour lesquels la suppression des modes rayonnés est assurée par la création d'un gap optique, permettant le guidage de la lumière dans ces structures.

À l'inverse, il est communément admis que lorsqu'un mode optique cohabite avec le continuum radiatif, alors celui-ci ne sera pas confiné car il pourra s'étendre au travers de son couplage avec les modes radiatifs composant le continuum. Par exemple, les modes d'une fibre optique ou d'un CPM situés au-dessus de la ligne de lumière ne sont pas confinés par réflexion totale interne et souffrent alors de pertes rayonnées.

Il existe néanmoins des exceptions à cet état de fait : des systèmes dans lesquels des modes restent confinés malgré la présence du continuum radiatif à leur fréquence. On appelle communément ce type de mode des BIC (*Bound States in the continuum*). On peut néanmoins aussi les trouver sous d'autres dénominations comme les *modes ancrés* (*embedded eigenvalues* ou *embedded trapped modes*) [11]. Les BIC ont tout d'abord été introduits en 1929 par J. von Neuman et E. Wigner [12] dans des systèmes quantiques, en proposant une construction mathématique d'un potentiel électrique 3D, étendu jusqu'à l'infini et supportant des états quantiques pourtant confinés. La réalisation expérimentale d'un tel système étant impossible, il fallut attendre que d'autres schémas de réalisation des BIC soient découverts avant de pouvoir observer de tels états. Parmi les premières observations de BIC dans les systèmes quantiques, on peut citer notamment les travaux de CAPASSO et collab. [13] en 1992⁴.

Dans le domaine de l'optique, de nombreuses façons d'aboutir à des BIC existent aussi. Parmi les premières recherches de tels états, on peut citer les travaux précurseurs de ČTYROKÝ [14] et de KAWAKAMI [15] portant sur un type particulier de BIC dit *BIC par séparabilité des variables* (initialement introduit par ROBNÍK [16] en 1986 pour des système quantiques), dans des guides optiques et des CP 2D respectivement. On peut aussi citer les travaux de WATTS et collab. [17], permettant l'observation de tels BIC dans des cavités optiques.

4. A proprement parlé, l'état lié observé n'est pas situé dans le continuum mais au-dessus d'une barrière de potentiel dans un potentiel périodique

Il est cependant à noter que la plupart des **BIC** étudiés s'établissent dans des structures étendues, c'est-à-dire uniformes ou périodiques dans une ou plusieurs directions. Il est en effet possible de montrer qu'il n'est pas possible d'obtenir de **BIC** dans des structures *compactes*, du moins en employant des matériaux usuels [11]. Ce principe s'applique à tout système régi par les équations d'Helmholtz, comme les ondes acoustiques par exemple. Par conséquent, dans la suite de cette partie seuls les **CPM** 1D ou 2D seront considérés.

Mis à part les *BIC par séparabilité*, deux autres types de **BIC** nous intéressent particulièrement, il s'agit des *BIC de symétrie* et des *BIC de Friedrich-Wintgen*. Les deux sous-parties suivantes leur sont consacrées.

4.3.1 **BIC de symétrie**

Comme il a été montré dans le chapitre précédent, deux modes appartenant à des **RI** différentes ne peuvent pas se coupler. Le continuum radiatif appartenant lui-même à une certaine **RI**, il est alors possible de trouver des modes confinés car appartenant à une **RI** différente. Ce type de mode est alors communément qualifié de *BIC de symétrie*, ou encore de *dark mode*.

Ce type de **BIC** est communément observé dans les **CPM** 1D ou 2D en Γ , lorsque la structure possède une symétrie de rotation d'axe z d'angle π . En effet, le continuum radiatif est nécessairement impair sous cette transformation, aucun mode pair ne peut donc se coupler aux modes radiatifs et reste confiné dans la membrane.

Le principal défaut de ces **BIC** sont leur faible robustesse aux perturbations. En effet, leur confinement repose sur une symétrie parfaite de la structure, qui peut facilement être dégradé par des défauts de fabrication. On parlera alors plus exactement de *quasi-BIC* pour ce type de mode, dans le sens où leur facteur de qualité n'est pas limité par le design et peut être arbitrairement augmenté grâce à la qualité de fabrication (faibles imperfections) et la qualité des matériaux (faible absorption). Une autre limite à ces **BIC** est qu'ils ne peuvent exister que dans des structures étendues latéralement, c'est-à-dire parfaitement périodique. En pratique, la taille latérale des structures limite alors nécessairement les facteurs de qualité accessibles du fait des pertes latérales induites.

Un second défaut de ce type de **BIC** est leur manque de flexibilité, c'est-à-dire qu'ils ne peuvent être obtenus qu'en des points de haute symétrie (le point Γ généralement). Par ailleurs, en ces points les modes sont généralement stationnaires et sont donc difficilement utilisables en optique guidé (le couplage bout-à-bout est faible à cause d'une trop forte différence d'impédance). De plus, le **BIC** se dégrade très rapidement lorsque l'on s'éloigne du point de haute symétrie dont il est issu.

Les **BIC** (ou quasi-BIC) de symétrie permettent néanmoins d'accéder facilement à des modes de fort facteur de qualité. Ainsi, si les **BIC** sont donc tous propices à l'établissement d'un régime laser, ce sont les **BIC** de symétrie qui sont plus généralement employés. On peut citer les premières observations de ce phénomène par Henry et Kazarinov [18, 19] dans des **DFB** employant le second ordre de diffraction, puis de MEIER et collab. [20] et IMADA et collab. [21] dans des **CPM** à maille triangulaire ouvrant la voie à la réalisation de laser à cristaux photonique à émission vertical (PC-VCSEL). Enfin, Il est possible de contrôler finement le facteur de qualité des quasi-BIC de symétrie en brisant plus ou

moins la symétrie sur laquelle ils reposent, permettant ainsi de réaliser des lasers de plus ou moins forte puissance, au détriment d'un seuil plus élevé [22].

4.3.2 BIC Friedrich-Wintgen

Parmi les grandes familles de BIC, il existe aussi les BIC formés par interférences destructives⁵. Cela se produit lorsque deux modes résonants ou plus sont couplés à un même canal de pertes (par exemple deux cavités couplées à un même guide d'onde), ou de façon plus générale lorsque le nombre de modes résonants excède le nombre de ports de sortie *indépendants*[23]. L'émission dans le canal de pertes des résonances peuvent alors interférer, allant parfois jusqu'à s'annuler et formant ainsi un BIC.

Afin d'étudier les conditions d'obtention de tels BIC, considérons un système simple constitué d'un CPM symétrique verticalement dans lequel s'établissent deux résonances paires (verticalement) couplées en Γ . Ces deux résonances émettent symétriquement par rapport à la membrane, leurs pulsations sont donc complexes et le couplage par les pertes radiatives doit être pris en compte.

Ainsi, le système peut être modélisé par l'hamiltonien suivant[23] :

$$H = \begin{pmatrix} \omega_1 & K \\ K & \omega_2 \end{pmatrix} - i \begin{pmatrix} \gamma_1 & \sqrt{\gamma_1 \gamma_2} \\ \sqrt{\gamma_1 \gamma_2} & \gamma_2 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Où $\omega_{1,2}$ sont les pulsations des résonances, $\gamma_{1,2}$ sont leurs pertes radiatives, K est le couplage entre les résonances et $\sqrt{\gamma_1 \gamma_2}$ correspond au couplage par les pertes de deux résonances paires. Les solutions non triviales sont alors obtenues en résolvant l'équation :

$$\det(H - iI) = 0 \quad (4.10)$$

Où I est la matrice identité. On obtient alors :

$$(\omega_1 - \omega - i\gamma_1)(\omega_2 - \omega - i\gamma_2) - (K - i\sqrt{\gamma_1 \gamma_2})^2 = 0 \quad (4.11)$$

En supposant ω réel et en séparant partie imaginaire et partie réelle, on obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} (\omega_1 - \omega)(\omega_2 - \omega) - K^2 = 0 \\ \gamma_1(\omega_2 - \omega) + \gamma_2(\omega_1 - \omega) - 2K\sqrt{\gamma_1 \gamma_2} = 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

On obtient alors les pulsations possibles du mode sans pertes :

5. On notera que les BIC de symétrie peuvent d'une certaine manière aussi être vus comme des BIC induits par interférence destructive

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \pm \sqrt{K^2 + \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)^2} \quad (4.13)$$

Ainsi que la condition pour l'obtenir :

$$K(\gamma_1 - \gamma_2) = \sqrt{\gamma_1 \gamma_2} (\omega_1 - \omega_2) \quad (4.14)$$

Ces **BIC** sont nommés d'après Friedrich et Wintgen qui furent les premiers à établir l'équation 4.14 dans le cadre de la mécanique quantique [24].

On peut noter quelques cas particuliers. Par exemple, lorsque les deux résonances ne sont pas initialement couplées ($K = 0$), elles se couplent néanmoins par leur pertes et il est possible d'obtenir un *BIC de Friedrich-Wintgen* lorsque $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$, c'est-à-dire lorsque les résonances sont dégénérées. Dans ce cas, le résultat de ce couplage par les pertes sont deux résonances à la pulsation ω_0 dont l'une des deux est un **BIC**.

Un autre cas particulier est celui de deux résonances possédant les même pertes $\gamma_1 = \gamma_2$. Dans ce cas, il est encore possible d'obtenir un **BIC** lorsque les deux résonances sont initialement dégénérées $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$. Néanmoins, il résulte cette fois-ci deux résonances ayant des pulsations distinctes $\omega_{\pm} = \omega_0 \pm |K|$, et l'une des deux est un **BIC**.

L'intérêt de ces **BIC** réside dans le fait qu'ils peuvent être obtenus pour un vecteur d'onde quelconque contrairement aux **BIC** de symétrie qui sont contraints aux points de haute symétrie. Par ailleurs, nous avons établi les conditions d'obtention d'un tel **BIC** dans le cas d'une structure symétrique, la condition reste néanmoins valide dans le cas d'un **CPM** asymétrique dont les résonances impliquées émettent symétriquement, ou s'il n'existe qu'un seul port de sortie (par exemple si la structure est réalisée sur un Bragg). La condition réellement importante sur le système nécessaire à l'obtention de tel **BIC** consiste à avoir plus de résonances que de *ports de sortie indépendants*⁶.

4.3.3 Conclusion sur les BIC

En conclusion, les **BIC** sont d'une grande importance pour plusieurs domaines de l'optique (lasers, capteurs, filtres) car ils permettent d'atteindre des facteurs de qualité très élevé et donc éventuellement d'exalter les interactions lumière-matière. Pour être plus précis, les **BIC** permettent d'ajuster librement le taux de couplage d'une résonance au continuum radiatif jusqu'à une valeur arbitrairement faible et uniquement limité par les défauts de fabrication.

Bien sûr, les **BIC** au sens strict n'existent pas en pratique car il existe toujours des sources de pertes inévitables comme l'absorption par les matériaux ou les pertes par diffusion liées aux imperfections de fabrication. Par ailleurs, il est à noter que la totalité des **BIC** mentionnés dans ce manuscrit sont générés dans une structure étendue dans au moins une direction, profitant ainsi de la périodicité de la structure afin de pouvoir notamment définir un vecteur d'onde. Il est en effet possible de mon-

6. La notion de ports indépendants et son utilisation en **TMC** est très bien décrit par WONJOO SUH et collab. [23]

trer de façon rigoureuse qu'il est très difficile pour une structure compacte de soutenir des BIC [11]. Dans une structure réaliste, il faut alors se contenter de l'établissement de quasi-BIC.

4.4 Mise en cavité et BIC ultra-plat

4.4.1 Effet d'une mise en cavité

Ce chapitre se termine sur l'impact d'une mise en cavité de la structure photonique. C'est-à-dire de l'impact de la dimension latérale finie des CPM réalisés, de l'ordre de la centaine de micromètres. Ce phénomène a en effet été négligé jusqu'à présent, on considérait que les structures étaient parfaitement périodiques, permettant de définir correctement la constante de propagation et donnant ainsi un sens aux caractéristiques de dispersion.

Lorsque la structure n'est plus parfaitement périodique, il n'est plus possible de définir avec une précision absolue la constante de propagation des modes qui s'établissent dans la structure. Néanmoins, lorsque la structure est suffisamment grande, les effets de bords peuvent être vus comme une simple perturbation sur la structure qui conservera alors la majorité de ses propriétés photoniques, moyennant quelques ajustements.

Cette partie est consacrée à l'établissement de ces ajustements à réaliser sur ces structures. Nous verrons qu'il est possible d'établir une taille critique à partir de laquelle la structure peut être considérée comme étendue, nous verrons aussi quelles stratégies de confinement il est possible de réaliser afin de limiter l'impact de ces dimensions finies.

Un des principaux effets de la taille finie des structures est l'ouverture des modes à d'autres ports de sortie. Pour être plus précis, aux bords de la structure la brisure de la symétrie de translation discrète crée de la diffusion permettant au mode d'irradier dans de nombreuses directions. De plus, la structure étant maintenant considérée comme compacte, les ports de sorties disponibles ne se réduisent pas simplement aux ondes sortantes par le haut et le bas, les cotés doivent aussi être pris en compte. Ces nouveaux ports de sortie auxquels les modes peuvent se coupler à cause des effets de bords induisent de nouvelles pertes que l'on qualifie de *perles latérales*.

Ce qui nous intéresse ici est l'évolution du facteur de qualité des modes s'établissant dans la structure en fonction de sa taille latérale. Pour cela, il est possible d'établir le modèle approximatif suivant. On considère que le *facteur de qualité global*, Q_{tot} , de la structure peut se décomposer en trois composantes : le *facteur de qualité latéral* (lié aux pertes latérales) $Q_{\parallel}$, le *facteur de qualité transverse* (lié aux pertes radiatives) $Q_{\perp}$ et le *facteur de qualité intrinsèque* (lié aux pertes par absorption ou diffusion) Q_{abs} . Ces quantités sont reliées entre-elles de la façon suivante :

$$\frac{1}{Q_{tot}} = \frac{1}{Q_{\parallel}} + \frac{1}{Q_{\perp}} + \frac{1}{Q_{abs}} \quad (4.15)$$

Avec $Q = \omega\tau$ et τ représente la durée de vie du photon dans la structure.

On se place à présent aux alentours du point Γ et on néglige les pertes liées à l'absorption et à la

diffusion par les imperfections ($Q_{abs} = +\infty$). Il est possible d'estimer l'évolution du facteur de qualité latéral avec la taille de la structure suivant la dispersion que la résonance possède autour du point Γ .

On suppose que la dispersion peut être approximée autour du point Γ de la façon suivante :

$$\omega = \omega_0 + \alpha k^d \quad (4.16)$$

Où ω_0 est la pulsation de la résonance au point Γ , α est une constante de dispersion et d est un entier valant 1, 2 ou 4 suivant que la dispersion est linéaire, quadratique ou quartique respectivement.

Lorsque la résonance s'installe dans la structure, elle s'étale le long sur la totalité de sa longueur L . Du fait de la taille finie, elle possède une certaine extension en vecteur d'onde $\Delta k = C/L$, où C est une constante. La résonance s'installe sur une portion de sa dispersion, les photons qui la compose possèdent donc une vitesse de groupe quadratique moyenne non nulle qui peut être approximée par :

$$\sqrt{\langle v_g^2 \rangle} \approx \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=\Delta k} = \alpha d \Delta k^{d-1} \quad (4.17)$$

Soit

$$\sqrt{\langle v_g^2 \rangle} = \alpha d \left(\frac{C}{L} \right)^{d-1} \quad (4.18)$$

Par conséquent, chaque photon met un temps statistique τ pour sortir de la membrane valant⁷ :

$$\tau = \frac{L}{\sqrt{\langle v_g^2 \rangle}} = \frac{L^d}{\alpha d C^{d-1}} \quad (4.19)$$

Dans le cas d'une dispersion quadratique classique, le facteur de qualité latéral évolue alors en L^2 , alors qu'une dispersion linéaire évoluera en L . Cela est du au fait que la dispersion quadratique profite d'un ralentissement supplémentaire au fur et à mesure que le vecteur d'onde se centre en Γ . Il est possible alors de remarquer que la dispersion quartique profite d'une évolution plus marquée du facteur de qualité latéral grâce à ses capacités de ralentissement plus importants. Pour des systèmes comparables (indices optiques et géométries proches), une dispersion quartique peut alors s'établir sur une structure de plus petite taille qu'une dispersion quadratique tout en conservant un facteur de qualité latéral identique.

En ce qui concerne l'évolution du facteur de qualité transverse, cela dépend du mode considéré. Lorsque la structure est étendue, deux types de modes peuvent exister : les modes à pertes radiatives (aussi appelés *bright modes*) et les BIC. Les modes à pertes sont caractérisés par un facteur de qualité transverse fini tandis que celui des BIC diverge. Par conséquent, au fur et à mesure que la taille de la structure augmente, les pertes latérales vont diminuées et le facteur de qualité global va augmenter.

7. On suppose ici que tous les photons atteignant le bord sont perdus, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de réflexion au bord pouvant recycler partiellement les photons dans le mode. Le modèle présenté ici donne donc une limite inférieure au facteur de qualité latéral

Néanmoins, dans les cas d'un mode à pertes radiatives, le facteur de qualité global va être borné par le facteur de qualité transverse. Il existe alors une taille critique au-delà de laquelle le facteur de qualité de la résonance n'évolue plus.

A contrario, les modes issus de BIC verront leur facteur de qualité global croître sans subir de majoration, les pertes latérales étant les seules pertes subies par la résonance. Évidemment, dans une structure réelle, le facteur de qualité intrinsèque n'est pas infini et limitera la durée de vie de la résonance.

Différentes stratégies de confinement sont alors possibles afin de réduire les pertes latérales. La première possibilité serait de réduire autant que possible le coefficient de dispersion α . Dans le cas d'une dispersion quadratique, cela revient à réduire la courbure de la bande. Cela est possible en employant une corrugation forte (fort contraste d'indice) et en optimisant les paramètres géométriques (FF, ...). En employant le couplage inter-modes guidés, nous avons vu qu'il était possible de diminuer cette courbure jusqu'à pouvoir l'annuler. On obtient alors une dispersion quartique, dont le coefficient de dispersion doit être le plus faible possible. Cela est possible en optimisant le couplage pair-impair de sorte à ce qu'il soit le plus important possible.

Une seconde possibilité est de jouer sur la réflectivité en bords de structure. En générant un fort contraste d'indice ou en inscrivant la structure dans un CPM dont le gap optique coïncide avec la pulsation de la résonance, il est alors possible de limiter les pertes latérales. Néanmoins, cette méthode possède des limites, car elle n'empêche pas la diffusion par les bords de se faire. Afin de limiter la diffusion, une barrière photonique distribuée peut être employée à la place de barrières abruptes.

