



**HAL**  
open science

# Adaptation des méthodes et outils aéroacoustiques pour les jets en interaction dans le cadre des lanceurs spatiaux

Adrien Langenais

## ► To cite this version:

Adrien Langenais. Adaptation des méthodes et outils aéroacoustiques pour les jets en interaction dans le cadre des lanceurs spatiaux. Autre. Université de Lyon, 2019. Français. NNT : 2019LYSEC003 . tel-02166285

**HAL Id: tel-02166285**

**<https://theses.hal.science/tel-02166285v1>**

Submitted on 26 Jun 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT

présentée devant  
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir le grade de  
**DOCTEUR**  
Spécialité **ACOUSTIQUE**

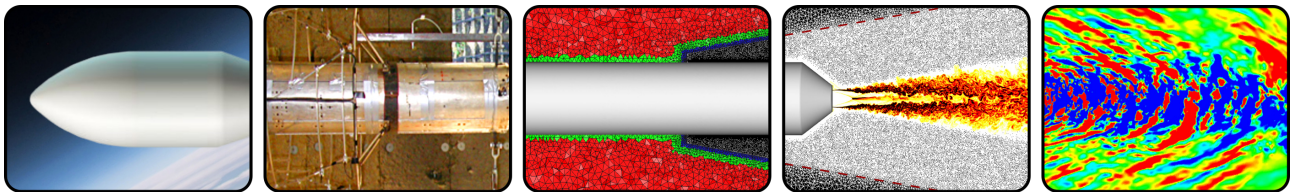
par

**ADRIEN LANGENAI**

---

## Adaptation des méthodes et outils aéroacoustiques pour les jets en interaction dans le cadre des lanceurs spatiaux

---



Soutenue publiquement le 7 février 2019 devant le jury composé de :

M.	Christophe	BAILLY	Pr. École Centrale de Lyon, LMFA	Directeur de Thèse
M.	Yves	GERVAIS	Pr. Université de Poitiers, PPRIME	Rapporteur
M.	Xavier	GLOERFELT	Pr. ENSAM ParisTech, DynFluid	Président du Jury
M.	Hadrien	LAMBARÉ	CNES	Examineur
M.	Régis	MARCHIANO	Pr. Sorbonne Université, Institut Jean le Rond d'Alembert	Rapporteur
Mme	Estelle	PIOT	ONERA (HDR)	Examinatrice
M.	François	VUILLOT	ONERA	Examineur





# Résumé

Lors d'un lancement spatial, le bruit des jets supersoniques chauds, générés par les moteurs-fusées au décollage et en interaction avec le pas de tir, est dommageable pour le lanceur et en particulier sa charge utile. Par conséquent, les acteurs du spatial cherchent à renforcer leur compréhension et leur maîtrise de cette ambiance acoustique, entre autres grâce à des méthodes et outils numériques. Toutefois, ils ne disposent pas d'une approche numérique globale capable de prendre en compte simultanément la génération fidèle du bruit, la propagation acoustique non-linéaire, les effets d'installation complexes et les géométries réalistes, pourtant inhérents aux applications spatiales. Dans cette optique, cette étude consiste à mettre en place et valider une méthodologie de simulation numérique par couplage fort Navier-Stokes – Euler, puis à l'appliquer à des cas réalistes de bruit de jet supersonique. L'objectif est d'affiner les capacités de prévision et de contribuer à la compréhension des mécanismes de génération de bruit dans de tels jets. Le solveur Navier-Stokes repose sur une méthode LES sur maillage non-structuré et le solveur acoustique sur une méthode de Galerkin discontinue d'ordre élevé sur maillage non-structuré. La méthodologie est tout d'abord évaluée sur des cas académiques visant à valider la simulation par couplage fort. Après des calculs préliminaires, la méthodologie est appliquée à la simulation du bruit d'un jet libre supersonique à Mach 3.1. Une méthode de déclenchement géométrique de la turbulence est implémentée sous la forme d'une marche à la paroi de la tuyère. La simulation aboutit à des estimations du bruit très proches des mesures réalisées au banc MARTEL et met en évidence des effets non-linéaires significatifs ainsi qu'un mécanisme singulier de rayonnement des ondes de Mach. Dans une démarche de progression vers des cas toujours plus réalistes, l'ensemble de l'approche numérique est finalement adaptée avec succès à la simulation du bruit d'un jet en présence d'un carneau. À terme, elle pourra être étendue à des configurations multi-jets réactifs, avec injection d'eau, voire à l'échelle 1.

Mots-clés : **AÉROACOUSTIQUE • BRUIT DE JET SUPERSONIQUE • SIMULATION NUMÉRIQUE • CFD • NAVIER-STOKES • SIMULATION AUX GRANDES ÉCHELLES • DÉCLENCHEMENT DE LA TURBULENCE • CAA • EULER • GALERKINE DISCONTINU • ORDRE ÉLEVÉ • ACOUSTIQUE NON-LINÉAIRE • COUPLAGE FORT • MAILLAGE NON-STRUCTURÉ**



# Abstract

During a space launch, the noise from hot supersonic jets, generated by rocket engines at liftoff and interacting with the launch pad, is harmful to the launcher and in particular its payload. Consequently, space actors are seeking to strengthen their understanding and control of this acoustic environment through numerical methods and tools, among the others. However, they do not dispose of a comprehensive numerical strategy that can simultaneously take into account accurate noise generation, nonlinear acoustic propagation, complex installation effects and realistic geometries, which are inherent to space applications. For this purpose, the present study consists in setting up and validating a numerical simulation methodology using a Navier-Stokes – Euler two-way coupling approach, then applying it to realistic cases of supersonic jet noise in order to improve prediction capabilities and contribute to the understanding of the noise generation mechanisms in such jets. The Navier-Stokes solver is based on an LES method on unstructured mesh and the acoustic solver on a high-order discontinuous Galerkin method on unstructured mesh. The methodology is first assessed on academic cases to validate the use of the two-way coupling. After preliminary computations, the methodology is applied to the simulation of the noise from a supersonic free jet at Mach 3.1. A geometric turbulence tripping method is implemented *via* a step at the nozzle wall. The computation leads to noise predictions very close to the experimental measurements performed at the MARTEL test bench and highlights significant nonlinear effects as well as a quite particular Mach waves radiation mechanism. Targeting even more realistic cases, the entire numerical approach is finally successfully adapted to the simulation of the noise from a supersonic jet configuration including a flame trench. In the future, it may be extended to configurations with clustered reactive jets, water injection devices or even at full scale.

Keywords : **AEROACOUSTICS • SUPERSONIC JET NOISE • NUMERICAL SIMULATION • CFD • NAVIER-STOKES • LARGE-EDDY SIMULATION • TURBULENCE TRIPPING • CAA • EULER • DISCONTINUOUS GALERKIN • HIGH-ORDER • NONLINEAR ACOUSTIC • TWO-WAY COUPLING • UNSTRUCTURED GRID**



# Remerciements

Manuscrit bouclé, thèse soutenue, vient maintenant le temps des remerciements à tous ceux qui ont contribué de loin, de près ou de très près à la réussite de cette aventure.

Tout d'abord, ma reconnaissance va au CNES et à l'ONERA qui ont financé ces travaux et m'ont permis d'accéder à des moyens de recherche exceptionnels.

Mes remerciements s'adressent ensuite naturellement à mes deux rapporteurs Yves Gervais et Régis Marchiano qui ont relu et jugé mon travail avec précision, rigueur et bienveillance. Je remercie également Hadrien Lambaré, encadrant et référent technique du CNES dans le cadre du cofinancement, qui a suivi avec intérêt la progression de ma thèse durant ces trois ans et a su débloquent mes problèmes de tuyère. De même, merci à Estelle Piot et Xavier Gloerfelt pour leur implication et leurs retours. Je n'oublierai pas enfin mon directeur Christophe Bailly, qui a indéniablement tiré le niveau de ce travail vers le haut. Son encadrement, malgré l'éloignement géographique, a permis d'orienter la thèse vers de nombreuses voies fructueuses. Pour tout cela, merci.

Cette thèse a été réalisée au centre de l'ONERA Châtillon au sein de l'équipe CEDRE. À ce titre, je souhaiterais remercier Mohammed Habiballah et Pierre Millan pour m'avoir successivement accueilli au DEFA et au DMPE. Merci également à Laurent Jacquin, Olivier Dessornes, Philippe Villedieu et Yves Fabignon pour l'intérêt porté à mes travaux et accessoirement pour m'avoir embauché. À tous mes camarades aéro-acou-énergéti-oneriens, un grand merci, en particulier à ceux qui ont assisté à ma soutenance, à mes nouveaux collègues de MPF et à mes anciens de PLM dont Bernard, Alain, Anthoine, Angelo, Jérôme, Victor, Bruno, Florian et Philippe que j'ai souvent sollicités. Des remerciements supplémentaires vont à Nadine, Sandrine et Tassadite, Maxime, Yann, Bruno et Alain pour leur aide ainsi qu'à Éric et Gilles pour leur temps et leur expertise précieuse sur CEDRE et le couplage de code. Enfin, remerciements spéciaux à Christophe pour tous ses efforts de développement dans le code SPACE sans lesquels la thèse ne serait clairement pas allée si loin, et évidemment à Julien pour m'avoir recruté, suivi, soutenu, relu et conseillé (et pour m'avoir revendu à François sur le marché noir des doctorants, désolé j'étais obligé).

Ces trois années n'auraient pas été si marquantes sans toute la clique du 5<sup>ème</sup> étage, à la fois skieurs de haut vol, amateurs de sport extrême (yoga inclus), gastronomes d'exception (substances liquides incluses), champions de la bonne humeur et financeurs *ad vitam* de la machine à café, je pense bien

sûr à Jean-Michel, Lionel, Clément, Pascale, Daniel, Luc-Henry, Gérard, Dominique et Aymeric. Un immense merci à cette équipe de choc. Viennent ensuite tous les doctorants dont voici un échantillon châillonnais représentatif, classés du plus vieux au plus naïf : merci beaucoup à Johan, Mathieu L., Paul, Quentin, Adrien (partisan de la théorie du PEBKAC largement validée empiriquement lors de cette thèse), Ariane, Mathieu N., Bastien, Antoine et Nicolas D. (notre grand gagnant). Hors concours, il reste Pierre, co-bureau à temps partiel et manipulateur d'équations obscures ainsi que Nicolas R., ami de longue date et bizut émérite. Merci pour tout, entre autres pour avoir supporté mes coups foireux qui ont participé de manière non négligeable au maintien de mon moral, à égalité avec le cochon d'Inde (ou cochon-dinde selon certains).

De nombreux autres amis ont leur place dans ces remerciements de par leur soutien. Cependant, je ne me risquerais pas à tous les citer, non par flemme, mais par peur d'en oublier un bien entendu. Ma gratitude va ainsi à mes amis de promo INSA, en particulier les EP, et à mes amis musiciens, en particulier les instrumentistes du Studi'Orchestra et les choristes de Not'en Bulles. Merci également aux Kerbals sacrifiés et à mes deux GTX970 pour leur aide indispensable dans la réalisation des animations. Enfin, d'immenses mercis à Robin, futur Thomas Pesquet et inventeur de la thèse en  $3 \times 8$ , ainsi qu'à Cyril, futur PDG de la branche Planisware™ China et trafiquant notoire de tomme de Savoie, mes deux colocs tout au long de cette thèse et auditeurs attentifs de mes problèmes de calcul qui plantent, pour leur amitié inconditionnelle.

Je n'oublie pas ma famille. Un grand merci à mes oncles, tantes et cousins qui se sont déplacés en nombre pour ma soutenance, ainsi qu'à ma grand-mère, mes grands-parents, mes parents et ma sœur Camille, pour leur soutien total dans mes choix de carrière et plus encore dans les moments difficiles.

J'aimerais conclure en remerciant deux personnes qui ont particulièrement compté pour moi durant ces trois années. François, mon encadrant et mentor, toujours aidant et pertinent, toujours disponible malgré la charge de travail, toujours bienveillant et compréhensif. Ton apport technique et humain a été essentiel. Mille mercis à toi. Et pour finir, ma Chloé bien sûr, grande ourse scintillante dans un ciel souvent obscurci par des idées noires. Merci infiniment.



Crédit : Kerbal Space Program™, A. Langerais  
©Squad, Private Division, Take-Two Interactive



# Sommaire

<b>Nomenclature</b>	<b>13</b>
<b>Introduction</b>	<b>21</b>
<b>1 État de l’art en aéroacoustique théorique et numérique</b>	<b>27</b>
1.1 Bruit de jet supersonique	28
1.1.1 Généralités sur la propulsion fusée	28
1.1.2 Phénoménologie des jets supersoniques	30
1.1.3 Sources de bruit dans les jets supersoniques	32
1.1.4 Réduction du bruit de jet	37
1.2 Équations de la mécanique des fluides et de l’acoustique	39
1.2.1 Équations générales de la mécanique des fluides compressibles	39
1.2.2 Acoustique non-linéaire	40
1.2.3 Acoustique linéaire	42
1.2.4 Analogies acoustiques	44
1.3 Prévision du bruit de jet au décollage d’un lanceur	46
1.3.1 Études expérimentales	46
1.3.2 Modèles semi-empiriques	47
1.3.3 Simulation numérique	47
<b>2 Outils et méthodes numériques</b>	<b>51</b>
2.1 Simulation des grandes échelles de la turbulence	52
2.1.1 Équations de la LES	53
2.1.2 Code CEDRE	54
2.2 Simulation du champ acoustique	56
2.2.1 Code SPACE	56
2.2.2 Codes KIM et MIC	58
2.3 Couplage de code pour l’aéroacoustique	58
2.3.1 Couplage fort CEDRE-SPACE	59
2.3.2 Co-traitement et couplage à trois codes	60
2.4 Traitement du signal	61

2.4.1	Outils de caractérisation	62
2.4.2	Outils d'analyse	67
2.4.3	Utilitaire SPRINGBOX	68
<b>3</b>	<b>Mise en place de la méthodologie de simulation aéroacoustique par couplage fort Navier-Stokes–Euler</b>	<b>71</b>
3.1	Établissement de la méthodologie numérique	72
3.1.1	Identification des besoins	72
3.1.2	Définition des paramètres de couplage	73
3.2	Validation sur des cas académiques	75
3.2.1	Sphère pulsante	75
3.2.2	Guide d'onde	76
3.2.3	Analyse harmonique	78
3.2.4	Onde stationnaire en cavité	80
3.2.5	Tube à choc	81
3.2.6	Tourbillon isentropique convecté	82
3.3	Applications préliminaires	85
3.3.1	Pas de tir fictif	85
3.3.2	Reprise du cas de jet libre supersonique à Mach 3.1	89
3.4	Conclusion	92
<b>4</b>	<b>Application à une nouvelle simulation du bruit généré par le jet libre supersonique MARTEL</b>	<b>95</b>
4.1	Mise en place de la simulation du jet libre	96
4.1.1	Rappels et présentation du cas	97
4.1.2	Définition du maillage	100
4.1.3	Déclenchement de la turbulence	102
4.2	Validation de la simulation à l'aide des mesures expérimentales	109
4.2.1	Champ aérodynamique	110
4.2.2	Champ acoustique	118
4.3	Exploitation de la simulation pour l'analyse du bruit rayonné	122
4.3.1	Sources de bruit en champ proche	122
4.3.2	Caractérisation du champ proche	124
4.3.3	Caractérisation du champ lointain	133
4.3.4	Effets non-linéaires	137
4.4	Conclusion	143
<b>5</b>	<b>Application à la simulation du bruit généré par le jet supersonique MARTEL en présence d'un carneau</b>	<b>145</b>
5.1	Mise en place de la simulation du jet avec carneau	146
5.1.1	Description du cas	146
5.1.2	Définition du maillage	150
5.2	Description qualitative de la solution transitoire et établie	152



5.2.1	Phénomènes transitoires . . . . .	152
5.2.2	Champs aéroacoustiques établis . . . . .	154
5.3	Validation de la simulation à l'aide des mesures expérimentales . . . . .	158
5.3.1	Champ aérodynamique . . . . .	158
5.3.2	Champ acoustique . . . . .	161
5.4	Exploitation de la simulation . . . . .	165
5.4.1	Caractérisation de l'écoulement interne . . . . .	165
5.4.2	Caractérisation du champ acoustique . . . . .	168
5.4.3	Effets non-linéaires . . . . .	172
5.5	Conclusion . . . . .	174
<b>Conclusion générale</b>		<b>175</b>
<b>Annexes</b>		<b>179</b>
<b>A Communications et publications</b>		<b>181</b>
A.1	Liste des articles de journal à comité de lecture . . . . .	181
A.2	Liste des présentations primées . . . . .	181
A.3	Liste des communications à des congrès . . . . .	182
A.4	Assessment of a Two-Way Coupling Methodology Between a Flow and a High-Order Nonlinear Acoustic Unstructured Solvers - <i>Flow, Turbulence and Combustion</i> . . . . .	183
A.5	Accurate simulation of the noise generated by a hot supersonic jet including turbulence tripping and nonlinear acoustic propagation - <i>Physics of Fluids</i> . . . . .	203
<b>B Choix et paramétrage des schémas pour les calculs acoustiques avec CEDRE</b>		<b>235</b>
B.1	Intégration temporelle . . . . .	235
B.2	Discrétisation spatiale . . . . .	236
B.2.1	Schéma de flux Euler . . . . .	236
B.2.2	Méthode d'interpolation spatiale . . . . .	236
B.3	Procédure de limitation . . . . .	237
<b>C Calcul de l'amortissement visqueux atmosphérique selon la norme ISO-9613</b>		<b>239</b>
C.1	Formulation . . . . .	239
C.2	Ordre de grandeur . . . . .	241
<b>D Étude succincte de l'impact de la taille des particules et de la méthode d'ensemencement sur les biais de mesure LDV</b>		<b>243</b>
D.1	Mesures LDV au banc MARTEL et effet d'inertie . . . . .	243
D.2	Calculs SPIREE stationnaires . . . . .	244
<b>Bibliographie</b>		<b>247</b>



# Nomenclature

## Lettres grecques

$\alpha$	amortissement sans dimension	cf. § g. s. dimension	-
$\beta$	coefficient sans dimension	cf. § g. s. dimension	-
$\gamma$	rapport sans dimension	cf. § g. s. dimension	-
$\delta$	épaisseur	-	[m]
	fonction Dirac	-	-
$\Delta$	pas, différence	-	-
	taille caractéristique de maille	-	[m]
$\eta$	rendement	-	-
	échelle de Kolmogorov	-	[m]
$\theta$	angle d'observation	-	[deg]
	épaisseur de quantité de mouvement	-	[m]
$\Theta$	coordonnée azimutale	-	[rad]
$\kappa$	nombre d'onde turbulent	-	[m <sup>-1</sup> ]
$\lambda$	longueur d'onde	= $cT$	[m]
$\mu$	viscosité dynamique	= $\nu\rho$	[kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup> ]
	paramètre de modèle	-	-
$\nu$	viscosité cinématique	= $\mu/\rho$	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\rho$	masse volumique	-	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\tau$	délai temporel	-	[s]
	tenseur des contraintes visqueuses	-	[kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-2</sup> ]
$\sigma$	écart type	= $\sqrt{\sum_i^N (s_i - \bar{s})^2}$	-
$\varphi$	phase	-	[rad]
$\phi$	flux	-	-
$\Psi$	intensité de vortex	-	-

$\omega$	pulsation	$= 2\pi f$	$[\text{rad.s}^{-1}]$
	vorticité (magnitude)	$= \ \vec{\nabla} \wedge \vec{u}\ $	$[\text{s}^{-1}]$

## Lettres latines

$a$	arête	-	$[\text{m}]$
$A$	surface, aire	-	$[\text{m}^2]$
$B$	coefficient de modèle	-	-
$c$	vitesse du son	$= \sqrt{\gamma r T}$	$[\text{m.s}^{-1}]$
	vitesse de propagation	-	$[\text{m.s}^{-1}]$
	vitesse de phase	-	$[\text{rad.s}^{-1}]$
	capacité calorifique / chaleur spécifique	-	$[\text{m}^2.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1}]$
$C$	constante	-	-
$Cor$	corrélation	-	-
$d$	diamètre caractéristique	$= 6V/A \simeq (\sqrt{6}/6) a$	$[\text{m}]$
$D$	diamètre	-	$[\text{m}]$
$e$	énergie interne massique	-	$[\text{J.kg}^{-1}] \propto [\text{m}^2.\text{s}^{-2}]$
$E$	densité spectrale d'énergie cinétique	$\propto \frac{1}{2} (u'(\kappa))^2 / \Delta\kappa$	$[\text{m}^3.\text{s}^{-2}]$
$f$	fréquence	-	$[\text{Hz}] \propto [\text{s}^{-1}]$
$F$	force	-	$[\text{N}] \propto [\text{kg.m.s}^{-2}]$
$G$	fonction de Green	-	-
$h$	hauteur	-	$[\text{m}]$
$i$	indice	-	-
	imaginaire	$= \sqrt{-1}$	-
$Id$	matrice identité	-	-
$J$	fonction de Bessel	-	-
$k$	nombre d'onde	$= 2\pi/\lambda$	$[\text{m}^{-1}]$
$K$	constante	-	-
$L$	longueur	-	$[\text{m}]$
	distance de formation de choc	$= \rho_\infty c_\infty^3 / \beta \omega p_0$	$[\text{m}]$
	échelle intégrale de la turbulence	-	$[\text{m}]$
$m$	masse	-	$[\text{kg}]$
	mode	-	-
$n$	ordre, indice, nombre	-	-
	normale (vecteur)	-	-
$N$	nombre d'échantillons	-	-

$p$	pression	-	$[\text{Pa}] \propto [\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}]$
$P$	puissance	-	$[\text{W}] \propto [\text{kg.m}^2.\text{s}^{-3}]$
$q$	terme source	-	-
$Q$	critère Q	$= \frac{1}{2} [(\text{tr} \vec{\nabla} \vec{u})^2 - \text{tr}(\vec{\nabla} \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u})]$	$[\text{s}^{-2}]$
	vecteur des variables conservatives	-	-
$r$	rayon	-	$[\text{m}]$
	constante massique des gaz parfaits	-	$[\text{m}^2.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1}]$
$s$	signal quelconque	-	-
	entropie massique	-	$[\text{m}^2.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1}]$
$S$	tenseur de déformation des vitesses	-	$[\text{s}^{-1}]$
$T$	température	-	$[\text{K}]$
	tenseur de Lighthill	$= \rho u_i u_j + (p - c_0^2 \rho) Id_{ij} - \overline{\overline{\tau_{ij}}}$	$[\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}]$
	période	-	$[\text{s}]$
$t$	temps	-	$[\text{s}]$
$u$	vitesse	-	$[\text{m.s}^{-1}]$
$V$	volume	-	$[\text{m}^3]$
$w$	largeur	-	$[\text{m}]$
$x$	variable quelconque	-	-
$x, y, z$	coordonnées	-	$[\text{m}]$
$Y$	fraction massique	-	-
$Z$	scalaire	-	-

## Symboles et notations

$\vec{\nabla}$	opérateur nabla	$= (\partial/\partial x \ \partial/\partial y \ \partial/\partial z)^T$	-
$\circ$	produit de convolution	$= \int_{-\infty}^{\infty} ( ) (x-t) ( ) (x) dt$	-
$\otimes$	produit tensoriel	-	-
'	perturbation, champ fluctuant variable alternative	-	-
"		champ de sous-maille variable alternative	-
-	moyenne, champ moyen	-	-
=	tenseur	-	-
$\rightarrow$	vecteur	-	-
$\cdot$	dérivée temporelle première	$= \partial/\partial t$	-
$\ddot{\phantom{x}}$	dérivée temporelle seconde	$= \partial^2/\partial t^2$	-



$\hat{\phantom{x}}$	transformée de Fourier	-	-
$\tilde{\phantom{x}}$	moyenne de Favre	-	-
$\langle \phantom{x} \rangle$	grandeur filtrée	-	-
$\varnothing$	diamètre	$= D$	[m]

## Indices

0	grandeur de référence	-	-
0.5	demi vitesse	-	-
<i>axis</i>	axe	-	-
<i>ac</i>	acoustique	-	-
<i>bl</i>	couche limite	-	-
BBSAN	bruit de choc	-	-
<i>c</i>	coupure	-	-
	convectif	-	-
<i>cell</i>	cellule	-	-
<i>co</i>	convectif	-	-
<i>connect</i>	connexion déflecteur-paroi inférieure	-	-
<i>core</i>	cône potentiel	-	-
<i>crossing</i>	traversée de l'interface	-	-
<i>cyl</i>	coordonnée cylindrique	-	-
<i>d</i>	adapté	-	-
<i>D</i>	diamètre	-	-
<i>ela</i>	temps de restitution	-	-
<i>exit</i>	sortie	-	-
<i>exp</i>	expérimental	-	-
<i>i</i>	imaginaire	-	-
	condition génératrice	-	-
	indice	-	-
<i>imp</i>	impact	-	-
<i>it</i>	itération	-	-
<i>j</i>	jet	-	-
	indice	-	-
<i>int</i>	interface	-	-
<i>lips</i>	lèvres de la tuyère	-	-
<i>m</i>	mécanique	-	-

	mode, indice	-	-
<i>max</i>	maximum	-	-
<i>min</i>	minimum	-	-
<i>n</i>	ordre, indice	-	-
<i>nzl</i>	tuyère	-	-
<i>num</i>	numérique	-	-
<i>peak</i>	pic de la directivité / pic d'intensité	-	-
	fréquence pic du spectre	-	-
<i>p</i>	pression constante	-	-
<i>r</i>	réel	-	-
<i>ref</i>	référence	-	-
<i>rms</i>	valeur efficace	-	-
<i>s</i>	source	-	-
	Smagorinsky	-	-
<i>shock</i>	choc	-	-
<i>sl</i>	couche de cisaillement	-	-
<i>sonic</i>	cône sonique	-	-
<i>sph</i>	coordonnée sphérique	-	-
<i>step</i>	marche	-	-
<i>t</i>	grandeur totale	-	-
<i>th</i>	théorique	-	-
<i>throat</i>	col de la tuyère	-	-
<i>up</i>	amont	-	-
<i>v</i>	volume constant	-	-
<i>x, y, z</i>	directions en coordonnées cartésiennes	-	-
<i>x, r, <math>\Theta</math></i>	directions en coordonnées cylindriques	-	-
<i>wall</i>	paroi	-	-
$\varphi$	phase	-	-
$\theta$	transformation d'angle	-	-
$\infty$	grandeur à l'infini	-	-

## Exposants

*	longueur adimensionnée	-	-
<i>n</i>	loi de puissance	-	-

	pas du schéma numérique	-	-
$t$	grandeur turbulente	-	-
$T$	vecteur ou matrice transposée	-	-

## Grandeurs sans dimension

$\alpha$	amortissement par longueur d'onde	$= k_i \lambda$	-
$\beta$	coefficient de non linéarité	$= (1 + \gamma) / 2$	-
$\gamma$	rapport des chaleurs spécifiques	$= c_p / c_v$	-
$\Gamma$	nombre de Goldberg (ou Gold'berg)	$= \beta \omega p_{rms} / \rho_\infty c_\infty^3 \alpha$	-
$\eta_{ac}$	rendement acoustique	$= P_{ac} / P_m$	-
CFL	nombre de Courant-Friedrichs-Lewy	$= (u + c) \Delta t / \Delta$	-
$H$	facteur de forme	$= \delta_{bl} / \theta_{bl}$	-
$Kt$	kurtosis / facteur d'aplatissement	$= \overline{s^4} / \sigma^4$	-
$M$	nombre de Mach	$= u / c$	-
PPW	nombre de points de maillage par longueur d'onde	$= \lambda / \Delta$	-
$Rh$	rapport d'harmonique	$= B_2 / B_1$	-
$Re$	nombre de Reynolds	$= \rho u D / \mu$	-
$Sk$	skewness / facteur d'asymétrie	$= \overline{s^3} / \sigma^3$	-
$St$	nombre de Strouhal	$= f D / u$	-
WSF	facteur de raidissement d'onde	$= ( \overline{s} _{\dot{s} < 0}) / ( \overline{s} _{\dot{s} > 0})$	-

## Grandeurs en échelle logarithmique

SPL	niveau acoustique monochromatique	$= 20 \log (p_0 / \sqrt{2} p_{ref})$	[dB]
OASPL	niveau acoustique large bande	$= 20 \log (p_{rms} / p_{ref})$	[dB]

## Constantes

$p_{ref}$	pression de référence	$= 2 \times 10^{-5}$	[Pa]
$R$	constante des gaz parfaits	$= 8.3144621$	[J.mol <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]

## Acronymes

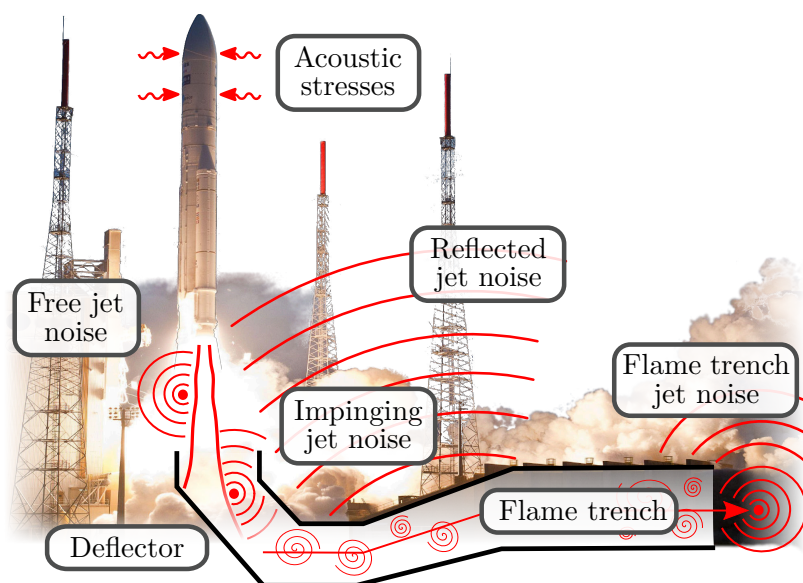
AJIL	Adaptation des outils aéroacoustiques pour les Jets en Interaction dans le cadre Lanceurs
AUSM	Advection Upstream Splitting Method
ASF	Average Steepening Factor
BBSAN	BroadBand Shock-Associated Noise
BEM	Boundary Element Method
CAA	Computational AeroAcoustic
CEDRE	Calcul d'Écoulements Diphasiques Réactifs pour l'Énergétique
CFD	Computational Fluid Dynamics
CHARME	Calcul Hybride Aero-réactif Multi-physique pour l'Énergétique
CWIPI	Coupling With Interpolation Parallel Interface
DFT	Discrete Fourier Transform
DG	Discontinuous Galerkin
DNC	Direct Noise Computation
DNS	Direct Numerical Simulation
DOP	Duct Over Pressure
ELA	Ensemble de Lancement Ariane
FFT	Fast Fourier Transform
FWH	Ffowcs Williams & Hawkings
GMRES	Généralisation de la Méthode de Minimisation du Résidu
HLLC	Harten-Lax-van Leer-Contact
IOP	Ignition Over Pressure
LDV	Laser Doppler Velocimetry
LEE	Linearized Euler Equations
LES	Large-Eddy Simulation
LPM	Launch Pad Model
MARTEL	Moyen Aéroacoustique de Recherche et Technologie sur l'Environnement des Lanceurs
MPI	Message Passing Interface
MUSCL	Monotonic Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws
NS	Navier-Stokes
OASPL	OverAll Sound Pressure Level
PEBKAC	Problem Exists Between Keyboard And Chair
PDF	Probability Density Function

POD	Proper Orthogonal Decomposition
PPW	Point Per Wavelength
PSE	Parabolized Stability Equations
PSD	Power Spectral Density
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
RK	Runge-Kutta
RKI	Runge-Kutta Implicite
RMS	Root Mean Square
SNGR	Stochastic Noise Generation and Radiation
SPIREE	Solveur de Particule Inerte ou Réactive En Eulérien
SPL	Sound Pressure Level
SPRINGBOX	Signal PRocessING tool BOX
UPMOST	Unified Python Module for STatistical signal analysis
URANS	Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes
WSF	Wave Steepening Factor

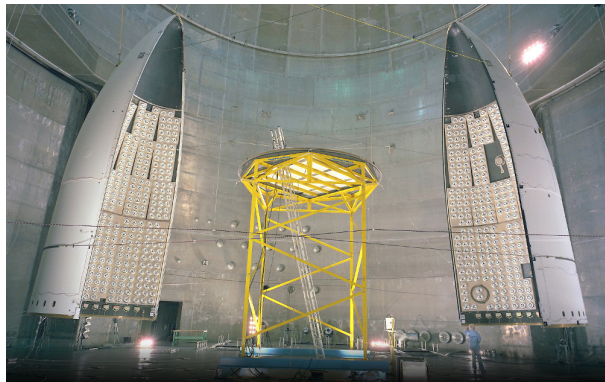
# Introduction

**P**OURQUOI le bruit de jet est-il problématique dans le spatial ? Lors d'un lancement, l'énergie acoustique ne représente pourtant qu'une part infime de l'énergie mécanique déployée par les moteurs pour la propulsion et contrairement au trafic aéroportuaire, les opérateurs sont protégés et un lanceur ne nuit pas jour et nuit à d'hypothétiques riverains. Cependant, infime n'implique pas négligeable. Les ordres de grandeurs mis en jeu sont tels que les vibrations induites par les ondes acoustiques atmosphériques sont dommageables pour le lanceur, en particulier sa charge utile, et les structures du pas de tir. Si elles sont ignorées, les répercussions peuvent aller jusqu'à la dégradation d'instruments sensibles voire l'échec de la mission. Ajoutons même que le confort acoustique de la charge utile est un argument commercial et concurrentiel pour l'exploitant d'un lanceur. Par conséquent, les acteurs du spatial cherchent à renforcer leur compréhension et leur maîtrise de l'ambiance acoustique au décollage des lanceurs.

Plusieurs phénomènes sont ainsi identifiés sur un pas de tir. À l'allumage des moteurs et plus spécialement à la montée en pression des moteurs à propergol solide, se forme une onde de souffle basse fréquence de très grande amplitude. Une partie se propage directement depuis la base du lanceur tandis qu'une autre est captée par les carneaux, tunnels coudés généralement placés sous le lanceur



**Figure 1:** illustration des problématiques d'ambiance acoustique au décollage des lanceurs spatiaux.



Crédit : Q.Schwinn ©Wikimedia Commons

(a)



Crédit : R.Chylinski ©SpaceFlightInsider

(b)

**Figure 2:** réduction du bruit et protection de la charge utile au décollage ; (2a) intérieur de la coiffe du lanceur Ariane 5 et (2b) déluge d'eau sur la table de lancement au décollage du Falcon 9.

pour guider et évacuer les jets de gaz chauds supersoniques éjectés des tuyères tels que schématisés en figure 1. Cette composante piégée rayonne ensuite en sortie du carneau. Ces événements transitoires font ensuite place au bruit généré par les jets en interaction avec le pas de tir. On distingue le bruit émis directement par le jet, le bruit associé à l'impact sur le déflecteur dans le carneau ou sur la table de lancement ainsi que le bruit capté ou généré à l'intérieur du carneau puis rayonné à ses extrémités. La contribution relative de ces sources varie en fonction de l'altitude du lanceur. À cela s'ajoute les effets d'installation tels que la réflexion des ondes sur le sol et les structures. Toutes ces composantes participent à l'ambiance acoustique exerçant des contraintes mécaniques sur le lanceur et sa charge utile comme illustré en figure 1.

Pour protéger ces derniers, trois stratégies principales sont mises en œuvre. La première est une approche par absorption des vibrations grâce à des dispositifs spécifiques disposés sur les parois internes de la coiffe comme c'est le cas par exemple pour la coiffe du lanceur Ariane 5 en figure 2a. La deuxième consiste en une injection massive d'eau sur la table de lancement et dans les carneaux qui s'avère réduire efficacement le bruit directement au niveau des sources. La plupart des pas de tir sont à l'heure actuelle équipés de ce type de système, par exemple les pas de tir des lanceurs Ariane 5 et Falcon 9, photographié au décollage en figure 2b lorsque le déluge d'eau est actif. La dernière stratégie repose sur des optimisations réalisées en amont lors de la conception et du dimensionnement des infrastructures. Dans les faits, sont essentiellement concernées les géométries des carneaux et de la table de lancement bien que la priorité soit souvent donnée aux contraintes sur les matériaux et les coûts de construction. Cette étape amont de conception et de qualification acoustique requiert des outils de prévision pour aider au dimensionnement et à la compréhension des phénomènes, condition *sine qua non* à l'implémentation de dispositifs de contrôle plus efficaces.

Dans cette optique, il est possible de faire appel à des mesures expérimentales, aux méthodes semi-empiriques ou à la simulation numérique. Les études expérimentales sont le plus souvent réalisées à échelle réduite tel que c'est le cas au banc MARTEL à Poitiers. Cette installation semi-anéchoïque supervisée par le CNES est équipée d'un générateur de jet chaud supersonique. Le banc a pour but de fournir des mesures aérodynamiques et acoustiques, autrement dit aéroacoustiques, pour accompagner le développement des lanceurs européens et participer à la compréhension des mécanismes de généra-





tion du bruit. Gély *et al.* [58] présentent ainsi par exemple comment les expériences menées au banc MARTEL ont conduit à l'optimisation du système d'injection d'eau et de la longueur des carneaux sur le pas de tir d'Ariane 5 tandis que les travaux de Malbéqui *et al.* [129] à partir des mesures sur ce même banc montrent comment elles ont participé à la caractérisation, la localisation et la compréhension du bruit émis sur le futur pas de tir d'Ariane 6. Cependant, la création et l'exploitation de ce type d'installation coûte cher et ne permet pas toujours de réaliser toutes les mesures souhaitées dans toutes les configurations étudiées, sans compter le caractère intrusif de certaines mesures et les effets d'échelle non-linéaires. Une alternative réside dans les méthodes semi-empiriques, exploitant à la fois des données expérimentales et des lois analytiques ou approchées pour prévoir l'intensité du bruit généré et sa propagation. On donnera comme exemple les codes industriels dérivés du modèle d'Eldred proposé dans les années 1970 à partir de la théorie de l'aéroacoustique formulée par Lighthill vingt ans plus tôt. Cette approche est bien éprouvée et très peu coûteuse en calcul mais souffre d'un manque de précision, en particulier dans des configurations réalistes avec des distributions des sources et de détails géométriques complexes.

Dans un contexte plus récent d'augmentation exponentielle de la puissance de calcul informatique disponible, la simulation numérique est devenue une solution pertinente, d'autant qu'elle n'est *a priori* pas limitée en matière d'instrumentation. Actuellement, les problèmes industriels de prévision du bruit de jet au décollage des lanceurs sont essentiellement traités numériquement par résolution des équations de Navier-Stokes en champ proche et avec des méthodes acoustiques intégrales en champ lointain. Le coût de calcul de ces dernières est relativement faible mais elles présentent l'inconvénient d'être difficilement applicables à des géométries réalistes induisant des effets d'installation complexes. De plus, ces méthodes, dans leur très large majorité, font l'hypothèse de l'acoustique linéaire, c'est-à-dire des faibles perturbations. Or le contexte du spatial met typiquement en jeu des niveaux de bruit très élevés sortant du cadre de l'acoustique linéaire. De Cacqueray et Bogey [26] ont mis en évidence un impact significatif des effets de propagation non-linéaire sur les niveaux et le contenu spectral des ondes acoustiques générées par un jet supersonique sur-détendu à nombre de Mach 3.3. Les auteurs observent entre autres une diminution du bruit de 5 dB dans la direction du pic d'intensité lorsque la propagation non-linéaire est prise en compte. À l'instar de cette étude, des stratégies numériques s'appuyant sur les équations de Navier-Stokes pour la simulation du jet et sur les équations d'Euler complètes pour la simulation de la propagation acoustique non-linéaire sont mises en œuvre. Le couplage d'un solveur Navier-Stokes et d'un solveur Euler permet en outre de simuler les effets d'installations, tels que des écoulements secondaires ou des effets de réfraction, diffraction et réflexion des ondes acoustiques sur les structures du pas de tir. On différencie un couplage dit faible, où les informations aéroacoustiques sont transmises à sens unique par le premier code au second, ou couplage *one-way*, d'un couplage dit fort, où ces informations sont échangées dans les deux sens, ou couplage *two-way*. Labbé *et al.* [106] ont notamment simulé le bruit généré par un jet chaud subsonique et sa propagation en champ lointain par couplage faible d'un solveur résolvant les équations de Navier-Stokes par simulation aux grandes échelles (LES) sur maillage structuré avec un solveur acoustique résolvant les équations d'Euler sur maillage non-structuré. Tsutsumi *et al.* [203] ont couplé faiblement un solveur Navier-Stokes et un solveur Euler sur un maillage structuré pour évaluer un design de carneau. Similairement, Harris *et al.* [82] ont simulé l'environnement acoustique du lanceur Space Launch System par couplage faible d'un solveur Navier-Stokes et d'un solveur Euler sur maillages non-structurés. Ces études sont toutefois

limitées aux couplages faibles et aux maillages structurés [106, 203] ou à des cas 2D avec des restrictions sur la topologie de l'interface de couplage [82]. En plus de l'acoustique non-linéaire, les applications spatiales imposent pourtant d'inclure des géométries 3D réalistes dans la simulation, donc d'utiliser des maillages non-structurés, et de pouvoir traiter des effets d'installations parfois rétro-actifs, donc d'utiliser une approche par couplage fort. Bien que des travaux aient été entrepris dans cette voie, la littérature est ici en majorité restreinte à des cas académiques 2D [22, 111].

En parallèle, la simulation fidèle par LES d'un jet chaud supersonique représente toujours un sujet ouvert en matière de résolution de la turbulence et de coût de calcul. Ce point est d'autant plus critique que la génération du bruit est intrinsèquement liée au mélange turbulent et tend à être fortement surestimée si la couche de cisaillement du jet est initialement à l'état laminaire [21]. D'importants efforts sont produits dans la littérature sur le raffinement de maillage et les méthodes de déclenchement de la turbulence par injection de perturbations [20, 25] ou par forçage géométrique [118, 123]. Néanmoins, la transposition à des jets chauds non adaptés et fortement supersoniques, typiques des conditions au décollage, reste un défi beaucoup moins abordé dans la littérature. La simulation de la propagation acoustique en champ lointain fait également face à des difficultés numériques en matière de dissipation, dispersion et coût de calcul. Il est admis que les méthodes d'ordre élevé assurent une propagation plus précise à moindre coût [191]. L'implémentation des méthodes d'ordre élevé de type différences finies ou Galerkin discontinue pour résoudre les équations d'Euler par exemple est de surcroît bien maîtrisée. La méthode de Galerkin discontinue, autorisant la discrétisation à l'ordre élevé sur maillage non-structuré, bénéficie d'ailleurs déjà aux applications spatiales [82].

\* \* \*

De nombreuses stratégies numériques sont donc disponibles et opérationnelles vis-à-vis des problématiques du bruit de jet au décollage d'un lanceur, telles que la simulation de la propagation acoustique non-linéaire à l'ordre élevé, la prise en compte de géométries réalistes, des effets d'installation complexes ou la simulation haute fidélité de la turbulence et des mécanismes de génération du bruit. On ne dispose pas cependant d'une méthodologie globale et fédératrice capable de regrouper et d'exploiter toutes ces avancées simultanément. Seule l'adaptation des méthodes et outils existants peut permettre d'atteindre cet objectif en vue d'améliorer les capacités de prévision de la simulation numérique et *in fine* renforcer la compréhension des phénomènes physiques. C'est ce qui justifie la présente étude s'inscrivant dans le domaine du spatial et de l'aéroacoustique numérique. Elle consiste à mettre en place et valider une méthodologie de simulation numérique par couplage fort Navier-Stokes – Euler, puis à l'appliquer à des cas réalistes de bruit de jet supersonique dans le but d'affiner les prévisions et de contribuer à la compréhension des mécanismes de génération de bruit dans de tels jets. Le solveur Navier-Stokes repose sur une approche LES sur maillage non-structuré et le solveur acoustique sur une méthode de Galerkin discontinue d'ordre élevé sur maillage non-structuré. Par ailleurs, ce travail de thèse réalisé à l'ONERA en collaboration avec le CNES fait partie intégrante du projet d'intérêt commun PIC9bis s'intéressant à la simulation de l'ambiance acoustique au décollage et du projet de recherche ONERA AJIL sur les méthodes de simulation numérique du bruit de jet en interaction.

\* \* \*

La démarche restituée dans ce manuscrit consiste tout d'abord à rappeler les principes fondamentaux relatifs aux jets et au bruit associé, présenter les équations régissant ces phénomènes aéroacous-

tiques et faire état de l'art des méthodes de prévision du bruit à travers une étude approfondie de la littérature (chapitre 1). Ce premier jalon est requis pour cerner correctement le contexte du bruit de jet, de l'ambiance acoustique au décollage et des outils de prévision à disposition. C'est dans ce cadre que sont introduits les méthodes et les outils numériques spécifiquement utilisés ici pour la simulation des jets supersoniques, la propagation acoustique, le couplage de code et le traitement du signal pour l'analyse des champs aéroacoustiques (chapitre 2). Les outils de simulation aérodynamique et acoustique retenus sont ensuite intégrés dans une méthodologie globale de simulation aéroacoustique par couplage fort Navier-Stokes – Euler. Cette méthodologie, répondant à des besoins bien identifiés, est définie, décrite et validée sur des cas académiques puis des cas applicatifs préliminaires (chapitre 3). La simulation et l'exploitation à des fins de validation des cas de sphère pulsante, guide d'onde, onde stationnaire en cavité, tube à choc, tourbillon isentropique convecté et enfin d'un cas de pas de tir fictif font par ailleurs l'objet d'un article publié dans le journal *Flow, Turbulence and Combustion* (annexe A.4). Au-delà de l'évaluation de la méthodologie, la dernière application préliminaire consistant en un cas de jet libre chaud supersonique sur-détendu à nombre de Mach 3.1 met en lumière les limites des simulations LES de jet supersonique réalisées jusqu'ici. Les difficultés considérées concernent principalement le raffinement du maillage et le déclenchement de la turbulence dans la couche de cisaillement. Une nouvelle simulation du cas de jet libre est alors accomplie en adaptant et implémentant d'importantes optimisations sur ces points, ce qui comprend l'utilisation d'une méthode de déclenchement géométrique de la turbulence dans la tuyère (chapitre 4). La fidélité de la solution résultante est évaluée grâce entre autres à la comparaison avec les données expérimentales provenant du banc MARTEL. Les champs aéroacoustiques sont également analysés en profondeur *via* des traitements originaux afin d'établir et d'appréhender les propriétés de la génération et de la propagation du bruit, avec des accents portés sur le contenu spatio-fréquentiel, le contenu azimutal et les effets non-linéaires. Les travaux développés dans ce chapitre font l'objet d'un article publié dans le journal *Physics of Fluids* (annexe A.5). Le cas du jet libre n'exploite toutefois pas tous les avantages procurés par la méthodologie proposée, la possibilité de simuler les effets de rétro-action et les écoulements secondaires complexes par exemple. Pour continuer en outre à tendre vers des applications spatiales toujours plus réalistes, la dernière étape de ce manuscrit rend compte de la simulation d'un jet chaud supersonique à Mach 3.1 en présence d'un carneau (chapitre 5). L'expérience correspondante a été menée au banc MARTEL. La méthodologie complète, soit le couplage fort Navier-Stokes – Euler avec maillage non-structuré raffiné, déclenchement de la turbulence et propagation acoustique à l'ordre élevé, est adaptée à cette configuration. À la manière du jet libre, la solution est évaluée par comparaison avec les données expérimentales puis analysée avec la volonté de souligner les spécificités de la génération et de la propagation du bruit lorsque le jet est en interaction avec le carneau.



# État de l’art en aéroacoustique théorique et numérique

*“Les équations n’explorent pas.”*

Bertrand Russell

Ce premier chapitre a pour but de présenter des généralités sur le bruit de jet et de rappeler les fondamentaux de l’aéroacoustique dans ce contexte. La phénoménologie du bruit de jet supersonique est abordée. Les équations régissant les phénomènes aéroacoustiques sont ensuite présentées. Enfin, l’état de l’art des méthodes de calcul en aéroacoustique et les stratégies d’estimation du bruit de jet sont exposés. Ces connaissances permettent de mieux cerner les problématiques et les apports de la thèse développés dans les chapitres suivants de ce manuscrit.

## Sommaire

<b>1.1</b>	<b>Bruit de jet supersonique</b>	<b>28</b>
1.1.1	Généralités sur la propulsion fusée	28
1.1.1.1	Principe et technologie de propulsion	28
1.1.1.2	Ambiance acoustique au décollage des lanceurs	29
1.1.2	Phénoménologie des jets supersoniques	30
1.1.2.1	Jet adapté	30
1.1.2.2	Jet non-adapté	31
1.1.3	Sources de bruit dans les jets supersoniques	32
1.1.3.1	Bruit de mélange turbulent	33
1.1.3.2	Bruit d’interaction choc-turbulence	34
1.1.3.3	Bruit lié à l’interaction avec un obstacle	36
1.1.3.4	Bruit lié aux phénomènes non-linéaires	36
1.1.4	Réduction du bruit de jet	37
1.1.4.1	Contrôle passif	37

1.1.4.2	Contrôle actif	37
1.1.4.3	Réduction du bruit au décollage	38
<b>1.2</b>	<b>Équations de la mécanique des fluides et de l'acoustique</b>	<b>39</b>
1.2.1	Équations générales de la mécanique des fluides compressibles	39
1.2.1.1	Lois de conservation	39
1.2.1.2	Équations d'état	39
1.2.1.3	Relations isentropiques	40
1.2.1.4	Relations de saut	40
1.2.2	Acoustique non-linéaire	40
1.2.2.1	Phénomènes de propagation non-linéaire	40
1.2.2.2	Équations d'Euler	41
1.2.2.3	Équation de Burgers	42
1.2.3	Acoustique linéaire	42
1.2.3.1	Équations d'Euler linéarisées	42
1.2.3.2	Équation d'onde	43
1.2.3.3	Fonctions de Green	43
1.2.4	Analogies acoustiques	44
1.2.4.1	Analogie acoustique de Lighthill	44
1.2.4.2	Généralisation de l'approche analogique	45
<b>1.3</b>	<b>Prévision du bruit de jet au décollage d'un lanceur</b>	<b>46</b>
1.3.1	Études expérimentales	46
1.3.2	Modèles semi-empiriques	47
1.3.3	Simulation numérique	47
1.3.3.1	Simulation LES de jet supersonique	48
1.3.3.2	Calcul acoustique direct	49
1.3.3.3	Résolution des équations d'Euler	49
1.3.3.4	Méthodes intégrales	49
1.3.3.5	Méthodes hybrides et couplage	50

## 1.1 Bruit de jet supersonique

Les besoins, les grands principes et les technologies associés à la propulsion dans le cadre des lanceurs spatiaux sont présentés succinctement pour commencer. La phénoménologie des jets supersoniques est décrite rapidement ainsi que les propriétés des principales sources de bruit dans ces jets. Enfin, les aspects de contrôle et de réduction de ce bruit sont abordés.

### 1.1.1 Généralités sur la propulsion fusée

#### 1.1.1.1 Principe et technologie de propulsion

La propulsion fusée trouve ses principales applications dans les domaines du spatial avec les lanceurs et du militaire avec les missiles. L'objectif d'un lanceur spatial est de placer une charge utile en orbite. Pour ce faire, il faut lui transmettre un différentiel de vitesse suffisant. La propulsion fusée repose

sur le principe d'action-réaction, qui consiste à fournir une quantité de mouvement donnée à une masse éjectée. Dans le vide et sans action de forces extérieures, cette même quantité de mouvement est récupérée dans la direction opposée par le véhicule qui a éjecté la masse. La force de poussée résultante, sous atmosphère, s'écrit

$$\vec{F} = \dot{m}\vec{u}_j + A_j\vec{n}(p_j - p_\infty) \quad (1.1)$$

où  $\dot{m}$  est le débit de masse,  $\vec{u}_j$  la vitesse d'éjection de cette masse et  $(p_j - p_\infty)$  le différentiel de pression entre le milieu ambiant et la section du moteur contribuant à la poussée, d'aire  $A_j$  et de normale  $\vec{n}$ . Selon cette formule, le débit de quantité de mouvement et le différentiel de pression contribuent tous les deux à la poussée. En pratique pour les applications lanceurs, la contribution du différentiel de pression est négligeable voire adverse à basse altitude. Les technologies de propulsion spatiale reposent donc essentiellement sur la maximisation de  $\dot{m}\vec{u}_j$ .

La plus répandue est la propulsion chimique par moteur à ergols liquides ou propergol solide, contexte du présent manuscrit. La combustion d'un couple d'ergol carburant-comburant génère un gaz chaud à haute pression qui est accéléré à travers une tuyère puis éjecté à grande vitesse, formant un jet de gaz supersonique. Il existe d'autres moyens fonctionnels de propulsion pour les applications spatiales hors atmosphère, tels que la propulsion électrique arcjet, ionique, par effet Hall ou plasma, la propulsion nucléaire par détonation ou chauffage, et la propulsion solaire par voile ou chauffage. Ils ne sont cependant pas concernés par les problématiques liées au bruit. La maximisation du différentiel de vitesse  $\Delta v$  donné à la charge utile a également conduit à la logique actuelle des fusées étagées. Il est démontré en effet que  $\Delta v$  est fonction du rapport entre la masse initiale et la masse finale du lanceur. Par exemple, le lanceur européen Ariane 5 se compose d'un étage à propulsion solide, ou étage d'accélération à poudre, et deux étages à propulsion liquide, l'étage principal cryogénique équipé du moteur Vulcain 2 et l'étage supérieur cryogénique propulsé par le moteur HM-7B.

La performance d'un système de propulsion est habituellement quantifiée en matière d'impulsion spécifique, soit la durée pendant laquelle une masse de 1 kg de carburant-comburant peut propulser une même masse avec une force équivalente à la gravité terrestre au sol. Cet indicateur permet entre autres de comparer les performances des couples carburant-comburant pour une même technologie de moteur, bien que ça ne soit pas l'unique critère de sélection parmi également la disponibilité, le coût, le stockage ou l'impact environnemental. Ainsi, les perspectives à court terme semblent converger vers la propulsion liquide oxygène-méthane au détriment de l'oxygène-hydrogène. Le méthane est en effet bien meilleur marché et beaucoup plus facile à stocker que l'hydrogène. À plus long terme, la propulsion spatiale s'oriente vers des lanceurs mono-étage, la généralisation des lanceurs réutilisables et des lancements aéroportés, et pourquoi pas un jour la propulsion des micro-sondes par laser au sol ou la mise en orbite par ascenseur spatial.

### 1.1.1.2 Ambiance acoustique au décollage des lanceurs

L'ambiance induite au décollage est un paramètre dimensionnant pour les structures du pas de tir et le lanceur, en particulier sa charge utile en matière de niveau de vibration dans la coiffe et de tolérance des composants fragiles tels que l'électronique, les miroirs, les appareils de mesure sensibles, etc. Elle se décompose en deux phénomènes principaux : l'onde de souffle et le bruit de jet supersonique



en régime nominal des propulseurs.

L'onde de souffle à l'allumage est un phénomène transitoire de grande amplitude et basse fréquence généré par la montée en pression des moteurs à propergol solide [35]. Cette problématique n'est pas traitée dans ce manuscrit mais a été largement étudiée par Dargaud *et al.* [35–37]. Après le passage de l'onde de souffle, c'est le bruit de jet supersonique qui alimente le champ acoustique comme illustré par le schéma de principe en figure 1. On distingue le bruit de jet libre direct, le bruit lié à l'impact du jet sur le déflecteur, le bruit confiné dans le carneau puis émis à l'extrémité aval ou réémis à l'extrémité amont et le bruit réfléchi sur le pas de tir. L'importance relative de ces composantes dépend fortement du jet en lui-même, de la géométrie du déflecteur, du carneau, plus généralement du pas de tir mais également de l'altitude du lanceur dans les premières secondes du vol.

La qualification d'un lanceur requiert un environnement acoustique contrôlé. Plusieurs stratégies, passives et actives, peuvent être mises en œuvre pour réduire le bruit de jet au décollage bien que cette problématique reste un sujet ouvert. Cette question est traitée de façon succincte en section 1.1.4.3. Une autre approche consiste à protéger les structures sensibles *a posteriori* de la génération du bruit, grâce par exemple à des dispositifs absorbants [107] comme illustré en figure 2a aux parois de la coiffe d'Ariane 5. Cela ajoute cependant une charge non utile supplémentaire.

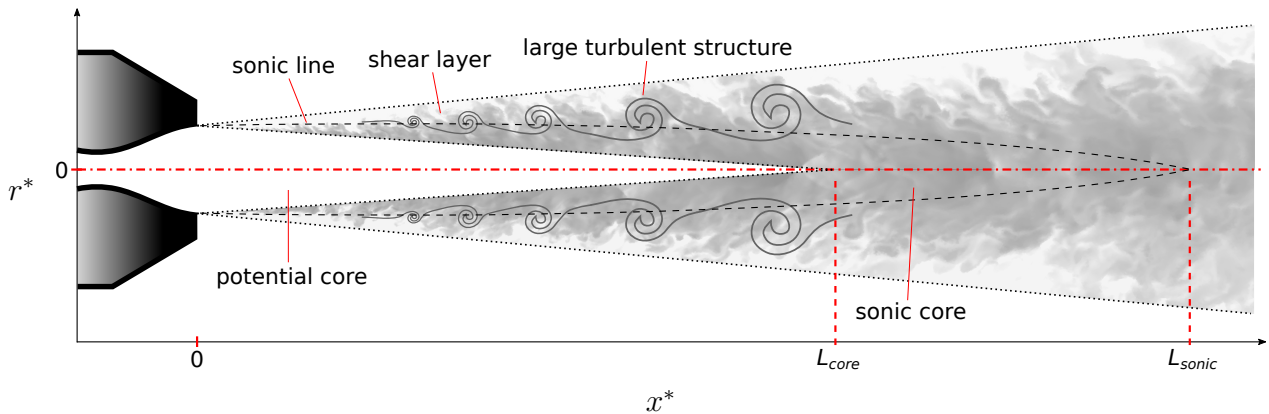
## 1.1.2 Phénoménologie des jets supersoniques

Selon l'équation (1.1), on peut accroître la poussée en augmentant le débit de masse éjectée, mais cela implique d'embarquer plus de carburant-comburant et donc d'augmenter le poids du lanceur. C'est pourquoi la vitesse d'éjection des gaz doit être optimale. Pour les moteurs fusée, l'installation d'une tuyère convergente-divergente en aval de la chambre de combustion permet de convertir l'énergie thermodynamique du gaz en énergie cinétique et donc d'augmenter sa vitesse. Si les conditions génératrices le permettent, la tuyère s'amorce et l'écoulement en aval du col est supersonique, c'est-à-dire avec  $u_j > c_j$  où  $c_j$  est la vitesse du son dans le jet à l'éjection. Ces conditions sont typiquement atteintes dans les applications spatiales où les gaz brûlés sont portés à très hautes pression et température dans la chambre. Les jets résultants atteignent des nombres de Mach de l'ordre de  $M > 2$  sous pression atmosphérique au sol. Selon la différence entre la pression du gaz éjecté en sortie de tuyère  $p_j$  et la pression du milieu ambiant  $p_\infty$ , le jet adopte une morphologie spécifique. Ainsi, un jet est dit adapté ou parfaitement détendu lorsque  $p_j = p_\infty$ , sous-détendu lorsque  $p_j > p_\infty$  et sur-détendu lorsque  $p_j < p_\infty$ . Le rendement optimal est généralement obtenu dans les conditions du jet adapté. Pourtant, les tuyères sont souvent dimensionnées pour s'amorcer en régime sur-détendu au décollage, atteindre le régime adapté à une certaine altitude puis le régime sous-détendu au-delà, et ce pour profiter du rendement maximum au moment le plus adéquat du vol.

### 1.1.2.1 Jet adapté

En régime adapté,  $p_j = p_\infty$  et il n'y a pas, en théorie, de choc de recompression ou de faisceau de détente dans le jet. La structure du jet présente peu de différence avec celle d'un jet subsonique. Un schéma de principe est donné en figure 1.1. La zone conique non perturbée par le mélange turbulent immédiatement en sortie de tuyère est appelée cône potentiel. Il est souvent défini comme le volume où la vitesse axiale moyenne est quasi égale à la vitesse d'éjection, soit  $\bar{u}_x \geq 0.95u_j$ . La définition de la



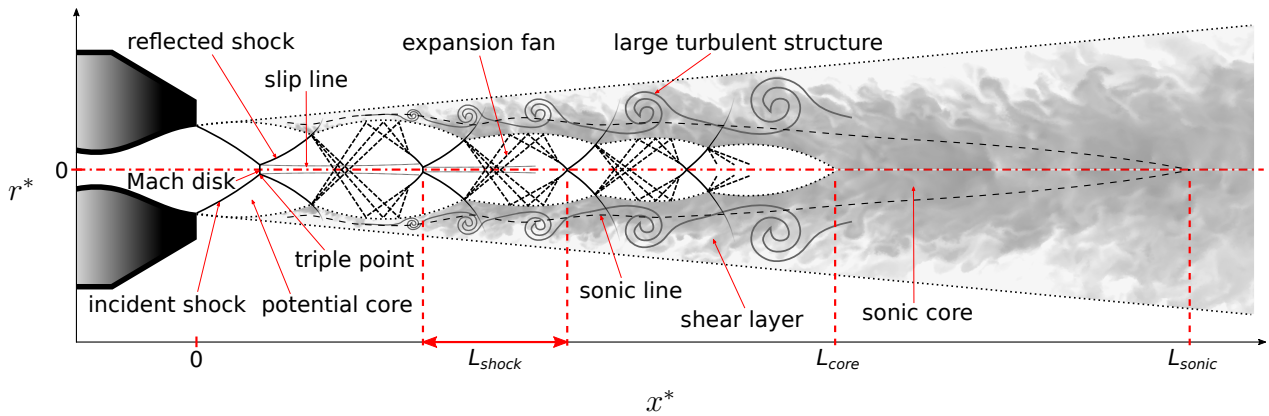


**Figure 1.1:** schéma de la structure aérodynamique d'un jet supersonique adapté.

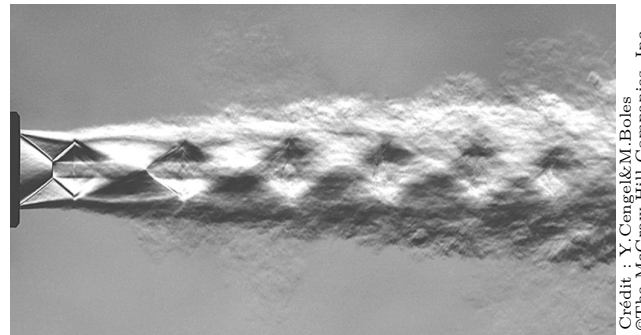
longueur  $L_{core}$  du cône potentiel varie toutefois selon les cas et les auteurs. On considérera ici que  $L_{core}$  est la position axiale pour laquelle l'épaisseur de la couche de cisaillement vaut le double du rayon de demi-vitesse du jet, soit  $\delta_{0,05-0,95} = 2\delta_{0,5}$ , cf. section 4.2.1.4. Des structures turbulentes sont formées par les instabilités initiées aux lèvres de la tuyère, puis sont convectées dans la couche de cisaillement. La couche de cisaillement annulaire se referme sur elle-même à l'extrémité du cône potentiel. En aval, la turbulence est pleinement développée et auto-similaire. Dans ces zones turbulentes, le phénomène de cascade énergétique a lieu, c'est-à-dire le transfert d'énergie des grandes structures vers les petites selon la loi de Kolmogorov, sur une plage d'échelles de structures appelée zone inertielle, cf. figure 2.1. Enfin, l'écoulement peut être supersonique même en aval du cône potentiel, jusqu'à la position axiale  $L_{sonic}$  définissant la longueur du cône sonique. Remarquons qu'en pratique, il est difficile d'observer un jet supersonique parfaitement adapté à cause des hétérogénéités et de la nature 3D des écoulements, pouvant induire des chocs.

### 1.1.2.2 Jet non-adapté

Lorsque  $p_j \neq p_\infty$ , le jet est non-adapté et on observe la formation d'un réseau de chocs et de détente dans le jet de gaz cherchant à retourner à l'équilibre avec la pression atmosphérique. Dans le cas sous-détendu, le gaz est éjecté à une pression supérieure à la pression ambiante et un faisceau de détente s'accroche aux lèvres de la tuyère. À l'inverse dans le cas sur-détendu, la pression du gaz est inférieure à la pression ambiante et c'est un choc faible incident qui s'accroche aux lèvres, comme illustré par le schéma en figure 1.2. Parfois, le choc incident s'accroche plus en amont dans la tuyère lorsque le jet est décollé. Si le nombre de Mach ou l'angle d'incidence du choc attaché est trop grand, il n'existe plus de solution avec réflexion régulière du choc faible. Un choc fort, appelé disque de Mach, se forme alors par réflexion de Mach. Dans ces conditions, les chocs faible et fort interagissent au niveau d'un point triple et donnent naissance à un choc faible réfléchi et à une ligne de glissement. La réflexion d'un choc faible sur la couche de cisaillement produit un faisceau de détente qui lui-même se réfléchit et re-converge pour former un choc faible. Il en résulte une succession quasi périodique de chocs et de détente appelée structure en cellules de choc, réseau de chocs ou train de chocs. Cette organisation est observée à la fois pour les jets sur-détendus et sous-détendus. Chaque cellule de choc est définie par sa longueur  $L_{shock}$ . Par ailleurs, les chocs réfléchis émergent du cône potentiel aux



**Figure 1.2:** schéma de la structure aérodynamique d'un jet supersonique sur-détendu.



**Figure 1.3:** visualisation du champ de  $|\nabla\rho|$  d'un jet supersonique sur-détendu par image schlieren.

points de réflexion sur la couche de cisaillement et peuvent interagir avec les structures turbulentes convectées.

Cette structure en cellules de chocs est retrouvée dans l'image schlieren instantanée d'un jet supersonique sur-détendu donnée en figure 1.3 pour illustration. Plus particulièrement, les lignes de glissement derrière le premier disque de Mach sont bien visibles. On y voit également que l'enveloppe du cône potentiel et la couche de cisaillement sont périodiquement déformées à cause de la déviation des lignes de courant par le réseau de chocs. En aval du cône potentiel, ce phénomène s'estompe et un comportement des structures turbulentes assez similaire au jet adapté est attendu.

### 1.1.3 Sources de bruit dans les jets supersoniques

Le bruit de jet est fortement lié à la turbulence mais n'en retire pourtant qu'une faible part d'énergie, elle-même alimentée par une fraction de l'énergie mécanique. Ainsi, une très faible part de la puissance mécanique d'un jet  $P_m = \frac{1}{2}\dot{m}u_d^2$ , où  $u_d$  est la vitesse d'éjection du jet adapté équivalent, est convertie en puissance acoustique  $P_{ac}$ , typiquement  $\eta = P_{ac}/P_m \lesssim 1\%$  pour les moteurs de forte puissance [53, 75, 162, 213] et  $\eta \lesssim 0.1\%$  pour les moteurs à échelle réduite [60]. On distingue deux catégories principales de sources de bruit dans les jets supersoniques [11, 187, 192] : le bruit lié au mélange turbulent et le bruit lié aux chocs. L'importance relative des différentes sources est fortement fonction du type de jet, de son nombre de Mach d'éjection, de sa température et de la direction d'observation.

### 1.1.3.1 Bruit de mélange turbulent

Le bruit de mélange turbulent consiste en deux composantes indépendantes [139, 193] : le bruit émis par les petites structures turbulentes et le rayonnement des ondes d'instabilités associé à la convection des grandes structures turbulentes. Le bruit rayonné par les petites structures est omnidirectionnel. Il est cependant négligeable vers la direction aval par rapport au rayonnement associé aux grandes structures mais reste une contribution importante au bruit dans les directions transversales et plus amont [192, 195, 197].

Dans le cas des jets supersoniques, la convection des grandes structures peut conduire à la génération d'ondes de Mach. Le mécanisme de rayonnement des ondes d'instabilités en ondes de Mach est souvent décrit *via* l'analogie du *wavy wall* [9, 197] : les instabilités sont vues comme des ondes se propageant à la surface de la couche de cisaillement et générant des fronts d'ondes acoustiques plans à la manière d'un cône de Mach, comme illustré en figure 1.4. Il existe trois types d'ondes d'instabilités classées selon la vitesse à laquelle elles sont convectées dans la couche de mélange [11, 72, 188], initialement observées par Oertel [148, 149] en figure 1.5 :

- Les ondes convectées à la vitesse  $u_{c1}$  dont le nombre de Mach convectif est défini par

$$M_{c1} = \frac{u_{c1}}{c_\infty} = \frac{u_j - c_j}{c_\infty + c_j} \quad (1.2)$$

Ces ondes sont généralement convectées de manière subsonique sauf si  $u_j > c_\infty + 2c_j$ . Elles sont appelées ondes d'instabilité subsonique.

- Les ondes convectées à la vitesse  $u_{c2}$  dont le nombre de Mach convectif est défini par

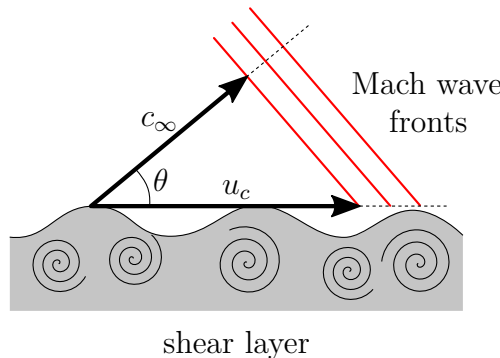
$$M_{c2} = \frac{u_{c2}}{c_\infty} = \frac{u_j}{c_\infty + c_j} \quad (1.3)$$

Ces ondes sont convectées de manière supersonique par rapport au milieu ambiant uniquement si  $u_j > c_\infty + c_j$ . Elles sont appelées ondes d'instabilité supersonique.

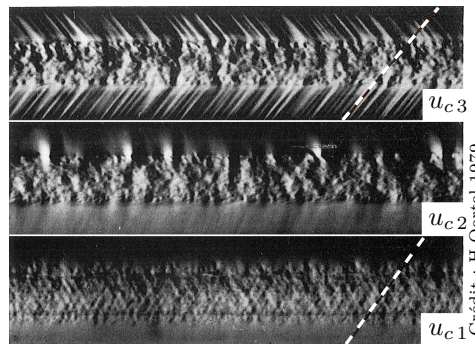
- Les ondes convectées à la vitesse  $u_{c3}$  dont le nombre de Mach convectif est défini par

$$M_{c3} = \frac{u_{c3}}{c_\infty} = \frac{u_j + c_j}{c_\infty + c_j} \quad (1.4)$$

Ces ondes sont toujours convectées de manière supersonique par rapport au jet et par rapport



**Figure 1.4:** schéma du principe de l'analogie du *wavy wall* pour la génération des ondes de Mach.



**Figure 1.5:** observation par Oertel [148, 149] des trois types d’ondes d’instabilités convectées aux vitesses  $u_{c1}$ ,  $u_{c2}$  ou  $u_{c3}$ .

au milieu ambiant dans un jet supersonique. Cette famille d’onde est assimilée aux instabilités de Kelvin-Helmholtz qui se développent dans la couche de mélange.

En pratique, la vitesse de convection des grandes structures turbulentes  $u_c$  est souvent admise entre  $0.6u_d$  et  $0.7u_d$  où  $u_d$  est la vitesse du jet adapté équivalent [99]. Elle peut cependant être déterminée plus précisément, par exemple à partir de corrélations croisées sur les champs fluctuants dans la couche de cisaillement. Il a été montré que les critères  $M_{c2} > 0.8$  et  $M_{c3} > 1.25$  sont nécessaires à l’émergence des ondes de Mach [72, 98]. Notons qu’un nombre de Mach convectif supplémentaire, défini par Greska *et al.* [72] comme

$$M_{co} = \frac{u_j + \frac{1}{2}c_j}{c_j + c_\infty} \quad (1.5)$$

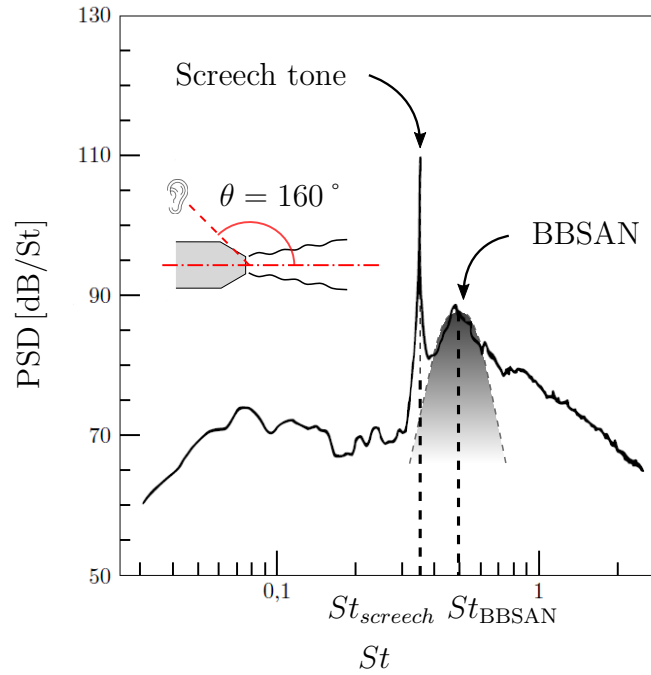
permet de relier l’apparition du rayonnement d’onde de Mach à une unique condition  $M_{co} > 1$ . La directivité de chaque type d’onde d’instabilité peut être estimée avec la relation d’angle de Mach basée sur le nombre de Mach convectif [188], soit

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{M_c}\right) \quad (1.6)$$

La directivité principale attendue est alors obtenue avec le nombre de Mach convectif de l’onde d’instabilité la plus amplifiée [192]. Il a par ailleurs été trouvé que bruit associé à la convection des grandes structures turbulentes a tendance à s’intensifier lorsque la température du jet augmente à  $M_j = u_j/c_j$  fixe. Cet effet est attribué par Seiner [188] et Baars [6] à l’augmentation de la vitesse de convection de ces structures, mécaniquement induite par l’augmentation de  $u_j$  à  $M_j$  constant, sachant qu’il est admis que la puissance acoustique totale rayonnée est proportionnelle à une loi de puissance en  $u_j^n$  où  $n > 1$  [9, 72, 197], cf. section 1.2.4.

### 1.1.3.2 Bruit d’interaction choc-turbulence

Dans un jet supersonique non-adapté, des chocs se forment et s’organisent en cellules quasi périodiques comme illustré en figure 1.2 dans le cas sur-détendu. Le bruit d’interaction choc-turbulence, ou bruit de choc, est dû à l’excitation du bord de ces chocs au passage de grandes structures turbulentes convectées dans la couche de mélange [11, 42]. Cette source est omnidirectionnelle mais généralement dominante uniquement dans les directions transversales et amont. On distingue deux composantes



**Figure 1.6:** densité spectrale de puissance caractéristique d'un jet supersonique non-adapté générant du screech [187].

principales, le bruit de choc large bande et le bruit de choc tonal appelé *screech noise*, facilement identifiable sur un spectre comme illustré en figure 1.6.

La composante large bande a été spécifiquement étudiée pour la première fois par Harper-Bourne et Fisher [80]. Ces derniers proposent un modèle où l'acoustique générée par l'interaction des structures turbulentes avec chaque choc est représentée par un monopôle sur l'axe du jet. Le champ acoustique résultant est alors obtenu en sommant la contribution de tous les monopôles. La fréquence modélisée  $f_{\text{BBSAN}}$  du pic d'intensité du bruit de choc large bande dans la direction d'observation  $\theta$  est donnée d'après le modèle de Tam et Tanna [196] par

$$f_{\text{BBSAN}} = \frac{u_c}{L_{\text{shock}} (1 - M_c \cos \theta)} \quad (1.7)$$

La dépendance sur  $M_c \cos \theta$  permet de tenir compte de l'effet Doppler. Cette fréquence diminue quand  $\theta$  et  $L_{\text{shock}} \propto M_j$  augmentent mais croît avec la température du jet [192]. Le caractère large bande de cette source s'explique par les variations de  $u_c$  et de l'amplitude des fluctuations turbulentes [11].

Le screech est une composante tonale du bruit d'interaction choc-turbulence [192]. Mis en évidence dans les années 1950 par Powell [163], il résulte d'un mécanisme de rétro-action. Le bruit de choc est omnidirectionnel et peut donc remonter dans la direction amont  $\theta = 180^\circ$  à la vitesse  $c_\infty$  via le milieu ambiant jusqu'à la zone de naissance des instabilités, généralement proche des lèvres de la tuyère. L'acoustique force alors la fréquence de formation des instabilités qui vont à leur tour exciter les chocs à cette même fréquence. Un couplage apparaît et le système résonne à la fréquence  $f_{\text{screech}}$  [192]. On distingue les modes de screech axisymétriques A1 et A2, de battement B, hélicoïdal C et le mode D, difficile à classer [42] mais se rapprochant du battement [11]. Une condition nécessaire mais non suffisante à l'apparition de ce mécanisme est que les ondes acoustiques provenant des chocs arrivent



en phase au niveau des lèvres de la tuyère. On en déduit en première approximation une formulation simple de  $f_{screech}$  [163] définie par

$$f_{screech} = \frac{nu_c}{L_{shock}(1 - M_c)} \quad (1.8)$$

avec  $n = 1$  pour le mode fondamental ce qui correspond à l'équation (1.7) pour  $\theta = 180^\circ$ . La fréquence  $f_{screech}$  s'accompagne parfois de ses harmoniques  $n > 1$  [41]. Il semble par ailleurs admis que le screech est principalement généré entre le 2<sup>ème</sup> et le 5<sup>ème</sup> choc du réseau [42, 135]. Enfin, l'intensité du screech dépend de nombreux paramètres dont l'épaisseur des lèvres de la tuyère, la présence d'obstacles [99] ou encore la température de jet. En l'occurrence, elle a tendance à diminuer fortement pour les jets plus chauds [192].

### 1.1.3.3 Bruit lié à l'interaction avec un obstacle

D'une part, l'interaction des ondes acoustiques avec des obstacles induit des phénomènes de réflexion et de diffraction. Ces effets peuvent largement impacter le champ acoustique mais ils ne sont pas à proprement parler générateurs de bruit. D'autre part, l'interaction de l'écoulement avec des obstacles conduit possiblement cette fois à l'apparition de nouvelles sources de bruit même si l'énergie mécanique disponible est inchangée. Au décollage d'un lanceur, les jets interagissent avec le pas de tir et plus particulièrement avec les déflecteurs et les carreaux qui les guident. Il a été montré expérimentalement [1, 97, 99, 152, 210, 213] que ces interactions modifient l'intensité, la localisation et la directivité des sources acoustiques. Tsutsumi *et al.* [204] ont mis en évidence un renforcement du rayonnement acoustique d'un jet supersonique vers l'amont en présence d'un déflecteur, ce qui pourrait induire une intensification des contraintes acoustiques sur le lanceur et des phénomènes de couplage avec les instabilités se développant en sortie de tuyère, à la manière du screech. Nonomura *et al.* [147] ont montré que le bruit d'un jet supersonique impactant une plaque plane inclinée se composait principalement des ondes de Mach générées par la partie libre du jet, d'ondes générées dans la zone d'impact et d'ondes de Mach générées dans la couche de cisaillement le long de la plaque en aval de l'impact. Les auteurs concluent que l'intensité et la directivité de ces sources dépendent principalement de la température du jet et de la distance à la plaque, ce qu'ils attribuent aux variations des propriétés de la couche de cisaillement au niveau de l'impact. Des tendances similaires sont observées dans d'autres études numériques. Enfin, Gojon *et al.* [64-67] ont étudié numériquement des jets ronds et rectangulaires impactant une plaque plane à une distance variable. Ils ont montré que le phénomène de rétroaction dû à l'impact renforce certains modes d'instabilité dans le jet en fonction de cette distance, modifiant le bruit rayonné.

### 1.1.3.4 Bruit lié aux phénomènes non-linéaires

La physique non-linéaire est un point essentiel des problématiques de bruit de jet supersonique. On distingue les phénomènes non-linéaires en champ proche des effets de propagation non-linéaire, abordés en détail plus loin en section 1.2.2.1. Les phénomènes non-linéaires en aéroacoustique sont souvent associés au *crackle noise*, composante de bruit décrite comme particulièrement gênante à l'oreille par Ffowcs Williams [48]. Le crackle s'apparente à une forte compression rapide suivie d'une détente plus lente, soit plus simplement une onde de choc faible ne relevant donc pas de l'acoustique



linéaire, cf. section 1.2.2, rayonnant aux petits angles dans la direction du pic d'intensité à la manière des ondes de Mach [5, 100, 145]. De nombreux auteurs soutiennent un mécanisme de génération en champ proche comme des micro-explosions de gaz ambiant froid dans la couche de cisaillement [100] ou encore l'intrusion intermittente puis l'entraînement de gaz ambiant dans le cône potentiel [145]. D'autres soulignent l'importance des effets de propagation non-linéaire cumulatifs mis en évidence pour des jets chauds supersoniques, en particulier les jets de turboréacteur militaire comme discuté par Gee *et al.* [55–57] et Reichman *et al.* [178], surtout à poussée maximale avec post-combustion.

## 1.1.4 Réduction du bruit de jet

### 1.1.4.1 Contrôle passif

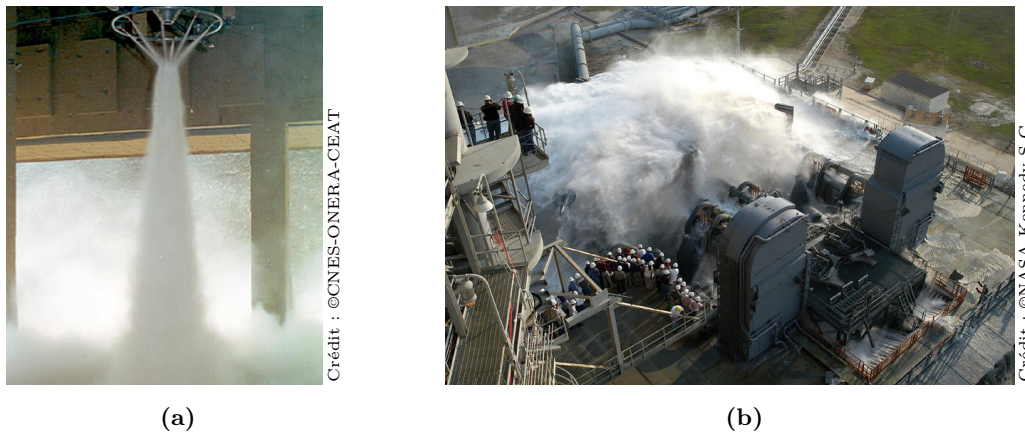
La réduction et le contrôle du bruit de jet représentent un enjeu majeur pour la qualification des lanceurs, mais également pour les applications militaires, en matière de fatigue acoustique et de protection des opérateurs sur les porte-avions [165], et civiles, en matière de nuisances sonores dues au transport aérien. La première stratégie de contrôle mise en œuvre dans la littérature est dite passive. Cela consiste généralement à adapter la géométrie de la tuyère d'éjection en ajoutant des chevrons [4, 142, 153, 165]. Munday *et al.* [142] ont ainsi obtenu une réduction substantielle du bruit de choc. André *et al.* [4] ont montré que les chevrons pouvaient permettre de supprimer le screech et Pauz *et al.* [153] ont conclu à une réduction des basses fréquences accompagnée d'une excitation des hautes fréquences. En contrepartie, les tuyères ainsi équipées ont un rendement propulsif dégradé ce qui freine leur implémentation industrielle. On trouve malgré tout des exemples comme les turboréacteurs Trent 1000 du Boeing 787 et CFM56 de l'Airbus 321.

### 1.1.4.2 Contrôle actif

Une seconde stratégie, dite de contrôle actif, repose sur des injections de fluide dans le jet [85, 101, 165, 219], typiquement de l'air ou de l'eau. Powers *et al.* [165] ont injecté des micro-jets d'air dans le divergent d'une tuyère typique d'un turboréacteur militaire et ont observé une réduction significative de 4 à 7 dB dans la direction du pic d'intensité dans la configuration la plus favorable. L'influence des micro-jets de gaz sur les modes d'un jet impactant une plaque a par ailleurs été investiguée par Hildebrand et Nichols [85].

Dans les applications spatiales, l'injection d'eau est de plus en plus utilisée. Pour des raisons pratiques évidentes, elle est généralement réalisée sur le jet libre après le plan de sortie tuyère, comme illustré en figure 1.7a au banc MARTEL, cf. section 1.3.1. Il a été démontré par Krothapalli *et al.* [101] que la réduction du bruit par injection d'eau sur la couche de cisaillement d'un jet était majoritairement dépendante du débit d'eau, mais probablement aussi de la position d'injection, de l'angle d'injection et de la taille des gouttes. Une importante réduction du bruit jusqu'à 6 dB dans la direction du pic d'intensité a été observée. La diminution des basses fréquences associée à une faible augmentation des hautes fréquences a été attribuée à la réduction de la taille des tourbillons dans la couche de cisaillement. De la même façon, une réduction de 7 dB du bruit d'un jet supersonique chaud a été obtenue dans le cas le plus favorable par Zoppellari et Juvé [219]. Un mécanisme par transfert de quantité de mouvement entre le gaz et l'eau est avancé pour expliquer cette réduction. Les contributions de l'effet écran et de l'évaporation de l'eau restent cependant à quantifier.





**Figure 1.7:** réduction du bruit par injection d'eau; (1.7a) essai sur un jet libre supersonique chaud au banc MARTEL [14] et (1.7b) déluge sur le pas de tir de la navette spatiale.

### 1.1.4.3 Réduction du bruit au décollage

Des stratégies à la fois passives et actives sont mises en place sur les pas de tir pour réduire le bruit, consistant essentiellement à adapter la typologie des infrastructures (passif) et à injecter de grandes quantités d'eau durant l'allumage et les premières secondes du vol (actif). Ainsi, certains pas de tir, comme celui du lanceur Soyouz à Baïkonour, profitent d'une large dépression sous la table de lancement ce qui réduit les contributions liées à l'impact et au confinement dans les carnaux. Celui du lanceur japonais HIIA possède un carneau dont la sortie a été placée derrière la tour ombilicale qui protège donc en partie le lanceur. Dans le cas du pas de tir ELA-3 d'Ariane 5, les carnaux ont été allongés [29] sur les recommandations d'une campagne d'essais menée au banc MARTEL [58]. La géométrie d'un pas de tir peut également être pensée pour limiter les réflexions orientées vers le lanceur mais en général, les considérations acoustiques sont secondaires pour le génie civil qui préfère privilégier la fonctionnalité et la robustesse des installations.

L'injection d'eau se généralise sur les pas de tir compte tenu de son effet avéré sur l'ambiance induite, incluant le bruit et l'onde de souffle. Trois points d'injection majeurs sont considérés : au-dessus de la table de lancement, directement sur le jet proche de la tuyère et plus en aval à l'intérieur des carnaux. Les débits totaux sont proches voire supérieurs aux débits de gaz délivrés par les moteurs au décollage [58], soit plusieurs tonnes par seconde. Récemment, des simulations numériques prenant en compte les jets, le pas de tir et l'injection d'eau, ont été réalisées par West *et al.* [217] notamment. Cependant, la complexité et le coût de ce genre de simulation font qu'actuellement, les études existantes sur l'injection d'eau au décollage sont majoritairement expérimentales. Par exemple pour Ariane 5, des essais à échelle réduite avec injection d'eau ont été conduits au centre de l'ONERA Fauga-Mauzac [186] et sur le banc MARTEL [50]. Les systèmes mis au point et transposés à l'échelle 1 ont abouti à une réduction significative des contraintes acoustiques subies par le lanceur [29, 58]. De telles études ont également été effectuées plus récemment au banc MARTEL pour la qualification du futur lanceur Ariane 6 [129].



## 1.2 Équations de la mécanique des fluides et de l'acoustique

Les équations régissant les phénomènes physiques liés au bruit de jet, plus particulièrement sa génération et sa propagation, sont maintenant présentées. Cette section s'organise en partant des équations les plus générales de la mécanique des fluides et aboutissant à l'équation d'onde par simplifications successives. Le principe de l'analogie acoustique est également abordé.

### 1.2.1 Équations générales de la mécanique des fluides compressibles

#### 1.2.1.1 Lois de conservation

L'aéroacoustique est un sous-ensemble de la mécanique des fluides newtoniens, elle-même incluse dans la mécanique des milieux continus. Tous les phénomènes associés, aérodynamique, génération de bruit par l'écoulement et propagation acoustique, sont donc régis par les équations générales de la mécanique des fluides que sont les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, plus communément appelées équations de Navier-Stokes, et de l'énergie. Pour un volume élémentaire d'un milieu multi-espèces continu, ces équations s'écrivent

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho Y_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho Y_i \vec{u}) = -\vec{\nabla} \cdot \phi_i + \dot{q}_i \\ \frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho \vec{f} \\ \frac{\partial (\rho e_t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(\rho e_t + p) \vec{u}] = \vec{\nabla} \cdot (\bar{\bar{\tau}} \cdot \vec{u}) - \vec{\nabla} \cdot \phi_e + \rho \vec{f} \cdot \vec{u} + \dot{q}_e \end{array} \right. \quad (1.9)$$

où  $Y_i$  est la fraction massique,  $\phi_i$  le flux de diffusion et  $\dot{q}_i$  le terme source de l'espèce  $i$ ,  $\bar{\bar{\tau}}$  le tenseur des contraintes visqueuses,  $\vec{f}$  les forces de volume externes comme la gravité,  $e_t$  l'énergie totale interne massique,  $\dot{q}_e$  le terme source d'énergie et  $\phi_e$  le flux d'énergie totale associé à la diffusion de la chaleur et des espèces. Par abus de langage, on appellera ce système directement équations de Navier-Stokes. En mécanique des fluides newtoniens, le tenseur des contraintes visqueuses suit la loi linéaire de Stokes

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu \left( \overline{\overline{\vec{\nabla} \vec{u}}} + \left( \overline{\overline{\vec{\nabla} \vec{u}}} \right)^T \right) - \frac{2}{3} \mu \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right) \overline{\overline{Id}} = 2\mu \overline{\overline{S}} - \frac{2}{3} \mu \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right) \overline{\overline{Id}} \quad (1.10)$$

où  $\overline{\overline{S}}$  est le tenseur de déformation des vitesses et  $\mu$  la viscosité du fluide.

#### 1.2.1.2 Équations d'état

La fermeture du système (1.9) par une équation d'état est nécessaire. Pour les gaz à pression modérée soit  $p \lesssim 1 \times 10^6$  Pa, on considère généralement la loi des gaz parfaits

$$p = \rho r T \quad (1.11)$$

où  $r$  est la constante massique du gaz.

### 1.2.1.3 Relations isentropiques

Pour un écoulement de gaz parfait quasi 1D stationnaire, adiabatique et sans force de frottement, le premier principe de la thermodynamique implique que l'écoulement est isentropique. Cette approximation est couramment utilisée pour un écoulement dans une tuyère axisymétrique. À partir de l'équation de conservation de l'énergie, on peut alors écrire les relations isentropiques faisant apparaître le nombre de Mach  $M = u/c$ , écrites ici uniquement pour la pression, la masse volumique et la température.

$$\frac{p}{p_t} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\gamma/(\gamma-1)} \quad (1.12)$$

$$\frac{\rho}{\rho_t} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1/(\gamma-1)} \quad (1.13)$$

$$\frac{T}{T_t} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1} \quad (1.14)$$

Un autre résultat notable de l'hypothèse isentropique est l'approximation de la vitesse du son  $c$  par la relation

$$c^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s = \gamma r T \quad (1.15)$$

Dans de l'air à  $\gamma = 1.4$  et  $T = 300$  K,  $c$  vaut  $347.2$  m.s<sup>-1</sup>.

### 1.2.1.4 Relations de saut

Les lois de conservation appliquées à un volume de contrôle traversé par un choc conduisent aux relations de saut, ou relations de Rankine-Hugoniot [114]. Pour un choc droit, elles s'écrivent

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \\ p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \\ \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{\gamma - 1}{2\gamma} u_1^2 = \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{\gamma - 1}{2\gamma} u_2^2 \end{array} \right. \quad (1.16)$$

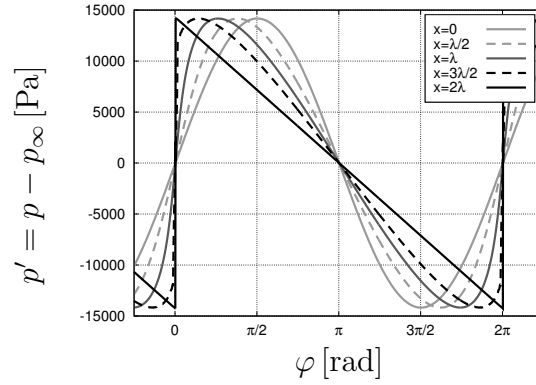
où les indices 1 et 2 font référence aux conditions avant et après le choc.

## 1.2.2 Acoustique non-linéaire

Une onde acoustique se propage dans un fluide sous la forme d'une perturbation de  $p$ ,  $\rho$  et  $T$  à la vitesse  $c$ . Si les fluctuations de pression ne sont pas négligeables devant la pression du milieu ou autrement dit, si la vitesse de déplacement maximum des molécules au passage de l'onde aussi appelée vitesse acoustique  $u_{ac}$  n'est pas négligeable devant la vitesse du son  $c$  dans ce milieu, le régime de propagation est considéré comme non-linéaire.

### 1.2.2.1 Phénomènes de propagation non-linéaire

En acoustique non-linéaire, les ondes ont tendance à se distordre lorsqu'elles se propagent [158, 182]. La vitesse de propagation est fonction de la température qui elle-même varie en fonction de la pression ce qui induit que le maximum de pression de l'onde se propage légèrement plus vite que le



**Figure 1.8:** illustration de la distorsion progressive d'une onde acoustique monochromatique plane ( $f = 250$  Hz,  $\lambda = 1.39$  m, SPL = 174 dB) se propageant non-linéairement dans la direction  $\vec{x}$ .

minimum. Si cette différence de vitesse n'est pas négligeable, la phase de compression se raidit jusqu'à l'apparition d'un choc faible comme illustré en figure 1.8. L'onde est alors dite en dents de scie. Cette distorsion est d'autant plus importante et rapide que l'amplitude du signal est grande et donc que le niveau sonore est élevé. La propagation non-linéaire peut également conduire à une asymétrisation de la forme de l'onde autour de la pression ambiante [134] et à la création d'un écoulement moyen dans le sens de la propagation de l'onde appelé vent acoustique [43]. Dans le domaine spectral, la propagation non-linéaire se traduit par un transfert d'énergie des moyennes vers les hautes fréquences [57, 154].

### 1.2.2.2 Équations d'Euler

L'acoustique non-linéaire peut être décrite par les équations de Navier-Stokes. Cependant, l'influence des termes visqueux sur la propagation d'une onde est très souvent négligeable. Une première simplification pour traiter l'acoustique non-linéaire consiste donc à supprimer le tenseur des contraintes visqueuses  $\bar{\tau}$  dans le système (1.9) et plus généralement à poser les hypothèses suivantes :

- milieu ambiant mono-espèce composé d'air ( $Y_{i=1} = 1$ ),
- viscosité et conductivité du fluide nulles ( $\nu = 0$  et  $\lambda = 0$ ),
- pas de chimie, pas de transfert thermique, pas de source de chaleur ( $\dot{q} = 0$ ),
- pas de forces de volume ( $\vec{f} = \vec{0}$ ).

On obtient alors les équations d'Euler pour l'acoustique

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \\ \frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\vec{\nabla} p \\ \frac{\partial (\rho e_t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(\rho e_t + p) \vec{u}] = 0 \end{cases} \quad (1.17)$$

également connues sous forme non conservative et entropique avec  $Tds = de + p(dp)^{-1}$ , soit

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \\ \rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \vec{\nabla} \cdot (\vec{u}) \right) = -\vec{\nabla} p \\ \rho T \left( \frac{\partial s}{\partial t} + \vec{u} \vec{\nabla} \cdot s \right) = 0 \end{cases} \quad (1.18)$$

Cette formulation est appelée *Full Euler* et a l'avantage de bien décrire l'acoustique non-linéaire à l'instar des équations de Navier-Stokes, ce qui en fait un compromis intéressant en aéroacoustique.

### 1.2.2.3 Équation de Burgers

Une autre approche consiste à écrire l'équation de Burgers par réarrangement direct du système (1.9) en une unique équation d'advection-diffusion. Cet opérateur de propagation est valable pour l'acoustique non-linéaire [182]. L'équation de Burgers généralisée sur la vitesse acoustique est de la forme

$$\frac{\partial \vec{u}_{ac}}{\partial t} + (c + \beta \vec{u}_{ac}) \vec{\nabla} \cdot \vec{u}_{ac} = \nu \vec{\nabla}^2 \vec{u}_{ac} \quad (1.19)$$

où  $\beta = (1 + \gamma)/2$  est le coefficient de non-linéarité et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide. On peut de nouveau faire l'hypothèse des effets visqueux négligeables ce qui conduit à l'équation de Burgers généralisée non visqueuse. Cette équation est souvent utilisée pour calculer des solutions acoustiques non-linéaires de référence dans des configurations simples [57].

## 1.2.3 Acoustique linéaire

L'acoustique met la plupart du temps en jeu des perturbations de très faible amplitude devant les valeurs moyennes du milieu. L'hypothèse simplificatrice des petites perturbations est alors vérifiée et on entre dans le domaine de l'acoustique linéaire. La majorité des problèmes acoustiques de type industriel sont traités en acoustique linéaire.

### 1.2.3.1 Équations d'Euler linéarisées

Le système (1.17) peut être linéarisé. Les hypothèses des petites perturbations isentropiques et du fluide bivariant, c'est-à-dire dont l'état dépend de deux variables thermodynamiques indépendantes, permettent un développement en perturbation tel que

$$\begin{cases} p = p_0 + p' \\ u = u_0 + u' \\ \rho = \rho_0 + \rho' \\ s = s_0 + s' \end{cases} \quad (1.20)$$

Le système (1.18) avec l'équation d'état (1.11) peut alors s'écrire sous la forme

$$\begin{cases} \frac{\partial (\rho_0 + \rho')}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 + \rho') (\vec{u}_0 + \vec{u}') = 0 \\ (\rho_0 + \rho') \left( \frac{\partial (\vec{u}_0 + \vec{u}')}{\partial t} + (\vec{u}_0 + \vec{u}') \cdot \vec{\nabla} (\vec{u}_0 + \vec{u}') \right) = -\vec{\nabla} (p_0 + p') \\ \frac{\partial (s_0 + s')}{\partial t} + (\vec{u}_0 + \vec{u}') \cdot \vec{\nabla} (s_0 + s') = 0 \\ p' = p'(\rho', s') \end{cases} \quad (1.21)$$

Si ce système est développé puis linéarisé en négligeant les termes d'ordre 2 et qu'un développement de Taylor à l'ordre 1 de l'équation d'état est opéré, on aboutit aux équations convectées d'Euler linéarisées

s'exprimant

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla} \rho' + \vec{u}' \cdot \vec{\nabla} \rho_0 + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u}' + \rho' \vec{\nabla} \cdot \vec{u}_0 = 0 \\ \rho_0 \left[ \frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} + u_0 \cdot \vec{\nabla} \vec{u}' + \vec{u}' \cdot \vec{\nabla} \vec{u}_0 \right] + \rho' \vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla} \vec{u}_0 + c_0^2 \vec{\nabla} \rho' + \frac{p_0}{c_v} \vec{\nabla} s' = 0 \\ \frac{\partial s'}{\partial t} + \vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla} s' + \vec{u}' \cdot \vec{\nabla} s_0 = 0 \\ p' = \frac{\partial p}{\partial \rho} \Big|_s \rho' = c_0^2 \rho' \end{array} \right. \quad (1.22)$$

Notons que comme les perturbations en acoustique linéaire sont isentropiques, l'équation (1.15) donnant la vitesse du son est valide ce qui permet également de lier les fluctuations  $\rho'$  et  $p'$  selon la relation  $p' = c_0^2 \rho'$  comme reporté dans le système précédent. Enfin pour un écoulement moyen nul, c'est-à-dire  $u_0 = 0$ , les équations d'Euler linéarisées sont obtenues, soit

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u}' = 0 \\ \rho_0 \frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} = -\vec{\nabla} p' \\ p' = c_0^2 \rho' \end{array} \right. \quad (1.23)$$

### 1.2.3.2 Équation d'onde

Le système (1.23) peut être réorganisé sous la forme d'une équation unique. Si  $\rho'$  est éliminé dans la conservation de la masse grâce à l'équation d'état et que les équations sont combinées telles que

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u}' = 0 \right) - \vec{\nabla} \cdot \left( \rho_0 \frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} = -\vec{\nabla} p' \right) \quad (1.24)$$

l'équation d'onde est obtenue

$$\vec{\nabla}^2 p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0 \quad (1.25)$$

ici dans le cas particulier du transport d'une fluctuation de pression sans terme source. Enfin, l'équation d'onde dans l'espace physique possède un équivalent dans l'espace fréquentiel appelé équation de Helmholtz

$$\vec{\nabla}^2 \hat{p}' + k^2 \hat{p}' = 0 \quad (1.26)$$

où  $\hat{p}'$  est la transformée de Fourier de  $p'$  et  $k = \omega/c_0$  le nombre d'onde.

### 1.2.3.3 Fonctions de Green

En sciences mathématiques, les fonctions de Green permettent de modéliser la réponse des systèmes linéaires. Elles ont été introduites par Green au XIX<sup>ème</sup> siècle dans le domaine de l'électromagnétisme [71]. En acoustique, les fonctions de Green sont utilisées pour calculer des solutions de l'équation d'onde non homogène, c'est-à-dire avec second membre non nul. Si les frontières du domaine sont à l'infini, on parle de fonction de Green en espace libre ou illimité. S'il existe des frontières et que la solution vérifie les conditions limites, on parle de fonction de Green adaptée [61]. La fonction de Green  $G(\vec{x}, t | \vec{y}, \tau)$  en espace libre en  $\vec{x}$  au temps  $t$  en réponse à une impulsion en  $\vec{y}$  au temps  $\tau$  est

solution de

$$\vec{\nabla}^2 G(\vec{x}, t | \vec{y}, \tau) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 G(\vec{x}, t | \vec{y}, \tau)}{\partial t^2} = \delta(\vec{x}, \vec{y}) \delta(t, \tau) \quad (1.27)$$

où  $\delta$  est la fonction généralisée de Dirac. Dans les configurations simples de propagation en espace libre,  $G$  est connu en résolvant l'équation (1.27) dans l'espace fréquentiel. Par exemple, la fonction de Green 3D en espace libre s'écrit dans l'espace fréquentiel

$$\hat{G} = -\frac{e^{\pm ikr}}{4\pi r} \quad (1.28)$$

et en formulation temporelle

$$G = -\frac{\delta\left(t - \tau - \frac{r}{c_0}\right)}{4\pi r} \quad (1.29)$$

où  $r = |\vec{x} - \vec{y}|$  est la distance entre la source et l'observateur et  $t - r/c_0$  le temps d'observation retardé traduisant le temps de propagation de l'onde à la vitesse  $c_0$  entre la source et l'observateur. Cette solution indique par exemple que l'amplitude d'une onde sphérique décroît en  $1/r$  avec la distance à la source. Pour des cas plus complexes en présence de réflexions, obstacles, etc.,  $G$  n'est pas trivial et on a généralement recours à d'autres méthodes numériques pour résoudre l'équation d'onde.

## 1.2.4 Analogies acoustiques

L'aéroacoustique met en jeu à la fois des phénomènes aérodynamiques et acoustiques. C'est pourquoi un lien étroit entre les équations régissant l'écoulement et l'acoustique peut être directement établi. C'est le principe de l'analogie acoustique.

### 1.2.4.1 Analogie acoustique de Lighthill

Lighthill est le premier à formuler une telle analogie, et plus généralement à théoriser le bruit d'origine aérodynamique, dans les années 1950 [115, 116]. L'analogie acoustique de Lighthill consiste à modéliser les sources de bruit dans un écoulement tout en faisant apparaître une équation d'onde en réarrangeant directement les équations de Navier-Stokes. L'équation de Lighthill est obtenue en soustrayant la divergence de l'équation de conservation de la quantité de mouvement à la dérivée temporelle de l'équation de conservation de la masse, en négligeant les forces de volume, telle que

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) \right] - \vec{\nabla} \cdot \left[ \frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) \right] = \vec{\nabla} \cdot \left[ \vec{\nabla} p - \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} \right] \quad (1.30)$$

et en soustrayant  $c_0^2 \vec{\nabla}^2 \rho$  au tout, soit

$$\vec{\nabla}^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\vec{\nabla}^2 \left[ \rho u_i u_j + (p - c_0^2 \rho) Id_{ij} - \bar{\bar{\tau}}_{ij} \right] = -\vec{\nabla}^2 \bar{\bar{T}}_{ij} \quad (1.31)$$

où  $\bar{\bar{T}}_{ij}$  est le tenseur de Lighthill, jouant le rôle de terme source acoustique (membre de droite) de l'équation d'onde (membre de gauche) [19, 61]. On y distingue trois termes :

- $\rho u_i u_j$  : terme quadratique lié aux fluctuations de vitesse dans le volume source,
- $(p - c_0^2 \rho) Id_{ij}$  : terme d'écart à l'isentropie des fluctuations de pression et de masse volumique,



—  $\overline{\overline{\tau_{ij}}}$  : terme lié aux contraintes visqueuses.

Dans le contexte des jets chauds supersoniques, le terme  $(p - c_0^2 \rho) Id_{ij}$  n'est pas négligeable [188] contrairement au tenseur des contraintes visqueuses  $\overline{\overline{\tau_{ij}}}$ , petit à grands nombres de Reynolds donc négligeable [8]. Par ailleurs, le terme prépondérant  $\rho u_i u_j$  peut être développé par décomposition de Reynolds

$$u_i u_j = \bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{u}_i u'_j + \bar{u}_j u'_i + u'_i u'_j \quad (1.32)$$

pour faire apparaître différentes sources de bruit, où  $\bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{u}_i u'_j + \bar{u}_j u'_i$  est le *shear noise* et  $u'_i u'_j$  le *self noise*. Les importances relatives de ces termes dans les mécanismes générateurs de bruit sont souvent sujets à débat dans la littérature [19, 94, 113].

L'équation de Lighthill (1.31) se combine avec la méthode des fonctions de Green, plus généralement les méthodes des éléments frontière (BEM) [28], ou encore avec d'autres techniques de résolution des équations aux dérivées partielles telles que les méthodes des éléments finis (FEM), pour calculer le champ acoustique produit par un écoulement connu. La convolution de  $\partial^2 \overline{\overline{T}}_{ij} / \partial x_i \partial x_j$  avec la fonction de Green 3D en espace libre  $G$  donne ainsi la solution de l'équation d'onde sous la forme d'une intégrale de volume des termes sources sur le domaine  $V_0$  contenant ces sources. Ce résultat s'exprime sous différentes formes. La formulation temporelle avec dérivée par rapport à l'observateur s'écrit

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \iiint_{V_0} \frac{r_i r_j}{r^3} \overline{\overline{T}}_{ij} \left( \vec{y}, t - \frac{r}{c_0} \right) d\vec{y} + B_1 + B_2 \quad (1.33)$$

où  $r = |\vec{x} - \vec{y}|$  est la distance entre le point d'intégration de position  $\vec{y}$  et le point de calcul de la solution de position  $\vec{x}$ .  $B_1$  et  $B_2$  sont des termes respectivement proportionnels à  $1/r^2$  et  $1/r^3$ . On montre que cette solution conduit par analyse dimensionnelle à la loi de puissance acoustique  $P_{ac} \propto u_j^8$  valide pour les jets subsoniques [9].

#### 1.2.4.2 Généralisation de l'approche analogique

L'utilisation en l'état de l'analogie de Lighthill peut poser des problèmes de discernement des sources vis-à-vis des phénomènes physiques [130] et de non compacité des sources dans le cas des jets supersoniques [126]. De plus, l'équation d'onde de l'équation de Lighthill impose les hypothèses de milieu de propagation homogène et au repos. Des travaux supplémentaires s'inspirant de l'analogie de Lighthill ont permis d'aboutir à des formulations plus générales et adéquates aux applications réalistes. Ainsi, l'analogie de Curle [34] tout d'abord a pris en compte des frontières solides, compactes et immobiles. Plus tard, l'analogie de Powell [164] a étendu l'approche aux surfaces non compactes immobiles et l'analogie de Ffowcs Williams & Hawkins [47] aux surfaces non compactes en mouvement quelconque. Parallèlement, l'analogie de Goldstein [69] généralise à un milieu de propagation en mouvement avec une équation d'onde convectée. Enfin, les équations de Phillips [157] et Lilley [117] généralisent à un milieu de propagation cisailé en mouvement unidirectionnel. Notons par ailleurs que les travaux de Ffowcs Williams [46] à partir de la théorie de Lighthill, étendus aux sources convectées à des vitesses supersoniques avec prise en compte de l'effet Doppler, ont conduit par analyse dimensionnelle à la loi de puissance acoustique  $P_{ac} \propto u_j^3$  valide pour les jets supersoniques à des Mach d'éjection environ inférieurs à 2 [9]. Au-delà, c'est la loi de puissance acoustique  $P_{ac} \propto u_j^{1.5}$  établie par Phillips [157] qui est vérifiée [72].



## 1.3 Prévision du bruit de jet au décollage d'un lanceur

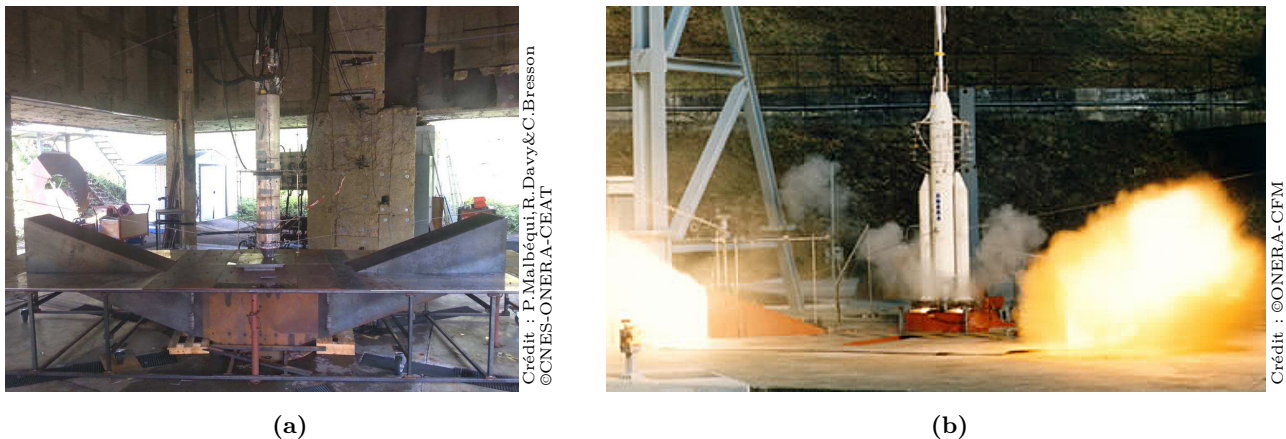
### 1.3.1 Études expérimentales

L'intérêt croissant pour les problèmes de bruit en aéronautique civil, militaire et dans le spatial après la Seconde Guerre mondiale a conduit mécaniquement à une augmentation des études sur le sujet. De nombreux travaux expérimentaux ont ainsi été menés pour identifier les mécanismes générateurs de bruit dans les jets comme synthétisés par Seiner [187], Panda [151] ou Tam *et al.* [197]. Certaines contributions à la littérature abordent des mécanismes spécifiques tels que l'effet de la température [6, 188], les effets non-linéaires et le crackle [7, 138, 145, 154], le screech et les phénomènes de rétroaction [42, 99, 150] ainsi que les interactions avec des obstacles [1, 50, 91, 99].

En propulsion fusée, les jets sont fortement supersoniques, chauds et non-adaptés au sol. Les données expérimentales pour ce type de jet sont plus rares, à la fois à cause du faible nombre d'essais et de la difficulté des mesures en champ proche. Une liste non exhaustive de ces études est donnée dans le tableau 1.1 où l'indice  $j$  fait référence aux conditions d'éjection,  $i$  aux conditions génératrices,  $d$  aux conditions *design* c'est-à-dire pour un jet adapté équivalent,  $\infty$  aux conditions ambiantes à l'infini et  $D$  aux grandeurs basées sur le diamètre de la tuyère. Parmi ces études, les travaux de Foulon *et al.* [50], Gély *et al.* [58], Varnier *et al.* [211] et Malbéqui *et al.* [129] traitent des essais réalisés au banc semi-anéchoïque MARTEL du CEAT à Poitiers pour la qualification acoustique du lanceur Ariane 5, de son pas de tir ELA-3 et plus récemment du lanceur Ariane 6 et de son pas de tir ELA-4. Le moteur à combustion hydrogène-air du banc MARTEL peut produire des jets chauds supersoniques sur-détendus à  $M \geq 3$  et une puissance acoustique totale maximum de 162 dB [59]. Des maquettes de pas de tir à échelle réduite peuvent être placées sous le jet comme illustré en figure 1.9a, ainsi que des jets d'eau pour modéliser les dispositifs de réduction du bruit au décollage, cf. section 1.1.4. Des

référence	année	$M_j$	$M_d$	$p_j/p_\infty$	$T_i/T_\infty$	$Re_D \times 10^{-6}$	type	$D$ [mm]
Anderson [3]	1955	2.8 – 3.5	-	$< 1$	6.6	-	libre	50.8 – 65.8
Ishii [91]	2012	3.3	-	$< 1$	$> 1$	0.2	impactant	41.0
Foulon [50]	1999	3.0	-	$< 1$	3.5	-	impactant	60.0
Fukuda [53]	2009	2.9	-	$< 1$	-	1.7	libre	614.0
Gély [58]	2000	$\geq 3.0$	-	$< 1$	5.8	-	impactant	60.0
Horne [87]	2016	3.3	2.6 – 3.4	$< 1 <$	10.7	-	libre	228.6
Krothapalli [100]	2000	1.7 – 2.0	2.0	$\geq 1$	1.0 – 4.0	-	libre	$\leq 125.4$
Malbéqui [129]	2015	-	-	$< 1$	5.8	-	impactant	60.0
Mayes [132]	1959	2.6 – 4.1	-	$\leq 1 \leq$	-	-	libre	-
Mora [138]	2014	$\leq 1.5 \leq$	1.5	$\leq 1 \leq$	1.0 – 2.0	-	libre	13.8
Petitjean [154]	2006	0.7 – 1.9	1.0 – 1.9	$\geq 1$	-	-	libre	32.3 – 62.2
Powers [165]	2015	1.4 – 1.6	1.6	$\leq 1 \leq$	1.0 – 3.0	-	libre	-
Schlinker [185]	2007	1.5 – 2.5	-	$\leq 1$	-	-	libre	-
Seiner [188]	1992	1.5 – 2.0	1.5 – 2.0	$\leq 1$	1.1 – 5.4	-	libre	42.7 – 91.4
Tam [196]	1982	1.1 – 2.0	1.7	$\leq 1 \leq$	1.0 – 2.0	-	libre	50.8
Varnier [211]	1999	3.3	2.8	$< 1$	3.6	-	libre	48.0 – 60.0

**Table 1.1:** études expérimentales sur le bruit de jet chaud supersonique non-adapté.



**Figure 1.9:** bancs d'essai à échelle réduite pour l'étude du bruit de jet lanceur en condition au décollage ; (1.9a) banc MARTEL au CEAT à Poitiers [129] et (1.9b) maquette d'Ariane 5 au centre de l'ONERA Fauga-Mauzac [186].

tirs de propulseurs à poudre sur un modèle réduit d'Ariane 5 à l'échelle  $1/20^{\text{ème}}$  ont également été menés au centre de l'ONERA Fauga-Mauzac dans les années 1990 [186] comme illustré en figure 1.9b. Tous ces essais, bien que coûteux, ont permis une réduction significative de l'ambiance acoustique au décollage d'Ariane 5 grâce à l'allongement des carneaux latéraux et à l'injection d'eau [58, 70].

### 1.3.2 Modèles semi-empiriques

En parallèle des études expérimentales, des modèles semi-empiriques de rayonnement du bruit de jet ont été établis à des fins de dimensionnement rapide et peu coûteux. Ces derniers sont principalement basés sur la théorie de Lighthill, incluant ses dérivées et les lois de puissance, cf. section 1.2.4, ainsi que sur des mesures expérimentales. Cette méthode a été initialement mise en œuvre par Eldred [44]. Ainsi, la puissance acoustique totale rayonnée est calculée à partir de  $P_m$  et d'une estimation empirique de  $\eta$ . Le jet est découpé en tranches successives considérées comme des sources ponctuelles et définies par un spectre, une puissance et une directivité. Ces propriétés peuvent être déterminées expérimentalement en isolant par exemple les sections d'un jet avec une plaque trouée [213]. Le champ acoustique en un point est alors calculé en propageant chaque source en espace libre avec une décroissance de l'amplitude en  $1/r$  et en cumulant leurs effets. Ce type de modèle a été largement utilisé et amélioré [84, 95, 212]. Il a par ailleurs été implémenté dans le code MINOTAURE [70] par l'ONERA pour le compte du CNES. Il reste cependant approximatif et mal adapté aux géométries réalistes impliquant d'importants effets d'installation [53, 152, 217].

### 1.3.3 Simulation numérique

Les tirs de jets chauds supersoniques peuvent être très coûteux, difficiles à instrumenter et les méthodes semi-empiriques peu précises. La simulation numérique est donc largement exploitée en aéroacoustique, entre autres pour sa capacité à accéder de manière non intrusive aux détails des champs et à acquérir des données synchrones résolues en temps et en espace. De nombreuses approches

numériques sont possibles à divers degrés de modélisation comme revu par Bailly *et al.* [8, 10]. La simulation de l'écoulement générateur de bruit par résolution des équations de Navier-Stokes, ou calcul CFD, est classiquement réalisée en RANS, URANS, LES (cf. section 2.1) ou DNS. Dans le cadre de calcul incompressible et/ou stationnaire, l'acoustique n'est par définition pas simulée et un modèle de génération des sources est requis tel que les modèles statistiques et stochastiques de type SNGR [12, 13]. Cependant, l'augmentation exponentielle de la puissance de calcul numérique au cours des trente dernières années permet désormais d'effectuer des simulations compressibles instationnaires directes (DNS) ou aux grandes échelles (LES) haute fidélité. La simulation du champ acoustique, ou calcul CAA, est alors généralement réalisée par calcul direct, résolution des équations d'Euler ou avec une méthode intégrale.

### 1.3.3.1 Simulation LES de jet supersonique

L'essor récent des simulations LES de jet supersonique est intimement lié à l'accroissement de la puissance de calcul disponible. La méthode consiste à résoudre les équations de Navier-Stokes (1.9) filtrées, cf. section 2.1.1. Parmi les simulations les plus avancées, on peut mentionner les jets libres froids à Mach 1.7 à conditions d'expansion variables réalisés par Liu *et al.* [119] et à Mach 3.0 par Nonomura *et al.* [146] où les auteurs se focalisent sur les effets de sur-détente. Tsutsumi *et al.* [205] ont de leur côté simulé un jet froid à Mach 1.8 impactant une plaque plane inclinée et plus récemment, Gojon *et al.* [67, 68] ont simulé un jet rectangulaire à Mach 1.3 impactant une plaque à différents angles et distances pour étudier les mécanismes de rétroaction. Plusieurs cas de jet chaud supersonique non-adapté ont également été simulés ces dix dernières années. Une revue non exhaustive de ces études est reportée dans le tableau 1.2. On notera les contributions importantes de Cacqueray *et al.*, Dargaud *et al.*, Troyes *et al.* et Tsutsumi *et al.* concernant les jets fortement supersoniques à Mach supérieur à 3. Ce type de simulation reste néanmoins plutôt rare dans la littérature.

référence	année	$M_j$	$M_d$	$p_j/p_\infty$	$T_i/T_\infty$	$Re_D \times 10^{-6}$	type	$D$ [mm]
Brès [23]	2013	1.5	1.5	$< 1$	3.0	1.3	libre	101.6
Brès [24]	2017	1.5 – 1.3	1.5	$\leq 1$	1.5 – 1.8	0.1 – 0.3	libre	-
de Cacqueray [26]	2014	3.3	2.8	$< 1$	3.9	0.1	libre	3.2
de Cacqueray [27]	2011							
Dargaud [35]	2013	3.6	-	$< 1$	-	-	libre	-
Dargaud [35]	2013	3.2	-	$< 1$	9.9	0.5	libre	-
Dargaud [37]	2014							
Gross [73]	2010	2.0 – 3.0	2.0 – 3.0	$\geq 1$	1.0 – 2.3	-	libre	26.3
Troyes [201]	2016	3.1	-	$< 1$	6.5	-	libre	60.0
Troyes [200]	2015	3.0	-	$< 1$	-	-	impactant	60.0
Tsutsumi [203]	2015	3.7	3.3	$< 1$	12.0	0.1	impactant	-

**Table 1.2:** études numériques par simulations LES sur le bruit de jet chaud supersonique non-adapté.

### 1.3.3.2 Calcul acoustique direct

Le calcul acoustique direct, ou DNC, consiste à inclure le champ acoustique dans la simulation compressible instationnaire de l'écoulement. Cette approche est la plus physique mais souvent la plus coûteuse. Elle est principalement utilisée pour étudier très précisément les mécanismes de génération de bruit dans des écoulements académiques et comme résultat de référence pour les modèles [10]. Par exemple, Mitchell *et al.* ont simulé le bruit d'appariement de vortex [136] et le rayonnement d'onde de Mach [137] par DNC. Gloerfelt *et al.* [62, 63] ont simulé le bruit de cavité par DNC et comparé le champ acoustique à celui obtenu *via* différentes méthodes intégrales pour validation. Les avancées récentes en DNC ont été synthétisées par Bailly *et al.* [10].

### 1.3.3.3 Résolution des équations d'Euler

L'acoustique est souvent très faiblement influencée par la viscosité et la conduction thermique dans le milieu de propagation. Il est donc possible d'effectuer des calculs de propagation en résolvant uniquement les équations d'Euler complètes (1.17), notées simplement Euler, ce qui permet, à l'instar des méthodes DNC, de prendre en compte d'éventuels effets de propagation non-linéaire mais à moindre coût de calcul. Des cas 2D de propagation simple en cavité ont par exemple été traités en Euler seul par Dykas *et al.* [40].

On peut également résoudre les équations d'Euler linéarisées (1.23), notées LEE, si les hypothèses de l'acoustique linéaire sont vérifiées pour le cas traité. Cette approche a été mise en œuvre dans des cas 2D de propagation par Bailly et Juvé [13] ou encore par Delorme *et al.* [38]. Des calculs de bruit de jet supersonique ont même été réalisés par LEE sans besoin d'un calcul CFD préalable par Mankbadi *et al.* [131] et Piot *et al.* [161] avec l'injection de perturbations analytiques. Dans ce dernier travail, la simulation LEE s'appuie sur un profil de jet analytique où les fluctuations sont forcées autour du champ moyen. Cette approche est comparée au rayonnement des instabilités obtenues par PSE.

### 1.3.3.4 Méthodes intégrales

Les méthodes intégrales se basent sur les analogies acoustiques décrites en section 1.2.4 en exploitant la possibilité de mettre la solution de l'opérateur de propagation sous forme intégrale grâce au formalisme des fonctions de Green, comme donné en équation (1.33) par exemple. On distingue cependant les méthodes intégrales par analogie acoustique directe des méthodes intégrales par extrapolation dites méthodes WEM. Les premières requièrent la connaissance du champ source dans tout le volume de contrôle. Les secondes nécessitent uniquement la solution acoustique sur la surface délimitant ce volume. On montre en effet que l'intégrale de volume peut se réduire à une intégrale surfacique si elle inclut toutes les sources et les effets non-linéaires, d'où leur moindre coût de calcul, de stockage et leur grand intérêt pratique [61]. Elles comprennent les méthodes de Kirchhoff et de Ffowcs Williams & Hawkins poreuse, c'est-à-dire perméable au sens de la vitesse [126]. Ces deux méthodes sont largement appliquées dans la littérature [62, 63], dont pour la propagation du bruit de jet en champ acoustique lointain [96, 127, 190, 209]. La méthode de Ffowcs Williams & Hawkins poreuse a par ailleurs été implémentée dans les codes KIM et MIC de l'ONERA [166, 172, 173], cf. section 2.2.2. Les méthodes intégrales sont peu coûteuses en calcul mais sont généralement limitées à des cas de propagation linéaire en champ libre.

### 1.3.3.5 Méthodes hybrides et couplage

La dénomination hybride n'est pas clairement définie dans la littérature. On considérera ici comme hybrides les méthodes faisant intervenir simultanément des modèles différents pour la simulation du champ aérodynamique et la propagation acoustique en champ lointain. Cela inclut tous les couplages CFD-CAA, les calculs en deux étapes CFD+Euler, LEE, WEM ou analogie, et exclut les méthodes DNC et les calculs de propagation Euler, LEE ou analogie sans calcul CFD préalable.

