



HAL
open science

Développement de la commande CRONE avec effet anticipatif robuste

Asma Achnib

► **To cite this version:**

Asma Achnib. Développement de la commande CRONE avec effet anticipatif robuste. Systèmes et contrôle [cs.SY]. Université de Bordeaux; Université de Gabès (Tunisie), 2019. Français. NNT : 2019BORD0056 . tel-02166218

HAL Id: tel-02166218

<https://theses.hal.science/tel-02166218>

Submitted on 26 Jun 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE EN COTUTELLE PRÉSENTÉE
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR DE
L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX
ET DE L'ÉCOLE NATIONALE D'INGÉNIEURS
DE GABES

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCE, PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEURIE UBX
ÉCOLE DOCTORALE SCIENCE, INGÉNIEURIE ET SOCIÉTÉ
SPÉCIALITÉ AUTOMATIQUE, PRODUCTIQUE, SIGNAL ET IMAGE, INGÉNIEURIE
COGNITIVE

Par Asma ACHNIB

**DÉVELOPPEMENT DE LA COMMANDE CRONE AVEC
EFFET ANTICIPATIF ROBUSTE**

Sous la direction de Patrick LANUSSE
et de Mohamed AOUN

Soutenue le 25 Avril 2019

Membres du jury :

M. DAMAK, Tarak
Mme. KSOURI, Moufida
M. RAÏSSI, Tarek
M. MALTI, Rachid
M. LANUSSE, Patrick
M. AOUN, Mohamed
M. AIRIMITOAIÉ, Tudor-Bogdan
Mme. CHETOUI, Manel

Professeur, ENIS, Sfax
Professeur, ENIT, Tunis
Professeur, CNAM-Paris
Professeur, Université de Bordeaux
Maître de Conférences HDR, Bordeaux INP
Maître de Conférences HDR, ENIG, Gabès
Maître de Conférences, Université de Bordeaux
Maître assistante, ENIG, Gabès

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examinateur
Directeur
Directeur
Invité
Invitée

Titre : Développement de la commande CRONE avec effet anticipatif robuste

Résumé :

Le travail présenté dans cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'étude de l'efficacité de la commande CRONE avec effet anticipatif robuste dans les problèmes de poursuite et de régulation pour les systèmes monovariables et multivariables. L'objectif de l'anticipation est de concevoir des algorithmes de commande capables de minimiser un critère quadratique basé sur l'erreur entre la sortie du système et le signal de référence avec modération du niveau du signal de commande. La solution proposée repose sur l'association d'une commande robuste de type feedback à une commande anticipative de type feedforward. L'action feedforward utilise un filtre anticipatif synthétisé dans le domaine fréquentiel en utilisant des critères d'optimalité et de contraintes de type H_2 et H_∞ . La réduction du nombre de paramètres du filtre anticipatif en utilisant une période d'échantillonnage plus lente a été traitée. Des exemples académiques illustrent les développements théoriques. Une application pratique sur un système de régulation hydraulique a montré la pertinence de cette nouvelle approche.

Mots clés : Commande anticipative, systèmes à temps discret, commande robuste, filtre anticipatif, H_2 , H_∞ .

Title: Development of the CRONE control with robust anticipatory effect

Abstract :

The work presented in this thesis is part of the study of the effectiveness of CRONE control with anticipative effect in the problems of tracking and control for monovariabe and multivariable systems. The anticipation objective is to design a control algorithm that minimizes a quadratic error between the reference and the output of the system and at the same time achieve a good level of the control signal. The proposed solution combines a robust feedback control with a feedforward control. The feedforward action uses optimality criteria and an anticipative filter which is designed in the frequency domain using a mix of H_2 and H_∞ constraints. The reduction of the number of parameters of the anticipative filter by using a slower sampling period for the anticipative filter is treated. Academic examples highlight the theoretical developments. A practical application on a hydraulic control system has shown the efficiency of the developed approach.

Keywords: preview control, discrete-time systems, robust control, feedforward filter, H_2 , H_∞ .

Laboratoire d'Intégration du Matériau au Système

IMS, UMR 5218, 51 Cours de la libération, 33405 Talence cedex, France.

Laboratoire de recherche Modélisation, Analyse et commande des Systèmes

MACS-ENIG, LR16ES22, Avenue Omar Ibn El Khattab, Zrig Eddakhlania 6072, Gabès, Tunisie.

”En vérité, le chemin importe peu, la volonté d’arriver suffit à tout.”

”Une seule certitude suffit à celui qui cherche.”

Albert Camus/ Le Mythe de Sisyphe

Dédicace

*Je dédie ce travail
à mon père Messaoud,
à ma mère Emna,
à ma sœur Echrak,
à mon frère Mohamed,
et à tous ceux qui me sont chers.*

Remerciements

Cette thèse est effectuée en cotutelle au sein de l'Université de Bordeaux et de l'École Nationale d'Ingénieurs de Gabès. Plus particulièrement les travaux développés dans ce mémoire ont été effectués au laboratoire de l'Intégration du Matériau au Système (IMS-UMR 5218 CNRS), groupe Automatique, équipe CRONE sous la direction de Monsieur Patrick LANUSSE, Maître de Conférences habilité à diriger des recherches de Bordeaux INP avec le co-encadrement de Monsieur Tudor-Bogdan AIRIMITOAIIE, Maître de Conférences de l'Université de Bordeaux ainsi qu'au laboratoire de Modélisation, Analyse et Commande des Systèmes (MACS-LR16ES22) sous la direction de Monsieur Mohamed AOUN, Maître de Conférences habilité à diriger des recherches de l'École Nationale d'Ingénieurs de Gabès avec le co-encadrement de Madame Manel CHETOUI, Maître Assistante à l'École Nationale d'Ingénieurs de Gabès.

Je tiens d'abord à adresser mes plus vifs remerciements à Monsieur **Mohamed Naceur ABDELKRIM**, Professeur de l'École Nationale d'Ingénieurs de Gabès (ENIG) et Directeur du Laboratoire de Recherche Modélisation, Analyse et Commande des Systèmes (MACS) et à Monsieur **Yann DEVAL**, Professeur de l'Université de Bordeaux et Directeur du Laboratoire Intégration du Matériau au Système (IMS) pour l'opportunité qu'ils m'ont donné de travailler dans ces deux laboratoires et la confiance qu'il m'ont toujours témoigné.

Je tiens à remercier chaleureusement Messieurs **Patrick LANUSSE** et **Mohamed AOUN**, directeurs de ma thèse, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de diriger mes travaux de recherche. Je les remercie pour leurs rigueurs, leurs nombreux conseils, leurs qualités humaines, leurs disponibilités et leurs aides permanentes. Je leur serai toujours reconnaissante pour l'effort qu'ils ont investi dans cette thèse.

Je remercie Monsieur **Tarak DAMAK**, Professeur de l'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax (ENIS), pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider ce jury.

Je tiens à remercier vivement Madame **Moufida KSOURI**, Professeur de l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis (ENIT), et Monsieur **Tarek RAÏSSI**, Professeur du Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM-Paris), qui ont eu la gentillesse d'accepter la tâche importante d'être rapporteurs de ce travail. L'intérêt qu'ils portent à mon travail est pour moi un encouragement et une source de motivation importants.

Mes sincères remerciements s'adressent aussi à Monsieur **Rachid MALTI**, Professeur de l'Université de Bordeaux, pour avoir accepté de faire partie de jury de cette thèse en tant qu'examineur.

Je témoigne toute ma gratitude à Monsieur **Tudor-Bogdan AIRIMITOAIIE**, co-encadrant de ma thèse, pour la qualité et l'intensité de son encadrement, son suivi, ses encouragements et ses conseils judicieux, qui ont contribué efficacement à la réalisation de cette thèse. Je lui suis très reconnaissante de la confiance qu'il a su me témoigner.

Mes remerciements s'adressent également à Madame **Manel CHETOUI**, co-encadrante de ma thèse, pour la rigueur, l'attention et les nombreux conseils enrichissants qu'elle a su me prodiguer. Je la remercie encore pour son effort et ses encouragements et surtout son amitié. Veuillez trouver ici toute ma profonde reconnaissance.

Je voudrais également remercier tous les membres du laboratoire IMS et en particulier aux membres de l'équipe CRONE pour leurs conseils, leurs sympathies et l'excellente ambiance de travail qu'ils ont créé. Toute mon amitié va encore à tous les membres de laboratoire de recherche MACS et plus particulièrement à Monsieur **Ayadi GUFRACHI** pour l'aide qu'il m'a apporté dans l'application pratique.

Je ne peux terminer mes remerciements sans exprimer ma sincère gratitude à mes amis en particulier à : Haifa, Halima, Houda, Zina, Radwen, Thouraya, merci pour ces

moments inoubliables que nous avons partagés. Je leur exprime ma profonde sympathie et je leur souhaite beaucoup de succès.

Pour finir, j'exprime toute ma reconnaissance à mes parents, ma sœur et mon frère qui m'ont encouragée tout au long de ces années d'études. Qu'ils reçoivent ici ma gratitude pour leur innombrables sacrifices.

Publications de l'auteur

Chapitre de livre

[1] **ACHNIB, A.**, AIRIMITOAIIE, T.B., ABRASHOV, S. et LANUSSE, P. et AOUN, M. (2017) : Performances and robustness of GPC controller in an anticipative context, *Systems, Automation, and Control, De Gruyter Oldenbourg, 2017, ISBN-13 : 978-3110468212..*

Articles dans des revues internationales avec comité de lecture

[1] **ACHNIB, A.**, AIRIMITOAIIE, T.B., LANUSSE, P., ABRASHOV, S., AOUN, M. et CHETOUI, M. (2019) : Discrete-time robust control with an anticipative action for preview systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 141(3), 031012. doi :10.1115/1.4041711*

Conférence dans des congrès internationaux avec comité de lecture

[1] **ACHNIB, A.**, CHETOUI, M., LANUSSE, P. et AOUN, M. (2016) : A comparative study of the output and the state feedback predictive control. *In 17th IEEE International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA)*, pages 34–41, Sousse, Tunisia, December 2016.

[2] **ACHNIB, A.**, AIRIMITOAIIE, T.B., ABRASHOV, S. et LANUSSE, P.(2017) : Generalized predictive controller performances in an anticipative context. *In 14th IEEE*

International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD), pages 87–92, Marrakech, Morocco, March 2017.

[3] **ACHNIB, A.**, AIRIMITOAIIE, T.B., LANUSSE, P., GUEFRACHI, A., AOUN, M. et CHETOUI, M. (2018) : Anticipative robust design applied to a water level control system. *In IEEE European Control Conference (ECC)*, pages 863–869, Limassol, Cyprus, June 2018.

Table des matières

Dédicace	ii
----------	----

Terminologies et Notations

Introduction Générale	1
-----------------------	---

Chapitre 1

Commande anticipative : État de l'art
--

1.1	Introduction	6
1.2	État de l'art de la commande anticipative	6
1.2.1	Historique	6
1.2.2	Domaines d'application	8
1.2.3	Méthodologies de mise en œuvre	12
1.2.3.1	Méthodologies fondées sur des types de modèle	13
1.2.3.2	Méthodologies dépendant du domaine	15
1.2.3.3	Méthodologies basées sur les objectifs	16
1.3	Introduction à la commande prédictive	16
1.3.1	Historique	17
1.3.2	Principe de la commande prédictive	18
1.3.3	Éléments de la commande prédictive	19
1.3.3.1	Modèle de prédiction	19
1.3.3.2	Fonction objectif	22
1.3.3.3	Prise en compte de contraintes strictes sur la commande et sur la sortie	23
1.3.4	Gros plan sur la commande GPC	24
1.4	Mise en défaut de la commande prédictive	26
1.5	Conclusion	29

Chapitre 2

Commande prédictive généralisée dans un contexte anticipatif

2.1	Introduction	32
2.2	Réglage d'une commande MPC avec dynamique de boucle fermée donnée	32
2.3	Commande CRONE des systèmes monovariables	36
2.3.1	Stratégie CRONE de première génération	38
2.3.2	Stratégie CRONE de deuxième génération	39
2.3.3	Stratégie CRONE de troisième génération	42
2.4	Mise en œuvre de la commande MPC robuste sur un exemple en simulation	46
2.4.1	Synthèse du régulateur feedback robuste	48
2.4.2	Synthèse de la commande GPC robuste	51
2.5	Conclusion	57

Chapitre 3

Approche CRONE anticipative pour la commande de systèmes linéaires monovariables

3.1	Introduction	59
3.2	Commande feedback/feedforward	59
3.3	Commande anticipative basée sur l'action feedforward	61
3.3.1	Filtre feedforward anticipatif pour la poursuite du signal de référence	61
3.3.2	Filtre feedforward anticipatif pour le rejet de perturbations	66
3.3.3	Réduction du nombre de paramètres du filtre feedforward anticipatif	69
3.4	Mise en œuvre de l'approche feedback/feedforward anticipative sur un exemple en simulation	73
3.5	Mise en œuvre expérimentale sur un système de régulation hydraulique	84
3.5.1	Identification du système	84
3.5.1.1	Description du système	84
3.5.1.2	Étalonnage du capteur de niveau LIC B101	86
3.5.1.3	Relation entre le seuil de commande et le volume	86
3.5.1.4	Modèles dynamiques pour les différents états paramétriques du système	88
3.5.2	Synthèse du régulateur feedback robuste	98
3.5.3	Mécanisme anti-windup	102
3.5.4	Résultats expérimentaux	104
3.6	Conclusion	108

Chapitre 4
Approche CRONE anticipative pour la commande des systèmes linéaires multivariables

4.1	Introduction	111
4.2	Commande CRONE de systèmes multivariables	111
4.2.1	Principe de la méthodologie CRONE MIMO	112
4.2.2	Analyse des systèmes multivariables	114
4.2.2.1	Analyse RGA	114
4.2.2.2	Méthode BRG	115
4.2.2.3	Analyse CD^3	116
4.2.2.4	Synthèse Multi-SISO ou MIMO complète d'un système	116
4.2.3	Commande CRONE Multi-SISO	117
4.2.4	Commande CRONE MIMO	119
4.3	Commande anticipative robuste pour les systèmes linéaires multivariables	122
4.3.1	Principe de l'approche anticipative robuste MIMO	122
4.3.2	Filtre feedforward anticipatif MIMO pour le suivi du signal de référence	124
4.3.3	Filtre feedforward anticipatif MIMO pour le rejet de perturbations	127
4.4	Mise en œuvre de l'approche feedback/feedforward anticipative MIMO sur un exemple en simulation	129
4.4.1	Synthèse du régulateur feedback MIMO robuste	131
4.4.2	Application de l'approche commande feedback/feedforward anticipative MIMO	138
4.4.3	Influence des matrices de pondération	145
4.5	Apport de l'approche CRONE anticipative par rapport aux autres approches de commande	150
4.5.1	Description de l'approche commande feedback/feedforward non anticipative MIMO	151
4.5.2	Mise en œuvre de l'approche commande feedback/feedforward non anticipative MIMO	151
4.5.3	Comparaison des différentes approches	155
4.6	Conclusion	156
Conclusion générale et Perspectives		157
Annexe		160
Bibliographie		165

Liste des figures

1.1	Schéma fonctionnel de la commande prédictive.	19
1.2	Schéma du modèle académique.	26
1.3	Résultats de simulation de la commande MPC ($\lambda = 0.03$)	28
1.4	Résultats de simulation de la commande MPC ($\lambda = 0$)	28
1.5	Signaux de commande et de sortie pour le système incertain.	29
2.1	Équivalent polynomial RST du régulateur prédictif.	34
2.2	Schéma fonctionnel de la commande RST.	35
2.3	Schéma fonctionnel de la commande CRONE.	37
2.4	Lieu de Nichols de $\beta(j\omega)$	40
2.5	Lieu de Nichols de la boucle ouverte nominale et de ses domaines d'incertitude dans le cas d'un gabarit généralisé quelconque (1) et du gabarit (généralisé) optimal (2).	45
2.6	Diagramme de Nichols du modèle incertain $G(q^{-1})$	47
2.7	Diagramme de Nichols de la fonction de transfert en boucle ouverte CRONE nominale (—) et domaines d'incertitude fréquentielle (—).	49
2.8	Fonctions de sensibilité nominales (—) et extrêmes (— et —) comparées à leurs contraintes (...).	50
2.9	Signaux de sortie obtenus avec le régulateur CRONE rationnel pour 3 modèles différents.	51
2.10	Signaux de commande obtenus avec le régulateur CRONE rationnel pour 3 modèles différents.	52
2.11	Signaux de sortie obtenus avec le régulateur GPC pour 3 modèles différents.	54
2.12	Signaux de commande obtenus avec le régulateur GPC pour 3 modèles différents.	54

2.13	Signal de sortie obtenu avec le régulateur GPC anticipatif.	55
2.14	Signal de commande obtenu avec le régulateur GPC anticipatif.	56
2.15	Réponse indicielle du filtre anticipatif $T_{RST}(q^{-1})$	57
3.1	Commande feedback/feedforward utilisée pour une commande anticipative robuste.	60
3.2	Commande feedback/feedforward utilisée pour une commande anticipative robuste avec un filtre feedforward pour le rejet de perturbations.	67
3.3	Commande feedback/feedforward utilisée pour une commande anticipative robuste avec multiplicateur de temps d'échantillonnage p	70
3.4	Commande feedback/feedforward utilisée pour une commande anticipative robuste avec multiplicateur de temps d'échantillonnage p et filtre passe-bas.	72
3.5	Signaux de sortie obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif en absence de contrainte sur la commande ($p = 1$).	76
3.6	Signaux de commande obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif en absence de contrainte sur la commande ($p = 1$).	76
3.7	Vérification du respect de la contrainte $W_{ur}^{-1}(q^{-1})$ (—) par la fonction de transfert H_{ur} calculée pour les 3 états paramétriques du procédé ($p = 1$).	78
3.8	Réponse fréquentielle du filtre feedforward de la perturbation ($p = 1$).	78
3.9	Signaux de sortie obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif ($p = 1$).	79
3.10	Signaux de commande obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif ($p = 1$).	80
3.11	Vérification du respect de la contrainte $W_{ur}^{-1}(q^{-1})$ (—) par la fonction de transfert H_{ur} calculée pour les 3 états paramétriques du procédé ($p = 8$).	81
3.12	Réponse fréquentielle du filtre feedforward de la perturbation ($p = 8$).	82
3.13	Signaux de sortie obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif ($p = 8$).	83
3.14	Signaux de commande obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif ($p = 8$).	83
3.15	Photo du système de régulation de volume.	84

3.16 Schéma simplifié du système de régulation de volume.	85
3.17 Évolution du volume d'eau en fonction de la tension.	86
3.18 Évolution du seuil en fonction du volume d'eau.	87
3.19 Mesures effectuées lors de l'application de différents échelons (Vanne totalemment ouverte)	88
3.20 Débit enregistré après application de différents échelons (Vanne totalement ouverte).	89
3.21 Mesures obtenues après application de différents échelons (Vanne partiellement fermée).	92
3.22 Débit enregistré après application de différents échelons (Vanne partiellement fermée).	92
3.23 Mesures effectuées après application de différents échelons (Vanne totalemment fermée).	95
3.24 Débit enregistré après application de différents échelons (Vanne totalement fermée).	95
3.25 Diagrammes de Bode des 18 modèles linéaires.	98
3.26 Diagramme de Nichols de la fonction de transfert en boucle ouverte CRONE nominale (—) et domaines d'incertitude fréquentielle (—).	101
3.27 Fonctions de sensibilité nominales (—) et extrêmes (— et —) comparées à leurs contraintes (..).	102
3.28 Réponses indicielles obtenues en mode linéaire (sans saturation de commande) avec régulateur CRONE rationnel.	103
3.29 Schéma de commande feedback/feedforward utilisé pour la commande robuste incluant un mécanisme anti-windup.	103
3.30 Signaux de commande et de sortie du système pour les 18 modèles obtenus en simulation avec le régulateur CRONE rationnel et avec le système antiwindup.	104
3.31 Vérification du respect de la contrainte $W_{ur}^{-1}(q^{-1})$ (—) par la fonction de transfert H_{ur} calculée pour les 3 états paramétriques du procédé.	105
3.32 Résultats expérimentaux pour la vanne manuelle V102 totalement ouverte.	106
3.33 Résultats expérimentaux pour la vanne manuelle V102 partiellement fermée.	107
3.34 Résultats expérimentaux pour la vanne manuelle V102 totalement fermée.	108

4.1	Schéma fonctionnel utilisé par la commande CRONE MIMO.	112
4.2	Algorithme pour sélectionner la synthèse Multi-SISO ou MIMO du régulateur centralisé ou décentralisé.	117
4.3	Commande CRONE Multi-SISO décentralisée d'un système MIMO de dimension (2×2)	117
4.4	Construction du domaine d'incertitude MIMO.	119
4.5	Commande feedback/feedforward anticipative pour une commande anticipative robuste MIMO.	122
4.6	Gain des éléments diagonaux et non diagonaux de la matrice RGA de \mathbf{G}	131
4.7	Les indices CD^3 $\varrho_{c1}(\omega)$ et $\varrho_{c2}(\omega)$ de \mathbf{G}	131
4.8	Diagrammes de Nichols des termes G_{11} et G_{22} de \mathbf{G} : réponses fréquentielles nominales (—); domaines d'incertitude augmentés (—).	132
4.9	Diagramme de Nichols de la fonction de transfert en boucle ouverte CRONE β_{11} nominale (—) et domaines d'incertitude fréquentielle (—).	134
4.10	Diagramme de Nichols de la fonction de transfert en boucle ouverte CRONE β_{22} nominale (—) et domaines d'incertitude fréquentielle (—).	134
4.11	Fonctions de sensibilité relatives à β_{11} : nominales (—) et extrêmes (— et —) comparées à leurs contraintes (...).	135
4.12	Fonctions de sensibilité relatives à β_{22} : nominales (—) et extrêmes (— et —) comparées à leurs contraintes (...).	136
4.13	Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles de procédé et de perturbation considérés (seul le régulateur feedback \mathbf{K} est utilisé).	137
4.14	Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les modèles de procédé et de perturbation considérés (seul le régulateur feedback \mathbf{K} est utilisé).	138
4.15	Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés, et en absence de contrainte sur la commande \mathbf{u}	140
4.16	Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés et en absence de contrainte sur la commande \mathbf{u}	141

4.17	Vérification du respect des contraintes $W_{ur11}^{-1}(q^{-1})$ (—) et $W_{ur22}^{-1}(q^{-1})$ (—)	
	par la matrice de transfert \mathbf{H}_{ur} calculées pour les trois états paramétriques.	143
4.18	Vérification du respect de la contrainte $W_{udy11}^{-1}(q^{-1})$ (—) et $W_{udy22}^{-1}(q^{-1})$ (—)	
) par la matrice de transfert \mathbf{H}_{udy} calculées pour les trois états paramétriques.	143
4.19	Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les	
	modèles du procédé et de perturbation considérés en présence de contrainte	
	sur la commande \mathbf{u} .	144
4.20	Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue)	
	pour les modèles du procédé et de perturbation considérés en présence	
	de contrainte sur la commande \mathbf{u} .	145
4.21	Vérification du respect des contraintes $W_{ur11}^{-1}(q^{-1})$ (—) et $W_{ur22}^{-1}(q^{-1})$ (—)	
	par la matrice de transfert \mathbf{H}_{ur} calculées pour les trois états paramétriques	
	($k_{ur} = 0.1$ et $k_{udy} = 0.5$).	146
4.22	Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles	
	du procédé et de perturbation considérés ($k_{ur} = 0.1$ et $k_{udy} = 0.5$).	147
4.23	Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les	
	modèles du procédé et de perturbation considérés pour ($k_{ur} = 0.1$ et $k_{udy} = 0.5$).	147
4.24	Vérification du respect de la contrainte $W_{udy11}^{-1}(q^{-1})$ (—) et $W_{udy22}^{-1}(q^{-1})$	
	(—) par la matrice de transfert \mathbf{H}_{udy} calculées pour les trois états	
	paramétriques ($k_{ur} = 0.1$ et $k_{udy} = 0.2$).	149
4.25	Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles	
	du procédé et de perturbation considérés ($k_{ur} = 0.1$ et $k_{udy} = 0.2$).	149
4.26	Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les	
	modèles du procédé et de perturbation considérés pour ($k_{ur} = 0.1$ et $k_{udy} = 0.2$).	150
4.27	Schéma fonctionnel de l'approche feedback/feedforward non anticipative.	151
4.28	Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les	
	modèles du procédé considérés pour l'approche feedback/feedforward non	
	anticipative MIMO.	152
4.29	Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour	
	les modèles du procédé considérés pour l'approche feedback/feedforward	
	non anticipative MIMO.	153

4.30	Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés pour l'approche feedback/feedforward non anticipative MIMO.	154
4.31	Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés pour l'approche feedback/feedforward non anticipative MIMO.	154

Liste des tableaux

3.1	Résultats de l'étalonnage du capteur de niveau LIC B101.	86
3.2	Valeurs de seuil pour chaque point de fonctionnement.	87
3.3	Réponses temporelles mesurées et estimées pour chaque modèle (I) (Vanne totalement ouverte).	90
3.4	Réponses temporelles réelles et estimées pour chaque modèle (II) : Vanne totalement ouverte.	91
3.5	Réponses temporelles mesurées et estimées pour chaque modèle (I) (Vanne partiellement fermée).	93
3.6	Réponses temporelles mesurées et estimées pour chaque modèle (II) (Vanne partiellement fermée).	94
3.7	Réponses temporelles mesurées et estimées pour chaque modèle (I) (Vanne totalement fermée).	96
3.8	Réponses temporelles mesurées et estimées pour chaque modèle (II) (Vanne totalement fermée).	97
4.1	Valeurs des paramètres de \mathbf{G} pour 10 états paramétriques différents.	130
4.2	Tableau récapitulatif des résultats obtenus.	156

Terminologies et Notations

Notations Mathématiques

x	Scalaire
A	Polynôme ponctuel ou fonction de transfert
\mathbf{x}	Vecteur
\mathbf{A}	Matrice
\mathbf{x}^T	Transposé du vecteur \mathbf{x}
\mathbf{A}^T	Transposée de la matrice \mathbf{A}
\mathbf{I}	Matrice d'identité
\mathbb{N}	Ensemble des nombres entiers naturels
\mathbb{Z}	Ensemble des nombres relatifs
\mathbb{R}	Ensemble des nombres réels
\mathbb{R}^*	Ensemble des nombres réels non nuls
\mathbb{R}_+	Ensemble des nombres réels positifs
\mathbb{C}	Ensemble des nombres réels complexes
s	Variable de Laplace
q	Opérateur discret dans le domaine temporel
z	Opérateur discret dans le domaine fréquentiel
Ψ	Opérateur de retard à temps discret tel que $\Psi(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$
\odot	Produit de Schur
ω	Pulsation (rad/s)
j	Opérateur complexe tel que $j^2 = -1$
$\mathbf{A}(j\omega)$	Réponse fréquentielle de la matrice de fonction de transfert $\mathbf{A}(s)$.
$\Re(\cdot)$	Partie réelle d'un nombre complexe
$\Im(\cdot)$	Partie imaginaire d'un nombre complexe

Notations Mathématiques relatives à la Commande anticipative et la commande prédictive

t	Temps continu
t_k	Temps discret
T_e	Période d'échantillonnage
$u(t_k)$	Signal de commande appliqué au système
$y(t_k)$	Signal de de sortie du système
$r(t_k)$	Signal de référence
$d_y(t_k)$	Signal de perturbation/bruit sur la sortie du système
$d_u(t_k)$	Signal de perturbation sur la commande
$u_{ff}(t_k)$	Signal de commande feedforward
$u_{ff_F}(t_k)$	Signal de commande feedforward pour la poursuite de référence
$u_{ff_P}(t_k)$	Signal de commande feedforward pour le rejet de perturbation
$u_{fb}(t_k)$	Signal de commande par rétroaction
Δu	Variation de la commande
$e(t_k)$	Bruit blanc
$\xi(t_k)$	Erreur de prédiction
N_u	Horizon de commande
N_y	Horizon de prédiction
N_p	Horizon de modèle
$N_{y_{\min}}$	Horizon minimal de prédiction
$N_{y_{\max}}$	Horizon maximal de prédiction
λ	Facteur de pondération
$\hat{y}(t_k + \iota)$	Sortie prédite
Λ, \mathbf{Q}	Matrices de pondération
F	Filtre feedforward pour le suivi de la référence
P	Filtre feedforward pour le rejet de la perturbation

Notations Mathématiques relatives à la Commande

Robuste

C_0	Gain
M_r	Pic de résonance
n	Ordre du régulateur
N	Nombre des pôles et zéros
K_F	Régulateur Fractionnaire
K_R	Régulateur Rationnel
v	Pseudo-pulsation tel que $w = jv$ et $v = \tan(\frac{\omega T_e}{2})$
w	Variable opérationnelle dans le domaine pseudo-continu
ω_l	Pulsation basse
ω_h	Pulsation haute

Abréviations

ARMAX	Auto Regressive Moving Average with eXternal inputs
BRG	Block Relative Gain
CRONE	Commande Robuste d'Ordre Non Entier
CARIMA	Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average (Modèle auto-régressif de moyenne mobile intégrée)
CD^3	Column Diagonal Dominance Degree
DMC	Dynamic Matrix Control (Commande par matrice dynamique)
EPSAC	Extended Prediction Self Adaptive Control (Prévision prolongée de la commande auto adaptative)
FIR	Finite Impulse Response filter
GPC	Generalized Predictive Control (Commande prédictive généralisé)
IMS	Intégration du Matériau aux systèmes
IDCOM	Identification, Commande
LIC	Level Indicator Control

LTI	Linear Time Invariant
MAC	Model Algorithmic Control (Modèle de contrôle algorithmique)
MPC	Model Predictive Control (Commande prédictive)
MIMO	Multi-Input Multi-Output
NMPC	Commande prédictive non-linéaire
PFC	Predictive Functional Control (commande prédictive fonctionnelle)
RGA	Relative Gain Array
SISO	Single-Input Single-Output

Introduction Générale

L'automatique est une science qui regroupe l'ensemble des méthodes et moyens technologiques permettant d'analyser et de contrôler le comportement des systèmes. Dans le domaine de la commande, l'objectif est généralement de concevoir une loi mathématique permettant de conduire l'état d'un système (appelé aussi procédé) rapidement et précisément vers un état de référence à atteindre. Un régulateur est alors synthétisé conformément à un compromis entre les performances attendues et les limites de fonctionnement du procédé. Cette synthèse du régulateur est souvent effectuée en tenant compte d'un modèle nominal du procédé, c'est-à-dire correspondant à un état paramétrique nominal et/ou à une condition de fonctionnement donnée. Une modification de cet état ou de cette condition se traduit alors par une désadaptation du régulateur au procédé et ainsi une modification des performances de la commande. Ce manque de robustesse est un problème classique pour les commandes par pré-compensation appelées aussi commandes feedforward ou parfois, mais improprement, commandes en boucle ouverte. Bien qu'elles permettent une certaine désensibilisation, les commandes par contre-réaction (appelées aussi commandes en boucle fermée ou feedback) peuvent aussi présenter un manque de robustesse des performances aux variations ou à l'incertitude portant sur le procédé. Pour cela, des méthodologies de synthèse de commandes robustes ont été proposées. Elles permettent la prise en compte explicite d'une incertitude de modèle associée au modèle nominal du procédé. On peut notamment citer : les commandes \mathcal{H}_∞ et μ -synthèse, la méthodologie QFT et la commande CRONE développée sous l'impulsion du Professeur Alain Oustaloup.

L'équipe CRONE du groupe Automatique du laboratoire IMS (Université de Bordeaux - Bordeaux INP - UMR 5218 CNRS) travaille, depuis de nombreuses années, dans le domaine des systèmes d'ordres fractionnaires et notamment sur leur utilisation pour la

synthèse de lois de commandes robustes. La méthodologie CRONE permet aujourd'hui la synthèse de régulateurs de type feedback pour la commande robuste de systèmes à modèle incertain [Lanusse, 1994, Sabatier *et al.*, 2015]. En prenant en compte l'effet possible des incertitudes de modèle sans devoir les majorer, la méthodologie CRONE permet d'obtenir des régulateurs robustes aussi performants que possible. L'approche CRONE a été étendue à la commande des procédés à retard, peu amortis [Oustaloup *et al.*, 1995], instables, multivariables [Nelson-Gruel, 2009], etc. Une boîte à outils Matlab/Simulink intitulée Control-System Design CRONE toolbox est distribuée en accès libre depuis 2010 [Lanusse, 2010]. Les développements de l'approche CRONE pour les procédés SISO et MIMO incertains ont essentiellement concerné les régulations de type feedback et donc utilisant les signaux connus et mesurés à un instant donné. Tout comme les autres approches de commande feedback, cette approche ne prend pas en compte les évolutions futures des objectifs à atteindre ou des effets perturbateurs qui sont parfois connues ou prédites. Afin de tirer parti de la connaissance d'évolutions futures, il a alors été envisagé de développer une approche anticipative de la commande CRONE.

Des commandes de type prédictif (commande MPC/GPC) ont été développées dans la communauté internationale depuis la fin des années 50. Ces méthodologies utilisent un modèle du procédé afin d'en prévoir l'évolution. Elles ont la particularité de pouvoir également prendre en compte l'ensemble des variations futures connues des signaux exogènes ayant un effet sur le procédé. Cette particularité leur permet donc d'anticiper sur l'effet de ces signaux et ainsi d'être plus efficaces. L'analyse de ces commandes prédictives montre qu'elles comportent à la fois des effets de type feedback et feedforward (action directe sur l'entrée de commande du procédé). Leurs performances s'avèrent malheureusement assez souvent sensibles à l'incertitude portant sur le comportement du procédé et la robustesse de la commande prédictive reste un sujet ouvert. Des travaux ont récemment montré qu'il est possible d'utiliser des dynamiques en boucle fermée bien choisies pour orienter la synthèse de commandes prédictives, notamment en paramétrant les coefficients de pondération utilisés pour optimiser l'équilibre entre l'énergie des états du procédé et l'énergie du signal de commande qui lui est appliqué.

Le premier objectif de la thèse fut assez logiquement de synthétiser une commande

prédictive MPC héritant des propriétés de robustesse du comportement dynamique d'une commande robuste CRONE feedback. Bien qu'elle semblait prometteuse pour obtenir une commande à la fois robuste et anticipative, cette approche a montré un comportement anticipatif difficile à maîtriser et une autre voie a finalement dû être explorée. L'association d'une commande CRONE robuste de type feedback et d'une commande anticipative de type feedforward anticipatif a alors été développée.

Le travail réalisé dans le cadre de cette thèse est ici présenté en quatre chapitres.

Le chapitre 1 est une introduction aux commandes anticipatives. Il est composé de 3 parties. La première partie présente un état de l'art de la commande anticipative. La deuxième partie propose une introduction à la commande prédictive (historique, principe et éléments de base). Finalement, la troisième partie montre une mise en défaut de la commande GPC classique dans le cadre anticipatif et illustre son manque de robustesse.

Le chapitre 2 présente la synthèse d'une commande prédictive paramétrée par la dynamique de la boucle fermée obtenue par une commande CRONE classique. Il comporte principalement 3 parties. La première partie vise à développer un régulateur GPC paramétré par une dynamique de boucle fermée donnée. La deuxième partie présente le principe et les différentes stratégies de la commande CRONE des systèmes monovariables. Dans la dernière partie, la dynamique issue d'une commande CRONE est utilisée pour robustifier une commande prédictive dont le fonctionnement est analysé dans un contexte anticipatif. Un exemple académique est utilisé pour illustrer la mise en œuvre de l'approche proposée et montrer ses performances.

Le chapitre 3 est consacré à la présentation et au développement de l'approche CRONE anticipative pour la commande des systèmes linéaires monovariables. Il comporte 4 parties. La première présente la définition et le principe de la commande feedback/feedforward proposée. L'approche CRONE anticipative pour la commande des systèmes linéaires monovariables est développée dans la deuxième partie. Les performances de l'approche proposée sont illustrées en simulation à l'aide d'un exemple académique dans la troisième partie. Enfin, une application à un système expérimental

est présentée dans la quatrième partie.

Le chapitre 4 permet l'extension de l'approche CRONE anticipative monovariante aux systèmes multivariants. Il est composé de 4 parties. Après une introduction dans la première partie, la deuxième partie présente l'extension de l'approche CRONE à la commande des systèmes multivariants. La troisième partie présente l'extension de la commande anticipative proposée au cas des systèmes multivariants. Un exemple de simulation numérique est introduit pour montrer l'intérêt et l'efficacité de l'approche développée. La quatrième partie permet notamment de montrer l'apport de l'approche anticipative proposée en comparant ses performances avec celles d'une approche commande feedback CRONE et feedforward mais non anticipative.

Une conclusion reprenant les principaux résultats obtenus et des perspectives de recherche achève ce mémoire.

Chapitre 1

Commande anticipative : État de l'art

Sommaire

1.1	Introduction	6
1.2	État de l'art de la commande anticipative	6
1.2.1	Historique	6
1.2.2	Domaines d'application	8
1.2.3	Méthodologies de mise en œuvre	12
1.3	Introduction à la commande prédictive	16
1.3.1	Historique	17
1.3.2	Principe de la commande prédictive	18
1.3.3	Éléments de la commande prédictive	19
1.3.4	Gros plan sur la commande GPC	24
1.4	Mise en défaut de la commande prédictive	26
1.5	Conclusion	29

1.1 Introduction

Dans un certain nombre d'applications de commande, les valeurs futures du signal de référence sont disponibles à l'avance. Des exemples peuvent être trouvés dans les systèmes aéronautiques (suivi de trajectoire de véhicules aériens non habités (UAV) dans [Park *et al.*, 2004]), de véhicules autonomes (suivi de trajectoire explicite dans [Shin *et al.*, 1992]) ou de robots mobiles [Freitas *et al.*, 2013]. Dans d'autres applications, des signaux de perturbation peuvent également être connus à l'avance, tels que le contrôle du niveau d'eau (pour les conduits d'irrigation et de drainage dans [Schuurmans *et al.*, 1999a], [Li, 2014a]). Par conséquent, il est intéressant de proposer des algorithmes de commande appropriés qui prennent en compte ces informations.

Ce chapitre propose tout d'abord un état de l'art de la commande anticipative. Une deuxième partie propose un historique de la commande prédictive, son principe ainsi que ses éléments de base. La troisième partie propose une application de la commande MPC et illustre son manque de robustesse.

1.2 État de l'art de la commande anticipative

La commande anticipative est une méthode relativement récente. Elle vise à améliorer les performances des systèmes de commande en utilisant les connaissances futures des signaux de références et/ou des perturbations. L'objectif de la commande anticipative est généralement de trouver un régulateur optimal qui minimise l'erreur entre la sortie du système et le signal de référence avec modération du signal de commande.

Cette section est constituée de trois paragraphes. Le premier présente un historique de la commande anticipative. Le deuxième mentionne les différents domaines d'application de ce type de commande et le dernier paragraphe expose les différentes méthodologies proposées par les chercheurs pour obtenir des commandes anticipatives.

1.2.1 Historique

L'histoire de la commande anticipative remonte à la fin des années 60. En 1966, Sheridan a défini la commande anticipative en présentant trois modèles afin de prédire la réponse d'un contrôleur humain ou artificiellement intelligent [Sheridan, 1966]. Le premier

est basé sur le produit de convolution entre le signal de référence et la réponse du système en boucle fermée ; le deuxième utilise un calcul prédictif itératif ayant un temps rapide et comparable à celui d'une commande continue en temps réel. Le troisième implique un calcul de stratégie de commande optimale mis à jour de manière répétitive sur l'horizon d'anticipation. En 1968, Bender a utilisé la commande anticipative pour le contrôle actif de la suspension hydropneumatique de véhicules routiers [Bender, 1968] dont l'objectif est d'améliorer l'isolation des vibrations en anticipant les variations du profil routier à l'avant du véhicule. La première approche, basée sur la théorie des filtres de Wiener, est utilisée pour synthétiser les caractéristiques optimales (fonction de transfert) d'un système en configuration libre. Comme la fonction de transfert ainsi synthétisée est très difficile à mécaniser, une technique de recherche de paramètres est utilisée pour optimiser un système à configuration fixe qui peut être plus facilement réalisé en pratique. En 1974, Masayoshi Tomizuka a traité le problème de poursuite anticipée pour le système décrit à temps discret et le système décrit à temps continu en utilisant les techniques *LQ-preview* [Tomizuka, 1974]. Son travail sur la version continue du *LQ-preview* a continué jusqu'à 1975 en proposant une méthode recursive pour la résolution de l'équation de Riccati pour des durées d'anticipation longues [Tomizuka, 1975].

Le problème de la commande anticipative a été repris dans les années 80 et 90 pour le pilotage des véhicules autonomes dont la trajectoire de référence est connue sur un certain temps à l'avance. Louay Salah a développé [Louay, 2012] un dispositif d'assistance au contrôle latéral d'un véhicule automobile pour faciliter la conduite et prévenir les accidents par sortie de voie. Il a proposé un mode de contrôle partagé basé sur l'anticipation du risque et sur la prédiction des actions les plus probables du conducteur. D'abord, Louay a développé un modèle du conducteur en cohérence avec les connaissances actuelles sur la sensori-motricité humaine. Ensuite, il a synthétisé et évalué expérimentalement deux stratégies du contrôle partagé. La première (nommée CoLat1) se base sur un principe similaire à celui des assistances LKS (Lane Keeping System) commercialisées à ce jour. Sa synthèse repose sur l'utilisation d'un modèle véhicule-route, et ne fait appel à aucun modèle du conducteur. La deuxième (nommée CoLat2) se base sur une synthèse tenant compte des modalités du partage de la conduite avec le conducteur. Sa conception repose sur l'utilisation d'un modèle global

CVR (Conducteur-Véhicule-Route). La commande anticipative a été choisie dans les deux stratégies car elle permet la prise en compte de la connaissance anticipée de la courbure de la route et la définition de critères de performance pertinents. En 1992, Basile et Marro ont abordé ce concept, dans un premier temps, par une approche géométrique [Basile et Marro, 1992] et, dans un deuxième temps, dans le cas discret (où un transfert à réponse impulsionnelle finie apparaît pour garantir le découplage du signal de perturbation sur la sortie) [Marro *et al.*, 2002] et continu [Marro et Zattoni, 2005].

Lors des 20 dernières années, la commande anticipative a attiré l'attention de nombreux chercheurs et des travaux ont été développés afin d'appliquer cette stratégie de commande sur une large classe de systèmes complexes tels que : le contrôle de trajectoire pour un vélo, le contrôle optimal de la direction d'une voiture, le contrôle de la direction d'une moto par anticipation de la route, le contrôle de la direction d'un conducteur, etc. [Tsuchiya et Egami, 1994, Farooq et Limebeer, 2005, Moelja et Meinsma, 2006, Silvestre *et al.*, 2009, Paulino *et al.*, 2006, Sharp et Valtetsiotis, 2001, Sharp, 2007a, Sharp, 2007b, Sharp, 2005, Cole *et al.*, 2006, Liu et Liao, 2008, Liao *et al.*, 2016]. Ils l'ont combiné avec d'autres théories de commande, par exemple, la commande adaptative multimodèle [Wang *et al.*, 2016], la commande par mode glissant [Williams *et al.*, 2013], les concepts de logique floue [Cheng *et al.*, 2014] etc. Le domaine fréquentiel a été également utilisé pour la synthèse du régulateur anticipatif [Moran Cardenas *et al.*, 2014, Running et Martins, 2009].

1.2.2 Domaines d'application

La littérature disponible sur la commande anticipative montre son application à un nombre important de domaines.

1. **Domaine de la robotique** : de nombreux types des robots sont concernés.
 - Commande de robots manipulateurs : l'utilisation de la commande anticipative a été présentée dès 1988 pour la commande d'un robot manipulateur [Tsuchiya *et al.*, 1988]. En effet, Tsuchiya et al. ont proposé trois méthodes de commande pour le contrôle de trajectoire d'un robot manipulateur à 2 liens : commande anticipative en utilisant la future vitesse du robot souhaitée, la méthode de suivi de la vitesse variable pour la commande anticipative et la commande adaptative

du modèle de référence à vitesse variable. La détermination de la loi de poursuite de la vitesse du robot manipulateur dans les deux méthodes précédentes est effectuée sur la base de la réponse fréquentielle du système. Les limites de ce travail sont que les auteurs ont considéré l'amélioration de la performance de poursuite en absence de contrainte sur la commande.

La commande anticipative a été comparée à d'autres techniques à savoir la commande LQG et LQ pour le contrôle du mouvement d'un robot manipulateur [Negm et Kheireldin, 1991]. Les auteurs ont proposé une application basée sur un filtre de Kalman permettant une prédiction invariante dans le temps pour la commande de mouvements robotiques. L'efficacité du régulateur prédictif par rapport aux régulateurs optimaux LQG et LQ a été étudiée grâce aux résultats de simulations informatiques.

- Commande d'humanoïdes [Kanzaki *et al.*, 2005, Yamada *et al.*, 2011] : une nouvelle approche pour la commande de l'équilibre des humanoïdes est proposée dans [Kanzaki *et al.*, 2005]. Cette approche est basée sur la génération des mouvements de contreventement en utilisant la prédiction des séries chronologiques des forces externes. Les auteurs ont introduit une méthode de commande anticipative de perturbation pour générer le comportement de contreventement par rapport aux impacts externes. Ils ont validé cette approche à l'aide de simulations numériques et d'expériences de collision avec le robot humanoïde HOA P-2. Une autre méthode est développée dans [Yamada *et al.*, 2011]. Cette méthode repose sur la génération du modèle de marche en ligne pour un robot humanoïde bipède basée sur une commande anticipative. L'efficacité de cette méthode est confirmée à l'aide du robot KBHR (Kanagawa Biped Robot-2). Ce robot a 29 degrés de liberté (DOF) (deux jambes à 6 DOF, une taille de à DOF et deux bras à 7 DOF). Il est constitué de grands angles mobiles similaires à ceux des humains. D'autres travaux sur la commande anticipative ont été développés pour la commande des robots bipèdes [Nishiwaki et Kagami, 2011, Yoshida *et al.*, 2012, Shimmyo *et al.*, 2013].
- Commande de robots mobiles : les principales réalisations impliquent la

planification de trajectoires. Elles génèrent de trajectoires et des méthodes quasi optimales pour gérer un environnement dynamique. Vijay Kadakkal et Gerald Cook ont utilisé la commande anticipative pour la commande des robots à roues (WMRpsilas) [Kadakkal et Cook, 2008]. Dans [Sumer *et al.*, 2010], les auteurs ont appliqué la commande adaptative basée sur l'optimisation rétrospective des coûts (RCO) au problème du suivi des trajectoires d'une voiture se déplaçant à une vitesse constante. Ils ont illustré la performance de l'algorithme RCO pour le suivi des trajectoires sur un modèle de véhicule obtenu auprès de Carsim. Ils ont de plus appliqué la commande anticipative par extrapolation du temps de départ et comparé les performances avec et sans anticipation dans différentes conditions non nominales. Dans ces travaux, la robustesse dans diverses conditions de véhicule et de route n'est néanmoins pas évoquée par les auteurs.

2. **Domaine électrique** : la commande anticipative du moteur linéaire continu sans balais est également une des applications initiales de cette théorie présentée dans la littérature. Dans [Egami et Okabayashi, 1992], une nouvelle méthode de conception du système de commande pour le rejet des futures perturbations a été proposée. Elle est particulièrement adaptée à un système de commande de positionnement de haute précision et de petite taille utilisant un moteur sans balais à courant continu linéaire (LDM).
3. **Domaine du contrôle de processus** : essentiellement dans la conception de commande de servomécanisme [Takaba, 2000, Li et Lu, 2011]. Dans [Takaba, 2000], les auteurs ont étudié la conception d'un servomécanisme robuste pour un système polytopique incertain en supposant que le signal de référence est connu à l'avance. En se basant sur un critère LQ/\mathcal{H}_∞ , une méthode de synthèse d'un régulateur de retour d'état avec des actions intégrales et d'anticipation a été développée. Cette méthode permet d'obtenir des performances de suivi robustes en termes d'inégalités de matrice linéaire.
4. **Domaine de la conduite** : la commande anticipative a été largement utilisée pour améliorer les performances et la commande des véhicules sous différentes formes :
 - Protection anti-renversement : dans [Yim, 2011], une méthode de synthèse du régulateur anticipatif pour la prévention des renversements a été proposée. Le freinage différentiel et la suspension active sont adoptés comme actionneurs.

En supposant que l'entrée de direction est connue à l'avance, le régulateur de prévention de renversement est conçu avec une commande anticipative SOF LQ.

- Suspension active : dans [Wong *et al.*, 2011], une nouvelle suspension active de véhicule pour un modèle de demi-voiture a été proposée. Un régulateur flou est utilisé pour traiter les informations d'anticipation obtenues et le signal de retour de l'état du véhicule. L'objectif de l'application de ce régulateur flou est l'amélioration de la robustesse de la suspension contre le bruit du capteur. Les résultats des simulations numériques obtenus montrent que le régulateur flou fournit des performances robustes supérieures à celles d'un régulateur PID conventionnel. De plus, l'effet anticipatif a réduit considérablement l'accélération de la masse non suspendue de la roue arrière afin d'améliorer le confort de conduite.

L'assistance au conducteur [Saleh *et al.*, 2013], l'assistance au maintien de voie [Sentouh *et al.*, 2011] et la suspension hydraulique active [De Bruyne *et al.*, 2012] ont, aussi, été développées et améliorées grâce à la commande anticipative.

5. **Domaine aéronautique et spatial** : des applications variées ont été proposées :

- Missile air-sol [Farooq et Limebeer, 2005, Wang *et al.*, 2011] : dans [Farooq et Limebeer, 2005], la commande anticipative a été utilisée dans une application de suivi de trajectoire. Le problème traité concerne un missile devant suivre une trajectoire optimale précalculée pour un problème de guidage terminal air-surface. La solution proposée par les auteurs est la synthèse d'un régulateur combinant la commande anticipative pour le suivi en ligne de la trajectoire optimale avec une loi du guidage en boucle fermée pour atteindre les contraintes du terminal.
- Hélicoptère autonome : dans [Hazawa, 2004], les auteurs ont développé un petit hélicoptère sans pilote de classe amateur qui pèse environ 9 kg et se sont concentrés sur les modèles d'attitude et de vitesse et la synthèse des régulateurs.
- Véhicule aérien sans pilote (en anglais Unmanned Aerial Vehicle : UAV) : c'est l'une des applications autonomes importantes de la commande anticipative. Dans [Liu, 2011], un algorithme, utilisant une stratégie anticipative des points de passage et une commande PID flou, a été développé afin de suivre l'itinéraire programmé du véhicule. L'algorithme proposé montre une meilleure performance en matière de dépassement et de rejet de perturbation par rapport à la commande

floue ou à la méthode de commande PID.

6. **Domaine maritime** : le véhicule autonome sous l'eau est aussi une des applications importantes de la commande anticipative. L'article [Silvestre *et al.*, 2009] a proposé une solution au problème du suivi de fond pour les véhicules sous-marins autonomes (AUV) qui repose sur l'évaluation des caractéristiques du terrain en amont du véhicule à l'aide de sondeurs. En utilisant la méthodologie de synthèse de régulateur \mathcal{H}_2 pour les systèmes dépendants de paramètres affines, une technique basée sur un vecteur d'erreur qui décrit naturellement les caractéristiques dynamiques particulières de l'AUV pour un vol approprié, a été présentée.
7. **Domaine hydraulique** : la commande anticipative a également été exploitée pour le contrôle du niveau d'eau de canaux [Schuermans *et al.*, 1999b, Li, 2014b]. Un régulateur de niveau d'eau pour les canaux d'irrigation et de drainage a été proposé dans [Schuermans *et al.*, 1999b] ; ce régulateur possède une structure maître-esclave où les esclaves contrôlent les débits à travers les structures de commande. Le régulateur principal se compose de régulateurs PI pour le retour, ainsi que d'un découpleur et d'un régulateur anticipatif basés sur l'inversion d'un modèle dynamique simple du système de canaux. Dans [Li, 2014b], les auteurs explorent le problème de la compensation des prélèvements pour les canaux d'irrigation à contrôle distribué. Les objectifs de cet article sont d'améliorer la performance du contrôle local en termes de rejet de prélèvement tout en conservant la propriété de découplage du contrôle distribué nominal.

Une partie de cette étude bibliographique est déduite de l'article de Nidhika Birla et Akhilesh Swarup [Birla *et Swarup*, 2015] et de la thèse de Louay Saleh [Louay, 2012].

1.2.3 Méthodologies de mise en œuvre

La conception de la commande anticipative est souvent posée sous la forme d'un problème d'optimisation. Un algorithme de résolution disponible repose sur la programmation dynamique [Tomizuka, 1975]. De 1988 à 1997, divers auteurs [Tsuchiya *et al.*, 1988, Negm *et Kheireldin*, 1991, Moran *et al.*, 1996, Kojima *et Ishijima*, 1997] ont appliqué la théorie de la commande au problème d'anticipation en utilisant des outils LQ/\mathcal{H}_∞ et les inégalités matricielles linéaires (LMI). La littérature récente présente de nouvelles structures, systèmes et généralisations de la conception des commandes

anticipatives. La solution d'un problème de commande anticipative a été proposée pour les systèmes à minimum de phase, les systèmes linéaires à temps discret et les systèmes à paramètres incertains [Yamada *et al.*, 2011, Nishiwaki et Kagami, 2011, Yoshida *et al.*, 2012, Shimmyo *et al.*, 2013, Li et Lu, 2011, Yim, 2011, Saleh *et al.*, 2013, Liu, 2011, Gershon et Shaked, 2014, Liao *et al.*, 2012].

Une classification par décennie des méthodologies a été proposée en 2015 par Nidhika Birla et Akhilesh Swarup [Birla et Swarup, 2015] pour la synthèse de la commande anticipative. Les différentes méthodologies suivantes listées ici sont brièvement présentées dans la suite de ce chapitre.

Méthodologies de synthèse de la commande anticipative.	
Décennie	Méthodologie
1961 – 1970	Convolution et équation différentielle
1971 – 1980	Programmation dynamique
1981 – 1990	Théorie de la commande optimale
1991 – 2000	Théorie de la commande optimale et robuste <ul style="list-style-type: none"> • méthodologies basées sur l'équation de Riccati • méthodologies basées sur les inégalités matricielles linéaires (LMI) • méthodologies par retour de sortie • méthodologies \mathcal{H}_2 et \mathcal{H}_∞
2001 – 2010	Théorie de la commande optimale et robuste améliorée avec d'autres techniques <ul style="list-style-type: none"> • méthodologies basées sur la logique floue • méthodologies basées sur les réseaux de neurones artificiels • méthodologies basées sur la théorie de l'estimation • méthodologies basées sur la réponse fréquentielle • méthodologies basées sur les modes glissants • méthodologies pour les systèmes à paramètres affines • méthodologies de systèmes linéaires à coefficients variables du modèle et à temps discret
2011-présent	Théorie de commande optimale et robuste avec de nouvelles structures, systèmes et généralisations <ul style="list-style-type: none"> • méthodologies basées sur le domaine fréquentiel d'un problème d'optimisation de correspondance de modèle \mathcal{H}_2 à deux côtés avec anticipation • conception pour les incertitudes de paramètres stochastiques, les systèmes linéaires à temps discret descripteurs avec réglage multiréseau, et les systèmes à non minimum de phase • méthodologies basées sur la commande \mathcal{H}_∞ pour les perturbations

1.2.3.1 Méthodologies fondées sur des types de modèle

Le modèle d'un système peut être défini à temps continu ou à temps discret. Il peut aussi être certain ou incertain. Divers auteurs ont développé la commande anticipative en

tenant compte de ces types de modèle.

a. Modèle défini à temps continu

Le régulateur anticipatif est obtenu dans le domaine à temps continu pour un système décrit dans le temps continu. L'horizon d'anticipation est généralement exprimé en secondes. Kojima et al. [Kojima et Ishijima, 1997, Kojima et Ishijima, 1998] ont discuté le problème de la perturbation stockée, de l'incertitude initiale et des retards de perturbation. Le problème de la commande anticipative a été également présenté comme un problème de valeur limite à deux points [Mianzo et Peng, 1998]. Tadmor et al. [Tadmor et Mirkin, 2003] ont étudié la commande anticipative et le problème d'estimation en utilisant la théorie de commande \mathcal{H}_∞ . Ils ont déduit les conditions nécessaires et suffisantes pour la dérivation de la solution. Une solution analytique du problème de contrôle \mathcal{H}_∞ généralisé est obtenue pour les stratégies de commande retardées et anticipées [Hazawa, 2004]. Une résolution du problème de commande anticipative en utilisant les principes de programmation dynamique pour un robot à roues est développée dans [Kadakkal et Cook, 2008]. Jafari et al. [Jafari et Mukherjee, 2012] ont, également, proposé une formulation pour la conception des régulateurs anticipatifs dans le cas des systèmes continus à non minimum de phase SISO. De plus, une solution développée dans le domaine continu, est présentée pour la conception du système d'assistance à la conduite automobile (ADAS) dans le but de gérer les situations de stabilité médiocre [Saleh et al., 2013]. Cette formulation a l'avantage que la sortie du régulateur anticipatif peut-être donnée au système réel sans aucun élément intermédiaire [Birla et Swarup, 2015].

b. Modèle défini à temps discret

La méthodologie de conception du régulateur anticipatif a été également développée à temps discret [Egami et Okabayashi, 1992, Takaba, 2003, Wang et Aida, 2003, Mianzo et Peng, 1998]. Dans [Negm et al., 2003], une solution basée sur un algorithme de commande anticipative a été développée pour un modèle linéaire et discret d'un moteur à induction triphasé. La commande anticipative dans le domaine discret a permis une amélioration considérable des performances pour un missile flexible [Wang et al., 2011] et pour des tours d'éoliennes [Kristalny et al., 2013].

c. Modèle incertain

La synthèse du régulateur anticipatif est basée sur la connaissance du modèle de

système. Comme aucun système ne peut être parfaitement connu, ce régulateur obtenu doit être robuste vis-à-vis des incertitudes paramétriques. Sur la base de critères mixtes LQ/\mathcal{H}_∞ robustes et de l'approche LMI, une méthode de synthèse de régulateur anticipatif a été développée pour les systèmes polytopiques incertains [Takaba, 2000]. La commande anticipative optimale a aussi été discutée pour les systèmes linéaires à coefficients variables et à temps discret [Liao *et al.*, 2009].

1.2.3.2 Méthodologies dépendant du domaine

La résolution d'un problème de commande anticipative est divisée en deux catégories principales selon le choix du domaine temporel ou fréquentiel effectué :

a. Domaine temporel

Ces méthodes se concentrent sur les propriétés du système dans le domaine temporel tels que le signal d'erreur, le premier dépassement, le temps de réponse et le signal de commande. Pour synthétiser un régulateur optimal dans le domaine temporel, ces méthodes utilisent le modèle temporel du système. Trois modèles de commande anticipative ont été discutés dans [Sheridan, 1966]. Ces modèles sont dérivés en étendant la convolution de la réponse impulsionnelle, la prédiction rapide basée sur le modèle dynamique du processus contrôlé et la détermination itérative de la trajectoire optimale en fonction d'une relation entre l'effort de commande et l'erreur. L'étude dans le domaine temporel a, également, été utilisée pour synthétiser un régulateur anticipatif pour un robot manipulateur [Negm et Kheireldin, 1991] et pour un système de commande de positionnement expérimental qui connaissant les valeurs futures du signal de référence [Moran *et al.*, 1996]. Une stratégie de commande anticipative basée sur la logique floue a été proposée par Weifeng [Liu, 2011] pour suivre l'itinéraire programmé pour un véhicule aérien sans pilote. Une synthèse de la commande anticipative, dans le domaine temporel, a été discuté pour les systèmes MIMO [Kojima, 2011].