Enfin, il est possible de limiter les pertes latérales en utilisant le couplage entre les modes de vecteur d'onde différents rendu possible par les réflexions sur les bords de la structure. À ce moment là, les émissions de ces modes peuvent interférer destructivement, formant ainsi un BIC de Friedrich-Wintgen latéral [25]

4.4.2 BIC ultra-plat

Un des intérêts des BUP est de pouvoir confiner le mode optique dans un volume plus faible tout en conservant de faibles pertes latérales. Néanmoins, ce confinement a un impact sur les pertes radiatives de la résonance qui s'établit dans la structure, tout particulièrement si cette résonance est issue d'un BIC de symétrie en Γ . En effet, le confinement spatial s'accompagne d'un étalement en vecteur d'onde. Cet étalement augmente le nombre de ports de sortie avec lesquels la résonance peut se coupler et donc émettre. Cela peut être fortement néfaste pour un BIC de symétrie, car si un tel mode ne se couple pas en Γ avec le continuum, dans une gamme de vecteur d'onde centrée en Γ il lui sera possible de fuir en dehors de la membrane.

Un BIC de symétrie localisé spatialement verra alors son facteur de qualité se dégrader d'autant plus que son volume modal est faible. Le facteur de Purcell en résultant $F \propto Q/V$ restera alors globalement invariant.

Afin de palier ce problème, une des solutions est d'induire un second BIC dans la dispersion de la BUP, qui serait excentré du point Γ étalant ainsi davantage la gamme de vecteur d'onde soutenant

de forts facteurs de qualité que le BIC de symétrie seul.

Cela a été réalisé dans la structure *Peigne* sans employer de double période. Des BIC de symétrie existent naturellement en Γ , la dispersion de l'un d'eux a été modifié afin de former une BUP en jouant sur le couplage pair-impair. En ajustant correctement les paramètres géométriques, un BIC de Friedrich-Wintgen a été formé depuis ce couplage pair-impair sur la branche de la dispersion qui est ultra-plate. La dispersion de cette structure est illustrée sur la figure 4.5

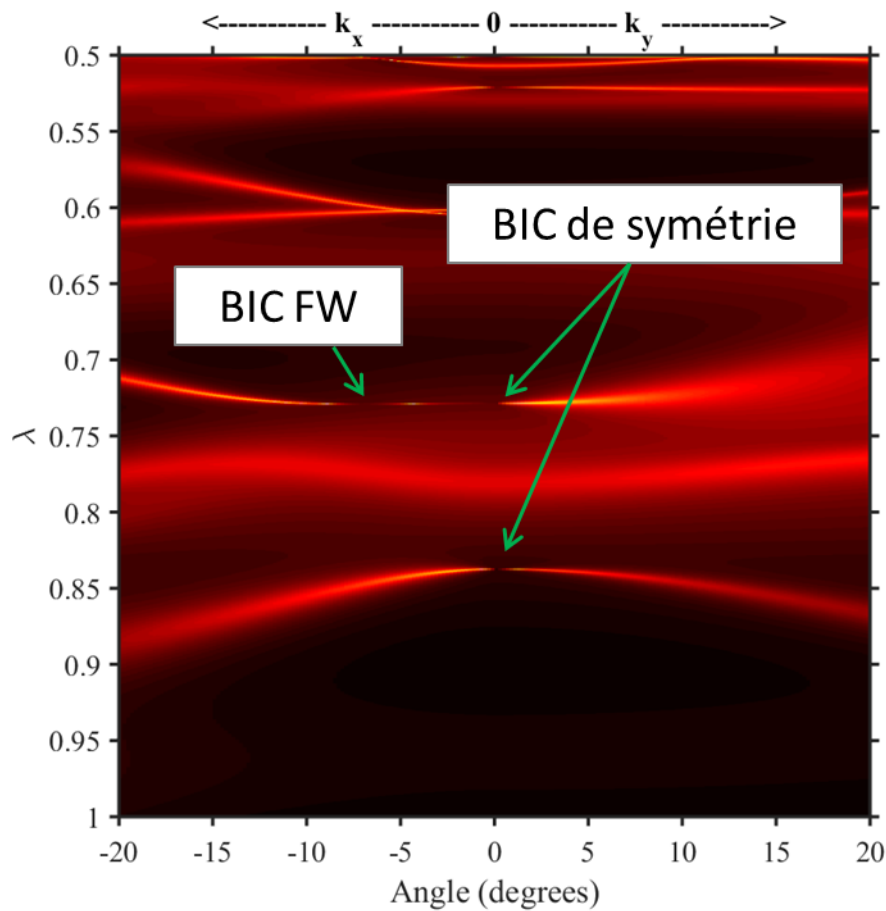


FIGURE 4.5 – Dispersion du BICUP obtenue par RCWA en mesurant l'absorption de la membrane (une faible absorption a été introduite dans les matériaux employés afin de visualiser les modes). Les paramètres de la structure sont les suivants : $n = 3.15$, $a = 335nm$, $h_t = 350nm$, $\epsilon = 0.77$, $FF = 0.5$

Sur cette figure, on peut observer deux BIC de symétrie. Celui le plus bas en énergie se dégrade rapidement avec l'angle (ou le vecteur d'onde), moins d'un degré suffit à étaler la résonance là où 6-7 degrés sont nécessaires pour ouvrir le BIC de symétrie supérieur grâce à la formation du BIC de Friedrich-Wintgen vers les 6 degré.

Des microcavités optiques exploitant le CPM présentées ici sont en cours de réalisation afin de former des résonateurs à fort facteur de qualité et faible volume modale.

4.5 Les points exceptionnels

Dans la partie précédente, seuls les effets néfastes des pertes sur les propriétés optiques des structures photoniques ont été abordés. En particulier, il a été montré que les régimes de ralentissement de la lumière atteignables étaient limités par ces pertes, de même les pics de DOS étaient lissés.

Néanmoins, il est aussi possible de tirer partie de cette nouvelle physique afin d'induire de nouveaux phénomènes, exclusifs à ces systèmes à pertes. Parmi ces nouveaux phénomènes, les **points exceptionnels (PE)** font partie des plus étudiés.

Les PE sont des singularités propres aux systèmes non-hermitiens. Ils ont pour la première fois été qualifiés ainsi par KATO [26] en 1966, on les trouve aussi quelques fois sous l'appellation *point de brisure de la symétrie PT* ou encore *point de ramification* (branch point). Ils se caractérisent par la fusion de deux résonances ou plus. C'est-à-dire que les valeurs propres de ces résonances se dégènerent (partie réelle et imaginaire comprises) et que leurs vecteurs propres associés se fondent en un seul et unique vecteur propre aux propriétés singulières. Les PE ne sont donc pas de simples dégénérescences de valeurs propres, l'espace engendré par les vecteurs propres se referme et l'hamiltonien devient déficient (il n'est plus diagonalisable). De nombreuses implications découlent de cette particularité, le but de cette partie est de les mettre en évidences.

4.5.1 Théorie générale

Dans un système linéaire hermitien, le comportement est régi par un hamiltonien lui-même hermitien (c'est-à-dire que sa matrice associée est invariante sous l'opérateur de transconjugaison). Alors le théorème spectral nous assure que les valeurs propres (donc les pulsations du systèmes dans notre cas) sont réelles, et que le système ne subit aucune pertes. Par ailleurs, les vecteurs propres associés forment un ensemble complet de vecteur orthogonaux deux-à-deux (soit une base orthogonale, sous réserve de quelques manipulations simples en cas de dégénérescence), sur laquelle toutes solutions du système peuvent se décomposer.

Dans le cadre des systèmes linéaires non-hermitiens, cette construction ne tient plus. Les pulsations sont généralement complexes et la complétude n'est plus assurée (l'hamiltonien peut devenir déficient c'est-à-dire non-diagonalisable). En effet, lors de dégénérescence de deux valeurs propres (impliquant à la fois la partie imaginaire et la partie réelle), il arrive que leurs vecteurs propres associés s'effondrent pour ne former plus qu'un seul vecteur propre, orthogonal à lui-même sous le produit scalaire non-conjugué [27]. C'est ce phénomène d'effondrement qui définit alors la présence d'un PE.

Afin de déterminer les conditions d'obtention de ces PE, considérons un système à deux résonances couplées, chacune d'entre-elles disposant d'une pulsation et de pertes *non-radiatives* quelconques (absorption, diffusion). On aboutit à l'hamiltonien suivant :

$$H = \Omega - i\Gamma = \begin{pmatrix} \omega_1 & K \\ K & \omega_2 \end{pmatrix} - i \begin{pmatrix} \gamma_1 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Où Ω est la partie hermitienne de l'hamiltonien et Γ sa partie anti-hermitienne représentant les pertes du système. Les phases des deux résonances initiales ont été choisies de sorte à avoir K réel et positif. Les valeurs propres de ce système sont les suivantes :

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} + i \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \pm \sqrt{K^2 + \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} + i \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2} \right)^2} \quad (4.21)$$

On montre alors facilement que ces deux valeurs propres se dégènèrent lorsque $\omega_1 = \omega_2$ et pour un taux de couplage $K = |\gamma_1 - \gamma_2|/2$. Afin de générer un **PE**, il est donc nécessaire de pouvoir ajuster la position de deux résonances et de les faire coïncider. Il est aussi nécessaire de pouvoir générer un couplage entre ces deux résonances suffisamment grand pour qu'il puisse compenser la différence de pertes des résonances initiales. Il est alors aussi possible de voir un **PE** comme un point de transition entre un régime de couplage faible lorsque $K < |\gamma_1 - \gamma_2|/2$ pour lequel le système ne présente pas de *splitting*, et un régime de couplage fort lorsque $K > |\gamma_1 - \gamma_2|/2$ [28].

Au **PE**, on obtient alors un vecteur propre unique :

$$\Phi_{ep} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Pour lequel il est aisé de vérifier que $\Phi_{ep}^T \cdot \Phi_{ep} = 0$.

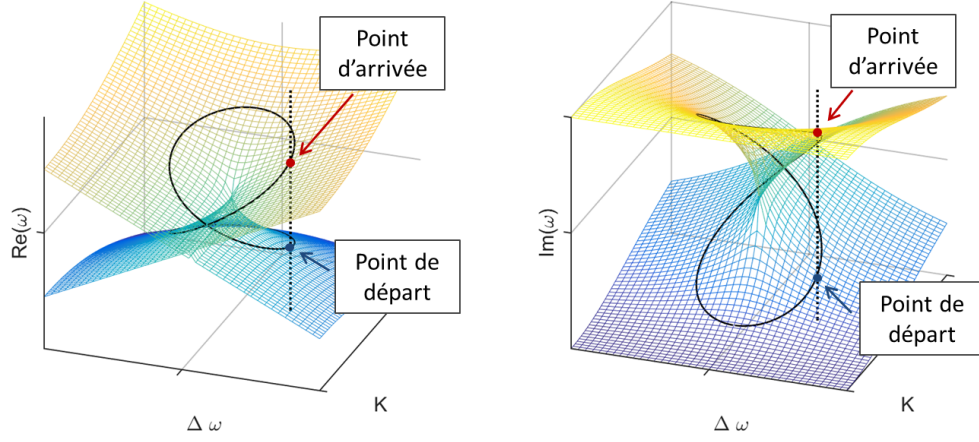
Les **PE** ne nécessitent que la non-hermiticité du système et peuvent donc apparaître dans de très nombreux systèmes. Ils ont alors fait l'objet de nombreuses recherches sous d'autres dénominations avant d'être largement qualifié de *points exceptionnels* [29, 30]. La première démonstration expérimental de la présence d'un **PE** a été réalisé par DEMBOWSKI et collab. [31] en employant une cavité micro-onde, démontrant ainsi l'existence physique du phénomène. Par la suite, plusieurs autres démonstrations ont été réalisées, toujours en employant des oscillateurs [32–34] ou des cavités optiques [35, 36]. On peut aussi citer les travaux concernant les cavités lasers couplées, propices à l'observation de **PE** car naturellement sujettes à la présence de pertes et de gain, mettant en évidence des phénomènes de dépendance à la pompe inhabituelle [37–42].

Une des implications singulières de ces points particuliers est la possibilité d'inter-changer d'état lorsque l'on encercle le **PE** [28, 43]. En effet, l'évolution des valeurs propres de ce type de systèmes dans l'espace des paramètres possède une forme particulière. En reprenant l'hamiltonien de l'équation 4.20 avec $\gamma_1 = 0$, $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$ et $\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$:

$$H = \begin{pmatrix} \omega_0 + \Delta\omega & K \\ K & \omega_0 - \Delta\omega \end{pmatrix} - i \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Dans l'espace $(\Delta\omega, K)$, les valeurs propres décrivent la surface illustrée sur la figure 4.6. Ainsi, en

modifiant les paramètres du système de façon adiabatique et de sorte à encercler le PE, une fois un tour complet effectué on obtient une inversion entre les deux états.



(a) Évolution de la partie réelle de la valeur propre dans l'espace des paramètres

(b) Évolution de la partie imaginaire de la valeur propre dans l'espace des paramètres

FIGURE 4.6 – Plan de Riemann montrant l'évolution de la valeur propre dans l'espace des paramètres

Cette particularité est signe de la présence d'un PE dans un système, plusieurs démonstrations expérimentales reposent alors dessus [31, 33, 35, 44].

D'autres phénomènes découlent des PE, on peut citer par exemple la chiralité que possède les PE [45, 46], les forts gains DOS atteignables [47, 48] et la possibilité d'amplifier les effets non-linéaires [49]. D'autres phénomènes contre-intuitifs découlent des PE comme les réflexions (ou transmissions) unidirectionnelles [50, 51].

4.5.2 Formation et observation dans les CPM

Une autre façon de former ces PE est de les générer à partir de cône de Dirac dans les CP [52, 53]. En effet, les cônes de Dirac sont formés en ajustant la pulsation de deux résonances délocalisées afin qu'elles coïncident en une certaine position de la PZB (généralement Γ ou X). Néanmoins, en dehors de ce point ces deux résonances se couplent. Ce phénomène est régi, en l'absence de pertes, par l'hamiltonien suivant :

$$H_{CD} = \begin{pmatrix} \omega_0 & v|k| \\ v|k| & \omega_0 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

On retrouve alors un hamiltonien similaire à celui de l'équation 4.20 mais sans pertes optiques. Afin de générer un point exceptionnel, il suffit alors de créer un déséquilibre entre les pertes des deux résonances. Cela peut être aisément obtenu en ouvrant le système aux pertes radiatives, par exemple dans les CPM pour les modes situés au-dessus de la ligne de lumière. Ces modes ont naturellement tendance à souffrir de pertes radiatives, et il est simple de créer un déséquilibre entre les pertes de deux résonances en jouant sur les symétries de la structure. Une légère correction de

l'hamiltonien 4.20 doit cependant être réalisée lorsque les pertes sont radiatives, car dans ce cas les modes peuvent aussi se coupler par les pertes ce qui induit des termes croisés sur H_{nh} et complexifie la résolution du système. L'hamiltonien devient alors :

$$H_{EP} = \begin{pmatrix} \omega_0 & \nu|k| \\ \nu|k| & \omega_0 \end{pmatrix} - i \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_{12} \\ \gamma_{12}^* & \gamma_2 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

Les PE peuvent alors être facilement créés dans les CPM en générant un cône de Dirac en X sous le cône de lumière puis en le ramenant en Γ en utilisant une perturbation double période. Il est alors possible d'ouvrir l'une des résonances du cône de Dirac aux pertes radiatives tout en conservant des pertes faibles (voire nulles) pour la deuxième résonance, car cette dernière ne pourra émettre par incompatibilité de symétrie (voir les BIC de symétrie dans la partie 4.3.1). Cette astuce est aussi réalisable nativement en Γ en choisissant un BIC de symétrie et un modes à pertes pour former le cône. Néanmoins, l'astuce de la double période permet de pouvoir ajuster finement les pertes, ce qui est plus difficile avec des modes nativement en Γ .

Dans ce cas particulier, $\gamma_1 = 0$ et le couplage radiatif γ_{12} s'annule aussi car l'un des modes ne subit pas de pertes et ne peut donc se coupler aux pertes du second mode. L'hamiltonien de l'équation 4.25 alors :

$$H_{EP} = \Omega - i\Gamma = \begin{pmatrix} \omega_0 & \nu|k| \\ \nu|k| & \omega_0 \end{pmatrix} - i \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

On obtient ainsi un hamiltonien proche de celui de l'équation 4.20, des PE se forment alors lorsque $|k| = |\gamma_2|/2\nu$. Dans un système 1D, cela conduit à la formation de deux PE de part et autre du point de Dirac. Dans un système 2D en revanche, on obtient un anneau entier de PE [52].

Les pulsations complexes de ce type de système ne sont généralement pas directement sondé. À la place, ces systèmes sont analysés par des méthodes de réflectivité par exemple. Dans ce cas, il n'est pas possible d'observer directement le point exceptionnel, il est nécessaire de recourir à un post-traitement des résultats de réflectivité.

En effet, lorsque l'on considère une membrane photonique possédant une seule résonance et deux ports de sortie (le haut et le bas), on montre alors facilement que la réflectivité issue de la résonance (pour une réflexion nulle de la membrane) suit une lorentzienne centrée sur la pulsation de la résonance, soit la partie réelle de la valeur propre qui lui est associée. On pourrait alors penser pouvoir généraliser ce résultat à des systèmes plus complexes, il s'avère néanmoins que cela ne s'applique pas aux systèmes comportant des modes couplés. Dans ces systèmes, on peut montrer que les pics de réflectivité ne suivent pas la partie réelle des valeurs propres mais qu'ils suivent les valeurs propres de la partie hermitienne de l'hamiltonien.

Il est possible de dériver ce résultat en modélisant le système par la TMC. On considère un CPM comportant deux résonances couplées dont le comportement peut être décrit par l'hamiltonien de l'équation 4.26. Il est alors possible d'extraire les spectres de réflectivité de cette structure par le modèle TMC développé dans l'annexe 4.6. La contribution de la résonance à la réflectivité globale de la

membrane est alors donnée par l'expression suivante :

$$r_{res}(\omega) = \frac{i\gamma_2(\omega_0 - \omega)}{(\omega_0 - \omega)(\omega_0 - \omega - i\gamma_2) - (\nu k)^2} \quad (4.27)$$

Le système étant sans pertes, le spectre de réflectivité présente des pics unitaire $|r|^2 = 1$ en certains points dont les positions sont fixées par l'expression suivante :

$$(\omega_0 - \omega)^2 - (\nu k)^2 = 0 \quad (4.28)$$

Ce qui revient à calculer les valeurs propres de la partie hermitienne de l'hamiltonien, à savoir Ω , de l'équation 4.26. Ce résultat est illustré sur la figure 4.7.