Les problèmes aéroacoustiques de type industriel sont encore largement traités en deux étapes par calcul CFD puis méthode intégrale pour l'acoustique en champ lointain. Des méthodes par couplage CFD-CAA sont néanmoins de plus en plus évaluées et appliquées aux problématiques de bruit de jet. Différentes stratégies sont possibles comme présenté par Utzmann *et al.* [207, 208] ou Guenanff [74] mais dans la plupart des cas, un solveur Navier-Stokes est faiblement couplé, autrement dit couplé en *one-way*, avec un solveur LEE [18, 39, 51, 175, 216]. Un couplage est dit faible si les solveurs impliqués interagissent à sens unique en *one-way*, n'échangeant pas toutes les informations nécessaires à la description de la physique dominante dans la zone de couplage. Plus récemment, l'implémentation de couplages faibles entre solveurs Navier-Stokes, basés sur la méthode LES, et solveurs Euler a été décrite dans la littérature. De Cacqueray *et al.* [26, 27] ont ainsi simulé le bruit d'un jet froid à Mach 3.3 par couplage Navier-Stokes – Euler, noté NS-Euler, en utilisant un solveur structuré aux différences finies d'ordre élevé. La résolution des équations d'Euler complètes a permis de prendre en compte et d'analyser les effets de propagation non-linéaire en champ lointain. Sescu *et al.* [189] ont couplé des solveurs structurés dans une zone tampon où les variables du calcul Navier-Stokes par LES sont imposées comme termes sources aux équations d'Euler pour simuler la propagation du bruit généré par des jets 2D libre et impactant. En outre, des couplages impliquant des solveurs non-structurés ont aussi été implémentés. Harris *et al.* [81, 82] ont superposé un solveur Navier-Stokes non-structuré et un solveur acoustique basé sur une méthode de Galerkin discontinue pour simuler en 2D l'environnement acoustique du lanceur Space Launch System au décollage. Labbé *et al.* [106] ont effectué un couplage faible NS-Euler pour l'estimation du bruit de jet subsonique. Les résultats ont été comparés à ceux obtenus par la méthode intégrale de Ffowcs Williams & Hawkings s'appuyant sur la simulation LES et correspondent bien en régime linéaire comme attendu. Tsutsumi *et al.* [203] ont appliqué un couplage faible NS-Euler à un cas de jet en carneau à échelle réduite, montrant la capacité de la méthode à traiter des configurations réalistes de pas de tir. Toutes ces études utilisent des couplages faibles. Pourtant, les applications spatiales peuvent impliquer des écoulements secondaires complexes et des phénomènes de rétroaction acoustique sur l'écoulement primaire qui ne peuvent être pris en compte qu'avec un calcul acoustique direct ou un couplage fort, autrement dit *two-way*. Un couplage est dit fort si les solveurs impliqués interagissent dans les deux sens en *two-way* et échangent toutes les informations nécessaires à la description de la physique dominante dans la zone de couplage. Les méthodes par couplage fort ont été évaluées pour des cas 2D académiques et sur des maillages 3D structurés comme décrit par Borrel *et al.* [22], Léger *et al.* [111] ou Labbé *et al.* [104].

C'est dans ce contexte que se place la présente étude. Les outils de simulation numérique disponibles, introduits au chapitre 2, sont adaptés à une méthodologie par couplage fort Navier-Stokes – Euler décrite et validée au chapitre 3 en vue de simuler le bruit de jet supersonique pour des applications spatiales telles que rapportées aux chapitres 4 et 5.



# Outils et méthodes numériques

*“Si l’on attend d’une machine qu’elle soit infaillible, elle ne peut pas également être intelligente.”*

Alan Turing

Ce chapitre introduit les outils de simulation numérique et les méthodes de traitement du signal utilisés dans cette thèse. Le principe de la simulation LES des grandes échelles de la turbulence pour la simulation des jets supersoniques, implémentée dans le code multi-physique CEDRE, est rappelé. Les codes SPACE, KIM et MIC pour le calcul du champ acoustique sont présentés. Les différents couplages possibles entre ces codes sont introduits. Enfin, les méthodes et outils de traitement du signal pour le post-traitement et l’interprétation des simulations sont décrits.

## Sommaire

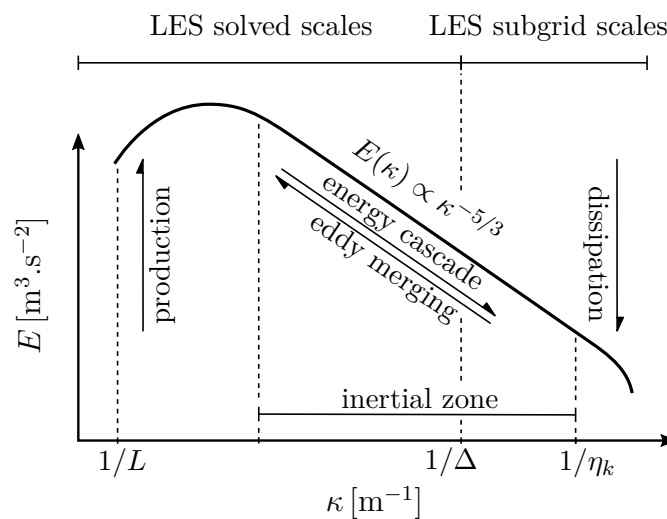
<b>2.1</b>	<b>Simulation des grandes échelles de la turbulence</b>	<b>52</b>
2.1.1	Équations de la LES	53
2.1.1.1	Filtrage des équations de Navier-Stokes	53
2.1.1.2	Fermeture des équations et modèles	53
2.1.2	Code CEDRE	54
2.1.2.1	Présentation du code CEDRE	54
2.1.2.2	Approximation des flux numériques	55
2.1.2.3	Intégration temporelle	55
2.1.2.4	Choix des schémas et paramètres	56
<b>2.2</b>	<b>Simulation du champ acoustique</b>	<b>56</b>
2.2.1	Code SPACE	56
2.2.1.1	Présentation du code	56
2.2.1.2	Discrétisation spatiale	57
2.2.1.3	Conditions aux frontières	57
2.2.2	Codes KIM et MIC	58
2.2.2.1	Présentation des codes	58



2.2.2.2	Formulation	58
<b>2.3</b>	<b>Couplage de code pour l'aéroacoustique</b>	<b>58</b>
2.3.1	Couplage fort CEDRE-SPACE	59
2.3.2	Co-traitement et couplage à trois codes	60
<b>2.4</b>	<b>Traitement du signal</b>	<b>61</b>
2.4.1	Outils de caractérisation	62
2.4.1.1	Transformée de Fourier	62
2.4.1.2	Densité spectrale de puissance	62
2.4.1.3	Niveau acoustique	63
2.4.1.4	Phase et amortissement	63
2.4.1.5	Densité de probabilité	64
2.4.1.6	Métriques de non-linéarité	65
2.4.2	Outils d'analyse	67
2.4.2.1	Corrélation croisée et auto-corrélation	67
2.4.2.2	Décomposition en modes	67
2.4.3	Utilitaire SPRINGBOX	68

## 2.1 Simulation des grandes échelles de la turbulence

Les simulations compressibles de jet supersonique pour la génération des sources de bruit sont réalisées avec le code CEDRE par simulation aux grandes échelles, ou LES. Cette méthode repose sur les équations de Navier-Stokes filtrées et consiste à résoudre numériquement les grandes échelles de la turbulence tout en modélisant les plus petites. La distribution de densité spectrale d'énergie  $E$  typique d'une turbulence homogène isotrope est représentée en fonction du nombre d'onde turbulent  $\kappa$  en figure 2.1. Le rapport entre l'échelle  $\Delta$  à partir de laquelle l'écoulement est modélisé en sous-maille, taille du filtre LES, et l'échelle de Kolmogorov  $\eta_k$ , taille des plus petites structures théoriquement



**Figure 2.1:** distribution et transfert de densité d'énergie  $E$  en fonction du nombre d'onde des tourbillons  $\kappa$  dans une turbulence homogène isotrope en échelle logarithmique.

présentes, est le principal indicateur de la fidélité d'un calcul LES. Plus ce rapport est faible, plus la LES est fidèle mais coûteuse en matière de nombre de cellules ou d'ordre des schémas numériques. Une LES est considérée comme hautement fidèle si  $\Delta \leq 5\eta_k$  et au contraire comme très grossière si  $\Delta \geq L/5$  où  $L$  est la taille caractéristique des plus grands tourbillons, appelée échelle intégrale de la turbulence. On notera au passage que l'échelle  $\Delta$  se trouve généralement dans la zone inertielle de la turbulence où il est montré par analyse dimensionnelle que la densité d'énergie  $E(\kappa)$  varie en  $\kappa^{-5/3}$  comme reporté sur la figure 2.1. Ce résultat est connu sous le nom de loi de Kolmogorov.

Les modèles de sous-maille et les types de schémas numériques utilisés pour discrétiser en temps et en espace les équations de Navier-Stokes filtrées sont également déterminants pour la qualité de la simulation LES. Ces paramètres sont discutés plus loin dans le cadre du code CEDRE.

## 2.1.1 Équations de la LES

### 2.1.1.1 Filtrage des équations de Navier-Stokes

Dans la méthode LES, la séparation des échelles résolues des échelles modélisées de la turbulence est réalisée à l'aide d'un filtrage des équations de Navier-Stokes compressibles du système (1.9). Les grandeurs  $\rho Y_i$ ,  $\rho \vec{u}$  et  $\rho e_t$  transportées dans ces équations sont réécrites en appliquant la décomposition de Favre définie pour une variable  $x$  par  $x = \tilde{x} + x''$  où  $\tilde{x} = \langle \rho x \rangle / \langle \rho \rangle$  est la partie résolue de l'écoulement, calculée par filtrage de Favre, et  $x''$  la partie modélisée. En pratique, l'opération de filtrage  $\langle \cdot \rangle$  est implicite du fait de la projection de la solution sur le maillage et de la dissipation numérique. En première approximation, la taille du filtre correspond à la taille caractéristique des cellules du maillage. Les équations de Navier-Stokes filtrées sans forces de volume s'écrivent alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \langle \rho \rangle \tilde{Y}_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\langle \rho \rangle \tilde{Y}_i \tilde{\vec{u}}) = -\vec{\nabla} \cdot \langle \phi_i \rangle - \vec{\nabla} \cdot \phi_i^t + \langle \dot{q}_i \rangle \\ \frac{\partial (\langle \rho \rangle \tilde{\vec{u}})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\langle \rho \rangle \tilde{\vec{u}} \tilde{\vec{u}}) = -\vec{\nabla} \langle p \rangle + \vec{\nabla} \cdot \langle \bar{\tau} \rangle + \vec{\nabla} \cdot \bar{\tau}^t \\ \frac{\partial (\langle \rho \rangle \tilde{e}_t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(\langle \rho \rangle \tilde{e}_t + \langle p \rangle) \tilde{\vec{u}}] = \vec{\nabla} \cdot (\langle \bar{\tau} \rangle \cdot \tilde{\vec{u}}) - \vec{\nabla} \cdot \langle \phi_e \rangle - \vec{\nabla} \cdot \phi_e^t + \langle \dot{q}_e \rangle \end{array} \right. \quad (2.1)$$

où l'exposant  $^t$  désigne les grandeurs turbulentes de sous-maille.

### 2.1.1.2 Fermeture des équations et modèles

Le système (2.1) n'est pas exploitable en l'état car certains termes des seconds membres sont indéterminés, en l'occurrence les flux de diffusion des espèces résolu  $\langle \phi_i \rangle$  et turbulent  $\phi_i^t$ , le tenseur des contraintes turbulent  $\bar{\tau}^t$ , les flux d'énergie résolu  $\langle \phi_e \rangle$  et turbulent  $\phi_e^t$  et les termes sources  $\langle \dot{q}_i \rangle$  et  $\langle \dot{q}_e \rangle$ .

On rappelle que le tenseur des contraintes visqueuses  $\langle \bar{\tau} \rangle$  est défini par la loi de Stokes en équation (1.10) pour un fluide newtonien. Le tenseur des contraintes turbulent  $\bar{\tau}^t$ , aussi appelé tenseur de Reynolds de sous-maille, est communément exprimé suivant l'hypothèse de Bousinesq comme un terme visqueux supplémentaire par analogie avec la loi de Stokes. Cette hypothèse de fermeture des équations de la LES introduit une viscosité de sous-maille  $\mu^t$  s'ajoutant à la viscosité du fluide  $\langle \mu \rangle$ .



Dans ce manuscrit, la viscosité de sous-maille est évaluée *via* le modèle de Smagorinsky telle que

$$\mu^t = \langle \rho \rangle (C_s \Delta)^2 \left( 2\tilde{S} \otimes \tilde{S} \right)^{1/2} \quad (2.2)$$

où  $C_s$  est la constante du modèle,  $\Delta$  la taille du filtre LES et  $S$  le tenseur de déformation des vitesses.

Les flux de diffusion des espèces résolus  $\langle \phi_i \rangle$  sont calculés en admettant que la diffusion suit une loi de Fick de coefficient connu. Par analogie, la diffusion de sous-maille  $\phi_i^t$  est modélisée par une loi de Fick avec des coefficients de diffusion déduits à partir de  $\mu^t$  et d'un nombre de Schmidt turbulent fixé. Le flux d'énergie  $\langle \phi_e \rangle$  est induit par la diffusion des espèces et la conduction thermique. Cette dernière est admise régie par une loi de Fourier de coefficient connu. De la même manière que pour la diffusion des espèces, la conduction thermique de sous-maille  $\phi_e^t$  est modélisée par une loi de Fourier dont le coefficient s'obtient à partir de  $\mu^t$  et d'un nombre de Prantl turbulent fixé.

Enfin, les termes sources de masse  $\langle \dot{q}_i \rangle$  et d'énergie  $\langle \dot{q}_e \rangle$  dépendent de la physique du cas traité. Dans le cadre de la propulsion spatiale, ces termes sont le plus souvent associés aux réactions chimiques entre espèces, en particulier la combustion.

## 2.1.2 Code CEDRE

### 2.1.2.1 Présentation du code CEDRE

CEDRE est un code massivement parallèle de calcul multi-physique développé à l'ONERA et principalement destiné aux applications en énergétique et propulsion [177]. Les multiples solveurs disponibles et les possibilités de couplage permettent d'appréhender toutes sortes de phénomènes, de la combustion aux transferts thermiques en passant par les écoulements internes, externes, diphasiques, multi-espèces et les écoulements de films [183]. Le domaine du bruit de jet a ainsi été largement abordé avec CEDRE [15, 89, 123, 125, 200]. Les maillages sont non-structurés généraux, c'est-à-dire sans restriction sur le type d'élément. Les calculs LES dans le présent travail ont été réalisés par le solveur Navier-Stokes du code CEDRE, le solveur CHARME, avec le modèle de Smagorinsky de constante  $C_s = 0.1$ . Les nombres de Schmidt et de Prantl turbulents sont fixés à 0.9. La viscosité des espèces qui apparaît en équation (1.10) est calculée en fonction de la température avec la loi de Sutherland. Les chaleurs spécifiques des espèces sont estimées par un polynôme du septième degré à coefficients tabulés. Les coefficients de conduction thermique et de diffusion des espèces sont calculés respectivement par la loi d'Eucken et *via* un nombre de Schmidt connu constant et une viscosité du mélange. Par ailleurs, le solveur Eulérien de particule en phase dispersée SPIREE a également été utilisé marginalement mais ne sera pas présenté ici. Le lecteur intéressé pourra se référer par exemple à la thèse de Le Touze [109].

Le solveur CHARME repose sur la méthode des volumes finis, bien adaptée aux maillages non-structurés généraux et par définition discrète en espace. Elle consiste, dans le cas de la LES, à intégrer les équations (2.1) sur le volume de contrôle  $V$  d'une cellule du maillage puis à échanger les flux des quantités transportées entre les cellules. Cette opération peut s'écrire sous la forme générale

$$\int_V \frac{\partial Q}{\partial t} dV = - \int_A (\phi_{Euler} + \phi_{NS}) \cdot \vec{n} dA + \int_V \dot{q} dV \quad (2.3)$$

où  $Q = (\rho Y_i, \rho \vec{u}, \rho e_t, \rho Z_j)^T$  est le vecteur des variables conservatives calculé au centre de la cellule,  $A$  la surface de la cellule et  $\vec{n}$  la normale à cette surface. L'intégrale volumique des flux disparaît au profit d'une intégrale surfacique d'après le théorème de Green-Ostrogradski. Ainsi,  $\phi_{Euler}$  et  $\phi_{NS}$  représentent respectivement les flux convectifs et les flux diffusifs échangés à travers  $A$ . En pratique, l'intégrale de surface est discrète car les éléments de maillage sont en nombre fini et ont un nombre de faces fini. Dans la même logique, les variations continues de  $Q$  en temps ne sont pas accessibles et les opérateurs de dérivée temporelle de l'équation (2.3) doivent être discrétisés pour avancer en temps de l'état  $Q^n$  à l'état  $Q^{n+1}$ .

### 2.1.2.2 Approximation des flux numériques

Les flux numériques convectifs  $\phi_{Euler}$  aux interfaces entre volumes de contrôle sont approximés à partir de grandeurs reconstruites aux centres des faces des cellules. L'approche d'ordre 1 consiste à utiliser directement les valeurs des grandeurs  $Q$  calculées aux centres des cellules pour le calcul des flux aux faces. La méthode MUSCL couramment utilisée et implémentée dans CHARME [79] permet de faire monter la discrétisation spatiale à l'ordre 2 et ainsi de diminuer les erreurs numériques. Elle consiste en une reconstruction des grandeurs  $Q$  aux faces des cellules par interpolation des valeurs aux centres *via* la méthode des moindres carrés ou la méthode du théorème de Green. Les flux aux faces sont ensuite calculés grâce à un schéma de flux [109]. On compte trois familles de schémas implémentés dans CHARME : les schémas décentrés à décomposition de flux dont le schéma de van Leer, les schémas décentrés de type Godunov tels que le schéma HLLC et les schémas hybrides comme le schéma AUSM. Dans ce travail, seul le schéma HLLC est utilisé. Il est basé sur une résolution approchée du problème de Riemann exact, qui consiste à chercher la solution des équations d'Euler avec une condition initiale discontinue [109]. C'est un schéma particulièrement robuste, bien adapté aux applications supersoniques et à la capture de choc [35].

Les flux numériques diffusifs  $\phi_{NS}$  s'expriment en fonction du gradient de maille  $\nabla Q$  et des coefficients de transport des grandeurs  $Q$ , soit les coefficients de conduction, diffusion et viscosité. La méthode d'estimation des gradients aux interfaces des cellules est indépendante de la méthode MUSCL. Il s'agit ici d'une simple interpolation à l'aide des moyennes pondérées par les distances aux centres des faces [109].

### 2.1.2.3 Intégration temporelle

Deux approches sont possibles pour l'intégration temporelle : les schémas explicites et les schémas implicites. Les schémas explicites consistent à exprimer l'état  $Q^{n+1}$  dans une cellule en fonction de l'état connu  $Q^n$ . Ce type de schéma est facile à mettre en œuvre mais des critères de stabilité assez contraignants doivent être respectés, entre autres sur le nombre de CFL défini par

$$\text{CFL} = (u + c) \frac{\Delta t}{\Delta} \tag{2.4}$$

où  $u$  est la vitesse du fluide dans la cellule de taille caractéristique  $\Delta$  et  $\Delta t$  le pas de temps. Les formulations explicites disponibles dans CHARME sont le schéma d'Euler explicite d'ordre 1 et les schémas explicites de type Runge-Kutta, notés RK, d'ordre 2, 3 et 4. Le critère de stabilité du schéma

RK2 est  $CFL \lesssim 0.5$  qui en pratique pose problème dans les petites cellules pour la simulation de jet supersonique.

Les schémas implicites ont l'avantage d'être inconditionnellement stables. En contrepartie, l'état  $Q^{n+1}$  dans une cellule ne s'exprime plus uniquement en fonction des états  $Q^n$  connus mais également en fonction des états non connus  $Q^{n+1}$  dans les cellules voisines. Cela impose la résolution d'un système linéaire, ou autrement dit une coûteuse opération d'inversion matricielle, à chaque pas de temps. Cette résolution fait ici appel à l'algorithme itératif GMRES. Les formulations implicites à un pas disponibles dans CHARME sont le schéma d'Euler implicite d'ordre 1 et les schémas de type Runge-Kutta implicite, notés RKI, d'ordre 2 et 3. Le schéma de Gear à deux pas d'ordre 2 a également été implémenté et utilisé avec succès [181]. Notons que l'utilisation de ces schémas inconditionnellement stables ne permet pas de s'affranchir du critère de consistance acoustique  $CFL < 1.0$  en physique compressible car le domaine de dépendance numérique doit toujours inclure celui de la physique [30].

#### 2.1.2.4 Choix des schémas et paramètres

À partir des travaux de Dargaud [35] et de calculs préliminaires, les choix suivants ont été faits pour les simulations CEDRE. Cette démarche est résumée de manière plus exhaustive en annexe B. Sauf mention contraire, ces paramètres sont valables pour tous les calculs rapportés dans ce manuscrit. La discrétisation spatiale est d'ordre 2 avec une reconstruction par la méthode des moindres carrés. Le schéma de flux HLLC est utilisé. L'intégration temporelle est réalisée avec le schéma RKI2. Enfin, le nombre d'itérations maximum GMRES est fixé entre 15 et 20 et le critère de convergence sur le résidu est choisi très faible ou nul pour forcer la totalité des itérations. À l'ordre 2 en temps et en espace, une résolution de 20 points par longueur d'onde, noté PPW, est jugée nécessaire pour les calculs acoustiques avec une erreur sur la vitesse de phase des ondes inférieure à 1% et une dissipation numérique d'environ 0.5 dB/ $\lambda$  à la fréquence de coupure  $f = f_c$ . Cette fréquence est liée au Strouhal de coupure et au PPW selon la relation

$$St_c = \frac{f_c D_j}{u_j} = \frac{c_\infty D_j}{\lambda_c u_j} = \frac{c_\infty D_j}{(\text{PPW} \times K \times \Delta) u_j} \quad (2.5)$$

où  $c_\infty$  est la vitesse du son du milieu de propagation,  $\lambda_c$  est la longueur d'onde de coupure et  $K$  une constante de correction fixée à  $K = 1.2$ , cf. annexe B.

## 2.2 Simulation du champ acoustique

Le champ acoustique proche est directement pris en compte dans le calcul LES. La propagation du bruit en champ lointain a été réalisée avec le code SPACE résolvant les équations d'Euler par une méthode de Galerkin discontinue, le code KIM ou MIC tous deux basés sur les méthodes intégrales.

### 2.2.1 Code SPACE

#### 2.2.1.1 Présentation du code

SPACE [38, 111] est un code massivement parallèle de propagation acoustique d'ordre élevé développé à l'ONERA. Les équations d'Euler complètes (1.17) ou linéarisées (1.22), cf. section 1.2.2.2, sont

résolues par une méthode de Galerkin discontinue nodale sur grille non-structurée tétraédrique ou hexaédrique. L'intégration temporelle est réalisée avec un schéma explicite de Runge-Kutta d'ordre 2. Le solveur Euler est mono-espèce à propriétés thermodynamiques constantes, soit  $\gamma = 1.4$  pour l'air. Notons que le système de variable est basé sur les grandeurs conservatives  $\rho$ ,  $\rho\vec{u}$  et  $\rho e_t$ . La pression est alors déduite de la relation [155]

$$p = (\gamma - 1) \left[ \rho e_t - \frac{1}{2\rho} \left( (\rho u)^2 + (\rho v)^2 + (\rho w)^2 \right) \right] \quad (2.6)$$

Le code SPACE a été appliqué à de nombreux cas académiques de diffraction [38, 111], des cas de démonstration de propagation autour d'un fuselage et dans un turboréacteur [156] et également à un cas de propagation du bruit d'un jet subsonique [106].

### 2.2.1.2 Discrétisation spatiale

La méthode de Galerkin discontinue combine des caractéristiques à la fois des éléments finis et des volumes finis. La solution sur un élément de maillage est approchée par un polynôme de degré  $n$ , discontinu entre chaque élément à la manière des éléments finis, tandis que des flux numériques sont échangés aux faces des éléments comme pour les volumes finis. Cette formulation permet d'implémenter facilement des éléments d'ordre élevé en jouant sur le degré  $n$  des polynômes. Le degré  $n = 1$ , parfois noté  $P1$  dans la littérature, équivaut ainsi à une discrétisation spatiale d'ordre  $n + 1 = 2$ ,  $n = 2$  ( $P2$ ) correspondant à l'ordre 3 et ainsi de suite. Dans le présent travail, des éléments d'ordre 2 à 4 sont utilisés pour les calculs SPACE. Il est en effet admis que les méthodes d'ordre élevé apportent un bénéfice en matière de rapport coût/précision pour les applications aéroacoustiques [33, 191]. Bien que la méthode de Galerkin discontinue d'ordre élevé soit plus coûteuse qu'une approche par différences finies sur maillages structurés par exemple, elle est aussi plus pratique à utiliser sur des applications réalistes grâce aux maillages non-structurés. Les résolutions spatiales requises à l'ordre  $n$  ont été établies par Delorme *et al.* [38] pour un cas de propagation acoustique idéal, soit  $PPW = 14$  à l'ordre 2,  $PPW = 4$  à l'ordre 3 et  $PPW = 3$  à l'ordre 4. Les fréquences et nombres de Strouhal de coupure correspondants sont liés au  $PPW$  selon l'équation (2.5) avec  $K = 1.2$  comme précédemment. En se basant sur des calculs préliminaires, une résolution supérieure est toutefois choisie, soit  $PPW = 5$  à l'ordre 4, pour atteindre une dissipation numérique proche de l'amortissement visqueux atmosphérique de l'ordre de  $10^{-3}$  dB/ $\lambda$  [7, 92], cf. section 2.4.1.4, dans la part résolue du spectre  $f < f_c$ . Un autre avantage de la méthode de Galerkin discontinue implémentée est la capacité d'adaptation locale des ordres, appelée *order mapping* ou *p-adaptation* [156]. Il sera démontré dans les prochains chapitres, cf. section 3.1.2.2, que cela améliore grandement la flexibilité d'utilisation et la robustesse du code SPACE.

Enfin, on s'attend à la présence d'ondes de choc faible dans le champ acoustique, générées en champ proche ou formées en champ lointain par propagation non-linéaire, cf. section 1.1.3.4. Le code SPACE dispose à cet effet d'un schéma de capture de choc basé sur un senseur de la divergence de la vitesse comme décrit par Hartmann [83].

### 2.2.1.3 Conditions aux frontières

Les conditions aux limites implémentées dans SPACE et utilisées dans ce travail se déclinent en une condition de glissement, c'est-à-dire avec paroi non visqueuse, et une condition de non-réflexion. Cette dernière est basée sur la théorie des caractéristiques. Elle consiste en une approximation quasi linéaire des variables caractéristiques à partir des variables primitives  $\rho$ ,  $p$  et  $\vec{u}$ , à l'intérieur et en dehors à l'infini du domaine de calcul. Les valeurs actualisées à la limite, utilisées ensuite pour le calcul des flux, sont obtenues par diagonalisation de la matrice des variables caractéristiques. Les fluctuations acoustiques  $\rho'$ ,  $p'$  et  $\vec{u}'$  autour du champ moyen imposé à l'infini  $\rho_\infty$ ,  $p_\infty$  et  $\vec{u}_\infty$  quittant le domaine de calcul sont ainsi efficacement amorties [86].

## 2.2.2 Codes KIM et MIC

### 2.2.2.1 Présentation des codes

KIM [166] et MIC [171] sont des codes parallèles de rayonnement acoustique linéaire basés sur les méthodes intégrales, cf. section 1.3.3.4, où par définition la propagation ne repose pas sur un maillage comme dans le cas du code SPACE. Ils constituent des outils peu coûteux pour simuler le champ acoustique lointain. Le code KIM nécessite le stockage des données aérodynamiques du calcul de génération des sources sur la surface d'intégration pour procéder *a posteriori* au calcul acoustique. À l'opposé, MIC effectue les calculs acoustiques en parallèle du calcul de génération des sources, autrement dit en co-traitement, ce qui permet de s'affranchir de l'étape de stockage. Dans les deux cas, la solution acoustique est obtenue uniquement en des points de coordonnées renseignées au préalable.

KIM a été éprouvé dans de multiples configurations telles que la propagation du bruit d'hélices, de rotors et autres turbomachines [170], ou encore la propagation du bruit de jet subsonique [89, 106] et supersonique [173, 201]. MIC est un outil plus récent donc encore peu mis en pratique sur des cas applicatifs.

### 2.2.2.2 Formulation

Les deux formulations implémentées dans KIM sont les méthodes de Kirchhoff et de Ffowcs Williams & Hawkins, noté FWH. Les deux ayant été confrontées sur un cas de jet en faveur de l'approche FWH [173], c'est cette dernière formulation qui a été implémentée dans le code MIC et qui sera utilisée par la suite. L'expression intégrale de Ffowcs Williams & Hawkins est de la forme

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\partial}{\partial x_i} \iint_A [(p' Id_{ij} - \overline{\tau_{ij}} + \rho u_i u_k) G(r)]_{t-\frac{r}{c_0}} dA(\vec{y}) + \frac{\partial}{\partial t} \iint_A [(\rho u_k) G(r)]_{t-\frac{r}{c_0}} dA(\vec{y}) \quad (2.7)$$

ici dans le cas simplifié d'une surface d'intégration  $A$  imperméable immobile, où  $G(r)$  est la fonction de Green 3D en espace libre et  $[\ ]_{t-\frac{r}{c_0}}$  une notation indiquant que les variables sont estimées au temps retardé. Cette expression est solution de l'équation de Ffowcs Williams & Hawkins [61] au même titre que l'expression (1.33) est solution de l'équation de Lighthill (1.31) présentée au chapitre précédent, mais avec l'avantage de l'absence d'intégrale volumique. En pratique, c'est la formulation de FWH poreuse en champ libre uniforme qui est implémentée dans KIM et MIC [166, 171].

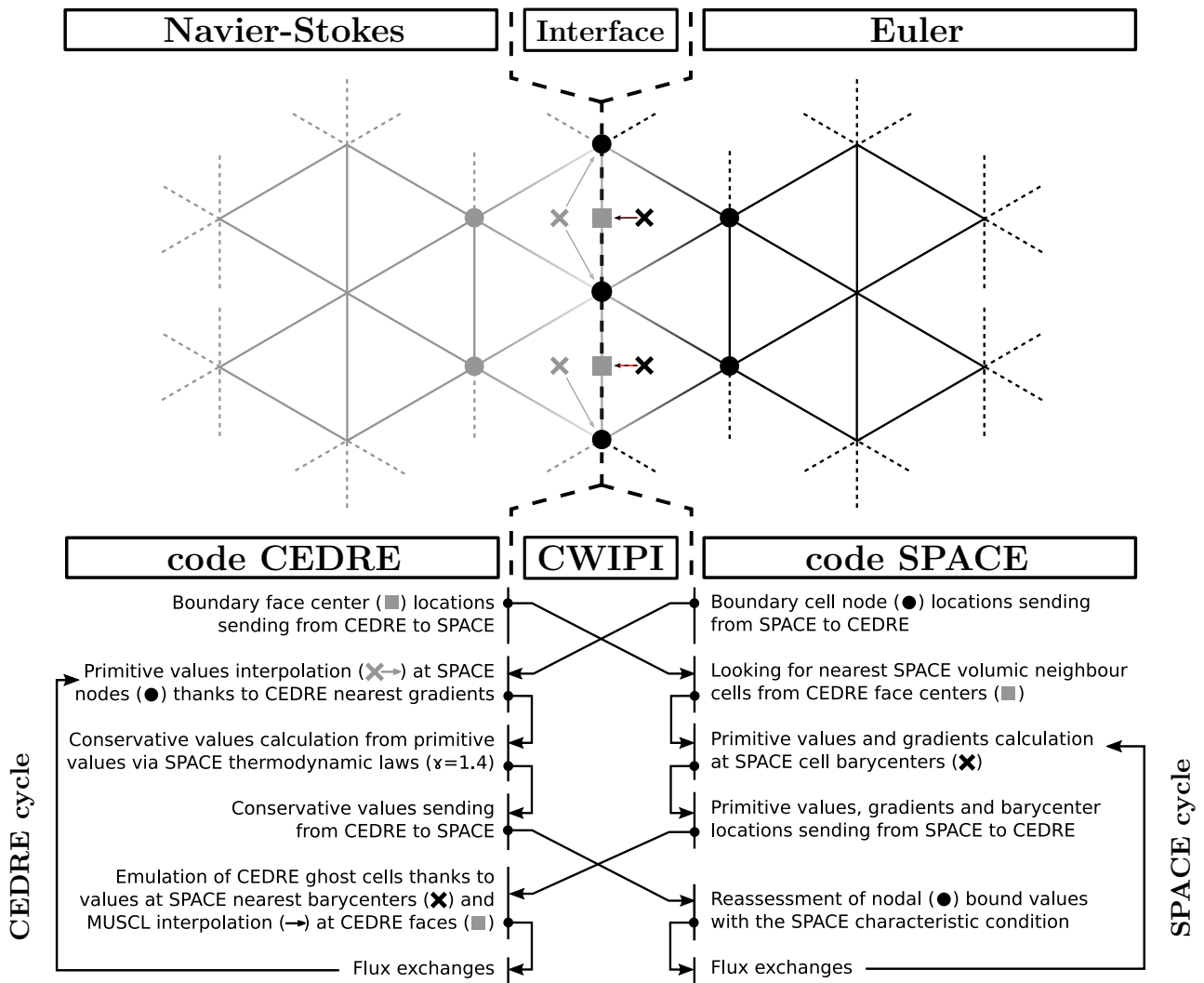
## 2.3 Couplage de code pour l'aéroacoustique

Comme présenté en section 1.3.3.5, le couplage de code s'impose progressivement en simulation numérique pour traiter efficacement et simultanément des physiques différentes comme en aéroacoustique. D'importants efforts ont été produits ces dernières années pour développer les possibilités de couplage des codes de calcul ONERA, essentiellement en utilisant la bibliothèque CWIPI. Cette bibliothèque de couplage open source développée à l'ONERA [168, 169, 177] assure l'échange des champs au niveau d'un volume commun aux codes ou d'une interface de couplage à maillages conformes, c'est-à-dire ayant tous leurs nœuds en commun au niveau de l'interface, ou non-conforme. CWIPI prend le parti de la distribution de la définition de l'algorithme de couplage dans les différents codes [168]. Autrement dit, l'algorithmique de couplage et les échanges sont réalisés directement par et entre les codes *via* des communications MPI sans passer par un code superviseur comme OpenPALM. Cela assure de meilleures performances, entre autres en calcul massivement parallèle. Les couplages entre les codes CEDRE, SPACE et MIC reposent sur cette méthode.

### 2.3.1 Couplage fort CEDRE-SPACE

Le couplage des équations de Navier-Stokes et des équations d'Euler, souvent noté NS-Euler par la suite, entre les codes CEDRE et SPACE a été implémenté lors de travaux antérieurs à cette thèse [102, 103, 105]. Il consiste en un couplage surfacique fort sans recouvrement de maillage contrairement à ce qui est souvent mis en œuvre dans la littérature [22, 111, 189, 208]. La localisation des cellules limites et l'échange de données sont opérés par CWIPI. Dans ce manuscrit, la même discrétisation d'espace est considérée de part et d'autre de l'interface, c'est-à-dire des maillages tétraédriques conformes bien que le couplage sur interface non-conforme soit prévu par CWIPI. L'algorithme de couplage est détaillé en figure 2.2. Les cellules limites sont localisées de chaque côté de l'interface, puis les valeurs requises par le code opposé sont calculées et envoyées sur les centres des cellules fantômes par SPACE pour CEDRE et sur les nœuds de maillage communs par CEDRE pour SPACE. Chaque solveur utilise ensuite ces valeurs échangées pour calculer ses flux numériques à l'interface. L'ensemble de cette procédure, excepté la localisation, a lieu à chaque itération temporelle avec un pas de temps constant et égal dans les régions Navier-Stokes et Euler.

La discrétisation identique en espace et en temps à l'interface assure mécaniquement les lois de conservation et garantit une minimisation de la dégradation du signal qui pourrait être induite par le phénomène d'aliasing spatial ou temporel [32]. Par ailleurs, les grandeurs conservatives envoyées à SPACE sont calculées à partir des grandeurs primitives CEDRE ( $p$ ,  $T$ ,  $\vec{u}$ ) avec les lois thermodynamiques fixées dans SPACE, soit  $\gamma = 1.4$  et l'équation (2.6) entre autres. Ainsi, des simulations Navier-Stokes multi-espèces peuvent être effectuées sans discontinuité de pression, de température ou de vitesse à l'interface. Pour préserver la consistance de la physique, il est cependant nécessaire de s'assurer que le mélange à l'interface soit très majoritairement de l'air à propriétés identiques au gaz SPACE. En outre, la procédure ne nécessite pas l'implémentation de nouvelles conditions limites spécifiques au couplage dans chaque code. Les cellules fantômes d'une condition existante dans CEDRE sont en effet émulées et alimentées avec les valeurs SPACE. De la même manière, les variables conservatives ( $\rho$ ,  $\rho\vec{u}$ ,  $\rho e_t$ ) aux nœuds de la frontière SPACE sont directement réévaluées avec les valeurs CEDRE.



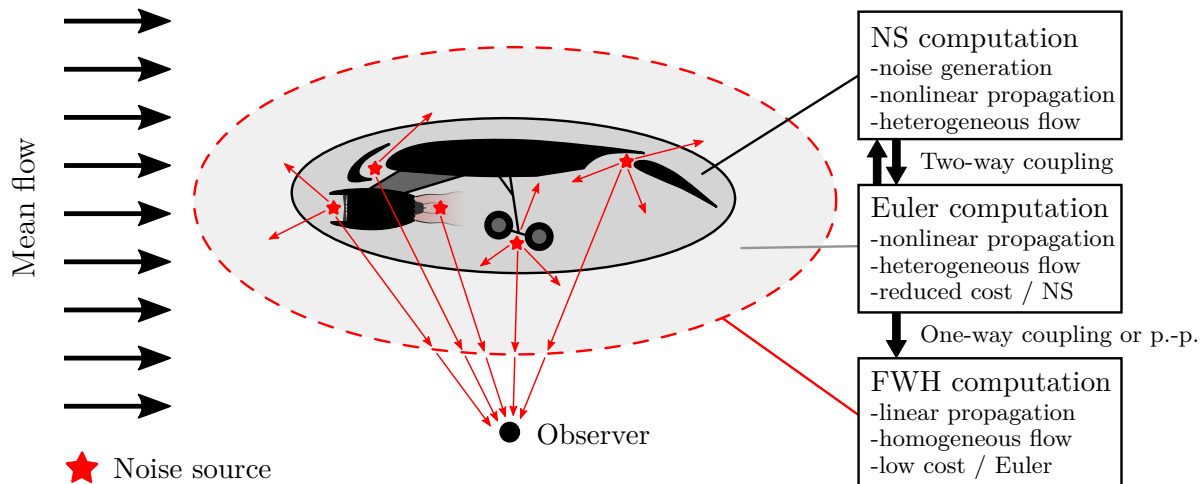
**Figure 2.2:** diagramme de la procédure de couplage fort NS-Euler entre les codes CEDRE et SPACE réalisée à chaque pas de temps.

La méthodologie NS-Euler n’impliquant aucune contrainte sur les écoulements secondaires ou les niveaux acoustiques, l’interface peut être placée très près des sources générées par l’écoulement primaire. Les écoulements secondaires sont induits par l’écoulement primaire, typiquement le jet, par effet d’entraînement, d’aspiration ou tout autre effet d’installation. Aucun effet visqueux majeur n’est cependant attendu à l’interface ce qui reste consistant avec un calcul couplé NS-Euler où le tenseur des contraintes visqueuses n’est plus pris en compte dans le domaine Euler. Typiquement, l’interface de couplage est placée dans une zone sans turbulence, autrement dit dans le champ acoustique proche, et doit inclure toutes les sources de bruit, cf. section 3.1.2.1.

### 2.3.2 Co-traitement et couplage à trois codes

Le co-traitement MIC a été récemment implémenté pour les codes CEDRE et SPACE [171]. La procédure se rapporte à un couplage faible : les données aéroacoustiques sont envoyées par CEDRE ou SPACE à MIC qui applique en parallèle la méthode de Ffowcs Williams & Hawkings formulée





**Figure 2.3:** illustration de l'application du couplage à trois codes NS-Euler-FWH.

en équation (2.7) mais aucune rétroaction n'est possible sur l'écoulement et la surface d'intégration ne peut pas faire office de condition limite. De plus, MIC requiert en donnée d'entrée la vitesse de l'écoulement moyen homogène, donnée qui n'est pas nécessaire à la prise en compte d'un écoulement secondaire dans le cadre du couplage fort CEDRE-SPACE. En contrepartie, le coût de calcul est plus faible, ce qui en fait une approche très intéressante en acoustique linéaire.

Comme mentionné aux sections 1.1.3.4, 1.2.2.1 et 1.3.3.4, on s'attend pour des cas de jet supersonique à l'émergence d'écoulements secondaires hétérogènes et de phénomènes non-linéaires, dont des effets cumulatifs. Or MIC n'est par essence pas prévu pour traiter ces régimes de propagation. Redonnet et Cunha [31, 174, 176] proposent une approche à trois codes pour les problèmes réalistes d'aéroacoustique. Le champ proche incluant l'écoulement primaire générateur de bruit est simulé par un solveur Navier-Stokes. Ce calcul est fortement couplé à une simulation capable de prendre en compte l'écoulement secondaire hétérogène et la propagation acoustique non-linéaire le cas échéant grâce à un solveur Euler par exemple. Enfin, une surface d'intégration est placée dans le domaine Euler suffisamment loin des sources pour admettre l'approximation d'un écoulement moyen homogène et du régime de propagation linéaire. L'acoustique est alors extrapolée en champ lointain par une méthode intégrale, Ffowcs Williams & Hawkins par exemple. Cette procédure illustrée en figure 2.3 est particulièrement avantageuse lorsque les points d'observation étudiés sont très éloignés des sources comme dans le cas des nuisances sonores dues au trafic aérien. Dans cette optique, le couplage à trois codes CEDRE-SPACE-MIC a été implémenté, profitant de l'avantage d'un calcul entièrement parallèle contrairement à une approche CEDRE-SPACE avec post-traitement KIM qui reste toutefois une stratégie pertinente et fonctionnelle.

## 2.4 Traitement du signal

Des outils et méthodes de traitement du signal sont mis en œuvre dans ce manuscrit pour la description, l'analyse et l'interprétation des champs aérodynamiques et acoustiques issus des simulations Navier-Stokes, Euler et Ffowcs Williams & Hawkins. Les outils utilisés pour décrire et caractériser un signal sont d'abord énoncés. Des outils d'analyse plus approfondie sont ensuite introduits. Des



notions d'interprétation sont également données. Enfin, l'utilitaire de post-traitement SPRINGBOX, développé dans le cadre de cette thèse, est présenté succinctement.

## 2.4.1 Outils de caractérisation

### 2.4.1.1 Transformée de Fourier

La transformée de Fourier permet de calculer le contenu spectral d'un signal. Formellement, le spectre est équivalent au module de la transformée complexe et les phases à son argument. Pour un signal acoustique temporel, elle s'exprime en [Pa]. La transformée continue linéaire normée  $\hat{s}(f)$  d'un signal temporel continu périodique ou infini  $s(t)$  s'écrit

$$\hat{s}(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (2.8)$$

où le facteur de normalisation et le signe de l'exposant sont des conventions. En pratique, pour un signal discret fini non nécessairement périodique contenant  $N$  échantillons de pas  $T_0$ , autrement dit une fréquence d'échantillonnage  $1/T_0$ , on procède à une transformée discrète, notée DFT, définie par

$$\hat{s}(f_m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s(n) e^{-i2\pi \frac{nm}{N}} \quad (2.9)$$

normée par convention, avec  $0 \leq m \leq N - 1$  et  $f_m = m/NT_0$ . La durée totale  $NT_0$  du signal conditionne la résolution fréquentielle  $\Delta f$  de la transformée telle que  $\Delta f = 1/NT_0$ . La borne fréquentielle supérieure de la transformée est déduite de la durée  $T_0$  d'un échantillon, soit  $f_{max} = 1/2T_0$  où le facteur 2 est la conséquence du théorème de Nyquist-Shannon. En théorie, la formulation n'est exacte qu'à la condition  $N \rightarrow \infty$ , impossible en pratique, ou si le signal est périodique. *A minima*, la périodicité est donc artificiellement imposée par un fenêtrage naturel forçant des valeurs initiale et finale égales. Notons que la formulation (2.9) a un coût en  $N^2$  opérations. Pour le diminuer, l'algorithme de la FFT a été développé. Son implémentation est souvent associée à l'algorithme de Cooley-Tukey qui consiste à subdiviser une DFT de taille  $N$  en plusieurs DFT de tailles inférieures et ce plusieurs fois de manière récursive. Le coût est alors réduit à  $N \log N$  opérations. Dans ce travail, la FFT sert principalement au calcul du contenu spectral dont l'estimation de la densité spectrale de puissance, et à l'estimation de la phase à une fréquence donnée dans un signal polychromatique ou large bande.

### 2.4.1.2 Densité spectrale de puissance

La méthode du périodogramme [45] est utilisée pour estimer la densité spectrale de puissance, abrégée PSD par la suite. Pour un signal acoustique temporel, elle s'exprime en [ $\text{Pa}^2/\text{Hz}$ ] et traduit la répartition de l'énergie acoustique sur le spectre. Le signal est découpé en  $N$  blocs de tailles égales sur chacun desquels une transformée de Fourier discrète est opérée. Si  $N$  est grand, on montre que la moyenne des carrés des spectres ainsi obtenus converge statistiquement vers une bonne approximation de la PSD. En pratique, un compromis doit être trouvé entre le nombre de moyennes  $N$  et la résolution fréquentielle  $\Delta f$  conditionnée par la taille d'un bloc. La convergence statistique de la méthode peut être améliorée en appliquant un fenêtrage spécifique à chaque bloc, par exemple le fenêtrage de Hann,

Hamming ou Blackman, et la résolution fréquentielle peut se trouver artificiellement affinée avec une méthode de *0-padding*. Cependant, ces méthodes ne peuvent fondamentalement pas accroître la quantité d'information contenue dans le signal et sont surtout utilisées pour capturer des raies spécifiques de forte intensité, le screech par exemple. Par conséquent et sauf mention contraire, les PSD présentées dans ce manuscrit ont été calculées avec une fenêtre naturelle et sans *0-padding*.

La Méthode de Welch [88] consiste à faire se chevaucher les  $N$  blocs du périodogramme pour optimiser la convergence statistique, ou la résolution fréquentielle à convergence similaire. On montre que le taux de recouvrement maximum admissible pour ne pas injecter de biais de corrélation vaut 50%. Cette technique est largement utilisée dans ce travail.

Les PSD sont utilisées ici pour décrire le contenu spectral des signaux acoustiques expérimentaux et numériques, les comparer entre eux et faire le lien avec les propriétés spectrales des sources de bruit.

### 2.4.1.3 Niveau acoustique

Le niveau acoustique d'un signal  $s(t)$  large bande est quantifié par le niveau intégré, noté OASPL et donné en décibel [dB] tel que

$$\text{OASPL} = 20 \log \left( \frac{p_{rms}}{p_{ref}} \right) \quad (2.10)$$

où  $p_{rms}$  est la valeur efficace du signal acoustique, ou valeur RMS et  $p_{ref}$  la pression de référence fixée par convention à  $p_{ref} = 2.10^{-5}$  Pa pour l'air. On peut estimer  $p_{rms}$  d'un signal discret  $p_i$  composé de  $N$  échantillons par l'expression

$$p_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (p_i - \bar{p})^2} \quad (2.11)$$

mais également par intégration de la PSD sur une plage de fréquences fixée. Pour un signal monochromatique ou intégré sur une raie unique, on parlera plutôt de SPL en [dB], calculé similairement à l'OASPL mais où  $p_{rms}$  correspond à la valeur RMS à une seule fréquence.

### 2.4.1.4 Phase et amortissement

En plus de sa fréquence et de son niveau acoustique, on caractérisera une onde propagative par sa phase  $\varphi$ , sa vitesse de phase  $c_\varphi$  et son taux d'amortissement  $\alpha$ . La vitesse de phase d'une onde monochromatique est définie par

$$c_\varphi = \frac{\omega}{k} = 2\pi f \lambda \quad (2.12)$$

et peut être estimée par régression linéaire sur les phases  $\varphi_i$  le long d'une direction de propagation. La grandeur  $c_\varphi$  permet de quantifier la vitesse de propagation d'une onde voire sa direction de propagation indirectement par projection. L'amortissement d'une onde monochromatique par longueur d'onde parcourue, ou taux d'amortissement, est noté  $\alpha$ . Formellement, l'amortissement dimensionné en  $[\text{m}^{-1}]$  est la partie imaginaire  $k_i$  du nombre d'onde  $k$  tel que  $k = k_r + ik_i$ . On peut ainsi faire apparaître l'amortissement d'une onde sinusoïdale d'amplitude  $s_0$  dans son écriture complexe

$$s(x, t) = s_0(x, t) e^{i\omega t - i(k_r + ik_i)x} \quad (2.13)$$

où l'on pose l'amortissement sans dimension  $\alpha = k_i \lambda$ . La variation d'amplitude s'écrit alors

$$\|s\|(x, t) = s_0(x, t)e^{-\alpha \frac{x}{\lambda}} \quad (2.14)$$

Pour une source d'amplitude constante dans le temps,  $s_0(x, t)$  est une constante dans le cas d'une onde plane et vaut  $s_0(x, t) = s'_0/x$  dans le cas d'une onde sphérique, cf. section 1.2.3.3, avec  $s'_0$  une constante. Dans ces deux cas de figure, on peut déduire empiriquement  $\alpha$  par régression exponentielle si  $s_0$  est connu. Enfin,  $\alpha$  peut être donné en [dB/ $\lambda$ ] en divisant par  $20 \log(\exp(1))$ . Pour une onde acoustique se propageant dans l'atmosphère et subissant la dissipation visqueuse, ou absorption atmosphérique,  $\alpha$  est de l'ordre de  $10^{-4} 1/\lambda \sim 10^{-3}$  dB/ $\lambda$  à 250 Hz [7, 92]. Des valeurs plus grandes sont typiquement trouvées en simulation numérique à cause de la dissipation des schémas. La grandeur  $\alpha$  comparée à sa valeur théorique permet ainsi de quantifier la précision de la simulation de la propagation. Le calcul théorique de  $\alpha$  en fonction de la pression et de la température du milieu, de la fréquence de l'onde et de l'humidité relative est détaillé en annexe C.

Les amplitudes et les phases, nécessaires au calcul de  $c_\varphi$  et  $\alpha$ , peuvent être déterminées en appliquant la transformée de Fourier. Dans le cas d'une onde monochromatique, une stratégie alternative plus précise est parallèlement mise en place. Elle consiste à approcher, *via* la méthode des moindres carrés, le signal temporel  $s(t)$  par une fonction sinus de la forme

$$s(t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi') + \bar{s} \quad (2.15)$$

où  $s_0$  est l'amplitude de l'onde,  $\omega = 2\pi f$  sa pulsation,  $\varphi' = -kx + \varphi$  sa phase avec  $k = 2\pi/\lambda$  et  $\bar{s}$  la moyenne du signal. La méthode des moindres carrés est un algorithme itératif de minimisation de l'erreur entre une suite de données discrètes et un modèle mathématique, ici l'équation (2.15). À partir d'une estimation initiale de  $s_0$ ,  $\omega$ ,  $\varphi'$  et  $\bar{s}$ , l'erreur quadratique entre les données et le modèle est calculée puis utilisée pour réévaluer  $s_0$ ,  $\omega$ ,  $\varphi'$  et  $\bar{s}$ . Ce processus itératif s'effectue jusqu'à ce que le critère de convergence, typiquement une valeur d'erreur maximum, soit atteint. Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à l'annexe A de la thèse de Dargaud [35] ou au travail de Haider *et al.* [78]. Cette approche pour estimer l'amplitude et la phase présente l'avantage d'être plus précise que la FFT si le signal  $s(t)$  est court.

#### 2.4.1.5 Densité de probabilité

La fonction de densité de probabilité, ou PDF, traduit pour un processus aléatoire ou non la probabilité de tirage dans une plage de valeurs. Son intégrale sur l'ensemble des valeurs admissibles vaut 1. En acoustique, la PDF donne la probabilité qu'un signal  $s$  ait une valeur incluse dans une plage de pression donnée. Un bruit blanc, généré par réalisation d'un processus aléatoire, possède par définition une PDF gaussienne, c'est-à-dire définie par une loi normale de paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  s'écrivant

$$\text{PDF}(s) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(s-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.16)$$

où  $\mu = \bar{s}$  est la moyenne et  $\sigma$  l'écart type du signal. Ce type de PDF est classiquement rencontré en acoustique linéaire pour un signal large bande, tandis que la PDF est typiquement déformée, *i.e.*

non gaussienne, en acoustique non-linéaire comme étudié par Petitjean *et al.* [154]. L'intérêt de cette fonction dans ce travail est donc de mesurer l'impact de la propagation non-linéaire sur les propriétés statistiques d'un signal acoustique. En pratique, la PDF d'un signal discret fini est approchée par un histogramme de nombre de classes fini. Elle peut être calculée simplement séquentiellement par balayage sur les valeurs et les classes ou plus efficacement par dichotomie.

### 2.4.1.6 Métriques de non-linéarité

Le régime de propagation, linéaire ou non-linéaire, d'une onde acoustique monochromatique est principalement déterminé par le nombre sans dimension de Goldberg  $\Gamma$  mesurant la compétition entre les effets visqueux dissipatifs et les effets non-linéaires. Il est défini par

$$\Gamma = \frac{\beta \omega p_{rms} \lambda}{\rho_{\infty} c_{\infty}^3 \alpha} = \frac{\lambda}{\alpha L_{shock}} \quad (2.17)$$

où  $\beta = (1 + \gamma) / 2$  est le coefficient de non-linéarité pour un gaz parfait,  $p_{rms}$  l'amplitude RMS de l'onde,  $\rho_{\infty}$  et  $c_{\infty}$  les conditions dans le milieu de propagation et  $L_{shock}$  la distance de formation de choc, ou autrement dit la distance de propagation nécessaire pour que le raidissement non-linéaire d'une onde plane initialement sinusoïdale conduise à la formation d'un choc faible, cf. section 1.2.2.1. La propagation est considérée linéaire lorsque la dissipation visqueuse est dominante, soit  $\Gamma \lesssim 1$ , et non-linéaire lorsque les effets non-linéaires cumulatifs sont dominants, soit  $\Gamma \gg 1$  [7].  $\Gamma$  est fonction de  $\omega = 2\pi f$  et de  $\alpha$ , lui-même fonction de la fréquence, cf. annexe C, ce qui rend difficile l'établissement d'un critère de transition de régime en matière de niveau pour un signal acoustique à spectre large bande. Néanmoins,  $\alpha/\lambda$  est proportionnel à  $f^2$  ce qui implique  $\Gamma \propto p_{rms}/f$  et suggère que les basses fréquences atteignent le régime non-linéaire pour des amplitudes plus faibles qu'aux hautes fréquences. Il faut toutefois nuancer cette conclusion compte tenu des longueurs d'onde et du caractère cumulatif de ces effets. Des calculs préliminaires ont finalement conduit à un critère de transition de l'ordre de SPL = 140 dB à  $f = 250$  Hz, niveau largement atteint en pratique pour les applications spatiales.

La propagation non-linéaire est souvent caractérisée *via* des métriques spécifiques, dont le nombre de Goldberg. Ce dernier n'est cependant pas toujours facile à manipuler pour des applications réalistes car  $\alpha$  est fonction de plusieurs paramètres dont l'hygrométrie. De nombreux auteurs ont par conséquent introduit d'autres grandeurs permettant de localiser et quantifier les effets non-linéaires dans le cadre du bruit de jet, incluant non exhaustivement le rapport d'harmonique  $Rh$ , le coefficient d'asymétrie ou *skewness* noté  $Sk$  et le coefficient d'aplatissement ou *kurtosis* noté  $Kt$  de la pression  $p$  et de la dérivée temporelle de la pression  $\dot{p}$ , ou encore le facteur de raidissement WSF. La grandeur  $Rh$  introduite entre autres par Gallagher et McLaughlin [54] est définie pour une fréquence donnée comme le rapport de l'amplitude du premier harmonique sur celle du fondamental. Puisque la propagation non-linéaire est équivalente dans l'espace spectral à un transfert d'énergie vers les hautes fréquences, cf. section 1.2.2.1, le rapport  $Rh$  augmente mécaniquement en régime non-linéaire.

Les grandeurs  $Sk(p)$ ,  $Sk(\dot{p})$ ,  $Kt(p)$  et  $Kt(\dot{p})$  sont définies comme les moments statistiques centrés et normalisés d'ordre 3 et 4 des distributions  $p$  et  $\dot{p}$ . Le moment statistique centré d'ordre  $n$  d'un signal

discret  $s_i$  composé de  $N$  échantillons s'écrit

$$\overline{s^n} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (s_i - \bar{s})^n \quad (2.18)$$

Remarquons que l'écart type  $\sigma$  de  $s$ , basé sur le moment centré d'ordre 2, défini par

$$\sigma = \sqrt{\overline{s^2}} \quad (2.19)$$

est équivalent à la valeur RMS du signal. La skewness et le kurtosis se basent sur les moments centrés d'ordres supérieurs tels que

$$Sk = \frac{\overline{s^3}}{\sigma^3} \quad (2.20)$$

et

$$Kt = \frac{\overline{s^4}}{\sigma^4} \quad (2.21)$$

Les grandeurs  $Sk$  et  $Kt$  sont parfois appelées respectivement coefficient d'asymétrie et coefficient d'aplatissement en français. On rencontre également le kurtosis centré  $Kt' = Kt - 3$  ou excès d'aplatissement. Les valeurs de référence pour un bruit blanc, c'est-à-dire une distribution gaussienne, cf. section 2.4.1.5, sont  $Sk = 0$  et  $Kt = 3$ . Ces métriques peuvent être vues comme une mesure de la déformation de la PDF par rapport à une distribution gaussienne de référence. Notons qu'en comparaison des métriques basées sur la pression brute  $Sk(p)$  et  $Kt(p)$ , celles basées sur la dérivée temporelle de la pression  $Sk(\dot{p})$  et  $Kt(\dot{p})$  sont considérées comme plus sensibles et révélatrices des effets non-linéaires [7, 154, 178]. Les grandeurs  $Sk(p)$ ,  $Sk(\dot{p})$ ,  $Kt(p)$  et  $Kt(\dot{p})$  augmentent lorsque les effets non-linéaires dominent la dissipation visqueuse et tendent vers les valeurs de référence dans le cas contraire.

Le coefficient WSF est défini d'après Gallagher et McLaughlin [54] comme le module de la pente négative moyenne d'un signal  $s$  divisé par sa pente positive moyenne, soit

$$\text{WSF} = \frac{|\overline{\dot{s}}^-|}{\overline{\dot{s}}^+} \quad (2.22)$$

Les valeurs de référence sont  $\text{WSF} = 1$  pour une onde sinusoïdale ou un signal gaussien, et  $\text{WSF} = 0$  pour une onde parfaitement en dents de scie, cf. section 1.2.2.1. Cette grandeur diminue donc lorsque les effets non-linéaires dominent la dissipation visqueuse mais peut également être supérieure à 1, voire tendre vers l'infini dans le cas d'une chute de pression discontinue. Ajoutons que certains auteurs lui préfèrent son inverse,  $\text{ASF} = 1/\text{WSF}$ , pour des raisons de bornes et de sensibilité [141, 178].

Toutes ces métriques ont été éprouvées dans de nombreuses études expérimentales et numériques sur le bruit de jet. En particulier, Baars *et al.* [7] ont utilisé  $Sk(\dot{p})$  et WSF pour identifier les effets non-linéaires cumulatifs jusqu'à une distance de  $140D$  d'un jet dans la direction du pic d'intensité. Schlinker *et al.* [185] ont observé des valeurs de  $Sk(p)$  supérieures à 0.5 dans la direction aval  $\theta = 50^\circ$  à  $300D$  d'un jet générant du crackle. De manière similaire, Mora *et al.* [138] ont trouvé des valeurs croissantes de skewness et kurtosis telles que  $Sk(\dot{p}) > 0.8$  et  $Kt(\dot{p}) > 4.0$  à une distance de  $25D$  des sources de bruit. Enfin, Gee *et al.* [57] et plus récemment Reichman *et al.* [178] ont mis en évidence expérimentalement des effets non-linéaires cumulatifs à 305 m des jets d'un chasseur F-35A, *via* l'accroissement de  $Sk(\dot{p})$ ,  $Kt(\dot{p})$  et ASF, dont la formation et la coalescence de chocs durant la

propagation. Par exemple, le facteur ASF continue d'augmenter de 2.0 à 2.5 environ entre 76 m et 305 m dans la direction du pic d'intensité. Les auteurs avancent que ces phénomènes peuvent jouer un rôle majeur dans la perception du crackle en champ lointain. Dans la même optique, ces métriques sont appliquées dans ce travail pour caractériser les effets non-linéaires en champs acoustiques proche et lointain.

## 2.4.2 Outils d'analyse

### 2.4.2.1 Corrélation croisée et auto-corrélation

En statistique, la fonction de corrélation croisée désigne la covariance de deux variables aléatoires. En traitement du signal, c'est la mesure de la similitude entre deux signaux réels  $s_1$  et  $s_2$  en fonction d'une variable de glissement  $\tau$  telle que

$$Cor(\tau) = s_1(t) \circ s_2(t - \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} (s_1(t) \times s_2(t - \tau)) dt \quad (2.23)$$

où  $\circ$  est le produit de convolution de deux variables. En pratique, on calculera la fonction de corrélation normalisée discrète entre deux signaux temporels finis discrets en fonction d'un décalage temporel  $\tau_j$  selon l'expression

$$Cor(\tau_j) = \frac{\overline{s_1(t_i) \times s_2(t_i - \tau_j)}}{\sqrt{\overline{s_1(t_i)^2}} \times \sqrt{\overline{s_2(t_i - \tau_j)^2}}} \quad (2.24)$$

Une corrélation croisée peut être définie entre deux variables en un point, pour une variable entre deux points ou entre deux variables entre deux points. L'auto-corrélation est la corrélation croisée d'un signal avec lui-même. La corrélation maximum au délai  $\tau_{max}$  donne l'écart pour lequel les signaux sont les plus ressemblants. Ces grandeurs permettent d'établir des liens entre variables ou entre points de l'espace ce qui est particulièrement utile en aéroacoustique pour localiser les sources de bruit et étudier les mécanismes générateurs en champ proche. Dans ce travail, la fonction de corrélation est principalement utilisée pour en déduire  $\tau_{max}$  et déterminer la vitesse de propagation apparente d'une perturbation entre deux points.

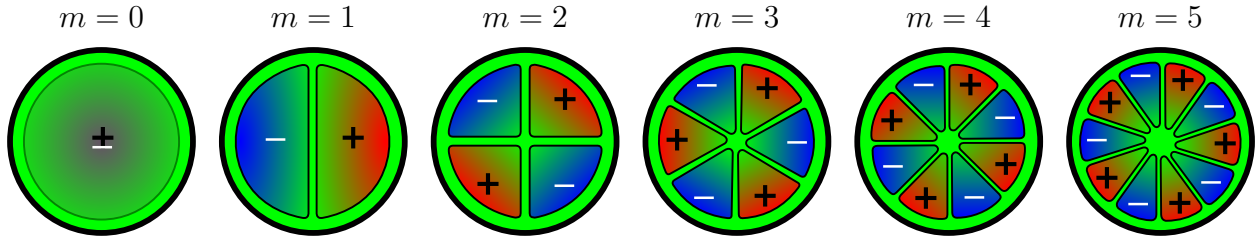
### 2.4.2.2 Décomposition en modes

La décomposition en modes regroupe ici la décomposition en fréquence-nombre d'onde et la décomposition en modes azimutaux. La décomposition en fréquence-nombre d'onde  $f - k$  est calculée par double transformée de Fourier complexe discrète en temps et en espace, notée  $\hat{s}(f_n, k_m)$ , d'un champ discret 1D fonction du temps  $s(t_j, x_i)$ . La transformée discrète en temps des  $s(t_j, x_i) \forall i$  est effectuée, soit

$$\hat{s}(f_n, x_i) = \text{FFT}(s(t_j, x_i) \forall i) \quad (2.25)$$

Ce champ complexe est injecté en entrée d'une transformée discrète en espace, soit finalement

$$\hat{\hat{s}}(f_n, k_m) = \text{FFT}(\hat{s}(f_n, x_i) \forall n) \quad (2.26)$$



**Figure 2.4:** organisation des modes azimutaux d'ordre  $0 \leq m \leq 5$  dans un jet rond.

L'ordre chronologique des transformées n'est pas déterminant car l'opérateur FFT est commutatif. On obtient un champ dans l'espace  $f - k$  représentant la répartition de l'énergie des perturbations, pas nécessairement acoustiques, sur les spectres temporel et spatial. La pente dans un diagramme  $f - k$  a la dimension d'une vitesse, correspondant à la vitesse de convection apparente des perturbations relativement à la grille  $(t_j, x_i)$ . Cela permet par exemple de discerner les perturbations dues à la propagation des ondes acoustiques de celles dues à la convection des structures aérodynamiques cohérentes, d'où l'intérêt de la méthode en matière d'interprétation physique ou de filtrage.

La décomposition en modes azimutaux  $f - m$  repose sur un principe similaire. Elle est calculée par double transformée de Fourier complexe discrète en temps et en azimut, notée  $\hat{s}(f_n, m)$ , d'un champ discret 1D périodique fonction du temps  $s(t_j, \theta_i)$  où les  $\theta_i$  sont les coordonnées azimutales. Les détails de la double transformée pour la décomposition en modes azimutaux sont donnés en annexe B de la thèse de Lorteau [122]. On l'exprime

$$\hat{s}(f_n, m) = \text{FFT} [\text{FFT} (s(t_j, \theta_i) \forall i) \forall n] \quad (2.27)$$

où les  $m$  sont les modes azimutaux, intrinsèquement discrets. On obtient un champ dans l'espace  $f - m$  représentant la répartition de l'énergie des perturbations sur le spectre temporel et les modes azimutaux. Cela permet par exemple de connaître les modes azimutaux dominants dans la couche de cisaillement d'un jet à une fréquence donnée. L'organisation de ces modes est illustrée par le schéma en figure 2.4 pour les six premiers modes, où  $m = 0$  est le mode axisymétrique. Les zones associées au symbole + et celles associées au symbole - sont en opposition de phase. Notons que la méthode, telle qu'elle est implémentée et utilisée dans ce travail, ne permet pas de discerner les modes de type battement des modes hélicoïdaux. Cela pourrait cependant être réalisé par décomposition en modes propres orthogonaux (POD) comme décrit par Edgington-Mitchell *et al.* [41, 42]. De plus, les décompositions azimutales sont généralement présentées en sommant les contributions sur toutes les fréquences ce qui revient à une série de Fourier classique dans la direction azimutale.

### 2.4.3 Utilitaire SPRINGBOX

Les méthodes de traitement du signal présentées dans les sections précédentes sont disponibles à travers divers outils. La méthode du périodogramme a été implémentée par Elias [45]. La méthode des moindres carrés a été implémentée par Vuillot [78]. La décomposition  $f - k$  a été implémentée par Hajczak et la décomposition en modes azimutaux par Lorteau [122]. Les calculs de la skewness, du kurtosis, de la PDF, des corrélations et de la PSD avec les méthodes du périodogramme et de Welch sont réalisés à l'aide de la bibliothèque UPMOST développée et maintenue par Huet [88].

Dans une optique de mutualisation, pérennisation, validation et reproductibilité, l'ensemble de ces méthodes est rassemblé dans un même utilitaire, SPRINGBOX pour *upmost-based Signal PRocessING tool BOX*. Le principal intérêt réside dans la rationalisation du traitement des entrées/sorties (formats, bornes) et des opérations géométriques (localisation, projection) ou algébriques. L'outil est par ailleurs pensé pour la manipulation de très gros volumes de données, entre autres des champs 2D résolus en temps et en espace, tout en optimisant le temps de restitution grâce à une parallélisation OpenMP. Enfin, il inclut la généralisation de la méthode du périodogramme aux décompositions en modes, l'implémentation d'une méthode de *0-padding*, une routine de calcul des propriétés d'une couche de cisaillement libre ou d'une couche limite en matière d'épaisseurs caractéristiques et un module d'aide au tracé Gnuplot. La plupart des résultats obtenus et présentés dans ce manuscrit ont été traités avec SPRINGBOX.





# Mise en place de la méthodologie de simulation aéroacoustique par couplage fort Navier-Stokes – Euler

*“Est-ce que j’ai envie de me lever et de bosser 14 heures par jour ? Oui.”*

Thomas Pesquet

La méthodologie numérique par couplage fort Navier-Stokes – Euler choisie dans ce travail est mise en place, validée et appliquée dans ce chapitre. Les besoins associés à la simulation du bruit de jet des lanceurs, ayant conduit au choix du couplage fort CEDRE-SPACE sur maillage non-structuré, sont identifiés et la méthodologie globale définie. Des cas académiques de sphère pulsante, guide d’onde, cavité, tube à choc et tourbillon isentropique sont ensuite mis en place. L’objectif est de démontrer la capacité du couplage à reproduire correctement les phénomènes physiques mis en jeu dans le contexte du bruit de jet supersonique, soit la propagation acoustique linéaire et non-linéaire à forts niveaux, la rétroaction de l’acoustique sur l’écoulement, la propagation d’onde de choc et la convection de structures tourbillonnaires. Des aspects plus numériques sont également quantifiés comme le bruit parasite généré à l’interface de couplage. Deux cas applicatifs sont ensuite traités, un pas de tir fictif et un cas de jet libre supersonique. Le but est d’éprouver la robustesse, la fiabilité et l’apport de la méthodologie dans des configurations plus réalistes.

## Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Établissement de la méthodologie numérique</b>	<b>72</b>
3.1.1	Identification des besoins	72
3.1.2	Définition des paramètres de couplage	73
3.1.2.1	Propriétés et maillage de l’interface	73
3.1.2.2	Adaptation locale des ordres	74
<b>3.2</b>	<b>Validation sur des cas académiques</b>	<b>75</b>

3.2.1	Sphère pulsante . . . . .	75
3.2.2	Guide d'onde . . . . .	76
3.2.3	Analyse harmonique . . . . .	78
3.2.4	Onde stationnaire en cavité . . . . .	80
3.2.5	Tube à choc . . . . .	81
3.2.6	Tourbillon isentropique convecté . . . . .	82
<b>3.3</b>	<b>Applications préliminaires . . . . .</b>	<b>85</b>
3.3.1	Pas de tir fictif . . . . .	85
3.3.1.1	Description du cas . . . . .	85
3.3.1.2	Coût de calcul . . . . .	86
3.3.1.3	Champs de pression et de vitesse . . . . .	87
3.3.2	Reprise du cas de jet libre supersonique à Mach 3.1 . . . . .	89
3.3.2.1	Description du cas . . . . .	89
3.3.2.2	Adaptation à la méthodologie par couplage . . . . .	89
3.3.2.3	Champ acoustique . . . . .	90
<b>3.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>92</b>

## 3.1 Établissement de la méthodologie numérique

### 3.1.1 Identification des besoins

Comme suggéré dans les chapitres précédents, la simulation précise de l'ambiance acoustique des lanceurs spatiaux au décollage requiert de traiter les phénomènes non-linéaires, les écoulements secondaires hétérogènes, d'autres effets d'installation tels que la diffraction, la réfraction et la réflexion des ondes sur les obstacles et l'éventuelle rétroaction de l'acoustique sur l'écoulement primaire. Les méthodes semi-empiriques [44, 84, 95, 212] introduites en section 1.3.2 sont immédiates et peuvent être très utiles dans une boucle de conception mais elles restent trop grossières. La simulation directe abordée en section 1.3.3.2 est encore trop chère pour une application industrielle. L'extrapolation acoustique en champ lointain par une méthode intégrale [126, 173, 209] présentée en section 1.3.3.4 est largement éprouvée et appliquée à bas coût. On a cependant montré que les hypothèses simplificatrices n'étaient pas adaptées aux applications spatiales réalistes. C'est pourquoi ce travail de thèse s'est principalement orienté vers une méthodologie par couplage de codes comme décrit en section 1.3.3.5 et en section 2.3.1 dans le cas particulier du couplage fort CEDRE-SPACE. Cette approche est ainsi capable de prendre en compte simultanément tout écoulement secondaire hétérogène, effet d'installation ou phénomène de rétroaction se produisant.

Si l'existence de phénomènes acoustiques non-linéaires est largement admise dans le cadre du bruit de jet supersonique [145], le besoin en simulation numérique d'un solveur acoustique non-linéaire pour la propagation en champ lointain est toujours sujet à débat. D'un côté, les méthodes linéaires sont considérées comme assez précises et pertinentes si elles sont alimentées par le calcul de l'écoulement générateur suffisamment loin des sources, dans une zone sans phénomène de propagation non-linéaire. Une telle distance est toutefois fortement dépendante du cas et donc difficile à évaluer. Le nombre de Goldberg  $\Gamma$  peut être utilisé comme indicateur de dominance des non-linéarités acoustiques cumulatives par rapport à l'amortissement visqueux atmosphérique quand  $\Gamma \gg 1$ , comme proposé dans le travail

avancé de Baars *et al.* [7]. Ce genre de stratégie par délimitation au préalable des domaines linéaire et non-linéaire a été adoptée par West *et al.* [217]. L'amplitude du tenseur de Lighthill est estimée à partir d'un premier calcul LES afin de définir une surface englobant toutes les sources acoustiques. Cette approche pourrait être étendue à un critère de non-linéarité tel que le SPL,  $\Gamma$ ,  $Kt(\dot{p})$ , etc. Cependant, elle nécessite des informations *a priori* ce qui peut augmenter considérablement le coût de calcul global. Plusieurs auteurs ont de plus montré que des niveaux acoustiques élevés pouvaient induire des effets non-linéaires cumulatifs significatifs même très loin des sources. De Cacqueray *et al.* [26] ont comparé la propagation en champ lointain par calcul LEE et Euler du bruit généré par un jet chaud à Mach 3.3, cf. tableau 1.2. Le calcul LEE conduit à une surestimation du bruit de 5 dB dans la direction du pic d'intensité à une distance de  $120 D$ . Gee *et al.* [57] et plus récemment Reichman *et al.* [178] ont mis en évidence d'importants effets non-linéaires cumulatifs jusqu'à 305 m des jets d'un chasseur. Ces résultats indiquent que les effets de propagation non-linéaire ne peuvent être ignorés même loin du jet tant en vue d'une prévision précise des niveaux que des propriétés du spectre acoustique. L'inclusion de ces régions dans le calcul Navier-Stokes pour alimenter une méthode linéaire serait trop coûteuse. Par conséquent, un calcul acoustique basé sur les équations Euler, couplé au calcul Navier-Stokes, paraît être le meilleur compromis. C'est dans cette optique que la méthode par couplage fort CEDRE-SPACE est choisie pour réaliser les simulations de bruit de jet supersonique.

### 3.1.2 Définition des paramètres de couplage

#### 3.1.2.1 Propriétés et maillage de l'interface

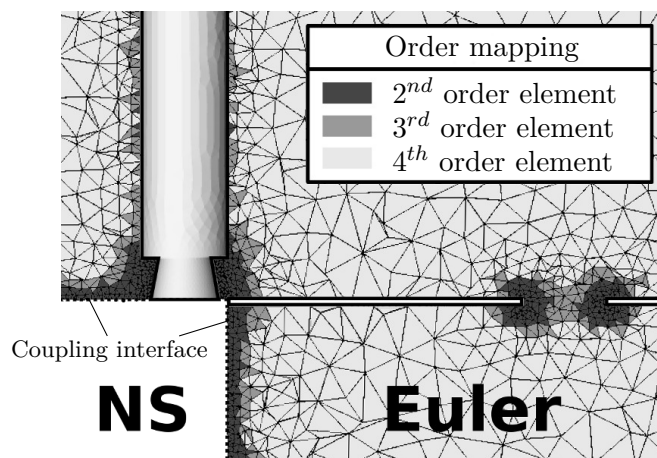
Le couplage CEDRE-SPACE est décrit en section 2.3.1. On rappelle que le pas de temps est choisi identique dans les deux codes et que la procédure de couplage a lieu à chaque itération, sans relaxation. L'interface de couplage est une surface et la discrétisation spatiale est choisie identique de part et d'autre pour limiter le phénomène d'aliasing. On parlera également de maillages conformes ou coïncidents. Autrement dit, les maillages sont composés de tétraèdres partageant les mêmes nœuds au niveau de l'interface, formée par conséquent d'éléments triangulaires. Le raffinement des tétraèdres à l'interface est imposé par le calcul CEDRE car il requiert plus de points par longueur d'onde que SPACE à l'ordre 2 à une fréquence de coupure donnée.

La géométrie de l'interface de couplage est relativement flexible. Elle peut être constituée de plusieurs surfaces non nécessairement planes ou connectées. Dans la mesure du possible cependant, elle doit éviter de s'appuyer sur des coins concaves de paroi. En effet, la solution peut le cas échéant être localement sur-contrainte, par exemple  $\vec{u}$  imposé non parallèle à la paroi dans une cellule limite, ce qui génère des parasites. L'interface de couplage est placée dans une zone sans turbulence, *a minima* très limitée, et doit englober tous les effets visqueux et les sources de bruit. Seuls des tourbillons lents et froids ne générant plus de bruit peuvent traverser l'interface de manière intermittente sans induire de bruit parasite, voire de problème de robustesse. Si l'interface s'adosse à une paroi sur laquelle une couche limite turbulente se développe, il est préférable de traiter cette dernière au maximum dans le calcul Navier-Stokes. Enfin, le couplage doit éviter toute incohérence thermodynamique forte. Dans le cas d'un calcul Navier-Stokes multi-espèces et/ou diphasique, l'interface de couplage doit se trouver dans une zone où l'air gazeux est très largement majoritaire. En pratique, ces limitations ne sont généralement pas rédhibitoires à l'application de la méthodologie à des cas réalistes.

### 3.1.2.2 Adaptation locale des ordres

Les ordres spatiaux élevés implémentés dans SPACE permettent une propagation acoustique très précise avec seulement  $PPW = 5$  à l'ordre 4. De plus, le schéma d'intégration temporel Runge-Kutta explicite d'ordre 2 utilisé ne réduit pas la précision globale de la simulation puisque le calcul Navier-Stokes traité par CEDRE est lui-même précis à l'ordre 2. Notons que les cas académiques de validation présentés dans les sections suivantes sont effectués avec des éléments d'ordre 2 dans le domaine Euler traité par SPACE. Néanmoins, la non-régression en utilisant les ordres 3 et 4 a été contrôlée avec succès sur chacun d'entre eux.

Avec une discrétisation spatiale identique de part et d'autre de l'interface et des éléments d'ordre élevé côté Euler, la méthodologie par couplage doit faire face à la fois à une disparité d'ordre des méthodes entre les régions Navier-Stokes et Euler, et à un étirement rapide du maillage près de l'interface de couplage dans la région Euler. Cette situation s'apparente à une discontinuité de précision importante à l'interface ce qui peut induire des oscillations parasites, voire des problèmes de robustesse [111]. Dans le but de renforcer la robustesse de la méthodologie sans dégrader la solution, l'adaptation locale des ordres, ou  $p$ -adaptation [156], évoquée en section 2.2.1.2, est utilisée dans la région Euler. La taille des cellules à l'interface, imposée par le domaine Navier-Stokes, est prise comme référence à l'ordre 2. Cette référence est légèrement plus précise que le calcul Navier-Stokes du fait du  $PPW$  requis à l'ordre 2 plus faible côté Euler, mais suffisamment peu pour éviter les problèmes associés à une discontinuité de précision. La montée en ordre est ensuite pilotée par le déraffinement du maillage et le rapport des valeurs de discrétisation minimum à chaque ordre fournies par Delorme *et al.* [38]. Ainsi lorsque le diamètre caractéristique d'une cellule dépasse un certain seuil fonction de  $PPW_n/PPW_{n+1}$ , l'ordre  $n + 1$  est attribué à la cellule. Une marge de sécurité sur le critère de transition de  $n$  à  $n + 1$  évite que localement, la précision dans une cellule soit inférieure à la précision globale du calcul. Par ailleurs, l'ordre des cellules de l'interface est toujours imposé à 2 pour des raisons de robustesse même si leur taille varie. Le cas échéant, c'est la taille de cellule la plus faible ou la taille moyenne qui sert de référence. En pratique, l'attribution des ordres locaux est réalisée avant le calcul par un outil développé durant cette thèse.



**Figure 3.1:** coupe du maillage du domaine Euler pour le cas du carneau fictif avec cellules grisées en fonction de l'ordre spatial localement attribué.

Afin d'illustrer cette approche adaptative, une partie du maillage du domaine Euler introduit en section 3.3.1 pour le cas du carneau fictif est représentée en figure 3.1. Une couche d'éléments d'ordre 2 à proximité de l'interface évite la discontinuité de précision avec le domaine Navier-Stokes. La montée en ordre est ensuite rapidement imposée en adéquation avec le déraffinement du maillage. L'ordre est adapté partout ailleurs en fonction de la taille des cellules. En particulier, il est plus faible lorsque les détails géométriques forcent le raffinement du maillage afin de rester cohérent en précision dans l'ensemble du domaine de calcul.

## 3.2 Validation sur des cas académiques

La méthodologie par couplage fort est d'abord validée sur des cas académiques 2D et 3D. La propagation d'ondes acoustiques sphériques et planes dans le sens Navier-Stokes→Euler est simulée en régime linéaire et non-linéaire. Une onde stationnaire plane est en outre simulée dans une cavité afin d'évaluer le couplage acoustique fort. Un tube à choc est également considéré. Pour tous les cas d'ondes planes, l'interface de couplage est inclinée à  $0^\circ$  ou  $33^\circ$  par rapport à la direction de propagation pour quantifier le bruit parasite induit par la non-normalité. Enfin, la convection d'un tourbillon isentropique 2D est simulée afin d'évaluer la capacité du couplage fort à traiter le passage des structures tourbillonnaires à travers l'interface sans émettre trop de bruit parasite. Cette démarche de validation fait par ailleurs l'objet de l'article publié dans *Flow, Turbulence and Combustion*. Ci-après, l'indice  $s$  est associé à la source acoustique, l'indice  $int$  à l'interface et l'exposant  $*$  aux coordonnées ou longueurs adimensionnées par la longueur d'onde  $\lambda_s$  de la source acoustique. La distance à la source dans la direction de propagation est notée  $z$ . Les domaines numériques sont toujours composés des sous-domaines Navier-Stokes et Euler connectés par l'interface de couplage à la position  $z_{int}^*$ .

### 3.2.1 Sphère pulsante

La sphère pulsante est modélisée par une source de masse située au centre du sous-domaine Navier-Stokes. Elle génère des ondes sphériques grâce à des oscillations sinusoïdales de débit à la fréquence  $f_s = 250$  Hz, soit une longueur d'onde  $\lambda_s = 1.39$  m. Cette source acoustique est compacte car  $r_s^* = r_s/\lambda_s = 1/20$  avec  $r_s$  le rayon de la source. Deux niveaux acoustiques sont considérés, SPL = 114 dB et SPL = 174 dB à  $z^* = r_s^*$ . Le sous-domaine Navier-Stokes sphérique défini dans  $r_s^* < z^* < z_{int}^*$  est enclavé dans un sous-domaine Euler défini dans  $z_{int}^* < z^* < 7.2$  où  $z_{int}^* = 0.72$ , comme schématisé en figure 3.2. Le maillage donne une fréquence de coupure  $f_c = 600$  Hz d'après la formule (2.5). C'est suffisamment élevé pour propager correctement le premier harmonique  $2f_s = 500$  Hz. Le milieu de propagation est composé d'air au repos aux conditions  $T_\infty = 300$  K et  $p_\infty = 101325$  Pa.

Le couplage NS-Euler donne les résultats attendus en régime linéaire. La vitesse des ondes  $c = 347.3 \pm 0.1$  m/s est presque égale à la valeur théorique  $c_\infty = \sqrt{\gamma r T_\infty} = 347.2$  m/s et la décroissance de l'amplitude en  $1/r$  est retrouvée comme indiqué par la figure 3.3a. La dissipation numérique est estimée *via* l'expression (2.14) en comparant l'amplitude de l'onde avec la valeur théorique pour les fluides parfaits. La dissipation reste proche de l'amortissement visqueux atmosphérique attendu, soit de l'ordre de  $10^{-3}$  dB/ $\lambda_s$  [92]. Les résultats du couplage sont également comparés à ceux obtenus avec un calcul Navier-Stokes direct et un calcul Ffowcs Williams & Hawkins basé sur une solution Navier-Stokes, noté NS-FWH par la suite, avec les codes CEDRE et KIM. Compte tenu de la décroissance

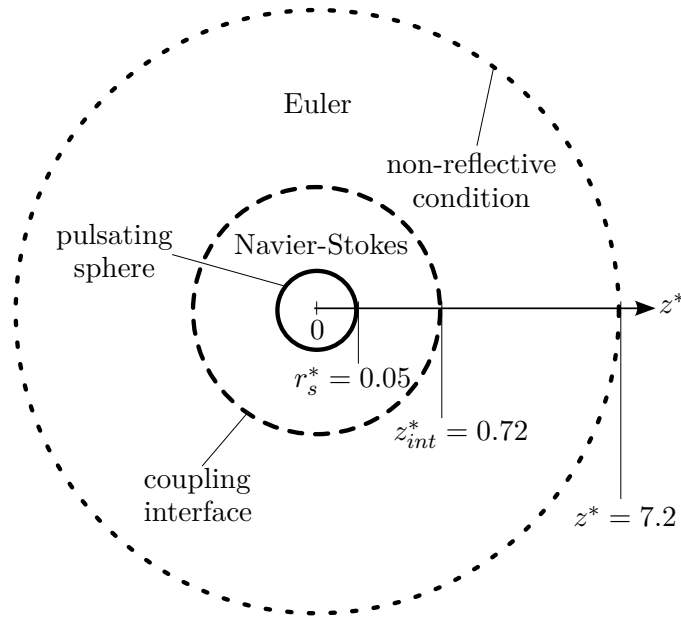


Figure 3.2: schéma du domaine de calcul du cas de sphère pulsante.

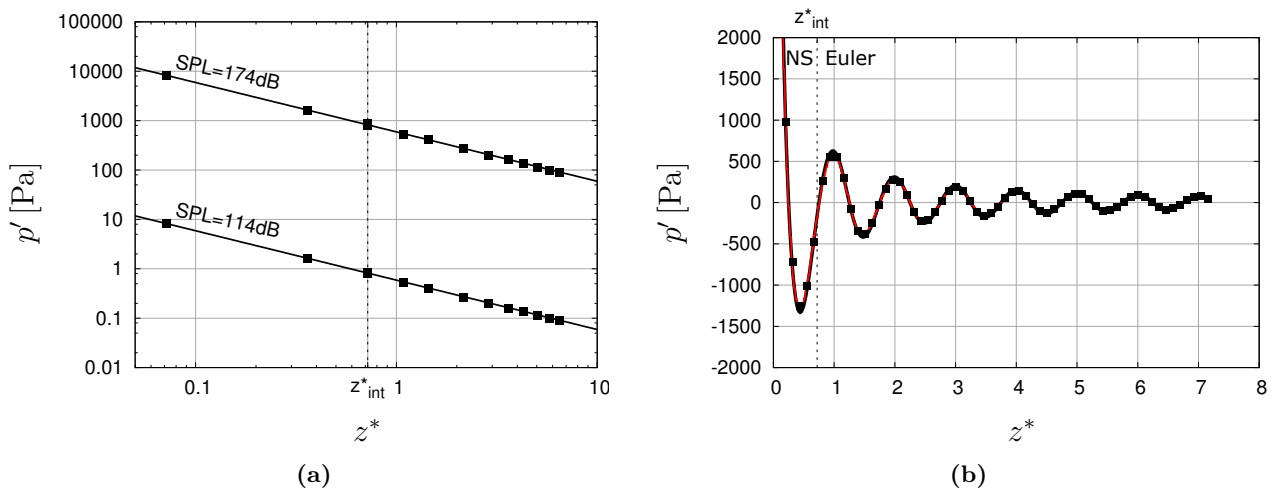
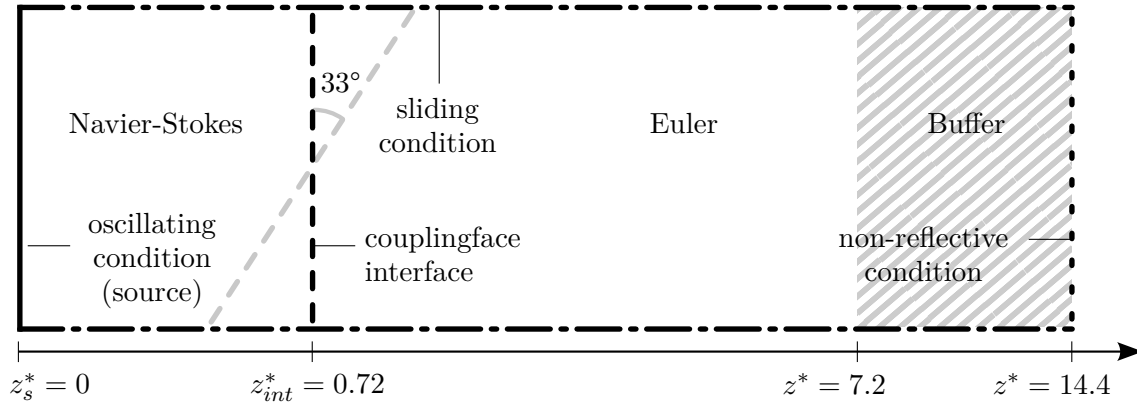


Figure 3.3: (3.3a) décroissance de l'amplitude et (3.3b) profil radial instantané des ondes sphériques. — : solution analytique linéaire ; — : simulation Navier-Stokes directe ; ■ : couplage NS-Euler.

de l'amplitude en  $1/r$  pour les ondes sphériques, les phénomènes de propagation non-linéaire sont marginaux même à niveau élevé. Par conséquent, le couplage et la méthode directe s'accordent bien avec la solution analytique linéaire telle que le profil radial instantané de pression tracé en figure 3.3b. On conclut que le cas de la sphère pulsante valide le comportement du couplage en régime linéaire mais ne permet pas de le confronter correctement à des effets non-linéaires.

### 3.2.2 Guide d'onde

Dans le cas du guide d'onde, des fluctuations de vitesse sont imposées à l'extrémité  $z^* = 0$  d'un guide de dimensions  $(0.72 \times 0.72 \times 14.4) \lambda_s^3$  schématisé en figure 3.4. Les ondes planes ainsi générées se propagent à travers le sous-domaine Navier-Stokes défini dans  $0 < z^* < z^*_{int}$  puis dans le sous-domaine



**Figure 3.4:** schéma du domaine de calcul du cas de guide d'onde.

Euler défini dans  $z_{int}^* < z^* < 7.2$ . Une zone tampon en aval, consistant en un déraffinement progressif du maillage, vise à amortir les ondes avant qu'elles n'atteignent la condition non-réfléchissante en  $z^* = 14.4$ . La fréquence et les amplitudes de la source, la fréquence de coupure du maillage et les propriétés du milieu ambiant sont identiques à celles du cas précédent.

Pour la faible amplitude à 114 dB, des caractéristiques similaires en matière de vitesse de propagation et de dissipation sont obtenues dans les cas de la sphère pulsante et du guide d'onde. Cependant, ce dernier présente de forts effets de propagation non-linéaire au niveau élevé à 174 dB. Chaque phase de compression de l'onde a tendance à se raidir jusqu'à formation d'un choc faible comme montré sur le profil longitudinal instantané de pression en figure 3.5. Une solution analytique non-linéaire basée sur le modèle de Blackstock [16] est considérée pour valider ce résultat. Ce modèle consiste à relier la solution de Fubini à la solution de Fay. Ces fonctions analytiques sont des solutions particulières de l'équation de Burgers (1.19) obtenues en considérant les effets non-linéaires prépondérants par rapport aux effets dissipatifs et inversement. Par conséquent, la solution de Fubini, respectivement la solution de Fay, est uniquement valable avant, respectivement après, la formation du choc faible. Elles peuvent être exprimées en termes de fluctuations de pression dans le domaine temporel à une distance  $z^*$  de la source comme une somme d'harmoniques, soit

$$p'(z^*, t) = p_s \times \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin [n (\omega_s t - 2\pi z^*)] \quad (3.1)$$

où  $p_s$  est l'amplitude de la source,  $n$  l'ordre de l'harmonique et  $\omega_s = 2\pi f_s$  la pulsation de la source. Le coefficient  $B_n$  s'exprime pour la solution de Fubini par

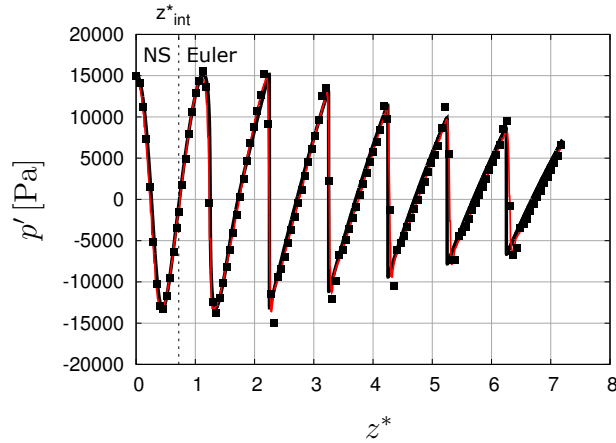
$$B_n = \frac{2L_{shock}^*}{nz^*} J_n \left( n \frac{z^*}{L_{shock}^*} \right) \quad (3.2)$$

et pour la solution de Fay par

$$B_n = \frac{2L_{shock}^*}{n(L_{shock}^* + z^*)} \quad (3.3)$$

où  $J_n$  est la fonction de Bessel de premier type d'ordre  $n$  et  $L_{shock}^* = (\rho_{\infty} c_{\infty}^2) / (2\pi\beta p_s)$  la distance de formation de choc sans effets visqueux [16] qui apparaît dans le nombre de Goldberg en équation (2.17). Le coefficient  $\beta = (1+\gamma)/2$  vaut 1.2 avec  $\gamma = 1.4$ . Un bon accord entre la solution analytique du modèle



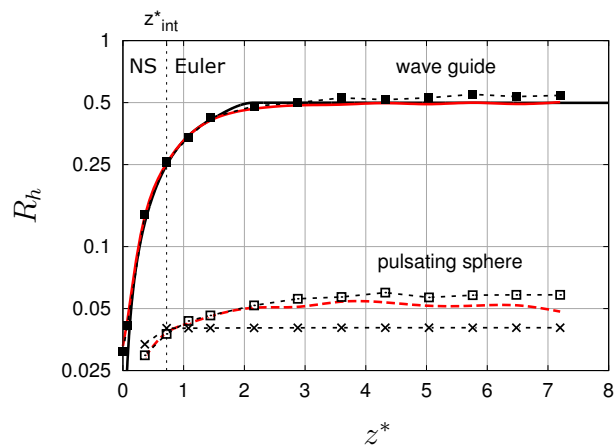


**Figure 3.5:** profil longitudinal instantané des ondes planes à SPL = 174 dB. — : solution analytique non-linéaire; — : simulation Navier-Stokes directe; ■ : couplage NS-Euler.

de Blackstock, la simulation Navier-Stokes directe et le couplage NS-Euler est trouvé à SPL = 174 dB comme le montre la figure 3.5 malgré de légères déviations en pied et tête de choc dans les deux simulations numériques attribuées au phénomène de Gibbs.

### 3.2.3 Analyse harmonique

Le rapport d’harmoniques est introduit ici pour comparer les résultats numériques de différentes méthodes. La métrique  $R_h$  est calculée comme le rapport entre l’amplitude de la transformée de Fourier du premier harmonique  $2f_s = 500$  Hz et celle du fondamental  $f_s = 250$  Hz pour la sphère pulsante et le guide d’onde. L’évolution de  $R_h$  en fonction de la distance de propagation est tracée en figure 3.6. Dans le cas de la sphère pulsante, la méthode Ffowcs Williams & Hawkins donne un plateau comme attendu pour une approche linéaire. En parallèle, le couplage et la simulation directe montrent des tendances similaires malgré des effets non-linéaires peu marqués et une dynamique de mesure limitée. *A contrario* dans le cas du guide d’onde, les effets non-linéaires sont beaucoup plus



**Figure 3.6:** génération d’harmoniques mesurée par le rapport  $R_h$  à SPL = 174 dB. Cas de la sphère pulsante : - -■- : simulation directe; - -x- : NS-FWH; - -□- : couplage NS-Euler. Cas du guide d’onde : — : solution analytique non-linéaire; — : simulation directe; - -■- : couplage NS-Euler.

SPL	inclinaison	Mach	raie discrète			large bande	
			250 Hz $n = 1$	500 Hz $n = 2$	750 Hz $n = 3$	$\sum_{n \geq 2}$	$\sum_{0 \leq n \leq 20}$
114 dB	0°	0	+0.22%	-	-	-	+0.22%
		0.2	+0.12%	-	-	-	+0.12%
	33°	0	+1.06%	-	-	-	+1.06%
		0.2	+0.65%	-	-	-	+0.65%
174 dB	0°	0	+0.12%	+2.11%	+4.54%	+2.57%	+0.30%
		0.2	+0.22%	+2.19%	+3.17%	+2.29%	+0.28%
	33°	0	+1.02%	+3.87%	+9.07%	+5.09%	+1.32%
		0.2	+0.64%	+2.58%	+6.04%	+2.83%	+0.70%

**Table 3.1:** taux de génération d'énergie parasite à la traversée de l'interface de couplage par des ondes planes du domaine Navier-Stokes vers le domaine Euler.

significatifs. Le rapport  $R_h$  augmente rapidement jusqu'à 0.5 qui est la valeur asymptotique théorique pour une onde en dents de scie. Notons que ce résultat indique qu'une importante quantité d'énergie est transférée aux harmoniques avant que l'onde n'atteigne l'interface de couplage. Analytiquement,  $R_h$  est facilement obtenu à partir des expressions du coefficient  $B_n$  |  $n \in [1, 2]$  en équations (3.2) et (3.3) telles que  $Rh = B_2/B_1$ . Un bon accord est trouvé entre la solution analytique, le calcul direct et le couplage ce qui valide ce dernier pour la propagation acoustique non-linéaire.

Dans un second temps, la conservation de l'énergie à la traversée de l'interface de couplage est vérifiée sur la configuration du guide d'onde. Des FFT sont effectuées de chaque côté de l'interface pour quantifier les variations de l'énergie acoustique de chaque fréquence. Les deux niveaux acoustiques 114 dB et 174 dB sont étudiés, avec et sans écoulement moyen à Mach 0.2, avec et sans interface inclinée. On rappelle que la fréquence de coupure du maillage est  $f_c = 600$  Hz. Les résultats sont reportés dans le tableau 3.1. Du bruit parasite est généré à la traversée de l'interface avec une intensité fonction des paramètres du cas. D'une part, l'énergie du fondamental est toujours bien transmise de la région Navier-Stokes vers la région Euler puisque la variation maximale est de seulement 1% dans le cas le plus défavorable. D'autre part, des écarts plus importants de 2 à 4% sont constatés sur le premier harmonique. Au-delà de la fréquence de coupure, le bruit reste malgré tout modéré sachant que le spectre est probablement soumis à un effet de repliement et que l'amplitude des harmoniques d'ordre élevé est faible par rapport à celle du fondamental. Concernant l'influence des paramètres, le niveau acoustique et l'écoulement moyen semblent avoir un impact limité sur la génération de bruit parasite. En particulier, le bruit n'augmente pas à  $M = 0.2$ . À l'opposé, l'inclinaison de l'interface a un impact substantiel, indiquant que la non-normalité est la principale source de bruit parasite. La dernière colonne du tableau souligne que les variations de l'énergie totale, c'est-à-dire intégrée sur tout le spectre, sont de l'ordre de celles de l'énergie du fondamental. Pour résumer, le couplage Navier-Stokes→Euler présente des caractéristiques de conservation d'énergie correctes, même dans les cas les plus défavorables.

### 3.2.4 Onde stationnaire en cavité

Une onde stationnaire dans une cavité est simulée afin d'évaluer le couplage fort, c'est-à-dire simultanément dans les sens Navier-Stokes→Euler et Euler→Navier-Stokes. La cavité est composée d'un sous-domaine Navier-Stokes défini dans  $0 < z^* < z_{int}^*$  et d'un sous-domaine Euler défini dans  $z_{int}^* < z^* < 1$  comme schématisé en figure 3.7. Le second mode longitudinal  $n = 2$  est excité par des fluctuations de vitesse imposées en  $z^* = 0$ . Cette limite est également définie comme non-réfléchissante pour éviter l'accumulation d'énergie dans le domaine. L'excitation correspond à une source acoustique d'amplitude  $SPL = 114$  dB et fréquence  $f_s = nc_\infty/2L = 250$  Hz. La longueur d'onde  $\lambda_s$  est égale à la longueur de la cavité  $L$ . Une condition de réflexion est fixée en  $z^* = 1$ . De cette manière, le mode stationnaire apparaît uniquement si l'énergie est correctement retransmise du sous-domaine Euler vers le sous-domaine Navier-Stokes. Les résultats sont présentés en figure 3.8 en matière d'amplitude et de phase de l'onde stationnaire, pour une interface non inclinée et inclinée à  $33^\circ$ . Les calculs par couplage concordent avec le comportement attendu.

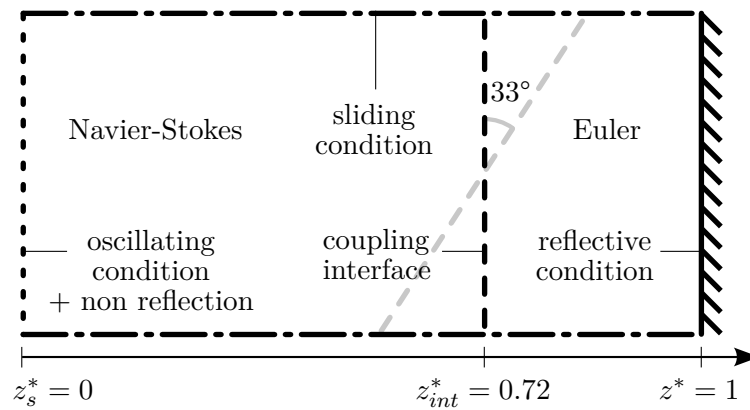


Figure 3.7: schéma du domaine de calcul du cas de cavité.

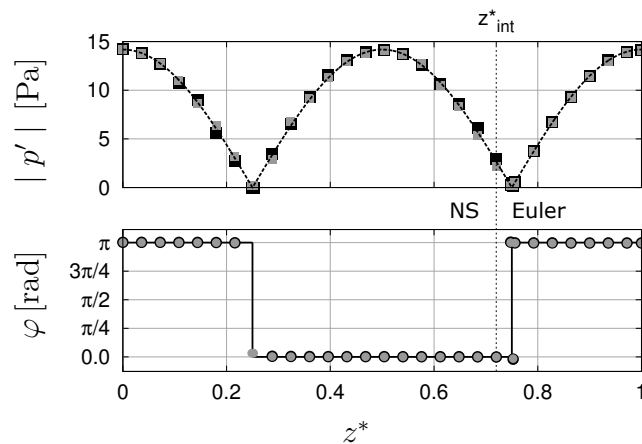


Figure 3.8: amplitude et phase de l'onde stationnaire en cavité à  $SPL = 114$  dB.  $\cdots$  : amplitude analytique;  $\blacksquare/\blacksquare$  : amplitude simulée avec interface inclinée à  $0/33^\circ$ ;  $\text{---}$  : phase analytique;  $\bullet/\bullet$  : phase simulée avec interface inclinée à  $0/33^\circ$ .

### 3.2.5 Tube à choc

Dans le cadre des applications visées, des ondes de choc, générées par l'écoulement primaire ou la propagation non-linéaire comme observé dans le cas du guide d'onde, sont susceptibles d'apparaître. Un cas de tube à choc est simulé pour valider la propagation des chocs et évaluer l'efficacité du schéma de capture de choc implémenté dans SPACE. Les sous-domaines Navier-Stokes et Euler schématisés en figure 3.9 sont initialisés aux pressions  $p_1 = 100000$  Pa en  $z^* < 0.5$  et  $p_4 = 110000$  Pa en  $z^* > 0.5$ . Un choc de saut  $p_2/p_1$  est ainsi créé à la discontinuité puis se propage dans la direction des  $z^*$  croissants avant d'être réfléchi en  $z^* = 1$ , puis en  $z^* = 0$ . Une onde de détente de rapport  $p_4/p_3$  se propage en sens inverse, se réfléchit en  $z^* = 0$  puis en  $z^* = 1$ . Enfin, la surface de contact se caractérise par une pression continue, soit ici  $p_2 = p_3$ .

Des calculs préliminaires ont montré que le schéma de capture de choc améliore grandement la propagation du choc dans la région Euler en supprimant l'essentiel des oscillations de Gibbs. En contrepartie, la discontinuité du choc est moins raide. Les sauts de pression, de masse volumique et de température à la traversée du choc ainsi que sa vitesse de propagation sont conservés. Par ailleurs, un bon accord est trouvé avec les valeurs théoriques obtenues à partir des relations de saut de Rankine-Hugoniot [114], cf. section 1.2.1.4, comme reporté dans le tableau 3.2. Les indices 1 et 2 sont respectivement associés aux conditions avant et après le choc. Une première approximation de la célérité du choc [114] est donnée par

$$c_{shock} = c_1 \sqrt{\left(\frac{\gamma + 1}{2\gamma}\right) \left(\frac{p_2}{p_1} - 1\right) + 1} = 354.4 \text{ m/s} \tag{3.4}$$

où  $c_1$  est la vitesse du son dans le gaz devant le choc. Les résultats numériques retrouvent la théorie avec une erreur inférieure à 1%. L'incertitude est plus grande avec l'utilisation du schéma de capture de choc en raison de l'adoucissement du choc.

Le choc est ensuite réfléchi plusieurs fois consécutives aux extrémités du tube. Le profil du choc après un, deux, quatre et six allers-retours est tracé en figure 3.10. La discontinuité est légèrement lissée après six allers-retours mais reste à la bonne position par rapport à la solution analytique considérant la vitesse de propagation  $c_{shock}$ . On remarque que des oscillations parasites apparaissent en pied et tête de choc. Ces oscillations sont également observées pour la simulation directe, en accord avec la

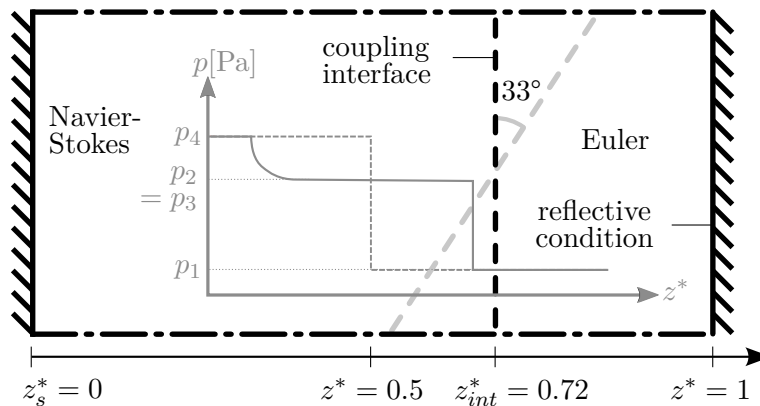
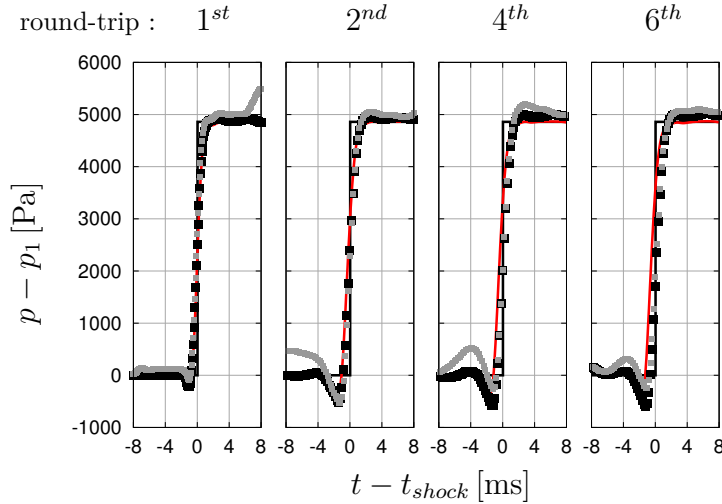


Figure 3.9: schéma du domaine de calcul du cas de tube à choc.

	$p_2/p_1$	$\rho_2/\rho_1$	$T_2/T_1$	$c_{shock}$ [m/s]
théorique (éqs. 1.16 et 3.4)	1.0486	1.0345	1.0137	354.4
sans capture de choc	1.0488	1.0346	1.0137	$351.8 \pm 0.8$
avec capture de choc	1.0488	1.0346	1.0137	$353.3 \pm 4.8$

**Table 3.2:** rapports de pression, masse volumique et température à la traversée du choc et vitesse de propagation du choc.



**Figure 3.10:** propagation et réflexion multiple du choc dans le tube jusqu'au sixième aller-retour. — : solution analytique ; — : simulation directe ; ■/■ : couplage NS-Euler avec interface inclinée à 0/33°.

simulation par couplage NS-Euler avec interface non inclinée. Le phénomène ne peut donc pas être attribué à la procédure de couplage. En revanche, des oscillations parasites plus importantes semblent induites par l'inclinaison de l'interface. Elles ne sont cependant pas amplifiées et la solution reste consistante au cours du temps.

### 3.2.6 Tourbillon isentropique convecté

Comme mentionné précédemment, des structures tourbillonnaires peuvent traverser l'interface de couplage par intermittence. Afin de quantifier le bruit parasite produit par de tels événements, un cas académique de tourbillon isentropique 2D convecté est simulé. La formulation proposée par Yee [218] est choisie. Bien que ce problème soit une solution exacte des équations d'Euler, il est partiellement traité avec les équations de Navier-Stokes sachant que les effets visqueux sont négligeables comme attendu en pratique. Le tourbillon convecté est initialement défini [106] par le système

$$\begin{cases} u_z = +\Psi \frac{c_\infty}{2\pi} \left( \frac{y - y_0}{r_0} \right) \exp\left(\frac{1 - r^2}{2}\right) + u_\infty \\ u_y = -\Psi \frac{c_\infty}{2\pi} \left( \frac{z - z_0}{r_0} \right) \exp\left(\frac{1 - r^2}{2}\right) \\ T = +T_\infty \left( 1 - \Psi^2 \frac{(\gamma - 1)}{8\pi^2} \exp(1 - r^2) \right) \end{cases} \quad (3.5)$$

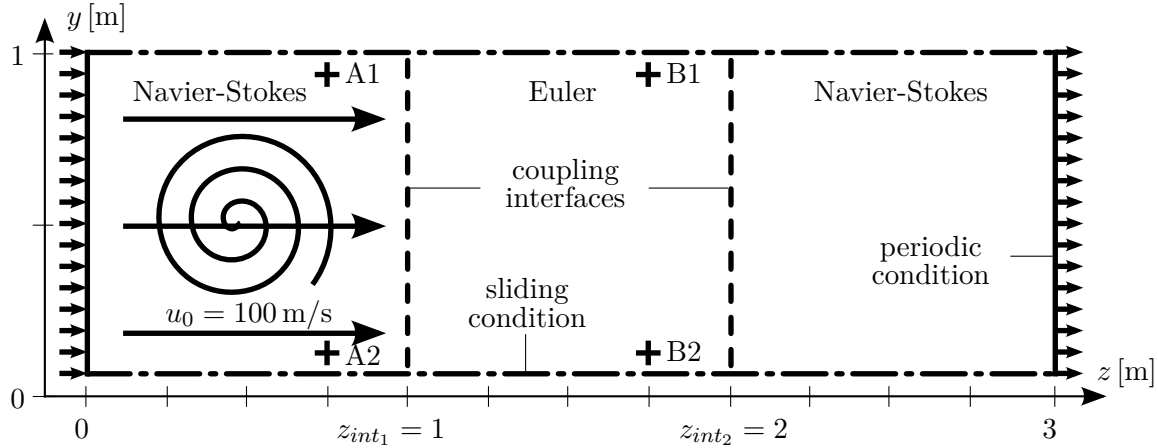


Figure 3.11: schéma du domaine de calcul du cas de tourbillon isentropique convecté.

avec

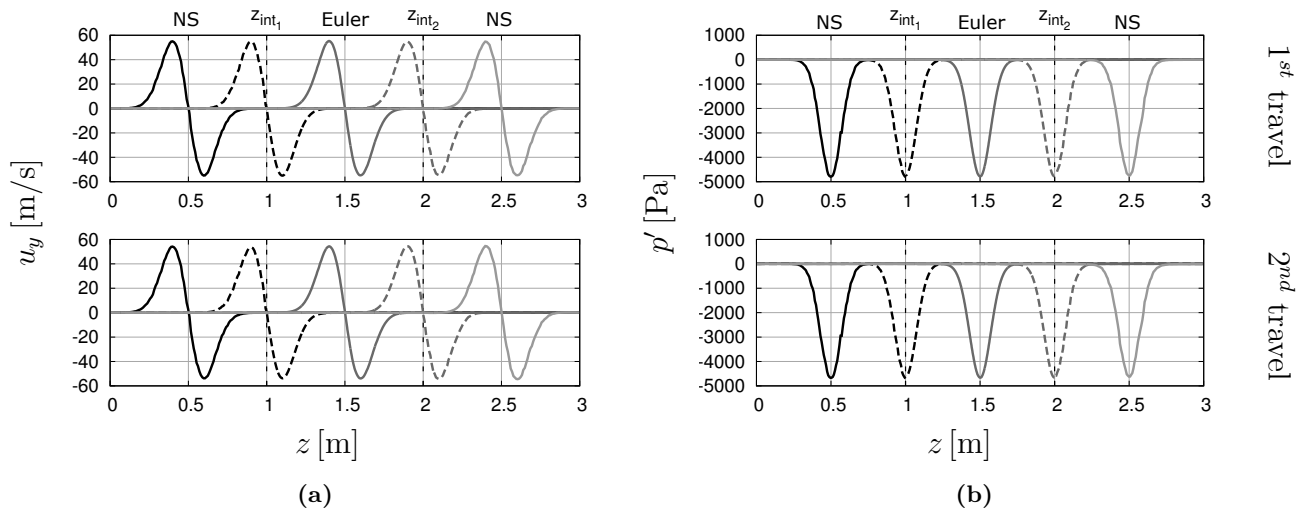
$$r^2 = \left( \frac{z - z_0}{r_0} \right)^2 + \left( \frac{y - y_0}{r_0} \right)^2 \quad (3.6)$$

où  $z_0 = 0.5 \text{ m}$ ,  $y_0 = 0.5 \text{ m}$ ,  $r_0 = 0.1 \text{ m}$ ,  $T_\infty = 298.15 \text{ K}$ ,  $c_\infty = \sqrt{\gamma r T_\infty}$ ,  $u_\infty = 100 \text{ m/s}$  et  $\Psi$  est l'intensité du tourbillon sans dimension. L'hypothèse d'isentropie conduit à des relations supplémentaires permettant de déduire les champs de  $\rho$  et  $p$  telles que

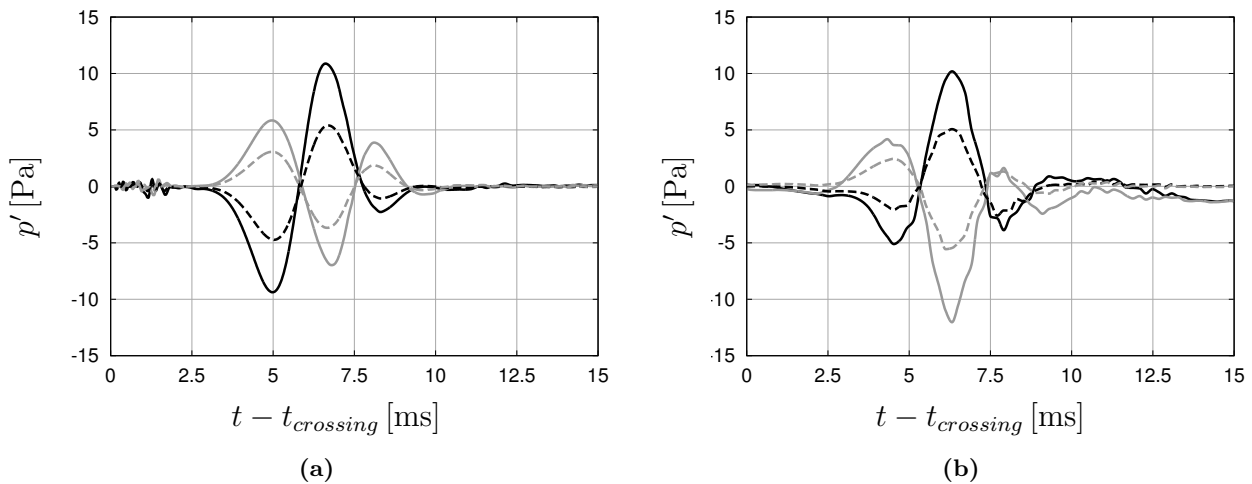
$$\begin{cases} \rho = \rho_\infty \left( 1 - \Psi^2 \frac{(\gamma - 1)}{8\pi^2} \exp(1 - r^2) \right)^{1/(\gamma-1)} \\ p = p_\infty \left( 1 - \Psi^2 \frac{(\gamma - 1)}{8\pi^2} \exp(1 - r^2) \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \end{cases} \quad (3.7)$$

Ce champ correspond à un tourbillon initialement centré en  $(z_0, y_0)$  et convecté à  $M = 0.3$  dans la direction des  $z$  croissants comme schématisé en figure 3.11. Le domaine de calcul 2D est composé de deux sous-domaines Navier-Stokes couplés de part et d'autre du sous-domaine Euler ce qui permet d'étudier la traversée du tourbillon dans les deux sens Navier-Stokes→Euler et Euler→Navier-Stokes. Des conditions limites de périodicité sont fixées aux bords non couplés des sous-domaines Navier-Stokes ce qui permet de réinjecter le tourbillon en l'état après chaque traversée. Deux intensités de tourbillon différentes sont simulées,  $\Psi = 1$  et  $\Psi = 0.5$ , conduisant à des dépressions  $|\Delta p| = 4800 \text{ Pa}$  et  $|\Delta p| = 1215 \text{ Pa}$  au centre du vortex. Remarquons qu'il est inutile de jouer ce cas avec des interfaces inclinées puisque la non-normalité est mécaniquement induite par les vitesses omnidirectionnelles dans le tourbillon et que l'analyse harmonique en section 3.2.3 a conclu à un faible impact de l'écoulement moyen.

Les profils transversaux de vitesse et les profils axiaux de pression sont respectivement reportés en figures 3.12a et 3.12b au premier et au second passage, soit après une période, à cinq instants dans le cas  $\Psi = 1$ . Aucune distorsion notable du tourbillon en lui-même n'est observée. Néanmoins, du bruit parasite est produit lorsque la structure traverse l'interface, que ce soit dans le sens Navier-Stokes→Euler ou Euler→Navier-Stokes. Les signaux temporels de pression enregistrés aux positions A1/A2 et B1/B2 reportées en figure 3.11 sont respectivement tracés en figures 3.13a et 3.13b. Leurs



**Figure 3.12:** profils longitudinaux de (3.12a) vitesse et (3.12b) pression du tourbillon isentropique convecté aux instants  $\text{—}$  :  $t = 0$  ms ;  $\text{- - -}$  :  $t = 5$  ms ;  $\text{— — —}$  :  $t = 10$  ms ;  $\text{- - - -}$  :  $t = 15$  ms ;  $\text{— — — —}$  :  $t = 20$  ms.



**Figure 3.13:** ondes de pression parasites générées au passage du tourbillon à l'interface (3.13a) Navier-Stokes  $\rightarrow$  Euler en  $z_{int1}$  et (3.13b) Euler  $\rightarrow$  Navier-Stokes en  $z_{int2}$ .  $\text{—}$  : A1 et B1 avec  $\Psi = 1$  ;  $\text{- - -}$  : A1 et B1 avec  $\Psi = 0.5$  ;  $\text{— — —}$  : A2 et B2 avec  $\Psi = 1$  ;  $\text{- - - -}$  : A2 et B2 avec  $\Psi = 0.5$ .

orientations par rapport à l'interface correspond grossièrement à la direction du pic d'intensité du bruit parasite. Il convient de noter que, d'après l'expression (3.7), les fluctuations de pression directement associées à la convection du tourbillon sont négligeables à ces positions. Un signal parasite est mesuré dans les deux cas  $\Psi = 1$  et  $\Psi = 0.5$ . Cependant, l'amplitude de ce bruit reste faible par rapport à celle de la perturbation aérodynamique, c'est-à-dire environ 0.2% pour le cas  $\Psi = 1$ , et diminue avec l'intensité du vortex. En d'autres termes, les tourbillons résiduels qui pourraient traverser l'interface sont suffisamment faibles, typiquement  $|\Delta p| < 500$  Pa, pour que le bruit parasite soit inférieur à 100 dB. En comparaison, le bruit réel attendu dans les zones de couplage est supérieur à 140 dB. Le rapport signal sur bruit est par conséquent jugé raisonnable et la méthodologie par couplage apte à traiter ces événements.

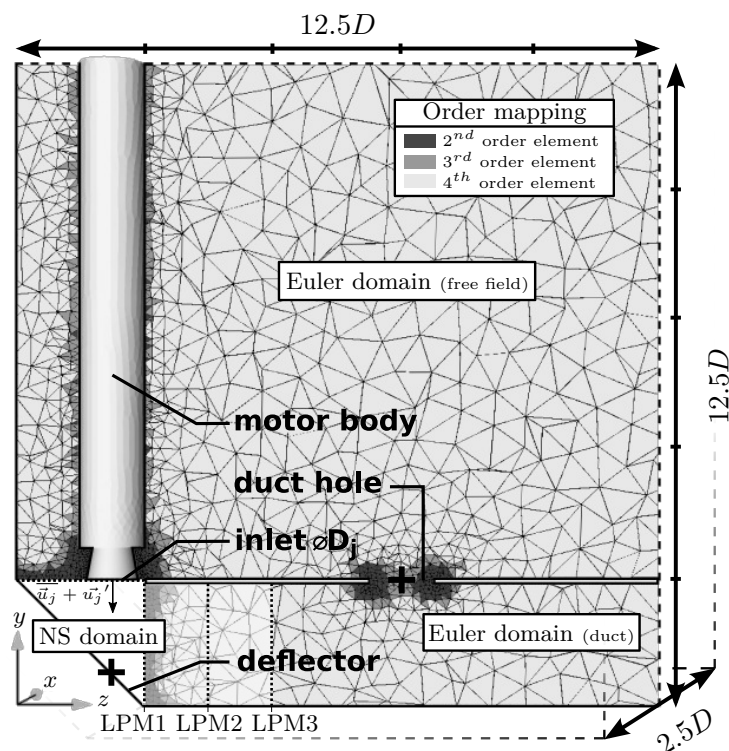
### 3.3 Applications préliminaires

La méthodologie par couplage fort est ensuite appliquée à des cas 3D plus réalistes, toujours à des fins de validation. Ces calculs préliminaires visent ainsi à éprouver sa robustesse et sa fiabilité dans des configurations rencontrées en pratique pour les applications spatiales. Dans un premier temps, un modèle fictif de pas de tir est étudié pour confronter la méthodologie à une géométrie complexe. Dans un second temps, un cas de jet libre supersonique à Mach 3.1 issu de travaux antérieurs [201] est adapté à la méthodologie par couplage. Les niveaux et les spectres acoustiques en champ lointain calculés à partir de la précédente simulation NS-FWH et de la présente simulation NS-Euler sont comparés aux données expérimentales de référence afin d'évaluer l'apport du couplage pour de telles applications. Ci-après, l'indice  $s$  est associé à la source acoustique, l'indice  $j$  aux conditions de sortie du jet et l'exposant  $*$  aux coordonnées ou longueurs adimensionnées par le diamètre de sortie du jet  $D_j$  égal au diamètre de sortie tuyère  $D$ .

