



**HAL**  
open science

# Dimensionnement à la fatigue thermomécanique de disques de frein automobiles en fonte à graphite lamellaire

Louis Augustins

► **To cite this version:**

Louis Augustins. Dimensionnement à la fatigue thermomécanique de disques de frein automobiles en fonte à graphite lamellaire. Mécanique [physics.med-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2014. Français. NNT : 2014PA066246 . tel-02177431

**HAL Id: tel-02177431**

**<https://theses.hal.science/tel-02177431>**

Submitted on 9 Jul 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Université Pierre et Marie Curie

École Doctorale Sciences Mécaniques, Acoustique, Électronique et Robotique de Paris

Laboratoire de Mécanique et Technologie

## Dimensionnement à la fatigue thermomécanique de disques de frein automobiles en fonte à graphite lamellaire

Par Louis AUGUSTINS

Thèse de doctorat de Mécanique

Dirigée par René BILLARDON et François HILD

Présentée et soutenue publiquement le 7 juillet 2014

Devant un jury composé de :

M. Djimedo KONDO	Professeur	Président
M. Michel CORET	Professeur	Rapporteur
M. Philippe DUFRÉNOY	Professeur	Rapporteur
M. Vincent MAUREL	Chargé de Recherche	Examineur
M. Sébastien BOUDEVIN	Ingénieur	Examineur
M. René BILLARDON	Professeur	Directeur de thèse
M. François HILD	Directeur de Recherche	Co-Directeur de thèse

---

---

*Le chaos est un ordre à déchiffrer*  
JOSÉ SARAMAGO, *L'autre comme moi*, 2005.



# Remerciements

Plus le temps passe et plus le nombre de personnes à remercier augmente. Ainsi, en devenant docteur à 37 ans, c'est une longue chaîne de personnes qui m'a finalement amené à débiter et finir cette thèse. Rien ne serait arrivé sans ce service de PSA assez particulier au sein duquel j'évolue depuis 10 ans. La porte d'entrée s'est entrouverte il y a 14 ans grâce à Jean-Jacques Thomas qui m'a fait confiance pour un stage de fin d'étude. Je l'en remercie grandement.

Après avoir décliné l'offre de poursuivre en thèse CIFRE (je ne pensais pas en être capable à l'époque), j'ai continué ma route en dehors de PSA jusqu'en 2004 où Jean-Jacques Thomas (encore lui) et Thi Mac-Lan Nguyen m'ont proposé de rejoindre leur équipe. En 2010, Sylvain Allano est arrivé à PSA et a mis en place une convention avec l'UPMC donnant la possibilité à des ingénieurs de s'engager dans un doctorat. Je me suis immédiatement porté volontaire et ma hiérarchie - Laurent Rota et Ida Raoult - m'a soutenu dans cette démarche. Il ne manquait plus qu'un sujet, et c'est Sébastien Boudevin qui m'en a amené un sur un plateau. Je remercie donc très sincèrement toutes ces personnes sans qui ce projet n'aurait pas vu le jour.

J'ai effectué cette thèse au sein du LMT Cachan où j'ai pu bénéficier d'un environnement assez exceptionnel, de par la diversité des problématiques et la qualité des personnels. Je remercie son directeur Ahmed Benallal de m'y avoir accueilli. J'ai pu profiter durant quelques mois d'un double encadrement au sein du laboratoire : René Billardon et François Hild. Mais René est parti rapidement vers d'autres aventures et je n'ai malheureusement pas pu profiter pleinement de ses lumières. Je le remercie pour les discussions enrichissantes pour nous avons eu la première année et pour son implication dans la relecture du manuscrit.

Mais René m'a laissé entre de bonnes mains, François Hild est sans aucun doute très proche de la définition même de ce que devrait être un directeur de thèse : disponible, à l'écoute, rigoureux, distillant juste ce qu'il faut d'orientations pour laisser libre cours à l'initiative, et surtout passionné non seulement par la science mais aussi par la transmission de son goût pour la recherche. François, merci infiniment.

Ensuite, je remercie vivement Djimedo Kondo, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de ma thèse, Michel Coret et Philippe Dufrenoy, pour le temps qu'ils ont passé à évaluer mon manuscrit, et Vincent Maurel, pour ses questions perfides.

Je tiens à adresser un remerciement général aux membres de mon service à PSA, pour leurs multiples conseils judicieux et un autre un peu plus particulier à Antoine et Fabien, pour leur aide précieuse au moment crucial de la programmation d'une UMAT.

Bien sur, un grand merci à Isabelle qui m'a toujours poussé à faire une thèse et qui m'a montré que l'on pouvait soutenir à 37 ans (oui elle aussi ...) sans avoir à en rougir, et à Émilie qui a du subir la soutenance de thèse de ses deux parents avec patience. Enfin merci à mes parents, et ce pour de multiples raisons.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<b>Notations</b>	<b>xi</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Problématique industrielle et scientifique</b>	<b>3</b>
1.1 Positionnement du problème . . . . .	4
1.1.1 Différents systèmes de freinage par friction . . . . .	4
1.1.2 Les sollicitations vues par le disque . . . . .	8
1.1.3 Dimensionnement des disques de frein . . . . .	10
1.1.4 Choix de modélisation . . . . .	13
1.2 La fonte à graphite lamellaire constitutive des disques de frein . . . . .	17
1.2.1 Généralités sur les fontes . . . . .	17
1.2.2 Composition et microstructure des fontes GL . . . . .	19
1.2.3 Propriétés remarquables . . . . .	20
1.2.4 Propriétés de la fonte GL de l'étude . . . . .	21
1.3 Enjeux et difficultés de l'étude . . . . .	23
<b>2 Modélisation du comportement de la fonte GL : un état de l'art</b>	<b>25</b>
2.1 Introduction . . . . .	26
2.2 La base expérimentale . . . . .	26
2.3 Formulation des lois de comportement à variables internes . . . . .	28
2.3.1 Formulation thermodynamique en HPP . . . . .	28
2.3.2 Les critères d'élasticité . . . . .	32
2.3.3 Les lois d'érouissage . . . . .	33
2.3.4 Les lois d'écoulement . . . . .	35
2.4 Approches multi-échelles . . . . .	35
2.4.1 Modèle de Russel . . . . .	35
2.4.2 Modèle de Downing et Socie . . . . .	37
2.4.3 Modèle de Haenny et Zambelli . . . . .	38
2.5 Approches liées au critère de plasticité . . . . .	39
2.5.1 Quelques modèles non spécifiques à la fonte . . . . .	39
2.5.2 Les modèles spécifiques à la fonte . . . . .	41
2.6 Bilan des différents modèles existants . . . . .	44



<b>3</b>	<b>Modèles physiques de la fonte GL</b>	<b>45</b>
3.1	Introduction . . . . .	46
3.2	Cellules élémentaires représentatives du matériau . . . . .	46
3.2.1	Comportement de la matrice . . . . .	46
3.2.2	La cellule <i>mono-fissure</i> . . . . .	47
3.2.3	Modèle rhéologique . . . . .	51
3.3	Mécanismes de déformation . . . . .	54
3.3.1	Étude de l'ouverture de la fissure . . . . .	54
3.3.2	Conditions d'ouverture-fermeture . . . . .	58
3.4	Bilan énergétique . . . . .	60
3.4.1	Cadre thermodynamique . . . . .	60
3.4.2	Modèle <i>mono-fissure</i> . . . . .	61
3.4.3	Modèle rhéologique . . . . .	63
3.5	Bilan des modèles proposés . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Modèle de comportement de la fonte GL sous chargement monotone</b>	<b>65</b>
4.1	Modèle rhéologique 1D . . . . .	66
4.2	Formulation du modèle 3D . . . . .	68
4.2.1	Représentation anisotrope du dommage . . . . .	68
4.2.2	Contrainte effective, critère de plasticité . . . . .	69
4.2.3	Cadre thermodynamique . . . . .	70
4.2.4	Lois d'état et lois d'évolution . . . . .	71
4.2.5	Schéma d'intégration numérique des équations du comportement . . . . .	73
4.3	Démarche d'identification des paramètres du modèle . . . . .	76
4.3.1	Évolution du dommage . . . . .	80
4.3.2	Identification des paramètres visqueux . . . . .	84
4.3.3	Proposition d'une stratégie d'identification . . . . .	86
4.3.4	Mesure du coefficient de Poisson . . . . .	88
4.4	Conclusions . . . . .	90
<b>5</b>	<b>Modèle de comportement de la fonte GL sous chargement complexe</b>	<b>93</b>
5.1	Élément de volume sous chargement cyclique . . . . .	94
5.1.1	Cas de la traction/compression . . . . .	94
5.1.2	Analyse du modèle pour les essais à $R = -1$ . . . . .	96
5.1.3	Nouvelle campagne d'essais . . . . .	99
5.1.4	Modification du modèle . . . . .	103
5.1.5	Discussion . . . . .	104
5.2	De l'élément de volume à la structure . . . . .	105
5.2.1	Stratégie numérique . . . . .	105
5.2.2	Étude des trajets de chargement locaux . . . . .	108
5.2.3	Gestion de l'ouverture/fermeture . . . . .	110
5.3	Conclusions sur le modèle de comportement . . . . .	112
<b>6</b>	<b>Prévision de la durée de vie en fatigue</b>	<b>113</b>
6.1	Introduction . . . . .	114
6.2	Étude bibliographique . . . . .	114
6.2.1	Différents domaines de fatigue . . . . .	114
6.2.2	Différentes approches . . . . .	114
6.2.3	Différents critères à l'amorçage en fatigue oligocyclique . . . . .	117
6.3	Base expérimentale . . . . .	119

6.4	Mécanismes d'endommagement . . . . .	120
6.4.1	Observations MEB . . . . .	120
6.4.2	Enveloppes Min-Max . . . . .	123
6.5	Un critère énergétique à l'amorçage . . . . .	125
6.6	Application sur structure . . . . .	127
6.6.1	Essais sur banc . . . . .	127
6.6.2	Simulation des essais sur banc . . . . .	129
6.6.3	Corrélation calculs essais . . . . .	130
6.7	Conclusions . . . . .	131
<b>7</b>	<b>Étude du réseau de fissures de fatigue thermique</b>	<b>133</b>
7.1	Introduction . . . . .	135
7.2	Le phénomène de faïençage . . . . .	135
7.2.1	Description . . . . .	135
7.2.2	Modèle probabiliste . . . . .	137
7.2.3	Démarche adoptée . . . . .	138
7.3	Observations expérimentales . . . . .	139
7.3.1	Essais menés sur banc . . . . .	139
7.3.2	Évolution du réseau de fissures . . . . .	140
7.4	Simulation de l'essai de faïençage . . . . .	144
7.4.1	Modèle numérique . . . . .	144
7.4.2	Chargement thermique . . . . .	144
7.4.3	Prévision de l'amorçage . . . . .	145
7.4.4	Étude des champs mécaniques sur piste . . . . .	146
7.5	Étude numérique des conditions de propagation d'une fissure isolée . . . . .	147
7.5.1	Démarche proposée . . . . .	147
7.5.2	Modèle simplifié du disque . . . . .	147
7.5.3	Profils des fronts de fissure . . . . .	149
7.5.4	Calculs élasto-viscoplastique et élastique . . . . .	150
7.5.5	Post-traitement de $J$ . . . . .	151
7.5.6	Discussion . . . . .	154
7.6	Étude de la zone d'obscurcissement des fissures . . . . .	155
7.7	Conclusions . . . . .	159
	<b>Conclusions générales et perspectives</b>	<b>161</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>165</b>
	<b>A Éprouvettes de comportement et de fatigue</b>	<b>173</b>
	<b>B Corrélations thermiques lors d'essais sur banc du disque D266</b>	<b>175</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>179</b>



# Notations

Sauf avis contraire, nous utilisons la sommation implicite d'Einstein sur les indices répétés.

## Formats

- $u$  Scalaire
- $\vec{u}$  Vecteur de composantes  $u_i$
- $\underline{u}$  Tenseur d'ordre 2 de composantes  $u_{ij}$
- $\underline{\underline{U}}$  Tenseur d'ordre 4 de composantes  $U_{ijkl}$

## Opérateurs

$\text{Tr}()$	Trace d'un tenseur d'ordre 2	$\text{Tr}(\underline{u}) = u_{ii}$
$T$	Transposée d'un tenseur d'ordre 2 ou 4	$u_{ij}^T = u_{ji}, U_{ijkl}^T = U_{lkji}$
$\cdot$	Produit simplement contracté	$(\underline{A} \cdot \underline{B})_{ij} = A_{ia} B_{aj}$
$:$	Produit doublement contracté	$\underline{A} : \underline{B} = \text{Tr}(\underline{A} \cdot \underline{B}) = A_{ij} B_{ji}$
$\bullet$	Produit scalaire pour l'ordre du tenseur considéré	
$\otimes$	Produit tensoriel	$(\vec{a} \otimes \vec{b})_{ij} = a_i b_j, (\underline{A} \otimes \underline{B})_{ijkl} = A_{ij} B_{kl}$
$\otimes_s$	Produit tensoriel symétrisé	$(\vec{a} \otimes_s \vec{b})_{ij} = \frac{1}{2}(a_i b_j + a_j b_i),$ $(\underline{A} \otimes_s \underline{B})_{ijkl} = \frac{1}{2}(A_{ik} B_{lj} + A_{il} B_{kj})$
$\frac{\partial}{\partial \underline{u}}$	Dérivée partielle	$\frac{\partial f}{\partial \underline{u}} = \frac{\partial f}{\partial u_{ij}} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$
$\dot{\cdot}$	Dérivée temporelle	$\dot{f} = \frac{df}{dt}$
$\nabla$	Gradient	$(\nabla f)_i = \frac{\partial f}{\partial x_j}, (\nabla \underline{V})_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j}$
$\text{div}$	Divergence	$\text{div} \underline{V} = \frac{\partial V_i}{\partial x_i}$
$\delta$	Symbole de Kronecker	
$\underline{\underline{1}}$	Tenseur identité d'ordre 2	$\underline{\underline{1}} = \delta_{ij} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$
$\mathbb{I}$	Tenseur identité d'ordre 4	$\mathbb{I} : \underline{u} = \underline{u}$
$\mathbb{J}$	Projecteur sur la partie sphérique	$\mathbb{J} = \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}}$
$\mathbb{K}$	Projecteur sur la partie déviatorique	$\mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J}$
$\langle x \rangle$	Partie positive	$\langle x \rangle$ vaut 0 si $x < 0$ et $x$ sinon



# Introduction

L'industrie automobile est de plus en plus confrontée à des enjeux majeurs liés à l'accroissement des normes destinées à lutter contre la pollution due à l'émission de gaz à effet de serre et au besoin d'allègement des structures qui en découle. La "chasse aux kilos" (voire aux grammes) superflus est une préoccupation omniprésente dans la conception des organes automobiles. Cette quête du dimensionnement au juste nécessaire implique de devoir disposer d'outils performants permettant de prévoir avec justesse la tenue d'une pièce sous une sollicitation quelconque et notamment de fatigue.

Le dimensionnement à la fatigue thermomécanique est devenu primordial pour nombre de pièces sujettes à des chargements thermiques transitoires. Il est ainsi devenu important de mettre en place des outils numériques fiables et aptes à prévoir le risque de fissuration des culasses (Verger, 2002), pistons et collecteurs d'échappement (Charkaluk, 1999; Szmytka, 2007) mais aussi de pièces de sécurité comme les disques de frein (Nguyen, 2001). Cette démarche implique une bonne connaissance du comportement des matériaux constitutifs de ces structures ainsi que la mise au point de méthodes de calcul prédictives et robustes.

La stratégie mise en place lors des travaux chez *PSA Peugeot Citroën* repose sur l'hypothèse fondamentale qu'il est possible de découpler la réponse mécanique cyclique du matériau de celle de l'endommagement en fatigue. Cette approche nécessite impérativement de vérifier un certain nombre d'hypothèses, la principale étant liée à la stabilisation de l'évolution de certaines variables mécaniques locales sous un chargement cyclique. La durée de vie de la structure est alors reliée à une grandeur physique déterminée sur cet état stabilisé, dont la nature dépend des mécanismes de déformation et d'endommagement mis en jeu. C'est cette approche qui est retenue ici. La vérification *a posteriori* de l'hypothèse de stabilisation permet de valider cette démarche.

L'objet de ce travail est le dimensionnement à la fatigue thermomécanique de disques de frein automobile. L'un des points critiques de ce processus de dimensionnement, dans le cadre de la démarche précédemment décrite, réside dans la bonne description du comportement thermomécanique anisotherme du matériau considéré. Les modèles susceptibles de reproduire le comportement mécanique non linéaire observé sur éprouvettes doivent être décrits à l'échelle macroscopique afin de pouvoir être utilisés de manière efficace dans une chaîne de dimensionnement de structures (Charkaluk, 1999). Cependant, ces modèles doivent prendre en compte les mécanismes responsables de la dégradation locale du matériau aux échelles (microscopiques) pertinentes. Dans la majorité des cas, le matériau constitutif des disques de frein est une fonte à graphite lamellaire (GL). Des essais de traction/compression déjà disponibles - isothermes, monotones ou cycliques avec des phases de relaxation à différents niveaux de déformation - permettent de caractériser le comportement élasto-viscoplastique de ce matériau sur une large gamme de vitesse de déformation inélastique et de température - entre 20°C et 800°C (Gangloff, 2010). Ils permettent de mettre en évidence - outre les mécanismes classiques de thermoélasticité et de viscoplasticité à écrouissages cinématique et isotrope non linéaires - une très forte

dissymétrie en phases de chargement ou de déchargement du comportement élasto-viscoplastique de ce matériau. Le premier objectif de cette étude sera donc de proposer et d'identifier une loi de comportement de la fonte GL considérée pertinente pour les chargements thermomécaniques visés - avec, entre autres, une description robuste lors de chargements cycliques.

L'autre point clé du processus de dimensionnement est la détermination d'un critère de fatigue adapté au type de sollicitation et à la réponse mécanique du matériau. Une attention particulière devra être portée sur les **mécanismes d'endommagement** observés sur un disque, **de nature différente** sur les zones critiques identifiées. Un traitement spécifique à chacun d'entre eux sera alors nécessaire pour répondre aux besoins des bureaux d'étude en termes de critères de tenue à la fatigue exigés sur banc d'essai.

### Organisation du manuscrit

Le premier chapitre est consacré à la description de la problématique industrielle et scientifique. On présente dans un premier temps le disque de frein et son environnement, les mécanismes d'endommagement ainsi que certains choix de modélisation des conditions aux limites et du chargement. On décrit ensuite la fonte à graphite lamellaire constitutive des disques et ses propriétés remarquables (dissymétrie entre traction et compression notamment) à l'origine des présents travaux. Dans le deuxième chapitre, après un rappel des principes de la formulation d'une loi de comportement, on présente un état de l'art des modélisations du comportement de ce type de fonte.

Le chapitre 3 est consacré à la mise au point et à l'étude de modèles multi-échelles du matériau ayant pour but de comprendre les mécanismes de déformation de la fonte GL et de poser les bases d'un modèle de comportement. Ce modèle est détaillé dans les chapitres 4 et 5, consacrés à la modélisation du comportement sous un chargement respectivement monotone et cyclique d'un élément de volume. L'application sur structure réelle est présentée dans la deuxième partie du chapitre 5.

Dans le chapitre 6, on s'attache à analyser les mécanismes d'endommagement de la fonte GL et à proposer un critère de fatigue permettant de prédire la durée de vie à l'amorçage à partir de grandeurs calculées sur l'état cyclique stabilisé. La détermination de l'amorçage n'est toutefois pas toujours suffisant ; c'est le cas des pistes du disque où l'on peut voir apparaître rapidement un réseau de fissures de fatigue thermique - ou faïençage - qui ne mènera pas forcément à la ruine de la structure. L'étude de ce phénomène est l'objet du septième chapitre de ce manuscrit.

# Chapitre 1

## Problématique industrielle et scientifique

*Une présentation de la problématique ainsi que du contexte industriel va être faite dans ce premier chapitre. On décrira les phénomènes physiques intervenant durant un freinage ainsi que les modes de défaillance d'un disque de frein. Un certain nombre d'hypothèses portant sur les choix de modélisation seront également avancées. On introduira les difficultés liées au comportement particulier de la fonte à graphite lamellaire constitutive des disques pour finalement définir les enjeux et difficultés de l'étude.*

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Positionnement du problème</b>	<b>4</b>
1.1.1	Différents systèmes de freinage par friction	4
1.1.2	Les sollicitations vues par le disque	8
1.1.3	Dimensionnement des disques de frein	10
1.1.4	Choix de modélisation	13
<b>1.2</b>	<b>La fonte à graphite lamellaire constitutive des disques de frein</b>	<b>17</b>
1.2.1	Généralités sur les fontes	17
1.2.2	Composition et microstructure des fontes GL	19
1.2.3	Propriétés remarquables	20
1.2.4	Propriétés de la fonte GL de l'étude	21
<b>1.3</b>	<b>Enjeux et difficultés de l'étude</b>	<b>23</b>

---



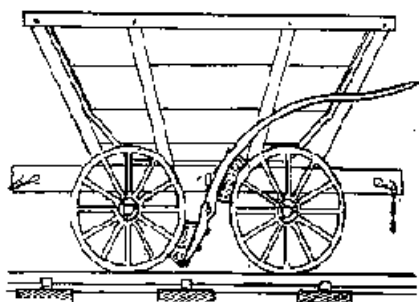
## 1.1 Positionnement du problème

La fonction d'un système de freinage est d'arrêter ou de ralentir une structure en mouvement. Celle-ci est caractérisée par son énergie cinétique  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$  (proportionnelle à sa masse  $m$  et au carré de sa vitesse  $v$ ) ainsi que par son énergie potentielle  $E_p = mgz$  (proportionnelle à sa masse et à son altitude  $z$ ). Le système de freinage va donc devoir transformer tout ou partie de ces énergies mécaniques en énergie dissipée sous forme de chaleur durant le freinage. Il existe plusieurs systèmes permettant de remplir cette fonction, le plus répandu étant le freinage par friction.

### 1.1.1 Différents systèmes de freinage par friction

#### 1.1.1.1 Les freins à sabot

Les freins à sabot, aussi appelés freins à patin ont été les premiers systèmes de freinage par friction. Leur fonctionnement relativement simple consiste à presser un **patin** sur la roue pour en ralentir le mouvement (figure 1.1a). Ce type de dispositif a été très rapidement abandonné dans l'automobile mais continue à être utilisé dans le domaine ferroviaire (figure 1.1b).



(a) premiers freins à sabot (Brisou, 2013)



(b) frein à sabot sur un wagon (web, 2013c)

FIGURE 1.1 – Frein à sabot

#### 1.1.1.2 Les freins à tambour

Le frein à tambour est apparu dans l'automobile dans les années 1920. Il est encore utilisé aujourd'hui principalement sur les roues arrières des véhicules relativement légers (de masse inférieure à une tonne). Le frein à tambour est constitué d'une cloche (**le tambour**), à l'intérieur de laquelle se trouvent au moins **deux mâchoires** en forme de demi-cercle munies de **garnitures** - ou segments - en matériau composite. Leur fonction est de s'écarter grâce à des cames ou des **pistons** qui provoquent le frottement de la garniture dans le tambour. Les deux dispositions les plus utilisées en matière de frein à tambour sont représentées sur la figure 1.2. A gauche, on ne rencontre qu'un seul cylindre récepteur qui actionne les deux segments, alors qu'à droite, chaque segment est commandé par un piston.

Il existe deux inconvénients majeurs à ce système :

- de par le confinement des pièces et les échanges limités avec l'air, la chaleur due au frottement est difficile à évacuer, l'échauffement déforme alors le tambour et les segments,

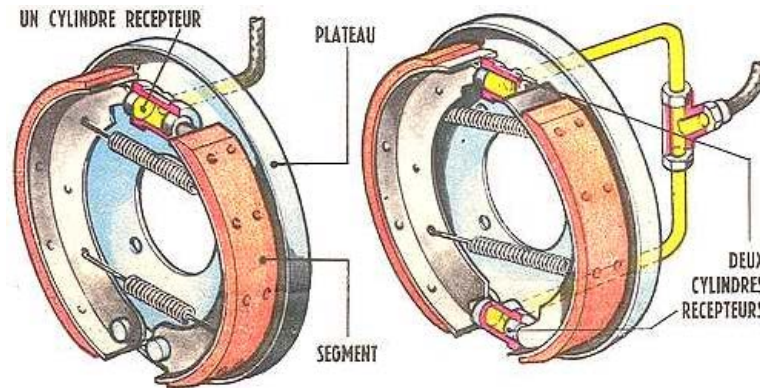


FIGURE 1.2 – Principe du frein à tambour (web, 2013b)

rendant le freinage moins efficace ;

- le freinage est très puissant pour un effort modéré sur la pédale de frein, augmentant ainsi le risque de blocage des roues.

### 1.1.1.3 Les freins à disque

Le système de freinage utilisant un disque est apparu dans les années 1950 pour palier les inconvénients des freins à tambour. Il est aujourd'hui largement répandu dans l'automobile ainsi que dans les domaines ferroviaire et aéronautique. Le système, couramment utilisé dans l'automobile, est présenté sur la figure 1.3 et est composé des éléments suivants :

- Un **disque** plein ou ventilé, généralement en fonte, relié à la jante par l'intermédiaire du moyeu. Partie tournante, son rôle est d'absorber et de dissiper l'énergie mécanique transformée en chaleur au cours du freinage.
- Deux **plaquettes**, constituées d'un matériau de friction à base de résine phénolique (la garniture) et fixées sur un support métallique. Les plaquettes sont mises en contact avec le disque durant le freinage.
- Un **étrier**, partie fixe, généralement relié au pivot, sur lequel sont fixées les plaquettes. En forme de chape, il recouvre un secteur angulaire du disque. Son rôle est de mettre en pression les plaquettes contre le disque afin de ralentir celui-ci. L'étrier est muni de **pistons** hydrauliques permettant de l'actionner.

On distingue deux types de disques : les disques pleins et les disques ventilés. Les premiers sont généralement placés sur l'essieu arrière de la voiture car leur capacité de refroidissement est relativement faible. Ils se composent d'un anneau plein relié au bol qui est fixé sur le moyeu de la voiture. Les surfaces frottantes de l'anneau sont appelées pistes (figure 1.4a).

Les disques ventilés se situent généralement sur le train avant. Toutefois, on les retrouve de plus en plus à l'arrière. Composés de deux couronnes - appelées flasques - séparées par des ailettes, ils évacuent mieux la chaleur que les disques pleins grâce à la ventilation entre les ailettes qui favorisent également le transfert thermique par convection en augmentant les surfaces d'échange. Le nombre, la disposition et la forme (ailettes radiales, incurvées, pions circulaires...) des ailettes sont variables (figure 1.5).

L'utilisation de disques ventilés permet d'améliorer les transferts thermiques qui dépendent également des diamètres intérieur et extérieur du disque et des épaisseurs des pistes. Il existe deux types de disques ventilés, résultant de compromis différents entre rigidité et ventilation :



FIGURE 1.3 – Système de freinage à disque (web, 2013a)

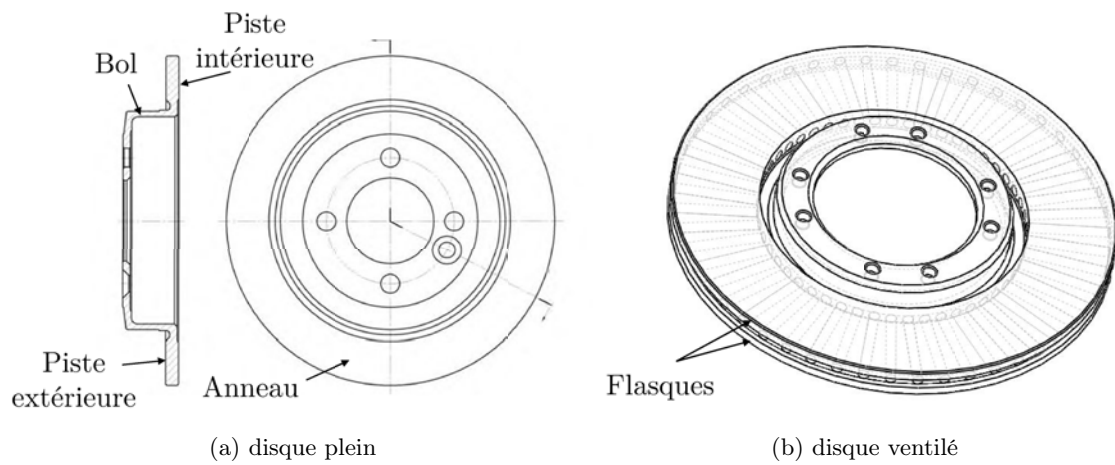


FIGURE 1.4 – Disques pleins et ventilés (Boudevin, 2008)

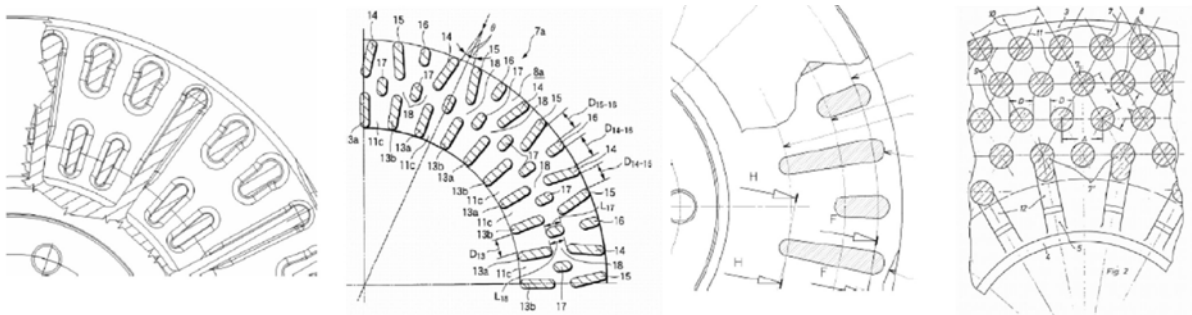


FIGURE 1.5 – Différents types d'ailettes (Boudevin, 2008)

- raccordement du bol à la piste intérieure, dit RPI (figure 1.6a), côté pivot : meilleure rigidité mais moins bonne ventilation ;
- raccordement du bol à la piste extérieure, dit RPE (figure 1.6b), côté jante : moins bonne rigidité mais meilleure ventilation.

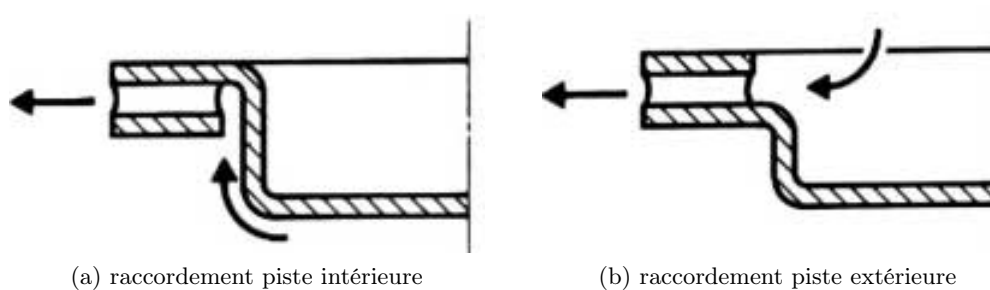


FIGURE 1.6 – Différents types de raccordement (Carré, 1989)

On distingue deux types d'étrier : les étriers fixes et les étriers mobiles, dits aussi "flottants". Dans les premiers, solidaires de l'essieu, on trouve de part et d'autre du disque, des cylindres hydrauliques dans lesquels se meuvent les pistons (figure 1.7a). Les garnitures sont placées entre le disque et les pistons ; la pression hydraulique les applique sur le disque. Cette disposition a été utilisée dans les premières applications automobiles.

L'étrier mobile chevauche le disque en pouvant se déplacer parallèlement à l'axe de rotation du disque (figure 1.7b). Ce déplacement s'effectue généralement sur des colonnettes (figure 1.8a). L'étrier comporte, d'un seul côté du disque, un ou plusieurs cylindres hydrauliques munis de pistons. Les garnitures sont interposées, de part et d'autre du disque, entre la piste du disque et le bord de l'étrier. La pression hydraulique agit à la fois :

- sur le ou les pistons qui repoussent la plaquette correspondante et l'appliquent sur le disque ;
- sur le fond du cylindre, ce qui provoque un déplacement de l'étrier dans le sens opposé et l'application du deuxième patin sur l'autre face du disque.

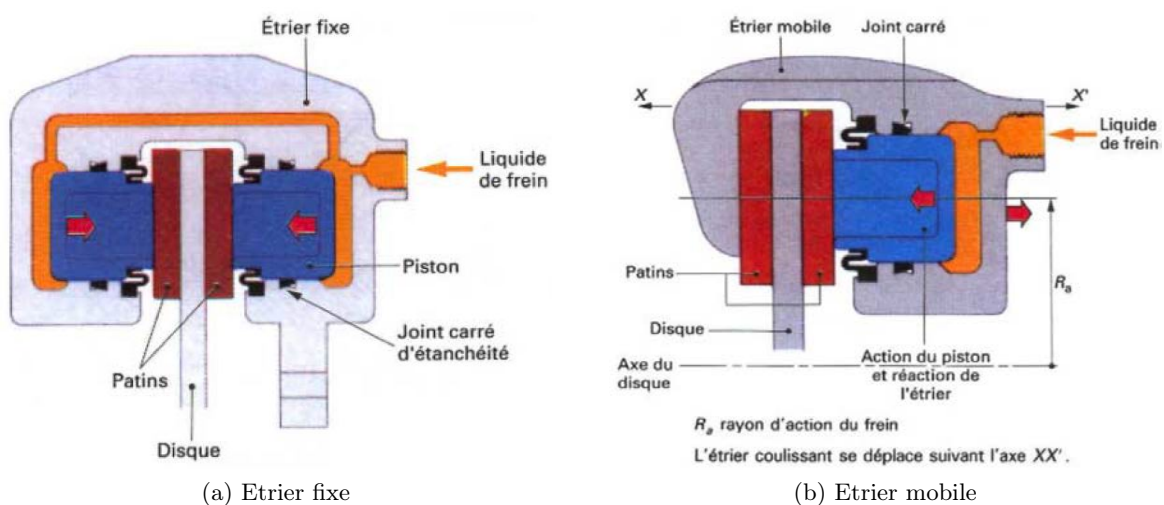


FIGURE 1.7 – Schémas de principe des étriers fixes et mobiles en position de freinage (Carré, 1989)

La figure 1.8 présente un système de freinage complet avec étrier mobile à un piston ainsi qu'une vue en coupe.

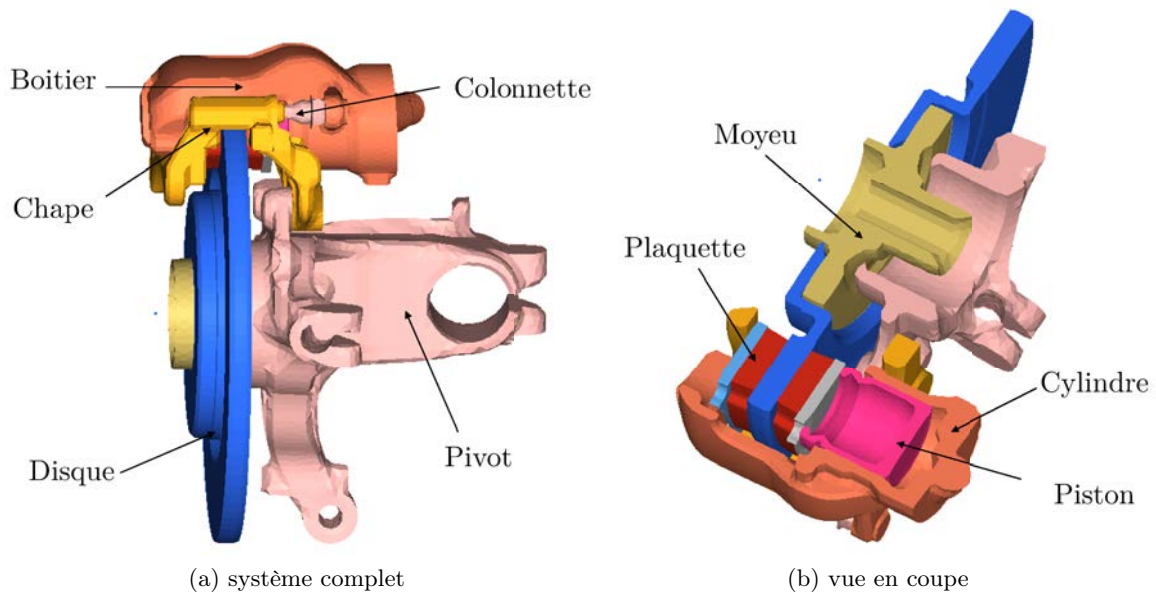


FIGURE 1.8 – Frein à disque et pièces environnantes

## 1.1.2 Les sollicitations vues par le disque

### 1.1.2.1 Les sollicitations d'origine thermique

En première approximation, l'intensité du flux thermique subi par le disque dépend directement du champ de pression  $P$  appliqué par les garnitures, du coefficient de frottement  $\mu$  entre le disque et les garnitures, de la vitesse angulaire de la roue  $\omega$  et du rayon  $r$  où est appliquée la pression :

$$\phi = \mu r \omega P \quad (1.1)$$

Si l'on considère une succession de freinages identiques à **décélération constante**, la répartition spatiale du flux thermique va varier non seulement au cours d'un freinage, mais également d'un freinage à l'autre.

Sur un même freinage, l'évolution du flux thermique s'explique par les phénomènes suivants :

- Le coefficient de frottement est variable en fonction de la température. Il est globalement constant jusqu'à environ  $400^\circ\text{C}$  puis chute au delà (phénomène de *fading* (Limpert, 1999)).
- Durant le freinage, le disque s'échauffe et se déforme sous l'effet de la dilatation thermique. Ce mouvement est contrarié par l'étrier. En conséquence, la répartition du champ de pression disque/garniture évolue, modifiant ainsi le flux thermique.
- Localement, la surface de contact effective est réduite aux aspérités majeures. Les élévations de température sont donc supérieures dans ces zones de contact. Elles engendrent des dilatations qui amplifient la non-uniformité du contact. Cependant, dans un même temps, le frottement favorise l'usure dans cette zone. Le contact évolue donc selon un mécanisme de couplage instable usure/dilatation. On peut citer sur ce sujet les travaux de



Barber (1969), Dufrenoy (1995) ou plus récemment Cristol *et al.* (2010). Cette compétition usure/dilatation est à l'origine du phénomène de *bandes chaudes* qui se déplacent radialement durant un freinage (figure 1.9).

- Pour Barber (1969), ce même phénomène est à l'origine des "*points chauds*" (ou "*hot spots*"), qui se caractérisent par des zones rondes de taille variable, où la température est plus élevée (figure 1.10). Ces zones chaudes sont régulièrement espacées sur les pistes mais leur position et leur intensité varient au cours du temps. On rencontre ce phénomène majoritairement dans l'aéronautique et dans le ferroviaire où les freinages peuvent être très longs. Cependant, Dufrenoy (1995) relie la formation de ces points chauds à des phénomènes de flambement local. Il observe également que les points chauds se forment le plus souvent à partir de l'apparition de gradients dans les bandes chaudes (figure 1.10), générant ainsi des déformations résiduelles dans ces zones, rendant alors le phénomène répétable et "stationnaire" d'un freinage à l'autre (Panier *et al.*, 2004).

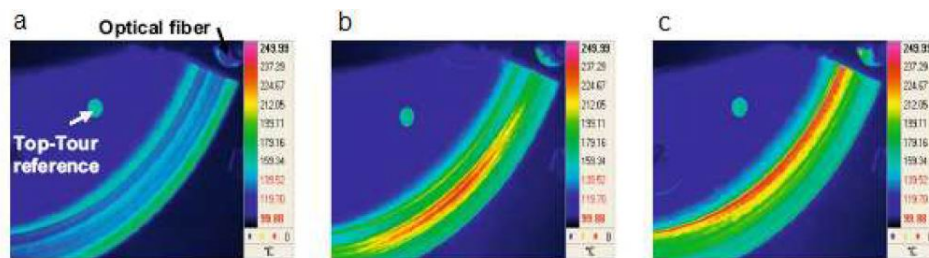


FIGURE 1.9 – Observation de bandes chaudes par thermographie IR (a) formation sur le rayon extérieur, (b) et (c) migration vers le rayon intérieur (Thevenet *et al.*, 2010)

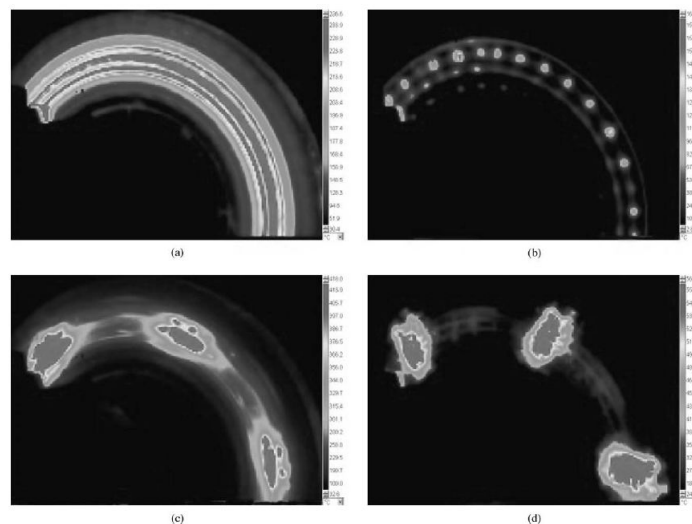


FIGURE 1.10 – Observation du développement de points chauds par thermographie IR (Panier *et al.*, 2004)

D'un freinage à l'autre, on observe également une évolution du flux thermique et donc de la répartition du champ de température. On peut expliquer ce phénomène par l'usure progressive des garnitures qui ont tendance à avoir un profil d'usure biaisé, ce qui entraîne un déplacement de la zone de frottement au cours des différents freinages.

L'évolution thermique d'un disque de frein est donc un phénomène fortement instationnaire, extrêmement difficile à prédire de manière déterministe. Ce caractère instationnaire est dû au phénomène de *fading*, à la dilatation du disque, aux phénomènes de bandes chaudes (gradients radiaux) et dans une moindre mesure aux points chauds (gradients orthoradiaux) ainsi qu'à l'usure des garnitures.

### 1.1.2.2 Les sollicitations d'origine mécanique

Comparativement aux sollicitations d'origine thermique, celles d'origine mécanique sont très faibles sur les pistes, dans la gorge ou le bol. La pression des plaquettes sur le disque provient de la pression hydraulique qui dépasse rarement les 80 bars. Elle génère des contraintes sur la pièce de l'ordre de quelques MPa. Cependant, lorsque le disque est ventilé, les contraintes en pied d'ailettes peuvent devenir non négligeables.

## 1.1.3 Dimensionnement des disques de frein

### 1.1.3.1 Mécanismes d'endommagement

Lors d'un freinage l'énergie mécanique est dissipée en chaleur en quelques secondes, conduisant à des élévations de température très importantes, de l'ordre de  $500^{\circ}\text{C}$ , et dans certains freinages sévères elles peut atteindre  $700^{\circ}\text{C}$ , voire  $800^{\circ}\text{C}$  sur des essais sur banc (Haag, 2012). Même si ces températures élevées sont à l'origine de phénomènes pouvant diminuer la capacité de freinage, comme le *vapor-lock* (une température trop élevée sur les pistes entraîne une vaporisation de la fraction d'eau contenue dans le liquide de frein), le *fading* (une chute du coefficient de frottement à haute température), ou encore de possibles transformations de phase dans la fonte, l'endommagement à l'origine de fissures de fatigue sur un disque de frein est majoritairement dû à la présence de forts gradients thermiques apparaissant lors d'un freinage. En effet, le disque tend à se dilater dans les zones chaudes, mais est finalement retenu par les zones froides. On peut distinguer deux principaux types de gradients thermiques :

- le gradient entre les flasques directement soumis au flux thermique et le bol ;
- le gradient dans l'épaisseur des flasques.

Le gradient entre les flasques et le bol (voir figure 1.11a) est la cause de la mise en parapluie, ou mise en cône ("*coning*"), qui est la déformation de premier ordre résultant de l'échauffement des pistes du disque sous l'action de l'étrier lors du freinage. Elle est la conséquence directe de la géométrie du disque, et plus particulièrement du décalage entre le plan de fixation du disque sur le moyeu et le plan moyen des flasques, entraînant une inclinaison de ces dernières. Ce phénomène est plus ou moins marqué en fonction du type de disque (plein, RPE ou RPI). On peut schématiser ce phénomène (Vallet, 1999) par l'enchaînement logique suivant, mais simultanément (cf. figure 1.12) :

- l'apport de chaleur provoque l'échauffement des flasques, ceux-ci se dilatent et tendent à augmenter de diamètre ;
- les flasques se dilatent et la base du bol restant fixe, le bol s'ouvre ;
- les flasques suivent l'inclinaison du bol, les pistes ne se trouvent alors plus dans un plan mais forment un cône.