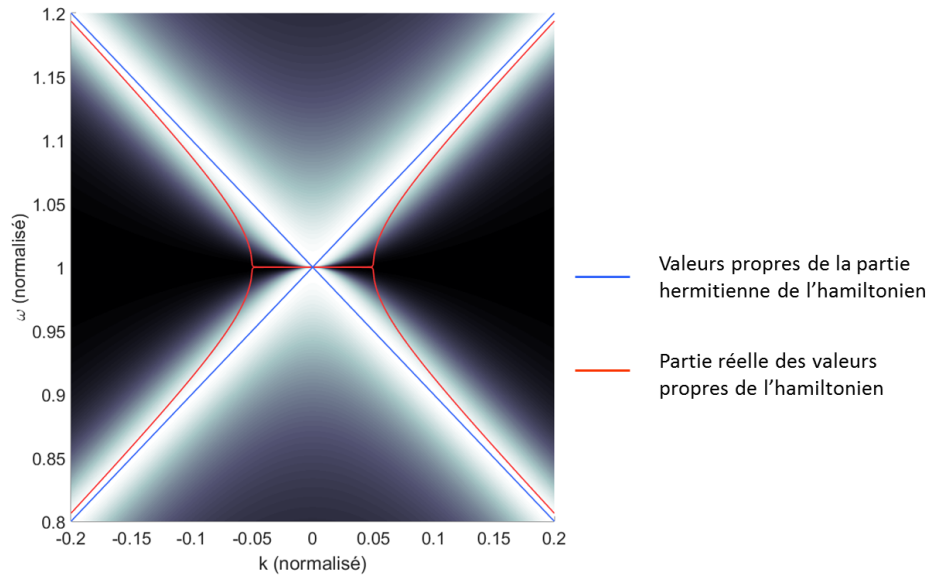


FIGURE 4.7 – Spectres de réflectivité résolus en angle centrés sur les points exceptionnels obtenus par le modèle TMC et l'hamiltonien de l'équation 4.26

Ce résultat peut se généraliser à des systèmes plus complexes, qui ne nécessitent notamment pas de faire l'hypothèse $\gamma_1 = 0$, au prix de calculs plus fastidieux [52]. Les pics de réflectivités suivent donc la partie hermitienne de l'hamiltonien et non la partie réelle de ses valeurs propres.

Pour conclure, les points exceptionnels sont des phénomènes aux propriétés inhabituelles. Il est intéressant de voir qu'il est cependant simple à induire dans les CPM et à contrôler avec l'utilisation de la double période. Les CPM semblent donc être une plateforme d'étude des points exceptionnels intéressante, notamment car elle permet de les former sous différentes formes telles que des anneaux ou des points exceptionnels jumelés[54].

Par ailleurs, plusieurs applications peuvent découler des propriétés des PE. L'une des principales voies d'investigations concerne l'amélioration de la sensibilité de capteur. En effet, de nombreux détecteurs utilisés en physique se basent sur le *splitting* d'une résonance. En employant un système opérant proche d'un PE, il est alors possible de profiter de la dépendance non-linéaire aux pertur-

bations des PE afin de gagner en sensibilité. Ce phénomène a été exploité pour la première fois par Wiersig et collab. [55–57] en employant un micro-résonateur en anneau, il a ensuite été étudié dans d'autres configurations comme des micro-résonateurs couplés [58] ou des CPM [49]. On peut aussi mentionner la possibilité d'amplifier l'effet Sagnac servant à la réalisation de gyromètres [59]. Enfin, la réalisation de laser monomodes est aussi possible grâce à la présence de PE [60, 61].

Pour finir, des structures de type Peigne basées sur ce principe sont en cours d'étude. En effet, une étude préliminaire semble montrer que l'établissement d'un effet laser au niveau d'un PE peut être possible dans ce type de structure.

4.6 Conclusion du chapitre

En conclusion, la présence de pertes, qu'elles soient radiatives ou non-radiatives, peut avoir un impact important sur les propriétés optiques des structures photoniques. En effet, au-delà de l'élargissement spectral des résonances (en pulsation ou en vecteur d'onde), les pertes impactent aussi les propriétés de propagation de la lumière. On peut ainsi observer l'apparition de régimes peu communs où la vitesse de groupe devient supra-luminique (la vitesse de l'énergie reste évidemment sub-luminique). On observe aussi la disparition du gap photonique du fait de l'étalement spectral des résonances.

On notera aussi la formation de phénomènes inédits, tels que les points exceptionnels. Ces points se forment du fait de la non-hermiticité du système et mènent à un effondrement de deux vecteurs propres ou plus les uns sur les autres lorsque les conditions sont réunies. Ce phénomène est très étudié dans la littérature de ces dernières années dans différents systèmes car il pourrait conduire à diverses applications très intéressantes telles que la propagation unidirectionnelle dans les guides d'onde ou à une augmentation des DOS propice à l'établissement d'un régime laser.

Néanmoins, en dehors de ces phénomènes nouveaux, les pertes ont généralement un effet plutôt néfaste sur les propriétés optiques et il est nécessaire de mettre en place des moyens de contrôle. En ce qui concerne les pertes rayonnées, cela passe généralement par la génération d'un BIC ou quasi-BIC. Pour cela, différents schémas peuvent être mis en place. Les BIC les plus triviaux sont les BIC de symétrie qui se situent aux points de haute symétrie du réseau réciproque. Les BIC par interférences destructives peuvent aussi être utilisés, et ils possèdent l'avantage de ne pas être restreints aux points de haute symétrie.

Il est finalement possible de pouvoir utiliser ces deux types de BIC conjointement afin de générer des bandes à fort facteur de qualité sur une large gamme de vecteur d'onde. Cela peut de plus être formé en parallèle d'une bande ultra-plate, alliant ainsi un long temps de confinement de la lumière dans la membrane à un fort ralentissement de la lumière, ce qui est propice à l'exaltation de différentes interactions lumière-matière ainsi qu'à l'établissement d'un régime laser à faible seuil.

4.7 Références

- [1] PEDERSEN, J. G., S. XIAO et N. A. MORTENSEN. 2008. «Limits of slow light in photonic crystals», *Physical Review B*, vol. 78, n° 15, doi :10.1103/PhysRevB.78.153101, p. 153 101, ISSN 1098-0121. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.78.153101>. 127, 128
- [2] GRGIĆ, J., J. PEDERSEN, S. XIAO et N. MORTENSEN. 2010. «Group index limitations in slow-light photonic crystals», *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, vol. 8, n° 2, doi:10.1016/j.photonics.2009.07.002, p. 56–61, ISSN 15694410. URL <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1569441009000364>. 127
- [3] LAUDE, V., J. M. ESCALANTE et A. MARTÍNEZ. 2013. «Effect of loss on the dispersion relation of photonic and phononic crystals», *Physical Review B*, vol. 88, n° 22, doi :10.1103/PhysRevB.88.224302, p. 224 302, ISSN 1098-0121. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.88.224302>. 127, 128
- [4] BÜTTIKER, M. et S. WASHBURN. 2003. «Ado about nothing much?», *Nature*, vol. 422, n° 6929, doi :10.1038/422271a, p. 271–272, ISSN 0028-0836. URL <http://www.physics.uofl.edu/sbmendes/phys355fall07/notes/Chapter7/422271a.pdf><http://www.nature.com/articles/422271a>. 128
- [5] DING, Y. et R. MAGNUSSON. 2007. «Band gaps and leaky-wave effects in resonant photonic-crystal waveguides», *Optics Express*, vol. 15, n° 2, doi :10.1364/OE.15.000680, p. 680, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-15-2-680>. 128
- [6] DING, Y. et R. MAGNUSSON. 2004. «Use of nondegenerate resonant leaky modes to fashion diverse optical spectra», *Optics Express*, vol. 12, n° 9, doi :10.1364/OPEX.12.001885, p. 1885, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-12-9-1885>. 128
- [7] VINCENT, P. et M. NEVIERE. 1979. «Corrugated dielectric waveguides - A numerical study of the second-order stop bands», *Applied Physics*, vol. 20, doi :10.1007/BF00895008, p. 345–351. 128
- [8] OHTAKA, K., J.-I. INOUE et S. YAMAGUTI. 2004. «Derivation of the density of states of leaky photonic bands», *Physical Review B*, vol. 70, n° 3, doi :10.1103/PhysRevB.70.035109, p. 035 109, ISSN 1098-0121. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.70.035109>. 130
- [9] INOUE, K. et K. OHTAKA. 2004. *Photonic Crystals, Springer Series in OPTICAL SCIENCES*, vol. 94, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, ISBN 978-3-642-05816-5, doi :10.1007/978-3-540-40032-5. URL <http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-40032-5>. 130
- [10] HUISMAN, S. R., G. CTISTIS, S. STOBBE, A. P. MOSK, J. L. HEREK, A. LAGENDIJK, P. LODAHL, W. L. VOS et P. W. H. PINKSE. 2012. «Measurement of a band-edge tail in the density of states of a photonic-crystal waveguide», *Physical Review B*, vol. 86, n° 15, doi :10.1103/PhysRevB.86.155154, p. 155 154, ISSN 1098-0121. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.86.155154>. 131

- [11] HSU, C. W., B. ZHEN, A. D. STONE, J. D. JOANNOPOULOS et M. SOLJAČIĆ. 2016. «Bound states in the continuum», *Nature Reviews Materials*, vol. 1, n° 9, doi :10.1038/natrevmats.2016.48, p. 16 048, ISSN 2058-8437. URL <http://www.nature.com/articles/natrevmats201648>. 132, 133, 136
- [12] VON NEUMAN, J. et E. WIGNER. 1929. «Über merkwürdige diskrete Eigenwerte. Über das Verhalten von Eigenwerten bei adiabatischen Prozessen», *Physikalische Zeitschrift*, vol. 30, p. 467–470. 132
- [13] CAPASSO, F., C. SIRTORI, J. FAIST, D. L. SIVCO, S.-N. G. CHU et A. Y. CHO. 1992. «Observation of an electronic bound state above a potential well», *Nature*, vol. 358, n° 6387, doi :10.1038/358565a0, p. 565–567, ISSN 0028-0836. URL <http://www.nature.com/doifinder/10.1038/358565a0>. 132
- [14] ČTYROKÝ, J. 2001. «Photonic bandgap structures in planar waveguides», *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 18, n° 2, doi :10.1364/JOSAA.18.000435, p. 435, ISSN 1084-7529. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josaa-18-2-435>. 132
- [15] KAWAKAMI, S. 2002. «Analytically solvable model of photonic crystal structures and novel phenomena», *Journal of Lightwave Technology*, vol. 20, n° 8, doi :10.1109/JLT.2002.800267, p. 1644–1650, ISSN 0733-8724. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1058181/>. 132
- [16] ROBNIK, M. 1986. «A simple separable Hamiltonian having bound states in the continuum», *Journal of Physics A : Mathematical and General*, vol. 19, n° 18, doi :10.1088/0305-4470/19/18/029, p. 3845–3848, ISSN 0305-4470. URL <http://stacks.iop.org/0305-4470/19/i=18/a=029?key=crossref.c18ee9ace6b481f52feff54f74443d75>. 132
- [17] WATTS, M. R., S. G. JOHNSON, H. A. HAUS et J. D. JOANNOPOULOS. 2002. «Electromagnetic cavity with arbitrary Q and small modal volume without a complete photonic bandgap», *Optics Letters*, vol. 27, n° 20, doi :10.1364/OL.27.001785, p. 1785, ISSN 0146-9592. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-27-20-1785>. 132
- [18] KAZARINOV, R. et C. HENRY. 1985. «Second-order distributed feedback lasers with mode selection provided by first-order radiation losses», *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 21, n° 2, doi :10.1109/JQE.1985.1072627, p. 144–150, ISSN 0018-9197. URL <http://www.nature.com/doifinder/10.1038/284600a0http://ieeexplore.ieee.org/document/1072627/>. 133
- [19] HENRY, C., R. KAZARINOV, R. LOGAN et R. YEN. 1985. «Observation of destructive interference in the radiation loss of second-order distributed feedback lasers», *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 21, n° 2, doi :10.1109/JQE.1985.1072620, p. 151–154, ISSN 0018-9197. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1072620/>. 133
- [20] MEIER, M., A. MEKIS, A. DODABALAPUR, A. TIMKO, R. E. SLUSHER, J. D. JOANNOPOULOS et O. NALAMASU. 1999. «Laser action from two-dimensional distributed feedback in photonic crystals», *Applied Physics Letters*, vol. 74, n° 1, doi :10.1063/1.123116, p. 7–9, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.123116>. 133

- [21] IMADA, M., S. NODA, A. CHUTINAN, T. TOKUDA, M. MURATA et G. SASAKI. 1999. «Coherent two-dimensional lasing action in surface-emitting laser with triangular-lattice photonic crystal structure», *Applied Physics Letters*, vol. 75, n° 3, doi :10.1063/1.124361, p. 316–318, ISSN 0003-6951. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.124361>. 133
- [22] HIROSE, K., Y. LIANG, Y. KUROSAKA, A. WATANABE, T. SUGIYAMA et S. NODA. 2014. «Watt-class high-power, high-beam-quality photonic-crystal lasers», *Nature Photonics*, vol. 8, n° 5, doi :10.1038/nphoton.2014.75, p. 406–411, ISSN 1749-4885. URL <http://www.nature.com/articles/nphoton.2014.75>. 134
- [23] WONJOO SUH, ZHENG WANG et SHANHUI FAN. 2004. «Temporal coupled-mode theory and the presence of non-orthogonal modes in lossless multimode cavities», *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 40, n° 10, doi :10.1109/JQE.2004.834773, p. 1511–1518, ISSN 0018-9197. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1337032/>. 134, 135
- [24] FRIEDRICH, H. et D. WINTGEN. 1985. «Interfering resonances and bound states in the continuum», *Physical Review A*, vol. 32, n° 6, doi :10.1103/PhysRevA.32.3231, p. 3231–3242, ISSN 0556-2791. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.32.3231>. 135
- [25] IBANESCU, M., S. G. JOHNSON, D. ROUNDY, Y. FINK et J. D. JOANNOPOULOS. 2005. «Microcavity confinement based on an anomalous zero group-velocity waveguide mode», *Optics Letters*, vol. 30, n° 5, doi :10.1364/OL.30.000552, p. 552, ISSN 0146-9592. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-30-5-552>. 138
- [26] KATO, T. 1995. *Perturbation Theory for Linear Operators, Classics in Mathematics*, vol. 132, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, ISBN 978-3-540-58661-6, 642 p., doi :10.1007/978-3-642-66282-9. URL <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-66282-9>. 140
- [27] HEISS, W. D. 2004. «Exceptional points of non-Hermitian operators», *Journal of Physics A : Mathematical and General*, vol. 37, n° 6, doi :10.1088/0305-4470/37/6/034, p. 2455–2464, ISSN 0305-4470. URL <http://stacks.iop.org/0305-4470/37/i=6/a=034?key=crossref.41e15ee7456ab978a7ae1d85ce7dcd0e>. 140
- [28] CAO, H. et J. WIERSIG. 2015. «Dielectric microcavities : Model systems for wave chaos and non-Hermitian physics», *Reviews of Modern Physics*, vol. 87, n° 1, doi :10.1103/RevModPhys.87.61, p. 61–111, ISSN 0034-6861. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.87.61>. 141
- [29] LATINNE, O., N. J. KYLSTRA, M. DÖRR, J. PURVIS, M. TERAPO-DUNSEATH, C. J. JOACHAIN, P. G. BURKE et C. J. NOBLE. 1995. «Laser-Induced Degeneracies Involving Autoionizing States in Complex Atoms», *Physical Review Letters*, vol. 74, n° 1, doi :10.1103/PhysRevLett.74.46, p. 46–49, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.46>. 141
- [30] SHUVALOV, A. L. et N. H. SCOTT. 2000. «On singular features of acoustic wave propagation in weakly dissipative anisotropic thermoviscoelasticity», *Acta Mechanica*, vol. 140, n° 1-2, doi : 10.1007/BF01175976, p. 1–15, ISSN 0001-5970. URL <http://link.springer.com/10.1007/BF01175976>. 141

- [31] DEMBOWSKI, C., H.-D. GRÄF, H. L. HARNEY, A. HEINE, W. D. HEISS, H. REHFELD et A. RICHTER. 2001. «Experimental Observation of the Topological Structure of Exceptional Points», *Physical Review Letters*, vol. 86, n° 5, doi :10.1103/PhysRevLett.86.787, p. 787–790, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.787>. 141, 142
- [32] STEHMANN, T., W. D. HEISS et F. G. SCHOLTZ. 2004. «Observation of exceptional points in electronic circuits», *Journal of Physics A : Mathematical and General*, vol. 37, n° 31, doi : 10.1088/0305-4470/37/31/012, p. 7813–7819, ISSN 0305-4470. URL <http://stacks.iop.org/0305-4470/37/i=31/a=012?key=crossref.f57b48446bd6b1b0572b1f84be825cf6>. 141
- [33] DEMBOWSKI, C., B. DIETZ, H. D. GRÄF, H. L. HARNEY, A. HEINE, W. D. HEISS et A. RICHTER. 2004. «Encircling an exceptional point», *Physical Review E - Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, vol. 69, n° 5, doi :10.1103/PhysRevE.69.056216, p. 7, ISSN 1063651X. 142
- [34] DIETZ, B., T. FRIEDRICH, J. METZ, M. MISKI-OGU, A. RICHTER, F. SCHÄFER et C. A. STAFFORD. 2007. «Rabi oscillations at exceptional points in microwave billiards», *Physical Review E*, vol. 75, n° 2, doi :10.1103/PhysRevE.75.027201, p. 027 201, ISSN 1539-3755. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.75.027201>. 141
- [35] LEE, S.-B., J. YANG, S. MOON, S.-Y. LEE, J.-B. SHIM, S. W. KIM, J.-H. LEE et K. AN. 2009. «Observation of an Exceptional Point in a Chaotic Optical Microcavity», *Physical Review Letters*, vol. 103, n° 13, doi :10.1103/PhysRevLett.103.134101, p. 134 101, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.134101>. 141, 142
- [36] ZHU, J., A. K. ÖZDEMİR, L. HE et L. YANG. 2010. «Controlled manipulation of mode splitting in an optical microcavity by two Rayleigh scatterers», *Optics Express*, vol. 18, n° 23, doi :10.1364/OE.18.023535, p. 23 535, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-18-23-23535>. 141
- [37] GE, L., Y. D. CHONG, S. ROTTER, H. E. TÜRECI et A. D. STONE. 2011. «Unconventional modes in lasers with spatially varying gain and loss», *Physical Review A*, vol. 84, n° 2, doi :10.1103/PhysRevA.84.023820, p. 023 820, ISSN 1050-2947. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.84.023820>. 141
- [38] LIERTZER, M., L. GE, A. CERJAN, A. D. STONE, H. E. TÜRECI et S. ROTTER. 2012. «Pump-Induced Exceptional Points in Lasers», *Physical Review Letters*, vol. 108, n° 17, doi :10.1103/PhysRevLett.108.173901, p. 173 901, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.173901>.
- [39] PENG, B., . K. OZDEMİR, S. ROTTER, H. YILMAZ, M. LIERTZER, F. MONIFI, C. M. BENDER, F. NORI et L. YANG. 2014. «Loss-induced suppression and revival of lasing», *Science*, vol. 346, n° 6207, doi :10.1126/science.1258004, p. 328–332, ISSN 0036-8075. URL <http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.1258004>.
- [40] BRANDSTETTER, M., M. LIERTZER, C. DEUTSCH, P. KLANG, J. SCHÖBERL, H. E. TÜRECI, G. STRASSER, K. UNTERRAINER et S. ROTTER. 2014. «Reversing the pump dependence of a laser at an ex-