#### 3.3.1 Pas de tir fictif

##### 3.3.1.1 Description du cas

Un modèle fictif de pas de tir (LPM) est choisi comme premier cas applicatif préliminaire. Le domaine de calcul est constitué d'un sous-domaine Navier-Stokes prismatique défini dans la plage  $-1.25 \leq x^* \leq 1.25$ ,  $0 \leq y^* \leq 2.5$  et  $0 \leq z^* \leq k$  où  $k$  est variable. Le sous-domaine Euler forme un pas de tir simplifié tel qu'illustré en figure 3.14, constitué d'un corps de moteur de fusée cylindrique, d'un



**Figure 3.14:** schéma du domaine de calcul du cas de carneau fictif et mappage d'ordre dans le domaine Euler. — : parois; ··· : condition de non-réflexion; - - - : interface de couplage pour les trois cas LPM1, LPM2 et LPM3; + : capteurs numériques.



carneau à section carrée de dimensions internes  $2.5 \times 2.375 \times (12.5 - k)D^3$  et d'une zone en champ libre. Une ouverture circulaire dans la paroi supérieure du carneau, dénotée *duct hole*, a été introduite pour modéliser un éventuel dispositif de réduction du bruit. Le sous-domaine Navier-Stokes et le carneau sont cloisonnés par des parois en  $x^* = -1.25$  et  $x^* = +1.25$ . La frontière parallèle au corps de la fusée en  $z^* = 0$  est définie comme une paroi pour modéliser la tour ombilicale. Des conditions aux limites non-réfléchissantes sont imposées partout ailleurs. Tout le domaine est initialement rempli d'air au repos avec  $T_\infty = 300$  K et  $p_\infty = 101325$  Pa. De l'air est injecté dans le sous-domaine Navier-Stokes à une vitesse  $\bar{u}_j = 50$  m/s, soit  $M = 0.14$ , dans la direction  $-y$  par la sortie tuyère en  $y^* = 2.5$  et de diamètre  $D = 0.4$  m. Une composante acoustique correspondant à un niveau SPL = 160 dB est superposée à ce jet *via* des fluctuations de vitesse  $\|u'_j\| = 7$  m/s oscillant sinusoidalement à la fréquence fondamentale  $f_s = 500$  Hz de longueur d'onde correspondante  $\lambda_s = 0.7$  m =  $1.75 D$ . L'écoulement et les ondes acoustiques résultants impactent le déflecteur dans le sous-domaine Navier-Stokes, puis s'évacuent dans le carneau après avoir traversé l'interface de couplage. Ajoutons qu'une telle configuration spatiale simplifiée impliquant une source acoustique modélisée a également été mise en œuvre par Harris *et al.* [81, 82] afin d'évaluer une méthode de couplage faible NS-Euler sur maillage non-structuré, cf. section 1.3.3.5.

Plusieurs cas sont créés en déplaçant l'interface de couplage vertical dans le carneau, c'est-à-dire en faisant varier le paramètre  $k$  comme indiqué sur la figure 3.14, dénommés cas LPM1, LPM2 et LPM3. Les ordres élevés locaux sur ces cas sont fixés selon la méthode établie en section 3.1.2.2. Une simulation Navier-Stokes directe de référence, dénommée cas LPM0, est également opérée à des fins de comparaison. Les paramètres de maillage, les fréquences de coupure et les coûts de calcul sont rapportés dans le tableau 3.3.

### 3.3.1.2 Coût de calcul

Les coûts de calcul sont estimés sur un même nombre de processeurs et normalisés par celui de la simulation directe. Comme prévu, la méthode NS-Euler avec ordres locaux permet de diminuer considérablement le nombre de cellules nécessaires et le coût associé par rapport à la simulation directe à une même fréquence de coupure. Un solveur à différences finies structuré ou une méthode intégrale aurait également fourni une solution à faible coût, mais ces approches auraient été très difficiles à appliquer à cette géométrie. Le cas LPM1 est moitié moins coûteux que le cas LPM3, suggérant que limiter au maximum le sous-domaine Navier-Stokes aux seules régions de génération acoustique peut être fortement avantageux.

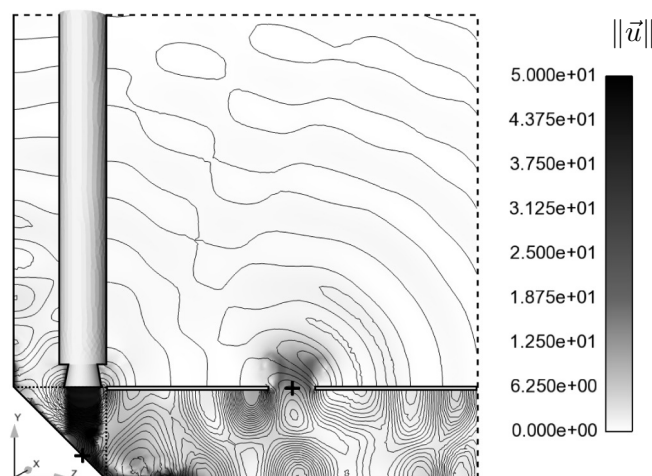
Cas	$k/D$	nb. cellules $\times 10^{-6}$		$f_c$ [Hz]	Coût normalisé
		NS	Euler		
LPM0	-	8.74	-	850	100%
LPM1	2.5	0.28	0.10	850	4.5%
LPM2	3.75	0.46	0.10	850	7.3%
LPM3	5.0	0.63	0.10	850	10%

**Table 3.3:** paramètres et coût de calcul des quatre configurations du cas de carneau fictif.

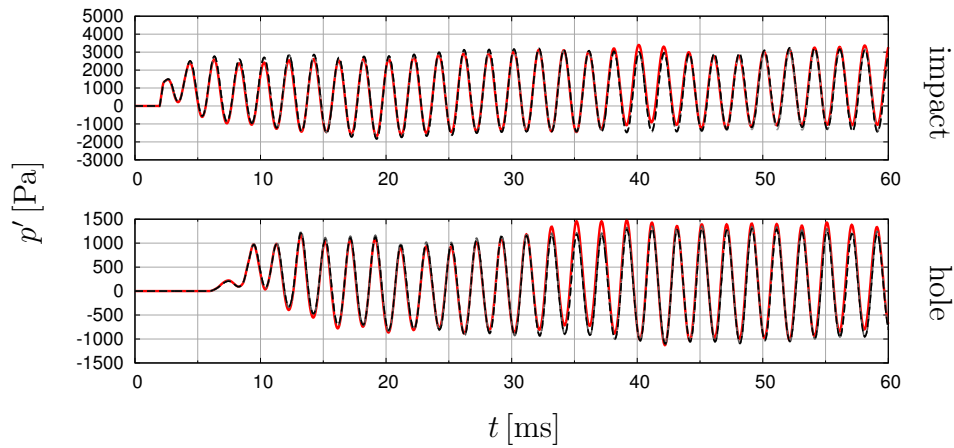
### 3.3.1.3 Champs de pression et de vitesse

Le but principal de cette analyse succincte est d'évaluer la robustesse de la méthodologie par couplage. En particulier, l'effet de la position de l'interface de couplage sur l'écoulement et le champ acoustique est examiné. Un champ instantané de la norme de la vitesse superposée aux iso-lignes de pression dans le plan  $x^* = 0$  est donné en figure 3.15 pour le cas LPM1. L'écoulement primaire est dévié au niveau du déflecteur et se poursuit dans le domaine Euler. De multiples écoulements secondaires complexes, tels que des entraînements et des recirculations, sont formés près de la tuyère et de l'orifice du carneau. Il faut mentionner qu'avant d'atteindre le déflecteur, l'écoulement primaire transitoire génère un tourbillon torique ou *vortex ring*, intercepté par l'interface de couplage vertical uniquement dans le cas du LPM1. La dépression associée vaut approximativement  $|\Delta p| = 2000$  Pa à l'interface. D'après la discussion en section 3.2.6, le bruit parasite généré, estimé à moins de 110 dB, est négligeable par rapport au niveau acoustique à l'interface dû à la source, soit environ 150 dB. De plus, en pratique, l'interface de couplage est placée de façon à éviter ces événements intenses et transitoires. Concernant le champ acoustique, les ondes générées par la source sont réfléchies et diffractées à l'impact sur le déflecteur. La longueur d'onde fondamentale  $\lambda_s$  est plus petite que les dimensions transversales internes du carneau, ce qui induit une propagation acoustique multimodale dans le conduit. Les ondes se propageant en champ libre proviennent principalement de deux régions : l'ouverture du carneau et le voisinage de la tuyère. Puisque le diamètre de l'orifice est de l'ordre de la longueur d'onde fondamentale, un phénomène de diffraction est observé. Ces ondes interfèrent avec celles provenant directement de la région de la tuyère, formant des motifs d'interférence. En particulier, une importante zone de silence apparaît près du sommet du corps du moteur où les interférences sont destructives, comme on peut le voir sur les champs de  $p_{rms}$  en figure 3.17. Enfin, aucune discontinuité ou anomalie n'est observée à l'interface de couplage, ce qui démontre le comportement robuste de la méthodologie proposée même en présence d'un fort écoulement hétérogène à travers l'interface en plus des fluctuations acoustiques.

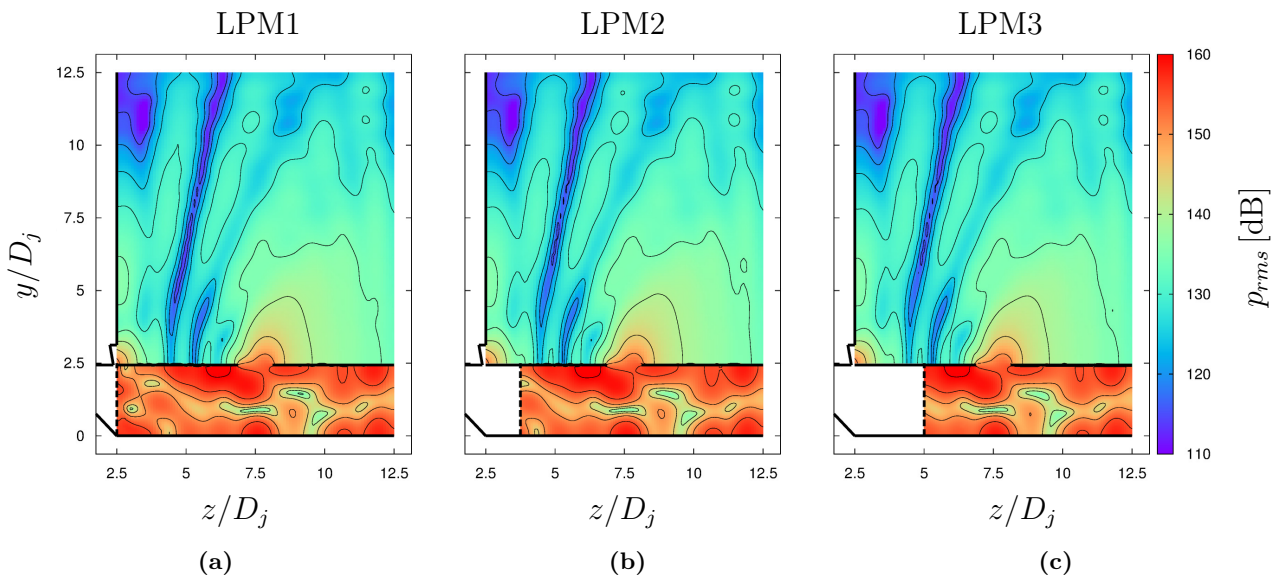
Les signaux temporels de pression transitoire enregistrés aux deux positions marquées par le symbole  $+$  en figures 3.14 et 3.15, soit au point d'impact sur le déflecteur dans le domaine Navier-Stokes



**Figure 3.15:** champ de vitesse instantanée superposé aux iso-lignes de pression instantanée du cas LPM1 à  $t = 0.07$ s dans le plan  $x = 0$ . — : iso- $p$ ; + : capteurs numériques.



**Figure 3.16:** signaux temporels de pression aux positions des capteurs numériques repérées en figure 3.14. — : simulation directe ; - - - : LPM1 ; - - - : LPM2 ; - - - : LPM3.



**Figure 3.17:** champ de  $p_{rms}$  dans le plan  $x = 0$  avec interface de couplage (3.17a) non tradlatée, (3.17b) tradlatée de  $1.25D_j \vec{z}$ , (3.17c) tradlatée de  $2.5D_j \vec{z}$ . — : parois ; - - - : interface de couplage ; — : iso- $p_{rms}$  tous les 5 dB.

et au centre de l'ouverture dans le domaine Euler, sont tracés en figure 3.16 pour la simulation directe et les trois cas de couplage. La fréquence fondamentale de la source est logiquement dominante mais des variations transitoires à basse fréquence sont également visibles. On rappelle que l'interface de couplage intercepte le tourbillon torique transitoire et l'écoulement primaire dévié dans le cas LPM1, mais seulement un faible écoulement moyen dans le cas LPM3. Un bon accord est pourtant trouvé entre tous les cas, démontrant la robustesse de l'approche par couplage, sa fiabilité par rapport à la simulation directe et suggérant que l'emplacement de l'interface a une influence limitée si les sources acoustiques sont correctement restreintes au sous-domaine Navier-Stokes. De plus, le bruit parasite mis en évidence dans le cas du tourbillon isentropique n'est pas notable et semble donc négligeable comme conclu précédemment. Ces résultats sont corroborés par la comparaison des champs de  $p_{rms}$  en figure 3.17. Seules de très légères différences sont perceptibles entre les trois cas.

### 3.3.2 Reprise du cas de jet libre supersonique à Mach 3.1

#### 3.3.2.1 Description du cas

La dernière étape de la démarche de validation consiste à appliquer la méthodologie par couplage à un cas de jet libre supersonique à Mach 3.1. La configuration correspond à une campagne expérimentale réalisée au banc MARTEL, schématisée en figure 3.18a. Les mesures aérodynamiques et acoustiques réalisées dans ce cadre sont discutées dans le chapitre 4 en section 4.1.1.3. Le jet considéré est sur-détendu, chaud et à nombre de Reynolds  $Re_j = u_j D / \nu_j = 3 \times 10^5$  en sortie de tuyère. Le fluide éjecté est entièrement composé d'un gaz brûlé équivalent issu d'une combustion  $H_2 + \text{air}$  puis accéléré dans une tuyère convergente-divergente de diamètre de sortie  $D = 60$  mm. Les paramètres physiques et les conditions du jet et du milieu ambiant sont détaillés en section 4.1.1.2. La configuration a déjà été étudiée numériquement par Troyes *et al.* [201] avec le code CEDRE pour la simulation LES du jet et le code KIM pour la simulation acoustique en champ lointain avec la méthode de Ffowcs Williams & Hawkings aux positions des microphones expérimentaux. Ces derniers sont localisés à un angle  $\theta$  sur un arc de rayon  $41.6 D$  centré sur le point de l'axe du jet dans le plan de sortie tuyère comme indiqué en figure 3.18a. La mise en place de cette simulation est décrite en références [0, 201].

#### 3.3.2.2 Adaptation à la méthodologie par couplage

Le cas est ici repris et adapté au couplage CEDRE-SPACE. Le maillage de  $62 \times 10^6$  tétraèdres, nommé G2, et la solution aéroacoustique dans le sous-domaine Navier-Stokes cylindrique Z1 sont conservés en l'état par rapport à la référence [201]. Le maillage est étendu au-delà de la surface de couplage S1 jusqu'aux microphones pour procéder au calcul Euler dans le sous-domaine Z2. Les dimensions des deux sous-domaines sont détaillées en figure 3.18b. Les paramètres numériques de la simulation LES du jet sont ceux indiqués en section 2.1.2.4. Le maillage du sous-domaine Euler Z2

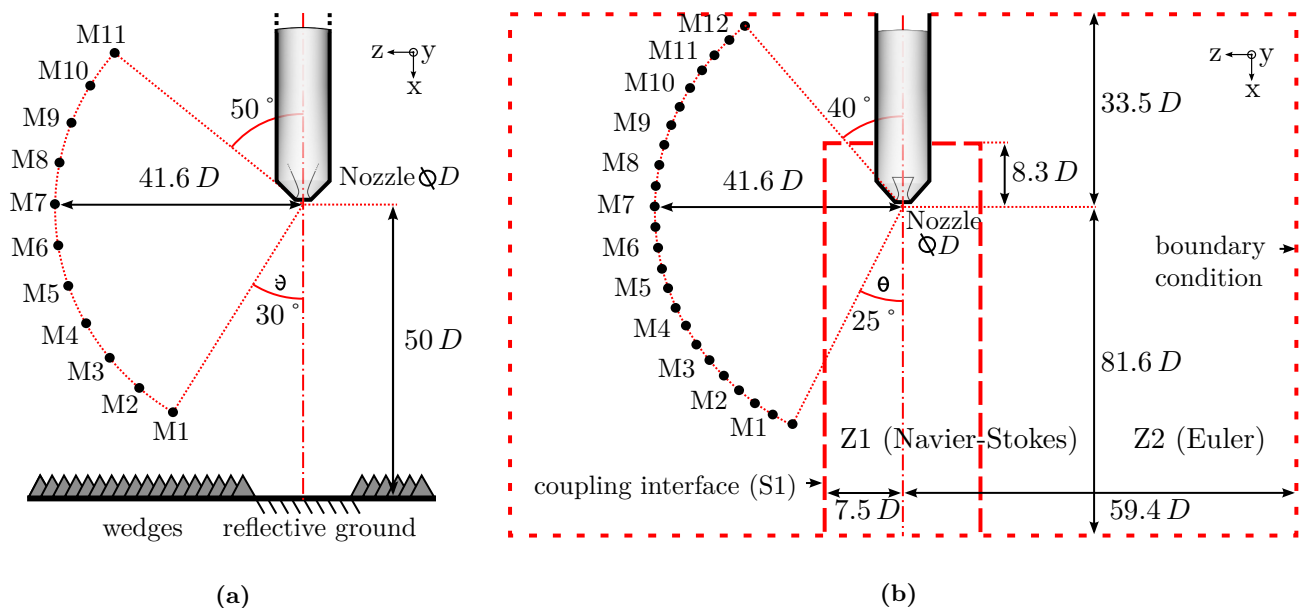
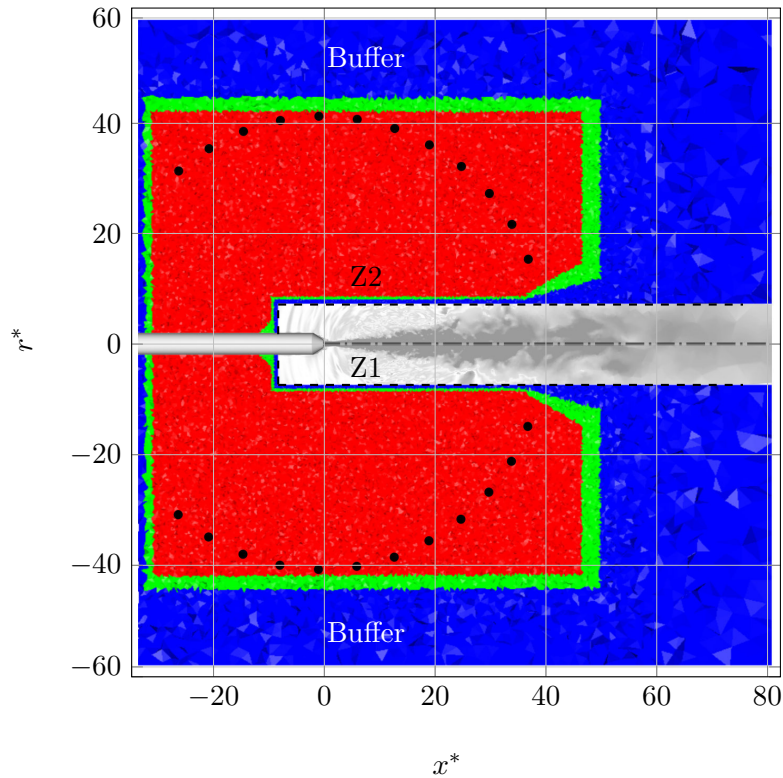


Figure 3.18: schémas (3.18a) de la configuration expérimentale et (3.18b) du domaine de calcul.



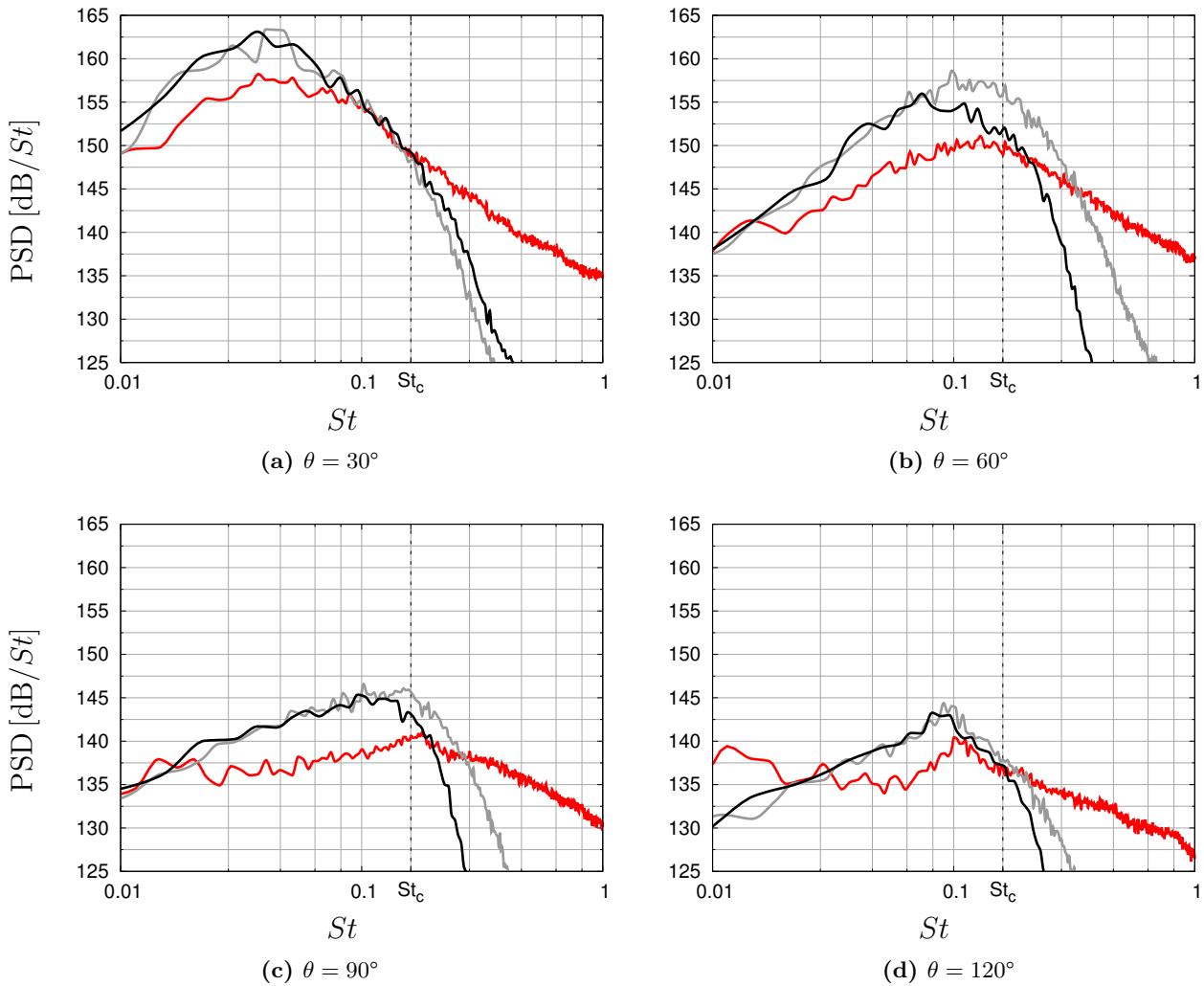
**Figure 3.19:** coupe du mappage d'ordre élevé local. ▲ : ordre 2 ; ▲ : ordre 3 ; ▲ : ordre 4 ; - - - : interface de couplage S1 ; ● : capteurs numériques aux positions radiales des microphones expérimentaux.

comporte  $25 \times 10^6$  tétraèdres et la fréquence de coupure globale du calcul est estimée à  $St_c = f_c D / u_j = 0.15$ . Les ordres élevés locaux sont attribués par cylindres concentriques tels qu'illustré en figure 3.19 en se basant sur la méthode établie en section 3.1.2.2. Les zones tampons d'ordre 2 permettent de dissiper au maximum les ondes avant qu'elles n'atteignent la frontière du domaine, à l'instar du déaffinement du maillage. Le calcul CEDRE-SPACE est effectué sur 480 cœurs du calculateur scalaire STELVIO, où 400 cœurs sont alloués au sous-domaine Navier-Stokes et 80 au sous-domaine Euler, pour un coût total de 550 000 h CPU. Un temps physique total de  $2500 D / u_j$  est simulé, dont  $1880 D / u_j$  en régime établi exploitable.

### 3.3.2.3 Champ acoustique

Le champ aérodynamique du jet est logiquement similaire à celui présenté par Troyes *et al.* [201] et est décrit en détail en référence [0]. La plupart des résultats aérodynamiques sont également reportés dans le chapitre 4 pour comparaison et ne sont donc pas rappelés ici. Le comportement à l'interface de couplage est nominal. Au-delà, le champ acoustique présente les caractéristiques attendues pour un jet supersonique chaud, cf. section 1.1.3, à savoir du bruit large bande dominé à l'aval par des ondes de Mach et à l'amont par du bruit de choc.

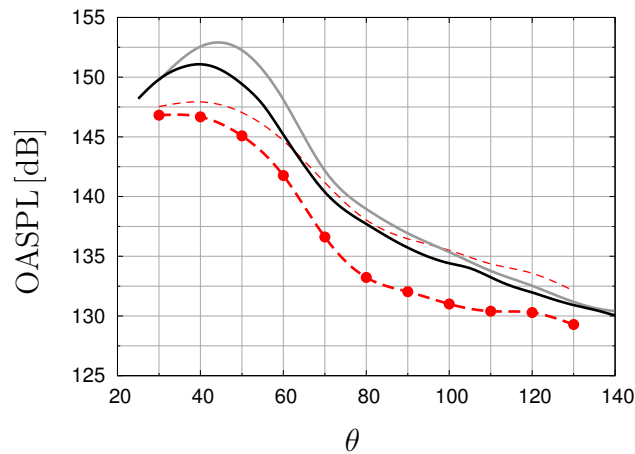
Les densités spectrales de puissance (PSD) des signaux de pression acquis par les capteurs numériques aux quatre angles  $\theta \in [30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ]$  sont données en figure 3.20. Elles sont comparées à celles obtenues à partir des mesures expérimentales et du calcul NS-FWH avec intégration sur la surface S1. La méthode de Welch est appliquée avec 300 moyennes pour les signaux expérimentaux et 10



**Figure 3.20:** PSD des signaux de pression aux angles (3.20a)  $\theta = 30^\circ$ , (3.20b)  $\theta = 60^\circ$ , (3.20c)  $\theta = 90^\circ$  et (3.20d)  $\theta = 120^\circ$ . — : données expérimentales avec  $\Delta St = 1.3 \times 10^{-3}$ ; — : simulation NS-FWH avec  $\Delta St = 1.8 \times 10^{-3}$ ; — : simulation NS-Euler avec  $\Delta St = 3.7 \times 10^{-3}$ ; --- : fréquence de coupure théorique  $St_c = 0.15$ .

moyennes pour les signaux numériques, systématiquement à 50% de recouvrement, cf. section 2.4.1.2. La résolution fréquentielle  $\Delta St$  résultante est indiquée en légende. Globalement, les niveaux des moyennes fréquences sont surestimés par les simulations et ce à tous les angles. Les formes de spectre sont toutefois grossièrement en accord avec l'expérimental. On retrouve entre autres un dôme très large bande à forts niveaux dans les directions aval correspondant au rayonnement d'onde de Mach et une bosse plus localisée dans les directions amont typique du bruit de choc large bande (BBSAN) comme schématisé en figure 1.6. Les PSD des simulations à  $\theta = 30^\circ$  et  $\theta = 120^\circ$  sont très similaires, suggérant que l'apport de la méthodologie NS-Euler par rapport à l'approche NS-FWH est limité. Cependant, des écarts sont notés aux moyennes fréquences, particulièrement en  $\theta = 60^\circ$ . Étant donné les niveaux acoustiques dans cette direction, l'hypothèse d'une conséquence des phénomènes de propagation non-linéaire est avancée. Le transfert d'énergie des moyennes vers les hautes fréquences, *i.e.*  $St > St_c$ , pourrait expliquer les niveaux plus faibles des PSD obtenus dans la simulation NS-Euler.





**Figure 3.21:** OASPL des signaux de pression en fonction de la directivité  $\theta$  calculés par intégration des PSD sur la plage  $0.007 < St < 0.2$  (sauf ---). -●- : données expérimentales; --- : données expérimentales intégrées sur tout le spectre; — : simulation NS-FWH; — : simulation NS-Euler.

Les niveaux acoustiques OASPL en fonction de la directivité  $\theta$  sont tracés en figure 3.21. Ils sont estimés avec des valeurs  $p_{rms}$  calculées par intégration des PSD dans une plage de fréquences donnée afin de tenir compte de la coupure du spectre dans les simulations. Les niveaux sont ainsi comparables entre eux sans biais entre données expérimentales et numériques. Les niveaux expérimentaux réels sont également donnés à titre indicatif. Les écarts entre les méthodes corroborent les conclusions et hypothèses précédentes. Bien que les niveaux simulés soient tous surestimés de 2 à 5 dB par rapport à l'expérience, la méthodologie NS-Euler améliore la prévision de la directivité et des niveaux, essentiellement aux petits angles où ils sont les plus élevés. Le gain est ainsi de  $-2$  dB à  $\theta = 60^\circ$ . Aux grands angles, les deux approches numériques fournissent des résultats sensiblement plus proches à mesure que  $\theta$  augmente, que les niveaux diminuent et que les effets non-linéaires deviennent négligeables. La méthodologie par couplage NS-Euler, en plus de fournir des résultats acoustiques consistants en champ lointain, apporte donc une amélioration significative de la précision de la simulation numérique.

### 3.4 Conclusion

La méthodologie par couplage fort Navier-Stokes – Euler sur maillage non-structuré est évaluée dans ce chapitre. Le raisonnement vis-à-vis des problématiques d'effets d'installations et de propagation acoustique non-linéaire associés au bruit de jet supersonique a conduit au choix de cette approche à l'aide des codes CEDRE et SPACE. Un couplage fort entre les équations de Navier-Stokes et les équations d'Euler paraît en effet être le meilleur compromis, capable de prendre en compte tous ces effets dans la simulation à un coût de calcul non rédhibitoire. Le couplage CEDRE-SPACE est opéré à la surface frontière entre un sous-domaine Navier-Stokes et un sous-domaine Euler à tous les pas de temps. Les maillages  $y$  sont coïncidents pour limiter le phénomène d'aliasing. Une méthode d'adaptation locale des ordres est utilisée dans le sous-domaine Euler pour lisser la discontinuité de précision à l'interface et améliorer la robustesse.

Dans un premier temps, la méthodologie ainsi établie est validée sur des cas académiques. Le comportement correct en régime linéaire à 114 dB et non-linéaire à 174 dB est vérifié sur les cas de

sphère pulsante et de guide d'onde. En particulier, ce dernier permet de produire une propagation fortement non-linéaire se comparant très bien au modèle de Blackstock. La capacité du couplage à transmettre convenablement l'énergie acoustique et à propager les ondes de choc, à la fois dans les sens Navier-Stokes→Euler et Euler→Navier-Stokes, avec interface normale ou inclinée, est évaluée sur les cas de l'onde stationnaire en cavité et du tube à choc. Enfin, l'intensité du bruit parasite généré au passage d'une structure tourbillonnaire est quantifiée sur le cas du tourbillon isentropique convecté. Le rapport signal sur bruit se révèle tout à fait acceptable.

Dans un second temps, la démarche de validation est renforcée avec deux applications sur des configurations plus réalistes. Un modèle de pas de tir fictif est construit. Un jet à  $u_j = 50$  m/s plus une composante acoustique équivalente à 160 dB et 500 Hz sont injectés dans un sous-domaine Navier-Stokes très restreint. Malgré l'écoulement hétérogène et les forts niveaux acoustiques à l'interface, la méthodologie s'avère robuste et fiable. En particulier, la sensibilité à la position de l'interface est étudiée, aboutissant à des variations marginales du champ de  $p_{rms}$ . Pour finir, un cas de jet libre supersonique à Mach 3.1, précédemment simulé par Troyes *et al.* [201] avec l'approche NS-FWH, est adapté puis reproduit avec le couplage NS-Euler. La simulation LES du jet et le champ aérodynamique résultant sont identiques à ceux des travaux précédents. Le champ acoustique, étudié par l'intermédiaire de capteurs numériques aux positions des mesures expérimentales correspondantes, est consistant avec le calcul NS-FWH et l'expérience malgré une surestimation des niveaux toujours importante. Le couplage donne toutefois des résultats sensiblement meilleurs en matière de directivité et de niveaux aux petits angles avec une réduction de la surestimation du bruit de 7 dB à 5 dB au pic d'intensité.

En conclusion, la méthodologie par couplage NS-Euler, établie dans ce chapitre, est considérée validée et suffisamment mature en vue d'applications à des configurations spatiales encore plus réalistes, en présence de carreaux notamment. Les écarts de niveau persistants mis en évidence dans le cas du jet libre ne peuvent cependant plus être attribués à l'approximation linéaire. C'est pourquoi ce cas est réétudié en profondeur dans le chapitre suivant avec une attention particulière portée sur la fidélité de la simulation LES.







# Application à une nouvelle simulation du bruit généré par le jet libre supersonique MARTEL

*“L’aéronautique n’a été ni une industrie ni une science. Ce fut un miracle.”*

Igor Sikorsky

Sur la base du cas applicatif de jet libre proposé au chapitre précédent, une nouvelle simulation par couplage fort Navier-Stokes – Euler et l’analyse du bruit rayonné par le jet libre supersonique à Mach 3.1 sont exposées dans ce chapitre central. Un maillage très raffiné est bâti et une méthode de déclenchement de la turbulence est utilisée pour obtenir un écoulement fortement perturbé au niveau des lèvres de la tuyère. La solution aérodynamique résultante est en accord avec le comportement attendu de la turbulence et les données expérimentales disponibles. En particulier, le développement de la couche de cisaillement du jet présente une amélioration significative par rapport aux simulations antérieures. Les niveaux acoustiques en champ lointain sont retrouvés à 1 dB près par rapport aux mesures à presque tous les angles d’observation. Une analyse approfondie des champs aérodynamiques et acoustiques, proches et lointains, est ensuite effectuée. Les conditions du jet étudié conduisent à un fort bruit de choc et à un important rayonnement d’ondes de Mach. Le contenu spatio-fréquentiel et azimutal des champs de vitesse et de pression proches puis du champ de pression lointain est décrit afin d’identifier les propriétés du bruit. Des effets de propagation non-linéaire sont enfin mis en évidence par des métriques spécifiques ce qui justifie l’utilisation du solveur acoustique non-linéaire.

## Sommaire

<b>4.1</b>	<b>Mise en place de la simulation du jet libre</b>	<b>96</b>
4.1.1	Rappels et présentation du cas	97
4.1.1.1	Banc MARTEL en configuration jet libre	97
4.1.1.2	Paramètres physiques et notations	97
4.1.1.3	Base de données expérimentale et numérique	97
4.1.1.4	Domaine, instrumentation et coût de la simulation	98

4.1.2	Définition du maillage . . . . .	100
4.1.2.1	Travaux antérieurs . . . . .	100
4.1.2.2	Amélioration du maillage . . . . .	100
4.1.3	Déclenchement de la turbulence . . . . .	102
4.1.3.1	Stratégie de déclenchement . . . . .	102
4.1.3.2	Étude paramétrique . . . . .	103
4.1.3.3	Écoulement en paroi de tuyère . . . . .	105
<b>4.2</b>	<b>Validation de la simulation à l'aide des mesures expérimentales . . . . .</b>	<b>109</b>
4.2.1	Champ aérodynamique . . . . .	110
4.2.1.1	Visualisation de champs instantanés et moyens . . . . .	110
4.2.1.2	Structure du jet et écoulement secondaire moyen . . . . .	111
4.2.1.3	Profils sur l'axe du jet . . . . .	112
4.2.1.4	Développement de la couche de cisaillement . . . . .	114
4.2.2	Champ acoustique . . . . .	118
4.2.2.1	Visualisation de champs instantanés . . . . .	118
4.2.2.2	Niveaux acoustiques intégrés . . . . .	119
4.2.2.3	Densités spectrales de puissance . . . . .	121
<b>4.3</b>	<b>Exploitation de la simulation pour l'analyse du bruit rayonné . . . . .</b>	<b>122</b>
4.3.1	Sources de bruit en champ proche . . . . .	122
4.3.1.1	Ondes de Mach . . . . .	122
4.3.1.2	Bruit de choc large bande . . . . .	123
4.3.2	Caractérisation du champ proche . . . . .	124
4.3.2.1	Contenu spatio-fréquentiel des champs de vitesse et de pression . . . . .	124
4.3.2.2	Vitesse de propagation des structures aérodynamiques et acoustiques . . . . .	126
4.3.2.3	Contenu azimutal des champs de vitesse et de pression . . . . .	128
4.3.2.4	Analyse par filtrage de champ . . . . .	130
4.3.3	Caractérisation du champ lointain . . . . .	133
4.3.3.1	Contenu spatio-fréquentiel du champ de pression . . . . .	133
4.3.3.2	Contenu azimutal du champ de pression . . . . .	135
4.3.3.3	Analyse par filtrage de champ . . . . .	136
4.3.4	Effets non-linéaires . . . . .	137
4.3.4.1	Mécanismes en champ proche et effets cumulatifs . . . . .	137
4.3.4.2	Métriques de quantification des effets non-linéaires . . . . .	138
4.3.4.3	Discussion sur la méthode . . . . .	140
<b>4.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>143</b>

## 4.1 Mise en place de la simulation du jet libre

Le cas du jet libre supersonique MARTEL est étudié de nouveau. Une simulation est mise en place dans l'objectif de pallier les problèmes identifiés lors des calculs précédents, en particulier le déficit de fluctuations turbulentes dans la couche de cisaillement du jet et la surestimation du bruit. Des améliorations sont ainsi apportées au domaine de calcul et au maillage. En parallèle, une méthode de déclenchement géométrique de la turbulence est implémentée dans la tuyère puis évaluée. La mise en place de ce calcul et son exploitation font par ailleurs l'objet de l'article publié dans *Physics of Fluids*.



## 4.1.1 Rappels et présentation du cas

### 4.1.1.1 Banc MARTEL en configuration jet libre

On rappelle que le cas de jet libre supersonique à Mach 3.1 correspond à une configuration expérimentale à la même échelle du banc semi-anéchoïque MARTEL, schématisée en figure 4.1a. Ce banc d'essai vise à étudier le bruit de jet supersonique, libre ou en interaction, par exemple impactant une plaque ou guidé en carneau, dans les conditions proches du décollage d'un lanceur à l'aide d'un propulseur à échelle réduite, soit environ  $1/40^{\text{ème}}$  basé sur les moteurs à propergol solide d'Ariane 5. La combustion hydrogène-air dans la chambre peut fournir des conditions génératrices dans la plage  $p_i = 25 - 30 \times 10^5$  Pa et  $T_i = 500 - 2100$  K. Les gaz brûlés sont ensuite détendus dans une tuyère convergente-divergente de diamètre de sortie  $40 \text{ mm} < D \leq 60 \text{ mm}$ . La vitesse d'éjection maximale se situe autour de  $1800 \text{ m/s}$  en condition sur-détendue à  $M > 3$  [59, 211]. On estime par ailleurs que la fréquence de coupure des dispositifs d'absorption acoustique, c'est-à-dire les dièdres représentés en figure 4.1a, vaut environ  $200 \text{ Hz}$  soit  $St_{min} \simeq 7 \times 10^{-3}$ . *A priori*, les dièdres isolent les microphones en champ lointain des ondes réfléchies sur le sol et les réflexions sur la zone non couverte à l'aplomb du moteur ne contribuent pas aux signaux.

### 4.1.1.2 Paramètres physiques et notations

Le point de fonctionnement MARTEL et les paramètres choisis pour la simulation, identiques à ceux utilisés précédemment, cf. cas de validation en section 3.3.2, sont maintenant rappelés. Le fluide considéré est entièrement composé d'un gaz brûlé équivalent issu d'une combustion  $\text{H}_2 + \text{air}$ . Le rapport des chaleurs spécifiques du gaz vaut  $\gamma = 1.3$  et sa masse molaire  $25.98 \text{ g.mol}^{-1}$ . Les conditions génératrices sont  $p_i = 30 \times 10^5$  Pa pour la pression d'arrêt et  $T_i = 1900$  K pour la température d'arrêt ce qui correspond à la pression et à la température dans la chambre de combustion lors de l'expérience. Le gaz est ensuite accéléré dans une tuyère convergente-divergente de diamètre de sortie  $D = 60 \text{ mm}$ . Dans la simulation, le jet sur-détendu est éjecté en sortie à la vitesse  $u_j = 1740 \text{ m/s}$ , aux conditions de pression et température  $p_j/p_\infty = 0.6$  et  $T_j/T_\infty = 2.6$ , à nombre de Mach  $M_j = 3.1$  et à nombre de Reynolds  $Re_j = 3 \times 10^5$ . Le nombre de Mach adapté équivalent vaut  $M_d = 2.8$ . Le milieu ambiant est composé d'air aux conditions  $T_\infty = 293.15 \text{ K}$ ,  $p_\infty = 1 \times 10^5$  Pa et  $\gamma = 1.4$ . Ces paramètres sont reportés dans le tableau 4.1 pour comparaison avec des études numériques proches, existantes dans la littérature. On note que par la suite, pour simplifier la lecture des résultats, certaines longueurs notées avec l'exposant \* sont adimensionnées par le diamètre du jet dans le plan de sortie tuyère  $D_j$ . Les grandeurs de pression en échelle logarithmique sont calculées avec la référence  $p_{ref} = 2 \times 10^{-5} \text{ SI}$  et les valeurs sont données en niveau réel. Une valeur de référence identique est choisie pour les spectres de vitesse.

### 4.1.1.3 Base de données expérimentale et numérique

Les nombreuses campagnes d'essais sur le banc MARTEL à divers points de fonctionnement ont produit une large base de données qui a d'abord été utilisée pour la qualification acoustique des lanceurs européens [50, 59] et pour l'évaluation des modèles semi-empiriques [58, 210] puis plus tard pour la validation de simulations LES [200]. Des mesures par vélocimétrie Doppler laser, ou LDV, en champ

référence	année	$M_j$	$M_d$	$p_i/p_\infty$	$p_j/p_\infty$	$T_i/T_\infty$	$T_j/T_\infty$	$Re_D \times 10^{-6}$	type	$D$ [mm]
de Cacqueray [26]	2014	3.3	2.8	28.6	0.5	3.9	1.2	0.1	libre	3.2
Dargaud [35]	2013	3.2	-	39.1	0.6	9.9	4.5	0.5	libre	-
Langenais [0]	2017	3.1	2.8	30.0	0.6	6.5	2.6	0.3	libre	60.0
Troyes [201]	2016	3.1	2.8	30.0	0.6	6.5	2.8	0.3	libre	60.0
présent cas	2018	3.1	2.8	30.0	0.6	6.5	2.6	0.3	libre	60.0

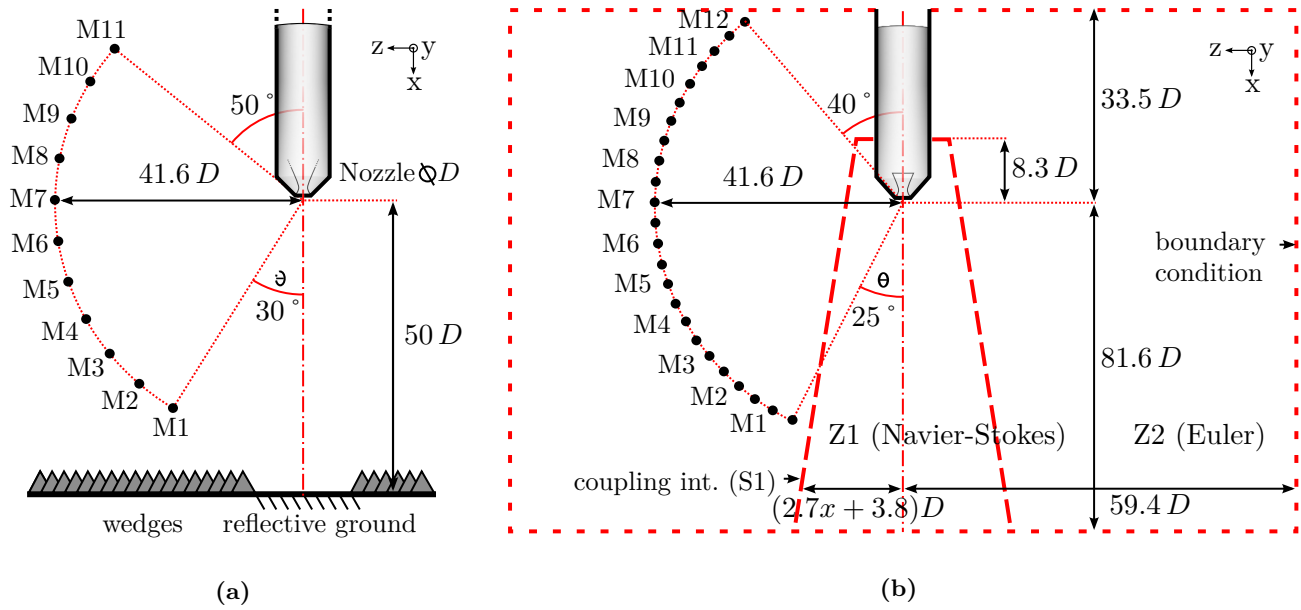
**Table 4.1:** extrait complété du tableau 1.2 et conditions du présent cas de jet libre MARTEL.

proche et les mesures acoustiques en champ lointain ont été effectuées comme décrit par Robin [180]. La LDV est mono-point à deux composantes. Les mesures disponibles comprennent les profils axiaux et radiaux des vitesses axiale moyenne  $\bar{u}_x$  et radiale moyenne  $\bar{u}_r$ , des valeurs RMS des fluctuations de vitesse axiale  $u'_x$  et radiale  $u'_r$ , et la skewness  $Sk(u_x)$  et le kurtosis  $Kt(u_x)$  de la vitesse axiale sur l'axe du jet. Les profils axiaux sont mesurés le long de l'axe du jet dans la plage  $0 \leq x^* \leq 9.75$  et les profils radiaux le long de quatre rayons positionnés en  $x^* \in [1, 3, 3.67, 6]$  dans la plage  $0 \leq r^* \leq 0.8$ . Un arc de microphone d'un rayon de  $41.6 D$ , centré sur le point d'intersection de l'axe du jet avec le plan de sortie tuyère, fournit les mesures acoustiques du champ lointain. Les microphones sont espacés d'un pas d'angle d'observation de  $\Delta\theta = 10^\circ$ . Leur bande passante vaut 50 kHz. Pour souligner la valeur de ce jeu de données, il convient d'ajouter que de telles études expérimentales traitant d'un jet supersonique libre chaud sur-détendu à un nombre de Mach proche de 3 sont assez rares dans la littérature. Mentionnons néanmoins les travaux de Mayes *et al.* [132], Fukuda *et al.* [53] et Horne *et al.* [87], cf. tableau 1.1. Toutefois, ces études s'intéressent à des moteurs fusées à plus grande échelle et de forte puissance ce qui limite les possibilités de mesure en champ proche.

Outre la simulation réalisée par Troyes *et al.* [201] et celle présentée au chapitre précédent [0] en section 3.3.2, on se comparera également aux études numériques de Cacqueray *et al.* [26] et Dargaud [35] dont les nombres de Reynolds caractéristiques et les conditions de pression, température et nombre de Mach sont proches de ceux en présence comme rapporté dans le tableau 4.1. Dans la suite de ce chapitre, ces quatre études seront désignées par les références Dargaud 2013 [35], de Cacqueray 2014 [26], Troyes 2016 [201] et Langenais 2017 [0].

#### 4.1.1.4 Domaine, instrumentation et coût de la simulation

Dans la présente étude numérique, le jet et le champ acoustique proche sont simulés en résolvant les équations de Navier-Stokes par LES avec le code CEDRE dans le sous-domaine conique Z1 tandis que le champ acoustique lointain est calculé en résolvant les équations d'Euler avec le code SPACE dans le sous-domaine cylindrique Z2 comme illustré en figure 4.1b. Les deux solveurs sont couplés au niveau de l'interface S1. L'origine du système de coordonnées est située au point d'intersection de l'axe du jet avec le plan de sortie tuyère. Par la suite, le système de coordonnées cylindriques  $(x, r, \Theta)$  centré sur l'axe du jet est utilisé par commodité. La chambre de combustion n'est pas modélisée dans le calcul. La tuyère convergente-divergente est par contre explicitement incluse dans le domaine de simulation. Le sol, partiellement recouvert de dièdres absorbants dans l'expérience, n'est pas modélisé dans le domaine de calcul qui s'étend sur  $33.5 D$  en amont,  $81.6 D$  en aval et  $59.4 D$  latéralement. Les frontières du



**Figure 4.1:** schémas (4.1a) de la configuration expérimentale et (4.1b) du domaine de calcul.

sous-domaine Z2 sont toutes fixées comme condition non-réfléchissante et la frontière aval du sous-domaine Z1 est fixée comme une condition de sortie subsonique à pression moyenne imposée  $\bar{p} = p_\infty$ . La principale nouveauté ici est la géométrie de l'interface de couplage. En se basant qualitativement sur une précédente solution numérique, le rayon de l'interface conique est choisi variable en fonction de la position axiale tel que  $r_{int} = (2.7x + 3.8)D$  afin d'accompagner l'expansion du jet. L'intérêt réside dans la minimisation du volume dédié à la LES, plus coûteuse et plus dissipative que le calcul de propagation acoustique à l'ordre élevé.

La simulation est assortie de nombreux capteurs numériques. Des antennes linéaires axiale et radiales sont disposées aux positions des mesures LDV réalisées au banc MARTEL, soit sur l'axe du jet et sur quatre rayons. Les antennes cylindriques A et B composées de 41 points dans la direction  $\vec{x}$  et 72 points en azimut sont placées dans le sous-domaine Navier-Stokes respectivement en  $r = 0.5D$ , autrement dit la *lipline*, et  $r = 2.5D$  le long du tronçon  $0 \leq x \leq 20D$ . Une troisième antenne numérique cylindrique C similaire est placée dans le sous-domaine Euler en  $r = 36D$  le long du tronçon  $-20D \leq x \leq 60D$  à des fins d'exploitation acoustique ultérieure. L'arc de microphones en champ lointain est transposé au calcul comme schématisé en figure 4.1b mais dans 8 directions azimutales, soit tous les  $\Delta\theta = 45^\circ$ . La solution acoustique est également stockée sur un maillage surfacique non-structuré cylindrique de dimensions  $r = 11.2D$  et  $-33.3D < x < 66.7D$  dans l'objectif de procéder *a posteriori* à un calcul Ffowcs Williams & Hawkins. Cette surface d'intégration est notée I2. Enfin, les champs aérodynamiques et acoustiques instantanés sont stockés pour toute la durée du calcul à la cadence  $\Delta t = 8 \times 10^{-6}$  s sur deux plans longitudinaux  $\vec{x}\vec{r}$  en  $\Theta \in [0^\circ, 45^\circ]$  et sur trois plans transversaux  $\vec{r}\vec{\Theta}$  en  $x \in [-30D, 10D, 30D]$ . Les champs moyens sont sauvés sur ces mêmes plans. La solution volumique instantanée n'est stockée qu'une seule fois en fin de calcul.

Les paramètres numériques de la simulation LES du jet dans le sous-domaine Z1 sont ceux indiqués en section 2.1.2.4. Le maillage comporte au total  $290 \times 10^6$  cellules. Les caractéristiques du maillage sont détaillées en section 4.1.2.2. Le calcul CEDRE-SPACE transitoire est effectué dans un premier

temps sur 5796 cœurs du calculateur scalaire SATOR, où 5068 cœurs sont alloués au sous-domaine Navier-Stokes et 728 au sous-domaine Euler. Dans un second temps, le calcul CEDRE-SPACE établi est effectué sur 1736 cœurs, où 1512 cœurs sont alloués au sous-domaine Navier-Stokes et 224 au sous-domaine Euler. Le coût total est estimé à 4 500 000 h CPU. Un temps physique total de  $1180 D/u_j$  est simulé, dont  $650 D/u_j = 130 D/c_\infty$  en régime établi exploitable. Remarquons que, malgré un coût global de plus de 8 fois celui de la précédente simulation, la durée de signal est inférieure à cause d'un pas de temps plus faible imposé par les conditions CFL dans les petites cellules du nouveau maillage. La durée exploitable est comparable à celle de simulations de la littérature [24, 26] mais reste limitée en matière de convergence temporelle aux basses fréquences. La fréquence minimum accessible vaut en théorie  $St_{min} = 1.5 \times 10^{-3}$  mais en pratique, il est préférable de considérer au moins cinq périodes de signal à la plus basse fréquence, ce qui donne finalement  $St_{min} = 8 \times 10^{-3}$  soit une valeur légèrement plus restrictive que la fréquence de coupure expérimentale.

## 4.1.2 Définition du maillage

### 4.1.2.1 Travaux antérieurs

Les calculs de jet supersonique instationnaire ont commencé à l'ONERA par la simulation d'un jet chaud à  $M = 2$  proposé par Seiner *et al.* [188] sur des maillages structurés de quelques millions de cellules [15, 124, 215]. La progression vers des géométries plus complexes et des maillages entièrement non-structurés a d'abord consisté en des maillages localement structurés [89, 125], puis entièrement non-structurés de dizaines de millions de cellules [37]. Cette transition a été permise par les avancées en matière de méthodes numériques dans CEDRE [77]. Par la suite, la tuyère supersonique issue du banc MARTEL a servi de base à un ensemble de calculs LES avec le code CEDRE visant à estimer le champ acoustique lointain. Troyes *et al.* ont simulé des jets correspondant à des essais MARTEL en configuration libre [201] et impactant une plaque plane inclinée [200]. La propagation acoustique en champ lointain a été réalisée par la méthode Ffowcs Williams & Hawkins avec le code KIM. Les effets de maillage ont été étudiés dans les deux cas, comparant des calculs avec  $7 \times 10^6$  contre  $62 \times 10^6$  cellules dans le cas du jet libre et  $14 \times 10^6$  contre  $30 \times 10^6$  dans le cas du jet impactant. Le raffinement sur l'axe du jet a été trouvé essentiel pour la bonne capture des cellules de choc. En accord avec la littérature, il a aussi été montré que la résolution azimutale du maillage au niveau des lèvres de la tuyère joue un rôle prépondérant dans le développement initial de la couche de cisaillement. Un raffinement insuffisant favorise l'état laminaire en sortie de tuyère et contribue à la surestimation globale du bruit. Sur le cas du jet libre, des niveaux de fluctuation de vitesse plus élevés dans la couche de cisaillement, des niveaux acoustiques plus faibles aux angles en aval et des niveaux plus élevés en amont ont ainsi été obtenus avec le maillage le plus raffiné, en meilleur accord avec l'expérience. Finalement, ce maillage a été réutilisé pour la première simulation du cas de jet libre par couplage CEDRE-SPACE [0] comme décrit succinctement au chapitre précédent en section 3.3.2.

### 4.1.2.2 Amélioration du maillage

Le présent maillage, généré avec le logiciel Centaur<sup>TM</sup>, est entièrement non-structuré et se compose principalement de tétraèdres. Il comporte au total  $290 \times 10^6$  cellules, dont  $235 \times 10^6$  dans le sous-domaine Navier-Stokes et  $55 \times 10^6$  dans le sous-domaine Euler soit respectivement des facteurs quatre



zone position axiale	marche tuyère $-1.37 D$	col tuyère $-1.16 D$	divergent tuyère $-0.17 D$	lèvre tuyère $-0.00 D$
$\Delta x \times 10^3 / D$	1.2	1.0	1.7	1.5
$r \Delta \theta \times 10^3 / D$	1.3	1.0	2.2	2.4
$\Delta r \times 10^3 / D$	1.0	0.6	1.4	1.4
$d_{cell} \times 10^3 / D$	1.2	0.8	1.7	1.7

(a)

zone position axiale	lèvre tuyère $+0.00 D$	couche de cis. $+1.00 D$	axe du jet $+0.00 D$ $+1.33 D$		acou. Z1 -	acou. Z2 -
$a \times 10^3 / D$	1.7	6.7	13.3	11.7	66.7	367.0
$d_{cell} \times 10^3 / D$	0.7	2.7	5.4	4.8	27.2	150.0

(b)

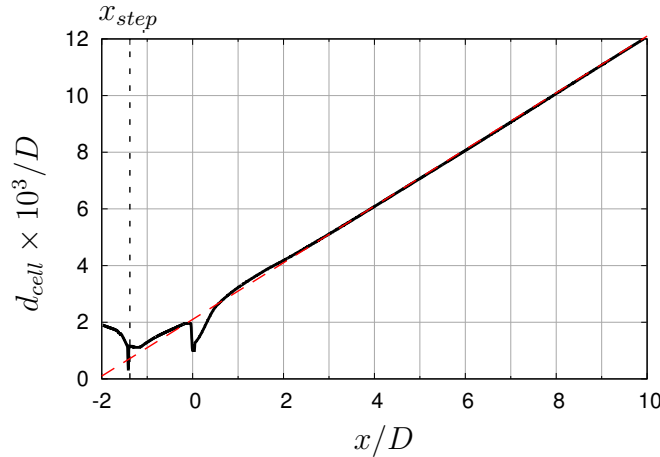
**Table 4.2:** dimensions caractéristiques à des points clés (4.2a) des hexaèdres dans la tuyère et (4.2b) des tétraèdres dans le jet et le champ acoustique.

et deux par rapport à la précédente simulation [0]. Le maillage du sous-domaine Euler donne  $1.01 \times 10^9$  degrés de liberté, qui correspondent aux points de Gauss de la méthode Galerkin discontinue, à l'ordre élevé 2 à 4 localement. L'effort de raffinement se concentre sur la paroi de la tuyère, les lèvres, la couche de cisaillement et l'axe du jet dans la région des deux premières cellules de choc. Le corps du moteur et la paroi de la tuyère sont recouverts d'une douzaine de couches d'hexaèdres. Les tailles caractéristiques des cellules sont indiquées à des points clés dans le tableau 4.2 en matière de dimensions caractéristiques axiales, azimutales et radiales pour les hexaèdres et d'arête caractéristique pour les tétraèdres. Le diamètre de cellule équivalent  $d_{cell}$ , choisi comme taille caractéristique  $\Delta$ , cf. équations (2.4) et (2.5), est défini par

$$d_{cell} = \Delta = \frac{6V}{A} \simeq \left(\sqrt{6}/6\right) a \quad (4.1)$$

où  $A$  est l'aire de la surface totale de la cellule,  $V$  son volume et  $a$  l'arête dans le cas d'un tétraèdre. Notons que  $d_{cell}$  est strictement égal à  $(\sqrt{6}/6)a$  seulement si le tétraèdre est régulier. Les valeurs du tableau 4.2 indiquent que les couches d'hexaèdres dans la tuyère sont fortement raffinées, entre autres au niveau du col. Elles ne le sont pourtant pas assez pour résoudre totalement la couche limite, soit  $y^+ \simeq 12$  au col et  $y^+ \simeq 10$  proche des lèvres, mais suffisamment pour capter la sous-couche subsonique et convecter les fluctuations de vitesse introduites dans le cadre de la méthode de déclenchement de turbulence discutée en section suivante. Les dimensions des hexaèdres au niveau des lèvres de la tuyère fournissent une résolution azimutale d'environ  $2\pi/\Delta\theta \simeq 1300$  ce qui est près de trois fois mieux résolu que dans le maillage précédent. La variation axiale de  $d_{cell}$  à l'intérieur de la couche limite à la paroi de la tuyère et dans la couche de cisaillement le long d'une ligne axiale en  $r = 0.5 D$  est représentée en figure 4.2. La chute en  $x = 0 D$  s'explique par la transition entre les éléments hexaédriques et tétraédriques. En aval, l'étirement des tétraèdres est quasi linéaire avec un taux tendant vers  $d(d_{cell})/dx = 0.001$ , ce qui est inférieur de deux ordres de grandeur au taux d'étalement représentatif de la couche de cisaillement pour un tel jet [90]. Cela doit permettre un bon





**Figure 4.2:** diamètre de cellule caractéristique sans dimension  $d_{cell}$  dans la couche limite à la paroi de la tuyère ( $x < 0$ ) et dans la couche de cisaillement ( $x \geq 0$ ). — : maillage; --- : taux d'étirement asymptotique  $d(d_{cell})/dx = 0.001$ .

développement de la couche de cisaillement et une bonne résolution du spectre de la turbulence. La taille de cellule indiquée dans le tableau 4.2 pour le champ acoustique du sous-domaine Navier-Stokes est maintenue partout dans Z1 pour  $x \leq 20D$ . En aval, le maillage est lentement déaffiné, soit un doublement de la taille dans la plage  $20D < x < 42D$ . La taille de cellule indiquée pour le champ acoustique du sous-domaine Euler est maintenue partout dans Z2 jusqu'en  $x = -28D$  en amont,  $x = 42D$  en aval et  $r = 42D$  latéralement. Selon l'expression (4.1) et les valeurs de  $d_{cell}$  rapportées dans le tableau 4.2, la fréquence de coupure du champ acoustique Navier-Stokes résolu ( $x \leq 20D$ ) vaut  $St_c = 0.30$  en considérant PPW = 20, cf. section 2.1.2.4. La fréquence de coupure du champ acoustique Euler résolu vaut  $St_c = 0.22$  en considérant PPW = 5, cf. section 2.2.1.2, là où la fréquence de coupure du précédent calcul était de  $St_c = 0.15$  [0].

### 4.1.3 Déclenchement de la turbulence

#### 4.1.3.1 Stratégie de déclenchement

Les conditions initiales d'un jet en sortie de tuyère, en particulier le niveau de turbulence au niveau des lèvres, sont critiques pour effectuer des calculs LES haute fidélité [21, 25, 120, 123]. Il a été observé expérimentalement que l'augmentation du niveau initial de turbulence augmente l'épaisseur de la couche de cisaillement [121] et son taux d'étalement [90]. Une répercussion significative sur le bruit généré a également été mise en évidence. Long *et al.* [121] ont constaté expérimentalement que l'augmentation du niveau initial de turbulence conduit à une réduction du crackle et du bruit de choc, ce qui suggère une influence majeure des propriétés de la turbulence sur les mécanismes d'interaction entre les tourbillons et les chocs. Des tendances similaires ont été obtenues numériquement. Liu *et al.* [120] ont simulé des jets supersoniques sous-détendus incluant la tuyère dans le domaine de calcul, à quatre niveaux de turbulence initiale différents de 1.2% à 7% de la vitesse sur l'axe et ont également montré que l'épaisseur de la couche de cisaillement augmentait avec ce niveau. Les auteurs ont cependant conclu à un impact mineur sur les niveaux de bruit en champ acoustique lointain. Au contraire, le travail de Bogey et Bailly [21] sur un jet subsonique a démontré une réduction importante de la

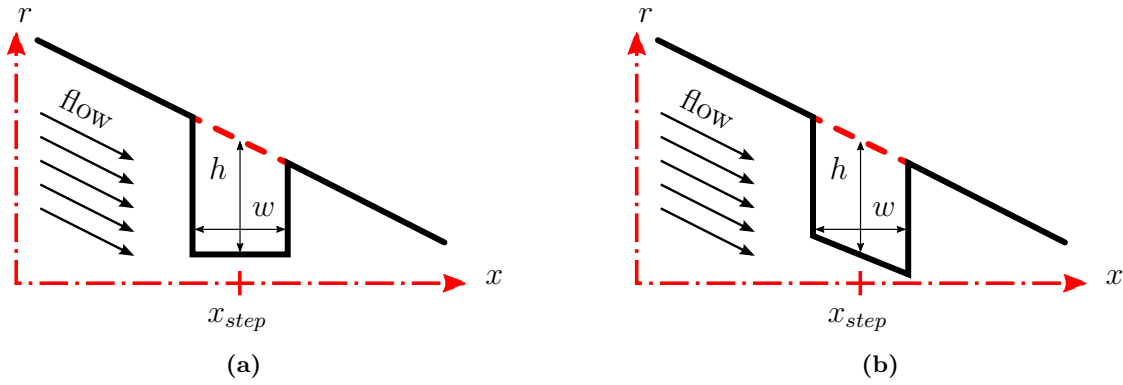
surestimation du bruit lorsque le niveau initial de turbulence augmentait de 0% à 12%. Ajoutons que dans cette étude, les principaux effets apparaissent en passant de 0% à 3% ce qui a été attribué à un affaiblissement important du phénomène d'appariement tourbillonnaire dans la couche de cisaillement. Un manque majeur de fluctuations turbulentes en sortie de tuyère comparées aux niveaux expérimentaux a justement été mis en évidence dans les simulations précédentes du cas de jet libre [0, 201]. En résulte une transition laminaire-turbulent trop rapide, un appariement tourbillonnaire trop intense et une surestimation significative du bruit aux fréquences moyennes comme souligné en section 3.3.2.3 par la figure 3.20.

Par conséquent, de nombreux calculs LES utilisent une méthode de déclenchement pour forcer la transition vers la turbulence. Cela consiste généralement en une injection de perturbations artificielles, comme la méthode de la turbulence synthétique implémentée par Bogey *et al.* [20, 21], Uzun [209] et Brès *et al.* [25] par exemple, ou un forçage géométrique en amont du plan de sortie tuyère, tel que décrit par Liu *et al.* [118, 120], Lorteau *et al.* [123] ou Brès *et al.* [24]. La méthode des perturbations artificielles n'implique pas de contrainte de maillage, permet de contrôler finement les niveaux injectés mais peut introduire du bruit parasite. D'un autre côté, le déclenchement géométrique génère une turbulence plus physique mais nécessite la présence de la tuyère dans le domaine de calcul et un maillage suffisamment raffiné à la paroi pour éviter que les fluctuations ne soient amorties avant d'atteindre le plan de sortie. La seconde méthode semble *a priori* plus coûteuse mais le raffinement du maillage reste dans tous les cas un prérequis indispensable pour simuler avec précision un jet supersonique par LES [123]. Dans la situation récemment étudiée par Brès *et al.* [25] où le déclenchement est opéré en amont de la sortie tuyère par la méthode de la turbulence synthétique, les auteurs concluent même que le raffinement à la paroi reste le facteur de précision prépondérant.

La stratégie de déclenchement de la turbulence retenue dans ce manuscrit consiste en un forçage géométrique tel que parfois mis en œuvre dans la littérature. Liu *et al.* [118] ont ajouté une surface rugueuse en dents de scie dans le convergent d'une tuyère supersonique. La hauteur des aspérités est de 1% du diamètre de la tuyère et permet une augmentation du niveau de turbulence de 5% au niveau des lèvres. Sur l'exemple de Fosso-Pouangué *et al.* [49], Lorteau *et al.* [123] ont utilisé une marche de section rectangulaire dans une tuyère subsonique convergente. La hauteur de l'obstacle est de 0.5% du diamètre de la tuyère et la marche est axisymétrique pour éviter l'excitation de modes azimutaux parasites. La géométrie de l'obstacle dans le présent travail est principalement inspirée des travaux de Lorteau *et al.* [122, 123]. Une marche axisymétrique est ajoutée à la paroi de la tuyère à une position axiale  $x_{step}$ . Une étude paramétrique présentée en section 4.1.3.2 est tout d'abord effectuée pour optimiser l'effet de déclenchement de la turbulence. L'écoulement résultant en proche paroi dans la tuyère est ensuite décrit en section 4.1.3.3 dans le cas du calcul complet.

#### 4.1.3.2 Étude paramétrique

L'étude paramétrique est réalisée en faisant varier les principales caractéristiques de la marche, *i.e.* la position axiale  $x_{step}$ , la hauteur  $h$  et la pente du bord supérieur comme schématisé en figure 4.3. Cinq configurations sont étudiées et les paramètres correspondants sont donnés dans le tableau 4.3. Les marches A, B et C sont situées dans le convergent ( $x_{step} < x_{throat}$ ), la marche D est située dans le divergent ( $x_{step} > x_{throat}$ ) et une configuration sans marche est utilisée comme référence. La géométrie de la tuyère et les conditions génératrices sont les mêmes que pour le cas complet. Le



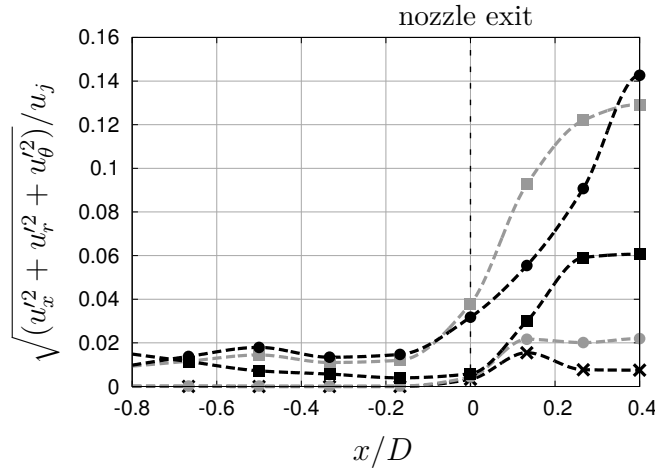
**Figure 4.3:** schémas des configurations de marche évaluées dans l'étude paramétrique avec pente (4.3a) parallèle à l'axe  $\vec{x}$  et (4.3b) parallèle à la paroi.

domaine en aval de la tuyère est cependant grandement réduit et déraffiné pour diminuer le coût de calcul. La pression ambiante est légèrement réduite par rapport au paramètre nominal  $p_\infty$  pour éviter tout phénomène de décollement de l'écoulement à la paroi proche des lèvres, ce qui peut survenir en condition sur-détendue. Les caractéristiques du maillage de la tuyère sont identiques à celles du cas complet fournies dans le tableau 4.2a, et ce dans toutes les configurations, afin de quantifier les effets de déclenchement indépendamment du raffinement du maillage. Seul le maillage à proximité directe de la marche, lorsqu'elle existe, varie selon la configuration. Le voisinage de la marche est discrétisé avec des tétraèdres reliés aux couches d'hexaèdres en paroi, ce qui explique la chute brutale de taille en  $x = x_{step}$  sur la figure 4.2. De plus, une attention particulière est portée au raffinement des tétraèdres dans le sillage du bord supérieur de la marche d'où la pénalité importante en matière de nombre de cellules rapportées dans le tableau 4.3, fortement variable selon la configuration.

Chaque configuration est simulée à partir d'un même état initial au repos jusqu'à l'établissement de l'écoulement dans la tuyère et jusqu'à  $x = 1D$  en aval. Les fluctuations de vitesse normalisées par la vitesse d'éjection du jet  $\sqrt{(u'_x)^2 + u'_r{}^2 + u'_\Theta{}^2}/u_j$  sont ensuite mesurées le long de la paroi et dans la couche de cisaillement initiale proche des lèvres comme tracé en figure 4.4. La hauteur de la marche semble avoir l'impact le plus important. La marche A avec  $h/D = 0.6\%$  fournit des niveaux de fluctuation similaires à ceux de la configuration sans marche, *i.e.* moins de 0.5% aux lèvres de la tuyère, tandis que les marches B et C avec  $h/D = 1\%$  atteignent plus de 3%. La pente du bord supérieur modifie la topologie du sillage, mais semble avoir une influence limitée sur les niveaux dans la tuyère. On note cependant que le développement en aval est légèrement modifié. La marche D produit des niveaux de fluctuation plus élevés que la référence, mais cette configuration illustre et confirme

marche	zone	$x_{step}/D$	$h/D$	$w/D$	pente	nombre de cellules
$\emptyset$	-	-	0.0	0.0	-	$29.4 \times 10^6$
A	convergent	-1.38	0.006	0.007	parallèle à la paroi	$37.9 \times 10^6$
B	convergent	-1.38	0.010	0.007	parallèle à la paroi	$40.7 \times 10^6$
C	convergent	-1.38	0.010	0.007	parallèle à l'axe $\vec{x}$	$42.2 \times 10^6$
D	divergent	-1.08	0.006	0.006	parallèle à l'axe $\vec{x}$	$47.9 \times 10^6$

**Table 4.3:** jeu de paramètres de la marche évaluées dans l'étude paramétrique pour l'optimisation du déclenchement de la turbulence.



**Figure 4.4:** intensité des fluctuations de vitesse dans la couche limite à la paroi de la tuyère et dans la couche de cisaillement initiale du jet libre. --X-- : sans marche ; --●-- : marche A ; --■-- : marche B ; --●-- : marche C ; --■-- : marche D.

la difficulté de placer le dispositif de déclenchement dans le divergent d'une tuyère supersonique. La marche perturbe fortement l'ensemble de l'écoulement aval en raison des chocs supplémentaires attachés à l'excroissance puis réfléchis, formant un réseau de chocs secondaire qui n'est pas observé dans l'expérience. En outre, le sillage est plus délicat à capturer et plus coûteux en cellules pour une efficacité *in fine* moindre que les marches B ou C. Sur la base de ces résultats, on choisit d'implémenter la marche C dans le calcul complet car elle conduit aux niveaux de fluctuation les plus élevés.

#### 4.1.3.3 Écoulement en paroi de tuyère

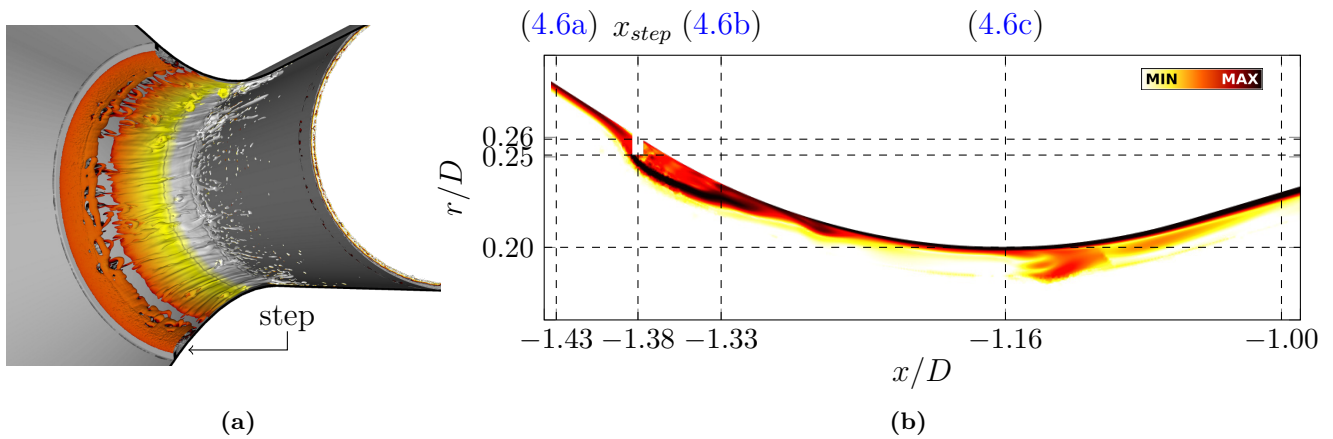
Les figures 4.5 et 4.6 présentent les champs instantanés de critère Q et de la magnitude de la vorticité  $\omega$  dans la tuyère pour le calcul du cas complet. Ces deux grandeurs sont définies telles que

$$Q = \frac{1}{2} \left[ (\text{tr} \vec{\nabla} \vec{u})^2 - \text{tr}(\vec{\nabla} \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}) \right] \quad (4.2)$$

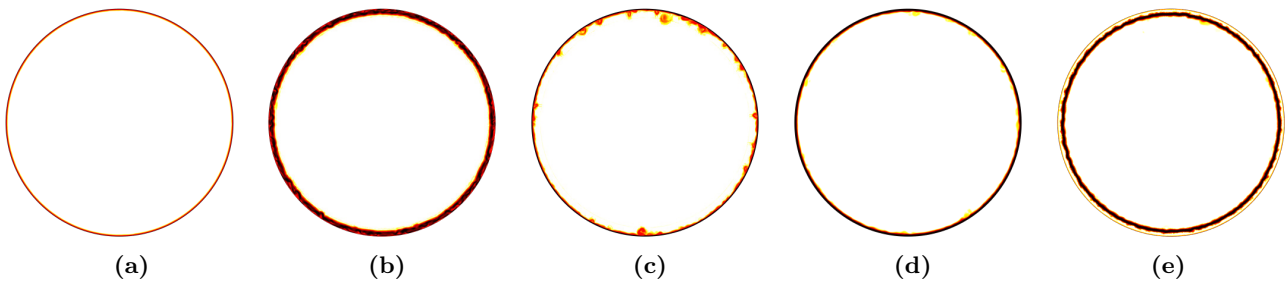
et

$$\omega = \left\| \vec{\nabla} \wedge \vec{u} \right\| \quad (4.3)$$

L'effet de la marche C est clairement visible. Un écoulement décollé sur une longueur  $\simeq 4h$  et de multiples zones de recirculation sont induits au-dessus et immédiatement en aval de la marche. Les recirculations se traduisent par des vitesses négatives sur les profils de vitesse moyenne donnés en figure 4.7a. Les champs de vorticité indiquent que des structures tourbillonnaires sont générées et convectées en aval à l'intérieur de la couche limite. Les fluctuations de vitesse axiale associées atteignent d'importants niveaux RMS jusqu'à plus de 15% de la vitesse moyenne sur l'axe comme tracé en figure 4.7b. Notons que ces figures illustrent également la forte discrétisation du maillage près de la paroi qui permet de capter ces phénomènes. La densité spectrale de puissance des fluctuations de vitesse immédiatement en aval de la marche (non tracée) est large bande centrée sur la fréquence  $St_{step} = fh/u_0$ .  $\simeq 0.01$ , où  $u_0$  est la vitesse moyenne en dehors de la couche limite immédiatement au-dessus de la marche. Plus en aval, les structures tourbillonnaires produites sont fortement étirées



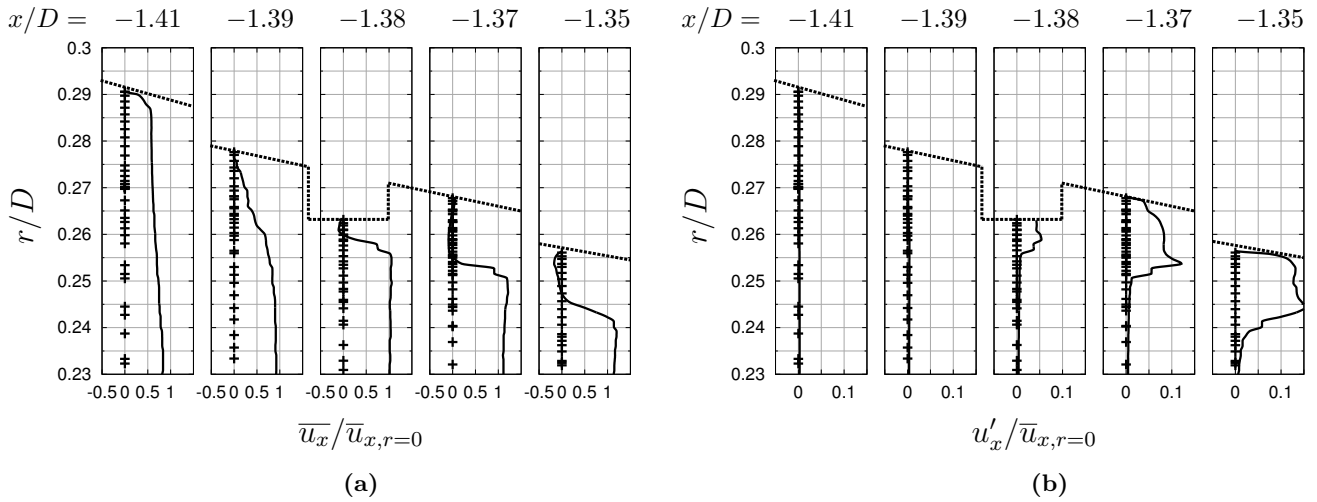
**Figure 4.5:** visualisation instantanée (4.5a) de l'iso-critère  $Q = 3 \times 10^9$  coloré par la magnitude de la vitesse (MIN MAX) et (4.5b) d'une coupe transversale de la magnitude de la vorticité au voisinage de la marche.



**Figure 4.6:** coupe transversale sans dimension de la magnitude de la vorticité (MIN MAX) dans la tuyère aux positions axiales (4.6a)  $x = -1.43 D$ , (4.6b)  $x = -1.33 D$ , (4.6c)  $x = -1.16 D$ , (4.6d)  $x = -0.50 D$  et (4.6e)  $x = -0.0 D$ .

et aplaties, en particulier au col et dans le divergent. Cet effet est expliqué par un phénomène de relaminarisation tel qu'attendu pour ce type d'écoulement compressible hautement accéléré [144]. Un effet d'étirement similaire a par ailleurs été observé par Liu *et al.* [118] dans leur simulation de jet supersonique faisant également appel à une méthode de déclenchement géométrique de la turbulence.

Les principales métriques informant des propriétés de la couche limite sont représentées en figure 4.8. Le maximum de fluctuation de la vitesse axiale est donné en figure 4.8a et sa localisation radiale en figure 4.8b. Initialement, les niveaux de fluctuation sont négligeables. La marche induit ensuite une forte excitation due aux recirculations, suivie d'une chute rapide des niveaux dans la région du col. Une tendance similaire peut être observée qualitativement sur les champs de vorticité en figure 4.6. L'intensité de la vorticité n'augmente que très légèrement, cf. figure 4.6a, jusqu'à la marche en  $x_{step} = -1.38 D$  puis augmente fortement immédiatement en aval, cf. figure 4.6b. L'accélération de l'écoulement dans la tuyère induit une relaminarisation, tend à amincir la couche limite et diminue l'intensité de la vorticité. Cela explique la baisse de niveau des fluctuations au col et la légère diminution dans le divergent. Cette interprétation est corroborée par la position du maximum de fluctuation qui s'éloigne de la paroi au voisinage de la marche puis s'en rapproche considérablement au voisinage du col. Malgré tout, de grandes structures tourbillonnaires sont encore existantes au col et même visibles sur la figure 4.6c. Une vorticité significative, cf. figure 4.6d, et des niveaux de fluctuation supérieurs à



**Figure 4.7:** profils radiaux de vitesses axiales (4.7a) moyenne et (4.7b) fluctuante à proximité de la marche. — : simulation ; - - - : paroi ; + : discrétisation du maillage non-structuré tous les deux points.

2% persistent en aval dans le divergent jusqu'en sortie de tuyère, cf. figure 4.6e. L'écoulement est ainsi significativement perturbé à proximité des lèvres ce qui conduit à une déstabilisation précoce de la couche de cisaillement. L'accroissement additionnel du niveau des fluctuations de vitesse juste avant le plan de sortie est attribué à une petite zone de décollement de l'écoulement. Un tel phénomène ne devrait pourtant pas se produire au point de fonctionnement étudié, cf. section (4.1.1.2), selon le critère de Morissette et Goldberg [140], *i.e.*  $p_j/p_\infty < 0.3$  à  $M = 3.1$ . Cependant, un décollement apparaît également dans la simulation de Liu *et al.* [118] où le critère, *i.e.*  $p_j/p_\infty < 0.65$  à  $M = 1.5$ , n'est pas non plus respecté. On peut y voir un effet secondaire du fort raffinement du maillage à la paroi qui permet de capturer la sous-couche subsonique et favorise le décollement en condition sur-détendue. Le décollement remonte jusqu'à  $x = -0.17 D$  en amont du plan de sortie pour une hauteur d'environ  $0.015 D$  au niveau des lèvres tel que souligné en figure 4.9, ce qui implique de considérer que le diamètre du jet  $D_j$  n'est égal qu'à 97% du diamètre de sortie réel de la tuyère  $D$ . Cette correction est appliquée par la suite avec l'exposant \* excepté pour les dimensions géométriques du domaine et des antennes. Ajoutons que le décollement est strictement stationnaire. L'augmentation du niveau des fluctuations dans cette région est donc probablement à attribuer au comportement nominal d'une couche de cisaillement libre, l'écoulement n'y étant plus guidé par la tuyère. De plus, la position des maxima de fluctuation en figure 4.8b et de vorticités en figure 4.6e tendent à s'écarter subitement de la paroi pour  $x > -0.17 D$ . Étant donné la pression locale à l'intérieur du jet  $p < p_\infty$ , l'air ambiant est aspiré et remonte à contre-courant entre la couche de cisaillement et la paroi de la tuyère jusqu'au point de séparation, comme discernable sur le profil en figure 4.9c. L'épaisseur sans dimension  $\delta_{0.99}^*$ , l'épaisseur de déplacement sans dimension  $\delta_{bl}^*$ , l'épaisseur de quantité de mouvement sans dimension  $\theta_{bl}^*$  et le facteur de forme  $H$  de la couche limite à la paroi en fonction de la position axiale sont donnés en figure 4.8. Ces quantités sont calculées pour un écoulement compressible telles que

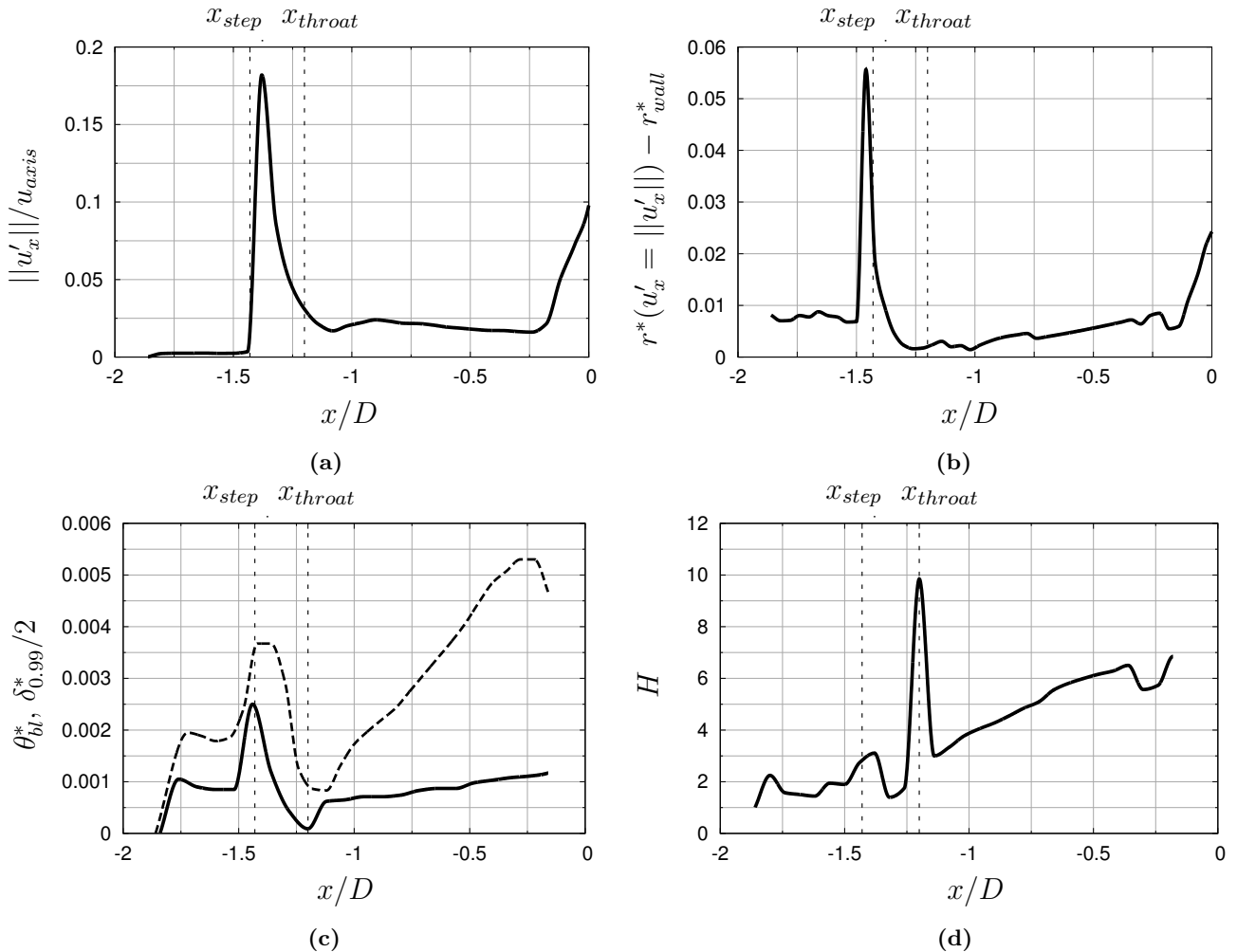
$$\begin{aligned} \delta_{0.99}^*(x^*) &= [r_{wall}^*(x^*) \mid u(x^*, r^*) = 0] \\ &- [r^*(x^*) \mid u(x^*, r^*) = 0.99 \parallel u(x^*, r^*) \parallel] \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\delta_{bl}^*(x^*) = \int_{r_{wall}^*}^0 \left( 1 - \frac{\rho(x^*, r^*)u(x^*, r^*)}{\rho_0 u_0} \right) dr^* \quad (4.5)$$

$$\theta_{bl}^*(x^*) = \int_{r_{wall}^*}^0 \frac{\rho(x^*, r^*)u(x^*, r^*)}{\rho_0 u_0} \left( 1 - \frac{u(x^*, r^*)}{u_0} \right) dr^* \quad (4.6)$$

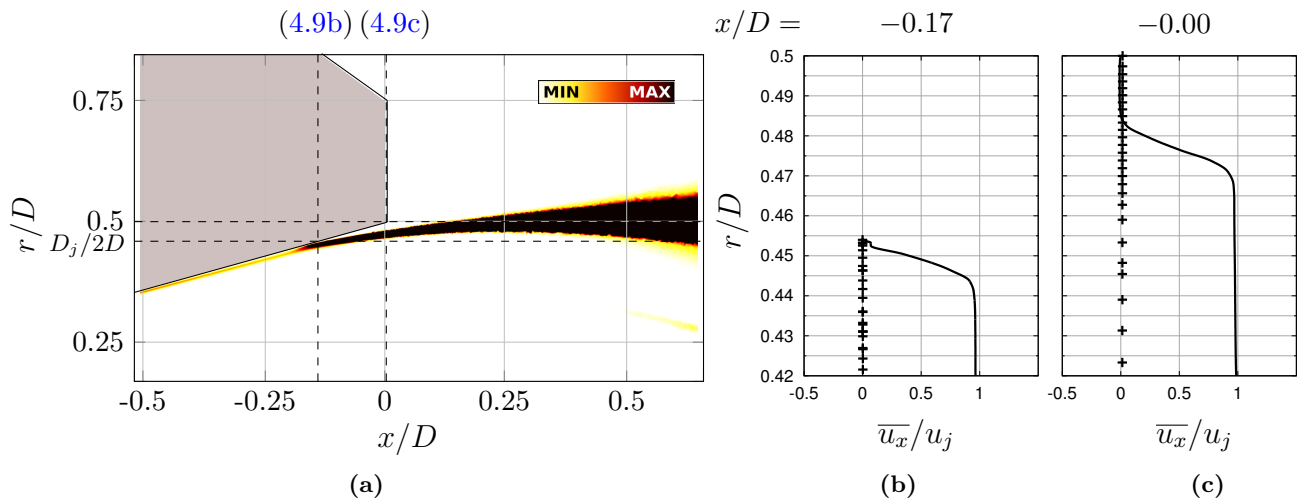
$$H(x^*) = \frac{\delta_{bl}^*(x^*)}{\theta_{bl}^*(x^*)} \quad (4.7)$$

en faisant l'approximation d'une courbure de la paroi négligeable dans la direction azimutale, c'est-à-dire  $\delta_{0.99}^* \ll r_{wall}^*$ . Les variations d'épaisseur de quantité de mouvement à proximité de la marche et du plan de sortie ne sont pas réellement pertinentes puisque la couche limite est détachée dans ces zones. Au voisinage du col,  $\theta_{bl}^*$  diminue en raison de l'amincissement de la couche limite. En aval dans le divergent,  $\delta_{0.99}^*$ ,  $\delta_{bl}^*$  et  $\theta_{bl}^*$  augmentent linéairement, indiquant un développement progressif



**Figure 4.8:** propriétés de la couche limite en paroi de tuyère en fonction de la position axiale; (4.8a) maximum de fluctuation de vitesse axiale, (4.8b) distance à la paroi du maximum de fluctuation de vitesse axiale, (4.8c) — : épaisseur de quantité de mouvement  $\theta_{bl}^*$  et - - : épaisseur de la couche limite  $\delta_{0.99}^*$ , et (4.8d) facteur de forme  $H$ . Les grandeurs  $\delta_{0.99}^*$ ,  $\delta_{bl}^*$ ,  $\theta_{bl}^*$  et  $H$  ne sont pas définies dans la région où l'écoulement est décollé en  $x > -0.17 D$ .





**Figure 4.9:** écoulement à proximité du point de décollement du jet ; (4.9a) visualisation du champ de niveau RMS de la vitesse axiale et profils radiaux de la vitesse axiale moyenne en (4.9b)  $x = -0.17 D$  et (4.9c)  $x = -0 D$ . — : simulation ; + : discrétisation du maillage non-structuré tous les deux points.

de la couche limite. Le facteur de forme  $H$  prend des valeurs particulièrement élevées induites par la configuration convergente-divergente et le caractère supersonique de l'écoulement. En effet, pour un profil de couche limite standard de type Blasius,  $H = 2.59$  est considéré comme laminaire tandis que  $H \leq 1.4$  est typiquement turbulent [184]. Concernant les couches limites turbulentes entièrement développées dans le cadre des écoulements compressibles à grande vitesse, on a constaté que le facteur de forme typique augmente avec le nombre de Mach. Par exemple, Maeder *et al.* [128] ont réalisé des simulations DNS d'une couche limite sur une plaque plane avec un écoulement moyen à plusieurs nombres de Mach de  $M_\infty = 3$  à 6 et ont trouvé des valeurs de facteur de forme turbulent de  $H = 5.86$  à 17.20. Dans la présente simulation,  $H$  augmente donc progressivement en aval du col à cause de l'accélération de l'écoulement. Une valeur de  $H \simeq 7$  est obtenue en sortie de tuyère où  $M_j = 3.1$  ce qui n'est probablement pas une condition de turbulence entièrement développée. Cependant, la méthode de déclenchement géométrique ne vise pas à fournir une telle condition, mais plutôt à produire suffisamment de fluctuations de vitesse pour assurer la déstabilisation précoce de la couche de cisaillement. Comme l'atteste la figure 4.8a, cet objectif est satisfait en pratique malgré le phénomène de relaminarisation.

## 4.2 Validation de la simulation à l'aide des mesures expérimentales

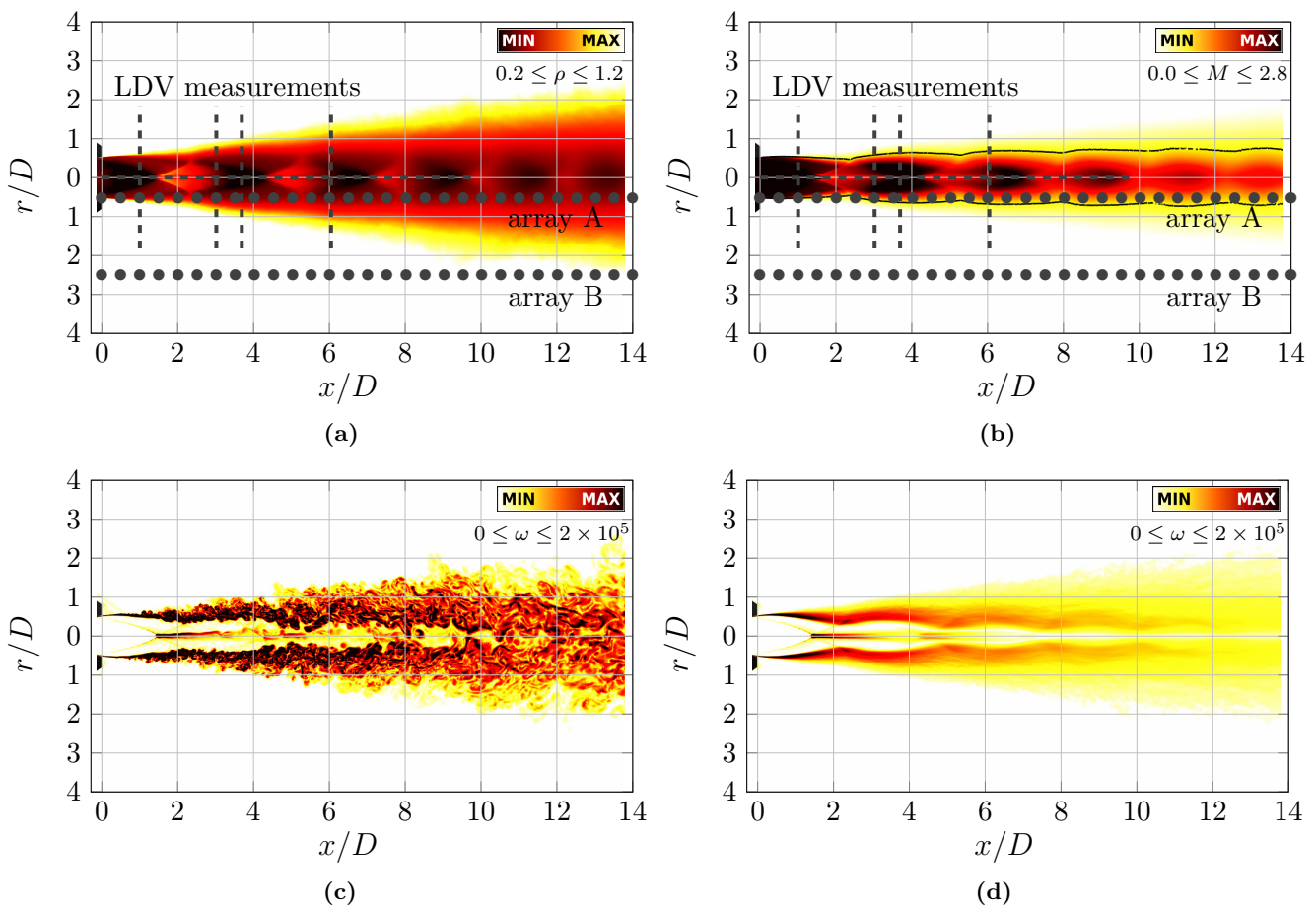
La simulation complète du jet libre supersonique est maintenant validée en se focalisant sur le champ aérodynamique en section 4.2.1 et sur le champ acoustique en section 4.2.2. La précision et la fidélité des données issues de la simulation sont principalement estimées par comparaison aux mesures expérimentales réalisées au banc MARTEL, mais également au regard des résultats des calculs précédents, des données numériques et expérimentales de la littérature, des modèles semi-empiriques disponibles et des lois analytiques connues.



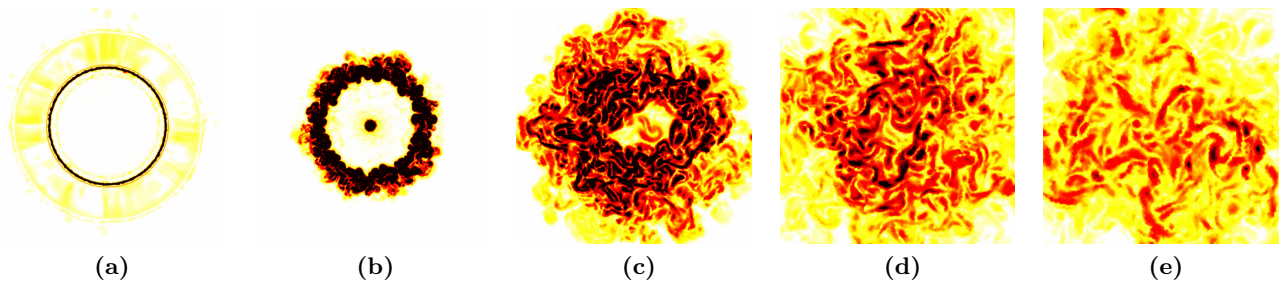
## 4.2.1 Champ aérodynamique

### 4.2.1.1 Visualisation de champs instantanés et moyens

Les champs moyens de masse volumique, nombre de Mach, vorticité et des champs instantanés de vorticité sont visualisés en figures 4.10 et 4.11 pour débuter avec une description qualitative du jet en champ proche. Les champs moyens sont calculés en prenant en compte la totalité du signal exploitable, soit une durée de  $650 D/u_j$  pour rappel. Les principaux points de mesure numériques et expérimentaux en champ proche sont représentés sur les figures 4.10a et 4.10b. Les lignes pointillées correspondent aux mesures LDV réalisées au banc MARTEL tandis que les ronds gris représentent les deux antennes A et B. Le champ de masse volumique moyenne est donné en figure 4.10a. La masse volumique du gaz de combustion éjecté est inférieure à celle de l'air ambiant en raison de la température élevée et de l'état de sur-détente. La couche de mélange entre le gaz chaud et l'air semble s'épaissir linéairement. Les effets de compressibilité sont perceptibles à travers la structure en cellules de choc visible même pour  $x > 10 D$  sur le champ de masse volumique, ainsi que sur le champ de nombre de Mach moyen en figure 4.10b. Le tracé de la ligne sonique, définie par  $M = 1$ , montre que l'écoulement dans la couche de cisaillement est fortement dévié par les compressions et faisceaux de détente successifs du train de chocs. On remarque



**Figure 4.10:** visualisation (4.10a) du champ moyen de masse volumique, (4.10b) du champ moyen du nombre de Mach, (4.10c) du champ instantané de la vorticité et (4.10d) du champ moyen de vorticité. ● : antennes numériques ; --- : positions des mesures LDV ; — : ligne sonique  $M = 1$ .

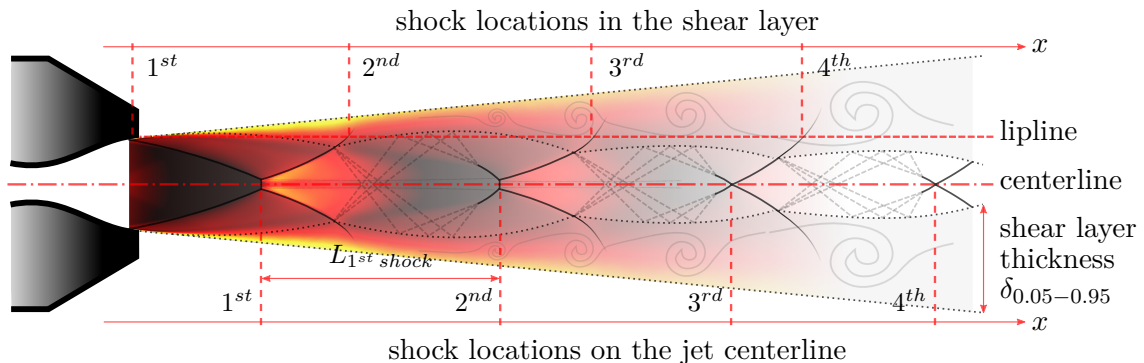


**Figure 4.11:** coupe transversale sans dimension de la magnitude de la vorticité ( $\overline{\text{MIN}}$   $\overline{\text{MAX}}$ ) dans le jet libre aux positions axiales (4.11a)  $x = +0.0 D$ , (4.11b)  $x = +1.33 D$ , (4.11c)  $x = +5.0 D$ , (4.11d)  $x = +10.0 D$  et (4.11e)  $x = +15.0 D$ .

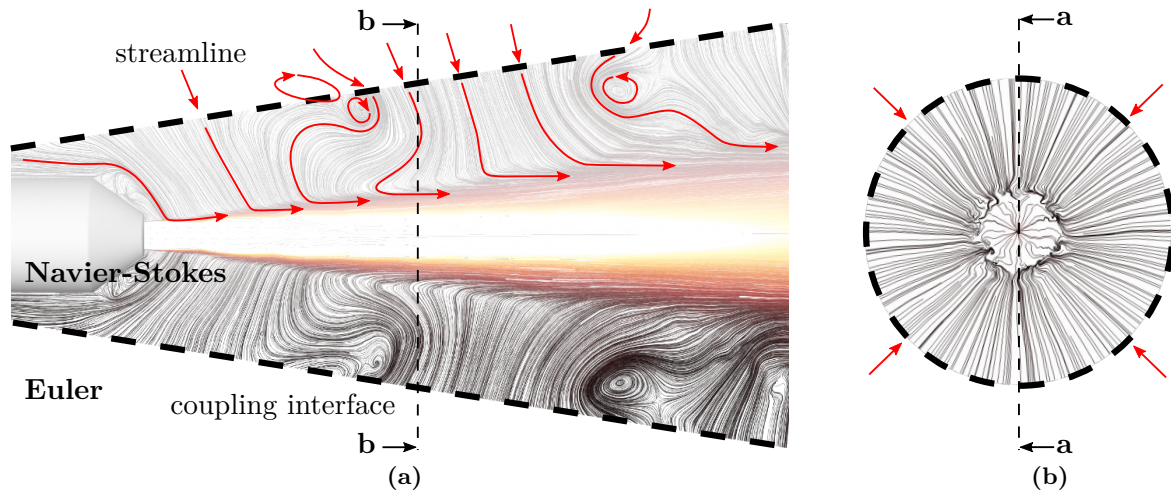
par ailleurs que l'antenne A est essentiellement située dans une zone supersonique. Les champs de vorticité instantanée et moyenne sont donnés respectivement en figures 4.10c et 4.10d. Ils révèlent que la couche de cisaillement commence à se déstabiliser et à se développer très rapidement après le plan de sortie, ce qui représente une avancée majeure par rapport à la simulation précédente [0]. En aval, une grande variété de tailles de structures tourbillonnaires apparaît sur la coupe longitudinale 4.10c et les coupes transversales 4.11, ce qui suggère un développement correct de la couche de cisaillement. La déviation périodique de la couche de cisaillement due aux cellules de choc est particulièrement visible sur le champ de vorticité moyenne. Les points triples délimitant un petit disque de Mach sont capturés au point de convergence des premiers chocs incidents, à l'intérieur du cône potentiel en  $x = 1.33 D$ , cf. figure 4.11b, et semblent générer des niveaux de vorticité significatifs ensuite convectés vers l'aval. Ce phénomène est également observé dans la simulation de Liu *et al.* [118].

#### 4.2.1.2 Structure du jet et écoulement secondaire moyen

Afin de clarifier les analyses développées par la suite, la structure du jet est schématisée en figure 4.12 en se basant sur le schéma de principe d'un jet sur-détendu en figure 1.2 et la visualisation des champs moyens issus de la simulation. On souligne en particulier que la localisation axiale des



**Figure 4.12:** schéma de la structure du jet libre sur-détendu simulé basé sur le schéma 1.2 et la visualisation du champ moyen de masse volumique en figure 4.10a. La *lipline* correspond à l'antenne A, cf. figure 4.10a. L'épaisseur de la couche de cisaillement est calculée en pratique par l'équation (4.10).



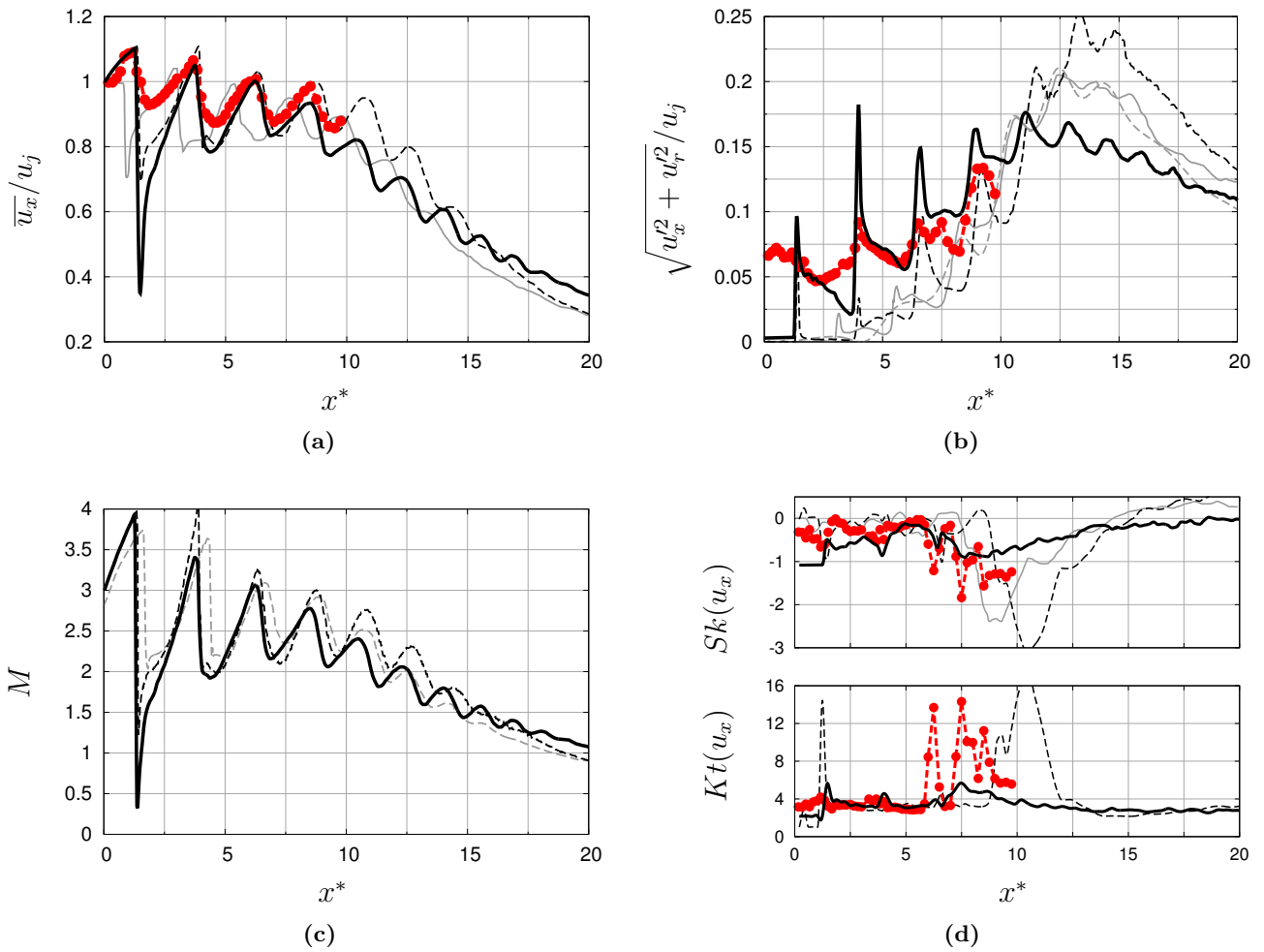
**Figure 4.13:** visualisation des lignes de courant du champ de vitesse moyen, colorées par la vitesse, dans le sous-domaine Navier-Stokes projetées sur les plans (4.13a) longitudinal  $\vec{x}\vec{r}$  et (4.13b) transversal  $\vec{r}\vec{\Theta}$  en  $x = 10 D$ .

chocs n'est pas identique sur l'axe du jet et sur l'antenne A, que la longueur des cellules de choc diminue vers l'aval et que l'épaisseur de la couche de cisaillement, quantifiée par la grandeur  $\delta_{0.05-0.95}^*$  définie ultérieurement par l'équation (4.10), fluctue légèrement selon la période du train de chocs.

En parallèle de la présentation des champs moyens dans le jet et de la structure de ce dernier, l'écoulement secondaire moyen induit par les effets d'aspiration et d'entraînement du jet est succinctement décrit. Il est admis qu'un jet à haute vitesse met en mouvement une importante quantité de gaz ambiant autour de lui. La visualisation des lignes de courant dans le sous-domaine Navier-Stokes en figure 4.13 démontre en plus que l'organisation de l'écoulement secondaire n'est pas triviale. Des tourbillons toriques stationnaires se forment autour du jet en deux endroits distincts et des tourbillons d'aspiration prennent appui sur le culot du moteur. On ne parle pas ici de zone de recirculation, mais de structures semblables au *ground vortex* parfois observé entre le sol et la soufflante d'un turbo-réacteur à plein régime. Notons au passage que la représentation sur la figure 4.13a est biaisée par la projection 2D. De telles structures sont susceptibles d'impacter la propagation acoustique. Un des avantages de la méthodologie par couplage fort NS-Euler repose justement sur sa capacité à simuler ce genre de phénomène dans la totalité du domaine de calcul résolu et de manière transparente à l'interface.

#### 4.2.1.3 Profils sur l'axe du jet

Les profils de vitesse axiale moyenne, de niveau des fluctuations de vitesse, du nombre de Mach, de skewness et de kurtosis de la vitesse axiale le long de l'axe du jet sont tracés en figure 4.14. Les résultats de la simulation, tracés avec — par convention dans tout le chapitre, sont confrontés aux mesures expérimentales, tracées avec -●- par convention dans tout le chapitre, et aux données numériques issues des calculs similaires de la littérature, cf. section 4.1.1.3. Les variations de vitesse moyenne en figure 4.14a correspondent bien aux mesures expérimentales en matière de localisation des chocs. Le profil numérique montre cependant une forte sur-estimation de la décélération immédiatement en



**Figure 4.14:** profils le long de l'axe du jet de (4.14a) la vitesse axiale moyenne, (4.14b) la magnitude des fluctuations de vitesse, (4.14c) du nombre de Mach axial et (4.14d) de la skewness et du kurtosis de la vitesse axiale.  $-\bullet-$  : données expérimentales ;  $-$  : simulation NS-Euler ;  $---$  : données numériques obtenues par Dargaud 2013 [35] ;  $-$  : données numériques obtenues par de Cacqueray 2014 [26] ;  $---$  : données numériques obtenues par Langenais 2017 [0].

aval du premier choc. Cet écart est également présent dans une moindre mesure pour les données de Langenais 2017 [0] et de Cacqueray 2014 [26]. On l'explique en partie comme un effet numérique parasite, souvent rencontré en simulation, induit par la discontinuité au choc et d'autant plus marqué que le maillage est raffiné. Une importante différence d'intensité des fluctuations turbulentes entre le calcul ( $< 0.5\%$ ) et l'expérience ( $> 6\%$ ) est mise en évidence en figure 4.14b en amont du premier choc. En effet, le déclenchement géométrique de la turbulence ne permet pas de générer des fluctuations sur l'axe à la différence des conditions réelles du gaz dans l'expérience résultant d'une combustion turbulente non traitée par la simulation. Les fluctuations de vitesse sur l'axe pourraient par ailleurs induire l'oscillation des chocs. Par effet de moyennage, cela expliquerait que le profil de vitesse moyenne soit plus lisse dans l'expérience. Ajoutons qu'un biais de mesure de la méthode LDV, causé par la polydispersion des particules, leur coalescence ou leur inertie, est également possible [93]. Cette question est plus amplement discutée en annexe D. Le niveau de turbulence en aval du premier choc est beaucoup

plus élevé et s'accorde assez bien avec l'expérience dans la plage  $1.33 < x^* < 10$ . Il diminue lentement en aval de l'extrémité du cône potentiel, comportement attendu pour un jet turbulent entièrement développé. Les perturbations produites aux points triples conduisent ainsi à une amélioration majeure par rapport aux calculs précédents dans lesquels les niveaux sur l'axe ne croissent réellement que beaucoup plus en aval.

D'après les figures 4.14a, 4.14b et 4.14c, la longueur moyenne sans dimension de la première cellule de choc sur l'axe est estimée à  $L_{1^{st} shock}^* = 2.6$  à la fois dans l'expérience et dans la simulation. Cette longueur peut être retrouvée avec le modèle de Tam et Tanna [196] dérivé de la théorie des ondes d'instabilité, soit

$$L_{1^{st} shock}^* = K\pi \left( M_d^2 - 1 \right)^{0.5} \frac{D_d}{\mu_1 D_j} \quad (4.8)$$

où  $M_d = 2.8$  est le nombre de Mach du jet équivalent parfaitement détendu à travers une tuyère de diamètre de sortie  $D_d = 51$  mm, où  $\mu_1 = 2.405$  et où  $K$  une constante de correction. Alors que celle-ci était initialement laissée à  $K = 1$ , Tam *et al.* [194] ont récemment recommandé de prendre  $K = 0.9$  ce qui aboutit, aux présentes conditions, à  $L_{1^{st} shock}^* = 2.6$ . La longueur moyenne sans dimension de la région supersonique peut être estimée avec le profil du nombre de Mach sur l'axe, conduisant à  $L_{sonic}^* \simeq 21$ . Cette valeur est légèrement plus grande que dans les calculs précédents.

La skewness  $Sk$  et le kurtosis  $Kt$  de la vitesse axiale sont calculés *via* les équations (2.20) et (2.21). Pour rappel, ces métriques mesurent respectivement l'asymétrie et l'aplatissement de la densité de probabilité du signal et sont égales à  $Sk(s) = 0$  et  $Kt(s) = 3$  pour un bruit blanc gaussien. Elles sont données en figure 4.14d. La simulation reproduit les principales tendances expérimentales. Les pics négatifs de  $Sk$  et les pics positifs de  $Kt$  en  $x^* = 6.2$  et  $x^* = 7.5$  sont capturés. Les magnitudes ne sont cependant pas en accord avec les mesures LDV, en particulier  $Kt$ , mais nuancions que ces métriques sont sensibles à la longueur du signal et à la fréquence d'échantillonnage. Les différences de propriétés de la turbulence sur l'axe peuvent également expliquer les écarts.

#### 4.2.1.4 Développement de la couche de cisaillement

Les mesures MARTEL des profils radiaux de la vitesse moyenne et de la vitesse fluctuante ont été réalisées aux positions axiales  $x^* \in [1, 3, 3.67, 6]$ . Ces profils sont comparés aux résultats de la simulation en figure 4.15. Les profils précédemment obtenus et reportés dans Langenais 2017 [0], identiques à Troyes 2016 [201], sont également tracés. Les profils moyens des vitesses axiale en figure 4.15a et radiale en figure 4.15c sont clairement améliorés. Concernant les profils de vitesse fluctuante, retenons que la notation  $u'$  est utilisée par simplicité pour désigner le niveau de fluctuation RMS, soit plus rigoureusement  $\sqrt{\sum u'^2}$ . La méthode de déclenchement de la turbulence entraîne une augmentation majeure des niveaux de fluctuation de vitesse axiale, en particulier dans les premiers diamètres pour  $x^* \leq 3$  comme suggéré en figure 4.15b. L'accord avec les données expérimentales est particulièrement satisfaisant. Les profils de fluctuations de vitesse radiale en figure 4.15d présentent les écarts aux mesures expérimentales les plus importants, mais les niveaux sont grossièrement retrouvés. Globalement, le développement de la couche de cisaillement, en matière d'étalement et croissance et décroissance des niveaux de turbulence, est mieux reproduit.

Le rayon de demi-vitesse  $\delta_{0.5}^*$ , l'épaisseur de la couche de cisaillement  $\delta_{0.05-0.95}^*$ , l'épaisseur incompressible de déplacement  $\delta_{sl}^*$  et l'épaisseur incompressible de quantité de mouvement  $\theta_{sl}^*$  peuvent être



calculés à partir des profils de vitesse tels que

$$\delta_{0.5}^*(x^*) = r(x^*) \mid u(x^*, r^*) = 0.5u(x^*, 0) \quad (4.9)$$

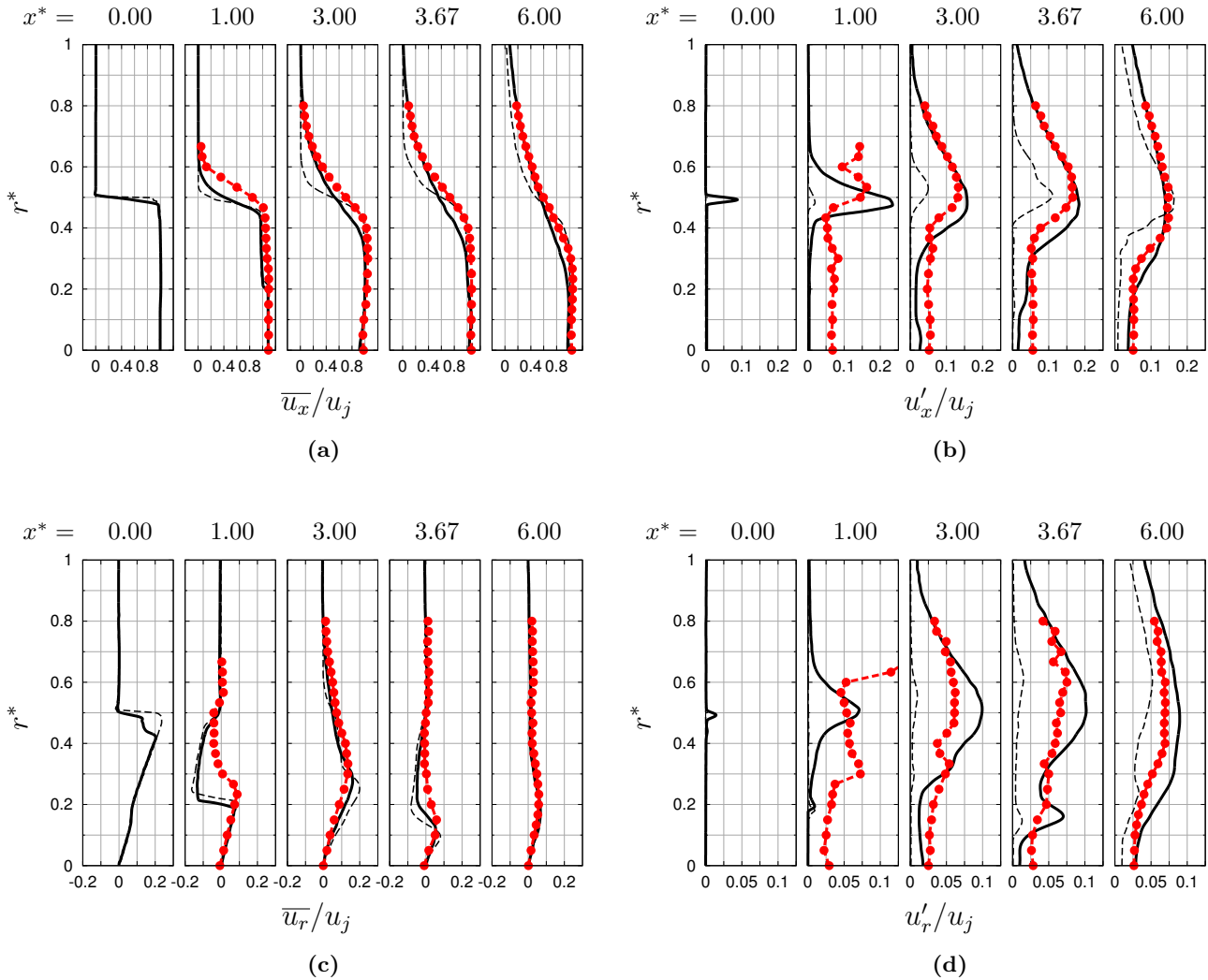
$$\begin{aligned} \delta_{0.05-0.95}^*(x^*) = & \left[ r(x^*) \mid u(x^*, r^*) = 0.95u(x^*, r_0(x^*)) \right] \\ & - \left[ r(x^*) \mid u(x^*, r^*) = 0.05u(x^*, r_0(x^*)) \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\delta_{sl}^*(x^*) = \int_{r_0(x^*)}^{\infty} \left( 1 - \frac{u(r^*, x^*)}{u_0} \right) dr^* \quad (4.11)$$

$$\theta_{sl}^*(x^*) = \int_{r_0(x^*)}^{\infty} \frac{u(r^*, x^*)}{u_0} \left( 1 - \frac{u(r^*, x^*)}{u_0} \right) dr^* \quad (4.12)$$

où la borne  $r_0(x^*)$  est arbitrairement définie pour rendre les calculs indépendants de la présence des chocs dans la couche de cisaillement. L'approximation incompressible n'est *a priori* pas pertinente mais les mesures de masse volumique ne sont pas disponibles dans la base de données expérimentale. Les intégrales sont donc calculées en posant  $\rho(x^*, r^*) = \rho_0$  à des fins de comparaison. Les grandeurs  $\delta_{0.5}^*$ ,  $\delta_{0.05-0.95}^*$ ,  $\theta_{sl}^*$  ainsi que le niveau RMS de fluctuation de vitesse axiale au niveau de l'antenne A ( $r = 0.5D$ ) sont tracés en fonction de  $x^*$  en figure 4.16. Une très bonne coïncidence est trouvée entre la simulation et les mesures expérimentales pour toutes les métriques. Les niveaux de fluctuation le long de l'antenne A en figure 4.16b sont très proches, soit par exemple  $u'_x/u_j \simeq 15\%$  en  $x^* = 1$ , accord que l'on ne retrouve pas avec les données de Langenais 2017 [0] ou de Cacqueray 2014 [26] présentant un important déficit de turbulence. À noter que la valeur initiale quasi nulle de  $u'_x/u_j$  puis sa forte augmentation est due au fait que l'antenne A à proximité des lèvres, sachant que l'écoulement y est légèrement décollé, est située à l'extérieur de la couche de cisaillement. À partir de la courbe en figure 4.16c, le taux d'étalement asymptotique de la couche de cisaillement est estimé à  $d\delta_{0.05-0.95}^*/dx^* = 0.13$  ce qui est proche de la valeur expérimentale estimée à 0.11. De la même façon, le taux asymptotique d'épaississement de la quantité de mouvement est de  $d\theta_{sl}^*/dx^* = 0.022$  numériquement et 0.020 expérimentalement. Ces valeurs sont cohérentes avec les résultats expérimentaux publiés par Troutt et McLaughlin [199] pour un jet à  $M_j = 2.1$ ,  $Re_D \sim 10^6$ , reporté sur la figure 4.16c, ou Hussain et Zedan [90] pour une couche de cisaillement laminaire initialement perturbée. Ces derniers ont trouvé des taux d'étalement  $d\delta_{sl}^*/dx^* = 0.16$  et  $d\theta_{sl}^*/dx^* = 0.029$  pour un niveau initial de fluctuation de vitesse  $u'/u_j = 8\%$  et ont montré que ces valeurs diminuent en augmentant  $Re_D$  ou  $u'/u_j$ . Ils ont également conclu que la zone d'auto-similarité de la turbulence, où le taux d'étalement est linéaire, est rapidement atteinte en aval du point de décollement. À l'inverse de ce qui a été obtenu dans des études numériques comparables, ce comportement est reproduit dans la simulation grâce à une transition turbulente plus précoce.