L'avantage de l'utilisation de ce domaine réside dans la facilité de son analyse qui utilise des signaux de test standards.

b. Domaine fréquentiel

La synthèse du régulateur anticipatif se fait en utilisant les techniques d'optimisation et le modèle dans le domaine fréquentiel. Ce domaine de synthèse utilise la

caractéristique du système sur une bande de fréquence permettant l'analyse pour la plage de fonctionnement complète du système. Tsuchiya et al. [Tsuchiya *et al.*, 1988] ont synthétisé un régulateur de poursuite pour un manipulateur robotique où la vitesse de poursuite est déterminée sur la base de la réponse fréquentielle du système. Kuroiwa et al. [Kuroiwa et Kimura, 2004] ont présenté la synthèse dans le domaine fréquentiel de commandes anticipatives pour le suivi d'un signal de référence retardé.

1.2.3.3 Méthodologies basées sur les objectifs

On s'intéresse à deux objectifs dans la commande anticipative : l'objectif de suivi de référence future et l'objectif de rejet de perturbations futures.

a. Objectif suivi de référence

Un grand nombre d'auteurs ont proposé des actions anticipatives pour le problème du suivi de référence dont les valeurs futures sont connues [Tsuchiya *et al.*, 1988, Negm et Kheireldin, 1991, Kanzaki *et al.*, 2005, Yamada *et al.*, 2011, Kadakkal et Cook, 2008, Nishiwaki et Kagami, 2011, Yoshida *et al.*, 2012, Shimmyo *et al.*, 2013, Takaba, 2003, Li et Lu, 2011, Wang et Aida, 2003, Negm *et al.*, 2003, Negm *et al.*, 2003, Kristalny *et al.*, 2013, Silvestre *et al.*, 2009, Akbas *et al.*, 2012, Kojima, 2011].

b. Objectif rejet des perturbations

Quelques auteurs ont proposé des actions anticipatives pour le rejet des futures valeurs des signaux de perturbation. Voir [Kanzaki *et al.*, 2005, Nishiwaki et Kagami, 2011, Egami et Okabayashi, 1992, Hosokawa et Mori, 2008, Wong *et al.*, 2011, Kojima et Ishijima, 1998, Wong *et al.*, 2011] pour plus de détails.

1.3 Introduction à la commande prédictive

La commande anticipative prend en compte les valeurs futures des signaux de référence et/ou de perturbations pour assurer un bon suivi du signal de référence, anticiper et éliminer les effets des perturbations. Dans le cadre de la famille des méthodes

de commande de type prédictif MPC (commande DMC/GPC et autres), les valeurs de référence futures et les sorties prédites sont impliquées dans la phase de synthèse du régulateur [Camacho et Bordons, 2007, Lee, 2011, Henson, 1998, Mayne *et al.*, 2000] et dans le calcul de la commande. Il semble raisonnable de penser que ces méthodes devraient donner de bons résultats dans un contexte d'anticipation.

Néanmoins, la plupart des implémentations pratiques des régulateurs prédictifs ne profitent pas de la possibilité d'ajouter un effet d'anticipation.

La commande prédictive appartient à la famille des commandes à base de modèle. Relativement récente, sa simplicité a suscité un réel intérêt dans le domaine industriel. Cette approche consiste à prendre en compte le comportement futur d'un système grâce à un modèle de prédiction.

Cette section présente l'historique de la commande prédictive, son principe ainsi que ses éléments de base.

1.3.1 Historique

La commande prédictive a été proposée par Bellman en 1957 [Petit, 2006] et elle a notamment été mise en œuvre industriellement par Richalet en 1976 en utilisant le logiciel IDCOM (identification, commande). Ensuite, Cutler & Ramaker ont développé la stratégie de la commande par matrice dynamique DMC [Petit, 2006]. En 1987, Clarke a développé la commande prédictive généralisée GPC [Clarke *et al.*, 1987]. La commande prédictive a alors attiré l'attention de nombreux chercheurs et de nombreux travaux ont été développés afin d'appliquer cette stratégie de commande à une large classe de systèmes complexes [Soeterboek, 1992, Henson, 1998, Camacho et Alba, 2013, Morari et Lee, 1999, Mayne *et al.*, 2000, Maciejowski, 2002, Rossiter, 2003, Qin et Badgwell, 2003]. À l'heure actuelle, nombreux sont les travaux et les applications des contrôleurs prédictifs dans les processus industriels. Les avancés technologiques et l'utilisation de l'ordinateur ont permis l'implantation de techniques plus sophistiquées ceci pouvant intégrer des algorithmes évolués [Zhang *et al.*, 2013, Dai *et al.*, 2016, Badgwell et Qin, 2015, Talaš *et al.*, 2014] :

- des techniques de modélisation et d'identification qui sont maintenant diverses et puissantes permettant de travailler dans des environnements défavorables avec un rapport signal sur bruit faible ;
- des calculateurs puissants.

1.3.2 Principe de la commande prédictive

La commande prédictive permet la résolution d'un problème de commande optimale : "comment aller de l'état actuel à un objectif de manière optimale en satisfaisant des contraintes" [Petit, 2006].

L'idée de la stratégie de la commande prédictive est très similaire à la stratégie utilisée pour la conduite automobile. Le conducteur connaît la trajectoire de référence désirée (le tracé de la route) sur un horizon de commande fini (celui de son champ visuel). En tenant compte les caractéristiques de la voiture (modèle mental du comportement du véhicule), il décide quelles actions (accélérer, freiner ou tourner le volant) il faut réaliser afin de suivre la trajectoire désirée. Seule la première action de conduite est exécutée à chaque instant, et la procédure est répétée à nouveau pour les prochaines actions.

Cette conception prend en compte, à l'instant présent, le comportement futur du système à commander, en utilisant explicitement un de ses modèles afin de prédire sa sortie dans le futur sur un horizon fini [SAIDI, 2006].

Le principe de fonctionnement de la commande prédictive est composé de quatre étapes :

Étape 1 : prise en compte de l'état ou de la sortie du système à chaque instant t_k , pour la prédiction de la sortie sur un horizon de prédiction N_y ;

Étape 2 : détermination du vecteur composé des entrées de commande $u(t_k + \iota)$, $\iota = 0, 1, \dots, N_y - 1$ en optimisant une fonction objectif. Cette fonction est basée généralement sur la minimisation de l'écart entre la sortie future et la trajectoire de référence $r(t_k + \iota)$ tout en réduisant les efforts de la commande ;

Étape 3 : utilisation du premier élément $u(t_k)$ du vecteur de commande optimale

$$u(t_k + \iota), \iota = 0, 1, \dots, N_y - 1;$$

Étape 4 : répétition de l'étape 1 en utilisant l'information disponible à l'instant $t_k + 1$.

où $t_k = kT_e$, $k \in \mathbb{N}_+^*$ est le nombre d'échantillons et T_e représente la période d'échantillonnage.

1.3.3 Éléments de la commande prédictive

D'une façon générale, le schéma fonctionnel de la commande prédictive peut se représenter par la figure 1.1.

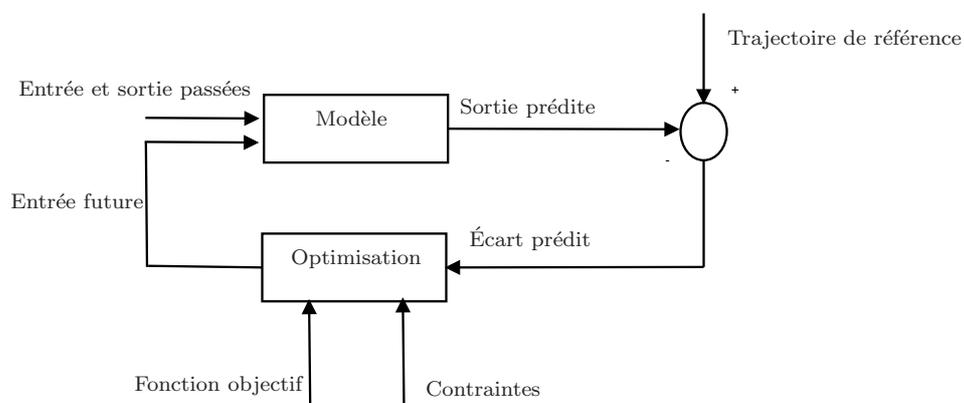


Figure 1.1 – Schéma fonctionnel de la commande prédictive.

Les éléments de base d'une commande prédictive sont [Granado, 2004] :

- un modèle de prédiction ;
- une fonction objectif pour calculer la commande optimale.

L'écart entre la sortie prédite et la trajectoire de référence est minimisé par l'intermédiaire de la fonction objectif calculée sur un horizon donné.

1.3.3.1 Modèle de prédiction

Le modèle de prédiction joue un rôle décisif dans le calcul de la commande. Il doit reproduire avec une précision suffisante les caractéristiques dynamiques du processus aux instants futurs en se servant des valeurs passées de la commande, de la sortie et des valeurs optimales de la commande future [Boucher et Dumur, 1996].

Nous allons considérer des systèmes linéaires à temps invariant LTI qui peuvent se décomposer en deux modèles : un modèle de processus liant l'entrée de commande à la sortie du système et un modèle de perturbation.

a. Modèle de processus

Le modèle de processus peut être défini de différentes façons : par une réponse impulsionnelle, une réponse indicielle, une fonction de transfert ou une représentation d'état.

- **Réponse impulsionnelle** : elle est utilisée dans la commande par modèle algorithmique MAC et dans la commande auto-adaptative à prédiction étendue EPSAC.

Le modèle à utiliser pour la prédiction est défini par une partie de la réponse impulsionnelle du système [Granado, 2004] :

$$\hat{y}(t_k + \iota) = \sum_{o=1}^N h_o u(t_k + \iota - o), \quad (1.1)$$

où $\hat{y}(t_k + \iota)$ désigne la prédiction de la sortie à l'instant $k + \iota$, $u(t_k + \iota - o)$ est la commande calculée à l'instant $t_k + \iota - o$, les coefficients h_o sont obtenus à partir de la réponse impulsionnelle du système en boucle ouverte et N représentant l'horizon de mesure.

L'avantage de cette méthode de modélisation est qu'elle prend en compte les dynamiques complexes des systèmes sans nécessiter de mise en modèles mathématiques. Elle nécessite néanmoins un nombre élevé de paramètres ce qui complique le calcul et l'implémentation de la commande.

- **Réponse indicielle** : cette méthode de modélisation est utilisée par la commande DMC des systèmes stables en boucle ouverte [Granado, 2004].

La prédiction de la sortie est alors exprimée par la relation suivante :

$$\hat{y}(t_k + \iota) = \sum_{o=1}^N g_o \Delta u(t_k + \iota - o), \quad (1.2)$$

où $\hat{y}(t_k + \iota)$ désigne la prédiction de la sortie à l'instant $t_k + \iota$, g_o sont les

coefficients de la réponse indicielle du système en boucle ouverte, $\Delta u(t_k + \iota - o)$ désigne l'incrément ou la variation de la commande et N représente le nombre des mesures choisi tel que la sortie du procédé atteint 95% à 99% de sa valeur finale. Là aussi, ce type de modèle peut engendrer une commande lourde à utiliser.

- **Représentation d'état** : cette méthode de modélisation est utilisée par l'algorithme de la commande prédictive fonctionnelle PFC [Granado, 2004].

Le modèle est décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t_k + 1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t_k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t_k) \\ \mathbf{y}(t_k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t_k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t_k) \end{cases}, \quad (1.3)$$

avec :

\mathbf{x} : vecteur d'état ;

\mathbf{u} : vecteur de commande ;

\mathbf{y} : vecteur de sortie ;

\mathbf{A} : matrice d'état ;

\mathbf{B} : matrice de commande ;

\mathbf{C} : matrice de sortie ;

\mathbf{D} : Matrice d'action directe ($\mathbf{D} = 0$) La prédiction de la sortie s'écrit :

$$\hat{\mathbf{y}}(t_k + \iota) = \mathbf{C} \left[\mathbf{A}^\iota \mathbf{x}(t_k) + \sum_{o=1}^{\iota} \mathbf{A}^{o-1} \mathbf{B}\mathbf{u}(t_k + \iota - o) \right]. \quad (1.4)$$

Le modèle étant également valable pour les systèmes multivariables, il est souvent utilisé dans ce cadre.

- **Modèle CARIMA** : c'est le modèle de prédiction utilisé par la commande prédictive généralisée GPC [Clarke *et al.*, 1987, Camacho et Alba, 2013]. Il permet également de prendre en compte la présence d'un bruit et d'obtenir un régulateur efficace [Holkar et Waghmare, 2010, Yoon et Clarke, 1995].

Le modèle CARIMA, s'écrit alors sous la forme :

$$A(q^{-1})y(t_k + \iota) = B(q^{-1})u(t_k + \iota - 1) + \frac{C(q^{-1})}{\Psi(q^{-1})}e(t_k + \iota), \quad (1.5)$$

où :

- $\iota = 1, \dots, N_y$ représente l'étape de prédiction ;
- $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ sont respectivement donnés par :

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \end{cases} \quad (1.6)$$

où $n_A = \deg(A)$, $n_B = \deg(B)$;

- $C(q^{-1})$ est le filtre polynômial de bruit/perturbation donné par :

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc}; \quad (1.7)$$

- $\Psi(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$ où q^{-1} est l'opérateur de retard à temps discret ;
- $y(t_k)$ représente la sortie de système ;
- $e(t_k)$ représente un bruit blanc.

b. Modèle de perturbation

La sélection du modèle à utiliser pour représenter les perturbations affectant le système est aussi importante que la sélection du modèle de processus. Le modèle le plus utilisé est le modèle ARMA (Auto Regressive Moving Average) [Ljung, 1998]. La perturbation est représentée par le modèle suivant [Granado, 2004] :

$$\eta(t_k) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t_k), \quad (1.8)$$

où le polynôme $C(q^{-1})$ peut être égal à 1, le polynôme $D(q^{-1})$ est un intégrateur d'expression $D(q^{-1}) = \frac{T_e}{1-q^{-1}}$ et $e(t_k)$ est un bruit blanc de moyenne nulle.

1.3.3.2 Fonction objectif

L'objectif principal de la commande prédictive consiste à rapprocher la sortie future de la trajectoire de référence $r(t_k)$ pour un horizon de prédiction donné tout en pénalisant

les variations de l'effort de la commande $\Delta u(t_k)$ nécessaire.

La fonction coût à minimiser est donnée par :

$$J(t_k) = \sum_{\iota=N_{y_{\min}}}^{N_{y_{\max}}} [\hat{y}(t_k + \iota) - r(t_k + \iota)]^2 + \lambda \sum_{o=1}^{N_u} [\Delta u(t_k + o - 1)]^2, \quad (1.9)$$

où

$N_{y_{\min}}$: horizon minimum de prédiction ;

$N_{y_{\max}}$: horizon maximum de prédiction ;

N_u : horizon de commande ;

λ : facteur de pondération permettant de limiter le signal de commande.

La commande MPC peut parfois être optimisée hors ligne mais parfois doit l'être en ligne. Des contraintes strictes portant sur le signal de commande ou des sorties du système doivent être respectées à chaque instant d'échantillonnage.

1.3.3.3 Prise en compte de contraintes strictes sur la commande et sur la sortie

Une contrainte sur l'amplitude de la commande s'exprime simplement sous la forme [Ramdani, 2013, Granado, 2004, Sedraoui, 2008] :

$$u_{\min} \leq u(t_k) \leq u_{\max}. \quad (1.10)$$

De même, une contrainte sur la variation de la commande peut être rajoutée et définie par [Ramdani, 2013, Granado, 2004, Sedraoui, 2008]

$$\Delta u_{\min} \leq \Delta u(t_k) \leq \Delta u_{\max}, \quad (1.11)$$

avec $\Delta u(t_k) = u(t_k) - u(t_k - 1)$.

Une contrainte sur l'amplitude de la sortie a été introduite dans le cas d'une poursuite de trajectoire avec une certaine tolérance. Elle est définie par [Ramdani, 2013, Granado,

2004, Sedraoui, 2008] :

$$y(t_k)_{\min} \leq y(t_k) \leq y(t_k)_{\max}. \quad (1.12)$$

Pour un horizon N , elle se réécrit comme suit :

$$Y(t_k)_{\min} \leq Y(t_k) \leq Y(t_k)_{\max}, \quad (1.13)$$

avec :

$$Y(t_k) = [y(t_k), y(t_k + 1), \dots, y(t_k + N)]^T, \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} Y(t_k)_{\min} &= [y_{\min}(t_k + 1), y_{\min}(t_k + 2), \dots, y_{\min}(t_k + N)] \\ Y(t_k)_{\max} &= [y_{\max}(t_k + 1), y_{\max}(t_k + 2), \dots, y_{\max}(t_k + N)] \end{aligned}. \quad (1.15)$$

1.3.4 Gros plan sur la commande GPC

Afin d'utiliser un modèle fiable du système à commander et de s'abstraire de voir utiliser un observateur, c'est vers la commande GPC que nous avons convergé.

La structure du modèle CARIMA est proche de celle du modèle ARMAX utilisé dans l'identification des systèmes. Par contre, elle utilise l'opérateur de différence à temps discret. Ceci a pour effet d'introduire naturellement un intégrateur au dénominateur du contrôleur dans la méthode de commande GPC.

La sortie $y(t_k)$ du modèle (1.5) peut se réécrire comme suit [Shah et Engell, 2010, Ramdani, 2013] :

$$y(t_k + \iota) = \underbrace{G_\iota(q^{-1})\Delta u(t_k + \iota - 1)}_{\text{réponse forcée}} + \underbrace{\frac{L_\iota(q^{-1})}{C}y(t_k) + \frac{H_\iota(q^{-1})}{C}\Delta u(t_k - 1)}_{f(t+\iota)=\text{réponse libre}} + E_\iota(q^{-1})e(t_k + \iota), \quad (1.16)$$

où $E_\iota(q^{-1})$, $L_\iota(q^{-1})$, $G_\iota(q^{-1})$ et $H_\iota(q^{-1})$ sont les solutions des équations diophantiennes suivantes [Shah et Engell, 2010] :

$$\begin{aligned} C(q^{-1}) &= \Psi(q^{-1})A(q^{-1})E_\iota(q^{-1}) + q^{-\iota}L_\iota(q^{-1}), \\ E_\iota(q^{-1})B(q^{-1}) &= G_\iota(q^{-1})C(q^{-1}) + q^{-\iota}H_\iota(q^{-1}). \end{aligned} \quad (1.17)$$

Le premier terme de droite de l'équation (1.16) désigne la réponse forcée et le reste désigne la réponse libre. Seule la partie *réponse forcée* peut être influencée par les futures sorties du régulateur, alors que la partie *réponse libre* correspond aux entrées et sorties déjà fournies et $E_\iota e(t + \iota)$ correspond au bruit/perturbation agissant sur la sortie du procédé.

La commande optimale est obtenue en minimisant le critère suivant [Shah et Engell, 2010] :

$$J = (\hat{y}(t_k + \iota) - r(t_k + \iota))^T \mathbf{Q} (\hat{y}(t_k + \iota) - r(t_k + \iota)) + \Delta u(t_k + o - 1)^T \mathbf{\Lambda} \Delta u(t_k + o - 1), \quad (1.18)$$

pour $\iota = [N_{y \min}, \dots, N_{y \max}]^T$ et $o = [1, \dots, N_u]^T$,

où :

$\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{(N_{y \max} - N_{y \min} + 1) \times (N_{y \max} - N_{y \min} + 1)}$ et $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{N_u \times N_u}$ sont des matrices de pondération symétriques et souvent diagonales.

La commande optimale est donnée par :

$$\Delta u(t_k + o - 1) = \underbrace{(\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Q}}_{\mathbf{K}_{\text{GPC}} \in \mathbb{R}^{N_u \times (N_{y \min} - N_{y \max} + 1)}} (r(t_k + \iota) - f(t_k + \iota)), \quad (1.19)$$

où :

$\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{(N_{y \max} - N_{y \min} + 1) \times N_u}$ est une matrice formée par les coefficients des polynômes G_k (voir aussi [Camacho et Bordons, 2007]);

$$f(t + \iota) = \frac{L_\iota(q^{-1})}{C} y(t_k) + \frac{H_\iota(q^{-1})}{C} \Delta u(t_k - 1) \quad (1.20)$$

$r(t_k + \iota)$ et $f(t_k + \iota)$ sont des vecteurs de $\mathbb{R}^{N_{y \max} - N_{y \min} + 1}$.

Soit $k_1 \in \mathbb{R}^{N_{y \max} - N_{y \min} + 1}$ représente la première ligne de la matrice \mathbf{K}_{GPC} . La commande optimale appliquée à l'instant $t_k + 1$ est donnée par l'équation suivante :

$$\Delta u(t_k) = k_1 (r(t_k + \iota) - f(t_k + \iota)). \quad (1.21)$$

1.4 Mise en défaut de la commande prédictive

Pour mettre en œuvre l'algorithme d'une commande MPC classique et illustrer son aptitude (ou pas) à gérer l'incertitude du système commandé, un exemple académique issu de la modélisation d'un processus physique est présenté dans cette section. Le travail proposé porte sur la synthèse des contrôleurs prédictifs pour la gestion en temps réel des réseaux d'assainissement.

Le schéma de principe du canal à commander est donné sur la figure 1.2.

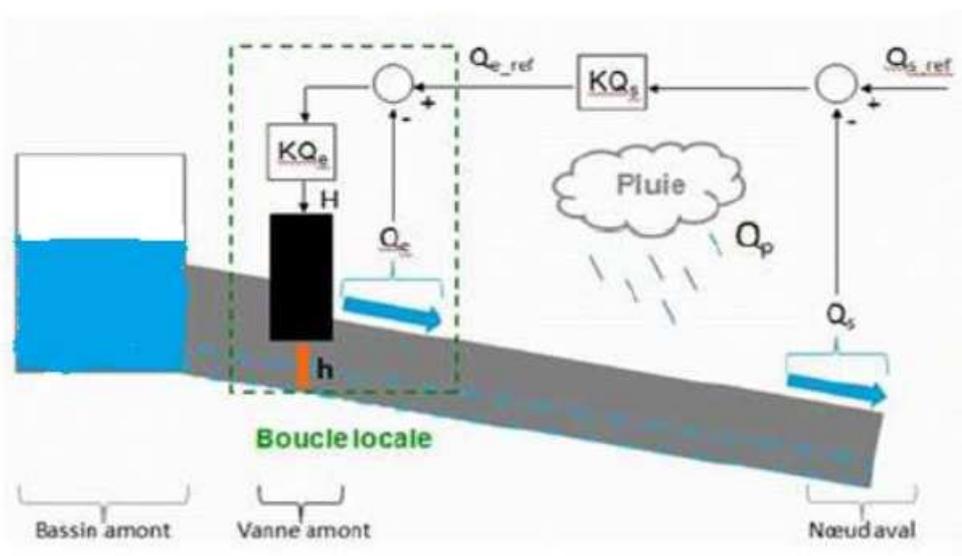


Figure 1.2 – Schéma du modèle académique.

Le système d'étude est un canal de longueur l et délimité par une vanne avec un bassin amont qui fait office de source et de stockage, et dont le niveau varie.

La circulation d'eau entre le bassin amont et le nœud aval se fait dans un tuyau fermé. Les flux amonts peuvent être réglés à l'aide d'une vanne. Cette régulation assure des niveaux désirés dans le bassin amont et le nœud de contrôle situé en aval. La variation du débit d'eau dans le canal peut subitement augmenter lors des précipitations importantes. Pour remédier à ce problème, les perturbations sont prises en compte dans la partie droite de schéma précédant et un objectif est d'en limiter l'impact par optimiser le traitement des eaux usées.

Le modèle d'étude contient deux régulateurs : l'un permettant de réguler la sortie Q_s

et l'autre pour la régulation de l'entrée Q_e .

Le modèle dynamique est décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} H_1(s) = \frac{Q_s(s)}{Q_{eref}(s)} = \frac{ke^{-\nu s}}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)} \\ H_2(s) = \frac{Q_s(s)}{Q_p(s)} = \frac{1}{(1 + T_3s)} \end{cases}, \quad (1.22)$$

avec $k = 1$, $T_1 = 50$ min, $T_2 = 5$ min, $T_3 = 20$ min, $\nu = 10$ min

La période d'échantillonnage T_e est égale à 5 min.

Les paramètres de la commande sont choisis comme suit :

- l'horizon de commande $N_u = 3$;
- l'horizon de prédiction $N_{y_{\max}} = 6$;
- le facteur de pondération $\lambda = 0.03$ (λ est choisi arbitrairement).

L'algorithme de la commande MPC avec prédiction de la perturbation rajoutée à la sortie est appliqué sur le système (1.22). Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 1.3 et 1.4 respectivement pour $\lambda = 0.03$ et $\lambda = 0$.

D'après les figures 1.3 et 1.4, on remarque que la sortie poursuit et anticipe bien la référence. Le rejet de la perturbation est presque parfait. Les fluctuations à $t = 200$ min sont dues à la prédiction de la perturbation. Pour $\lambda = 0$, la commande est très importante en régime dynamique.

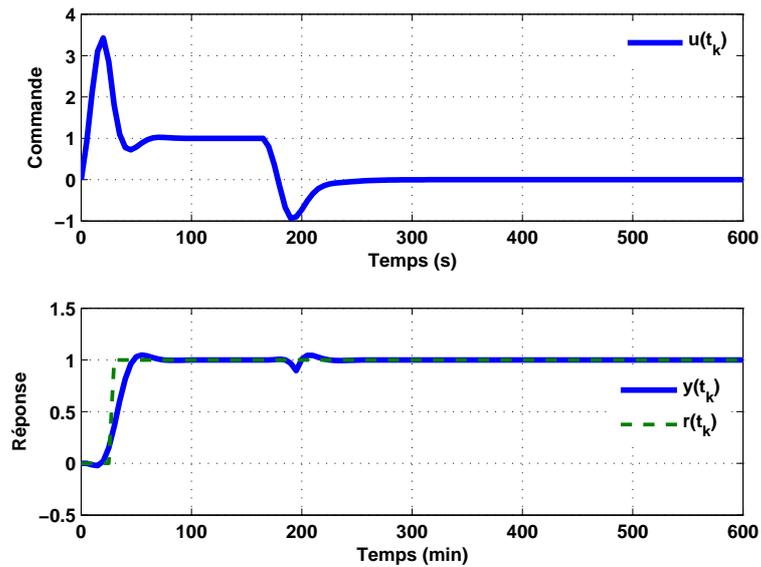


Figure 1.3 – Résultats de simulation de la commande MPC ($\lambda = 0.03$) .

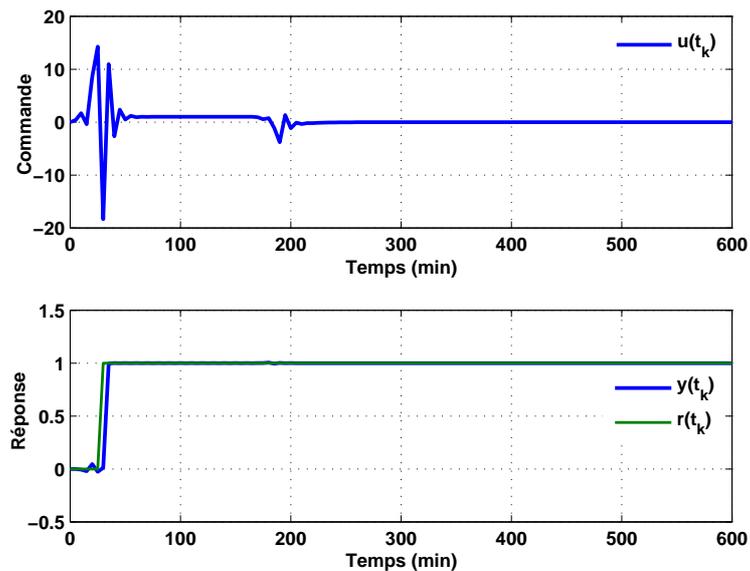


Figure 1.4 – Résultats de simulation de la commande MPC ($\lambda = 0$) .

La robustesse de la commande MPC vis-à-vis l'incertitude du gain est étudiée. Soit $k = [k_{nom}/1.5, k_{nom}, k_{nom} * 1.5]$, avec $k_{nom} = 1$. L'algorithme de commande est appliqué au système (1.22) avec incertitude.

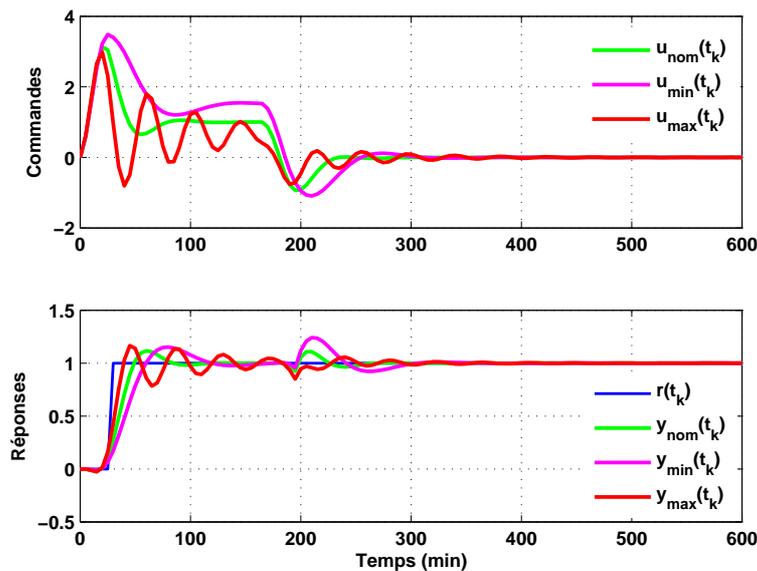


Figure 1.5 – Signaux de commande et de sortie pour le système incertain.

Les résultats obtenus dans la figure 1.5 montrent que le degré de stabilité du système en boucle fermée n'est pas conservé. Ainsi, ce régulateur prédictif n'est pas robuste vis-à-vis l'incertitude sur le gain du système.

Cette section (voir aussi [Achnib *et al.*, 2016]) a prouvé que les performances et la robustesse d'un système de commande MPC semblent être très sensibles aux paramètres de réglage. De nombreux essais ont montré que le vecteur de paramètres k_1 de l'équation (1.21) impose la dynamique de boucle fermée, ce vecteur étant le résultat de la prise en compte du modèle du procédé, des horizons choisis et bien évidemment des matrices de pondérations \mathbf{Q} et $\mathbf{\Lambda}$. Bien que ces matrices, qui s'avèrent très importantes quant aux performances obtenues, un seul paramètre de réglage, souvent un coefficient λ , est généralement utilisé. Une paramétrisation plus complexe est donc envisageable.

1.5 Conclusion

Ce chapitre vise, en premier lieu, à définir la commande anticipative à travers son historique, ses domaines d'application et les méthodologies utilisées dans la littérature pour la mettre en œuvre. Ensuite, une introduction à la commande prédictive, ses concepts fondamentaux, ses développements sont présentés. L'accent est mis sur la commande GPC.

Enfin, une application de la commande anticipative a montré son manque de robustesse. En revanche, Shah et Engell [[Shah et Engell, 2010](#), [Shah et Engell, 2011](#), [Shah et Engell, 2013](#)] ont proposé une méthode de résolution permettant de déterminer la valeur du vecteur k_1 d'un régulateur GPC basée sur des fonctions de sensibilité prédéfinies en boucle fermé. Une approche similaire est suivie dans [[Olaru et Ayerbe, 2006](#), [Rodríguez et Dumur, 2005](#)] où la robustification par rapport à les perturbations est considérée.

L'objectif du chapitre suivant est de synthétiser une commande prédictive paramétrée par la dynamique de la boucle fermée obtenue par une commande CRONE classique qu'elle a des propriétés de robustesse déjà connues.

Chapitre 2

Commande prédictive généralisée dans un contexte anticipatif

Sommaire

2.1	Introduction	32
2.2	Réglage d'une commande MPC avec dynamique de boucle fermée donnée	32
2.3	Commande CRONE des systèmes monovariables	36
2.3.1	Stratégie CRONE de première génération	38
2.3.2	Stratégie CRONE de deuxième génération	39
2.3.3	Stratégie CRONE de troisième génération	42
2.4	Mise en œuvre de la commande MPC robuste sur un exemple en simulation	46
2.4.1	Synthèse du régulateur feedback robuste	48
2.4.2	Synthèse de la commande GPC robuste	51
2.5	Conclusion	57

2.1 Introduction

Le chapitre précédent a prouvé le manque de robustesse de la commande MPC. Afin de pouvoir imposer une dynamique de référence, par exemple une dynamique comportant intrinsèquement la propriété de robustesse à des incertitudes paramétriques portant sur le procédé, l'idée la plus évidente serait de considérer des matrices de pondérations \mathbf{Q} et $\mathbf{\Lambda}$ pleines. Malheureusement la résolution de ce problème n'est pas aussi facile. Une méthode de résolution de ce problème a été proposée par Shah et Engell dans [Shah et Engell, 2010, Shah et Engell, 2011, Shah et Engell, 2013]. Cette méthode est basée sur des fonctions de sensibilité prédéfinies en boucle fermée; elle utilise une formulation RST équivalente du régulateur GPC. Cette proposition sera étudiée et mise en œuvre en considérant un système incertain académique et son régulateur robuste à temps discret issue d'une synthèse CRONE SISO effectuée dans le domaine pseudo-continu.

Ce chapitre est principalement composé de trois parties. La première vise à développer un régulateur GPC paramétré par une dynamique de boucle fermée donnée. Le principe et les différentes stratégies de la commande CRONE des systèmes monovariabiles sont présentés dans la deuxième partie. Dans la dernière partie, la dynamique issue d'une commande CRONE est utilisée pour robustifier une commande prédictive dont le fonctionnement est analysé dans un contexte anticipatif. Un exemple académique est utilisé pour illustrer la mise en œuvre de l'approche proposée et montrer ses performances.

2.2 Réglage d'une commande MPC avec dynamique de boucle fermée donnée

Cette section présente la démarche de paramétrisation d'un régulateur GPC dans un contexte anticipatif [Clarke *et al.*, 1987].

Rappelons que l'expression de la commande GPC optimale appliquée à l'instant $t_k + 1$ est donnée par [Holkar et Waghmare, 2010] (voir la sous-section 1.3.4 du premier chapitre) :

$$\Delta u(t_k) = k_1(r(t_k + o) - f(t_k + o)). \quad (2.1)$$

où $k_1 \in \mathbb{R}^{N_y \max - N_y \min + 1}$ représente la première ligne de la matrice

$$\mathbf{K}_{\text{GPC}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Q}.$$

L'équation (2.1) peut se réécrire comme suit [Achnib *et al.*, 2017a] :

$$\Delta u(t_k) = \sum_{\iota=N_y \min}^{N_y \max} k_{1\iota} (r(t_k + \iota) - f(t_k + \iota)), \quad (2.2)$$

où $k_{1\iota}$ est le ι ème élément de k_1 .

La sortie $y(t_k)$ du modèle CARIMA, donné par l'équation (2.3), peut se réécrire sous la forme de l'équation (2.4).

$$A(q^{-1})y(t_k + \iota) = B(q^{-1})u(t_k + \iota - 1) + \frac{C(q^{-1})}{\Psi(q^{-1})}e(t_k + \iota), \quad (2.3)$$

$$y(t_k + \iota) = \underbrace{G_\iota(q^{-1})\Delta u(t_k + \iota - 1)}_{\text{réponse forcée}} + \underbrace{\frac{L_\iota(q^{-1})}{C}y(t_k) + \frac{H_\iota(q^{-1})}{C}\Delta u(t_k - 1)}_{f(t+\iota)=\text{réponse libre}} + E_\iota(q^{-1})e(t_k + \iota), \quad (2.4)$$

où $E_\iota(q^{-1})$, $L_\iota(q^{-1})$, $G_\iota(q^{-1})$ et $H_\iota(q^{-1})$ sont les solutions des équations diophantiennes suivantes :

$$\begin{aligned} C(q^{-1}) &= \Psi(q^{-1})A(q^{-1})E_\iota(q^{-1}) + q^{-\iota}L_\iota(q^{-1}), \\ E_\iota(q^{-1})B(q^{-1}) &= G_\iota(q^{-1})C(q^{-1}) + q^{-\iota}H_\iota(q^{-1}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

En utilisant l'équation de $f(t_k + \iota)$ définie dans l'équation (2.4), on obtient :

$$\Delta u(t_k) = \sum_{\iota=N_y \min}^{N_y \max} k_{1\iota} \left(r(t_k + \iota) - \frac{L_\iota(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(t_k) - \frac{H_\iota(q^{-1})}{C(q^{-1})}\Delta u(t_k - 1) \right). \quad (2.6)$$

L'équation (2.6) peut se réécrire comme suit :

$$\begin{aligned} \left(C(q^{-1}) + q^{-1} \sum_{\iota=N_y \min}^{N_y \max} k_{1\iota} H_\iota(q^{-1}) \right) \Delta u(t_k) &= C(q^{-1}) \sum_{\iota=N_y \min}^{N_y \max} k_{1\iota} r(t_k + \iota) - \\ &\sum_{\iota=N_y \min}^{N_y \max} k_{1\iota} L_\iota(q^{-1}) y(t_k). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dans la commande GPC, l'hypothèse de valeurs de référence constantes est utilisée ($r(t_k) = r(t_k + 1) = \dots = r(t_k + N_y \max)$).

L'équation (2.7) devient :

$$\left(C(q^{-1}) + q^{-1} \sum_{\ell=N_y \min}^{N_y \max} k_{1\ell} H_\ell(q^{-1}) \right) \Delta u(t_k) = \left(C(q^{-1}) \sum_{\ell=N_y \min}^{N_y \max} k_{1\ell} \right) r(t_k) - \left(\sum_{i=N_y \min}^{N_y \max} k_{1i} L_i(q^{-1}) \right) y(t_k). \quad (2.8)$$

L'équation précédente permet d'écrire le régulateur GPC dans la forme standard RST présentée par la figure 2.1.

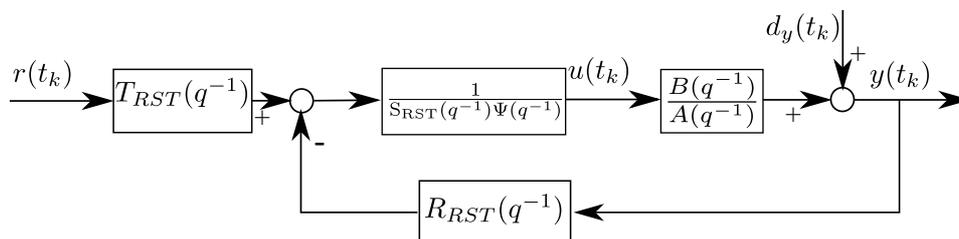


Figure 2.1 – Équivalent polynomial RST du régulateur prédictif.

avec :

- $r(t_k)$ est la consigne ;
- $d_y(t_k)$ est la perturbation agissant sur la sortie de système ;
- $y(t_k)$ est la sortie de système ;
- $u(t_k)$ est la commande ;
- $\Psi(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$ où q^{-1} est l'opérateur de retard à temps discret ;
- $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ sont respectivement définis par :

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na} \\ B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb} \end{cases}, \quad (2.9)$$

où $n_A = \deg(A)$, $n_B = \deg(B)$;

– $R_{RST}(q^{-1})$, $S_{RST}(q^{-1})$ et $T_{RST}(q^{-1})$ sont respectivement donnés par :

$$\begin{cases} R_{RST}(q^{-1}) = \sum_{\iota=N_y \min}^{N_y \max} k_{1\iota} L_{\iota}(q^{-1}) \\ S_{RST}(q^{-1}) = C(q^{-1}) + q^{-1} \sum_{\iota=N_y \min}^{N_y \max} H_{\iota}(q^{-1}) \\ T_{RST}(q^{-1}) = C(q^{-1}) \sum_{\iota=N_y \min}^{N_y \max} k_{1\iota} \end{cases} \quad (2.10)$$

Définition de la commande RST

L'approche de commande RST apparue au début des années 1980 est une approche basée sur un algorithme de commande échantillonnée dont la structure à 3 branches R_{RST} , S_{RST} et T_{RST} permet [Godoy et Ostertag, 2006] :

- de gérer indépendamment :
 1. la dynamique de la poursuite (asservissement) ;
 2. la dynamique de rejection de perturbations (régulation) ;
- de spécifier indépendamment les temps de montée et le dépassement sur la consigne ;
- de tenir compte du retard pur du procédé.

Un système asservi par un régulateur RST a la structure définie sur la figure suivante [Gharsallaoui *et al.*, 2009, Ostertag et Godoy, 2005, Khadraoui *et al.*, 2013] :

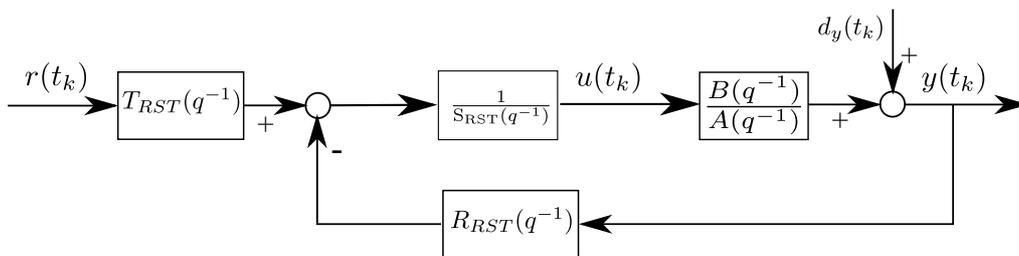


Figure 2.2 – Schéma fonctionnel de la commande RST.

La loi de commande est donnée par l'équation suivante :

$$u(t_k) = \frac{1}{S_{RST}(q^{-1})} [T_{RST}(q^{-1})r(t_k) - R_{RST}(q^{-1})y(t_k)] \quad (2.11)$$

avec :

$$\begin{cases} R_{RST}(q^{-1}) = r_0 + r_1q^{-1} + \dots + r_{n_R}q^{-n_R} \\ S_{RST}(q^{-1}) = 1 + s_1q^{-1} + \dots + s_{n_S}q^{-n_S} \\ T_{RST}(q^{-1}) = t_0 + t_1q^{-1} + \dots + t_{n_T}q^{-n_T} \end{cases}, \quad (2.12)$$

où $n_{R_{RST}} = \deg(R_{RST})$, $n_{S_{RST}} = \deg(S_{RST})$ et $n_{T_{RST}} = \deg(T_{RST})$. La synthèse de ce type du régulateur peut s'effectuer par placement de pôles.

Le dénominateur du régulateur incorpore un intégrateur à temps discret sous la forme de $\Psi(q^{-1})$. D'après [Shah et Engell, 2010] et le schéma présenté sur la figure 2.1, la sortie du système peut se réécrire comme suit :

$$y(t_k) = \frac{B(q^{-1})T_{RST}(q^{-1})}{P_c(q^{-1})C(q^{-1})}r(t_k) + \frac{\Psi(q^{-1})A(q^{-1})S_{RST}(q^{-1})}{P_c(q^{-1})C(q^{-1})}d_y(t_k), \quad (2.13)$$

où $P_c(q^{-1})$ est le polynôme caractéristique de la boucle fermée. Il est défini par l'équation suivante :

$$A(q^{-1})S_{RST}(q^{-1}) + B(q^{-1})R_{RST}(q^{-1}) = P_c(q^{-1})C(q^{-1}). \quad (2.14)$$

Dans la formulation considérée et pour des raisons de simplicité, nous supposons que $N_u = 1$ et $T_{RST}(q^{-1}) = 1$ (voir aussi [Shah et Engell, 2010]).

Dans [Shah et Engell, 2010], une méthode pour imposer le comportement en boucle fermée désiré en présence d'un régulateur GPC est présentée. Elle est basée sur la paramétrisation du régulateur GPC décrite ci-dessus. Le vecteur k_1 est calculé comme solution des équations diophantiennes (2.5) afin d'obtenir le polynôme caractéristique recherché en boucle fermée.

2.3 Commande CRONE des systèmes monovariabiles

La commande CRONE est une approche fréquentielle et basée sur la dérivation d'ordre non entier. Elle permet de construire une loi de commande assurant la robustesse du degré de stabilité d'un système bouclé (Figure 2.3). Les bases de cette commande ont été fondées dans les années 1980 par A. Oustaloup [Oustaloup, 1981, Oustaloup et Coiffet, 1983, Oustaloup,].

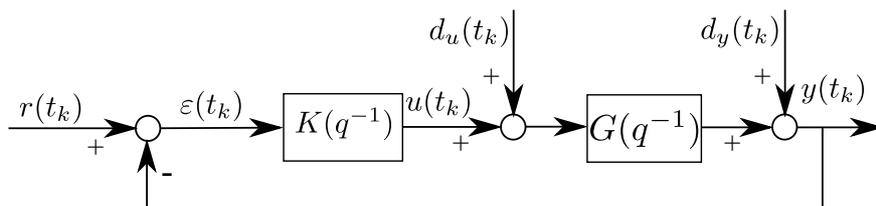


Figure 2.3 – Schéma fonctionnel de la commande CRONE.

Les différents éléments de ce schéma sont :

- $G(q^{-1})$ est l'ensemble de modèles à temps discret du procédé d'entrée u et de sortie y . Cet ensemble de modèles contient le modèle nominal $G_{nom}(q^{-1})$ et ses incertitudes paramétriques ;
- $K(q^{-1})$ est le régulateur robuste ;
- $d_u(t_k)$ est la perturbation agissant au niveau de la commande ;
- $d_y(t_k)$ est la perturbation agissant au niveau de la sortie du procédé.

Remarque : *Tout au long de ce mémoire, l'opérateur de retard q^{-1} est utilisé dans le domaine temporel, tandis que z^{-1} est utilisé dans le domaine fréquentiel.*

Dans ce mémoire, la synthèse du régulateur CRONE est faite en exploitant la boîte à outils Matlab/Simulink Control-System Design CRONE Toolbox. Cette boîte à outils est composée principalement de trois modules qui ont été développés progressivement depuis le début des années 90 [Oustaloup *et al.*, 2000] et qui sont [Cois *et al.*, 2002, Melchior *et al.*, 2002, Lanusse, 2010] :

- "Fractional Calculus" (Calcul fractionnaire), qui contient les unités suivantes : "Fractional Derivative" (Dérivé Fractionnel), "Explicit Form System (Differential Equations)" (Système de Formule Explicite (Equations Différentielles)), "Implicit Form System" (Système de Formulaire Implicite), "Fractional Differentiator" (Différenciation Fractionnelle) ;
- "System Identification by Fractional Model" (Identification du système en modèle fractionnaire) ;
- "CRONE CSD"

Dans ce mémoire, on s'intéresse au troisième module "CRONE CSD". Les trois stratégies constituant ce module assurent d'excellentes performances de robustesse et

ont fait l'objet de développements théoriques et technologiques importants. Chacune d'elles définit une génération de la commande CRONE [Lanusse, 1994, Lanusse *et al.*, 2013, Oustaloup et Mathieu, 1999b]. L'utilisation de chaque génération est basée sur la nature du procédé, le type d'incertitudes ainsi que les spécifications ou les performances désirées [Sabatier *et al.*, 2015]. Dans ces trois générations, la fonction de transfert de régulateur ou celle du transfert de la boucle ouverte sont définies en utilisant des dérivateurs et intégrateurs d'ordres fractionnaires [Lanusse, 1994].

Cette section est composée de trois parties : chacune présente les principes d'une des générations de la commande CRONE.

2.3.1 Stratégie CRONE de première génération

La première stratégie repose sur une phase constante du régulateur K (en cascade avec le procédé) autour de la pulsation au gain unité en boucle ouverte ω_u dans une plage de fréquence $[\omega_A, \omega_B]$. Les variations de la marge de phase résultant des variations additives de la phase du procédé et du régulateur autour de la pulsation au gain unité en boucle ouverte désirée ω_u , dans cette stratégie, le régulateur présente le mérite de ne pas contribuer aux variations de la marge de phase. Celles-ci se réduisent donc aux variations de la phase du procédé [Oustaloup *et al.*, 2000, Nelson-Gruel, 2009].

Autour de la pulsation ω_u , le régulateur fractionnaire CRONE est alors défini par la transmittance d'ordre non entier réel bornée en fréquence comme suit :

$$K_F(s) = C_0 \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_l}}{1 + \frac{s}{\omega_h}} \right)^n, \quad (2.15)$$

pour C_0, ω_l, ω_h et $n \in \mathbb{R}$

avec :

C_0 : gain ;

ω_l : pulsation basse fréquences ;

ω_h : pulsation haute fréquences ;

n : ordre de régulateur.

L'équation (2.15) peut être approximée par une distribution de pôles et de zéros récursive

[Oustaloup,], soit :

$$K_R(s) = C_0 \prod_{i=1}^N \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega'_i}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_i}\right)}, \quad (2.16)$$

pour C_0 , ω'_i , ω_i et $N \in \mathbb{N}^*$

avec :

$$\frac{\omega'_{i+1}}{\omega'_i} = \frac{\omega_{i+1}}{\omega_i} = \alpha\eta, \quad (2.17)$$

$$\frac{\omega_i}{\omega'_i} = \alpha \text{ et } \frac{\omega'_{i+1}}{\omega_i} = \eta, \quad (2.18)$$

$$n = \frac{\log \alpha}{\log \alpha\eta}, N = \frac{\omega_h}{\alpha\eta\omega_l}, \quad (2.19)$$

où

ω'_i : zéros ;

ω_i : pôles ;

N : nombre de pôles et de zéros.

Le régulateur d'ordre fractionnaire (2.15) est complété par des termes intégral et de filtrage pour des performances de précision et de sensibilité de l'entrée de commande.

La robustesse de la marge de phase n'est assurée que si la fréquence ω_u est comprise dans une bande de fréquence où la réponse fréquentielle du procédé est asymptotique (sa courbe de phase est constante), et où donc ne se manifestent que des incertitudes portant sur le gain du procédé. Un tel comportement parfois situé en haute fréquence peut générer des niveaux de commande trop importants. Le choix de la commande CRONE de deuxième génération est alors à favoriser [Oustaloup *et al.*, 2000, Janat, 2007].

2.3.2 Stratégie CRONE de deuxième génération

La deuxième génération de la commande CRONE a pour but d'annuler les variations de la marge de phase de la réponse fréquentielle en boucle ouverte, et non plus uniquement de les réduire. Elle repose sur une phase constante en boucle ouverte autour de ω_u .

Le schéma de commande reste identique à celui proposé pour la première génération de commande CRONE (Figure 2.3). Pour la commande CRONE de deuxième génération, le

blochage de phase désiré est ainsi obtenu avec une fonction de transfert définie au voisinage de ω_u par [Feytout, 2013] :

$$\beta(s) \approx \left(\frac{\omega_u}{\omega_l} \frac{1 + \frac{s}{\omega_h}}{1 + \frac{s}{\omega_l}} \right)^n \quad \text{avec} \quad \omega_l < \omega_h. \quad (2.20)$$

La figure 2.4 montre que la fonction de transfert définie par (2.20) conduit à un diagramme de Nichols en boucle ouverte qui dessine le gabarit vertical pour l'état paramétrique nominal du procédé.

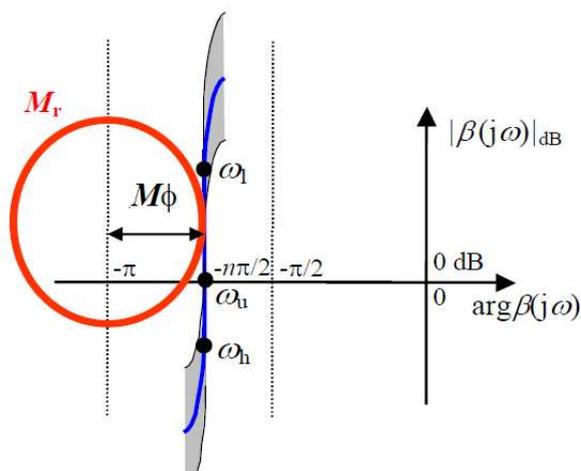


Figure 2.4 – Lieu de Nichols de $\beta(j\omega)$.

Lors d'une reparamétrisation du procédé (reparamétrisation conduisant uniquement à des variations de gain de la fonction de transfert en boucle ouverte autour de ω_u), ce gabarit vertical glisse alors sur lui-même. Il assure ainsi la constance de la marge de phase M_ϕ , mais aussi du pic de résonance en boucle fermée à travers la tangence du gabarit à un même contour d'isoamplitude (Figure 2.4) mais aussi d'isoamortissement [Oustaloup *et al.*, 1998].

La recherche d'un tel gabarit définit l'approche qu'utilise **la commande CRONE de 2^{ème} génération**.

Afin de prendre en compte les spécifications de précision aux basses fréquences, le gabarit vertical au voisinage de la fréquence ω_u et les spécifications sur la sensibilité de l'entrée aux hautes fréquences, la boucle ouverte fractionnaire (2.20) sera augmentée d'un intégrateur borné d'ordre n_i et d'un filtre hautes fréquences d'ordre n_f [Oustaloup *et al.*, 2000, Lanusse

et al., 2013] :

$$\beta(s) = K_{\Omega} \left(\frac{\omega_l}{s} + 1 \right)^{n_l} \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_h}}{1 + \frac{s}{\omega_l}} \right)^n \left(1 + \frac{s}{\omega_h} \right)^{-n_h}. \quad (2.21)$$

K_{Ω} permet d'assurer un gain unité de la boucle ouverte à la fréquence ω_u , l'ordre n_l est choisi de manière à garantir la précision nécessaire en régime permanent et n_h permet de satisfaire aux spécifications hautes fréquences, notamment celles relatives au signal de commande [Nelson-Gruel, 2009].

Une fois la fonction de transfert nominale en boucle ouverte $\beta(s)$ déterminée, le régulateur fractionnaire est défini par sa réponse fréquentielle :

$$K_F(j\omega) = \frac{\beta(j\omega)}{G_{nom}(j\omega)}, \quad (2.22)$$

où $G_{nom}(j\omega)$ est la réponse fréquentielle du procédé nominal.

La synthèse de la forme rationnelle du régulateur réel $K_R(s)$ se fait en identifiant la réponse fréquentielle du régulateur fractionnaire $K_F(j\omega)$ par une fonction de transfert d'ordre faible. Les paramètres d'une fonction de transfert avec une structure prédéfinie sont adaptés à la réponse fréquentielle $K_F(j\omega)$. Le modèle entier rationnel sur lequel est basée l'estimation paramétrique est donné par :

$$K_R(s) = \frac{B_R(s)}{A_R(s)}, \quad (2.23)$$

où $B_R(s)$ et $A_R(s)$ sont des polynômes de degrés entiers respectivement n_B et n_A . Toutes les techniques d'identification de système de domaine fréquentiel peuvent être utilisées.

Un avantage de cette méthode est qu'il est facile de trouver un régulateur rationnel $K_R(s)$ d'ordre souvent peu élevé (et générant une erreur d'approximation suffisamment faible) permettant la résolution de problème de commande robuste même si l'ordre du modèle du procédé et/ou de la description des spécifications (degré de stabilité, précision, rapidité) est élevé.

2.3.3 Stratégie CRONE de troisième génération

La commande CRONE de troisième génération est utilisée quand la réponse fréquentielle du procédé possède des incertitudes de natures variées. Elle considère un lieu de Nichols en boucle ouverte nominale défini comme un segment de droite de direction quelconque, appelé gabarit généralisé. Au voisinage de la pulsation au gain unité, ce gabarit est décrit par une transmittance fondée sur celle d'un intégrateur non entier complexe de la forme $n = a + ib$ définie sur deux plans complexes indépendants, P_{C_i} (pour l'ordre complexe) et P_{C_j} (pour la variable opérationnelle), de la forme suivante [Lanusse, 1994] :

$$\beta(s) = \left(\frac{\omega_u}{s}\right)^a \left(\cosh\left(b\frac{\pi}{2}\right)\right)^{\text{signe}(b)} \left(\text{Re}/_i\left(\left(\frac{\omega_u}{s}\right)^{ib}\right)\right)^{-\text{signe}(b)}, \quad (2.24)$$

avec $n = a + ib \in P_{C_i}$ et $s = \sigma + j\omega \in P_{C_j}$.

La partie réelle a de l'ordre complexe n détermine le placement en phase du gabarit et la partie imaginaire b détermine ensuite son inclinaison par rapport à la verticale [Lanusse, 1994, Oustaloup *et al.*, 2000]. Un facteur réel détermine son placement en gain [Feytout, 2013]. Le terme puissance ($\text{signe}(b)$) est utilisé dans l'équation précédente afin que l'ordre imaginaire d'intégration b agisse non seulement sur la valeur absolue de la pente de lieu de Nichols de $\beta(s)$ à la fréquence au gain unité mais aussi sur son signe. Le nombre "i" ne doit pas être confondu avec le nombre imaginaire "j" utilisé dans la variable de Laplace s . "i" est un nombre imaginaire authentique sans signification physique, tandis que "j" est utilisé pour modéliser un comportement dynamique. Ainsi, $\text{Re}/_i$ signifie que seule la partie réelle par rapport au nombre imaginaire "i" est prise en compte.

L'angle que fait le gabarit généralisé dans le plan de Nichols par rapport à la verticale est donné par :

$$\frac{d(|\beta(j\omega)|_{dB})}{d(\text{phase}\beta(j\omega))} = \frac{-20a \text{ signe}(b)}{\ln(10)b \tanh(b\frac{\pi}{2})}. \quad (2.25)$$

La stratégie optimale qu'utilise la commande CRONE de 3^{ème} génération est basée sur la recherche d'un gabarit optimal (gabarit curviligne ou gabarit généralisé) au sens de la minimisation de la variation du degré de stabilité sous les contraintes de calibrage des fonctions de sensibilité. Parmi un ensemble de lieux de Nichols en boucle ouverte qui tangentent un même contour de performance spécifié, le lieu convenable est celui qui

positionne les domaines d'incertitudes de façon à respecter au mieux les spécifications de robustesse du degré de stabilité mais aussi de performance.

Les fonctions de sensibilité $S_s(z^{-1})$ et sensibilité complémentaire $T_s(z^{-1})$ admettent, respectivement, les expressions suivantes :

$$\frac{Y(z^{-1})}{D_y(z^{-1})} = S_s(z^{-1}) = \frac{1}{1 + G_k(z^{-1})K(z^{-1})}. \quad (2.26)$$

$$\frac{Y(z^{-1})}{R(z^{-1})} = T_s(z^{-1}) = \frac{G_k(z^{-1})K(z^{-1})}{1 + G_k(z^{-1})K(z^{-1})}. \quad (2.27)$$

Dans les équations précédentes, $G_k(q^{-1})$ appartient à l'ensemble de modèles $G(q^{-1})$. Il est possible de définir $S_{s_{nom}}(q^{-1})$ et $T_{s_{nom}}(q^{-1})$ quand le modèle nominal $G_{nom}(q^{-1})$ est utilisé. Pour toutes les autres fonctions de sensibilité en boucle fermée de la Figure 2.3, une notation composée est utilisée (par exemple, $KS_{s_{nom}}(q^{-1})$ désigne $K(q^{-1})S_{s_{nom}}(q^{-1})$).

Un aspect de la méthodologie CRONE est que les fonctions de transfert continues ou pseudo-continues sont utilisées. Comme l'objectif est de trouver un régulateur robuste discret, l'ensemble de modèles à temps discret est transféré dans l'espace pseudo-continu en utilisant le changement de variable bilinéaire W :

$$q^{-1} = \frac{1 - w}{1 + w}. \quad (2.28)$$

Le changement de variable inverse sera utilisé pour obtenir l'expression du régulateur à temps discret.