La gorge du disque, qui est usinée de manière à limiter la transmission de chaleur au bol, est ainsi soumise à des contraintes de traction importantes lors du freinage, entraînant une plastification en fond de gorge. Lors du refroidissement, sans revenir à sa position initiale, le flasque se redresse, ce qui s'accompagne d'une plastification en compression dans cette même

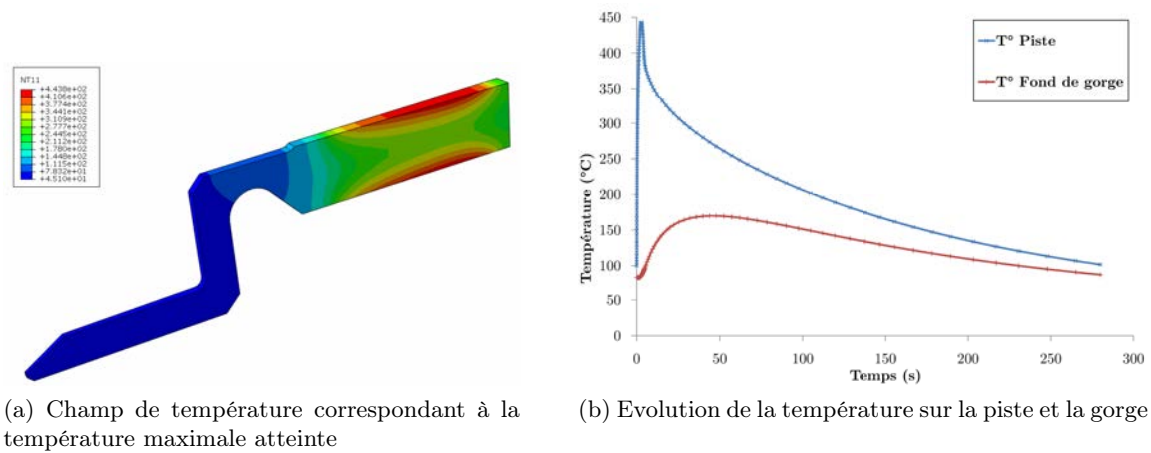


FIGURE 1.11 – Répartition et évolution de la température lors d'un freinage

zone. Celle-ci est donc soumise à un cyclage traction/compression avec plastification cyclique, à l'origine de l'apparition de fissures circonférencielles, visibles par ressuage sur la figure 1.13a, et qui, une fois amorcées, se propagent rapidement à travers la gorge et entraînent la rupture du disque. En fonction de la conception de tel ou tel disque, ce phénomène interviendra de manière préférentielle en fond de gorge ou en fond de bol.

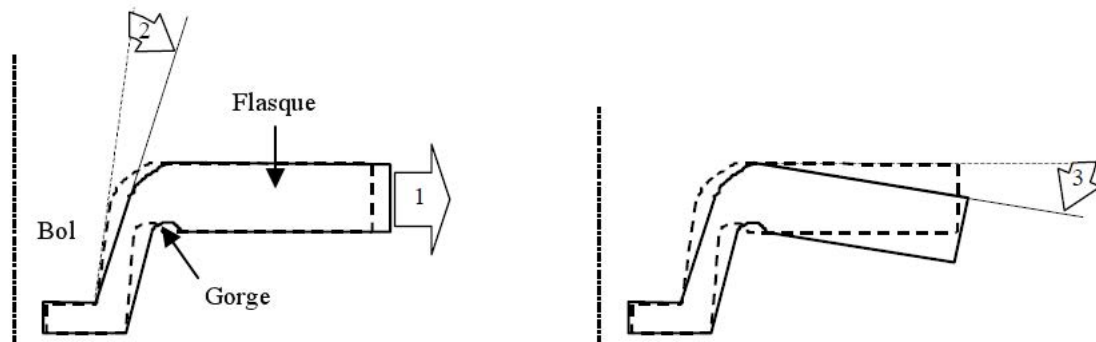


FIGURE 1.12 – Mise en parapluie, ouverture du bol (Vallet, 1999)

Le gradient dans l'épaisseur des pistes (voir figure 1.11a) s'explique aisément : le disque est chauffé en surface très rapidement (la plupart des freinages ne durent que quelques secondes). Les températures de surface peuvent atteindre une température de l'ordre de  $600^{\circ}\text{C}$  en 4 ou 5 secondes, tandis que le cœur du disque n'atteint au même moment qu'une valeur de 100 ou  $200^{\circ}\text{C}$ . Cette différence de température selon la profondeur entraîne de fortes contraintes de compression radiales mais surtout orthoradiales. Lors du refroidissement, des contraintes résiduelles de traction consécutives à la plastification à chaud apparaissent. C'est ce phénomène qui est à l'origine du réseau de faïencage sur les pistes (D'Cruz, 1989; Bagnoli *et al.*, 2009), qui conduit à la formation de fissures radiales (voir figure 1.13b). Celles-ci évoluent néanmoins de manière semi-elliptiques (Vallet, 1999; Bagnoli *et al.*, 2009), le gradient thermique devenant trop faible en profondeur pour que la fissure se propage (Seyedi, 2004). Elles peuvent cependant dans certaines conditions de freinage très sévères se propager jusqu'au diamètre extérieur ou plus rarement intérieur et conduire à la ruine complète de la structure.



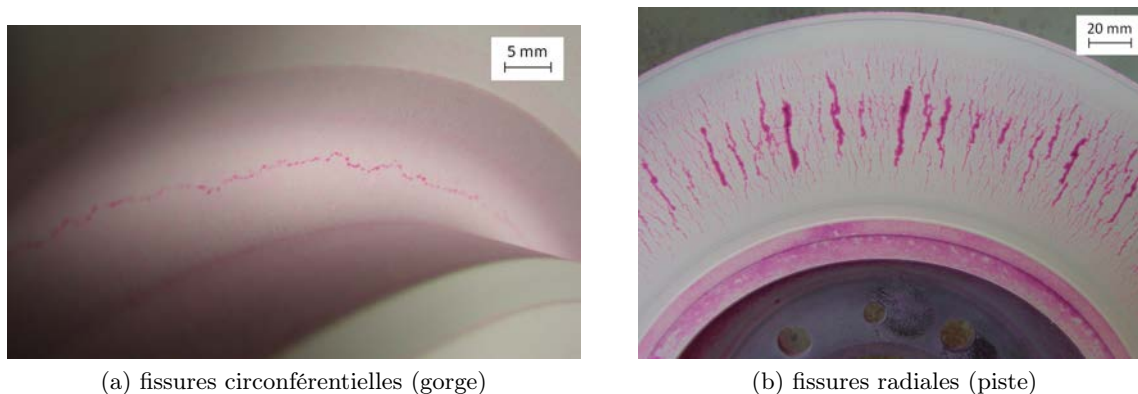


FIGURE 1.13 – Zones de fissuration du disque

### 1.1.3.2 Leviers de conception

L'endommagement d'un disque de frein dépend au premier ordre du flux thermique injecté durant le freinage. Sur les pistes, la répartition de ce flux a une influence directe sur les températures maximales atteintes et les gradients dans l'épaisseur conduisant à un réseau de fissures radiales. Plus le flux est concentré sur une surface restreinte, plus la température est élevée. Si cette surface est proche du rayon extérieur, où la vitesse est maximale, le risque qu'une fissure radiale débouche et entraîne la ruine du disque devient important.

Il est alors nécessaire, dans le processus de conception, de maîtriser au mieux la répartition du flux, qui dépend directement :

- de la déformée axiale du disque à chaud, qu'il faut minimiser et rendre la plus cohérente possible avec la déformée relative à l'ouverture de pince du boîtier étrier (figure 1.14) ;
- de la raideur d'ouverture de pince du boîtier étrier sous la pression de freinage qui doit être la plus élevée et la moins asymétrique possible, afin de conditionner un flux thermique le plus homogène possible radialement sur les deux demi-pistes de frein. Celles-ci doivent permettre d'obtenir une surface de frottement maximale qui épouse au mieux les différentiels de déformation et d'usure du disque de frein.

Selon le type de disque frein, on retiendra les règles de conception suivantes :

- Dans la conception d'un disque RPE, la piste externe raccordée est par définition la piste présentant le plus de gradient thermique (pompage par le bol) et une raideur radiale élevée (ancrage par le bol). De plus, l'ouverture de la pince de l'étrier sous pression de freinage est "antagoniste" à la mise en parapluie (figure 1.14), ce qui a pour conséquence négative de concentrer le flux thermique sur le diamètre extérieur. A contrario, du fait d'être non raccordée, la piste interne présente une souplesse radiale élevée et un champ thermique plus homogène, d'autant plus que le "coning" de cette piste est cohérent avec l'ouverture de la pince de l'étrier. Par conséquent, en ce qui concerne les fissures radiales et de la problématique faïencage, la piste la plus sensible à l'endommagement pour la conception de disques RPE est la piste externe.
- Dans la conception d'un disque RPI, c'est la piste interne raccordée qui est celle présentant le plus de gradient thermique et une raideur radiale élevée. Dans ce cas, l'ouverture de la pince de l'étrier sous pression de freinage a pour conséquence négative de concentrer le flux thermique sur le diamètre extérieur. A contrario, étant non raccordée, la piste externe

présente une souplesse radiale élevée et un champ thermique plus homogène, d'autant plus que le "coning" de cette piste est cohérent avec l'ouverture de la pince de l'étrier. Par conséquent, dans le cadre des fissurations radiales et du faïençage, la piste la plus sensible à l'endommagement pour la conception de disques RPI est la piste interne.

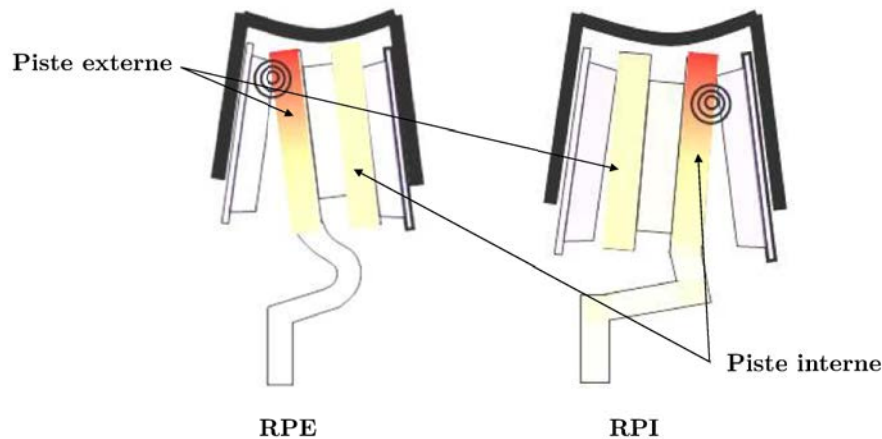


FIGURE 1.14 – Mise en parapluie et ouverture de l'étrier sur des configurations RPE et RPI

La réduction des épaisseurs des flasques, minimisant les gradients thermiques et les zones froides, constitue un autre levier de conception vis-à-vis de la problématique du faïençage et des fissures radiales. En effet, la zone d'application du flux thermique (zone chaude) en surface est contrainte par les zones hors flux thermique (zone froide), qui l'empêchent de se dilater. Il faut toutefois garder à l'esprit qu'il existe une taille de flasque minimale critique en-dessous de laquelle le risque de fissuration radiale débouchante est fort. De plus, réduire l'épaisseur des flasques diminue la capacité d'absorption calorifique du disque et entraîne des températures critiques sur les pistes.

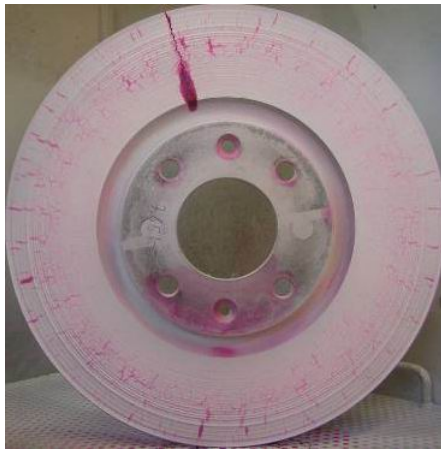
Les leviers de conception vis-à-vis de la gorge ou du bol sont plus nombreux : forme de la gorge, épaisseur du bol, rayons de raccordement, *etc.* De plus, si la répartition spatiale précise du flux est d'ordre 1 sur l'endommagement de la piste, elle a une influence beaucoup plus faible sur l'endommagement de la gorge ou du bol, celui-ci étant principalement affecté par la température moyenne des flasques.

### 1.1.3.3 Critères de validation

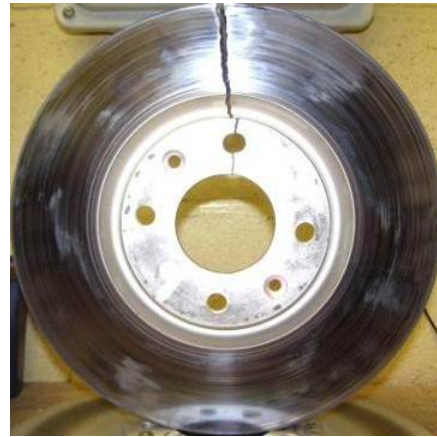
La gamme de validation des disques de frein pour *PSA Peugeot Citroën*, en termes de tenue mécanique, consiste en une succession de plusieurs freinages sévères (correspondant à une décélération allant de  $0.5g$  à  $1g$ ) à l'issue desquels aucune fissure radiale débouchante (figure 1.15) sur le rayon intérieur ou extérieur (traversante ou non) ni d'amorçage de fissure circonférentielle ne doit apparaître.

### 1.1.4 Choix de modélisation

Les choix de modélisation pour la simulation numérique du freinage ont une importance capitale. De nombreux auteurs se sont penchés sur le sujet, et de nombreux modèles ont été proposés. On peut citer dans le domaine ferroviaire les travaux de [Dufrenoy \(1995\)](#) ou de [Abdi et Samrout \(1999\)](#), et ceux de [Floquet et Dubourg \(1994\)](#) ou de [Vallet \(1999\)](#) dans le domaine automobile. Il en ressort que si l'on s'intéresse aux phénomènes thermiques non axisymétriques



(a) fissure radiale débouchante non traversante



(b) fissure radiale débouchante traversante

FIGURE 1.15 – Exemples de fissures radiales

(les gradients orthoradiaux), il est nécessaire d'adopter des modélisations particulières pour simuler le fait que sur un disque en rotation, le flux de chaleur est localisé sous les plaquettes, sur un secteur angulaire du disque uniquement.

Ces constatations ont amené *PSA Peugeot Citroën* à lancer une étude poussée sur ce sujet (Nguyen, 2001), en s'intéressant à la modélisation numérique des disques par une approche eulérienne. L'idée est de travailler dans le repère du chargement (c'est-à-dire celui des plaquettes) et non dans celui de la structure (c'est-à-dire celui du disque), et d'utiliser les coordonnées eulériennes pour prendre en compte un flux de matière qui simule la rotation du disque. Cette méthode permet de représenter de manière très précise les gradients orthoradiaux apparaissant sur un tour de roue durant un freinage (figure 1.16).

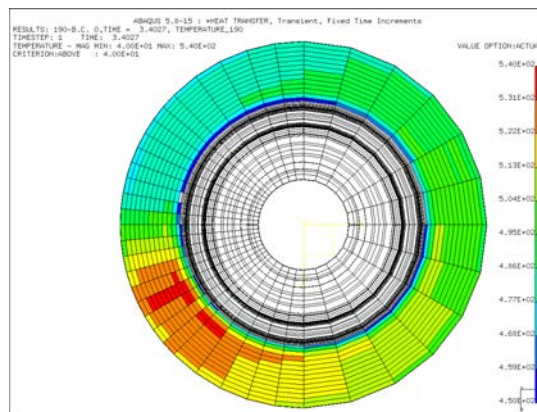


FIGURE 1.16 – Gradient thermique lors d'un tour de roue pour la température maximale du freinage - (Nguyen, 2001)

La méthode a été implémentée depuis dans le code de calcul ABAQUS® (Simulia, 2010c). Bien que prédictive et séduisante d'un point de vue scientifique, elle pose néanmoins un certain nombre de difficultés, qui ont conduit les bureaux d'étude *Dimensionnement Freins* au sein de *PSA Peugeot Citroën* à ne pas en tirer pleinement parti :

- Sous ABAQUS®, la génération du maillage doit être réalisée à partir d'une section axisymétrique ou d'un secteur angulaire élémentaire. Dans le cas d'un disque plein, cela ne pose

aucun problème. En revanche, pour un disque ventilé, en fonction de la forme des ailettes, le secteur élémentaire peut atteindre  $20^\circ$ , générant des effets de bord très importants lors de la résolution en coordonnées eulériennes.

- La mise en données du calcul (génération du fichier de données) est longue, chaque tour de roue devant être décrit par un *step* (étape de calcul) sous ABAQUS®.
- Si l'on souhaite simuler plusieurs freinages, ce qui est le plus souvent le cas, les temps de calcul peuvent rapidement devenir prohibitifs.
- La loi de comportement du matériau doit également être écrite en coordonnées eulériennes, rendant l'écriture d'une procédure *User Material* (UMAT) très complexe.

Devant ces constatations, il convient d'évaluer les avantages et les inconvénients de cette méthode. Le bénéfice majeur est de bien décrire les gradients thermiques orthoradiaux durant un tour de roue, gradients qui peuvent atteindre quelques dizaines de degrés à l'instant le plus chaud du freinage, soit aux alentours de 5% - voire 10% dans des conditions de freinage extrêmes - de la température maximale. Une telle différence de température n'a qu'une influence très limitée sur les contraintes de compression sur les pistes (de l'ordre de 10 à 20 MPa) et donc sur l'endommagement. Certes, en fin de freinage, les gradients sont plus importants, la vitesse de rotation étant beaucoup plus faible, mais, à cet instant, la température dans l'épaisseur du disque étant beaucoup plus homogène ; le comportement local du matériau correspond à une décharge élastique sans influence sur l'endommagement.

A cela s'ajoute l'incertitude très importante sur le champ de température résultant. En effet, comme il a été précédemment souligné, le flux thermique est très fortement instationnaire, générant des phénomènes tels que les *bandes chaudes*, ou les *points chauds*. La détermination précise du champ de température nécessiterait de prendre en compte ces phénomènes complexes via des modèles couplant usure, contact et thermique. De tels modèles ont été proposés sans toutefois aboutir à des résultats prédictifs pour de multiples situations de freinage. Chercher à identifier un champ de température de manière déterministe, pour n'importe quelle condition de freinage peut sembler impossible. En conséquence, chercher un degré de précision aussi fin que celui proposé par les méthodes eulériennes peut ne pas sembler pertinent en regard des incertitudes dues aux caractères hautement instationnaire du flux.

Enfin, comme il l'a été mentionné au §1.1.3.2, seule la température moyenne des flasques a une importance vis-à-vis de l'endommagement de la gorge de détente ou du bol.

C'est pour ces raisons que le choix a été fait pour cette étude de considérer un flux axisymétrique permettant d'obtenir une température moyenne sur la périphérie du disque.

#### 1.1.4.1 Modélisation du flux thermique

On considère un banc d'inertie  $J$ , tournant à une vitesse initiale  $\omega_0$ . Les freinages appliqués sont effectués à décélération - et donc à pression hydraulique - constante (ce qui signifie que la vitesse décroît linéairement au cours du freinage). Ainsi, si  $\Delta t$  est la durée du freinage, la vitesse angulaire  $\omega$  à l'instant  $t$  vaut :

$$\omega(t) = \omega_0 \left(1 - \frac{t}{\Delta t}\right) \quad (1.2)$$

On en déduit alors l'énergie cinétique du disque à l'instant  $t$  :

$$E_c(t) = \frac{1}{2}J\omega(t)^2 = \frac{1}{2}J\omega_0^2 \left(1 - \frac{t}{\Delta t}\right)^2 \quad (1.3)$$

On considère que toute l'énergie cinétique est transformée en chaleur, et que 95 % de celle-ci est transmise au disque, tandis que les 5 % restants sont transmis aux garnitures. Le flux de

chaleur transmis au disque est alors égal à la dérivée de l'énergie cinétique par rapport au temps, pondéré d'un facteur  $\rho = 0.95$ . Sur la zone de contact avec chaque plaquette, l'expression du flux de chaleur appliqué par unité de surface en fonction du temps  $t$  est alors :

$$\phi(t) = -\rho \frac{1}{S_p} \frac{dE_c}{dt} = \rho \frac{J\omega_0\omega(t)}{S_p\Delta t} \quad (1.4)$$

où  $S_p$  est la surface de contact entre la plaquette et le disque.

Dans le cas d'une modélisation axisymétrique du flux,  $S_p$  est égale à la surface totale de la piste, soit :

$$S_p = \pi(R_{ext}^2 - R_{int}^2) \quad (1.5)$$

où  $R_{int}$  et  $R_{ext}$  désignent les rayons intérieur et extérieur de la piste.

L'expression (1.4) donne le flux de chaleur global à l'instant  $t$  qui ne dépend que de variables globales. En reprenant l'expression (1.1), on choisit d'exprimer le flux de chaleur appliqué comme une fonction linéaire de  $r$  :

$$\phi(r, t) = A\omega(t)r \quad (1.6)$$

avec  $A$  une constante.

La détermination de la constante  $A$  se fait en écrivant l'égalité entre l'intégrale du flux appliqué sur la surface de la piste et le flux total appliqué :

$$\int_{R_{int}}^{R_{ext}} \int_0^{2\pi} A\omega(t)r^2 dr d\theta = \rho \frac{J\omega_0\omega(t)}{\Delta t} \quad (1.7)$$

soit :

$$A = \rho \frac{3J\omega_0}{4\pi\Delta t (R_{ext}^3 - R_{int}^3)} \quad (1.8)$$

Le disque ayant deux pistes subissant le même chargement, le flux de chaleur appliqué sur chacune d'entre elles a alors pour expression :

$$\phi(t) = \rho \frac{3J\omega_0 r \omega(t)}{4\pi\Delta t (R_{ext}^3 - R_{int}^3)} \quad (1.9)$$

L'utilisation d'un flux "axisymétrique" permet de modéliser uniquement un secteur angulaire du disque. Dans ABAQUS<sup>®</sup>, l'introduction du flux non uniforme dans le calcul thermique est réalisé à l'aide d'une routine DFLUX. Outre le flux entrant, on simule la convection forcée avec l'air ambiant ainsi que la conduction avec le moyeu par le biais de coefficients d'échange thermique. Afin de prendre en compte le fait de ne travailler que sur un secteur de disque, on impose une condition d'adiabaticité sur les faces latérales du modèle.

Si des mesures à partir de thermocouples (ou par thermographie infrarouge) sont disponibles, il est possible de pondérer le flux thermique en modifiant la valeur de  $A$  tout en conservant le flux total appliqué aux pistes.

### 1.1.4.2 Modélisation des conditions aux limites mécaniques

Seul le disque est modélisé. Des modèles numériques représentant le système de freinage complets existent au sein de *PSA Peugeot Citroën* afin d'évaluer la distribution de la pression de contact mais l'utilisation de tels modèles n'est pertinente que faite conjointement avec des approches eulériennes.

On applique au secteur de disque des conditions aux limites de symétrie sur les faces latérales, ce qui revient à bloquer les déplacements dans la direction perpendiculaire à ces faces. On impose également, pour représenter la fixation du disque sur le moyeu, des blocages suivant la direction verticale (axe de rotation de la roue) sur les deux faces horizontales du bol.

## 1.2 La fonte à graphite lamellaire constitutive des disques de frein

### 1.2.1 Généralités sur les fontes

La fonte désigne la famille d'alliages fer-carbone dont la teneur massique en carbone est comprise entre 2% et 6.7%. Leur principal atout réside dans leur excellente coulabilité associée à un coût de revient faible. C'est ainsi qu'elles sont fréquemment utilisées dans l'industrie et ce, pour des applications diverses : composants moteurs (collecteur d'échappement, carter cylindre), pièces de liaisons au sol (bras de suspension) et moules de fonderie dans l'industrie automobile, éléments de tuyauterie et de stockage pour l'industrie nucléaire, *etc.*

Contrairement aux aciers, les fontes dites grises solidifient selon le diagramme stable fer-carbone en faisant intervenir une transformation eutectique telle que se forment :

- du **graphite** libre (lamelles ou nodules sphériques) ;
- une phase dite austénite contenant du carbone en solution solide dans du fer cubique à faces centrées.

Lors du refroidissement, selon la vitesse de refroidissement et la composition de l'alliage, le graphite évolue peu, mais l'austénite subit une transformation (figure 1.17) qui peut conduire à la formation de différentes phases :

- **La ferrite** (aussi appelée "fer  $\alpha$ ") est une solution solide des éléments d'alliage comme le silicium, le manganèse ou le carbone dans le réseau cubique centré du fer. Elle est relativement ductile donc facilement usinable et présente une dureté de l'ordre de 60 à 80 HV.
- **La cémentite** est un carbure de fer de formule  $Fe_3C$  de structure cristallographique orthorhombique. Elle contient 6.67% massique de carbone et se caractérise par une dureté très importante, de l'ordre de 700 à 800 HV.
- **La perlite** est un agrégat formé à 89% de ferrite et de 11% de cémentite sous forme de lamelles alternées (figure 1.18). La formation de la perlite se fait par germination aux joints de grain austénitiques, puis croissance parallèle des lamelles. C'est de la finesse de celles-ci qu'elle tire ses caractéristiques mécaniques. Elle est généralement caractérisée par une dureté relativement importante (de 200 à 300 HV) et par une ductilité moyenne.
- **La martensite** (aussi appelée "fer  $\alpha'$ ") est une phase métastable qui apparaît par transformation displacive, particulièrement lors de refroidissements rapides (trempes). La formation de cette phase peut être favorisée par différents mécanismes induits par l'ajout de différents éléments tels que le nickel et le chrome. C'est un composé très dur (de 800 à 1000 HV) dont la structure se présente sous la forme d'aiguilles. C'est une solution solide



d'insertion sursaturée en carbone dans le fer  $\alpha$ , de même composition que l'austénite dont elle est issue.

- **La bainite** se présente sous la forme d'un agrégat de "plaquettes" de ferrite et de très fins carbures. Cette phase se forme lorsque le refroidissement de l'austénite est trop rapide pour obtenir de la perlite et trop lent pour former de la martensite. La formation de cette phase est favorisée par l'ajout de molybdène et de nickel. Sa structure est particulièrement fine et lui confère de bonnes propriétés mécaniques.

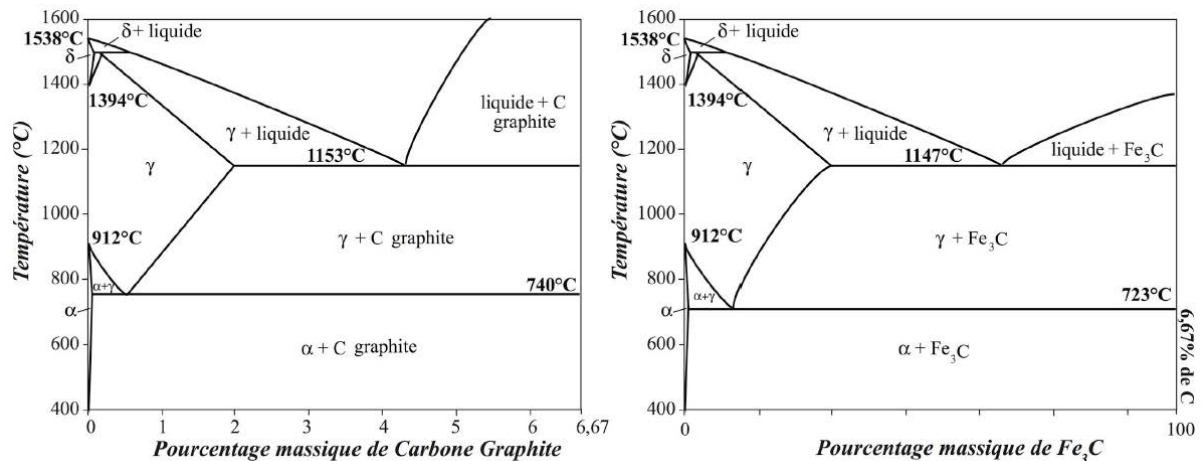


FIGURE 1.17 – Diagrammes d'équilibre fer-carbone stable et fer-cémentite (ou fer-carbone métastable)

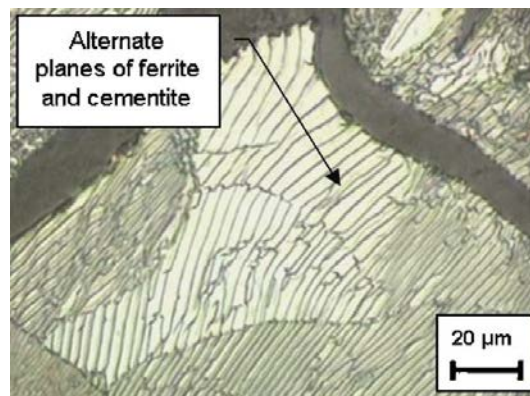


FIGURE 1.18 – Micrographie d'une fonte GL à matrice perlitique (Collini *et al.*, 2008)

En résumé, les fontes grises - objet de cette étude - solidifient selon le diagramme fer-carbone mais, lors du refroidissement, il y a transition sur le diagramme fer-cémentite à une température comprise entre 900°C et environ 700°C.

Les fontes grises sont classées suivant la forme sous laquelle se présente la majeure partie du carbone et suivant leur microstructure. Il existe des *fontes à graphite lamellaire* ((Margerie, 1989)) des fontes à *graphite sphéroïdal* et des fontes à *graphite compact* (Barralis et Maeder, 1995), à matrice ferritique, ferrito-perlitique, perlitiques, bainitiques, ...

Le graphite se présente sous la forme de sphéroïdes (figure 1.19a) dans les fontes à *graphite sphéroïdal* (GS), et sous forme de lamelles (figure 1.20) dans les fontes à *graphite lamellaire* (GL). Les caractéristiques mécaniques sont directement influencées par la forme prise par le graphite

ainsi que par sa répartition. Ainsi, les fontes à graphite sphéroïdal sont plus ductiles que les fontes à graphite lamellaire, réputées fragiles.

Enfin, dans les fontes à *graphite compact* (fonte dite à graphite vermiculaire GV), le carbone apparaît sous forme de lamelles émoussées qui peuvent être reliées entre elles (figure 1.19b). Les caractéristiques de la fonte GV se situent entre celles de la fonte GL et celle de la fonte GS.

Les *fontes blanches* (qui doivent leur nom à la teinte blanche de leur surface de rupture) solidifient selon le diagramme fer-cémentite. Il ne se forme pas de graphite et la quasi totalité du carbone se combine avec le fer pour former de la cémentite, rendant le matériau très dur et très fragile. Ce type de fonte est caractérisé par une bonne résistance à l'usure et à l'abrasion, et une usinabilité presque impossible. Les *fontes malléables* sont des fontes blanches subissant un traitement thermique de malléabilisation (maintien de la température au dessus de 900°C). Les propriétés sont intermédiaires entre celles des fontes blanches et des fontes grises.

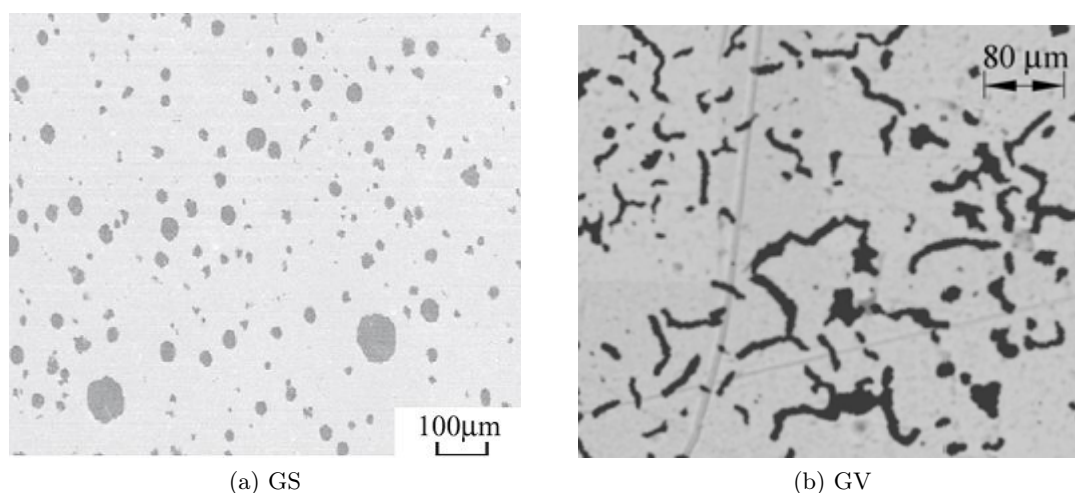


FIGURE 1.19 – Micrographies de fontes GS et GV

## 1.2.2 Composition et microstructure des fontes GL

Dans les fontes à graphite lamellaire, la plus grande partie du carbone se trouve sous forme de lamelles de graphite (figure 1.20). Il existe des normes (AFNOR, 1997a,b) permettant de classer les fontes en fonction de paramètres microstructuraux :

- la forme du graphite ;
- sa répartition ;
- dans le cas de la fonte GL, la taille des lamelles.

Dans notre étude, la fonte GL est de type I A 4-5, selon la norme précitée :

- I : lamelles ;
- A : distribution homogène ;
- 4-5 : taille des lamelles variant de 0.06 à 0.25 mm ;
- 3-5 : taille des lamelles variant de 0.06 à 0.5 mm.

Sa composition détaillée est présentée dans le tableau 1.1 et montre que celle-ci est proche de la composition eutectique. Les vitesses de refroidissement des disques conduisent à une matrice



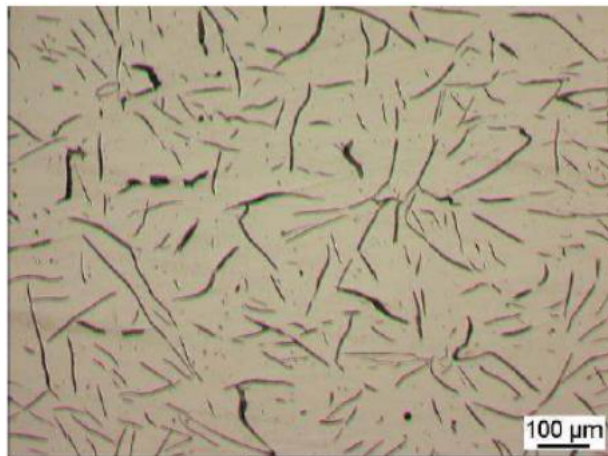


FIGURE 1.20 – Micrographie d'une fonte GL (Keller, 2006)

de type perlitique avec une quantité de ferrite inférieure à 5%, la quantité de carbures - autres que la cémentite ( $Fe_3C$ ) contenue dans la perlite - étant inférieure à 2%.

C	Si	Mn	S	P	Ni	Cr	Mo	Cu	Ti	Sn
3.4 - 3.6	$\leq 2.45$	$\geq 0.40$	$\leq 0.15$	$\leq 0.15$	$\leq 0.25$	$\leq 0.20$	$\leq 0.10$	$\leq 0.60$	$\leq 0.03$	$\leq 0.10$

TABLEAU 1.1 – Composition chimique (massique) de la fonte GL étudiée

### 1.2.3 Propriétés remarquables

Les caractéristiques du matériau dépendent essentiellement de la qualité et de la répartition des lamelles ainsi que de la composition de la matrice métallique. Si les lamelles de graphite, d'une longueur variant de 0,03 à 1 mm, n'ont que très peu d'influence sur la résistance à la compression, elles diminuent considérablement la résistance à la traction de la matrice. Les lamelles se comportent en effet comme des fissures, la résistance du graphite étant très faible. Ce phénomène conduit à un effet d'entaille, ce qui rend la fonte GL très fragile (Meyersberg, 1933). Dès l'apparition de fissures consécutives à l'effet d'entaille, celles-ci se propagent presque instantanément en provoquant la rupture de l'éprouvette (ou de la pièce) sans déformation apparente. Dans la fonte GL, les lamelles de graphite sont autant d'entailles qui accumulent leurs effets dans des conditions très complexes, conduisant à la rupture en traction (sans grand allongement ni striction) suivant les lamelles de graphite; c'est ce qui donne cet aspect gris (d'où l'appellation de *fontes grises*) caractéristique des fontes à graphite lamellaire (Margerie, 1989).

La décohésion des lamelles en traction est à l'origine d'une non-linéarité de la relation contrainte-déformation pour des valeurs de contraintes relativement faibles (Gilbert, 1959), conduisant à une très forte dissymétrie de comportement traction/compression (figure 1.21).

Malgré cette relative fragilité, les fontes GL sont utilisées pour les disques de frein automobiles car elles présentent certains avantages :

- Les disques de frein sont des pièces issues d'un procédé de fonderie par gravité suivi d'un usinage sur une grande partie de leur surface (notamment les pistes). Les fontes GL présentent une excellente coulabilité. Le graphite est le constituant tendre et lubrifiant qui

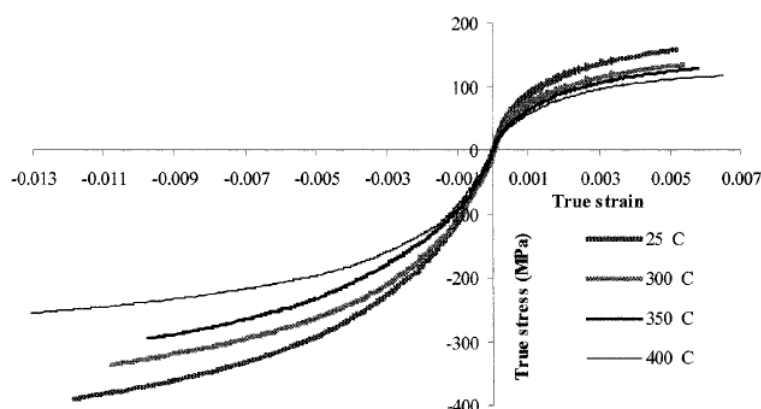


FIGURE 1.21 – Courbes de traction/compression monotones pour une fonte GL à différentes températures (Brooks *et al.*, 2002b)

confère aux fontes leur bonne usinabilité, même sans huile de coupe, ce qui est particulièrement vrai pour le graphite lamellaire de type A (distribution homogène des lamelles) (Mathon, 1969).

- Elles présentent une diffusivité ou plus précisément une effusivité élevée, dictée par leur teneur en carbone, leur conférant un intérêt pour la dissipation interne d'énergie. Néanmoins, la diffusivité ne doit pas non plus être trop importante, au risque de transmettre trop de chaleur au bol et par conséquent à la roue. Pour les fontes à haute teneur en carbone, on constate que la différence de conductivité thermique par rapport à une fonte standard se fait aux basses températures. En effet, à chaud il y a convergence entre toutes les fontes en termes de diffusivité thermique.
- Leur capacité d'amortissement des vibrations est très supérieure à celui des autres fontes (Plenard, 1964). Cette caractéristique est particulièrement importante pour les disques de frein, notamment pour améliorer les problèmes dynamiques liés au phénomène de *crissement*.
- Elles présentent une bonne résistance à la corrosion.
- Enfin, l'aspect économique, déterminant dans l'industrie automobile, est très intéressant, le prix de la fonte GL étant relativement peu élevé comparé à d'autres métaux et alliages ayant des caractéristiques mécaniques assez proches.

#### 1.2.4 Propriétés de la fonte GL de l'étude

##### Propriétés mécaniques

On dispose pour ce matériau de plusieurs essais monotones de traction et de compression (Gangloff, 2010). Les essais de traction ont été menés jusqu'à rupture de l'éprouvette, les essais de compression ayant quant à eux été interrompus à 2% de déformation.

On peut voir sur la figure 1.22 correspondant à des essais réalisés à 20°C la forte différence de comportement en traction et en compression. Le module d'Young est identique mais la limite élastique apparente est très nettement inférieure en traction. La résistance ultime ( $R_m$ ) en traction est de 300 MPa et l'allongement à rupture (A%) de 0,9% alors qu'à 2% de déformation en compression, la contrainte est de 540 MPa.

On dispose d'essais pour une plage de températures allant de 20°C à 800°C, chaque essai ayant été doublé. On présente l'évolution des caractéristiques mécaniques en fonction de la température

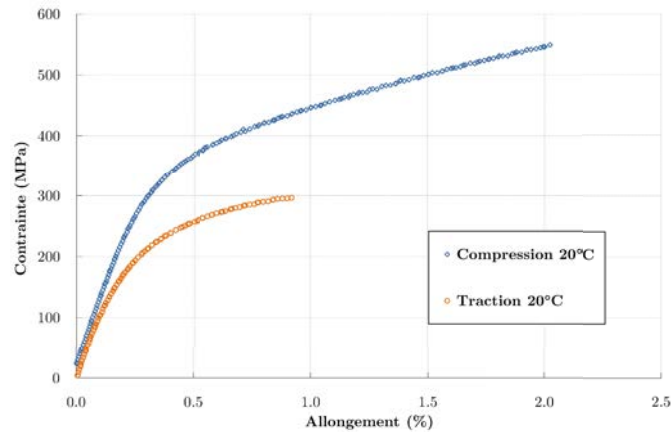


FIGURE 1.22 – Essais de traction et de compression - 20°C

en traction dans le tableau 6.1 et en compression dans le tableau 1.3.

Température (°C)	20	200	300	400	500	600	700	800
Module d'Young (GPa)	118	118	106	96	97	64	58	31
$R_m$ (MPa)	301	277	269	266	210	141	77	41
$R_{p0.2}$ (MPa)	243	219	209	172	165	121	71	41
A%	0.7	0.7	0.65	1.35	1.2	0.7	1.3	0.2

TABLEAU 1.2 – Caractéristiques mécaniques en traction de la fonte GLB

Température (°C)	20	200	300	400	500	600	700	800
Module d'Young (GPa)	118	117	115	112	111	89	87	60
$R_c$ à 2% (MPa)	573	437	494	468	373	265	131	65
$R_{pc0.2}$ (MPa)	395	310	317	317	268	198	104	55

TABLEAU 1.3 – Caractéristiques mécaniques en compression de la fonte GLB

Ces résultats confirment la forte dissymétrie du comportement en traction et en compression. L'effet de la décohésion des lamelles de graphite en traction est illustré par la différence importante de la limite d'écoulement pour une déformation permanente de 0.2% ( $R_{p0.2}$ ). A faible température, les valeurs de module d'Young en traction et en compression sont très proches, tandis qu'à plus haute température, la différence devient notable, ce qui montre que la décohésion des lamelles survient pour de très faibles valeurs de contraintes à haute température.

## Propriétés physiques

On présente dans le tableau 1.4 l'évolution des caractéristiques thermiques en fonction de la température. La masse volumique ne varie que très peu avec la température et vaut  $7.1 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ .

Température (°C)	20	100	200	300	400	500	600	700
Conductivité ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ )	55	51	50	46	42	39	34	30.
Chaleur spécifique ( $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$ )	0.50	0.55	0.58	0.60	0.65	0.69	0.75	0.81
Coefficient de dilatation ( $10^{-6}.K^{-1}$ )	11.7	11.7	11.8	12.2	12.9	13.2	13.6	13.8

TABLEAU 1.4 – Caractéristiques physiques de la fonte GLB

### 1.3 Enjeux et difficultés de l'étude

Dans une approche faisant l'hypothèse d'un découplage entre le comportement et l'endommagement, quatre éléments sont nécessaires pour mener à bien une démarche de dimensionnement à la fatigue thermomécanique.

Il faut tout d'abord disposer d'un *modèle numérique* représentatif de la pièce réelle. La performance des outils de maillage actuels, la relative "simplicité" d'un disque de frein et le fait de ne pas modéliser l'environnement direct du disque, et donc de ne s'intéresser qu'à un secteur, nous permettent de disposer de modèles éléments finis relativement légers en termes de degrés de liberté et dont la réalisation du maillage est assez rapide.

Il est ensuite nécessaire d'appliquer les bonnes *conditions aux limites* et les bons *chargements* à la structure étudiée. Nous avons ici fait le choix d'une modélisation du flux thermique axisymétrique ne dépendant que du rayon  $r$ . Bien que ne pouvant pas représenter l'ensemble des phénomènes thermiques observés sur un disque de frein, cette modélisation est faite en connaissance de cause et nous semble suffisante compte tenu des incertitudes relatives à la forte variabilité du flux.

Une *loi de comportement* du matériau constitutif de la structure étudiée est essentielle. C'est un des enjeux majeurs de cette étude. Le comportement de la fonte GL est très particulier (cf. § 1.2.3), aussi une attention particulière devra être portée à la représentativité du modèle de comportement en traction comme en compression pour des cas de chargements cycliques proches de ceux rencontrés sur disque. De plus, compte tenu des températures élevées rencontrées sur pièce, des phénomènes visqueux apparaissent et doivent impérativement être pris en compte. Il faut néanmoins préciser dès maintenant que l'objectif visé est de proposer un modèle de comportement permettant de décrire précisément le comportement de la fonte dans une simulation de freinage sur disque, sans prétendre développer une loi de comportement "générique" ou universelle valable quelle que soit la structure et le type de sollicitations.

Enfin, le dimensionnement en fatigue nécessite un *critère de fatigue* robuste et prédictif. On est ici dans le cas de la fatigue à faible nombre de cycles (LCF) pour laquelle de nombreuses approches ont été proposées, notamment à *PSA Peugeot Citroen* pour le dimensionnement des composants moteurs dits "chauds" (Charkaluk, 1999; Verger, 2002), mais également de parties "froides" comme le répartiteur d'échappement (Launay, 2011). Dans le cas de la fissuration du bol ou de la gorge, la problématique est assez proche de celle rencontrée sur ces composants dimensionnés à l'amorçage. Il s'agira alors de proposer le critère le plus adapté et le plus prédictif en se basant sur des corrélations calculs/essais.

Le cas du faïçage et des fissures radiales, pour lequel on ne peut pas se contenter de prédire l'amorçage qui intervient très rapidement, est assez différent. La prévision déterministe de la vitesse de propagation, compte tenu des incertitudes liées au chargement et de l'environnement anisotherme, en élasto-viscoplasticité généralisée semble *a priori* difficilement atteignable.

Il s'agira alors de définir une stratégie permettant aux bureaux d'étude de prédire l'évolution du réseau de faïençage, à savoir sa capacité à se transformer en une fissure débouchante - et donc critique - ou non.