- ceptional point», *Nature Communications*, vol. 5, n° 1, doi :10.1038/ncomms5034, p. 4034, ISSN 2041-1723. URL <http://www.nature.com/articles/ncomms5034>.
- [41] KIM, K.-H., M.-S. HWANG, H.-R. KIM, J.-H. CHOI, Y.-S. NO et H.-G. PARK. 2016. «Direct observation of exceptional points in coupled photonic-crystal lasers with asymmetric optical gains», *Nature Communications*, vol. 7, doi :10.1038/ncomms13893, p. 13 893, ISSN 2041-1723. URL <http://dx.doi.org/10.1038/ncomms13893><http://www.nature.com/doifinder/10.1038/ncomms13893>.
- [42] ZHANG, J., B. PENG, A. K. ÖZDEMİR, K. PICHLER, D. O. KRIMER, G. ZHAO, F. NORI, Y.-X. LIU, S. ROTTER et L. YANG. 2018. «A phonon laser operating at an exceptional point», *Nature Photonics*, doi :10.1038/s41566-018-0213-5, ISSN 1749-4885. URL <http://www.nature.com/articles/s41566-018-0213-5>. 141
- [43] HEISS, W. D. 2012. «The physics of exceptional points», *Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical*, vol. 45, n° 44, doi :10.1088/1751-8113/45/44/444016, p. 444 016, ISSN 1751-8113. URL <http://stacks.iop.org/1751-8113/45/i=44/a=444016?key=crossref.f6b6328fb4cd69ae5b3ae0bf33084cc4>. 141
- [44] DOPPLER, J., A. A. MAILYBAEV, J. BÖHM, U. KÜHL, A. GIRSCHIK, F. LIBISCH, T. J. MILBURN, P. RABL, N. MOISEYEV et S. ROTTER. 2016. «Dynamically encircling an exceptional point for asymmetric mode switching», *Nature*, vol. 537, n° 7618, doi :10.1038/nature18605, p. 76–79, ISSN 0028-0836. URL <http://dx.doi.org/10.1038/nature18605><http://www.nature.com/articles/nature18605>. 142
- [45] HEISS, W. et H. HARNEY. 2001. «The chirality of exceptional points», *The European Physical Journal D*, vol. 17, n° 2, doi :10.1007/s100530170017, p. 149–151, ISSN 14346060. URL <http://www.springerlink.com/index/10.1007/s100530170017>. 142
- [46] PENG, B., A. K. ÖZDEMİR, M. LIERTZER, W. CHEN, J. KRAMER, H. YILMAZ, J. WIERSIG, S. ROTTER et L. YANG. 2016. «Chiral modes and directional lasing at exceptional points», *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 113, n° 25, doi :10.1073/pnas.1603318113, p. 6845–6850, ISSN 0027-8424. URL <http://www.pnas.org/lookup/doi/10.1073/pnas.1603318113>. 142
- [47] PICK, A., B. ZHEN, O. D. MILLER, C. W. HSU, F. HERNANDEZ, A. W. RODRIGUEZ, M. SOLJAČIĆ et S. G. JOHNSON. 2017. «General theory of spontaneous emission near exceptional points», *Optics Express*, vol. 25, n° 11, doi :10.1364/OE.25.012325, p. 12 325, ISSN 1094-4087. URL <http://arxiv.org/abs/1604.06478><http://dx.doi.org/10.1364/OE.25.012325><https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=oe-25-11-12325>. 142
- [48] LIN, Z., A. PICK, M. LONČAR et A. W. RODRIGUEZ. 2016. «Enhanced Spontaneous Emission at Third-Order Dirac Exceptional Points in Inverse-Designed Photonic Crystals», *Physical Review Letters*, vol. 117, n° 10, doi :10.1103/PhysRevLett.117.107402, p. 10 7402, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.107402>. 142
- [49] PICK, A., Z. LIN, W. JIN et A. W. RODRIGUEZ. 2017. «Enhanced nonlinear frequency conversion and Purcell enhancement at exceptional points», *Physical Review B*, vol. 96, n° 22, doi :10.1103/

- PhysRevB.96.224303, p. 224 303, ISSN 2469-9950. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.96.224303>. 142, 145
- [50] LIN, Z., H. RAMEZANI, T. EICHELKRAUT, T. KOTTOS, H. CAO et D. N. CHRISTODOULIDES. 2011. «Unidirectional invisibility induced by PT-symmetric periodic structures», *Physical Review Letters*, vol. 106, n° 21, doi :10.1103/PhysRevLett.106.213901, p. 1–4, ISSN 00319007. 142
- [51] PENG, B., A. K. ÖZDEMİR, F. LEI, F. MONIFI, M. GIANFREDA, G. L. LONG, S. FAN, F. NORI, C. M. BENDER et L. YANG. 2014. «Parity–time-symmetric whispering-gallery microcavities», *Nature Physics*, vol. 10, n° 5, doi :10.1038/nphys2927, p. 394–398, ISSN 1745-2473. URL <http://www.nature.com/articles/nphys2927>. 142
- [52] ZHEN, B., C. W. HSU, Y. IGARASHI, L. LU, I. KAMINER, A. PICK, S.-L. CHUA, J. D. JOANNOPOULOS et M. SOLJAČIĆ. 2015. «Spawning rings of exceptional points out of Dirac cones», *Nature*, vol. 525, n° 7569, doi:10.1038/nature14889, p. 354–358, ISSN 0028-0836. URL <http://www.nature.com/articles/nature14889>. 142, 143, 144
- [53] SZAMEIT, A., M. C. RECHTSMAN, O. BAHAT-TREIDEL et M. SEGEV. 2011. «PT-symmetry in honeycomb photonic lattices», *Physical Review A*, vol. 84, n° 2, doi :10.1103/PhysRevA.84.021806, p. 021 806, ISSN 1050-2947. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.84.021806>. 142
- [54] ZHOU, H., C. PENG, Y. YOON, C. W. HSU, K. A. NELSON, L. FU, J. D. JOANNOPOULOS, M. SOLJAČIĆ et B. ZHEN. 2018. «Observation of bulk Fermi arc and polarization half charge from paired exceptional points», *Science*, vol. 359, n° 6379, doi :10.1126/science.aap9859, p. 1009–1012, ISSN 0036-8075. URL <http://www.sciencemag.org/lookup/doi/10.1126/science.aap9859>. 144
- [55] WIERSIG, J. 2014. «Enhancing the Sensitivity of Frequency and Energy Splitting Detection by Using Exceptional Points : Application to Microcavity Sensors for Single-Particle Detection», *Physical Review Letters*, vol. 112, n° 20, doi :10.1103/PhysRevLett.112.203901, p. 203 901, ISSN 0031-9007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.203901>. 145
- [56] WIERSIG, J. 2016. «Sensors operating at exceptional points : General theory», *Physical Review A*, vol. 93, n° 3, doi :10.1103/PhysRevA.93.033809, p. 033 809, ISSN 2469-9926. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.93.033809>.
- [57] CHEN, W., A. KAYA ÖZDEMİR, G. ZHAO, J. WIERSIG et L. YANG. 2017. «Exceptional points enhance sensing in an optical microcavity», *Nature*, vol. 548, n° 7666, doi :10.1038/nature23281, p. 192–196, ISSN 0028-0836. URL <http://dx.doi.org/10.1038/nature23281><http://www.nature.com/doi/10.1038/nature23281>. 145
- [58] HODAEI, H., A. U. HASSAN, S. WITTEK, H. GARCIA-GRACIA, R. EL-GANAINY, D. N. CHRISTODOULIDES et M. KHAJAVIKHAN. 2017. «Enhanced sensitivity at higher-order exceptional points», *Nature*, vol. 548, n° 7666, doi :10.1038/nature23280, p. 187–191, ISSN 0028-0836. URL <http://dx.doi.org/10.1038/nature23280><http://www.nature.com/doi/10.1038/nature23280>. 145

- [59] SUNADA, S. 2017. «Large Sagnac frequency splitting in a ring resonator operating at an exceptional point», *Physical Review A*, vol. 96, n° 3, doi :10.1103/PhysRevA.96.033842, p. 033 842, ISSN 2469-9926. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.96.033842>. 145
- [60] FENG, L., Z. J. WONG, R.-M. MA, Y. WANG et X. ZHANG. 2014. «Single-mode laser by parity-time symmetry breaking», *Science*, vol. 346, n° 6212, doi :10.1126/science.1258479, p. 972–975, ISSN 0036-8075. URL <http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.1258479>. 145
- [61] HODAEI, H., M.-A. MIRI, M. HEINRICH, D. N. CHRISTODOULIDES et M. KHAJAVIKHAN. 2014. «Parity-time-symmetric microring lasers», *Science*, vol. 346, n° 6212, doi :10.1126/science.1258480, p. 975–978, ISSN 0036-8075. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/7126/>
<http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.1258480>. 145

Conclusion

Conclusion des travaux de thèse

Les travaux présentés dans ce manuscrit de thèse sont une contribution principalement théorique et prospective du potentiel des cristaux photoniques membranaires, et plus particulièrement des CPM 1D, à pouvoir modéliser la façon dont la lumière se propage en leur sein. Plus précisément, ces travaux explorent les possibilités de contrôle supplémentaires que manifestent les CPM à symétrie verticale brisée, permettant ainsi de jouer sur un couplage inter-ordre guidé.

Deux régimes de fonctionnement ont été étudiés. En premier lieu, la dispersion et les propriétés qui en découlent ont été étudiées en se restreignant sous le cône de lumière, permettant ainsi de négliger les sources de pertes rayonnées. Les autres sources de pertes, telles que l'absorption ou les pertes par diffusion, ont aussi été négligées afin de pouvoir étudier le système dans un cadre hermitien. Il a ainsi été montré que la brisure de symétrie verticale permettait de mettre en interaction les modes guidés de la structure possédant un ordre différent. En particulier, les deux premiers ordres ont aussi pu être utilisés afin de modéliser des dispersions inhabituelles dans des CPM 1D. Ainsi, il a été possible de générer diverses structures de bande, telles que des dispersions multi-vallées, des dispersions ultra-plates et des cônes de Dirac. Une modélisation de la dynamique de couplage induite par la structure a été établie en utilisant la théorie des modes couplés, permettant d'appréhender la physique sous-jacente à ces structures photoniques à symétrie verticale brisée. De plus, une étude prospective sur les applications et fonctionnalités de chacune de ces dispersions a été menée, il en résulte plusieurs possibilités intéressantes. On peut par exemple citer la réalisation d'une émission laser inclinée par rapport au plan du CPM, ce qui a été démontré expérimentalement et qui pourrait servir de prémices à la réalisation du *beam steering* ou *beam shaping* dynamique tout électrique.

Dans un deuxième temps, l'étude a été portée sur les résonances guidées, qui se situent au-dessus du cône de lumière et sont donc sujets aux pertes rayonnées. Pour cela, l'effet des pertes sur les propriétés photoniques a été étudié. Il en ressort que les pertes ont un effet nefaste sur la plupart des propriétés photoniques développées dans le cadre hermitien. En particulier, les capacités de ralentissement de la lumière sont dégradées et limitées par les pertes optiques de même que les densités d'états accessibles dans ces structures. Ainsi, des stratégies de contrôle des pertes radiatives, basées sur des phénomènes de découplage de la lumière du continuum radiatif, ont été mises au point et employées à la réalisation d'une résonance guidée alliant des capacités de ralentissement accrues, par la génération d'une bande ultra-plate, à une longue durée de confinement dans la membrane. Cela a été réalisé en utilisant conjointement deux phénomènes de découplage différents permettant d'élargir la gamme de vecteurs d'onde pour lequel la résonance se comporte à la manière d'un quasi-BIC. Ce confinement spatial allié à une longue durée de vie de la résonance semble propice à l'exaltation des phénomènes d'interactions lumière-matière. On peut par exemple

imaginer la formation d'un laser à bord de bande à faible seuil et faible extension latérale en profitant des caractéristiques spectro-spatiales des BIC ultra-plats et de leurs fortes densités d'états.

En parallèle, un phénomène exclusif aux systèmes non-hermitiens a pu être généré au sein des CPM étudié, il s'agit des points exceptionnels. Ces états photoniques, caractérisés par l'effondrement de deux vecteurs propres ou plus, a été très étudié dans la littérature ces dernières années dans diverses configurations. Leur formation au moyen de résonances délocalisées établies dans des CPM pourrait permettre la création de laser aux propriétés d'émission particulières ou encore de pouvoir étendre le régime monomode de ces lasers sur une plus grande extension latérale du CPM.

Perspectives de recherches

Dans ces travaux de thèse, les briques conceptuelles permettant la génération de dispersion à la demande ont été mises en place. L'étude sur les fonctionnalités et applications possibles de ces dispersions a permis d'identifier différents axes de recherches qu'il serait intéressant de développer. Parmi ces axes de recherche, voici ceux qui semblent les plus prometteurs :

En premier lieu, on peut citer la réalisation du *beam steering* à partir de laser à cristaux photoniques. Pour cela, il est possible d'exploiter les dispersions multi-vallées qui génèrent des points à fortes densités d'états à différentes positions de l'espace réciproque. L'émission laser a déjà été obtenue expérimentalement en émission normale au plan du CPM (le point Γ) et en émission inclinée (la bande plate excentrée) en jouant sur la position de ces résonances (ajustée par la lithographie) par rapports à l'émission des puits quantiques. En ajustant finement la position en pulsation de ces deux résonances à fortes densités d'états, il pourrait être possible de passer dynamiquement d'une émission normale à une émission inclinée, en jouant par exemple sur la température (ajustable par la pompe).

Un autre axe de recherche prometteur serait d'approfondir les possibilités de contrôle de la polarisation de la lumière émise dans ces structures. Il a en effet été montré que les cônes de Dirac *transverses* étaient composés de modes de polarisation hybride (50% TE et 50% TM au premier ordre), mais malgré tout la lumière émise peut être polarisée de façon contrôlée en jouant sur les symétries de la structure, et notamment sur la façon dont la double période est réalisée. De plus, la formation du cône de Dirac transverse s'accompagne toujours d'une bande plate excentrée qui est donc propice à l'établissement d'un régime d'émission laser. Il paraît donc tout à fait possible de réaliser un laser, dont l'émission est inclinée et la polarisation est fixée par la lithographie (linéaire s/p, ou elliptique voire circulaire suivant le besoin).

Enfin, les résonances de type BIC ultra-plats pourraient être utilisées pour la réalisation de résonateurs laser afin de pouvoir quantifier le gain obtenu en utilisant des bandes ultra-plates plutôt que des bande plates quadratiques classiques, que ce soit en termes de seuil laser ou de taille critique de la cavité.

Par ailleurs, dans l'optique de réalisations expérimentales, l'utilisation de méthodes d'optimisation méta-heuristiques telle que l'optimisation par essaims particuliers devrait être envisagée au vu du potentiel de ces techniques dans la conception de dispositifs optiques efficaces. Cette méthode

a déjà montré ses capacités dans la conception de miroir à cristal photonique large bande dans la littérature et a permis la réalisation de fit dans les travaux de cette thèse.

Enfin, dans un cadre plus prospectif, les propriétés optiques des points exceptionnels leur implications pourraient être développées davantage. Dans la même optique, le couplage évanescent de CPM, à la manière des structures arêtes de poisson, impliquant deux réseaux de périodes différentes est un domaine encore inexploré qui pourrait apporter des propriétés de propagation très intéressantes.

Annexes

Compléments au chapitre 1

Effet des invariances

Cette annexe démontre que lorsque qu'un opérateur F commute avec l'hamiltonien photonique Θ , souvent grâce à une invariance de $\epsilon_r(\mathbf{r})$, alors les vecteurs propres de Θ sont aussi vecteurs propres de F .

Considérons un opérateur F commutant avec Θ , c'est-à-dire :

$$\Theta F = F \Theta \quad (5.1)$$

Aussi parfois écrit $[\Theta, F] = 0$ avec $[A, B] = AB - BA$. Ainsi, si on considère une solution non dégénérée⁸ ϕ de l'équation photonique avec comme valeur propre $(\omega/c)^2$, on a :

$$\begin{aligned} F \Theta \phi &= \Theta F \phi \\ &= \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 F \phi \end{aligned} \quad (5.2)$$

$F \phi$ est donc aussi solution de l'équation photonique avec la même valeur propre que ϕ . Cette solution étant supposée non-dégénérée, ces deux vecteurs sont nécessairement colinéaires :

$$F \phi = \alpha \phi \quad (5.3)$$

Il en résulte que ϕ est aussi un vecteur propre de l'opérateur F .