Dans le domaine pseudo-continu, la fonction de transfert nominale en boucle ouverte est définie par :

$$\beta_{nom}(w) = G_{nom}(w)K(w) = C_0\beta_l(w)\beta_m(w)\beta_h(w) \quad (2.29)$$

avec

$$\beta_l(w) = \left(\frac{v_0}{w} + 1\right)^{n_l}, \quad \beta_h(w) = \frac{1}{\left(\frac{w}{v_1} + 1\right)^{n_h}}, \quad (2.30)$$

$$\beta_m(w) = \left(\frac{1 + w/v_1}{1 + w/v_0} \right)^{a_0} \left(\operatorname{Re}/i \left\{ \left(\alpha_0 \frac{1 + \frac{w}{v_1}}{1 + \frac{w}{v_0}} \right)^{ib_{q_0}} \right\} \right)^{-q_0 \operatorname{signe}(b_{q_0})}, \quad (2.31)$$

où

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{v_r}{v_0} \right)^2}{1 + \left(\frac{v_r}{v_1} \right)^2}}. \quad (2.32)$$

w et v désignent, respectivement, la variable opérationnelle dans le domaine temporel pseudo-continu et la pseudo-fréquence avec $w = jv$. v est lié à la pulsation ω en temps continu à travers $v = \tan(\frac{\omega T_e}{2})$.

Dans les relations (2.30) à (4.55) :

- n_l permet d'assurer les spécifications de précision aux basses fréquences (réduire l'amplitude du transfert $S_s G(w)$);
- n_h permet d'obtenir un régulateur propre (ne pas amplifier les hautes fréquences);
- a_0 et b_0 sont les parties réelles et imaginaires de l'ordre fractionnaire $a_0 + ib_0$ de l'intégrateur borné en fréquence. L'ordre imaginaire b_{q_0} et l'ordre entier positif q_0 sont déterminés pour assurer la même pente de phase en boucle ouverte que la pente assurée par un ordre imaginaire initial b_0 . Ce dernier ordre doit en effet être limité pour des raisons de stabilité en boucle fermée [Lanusse *et al.*, 2012]. Pour les grandes valeurs de b_0 , b_{q_0} est très proche de b_0/q_0 ;
- À partir de valeurs données des autres paramètres, a_0 , b_{q_0} , q_0 et C_0 sont déduits afin d'assurer une pulsation de résonance v_r et un pic de résonance désiré M_{r0} de $|T_{snom}(jv)|$. v_r et M_{r0} sont utilisés pour régler la bande passante et l'amortissement de la fonction de transfert nominale en boucle fermée $T_{snom}(w)$.

Les paramètres de β_{nom} sont optimisés ensemble pour stabiliser la boucle fermée nominale et minimiser les variations de pic de résonance de $T_s(w)$. La fonction objectif à minimiser est définie par :

$$J_K = \sup_{v, G} |T_s(jv)| - M_{r0}. \quad (2.33)$$

Seuls 5 paramètres de β_{nom} doivent être optimisés : les pulsations v_0 et v_1 , la pulsation de résonance v_r , le pic de résonance M_{r0} , $Y_r = |\beta_{nom}(jv_r)|$. L'idée est de minimiser les variations du pic de résonance en plaçant de manière optimale les contours d'incertitudes fréquentiels (dus au procédé) autour du contour d'amplitude correspondant au facteur de résonance désiré (M_{r0}) pour l'état nominal du procédé (Figure 2.5). Ce placement des

contours d'incertitudes doit aussi tenir compte des performances autres que la robustesse : précision (basses fréquences) et sensibilité aux bruits de mesure (hautes fréquences) [Feytout, 2013].

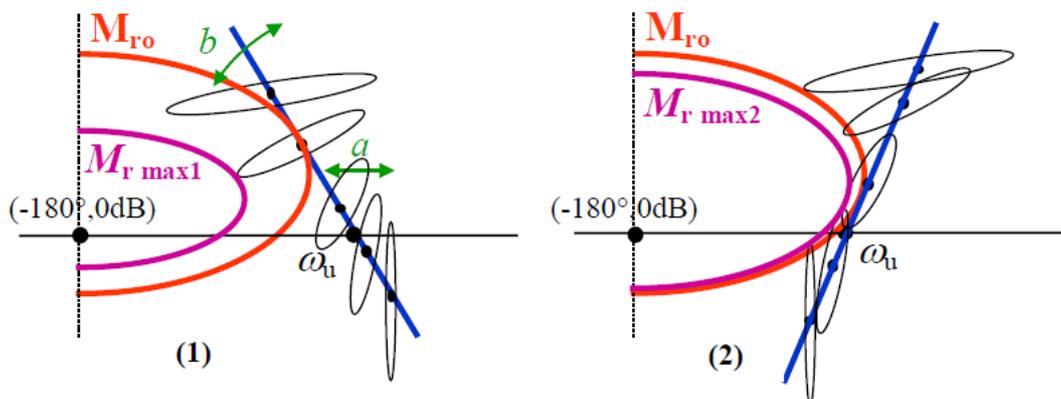


Figure 2.5 – Lieu de Nichols de la boucle ouverte nominale et de ses domaines d'incertitude dans le cas d'un gabarit généralisé quelconque (1) et du gabarit (généralisé) optimal (2).

Pour l'exigence de performance en boucle fermée, la minimisation de J_K est réalisée sous la présence de 5 contraintes d'inégalités dans le domaine fréquentiel :

$$\inf_G |T_s(jv)| \geq T_{sl}(v), \quad (2.34a)$$

$$\sup_G |T_s(jv)| \leq T_{su}(v), \quad (2.34b)$$

$$\sup_G |S_s(jv)| \leq S_u(v), \quad (2.34c)$$

$$\sup_G |KS_s(jv)| \leq KS_{su}(v), \quad (2.34d)$$

$$\sup_G |S_sG(jv)| \leq S_{su}G(v). \quad (2.34e)$$

En considérant l'ensemble des modèles possibles de G , un régulateur robuste efficace peut être synthétisé. Cette modélisation totalement structurée implique qu'une méthode d'optimisation non-linéaire doit être utilisée pour trouver les valeurs optimales des paramètres descriptifs de la fonction de transfert fractionnaire en boucle ouverte $\beta_{nom}(w)$. La fonction `fmincon` de Matlab est généralement utilisée.

Une fois que $\beta_{nom}(w)$ a été optimisée, le régulateur est obtenu à partir de l'équation suivante :

$$K(w) = G_{nom}^{-1}(w)\beta_{nom}(w). \quad (2.35)$$

Comme $\beta_{nom}(w)$ est une fonction de transfert fractionnaire, un régulateur entier est obtenu

par identification de la réponse fréquentielle idéale $K(jv)$ par une fonction de transfert aussi réduit que possible donnée par l'expression suivante :

$$K_R(w) = \frac{K_N(w)}{K_D(w)}, \quad (2.36)$$

où $K_N(w)$ et $K_D(w)$ des polynômes de degrés entiers n_{K_N} et n_{K_D} .

Quelle que soit la complexité du problème de commande, la méthode présentée dans [Sabatier *et al.*, 2015] (voir aussi [Lanusse, 2010]) permet d'utiliser des valeurs relativement faibles de n_{K_N} et n_{K_D} .

Le régulateur discret est obtenu en utilisant le changement de variable bilinéaire inverse $w = \frac{1-q^{-1}}{1+q^{-1}}$.

2.4 Mise en œuvre de la commande MPC robuste sur un exemple en simulation

Cette section s'intéresse à la mise en œuvre de la méthode proposée par Shah et Engell dans [Shah et Engell, 2010] sur un système incertain académique en présence d'un régulateur robuste à temps discret. Ce régulateur est issu d'une synthèse CRONE SISO effectuée dans le domaine pseudo-continu. Le premier paragraphe présente la synthèse du régulateur feedback robuste $K(q^{-1})$. La dynamique de la boucle fermée nominale obtenue par ce régulateur sera utilisée dans le deuxième paragraphe pour synthétiser le régulateur GPC. Le système est décrit par la fonction de transfert à temps continu suivante :

$$G(s) = \frac{[k]}{s(1 + [\tau]s)}, \quad (2.37)$$

où k et τ sont les paramètres incertains du modèle. Les intervalles d'incertitude sont $k \in [1, 2]$ et $\tau \in [10, 30]$ (s).

La fonction de transfert à temps discret du système $G(q^{-1})$ est obtenue par calcul de la transformée en Z de l'équation (2.37) en utilisant un bloqueur d'ordre zéro (ZOH) et avec une période d'échantillonnage $T_e = 0.05$ s.

Le diagramme de Nichols du modèle incertain $G(q^{-1})$ est donné par la figure 2.6.

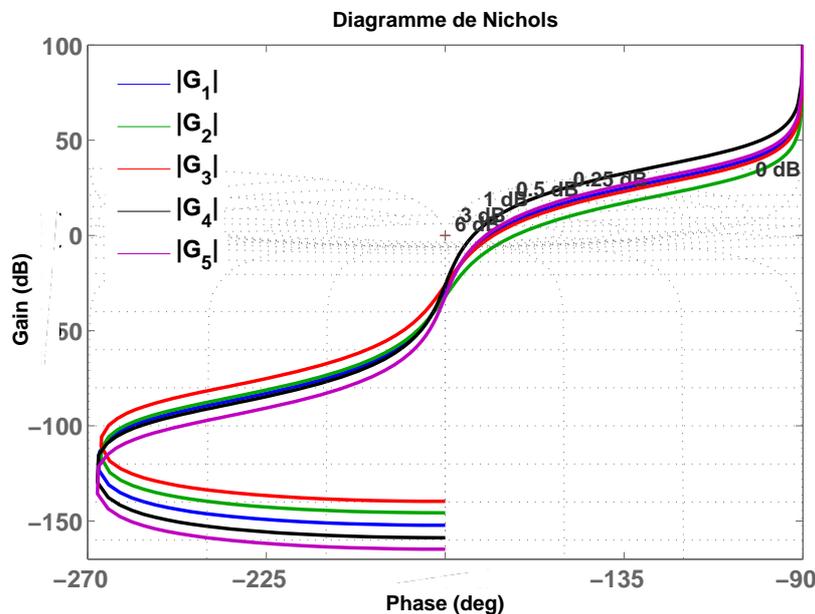


Figure 2.6 – Diagramme de Nichols du modèle incertain $G(q^{-1})$.

Généralement, le choix du modèle nominal de l'ensemble de modèles est arbitraire. Dans ce chapitre, l'exemple de simulation utilise comme modèle nominal celui qui se rapproche de la moyenne géométrique des réponses en gain de l'ensemble. Pour cet exemple, le modèle nominal est obtenu par discrétisation pour $k = \sqrt{2}$ et $\tau = \sqrt{300}$ (s)

$$G_{nom}(q^{-1}) = \frac{0.000102q^{-1} + 0.0001019q^{-2}}{1 - 1.997q^{-1} + 0.9971q^{-2}}. \quad (2.38)$$

Deux modèles extrêmes G_{min} et G_{Max} , pour cet exemple, sont donnés arbitrairement par :

$$G_{min}(q^{-1}) = \frac{0.00004164q^{-1} + 0.00004162q^{-2}}{1 - 1.998q^{-1} + 0.9983q^{-2}}, \quad (2.39)$$

$$G_{Max}(q^{-1}) = \frac{0.0002496 \cdot 10^{-4}q^{-1} + 0.0002492q^{-2}}{1 - 1.995q^{-1} + 0.995q^{-2}}. \quad (2.40)$$

Pour les figures à suivre, y_{nom} , y_{min} et y_{Max} désignent respectivement la sortie des systèmes G_{nom} , G_{min} et G_{Max} . u_{nom} , u_{min} et u_{Max} désignent respectivement la commande appliquée aux systèmes G_{nom} , G_{min} et G_{Max} .

2.4.1 Synthèse du régulateur feedback robuste

Un régulateur feedback CRONE de troisième génération est synthétisé pour un ensemble de modèles. La méthodologie CRONE présentée dans la section 2.3 est mise en œuvre.

La fonction de transfert $\beta_{nom}(w)$ en boucle ouverte nominale est définie dans le domaine pseudo-continu par l'équation suivante :

$$\beta_{nom}(w) = C_0 \left(\frac{v_0}{w} + 1 \right)^{n_l} \left(\frac{1 + \frac{w}{v_1}}{1 + \frac{w}{v_0}} \right)^{a_0} \left(\Re e / i \left\{ \alpha_0 \left(\frac{1 + \frac{w}{v_1}}{1 + \frac{w}{v_0}} \right)^{b_{q_0} i} \right\} \right)^{-q_0 \text{signe}(b_{q_0})} \frac{1}{\left(\frac{w}{v_1} + 1 \right)^{n_h}} (1 - w) \quad (2.41)$$

Specifications : Pour l'ensemble des modèles, la loi de commande doit satisfaire les spécifications de performances suivantes :

- une erreur statique nulle ;
- une bande passante la plus grande possible (10 rad/s pour cet exemple) ;
- un dépassement de l'ordre de 20%.

Ces spécifications permettront d'initialiser certains paramètres de la fonction de transfert en boucle ouverte :

- l'ordre n_l de la boucle ouverte en basse fréquence est choisi égal à 3 pour assurer les spécifications de précision.
- l'ordre n_h de la boucle ouverte, est choisi égal à 2. Il permet d'obtenir un régulateur propre (ne pas amplifier les hautes fréquences), sachant que le zéro à partie réelle positive du procédé nominal a été intégré à la fonction de transfert en Boucle ouverte nominale.

Optimisation : 5 contraintes sur les fonctions de sensibilité sont définies :

- $T_{sl}(v)$ est défini par -1 dB jusqu'à $v = 0.05$ pour une convergence rapide et une bande passante suffisante. De même, $T_{su}(v)$ est défini par $+1$ dB jusqu'à $v = 0.05$ pour une convergence rapide. À partir de 0.05 , T_{su} est défini par 4.5 dB pour éviter un trop faible degré de stabilité.
- $S_{su}(v)$ a une pente de $+20$ dB/décade en basse fréquence pour désensibiliser le

système en boucle fermée par rapport aux incertitudes du modèle et une valeur de 6 dB en haute fréquences pour garantir une marge de module supérieure à 0.5.

- $KS_{su}(v)$ a une valeur de 86 dB (20000) pour limiter la sensibilité du régulateur aux hautes fréquences.
- $S_{su}G(v)$ a une valeur de -30 dB/décade pour imposer un bon effet intégral au régulateur.

Après optimisation, le pic de résonance nominal de $|T_{snom}(jv)|$ ayant été fixé à 1.74 dB. On obtient également les valeurs suivantes pour les autres paramètres optimaux : $v_0 = 0.00505, v_1 = 3, v_r = 0.1372$ et $Y_r = 5.23$ dB. Les paramètres déduits sont : $a_0 = 1.240, b_0 = 0.325, b_{q_0} = 0.325, q_0 = 1$ et $C_0 = 27.1628$. La valeur de la fonction objectif J_K (2.33) égale à 0.92101 dB.

La figure 2.7 montre le lieu de Nichols de la fonction de transfert en boucle ouverte obtenue lors de la synthèse du régulateur CRONE .

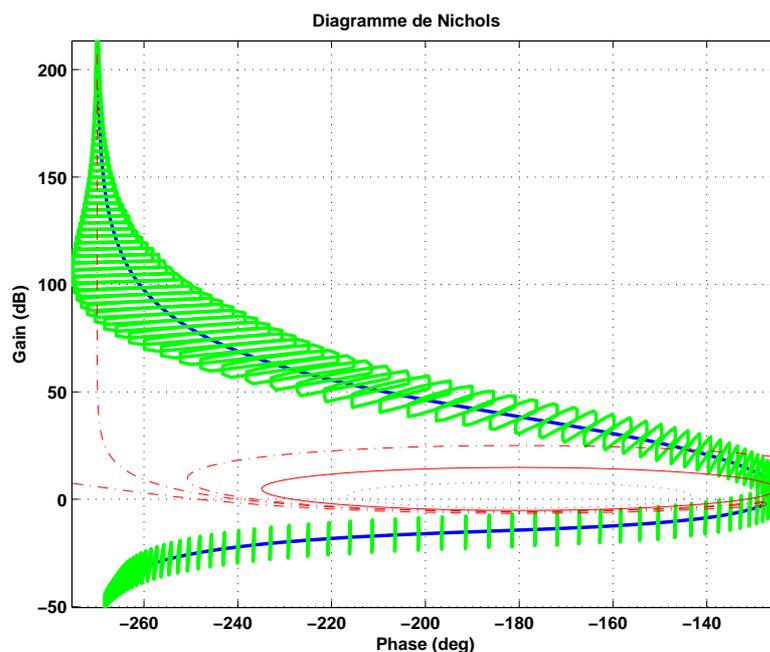


Figure 2.7 – Diagramme de Nichols de la fonction de transfert en boucle ouverte CRONE nominale (—) et domaines d'incertitude fréquentielle (—).

La figure 2.8 permet de comparer les valeurs extrêmes des fonctions de sensibilité (voir équation (2.34)) aux contraintes T_{s_l} , T_{s_u} , S_{s_u} , KS_{s_u} et $S_{s_u}G$.

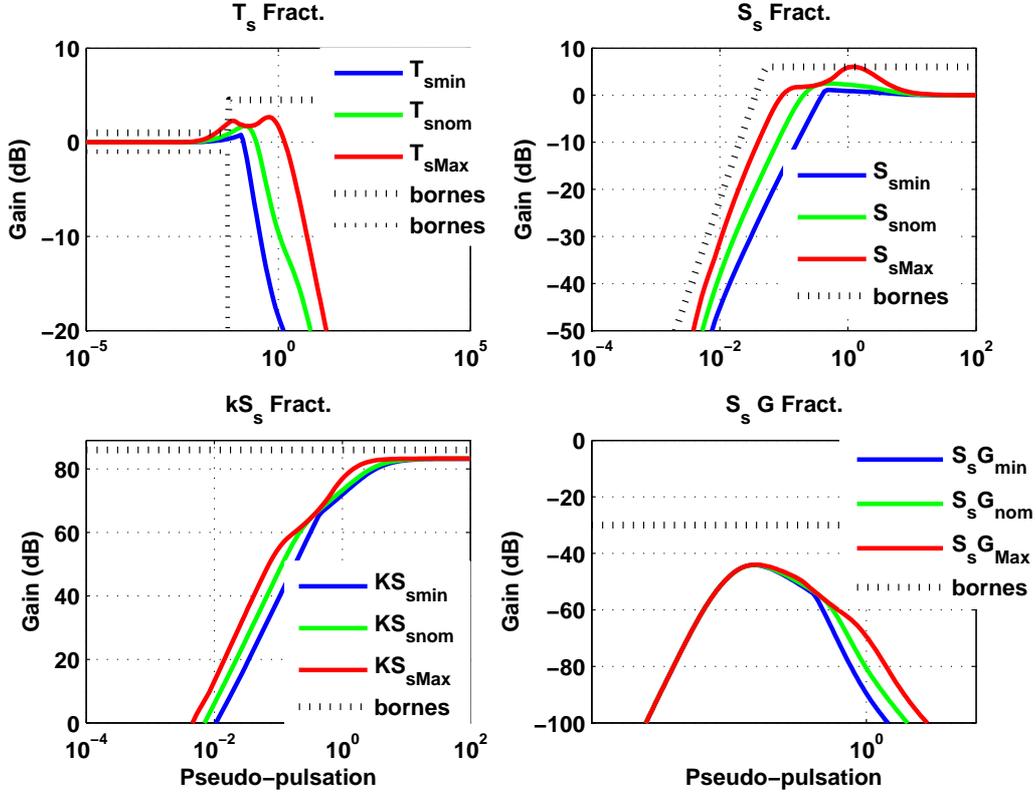


Figure 2.8 – Fonctions de sensibilité nominales (—) et extrêmes (— et —) comparées à leurs contraintes (...).

$\beta_{nom}(w)$ ayant été optimisé, le régulateur est obtenu en utilisant l'équation (2.35). Comme $\beta_{nom}(w)$ est une fonction de transfert fractionnaire, le régulateur entier est donné par l'équation (2.36), avec $n_{K_N} = n_{K_D} = 3$.

Le régulateur rationnel dans le domaine pseudo-continu est ainsi donné par l'équation suivante :

$$K(w) = \frac{3.87410^4 w^3 + 7563w^2 + 170.2w + 0.7055}{2.661w^3 + 11.21w^2 + w}. \quad (2.42)$$

Après changement de variable bilinéaire, le régulateur rationnel à temps discret correspondant est donné par l'équation suivante :

$$K(q^{-1}) = \frac{3126 - 8314q^{-1} + 7297q^{-2} - 2108q^{-3}}{1 - 1.223q^{-1} - 0.284q^{-2} + 0.5075q^{-3}}. \quad (2.43)$$

L'évaluation du régulateur rationnel CRONE est donnée par les figures 2.9 et 2.10. Un signal de référence indiciel est considéré. Notons que, pendant cette simulation, aucun effet de saturation n'a été pris en compte et aucun bruit/perturbation n'a été ajouté.

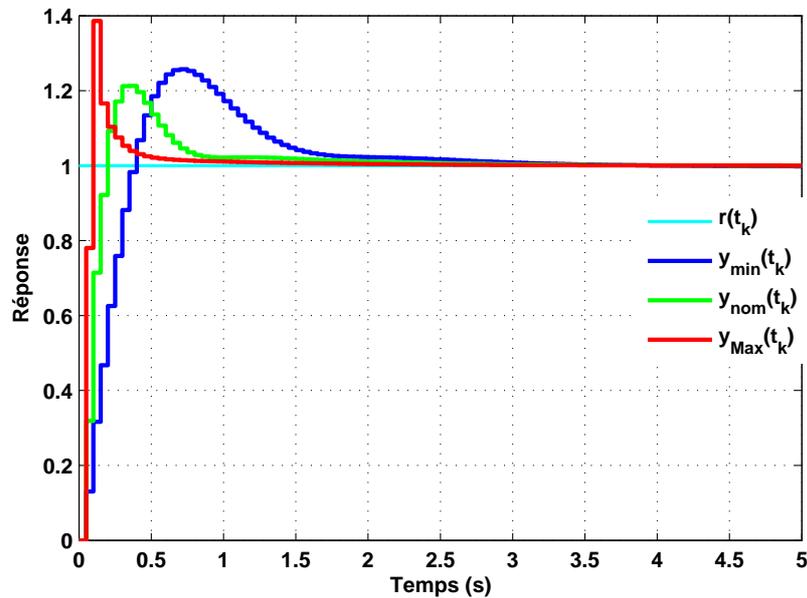


Figure 2.9 – Signaux de sortie obtenus avec le régulateur CRONE rationnel pour 3 modèles différents.

Malgré l'exigence du signal de consigne considéré (aucun filtrage utilisé), les résultats obtenus montrent que le régulateur synthétisé est relativement robuste en degré de stabilité vis-à-vis d'incertitudes portant sur le modèle.

2.4.2 Synthèse de la commande GPC robuste

Cette partie présente les résultats de simulation de la synthèse du régulateur GPC avec une dynamique de la boucle fermée obtenue par une commande robuste déterminée précédemment.

La dynamique CRONE en boucle fermée nominale est donc utilisée comme objectif de la dynamique d'un régulateur GPC. Comme indiqué dans [Shah et Engell, 2010, Eq. (21)],

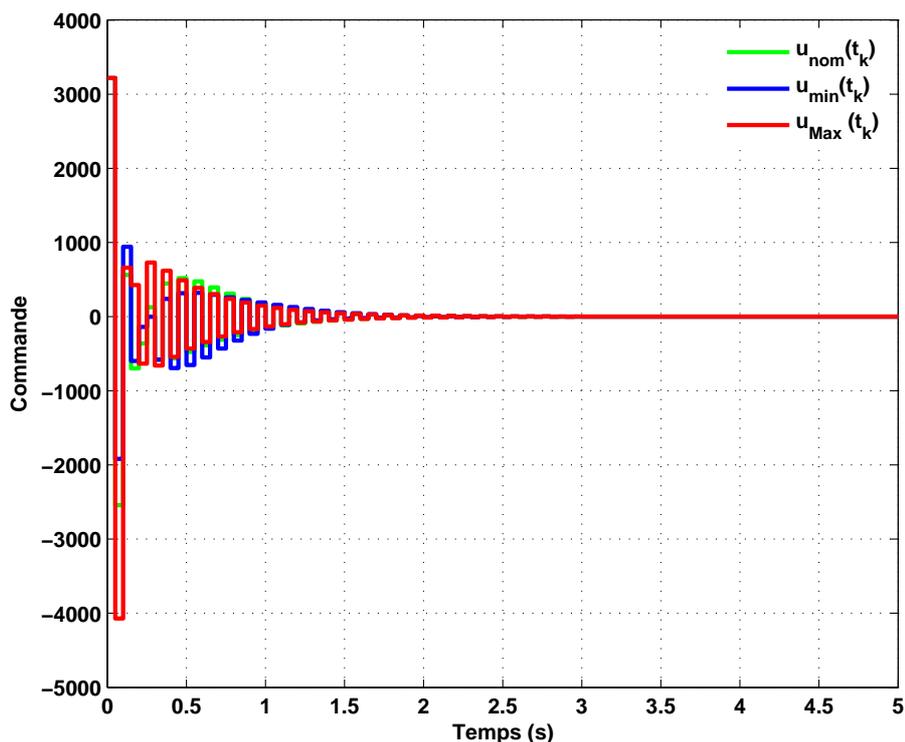


Figure 2.10 – Signaux de commande obtenus avec le régulateur CRONE rationnel pour 3 modèles différents.

une équation de la forme (2.44) doit être résolue [Achnib *et al.*, 2017b] :

$$P_{cc}(q^{-1}) = \Psi(q^{-1})A(q^{-1}) + \sum_{i=N_1}^{N_2} q^{\iota-1} k_{1\iota} (T_{RST_1}(q^{-1})B(q^{-1}) - A(q^{-1})\Psi(q^{-1})G_{\iota}(q^{-1})), \quad (2.44)$$

où :

- les notations de la section 2.2 sont utilisées et $T_{RST_1}(q^{-1})$ est un polynôme contenant des zéros supplémentaires en boucle fermée (voir [Shah et Engell, 2010]) ;
- les ordres des polynômes impliqués dans cette équation sont : $n_{P_{cc}} = 6$, $n_a = 2$, $n_b = 2$, $n_{G_{\iota}} = \iota - 1$, et $n_{\Psi} = 1$;
- l'ordre de l'élément d'anticipation $q^{\iota-1}$ est $1 - \iota$;
- N_1 et N_2 sont choisis, respectivement égaux à 1 et 20.

Cependant, en utilisant les valeurs mentionnées ci-dessus, il est impossible de trouver une solution pour l'équation (2.44). Pour résoudre ce problème, une partie de régulateur CRONE doit être utilisée pour augmenter le modèle du système.

Considérons, alors, la paramétrisation du régulateur CRONE suivante :

$$K_N(q^{-1}) = K'_N(q^{-1})H_{K_N}(q^{-1}), \quad (2.45)$$

$$K_D(q^{-1}) = K'_D(q^{-1})H_{K_D}(q^{-1})\Psi(q^{-1}). \quad (2.46)$$

où $H_{K_N}(q^{-1})$ et $H_{K_D}(q^{-1})$ indiquent ce qui est pris en compte dans l'augmentation du modèle, et où $\Psi(q^{-1})$ représente l'intégrateur.

Étant donné que $n_{K_N} = 3$ et $n_{K_D} = 3$, le modèle est augmenté avec les 2 pôles du régulateur (le troisième correspond à Ψ). Un zéro du régulateur situé à $f_e/2$ est également introduit dans le modèle augmenté (avec f_e est la période d'échantillonnage).

De plus, T_{RST_1} est choisi égal à $K'_N(q^{-1})$. D'après [Shah et Engell, 2010], ceci est également utilisé pour augmenter le modèle.

Remarquons que, outre l'obtention d'une solution à (2.44), cela permet également de spécifier des parties fixes du régulateur (comme c'est le cas pour le zéro du régulateur à $f_e/2$). Les performances du régulateur linéaire sont validées sur les figures 2.11 (signaux de sortie du système) et 2.12 (signaux de commande). Les signaux obtenus sont en effet très proches de ceux obtenus avec le régulateur CRONE initial. Ici aussi, on remarque une bonne robustesse aux variations paramétriques de l'amortissement du signal de sortie.

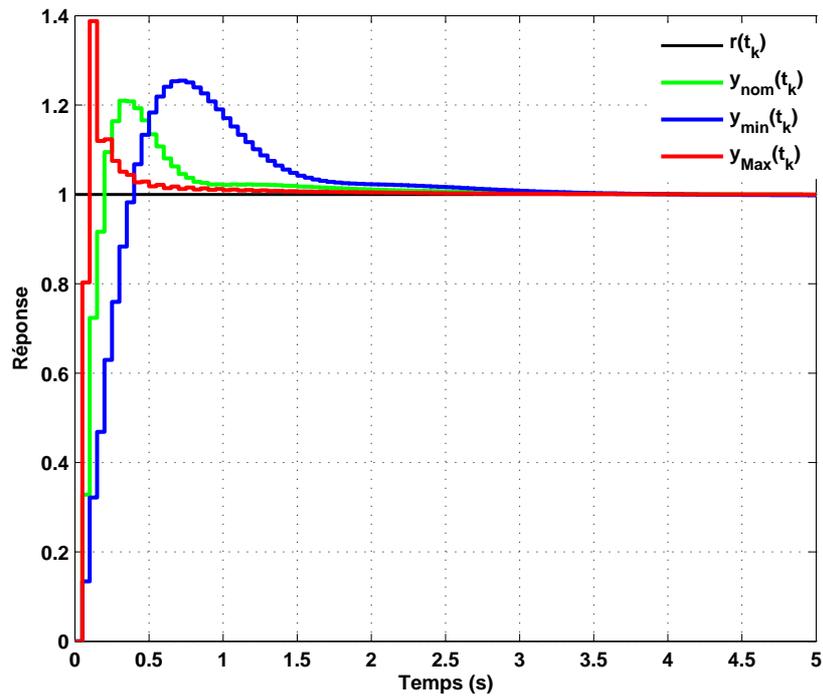


Figure 2.11 – Signaux de sortie obtenus avec le régulateur GPC pour 3 modèles différents.

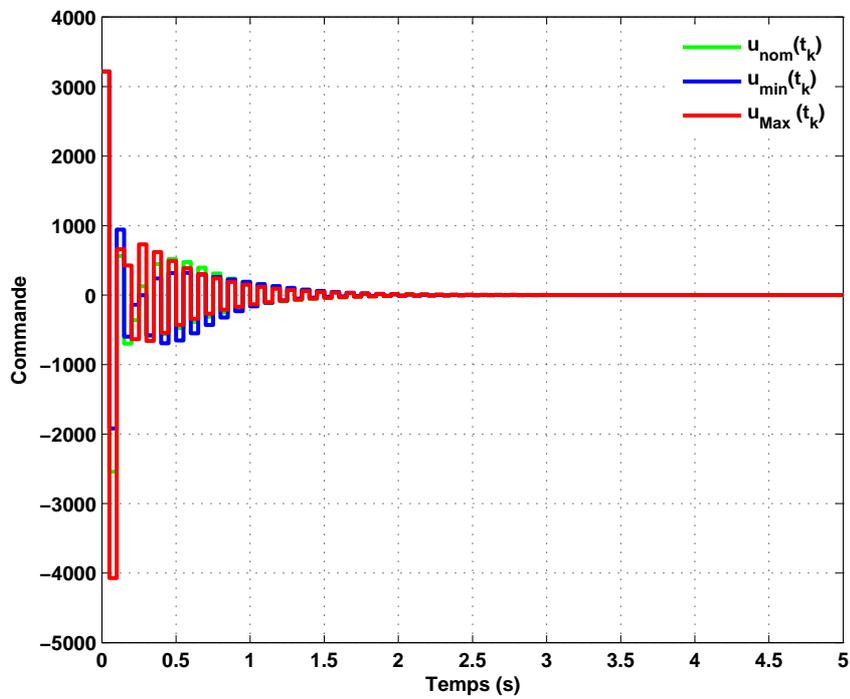


Figure 2.12 – Signaux de commande obtenus avec le régulateur GPC pour 3 modèles différents.

Sur la base de ces bons résultats, l'objectif initial étant d'utiliser une commande anticipative exploitant la prédiction des signaux exogènes, ici le signal de référence, il est alors possible de ne plus considérer le terme T_{RST} du modèle RST comme une combinaison linéaire des paramètres du vecteur k_1 mais plutôt comme un filtre à réponse impulsionnelle finie (FIR) utilisant les prédictions $r(t_k + \iota)$ du signal de référence, et dont chaque coefficient est directement lié au paramètre correspondant de k_1 .

$$T_{RST}(q^{-1}) = C(q^{-1}) \sum_{\iota=N_{y\min}}^{N_{y\max}} k_{1\iota} q^{\iota}. \quad (2.47)$$

Le comportement dynamique de ce filtre n'est pas considéré dans [Shah et Engell, 2010]. L'effet de ce filtre sur la réponse en boucle fermée et la signification de chacun des coefficients de T_{RST} (incrément du signal de référence de la boucle) seront traités par la suite.

Les figures 2.13 et 2.14 présentent les signaux obtenus pour le modèle nominal. On observe la présence du phénomène d'anticipation et une bonne précision statique. Par contre, les signaux de sortie et de commande présentent des régimes transitoires inadmissibles.

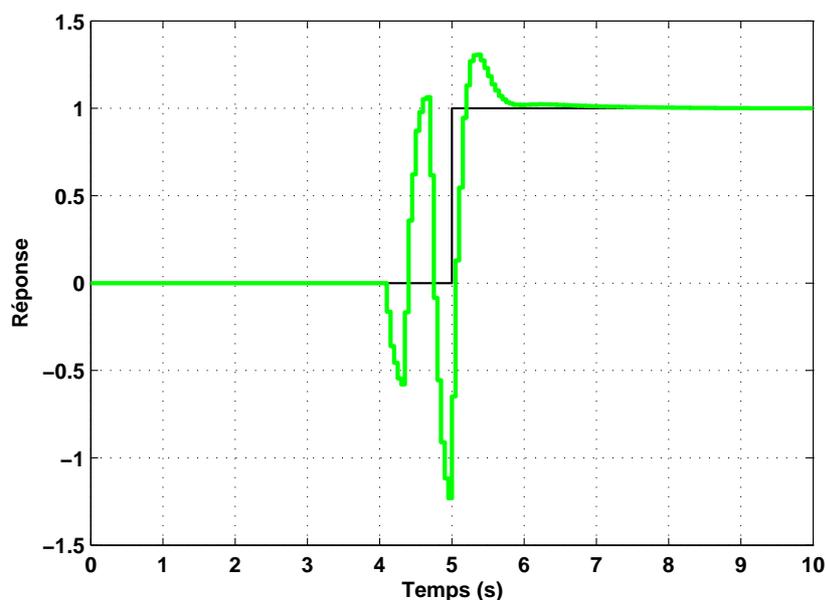


Figure 2.13 – Signal de sortie obtenu avec le régulateur GPC anticipatif.

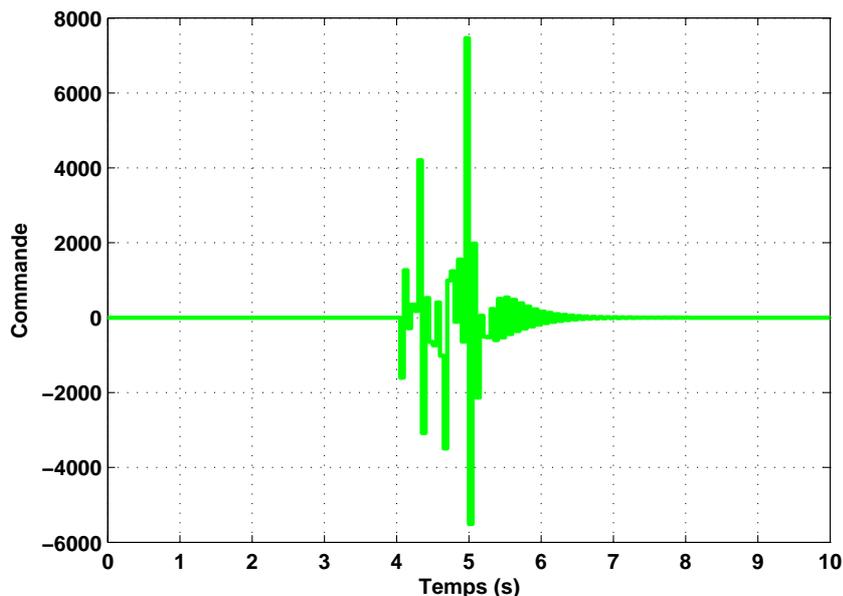
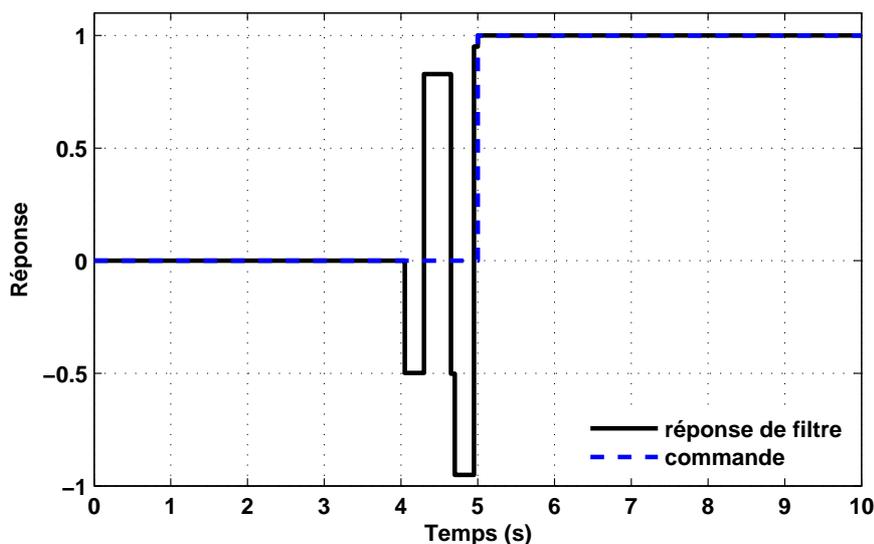


Figure 2.14 – Signal de commande obtenu avec le régulateur GPC anticipatif.

Le phénomène observé ne peut s'expliquer que par une réponse indicielle inappropriée du filtre FIR $T_{RST}(q^{-1})$.

La réponse indicielle de filtre anticipatif $T_{RST}(q^{-1})$ (Figure 2.15) est le résultat de chacun des coefficients $k_{1\iota}$ du polynôme T_{RST} . Ces coefficients ont été déterminés pour conduire à une dynamique de boucle souhaitée avec $r(t_k + \iota) = r(t_k)$ (utilisation des expressions (2.8) et (2.10)), et un gain statique unitaire avec $C \sum k_{1\iota} = 1$. La réalisation de la réponse indicielle de ce filtre n'est pas une tâche facile compte tenu du fait que d'autres critères influencent également sur le résultat. Afin d'éviter le comportement aberrant de $T_{RST}(q^{-1})$, on a modifié l'algorithme de détermination des coefficients $k_{1\iota}$ en ajoutant des contraintes supplémentaires (par exemple $k_{1\iota} \geq 0$, chaque $k_{1\iota}$ étant un incrément de la sortie du filtre $T_{RST}(q^{-1})$ [Abrashov *et al.*, 2017]). Il n'existe aucune solution efficace à ce problème et le comportement dynamique de la boucle de commande peut parfois s'éloigner du comportement robuste recherché. Devant ces difficultés, à notre connaissance non résolues, une autre voie est explorée, la synthèse directe d'un filtre FIR de type feedforward anticipatif.

Figure 2.15 – Réponse indicielle du filtre anticipatif $T_{RST}(q^{-1})$.

2.5 Conclusion

La synthèse d'une commande prédictive paramétrée par la dynamique de la boucle fermée obtenue par une commande CRONE classique a été traitée dans ce chapitre. Ce chapitre a montré que les approches GPC n'offrent pas la capacité de maîtriser leur fonctionnement en mode anticipatif quand la connaissance des signaux d'excitation futurs peut être utilisée. L'association d'une commande CRONE robuste de type feedback et d'une commande anticipative de type feedforward capable d'utiliser la prédiction des signaux d'excitations fait l'objet du chapitre suivant.

Plutôt que de chercher à synthétiser une loi de commande possédant à la fois un comportement de boucle fermée robuste et efficace et un comportement anticipatif judicieux, nous sommes en effet rapidement venus à l'idée d'associer une commande robuste de type feedback synthétisée pour traiter les problèmes majeurs rencontrés dans la boucle de commande à une commande feedforward avec mise en forme de la consigne potentiellement anticipative.

Chapitre 3

Approche CRONE anticipative pour la commande de systèmes linéaires monovariables

Sommaire

3.1	Introduction	59
3.2	Commande feedback/feedforward	59
3.3	Commande anticipative basée sur l'action feedforward	61
3.3.1	Filtre feedforward anticipatif pour la poursuite du signal de référence	61
3.3.2	Filtre feedforward anticipatif pour le rejet de perturbations	66
3.3.3	Réduction du nombre de paramètres du filtre feedforward anticipatif	69
3.4	Mise en œuvre de l'approche feedback/feedforward anticipative sur un exemple en simulation	73
3.5	Mise en œuvre expérimentale sur un système de régulation hydraulique	84
3.5.1	Identification du système	84
3.5.2	Synthèse du régulateur feedback robuste	98
3.5.3	Mécanisme anti-windup	102
3.5.4	Résultats expérimentaux	104
3.6	Conclusion	108

3.1 Introduction

L'objectif de l'anticipation est de concevoir des algorithmes de commande capables de minimiser un critère quadratique basé sur l'erreur entre la sortie du système et le signal de référence avec modération du niveau du signal de commande. Le chapitre est axé sur le développement de méthodes de commande robustes à temps discret avec une action anticipative. Les valeurs futures du signal de référence et/ou des perturbations étant supposées connues à l'avance.

Ce chapitre comporte 6 sections. La deuxième section présente la définition et le principe de la commande feedback/feedforward. Une approche CRONE anticipative pour la commande des systèmes linéaires monovariabiles basée sur l'action feedforward est développée dans la troisième section. Les performances de l'approche proposée sont illustrées à l'aide d'un exemple en simulation dans la quatrième section. Une application de l'approche proposée à un système expérimental est présentée dans la cinquième section. La sixième section conclut le chapitre.

3.2 Commande feedback/feedforward

Bien qu'elle comporte un effet de précompensation (feedforward), la structure de commande proposée exploite tous les avantages d'une commande par rétroaction (feedback). Ces avantages sont la stabilisation d'un système instable, le rejet de perturbations mal connues et de l'effet des incertitudes. De plus cette commande feedback/feedforward a la possibilité d'anticiper sur la réponse à la consigne et sur l'effet de perturbations (quand elles sont mesurables). La commande feedforward est une commande calculable hors ligne et permet une détermination immédiate du signal de commande a priori nécessaire au suivi de consigne (et parfois au rejet des perturbations mesurées). La commande permet également de fixer facilement la forme de l'évolution de la sortie [Lanusse, 2016].

Le schéma fonctionnel de la commande feedback/feedforward à temps discret est représenté par la figure 3.1.

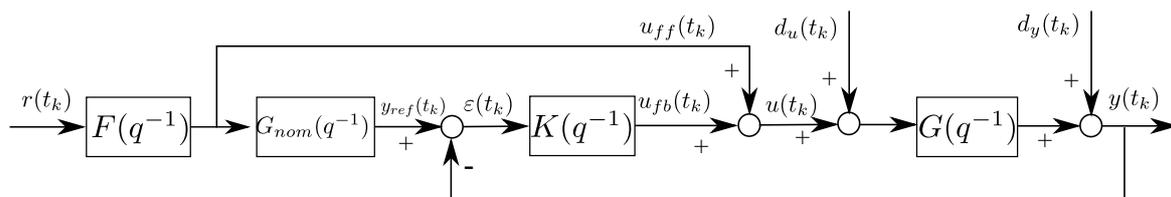


Figure 3.1 – Commande feedback/feedforward utilisée pour une commande anticipative robuste.

Dans ce schéma :

- $G_{nom}(q^{-1})$ désigne le modèle nominal du procédé ;
- $G(q^{-1})$ est l'ensemble des modèles à temps discret du procédé d'entrée u et de sortie y . Cet ensemble de modèles contient le modèle nominal $G_{nom}(q^{-1})$ et un ensemble des modèles relatifs aux incertitudes paramétriques ;
- $K(q^{-1})$ est la fonction de transfert à temps discret du régulateur feedback robuste synthétisé en tenant compte de $G(q^{-1})$, des perturbations/bruits $d_u(t_k)$ et $d_y(t_k)$ et de contraintes portant sur la commande feedback u_{fb} ;
- $F(q^{-1})$ est le modèle d'un filtre à temps discret pour la poursuite de la consigne produisant la commande feedforward u_{ff} ;
- $r(t_k)$, $u_{ff}(t_k)$, $u_{fb}(t_k)$, $u(t_k)$, $y(t_k)$, $d_u(t_k)$ et $d_y(t_k)$ représentent respectivement le signal de référence, la commande anticipative, la commande par rétroaction, la commande appliquée au système, la sortie du système, le signal de perturbation sur la commande et le signal de perturbation/bruit sur la sortie.

Remarque : Tout au long de ce mémoire, l'opérateur de retard q^{-1} est utilisé dans le domaine temporel tandis que l'opérateur z^{-1} est utilisé dans le domaine fréquentiel.

D'après la figure 3.1, en absence de perturbation ($d_u(t_k) = d_y(t_k) = 0$) et quand le procédé se comporte comme son modèle nominal, le signal de commande u_{fb} est nul.

Toute la commande u provient de u_{ff} . Le système est alors commandé en boucle ouverte (par précompensation). Dans le cas le plus général où le comportement de G est différent de celui de G_{nom} , deux fonctions de transfert en boucle fermée peuvent être définies dans le domaine fréquentiel :

- La fonction de transfert entre le signal de référence et la sortie du système

$$\frac{Y(z^{-1})}{R(z^{-1})} = H_{yr}(z^{-1}) = F(z^{-1})G_k(z^{-1})\frac{1 + K(z^{-1})G_{nom}(z^{-1})}{1 + K(z^{-1})G_k(z^{-1})} \quad (3.1)$$

- La fonction de transfert entre le signal de référence et le signal de commande

$$\frac{U(z^{-1})}{R(z^{-1})} = H_{ur}(z^{-1}) = F(z^{-1})\frac{1 + K(z^{-1})G_{nom}(z^{-1})}{1 + K(z^{-1})G_k(z^{-1})} \quad (3.2)$$

où :

- G_k appartient à l'ensemble de modèles G ;
- $Y(z^{-1})$, $R(z^{-1})$, $U(z^{-1})$ sont respectivement les transformées en Z de $y(t_k)$, $r(t_k)$ et $u(t_k)$.

3.3 Commande anticipative basée sur l'action feedforward

Cette section présente le développement de l'approche CRONE anticipative pour la commande de systèmes monovariabiles. Elle est divisée en trois parties. La première partie est consacrée au développement de l'approche CRONE anticipative pour la poursuite de la consigne. Cette approche est aussi traitée pour le rejet de perturbations dans la deuxième partie. Finalement, une méthode de réduction du nombre de paramètres du filtre feedforward est présentée.

3.3.1 Filtre feedforward anticipatif pour la poursuite du signal de référence

Idéalement, en absence de saturation des actionneurs et d'incertitude sur le modèle, le calcul des paramètres du filtre feedforward est basé sur l'inversion du

modèle nominal du procédé. Cependant, dans les applications réelles, les modèles sont incertains et présentent également des parties non inversibles. On doit donc distinguer ce qui peut être inversé et ce qui ne peut ou doit pas l'être [Achnib *et al.*, 2019].

Le modèle nominal $G_{nom}(q^{-1})$ peut être décomposé sous la forme :

$$G_{nom}(q^{-1}) = G_h(q^{-1})G_l(q^{-1}), \quad (3.3)$$

où :

- $G_l(q^{-1})$ est la partie compensable et ayant intérêt à être compensé du modèle nominal $G_{nom}(q^{-1})$. Elle est caractérisée généralement par une dynamique faible par rapport à la bande passante attendue du transfert H_{yr} .
- $G_h(q^{-1})$ est la partie qui ne doit pas être compensée du modèle nominal $G_{nom}(q^{-1})$ (possédant des zéros et/ou pôles à partie réelle positive par exemple). Elle est caractérisée par une dynamique souvent élevée par rapport à la bande passante attendue du transfert H_{yr} .

$G_{nom}(q^{-1})$ fonctionne comme un pré-filtre dans la figure 3.1 (si $G_{nom}(q^{-1}) \equiv G(q^{-1})$ et $d_y(t_k) = d_u(t_k) = 0$ alors $\epsilon(t_k) = 0$ et $u(t_k) = u_{ff}(t_k)$).

Compte tenu de la décomposition (3.3), le filtre $F(q^{-1})$ est défini sous la forme suivante :

$$F(q^{-1}) = F_0(q^{-1})T_F(q^{-1}), \quad (3.4)$$

où F_0 est la partie fixe prédéterminée de F . F_0 est utilisé pour compenser les pôles stables et les zéros à minimum de phase de G_{nom} en basses fréquences. Ce facteur est donné par :

$$F_0(q^{-1}) = G_l^{-1}(q^{-1}). \quad (3.5)$$

D'après l'équation (3.1), on peut remarquer que si $|KG_k| \gg 1$ et $|KG_{nom}| \gg 1$, $H_{yr}(q^{-1})$ tend vers $F(q^{-1})G_{nom}(q^{-1})$. L'objectif étant que H_{yr} tende vers 1 ceci explique la présence du modèle inverse de G_{nom} dans l'équation de $F(q^{-1})$.

Les paramètres de $T_F(q^{-1})$ sont déterminés pour minimiser l'erreur entre y et r tout en générant un niveau de signal de commande u acceptable.

Si le comportement de G_{nom} est majoritairement dû à sa partie inversible $G_l(q^{-1})$, la valeur de référence de la boucle $y_{ref}(t_k)$ que cherche à suivre $y(t_k)$ est proche de $T_F(q^{-1})r(t_k)$. $T_F(q^{-1})$ a donc un rôle essentiel quant à la mise en forme de la consigne et donc de l'évolution attendue de la sortie y .

Dans ce mémoire, l'action anticipative est introduite en utilisant des filtres à réponse impulsionnelle finie (FIR) anticipatives et à temps discret définis par l'expression suivante :

$$X(q^{-1}) = q^{-n_X}x_{-n_X} + \dots + x_0 + q^1x_1 + \dots + q^{m_X}x_{m_X}, \quad (3.6)$$

où $x_{-1}, \dots, x_{-n_X}, x_0, x_1, \dots, x_{m_X}$ sont les coefficients du filtre et où n_X est son ordre.

Dans l'équation précédente, $(m_X + n_X) \cdot T_e$ est l'horizon glissant sur lequel est considéré le signal d'entrée.

Les filtres FIR sont l'un des deux principaux types des filtres utilisés en traitement du signal numérique. Ces filtres, également connus sous le nom de filtres non récursifs ou transversaux possèdent un certain nombre de propriétés tels que :

- ils sont forcément stables, peu importe les coefficients utilisés ;
- ils peuvent avoir une réponse impulsionnelle symétrique et introduisent un retard sur le signal mais aucun déphasage ;
- ils sont faciles à mettre en œuvre.

En considérant que les valeurs futures du signal de référence sont disponibles (soit prédéfinies, soit prédites), il est possible de choisir la partie $T_F(q^{-1})$ de $F(q^{-1})$ sous la forme d'un filtre FIR :

$$T_F(q^{-1}) = t_{F-h}q^{-h} + \dots + t_{F-1}q^{-1} + t_{F_0} + t_{F_1}q + \dots + t_{F_a}q^a \quad . \quad (3.7)$$

Grâce à $T_F(q^{-1})$, les données passées et futures seront utilisées lors du filtrage du signal de référence par $F(q^{-1})$. h correspond à la profondeur de l'historique de $r(t_k)$ utilisé par $T_F(q^{-1})$ (le nombre de données qui doivent être sauvegardées dans la mémoire du filtre). a

correspond à l'horizon pour lequel les valeurs futures du signal d'entrée $r(t_k)$ doivent être connues. Alors que le choix de h est lui limité uniquement par la mémoire disponible, a doit être ajusté en tenant compte de l'intervalle temporel des futures valeurs de référence disponibles.

Le choix de a et h dépend de la durée $(a + h)T_e$ que l'on estime nécessaire pour que la sortie rejoigne la consigne après que celle-ci ait subit une variation.

Soit θ_F le vecteur de paramètres du filtre inconnu $F(q^{-1})$, il est donnée par l'expression suivante :

$$\theta_F = [t_{F-h}, \dots, t_{F-1}, t_{F_0}, t_{F_1}, \dots, t_{F_a}]. \quad (3.8)$$

Les paramètres du filtre feedforward sont généralement déterminés en tenant compte uniquement du comportement nominal du procédé. Dans ce travail, on se propose de tenir compte de l'ensemble des comportements possibles du procédé et également de la robustesse apportée par le régulateur feedback.

En tenant compte du vecteur de paramètres θ_F , les expressions (3.1) et (3.2) deviennent :

$$\frac{Y(z^{-1})}{R(z^{-1})} = H_{yr}(\theta_F, z^{-1}) = F(\theta_F, z^{-1})G_k(z^{-1})\frac{1 + K(z^{-1})G_{nom}(z^{-1})}{1 + K(z^{-1})G_k(z^{-1})}, \quad (3.9)$$

$$\frac{U(z^{-1})}{R(z^{-1})} = H_{ur}(\theta_F, z^{-1}) = F(\theta_F, z^{-1})\frac{1 + K(z^{-1})G_{nom}(z^{-1})}{1 + K(z^{-1})G_k(z^{-1})}, \quad (3.10)$$

où G_k appartient à l'ensemble de modèles G .

Un comportement anticipatif satisfaisant est obtenu en minimisant la norme 2 du signal :

$$\epsilon_y(t_k) = r(t_k) - y(t_k) = (1 - H_{yr}(\theta_F, q^{-1}))r(t_k). \quad (3.11)$$

Dans le domaine fréquentiel, la valeur optimale $\hat{\theta}_F$ est alors définie par minimisation d'une norme \mathcal{H}_2 :

$$\hat{\theta}_F = \arg \min_{\theta_F} \|1 - H_{yr}(\theta_F, e^{-j2\pi f/f_e})\|_2, \quad (3.12a)$$

$$\text{sous les contraintes} \quad \left\| W_{ur}(e^{-j2\pi f/f_e}) H_{ur}(\hat{\theta}_F, e^{-j2\pi f/f_e}) \right\|_{\infty} \leq 1 \quad (3.12b)$$

$$\text{et} \quad \lim_{q \rightarrow 1} T_F(\hat{\theta}_F, q^{-1}) = \lim_{q \rightarrow 1} G_h^{-1}(q^{-1}) \quad (3.12c)$$

$$\forall f \in \left[0, \frac{f_e}{2} \right]$$

Deux contraintes sont ajoutées au problème d'optimisation (3.12). La première contrainte, (3.12b) permet de limiter l'effort de commande grâce à la fonction de pondération $W_{ur}(q^{-1})$. Cette dernière est choisie en tenant compte de la dynamique du système à commander.

La contrainte (3.12c) permet de garantir que le gain statique du produit FG_{nom} est unitaire.

Démonstration :

De l'équation (3.4) et de l'équation (3.3), on a respectivement les deux équations suivantes :

$$T_F(q^{-1}) = F_0^{-1}(q^{-1})F(q^{-1}) \quad (3.13)$$

et

$$G_h^{-1}(q^{-1}) = G_{nom}^{-1}(q^{-1})G_l(q^{-1}). \quad (3.14)$$

En considérant l'égalité en $\lim_{q \rightarrow 1}$ uniquement entre les deux équations (3.13) et (3.14), on a :

$$\lim_{q \rightarrow 1} T_F(\hat{\theta}_F, q^{-1}) = \lim_{q \rightarrow 1} G_h^{-1}(q^{-1}) \quad (3.15)$$

et

$$\lim_{q \rightarrow 1} F_0^{-1}(q^{-1})F(q^{-1}) = \lim_{q \rightarrow 1} G_{nom}^{-1}(q^{-1})G_l(q^{-1}). \quad (3.16)$$

Dans l'égalité précédente, en remplaçant $F_0^{-1}(q^{-1})$ par $G_l(q^{-1})$ (voir équation (3.5)), on obtient alors :

$$\lim_{q \rightarrow 1} F(q^{-1})G_{nom}(q^{-1}) = 1. \quad (3.17)$$

Considération de la robustesse dans la synthèse du filtre feedforward

anticipatif

Les fonctions de transfert en boucle fermée $H_{yr}(\hat{\theta}_F, q^{-1})$ et $H_{ur}(\hat{\theta}_F, q^{-1})$ qui apparaissent dans le problème d'optimisation (3.12) devant prendre en compte par l'ensemble de modèles G (modèles nominal et reparamétrés), les équations (3.9) et (3.10) deviennent :

$$H_{yr}(\hat{\theta}_F, q^{-1}) = \left\{ G_k \frac{1 + KG_{nom}}{1 + KG_k} F(\hat{\theta}_F), \forall G_k \text{ dans l'ensemble de modèles} \right\} \quad (3.18)$$

et

$$H_{ur}(\hat{\theta}_F, q^{-1}) = \left\{ \frac{1 + KG_{nom}}{1 + KG_k} F(\hat{\theta}_F), \forall G_k \text{ dans l'ensemble de modèles} \right\}. \quad (3.19)$$

Les équations (3.18) et (3.19) définissent deux ensembles de fonctions de transfert donnés en fonction du vecteur de paramètres θ_F . Le problème d'optimisation (3.12) est redéfini en utilisant (3.18) et (3.19) pour que $\hat{\theta}_F$ minimise le critère et satisfasse les contraintes pour les fonctions de transfert $H_{yr}(q^{-1})$ et $H_{ur}(q^{-1})$, et pour l'ensemble des modèles.

***Remarque :** En pratique, on se contente de sélectionner uniquement un nombre réduit des modèles parmi l'ensemble des modèles ayant permis la synthèse du régulateur robuste. Le problème de la sélection de ces modèles n'est pas abordé dans cette thèse où seul un ensemble de procédés extrémaux sont considérés.*

3.3.2 Filtre feedforward anticipatif pour le rejet de perturbations

La méthodologie présentée dans le dernier paragraphe est étendue au rejet de perturbations dont les futures valeurs sont connues à l'avance. La perturbation d_y agit sur la sortie y à travers la dynamique caractérisée par le modèle $G_d(q^{-1})$. La fonction de transfert $P(q^{-1})$ permet de rajouter l'effet feedforward pour compenser l'effet de la perturbation. Le nouveau schéma de commande est donné par la figure 3.2.

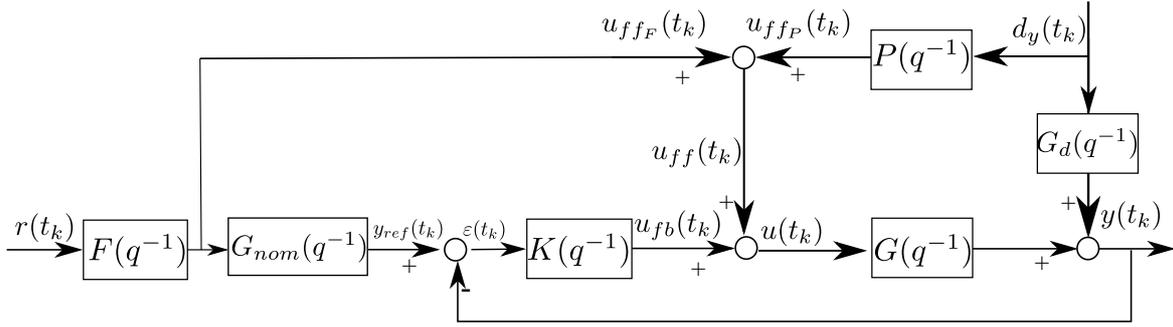


Figure 3.2 – Commande feedback/feedforward utilisée pour une commande anticipative robuste avec un filtre feedforward pour le rejet de perturbations.