## Chapitre 2

# Modélisation du comportement de la fonte GL : un état de l'art

*Après la présentation de la base expérimentale existante et un rappel de la formulation des lois de comportement, ce chapitre sera consacré à présenter l'état de l'art relatif à la modélisation du comportement de la fonte à graphite lamellaire. On décrira dans un premier temps des approches multi-échelles développées dans les années 1980 avant de s'intéresser à des travaux plus récents basés sur la modification de la surface seuil de plasticité, puis de proposer un bilan des modèles existants.*

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>26</b>
<b>2.2</b>	<b>La base expérimentale</b>	<b>26</b>
<b>2.3</b>	<b>Formulation des lois de comportement à variables internes</b>	<b>28</b>
2.3.1	Formulation thermodynamique en HPP	28
2.3.2	Les critères d'élasticité	32
2.3.3	Les lois d'écrouissage	33
2.3.4	Les lois d'écoulement	35
<b>2.4</b>	<b>Approches multi-échelles</b>	<b>35</b>
2.4.1	Modèle de Russel	35
2.4.2	Modèle de Downing et Socie	37
2.4.3	Modèle de Haenny et Zambelli	38
<b>2.5</b>	<b>Approches liées au critère de plasticité</b>	<b>39</b>
2.5.1	Quelques modèles non spécifiques à la fonte	39
2.5.2	Les modèles spécifiques à la fonte	41
<b>2.6</b>	<b>Bilan des différents modèles existants</b>	<b>44</b>

---

## 2.1 Introduction

Les températures atteintes lors d'un freinage impliquent que les effets induits par la vitesse de chargement (*i.e.* les effets visqueux) ne peuvent pas être négligés dans la formulation d'une loi de comportement représentative de la fonte GL dans un disque de frein. Plusieurs auteurs ont proposé des modèles de comportement sous sollicitations monotones ou cycliques de type élasto-viscoplastiques pour la fonte GS, à travers une approche *macroscopique par variables internes*, notamment pour des collecteurs d'échappement (Szmytka, 2007; Bastid, 1995). C'est ce type d'approche que nous retiendrons. Le formalisme thermodynamique nécessaire à la formulation de telles lois, ainsi que les différents éléments d'un modèle de comportement seront décrits ici.

Les particularités de la fonte GL sont d'une part une relation non linéaire entre contrainte et déformation pour de faibles valeurs de contraintes et d'autre part une forte dissymétrie du comportement en traction/compression. Les premiers travaux portant sur le comportement cyclique de ce matériau, proposés par Gilbert *et al.* (Gilbert et Richards, 1969; Gilbert et Kemp, 1978), étaient principalement expérimentaux et ont abouti à un certain nombre d'observations relatives à l'influence du graphite, notamment sa faible résistance en traction.

Plusieurs auteurs se sont ensuite intéressés aux mécanismes de déformation présents dans le matériau sous sollicitation cyclique, induits par la décohésion des lamelles de graphite lors du chargement. Ces modèles s'appuient sur des modélisations par éléments finis supposées représenter la microstructure de la fonte GL et ayant pour objectif de quantifier l'influence de la taille ainsi que de la répartition des lamelles de graphite sur le comportement. Ces approches seront qualifiées d'*approches multi-échelles*.

Dans la littérature, il n'existe que peu d'études proposant des modèles de comportement spécifiques à la fonte GL. Les modèles proposés pour représenter ce matériau portent quasi exclusivement sur la modification de la surface seuil et/ou de l'écroissage pour dissymétriser la relation contrainte/déformation lors d'un chargement en traction/compression.

On se propose dans ce chapitre de dresser un état de l'art dans ce domaine de modélisation. Cependant, afin d'illustrer les phénomènes à modéliser, on présente d'abord la base expérimentale utilisée lors de cette étude.

## 2.2 La base expérimentale

La base expérimentale disponible avant le début de cette étude est riche d'informations mais n'a pas été conçue en vue de l'identification d'un modèle particulier.

Les éprouvettes utilisées pour tous les essais (de comportement comme de fatigue) réalisés dans le cadre des présents travaux ont, sauf mention explicite du contraire, la même géométrie et ont toutes été prélevées dans le flasque d'un disque de frein plein, ceci afin de travailler sur des éprouvettes de microstructure identique à celle de la structure réelle. Le plan de l'éprouvette ainsi que celui de prélèvement sont présentés en **Annexe A**.

Les essais réalisés (Gangloff, 2010) sont dits d'écroissage cyclique avec maintien en traction et en compression. L'essai se compose d'une succession de cycles réalisés à un niveau de déformation  $\pm\varepsilon_1$  donné. Ce niveau varie au cours de l'essai. Sa valeur initiale est  $\varepsilon_1 = 0.1\%$ . Après six cycles à cette valeur, on passe à un niveau de déformation supérieur. Au cours de l'essai, on balaye ainsi successivement les valeurs suivantes :

Niveau de déformation	0.1%	0.2%	0.3%	0.4%	0.5%
-----------------------	------	------	------	------	------

Le nombre de six cycles effectué à chaque niveau est supposé permettre d'atteindre l'accommodation de la boucle contrainte/déformation. Un cycle se compose :

- d'une phase de compression de  $\varepsilon = 0$  à  $\varepsilon = -\varepsilon_1$  d'une durée de 2,5 secondes ;
- d'une phase de maintien en déformation à  $\varepsilon = -\varepsilon_1$  d'une durée fonction de la température ;
- d'une phase de traction de  $\varepsilon = -\varepsilon_1$  à  $\varepsilon = \varepsilon_1$  d'une durée de 5 secondes ;
- d'une phase de maintien en déformation à  $\varepsilon = \varepsilon_1$  d'une durée fonction de la température ;
- d'un retour à déformation nulle d'une durée de 2,5 secondes.

Ces essais sont réalisés non pas à vitesse de déformation constante mais à fréquence constante, c'est-à-dire que, quels que soient les niveaux de déformation atteints, la durée des différentes phases est toujours la même. Les essais sont réalisés sur la gamme de températures et avec les temps de maintien présentés dans le tableau 2.1.

Température (°C)	20	200	300	400	500	600	700	800
Temps de maintien (s)	100	300	300	900	900	900	900	900

TABLEAU 2.1 – Plan d'essais d'érouissage cyclique avec maintien en déformation

On présente sur la figure 2.1 l'essai à 20°C. Plusieurs constatations peuvent être faites :

- comme pour les essais monotones, une forte dissymétrie existe en termes de niveau de contrainte maximale en traction et en compression ;
- les modules élastiques en charge sont identiques quel que soit le niveau de déformation maximal atteint et sont égaux au module monotone ;
- les modules élastiques en phase de décharge décroissent avec le niveau de déformation maximal atteint et sont inférieurs au module élastique monotone ;
- lors des phases de décharge, il existe un point d'inflexion, correspondant *a priori* à la fermeture progressive des fissures induites par la décohésion matrice/lamelle de graphite durant les phases de traction, ce qui induit une augmentation de la raideur macroscopique du matériau.

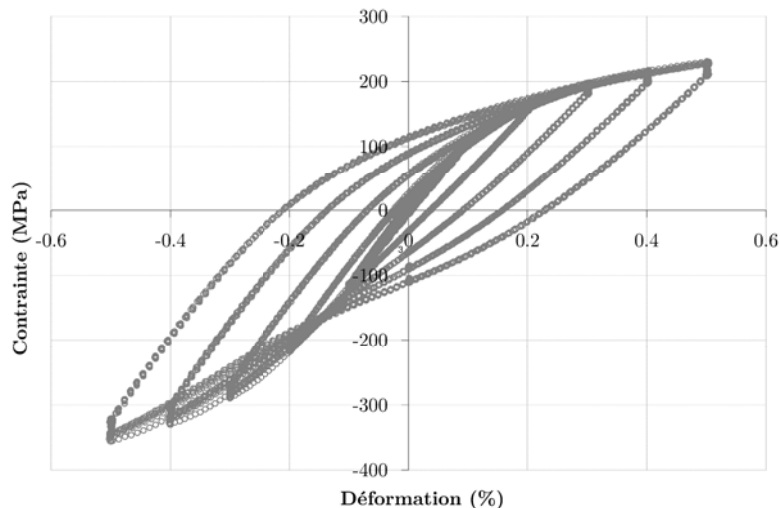


FIGURE 2.1 – Essai d'érouissage cyclique - 20°C (Gangloff, 2010)

On présente sur la figure 2.2 l'essai à 400°C où l'on peut voir l'effet de la température (viscosité) sur le niveau de contraintes relaxées durant les phases de maintien.



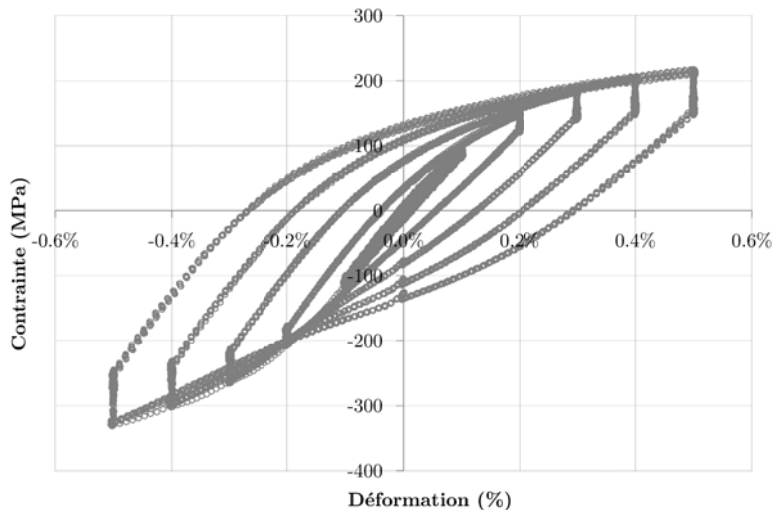


FIGURE 2.2 – Essai d'érouissage cyclique - 400°C (Gangloff, 2010)

## 2.3 Formulation des lois de comportement à variables internes

On se place ici dans le cadre de la thermodynamique à variables internes, qui fixe des limites aux échanges de chaleur et d'énergie mécanique au sein des milieux continus. Les modèles de comportement tels que définis par Germain (1973) doivent vérifier plusieurs hypothèses et principes :

- *L'hypothèse de l'état local.* On suppose qu'à tout instant, les grandeurs caractéristiques ont localement les mêmes expressions que dans une configuration stationnaire, ce qui sous-entend que les temps nécessaires aux changements d'état sont négligeables devant les durées caractéristiques de l'évolution.
- On postule que l'état thermomécanique du matériau est complètement défini, en un point et pour un instant donné, par la connaissance de la valeur de certaines variables indépendantes définies en ce point. Ces variables sont appelées *variables d'état*. Leur variation au cours du temps n'intervient pas dans la définition de l'état du matériau à l'instant considéré. Le choix des variables d'état dépend du phénomène étudié. On utilise souvent la déformation totale  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ , la température  $T$ , variables observables représentatives de l'état mécanique et thermique, ainsi que qu'une série de variables  $\mathcal{A}_k$  représentant l'état interne du matériau, notamment son érouissage.

### 2.3.1 Formulation thermodynamique en HPP

#### 2.3.1.1 Loi de conservation et second principe

On considère une partie quelconque  $\Omega_A$  d'un solide  $\Omega$  et on se place dans le cadre de l'Hypothèse des Petites Perturbations. Dans cette partie  $\Omega_A$ , le solide est soumis à des forces volumiques  $\vec{f}_v$ , et reçoit une densité volumique de chaleur  $r$ . La frontière  $\partial\Omega_A$ , de normale unitaire  $\vec{n}$ , est soumise à un vecteur contrainte  $\vec{t} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}$ . Elle échange également un flux de chaleur  $\vec{q}$  (figure 2.3) avec l'extérieur.

En notant  $\rho$  la masse volumique du matériau, et  $\vec{v}$  la vitesse des points matériels qui le constituent, on peut écrire les lois de conservation suivantes :

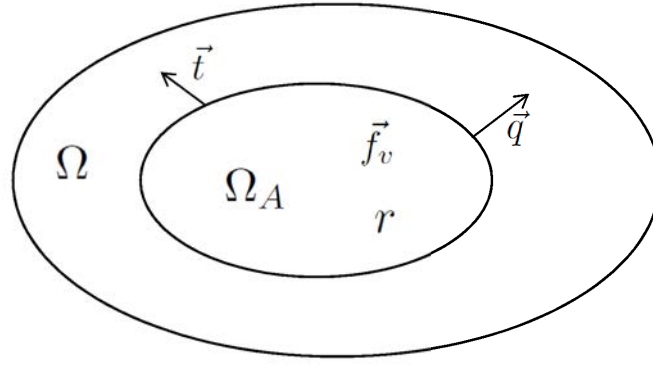


FIGURE 2.3 – Sollicitation thermodynamique appliquée à un solide

- conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_A} \rho \vec{v} dv = \int_{\partial\Omega_A} \vec{t} ds + \int_{\Omega_A} \vec{f}_v dv \quad (2.1)$$

- conservation de la masse :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_A} \rho dv = 0 \quad (2.2)$$

- conservation de l'énergie :

$$\frac{d}{dt} (E + K) = P_e + Q \quad (2.3)$$

Les quantités mises en jeu dans l'équation (2.3) sont obtenues de la façon suivante :

- la variation d'énergie interne  $E$ , en définissant l'énergie interne spécifique  $e$  :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{\Omega_A} \rho e dv \quad (2.4)$$

- la variation d'énergie cinétique  $K$  en utilisant la conservation de la masse et en définissant l'accélération  $\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  des points matériels :

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{\Omega_A} \frac{1}{2} \rho \vec{v} \cdot \vec{v} dv = \int_{\Omega_A} (\rho \vec{\gamma}) \cdot \vec{v} dv \quad (2.5)$$

- la puissance des efforts mécaniques  $P_e$ , en utilisant la conservation de la quantité de mouvement, la conservation de la masse, et le théorème de la divergence :

$$P_e = \int_{\partial\Omega_A} \vec{t} \cdot \vec{v} ds + \int_{\Omega_A} \vec{f}_v \cdot \vec{v} dv = \int_{\Omega_A} (\rho \vec{\gamma}) \cdot \vec{v} dv + \int_{\Omega_A} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} dv \quad (2.6)$$

où  $\underline{\underline{\sigma}}$  est le tenseur des contraintes et  $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$  le tenseur des déformations.

- le taux de chaleur  $Q$  reçu, en utilisant le théorème de la divergence :

$$Q = \int_{\partial\Omega_A} -\vec{q} \cdot \vec{n} ds + \int_{\Omega_A} r dv = - \int_{\Omega_A} \text{div}(\vec{q}) dv + \int_{\Omega_A} r dv \quad (2.7)$$

Les équations (2.3) à (2.7) permettent alors d'écrire le premier principe de la thermodynamique, qui garantit que le système est conservatif du point de vue énergétique :

$$\rho \dot{e} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} + r - \text{div}(\vec{q}) \quad (2.8)$$

Le second principe de la thermodynamique stipule que la vitesse de variation de l'entropie  $S$  est toujours supérieure ou égale au taux de chaleur reçu divisé par la température :

$$\frac{dS}{dt} \geq \frac{\dot{Q}}{T} \quad (2.9)$$

En introduisant l'entropie spécifique  $s$  telle que :

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{\Omega_A} \rho s dV \quad (2.10)$$

cette inégalité peut aussi s'écrire de la façon suivante :

$$\int_{\Omega_A} \left( \rho \dot{s} + \text{div} \left( \frac{\vec{q}}{T} \right) - \frac{r}{T} \right) dv \geq 0 \quad (2.11)$$

En exprimant  $r$  à partir de l'expression (2.8), on obtient :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - \rho(T\dot{s} - \dot{e}) - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \vec{\nabla}(T) \geq 0 \quad (2.12)$$

En introduisant finalement l'énergie libre spécifique  $w = e - Ts$ , on aboutit à l'inégalité de Clausius-Duhem, à la base de la thermodynamique des milieux continus :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - \rho(\dot{w} - s\dot{T}) - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \vec{\nabla}(T) \geq 0 \quad (2.13)$$

On distingue dans cette expression la dissipation intrinsèque  $D_i$  et la dissipation thermique  $D_{th}$  :

$$D_i = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - \rho(\dot{w} - s\dot{T}) \quad (2.14)$$

$$D_{th} = -\frac{\vec{q}}{T} \cdot \vec{\nabla}(T) \quad (2.15)$$

La loi de Fourier, ou loi de comportement thermique,  $\vec{q} = -k\vec{\nabla}(T)$ , assure la positivité de  $D_{th}$ . Une loi de comportement sera alors thermodynamiquement admissible si la positivité de  $D_i$  est assurée :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - \rho(\dot{w} - s\dot{T}) \geq 0 \quad (2.16)$$

### 2.3.1.2 Variables d'état, potentiel thermodynamique, forces thermodynamiques

On introduit la partition des déformations en une partie élastique et une partie inélastique, soit  $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}_e + \underline{\underline{\varepsilon}}_i$ , où  $\underline{\underline{\varepsilon}}_e$  est la déformation thermo-élastique et  $\underline{\underline{\varepsilon}}_i$  est la déformation inélastique ( $\underline{\underline{\varepsilon}}_{vp}$  dans le cas de la viscoplasticité). L'état thermodynamique du matériau est représenté localement par un potentiel dépendant des variables d'état. On choisit souvent comme potentiel l'énergie libre spécifique  $w(\underline{\underline{\varepsilon}}, T, \mathcal{A}_k)$  avec  $\mathcal{A}_k = (\underline{\underline{\varepsilon}}_i, \mathcal{A}_k^*)$ , ce qui permet d'écrire :

$$\dot{w} = \frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} + \frac{\partial w}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial w}{\partial \mathcal{A}_k} \bullet \dot{\mathcal{A}}_k \quad (2.17)$$

où l'ensemble  $\mathcal{A}_k$  peut regrouper des variables de différentes dimensions - scalaires ou tensorielles - d'où l'utilisation du symbole  $\bullet$ .

L'inéquation (2.16) se résume alors à :

$$\left( \underline{\underline{\sigma}} - \rho \frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \right) : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_i - \rho \left( s + \frac{\partial w}{\partial T} \right) \dot{T} - \frac{\partial w}{\partial \mathcal{A}_k^*} \bullet \dot{\mathcal{A}}_k^* \geq 0 \quad (2.18)$$

Cette inégalité devant être vraie pour tout type de transformation. En suivant le raisonnement de Gurtin, l'étude des transformations réversibles permet de définir les lois d'état :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (2.19)$$

$$s = -\rho \frac{\partial w}{\partial T} \quad (2.20)$$

Le tenseur des contraintes apparaît donc comme la force thermodynamique associée au tenseur des déformations. Par analogie, on définit les forces thermodynamiques associées aux variables internes  $\underline{\underline{\varepsilon}}_i$  et  $\mathcal{A}_k^*$  sous la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}} = -\rho \frac{\partial w}{\partial \varepsilon_i} \quad (2.21)$$

$$\Lambda_k^* = -\rho \frac{\partial w}{\partial \mathcal{A}_k^*} \quad (2.22)$$

La donnée du potentiel thermodynamique permet donc d'écrire des relations entre les variables d'état et leurs forces associées, à un instant donné. En revanche, elle ne permet pas de décrire l'évolution de ces variables au cours d'une transformation. Cette évolution sera donnée par les lois complémentaires.

### 2.3.1.3 Lois complémentaires, potentiel de dissipation

Compte tenu des relations précédentes, la dissipation intrinsèque s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathcal{D}_i = \underline{\underline{\sigma}} : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp} + \Lambda_k^* \bullet \dot{\mathcal{A}}_k^* \quad (2.23)$$

Pour décrire l'évolution des variables d'état au cours de la transformation, tout en respectant le second principe, on postule l'existence d'un potentiel de dissipation  $\phi(\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}, \dot{\mathcal{A}}_k^*, T)$ . Ce potentiel doit être positif, convexe et nul à l'origine. Le terme de dissipation  $\Phi$  sera alors donné par ce potentiel sous la forme :

$$\Phi = \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}} : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp} + \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\mathcal{A}}_k^*} \bullet \dot{\mathcal{A}}_k^* \quad (2.24)$$

Les variables "duales" seront alors obtenues à partir des lois complémentaires suivantes :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}} \quad (2.25)$$

$$\Lambda_k^* = \rho \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\mathcal{A}}_k^*} \quad (2.26)$$

En pratique, on utilisera plutôt le potentiel de dissipation dual de  $\phi$ ,  $\phi^*(\underline{\underline{\sigma}}, \Lambda_k, T)$  s'exprimant comme une fonction scalaire continue, positive, convexe et nulle à l'origine des variables duales. Pour passer de  $\phi$  à  $\phi^*$ , on utilise la transformée de Legendre-Fenchel, définie par  $\phi^*(A) = \sup_a [A \bullet a - \phi(a)]$ . On peut alors exprimer les lois complémentaires suivantes :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp} = \frac{\partial \phi^*}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (2.27)$$

$$\dot{\mathcal{A}}_k^* = -\frac{\partial \phi^*}{\partial \Lambda_k^*} \quad (2.28)$$

Toute la difficulté de la modélisation du comportement d'un matériau réside dans la détermination de l'expression d'un potentiel thermodynamique pour l'obtention des variables d'état, à un instant donné, et d'un potentiel de dissipation, qui donne l'évolution des variables internes au cours du temps.

Les relations de normalité, représentées par les lois complémentaires, sont suffisantes pour respecter le second principe, mais elles ne sont pas nécessaires. Les matériaux vérifiant l'équation (2.27) sont dits *standards*, et ceux vérifiant également l'équation (2.28) sont dits *standards généralisés* (Halphen et Nguyen, 1975).

Une fois ce cadre posé, il est nécessaire de définir :

- un critère d'élasticité ;
- une loi d'écrouissage ;
- une loi d'écoulement.

### 2.3.2 Les critères d'élasticité

Historiquement, cette notion de critère lié à une contrainte seuil est développée dans le cadre de la plasticité, puis étendue à la viscoplasticité. L'espace des contraintes est à six dimensions. Le domaine élastique et le domaine plastique sont séparés par une hypersurface. Cela se traduit par la définition d'une frontière dans l'espace des contraintes ; on parle de surface seuil telle que :

$$f(\underline{\sigma}) = 0 \quad (2.29)$$

De très nombreux auteurs se sont penchés sur la forme que prend  $f$ , et de nombreux modèles existent dans la littérature. On différenciera les critères isotropes et les critères anisotropes. Ces derniers reposent sur le fait que le matériau étudié présente une anisotropie matérielle, ce qui n'est pas le cas de la fonte GL où les lamelles de graphite sont réparties de manière aléatoire. Ce type de critère n'est donc pas *a priori* adapté au matériau de notre étude même s'il existe une anisotropie induite par le chargement, dont l'origine est la décohésion des lamelles.

Une grande partie des critères isotropes est indépendant de la pression hydrostatique. Les déformations plastiques, dans les matériaux métalliques, sont en effet gouvernées par des mécanismes de glissement du réseau cristallin, pilotés uniquement par le cisaillement. Parmi les critères les plus utilisés on retrouve le critère de von Mises (1913), qui postule que le passage d'un état élastique à un état plastique se fait si une énergie de distorsion critique est atteinte. Il s'écrit sous la forme :

$$f = \sqrt{3J_2} - k_0 = 0 \quad (2.30)$$

avec  $J_2$  le deuxième invariant du déviateur des contraintes  $\underline{s}$ ,  $J_2 = \frac{1}{2}(\underline{s} : \underline{s})$ ,  $k_0$  apparaissant comme la limite d'élasticité en traction pure.

Un autre critère largement répandu est le critère de Tresca, qui repose lui sur l'hypothèse que la limite d'élasticité est atteinte si la contrainte de cisaillement maximal dépasse une valeur critique. Comme la contrainte tangentielle maximale est égale au rayon du plus grand cercle de Mohr, il est formulé en fonction des contraintes principales de la manière suivante :

$$f = \frac{\sigma_{III} - \sigma_I}{2} - k_0 = 0 \quad (2.31)$$

avec  $\sigma_{III}$  la contrainte principale maximale et  $\sigma_I$  la contrainte principale minimale,  $k_0$  apparaissant comme la limite d'élasticité en cisaillement pur. La surface seuil est assez proche de celle du critère de von Mises, mais présente des points singuliers rendant son intégration numérique

délicate.

Il existe des critères faisant intervenir la pression hydrostatique, ceux-ci ont été initialement développés pour les roches et les sols. La prise en compte de la pression hydrostatique permet en effet de représenter une dissymétrie entre traction et compression. Ce sont ces approches qui ont été principalement développées pour représenter le comportement de la fonte GL. Elles feront donc l'objet d'une étude approfondie au §2.4.

### 2.3.3 Les lois d'écrouissage

L'écrouissage est caractérisé par les modifications subies par la surface seuil à la suite d'un chargement, celle-ci pouvant être classée en trois catégories :

- une modification de sa taille ; on parle alors d'écrouissage isotrope ;
- une translation du centre du domaine d'élasticité, à l'origine de l'effet Bauschinger, dont la modélisation est particulièrement importante pour les chargements cycliques ; on parle alors d'écrouissage cinématique ;
- parfois une distorsion ou changement de forme dans la direction de chargement.

#### 2.3.3.1 L'écrouissage isotrope

Dans ce type d'écrouissage, la surface seuil peut croître ou décroître de manière isotrope sans que son centre ne soit modifié. En revanche, sous un chargement cyclique, si il est seul pris en compte, cet écrouissage est incapable de représenter des phénomènes de rochet ou d'accommodation. Il sera donc généralement utilisé en parallèle d'un écrouissage cinématique pour ce type de sollicitations. Il permet alors de représenter les phénomènes de durcissement ou d'adoucissement cyclique.

L'évolution de la variable scalaire d'écrouissage  $R$  est liée à la déformation plastique cumulée  $p$  de manière linéaire :

$$R = R_0 + Qp \quad (2.32)$$

ou non linéaire, par exemple sous la forme de la loi de Voce :

$$R = R_0 + Q \left( 1 - e^{-bp} \right) \quad (2.33)$$

avec  $R_0$ , la limite d'élasticité initiale,  $Q$  et  $b$  des paramètres d'écrouissage du matériau.

#### 2.3.3.2 L'écrouissage cinématique

L'écrouissage cinématique correspond à une variable tensorielle  $\underline{\underline{X}}$  représentant la translation du domaine d'élasticité dans l'espace des contraintes. Dans le cas du critère de Von Mises ne dépendant que du deuxième invariant des contraintes, cet écrouissage est introduit sous la forme d'un déviateur tel que :

$$J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) - R = 0 \quad (2.34)$$

### L'écroissage cinématique linéaire

C'est la première version des lois d'écroissage cinématique proposée par [Prager \(1956\)](#). La surface de charge subit une translation dans la direction de l'incrément de déformation viscoplastique. L'évolution de la variable d'écroissage cinématique tensorielle  $\underline{\underline{X}}$  est donnée par :

$$d\underline{\underline{X}} = -\frac{2}{3}C d\underline{\underline{\alpha}} \quad (2.35)$$

où  $C$  est le module d'écroissage et  $\underline{\underline{\alpha}}$  est la variable interne associée donnée par :

$$d\underline{\underline{\alpha}} = -d\underline{\underline{\varepsilon}}_{vp} \quad (2.36)$$

Ce modèle a l'avantage d'avoir une formulation simple et de donner une bonne approximation du comportement global. Si l'on cherche en revanche à décrire avec précision la non linéarité de la courbe contrainte déformation sur une large plage de déformations, il est indispensable d'opter pour un modèle non linéaire.

### L'écroissage cinématique non linéaire

Le modèle le plus simple est celui d'[Armstrong et Frederick \(1966\)](#), popularisé par J.L. Chaboche, qui introduisent dans la relation linéaire de Prager un terme de rappel  $\gamma$  permettant de saturer l'écroissage. La relation (2.36) devient alors :

$$d\underline{\underline{\alpha}} = -d\underline{\underline{\varepsilon}}_{vp} - \gamma \underline{\underline{\alpha}} dp \quad (2.37)$$

La courbe de traction est ainsi bien mieux modélisée, y compris pour de faibles niveaux de déformation. Le nombre de paramètres limité à deux, l'intégration explicite de la loi d'écroissage et la capacité du modèle à décrire la réponse cyclique d'un matériau en termes d'adaptation et d'accommodation rendent ce modèle d'un usage très courant.

Il présente néanmoins quelques inconvénients, notamment liés au fait que la variable d'écroissage  $\underline{\underline{\alpha}}$  suit une évolution exponentielle et aboutit à une saturation de l'écroissage vers une valeur  $\frac{C}{\gamma}$ , ne permettant pas de rendre compte de certains comportements ne présentant pas de saturation.

Pour palier ce problème, [Chaboche \(1989\)](#) propose de superposer des lois d'écroissage de type Armstrong-Frederick :

$$d\underline{\underline{X}} = \sum_i d\underline{\underline{X}}_i, \quad d\underline{\underline{X}}_i = \frac{2}{3}C_i d\underline{\underline{\varepsilon}}_{vp} - \gamma_i \underline{\underline{X}}_i dp \quad (2.38)$$

avec  $i$  variant de 2 à 5, avec éventuellement un des écroissages considéré comme linéaire. La description de la réponse du matériau sur une large plage de déformations en est ainsi grandement améliorée.

On peut également citer, dans le même esprit, le modèle de [Ohno et Wang \(1994\)](#), ou encore plus récemment les travaux de [Desmorat \(2010\)](#), qui propose une version non saturante de l'écroissage cinématique non linéaire. Il existe de nombreuses autres modélisations, de plus ou moins grande complexité, liées à la prise en compte de mécanismes particuliers.

### 2.3.4 Les lois d'écoulement

La différence fondamentale entre plasticité et viscoplasticité réside dans la dépendance à la vitesse de déformation. Dans le cadre de la viscoplasticité unifiée (Lemaitre et Chaboche, 1996), la loi d'écoulement viscoplastique s'écrit sous la forme générale :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_{vp} = \dot{\lambda} \underline{P} \quad (2.39)$$

où  $\underline{P}$  représente la direction de la vitesse de déformation viscoplastique et  $\dot{\lambda}$  son amplitude. En l'absence de condition de cohérence comme en plasticité, le multiplicateur  $\dot{\lambda}$  n'est pas défini et il faut lui donner une évolution, qui peut être choisie sous la forme :

$$\dot{\lambda} = \Phi(f) \quad (2.40)$$

Cet écoulement visqueux est le plus souvent mis sous la forme d'une loi puissance (Norton, 1929) :

$$\dot{\lambda} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \quad (2.41)$$

où  $K$  et  $m$  sont les paramètres du modèle et  $f$  la fonction critère. On parle alors de loi de type Norton, directement inspirée de la modélisation du fluage secondaire.

## 2.4 Approches multi-échelles

Au début des années 1980, plusieurs auteurs ont proposé des outils permettant de simuler le comportement macroscopique de la fonte GL sous un chargement cyclique, à partir d'approches multi-phasées distinguant la matrice métallique et les lamelles de graphite. Ces approches permettent de prédire l'influence de la microstructure sur la réponse mécanique du matériau.

### 2.4.1 Modèle de Russel

Les premiers travaux ont été proposés par Russell (1979). Celui-ci définit un modèle par éléments finis à deux dimensions représentant un réseau de lamelles horizontales et perpendiculaires à la direction de chargement (figure 2.4a). En considérant les symétries transverses et longitudinales et en imposant des conditions aux limites appropriées (figure 2.4b), il aboutit à un modèle ne contenant que trois lamelles. La distribution et la taille des lamelles dépend de la microstructure étudiée.

La loi de comportement de la matrice repose sur un modèle élasto-plastique avec écrouissage isotrope de Ludwik. Le comportement asymétrique des lamelles est lui modélisé à l'aide d'éléments poutres élastiques qui s'ouvrent si le déplacement net à travers la lamelle est positif, et se ferment si ce même déplacement est négatif (figure 2.5). En compression, ces éléments apportent donc d'une part une rigidité liée à la fermeture des lamelles et d'autre part une rigidité correspondant au module élastique du graphite.

Grâce à ce modèle, Russel simule alors des essais cycliques à contrainte imposée. La contrainte est calculée comme la somme des efforts de réaction sur la face inférieure du modèle divisée par sa section. La déformation est obtenue en prenant la valeur moyenne des déplacements de la face supérieure. Il aboutit aux résultats présentés sur la figure 2.6. Le rapport égal à deux entre les résultats expérimentaux et le modèle est lié aux conditions de symétrie.



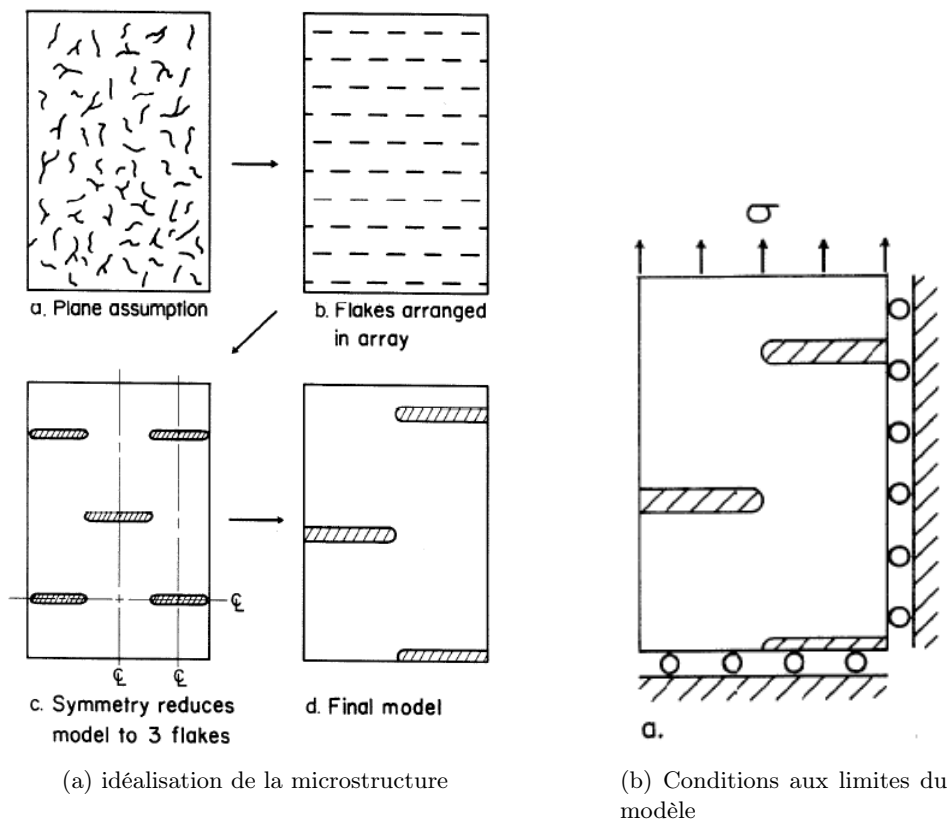


FIGURE 2.4 – Principe de modélisation de Russell (1979)

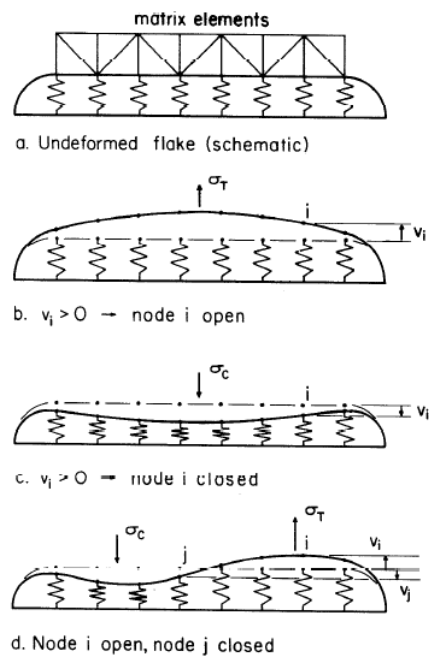


FIGURE 2.5 – Modélisation du comportement des lamelles (Russell, 1979)

Même si ce modèle ne représente qu'assez grossièrement le comportement réel de la fonte, notamment à cause de la loi de comportement très imparfaite, il permet de reproduire très fidèlement d'une part les contraintes maximales obtenues en traction et en compression, et d'autre part le "point d'inflexion" caractéristique de la refermeture des lamelles durant la phase de compression. Une fois les lamelles fermées, il simule également le fait que la raideur élastique en charge (à partir de la contrainte minimale atteinte) est supérieure à la raideur en décharge. En revanche, il ne rend pas compte de la différence de raideur entre la première charge et la décharge, due à une décohésion progressive des lamelles.

Ce modèle permet donc de comprendre et de simuler un certain nombre de mécanismes propres à la fonte GL sous chargement cyclique (ouverture et fermeture des lamelles, perte de raideur, comportement asymétrique, *etc.*) et montre que l'idéalisation de la distribution de lamelles de graphites en un réseau périodique horizontal à la direction de sollicitation est une hypothèse valable et justifiée.

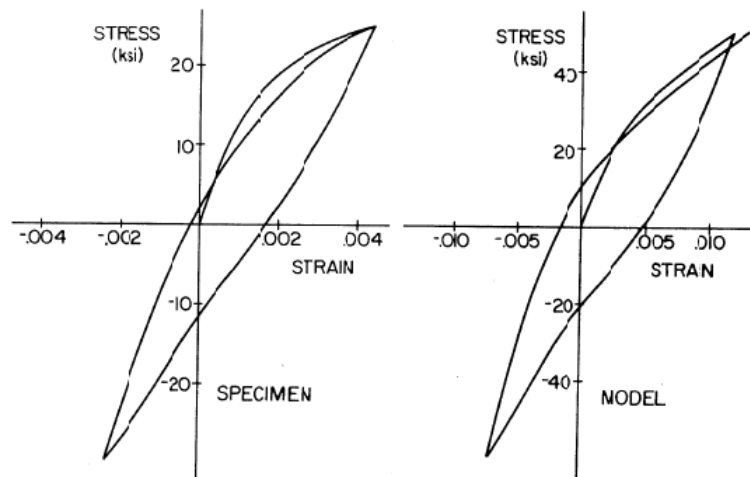


FIGURE 2.6 – Réponse du modèle de Russell (1979)

#### 2.4.2 Modèle de Downing et Socie

Downing et Socie (1982) ont proposé quelques années plus tard un modèle très proche de celui de Russel du point de vue des hypothèses posées mais beaucoup plus simple du point de vue de la modélisation.

La microstructure est ici représentée par un réseau de barres de différentes tailles, reposant sur un support en forme d'escalier (figure 2.7a). Certaines barres sont reliées au support et représentent le comportement du matériau lorsque la rigidité n'est plus transmise à travers les lamelles, les autres sont uniquement en contact avec le support et ne transmettent de rigidité qu'en compression, lorsque les lamelles de graphite sont fermées.

Ces choix de modélisation sont liés à la loi de comportement de type élasto-plastique parfait des barres (figure 2.7b) ; une superposition de plusieurs barres est alors nécessaire afin d'aboutir à une relation non linéaire entre les contraintes et les déformations. L'inconvénient majeur dans ce modèle est que l'ajustement du nombre de barres et leur longueur respective est un travail assez fastidieux.

Les résultats présentés pour des sollicitations cycliques d'amplitude variable sont néanmoins très proches des résultats expérimentaux (figure 2.8), les réserves étant les mêmes que celles énoncées pour le modèle de [Russell \(1979\)](#).

Les enseignements de ce modèle (par rapport à celui de Russel) sont que la prise en compte de la rigidité des lamelles est superflue et qu'une modélisation simple permet de reproduire fidèlement le comportement du matériau sous des sollicitations cycliques d'amplitude variable.

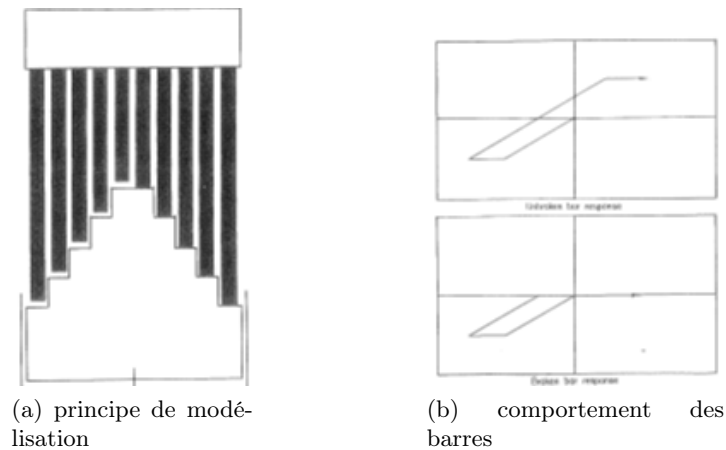


FIGURE 2.7 – Principe de modélisation de [Downing et Socie \(1982\)](#)

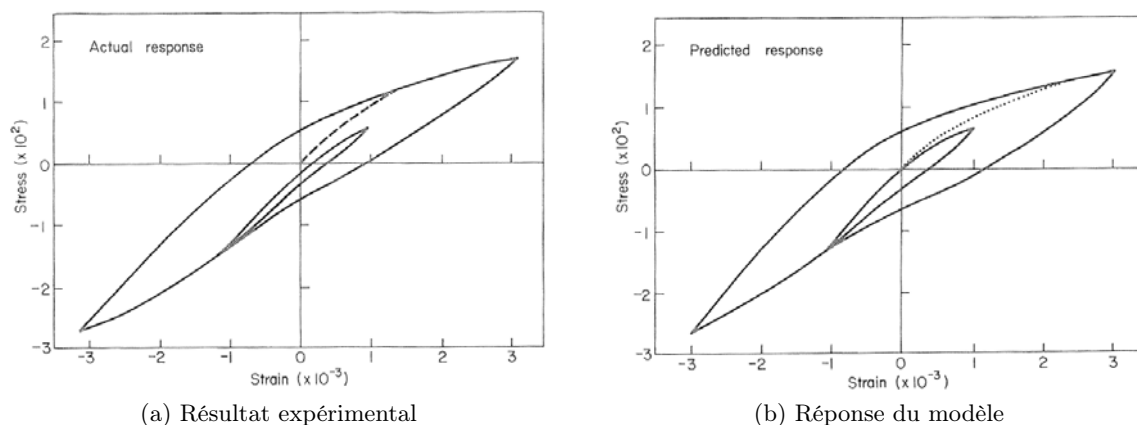


FIGURE 2.8 – Réponse du modèle de [Downing et Socie \(1982\)](#)

### 2.4.3 Modèle de Haenny et Zambelli

[Haenny et Zambelli \(1984\)](#) s'intéressent également à des chargements cycliques mais uniquement en traction, l'objectif étant de caractériser la rupture progressive du graphite sous un chargement de traction.

Ils s'inspirent largement du modèle de [Downing et Socie \(1982\)](#), en utilisant plusieurs barres en parallèle de tailles différentes, reliées entre elles par un élément rigide incliné (figure 2.9a). Chaque barre est ici décomposée en un élément de type élasto-plastique parfait, et d'un élément composé lui même de deux éléments en parallèle : l'un élastique et l'autre élastique parfaitement fragile. Sous une certaine contrainte, la partie fragile rompt, impliquant ainsi une diminution de

la raideur.

Le modèle permet ainsi de modéliser la rupture progressive des lamelles sous un chargement de traction (ainsi que la perte de raideur associée), cause de la non linéarité pour les faibles valeurs de contraintes, ainsi que les boucles d'hystéresis liées à la plasticité de la matrice lors des phases de décharge-charge (figure 2.9b).

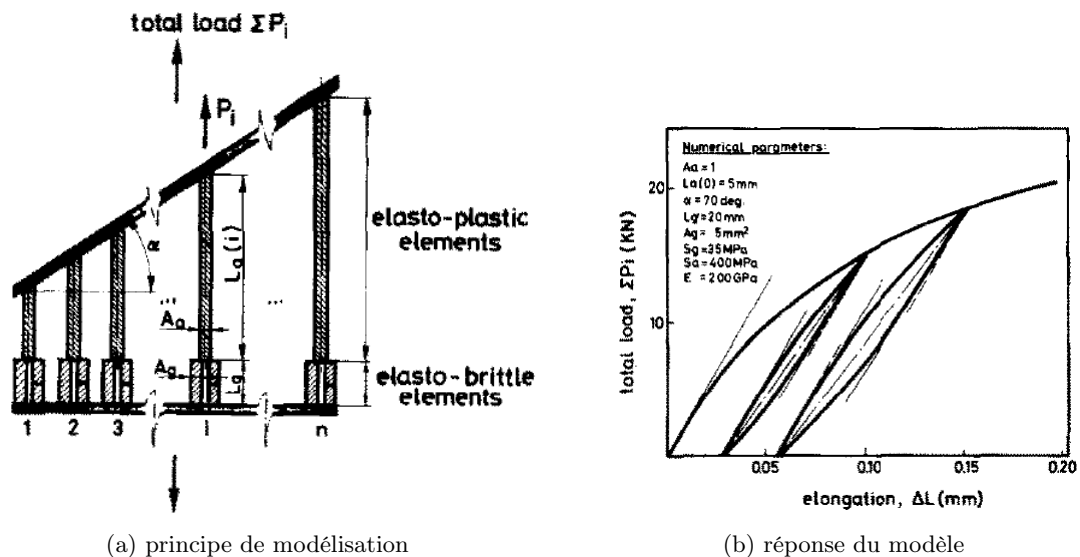


FIGURE 2.9 – Modèle de Haenny et Zambelli (1984)

Les essais simulés ne présentent pas des conditions dans lesquelles les éléments rompus se referment. Le modèle est néanmoins formulé de telle façon que sous un chargement de traction suivi d'une compression, les éléments fragiles se retrouvent en contact, permettant ainsi de retrouver la rigidité initiale. C'est le plus abouti et le plus représentatif des modèles multi-échelles.