Relation de dispersion des milieux périodiques

On cherche ici à construire les solutions de l'équation photonique dans les milieux périodiques sous la forme d'onde de Bloch. On considère alors une structure périodique, c'est-à-dire que :

$$\epsilon_r(\mathbf{r} + \mathbf{G}) = \epsilon_r(\mathbf{r}) \quad \forall \mathbf{r}, \mathbf{G} \quad (5.4)$$

8. En cas de dégénérescence, les résultats suivants s'obtiennent en se plaçant dans une base adéquate

Où $\mathbf{G}$ est un vecteur quelconque du réseau, néanmoins afin de simplifier l'étude nous nous placerons dans un premier temps dans le cas d'une structure périodique 1D avec $\mathbf{G} = a\hat{x}$, où a est la période du cristal. Par conséquent, les structures ne possèdent plus qu'une *symétrie de translation discrète*, et Θ commute avec l'opérateur de translation T_{na} . Ainsi, de même que précédemment les vecteurs propres de Θ peuvent être exprimés sous la forme d'un vecteur propre de T_{na} . Néanmoins, il existe dans ce cas une subtilité que l'on a passé sous silence dans le cas des structures uniformes, à savoir qu'il existe des dégénérescences parmi les vecteurs propres de T_{na} . En effet, étant donné que :

$$e^{-ika} = e^{-i(k + \frac{n2\pi}{a})a} \quad (5.5)$$

Où n est un entier relatif, tous les vecteurs propres $e^{i(k + \frac{n2\pi}{a})x}$ forment un ensemble dégénéré de vecteurs. On appelle le terme $2\pi/a\hat{x}$ le *vecteur primaire du réseau réciproque*. Par conséquent, les vecteurs propres de Θ ne se décomposent pas sur un seul de ces vecteurs propres mais sur une combinaison linéaire (à déterminer) de ces derniers :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_k(x, y, z) &= \sum_n \left(\mathbf{c}_{k,n}(y, z) e^{i(k + \frac{2n\pi}{a})x} \right) \\ &= e^{ikx} \sum_n \left(\mathbf{c}_{k,n}(y, z) e^{i\frac{2n\pi}{a}x} \right) \\ &= e^{ikx} \mathbf{u}_k(x, y, z) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Où le champ vectoriel $\mathbf{u}_k(x, y, z)$ est une fonction périodique de x , de même période que le CP. Cette fonction représente *l'enveloppe de Bloch*. Cette subtilité pouvait être passée sous silence dans le cas de la structure uniforme, car parmi toutes les harmoniques possibles une seule respecte la relation de dispersion, assurant que les autres harmoniques soit nulles.

En considérant que la structure est aussi périodique ou uniforme suivant les directions y et z , en réitérant le développement précédent on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_k(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{g}} \left(\mathbf{c}_{k,\mathbf{g}} e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{g}) \cdot \mathbf{r}} \right) \\ &= e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Où les vecteurs $\{\mathbf{g}\}$ sont des vecteurs du réseau réciproque définis par $\mathbf{g} \cdot \mathbf{G} = 2\pi$. Le champ vectoriel $\mathbf{u}_k(\mathbf{r})$ est ainsi une fonction de même périodicité que $\epsilon_r(\mathbf{r})$, c'est à dire que $\mathbf{u}_k(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = \mathbf{u}_k(\mathbf{r})$ pour tous vecteurs du réseau $\mathbf{R}$, et qu'elle est uniforme dans les directions où la structure est uniforme.

Conditions de transversalité dans les milieux périodiques

Cette partie se consacre à l'établissement de la condition de transversalité pour les modes de Bloch. En injectant les solutions 5.7 dans la condition de transversalité du champ $\mathbf{H}$ (équation 1.10), on obtient :

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \mathbf{H}_{\mathbf{k}} &= \sum_{\mathbf{g}} \nabla \cdot \left[\mathbf{c}_{\mathbf{k},\mathbf{g}} e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g}) \cdot \mathbf{r}} \right] \\
&= \sum_{\mathbf{g}} i(\mathbf{k} + \mathbf{g}) \cdot \mathbf{c}_{\mathbf{k},\mathbf{g}} e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g}) \cdot \mathbf{r}} = 0
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Où la sommation est sur tous les vecteurs du réseau réciproque $\mathbf{g}$. Soit finalement :

$$(\mathbf{k} + \mathbf{g}) \cdot \mathbf{c}_{\mathbf{k},\mathbf{g}} = 0 \quad \forall \mathbf{g} \tag{5.9}$$

Ainsi, la condition de transversalité du champ magnétique des ondes planes dans les milieux homogènes se généralise pour les ondes de Bloch par la transversalité de toutes les composantes de Fourier $\mathbf{c}_{\mathbf{k},\mathbf{g}}$ qui les composent avec le vecteur d'onde du réseau réciproque qui leur est associé $(\mathbf{k} + \mathbf{g})$. On notera néanmoins que dans certains systèmes, les solutions peuvent être facilement construites de sorte à vérifier cette condition avant d'être injectées dans l'équation photonique.

On ne le démontrera pas ici, mais le champ électrique vérifie une égalité semblable du fait de sa condition de transversalité. Néanmoins, il est possible de se contenter de la condition de transversalité du champ $\mathbf{H}$ comme expliqué dans la partie 1.2.2.

Vitesse de phase

La vitesse de phase est alors définie comme la vitesse de propagation des fronts d'onde (lorsque ceux-ci peuvent être correctement définis). Dans le cas des ondes planes, le front d'onde est bien défini et peut être obtenu en calculant les positions iso-phases :

$$\phi = \arg(\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)) = \arg\left(\mathbf{H}_0 e^{-i(\omega t - kx)}\right) = \phi_0 - \omega t + kx \quad \forall (x, t) \tag{5.10}$$

Ainsi, après un temps Δt , les fronts d'ondes ont parcouru une distance Δx tel que :

$$k\Delta x = \omega\Delta t \tag{5.11}$$

La vitesse de phase est alors définie par l'expression :

$$v_{\phi} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{k} \tag{5.12}$$

Vitesse de groupe

La vitesse de groupe quant à elle est définie comme la vitesse de propagation d'une impulsion (ou paquet d'onde) dans le matériau. Afin de calculer cette dernière, on génère des interférences spatiales en superposant deux ondes planes de vecteurs d'onde différents. L'effet de battement qui en résulte forme une série d'impulsions dont la vitesse peut être calculée en étudiant l'évolution de

la position des nœuds au cours du temps. Afin d'établir l'expression de la vitesse de groupe dans le cas des ondes planes, il est commode de travailler de nouveau avec les champs réels. Ainsi :

$$\begin{aligned} \cos[(\omega - d\omega)t - (k - dk)x] + \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x] \\ = 2 \cos(\omega t - kx) \cos(d\omega t - dkx) \end{aligned} \quad (5.13)$$

On obtient alors l'expression de l'enveloppe $\cos(d\omega t - dkx)$. A l'instant t , ses nœuds se situent aux positions données par l'égalité :

$$\cos(d\omega t - dkx) = 0 \quad \Rightarrow \quad x(t) = \frac{d\omega}{dk} t + \frac{(2n+1)\pi}{2dk} \quad (5.14)$$

On obtient donc la vitesse de groupe en dérivant l'expression par rapport au temps, on obtient ainsi :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (5.15)$$

Ou de façon plus générale :

$$\mathbf{v}_g(\mathbf{k}) = \nabla_{\mathbf{k}}(\omega(\mathbf{k})) \quad (5.16)$$

Vitesse de l'énergie

La vitesse de l'énergie est la vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique. Elle est décrite par le vecteur de Poynting $\mathbf{\Pi}$, dont la valeur moyenne (temporellement) est définie dans les matériaux linéaires par l'expression :

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}(\mathbf{r}) &= \langle \text{Re}(\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) \wedge \text{Re}(\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)) \rangle_t \\ &= \text{Re} \left(\frac{\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \wedge \mathbf{H}_0^*(\mathbf{r})}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.17)$$

Où $\langle .. \rangle_t$ représente la moyenne temporelle sur une période.

En considérant que l'onde se propage au travers d'une surface S infiniment petite et *perpendiculaire* à $\mathbf{\Pi}$, alors l'énergie passée au travers de cette surface sur un temps dt infiniment petit vaut $E = S \|\mathbf{\Pi}\| dt$ d'une part. D'autre part, l'énergie passée au travers de S durant le même temps dt correspond à l'énergie contenue dans le volume $dV = S v_e dt$. Ainsi, en considérant la moyenne temporelle de la densité d'énergie électromagnétique $U(\mathbf{r})$ (que l'on peut considérer comme homogène sur le volume infinitésimal V), on obtient :

$$E = S \|\mathbf{\Pi}\| dt = US \|\mathbf{v}_e\| dt \implies \mathbf{v}_e(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{\Pi}(\mathbf{r})}{U(\mathbf{r})} \quad (5.18)$$

Avec

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}) &= \frac{\epsilon_0 \epsilon_r(\mathbf{r})}{2} \langle \text{Re}(\mathbf{E}(\mathbf{r}, t))^2 \rangle_t + \frac{\mu_0}{2} \langle \text{Re}(\mathbf{H}(\mathbf{r}, t))^2 \rangle_t \\ &= \frac{1}{4} (\epsilon_0 \epsilon_r(\mathbf{r}) |\mathbf{E}_0 \mathbf{r}|^2 + \mu_0 |\mathbf{H}_0 \mathbf{r}|^2) \end{aligned} \quad (5.19)$$

On définit ainsi la vitesse moyenne (à la fois dans le temps et dans l'espace) de l'énergie par :

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}(\mathbf{r}) &= \langle \text{Re}(\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) \wedge \text{Re}(\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)) \rangle_t \\ &= \text{Re} \left(\frac{\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \wedge \mathbf{H}_0^*(\mathbf{r})}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Et

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}) &= \frac{\epsilon_0 \epsilon_r(\mathbf{r})}{2} \langle \text{Re}(\mathbf{E}(\mathbf{r}, t))^2 \rangle_t + \frac{\mu_0}{2} \langle \text{Re}(\mathbf{H}(\mathbf{r}, t))^2 \rangle_t \\ &= \frac{1}{4} (\epsilon_0 \epsilon_r(\mathbf{r}) |\mathbf{E}_0 \mathbf{r}|^2 + \mu_0 |\mathbf{H}_0 \mathbf{r}|^2) \end{aligned} \quad (5.21)$$

Où $\langle .. \rangle_t$ représente la moyenne temporelle sur une période. La vitesse moyenne (à la fois dans le temps et dans l'espace) de l'énergie est alors donnée par l'expression :

$$v_e = \frac{\langle \mathbf{\Pi}(\mathbf{r}) \rangle_r}{\langle U(\mathbf{r}) \rangle_r} \quad (5.22)$$

Où $\langle .. \rangle_r$ représente la moyenne spatiale sur le domaine d'étude.

Expression des densités d'états

Cette annexe établit l'expression générale des DOS présentée dans le chapitre 1.

On considère que la SDOS $S_n(\omega, \mathbf{k})$ établie, le nombre de modes dN compris dans l'intervalle $[\omega, \omega + d\omega]$ peut alors être calculé de la façon suivante. On considère en premier lieu le nombre de modes de la branche n à la position $\mathbf{k}$ après avoir réalisé la normalisation par une boîte :

$$dN_{\mathbf{k}} = S_n(\omega, \mathbf{k}) d\omega \quad (5.23)$$

Avec :

$$\mathbf{k} = n_x \frac{\pi}{L} \hat{x} + n_y \frac{\pi}{L} \hat{y} + n_z \frac{\pi}{L} \hat{z} \quad (n_x, n_y, n_z) \in \mathbb{N} \quad (5.24)$$

On comptabilise tous les modes dans l'intervalle $[\omega, \omega + d\omega]$ en sommant les $dN_{\mathbf{k}}$ sur toutes les valeurs possibles de $\mathbf{k}$ permises par la boîte. Ainsi, en utilisant les intégrales de Riemann :

$$dN_n = \sum_{\mathbf{k}} S_n(\omega, \mathbf{k}) d\omega = \frac{d\omega}{(\pi/L)^d} \int_{\mathbf{k}} S_n(\omega, \mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (5.25)$$

Où le domaine d'intégration est l'ensemble $\{k_x, k_y, k_z > 0\}$, ce qui représente une portion de la PZB. On obtient ensuite la totalité des DOS en sommant sur toutes les branches :

$$dN = \left(\frac{L}{\pi}\right)^d \sum_n \int_{\mathbf{k}} S_n(\omega, \mathbf{k}) d\mathbf{k} d\omega \quad (5.26)$$

Finalement, on obtient :

$$g(\omega) = \frac{1}{L^d} \frac{dN}{d\omega} = \frac{1}{\pi^d} \sum_n \int_{\mathbf{k}} S_n(\omega, \mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (5.27)$$

Densité d'état pour les dispersions isotropes

Cette annexe présente une méthode alternative de calcul des DOS adaptée aux dispersions sans pertes. En premier lieu, le cas des dispersions isotropes est présentées.

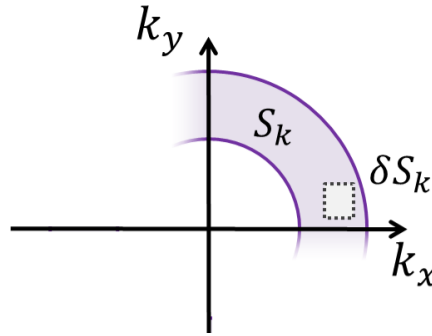


FIGURE A.1 – Surface dans l'espace réciproque parcourue par les modes d'une dispersion 2D isotrope sur une plage de pulsation $[\omega, \omega + d\omega]$ (seule les modes en k_x et k_y positif sont comptés).

La première étape du calcul des DOS est d'obtenir le volume en $\mathbf{k}$ correspondant à un intervalle de pulsation $[\omega, \omega + d\omega]$ donné. Dans le cas des dispersions isotropes, ce calcul est simple, il s'agit de la différentielle en k du volume d'une sphère (ou de la surface d'un cercle, ou d'une longueur suivant la dimension considérée), en prenant soin de ne considérer que les valeurs positives du vecteur d'onde. Ainsi, suivant la dimension, on a :

$l_k = dk$	Dimension 1	(5.28)
$S_k = \frac{1}{4} 2\pi k dk$	Dimension 2	
$V_k = \frac{1}{8} 4\pi k^2 dk$	Dimension 3	

Afin de recouvrer les **DOS**, il suffit alors de diviser le volume obtenu par le volume d'un mode. Ainsi :

$$\left| \begin{array}{ll} D(k)dk = \frac{L}{\pi} dk & \text{Dimension 1} \\ D(k)dk = \frac{L^2 k dk}{2\pi} & \text{Dimension 2} \\ D(k)dk = \frac{L^3 k^2 dk}{2\pi^2} & \text{Dimension 3} \end{array} \right. \quad (5.29)$$

La **DOS** s'obtient enfin en utilisant la relation de dispersion entre la pulsation du mode et son vecteur d'onde. Par exemple, dans le cas d'une dispersion 2D linéaire de pente v :

$$dN = D(\omega)d\omega = D(k(\omega))dk = D(k(\omega)) \frac{dk}{d\omega} d\omega = \frac{L^2 \omega}{2\pi v^2} d\omega \quad (5.30)$$

Finalement, afin d'obtenir une quantité intrinsèque à la dispersion du matériau (qui ne dépend pas de la boîte), on utilise la densité d'état par unité de volume/surface/longueur de la boîte. On fait ensuite tendre la taille de la boîte considérée vers l'infini, pour notre exemple on obtient alors :

$$g_{2D}(\omega) = \frac{1}{L^2} \frac{dN}{d\omega} = \frac{\omega}{2\pi v^2} \quad (5.31)$$

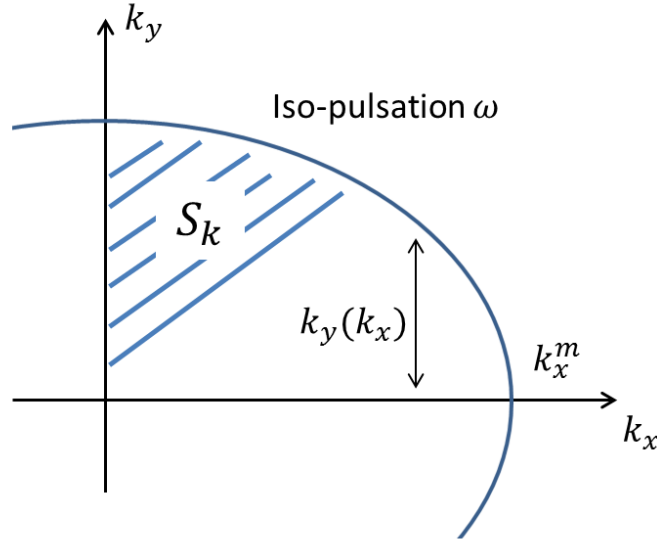
Dans le cas de dispersions non isotropes, le calcul des **DOS** se complique car l'étendue du domaine (en k) balayé par les modes compris dans l'intervalle $[\omega, \omega + d\omega]$ n'est plus aussi simple à calculer que précédemment. Une refonte de la méthode précédente applicable aux dispersions anisotropes est disponible dans la suite de ces annexes.

Densité d'état pour les dispersions anisotropes

La méthode développée précédemment ne permet pas telle quelle de calculer les dispersions anisotropes. Cette annexe développe la méthode afin de pouvoir l'appliquer à ces dispersions. Pour cela, on se place dans le cas 2D. On suppose aussi que les dispersions étudiées sont croissantes.