La longueur du cône potentiel  $L_{core}^*$  est estimée à partir du rayon de demi-vitesse  $\delta_{0.5}^*$  en figure 4.16a et de l'épaisseur  $\delta_{0.05-0.95}^*$  en figure 4.16c. Elle est définie comme la position axiale pour laquelle  $\delta_{0.05-0.95}^* = 2\delta_{0.5}^*$ , soit dans le cas présent  $L_{core}^* = 8 \pm 1$  comme indiqué par une ligne pointillée en figure 4.16. Le cône potentiel est plus court que dans le calcul précédent. La longueur semble également s'écarter des prévisions de la plupart des modèles semi-empiriques de la littérature tels que les formules de Nagamatsu et Horvay [143], Eldred [44] ou Lau [108] fonctions du nombre de Mach, conduisant respectivement à  $L_{core}^* = 11.7, 12.9$  et  $11.2$ . De nombreux auteurs ont toutefois constaté que le cône potentiel se raccourcit en augmentant la température du jet. D'après Greska *et al.* [72], ces modèles

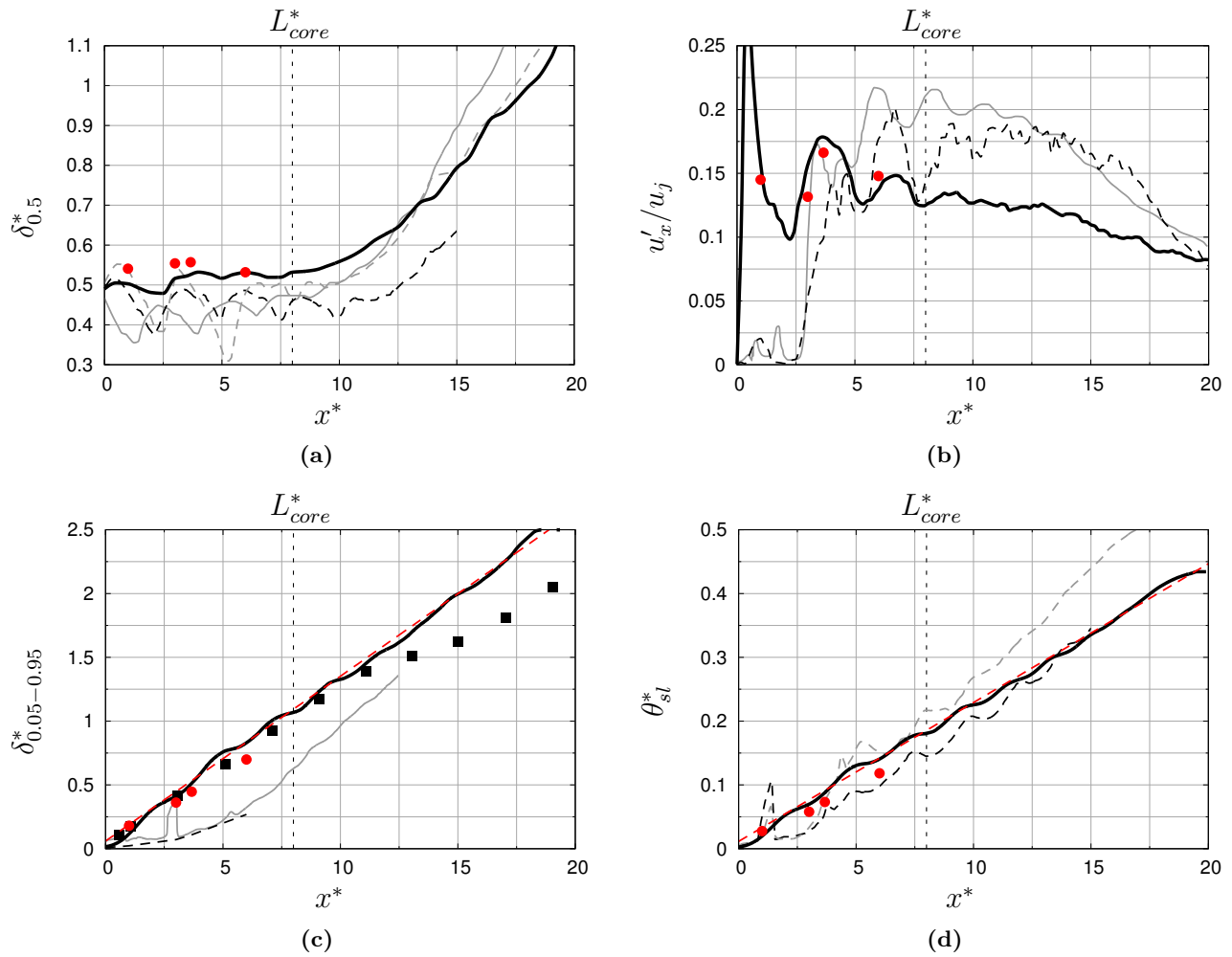


**Figure 4.15:** profils radiaux de (4.15a) la vitesse axiale moyenne, (4.15c) la vitesse radiale moyenne, (4.15b) la RMS des fluctuations de vitesse axiale et (4.15d) la RMS des fluctuations de vitesse radiale.  $-\bullet-$  : données expérimentales;  $—$  : simulation NS-Euler;  $---$  : données numériques obtenues par Langenais 2017 [0].

ne sont donc pas valides pour les jets supersoniques chauds car ils ne prennent pas rigoureusement en compte l'effet de température avec une dépendance seule sur le nombre de Mach. Greska *et al.* [72] ont donc proposé une formulation alternative pour les jets chauds avec un terme correctif exponentiel, s'exprimant

$$L_{core}^* = 3.134 \exp(1.043M_d - M_c) \times \frac{D_d}{D_j} = 8.6 \quad (4.13)$$

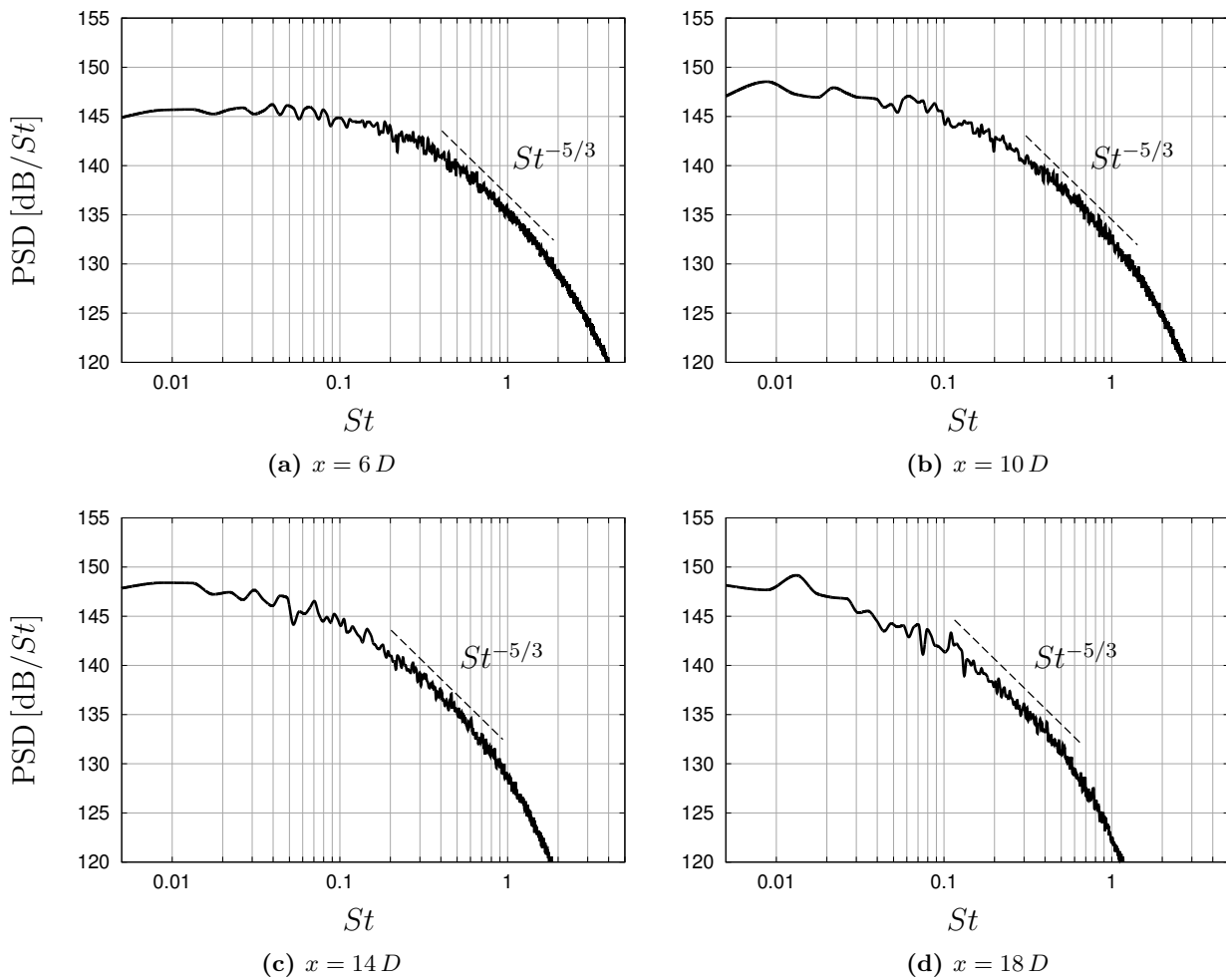
où  $M_c$  est le nombre de Mach convectif défini par  $M_c = u_j / (c_j + c_\infty) = 1.9$ . Ce modèle donne un résultat plus proche de la simulation, accord à relativiser cependant puisque la décroissance plus rapide de la vitesse sur l'axe en figure 4.14a et la légère surestimation du taux d'étalement de la couche de cisaillement en figure 4.16c par rapport aux données expérimentales suggèrent que  $L_{core}^*$  est sous-estimé dans la simulation.



**Figure 4.16:** propriétés de la couche de cisaillement du jet libre en fonction de la position axiale; (4.16a) épaisseur de demi-vitesse, (4.16b) RMS des fluctuations de vitesse axiale sur l’antenne A, (4.16c) épaisseur de la couche de cisaillement, (4.16d) épaisseur de quantité de mouvement. ● : données expérimentales MARTEL; ■ : données expérimentales de Troutt et McLaughlin [199] ( $M_j = 2.0$ ,  $Re \sim 10^6$ ); — : simulation NS-Euler; --- : données numériques obtenues par Dargaud 2013 [35]; — : données numériques obtenues par de Cacqueray 2014 [26]; --- : données numériques obtenues par Langenais 2017 [0]; -.- : taux d’étalement asymptotiques  $d\delta_{0.05-0.95}^*/dx^* = 0.13$  et  $d\theta_{sl}^*/dx^* = 0.022$ .

La couche de cisaillement présente des caractéristiques réalistes et les figures 4.10c et 4.11 attestent qualitativement d’un développement correct des structures turbulentes. La moyenne azimutale des PSD de la vitesse axiale sur l’antenne A est tracée pour quatre positions  $x$  en figure 4.17 afin de vérifier quantitativement que la turbulence possède des propriétés physiques correctes. Les spectres large bande ne présentent aucune raie tonale significative. Leur forme est plutôt plate près de la tuyère en  $x = 6D$  jusqu’à  $St = 0.1$  puis courbe en aval où plus d’énergie est contenue dans les grands tourbillons. Les niveaux diminuent ensuite selon une pente caractéristique de la loi de Kolmogorov, cf. section 2.1. En effet, la variation du spectre de la turbulence selon une pente en puissance  $-5/3$  dans la zone inertielle d’une turbulence homogène isotrope peut être démontrée par analyse dimensionnelle à partir de l’hypothèse de similarité de Kolmogorov. Les spectres obtenus suivent cette loi en  $St^{-5/3}$ , en particulier ceux les plus en aval où la turbulence est entièrement développée, ce qui indique la





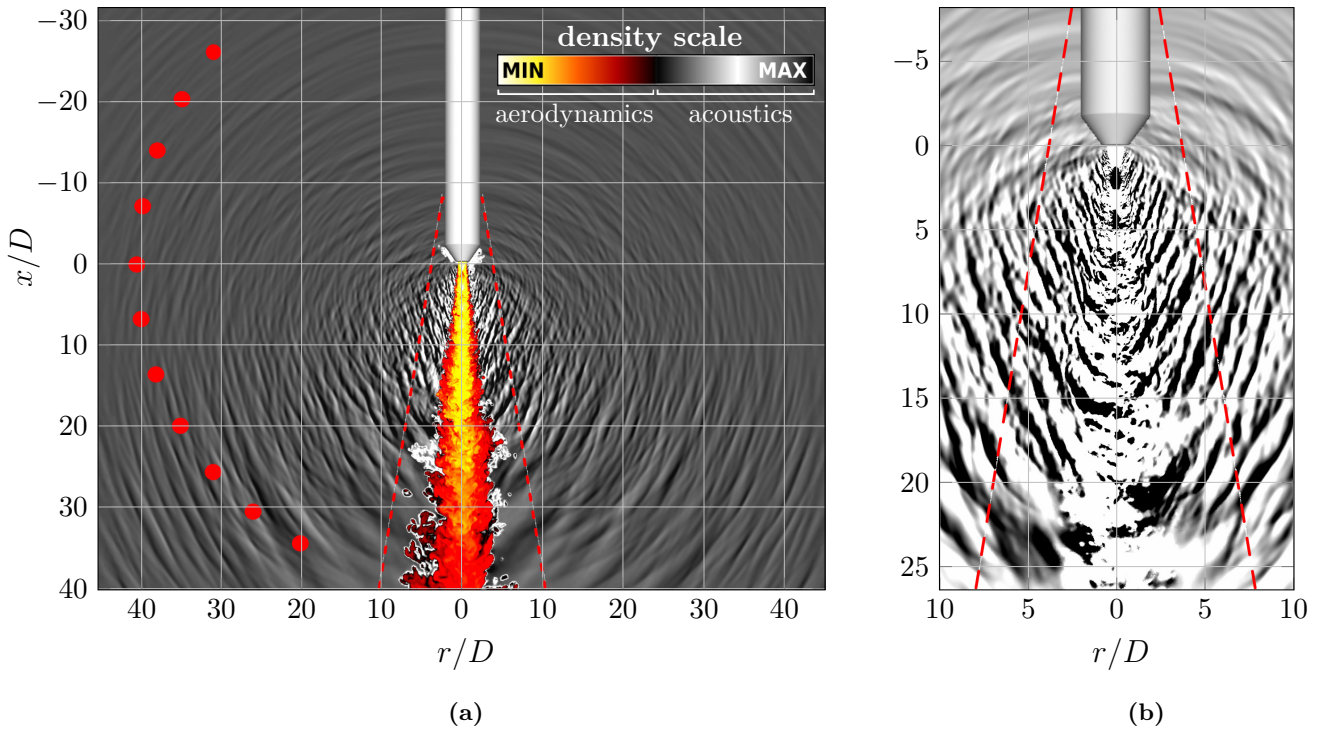
**Figure 4.17:** PSD de la vitesse axiale dans la couche de cisaillement sur l'antenne A aux positions (4.17a)  $x^* = 6$ , (4.17b)  $x^* = 10$ , (4.17c)  $x^* = 14$  et (4.17d)  $x^* = 18$ . — : simulation NS-Euler avec  $\Delta St = 4.5 \times 10^{-3}$ ; --- : pente en  $St^{-5/3}$  de la loi de Kolmogorov.

présence attendue du phénomène de cascade énergétique. On remarque par ailleurs que la fréquence de coupure de la solution aérodynamique est réduite vers l'aval en raison du déraffinement du maillage mais reste supérieure à la valeur seuil prévue pour le champ acoustique proche, soit  $St_c = 0.3$ .

## 4.2.2 Champ acoustique

### 4.2.2.1 Visualisation de champs instantanés

Les résultats acoustiques sont maintenant abordés. Le bon accord de la solution aérodynamique avec les mesures expérimentales laisse à penser que les mécanismes de génération de bruit sont correctement simulés. Qualitativement parlant, les champs instantanés de masse volumique et de pression en figure 4.18 ne montrent aucune discontinuité à l'interface de couplage représentée par les tirets rouges. De plus, les ondes acoustiques se propagent sans dissipation numérique manifeste dans les domaines de calcul résolu Navier-Stokes puis Euler. Le pic de directivité attendu en aval associé au rayonnement d'onde de Mach, cf. section 1.1.3.1, est capturé. Aucune structure tourbillonnaire de forte intensité ne



**Figure 4.18:** visualisation (4.18a) des champs proche et lointain de masse volumique et (4.18b) du champ proche de pression. - - - : interface de couplage ; ● : positions des microphones expérimentaux en champ lointain.

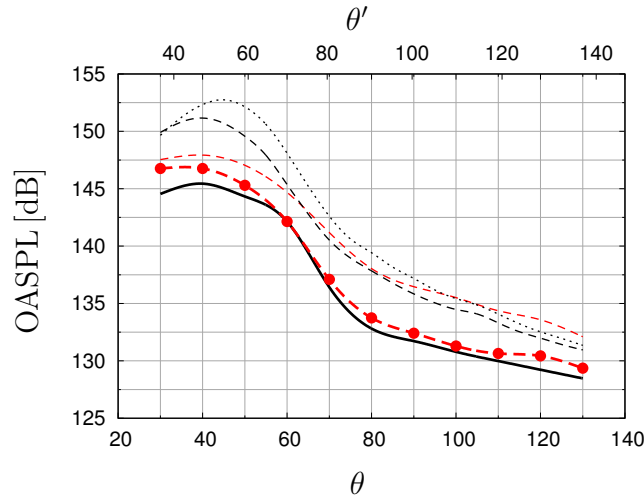
semble traverser l'interface, ce qui doit éviter tout risque de génération de bruit parasite tel que mis en évidence dans le chapitre précédent, cf. section 3.2.6. Notons que les points de mesure de l'arc de microphones en champ lointain sont indiqués sur la figure 4.18a.

#### 4.2.2.2 Niveaux acoustiques intégrés

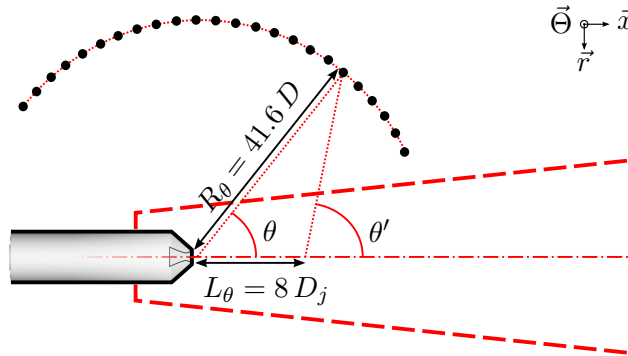
Les niveaux acoustiques intégrés sur l'arc de microphones en champ lointain sont donnés en figure 4.19 en fonction de l'angle d'observation. L'angle natif  $\theta$  utilisé est centré sur l'axe du jet dans le plan de sortie de la tuyère comme illustré par la figure 4.20. Pour faciliter les interprétations ultérieures et à l'image de ce qui est parfois rencontré dans la littérature [7, 57, 214], un angle d'observation alternatif, centré sur l'extrémité du cône potentiel, est défini selon la transformation

$$\theta' = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta) - \frac{L_\theta}{R_\theta}}\right) & | \theta < \arccos\left(\frac{L_\theta}{R_\theta}\right) \\ \arctan\left(\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta) - \frac{L_\theta}{R_\theta}}\right) + \pi & | \theta > \arccos\left(\frac{L_\theta}{R_\theta}\right) \end{cases} \quad (4.14)$$

où  $L_\theta = L_{core} = 8 \pm 1 D_j$  est la longueur du cône potentiel et  $R_\theta = 41.6 D$  le rayon de l'arc de microphone. En considérant une incertitude de  $1 D_j$  pour  $L_{core}$ , la propagation à  $\theta'$  donne une incertitude d'environ  $1^\circ$ . La transformation est schématisée en figure 4.20 et reportée sur l'axe supérieur de la



**Figure 4.19:** OASPL des signaux de pression sur l'arc de microphones en champ lointain en fonction de la directivité calculés par intégration des PSD sur la plage  $0.01 < St < 0.22$  (sauf ---). ---●---: données expérimentales; ---: données expérimentales intégrées sur tout le spectre; —: simulation NS-Euler; --- / .... : données numériques obtenues par Langenais 2017 [0] respectivement basées sur une approche NS-Euler / NS-FWH.



**Figure 4.20:** transformation de l'angle d'observation, de  $\theta$  centré sur l'origine vers  $\theta'$  centré sur l'extrémité du cône potentiel.

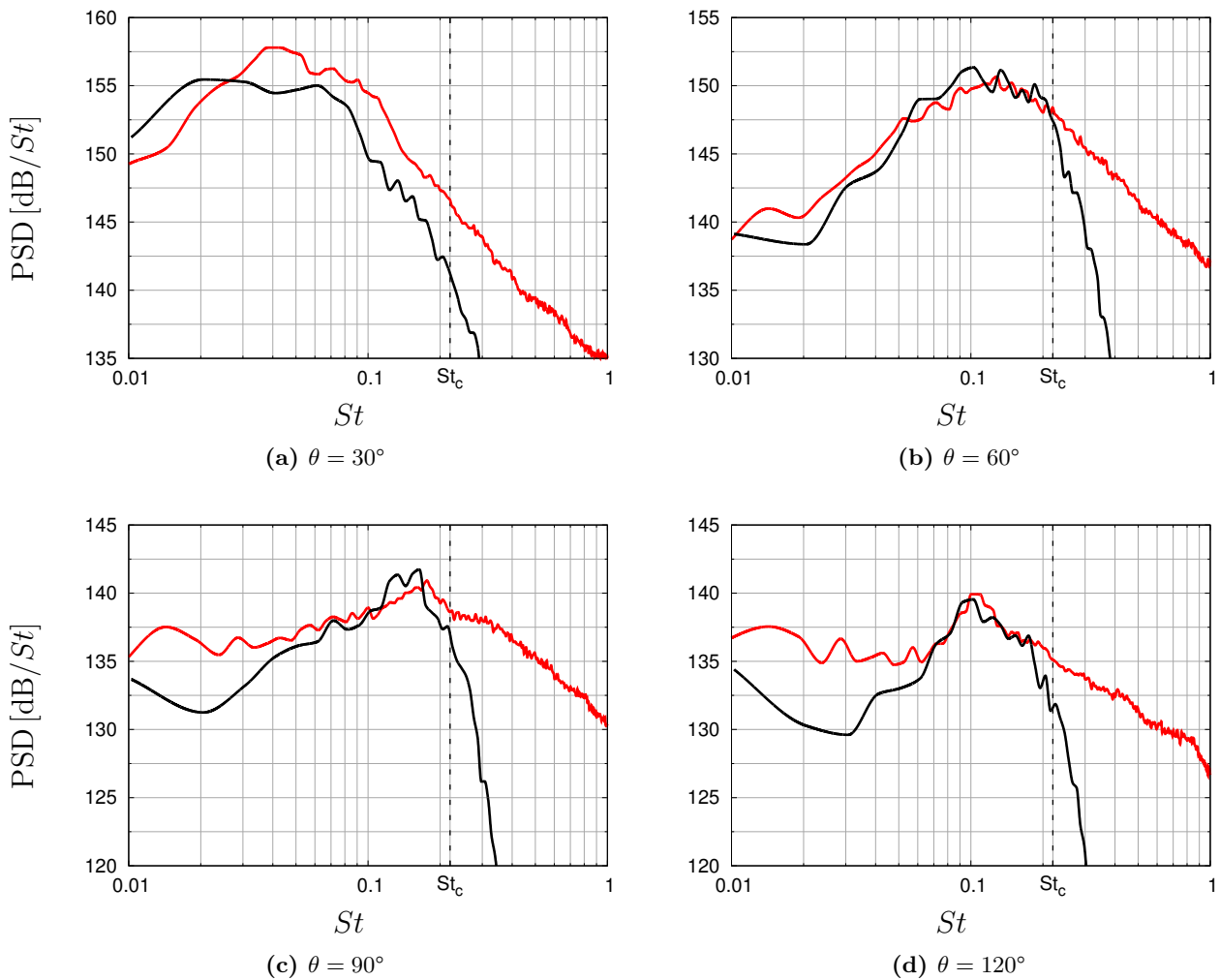
figure 4.19. Les niveaux acoustiques OASPL sont calculés par intégration des PSD expérimentales et numériques sur une plage de fréquences finie et identique pour une comparaison pertinente. La borne inférieure est fixée  $St = 0.01 > St_{min}$  où  $St_{min} = 8 \times 10^{-3}$  est la fréquence minimum discutée en section 4.1.1.4. La borne supérieure est fixée à la fréquence de coupure globale, soit  $St_c = 0.22$ .

La simulation se compare très bien à l'expérience. Il s'agit d'une amélioration majeure par rapport aux précédentes simulations NS-FWH et même NS-Euler. L'influence spécifique de l'approche acoustique, c'est-à-dire Ffowcs Williams & Hawkings ou Euler, sur ce résultat est discutée plus loin. Les niveaux expérimentaux un peu plus élevés aux petits angles pourraient être dus à une sur-dissipation numérique induite par le déraffinement du maillage dans la zone Z1 pour  $x > 20 D$ , ou à des réflexions parasites au niveau du sol dans l'expérience malgré les dièdres absorbants. Partout ailleurs, la directivité et les niveaux acoustiques sont retrouvés avec une faible marge d'erreur, soit quasiment à 1 dB près. Ajoutons que le pic de directivité numérique, *i.e.*  $\theta_{peak} \simeq 40^\circ$  et  $\theta'_{peak} \simeq 48^\circ$ , s'aligne avec

l'expérimental si on intègre sur tout le spectre.

#### 4.2.2.3 Densités spectrales de puissance

Les PSD numériques moyennées en azimut aux quatre angles  $\theta \in [30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ]$  sont comparées à celles des signaux acoustiques expérimentaux en figure 4.21. Les PSD sont calculées par la méthode de Welch avec un taux de chevauchement des blocs de 50% et un fenêtrage naturel. Les moyennes des transformées sont réalisées respectivement sur 1000 et 11 blocs, ce qui donne des résolutions fréquentielles  $\Delta St = 0.005$  et 0.01. Les forts niveaux très large bande aux petits angles sont caractéristiques du rayonnement d'onde de Mach. Les pics large bande observés dans les fréquences médium aux grands angles sont dus au bruit de choc dominant le bruit de mélange dans les directions latérales et amont. L'accord entre la simulation et l'expérience est satisfaisant sur la plage de fréquences résolues, ce qui indique que les principales caractéristiques du champ acoustique sont capturées. La fréquence de coupure effective est égale à la valeur attendue  $St_c = 0.22$ . Les niveaux aux



**Figure 4.21:** PSD des signaux de pression aux angles (4.21a)  $\theta = 30^\circ$ , (4.21b)  $\theta = 60^\circ$ , (4.21c)  $\theta = 90^\circ$  et (4.21d)  $\theta = 120^\circ$ . — : données expérimentales avec  $\Delta St = 4.5 \times 10^{-3}$ ; — : simulation NS-Euler avec  $\Delta St = 10 \times 10^{-3}$ ; --- : fréquence de coupure théorique  $St_c = 0.22$ .

moyennes fréquences sont finement reproduits aux angles  $\theta \geq 60^\circ$ , y compris la bosse caractéristique du bruit de choc. Les basses fréquences  $St < 0.03$  sont sous-estimées en amont ce qui pourrait être révélateur d'effets d'installation parasites lors de l'expérience au banc MARTEL, tels que des réflexions sur le sol, ou un manque de convergence numérique aux basses fréquences. Les fréquences médium et hautes à  $\theta = 30^\circ$  sont également sous-estimées ce qui explique le déficit de niveau aux petits angles en figure 4.19. Enfin, une large part du spectre aux hautes fréquences au-delà de la fréquence de coupure n'est pas capturée malgré des niveaux expérimentaux non négligeables. La fréquence de coupure numérique apparaît donc comme une des principales limitations à la fidélité de cette simulation.

**Synthèse partielle** La concordance de la simulation avec les données aérodynamiques et acoustiques expérimentales ainsi qu'avec l'essentiel des autres points de comparaison disponibles est démontrée à ce stade. L'écoulement moyen et la structure des cellules de choc sont bien reproduits. Le raffinement du maillage et le déclenchement de la turbulence assurent la transition précoce vers l'état turbulent dans la couche de cisaillement et conduisent ainsi à des niveaux de fluctuation de vitesse et à une croissance de la couche de mélange tout à fait cohérents avec les mesures, la littérature et la physique. Par conséquent, les mécanismes de génération de bruit sont supposés correctement reproduits et le champ acoustique lointain est bien simulé tant en matière de niveaux que de contenu spectral. Les données fournies par la simulation peuvent donc être exploitées pour une analyse physique approfondie.

## 4.3 Exploitation de la simulation pour l'analyse du bruit rayonné

Les champs aéroacoustiques sont plus amplement décrits et analysés dans cette dernière partie de chapitre. Une attention particulière est portée sur les sources de bruit en section 4.3.1, le champ acoustique proche résultant en section 4.3.2, le champ acoustique lointain en section 4.3.3 et les effets de propagation non-linéaire en section 4.3.4. Des traitements basés sur les transformées de Fourier simples et doubles, les corrélations et la décomposition en modes azimutaux sont appliqués pour caractériser les propriétés du bruit. Des métriques spécifiques sont ensuite calculées pour identifier et quantifier les effets non-linéaires.

### 4.3.1 Sources de bruit en champ proche

#### 4.3.1.1 Ondes de Mach

Il est admis que le bruit de jet supersonique non-adapté est généré *via* trois mécanismes principaux [11, 192] : la convection des grandes structures turbulentes dans la couche de cisaillement, le mélange des petites échelles turbulentes dans la couche de cisaillement et l'interaction des structures turbulentes avec les chocs. On rappelle que le premier est associé au rayonnement d'onde de Mach et le troisième au bruit de choc large bande, cf. section 1.1.3. Comme suggéré en figure 4.21, le bruit lié aux grandes échelles est le plus souvent la source dominante dans la gamme de fréquences résolues de la simulation.

Compte tenu des conditions du jet, on s'attend à ce que des ondes de Mach d'amplitude élevée soient générées lorsque les grandes structures turbulentes sont convectées à des vitesses supersoniques



par rapport au milieu ambiant. Les nombres de Mach convectifs des trois familles d'onde d'instabilité valent dans le cas présent

$$M_{c1} = \frac{u_j - c_j}{c_j + c_\infty} = 1.3 \quad (4.15)$$

$$M_{c2} = \frac{u_j}{c_j + c_\infty} = 1.9 \quad (4.16)$$

$$M_{c3} = \frac{u_j + c_j}{c_j + c_\infty} = 2.5 \quad (4.17)$$

Étant donné que les conditions d'émergence du rayonnement d'onde de Mach  $M_{c2} > 0.8$  et  $M_{c3} > 1.25$ , cf. section 1.1.3.1, sont remplies et que les nombres de Mach convectifs sont tous supersoniques, les trois types d'ondes d'instabilité sont susceptibles d'émettre des ondes de Mach aux angles de Mach  $\theta'_{M_n}$  définis par l'équation (1.6), soit  $\theta'_{M_{c1}} = 40^\circ$ ,  $\theta'_{M_{c2}} = 58^\circ$  et  $\theta'_{M_{c3}} = 66^\circ$ . Le système de l'angle d'observation alternatif centré sur l'extrémité du cône potentiel est utilisé ici car considéré comme une meilleure approximation des directions effectives de rayonnement. Ajoutons également que le nombre de Mach convectif d'Oertel [72] vaut

$$M_{co} = \frac{u_j + 0.5c_j}{c_j + c_\infty} = 2.2 \quad (4.18)$$

L'angle de rayonnement correspondant vaut  $\theta'_{M_{co}} = 63^\circ$ .

Les vitesses de convection des structures turbulentes par rapport au milieu ambiant peuvent être estimées *a posteriori* de la simulation. Cette démarche est détaillée plus loin en section 4.3.2.2 puis comparée aux prévisions de la théorie données ci-dessus.

#### 4.3.1.2 Bruit de choc large bande

Le bruit de choc large bande (BBSAN) domine essentiellement aux angles d'observation amont. Le modèle de Tam et Tanna [196] pour prévoir la fréquence pic du bruit de choc énoncé en équation (1.7) s'exprime ici sans dimension tel que

$$St_{\text{BBSAN}} = \frac{u_c}{\overline{L_{shock}^*} (1 - M_c \cos \theta')} u_j \quad (4.19)$$

où  $\overline{L_{shock}^*}$  est la longueur moyenne sans dimension des cellules de choc. Cette grandeur est habituellement approximée dans le modèle *via* l'expression (4.8) mais dans le présent cas, l'espacement des chocs varie sensiblement selon les positions axiale et radiale. En effet, les cellules raccourcissent en aval et les chocs sont courbés comme schématisé en figure 4.12. Étant donné que les 2<sup>ème</sup> à 5<sup>ème</sup> chocs sont connus pour être les principaux contributeurs au bruit de choc,  $\overline{L_{shock}^*}$  est choisi comme étant l'espacement moyen entre le 1<sup>er</sup> et le 6<sup>ème</sup> choc dans la couche de cisaillement, reporté en figure 4.23b, conduisant à  $\overline{L_{shock}^*} = 2.2 \pm 0.6$ . Le nombre de Mach convectif est fixé à  $M_{c3}$ . La formule donne  $St_{\text{BBSAN}} = 0.15 \pm 0.05$  à  $\theta' = 100.9^\circ$  ( $\theta = 90^\circ$ ) et  $St_{\text{BBSAN}} = 0.09 \pm 0.02$  à  $\theta' = 128.6^\circ$  ( $\theta = 120^\circ$ ). Ces valeurs sont en bon accord avec les fréquences pic directement observées sur les PSD aux mêmes angles, respectivement en figures 4.21c et 4.21d. Les incertitudes sur  $M_c$  et  $\overline{L_{shock}^*}$  expliquent l'étalement fréquentiel du bruit de choc selon ce modèle. Concernant la composante tonale de screech, sa

fréquence fondamentale peut être estimée en appliquant l'équation (4.19) dans le cas d'un rayonnement vers l'amont à  $\theta' = 180^\circ$  donnant  $St_{\text{BBSAN}} = St_{up} = 0.066 \pm 0.018$ . Aucune raie intense à cette fréquence  $St_{up}$  n'est observée sur les PSD en champ lointain, indiquant l'absence de bruit de screech telle qu'attendue pour ce type de jet supersonique chaud [192].

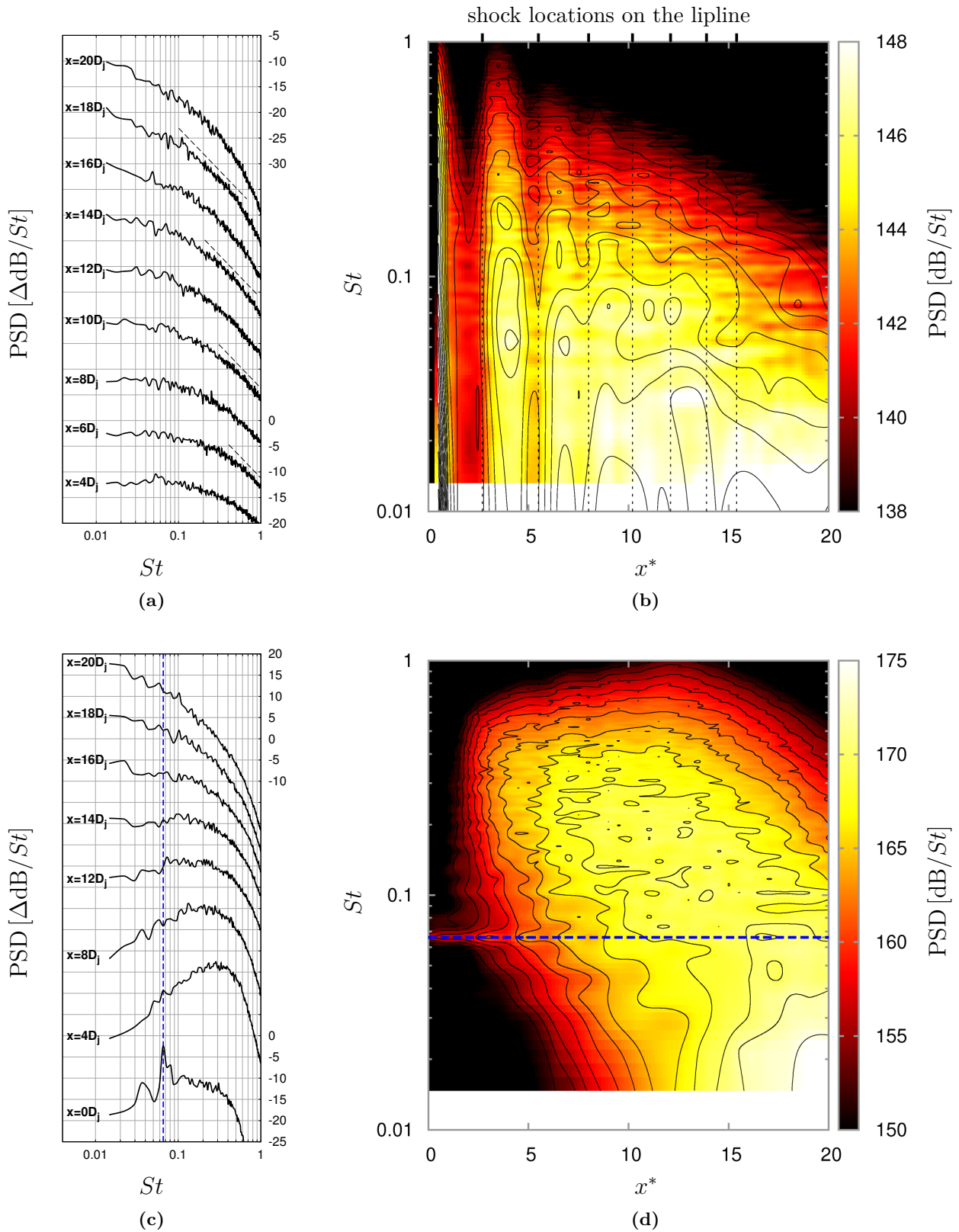
## 4.3.2 Caractérisation du champ proche

### 4.3.2.1 Contenu spatio-fréquentiel des champs de vitesse et de pression

On cherche ici à établir les propriétés spatio-fréquentielles du rayonnement d'onde de Mach et du bruit de choc en champ proche ainsi qu'à mettre en évidence des liens avec le champ aérodynamique et les mécanismes de génération de bruit. Les PSD moyennées en azimut de la vitesse axiale le long de l'antenne A sont tracées à plusieurs positions  $x$  en figure 4.22a et sous la forme d'un spectrogramme en fonction de  $x^*$  en figure 4.22b. Si la première figure n'apporte sensiblement rien de plus par rapport à la figure 4.17, la seconde souligne l'important effet des cellules de choc sur le contenu spectral des fluctuations de vitesse. L'intensité à toutes les fréquences tend à augmenter jusqu'à un maximum en aval des chocs avant de rechuter jusqu'au choc suivant. Ce phénomène est particulièrement marqué pour les deux premières cellules de choc dans les fréquences médium autour de  $St \simeq 0.1$ . Il peut être attribué à la fois à l'effet d'amplification de l'interaction choc-turbulence [112] et à la déviation périodique de la couche de cisaillement. Le spectrogramme révèle également que les fluctuations aux fréquences médium sont dominantes pour  $x^* < L_{core}^*$  alors que les fluctuations à basse fréquence autour de  $St \simeq 0.01$  associées aux grandes structures turbulentes dans le jet développé sont dominantes en aval du cône potentiel. Le spectrogramme de la pression sur l'antenne A (non tracé) présente des caractéristiques proches.

Les PSD moyennées en azimut de la pression le long de l'antenne B sont tracées à plusieurs positions  $x$  en figure 4.22c et sous la forme d'un spectrogramme en fonction de  $x^*$  en figure 4.22d. Cette antenne est située *a priori* dans une région purement acoustique pour étudier spécifiquement le champ acoustique proche. La fréquence de coupure effective dans cette zone vaut  $St_c = 0.30$  telle qu'énoncée en section 4.1.2.2. Le spectrogramme présente des caractéristiques différentes selon trois régions. Pour  $x^* < 4$ , on mesure de faibles niveaux acoustiques à toutes les fréquences en comparaison du reste de l'antenne à l'exception d'une raie à la fréquence  $St_{up} = 0.066$  précédemment mise en évidence comme la fréquence du bruit de screech. Comme le jet ne produit pas de screech à proprement parler, on attribue simplement ce pic au rayonnement amont du bruit de choc. Pour  $4 < x^* < 14$ , les spectres sont dominés par les fréquences médium  $St > St_{up}$ . En aval pour  $x^* > 14$ , la fréquence centrale du spectre diminue et son intensité augmente. Les ondes de Mach rayonnant sur le tronçon  $2 < x^* < 12$  de l'antenne A peuvent être associées aux fréquences médium sur le tronçon  $4 < x^* < 14$  de l'antenne B. Les ondes de Mach rayonnant sur le tronçon  $x^* > 12$  de l'antenne A peuvent être associées aux basses fréquences sur le tronçon  $x^* > 14$  de l'antenne B. De plus, le bruit de choc est essentiellement généré là où les chocs sont les plus forts et les structures turbulentes suffisamment développées, c'est-à-dire environ  $2 < x^* < 16$ , aux fréquences  $St \geq St_{up}$ , cf. équation (4.19), et rayonne vers l'amont ce qui est conforme au spectrogramme dans les régions  $x^* < 4$  et  $4 < x^* < 14$ .





**Figure 4.22:** PSD de la vitesse axiale dans la couche de cisaillement le long de l'antenne A et de la pression le long de l'antenne B représentées avec (4.22a/4.22c) les PSD tracées tous les 10 dB et (4.22b/4.22d) le spectrogramme en fonction de  $x^*$ . — : simulation NS-Euler; --- : pente en  $St^{-5/3}$  de la loi de Kolmogorov; - - - :  $St = St_{up} = 0.066$ ; — : iso-PSD tous les (4.22b)  $\Delta 1$  dB/St et (4.22d)  $\Delta 2$  dB/St.



### 4.3.2.2 Vitesse de propagation des structures aérodynamiques et acoustiques

Les vitesses de convection des structures turbulentes par rapport au milieu ambiant peuvent être estimées par double transformée de Fourier en temps et en espace ou par corrélations croisées dans la couche de cisaillement. Ces deux approches conduisent aux résultats présentés en figure 4.23. La magnitude normalisée de la double FFT, notée  $\widehat{p}$  pour la pression, en fonction du nombre d'onde sans dimension  $kD_j$ , lié à la transformée en espace le long de l'antenne A, et de la fréquence  $St$ , liée à la transformée en temps, est donnée en figure 4.23a. Le maximum de la double FFT suit approximativement une pente correspondant à une vitesse de convection  $u_c/u_j = 0.43$ , *i.e.*  $M_c = 2.2$ , reportée sur la figure en tirets noirs. Cette valeur représente la vitesse de convection la plus probable dans la couche de cisaillement dans la tranche  $0 \leq x^* \leq 20$  et se révèle proche des pentes déduites des nombres de Mach convectifs  $M_{c2}$  et  $M_{c3}$  reportées en tirets gris. Par ailleurs, elle coïncide avec le nombre de Mach convectif d'Oertel  $M_{co} = 2.2$  ce qui renforce l'affirmation de Greska *et al.* [72] voulant que ce nombre soit un paramètre clé du mécanisme de génération des ondes de Mach. La vitesse de convection  $u_c$  en fonction de  $x^*$  en figure 4.23b est obtenue par corrélation croisée de la vitesse axiale enregistrée aux capteurs de l'antenne A, voisins deux à deux et espacés de  $\Delta x^*$ . La vitesse de convection est ainsi déduite du délai  $\tau_{max}$  du maximum de corrélation puis moyennée en azimut telle que

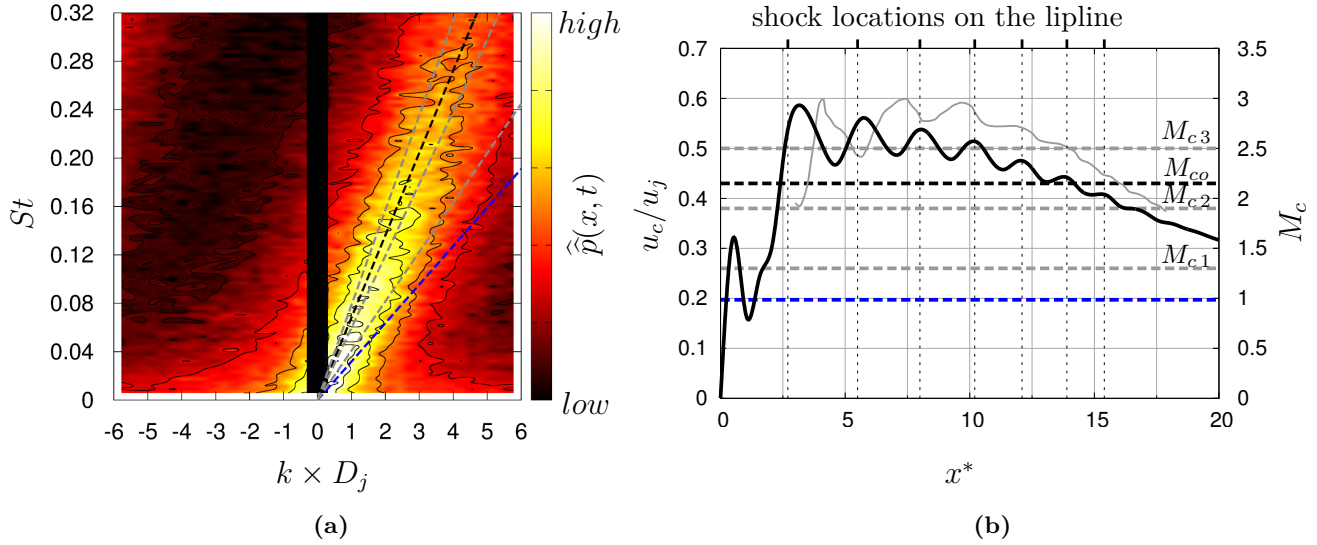
$$u_c(x^*) = \int_0^{2\pi} \frac{\Delta x^*}{2\pi \tau_{max}(x^*, \Theta)} d\Theta \quad (4.20)$$

avec

$$[ u_x(x^*, t) \circ u_x(x^* + \Delta x^*, t - \tau) ] (\tau_{max}) = \max [ u_x(x^*, t) \circ u_x(x^* + \Delta x^*, t - \tau) ] \quad (4.21)$$

Les valeurs initiales ne sont pas représentatives en raison du décollement de l'écoulement mentionné précédemment. En aval, le profil est oscillant puis décroissant de manière similaire à ce qui a été trouvé par de Cacqueray 2014 [26]. On y distingue trois grandes régions, ce qui rappelle la décomposition en trois tronçons des antennes A et B en section précédente. Dans la zone de développement précoce de la couche de cisaillement pour  $x^* < 2$ , les structures les plus cohérentes ne semblent pas encore entièrement accélérées et seule la première famille d'ondes d'instabilité de Mach convectif  $M_{c1}$  aurait alors la capacité de rayonner des ondes de Mach. Ce n'est probablement pas correct en pratique puisque l'antenne A ne suit pas strictement la couche de cisaillement dans cette région. Dans la plage  $2 < x^* < 12$ , la vitesse de convection atteint son maximum au voisinage du 1<sup>er</sup> choc vers  $x^* \simeq 3$  puis oscille autour de  $M_{c3}$ . Par conséquent, de fortes ondes de Mach devraient rayonner à l'angle  $\theta'_{M_{c3}} = 66^\circ$  dans cette région. La vitesse maximale atteinte en  $x^* = 3$  donne le plus grand angle de rayonnement possible,  $\theta'_{max} = 70^\circ$ . En aval de la fin du cône potentiel pour  $x^* > 12$ , la vitesse de convection diminue de façon quasi linéaire entre  $M_{co}$  et  $M_{c1}$ . Les ondes de Mach pourraient donc être émises à différents angles de rayonnement approximativement dans la gamme  $40^\circ < \theta' < 60^\circ$  comme observé qualitativement en figure 4.18a.

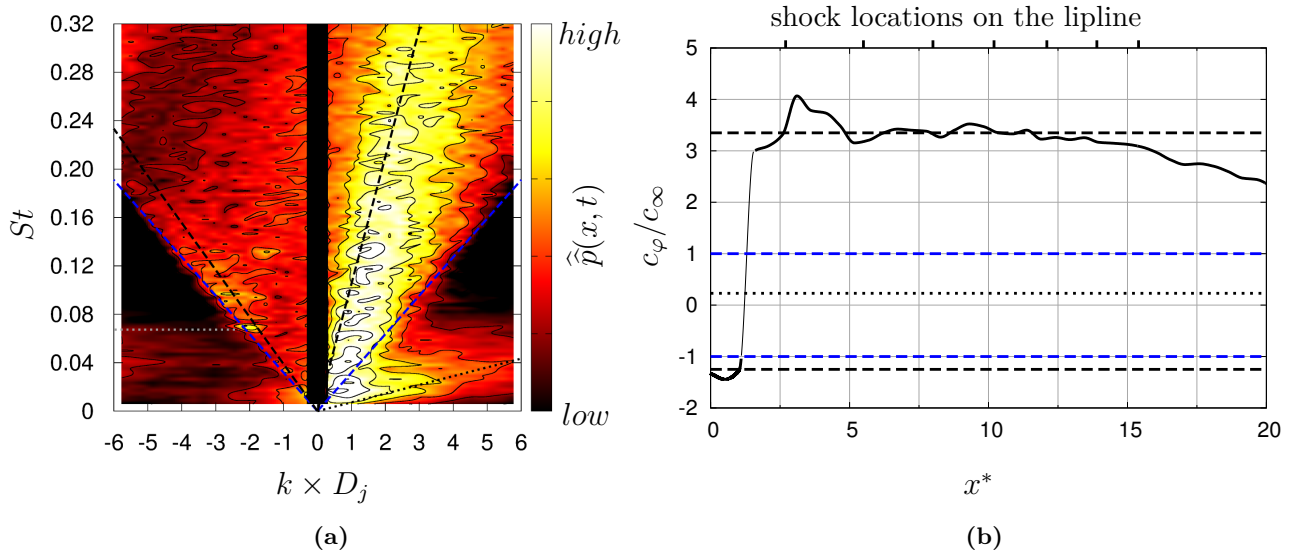
Les analyses par double FFT et corrélations croisées mènent à des conclusions différentes mais cohérentes. Le double FFT donne la vitesse de convection la plus probable et par conséquent l'angle de rayonnement des ondes de Mach le plus probable  $\theta'_{M_{co}} = 63^\circ$  tandis que les corrélations croisées successives indiquent qu'une grande variété d'ondes de Mach est possible principalement à des angles



**Figure 4.23:** estimation de la vitesse de convection des structures turbulentes dans la couche de cisaillement le long de l'antenne A *via* (4.23a) la double transformée de Fourier en temps et en espace normalisée et (4.23b) la vitesse correspondant au maximum de la corrélation croisée locale de la vitesse axiale. — : simulation NS-Euler ; — : données numériques obtenues par de Cacqueray 2014 [26] ; - - - :  $u_c/u_j = 0.43$  ; - - - : vitesses de convection  $M_{c_n}$  (éqs. 4.15, 4.16 et 4.17) ; - - - :  $u_c = +c_\infty$  (seuil de convection supersonique).

$\theta'_{M_{c1}} < \theta' < \theta'_{M_{c3}}$  dans le sens décroissant de l'amont vers l'aval. Enfin, les ondes de Mach sont généralement associées au pic d'intensité de la directivité mais le lien entre  $\theta'_{peak}$  observé en figure 3.21 et  $\theta'_{M_{co}}$  n'est pas évident en raison d'un biais géométrique supplémentaire non compensé par le système d'angle alternatif. La génération des ondes de Mach s'étale en effet sur une large région axiale et les microphones ne sont pas assez éloignés des sources, en particulier aux petits angles.

Une double FFT et des corrélations croisées des signaux de pression sont effectuées sur l'antenne B de la même manière que pour l'antenne A. La magnitude normalisée de la double FFT est donnée en figure 4.24a. Les corrélations croisées successives donnent la vitesse de phase locale de l'onde dominante le long de l'antenne B, tracée en figure 4.24b. La vitesse de phase  $c_\varphi$  n'est pas nécessairement égale à  $c_\infty$  puisque les ondes se propagent dans différentes directions. En supposant que les fronts d'onde sont plans de vitesse de phase  $c_\infty$  dans la direction de propagation, l'angle de rayonnement, noté ici  $\theta''$ , est approché par  $\theta'' = \arccos(c_\infty/c_\varphi)$ . Trois comportements différents liés à trois régions du jet sont à nouveau remarquables. Pour  $x^* < 2$ , une vitesse de phase négative est trouvée ce qui signale que les ondes dominantes remontent vers l'amont comme conclu précédemment. Ceci est corroboré par la double FFT sachant que des niveaux significatifs sont atteints dans la gamme de fréquences  $St \geq St_{up}$  le long d'une pente équivalente à une vitesse de phase  $c_\varphi/c_\infty = -1.2$ , soit du côté des nombres d'onde négatifs. Les ondes se propagent donc vers l'amont à un angle estimé de  $\theta''_{up} = 145^\circ$  au niveau de l'antenne B. En aval, la vitesse de phase est logiquement positive. Le pic en  $x^* = 3$  pourrait être dû aux ondes de Mach rayonnées très tôt près des lèvres et au bruit de choc émis au voisinage du 2<sup>ème</sup> choc. Pour  $4 > x^* > 14$ , la vitesse de phase est assez constante autour de  $c_\varphi/c_\infty = +3.3$  où de fortes

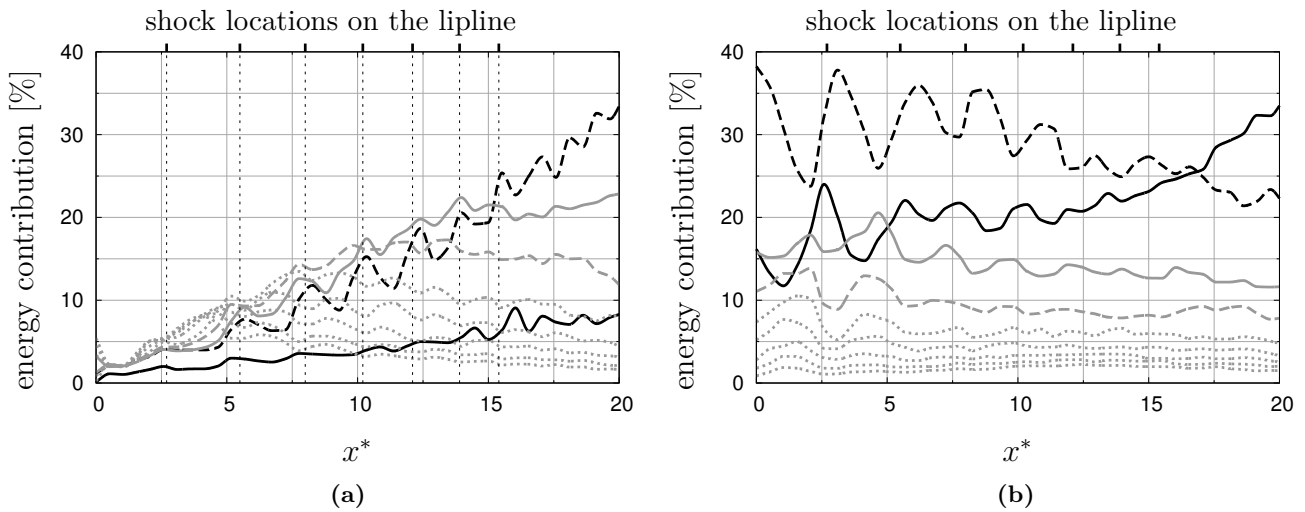


**Figure 4.24:** caractérisation de la propagation des ondes acoustiques en champ proche sur l’antenne B *via* (4.24a) la double transformée de Fourier en temps et en espace normalisée et (4.24b) la vitesse de phase correspondant au maximum de la corrélation croisée locale de la pression. — : simulation NS-Euler ; - - - :  $c_\varphi/c_\infty = -1.2$  en amont et  $c_\varphi/c_\infty = +3.3$  en aval ; ..... : composante aérodynamique basse vitesse ; ..... :  $St = St_{up} = 0.066$  ; - - - :  $c_\varphi = \pm c_\infty$  (seuil de vitesse de phase supersonique).

ondes de Mach très directionnelles, générées sur le tronçon  $2 < x^* < 12$  dans la couche de cisaillement, traversent l’antenne B. En aval pour  $x^* > 14$ , la vitesse de phase diminue progressivement ce qui est associé aux ondes de Mach rayonnant à des angles de plus en plus petits à mesure que  $u_c$  diminue. L’interprétation de la double FFT conduit à des conclusions analogues. Les niveaux maxima suivent globalement une pente correspondant à la vitesse de phase  $c_\varphi/c_\infty = +3.3$  sur une large gamme de fréquences. L’angle de rayonnement associé est  $\theta'' = 72^\circ$ , ce qui est proche de l’angle maximal attendu de rayonnement des ondes de Mach  $\theta'_{max} = 70^\circ$ . On aurait pourtant plutôt prévu un angle autour de  $\theta'_{Mc3} = 66^\circ$  sur ce tronçon. L’analyse ne produit toutefois que des résultats approchés. De plus, les effets de réfraction acoustique potentiellement induits par les gradients de température et de vitesse, qui en théorie tendent à augmenter l’angle de rayonnement, ne sont pas pris en compte. Pour finir, la faible pente correspondant à la vitesse de phase  $c_\varphi/c_\infty = +0.2$  reportée en pointillés noirs est formée par des événements aérodynamiques subsoniques, typiquement de grands tourbillons lents résiduels, qui atteignent l’antenne B de façon intermittente.

### 4.3.2.3 Contenu azimutal des champs de vitesse et de pression

Les propriétés spatio-fréquentielles du rayonnement d’onde de Mach et du bruit de choc sont à ce stade bien cernées en champ proche. L’étude des propriétés azimutales présente également un intérêt certain car de nouveaux liens entre l’écoulement et le champ acoustique proche peuvent être tissés. Une décomposition en modes azimutaux est effectuée sur les antennes A et B pour chaque position axiale. Les résultats sont donnés en figure 4.25 en matière de répartition de l’énergie des fluctuations entre les



**Figure 4.25:** contribution à l'énergie totale des huit premiers modes azimutaux de (4.25a) la vitesse axiale le long de l'antenne A et (4.25b) la pression le long de l'antenne B. — :  $m = 0$ ; - - - :  $m = 1$ ; — :  $m = 2$ ; - - - :  $m = 3$ ; ···· :  $4 \leq m \leq 8$ .

modes notés  $m$ . Le mode axisymétrique correspond à  $m = 0$ . D'après le théorème de Shannon, le mode accessible le plus élevé est  $m = 35$ , autrement dit le 36<sup>ème</sup> mode, puisque les antennes comportent 72 points en azimut. La contribution des huit premiers modes de la vitesse axiale sur l'antenne A est représentée en figure 4.25a. Les emplacements des chocs dans la couche de cisaillement sont indiqués par des lignes pointillées. La contribution initiale des modes  $m \leq 4$  est négligeable et la majeure partie de l'énergie, soit environ 90%, est répartie sur les modes supérieurs (non tous tracés). Sur le tronçon  $2 < x^* < 14$ , les modes 1, 2 et 3 deviennent dominants tandis que le mode 0 reste faible même en aval de la fin du cône potentiel comme obtenu par de Cacqueray *et al.* [27] ou Liu *et al.* [118]. Comme le suggèrent les oscillations périodiques des contributions de certains modes, les cellules de choc ont un impact important sur le contenu azimutal. La position des chocs semble s'aligner avec les maxima des modes 1 et 2 et les minima des modes  $m \geq 4$ . On en déduit que les chocs favorisent des modes spécifiques, ce qui est cohérent avec les observations de nombreux auteurs dont les études portent sur les jets libres axisymétriques et en particulier les mécanismes associés au screech [42, 118, 192]. Cette analyse ne permet pas cependant de conclure définitivement à propos de la nature de ces modes, c'est-à-dire mode B de type battement ou mode C de type hélicoïdal. Un traitement approprié serait nécessaire tel qu'une décomposition en modes propres orthogonaux.

La contribution des huit premiers modes de la pression sur l'antenne B est restituée en figure 4.25b. On retrouve des oscillations similaires pour le mode 1 dominant dans la plage  $0 < x^* < 12$ , au détriment des modes supérieurs  $m \geq 2$  qui présentent des motifs d'oscillation inverses. Cela met en évidence un lien étroit entre le mode azimutal  $m = 1$  et les mécanismes de génération de bruit dans la couche de cisaillement dans cette région. La contribution du mode axisymétrique tend à augmenter pour  $x^* > 12$  et devient prépondérante en aval pour  $x^* > 17$ . Bogey et Bailly [17] ont proposé un mécanisme consistant en des intrusions intermittentes et accélérations brusques de structures tourbillonnaires à l'extrémité du cône potentiel sur l'axe du jet, excitant mécaniquement le mode 0. Ils suggèrent

qu'il pourrait s'agir de la principale source de bruit rayonnant vers l'aval aux très petits angles dans les jets subsoniques. Un mécanisme similaire peut tout à fait se produire pour un jet supersonique, aboutissant à la prédominance du mode 0 observée à l'extrémité aval de l'antenne B. De plus, la vitesse de convection des structures est toujours supersonique en aval du cône potentiel. Ce mécanisme peut donc en théorie également conduire à la génération d'ondes de Mach. Enfin, la faible contribution des modes azimutaux d'ordres supérieurs  $m \geq 4$  ne varie que très peu le long de l'antenne B. Pourtant très présents en proportion dans le champ de vitesse sur la moitié amont de l'antenne A, ces modes sont plus faibles énergétiquement et ne semblent pas parvenir à alimenter les modes d'ordre élevé du champ acoustique.

#### 4.3.2.4 Analyse par filtrage de champ

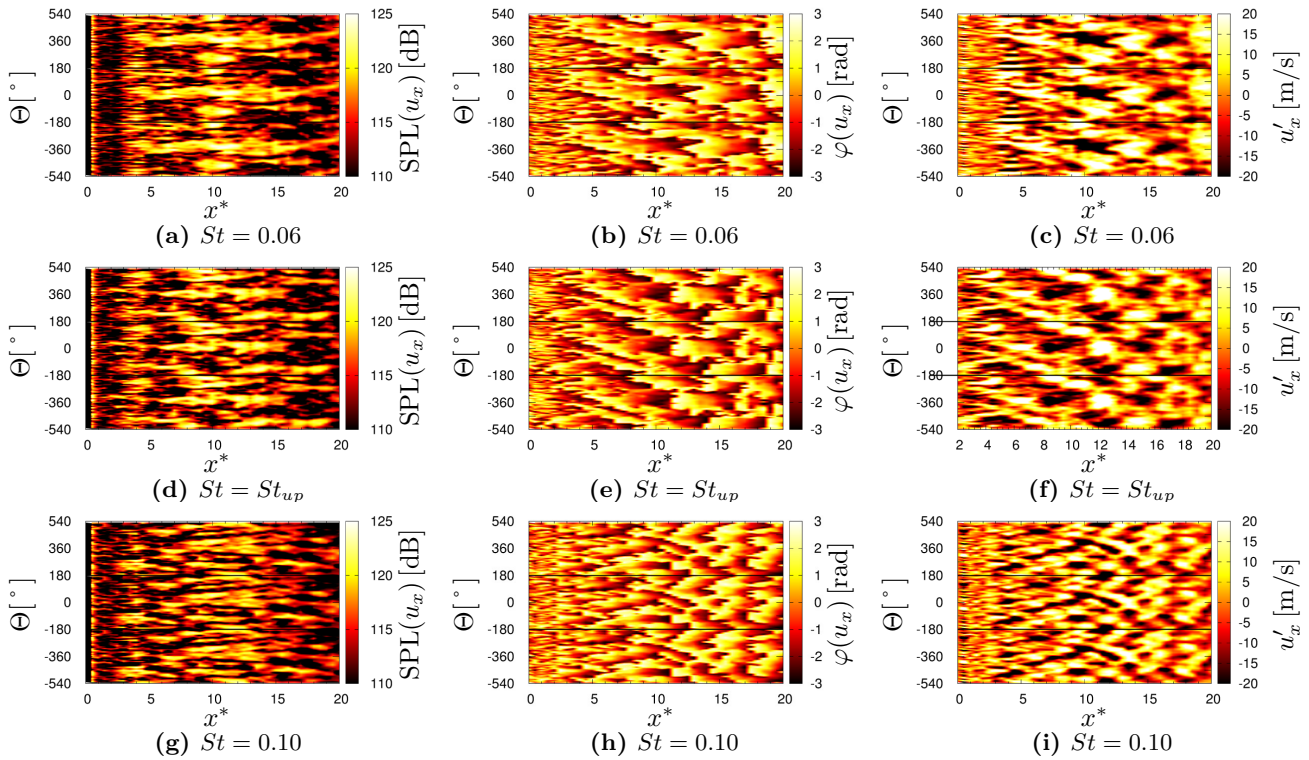
Contrairement aux analyses spatio-fréquentielles et azimutales précédentes, on se focalise ici sur trois fréquences précises  $St = 0.06$ ,  $St_{up} = 0.066$  et  $St = 0.10$ . Du point de vue du champ acoustique, la première est plutôt une médium-basse fréquence associée au rayonnement d'onde de Mach dans la direction du pic d'intensité. La deuxième est la fréquence particulière du rayonnement du bruit de choc en amont à l'angle  $\theta = \theta' = 180^\circ$  mais est également très présente dans le spectre des ondes de Mach. La troisième est plutôt une médium-haute fréquence associée au bruit de choc et aux ondes de Mach plus faibles rayonnant aux angles  $\theta' \gtrsim 60^\circ$ . Les champs spatio-temporels  $x - \Theta - t$  des antennes A et B sont filtrés à ces trois fréquences. Les champs de niveaux SPL et phase  $\varphi$  résultants et la reconstruction filtrée du champ initial sont affichés en figure 4.26 pour le champ de vitesse de l'antenne A, figure 4.27 pour le champ de pression de l'antenne A et figure 4.28 pour le champ de pression de l'antenne B. Ils sont répétés trois fois en azimut pour faire apparaître plus clairement les motifs périodiques. Le champ reconstruit est obtenu en recomposant un signal à partir du SPL et de la phase sous la forme  $A \sin(\omega t + \varphi)$ .

Le champ de vitesse sur l'antenne A ne présente pas de grandes disparités entre les fréquences si ce n'est la taille des structures cohérentes ainsi soulignées. Au contraire, le champ de pression sur l'antenne A s'organise différemment selon la fréquence. À  $St = 0.06$ , le champ se structure en une courte hélice sur le tronçon  $12 < x^* < 15$ , s'apparentant à un mode 1 hélicoïdal. Un comportement semblable est très visible à  $St = St_{up}$  sur le tronçon  $6 < x^* < 16$  mais dans le sens de rotation opposé. On distingue même des motifs selon une diagonale contraire telle que marquée par des tirets noirs. À  $St = 0.10$ , le champ ne présente pas de structure particulière. Le champ de pression sur l'antenne B montre des caractéristiques sensiblement proches du champ de pression sur l'antenne A. Notons plus spécifiquement qu'à la fréquence  $St_{up}$ , les rayonnements amont et aval paraissent s'ordonner selon des modes  $m = 1$  hélicoïdaux tournants respectivement dans des sens contraires et que les pentes des motifs diagonaux correspondent approximativement à celles tracées sur le champ de pression de l'antenne A. Cette analyse plaide donc pour l'émergence de modes  $m = 1$  hélicoïdaux dans la couche de cisaillement, voire de modes en double hélice comme déjà mis en évidence dans la littérature [206] en lien avec les cellules de choc et le bruit de choc. Le cas échéant, la frontière entre le mode hélicoïdal et le mode de battement n'est plus claire puisque le battement est intrinsèquement une addition de modes tournants dans des sens opposés.

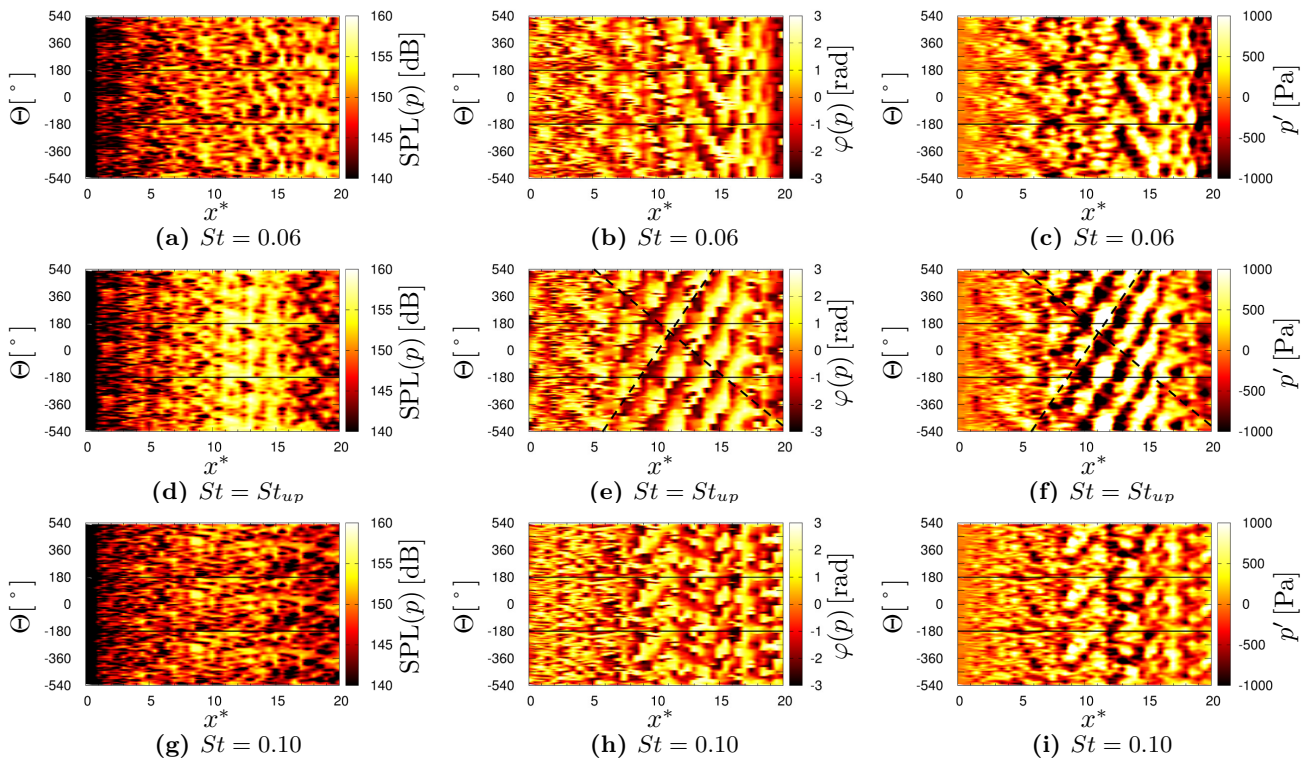
Pour aller plus loin, les champs de pression reconstruits sur les antennes A et B sont tracés à quatre instants d'une même période  $T_{up} = D_j / u_j St_{up}$  en figure 4.29. On y entrevoit les sens de propagation



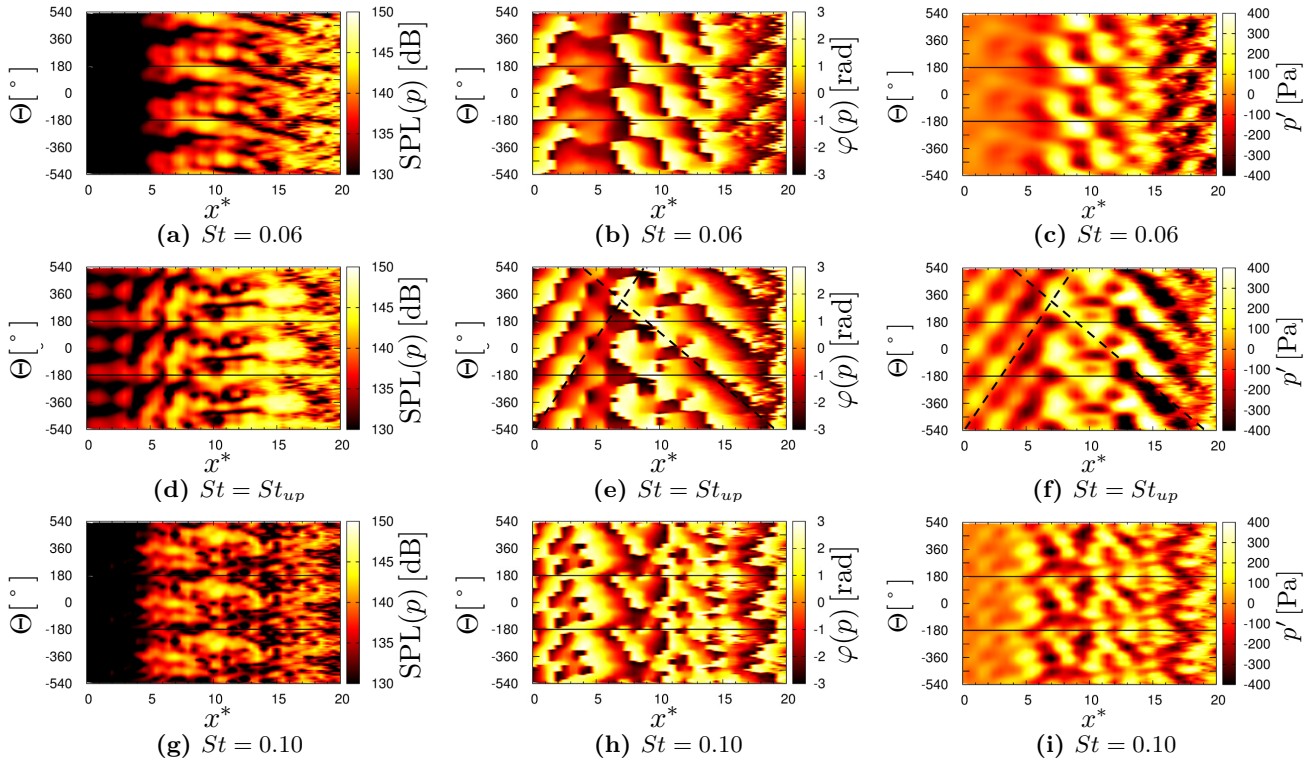




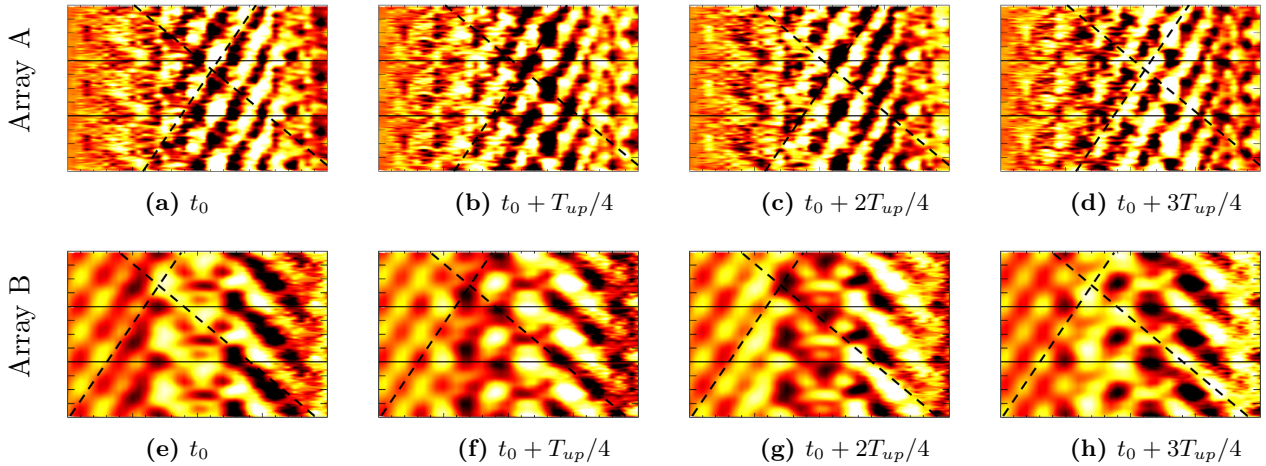
**Figure 4.26:** niveau, phase et reconstruction du champ de vitesse sur l'antenne A aux trois fréquences particulières (4.26a/4.26b/4.26c)  $St = 0.06$ , (4.26d/4.26e/4.26f)  $St = St_{up} = 0.066$  et (4.26g/4.26h/4.26i)  $St = 0.10$ . — : périodicité en azimut ; - - - : repères arbitraires.



**Figure 4.27:** niveau, phase et reconstruction du champ de pression sur l'antenne A aux trois fréquences particulières (4.27a/4.27b/4.27c)  $St = 0.06$ , (4.27d/4.27e/4.27f)  $St = St_{up} = 0.066$  et (4.27g/4.27h/4.27i)  $St = 0.10$ . — : périodicité en azimut ; - - - : repères arbitraires.



**Figure 4.28:** niveau, phase et reconstruction du champ de pression sur l’antenne B aux trois fréquences particulières (4.28a/4.28b/4.28c)  $St = 0.06$ , (4.28d/4.28e/4.28f)  $St = St_{up} = 0.066$  et (4.28g/4.28h/4.28i)  $St = 0.10$ . — : périodicité en azimut ; - - - : repères arbitraires.



**Figure 4.29:** champ de pression reconstruit pour la fréquence  $St_{up} = 0.066$  à quatre instants d’une période  $T_{up} = D_j/u_j St_{up}$ . — : périodicité en azimut ; - - - : repères arbitraires.

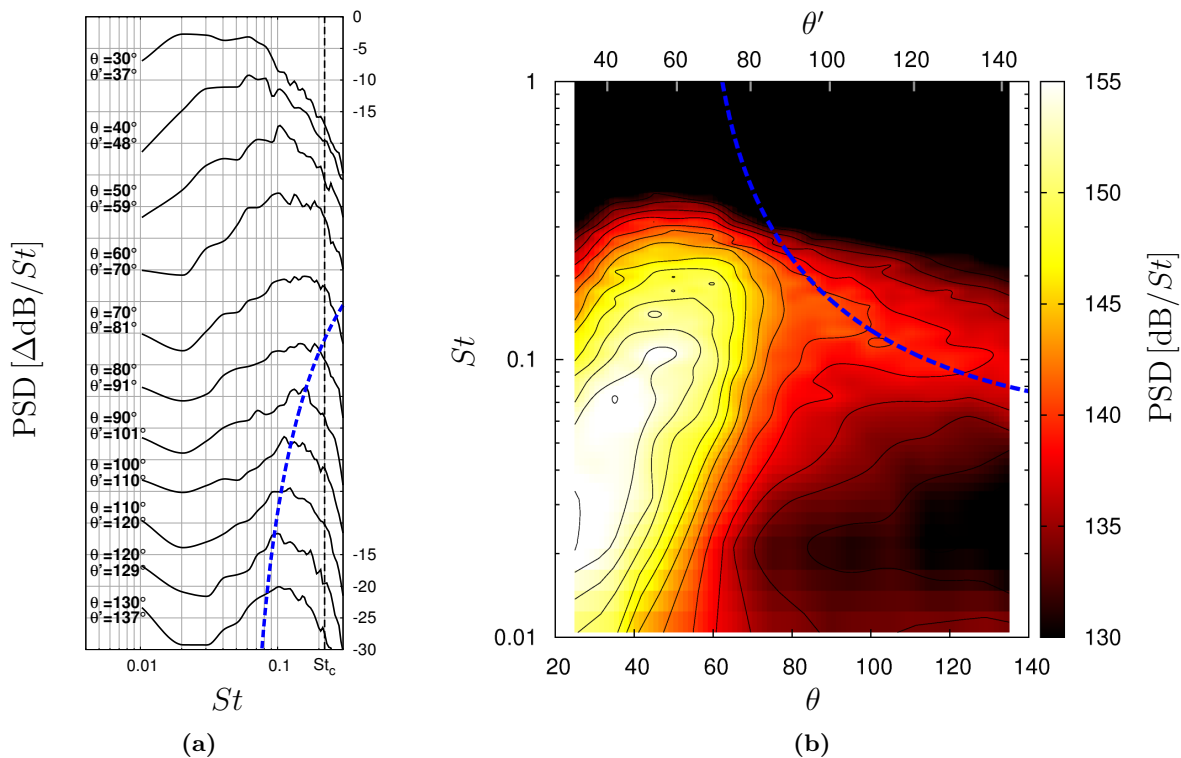
des modes hélicoïdaux. Le mode repéré par une pente positive se propage vers l’amont et inversement. Ce phénomène est beaucoup plus apparent si l’on visualise l’animation créée par la succession d’un grand nombre de ces instants et renforce les analyses proposées jusqu’ici. Une décomposition en modes propres orthogonaux permettrait de confirmer et approfondir ces conclusions.

### 4.3.3 Caractérisation du champ lointain

#### 4.3.3.1 Contenu spatio-fréquentiel du champ de pression

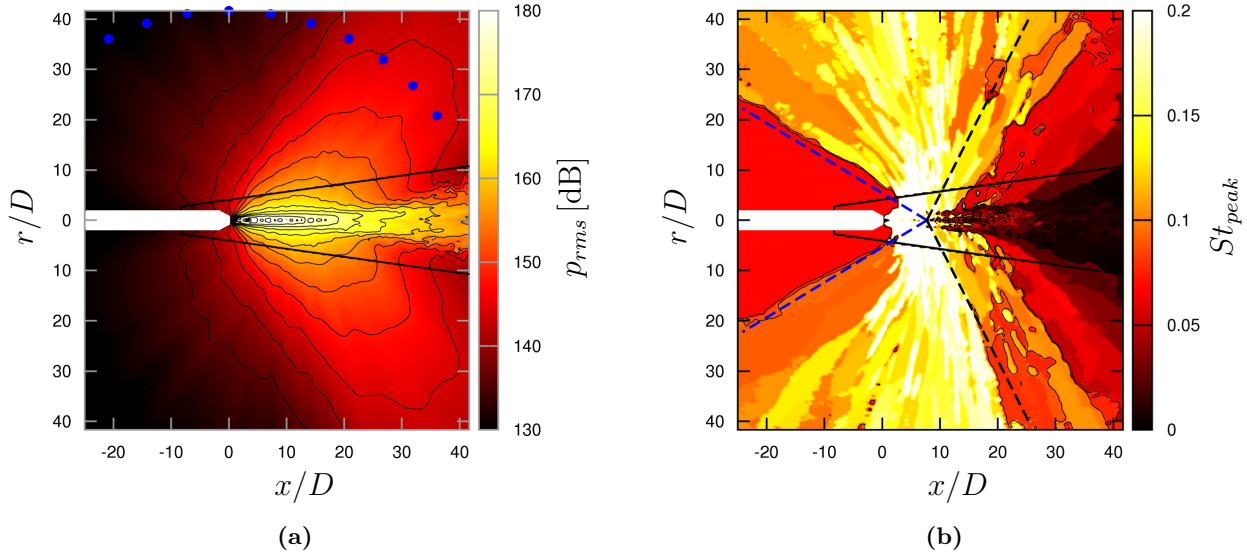
Le champ acoustique lointain a été exploité en section 4.2.2 à des fins de validation. La présente section vise à fournir des résultats et des analyses plus détaillés. Les PSD des signaux de pression sur l'arc de microphones en champ lointain et le spectrogramme associé sont représentés en figure 4.30. Les fréquences pic sont distribuées du minimum  $St = 0.02$  aux petits angles jusqu'au maximum  $St = 0.2$  dans la direction transversale  $\theta' \simeq 90^\circ$ . Le rayonnement d'onde de Mach correspond à la région de forts niveaux à large bande pour  $\theta' < 70^\circ$  sur le spectrogramme. Le bruit de choc correspond à la bande plus mince et moins intense qui s'étend en amont pour  $\theta' > 90^\circ$ . La loi approchant la fréquence centrale du bruit de choc en fonction de l'angle d'observation  $\theta'$  donnée en équations (1.7) et (4.19) est tracée en ligne pointillée bleue. Elle coïncide quasi exactement avec les pics des PSD pour  $\theta' \gtrsim 90^\circ$  et tend vers  $St_{BBSAN} = St_{up}$  en amont comme prévu. L'aspect général du spectrogramme est très similaire à ce qui est obtenu expérimentalement pour le jet MARTEL ou des jets analogues, l'étude de Schlinker *et al.* [185] mentionnée dans le tableau 1.1 notamment.

Le rayonnement d'onde de Mach et le bruit de choc sont donc tous deux facilement identifiables en champ lointain au regard de la variation de la fréquence pic du spectre en fonction de l'angle d'observation. Le champ de fréquence pic en figure 4.31b est obtenu en extrayant la fréquence du niveau maximal de la PSD de la pression en chaque point du maillage qui intersecte un plan 2D  $\vec{x}\vec{r}$ . Le champ de niveau de pression RMS est par ailleurs donné en figure 4.31a par souci d'exhaustivité. Les princi-



**Figure 4.30:** PSD de la pression le long de l'antenne de microphones en champ lointain représentées avec (4.30a) les PSD tracées tous les 10 dB et (4.30b) le spectrogramme en fonction de  $\theta/\theta'$ . — : simulation NS-Euler ; - - - :  $St = St_{BBSAN}(\theta')$  ; — : iso-PSD tous les  $\Delta 2$  dB/St.





**Figure 4.31:** champs de (4.31a) niveau RMS et (4.31b) fréquence pic du spectre de la pression. ● : arc de microphones ; — : iso- $p_{rms}$  tous les  $\Delta 4$  dB et iso-fréquences  $St \in [0.02, 0.066, 0.09]$  ; — : interface de couplage ; - - - :  $\theta' = \theta'_{max} = 70^\circ$  ; - - - :  $\theta' = \theta''_{up} = 145^\circ$ .

pales régions du champ acoustique sont clairement mises en évidence. Les motifs sont grossièrement centrés sur l'extrémité du cône potentiel, ce qui justifie l'utilisation du système d'angle alternatif. En aval pour tous les angles de rayonnement possibles des ondes de Mach, soit  $\theta' < \theta'_{max} = 70^\circ$ , le bruit est dominé par la plage de fréquences  $0.01 < St < 0.1$ . Les très basses fréquences observées aux angles les plus fermés dans le domaine Navier-Stokes sont dues aux événements aérodynamiques lents et intermittents. Aux plus grands angles et particulièrement dans la direction transversale  $\theta' \simeq 90^\circ$ , le champ est dominé par le bruit de choc, des fréquences médium jusqu'à la fréquence de coupure  $St_c = 0.22$ . La distribution de fréquences pic est fortement hétérogène, probablement du fait de la multiplicité des sources et des interférences. Encore plus en amont, la fréquence centrale du bruit de choc diminue en raison de l'effet Doppler, cf. section 1.1.3.2. À partir de  $\theta' \simeq 145^\circ$ , la distribution devient soudainement très homogène à la fréquence  $St = St_{up}$ . Ce résultat ne peut pas être entièrement expliqué par le modèle de bruit de choc décrit en section 1.1.3.2 puisque la formule (4.19) conduit à  $St_{BBSAN}(\theta' = 145) = 0.077 \neq St_{up}$ . Tam [192] et Bailly et Fujii [11] ont montré que l'interaction des ondes d'instabilité, modèle dont l'équation (4.19) est dérivée, avec la structure quasi-périodique des cellules de choc prévoit également des ondes d'instabilité se propageant dans la direction amont. Ces ondes peuvent générer des ondes de Mach si leurs vitesses de phase  $c_\varphi$  sont supersoniques, c'est-à-dire

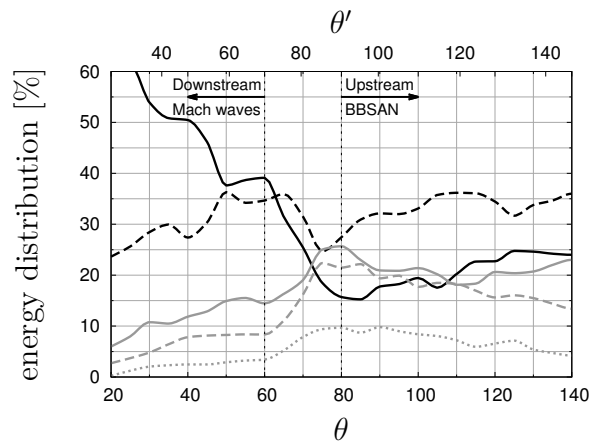
$$\begin{aligned} c_\varphi &< -c_\infty \\ \frac{\omega}{\alpha - k_{shock}} &< -c_\infty \end{aligned} \quad (4.22)$$

où  $\omega = 2\pi f$ ,  $\alpha \simeq \omega/u_c$  et  $k_{shock} = 2\pi/D_j \overline{L_{shock}^*}$ . En considérant ici que  $\omega = 2\pi St_{up} u_j / D_j$ ,  $u_c = 0.5u_j$  ( $M_{c3}$ ) et  $\overline{L_{shock}^*} = 2.2$ , cette condition est satisfaite et les ondes de Mach devraient donc rayonner en amont à un très grand angle  $\theta' > 160^\circ$  d'après l'équation (1.6). Cela pourrait expliquer ce rayonnement dominant de la fréquence  $St_{up}$  aux angles  $\theta' > 160^\circ$ . Cependant, la secteur de prédominance s'étend également à la plage de  $145^\circ < \theta' \leq 160^\circ$ . Ce constat est corroboré par l'analyse du champ de pression

sur l'antenne B discutée précédemment, où un angle de rayonnement de cette fréquence  $\theta''_{up} = 145^\circ$  avait été trouvé. L'explication envisagée est la variation axiale de  $u_c$  et  $L_{shock}^*$ . Autrement dit, les paramètres du modèle de rayonnement d'onde de Mach vers l'amont varient significativement en fonction de la position axiale sur le tronçon concerné, ce qui conduit à un éventail d'angles possibles plutôt qu'à un angle unique. Rajoutons que ce bruit de choc amont rayonnant *via* un mécanisme semblable aux ondes de Mach, dénoté MW-BBSAN par la suite, a une intensité inférieure d'environ 15 dB par rapport aux ondes de Mach aval standards selon les niveaux en figure 4.22c.

#### 4.3.3.2 Contenu azimutal du champ de pression

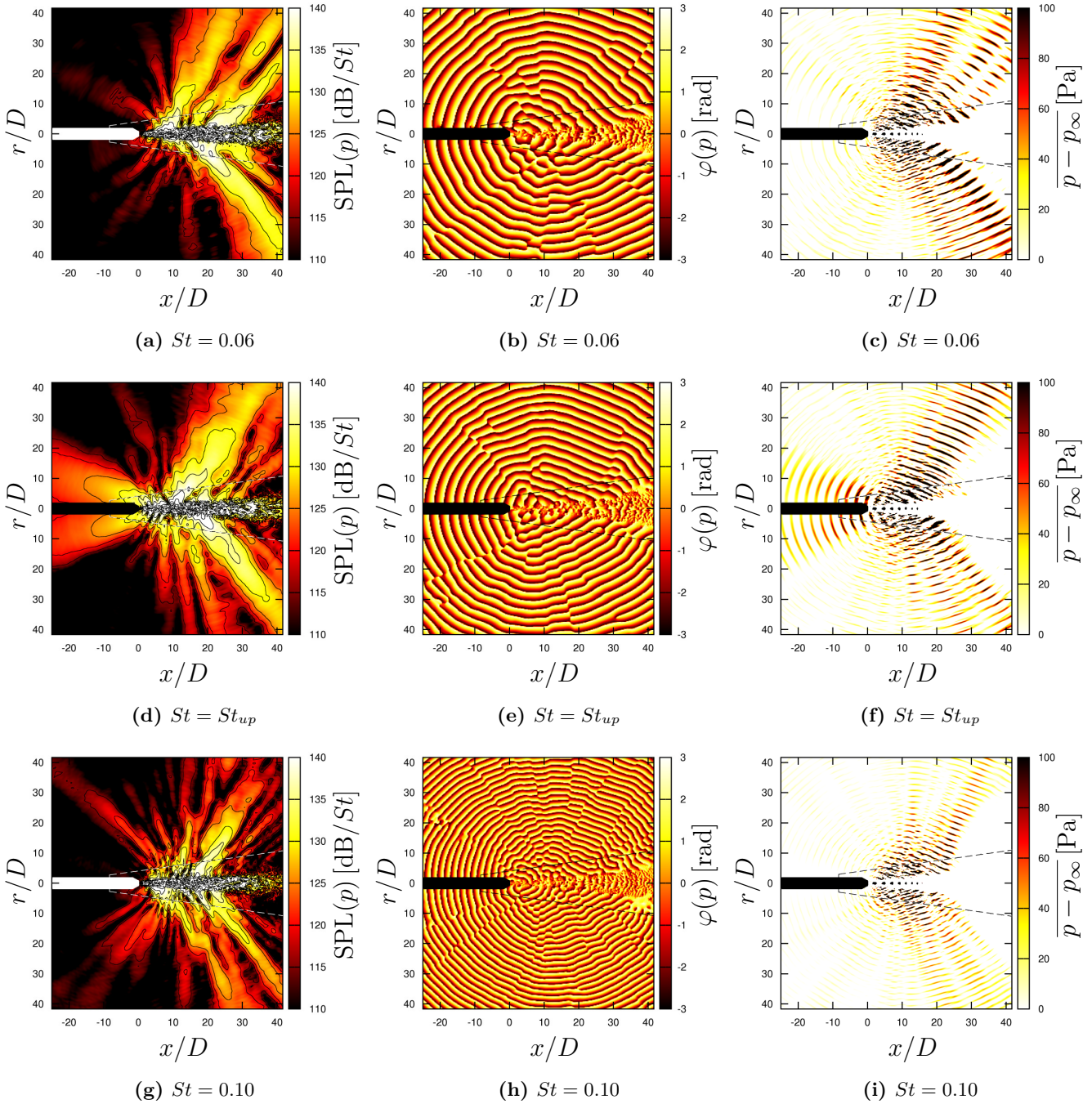
Les contributions des modes azimutaux en champ acoustique lointain peuvent être facilement reliées au champ proche. La figure 4.32 permet de distinguer trois régions angulaires avec des comportements spécifiques. Vers l'amont aux angles  $\theta' > 90^\circ$ , le champ acoustique est dominé par le bruit de choc et les contributions des huit premiers modes sont plutôt stables. Plus d'un tiers de l'énergie est contenue dans le mode 1 qui peut être associé au mode 1 excité par les cellules de choc dans la couche de cisaillement, cf. figure 4.25a, et le mode 1 fortement prépondérant en champ acoustique proche, cf. figure 4.25b. Le secteur angulaire  $70^\circ < \theta' < 90^\circ$  est une région de transition entre le rayonnement d'onde de Mach et le bruit de choc. Les contributions des modes 0 et 1 y atteignent un minimum en faveur des modes supérieurs. Cette région peut être associée aux hautes fréquences pic distribuées de manière hétérogène en figure 4.31b. Vers l'aval aux angles  $\theta' < 70^\circ$  ce qui inclut la direction du pic d'intensité, le bruit est dominé par les ondes de Mach essentiellement au mode 0 axisymétrique. Les ondes de Mach rayonnant aux angles plus élevés  $70^\circ > \theta' > 60^\circ$  contiennent également une importante composante au mode 1. Ces dernières sont générées dans le tronçon de la couche de cisaillement où la vitesse de convection des structures turbulentes est maximale, soit avant la fin du cône potentiel, cf. figure 4.23b. Elles sont donc très probablement influencées par les cellules de choc et l'importante contribution du mode azimutal  $m = 1$  dans cette zone. Aux angles très faibles enfin, la contribution du mode axisymétrique augmente nettement en raison de l'intrusion de structures tourbillonnaires à l'intérieur de l'extrémité du cône potentiel et leur accélération sur l'axe du jet, mécanisme déjà avancé lors de l'exploitation des antennes A et B en section 4.3.2.3.



**Figure 4.32:** contribution à l'énergie totale des huit premiers modes azimutaux de la pression le long de l'antenne de microphones en champ lointain en fonction de la directivité. — :  $m = 0$ ; - - - :  $m = 1$ ; — :  $m = 2$ ; - - - :  $m = 3$ ; ···· :  $4 \leq m \leq 8$ .

### 4.3.3.3 Analyse par filtrage de champ

Les champs de niveaux SPL, de phase  $\varphi$  et les champs de pression directement filtrés aux trois fréquences  $St = 0.06$ ,  $St_{up}$  et  $0.10$  sont représentés en figure 4.33. Ils ne sont pas moyennés en azimut. Le filtrage direct, à la différence de la reconstruction du champ à partir du SPL et de la phase, consiste simplement à faire des moyennes de phase des champs instantanés à la fréquence d'intérêt.



**Figure 4.33:** niveau, phase et moyenne de phase du champ de pression aux trois fréquences particulières (4.33a/4.33b/4.33c)  $St = 0.06$ , (4.33d/4.33e/4.33f)  $St = St_{up} = 0.066$  et (4.33g/4.33h/4.33i)  $St = 0.10$ . — : iso-SPL tous les  $\Delta 5\text{dB}$ ; --- : interface de couplage.

Le résultat est toutefois sensiblement identique. L'analyse des champs obtenus corrobore les conclusions proposées précédemment. Des niveaux acoustiques significatifs à la fréquence  $St_{up}$  sont notés en amont en figure 4.33d et le rayonnement est fortement directionnel autour de  $\theta' = 155$  à la manière des ondes de Mach. De tels motifs ne sont pas produits aux autres fréquences  $St = 0.06$  et  $St = 0.10$  en figures 4.33a et 4.33g. Des conclusions similaires, quoique visuellement plus concrètes, sont tirées des champs de moyenne de phase en figures 4.33c, 4.33f et 4.33i. Les larges faisceaux d'ondes intenses formés dans les directions aval sont générés par rayonnement d'onde de Mach. Les multiples faisceaux plus fins et moins intenses rayonnant dans toutes les directions sont liés au bruit de choc. Remarquons qu'aucun de ces champs n'est symétrique au contraire du champ de niveaux RMS en figure 4.31a, ce qui renforce la proposition selon laquelle le champ acoustique est fortement structuré par le mode azimutal  $m = 1$ . Le champ de phase en figure 4.33e indique de plus que les fronts d'onde à la fréquence  $St_{up}$  sont générés en opposition de phase vers l'amont et que leur formation est conditionnée par la périodicité des cellules de choc, ce qui n'est pas mis en évidence aux autres fréquences.

**Synthèse partielle** Il est maintenant démontré que la simulation fournit des données pertinentes, résolues en temps et en espace, pour les divers traitements et analyses implémentés. Les champs acoustiques proche et lointain sont cohérents avec les mécanismes de génération de bruit connus, décrits et modélisés dans la littérature. Le rayonnement d'onde de Mach et le bruit de choc sont tous deux décrits et associés à des propriétés spatio-fréquentielles et azimutales du champ acoustique. La dominance du mode azimutal  $m = 1$  en lien avec le bruit de choc est ainsi soulignée à de nombreuses reprises. La simulation est également suffisamment précise pour reproduire des mécanismes plus spécifiques et moins connus tels que le bruit de choc rayonnant vers l'amont à la fréquence  $St_{up}$  via un mécanisme de type onde de Mach, noté ici MW-BBSAN. Un plus ample résumé du bilan de ces analyses est proposé en conclusion de ce chapitre.

#### 4.3.4 Effets non-linéaires

##### 4.3.4.1 Mécanismes en champ proche et effets cumulatifs

La propagation acoustique non-linéaire est un des points clés de cette étude car elle justifie l'utilisation du solveur acoustique Euler en zone Z2. Il est admis que le bruit de jet chaud supersonique au décollage d'un lanceur met en jeu des effets non-linéaires [133] que l'on assimile souvent au crackle [5]. Cependant, l'importance relative des mécanismes localisés en champ proche et des effets cumulatifs durant la propagation en champ lointain est toujours sujet à débat comme souligné en section 3.1.1. D'une part, il a été constaté que des événements aérodynamiques brutaux génèrent des fronts d'ondes acoustiques raides directement aux abords de la couche de cisaillement. Ce mécanisme est connu pour être étroitement lié au rayonnement d'onde de Mach et est historiquement considéré comme la principale source de crackle. Le phénomène a été observé expérimentalement [100] et reproduit numériquement pour des jets supersoniques entre autres par Nichols *et al.* [145] et plus récemment par Pineau *et al.* [159]. D'autre part, des non-linéarités cumulatives ont été mises en évidence en champ acoustique lointain par plusieurs auteurs, tant expérimentalement [57, 154] que numériquement [26, 0]. Ces effets consistent principalement en un raidissement progressif des fronts de compression des



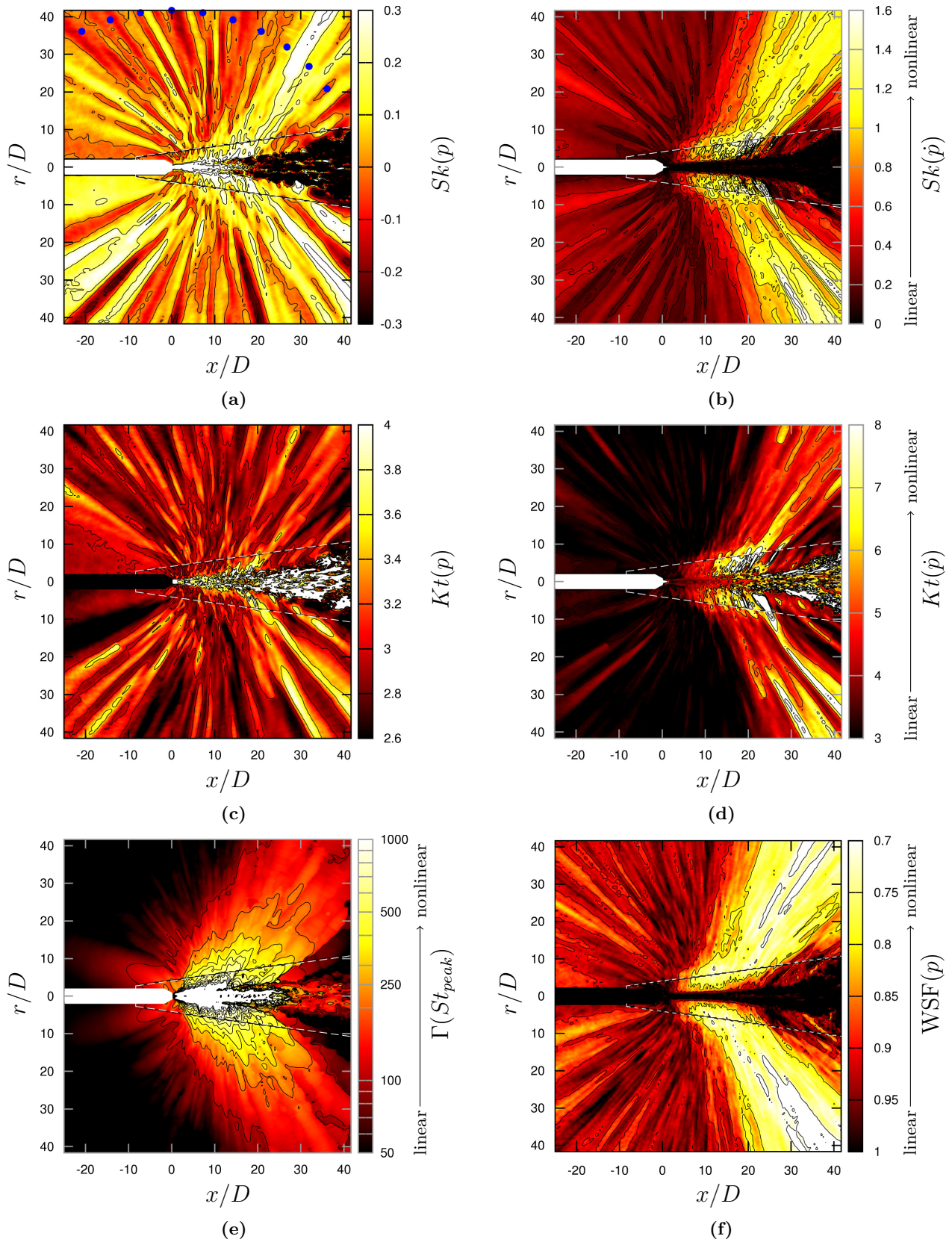
ondes, ce qui pour rappel équivaut à une distorsion de la fonction de densité de probabilité du signal, ou dans le domaine fréquentiel à un transfert d'énergie des fréquences médium autour du pic vers des fréquences supérieures. Petitjean *et al.* [154] ont par ailleurs démontré que  $M_c > 1$  était une condition nécessaire à l'apparition de ce type de non-linéarités, au même titre que pour l'occurrence des ondes de Mach et donc de phénomènes non-linéaires locaux. Comme suggéré en figure 4.23b, cette condition est satisfaite ici le long de l'antenne A sur un large tronçon axial. Par conséquent, d'importants effets non-linéaires en champs proche et lointain sont attendus.

#### 4.3.4.2 Métriques de quantification des effets non-linéaires

Des métriques spécifiques sont introduites, dont le coefficient d'asymétrie ou *skewness* noté  $Sk$ , le coefficient d'aplatissement ou *kurtosis* noté  $Kt$ , le facteur de raidissement d'onde noté WSF et le nombre sans dimension de Goldberg. Leurs propriétés, cf. section 2.4.1.6, sont rappelées brièvement. La skewness et le kurtosis sont définis par les équations (2.20) et (2.21). Le facteur WSF est défini en équation (2.22). Le nombre de Goldberg est explicité en équation (2.17). Les valeurs de référence pour un signal gaussien se propageant linéairement sont  $Sk = 0$ ,  $Kt = 3$ ,  $WSF = 1$  et  $\Gamma \lesssim 1$ . Notons que par rapport aux métriques basées sur les signaux de pression brute  $Sk(p)$  et  $Kt(p)$ , les métriques basées sur la dérivée de la pression  $Sk(\dot{p})$  et  $Kt(\dot{p})$  sont considérées par certains auteurs comme plus sensibles et pertinentes pour étudier les effets non-linéaires [7, 133, 154]. Dans les deux cas,  $Sk$  et  $Kt$  augmentent lorsque les effets non-linéaires prédominent sur l'amortissement atmosphérique visqueux. Le facteur WSF diminue lorsque la propagation est non-linéaire [54] et tend vers  $WSF = 0$  pour une forme d'onde en dents de scie, c'est-à-dire où les phases de compression sont purement discontinues. Il peut devenir supérieur à 1 et tend théoriquement vers l'infini si la phase de détente est discontinue. Ces métriques ont été éprouvées dans de nombreuses études. Mora *et al.* [138] ont mesuré des valeurs croissantes de skewness et kurtosis de la dérivée de la pression jusqu'à  $Sk(\dot{p}) > 0.8$  et  $Kt(\dot{p}) > 4$  à une distance d'environ  $25 D$  d'un jet chaud à  $M > 1.5$ . Baars *et al.* [5, 7] ont utilisé la skewness, le kurtosis et le facteur WSF pour identifier les non-linéarités cumulatives jusqu'à  $140 D$  d'un jet froid à  $M = 3$  dans la direction du pic d'intensité. Schlinker *et al.* [185] ont mesuré des valeurs de skewness atteignant 0.5 à un angle  $\theta = 50^\circ$  et une distance de  $300 D$  d'un jet chaud à  $M > 1.5$  générant du crackle. Le nombre de Goldberg est plus difficile à manipuler mais possède l'avantage de donner une information sur le régime de propagation, considérée non-linéaire si  $\Gamma \gg 1$ , facile à interpréter localement. Compte tenu de la divergence des ondes en champ libre 3D,  $\Gamma$  ne peut cependant pas être considérée comme une distance de formation de choc. Baars *et al.* [7] recommandent alors de calculer un nombre de Goldberg corrigé.

Les champs de métriques mentionnées ci-dessus sont tracés dans le plan  $\vec{x}\vec{r}$  en figure 4.34. L'arc de microphones en champ lointain est marqué par des points bleus en figure 4.34a pour information. Le champ de  $\Gamma$  est calculé à l'humidité relative  $h = 50\%$  pour la fréquence pic locale comme donnée en figure 4.31b. En considérant le régime de propagation comme sensiblement non-linéaire à partir de  $\Gamma > 100$ , ce qui correspond à la première iso-ligne, on obtient un domaine non-linéaire très étendu, en particulier dans la direction du pic d'intensité où les effets non-linéaires sont les plus attendus en raison des niveaux acoustiques élevés. Les plages de valeurs de la skewness et du kurtosis sont cohérentes avec celles trouvées par d'autres auteurs de la littérature. Les métriques basées sur la dérivée de la pression mettent clairement en évidence les régions de génération des ondes de Mach et leur propagation en



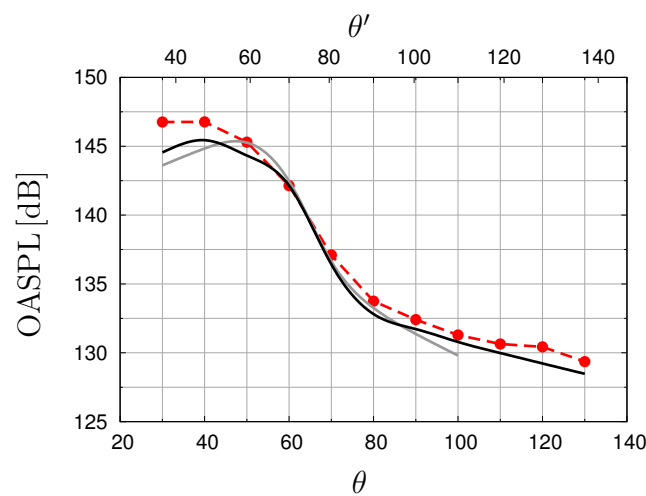


**Figure 4.34:** champs de métriques de non-linéarité ; (4.34a) skewness de la pression et (4.34b) de la dérivée de la pression, (4.34c) kurtosis de la pression et (4.34d) de la dérivée de la pression, (4.34e) nombre de Goldberg à la fréquence pic du spectre et (4.34f) facteur de raidissement de la pression. ● : arc de microphones ; — : iso-lignes ; - - - : interface de couplage.

aval. Les métriques basées sur la pression brute ne conduisent pas à de tels résultats. Les métriques indiquent que de fortes non-linéarités se produisent en champ proche près de la couche de cisaillement sur l'intervalle  $5D < x < 25D$ . Des pics élevés de  $Sk(\dot{p})$  et  $Kt(\dot{p})$  sont notamment visibles dans cette région, ce qui suggère des variations de pression très raides. Un comportement similaire a été constaté pour les jets générant du crackle ce qui accredit l'hypothèse d'un mécanisme opérant en champ proche. Pourtant, les métriques  $Sk(\dot{p})$ ,  $Kt(\dot{p})$  et WSF montrent encore des variations significatives en champ lointain, en accord avec les valeurs du nombre de Goldberg  $\Gamma > 100$ . Le facteur WSF diminue jusqu'à environ 0.6 dans des zones associées à des niveaux élevés de  $Sk(\dot{p})$  et  $Kt(\dot{p})$  ce qui indique que les fronts d'onde continuent de se raidir même à cette distance. Par ailleurs, des valeurs du facteur WSF supérieures à 1 sont observées en champ acoustique proche en  $x \simeq 25D$  dans une zone à  $Sk(\dot{p})$  et  $Kt(\dot{p})$  élevés. Cela révèle la présence de chutes de pression rapides alliées à des compressions plus douces, soit le strict inverse du raidissement par propagation non-linéaire. De tels événements pourraient générer des discontinuités de pression suffisamment sévères pour créer des chocs, voire favoriser les ondes de très forte amplitude soumises ultérieurement à de forts effets de propagation non-linéaire, alimentant ainsi le crackle. Le domaine numérique ne s'étend toutefois pas suffisamment en aval pour étudier l'éventuelle propagation non-linéaire de ces ondes rayonnant à basse fréquence et aux petits angles.

#### 4.3.4.3 Discussion sur la méthode

Les métriques calculées montrent clairement que des non-linéarités se produisent à la fois en champ proche et en champ lointain. La difficulté reste de déterminer l'importance relative des phénomènes en champ proche des effets cumulatifs en champ lointain. Cette problématique est abordée en comparant la simulation NS-Euler avec un calcul Ffowcs Williams & Hawkins linéaire à partir de la surface d'intégration cylindrique I2, cf. section 4.1.1.4, entièrement contenue dans le domaine Euler. Cette approche est notée NS-Euler-FWH. Les niveaux acoustiques résultants sur l'arc de microphones en champ lointain sont représentés pour  $\theta \leq 100^\circ$  en figure 4.35. Le calcul linéaire résulte en un petit décalage de la directivité mais ne surestime pas les niveaux, ce qui est contre-intuitif au regard de la

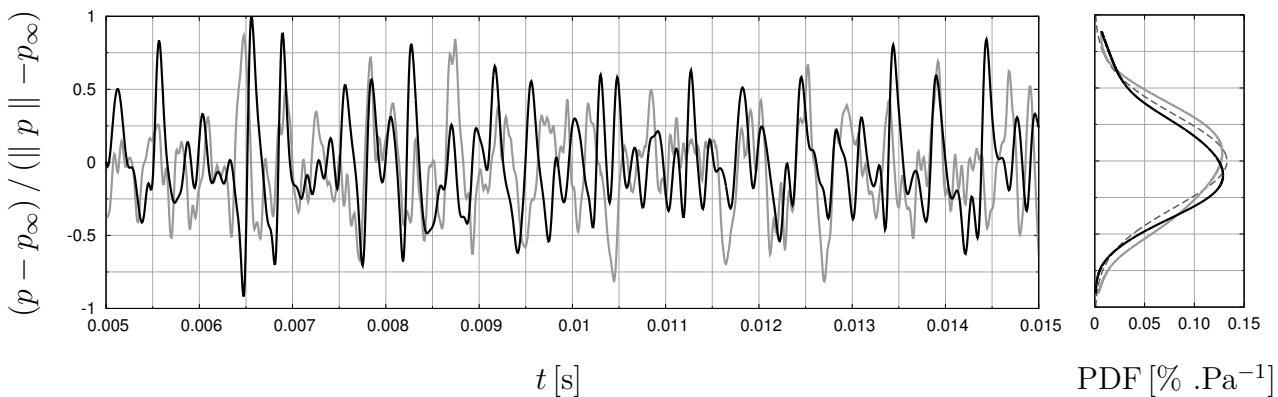


**Figure 4.35:** OASPL des signaux de pression sur l'antenne de microphones en champ lointain en fonction de la directivité calculés par intégration des PSD sur la plage  $0.01 < St < 0.22$ .  $-\bullet-\bullet-$ : données expérimentales ;  $—$  : simulation NS-Euler ;  $—$  : simulation NS-Euler-FWH.



comparaison des calculs Euler et Ffowcs Williams & Hawkings en figure 4.19 basés sur la précédente simulation LES. On confirme pourtant logiquement que la fidélité de la LES est le principal facteur agissant sur les niveaux acoustiques en champ lointain. Cela pourrait également indiquer que l'essentiel des effets non-linéaires sont contenus dans le cylindre de rayon  $r_{I2}$ .

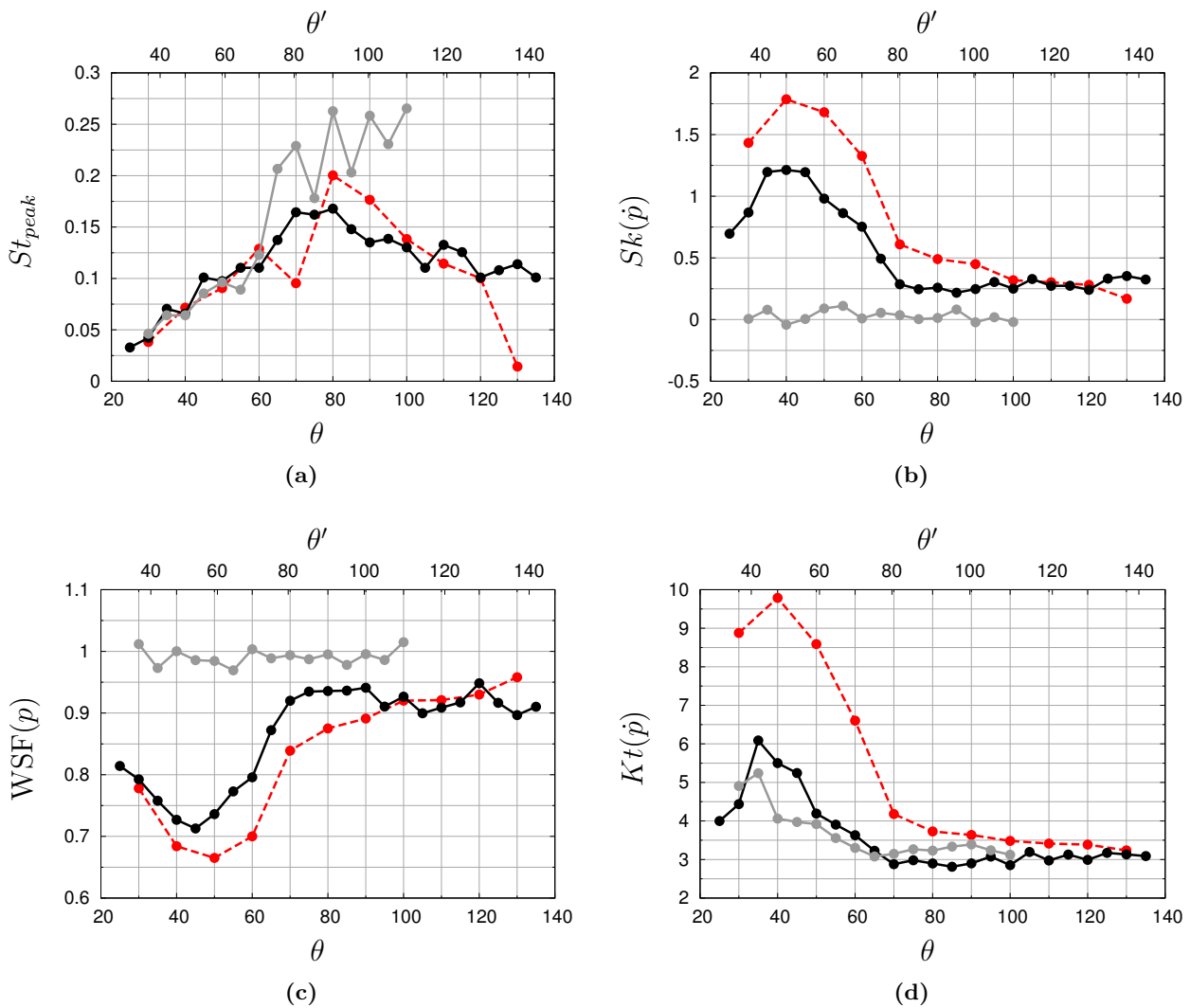
Cependant, les seuls niveaux acoustiques globaux ne permettent pas de conclure quant à la pertinence de la méthode de simulation acoustique. Les signaux temporels calculés à la position  $(x, r, \Theta) = (35D, 42D, 0)$  en champ lointain sont tracés de manière synchrone entre les approches NS-Euler et NS-Euler-FWH. Ils ne présentent pas les mêmes tendances et leurs densités de probabilités s'écartent de la distribution gaussienne dans des sens opposés. Seul le signal de la simulation NS-Euler présente une PDF déformée dans le sens attendu pour une propagation non-linéaire selon Petitjean *et al.* [154]. Par ailleurs, les métriques moyennées en azimuth des signaux de pression enregistrés en champ lointain en  $\theta = 40^\circ$  et  $90^\circ$  sont données dans le tableau 4.4. Les mesures expérimentales des signaux temporels de pression sur l'arc de microphones permettent la comparaison directe avec les simulations. Comme nous l'avons mentionné précédemment, les niveaux acoustiques sont similaires, mais des différences significatives sont constatées pour les autres métriques  $St_{peak}$ ,  $Sk(\dot{p})$ ,  $Kt(\dot{s})$  et WSF. Le calcul NS-Euler correspond clairement mieux aux données expérimentales aux deux angles. En particulier, des valeurs significativement plus élevées de skewness  $Sk(\dot{p})$  et des valeurs plus faibles du facteur de raidissement WSF sont trouvées dans le cas de la simulation non-linéaire. Une analyse approfondie de ce résultat est proposée avec la figure 4.37. La fréquence pic du spectre, la skewness et le kurtosis de la dérivée de la pression et le facteur de raidissement calculés à partir des signaux expérimentaux et numériques sont tracés en fonction de l'angle d'observation. On montre ici des variations importantes des propriétés statistiques des signaux de pression selon l'angle, associées aux effets non-linéaires cumulatifs. Les valeurs crêtes sont trouvées proches du pic de directivité  $\theta' = 48^\circ$ , à l'exception de la fréquence pic qui atteint son maximum dans la direction transversale en accord avec le champ en figure 4.31b. Ces variations ne sont pas ou mal reproduites par l'approche linéaire. *Contrairement*, l'approche NS-Euler fournit des résultats cohérents par rapport à l'expérience et démontre clairement sa capacité à reproduire quantitativement les effets non-linéaires en champ lointain.



**Figure 4.36:** signaux temporels de pression simulés aux mêmes instants à la position  $(x, r, \Theta) = (35D, 42D, 0)$  et fonctions de densité de probabilité associées. — : simulation NS-Euler ; - - : simulation NS-Euler-FWH ; . . . : PDF d'une distribution gaussienne de paramètres  $\mu = 0.0$  et  $\sigma^2 = 0.1$ .

$\theta$	$\theta'$	méthode	$p_{rms}$ [dB]	$St_{peak}$	$Sk(p)$	$Sk(\dot{p})$	$Kt(p)$	$Kt(\dot{p})$	WSF
90°	101°	NS-Euler-FWH	131.4	0.258	+0.09	-0.02	2.98	3.39	1.00
		NS-Euler	131.7	0.154	-0.03	+0.25	2.96	2.90	0.94
		Expérimental	132.5	0.176	+0.29	+0.45	3.24	3.64	0.89
40°	48°	NS-Euler-FWH	144.8	0.064	-0.05	-0.04	2.59	4.06	1.00
		NS-Euler	145.5	0.066	+0.09	+1.21	3.04	5.50	0.73
		Expérimental	146.8	0.072	+0.60	+1.79	3.72	9.79	0.68

**Table 4.4:** moyenne azimutale des métriques des signaux de pression obtenues expérimentalement, par simulation NS-Euler et par simulation NS-Euler-FWH au niveau des microphones en champ lointain en  $\theta = 40^\circ$  et  $90^\circ$ .



**Figure 4.37:** moyenne azimutale des métriques du champ de pression sur l'antenne de microphones en champ lointain.  $\text{---}\bullet\text{---}$  : données expérimentales ;  $\text{---}\bullet\text{---}$  : simulation NS-Euler ;  $\text{---}\bullet\text{---}$  : simulation NS-Euler-FWH.

La métrique  $K(\dot{p})$  présente la dynamique de mesure la plus élevée mais aussi les écarts les plus importants entre l'expérience et le calcul NS-Euler et les écarts les plus faibles entre les calculs Euler et Ffowcs Williams & Hawkings. Les métriques  $S(\dot{p})$  et WSF semblent être plus robustes pour la quantification des effets cumulatifs. La skewness reste inférieure à 1.5 dans la simulation NS-Euler tandis que les données expérimentales présentent un pic  $S(\dot{p}) > 1.75$ , pour une distance de propagation depuis les sources d'environ  $40D$ . Reichman *et al.* [179] ont associé l'émergence d'ondes choquées, généralement associées au crackle, à des valeurs de skewness de la dérivée de la pression supérieures à 1.5, ce qui suggère que des chocs apparaissent dans l'expérience mais ne sont pas correctement simulés. Cela met en évidence une limitation majeure du calcul de NS-Euler. En effet, la fréquence de coupure  $St_c = 0.22$  est trop faible pour capturer les hautes fréquences inhérentes aux ondes choquées et donc reproduire totalement la phénoménologie non-linéaire.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthodologie de simulation par couplage fort Navier-Stokes – Euler, associée à un maillage raffiné et à une méthode de déclenchement géométrique de la turbulence, est appliquée à la simulation du jet libre supersonique chaud MARTEL à  $M = 3.1$ . La méthode de déclenchement de la turbulence s'appuyant sur une marche placée dans le convergent de la tuyère conduit à des niveaux de fluctuation de vitesse supérieurs à 2% dans le divergent. Cela permet d'obtenir en aval une condition de sortie de tuyère très perturbée au niveau des lèvres et par conséquent une amélioration majeure de la solution aérodynamique par rapport aux travaux précédents.

Le champ aérodynamique proche et le champ acoustique lointain se comparent très bien aux données expérimentales disponibles. On note en particulier que le développement de la couche de cisaillement présente les bonnes caractéristiques en matière de taux d'étalement, de niveaux de fluctuation et de spectre de la turbulence. Les niveaux acoustiques en champ lointain sont retrouvés dans une marge d'erreur de 1 dB à la plupart des angles d'observation et les spectres coïncident correctement dans toutes les directions malgré une légère sous-estimation des niveaux aux petits angles. Le système d'angle d'observation alternatif  $\theta'$  centré sur l'extrémité du cône potentiel est par ailleurs jugé plus adéquat pour décrire les angles de rayonnement.

Sur la base de ces résultats, une analyse physique approfondie du bruit rayonné est opérée. Le contenu des champs acoustiques proche et lointain est conforme aux mécanismes de génération de bruit connus dans la littérature. Le bruit est produit par deux principaux mécanismes, le rayonnement d'onde de Mach en aval et le bruit de choc large bande notable essentiellement en amont. Trois secteurs angulaires, en lien direct avec des tronçons distincts de la couche de cisaillement, se dessinent.