## 2.5 Approches liées au critère de plasticité

De nombreux travaux portent sur l'étude du comportement de matériaux présentant une asymétrie traction/compression, comme la fonte GL, certains alliages métalliques poreux (obtenus par métallurgie des poudres, fonderie,...), des céramiques, des polymères, des composites ou encore des bétons et des sols. La liste exhaustive de toutes ces études serait bien évidemment trop longue à exposer. On ne fait donc le choix ici que de présenter quelques modèles significatifs, développés dans un cadre plus large que celui de la fonte GL, ainsi que les principales approches spécifiques à la fonte GL.

### 2.5.1 Quelques modèles non spécifiques à la fonte

#### Le critère de Mohr-Coulomb

Mohr (1900) est le premier à introduire dans son critère une dépendance à la pression hydrostatique. Sa formulation est sous-tendue par la notion de frottement et suppose que le cisaillement maximal que peut subir le matériau est d'autant plus grand que la contrainte normale de compression est élevée. La limite admissible constitue une courbe intrinsèque dans le plan de Mohr. Ce critère peut ainsi être vu comme la généralisation de celui de Tresca, qui limite l'étendue des

demi-cercles de Mohr à une zone comprise entre l'axe  $O\sigma_m$  et une droite de pente  $\mu = \tan \phi$  (figure 2.10). Celle-ci est appelée coefficient de frottement interne, et  $\phi$  est l'angle de frottement interne. L'ordonnée à l'origine,  $c$ , représente la cohésion du matériau, qui correspond à la contrainte de cisaillement qui peut être supportée sous une contrainte moyenne nulle. Le critère s'écrit alors en fonction de la contrainte normale  $\sigma_n$  et du cisaillement  $\tau$  :

$$f = |\tau| - \sigma_n - c = 0 \quad (2.42)$$

et en fonction des contraintes principales :

$$f = \sigma_I(1 - \sin \phi) - \sigma_{III}(1 + \sin \phi) - 2c \cos \phi = 0 \quad (2.43)$$

Ce critère, de formulation quelque peu complexe, est particulièrement adapté aux problématiques de génie civil via l'utilisation du frottement interne et de la cohésion du matériau et présente les mêmes défauts que le critère de *Tresca* pour son utilisation dans des modèles numériques, à savoir les difficultés relatives aux points "anguleux", liés à la formulation en contraintes principales.

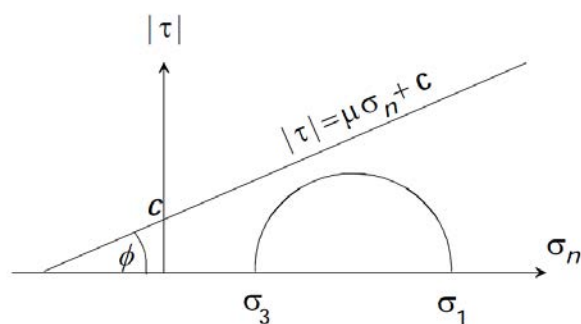


FIGURE 2.10 – Représentation graphique du critère de Mohr-Coulomb (Hassani, 2008)

### Le critère de Drucker-Prager

Le critère de [Drucker et Prager \(1952\)](#) est une extension du critère de von Mises, combinaison linéaire du deuxième invariant du déviateur et de la trace du tenseur des contraintes  $I_1$ . Il est formulé de la manière suivante :

$$f = \sqrt{J_2} - A + BI_1 = 0 \quad (2.44)$$

où  $A$  et  $B$  sont des paramètres matériels dépendant des limites d'élasticité en traction simple  $\sigma_T$  et en compression simple  $\sigma_C$  :

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( \frac{\sigma_C \sigma_T}{\sigma_C + \sigma_T} \right) \quad ; \quad B = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{\sigma_T - \sigma_C}{\sigma_C + \sigma_T} \right)$$

On trouve souvent ce critère formulé à partir d'un paramètre  $\alpha$  et de la limite d'élasticité en traction simple  $\sigma_T$ , afin d'obtenir une formulation proche du critère de von Mises faisant apparaître une dépendance à  $I_1$  :

$$f = (1 - \alpha)\sqrt{3J_2} + \alpha I_1 - \sigma_T = 0 \quad (2.45)$$

où le paramètre  $\alpha$  est défini par :

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{\sigma_T - \sigma_C}{\sigma_C}$$

Ce critère a lui aussi été développé pour les sols et peut être vu comme une version continue  $C^1$  du critère de Mohr-Coulomb, à l'image du critère de von Mises par rapport à Tresca. Néanmoins, ce critère, par la suite largement utilisé pour d'autres matériaux, est à la base de la plupart des formulations de critères destinés à traiter de la plasticité des matériaux présentant une asymétrie traction/compression.

### Le critère de "von Mises modifié"

Raghava *et al.* (1973) proposent un modèle pour les polymères, basé sur le critère de Drucker-Prager, puis largement repris pour d'autres types de matériaux, notamment pour la fonte grise (Manilin et Batanova, 1979). Il fait intervenir le premier invariant du tenseur des contraintes et s'écrit :

$$f = J_2 + \frac{1}{3}I_1(\sigma_C - \sigma_T) - \frac{1}{3}\sigma_C\sigma_T = 0 \quad (2.46)$$

On retrouve dans la littérature l'appellation "critère de von Mises modifié" pour se référer à ce critère.

## 2.5.2 Les modèles spécifiques à la fonte

### Le critère de Hjelm

Peu de résultats expérimentaux portant sur le comportement élasto-plastique de la fonte grise sous chargement biaxial existent dans la littérature. Afin de proposer un critère de plasticité pour la fonte GL, Hjelm (1994) a effectué une série d'essais biaxiaux sur des éprouvettes cruciformes et aboutit à la conclusion que le passage en plasticité, sous un chargement de type compression-compression, est uniquement contrôlé par  $\sigma_C$ . Une formulation de type von Mises ne dépendant pas de  $I_1$  pour cette gamme de chargement est donc appropriée. Il exprime finalement un critère se basant sur le critère de "von Mises modifié" (Raghava *et al.*, 1973) :

$$f = \begin{cases} J_2 + \frac{1}{3}I_1(\sigma_C - \sigma_T) - \frac{1}{3}\sigma_C\sigma_T, & I_1 > -\sigma_C \\ J_2 - \frac{1}{3}\sigma_C^2, & I_1 \leq -\sigma_C \end{cases} \quad (2.47)$$

La figure 2.11 présente dans un repère  $(\sigma_x, \sigma_y)$  les points issus de sa campagne expérimentale superposés à plusieurs surfaces seuil. Le critère de von Mises modifié représente effectivement très mal la surface seuil en compression-compression alors que le critère proposé s'accorde bien avec les points expérimentaux dans cette région.

Dans la zone de traction-traction, l'auteur admet qu'un critère de Mohr-Coulomb permettrait d'obtenir une meilleure corrélation mais justifie son choix par la facilité d'intégration dans un code par éléments finis.

Afin de mieux représenter les courbes contrainte/déformation, Hjelm *et al.* proposent d'utiliser un écrouissage cinématique non-linéaire différent entre traction et compression (Josefson *et al.*, 1995), ce qui leur permet de simuler avec une assez bonne précision des essais de traction ou de compression cycliques.

Le modèle de Hjelm est finalement implémenté dans le code de calcul ABAQUS® sous la dénomination \*CAST IRON (Simulia, 2010b) dans une forme légèrement différente, le passage en plasticité en traction étant modélisé à l'aide du critère de Rankine, qui énonce que pour rester dans le domaine élastique, aucune contrainte principale ne doit dépasser la limite élastique en traction simple (figure 2.12).

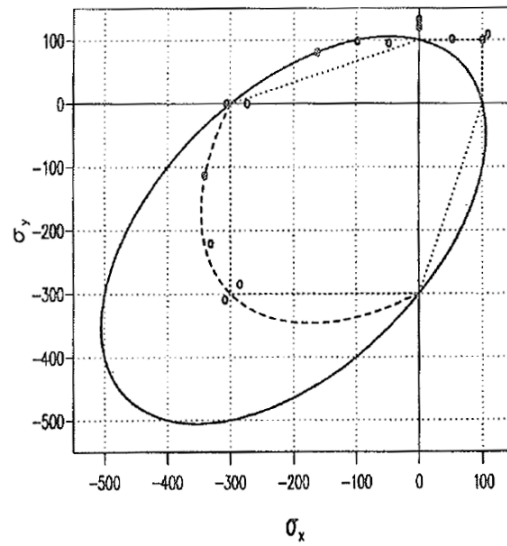


FIGURE 2.11 – Surfaces de charge et points expérimentaux. Trait plein : von Mises modifié, tirets : Hjelm (1994), pointillés : Mohr-Coulomb

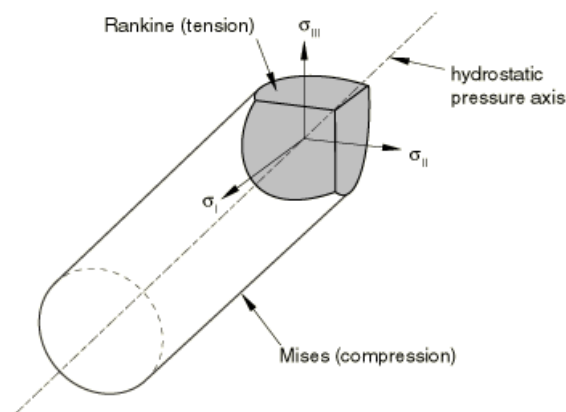


FIGURE 2.12 – Surface seuil du critère de Hjelms implémenté dans ABAQUS dans l'espace des contraintes principales (Simulia, 2010b)

### Le critère de Altenbach *et al.*

Altenbach *et al.* (2001) postulent la même surface seuil initiale que Raghava *et al.* (1973) mais en introduisant une dépendance de  $\sigma_T$  et  $\sigma_C$  à un paramètre d'érouissage  $\chi$  dépendant lui même de la pression hydrostatique :

$$\chi = \int \frac{1}{\omega(\sigma_m)} \underline{\underline{\sigma}} : d\underline{\underline{\varepsilon}}_p \quad (2.48)$$

où  $\underline{\underline{\varepsilon}}_p$  est le tenseur des déformations plastiques et  $\sigma_m = \frac{I_1}{3}$ . La fonction  $\omega(\sigma_m)$  représente l'influence de la contrainte moyenne.

L'expression complexe de  $\omega(\sigma_m)$ , la nécessité de disposer de la limite d'élasticité  $\sigma_{YH}$  sous un état de contrainte hydrostatique pour déterminer les paramètres du modèle rendent l'application de ce critère très complexe. De plus, l'érouissage isotrope ne permet pas d'utiliser ce modèle dans des conditions cycliques.

Des corrélations entre des courbes de traction ou de compression monotones biaxiales et le modèle sont proposées pour différents rapports de charge. Les résultats sont assez convaincants mais ne présentent pas de rapport de charge où  $\frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 1$ , avec  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  négatifs. D'après les résultats de Hjelm (1994), l'utilisation d'un simple critère de "von Mises modifié" doit conduire à une large surestimation de la contrainte seuil dans cette zone.

### Le critère de Brooks *et al.*

Des travaux plus récents (Brooks *et al.*, 2002a) portant sur le comportement de la fonte grise pour des applications sur disque de frein, proposent un critère basé uniquement sur le critère de von Mises.

Ils s'appuient sur une campagne expérimentale de traction et de compression monotone pour différentes températures. Le critère proposé repose sur l'utilisation de deux surfaces seuil de type von Mises reliées entre elles par une interpolation linéaire (figure 2.13).

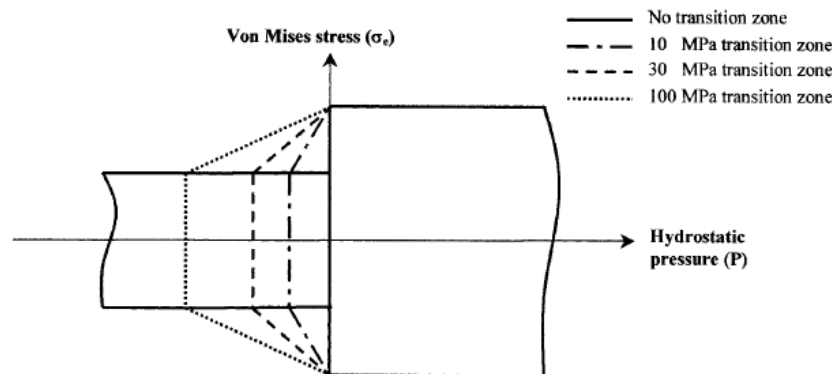


FIGURE 2.13 – Surface seuil du critère de (Brooks *et al.*, 2002a)

Les auteurs ont comparé l'utilisation de leur modèle, codé sous forme de procédure UMAT à celui proposé dans ABAQUS® (le critère de Hjelm), et concluent à un meilleur accord entre simulation et essais avec leur modèle.



## 2.6 Bilan des différents modèles existants

Les approches multi-échelles, confrontées aux résultats expérimentaux, même si elles ne permettent pas de formuler un modèle de comportement, permettent de comprendre les mécanismes de déformation de la fonte GL et de poser certaines hypothèses simplificatrices essentielles pour l'écriture d'une loi de comportement illustrées sur la figure 2.14 :

- la non linéarité de la courbe contrainte/déformation pour de faibles valeurs de contraintes en traction est due à la décohésion des lamelles de graphites ;
- en compression, ces lamelles, même si elles sont "cassées" ne modifient pas le comportement du matériau, qui peut être assimilé à celui de la matrice ;
- la perte de raideur en décharge est due à la décohésion des lamelles de graphite ;
- le point d'inflexion observé lors de la décharge est dû à la refermeture des lamelles ;
- la décohésion des lamelles est induite par le chargement et on peut idéaliser leur distribution en les répartissant de manière horizontale à la direction de chargement.

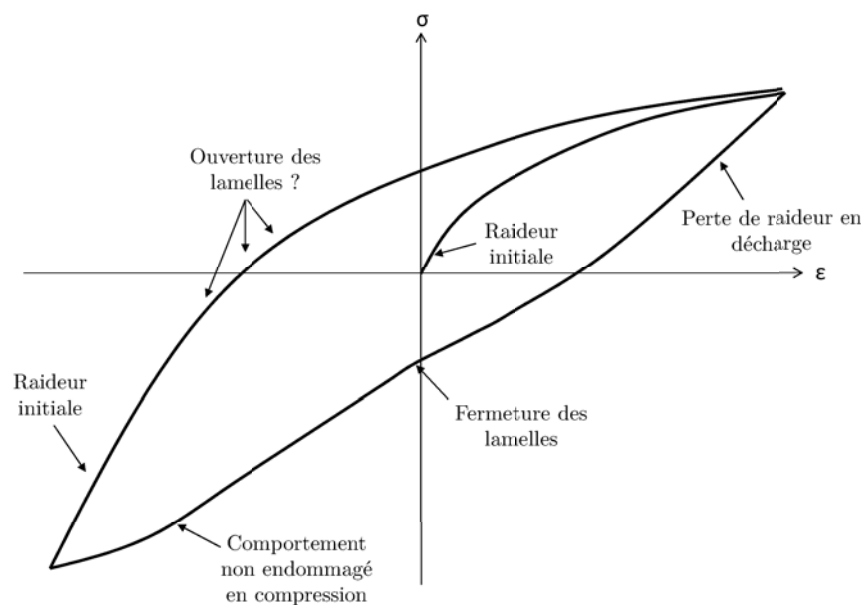


FIGURE 2.14 – Comportement schématisé d'une fonte GL sous un chargement cyclique

Dans le cadre de la formulation de lois de comportement écrites à l'échelle macroscopique, les différents modèles ont été proposés en jouant uniquement sur la surface seuil et éventuellement l'écroutissage. Ces approches, même si elles semblent être adaptées à des cas de chargements monotones, ne permettent pas de rendre compte des différents mécanismes cités précédemment et notamment des effets de perte de raideur (qui peuvent être très importants) associés aux effets d'ouverture et de fermeture des lamelles de graphite.

# Chapitre 3

## Modèles physiques de la fonte GL

*Dans ce chapitre, des modèles multi-échelles (ou cellules élémentaires) inspirés de la littérature sont mis au point afin d'étudier les mécanismes de déformation de la fonte GL. Ceux-ci nous permettront de décrire précisément la réponse mécanique des essais cycliques et ainsi de poser les bases d'un modèle de comportement permettant de représenter la décohé- sion puis la refermeture des lamelles de graphite.*

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>46</b>
<b>3.2</b>	<b>Cellules élémentaires représentatives du matériau</b>	<b>46</b>
3.2.1	Comportement de la matrice	46
3.2.2	La cellule <i>mono-fissure</i>	47
3.2.3	Modèle rhéologique	51
<b>3.3</b>	<b>Mécanismes de déformation</b>	<b>54</b>
3.3.1	Étude de l'ouverture de la fissure	54
3.3.2	Conditions d'ouverture-fermeture	58
<b>3.4</b>	<b>Bilan énergétique</b>	<b>60</b>
3.4.1	Cadre thermodynamique	60
3.4.2	Modèle <i>mono-fissure</i>	61
3.4.3	Modèle rhéologique	63
<b>3.5</b>	<b>Bilan des modèles proposés</b>	<b>63</b>

---

## 3.1 Introduction

La compréhension fine des mécanismes de déformation et d'endommagement dans la fonte objet de cette étude est une étape clé dans la mise au point d'un modèle de comportement. Les approches multi-échelles issues de la littérature apportent un certain nombre de réponses d'ordre général mais ne permettent pas de simuler avec précision le comportement de la fonte faute d'avoir des paramètres liés à la distribution de lamelles modifiables de manière rapide et efficace.

On propose dans ce chapitre des modèles multi-échelles - ou cellules élémentaires représentatives du matériau -, largement inspirés de la littérature, les plus simples possibles et paramétrables, afin de quantifier précisément les phénomènes de décohésion, d'ouverture et de fermeture des lamelles de graphite.

Tous les calculs sont réalisés avec ABAQUS<sup>®</sup> Standard, solveur généraliste qui recourt à un schéma traditionnel d'intégration implicite.

## 3.2 Cellules élémentaires représentatives du matériau

### 3.2.1 Comportement de la matrice

On l'a vu dans les modèles issus de la littérature, le choix du modèle de comportement de la matrice (*i.e.* la matrice perlitique de la fonte GL) est déterminant pour la représentativité du modèle. Ce comportement est supposé être identique en première approximation au comportement de la fonte en compression, *i.e.* lorsque les fissures sont fermées.

A partir des essais disponibles, on peut choisir un modèle de comportement pour la matrice. Les essais cycliques montrent qu'il n'y a ni adoucissement ni durcissement cyclique, ce qui laisse à penser que l'érouissage est purement cinématique (pas de composante isotrope). Les essais de compression monotone présentent une partie fortement non linéaire de la relation contrainte-déformation, suivie par une partie linéaire jusqu'à 2% de déformation (figure 1.22). On choisit alors d'utiliser deux érouissages cinématiques (Chaboche, 1989), l'un  $X_1$  non-linéaire et l'autre  $X_2$  linéaire. On se contente dans un premier temps d'une loi de comportement élasto-plastique, suffisante pour représenter correctement le comportement à 20°C. On ne s'intéressera en effet dans ce chapitre qu'à représenter l'essai à température ambiante. Une loi élasto-viscoplastique sera nécessaire à terme pour représenter les effets visqueux très importants à haute température.

Une fois le modèle de comportement choisi, on peut aisément identifier les paramètres du modèle à partir des essais de compression, à l'aide du logiciel ZEBULON<sup>®</sup>, en utilisant un algorithme de Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963). Cette méthode d'identification fait ainsi appel à l'optimisation d'une fonction coût qui évalue, pour un jeu de paramètres donné, la corrélation entre la simulation et la réalité expérimentale. L'erreur est alors exprimée en contrainte. On présente sur la figure 3.1 la simulation de l'essai de compression à 20°C avec les paramètres identifiés (tableau 3.1). Le coefficient de Poisson  $\nu$  est fixé à 0.28 à partir des données de la littérature (Plenard et Richy, 1968). Les paramètres  $C_i$  ( $i = 1, 2$ ) et  $\gamma$  correspondent respectivement aux modules d'érouissage et au terme de rappel relatif à la non linéarité de l'érouissage. La corrélation entre le modèle et l'expérience est très bonne, l'erreur sur la contrainte n'est au maximum que de 7 MPa.

E (GPa)	$\nu$	$\sigma_y$	C1 (MPa)	$\gamma$	C2 (MPa)
119	0,28	181	230000	1634	17300

TABLEAU 3.1 – Paramètres de la matrice - 20°C

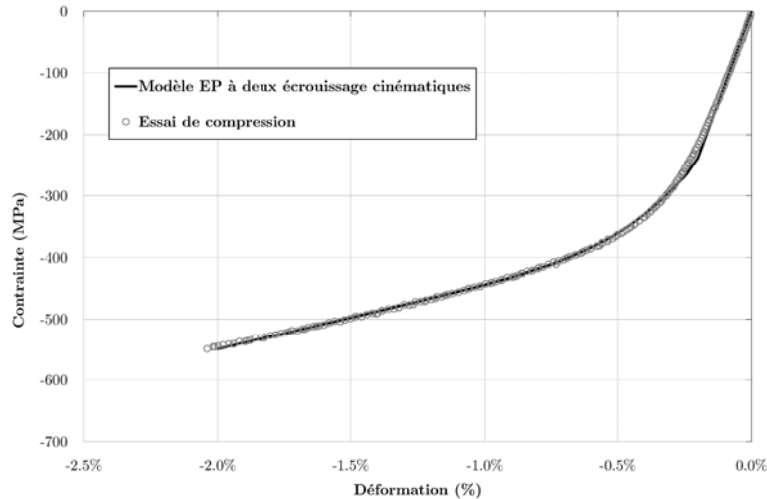


FIGURE 3.1 – Simulation de l'essai de compression - 20°C

### 3.2.2 La cellule *mono-fissure*

Le premier modèle proposé est directement inspiré du modèle de [Russell \(1979\)](#) mais s'en distingue assez nettement, notamment par la représentation du mécanisme de décohésion des lamelles. On définit une cellule axisymétrique présentant une fissure centrale plane, permettant ainsi de représenter fidèlement les effets 3D de concentration de contraintes en pointe de fissure sur le matériau. Cette fissure est une idéalisation des lamelles de graphite dans la direction perpendiculaire à la direction de chargement, les lèvres de la fissure sont simplement en contact, permettant une fermeture lors des phases de décharge.

La fissure peut se propager en fonction de la contrainte ou de la déformation appliquée grâce à l'option \*Debond d'ABAQUS®, qui permet de relâcher des nœuds initialement liés. Ainsi, la décohésion progressive des lamelles de graphite, fonction du chargement appliqué, est simplement pilotée par la taille de la fissure. Le schéma de cette cellule est présenté sur la figure 3.2.

Les conditions aux limites appliquées à la cellule sont :

- la face supérieure horizontale reste horizontale au cours de la déformation :  $x_{Fvd} = x_{p2}$  ;
- la face latérale verticale reste verticale au cours de la déformation :  $y_{Fhs} = y_{p1}$ .

On se place dans le cas unidimensionnel et on définit un certain nombre de grandeurs macroscopiques, en faisant l'hypothèse de petites perturbations :

- $\sigma$  : la contrainte, définie comme la somme des efforts de réaction suivant l'axe  $y$  sur la face inférieure, divisée par la surface initiale de cette dernière.
- $\varepsilon$  : la déformation totale, définie comme le déplacement du point P1 divisé par la hauteur initiale de la cellule.
- $\varepsilon^e$  : la déformation élastique, définie comme le déplacement du point P1 divisé par la

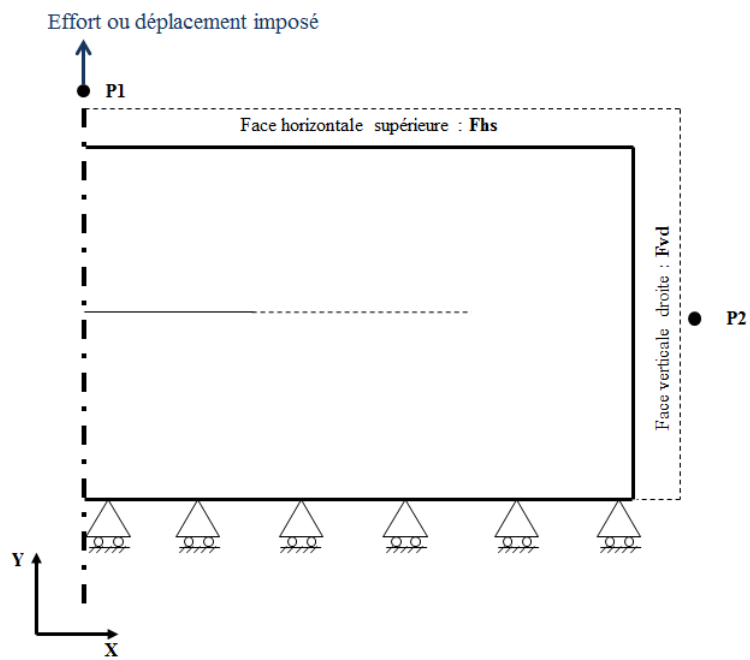


FIGURE 3.2 – Cellule axisymétrique à une fissure

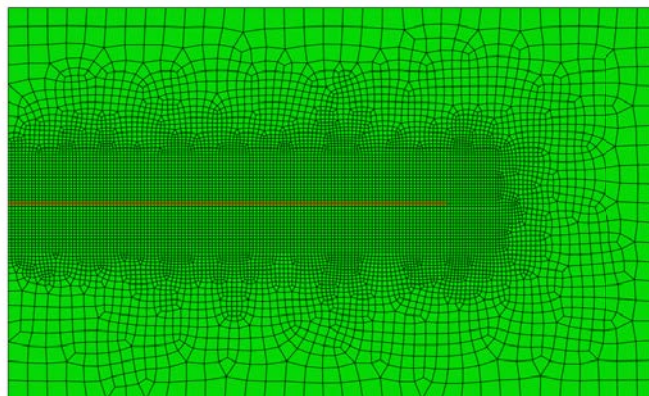


FIGURE 3.3 – Maillage de la cellule axisymétrique à une fissure

hauteur initiale de la cellule, en utilisant une loi de comportement élastique, avec un module d'Young identique à celui utilisé dans le cas d'une loi élastoplastique.

- $\varepsilon^i$  : la déformation inélastique, définie comme étant la différence entre la déformation totale et la déformation élastique ( $\varepsilon^i = \varepsilon - \varepsilon^e$ ).

Le maillage de la cellule est suffisamment fin pour simuler l'ouverture de la fissure très précisément : les éléments au niveau de la fissure ont une taille de  $50 \mu m$  pour un rayon maximal de la cellule de 7 mm (voir figure 3.3). On cherche alors à identifier la loi d'ouverture de la fissure en fonction de la contrainte appliquée de manière à obtenir une courbe contrainte-déformation simulée avec la cellule endommagée superposée à la courbe contrainte-déformation enregistrée lors de l'essai de traction monotone - ou à l'enveloppe en traction de la réponse de l'essai cyclique, strictement équivalente. Dans cette phase exploratoire, cette identification est effectuée "pas à pas". La loi ainsi définie est présentée sur la figure 3.4. La confrontation du modèle avec l'essai est présentée sur la figure 3.5.

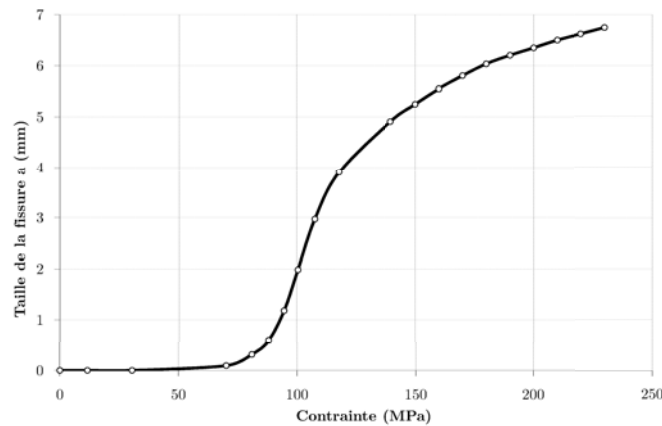


FIGURE 3.4 – Évolution de la taille de la fissure  $a$  avec la contrainte  $\sigma$  appliquée -  $20^\circ\text{C}$

Une fois cette loi définie, il est facile de simuler l'essai cyclique, en incrémentant de la valeur correspondante la taille de la fissure lors du passage au niveau de déformation supérieur. La réponse du modèle est présentée sur la figure 3.6.

On constate que la corrélation entre le modèle et l'essai est très bonne lors des phases de charge mais également lors des phases de décharge élastique, avec un module endommagé très proche du module réel. On ne simule pas les phases de relaxation, la loi de comportement étant uniquement élasto-plastique. Le point d'inflexion correspondant à la refermeture des lamelles est assez fidèlement représenté. Cependant, le modèle prédit que ce point, fixe expérimentalement, se décale légèrement dans le domaine des déformations négatives pour chaque incrément de l'amplitude de déformation. A ce stade de l'étude, ce décalage n'est pas entièrement expliqué. Une première hypothèse consiste à considérer que ce point est bien fixe expérimentalement du fait d'une grande variété tant en taille qu'en distribution des lamelles, permettant une refermeture progressive de celles-ci. Une autre hypothèse consiste à considérer que la fissure unique du modèle induit des concentrations de contraintes importantes en pointe de fissure, très probablement supérieures à celles présentes dans la matériau réel. Cette concentration de contraintes en traction génère des contraintes résiduelles de compression et une zone étendue de déformations plastiques positives, qui vient alors "retarder" la fermeture complète de la fissure. Ce mécanisme est schématisé sur la figure 3.7. On s'intéressera plus précisément à ce phénomène dans le chapitre 5.

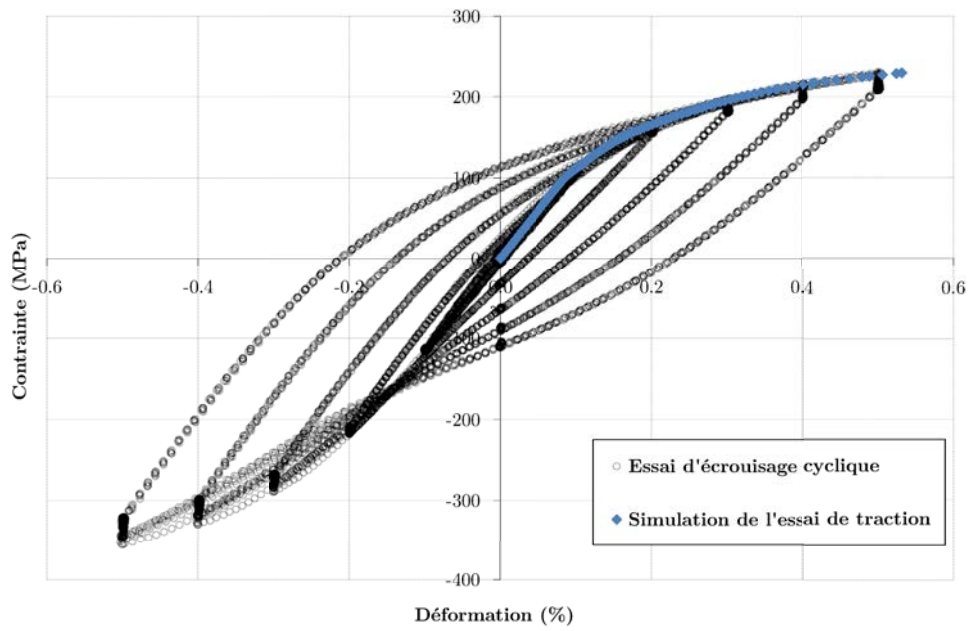


FIGURE 3.5 – Simulation d'un essai de traction - 20°C

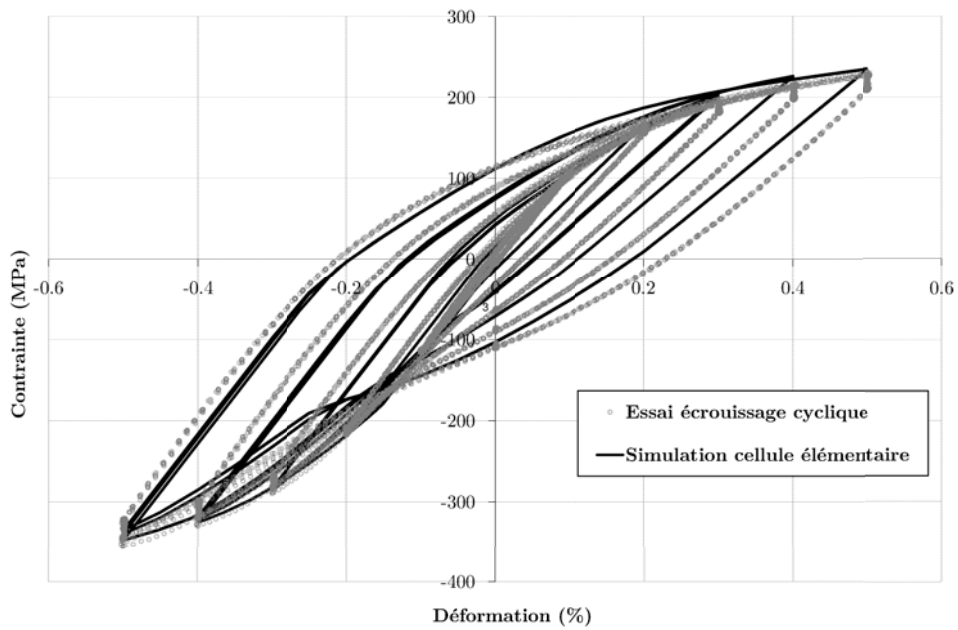


FIGURE 3.6 – Simulation de l'essai cyclique 20°C avec la cellule à une fissure

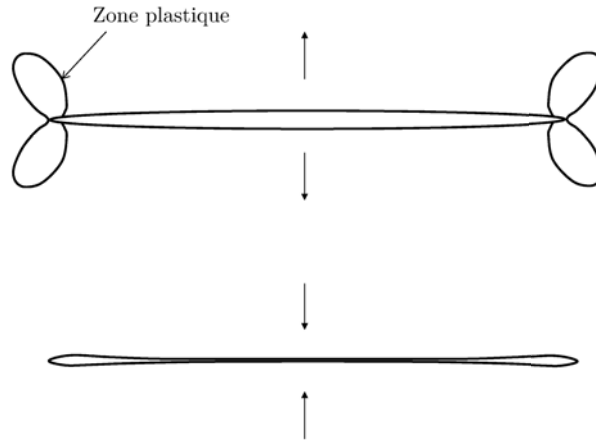


FIGURE 3.7 – Schématisation du "retard" lors de la refermeture

Ce modèle permet d'introduire la notion d'endommagement. La fissure peut en effet être assimilée à de l'endommagement (de mesure  $D$ ) dans le sens où elle diminue la section résistante effective. On peut alors définir la contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  telle que définie par [Lemaitre et Chaboche \(1996\)](#) :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1 - D)} \quad (3.1)$$

que l'on peut aussi écrire à partir des déformations élastiques  $\varepsilon^e$  et du module d'Young initial non endommagé ou module de la matrice  $E$  :

$$E\varepsilon^e = \frac{\sigma}{(1 - D)} \quad (3.2)$$

soit

$$D = 1 - \frac{\sigma}{E\varepsilon^e} \quad (3.3)$$

Connaissant la taille de la fissure  $a$  en fonction de la contrainte  $\sigma$  (que l'on peut approcher par un polynôme d'ordre 4) et en ayant au préalable déterminé  $\varepsilon^e$ , on peut directement relier  $a$  à  $D$ . On obtient ainsi l'évolution de  $D$  en fonction de la contrainte (ou de la déformation) appliquée, présentée sur la figure 3.8. Celle-ci nous indique que la décohésion des lamelles de graphite de la matrice n'intervient qu'à partir d'une valeur seuil, puis suit une évolution logarithmique.

### 3.2.3 Modèle rhéologique

A l'image du modèle à barres élasto-plastiques de [Downing et Socie \(1982\)](#), et compte tenu de la connaissance de l'évolution du dommage en fonction de la charge appliquée, on propose ici un modèle rhéologique constitué de cinq barres de différentes sections, destiné à représenter l'essai d'écroutissage cyclique, et celui-ci uniquement. Son fonctionnement, schématiquement représenté sur la figure 3.9, est le suivant :

La barre numéro 1 avec la plus grande section représente le ligament non fissuré dont les déplacements verticaux sont bloqués sur sa face inférieure. Sa section  $S_1$  est directement reliée au dommage maximum correspondant au niveau de déformation de 0.5%, noté  $D_{0.5\%}$ . On définit alors la section de la barre 1 :

$$S_1 = S_T(1 - D_{0.5\%})$$



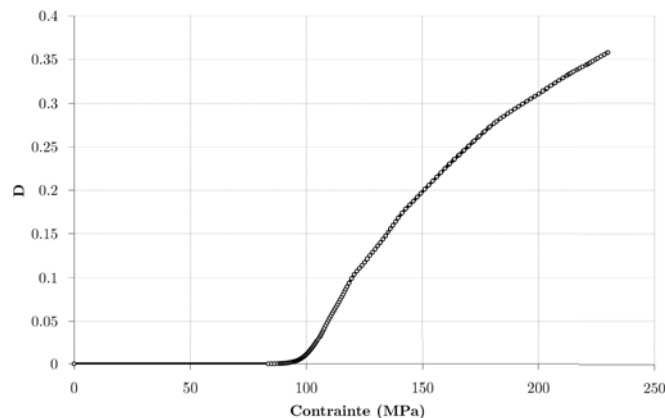


FIGURE 3.8 – Évolution du dommage avec la contrainte appliquée - 20°C

où  $S_T$  est la section totale des  $k$  barres,  $S_T = \sum_k S_k$ .

Les quatre autres barres correspondent à la zone fissurée. Elles sont en contact avec un support rigide, chaque barre correspond à un niveau d'endommagement, lui-même relié à un niveau de déformation : le contact peut être soit ouvert soit collé. Pour le niveau de déformation de 0.5%, le contact est ouvert pour toutes les barres hormis la barre numéro 1. Pour le niveau de déformation de 0.4%, le contact est ouvert pour les barres numéro 5, 4 et 3 et fermé partout ailleurs. La section  $S_2$  de la barre 2 est alors :

$$S_2 = S_T(1 - D_{0.4\%}) - S_1$$

Pour le niveau de déformation de 0.3%, le contact est ouvert pour les barres numéro 5 et 4 et fermé partout ailleurs. La section  $S_3$  de la barre 3 est alors :

$$S_3 = S_T(1 - D_{0.3\%}) - S_1 - S_2$$

Pour le niveau de déformation de 0.2%, le contact est ouvert pour la barre numéro 5 et fermé partout ailleurs. La section  $S_4$  de la barre 4 est alors :

$$S_4 = S_T(1 - D_{0.2\%}) - S_1 - S_2 - S_3$$

La section de la barre numéro 5 est alors :

$$S_5 = S_T - S_1 - S_2 - S_3 - S_4$$

Les déplacements des faces supérieures de toutes les barres sont reliés cinématiquement à un nœud pouvant être piloté en effort ou en déplacement.

Lors de la simulation de l'essai cyclique à 20°C, la condition de contact de chacune des quatre barres de la zone fissurée passe de l'état collé à ouvert, en fonction du niveau de déformation simulé. Le déplacement du nœud pilote est, comme lors de l'essai, contrôlé en déformation.

Le résultat est présenté sur la figure 3.10. On constate que la simulation issue de ce modèle est très proche à la fois des données expérimentales et des résultats obtenus avec le modèle de cellule à une fissure. On observe toujours un léger décalage du point d'inflexion, mais d'une amplitude bien moindre, vers les déformations négatives à chaque niveau de déformation. Ce phénomène s'explique par l'absence d'effets liés à la forte concentration de contrainte en pointe de fissure, ce qui est plus représentatif de la microstructure réelle, caractérisée par une forte densité de lamelles réparties de manière isotrope.

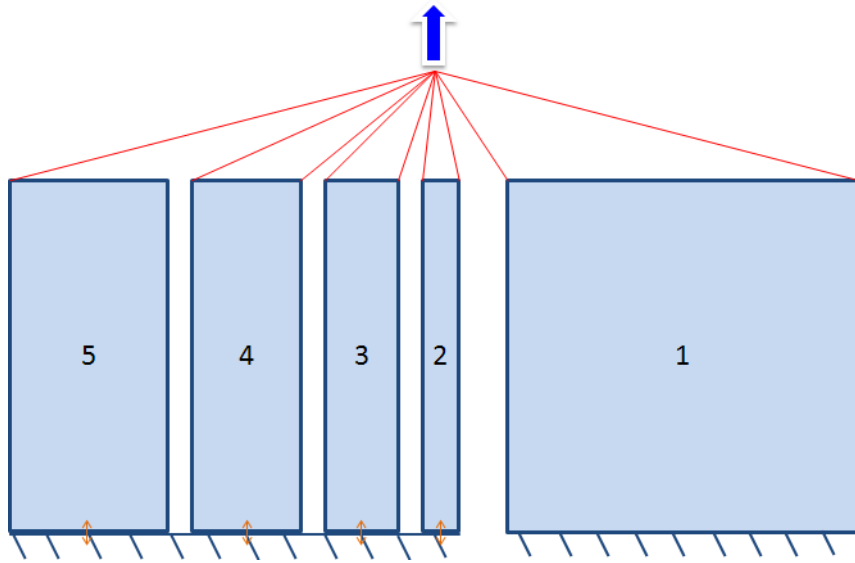


FIGURE 3.9 – Modèle rhéologique à 5 barres

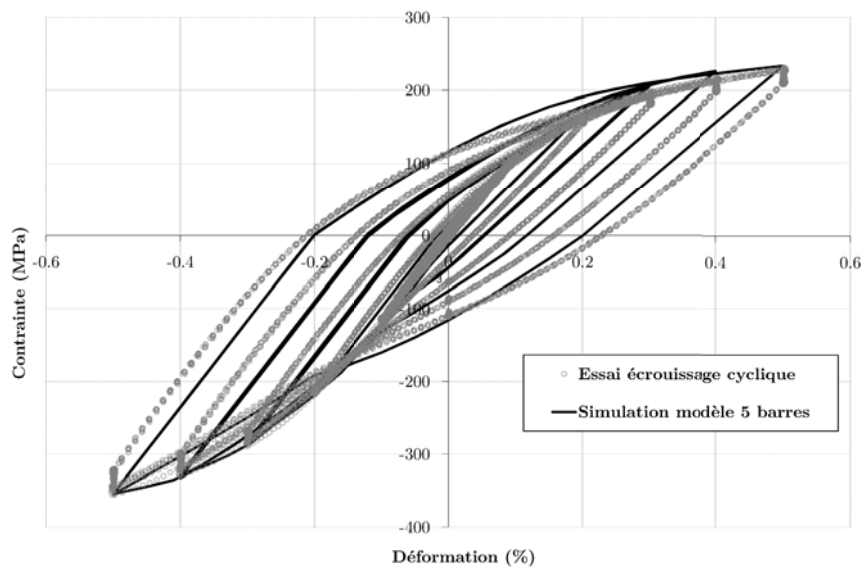


FIGURE 3.10 – Simulation de l'essai cyclique 20°C avec le modèle à 5 barres

### 3.3 Mécanismes de déformation

#### 3.3.1 Étude de l'ouverture de la fissure

On s'intéresse à l'évolution de l'ouverture de la fissure de la cellule dite *mono-fissure* présentée au § 3.3.2. L'ouverture moyenne  $\llbracket U \rrbracket$ , sur une fissure axisymétrique se calcule à partir des ouvertures nodales  $\llbracket u(r) \rrbracket$  et du rayon de la fissure  $R_f$  de la manière suivante :

$$\llbracket U \rrbracket = \frac{2\pi}{\pi R_f^2} \int_0^{R_f} \llbracket u(r) \rrbracket r dr \quad (3.4)$$

Considérons que la cellule représente un domaine  $\Omega$  de volume  $V$ , et que la surface interne de la fissure de normale  $\vec{n}$  est notée  $\Gamma$ . On peut décomposer la déformation macroscopique totale selon (Vakulenko et Kachanov, 1971) :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \underline{\underline{\varepsilon}}(x) dV + \frac{1}{V} \int_{\Gamma} \vec{u}(x) \otimes_s \vec{n} dS \quad (3.5)$$

où  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  est le tenseur des déformations microscopiques infinitésimales défini en tout point et  $\vec{u}(x)$  est le champ de déplacement microscopique,  $x$  étant la position quelconque d'un point. Le deuxième terme à droite de l'égalité dans l'équation (3.5) représente la déformation macroscopique due à la présence d'une fissure  $\underline{\underline{\varepsilon}}_f$ . Dans le cas d'une seule fissure horizontale circulaire, on peut simplifier ce terme et ne s'intéresser qu'à la déformation dans la direction de sollicitation :

$$\varepsilon_f = \frac{1}{\pi R_c^2 L} \llbracket U \rrbracket \pi R_f^2 = \frac{\pi R_f^2}{\pi R_c^2} \frac{\llbracket U \rrbracket}{L} \quad (3.6)$$

où  $R_c$  est le rayon de la cellule et  $L$  sa hauteur.

On définit un taux d'ouverture adimensionné en %, calculé en divisant l'ouverture moyenne par la hauteur de la cellule élémentaire. C'est cette grandeur qui est représentée en ordonnée sur la figure 3.11 en fonction de la contrainte appliquée durant la simulation de l'essai d'écroutissage cyclique à 20°C.