- $G_d(q^{-1})$ représente le modèle de la perturbation ;
- $P(q^{-1})$ est un filtre à temps discret produisant la commande feedforward u_{ff_P} pour le rejet de perturbation ;
- $u_{ff_F}(t_k)$, $u_{ff_P}(t_k)$ représentent respectivement la commande anticipative pour la poursuite de référence et la commande anticipative pour le rejet de perturbation.

L'expression de la fonction de transfert entre le signal de perturbation d_y et le signal de sortie y est donnée, dans le domaine fréquentiel, par :

$$\frac{Y(z^{-1})}{D_y(z^{-1})} = H_{y d_y}(z^{-1}) = \frac{G_d(z^{-1}) + P(z^{-1})G_k(z^{-1})}{1 + K(z^{-1})G_k(z^{-1})}, \quad (3.20)$$

L'expression de la fonction de transfert entre le signal de perturbation d_y et le signal de commande u est donnée, dans le domaine fréquentiel, par :

$$\frac{U(z^{-1})}{D_y(z^{-1})} = H_{u d_y}(z^{-1}) = \frac{-KG_d(z^{-1}) + P(z^{-1})}{1 + K(z^{-1})G_k(z^{-1})}, \quad (3.21)$$

où G_k appartient à l'ensemble de modèles G .

Le filtre feedforward pour le rejet de perturbations $P(q^{-1})$ est défini comme suit :

$$P(q^{-1}) = P_0(q^{-1})T_P(q^{-1}), \quad (3.22)$$

où le facteur P_0 est la partie fixe prédéterminée de P . Il est donné par :

$$P_0(q^{-1}) = \alpha G_d(q^{-1}) G_l^{-1}(q^{-1}). \quad (3.23)$$

Dans l'équation précédente, le facteur α est calculé tel que : $\alpha = \frac{1}{G_h(1)}$. Il est utilisé pour corriger le gain statique de P .

$T_P(q^{-1})$ est la partie à déterminer de $P(q^{-1})$. Elle est définie par un filtre FIR anticipatif donné par l'expression suivante :

$$T_P(q^{-1}) = t_{P_{-h}} q^{-h} + \dots + t_{P_{-1}} q^{-1} + t_{P_0} + t_{P_1} q + \dots + t_{P_a} q^a. \quad (3.24)$$

De même que pour $T_F(q^{-1})$, grâce à $T_P(q^{-1})$, les données passées et futures sont utilisées lors du filtrage d'un signal à travers $P(q^{-1})$.

Contrairement à la commande feedforward relative à la consigne qui dépend directement de la sortie du filtre optimisé mais également de la sortie du régulateur feedback $K(q^{-1})$ lors d'une perturbation, l'effet de la partie optimisée de $P(q^{-1})$ agit majoritairement sur la commande et H_{udy} (3.21) tend vers P en haute fréquence. Il n'est alors pas utile de considérer l'ensemble du transfert en boucle fermée H_{udy} pour optimiser $T_P(q^{-1})$.

Soit θ_P le vecteur de paramètres du filtre inconnu $P(q^{-1})$, il est donnée par l'expression suivante :

$$\theta_P = [t_{P_{-h}}, \dots, t_{P_{-1}}, t_{P_0}, t_{P_1}, \dots, t_{P_a}]. \quad (3.25)$$

En tenant compte du vecteur de paramètres θ_P , l'expression (3.20) peut être réécrite comme suit :

$$\frac{Y(z^{-1})}{D_y(z^{-1})} = H_{udy}(\theta_P, z^{-1}) = \frac{G_d(z^{-1}) + P(\theta_P, z^{-1}) G_k(z^{-1})}{1 + K(z^{-1}) G_k(z^{-1})}, \quad (3.26)$$

Pour réduire l'effet de la perturbation, l'ensemble θ_P de paramètres résulte de la minimisation :

$$\hat{\theta}_P = \arg \min_{\theta_P} \left\| H_{ydy}(\theta_P, e^{-j2\pi f/f_e}) \right\|_2, \quad (3.27a)$$

$$\text{sous contrainte} \quad \left\| W_{udy}(e^{-j2\pi f/f_s})P(\hat{\theta}_P, e^{-j2\pi f/f_e}) \right\|_\infty \leq 1 \quad (3.27b)$$

$$\forall f \in \left[0, \frac{f_e}{2} \right]$$

où la contrainte (3.27b) permet de limiter l'effort de commande feedforward u_{ffP} grâce à la fonction de pondération $W_{udy}(q^{-1})$.

3.3.3 Réduction du nombre de paramètres du filtre feedforward anticipatif

Dans certains cas, pour bien traiter le problème de feedback, la période d'échantillonnage T_e nécessaire peut être relativement faible devant le temps de réponse en boucle fermée désirée du système. Ceci conduit alors à des filtres $T_F(q^{-1})$ et $T_P(q^{-1})$ qui possèdent un très grand nombre de paramètres. Nous proposons ici une solution pour réduire le nombre des paramètres des filtres $T_F(q^{-1})$ et $T_P(q^{-1})$. Cette dernière repose sur l'utilisation d'une période d'échantillonnage plus lente pour $T_F(q^{-1})$ et pour $T_P(q^{-1})$ [Achnib *et al.*, 2019].

Soit p un multiplicateur de temps d'échantillonnage. Le filtre feedforward pour la poursuite de consigne $T_F(q^{-1})$ et le filtre feedforward pour le rejet de perturbations échantillonnés tous les deux à $p \cdot T_e$ secondes, avec $p \in \mathcal{N}^*$, sont donnés par :

$$T_F(q_p^{-1}) = t_{F-h}q_p^{-hp} + \dots + t_{F-1}q_p^{-1} + t_{F_0} + t_{F_1}q_p + \dots + t_{F_a}q_p^{a_p}, \quad (3.28)$$

$$T_P(q_p^{-1}) = t_{P-h}q_p^{-hp} + \dots + t_{P-1}q_p^{-1} + t_{P_0} + t_{P_1}q_p + \dots + t_{P_a}q_p^{a_p}, \quad (3.29)$$

où q_p^{-1} définit un nouvel opérateur de retard qui introduit un décalage temporel de $p \cdot T_e$ secondes.

Les horizons de mémoires et d'anticipation peuvent donc être considérés en utilisant

moins de paramètres. La fréquence d'échantillonnage pour le filtre $T_F(q_p^{-1})$ et pour le filtre $T_P(q_p^{-1})$ figurant respectivement dans les équations (3.28) et (3.29) est donc égale à $\frac{f_e}{p}$.

Remarque : Dans le domaine fréquentiel q_p^{-1} devient $e^{-j2\pi p f / f_e}$ ($f \in [0, \frac{f_e}{2p}]$).

Le schéma fonctionnel de la commande discrète feedback/feedforward avec multiplicateur de temps d'échantillonnage p est donnée par la figure suivante :

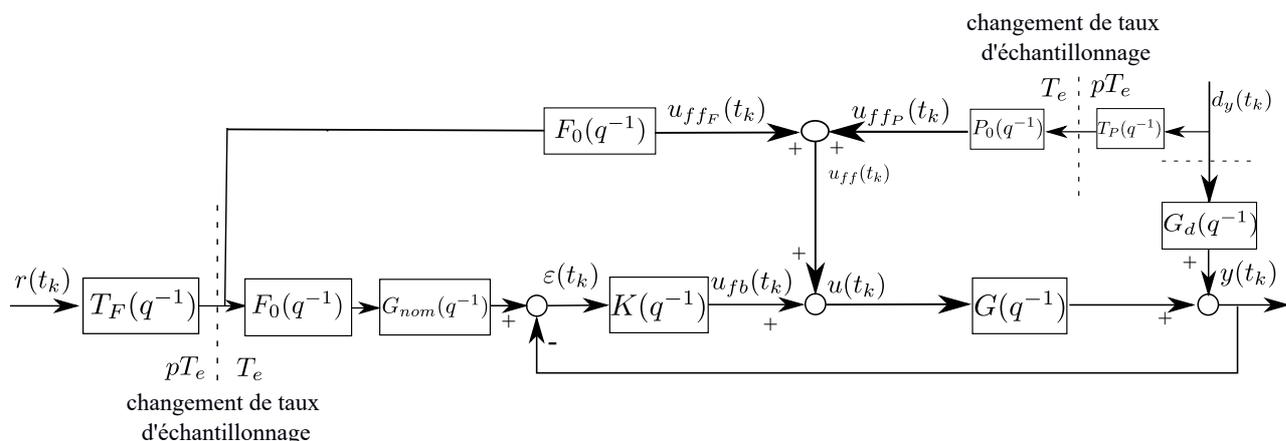


Figure 3.3 – Commande feedback/feedforward utilisée pour une commande anticipative robuste avec multiplicateur de temps d'échantillonnage p .

La figure précédente montre que le multiplicateur de temps d'échantillonnage p est appliqué uniquement aux filtres feedforward anticipatifs $T_F(q_p^{-1})$ et $T_P(q_p^{-1})$. Les deux fonctions $F_0(q^{-1})$ et $G_{nom}(q^{-1})$ sont implémentées en utilisant T_e comme période d'échantillonnage ce qui permet de réduire l'amplitude des variations de $\epsilon(t_k)$ et donc de limiter les variations haute fréquence apparaissant sur la commande u .

a. Détermination du filtre $T_F(q_p^{-1})$

Le problème d'optimisation (3.12) est défini, pour $p = 1$, à l'aide des fonctions de transfert $H_{yr}(q^{-1})$ et $H_{ur}(q^{-1})$. Cependant, pour $p \neq 1$, ces fonctions de transfert ne sont pas bien définies dans le domaine temporel car elles contiennent à la fois les opérateurs de retard q^{-1} et q_p^{-1} . Néanmoins, il est possible de calculer leurs réponses fréquentielles sur l'intervalle $[0, \frac{f_e}{2p}]$.

Le problème d'optimisation (3.12) devient alors :

$$\hat{\theta}_F = \arg \min_{\theta_F} \left\| 1 - H_{y u_{ff_F}}(e^{-j2\pi f/f_e}) F_0(e^{-j2\pi f/f_e}) T_F(\theta_F, e^{-j2\pi p f/f_e}) \right\|_2, \quad (3.30a)$$

$$\text{sous contrainte } \left\| W_{ur}(e^{-j2\pi f/f_e}) H_{u u_{ff_F}}(e^{-j2\pi f/f_e}) F_0(e^{-j2\pi f/f_e}) T_F(\hat{\theta}_F, e^{-j2\pi p f/f_e}) \right\|_\infty \leq 1 \quad (3.30b)$$

$$\text{et } \lim_{q_p \rightarrow 1} T_F(\hat{\theta}_F, q_p^{-1}) = \lim_{q \rightarrow 1} G_h^{-1}(q^{-1}), \quad (3.30c)$$

$$\forall f \in \left[0, \frac{f_e}{2p} \right]$$

où :

- $H_{y u_{ff_F}}(q^{-1})$ est la fonction de transfert entre le signal de commande feedforward u_{ff_F} pour la poursuite de la consigne et la sortie du système y . Elle est donnée par :

$$\frac{Y(q^{-1})}{U_{ff_F}(q^{-1})} = H_{y u_{ff_F}}(q^{-1}) = G_k(q^{-1}) \frac{1 + K(q^{-1}) G_{nom}(q^{-1})}{1 + K(q^{-1}) G_k(q^{-1})}, \quad (3.31)$$

- $H_{u u_{ff_F}}(q^{-1})$ est la fonction de transfert entre le signal de commande feedforward u_{ff_F} pour la poursuite de la consigne et le signal de commande u . Elle est donnée par :

$$\frac{U(q^{-1})}{U_{ff_F}(q^{-1})} = H_{u u_{ff_F}}(q^{-1}) = \frac{1 + K(q^{-1}) G_{nom}(q^{-1})}{1 + K(q^{-1}) G_k(q^{-1})}. \quad (3.32)$$

b. Détermination du filtre $T_P(q_p^{-1})$

Le problème d'optimisation (3.27) est défini, pour $p = 1$, à l'aide de la fonction de transfert $H_{y d_y}(q^{-1})$. Comme H_{y_r} et H_{y_u} pour $p \neq 1$, cette fonction de transfert contient à la fois les opérateurs retard q^{-1} et q_p^{-1} .

La fonction de transfert défini par l'équation (3.26) peut être réécrite comme la somme de deux fonctions de transfert :

$$H_{y d_{y_1}}(z^{-1}) = \frac{G_d(z^{-1})}{1 + K(z^{-1}) G_k(z^{-1})} \quad (3.33)$$

et

$$H_{y d_{y_2}}(z^{-1}) = \frac{P(z^{-1}) G_k(q^{-1})}{1 + K(z^{-1}) G_k(z^{-1})}. \quad (3.34)$$

Le problème d'optimisation (3.27) devient alors :

$$\hat{\theta}_P = \arg \min_{\theta_P} \left\| H_{y d_{y_1}}(e^{-j2\pi f/f_e}) + P_0(e^{-j2\pi f/f_e}) T_P(\theta_P, e^{-j2\pi p f/f_e}) H'_{y d_{y_2}}(e^{-j2\pi f/f_e}) \right\|_2, \quad (3.35a)$$

$$\text{sous contrainte } \left\| W_{u d_y}(e^{-j2\pi f/f_e}) P_0(e^{-j2\pi f/f_e}) T_P(\hat{\theta}_P, e^{-j2\pi p f/f_e}) \right\|_\infty \leq 1 \quad (3.35b)$$

$$\forall f \in \left[0, \frac{f_e}{2p} \right],$$

avec :

$$H'_{y d_{y_2}}(q^{-1}) = P(q^{-1}) H_{y d_{y_2}}(q^{-1}). \quad (3.36)$$

Filtre passe-bas pour l'atténuation des effets d'aliasing

L'introduction d'un multiplicateur de temps d'échantillonnage $p > 1$ a pour effet de limiter la bande fréquentielle utilisée pour le problème d'optimisation à l'intervalle $\left[0, \frac{f_e}{2p} \right]$. Pour éliminer les effets indésirables de repliement de spectre au-dessus de la fréquence $\frac{f_e}{2p}$, un filtre d'interpolation passe-bas $H_f(q^{-1})$ ayant une fréquence de coupure $\frac{f_e}{2p}$ est introduit avec la période d'échantillonnage T_e comme le montre la figure 3.4.

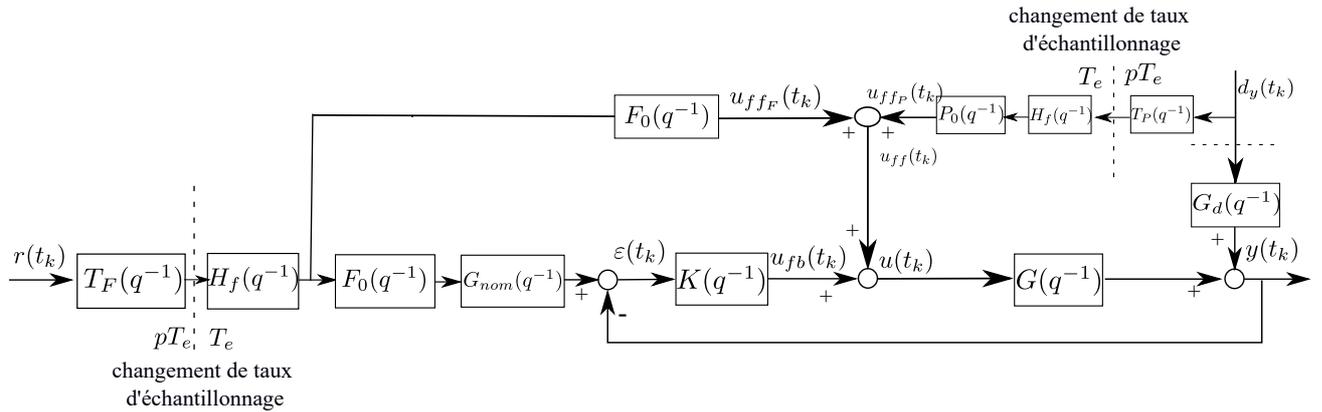


Figure 3.4 – Commande feedback/feedforward utilisée pour une commande anticipative robuste avec multiplicateur de temps d'échantillonnage p et filtre passe-bas.

Les deux problèmes d'optimisation (3.12) et (3.27) sont alors modifiés pour prendre en compte le filtre $H_f(q^{-1})$ (qui n'a pas une dynamique unitaire en dessous de la fréquence $\frac{f_e}{2p}$). Les deux fonctions de transfert en boucle fermée (3.31) et (3.32) deviennent

respectivement,

$$H'_{y_{u_{ffF}}}(q^{-1}) = G_k(q^{-1})H_f(q^{-1})\frac{1 + G_{nom}(q^{-1})K(q^{-1})}{1 + G_k(q^{-1})K(q^{-1})} \quad (3.37)$$

et

$$H'_{u_{u_{ffF}}}(q^{-1}) = H_f(q^{-1})\frac{1 + G_{nom}(q^{-1})K(q^{-1})}{1 + G_k(q^{-1})K(q^{-1})}. \quad (3.38)$$

3.4 Mise en œuvre de l'approche feedback/feedforward anticipative sur un exemple en simulation

L'approche CRONE anticipative pour la commande de systèmes linéaires monovariables développée dans la section 3.3 est appliquée sur le modèle académique utilisé lors du chapitre précédent et défini par :

$$G(s) = \frac{[k]}{s(1 + [\tau]s)}, \quad (3.39)$$

où k et τ sont les paramètres incertains du modèle. Les intervalles d'incertitude sont $k \in [1, 2]$ et $\tau \in [10, 30]$ (s).

La fonction de transfert à temps discret du système $G(q^{-1})$ est obtenue par calcul de la transformée en Z de l'équation (3.39) en utilisant un bloqueur d'ordre zéro (ZOH) et avec une période d'échantillonnage $T_e = 0.05$ s.

Le modèle nominal est toujours défini par $k = \sqrt{2}$ et $\tau = \sqrt{300}$ (s). Sa fonction de transfert à temps discret est la suivante :

$$G_{nom}(q^{-1}) = \frac{0.000102q^{-1} + 0.0001019q^{-2}}{1 - 1.997q^{-1} + 0.9971q^{-2}}. \quad (3.40)$$

Pour cet exemple, on utilise le régulateur feedback CRONE de troisième génération synthétisé dans la section 2.4.1 à l'aide de la toolbox CRONE [Lanusse, 2010]. L'expression

de ce régulateur à temps discret est donnée par :

$$K(q^{-1}) = \frac{3126 - 8314q^{-1} + 7297q^{-2} - 2108q^{-3}}{1 - 1.223q^{-1} - 0.284q^{-2} + 0.5075q^{-3}}. \quad (3.41)$$

Le signal de référence $r(t_k)$ et la perturbation $d(t_k)$ sont deux signaux de type échelon, le premier est d'amplitude unitaire et le deuxième est d'amplitude 0.5.

Initialement, on n'utilise pas de diviseur de fréquence ($p = 1$).

Les premiers résultats présentés ci-après correspondent à deux filtres FIR $T_F(q^{-1})$ et $T_P(q^{-1})$ avec 64 paramètres chacun. Les horizons d'anticipation et de mémoire de ces deux filtres sont définis par $a = 32$ (1.6s) et $h = 31$. Les expressions de $G_h(q^{-1})$ et $G_l^{-1}(q^{-1})$ sont données respectivement par les équations (3.42) et (3.43) :

$$G_h(q^{-1}) = 0.000102q^{-1} + 0.0001019q^{-2}, \quad (3.42)$$

et

$$G_l^{-1}(q^{-1}) = 1 - 1.997q^{-1} + 0.9971q^{-2}. \quad (3.43)$$

Le modèle de la perturbation $G_d(q^{-1})$ à temps discret est donné par l'expression suivante :

$$G_d(q^{-1}) = \frac{T_e}{1 - q^{-1}}. \quad (3.44)$$

Trois modèles du procédé sont considérés pour résoudre les deux problèmes d'optimisation linéaires (3.12) et (3.27) sans contrainte sur la commande : le modèle nominal G_{nom} ainsi que 2 modèles extrêmes : un modèle minimal G_{min} et un modèle maximal G_{Max} :

$$G_{min}(q^{-1}) = \frac{0.00004164q^{-1} + 0.00004162q^{-2}}{1 - 1.998q^{-1} + 0.9983q^{-2}}. \quad (3.45)$$

et

$$G_{Max}(q^{-1}) = \frac{0.0002496.10^{-4}q^{-1} + 0.0002492q^{-2}}{1 - 1.995q^{-1} + 0.995q^{-2}}. \quad (3.46)$$

Comme mentionné dans la sous-section 3.3.1, $F_0(q^{-1}) = G_l^{-1}(q^{-1})$. Pour le filtre

feedforward de perturbation, d'après la sous-section 3.3.2, on a :

$$\begin{aligned} P_0(q^{-1}) &= \alpha G_d(q^{-1}) G_l^{-1}(q^{-1}) \\ &= \frac{0.05}{0.0002039} (1 - 0.997q^{-1}), \end{aligned} \quad (3.47)$$

avec $\alpha = \frac{1}{G_h(1)} = \frac{1}{0.0002039}$.

Pour les figures à suivre, y_{nom} , y_{min} et y_{Max} désignent respectivement la sortie des systèmes G_{nom} , G_{min} et G_{Max} . u_{nom} , u_{min} et u_{Max} désignent respectivement la commande appliquée aux systèmes G_{nom} , G_{min} et G_{Max} . $H_{ur_{nom}}$, $H_{ur_{min}}$ et $H_{ur_{Max}}$ désignent respectivement la fonction de transfert H_{ur} associée à G_{nom} , G_{min} et G_{Max} .

a. Optimisation sans prise en compte de contrainte sur la commande

Les 64 coefficients des filtres $T_F(q^{-1})$ et $T_P(q^{-1})$ sont optimisés en utilisant le toolbox YALMIP (voir [Lofberg, 2004]) de MATLAB avec le solveur MOSEK (voir [MOSEK, 2017]).

On obtient :

$$T_F(q^{-1}) = 79.21q^{-31} + \dots + 2684q^{-1} - 1025 + 2628q + \dots + 77.03q^{32} \quad (3.48)$$

et

$$T_P(q^{-1}) = -0.01607q^{-31} + \dots - 0.9893q^{-1} + 1.022 - 1.055q + \dots - 0.01468q^{32}. \quad (3.49)$$

Les réponses temporelles de la sortie et de la commande du système pour les trois modèles sont présentées dans les figures 3.5 et 3.6.

D'après les résultats obtenus, on remarque que la sortie suit la variation du signal de référence qui a lieu à $t = 6.6$ s et ceci pour les trois modèles choisis. L'effet anticipatif du filtre feedforward est bien perceptible. Par contre, on observe un niveau de commande très élevé ceci justifie donc la nécessité d'ajouter une contrainte sur la commande lors de l'optimisation permettant de limiter ces niveaux. L'effet de la perturbation appliquée en $t = 21.6$ s est correctement rejeté avec une anticipation également visible de la commande.

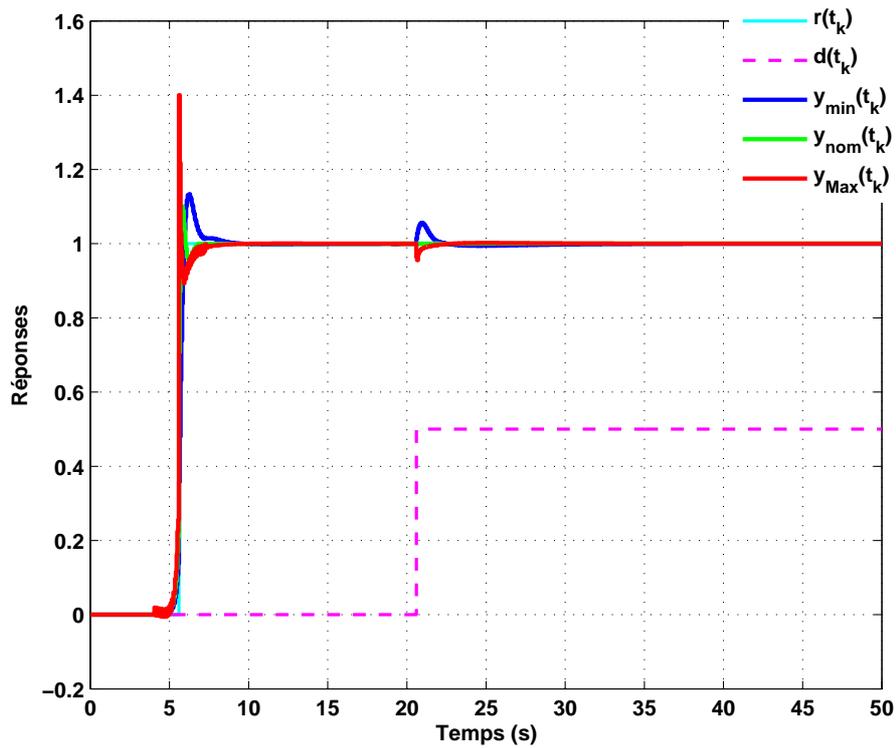


Figure 3.5 – Signaux de sortie obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif en absence de contrainte sur la commande ($p = 1$).

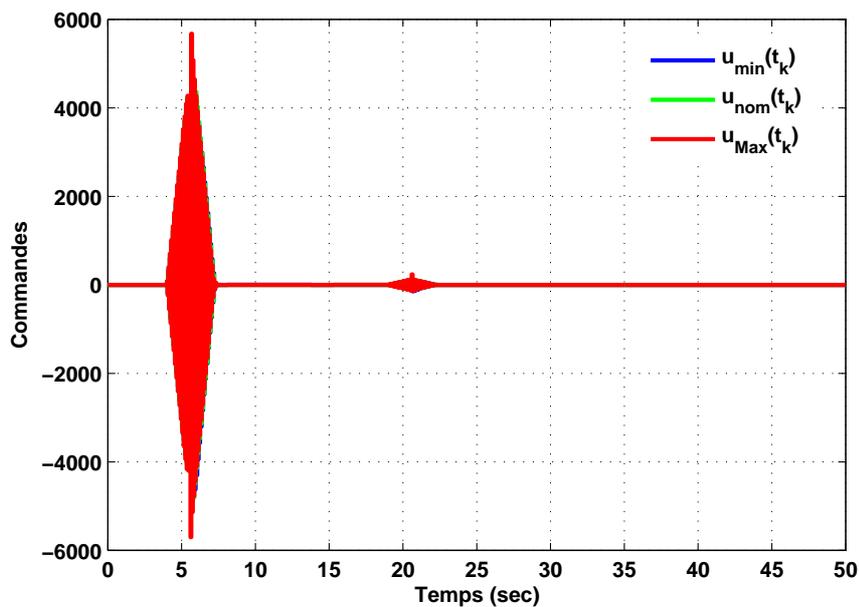


Figure 3.6 – Signaux de commande obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif en absence de contrainte sur la commande ($p = 1$).

b. Optimisation en présence de contraintes sur la commande

Pour une référence d'amplitude égale à 1, ainsi que pour une perturbation d'amplitude 0.5, on souhaite un niveau de commande inférieur à 160. Ceci entraîne une limitation du niveau de commande à 80 fois l'amplitude de référence et 160 fois l'amplitude de perturbation.

Les deux fonctions de pondération pour les contraintes fréquentielles sur la commande sont données à temps continu par (3.50) et (3.51).

$$W_{ur}^{-1}(s) = \frac{80}{\frac{s}{20} + 1}. \quad (3.50)$$

$$W_{udy}^{-1}(s) = \frac{160}{\frac{s}{20} + 1}. \quad (3.51)$$

La discrétisation de ces deux fonctions est faite en utilisant l'approximation de Tustin. Cette approximation donne une assez bonne correspondance dans le domaine fréquentiel entre les systèmes à temps continu et les systèmes à temps discret. Elle est donnée par :

$$s \simeq \frac{2}{T_e} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad \text{ou} \quad z = e^{sT_e} \approx \frac{1 + \frac{sT_e}{2}}{1 - \frac{sT_e}{2}}. \quad (3.52)$$

Les filtres $T_F(q^{-1})$ et $T_P(q^{-1})$ obtenus en résolvant les problèmes d'optimisation linéaires (3.12) et (3.27) sont :

$$T_F(q^{-1}) = 0.2308q^{-31} + \dots + 202.6q^{-1} + 227.6 + 246.8q + \dots + 4.484q^{32}, \quad (3.53)$$

et

$$T_P(q^{-1}) = 0.0002q^{-31} + \dots + 0.01023q^{-1} - 0.1081 - 0.368q + \dots + 0.0007q^{32}. \quad (3.54)$$

Les figures 3.7 et 3.8 permettent de comparer les réponses fréquentielles de H_{ur} et P à celles des deux fonctions de pondération.

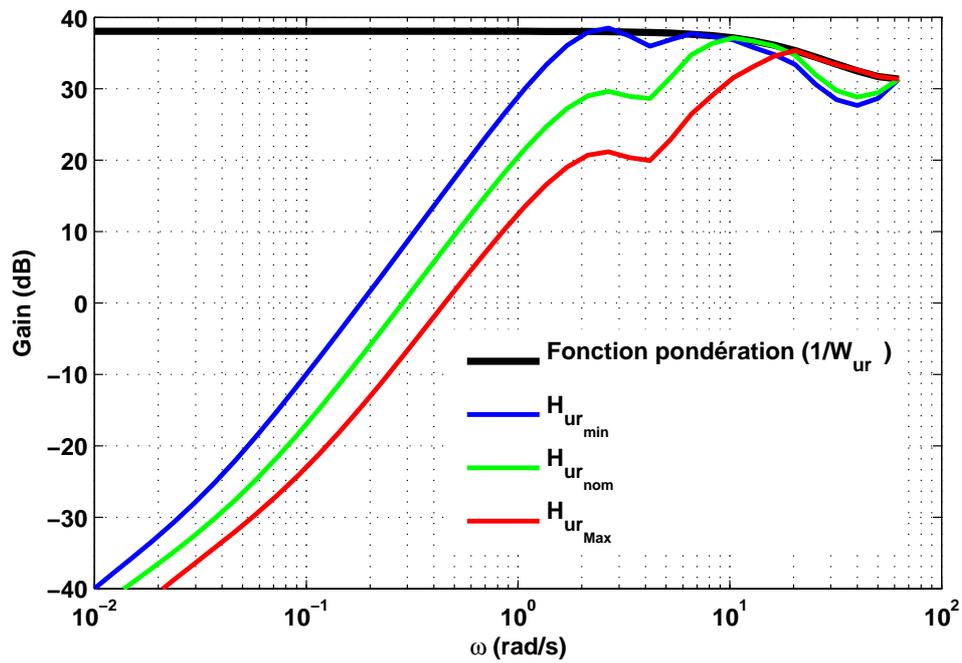


Figure 3.7 – Vérification du respect de la contrainte $W_{ur}^{-1}(q^{-1})$ (—) par la fonction de transfert H_{ur} calculée pour les 3 états paramétriques du procédé ($p = 1$).

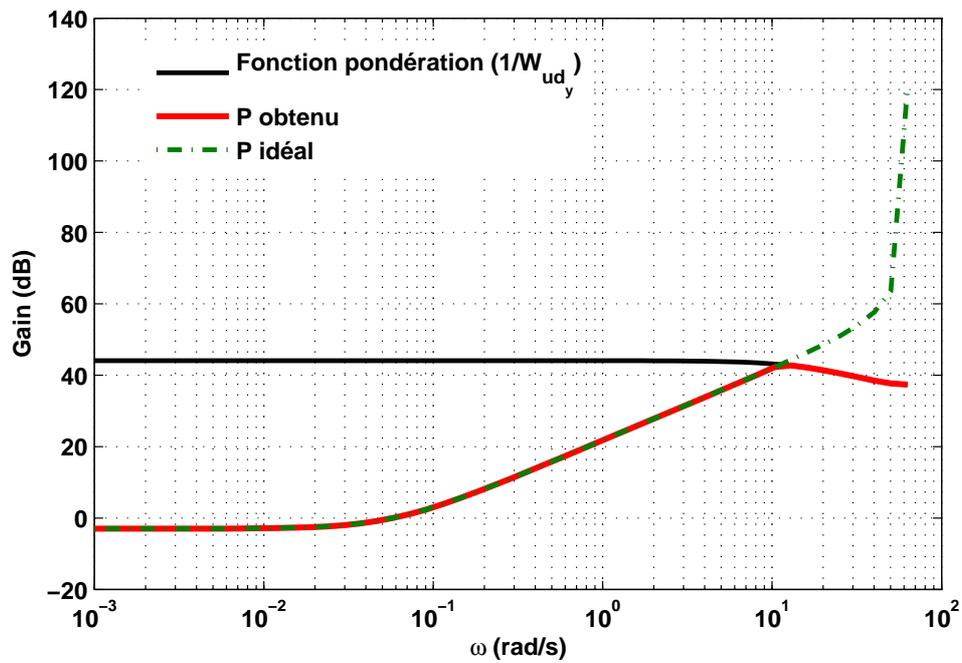


Figure 3.8 – Réponse fréquentielle du filtre feedforward de la perturbation ($p = 1$).

On peut remarquer que les contraintes sur la commande sont satisfaites pour la poursuite de la référence et le rejet de perturbation.

La figure 3.8 compare également $P(q^{-1})$ obtenu avec et sans contrainte sur la commande. On observe que le filtre $P(q^{-1})$ obtenu suit exactement le filtre idéal jusqu'à environ 10 rad/s. Au dessus de cette fréquence, le filtre $P(q^{-1})$ obtenu est limité par la fonction de pondération.

Les réponses temporelles de la sortie et de la commande du système pour les trois modèles sont présentées par les figures 3.9 et 3.10.

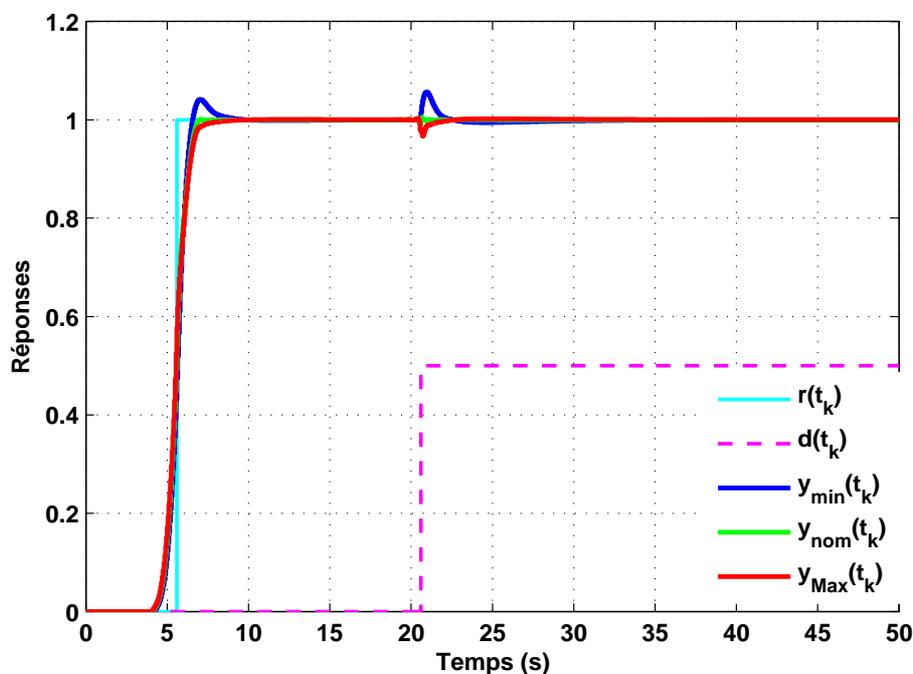


Figure 3.9 – Signaux de sortie obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif ($p = 1$).

Les résultats obtenus permettent d'observer l'effet anticipatif. Le signal de référence est suivi et le signal de la perturbation est rejeté. La commande obtenue est inférieure à celle obtenue en utilisant la commande feedback seulement (voir figure 2.10). On peut également vérifier que cette commande est inférieure à 80 à la fois en suivi de consigne et en rejet de perturbation. De plus, comme le montre les faibles variations du premier dépassement et de l'amortissement des transitoires, cette commande permet la robustesse en degré de stabilité.

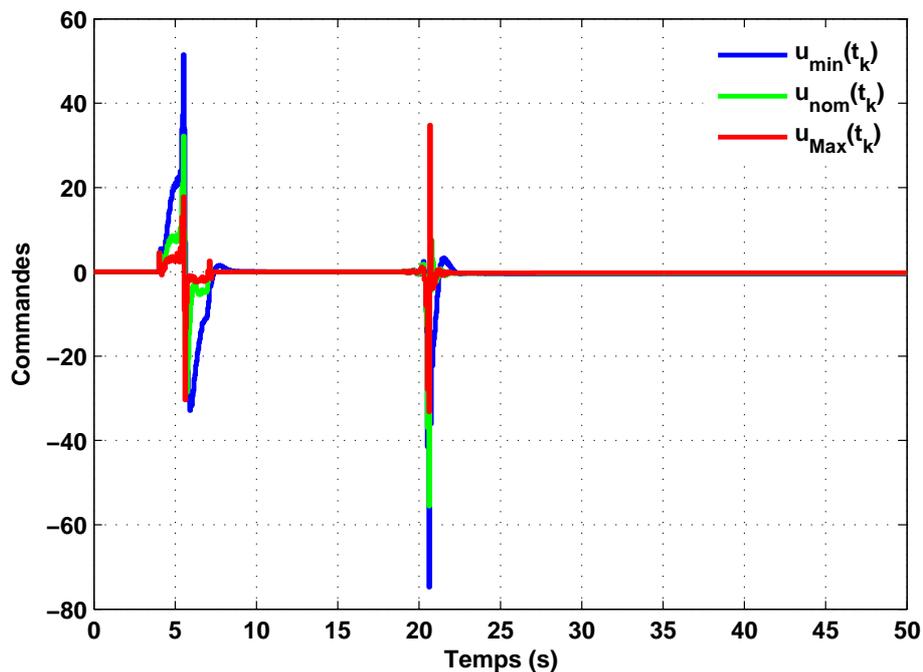


Figure 3.10 – Signaux de commande obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif ($p = 1$).

La réduction du nombre de coefficients des filtres feedforward anticipatifs est maintenant testée. Le diviseur de fréquence d'échantillonnage p est fixé à 8. Le nombre des coefficients des deux filtres $T_F(q_8^{-1})$ et $T_P(q_8^{-1})$ devient alors égal à 8.

Un filtre d'interpolation passe-bas de quatrième ordre avec une fréquence de coupure égale à 1 Hz est utilisé afin d'éviter des variations importantes de u_{ffF} et u_{ffP} (voir sous-section 3.3.3). L'expression de ce filtre est donnée par :

$$H_f(q^{-1}) = \frac{10^{-4}(4 + 16q^{-1} + 25q^{-2} + 16q^{-3} + 4q^{-4})}{1 - 3.18q^{-1} + 3.86q^{-2} - 2.11q^{-3} + 0.44q^{-4}}. \quad (3.55)$$

Les résultats de l'optimisation des problèmes 3.30 et 3.35 donnent alors les deux filtres anticipatifs $T_F(q_8^{-1})$ et $T_P(q_8^{-1})$ suivants : (3.56) et (3.57).

$$T_F(q_8^{-1}) = 103.7q_8^{-3} + 140.7q_8^{-2} + 538.5q_8^{-1} + 615 + 1556q_8 + 1236q_8^2 + 479.1q_8^3 + 236q_8^4, \quad (3.56)$$

et

$$T_P(q_8^{-1}) = 0.0472q_8^{-3} - 0.0678q_8^{-2} + 0.1489q_8^{-1} - 0.9462 - 0.2133q_8 + 0.0947q_8^2 - 0.0505q_8^3 + 0.0387q_8^4. \quad (3.57)$$

Les fonctions de sensibilité relatives à la commande sont présentées sur les figure 3.11 et 3.12.

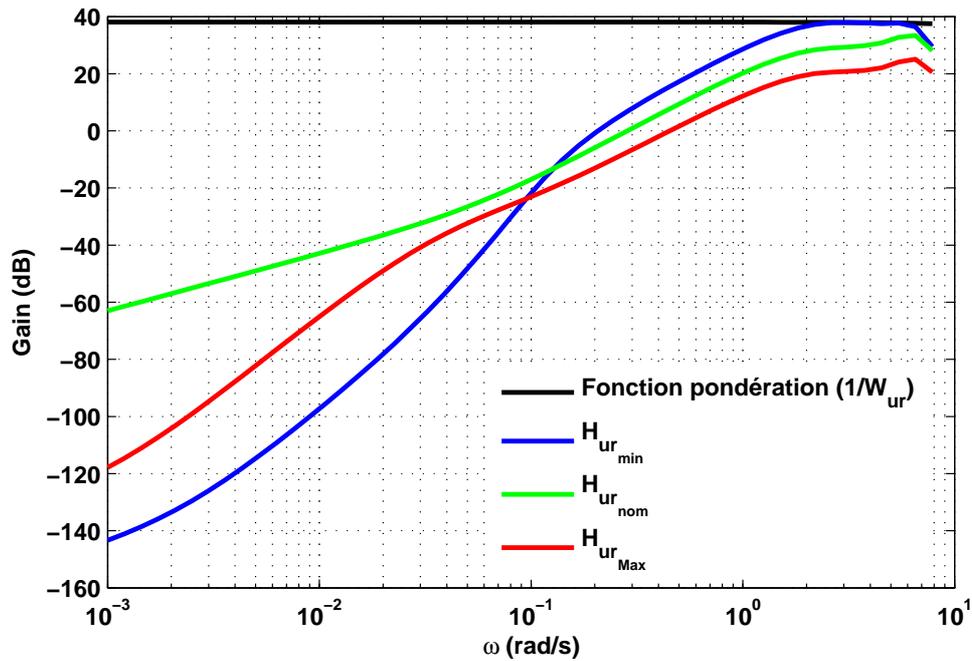


Figure 3.11 – Vérification du respect de la contrainte $W_{ur}^{-1}(q^{-1})$ (—) par la fonction de transfert H_{ur} calculée pour les 3 états paramétriques du procédé ($p = 8$).

D'après les deux figures 3.11 et 3.12, on remarque que la contrainte est satisfaite à la fois en suivi de consigne et en rejet de perturbation.

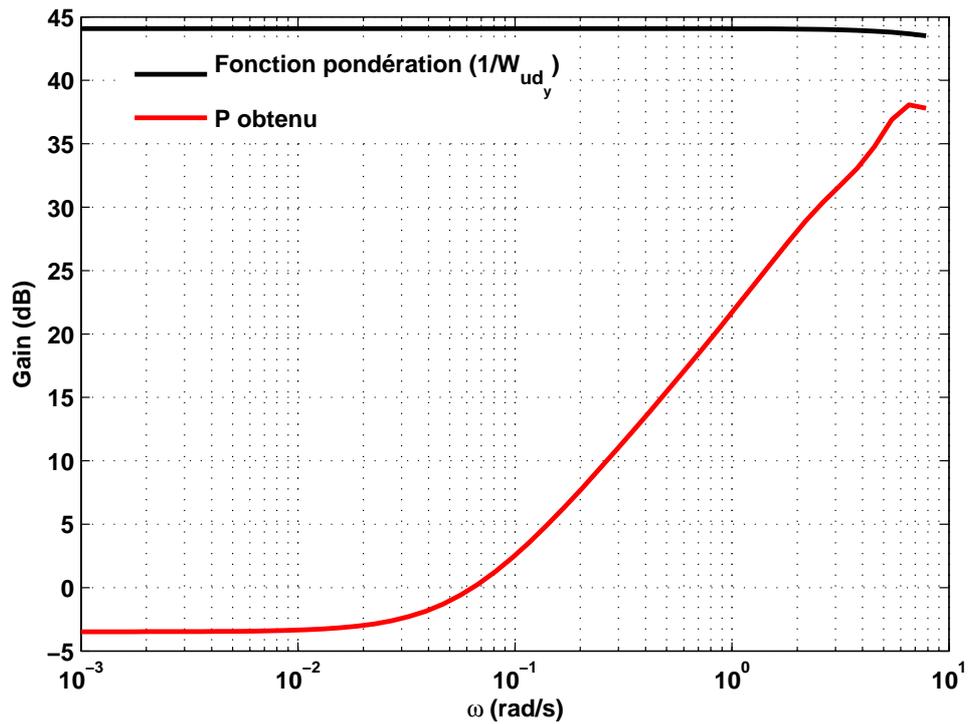


Figure 3.12 – Réponse fréquentielle du filtre feedforward de la perturbation ($p = 8$).

Les réponses indicielles et les commandes pour les trois modèles sont présentées par les figures 3.13 et 3.14.

Les résultats obtenus montrent que la sortie suit bien la référence, l'effort de commande anticipant bien les variations de la référence. Cet effort reste toujours inférieur à 80 pour les trois modèles en poursuite de la référence et rejet de perturbation avec une bonne répartition de l'effort de commande sur la durée des régimes transitoires. La robustesse reste assurée.

Ces premiers bons résultats ont alors permis d'appliquer l'approche proposée à un système expérimental à l'École Nationale d'Ingénieurs de Gabés (ENIG).

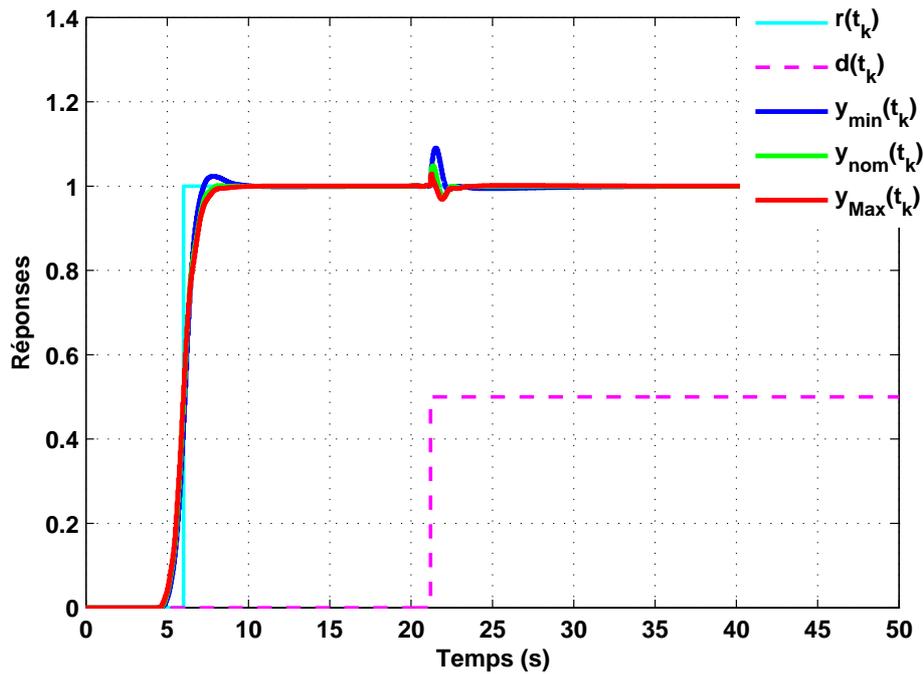


Figure 3.13 – Signaux de sortie obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif ($p = 8$).

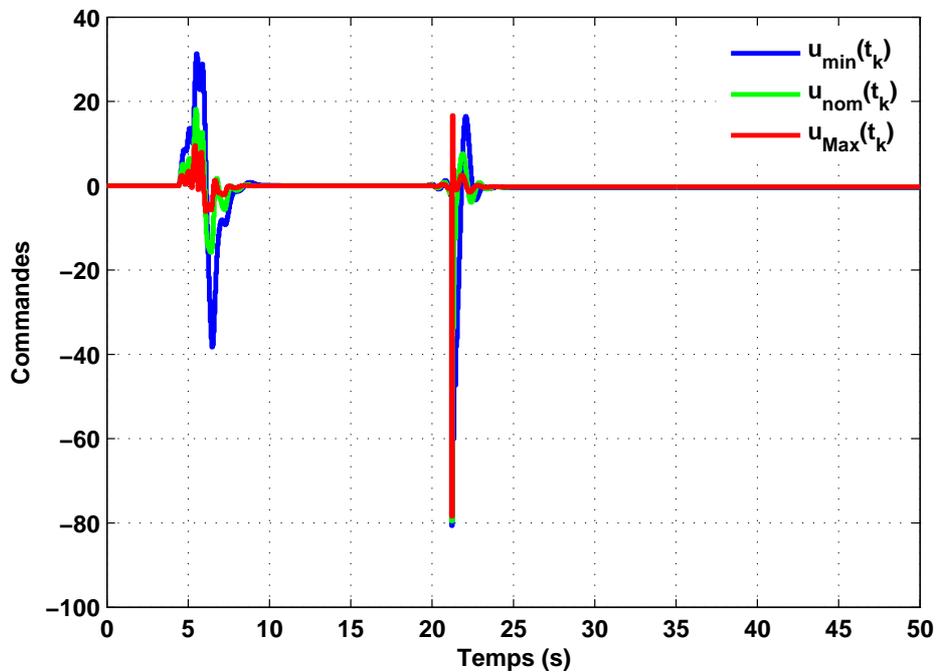


Figure 3.14 – Signaux de commande obtenus avec la loi de commande CRONE associée à un effet feedforward anticipatif ($p = 8$).

3.5 Mise en œuvre expérimentale sur un système de régulation hydraulique

Le système d'étude expérimental (réalisé par la société Festo) comporte un ensemble de 4 procédés pour des régulations de volume, débit, pression et température. Grâce à des motopompes, l'échange d'eau entre les différentes cuves s'effectue à travers des tuyaux, des électrovannes, des vannes manuelles et des vannes proportionnelles (spécifiquement en régulation de pression et de débit). Dans cette partie, on s'intéressera plus particulièrement à la régulation de volume. Tout d'abord, nous allons déterminer le modèle dynamique correspondant à un ensemble de point de fonctionnement. Ensuite, un régulateur CRONE pour l'ensemble de modèles obtenus sera synthétisé. Un mécanisme anti-windup sera alors associé. Enfin, l'approche CRONE anticipative pour le suivi de consigne proposée dans la section 3.3 sera mise en œuvre et évaluée.

3.5.1 Identification du système

3.5.1.1 Description du système

La figure 3.15 présente une photographie du système de régulation de volume.



Figure 3.15 – Photo du système de régulation de volume.

Le schéma simplifié du système de régulation de volume est présenté par la figure 3.16.

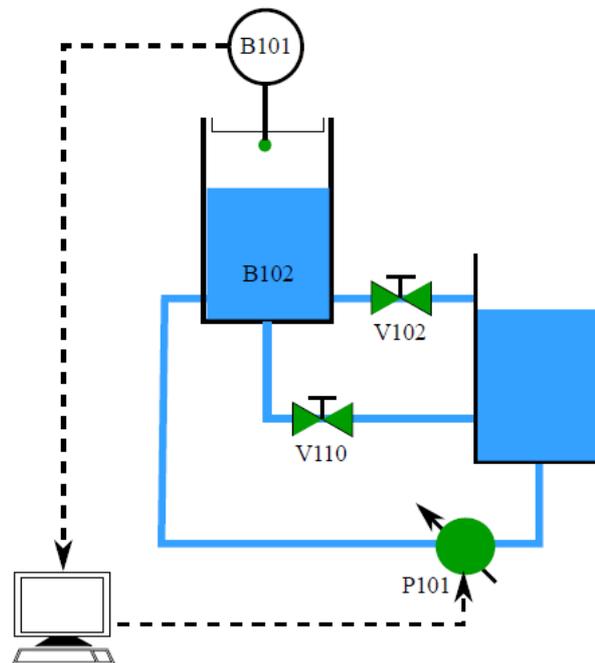


Figure 3.16 – Schéma simplifié du système de régulation de volume.

Les éléments principaux du système expérimental sont :

- B101 : réservoir source ;
- B102 : réservoir de régulation de volume ;
- LIC B101 : capteur de niveau à ultrason (LIC) générant une tension entre 0 et 10 V pour une plage de mesure comprise entre 5mm-345mm ;
- B202 : capteur du débit, capteur rotatif générant un signal carré à fréquence variable en fonction de débit suivi d'un adaptateur fréquence-tension ;
- V102 et V110 : vannes manuelles ;
- P101 : motopompe commandé entre 0-10V.

Le système d'étude a un comportement non linéaire, en effet, les débits d'alimentation ainsi que de fuite dépendent du niveau d'eau dans le réservoir. Il est également incertain puisque la vanne V102 sera utilisée dans trois positions : totalement ouverte, partiellement fermée et totalement fermée. L'objectif est alors de chercher à modéliser ce système autour d'un ensemble de points de fonctionnement. Des modèles linéaires à temps continu de premier ordre seront recherchés : 6 points de fonctionnement pour chacune des 3 positions de la vanne V102. Chaque point de fonctionnement correspond à un niveau d'eau dans le

réservoir B102, allant de 3 à 9 litres.

3.5.1.2 Étalonnage du capteur de niveau LIC B101

Dans un premier essai, un étalonnage est effectué afin de déterminer la relation entre la tension donnée par le capteur LIC B101 et le volume dans le réservoir. Les mesures obtenues sont résumées dans le tableau suivant.

Tableau 3.1 – Résultats de l'étalonnage du capteur de niveau LIC B101.

Volume (litres)	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	5	6	7	8	9
Tension (Volt)	0.70	1.3	1.9	2.48	3.05	3.62	4.18	4.73	5.80	6.82	7.83	8.81	9.77

La figure 3.17 présente l'évolution du volume (V) en fonction de la tension (T) mesurée.

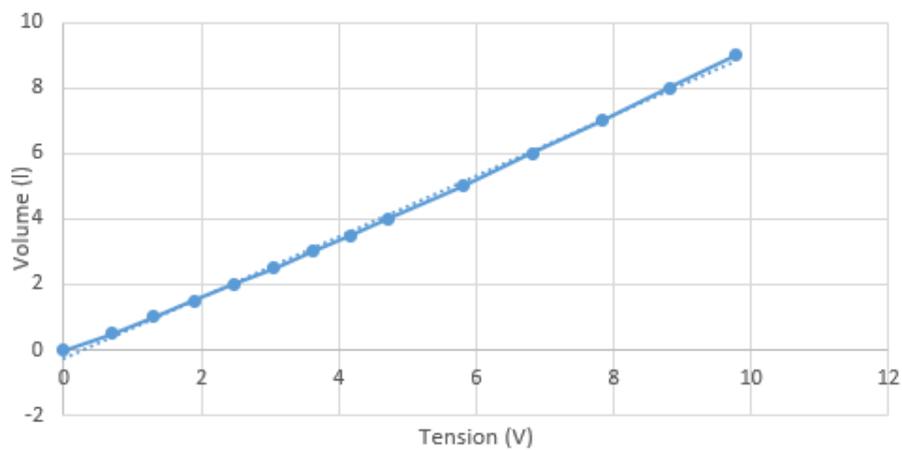


Figure 3.17 – Évolution du volume d'eau en fonction de la tension.

Une équation affine permet d'approximer le volume à partir de la tension :

$$V = 0.889T - 0.1556. \quad (3.58)$$

3.5.1.3 Relation entre le seuil de commande et le volume

Une tension seuil correspond à la valeur minimale de la commande qui permet un débit non nul. Il est déterminé en suivant la démarche suivante :

- fermeture de toutes les vannes de vidange : V102 et V110 ;

- remplissage du réservoir B102 avec une quantité d'eau correspondante aux points de fonctionnement souhaité ;
- augmentation progressive de la commande jusqu'à la détection du débit non nul.

Les mesures sont résumées dans le tableau 3.2.

Tableau 3.2 – Valeurs de seuil pour chaque point de fonctionnement.

Volume (litres)	2	2.5	3	3.5	4	5	6	7	8	9
Seuil (Volt)	2.63	2.93	3.1	3.3	3.5	3.9	4	4.3	4.4	4.5

La figure 3.18 présente l'évolution du seuil de commande (S) en fonction du volume d'eau (V).

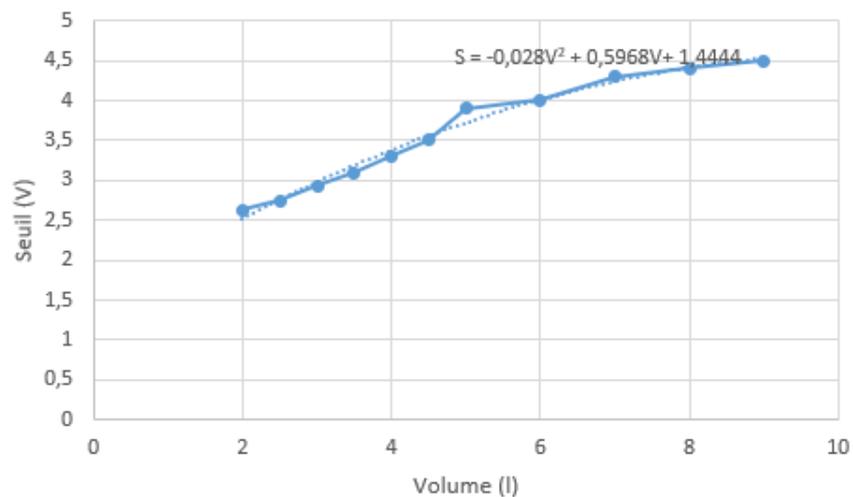


Figure 3.18 – Évolution du seuil en fonction du volume d'eau.

Un polynôme du 2nd degré permet d'approximer le seuil de commande à partir du volume d'eau :

$$S = -0.0282V^2 + 0.5968V + 1.4444. \quad (3.59)$$

Comme attendu (augmentation de la pression résistante) on remarque que le seuil augmente progressivement en fonction du volume d'eau.

3.5.1.4 Modèles dynamiques pour les différents états paramétriques du système

L'objectif de ce paragraphe est la détermination d'un modèle linéaire du procédé à chaque point de fonctionnement et pour trois positions différentes de la vanne V102.

Par ailleurs, la vanne V110 est partiellement ouverte.

a. Vanne V102 totalement ouverte

En tenant compte du seuil et pour une commande initiale nulle, un premier échelon d'amplitude unitaire est appliqué. Dès que la sortie du système atteint son régime permanent, un deuxième échelon est appliqué et ainsi de suite jusqu'à atteindre la tension maximale. La figure 3.19 montre les différents échelons appliqués ainsi que l'évolution de la sortie.

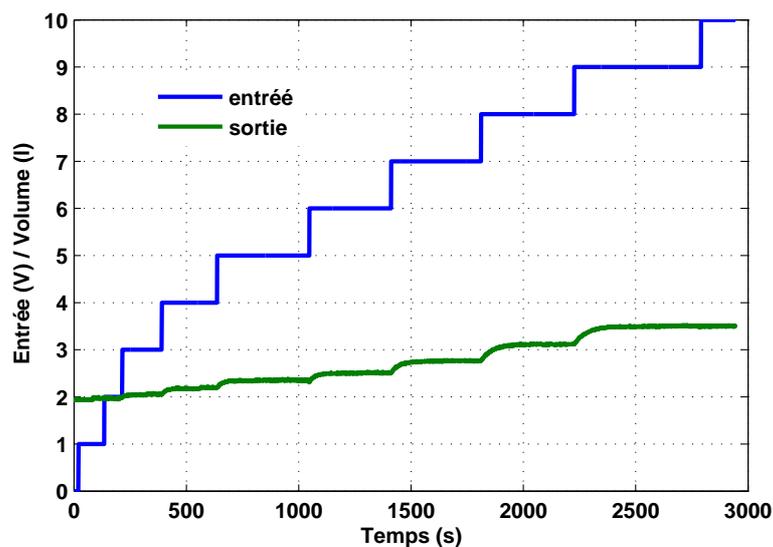


Figure 3.19 – Mesures effectuées lors de l'application de différents échelons (Vanne totalement ouverte)

L'évolution du débit est donnée par la figure 3.20. La détermination d'un modèle dynamique n'a de sens que lors d'un échelon de commande correspondant à des débits initiaux et finaux non nuls. 6 modèles peuvent donc être déterminés.