Les angles de rayonnement des ondes de Mach sont liés à la vitesse de convection des grandes structures turbulentes. Cette vitesse de convection est maximale sur le tronçon  $2 < x^* < 12$  le long de l'antenne A, conduisant à l'émission d'ondes de Mach à des angles  $60^\circ < \theta' < 70^\circ$ . Les spectres de bruit associés sont large bande, centrés sur les fréquences médium  $St \simeq 0.1$  et contiennent une importante composante azimutale  $m = 1$ , probablement alimentée par le mode 1 de la vitesse excité dans la couche de cisaillement. En aval du cône potentiel, la vitesse de convection diminue ce qui induit des ondes de Mach rayonnant à des angles  $40^\circ < \theta' < 60^\circ$ , soit la direction du pic d'intensité. Un mécanisme additionnel, consistant en l'intrusion intermittente de structures tourbillonnaires à

l'intérieur de l'extrémité du cône potentiel ensuite accélérées sur l'axe du jet, peut expliquer le bruit basse fréquence dominé par le mode azimutal 0 aux angles les plus faibles. On peut également en déduire que les sources de bruit associées aux grandes structures turbulentes sont largement distribuées dans la direction axiale.

Près de la direction transversale pour des angles  $70^\circ < \theta' < 90^\circ$ , la source principale du bruit n'est pas clairement définie. Cette plage angulaire est considérée comme une région de transition. Le bruit est à large bande centré sur des fréquences médium-hautes  $St > 0.1$  avec une contribution importante des modes azimutaux  $1 \leq m \leq 3$ . Dans les directions plus en amont pour les angles  $90^\circ < \theta' < 145^\circ$ , le bruit de choc dominant génère un spectre large bande centré sur une fréquence  $St_{\text{BBSAN}}$  fonction de l'angle d'observation. Cette fréquence dans la simulation correspond fidèlement à l'expérience et au modèle de Tam et Tanna. La décomposition azimutale du bruit de choc large bande est dominée par le mode 1 dans toutes les directions amont, une fois de plus apparié au mode 1 dans la couche de cisaillement intimement relié à la structure en cellules de choc. Une source de bruit particulière rayonnant vers l'amont spécifiquement à la fréquence discrète  $St_{\text{BBSAN}}(\theta' = 180^\circ) = St_{up}$  via un mécanisme analogue à la génération des ondes de Mach est mise en évidence aux grands angles  $\theta' > 145^\circ$ . La fréquence  $St_{up}$  est égale à la fréquence du screech prévue par le modèle de Tam et Tanna à  $\theta' = 180^\circ$  bien que pour un tel jet chaud, le phénomène du screech n'ait pas véritablement lieu.

Enfin, les effets non-linéaires sont étudiés. Des phénomènes à la fois en champs proche et lointain sont soulignés. D'une part, de brutales discontinuités de pression sont observées à proximité de la couche de cisaillement ce qui conforte l'hypothèse d'un mécanisme de génération du crackle en champ proche. D'autre part, les niveaux acoustiques élevés entraînent distinctement des effets non-linéaires cumulatifs en champ lointain, comme le suggèrent les variations des métriques spécifiques introduites telles que la skewness et le kurtosis de la dérivée de la pression, le nombre de Goldberg ou encore le facteur de raidissement d'onde WSF. Ces effets sont mis en évidence sur une large zone, même à grande distance des sources, ce qui justifie l'utilisation du solveur acoustique non-linéaire.

Les résultats exposés dans ce chapitre sont très encourageants en vue d'une application de la méthodologie par couplage NS-Euler à un cas plus réaliste de simulation du bruit de jet au décollage d'un lanceur. La géométrie du problème reste toutefois simple et ne permet pas d'exploiter pleinement les avantages procurés par le couplage fort NS-Euler tels que la capacité à simuler les écoulements secondaires complexes et à prendre en compte le retour de l'acoustique dans le sous-domaine Navier-Stokes. La progression vers des configurations de complexité croissante fait justement l'objet du dernier chapitre de ce manuscrit où le cas du jet supersonique MARTEL en présence d'un carneau est traité.



# Application à la simulation du bruit généré par le jet supersonique MARTEL en présence d'un carneau

*“Notre pouvoir scientifique a dépassé notre pouvoir spirituel. Nous savons guider des missiles mais nous détournons l’homme de sa voie.”*

Martin Luther King

La simulation par couplage fort Navier-Stokes – Euler et l’analyse du cas de jet supersonique à Mach 3.1 guidé dans un carneau sont exposées dans ce chapitre. La construction des domaines de calcul et de leurs maillages repose sur l’approche mise en place au chapitre précédent. Les niveaux acoustiques en champ lointain sont correctement prévus par rapport aux mesures, en particulier au-dessus du carneau. Une analyse non exhaustive des champs aérodynamiques et acoustiques, proches et lointains, est ensuite effectuée. Des effets de propagation non-linéaire sont enfin mis en évidence par les métriques spécifiques, essentiellement pour le bruit émis en sortie de carneau.

## Sommaire

<b>5.1</b>	<b>Mise en place de la simulation du jet avec carneau</b>	<b>146</b>
5.1.1	Description du cas	146
5.1.1.1	Banc MARTEL en configuration carneau long	146
5.1.1.2	Paramètres physiques	147
5.1.1.3	Base de données expérimentale et numérique	147
5.1.1.4	Domaine, instrumentation et coût de la simulation	148
5.1.2	Définition du maillage	150
5.1.2.1	Travaux antérieurs	150
5.1.2.2	Amélioration du maillage	150
<b>5.2</b>	<b>Description qualitative de la solution transitoire et établie</b>	<b>152</b>

5.2.1	Phénomènes transitoires . . . . .	152
5.2.2	Champs aéroacoustiques établis . . . . .	154
5.2.2.1	Visualisation de champs aérodynamiques instantanés et moyens . . . . .	154
5.2.2.2	Structure de l'écoulement moyen . . . . .	156
5.2.2.3	Visualisation de champs acoustiques instantanés . . . . .	157
<b>5.3</b>	<b>Validation de la simulation à l'aide des mesures expérimentales . . . . .</b>	<b>158</b>
5.3.1	Champ aérodynamique . . . . .	158
5.3.1.1	Profils sur l'axe du jet . . . . .	158
5.3.1.2	Développement de la couche de cisaillement . . . . .	159
5.3.1.3	Développement de la turbulence dans le carneau . . . . .	160
5.3.2	Champ acoustique . . . . .	161
5.3.2.1	Niveaux acoustiques intégrés . . . . .	161
5.3.2.2	Densités spectrales de puissance . . . . .	163
<b>5.4</b>	<b>Exploitation de la simulation . . . . .</b>	<b>165</b>
5.4.1	Caractérisation de l'écoulement interne . . . . .	165
5.4.1.1	Bilan de masse . . . . .	165
5.4.1.2	Contenu spatio-fréquentiel du champ de vitesse . . . . .	166
5.4.1.3	Vitesse de convection des structures turbulentes . . . . .	167
5.4.2	Caractérisation du champ acoustique . . . . .	168
5.4.2.1	Contenu spatio-fréquentiel du champ interne de pression . . . . .	168
5.4.2.2	Contenu spatio-fréquentiel du champ lointain de pression . . . . .	171
5.4.3	Effets non-linéaires . . . . .	172
5.4.3.1	Identification des zones en régime non-linéaire . . . . .	172
5.4.3.2	Discussion sur la méthode . . . . .	174
<b>5.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>174</b>

## 5.1 Mise en place de la simulation du jet avec carneau

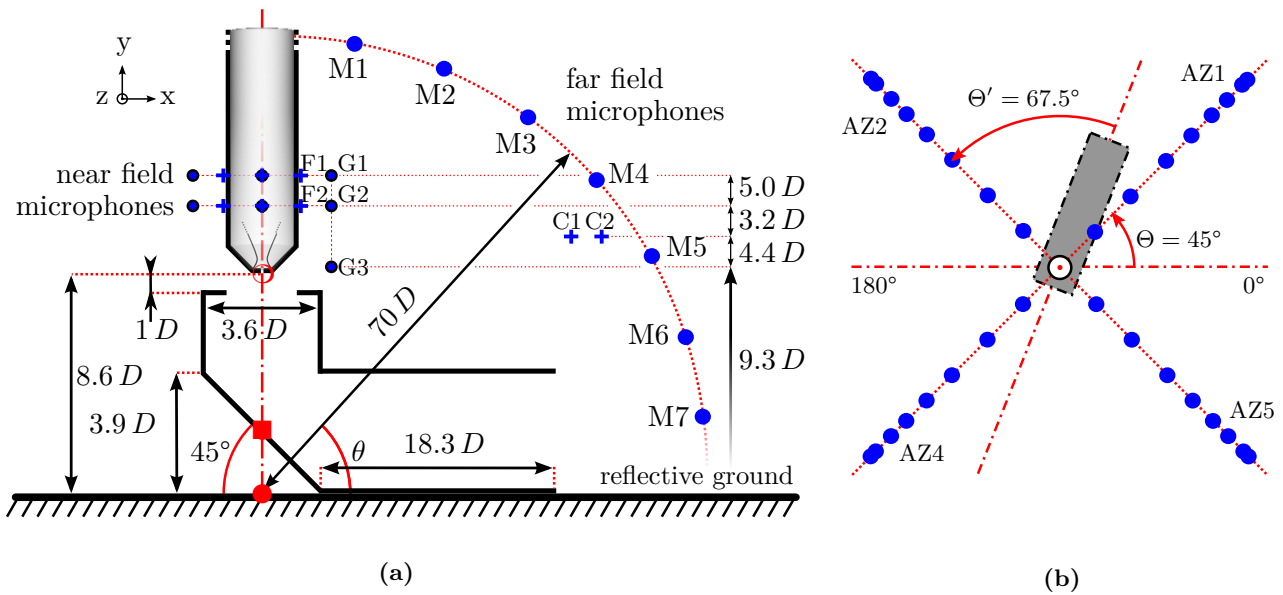
Le cas du jet supersonique MARTEL est maintenant étudié en présence d'un carneau. Une simulation est mise en place selon la procédure établie et optimisée dans les chapitres précédents. L'organisation du domaine de calcul et la construction du maillage suivent la même logique, même si l'opération de maillage en présence d'une géométrie plus complexe représente un défi supplémentaire.

### 5.1.1 Description du cas

#### 5.1.1.1 Banc MARTEL en configuration carneau long

Le cas de jet supersonique à Mach 3.1 en présence d'un carneau correspond à la configuration expérimentale nommée carneau long du banc MARTEL, schématisée en figure 5.1. Le carneau long, en opposition au carneau court, dispose en plus du déflecteur, d'une conduite d'évacuation horizontale à section carrée de longueur  $18.3D$ . Cette dénomination peut rappeler l'allongement des carneaux du pas de tir d'Ariane 5 dans l'objectif de réduire le bruit et les contraintes sur le lanceur. L'étude de l'impact de la longueur de la conduite est donc d'un intérêt primordial. Contrairement au cas du jet





**Figure 5.1:** schémas de la configuration expérimentale du cas de jet en présence d'un carneau (5.1a) vue de côté et (5.2) vue du dessus. ●/+ : microphones ; ■ : origine du repère cartésien ; ○ : origine du repère cylindrique ; ● : origine du repère sphérique.

libre, le sol n'est pas recouvert de dièdres absorbants. en revanche, le principe de fonctionnement du moteur est inchangé.

### 5.1.1.2 Paramètres physiques

Le point de fonctionnement MARTEL et les paramètres choisis pour la simulation, identiques au cas du jet libre, sont maintenant rappelés. Le rapport des chaleurs spécifiques du gaz brûlé équivalent vaut  $\gamma = 1.3$  et sa masse molaire  $25.98 \text{ g.mol}^{-1}$ . Les conditions génératrices sont  $p_i = 30 \times 10^5 \text{ Pa}$  pour la pression d'arrêt et  $T_i = 1900 \text{ K}$  pour la température d'arrêt ce qui correspond à la pression et à la température dans la chambre de combustion lors de l'expérience. Le diamètre de sortie de la tuyère est  $D = 60 \text{ mm}$ . Dans la simulation, le jet est éjecté en sortie à la vitesse  $u_j = 1670 \text{ m/s}$ , aux conditions de pression et de température  $p_j/p_\infty = 0.6$  et  $T_j/T_\infty = 2.6$ , à nombre de Mach  $M_j = 3.1$  et à nombre de Reynolds  $Re_j = 3 \times 10^5$ . Le milieu ambiant est composé d'air aux conditions  $T_\infty = 293.15 \text{ K}$ ,  $p_\infty = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$  et  $\gamma = 1.4$ . Pour rappel, ces paramètres sont reportés dans le tableau 4.1. Pour simplifier la lecture des résultats, les positions et les longueurs notées avec l'exposant \* sont adimensionnées par le diamètre du jet dans le pan de sortie tuyère  $D_j$ . Les grandeurs de pression en échelle logarithmique sont calculées avec la référence  $p_{ref} = 2 \times 10^{-5} \text{ SI}$  et les valeurs sont données en niveau réel. Une valeur de référence identique est choisie pour les spectres de vitesse.

### 5.1.1.3 Base de données expérimentale et numérique

Des essais ont été conduits au banc MARTEL dans la configuration carneau long. Ces mesures ont été exploitées pour confronter les résultats des simulations réalisées par la JAXA et l'ONERA pour le compte du CNES. Les mesures LDV ne sont pas disponibles pour ce cas mais le tronçon



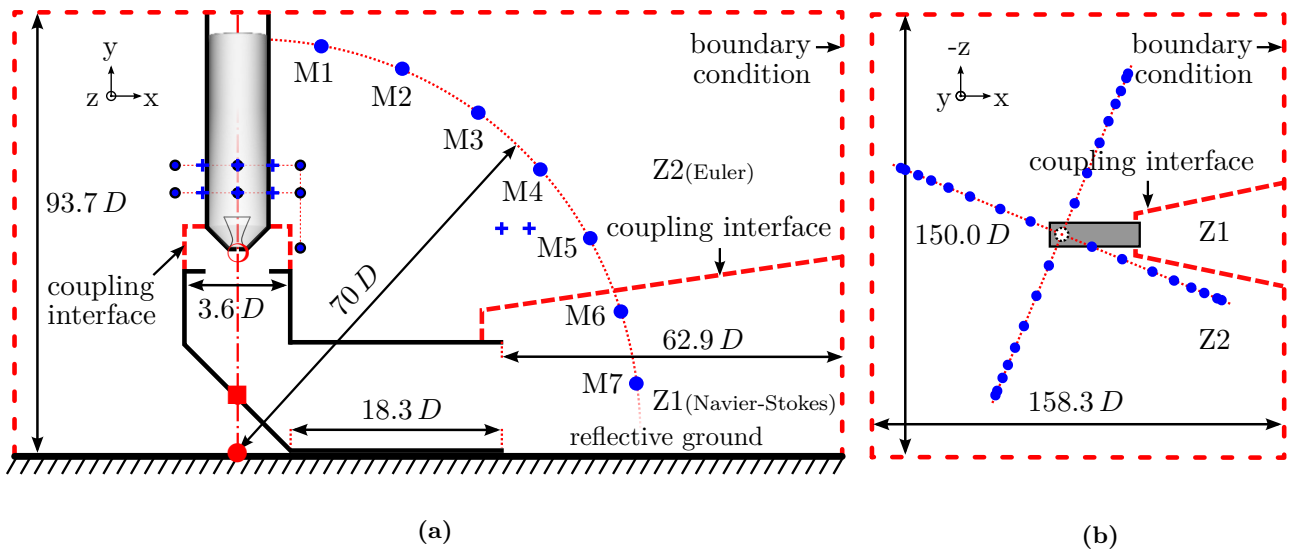
du jet avant l'impact peut être approximativement assimilé au jet libre. De nombreuses mesures acoustiques en champs proche et lointain ont été effectuées. Les antennes de microphones C, F et G sont reportées sur le schéma 5.1a. Ces antennes consistent en trois capteurs ponctuels C1, C2 et G3 et en quatre couronnes de capteurs F1, G1, F2 et G2, chacune composée de quatre microphones espacés de  $90^\circ$ . Les diamètres des couronnes F et G centrées sur l'axe du jet sont respectivement  $4.0D$ , soit le diamètre du corps du moteur, et  $10.5D$ . Plusieurs arcs de microphones d'un rayon de  $70D$  notés  $AZ_n$  |  $n \in [1, 2, 4, 5]$ , centrés sur le point d'intersection de l'axe du jet avec le sol, sont disposés aux azimuts  $\Theta \in [45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ]$  où l'azimut de référence  $\Theta = 0^\circ$  ne correspond pas à l'axe du carneau tel que schématisé en figure 5.1b. Pour des raisons de praticité, on utilisera un système d'azimuts alternatif  $\Theta'$  où l'axe du carneau est situé à l'azimut de référence et par conséquent où les arcs de microphones se trouvent en  $\Theta' \in [-22.5^\circ, 67.5^\circ, 157.5^\circ, 257.5^\circ]$ . Les microphones sont espacés d'un pas d'angle d'observation de  $\Delta\theta = 11.25^\circ$ . Leur bande passante vaut 50 kHz.

Le cas a été simulé par Troyes et Vuillot [202] mais les résultats ne sont pas accessibles dans la littérature. Les configurations de jet avec carneau sont peu traitées par ailleurs dans la littérature. On citera toutefois les travaux numériques réalisés à la NASA par West *et al.* [217] ou encore à la JAXA par Fujii *et al.* [52] et Tsutsumi *et al.* [203] entre autres sur des géométries spécifiques aux lanceurs et pas de tir japonais.

#### 5.1.1.4 Domaine, instrumentation et coût de la simulation

Le jet et le champ acoustique proche sont simulés en résolvant les équations de Navier-Stokes par LES avec le code CEDRE dans le sous-domaine Z1 et le champ acoustique lointain est calculé en résolvant les équations d'Euler avec le code SPACE dans le sous-domaine Z2 comme illustré en figure 5.2a. Les deux solveurs sont couplés au niveau d'une interface de couplage en deux parties discontinues. La première, notée S1, joint la section circulaire du corps du moteur à la section carrée de la partie verticale du carneau. La seconde, notée S2, s'appuie sur la section carrée de l'extrémité aval de la partie horizontale du carneau et s'évase progressivement jusqu'à une section en demi-cercle dans le plan de la frontière du domaine.

L'origine du repère est située légèrement au-dessus du point d'intersection de l'axe du jet avec le déflecteur, aussi appelé point d'impact. On conserve le système de coordonnées cartésiennes original  $(x, y, z)$  dans la suite de ce chapitre, à l'exception des analyses dans la tuyère et au niveau du jet avant impact où le système cylindrique  $(x, r_{cyl}, \Theta)$  est réutilisé, et des analyses portant sur les antennes  $AZ_n$  en arc de cercle où on lui préférera le système sphérique  $(r_{sph}, \Theta', \theta)$  centré au sol. Le sol est cette fois modélisé dans le domaine de calcul qui s'étend dans un parallélépipède de dimensions  $158.3 \times 150.0 \times 93.7D^3$  comme indiqué en figure 5.2. Les frontières du sous-domaine Z2 sont toutes fixées comme condition non-réfléchissante à l'exception du sol et du corps du moteur. La frontière aval du sous-domaine Z1 est fixée comme une condition de sortie subsonique. Le principal défi ici est de choisir le taux d'évasement de l'interface S2 garantissant un écoulement chaud et turbulent en aval du carneau correctement circonscrit au sous-domaine Z1, au risque sinon d'alimenter le sous-domaine Z2 avec des tourbillons de gaz de combustion délétères pour l'acoustique et la robustesse, tout en limitant le volume de Z1 pour réduire le coût de calcul. Dans les faits, cette étape s'est révélée problématique. Trois géométries différentes de l'interface S2 à taux d'évasement croissant, notées S2a, S2b et S2c, ont ainsi été testées lors de calculs de la phase transitoire. Aucune n'ayant assuré une robustesse suffisante,



**Figure 5.2:** schémas du domaine de calcul du jet en présence d'un carneau (5.2a) vue de côté et (5.2b) vue du dessus. ●/+ : microphones ; ■ : origine du repère cartésien ; ○ : origine du repère cylindrique ; ● : origine du repère sphérique.

il a été choisi d'imposer un écoulement moyen  $u_0 = 20 \text{ m/s}$  dans la direction  $\vec{x}$  pour forcer la diminution du taux d'évasement de l'écoulement, bien qu'une telle situation ne soit jamais rencontrée en pratique. En effet, un vent latéral de  $20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$  sur un pas de tir conduit généralement au report de la mission. Cette solution s'est cependant avérée fonctionnelle et a permis le calcul en régime établi.

En plus des points de mesure expérimentaux, la simulation est assortie de nombreux capteurs numériques. Les antennes sur l'axe du jet et au niveau des mesures LDV du cas du jet libre sont transposées au cas avec carneau, *idem* pour l'antenne A, cf. section 4.1.1.4. Une antenne linéaire par morceaux notée M est placée le long de l'axe du jet puis en aval sur la ligne centrale en  $z = 0$ , 10 mm au-dessus du déflecteur et de la paroi inférieure du carneau. En vue entre autres d'une comparaison ultérieure avec les mesures de pression à la paroi interne du carneau prévues au banc MARTEL, 25 antennes linéaires notées  $L_{w \times h}$ , soit 5 équitablement distribuées dans la largeur  $-1.78 D \leq z \leq +1.78 D$  (indice  $w$ ) par 5 équitablement distribuées dans la hauteur  $-1.97 D \leq y \leq +1.60 D$  (indice  $h$ ), sont créées sur toute la longueur de la partie horizontale du carneau. Les arcs de microphones en champ lointain sont disposés dans le domaine de calcul dans 16 directions azimutales, soit tous les  $\Delta\Theta = 22.5^\circ$ . Les champs aérodynamiques et acoustiques instantanés sont stockés pour toute la durée du calcul à la cadence  $\Delta t = 1 \times 10^{-5} \text{ s}$  sur un plan  $\vec{x}\vec{y}$  en  $z = 0$  et trois plans  $\vec{y}\vec{z}$  en  $x \in [0, 10D, 20D, 30D]$ . Les champs moyens sont saués sur ces mêmes plans. La solution volumique instantanée n'est stockée qu'une seule fois en fin de calcul. Notons en outre qu'une surface structurée hémicylindrique de rayon  $25 D$  destinée à un calcul Ffowcs Williams & Hawkins est insérée dans le sous-domaine Euler sur toute la longueur du domaine dans la direction  $\vec{x}$  afin de vérifier la faisabilité du couplage à trois codes CEDRE-SPACE avec co-traitement MIC. Bien que fonctionnelle, l'approche n'est pas exploitée quantitativement dans ce travail. Enfin, une antenne hémicylindrique au-dessus du carneau et en aval ainsi que trois antennes en étoile à des positions et altitudes distinctes sont positionnées en vue d'une exploitation ultérieure pour l'optimisation des méthodes de localisation de sources [129].

Les paramètres numériques de la simulation LES du jet dans le sous-domaine Z1 sont ceux indiqués en section 2.1.2.4. Le maillage comporte au total  $210 \times 10^6$  cellules. Les caractéristiques du maillage sont détaillées en section 5.1.2.2. Le calcul CEDRE-SPACE est exécuté tout d'abord en trois phases transitoires, correspondant aux essais avec les interfaces S2a, S2b et S2c, respectivement durant 420, 280 et  $560 D/u_j$  sur 1736 cœurs du calculateur scalaire SATOR, où 1148 cœurs sont alloués au sous-domaine Navier-Stokes et 588 au sous-domaine Euler. Le calcul CEDRE-SPACE est ensuite poursuivi en régime établi sur 1736 cœurs, où 1204 cœurs sont alloués au sous-domaine Navier-Stokes et 532 au sous-domaine Euler. Le coût total est estimé à 3 500 000 h CPU. Remarquons que la distribution des ressources de calcul est toujours en faveur du sous-domaine Navier-Stokes mais dans une proportion moindre que dans le cas du jet libre. Cela s'explique par la répartition des cellules discutée en section suivante. Un temps physique total de  $1390 D/u_j$  est simulé avec l'interface S2c, dont  $835 D/u_j = 170 D/c_\infty$  en régime aérodynamique établi exploitable et  $555 D/u_j = 115 D/c_\infty$  en régime acoustique établi exploitable pour l'antenne la plus éloignée. La fréquence minimum accessible vaut  $St_{min} = 1.7 \times 10^{-3}$  mais on prendra en pratique  $St_{min} = 9 \times 10^{-3}$ , cf. section 4.1.1.4.

## 5.1.2 Définition du maillage

### 5.1.2.1 Travaux antérieurs

Troyes *et al.* [202] ont simulé le cas du jet MARTEL en présence du carneau long sur un maillage non-structuré de  $74 \times 10^6$  cellules, en majorité des tétraèdres. La simulation acoustique en champ lointain a été réalisée par la méthode Ffowcs Williams & Hawkings avec le code KIM. Dans ce travail, le domaine Navier-Stokes résolu est plus étendu que le présent sous-domaine Z1 dans le but d'alimenter le calcul Ffowcs Williams & Hawkings suffisamment loin des sources. Le maillage est globalement homogène à l'extérieur du carneau ainsi que dans le volume intérieur avec un raffinement supérieur. Les parois internes du carneau sont discrétisées avec des prismes à l'exception des parois latérales laissées en tétraèdre. Le champ extérieur résolu contient  $25 \times 10^6$  tétraèdres et le carneau  $33 \times 10^6$  cellules dont  $1 \times 10^6$  prismes. La tuyère ne fait pas l'objet d'un traitement spécifique en paroi et comporte  $7 \times 10^6$  tétraèdres. Les  $9 \times 10^6$  cellules restantes constituent une zone tampon périphérique.

### 5.1.2.2 Amélioration du maillage

Le présent maillage est entièrement non-structuré et se compose principalement de tétraèdres. Il comporte au total  $210 \times 10^6$  cellules, dont  $117 \times 10^6$  dans le sous-domaine Navier-Stokes et  $93 \times 10^6$  dans le sous-domaine Euler, soit  $1.79 \times 10^9$  degrés de liberté à l'ordre élevé. La stratégie de maillage établie pour le cas du jet libre est reproduite dans les grandes lignes. La marche C en amont du col de la tuyère, cf. section 4.1.3.2, est implémentée. Les proportions et types d'éléments du maillage utilisés dans le cas du jet libre sont transposés au cas du jet avec carneau dans la tuyère et la partie du jet en amont de l'impact. Un facteur d'échelle d'en moyenne 1.5 est toutefois appliqué pour limiter le nombre total de cellules dans les zones les plus raffinées, en adéquation avec les ressources informatiques disponibles et le temps imparti. Mécaniquement, la solution aérodynamique s'en trouve légèrement dégradée par rapport au jet libre. Les parois du carneau sont discrétisées avec une dizaine de couches de prismes avec une attention particulière portée au raffinement dans la zone d'impact du jet sur le déflecteur. Les tailles caractéristiques des cellules sont indiquées à des points clés dans le tableau 5.1 en matière de dimensions



	zone	marche tuyère	col tuyère	divergent tuyère	lèvre tuyère
<b>position sur l'axe</b> $\vec{y}$		$+7.91 D$	$+7.70 D$	$+6.71 D$	$+6.54 D$
<b>position relative</b> $y_{nzl} - y$		$-1.37 D$	$-1.16 D$	$-0.17 D$	$-0.00 D$
$\Delta x \times 10^3 / D$		2.3	1.6	3.3	2.5
$r\Delta\theta \times 10^3 / D$		2.1	1.6	3.5	3.8
$\Delta r \times 10^3 / D$		0.5	0.3	0.8	0.8
$d_{cell} \times 10^3 / D$		1.0	0.7	1.4	1.6

(a)

	zone	point d'impact	paroi inférieure		parois latérales		paroi supérieure	
<b>position sur l'axe</b> $\vec{x}$		$0.0 D$	$1.8 D$	$20.5 D$	$1.8 D$	$20.5 D$	$1.8 D$	$20.5 D$
$h \times 10^3 / D$		2.5	1.7	6.7	8.3	10.0	10.0	10.0
$a \times 10^3 / D$		5.0	8.3	25.0	36.7	33.3	50.0	33.3
$d_{cell} \times 10^3 / D$		2.7	3.0	10.4	14.0	14.7	17.7	14.7

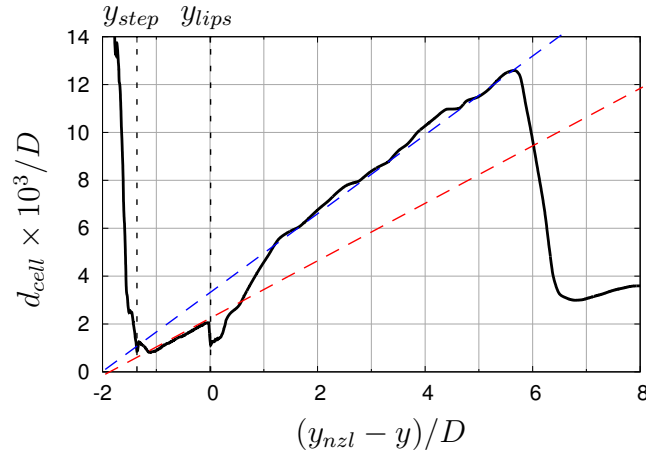
(b)

	zone	lèvre tuyère	couche de cis.	axe du jet		acou. Z1	acou. Z2
<b>position sur l'axe</b> $\vec{y}$		$6.54 D$	$5.54 D$	$6.54 D$	$5.21 D$	-	-
<b>position relative</b> $y_{nzl} - y$		$0.00 D$	$1.00 D$	$0.00 D$	$1.33 D$	-	-
$a \times 10^3 / D$		2.5	8.3	25.0	16.7	83.3	367.0
$d_{cell} \times 10^3 / D$		1.0	3.4	10.2	6.8	34.0	150.0

(c)

**Table 5.1:** dimensions caractéristiques à des points clés (5.1a) des hexaèdres dans la tuyère, (5.1b) des prismes dans le carneau et (5.1c) des tétraèdres dans le jet et le champ acoustique.  $y_{nzl} = 6.54 D$ .

caractéristiques axiales, azimutales et radiales pour les hexaèdres, d'arête et de hauteur caractéristiques pour les prismes et d'arête caractéristique pour les tétraèdres. Le diamètre de cellule équivalent  $d_{cell}$ , choisi comme taille caractéristique  $\Delta$ , est défini en équation (4.1). Les dimensions des hexaèdres au niveau des lèvres de la tuyère fournissent une résolution azimutale d'environ  $2\pi/\Delta\theta \simeq 800$ . La variation de  $d_{cell}$  dans la direction  $\vec{y}$  à l'intérieur de la couche limite à la paroi de la tuyère et dans la couche de cisaillement le long d'une ligne verticale en  $r_{cyl} = 0.5 D$  (*lipline*) est représentée en figure 5.3. En amont du plan de sortie de la tuyère, le profil est en tout point semblable au cas du jet libre. En aval, le taux d'étirement linéaire des tétraèdres est supérieur, en l'occurrence  $d(d_{cell})/dx = 0.0016$ , jusqu'à une chute brutale à proximité du point d'impact sur le déflecteur attribuée à la transition des tétraèdres vers les couches de primes. La taille de cellule indiquée dans le tableau 5.1c pour le champ acoustique du sous-domaine Navier-Stokes est maintenue partout dans Z1 pour  $x \leq 33.3 D$ . En aval, le maillage est lentement déaffiné, soit un facteur 5 dans la plage  $33.3 D < x < 63.3 D$ . La taille de cellule dans le champ acoustique résolu du sous-domaine Euler est conservée dans une sphère de rayon  $70 D$  centrée sur le point d'intersection de l'axe du jet avec le sol. Une zone de raffinement supplémentaire s'étend jusqu'à  $y = 80 D$  à l'aplomb du carneau pour englober les antennes numériques de localisation des sources. Selon les équations (2.5), (4.1) et les valeurs de  $d_{cell}$  rapportées dans le tableau 5.1c, la fréquence de coupure du champ acoustique Navier-Stokes vaut 0.30 dans le carneau ( $x \leq 20 D$ ) et  $St_c = 0.24$  dans l'ensemble du domaine résolu ( $x \leq 33.3 D$ ) en considérant  $PPW = 20$ ,



**Figure 5.3:** diamètre de cellule caractéristique sans dimension  $d_{cell}/D$  dans la couche limite à la paroi de la tuyère ( $y_{nzl} - y < 0$ ) et dans la couche de cisaillement ( $y_{nzl} - y \geq 0$ ). — : maillage; --- : taux d'étirement  $d(d_{cell})/dy = 0.0010$ ; --- : taux d'étirement  $d(d_{cell})/dy = 0.0016$ .  $y_{nzl} = 6.54 D$ .

cf. section 2.1.2.4. La fréquence de coupure du champ acoustique Euler résolu vaut  $St_c = 0.23$  en considérant  $PPW = 5$ , cf. section 2.2.1.2. Bien que les cellules soient de même taille en champ lointain dans les cas du jet libre et avec carneau, la différence mineure sur  $St_c$  s'explique par une valeur de  $u_j$  légèrement plus faible.

## 5.2 Description qualitative de la solution transitoire et établie

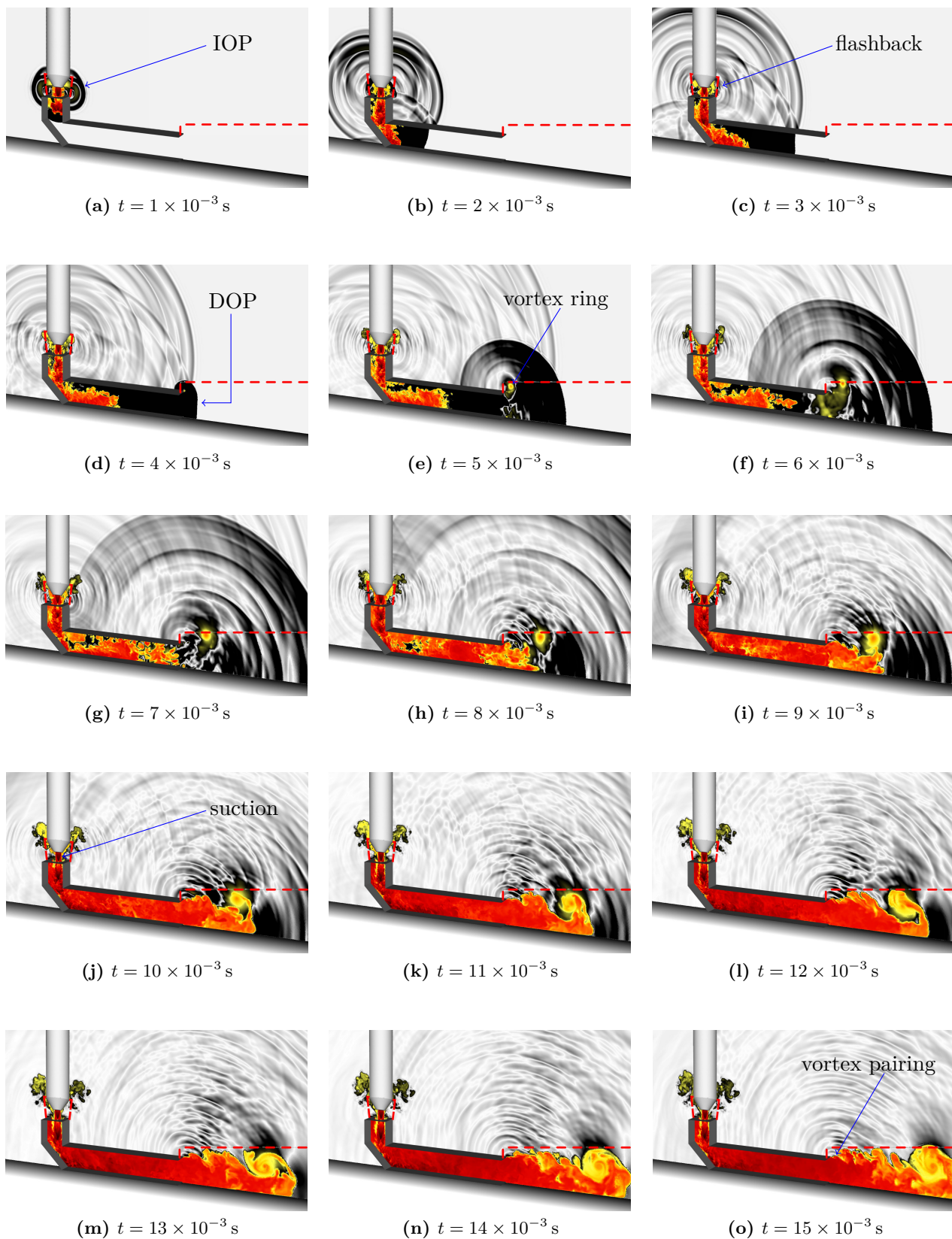
La simulation avec l'interface S2a est résolue en temps durant toute la période transitoire de remplissage du carneau et d'établissement du champ acoustique. Elle donne un aperçu très réaliste des phénomènes en jeu pendant cette phase. Le régime établi avec l'interface S2c est ensuite présenté qualitativement grâce à la visualisation des champs aérodynamique et acoustique.

### 5.2.1 Phénomènes transitoires

On distingue comme phénomènes transitoires principalement l'onde de souffle générée par la montée en pression du moteur et par le front supersonique de gaz chaud, le remplissage du carneau et ses effets collatéraux, l'organisation de l'écoulement en aval de la sortie du carneau et l'établissement du champ acoustique. Cette analyse se veut strictement qualitative puisque la loi de montée en pression du moteur n'est pas paramétrée selon des mesures expérimentales ou un modèle tel que celui réalisé par Dargaud [35]. Le terme d'onde de souffle est donc utilisé ici par facilité.

Dans les premiers instants, les fronts de l'onde de souffle directe (IOP), cf. figure 5.4a, et de l'onde de souffle canalisée dans le carneau (DOP), cf. figure 5.4d, sont générés et se propagent rapidement. Le front direct se réfléchit sur le carneau et sur le sol. Il atteint l'extrémité du carneau au même moment que le front interne. Tandis que le carneau se remplit progressivement de gaz chaud, celui-ci est mis en surpression ce qui provoque un phénomène de type retour de flamme, cf. figure 5.4c, tel qu'observé dans la réalité. L'onde de souffle canalisée dans le carneau, de très forte amplitude, est diffractée à la sortie de section carrée ce qui explique le rayonnement retour vers le corps du moteur. Dans le même temps, un anneau tourbillonnaire se forme aux bords de la sortie du carneau, cf. figure 5.4e,





**Figure 5.4:** champs instantanés de masse volumique (  ) toutes les millisecondes de  $1 \times 10^{-3}$  à  $15 \times 10^{-3}$  s. --- : interface de couplage; IOP/DOP : onde de souffle directe/carneau.

au passage de l'onde de souffle qui met le gaz en mouvement. À partir de  $t = 10 \times 10^{-3}$  s environ, cf. figure 5.4j, l'écoulement de gaz chaud, ayant atteint la sortie du carneau, rattrape cet anneau et s'enroule autour à la manière d'un tore. Ce phénomène est également observé dans la réalité. La structure est ensuite lentement convectée en aval. En parallèle, l'écoulement s'établit graduellement dans le carneau, le plaçant localement en dépression par rapport au milieu ambiant. L'effet de succion résultant se combine avec l'effet d'entraînement du jet ce qui tend à ré-aspirer le gaz s'étant échappé plus tôt. Enfin, un phénomène de détachement tourbillonnaire se met en place aux bords de la sortie du carneau une fois l'écoulement aval établi.

## 5.2.2 Champs aéroacoustiques établis

### 5.2.2.1 Visualisation de champs aérodynamiques instantanés et moyens

Les champs moyens de masse volumique, de nombre de Mach et un champ instantané de vorticité de l'écoulement établi sont visualisés dans les plans  $\bar{x}\bar{y}(z = 0)$ ,  $\bar{y}\bar{z}(x = 0)$  et  $\bar{y}\bar{z}(x = 10D)$  en figure 5.5. Les champs moyens sont calculés sur une durée de signal de  $420D/u_j$ . Indiquons que, comme pour le jet libre, l'écoulement est légèrement décollé aux lèvres de la tuyère ce qui implique de considérer que  $D_j$  n'est égal qu'à 97% du diamètre de sortie réel de la tuyère  $D$ . Cette correction est appliquée lorsque l'exposant \* est utilisé, soit uniquement pour les comparaisons sur l'axe du jet et les profils de vitesse dans ce chapitre.

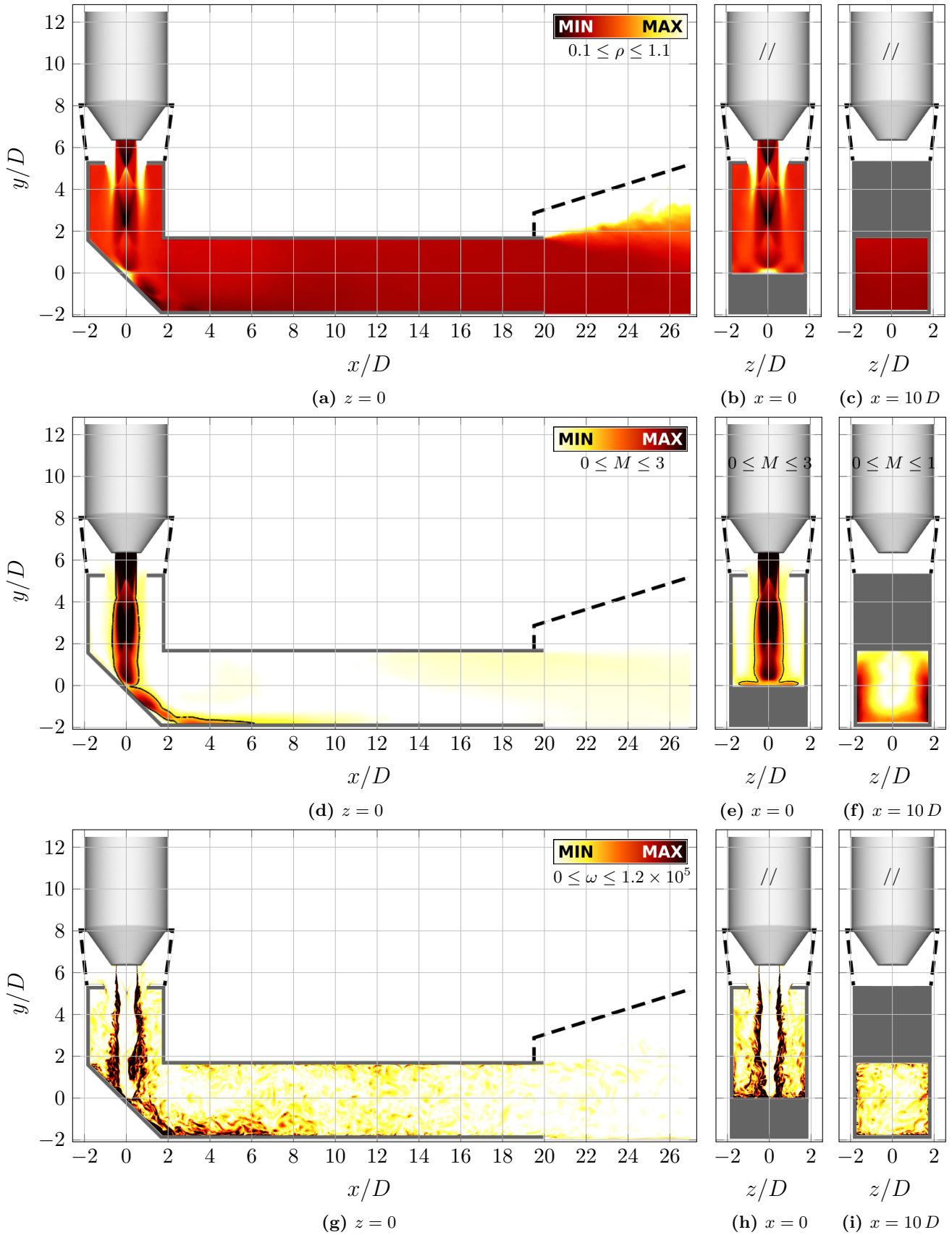
En amont de l'impact, le jet semble présenter des caractéristiques très semblables au jet libre. Le milieu environnant est toutefois radicalement différent. Comme cela est visible sur le champ de masse volumique en figures 5.5a et 5.5b, de l'air est aspiré entre le jet et le bord de l'entrée circulaire du carneau. Il se mélange très rapidement avec, d'un côté, le gaz chaud du jet et, de l'autre, le gaz issu de la recirculation aux parois internes. La température moyenne du milieu autour du jet s'élève ainsi très vite. Dans la zone d'impact, un choc fort en forme de dôme est créé par l'arrêt brutal forcé de l'écoulement. Cette structure, associée à des conditions de température et de pression extrêmes, est capturée par les couches de prismes sur le déflecteur. Autour de ce choc fort, l'écoulement s'étale principalement dans les directions latérales et aval. Immédiatement à l'extérieur du choc fort en dôme, l'écoulement est par définition subsonique ce qui explique la contraction de la ligne sonique  $M = 1$  en figure 5.5d. Dans la direction aval, le cœur de l'écoulement est néanmoins suffisamment ré-accélééré pour former un train de choc en paroi jusqu'à environ  $x = 6D$ . C'est également le cas dans les directions latérales, comme le suggère le champ de Mach en figure 5.5e, mais sur une courte distance avant que les parois verticales ne stoppent l'écoulement.

Les figures 5.5a et 5.5c montrent par ailleurs que le mélange de l'air et du gaz chaud est quasi homogène dès  $x = 10D$ . Dans cette région, l'écoulement est subsonique et plus rapide à proximité des parois latérales que des parois inférieure et supérieure. Cela est dû à l'enroulement de l'écoulement, induit par les parois et discuté en section suivante.

Enfin, le champ de vorticité instantané révèle une déstabilisation rapide et un bon développement de la couche de cisaillement. Cependant, on discerne moins de petites structures en comparaison du jet libre et les points triples du premier disque de Mach ne sont pas aussi bien capturés. On l'attribue au maillage un peu moins raffiné dans la couche de cisaillement et sur l'axe aux points triples, cf. comparaison des tableaux 4.2 et 5.1.



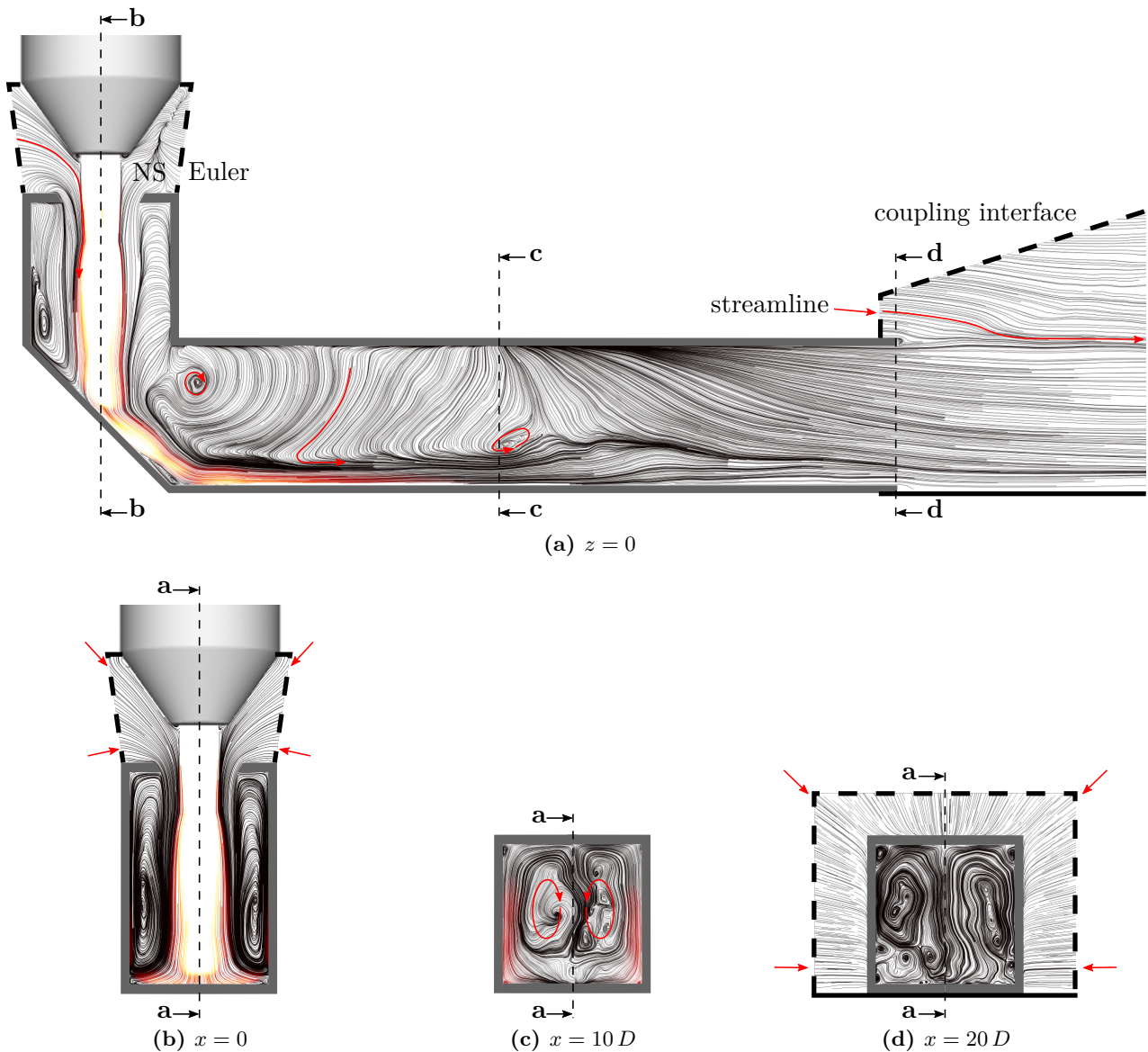




**Figure 5.5:** visualisation (5.5a/5.5b/5.5c) du champ moyen de masse volumique, (5.5d/5.5e/5.5f) du champ moyen du nombre de Mach et (5.5g/5.5h/5.5i) du champ instantané de la vorticité.   
 - - - : interface de couplage ; — : parois ; — : ligne sonique  $M = 1$ .

### 5.2.2.2 Structure de l'écoulement moyen

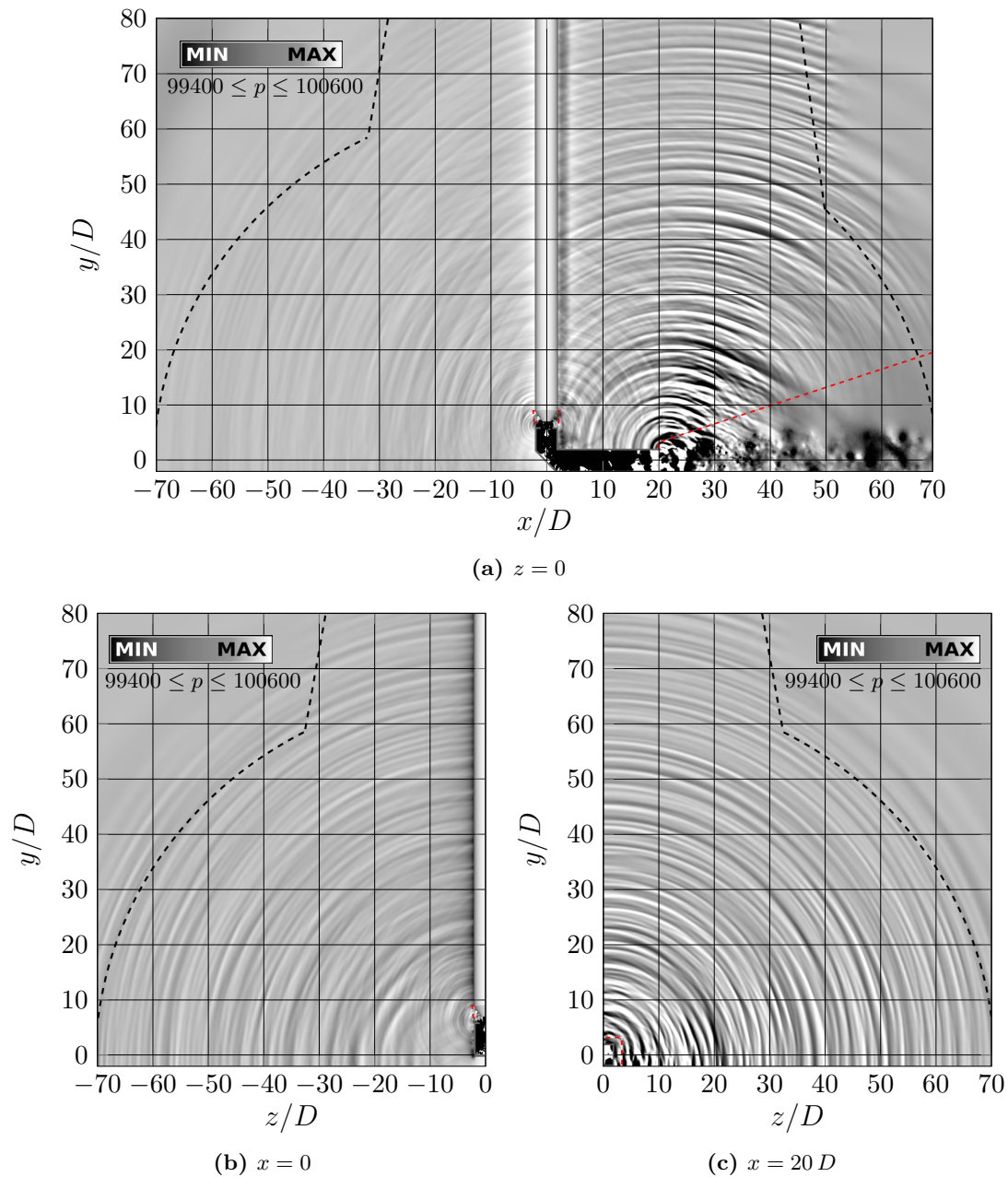
Les lignes de courant de l'écoulement primaire moyen et des écoulements secondaires moyens, induits par les effets d'aspiration et le champ moyen imposé, sont tracées en figure 5.6 pour le sous-domaine Navier-Stokes dans les plans  $\vec{x}\vec{y}(z = 0)$ ,  $\vec{y}\vec{z}(x = 0)$ ,  $\vec{y}\vec{z}(x = 10D)$  et  $\vec{y}\vec{z}(x = 20D)$ . Logiquement, l'air ambiant est sensiblement aspiré sous le culot et des tores de recirculation se développent autour du jet avant l'impact comme particulièrement notable en figure 5.6b. Les lignes de courant qui semblent prendre racine aux parois ou à l'intérieur du champ résultent d'un effet parasite de la projection dans le plan 2D. Pour la même raison et contre-intuitivement, le tourbillon en aval du raccord perpendiculaire de la paroi supérieure tourne dans le sens horaire. Il est en fait alimenté par le haut *via* l'écoulement dévié sur les parois latérales. Cette organisation en double enroulement est visible sur les figures 5.6c et 5.6d. En aval dans le plan de sortie du carneau, on remarque que l'écoulement externe est légèrement aspiré en plus d'être imposé dans la direction  $\vec{x}$  par la mise en données.



**Figure 5.6:** visualisation des lignes de courant du champ de vitesse moyen, colorées par la vitesse, dans le sous-domaine Navier-Stokes projetées sur les plans (5.6a)  $\vec{x}\vec{y}$  en  $z = 0$  et (5.6b/5.6c/5.6d)  $\vec{y}\vec{z}$  en  $x \in [0, 10D, 20D]$ .

## 5.2.2.3 Visualisation de champs acoustiques instantanés

Les champs acoustiques sont maintenant abordés. Un champ de pression instantané est donné en figure 5.7 dans les plans  $\vec{x}\vec{y}$  et  $\vec{y}\vec{z}$ . Comme pour le jet libre, la solution est continue à l'interface de couplage en tirets rouges. Les tirets noirs délimitent par ailleurs le domaine de calcul résolu, cf. section 5.1.1.4, au-delà duquel la dissipation numérique des ondes est visible à l'œil nu. Les deux principales sources acoustiques sont localisées sous le culot du moteur et à la sortie aval du carneau. Cette dernière reste de loin la principale contributrice avec une directivité relativement marquée à un angle d'environ  $65^\circ$  centré en  $x = 20 D$ . Les ondes de cette source sont nettement diffractées aux bords



**Figure 5.7:** visualisation du champ de pression instantané dans les plans (5.7a)  $\vec{x}\vec{y}$ , (5.7b)  $\vec{y}\vec{z}(x = 0)$  et (5.7c)  $\vec{y}\vec{z}(x = 20 D)$ . — : parois ; - - - : interface de couplage ; - - - : limite du domaine de calcul résolu.

du carneau et rayonnent ainsi également en amont vers le corps du moteur et la partie verticale du carneau. Ces ondes sont réfléchies sur les structures et/ou retransmises au sous-domaine Navier-Stokes *via* le couplage fort. Grâce à l'interface S2c et à l'effet d'entraînement forcé par l'écoulement moyen, aucune structure tourbillonnaire de forte intensité et composée de gaz chaud ne traverse l'interface. En contrepartie, l'écoulement moyen induit des zones de dépression inexistantes dans l'expérience, principalement sur les côtés du moteur par accélération, derrière le moteur et derrière la partie verticale du carneau.

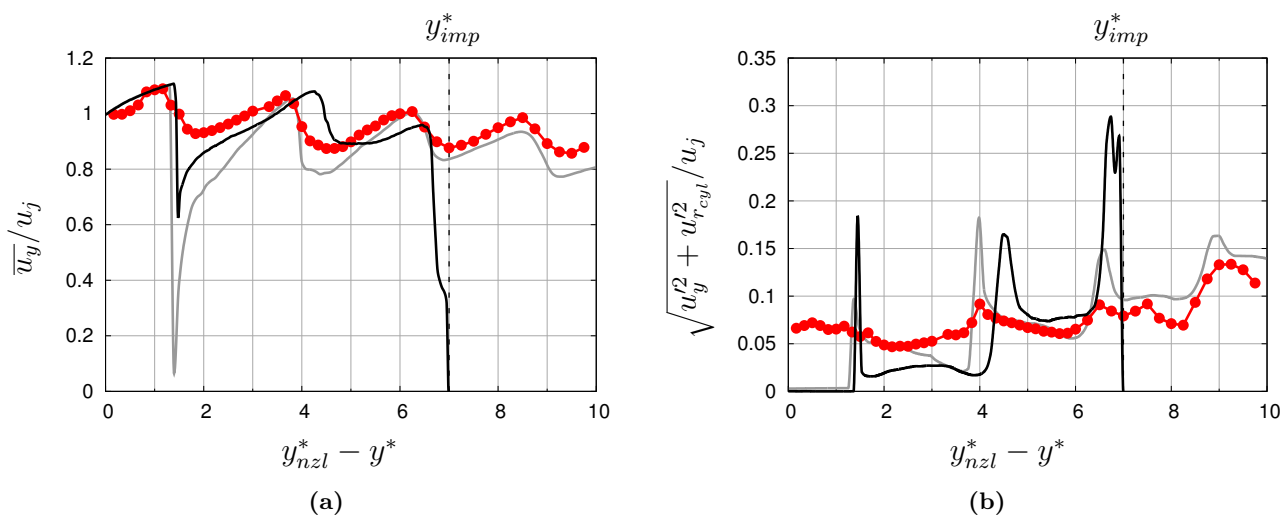
### 5.3 Validation de la simulation à l'aide des mesures expérimentales

La simulation du jet supersonique en présence d'un carneau est maintenant validée en se focalisant, d'une part, sur le champ aérodynamique dans le jet avant l'impact et dans le carneau après l'impact en section 5.3.1 et, d'autre part, sur le champ acoustique aux positions des microphones expérimentaux en section 5.3.2. La précision et la fidélité des données issues de la simulation sont principalement estimées par comparaison aux mesures expérimentales réalisées au banc MARTEL, mais également au regard des résultats des calculs précédents.

#### 5.3.1 Champ aérodynamique

##### 5.3.1.1 Profils sur l'axe du jet

Les profils de vitesse moyenne  $\overline{u}_y$  et de niveau des fluctuations de vitesse sont tracés en figure 5.8. Les résultats de la simulation, tracés avec **—** par convention dans tout le chapitre, sont confrontés aux mesures expérimentales, tracées avec **-●-** par convention dans tout le chapitre, réalisées dans le cas du jet libre. La comparaison n'est qu'approximative étant donné que les effets de confinement dus à l'entrée du jet dans le carneau influencent certainement le développement du jet. On note en particulier



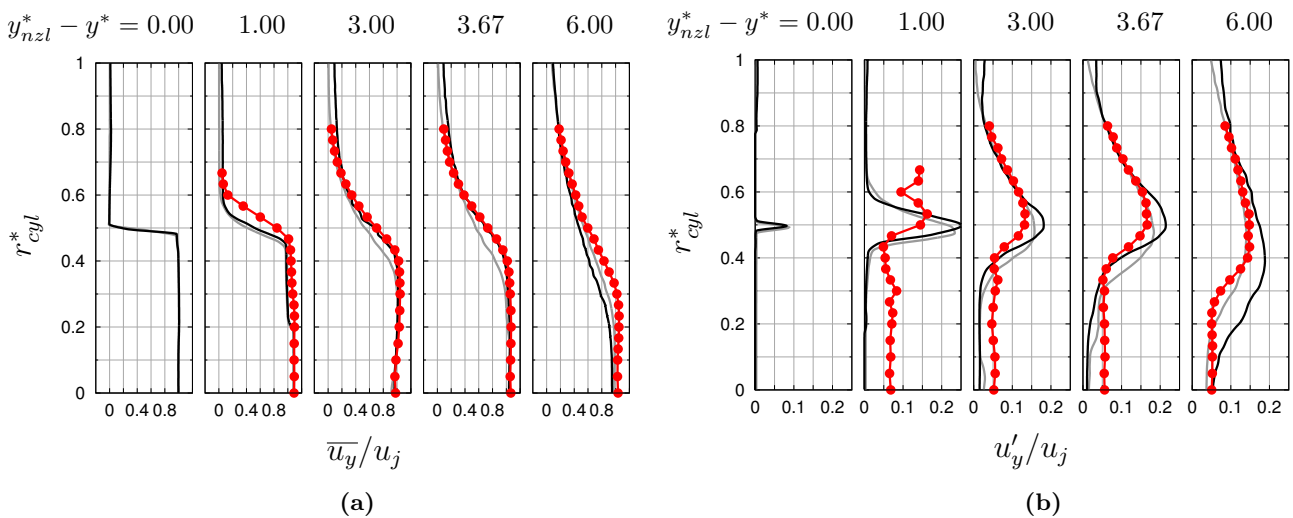
**Figure 5.8:** profils le long de l'axe du jet (antenne M) de (5.8a) la vitesse moyenne  $\overline{u}_y$  et (5.8b) la magnitude des fluctuations de vitesse. **-●-** : données expérimentales (jet libre); **—** : simulation NS-Euler; **—** : simulation NS-Euler du jet libre, cf. section 4.2.1.3.

que les deux uniques cellules de choc avant l'impact en  $y_{imp}^*$  sont sensiblement plus longues ce qui s'explique par la mise en dépression du carneau. La longueur moyenne sans dimension de la première cellule de choc sur l'axe est estimée à  $L_{1^{st} shock}^* = 2.9$  dans la simulation. Les niveaux de fluctuation de vitesse sont quasi nuls sur l'axe dans le plan de sortie de tuyère et ne sont pas précisément reproduits en aval du premier choc, contrairement à la simulation du jet libre, ce qui peut être imputé au maillage moins raffiné. La réduction de l'amplitude de la chute de vitesse immédiatement en aval du choc y est également liée. Il en est conclu que le raffinement sur l'axe est un levier difficilement actionnable pour réduire le nombre de mailles sans dégrader la solution. Des niveaux de fluctuation de vitesse sont quand même capturés dans le bon ordre de grandeur. Comme attendu, les deux profils simulés présentent des singularités juste avant le point d'impact sur le déflecteur.

### 5.3.1.2 Développement de la couche de cisaillement

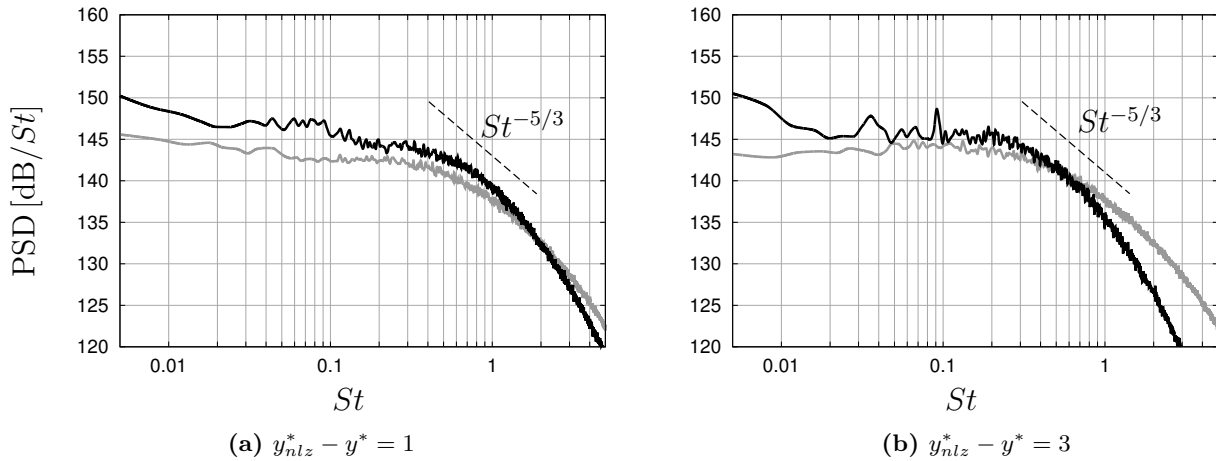
Les profils radiaux de vitesse axiale moyenne et fluctuante issus des mesures MARTEL sur le jet libre sont comparés aux résultats de la simulation en figure 5.9. Bien que la comparaison ne soit pas strictement pertinente, le champ de vitesse moyenne semble bien reproduit. Les pics de vitesse fluctuante sont légèrement surestimés mais les profils restent globalement cohérents avec l'expérience. Le déraffinement du maillage dans la couche de cisaillement apparaît donc avoir un impact acceptable sur le développement du jet.

Les densités spectrales de puissance moyennées en azimut de la vitesse  $u_y$  sur l'antenne A sont données en figure 5.10 à deux positions axiales  $y_{nzl}^* - y^* = 1$  et 3, soit bien avant l'impact. La pente en  $St^{-5/3}$  de la loi de Kolmogorov n'est pas distinctement suivie par les spectres car la turbulence n'est pas encore suffisamment développée vers un état homogène isotrope dans ces régions. La correspondance avec les spectres de la simulation du jet libre est correcte, à l'exception près des basses fréquences, plus énergétiques dans le cas du jet avec carneau. Du fait du maillage, la coupure du spectre de la turbulence intervient également pour des fréquences plus faibles.



**Figure 5.9:** profils radiaux de (5.9a) la vitesse moyenne  $\bar{u}_y$  et (5.9b) la RMS des fluctuations de vitesse  $u'_y$ .  $-\bullet-\bullet-$  : données expérimentales du jet libre ;  $—$  : simulation NS-Euler ;  $—$  : simulation NS-Euler du jet libre, cf. section 4.2.1.4.

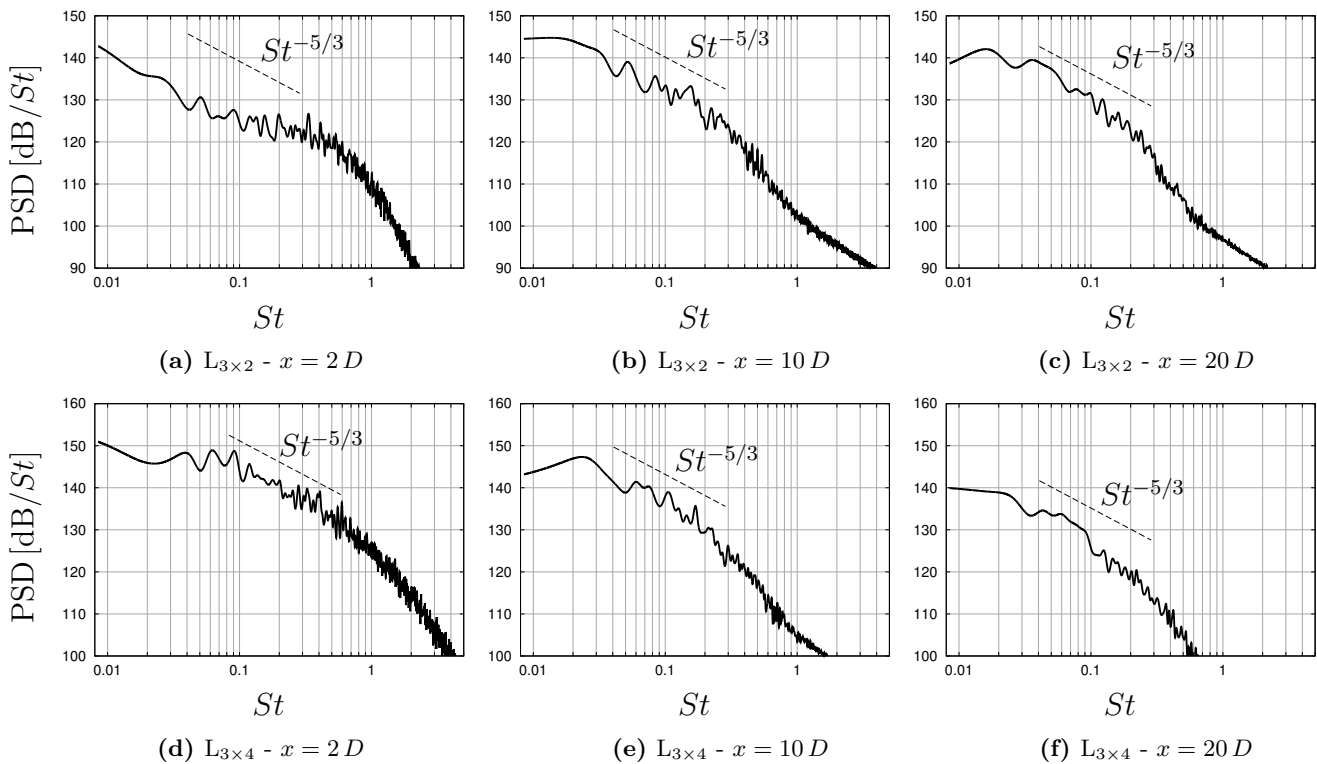




**Figure 5.10:** PSD de la vitesse  $u_y$  dans la couche de cisaillement sur l'antenne A aux positions (5.10a)  $y_{nlz}^* - y^* = 1$  et (5.10b)  $y_{nlz}^* - y^* = 3$ . — : simulation NS-Euler avec  $\Delta St = 4 \times 10^{-3}$ ; — : simulation NS-Euler du jet libre, cf. section 4.2.1.4; --- : pente en  $St^{-5/3}$  de la loi de Kolmogorov.

### 5.3.1.3 Développement de la turbulence dans le carneau

Les PSD de la vitesse  $u_x$  dans le carneau sur les antennes  $L_{3 \times 2}$  et  $L_{3 \times 4}$  respectivement d'altitudes  $y = +0.71D$  et  $-1.07D$  sont tracées pour les positions  $x = [2D, 10D, 20D]$  en figure 5.11. Ces deux lignes sont localisées respectivement dans les moitiés haute et basse du carneau. Après l'impact, la



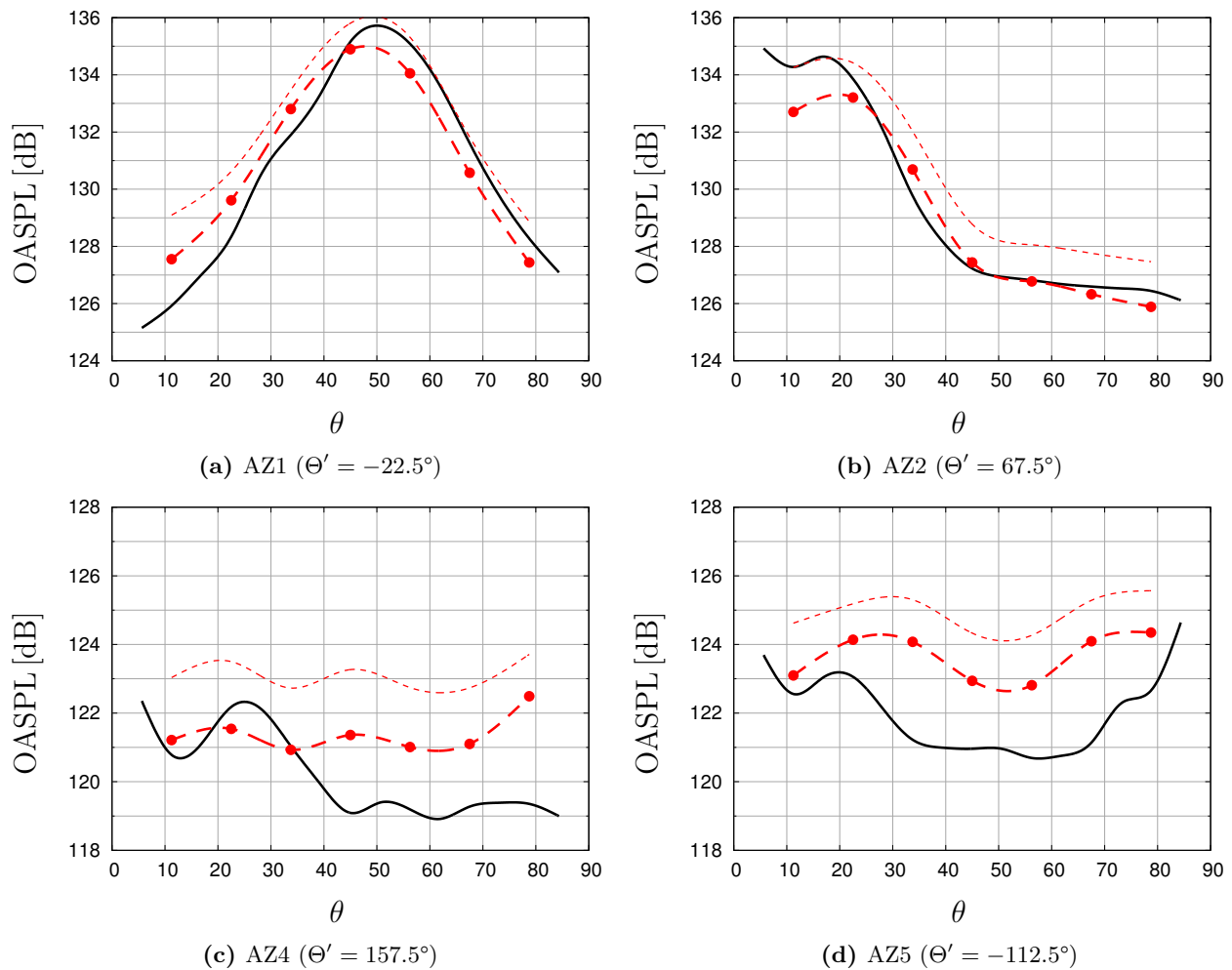
**Figure 5.11:** PSD de la vitesse  $u_x$  dans le carneau sur les antennes (5.11a/5.11b/5.11c)  $L_{3 \times 2}$  d'altitude  $y = +0.71D$  et (5.11d/5.11e/5.11f)  $L_{3 \times 4}$  d'altitude  $y = -1.07D$ . — : simulation NS-Euler avec  $\Delta St = 8 \times 10^{-3}$ ; --- : pente en  $St^{-5/3}$  de la loi de Kolmogorov.

turbulence dans l'écoulement se développe rapidement, en particulier du côté bas qui contient l'essentiel de l'énergie fluctuante à cette position. Ce n'est pas encore le cas en  $x = 2D$  du côté haut comme l'atteste la comparaison entre la figure 5.11d, où la décroissance en  $St^{-5/3}$  est suivie sur une large bande de fréquences, et la figure 5.11a. En aval, l'écoulement s'homogénéise et le spectre de la turbulence est de plus en plus semblable quelle que soit la position en largeur ou en hauteur. Vers la sortie du carneau en  $x = 20D$ , les PSD de vitesse s'écartent progressivement de la pente en  $St^{-5/3}$  indiquant que les petites structures disparaissent au profit des grands tourbillons.

## 5.3.2 Champ acoustique

### 5.3.2.1 Niveaux acoustiques intégrés

Les niveaux acoustiques intégrés sur les arcs AZn de microphones en champ lointain sont donnés en fonction de l'angle d'observation  $\theta$  en figure 5.12. Les niveaux sont calculés par intégration des PSD expérimentales et numériques sur la même plage de fréquence  $0.01 \leq St \leq 0.23$ . La simulation se compare bien à l'expérience sur les antennes AZ1 en figure 5.12a et AZ2 en figure 5.12b avec des



**Figure 5.12:** OASPL des signaux de pression sur les arcs de microphones en champ lointain en fonction de la directivité  $\theta$  calculés par intégration des PSD sur la plage  $0.01 < St < 0.23$  (sauf ---). ---●---: données expérimentales; ---: exp. intégrées sur tout le spectre; —: simulation NS-Euler.



antenne	capteur	localisation azimutale	$\Theta'$	OASPL		écart
				expérimental	NS-Euler	
C	C1	avant (carneau)	+0°	141.9 dB	143.7 dB	+1.8 dB
	C2	avant (carneau)	+0°	148.4 dB	150.6 dB	+2.2 dB
F	F1a	avant (carneau)	+0°	133.7 dB	132.5 dB	-1.2 dB
	F1b	latérale	+90°	139.6 dB	129.9 dB	-9.7 dB
	F1c	arrière	+180°	125.7 dB	124.4 dB	-1.3 dB
	F1d	latérale	-90°	131.1 dB	135.0 dB	+3.9 dB
	F2a	avant (carneau)	+0°	134.5 dB	132.7 dB	-1.8 dB
	F2b	latérale	+90°	131.1 dB	132.2 dB	+1.1 dB
	F2c	arrière	+180°	126.7 dB	126.2 dB	-0.5 dB
	F2d	latérale	-90°	131.4 dB	132.1 dB	+0.7 dB
G	G1a	avant (carneau)	+0°	130.3 dB	130.2 dB	-0.1 dB
	G1b	latérale	+90°	128.2 dB	128.5 dB	+0.3 dB
	G1c	arrière	+180°	128.2 dB	124.9 dB	-3.3 dB
	G1d	latérale	-90°	128.3 dB	128.7 dB	+0.4 dB
	G2a	avant (carneau)	+0°	131.3 dB	131.7 dB	+0.4 dB
	G2b	latérale	+90°	129.5 dB	130.5 dB	+1.0 dB
	G2c	arrière	+180°	127.0 dB	127.4 dB	+0.4 dB
	G2d	latérale	-90°	129.7 dB	130.4 dB	+0.7 dB
	G3	avant (carneau)	+0°	134.5 dB	136.0 dB	+1.5 dB

**Table 5.2:** niveaux acoustiques OASPL dans la plage  $0.01 \leq St \leq 0.23$  sur les capteurs des antennes C, F et G. ■ : erreur de mesure avérée ; écart absolu moyen = 1.3 dB (F1b exclu).

tendances très similaires et un écart maximum d'un peu plus de 2 dB sur AZ1 pour  $\theta < 25^\circ$ , soit près du sol. En particulier, les niveaux sur AZ2 sont retrouvés avec moins de 1 dB d'erreur pour tous les angles  $\theta > 20^\circ$ . Les pics de directivité sur ces deux antennes sont attribués au rayonnement de la source dominante en sortie de carneau. Les niveaux sur les antennes AZ4 et AZ5 sont plus difficiles à capturer du fait de l'éloignement par rapport aux sources et par conséquent, de la moindre convergence numérique. Néanmoins, les écarts restent limités à 1 ou 2 dB excepté un maximum d'un peu plus de 3 dB localisé sur AZ4 pour  $\theta > 70^\circ$ . En conclusion, l'accord des niveaux sur les antennes AZn entre l'expérience et la simulation est jugé très satisfaisant.

Les niveaux sur les antennes C, F et G sont reportés dans le tableau 5.2 par souci de lisibilité. Les écarts observés avec l'expérience sont du même ordre que ceux relevés sur les antennes AZn. Remarquons cependant qu'ils sont plus importants sur l'antenne F en proche paroi, soit en moyenne 1.5 dB, que sur l'antenne G, en moyenne 0.8 dB. Le microphone F1b est exclu car il souffre sans doute d'une erreur de mesure majeure, cf. spectre en figure 5.13h, comme déjà relevé dans des études précédentes. De même que pour les antennes AZn, les différences de niveau sont très acceptables. Soulignons plus spécialement que la chute de niveaux derrière le moteur, concernant les capteurs F1C, F2c, G1c et G2c, est relativement bien capturée, ce qui aurait été plus difficile avec une méthode intégrale telle qu'utilisée dans les travaux antérieurs.

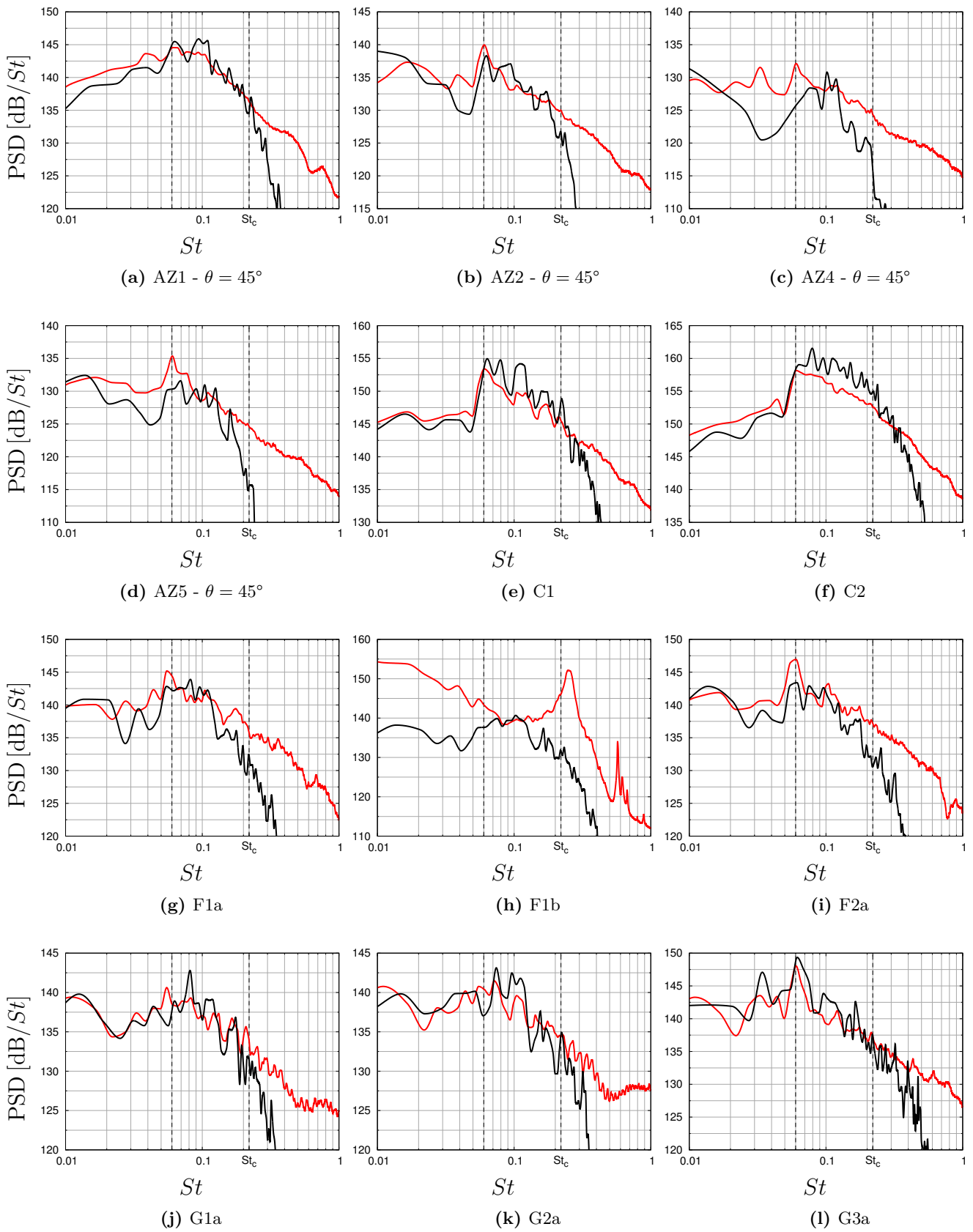
Dans l'ensemble, les difficultés se concentrent sur les capteurs proches des parois. De faibles variations sur l'occurrence des effets de réflexion, diffraction et interférence peuvent en effet conduire à des différences de niveaux importantes localement et d'autant plus prononcées que l'on se place près des éléments géométriques. En outre, la modélisation des parois est simplifiée dans le solveur Euler, c'est-à-dire sans couche limite ou loi d'impédance acoustique.

### 5.3.2.2 Densités spectrales de puissance

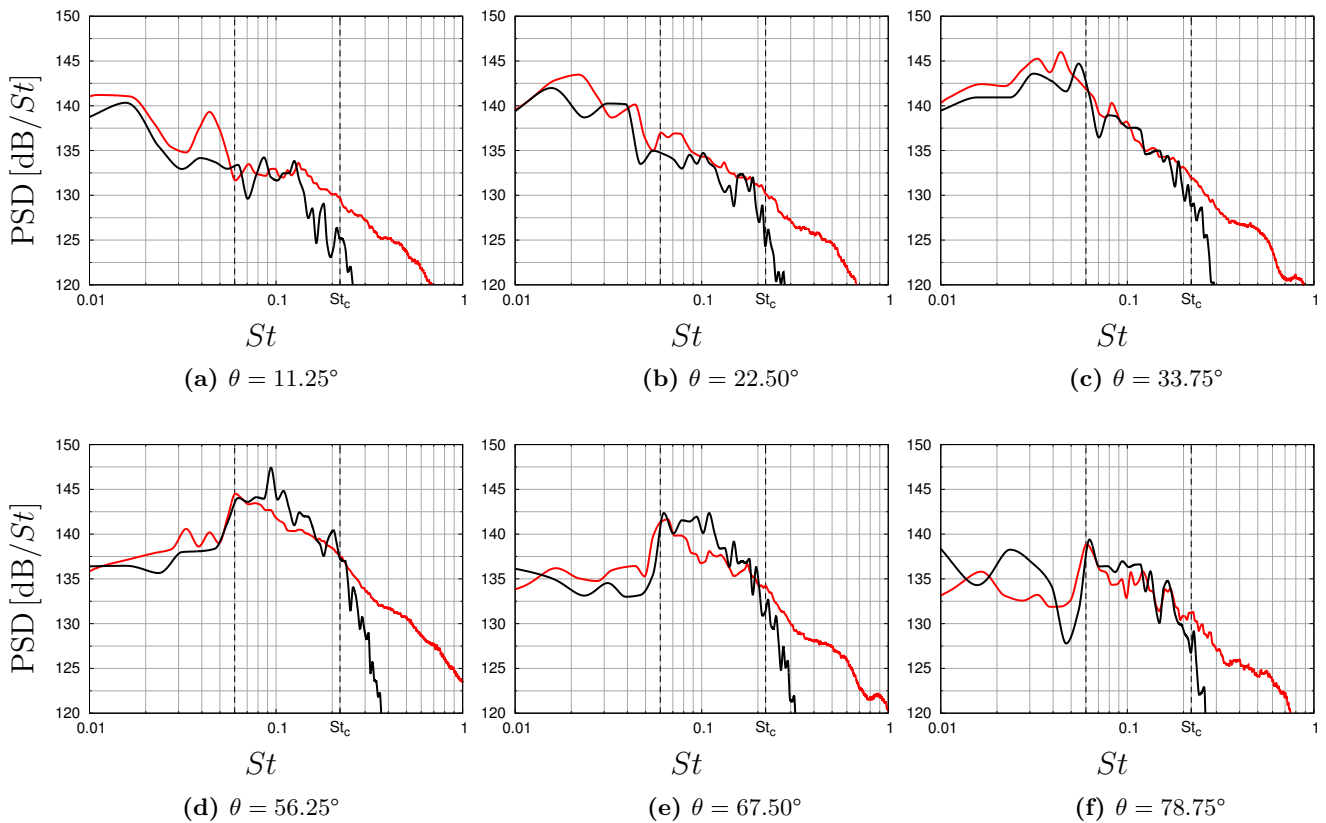
Pour des raisons de concision, on choisit de ne présenter que les PSD des signaux acquis sur les antennes AZn pour  $\theta = 45^\circ$ , l'antenne C et les antennes F et G pour  $\Theta' = 0^\circ$ , plus le capteur F1b pour illustrer l'erreur de mesure. Les PSD sont calculées par la méthode de Welch avec un taux de chevauchement des blocs de 50% et un fenêtrage naturel. Les moyennes des transformées sont réalisées sur 1000 blocs pour les signaux expérimentaux et entre 5 et 15 blocs pour les signaux numériques. De manière générale, la concordance entre l'expérience et la simulation est correcte. Les tendances dominantes sont reproduites, telles que la bosse dans la plage  $0.06 < St < St_c$  sur l'antenne C par exemple. Le pic à la fréquence  $St = 0.06$ , récurrent sur les PSD expérimentales pour toutes les antennes, est souvent capturé même si les niveaux diffèrent. Il est même parfaitement prévu au niveau du capteur G3. Seuls bémols, les niveaux des basses fréquences  $St < 0.06$  sur les antennes AZ2, AZ4 et AZ5 sont mal simulés, surtout à cause de la faible durée des signaux, et le pic  $St = 0.06$  au capteur F2a, pourtant très significatif dans le spectre expérimental, n'est que vaguement capturé. Enfin, la fréquence de coupure effective des spectres est visuellement cohérente avec la valeur attendue  $St_c = 0.23$ .

Enfin, les PSD des signaux sur l'antenne AZ1 sont tracées en fonction de l'angle  $\theta$  en figure 5.14 ce qui révèle les spécificités spectrales du pic de rayonnement autour de  $\theta = 50^\circ$ , soit une concentration de l'énergie autour des fréquences médium  $0.03 < St < 0.10$ . La correspondance des spectres expérimentaux et numériques est très bonne à tous les angles. On remarque par ailleurs qu'en  $\theta = 56.26^\circ$  et  $67.50^\circ$ , les tendances sont très semblables à celles observées pour les capteurs C1 et C2, c'est-à-dire un saut important de densité d'énergie en  $St = 0.06$ .

**Synthèse partielle** La concordance de la simulation avec les données aérodynamiques et acoustiques expérimentales est démontrée à ce stade. Même s'il est un peu moins raffiné que dans le cas du jet libre, le maillage supporte bien la turbulence générée par la marche dans la tuyère. La couche de cisaillement se développe en bon accord avec le jet libre mais la turbulence sur l'axe est un peu plus dégradée. La décroissance des spectres de vitesse selon la pente en  $St^{-5/3}$  est retrouvée dans le carneau, indiquant que la turbulence est entièrement développée et possède les caractéristiques physiques attendues. Par conséquent, les mécanismes de génération de bruit sont supposés correctement reproduits et le champ acoustique lointain est bien simulé tant en matière de niveaux que de contenu spectral malgré l'écoulement moyen imposé et les limitations en matière de convergence numérique et de durée de signal. Les données fournies par la simulation sont maintenant exploitées pour procéder à une analyse physique succincte.



**Figure 5.13:** PSD des signaux de pression à l'angle  $\theta = 45^\circ$  sur les antennes  $AZ_n$  et côté carneau en  $\Theta' = 0^\circ$  sur les antennes C, F et G. — : données expérimentales avec  $\Delta St = 5 \times 10^{-3}$ ; — : simulation NS-Euler avec  $5 \times 10^{-3} \leq \Delta St \leq 10 \times 10^{-3}$ ; --- :  $St = 0.06$  et fréquence de coupure théorique  $St_c = 0.23$ .



**Figure 5.14:** PSD des signaux de pression sur l'antenne AZ1 aux angles  $11.25 \leq \theta \leq 78.75$ . — : données expérimentales avec  $\Delta St = 5 \times 10^{-3}$ ; — : simulation NS-Euler avec  $\Delta St = 8 \times 10^{-3}$ ; --- :  $St = 0.06$  et fréquence de coupure théorique  $St_c = 0.23$ .

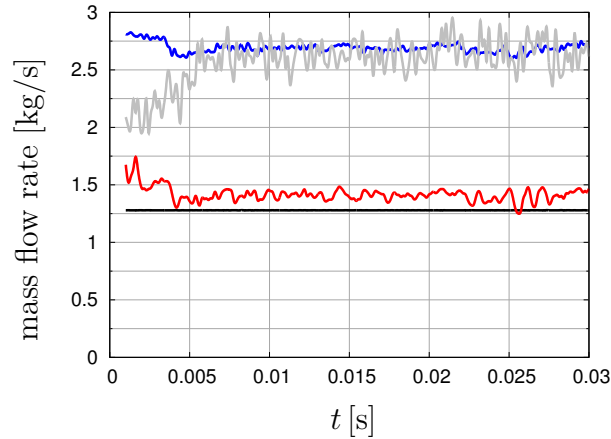
## 5.4 Exploitation de la simulation

Les champs aéroacoustiques sont décrits et analysés de manière non exhaustive dans cette toute dernière partie. Une attention particulière est portée sur les caractéristiques de l'écoulement interne dans le carneau en section 5.4.1, les champs acoustiques proche et lointain en section 5.4.2 et les effets de propagation non-linéaire en section 5.4.3. La démarche et les outils de traitement du signal mis en œuvre sont semblables à ceux du chapitre précédent. Le potentiel d'exploitation de la simulation est ainsi illustré.

### 5.4.1 Caractérisation de l'écoulement interne

#### 5.4.1.1 Bilan de masse

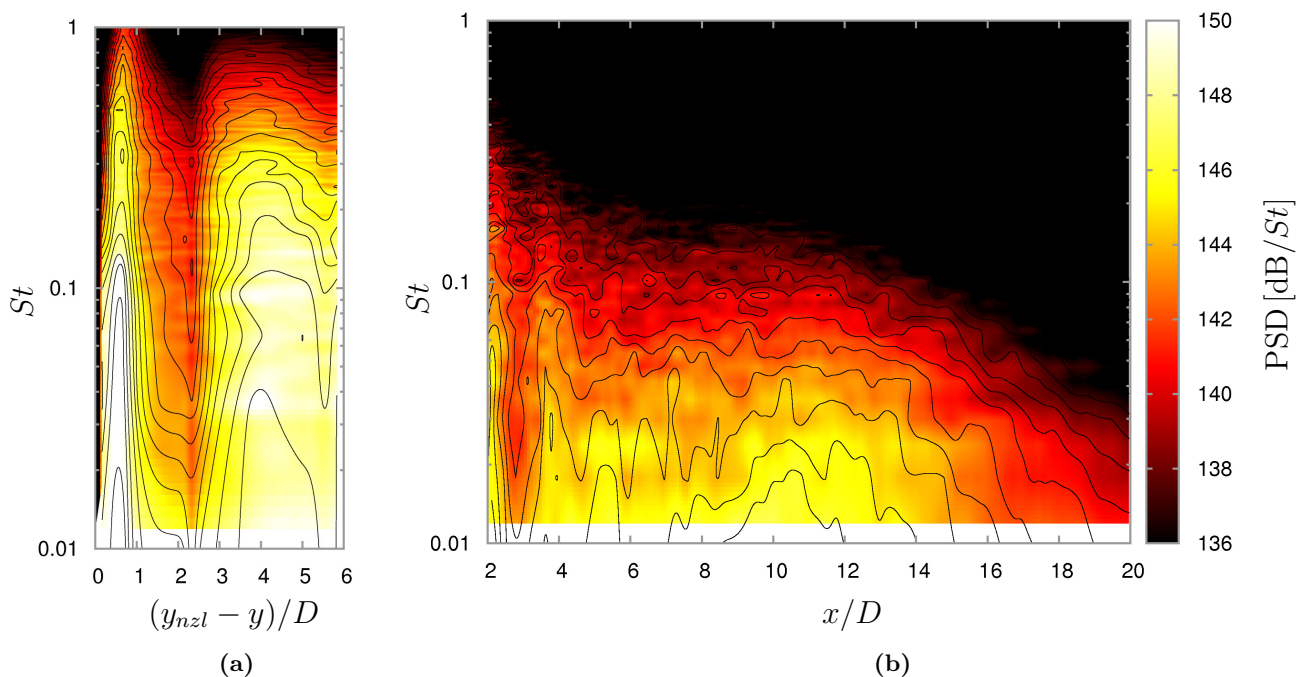
La figure 5.15 indique les débits de masse de gaz à travers la section de sortie de la tuyère, l'interface de couplage S1, l'entrée circulaire du carneau et la sortie carrée du carneau sur la période  $0 \leq t \leq 30$  ms. Le régime établi est atteint rapidement, quasiment dès  $t = 5$  ms, quand les débits entrant et sortant du carneau s'équilibrent. On remarque contre-intuitivement que plus de la moitié du débit de masse total moyen, soit 2.69 kg/s, provient de l'air ambiant aspiré comme le révèle le débit moyen à travers l'interface S1 égal à 1.41 kg/s, supérieur au débit moyen de la tuyère égal à 1.28 kg/s.



**Figure 5.15:** débits de masse à travers — : la sortie de tuyère ; — : l'interface S1 ; — : l'entrée du carneau ; — : la sortie du carneau.

#### 5.4.1.2 Contenu spatio-fréquentiel du champ de vitesse

Les PSD moyennées en azimut de la vitesse  $u_y$  le long de l'antenne A et les PSD moyennées en hauteur et largeur de la vitesse  $u_x$  le long des antennes  $L_w \times h$  sont présentées sous la forme de spectrogrammes respectivement en fonction de  $y$  et  $x$  en figure 5.16. Les spectrogrammes soulignent de nouveau l'effet périodique des cellules de choc sur le contenu spectral des fluctuations de vitesse comme déjà discuté pour le jet libre. Sur le premier spectrogramme en figure 5.16a, les fréquences médium  $0.03 < St < 0.15$  sont dominantes dans la couche de cisaillement. Les pics à basse fréquence s'expliquent plutôt par des perturbations extérieures liées à l'écoulement moyen et l'aspiration in-

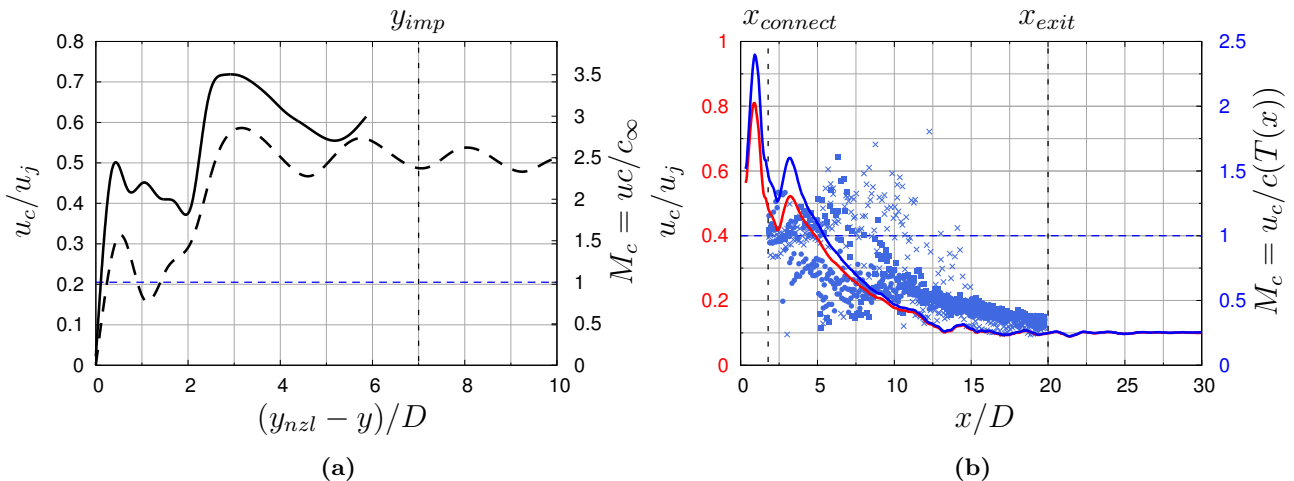


**Figure 5.16:** spectrogrammes moyens (5.16a) de la vitesse  $u_y$  dans la couche de cisaillement le long de l'antenne A et (5.16b) de la vitesse  $u_x$  dans le carneau le long des antennes  $L_w \times h$ , respectivement en fonction de  $y$  et  $x$ . — : iso-PSD tous les  $\Delta 1$  dB/St.

teragissant avec le toit du carneau et le culot du moteur. Le second spectrogramme en figure 5.16b montre un contenu moins énergétique et plutôt centré sur les basses fréquences  $St < 0.03$ . L'effet des chocs en paroi est notable jusqu'en  $x = 6D$  avec un décalage du spectre vers des plus hautes fréquences en aval des discontinuités. Un de ces chocs est situé logiquement au raccord du déflecteur avec la paroi inférieure en  $x = 1.8D$  et un autre plus en aval vers  $x = 3.3D$ . Il existe probablement plusieurs autres chocs sur le segment  $3.3D < x \leq 6D$  mais leurs positions sont très fluctuantes. Vers  $6D \leq x \leq 14D$ , le contenu spectral du champ de vitesse se stabilise autour des basses fréquences. Cela correspond grossièrement à la zone où l'écoulement s'enroule fortement sur lui-même comme illustré en figure 5.6c et où la turbulence s'homogénéise dans le carneau. De larges structures tourbillonnaires, d'échelle intégrale de l'ordre des dimensions de la section carrée, sont ainsi générées ce qui favorise les basses fréquences. En aval, une grande partie de l'énergie du champ fluctuant est dissipée par la turbulence et l'écoulement est dominé par les grandes structures.

### 5.4.1.3 Vitesse de convection des structures turbulentes

Pour mieux appréhender l'éventuel rayonnement d'onde de Mach par l'écoulement en présence du carneau, la vitesse de convection des structures turbulentes est calculée dans la couche de cisaillement avant l'impact en figure 5.17a et sur plusieurs antennes linéaires dans le carneau en figure 5.17b. Rapportées à  $u_j$ , des vitesses plus élevées que dans le cas du jet libre sont trouvées dans la couche de cisaillement, résultant peut-être d'un effet conjoint de la légère diminution de  $u_j$ , de l'aspiration et du confinement. Le seuil de convection supersonique est largement dépassé ce qui indique que des ondes de Mach sont générées, surtout pour  $y_{nzl} - y > 2D$ , soit déjà à l'intérieur du carneau. Ce rayonnement



**Figure 5.17:** estimation de la vitesse de convection des structures turbulentes (5.17a) dans la couche de cisaillement le long de l'antenne A en fonction de  $y$  et (5.17b) dans le carneau le long de l'antenne M en fonction de  $x$  via la vitesse correspondant au maximum de la corrélation croisée locale de la vitesse. — : vitesse de convection / Mach convectif sur l'antenne A ; - - - : vitesse de convection sur l'antenne A dans le cas du jet libre ; — : vitesse de convection sur l'antenne M ; — : Mach convectif sur l'antenne M et nuage de points de Mach convectif sur les antennes ● :  $L_{3 \times 2} + L_{3 \times 4} + L_{4 \times 2} + L_{4 \times 4}$ , ■ :  $L_{2 \times 2} + L_{2 \times 4}$  et × :  $L_{2 \times 3} + L_{3 \times 3} + L_{4 \times 3}$  avec vitesse du son fonction de la température moyenne locale ; - - - : seuil de convection supersonique.

ne s'échappe donc pas *a priori* de l'espacement entre le culot et le toit du carneau. En aval de l'impact et à proximité de la paroi inférieure, des structures sont encore convectées à des vitesses supersoniques par rapport au milieu ambiant chaud composé du mélange de l'air et du gaz du jet. Le long de l'antenne M, qui pour rappel est placée 10 mm au-dessus du déflecteur et de la paroi inférieure, la convection est supersonique jusqu'à l'extrémité aval de la limite sonique soit  $x \simeq 6D$ , cf. figure 5.5d. Les écarts de variation entre la vitesse en rouge et le nombre de Mach en bleu permettent de souligner l'influence de la variation de température du milieu sur le critère de convection supersonique. Plus loin pour  $x > 6D$ , la vitesse tend à se stabiliser autour de  $u_c = 0.1u_j$ , puis diminue progressivement à l'extérieur du carneau pour  $x > 30D$  (non tracé). Des tendances identiques sont mesurées le long des antennes  $L_{w \times h}$  hors parois, soit  $w \notin [1, 5]$  et  $h \notin [1, 5]$ , représentées sous la forme d'un nuage de points, tout en révélant que des vitesses de convection supersoniques sont localement atteintes plus en aval selon l'antenne étudiée. Les Mach convectifs restent cependant assez faibles, de l'ordre de  $M_c \lesssim 1.5$ . Cela implique que les ondes de Mach sont principalement générées par la couche de cisaillement du jet et après l'impact dans la limite  $x < 6D$  mais que le mécanisme survient ponctuellement en aval.

## 5.4.2 Caractérisation du champ acoustique

### 5.4.2.1 Contenu spatio-fréquentiel du champ interne de pression

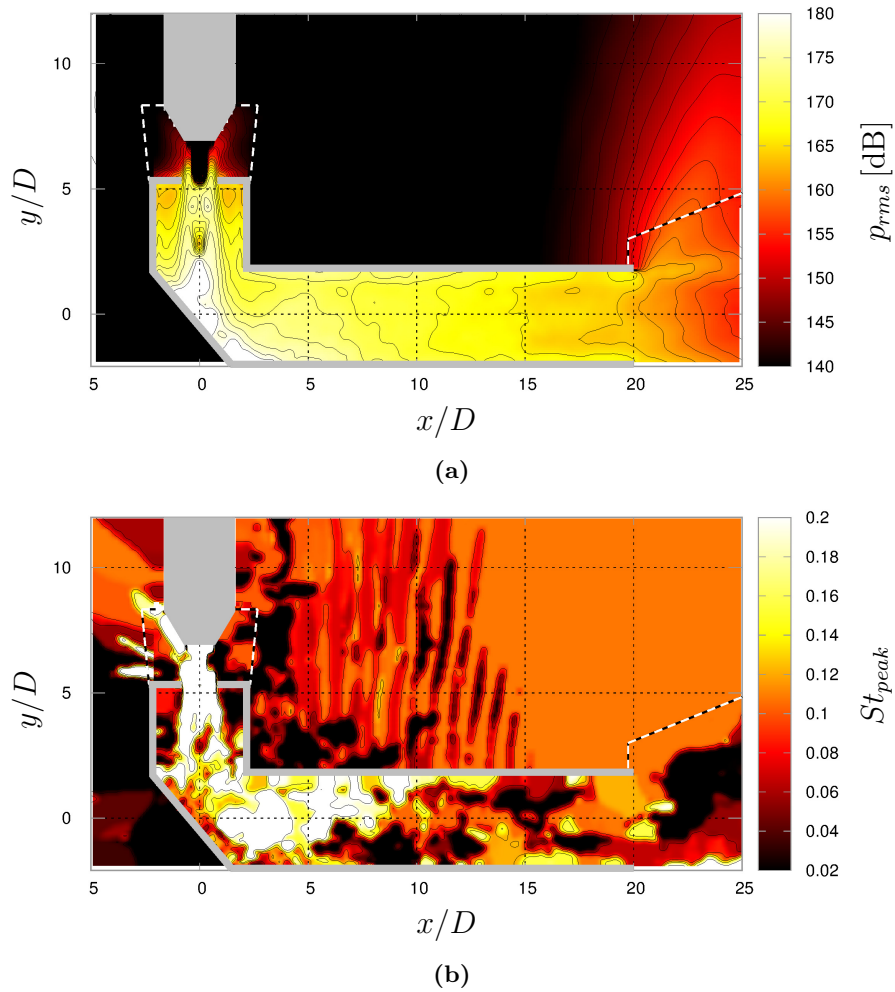
La présence du carneau modifie profondément les propriétés du champ acoustique proche, d'une part en conséquence des effets géométriques et de confinement, d'autre part avec l'impact et la déviation du jet associés à de nouvelles sources de bruit. Notons que l'existence de nouvelles sources n'implique pas forcément une augmentation du bruit en champ lointain par rapport au jet libre. Les champs de niveaux RMS de la pression et de la fréquence pic des spectres de pression sont donnés dans le plan  $\vec{x}\vec{y}$  en figure 5.18. Le premier champ indique que le rayonnement acoustique de l'espacement entre le culot et le carneau est très limité. À l'intérieur du carneau, les contributions aérodynamique et acoustique aux fluctuations de pression sont indiscernables en l'état. La région où les fluctuations de pression sont les plus énergétiques est localisée en amont de l'impact sur l'axe du jet jusqu'à l'extrémité aval de la limite sonique en proche paroi, vers  $x \simeq 6D$ , en passant par le déflecteur et sa jonction avec la paroi inférieure. Les niveaux semblent plus élevés aux parois dans la partie horizontale du carneau, ce qui suggère que l'écoulement proche des parois y est le principal contributeur au bruit.

Le champ de fréquences pic est obtenu avec un fenêtrage de Hann pour améliorer leur capture. Il souligne deux principaux comportements, grossièrement une région avec des fréquences de fluctuation de pression dominantes inférieures à  $St = 0.15$  et une région avec des fréquences dominantes supérieures à  $St = 0.15$ . Les fréquences supérieures sont limitées à la couche de cisaillement du jet avant impact et à une zone au-dessus de l'écoulement supersonique sur la paroi inférieure. En aval, la hauteur de cette zone se réduit progressivement en faveur de fréquences plus basses. Les fréquences inférieures semblent trouver leur origine sur l'axe du jet à mi-hauteur avant l'impact et se propagent à l'intérieur de la région supersonique. Elles deviennent finalement prépondérantes en aval lorsque de grandes structures turbulentes sont générées.

Cette analyse ne fait pas ressortir en revanche de comportement acoustique caractéristique tel que des éventuels modes de conduite stationnaires ou autre fréquence rayonnant acoustiquement. Dans cette optique, les spectrogrammes le long des antennes A et  $L_{w \times h}$ , respectivement moyennés en azimuth





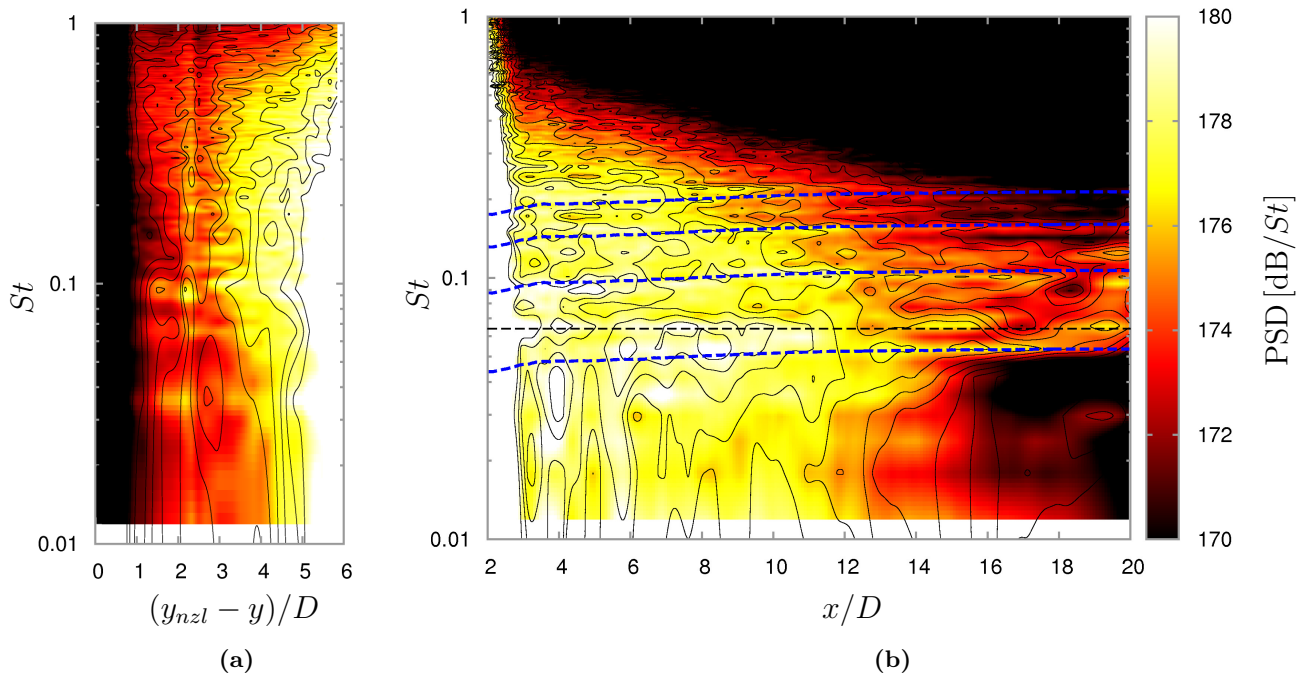


**Figure 5.18:** champs interne et proche de (5.18a) niveau RMS et (5.18b) fréquence pic du spectre de la pression dans le plan  $\vec{x}\vec{y}$ . — : iso- $p_{rms}$  tous les  $\Delta 2$  dB et iso-fréquences  $St \in [0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15, 0.20]$  ; - - - : interface de couplage.

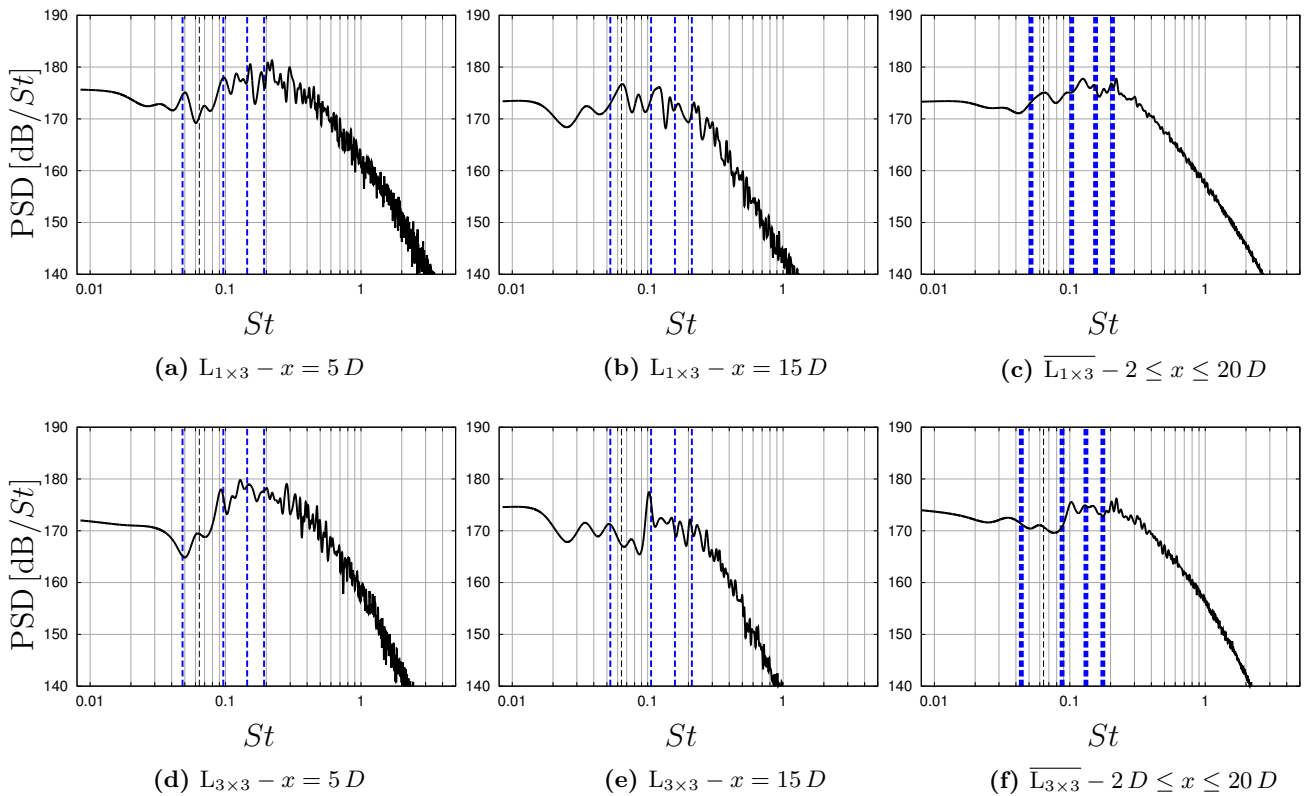
et en largeur et hauteur, sont tracés en figure 5.19. Si le spectrogramme sur l'antenne A ne présente pas de différence marquée avec celui obtenu dans le cas du jet libre, cf. figure 4.22b, le spectrogramme dans la partie horizontale du carneau montre quant à lui un regroupement des fréquences sur une bande de plus en plus étroite à mesure que l'on se déplace dans la direction des  $x$  positifs. L'hypothèse avancée pour expliquer ce phénomène consiste en une sélection des fréquences en faveur des modes de conduite transversaux. En première approximation, les fréquences des quatre premiers modes transversaux de la section carrée intérieure du carneau  $m \in [1, 2, 3, 4]$ , définis par

$$St_m = \frac{m\bar{c}(x)}{2L} \times \frac{D_j}{u_j} \quad (5.1)$$

sont tracées en fonction de  $x$ . La vitesse du son moyenne  $\bar{c}(x)$  est calculée localement en fonction de  $x$  à partir du champ moyen et  $L = 3.6D$ . Les modes  $St_m$  correspondent à la plage de fréquences sélectionnées, surtout dans la seconde moitié du carneau, soit  $x > 10D$ . Des niveaux importants sont également trouvés pour des fréquences proches de  $St = 0.064$ , ce qui peut être relié aux pics à  $St = 0.06$  remarqués précédemment sur les PSD en champs proche et lointain en section 5.3.2.2.



**Figure 5.19:** spectrogrammes moyens de la pression (5.19a) dans la couche de cisaillement le long de l'antenne A et (5.19b) dans le carneau le long des antennes  $L_w \times h$ , respectivement en fonction de  $y$  et  $x$ .  $\text{---}$  : modes transversaux  $m \in [1, 2, 3, 4]$  de la section carrée du carneau dépendants de la vitesse du son moyenne locale;  $\text{---}$  :  $St = 0.064$ ;  $\text{—}$  : iso-PSD tous les  $\Delta 1 \text{ dB}/St$ .

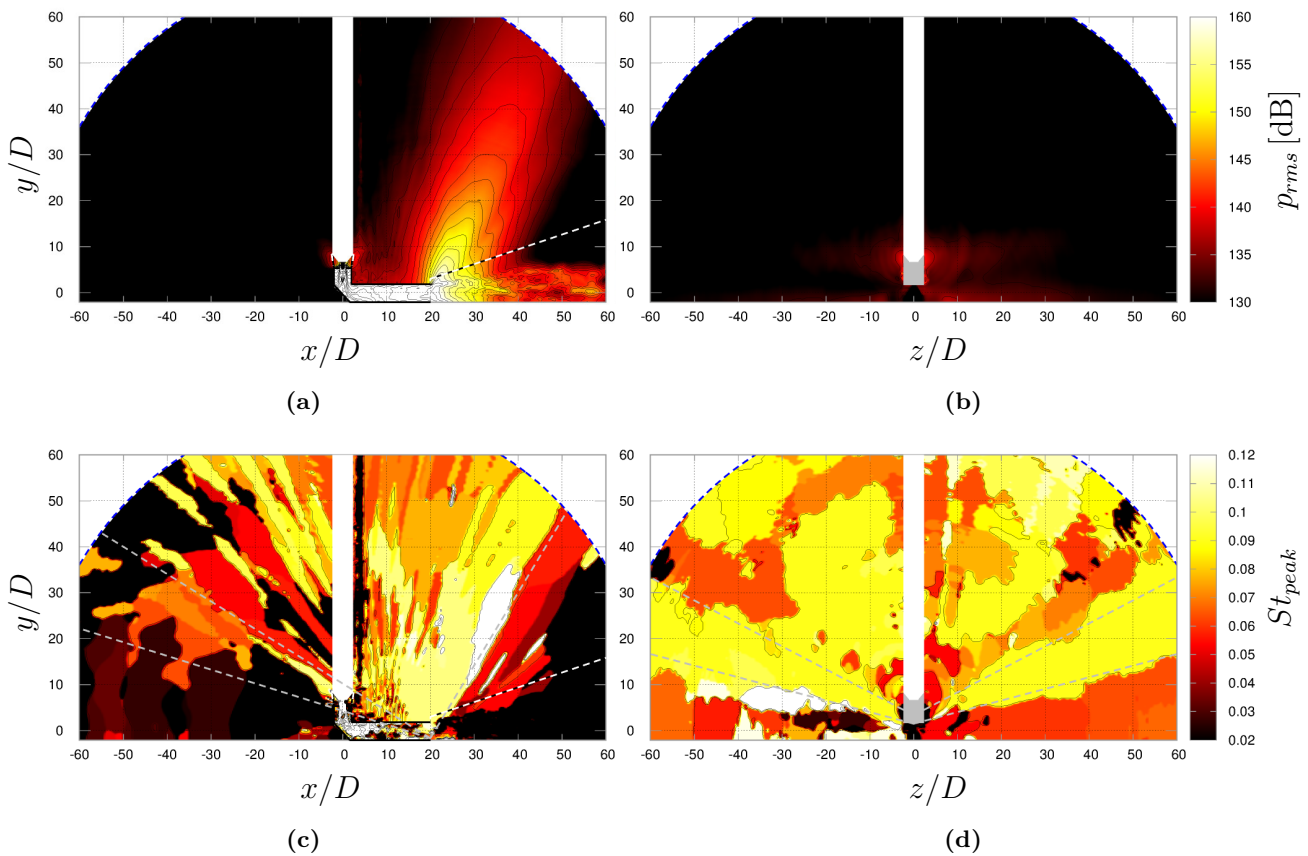


**Figure 5.20:** PSD de la pression dans le carneau sur les antennes  $L_{1 \times 3}$  et  $L_{3 \times 3}$  aux positions  $x = 5D$ ,  $15D$  et PSD moyenne sur toute la longueur  $2D \leq x \leq 20D$ .  $\text{—}$  : simulation NS-Euler avec  $\Delta St = 8 \times 10^{-3}$ ;  $\text{---}$  : modes transversaux  $m \in [1, 2, 3, 4]$  de la section carrée;  $\text{---}$  :  $St = 0.064$ .

En parallèle, les PSD sur les capteurs des antennes  $L_{1 \times 3}$  aux parois et  $L_{3 \times 3}$  au centre, aux positions  $x = 5D, 15D$  et les PSD moyennes sur toute la longueur  $2D \leq x \leq 20D$  sont calculées en figure 5.20. Par définition, les capteurs aux parois se trouvent obligatoirement dans les ventres de pression de tous les modes transversaux. Les capteurs de l'antenne  $L_{3 \times 3}$  quant à eux ne se trouvent que dans les ventres de pression des modes pairs. Des pics proches des fréquences  $St = 0.064$  et  $St_m$  ressortent justement du bruit statistique des PSD et leurs niveaux sont dans l'ensemble légèrement plus élevés pour les capteurs aux parois. Dans le même temps, l'antenne  $L_{3 \times 3}$  profite de la contribution des modes pairs dans les deux directions  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  ce qui aboutit entre autres à un pic important du mode  $m = 2$ . Cette conclusion alimente l'hypothèse de départ. D'autres pics restent toutefois non expliqués sur les PSD. Ils pourraient être dus à des harmoniques ou encore à un étalement spectral à cause des hétérogénéités du milieu, de température entre autres.

### 5.4.2.2 Contenu spatio-fréquentiel du champ lointain de pression

Le rayonnement acoustique en champ lointain est caractérisé par les champs de niveaux RMS de la pression et de la fréquence pic des spectres de pression dans les plans  $\vec{x}\vec{y}$  et  $\vec{y}\vec{z}$  en figure 5.21. Cela confirme tout d'abord la contribution prédominante de la sortie du carneau au champ acoustique par rapport à l'espacement entre le culot et le carneau, avec un écart d'environ 20 dB entre les niveaux



**Figure 5.21:** champs de (5.21a/5.21b) niveau RMS et de (5.21c/5.21d) fréquence pic du spectre de la pression dans les plans  $\vec{x}\vec{y}$  et  $\vec{y}\vec{z}$ . — : iso- $p_{rms}$  tous les  $\Delta 2$  dB et iso-fréquences  $St \in [0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15, 0.20]$ ; --- : délimitation de secteur angulaire de rayonnement particulier; -.-.- : interface de couplage; -.-.- : limite du domaine résolu.

maxima relevés sur l'interface S1 et S2c. La directivité du bruit émis par l'extrémité du carneau est très prononcée à un angle d'environ  $65^\circ$ , soit  $\theta \simeq 50^\circ$  dans le repère sphérique des antennes AZn. Les niveaux importants aux angles faibles proches du sol sont induits par l'écoulement turbulent s'échappant du carneau. Pour  $x > 30D$ , cet écoulement secondaire ne semble pas participer de manière significative au bruit en champ lointain.