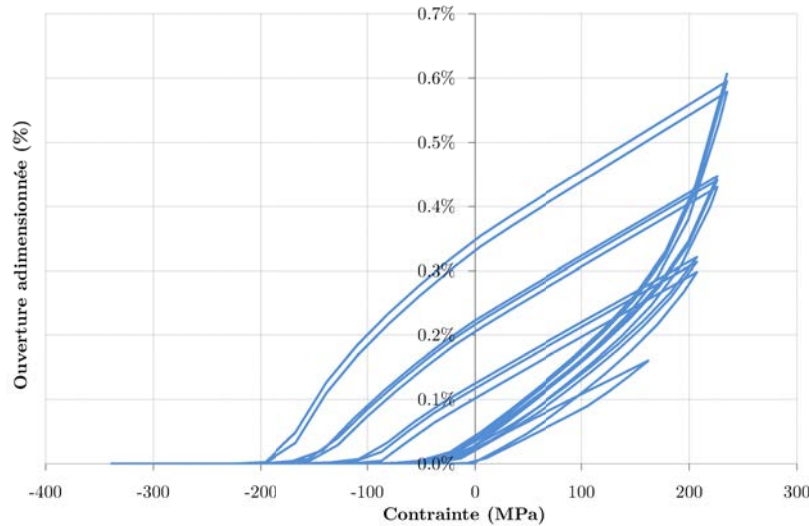


FIGURE 3.11 – Ouverture moyenne adimensionnée calculée pour la cellule *mono-fissure*

On peut également observer sur la figure 3.12 la très bonne description de l'ouverture de la fissure avec le modèle à 5 barres. L'ouverture moyenne calculée suit la même cinétique que celle

de la cellule à une fissure. De plus, il est bien plus aisé avec ce modèle *5 barres* de quantifier directement les parties élastique et inélastique de la déformation dans la zone fissurée (directement sur la barre "ouverte"). Les simulations suivantes seront donc effectuées avec ce modèle.

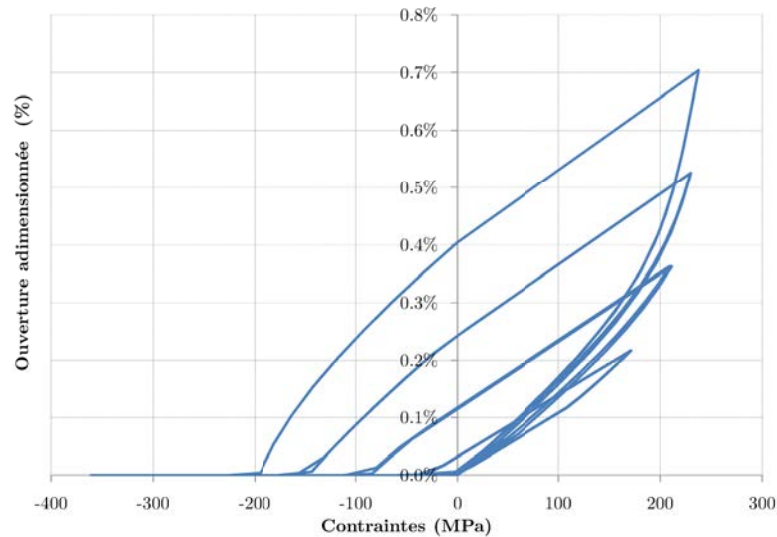


FIGURE 3.12 – Ouverture moyenne adimensionnée pour l’essai cyclique à 20°C avec le modèle *5 barres*

On observe que la fermeture de la fissure s’effectue à une contrainte négative, et que celle-ci diminue avec le niveau de déformation maximal atteint au cours de l’essai. On note également que la fissure s’ouvre toujours au même niveau de contrainte, aux alentours de -50 MPa. Il est difficile d’analyser ces phénomènes lors d’un essai symétrique en traction et en compression, car on ne peut pas faire la part de ce qui est causé par les effets compressifs de ceux liés aux effets dus à la phase de traction. On simule donc des essais présentant une dissymétrie traction/compression.

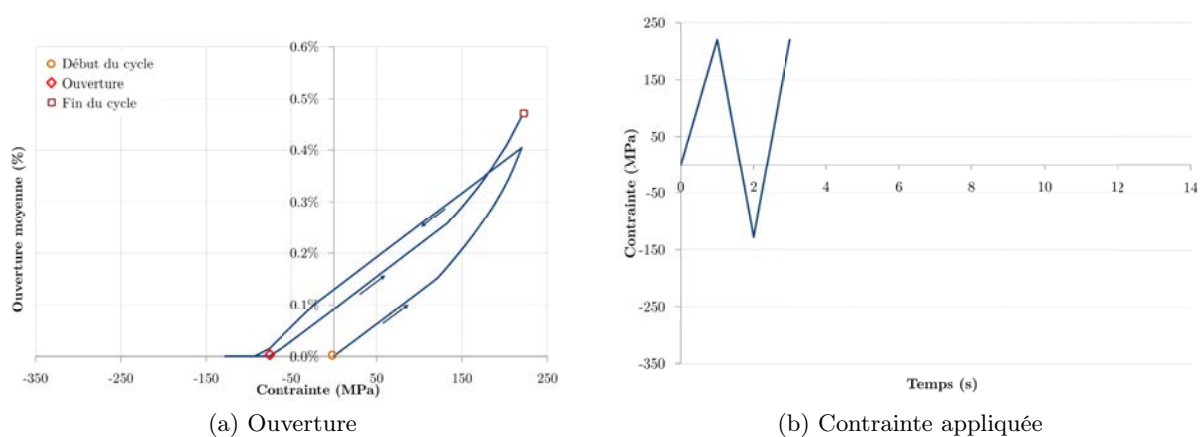
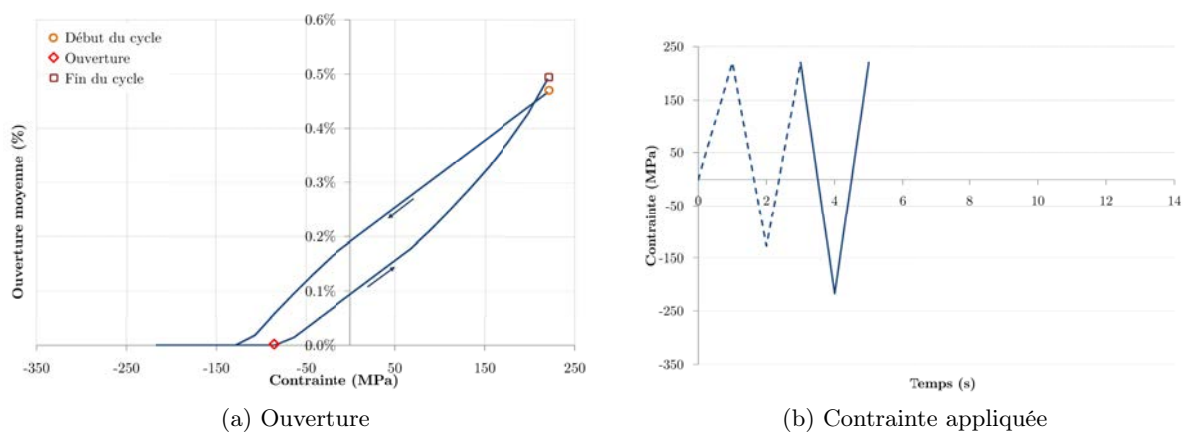
On s’intéresse dans un premier temps à l’effet compressif, c’est-à-dire lié au niveau de contrainte (ou de déformation) atteint en compression lors d’un essai cyclique. Le principe de l’essai simulé est d’imposer un niveau de contrainte maximal constant, et un niveau de contrainte minimal augmentant en valeur absolue à chaque cycle, suivi d’un dernier cycle présentant une contrainte minimale à nouveau faible. Les valeurs extrêmes de chaque cycle sont données dans le tableau 3.2 et le chargement ainsi obtenu est schématisé sur la figure 3.18b.

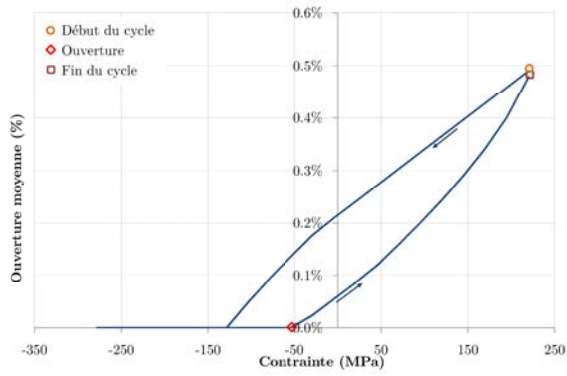
Cycle	$\sigma_{max}$	$\sigma_{min}$
1	230	-128
2	230	-216
3	230	-278
4	230	-316
5	230	-333
6	230	-150

TABLEAU 3.2 – Simulation d’essai à  $\sigma_{max}$  constant

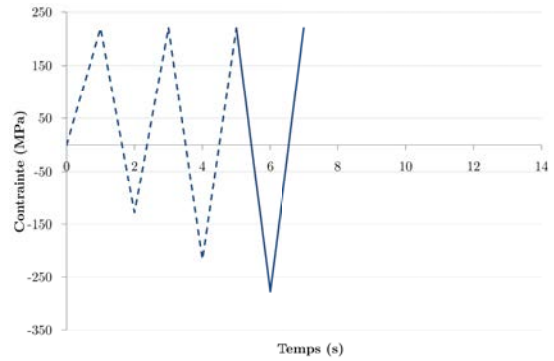
On représente sur les figures 3.13 à 3.18 l’évolution de l’ouverture moyenne en fonction de la contrainte appliquée. A contrainte maximale constante, l’ouverture de la fissure intervient à des niveaux de contrainte qui dépendent de la contrainte minimale appliquée. En effet, plus

celle-ci augmente en valeur absolue (cycles 1 à 5), plus l'ouverture intervient "tard", c'est-à-dire pour des niveaux de contrainte faibles en valeur absolue, jusqu'à s'ouvrir à contrainte nulle. On constate également que lors du cycle 6 à faible contrainte minimale, la fissure s'ouvre immédiatement après s'être fermée, ce qui confirme que l'ouverture est dépendante de la contrainte (ou la déformation) maximale (en valeur absolue) en compression. Néanmoins, la simulation de l'essai symétrique (figure 3.11) présente une ouverture à un niveau de contrainte constant quelle que soit la contrainte maximale en compression subie. Cela démontre que les conditions d'ouverture sont dépendantes des contraintes (ou déformations) maximales (en valeur absolue) atteintes à la fois en compression et en traction. Il existe donc un couplage entre ces deux effets.


 FIGURE 3.13 – Ouverture moyenne adimensionnée -  $\sigma_{max}$  constant - cycle 1

 FIGURE 3.14 – Ouverture moyenne adimensionnée -  $\sigma_{max}$  constant - cycle 2

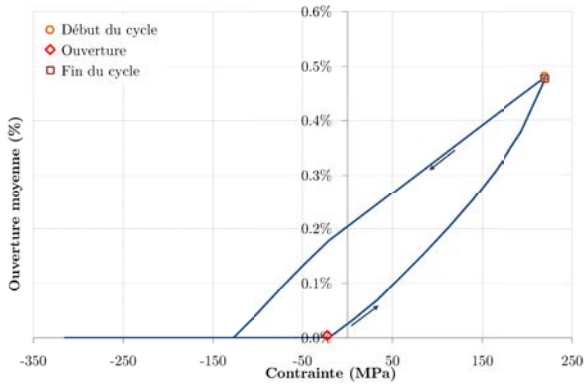


(a) Ouverture

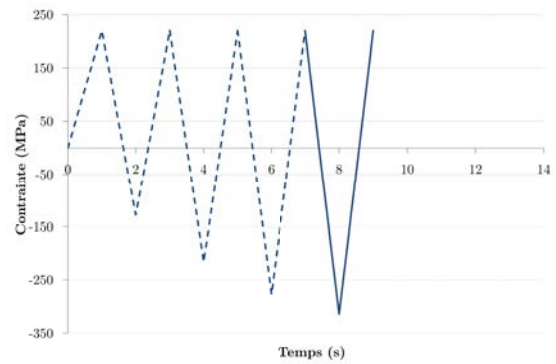


(b) Contrainte appliquée

FIGURE 3.15 – Ouverture moyenne adimensionnée -  $\sigma_{max}$  constant - cycle 3

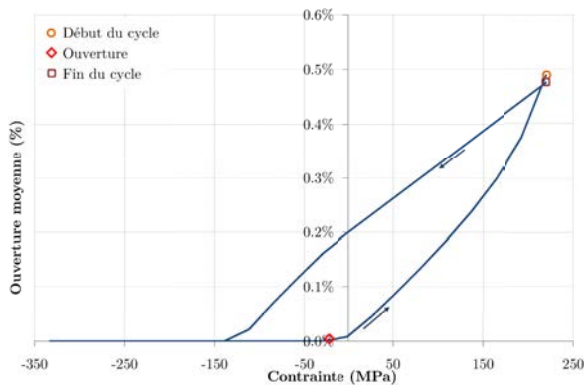


(a) Ouverture

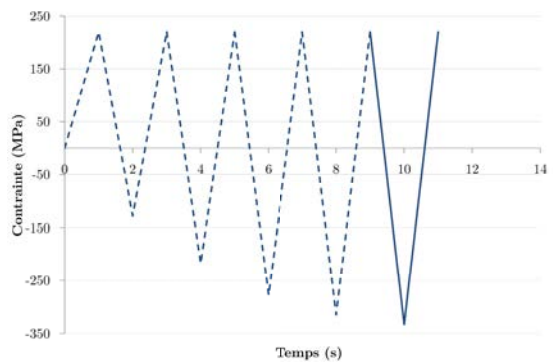


(b) Contrainte appliquée

FIGURE 3.16 – Ouverture moyenne adimensionnée -  $\sigma_{max}$  constant - cycle 4

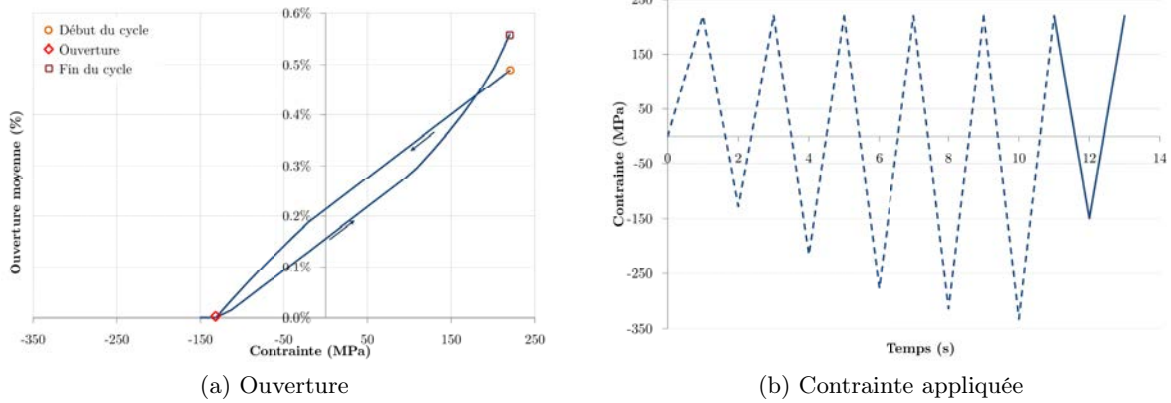


(a) Ouverture



(b) Contrainte appliquée

FIGURE 3.17 – Ouverture moyenne adimensionnée -  $\sigma_{max}$  constant - cycle 5


 FIGURE 3.18 – Ouverture moyenne adimensionnée -  $\sigma_{max}$  constant - cycle 6

### 3.3.2 Conditions d'ouverture-fermeture

On considère une simulation de la cellule élémentaire soumise au chargement suivant :

- compression jusqu'à une déformation  $-\varepsilon$  ( $t = t_1$ ) ;
- traction jusqu'à une déformation  $\varepsilon$  ( $t = t_2$ ) ;
- compression jusqu'à une déformation  $-\varepsilon$  ( $t = t_3$ ).

Le couplage présenté précédemment peut être expliqué de la manière suivante :

- Lors de la première compression (figure 3.19), une déformation plastique négative - identique dans la zone fissurée (barre 5) et dans le ligament (barres 1 à 4) - apparaît. Lors de la phase de traction, la barre 5 est libre, tout le flux d'effort passe par les autres barres. En conséquence, la barre 5 ne subit pas de déformation et reste dans l'état de déformation irréversible dans lequel elle était à la fin de la compression, avec une déformation plastique négative. Pour ouvrir la fissure lors de la phase de traction (figure 3.20), il est alors nécessaire que l'incrément de déformation totale soit égal à la déformation élastique globale subie durant la première phase de compression. La condition d'ouverture en déformation est alors  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_e(t = t_1)$ . Cette condition peut facilement être retranscrite en contrainte en connaissant le dommage et le module d'Young.

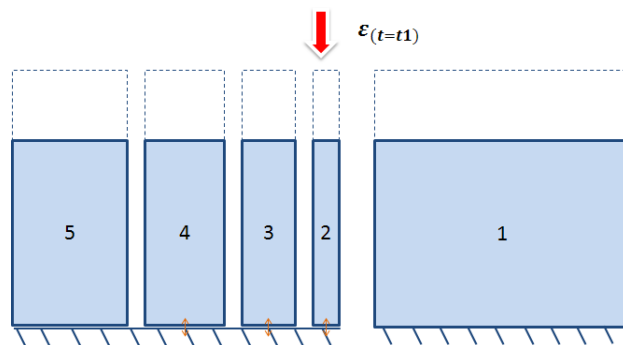


FIGURE 3.19 – Déformation minimale lors de la première compression

- A la fin de la phase de traction (figure 3.21), l'ouverture moyenne (en %) de la fissure est notée  $\delta$ . Pour que la fissure se referme lors de la phase de compression suivante, il faut que la déformation globale de la cellule soit égale à l'ouverture moyenne  $\delta$ . Or  $\delta$  n'est autre

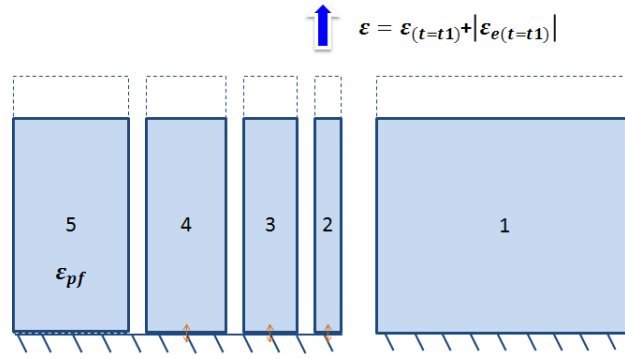


FIGURE 3.20 – Déformation à l'ouverture lors de la première traction

que la déformation globale en fin de traction moins la déformation plastique de la barre 5 (notée  $\varepsilon_{pf}$ ). La condition de refermeture de la fissure est donc  $\Delta\varepsilon = \delta = \varepsilon(t = t_2) - \varepsilon_{pf}$ .

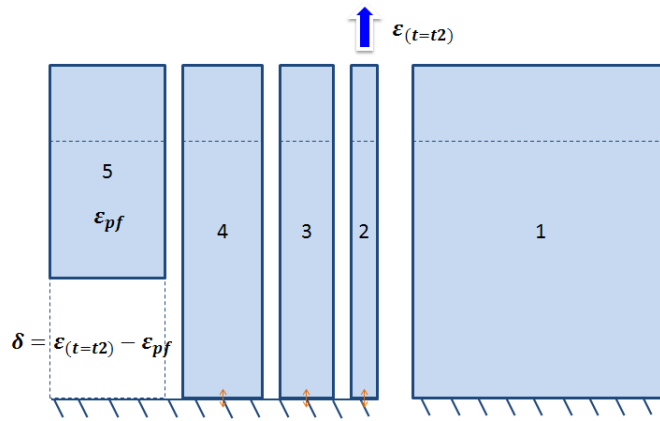


FIGURE 3.21 – Déformation maximale lors de la première traction

- Durant la deuxième compression, la barre 5 ne se déforme qu'à partir du moment où la fissure se referme ; à la déformation résiduelle de compression déjà présente vient alors s'ajouter une déformation supplémentaire. C'est la part élastique de cette déformation (en valeur absolue) qu'il faut imposer pour ouvrir de nouveau la fissure en traction. La condition d'ouverture s'écrit alors  $\Delta\varepsilon = |\Delta\varepsilon_{epf}|$ , où  $\Delta\varepsilon_{epf}$  est l'incrément de déformation élastique dans la barre 5 entre la fermeture de la fissure et  $\varepsilon(t = t_3)$ .

On considère ici que seule la barre 5 n'est plus "collée". Dans ce cas,  $\delta$  est exactement l'ouverture de la barre 5. On ne peut donc pas à proprement parler ici d'ouverture moyenne (équation (3.4)). En revanche, lorsque plusieurs barres sont ouvertes, ces dernières étant indépendantes les unes des autres, chaque ouverture est différente, du fait de la différence d'état entre les barres. La condition de refermeture est propre à chaque barre et la fermeture est donc graduelle (en réalité très peu car la différence d'état entre les barres est très faible).

Si l'on revient au modèle de cellule axisymétrique, on peut généraliser ces conditions d'ouverture/fermeture en utilisant l'ouverture moyenne définie par l'équation (3.4). La compréhension de ces conditions d'ouverture et de fermeture est fondamentale pour la formulation d'une loi de comportement du matériau. Afin de s'appuyer sur le modèle à 5 barres pour la définition de cette loi, on se propose dans la section suivante de vérifier la similitude des deux modèles multi-échelles proposés d'un point de vue énergétique.



## 3.4 Bilan énergétique

### 3.4.1 Cadre thermodynamique

On définit ici le cadre thermodynamique de la matrice non endommagée. Pour une loi de comportement élastoplastique avec un écrouissage cinématique non linéaire (Armstrong et Frederick, 1966) et un écrouissage cinématique linéaire (Prager, 1956), les variables observables et internes sont  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ ,  $\underline{\underline{\varepsilon}}_p$  et  $\underline{\underline{\alpha}}$  auxquelles sont associées les forces thermodynamiques  $\underline{\underline{\sigma}}$ ,  $\underline{\underline{\Lambda}}_{\varepsilon_p}$  et  $\underline{\underline{X}}$ .

La fonction de charge, supposée de von Mises, est de la forme :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) = (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})_{eq} - \sigma_0 \quad (3.7)$$

où  $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_1 + \underline{\underline{X}}_2$  et  $\sigma_0$  est la limite d'élasticité en traction simple et l'énergie libre choisie comme potentiel d'état s'écrit :

$$\rho\omega = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_p) : \mathbb{C} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_p) + \omega_p(\underline{\underline{\alpha}}_1, \underline{\underline{\alpha}}_2) \quad (3.8)$$

où  $\mathbb{C}$  est le tenseur des modules élastiques et  $\omega_p(\underline{\underline{\alpha}}_i) = \frac{1}{3} \sum_i C_i \underline{\underline{\alpha}}_i : \underline{\underline{\alpha}}_i$ , ( $i = 1, 2$ ) l'énergie stockée par écrouissage. Les lois d'état sont alors :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (3.9)$$

$$\underline{\underline{\Lambda}}_{\varepsilon_p} = -\rho \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}_p} = \underline{\underline{\sigma}} \quad (3.10)$$

$$\underline{\underline{X}}_i = -\rho \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\underline{\alpha}}_i}, \quad i = 1, 2 \quad (3.11)$$

On choisit le potentiel de dissipation  $F$ , différent de la fonction de charge  $f$  (plasticité non associée (Lemaitre et Chaboche, 1996)) suivant :

$$F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) = (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})_{eq} - \sigma_0 + \frac{3\gamma}{4C} \underline{\underline{X}}_1 : \underline{\underline{X}}_1 \quad (3.12)$$

où  $C$  est le module d'écrouissage et  $\gamma$  est le terme de rappel relatif à la non linéarité de l'écrouissage. On aboutit alors aux lois complémentaires :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \dot{\lambda} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}{(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})_{eq}} \quad (3.13)$$

$$\dot{\underline{\underline{\alpha}}}_1 = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{X}}_1} = -\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p + \dot{\lambda} \frac{3\gamma}{2C_1} \underline{\underline{X}}_1 \quad (3.14)$$

$$\dot{\underline{\underline{\alpha}}}_2 = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{X}}_2} = -\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p \quad (3.15)$$

La dissipation intrinsèque s'exprime alors ( $\underline{\underline{A}}_i$  représentant les variables d'état) :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{D}_i &= \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - \rho \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\underline{A}}_i} : \underline{\underline{A}}_i \\
 &= \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} + \underline{\underline{\Lambda}}_{\varepsilon_p} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p + \sum_i \underline{\underline{X}}_i : \underline{\underline{\dot{\alpha}}}_i \\
 &= \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p + \sum_i \underline{\underline{X}}_i : \underline{\underline{\dot{\alpha}}}_i \\
 &= (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p + \frac{3\gamma}{2C} (\underline{\underline{X}}_1 : \underline{\underline{X}}_1) \dot{p} \\
 &= (\sigma_0 + \frac{3D}{2C} \underline{\underline{X}}_1 : \underline{\underline{X}}_1) \dot{p}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

L'expression de la vitesse de déformation plastique cumulée  $\dot{p}$  est déduite de l'équivalence énergétique :

$$(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})_{eq} \dot{p} = (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p$$

de telle sorte que :

$$\dot{p} = \dot{\lambda} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p}$$

Le travail mécanique fourni peut alors être décomposé en :

- énergie libre :  $\rho\omega = \omega_e + \omega_p$ , elle-même composée de :
  - l'énergie élastique récupérable par décharge élastique :  $\omega_e = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\varepsilon}}_e) : \mathbb{C} : (\underline{\underline{\varepsilon}}_e)$
  - et de l'énergie stockée :  $\omega_p(\underline{\underline{\alpha}}) = \frac{1}{3} \left( C_1 \underline{\underline{\alpha}}_1 : \underline{\underline{\alpha}}_1 + C_2 \underline{\underline{\alpha}}_2 : \underline{\underline{\alpha}}_2 \right) = \frac{3}{4C_1} \underline{\underline{X}}_1 : \underline{\underline{X}}_1 + \frac{3}{4C_2} \underline{\underline{X}}_2 : \underline{\underline{X}}_2$
- énergie dissipée  $D_1$  obtenue par intégration de :  $\left( \sigma_0 + \frac{3\gamma}{2C_1} \underline{\underline{X}}_1 : \underline{\underline{X}}_1 \right) \dot{p}$

### 3.4.2 Modèle *mono-fissure*

On réalise un bilan énergétique lors de la phase de charge. Si l'on simule une traction avec le modèle par éléments finis, ABAQUS<sup>®</sup> fournit directement un certain nombre de données :

- Le travail plastique  $\psi_p$  par l'intermédiaire de la sortie ELPD qui donne accès au travail plastique total, intégré sur toute la cellule (Simulia, 2010a).
- L'énergie de déformation élastique totale  $\omega_{eT}$  par l'intermédiaire de la sortie ELSE, intégrée sur toute la cellule (Simulia, 2010a).

Il est alors nécessaire de déterminer :

- L'énergie stockée  $\psi_s$ , comprenant l'énergie stockée dans les écrouissages  $\omega_p$  et l'énergie stockée associée à la présence d'autocontraintes  $\omega_s$ .
- L'énergie dissipée  $D_1$ .

L'énergie  $\omega_p$  est obtenue à partir d'une routine UVARM ABAQUS<sup>®</sup> permettant d'intégrer sur toute la cellule l'énergie stockée dans les écrouissages :

$$\omega_p = 2\pi \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{3}{4C_1} \underline{\underline{X}}_1^i : \underline{\underline{X}}_1^i + \frac{3}{4C_2} \underline{\underline{X}}_2^i : \underline{\underline{X}}_2^i \right) r_i S_i \right] \tag{3.17}$$

où  $S_i$  est la surface d'un élément (calcul axisymétrique),  $r_i$  le rayon de son barycentre et  $n$  le nombre total d'éléments dans la cellule.

L'énergie dissipée  $D_1$  est obtenue par soustraction de  $\omega_p$  du travail plastique  $\psi_p$  :  $D_1 = \psi_p - \omega_p$ .

Pour déterminer l'énergie stockée associée à la présence d'autocontraintes  $\omega_s$ , il faut à chaque instant de chargement effectuer une décharge élastique ; l'énergie stockée ( $\omega_{eT}$  résiduelle) est celle associée aux autocontraintes. L'énergie élastique récupérable  $\omega_e$  est alors égale à  $\omega_{eT} - \omega_s$ . L'énergie libre  $\rho\omega$  est elle égale à  $\psi_s + \omega_e$ .

On présente sur la figure 3.22 les différents termes durant la phase de traction en fonction de la contrainte appliquée. On peut noter une part d'énergie stockée dans les écrouissages relativement faible, comparée à l'énergie élastique, et une très faible quantité d'énergie stockée liée à la présence d'autocontraintes, vraisemblablement en pointe de fissure.

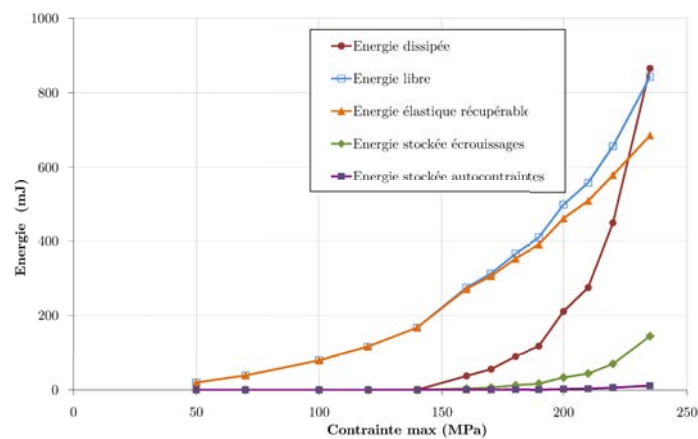


FIGURE 3.22 – Evolution des termes énergétiques lors d'une phase de chargement en traction

On peut vérifier sur la figure 3.23 que le travail total fourni ( $\psi_p + \omega_{eT}$ ) est bien égal à la somme de l'énergie dissipée  $D_1$  et de l'énergie libre  $\rho\omega$ .

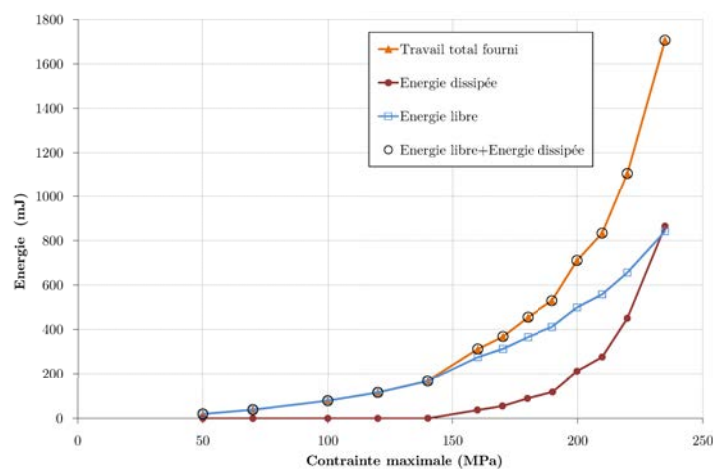


FIGURE 3.23 – Bilan énergétique sur la cellule *mono-fissure* lors d'une phase de chargement en traction

### 3.4.3 Modèle rhéologique

On peut, de la même manière, effectuer un bilan énergétique sur le modèle rhéologique à 5 barres. L'énergie stockée dans les écrouissages  $\omega_p$  se calcule alors de la manière suivante :

$$\omega_p = \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{3}{4C_1} \underline{X}_1^i : \underline{X}_1^i + \frac{3}{4C_2} \underline{X}_2^i : \underline{X}_2^i \right) S_i e \right] \quad (3.18)$$

où  $e$  est l'épaisseur des barres. On présente sur la figure 3.24 le bilan énergétique sur le modèle rhéologique. On note l'absence d'énergie stockée liée aux autocontraintes. Les barres étant indépendantes les unes des autres, on ne verra apparaître aucune autocontrainte dans le cas d'une traction suivie d'une décharge élastique. Dans le cas du modèle *mono-fissure*, les autocontraintes sont liées à l'apparition d'une zone plastique en pointe de fissure. A cette différence près, on constate donc une équivalence entre les deux modèles en termes énergétiques.

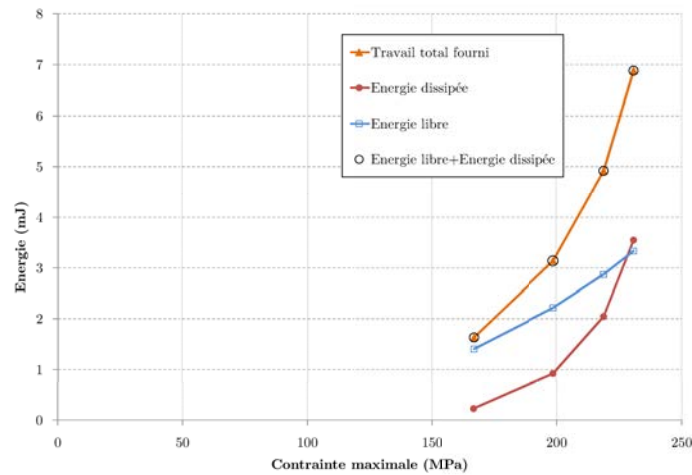


FIGURE 3.24 – Bilan énergétique sur le modèle rhéologique

## 3.5 Bilan des modèles proposés

Les deux modèles multi-échelles de la fonte proposés dans ce chapitre permettent de représenter fidèlement les essais uniaxiaux existants et donc le comportement du matériau pour les conditions expérimentales considérées.

Le premier modèle dit *mono-fissure* permet de mettre en évidence la notion de dommage  $D$  inhérent aux mécanismes de déformation du matériau. L'évolution de ce dommage a pu être définie, aboutissant à la définition du second modèle dit modèle à 5 barres.

Ce dernier permet de définir de manière simple des conditions d'ouverture et de fermeture des lamelles de graphite endommagées pour de multiples conditions de chargement. Le bilan énergétique montre que ce modèle est équivalent au premier (plus "physique") et que les résultats obtenus sont donc valables.

Une fois ces précautions prises, on peut considérer le modèle rhéologique 5 barres comme une base fiable du modèle de comportement proposé par la suite.



## Chapitre 4

# Modèle de comportement de la fonte GL sous chargement monotone

*Dans ce chapitre, on présente brièvement un modèle rhéologique 1D inspiré des modèles multi-échelles précédemment décrits et capable de simuler la réponse mécanique des essais cycliques présentant une décohésion puis une refermeture des lamelles. On décrit ensuite la formulation tridimensionnelle d'une loi de comportement présentant un dommage anisotrope induit par le chargement, dont la finalité est de pouvoir simuler le comportement de la fonte sans fermeture des lamelles. L'identification des paramètres du modèle à partir des essais existants est ensuite présentée et une stratégie d'identification optimale à partir d'une base d'essais plus appropriée est finalement proposée.*

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Modèle rhéologique 1D</b>	<b>66</b>
<b>4.2</b>	<b>Formulation du modèle 3D</b>	<b>68</b>
4.2.1	Représentation anisotrope du dommage	68
4.2.2	Contrainte effective, critère de plasticité	69
4.2.3	Cadre thermodynamique	70
4.2.4	Lois d'état et lois d'évolution	71
4.2.5	Schéma d'intégration numérique des équations du comportement	73
<b>4.3</b>	<b>Démarche d'identification des paramètres du modèle</b>	<b>76</b>
4.3.1	Évolution du dommage	80
4.3.2	Identification des paramètres visqueux	84
4.3.3	Proposition d'une stratégie d'identification	86
4.3.4	Mesure du coefficient de Poisson	88
<b>4.4</b>	<b>Conclusions</b>	<b>90</b>

---

## 4.1 Modèle rhéologique 1D

Nous nous plaçons ici dans le cadre plus général de l'élasto-viscoplasticité, plus à même de représenter les effets visqueux, très présents à haute température. Le schéma rhéologique du modèle choisi est présenté sur la figure 4.1.

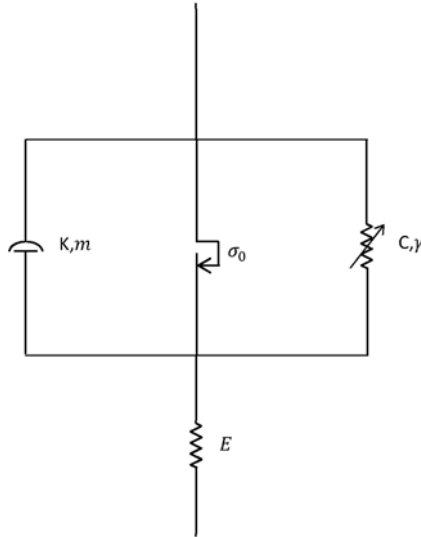


FIGURE 4.1 – Modèle rhéologique à une branche représentant le comportement de la matrice

Le modèle rhéologique à 5 barres développé dans la partie 3.3.3 a permis de comprendre les mécanismes de déformation de la fonte ainsi que les conditions d'ouverture et de fermeture des lamelles de graphite d'un point de vue macroscopique. On se propose de s'inspirer de ce modèle pour définir une version purement rhéologique 1D à deux branches, représentée sur la figure 4.2.

Ce modèle est constitué d'une branche représentant la matrice, c'est-à-dire la partie non encore endommagée du matériau (la branche de droite, dite branche matrice) et d'une autre représentant les zones situées de part et d'autre des lamelles de graphite endommagées (celle de gauche dite branche fissure), si bien que celle-ci, selon les conditions de chargement, peut ou non transmettre un effort. Lorsque les lamelles sont ouvertes, la branche fissure doit rester inactive, tout l'effort transite par la branche matrice. En revanche, lorsque les lamelles sont fermées, l'effort transite par les deux branches. Il convient donc d'affecter aux paramètres des matériaux des valeurs différentes, dépendant du dommage, dans chacune des deux branches.

Considérons un matériau non contraint, avec une fissure préexistante, dont la longueur correspond à un certain niveau de dommage  $D$ . Lors d'un chargement de traction, il suffit de pondérer certains coefficients du matériau par  $(1 - D)$  pour aboutir au comportement du matériau endommagé. Lors d'un chargement de compression, le comportement doit être celui du matériau sain, la fissure étant fermée. Il faut alors pondérer les mêmes coefficients dans la branche fissure par  $D$  pour que la somme pondérée des contraintes dans les deux branches corresponde à celle du matériau sain.

Sous chargement cyclique, il faut alors définir des conditions d'ouverture et de fermeture des lamelles, représentées dans la figure 4.2 par l'élément à deux barres horizontales dans la branche fissure. La condition de refermeture est la même que celle définie au § 3.4.2 : la fissure se referme au même niveau de déformation que celui pour lequel elle s'est ouverte. Il reste alors à définir la condition d'ouverture. Dans ce modèle rhéologique, la condition est assez simple, aucune contrainte de traction ne peut transiter par la branche fissure. La condition d'ouverture, et donc de désactivation de cette branche, correspond à l'instant où la contrainte devient positive.

Durant cette période de désactivation, les variables internes sont figées et la déformation élastique est nulle.

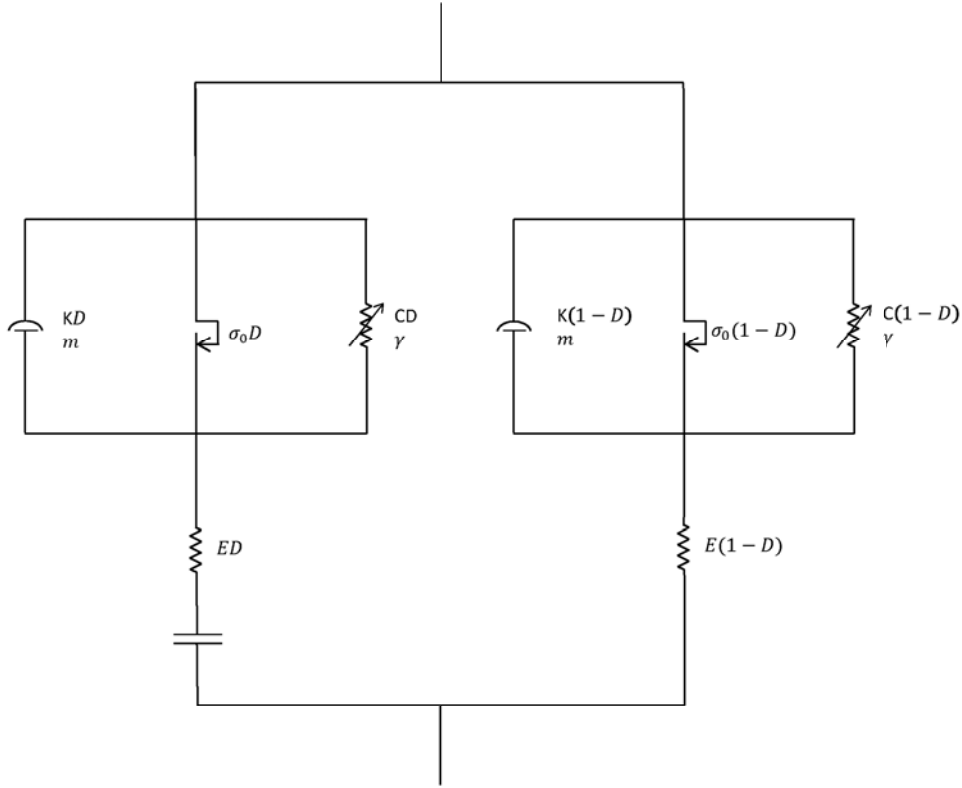


FIGURE 4.2 – Modèle rhéologique à deux branches : à gauche l'élément "fissure" et à droite l'élément "matrice"

Afin de démontrer quels coefficients il convient de multiplier par  $D$  et  $(1-D)$ , prenons le cas d'un matériau vierge de contrainte avec une fissure préexistante sous un chargement de compression monotone. La contrainte globale est alors égale à la somme de la contrainte de la branche fissure, notée  $\sigma_f$  et de celle de la branche matrice, notée  $\sigma_m$ . Dans le cas élastique, on affecte le module élastique et on obtient alors une contrainte globale  $\sigma = \sigma_f + \sigma_m = ED\varepsilon + E(1-D)\varepsilon = E\varepsilon$ . Dans le cas viscoélastique, on affecte uniquement le paramètre  $K$  de la loi de Norton et on obtient alors une contrainte visqueuse globale  $\sigma_v = \sigma_{vf} + \sigma_{vm} = KD\varepsilon_v^{1/m} + K(1-D)\varepsilon_v^{1/m} = K\varepsilon_v^{1/m}$ . Enfin, dans le cas élastoplastique avec écrouissage cinématique non linéaire, on affecte uniquement le module d'écrouissage  $C$  et on obtient alors une contrainte globale pour la partie plastique  $\sigma = \sigma_f + \sigma_m = \frac{CD}{\gamma} (1 - e^{-\gamma\varepsilon_p}) + \frac{C(1-D)}{\gamma} (1 - e^{-\gamma\varepsilon_p}) = \frac{C}{\gamma} (1 - e^{-\gamma\varepsilon_p})$ .

Dans ce chapitre, on s'intéresse à modéliser le comportement du matériau sous chargement monotone, ce qui revient à ne considérer que la branche matrice du modèle rhéologique, sans s'occuper de la fermeture des lamelles. Celles-ci étant assimilables, en première approche, à des fissures, on introduit un modèle faisant apparaître une ou plusieurs variables d'endommagement (Kachanov, 1958; Rabotnov, 1968) où le dommage est représentatif des décohésions lamelles/matrice. Le modèle choisi doit pouvoir représenter aussi bien le comportement en traction qu'en compression monotone. L'endommagement étant induit par le chargement, il est nécessairement anisotrope.



## 4.2 Formulation du modèle 3D

### 4.2.1 Représentation anisotrope du dommage

La distribution d'orientation de l'endommagement peut être quelconque et donc anisotrope. On observe néanmoins le plus souvent une orientation préférentielle de la micro-fissuration plus ou moins perpendiculaire à la plus grande contrainte principale positive (Lemaitre et Chaboche, 1996). La façon la plus simple de représenter ces endommagements sans faire référence à une base particulière (écriture intrinsèque) est de les représenter par des tenseurs d'ordre pair (Leckie et Onat, 1981).

La forme la plus générale permettant de respecter l'invariance par changement de repère des effets d'un endommagement quelconque passe par l'utilisation d'un tenseur d'ordre huit (Chaboche, 1978). De nombreux auteurs lui préfèrent des modélisations plus simples et privilégient les tenseurs d'ordre quatre (Chaboche, 1979; Ortiz, 1985; Krajcinovic, 1996) permettant de représenter des problèmes d'anisotropie complexes, ou d'ordre deux (Murakami et Ohno, 1978; Kachanov, 1980; Cordebois et Sidoroff, 1982; Chow et Wang, 1987; Halm et Dragon, 1996) qui permettent de représenter les symétries simples de l'endommagement (orthotropie).

Dans cette étude, l'endommagement anisotrope est induit par le chargement et correspond à la décohésion (ou la rupture) des lamelles de graphite **essentiellement orientées perpendiculairement à la direction de sollicitation**. La figure 4.3 illustre ce propos, en prenant une distribution idéalisée, composée de lamelles planes. On choisit alors, connaissant *a priori* le chargement sur un disque de frein, de représenter le dommage par un tenseur d'ordre 2 via l'introduction de la détérioration du comportement élastique (Cordebois et Sidoroff, 1982).