L'obtention des **DOS** nécessite de connaître la surface de l'espace réciproque (restreinte aux valeurs positives de k_x et k_y) parcourue par l'ensemble des modes compris dans l'intervalle de pulsation $[\omega, \omega + \delta\omega]$. Pour cela, on va calculer la surface parcourue par les modes entre l'extremum de bande ω_0 et une pulsation $\omega > \omega_0$. Il s'agit donc de calculer l'aire des courbes iso-pulsations illustrée sur la figure A.2. Dans le cas d'une parabole, elles sont définies par :

$$\omega = \alpha_x k_x^2 + \alpha_y k_y^2 \quad (5.32)$$

FIGURE A.2 – illustration de la surface d'intégration pour l'iso-pulsation ω

$$\begin{aligned}
 S_k &= \iint_{S_k} dk_x dk_y \\
 &= \int_0^{k_x^m} k_y(k_x) dk_x \\
 &= \int_0^{\sqrt{\omega/\alpha_x}} \sqrt{\frac{\omega - \alpha_x k_x^2}{\alpha_y}} dk_x \\
 &= \sqrt{\frac{\omega}{\alpha_y}} \int_0^{\sqrt{\omega/\alpha_x}} \sqrt{1 - \frac{\alpha_x k_x^2}{\omega}} dk_x \\
 &= \frac{\omega}{\sqrt{\alpha_x \alpha_y}} \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx \quad \text{avec } x = \frac{\alpha_x}{\omega} k_x \\
 &= \frac{\pi}{4} \frac{\omega}{\sqrt{\alpha_x \alpha_y}}
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

Ainsi, la surface de l'espace réciproque parcourue par l'ensemble des modes compris dans l'intervalle de pulsation $[\omega, \omega + \delta\omega]$ est obtenue par la différentielle de S_k :

$$dS_k = \frac{\pi}{4} \frac{d\omega}{\sqrt{\alpha_x \alpha_y}} \tag{5.34}$$

On obtient ainsi les **DOS** de la même manière que dans le cas isotrope, en obtenant le nombre de modes dN compris dans l'intervalle de pulsation en divisant la surface dS_k par la surface d'un mode dans l'espace réciproque $(\pi/L)^2$. Ainsi :

$$g(\omega) = \frac{1}{L^2} \frac{dN}{d\omega} = \frac{1}{4\pi\sqrt{\alpha_x\alpha_y}} \quad (5.35)$$

Recueil de densités d'états

Cette annexe donne les densités d'états de différents types de dispersion. Les densités d'états pour les dispersions 1D sont les suivantes :

Dispersion	Expression	Densité d'état linéique
Linéaire	$\omega = \nu k$	$g(\omega) = \frac{1}{\pi\nu}$
Quadratique	$\omega = \alpha k^2$	$g(\omega) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\alpha\omega}}$
Quartique	$\omega = \beta k^4$	$g(\omega) = \frac{1}{4\pi\beta^{1/4}\omega^{3/4}}$

TABLEAU 5.1 – Recueil des densités d'états linéiques de différents types de dispersions 1D

Pour les dispersions 2D, on obtient les **DOS** suivantes :

Dispersion k_x	Dispersion k_y	Expression	Densité d'état surfacique
Linéaire	Linéaire	$\sqrt{(\nu_x k_x)^2 + (\nu_y k_y)^2}$	$g(\omega) = \frac{\omega}{2\pi\nu_x\nu_y}$
Linéaire	Quadratique	$\sqrt{(\nu_x k_x)^2 + (\alpha_y k_y^2)^2}$	$g(\omega) = \frac{3}{2} \frac{0.874\sqrt{\omega}}{\pi^2\nu_x\sqrt{\alpha_y}}$
Linéaire	Quartique	$\sqrt{(\nu_x k_x)^2 + (\beta_y k_y^4)^2}$	$g(\omega) = \frac{5}{4} \frac{0.931\omega^{1/4}}{\pi^2\beta_y^{1/4}\nu_x}$
Quadratique	Quadratique	$\alpha_x k_x^2 + \alpha_y k_y^2$	$g(\omega) = \frac{1}{4\pi\sqrt{\alpha_x\alpha_y}}$
Quadratique	Quartique	$\alpha_x k_x^2 + \beta_y k_y^4$	$g(\omega) = \frac{3}{4} \frac{0.874}{\pi^2\beta_y^{1/4}\sqrt{\alpha_x\omega^{1/4}}}$
Quartique	Quartique	$\beta_x k_x^4 + \beta_y k_y^4$	$g(\omega) = \frac{0.927}{2\pi^2(\beta_x\beta_y)^{1/4}\sqrt{\omega}}$

TABLEAU 5.2 – Recueil des densités d'états surfaciques de différents types de dispersions 2D

Dans ce tableau, tous les coefficients (α , β , ...) sont supposés être positifs.

Théorie des groupes de symétrie

Cette annexe donne l'organigramme permettant de déterminer le groupe ponctuel de symétrie auquel appartient un cristal photonique à partir de ses symétries. Cet organigramme a été traduit et adapté depuis [1].

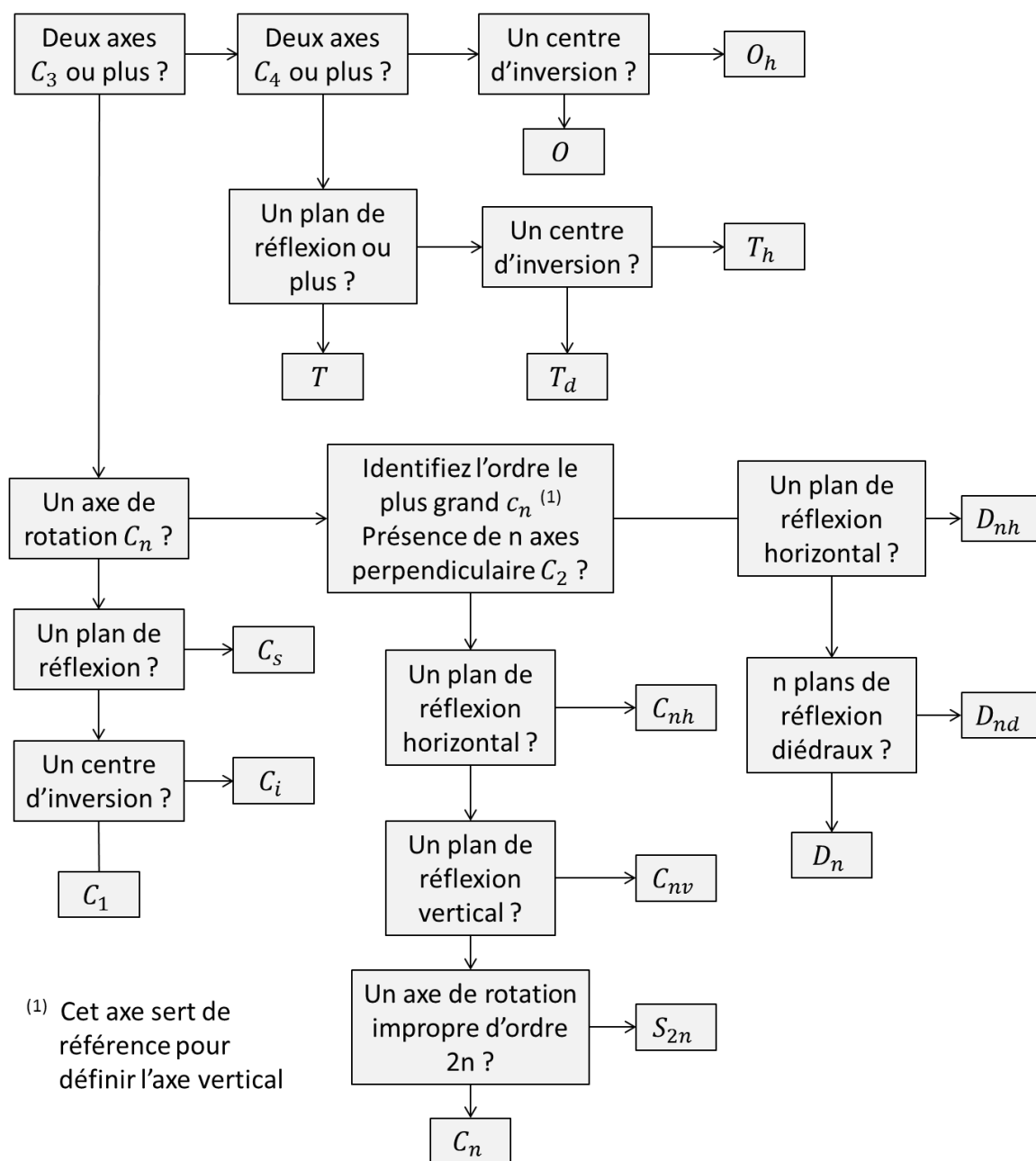


FIGURE A.3 – Organigramme de détermination des groupes de symétrie

Vecteurs et pseudo-vecteurs

Considérons une distribution de charge $\rho(\mathbf{r})$ qui comporte un plan de symétrie. On peut par exemple simplement considérer deux charges ponctuelles et le plan de symétrie est alors le plan médian au segment liant ces deux charges. On définit alors les coordonnées (xyz) de sorte que le plan de symétrie soit (yz) . Alors on peut facilement démontrer que le champ électrique $\mathbf{E}$ créé par ces charges vérifie :

$$\left| \begin{array}{l} E_x(-x, y, z) = -E_x(x, y, z) \\ E_y(-x, y, z) = E_y(x, y, z) \\ E_z(-x, y, z) = E_z(x, y, z) \end{array} \right. \quad (5.36)$$

De même, en cas de distribution de charge comportant un plan d'antisymétrie, on obtient :

$$\left| \begin{array}{l} E_x(-x, y, z) = E_x(x, y, z) \\ E_y(-x, y, z) = -E_y(x, y, z) \\ E_z(-x, y, z) = -E_z(x, y, z) \end{array} \right. \quad (5.37)$$

Soit de façon générale, $[\hat{M}\mathbf{E}](\mathbf{r}) = \mathbf{M}\mathbf{E}(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{r}) = \xi\mathbf{E}(\mathbf{r})$ avec $\xi = \pm 1$ (+1 pour une distribution paire, -1 pour une distribution impaire).

En opérant de même avec le champ magnétique $\mathbf{B}$, en considérant une distribution de densité de courant électrique *paire* ($\epsilon = +1$), on obtient :

$$\left| \begin{array}{l} B_x(-x, y, z) = B_x(x, y, z) \\ B_y(-x, y, z) = -B_y(x, y, z) \\ B_z(-x, y, z) = -B_z(x, y, z) \end{array} \right. \quad (5.38)$$

Cela peut aussi se résumer de façon générale par $[\hat{M}\mathbf{B}](\mathbf{r}) = \mathbf{M}\mathbf{B}(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{r}) = \xi\mathbf{B}(\mathbf{r})$. Néanmoins, l'action de $\mathbf{M}$ sur $\mathbf{B}$ est différente de son action sur $\mathbf{E}$ par l'ajout d'un signe "moins".

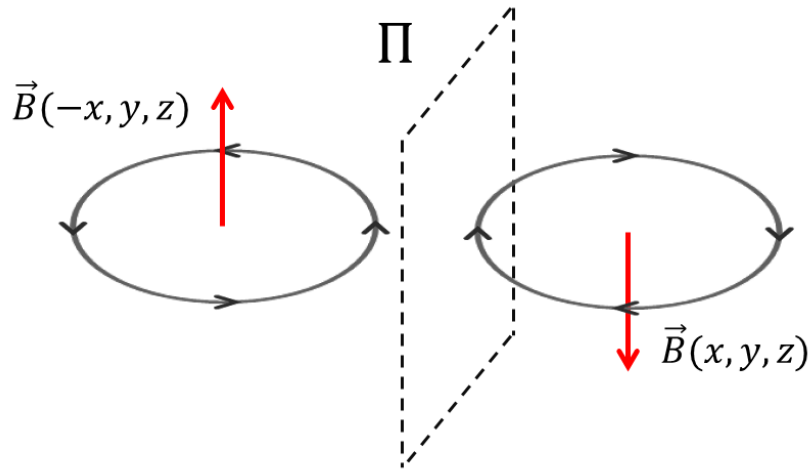


FIGURE A.4 – Illustration de l'effet d'un antidéplacement (dans notre exemple, une réflexion) sur le champ magnétique

Cette différence provient de la manière dont ces champs sont générés. Le champ magnétique

est défini au travers de la force de Laplace $\mathbf{f}_{Mag} = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$ et fait donc intervenir un produit vectoriel dans sa définition. Par conséquence, le champ magnétique dépend du choix de l'orientation de l'espace et n'est donc pas une grandeur physique au même titre que le champ électrique étant donné que son sens est conventionnel. Ainsi, son comportement vis-à-vis des isométries de l'espace qui ne conservent pas l'orientation (c'est-à-dire les *antidéplacements*), comme les réflexions et les centres d'inversion, est aussi inversé. Bien évidemment, il en va de même pour le champ d'excitation magnétique $\mathbf{H}$. Ces quantités sont alors qualifiées de *pseudo-vecteurs* afin de rendre compte de leur spécificité vis-à-vis des *vecteurs vrais* comme le champ électrique.

Afin d'illustrer simplement ce principe, prenons un cas simple d'une structure 2D comportant un plan de symétrie Π de normale $\hat{x}$. Supposons qu'il existe un mode établi dans cette structure qui possède aussi cette symétrie et qui est *polarisé TM*, de sorte que H_z est la seule composante non identiquement nulle du champ $\mathbf{H}$. Ainsi, un mode pair vérifie l'égalité :

$$H_z(-x, y, z) = -H_z(x, y, z) \quad (5.39)$$

Un mode TM *pair* possède donc une cartographie de champ H_z *impaire*. En reprenant ces calculs mais avec un mode TE, c'est-à-dire une mode qui ne possède que la composante E_z , on montre facilement qu'un mode TE *pair* possède une cartographie de champ E_z *paire*. Cette remarque aura de fortes implications dans le chapitre 3 lorsqu'il faudra pouvoir établir la parité des modes de la structure étudiée.

Compléments au chapitre 2

Méthode de décomposition en ondes planes

Cette annexe développe la MDOP aux structures plus complexes que le Bragg étudié dans la partie 2.1.1. On élargit notamment la méthode aux systèmes ne permettant pas la décomposition des modes de Bloch sous la polarisation TE ou TM. On se restreint néanmoins aux CP 2D, mais sans imposer un vecteur d'onde de Bloch dans le plan 2D.

En premier lieu, il convient de choisir si l'on réalise le calcul sur le $\mathbf{E}$ ou $\mathbf{H}$. L'équation photonique portant sur $\mathbf{H}$ étant hermitienne, elle est plus simple à employer pour un développement MDOP en plus d'être plus rapide que l'équation photonique portant sur $\mathbf{E}$ ⁹.

$$\nabla \wedge \left(\frac{1}{\epsilon_r} \nabla \wedge \mathbf{H}_0 \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}_0 \quad (5.40)$$

On développe en premier lieu les modes de Bloch solutions de l'équation photonique sous la forme de leurs harmoniques de Bloch :

9. En effet, l'équation photonique portant sur $\mathbf{E}$ n'est pas hermitienne. Il est cependant de la rendre hermitienne en opérant certain changements. Pour plus d'informations, voir par exemple SUKHOIVANOV et GURYEV [9, p.57] ou SAKODA [6, p.34]

$$\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}} = \sum_j \left(\mathbf{c}_{n,\mathbf{k},j} e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g}_j)\cdot\mathbf{r}} \right) \quad (5.41)$$

Où l'ensemble $\{\mathbf{g}_j\}$ représente les vecteurs du réseau réciproque de la structure. Le CP étant 2D, $\mathbf{g}_j$ est dans le plan (k_x, k_y) . Les coefficients $\mathbf{c}_{n,\mathbf{k},j}$ sont alors les inconnues à déterminer. On les note $\mathbf{c}_j$ afin d'alléger les notations. On développe ensuite la permittivité diélectrique relative de la structure, ou plutôt son inverse, en série de Fourier :

$$\frac{1}{\epsilon_r(\mathbf{r})} = \sum_l \kappa_l e^{i\mathbf{g}_l\cdot\mathbf{r}} \quad (5.42)$$

En injectant 5.41 et 5.42 dans l'équation photonique 5.40 relative au champ $\mathbf{H}$, on obtient :

$$\begin{aligned} \nabla \wedge \left(\frac{1}{\epsilon_r} \nabla \wedge \mathbf{H}_{n,\mathbf{k}} \right) &= \nabla \wedge \left[\left(\sum_l \kappa_l e^{i\mathbf{g}_l\cdot\mathbf{r}} \right) \left(\sum_j i(\mathbf{k} + \mathbf{g}_j) \wedge \mathbf{c}_j e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g}_j)\cdot\mathbf{r}} \right) \right] \\ &= \nabla \wedge \sum_l \sum_j i\kappa_l (\mathbf{k} + \mathbf{g}_j) \wedge \mathbf{c}_j e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g}_j+\mathbf{g}_l)\cdot\mathbf{r}} \\ &= - \sum_l \sum_j \kappa_l (\mathbf{k} + \mathbf{g}_j + \mathbf{g}_l) \wedge [(\mathbf{k} + \mathbf{g}_j) \wedge \mathbf{c}_j] e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g}_j+\mathbf{g}_l)\cdot\mathbf{r}} \\ &= \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \sum_p \left(\mathbf{c}_p e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g}_p)\cdot\mathbf{r}} \right) \end{aligned} \quad (5.43)$$

En opérant la transformée de Fourier de cette équation, on en déduit :

$$- \sum_j \kappa_{p-j} (\mathbf{k} + \mathbf{g}_p) \wedge [(\mathbf{k} + \mathbf{g}_j) \wedge \mathbf{c}_j] = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{c}_p \quad \forall p \quad (5.44)$$

On développe alors ces relations suivant les trois directions x, y et z. On obtient ainsi selon x :

$$\begin{aligned} \sum_j \kappa_{p-j} \left[(g_p^y - g_j^y)(g_j^y + k_y) + (g_j^y + k_y)^2 + k_z^2 \right] c_j^x \\ + \sum_j -\kappa_{p-j} \left[(g_p^y - g_j^y)(g_j^x + k_x) + (g_j^y + k_y)(g_j^x + k_x) \right] c_j^y \\ + \sum_j -\kappa_{p-j} (g_j^x + k_x) k_z c_j^z = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 c_p^x \end{aligned} \quad (5.45)$$

Puis selon y :

$$\begin{aligned}
& \sum_j -\kappa_{p-j} \left[(g_p^x - g_j^x)(g_j^y + k_y) + (g_j^y + k_y)(g_j^x + k_x) \right] c_j^x \\
& + \sum_j \kappa_{p-j} \left[(g_p^x - g_j^x)(g_j^x + k_x) + (g_j^x + k_x)^2 + k_z^2 \right] c_j^y \\
& + \sum_j -\kappa_{p-j} (g_j^y + k_y) k_z c_j^z = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 c_p^y \quad (5.46)
\end{aligned}$$

Enfin selon z :

$$\begin{aligned}
& \sum_j -\kappa_{p-j} \left[(g_p^x - g_j^x) k_z + (g_j^x + k_x) k_z \right] c_j^x \\
& + \sum_j -\kappa_{p-j} \left[(g_p^y - g_j^y) k_z + (g_j^y + k_y) k_z \right] c_j^y \\
& + \sum_j \kappa_{p-j} \left[(g_p^x - g_j^x)(g_j^x + k_x) + (g_p^y - g_j^y)(g_j^y + k_y) + (g_j^x + k_x)^2 + (g_j^y + k_y)^2 \right] c_j^z = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 c_p^z \quad (5.47)
\end{aligned}$$

Soit de façon générale :

$$\sum_j \left[\alpha_{p,j}^{i,x} c_j^x + \alpha_{p,j}^{i,y} c_j^y + \alpha_{p,j}^{i,z} c_j^z \right] = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 c_p^i \quad \forall (p, i) \quad (5.48)$$

Où $i \in \{x, y, z\}$, formant ainsi 3 équations (à p fixé) portant chacune sur une des composantes de $\mathbf{c}_p$. Ces équations peuvent aussi s'écrire sous la forme matricielle :

$$\sum_j \bar{\alpha}_{p,j} \cdot \bar{c}_j = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \bar{c}_p \quad \forall p \quad (5.49)$$

Où $\bar{\alpha}_{p,j} = \left[\alpha_{p,j}^{i,m} \right]_{i,m}$ et où $\bar{c}_p$ est la représentation matricielle (vecteur ligne) de $\mathbf{c}_p$ dans la base canonique $X = (x, y, z)$.