Le champ de fréquence pic indique que le bruit est globalement piloté par des fréquences inférieures à  $St = 0.15$  émises depuis la sortie du carneau. En particulier, le secteur du pic de directivité rayonne principalement à des fréquences dans la plage  $0.09 < St < 0.11$  ce qui correspond bien aux fréquences les plus énergétiques mises en évidence sur la plupart des PSD numériques en figures 5.13 et 5.21c, plus spécialement la PSD du capteur de l'antenne AZ1 en  $\theta = 45^\circ$  situé tout près du pic de directivité. En revanche, la fréquence  $St = 0.06$ , dominante sur quasiment toutes les PSD expérimentales, n'est que localement retrouvée comme l'indiquent les zones rouges aux angles  $\theta < 65^\circ$  en aval du carneau, au-dessus des tirets gris en amont sur la figure 5.21c et sous et au-dessus des tirets gris sur la figure 5.21d. On estime que cela résulte soit d'un manque de convergence de la simulation, c'est-à-dire à cause de signaux trop courts, soit d'une incapacité partielle de la simulation à reproduire correctement le mécanisme à l'origine de cette émission. Par ailleurs, les nombreux motifs en bandes longues et étroites, aboutissant à un champ de fréquence pic très hétérogène par endroit, sont attribués aux effets conjoints des réflexions des ondes sur les parois et aux interférences de ces ondes avec elles-mêmes. À cela s'ajoute les interférences des ondes en provenance de l'espacement sous le culot avec celles émises à la sortie du carneau. Rappelons que la simulation de ces effets complexes est grandement facilitée avec la méthodologie par couplage NS-Euler.

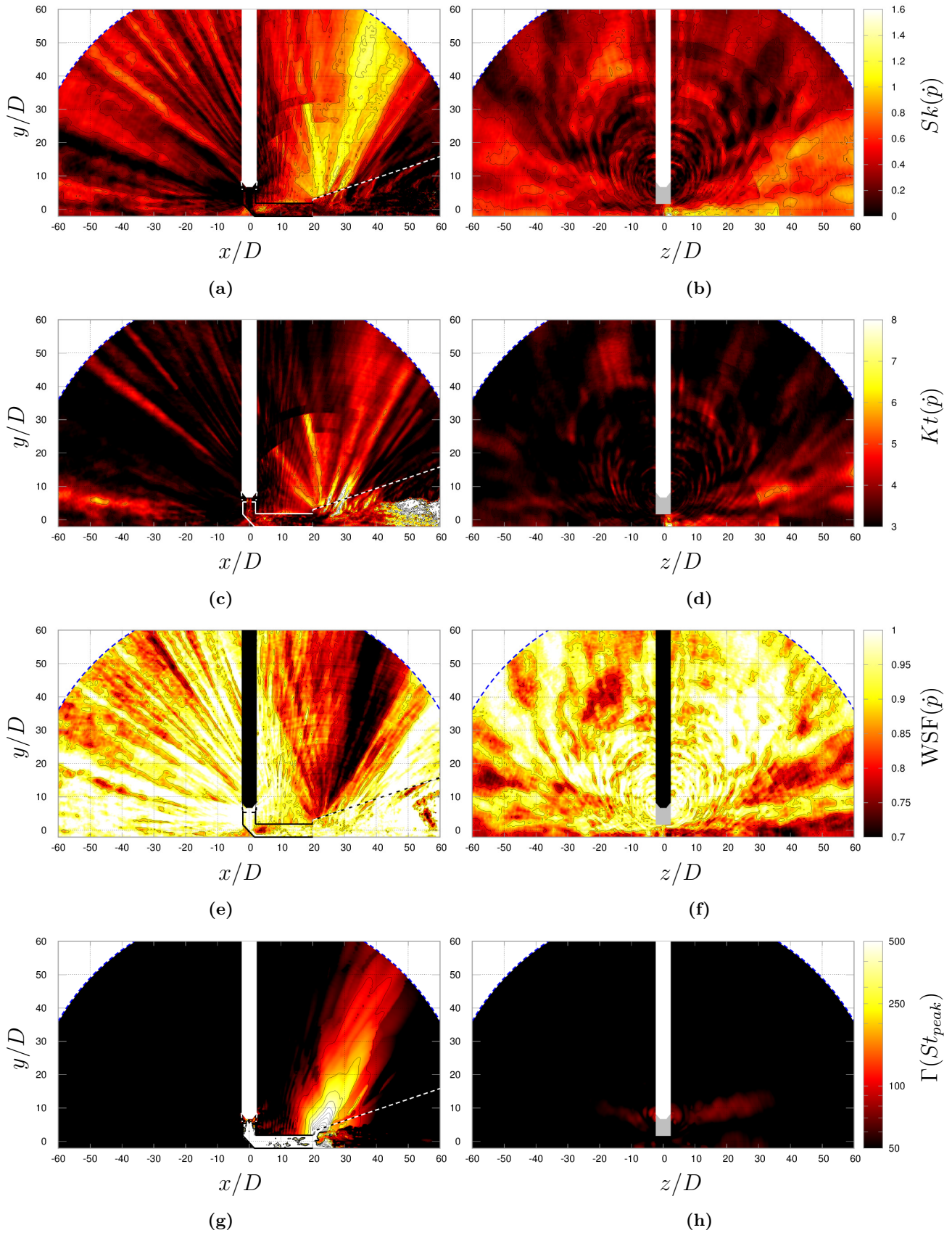
### 5.4.3 Effets non-linéaires

#### 5.4.3.1 Identification des zones en régime non-linéaire

Les niveaux acoustiques mis en évidence en figure 5.21a indiquent *a priori* que des effets de propagation non-linéaire se produisent, essentiellement dans la direction du pic de directivité à partir de la sortie du carneau. Cette conjecture est vérifiée en traçant les métriques  $Sk(\dot{p})$ ,  $Kt(\dot{p})$ ,  $WSF(p)$  et  $\Gamma(St_{peak})$  dans les plans  $\vec{x}\vec{y}$  et  $\vec{y}\vec{z}$  en figure 5.22. Le nombre de Goldberg et le facteur de raidissement d'onde en particulier localisent clairement les phénomènes de propagation non-linéaire dans un couloir très restreint dans le plan  $\vec{x}\vec{y}$  tandis qu'aucune région n'est notablement soulignée dans le plan transversal  $\vec{y}\vec{z}$ .

Cette analyse montre également que, malgré une plus grande dynamique, le kurtosis de la dérivée de la pression discerne plus difficilement la zone de propagation non-linéaire, par rapport à  $Sk(\dot{p})$  ou  $WSF(p)$  par exemple, et tend plutôt à souligner des événements intenses proches des sources. Cette conclusion est corroborée par les champs et les profils de métriques de non-linéarité présentés pour le cas du jet libre en figures 4.34 et 4.37. Le profil de  $Kt(\dot{p})$  en champ lointain du jet libre obtenu par simulation NS-Euler est finalement plus proche de celui trouvé par simulation NS-Euler-FWH que du profil expérimental, contrairement aux profils de  $Sk(\dot{p})$  ou  $WSF(p)$ . Cela suggère que  $Kt(\dot{p})$  serait essentiellement sensible à des effets en champ proche et que  $Sk(\dot{p})$  ou  $WSF(p)$  sont mieux adaptés à la quantification des effets de propagation non-linéaire en champ lointain.





**Figure 5.22:** champs de métriques de non-linéarité dans les plans  $\vec{x}\vec{y}$  et  $\vec{y}\vec{z}$ ; (5.22a/5.22b) skewness de la dérivée de la pression, (5.22c/5.22d) kurtosis de la dérivée de la pression, (5.22e/5.22f) facteur de raidissement de la pression et (5.22g/5.22h) nombre de Goldberg à la fréquence pic du spectre de la pression. — : iso-lignes ; - - - : interface de couplage ; - - - : limite du domaine résolu.

### 5.4.3.2 Discussion sur la méthode

Au regard de la localisation limitée des effets de propagation non-linéaire, il est légitime de s'interroger sur l'utilité du solveur acoustique Euler ailleurs en champ lointain. La méthodologie par couplage fort NS-Euler apparaît toutefois essentielle dans la configuration avec carneau étant donné les phénomènes de réflexion, de diffraction et d'interférence induits par la géométrie. Il en est conclu que la méthode NS-Euler est pertinente sur une très large part du domaine de calcul, approximativement pour  $x > -10D$ . Une méthode linéaire aurait pu être utilisée plus en amont et aurait probablement fourni des niveaux et des spectres acoustiques consistants. Bien qu'envisageable, prendre en compte l'effet du sol reste néanmoins une difficulté avec l'approche Ffowcs Williams & Hawkings [35] et à terme, d'autres détails géométriques plus éloignés des sources pourraient s'ajouter au domaine de calcul résolu.

## 5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthodologie complète de simulation par couplage fort Navier-Stokes – Euler, incluant la stratégie de maillage et le déclenchement géométrique de la turbulence implémentés dans le cas du jet libre, est transposée à la simulation du jet supersonique chaud MARTEL à  $M = 3.1$  en présence d'un carneau de section carrée avec un déflecteur à  $45^\circ$ .

Malgré un maillage légèrement moins raffiné par rapport à la simulation du jet libre, le développement de la couche de cisaillement présente des caractéristiques correctes en matière de niveaux de fluctuation. Le développement de la turbulence à l'intérieur du carneau est jugé très satisfaisant. Les niveaux acoustiques en champs proche et lointain sont retrouvés dans une marge d'erreur de 1 à 2 dB en moyenne et les principales tendances des spectres sont capturées.

Une analyse physique succincte est opérée sur la base de ces résultats, mettant en évidence entre autres un effet d'aspiration très important et un probable mécanisme de rayonnement d'onde de Mach effectif dans la couche de cisaillement du jet avant l'impact et dans une partie du carneau. Le carneau semble par ailleurs jouer le rôle d'un filtre pour le contenu spectral du bruit. Un phénomène de sélection des fréquences en faveur des modes transversaux de la section du carneau est en effet mis en lumière. Des investigations supplémentaires sont toutefois nécessaires pour comprendre l'origine des pics à d'autres fréquences, par exemple  $St = 0.06$ , clairement visibles sur les spectres expérimentaux. Enfin, des effets non-linéaires notables sont détectés dans la direction du pic d'intensité du rayonnement. Les premières analyses proposées dans ce chapitre demandent à être approfondies dans de futures études qui pourront s'appuyer sur la base de données numérique ainsi constituée.



# Conclusion générale

CES travaux de thèse, s’inscrivant dans le contexte de l’ambiance acoustique au décollage des lanceurs spatiaux, se focalisent sur la simulation numérique du bruit de jet chaud supersonique non-adapté. De nombreuses stratégies proposées dans la littérature répondent aux besoins identifiés pour traiter des configurations réalistes de bruit de jet en interaction au décollage. La simulation aux grandes échelles des équations de Navier-Stokes, autrement dit LES, avec déclenchement de la turbulence, fournit des solutions hautement fidèles [123]. Les maillages non-structurés autorisent la discrétisation de géométries réalistes [82]. La résolution des équations d’Euler complètes par une méthode de Galerkin discontinue d’ordre élevé donne accès à une simulation précise de la propagation acoustique non-linéaire [38] et le couplage fort avec un solveur Navier-Stokes supporte la simulation d’effets de rétro-action et d’installation complexes [22]. Cependant, il n’existe pas de méthodologie globale capable de prendre en compte tous ces points simultanément. L’établissement d’une telle méthodologie a donc été le principal objectif de cette thèse en vue d’améliorer la qualité des simulations et notre compréhension des phénomènes de génération et de propagation du bruit.

\* \* \*

Dans ce but, les outils et méthodes numériques disponibles présentés au chapitre 2 ont été adaptés aux besoins. Le couplage fort prévu entre le code CEDRE, résolvant les équations de Navier-Stokes par LES sur maillage non-structuré, et le code SPACE, résolvant les équations d’Euler par une méthode de Galerkin discontinue d’ordre élevé sur maillage non-structuré, a été adapté et validé comme décrit au chapitre 3. Ce couplage est opéré à la surface frontière entre un sous-domaine Navier-Stokes à l’ordre 2 et un sous-domaine Euler à l’ordre 4. Les maillages y sont coïncidents et les pas de temps sont identiques pour limiter le phénomène d’aliasing. Une méthode d’adaptation locale des ordres a été utilisée dans le sous-domaine Euler pour lisser la discontinuité de précision à l’interface et améliorer la robustesse. La méthodologie a en premier lieu été évaluée sur des cas académiques vis-à-vis de plusieurs caractéristiques essentielles dans le contexte du bruit de jet des lanceurs. Ont été vérifiés notamment le régime de propagation non-linéaire sur le cas du guide d’onde, la rétro-action de l’acoustique et la conservation de l’énergie à l’interface sur le cas de la cavité, la propagation des ondes de choc sur le cas du tube à choc et la génération de bruit parasite au passage d’un tourbillon à travers l’interface sur le cas du tourbillon isentropique convecté. Ces simulations ont conclu au bon comportement du couplage par rapport aux solutions de référence et ont ainsi montré que l’approche était tout à fait pertinente pour les applications spatiales visées. Dans un second temps, la méthodologie a été appliquée



avec succès à la simulation d'un cas de pas de tir fictif, essentiellement pour éprouver sa robustesse lorsqu'elle est employée sur une géométrie moins triviale ou que l'interface de couplage est déplacée, et à la simulation d'un jet libre chaud supersonique sur-détendu à nombre de Mach 3.1. Ce dernier cas est calqué sur une configuration expérimentale du banc MARTEL et a été précédemment simulé par Troyes *et al.* [201] avec la méthode traditionnelle Navier-Stokes – Ffowcs Williams & Hawkings. L'adaptation de la simulation du champ lointain, avec une solution aéroacoustique en champ proche inchangée, à la méthode par couplage Navier-Stokes – Euler a abouti à une réduction de la surestimation du bruit de 2 dB dans la direction du pic d'intensité, attribuée à la prise en compte de la propagation non-linéaire. Cette surestimation est restée néanmoins marquée, soit de 2 à 5 dB selon la direction d'observation, mais l'accord de la directivité et des niveaux aux petits angles avec les mesures expérimentales a été sensiblement amélioré.

Les limites de la solution aérodynamique calculée par LES ont ici été soulignées en matière de niveaux de fluctuations et de transition vers la turbulence. Le déficit de fluctuations de vitesse dans la couche de cisaillement par rapport aux mesures expérimentales retarde en effet la transition vers la turbulence et induit une amplification du phénomène d'appariement tourbillonnaire à l'origine du bruit excédentaire. Le cas a donc été revisité en profondeur au chapitre 4 avec un maillage fortement raffiné et une méthode de déclenchement géométrique de la turbulence consistant en une marche axisymétrique placée dans le convergent de la tuyère, sur l'exemple des travaux de Lorteau [122]. Une nouvelle simulation a conduit à des niveaux de fluctuations de vitesse supérieurs à 2% dans le divergent. Cela a permis d'obtenir en aval une condition de sortie de tuyère très perturbée au niveau des lèvres et par conséquent une amélioration majeure de la solution aérodynamique par rapport aux travaux précédents, se comparant désormais fidèlement aux mesures expérimentales. Le développement de la couche de cisaillement s'est révélé présenter les bonnes caractéristiques physiques en matière de taux d'étalement, de niveaux de fluctuation et de spectre de la turbulence. Les niveaux acoustiques en champ lointain ont été retrouvés à 1 dB près à la quasi totalité des angles d'observation et les spectres ont été correctement capturés malgré une légère sous-estimation des niveaux aux petits angles et une fréquence de coupure numérique relativement faible qui reste une limitation difficile.

Une analyse physique approfondie du bruit rayonné est opérée sur la base de ces résultats très encourageants. Elle repose essentiellement sur des corrélations, des transformées de Fourier en temps et des doubles transformées en temps et en espace. Le contenu spatio-fréquentiel des champs acoustiques proche et lointain est conforme aux mécanismes de génération de bruit connus dans la littérature. Le bruit est produit par deux principaux mécanismes, le rayonnement d'onde de Mach en aval et le bruit de choc large bande dominant dans les directions transverse et amont. Trois secteurs angulaires se dessinent en relation avec trois tronçons distincts de la couche de cisaillement. Le lien entre le champ lointain et le champ proche dans ces trois secteurs est clairement mis en lumière notamment par le rapprochement, d'une part, entre les vitesses de convection des structures turbulentes avec les angles de rayonnement dominants des ondes de Mach et, d'autre part, entre la structure en cellules de choc du jet sur-détendu avec l'excitation du mode azimutal  $m = 1$  dans la couche de cisaillement également retrouvée dans les champs acoustiques proche et lointain. Un autre résultat remarquable de ces analyses est la mise en évidence d'une source de bruit singulière rayonnant spécifiquement vers l'amont aux très grands angles à la fréquence discrète  $St_{up}$  via un mécanisme analogue à la génération des ondes de Mach. La fréquence  $St_{up}$  est identique à la fréquence du bruit de screech prévue en



amont à  $180^\circ$  par le modèle de Tam et Tanna [196] bien que pour un tel jet chaud, il est admis que le phénomène du screech n'a pas lieu *stricto sensu*.

La simulation par couplage Navier-Stokes – Euler a par ailleurs rendu plus accessible le stockage de champs 2D résolus en temps et en espace. Cette avancée a donné lieu à des traitements originaux tels que le calcul et l'interprétation de métriques de non-linéarités, comprenant la skewness et le kurtosis de la dérivée de la pression, le nombre de Goldberg ou encore le facteur de raidissement d'onde WSF, dans un plan couvrant la totalité du champ acoustique résolu. Des phénomènes non-linéaires à la fois en champs proche et lointain ont ainsi été soulignés. D'un côté, de brutales discontinuités de pression ont été observées à proximité de la couche de cisaillement en faveur d'un mécanisme de génération du bruit de crackle en champ proche. D'un autre côté, les niveaux acoustiques élevés ont distinctement entraîné des effets non-linéaires cumulatifs en champ lointain. Ces effets ont été mis en évidence sur une large zone, même à grande distance des sources, ce qui a justifié l'utilisation du solveur acoustique Euler non-linéaire. L'analyse quantitative du raidissement non-linéaire des ondes, pouvant conduire à la formation d'ondes choquées associées au crackle, a également montré que la simulation de ce phénomène était limitée par la fréquence de coupure trop faible du calcul.

Les conclusions encourageantes de la simulation du cas de jet libre et la volonté de tendre vers des configurations toujours plus réalistes ont motivé l'application de la méthodologie complète au cas d'un jet chaud supersonique sur-détendu à nombre de Mach 3.1 en présence d'un carneau de section carrée constitué d'une entrée circulaire, d'un déflecteur plan incliné à  $45^\circ$  et d'une conduite d'évacuation horizontale. Cette dernière étape fait l'objet du chapitre 5. Contrairement au cas du jet libre, l'ensemble des attributs du couplage fort est ici justifié dans la mesure où la géométrie induit des écoulements secondaires complexes et des possibilités de retour de l'acoustique dans le sous-domaine Navier-Stokes. La construction du domaine et du maillage, la stratégie de déclenchement de la turbulence et la mise en données ont reposé sur le protocole établi pour le jet libre. Les niveaux acoustiques en champs proche et lointain ont été correctement prévus par rapport aux mesures du banc MARTEL, en particulier du côté du carneau plus prêt des sources. Une analyse succincte des champs aérodynamiques et acoustiques, proches et lointains, a ensuite été effectuée. Des mécanismes spécifiques à la présence du carneau ont été décrits, notamment l'entraînement d'air par aspiration, l'influence du confinement et de l'impact sur le jet et la sélection des fréquences dans le carneau. Des effets de propagation non-linéaire ont enfin été détectés, mais uniquement dans un couloir restreint en aval de la sortie du carneau.

\* \* \*

Ces travaux ont permis de mettre en avant la faisabilité et la pertinence d'une méthodologie globale de simulation numérique du bruit de jet supersonique dans le cadre des lanceurs spatiaux. L'approche par couplage fort Navier-Stokes – Euler avec déclenchement de la turbulence et propagation acoustique non-linéaire, mise en œuvre et validée, répond aux besoins des applications spatiales et fournit des prévisions numériques précises. Notons toutefois que le réalisme entrevu dans la simulation du jet avec carneau ne pousse pas jusqu'au réel étant donné que nombre de caractéristiques sont encore très simplifiées par rapport à un vrai pas de tir. Ainsi, la géométrie tirée de l'expérience ne fait pas état de l'ensemble des détails véritablement présents et la simulation a nécessité une approximation forte sur l'écoulement moyen autour du carneau pour contenir l'écoulement turbulent chaud dans le sous-domaine Navier-Stokes. De plus, l'élargissement de la plage de fréquences résolues et la transposition

à l'échelle 1 ne sont pas encore triviaux en matière de coût de calcul et l'impact des réactions chimiques, de la multiplicité des jets ou des systèmes d'injection d'eau n'est pas investigué. D'autre part, l'exhaustivité des traitements et analyses proposés dans ce manuscrit peut être significativement améliorée dans l'objectif de toujours mieux appréhender les mécanismes de génération et de propagation du bruit ainsi que l'incidence des dispositifs de réduction.

\* \* \*

Il convient donc de poursuivre ces travaux. Du point de vue de l'exploitation des simulations, l'analyse par décomposition en fréquence-nombre d'onde et modes azimutaux pourrait être renforcée par une méthode de décomposition en modes propres orthogonaux. Ce traitement est entre autres utilisé dans la littérature pour identifier et décrire l'organisation des structures azimutales dans les jets [42]. Les fonctions de corrélation seraient appropriées à l'analyse des signaux synchronisés en champs proche et lointain pour approfondir le lien entre ces derniers [26, 123]. Enfin, une exploration des mécanismes de formation des fronts d'onde de forte amplitude en champ proche directement au voisinage de la couche de cisaillement *via* des moyennes conditionnelles a été récemment proposée [2, 160]. Le critère de détection d'un tel événement est parfois associé à une transformée en ondelettes [5, 122]. Ce type d'analyse pourrait être alimenté par les stockages des champs 2D résolus en temps et en espace réalisés lors de cette thèse et serait particulièrement intéressant dans le cadre des jets chauds supersoniques pour différencier les phénomènes en champ proche des effets non-linéaires cumulatifs.

Du point de vue du réalisme et des capacités de prévision de la simulation, ce travail doit tout d'abord s'étendre aux configurations comprenant plusieurs jets [76, 95], des détails géométriques et des dispositifs d'injection d'eau [101, 129, 217]. La montée en ordre de la simulation dans le sous-domaine Navier-Stokes peut être également projetée. Ces aspects font actuellement l'objet d'études ou de projets d'étude, au sein de l'ONERA, s'appuyant en partie sur la méthodologie mise au point dans ce travail et sur des essais du banc MARTEL. Problématique déjà soulevée [35], l'impact de la post-combustion et autres réactions chimiques dans les jets devrait être mieux quantifié. Le code CEDRE semble tout désigné à cette fin. À terme, le passage à l'échelle 1, voire la prise en compte de la combustion dans la chambre et de l'écoulement diphasique en présence de particules d'alumine pour les moteurs à propergol solide, pourraient également être envisagés.



# Annexes



## Communications et publications

### A.1 Liste des articles de journal à comité de lecture

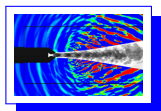


A. LANGENAI, F. VUILLOT, C. PEYRET, G. CHAINERAY et C. BAILLY. “Assessment of a Two-Way Coupling Methodology Between a Flow and a High-Order Nonlinear Acoustic Unstructured Solvers”. *Flow, Turbulence and Combustion* 101.3 (2018), p. 681–703. DOI : [10.1007/s10494-018-9928-0](https://doi.org/10.1007/s10494-018-9928-0).



A. LANGENAI, F. VUILLOT, J. TROYES et C. BAILLY. “Accurate simulation of the noise generated by a hot supersonic jet including turbulence tripping and nonlinear acoustic propagation”. *Physics of Fluids* 31.016105 (2018). DOI : [10.1063/1.5050905](https://doi.org/10.1063/1.5050905).

### A.2 Liste des présentations primées



A. LANGENAI et F. VUILLOT. *Fluid Dynamics Technical Committee - CFD Flow Visualization Event Winner*. 2017.



A. LANGENAI, F. VUILLOT, H. LAMBARÉ et C. BAILLY. *JC2 CNES - prix de la meilleure présentation*. 2017.

### A.3 Liste des communications à des congrès



A. LANGENNAIS, J. TROYES, C. PEYRET et G. CHAINERAY. “Couplage CFD-CAA et propagation non linéaire”. *13<sup>ème</sup> Congrès Français d’Acoustique*. 000150. Le Mans, France, 2016.



A. LANGENNAIS, F. VUILLOT, J. TROYES et C. BAILLY. “Numerical Investigation of the Noise Generated by a Rocket Engine at Lift-off Conditions using a Two-way Coupled CFD-CAA Method.” *23<sup>rd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2017-3212. Denver, CO, USA, 2017. DOI : [10.2514/6.2017-3212](https://doi.org/10.2514/6.2017-3212).





A.4 Article publié dans *Flow, Turbulence and Combustion*

# Assessment of a two-way coupling methodology between a flow and a high-order nonlinear acoustic unstructured solvers

Adrien Langenais · François Vuillot · Christophe Peyret · Gilles Chaineray · Christophe Bailly

(Submitted: 24 July 2017 • Accepted: 25 April 2018 • Published online: 20 June 2018)

**Abstract** A two-way coupling on unstructured meshes between a flow and a high-order acoustic solvers for jet noise prediction is considered. The flow simulation aims at generating acoustic sources in the near field while the acoustic simulation solves the full Euler equations, thanks to a discontinuous Galerkin method, in order to take into account nonlinear acoustic propagation effects. This methodology is firstly validated on academic cases involving nonlinear sound propagation, shock waves and convection of aerodynamic perturbations. The results are compared to analytical solutions and direct computations. A good behaviour of the coupling is found regarding the targeted space applications. An application on a launch pad model is then simulated to demonstrate the robustness and reliability of the present approach.

**Keywords** Two-way Navier-Stokes–Euler coupling · Nonlinear acoustics · High-order solver · Unstructured grids

## 1 Introduction

High speed jet noise is a major issue in aeronautics and astronautics which has been extensively investigated as reviewed by Seiner [1], Tam [2] or Bailly and Fujii [3] for instance. Imperfectly expanded hot supersonic jets generated by rocket motors at lift-off induce severe acoustic loads on the launcher and its payload [4] as illustrated in figure 1. The main contributions include the noise generated by the free part of the jet, the impinging region inside the flame trench, the noise emitted at the end of the flame duct and the reflected and diffracted noise on the launch pad. In addition to various experimental studies [5] which have led to significant noise reduction on launch pads [6], semi-empirical jet noise models based on the Lighthill's theory have been formulated [7] and improved [8–10] but they are often unsuitable to deal with such realistic space applications. More recently, the development of large-eddy simulation (LES) allowed accurate simulations of hot supersonic jets [11–15], even for increasingly complex configurations as performed with realistic launch pad geometries by Fujii *et al.* [16] or Tsutsumi *et al.* [17]. The computational cost of such simulations remains however heavy for current industrial practices, especially when the acoustic propagation is directly calculated by the flow solver. The cost may be reduced by considering an integral formulation to extrapolate the acoustic far field from a control surface [18, 19]. This technique implemented in the KIM code [20] has been employed at ONERA in past and recent works for supersonic jet noise applications [13, 21]. It is usually efficient but installation effects induced by the geometry and nonlinear propagation effects induced by the high acoustic levels for supersonic flows [22] are not readily taken into account.

One-way coupling methods between a flow solver and an aeroacoustic solver based on Euler equations are more and more implemented to take care of possible mean flow effects. Various strategies in terms of meshing and coupling algorithms have already been assessed [23, 24]. The Navier-Stokes equations (NS)

---

A. Langenais ✉ · F. Vuillot · C. Peyret · G. Chaineray  
ONERA, DMPE, University of Paris-Saclay, F-91123 Palaiseau, France  
E-mail: [adrien.langenais@onera.fr](mailto:adrien.langenais@onera.fr)

C. Bailly ✉  
LMFA UMR 5509, École Centrale de Lyon, University of Lyon, F-69134 Écully, France  
E-mail: [christophe.bailly@ec-lyon.fr](mailto:christophe.bailly@ec-lyon.fr)

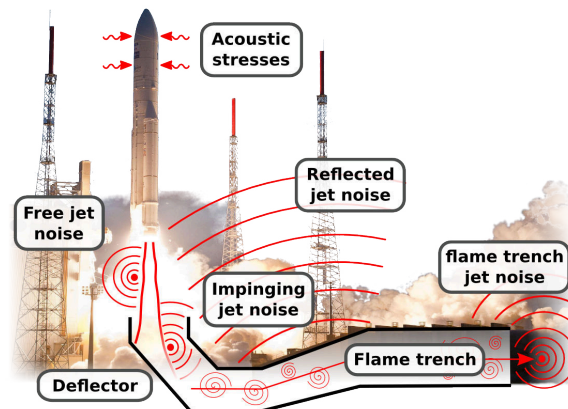


Fig. 1: illustration of the acoustic ambiance at launcher lift-off.

have been firstly weakly coupled to the linearized Euler equations (LEE) as presented in the works of Djambozov *et al.* [25] or Bogey *et al.* [26]. More recently, one-way couplings between NS equations and full Euler equations have been performed as reported by Sescu *et al.* [27] (2D subsonic and supersonic jet cases with structured solvers), Harris *et al.* [28] (2D application to the SLS acoustic ambiance with unstructured solvers) or Labbé *et al.* [29] (3D subsonic jet case with structured LES and unstructured Euler solver). In particular, Tsutsumi *et al.* [17] have simulated an impinging jet inside various flame trench geometries thanks to a structured flow solver. The radiated waves are propagated in the far field with a Euler solver to take into account reflection, diffraction and nonlinear effects. The Mach 3.3 jet simulated by de Cacqueray and Bogey [22] with a structured flow solver can also be mentioned. The noise is propagated both *via* a LEE solver and a full Euler solver, leading to an overall 5 dB reduction around the peak radiation direction at 240 radii from the source, when the nonlinear effects are taken into account. One-way coupling methods are however unsuitable for the simulation of realistic installation effects and possible acoustic feedback on the flow while these phenomena can have a significant impact on the solution. For example, it can be seen in a coupled computation from Tsutsumi *et al.* [17] that strong waves radiated up to the nozzle exit area. It suggests that two-way coupling methods need also to be investigated. Implementations of such methods can be found in the works of Borrel *et al.* [30] or Léger *et al.* [31] for two-dimensional and Labbé *et al.* [32] for tri-dimensional applications with structured solvers, but tri-dimensional fully unstructured configurations are quite rare. Langenais *et al.* [15] have carried out a two-way coupled unstructured NS-Euler computation to simulate the noise generated by an overexpanded Mach 3.1 free hot jet. Encouraging results have been obtained since nonlinear effects have been highlighted and the methodology has led to a significant predictivity improvement. However, the free jet case does not involve any major feedback or installation effect. The ability of the implemented two-way coupling methodology to deal with such effects has to be assessed before being applied to more realistic space configurations.

Important efforts have been initiated to establish a reference benchmark data-base for computational aeroacoustic (CAA) problems. The main contribution has been provided by the NASA workshops [33–36]. Numerous problems and associated analytical solutions are proposed, to test the effectiveness of boundary conditions [33, 36], acoustic diffraction by obstacles [34, 36], propagation in ducts [34], propagation in transonic and supersonic nozzles [33, 35] and acoustic generation and refraction in shear layers [35, 36] for example. Benchmark problems have then been applied to various numerical methods for validation purposes. In particular, Harris *et al.* [28] have applied a one-way NS-Euler coupling method to a 2D two-cylinder acoustic scattering problem, Léger *et al.* [31] have also validated a two-way LEE-LEE coupling method on several 2D problems of diffraction by cylinders and finally, Labbé *et al.* [29] have simulated a 2D convected isentropic vortex, as proposed first by Yee *et al.* [37], using a one-way NS-Euler coupling method. However, the ability of a two-way coupling method to handle nonlinear propagation effects, acoustic feedback effects and realistic installation effects without significant spurious noise is not often assessed in the literature.

In the present article, a tri-dimensional two-way NS-Euler coupling methodology is presented and validated on cases of increasing complexity. Computational grids are unstructured in both flow and acoustic

solvers. The full Euler equations are solved in the acoustic code *via* a high-order discontinuous Galerkin method. This hybrid approach is thus able to deal with acoustic feedback on flow, nonlinear propagation effects and complex three-dimensional geometries as required for realistic space applications. The manuscript is organized as follows. Computational tools are introduced in section 2 with particular focuses on the coupling procedure in subsection 2.3 and the benefit of the use of high spatial orders in subsection 2.4. The coupling methodology is applied to several academic cases in section 3: a pulsating sphere in subsection 3.1, a wave guide in subsection 3.2, a standing wave in a cavity in subsection 3.4, a shock tube in subsection 3.5 and a convected isentropic vortex in subsection 3.6. Finally, an application on a launch pad model is performed in section 4 and concluding remarks are provided in section 5.

## 2 Computational tools

### 2.1 Flow simulation

In previous studies on supersonic jet noise [13, 15, 21], the simulation of the turbulent flow and its near field acoustics was achieved with the multi-physic and multi-species ONERA code CEDRE [38] used here as the flow solver. The Navier-Stokes equations (NS) are solved by a cell-centered finite volume method on generalized unstructured grids. Species viscosity is calculated with the Sutherland law. The spatial discretization is performed with a second-order MUSCL method and an HLLC flux scheme. In the following computations, meshes are here entirely made of tetrahedral elements. The time integration is performed with a second-order explicit or implicit Runge-Kutta scheme. A constant time step is set in order to respect the acoustic criterion

$$\text{CFL} = (\bar{u} + c_0) \Delta t / \Delta x < 1 \quad (1)$$

in the acoustic near field, where  $\bar{u}$  is the mean flow velocity,  $c_0 = \sqrt{\gamma r T}$  the speed of sound,  $\Delta t$  the time step and  $\Delta x$  the characteristic size of a tetrahedron. The latter is chosen equal to the diameter  $d$  of a regular tetrahedron inscribed sphere, namely  $d = a\sqrt{6}/6$  where  $a$  is the tetrahedron edge length set for the unstructured mesh generation. The resulting maximum value in the whole domain is typically  $\text{CFL} \leq 0.85$  in all cases which observes the acoustic criterion. The spatial resolution is quantified in terms of points per wavelength (PPW) for the considered meshes, defined as

$$\text{PPW} = \frac{c_0}{f \times \Delta x} \quad (2)$$

where  $f$  is the frequency and  $\Delta x = d$ . Preliminary computations have allowed to establish that a spatial resolution of  $\text{PPW} = 40$  is required to get a numerical damping less than  $0.1\text{dB}/\lambda$ , where  $\lambda = c_0/f$ , for a given frequency at the  $2^{nd}$  order in time and space. This resolution is twice as usually considered for jet noise application with the CEDRE code [13]. Note that in significant grid stretching region, the provided resolution calculation is always based on the largest cell.

### 2.2 Computational aeroacoustics

The nonlinear Euler equations are solved with a nodal discontinuous Galerkin method (DG) on unstructured grids implemented in the ONERA code SPACE [31, 39]. This method combines characteristics from both finite elements and finite volumes methods: the solution in an element is approached with a polynomial representation which is discontinuous between elements while numerical fluxes are exchanged at the element faces. High spatial orders can be easily implemented within this formulation. In the present work, second to fourth-order elements are used (see §2.4). The time integration is performed with a second-order explicit Runge-Kutta scheme. The required spatial resolution has been succinctly assessed in Delorme *et al.* [39] for ideal unstructured grids and turned out to be  $\text{PPW} = 14$  at second-order and  $\text{PPW} = 3$  at fourth-order. The PPW metric is defined as previously in equation (2) and always based on the largest cell in a region. Preliminary computations [40] have also shown that these criteria result in a numerical dissipation in the order of the molecular viscous damping, i.e.  $\sim 10^{-3} \text{dB}/\lambda$ . The external non-reflective boundary condition is provided by a formulation based on the characteristic theory [41] which allows the outgoing acoustic fluctuations  $(p', T', \mathbf{u}')$  around the imposed mean flow  $(p_\infty, T_\infty, \mathbf{u}_\infty)$  to be efficiently damped. A shock-capturing scheme based on a velocity divergence sensor [42] is also implemented in SPACE. Finally, thermodynamic properties of the propagation medium (air) are constant with  $\gamma = 1.4$ .

The standalone SPACE code has already been carefully numerically assessed in terms of dispersion, dissipation and convergence error [31], and also applied to academic validation cases such as a convected isentropic vortex [29], diffraction by one or multiple circular obstacles [31], duct acoustic propagation [43] and wave propagation in a sheared flow [32].

### 2.3 Coupling procedure

The link between the two solvers CEDRE and SPACE is a two-way surfacic coupling without using a mesh overlapping contrary to what is often implemented in existing approaches [23, 27, 30, 31]. Boundary point location and data exchange are operated *via* MPI communications thanks to the open source CWIPI coupling library proposed by Quemerais from ONERA [38, 44]. The same space discretization is considered at the interface since conformal tetrahedral meshes are here used. The coupling algorithm is described in detail in figure 2. It consists in locating boundary cells on each side of the surfacic interface, then calculating and exchanging values required by the other code at cell centers for CEDRE and nodes for SPACE, every time step. The constant time step is the same in NS and Euler regions. The identical space and time discretization ensures that the signal degradation which could be induced by spatial or temporal aliasing [45] is minimized. Since conservative values sent to SPACE are calculated from CEDRE primitive values ( $p$ ,  $T$ ,  $\mathbf{u}$ ) with SPACE thermodynamic laws ( $\gamma = 1.4$ ), multi-species NS simulations can be carried out without pressure, temperature or velocity discontinuity across the interface. Moreover, the procedure does not require the implementation of brand new coupling boundary conditions in each code. Ghost cells of an existing condition in CEDRE are indeed emulated and fed with incoming SPACE values. In the same way, the conservative variables ( $\rho$ ,  $\rho\mathbf{u}$ ,  $\rho e$ ) at the SPACE boundary are reassessed with incoming CEDRE boundary values. At the end of a coupling cycle, exchanged values are used by each of the solvers to compute its numerical fluxes at the interface where the conformal grids ensure the conservation laws. This algorithm only requires boundary values and the data exchanges are fully managed by the coupling library, which might be easily generalized to other solvers.

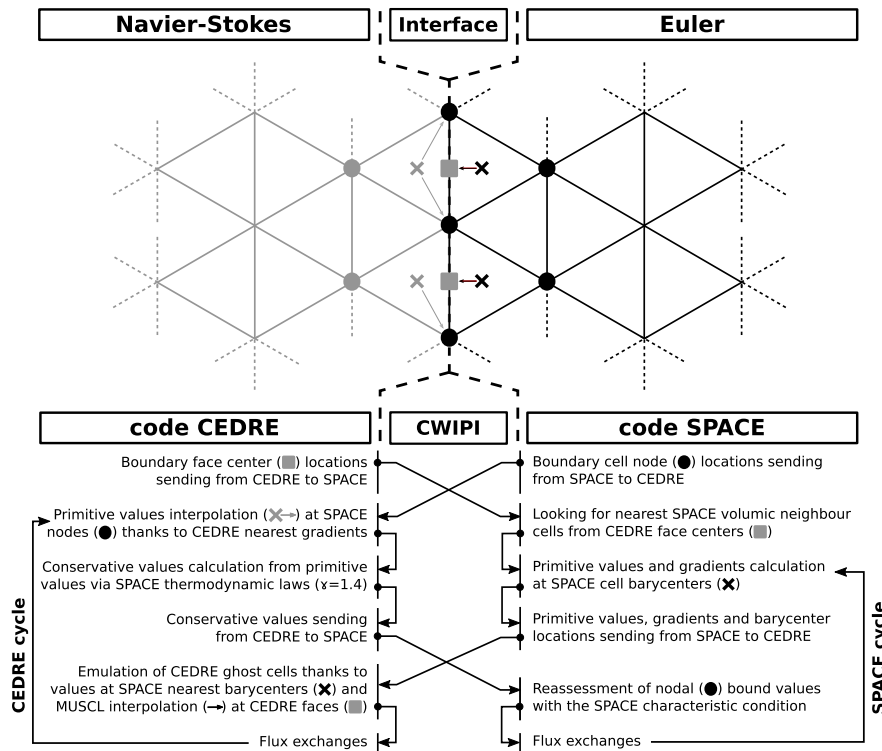


Fig. 2: diagram of the NS-Euler two-way coupling procedure performed at every time step.

The coupling interface is typically placed in a turbulence-free zone. Since the NS-Euler methodology does not imply any constraint on secondary flows or acoustic levels, it can be brought very close to the sources generated by the primary flow. Consequently, vortices can intermittently cross the interface. However, no viscous effect is expected to occur except for wall bounded flows.

#### 2.4 High-order scheme and order mapping

The need of highly accurate numerical methods in computational aeroacoustics to propagate waves in the far field with low dissipation and dispersion is now well recognized [46]. High spatial orders implemented in SPACE allow accurate propagation with less than  $PPW = 5$  and consequently require meshes with fewer cells. It has been checked that using fourth-order elements instead of second-order elements while decreasing the number of cells reduces the calculation cost for the same given accuracy. High-order discontinuous Galerkin methods remain costlier than finite differences or integral methods but they are presently more convenient for realistic applications thanks to the Euler solver and the unstructured grid implemented in SPACE. Furthermore, the second-order Runge-Kutta scheme does not reduce the global simulation quality since the NS computation is also second-order accurate. Validation cases presented in next section are performed with second-order elements. Nevertheless, a non regression using the third and fourth spatial orders has been successfully controlled on each of them.

The coupling procedure uses conformal tetrahedral meshes at the interface to avoid the spatial aliasing and to ensure the robustness. Consequently, the methodology has to deal with both the disparity of scheme order between the NS and the Euler regions, and a significant grid stretching near the coupling interface in the Euler region, which induces an accuracy discontinuity and can lead to spurious numerical oscillations [31]. An order mapping method (also called *hp*-adaptation) is used in the Euler region associated with the DG solver [43]. In order to illustrate the locally adapting element order, a part of the acoustic mesh further introduced in section 4 is shown in figure 3. A layer of second-order elements nearby the interface avoids the accuracy discontinuity with the NS domain and the order is adapted everywhere else according to the cell size. In particular, the order is lower where geometric details force mesh refinement in order to remain consistent in accuracy in the whole computational domain. It has been shown [31, 43] that the order mapping enables a better compromise between numerical cost, accuracy and robustness.

### 3 Validation

The two-way coupling methodology is first validated on two and three-dimensional academic cases. Propagation of spherical and planar acoustic waves is computed in linear and nonlinear regimes in order to assess the one-way (NS  $\rightarrow$  Euler) acoustic coupling. A planar standing wave is further simulated in a cavity in order to assess the two-way acoustic coupling. A shock tube is also considered. For all planar wave cases,

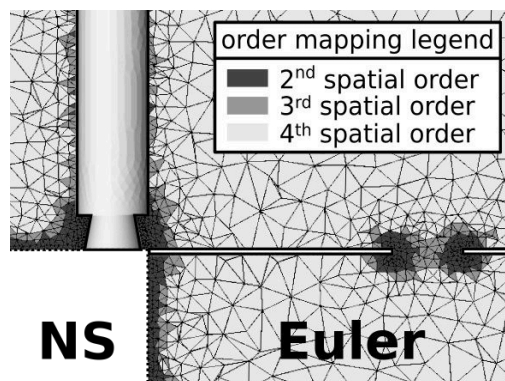


Fig. 3: Euler computational domain (CAA) using the order mapping method. —: walls; ....: coupling interface.

the coupling interface is tilted at  $0^\circ$  or  $33^\circ$  regarding the propagation direction to quantify the spurious noise induced by non-normality. Finally, the convection of a 2D isentropic vortex is simulated in order to assess the ability of the two-way coupling to handle the crossing of vortical structures at the interface without emitting too much spurious noise. Hereinafter, superscript  $*$  is associated with coordinates or lengths made dimensionless by the acoustic source wavelength  $\lambda_s$ , subscript  $s$  with the acoustic source and  $int$  with the interface. The distance from the source in the propagation direction is denoted  $z$ . Numerical domains are always composed of NS and Euler sub-domains connected by the coupling interface at location  $z_{int}^*$ .

### 3.1 Pulsating sphere

The pulsating sphere is modelled as a source of mass located at the NS sub-domain center, generating spherical waves thanks to sinusoidal source oscillations at the frequency  $f_s = 250$  Hz corresponding to a wavelength  $\lambda_s = 1.39$  m. This acoustic source is compact since  $r_s^* = r_s/\lambda_s = 1/20$  with  $r_s$  the source radius. Low and high acoustic levels are considered with a SPL = 114 dB and a SPL = 174 dB at  $z^* = r_s^*$ . The spherical NS sub-domain defined by  $r_s^* < z^* < z_{int}^*$  is surrounded by a larger Euler sub-domain defined by  $z_{int}^* < z^* < 7.2$  where  $z_{int}^* = 0.72$ , as shown in figure 4. The mesh refinement corresponds to a cut-off frequency of  $f_c = 600$  Hz which is high enough to properly discretize the first harmonic  $2f_s = 500$  Hz. The propagation medium is air at rest with  $T_0 = 300$  K and  $p_0 = 101325$  Pa.

The NS-Euler coupling provides good results in the linear regime. The measured speed of sound  $c = 347.3 \pm 0.1$  m/s is nearly equal to the theoretical value  $c_0 = \sqrt{\gamma r T} = 347.2$  m/s and the classical  $1/r$  spherical decay is found in figure 5(a). The numerical dissipation is estimated by comparing the wave amplitude with the theoretical value for inviscid fluids. The dissipation remains close to the expected molecular damping of about  $10^{-3}$  dB per wavelength [47]. The present coupling results are also compared with those obtained with a direct noise computation provided by NS equations and a wave extrapolation method based on a control surface, namely the Ffowcs-Williams & Hawkings integral method (FWH) implemented in the KIM code [20]. Given the  $1/r$  amplitude decay for spherical waves, nonlinearities are found insignificant even at high level. Consequently, the coupling and the direct method agree well with the linear analytical solution as displayed in figure 5(b). The pulsating sphere case validates the coupling behaviour in the linear propagation regime, but does not enable to properly study nonlinear effects because of the geometrical expansion.

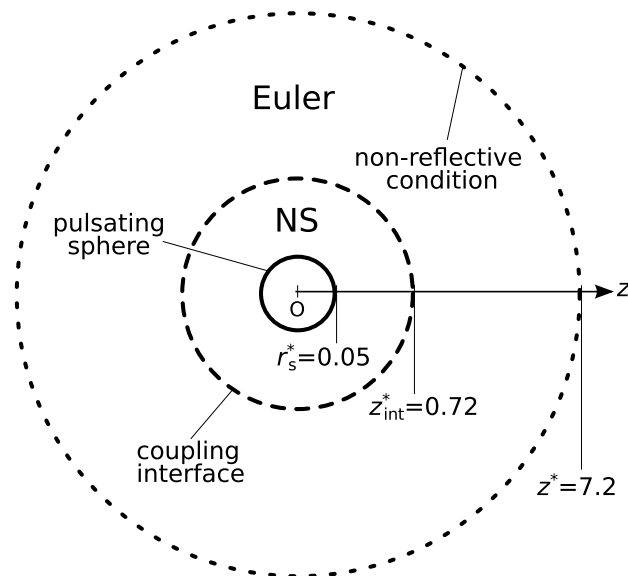


Fig. 4: sketch of the computational domain for the pulsating sphere.



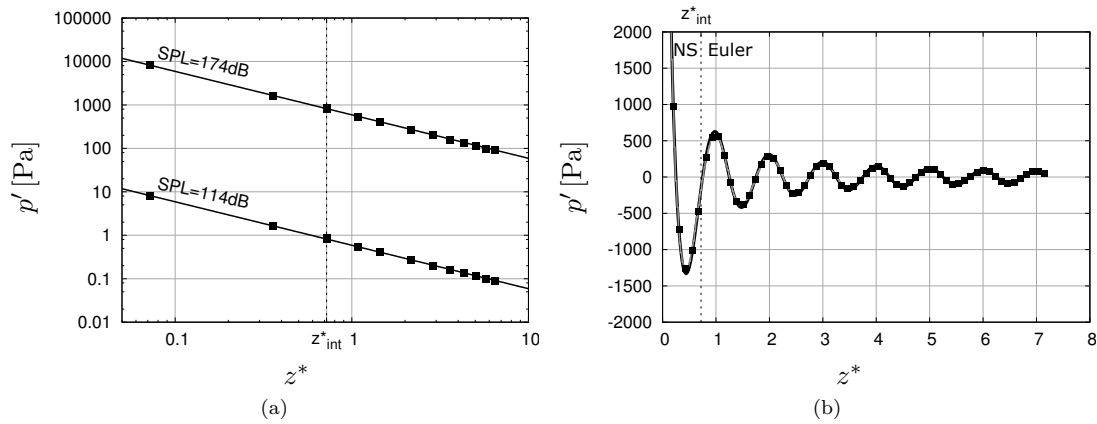


Fig. 5: (a) amplitude decay and (b) radial profile of spherical waves. —: linear analytical solution; —: direct simulation; ■: NS-Euler coupling.

### 3.2 Wave guide

In the wave guide case, velocity fluctuations are imposed at one end ( $z^* = 0$ ) of a guide with dimensions  $(0.72 \times 0.72 \times 14.4) \lambda_s^3$  as shown in figure 6. The generated planar waves propagate through the NS sub-domain defined by  $0 < z^* < z_{int}^*$  and in the Euler sub-domain defined by  $z_{int}^* < z^* < 7.2$ . A buffer zone aims at damping waves before they reach the non-reflective boundary condition at  $z^* = 14.4$  thanks to gradually stretched cells. The source frequency, the mesh cut-off frequency and the ambient medium properties are identical to the previous case.

For a low amplitude, similar features in terms of propagation velocity and dissipation are observed for the pulsating sphere and the wave guide cases. However, the latter shows strong nonlinear propagation effects at higher level. Each compression phase tends to stiffen up to a weak shock formation as drawn in figure 7. A nonlinear analytical solution based on the Blackstock model [48] can be considered for validation. It consists in connecting the Fubini solution to the Fay solution, the first one (respectively the second) being only valid before (respectively after) the weak shock formation due to nonlinear propagation. This analytical solution can be expressed for the pressure fluctuation in the time domain at a distance  $z^*$  from the source as a sum of harmonics,

$$p'(z^*, t) = p_s \times \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin [n (\omega_s t - 2\pi z^*)] \tag{3}$$

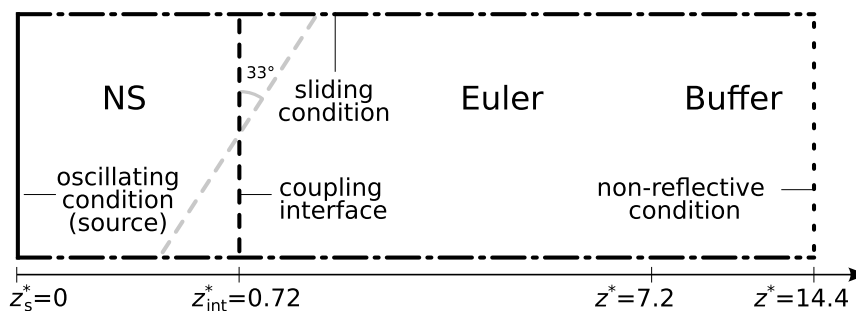


Fig. 6: sketch of the computational domain for the wave guide.



where the coefficients  $B_n$  are given by

$$B_n = \frac{2\bar{z}^*}{nz^*} J_n \left( n \frac{z^*}{\bar{z}^*} \right) \quad (4)$$

for the Fubini solution and by

$$B_n = \frac{2\bar{z}^*}{n(z^* + z^*)} \quad (5)$$

for the Fay solution. In these expressions,  $p_s$  is the source amplitude,  $n$  the harmonic order,  $\omega_s$  the source pulsation and  $J_n$  the first kind Bessel function of order  $n$ . The distance  $\bar{z}^* = (\rho_0 c_0^2) / (2\pi\beta p_s)$  is the shock formation length without viscous effects [48] where  $\rho_0$  and  $c_0$  are the density and the speed of sound in the ambient medium, and  $\beta = (\gamma + 1) / 2$  the nonlinearity coefficient for a perfect gas. A good agreement between this analytical solution, the direct simulation and the NS-Euler coupling is found for the SPL = 174 dB as shown in figure 7 despite slight overshoots in the vicinity of the shocks for both numerical solutions.

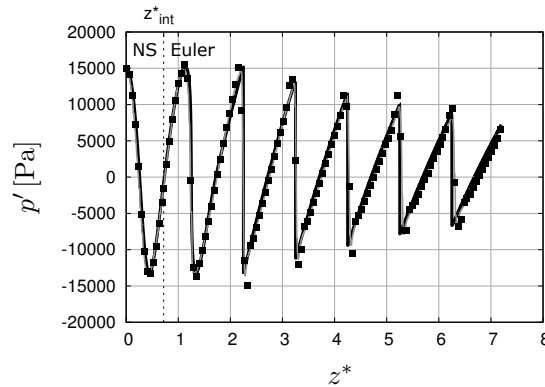


Fig. 7: planar wave distortion due to nonlinear propagation at SPL = 174 dB. —: analytical solution [48]; - - -: direct simulation; ■: NS-Euler coupling.

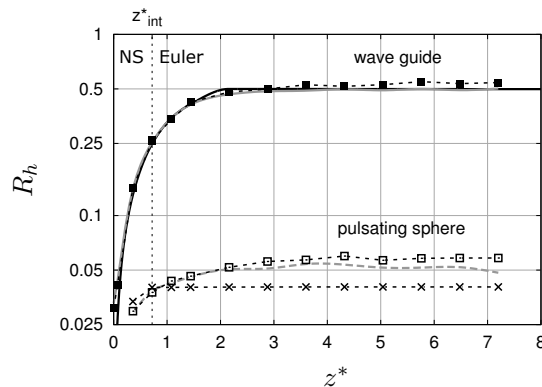


Fig. 8: harmonics generation measured with the  $R_h$  ratio in log scale for the SPL = 174 dB. Pulsating sphere case: - - -: direct simulation; -x- - -: NS-FWH; -□- - -: NS-Euler coupling. Wave guide case: —: analytical solution [48]; - - -: direct simulation; -■- - -: NS-Euler coupling.

3.3 Frequency analysis

A metric proposed by Gallagher and McLaughlin to quantify acoustic nonlinearities [49] is introduced to compare the numerical results provided by different methods. The harmonic ratio  $R_h$  is defined as the ratio of the Fourier transform magnitude of the first harmonic (500 Hz) to the fundamental one (250 Hz). Because nonlinear waves distortion is equivalent in the spectral domain to an energy transfer from low to high frequencies, also called spectral spreading,  $R_h$  increases when nonlinear effects occur as characterized in figure 8 for both the pulsating sphere and the wave guide cases. In the pulsating sphere case, note that Ffowcs-Williams & Hawkings (FWH) results provide a flat curve corresponding to a linear wave extrapolation, as expected for such an approach. For this case, the coupling and the direct simulation show similar trends despite that nonlinear effects are weak and that the measurement dynamic remains limited. On the contrary in the wave guide case, nonlinear effects are significantly stronger as highlighted previously and a higher dynamic is obtained. The  $R_h$  ratio quickly increases up to 0.5 which is the theoretical asymptotic value when the wave shape turns to sawtooth patterns. Harmonics have already received a large amount of energy when the wave reaches the coupling interface. Analytically,  $R_h$  is given by

$$R_h = \frac{B_2}{B_1} \tag{6}$$

from equations (4) and (5) with  $n \in [1, 2]$ . A particularly good agreement is found between the analytical solution, the direct computation and the coupling method which validates the latter for nonlinear acoustic propagation.

For completeness purposes, the energy conservation across the coupling interface is checked using the wave guide configuration. Fourier transforms are performed on each side of the interface to quantify acoustic energy variations. Both acoustic levels 114 dB and 174 dB are studied, with and without a mean flow at a Mach number of  $M = u/c = 0.2$ , with and without a tilted interface. The cut-off frequency of the mesh is  $f_c = 600$  Hz. Results are reported in table 1. Spurious noise is generated at the interface depending on the tested conditions. On the other hand, the energy of the fundamental frequency ( $f_0 = 250$  Hz) is always well transmitted from NS to Euler regions since the maximum variation just reaches 1% for the most unfavourable case. Greater discrepancies of 2 to 4% are found concerning the first harmonic near the cut-off frequency. Beyond the cut-off frequency, noise introduction remains moderate knowing the possible aliasing effect and that higher harmonic magnitudes are small compared to that of the fundamental in the Fourier transform. Regarding the influence of the input parameters, the initial acoustic level seems to have a limited impact on the overall spurious noise generation, as the mean flow. In particular, the noise does not increase with. On the contrary, the interface tilt angle has a significant impact, showing that non normality is the primary source of spurious noise. Last column highlights that variations of the overall energy, i.e. integrated over the whole spectrum, are in the order of that of the

SPL	tilt	Mach	discrete frequencies			broadband	
			250 Hz	500 Hz	750 Hz	$\sum_n$	$\sum_n$
			$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n > 1$	$0 \leq n \leq 20$
114 dB	0°	0	0.22%	-	-	-	0.22%
		0.2	0.12%	-	-	-	0.12%
114 dB	33°	0	1.06%	-	-	-	1.06%
		0.2	0.65%	-	-	-	0.65%
174 dB	0°	0	0.12%	2.11%	4.54%	2.57%	0.30%
		0.2	0.22%	2.19%	3.17%	2.29%	0.28%
174 dB	33°	0	1.02%	3.87%	9.07%	5.09%	1.32%
		0.2	0.64%	2.58%	6.04%	2.83%	0.70%

Table 1: spurious energy generation rate of planar acoustic waves when crossing the coupling interface from NS to Euler regions. - : no data (no harmonic).

fundamental. In order to sum-up, the one-way acoustic coupling (NS  $\rightarrow$  Euler) presents good features in terms of energy conservation, even in most unfavourable cases.

### 3.4 Standing wave in cavity

A standing wave inside a cavity is simulated in order to assess the effectiveness of the two-way coupling. The cavity is composed of a NS sub-domain for  $0 < z^* < z_{int}^*$  and a Euler sub-domain for  $z_{int}^* < z^* < 1$  as depicted in figure 9. The second longitudinal mode  $n = 2$  is excited thanks to velocity fluctuations prescribed at  $z^* = 0$ , with a SPL = 114 dB and a frequency  $f_s = nc_0/2L = 250$  Hz. This boundary is also set as non-reflective to avoid energy build up in the domain. The wavelength  $\lambda_s$  is equal to the cavity length  $L$ . A purely reflective condition is set at  $z^* = 1$ . In this way, the standing mode appears only if energy is properly sent back from the Euler to the NS sub-domain. The results are reported in figure 10 in terms of amplitude and phase of the standing wave, for a non tilted and a  $33^\circ$  tilted interface. The coupled computations agree well with the analytical solution.

### 3.5 Shock tube

For space applications at high acoustic levels, shocked waves are expected to appear as already observed in the wave guide case. A shock tube case is finally simulated to validate the shock propagation and the shock-capturing scheme implemented in SPACE. NS and Euler sub-domains displayed in figure 11 are

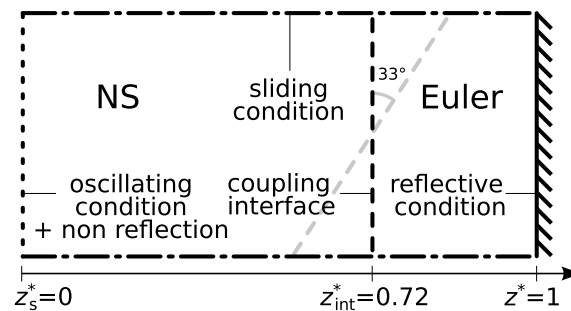


Fig. 9: sketch of the computational domain for the standing wave.

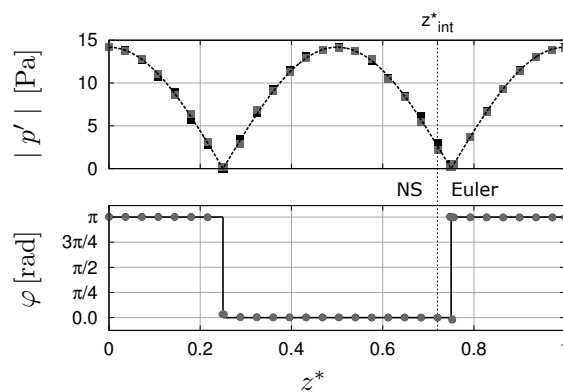


Fig. 10: amplitude and phase of the standing wave in the cavity for SPL = 114 dB.  $\blacksquare/\blacksquare$  : analytical amplitude;  $\blacksquare/\blacksquare$  : simulated amplitude with tilted  $0/33^\circ$  interface;  $\text{---}$  : analytical phase;  $\bullet/\bullet$  : simulated phase with tilted  $0/33^\circ$  interface. The coupling interface is located at  $z_{int}^*$ .

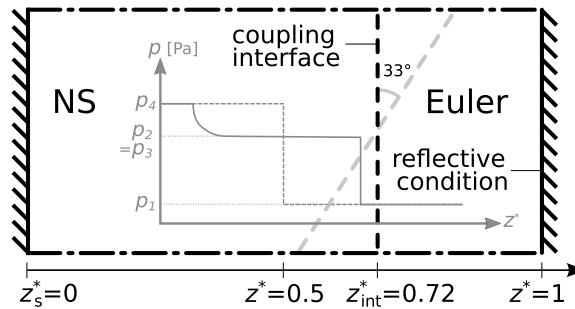


Fig. 11: sketch of the computational domain for the shock tube.

initialized at  $p_1 = 100000$  Pa for  $z^* < 0.5$  and  $p_4 = 110000$  Pa for  $z^* > 0.5$ . A shock is thus created at the discontinuity and propagates in the increasing  $z^*$  direction before being reflected in  $z^* = 1$ , then in  $z^* = 0$ .

Preliminary computations have shown that the shock-capturing scheme greatly improves the shock propagation in the Euler region by suppressing most of the spurious Gibbs oscillations with a less steep discontinuity as counterpart. The pressure, density and temperature ratios through the shock and the shock velocity are also conserved. A good agreement is found with the theoretical values obtained from Rankine-Hugoniot jump relations [50] as reported in table 2. Subscripts 1 and 2 are respectively associated with conditions ahead and behind the shock. A first approximation of the expected shock velocity [50] is given by

$$c_{shock} = c_1 \sqrt{\left(\frac{\gamma + 1}{2\gamma}\right) \left(\frac{p_2}{p_1} - 1\right) + 1} \simeq 354.4 \text{ m/s} \quad (7)$$

where  $c_1$  is the speed of sound in the gas ahead the shock. Numerical results are close to the theory within 1% error. The uncertainty is found to be larger with the use of the shock-capturing scheme because of the smoother discontinuity, as expected.

The shock is then reflected several times inside the tube. The shock profile after one, two, four and six round-trips is drawn in figure 12. The discontinuity is slightly smoothed after six round-trips but remains at the right location with respect to the analytical solution. Spurious oscillations can be noticed in the vicinity of the shock, but since the direct simulation agrees with the NS-Euler coupling (non tilted interface), it can not be attributed to the coupling procedure. On the other hand, stronger spurious oscillations are induced by a tilted interface but they are not amplified and the solution remains consistent.

	$p_2/p_1$	$\rho_2/\rho_1$	$T_2/T_1$	$c_{shock}$ [m/s]
theoretical	1.0486	1.0345	1.0137	354.4
without shock capturing	1.0488	1.0346	1.0137	$351.8 \pm 0.8$
with shock capturing	1.0488	1.0346	1.0137	$353.3 \pm 4.8$

Table 2: pressure, density and temperature ratios through the shock and shock propagation velocity, see equation (7).

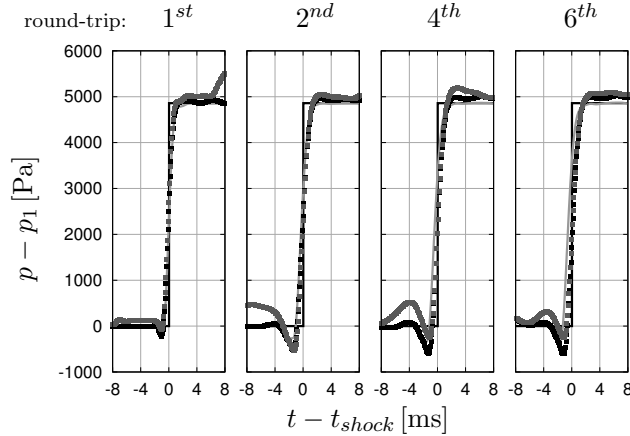


Fig. 12: shock wave propagation and multiple reflection case.  $\text{—}$  : analytical solution;  $\text{- -}$  : direct simulation;  $\text{⋯}$  : NS-Euler coupling with non tilted interface;  $\text{- -}$  : NS-Euler coupling with  $33^\circ$  tilted interface.

### 3.6 Convected isentropic vortex

As mentioned in §2.3, vortices can intermittently cross the coupling interface. In order to quantify possible spurious noise induced by such events, a 2D convected isentropic vortex academic case is performed. The formulation proposed by Yee *et al.* [37] has been chosen. Although this problem is an exact solution of the full Euler equation, it is presently treated with the NS equations in the flow solver knowing that viscous effects are negligible as expected in practice. The vortex flow is defined as follow [29]:

$$\begin{cases} u_z = +\Gamma \frac{c_0}{2\pi} \left( \frac{y - y_0}{r_0} \right) \exp\left(\frac{1 - r^2}{2}\right) + u_0 \\ u_y = -\Gamma \frac{c_0}{2\pi} \left( \frac{z - z_0}{r_0} \right) \exp\left(\frac{1 - r^2}{2}\right) \\ T = T_0 \left( 1 - \Gamma^2 \frac{(\gamma - 1)}{8\pi^2} \exp(1 - r^2) \right) \end{cases} \quad (8)$$

with

$$r^2 = \left( \frac{z - z_0}{r_0} \right)^2 + \left( \frac{y - y_0}{r_0} \right)^2 \quad (9)$$

where  $z_0 = 0.5$  m,  $y_0 = 0.5$  m,  $r_0 = 0.1$  m,  $T_0 = 298.15$  K,  $c_0 = \sqrt{\gamma r T_0}$ ,  $u_0 = 100$  m/s and  $\Gamma$  is the dimensionless vortex strength. The assumption of an isentropic disturbance leads to the relations

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 \left( 1 - \Gamma^2 \frac{(\gamma - 1)}{8\pi^2} \exp(1 - r^2) \right)^{1/(\gamma - 1)} \\ p = p_0 \left( 1 - \Gamma^2 \frac{(\gamma - 1)}{8\pi^2} \exp(1 - r^2) \right)^{\gamma/(\gamma - 1)} \end{cases} \quad (10)$$

It yields to a vortex initially centered at location  $(z, y) = (0.5, 0.5)$  and convected at  $M = 0.3$  in increasing  $z$  direction as depicted in figure 13. The computational domain is composed of two NS sub-domains coupled on each side of the Euler sub-domain which allows to study the two-way crossing of vortical structures. Periodic boundary conditions are implemented for the non coupled sides of the NS sub-domains. Two

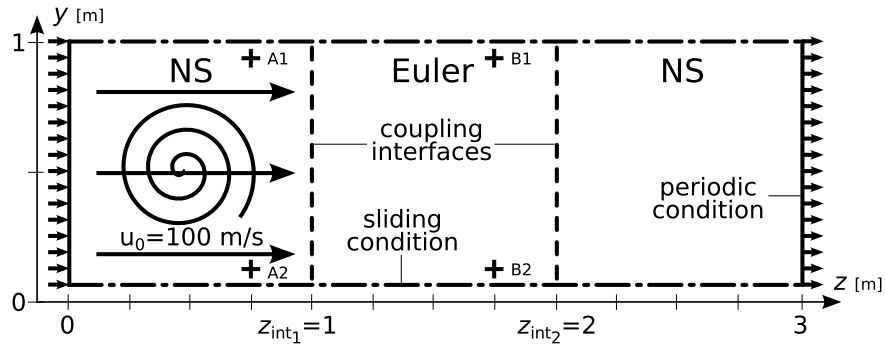


Fig. 13: sketch of the computational domain for the convected isentropic vortex.  $\rightarrow$ : mean flow;  $+$ : probe locations.

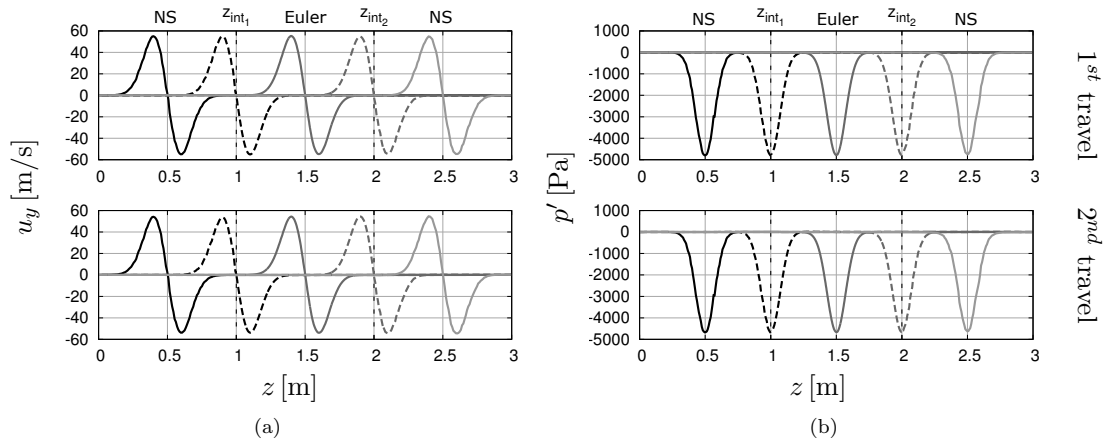


Fig. 14: (a) velocity and (b) pressure profile of the convected isentropic vortex at  $\blacksquare$ :  $t = 0$  [ms];  $\blacksquare\blacksquare$ :  $t = 5$  [ms];  $\blacksquare$ :  $t = 10$  [ms];  $\blacksquare\blacksquare\blacksquare$ :  $t = 15$  [ms];  $\blacksquare$ :  $t = 20$  [ms].

different vortex strengths are simulated,  $\Gamma = 1$  and  $\Gamma = 0.5$ , leading to a pressure drop  $|\Delta p| = 4800$  Pa and  $|\Delta p| = 1215$  Pa at the vortex center.

Transversal velocity profiles and axial pressure profiles are respectively plotted in figure 14(a) and 14(b) for the first and the second travel (after one period) at five instants in the case  $\Gamma = 1$ . No distortion is observed for the vortex itself. Nevertheless, spurious noise generation is found to occur when the vortex crosses the interface in both NS $\rightarrow$ Euler and Euler $\rightarrow$ NS ways. Pressure time signals recorded at locations A1/A2 and B1/B2 are respectively plotted in figure 15(a) and 15(b). These locations roughly correspond to the spurious noise peak directivities and it should be noted that, according to expression (10), pressure fluctuations directly associated with the vortex convection are negligible. Spurious noise is observed in both  $\Gamma = 1$  and  $\Gamma = 0.5$  cases. However, the amplitude of this noise remains weak with respect to the aerodynamic perturbation, i.e. about 0.2% for the  $\Gamma = 1$  case. In other words, based on the previously simulated supersonic free jet case [15], residual eddies which cross the interface were quite weak, typically  $|\Delta p| < 500$  Pa, resulting in an estimated spurious noise lesser than 100 dB while the actual noise in this area was greater than 140 dB. Consequently, the signal-to-noise ratio is found to be rather reasonable.

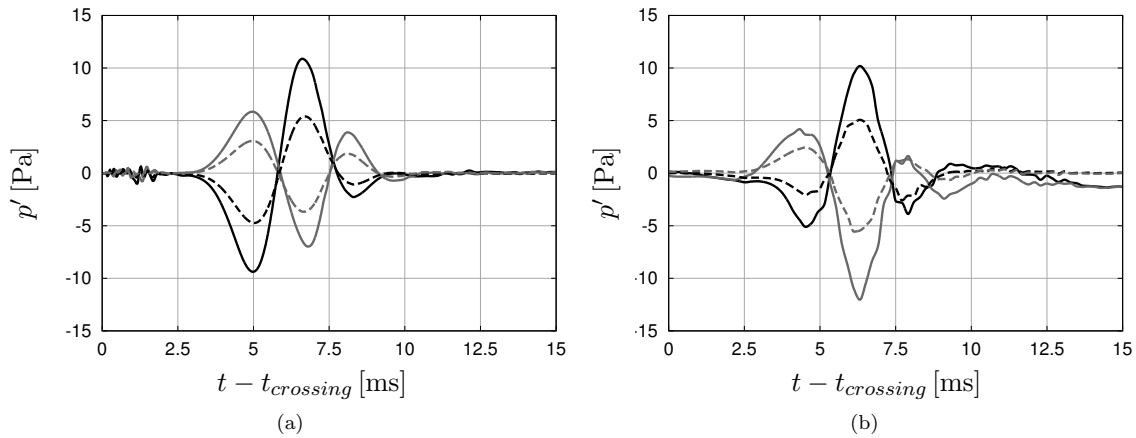


Fig. 15: spurious pressure wave generated when the vortex crosses the interface (a) NS→Euler at  $z_{int_1}$ , (b) Euler→NS at  $z_{int_2}$ . —: A1 and B1 with  $\Gamma = 1$ ; - - -: A1 and B1 with  $\Gamma = 0.5$ ; — — —: A2 and B2 with  $\Gamma = 1$ ; ····: A2 and B2 with  $\Gamma = 0.5$ .

## 4 Application to a launch pad model

### 4.1 Geometry and parameters

A three-dimensional launch pad model (LPM) is finally studied to assess the robustness and reliability of the coupling methodology with order mapping (see §2.4) in a more realistic configuration. The computational domain consists of a prismatic NS sub-domain defined in range  $-1.25D_j \leq x \leq 1.25D_j$ ,  $0 \leq y \leq 2.5D_j$  and  $0 \leq z \leq kD_j$  where  $k$  is variable and  $D_j$  is the nozzle exit diameter. The Euler sub-domain forms a simplified launch pad as displayed in figure 16, consisting of a cylindrical rocket motor body, a square duct with inner dimensions  $2.5 \times 2.375 \times (12.5 - k)D_j^3$  and a free field zone. An aperture on the top surface of the duct, so-called duct hole, has been introduced to model a possible acoustic device for noise reduction. The NS sub-domain and the duct are closed by walls at  $x = -1.25D_j$  and  $x = 1.25D_j$ . The boundary going along the rocket body is set as a wall to model the launch umbilical tower. Non-reflective boundary conditions are imposed everywhere else. The whole domain is initially air at rest with  $T_0 = 300$  K and  $p_0 = 101325$  Pa. Air is injected in the NS sub-domain with a velocity  $v_0 = 50$  m/s ( $M = 0.14$ ) in direction  $-y$  through an inlet of diameter  $D_j = 0.4$  m modeling the nozzle exit. An acoustic component corresponding to a SPL = 160 dB is added to this mean flow through velocity fluctuations ( $\|v'\| = 7$  m/s) oscillating at the fundamental frequency  $f_0 = 500$  Hz ( $\lambda_0 = 0.7$  m =  $1.75D_j$ ). The resulting jet impacts the deflector in the NS sub-domain, then exhausts in the duct through the coupling interface. Such a simplified space application involving a modeled acoustic source has also been performed by Harris *et al.* [28] in order to assess a one-way NS-Euler coupling based on unstructured meshes.

Several cases have been studied by moving the vertical coupling interface in the duct i.e. by varying the parameter  $k$  as drawn in figure 16, plus an additional reference direct simulation (full NS) for comparison purposes. The mesh parameters, cut-off frequencies and computational costs are reported in table 3.

### 4.2 Computational cost

The costs are estimated on a same number of processors and normalized by that of the direct simulation. As expected, the NS-Euler method with order mapping allows to dramatically decrease the number of required cells and the induced cost compared to the direct simulation at a same cut-off frequency. A structured finite-difference solver or an integral method would also have provided a low cost solution but these approaches are difficult to apply to realistic geometry. The LPM1 case is half as costly as the LPM3 one, suggesting that limiting the NS sub-domain only to dominant acoustic generation regions could really be beneficial.



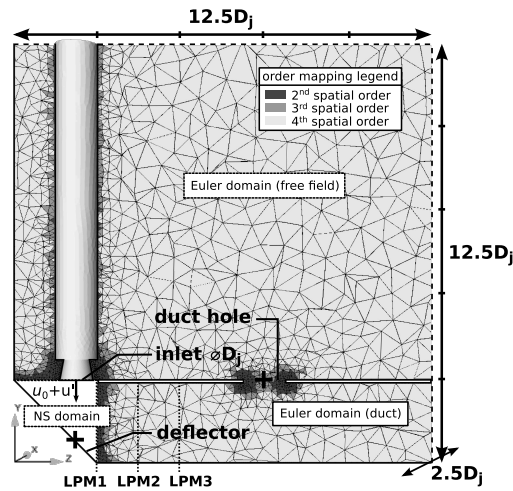


Fig. 16: computational domain and order mapping in the Euler sub-domain. — : wall; - - - : non-reflective condition; ···· : coupling interface (3 cases); +: probe.

case	$k/D_j$	cells $\times 10^{-6}$		$f_c$ [Hz]	normalized cost
		NS	Euler		
LPM0	-	8.74	-	850	100%
LPM1	2.5	0.28	0.10	850	4.5%
LPM2	3.75	0.46	0.10	850	7.3%
LPM3	5.0	0.63	0.10	850	10%

Table 3: parameters and cost of the four launch pad model cases.

### 4.3 Velocity and pressure field

The goal of this short analysis is mainly to assess the robustness of the coupling methodology. In particular, the effect of the coupling interface location on the flow and acoustic fields is examined. A snapshot of the velocity norm superimposed with pressure iso-lines are presented in figure 17 in the plane  $x = 0$  for the LPM1 case. A deflected primary flow and multiple secondary flows near the nozzle and the hole regions can be noticed. It should be mentioned that before reaching the deflector, the primary flow generated a vortex ring which is intercepted by the vertical coupling interface only in the LPM1 case. The associated pressure drop at the interface is roughly  $|\Delta p| = 2000$  Pa. According to the discussion in section 3.6, the estimated generated spurious noise ( $< 110$  dB) is negligible compared to the actual acoustic source ( $> 150$  dB). Regarding the acoustic field, waves generated at the inlet are reflected and diffracted when impacting the deflector. The fundamental wavelength of the source  $\lambda_s$  is smaller than duct transverse dimensions which induces a multi-modal acoustic propagation in the duct. Waves emitted in the free field arise from two main zones: the duct hole and the vicinity of the inlet. Since the duct hole diameter is of the order of the fundamental wavelength, a clear diffraction pattern can be observed. These waves interfere with those directly coming from the inlet region, forming interference patterns. In particular, a silent zone appears close to the top of the motor body as it can be seen on the root mean square pressure  $p_{rms}$  field further discussed in figure 19(a). Finally, no discontinuity is observed at the coupling interface, which demonstrates the good behaviour of the present methodology, even if a strong deflected flow crosses the interface in addition to acoustic fluctuations.

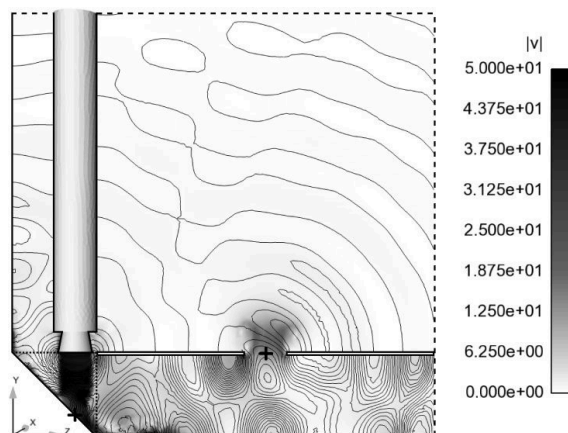


Fig. 17: snapshot of the velocity field in the LPM1 case at  $t = 0.07$  s in the plane  $x = 0$ , superimposed with pressure iso-lines.  $\blacksquare$  : wall;  $\bullet\bullet\bullet$  : non-reflective condition;  $\dots$  : coupling interface;  $\text{---}$  : pressure iso-lines;  $+$  : probe.

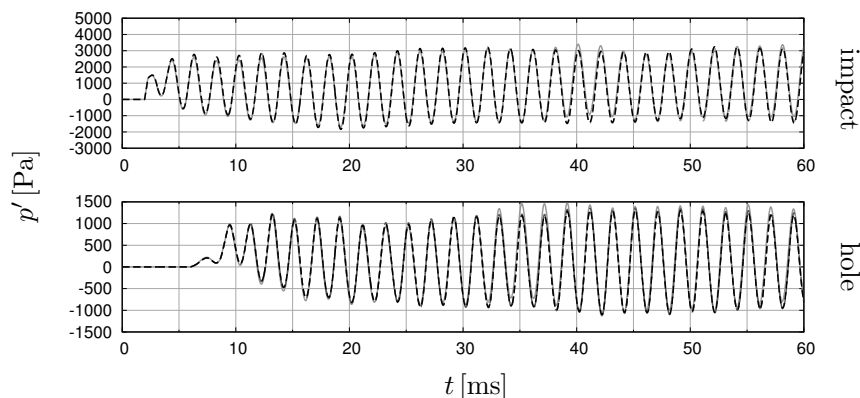


Fig. 18: pressure time signal recorded at probe locations as spotted in figure 16.  $\text{---}$  : direct simulation LPM0;  $\text{- - -}$  : LPM1;  $\dots$  : LPM2;  $\text{- \cdot - \cdot}$  : LPM3.

The transient pressure time signal recorded at two locations (i.e. at the point of impact in the NS domain and at hole center in the Euler domain, see  $+$  symbols in figure 16) are plotted in figure 18 for the direct simulation and the three coupling cases. The source main frequency is clearly visible and lower frequency transient deviations are also noticeable. The coupling interface intercepts the initial vortex ring and the deflected flow in the LPM1 case while a weak mean flow is only involved in the LPM3 case. A good agreement is found between all cases, proving the reliability of the present approach and suggesting that the coupling interface location has a minor influence if acoustic sources are restricted to the NS sub-domain, even when vortical structures or a shear flow cross the interface. The LPM1 case shows a strong primary flow through the interface as depicted in figure 17 while the same flow does not have enough time to reach the interface in the LPM3 case. The pressure signal at the point of impact does not seem to be affected. Moreover, the induced spurious noise highlighted in the isentropic vortex case seems negligible as concluded previously. These results are corroborated by the comparison of the  $p_{rms}$  fields in figure 19. Only very slight discrepancies are noticeable between the three cases LPM1, LPM2 and LPM3.

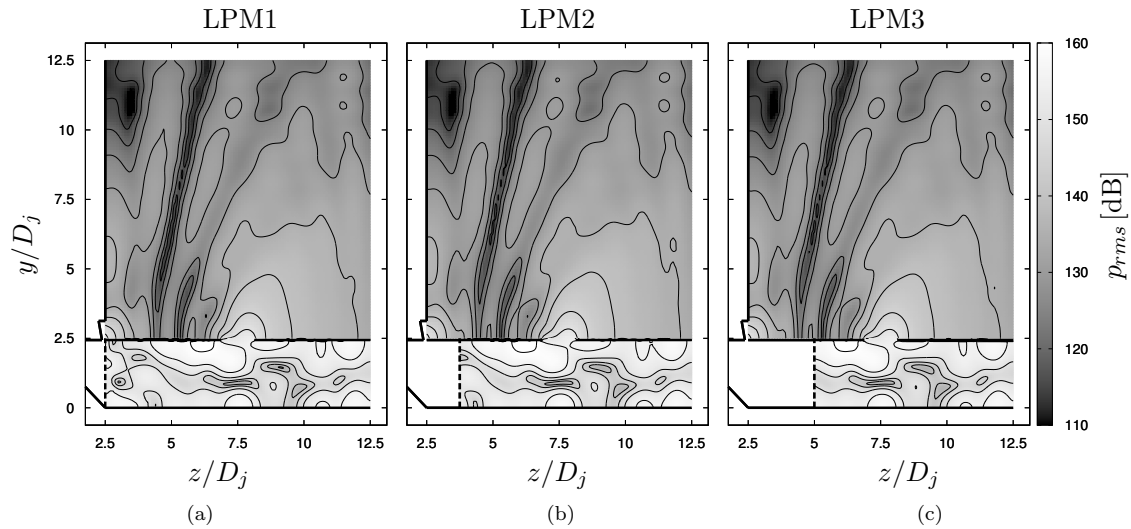


Fig. 19: root mean square pressure  $p_{rms}$  field in the plane  $x = 0$  with coupling interface (a) non offset, (b) offset by  $1.25 D_j$ , (c) offset by  $2.5 D_j$ . —: wall; - - -: coupling interface; —:  $p_{rms}$  iso-lines every 5 dB.

## 5 Conclusion

A numerical methodology consisting in a NS-Euler two-way coupling on unstructured grids is assessed in this study. A flow solver has been coupled with a DG acoustic Euler solver, allowing to take into account installation and acoustic nonlinear effects. The solvers have been quickly presented. The coupling procedure and the use of high-order elements in the Euler region have been detailed. Several academic cases have been defined and performed to validate this approach. Its ability to accurately simulate both linear and nonlinear one-way acoustic phenomena has thus been demonstrated thanks to the pulsating sphere and the wave guide cases. The effectiveness of the two-way method have been checked on a standing cavity mode, a closed shock tube and a convected isentropic vortex. Consistent results have been found in terms of energy conservation, shock propagation and vortical structure convection through the interface. Spurious noise generated at the interface is noticeable in case of a non normal interface regarding the wave propagation direction and when vortices cross the interface. The level however remains sufficiently low to perform accurate aeroacoustic simulations. A launch pad model configuration has finally been considered, illustrating that the coupling can be easily applied to a complex geometry without inducing a prohibitive computational cost. Given the present results and the results of previous studies [13, 15, 21], the methodology seems mature enough to be applied to a configuration involving a hot supersonic jet and a realistic launch pad, which will be carried out in further studies for noise prediction at launcher lift-off conditions.

**Acknowledgements** This study is supported by the french national space agency CNES and the ONERA's scientific direction. The authors are grateful to H. Lambaré, technical referee at CNES for launchers acoustic environment. Special thanks go to J. Troyes from ONERA for his technical support during all this work.

### Compliance with Ethical Standards

**Conflict of interests** The authors declare that they have no conflict of interest.

**Funding** Financial support for the first author was provided by ONERA and CNES under convention No. 5100015478.

## References

1. Seiner, J., "Advances in High Speed Jet Aeroacoustics," 9<sup>th</sup> AIAA/NASA Aeroacoustics Conference, No. 84-2275, Williamsburg, VA, USA, 1984. doi:10.2514/6.1984-2275.
2. Tam, C., "Supersonic Jet Noise," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 27, 1995, pp. 17–43. doi:10.1146/annurev.fl.27.010195.000313.
3. Bailly, C. and Fujii, K., "High-speed Jet Noise," *Bulletin of the JSME*, Vol. 3, No. 1, 2016, pp. 15–00496. doi:10.1299/mer.15-00496.
4. Chemoul, B., Louaas, E., Roux, P., Schmitt, D., and Pourcher, M., "Ariane 5 Flight Environments," *Acta Astronautica*, Vol. 48, No. 5-12, 2001, pp. 275–285. doi:10.1016/S0094-5765(01)00026-1.
5. Tam, C., Viswanathan, K., Ahuja, K., and Panda, J., "The Source of Jet Noise: Experimental Evidence," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 615, 2008, pp. 253–292. doi:10.1017/S0022112008003704.
6. Gély, D., Elias, G., Bresson, C., Foulon, H., and Radulovic, S., "Reduction of Supersonic Jet Noise - Application to the Ariane 5 launch Vehicle," 6<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, No. 2000-2026, Lahaina, HI, USA, 2000. doi:10.2514/6.2000-2026.
7. Eldred, K., "Acoustic Loads Generated by the Propulsion System," Special Publication 8072, NASA, 1971.
8. Varnier, J., Koudriavtsev, V., and Safronov, A., "Simplified Approach of Jet Aerodynamics with a View to Acoustics," *AIAA Journal*, Vol. 44, No. 7, 2006, pp. 1690–1693. doi:10.2514/1.5087.
9. Kandula, M., "Near-field Acoustics of Clustered Rocket Engines," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 309, No. 3-5, 2007, pp. 852–857. doi:10.1016/j.jsv.2007.06.078.
10. Haynes, J. and Kenny, J., "Modifications to the NASA SP-8072 Distributed Source Method II for Ares I Lift-off Environment Predictions," 15<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, No. 2009-3160, Miami, FL, USA, 2009. doi:10.2514/6.2009-3160.
11. de Cacqueray, N., Bogey, C., and Bailly, C., "Investigation of a High-Mach-Number Overexpanded Jet Using Large-eddy Simulation," *AIAA Journal*, Vol. 49, No. 10, 2011, pp. 2171–2182. doi:10.2514/1.J050952.
12. Dargaud, J.-B., Troyes, J., Lamet, J.-M., Tessé, L., Vuillot, F., and Bailly, C., "Numerical Study of Solid-Rocket Motor Ignition Overpressure Wave Including Infrared Radiation," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 30, No. 1, 2014, pp. 164–174. doi:10.2514/1.B34824.
13. Troyes, J., Vuillot, F., Lambaré, H., and Espinosa Ramos, A., "Numerical Study of Free Supersonic Hot Jet on Unstructured Grids with Emphasis on Aerodynamics and Resulting Radiated Noise," 22<sup>nd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, No. 2016-2734, Lyon, France, 2016. doi:10.2514/6.2016-2734.
14. Brès, G., Ham, F., Nichols, J., and Lele, S., "Unstructured Large-eddy Simulations of Supersonic Jets," *AIAA Journal*, Vol. 55, 2017, pp. 1164–1184. doi:10.2514/1.J055084.
15. Langenais, A., Vuillot, F., Troyes, J., and Bailly, C., "Numerical Investigation of the Noise Generated by a Rocket Engine at Lift-off Conditions using a Two-way Coupled CFD-CAA Method," 23<sup>rd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, No. 2017-3212, Denver, CO, USA, 2017. doi:10.2514/6.2017-3212.
16. Fujii, K., Nonomura, T., and Tsutsumi, S., "Toward Accurate Simulation and Analysis of Strong Acoustic Wave Phenomena - A Review from the experience of our Study on Rocket Problems," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 64, 2010, pp. 1412–1432. doi:10.1002/fld.2446.
17. Tsutsumi, S., Ishii, S., Ui, K., Tokudome, S., and Wada, K., "Assessing Prediction and Reduction Technique of Lift-off Acoustics Using Epsilon Flight Data," 53<sup>rd</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting, No. 2015-1007, Kissimmee, FL, USA, 2015. doi:10.2514/6.2015-1007.
18. Lyrntzias, A., "Surface Integral Methods in Computational Aeroacoustics - From the (CFD) Near-field to the (Acoustic) Far-field," *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 2, No. 2, 2003, pp. 95–128. doi:10.1260/147547203322775498.
19. Uzun, A., Lyrntzias, A., and Blaisdell, G., "Coupling of Integral Acoustics Methods with LES for Jet Noise Prediction," *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 3, No. 4, 2005, pp. 297–346. doi:10.1260/1475472043499290.
20. Rahier, G., Prieur, J., Vuillot, F., Lupoglazoff, N., and Biancherin, A., "Investigation of Integral Surface Formulations for Acoustic Post-processing of Unsteady Aerodynamic Jet Simulations," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 8, 2004, pp. 453–467. doi:10.1016/j.ast.2004.04.005.
21. Troyes, J., Vuillot, F., Lambaré, H., and Espinosa Ramos, A., "Study of Impinging Supersonic Jet Noise with Aerodynamics and Acoustics Numerical Simulations," 30<sup>th</sup> International Symposium on Space Technology and Science, No. 2015-399, Kobe-Hyogo, Japan, 2015.
22. de Cacqueray, N. and Bogey, C., "Noise of an Overexpanded Mach 3.3 Jet: Non-linear Propagation Effects and Correlations with Flows," *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 13, No. 7 & 8, 2014, pp. 607–632. doi:10.1260/1475-472X.13.7-8.607.
23. Utzmann, J., Munz, C.-D., Dumbser, M., Sonnendrücker, E., Salmon, S., Jund, S., and Frénod, E., *Numerical Simulation of Turbulent Flows and Noise Generation*, chap. Fluid-Acoustic Coupling and Wave Propagation, 978-3540899563, Springer, 2009, pp. 47–74. doi:10.1007/978-3-540-89956-3.3.
24. Guenanff, R., *Couplage instationnaire Navier-Stokes/Euler pour la génération et le rayonnement des sources de bruit aérodynamique*, Ph.D. thesis, Université de Rennes I, 2004.
25. Djambazov, G., Lai, C.-H., and Pericleous, K., "On the Coupling of Navier-Stokes and Linearized Euler Equations for Aeroacoustic Simulation," *Computing and Visualization in Science*, Vol. 3, 2000, pp. 9–12. doi:10.1007/s007910050045.
26. Bogey, C., Barré, S., Juvé, D., and Bailly, C., "Simulation of a Hot Coaxial Jet: Direct Noise Prediction and Flow-acoustics Correlations," *Physics of Fluids*, Vol. 21, 2009, pp. 1–14. doi:10.1063/1.3081561.
27. Sescu, A., Sasanis, V., Collins, E., Harris, R., and Luke, E., "Assessing Acoustic Source Forcing Tools for Launch Vehicle Jet Noise Prediction," 21<sup>st</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, No. 2015-2381, Dallas, TX, USA, 2015. doi:10.2514/6.2015-2381.
28. Harris, R., Collins, E., Luke, E., and Sescu, A., "Coupled Overset Unstructured Discontinuous Galerkin Method for Launch Environment Acoustics Prediction," 21<sup>st</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, No. 2015-2538, Dallas, TX, USA, 2015. doi:10.2514/6.2015-2538.

29. Labbé, O., Peyret, C., Rahier, G., and Huet, M., “A CFD/CAA Coupling Method applied to Jet Noise Prediction,” *Computers & Fluids*, Vol. 86, 2013, pp. 1–13. doi:10.1016/j.compfluid.2013.07.013.
30. Borrel, M., Halpern, L., and Ryan, J., “Euler/Navier-Stokes Coupling for Multiscale Aeroacoustic Problems,” *20<sup>th</sup> AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, No. 2011-3047, Honolulu, HI, USA, 2011. doi:10.2514/6.2011-3047.
31. Léger, R., Peyret, C., and Piperno, S., “Coupled Discontinuous Galerkin / Finite Difference Solver on Hybrid Meshes for Computational Aeroacoustics,” *AIAA Journal*, Vol. 50, No. 2, 2012, pp. 338–349. doi:10.2514/1.J051110.
32. Labbé, O. and Peyret, C., “A Hybrid LES/CAA Method Applied to a 3D Shear Flow Simulation,” *6<sup>th</sup> International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering*, Venice, Italy, 2015, pp. 501–511.
33. Hardin, J., Ristorcelli, J., and Tam, C., editors, *ICASE/LaRC Workshop on Benchmark Problems in Computational Aeroacoustics (CAA)*, No. 3300, Cleveland, VA, USA, 1994.
34. Tam, C. and Hardin, J., editors, *Second Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems*, No. 3352, Tallahassee, FL, USA, 1997.
35. Hardin, J., Huff, D., and Tam, C., editors, *Third Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems*, No. 2000-209790, Cleveland, OH, USA, 2000.
36. Dahl, M., Envia, E., Huff, D., and Tam, C., editors, *Fourth Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems*, No. 2004-212954, Brook Park, OH, USA, 2004.
37. Yee, H., Sandham, N., and Djomehri, M., “Low-dissipative High-order Shock-capturing Methods using Characteristic-based Filters,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 150, 1999, pp. 199–238. doi:10.1006/jcph.1998.6177.
38. Refloch, A., Courbet, B., Murrone, A., Villedieu, P., Laurent, C., Gilbank, P., Troyes, J., Tessed, L., Chaineray, G., Dargaud, J.-B., Quémerais, E., and Vuillot, F., “CEDRE Software,” *Aerospace Lab Journal*, Vol. 2, 2011, pp. AL02–11.
39. Delorme, P., Mazet, P., Peyret, C., and Ventribout, Y., “Computational Aeroacoustics Applications based on a Discontinuous Galerkin Method,” *Comptes Rendus Mécanique*, Vol. 333, No. 9, 2005, pp. 676–682. doi:10.1016/j.crme.2005.07.007.
40. Langenais, A., Troyes, J., Peyret, C., and Chaineray, G., “Couplage CFD-CAA et propagation non linéaire,” *13<sup>ème</sup> Congrès Français d’Acoustique*, No. 000150, Le Mans, France, 2016.
41. Hirsch, C., *Numerical Computation of Internal and External Flows, Volume 2: Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows*, 978-0471924524, John Wiley & Sons, 1990.
42. Hartmann, R. and Houston, P., “Adaptative Discontinuous Galerkin Finite Element Methods for the Compressible Euler Equations,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 183, 2002, pp. 508–532. doi:10.1006/jcph.2002.7206.
43. Peyret, C. and Delorme, P., “hp Discontinuous Galerkin Method for Computational Aeroacoustics,” *13<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, No. 2007-3475, Rome, Italy, 2007. doi:10.2514/6.2007-3475.
44. Quémerais, E., “Coupling With Interpolation Parallel Interface,” ONERA web site, 2016.
45. Cunha, G. and Redonnet, S., “On the Signal Degradation induced by the Interpolation and the Sampling Rate Reduction in Aeroacoustics Hybrid Methods,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 71, No. 7, 2012, pp. 910–929. doi:10.1002/flid.3693.
46. Tam, C., “Computational Aeroacoustics: Issues and Methods,” *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 10, 1995, pp. 1788–1796. doi:10.2514/3.12728.
47. “ISO 9613-1:1993 - Acoustics - Attenuation of Sound During Propagation Outdoors - part 1: Air Absorption,” 1993.
48. Blackstock, D., “Connection between the Fay and Fubini Solutions for Plane Sound Waves of Finite Amplitude,” *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 39, No. 6, 1966, pp. 1019–1026. doi:10.1121/1.1909986.
49. Gallagher, J. and McLaughlin, D., “Experiments on the Non Linear Characteristics of Noise Propagation from Low and Moderate Reynolds Number Supersonic Jets,” *7<sup>th</sup> AIAA Aeroacoustics Conference*, No. 81-2041, Palo Alto, CA, USA, 1981. doi:10.2514/6.1981-2041.
50. Liepmann, H. and Roshko, A., *Element of Gasdynamics*, chap. One-dimensional wave motion, 978-0486316857, John Wiley & Sons, 1959, pp. 72–83. doi:10.1002/aic.690050234.





## A.5 Article publié dans *Physics of Fluids*

### Accurate simulation of the noise generated by a hot supersonic jet including turbulence tripping and nonlinear acoustic propagation

A. Langenais,<sup>1, a)</sup> F. Vuillot,<sup>1, b)</sup> J. Troyes,<sup>2, c)</sup> and C. Bailly<sup>3, d)</sup>

<sup>1)</sup>DMPE, ONERA, University of Paris-Saclay, Palaiseau, France

<sup>2)</sup>DMPE, ONERA, University of Toulouse, Toulouse, France

<sup>3)</sup>LMFA, École Centrale de Lyon, University of Lyon, Lyon, France

(Dated: Submitted: 3 August 2018 • Accepted: 8 December 2018 • Published online: 30 January 2019)

A procedure to accurately simulate a free hot supersonic jet and its associated noise, which uses simultaneously a turbulence tripping method and a two-way coupling between a flow solver and a nonlinear acoustic solver, is proposed in this study. A Mach 3.1 overexpanded hot jet is computed *via* a large-eddy simulation by solving the filtered Navier-Stokes equations with a finite volume method on unstructured grids. The resulting noise is propagated in the far field by solving the full Euler equations with a high-order discontinuous Galerkin method on unstructured grids. The full convergent-divergent nozzle is explicitly included in the computational domain thanks to the unstructured flow solver. Both a refined grid and a geometrical boundary layer tripping in the convergent are used to get highly disturbed turbulent conditions at the nozzle lips. The flow field appears to agree with the expected turbulence behavior and the available experimental data. The jet development shows significant improvement compared to similar past simulations. The far field acoustic levels are finely recovered at most of observation angles. An analysis of the acoustic near and far fields is then performed. The studied conditions lead to strong shock-associated noise and Mach wave emission. The spatio-frequency and azimuthal content of the acoustic field is described in order to identify the main noise properties. A particular noise component, different from screech tones and radiating upstream like Mach waves, is highlighted. Nonlinear propagation effects are finally quantified through specific metrics. They are found significant in both the near and the far fields which justifies the use of a nonlinear acoustic solver.

#### I. INTRODUCTION

Understanding and controlling the noise radiated by rocket engine jets at lift-off is a major issue for space applications. Imperfectly expanded hot supersonic jets are generated and deflected in a flame trench at lift-off, generating a harsh acoustic field which induces severe loads on the launcher, the payload and the surrounding structures.<sup>1</sup> Since the founding work of Lighthill, supersonic jet noise has been carefully investigated, as extensively reviewed by Tam<sup>2</sup> or Bailly and Fujii.<sup>3</sup> Experimental studies have first been conducted to identify noise sources as reported by Tam *et al.*<sup>4</sup> for instance. Based on measured data, three main components have been highlighted: the turbulent mixing noise, the broadband shock-associated noise and the Mach wave radiation. Numerous authors have contributed by studying specific mechanisms including nonlinearities and crackle,<sup>5–8</sup> screech and feedback effects,<sup>9–11</sup> interaction with obstacles<sup>10,12</sup> or with noise reduction devices.<sup>13</sup> Available experimental studies regarding imperfectly expanded hot supersonic jets at Mach number  $M > 3$ <sup>14</sup> are however limited.

Semi-empirical noise source and propagation models have been developed in parallel<sup>15</sup> but their ability to predict realistic installation effects remains poor. On the contrary, numerical simulations of the Navier-Stokes equations give access to detailed flow information on increasingly complex configurations.

The large-eddy simulation (LES) of a Mach 3.0 cold jet by Nonomura *et al.*<sup>16</sup> with focuses on overexpansion effects, and the simulation of Mach 1.3-1.5 planar and round cold jets by Gojon *et al.*<sup>17</sup> and Bogey *et al.*<sup>18</sup> with emphasis on feedback mechanisms, can be mentioned as advanced numerical works. Imperfectly expanded hot supersonic jet computations have also been performed over the past decade. De Cacqueray *et al.*<sup>19</sup> have simulated a Mach 3.3 heated overexpanded free jet, investigating noise generation mechanisms. Brès *et al.*<sup>20</sup> have simulated a Mach 1.5 heated overexpanded free jet on vari-ous meshes, underlining the importance of addressing the boundary layer inside the nozzle and the turbulent state.

The jet initial conditions at the nozzle exit, especially the turbulence level close to the lips, have been found to be critical to perform high fidelity computations.<sup>21–24</sup> It has been observed experimentally that increasing the initial turbulence level expands the shear layer thickness<sup>25</sup> and its spread rate.<sup>26</sup> Long *et al.*<sup>25</sup> have also found that increasing the initial turbulence level leads to a reduction of the screech tones and of the shock-associated noise, suggesting a major influence of turbulence properties on the interaction mechanisms between turbulence and shocks. Fontaine *et al.*<sup>27</sup> have demonstrated

<sup>a)</sup>Electronic mail: [adrien.langenais@onera.fr](mailto:adrien.langenais@onera.fr); DMPE, ONERA, University of Paris-Saclay, Palaiseau, France

<sup>b)</sup>Electronic mail: [francois.vuillot@onera.fr](mailto:francois.vuillot@onera.fr)

<sup>c)</sup>Electronic mail: [julien.troyes@onera.fr](mailto:julien.troyes@onera.fr)

<sup>d)</sup>Electronic mail: [christophe.bailly@ec-lyon.fr](mailto:christophe.bailly@ec-lyon.fr)



that a thicker initial shear layer induces a significant noise reduction. Similar trends have been obtained numerically.<sup>28</sup> Liu *et al.*<sup>22</sup> have performed simulation of underexpanded supersonic jets, explicitly including the nozzle geometry, and have also shown that the shear layer thickness increased when the initial turbulence level is raised from 1.2% to 7%. However, a minor impact on noise levels has been observed. On the contrary, the work by Bogey *et al.*<sup>21</sup> on a subsonic jet has demonstrated an important reduction of the noise overestimation when increasing the initial turbulence level from 0% to 12%. Main effects have appeared when moving from 0% to 3% and have been attributed to a weaker vortex pairing in the shear layer. Consequently, many computations now use a forcing strategy to mimic the incoming turbulent boundary layer. It consists in either a flow seeding with synthetic disturbances as performed by Bogey *et al.*,<sup>28</sup> Gloor *et al.*<sup>29</sup> and Brès *et al.*<sup>24</sup> for instance, or a geometrical tripping upstream of the nozzle exit as described by Liu *et al.*,<sup>22</sup> Lorteau *et al.*<sup>23</sup> or Brès *et al.*<sup>20</sup> Mesh refinement, particularly in the azimuthal direction, is also admitted to be a key feature to accurately simulate supersonic jets and the generated noise by LES.<sup>21,23,30</sup>

The constantly increasing available computing resources allow even more accurate LES or direct flow computation. Including the whole acoustic field in such approaches however remains out of reach for realistic applications. The acoustic far field can be calculated by an integral acoustic formulation applied to a control surface<sup>31</sup> such as the Kirchhoff or the Ffowcs Williams & Hawkings (FWH) integral methods. Nonlinear propagation effects induced by high sound pressure levels (SPL) in space applications, such as waves distortion, and installation effects linked to the launch pad geometry, are not readily taken into account by these approaches.

Coupling methods between flow and acoustic solvers have been evaluated and applied to jet noise. The Navier-Stokes equations (NS) are usually solved by LES and weakly coupled to the linearized Euler equations (LEE),<sup>32,33</sup> that is with no feedback from the acoustic region. More recently, de Cacqueray *et al.*<sup>19,34</sup> have simulated the noise emitted from a Mach 3.3 jet with a one-way Navier-Stokes–Euler coupling using a high-order structured solver. An analysis of far field noise components and a quantification of nonlinear propagation effects have been conducted. Harris *et al.*<sup>35,36</sup> have overlapped an unstructured LES and a discontinuous Galerkin acoustic solver to run a 2D simulation of the Space Launch System acoustic environment. Labbé *et al.*<sup>37</sup> have performed a one-way Navier-Stokes–Euler coupling for subsonic jet noise prediction. Results have been compared to those obtained from the Ffowcs Williams & Hawkings integral method and have agreed in linear regime as expected. Tsutsumi *et al.*<sup>38</sup> have applied a one-way Navier-Stokes–Euler coupling to a reduced scale flame trench, showing the ability of the method to treat realistic launch pad configurations. Space applications may imply complex secondary

flows and acoustic feedback on the primary flow which can be taken into account only with a two-way method. Two-way coupling between fully 3D unstructured Navier-Stokes and Euler solvers has been recently developed and validated for space applications.<sup>39</sup>

Finally, the presence of acoustic nonlinearities in the near field is admitted<sup>6,40</sup> but the need of a nonlinear acoustic solver to compute the far field propagation is still debated. The dimensionless Goldberg number  $\Gamma$  can be introduced<sup>7</sup> as an indicator to distinguish regions where cumulative acoustic nonlinearities are dominant compared to the atmospheric damping. The noise levels observed in space applications suggest that significant cumulative nonlinearities occur in the far field, resulting in waveform steepening, shock coalescence and amplitude loss compared to linear propagation.<sup>41,42</sup> Specific metrics have been proposed and assessed to quantify the nonlinear propagation, especially the pressure derivative skewness, the pressure derivative kurtosis and the wave steepening factor.<sup>7,8,43</sup> De Cacqueray *et al.*<sup>19</sup> have compared the far field propagation of the noise generated by a Mach 3.3 jet computed with the linearized and the full Euler equations. The LEE simulation have resulted in a 5 dB noise overestimation at  $120D$  in the peak direction. Similar trends have been observed by comparing a Ffowcs Williams & Hawkings and a full Euler computations.<sup>44</sup> The FWH method overestimates the far field noise by about 2 dB at  $40D$  in the peak direction. These evidences clearly indicate that nonlinear propagation effects cannot be ignored in the far field.

In the present work, a free hot supersonic jet at a Mach number 3.1 is simulated using simultaneously a turbulence tripping method and a two-way coupling between unstructured flow and acoustic solvers. The solvers are respectively based on the Navier-Stokes equations written for LES and solved by a finite volume method and the full Euler equations solved by an high-order discontinuous Galerkin method. The study is organized in three main parts. First, the simulation methodology is described in part II. The main jet properties, the comparison database and the numerical set-up are detailed in section II A. The numerical tools are presented in section II B. Then, major grid effects are discussed in section II C. A geometrical turbulence tripping method is implemented in section II D. The resulting flow inside the nozzle is also described. Secondly, the free jet flow computation and the resulting noise are carefully validated in part III by comparing results to available experimental and numerical data. The sections III A and III B are respectively dedicated to aerodynamic and acoustic validation. Thirdly, main noise sources and acoustic propagation phenomena are analyzed in part IV. The noise sources are discussed *a priori* and linked to the computed acoustic field in section IV A. Properties of the velocity and pressure near fields and of the pressure far field are characterized respectively in sections IV B and IV C. Finally, the nonlinear acoustic propagation effects are highlighted and quantified in section IV D. Concluding remarks are given in part V.

## II. SIMULATION METHODOLOGY

### A. Jet case set-up and database

#### 1. Physical parameters and notations

An overexpanded hot jet with an exit Mach number  $M_j = u_j/c_j = 3.1$  and a Reynolds number  $Re_D = u_j D/\nu_j = 3 \times 10^5$  is considered, where the subscript  $j$  refers to the jet conditions on the centerline in the nozzle exit plane,  $u$  the velocity,  $c$  the speed of sound,  $D$  the diameter and  $\nu$  the kinematic viscosity. The corresponding ideally-expanded Mach number is  $M_d = 2.8$ . The jet fluid is composed of an equivalent propellant gas resulting from an hydrogen-air combustion. The specific heat ratio is  $\gamma = 1.3$ . The generating conditions are  $p_i = 30 \times 10^5$  Pa for the total pressure and  $T_i = 1900$  K for the total temperature. The jet is exhausted from a convergent-divergent nozzle with an exit diameter  $D = 60$  mm, at conditions  $T_j/T_\infty = 2.6$  and  $p_j/p_\infty = 0.6$ . Ambient medium is air at  $\gamma = 1.4$ ,  $T = T_\infty = 293.15$  K,  $p = p_\infty = 1 \times 10^5$  Pa. The main flow parameters are recalled in Table I. The generated noise reaches very high acoustic levels typically greater than 130 dB out to  $40D$  from the sources. In the following, all positions and length quantities referred by the superscript \* are made dimensionless by the jet exit diameter  $D_j$ . All dB scales are calculated with a reference value of  $2 \times 10^{-5}$  SI.

#### 2. Experimental and numerical database

The present jet parameters correspond to those of an experimental study conducted at the same scale in the MARTEL semi-anechoic facility. The hydrogen-air combustion provides generating conditions in range  $p_i = 25 - 30 \times 10^5$  Pa,  $T_i = 500 - 2100$  K and a maximum over-expanded exit velocity of 1800 m/s. The test bench aims at investigating supersonic, free or impinging jet noise at launcher lift-off conditions from a reduced scale motor (about 1/40 based on the Ariane 5 solid propellant boosters). The experimental set-up for the considered case is depicted in Figure 1a. Two-component laser Doppler velocimetry (LDV) and far field acoustic measurements have been carried out. Measurements include axial and radial profiles of mean axial  $\bar{u}_x$  and radial  $\bar{u}_r$  velocities, root mean square (RMS) fluctuating axial  $u'_x$  and radial  $u'_r$  velocities, axial velocity skewness  $S(u_x)$  and kurtosis  $K(u_x)$ , along the jet axis and along four radii positioned at  $x^* = x/D_j = 1, 3, 3.67$  and 6. A microphone arc of ra-

TABLE I: studied supersonic jet operating conditions.

$M_j$	$M_d$	$p_j/p_\infty$	$T_i/T_\infty$	$Re_D \times 10^{-6}$	$D$	$D_j$
3.1	2.8	0.6	6.5	0.3	60 mm	0.97D

dus  $41.6D$ , centered on the nozzle exit, provides far field acoustic measurements. The wedges aim at isolating microphones from reflected waves by the ground and the small central region without wedges is not expected to contribute to recorded signals (Figure 1a not at scale). Microphones are spaced every  $\Delta\theta = 10^\circ$  and their frequency bandwidth is 50 kHz.

LES simulations of the same free jet have first been performed by Troyes *et al.*<sup>45</sup> The acoustic far field was computed with the Ffowcs Williams & Hawkings method.<sup>31</sup> More recently, Langenais *et al.*<sup>44</sup> have adapted the case by using an identical near field mesh and computing the far field with the full Euler equations. Resulting aerodynamic and acoustic fields provide a valuable numerical database which will be referred as Langenais 2017<sup>44</sup> in the following.

#### 3. Computational set-up

In the present numerical investigation, the jet and the acoustic near field are simulated by solving the Navier-Stokes equations by LES in the region hereafter denoted Z1 and the acoustic far field is computed solving the full Euler equations in the region Z2 as illustrated in Figure 1b. The two solvers exchange data at a conical coupling interface S1. The origin of the coordinate system is located at the nozzle exit plane on the jet axis. The cylindrical coordinates system  $(x, r, \Theta)$  centered on the jet axis is preferred for analysis convenience. The full convergent-divergent nozzle geometry is explicitly included in the domain. Qualitatively based on a previous flow solution,<sup>44</sup> the coupling interface radius is chosen as  $r = 2.7x + 3.8$  in order to follow the jet expansion. The ground is not included in the domain which extends  $33.5D$  upstream,  $81.6D$  downstream and  $59.4D$  laterally. In addition to a surrounding buffer zone depicted in Figure 1c where the grid is stretched, a characteristic-based non-reflective condition<sup>46</sup> is set at the domain boundary in the zone Z2 and a standard outflow condition with an imposed pressure  $p = p_\infty$  is set downstream in the zone Z1. Finally, far field recording points are placed at the experimental microphone locations in the zone Z2, as well as at the LDV measurement locations in the zone Z1.

The main computation has been performed on 1736 Broadwell processors of the ONERA's parallel scalar cluster SATOR, including 1512 cores allocated to the Navier-Stokes solver and 224 cores allocated to the Euler solver. A total physical time of  $1180 D/u_j$  has been simulated, which provides a fully established state duration of  $650 D/u_j = 130 D/c_\infty$  as exploitable time. It is comparable to similar computations in the literature<sup>19,20</sup> but can be limited in terms of temporal convergence for low frequencies. The minimum accessible frequency is  $St_{min} = 1.5 \times 10^{-3}$  but in practice, a relevant low frequency bound considering at least five periods is  $St_{min} = 8 \times 10^{-3}$ . The total computational cost is  $4.5 \times 10^6$  CPUh.

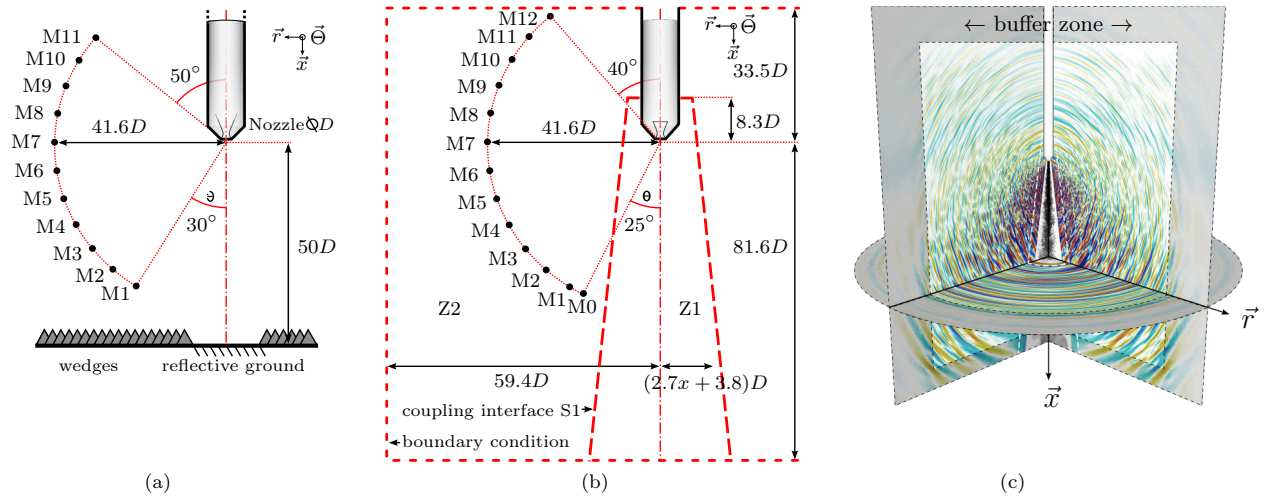


FIG. 1: dimensions of (1a) the experimental set-up at MARTEL facility and (1b) the present computational set-up; (1c) visualization of the 3D numerical domain.

## B. Numerical methods and settings

### 1. Flow computation

The ONERA multi-physics code CEDRE which operates on general unstructured elements<sup>47</sup> is used in the zone Z1. The filtered compressible Navier-Stokes equations are solved with a Smagorinsky subgrid scale model with a constant value  $C_s = 0.1$ . No wall model is used but the van Driest damping function is implemented. The specific heat is defined by a 7<sup>th</sup> order polynomial for air and is set constant for the propellant gas. Species viscosity is calculated according to the Sutherland law. The time integration is performed with an implicit 2<sup>nd</sup> order Runge-Kutta scheme associated with a GMRES type linear system solver. The flux calculation is carried out with a 2<sup>nd</sup> order MUSCL method and an HLLC flux scheme. The required spatial discretization is characterized in terms of point per wavelength (PPW). This criterion is linked to the computation cut-off Strouhal number as

$$St_c = \frac{f_c D_j}{u_j} = \frac{c_\infty D_j}{\lambda_c u_j} = \frac{c_\infty D_j}{(\text{PPW} \times K \times \Delta) u_j} \quad (1)$$

where  $f_c$  is the cut-off frequency,  $\lambda_c$  the cut-off wavelength,  $\Delta$  the grid characteristic size and  $K$  a correction constant. Based on preliminary computations and previous studies, the  $K$  parameter is set to 1.2 to match the prediction with the observed cut-off frequency. The setting of  $\Delta$  is discussed in section II C 2 dealing with the grid parameters. A resolution of  $\text{PPW} = 20$  has been found to be required for a proper acoustic propagation

in the near field with the CEDRE code.<sup>45</sup> The associated numerical damping reaches its maximum value of  $0.5 \text{ dB}/\lambda_c$  at the cut-off.

### 2. Acoustic computation

The ONERA unstructured computational aeroacoustics (CAA) code SPACE<sup>48,49</sup> is used in the zone Z2. The full Euler equations are solved through a nodal discontinuous Galerkin method using high-order polynomial elements without order limit. Thermodynamic properties of the propagation medium (air) are set constant with  $\gamma = 1.4$ . The time integration is performed with an explicit 2<sup>nd</sup> order Runge-Kutta scheme and high spatial orders up to the 4<sup>th</sup> order are used. It has been established that high-order methods for aeroacoustic problems are beneficial in terms of cost/accuracy ratio.<sup>50</sup> According to Delorme *et al.*,<sup>48</sup> a  $\text{PPW} = 14$  discretization is required at the 2<sup>nd</sup> spatial order and only  $\text{PPW} = 3$  at the 4<sup>th</sup> order for an ideal case of wave propagation. The cut-off Strouhal number is linked to  $\text{PPW}$  via equation (1) and  $K$  is set to 1.2 as previously. A higher resolution of  $\text{PPW} = 5$  at the 4<sup>th</sup> order is chosen here. The resulting numerical dissipation is of the order of the atmospheric viscous damping, *i.e.*  $\sim 10^{-3} \text{ dB}/\lambda$  over the resolved spectrum.<sup>51</sup> The discontinuous Galerkin method implemented in SPACE also allows the user to locally adapt the spatial orders. This method is called order mapping or  $p$ -adaptation and greatly improves the usage convenience. A description of the non-reflective boundary conditions and the shock-capturing scheme can be found in Langenais *et al.*<sup>39</sup>

### 3. Two-way coupling

The flow and the acoustic solvers are linked through a two-way surfacic coupling. Cell location, data exchange and space interpolation are carried out with the CWIPI coupling library<sup>47,52</sup> via MPI communications. No mesh overlapping is used at the coupling interface. The same space discretization is considered at the interface in both solvers, *i.e.* conformal tetrahedral meshes. The coupling algorithm consists in locating the boundary cells on each side of the interface, then calculating and exchanging the values required by the other code at cell centers for CEDRE and nodes for SPACE, at every time step. Note that the use of conformal grids and the exchange at every time step increases the coupling robustness and allows to minimize the signal degradation which could be induced by spatial or temporal aliasing. However, it implies additional constraints such as a same time step in both solvers. The values of the conservative variables sent to SPACE are calculated from CEDRE primitive values ( $p$ ,  $T$ ,  $\mathbf{u}$ ) with SPACE thermodynamic laws. Multi-species LES simulations can therefore be carried out without pressure, temperature or velocity discontinuities across the interface. At the end of a coupling cycle, exchanged values are used by each solver to compute the numerical flux at the interface. An extended description of the coupling features and a set of appropriated validation test cases can be found in Langenais *et al.*<sup>39</sup>

Since the flow and the acoustic computations are respectively second and fourth order accurate, the coupling interface can be seen as an accuracy discontinuity which could generate numerical instabilities. This issue is treated by locally adapting the element order close to the interface on the SPACE side. The small size cells induced by the conformal meshes at the interface are set to the second order. Moving away from the interface, the cell size increases and the element order quickly rises to the third order and finally, to the fourth order. This method provides a smooth transition in terms of numerical accuracy without reducing the global computation order since the flow solution remains second order accurate.

The full unstructured coupling methodology is able to deal with complex geometries and acoustic feedback on the flow. In the present free jet case, the benefits of these features mainly lie in the ability to easily mesh the nozzle and to take into account the induced secondary flow given that no acoustic feedback is expected.

## C. Grid effects

### 1. Past efforts

A common supersonic nozzle used in a series of MARTEL test campaigns (see §II A 2) has formed the basis of several sets of LES computations at ONERA aiming at predicting the acoustic far field. Troyes *et al.* have simulated jet cases corresponding to experiments con-

ducted at the MARTEL test bench.<sup>45</sup> Major grid effects have been investigated. A sufficiently refined unstructured mesh has been found to be required on the jet axis to accurately capture shock cell locations. The azimuthal resolution at the nozzle lips has been found to significantly influence the early shear layer development. More recently, the far field mesh of a same free jet case<sup>45</sup> has been adapted by Langenais *et al.*<sup>44</sup> to perform a Navier-Stokes–Euler coupled computation following the procedure described in section II B 3. Since the near field mesh and flow solution were unchanged, it has allowed to specifically study the impact of the nonlinearities on the acoustic far field. This work has also concluded that further mesh refinement was needed to better resolve the jet flow solution, especially the early jet development.

### 2. Present improvement

The present work involves a refined mesh described in the current section and a geometrical turbulence tripping method consisting in a small step added at the nozzle wall as discussed in next section II D.

The grid is unstructured and mainly composed of tetrahedra. The refinement effort is focused on the nozzle wall, the lips, the shear layer and the first two shock cell centerline regions. The motor body and the nozzle wall are meshed with a dozen of hexahedron layers. The cell sizes are reported in Table II at key locations in terms of axial, azimuthal and radial characteristic lengths for the hexahedra and characteristic edge for the tetrahedra. The corresponding equivalent cell diameter  $d_{cell}$  is chosen as characteristic grid size  $\Delta$  and is given by

$$d_{cell} = \Delta = \frac{6V}{A} \simeq \frac{\sqrt{6}}{6}e \quad (2)$$

where  $A$  is the cell faces total area,  $V$  the cell volume and  $e$  the tetrahedron edge. Note that  $d_{cell}$  is strictly equal to  $(\sqrt{6}/6)e$  only in case of a regular tetrahedron. The hexahedron layers in the nozzle are not refined enough to fully resolve the boundary layer ( $y^+ \simeq 12$  at the nozzle throat,  $y^+ \simeq 10$  at the separation point) but enough to convect the forced velocity fluctuations as part of the turbulence tripping method discussed in next section. The hexahedra at the nozzle lips provide an azimuthal resolution of about  $2\pi/\Delta\theta \simeq 1300$  cells which is nearly three times the resolution of the previous grid.<sup>44</sup> The axial variation of  $d_{cell}$  inside the nozzle boundary layer and along the lipline in the shear layer is plotted in Figure 2. The drop at  $x = 0$  can be explained by the transition between hexahedral and tetrahedral elements. Downstream, the tetrahedron stretching is nearly linear and the stretching rate tends to  $d(d_{cell})/dx = 0.001$  which is two order of magnitude lower than a representative shear layer spread rate for such a supersonic jet.<sup>26</sup> It should enable a proper development of the shear layer and a good resolution of the turbulent spectra. The cell size indicated for the Navier-Stokes acoustic field in Table II is maintained up



TABLE II: cell characteristic size at key locations.