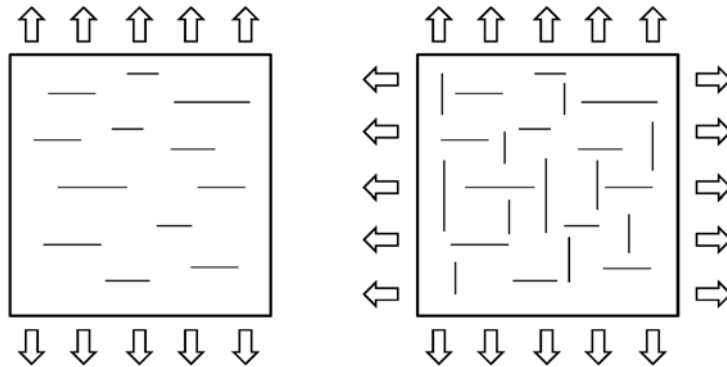


FIGURE 4.3 – Schématisation du dommage induit

On souhaite définir la forme du tenseur de souplesse du matériau endommagé  $\tilde{S}$ . On reprend pour cela les travaux de Denoual (1998), eux-mêmes issus de ceux de Fabrikant (1990). Denoual (1998) étudie le problème d'une distribution de fissures uniforme unidirectionnelles perpendiculaires aux directions principales dans une matrice élastique isotrope. Dans le cas où seule la distribution perpendiculaire à l'axe de direction 1 est activée, il aboutit aux résultats suivants :

$$\frac{E_1}{E_0} = (1 - D) \quad (4.1)$$

$$\frac{E_2}{E_0} = \frac{E_3}{E_0} = \frac{\nu_{23}}{\nu_0} = 1 \quad (4.2)$$

$$\frac{\nu_{12}}{\nu_0} = \frac{\nu_{13}}{\nu_0} = \frac{E_1}{E_0} \quad (4.3)$$

$$\frac{G_{12}}{G_0} = \frac{G_{13}}{G_0} = (1 - D)^\alpha \quad (4.4)$$

où les indices 0 correspondent à la matrice isotrope initiale,  $E$ ,  $G$  et  $\nu$  représentent respectivement le modules d'Young, le module de cisaillement et le coefficient de Poisson, et où  $D$  correspond directement à la variable d'endommagement macroscopique. L'équation (4.4) fait apparaître un paramètre  $\alpha$ . Celui-ci a initialement été identifié par Denoual à 0.3. Des travaux plus récents (Petry, 2006) utilisant la même formulation ont permis de montrer que pour satisfaire certaines équivalences au niveau macroscopique, la valeur de ce paramètre doit être égale à 0.5.

Le principe de superposition permet alors à définir un tenseur de souplesse pour le matériau endommagé faisant intervenir trois variables scalaires d'endommagement associées aux trois distributions de fissures correspondant aux directions principales :

$$\tilde{\mathbb{S}} = \tilde{\mathbb{C}}^{-1} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \frac{1}{1-D_1} & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{1-D_2} & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{1-D_3} & 0 & 0 & 0 \\ & sym. & & \frac{1+\nu}{\sqrt{(1-D_1)(1-D_2)}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1+\nu}{\sqrt{(1-D_2)(1-D_3)}} & 0 \\ & & & & & \frac{1+\nu}{\sqrt{(1-D_1)(1-D_3)}} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

où  $\tilde{\mathbb{C}}$  est le tenseur des modules élastiques du matériau endommagé.

La relation est donc écrite dans le repère principal des contraintes qui correspond au repère de l'endommagement. Nous verrons plus tard que dans le cas des disques de frein, cette modélisation est suffisante, l'anisotropie de l'endommagement étant induite par le chargement, **dont les directions principales restent fixes dans le temps.**

#### 4.2.2 Contrainte effective, critère de plasticité

La contrainte effective, notée  $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$ , est définie par le principe d'équivalence en déformation (Chaboche, 1977; Lemaitre et Chaboche, 1978) et correspond à la contrainte qui doit être appliquée à un V.E.R. élastique sain pour retrouver la même déformation que celle d'un V.E.R. élastique endommagé. Cette définition permet d'explicitier la contrainte effective en fonction de la contrainte  $\underline{\underline{\sigma}}$  (Lemaitre et Chaboche, 1996) :

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} = \mathbb{C} : \underline{\underline{\tilde{\mathbb{S}}}} : \underline{\underline{\sigma}} \quad (4.6)$$

où  $\mathbb{C}$  est le tenseur des modules élastiques du matériau isotrope non endommagé.

La contrainte équivalente de Von Mises, pour le matériau non endommagé, est définie par la relation :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\underline{s}}} : \underline{\underline{\underline{s}}}} \quad (4.7)$$

où  $\underline{\underline{\underline{s}}}$  est le déviateur des contraintes, qui peut s'écrire :

$$\underline{\underline{\underline{s}}} = \mathbb{K} : \underline{\underline{\sigma}} \quad (4.8)$$

$\mathbb{K}$  correspondant au projecteur sur l'espace des déviateurs :

$$\mathbb{K} = \mathbb{I} - \frac{1}{3} \underline{\underline{\underline{1}}} \otimes \underline{\underline{\underline{1}}} \quad (4.9)$$

$\underline{\underline{1}}$  et  $\mathbb{I}$  étant respectivement les tenseurs identité d'ordre 2 et 4.

La contrainte équivalente du matériau endommagé est définie en considérant que l'état de première plastification du matériau endommagé sous une contrainte  $\underline{\underline{\sigma}}$  est équivalent à celui du matériau non endommagé sous une contrainte  $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$  :

$$\tilde{\sigma}_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} : \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}} = \sqrt{\frac{3}{2} (\mathbb{K} : \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}) : (\mathbb{K} : \underline{\underline{\tilde{\sigma}}})} \quad (4.10)$$

On pose alors  $\mathbb{M} = \mathbb{K} : \mathbb{C} : \underline{\underline{\tilde{\mathbb{S}}}}$  et, compte tenu de la relation (4.6), on a finalement :

$$\tilde{\sigma}_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} (\mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}}) : (\mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}})} \quad (4.11)$$

### 4.2.3 Cadre thermodynamique

dans cette section, on définit le cadre thermodynamique choisi pour le matériau non endommagé. On se place dans le cadre des matériaux standard généralisés (Germain, 1973) avec un modèle de viscoplasticité unifiée décrit par Chaboche (1978) :

Le potentiel d'état est donné par l'énergie libre qui s'écrit :

$$\rho\omega = \frac{1}{2} (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{th} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp}) : \mathbb{C} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{th} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp}) + \omega_p(\underline{\underline{\alpha}}) \quad (4.12)$$

avec  $\omega_p(\underline{\underline{\alpha}}) = \frac{1}{3} C \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{\alpha}}$

On choisit comme potentiel dual de dissipation :

$$\phi^* = \frac{K}{m+1} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{m+1} \quad (4.13)$$

On ne considère ici, pour simplifier les écritures, qu'un seul écrouissage cinématique non linéaire (afin de ne pas alourdir les écritures) qui motive l'introduction d'un potentiel d'écoulement différent de la surface de charge. Afin de conserver une forme simple pour le potentiel de dissipation dual, on ajoute à la fonction  $f$  un terme quadratique en  $\underline{\underline{X}}$  ainsi qu'un terme quadratique en  $\underline{\underline{\alpha}}$  (considéré comme paramètre (Lemaitre et Chaboche, 1996)) :

$$f \rightarrow F = f + \frac{3\gamma}{4C} \left( \underline{\underline{X}} : \underline{\underline{X}} - \frac{4}{9} C^2 \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{\alpha}} \right) \quad (4.14)$$

avec :

$$f = (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})_{eq} - \sigma_0 \quad (4.15)$$

De plus, sachant que l'on a :

$$\underline{\underline{X}} = -\frac{2}{3} C \underline{\underline{\alpha}} \Rightarrow \underline{\underline{X}} : \underline{\underline{X}} = \frac{4}{9} C^2 \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{\alpha}} \quad (4.16)$$

on peut écrire :

$$\frac{\partial \phi^*}{\partial F} = \frac{\partial \phi^*}{\partial f} \quad (4.17)$$

Cet artifice mathématique permet de conserver le cadre thermodynamique souhaité, dans une approche *standard généralisée*. En appliquant la loi de normalité généralisée, on détermine alors les lois complémentaires :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp} = \frac{\partial \phi^*}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \frac{3}{2} \frac{(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})}{(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})_{eq}} \quad (4.18)$$

$$\dot{\underline{\underline{\alpha}}} = \frac{\partial \phi^*}{\partial \underline{\underline{X}}} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{X}}} = -\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp} - \dot{p} \gamma \underline{\underline{\alpha}} \quad (4.19)$$

L'expression de la vitesse de déformation plastique cumulée est déduite de l'équivalence en énergie :

$$(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp} = (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})_{eq} \dot{p} \quad (4.20)$$

de telle sorte que :

$$\dot{p} = \dot{\lambda} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp} : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}} \quad (4.21)$$

#### 4.2.4 Lois d'état et lois d'évolution

Dans cette section, on introduit les lois d'état et d'évolution du matériau endommagé en faisant l'hypothèse d'un découplage d'état entre plasticité et endommagement (Marquis, 1989).

Le potentiel thermodynamique est écrit de manière analogue à celui proposé par la relation (4.12), à la différence près que l'on substitue au tenseur des modules élastiques  $\mathbb{C}$  celui des modules élastiques du matériau endommagé  $\tilde{\mathbb{C}}$  :

$$\rho \omega = \frac{1}{2} (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{th} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp}) : \tilde{\mathbb{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{th} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp}) + \omega_p(\underline{\underline{\alpha}}_i) \quad (4.22)$$

où les termes relatifs à la viscoplasticité sont inchangés par rapport à la modélisation sans endommagement.

Cela permet de définir les lois d'état :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (4.23)$$

$$\underline{\underline{X}}_i = -\rho \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\underline{\alpha}}_i} \quad (4.24)$$

Le premier écrouissage cinématique  $\underline{\underline{X}}_1$  est supposé non-linéaire, le deuxième  $\underline{\underline{X}}_2$  étant linéaire.

$$Y = -\rho \frac{\partial \omega}{\partial D} \quad (4.25)$$

On définit ici la force thermodynamique  $Y$  associée à  $D$ . Il est important de rappeler ici que **l'on introduit une variable de dommage afin de décrire le comportement stabilisé et non pour prévoir l'endommagement jusqu'à rupture du matériau**. L'évolution de  $D$  doit donc être bornée par une valeur maximale associée à la fraction volumique des lamelles de graphite endommagées, et potentiellement atteinte dès la première traction. Dans ces conditions, afin de se donner plus de latitude dans la définition de la loi d'évolution du dommage, on écrit celle-ci sous une forme *non standard* qui sera explicitée par la suite.

Dans le critère de plasticité endommageable, écrit à partir de l'expression (4.11), **l'endommagement est supposé ne pas affecter les variables d'écouissage cinématique**. Lors d'un chargement de compression,  $D = 0$ , et le comportement est celui d'un matériau non endommagé. La loi de comportement identifiée doit être aussi proche que possible de l'essai. A partir de ces paramètres, si l'endommagement affecte les variables d'écouissage, pour s'approcher le plus possible de la courbe expérimentale, le dommage à appliquer lors de la simulation d'un essai de traction est assez nettement supérieur à celui identifié avec la cellule élémentaire mono-fissure (§ 3.3.2). On aboutit alors à des modules à la décharge sur les essais cycliques bien plus faibles que ceux observés expérimentalement.

La fonction  $F$  est finalement donnée par :

$$F = \left( \tilde{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq} - \sigma_0 + \frac{3\gamma}{4C_1} \left( \underline{\underline{X}}_1 : \underline{\underline{X}}_1 - \frac{4}{9} C_1^2 \underline{\underline{\alpha}}_1 : \underline{\underline{\alpha}}_1 \right) \quad (4.26)$$

avec :

$$\left( \tilde{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \left( \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right) : \left( \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)} = \mathcal{J} \quad (4.27)$$

et :  $\underline{\underline{X}}_i = -\frac{2}{3} C \underline{\underline{\alpha}}_i$ .

On en déduit les lois complémentaires pour le matériau endommagé :

$$\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_{vp} = \frac{\partial \phi^*}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \frac{3}{2} \frac{\left( \mathbb{M}^T : \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \mathbb{M}^T : \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)}{\left( \tilde{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq}} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \underline{\underline{n}} \quad (4.28)$$

où :

$$\underline{\underline{n}} = \frac{3}{2} \frac{\left( \mathbb{M}^T : \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \mathbb{M}^T : \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)}{\left( \tilde{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq}}$$

$$\dot{\underline{\underline{\alpha}}}_1 = \frac{\partial \phi^*}{\partial \underline{\underline{X}}_1} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{X}}_1} = - \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \left( \frac{3}{2} \frac{\left( \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)}{\left( \tilde{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq}} + \gamma \underline{\underline{\alpha}}_1 \right) = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \left( \underline{\underline{n}}_X - \gamma \underline{\underline{\alpha}}_1 \right) \quad (4.29)$$

et :

$$\underline{\underline{n}}_X = -\frac{3}{2} \frac{\left( \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)}{\left( \tilde{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq}}$$

$$\dot{\underline{\underline{\alpha}}}_2 = \frac{\partial \phi^*}{\partial \underline{\underline{X}}_2} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{X}}_2} = - \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \left( \frac{3}{2} \frac{\left( \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)}{\left( \tilde{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq}} \right) = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \underline{\underline{n}}_X \quad (4.30)$$

On introduit ici les notions de variables "accessoires" de déformation viscoplastique et viscoplastique cumulée dites "effectives", qui présentent l'intérêt d'alléger les notations et surtout, dans le cas d'un endommagement anisotrope, de grandement simplifier l'implémentation numérique du modèle.

On définit la déformation viscoplastique effective de la manière suivante :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp} = \frac{\partial \phi^*}{\partial \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \frac{3}{2} \frac{\left( \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)}{\left( \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq}} \quad (4.31)$$

L'expression de la vitesse de la déformation plastique cumulée effective est déduite de l'équivalence en énergie :

$$\left( \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right) : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp} = \left( \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq} \dot{p} \quad (4.32)$$

de telle sorte que :

$$\dot{p} = \dot{\lambda} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp} : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}} \quad (4.33)$$

On voit ainsi apparaître que la contrainte visqueuse est une fonction de la vitesse de déformation viscoplastique cumulée effective et non de la vitesse de déformation viscoplastique cumulée.

#### 4.2.5 Schéma d'intégration numérique des équations du comportement

Nous avons implémenté la loi de comportement à l'aide d'un schéma d'intégration implicite (Ortiz et Popov, 1985), dans le logiciel ZEBULON<sup>®</sup> dans un premier temps, permettant l'identification des paramètres du modèle, puis dans une routine utilisateur UMAT pour ABAQUS<sup>®</sup>.

Le principe d'un schéma d'intégration est de proposer une méthode permettant de passer de l'état mécanique à l'instant courant  $t$  - défini par l'ensemble des variables d'intégration  $\{v_i(t)\}_i$  - à l'instant suivant  $t + \Delta t$  à l'aide des équations d'évolution.

Le schéma implicite est une  $\theta$ -méthode avec point milieu généralisée (Lemaitre et Desmorat, 2005). Il consiste à évaluer le taux de variation des variables  $v_i$  à l'instant  $t + \Delta t$  tel que :

$$\dot{v}_i(t + \theta \Delta t) = \frac{v_i(t + \Delta t) - v_i(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta v_i}{\Delta t} \quad (4.34)$$

Les quantités  $\dot{v}_i$  sont estimées à partir des lois d'évolution avec les grandeurs physiques exprimées à l'instant  $t + \theta \Delta t$ . Ce schéma est une généralisation du schéma explicite (cas où  $\theta = 0$ ) et de la méthode implicite d'Euler (cas où  $\theta = 1$ ). Dans notre cas, le choix  $\theta = 1$  est généralement satisfaisant. La résolution du problème numérique en mécanique des structures consiste à calculer l'incrément de contrainte  $\Delta \underline{\underline{\sigma}}$  consécutif à un incrément de déformation totale  $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}$  imposé sur une durée  $\Delta t$ .

### Convention

Par la suite, les variables  $v_i$  sont toujours, sauf mention explicite, exprimées à l'instant  $t + \theta\Delta t$ , tous les paramètres du matériau étant évalués à la température  $T(t + \theta\Delta t)$  et  $\Delta v_i$  représente l'incrément de la grandeur entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$ . On utilise l'approximation au premier ordre  $v_i \equiv v_i(t + \theta\Delta t) = v_i(t) + \theta\Delta v_i$ , où  $v_i(t)$  est supposé connu.

### Vecteur résidu

La méthode de Newton permet de résoudre numériquement le problème posé grâce à l'annulation d'un résidu  $\{R\}$  défini par :

$$\{R\} = \{\Delta v_i\}_i - \Delta t \{\dot{v}_i(t + \theta\Delta t)\}_i \quad (4.35)$$

Les variables d'intégration choisies ici sont  $\{\underline{\varepsilon}_e, \underline{\alpha}_1, \underline{\alpha}_2, \tilde{p}\}$ , le vecteur résidu est ainsi défini par :

$$\underline{R}_{\varepsilon_e} = \Delta \underline{\varepsilon}_e - (\Delta \underline{\varepsilon} - \Delta \tilde{p} \underline{n}) \quad (4.36)$$

$$R_{\tilde{p}} = \Delta \tilde{p} - \Delta t \left\langle \frac{\mathcal{J} - \sigma_0}{K} \right\rangle^m \quad (4.37)$$

$$\underline{R}_{\alpha_1} = \Delta \underline{\alpha}_1 - \Delta \tilde{p} (\underline{n}_X - \gamma \underline{\alpha}_1) \quad (4.38)$$

$$\underline{R}_{\alpha_2} = \Delta \underline{\alpha}_2 - \Delta \tilde{p} \underline{n}_X \quad (4.39)$$

### Matrice jacobienne

Le système non linéaire à résoudre est de dimension  $19 \times 19$ . La résolution à l'aide de la méthode de Newton nécessite la connaissance de la matrice jacobienne  $[J]$  du système, déterminée ici de manière analytique, et définie par composantes selon :

$$[J]_{ij} = \frac{\partial R_i}{\partial \Delta v_j} \quad (4.40)$$

Elle peut être écrite par blocs de la manière suivante :

$$[J] = \begin{pmatrix} \frac{\partial \underline{R}_{\varepsilon_e}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} & \frac{\partial \underline{R}_{\varepsilon_e}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_1} & \frac{\partial \underline{R}_{\varepsilon_e}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_2} & \frac{\partial \underline{R}_{\varepsilon_e}}{\partial \Delta \tilde{p}} \\ \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_1}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_1}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_1} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_1}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_2} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_1}}{\partial \Delta \tilde{p}} \\ \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_2}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_2}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_1} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_2}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_2} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_2}}{\partial \Delta \tilde{p}} \\ \frac{\partial R_{\tilde{p}}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} & \frac{\partial R_{\tilde{p}}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_1} & \frac{\partial R_{\tilde{p}}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_2} & \frac{\partial R_{\tilde{p}}}{\partial \Delta \tilde{p}} \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

Afin de détailler chacun de ces termes, on définit au préalable les grandeurs suivantes :

$$\mathbb{N} = \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{1}{\mathcal{J}} \left( \frac{3}{2} \mathbb{M}^T : \mathbb{M} - \underline{n} \otimes \underline{n} \right) \quad (4.42)$$

$$\mathbb{S} = \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{X}} = -\frac{1}{\mathcal{J}} \left( \frac{3}{2} \mathbb{M}^T + \underline{n} \otimes \underline{n}_X \right) \quad (4.43)$$

$$\mathbb{N}_X = \frac{\partial \underline{n}_X}{\partial \underline{\sigma}} = -\frac{1}{\mathcal{J}} \left( \frac{3}{2} \mathbb{M} - \underline{n}_X \otimes \underline{n} \right) \quad (4.44)$$

$$\mathbb{S}_X = \frac{\partial \underline{n}_X}{\partial \underline{X}} = \frac{1}{\mathcal{J}} \left( \frac{3}{2} \mathbb{K} - \underline{n}_X \otimes \underline{n}_X \right) \quad (4.45)$$

Les termes issus du résidu sur les composantes élastiques s'écrivent :

$$\frac{\partial \underline{R}_{\underline{\varepsilon}_e}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} = \mathbb{I} + \theta \Delta \tilde{p} \mathbb{N} : \tilde{\mathbb{C}} \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial \underline{R}_{\underline{\varepsilon}_e}}{\partial \Delta \tilde{p}} = \underline{n} \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial \underline{R}_{\underline{\varepsilon}_e}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_1} = -\frac{2}{3} C_1 \theta \Delta \tilde{p} \mathbb{S} \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial \underline{R}_{\underline{\varepsilon}_e}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_2} = -\frac{2}{3} C_2 \theta \Delta \tilde{p} \mathbb{S} \quad (4.49)$$

Dans le cas où l'écoulement viscoplastique est activé ( $\mathcal{J} > \sigma_0$ ), on définit :

$$\frac{\partial R_{\tilde{p}}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} = -\frac{m}{K} \theta \Delta \tilde{p} \left\langle \frac{\mathcal{J} - \sigma_0}{K} \right\rangle^{m-1} \underline{n} : \tilde{\mathbb{C}} \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial R_{\tilde{p}}}{\partial \Delta \tilde{p}} = 1 \quad (4.51)$$

$$\frac{\partial R_{\tilde{p}}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_1} = \frac{m}{K} \theta \Delta \tilde{p} \left\langle \frac{\mathcal{J} - \sigma_0}{K} \right\rangle^{m-1} \frac{2C_1}{3} \underline{n}_X \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial R_{\tilde{p}}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_2} = \frac{m}{K} \theta \Delta \tilde{p} \left\langle \frac{\mathcal{J} - \sigma_0}{K} \right\rangle^{m-1} \frac{2C_2}{3} \underline{n}_X \quad (4.53)$$

Pour les variables d'écoulement :

$$\frac{\partial \underline{R}_{\underline{\alpha}_1}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} = -\theta \Delta \tilde{p} \mathbb{N}_X : \tilde{\mathbb{C}} \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial \underline{R}_{\underline{\alpha}_1}}{\partial \Delta \tilde{p}} = -\underline{n}_X + \gamma \underline{\alpha}_1 \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial \underline{R}_{\underline{\alpha}_1}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_1} = \mathbb{I} + \theta \Delta \tilde{p} \left( \frac{2C_1}{3} \mathbb{S}_X + \gamma \mathbb{I} \right) \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial \underline{R}_{\underline{\alpha}_1}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_2} = \frac{2}{3} C_2 \theta \Delta \tilde{p} \mathbb{S}_X \quad (4.57)$$

et enfin :

$$\frac{\partial \underline{R}_{\underline{\alpha}_2}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} = -\theta \Delta \tilde{p} \mathbb{N}_X : \tilde{\mathbb{C}} \quad (4.58)$$



$$\frac{\partial \underline{R}_{\alpha_2}}{\partial \Delta \underline{p}} = -\underline{n}_X \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial \underline{R}_{\alpha_2}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_1} = \frac{2}{3} C_1 \theta \Delta \underline{p} \underline{S}_X \quad (4.60)$$

$$\frac{\partial \underline{R}_{\alpha_2}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_2} = \mathbb{I} + \frac{2}{3} C_2 \theta \Delta \underline{p} \underline{S}_X \quad (4.61)$$

### Incrément de contrainte

L'incrément de contrainte  $\Delta \underline{\sigma}$  est calculé à partir de l'incrément de déformation élastique  $\Delta \underline{\varepsilon}_e$  lorsque la méthode de Newton a convergé. Il faut tenir compte de la variation du tenseur élastique endommagé  $\tilde{\mathbb{C}}$ , qui dépend à la fois d'une variation du dommage  $D$  et de la température  $T$ . Le schéma d'intégration implicite permet d'écrire :

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{\dot{\sigma}}(t + \theta \Delta t) \Delta t \quad (4.62)$$

que l'on développe selon :

$$\begin{aligned} \Delta \underline{\sigma} &= \left( \tilde{\mathbb{C}} : \underline{\dot{\varepsilon}}_e \right) \Delta t \\ &= \left( \tilde{\mathbb{C}} : \underline{\dot{\varepsilon}}_e + \dot{\tilde{\mathbb{C}}} : \underline{\varepsilon}_e \right) \Delta t \\ &= \tilde{\mathbb{C}} : \Delta \underline{\varepsilon}_e + \Delta \tilde{\mathbb{C}} : \underline{\varepsilon}_e \end{aligned} \quad (4.63)$$

### Matrice tangente cohérente

Il est utile de définir la matrice tangente cohérente liée au schéma d'intégration afin d'optimiser la convergence globale et d'éviter des incréments de temps trop faibles. Cette matrice est définie par :

$$[L] = \frac{\partial \Delta \underline{\sigma}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}} \quad (4.64)$$

On peut montrer que (Besson, 2005) :

$$[L] = \tilde{\mathbb{C}} : [J_{ee}^*] \quad (4.65)$$

où la matrice  $[J_{ee}^*]$  est définie à partir de l'inverse de la matrice jacobienne  $[J]^{-1}$  : c'est le bloc correspondant aux indices liés à la déformation élastique  $\underline{\varepsilon}_e$  (sur les lignes et les colonnes), qui est de taille  $6 \times 6$ .

## 4.3 Démarche d'identification des paramètres du modèle

Les essais d'érouissage cyclique sont riches en informations : ils permettent de bien faire la distinction entre le comportement en traction et en compression, balayent des vitesses de déformation différentes - la durée entre deux extrema en déformation étant constante - et présentent des phases de maintien permettant d'identifier les paramètres visqueux avec précision. Il paraît donc *a priori* judicieux d'utiliser ces essais pour déterminer l'ensemble des paramètres de la loi de comportement. On se heurte néanmoins à une difficulté ; le comportement en traction étant endommagé, il faut connaître *a priori* l'évolution du dommage en fonction de la contrainte ou de

la déformation appliquée. Si on ne connaît pas cette évolution, il faut l'identifier en même temps que les paramètres du modèle, ce qui conduit à un problème d'optimisation comportant un trop grand nombre de variables et pour lequel il est très difficile d'arriver à un résultat satisfaisant à la fois en termes de dommage et de comportement.

L'idée est donc d'identifier l'évolution du dommage et les autres paramètres du matériau de manière indépendante à partir des essais monotones de traction et de compression. Comme on peut le voir sur les figures 4.4 à 4.7, la superposition des essais cycliques et monotones montre que l'enveloppe des essais cycliques est presque dans tous les cas confondue avec la courbe monotone. Ceci permet de conclure que l'écrouissage est purement cinématique, et que l'identification à partir des essais monotones est justifiée.

Sur la figure 4.7a on remarque que les niveaux de contraintes atteints lors de l'essai cyclique à 700°C sont nettement inférieurs à ceux correspondant aux essais monotones. Cette différence est vraisemblablement due au fait que cet essai cyclique a été réalisé à partir d'une éprouvette prélevée dans un disque issu d'une coulée différente (suite à un problème sur l'essai initial). La variabilité du comportement de la fonte GL est ici clairement mise en évidence. Cet essai ne sera plus utilisé par la suite.

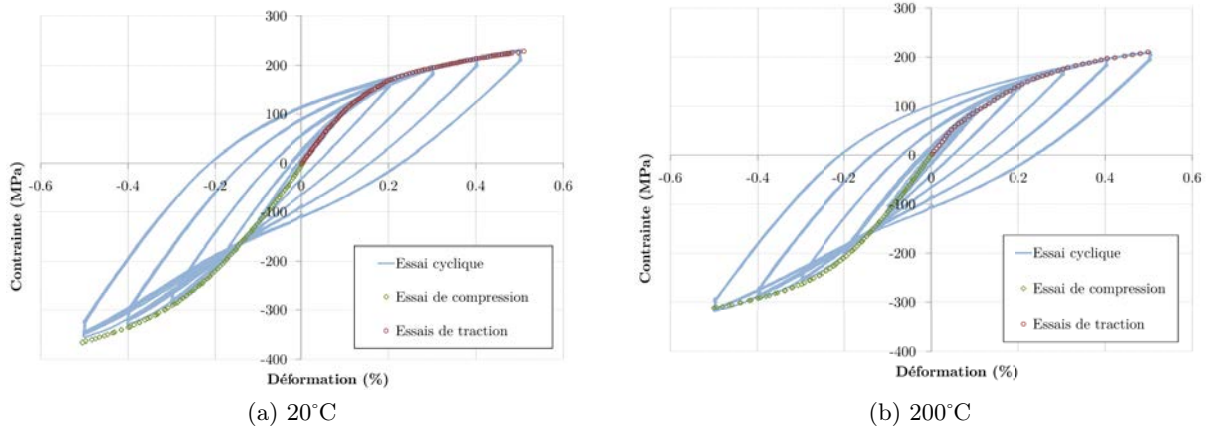


FIGURE 4.4 – Superposition cyclique-monotone à 20°C et 200°C

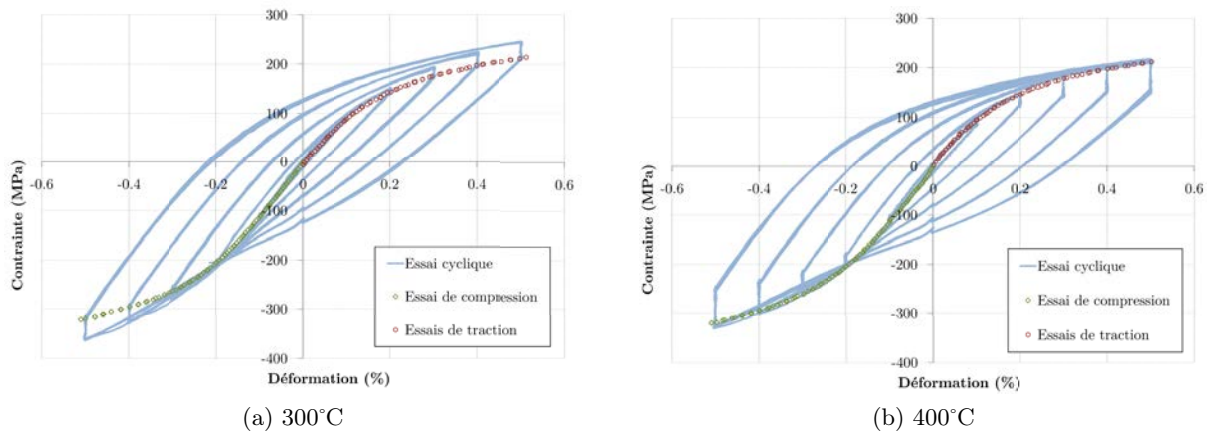


FIGURE 4.5 – Superposition cyclique-monotone à 300°C et 400°C

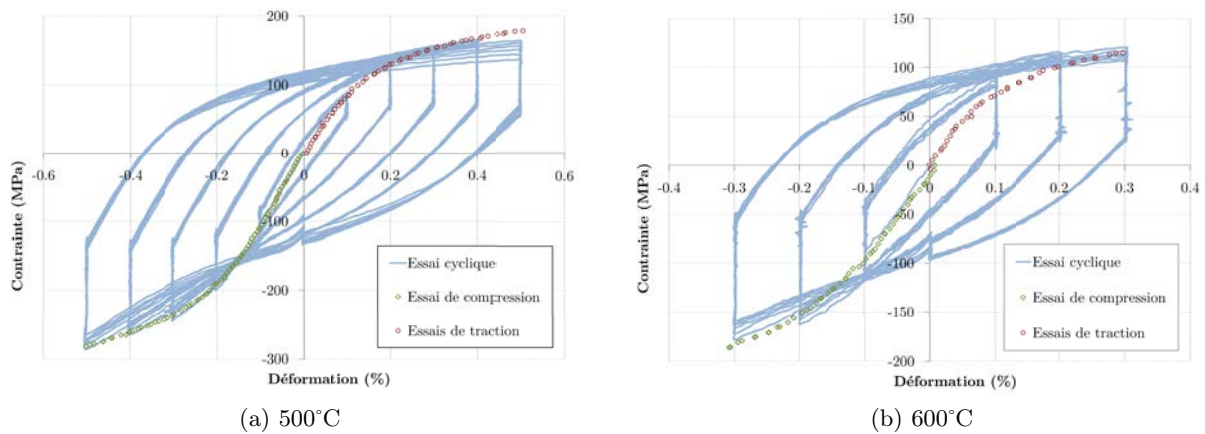


FIGURE 4.6 – Superposition cyclique-monotone à 500°C et 600°C

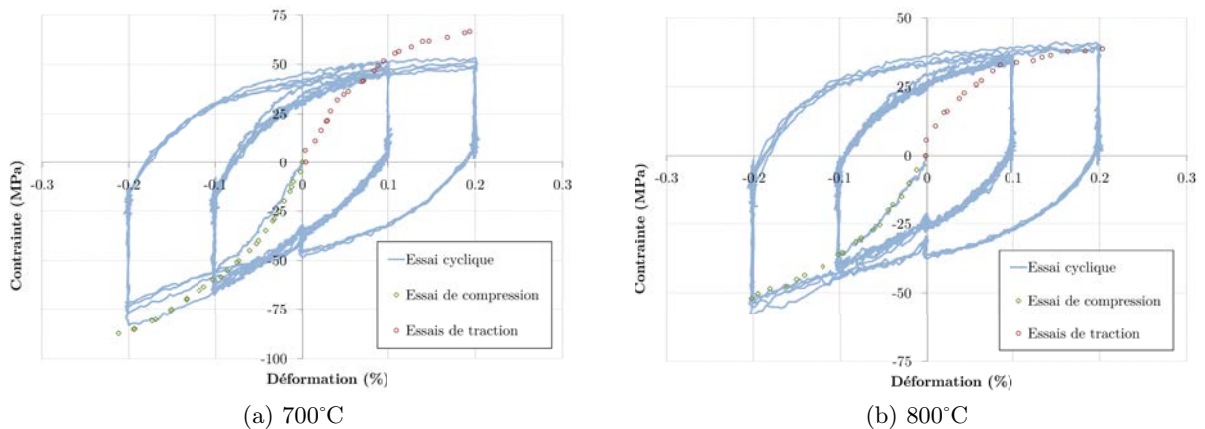


FIGURE 4.7 – Superposition cyclique-monotone à 700°C et 800°C

Les essais de compression permettent d'identifier le comportement de la matrice non endommagée et les essais de traction permettent d'identifier l'évolution du dommage. On peut ensuite évaluer la qualité des paramètres identifiés en confrontant le modèle présenté au paragraphe 4.1 (utilisant lesdits paramètres), avec les essais cycliques, et au besoin itérer jusqu'à obtenir un résultat satisfaisant.

La limitation importante de cette approche est la présence de forts effets visqueux à haute température. Les essais monotones ne présentant pas de phases de maintien en déformation, il est impossible à partir de ces essais à haute température d'obtenir un jeu de paramètres permettant de bien représenter ces effets visqueux. Compte tenu des remarques précédentes sur la superposition des essais monotones et cycliques, ainsi que des vitesses de déformation très proches entre ces essais, on choisit alors de créer un essai "virtuel" constitué d'une phase de traction à  $10^{-3} s^{-1}$  jusqu'au niveau de déformation souhaité, suivi d'une phase de maintien à ce même niveau de déformation, issue de l'essai cyclique. Ce niveau de déformation, pour les températures faibles et intermédiaires (de 20°C à 400°C) est pris à 0.5%, qui présente la relaxation des contraintes la plus importante. A ces températures, la réponse du matériau est encore relativement peu sensible à de faibles variations de la vitesse de déformation. Si l'on considère la phase de l'essai cyclique

entre  $-0.5\%$  et  $+0.5\%$ , cette vitesse est de  $2 \cdot 10^{-3} s^{-1}$ , soit deux fois plus rapide que celle de l'essai de traction. Cette démarche est illustrée sur la figure 4.8. Aux températures plus élevées, où la réponse devient fortement dépendante de la vitesse, on choisit un niveau de déformation de  $0.3\%$ , correspondant à une vitesse de  $1.2 \times 10^{-3} s^{-1}$ , très proche de celle de l'essai de traction.

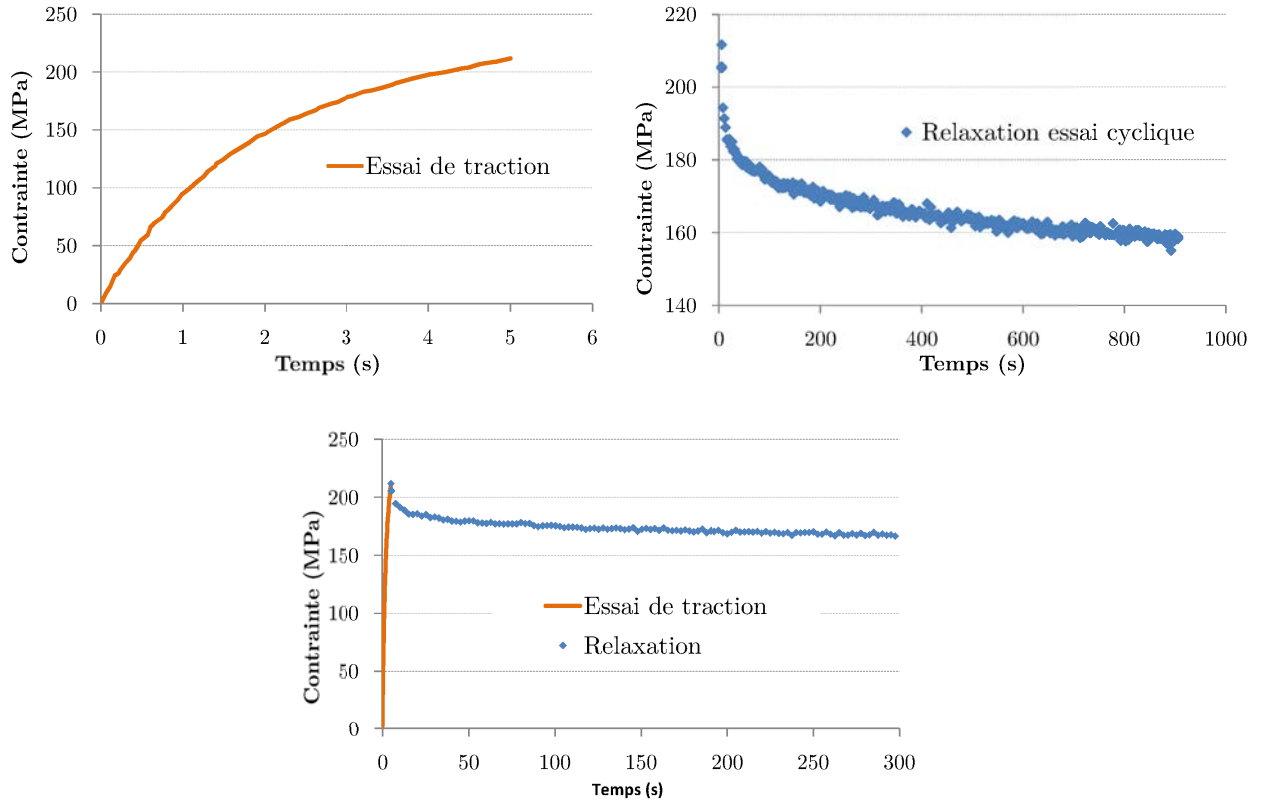


FIGURE 4.8 – Principe de construction de l'essai "virtuel" à  $400^{\circ}C$

Cette démarche doit nécessairement être faite sur les phases de traction des essais cycliques. En effet, en compression, lors de ce type d'essais, le matériau ne peut pas être considéré comme homogène, les deux branches du modèle rhéologique se comportant de manière indépendante, les variables internes correspondantes sont différentes et les contraintes relaxées ne sont alors pas comparables à celles obtenues à partir d'un essai monotone, où le matériau peut encore être considéré comme homogène. On ne peut donc pas identifier les paramètres visqueux du matériau non endommagé sur les essais de compression. La solution est de travailler de manière séquentielle :

- Identifier un jeu de paramètres sur le matériau non endommagé à partir des essais de compression. Cette opération est réalisée à partir du logiciel ZEBULON<sup>®</sup>, soit à partir de la loi présentée dans la partie 4.2 préalablement codée et en posant  $D = 0$ , soit à partir de la loi sans dommage déjà implémentée. Les phases de relaxation n'étant pas présentes, on peut aboutir à de multiples jeux de coefficients représentant fidèlement les résultats expérimentaux, sans faire la distinction entre plasticité et viscosité.
- En choisissant l'un de ces jeux de paramètres, identifier l'évolution du dommage en fonction du chargement appliqué, à partir des essais de traction et de compression. Cette démarche sera présentée en détail au paragraphe 4.3.1.

- Identifier un nouveau jeu de paramètres permettant de représenter fidèlement les effets visqueux, à partir de l'évolution du dommage précédemment identifiée et de l'essai "virtuel".

### 4.3.1 Évolution du dommage

On dispose désormais d'un jeu de paramètres permettant de simuler très précisément un essai de compression. On dispose également d'essais de traction monotone, ou de l'effet du dommage apparaît progressivement, à mesure que le chargement augmente. On peut alors définir l'évolution du dommage lors d'un essai de traction.

#### Un dommage dépendant de la contrainte ou de la déformation ?

On peut faire dépendre le dommage de la contrainte appliquée, de la déformation totale, élastique ou plastique voire de sa force thermodynamique. Cette évolution doit nécessairement être pilotée par une grandeur directionnelle ; les grandeurs énergétiques sont donc proscrites.

Examinons dans le détail les avantages et inconvénients des différentes possibilités qui s'offrent à nous. On peut rapidement éliminer un pilotage par la déformation plastique, le dommage apparaissant avant la limite élastique (cf. figure 1.22). On peut choisir assez naturellement de piloter le dommage par la déformation, à l'instar de ce qui est fait pour les matériaux quasi fragiles (Mazars, 1984) ou pour les caoutchoucs (Raoult, 2005). En effet, sous un chargement de type compression uniaxiale, l'effet Poisson génère une déformation transverse potentiellement importante, et un réseau de fissures perpendiculaires à cette direction se forme. Un pilotage en contrainte, sous un tel chargement, ne permet pas de générer ce type de réseau, la contrainte macroscopique transverse étant nulle. La déformation présente également l'avantage d'être explicite dans le schéma d'intégration, à l'inverse de la contrainte qui est implicite et peut générer des erreurs si les pas de temps deviennent trop importants. La déformation élastique présente sensiblement les mêmes caractéristiques, à ceci près qu'elle n'est, comme la contrainte, pas explicite.

Un dommage piloté par la contrainte peut sembler cependant un peu plus physique. En effet, à l'échelle des lamelles, c'est bien une contrainte qui entraîne la décohésion ou la rupture de celle-ci. Il y a cependant un changement d'échelle qui peut rendre cet argument discutable. De plus, si l'on considère un chargement de compression avec une forte plastification, suivi d'une traction, seul un pilotage en contrainte permet de générer un endommagement pour une contrainte déjà élevée mais à déformation négative. Enfin, un argument important est que selon la vitesse de sollicitation, pour une déformation donnée, on peut aboutir à des valeurs de contraintes très différentes, et donc à des valeurs de dommage également différentes.

Il existe donc des arguments valables en faveur de l'une ou l'autre des options, et seuls des essais à différentes vitesses de sollicitation, pour toute la gamme de températures permettraient de les départager.

Notre choix se porte finalement sur un pilotage en contrainte notamment pour des raisons de simplicité de l'approximation de son évolution par une fonction polynomiale facilitant l'implémentation numérique, avec une limitation du pas de temps présentée par la suite. Le cas d'un chargement purement uniaxial sur un disque de frein ne se rencontrant jamais dans les zones sensibles, on considère que l'approche en contrainte est suffisante. Néanmoins, aucune limitation majeure n'empêche de revenir sur ce choix si des essais complémentaires permettent de privilégier un pilotage en déformation.

## Identification des lois d'évolution

Si l'on revient sur le dommage identifié au paragraphe 3.3.2 sur la cellule élémentaire à une fissure (figure 3.8), on constate sur la figure 4.9 que son évolution peut être approchée de manière très précise par un polynôme de degré 2 - au delà d'un seuil en dessous duquel il est nul.

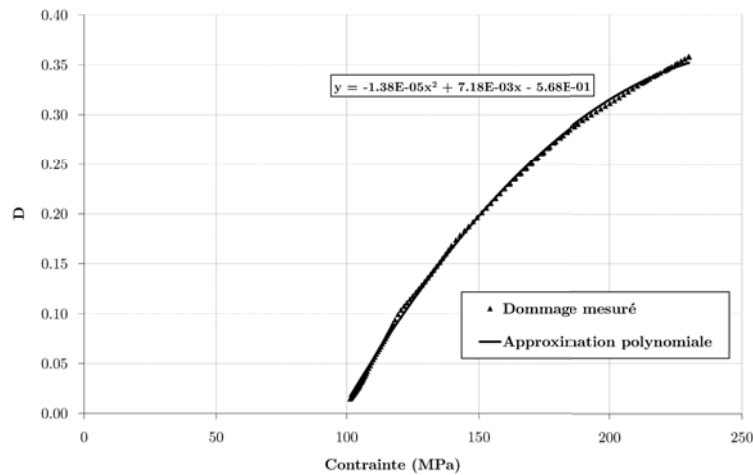


FIGURE 4.9 – Approximation de l'évolution du dommage à 20°C par un polynôme de degré 2

Afin d'identifier ce dommage de manière systématique, température par température, on s'appuie de nouveau sur le logiciel ZEBULON®. Les paramètres de la loi de comportement sont figés et sont ceux identifiés en compression. On ajoute dans la loi une dépendance du dommage à la contrainte à partir d'un seuil, défini visuellement en superposant les essais de traction et de compression (cf. figure 1.22). Cette dépendance est représentée par un polynôme de degré 2 dont les trois coefficients deviennent les paramètres d'un problème d'optimisation. Les paramètres optimaux sont ceux pour lesquels la simulation de l'essai de traction coïncide avec les résultats expérimentaux.