Cependant, la condition de transversalité du champ $\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}}$ impose la relation suivante :

$$(\mathbf{k} + \mathbf{g}_j) \cdot \mathbf{c}_j = 0 \quad \forall j \quad (5.50)$$

Ainsi, en se plaçant dans une base adéquate $U_j = (u, v, w)_j$ (notamment en prenant w colinéaire à $(\mathbf{k} + \mathbf{g}_j)$), une des composantes des $\mathbf{c}_j$ est systématiquement nulle. Il est donc possible de réduire le nombre d'inconnues de l'équation. En opérant le changement de base, les équations 5.48 deviennent :

$$\sum_j \left[\beta_{p,j}^{i,u} c_j^u + \beta_{p,j}^{i,v} c_j^v \right] = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 c_p^i \quad \forall (p, i) \quad (5.51)$$

Où $i \in \{x, y, z\}$ et où c_j^u et c_j^v sont les composantes de $\mathbf{c}_j$ dans la base U_j . Ces équations peuvent se mettre sous la forme matricielle :

$$\sum_j \bar{\beta}_{p,j} \cdot \bar{c}_j' = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \bar{c}_p \quad (5.52)$$

Où $\bar{c}_j'$ est la représentation matricielle de $\mathbf{c}_j$ dans la base $U_j = (u, v, w)_j$. L'idée est maintenant d'opérer le même changement mais pour $\bar{c}_p$, permettant ainsi de réduire le nombre d'équations de 3 à 2 (vu qu'une des équations portera sur c_p^w , que l'on sait être nul). Pour faire cela, on établit en premier lieu les relations de passage entre la base X et les bases U_j en utilisant les matrices de passage $P_{p,j}(X \rightarrow U_j)$. Pour le vecteur $\bar{c}_j$, cela se traduit par :

$$\bar{c}_j' = P_{p,j}(U_j \rightarrow X) \bar{c}_j \quad (5.53)$$

Où de façon équivalente :

$$\bar{\beta}_{p,j} = \bar{\alpha}_{p,j} P_{p,j}(X \rightarrow U_j) \quad (5.54)$$

Pour le vecteur $\bar{c}_p$, cela se traduit par :

$$\bar{c}_p' = P_{p,j}(U_p \rightarrow X) \bar{c}_p \quad (5.55)$$

Ainsi, l'équation 5.48 devient :

$$\begin{aligned} P_{p,j}(U_p \rightarrow X) \cdot \sum_j \bar{\alpha}_{p,j} \cdot P_{p,j}(X \rightarrow U_j) \bar{c}_j &= \sum_j P_{p,j}(U_p \rightarrow X) \cdot \bar{\alpha}_{p,j} \cdot P_{p,j}(X \rightarrow U_j) \bar{c}_j \\ &= P_{p,j}(U_p \rightarrow X) \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \bar{c}_p \\ &= \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \bar{c}_p' \end{aligned} \quad (5.56)$$

On définit alors la matrice $\bar{\gamma}_{p,j} = P_{p,j}(U_p \rightarrow X) \cdot \bar{\alpha}_{p,j} \cdot P_{p,j}(X \rightarrow U_j)$, ainsi :

$$\sum_j \bar{\gamma}_{p,j} \cdot \bar{c}_j' = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \bar{c}_p' \quad \forall p \quad (5.57)$$

On a alors ainsi écarté les solutions non physiques de l'équation 5.48 en construisant nos modes de sorte qu'ils vérifient la condition de transversalité. On a ainsi réduit le nombre d'inconnues de notre système.

Il ne reste à ce stade plus qu'à effectuer une troncature sur le nombre d'harmoniques des modes de Bloch et de la permittivité de la structure puis de réorganiser le système d'équation 5.57 sous la forme d'une équation aux valeurs propres :

$$\tilde{H}\tilde{c}_p = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \tilde{c} \quad (5.58)$$

Où $\tilde{c}$ est un vecteur ligne comprenant les harmoniques du mode de Bloch suivant les différentes directions exprimées dans les bases U_p . Les valeurs propres de cette équation donnent donc accès aux pulsations des modes propres et les vecteurs propres correspondent aux harmoniques de Bloch $\tilde{c}$.

Résonance de Fano

Le but de cette annexe est d'établir la réponse en réflexion d'un CPM comprenant une résonance. On considère alors une résonance représentée par son amplitude a , sa pulsation ω_0 et sa durée de vie $1/\tau$. On suppose de plus que le CPM est symétrique verticalement et que la résonance est paire. Ainsi, son évolution temporelle est régie par l'équation :

$$\frac{da}{dt} = -i\left(\omega t - i\frac{1}{\tau}\right)a + K^T \mathbf{s}_+ \quad (5.59)$$

Avec

$$K = \begin{bmatrix} k \\ k \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

Car la résonance est symétrique. De plus, l'amplitude des ports de sortie est régie par l'équation :

$$\mathbf{s}_- = C\mathbf{s}_+ + Da \quad (5.61)$$

Où C correspond à la matrice de diffusion d'une membrane. Dans le cas d'une structure symétrique, elle peut se mettre sous la forme générale suivante :

$$C = e^{i\phi} \begin{bmatrix} r & it \\ it & r \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

Avec r et t deux paramètres réels tel que $r^2 + t^2 = 1$. De plus, la TMC nous permet d'établir les relations suivantes :

$$D = K \quad (5.63)$$

$$D^\dagger D = 2\Gamma \iff |k|^2 = \frac{1}{\tau} \quad (5.64)$$

$$CD^* = -D \implies e^{i\phi}(r + it)k^* = -k \quad (5.65)$$

Ainsi, on en déduit

$$k^2 = -e^{i\phi} \frac{r + it}{\tau} \quad (5.66)$$

On envoie une onde d'amplitude s_1^+ depuis le dessus de la membrane de pulsation ω . On se place alors en régime permanent avec $a = a_0 e^{-i\omega t}$. En injectant cette solution dans l'équation 5.59, on obtient :

$$\left(i(\omega_0 - \omega) + \frac{1}{\tau} \right) a = k s_1^+ \quad (5.67)$$

Ainsi, en utilisant l'équation 5.61, on obtient :

$$\begin{aligned} s_1^- &= e^{i\phi} r s_1^+ + k a \\ &= e^{i\phi} r s_1^+ + \frac{k^2 s_1^+}{i(\omega_0 - \omega) + \frac{1}{\tau}} \\ &= e^{i\phi} \left(r - \frac{r + it}{1 + i\tau(\omega_0 - \omega)} \right) s_1^+ \\ &= e^{i\phi} i \frac{r\tau(\omega_0 - \omega) - t}{1 + i\tau(\omega_0 - \omega)} s_1^+ \end{aligned} \quad (5.68)$$

La réflexion de la membrane donne alors :

$$R = \left| \frac{s_1^-}{s_1^+} \right|^2 = \frac{(r\tau(\omega_0 - \omega))^2 + t^2 + 2rt\tau(\omega_0 - \omega)}{1 + [\tau(\omega_0 - \omega)]^2} \quad (5.69)$$

Donnant ainsi lieu à une résonance de Fano dans le spectre de réflexion et de transmission.

Méthode kp

Cette annexe est consacrée à l'établissement de l'expression des taux de couplage linéique $P_{n,l}$ apparaissant dans la méthode kp. Pour cela différents cas de figure sont étudiés impliquant des modes de polarisation différentes et un décalage $\Delta \mathbf{k}$ selon différentes directions.

En premier lieu, on reprend l'expression générale de $P_{l,n}$. Pour cela, on rappelle l'expression du produit scalaire portant sur le champ électrique :

$$\langle \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}} | \mathbf{E}_{m,\mathbf{k}} \rangle = \frac{(2\pi)^2}{S} \iint_{\text{Unit Cell}} \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}}^* \cdot \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}_{m,\mathbf{k}} d\mathbf{r}^2 \quad (5.70)$$

On rappelle aussi que la base orthogonale $\{\mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0}\}$ a été normalisée sous ce produit scalaire. Enfin, on rappelle que la décomposition du mode en $\mathbf{k}$ sur cette base :

$$\mathbf{E}_{m,\mathbf{k}} = \sum_n A_{n,m}(\mathbf{k}) e^{i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0} \quad (5.71)$$

Qui a permis d'établir au premier ordre en $\Delta\mathbf{k}$:

$$\sum_n A_{n,m} e^{i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \left[\frac{\omega_{n,0}^2 - \omega_m^2}{c^2} \epsilon \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0} + i\Delta\mathbf{k} \wedge (\nabla \wedge \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0}) + \nabla \wedge (i\Delta\mathbf{k} \wedge \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}_0}) \right] = \mathbf{0} \quad (5.72)$$

On décompose alors cette équation sur la base $\{\mathbf{E}_{l,\mathbf{k}_0}\}$, ainsi :

$$\sum_m A_{n,m} \left[\frac{\omega_{n,0}^2 - \omega_m^2}{c^2} \langle \mathbf{E}_{l,\mathbf{k}} | \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}} \rangle + \langle \mathbf{E}_{l,\mathbf{k}} | i\Delta\mathbf{k} \wedge (\nabla \wedge \bullet + \nabla \wedge (i\Delta\mathbf{k} \wedge \bullet)) | \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}} \rangle \right] = 0 \quad \forall l \quad (5.73)$$

Soit finalement :

$$\sum_m A_{n,m} \left[\frac{\omega_{n,0}^2 - \omega_m^2}{c^2} \delta_{l,n} + \langle \mathbf{E}_{l,\mathbf{k}} | \Delta\Theta | \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}} \rangle \right] = 0 \quad \forall l \quad (5.74)$$

Où l et n peuvent être restreints aux modes dégénérés $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$. Du fait des propriétés du produit mixte (invariable par permutation circulaire) et des conditions aux bords périodiques [7], le terme de couplage $\langle \mathbf{E}_{l,\mathbf{k}} | \Delta\Theta | \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}} \rangle$ peut se mettre sous la forme :

$$\langle \mathbf{E}_{l,\mathbf{k}} | \Delta\Theta | \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}} \rangle = i\Delta\mathbf{k} \cdot \left(-\mathbf{P}_{l,n}^0 + \mathbf{P}_{n,l}^{0*} \right) \quad (5.75)$$

Où $\mathbf{P}_{l,n}^0$ a pour expression :

$$\mathbf{P}_{l,n}^0 = \frac{(2\pi)^2}{S} \iint_{\text{Unit Cell}} \mathbf{E}_1^* \wedge [\nabla \wedge \mathbf{E}_2] dS \quad (5.76)$$

Afin de développer le terme de couplage $\langle \mathbf{E}_{l,\mathbf{k}} | \Delta\Theta | \mathbf{E}_{n,\mathbf{k}} \rangle$, on se place dans différents cas. En premier lieu, on considère que les deux modes dégénérés sont polarisés TE ($\mathbf{E}$ suivant y) et que le déplacement en vecteur d'onde est suivant k_x . Ainsi :

$$P_{1,2}^x = 2i \frac{(2\pi)^2}{S} \iint_{\text{Unit Cell}} E_1^{y*} \frac{\partial E_2^y}{\partial x} dS \quad (5.77)$$

Dans le cas les deux modes sont polarisés TM, selon k_x on obtient :

$$P_{1,2}^x = i \frac{(2\pi)^2}{S} \iint_{\text{Unit Cell}} \left(-E_1^{z*} \frac{\partial E_2^z}{\partial x} + E_1^{z*} \frac{\partial E_2^x}{\partial z} + E_2^z \frac{\partial E_1^{z*}}{\partial x} - E_2^z \frac{\partial E_1^{x*}}{\partial z} \right) \quad (5.78)$$

Dans le cas où les deux modes sont de polarisation opposées (E_1 TM et E_2 TE par exemple), le couplage suivant k_x est trivialement nul, néanmoins suivant k_y on obtient l'expression suivante :

$$P_{1,2}^y = i \frac{(2\pi)^2}{S} \iint_{\text{Unit Cell}} \left(E_1^{x*} \frac{\partial E_2^y}{\partial x} + E_1^{z*} \frac{\partial E_2^y}{\partial z} \right) dS \quad (5.79)$$

Permettant ainsi d'obtenir la pente des cônes de Dirac engendrés par la dégénérescence des modes E_1 et E_2 dans le chapitre 3.

Compléments au chapitre 3

Méthode d'optimisation par essais particuliers

La méthode d'optimisation par essaims particuliers (ou PSO pour *Particle Swarm Optimization*) est une *métaheuristique* permettant de trouver des optima *locaux* d'une fonction dans un espace des paramètres donné. Elle consiste à parcourir l'espace des paramètres de façon itérative en employant des *particules* (caractérisées par des points dans l'espace des paramètres). Le mouvement d'une de ces particules dans l'espace des paramètres est alors influencé par 3 facteurs :

- Sa vitesse actuelle
- La meilleure solution qu'elle a trouvée au cours de son parcours
- La meilleure solution trouvée (toutes particules confondues)

Elle a été initialement proposée par KENNEDY et EBERHART [2] en 1995. Étant une *métaheuristique*, elle peut s'appliquer à de nombreux problèmes ce qui a permis son développement important ces dernières années [3, 4]. Dans le domaine de l'électromagnétisme, cette méthode a été introduite par ROBINSON et RAHMAI-SAMII en 2004 [5]. Elle a aussi été utilisée par MAGNUSSON et SHOKOOH-SAREMPI pour la conception de réseaux de diffractions, et plus particulièrement de filtres à base de résonances guidées [8]. Plus récemment, YANG et collab. [10] a conçu un réseau bidimensionnel servant de filtres RGB par PSO.

Dans le cadre de cette thèse, une PSO codé sur Matlab a été adaptée afin de pouvoir réaliser des fits de dispersions (obtenues par RCWA ou MDOP) par le modèle TMC. L'espace des paramètres est

alors défini par les différentes variables du modèle TMC et l'optimisation du fit passe par la minimisation du carré des écarts.

Perturbation double période

Cette annexe traite de l'astuce de la double période afin de pouvoir sonder une partie de la dispersion sous le cône de lumière (par des expériences de réflectométrie ou photoluminescence) ou encore afin de créer des résonances guidées aux **facteurs de qualité** importants et facilement contrôlables.

Lors de mesures de réflectométrie, de photoluminescence ou tout autre expérience en champ lointain, seuls les modes situés au-dessus du cône de lumière peuvent être sondés car les modes guidés sous le cône de lumière n'interagissent pas avec les modes de l'espace libre. Il en va *a fortiori* de même lors de simulations **RCWA**. Ainsi, afin de pouvoir sonder les modes guidés par ces techniques, il est nécessaire de les ramener au-dessus du cône de lumière tout en conservant des **facteurs de qualité** importants.

Pour cela, il est possible d'utiliser une perturbation double période appliquée à la structure étudiée. Cette technique consiste à déformer légèrement la structure de sorte que sa période effective devienne deux fois plus grande. Ainsi, la **PZB** associée à la structure est divisée par deux, les modes en X sont ramenés en Γ par le biais du premier ordre de diffraction de la perturbation double période.

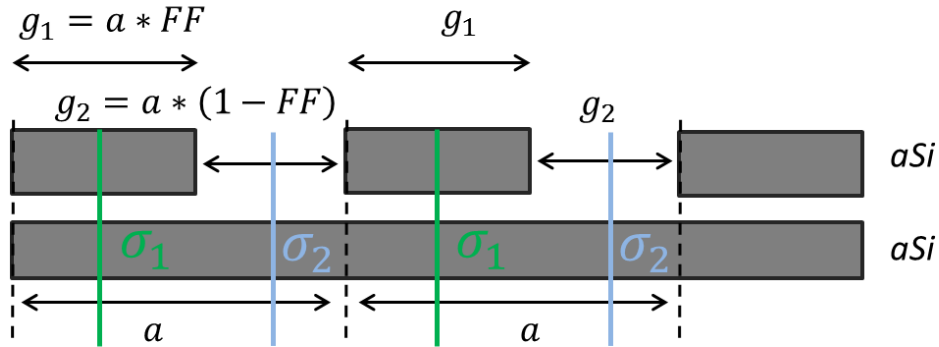


FIGURE A.5 – Structure Peigne générique sans perturbation double période

Le couplage des modes initialement guidés avec le continuum radiatif est alors déterminé par un coefficient α contrôlant "l'intensité" de la perturbation appliquée. La relation qualitative entre α et le **facteur de qualité** obtenu peut être facilement établie. En utilisant une approche perturbative, on peut montrer que le couplage du mode au continuum d est en première approximation proportionnel à la perturbation α . Un modèle TMC montre alors que la durée de vie de la résonance est liée au carré du taux de couplage :

$$\frac{1}{\tau} \propto |d|^2 \quad (5.80)$$

Ainsi, $Q = \omega\tau \propto 1/\alpha^2$. Cette dépendance a été testée et validée par des simulations **RCWA**.

Dans le cas des structures Peigne, la double période a été implémentée en perturbant la taille latérale d'un sur deux plots (dents du peigne) ainsi que la taille d'un trou sur deux tel qu'illustré sur la figure A.6.

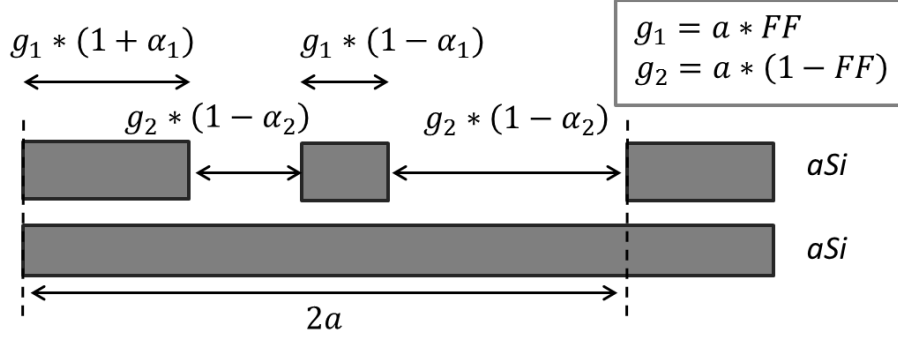


FIGURE A.6 – Illustration de l'implémentation de la perturbation double période au sein de la structure Peigne

Ainsi, deux "leviers" sont accessibles pour réaliser la perturbation double période : α_1 et α_2 . La différence entre la perturbation sur les plots et sur les trous se trouve sur la symétrie qui est brisée. Dans la structure Peigne, on peut en effet montrer qu'il existe deux plans de symétrie verticaux σ_1 et σ_2 illustrés sur la figure A.5. Les modes situés en $k_x = \pi/a$ (et aussi Γ) possèdent donc une parité vis-à-vis de ces deux plans de symétrie. On peut facilement montrer que pour les modes en $k_x = \pi/a$ ces parités sont systématiquement opposées (alors qu'elles sont identiques pour les modes en Γ).