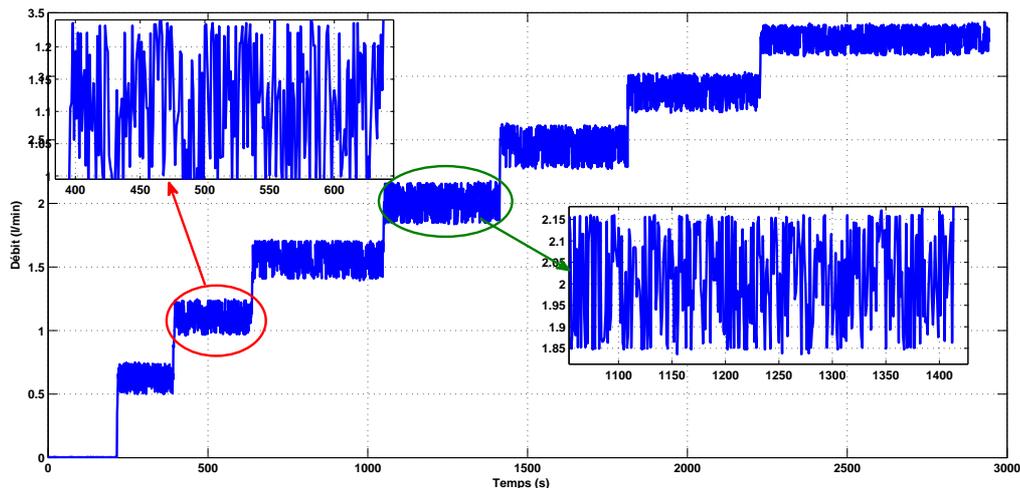


Figure 3.20 – Débit enregistré après application de différents échelons (Vanne totalement ouverte).

Les résultats donnés par la figure 3.19 montrent que la réponse du système à chaque échelon appliqué ressemble à celle d'un premier ordre de fonction de transfert :

$$G(s) = \frac{k}{1 + \tau s}, \quad (3.60)$$

dont k et τ représentent respectivement le gain et la constante de temps.

Les paramètres k et τ sont obtenus par minimisation de l'erreur entre la sortie mesurée et la sortie du modèle. Le critère de minimisation s'écrit comme suit :

$$J = \sum_{i=0}^N (e(iT_e))^2, \quad (3.61)$$

avec

$$e(iT_e) = y(iT_e) - y_{est}(iT_e), \quad (3.62)$$

et où $T_e = 1$ s, N , y et y_{est} représentent, respectivement, la période d'échantillonnage, la durée de la partie de l'enregistrement considérée, la sortie mesurée et la sortie estimée du modèle.

La fonction "Lsqnonlin" de MATLAB de type méthode de moindres carrés est utilisée pour estimer les paramètres des différents modèles.

Les réponses temporelles mesurées et estimées ainsi que les paramètres estimés pour

7 modèles obtenus aux différents points de fonctionnement sont résumés dans les tableaux 3.3 et 3.4. Notons que seules les variations des signaux sont représentées. La cuve n'étant par exemple pas vide à $t = 0$, on peut constater que pour les six points de fonctionnement, la sortie du modèle et la sortie mesurée sont très proches.

Tableau 3.3 – Réponses temporelles mesurées et estimées pour chaque modèle (I) (Vanne totalement ouverte).

Modèles	Sorties	Paramètres estimés
Modèle 1		$\begin{cases} k_1 = 0.1180 \\ \tau_1 = 19.6104s \end{cases}$
Modèle 2		$\begin{cases} k_2 = 0.1548 \\ \tau_2 = 24.0519s \end{cases}$
Modèle 3		$\begin{cases} k_3 = 0.1983 \\ \tau_3 = 25.3796s \end{cases}$

Tableau 3.4 – Réponses temporelles réelles et estimées pour chaque modèle (II) : Vanne totalement ouverte.

Modèle 4		$\begin{cases} k_4 = 0.2533 \\ \tau_4 = 38.7577s \end{cases}$
Modèle 5		$\begin{cases} k_5 = 0.3320 \\ \tau_5 = 52.3169s \end{cases}$
Modèle 6		$\begin{cases} k_6 = 0.3854 \\ \tau_6 = 53.8401s \end{cases}$

b. Vanne V102 partiellement fermée

La procédure précédente est appliquée à la vanne V102 partiellement fermée.

Les réponses aux différents échelons de commande appliqués sont données par la figure 3.21.

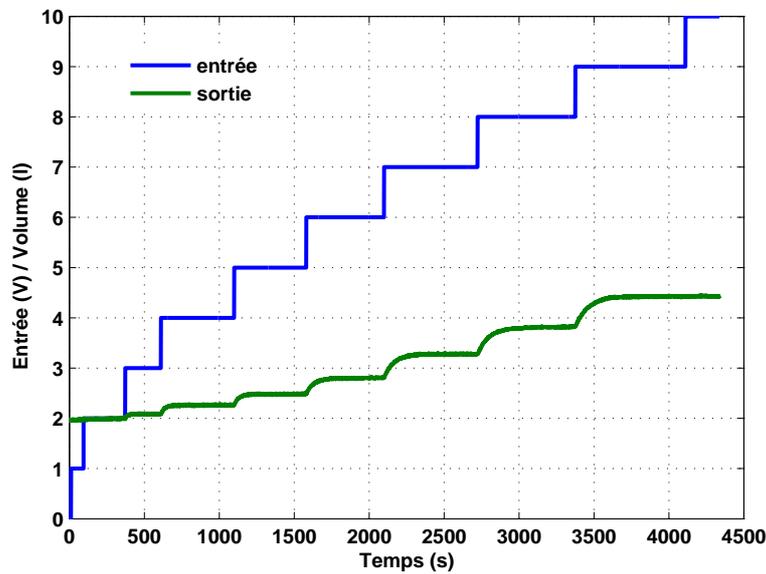


Figure 3.21 – Mesures obtenues après application de différents échelons (Vanne partiellement fermée).

L'évolution du débit suite à des échelons appliqués est donnée par la figure 3.22. 6 modèles du premier ordre peuvent être estimés.

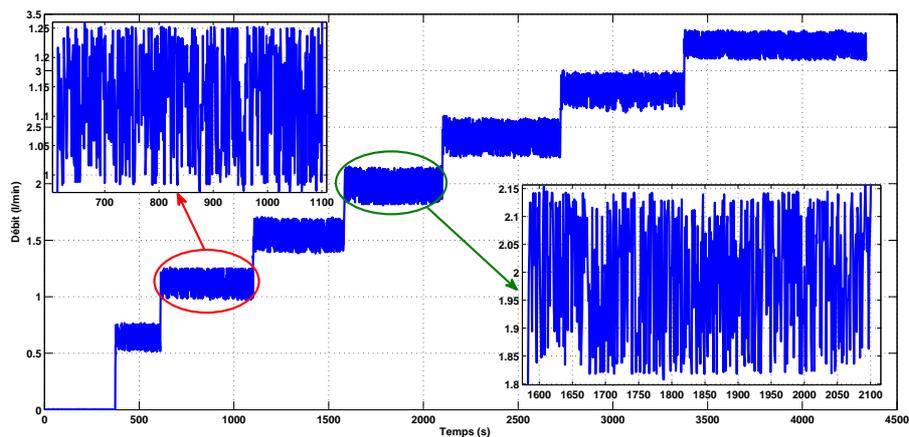


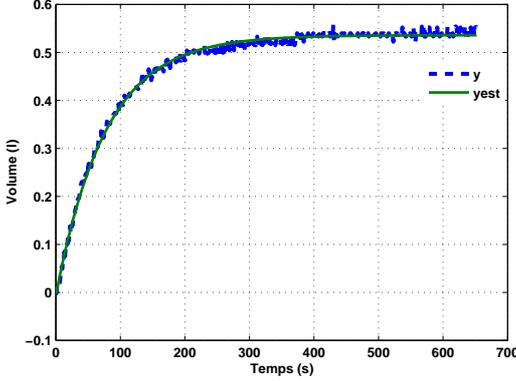
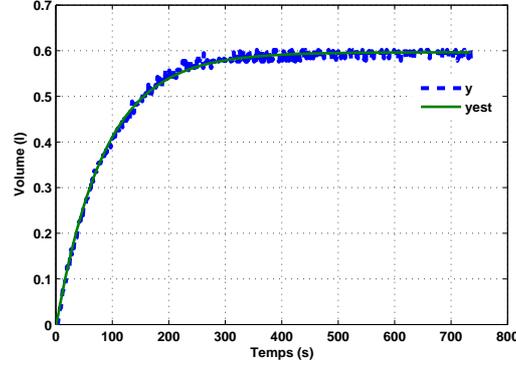
Figure 3.22 – Débit enregistré après application de différents échelons (Vanne partiellement fermée).

Les tableaux 3.5 et 3.6 comparent les variations des signaux mesurés à celles des modèles estimés.

Tableau 3.5 – Réponses temporelles mesurées et estimées pour chaque modèle (I) (Vanne partiellement fermée).

Modèles	Sorties	Paramètres estimés
Modèle 1		$\begin{cases} k_1 = 0.3174 \\ \tau_1 = 44.2798s \end{cases}$
Modèle 2		$\begin{cases} k_2 = 0.5808 \\ \tau_2 = 79.1789s \end{cases}$
Modèle 3		$\begin{cases} k_3 = 0.8379 \\ \tau_3 = 109.4778s \end{cases}$
Modèle 4		$\begin{cases} k_4 = 1.1162 \\ \tau_4 = 147.2301s \end{cases}$

Tableau 3.6 – Réponses temporelles mesurées et estimées pour chaque modèle (II) (Vanne partiellement fermée).

Modèle 5		$\begin{cases} k_5 = 1.4547 \\ \tau_5 = 176.5513s \end{cases}$
Modèle 6		$\begin{cases} k_6 = 1.7 \\ \tau_6 = 205.8015s \end{cases}$

D'après les résultats obtenus dans les tableaux 3.5 et 3.6, on constate que pour les six modèles, la sortie estimée et la sortie réelle sont proches.

c. Vanne V102 totalement fermée

La figure 3.23 présente les mesures effectuées.

L'évolution de débit vanne V102 totalement fermée est présentée par la figure 3.24.

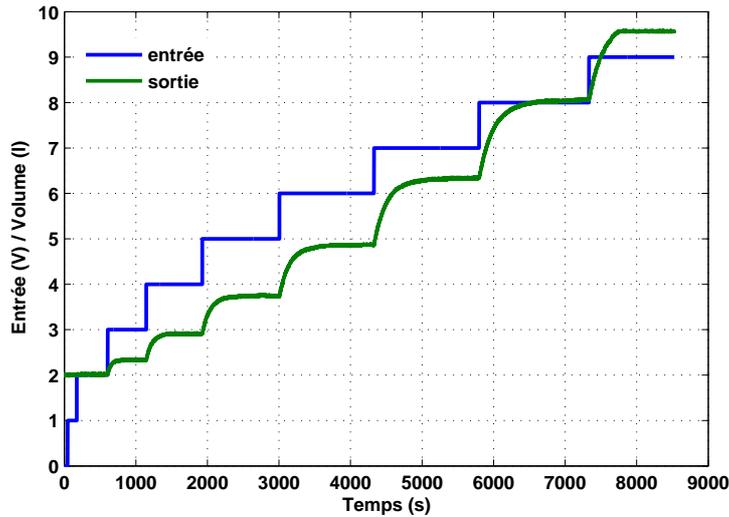


Figure 3.23 – Mesures effectuées après application de différents échelons (Vanne totalement fermée).

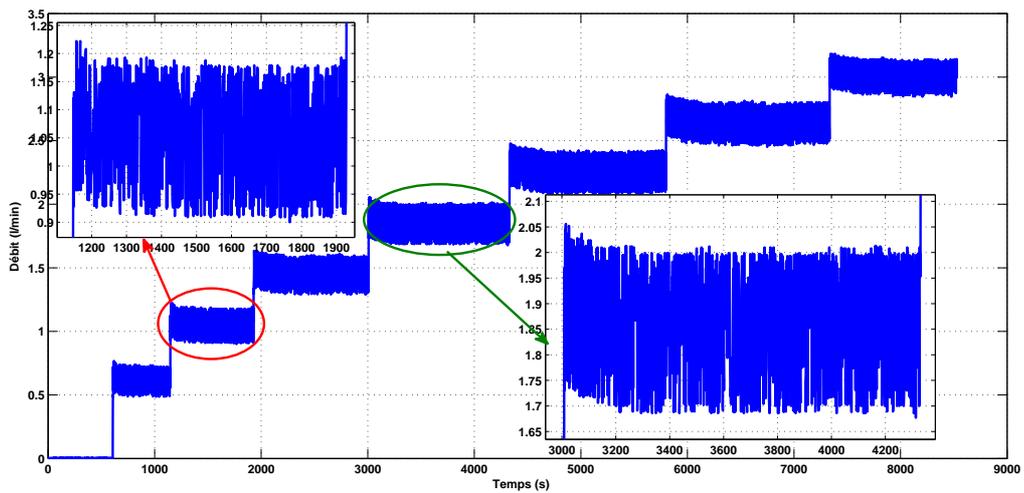


Figure 3.24 – Débit enregistré après application de différents échelons (Vanne totalement fermée).

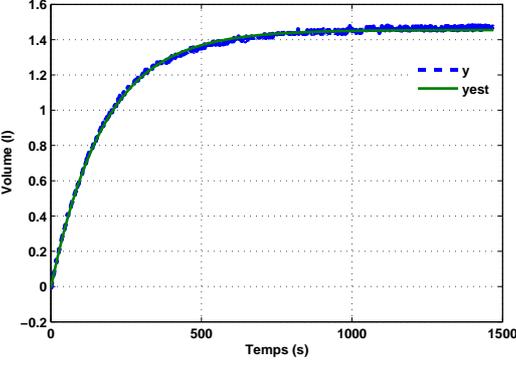
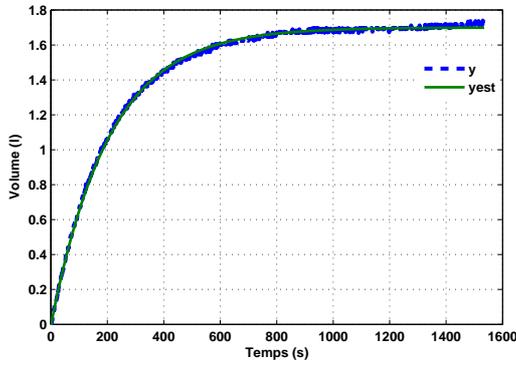
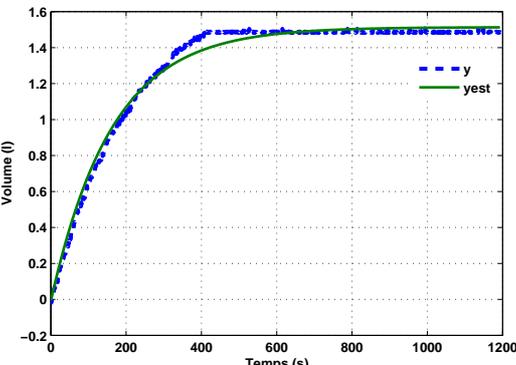
Les résultats donnés par la figure 3.23 montrent que la réponse du système à chaque échelon appliqué ressemble à celle d'un premier ordre dont la fonction de transfert est donnée par l'équation (3.60).

Les réponses temporelles mesurées et estimées pour les 7 modèles obtenus sont présentées par les deux tableaux 3.7 et 3.8.

Tableau 3.7 – Réponses temporelles mesurées et estimées pour chaque modèle (I) (Vanne totalement fermée).

Modèles	Sorties	Paramètres estimés
Modèle 1		$\begin{cases} k_1 = 0.3174 \\ \tau_1 = 44.2798s \end{cases}$
Modèle 2		$\begin{cases} k_2 = 0.5808 \\ \tau_2 = 79.1789s \end{cases}$
Modèle 3		$\begin{cases} k_3 = 0.8379 \\ \tau_3 = 109.4778s \end{cases}$
Modèle 4		$\begin{cases} k_4 = 1.1162 \\ \tau_4 = 147.2301s \end{cases}$

Tableau 3.8 – Réponses temporelles mesurées et estimées pour chaque modèle (II) (Vanne totalement fermée).

Modèle 5		$\begin{cases} k_5 = 1.4547 \\ \tau_5 = 176.5513s \end{cases}$
Modèle 6		$\begin{cases} k_6 = 1.7 \\ \tau_6 = 205.8015s \end{cases}$
Modèle 7		$\begin{cases} k_7 = 1.5138 \\ \tau_7 = 162.2976s \end{cases}$

On constate que pour les six modèles, la sortie estimée et la sortie réelle sont proches. Pour le septième modèle, on remarque que la sortie réelle s'éloigne de la sortie estimée à $t = 400$ s. Cela est dû au problème de saturation de capteur. Ce modèle ne sera pas considéré par la suite.

3.5.2 Synthèse du régulateur feedback robuste

Un régulateur feedback robuste est synthétisé pour l'ensemble des 18 modèles identifiés. La méthodologie CRONE présentée dans le chapitre précédent (voir section 2.3) est mise en œuvre.

Le système incertain est défini par la fonction de transfert donnée par l'équation (3.60). La variation de gain k et de la constante du temps τ sont données par les deux vecteurs suivants :

$$\begin{aligned}
 k &= [0.1180, 0.1548, 0.1621, 0.1983, 0.2182, 0.2418, 0.3174, 0.3215, 0.3320, 0.3854, 0.4779 \\
 &0.5358, 0.5808, 0.5966, 0.8379, 1.1162, 1.4547, 1.7] \\
 \tau &= [19.6104, 24.0519, 28.7177, 25.3796, 29.6526, 38.7577, 44.2798, 47.3220, 52.3169, \\
 &53.8401, 63.585877.2965, 97.1789, 84.9622, 109.4778, 147.2301, 176.5513, 205.8015]
 \end{aligned}
 \tag{3.63}$$

Les diagrammes de Bode des 18 modèles sont présentés par la figure 3.25.

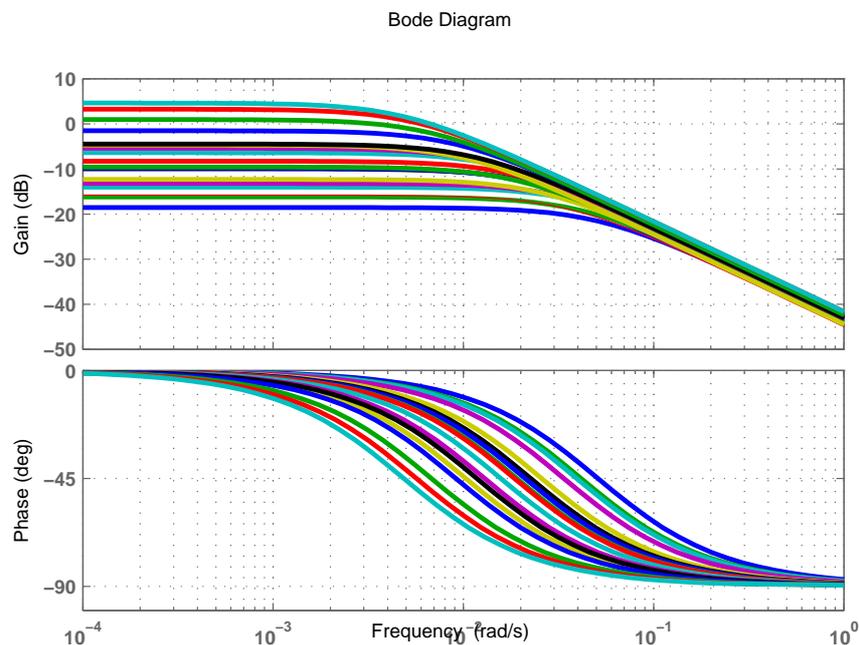


Figure 3.25 – Diagrammes de Bode des 18 modèles linéaires.

Le modèle nominal à temps continu choisi est défini par $k = 0.3320$ et $\tau = 52.3169$ s.

Il correspond à la vanne V102 ouverte. Sa fonction de transfert est donnée par :

$$G_{nom}(s) = \frac{0.3320}{1 + 52.3169s}. \quad (3.64)$$

Le modèle nominal à temps discret est obtenu à l'aide de la transformé en Z de l'équation (3.64) avec bloqueur d'ordre zéro (ZOH) et avec une période d'échantillonnage $T_e = 1s$.

$$G_{nom}(q^{-1}) = \frac{0.006286q^{-1}}{1 - 0.9811q^{-1}}. \quad (3.65)$$

Le modèle nominal dans l'espace pseudo-continu est donné par :

$$G_{nom}(w) = \frac{1}{0.0189 + 1.9811w}. \quad (3.66)$$

La fonction de transfert $\beta_{nom}(w)$ en boucle ouverte nominale est définie dans le domaine pseudo-continu par :

$$\beta_{nom}(w) = G_{nom}(w)K(w) = C_0\beta_l(w)\beta_m(w)\beta_h(w), \quad (3.67)$$

où β_l , β_m et β_h définis par les relations (2.30) à (4.55).

La fonction de transfert $\beta_{nom}(w)$ prend en considération le zéro à partie réelle positive, du procédé nominal défini par :

$$\beta_{nom}(w) = C_0 \left(\frac{v_0}{w} + 1 \right)^{n_l} \left(\frac{1 + \frac{w}{v_1}}{1 + \frac{w}{v_0}} \right)^{a_0} \left(\Re e / i \left\{ \alpha_0 \left(\frac{1 + \frac{w}{v_1}}{1 + \frac{w}{v_0}} \right)^{b_{q_0} i} \right\} \right)^{-q_0 \text{signe}(b_{q_0})} \frac{1}{\left(\frac{w}{v_1} + 1 \right)^{n_h}} (1 - w) \quad (3.68)$$

L'ordre n_l de la boucle ouverte en basse fréquence est choisi égal à 1 pour assurer la spécification de précision.

L'ordre n_h de la boucle ouverte $\beta_h(w)$ est choisi égal à 2. Il permet d'obtenir un régulateur propre (ne pas amplifier les hautes fréquences), sachant qu'un zéro à partie réelle positive du procédé nominal a été intégré à la fonction de transfert en boucle ouverte nominale.

Les 5 contraintes sur les fonctions de sensibilité sont définies ainsi :

- $T_{sl}(v)$ est définie par -1 dB jusqu'à $v = 0.1$ pour une convergence rapide et une bande passante suffisante. De même, $T_{su}(v)$ est défini par $+1$ dB jusqu'à $v = 0.02$ pour une convergence rapide. À partir de 0.02 , T_{su} est défini par 4.5 dB pour éviter un trop fort pic de résonance.
- $S_{su}(v)$ a une pente de $+20$ dB/dec en basse fréquence pour désensibiliser le système en boucle fermée par rapport aux incertitudes du modèle et une valeur de 6 dB en haute fréquence pour garantir une marge de module supérieure à 0.5 .
- $KS_{su}(v)$ a une valeur de 36 dB pour limiter la sensibilité du régulateur aux hautes fréquences.
- $S_{su}G(v)$ a une pente de $+20$ dB/déc en basse fréquence pour assurer un bon effet intégral au régulateur.

$|T_{snom}(jv)|$ ayant été fixé à 1.74 dB. On obtient les valeurs suivantes pour les paramètres optimaux : $v_0 = 0.0082$, $v_1 = 0.6$, $v_r = 0.1$, dB, $M_{r_0} = 1.74$ dB et $Y_r = 5.05$ dB. Les paramètres déduits sont : $a_0 = 1.26$, $b_0 = b_{q_0} = 0.48$, $q_0 = 1$. $C_0 = 12$. La valeur de la fonction objectif J_K définie par l'équation (2.33) est égale à 0.35 dB.

La figure 3.26 montre le lieu de Nichols de la fonction de transfert en boucle ouverte obtenue lors de la synthèse du régulateur CRONE .

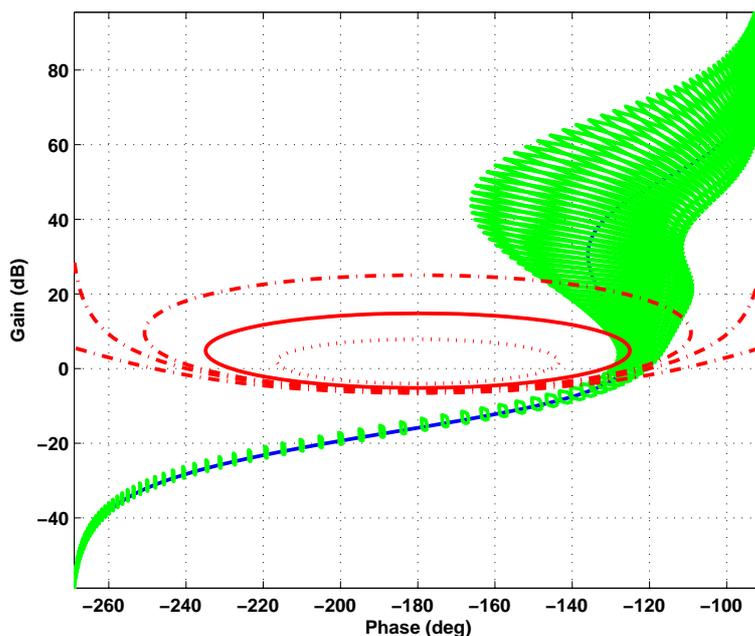


Figure 3.26 – Diagramme de Nichols de la fonction de transfert en boucle ouverte CRONE nominale (—) et domaines d’incertitude fréquentielle (—).

La figure 3.27 permet de comparer les valeurs extremes des fonctions de sensibilité (voir equation (2.34)) aux contraintes T_{s_l} , T_{s_u} , S_{s_u} , KS_{s_u} et $S_{s_u}G$. L’expression du régulateur dans le domaine pseudo-continu est donnée par :

$$K(w) = \frac{2.08710^5 w^3 + 2.44310^4 w^2 + 611.2w + 3.508}{5204w^4 + 4717w^3 + 253.4w^2 + w}. \quad (3.69)$$

Après retour dans le domaine discret, le régulateur implémentable est donné par l’équation suivante :

$$K(q^{-1}) = \frac{22.97 - 40.89q^{-1} - 4.801q^{-2} - 40.9q^{-3} - 18.17q^{-4}}{1 - 2.973q^{-1} + 3.019q^{-2} - 1.119q^{-3} + 0.07266q^{-4}}. \quad (3.70)$$

Pour un signal de référence indiciel, les réponses temporelles de la boucle fermée pour les 18 modèles linéaires sont comparées dans la figure 3.28.

Les résultats obtenus montrent que le régulateur synthétisé est robuste en degré de stabilité vis à vis des incertitudes de modèle.

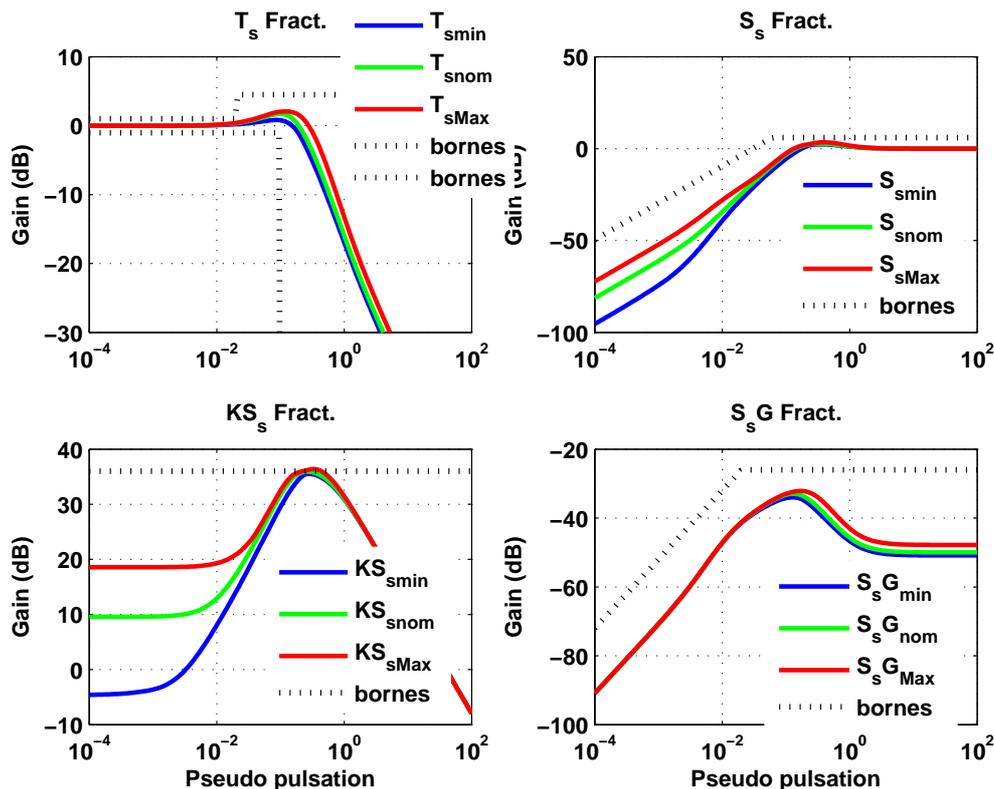


Figure 3.27 – Fonctions de sensibilité nominales (—) et extrêmes (— et —) comparées à leurs contraintes (...).

3.5.3 Mécanisme anti-windup

Afin de se prévenir des effets indésirables liés à la saturation de l'actionneur, un mécanisme anti-windup est ajouté au régulateur. Ce mécanisme anti-windup est basé sur une boucle interne qui contre-réactionne la partie intégrale du contrôleur [Lanusse *et al.*, 2015]. Pour cela on décompose le régulateur rationnel à temps discret comme suit :

$$K(q^{-1}) = K_1(q^{-1}) + R_I \frac{1 + q^{-1}}{1 - q^{-1}}, \quad (3.71)$$

où K_1 est sans action intégrale.

Le schéma de commande en boucle fermée feedback/feedforward/anti-windup (sans action feedforward pour le rejet de perturbations) est présenté par la figure 3.29.

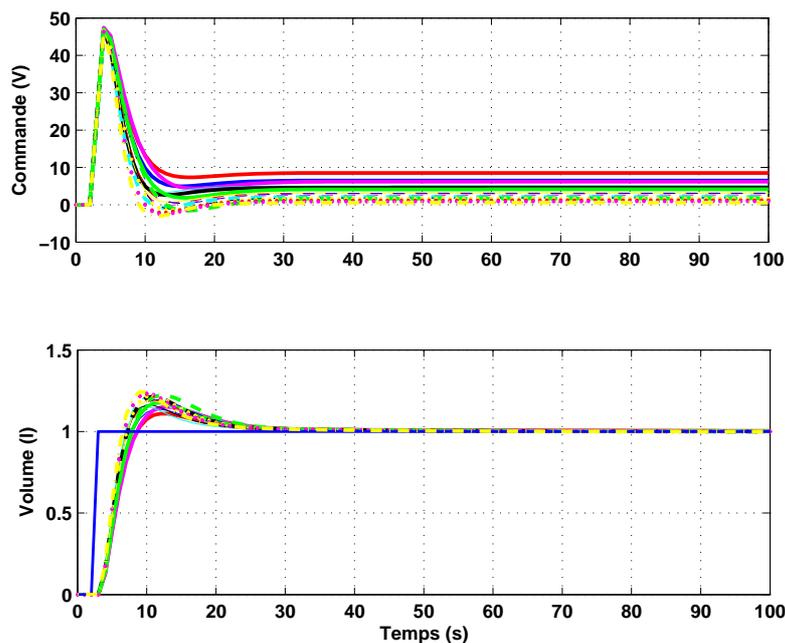


Figure 3.28 – Réponses indicielles obtenues en mode linéaire (sans saturation de commande) avec régulateur CRONE rationnel.

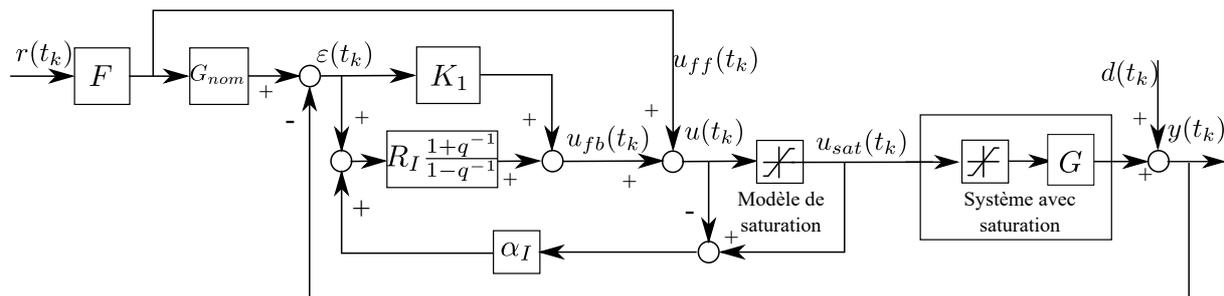


Figure 3.29 – Schéma de commande feedback/feedforward utilisé pour la commande robuste incluant un mécanisme anti-windup.

Le gain α_I détermine avec quelle rapidité la sortie de l'intégrateur du régulateur est contrôlée.

La bande passante de la boucle fermée de la boucle d'anti-windup comprenant le transfert $\alpha_I R_I \frac{1+q^{-1}}{1-q^{-1}}$ est généralement choisie proche de la bande passante de la boucle fermée qui inclut K et G .

Pour le régulateur défini par l'équation (3.70), on a : $R_I = 3.5084$, $\alpha_I = 1$ et

$$K_1(q^{-1}) = (1+q^{-1}) \left[\frac{20.13}{1 - 0.08145q^{-1}} + \frac{0.7733}{1 - 0.8997q^{-1}} - \frac{1.439}{1 - 0.9915q^{-1}} \right].$$

Les résultats en simulation avec saturation et anti-windup sont présentés dans la figure 3.30.

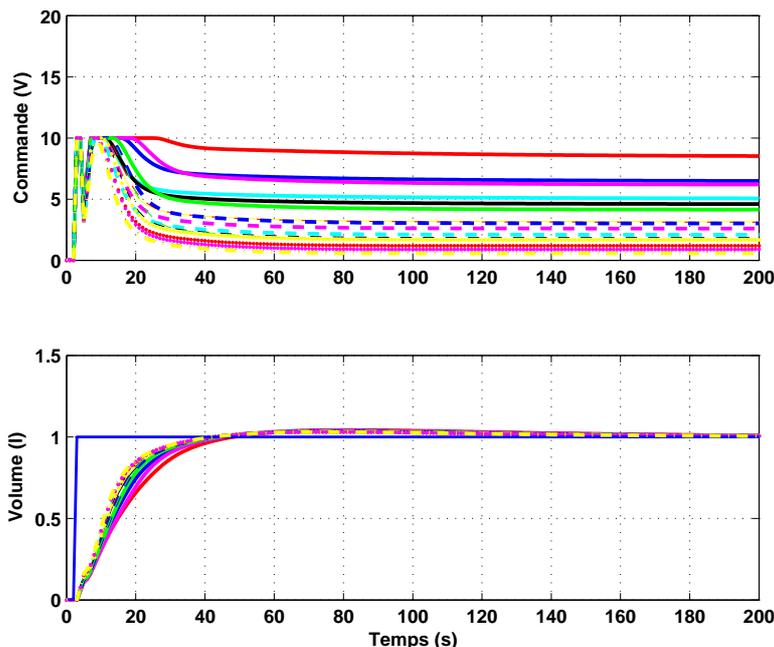


Figure 3.30 – Signaux de commande et de sortie du système pour les 18 modèles obtenus en simulation avec le régulateur CRONE rationnel et avec le système antiwindup.

3.5.4 Résultats expérimentaux

L'identification du système a été présentée et validée (3.5.1.1). Un régulateur CRONE a été synthétisé et validé dans le cadre linéaire (3.5.2). Ces résultats sont maintenant utilisés pour la synthèse du filtre feedforward permettant l'action anticipative vis-à-vis des variations du signal de consigne. La boîte à outils YALMIP pour MATLAB est utilisée avec le solveur MOSEK (voir l'annexe pour plus de détails sur l'algorithme d'optimisation utilisé) [Achnib *et al.*, 2018].

Pour une anticipation de 40s (temps de référence observé sur la figure 3.30) et une période d'échantillonnage $T_e = 1$ s, le filtre feedforward anticipatif est défini par 80

paramètres : $h = 39$ et $a = 40$.

Afin de limiter les variations de la commande, on décide de limiter la fonction de sensibilité de la commande H_{ur} à 6 dB au-dessus de 0.1 rad/s.

Les polynômes $G_h(q^{-1})$ et $G_l^{-1}(q^{-1})$ correspondant au modèle nominal (3.64) sont donnés par :

$$G_h(q^{-1}) = 0.006286q^{-1} \quad (3.72)$$

et

$$G_l^{-1}(q^{-1}) = 1 - 0.9811q^{-1}. \quad (3.73)$$

La partie fixe de $F(q^{-1})$ est défini par : $F_0(q^{-1}) = G_l^{-1}(q^{-1})$.

Le filtre FIR anticipatif $T_F(q^{-1})$ qui complète $F(q^{-1})$ est obtenu en résolvant le problème d'optimisation linéaire (3.12). On obtient :

$$T_F(q^{-1}) = 0.457q^{-39} + \dots + 3.342 + \dots + 0.4716q^{40}. \quad (3.74)$$

La figure 3.31 montre que la contrainte sur la fonction de sensibilité de la commande est globalement satisfaite pour les trois modèles particuliers choisis.

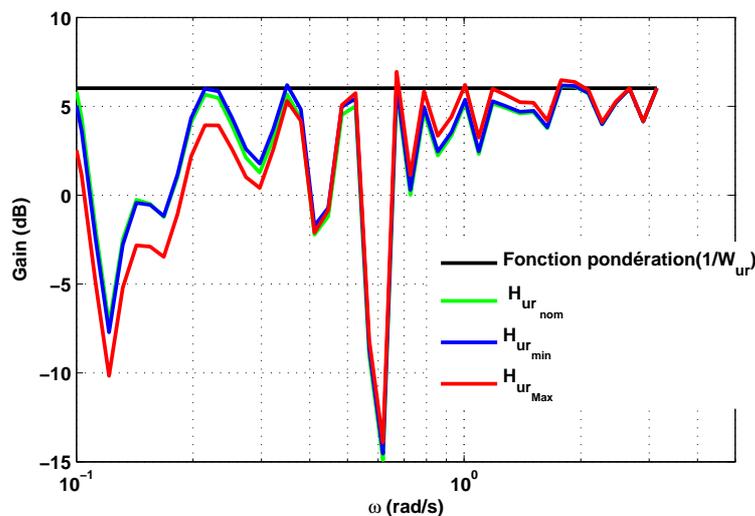


Figure 3.31 – Vérification du respect de la contrainte $W_{ur}^{-1}(q^{-1})$ (—) par la fonction de transfert H_{ur} calculée pour les 3 états paramétriques du procédé.

Le filtre feedforward anticipatif ainsi que le régulateur CRONE avec anti-windup sont implémentés sur le système expérimental décrit dans la section 3.5.1. Les trois configurations de la vanne manuelle V102 sont considérées.

D’abord, la vanne V102 est totalement ouverte. Les résultats expérimentaux sont donnés dans la figure 3.32. Deux changements indiciels du signal de référence sont effectués. Le premier est de 2 à 2,5 litres et le deuxième de 2,5 à 3 litres.

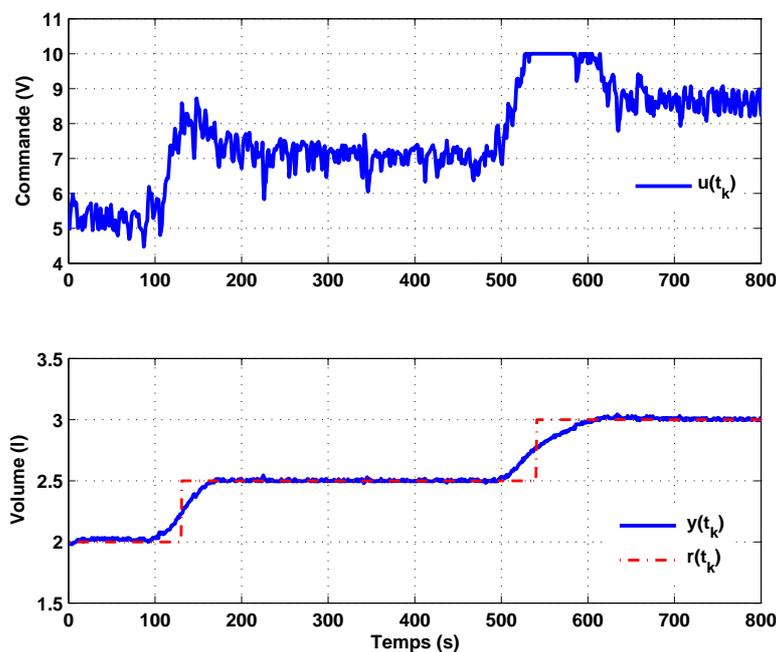


Figure 3.32 – Résultats expérimentaux pour la vanne manuelle V102 totalement ouverte.

D’après la figure 3.32, de bons résultats de suivi de consigne peuvent être observés y compris en présence de saturation de signal de commande. On observe particulièrement l’effet anticipatif ainsi qu’une bonne répartition temporelle de l’énergie de signal de commande.

La vanne V102 est ensuite partiellement fermée. Il est alors possible de suivre de plus grands signaux de référence de volume d’eau. Ainsi, dans cette expérience, le signal de référence varie de 2 à 4,5 litres par palier de 0,5 litre. Les résultats expérimentaux sont montrés par la figure 3.33.

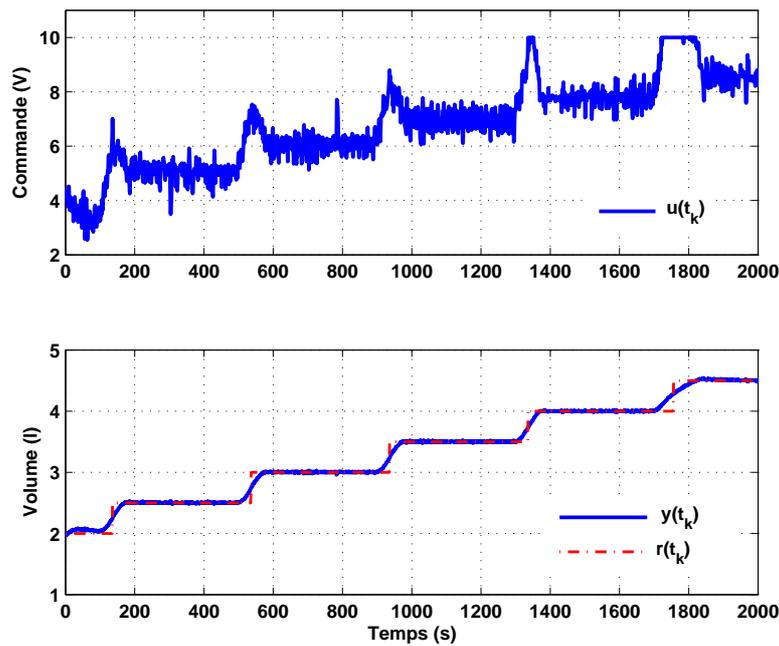


Figure 3.33 – Résultats expérimentaux pour la vanne manuelle V102 partiellement fermée.

La figure 3.33 montre que la sortie suit le signal de référence de manière efficace grâce à une anticipation de la commande.

Finalement, la vanne manuelle V102 est complètement fermée. Cela permet de remplir le réservoir d'eau jusqu'à 8 litres. Comme précédemment, des changements indicels de signal de référence de 0,5 litre sont effectués. Les variations de 6 à 6,5 litres et de 6,5 à 7 litres sont représentées sur la figure 3.34.

Les résultats expérimentaux montrent les capacités de robustesse de l'approche proposée. Malgré des changements significatifs dans la réponse fréquentielle du système pour les différents points de fonctionnement et ouvertures de la vanne V102, ainsi que la saturation du signal de commande, la sortie du système suit efficacement la trajectoire de référence souhaitée.

De plus, l'effet anticipatif du filtre feedforward est également perceptible dans tous les résultats expérimentaux. Comme prévu, une anticipation de 40 secondes est introduite.

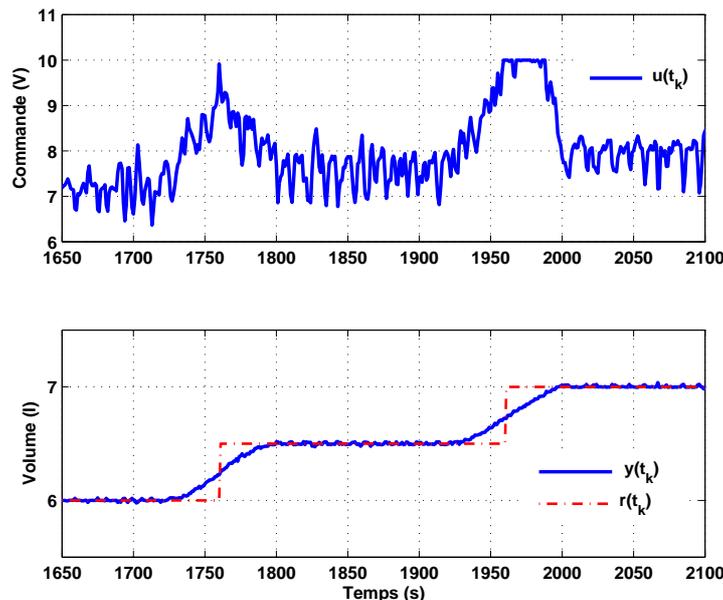


Figure 3.34 – Résultats expérimentaux pour la vanne manuelle V102 totalement fermée.

3.6 Conclusion

Ce chapitre présente une méthode de synthèse de régulateur anticipatif pour le suivi robuste des variations futures des signaux de référence ainsi que pour le rejet des futurs signaux de perturbations. La solution proposée est basée sur une commande par pré-compensation anticipative (feedforward non causal) venant compléter une commande par contre-réaction robuste (feedback CRONE). La partie feedforward utilise un filtre anticipatif synthétisé dans le domaine fréquentiel en utilisant des critères d'optimalité et des contraintes de type \mathcal{H}_2 et \mathcal{H}_∞ . La robustesse vis-à-vis de l'incertitude des paramètres du modèle est prise en compte dans la synthèse du régulateur proposé que ce soit au moment de la synthèse de sa partie feedback que de celle de sa partie feedforward. Ensuite, la réduction du nombre de paramètres du filtre anticipatif en utilisant une période d'échantillonnage plus lente a été traitée. Cette nouvelle approche a tout d'abord été validée en simulation grâce à un exemple académique. Les résultats prometteurs ont permis ensuite d'appliquer l'approche proposée à un système expérimental. Les résultats obtenus pour les deux exemples valident les performances (robustesse et anticipation) de l'approche proposée.

L'extension de l'approche CRONE anticipative à la commande des systèmes multivariables fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 4

Approche CRONE anticipative pour la commande des systèmes linéaires multivariables

Sommaire

4.1	Introduction	111
4.2	Commande CRONE de systèmes multivariables	111
4.2.1	Principe de la méthodologie CRONE MIMO	112
4.2.2	Analyse des systèmes multivariables	114
4.2.3	Commande CRONE Multi-SISO	117
4.2.4	Commande CRONE MIMO	119
4.3	Commande anticipative robuste pour les systèmes linéaires multivariables	122
4.3.1	Principe de l'approche anticipative robuste MIMO	122
4.3.2	Filtre feedforward anticipatif MIMO pour le suivi du signal de référence	124
4.3.3	Filtre feedforward anticipatif MIMO pour le rejet de perturbations	127
4.4	Mise en œuvre de l'approche feedback/feedforward anticipative MIMO sur un exemple en simulation	129
4.4.1	Synthèse du régulateur feedback MIMO robuste	131
4.4.2	Application de l'approche commande feedback/feedforward anticipative MIMO	138

4.4.3	Influence des matrices de pondération	145
4.5	Apport de l'approche CRONE anticipative par rapport aux autres approches de commande	150
4.5.1	Description de l'approche commande feedback/feedforward non anticipative MIMO	151
4.5.2	Mise en œuvre de l'approche commande feedback/feedforward non anticipative MIMO	151
4.5.3	Comparaison des différentes approches	155
4.6	Conclusion	156

4.1 Introduction

Un système Multi-entrée-multi-sortie (MIMO : abréviation de Multi-Input-Multi-Output) est défini par une matrice de transfert $\mathbf{G}(s)$ de dimension $(m \times n)$. La sortie d'un système MIMO est donnée par l'expression suivante :

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{U}(s) \quad (4.1)$$

avec :

$\mathbf{Y}(s) = [Y_1(s) \dots Y_m(s)]^T$: le vecteur des sorties ;

$\mathbf{U}(s) = [U_1(s) \dots U_n(s)]^T$: le vecteur des entrées.

La réponse fréquentielle de $\mathbf{G}(s)$ est $\mathbf{G}(j\omega) = [G_{\iota o}(j\omega)]$ où $G_{\iota o}(j\omega) = \frac{Y_{\iota}(j\omega)}{U_o(j\omega)}$, $\iota = 1, \dots, m$, $o = 1, \dots, n$ et ω la pulsation.

Ce chapitre s'intéresse à l'extension de l'approche CRONE anticipative monovariante aux systèmes multivariables. Il est composé de 7 sections. La deuxième section présente le principe de la méthodologie CRONE habituelle appliquée aux systèmes multivariables. Dans la troisième section, l'approche CRONE anticipative monovariante et son schéma de commande sont étendus aux systèmes multivariables. Deux problèmes sont distingués : le suivi d'une trajectoire de référence et le rejet de perturbations. Un exemple de simulation numérique est introduit dans la quatrième section pour montrer l'intérêt et l'efficacité de l'approche CRONE anticipative MIMO développée. À titre comparatif la cinquième section met en œuvre l'approche feedback/feedforward sans anticipation. La comparaison des performances montre l'intérêt de l'approche feedback CRONE et feedforward anticipative. Une conclusion finira ce chapitre.

4.2 Commande CRONE de systèmes multivariables

La méthodologie CRONE développée pour les systèmes SISO a fait ses preuves dans le monde industriel comme l'attestent des collaborations avec de grands groupes notamment de l'industrie automobile (PSA et Robert Bosch) et de l'énergie (Alstom puis Areva) [Nelson-Gruel, 2009]. Ce succès a permis d'étendre cette méthodologie aux systèmes multivariables carrés avec m entrées et m sorties [Oustaloup et Mathieu, 1999a]

et non carrés ($m \times n$) avec n entrées et m sorties [Lamara *et al.*, 2013].

4.2.1 Principe de la méthodologie CRONE MIMO

Le schéma fonctionnel utilisé par la commande CRONE MIMO est donné par la figure 4.1.

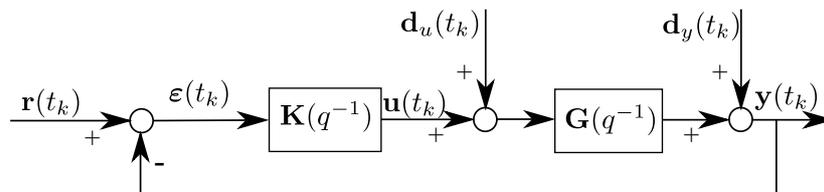


Figure 4.1 – Schéma fonctionnel utilisé par la commande CRONE MIMO.

Les éléments de ce schéma sont :

- $\mathbf{G}(q^{-1})$ l'ensemble de matrices de transfert à temps discret de dimension $(m \times n)$ du procédé d'entrée \mathbf{u} et de sortie \mathbf{y} . Cet ensemble contient un modèle nominal et tous ceux correspondant aux différents états paramétriques possible ;
- $\mathbf{K}(q^{-1})$, la matrice de transfert de dimension $(n \times m)$ du régulateur CRONE ;
- $\mathbf{d}_u(t_k)$ le vecteur de dimension $(n \times 1)$ désignant les perturbations en entrée de commande ;
- $\mathbf{d}_y(t_k)$ le vecteur de dimension $(m \times 1)$ désignant les perturbations/bruits en sortie du système ;
- $\mathbf{y}(t_k)$ le vecteur de dimension $(m \times 1)$ désignant les sorties mesurées du système ;
- $\mathbf{u}(t_k)$ le vecteur de dimension $(n \times 1)$ désignant les commandes appliquées au système ;
- $\mathbf{r}(t_k)$ le vecteur de dimension $(m \times 1)$ représentant les consignes à suivre.

Deux matrices de sensibilité peuvent être déduites du schéma précédent :

- La matrice de sensibilité liant les perturbations/bruits de sortie du système $\mathbf{d}_y(t_k)$ aux sorties $\mathbf{y}(t_k)$:

$$\mathbf{S}_s(q^{-1}) = (\mathbf{I} + \mathbf{G}(q^{-1})\mathbf{K}(q^{-1}))^{-1} = [S_{s_{\iota o}}(q^{-1})] \quad \forall \quad 1 \leq \iota \leq m \quad \text{et} \quad 1 \leq o \leq m, \quad (4.2)$$

- La matrice de sensibilité complémentaire liant les consignes $\mathbf{r}(t_k)$ aux sorties du

système $\mathbf{y}(t_k)$

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_s(q^{-1}) &= (\mathbf{I} + \mathbf{G}(q^{-1})\mathbf{K}(q^{-1}))^{-1}\mathbf{G}(q^{-1})\mathbf{K}(q^{-1}) \\ &= [T_{s_{\iota o}}(q^{-1})] \quad \forall \quad 1 \leq \iota \leq m \quad \text{et} \quad 1 \leq o \leq m,\end{aligned}\tag{4.3}$$

où \mathbf{I} est la matrice identité de dimension $(m \times m)$.

Pour des raisons de simplicité, les systèmes linéaires à temps Invariant (LTI), incertains et possédant plusieurs entrées et plusieurs sorties (MIMO) sont souvent commandés en utilisant des régulateurs MIMO diagonaux (dits aussi décentralisés). Chaque élément du régulateur est généralement synthétisé en ne tenant compte que de l'un des comportements SISO du procédé MIMO (relation dynamique directe entre une entrée et une sortie du procédé). À l'inverse, deux extensions de la méthodologie CRONE MIMO ont été développées [Sabatier *et al.*, 2015] :

- La méthodologie CRONE Multi-SISO [Lanusse *et al.*, 1996, Sutter, 1997] qui consiste à considérer un système MIMO $(m \times m)$ en un ensemble de systèmes SISO (éléments diagonaux de la matrice de transfert) dont l'incertitude est augmentée en tenant compte des éléments non diagonaux. La méthodologie CRONE Multi-SISO conduit à un régulateur décentralisé (de matrice de transfert diagonale) mais dont la synthèse a pris en compte simplement le caractère MIMO du procédé.
- La méthodologie MIMO complète [Nelson-Gruel, 2009, Lamara *et al.*, 2013] appliquée à des systèmes MIMO $(m \times n)$ consiste à synthétiser le régulateur CRONE MIMO de dimension $(n \times m)$. En utilisant cette méthodologie, selon que la fonction de transfert du procédé nominal est choisie diagonale ou non, le régulateur peut être décentralisé ou non.

À l'aide de ces deux approches multivariables, il est donc parfois possible de synthétiser un régulateur partiellement ou totalement décentralisé. Le choix de la structure du régulateur est fait à l'aide de l'étude des couplages présents dans le système.

4.2.2 Analyse des systèmes multivariables

Le système MIMO doit être analysé pour savoir quel type de régulateur et quelle méthodologie de synthèse doit être utilisée. Pour les systèmes $(m \times m)$ carrés, l'étude RGA (abréviation de Relative Gain Array) est appliquée pour savoir si un régulateur décentralisé serait efficace [Bristol, 1966]. Si un régulateur décentralisé doit être utilisés, un indice CD^3 (abréviation de Column Diagonal Dominance Degree) indique si une synthèse Multi-SISO serait efficace. Pour les systèmes MIMO $(m \times n)$ non carrés, c'est l'étude BRG (abréviation de Block Relative Gain) qui permet de vérifier si un régulateur décentralisé par blocs peut être satisfaisant.

4.2.2.1 Analyse RGA

La technique RGA quantifie la relation entre une entrée et une sortie et exprime comment une sortie peut être influée par les autres entrées [Chang et Yu, 1990]. Elle permet de savoir le niveau de couplage d'un système et si un régulateur décentralisé peut être efficace. Pour un système de matrice de transfert $\mathbf{G}(s)$ donné, l'étude RGA est basée sur le calcul du produit de Schur (appelé aussi produit matriciel de Hadamard) :

$$\Gamma(\mathbf{G}(j\omega)) = \mathbf{G}(j\omega) \odot (\mathbf{G}^{-1}(j\omega)^{-1})^T = [\gamma_{\iota o}(j\omega)], \iota = 1, \dots, m \text{ et } o = 1, \dots, m. \quad (4.4)$$

où \odot est l'opérateur de produit de Schur. Ce produit est une opération qui pour deux matrices de mêmes dimensions, associe une autre matrice, de même dimension. Chaque coefficient est le produit terme à terme des deux matrices. En cela, il est à distinguer du produit matriciel usuel.

Chaque élément $\gamma_{\iota o}$ définit le rapport du gain en boucle ouverte entre une entrée u_o et une sortie y_ι du système, par le même gain en boucle fermée [Lanusse et al., 2015] :

$$\gamma_{\iota o}(j\omega) = \frac{\left. \frac{y_\iota(j\omega)}{u_o(j\omega)} \right|_{u_k(j\omega)=0 \text{ pour } k \neq o}}{\left. \frac{y_\iota(j\omega)}{u_o(j\omega)} \right|_{y_k(j\omega)=0 \text{ pour } k \neq \iota}}. \quad (4.5)$$

Si, le long d'une bande passante en boucle fermée souhaitée [Lamara et al., 2013] :

- $\gamma_{\iota o} = 1$, le gain entre la sortie y_ι et l'entrée u_o n'est pas modifié par les autres boucles et l'entrée u_o peut donc être utilisée seule pour commander la sortie y_ι ;
- $\gamma_{\iota o} = 0$, une modification de u_o n'a pas d'influence sur y_ι et ne doit pas être utilisée

pour sa commande ;

- $\gamma_{\iota o} \gg 1$, une modification de u_k influe fortement sur la sortie y_ι et u_o ne doit donc pas être utilisée pour commander y_ι .

Une propriété importante de la matrice RGA est la suivante :

$$\sum_{o=1}^m \gamma_{\iota o}(j\omega) = \sum_{o=1}^m \gamma_{o\iota}(j\omega) = 1. \quad (4.6)$$

4.2.2.2 Méthode BRG

Pour un système MIMO ($m \times n$), la matrice de transfert peut être décomposée sous la forme de blocs (M sous matrices de la matrice globale tels que : $\mathbf{G}_{\iota\iota} \in \mathbb{R}^{m_\iota \times m_\iota}$, $\iota = 1, 2, \dots, M$, $\sum_{\iota=1}^M m_\iota = n$, $\mathbf{G}_{\iota o} \in \mathbb{R}^{m_\iota \times m_o}$ représente le ι ème bloc de la matrice \mathbf{G} [Kariwala et al., 2003]). L'analyse BRG [Manousiouthakis et al., 1986, ARKUN, 1987, Kariwala et al., 2003] permet d'évaluer les différentes interactions de blocs de la matrice de transfert $\mathbf{G}(s)$. Si les valeurs singulières du tableau BRG sont proches de l'unité, le système interagit faiblement. Si les valeurs singulières sont très différentes de l'unité, le système en boucle fermée a de grandes interactions. Ainsi, la méthode BRG peut être utilisée pour guider la synthèse d'un régulateur décentralisé par blocs.