Le choix des valeurs du jeu de paramètres initial et des bornes est essentiel ; l'optimisation ne converge vers un résultat satisfaisant que si le jeu initial et les bornes sont bien définis. Le jeu choisi à 20°C est naturellement celui identifié sur la cellule mono-fissure et présenté sur la figure 4.9, et les bornes sont de l'ordre de  $\pm 10\%$  de la valeur initiale.

Pour les autres températures, on prend comme jeu initial le résultat de l'optimisation pour la température directement inférieure. Ne disposant pas de mesures fiables à 300°C, on ne traite pas cette température. Néanmoins, si l'on superpose les courbes expérimentales de traction et de compression à 200°C et 400°C (figure 4.10), on remarque que celles-ci sont pratiquement confondues, même si la composante visqueuse est très différente. On considère donc une évolution du dommage identique entre 200°C et 400°C.

Les résultats des différentes optimisations, température par température, sont présentés sur les figures 4.11 à 4.13. Les différentes évolutions du dommage en fonction de la contrainte appliquée sont quant à elles présentées sur la figure 4.14a. Même si le choix a été fait de piloter le dommage par la contrainte, il est intéressant de tracer l'évolution du dommage en fonction de la déformation totale (figure 4.14b). Ce graphique permet de visualiser de manière évidente le caractère asymptotique de cette évolution, où un dommage de 0.4 est à relier à la fraction volumique des lamelles de graphite dans la fonte. Cela confirme que le dommage, au sens auquel nous l'entendons dans cette étude, est bien causé par une décohésion progressive des lamelles de graphite jusqu'à une limite correspondant à la décohésion de toutes les lamelles.



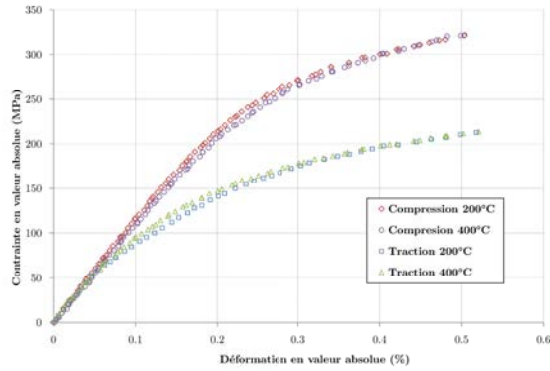
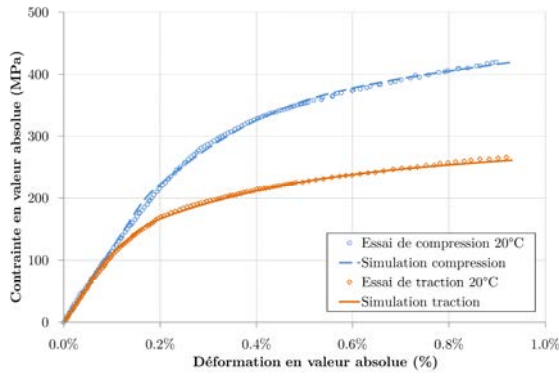
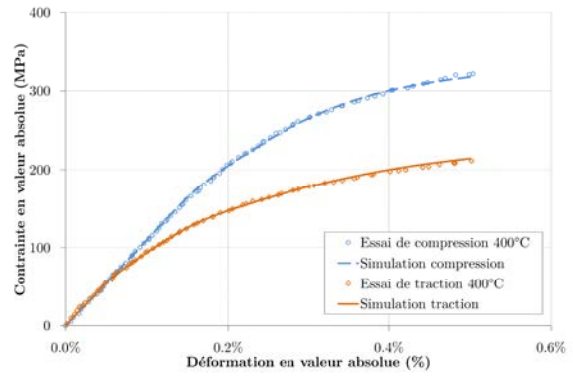


FIGURE 4.10 – Superposition des essais monotones à 200°C et 400°C

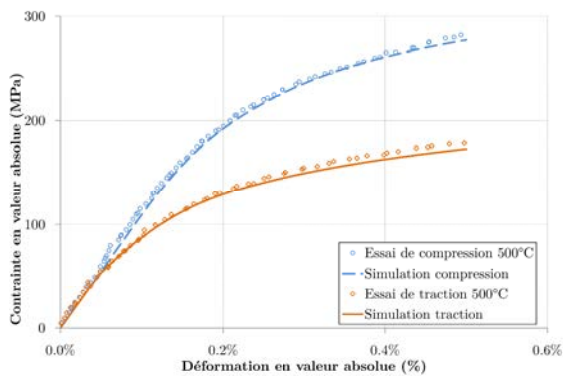


(a) 20°C

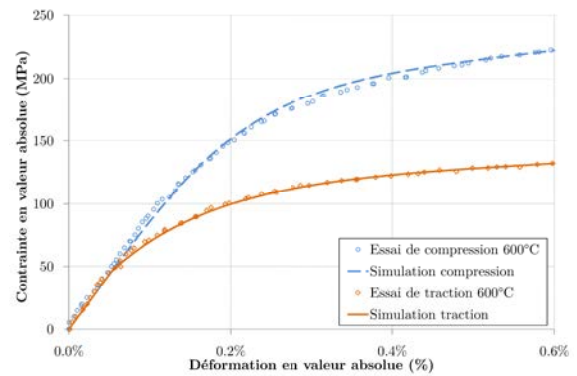


(b) 200°C-400°C

FIGURE 4.11 – Corrélation essais monotones/simulation de 20°C à 400°C



(a) 500°C



(b) 600°C

FIGURE 4.12 – Corrélation essais monotones/simulation de 500°C à 600°C

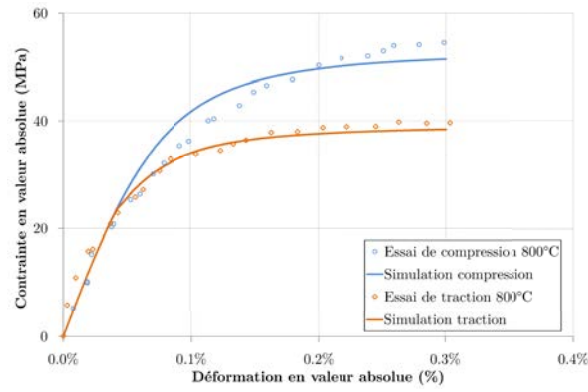
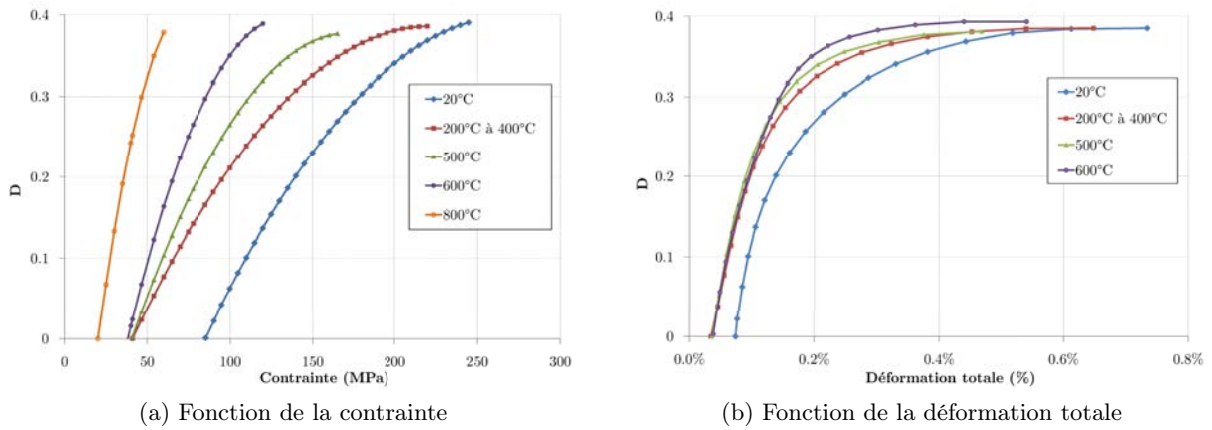


FIGURE 4.13 – Corrélation essais monotones/simulation à 800°C



(a) Fonction de la contrainte

(b) Fonction de la déformation totale

FIGURE 4.14 – Evolution du dommage



### 4.3.2 Identification des paramètres visqueux

Une fois le dommage identifié, on effectue une nouvelle identification des paramètres du modèle avec ZEBULON<sup>®</sup>, mais cette fois sur les essais "virtuels" présentés précédemment. Ces paramètres sont synthétisés dans le tableau 4.1. Sur les figures 4.15 à 4.20 sont superposés les essais "virtuels" et leur simulation à l'aide du jeu de paramètres retenu. On constate une très bonne corrélation entre le modèle proposé et les résultats expérimentaux.

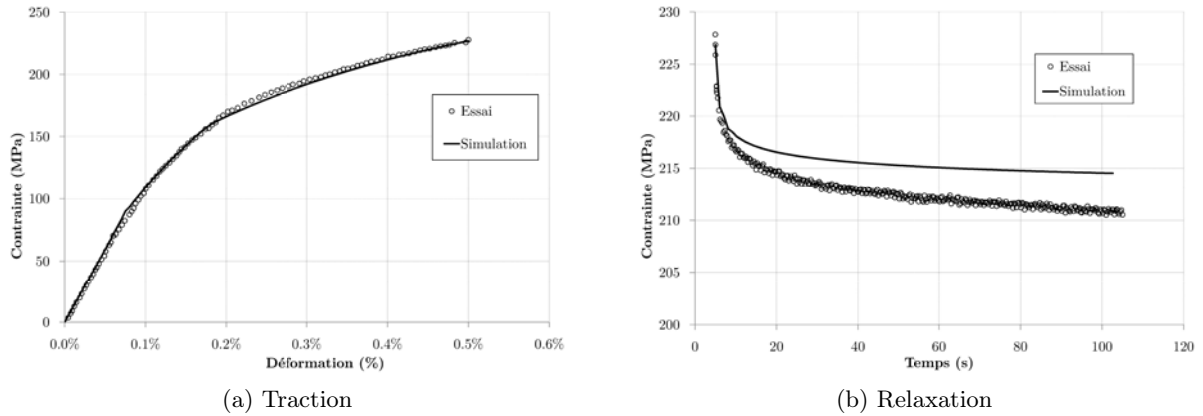


FIGURE 4.15 – Résultat de l'optimisation - 20°C

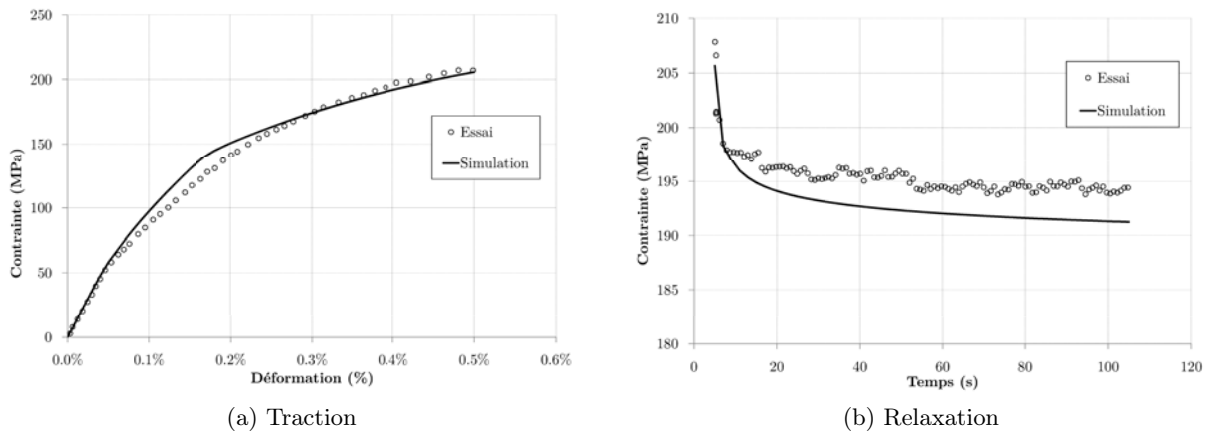
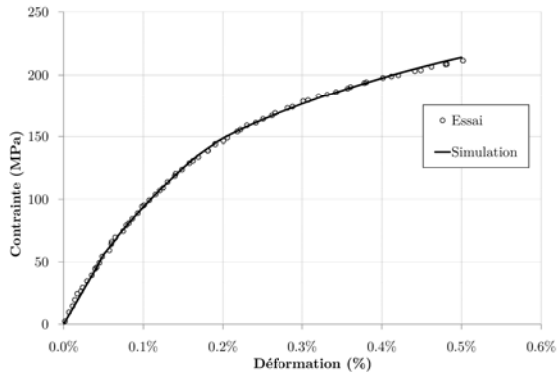


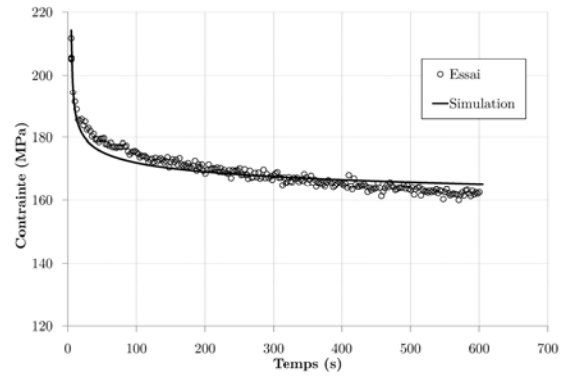
FIGURE 4.16 – Résultat de l'optimisation - 200°C

Température (°C)	$E$ (GPa)	$\sigma_0$ (MPa)	$K$	$m$	$C_1$ (MPa)	$\gamma$	$C_2$ (MPa)
20°C	119	158	8.5	110	151300	1010	11000
200°C	119	145	9.5	110	127900	1140	11000
400°C	110	61	9	306	124400	1210	9000
500°C	110	10	6	652	86000	2940	8500
600°C	87	1	3.7	1295	10000	5000	7800
800°C	62	1	4.7	304	500	3940	100

TABLEAU 4.1 – Jeu de paramètres de la loi de comportement identifiée

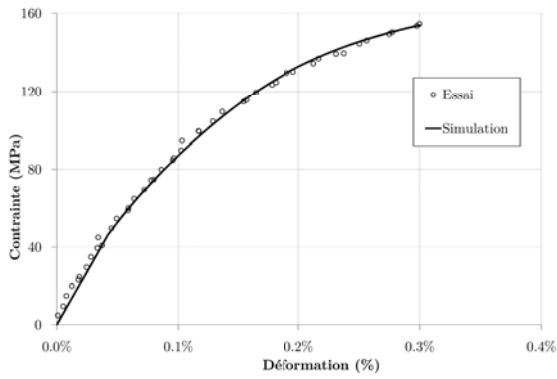


(a) Traction

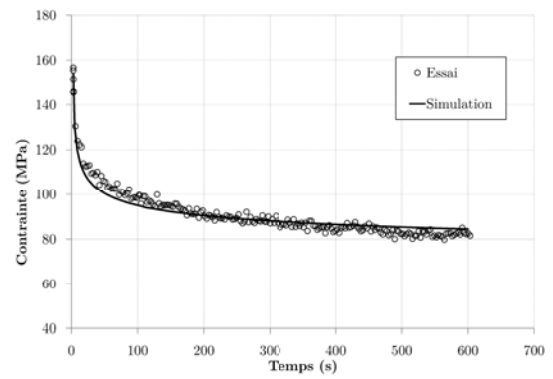


(b) Relaxation

FIGURE 4.17 – Résultat de l'optimisation - 400°C

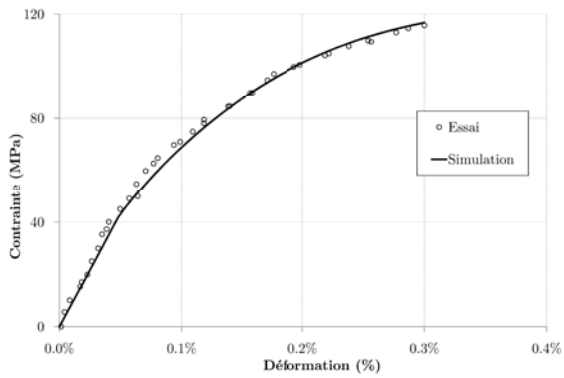


(a) Traction

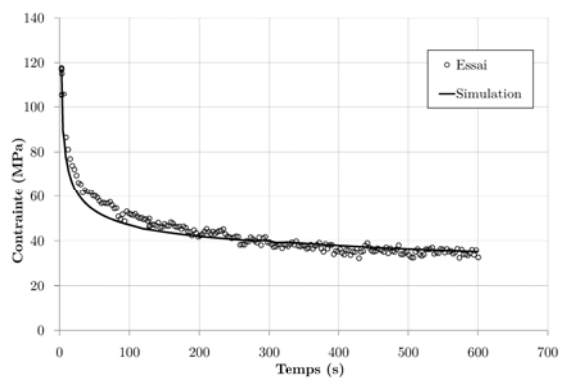


(b) Relaxation

FIGURE 4.18 – Résultat de l'optimisation - 500°C



(a) Traction



(b) Relaxation

FIGURE 4.19 – Résultat de l'optimisation - 600°C

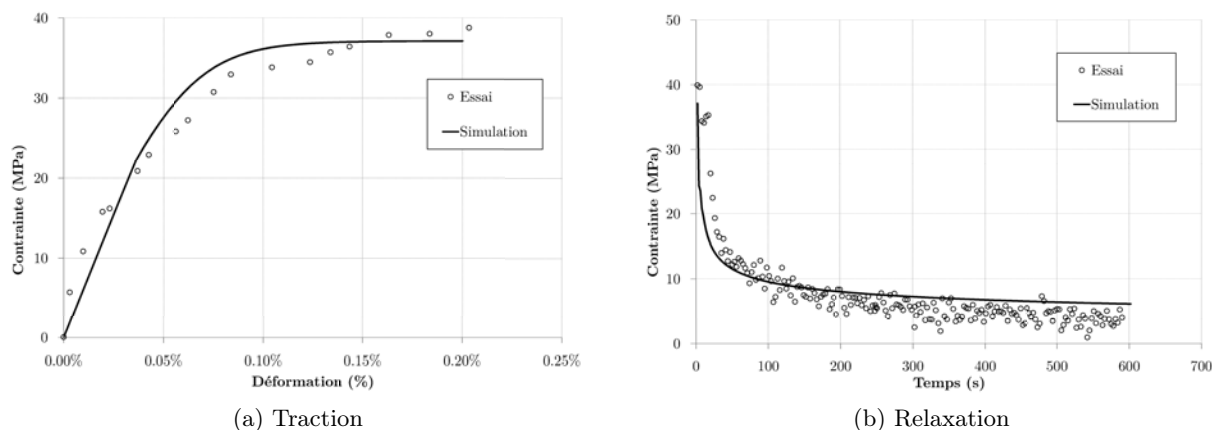


FIGURE 4.20 – Résultat de l’optimisation - 800°C

### 4.3.3 Proposition d’une stratégie d’identification

Pour de futures applications à d’autres nuances de fonte GL, on propose ici une base expérimentale minimale ainsi qu’une stratégie d’identification des paramètres de la loi de comportement. Le modèle proposé dans ce chapitre ne traitant pas des effets de fermeture des lamelles, ce phénomène ne doit pas apparaître dans la base expérimentale.

Pour l’identification de l’évolution du dommage avec la contrainte (ou la déformation), on conserve la démarche proposée précédemment, avec un essai de traction et un essai de compression monotones effectués à une vitesse de  $10^{-3} s^{-1}$ .

En ce qui concerne l’identification des paramètres de la loi, on peut imaginer réaliser un essai comparable à l’essai "virtuel" décrit précédemment, soit une traction suivie d’une phase de maintien à déformation, mais en balayant plusieurs niveaux de déformation afin d’avoir une base d’identification des paramètres visqueux sur une gamme de déformation plus étendue. Un essai de ce type est présenté sur la figure 4.21. Cette démarche présente l’inconvénient d’identifier les paramètres de la loi (hors dommage) sur un essai où le dommage évolue. Cette évolution aura été définie au préalable, mais celle-ci reste un modèle, avec une certaine erreur, qui même faible, dégrade la qualité des paramètres identifiés avec ce type d’essai.

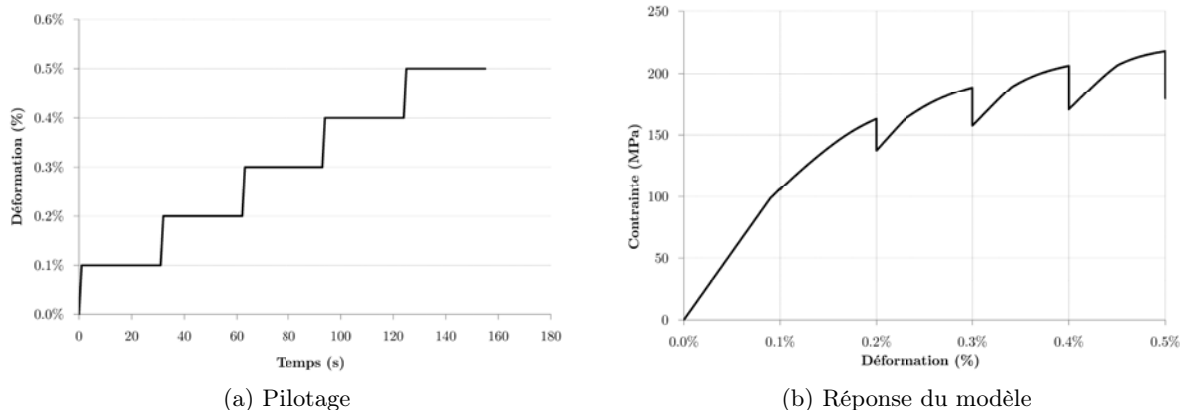


FIGURE 4.21 – Essai de caractérisation en traction monotone avec maintien

Une solution alternative consiste à utiliser exactement le même type d'essai, mais en compression. Dans ce cas, aucun dommage n'est induit durant l'essai ; l'identification des paramètres est alors totalement décorrélée de celle du dommage. L'essai de caractérisation est présenté sur la figure 4.22.

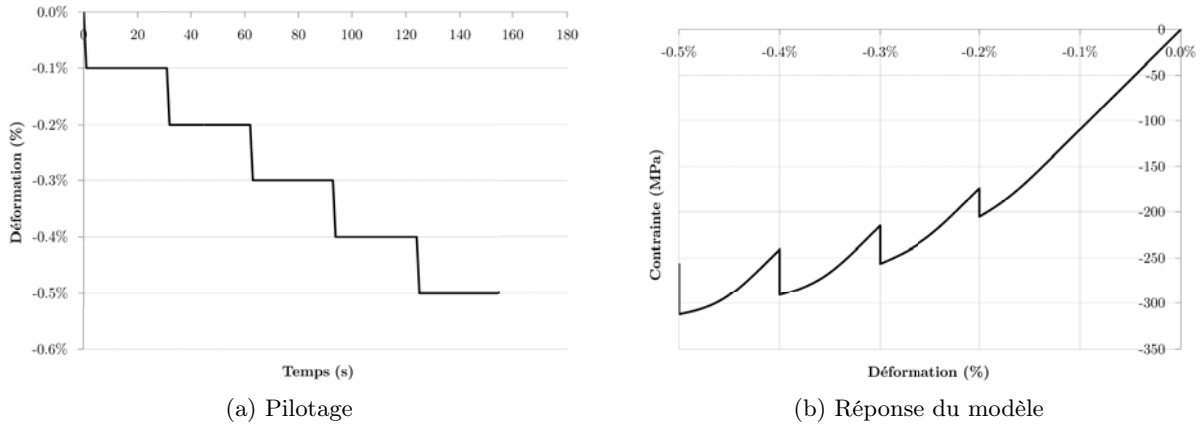


FIGURE 4.22 – Essai de caractérisation en compression monotone avec maintien

Avec cette stratégie d'identification, le dommage n'est déterminé qu'à partir des courbes de comportement en traction et en compression monotones. En conséquence, à aucun moment on ne peut relier ce dommage au module élastique en décharge, qui est pourtant l'indicateur de dommage le plus sûr. Il semble alors judicieux, une fois tous les autres paramètres identifiés, d'effectuer un essai de validation plus riche en informations qu'un essai monotone.

Une possibilité est d'effectuer un essai d'écroutissage cyclique à rapport de charge  $R = 0$  (en déformation) à une vitesse de déformation constante égale à celle choisie pour les essais monotones, afin de pouvoir piloter le dommage en contrainte ou en déformation (les niveaux de contrainte atteints lors des essais cycliques étant les mêmes que ceux correspondant aux essais monotones). On balaie des niveaux de déformation allant de 0.1% à 0.5% avec des temps de maintien en traction. Le pilotage décrit est représenté sur la figure 4.23a. Sur ce type de chargement à rapport de charge nul, on peut voir apparaître expérimentalement un phénomène de relaxation de la contrainte moyenne. Celui-ci est plus ou moins bien représenté numériquement selon le type d'écroutissage choisi. Un écroutissage cinématique non linéaire seul a systématiquement tendance à relaxer la contrainte moyenne, et à l'inverse, un écroutissage cinématique linéaire seul ne relaxe pas la contrainte moyenne. Ne disposant pas d'essais à  $R = 0$  permettant de statuer, on choisit pour le moment de n'appliquer qu'un seul cycle de chargement par niveau de déformation. Des essais complémentaires permettraient de se prononcer sur la nécessité d'imposer plusieurs cycles par niveau de déformation jusqu'à stabilisation.

La réponse du modèle avec les paramètres précédemment identifiés est représentée sur la figure 4.23b. On postule donc implicitement que les lamelles se referment à déformation nulle ou négative. Si l'on reprend le principe de la cellule à 5 barres du chapitre 3, la première barre se rompt dans le domaine élastique puis revient à sa longueur initiale par un phénomène de retour élastique et conduit ainsi à une refermeture à déformation nulle. Pour les autres barres rompant dans le domaine plastique, une déformation résiduelle existe, conduisant à une refermeture pour une déformation supérieure à zéro. La plus grande partie du dommage se produisant en élasticité et pour de faibles valeurs de déformation plastique, la refermeture intervient vraisemblablement pour de très faibles niveaux de déformation. Néanmoins, devant cette source d'incertitude et donc d'erreur, on privilégie un autre type d'essai.

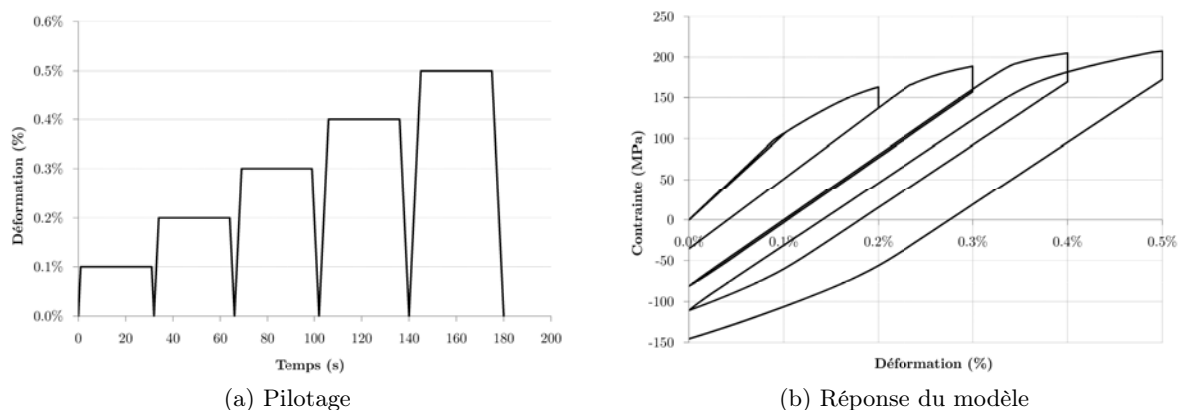


FIGURE 4.23 – Essai de validation en traction cyclique avec maintien

L'essai de validation finalement retenu est caractérisé par des phases de traction suivies d'un maintien en déformation, puis d'une décharge partielle de 0.05 % (figure 4.24). Les avantages sont multiples : d'une part on s'affranchit totalement des problématiques de relaxation de la contrainte moyenne - liée à une plastification en compression - et d'autre part, on peut comparer les modules endommagés en décharge, en ayant la certitude que les lamelles ne se referment pas durant l'essai.

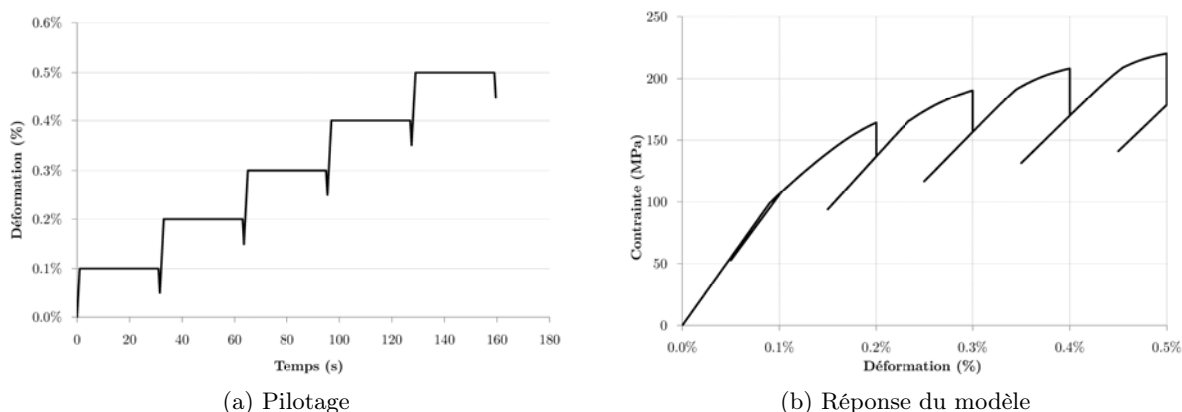


FIGURE 4.24 – Essai de validation en traction monotone avec maintien et décharge partielle

#### 4.3.4 Mesure du coefficient de Poisson

Pour les fontes GL, la valeur du coefficient de Poisson renseigné dans la littérature (Plenard, 1964) se situe généralement entre 0.24 et 0.31, en fonction notamment du moyen de mesure utilisé. Afin de déterminer ce coefficient pour le matériau de l'étude, deux essais ont été réalisés dans les conditions suivantes :

- l'éprouvette utilisée est celle présentée en Annexe A ;
- la machine de traction est une MTS hydraulique de 50 kN ;
- les deux essais sont réalisés à déformation imposée  $\varepsilon_l$  (figure 4.25a), avec l'utilisation d'un extensomètre longitudinal de longueur  $L_0 = 12.5 \text{ mm}$  ;

- un extensomètre diamétral est employé pour mesurer la déformation transverse  $\varepsilon_t$ .

Dans le premier essai, la déformation maximale imposée est très faible (0.05 %) afin d'obtenir une mesure du coefficient de Poisson apparent  $\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l}$  non perturbée par l'endommagement et la plasticité. En effet, si le matériau s'endommage sous un chargement de traction, le coefficient de Poisson diminue et, à l'inverse, le caractère incompressible de la plasticité a pour conséquence d'en augmenter la valeur.

On augmente la déformation maximale à 0.25 % dans le deuxième essai, où, comme on l'a vu, du dommage ainsi que de la plasticité apparaissent (figure 4.25b). L'objectif est de retrouver dans la mesure du coefficient de Poisson apparent les phénomènes de décohésion et de refermeture.

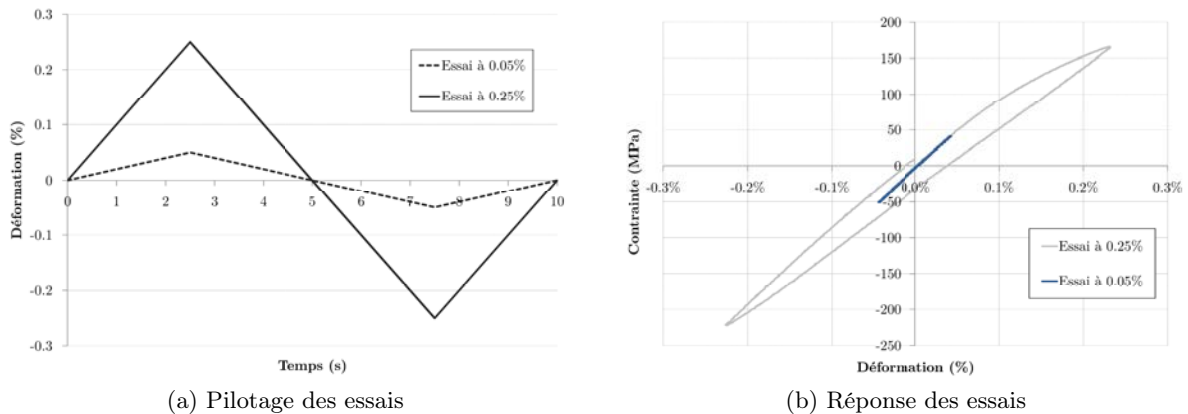


FIGURE 4.25 – Essais réalisés pour la mesure du coefficient de Poisson apparent  $\nu$

Sur la figure 4.26, on observe, en dehors des points singuliers où  $\nu$  tend vers 0 ou  $+\infty$  (bruit de mesure trop important lorsque  $\varepsilon_l$  est proche de 0), une valeur de  $\nu$  légèrement différente en traction (0.22) et en compression (0.25). En l'absence de plasticité pour ces niveaux de sollicitation, l'explication avancée est qu'il existe, même pour de très faibles niveaux de contrainte, un endommagement faible également, non visible à l'échelle macroscopique. **La valeur finalement retenue pour caractériser le coefficient de Poisson est celle en compression, soit 0.25.**

Pour une amplitude de déformation de 0.25 %, on constate que  $\nu$  atteint une valeur maximale en traction à environ 0.1 % de déformation, ce qui correspond à l'apparition d'un dommage détectable d'un point de vue macroscopique (figure 4.14). S'en suit alors une chute jusqu'à la fin de la phase de traction. Durant celle-ci, le dommage ne cesse d'augmenter, diminuant naturellement la valeur du coefficient de Poisson apparent, l'apparition de plasticité ne suffisant pas à contrecarrer le phénomène.

Durant la phase de décharge jusqu'à déformation nulle, on observe une légère augmentation du coefficient de Poisson apparent  $\nu$  qui, en l'absence de plasticité (on est ici en décharge purement élastique), est vraisemblablement due à la fermeture de la faible fraction volumique de lamelles rompues ayant subi de fortes déformations plastiques, se refermant peu après s'être ouvertes.

La hausse assez brutale du coefficient de Poisson apparent  $\nu$  à déformation nulle correspond à la fermeture de la plus grosse part des lamelles rompues, suivie d'une phase caractérisée par une augmentation graduelle, due cette fois à de la plasticité en compression.

Toutes ces observations sont compatibles avec des hypothèses avancées dans la formulation du modèle de comportement (*i.e.* dommage induit avant même l'apparition de déformation plastique, plasticité généralisée dans la matrice métallique, refermeture des lamelles).

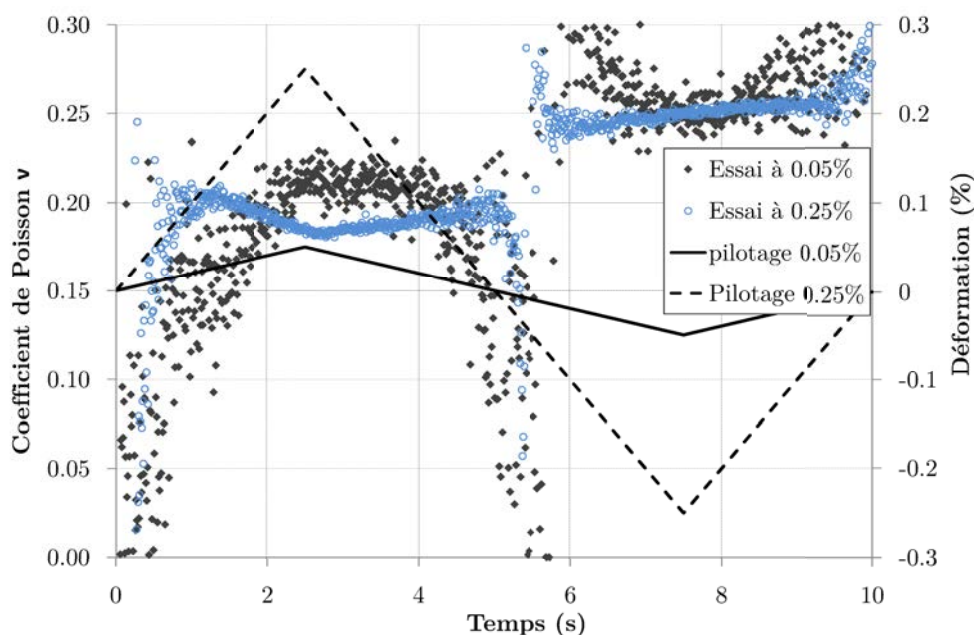


FIGURE 4.26 – Mesure du coefficient de Poisson apparent

#### 4.4 Conclusions

On a proposé dans ce chapitre un modèle de comportement présentant un endommagement anisotrope lié aux lamelles de graphite et activé par le chargement. L'anisotropie est de type orthotrope dans le repère des directions principales qui est supposé être identique au repère de l'endommagement. La vérification de cette hypothèse sera développée dans le chapitre 5. Le dommage est ainsi représenté par trois variables scalaires dont l'évolution est pilotée par la contrainte dans la direction correspondante. Une base minimale d'essais permettant d'identifier les paramètres du modèle a également été proposée.

Le modèle ainsi défini permet de représenter très fidèlement, y compris à haute température, le comportement de la fonte GL sous un chargement ne faisant pas apparaître de refermeture des fissures associées aux lamelles de graphite.

On rappelle en synthèse les paramètres ainsi que les équations constitutives définissant le modèle de comportement proposé :

Température (°C)	$E$ (GPa)	$\sigma_0$ (MPa)	$K$	$m$	$C_1$ (MPa)	$\gamma$	$C_2$ (MPa)
20°C	119	158	8.5	110	151300	1010	11000
200°C	119	145	9.5	110	127900	1140	11000
400°C	110	61	9	306	124400	1210	9000
500°C	110	10	6	652	86000	2940	8500
600°C	87	1	3.7	1295	10000	5000	7800
800°C	62	1	4.7	304	500	3940	100

TABLEAU 4.2 – Jeu de paramètres du modèle

$$\tilde{\mathbb{S}} = \tilde{\mathbb{C}}^{-1} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \frac{1}{1-D_1} & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{1-D_2} & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{1-D_3} & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & \frac{1+\nu}{\sqrt{(1-D_1)(1-D_2)}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1+\nu}{\sqrt{(1-D_2)(1-D_3)}} & 0 \\ & & & & & \frac{1+\nu}{\sqrt{(1-D_1)(1-D_3)}} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \tilde{\mathbb{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{th} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp})$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{th} = \alpha \Delta T \underline{\underline{1}}$$

$$\underline{\underline{X}}_i = -\frac{2}{3} C_i \underline{\underline{\alpha}}_i$$

$$\mathbb{M} = \mathbb{K} : \mathbb{C} : \tilde{\mathbb{S}}, \quad \mathbb{K} = \mathbb{I} - \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}}$$

$$f = \sqrt{\frac{3}{2} \left( \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right) : \left( \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)} - \sigma_0$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{vp}^i = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \frac{3}{2} \frac{\left( \mathbb{M}^T : \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \mathbb{M}^T : \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)}{\left( \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq}}$$

$$\underline{\underline{\dot{\alpha}}}_1 = - \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \left( \frac{3}{2} \frac{\left( \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)}{\left( \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq}} + \gamma \underline{\underline{\alpha}}_1 \right)$$

$$\underline{\underline{\dot{\alpha}}}_2 = - \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \left( \frac{3}{2} \frac{\left( \mathbb{M} : \underline{\underline{\sigma}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)}{\left( \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} - \sum_i \underline{\underline{X}}_i \right)_{eq}} \right)$$

$$\dot{\lambda} = \dot{p} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m$$





## Chapitre 5

# Modèle de comportement de la fonte GL sous chargement complexe

*Dans la première partie de ce chapitre, à partir du modèle 3D ainsi que du modèle rhéologique précédemment décrits, on présente un modèle de comportement tridimensionnel, permettant de représenter la réponse du matériau pour un chargement de traction/compression sur un élément de volume. De nouveaux essais de comportement sont décrits et permettent d'enrichir le modèle proposé, ce dernier aboutissant finalement à une très bonne description de l'ensemble de la base expérimentale. On s'intéresse dans la deuxième partie du chapitre à la généralisation du modèle sur structure pour des cas de chargement complexes. Certaines hypothèses et simplifications sont alors proposées pour décrire au mieux le comportement des zones critiques du disque.*

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Élément de volume sous chargement cyclique</b>	<b>94</b>
5.1.1	Cas de la traction/compression	94
5.1.2	Analyse du modèle pour les essais à $R = -1$	96
5.1.3	Nouvelle campagne d'essais	99
5.1.4	Modification du modèle	103
5.1.5	Discussion	104
<b>5.2</b>	<b>De l'élément de volume à la structure</b>	<b>105</b>
5.2.1	Stratégie numérique	105
5.2.2	Étude des trajets de chargement locaux	108
5.2.3	Gestion de l'ouverture/fermeture	110
<b>5.3</b>	<b>Conclusions sur le modèle de comportement</b>	<b>112</b>

---

## 5.1 Élément de volume sous chargement cyclique

### 5.1.1 Cas de la traction/compression

On dispose désormais d'un modèle de comportement permettant de représenter fidèlement la réponse du matériau sous un chargement de traction comme de compression monotone. Si l'on se place dans des conditions où les lamelles cassées ne se referment pas (cycles en traction ou en compression uniquement), on peut également simuler la réponse sous chargement cyclique avec un modèle tridimensionnel sur toute la gamme de températures.

A partir du moment où l'on souhaite simuler un chargement cyclique de type traction/compression, on se heurte au problème d'ouverture/fermeture des lamelles. On a vu dans la partie 4.1 que l'on pouvait utiliser un modèle rhéologique 1D pour simuler ce comportement. Si l'on souhaite retranscrire ce modèle dans le cas tridimensionnel, on doit gérer deux "branches" de comportement parallèles, l'une représentant la matrice endommagée, utilisant le modèle présenté précédemment, et l'autre représentant la partie fissurée, activée selon que les lamelles sont ouvertes ou fermées, complémentaire du modèle de la matrice. Si ces deux modèles sont tridimensionnels, chacun d'entre eux présente une déformation transverse différente, cette dernière étant affectée par l'endommagement. Un problème de compatibilité apparaît alors car une des branches impose sa déformation transverse à l'autre et génère ainsi des sur-contraintes dans la direction de sollicitation.

Afin de simuler les essais cycliques sur un élément de volume, la solution adoptée consiste à utiliser deux branches de résolution parallèles dans la procédure UMAT; cependant, celle correspondant aux fissures, et donc affectée du facteur  $D_1$ , **doit être unidimensionnelle**, afin de ne pas générer de déformations transverses sous un chargement de traction/compression.

Pour ce type de chargement, on doit donc écrire le modèle de comportement proposé sous une forme scalaire, avec un endommagement actif uniquement dans la direction perpendiculaire à la direction de sollicitation, et remplacer les facteurs  $(1 - D_1)$  par  $D_1$ . En ne considérant qu'un seul écrouissage cinématique non linéaire pour simplifier les écritures, on aboutit alors aux formes suivantes. Le tenseur des contraintes s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

Le tenseur d'écrouissage, qui d'après (4.19) est déviatorique, s'écrit :

$$\underline{\underline{X}} = \begin{pmatrix} \frac{2X}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{X}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{X}{3} \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Le tenseur de souplesse endommagée devient :

$$\tilde{\underline{\underline{S}}} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \frac{1}{D_1} & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & sym. & \frac{1+\nu}{\sqrt{D_1}} & 0 \\ & & & & & 1+\nu \\ & & & & & & \frac{1+\nu}{\sqrt{D_1}} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Si on développe la relation (4.6), on obtient :

$$\underline{\tilde{\sigma}} = \begin{pmatrix} \frac{\frac{1-\nu}{D_1} - 2\nu^2}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\frac{D_1}{1+\nu} - \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\frac{D_1}{1+\nu} - \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{D_1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{D_1}} \end{pmatrix} : \underline{\underline{\sigma}} = \mathbb{L} : \underline{\underline{\sigma}} \quad (5.4)$$

Ceci permet d'expliciter l'expression de  $\mathcal{J}$  pour un chargement de traction/compression :

$$\mathcal{J} = |(\mathbb{L}_{1111} - \mathbb{L}_{2211})\sigma - X| \quad (5.5)$$

avec  $X = -C\alpha$ .