Ainsi, lorsque l'on applique la perturbation sur les plots ou les trous, on brise nécessairement la symétrie σ_1 ou σ_2 voire les deux si on applique les deux perturbations. On conserve ainsi éventuellement une symétrie pouvant empêcher le couplage de certaines résonances en $k_x = \pi/a$ avec le continuum (les modes impairs plus précisément, voir le chapitre 4 sur les BIC de symétrie). L'utilisation de l'une ou l'autre des perturbation permet alors de contrôler facilement les **facteurs de qualité** des modes pairs et impairs indépendamment.

Compléments au chapitre 4

Méthode des matrices de transfert

Cette annexe présente brièvement la méthode des matrices de transfert appliquées aux structures Bragg en incidence normale. Cette méthode permet d'accéder aux propriétés de dispersion en décroissance spatiale (vecteur d'onde complexe, pulsation réelle) des structures à pertes optiques.

On considère alors une structure de type Bragg. La propagation de la lumière au sein de la structure peut alors se décomposer en deux catégories. Premièrement il y a la propagation de la lumière au sein des matériaux 1 et 2 qui se traduit simplement par une accumulation d'une phase de propagation. Ainsi, la matrice de transfert associée à la propagation à la pulsation ω est :

$$P_i = \begin{pmatrix} e^{ik_0 n_i d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_0 n_i d} \end{pmatrix} \quad (5.81)$$

Où $k_0 = \omega/c$ et où n_i correspond à l'indice optique du matériau 1 et 2. La seconde catégorie correspond au transfert de la lumière au travers des dioptries formés aux interfaces des deux matériaux. La matrice de transfert se déduit alors des coefficients de Fresnel :

$$P(1 \rightarrow 2) = \frac{1}{t_2} \begin{pmatrix} 1 & -r_1 \\ -r_1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.82)$$

Et

$$P(2 \rightarrow 1) = \frac{1}{t_1} \begin{pmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.83)$$

Avec

$$\left| \begin{array}{l} r_1 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \\ t_1 = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \\ t_2 = \frac{2n_2}{n_1 + n_2} \end{array} \right. \quad (5.84)$$

On peut alors exprimer les composantes propagatives et contre-propagatives du champ électrique $\bar{E}$ dans le Bragg d'une période à l'autre. En considérant que $\bar{E}(x_0)$ est situé en début du matériau 1 :

$$\bar{E}(x_0 + a) = \begin{bmatrix} E_+(x_0 + a) \\ E_-(x_0 + a) \end{bmatrix} = P(2 \rightarrow 1)P_2P(1 \rightarrow 2)P_1 \begin{bmatrix} E_+(x_0) \\ E_-(x_0) \end{bmatrix} = H\bar{E}(x_0) \quad (5.85)$$

En appliquant le théorème de Bloch, on en déduit que le champ décalé d'une période $\bar{E}(x_0 + a)$ n'est que le champ déphasé d'une constante Ka . Soit :

$$\bar{E}(x_0 + a) = H\bar{E}(x_0) = e^{iKa} \bar{E}(x_0) \quad (5.86)$$

On obtient ainsi une équation aux valeurs propres dont la résolution donne accès aux composantes du champ $\bar{E}(x_0)$ et aux vecteurs d'onde des ondes de Bloch $\pm K(\omega)$.

Cette méthode s'adapte ensuite facilement aux dispersions en incidence quelconque, il suffit d'utiliser la conservation du vecteur d'onde transverse k_y afin de pouvoir déterminer le vecteur d'onde longitudinal $k_{x,i}$ dans chacun des matériaux et ainsi pouvoir déduire la phase de propagation des ondes. Il faut aussi modifier les matrices de transfert aux dioptries en employant les coefficients de Fresnel corrects.

Modèle TMC de la réflectivité d'un CPM au niveau d'un PE

Cette annexe met en place un modèle TMC modélisant le comportement d'un CPM et permettant de dériver l'expression de sa réflectivité au niveau d'un PE. Cela permet de mettre en évidence que les pics de réflectivité correspondent, dans le cas d'un système simple, aux valeurs propres de la partie hermitienne de l'hamiltonien et non pas à la partie réelle des valeurs propres de l'hamiltonien.

On considère alors un CPM comportant deux résonances couplées et deux ports de sortie (seul le premier ordre de diffraction est considéré), le haut et le bas. On considère que ces résonances peuvent être représentées par l'hamiltonien développé dans l'équation 4.26, à savoir :

$$H_{EP} = \Omega - i\Gamma = \begin{pmatrix} \omega_0 & \nu|k| \\ \nu|k| & \omega_0 \end{pmatrix} - i \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{pmatrix} \quad (5.87)$$

On considère que l'on envoie une onde incidente sur la membrane par le haut, passant le système dans un régime forcé. Les amplitudes des deux résonances peuvent alors être représentées par un vecteur colonne 2x1 que l'on nomme $\mathbf{A}$. L'évolution temporelle de ce vecteur est alors régi par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{A}}{dt} &= -i(\Omega - i\Gamma)\mathbf{A} + \mathbf{K}^T \mathbf{s}_+ \\ &= -i\mathbf{H}\mathbf{A} + \mathbf{K}^T \mathbf{s}_+ \end{aligned} \quad (5.88)$$

Où $\mathbf{s}_+$ est un vecteur colonne 2x1 représentant l'amplitude des ondes incidentes et $\mathbf{K}$ est la matrice de couplage des ondes incidentes aux résonances.

Une expérience de réflectivité consiste à mesurer l'amplitude de l'onde émise par la membrane photonique sous la sollicitation d'une onde incidente, soit avec $\mathbf{s}_+ = [1, 0]^T$. L'onde émise est issue de deux contributions, la réflectivité direct de la membrane (représenté par la matrice de diffusion direct $\mathbf{C}$) et l'émission de la résonance. L'évolution de son amplitude est régi par l'équation suivante :

$$\mathbf{s}_- = \mathbf{C}\mathbf{s}_+ + \mathbf{D}\mathbf{A} \quad (5.89)$$

Où $\mathbf{D}$ est une matrice représentant le couplage des résonances au continuum radiatif.

Lorsque le régime permanent est atteint, l'équation 5.88 donne :

$$\mathbf{A} = -i(\mathbf{H} - \omega\mathbf{I})^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{s}_+ \quad (5.90)$$

Ainsi :

$$\mathbf{s}_- = (\mathbf{C} - i\mathbf{D}(\mathbf{H} - \omega\mathbf{I})^{-1} \mathbf{K}^T) \mathbf{s}_+ \quad (5.91)$$

Afin de pouvoir résoudre l'équation 5.91 plus facilement, on considère que le système est symétrique et que les deux résonances sont paires. La première résonance ne se couplant pas au continuum radiatif, on a :

$$D = \begin{pmatrix} 0 & d_2 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix} \quad (5.92)$$

On simplifie aussi le problème en considérant que la réflectivité directe de la membrane est négligeable, soit :

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.93)$$

De plus, en utilisant $CD^* = -D$ et $D^\dagger D = 2\Gamma$, on en déduit que $d_2^2 = -\gamma_2$. En considérant uniquement la contribution de la résonance à la réflexion, on obtient après résolution l'expression de la réflectivité issue de la résonance suivante :

$$r_{res}(\omega) = \frac{i\gamma_2(\omega_0 - \omega)}{(\omega_0 - \omega)(\omega_0 - \omega - i\gamma_2) - (\nu k)^2} \quad (5.94)$$

Références

- [1] «Organigramme de détermination des groupes de symétrie», <http://symmetry.otterbein.edu/common/images/flowchart.pdf>. Visité le 21-09-2018. IX
- [2] KENNEDY, J. et R. EBERHART. 1995, «Particle swarm optimization», dans *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, vol. 4, IEEE, ISBN 0-7803-2768-3, ISSN 16159314, p. 1942–1948, doi :10.1109/ICNN.1995.488968. URL <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780124167438000075><http://ieeexplore.ieee.org/document/488968/>. XIX
- [3] POLI, R. 2007, «An analysis of publications on particule swarm optimisation applications», . XIX
- [4] POLI, R. 2008, «Analysis of the Publications on the Applications of Particle Swarm Optimisation», *Journal of Artificial Evolution and Applications*, vol. 2008, n° 2, doi :10.1155/2008/685175, p. 1–10, ISSN 1687-6229. URL <http://www.hindawi.com/archive/2008/685175/>. XIX
- [5] ROBINSON, J. et Y. RAHMAT-SAMII. 2004, «Particle Swarm Optimization in Electromagnetics», *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, n° 2, doi :10.1109/TAP.2004.823969, p. 397–407, ISSN 0018-926X. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1282114/>. XIX
- [6] SAKODA, K. 2005, *Optical Properties of Photonic Crystals, Springer Series in Optical Sciences*, vol. 80, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, ISBN 3-540-20682-5, 232 p., doi :10.1007/b138376. URL <http://link.springer.com/10.1007/b138376>. XII
- [7] SAKODA, K. 2012, «Proof of the universality of mode symmetries in creating photonic Dirac cones», *Optics Express*, vol. 20, n° 22, doi :10.1364/OE.20.025181, p. 25 181, ISSN 1094-4087. URL <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-20-22-25181>. XVIII
- [8] SHOKOOH-SAREMI, M. et R. MAGNUSSON. 2007, «Particle swarm optimization and its application to the design of diffraction grating filters», *Optics Letters*, vol. 32, n° 8, doi :10.1364/OL.32.000894, p. 894, ISSN 0146-9592. URL <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-32-8-894>. XIX
- [9] SUKHOIVANOV, I. A. et I. V. GURYEV. 2009, *Photonic Crystals, Springer Series in Optical Sciences*, vol. 152, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, ISBN 978-3-642-02645-4, doi :10.1007/978-3-642-02646-1. URL <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:No+Title{#}0><http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-02646-1>. XII
- [10] YANG, C., L. HONG, W. SHEN, Y. ZHANG, X. LIU et H. ZHEN. 2013, «Design of reflective color filters with high angular tolerance by particle swarm optimization method», *Optics Express*, vol. 21, n° 8, doi :10.1364/OE.21.009315, p. 9315, ISSN 1094-4087. URL <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/23609642><https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-21-8-9315>. XIX

Glossaire

Anomale

Type de bande plate (vitesse de groupe nulle) selon une direction orthogonale à son vecteur d'onde. [80](#), [84](#), [96](#), [102](#), [103](#), [105](#)

Beam steering

Fonctionnalité permettant de modifier dynamiquement l'angle d'émission d'un laser sans avoir à recourir à des solutions mécaniques. [88](#), [114](#)

Cône de Dirac

Dispersion linéaire dans toutes les directions de l'espace réciproque des systèmes 2D et pouvant être modélisée par les équations de Dirac. Ce terme est aussi régulièrement employé dans les publications, de manière erronée, pour qualifier tout type de dispersion conique, même selon qu'une seule direction, dans les systèmes 2D. [95](#), [96](#), [111](#), [114](#)

Cône de Dirac double

Dispersion à deux cônes de Dirac ou ou deux semi-cônes de Dirac. [110](#)

Contra-propagatif

Qualifie des modes se propageant dans des directions opposées (propagatif et contre-propagatif). [75](#), [77](#), [83](#)

Contre-propagatif

Modes optiques se propageant selon la direction opposée à la direction de référence. [74](#), [77](#), [78](#)

Co-propagatif

Qualifie des modes se propageant dans des directions identiques (propagatif et propagatif, ou contre-propagatif et contre-propagatif). [74](#), [83](#)

DiffRACTIF

Type de couplage intervenant dans les cristaux photoniques, couplant les modes partageant le même vecteur de Bloch entre-eux par le biais des harmoniques de la structure. [77](#), [86](#)

DiffRACTO-ÉVANESCENT

Couplage hybride diffractif et évanescent apparaissant dans les structures à cristaux photoniques membranaires juxtaposées. [77](#)

Double période

Astuce permettant de sonder la dispersion sous le cône de lumière en introduisant une perturbation d'une période double à la structure. [84](#), [85](#), [95](#)

Effet Moiré

Phénomène d'interférences spatiales entre deux réseaux juxtaposés de périodes légèrement différentes, générant un phénomène de battement. [79](#)

Effet Sagnac

L'effet Sagnac correspond au phénomène de déphasage induit entre deux signaux lumineux se propageant en sens inverse le long d'un disque en rotation. L'une de ses principales applications est la réalisation de gyroscope optique, opérant notamment dans des centrales inertielles.

[145](#)

Essaim particulaire

La méthode d'optimisation par essaims particulaires (ou *particle swarm optimization*) est une méthode de type métaheuristique de recherche d'extremum global d'une fonction restreinte à une zone de l'espace des paramètres donnée.. [82](#), [98](#)

Évanescent

Couplage de modes guidés par le recouvrement spatial de leur ondes évanescentes. [76](#)

Facteur de Purcell

Facteur d'accroissement par l'environnement du taux d'émission spontanée d'émetteurs de lumière. [18](#), [84](#), [86](#)

Facteur de qualité

Paramètre qualifiant les pertes d'une résonance amortie. [36–38](#), [40](#), [52](#), [89](#), [XX](#), [XXI](#)

Groupe de frise

Ensemble des groupes d'espace du plan euclidien se rapportant aux motifs périodiques selon une direction. [97](#)

Longitudinale

Dans le cadre des cristaux photoniques 1D (membranaires ou non), direction dans l'espace réciproque de la périodicité de la structure. [73](#)

Phase de Berry

Une phase de Berry est une phase géométrique acquise par un vecteur d'état au cours d'une évolution adiabatique le long d'un circuit fermé. [111](#)

Propagatif

Modes optiques se propageant selon la direction de référence. [74](#), [76–78](#)

Relation de compatibilité

Ensemble des connexions entre les représentations irréductibles d'un groupe ponctuel de symétrie et celles de ses sous-groupes. [25](#), [26](#), [34](#), [92–94](#), [106](#)

Résonance de Fano

Réponse spectrale asymétrique (réflexion, transmission,...) d'une résonance, dont l'origine provient d'interférences entre le spectre discret de la résonance et un spectre continu (par exemple celui du continuum radiatif). [84](#), [102](#)

Semi-cône de Dirac

Dispersion de type cône de Dirac mais présentant des dispersions plates selon certaines directions de l'espace réciproque. [108](#)

Symmorphique

Un groupe d'espace est qualifié de *symmorphique* si l'ensemble de ses éléments, mis à part les éléments de translation, laisse au moins un point (commun à tous) invariant. De façon générale, un groupe est symmorphique s'il ne possède pas de réflexions glissées ou d'axes hélicoïdaux parmi ses éléments (et donc dans sa notation standard de Hermann-Mauguin). [97](#)

Liste des publications

Article de journaux

H.S. Nguyen, F. Dubois, T. Deschamps, S. Cuff, A. Pardon, J.L. Leclercq, C. Seassal, X. Letartre et P. Viktorovitch, "Symmetry Breaking in Photonic Crystals : On-Demand Dispersion from Flatband to Dirac Cones," *Physical Review Letters*, vol. 120, n°6, p. 066102 (2018).

H.S. Nguyen, F. Dubois, T. Deschamps, S. Cuff, P. Regreny, J.L. Leclercq, X. letartre et P. Viktorovitch, "Directional lasing at high oblique angle from metasurface exhibiting multivalley dispersion," *Arxiv publication* (2018).

S. Cuff, F. Dubois, M. S.R. Huang, D. li, X. Letartre, R. Zia, P. Viktorovitch et H.S. Nguyen, "Tailoring the Local Density of Optical States and directionality of light emission by symmetry breaking," *Arxiv publication* (2018).

Article de conférences

H.S. Nguyen, F. Dubois, X. Letartre, J.L. Leclercq, C. Seassal, P. Viktorovitch "Widened photonic functionality of asymmetric high-index contrast/photonic crystal gratings," *Proc. SPIE 9757*, High Contrast Metastructures V, 975703, 15 mars, 2016, doi : 10.1117/12.2208654.

H.S. Nguyen, F. Dubois, X. Letartre, J.L. Leclercq, C. Seassal, P. Viktorovitch, "Dispersion engineering of exciton polariton in double period photonic crystal," *17th International Conference on Physics of Light-Matter Coupling in Nanostructures*, PLMCN, 28-31 mars, 2016, Nara, Japon.

H.S. Nguyen, F. Dubois, T. Deschamps, X. Letartre, J.L. Leclercq, C. Seassal, P. Viktorovitch, "High index dielectric optical "meta-surfaces" with broken vertical symmetry," *OSA Subwavelength Photonics Incubator*, 21-23 septembre, 2016, Washington, USA.

H.S. Nguyen, F. Dubois, T. Deschamps, X. Letartre, J.L. Leclercq, C. Seassal, P. Viktorovitch, "Caractéristiques de dispersion à la demande dans les structures diffractives tout diélectriques à fort contraste d'indice et à symétrie transverse brisée," *GDR Ondes*, 29-30 novembre, 2016, Toulouse, France.

T. Deschamps, F. Dubois, H.S. Nguyen, P. Viktorovitch, J.L. Leclercq, C. Seassal, X. Letartre, "Hybrid Bloch modes for controlling the spatio-temporal properties of photons," *2nd International Conference on Physics of 2D Crystals*, ICP2C2, 25-30 avril, 2017, Ha Long, Vietnam.

F. Dubois, T. Deschamps, H.S. Nguyen, X. Letartre, J.L. Leclercq, C. Seassal, P. Viktorovitch, "High index dielectric optical meta-surfaces with broken vertical symmetry," *Photonic West*, 27 janvier-1er

février, 2017, San Francisco, USA.

P. Viktorovitch, F. Dubois, T. Deschamps, H.S. Nguyen, X. Letartre, J.L. Leclercq, C. Seassal, "High-index dielectric optical metasurface with broken vertical symmetry," *Proc. SPIE 10113*, High Contrast Metastructures VI, 1011303, 28 avril, 2017, doi :10.1117/12.2255617.

F. Dubois, H.S. Nguyen, T. Deschamps, X. Letartre, J.L. Leclercq, C. Seassal, P. Viktorovitch, "High-index all-dielectric optical metasurfaces with broken vertical symmetry," *11th International Congress on Engineered Material Platforms for Novel Wave Phenomena*, ICAMNWP, 28 août-2 septembre, 2017, Marseille, France.

F. Dubois, T. Deschamps, S. Cuffe, X. Letartre, P. Viktorovitch, H.S. Nguyen, "Conception de cônes de Dirac quasi-isotropes dans les cristaux photoniques unidimensionnels membranaires," *Optique Toulouse*, 03-06 juillet, 2018, Toulouse, France.