Element	hexahedra															
Zone	nozzle step				nozzle throat				nozzle divergent				nozzle lips			
Axial location $\times D^{-1}$	-1.37				-1.16				-0.17				-0			
Characteristic length	$\Delta x$	$r\Delta\theta$	$\Delta r$	$d_{cell}$	$\Delta x$	$r\Delta\theta$	$\Delta r$	$d_{cell}$	$\Delta x$	$r\Delta\theta$	$\Delta r$	$d_{cell}$	$\Delta x$	$r\Delta\theta$	$\Delta r$	$d_{cell}$
Size $\times 10^3 D^{-1}$	1.2	1.3	1.0	1.2	1.0	1.0	0.6	0.8	1.7	2.2	1.4	1.7	1.5	2.4	1.4	1.7

Element	tetrahedra											
Zone	lips		shear layer		jet axis		NS acou. field		Euler acou. field			
Axial location $\times D^{-1}$	0		1		0		1.33		-			
Characteristic length	$e$	$d_{cell}$	$e$	$d_{cell}$	$e$	$d_{cell}$	$e$	$d_{cell}$	$e$	$d_{cell}$	$e$	$d_{cell}$
Size $\times 10^3 D^{-1}$	1.7	0.7	6.7	2.7	13.3	5.4	11.7	4.8	66.7	27.2	367	150

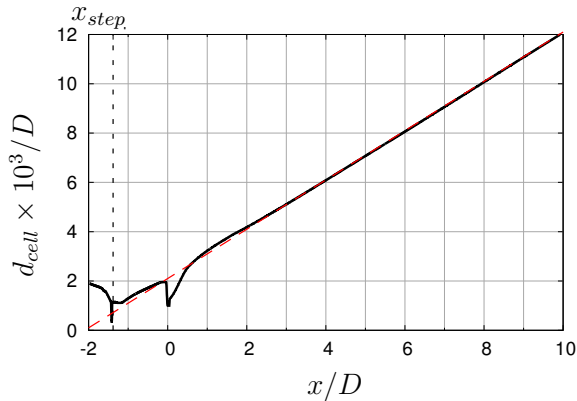


FIG. 2: characteristic cell diameter  $d_{cell}$  in the nozzle wall boundary layer and the shear layer. —: mesh; ---: asymptotic stretching rate  $d(d_{cell})/dx = 0.001$ .

to  $x = 20D$ . Downstream, the mesh is slowly coarsened by doubling the cell size in the range  $20D < x < 42D$ . The cell size indicated for the Euler acoustic field is maintained up to  $x = -28D$  upstream,  $x = 42D$  downstream and  $r = 42D$  laterally. According to equation (1) and  $d_{cell}$  values reported in Table II, the cut-off frequencies of the Navier-Stokes acoustic field ( $x \leq 20D$ ) is  $St_c = 0.30$  considering  $PPW = 20$  (see §II B 1) which is slightly overrated for the acoustics because of the aerodynamics. The cut-off frequencies of the Euler acoustic field is  $St_c = 0.22$  considering  $PPW = 5$  (see §II B 2) while the cut-off frequency of the previous computation was  $St_c = 0.15$ .<sup>44</sup> The entire mesh is composed of  $290 \times 10^6$  cells including  $235 \times 10^6$  cells in Z1 and  $55 \times 10^6$  cells in Z2.

## D. Turbulence tripping

### 1. Tripping strategy

The previous computation of the present free jet case<sup>44</sup> has shown a lack of turbulent fluctuations in the shear

layer at  $x^* = 1$  in regard to the experimental levels. It has resulted in a too rapid laminar-turbulent transition, a too strong vortex pairing and a significant noise overestimation at mid frequencies. As examined previously in the introduction, numerical simulations at high Reynolds number require a forcing strategy to trigger the transition from a laminar to a turbulent state.<sup>28</sup> The chosen approach here consists in a geometrical tripping as implemented in other existing studies. Liu *et al.*<sup>53</sup> have added a sawtooth surface roughness in the convergent of a supersonic nozzle. The roughness height is 1% of the nozzle diameter and enables a 5% turbulence level increase at the nozzle lips. Lorteau *et al.*<sup>23</sup> have used a rectangular step in a converging subsonic nozzle. The step height is 0.5% of the nozzle diameter and the shape is axisymmetric to avoid spurious azimuthal mode excitation.

In the present tripping strategy, an axisymmetric step is added at the nozzle wall at an axial location  $x_{step}$ . A parametric study is carried out to optimize the tripping benefit as summarized in section IID 2. The resulting wall flow inside the nozzle is described in section IID 3 in the case of the full computation.

### 2. Parametric study

The parametric study is conducted by varying the step main parameters, *i.e.* the axial location  $x_{step}$ , the height  $h$  and the top edge slope. Five step configurations have been investigated, named steps A, B, C, D and without step, on a reduced computational domain. The detailed configurations and procedure are provided in appendix A. The step C located in the convergent, with parameters  $x_{step} = -1.38D$ ,  $h = 0.01D$  and the edge slope parallel to the axis  $\vec{x}$ , is implemented in the full computation. It provides a highly disturbed flow close to the nozzle lips with fluctuation levels  $u'/u_j > 3\%$  while the configuration without step leads to  $u'/u_j < 0.5\%$  on a comparable grid. The full mesh in the zone Z1 finally includes  $235 \times 10^6$  cells which adds  $17.7 \times 10^6$  cells compared to the base without trip.

### 3. Nozzle wall flow

Figures 3 and 4 show snapshots of Q-criterion (3a) and vorticity (3b and 4) inside the nozzle. The effect of the step C is clearly visible. A separated flow and a recirculation zone of length  $\simeq 4h$  are generated above and immediately downstream of the step as it can be seen on the mean velocity profiles in Figure 5a. Vortical structures and velocity fluctuations are generated and convected downstream within the boundary layer. Axial velocity fluctuations reach important root mean square levels up to about 15% of the mean velocity on the axis as shown in Figure 5b. This figure also illustrates the mesh discretization near the wall. The power spectral density (PSD) of the velocity fluctuations immediately downstream of the step (not plotted) appears to be broadband centered on  $St_{step} = fh/u_0 \sim 0.01$ , where  $u_0$  is the mean velocity outside the boundary layer above the step. The generated structures are then strongly stretched at the throat and in the divergent which can be associated with a relaminarization phenomenon as expected for such highly accelerated compressible flow.<sup>54</sup> A similar stretching has been observed by Liu *et al.*<sup>53</sup> for their supersonic jet simulation also using a geometrical turbulence tripping.

The main boundary layer properties are depicted in Figure 6. The maximum of axial velocity fluctuation is given in Figure 6a and its radial location in Figure 6b. Initially, the fluctuation levels are negligible. Then, the step induces a strong increase due to the recirculating flow, followed by a quick fall in the throat area. A similar trend can be qualitatively observed on the vorticity fields in Figure 4. The vorticity intensity greatly increases downstream of the step (Figure 4b). Then, the flow acceleration in the nozzle induces relaminarization, tends to thin the boundary layer and decreases the vorticity intensity. It explains the fluctuation drop at the throat. This is corroborated by the maximum location which moves closer to the wall at the throat. Despite relaminarization, large vortical structures are still noticeable at the throat (Figure 4c). Significant vorticity (Figure 4d) and fluctuation levels ( $\geq 2\%$ ) are saved downstream in the divergent up to the nozzle exit (Figure 4e) which should lead to a proper early shear layer destabilization. The additional fluctuation raise before the nozzle exit is attributed to a small flow separation occurring at the lips. Such a separation is not expected to occur for the present jet parameters (see §II A 1) according to the Morissette and Goldberg's criterion,<sup>55</sup> *i.e.*  $p_j/p_\infty < 0.3$  at  $M = 3.1$ . However, a separation has also been obtained in the simulation by Liu *et al.*<sup>53</sup> where the criterion, *i.e.*  $p_j/p_\infty < 0.65$  at  $M = 1.5$ , is not met either. It can be explained as a side effect of the wall mesh refinement which allows to capture the subsonic sub-boundary layer and favor the flow separation in case of overexpanded exit conditions. The separation goes up to  $0.17D$  upstream of the nozzle exit and is about  $0.015D$  wide, as illustrated in Figure 7a, which implies to consider that  $D_j$  is only equal to 97% of the actual nozzle exit diameter  $D$ . This

correction is systematically applied (superscript \*), except for domain dimensions. The separation is strictly steady and the raise of  $u'_x$  for  $x > -0.17D$  can be more likely attributed to a standard free shear layer behavior since the flow is not guided anymore by the nozzle wall in this region. Given the local pressure inside the jet, the ambient air is sucked in, inducing a counter flow as noticeable on the profile in Figure 7c.

The boundary layer dimensionless thickness  $\delta_{bl}^*$ , displacement thickness  $\delta^*$ , momentum thickness  $\theta^*$  and shape factor  $H$  are given in Figure 6. This quantities are calculated for the present compressible flow according to

$$\delta_{bl}^*(x^*) = [r_{wall}^*(x^*) | u(x^*, r^*) = 0.0] - [r^*(x^*) | u(x^*, r^*) = 0.99 || u(x^*, r^*) ||] \quad (3)$$

$$\delta^*(x^*) = \int_{r_{wall}^*}^0 \left( 1 - \frac{\rho(x^*, r^*)u(x^*, r^*)}{\rho_0 u_0} \right) dr^* \quad (4)$$

$$\theta^*(x^*) = \int_{r_{wall}^*}^0 \frac{\rho(x^*, r^*)u(x^*, r^*)}{\rho_0 u_0} \left( 1 - \frac{u(x^*, r^*)}{u_0} \right) dr^* \quad (5)$$

$$H(x^*) = \frac{\delta^*(x^*)}{\theta^*(x^*)} \quad (6)$$

with the approximation of a negligible wall curvature in the azimuthal direction, *i.e.*  $\delta_{bl}^* \ll r_{wall}^*$ . The momentum thickness variations close to the step and the nozzle exit are not relevant since the boundary layer is detached at these locations. In the neighborhood of the throat, it get smaller due to the boundary layer thinning. Downstream in the divergent, the metrics  $\delta_{bl}^*$  and  $\theta^*$  grow linearly which indicates that the boundary layer is developing. A number of grid points across the boundary layer from 5 at the throat to 15 at the separation point is estimated in that region. The shape factor  $H$  takes high values induced by the supersonic convergent-divergent configuration. Indeed, for a standard Blasius boundary layer profile,  $H = 2.59$  is considered laminar while  $H \leq 1.4$  is typically turbulent.<sup>56</sup> For fully turbulent boundary layers in high-speed compressible flows, the typical shape factor has been found to increase with the Mach number. For instance, Maeder *et al.*<sup>57</sup> have carried out a DNS of a boundary layer on a flat plate at three mean flow Mach numbers from  $M_\infty = 3$  to 6 and obtained turbulent shape factors from  $H = 5.86$  to 17.20. In the present situation,  $H$  therefore gradually increases downstream of the throat because of the flow acceleration. A value of  $H \simeq 7$  is obtained at the nozzle exit where  $M_j = 3.1$ , which is probably not a fully turbulent condition. However, the geometrical tripping does not aim at providing such an exit condition but only sufficient velocity fluctuations to ensure the early shear layer destabilization at the lips. As shown by the Figure 6a, this requirement is met in practice despite the relaminarization phenomenon.

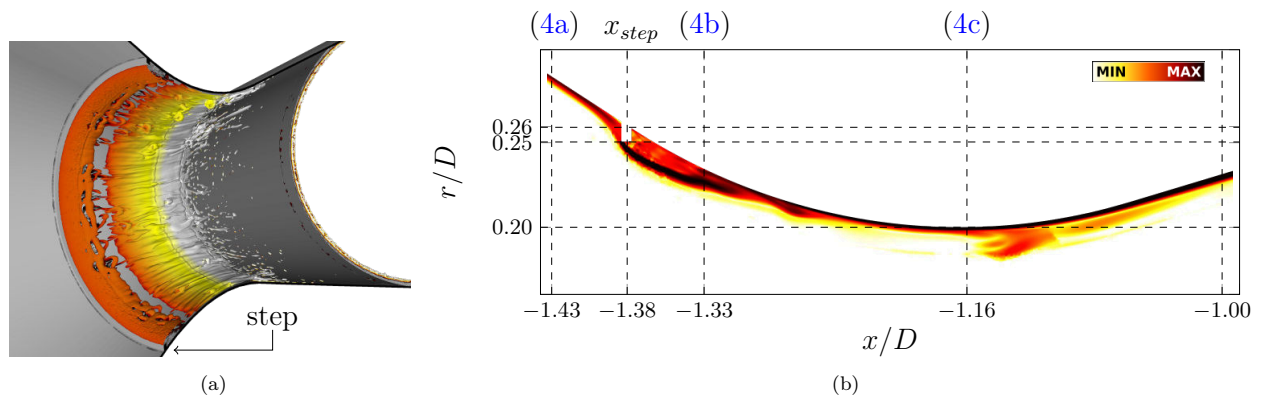


FIG. 3: flow snapshots in the vicinity of the step. (3a) visualization of iso-Q-criterion surfaces colored by the velocity magnitude and (3b) 2D visualization of the vorticity intensity.

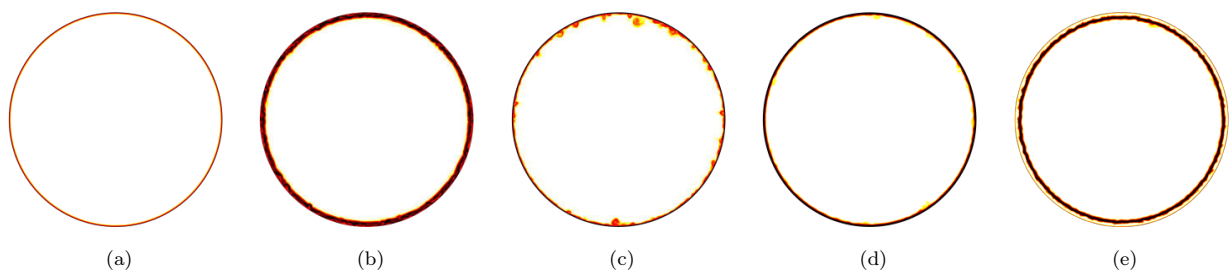


FIG. 4: dimensionless transversal cut of vorticity in the nozzle at various axial locations. (4a)  $x = -1.43D$ , (4b)  $x = -1.33D$ , (4c)  $x = -1.16D$ , (4d)  $x = -0.50D$ , (4e)  $x = 0D$ .

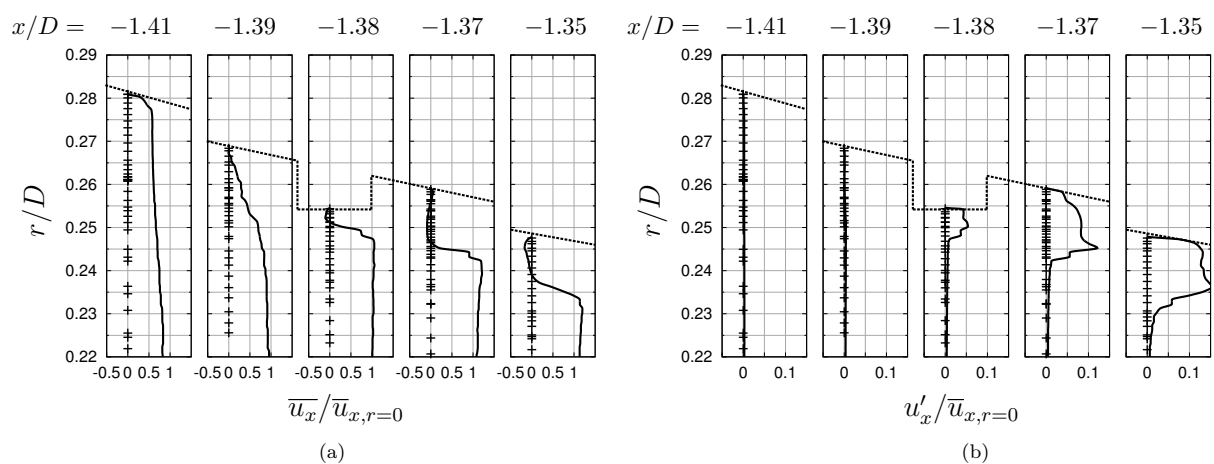


FIG. 5: velocity properties in the vicinity of the step. (5a) mean axial velocity and (5b) fluctuating axial velocity. —: numerical data; ---: nozzle wall, +: unstructured mesh discretization every 2 points.



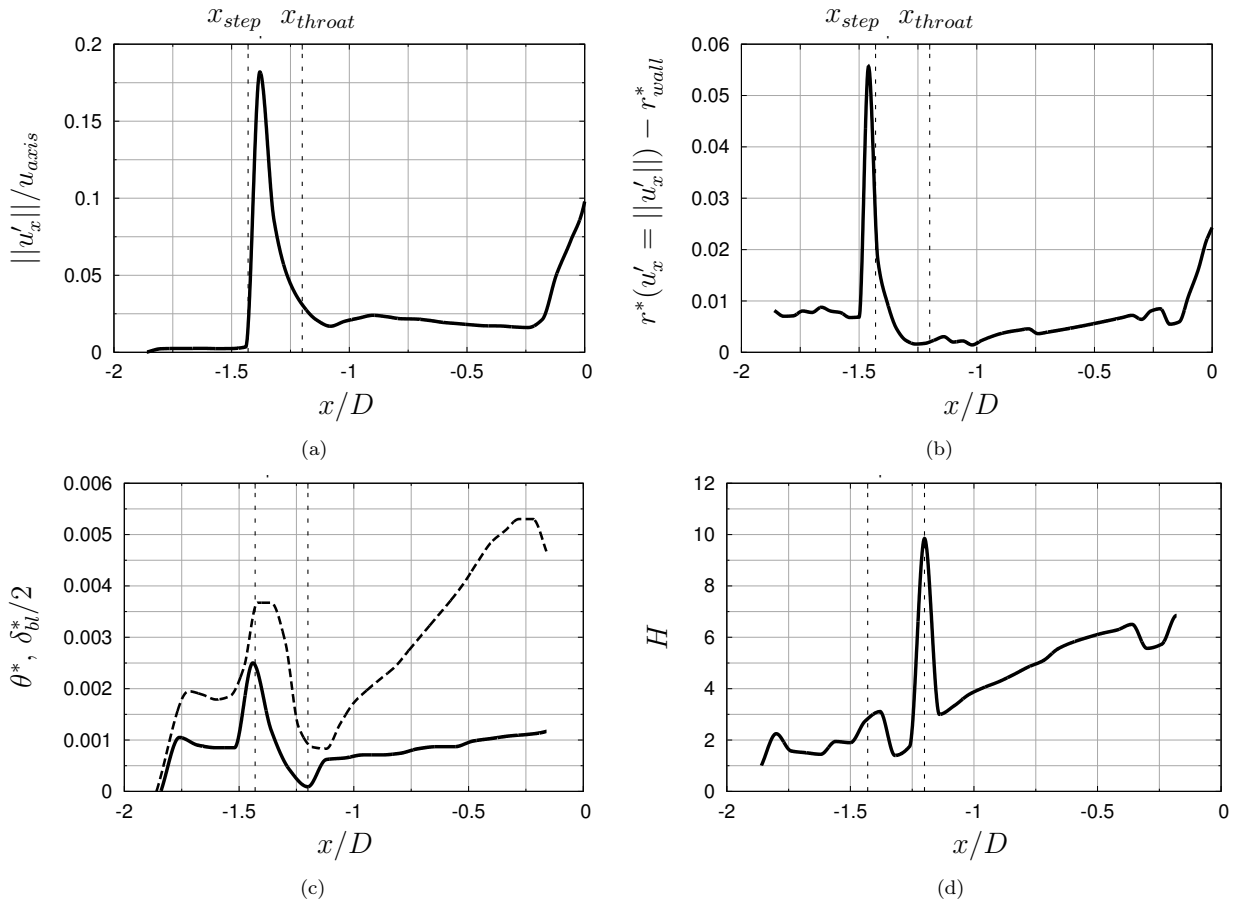


FIG. 6: nozzle wall boundary layer properties. (6a) maximum of fluctuating velocity; (6b) radial location of the maximum of fluctuating velocity; (6c) —: momentum thickness  $\theta^*$  and - - -: boundary layer thickness  $\delta_{bl}^*$ ; (6d) shape factor  $H$ . The quantities  $\theta^*$ ,  $\delta_{bl}^*$  and  $H$  are not defined in the separated flow region, *i.e.*  $x > -0.17D$ .

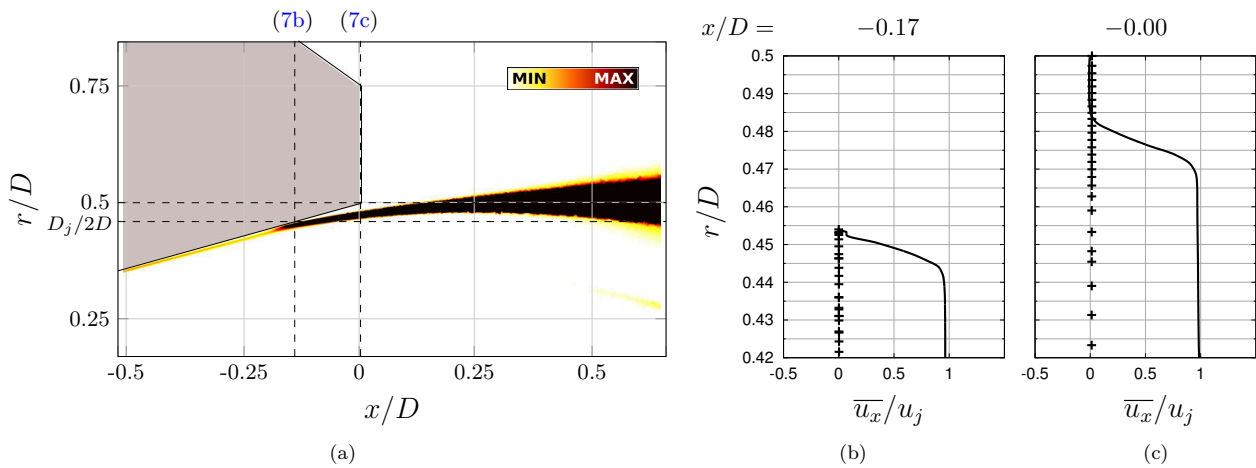


FIG. 7: mean flow in the vicinity of the separation point. (7a) visualization of  $u_x$  RMS field, (7b)  $\bar{u}_x$  radial profile at  $x = -0.17D$  (separation point) and (7c)  $\bar{u}_x$  radial profile at  $x = -0D$  (nozzle exit). —: numerical data; +: unstructured mesh discretization every 2 points.

### III. SIMULATION VALIDATION

The full free jet computation is validated in this part, with focuses on the aerodynamic in section III A and the acoustic in section III B. The data from the present simulation is compared to available measurements from the MARTEL facility, previous computations, data from the literature, semi-empirical models and analytical laws in order to estimate its accuracy and predictivity.

#### A. Aerodynamic

##### 1. Snapshots and mean fields visualization

Mean flow fields and snapshots are presented in Figures 8 and 9 for a qualitative description of the jet near field. Main numerical recording points and profiles are depicted in Figures 8a and 8b. The dashed lines correspond to LDV measurements while the symbols (●) represent cylindrical numerical arrays at  $r = 0.5D$  (lipline) denoted array A and  $r = 2.5D$  denoted array B. The mean density field is displayed in Figure 8a in colored levels. The ejected combustion gas has a lower density than the ambient air because of the high temperature and the overexpanded condition. The species mixing layer seems to spread linearly. Compressible effects are noticeable through the shock cell structure, as well as on the Mach number field in Figure 8b. The drawn sonic line illustrates that the flow in the shear layer is strongly deviated by the successive expansion fans and compressions of the shock cell structure. Array A is essentially located in a supersonic zone. Instantaneous and mean vorticity fields are given respectively in Figures 8c and 8d. They show that the shear layer is destabilizing early and spreading properly which is a major improvement compared to the previous computation.<sup>44</sup> Downstream, a wide variety of vortical structure sizes can be seen on the transversal snapshots in Figures 8c and 9, which suggests a proper shear layer development. The shear layer periodic deviation dues to the shock cells is particularly visible on the mean vorticity field. Triple-points delimiting a small Mach disk are captured at the initial shocks convergence point inside the potential core, at  $x = 1.33D$  (Figure 9b), and appear to generate significant vorticity levels. Such an effect can also be observed in the simulation of Liu *et al.*<sup>53</sup> In order to make further discussions clearer, the visualized jet structure is sketched in Figure 10. It points out that the shocks are not identically axially located on the centerline and on the lipline.

##### 2. Centerline properties

The mean velocity, the velocity fluctuations magnitude, the Mach number and the axial velocity skewness and kurtosis along the jet centerline are plotted in Figure 11. The present results are confronted to the experi-

mental measurements and numerical data from previous computations.<sup>44</sup> The mean velocity in Figure 11a agrees with the experiment in terms of shock locations. The numerical profile shows however a strong undershoot at the first shock, also present at a lesser extent in data from Langenais 2017.<sup>44</sup> On the other hand, a large difference of turbulence intensity between the computation ( $< 0.5\%$ ) and the experiment ( $> 6\%$ ) is highlighted upstream of the first shock in Figure 11b. The implemented geometrical tripping method (see §IID) does not enable to provide fluctuations on the centerline while the actual nozzle input conditions in the experiment result from a turbulent combustion not included in the simulation. That could explain the discrepancies of turbulence levels on the axis before the first shock. Velocity fluctuations on the jet centerline inducing shock oscillations could also explain the smoother mean velocity profiles in the experiment, in addition to possible LDV measurement bias such as particle polydispersity, coalescence and lag.<sup>58</sup> The turbulence level downstream of the first shock is much higher and agrees with the experiment for  $1.33 < x^* < 10$ . Then it slowly decreases downstream of the end of the potential core as expected for a fully turbulent jet. The disturbances generated by the triple-points lead to a major improvement compared to previous computations where the simulated levels really started to increase only further downstream for  $x^* > 5$ .

Based on Figures 11a and 11c, the dimensionless length of the first shock cell on the centerline is estimated to  $L_{1^{st} shock}^* = 2.6$  for both the experiment and the simulation. It can be approximated with the Tam and Tanna's model<sup>59</sup> derived from the instability wave theory:

$$L_{1^{st} shock}^* = K\pi (M_d^2 - 1)^{0.5} \frac{D_d}{\mu_1 D_j} \quad (7)$$

where  $M_d = 2.8$  is the equivalent ideally-expanded jet Mach number at the exit diameter  $D_d = 51$  mm,  $\mu_1 = 2.405$  and  $K$  a correction constant. Initially set to  $K = 1$ , Tam *et al.*<sup>60</sup> recently recommended to take  $K = 0.9$  which yields  $L_{1^{st} shock}^* = 2.6$  and matches with the simulation. The dimensionless supersonic region mean length can be estimated with the Mach number profile on the centerline, leading to  $L_{sonic}^* \simeq 21$ . It is slightly longer than in the previous computations.

The skewness  $S$  and kurtosis  $K$  are defined for a discrete signal  $s$  by

$$S(s) = \frac{\overline{s^3}}{\sigma^3} = \frac{\frac{1}{N} \sum_i (s_i - \bar{s})^3}{\left[ \frac{1}{N} \sum_i (s_i - \bar{s})^2 \right]^{3/2}} \quad (8)$$

and

$$K(s) = \frac{\overline{s^4}}{\sigma^4} = \frac{\frac{1}{N} \sum_i (s_i - \bar{s})^4}{\left[ \frac{1}{N} \sum_i (s_i - \bar{s})^2 \right]^2} \quad (9)$$

where  $\overline{s^3}$  and  $\overline{s^4}$  are the third and fourth statistical moments,  $\bar{s}$  the mean,  $\sigma$  the standard deviation and  $N$  the

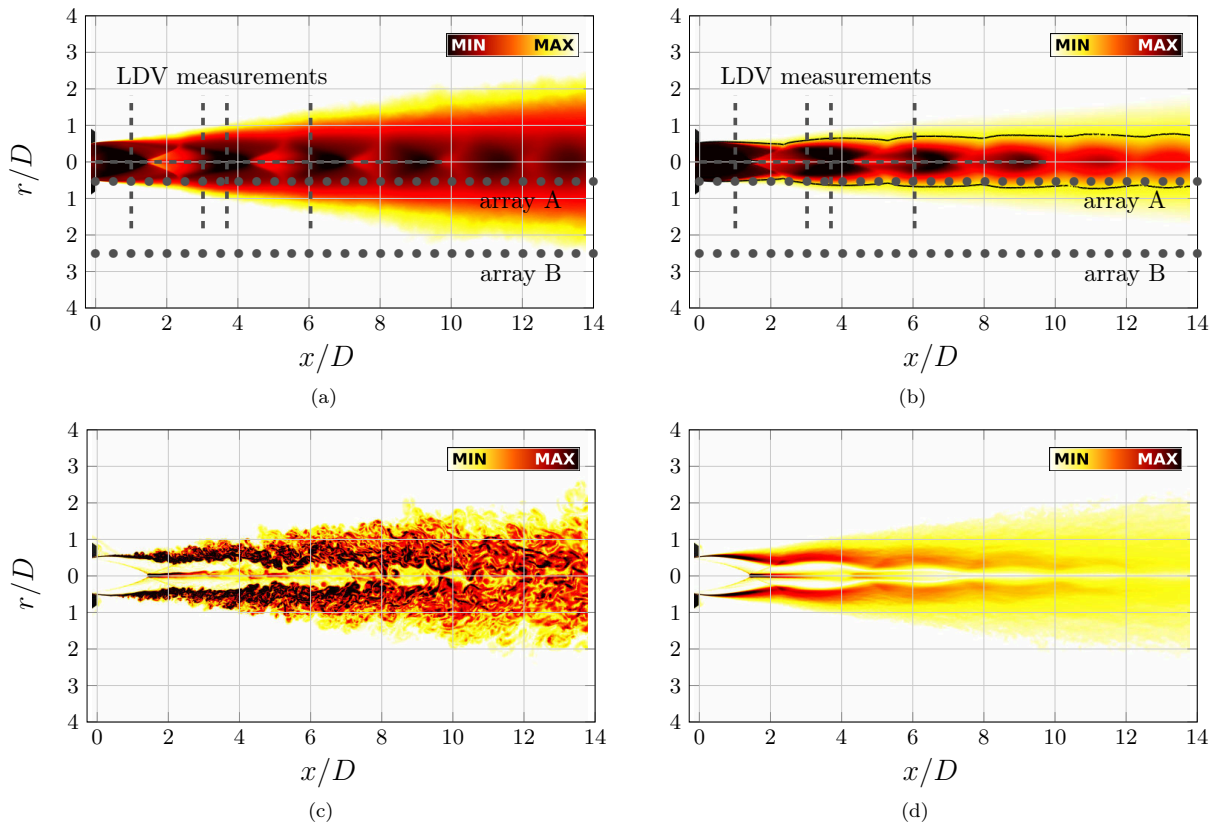


FIG. 8: visualizations of (8a) mean density field, (8b) mean Mach number field, (8c) instantaneous vorticity field and (8d) mean vorticity field. ●: numerical arrays; ---: LDV measurement locations; —: sonic line  $M = 1$ .

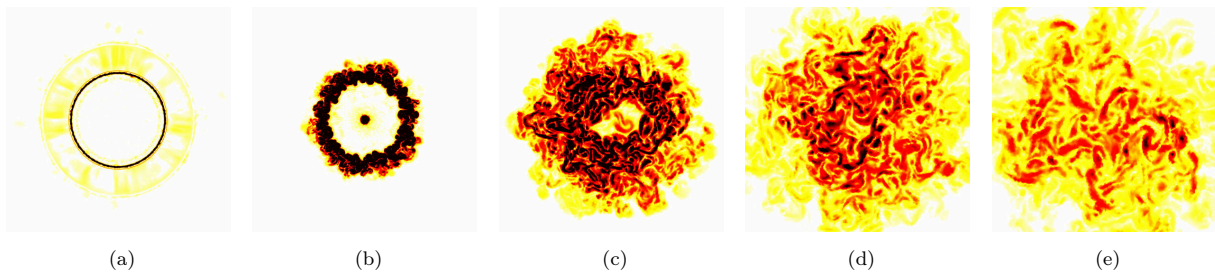


FIG. 9: dimensionless transversal cut of vorticity in the free jet region at various axial locations. (9a)  $x = 0.0D$ , (9b)  $x = 1.33D$ , (9c)  $x = 5.0D$ , (9d)  $x = 10.0D$ , (9e)  $x = 15.0D$ .

number of samples of the signal. These metrics respectively measure the asymmetry and the tailedness of the signal probability distribution, and are equal to  $S(s) = 0$  and  $K(s) = 3$  in case of a Gaussian distribution. The skewness and kurtosis of the axial velocity along the centerline are plotted in Figure 11d. The main experimental trends are better recovered than previously at the right locations. The negative peaks of  $S$  and positive peaks

of  $K$  at  $x^* = 6.2$  and  $x^* = 7.5$  are captured. Levels are however not in accordance with the LDV measurements, especially  $K$ . It could be explained by the fact that these metrics are sensitive to the signal length and the sampling rate<sup>43</sup> and that the turbulence properties are not similar on the jet axis in the simulation and the experiment as mentioned above.

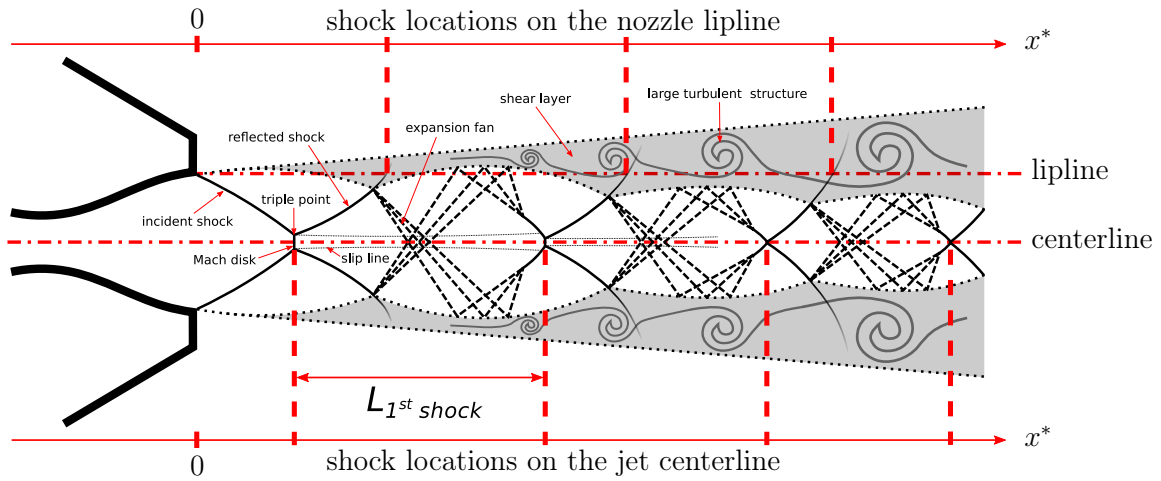


FIG. 10: sketch of the overexpanded jet structure based on the field visualizations in Figure 8.

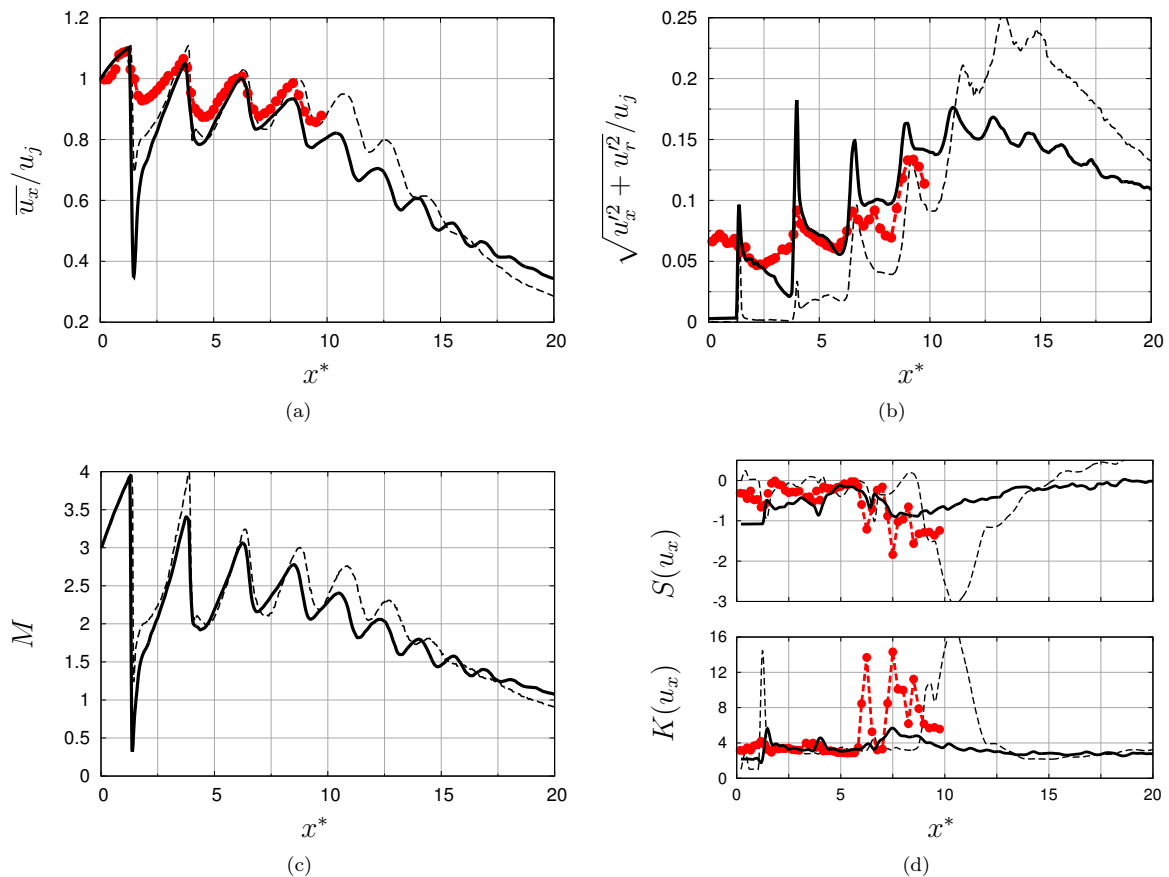


FIG. 11: velocity properties along the jet centerline. (11a) mean axial velocity, (11b) fluctuating velocity, (11c) axial Mach number  $\bar{u}_x(x^*)/\bar{c}(x^*)$  where  $\bar{c}(x^*)$  is the local mean speed of sound, (11d) axial velocity skewness and kurtosis.   
 -●- : experimental data; —: present numerical data; ---: numerical data from Langenaix 2017.<sup>44</sup>

### 3. Shear layer development

Experimental data from the MARTEL facility includes radial profiles of mean and fluctuating velocity at the four axial locations  $x^* = 1, 3, 3.67$  and  $6$ . They are compared to the previous and the present simulation results in Figure 12. Mean profiles of axial (Figure 12a) and radial (Figure 12c) velocity from the present simulation exhibit a significant improvement compared to the previous simulation. The turbulence tripping results in a major benefit in terms of velocity fluctuation levels and shear layer development as reported in Figures 12b and 12d. The numerical profiles of fluctuating radial velocity show the larger deviation from measurements while levels are globally recovered. The agreement is particularly satisfactory for the fluctuating axial velocity.

The half velocity jet radius  $\delta_{0.5}^*$ , the shear layer thickness  $\delta_{sl}^*$  and the incompressible shear layer momentum thickness  $\theta_{sl}^*$  can be calculated from the velocity profiles according to

$$\delta_{0.5}^*(x^*) = r(x^*) \mid u(x^*, r^*) = 0.5u(x^*, 0) \quad (10)$$

$$\delta_{sl}^*(x^*) = \begin{bmatrix} r(x^*) \mid u(x^*, r^*) = 0.05u(x^*, r_0(x^*)) \\ r(x^*) \mid u(x^*, r^*) = 0.95u(x^*, r_0(x^*)) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\theta_{sl}^*(x^*) = \int_{r_0(x^*)}^{\infty} \frac{u(r^*, x^*)}{u_0} \left(1 - \frac{u(r^*, x^*)}{u_0}\right) dr^* \quad (12)$$

where the lower bound  $r_0(x^*)$  is arbitrarily set to make the integrated values free from the shock cell presence. The incompressible approximation is *a priori* not suited for this flow. However, the density measurements are not available in the experimental database. The thicknesses are consequently calculated assuming  $\rho(x^*, r^*) = \rho_0$  for comparison purposes. These quantities, as well as the magnitude of  $u'_x/u_j$ , are plotted along the lipline (array A) in Figure 13. The simulation is found to agree with the experimental data. The fluctuation levels along array A in Figure 13b are similar, for example  $u'_x/u_j \simeq 0.15$  at  $x^* = 1$ . The nearly null initial value is due to the fact that the closest recording points to the lips on array A are located outside the shear layer knowing that the flow is separated. The numerical asymptotic spread rate of the shear layer is  $d\delta_{sl}^*/dx = 0.13$  as drawn in Figure 13c which is close to the estimated experimental value 0.11. In the same way, the asymptotic spread rate of the momentum is found to be  $d\theta_{sl}^*/dx = 0.022$  numerically and 0.020 experimentally. These values are consistent with the experimental results of Troutt and McLaughlin<sup>61</sup> studying a  $M_j = 2.1$ ,  $Re_D \sim 10^6$  jet, reported on Figure 13c, or Hussain and Zedan<sup>26</sup> studying initially disturbed laminar shear layers. The latter have found spread rates of  $d\delta_{sl}^*/dx = 0.16$  and  $d\theta_{sl}^*/dx = 0.029$  for a shear layer with an initial velocity fluctuation intensity  $u'/u_j = 0.08$  and have shown that these values decrease by increasing  $Re_D$  or decreasing  $u'/u_j$ . They have

also concluded that the self-preserving zone, *i.e.* with a linear spread rate, is quickly reached downstream of the separation point as obtained in the present simulation.

The dimensionless potential core length  $L_{core}^*$  is estimated considering the half velocity jet width  $\delta_{0.5}^*$  in Figure 13a and the shear layer width  $\delta_{sl}^*$  in Figure 13c. This length is defined as the axial location for which  $\delta_{sl}^* = 2\delta_{0.5}^*$  leading to  $L_{core}^* \simeq 8$  and is reported in Figure 13. It is found shorter than in the previous computation. This value also appears to deviate with most of the empirical models known in the literature such as the formulas of Nagamatsu and Horvay, Eldred or Lau. Many authors found that the potential core shortens while increasing the jet temperature. According to Greska *et al.*,<sup>62</sup> these models are not validated for hot supersonic jets and cannot readily take into account the temperature effect *via* the only dependence on the Mach number. Greska *et al.*<sup>62</sup> consequently proposed a new formulation for hot jets with an exponential correction term,

$$L_{core}^* = 3.134 \exp(1.043M_d - M_c) \times \frac{D_d}{D_j} = 8.6 \quad (13)$$

where  $M_c$  is the convective Mach number defined by  $M_c = u_j/(c_j + c_\infty) = 1.9$ . This model is in better agreement with the simulation. However, the faster decrease of the centerline velocity in Figure 11a and the small overestimation of the shear layer spread rate in Figure 13c regarding the experimental data suggest that  $L_{core}^*$  could be still underestimated in the simulation.

The shear layer shows realistic features and the turbulent structures seems to properly develop in Figures 8c and 9. Azimuthally averaged PSDs of the axial velocity are plotted for different  $x^*$  along array A in Figure 14 in order to quantitatively check that the turbulence have correct physical properties. Broadband spectra can be seen in Figure 14a without significant peaky values. The levels quickly drop at frequencies  $St \geq 0.1$  according to a  $St^{-5/3}$  slope for all spectra which indicates a proper turbulent energy cascade. The cut-off frequency of the flow solution is reduced when moving downstream due to the mesh coarsening but remains higher than the expected value  $St_c = 0.3$  in the acoustic near field (see §II C 2). The velocity spectra at all axial locations on array A are presented as a spectrogram function of  $x^*$  in Figure 14b. The shock cells have an important effect on the fluctuation spectra. The intensity rises and reaches a maximum just downstream of the shock before falling till the next shock. This phenomenon is particularly noticeable for the first two shock cells at high frequencies. It can be associated with both the shock/turbulence interaction amplification effect<sup>63</sup> and the shear layer deviation pointed out in section III A 1 (see Figure 8d). The spectrogram also highlights that mid frequency fluctuations are dominant for  $x^* < L_{core}^*$  while low frequency fluctuations associated with large turbulent structures are prevalent downstream.

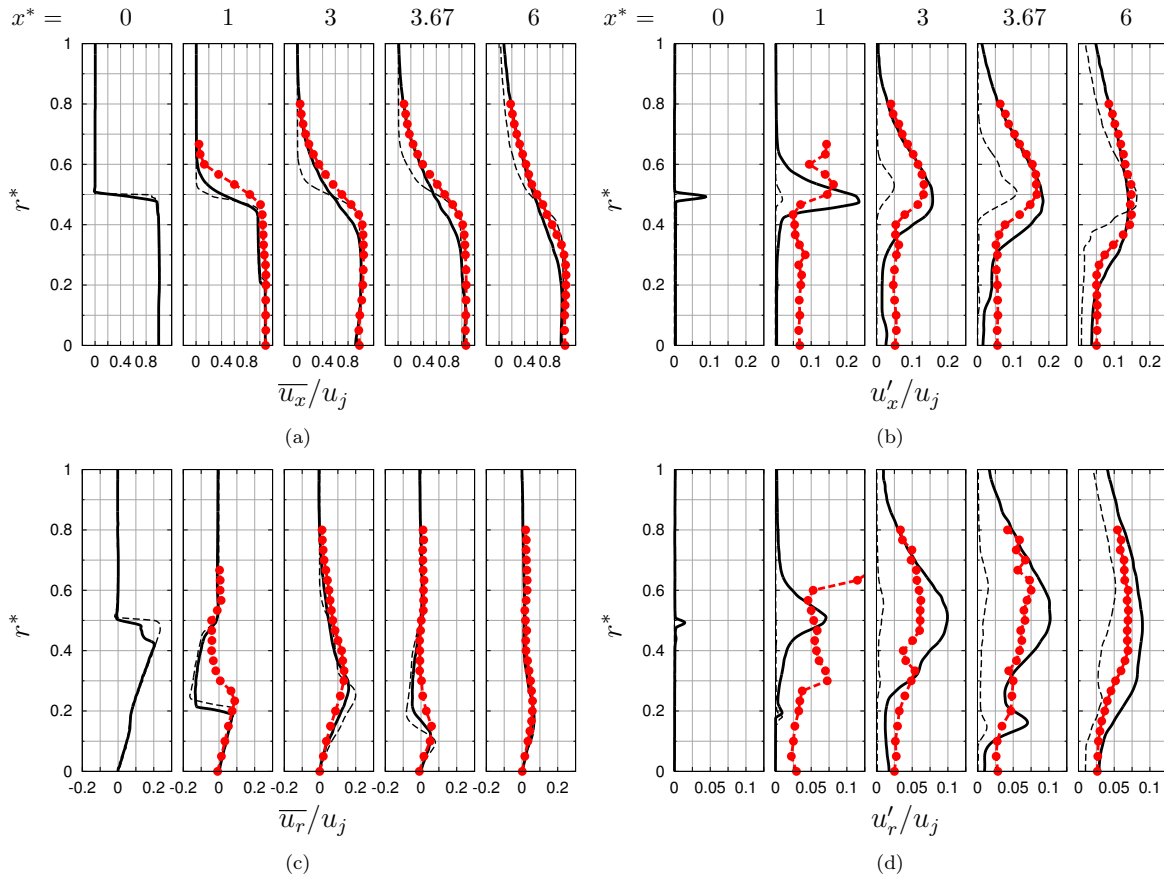


FIG. 12: radial profiles of mean (12a) axial and (12c) radial velocity and fluctuating (12b) axial and (12d) radial velocity.  $-\bullet-\bullet-$ : experimental data;  $—$ : present numerical data;  $- - -$ : numerical data from Langenais 2017.<sup>44</sup>

## B. Acoustic

### 1. Snapshots visualization

The agreement of the flow solution with the experimental measurements and other available data suggests that the noise generation is properly predicted. Snapshots of the density and pressure fields in Figure 15 do not show any discontinuity at the coupling interface. The acoustic waves seems to be propagated without significant numerical damping. The expected peak directivity associated with the Mach wave radiation for such a supersonic jet (see §IV A 1) is recovered downstream. No strong vortical structures are found to cross the interface which should avoid any spurious noise generation concern.

### 2. Overall levels

The far field acoustic levels computed by the Euler solver at the microphone locations are given in Figure 16

as a function of the observation angle. The initial angle denoted  $\theta$  is centered on the nozzle exit as illustrated in Figure 17. As proposed in other studies on supersonic jet noise,<sup>7,64,65</sup> an alternative observation angle  $\theta'$ , centered on the end of the potential core, is defined according to the transformation

$$\theta' = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta) - \frac{L_\theta}{R_\theta}}\right) & | \theta < \arccos\left(\frac{L_\theta}{R_\theta}\right) \\ \arctan\left(\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta) - \frac{L_\theta}{R_\theta}}\right) + \pi & | \theta > \arccos\left(\frac{L_\theta}{R_\theta}\right) \end{cases} \quad (14)$$

where  $L_\theta = L_{core} = 8 \pm 1D_j$  and  $R_\theta = 41.6D$ . Considering an uncertainty of  $1D_j$  for  $L_{core}$ , the uncertainty propagated to  $\theta'$  is about  $1^\circ$ . The transformation is illustrated in Figure 17 and reported on the top axis in Figure 16. The overall sound pressure levels (OASPL) are calculated from the pressure signals by integrating the PSDs over a finite frequency range. The experimental and numerical PSDs are integrated over the same range for a fair comparison. The lower bound is set to



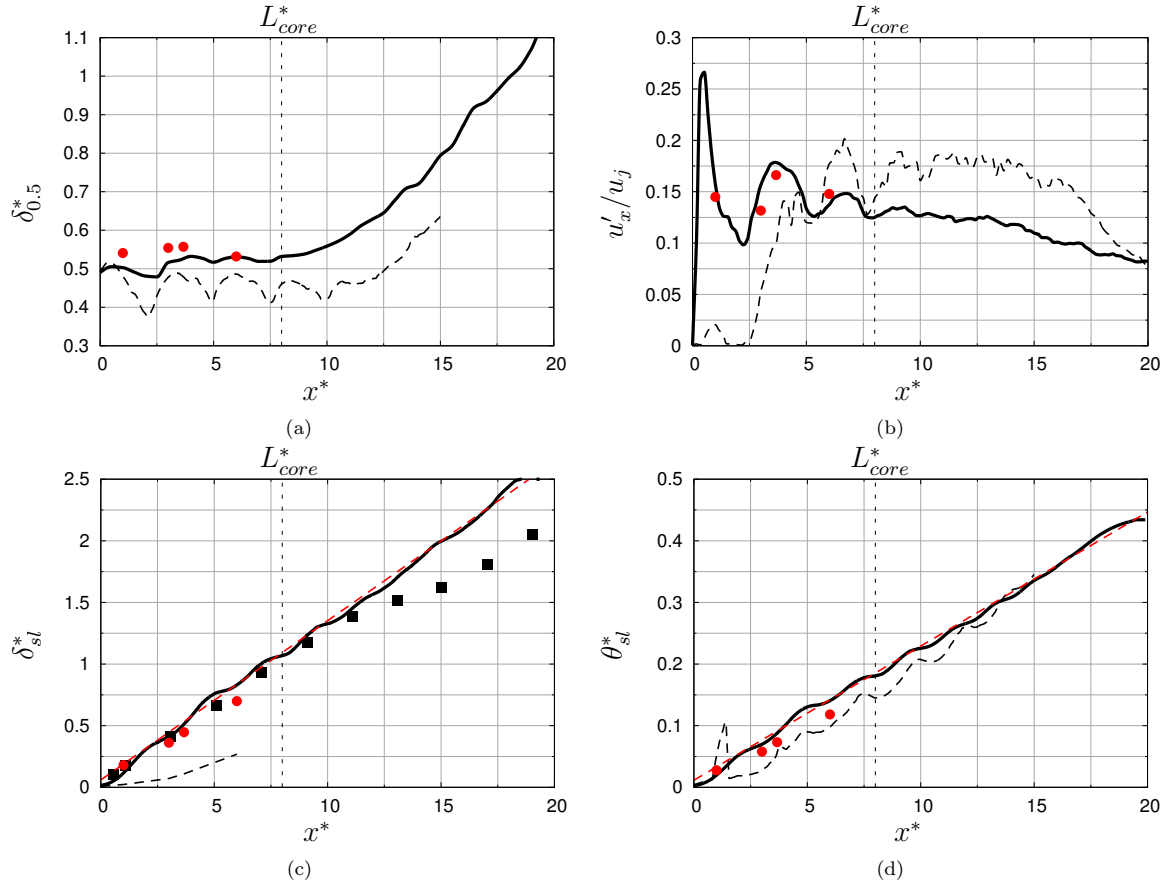


FIG. 13: free jet shear layer properties. (13a) half velocity thickness, (13b) fluctuating axial velocity along the lipline (array A), (13c) shear layer thickness, (13d) momentum thickness. ●: experimental data from MARTEL; ■: experimental data from Troutt and McLaughlin<sup>61</sup> ( $M_j = 2.1$ ,  $Re \sim 10^6$ ); —: present numerical data; ---: numerical data from Langenais 2017;<sup>44</sup> -.-: asymptotic spread rates  $d\delta_{sl}^*/dx^* = 0.13$  and  $d\theta_{sl}^*/dx^* = 0.022$ .

$St = 0.01 > St_{min}$  which is slightly higher than the MARTEL facility absorption devices cut-off estimated to  $St = 0.007$  ( $\approx 200$  Hz). The upper bound is set to the simulation cut-off  $St_c = 0.22$ .

Considering this frequency bandwidth, the simulation finely agrees with the measurements. It is a major improvement compared to the previous Navier-Stokes–Ffowcs Williams & Hawkins computation as depicted in Figure 16. The specific influence of the method (FWH vs Euler) on this result is discussed later in section IV D 3. The slightly higher experimental levels at shallow angles could be due to a numerical underestimation induced by the mesh coarsening in the zone Z1 for  $x^* > 20$  (see §II C 2), or spurious ground reflections in the experiment despite the wedges. Nevertheless, the directivity shape is captured. The numerical peak directivity is located at  $\theta_{peak} \simeq 40^\circ$  which corresponds to  $\theta'_{peak} \simeq 48^\circ$ .

### 3. Power spectral densities

The numerical PSDs at the four angles  $\theta = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  and  $120^\circ$  are compared to those from the experimental acoustic signals in Figure 18. The PSDs are calculated using the Welch method with a 50% block overlapping and a natural windowing as recommended for broadband spectra. Experimental and numerical signals are averaged respectively over 1000 and 11 blocks, resulting in frequency resolutions  $\Delta St = 0.005$  and 0.01. The high level broadband spectra at shallow angles are characteristic of Mach wave radiation. The peaks in medium frequencies at larger angles are due to the additional broadband shock-associated noise (see §IV A 2) which becomes dominant in the side and upstream directions and induces a bump on spectra (see Figure 18d). The agreement between the simulation and the experimental data is satisfactory over the resolved frequency bandwidth which indicates that the main features of the



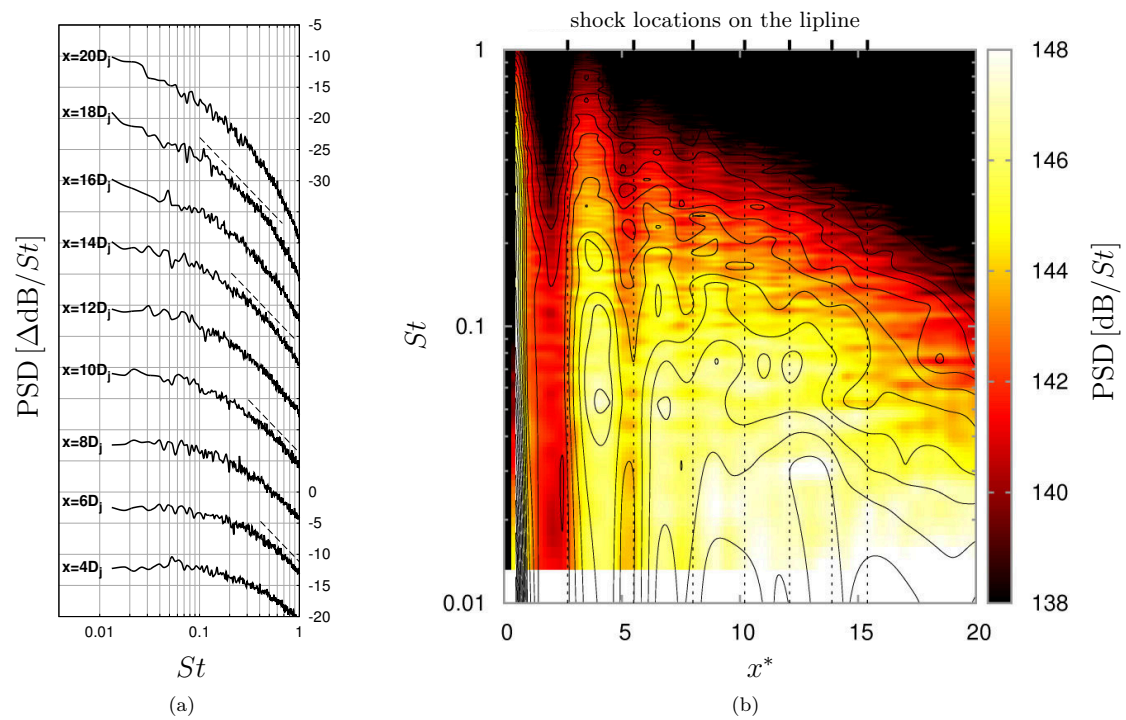


FIG. 14: PSDs of the axial velocity measured in the shear layer along the lipline (array A) with (14a) PSDs offset by 10 dB from others and (14b) spectrogram function of  $x^*$ . —: present numerical data; ---:  $St^{-5/3}$  slope (Kolmogorov law); —: PSD iso-lines every  $\Delta 1 \text{ dB}/St$ .

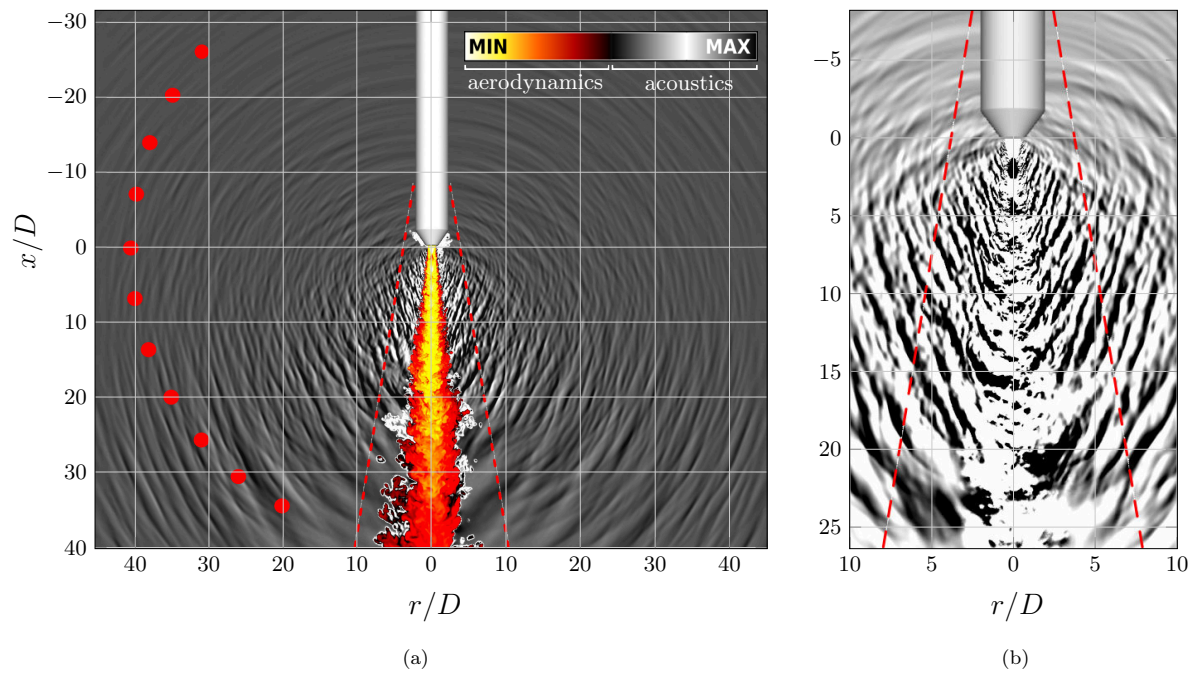


FIG. 15: visualization of the (15a) density near and far field and (15b) pressure near field. - - - : coupling interface; ● : far field microphone locations.

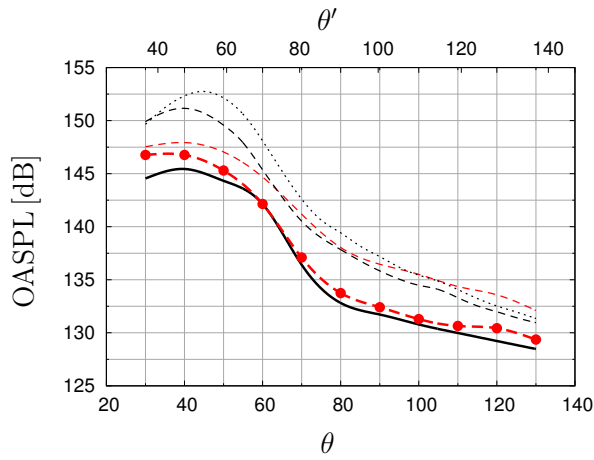


FIG. 16: OASPL at the far field microphone locations function of  $\theta$  and  $\theta'$ . Exp. PSDs integrated  $--\bullet--$ : over the range  $0.01 \leq St \leq 0.22$  and  $---$ : over the full spectrum;  $—$ : present numerical PSDs integrated over the range  $0.01 \leq St \leq 0.22$ ;  $\cdots$  /  $---$ : numerical PSDs from Langenais 2017<sup>44</sup> integrated over the range  $0.01 \leq St \leq 0.22$  respectively using the NS-FWH/NS-Euler approach.

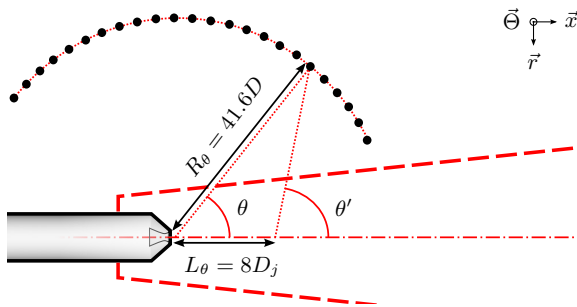


FIG. 17: observation angle transformation from  $\theta$  to  $\theta'$  centered on the end of the potential core.

acoustic field are properly predicted. The effective cut-off frequency is found to be equal to the expected value  $St_c = 0.22$ . The mid frequency levels are finely reproduced for  $\theta \geq 60^\circ$ , including the shock-associated bump. Low frequencies are slightly underestimated in the upstream direction, as high frequencies at  $\theta = 30^\circ$ , explaining the previously mentioned level deficit at smallest angles in Figure 16. Differences are also observed at low frequencies  $St < 0.02$  which could reveal test bench environmental effects such as spurious low frequency reflections, or a lack of numerical convergence. Finally, a significant part of the dominant acoustic spectra is not properly simulated at high frequencies with respect to the experimental data due to the limited cut-off frequency.

#### IV. ANALYSIS OF THE RADIATED NOISE

The agreement of the simulation with most of the available aerodynamic and acoustic data is demonstrated at this point and the results can therefore be relevantly exploited for a physical analysis. The aeroacoustic near and far fields are described and analyzed in this part, with emphasis on the noise sources in section IV A, the resulting pressure near field in section IV B, pressure far field in section IV C and the nonlinear propagation effects in section IV D. Simple and double Fourier transforms, cross-correlations and azimuthal mode decomposition are applied to characterize the noise properties. Specific metrics are then calculated to identify nonlinear effects.

##### A. Jet noise sources

The noise from imperfectly expanded supersonic jet is admitted to be generated by three main mechanisms:<sup>2,3</sup> the convection of large turbulent structures in the shear layer, the mixing of fine turbulent scales in the shear layer and the interaction of turbulent structures with shocks. The first one is associated with the Mach wave radiation and the third one with the broadband shock-associated noise.

##### 1. Mach waves

Strong amplitude Mach waves are expected to be generated when large turbulent structures are convected at supersonic speeds relatively to the ambient medium. This mechanism is often described through the wavy wall analogy as shown by Tam.<sup>2</sup> Three main instability wave families initially observed by Oertel *et al.*<sup>66</sup> are expected to produce Mach waves. Their associated convective Mach numbers are

$$M_{c1} = \frac{u_j - c_j}{c_j + c_\infty} = 1.3 \quad (15)$$

$$M_{c2} = \frac{u_j}{c_j + c_\infty} = 1.9 \quad (16)$$

$$M_{c3} = \frac{u_j + c_j}{c_j + c_\infty} = 2.5 \quad (17)$$

Given that the Mach wave appearance conditions  $M_{c2} > 0.8$  and  $M_{c3} > 1.25$ <sup>62,67</sup> are met and that the convective Mach numbers are all supersonic, the three kinds of instability wave are expected to radiate Mach waves at Mach angles  $\theta'_{M_n}$  defined by

$$\theta' = \arccos\left(\frac{1}{M_c}\right) \quad (18)$$

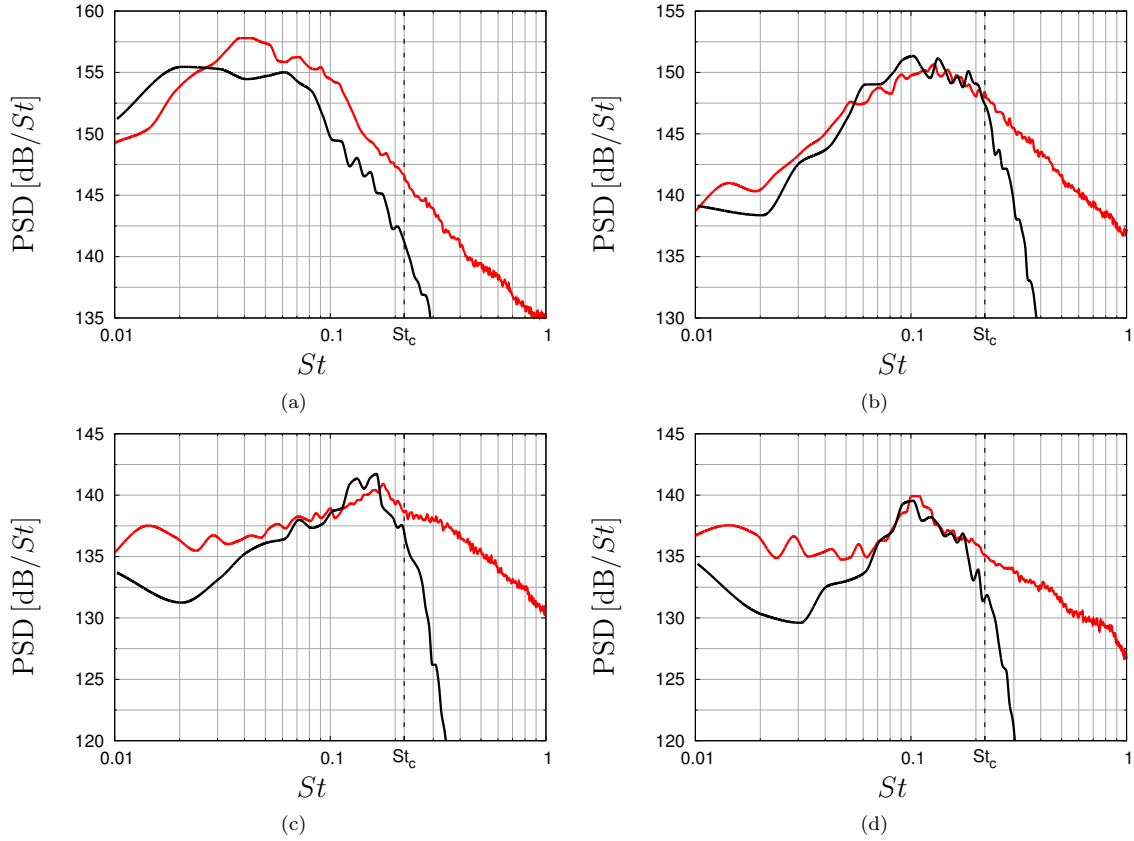


FIG. 18: PSDs of the pressure at four observation angles. (18a)  $\theta = 30^\circ$  ( $\theta' = 36.6^\circ$ ), (18b)  $\theta = 60^\circ$  ( $\theta' = 70.4^\circ$ ), (18c)  $\theta = 90^\circ$  ( $\theta' = 100.9^\circ$ ), (18d)  $\theta = 120^\circ$  ( $\theta' = 128.6^\circ$ ). —: experimental data; —: present numerical data.

yielding  $\theta'_{M_{c1}} = 40^\circ$ ,  $\theta'_{M_{c2}} = 58^\circ$  and  $\theta'_{M_{c3}} = 66^\circ$ . The transformed angle system centered on the end of the potential core as defined by equation (14) is used here because it is considered as a better approximation of actual radiation directions. The convection velocities of the turbulent structures with respect to the ambient medium can also be calculated by performing a double fast Fourier transform in time and space, noted  $\hat{\hat{p}}$  for the pressure, or cross-correlations inside the jet shear layer. These approaches lead to the results depicted in Figure 19. The normalized magnitude of the double FFT function of the dimensionless wave number  $kD_j$  (transform in space along array A and  $St$  (transform in time) is given in Figure 19a. The maximum of the double FFT seems to follow a slope corresponding to a convection speed  $u_c/u_j = 0.43$ , *i.e.*  $M_c = 2.2$  which is reported as a black dashed line. This value represents the most likely convection speed in the shear layer in the range  $0 \leq x^* \leq 20$  and is close to the slopes deduced from  $M_{c2}$  and  $M_{c3}$  reported as gray dashed lines. This result precisely matches with the unique Mach number, referred to as the Oertel

convective Mach number, defined by Greska *et al.*<sup>62</sup> as

$$M_{co} = \frac{u_j + 0.5c_j}{c_j + c_\infty} = 2.2 \quad (19)$$

suggesting that this number could be a key parameter of the Mach wave generation mechanism. The corresponding radiation angle is  $\theta'_{M_{co}} = 63^\circ$ .

The convection velocity  $u_c$  versus  $x^*$  in Figure 19b is obtained by cross-correlating the axial velocity recorded at successive probes of array A, spaced by  $\Delta x^*$ , two by two. The convection velocity at a location  $x^*$  is deduced from the delay of the maximum correlation and the results are azimuthally averaged as

$$u_c(x^*) = \int_0^{2\pi} \frac{\Delta x^*}{2\pi \tau_{max}(x^*, \Theta)} d\Theta \quad (20)$$

given

$$\begin{aligned} & [u_x(x^*, t) \star u_x(x^* + \Delta x^*, t)] (\tau_{max}) \\ & = \max [ [u_x(x^*, t) \star u_x(x^* + \Delta x^*, t)] (\tau) ] \end{aligned} \quad (21)$$

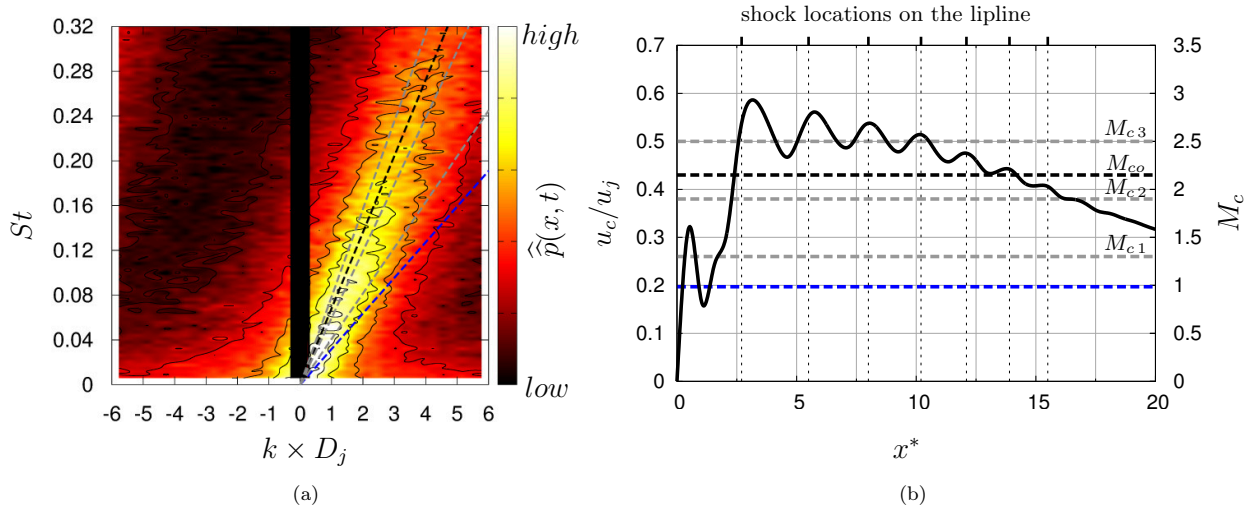


FIG. 19: estimation of the convection velocity of turbulent structures along the lipline (array A). (19a) normalized double Fourier transform in time and space and (19b) convection velocity corresponding to the maximum of the cross-correlation of the axial velocity. —: present numerical data; ---:  $u_c/u_j = 0.43$  convection speed; ---:  $M_{c_n}$  convection speeds (Eq. 15, 16 and 17); - - -:  $u_c = +c_\infty$  (supersonic convection threshold).

The initial value is close to 0 due to the previously mentioned flow separation. Three main regions can be deduced from this result. In the early developing shear layer in the range  $x^* < 2$ , the most coherent structures generated by the mixing are not fully accelerated yet and only the first instability wave family ( $M_{c1}$ ) seems to be able to radiate Mach waves. It is probably not correct in practice because array A does not properly follow the shear layer in this region due to its deviation (see §III A 1). Downstream in range  $2 < x^* < 12$ , the convection speed reaches its maximum in the vicinity of the 1<sup>st</sup> shock ( $x^* \simeq 3$ ) then oscillates around  $M_{c3}$ . Consequently, strong Mach waves are expected to radiate close to the angle  $\theta'_{M_{c3}} = 66^\circ$  in this region. The maximum speed at  $x^* = 3$  gives the largest possible radiation angle  $\theta'_{max} = 70^\circ$ . Downstream of the end of the potential core for  $x^* > 12$ , the convection speed decreases quasi linearly, especially from  $M_{c2}$  to  $M_{c1}$ . Mach waves can therefore be generated with various radiation angles roughly in range  $40^\circ < \theta' < 60^\circ$  which is observed in Figure 15a.

The analyses from the double FFT and the cross-correlations lead to coherent conclusions. The double FFT provides the most likely convection speed and consequently the Mach waves at the most likely radiation angle  $\theta'_{M_{c2}} = 63^\circ$  while the successive cross-correlations indicates that a large variety of Mach waves are possible mainly with radiation angles  $\theta'_{M_{c1}} < \theta' < \theta'_{M_{c3}}$ . Finally, the Mach waves are often associated with the peak directivity but  $\theta'_{peak}$  observed in Figure 16 cannot be readily linked to  $\theta'_{M_{c2}}$  because of a further geometrical bias. The Mach wave generation is indeed not localized in a re-

stricted region and the microphones are not far enough from the sources, especially at shallow angles. Consequently, the observation angle transformation is insufficient to get rid of the geometrical bias at shallow angles.

## 2. Broadband shock-associated noise

The shock cells are known to produce noise through an interaction mechanism with convected large turbulent structures.<sup>59</sup> This noise source has a broadband spectrum, except when a feedback loop with the early instability waves development occurs, inducing a tonal noise known as screech.<sup>3</sup> The broadband shock-associated noise (BBSAN) is dominant essentially upstream. A model has been proposed by Tam and Tanna<sup>59</sup> to predict the BBSAN peak frequency according to

$$St_{BBSAN} = \frac{u_c}{\overline{L_{shock}^*} (1 - M_c \cos \theta') u_j} \quad (22)$$

where the dependency on  $\cos \theta'$  allows to take into account the Doppler effect,  $\overline{L_{shock}^*}$  is the mean shock spacing and  $M_c = u_c/c_\infty$  the convective Mach number of the large structures. The mean shock spacing in the Tam and Tanna's model is usually approximated *via* equation (7) but for the present jet, the shock spacing is different on the centerline and the lipline and get significantly shorter when moving downstream. Given that roughly the 2<sup>nd</sup> to the 5<sup>th</sup> shocks are known to be the main contributors to the BBSAN,  $\overline{L_{shock}^*}$  is consequently estimated as the



mean shock spacing between the 1<sup>st</sup> and the 6<sup>th</sup> shock in the shear layer, reported in Figure 19b, leading to  $\overline{L_{shock}^*} = 2.2 \pm 0.6$ . The convection Mach number is set equal to  $M_{c3}$ . The formula yields  $St_{BBSAN} = 0.15 \pm 0.05$  at  $\theta' = 100.9^\circ$  and  $St_{BBSAN} = 0.09 \pm 0.02$  at  $\theta' = 128.6^\circ$ . These values are in agreement with the peak frequencies noticed on the PSDs at the same angles, respectively in Figures 18c and 18d. The uncertainties on  $M_c$  and  $\overline{L_{shock}^*}$  explain the shock-associated noise broadening. When screech noise emerges, its fundamental frequency can be estimated by applying equation (22) at  $\theta' = 180^\circ$  yielding  $St_{BBSAN} = St_{up} = 0.066 \pm 0.018$ . Intense discrete peaks at a frequency  $St_{up}$  are not observed on the PSDs in the far field, indicating the absence of screech noise as expected for such a hot supersonic jet.<sup>2</sup>

## B. Velocity and pressure near field

### 1. Spatio-frequency content

Azimuthally averaged PSDs of the pressure signal recorded on array B are plotted as a function of  $x^*$  in Figure 20. This array is *a priori* located in a purely acoustic region to characterize the near field wave emission. Regarding the shapes in Figure 20a, the effective cut-off frequency is larger than the global acoustic cut-off  $St_c = 0.22$  which is due to the fact that the cut-off in the zone Z1 is higher (see §II C 2). The spectrogram in Figure 20b shows various behaviors regarding three different regions. For  $x^* < 4$ , low acoustic levels are found excepted a peak at the frequency  $St_{up} = 0.066$  previously highlighted in section IV A 2 as the upstream BBSAN frequency. Since the present jet is not screeching, this peak can simply be attributed to the upstream propagation of the BBSAN. For  $4 < x^* < 14$ , the spectra are dominated by mid frequencies  $St > St_{up}$ . For  $x^* > 14$  and downstream, the central frequency decreases and reaches higher levels. This decomposition in three regions is reminiscent of the similar analysis presented in section IV A 1. The Mach waves radiating at largest angles in range  $2 < x^* < 12$  on array A can be associated with mid frequencies in range  $4 < x^* < 14$  on array B. The Mach waves radiating at smallest angles in range  $x^* > 12$  on array A can be associated with low frequencies in range  $x^* > 14$  on array B. Moreover, the BBSAN is mostly generated where the shocks are the strongest and turbulent structures sufficiently developed *i.e.* roughly  $2 < x^* < 16$ , at frequencies  $St \geq St_{up}$ , which is consistent with the spectrogram in the regions  $x^* < 4$  and  $4 < x^* < 14$ .

A double FFT and cross-correlations of the pressure signals are performed on array B in the same way as for array A. The resulting normalized magnitude of the double FFT is given in Figure 21a. The successive cross-correlations provide the dominant wave phase speed along array B and is drawn in Figure 21b. The phase speed  $c_\varphi$  is not necessarily equal to  $c_\infty$  since the waves

can propagate in various directions. Assuming the waves are planar fronts having a phase speed  $c_\infty$  in the propagation direction, the radiation angle can be estimated by  $\theta'' = \arccos(c_\infty/c_\varphi)$ . Three different behaviors are once again visible and linked to the previously mentioned three jet regions. For  $x^* < 2$ , a negative phase speed is found which indicates upstream propagating waves as concluded before. This is corroborated by the double FFT where significant levels are reached, especially at the frequencies  $St \geq St_{up}$ , along a slope equivalent to a phase speed  $c_\varphi/c_\infty = -1.2$  on the negative wave number side. It means that the waves propagate backward regarding array B at an estimated angle  $\theta''_{up} = 145^\circ$ . Downstream, the phase speed is positive. The peak at  $x^* = 3$  could be attributed to the waves emitted in the vicinity of the 2<sup>nd</sup> shock, associated with early radiating Mach waves and BBSAN. For  $4 < x^* < 14$ , the phase speed is rather constant around  $c_\varphi/c_\infty = 3.3$  where strong directional Mach waves, generated in the region  $2 < x^* < 12$  in the shear layer as mentioned in section IV A 1, are propagating. Downstream for  $x^* > 14$ , the phase speed gradually decreases which is associated with Mach waves radiating at smaller and smaller angles. The maximum levels of the double FFT are found for a wide range of frequencies along the slope corresponding to  $c_\varphi/c_\infty = 3.3$ . The estimated radiation angle is  $\theta'' = 72^\circ$  which is rather consistent with the larger Mach wave radiation angle  $\theta'_{max} = 70^\circ$  discussed in section IV A 1. The faint slope corresponding to  $c_\varphi/c_\infty = 0.2$ , also highlighted on the positive wave number side, is due to slow flow events reaching intermittently array B.

### 2. Azimuthal content

The spatio-frequency properties of the Mach wave radiation and the BBSAN in the near field are well assessed at this point. The azimuthal properties are also a matter of interest and are discussed below. An azimuthal mode decomposition is performed on arrays A and B at each axial location. It consists in a double FFT in time and azimuth. The results are reported in Figure 22 in terms of energy distribution between modes denoted  $m$ . The axisymmetric mode corresponds to  $m = 0$ . The highest calculable mode is  $m = 35$ , *i.e.* the 36<sup>th</sup> mode, since the numerical arrays include 72 points in the azimuthal direction. The contribution of the first eight modes of the axial velocity on array A is depicted in Figure 22a. The shock locations in the shear layer are represented with vertical dotted lines. The initial contribution of modes  $m \leq 4$  is negligible and the major part of the energy ( $\sim 90\%$ ) is equally distributed on higher modes, which are not all drawn. In range  $2 < x^* < 14$ , modes 1, 2 and 3 become dominant while mode 0 remains weak even downstream of the end of the potential core as obtained by de Cacqueray *et al.*<sup>34</sup> or Liu *et al.*<sup>53</sup> The shock cell structure has an important impact on the azimuthal content. The shock locations seems to match with peaks

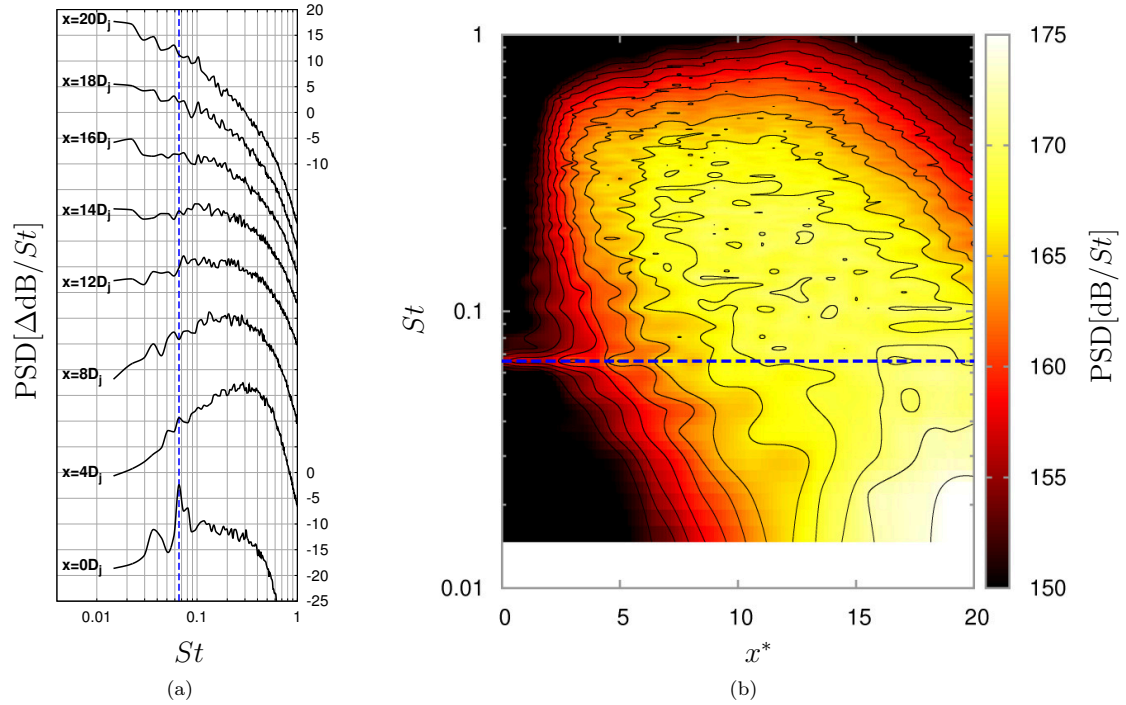


FIG. 20: PSDs of the pressure measured along array B. (20a) PSDs offset by 10 dB from others and (20b) spectrogram function of  $x^*$ . —: present numerical data; ---:  $St = St_{up}$ ; —: PSD iso-lines every  $\Delta 2 \text{ dB}/St$ .

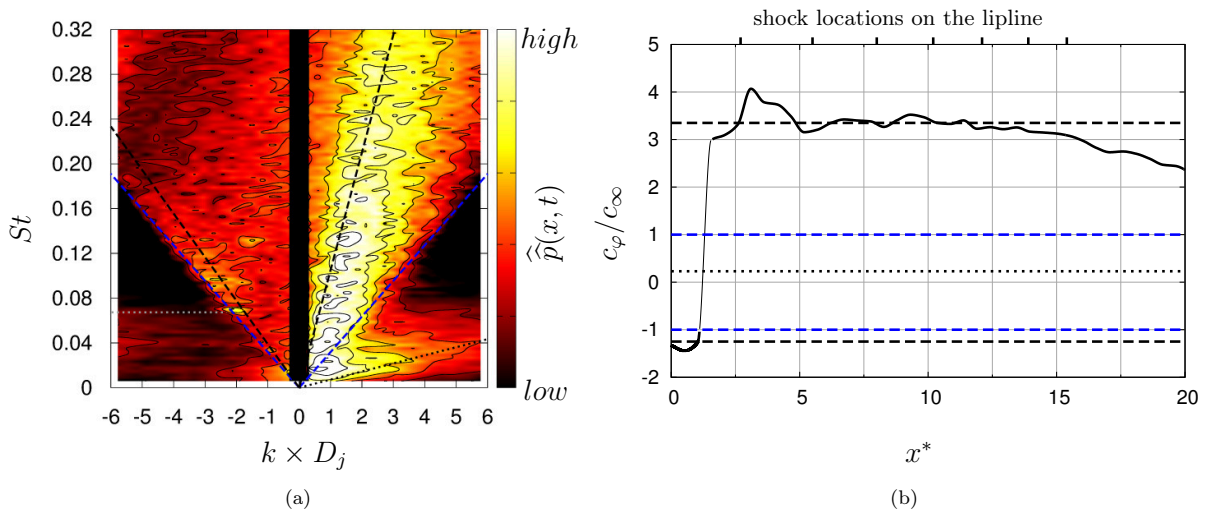


FIG. 21: characterization of the acoustic wave propagation in the near field. (21a) normalized double Fourier transform in time and space and (21b) phase velocity corresponding to the maximum of the cross-correlation of the pressure along array B. —: present numerical data; - - - : phase speeds  $c_\varphi/c_\infty = -1.2$  backward and  $c_\varphi/c_\infty = 3.3$  forward; ····: slow flow component; ····:  $St = St_{up}$ ; - - - :  $c_\varphi = \pm c_\infty$  thresholds.

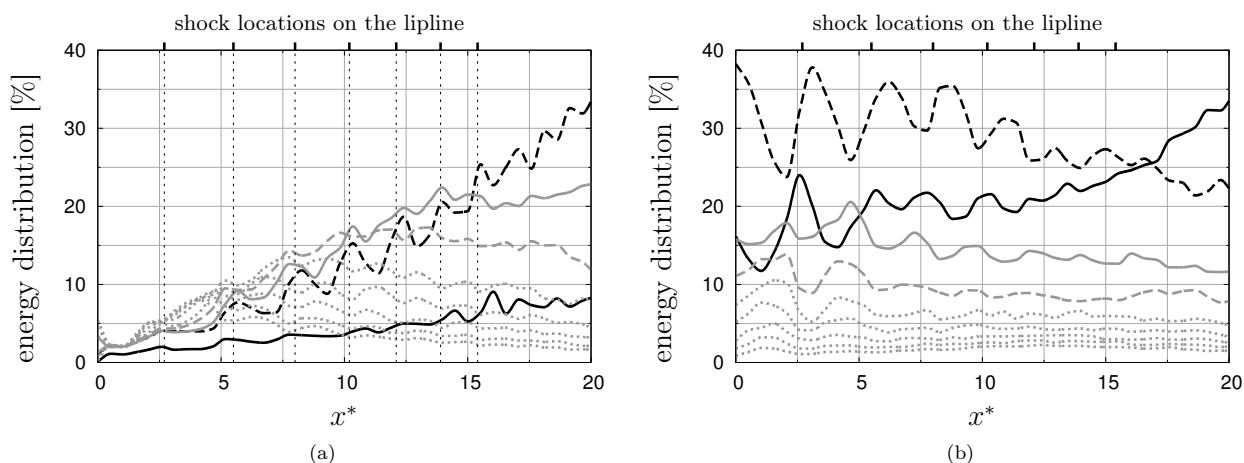


FIG. 22: energy contribution of the first eight azimuthal modes of (22a) the axial velocity along the lipline (array A) and (22b) the pressure along array B. —:  $m = 0$ ; - - - :  $m = 1$ ; — — — :  $m = 2$ ; . . . :  $m = 3$ ; . . . . :  $4 \leq m \leq 8$ .

of modes 1 and 2, and valleys of modes  $m \geq 4$ . It can be deduced that the shock cell structure favors particular modes which is consistent with observations of many authors studying the BBSAN in axisymmetric free jets, especially screech tones.<sup>2,11,53</sup> However, this analysis does not permit to definitely conclude on the nature of the modes *i.e.* flapping (mode B) or helical (mode C) which would require a treatment such as a proper orthogonal decomposition.

The contribution of the first eight modes of the pressure on array B is depicted in Figure 22b. Similar bumped shapes are found for the mode 1 in the range  $0 < x^* < 12$  where it is dominant, at the expense of higher modes  $m \geq 2$  which exhibit inverse bump patterns. It highlights the strong link between the mode 1 and the noise generation mechanisms in the shear layer in this region. The axisymmetric mode contribution starts to increase for  $x^* > 12$  and becomes predominant downstream for  $x^* > 17$ . Bogey and Bailly<sup>68</sup> have proposed a mechanism consisting in intermittent intrusions of vortical structures inside the end of the potential core. These structures are suddenly accelerated on the jet axis, exciting the acoustic azimuthal mode 0. Bogey and Bailly have suggested that it could be the major noise source radiating downstream at shallow angles in subsonic jets, but a similar mechanism can occur for supersonic jets, causing the dominant mode 0 observed at the downstream extremity of array B.

## C. Pressure far field

### 1. Spatio-frequency content

The acoustic far field has been succinctly presented in section III B 2 and section III B 3 in terms of OASPL

and PSDs at four observation angles for validation purposes. This section aims at providing extended results and analysis. The PSDs and the corresponding spectrogram of the pressure signal at the far field microphones are drawn in Figure 23. PSDs peak frequencies are roughly distributed from  $St = 0.02$  at shallowest angle up to  $St = 0.2$  on the sideline. The Mach wave radiation corresponds to the broadband high level region for  $\theta' < 70^\circ$  on the spectrogram. The BBSAN corresponds to the thinner band extending upstream for  $\theta' > 90^\circ$ . The BBSAN peak frequency function of the observation angle  $\theta'$  is plotted as blue dashed lines according to equation (22). It coincides with PSDs peaks from  $\theta' \gtrsim 90^\circ$  and tends to  $St_{\text{BBSAN}} = St_{up}$  upstream as expected. Such far field spectrogram patterns are similar to what has been obtained experimentally for analogous jets, by Schlinker *et al.*<sup>69</sup> for example.

The Mach wave radiation and the BBSAN appear to be both easily identifiable in the far field regarding the PSDs peak frequency variation function of the observation angle. The peak frequency field depicted in Figure 24b is obtained by extracting the peak of the pressure PSD at each point of the mesh intersecting a 2D plane. It enables to highlight more clearly main acoustic regions. In addition, the root mean square pressure field is given in Figure 24a. The patterns appear to be roughly centered on the end of the potential core which justified the use of the transformed angle system. For angles  $\theta' < 70^\circ$  which corresponds to all possible Mach wave radiation angles ( $\theta' < \theta'_{max}$ ), the noise is dominated by frequencies approximately in range  $0.01 < St < 0.1$ . The very low peak frequencies observed at shallowest angles in the zone Z1 are due to slow flow events. At larger angles and especially close to the sideline at  $\theta' \simeq 90^\circ$ , the noise is dominated by the BBSAN in mid frequencies up to the cut-off frequency  $St_c = 0.22$ . The peak



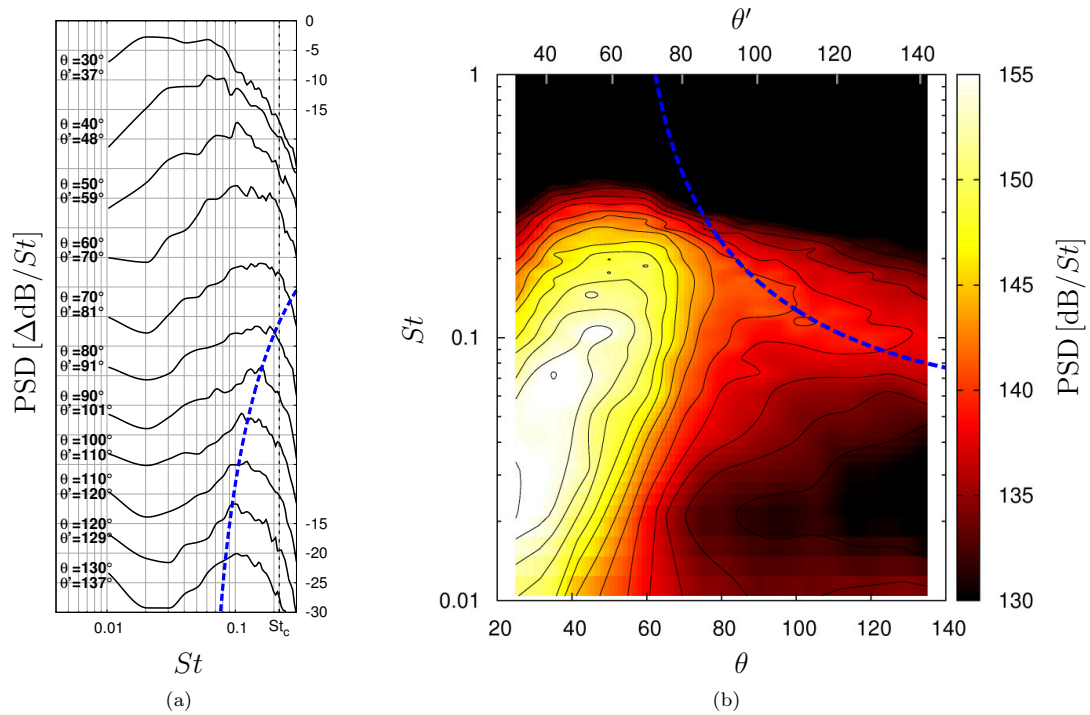


FIG. 23: PSDs of the pressure measured at far field microphone locations with (23a) PSDs offset by 7 dB from others and (23b) spectrogram function of  $\theta$ . —: present numerical data; - - -:  $St = St_{\text{BBSAN}}(\theta')$ ; —: PSD iso-lines every  $\Delta 2 \text{ dB}/St$ .

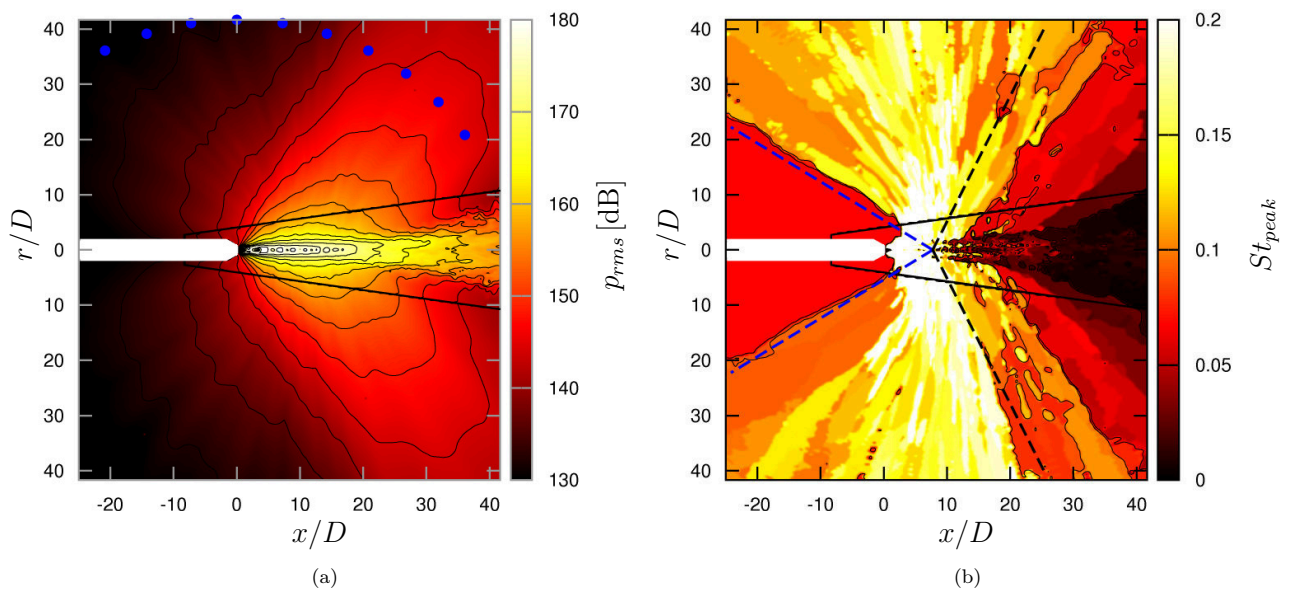


FIG. 24: (24a) pressure RMS level field and (24b) spectrum central frequency field. ●: far field microphones; —: iso- $p_{\text{rms}}$  and iso-frequencies  $St = 0.02$ ,  $St = St_{\text{up}}$  and  $St = 0.09$ ; —: coupling interface; - - -:  $\theta' = \theta'_{\text{max}} = 70^\circ$ ; - - -:  $\theta' = \theta''_{\text{up}} = 145^\circ$ .

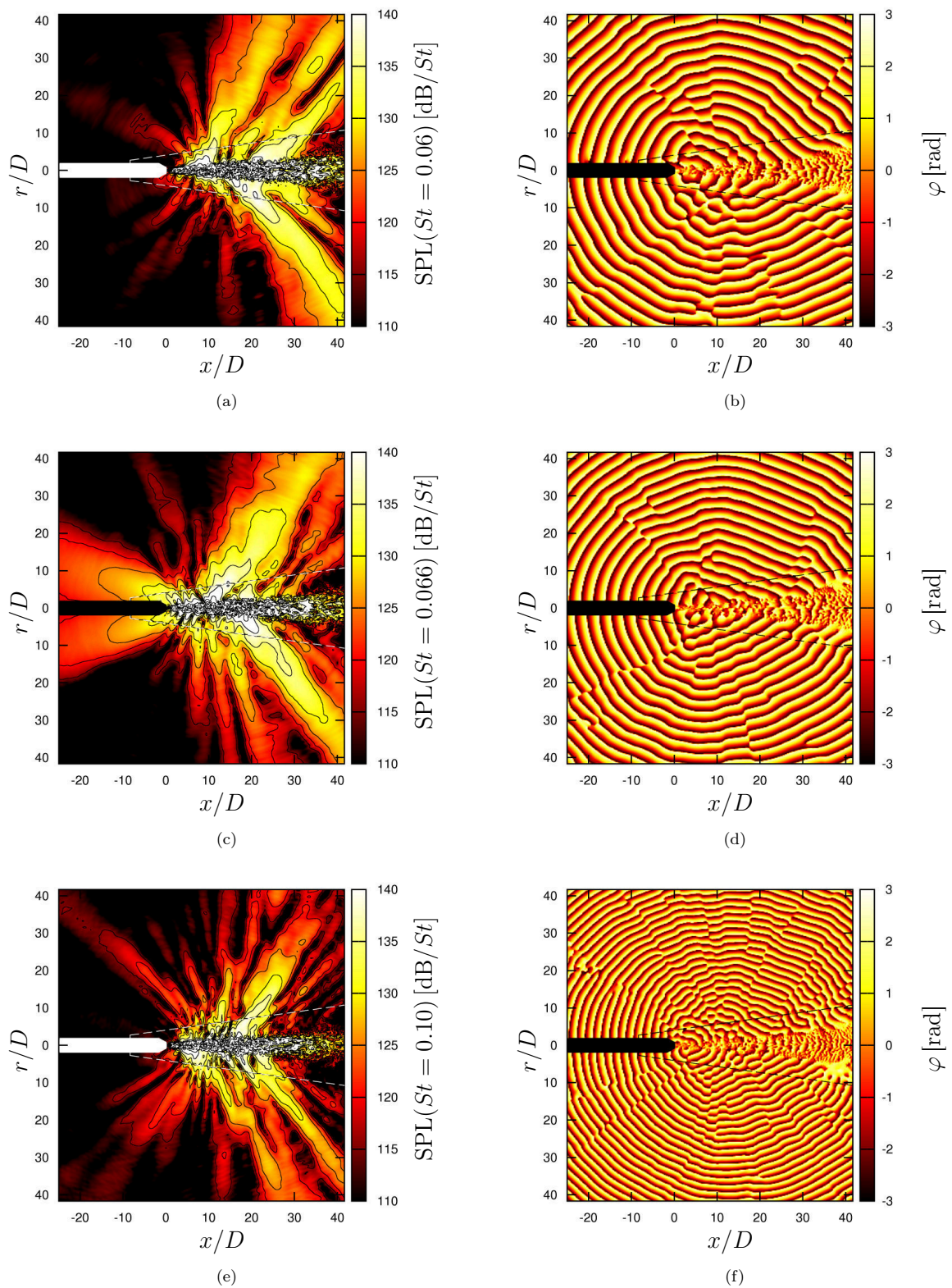


FIG. 25: pressure RMS level fields and phase fields at three particular frequencies, (25a/25b)  $St = 0.060$ , (25c/25d)  $St = St_{up} = 0.066$  and (25e/25f)  $St = 0.100$ . —: iso-lines; ---: coupling interface.

frequency distribution is strongly inhomogeneous probably because of multiple source locations and interferences. More upstream, the BBSAN peak frequencies decrease due to the Doppler effect. From  $\theta' \simeq 145^\circ$ , the distribution become strongly homogeneous at a peak frequency  $St = St_{up}$ . It cannot be fully explained by the BBSAN model discussed in section IV A 2 since equation (22) yields  $St_{BBSAN}(\theta' = 145) = 0.077 \neq St_{up}$ . Tam<sup>2</sup> or Bailly and Fujii<sup>3</sup> have suggested that the instability wave interaction theory, from which equation (22) is derived, also predicts instability waves traveling in the upstream direction. These waves could generate Mach waves if their phase speeds  $c_\varphi$  are supersonic, *i.e.* if

$$\frac{\omega}{\alpha - k_{shock}} < -c_\infty \quad (23)$$

where  $\omega = 2\pi f$ ,  $\alpha \simeq \omega/u_c$  and  $k_{shock} = 2\pi/D_j \overline{L_{shock}^*}$ . Considering  $\omega = 2\pi St_{up} u_j / D_j$ ,  $u_c = 0.5u_j$  ( $Mc_3$ ) and  $\overline{L_{shock}^*} = 2.2$ , this requirement is presently met and Mach wave are consequently expected to radiate upstream at a very large angle  $\theta' > 160^\circ$  according to equation (18). It could explain the upstream dominant radiation at the frequency  $St_{up}$  and angles  $\theta' > 160^\circ$ . However, these waves are also dominant in the range  $145 < \theta' \leq 160^\circ$  which is corroborated by the angle  $\theta''_{up} = 145^\circ$  found in section IV B 1 analyzing the upstream radiation along array B. It can be related to the axial variation of  $u_c$  and  $L_{shock}^*$  and the associated uncertainties. According to Figure 20a, this Mach wave-like upstream BBSAN, denoted MW-BBSAN in the following, has a lower intensity of about 15 dB compared to the standard downstream Mach waves.

The SPL and phase fields for three particular frequencies, including  $St_{up}$ , are shown in Figure 25. The hypothesis of an upstream Mach wave radiation at the discrete frequency  $St_{up}$  (MW-BBSAN) is corroborated. Significant acoustic levels are indeed found upstream in Figure 25c and the radiation is strongly directional around  $\theta' = 155^\circ$ . Such patterns are not recovered for other frequencies in Figures 25a ( $St = 0.06$ ) and 25e ( $St = 0.10$ ). Large bulbs corresponding to the standard Mach wave radiation are only found downstream. The multiple thinner bulbs mainly radiating in the sideline and upstream directions correspond to the BBSAN. The phase field in Figure 25d clearly highlights that the upstream radiation at  $St_{up}$  is associated with the shock cell periodicity in the near field. The involved wave fronts are generated in opposition of phase in the cut plane, as also observed in Figures 25b and 25f. This observation is consistent with the azimuthal dominant mode 1 in the near field close to the strongest shocks (see §IV B 2, Figure 22b) and in the far field in the upstream direction (see §IV C 2, Figure 26a).

## 2. Azimuthal content

The contribution of the pressure azimuthal modes in the far field can be readily related to the acoustic near field. Figure 26 shows three angular regions with specific behaviors. Upstream at angles  $\theta' > 90^\circ$ , the noise is dominated by the BBSAN and azimuthal mode contributions are rather constant as a function of the angle. More than one third of the energy is included in mode 1 which can be associated with the mode 1 excited by the shock cell structure in the shear layer (Figure 22a) and the strongly dominant mode 1 in the acoustic near field (Figure 22b). The range  $70^\circ < \theta' < 90^\circ$ , roughly the sideline direction, is a transition region between Mach waves and BBSAN. The contributions of modes 0 and 1 drop in favor of higher modes. This region can be associated with the inhomogeneous high peak frequencies in Figure 24 discussed in section IV C 1. Downstream at angles  $\theta' < 70^\circ$ , the noise is dominated by Mach waves essentially at mode 0. Mach waves radiating at the highest possible angles  $60^\circ < \theta' < 70^\circ$  also contain an important mode 1 component. These waves are generated in the shear layer where the convection speed is maximum *i.e.* before the end of the potential core (see Figure 19b). They are therefore probably highly perturbed by the shock cell structure. At shallower angles, the contribution of the axisymmetric mode strongly increases due to the intermittent intrusion of vortical structures inside the end of the potential core as discussed in section IV B 2.

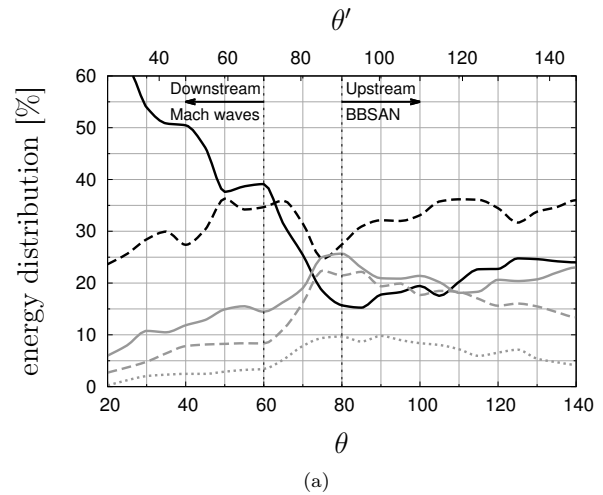


FIG. 26: energy contribution of the first five azimuthal modes of the pressure at far field microphone locations function of  $\theta$  and  $\theta'$ . —:  $m = 0$ ; ---:  $m = 1$ ; —:  $m = 2$ ; ---:  $m = 3$ ; .....:  $m = 4$ .



## D. Nonlinear propagation

### 1. Near field mechanism and cumulative effects

The acoustic nonlinear propagation is a key point of this study. Noise from hot supersonic rocket plume involves nonlinear effects,<sup>70</sup> often associated with the crackle noise.<sup>71</sup> However, the relative importance of local mechanisms in the near field and cumulative effects during propagation in the far field is still unclear. On the one hand, harsh flow events generating steep acoustic waveform directly emerging from the shear layer have been found to occur. This mechanism is known to be closely linked to the Mach wave radiation and is originally considered as the primary source of crackle. It has been observed experimentally<sup>40</sup> and reproduced numerically for supersonic jets by Nichols *et al.*<sup>6</sup> on a military-style configuration and more recently by Pineau *et al.*<sup>72</sup> using temporally-developing jets, among the others. On the other hand, cumulative nonlinearities have been highlighted in the acoustic far field of supersonic jets by several authors, both experimentally<sup>5,64</sup> and numerically.<sup>19,44</sup> Such effects mainly consist in compression waves gradually steepening which is equivalent to a distortion of the probability density function of the signal, or in the frequency domain to an energy transfer from the peak to higher frequencies. Petitjean *et al.*<sup>5</sup> has found that  $M_c > 1$  was a necessary condition for the onset of this kind of nonlinearities which is also a critical parameter for the Mach wave occurrence. As suggested in Figure 19b, this requirement is presently fulfilled on the lipline over a wide range of axial locations.

### 2. Metrics

The acoustic near and far fields are analyzed by focusing on the expected nonlinear effects. Specific metrics are introduced for that purpose, including the Goldberg number  $\Gamma$ , the skewness  $S$  (Eq. (8)), the kurtosis  $K$  (Eq. (9)) and the wave steepening factors WSF. The Goldberg number is defined by

$$\Gamma = \frac{\beta \omega p_{rms} \lambda}{\rho_{\infty} c_{\infty}^3 \alpha(\omega)} \quad (24)$$

where  $\beta = (1 + \gamma)/2$  is the nonlinearity coefficient and  $\alpha(\omega)$  the dimensionless atmospheric damping function of the frequency, here estimated according to the standard ISO-9613.<sup>51</sup> It is assumed that  $\Gamma < 1$  reflects a linear propagation and  $\Gamma \gg 1$  a nonlinear propagation.<sup>7</sup> The reference values for a Gaussian signal are  $S = 0$  and  $K = 3$ . Note that compared to the raw pressure metrics  $S(p)$  and  $K(p)$ , the pressure derivative metrics  $S(\dot{p})$  and  $K(\dot{p})$  are often considered as more sensitive and relevant to study nonlinear effects.<sup>5,7,43</sup> In both cases,  $S$  and  $K$  increase when the nonlinear effects are predominant over the atmospheric viscous damping. The WSF is defined

as the modulus of the average negative slope divided by the average positive slope of the pressure waveform.<sup>7,73</sup> The reference value  $WSF = 1$  corresponds to a pure harmonic waveform and  $WSF = 0$  to a perfect sawtooth waveform. It decreases when the nonlinear effects are predominant over the atmospheric viscous damping. It can also be larger than 1 and theoretically tends to infinity in case of discontinuous pressure drops. The evolution of these metrics for nonlinearly propagating waves have been studied, in particular by Reichman *et al.*<sup>43</sup> ( $S(\dot{p})$ ) and Muhlestein *et al.*<sup>73</sup> (WSF), and experienced in many studies dealing with jet noise issues at various distances. Mora *et al.*<sup>8</sup> have found increasing values of pressure derivative skewness and kurtosis up to  $S(\dot{p}) > 0.8$  and  $K(\dot{p}) > 4$  at a distance of about  $25D$  from a  $M > 1.5$  hot jet. Baars *et al.*<sup>7,71</sup> used the pressure derivative skewness and the WSF to identify cumulative nonlinearities out to  $140D$  from a  $M = 3$  cold jet in the peak noise direction. Schlinker *et al.*<sup>69</sup> have measured raw pressure skewness reaching values greater than 0.5 at an angle  $\theta = 50^\circ$  out to  $300D$  from a  $M > 1.5$  hot crackling jet.

The metrics mentioned above are plotted in Figure 27 in a cut plane. The far field microphones are marked as blue dots in Figure 27a for analysis convenience. The obtained skewness and kurtosis ranges are consistent with the values found by other authors at similar distances. The metrics based on the pressure time derivative clearly highlight the downstream Mach wave generation and radiation regions where nonlinear propagation effects are the most expected due to high acoustic levels. The metrics based on the raw pressure do not lead to such a result. All metrics indicate that strong nonlinearities also occur in the near field close to the shear layer. In particular, high excesses of  $S(\dot{p})$ ,  $K(\dot{p})$  and values of WSF larger than 1 are noticeable at  $x \simeq 25D$ , suggesting sharp pressure raises or drops. A similar behavior have been found for crackling jets and it adds credit to a crackle generation mechanism located in the shear layer. On the other hand, most of the metrics are found to be still significantly varying in the far field out to  $40D$ , especially WSF. It decreases to less than 0.6 in several locations associated with high levels of  $S(\dot{p})$  and  $K(\dot{p})$  which indicates that compression waves are still steepening due to the nonlinear propagation. It is consistent with the Goldberg number field which shows typical nonlinear values greater than 100 within two lobes extending in the far field in the peak direction.

### 3. Method relevancy

These metrics suggest that nonlinear effects can occur in both the near field and the far field. One could assume that far field nonlinear effects are negligible compared to near field events. This issue is handled by performing a linear Ffowcs Williams & Hawkings extrapolation from a cylindrical integration surface at a radius  $r_{FWH} = 11.2D$  which is fully included in the Euler domain. The resulting

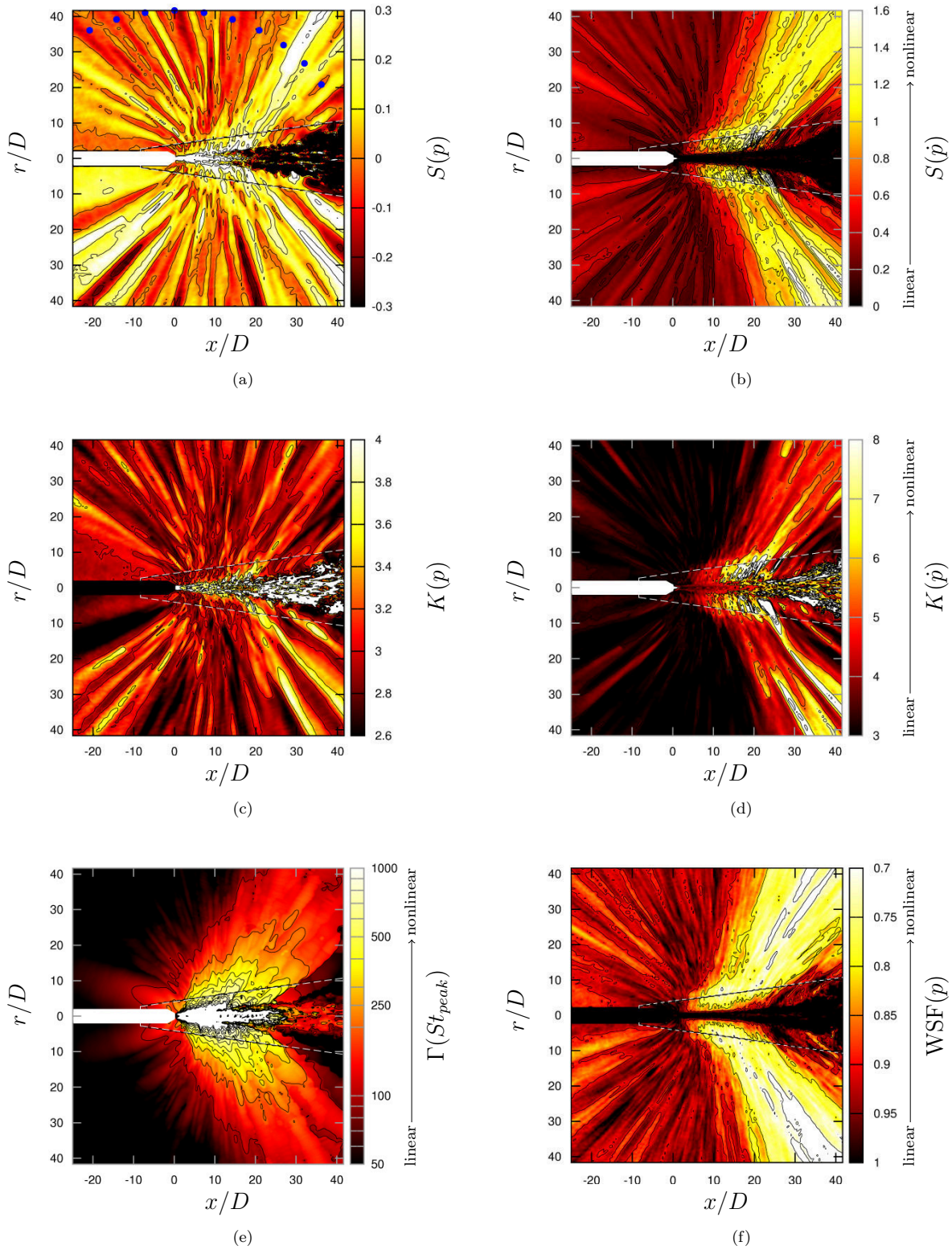


FIG. 27: nonlinearity metric maps including (27a) raw pressure skewness, (27b) pressure derivative skewness, (27c) raw pressure kurtosis, (27d) pressure derivative kurtosis, (27e) Goldberg number at the peak frequency and (27f) wave steepening factor. ●: far field microphones; —: iso-lines; ---: coupling interface.

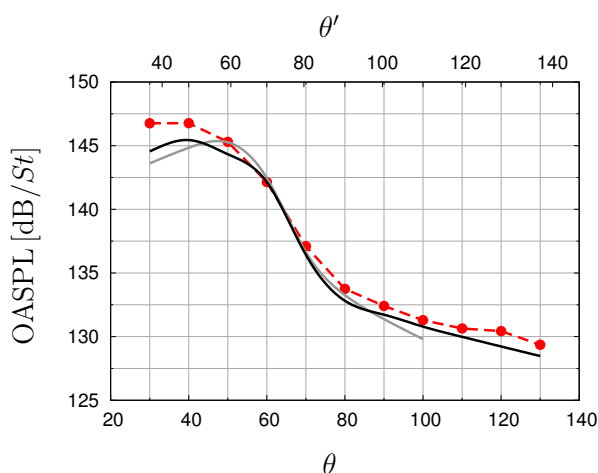


FIG. 28: OASPL at the far field microphones computed by integrating the PSDs over the range  $0.01 \leq St \leq 0.22$ .   
 - - • - - : experimental data; —: NS-Euler computation;   
 —: NS-Euler-FWH computation.

acoustic levels at the far field microphones for  $\theta \leq 100^\circ$  are depicted in Figure 28. The linear computation does not overestimate the levels, which is counter-intuitive regarding the Euler/FWH comparison based on a previous flow solution<sup>44</sup> in Figure 16. It could indicate that most of the nonlinear effects are included inside the cylinder of radius  $r_{FWH}$ .

However, the overall acoustic levels alone are definitely not conclusive about the method relevancy. The azimuthally averaged statistics of the pressure signal at two key locations in the far field are given in Table III. The numerical data from the far field microphones at  $\theta = 40^\circ$  and  $\theta = 90^\circ$  allows the comparison with the experimental data. As noted previously, the acoustic levels are similar but significant differences are found for the others metrics (peak Strouhal,  $S(\dot{p})$ ,  $K(\dot{s})$  and WSF). The Navier-Stokes–Euler computation better agrees with the experimental data at the two angles. In particular, significantly higher values of  $S(\dot{p})$  and lower values of WSF are found as expected in case of a nonlinear propagation. An extended analysis is proposed with Figure 29. The derivative skewness, kurtosis and the steepening factor calculated both from the experimental and the numerical signals are plotted against the observation angle. The Navier-Stokes–Euler computation provides consistent results with respect to the experiment and clearly demonstrates its ability to take into account nonlinear effects with peak values around the peak direction  $\theta' = 48^\circ$ . Such trends are not well recovered by the Ffowcs Williams & Hawkins approach.

Furthermore, the metric  $K(\dot{s})$  presents the higher measurement dynamic but also the larger discrepancies between the experiment and the Navier-Stokes–Euler com-

putation, and the lower discrepancies between the Euler and the Ffowcs Williams & Hawkins computations. The metrics  $S(\dot{p})$  and WSF appear to be more robust in quantifying cumulative nonlinearities.  $S(\dot{p})$  typically remains below 1.5 in the Navier-Stokes–Euler computation at a distance of  $40D$  from the sources while the experimental data shows a peak  $S(\dot{p}) > 1.75$ . Reichman *et al.*<sup>43</sup> have associated shocked waveform appearance with values greater than 1.5 which suggests that shocks exist in experiments but are not properly captured in the computation. It highlights a major limitation of the Navier-Stokes–Euler computation. The cut-off frequency  $St_c = 0.22$  seems too low to fully reproduce the nonlinear phenomena.

## V. CONCLUSION

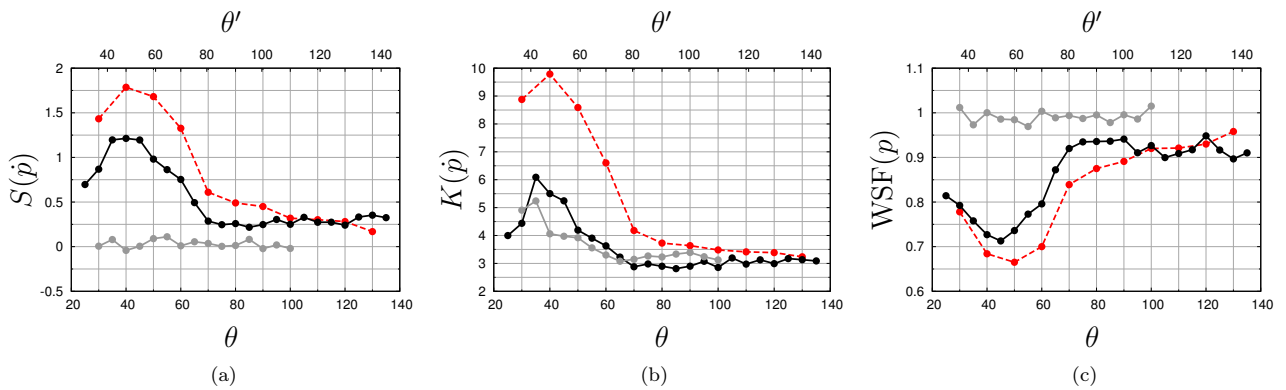
A numerical methodology including a two-way Navier-Stokes – Euler coupling, a geometrical turbulence tripping and a high-order nonlinear acoustic solver is described and applied to the simulation of a hot  $M = 3.1$  supersonic jet. The jet parameters correspond to an experiment conducted at the MARTEL facility which aims at investigating the acoustic field during the launcher lift-off. The turbulence tripping method using a small step in the nozzle convergent associated with an important effort on the mesh refinement leads to a major improvement of the flow solution compared to previous works. This approach enables to get velocity fluctuation levels greater than 2% in the nozzle divergent. A highly disturbed exit condition is thereby obtained at the nozzle lips.

The aerodynamic near field and the acoustic far field fairly agree with the available experimental data. In particular, the shear layer development shows proper features in terms of spread rate, velocity fluctuation levels and turbulent spectra. The far field acoustic levels are recovered within a 1 dB error at most of observation angles and the spectra are well predicted in all directions despite a slight underestimation at shallowest angles. Based on these results, an extended physical analysis of the radiated noise is performed. The acoustic near and far fields are consistent with the noise generation mechanisms described and modeled in the literature. The noise is generated *via* two main mechanisms, the Mach wave radiation essentially downstream and the broadband shock-associated noise essentially upstream.

The Mach wave radiation angles are related to the convection speed of large turbulent structures. In the range  $2 < x^* < 12$  along the lipline where  $x^* = x/D_j$ , this convection speed is maximum leading to Mach wave emission expected at angles  $60^\circ < \theta' < 70^\circ$ . The resulting noise is broadband centered on mid frequencies  $St \simeq 0.1$  and contains an important  $m = 1$  azimuthal component attributed to the velocity mode 1 in the shear layer. Downstream of the end of the potential core, the convection velocity in the shear layer decreases, leading to Mach waves radiating at angles  $40^\circ < \theta' < 60^\circ$ . An additional mecha-

TABLE III: azimuthally averaged statistics of the pressure signal from the NS-Euler-FWH computation, NS-Euler computation and the experiment at the far field microphones  $\theta = 90^\circ$  and  $40^\circ$ .