Les éléments $\lambda_{B_{ij}}(s)$ d'un bloc de la matrice BRG $[\mathbf{\Lambda}_B(s)]_{m_1}$ liés aux entrées m_1 et aux sorties m_1 de $\mathbf{G}(s)$ sont définis par :

$$[\mathbf{\Lambda}_B(s)]_{m_1} = \mathbf{G}_{m_1}(s) \odot [\mathbf{G}^*(s)]_{m_1}. \quad (4.7)$$

avec :

- $\mathbf{G}_{m_1}(s)$ est la matrice de transfert ($m_1 \times m_1$) relative aux m_1 entrées et aux m_1 sorties de $\mathbf{G}(s)$, $m_1 = 1, \dots, n$.
- $[\mathbf{G}^*(s)]_{m_1}$ est le bloc $m_1 \times m_1$ définissant la matrice de transfert entre les m_1 entrées et les m_1 sorties de $\mathbf{G}^*(s)$
- $\mathbf{G}^*(s)$ est la pseudo-inverse de la matrice $\mathbf{G}(s)$. Elle est définie par Moore-Penrose, en utilisant le théorème de Graybill [Graybill, 1969].

Théorème de Graybill : Pour un système ($m \times n$) $\mathbf{G}(s)$ de rang complet, l'inverse

de la matrice $\mathbf{G}(s)$ est calculée comme suit :

$$\begin{aligned} \forall m > n &\Rightarrow \mathbf{G}^* = (\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^H & \text{avec} & \quad \mathbf{G} \mathbf{G}^* = \mathbf{I}_{n \times m}, \\ \forall n > m &\Rightarrow \mathbf{G}^* = \mathbf{G}^H (\mathbf{G} \mathbf{G}^H)^{-1} & \text{avec} & \quad \mathbf{G}^* \mathbf{G} = \mathbf{I}_{n \times m}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

où \mathbf{G}^H est le transposé Hermitien de \mathbf{G} et \mathbf{I} est la matrice identité.

La méthode BRG peut être utilisée pour les systèmes carrés. Le régulateur obtenu est un régulateur décentralisé par bloc au lieu d'un régulateur décentralisé.

4.2.2.3 Analyse CD^3

Lorsqu'un régulateur décentralisé peut être utilisé, l'analyse CD^3 permet de savoir si chacun des éléments du régulateur doit être synthétisé séparément (synthèse Multi-SISO) ou doivent être tous synthétisés ensemble (synthèse MIMO). L'indice CD^3 d'un système incertain ($m \times m$) [Sutter, 1997] est donné par le degré du couplage suivant :

$$\varrho_{c\iota}(\omega) = \max_{\mathbf{G}} \left\{ \sum_{\substack{1 \leq k \leq m \\ \text{et } k \neq \iota}} \frac{|G_{k\iota}(j\omega)|}{|G_{\iota\iota}(j\omega)|} \right\} \quad \text{pour } 1 \leq \iota \leq m. \quad (4.9)$$

Quand, à l'intérieur de la bande passante désirée en boucle fermée, tous les $\varrho_{c\iota}(\omega)$ sont beaucoup plus petits que 1, un régulateur décentralisé peut être synthétisé avec l'approche multi-SISO. Le plus grand $\varrho_{c\iota}$ pour $1 \leq \iota \leq m$ définit l'indice CD^3 [Sabatier et al., 2015].

4.2.2.4 Synthèse Multi-SISO ou MIMO complète d'un système

La figure 4.2 montre le processus décisionnel qui indique quel type de régulateur et de méthode de synthèse doivent être utilisés. En utilisant un modèle nominal simplifié (diagonal), la synthèse MIMO complète peut aussi générer un régulateur décentralisé.

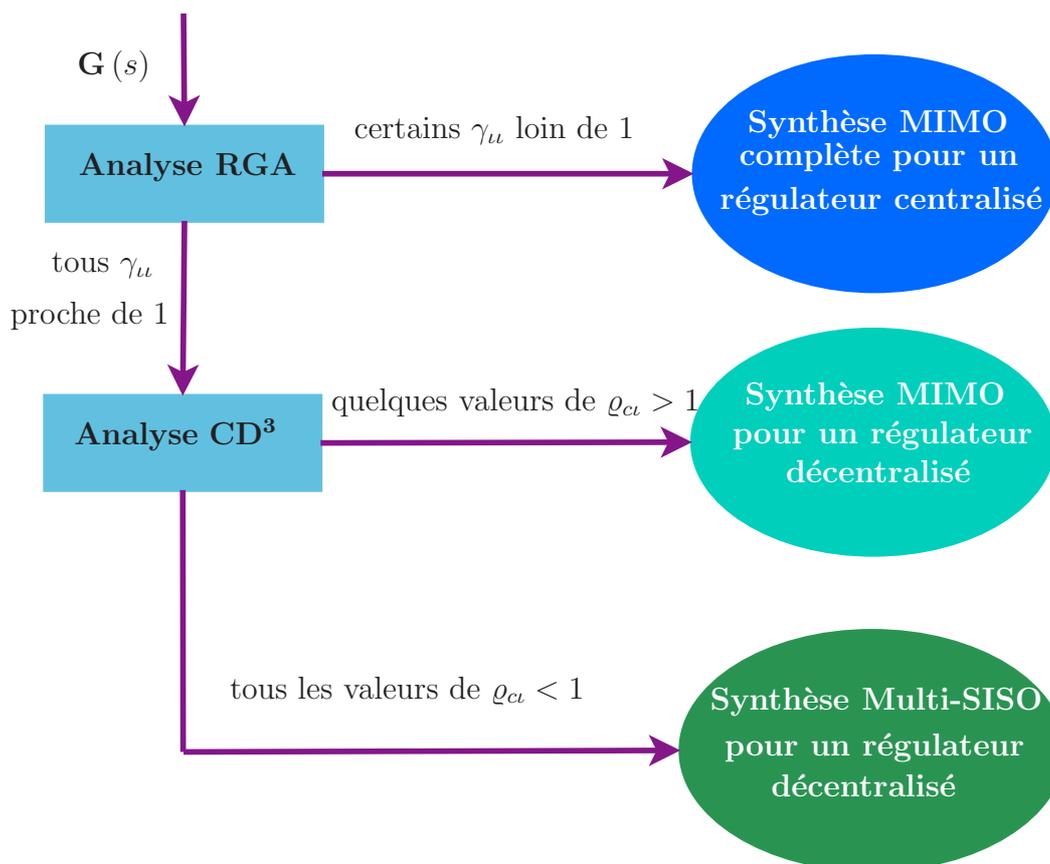


Figure 4.2 – Algorithme pour sélectionner la synthèse Multi-SISO ou MIMO du régulateur centralisé ou décentralisé.

4.2.3 Commande CRONE Multi-SISO

Considérons un système MIMO ($m \times n$) défini par une matrice de transfert $\mathbf{G}(q^{-1})$ constituée des éléments $G_{\iota o}(q^{-1})$ avec ι et o compris entre 1 et m . L'approche CRONE Multi-SISO permet la synthèse d'un régulateur décentralisé à temps discret $\mathbf{K}(q^{-1})$. La figure 4.3 présente le schéma fonctionnel du principe de cette approche pour un système MIMO de dimension (2×2) .

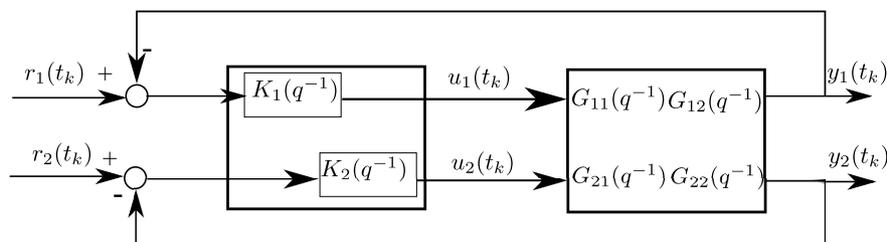


Figure 4.3 – Commande CRONE Multi-SISO décentralisée d'un système MIMO de dimension (2×2) .

Les différents éléments du schéma sont :

- $K_1(q^{-1})$ et $K_2(q^{-1})$ représentent les deux éléments diagonaux de la matrice de transfert du régulateur décentralisé $\mathbf{K}(q^{-1})$;
- $G_{\iota o}(q^{-1})$, avec ι et o compris entre 1 et 2, représentent les éléments de la matrice de transfert $\mathbf{G}(q^{-1})$;
- $r_\iota(q^{-1})$, $u_\iota(q^{-1})$ (avec $\iota = 1, 2$) représentent la consigne et la commande appliquée au système.

La matrice de transfert en boucle ouverte à temps discret $\beta(q^{-1})$ est :

$$\beta(q^{-1}) = \mathbf{G}(q^{-1})\mathbf{K}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} G_{11}(q^{-1})K_1(q^{-1}) & \cdots & G_{1n}(q^{-1})K_n(q^{-1}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{m1}(q^{-1})K_1(q^{-1}) & \cdots & G_{mn}(q^{-1})K_n(q^{-1}) \end{bmatrix} = [\beta_{\iota o}(q^{-1})]. \quad (4.10)$$

Théorème de Gershgorin : Pour les systèmes LTI MIMO, un système en boucle fermée est stable si la réponse fréquentielle $\beta_{\iota o}(j\omega)$ de chacun des éléments diagonaux de la matrice de transfert en boucle ouverte respecte le critère de Nyquist et si le point de coordonnées $(-1, 0)$ du plan complexe se trouve à l'extérieur des cercles centrés sur $\beta_{\iota o}(j\omega)$ avec un rayon $r_{\iota o}(\omega)$ défini par la formule suivante [Rosenbrock et Storey, 1970, Rosenbrock, 1974, Maciejowski, 1989] :

$$r_{\iota o}(\omega) = \min \left(\sum_{1 \leq k \leq m \text{ et } k \neq \iota} |K_k(j\omega)G_{\iota k}(j\omega)|, \sum_{1 \leq k \leq m \text{ et } k \neq \iota} |K_\iota(j\omega)G_{k\iota}(j\omega)| \right). \quad (4.11)$$

Une majoration en norme de (4.11) constitue la généralisation du théorème de Gershgorin pour les systèmes multivariables incertains qui peut induire un excès de pessimisme [Arkun et al., 1984]. En se basant sur les conditions de stabilité (théorème des petits gains [Zames, 1966, Vidyasagar et Viswanadham, 1982]) et d'après le théorème de Gershgorin, le cercle défini par $r_{\iota o}(\omega)$ peut être pris en compte comme un nouveau domaine d'incertitude fréquentielle augmentée associé à $\beta_{nom\iota o}(j\omega) = K_\iota(j\omega)G_{nom\iota o}(j\omega)$. Le cercle d'incertitude devient une ellipse dans le plan de Nichols. Le nouveau domaine d'incertitude est défini par [Lamara et al., 2013] :

$$\min \left(1 + \sum_{1 \leq k \leq m \text{ et } k \neq \iota} \frac{|K_k(j\omega)G_{\iota k}(j\omega)|}{|K_\iota(j\omega)G_{nom\iota o}(j\omega)|}, 1 + \sum_{1 \leq k \leq m \text{ et } k \neq \iota} \frac{|G_{k\iota}(j\omega)|}{|G_{nom\iota o}(j\omega)|} \right). \quad (4.12)$$

À chaque pulsation ω , la construction de domaine d'incertitude multivariable consiste à

déterminer le périmètre défini par les incertitudes liées aux éléments diagonaux (domaine d'incertitude SISO) et les incertitudes multivariables additionnelles. La figure 4.4 montre le domaine d'incertitude déterminé à la pulsation ω_k pour le ι ème élément diagonal d'un système \mathbf{G} défini par 4 états paramétriques $\{0, 1, 2, 3\}$. Les incertitudes SISO sont élargies pour prendre en considération les incertitudes Multi-SISO (MIMO) [Lamara *et al.*, 2013].

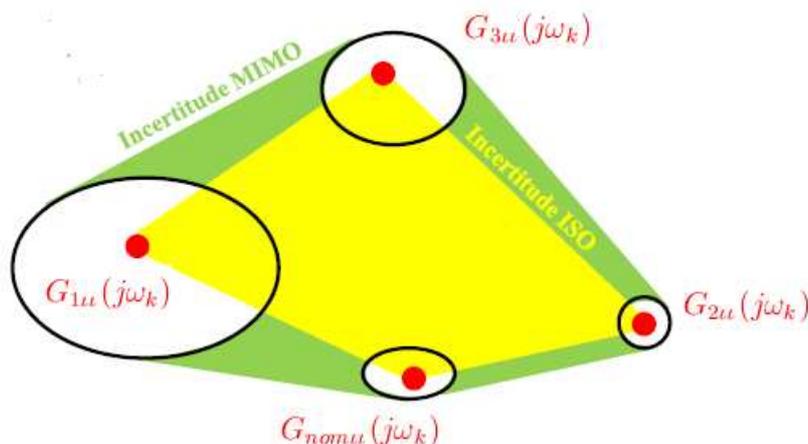


Figure 4.4 – Construction du domaine d'incertitude MIMO.

4.2.4 Commande CRONE MIMO

Pour les systèmes multivariables de dimension $(m \times n)$, la commande CRONE MIMO consiste à optimiser les paramètres des éléments de la matrice de transfert en boucle ouverte nominale $(m \times m)$ satisfaisant les objectifs suivants :

- un découplage parfait pour le procédé nominal ;
- un degré de stabilité robuste pour chaque transfert reliant une sortie à sa consigne ;
- des spécifications de précision en basse fréquence ;
- des spécifications sur l'effort de commande relatif à chaque entrée en haute fréquence ;
- la stabilité interne du système en boucle fermée.

Un aspect de la méthodologie CRONE est que les matrices de transfert à temps continu ou pseudo-continu sont utilisées. Comme l'objectif est de trouver un régulateur robuste à temps discret, l'ensemble de matrices de transfert à temps discret est transféré dans l'espace pseudo-continu en utilisant le changement de variable bilinéaire W (2.28).

Le changement de variable inverse sera par la suite utilisé pour obtenir le régulateur à temps discret.

La matrice de transfert $\beta_{nom}(w)$ en boucle ouverte nominale est définie par :

$$\beta_{nom}(w) = \mathbf{G}_{nom}(w)\mathbf{K}(w) = \begin{bmatrix} \beta_{nom_{11}}(w) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \beta_{nom_{mm}}(w) \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

Chaque élément diagonal $\beta_{nom_{\iota\iota}}(w)$ de $\beta_{nom}(w)$ est défini comme dans une synthèse CRONE SIS0.

Afin de garantir la stabilité de la boucle fermée et l'existence du régulateur pour les systèmes instables, à non minimum de phase (avec zéro à partie réelle positive), les zéros/pôles à parties réelles positives, les zéros/pôles peu amortis, et les retards liés au procédé nominal doivent être pris en compte par la matrice de transfert de la boucle ouverte qui est alors définie par des éléments diagonaux tels que [Sabatier *et al.*, 2015] :

$$\beta_{nom_{\iota\iota}}(w) = C_{0\iota} \beta_{l_\iota}(w) \beta_{m_\iota}(w) \beta_{h_\iota}(w) e^{-\tau_\iota w} \prod_{o=1}^{n_{z_\iota}} \left(1 - \frac{w}{z_{\iota o}}\right) (e^{-j\pi})^{n_{p_\iota}} \prod_{o=1}^{n_{p_\iota}} \frac{\left(1 + \frac{w}{p_{\iota o}}\right)}{\left(1 - \frac{w}{p_{\iota o}}\right)} \frac{\prod_{o=1}^{n'_{z_\iota}} \left(1 + 2\xi_{z_{\iota o}} \frac{w}{v_{n_{z_{\iota o}}}} + \frac{w^2}{v_{n_{z_{\iota o}}}^2}\right)}{\prod_{o=1}^{n'_{p_\iota}} \left(1 + 2\xi_{p_{\iota o}} \frac{w}{v_{n_{p_{\iota o}}}} + \frac{w^2}{v_{n_{p_{\iota o}}}^2}\right)} N_\iota(w). \quad (4.14)$$

Le gain $C_{0\iota}$ est calculé afin d'assurer une pseudo-pulsation de résonance v_{r_ι} , pour le module de la fonction de sensibilité nominale $T_{s_{nom_{\iota\iota}}}(jv)$. Les parties de chaque élément $\beta_{nom_{\iota\iota}}(w)$ sont définis par :

$$\beta_{l_\iota}(w) = \left(\frac{v_{-N^-_\iota}}{w} + 1\right)^{n_{l_\iota}}, \quad \beta_{h_\iota}(w) = \frac{1}{\left(\frac{w}{v_{N^+_\iota}} + 1\right)^{n_{h_\iota}}}, \quad (4.15)$$

$$\beta_{m_\iota}(w) = \prod_{-N^-_\iota}^{N^+_\iota} \left(\frac{1 + w/v_{\iota k+1}}{1 + w/v_{\iota k}}\right)^{a_{\iota k}} \left(\Re e_{/i} \left\{ \left(\alpha_{\iota k} \frac{1 + \frac{w}{v_{\iota k+1}}}{1 + \frac{w}{v_{\iota k}}}\right)^{ib_{\iota k}} \right\}\right)^{-q_{\iota k} \text{sign}(b_{\iota k})}, \quad (4.16)$$

où

$$\alpha_{\iota 0} = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{v_{r\iota}}{v_{\iota 0}}\right)^2}{1 + \left(\frac{v_{r\iota}}{v_{\iota 1}}\right)^2}} \text{ et } \alpha_{\iota k} = \left(\frac{v_{\iota k+1}}{v_{\iota k}}\right)^{1/2} \text{ pour } k \neq \iota. \quad (4.17)$$

Les paramètres de toutes les boucles ouvertes $\beta_{nom_{\iota\iota}}$ sont optimisés simultanément afin de minimiser les variations des pics de résonance $M_{r_{\iota}}$ des éléments diagonaux $T_{s_{\iota\iota}}(w)$ (avec $\iota = 1, \dots, m$) de la matrice de sensibilité $\mathbf{T}_s(w)$. La fonction objectif (2.33) utilisée pour le cas SISO peut alors être remplacée par :

$$J_{\mathbf{K}} = \sum_{\iota=1}^m \sup_{v, G} |T_{s_{\iota\iota}}(jv)| - M_{r0_{\iota}}, \quad (4.18)$$

où $M_{r0_{\iota}}$ est le pic de résonance désiré de $T_{s_{nom_{\iota\iota}}}(jv)$.

Pour assurer les performances, une minimisation non linéaire (à l'aide de la fonction `fmincon` de MATLAB) de $J_{\mathbf{K}}$ est réalisée en présence d'ensembles de 5 contraintes inégalités. Elles sont définies, dans le domaine fréquentiel, comme suit :

$$\inf_{G_{k_{\iota o}}} |T_{s_{\iota o}}(jv)| \geq T_{s_{\iota o}}(v) \text{ pour } 1 \leq (\iota, o) \leq m, \quad (4.19)$$

$$\sup_G |T_{s_{\iota o}}(jv)| \leq T_{s_{u_{\iota o}}}(v) \text{ pour } 1 \leq (\iota, o) \leq m, \quad (4.20)$$

$$\sup_{G_{k_{\iota o}}} |S_{s_{ij}}(jv)| \geq S_{s_{u_{\iota o}}}(v) \text{ pour } 1 \leq (\iota, o) \leq m, \quad (4.21)$$

$$\sup_{G_{k_{\iota o}}} |KS_{s_{ij}}(jv)| \geq KS_{s_{u_{\iota o}}}(v) \text{ pour } 1 \leq \iota \leq n \text{ et } 1 \leq o \leq m, \quad (4.22)$$

$$\sup_{G_{k_{\iota o}}} |S_{s_{\iota o}} G_k(jv)| \geq S_{s_{u_{\iota o}}} G_k(v) \text{ pour } 1 \leq \iota \leq m \text{ et } 1 \leq o \leq n, \quad (4.23)$$

où :

$\mathbf{G}_{\mathbf{K}} = [G_{k_{\iota o}}(q^{-1})]$ (avec $1 \leq \iota \leq m$ et $1 \leq o \leq n$) est une matrice de transfert appartenant à l'ensemble de matrices \mathbf{G} définissant le système incertain.

et

$$\mathbf{K}\mathbf{S}_s(q^{-1}) = \mathbf{K}(q^{-1})\mathbf{S}_s(q^{-1}) = [KS_{s_{ij}}(q^{-1})], \quad (4.24a)$$

$$\mathbf{S}_s\mathbf{G}(q^{-1}) = \mathbf{S}_s(q^{-1})\mathbf{G}(q^{-1}) = [S_{s_{ij}}G(q^{-1})]. \quad (4.24b)$$

4.3 Commande anticipative robuste pour les systèmes linéaires multivariables

4.3.1 Principe de l'approche anticipative robuste MIMO

Comme dans le cas monovariante, l'objectif de la commande CRONE anticipative multivariable (MIMO) est d'associer une commande robuste MIMO de type feedback à une commande anticipative MIMO de type feedforward. Le schéma fonctionnel de la commande feedback/feedforward anticipative à temps discret utilisé pour une commande anticipative robuste SISO (figure 3.2) est étendu au cas MIMO (figure 4.5).

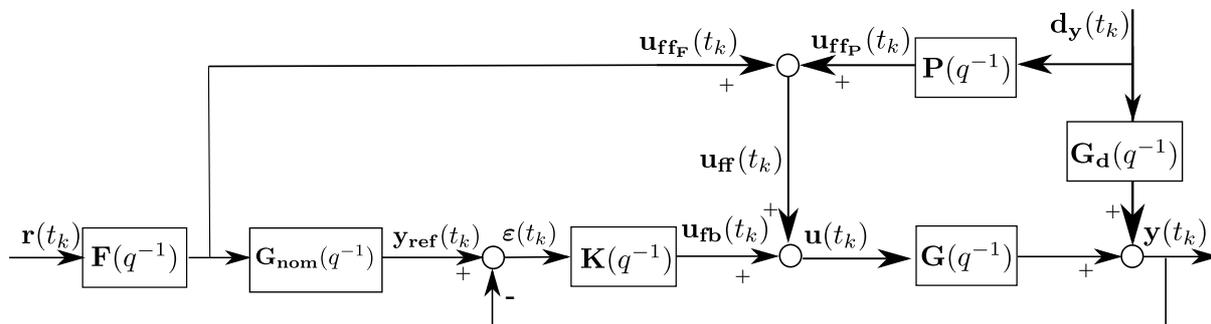


Figure 4.5 – Commande feedback/feedforward anticipative pour une commande anticipative robuste MIMO.

Les différents éléments de ce schéma sont :

- $\mathbf{G}_{\text{nom}}(q^{-1})$ la matrice de transfert nominale du procédé pouvant être choisie parmi l'ensemble de matrices \mathbf{G} ;
- $\mathbf{G}_d(q^{-1})$ la matrice de transfert de dimension $(m \times m)$ relative à la perturbation ;

- $\mathbf{F}(q^{-1})$ et $\mathbf{P}(q^{-1})$ deux matrices de transfert de dimension $(n \times m)$ représentant les deux filtres à temps discret. Ces derniers produisent respectivement la commande feedforward \mathbf{u}_{ff_F} pour le suivi de consigne et la commande feedforward \mathbf{u}_{ff_P} pour le rejet des perturbations.
- \mathbf{u}_{ff_F} , \mathbf{u}_{ff_P} , \mathbf{u}_{ff} et \mathbf{u}_{fb} respectivement le vecteur de commande pour le suivi de consigne, le vecteur de commande pour le rejet des perturbations, le vecteur de commande anticipative totale et le vecteur de commande feedback.

D'après la figure 4.5, en absence de perturbation ($\mathbf{d}_y(t_k) = 0$) et quand le procédé se comporte comme son modèle nominal, le signal de commande \mathbf{u}_{fb} est nul. Toute la commande \mathbf{u} provient de \mathbf{u}_{ff} . Le système est alors commandé en boucle ouverte (par précompensation). Dans le cas le plus général où le comportement de \mathbf{G} est différent de celui de \mathbf{G}_{nom} , trois matrices de transfert en boucle fermée peuvent être définies dans le domaine fréquentiel :

- La matrice de transfert entre la consigne $\mathbf{r}(t_k)$ et la sortie du système $\mathbf{y}(t_k)$ est :

$$\mathbf{H}_{\mathbf{y}\mathbf{r}}(z^{-1}) = \mathbf{G}_{\mathbf{k}}(z^{-1})[\mathbf{I}_n + \mathbf{G}_{\mathbf{k}}(z^{-1})\mathbf{K}(z^{-1})]^{-1}[\mathbf{I}_n + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}_{\text{nom}}(z^{-1})]\mathbf{F}(z^{-1}), \quad (4.25)$$

- La matrice de transfert entre la consigne $\mathbf{r}(t_k)$ et la commande $\mathbf{u}(t_k)$ est :

$$\mathbf{H}_{\mathbf{u}\mathbf{r}}(z^{-1}) = [\mathbf{I}_n + \mathbf{G}_{\mathbf{k}}(z^{-1})\mathbf{K}(z^{-1})]^{-1}[\mathbf{I}_n + \mathbf{G}_{\text{nom}}(z^{-1})\mathbf{K}(z^{-1})]\mathbf{F}(z^{-1}), \quad (4.26)$$

- La matrice de transfert entre la perturbation $\mathbf{d}_y(t_k)$ et la sortie du système $\mathbf{y}(t_k)$:

$$\mathbf{H}_{\mathbf{y}\mathbf{d}_y}(z^{-1}) = [\mathbf{I}_m + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}_{\mathbf{k}}(z^{-1})]^{-1}(\mathbf{G}_{\mathbf{d}}(z^{-1}) + \mathbf{G}_{\mathbf{k}}(z^{-1})\mathbf{P}(z^{-1})), \quad (4.27)$$

où $\mathbf{G}_{\mathbf{k}}$ appartient à l'ensemble de matrices \mathbf{G} .

Dans la suite de ce mémoire, on traite le cas des systèmes MIMO carrés. Donc, $\mathbf{F}(q^{-1})$, $\mathbf{G}_{\text{nom}}(q^{-1})$, $\mathbf{K}(q^{-1})$, $\mathbf{G}_{\mathbf{k}}(q^{-1})$ et $\mathbf{G}_{\mathbf{d}}(q^{-1})$ sont toutes des matrices carrés.

4.3.2 Filtre feedforward anticipatif MIMO pour le suivi du signal de référence

Comme dans le cas monovarié, le modèle nominal $\mathbf{G}_{\text{nom}}(q^{-1})$ peut être décomposé sous la forme :

$$\mathbf{G}_{\text{nom}}(q^{-1}) = \mathbf{G}_{\mathbf{h}}(q^{-1}) \mathbf{G}_{\mathbf{l}}(q^{-1}) \quad (4.28)$$

où :

- $\mathbf{G}_{\mathbf{l}}(q^{-1})$ est la partie à compenser du modèle nominal $\mathbf{G}_{\text{nom}}(q^{-1})$. Elle est caractérisée par une dynamique faible par rapport à la bande passante attendue du transfert $\mathbf{H}_{\mathbf{yr}}$;
- $\mathbf{G}_{\mathbf{h}}(q^{-1})$ est la partie qui ne doit pas être compensée du modèle nominal $\mathbf{G}_{\text{nom}}(q^{-1})$ (possédant des zéros et/ou pôles à partie réelle positive par exemple). Elle est caractérisée par une dynamique souvent élevée par rapport à la bande passante attendue du transfert $\mathbf{H}_{\mathbf{yr}}$.

Compte tenu de la décomposition (4.28), le filtre anticipatif $\mathbf{F}(q^{-1})$ est défini sous la forme suivante :

$$\mathbf{F}(q^{-1}) = \mathbf{F}_{\mathbf{o}}(q^{-1}) \mathbf{T}_{\mathbf{F}}(q^{-1}), \quad (4.29)$$

où $\mathbf{F}_{\mathbf{o}}(q^{-1})$ est la partie fixe de $\mathbf{F}(q^{-1})$. $\mathbf{F}_{\mathbf{o}}$ est utilisé pour compenser les pôles stables et les zéros à minimum de phase de \mathbf{G}_{nom} en basses fréquences. Cette matrice est donnée par :

$$\mathbf{F}_{\mathbf{o}}(q^{-1}) = \mathbf{G}_{\mathbf{l}}^{-1}(q^{-1}). \quad (4.30)$$

Les paramètres de $\mathbf{T}_{\mathbf{F}}(q^{-1})$ sont déterminés pour minimiser l'erreur entre \mathbf{y} et \mathbf{r} , tout en générant un niveau de signal de commande \mathbf{u} acceptable.

Si le comportement de \mathbf{G}_{nom} est majoritairement dû à sa partie inversible $\mathbf{G}_{\mathbf{l}}(q^{-1})$, les valeurs de référence de la boucle $\mathbf{y}_{\text{ref}}(t_k)$ que cherchent à suivre $\mathbf{y}(t_k)$ sont donc proches de $\mathbf{T}_{\mathbf{F}}(q^{-1})\mathbf{r}(t_k)$. $\mathbf{T}_{\mathbf{F}}(q^{-1})$ a donc un rôle essentiel quant à la mise en forme de la consigne et donc de l'évolution attendue de la sortie \mathbf{y} .

Hypothèse : On suppose que $\mathbf{T}_F(q^{-1})$ est une matrice diagonale.

$\mathbf{T}_F(q^{-1})$ est alors une matrice diagonale définie comme suit :

$$\mathbf{T}_F(q^{-1}) = \begin{bmatrix} T_{F_1}(q^{-1}) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & T_{F_m}(q^{-1}) \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

Comme dans le cas SISO, l'action anticipative est introduite en utilisant des filtres à réponse impulsionnelle finie (FIR) anticipatives et à temps discret. En considérant que les valeurs futures du signal de référence sont disponibles (soit prédéfinies, soit prédites), il est possible de choisir les éléments $T_{F_\iota}(q^{-1})$ de la matrice $\mathbf{T}_F(q^{-1})$ de $\mathbf{F}(q^{-1})$ sous la forme d'un filtre FIR :

$$T_{F_\iota}(q^{-1}) = t_{F_{\iota-h}} q^{-h} + \dots + t_{F_{\iota-1}} q^{-1} + t_{F_{\iota_0}} + t_{F_{\iota_1}} q + \dots + t_{F_{\iota_a}} q^a, \quad \forall 1 \leq \iota \leq m. \quad (4.32)$$

Grâce à $\mathbf{T}_F(q^{-1})$, les données passées et futures seront utilisées lors du filtrage du signal de référence par $\mathbf{F}(q^{-1})$. h correspond à la profondeur de l'historique de $\mathbf{r}(t_k)$ utilisé par $T_F(q^{-1})$ (le nombre de données qui doivent être sauvegardées dans la mémoire du filtre). a correspond à l'horizon pour lequel les valeurs futures du signal d'entrée $r_\iota(t_k)$, avec $\iota = 1, \dots, m$, doivent être connues. Alors que le choix de h est lui limité uniquement par la mémoire disponible, a doit être ajusté en tenant compte de l'intervalle temporel des futures valeurs de référence disponibles.

Soit θ_{F_ι} le vecteur de paramètres du chaque filtre inconnu $T_{F_\iota}(q^{-1})$ (pour $1 \leq \iota \leq m$), il est donné par :

$$\theta_{F_\iota} = [t_{F_{\iota-h}}, \dots, t_{F_{\iota-1}}, t_{F_{\iota_0}}, t_{F_{\iota_1}}, \dots, t_{F_{\iota_a}}]. \quad (4.33)$$

Soit θ_F la matrice des paramètres à optimiser du filtre $\mathbf{T}_F(q^{-1})$:

$$\theta_F = \begin{bmatrix} [t_{F_{-h}}, \dots, t_{F_a}]_{(\dim(\theta_{F_\iota}) \times 1)}^T & [0, \dots, 0]_{(\dim(\theta_{F_\iota}) \times 1)}^T \\ [0, \dots, 0]_{(\dim(\theta_{F_\iota}) \times 1)}^T & [t_{F_{-h}}, \dots, t_{F_a}]_{(\dim(\theta_{F_\iota}) \times 1)}^T \end{bmatrix}. \quad (4.34)$$

Comme pour le cas SISO, on se propose ici de tenir compte de l'ensemble des comportements possibles du procédé et également de la robustesse apportée par le

régulateur feedback MIMO.

En tenant compte de la matrice de paramètres $\theta_{\mathbf{F}}$, les expressions (4.25) et (4.26) deviennent :

$$\mathbf{H}_{\mathbf{yr}}(\theta_{\mathbf{F}}, z^{-1}) = \mathbf{G}_{\mathbf{k}}(z^{-1})[\mathbf{I}_n + \mathbf{G}_{\mathbf{k}}(z^{-1})\mathbf{K}(z^{-1})]^{-1}[\mathbf{I}_n + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}_{\mathbf{nom}}(z^{-1})]\mathbf{F}(\theta_{\mathbf{F}}, z^{-1}) \quad (4.35)$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{ur}}(\theta_{\mathbf{F}}, z^{-1}) = [\mathbf{I}_n + \mathbf{G}_{\mathbf{k}}(z^{-1})\mathbf{K}(z^{-1})]^{-1}[\mathbf{I}_n + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}_{\mathbf{nom}}(z^{-1})]\mathbf{F}(\theta_{\mathbf{F}}, z^{-1}) \quad (4.36)$$

où $\mathbf{G}_{\mathbf{k}}$ appartient à l'ensemble de matrices \mathbf{G} .

Dans le domaine fréquentiel, la matrice optimale $\hat{\theta}_{\mathbf{F}}$ est alors définie par minimisation de la norme \mathcal{H}_2 :

$$\hat{\theta}_{\mathbf{F}} = \arg \min_{\theta_{\mathbf{F}}} \left\| \mathbf{I} - \mathbf{H}_{\mathbf{yr}}(\theta_{\mathbf{F}}, e^{-j2\pi f/f_e}) \right\|_2, \quad (4.37a)$$

$$\text{sous les contraintes} \quad \left\| \mathbf{W}_{\mathbf{ur}}(e^{-j2\pi f/f_e}) \mathbf{H}_{\mathbf{ur}}(\hat{\theta}_{\mathbf{F}}, e^{-j2\pi f/f_e}) \right\|_{\infty} \leq 1 \quad (4.37b)$$

$$\text{et} \quad \lim_{q \rightarrow 1} \mathbf{T}_{\mathbf{F}}(\hat{\theta}_{\mathbf{F}}, q^{-1}) = \lim_{q \rightarrow 1} \mathbf{G}_{\mathbf{h}}^{-1}(q^{-1}) \quad (4.37c)$$

$$\forall f \in \left[0, \frac{f_e}{2} \right]$$

Remarque : Toutes les normes de matrices de transfert utilisées ici sont calculées comme la somme des normes de chacun de leurs éléments. Voir l'annexe pour plus de détails sur l'algorithme d'optimisation utilisé pour le calcul des paramètres du filtre feedforward anticipatif MIMO.

Considération de la robustesse dans la synthèse du filtre feedforward anticipatif MIMO pour le suivi de consigne

Pour une synthèse robuste du filtre feedforward anticipatif MIMO, les matrices de transfert en boucle fermée $\mathbf{H}_{\mathbf{yr}}(\hat{\theta}_{\mathbf{F}}, q^{-1})$ et $\mathbf{H}_{\mathbf{ur}}(\hat{\theta}_{\mathbf{F}}, q^{-1})$ qui apparaissent dans le problème d'optimisation (4.37) doivent prendre en compte l'ensemble de matrices \mathbf{G} (modèle nominal et reparamétrés). Les équations (4.35) et (4.36) deviennent alors :

$$\mathbf{H}_{\text{yr}}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{F}}, q^{-1}) = \left\{ \mathbf{G}_{\mathbf{k}}[\mathbf{I}_n + \mathbf{G}_{\mathbf{k}}\mathbf{K}]^{-1}[\mathbf{I}_n + \mathbf{K}\mathbf{G}_{\text{nom}}]\mathbf{F}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{F}}), \forall \mathbf{G}_{\mathbf{k}} \text{ dans l'ensemble de matrices} \right\}, \quad (4.38)$$

et

$$\mathbf{H}_{\text{ur}}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{F}}, q^{-1}) = \left\{ [\mathbf{I}_n + \mathbf{G}_{\mathbf{k}}\mathbf{K}]^{-1}[\mathbf{I}_n + \mathbf{K}\mathbf{G}_{\text{nom}}]\mathbf{F}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{F}}), \forall \mathbf{G}_{\mathbf{k}} \text{ dans l'ensemble de matrices} \right\}. \quad (4.39)$$

Les équations (4.38) et (4.39) définissent deux ensembles de matrices de transfert données en fonction de la matrice de paramètres $\boldsymbol{\theta}_{\mathbf{F}}$. Le problème d'optimisation (4.37) est redéfini en utilisant (4.38) et (4.39) pour que $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{F}}$ minimise le critère et satisfasse les contraintes pour les matrices de transfert $\mathbf{H}_{\text{yr}}(q^{-1})$ et $\mathbf{H}_{\text{ur}}(q^{-1})$, et pour l'ensemble des matrices de transfert définissent le procédé MIMO incertain.

***Remarque :** En pratique, on se contente de sélectionner uniquement un nombre réduit des modèles parmi l'ensemble des modèles ayant permis la synthèse du régulateur MIMO robuste. Le problème de la sélection de ces modèles n'est pas abordé dans cette thèse.*

4.3.3 Filtre feedforward anticipatif MIMO pour le rejet de perturbations

Le filtre feedforward MIMO pour le rejet des perturbations $\mathbf{P}(q^{-1})$ est défini comme suit :

$$\mathbf{P}(q^{-1}) = \mathbf{P}_0(q^{-1})\mathbf{T}_{\mathbf{P}}(q^{-1}) \quad (4.40)$$

où la matrice $\mathbf{P}_0(q^{-1})$ est la partie fixe de $\mathbf{P}(q^{-1})$. Elle est donnée par :

$$\mathbf{P}_0(q^{-1}) = \mathbf{G}_1^{-1}(q^{-1})\mathbf{G}_{\text{dnom}}(q^{-1}). \quad (4.41)$$

$\mathbf{T}_{\mathbf{P}}(q^{-1})$ représente la partie à déterminer de $\mathbf{P}(q^{-1})$. Elle est définie par une matrice

diagonale :

$$\mathbf{T}_{\mathbf{P}}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} T_{P_1}(q^{-1}) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & T_{P_m}(q^{-1}) \end{bmatrix}, \quad (4.42)$$

où les $T_{P_\iota}(q^{-1})$, avec $\iota = 1, \dots, m$, sont des filtres FIR à temps discret :

$$T_{P_\iota}(q^{-1}) = t_{P_{\iota-h}}q^{-h} + \dots + t_{P_{\iota-1}}q^{-1} + t_{P_{\iota_0}} + t_{P_{\iota_1}}q + \dots + t_{P_{\iota_a}}q^a, \quad \forall 1 \leq \iota \leq m \quad (4.43)$$

De même que $\mathbf{T}_{\mathbf{F}}(q^{-1})$, grâce à $\mathbf{T}_{\mathbf{P}}(q^{-1})$, les données passées et futures sont utilisées lors du filtrage d'un signal par $\mathbf{P}(q^{-1})$.

Comme dans le cas SISO, le filtre feedforward $\mathbf{P}(q^{-1})$ agit majoritairement sur la commande. Ainsi, \mathbf{H}_{udy} est égal à \mathbf{P} en haute fréquence et il est donc possible de ne considérer que \mathbf{P} pour limiter la commande.

Soit θ_{P_ι} le vecteur de paramètres du chaque filtre $T_{P_\iota}(q^{-1})$ (pour $1 \leq \iota \leq m$), il est donné par :

$$\theta_{P_\iota} = [t_{P_{\iota-h}}, \dots, t_{P_{\iota-1}}, t_{P_{\iota_0}}, t_{P_{\iota_1}}, \dots, t_{P_{\iota_a}}]. \quad (4.44)$$

$\theta_{\mathbf{P}}$ est la matrice des paramètres du filtre MIMO $\mathbf{T}_{\mathbf{P}}(q^{-1})$:

$$\theta_{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} [t_{P_{-h}}, \dots, t_{P_a}]_{(\dim(\theta_{P_\iota}) \times 1)}^T & [0, \dots, 0]_{(\dim(\theta_{P_\iota}) \times 1)}^T \\ [0, \dots, 0]_{(\dim(\theta_{P_\iota}) \times 1)}^T & [t_{P_{-h}}, \dots, t_{P_a}]_{(\dim(\theta_{P_\iota}) \times 1)}^T \end{bmatrix}, \quad \forall 1 \leq \iota \leq m \quad (4.45)$$

En tenant compte de la matrice de paramètres $\theta_{\mathbf{P}}$, l'expression (4.27) peut être réécrite comme suit :

$$\mathbf{H}_{\text{ydy}}(\theta_{\mathbf{F}}, z^{-1}) = [\mathbf{I}_m + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}_{\mathbf{k}}(z^{-1})]^{-1}(\mathbf{G}_{\mathbf{d}}(z^{-1}) + \mathbf{G}_{\mathbf{k}}(z^{-1})\mathbf{P}(\theta_{\mathbf{F}}, z^{-1})), \quad (4.46)$$

où $\mathbf{G}_{\mathbf{k}}$ appartient à l'ensemble de matrices \mathbf{G} .

Le problème d'optimisation permettant de déterminer $\hat{\theta}_{\mathbf{P}}$ est défini par :

$$\hat{\theta}_P = \arg \min_{\theta_P} \left\| \mathbf{H}_{ydy}(\theta_P, e^{-j2\pi f/f_e}) \right\|_2, \quad (4.47a)$$

$$\text{sous les contraintes} \quad \left\| \mathbf{W}_{udy}(e^{-j2\pi f/f_e}) \mathbf{P}(\hat{\theta}_P, e^{-j2\pi f/f_e}) \right\|_\infty \leq 1 \quad (4.47b)$$

$$\text{et} \quad \lim_{q \rightarrow 1} \mathbf{T}_P(\hat{\theta}_P, q^{-1}) = -1 \quad (4.47c)$$

$$\forall f \in \left[0, \frac{f_e}{2} \right]$$

Considération de la robustesse dans la synthèse du filtre feedforward anticipatif MIMO pour le rejet des perturbations

Comme pour la synthèse de $\mathbf{F}(q^{-1})$, la synthèse de $\mathbf{P}(q^{-1})$ considère aussi la robustesse. L'équation (4.48) utilisée pour déterminer $\hat{\theta}_P$ devient alors :

$$\mathbf{H}_{ydy}(\hat{\theta}_P, q^{-1}) = \left\{ [\mathbf{I}_n + \mathbf{K}\mathbf{G}_k]^{-1} [\mathbf{G}_d + \mathbf{G}\mathbf{P}(\hat{\theta}_P)], \forall \mathbf{G}_k \text{ dans l'ensemble de matrices} \right\} \quad (4.48)$$

4.4 Mise en œuvre de l'approche feedback/feedforward anticipative MIMO sur un exemple en simulation

L'approche CRONE anticipative pour la commande de systèmes linéaires multivariables développée dans la section 4.3 est appliquée sur un modèle académique (2×2) issu de la littérature [Kidd, 1984] défini par :

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{[k_{11}]}{s + [\omega_{11}]} & \frac{[k_{12}]}{s + [\omega_{12}]} \\ \frac{[k_{21}]}{s + [\omega_{21}]} & \frac{[k_{22}]}{s + [\omega_{22}]} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

où $k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}, \omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{21}, \omega_{22}$ sont les paramètres incertains du modèle. Les valeurs de ces paramètres pour 10 états paramétriques différents sont exposées dans le tableau

4.1.

 Tableau 4.1 – Valeurs des paramètres de \mathbf{G} pour 10 états paramétriques différents.

#	k_{11}	k_{12}	k_{21}	k_{22}	ω_{11}	ω_{12}	ω_{21}	ω_{22}
1	1	0.25	0.333	1	1	0.5	0.333	0.5
2	2	0.5	0.5	2	2	1	0.5	1
3	5	1	1	5	5	2	1	2.5
4	4	0.5	0.666	2.5	1	0.5	0.333	0.5
5	8	1	1	5	2	1	0.5	1
6	20	2	2	12.5	5	2	1	2.5
7	10	1	1.333	4	1	0.5	0.333	0.5
8	20	2	2	8	2	1	0.5	1
9	50	4	4	20	5	2	1	2.5
10	8	0	0	5	2	0	0	1

La matrice de transfert à temps discret du système $\mathbf{G}(q^{-1})$ est obtenue par calcul de la transformée en Z de chaque élément de la matrice $\mathbf{G}(s)$ en utilisant un bloqueur d'ordre zéro (ZOH) et avec une période d'échantillonnage $T_e = 0.05$ s.

Pour cet exemple, le modèle nominal choisi arbitrairement correspond à l'état #7 du tableau 4.1. Il est donné par la matrice de transfert à temps discret suivante :

$$\mathbf{G}_{\text{nom}}(q^{-1}) = \mathbf{G}_{\#7}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{0.4877q^{-1}}{1-0.9512q^{-1}} & \frac{0.04938q^{-1}}{1-0.9753q^{-1}} \\ \frac{0.0661q^{-1}}{1-0.9835q^{-1}} & \frac{0.1975q^{-1}}{1-0.9753q^{-1}} \end{bmatrix}. \quad (4.50)$$

Le choix de deux modèles extrêmes \mathbf{G}_{max} et \mathbf{G}_{Min} est également arbitraire. Pour cet exemple, les deux modèles extrêmes \mathbf{G}_{min} et \mathbf{G}_{Max} choisis correspondent respectivement aux états #1 et #10 :

$$\mathbf{G}_{\text{min}}(q^{-1}) = \mathbf{G}_{\#1}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{0.4877q^{-1}}{1-0.9512q^{-1}} & \frac{0.01235q^{-1}}{1-0.9753q^{-1}} \\ \frac{0.01651q^{-1}}{1-0.9835q^{-1}} & \frac{0.04938q^{-1}}{1-0.9753q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

et

$$\mathbf{G}_{\text{Max}}(q^{-1}) = \mathbf{G}_{\#10}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{0.3807q^{-1}}{1-0.9048q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0.2439q^{-1}}{1-0.9512q^{-1}} \end{bmatrix}. \quad (4.52)$$

Cette section est composée de deux parties. La première présente la synthèse d'un régulateur feedback MIMO robuste en utilisant la méthodologie CRONE Multi-SISO. L'approche feedback/feedforward anticipative MIMO est évaluée dans la deuxième partie.

4.4.1 Synthèse du régulateur feedback MIMO robuste

La figure 4.6 présente le gain des éléments diagonaux et non diagonaux de la matrice RGA de \mathbf{G} . Elle montre que $\gamma_{11}(j\omega)$ et $\gamma_{22}(j\omega)$ sont proches de 1 et supérieurs à $\gamma_{12}(j\omega)$ et $\gamma_{21}(j\omega)$ tout au long de la gamme de fréquences étudiée. Ainsi, un régulateur décentralisé peut être efficace. La figure 4.7 montre que les indices CD^3 $\varrho_{c1}(\omega)$ et $\varrho_{c2}(\omega)$ de \mathbf{G} sont inférieurs à 1 dans la gamme de fréquences. Ainsi, le régulateur décentralisé peut être synthétisé en utilisant l'approche Multi-SISO.

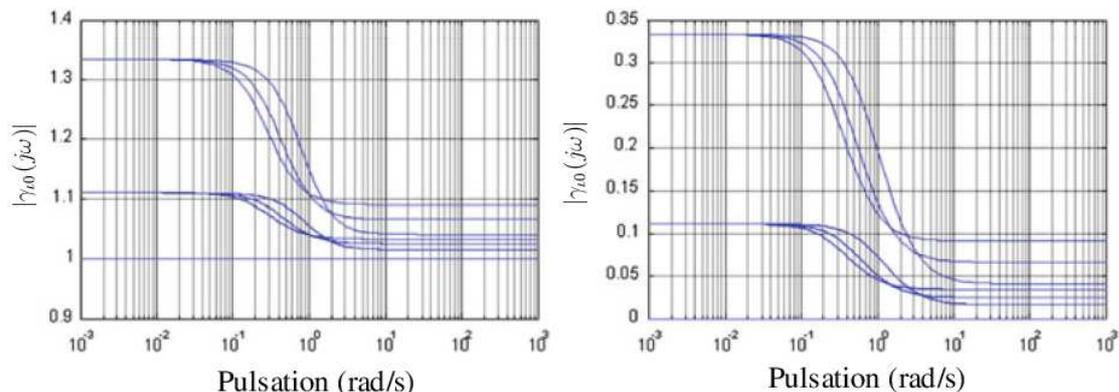


Figure 4.6 – Gain des éléments diagonaux et non diagonaux de la matrice RGA de \mathbf{G} .

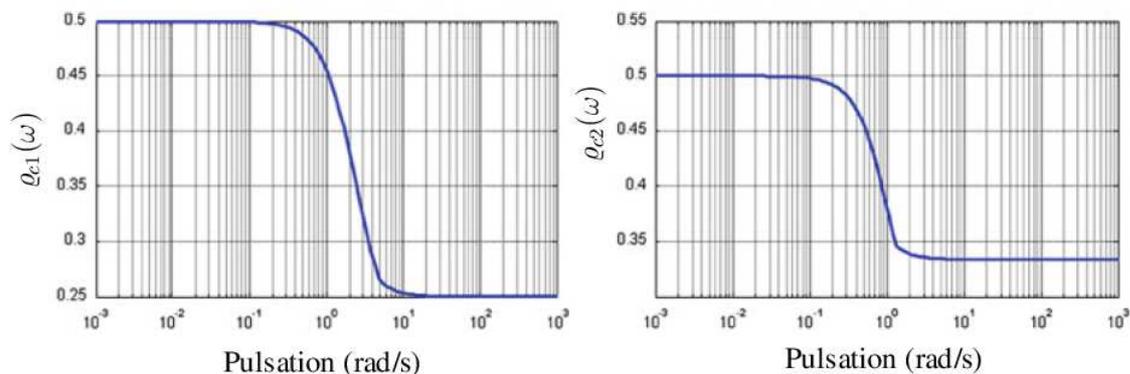


Figure 4.7 – Les indices CD^3 $\varrho_{c1}(\omega)$ et $\varrho_{c2}(\omega)$ de \mathbf{G} .

La figure 4.8 montre les diagrammes de Nichols nominaux des termes G_{11} et G_{22} . L'incertitude fréquentielle a été augmentée en tenant compte des termes non-diagonaux

G_{12} et G_{21} .

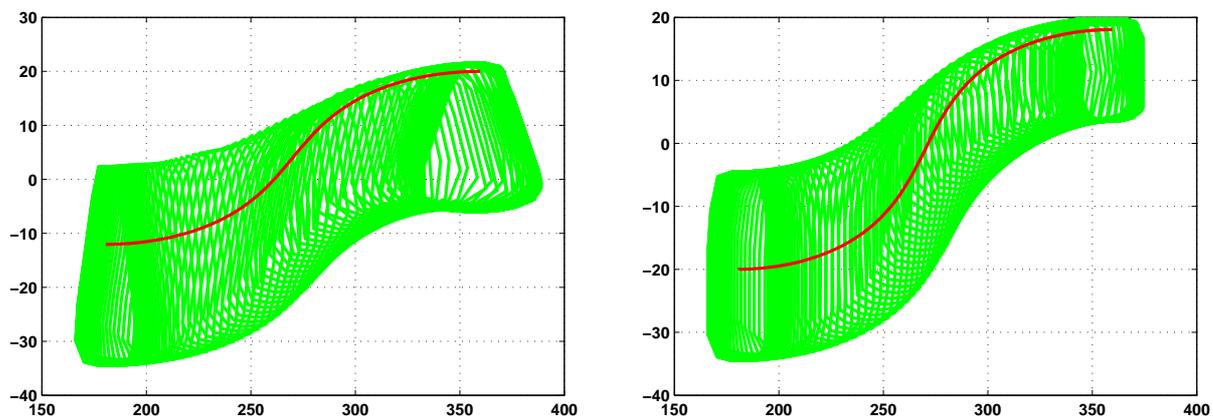


Figure 4.8 – Diagrammes de Nichols des termes G_{11} et G_{22} de \mathbf{G} : réponses fréquentielles nominales (—); domaines d'incertitude augmentés (—).

Le régulateur feedback robuste décentralisé est donné sous la forme :

$$\mathbf{K}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} K_1(q^{-1}) & 0 \\ 0 & K_2(q^{-1}) \end{bmatrix}. \quad (4.53)$$

La méthodologie CRONE Multi-SISO présentée dans la section 4.2.3 est mise en œuvre : Les deux fonctions de transfert $\beta_{nom_{11}}(w) = K_1(w)G_{11\#7}(w)$ et $\beta_{nom_{22}}(w) = K_2(w)G_{22\#7}(w)$ en boucle ouverte nominale sont définies dans le domaine pseudo-continu par :

$$\beta_{nom_{i_l}}(w) = C_{0_i} \left(\frac{v_{0_i}}{w} + 1 \right)^{n_{l_i}} \frac{1}{\left(\frac{w}{v_{1_i}} + 1 \right)^{n_{h_{0_i}}}} \left(\frac{1+w/v_{1_i}}{1+w/v_{0_i}} \right)^{a_{0_i}} \left(\Re_{e/j_i} \left\{ \left(\alpha_{0_i} \frac{1+\frac{w}{v_{1_i}}}{1+\frac{w}{v_{0_i}}} \right)^{ib_{q_{0_i}}} \right\} \right)^{-q_{0_i} \text{sign}(b_{0_i})} \quad (4.54)$$

avec

$$\alpha_{0_i} = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{v_{r_{i_l}}}{v_{0_i}} \right)^2}{1 + \left(\frac{v_{r_{i_l}}}{v_{i_l}} \right)^2}}. \quad (4.55)$$

Pour les deux fonctions de transfert précédentes, les ordres basse et haute fréquence sont identiques. Ils sont définis par : $n_{l_i} = 1$ et $n_{h_{i_l}} = 2$.

5 contraintes sur les fonctions de sensibilité sont définies d'une façon identique pour les deux boucles fermées :

– $T_{s_{i_l}}(v)$ est défini par -1 dB jusqu'à $v = 0.01$ pour une convergence rapide et une

bande passante suffisante. De même, $T_{s_{u_\ell}}(v)$ est défini par +1 dB jusqu'à $v = 0.01$. À partir de 0.01, $T_{s_{u_\ell}}(v)$ est défini par 4.5 dB pour éviter un trop faible degré de stabilité.

- $S_{s_{u_\ell}}(v)$ a une pente de +20 dB/dec en basse fréquence pour désensibiliser le système en boucle fermée par rapport aux incertitudes du modèle et une valeur de 6 dB en haute fréquence.
- $KS_{s_{u_\ell}}(v)$ a une valeur de 20 dB.
- $S_{s_{u_\ell}}G(v)$ a une pente de +20 dB/dec en basse fréquence pour assurer un bon effet intégral au régulateur.

Le pic de résonance nominal de $|T_{s_{nom_\ell}}(jv)|$ a été fixé à 1.74 dB (dépassement de l'ordre de 20% lors d'une réponse indicielle).

Après minimisation de critère :

$$J_{\mathbf{K}} = \sum_{\iota=1}^m \sup_{v,G} |T_{s_{u_\ell}}(jv)| - M_{r0_\iota}, \quad (4.56)$$

pour $\beta_{nom_{11}}$, on obtient les paramètres suivants : $v_{0_1} = 0.03$, $v_{1_1} = 1$, $v_{r_1} = 0.08$ et $Y_{r_1} = 4.55$. Les paramètres déduits : $a_{0_1} = 1.4$, $b_{0_1} = 0.5072$, $b_{q_{0_1}} = 0.5072$, $q_{0_1} = 1$ et $C_{0_1} = 2.8289$. La valeur de la fonction objectif J_{K_1} est égale à 0.97265 dB.

De la même manière pour $\beta_{nom_{22}}$, on obtient les paramètres suivants : $v_{0_2} = 0.02$, $v_{1_2} = 0.5$, $v_{r_2} = 0.04$ et $Y_{r_2} = 4.8$. Les paramètres déduits : $a_{0_2} = 1.4794$, $b_{0_2} = 0.6135$, $b_{q_{0_2}} = 0.6135$, $q_{0_2} = 2$ et $C_{0_2} = 2.2289$. La valeur de la fonction objectif J_{K_2} (4.4.1) est égale à 1.8856 dB.

Les figures 4.9 et 4.10 montrent respectivement le diagramme de Nichols des boucles ouvertes optimisées β_{11} et β_{22} .

Les figures 4.11 et 4.12 permettent de comparer les valeurs extrêmes des fonctions de sensibilité (voir equation (2.34)) aux contraintes $T_{s_{i_\ell}}$, $T_{s_{u_\ell}}$, $S_{s_{u_\ell}}$, $S_{s_{u_\ell}}$ et $S_{s_{u_\ell}}G$.

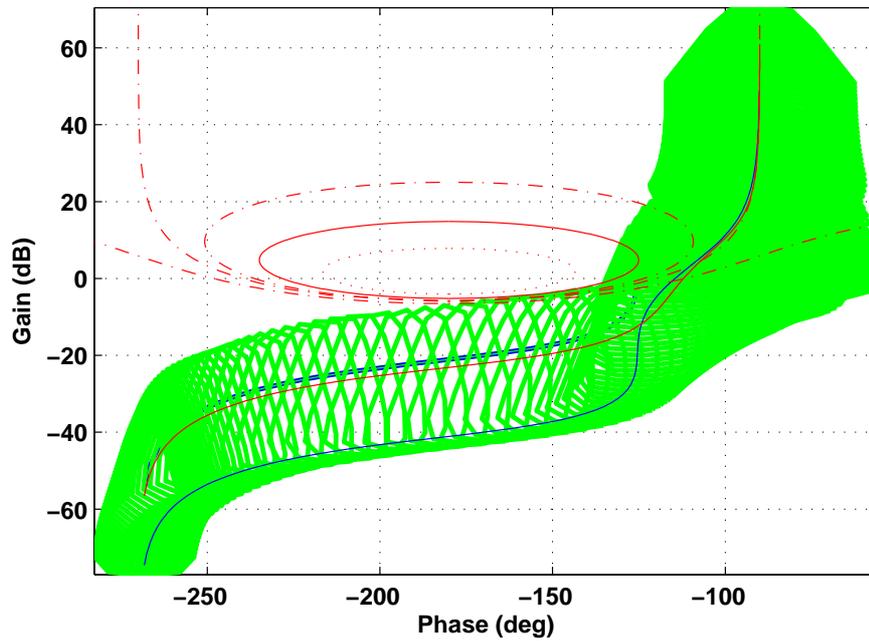


Figure 4.9 – Diagramme de Nichols de la fonction de transfert en boucle ouverte CRONE β_{11} nominale (—) et domaines d’incertitude fréquentielle (—).

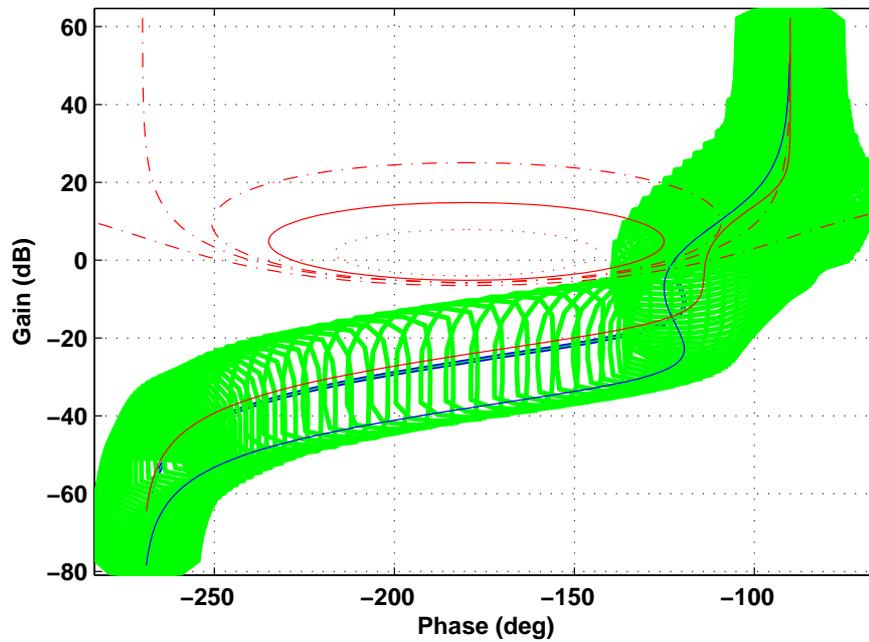


Figure 4.10 – Diagramme de Nichols de la fonction de transfert en boucle ouverte CRONE β_{22} nominale (—) et domaines d’incertitude fréquentielle (—).