$\theta$	$\theta'$	method	$p_{rms}$ [dB]	$St_{peak}$	$S(p)$	$S(\dot{p})$	$K(p)$	$K(\dot{p})$	WSF
$90^\circ$	$101^\circ$	NS-Euler-FWH	131.4	0.258	+0.09	-0.04	2.98	3.91	1.00
		NS-Euler	131.7	0.154	-0.03	+0.25	2.96	2.90	0.94
		Experimental	132.5	0.176	+0.29	+0.45	3.24	3.64	0.89
$40^\circ$	$48^\circ$	NS-Euler-FWH	144.8	0.064	-0.05	-0.04	2.59	4.06	1.00
		NS-Euler	145.5	0.066	+0.09	+1.21	3.04	5.50	0.73
		Experimental	146.8	0.072	+0.60	+1.79	3.72	9.79	0.68


 FIG. 29: azimuthally averaged  $S(\dot{p})$ ,  $K(\dot{s})$  and WSF metrics function of  $\theta$  and  $\theta'$ .  $\text{---}\bullet\text{---}$ : experimental data;  $\text{---}\bullet\text{---}$ : NS-Euler computation;  $\text{---}\bullet\text{---}$ : NS-Euler-FWH computation.

nism, consisting in the intermittent intrusions of vortical structures inside the end of the potential core and convected on the centerline, can explain the low frequency noise strongly dominated by the azimuthal mode 0 at shallower angles. From these conclusions can also be deduced that the noise sources associated with large turbulent structures are broadly axially distributed.

Close to the sideline direction for angles  $70^\circ < \theta' < 90^\circ$ , the main noise source is not well defined. This angle range is considered as a transition region. The noise is broadband centered on mid frequencies  $St > 0.1$  with an important contribution of azimuthal modes  $1 \leq m \leq 3$ . In the upstream direction for angles  $90^\circ < \theta' < 145^\circ$ , the shock-associated noise mechanism generates a broadband spectra centered on a frequency  $St_{BBSAN}$  function of the angle. This frequency in the simulation agrees with the experimental data and with the Tam and Tanna's model. The azimuthal decomposition of the broadband shock-associated noise is dominated by the mode 1 in all upstream directions which is attributed to the excited mode 1 of the velocity in the shear layer. A particular shock-associated noise source radiating through a Mach wave-like mechanism is highlighted at large angles  $\theta' > 145^\circ$ . This noise component presents a bump corresponding to the screech frequency although the present

jet is not screeching as expected for such a hot jet.

Finally, nonlinear effects are investigated. Both near and far field phenomena are highlighted. On the one hand, sharp pressure drops and raises are found in the vicinity of the shear layer which could correspond to the near field generation mechanism of crackle noise. On the other hand, the high acoustic levels clearly result in cumulative nonlinear effects in the far field, especially the peak direction, as suggested by the pressure derivative skewness or the wave steepening factor metrics. It justifies the use of a nonlinear acoustic solver.

## ACKNOWLEDGMENTS

This study is supported by the French national space agency CNES and ONERA's scientific direction. The authors are grateful to H. Lambaré as technical referee at CNES for launchers acoustic environment, E. Quémerais and G. Chaineray from ONERA for their efforts on CWIPI and CEDRE external coupling possibilities, and M. Huet from ONERA for his work on signal processing tools. Special thanks are extended to C. Peyret for his support and developments in the SPACE Euler code.



### Appendix A: Parametric study for the geometrical tripping

A short parametric study is conducted by varying the step main parameters, *i.e.* the axial location  $x_{step}^*$ , the height  $h^*$  and the top edge slope as sketched in Figure 30. Five configurations have been investigated and the corresponding parameters are given in Table IV. The steps A, B and C are located in the convergent, the step D is located in the divergent and a configuration without step is used as reference. The nozzle geometry and the generating conditions are the same as for the full case. The free field domain downstream of the nozzle exit is however downsized and coarsened for computation cost reasons. The ambient pressure is slightly diminished compared to the nominal parameter  $p_\infty$  to prevent any wall flow separation phenomenon which may occur for overexpanded exit conditions. The mesh characteristics in the nozzle are set to those provided in Table II for all configurations, except in the vicinity of the step when it exists, in order to quantify the tripping effects independently of the grid refinement. The vicinity of the step is discretized with tetrahedral elements connected to the hexahedral wall elements which explains the size drop at  $x^* = x_{step}^*$  in Figure 2 and the important penalty in terms of cell number reported in Table IV.

The velocity fluctuations normalized by the jet exit velocity  $\sqrt{(u_x'^2 + u_r'^2 + u_\theta'^2)}/u_j$  recorded along the wall and within the initial shear layer are drawn in Figure 31. The step height appears to have a major impact. The step A ( $h^* = 0.6\%$ ) provides similar fluctuation levels than the step-free configurations, *i.e.* less than 0.5% at the nozzle lips, while the steps B and C ( $h^* = 1\%$ ) reach more than 3%. The top edge slope modifies the wake flow but seems to have a limited influence on the levels inside the nozzle and slightly changes the growth rate downstream. The step D provides higher fluctuation levels than the reference, but this configuration illustrates that the trip cannot be placed in the divergent for a supersonic nozzle. The step strongly disturbs the whole flow because of the additional attached and reflected shocks downstream. It is chosen to implement the step C in the full computation since it leads to the highest fluctuation levels.

### REFERENCES

- <sup>1</sup>B. Chemoul, E. Louaas, P. Roux, D. Schmitt, and M. Pourcher, "Ariane 5 flight environments," *Acta Astronautica* **48**, 275–285 (2001).
- <sup>2</sup>C. Tam, "Supersonic jet noise," *Annual Review of Fluid Mechanics* **27**, 17–43 (1995).
- <sup>3</sup>C. Bailly and K. Fujii, "High-speed jet noise," *Bulletin of the JSME* **3**, 1–13 (2016).
- <sup>4</sup>C. Tam, K. Viswanathan, K. Ahuja, and J. Panda, "The source of jet noise: Experimental evidence," *Journal of Fluid Mechanics* **615**, 253–292 (2008).
- <sup>5</sup>B. Petitjean, K. Viswanathan, and D. McLaughlin, "Acoustic pressure waveforms measured in high speed jet noise experiencing nonlinear propagation," *AIAA Journal* **5**, 193–215 (2006).
- <sup>6</sup>J. Nichols, S. Lele, F. Ham, S. Martens, and J. Spyropoulos,

TABLE IV: step parameters in the parametric study.

step	zone	$x_{step}^*$	$h^*$	$w^*$	slope	mesh size
none	-	-	0.0	-	-	$29.4 \times 10^6$
A	convergent	-1.38	0.006	0.007	// wall	$37.9 \times 10^6$
B	convergent	-1.38	0.010	0.007	// wall	$40.7 \times 10^6$
C	convergent	-1.38	0.010	0.007	// $\vec{x}$	$42.2 \times 10^6$
D	divergent	-1.08	0.006	0.006	// $\vec{x}$	$47.9 \times 10^6$

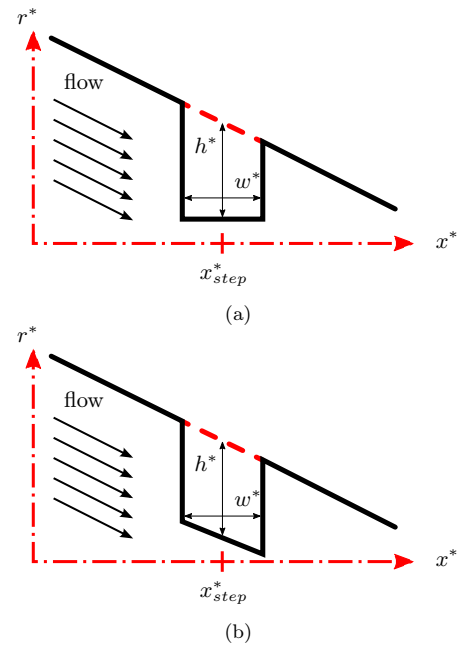


FIG. 30: nozzle step configurations with a step edge slope (Va) parallel to  $\vec{x}$  or (Vb) parallel to the wall.

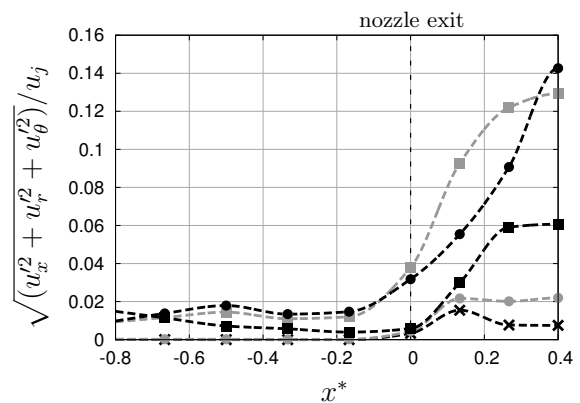


FIG. 31: fluctuating velocity intensity in the nozzle boundary layer and the free jet initial shear layer. --x-- : without step; --●-- : step A; --■-- : step B; --●-- : step C; --■-- : step D.

- “Crackle noise in heated supersonic jets,” *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* **135**, 1–7 (2013).
- <sup>7</sup>W. Baars, C. Tinney, M. Wochner, and M. Hamilton, “On cumulative nonlinear acoustic wave distortions from high-speed jets,” *Journal of Fluid Mechanics* **749**, 331–366 (2014).
- <sup>8</sup>P. Mora, J. Kastner, and E. Gutmark, “Impact of heat on the pressure skewness and kurtosis in supersonic jets,” *AIAA Journal* **52**, 777–787 (2014).
- <sup>9</sup>J. Panda, “Shock oscillation in underexpanded screeching jets,” *Journal of Fluid Mechanics* **363**, 173–198 (1998).
- <sup>10</sup>A. Krothapalli, E. Rajkuperan, F. Alvi, and L. Lourenco, “Flow field and noise characteristics of a supersonic impinging jet,” *Journal of Fluid Mechanics* **392**, 155–181 (1999).
- <sup>11</sup>D. Edgington-Mitchell, K. Oberleithner, D. Honnery, and J. Soria, “Coherent structure and sound production in the helical mode of a screeching axisymmetric jet,” *Journal of Fluid Mechanics* **748**, 822–847 (2014).
- <sup>12</sup>T. Ishii, S. Tsutsumi, K. Ui, S. Tokudome, Y. Ishii, K. Wada, and S. Nakamura, “Acoustic measurement of 1 : 42 scale booster and launch pad,” in *164<sup>th</sup> Meeting of the Acoustical Society of America*, Vol. 18 (Kansas City, MO, USA, 2012) pp. 1–13.
- <sup>13</sup>D. Munday, N. Heeb, and E. Gutmark, “Acoustic effects of chevrons on supersonic jets exiting conical convergent-divergent nozzles,” *AIAA Journal* **50**, 2336–2350 (2012).
- <sup>14</sup>W. Horne, N. Burnside, J. Panda, and C. Brodell, “Measurements of unsteady pressure fluctuations in the near-field of a solid rocket motor plume,” *International Journal of Aeroacoustics* **15**, 554–569 (2016).
- <sup>15</sup>J. Varnier, V. Koudriavstev, and A. Safronov, “Simplified approach of jet aerodynamics with a view to acoustics,” *AIAA Journal* **44**, 1690–1693 (2006).
- <sup>16</sup>T. Nonomura and K. Fujii, “Overexpansion effects on characteristics of Mach waves from a supersonic cold jet,” *AIAA Journal* **49**, 2282–2294 (2011).
- <sup>17</sup>R. Gojon, C. Bogey, and O. Marsden, “Investigation of tone generation in ideally expanded supersonic planar impinging jets using large-eddy simulation,” *Journal of Fluid Mechanics* **808**, 90–115 (2016).
- <sup>18</sup>C. Bogey and R. Gojon, “Feedback loop and upwind-propagating waves in ideally expanded supersonic impinging round jets,” *Journal of Fluid Mechanics* **823**, 562–591 (2017).
- <sup>19</sup>N. de Cacqueray and C. Bogey, “Noise of an overexpanded Mach 3.3 jet: Non-linear propagation effects and correlations with flows,” *International Journal of Aeroacoustics* **13**, 607–632 (2014).
- <sup>20</sup>G. Brès, F. Ham, J. Nichols, and S. Lele, “Unstructured large-eddy simulations of supersonic jets,” *AIAA Journal* **55**, 1164–1184 (2017).
- <sup>21</sup>C. Bogey, O. Marsden, and C. Bailly, “Influence of initial turbulence level on the flow and sound fields of a subsonic jet at a diameter-based Reynolds number of  $10^5$ ,” *Journal of Fluid Mechanics* **701**, 352–385 (2012).
- <sup>22</sup>J. Liu, K. Kailasanath, J. Boris, N. Heeb, D. Munday, and E. Gutmark, “Effect of the initial turbulence level on an under-expanded supersonic jet,” *AIAA Journal* **51**, 741–744 (2013).
- <sup>23</sup>M. Lorteau, F. Cléro, and F. Vuillot, “Analysis of noise radiation mechanism in hot subsonic jet from a validated large eddy simulation solution,” *Physics of Fluids* **27**, 1–29 (2015).
- <sup>24</sup>G. Brès, P. Jordan, V. Jaunet, M. Le Rallic, A. Cavalieri, A. Towne, S. Lele, T. Colonius, and O. Schmid, “Importance of the nozzle-exit boundary-layer state in subsonic turbulent jets,” *Journal of Fluid Mechanics* **851**, 83–124 (2018).
- <sup>25</sup>D. Long, T. McDonald, and P. Maye, “Effect of inlet flow conditions on noise and performance of supersonic nozzles,” in *16<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2010-3920 (Stockholm, Sweden, 2010).
- <sup>26</sup>A. Hussain and M. Zedan, “Effects of the initial condition on the axisymmetric free shear layer: Effect of the initial fluctuation level,” *Physics of Fluids* **21**, 1475–1481 (1978).
- <sup>27</sup>R. Fontaine, G. Elliott, J. Austin, and J. Freund, “Very near-nozzle shear-layer turbulence and jet noise,” *Journal of Fluid Mechanics* **770**, 27–51 (2015).
- <sup>28</sup>C. Bogey and O. Marsden, “Identification of the effects of the nozzle-exit boundary-layer thickness and its corresponding Reynolds number in initially highly disturbed subsonic jets,” *Physics of Fluids* **25**, 1–27 (2013).
- <sup>29</sup>M. Gloor, S. Buhler, and L. Kleiser, “Transition to turbulence and noise radiation in heated coaxial jet flows,” *Physics of Fluids* **28**, 1–28 (2016).
- <sup>30</sup>C. Bogey, O. Marsden, and C. Bailly, “Large-eddy simulation of the flow and acoustic field of a Reynolds number  $10^5$  subsonic jet with tripped exit boundary layers,” *Physics of Fluids* **23**, 1–20 (2011).
- <sup>31</sup>G. Rahier, J. Prieur, F. Vuillot, N. Lupoglazoff, and A. Biancherin, “Investigation of integral surface formulations for acoustic post-processing of unsteady aerodynamic jet simulations,” *Aerospace Science and Technology* **8**, 453–467 (2004).
- <sup>32</sup>G. Djambazov, C.-H. Lai, and K. Pericleous, “On the coupling of Navier-Stokes and linearized Euler equations for aeroacoustic simulation,” *Computing and Visualization in Science* **3**, 9–12 (2000).
- <sup>33</sup>C. Bogey, S. Barré, D. Juvé, and C. Bailly, “Simulation of a hot coaxial jet: Direct noise prediction and flow-acoustics correlations,” *Physics of Fluids* **21**, 1–14 (2009).
- <sup>34</sup>N. de Cacqueray, C. Bogey, and C. Bailly, “Investigation of a high-Mach-number overexpanded jet using large-eddy simulation,” *AIAA Journal* **49**, 2171–2182 (2011).
- <sup>35</sup>R. Harris, E. Collins, E. Luke, A. Sescu, L. Strutzenberg, and J. West, “Hybrid discontinuous Galerkin and finite volume method for launch environment acoustics prediction,” *AIAA Journal* **53**, 3430–3447 (2015).
- <sup>36</sup>R. Harris, E. Collins, E. Luke, and A. Sescu, “Coupled overset unstructured discontinuous Galerkin method for launch environment acoustics prediction,” *AIAA Journal* **54**, 1932–1952 (2016).
- <sup>37</sup>O. Labbé, C. Peyret, G. Rahier, and M. Huet, “A CFD/CAA coupling method applied to jet noise prediction,” *Computers & Fluids* **86**, 1–13 (2013).
- <sup>38</sup>S. Tsutsumi, S. Ishii, K. Ui, S. Tokudome, and K. Wada, “Assessing prediction and reduction technique of lift-off acoustics using epsilon flight data,” in *53<sup>rd</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2015-1007 (Kissimmee, FL, USA, 2015).
- <sup>39</sup>A. Langenais, F. Vuillot, C. Peyret, G. Chaineray, and C. Bailly, “Assessment of a two-way coupling methodology between a flow and a high-order nonlinear acoustic unstructured solvers,” *Flow, Turbulence and Combustion* (2018), 10.1007/s10494-018-9928-0.
- <sup>40</sup>A. Krothapalli, L. Venkatakrishnan, and L. Lourenco, “Crackle: A dominant component of supersonic jet mixing noise,” in *6<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2000-2024 (Lahaina, HI, USA, 2000).
- <sup>41</sup>M. Shepherd, K. Gee, and M. Wochner, “Short-range shock formation and coalescence in numerical simulation of broadband noise propagation,” *Journal of the Acoustical Society of America* **126**, 2886–2893 (2009).
- <sup>42</sup>M. Muhlestein, K. Gee, T. Neilsen, and D. Thomas, “Prediction of nonlinear propagation of noise from a solid rocket motor,” in *164<sup>th</sup> Meeting of the Acoustical Society of America*, Vol. 18 (2012).
- <sup>43</sup>B. Reichman, M. Muhlestein, K. Gee, T. Neilsen, and D. Thomas, “Evolution of the derivative skewness for nonlinearly propagating waves,” *Journal of the Acoustical Society of America* **139**, 1390–1403 (2016).
- <sup>44</sup>A. Langenais, F. Vuillot, J. Troyes, and C. Bailly, “Numerical investigation of the noise generated by a rocket engine at lift-off conditions using a two-way coupled CFD-CAA method,” in *23<sup>rd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2017-3212 (Denver, CO, USA, 2017).
- <sup>45</sup>J. Troyes, F. Vuillot, H. Lambaré, and A. Espinosa Ramos, “Numerical study of free supersonic hot jet on unstructured grids with emphasis on aerodynamics and resulting noise,” in *22<sup>nd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2016-2734 (Lyon, France, 2016).

- <sup>46</sup>C. Hirsch, *Numerical Computation of Internal and External Flows, Volume 2: Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows*, 978-0471924524 (John Wiley & Sons, 1990).
- <sup>47</sup>A. Refloch, B. Courbet, A. Murrone, P. Villedieu, C. Laurent, P. Gilbank, J. Troyes, L. Tessé, G. Chaineray, J.-B. Dargaud, E. Quémérais, and F. Vuillot, “CEDRE software,” *Aerospace Lab Journal* **2**, 1–10 (2011).
- <sup>48</sup>P. Delorme, P. Mazet, C. Peyret, and Y. Ventribout, “Computational aeroacoustics applications based on a discontinuous Galerkin method,” *Comptes Rendus Mécanique* **333**, 676–682 (2005).
- <sup>49</sup>R. Léger, C. Peyret, and S. Piperno, “Coupled discontinuous Galerkin / finite difference solver on hybrid meshes for computational aeroacoustics,” *AIAA Journal* **50**, 338–349 (2012).
- <sup>50</sup>C. Tam, “Computational aeroacoustics: Issues and methods,” *AIAA Journal* **33**, 1788–1796 (1995).
- <sup>51</sup>“ISO 9613-1:1993 - acoustics - attenuation of sound during propagation outdoors - part 1: Air absorption,” (1993).
- <sup>52</sup>E. Quémérais, “Coupling with interpolation parallel interface,” ONERA web site (2016).
- <sup>53</sup>J. Liu, A. Corrigan, K. Kailasanath, R. Ramamurti, and E. Gutmark, “Helical screech tone generation in overexpanded jets,” in *23<sup>rd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2017-3208 (Denver, CO, USA, 2017).
- <sup>54</sup>R. Narasimha and K. Sreenivasan, “Relaminarization of fluid flows,” *Advances in Applied Mechanics* **19**, 221–309 (1979).
- <sup>55</sup>E. Morrisette and T. Goldberg, “Turbulent-flow separation criteria for overexpanded supersonic nozzles,” Technical Paper 1207 (NASA, Hampton, VA, USA, 1978).
- <sup>56</sup>H. Schlichting and K. Gersylen, *Boundary-Layer Theory*, 7th ed., 978-3662529171 (Springer, 1979).
- <sup>57</sup>T. Maeder, N. Adams, and L. Kleiser, “Direct simulation of turbulent supersonic boundary layers by an extended temporal approach,” *Journal of Fluid Mechanics* **429**, 187–216 (2001).
- <sup>58</sup>L. Jacquin, M. S., P. Geffroy, and F. Cruand, “Mixing of a heated supersonic jet with a supersonic parallel stream,” in *5<sup>th</sup> European Turbulence Conference* (Siena, Italy, 1994).
- <sup>59</sup>C. Tam and H. Tanna, “Shock-associated noise of supersonic jets from convergent-divergent nozzles,” *Journal of Sound and Vibration* **81**, 337–358 (1982).
- <sup>60</sup>C. Tam, S. Parrish, and K. Viswanathan, “Harmonics of jet screech tones,” *AIAA Journal* **52**, 2471–2479 (2014).
- <sup>61</sup>T. Troutt and D. McLaughlin, “Experiments on the flow and acoustic properties of a moderate-Reynolds-number supersonic jet,” *Journal of Fluid Mechanics* **116**, 123–156 (1982).
- <sup>62</sup>B. Greska, A. Krothapalli, W. Horne, and N. Burnside, “A near-field study of high temperature supersonic jets,” in *14<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2008-3026 (Vancouver, Canada, 2008).
- <sup>63</sup>S. Lele and J. Larsson, “Shock-turbulence interaction: What we know and what we can learn from peta-scale simulations,” *Journal of Physics: Conference Series* **180**, 1–10 (2009).
- <sup>64</sup>K. Gee, V. Sparrow, M. James, J. Downing, C. Hobbs, T. Gabrielson, and A. Atchley, “The role of nonlinear effects in the propagation of noise from high-power jet aircraft,” *Journal of the Acoustical Society of America* **123**, 4082–4093 (2008).
- <sup>65</sup>A. Vaughn, T. Neilsen, K. Gee, A. Wall, J. Downing, and M. James, “Broadband shock-associated noise from a high-performance military aircraft,” *Journal of the Acoustical Society of America* **144**, 242–247 (2018).
- <sup>66</sup>H. Oertel, F. Seiler, J. Srulijes, and R. Hruschka, “Mach waves produced in the supersonic jet mixing layer by shock/vortex interaction,” *Shock Waves* **26**, 231–240 (2016).
- <sup>67</sup>J. Panda and R. Seasholtz, “Experimental investigation of density fluctuations in high-speed jets and correlation with generated noise,” *Journal of Fluid Mechanics* **450**, 97–130 (2002).
- <sup>68</sup>C. Bogey and C. Bailly, “An analysis of the correlations between the turbulent flow and the sound pressure field of subsonic jets,” *Journal of Fluid Mechanics* **583**, 71–97 (2007).
- <sup>69</sup>R. Schlinker, S. Liljenberg, D. Polak, K. Post, C. Chipman, and A. Stern, “Supersonic jet noise source characteristics & propagation: Engine and model scale,” in *13<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2007-3623 (Rome, Italy, 2007).
- <sup>70</sup>S. McInerny, “Launch vehicle acoustics part II: Statistics of the time domain data,” *Journal of Aircraft* **33**, 518–523 (1996).
- <sup>71</sup>W. Baars and C. Tinney, “Shock-structures in the acoustic field of a Mach 3 jet with crackle,” *Journal of Sound and Vibration* **333**, 2539–2553 (2014).
- <sup>72</sup>P. Pineau and C. Bogey, “Numerical study of the sound fields of temporally-developing supersonic round jets,” in *23<sup>rd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2017-3209 (Denver, CO, USA, 2017).
- <sup>73</sup>M. Muhlestein, K. L. Gee, T. Neilsen, and D. Thomas, “Evolution of the average steepening factor for nonlinearly propagating waves,” *Journal of the Acoustical Society of America* **137**, 640–650 (2015).

# Choix et paramétrage des schémas pour les calculs acoustiques avec CEDRE

En vue d'une application du solveur CHARME du code CEDRE à la simulation du bruit généré par un jet et de sa propagation grâce à une méthode hybride par couplage fort, des calculs préliminaires sont menés pour éprouver les performances des schémas numériques et sélectionner les plus adéquats.

## B.1 Intégration temporelle

Plusieurs schémas d'intégration temporelle implémentés dans CEDRE sont confrontés. Il faut garder à l'esprit que la finalité reste la simulation LES d'un jet supersonique chaud et de son rayonnement acoustique en champ proche. L'acoustique impose  $CFL = (c + u) \times (\Delta t / \Delta) < 1$ . En effet, le domaine de dépendance numérique doit inclure celui de la physique [30]. Autrement dit, puisque la solution numérique  $Q$  dans une cellule au temps  $n$  dépend de l'état du voisinage  $Q$  à  $n - 1$  (premier voisinage à l'ordre 2), une information acoustique ne doit pas voyager de plus d'une cellule en un pas de temps pour que la solution numérique reste cohérente avec la physique. D'un autre côté, le pas de temps doit être maximisé pour réduire le coût de calcul. Les conditions de stabilité CFL des schémas explicites étant trop contraignantes pour l'application envisagée, on se limite donc à l'étude des schémas implicites suivants :

- le schéma d'Euler implicite d'ordre 1, noté EI1,
- le schéma de Runge-Kutta implicite d'ordre 2, noté RKI2,
- le schéma de Gear implicite d'ordre 2.

Des calculs simples de propagation d'ondes acoustiques sphériques de fréquence 250 Hz ont permis de comparer les performances de ces schémas à  $CFL = 1$ . Ainsi, le schéma RKI2 est près de deux fois moins dissipatif que le schéma EI1, mais également deux fois plus coûteux. Ce résultat est cohérent avec les tests semblables exécutés par de la Puente Cerezo dans sa thèse [167]. Le schéma de Gear ne présente aucun gain de précision par rapport à RKI2 et est plus coûteux. Le schéma EI1 a été utilisé lors d'applications précédentes [37, 200] mais il est préférable d'utiliser RKI2 lorsque les ressources informatiques le permettent. Le schéma RKI2 est donc retenu.

La résolution du système implicite par l'algorithme GMRES est conditionnée par un nombre d'ité-

rations, 20 par défaut, un nombre de directions de recherche ainsi qu'un critère de convergence. Il convient de régler ce dernier pour maximiser les performances tout en garantissant la stabilité. Le gain de performance sans dégrader la solution peut atteindre jusqu'à 20% en diminuant le nombre d'itérations de 20 à 15 lorsque le pas de temps est suffisamment petit. De plus, la résolution du système implicite n'est par défaut pas transparente entre les sous-domaines de calcul associés à chaque processeur. Cette lacune conduit à de fortes erreurs sur la vitesse de phase  $c_\varphi$  des ondes de l'ordre de plusieurs dizaines de  $m/s$  à l'ordre 1. Une option dite de transparence est disponible et améliore grandement la précision sur  $c_\varphi$  sans impact sur la dissipation. Le surcoût de la correction est estimé à 10% à l'ordre 1 et 8% à l'ordre 2 pour une parallélisation sur 72 cœurs mais elle semble indispensable. Celle-ci est donc retenue.

## B.2 Discrétisation spatiale

### B.2.1 Schéma de flux Euler

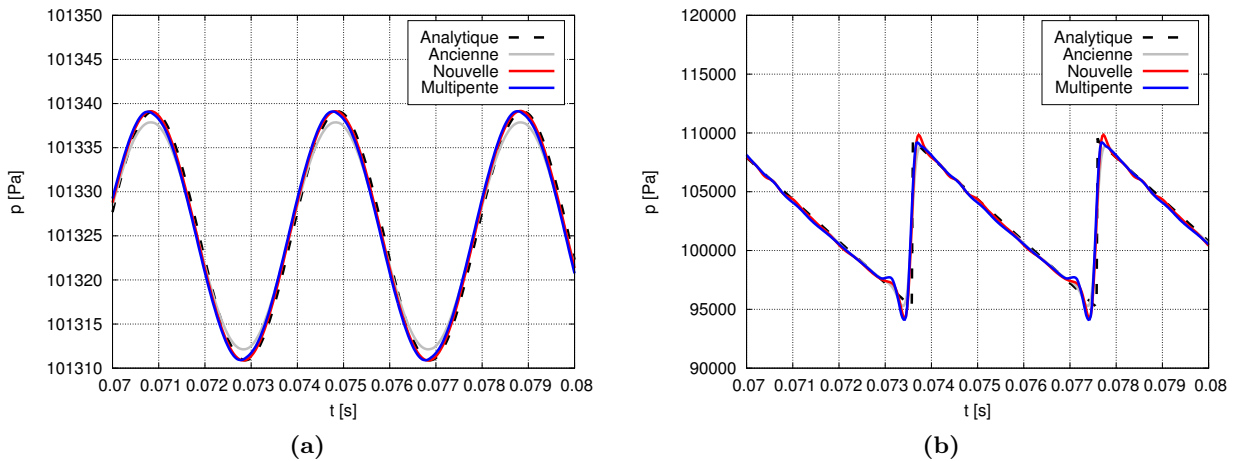
Une comparaison des schémas de flux Roe, HLLC et AUSM+Up a été menée par J.-B. Dargaud sur des cas test acoustiques [35]. Les conclusions conseillent l'utilisation des schémas de Roe ou HLLC. Or ce dernier est connu pour sa bonne capacité à capturer les chocs [198], sa robustesse et a déjà été mis en œuvre avec succès pour la simulation de jet supersonique [200]. Le schéma HLLC est donc retenu.

### B.2.2 Méthode d'interpolation spatiale

Une rapide comparaison des méthodes d'interpolation spatiale à l'ordre 2 est menée sur un cas de propagation acoustique d'une onde plane à 114 dB et 174 dB. L'intégration en temps est réalisée avec le schéma RKI2 à CFL = 0.85 et le schéma de flux est HLLC. Les options de limitation sont laissées par défaut. Pour rappel, les méthodes d'interpolation disponibles dans CHARME sont :

- l'ancienne filière d'interpolation spatiale basée sur les gradients de maille (MUSCL d'ordre 2),
- la nouvelle filière d'interpolation spatiale (MUSCL d'ordre N),
- la méthode MUSCL multipente d'ordre 2.

Les signaux temporels de pression obtenus à 114 dB et 174 dB après 10 m de propagation sont tracés en figure B.1. La méthode d'interpolation spatiale ne semble pas affecter la vitesse de phase des ondes. Un plus faible amortissement est noté dans le cas de la nouvelle filière et du multipente, cf. figure B.1a, ce qui est attribué aux procédures de limitation par défaut. En contrepartie, la nouvelle filière et le multipente induisent de plus fortes oscillations parasites en présence d'une discontinuité, cf. figure B.1b, et d'autres calculs ont également mis en évidence une moindre robustesse. La nouvelle filière apporte par ailleurs un gain de coût de 4% et le multipente un surcoût de 3% par rapport à l'ancienne filière. Enfin, la nouvelle filière donne accès à des méthodes d'interpolation d'ordre 3 et 4. En conclusion, la nouvelle filière d'interpolation spatiale semble la plus indiquée. La robustesse peut être améliorée en activant un limiteur de gradient de maille. Le couplage externe a par ailleurs été rendu compatible avec la nouvelle filière. La méthode multipente, légèrement plus dissipative que la nouvelle filière et plus coûteuse, ne présente pas d'intérêt pour l'acoustique. Elle est surtout dédiée aux applications diphasiques [109, 110]. En l'état, le choix de la méthode d'interpolation spatiale se porte



**Figure B.1:** comparaison des signaux temporels de pression en  $z = 10\text{m}$  obtenus avec les trois méthodes d'interpolation spatiale à l'ordre 2 ; (B.1a)  $\text{SPL}_s = 114\text{ dB}$  et (B.1b)  $\text{SPL}_s = 174\text{ dB}$  .

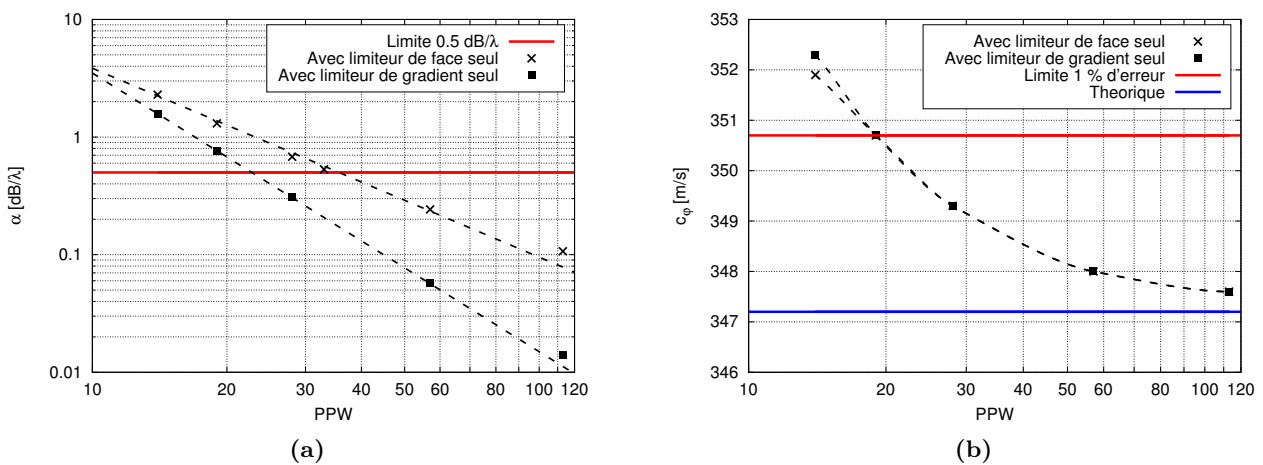
donc sur la nouvelle filière en premier lieu ou l'ancienne en cas de problème important de robustesse.

### B.3 Procédure de limitation

L'ancienne filière d'interpolation spatiale inclut deux méthodes de limitation :

- la limitation des grandeurs interpolées aux faces des cellules, ou limitation de flux,
- la limitation des gradients de maille reconstruits au centre des cellules.

Des tests ont montré que la limitation des grandeurs aux faces déstabilisait le couplage externe au niveau de la surface de couplage (ancienne filière uniquement). Il est donc préférable de la désactiver pour ce genre d'application. Pour garantir la robustesse des calculs, la limitation des gradients de maille peut-être activée en compensation. Elle est en plus beaucoup moins dissipative comme le montre la figure B.2a et déjà éprouvée pour des simulations de jet supersonique. La nouvelle filière d'interpolation



**Figure B.2:** précision de la simulation de la propagation acoustique en fonction du nombre de points par longueur d'onde PPW ; (B.2a) amortissement des ondes en  $[\text{dB}/\lambda]$  et (B.2b) vitesse de phase des ondes.



propose des limiteurs similaires.

L'amortissement  $\alpha$  et la vitesse de phase  $c_\varphi$  d'une onde plane à 114 dB sont tracés en figure B.2 en fonction du nombre de points par longueur d'onde noté PPW que l'on fait varier en changeant la fréquence de la source  $f_s$  de 250 Hz à 2000 Hz. Cette fréquence est liée au PPW selon la relation

$$f_s = \frac{c_\infty}{\lambda_s} = \frac{c_\infty}{\text{PPW} \times K \times \Delta} \quad (\text{B.1})$$

où  $c_\infty$  est la vitesse du son dans le milieu de propagation,  $\lambda_s$  la longueur d'onde de la source et  $K$  une constante de correction fixée à  $K = 1.2$  pour faire correspondre la fréquence de coupure estimée *a priori* et celle obtenue *a posteriori* sur des calculs précédents. Des critères de qualité de la propagation sont fixés arbitrairement. Ainsi, un amortissement d'environ 0.5 dB/ $\lambda$  et une erreur de 1 % sur  $c_\varphi$  par rapport à la valeurs théorique  $c_\infty = \sqrt{\gamma r T} = 347.2$  m/s sont jugés raisonnables. La limite sur  $c_\varphi$  est atteinte pour  $\text{PPW} > 20$  et ce indépendamment de la procédure de limitation. La limite sur  $\alpha$  donne environ  $\text{PPW} > 30$  avec la limitation des grandeurs aux faces uniquement et  $\text{PPW} > 20$  avec la limitation des gradients de maille uniquement. On retiendra donc une résolution minimum de  $\text{PPW} = 20$  pour les applications acoustiques avec CEDRE et dans la mesure du possible, l'utilisation du limiteur de gradients uniquement.



# Calcul de l'amortissement visqueux atmosphérique selon la norme ISO-9613

L'amortissement visqueux des ondes acoustiques dans l'air à pression atmosphérique, noté  $\alpha$ , est une grandeur apparaissant dans la formulation exponentielle (2.14) et mesurant le taux de dissipation de l'énergie acoustique par les molécules d'air au cours de la propagation de proche en proche. Elle est requise dans les expressions du nombre de Goldberg (2.17) et de la distance de formation de choc. L'amortissement visqueux théorique peut par ailleurs être comparé à l'amortissement numérique des ondes pour estimer la qualité d'une simulation. La méthode de calcul standard de  $\alpha$  est donné dans le rapport ISO-9613 [92].

## C.1 Formulation

La variation d'amplitude d'une onde, cf. section 3.2.2, s'exprime

$$\|s\|(x, t) = s_0(x, t)e^{-\alpha x} \quad (\text{C.1})$$

où le terme  $s_0(x, t)$  modélise le comportement de la source et les effets géométriques de propagation dans la direction  $\vec{x}$ . L'amortissement  $\alpha$  dimensionné en  $[\text{m}^{-1}]$  s'exprime en fonction de la fréquence et des conditions du milieu ambiant tel que

$$\alpha(f, T, p, h) = 8.686f^2 [A(T, p) + B(f, T, p, h)] \times [20 \log(\exp(1))]^{-1} \quad (\text{C.2})$$

où  $f$  est la fréquence de l'onde étudiée,  $p$  et  $T$  la pression et la température de l'air ambiant et  $h$  l'humidité relative. Le terme en  $20 \log(\exp(1))$  permet de passer de l'échelle linéaire à une échelle en [dB] ou inversement. La formulation de  $\alpha$  fait également intervenir d'autres variables liées à la thermodynamique, l'hygrométrie et la vibration des molécules. L'ensemble est listé en tableau C.1 mais n'est pas rapporté dans la nomenclature par souci de clarté. Les variables de simplification  $A$  et

$B$  s'écrivent

$$\begin{cases} A(T, p) &= 1.84 \times 10^{-11} \times \left(\frac{p}{p_0}\right)^{-1} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1/2} \\ B(f, T, p, h) &= (C(f, T, p, h) + D(f, T, p, h)) \times \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-5/2} \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

De même,

$$\begin{cases} C(f, T, p, h) &= 0.01275 \times \exp\left(-\frac{2239.1}{T}\right) \times \left(f_{Ox}(T, p, h) + \frac{f^2}{f_{Ox}(T, p, h)}\right)^{-1} \\ D(f, T, p, h) &= 0.10680 \times \exp\left(-\frac{3352.0}{T}\right) \times \left(f_N(T, p, h) + \frac{f^2}{f_N(T, p, h)}\right)^{-1} \end{cases} \quad (\text{C.4})$$

où les fréquences de relaxation de l'oxygène et de l'azote sont données par

$$\begin{cases} f_{Ox}(T, p, h) &= \left(\frac{p}{p_0}\right) \times \left(24 + 4.04 \times 10^4 \times h_m(T, p, h) \frac{0.02 + h_m(T, p, h)}{0.391 + h_m(T, p, h)}\right) \\ f_N(T, p, h) &= \left(\frac{p}{p_0}\right) \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-1/2} \times \left[9 + 280h_m(T, p, h) \times \exp\left(-4.170 \times \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-1/3} - 1\right)\right] \end{cases} \quad (\text{C.5})$$

L'hygrométrie est prise en compte *via* la concentration molaire en vapeur d'eau  $h_m$ , fonction de l'humidité relative  $h$  telle que

$$h_m(T, p, h) = h \left(\frac{p}{p_{sat}(T)}\right)^{-1} \quad (\text{C.6})$$

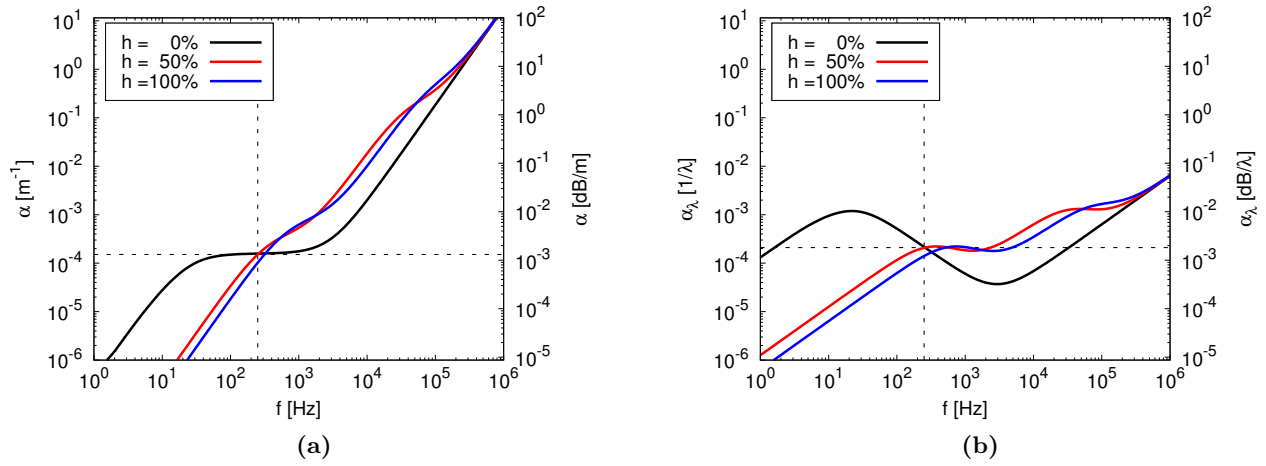
où

$$p_{sat}(T) = p_0 \times 10^{-6.8346 \times \left(\frac{T}{T_{pt}}\right)^{-1.261} + 4.6151} \quad (\text{C.7})$$

est la pression de vapeur saturante pour l'eau sous une atmosphère à la température  $T$ .

$\alpha$	amortissement dimensionné	éq. C.2	[m <sup>-1</sup> ]
$\alpha_\lambda$	amortissement sans dimension	= $\alpha \times \lambda$	[1/λ]
$p$	pression ambiante	donnée d'entrée	[Pa]
$p_0$	pression de référence au niveau de la mer	= 101325	[Pa]
$p_{sat}$	pression de vapeur saturante	éq. C.7	[Pa]
$T$	température ambiante	donnée d'entrée	[K]
$T_0$	température de référence	= 293.15	[K]
$T_{pt}$	température du point triple	= 273.16	[K]
$h$	humidité relative	donnée d'entrée	[%]
$h_m$	taux de concentration molaire en vapeur d'eau	éq. C.6	[%]
$f$	fréquence	donnée d'entrée	[Hz]
$f_{Ox}$	fréquence de relaxation de l'oxygène	éq. C.5	[Hz]
$f_N$	fréquence de relaxation de l'azote	éq. C.5	[Hz]

**Table C.1:** nomenclature pour le calcul théorique de l'amortissement visqueux de l'air.



**Figure C.1:** amortissement visqueux (C.1a) dimensionné et (C.1b) sans dimension en fonction de la fréquence et de l'humidité relative  $h$ . Les tirets noirs repèrent  $f = 250$  Hz et  $\alpha = 1.51 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ .

## C.2 Ordre de grandeur

On peut calculer un ordre de grandeur de  $\alpha$  dans des conditions standard, cf. données dans le tableau C.1. Ainsi en prenant  $f = 250$  Hz,  $p = p_0$ ,  $T = T_0$  et  $h = 50\%$ , on obtient  $\alpha = 1.51 \times 10^{-4} [\text{m}^{-1}]$  soit  $\alpha = 1.31 \times 10^{-3} [\text{dB/m}]$ . Dans le corps de ce manuscrit, il est choisi par convention que l'amortissement est adimensionné par la longueur d'onde, noté ici  $\alpha_\lambda$ , ce qui conduit à  $\alpha_\lambda = 2.07 \times 10^{-4} [1/\lambda]$  soit  $\alpha_\lambda = 1.80 \times 10^{-3} [\text{dB}/\lambda]$ . [7, 92]. Les variations de  $\alpha$  et de  $\alpha_\lambda$  aux conditions  $p = p_0$  et  $T = T_0$  en fonction de la fréquence pour trois valeurs de l'humidité relative sont données en figure C.1. Des courbes similaires sont trouvées par Baars *et al.* [7]. On remarque que l'amortissement est faiblement dépendant de l'humidité relative autour de 250 Hz. Les variations de l'amortissement sans dimension sont également assez restreintes dans la plage de fréquences d'intérêt pour les simulations du bruit de jet supersonique à échelle réduite dans ce manuscrit, soit grossièrement  $10^2 < f < 10^4$ . On retiendra finalement pour une onde acoustique se propageant dans l'atmosphère les ordres de grandeur  $\alpha_\lambda \sim 10^{-4} [1/\lambda]$  et  $\alpha_\lambda \sim 10^{-3} [\text{dB}/\lambda]$ .



# Étude succincte de l'impact de la taille des particules et de la méthode d'ensemencement sur les biais de mesure LDV

## D.1 Mesures LDV au banc MARTEL et effet d'inertie

Les mesures LDV au banc MARTEL ont été réalisées selon la méthode mise en place durant la thèse de Robin [180]. L'écoulement est ensemencé avec des particules de dioxyde de silicium de diamètre nominal  $d_{SiO_2} = 0.5 \times 10^{-6}$  m dans la chambre de combustion et en périphérie du culot. Les particules sont au préalable placées dans une enceinte sous pression. L'instrumentation laser permet en théorie de mesurer des vitesses instantanées entre  $-200$  et  $2100$  m/s [180]. Lors de la validation du système de mesure, il a été mis en évidence certains biais dus entre autres à des écarts d'alignement du volume de mesure avec l'axe du jet. Ils n'expliquent cependant pas la différence de profil observée en figure 4.15a du chapitre 4. Une des hypothèses avancées est l'effet d'inertie, ou *particule lag* [93].

Soumise à un gradient de vitesse important, notamment à la traversée d'un choc, une particule mettra ainsi un temps non nécessairement négligeable à retourner à l'équilibre avec l'écoulement. Ce temps caractéristique  $T$  est fonction de la masse volumique de la particule  $\rho_p$ , de son diamètre  $d_p$  et des conditions locales du gaz dont la différence de vitesse avec la particule  $\Delta u$  et la viscosité  $\mu$ . Le nombre sans dimension de Stokes traduit le rapport entre l'énergie cinétique de la particule et l'énergie dissipée par les effets visqueux. Il est utilisé pour prévoir le comportement de la particule dans un écoulement et s'exprime usuellement

$$Stk = \frac{T\Delta u}{L} = \frac{1}{18} \frac{\rho_p d_p^2 \Delta u}{\mu L} \quad (D.1)$$

en régime de Stokes où  $L$  est la longueur caractéristique de la configuration, typiquement la taille d'un obstacle. Une valeur  $Stk \ll 1$  indique que la particule suit l'écoulement et au contraire,  $Stk \gg 1$  qu'elle est assujettie à un important effet d'inertie. Dans le cas du jet supersonique MARTEL, les particules de  $SiO_2$  ont une masse volumique  $\rho_{SiO_2} = 2650$  kg.m<sup>-3</sup>. Si on considère  $L \sim 10^{-2}$  m soit l'espacement entre deux mesures LDV,  $\Delta u = 1500$  m/s soit le saut de vitesse du premier choc droit calculé avec

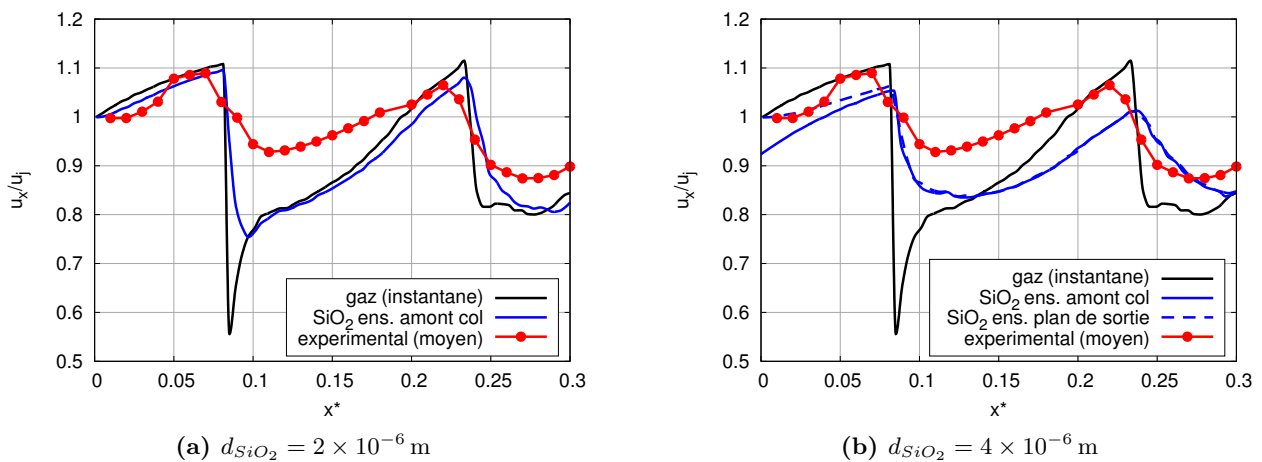


une relation de saut théorique et  $\mu = 8 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$  soit la viscosité dynamique au niveau du premier choc droit, le nombre de Stokes aux abords d'un choc est de l'ordre de  $Stk \sim 1 \times 10^{-1}$ . La configuration est cependant très éloignée des hypothèses du régime de Stokes et la transposition à un cas compressible à grand nombre de Reynolds n'est pas triviale. L'ordre de grandeur sous-entend néanmoins que le système de mesure est correctement dimensionné.

## D.2 Calculs SPIREE stationnaires

Pour confirmer la validité des mesures LDV dans le jet supersonique, des calculs diphasiques sont effectués avec le solveur eulérien SPIREE du code CEDRE. Les simulations s'appuient sur une solution aérodynamique instantanée stationnaire, ce qui n'a de sens qu'à proximité des deux premiers chocs, très stables, du train de choc. Les caractéristiques des particules sont fixées à  $\rho_{SiO_2} = 2650 \text{ kg.m}^{-3}$  dans une unique classe de diamètre  $d_{SiO_2}$ . Des calculs dans la plage  $0.5 \times 10^{-6} \leq d_{SiO_2} \leq 1 \times 10^{-5}$  sont réalisés. Au diamètre nominal  $d_{SiO_2} = 0.5 \times 10^{-6}$ , les particules suivent parfaitement l'écoulement. A l'inverse, les particules de diamètres  $d_{SiO_2} = 1 \times 10^{-5}$  subissent un très fort effet d'inertie. La plage de valeurs pour lesquelles le biais d'inertie devient significatif est donc relativement proche du diamètre nominal. Les profils axiaux aux diamètres  $d_{SiO_2} = 2 \times 10^{-6}$  et  $d_{SiO_2} = 4 \times 10^{-6}$  sont donnés en figure D.1. Les chutes de vitesse des particules en aval immédiat des chocs sont nettement moins raides. Pour  $d_{SiO_2} = 4 \times 10^{-6}$ , l'évolution du profil simulé ressemble grandement au profil expérimental. On sait qu'un phénomène d'agglomération et de fragmentation des particules, même inertes, est possible dans des conditions extrêmes [93], typiquement en présence de réactions de combustion, de chocs, d'obstacles, etc., aboutissant à la poly-dispersion des diamètres représentatifs. Il est toutefois peu probable que les particules atteignent le détecteur avec un diamètre huit fois plus gros.

Deux méthodes d'ensemencement numérique sont testées : un ensemencement en amont du col et un ensemencement dans le plan de sortie de la tuyère. L'influence sur le profil de vitesse des particules



**Figure D.1:** profils de vitesse axiale des particules de  $SiO_2$  de diamètre (D.1a)  $d_{SiO_2} = 4 \times 10^{-6} \text{ m}$  et (D.1b)  $d_{SiO_2} = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$  dans le jet supersonique libre MARTEL simulés à l'équilibre par le solveur SPIREE à partir d'un champ aérodynamique CHARME instantané.

est notable en figure D.1b. Dans le deuxième cas, la pente en  $x^* = 0$  est beaucoup plus plate comme c'est le cas pour les mesures. Bien que l'ensemencement expérimental soit opéré dans la chambre de combustion, cela suggère qu'il existe des phénomènes encore mal cernés impactant les particules dans la tuyère.

En conclusion, les écarts entre mesures LDV et simulations semblent s'apparenter à un biais d'inertie et d'ensemencement. Compte tenu des diamètres des particules choisis pour les simulations, cela ne peut cependant expliquer en totalité les différences. Rappelons que dans l'expérience, l'écoulement est généré par une combustion turbulente tandis que la simulation montre un manque de fluctuations turbulentes sur l'axe du jet. Les chocs sont susceptibles de se déplacer sur l'axe au passage de structures turbulentes et sont donc en moyenne moins strictement localisés. Ces résultats et hypothèses plaident en faveur d'une double responsabilité : les particules subissent l'effet d'inertie mais la simulation ne reproduit pas la probable oscillation des chocs dans le cône potentiel au passage de structures turbulentes sur l'axe, expliquant le profil numérique plus raide.





# Bibliographie

- [1] M. AKAMINE, Y. NAKANISHI, K. OKAMOTO, S. TERAMOTO, T. OKUNUKI et S. TSUTSUMI. “Experimental Study on Acoustic Phenomena of Supersonic Jet Impinging on Inclined Plate”. *52<sup>nd</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting*. 2014-0879. National Harbor, MA, USA, 2014. DOI : [10.2514/6.2014-0879](https://doi.org/10.2514/6.2014-0879) (cf. p. 36, 46).
- [2] M. AKAMINE, K. OKAMOTO, K. GEE, B. NEILSEN, S. TERAMOTO et T. OKUNUKI. “Effect of Nozzle-plate Distance on Acoustic Phenomena from Supersonic Impinging Jet”. *22<sup>nd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference*. 2016-2930. Lyon, France, 2016. DOI : [10.2514/6.2016-2930](https://doi.org/10.2514/6.2016-2930) (cf. p. 178).
- [3] A. ANDERSON et F. JOHNS. “Characteristics of Free Supersonic Jets Exhausting Into Quiescent Air”. *Journal of Jet Propulsion* 25.1 (1955), p. 13–15. DOI : [10.2514/8.6575](https://doi.org/10.2514/8.6575) (cf. p. 46).
- [4] B. ANDRÉ, T. CASTELAIN et C. BAILLY. “Broadband Shock-Associated Noise in Screeching and Non-Screeching Underexpanded Supersonic Jets”. *AIAA Journal* 51.3 (2013), p. 665–673. DOI : [10.2514/1.J052058](https://doi.org/10.2514/1.J052058) (cf. p. 37).
- [5] W. BAARS et C. TINNEY. “Shock-structures in the Acoustic Field of a Mach 3 Jet with Crackle”. *Journal of Sound and Vibration* 333 (2014), p. 2539–2553. DOI : [10.1016/j.jsv.2014.01.008](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.01.008) (cf. p. 36, 137 sq., 178).
- [6] W. BAARS, C. TINNEY, N. MURRAY, B. JANSEN et P. PANICKAR. “The Effect of Heat on Turbulent Mixing Noise in Supersonic Jets”. *49<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting*. 2011-1029. Orlando, FL, USA, 2011. DOI : [10.2514/6.2011-1029](https://doi.org/10.2514/6.2011-1029) (cf. p. 34, 46).
- [7] W. BAARS, C. TINNEY, M. WOCHNER et M. HAMILTON. “On Cumulative Nonlinear Acoustic Wave Distortions from High-speed Jets”. *Journal of Fluid Mechanics* 749 (2014), p. 331–366. DOI : [10.1017/jfm.2014.228](https://doi.org/10.1017/jfm.2014.228) (cf. p. 46, 57, 64 sq., 73, 119, 138, 241).
- [8] C. BAILLY et C. BOGEY. “Contributions of Computational Aeroacoustics to Jet Noise Research and Prediction”. *International Journal of Computational Fluid Dynamics* 18.6 (2004), p. 481–491. DOI : [10.1080/10618560410001673498](https://doi.org/10.1080/10618560410001673498) (cf. p. 45, 48).
- [9] C. BAILLY et C. BOGEY. “Propulsion System Noise: Jet”. *Encyclopedia of Aerospace Engineering* (2010). DOI : [10.1002/9780470686652.eae335](https://doi.org/10.1002/9780470686652.eae335) (cf. p. 33 sq., 45).
- [10] C. BAILLY, C. BOGEY et O. MARSDEN. “Progress in Direct Noise Computation”. *International Journal of Aeroacoustics* 9.1 & 2 (2010), p. 123–143. DOI : [10.1260/1475-472X.9.1-2.123](https://doi.org/10.1260/1475-472X.9.1-2.123) (cf. p. 48 sq.).
- [11] C. BAILLY et K. FUJII. “High-speed Jet Noise”. *Bulletin of the JSME* 3.1 (2016), p. 15–00496. DOI : [10.1299/mer.15-00496](https://doi.org/10.1299/mer.15-00496) (cf. p. 32 sq., 122, 134).
- [12] C. BAILLY et D. JUVÉ. “A Stochastic Approach to Compute Subsonic Noise using Linearized Euler’s Equations”. *5<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit*. 99-1872. Bellevue, WA, USA, 1999. DOI : [10.2514/6.1999-1872](https://doi.org/10.2514/6.1999-1872) (cf. p. 48).
- [13] C. BAILLY et D. JUVÉ. “Numerical Solution of Acoustic Propagation Problems Using Linearized Euler’s Equations”. *AIAA Journal* 38.1 (2000), p. 22–29. DOI : [10.2514/2.949](https://doi.org/10.2514/2.949) (cf. p. 48 sq.).

- [14] Banc MARTEL. CEAT - University of Poitiers. URL : <http://ceat.univ-poitiers.fr/installations/banc-martel/> (cf. p. 38).
- [15] A. BIANCHERIN, N. LUPOGLAZOFF, G. RAHIER et F. VUILLOT. “Comprehensive 3D Unsteady Simulations of Subsonic and Supersonic Hot Jet Flow-fields. Part 2: Acoustic Analysis”. *8<sup>th</sup> AIAA Aeroacoustics Conference*. 2002-2600. Breckenridge, CO, USA, 2002. DOI : [10.2514/6.2002-2600](https://doi.org/10.2514/6.2002-2600) (cf. p. 54, 100).
- [16] D. BLACKSTOCK. “Connection between the Fay and Fubini Solutions for Plane Sound Waves of Finite Amplitude”. *Journal of the Acoustical Society of America* 39.6 (1966), p. 1019–1026. DOI : [10.1121/1.1909986](https://doi.org/10.1121/1.1909986) (cf. p. 77).
- [17] C. BOGEY et C. BAILLY. “An Analysis of the Correlations between the Turbulent Flow and the Sound Pressure Field of Subsonic Jets”. *Journal of Fluid Mechanics* 583 (2007), p. 71–97. DOI : [10.1017/S002211200700612X](https://doi.org/10.1017/S002211200700612X) (cf. p. 129).
- [18] C. BOGEY, S. BARRÉ, D. JUVÉ et C. BAILLY. “Simulation of a Hot Coaxial Jet: Direct Noise Prediction and Flow-acoustics Correlations”. *Physics of Fluids* 21 (2009), p. 1–14. DOI : [10.1063/1.3081561](https://doi.org/10.1063/1.3081561) (cf. p. 50).
- [19] C. BOGEY, X. GLOERFELT et C. BAILLY. “An illustration of the Inclusion of Sound-flow Interactions in Lighthill’s Equation”. *AIAA Journal* 41.8 (2003), p. 1604–1606. DOI : [10.2514/2.2115](https://doi.org/10.2514/2.2115) (cf. p. 44 sq.).
- [20] C. BOGEY, O. MARSDEN et C. BAILLY. “Large-eddy Simulation of the Flow and Acoustic Field of a Reynolds Number  $10^5$  Subsonic Jet with Tripped Exit Boundary Layers”. *Physics of Fluids* 23 (2011), p. 035104. DOI : [10.1063/1.3555634](https://doi.org/10.1063/1.3555634) (cf. p. 24, 103).
- [21] C. BOGEY, O. MARSDEN et C. BAILLY. “Influence of Initial Turbulence Level on the Flow and Sound Fields of a Subsonic Jet at a Diameter-based Reynolds Number of  $10^5$ ”. *Journal of Fluid Mechanics* 701 (2012), p. 352–385. DOI : [10.1017/jfm.2012.162](https://doi.org/10.1017/jfm.2012.162) (cf. p. 24, 102 sq.).
- [22] M. BORREL, L. HALPERN et J. RYAN. “Euler/Navier-Stokes Coupling for Multiscale Aeroacoustic Problems”. *20<sup>th</sup> AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*. 2011-3047. Honolulu, HI, USA, 2011. DOI : [10.2514/6.2011-3047](https://doi.org/10.2514/6.2011-3047) (cf. p. 24, 50, 60, 175).
- [23] G. BRÈS, F. HAM, J. NICHOLS et S. LELE. “Nozzle Wall Modeling in Unstructured Large-eddy Simulations for Hot Supersonic Jet Predictions”. *19<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2013-2142. Berlin, Germany, 2013. DOI : [10.2514/6.2013-2142](https://doi.org/10.2514/6.2013-2142) (cf. p. 48).
- [24] G. BRÈS, F. HAM, J. NICHOLS et S. LELE. “Unstructured Large-eddy Simulations of Supersonic Jets”. *AIAA Journal* 55 (2017), p. 1164–1184. DOI : [10.2514/1.J055084](https://doi.org/10.2514/1.J055084) (cf. p. 48, 100, 103).
- [25] G. BRÈS, P. JORDAN, V. JAUNET, M. LE RALLIC, A. CAVALIERI, A. TOWNE et al. “Importance of the nozzle-exit boundary-layer state in subsonic turbulent jets”. *Journal of Fluid Mechanics* 851 (2018), p. 83–124. DOI : [10.1017/jfm.2018.476](https://doi.org/10.1017/jfm.2018.476) (cf. p. 24, 102 sq.).
- [26] N. de CACQUERAY et C. BOGEY. “Noise of an Overexpanded Mach 3.3 Jet: Non-linear Propagation Effects and Correlations with Flows”. *International Journal of Aeroacoustics* 13.7 & 8 (2014), p. 607–632. DOI : [10.1260/1475-472X.13.7-8.607](https://doi.org/10.1260/1475-472X.13.7-8.607) (cf. p. 23, 48, 50, 73, 98, 100, 113, 115, 117, 126 sq., 137, 178).
- [27] N. de CACQUERAY, C. BOGEY et C. BAILLY. “Investigation of a High-Mach-Number Overexpanded Jet Using Large-eddy Simulation”. *AIAA Journal* 49.10 (2011), p. 2171–2182. DOI : [10.2514/1.J050952](https://doi.org/10.2514/1.J050952) (cf. p. 48, 50, 129).
- [28] S. CHANDLER-WILDE et S. LANGDON. *Boundary Element Methods for Acoustics*. Technical Report. Reading, UK : University of Reading, 2007 (cf. p. 45).
- [29] B. CHEMAUL, E. LOUAAS, P. ROUX, D. SCHMITT et M. POURCHER. “Ariane 5 Flight Environments”. *Acta Astronautica* 48.5-12 (2001), p. 275–285. DOI : [10.1016/S0094-5765\(01\)00026-1](https://doi.org/10.1016/S0094-5765(01)00026-1) (cf. p. 38).
- [30] R. COURANT, K. FRIEDRICHS et H. LEWY. “Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik”. *Mathematische Annalen* 100.1 (traduction de l’Atomic Energy Commission) (1928), p. 32–74. DOI : [10.1007/BF01448839](https://doi.org/10.1007/BF01448839) (cf. p. 56, 235).

- [31] G. CUNHA. “Optimisation d’une Méthodologie de Simulation Numérique pour l’Aéroacoustique basée sur un Couplage Faible des Méthodes d’Aérodynamique Instationnaire et de Propagation Acoustique”. Thèse de doct. Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace, 2012 (cf. p. 61).
- [32] G. CUNHA et S. REDONNET. “On the Signal Degradation induced by the Interpolation and the Sampling Rate Reduction in Aeroacoustics Hybrid Methods”. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 71.7 (2012), p. 910–929. DOI : [10.1002/flid.3693](https://doi.org/10.1002/flid.3693) (cf. p. 60).
- [33] G. CUNHA et S. REDONNET. “Towards a Robust and Accurate CFD/CAA Coupling Procedure for Hybrid Methods in Aeroacoustics - Part 1: On the Optimization of CFD/CAA Coupled Calculations”. *18<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2012-2063. Colorado Springs, CO, USA, 2012. DOI : [10.2514/6.2012-2063](https://doi.org/10.2514/6.2012-2063) (cf. p. 57).
- [34] N. CURLE. “The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound”. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 231.1187 (1955), p. 505–514. DOI : [10.1098/rspa.1955.0191](https://doi.org/10.1098/rspa.1955.0191) (cf. p. 45).
- [35] J.-B. DARGAUD. “Simulation numérique de l’onde de souffle et du bruit de jet au décollage d’un lanceur”. Thèse de doct. Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 2013 (cf. p. 30, 48, 55 sq., 64, 98, 113, 117, 152, 174, 178, 236).
- [36] J.-B. DARGAUD, J. TROYES, J.-M. LAMET, L. TESSÉ, F. VUILLOT et C. BAILLY. “A Study of Solid Rocket Motor Ignition Overpressure Waves: Jet Flow Development and IR Radiation”. *4<sup>th</sup> European Conference for Aerospace Sciences*. Saint-Petersbourg, Russie, 2011 (cf. p. 30).
- [37] J.-B. DARGAUD, J. TROYES, J.-M. LAMET, L. TESSÉ, F. VUILLOT et C. BAILLY. “Numerical Study of Solid-Rocket Motor Ignition Overpressure Wave Including Infrared Radiation”. *Journal of Propulsion and Power* 30.1 (2014), p. 164–174. DOI : [10.2514/1.B34824](https://doi.org/10.2514/1.B34824) (cf. p. 30, 48, 100, 235).
- [38] P. DELORME, P. MAZET, C. PEYRET et Y. VENTRIBOUT. “Computational Aeroacoustics Applications based on a Discontinuous Galerkin Method”. *Comptes Rendus Mécanique* 333.9 (2005), p. 676–682. DOI : [10.1016/j.crme.2005.07.007](https://doi.org/10.1016/j.crme.2005.07.007) (cf. p. 49, 56 sq., 74, 175).
- [39] G. DJAMBAZOV, C.-H. LAI et K. PERICLEOUS. “On the Coupling of Navier-Stokes and Linearized Euler Equations for Aeroacoustic Simulation”. *Computing and Visualization in Science* 3 (2000), p. 9–12. DOI : [10.1007/s007910050045](https://doi.org/10.1007/s007910050045) (cf. p. 50).
- [40] S. DYKAS, W. WROBLEWSKI, S. RULIK et T. CHMIELNIAK. “Numerical Methods for Modeling of Acoustic Wave Propagation”. *Archives of Acoustics* 35.1 (2010), p. 35–48. DOI : [10.2478/v10168-010-0003-7](https://doi.org/10.2478/v10168-010-0003-7) (cf. p. 49).
- [41] D. EDGINGTON-MITCHELL, D. HONNERY et J. SORIA. “Multimodal Instability in the Weakly Underexpanded Elliptic Jet”. *AIAA Journal* 53.9 (2015), p. 2739–2749. DOI : [10.2514/1.J053738](https://doi.org/10.2514/1.J053738) (cf. p. 36, 68).
- [42] D. EDGINGTON-MITCHELL, K. OBERLEITHNER, D. HONNERY et J. SORIA. “Coherent Structure and Sound Production in the Helical mode of a Screeching Axisymmetric Jet”. *Journal of Fluid Mechanics* 748 (2014), p. 822–847. DOI : [10.1017/jfm.2014.173](https://doi.org/10.1017/jfm.2014.173) (cf. p. 34 sqq., 46, 68, 129, 178).
- [43] G. ELGIN et J. P. LAHEURTE. “Propagation d’une onde sonore soumise à un vent acoustique dans l’air”. *Journal de physique* 40.5 (1979), p. 495–500. DOI : [10.1051/jphys:01979004005049500](https://doi.org/10.1051/jphys:01979004005049500) (cf. p. 41).
- [44] K. ELDRED. *Acoustic Loads Generated by the Propulsion System*. Special Publication 8072. NASA, 1971 (cf. p. 47, 72, 115).
- [45] G. ELIAS. *Méthode du périodogramme pour l’estimation de la densité spectrale de puissance d’un bruit, détection et estimation d’une sinusoïde en présence de ce bruit*. Technical Report 1/06959. Châtillon, France : ONERA, 2002 (cf. p. 62, 68).
- [46] J. FFOWCS WILLIAMS. “The Noise from Turbulence Convected at High Speed”. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical and Physical Sciences* 255.1061 (1963), p. 469–503. DOI : [10.1098/rsta.1963.0010](https://doi.org/10.1098/rsta.1963.0010) (cf. p. 45).

- [47] J. FFOWCs WILLIAMS et D. HAWKINGS. “Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion”. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 264.11551 (1969), p. 321–342. DOI : [10.1098/rsta.1969.0031](https://doi.org/10.1098/rsta.1969.0031) (cf. p. 45).
- [48] J. FFOWCs WILLIAMS, J. SIMSON et V. VIRCHIS. “Crackle: an Annoying Component of Jet Noise”. *Journal of Fluid Mechanics* 71.2 (1975), p. 251–271. DOI : [10.1017/S0022112075002558](https://doi.org/10.1017/S0022112075002558) (cf. p. 36).
- [49] A. FOSSO-POUANGUÉ, M. SANJOSÉ et S. MOREAU. “Jet Noise Simulation with Realistic Nozzle Geometries using Fully Unstructured LES Solver”. *18<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2012-2190. Colorado Springs, CO, USA, 2012. DOI : [10.2514/6.2012-2190](https://doi.org/10.2514/6.2012-2190) (cf. p. 103).
- [50] H. FOULON, D. GÉLY, J. VARNIER, E. ZOPPELLARI et Y. MARCHESSE. “MARTEL Facility: Simulation of Space Launchers Aeroacoustic Ambiance”. *12<sup>th</sup> AAAF/CEAS European Aerospace Conference*. Paris, France, 1999 (cf. p. 38, 46, 97).
- [51] J. FREUND, S. LELE et P. MOIN. “Matching of Near/Far-field Equation Sets for Direct Computations of Aerodynamic Sound”. *15<sup>th</sup> AIAA Aeroacoustics Conference*. 93-4326. Long Beach, CA, USA, 1993. DOI : [10.2514/6.1993-4326](https://doi.org/10.2514/6.1993-4326) (cf. p. 50).
- [52] K. FUJII, T. NONOMURA et S. TSUTSUMI. “Toward Accurate Simulation and Analysis of Strong Acoustic Wave Phenomena - A Review from the experience of our Study on Rocket Problems”. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 64 (2010), p. 1412–1432. DOI : [10.1002/flid.2446](https://doi.org/10.1002/flid.2446) (cf. p. 148).
- [53] K. FUKUDA, S. TSUTSUMI, K. FUJII, K. UI, T. ISHII, H. OINUMA et al. “Acoustic Measurement and Prediction of Solid Rockets in Static Firing Tests”. *15<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2009-3368. Miami, FL, USA, 2009. DOI : [10.2514/6.2009-3368](https://doi.org/10.2514/6.2009-3368) (cf. p. 32, 46 sq., 98).
- [54] J. GALLAGHER et D. MCLAUGHLIN. “Experiments on the Non Linear Characteristics of Noise Propagation from Low and Moderate Reynolds Number Supersonic Jets”. *7<sup>th</sup> AIAA Aeroacoustics Conference*. 81-2041. Palo Alto, CA, USA, 1981. DOI : [10.2514/6.1981-2041](https://doi.org/10.2514/6.1981-2041) (cf. p. 65 sq., 138).
- [55] K. GEE, T. GABRIELSON, A. ATCHLEY et V. SPARROW. “Preliminary Analysis of Nonlinearity in Military Jet Aircraft Noise Propagation”. *AIAA Journal* 43.6 (2005), p. 1398–1401. DOI : [10.2514/1.10155](https://doi.org/10.2514/1.10155) (cf. p. 37).
- [56] K. GEE, V. SPARROW, A. ATCHLEY et T. GABRIELSON. “On the Perception of Crackle in High-amplitude Jet Noise”. *AIAA Journal* 45.3 (2007), p. 593–598. DOI : [10.2514/1.26484](https://doi.org/10.2514/1.26484) (cf. p. 37).
- [57] K. GEE, V. SPARROW, M. JAMES, J. DOWNING, C. HOBBS, T. GABRIELSON et al. “The Role of Nonlinear Effects in the Propagation of Noise from High-power Jet Aircraft”. *Journal of the Acoustical Society of America* 123.6 (2008), p. 4082–4093. DOI : [10.1121/1.2903871](https://doi.org/10.1121/1.2903871) (cf. p. 37, 41 sq., 66, 73, 119, 137).
- [58] D. GÉLY, G. ELIAS, C. BRESSON, H. FOULON et S. RADULOVIC. “Reduction of Supersonic Jet Noise - Application to the Ariane 5 launch Vehicle”. *6<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2000-2026. Lahaina, HI, USA, 2000. DOI : [10.2514/6.2000-2026](https://doi.org/10.2514/6.2000-2026) (cf. p. 23, 38, 46 sq., 97).
- [59] D. GÉLY, J.-C. VALIÈRE, H. LAMBARÉ et H. FOULON. “Overview of Aeroacoustic Research Activities in MARTEL Facility applied to Jet Noise”. *35<sup>th</sup> International Congress and Exposition on Noise Control Engineering*. Honolulu, HI, USA, 2006 (cf. p. 46, 97).
- [60] D. GÉLY, J. VARNIER, J.-F. PIET et M. PRÉVOST. “Étude expérimentale de l’effet d’échelle sur le rayonnement acoustique des propulseurs à poudre”. *3<sup>ème</sup> Congrès Français d’Acoustique*. Toulouse, France, 1994 (cf. p. 32).
- [61] X. GLOERFELT. *Aéroacoustique*. Arts et Métier ParisTech. 2016 (cf. p. 43 sq., 49, 58).
- [62] X. GLOERFELT, C. BAILLY et D. JUVÉ. “Application de méthodes intégrales au calcul de bruit de cavité”. *Comptes Rendus Mécanique* 330 (2002), p. 13–20. DOI : [10.1016/S1631-0721\(02\)01420-1](https://doi.org/10.1016/S1631-0721(02)01420-1) (cf. p. 49).
- [63] X. GLOERFELT, C. BAILLY et D. JUVÉ. “Direct Computation of the Noise Radiated by a Subsonic Cavity Flow and Application of Integral Methods”. *Journal of Sound and Vibration* 266 (2003), p. 119–146. DOI : [10.1016/S0022-460X\(02\)01531-6](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01531-6) (cf. p. 49).



- [64] R. GOJON. “Étude de jets supersoniques impactant une paroi par simulation numérique. Analyse aérodynamique et acoustique des mécanismes de rétroaction”. Thèse de doct. École Centrale de Lyon, 2015 (cf. p. 36).
- [65] R. GOJON et C. BOGEY. “Azimuthal Organisation of Turbulent Structures in Underexpanded Impinging Round Jets”. *22<sup>nd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2016-2929. Lyon, France, 2016. DOI : [10.2514/6.2016-2929](https://doi.org/10.2514/6.2016-2929) (cf. p. 36).
- [66] R. GOJON et C. BOGEY. “Flow Structure Oscillations and Tone Production in Underexpanded Impinging Round Jets”. *AIAA Journal* 55.6 (2017), p. 1792–1805. DOI : [10.2514/1.J055618](https://doi.org/10.2514/1.J055618) (cf. p. 36).
- [67] R. GOJON, C. BOGEY et O. MARSDEN. “Large-eddy Simulation of Supersonic Planar Jets Impinging on a Flat Plate at an Angle of 60 to 90 degrees”. *21<sup>st</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2015-2209. Dallas, TX, USA, 2015. DOI : [10.2514/6.2015-2209](https://doi.org/10.2514/6.2015-2209) (cf. p. 36, 48).
- [68] R. GOJON, C. BOGEY et O. MARSDEN. “Investigation of Tone Generation in Ideally Expanded Supersonic Planar Impinging Jets using Large-eddy Simulation”. *Journal of Fluid Mechanics* 808 (2016), p. 90–115. DOI : [10.1017/jfm.2016.628](https://doi.org/10.1017/jfm.2016.628) (cf. p. 48).
- [69] M. GOLDSTEIN. *Aeroacoustics*. 978-0070236851. Mcgraw-Hill, 1976 (cf. p. 45).
- [70] H. GUNET. “Evaluation de l’environnement sonore des lanceurs au décollage”. *10<sup>ème</sup> Congrès Français d’Acoustique*. hal-00537205. Lyon, France, 2010 (cf. p. 47).
- [71] G. GREEN. “An Essay On the Application of Mathematical Analysis to the Theory of Electricity & Magnetism”. *Journal fur die reine und angewandte Mathematik* 39, 44 & 47 (1854), p. 73–79, 356–374 & 161–221 (cf. p. 43).
- [72] B. GRESKA, A. KROTHAPALLI, W. HORNE et N. BURNSIDE. “A Near-field Study of High Temperature Supersonic Jets”. *14<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2008-3026. Vancouver, Canada, 2008. DOI : [10.2514/6.2008-3026](https://doi.org/10.2514/6.2008-3026) (cf. p. 33 sq., 45, 115 sq., 123, 126).
- [73] N. GROSS, G. BLAISDELL et A. LYRINTZIS. “Evaluation of Turbulence Model Corrections for Supersonic Jets using the OVERFLOW Code”. *40<sup>th</sup> Fluid Dynamics Conference and Exhibit*. 2010-4604. Chicago, IL, USA, 2010. DOI : [10.2514/6.2010-4604](https://doi.org/10.2514/6.2010-4604) (cf. p. 48).
- [74] R. GUENANFF. “Couplage instationnaire Navier-Stokes/Euler pour la génération et le rayonnement des sources de bruit aérodynamique”. Thèse de doct. Université de Rennes I, 2004 (cf. p. 50).
- [75] S. GUEST. *Acoustic Efficiency Trends for High Thrust Boosters*. Technical Note D-1999. Huntsville, AL, USA : NASA, 1964 (cf. p. 32).
- [76] T. HAGA, T. TSUTSUMI, W. SARAE, K. TERASHIMA, S. ISHII et T. HIRAIWA. “Large-eddy Simulation of the Aeroacoustics of Clustered Supersonic Jets using a High-order Unstructured Method”. *23<sup>rd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2017-3211. Denver, CO, USA, 2017. DOI : [10.2514/6.2017-3211](https://doi.org/10.2514/6.2017-3211) (cf. p. 178).
- [77] F. HAIDER. “Discrétisation en maillage non structuré général et applications LES”. Thèse de doct. Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 2009 (cf. p. 100).
- [78] F. HAIDER, N. BERTIER, B. COURBET, F. VUILLOT et J.-P. CROISILLE. “Application of a High Order Finite Volume Scheme on Unstructured Grids to Fluid Dynamics and Aerothermochemistry”. *HAL archives ouvertes* hal-01111360 (2015) (cf. p. 64, 68).
- [79] F. HAIDER, J.-P. CROISILLE et B. COURBET. “Stability of the MUSCL Method on General Unstructured Grids for Application to Compressible Fluid Flow”. *5<sup>th</sup> ICCFD*. 2008-93. Séoul, Corée, 2008. DOI : [10.1007/978-3-642-01273-0\\_30](https://doi.org/10.1007/978-3-642-01273-0_30) (cf. p. 55).
- [80] M. HARPER-BOURNE et M. FISHER. “The Noise from Shock Waves in Supersonic Jets”. *AGARD CP* 131 (1973), p. 11.1–11.13 (cf. p. 35).
- [81] R. HARRIS, E. COLLINS, E. LUKE, A. Sescu, L. STRUTZENBERG et J. WEST. “Hybrid Discontinuous Galerkin and Finite Volume Method for Launch Environment Acoustics Prediction”. *AIAA Journal* 53.11 (2015), p. 3430–3447. DOI : [10.2514/1.J053877](https://doi.org/10.2514/1.J053877) (cf. p. 50, 86).

- [82] R. HARRIS, E. COLLINS, E. LUKE et A. SESCU. “Coupled Overset Unstructured Discontinuous Galerkin Method for Launch Environment Acoustics Prediction”. *AIAA Journal* 54.6 (2016), p. 1932–1952. DOI : [10.2514/1.J054563](https://doi.org/10.2514/1.J054563) (cf. p. 23 sq., 50, 86, 175).
- [83] R. HARTMANN et P. HOUSTON. “Adaptative Discontinuous Galerkin Finite Element Methods for the Compressible Euler Equations”. *Journal of Computational Physics* 183 (2002), p. 508–532. DOI : [10.1006/jcph.2002.7206](https://doi.org/10.1006/jcph.2002.7206) (cf. p. 57).
- [84] J. HAYNES et J. KENNY. “Modifications to the NASA SP-8072 Distributed Source Method II for Ares I Lift-off Environment Predictions”. *15<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2009-3160. Miami, FL, USA, 2009. DOI : [10.2514/6.2009-3160](https://doi.org/10.2514/6.2009-3160) (cf. p. 47, 72).
- [85] N. HILDEBRAND et J. NICHOLS. “Simulation ans Stability Analysis of a Supersonic Impinging Jet at Varying Nozzle-to-wall Distances”. *21<sup>st</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2015-2212. Dallas, TX, USA, 2015. DOI : [10.2514/6.2015-2212](https://doi.org/10.2514/6.2015-2212) (cf. p. 37).
- [86] C. HIRSCH. *Numerical Computation of Internal and External Flows, Volume 2: Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows*. 978-0471924524. John Wiley & Sons, 1990 (cf. p. 58).
- [87] W. HORNE, N. BURNSIDE, J. PANDA et C. BRODELL. “Measurements of Unsteady Pressure Fluctuations in the Near-field of a Solid Rocket Motor Plume”. *International Journal of Aeroacoustics* 15.4-5 (2016), p. 554–569. DOI : [10.1177/1475472X16642357](https://doi.org/10.1177/1475472X16642357) (cf. p. 46, 98).
- [88] M. HUET. *UPMOST - Unified Python Module for STatistical signal analysis*. ONERA. 2015. URL : [file:///stck2/stck2.2/mhuet/upmost/upmost\\_v0.11/doc/html/index.html](file:///stck2/stck2.2/mhuet/upmost/upmost_v0.11/doc/html/index.html) (cf. p. 63, 68).
- [89] M. HUET, F. VUILLOT et G. RAHIER. “Numerical Study of the Influence of Temperature and Micro-jets on Subsonic Jet Noise”. *14<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2008-3029. Vancouver, Canada, 2008. DOI : [10.2514/6.2008-3029](https://doi.org/10.2514/6.2008-3029) (cf. p. 54, 58, 100).
- [90] A. HUSSAIN et M. ZEDAN. “Effects of the Initial Condition on the Axisymmetric Free Shear Layer: Effect of the Initial Fluctuation Level”. *Physics of Fluids* 21.9 (1978), p. 1475–1481. DOI : [10.1063/1.862410](https://doi.org/10.1063/1.862410) (cf. p. 101 sq., 115).
- [91] T. ISHII, S. TSUTSUMI, K. UI, S. TOKUDOME, Y. ISHII, K. WADA et al. “Acoustic Measurement of 1 : 42 Scale Booster and Launch Pad”. *164<sup>th</sup> Meeting of the Acoustical Society of America*. T. 18. Kansas City, MO, USA, 2012, p. 1–13. DOI : [10.1121/1.4879265](https://doi.org/10.1121/1.4879265) (cf. p. 46).
- [92] *ISO 9613-1:1993 - Acoustics - Attenuation of Sound During Propagation Outdoors - part 1: Air Absorption*. International Organization for Standardization, 1993 (cf. p. 57, 64, 75, 239, 241).
- [93] L. JACQUIN, Mistral S., P. GEFFROY et F. CRUAND. “Mixing of a Heated Supersonic Jet with a Supersonic Parallel Stream”. *5<sup>th</sup> European Turbulence Conference*. Siena, Italy, 1994 (cf. p. 113, 243 sq.).
- [94] I. JONES. “Aerodynamic Noise Dependent on Mean Shear”. *Journal of Fluid Mechanics* 33.1 (1968), p. 65–72. DOI : [10.1017/S0022112068002351](https://doi.org/10.1017/S0022112068002351) (cf. p. 45).
- [95] M. KANDULA. “Near-field Acoustics of Clustered Rocket Engines”. *Journal of Sound and Vibration* 309.3-5 (2007), p. 852–857. DOI : [10.1016/j.jsv.2007.06.078](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.06.078) (cf. p. 47, 72, 178).
- [96] M. KANDULA et R. CAIMI. “Simulation of Jet Noise with Overflow CFD code and Kirchhoff Surface Integral”. *8<sup>th</sup> AIAA Aeroacoustics Conference & Exhibit*. 2002-2602. Breckenridge, CO, USA, 2002. DOI : [10.2514/6.2002-2602](https://doi.org/10.2514/6.2002-2602) (cf. p. 49).
- [97] N. KARTHIKEYAN et L. VENKATAKRISHNAN. “Flow Field and Acoustic Investigation of the Launch Vehicle Environment during Lift-off”. *21<sup>st</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2015-3121. Dallas, TX, USA, 2015. DOI : [10.2514/6.2015-3121](https://doi.org/10.2514/6.2015-3121) (cf. p. 36).
- [98] A. KROTHAPALLI, V. ARAKERI et B. GRESKA. “Mach Wave Radiation: a Review and an Extension”. *41<sup>st</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. 2003-1200. Reno, NV, USA, 2003. DOI : [10.2514/6.2003-1200](https://doi.org/10.2514/6.2003-1200) (cf. p. 34).
- [99] A. KROTHAPALLI, E. RAJKUPERAN, F. ALVI et L. LOURENCO. “Flow Field and Noise Characteristics of a Supersonic Impinging Jet”. *Journal of Fluid Mechanics* 392 (1999), p. 155–181. DOI : [10.1017/S0022112099005406](https://doi.org/10.1017/S0022112099005406) (cf. p. 34, 36, 46).

- [100] A. KROTHAPALLI, L. VENKATAKRISHNAN et L. LOURENCO. “Crackle: A Dominant Component of Supersonic Jet Mixing Noise”. *6<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2000-2024. Lahaina, HI, USA, 2000. DOI : [10.2514/6.2000-2024](https://doi.org/10.2514/6.2000-2024) (cf. p. 36 sq., 46, 137).
- [101] A. KROTHAPALLI, L. VENKATAKRISHNAN, L. LOURENCO, B. GRESKA et R. ELAVARASAN. “Turbulence and noise suppression of a high-speed jet by water injection”. *Journal of Fluid Mechanics* 491 (2003), p. 131–159. DOI : [10.1017/S0022112003005226](https://doi.org/10.1017/S0022112003005226) (cf. p. 37, 178).
- [102] O. LABBÉ et C. PEYRET. *Travaux réalisés en 2012 sur les couplage aéro-acoustiques dans l'atelier Mach*. Technical Report 2/20038. Châtillon, France : ONERA, 2013 (cf. p. 59).
- [103] O. LABBÉ et C. PEYRET. *Travaux effectués en 2013 sur les couplage CEDRE/SPACE et les chaînages elsA/SPACE*. Technical Report 1/21109. Châtillon, France : ONERA, 2014 (cf. p. 59).
- [104] O. LABBÉ et C. PEYRET. “A Hybrid LES/CAA Method Applied to a 3D Shear Flow Simulation”. *6<sup>th</sup> International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering*. Venice, Italy, 2015, p. 501–511 (cf. p. 50).
- [105] O. LABBÉ et C. PEYRET. *Couplage LES/CAA avec les solveurs CEDRE et SPACE d'un écoulement cisailé sur une configuration de deux cylindres emboîtés*. Technical Report 2/22484. Châtillon, France : ONERA, 2015 (cf. p. 59).
- [106] O. LABBÉ, C. PEYRET, G. RAHIER et M. HUET. “A CFD/CAA Coupling Method applied to Jet Noise Prediction”. *Computers & Fluids* 86 (2013), p. 1–13. DOI : [10.1016/j.compfluid.2013.07.013](https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.07.013) (cf. p. 23 sq., 50, 57 sq., 82).
- [107] S. LANE, S. GRIFFIN et R. RICHARD. “Fairing Noise Mitigation using Passive Vibroacoustic Attenuation Devices”. *Journal of Spacecraft and Rockets* 43.1 (2006), p. 31–44. DOI : [10.2514/1.13926](https://doi.org/10.2514/1.13926) (cf. p. 30).
- [108] J. LAU, P. MORRIS et M. FISHER. “Measurements in Subsonic and Supersonic Free Jets using Laser Velocimeter”. *Journal of Fluid Mechanics* 93.1 (1979), p. 1–27. DOI : [10.1017/S0022112079001750](https://doi.org/10.1017/S0022112079001750) (cf. p. 115).
- [109] C. LE TOUZE. “Couplage entre modèles diphasiques à "phases séparées" et à "phase dispersée" pour la simulation de l'atomisation primaire en combustion cryotechnique”. Thèse de doct. Université de Nice - Sophia Antipolis - UFR Sciences, 2016 (cf. p. 54 sq., 236).
- [110] C. LE TOUZE, A. MURRONE et H. GUILLARD. “Multislope MUSCL method for general unstructured meshes”. *Journal of Computational Physics* 284 (2015), p. 389–418. DOI : [10.1016/j.jcp.2014.12.032](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2014.12.032) (cf. p. 236).
- [111] R. LÉGER, C. PEYRET et S. PIPERNO. “Coupled Discontinuous Galerkin / Finite Difference Solver on Hybrid Meshes for Computational Aeroacoustics”. *AIAA Journal* 50.2 (2012), p. 338–349. DOI : [10.2514/1.J051110](https://doi.org/10.2514/1.J051110) (cf. p. 24, 50, 56 sq., 60, 74).
- [112] S. LELE et J. LARSSON. “Shock-turbulence interaction: What we know and what we can learn from petascale simulations”. *Journal of Physics: Conference Series* 180 (2009), p. 012032. DOI : [10.1088/1742-6596/180/1/012032](https://doi.org/10.1088/1742-6596/180/1/012032) (cf. p. 124).
- [113] P.-T. LEW, G. BLAISDELL et A. LYRINTZIS. “Investigation of Noise Sources in Turbulent Hot Jets using Large Eddy Simulation Data”. *45<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. 2007-16. Reno, NV, USA, 2007. DOI : [10.2514/6.2007-16](https://doi.org/10.2514/6.2007-16) (cf. p. 45).
- [114] H. LIEPMANN et A. ROSHKO. *Element of Gasdynamics*. 978-0486316857. John Wiley & Sons, 1959. Chap. One-dimensional wave motion, p. 72–83. DOI : [10.1002/aic.690050234](https://doi.org/10.1002/aic.690050234) (cf. p. 40, 81).
- [115] M. LIGHTHILL. “On Sound Generated Aerodynamically. I. General Theory”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 211.1107 (1952), p. 564–587. DOI : [10.1098/rspa.1952.0060](https://doi.org/10.1098/rspa.1952.0060) (cf. p. 44).
- [116] M. LIGHTHILL. “On Sound Generated Aerodynamically. II. Turbulence as a Source of Sound”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 222.1148 (1953), p. 1–32. DOI : [10.1098/rspa.1954.0049](https://doi.org/10.1098/rspa.1954.0049) (cf. p. 44).

- [117] G. LILLEY. *The Generation and Radiation of Supersonic Jet Noise. Volume IV: Theory of Turbulence Generated Jet Noise, Noise Radiation from Upstream Sources, and Combustion Noise. Part II: Generation of sound in a mixing region*. Technical Report AFAPL-TR-72-53. Air Force Aero Propulsion Laboratory, 1972 (cf. p. 45).
- [118] J. LIU, A. CORRIGAN, K. KAILASANATH, R. RAMAMURTI et E. GUTMARK. “Helical Screech Tone Generation in Overexpanded Jets”. *23<sup>rd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2017-3208. Denver, CO, USA, 2017. DOI : [10.2514/6.2017-3208](https://doi.org/10.2514/6.2017-3208) (cf. p. 24, 103, 106 sq., 111, 129).
- [119] J. LIU, K. KAILASANATH, R. RAMAMURTI, D. MUNDAY, E. GUTMARK et R. LOHNER. “Large-Eddy Simulations of a Supersonic Jet and Its Near-Field Acoustic Properties”. *AIAA Journal* 47.8 (2009), p. 1849–1864. DOI : [10.2514/1.43281](https://doi.org/10.2514/1.43281) (cf. p. 48).
- [120] J. LIU, K. KAILASANATH, J. BORIS, N. HEEB, D. MUNDAY et E. GUTMARK. “Effect of the Initial Turbulence Level on an Underexpanded Supersonic Jet”. *AIAA Journal* 51.3 (2013), p. 741–744. DOI : [10.2514/1.J051949](https://doi.org/10.2514/1.J051949) (cf. p. 102 sq.).
- [121] D. LONG, T. McDONALD et P. MAYE. “Effect of Inlet Flow Conditions on Noise and Performance of Supersonic Nozzles”. *16<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2010-3920. Stockholm, Sweden, 2010. DOI : [10.2514/6.2010-3920](https://doi.org/10.2514/6.2010-3920) (cf. p. 102).
- [122] M. LORTEAU. “Identification et analyse des mécanismes de génération de bruit de jet à partir de résultats expérimentaux et de simulations numériques”. Thèse de doct. Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 2015 (cf. p. 68, 103, 176, 178).
- [123] M. LORTEAU, F. CLÉRO et F. VUILLOT. “Analysis of Noise Radiation Mechanism in Hot Subsonic Jet from a Validated Large Eddy Simulation Solution”. *Physics of Fluids* 27.7 (2015), p. 075108. DOI : [10.1063/1.4926792](https://doi.org/10.1063/1.4926792) (cf. p. 24, 54, 102 sq., 175, 178).
- [124] N. LUPOGLAZOFF, A. BIANCHERIN, F. VUILLOT et G. RAHIER. “Comprehensive 3D Unsteady Simulations of Subsonic and Supersonic Hot Jet Flow-fields. Part 1: Aerodynamic Analysis”. *8<sup>th</sup> AIAA Aeroacoustics Conference*. 2002-2599. Breckenridge, CO, USA, 2002. DOI : [10.2514/6.2002-2600](https://doi.org/10.2514/6.2002-2600) (cf. p. 100).
- [125] N. LUPOGLAZOFF, G. RAHIER et F. VUILLOT. “Application of the CEDRE Unstructured Flow Solver to Jet Noise Computations”. *1<sup>st</sup> European Conference for Aerospace Sciences*. Moscow, Russia, 2005 (cf. p. 54, 100).
- [126] A. LYRINTZIS. “Surface Integral Methods in Computational Aeroacoustics - From the (CFD) Near-field to the (Acoustic) Far-field”. *International Journal of Aeroacoustics* 2.2 (2003), p. 95–128. DOI : [10.1260/147547203322775498](https://doi.org/10.1260/147547203322775498) (cf. p. 45, 49, 72).
- [127] A. LYRINTZIS et R. MANKBADI. “Prediction of the Far-field Jet Noise using Kirchhoff’s Formulation”. *AIAA Journal* 34.2 (1996), p. 413–416. DOI : [10.2514/3.13079](https://doi.org/10.2514/3.13079) (cf. p. 49).
- [128] T. MAEDER, N. ADAMS et L. KLEISER. “Direct Simulation of Turbulent Supersonic Boundary Layers by an Extended Temporal Approach”. *Journal of Fluid Mechanics* 429 (2001), p. 187–216. DOI : [10.1017/S0022112000002718](https://doi.org/10.1017/S0022112000002718) (cf. p. 109).
- [129] P. MALBÉQUI, R. DAVY et C. BRESSON. “Experimental characterization of the acoustics of the future Ariane 6 launch pad”. *7<sup>th</sup> European Conference for Aeronautics and Space Sciences*. SD1-3.4-38. Milano, Italy, 2015. DOI : [10.13009/EUCASS2017-38](https://doi.org/10.13009/EUCASS2017-38) (cf. p. 23, 38, 46 sq., 149, 178).
- [130] R. MANKBADI. “Review of Computational Aeroacoustics in Propulsion System”. *Journal of Propulsion and Power* 15.4 (1999), p. 504–512. DOI : [10.2514/2.5472](https://doi.org/10.2514/2.5472) (cf. p. 45).
- [131] R. MANKBADI, D. HIXON, S.-H. SHIH et L. POVINELLI. “Use of Linearized Euler Equations for Supersonic Jet Noise Prediction”. *AIAA Journal* 36.2 (1998), p. 140–147. DOI : [10.2514/2.7495](https://doi.org/10.2514/2.7495) (cf. p. 49).
- [132] W. MAYES, W. LANFORD et H. HUBBARD. *Near-field and Far-field Noise Surveys of Solid-fuel Rocket Engines for a Range of Nozzle Exit Pressures*. Technical Note D-21. Hampton, VA, USA : NASA, 1959 (cf. p. 46, 98).



- [133] S. McINERNEY. “Launch Vehicle Acoustics Part II: Statistics of the Time Domain Data”. *Journal of Aircraft* 33.3 (1996), p. 518–523. DOI : [10.2514/3.46975](https://doi.org/10.2514/3.46975) (cf. p. 137 sq.).
- [134] L. MENGUY. “Propagation acoustique non linéaire dans les guides monodimensionnels”. Thèse de doct. Université du Maine, 2001 (cf. p. 41).
- [135] B. MERCIER, T. CASTELAIN et C. BAILLY. “Experimental characterisation of the screech feedback loop in underexpanded round jets”. *Journal of Fluid Mechanics* 824 (2017), p. 202–229. DOI : [10.1017/jfm.2017.336](https://doi.org/10.1017/jfm.2017.336) (cf. p. 36).
- [136] B. MITCHELL, S. LELE et P. MOIN. “Direct Computation of the Sound Generated by Vortex Pairing in an Axisymmetric Jet”. *33<sup>rd</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. 95-0504. Reno, NV, USA, 1995. DOI : [10.2514/6.1995-504](https://doi.org/10.2514/6.1995-504) (cf. p. 49).
- [137] B. MITCHELL, S. LELE et P. MOIN. “Direct Computation of Mach Wave Radiation in an Axisymmetric Supersonic Jet”. *AIAA Journal* 35.10 (1997), p. 1574–1580. DOI : [10.2514/2.15](https://doi.org/10.2514/2.15) (cf. p. 49).
- [138] P. MORA, J. KASTNER et E. GUTMARK. “Impact of Heat on the Pressure Skewness and Kurtosis in Supersonic Jets”. *AIAA Journal* 52.4 (2014), p. 777–787. DOI : [10.2514/1.J052612](https://doi.org/10.2514/1.J052612) (cf. p. 46, 66, 138).
- [139] P. MORRIS. “Jet Noise Prediction: Past, Present and Future”. *Canadian Acoustics* 35.3 (2007), p. 16–22 (cf. p. 33).
- [140] E. MORRISSETTE et T. GOLDBERG. *Turbulent-flow Separation Criteria for Overexpanded Supersonic Nozzles*. Technical Paper 1207. Hampton, VA, USA : NASA, 1978 (cf. p. 107).
- [141] M. MUHLESTEIN, K. L. GEE, T. NEILSEN et D. THOMAS. “Evolution of the average steepening factor for nonlinearly propagating waves”. *Journal of the Acoustical Society of America* 137.2 (2015), p. 640–650. DOI : [10.1121/1.4906584](https://doi.org/10.1121/1.4906584) (cf. p. 66).
- [142] D. MUNDAY, N. HEEB et E. GUTMARK. “Acoustic Effects of Chevrons on Supersonic Jets Exiting Conical Convergent-Divergent Nozzles”. *AIAA Journal* 50.11 (2012), p. 2336–2350. DOI : [10.2514/1.J051337](https://doi.org/10.2514/1.J051337) (cf. p. 37).
- [143] H. NAGAMATSU et G. HORVAY. “Supersonic Jet Noise”. *8<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting*. 70-237. New-York, NY, USA, 1970. DOI : [10.2514/6.1970-237](https://doi.org/10.2514/6.1970-237) (cf. p. 115).
- [144] R. NARASIMHA et K. SREENIVASAN. “Relaminarization of Fluid Flows”. *Advances in Applied Mechanics* 19 (1979), p. 221–309. DOI : [10.1016/S0065-2156\(08\)70311-9](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70311-9) (cf. p. 106).
- [145] J. NICHOLS, S. LELE, F. HAM, S. MARTENS et J. SPYROPOULOS. “Crackle Noise in Heated Supersonic Jets”. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 135.5 (2013), p. 051202. DOI : [10.1115/1.4007867](https://doi.org/10.1115/1.4007867) (cf. p. 36 sq., 46, 72, 137).
- [146] T. NONOMURA et K. FUJII. “Overexpansion Effects on Characteristics of Mach Waves from a Supersonic Cold Jet”. *AIAA Journal* 49.10 (2011), p. 2282–2294. DOI : [10.2514/1.J051054](https://doi.org/10.2514/1.J051054) (cf. p. 48).
- [147] T. NONOMURA, Y. GOTO et K. FUJII. “Aeroacoustic Waves Generated from a Supersonic Jet Impinging on an Inclined Flat Plate”. *International Journal of Aeroacoustics* 10.4 (2011), p. 401–426. DOI : [10.1260/1475-472X.10.4.401](https://doi.org/10.1260/1475-472X.10.4.401) (cf. p. 36).
- [148] H. OERTEL. “Mach Wave Radiation of Hot Supersonic Jets”. *International Symposium on the Mechanics of Sound Generation in Flows*. CO 211/79. Göttingen, Germany, 1979 (cf. p. 33 sq.).
- [149] H. OERTEL. “Mach Wave Radiation of Hot Supersonic Jets Investigated by Mean of the Shock Tube and New Optical Techniques”. *12<sup>th</sup> International Symposium on Shock Tubes and Waves*. CO 209/79. Jerusalem, Israël, 1979 (cf. p. 33 sq.).
- [150] J. PANDA. “Shock Oscillation in Underexpanded Screeching Jets”. *Journal of Fluid Mechanics* 363 (1998), p. 173–198. DOI : [10.1017/S0022112098008842](https://doi.org/10.1017/S0022112098008842) (cf. p. 46).
- [151] J. PANDA. “Identification of Noise Sources in High Speed Jets via Correlation Measurements - A Review”. *11<sup>th</sup> Aeroacoustics Conference*. 2005-2844. Monterey, CA, USA, 2005. DOI : [10.2514/6.2005-2844](https://doi.org/10.2514/6.2005-2844) (cf. p. 46).

- [152] J. PANDA et R. MOSHER. “Identification of Noise Sources in a Model Scale Lift-off Test using a Microphone Phased Array”. *50<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting, New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. 2012-1171. Nashville, TN, USA, 2012. DOI : [10.2514/6.2012-1171](https://doi.org/10.2514/6.2012-1171) (cf. p. 36, 47).
- [153] V. PAUZ, A. NIEMOLLER, M. MEINKE et W. SCHRODER. “Numerical Analysis of Chevron Nozzle Noise”. *23<sup>rd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2017-3853. Denver, CO, USA, 2017. DOI : [10.2514/6.2017-3853](https://doi.org/10.2514/6.2017-3853) (cf. p. 37).
- [154] B. PETITJEAN, K. VISWANATHAN et D. MCLAUGHLIN. “Acoustic Pressure Waveforms Measured in High Speed Jet Noise Experiencing Nonlinear Propagation”. *AIAA Journal* 5.2 (2006), p. 193–215. DOI : [10.1260/14754720677629835](https://doi.org/10.1260/14754720677629835) (cf. p. 41, 46, 64, 66, 137 sq., 141).
- [155] C. PEYRET et M. BORREL. *Extension du code SPACE: Résolution des équations d’Euler par une méthode de Galerkin discontinue*. Technical Report 1/17497. Châtillon, France : ONERA, 2011 (cf. p. 57).
- [156] C. PEYRET et P. DELORME. “hp Discontinuous Galerkin Method for Computational Aeroacoustics”. *13<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2007-3475. Rome, Italy, 2007. DOI : [10.2514/6.2007-3475](https://doi.org/10.2514/6.2007-3475) (cf. p. 57, 74).
- [157] O. PHILLIPS. “On the Generation of Sound by Supersonic Turbulent Shear Layer”. *Journal of Fluid Mechanics* 9.1 (1960), p. 1–28. DOI : [10.1017/S0022112060000888](https://doi.org/10.1017/S0022112060000888) (cf. p. 45).
- [158] A. PIERCE. *Acoustics, An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. 978-0883186121. McGraw-Hill Book Co., 1981. Chap. Nonlinear Effects in Sound Propagation, p. 566–590 (cf. p. 40).
- [159] P. PINEAU et C. BOGEY. “Numerical Study of the Sound Fields of Temporally-developing Supersonic Round Jets”. *23<sup>rd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2017-3209. Denver, CO, USA, 2017. DOI : [10.2514/6.2017-3209](https://doi.org/10.2514/6.2017-3209) (cf. p. 137).
- [160] P. PINEAU et C. BOGEY. “Study of the generation of shocks by high-speed jets using conditional averaging”. *2018 AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2018-3305. Atlanta, GA, USA, 2018. DOI : [10.2514/6.2018-3305](https://doi.org/10.2514/6.2018-3305) (cf. p. 178).
- [161] E. PIOT, G. CASALIS, F. MULLER et C. BAILLY. “Investigation of the PSE approach for Subsonic and Supersonic Hot Jets. Detailed Comparisons with LES and Linearized Euler Equations Results”. *International Journal of Aeroacoustics* 5.4 (2006), p. 361–393. DOI : [10.1260/147547206779379877](https://doi.org/10.1260/147547206779379877) (cf. p. 49).
- [162] R. POTTER et M. CROCKER. *Acoustic Prediction Methods for Rocket Engines, including the Effects of Clustered Engines and Deflected Exhaust Flow*. Contractor Report 566. Huntsville, AL, USA : NASA, 1966 (cf. p. 32).
- [163] A. POWELL. “On the Mechanism of Choked Jet Noise”. *Proceedings of the Physical Society* 66.12 (1953), p. 1039–1056. DOI : [10.1088/0370-1301/66/12/306](https://doi.org/10.1088/0370-1301/66/12/306) (cf. p. 35 sq.).
- [164] A. POWELL. “Aerodynamic Noise and the Plane Boundary”. *Journal of the Acoustical Society of America* 32.8 (1960), p. 982–990. DOI : [10.1121/1.1908347](https://doi.org/10.1121/1.1908347) (cf. p. 45).
- [165] R. POWERS, D. MCLAUGHLIN et P. MORRIS. “Noise Reduction with Fluidic Inserts in Supersonic Jets Exhaust Over a Simulated Aircraft Carrier Deck”. *21<sup>st</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2015-2374. Dallas, TX, USA, 2015. DOI : [10.2514/6.2015-2374](https://doi.org/10.2514/6.2015-2374) (cf. p. 37, 46).
- [166] J. PRIEUR et G. RAHIER. “Aeroacoustic Integral Methods, Formulation and Efficient Numerical Implementation”. *Aerospace Science and Technology* 5.7 (2001), p. 457–468. DOI : [10.1016/S1270-9638\(01\)01123-3](https://doi.org/10.1016/S1270-9638(01)01123-3) (cf. p. 49, 58).
- [167] F. de la PUENTE CEREZO. “Aeroacoustic simulations of landing gears with unstructured grids and a ZDES turbulence model”. Thèse de doct. Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 2017 (cf. p. 235).
- [168] E. QUÉMERAIS. *Coupling With Interpolation Parallel Interface*. ONERA. 2016. URL : <http://sites.onera.fr/cwipi/> (cf. p. 59).
- [169] E. QUÉMERAIS, M.-P. ERRERA et B. BAQUÉ. “Approche multi-physique par couplage de code. Application en aérothermique”. *1<sup>er</sup> Colloque International Francophone d’Énergétique et Mécanique*. ART-2-126. Saly, Sénégal, 2010 (cf. p. 59).

- [170] G. RAHIER. *Travaux menés en 2014 sur les méthodes acoustiques intégrales et leur mise en œuvre dans le logiciel KIM*. Technical Report 1/22487. Châtillon, France : ONERA, 2015 (cf. p. 58).
- [171] G. RAHIER. *Code MIC de co-traitement acoustique (version 1.2): formulation et manuel utilisateur*. Technical Report 5/25292. Châtillon, France : ONERA, 2017 (cf. p. 58, 60).
- [172] G. RAHIER, J. PRIEUR, F. VUILLOT, N. LUPOGLAZOFF et A. BIANCHERIN. “Investigation of Integral Surface Formulations for Acoustic Predictions of Hot Jets Starting from Unsteady Aerodynamic Simulations”. *9<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit*. Hilton Head, SC, USA, 2003. DOI : [10.2514/6.2003-3164](https://doi.org/10.2514/6.2003-3164) (cf. p. 49).
- [173] G. RAHIER, J. PRIEUR, F. VUILLOT, N. LUPOGLAZOFF et A. BIANCHERIN. “Investigation of Integral Surface Formulations for Acoustic Post-processing of Unsteady Aerodynamic Jet Simulations”. *Aerospace Science and Technology* 8 (2004), p. 453–467. DOI : [10.1016/j.ast.2004.04.005](https://doi.org/10.1016/j.ast.2004.04.005) (cf. p. 49, 58, 72).
- [174] S. REDONNET. “Aircraft Noise Prediction via Aeroacoustic Hybrid Methods - Development and Application of Onera Tools over the Last Decade: Some Examples”. *Aerospace Lab Journal* 7 (2014), p. 1–16. DOI : [10.12762/2014.AL07-07](https://doi.org/10.12762/2014.AL07-07) (cf. p. 61).
- [175] S. REDONNET et G. CUNHA. “Towards a Robust and Accurate CFD/CAA Coupling Procedure for Hybrid Methods in Aeroacoustics - Part 2: On the Application of the CFD-CAA Surface Weak Coupling Methodology to Realistic Aircraft Noise Problems”. *18<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2012-2191. Colorado Springs, CO, USA, 2012. DOI : [10.2514/6.2012-2191](https://doi.org/10.2514/6.2012-2191) (cf. p. 50).
- [176] S. REDONNET et G. CUNHA. “An Advanced Hybrid Method for the Acoustic Prediction”. *Advances in Engineering Software* 88 (2015), p. 30–52. DOI : [10.1016/j.advengsoft.2015.05.006](https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2015.05.006) (cf. p. 61).
- [177] A. REFLOCH, B. COURBET, A. MURRONE, P. VILLEDIEU, C. LAURENT, P. GILBANK et al. “CEDRE Software”. *Aerospace Lab Journal* 2 (2011), AL02–11 (cf. p. 54, 59).
- [178] B. REICHMAN, K. GEE, T. NEILSEN, S. SWIFT, A. WALL, H. GALLAGHER et al. “Acoustic Shock Formation in Noise Propagation during Ground Run-up Operations of Military Aircraft”. *23<sup>rd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2017-4043. Denver, CO, USA, 2017. DOI : [10.2514/6.2017-4043](https://doi.org/10.2514/6.2017-4043) (cf. p. 37, 66, 73).
- [179] B. REICHMAN, M. MUHLESTEIN, K. GEE, T. NEILSEN et D. THOMAS. “Evolution of the derivative skewness for nonlinearly propagating waves”. *Journal of the Acoustical Society of America* 139 (2016), p. 1390–1403. DOI : [10.1121/1.4944036](https://doi.org/10.1121/1.4944036) (cf. p. 143).
- [180] X. ROBIN. “Détermination expérimentale des échelles intégrales de turbulence de jets supersoniques chauds”. Thèse de doct. Université de Poitiers, 2010 (cf. p. 98, 243).
- [181] B. SAINTE-ROSE. “Simulations numériques d’écoulements réactifs massivement décollés par une approche hybride RANS/LES”. Thèse de doct. École Centrale Paris, 2010 (cf. p. 56).
- [182] E. SALZE. “Propagation acoustique non-linéaire en milieu inhomogène avec effets de sol : expériences à l’échelle du laboratoire”. Thèse de doct. École Centrale Lyon, 2012 (cf. p. 40, 42).
- [183] D. SCHERRER, F. CHEDEVERGNE, P. GRECARD, J. TROYES, A. MURRONE, E. MONTREUIL et al. “Recent CEDRE Applications”. *Aerospace Lab Journal* 1.2 (2011), p. 1–28 (cf. p. 54).
- [184] H. SCHLICHTING et K. GERSYEN. *Boundary-Layer Theory*. 7<sup>e</sup> éd. 978-3662529171. Springer, 1979. DOI : [10.1007/978-3-662-52919-5](https://doi.org/10.1007/978-3-662-52919-5) (cf. p. 109).
- [185] R. SCHLINKER, S. LILJENBERG, D. POLAK, K. POST, C. CHIPMAN et A. STERN. “Supersonic Jet Noise Source Characteristics & Propagation: Engine and Model Scale”. *13<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2007-3623. Rome, Italy, 2007. DOI : [10.2514/6.2007-3623](https://doi.org/10.2514/6.2007-3623) (cf. p. 46, 66, 133, 138).
- [186] M. SCHOTT, B. TROCLET et S. VANPEPERSTRAETE. “Caractérisation expérimentale du bruit au décollage du lanceur Ariane 5”. *Journal de Physique IV* 4.C5 (1994), p. 977–980. DOI : [10.1051/jp4:19945214](https://doi.org/10.1051/jp4:19945214) (cf. p. 38, 47).
- [187] J. SEINER. “Advances in High Speed Jet Aeroacoustics”. *9<sup>th</sup> AIAA/NASA Aeroacoustics Conference*. 84-2275. Williamsburg, VA, USA, 1984. DOI : [10.2514/6.1984-2275](https://doi.org/10.2514/6.1984-2275) (cf. p. 32, 35, 46).



- [188] J. SEINER, M. PONTON, B. JANSEN et N. LAGEN. “The Effect of Temperature on Supersonic Jet Noise Emission”. *14<sup>th</sup> GLR/AIAA Aeroacoustics Conference*. A93-19126 05-71. Aachen, Germany, 1992 (cf. p. 33 sq., 45 sq., 100).
- [189] A. SESCU, V. SASSANIS, E. COLLINS, R. HARRIS et E. LUKE. “Assessing Acoustic Source Forcing Tools for Launch Vehicle Jet Noise Prediction”. *21<sup>st</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2015-2381. Dallas, TX, USA, 2015. DOI : [10.2514/6.2015-2381](https://doi.org/10.2514/6.2015-2381) (cf. p. 50, 60).
- [190] S.-H. SHIH, D. HIXON, R. MANKBADI, A. PILON et A. LYRINTZIS. “Evaluation of Far-field Jet Noise Prediction Methods”. *35<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. 97-0282. Reno, NV, USA, 1997. DOI : [10.2514/6.1997-282](https://doi.org/10.2514/6.1997-282) (cf. p. 49).
- [191] C. TAM. “Computational Aeroacoustics: Issues and Methods”. *AIAA Journal* 33.10 (1995), p. 1788–1796. DOI : [10.2514/3.12728](https://doi.org/10.2514/3.12728) (cf. p. 24, 57).
- [192] C. TAM. “Supersonic Jet Noise”. *Annual Review of Fluid Mechanics* 27 (1995), p. 17–43. DOI : [10.1146/annurev.fl.27.010195.000313](https://doi.org/10.1146/annurev.fl.27.010195.000313) (cf. p. 32 sqq., 122, 124, 129, 134).
- [193] C. TAM, M. GOLEBIOWSKI et J. SEINER. “On the Two Components of Turbulent Mixing Noise from Supersonic Jets”. *2<sup>nd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 96-1716. State College, PA, USA, 1996. DOI : [10.2514/6.1996-1716](https://doi.org/10.2514/6.1996-1716) (cf. p. 33).
- [194] C. TAM, S. PARRISH et K. VISWANATHAN. “Harmonics of Jet Screech Tones”. *AIAA Journal* 52.11 (2014), p. 2471–2479. DOI : [10.2514/1.J052850](https://doi.org/10.2514/1.J052850) (cf. p. 114).
- [195] C. TAM, N. PASTOUCHENKO et K. VISWANATHAN. “Fine-scale Turbulence Noise from Hot Jets”. *AIAA Journal* 43.8 (2005), p. 1675–1683. DOI : [10.2514/1.8065](https://doi.org/10.2514/1.8065) (cf. p. 33).
- [196] C. TAM et H. TANNA. “Shock-associated Noise of Supersonic Jets from Convergent-divergent Nozzles”. *Journal of Sound and Vibration* 81.3 (1982), p. 337–358. DOI : [10.1016/0022-460X\(82\)90244-9](https://doi.org/10.1016/0022-460X(82)90244-9) (cf. p. 35, 46, 114, 123, 177).
- [197] C. TAM, K. VISWANATHAN, K. AHUJA et J. PANDA. “The Source of Jet Noise: Experimental Evidence”. *Journal of Fluid Mechanics* 615 (2008), p. 253–292. DOI : [10.1017/S0022112008003704](https://doi.org/10.1017/S0022112008003704) (cf. p. 33 sq., 46).
- [198] E. TORO, M. SPRUCE et W. SPEARES. “Restoration of the Contact Surface in the HLL-Riemann Solver”. *Shock Waves* 4 (1994), p. 25–34. DOI : [10.1007/BF01414629](https://doi.org/10.1007/BF01414629) (cf. p. 236).
- [199] T. TROUTT et D. McLAUGHLIN. “Experiments on the Flow and Acoustic Properties of a Moderate-Reynolds-number Supersonic Jet”. *Journal of Fluid Mechanics* 116 (1982), p. 123–156. DOI : [10.1017/S0022112082000408](https://doi.org/10.1017/S0022112082000408) (cf. p. 115, 117).
- [200] J. TROYES, F. VUILLOT, H. LAMBARÉ et A. ESPINOSA RAMOS. “Study of Impinging Supersonic Jet Noise with Aerodynamics and Acoustics Numerical Simulations”. *30<sup>th</sup> International Symposium on Space Technology and Science*. 2015-399. Kobe-Hyogo, Japan, 2015 (cf. p. 48, 54, 97, 100, 235 sq.).
- [201] J. TROYES, F. VUILLOT, H. LAMBARÉ et A. ESPINOSA RAMOS. “Numerical Study of Free Supersonic Hot Jet on Unstructured Grids with Emphasis on Aerodynamics and Resulting Radiated Noise”. *22<sup>nd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2016-2734. Lyon, France, 2016. DOI : [10.2514/6.2016-2734](https://doi.org/10.2514/6.2016-2734) (cf. p. 48, 58, 85, 89 sq., 93, 98, 100, 103, 114, 176).
- [202] J. TROYES, F. VUILLOT, A. LANGENAI, H. LAMBARÉ et P. NOIR. “Large-eddy simulations of launcher lift-off noise and comparisons to experiments on model flame trenches”. *174<sup>th</sup> Meeting of the Acoustical Society of America*. T. 142. 2491. New Orleans, LA, USA, 2017. DOI : [10.1121/1.5014091](https://doi.org/10.1121/1.5014091) (cf. p. 148, 150).
- [203] S. TSUTSUMI, S. ISHII, K. UI, S. TOKUDOME et K. WADA. “Assessing Prediction and Reduction Technique of Lift-off Acoustics Using Epsilon Flight Data”. *53<sup>rd</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting*. 2015-1007. Kissimmee, FL, USA, 2015. DOI : [10.2514/6.2015-1007](https://doi.org/10.2514/6.2015-1007) (cf. p. 23 sq., 48, 50, 148).
- [204] S. TSUTSUMI, R. TAKAKI, Y. NAKANISHI, K. OKAMOTO et S. TERAMOTO. “Numerical Study on Acoustic Radiation from a Supersonic Jet Impinging to an Inclined Plate”. *17<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2011-2922. Portland, OR, USA, 2011. DOI : [10.2514/6.2011-2922](https://doi.org/10.2514/6.2011-2922) (cf. p. 36).

- [205] S. TSUTSUMI, R. TAKAKI, Y. NAKANISHI, K. OKAMOTO et S. TERAMOTO. “Acoustic Generation Mechanism of a Supersonic Jet Impinging on Deflectors”. *52<sup>nd</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting*. 2014-0882. National Harbor, MA, USA, 2014. DOI : [10.2514/6.2014-0882](https://doi.org/10.2514/6.2014-0882) (cf. p. 48).
- [206] Y. UMEDA et R. ISHII. “Existence of Mach Cones and Helical Vortical Structures around the Underexpanded Circular Jet in the Helical Oscillation Mode”. *Journal of the Acoustical Society of America* 112.1 (2002), p. 99–107. DOI : [10.1121/1.1487839](https://doi.org/10.1121/1.1487839) (cf. p. 130).
- [207] J. UTZMANN. “A Domain Decomposition Method for the Efficient Direct Simulation of Aeroacoustic Problems”. Thèse de doct. Faculty of Aerospace Engineering et Geodesy of the Universität Stuttgart, 2008 (cf. p. 50).
- [208] J. UTZMANN, C.-D. MUNZ, M. DUMBSER, E. SONNENDRÜCKER, S. SALMON, S. JUND et al. *Numerical Simulation of Turbulent Flows and Noise Generation*. Sous la dir. de C. BRUN, Juvé D., M. MANHART et C.-D. MUNZ. 978-3540899563. Springer, 2009. Chap. Fluid-Acoustic Coupling and Wave Propagation, p. 47–74. DOI : [10.1007/978-3-540-89956-3\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-540-89956-3_3) (cf. p. 50, 60).
- [209] A. UZUN, A. LYRINTZIS et G. BLAISDELL. “Coupling of Integral Acoustics Methods with LES for Jet Noise Prediction”. *International Journal of Aeroacoustics* 3.4 (2005), p. 297–346. DOI : [10.1260/1475472043499290](https://doi.org/10.1260/1475472043499290) (cf. p. 49, 72, 103).
- [210] J. VARNIER. “Propagation acoustique en présence d’un jet libre ou d’un jet dévié par un obstacle plan”. *5<sup>ème</sup> Congrès Français d’Acoustique*. Lausanne, Suisse, 2000 (cf. p. 36, 97).
- [211] J. VARNIER, D. GÉLY, R. GAILLARD et H. FOULON. “Caractérisation aérodynamique et acoustique d’un jet fortement supersonique”. *35<sup>ème</sup> Colloque d’Aérodynamique Appliquée - AAAF*. Lille, France, 1999 (cf. p. 46, 97).
- [212] J. VARNIER, V. KOUDRIAVTSEV et A. SAFRONOV. “Simplified Approach of Jet Aerodynamics with a View to Acoustics”. *AIAA Journal* 44.7 (2006), p. 1690–1693. DOI : [10.2514/1.5087](https://doi.org/10.2514/1.5087) (cf. p. 47, 72).
- [213] J. VARNIER, W. RAGUENET et D. GÉLY. “Noise Radiated from Free and Impinging Hot Supersonic Jets”. *4<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Toulouse, France, 1998. DOI : [10.2514/6.1998-2206](https://doi.org/10.2514/6.1998-2206) (cf. p. 32, 36, 47).
- [214] A. VAUGHN, T. NEILSEN, K. GEE, A. WALL, J. DOWNING et M. JAMES. “Broadband shock-associated noise from a high-performance military aircraft”. *Journal of the Acoustical Society of America* 144.3 (2018), EL242–EL247. DOI : [10.1121/1.5055392](https://doi.org/10.1121/1.5055392) (cf. p. 119).
- [215] F. VUILLOT, G. RAHIER, N. LUPOGLAZOFF, J. PRIEUR et A. BIANCHERIN. “Comparative Jet Noise Computations using a Coupled CFD-acoustic Solution”. *11<sup>th</sup> International Congress on Sound and Vibrations*. Saint Petersburg, Russia, 2004 (cf. p. 100).
- [216] C. WECKMULLER, S. GUÉRIN et G. ASHCROFT. “CFD-CAA Coupling Applied to DLR UHBR-Fan: Comparison to Experimental Data”. *15<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2009-3342. Miami, FL, USA, 2009. DOI : [10.2514/6.2009-3342](https://doi.org/10.2514/6.2009-3342) (cf. p. 50).
- [217] J. WEST, L. STRUTZENBERG, G. PUTNAM, Liever P. et B. WILLIAMS. “Development of Modeling Capabilities for Launch Pad Acoustics and Ignition Transient Environment Prediction”. *18<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2012-2094. Colorado Springs, CO, USA, 2012. DOI : [10.2514/6.2012-2094](https://doi.org/10.2514/6.2012-2094) (cf. p. 38, 47, 73, 148, 178).
- [218] H. YEE, N. SANDHAM et M. DJOMEHRI. “Low-dissipative High-order Shock-capturing Methods using Characteristic-based Filters”. *Journal of Computational Physics* 150 (1999), p. 199–238. DOI : [10.1006/jcph.1998.6177](https://doi.org/10.1006/jcph.1998.6177) (cf. p. 82).
- [219] E. ZOPPELLARI et D. JUVÉ. “Reduction of hot supersonic jet noise by water injection”. *4<sup>th</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 98-2204. Toulouse, France, 1998. DOI : [10.2514/6.1998-2204](https://doi.org/10.2514/6.1998-2204) (cf. p. 37).