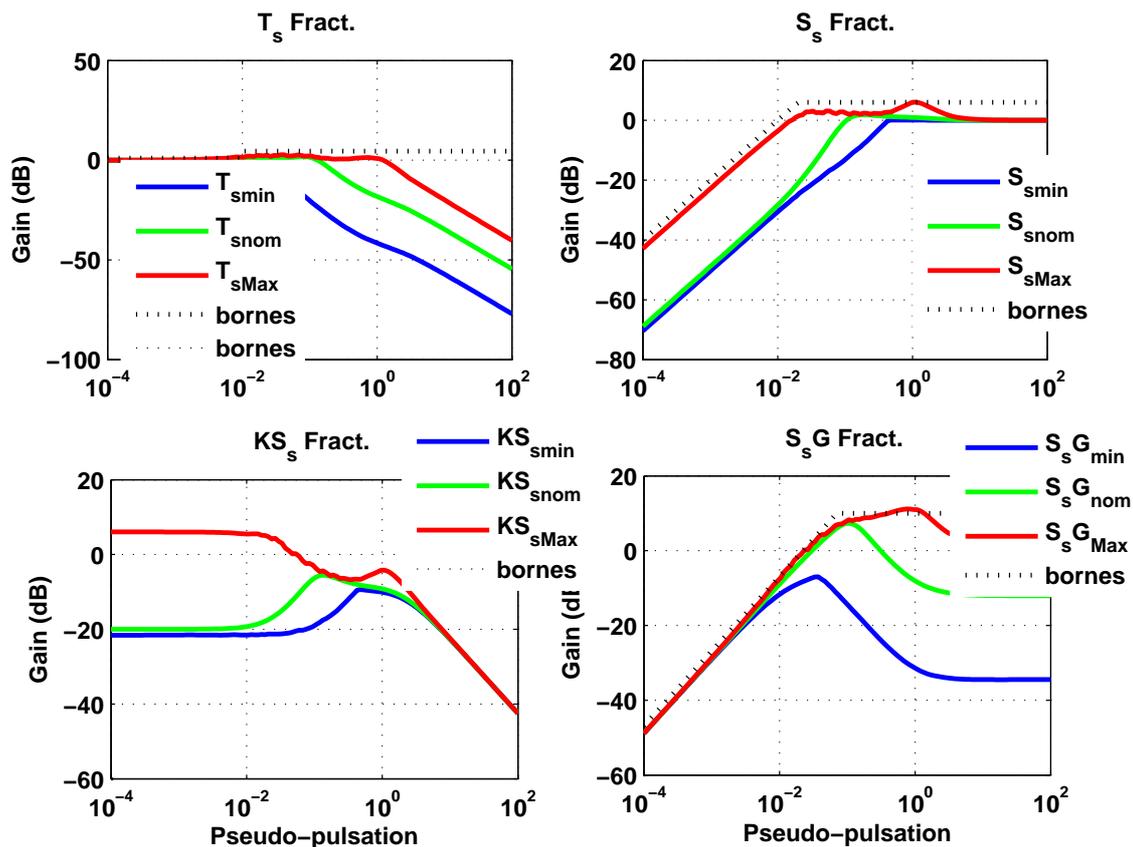


Figure 4.11 – Fonctions de sensibilité relatives à β_{11} : nominales (—) et extrêmes (— et —) comparées à leurs contraintes (...).

Les régulateurs $K_1(w)$ et $K_2(w)$ dans le domaine pseudo-continu sont respectivement donnés par :

$$K_1(w) = \frac{36.66w^3 + 11.77w^2 + 1.1w + 0.02783}{48.99w^4 + 119.4w^3 + 23.36w^2 + w} \quad (4.57)$$

et

$$K_2(w) = \frac{678.7w^4 + 330.3w^3 + 46.14w^2 + 1.897w + 0.017}{1436w^5 + 2040w^4 + 775.8w^3 + 70.41w^2 + w}. \quad (4.58)$$

Après retour dans le domaine discret, les régulateurs à temps discret sont donné par :

$$K_1(q^{-1}) = \frac{0.257 - 0.3683q^{-1} - 0.1212q^{-2} + 0.3695q^{-3} - 0.1347q^{-4}}{1 - 2.245q^{-1} + 1.282q^{-2} + 0.2123q^{-3} - 0.2494q^{-4}} \quad (4.59)$$

et

$$K_2(q^{-1}) = \frac{0.2445 - 0.5354q^{-1} + 0.1408q^{-2} + 0.4447q^{-3} - 0.3853q^{-4} + 0.09085q^{-5}}{1 - 3.239q^{-1} + 3.874q^{-2} - 2.052q^{-3} + 0.4402q^{-4} - 0.02369q^{-5}}. \quad (4.60)$$

Le régulateur diagonal $\mathbf{K}(q^{-1})$ synthétisé pour l'ensemble des états paramétriques

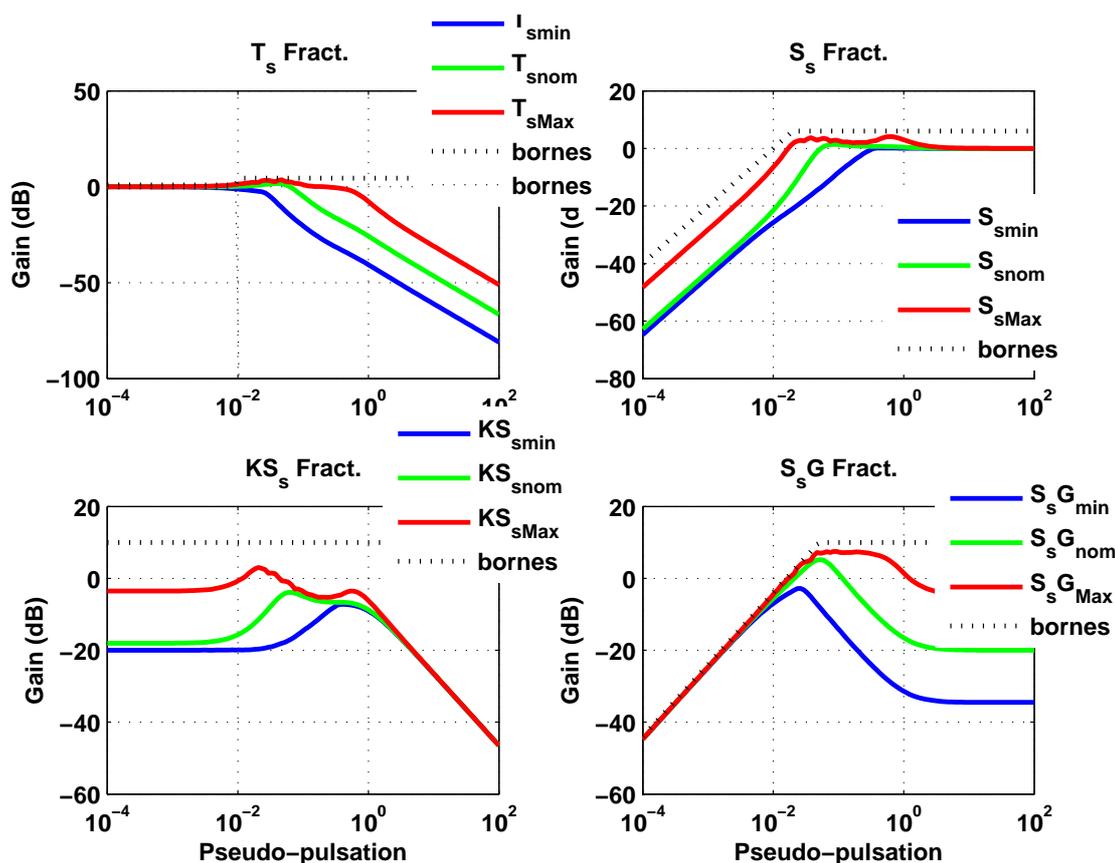


Figure 4.12 – Fonctions de sensibilité relatives à β_{22} : nominales (—) et extrêmes (— et —) comparées à leurs contraintes (...).

est évalué à la fois en suivi de consigne et en rejet de perturbation. Trois états paramétriques définissent le modèle du procédé \mathbf{G} (états #1, #7 et #10). Trois autres états paramétriques définissent respectivement le modèle de perturbation \mathbf{G}_d associé (états #2, #6 et #5). Conformément au schéma de commande de la figure 4.5, une consigne r_1 de type échelon d'amplitude 1 et une consigne r_2 de type échelon d'amplitude 2 sont appliquées à $t = 10$ s et à $t = 40$ s. Par ailleurs, une perturbation d_1 de type échelon d'amplitude 0.5 et une perturbation d_2 de type échelon d'amplitude 1.5 sont ajoutées à $t = 20$ s et à $t = 60$ s. Seul le régulateur feedback \mathbf{K} est utilisé. Les sorties et les commandes du système pour les trois modèles du procédé et de la perturbation sont présentées par les figures 4.13 et 4.14.

Les résultats obtenus montrent que le régulateur synthétisé est robuste en degré de stabilité vis-à-vis des incertitudes sur le modèle.

Pour les figures à suivre, $y1\#1$, $y1\#7$ et $y1\#10$ désignent respectivement la première sortie de systèmes $\mathbf{G}_{\#1}(q^{-1})$, $\mathbf{G}_{\#7}(q^{-1})$ et $\mathbf{G}_{\#10}(q^{-1})$. $y2\#1$, $y2\#7$, et $y2\#10$ désignent respectivement la deuxième sortie des systèmes $\mathbf{G}_{\#1}(q^{-1})$, $\mathbf{G}_{\#7}(q^{-1})$ et $\mathbf{G}_{\#10}(q^{-1})$. $u1\#1$, $u1\#7$ et $u1\#10$ désignent respectivement la première commande appliquée aux systèmes $\mathbf{G}_{\#1}(q^{-1})$, $\mathbf{G}_{\#7}(q^{-1})$ et $\mathbf{G}_{\#10}(q^{-1})$. $u2\#1$, $u2\#7$ et $u2\#10$ désignent respectivement la deuxième commande appliquée aux système de $\mathbf{G}_{\#1}(q^{-1})$, $\mathbf{G}_{\#7}(q^{-1})$ et $\mathbf{G}_{\#10}(q^{-1})$.

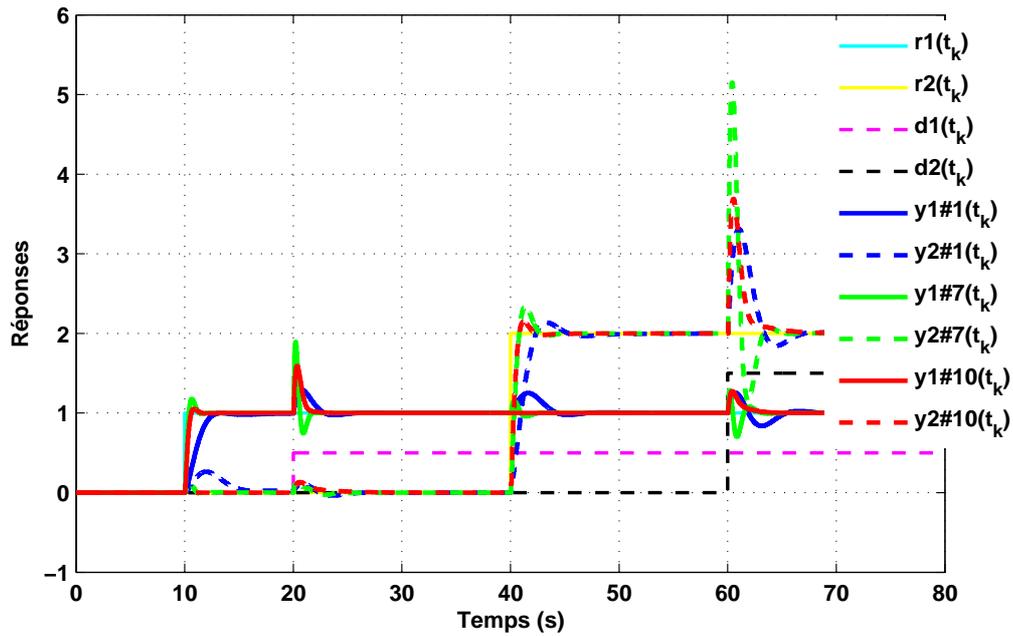


Figure 4.13 – Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles de procédé et de perturbation considérés (seul le régulateur feedback \mathbf{K} est utilisé).

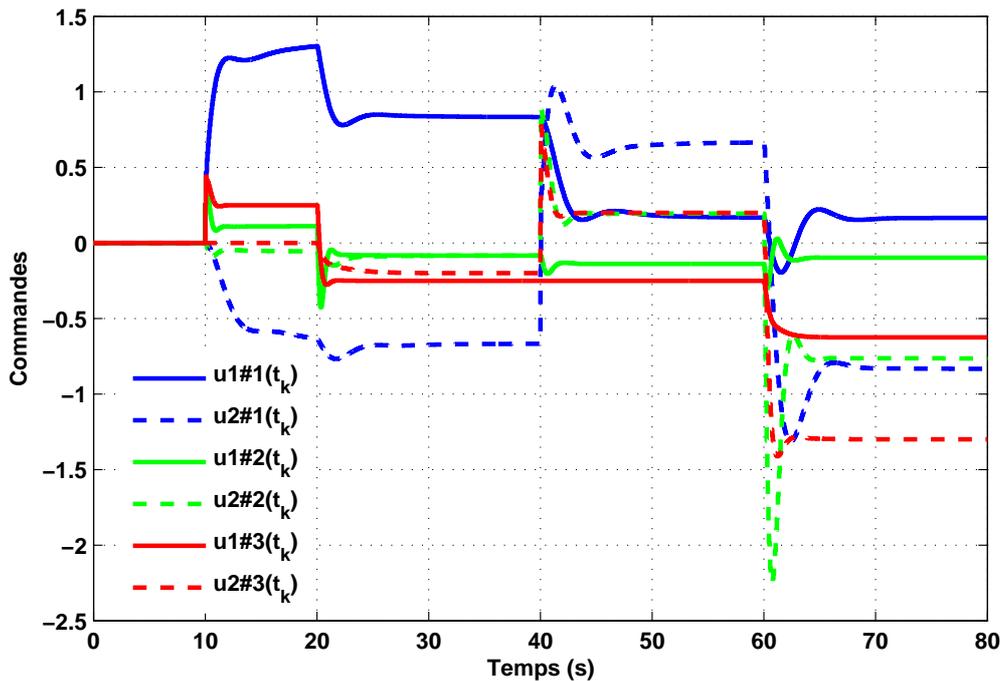


Figure 4.14 – Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les modèles de procédé et de perturbation considérés (seul le régulateur feedback \mathbf{K} est utilisé).

4.4.2 Application de l'approche commande feedback/feedforward anticipative MIMO

Cette partie présente une application académique de l'approche feedback/feedforward anticipative MIMO. Elle est composée de deux paragraphes. Le premier présente une étude des performances de la commande CRONE anticipative MIMO en utilisant l'exemple en simulation donné par l'équation (4.49). Deux cas sont distingués : absence de contrainte sur la commande puis présence d'une contrainte sur la commande. Dans le deuxième paragraphe, l'influence de la variation des matrices de pondération sur les performances du système est analysée.

Les premiers résultats présentés ci-après correspondent à 4 filtres FIR $T_{F_1}(q^{-1})$, $T_{F_2}(q^{-1})$, $T_{P_1}(q^{-1})$ et $T_{P_2}(q^{-1})$ caractérisés par 40 paramètres chacun. Les horizons d'anticipation et de mémoire de ces 4 filtres sont définis par $a = 20$ (1s) et $h = 19$.

Le modèle nominal défini par l'équation (4.52) comporte un retard qu'on décide de ne

pas compenser par $\mathbf{G}_1(q^{-1})$. On laisse ici ce rôle aux filtres FIR. Les expressions de \mathbf{G}_h et \mathbf{G}_1^{-1} sont donc données respectivement par les équations :

$$\mathbf{G}_h(q^{-1}) = \begin{bmatrix} q^{-1} & 0 \\ 0 & q^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

et

$$\mathbf{G}_1^{-1}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{2.122-4.106q^{-1}+1.985q^{-2}}{1-0.9846q^{-1}} & \frac{-0.5306+1.027q^{-1}+-0.4964q^{-2}}{1-0.9846q^{-1}} \\ \frac{-0.7102+1.368q^{-1}-0.6589q^{-2}}{1-0.9846q^{-1}} & \frac{5.24-10.26q^{-1}+5.027q^{-2}}{1-0.9846q^{-1}} \end{bmatrix}. \quad (4.62)$$

Le modèle de perturbation $\mathbf{G}_{\text{dnom}}(q^{-1})$ (état #6) associé au modèle nominal est donné par :

$$\mathbf{G}_{\text{dnom}}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{0.8848q^{-1}}{1-0.7788q^{-1}} & \frac{0.09516q^{-1}}{1-0.9048q^{-1}} \\ \frac{0.09754q^{-1}}{1-0.9512q^{-1}} & \frac{0.5875q^{-1}}{1-0.8825q^{-1}} \end{bmatrix}. \quad (4.63)$$

Comme mentionné dans la section 4.3, $\mathbf{F}_0(q^{-1}) = \mathbf{G}_1^{-1}(q^{-1})$ et $\mathbf{P}_0(q^{-1}) = \mathbf{G}_1^{-1}(q^{-1})\mathbf{G}_{\text{dnom}}(q^{-1})$.

a. Optimisation sans prise en compte de contrainte sur la commande

Les 40 coefficients des filtres $T_{F_1}(q^{-1})$, $T_{F_2}(q^{-1})$, $T_{P_1}(q^{-1})$ et $T_{P_2}(q^{-1})$ sont obtenus en utilisant le toolbox YALMIP [Lofberg, 2004] de MATLAB avec le solveur MOSEK [MOSEK, 2017]. On obtient :

$$T_{F_1}(q^{-1}) = -0.008057q^{-19} + \dots - 0.01349q^{-1} - 0.004516 + 1.111q + \dots + 0.02104q^{20}; \quad (4.64)$$

$$T_{F_2}(q^{-1}) = -0.01559q^{-19} + \dots + 0.01457q^{-1} + 0.008926 + 0.9123q + \dots + 0.01547q^{20}; \quad (4.65)$$

$$T_{P_1}(q^{-1}) = 0.003476q^{-19} + \dots - 0.005675q^{-1} - 0.005621 - 1.026q + \dots + 0.01665q^{20}; \quad (4.66)$$

$$T_{P_2}(q^{-1}) = -0.01354q^{-19} + \dots - 0.003489q^{-1} - 0.003829 - 0.9627q + \dots + 0.02522q^{20}. \quad (4.67)$$

Les figures 4.16 et 4.15 présentent les réponses temporelles des sorties et des commandes du système pour les trois modèles considérés.

Elles montrent que la sortie suit la variation du signal de référence qui a lieu à $t = 10$ s pour les trois modèles choisis. L'effet anticipatif des filtres feedforward est perceptible. Comme la montre la faible variation du premier dépassement, cette commande reste bien robuste en degré de stabilité vis-à-vis de l'incertitude sur le système. Par contre, on observe un niveau de commande très élevé, ce qui justifie la nécessité d'ajouter une contrainte sur la commande pour en limiter les niveaux. L'effet de la perturbation appliquée en $t = 40$ s est correctement rejeté avec une anticipation visible de la commande.

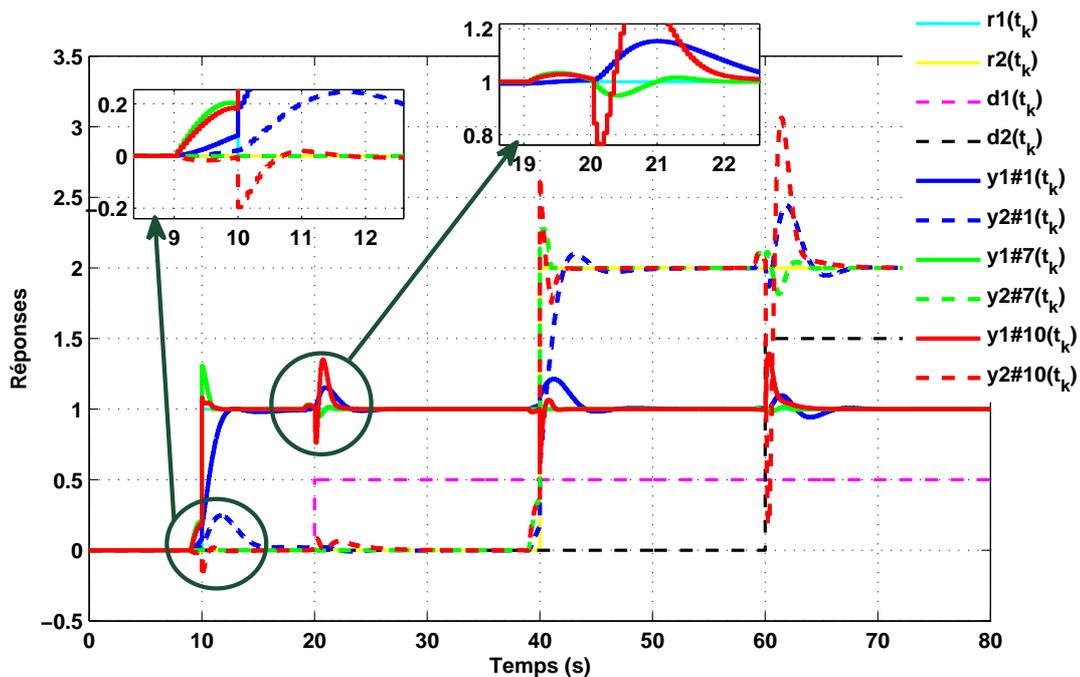


Figure 4.15 – Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés, et en absence de contrainte sur la commande \mathbf{u} .

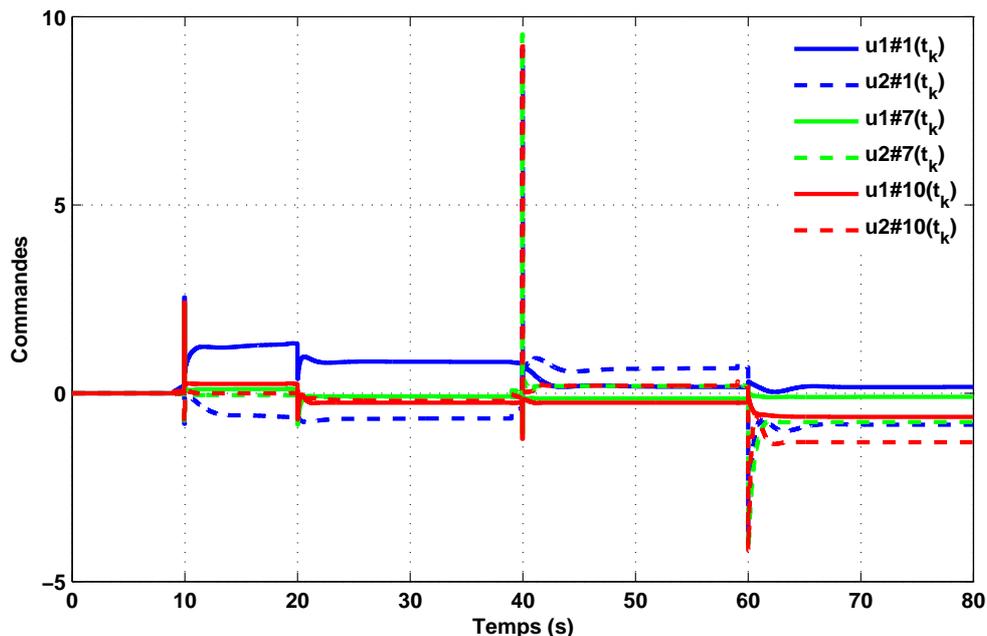


Figure 4.16 – Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés et en absence de contrainte sur la commande \mathbf{u} .

b. Optimisation en présence de contrainte sur la commande

Pour répartir l'effort de commande sur la durée du régime transitoire, une contrainte sur la commande est ajoutée. Les matrices de pondération \mathbf{W}_{ur} et \mathbf{W}_{udy} sont définies par :

$$\mathbf{W}_{\text{ur}}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} w_{ur11}(q^{-1}) & 0 \\ 0 & w_{ur22}(q^{-1}) \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

et

$$\mathbf{W}_{\text{udy}}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} w_{udy11}(q^{-1}) & 0 \\ 0 & w_{udy22}(q^{-1}) \end{bmatrix}. \quad (4.69)$$

Ces contraintes sont tout d'abord définies par des fonctions de transfert à temps continu $w_{ur11}(s)$ et $w_{ur22}(s)$ définies pour le suivi de la consigne et des fonctions de transfert à temps continu $w_{udy11}(s)$ et $w_{udy22}(s)$ définies pour le rejet des perturbations : (4.70) et (4.71). On obtient ensuite les expressions discrètes $w_{ur11}(q^{-1})$, $w_{ur22}(q^{-1})$, $w_{udy11}(q^{-1})$ et $w_{udy22}(q^{-1})$ par approximation de Tustin. $w_{ur11}(q^{-1}) = w_{ur22}(q^{-1}) = \frac{0.5-0.3q^{-1}}{1-q^{-1}}$ et $w_{udy11}(q^{-1}) = w_{udy22}(q^{-1}) = \frac{0.625-0.375q^{-1}}{1-q^{-1}}$.

$$w_{ur11}(s) = w_{ur22}(s) = \left(k_{ur} \frac{s+10}{s}\right)^{-1} \quad (4.70)$$

et

$$w_{udy11}(s) = w_{udy22}(s) = \left(k_{udy} \frac{s+10}{s}\right)^{-1} \quad (4.71)$$

où $k_{ur} = 0.4$ et $k_{udy} = 0.5$.

Les filtres $T_{F_1}(q^{-1})$, $T_{F_2}(q^{-1})$, $T_{P_1}(q^{-1})$ et $T_{P_2}(q^{-1})$ obtenus en résolvant les problèmes d'optimisation linéaires (4.37) et (4.47) sont :

$$T_{F_1}(q^{-1}) = -0.0003547q^{-19} + \dots + 0.1049q^{-1} + 0.1606 + 0.2912q + \dots + 0.006445q^{20}; \quad (4.72)$$

$$T_{F_2}(q^{-1}) = -0.001491q^{-19} + \dots + 0.08043q^{-1} + 0.1048 + 0.1555q + \dots + 0.006194q^{20}; \quad (4.73)$$

$$T_{P_1}(q^{-1}) = 0.005089q^{-19} + \dots - 0.06989q^{-1} - 0.08267 - 0.3387q + \dots + 0.006654q^{20}; \quad (4.74)$$

et

$$T_{P_2}(q^{-1}) = 0.000382q^{-19} + \dots - 0.05431q^{-1} - 0.0569 - 0.2215q + \dots + 0.008316q^{20}. \quad (4.75)$$

Les figures 4.17 et 4.18 permettent de comparer les réponses fréquentielles de \mathbf{H}_{ur} pour les trois modèles considérés et \mathbf{H}_{udy} à celles des deux fonctions de pondération \mathbf{W}_{ur}^{-1} et \mathbf{W}_{udy}^{-1} .

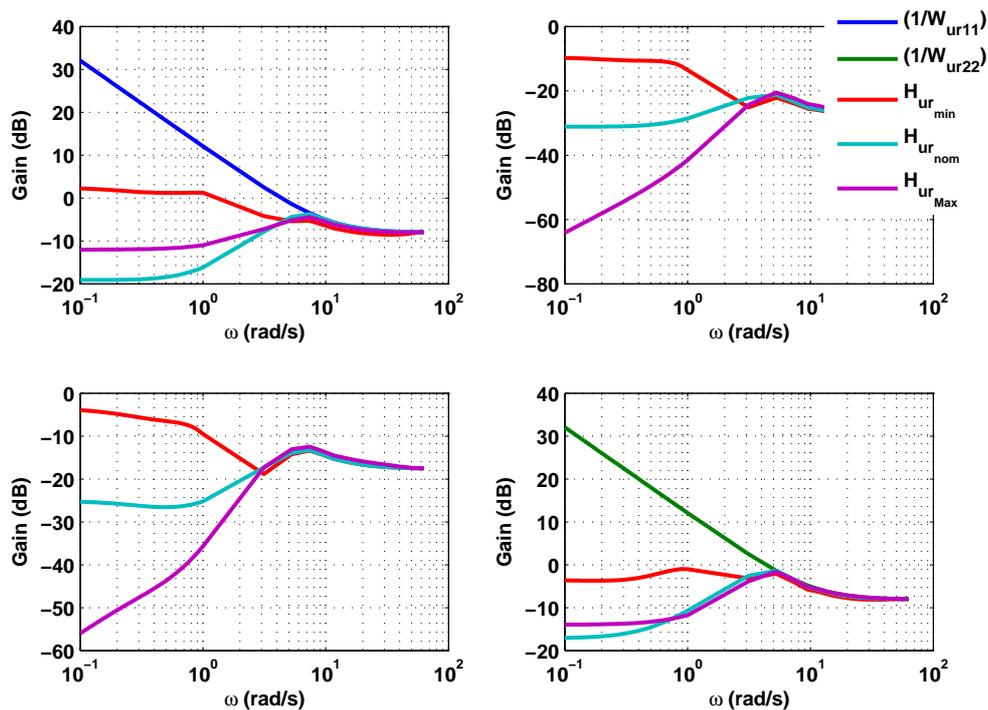


Figure 4.17 – Vérification du respect des contraintes $W_{ur11}^{-1}(q^{-1})$ (—) et $W_{ur22}^{-1}(q^{-1})$ (—) par la matrice de transfert \mathbf{H}_{ur} calculées pour les trois états paramétriques.

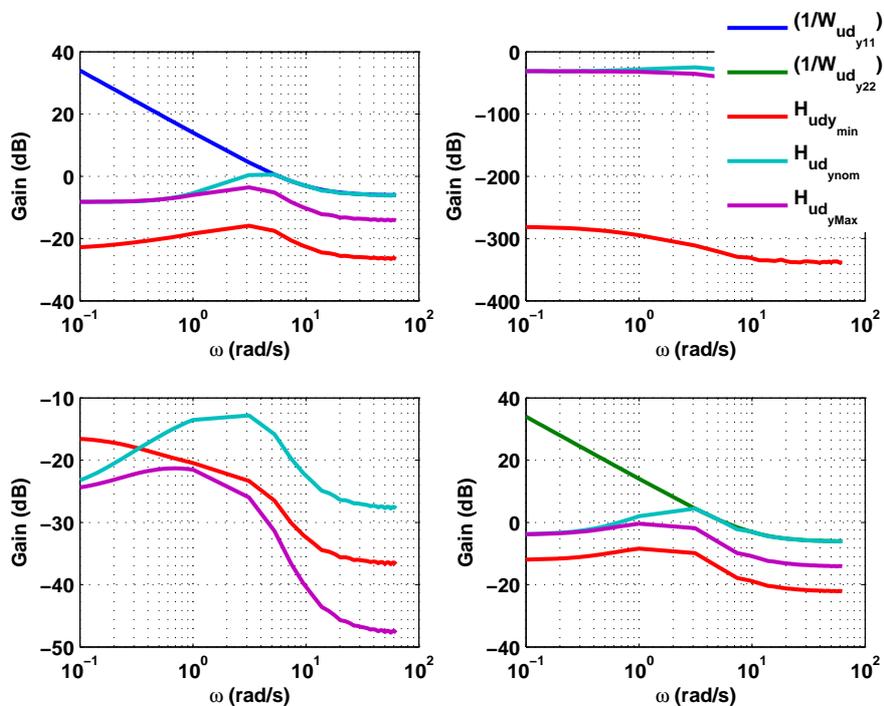


Figure 4.18 – Vérification du respect de la contrainte $W_{udy11}^{-1}(q^{-1})$ (—) et $W_{udy22}^{-1}(q^{-1})$ (—) par la matrice de transfert \mathbf{H}_{udy} calculées pour les trois états paramétriques.

On peut remarquer que les contraintes sur la commande sont satisfaites pour la poursuite de la référence et le rejet de la perturbation.

Les figures 4.19 et 4.20 présentent l'évolution des sorties et des commandes du système pour les trois modèles considérés.

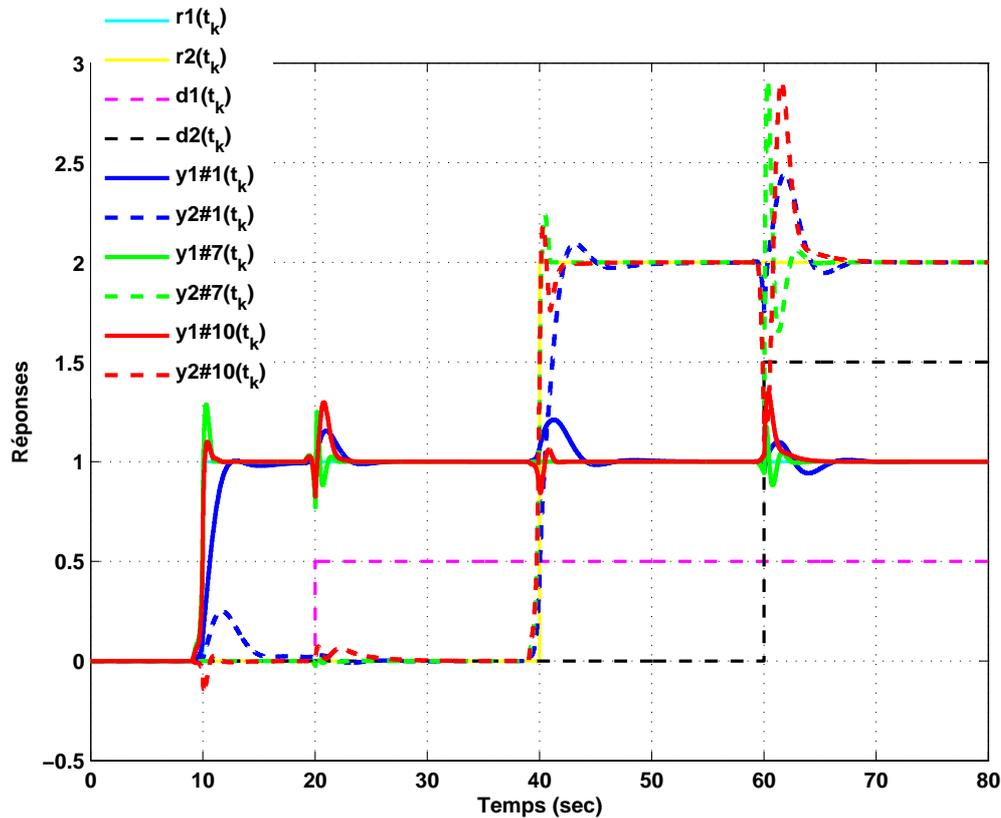


Figure 4.19 – Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés en présence de contrainte sur la commande \mathbf{u} .

Sans réduire significativement les performances, l'ajout de contraintes sur la commande a diminué de façon importante le signal de commande pour les trois modèles considérés. Cela montre l'importance de la présence de contraintes sur le signal de commande dans le problème d'optimisation. Pour l'ensemble des modèles considérés, les matrices anticipatives accélèrent le suivi de consigne et améliorent de façon importante le rejet de perturbation.

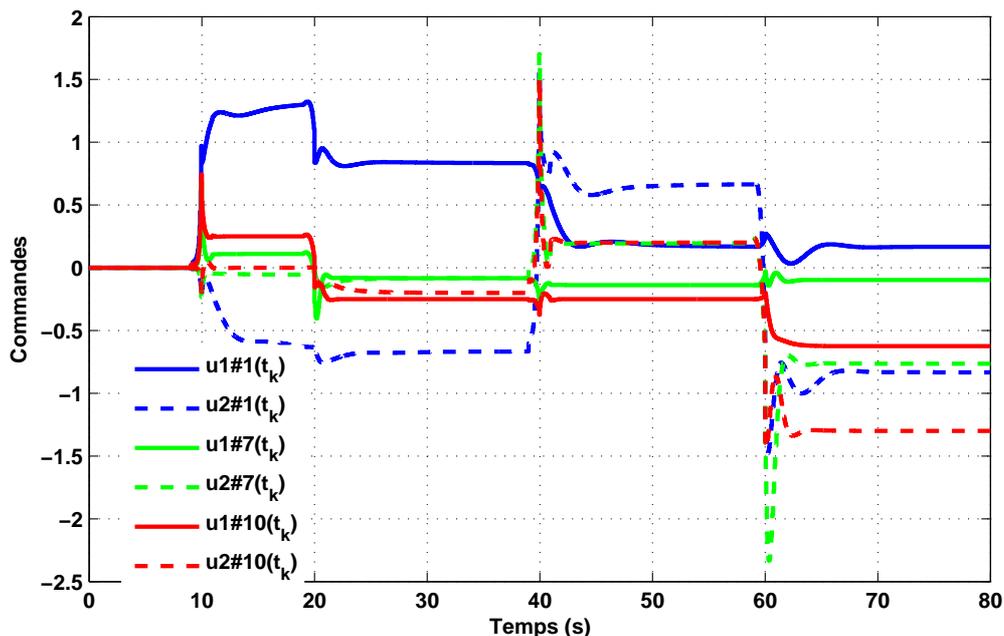


Figure 4.20 – Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés en présence de contrainte sur la commande \mathbf{u} .

4.4.3 Influence des matrices de pondération

Ce paragraphe présente l'influence des matrices de pondération \mathbf{W}_{ur} et \mathbf{W}_{udy} sur les performances du système.

A. Diminution du gain k_{ur} de la matrice de pondération $\mathbf{W}_{ur}(s)$

Pour $k_{ur} = 0.1$, les deux filtres $T_{F_1}(q^{-1})$ et $T_{F_2}(q^{-1})$ obtenus en résolvant le problème d'optimisation linéaires (4.37) sont :

$$T_{F_1}(q^{-1}) = 0.007076q^{-19} + \dots + 0.04072q^{-1} + 0.05305 + 0.08791q + \dots + 0.007237q^{20} \quad (4.76)$$

et

$$T_{F_2}(q^{-1}) = 0.004179q^{-19} + \dots + 0.04421q^{-1} + 0.04784 + 0.06119q + \dots + 0.005448q^{20}. \quad (4.77)$$

Les deux filtres $T_{P_1}(q^{-1})$ et $T_{P_2}(q^{-1})$ restent donnés par les équations (4.74) et (4.75).

Les résultats obtenus montrent (figure 4.21) que la nouvelle contrainte \mathbf{W}_{ur}^{-1} (avec $k_{ur} = 0.1$) sur la commande est respectée.

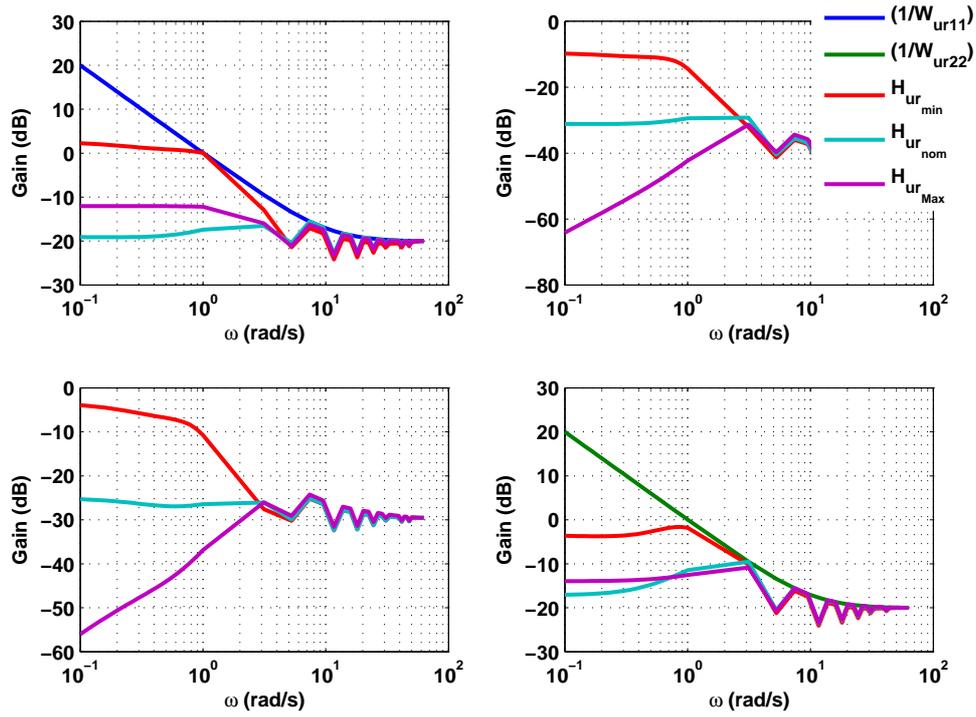


Figure 4.21 – Vérification du respect des contraintes $W_{ur11}^{-1(q-1)}$ (—) et $W_{ur22}^{-1(q-1)}$ (—) par la matrice de transfert \mathbf{H}_{ur} calculées pour les trois états paramétriques ($k_{ur} = 0.1$ et $k_{udy} = 0.5$).

Les figures 4.22 et 4.23 présentent l'évolution des sorties et des commandes du système pour les modèles considérés.

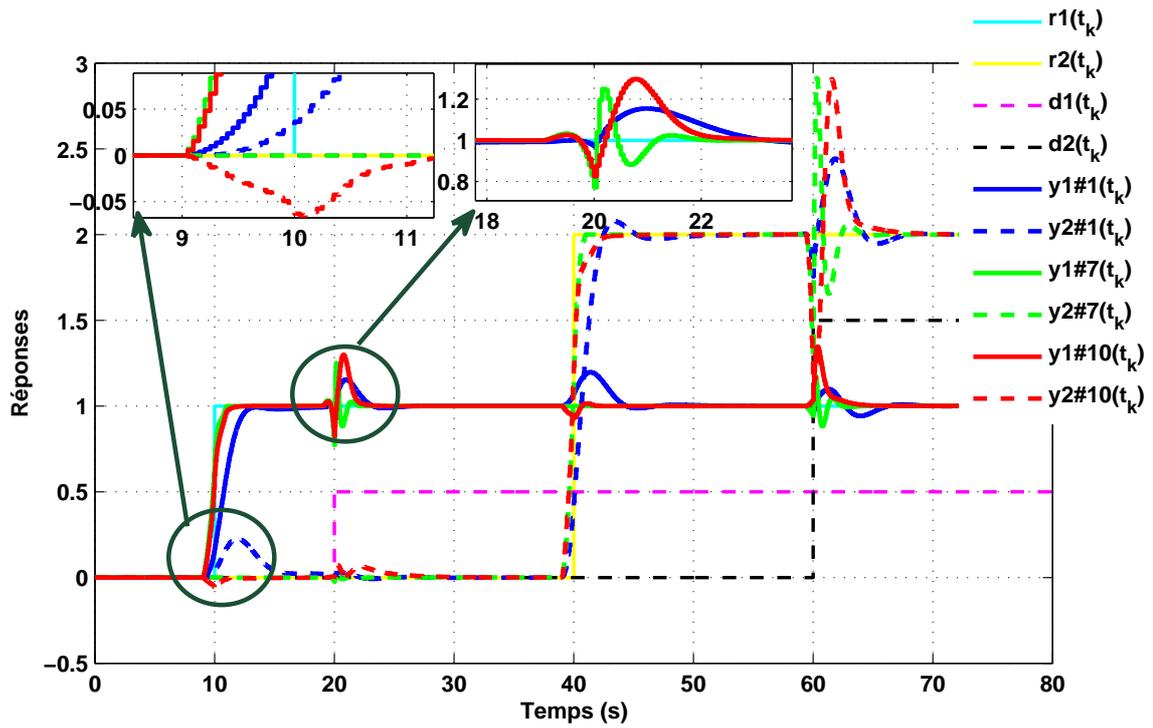


Figure 4.22 – Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés ($k_{ur} = 0.1$ et $k_{ud_y} = 0.5$).

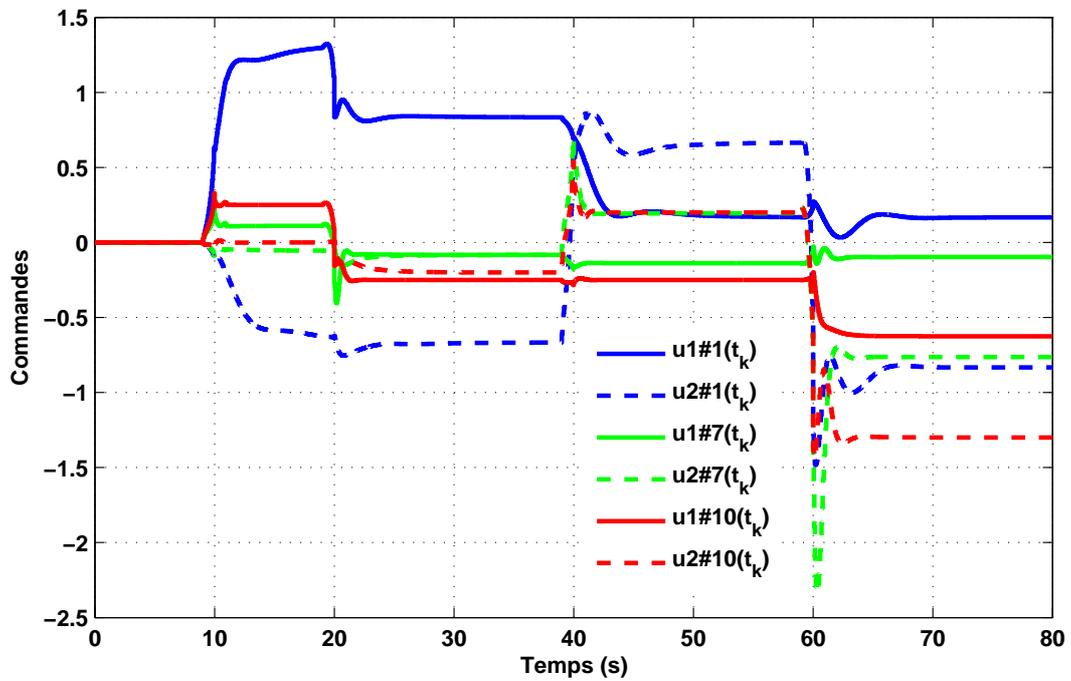


Figure 4.23 – Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés pour ($k_{ur} = 0.1$ et $k_{ud_y} = 0.5$).

Bien qu'il soit un peu plus lent (mais mieux amorti), on constate un bon suivi de consigne pour les trois modèles considérés en comparaison avec les résultats trouvés pour $k_{ur} = 0.4$. On remarque par contre une forte diminution de niveau de commande pour les trois modèles.

B. Diminution du gain k_{udy} de la matrice de pondération $W_{udy}(s)$

Soit $k_{udy} = 0.2$, les deux filtres $T_{P_1}(q^{-1})$ et $T_{P_2}(q^{-1})$ obtenus en résolvant le problème d'optimisation linéaires (4.47) sont :

$$T_{P_1}(q^{-1}) = -0.002894q^{-19} + \dots - 0.05135q^{-1} - 0.05955 - 0.1603q + \dots + 0.003895q^{20} \quad (4.78)$$

et

$$T_{P_2}(q^{-1}) = -0.04843q^{-19} + \dots - 0.03803q^{-1} - 0.03157 - 0.07711q + \dots - 0.0229q^{20}. \quad (4.79)$$

Les deux filtres $T_{F_1}(q^{-1})$ et $T_{F_2}(q^{-1})$ restent donnés par les équations (4.76) et (4.77).

Pour $k_{udy} = 0.2$ et $k_{ur} = 0.1$, on remarque que la contrainte est satisfaite (figure 4.24).

Les figures 4.25 et 4.26 présentent l'évolution des sorties et des commandes du système pour les trois modèles considérés.

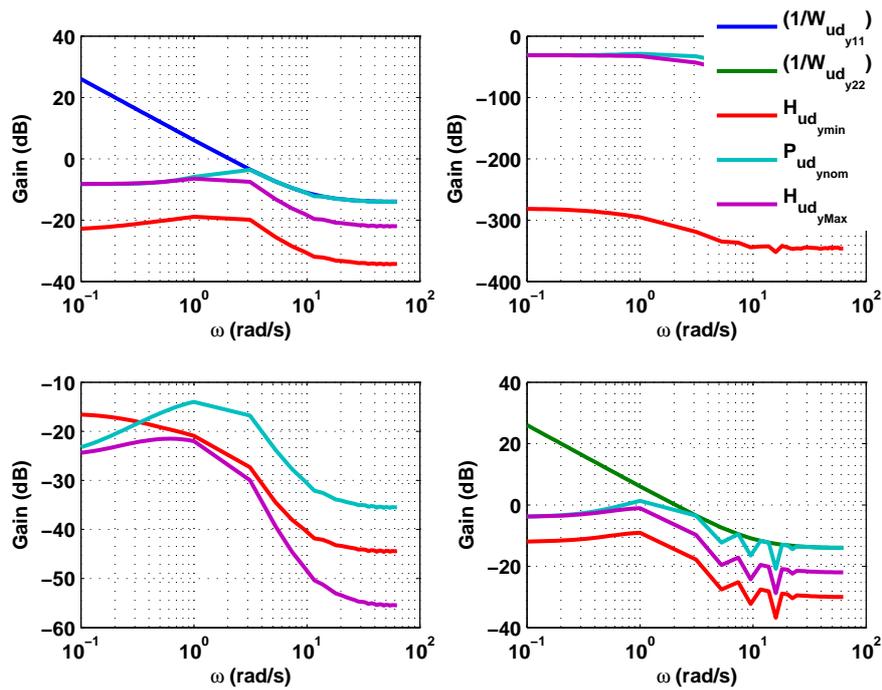


Figure 4.24 – Vérification du respect de la contrainte $W_{ud_{y11}}^{-1}(q^{-1})$ (—) et $W_{ud_{y22}}^{-1}(q^{-1})$ (—) par la matrice de transfert \mathbf{H}_{ud_y} calculées pour les trois états paramétriques ($k_{ur} = 0.1$ et $k_{ud_y} = 0.2$).

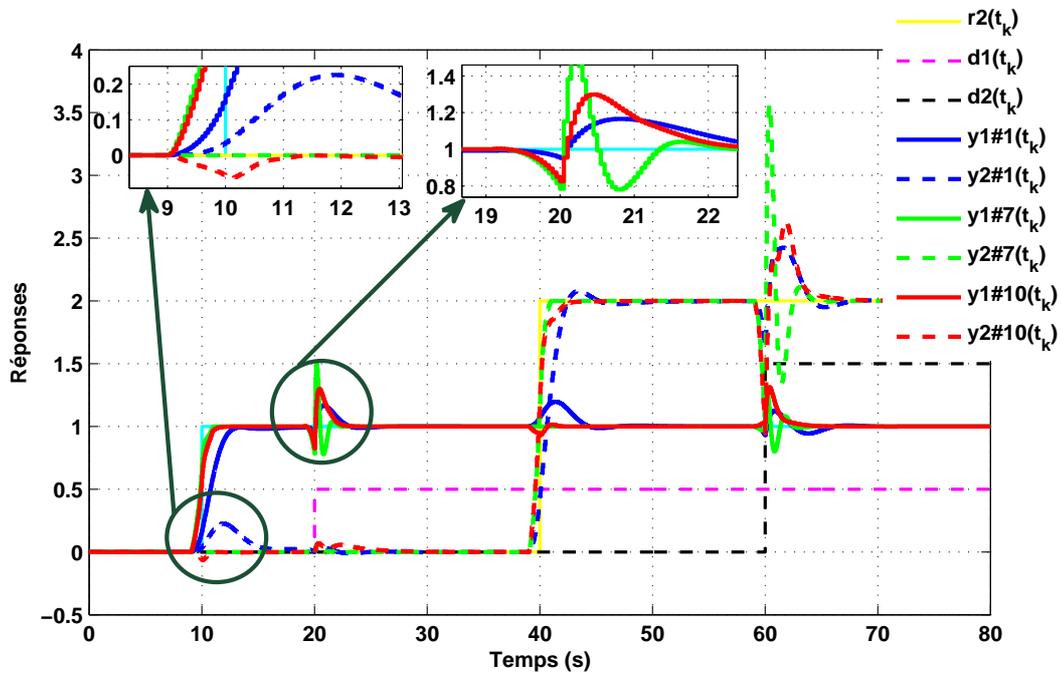


Figure 4.25 – Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés ($k_{ur} = 0.1$ et $k_{ud_y} = 0.2$).

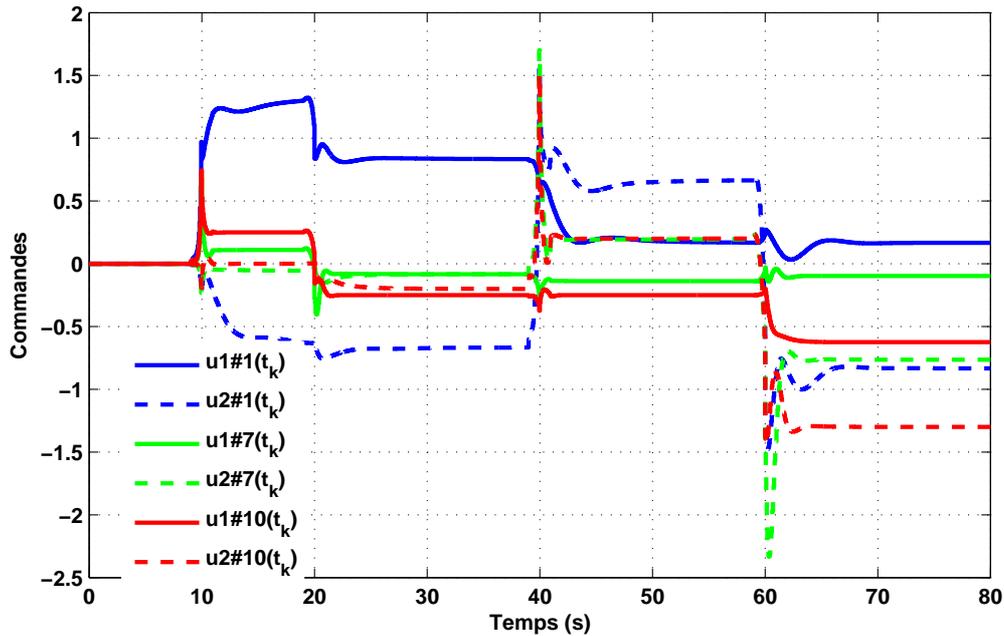


Figure 4.26 – Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés pour ($k_{ur} = 0.1$ et $k_{ud_y} = 0.2$).

On remarque que le rejet de perturbation pour les trois modèles considérés est très peu dégradé mais la commande un peu plus douce.

4.5 Apport de l'approche CRONE anticipative par rapport aux autres approches de commande

Sur la base de l'exemple traité précédemment, cette section compare les performances de l'approche CRONE anticipative à celles de l'approche commande feedback CRONE seule et à celles d'une commande feedback/feedforward non anticipative. Elle est composée de trois parties. La première partie décrit l'approche feedback/feedforward non anticipative MIMO mise en œuvre dans la deuxième partie. La troisième partie présente une comparaison chiffrée des performances des 3 approches.

4.5.1 Description de l'approche commande feedback/feedforward non anticipative MIMO

Le schéma fonctionnel de l'approche feedback/feedforward non anticipative est donné par la figure 4.27.

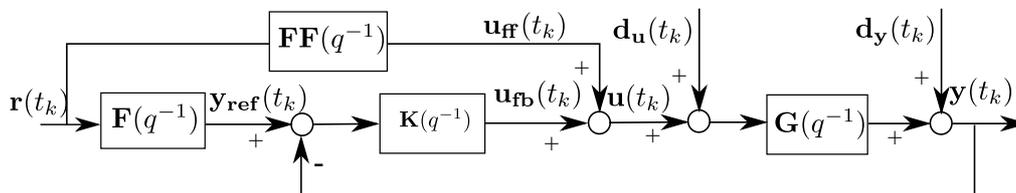


Figure 4.27 – Schéma fonctionnel de l'approche feedback/feedforward non anticipative.

Le filtre \mathbf{FF} effectue la précompensation. Il permet de traiter la variation de la consigne et d'ajuster le niveau de la commande $\mathbf{u}(t_k)$. Le filtre \mathbf{F} génère une consigne de boucle $\mathbf{y}_{\text{ref}}(t_k)$. Cette dernière représente la sortie imposée par la commande par précompensation.

$\mathbf{FF}(q^{-1})$ est obtenu par discrétisation de $\mathbf{FF}(s)$

$$\mathbf{FF}(s) = \mathbf{G}_1(s)^{-1} \begin{pmatrix} \frac{1}{(1+s/\omega_{FF_1})^{n_{FF}}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{(1+s/\omega_{FF_n})^{n_{FF}}} \end{pmatrix}, \quad (4.80)$$

n_{FF} et ω_{FF_i} devront satisfaire les conditions suivantes :

- n_{FF} tel que $\mathbf{FF}(s)$ soit propre ;
- ω_{FF_i} tel que $u_{FF_i} < u_{max_i}$ pour $1 \leq i \leq n$, où u_{max_i} est la valeur de la commande u maximale.

L'expression du filtre $\mathbf{F}(q^{-1})$ est donnée :

$$\mathbf{F}(q^{-1}) = \mathbf{FF}(q^{-1})\mathbf{G}_{\text{nom}}(q^{-1}). \quad (4.81)$$

4.5.2 Mise en œuvre de l'approche commande feedback/feedforward non anticipative MIMO

Pour mettre en œuvre l'approche feedback/feedforward non anticipative MIMO, l'exemple défini par l'équation (4.49) est utilisé.

Compte tenu de $\mathbf{G}_1^{-1}(q^{-1})$ donnée par l'équation (4.62), les paramètres de $\mathbf{FF}(s)$ sont choisis comme suit :

- $n_{FF} = 2$;
- $\omega_{FF_1} = 3$;
- $\omega_{FF_2} = 2$.

1. *Absence de perturbation sur la commande et sur la sortie*

En appliquant l'approche feedback/feedforward non anticipative, les résultats de simulation obtenus sont donnés par les figures 4.28 et 4.29

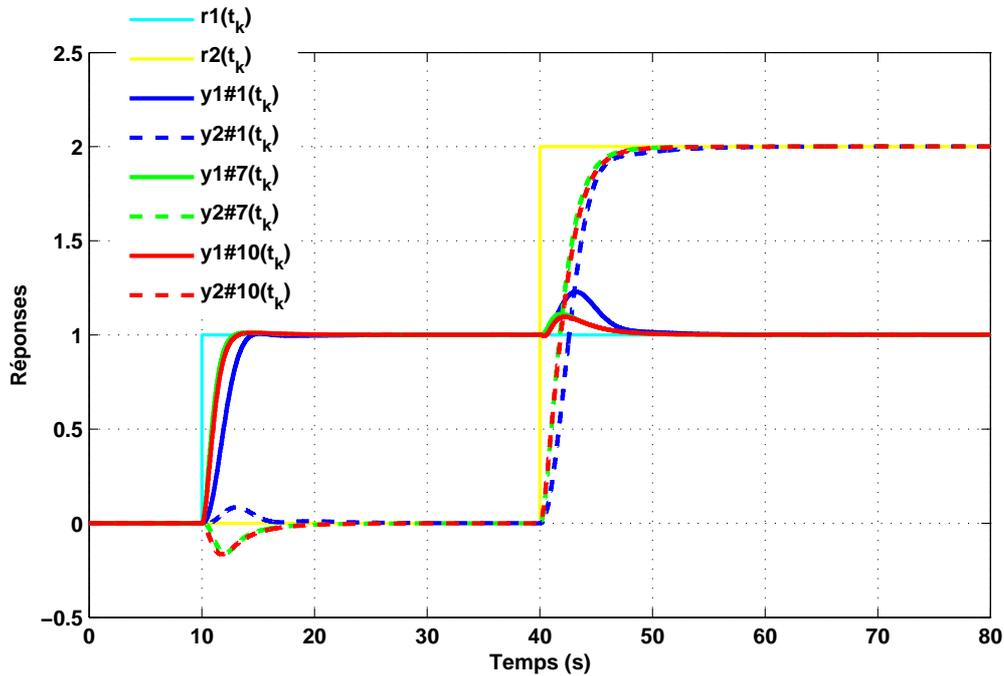


Figure 4.28 – Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé considérés pour l'approche feedback/feedforward non anticipative MIMO.

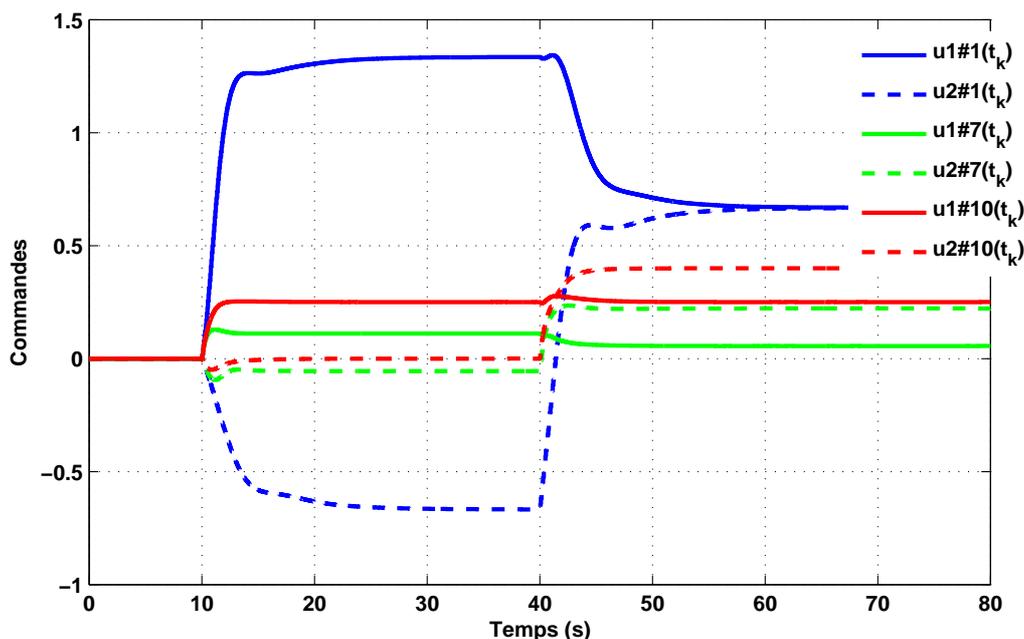


Figure 4.29 – Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé considérés pour l'approche feedback/feedforward non anticipative MIMO.

La figure 4.28 montre que les deux sorties y_1 et y_2 suivent les deux trajectoires de référence r_1 et r_2 pour les trois modèles considérés. Cette poursuite est assez lente par rapport aux résultats trouvés avec l'approche feedback/feedforward anticipative en absence et en présence de contrainte sur le signal de commande (voir les figures 4.19 et 4.16). Cela montre l'intérêt de l'effet anticipatif. La figure 4.29 montre que les signaux de commande pour les trois modèles considérés sont par contre plus faibles par rapport aux signaux de commande trouvés en appliquant l'approche feedback/feedforward anticipative.

2. *Présence de perturbation sur la sortie*

Le modèle de perturbation $\mathbf{G}_d(q^{-1})$ est défini par les trois états paramétriques utilisés dans l'approche feedback/feedforward anticipative (états #2, #6 et #5). En appliquant l'approche feedback/feedforward non anticipative pour le suivi de consigne et l'approche feedback/feedforward anticipative pour le rejet de perturbations, les résultats de simulation obtenus sont donnés par les figures 4.30 et 4.31.

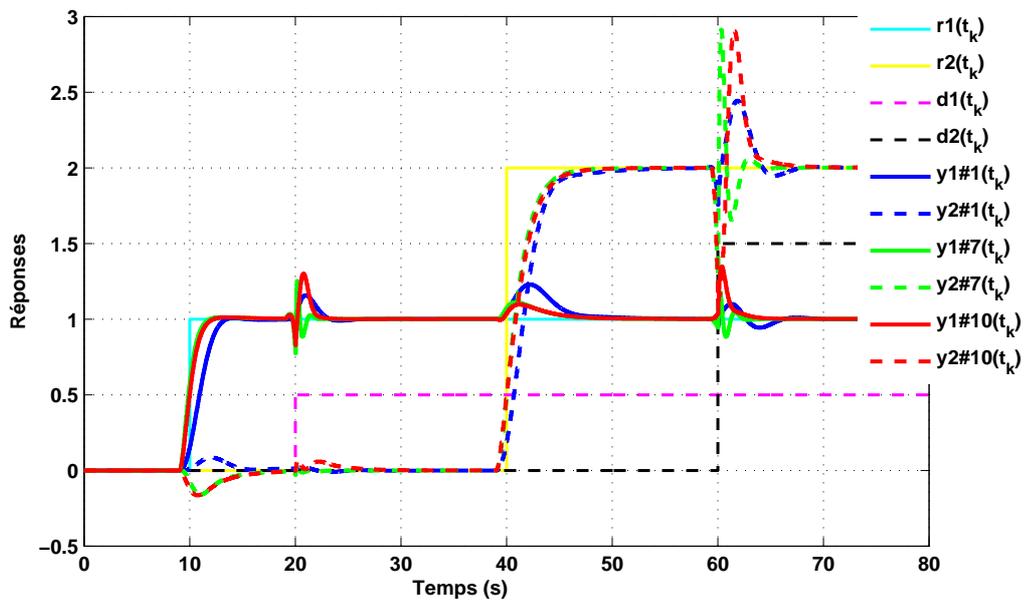


Figure 4.30 – Evolution des sorties y_1 (ligne continue) et y_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés pour l'approche feedback/feedforward non anticipative MIMO.

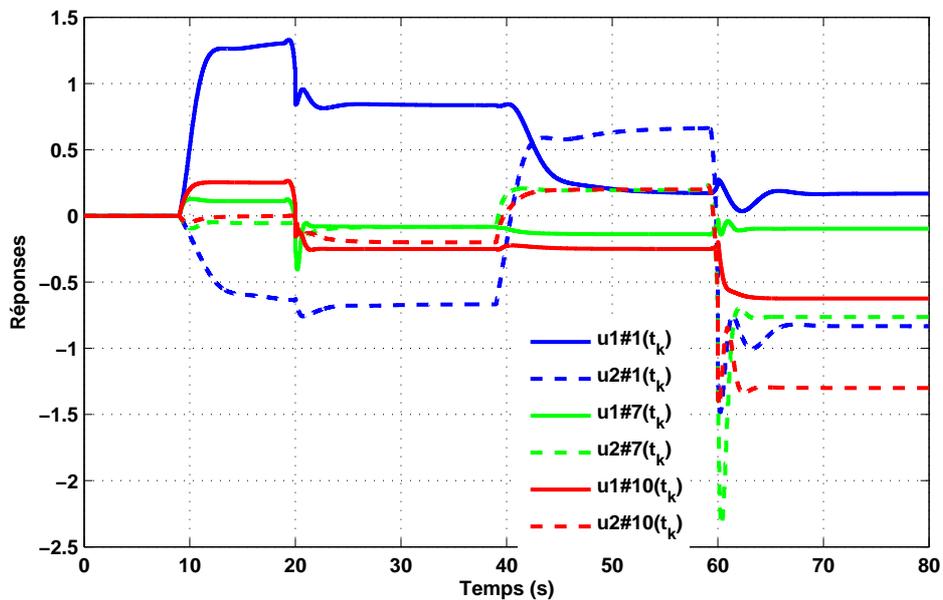


Figure 4.31 – Evolution des commandes u_1 (ligne continue) et u_2 (ligne discontinue) pour les modèles du procédé et de perturbation considérés pour l'approche feedback/feedforward non anticipative MIMO.

4.5.3 Comparaison des différentes approches

Grâce à la fonction de critères numériques, cette partie vise à mesurer l'utilité de l'association d'une commande robuste de type feedback à une commande anticipative de type feedforward par rapport à la commande feedback CRONE seule et à la commande feedback/feedforward non anticipative. Pour cela, nous allons mesurer l'écart entre la sortie du système et la consigne. De même, on mesurera l'énergie de commande utilisée. Pour l'ensemble de modèles considérés, deux critères sont donc définis :

$$\mathbf{J} = \sum_{i=0}^{N_s} ((r_1(i) - y_1(i))^2 + (r_2(i) - y_2(i))^2), \quad (4.82)$$

où N_s , r_1 , y_1 , r_2 et y_2 représentent respectivement l'horizon de simulation, la première consigne, la deuxième consigne, la première sortie de système et la deuxième sortie de système ;

$$\mathbf{E}_c = \sum_{i=0}^{N_s} ((u_1(i))^2 + (u_2(i))^2). \quad (4.83)$$

où u_1 et u_2 sont respectivement la première et la deuxième commande appliquée au système.

Pour parcourir l'ensemble de l'intervalle de simulation, N_s est fixé à 1600 pour les deux critères.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 4.2 pour l'application de la commande feedback seule (voir les figures 4.13 et 4.14), l'application de la commande feedback/feedforward anticipatif en absence de contrainte sur la commande (voir les figures 4.16 et 4.15), l'application de la commande feedback/feedforward anticipatif en présence de contrainte sur la commande (voir les figures 4.22 et 4.23) et l'application de la commande feedback/feedforward non anticipatif (voir les figures 4.30 et 4.31). En comparant les valeurs de \mathbf{J} et \mathbf{E}_c des différentes approches de commandes, on remarque que la valeur de \mathbf{J} est bien sûr minimale pour la commande feedback/feedforward anticipative en absence de contrainte sur la commande. En revanche, si les 4 approches conduisent à des énergies de commande assez proches, l'objectif de la synthèse du filtre feedforward anticipatif est aussi la modération des pics du signal de commande. L'approche de

Tableau 4.2 – Tableau récapitulatif des résultats obtenus.

<i>Type de commande</i>	#1	#7	#10
Commande feedback seulement			
J	14.9466	15.1098	10.8717
E_c	52.0461	22.8236	41.0802
Commande feedback/feedforward anticipative sans contrainte			
J	8.8244	2.7698	9.2182
E_c	54.0991	26.2124	43.3852
Commande feedback/feedforward anticipative avec contrainte			
J	9.8424	5.8780	8.1707
E_c	51.5237	22.3717	40.9168
Commande feedback/feedforward non anticipative			
J	13.4585	9.3145	11.0607
E_c	51.6468	22.1845	40.8034

commande la plus adéquate est donc l'approche de commande feedback/feedforward anticipative en présence de contrainte sur la commande.

4.6 Conclusion

L'extension de la commande CRONE anticipative monovariante aux systèmes multivariables a été présentée. Ses performances ont été évaluées sur un exemple académique MIMO. L'influence des matrices de pondération $\mathbf{W}_{ur}(q^{-1})$ $\mathbf{W}_{ud_y}(q^{-1})$ sur la commande a été étudiée. Les résultats obtenus ont finalement confirmé l'intérêt l'effet feedforward anticipatif : maîtrise du régime transitoire de la sortie et répartition de l'effort de commande sur la durée du régime transitoire pour l'ensemble des modèles considérés. Ils ont montré de plus les capacités de robustesse de l'approche proposée dans le cas MIMO. L'approche commande feedback/feedforward non anticipative est aussi été développée à la fin de ce chapitre. Un tableau récapitulatif permet de montrer l'apport de l'approche MIMO proposée par rapport aux approches de commande feedback CRONE seule, de commande feedback/feedforward anticipative en absence de contrainte sur la commande et de commande feedback/feedforward anticipative en présence de contrainte sur la commande. L'intérêt de l'approche de commande feedback/feedforward anticipative par rapport aux autres approches de commandes mentionnées a été directement démontré.

Conclusion générale et Perspectives

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur l'étude et le développement de la commande CRONE avec effet anticipatif robuste pour les systèmes monovariables et multivariables. Après une première tentative infructueuse de combinaison entre une commande MPC anticipative et une commande CRONE, nos recherches nous ont amené à proposer une nouvelle approche, l'association d'une commande anticipative de type feedforward à une commande CRONE feedback. Deux cas différents ont été traités : la poursuite de signaux de références futurs et le rejet de perturbations futures. Ces signaux sont supposés connus à l'avance. Un processus d'optimisation des paramètres des filtres FIR composant cette commande anticipative est proposé. Cette optimisation prend également en compte des contraintes relatives au niveau de commande.

Le **chapitre 1** de ce manuscrit a présenté un état de l'art de la commande anticipative. Une étude bibliographique a décrit un historique de l'évolution de cette commande, ses domaines d'application et les méthodologies utilisées. Ce chapitre a ensuite présenté une introduction à la commande prédictive MPC (historique et concepts fondamentaux), son efficacité à éliminer les effets des perturbations et à assurer une bonne poursuite du signal de référence si cette commande a connu un développement important durant ces dernières années, nous avons pu montrer que la commande MPC et plus particulièrement la commande GPC est mise en défaut dans un cadre anticipatif, notamment par un manque de robustesse important.

Afin de résoudre le problème de détermination des matrices de pondération λ et Q figurant dans le critère de la commande GPC, il a été envisagé de s'inspirer des résultats proposés par Gaurang Shah et Sebastian Engell pour synthétiser une commande prédictive paramétrée par une dynamique de boucle fermée donnée. Ceci a fait l'objet du

chapitre 2. Ce même chapitre a présenté les développements et les différentes stratégies de l'approche CRONE pour la commande de systèmes monovariables incertains. La synthèse d'une commande GPC paramétrée par la dynamique issue d'une commande CRONE robuste a donc été réalisée et appliquée à un exemple académique. Ce chapitre a finalement montré que les approches MPC n'offrent pas la capacité de maîtriser leur fonctionnement en mode anticipatif quand la connaissance des futurs signaux d'excitation peut être utilisée.

Le **chapitre 3** a ensuite présenté la nouvelle voie explorée qui consiste à associer une commande robuste par contre-réaction (feedback CRONE) à une commande par pré-compensation anticipative (feedforward non causal). L'action feedforward utilise un filtre anticipatif synthétisé dans le domaine fréquentiel en utilisant des critères d'optimalité et des contraintes de type \mathcal{H}_2 et \mathcal{H}_∞ . Deux objectifs sont distingués : assurer la poursuite des références futures et assurer le rejet des perturbations futures. Un exemple académique et une application pratique sur une maquette de régulation hydraulique ont montré la validité et l'efficacité de cette contribution pour des problèmes d'asservissement et de régulation de procédés incertains SISO. Une adaptation de cette approche aux contraintes des systèmes de commande expérimentaux s'est avérée judicieuse. Ainsi, la réduction de la complexité des filtres anticipatifs utilisés a été mise en œuvre.

Le **chapitre 4** est dédié à l'extension de l'approche commande CRONE anticipative monovariante aux systèmes multivariables incertains. Il a présenté, d'une part, le principe des méthodologies CRONE MIMO. La détermination des paramètres du filtre anticipatif MIMO a ensuite été développée. L'application à un système académique multivariante carré a montré la consistance de l'approche. Ce même chapitre a également présenté l'approche commande feedback/feedforward non anticipative. La comparaison chiffrée des performances entre cette dernière approche à celles d'une approche commande feedback CRONE seule et de l'approche commande CRONE anticipative a permis de conclure ce chapitre. Elle a en effet montré l'intérêt de l'approche CRONE anticipative proposée ici.

Quant aux perspectives de recherche, elles s'inscrivent directement dans la continuité

des travaux exposés dans ce mémoire.

Pour le chapitre 3, il serait nécessaire de valider l'approche commande feedback/feedforward anticipative SISO proposée pour le cas rejet de futurs signaux de perturbations supposés connus à l'avance sur la maquette de régulation hydraulique ou à l'aide d'un autre banc d'essais.

À l'issue du dernier chapitre, deux études supplémentaires peuvent être faites comme pour le cas SISO, la première portera sur la réduction de nombre de paramètres du filtre feedforward anticipatif. La deuxième consistera à étendre l'approche commande feedback/feedforward anticipative développée pour les systèmes multivariables carrés aux systèmes multivariables non-carrés. Ces systèmes demandent en effet des filtres anticipatifs feedforward non-carrés qui peuvent comporter des matrices pseudo inverses de parties du procédé nominal choisi.

L'approche commande feedback/feedforward anticipative MIMO proposée dans cette thèse est validée par des simulations numériques. Comme on l'a fait pour l'approche commande feedback/feedforward anticipative SISO, l'application pratique de cette approche sur un procédé réel est une perspective très intéressante.

Une autre piste à développer sera l'extension de l'approche commande CRONE anticipative à d'autres classes de systèmes à savoir les systèmes instables et les systèmes non linéaires.

Annexe

Introduction à YALMIP

YALMIP est une boîte à outils MATLAB gratuite visant à modéliser et résoudre des problèmes d'optimisation rencontrés dans la théorie de commande. Elle a été fondée par John Löfberg en 2001. YALMIP est initialement mis en œuvre pour les problèmes d'optimisation semi-définie positive (SDP) et d'inégalité matricielle linéaire (LMI). Au cours des années, YALMIP a considérablement évolué. Sa dernière version, YALMIP 3, a abordé différents problèmes d'optimisation tels que : la programmation linéaire (LP), la programmation quadratique (QP), la programmation de cônes de second ordre (SOCP), la programmation linéaire et quadratique multiparamétrique...[Lofberg, 2004]. Pour résoudre ces problèmes, plusieurs solveurs sont interfacés. On trouve à la fois les solveurs de logiciels gratuits tels que SEDUMI [Sturm, 1999], SDPT3 [Toh *et al.*, 1999] et MOSEK (gratuit pour les universitaires) [Mosek, 2015] et les solveurs commerciaux tels que les solveurs PENNON [Kočvara et Stingl, 2003] et LMILAB [Nemirovski et Gahinet, 1995]. Les solveurs recommandés pour résoudre les problèmes SDP, LP et QP sont MOSEK, SEDUMI ou SDPT3. Dans ce mémoire, on a utilisé MOSEK. YALMIP détecte automatiquement le type de problème que l'utilisateur a défini et sélectionne un solveur approprié en fonction de cette analyse. Si aucun solveur approprié n'est disponible, YALMIP essaie de convertir le problème pour pouvoir le résoudre [Lofberg, 2004]. John Löfberg présente une courte introduction aux commandes de base de la toolbox dans [Lofberg, 2004].

Algorithme de l'approche commande feedback/feedforward anticipative SISO

L'algorithme de l'approche commande feedback/feedforward anticipative SISO est décrit par les étapes suivantes :

- Définition de l'horizon d'anticipation, l'ordre d'anticipation a et la période d'échantillonnage T_e ;
- Définition du procédé incertain à temps discret ;
- Définition de la fonction de transfert à temps discret du régulateur feedback robuste ;
- Fixation du vecteur de pulsation nécessaire pour l'optimisation du filtre feedforward anticipatif inconnu $T_F(q^{-1})$;
- Sélection du modèle nominal choisi parmi l'ensemble de modèles ;
- Décomposition du modèle nominal $G_{nom}(q^{-1})$ (définition de $G_h(q^{-1})$ et $G_l(q^{-1})$) ;
- Calcul de la partie fixe F_0 du filtre anticipatif $F(q^{-1})$;
- Définition des fonctions de transfert $H_{ur}(q^{-1})$ et $H_{yr}(q^{-1})$ pour les différents modèles choisis de l'ensemble ;

$$\begin{aligned}
 H_{ur}(q^{-1}) &= F(q^{-1}) \frac{1+G_{nom}(q^{-1})K(q^{-1})}{1+G(q^{-1})K(q^{-1})} \\
 H_{ur}(q^{-1}) &= T_F(q^{-1}) F_0(q^{-1}) \frac{1+G_{nom}(q^{-1})K(q^{-1})}{1+G(q^{-1})K(q^{-1})} \\
 H_{ur}(q^{-1}) &= [t_{F-h}, \dots, t_{F-1}, t_{F_0}, t_{F_1}, \dots, t_{F_a}]^T [q^{-h}, \dots, q^{-1}, 1, q, \dots, q^a] F_0(q^{-1}) \frac{1+G_{nom}(q^{-1})K(q^{-1})}{1+G(q^{-1})K(q^{-1})}
 \end{aligned} \tag{84}$$

$$H_{yr}(q^{-1}) = G(q^{-1}) H_{ur}(q^{-1}) \tag{85}$$

- Calcul de la réponse fréquentielle des fonctions de transfert $H_{ur}(q^{-1})$ et $H_{yr}(q^{-1})$ pour les différents modèles choisis de l'ensemble ;
- Optimisation de $T_F(q^{-1})$ à l'aide de la boîte à outils YALMIP et le solveur MOSEK en suivant le code ci-dessous :

1. Définition de vecteur des coefficients du filtre feedforward anticipatif $T_F(q^{-1})$ en utilisant la fonction `sdpvar` du YALMIP ($\theta_F = \text{sdpvar}(N_a, 1)$) ;
2. Calcul de la norme 2 du critère J suivant :

$$\begin{aligned}
 J &= [-1, \dots, -1, -1, -1, \dots, -1]_{(k \times \dim(\omega_{freq}))}^T + \dots \\
 &+ \left[[q^{-h}, \dots, q^a] F_0(q^{-1}) G_k(q^{-1}) \frac{1+G_{nom}(q^{-1})K(q^{-1})}{1+G_k(q^{-1})K(q^{-1})} \right]_{(k \times \dim(\theta_F))}^T [t_{F-h}, \dots, t_{F_a}]_{(\dim(\theta_F) \times 1)}^T
 \end{aligned} \tag{86}$$

où k est le nombre des modèles choisis.

3. Calcul de la norme infini de l'expression suivante :

$$C = [-1, \dots, -1, -1, -1, \dots, -1]_{(k \times \dim(\omega_{freq}))}^T + \dots \\ + \left[[q^{-h}, \dots, q^a] F_0(q^{-1}) \frac{1+G_{nom}(q^{-1})K(q^{-1})}{1+G_k(q^{-1})K(q^{-1})} \right]_{(k \times \dim(\theta_F))} \left[t_{F-h}, \dots, t_{F_a} \right]_{(\dim(\theta_F) \times 1)}^T \quad (87)$$

où k est le nombre des modèles choisis ;

4. Définition de la contrainte sur la commande (par exemple en MATLAB on écrit $cstraint = [cstraint; norm(C, Inf) \leq 1]$);
5. Définition de la contrainte sur le gain statique ;
6. Introduction du solveur SEDUMI à l'aide de la commande "sdpsettings";
7. Optimisation de $T_F(q^{-1})$ à l'aide de la commande "optimise" .

Algorithme de l'approche commande feedback/feedforward anticipative MIMO

La résolution du problème d'optimisation de l'approche commande feedback/feedforward anticipative MIMO possédant deux entrées deux sortie est équivalent à la résolution indépendante de deux problèmes d'optimisation de l'approche commande feedback/feedforward anticipative SISO.

Démonstration

Rappelons que \mathbf{H}_{yr} est donnée par l'expression suivante :

$$\mathbf{H}_{yr}(z^{-1}) = \mathbf{G}(z^{-1})[I_n + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}(z^{-1})]^{-1}[I_n + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}_{nom}(z^{-1})]\mathbf{F}(z^{-1}). \quad (88)$$

\mathbf{H}_{yr} peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{H}_{yr}(z^{-1}) = \mathbf{G}(z^{-1})[I_n + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}(z^{-1})]^{-1}[I_n + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}_{nom}(z^{-1})]\mathbf{F}_0(z^{-1})\dots \\ \left[\begin{array}{cc} [z^{-h}, \dots, z^a] [t_{F-h}, \dots, t_{F_a}]^T & 0 \\ 0 & [z^{-h}, \dots, z^a] [t_{F-h}, \dots, t_{F_a}]^T \end{array} \right]. \quad (89)$$

En mettant $[z^{-h}, \dots, z^a]$ en facteur, (89) devient :

$$\mathbf{H}_{\text{yr}}(z^{-1}) = \mathbf{G}(z^{-1})[\mathbf{I}_n + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}(z^{-1})]^{-1}[\mathbf{I}_n + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}_{\text{nom}}(z^{-1})]\mathbf{F}_0(z^{-1}) [z^{-h}, \dots, z^a] \dots$$

$$\begin{bmatrix} [t_{F_{-h}}, \dots, t_{F_a}]^T_{(\dim(\theta_{F_i}) \times 1)} & 0 \\ 0 & [t_{F_{-h}}, \dots, t_{F_a}]^T_{(\dim(\theta_{F_i}) \times 1)} \end{bmatrix}$$
(90)

où θ_{F_i} est le vecteur de paramètres du chaque filtre inconnu $T_{F_i}(q^{-1})$ (pour $1 \leq i \leq m$) défini par :

$$\theta_{F_i} = [t_{F_{i-m}}, \dots, t_{F_{i-1}}, t_{F_{i_0}}, t_{F_{i_1}}, \dots, t_{F_{i_a}}].$$
(91)

Soit :

$$M(z^{-1}) = \mathbf{G}(z^{-1})[\mathbf{I}_n + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}(z^{-1})]^{-1}[\mathbf{I}_n + \mathbf{K}(z^{-1})\mathbf{G}_{\text{nom}}(z^{-1})]\mathbf{F}_0(z^{-1}) [z^{-h}, \dots, z^a]$$

$$= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix},$$
(92)

l'équation (90) devient :

$$\mathbf{H}_{\text{yr}}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [t_{F_{-h}}, \dots, t_{F_a}]^T_{(\dim(\theta_F/2) \times 1)} & [0, \dots, 0]_{(\dim(\theta_F/2) \times 1)} \\ [0, \dots, 0]_{(\dim(\theta_F/2) \times 1)} & [t_{F_{-h}}, \dots, t_{F_a}]^T_{(\dim(\theta_F/2) \times 1)} \end{bmatrix}.$$
(93)

Pour réduire l'erreur de calcul numérique provenant de l'inversion des matrices de transfert dans l'expression de $\mathbf{H}_{\text{yr}}(z^{-1})$, ces différentes matrices de transfert formant le problème d'optimisation ont été calculées à chaque fréquence considérée.

De l'équation (93), on obtient l'expression du critère à utiliser :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{F_1} & 0 \\ 0 & T_{F_2} \end{bmatrix}.$$
(94)

Soit :

$$\begin{bmatrix} M_{11}T_{F_1} & M_{12}T_{F_2} \\ M_{21}T_{F_1} & M_{22}T_{F_2} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{21} \end{bmatrix} T_{F_1}, \begin{bmatrix} M_{12} \\ M_{22} \end{bmatrix} T_{F_2} \right\}.$$
(95)

En utilisant (95), (94) se décompose en deux problèmes :

$$\begin{bmatrix} 1_{11} \\ 0_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{21} \end{bmatrix} T_{F_1} \quad (96)$$

et

$$\begin{bmatrix} 0_{12} \\ 1_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{12} \\ M_{22} \end{bmatrix} T_{F_2}. \quad (97)$$

L'algorithme d'optimisation de l'approche commande feedback/feedforward anticipative MIMO utilisé correspond donc à l'algorithme d'optimisation de l'approche commande feedback/feedforward anticipative SISO appliqué à (96) et (96) indépendamment.

Bibliographie

- [Abrashov *et al.*, 2017] ABRASHOV, S., AIRIMITOAIIE, T. B., LANUSSE, P., AOUN, F., MALTI, R., MOREAU, X. et GUILLEMARD, F. (2017). Model predictive control tuning : Methods and issues. application to steering wheel position control. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1):11331–11336.
- [Achnib *et al.*, 2017a] ACHNIB, A., AIRIMITOAIIE, T.-B., ABRASHOV, S. et LANUSSE, P. (2017a). Generalized predictive controller performances in an anticipative context. *In 2017 14th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD)*, pages 87–92. IEEE.
- [Achnib *et al.*, 2017b] ACHNIB, A., AIRIMITOAIIE, T.-B., ABRASHOV, S., LANUSSE, P. et AOUN, M. (2017b). Performances and robustness of gpc controller in an anticipative context.
- [Achnib *et al.*, 2019] ACHNIB, A., AIRIMITOAIIE, T.-B., LANUSSE, P., ABRASHOV, S., AOUN, M. et CHETOUI, M. (2019). Discrete-time robust control with an anticipative action for preview systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 141(3):031012.
- [Achnib *et al.*, 2018] ACHNIB, A., AIRIMITOAIIE, T.-B., LANUSSE, P., GUEFRACHI, A., AOUN, M. et CHETOUI, M. (2018). Anticipative robust design applied to a water level control system. *In 2018 European Control Conference (ECC)*, pages 863–869. IEEE.
- [Achnib *et al.*, 2016] ACHNIB, A., CHETOUI, M., LANUSSE, P. et AOUN, M. (2016). A comparative study of the output and the state feedback predictive control. *In Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA), 2016 17th International Conference on*, pages 34–41. IEEE.
- [Akbas *et al.*, 2012] AKBAS, T., ESKIMEZ, S. E., OZEL, S., ADAK, O. K., FIDAN, K. C. et ERBATUR, K. (2012). Zero moment point based pace reference generation for quadruped

- robots via preview control. In *The 12th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control*, pages 25–27. Citeseer.
- [Arkun *et al.*, 1984] ARKUN, Y., MANOUSIOUTHAKIS, B. et PUTZ, P. (1984). Robust nyquist array methodology : a new theoretical framework for analysis and design of robust multivariable feedback systems. *International Journal of Control*, 40(4):603–629.
- [ARKUN, 1987] ARKUN, Y. A. (1987). Dynamic block relative gain and its connection with the performance and stability of decentralized control structures. *International Journal of Control*, 46(4):1187–1193.
- [Badgwell et Qin, 2015] BADGWELL, T. A. et QIN, S. J. (2015). Model-predictive control in practice. *Encyclopedia of Systems and Control*, pages 756–760.
- [Basile et Marro, 1992] BASILE, G. et MARRO, G. (1992). *Controlled and conditioned invariants in linear system theory*. Prentice Hall Englewood Cliffs.
- [Bender, 1968] BENDER, E. (1968). Optimum linear preview control with application to vehicle suspension. *Journal of Basic Engineering*, 90(2):213–221.
- [Birla et Swarup, 2015] BIRLA, N. et SWARUP, A. (2015). Optimal preview control : A review. *Optimal Control Applications and Methods*, 36(2):241–268.
- [Boucher et Dumur, 1996] BOUCHER, P. et DUMUR, D. (1996). *La commande prédictive*, volume 8. Editions Technip.
- [Bristol, 1966] BRISTOL, E. (1966). On a new measure of interaction for multivariable process control. *IEEE transactions on automatic control*, 11(1):133–134.
- [Camacho et Alba, 2013] CAMACHO, E. F. et ALBA, C. B. (2013). *Model predictive control*. Springer Science & Business Media.
- [Camacho et Bordons, 2007] CAMACHO, E. F. et BORDONS, C. (2007). *Model predictive control*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer London.
- [Chang et Yu, 1990] CHANG, J.-W. et YU, C.-C. (1990). The relative gain for non-square multivariable systems. *Chemical engineering science*, 45(5):1309–1323.
- [Cheng *et al.*, 2014] CHENG, J., DONG, X., XUE, J., WANG, X., WANG, X. et ZHI, J. (2014). Fuzzy preview controller design for aircraft-pilot closed loop system. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 35(3):807–820.

- [Clarke *et al.*, 1987] CLARKE, D. W., MOHTADI, C. et TUFFS, P. (1987). Generalized predictive control-part i. the basic algorithm. *Automatica*, 23(2):137–148.
- [Cois *et al.*, 2002] COIS, O., LANUSSE, P., MELCHIOR, P., DANCLA, F. et OUSTALOUP, A. (2002). Fractional systems toolbox for matlab : applications in system identification and crone csd. *In Proc. 41st IEEE Conf. Decision Control*, pages 10–13.
- [Cole *et al.*, 2006] COLE, D., PICK, A. et ODHAMS, A. (2006). Predictive and linear quadratic methods for potential application to modelling driver steering control. *Vehicle System Dynamics*, 44(3):259–284.
- [Dai *et al.*, 2016] DAI, P., GONG, Z. et GUO, G. (2016). Performance analysis of a modular multilevel converter drive system with model predictive control. *International Journal of Control and Automation*, 9(1):387–398.
- [De Bruyne *et al.*, 2012] DE BRUYNE, S., Van der AUWERAER, H., ANTHONIS, J., DESMET, W. et SWEVERS, J. (2012). Preview control of a constrained hydraulic active suspension system. *In Decision and Control (CDC), 2012 IEEE 51st Annual Conference on*, pages 4400–4405. IEEE.
- [Egami et Okabayashi, 1992] EGAMI, T. et OKABAYASHI, S. (1992). Disturbance suppression control with preview action of linear dc brushless motor. *IEEJ Transactions on Industry Applications*, 112(4):394–401.
- [Farooq et Limebeer, 2005] FAROOQ, A. et LIMEBEER, D. J. (2005). Path following of optimal trajectories using preview control. *In Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05. 44th IEEE Conference on*, pages 2787–2792. IEEE.
- [Feytout, 2013] FEYTOUT, B. (2013). *Commande crone appliquée à l'optimisation de la production d'une éolienne*. Thèse de doctorat, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I.
- [Freitas *et al.*, 2013] FREITAS, G., LIZARRALDE, F., HSU, L. et BERGERMAN, M. (2013). Terrain model-based anticipative control for articulated vehicles with low bandwidth actuators. *In Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference on*, pages 382–389. IEEE.

- [Gershon et Shaked, 2014] GERSHON, E. et SHAKED, U. (2014). \mathcal{H}_∞ preview tracking control of retarded state-multiplicative stochastic systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 24(15):2119–2135.
- [Gharsallaoui et al., 2009] GHARSALLAOUI, H., AYADI, M., BENREJEB, M. et BORNE, P. (2009). Flatness-based control and conventional rst polynomial control of a thermal process. *International Journal of Computers Communications & Control*, 4(1):41–56.
- [Godoy et Ostertag, 2006] GODOY, E. et OSTERTAG, E. (2006). Rst-controller design : a rational teaching method based on two diophantine equations. *IFAC Proceedings Volumes*, 39(6):541–546.
- [Granado, 2004] GRANADO, E. (2004). *Commande prédictive à base de programmation semi définie*. Thèse de doctorat, INSA de Toulouse.
- [Graybill, 1969] GRAYBILL, F. (1969). Introduction to matrices with applications in statistics (wadsworth, belmont, ca). *California Google Scholar*.
- [Hazawa, 2004] HAZAWA, K. (2004). Autonomous flight control of hobby-class small unmanned helicopter (modeling based on experimental identification and autonomous flight control experiment). *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, 70(691):720–727.
- [Henson, 1998] HENSON, M. A. (1998). Nonlinear model predictive control : current status and future directions. *Computers & Chemical Engineering*, 23(2):187–202.
- [Holkar et Waghmare, 2010] HOLKAR, K. et WAGHMARE, L. (2010). An overview of model predictive control. *International Journal of Control and Automation*, 3(4):47–63.
- [Hosokawa et Mori, 2008] HOSOKAWA, T. et MORI, Y. (2008). Design of preview sliding mode control for an wideband speaker system. *In SICE Annual Conference, 2008*, pages 2345–2348. IEEE.
- [Jafari et Mukherjee, 2012] JAFARI, R. et MUKHERJEE, R. (2012). Intermittent output tracking for linear single-input single-output non-minimum-phase systems. *In American Control Conference (ACC), 2012*, pages 5942–5947. IEEE.
- [Janat, 2007] JANAT, Y. (2007). *Commande CRONE monovariabile et multivariabile de systèmes peu amortis*. Thèse de doctorat, Université Toulouse III-Paul Sabatier.

- [Kadakkal et Cook, 2008] KADAKKAL, V. et COOK, G. (2008). Use of a preview control scheme with knowledge of future trajectory information for a lane tracking controller on a wheeled mobile robot. *In Industrial Electronics, 2008. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE*, pages 1692–1697. IEEE.
- [Kanzaki et al., 2005] KANZAKI, S., OKADA, K. et INABA, M. (2005). Bracing behavior in humanoid through preview control of impact disturbance. *In Humanoid Robots, 2005 5th IEEE-RAS International Conference on*, pages 301–305. IEEE.
- [Kariwala et al., 2003] KARIWALA, V., FORBES, J. F. et MEADOWS, E. S. (2003). Block relative gain : Properties and pairing rules. *Industrial & engineering chemistry research*, 42(20):4564–4574.
- [Khadraoui et al., 2013] KHADRAOUI, S., RAKOTONDRABE, M. et LUTZ, P. (2013). Design of a fixed-order rst controller for interval systems : Application to the control of piezoelectric actuators. *Asian Journal of Control*, 15(1):142–154.
- [Kidd, 1984] KIDD, P. (1984). Extension of the direct nyquist array design technique to uncertain multivariable systems subject to external disturbances. *International Journal of Control*, 40(5):875–901.
- [Kočvara et Stingl, 2003] KOČVARA, M. et STINGL, M. (2003). Pennon : A code for convex nonlinear and semidefinite programming. *Optimization methods and software*, 18(3):317–333.
- [Kojima, 2011] KOJIMA, A. (2011). A generalized solution of \mathcal{H}_∞ control problems for preview and delayed systems. *In Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*, pages 8211–8218. IEEE.
- [Kojima et Ishijima, 1997] KOJIMA, A. et ISHIJIMA, S. (1997). H_∞ control with preview compensation. *In American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997*, volume 3, pages 1692–1697. IEEE.
- [Kojima et Ishijima, 1998] KOJIMA, A. et ISHIJIMA, S. (1998). H_∞ preview disturbance attenuation. *In Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on*, volume 3, pages 3201–3203. IEEE.
- [Kristalny et al., 2013] KRISTALNY, M., MADJIDIAN, D. et KNUDSEN, T. (2013). On using wind speed preview to reduce wind turbine tower oscillations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 21(4):1191–1198.

- [Kuroiwa et Kimura, 2004] KUROIWA, Y. et KIMURA, H. (2004). H/sub/spl infin//control with preview and delay. *In American Control Conference, 2004. Proceedings of the 2004*, volume 5, pages 4794–4799. IEEE.
- [Lamara et al., 2013] LAMARA, A., LANUSSE, P., COLIN, G., CHARLET, A. et CHAMAILLARD, Y. (2013). A non-square mimo fractional robust control for the airpath of a diesel engine. *In Control Conference (ECC), 2013 European*, pages 3482–3487. IEEE.
- [Lanusse, 1994] LANUSSE, P. (1994). *De la commande CRONE de première génération à la commande CRONE de troisième génération*. Thèse de doctorat, Bordeaux 1.
- [Lanusse, 2010] LANUSSE, P. (2010). *CRONE Control System Design, a CRONE toolbox for Matlab*.
- [Lanusse, 2016] LANUSSE, P. (2016). *UE I9ROBOT-A / Module AU321 Contrôle Commande de Robots*. Thèse de doctorat, Bordeaux INP, ENSEIRB MATMECA.
- [Lanusse et al., 2013] LANUSSE, P., MALTI, R. et MELCHIOR, P. (2013). Crone control system design toolbox for the control engineering community : tutorial and case study. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 371(1990):20120149.
- [Lanusse et al., 2012] LANUSSE, P., OUSTALOUP, A. et POMMIER-BUDINGER, V. (2012). Stability of closed loop fractional order systems and definition of damping contours for the design of controllers. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 22(04): 1230013.
- [Lanusse et al., 1996] LANUSSE, P., OUSTALOUP, A. et SUTTER, D. (1996). Multi-scalar crone control of multivariable plants. *Proc. WAC'96-ISIAC Symphosia*.
- [Lanusse et al., 2015] LANUSSE, P., SABATIER, J. et OUSTALOUP, A. (2015). fractional order pid and first generation crone control system design. *In Fractional Order Differentiation and Robust Control Design*, pages 63–105. Springer.
- [Lee, 2011] LEE, J. (2011). Model predictive control : Review of the three decades of development. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 9(3):415–424.
- [Li et Lu, 2011] LI, B. et LU, H. (2011). Application of preview control in linear motor servo mechanism. *In Mechanic Automation and Control Engineering (MACE), 2011 Second International Conference on*, pages 4778–4781. IEEE.

- [Li, 2014a] LI, Y. (2014a). Offtake feedforward compensation for irrigation channels with distributed control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 22(5):1991–1998.
- [Li, 2014b] LI, Y. (2014b). Offtake feedforward compensation for irrigation channels with distributed control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 22(5):1991–1998.
- [Liao et al., 2012] LIAO, F., AN, P. et WANG, D. (2012). The optimal preview control for a class of descriptor discrete-time systems with multirate setting. *In Control and Decision Conference (CCDC), 2012 24th Chinese*, pages 2430–2434. IEEE.
- [Liao et al., 2016] LIAO, F., LU, Y. et LIU, H. (2016). Cooperative optimal preview tracking control of continuous-time multi-agent systems. *International Journal of Control*, 89(10):2019–2028.
- [Liao et al., 2009] LIAO, F.-C., CUI, Y.-H. et SHEN, Z.-W. (2009). Optimal preview control for linear time-variant discrete systems. *In Machine Learning and Cybernetics, 2009 International Conference on*, volume 4, pages 1954–1960. IEEE.
- [Liu et Liao, 2008] LIU, H. et LIAO, F. (2008). Design of an optimal preview controller for multirate systems with general previewable signal. *Pure and Applied Mathematics*, 24(4):634–642.
- [Liu, 2011] LIU, W. (2011). A uav route tracking algorithm based on the previewing point and fuzzy pid control. *In Control Conference (CCC), 2011 30th Chinese*, pages 2835–2839. IEEE.
- [Ljung, 1998] LJUNG, L. (1998). System identification. *In Signal analysis and prediction*, pages 163–173. Springer.
- [Lofberg, 2004] LOFBERG, J. (2004). Yalmip : A toolbox for modeling and optimization in matlab. *In Computer Aided Control Systems Design, 2004 IEEE International Symposium on*, pages 284–289. IEEE.
- [Louay, 2012] LOUAY, S. (2012). *contrôle latéral partagé d'un véhicule automobile*. Thèse de doctorat, PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes.
- [Maciejowski, 1989] MACIEJOWSKI, J. M. (1989). Multivariable feedback design. electronic systems engineering series. *Wokingham, England : Addison-Wesley*, 6:85–90.

- [Maciejowski, 2002] MACIEJOWSKI, J. M. (2002). *Predictive control : with constraints*. Pearson education.
- [Manousiouthakis *et al.*, 1986] MANOUSIOUTHAKIS, V., SAVAGE, R. et ARKUN, Y. (1986). Synthesis of decentralized process control structures using the concept of block relative gain. *AIChE Journal*, 32(6):991–1003.
- [Marro *et al.*, 2002] MARRO, G., PRATTICHIZZO, D. et ZATTONI, E. (2002). \mathcal{H}_2 optimal decoupling of previewed signals in the discrete-time case. *Kybernetika*, 38(4):479–492.
- [Marro et Zattoni, 2005] MARRO, G. et ZATTONI, E. (2005). \mathcal{H}_2 -optimal rejection with preview in the continuous-time domain. *Automatica*, 41(5):815–821.
- [Mayne *et al.*, 2000] MAYNE, D. Q., RAWLINGS, J. B., RAO, C. V. et SCOKAERT, P. O. (2000). Constrained model predictive control : Stability and optimality. *Automatica*, 36(6):789–814.
- [Melchior *et al.*, 2002] MELCHIOR, P., LANUSSE, P., COIS, O., DANCLA, F. et OUSTALOUP, A. (2002). Crone toolbox for matlab : fractional systems toolbox. *In Proceedings of the 41st IEEE CDC*, volume 2.
- [Mianzo et Peng, 1998] MIANZO, L. et PENG, H. (1998). A unified framework for l_q and $h/\text{sub}/\text{spl}\ \infty//\text{preview}$ control algorithms. *In Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on*, volume 3, pages 2816–2821. IEEE.
- [Moelja et Meinsma, 2006] MOELJA, A. A. et MEINSMA, G. (2006). \mathcal{H}_2 control of preview systems. *Automatica*, 42(6):945–952.
- [Moran *et al.*, 1996] MORAN, A., MIKAMI, Y. et HAYASE, M. (1996). Analysis and design of $h/\text{sub}/\text{spl}\ \infty//\text{preview}$ tracking control systems. *In Advanced Motion Control, 1996. AMC'96-MIE. Proceedings., 1996 4th International Workshop on*, volume 2, pages 482–487. IEEE.
- [Moran Cardenas *et al.*, 2014] MORAN CARDENAS, A., RÁZURI, J. G., BONET, I., RAHMANI, R. et SUNDGREN, D. (2014). Design of high accuracy tracking systems with \mathcal{H}_∞ preview control. *Polibits*, (50):21–28.
- [Morari et Lee, 1999] MORARI, M. et LEE, J. H. (1999). Model predictive control : past, present and future. *Computers & Chemical Engineering*, 23(4-5):667–682.
- [Mosek, 2015] MOSEK, A. (2015). The mosek optimization toolbox for matlab manual.

- [MOSEK, 2017] MOSEK, A. (2017). The mosek optimization toolbox for matlab manual. version 8.1 (revision 31), 2017.
- [Negm et Kheireldin, 1991] NEGM, M. et KHEIRELDIN, A. (1991). Properties of adaptive, optimal and preview controllers based on mvc and lqs optimal controller application to robotic manipulator. *In Control 1991. Control'91., International Conference on*, pages 323–328. IET.
- [Negm *et al.*, 2003] NEGM, M., MANTAWY, A. et SHWEHDI, M. (2003). A global ann algorithm for induction motor based on optimal preview control theory. *In Power Tech Conference Proceedings, 2003 IEEE Bologna*, volume 2, pages 7–pp. IEEE.
- [Nelson-Gruel, 2009] NELSON-GRUEL, D. (2009). *Extension de la commande CRONE multivariable aux systèmes non carrés : application à un système d'air de moteurs essence et diesel*. Thèse de doctorat, Bordeaux 1.
- [Nemirovski et Gahinet, 1995] NEMIROVSKI, A. et GAHINET, P. (1995). Lmi control toolbox : The lmi lab version 1.0. *The MathWorks Inc., South Natick, USA*.
- [Nishiwaki et Kagami, 2011] NISHIWAKI, K. et KAGAMI, S. (2011). Simultaneous planning of com and zmp based on the preview control method for online walking control. *In Humanoid Robots (Humanoids), 2011 11th IEEE-RAS International Conference on*, pages 745–751. IEEE.
- [Olaru et Ayerbe, 2006] OLARU, S. et AYERBE, P. R. (2006). Robustification of explicit predictive control laws. *In Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*, pages 4556–4561. IEEE.
- [Ostertag et Godoy, 2005] OSTERTAG, E. et GODOY, E. (2005). Rst-controller design for sinewave references by means of an auxiliary diophantine equation. *In Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05. 44th IEEE Conference on*, pages 6905–6910. IEEE.
- [Oustaloup,] OUSTALOUP, A. La commande crone. hermes, edition cnrs, paris, 1991.
- [Oustaloup, 1981] OUSTALOUP, A. (1981). Linear feedback control systems of fractional order between 1 and 2. *In Proc. of the IEEE Symposium on Circuit and Systems*, volume 4.
- [Oustaloup et Coiffet, 1983] OUSTALOUP, A. et COIFFET, P. (1983). *Systèmes asservis linéaires d'ordre fractionnaire : théorie et pratique : par Alain Oustaloup*. Masson.

- [Oustaloup et Mathieu, 1999a] OUSTALOUP, A. et MATHIEU, B. (1999a). La commande crone : Du scalaire au multivariable hermes edition cnrs. *Science*.
- [Oustaloup et Mathieu, 1999b] OUSTALOUP, A. et MATHIEU, B. (1999b). du scalaire au multivariable-editions hermès.
- [Oustaloup *et al.*, 1995] OUSTALOUP, A., MATHIEU, B. et LANUSSE, P. (1995). The crone control of resonant plants : application to a flexible transmission. *European Journal of control*, 1(2):113–121.
- [Oustaloup *et al.*, 1998] OUSTALOUP, A., MATHIEU, B. et LANUSSE, P. (1998). Un tour d’horizon sur la commande crone. *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*, 32(1):7–40.
- [Oustaloup *et al.*, 2000] OUSTALOUP, A., MELCHIOR, P., LANUSSE, P., COIS, O. et DANCLA, F. (2000). The crone toolbox for matlab. In *Computer-Aided Control System Design, 2000. CACSD 2000. IEEE International Symposium on*, pages 190–195. IEEE.
- [Park *et al.*, 2004] PARK, S., DEYST, J. et HOW, J. (2004). A new nonlinear guidance logic for trajectory tracking. In *AIAA guidance, navigation, and control conference and exhibit*, page 4900.
- [Paulino *et al.*, 2006] PAULINO, N., SILVESTRE, C. et CUNHA, R. (2006). Affine parameter-dependent preview control for rotorcraft terrain following flight. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 29(6):1350–1359.
- [Petit, 2006] PETIT, N. (2006). Commande prédictive. *Ecole Centrale Paris*.
- [Qin et Badgwell, 2003] QIN, S. J. et BADGWELL, T. A. (2003). A survey of industrial model predictive control technology. *Control engineering practice*, 11(7):733–764.
- [Ramdani, 2013] RAMDANI, A. (2013). *Commande prédictive des systèmes dynamiques : étude comparative avec les régulateurs classiques*. Thèse de doctorat, Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie, Université MHAMED BOUGARA - BOUMERDES.
- [Rodríguez et Dumur, 2005] RODRÍGUEZ, P. et DUMUR, D. (2005). Generalized predictive control robustification under frequency and time-domain constraints. *IEEE transactions on control systems technology*, 13(4):577–587.
- [Rosenbrock, 1974] ROSENBRÖCK, H. H. (1974). *Computer-aided control system design*. Academic press.

- [Rosenbrock et Storey, 1970] ROSENBROCK, H. H. et STOREY, C. (1970). *Mathematics of dynamical systems*. Nelson.
- [Rossiter, 2003] ROSSITER, J. A. (2003). *Model-based predictive control : a practical approach*. CRC press.
- [Running et Martins, 2009] RUNNING, K. D. et MARTINS, N. C. (2009). Optimal preview control of markovian jump linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54(9):2260–2266.
- [Sabatier et al., 2015] SABATIER, J., LANUSSE, P., MELCHIOR, P. et OUSTALOUP, A. (2015). Fractional order differentiation and robust control design. *Intelligent Systems, Control and Automation : Science and Engineering*, 77:13–18.
- [SAIDI, 2006] SAIDI, M. L. (2006). Commande des systèmes dynamiques linéaires et non linéaires par la stratégie prédictive.
- [Saleh et al., 2013] SALEH, L., CHEVREL, P., CLAVEAU, F., LAFAY, J.-F. et MARS, F. (2013). Shared steering control between a driver and an automation : Stability in the presence of driver behavior uncertainty. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 14(2):974–983.
- [Schuurmans et al., 1999a] SCHUURMANS, J., HOF, A., DIJKSTRA, S., BOSGRA, O. et BROUWER, R. (1999a). Simple water level controller for irrigation and drainage canals. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 125(4):189–195.
- [Schuurmans et al., 1999b] SCHUURMANS, J., HOF, A., DIJKSTRA, S., BOSGRA, O. H. et BROUWER, R. (1999b). Simple water level controller for irrigation and drainage canals. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 125(4):189–195.
- [Sedraoui, 2008] SEDRAOUI, M. (2008). Apport des principales méthodes d’optimisation dans la commande prédictive généralisée multivariable sous contraintes.
- [Sentouh et al., 2011] SENTOUH, C., SOUALMI, B., POPIEUL, J.-C. et DEBERNARD, S. (2011). The \mathcal{H}_2 optimal preview controller for a shared lateral control. *In Intelligent Transportation Systems (ITSC), 2011 14th International IEEE Conference on*, pages 1452–1458. IEEE.
- [Shah et Engell, 2010] SHAH, G. et ENGELL, S. (2010). Tuning mpc for desired closed-loop performance for siso systems. *In Control Automation (MED), 2010 18th Mediterranean Conference on*, pages 628–633.

- [Shah et Engell, 2011] SHAH, G. et ENGELL, S. (2011). Tuning mpc for desired closed-loop performance for mimo systems. *In American Control Conference (ACC), 2011*, pages 4404–4409. IEEE.
- [Shah et Engell, 2013] SHAH, G. et ENGELL, S. (2013). Multivariable mpc design based on a frequency response approximation approach. *In Control Conference (ECC), 2013 European*, pages 13–18. IEEE.
- [Sharp et Valtetsiotis, 2001] SHARP, R. et VALTETSOTIS, V. (2001). Optimal preview car steering control. *Vehicle System Dynamics*, 35(SUPPL. 1):101–117.
- [Sharp, 2005] SHARP, R. S. (2005). Driver steering control and a new perspective on car handling qualities. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 219(10):1041–1051.
- [Sharp, 2007a] SHARP, R. S. (2007a). Motorcycle steering control by road preview. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 129(4):373–381.
- [Sharp, 2007b] SHARP, R. S. (2007b). Optimal stabilization and path-following controls for a bicycle. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 221(4):415–427.
- [Sheridan, 1966] SHERIDAN, T. B. (1966). Three models of preview control. *IEEE Transactions on Human Factors in Electronics*, (2):91–102.
- [Shimmyo et al., 2013] SHIMMYO, S., SATO, T. et OHNISHI, K. (2013). Biped walking pattern generation by using preview control based on three-mass model. *IEEE transactions on industrial electronics*, 60(11):5137–5147.
- [Shin et al., 1992] SHIN, D. H., SINGH, S. et LEE, J. J. (1992). Explicit path tracking by autonomous vehicles. *Robotica*, 10(6):539–554.
- [Silvestre et al., 2009] SILVESTRE, C., CUNHA, R., PAULINO, N. et PASCOAL, A. (2009). A bottom-following preview controller for autonomous underwater vehicles. *IEEE Transactions on control systems technology*, 17(2):257–266.
- [Soeterboek, 1992] SOETERBOEK, R. (1992). *Predictive control : a unified approach*. Prentice-Hall, Inc.
- [Sturm, 1999] STURM, J. F. (1999). Using sedumi 1.02, a matlab toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization methods and software*, 11(1-4):625–653.

- [Sumer *et al.*, 2010] SUMER, E. D., LU, J., FILEV, D. P., HOAGG, J. B. et BERNSTEIN, D. S. (2010). Adaptive road-following preview control using radius of curvature data. *In American Control Conference (ACC), 2010*, pages 4806–4811. IEEE.
- [Sutter, 1997] SUTTER, D. (1997). *La commande CRONE multiscalaire : application à des systèmes mécaniques articulés*. Thèse de doctorat, Bordeaux 1.
- [Tadmor et Mirkin, 2003] TADMOR, G. et MIRKIN, L. (2003). \mathcal{H}_∞ preview control and fixed-lag smoothing i : Matrix are solutions in continuous-time systems. *In Proc. 42nd IEEE Conf. Decision and Control*, pages 6515–6520.
- [Takaba, 2000] TAKABA, K. (2000). Robust servomechanism with preview action for polytopic uncertain systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control : IFAC-Affiliated Journal*, 10(2):101–111.
- [Takaba, 2003] TAKABA, K. (2003). A tutorial on preview control systems. *In SICE 2003 Annual Conference*, volume 2, pages 1388–1393. IEEE Piscataway, NJ.
- [Talaš *et al.*, 2014] TALAŠ, S., BOBÁL, V. et KRHOVJÁK, A. (2014). Use of dynamic matrix control in simulation of heat system. *In Proceedings-28th European Conference on Modelling and Simulation, ECMS 2014*. European Council for Modelling and Simulation.
- [Toh *et al.*, 1999] TOH, K.-C., TODD, M. J. et TÜTÜNCÜ, R. H. (1999). Sdpt3 a matlab software package for semidefinite programming, version 1.3. *Optimization methods and software*, 11(1-4):545–581.
- [Tomizuka, 1974] TOMIZUKA, M. (1974). *The optimal finite preview problem and its application to man-machine systems*. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology.
- [Tomizuka, 1975] TOMIZUKA, M. (1975). Optimal continuous finite preview problem. *IEEE transactions on automatic control*, 20(3):362–365.
- [Tsuchiya et Egami, 1994] TSUCHIYA, T. et EGAMI, T. (1994). Digital preview and predictive control. *Translated by Fucheng Liao, Beijing Science and Technology Press, Beijing, China*.
- [Tsuchiya *et al.*, 1988] TSUCHIYA, T., SHINADA, K., ABE, S. et EGAMI, T. (1988). Robot trajectory control by preview control and adaptive control. *In Intelligent Robots, 1988., IEEE International Workshop on*, pages 125–130. IEEE.

- [Vidyasagar et Viswanadham, 1982] VIDYASAGAR, M. et VISWANADHAM, N. (1982). Algebraic design techniques for reliable stabilization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 27(5):1085–1095.
- [Wang et Aida, 2003] WANG, D. et AIDA, K. (2003). Research on fuzzy i-pd preview control for nonlinear system. *JSME International Journal Series C Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, 46(3):1042–1050.
- [Wang et al., 2016] WANG, D., LIAO, F. et TOMIZUKA, M. (2016). Adaptive preview control for piecewise discrete-time systems using multiple models. *Applied Mathematical Modelling*, 40(23-24):9932–9946.
- [Wang et al., 2011] WANG, Y., ZHU, Z., ZHANG, L. et PENG, C. (2011). Preview tracking control of flexible missile. In *Control Conference (CCC), 2011 30th Chinese*, pages 4503–4508. IEEE.
- [Williams et al., 2013] WILLIAMS, M. M., LOUKIANOV, A. G. et BAYRO-CORROCHANO, E. (2013). Zmp based pattern generation for biped walking using optimal preview integral sliding mode control. In *Humanoid Robots (Humanoids), 2013 13th IEEE-RAS International Conference on*, pages 100–105. IEEE.
- [Wong et al., 2011] WONG, P.-k., XIE, Z., WONG, H.-c. et HUANG, X. (2011). Design of a fuzzy preview active suspension system for automobiles. In *System Science and Engineering (ICSSE), 2011 International Conference on*, pages 525–529. IEEE.
- [Yamada et al., 2011] YAMADA, K., SAYAMA, K., YOSHIDA, T. et LIM, H.-o. (2011). Mechanisms of biped humanoid robot and online walking pattern generation. In *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2011 11th International Conference on*, pages 1117–1122. IEEE.
- [Yim, 2011] YIM, S. (2011). Design of a preview controller for vehicle rollover prevention. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 60(9):4217–4226.
- [Yoon et Clarke, 1995] YOON, T.-W. et CLARKE, D. W. (1995). Observer design in receding-horizon predictive control. *International Journal of Control*, 61(1):171–191.
- [Yoshida et al., 2012] YOSHIDA, K., KUNIMATSU, S. et ISHITOBI, M. (2012). Biped walking with stretched knee based on inverse kinematics via virtual prismatic joint and \mathcal{L}_∞ preview control. In *SICE Annual Conference (SICE), 2012 Proceedings of*, pages 1870–1873. IEEE.

- [Zames, 1966] ZAMES, G. (1966). On the input-output stability of time-varying nonlinear feedback systems part one : Conditions derived using concepts of loop gain, conicity, and positivity. *IEEE transactions on automatic control*, 11(2):228–238.
- [Zhang *et al.*, 2013] ZHANG, J., ZHOU, Y., LI, Y., HOU, G. et FANG, F. (2013). Generalized predictive control applied in waste heat recovery power plants. *Applied energy*, 102:320–326.