La fonction  $F$  de la relation (4.26) s'écrit désormais :

$$F = \mathcal{J} - \sigma_0 + \frac{\gamma}{2C} \left( X^2 - \frac{4}{9}C^2\alpha^2 \right) \quad (5.6)$$

Les relations (4.28), (4.29) et (4.33) s'écrivent alors :

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m (\mathbb{L}_{1111} - \mathbb{L}_{2211}) \text{sign} [(\mathbb{L}_{1111} - \mathbb{L}_{2211})\sigma - X] \quad (5.7)$$

$$\dot{\alpha} = - \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m (1.\text{sign} [(\mathbb{L}_{1111} - \mathbb{L}_{2211})\sigma - X] + \gamma\alpha) \quad (5.8)$$

$$\dot{p} = - \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^m \quad (5.9)$$

On peut alors écrire le vecteur résidu correspondant à la branche 1D :

$$R_{\varepsilon_e} = \Delta\varepsilon_e - \Delta\varepsilon_{11} - \text{sign} [(\mathbb{L}_{1111} - \mathbb{L}_{2211})\sigma - X_1 - X_2] (\mathbb{L}_{1111} - \mathbb{L}_{2211})\Delta\tilde{p} \quad (5.10)$$

$$R_{\tilde{p}} = \Delta\tilde{p} - \Delta t \left\langle \frac{\mathcal{J} - \sigma_0}{K} \right\rangle^m \quad (5.11)$$

$$R_{\alpha_1} = \Delta\alpha_1 + \Delta\tilde{p} (1.\text{sign} [(\mathbb{L}_{1111} - \mathbb{L}_{2211})\sigma - X_1 - X_2] + \gamma\alpha_1) \quad (5.12)$$

$$R_{\alpha_2} = \Delta\alpha_2 + \text{sign} [(\mathbb{L}_{1111} - \mathbb{L}_{2211})\sigma - X_1 - X_2] \Delta\tilde{p} \quad (5.13)$$

Il est également nécessaire de définir le module élastique du matériau endommagé pour le cas de la traction/compression. pour cela, on inverse analytiquement  $\tilde{\mathbb{S}}$  défini par la relation (5.4), ce qui permet d'écrire :

$$\sigma = E \left[ \frac{(1-\nu^2) - 2\nu^2(1+\nu)D_1}{\Delta S} \right] \varepsilon = \tilde{E}\varepsilon \quad (5.14)$$

avec  $\Delta S = \frac{(1-\nu^2)}{D_1} - 2(\nu^2 + \nu^3)$

On peut alors résoudre de manière parallèle les deux branches avec un unique incrément de déformation totale  $\Delta\underline{\underline{\varepsilon}}$ . Le principe de la procédure UMAT est alors le suivant :

- Les conditions d'activation ou de désactivation de la branche fissurée sont celles présentées dans la partie 5.1 : désactivation si la contrainte est supérieure ou égale à zéro dans la branche et réactivation quand le niveau de déformation atteint le niveau où la branche a été désactivée.
- Lorsque la branche est désactivée, les contraintes internes sont figées et la déformation élastique et l'incrément de contrainte, notés respectivement  $\Delta\varepsilon_f$  et  $\Delta\sigma_f$ , sont nuls. L'incrément de contrainte totale  $\Delta\underline{\underline{\sigma}}$  est alors égal à l'incrément de contrainte de la branche 3D, noté  $\Delta\underline{\underline{\sigma}}_m$ .
- Lorsque la branche est activée, l'incrément de déformation  $\Delta\varepsilon_f$  est égal à la composante 11 de l'incrément de déformation totale  $\Delta\underline{\underline{\varepsilon}}$ , et la contrainte totale est la somme des contributions des deux branches sur la composante 11 :  $\Delta\underline{\underline{\sigma}} = \Delta\underline{\underline{\sigma}}_m + \Delta\sigma_f$ .

Ce principe est présenté de manière synthétique sur la figure 5.1, où les indices  $f$  correspondent à la branche dite fissure et les indices  $m$  à la branche dite matrice.

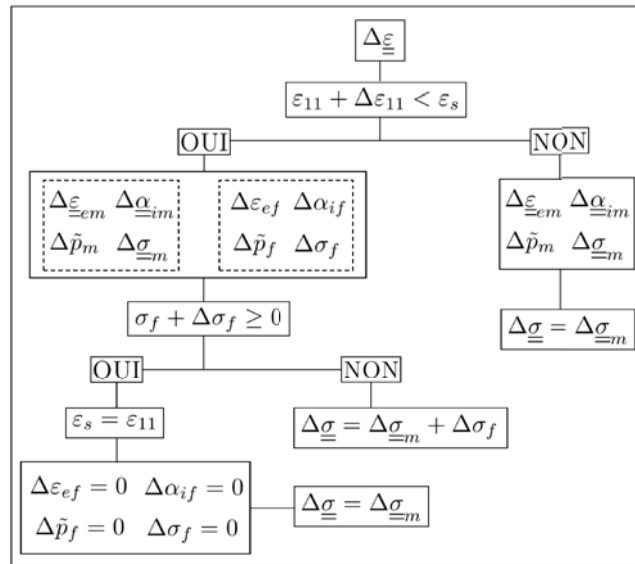


FIGURE 5.1 – Logigramme du modèle

### 5.1.2 Analyse du modèle pour les essais à $R = -1$

Les essais cycliques à différentes températures sont simulés par un calcul sur un élément de volume sous ABAQUS® via l'utilisation de la routine UMAT à deux branches présentée dans la partie précédente. Les résultats sont présentés sur les figures 5.2 à 5.4.

Si l'on s'intéresse dans un premier temps aux résultats à 20°C (Figure 5.2a), les observations sont les mêmes que pour le modèle *mono-fissure* ou le modèle à 5 barres. Le comportement, dans les phases de charge comme de décharge, est très bien décrit. Pour les températures comprise entre 20°C et 400°C, on continue de représenter très fidèlement les résultats expérimentaux. A partir de 500°C, où les effets visqueux deviennent prépondérants, le jeu de paramètres identifié dans la partie 4.3.2 à partir d'essais virtuels semble incapable de représenter à la fois le bon niveau de relaxation des contraintes et le virage de la courbe, en charge comme en décharge, et ce pour les niveaux de déformation importants, où la vitesse de déformation est jusqu'à deux fois plus élevée. C'est vraisemblablement cette vitesse, mal prise en compte dans l'identification, qui est responsable de ce manque de précision. Il se peut aussi qu'à cette température il apparaisse

nécessaire d'introduire dans la modélisation du comportement de la matrice un effet de restauration de l'écouissage. Une identification sur l'essai cyclique complet serait plus adaptée mais nécessite de coder la loi sous ZEBULON<sup>®</sup>, ce qui n'est pas possible à partir du moment où l'une des branches est unidimensionnelle.

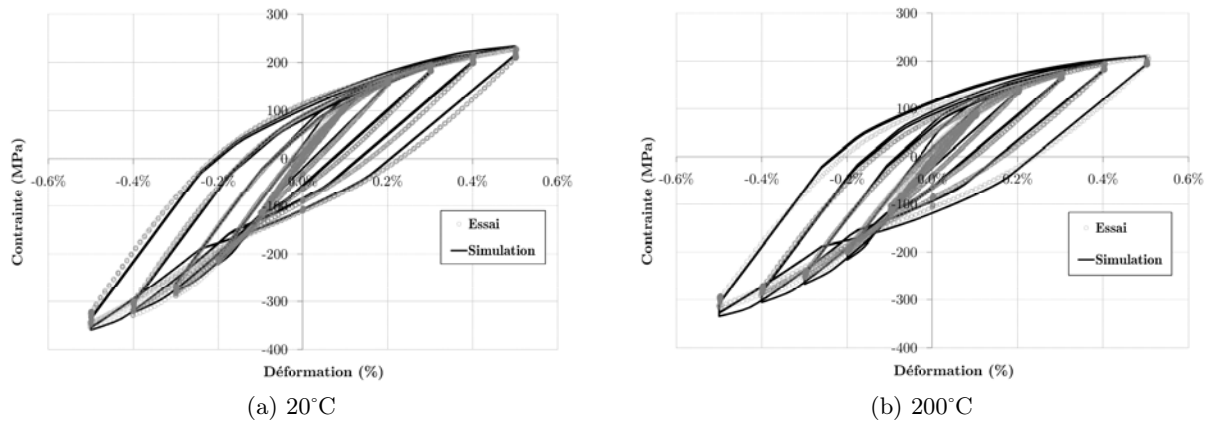


FIGURE 5.2 – Comportement du modèle de 20°C à 200°C

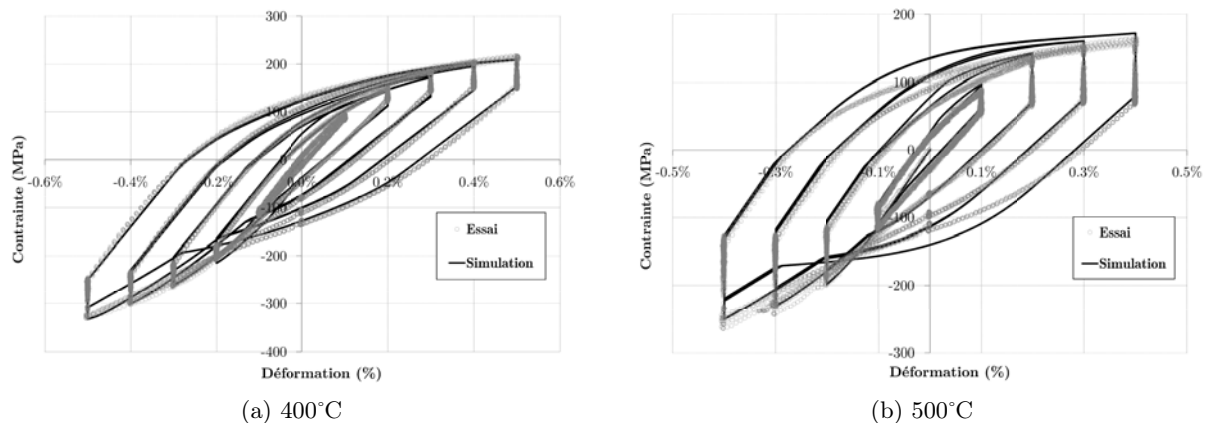


FIGURE 5.3 – Comportement du modèle de 400°C à 500°C

Quelle que soit la température, on observe, comme avec les modèles précédents (*mono-fissure* et *5 barres*) un décalage du niveau de déformation auquel se referment les lamelles. Comme on l'a vu précédemment, ce niveau correspond dans le modèle à la déformation à laquelle les lamelles se sont ouvertes. Ce décalage est d'autant plus marqué que la température augmente, la relaxation des contraintes en compression entraînant une ouverture pour des niveaux de déformation négatifs importants. Compte tenu de la très bonne représentativité du modèle dans les phases de charge, on peut légitimement penser que l'on représente bien l'ouverture des lamelles qui, dans le cas d'essais symétriques ( $R = -1$ ) apparaît systématiquement à  $\sigma = 0$ . C'est donc la refermeture que le modèle n'arrive pas à simuler ; un mécanisme physique micro-structural n'étant manifestement pas pris en compte.

On peut avancer l'hypothèse d'un mécanisme déclenché lors des phases de compression qui viendrait avancer la fermeture des lamelles : la nature très différente des lamelles de graphite et de la matrice perlitique entraîne une incompatibilité des déformations transverses lors des phases de compression qui vient créer un champ de déformation plastique résiduel négatif au voisinage

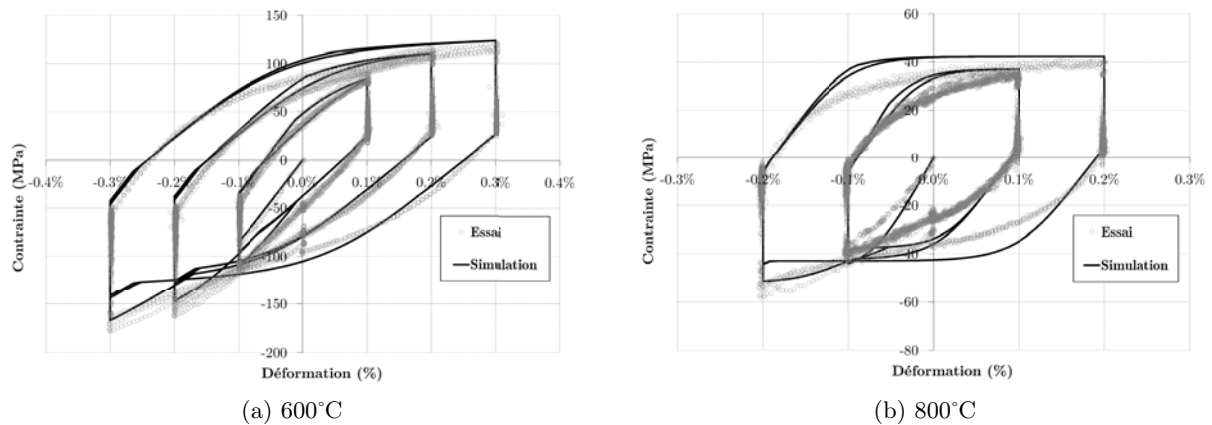


FIGURE 5.4 – Comportement du modèle de 600°C à 800°C

des extrémités des lamelles. Cette zone plastique serait responsable de la fermeture précoce des lamelles et serait d'autant plus importante que le chargement compressif est élevé.

Un autre point moins évident visuellement mais non moins important mérite d'être souligné : lors des premiers niveaux de déformation ( $\pm 0.1\%$  à  $\pm 0.3\%$  selon les températures), le modèle prédit une sur-contrainte lors de la première phase de charge. Le fait que la première charge présente un niveau de contrainte plus important que les suivantes semble *a priori* normal. Admettons que le matériau ne s'endommage qu'en traction. Lorsque l'on passe au niveau de déformation supérieur **durant la phase de compression**, lors de la première charge, le matériau présente le même niveau d'endommagement que lors du niveau précédent, et ne s'endommage qu'à la fin de cette première charge (lorsque le niveau de contrainte dépasse celui atteint précédemment). Ce phénomène est illustré sur la figure 5.5a pour les premiers niveaux de déformation de l'essai à 400°C. Or les résultats expérimentaux (figure 5.5b) montrent que la première charge est systématiquement confondue avec les suivantes, comme si le matériau s'était endommagé en compression lors du passage au niveau de déformation supérieur.

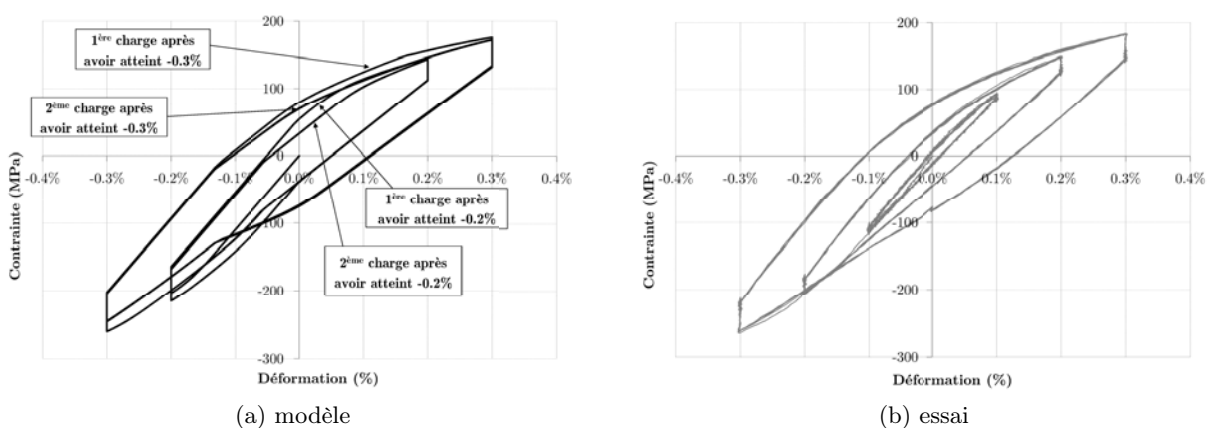


FIGURE 5.5 – Illustration de l'apparition d'un dommage en compression

L'apparition d'un dommage en compression, donc d'une décohésion des lamelles de graphite avec la matrice, peut s'expliquer par un effet de cisaillement important, lié à la même cause que celle avancée pour expliquer la refermeture précoce, soit une forte différence de rigidité entre les lamelles et la matrice.

La mise en évidence d'un phénomène induisant une décohésion des lamelles en compression est difficile à obtenir avec des essais cycliques incrémentaux et symétriques : on ne peut pas clairement faire la part de l'endommagement induit en traction et en compression. Parallèlement, le fait que les essais soient effectués à un rapport de charge de  $-1$  (en déformation) engendre, d'un point de vue expérimental, une refermeture des lamelles à un niveau de déformation identique, quelle que soit l'amplitude de déformation. Il est alors difficile de justifier l'hypothèse avancée d'une refermeture précoce due au chargement compressif.

Afin de vérifier ces hypothèses, de mettre en évidence et de quantifier le dommage induit en compression, il a été décidé de lancer une nouvelle campagne d'essais à température ambiante.

### 5.1.3 Nouvelle campagne d'essais

#### Présentation des essais et montage expérimental

Les essais ont été réalisés exactement dans les mêmes conditions que la première campagne. La machine utilisée est hydraulique (MTS de 100 kN). On utilise des mors hydrauliques et les éprouvettes sont les mêmes que lors de la première campagne. Le pilotage s'effectue toujours en déformation à l'aide d'un extensomètre de longueur de jauge  $L_0 = 12 \text{ mm}$ . L'ensemble des essais réalisés est présenté sur la figure 5.6.

#### Résultats des essais 1 et 2

Les deux premiers essais réalisés (notés Essai 1 et Essai 2 sur la figure 5.6) ont pour but de mettre en évidence le dommage induit en compression : ils sont composés d'une succession de trois cycles symétriques entre  $+0.4\%$  et  $-0.4\%$ . La seule différence entre est que l'essai 1 débute par une phase de compression, et l'essai 2 par une phase de traction. Ainsi, dans l'essai 2, l'endommagement est produit durant la première phase de traction. Dans l'essai 1, si aucun endommagement ne se produit durant la première phase de compression, on devrait aboutir à une réponse très proche de ce que donne la simulation de l'essai avec le modèle de comportement adopté.

On présente sur la figure 5.7a le résultat de la simulation des essais 1 et 2 : on voit clairement une différence de comportement lors de la première charge. Or les résultats expérimentaux (figure 5.7a) montrent deux courbes parfaitement superposées (mise à part la première fermeture pour l'essai 2 qui apparaît naturellement plus tôt que pour l'essai 1 et qui ne présente pas la même courbure du fait de l'absence d'autocontraintes lors de la première compression dans l'essai 2). Cela permet de conclure que l'endommagement généré en compression est le même qu'en traction, ce qui ne veut pas dire que la dépendance du dommage vis-à-vis de la contrainte est symétrique, l'essai étant piloté en déformation. Il est néanmoins aisé d'exprimer le dommage en compression en fonction de la contrainte, en considérant une symétrie de l'endommagement en déformation pour un essai à  $R = -1$ .

#### Résultats des essais 3 et 4

Les essais 3 et 4 présentent un rapport de charge respectivement de  $-1.5$  et  $-0.5$  et sont constitués d'une succession de trois cycles à amplitude de déformation donnée. Le passage au niveau supérieur se fait durant la phase de compression. L'objectif de ces essais est double : mettre en évidence une fermeture des lamelles qui varie en fonction du niveau de déformation imposé (niveaux en traction et en compression asymétriques) et analyser le dommage généré en traction et en compression.



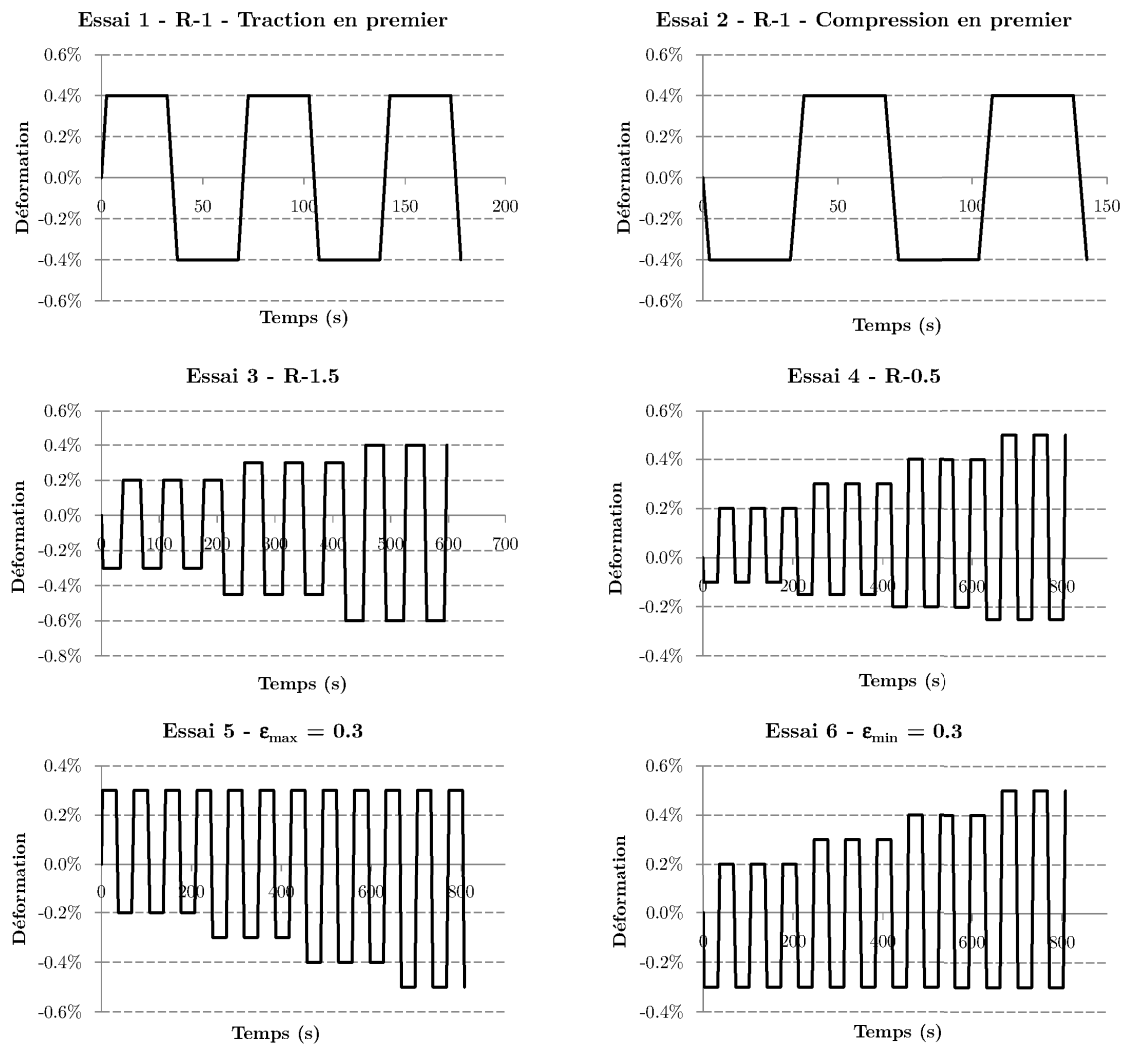
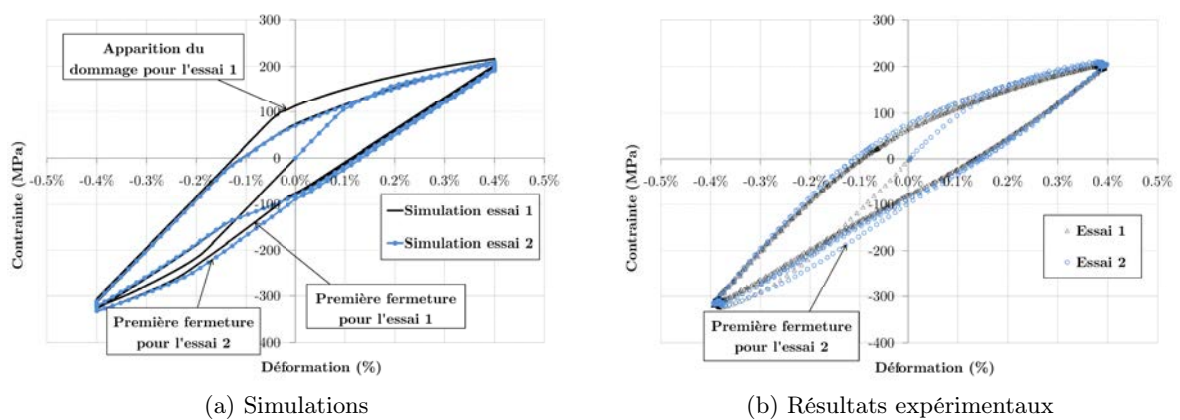


FIGURE 5.6 – Conditions de chargement des essais de la deuxième campagne expérimentale



(a) Simulations

(b) Résultats expérimentaux

FIGURE 5.7 – Superposition des essais 1 et 2 - Simulations sans dommage en compression et résultats expérimentaux

On peut voir sur la figure 5.8a (essai 3 à  $R = -1.5$ ) que la refermeture des fissures tend à se décaler légèrement vers les déformations négatives à mesure que la déformation imposée en compression est importante. Cela valide le fait que la refermeture des fissures n'est pas un point fixe et qu'il dépend de l'historique de chargement.

Sur l'essai 4 (figure 5.8b) à  $R = -0.5$ , le point de refermeture semble être fixe et correspondre à un niveau de déformation très proche de 0, correspondant quasiment à la déformation ( $-0.05\%$ ) à laquelle la contrainte devient positive (et donc que les lamelles s'ouvrent) lors des phases de charge. Cette absence d'effet d'histoire s'explique par le fait que cette ouverture s'effectue pour un niveau de déformation constant et que l'on ne voit pas apparaître d'effet de refermeture précoce, compte tenu des faibles niveaux de déformation atteints en compression.

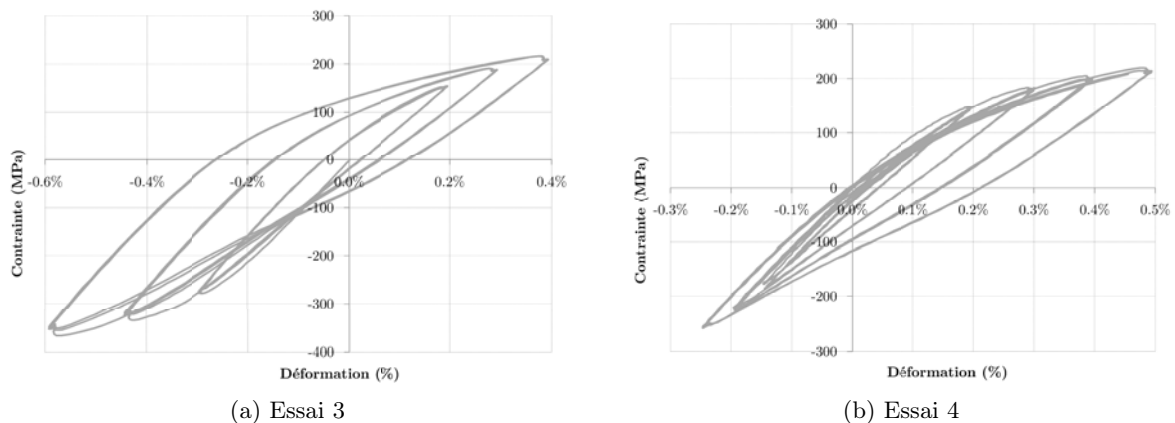


FIGURE 5.8 – Résultats des essais 3 et 4

## Résultats des essais 5 et 6

Les essais 5 et 6 présentent les caractéristiques suivantes :

- Ils sont constitués d'une succession de trois cycles à niveau de déformation imposé.
- Le rapport de charge est variable : on fixe le niveau de déformation maximum (essai 5) ou minimum (essai 6).

Avec ces essais, on cherche à mettre en évidence le dommage induit en traction uniquement ou en compression uniquement, ainsi que l'effet de cet endommagement sur la refermeture.

L'essai 5 (figure 5.9a) débute par une phase de traction jusqu'au niveau de déformation maximal de l'essai. Cela permet de fixer dès le début le dommage induit par les contraintes de traction. On vient ensuite augmenter le niveau de déformation minimal et observer la refermeture ainsi que l'évolution du module élastique à la décharge (figure 5.10).

Étant donné le faible niveau de déformation atteint en traction, il n'y a que très peu de plastification durant la phase de décharge avant de refermer les fissures. Cela rend l'identification du point de refermeture très difficile en l'absence de point d'inflexion clairement observable. Néanmoins, on observe toujours un effet de refermeture précoce dû au chargement compressif.

On voit sur la figure 5.10 que le module élastique à la décharge, pour un niveau de déformation maximal constant (et un niveau de contrainte maximal ne variant que de quelques MPa), diminue quand le chargement compressif augmente, confirmant encore une fois l'hypothèse d'un

dommage induit en compression.

L'essai 6 débute par une phase de compression jusqu'au niveau maximal de l'essai, suivi par une succession de cycles à des niveaux de déformation croissants. L'endommagement en compression est donc fixé dès le début de l'essai. La refermeture des fissures, à l'image de ce qui est observé dans l'essai 4, se produit toujours proche du niveau de déformation 0, avec un effet de refermeture précoce figé dès le début de l'essai.

L'analyse des résultats de cette campagne d'essais permet de valider les hypothèses émises dans la partie 5.1.2 à savoir :

- Apparition d'un dommage induit en compression.
- Effet de refermeture précoce des fissures, proportionnel au niveau de déformation atteint en compression.

L'estimation quantitative de ces effets sera discutée par la suite.

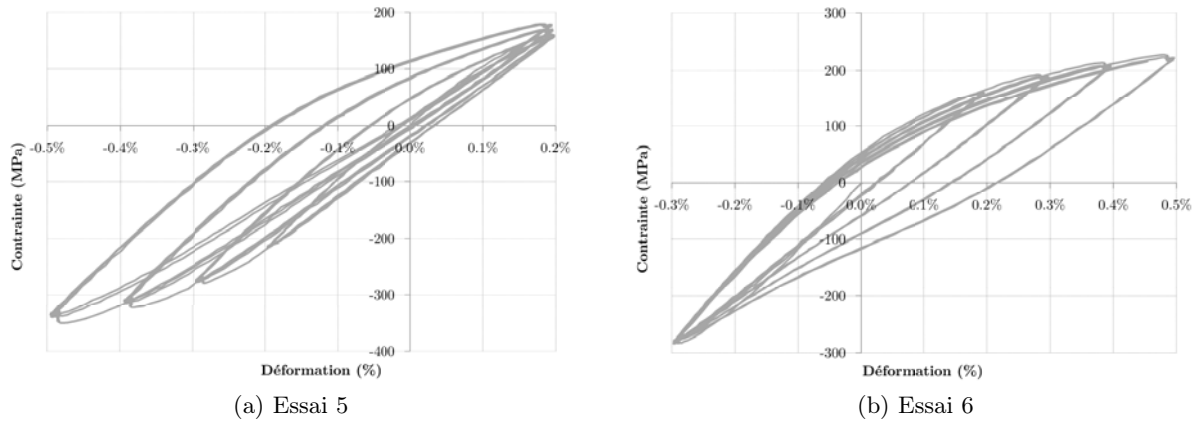


FIGURE 5.9 – Résultats expérimentaux essais 5 et 6

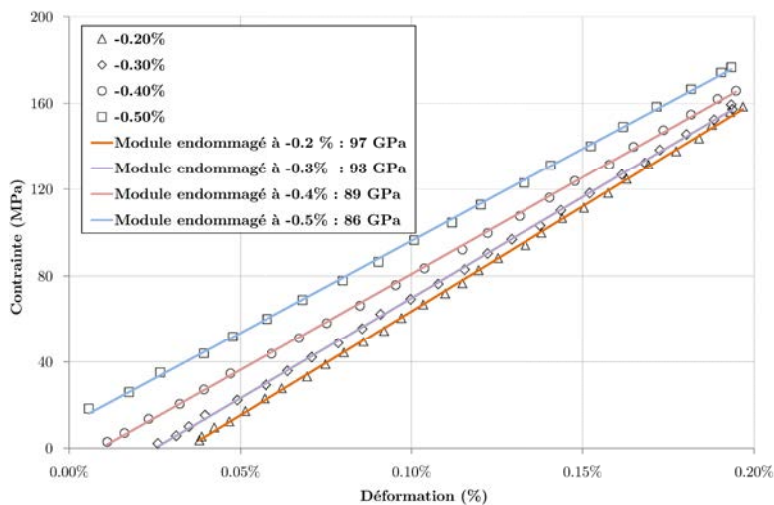


FIGURE 5.10 – Évolution du module élastique à la décharge en fonction du niveau de déformation minimal - Essai 5

### 5.1.4 Modification du modèle

Comme on l'a déjà mentionné, il est très difficile expérimentalement de définir avec précision le point de refermeture des lamelles. D'un point de vue physique, cette refermeture se déroule de manière graduelle ; toutes les lamelles, en fonction de leur orientation et de leur taille, ne se referment pas en même temps. On ne voit alors pas de cassure brutale dans la courbe d'hystérésis. Il semble alors compliqué de définir empiriquement un facteur permettant d'avancer la fermeture en fonction du niveau de déformation ou de contrainte atteint en compression.

De plus, comme on l'a vu précédemment et comme on le verra par la suite, le modèle permet de reproduire très fidèlement les résultats expérimentaux sans tenir compte de ce phénomène. On décide donc de s'attacher uniquement à modifier le modèle proposé par l'introduction d'un endommagement généré lors des phases de compression.

### Endommagement induit en compression

De la même manière que pour l'essai 5, on se propose pour l'essai 6 de mesurer le module élastique à la décharge (figure 5.11). On l'a vu, pour l'essai 4, l'endommagement est généré en compression et pour l'essai 6 en traction. Or les modules en décharge mesurés, pour un niveau de déformation donné - négatif pour l'essai 5 et positif pour l'essai 6 - sont très proches. La première approximation d'une évolution du dommage symétrique en déformation par rapport à une déformation nulle est donc justifiée.

La retranscription du dommage en fonction de la contrainte appliquée permet d'aboutir à une expression du dommage sous la forme d'un polynôme de degré 2 à l'image de la représentation qui en est faite en traction (§ 4.3.1).

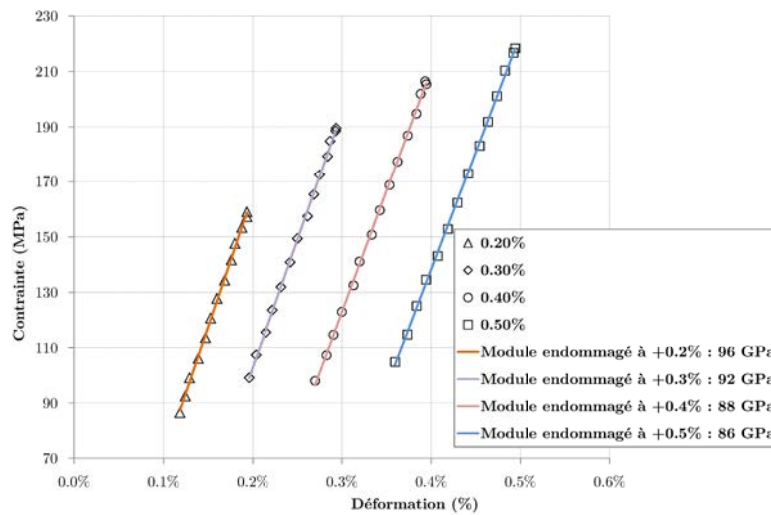


FIGURE 5.11 – Évolution du module élastique à la décharge en fonction du niveau de déformation maximal - Essai 6

### Application du modèle sur les essais asymétriques

On présente sur les figures 5.12 et 5.13 le résultat des simulations avec le modèle ainsi modifié. Celui-ci permet de bien représenter le comportement du matériau, pour des conditions de chargement non symétriques. L'évolution du dommage et l'ouverture des fissures sont très

bien décrites. La seule limitation provient du point de refermeture, qui peut avoir un impact, notamment sur l'essai 5, sur le niveau de contrainte atteint en compression : le fait de retarder la fermeture entraîne une surestimation de la contrainte de l'ordre de 30 MPa pour le niveau de déformation maximal.

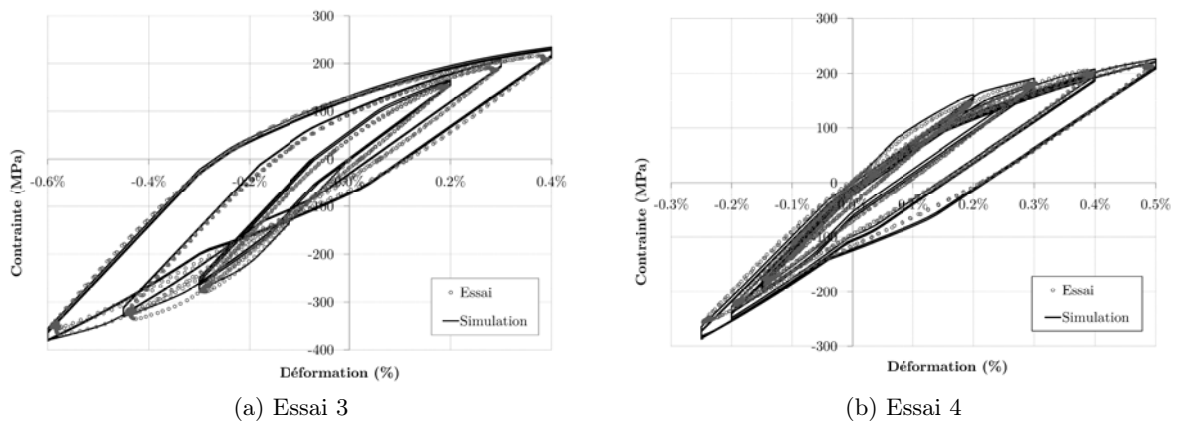


FIGURE 5.12 – Corrélation du modèle avec les essais 3 et 4

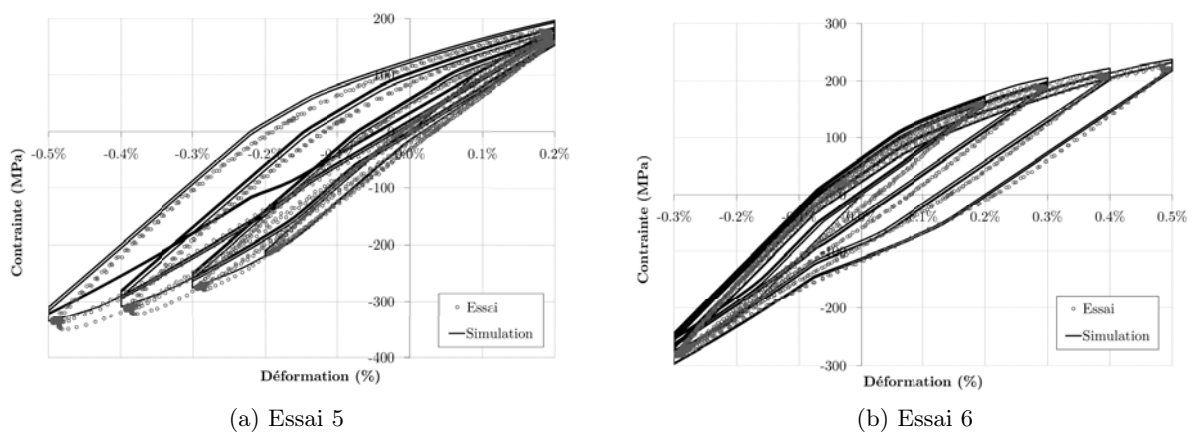


FIGURE 5.13 – Corrélation du modèle avec les essais 5 et 6

### 5.1.5 Discussion

On dispose à présent d'un modèle apte à représenter avec précision le comportement de la fonte GL sous sollicitation cyclique, dans un contexte isotherme ou anisotherme, pour une sollicitation unidimensionnelle de traction/compression. Les principaux phénomènes entrant en jeu ont été compris et décrits dans le modèle.

L'application sur un calcul complet de disque de frein nécessite de généraliser ce modèle au cas d'un chargement quelconque. Or cette généralisation s'avère très complexe. Plusieurs possibilités ont été envisagées, sans toutefois aboutir à des résultats satisfaisants :

- Superposition de branches 1D dans les trois directions principales : on ne peut formuler une loi de comportement tridimensionnelle de manière unidimensionnelle que pour un chargement simple uniaxial. A partir du moment où le tenseur des contraintes contient plusieurs termes, cette simplification est impossible.

- Superposition de branches tridimensionnelles : cette superposition n'est pas envisageable avec une routine UMAT où la donnée d'entrée est un incrément de déformation totale, incompatible entre les deux branches.
- Utilisation d'une seule branche avec désactivation du dommage lors de la fermeture et réactivation lors de l'ouverture. Cette solution présente plusieurs inconvénients : on ne peut pas savoir à quel moment les lamelles s'ouvrent et le matériau est considéré comme homogène lors des phases de compression, ce qui est très éloigné de la réalité et entraîne un comportement en compression nettement différent de celui observé expérimentalement.

Il convient donc de se demander si, pour une application spécifique sur disque, il est indispensable de gérer cette ouverture/fermeture et dans quelle mesure il est possible de simuler avec précision le comportement du disque sans représenter ce phénomène. Pour répondre à cette question, il faut s'intéresser aux trajets de chargement dans les zones critiques du disque, et étudier les conditions dans lesquelles les lamelles s'ouvrent et se ferment sur une pièce. Cette étude fait l'objet de la dernière partie de ce chapitre.

## 5.2 De l'élément de volume à la structure

### 5.2.1 Stratégie numérique

#### Étude du repère des contraintes principales

Les contraintes principales, sur la piste et dans la gorge, gardent la même direction durant tout le freinage. En revanche, durant le refroidissement, les contraintes changent de signe (de positif à négatif dans la gorge), l'ordre des contraintes change et par conséquent l'orientation du repère principal tourne suivant des angles de  $\pm \frac{\pi}{2}$ .

On illustre ce phénomène sur la figure 5.14 où est représentée sur le même graphique l'évolution des contraintes dans le repère global et des contraintes principales durant un freinage, dans l'élément central de la gorge, dont le repère de l'élément correspond au repère global. On voit que les contraintes globales sont superposées aux contraintes principales, mais au cours du refroidissement, les contraintes superposées ne sont plus les mêmes. Le comportement est strictement identique au niveau des pistes.

On peut alors conclure que **la direction des contraintes principales est fixe** - même si le sens change - et correspond aux directions du repère de l'endommagement, celui-ci se produisant dans les plans perpendiculaires aux directions principales. On confirme ici la validité du choix de la représentation anisotrope du dommage présentée dans la section 4.2.1.

#### Contrôle du pas de temps

La donnée d'entrée d'une routine *UMAT* est un incrément de déformation, l'incrément de contrainte étant une donnée de sortie. Le fait que l'évolution du dommage soit définie en fonction de la contrainte appliquée nécessite alors de limiter le pas de temps à une valeur relativement faible, afin de générer une erreur sur le dommage en début d'incrément suffisamment faible pour ne pas avoir d'influence sur la réponse du matériau.

Le contrôle du pas de temps est une problématique récurrente dans ABAQUS®. La solution la plus simple consiste à limiter le pas de temps durant tout le calcul, ce qui a pour conséquence de rendre celui-ci extrêmement long, les phases où le dommage n'évolue pas, ou celles où le comportement est purement élastique étant soumises à un pas de temps très faible.

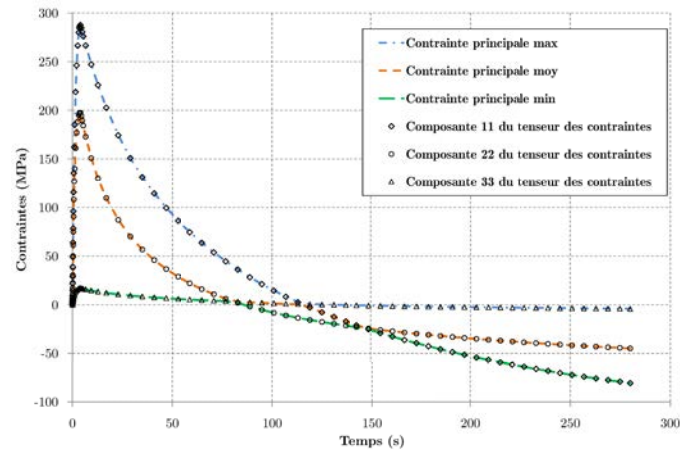


FIGURE 5.14 – Évolution des contraintes principales et globales durant un freinage dans la gorge

On choisit alors de ne limiter le pas de temps que dans les phases où le dommage évolue. Si l'incrément de dommage, durant un incrément de temps est supérieur à une valeur seuil  $D_s$ , l'étape de calcul est relancée avec un incrément de temps divisé par deux. Le choix d'une valeur très faible de  $D_s$  (de l'ordre de  $10^{-2}$ ) permet de rendre l'erreur négligeable. On illustre ce phénomène sur la figure 5.15 où sont superposées les réponses du modèle pour l'essai de validation de traction cyclique du § 4.3.3, avec et sans contrôle du pas de temps durant les phases de traction, ainsi qu'avec une limitation du pas de temps à 0.01 s.

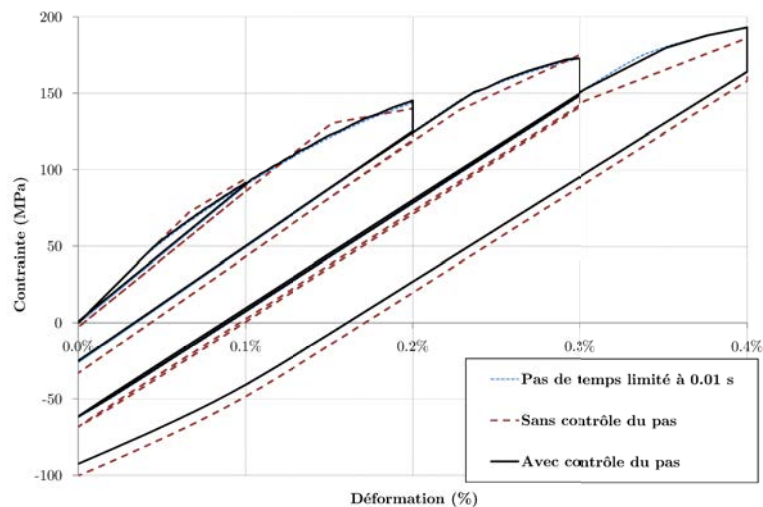


FIGURE 5.15 – Simulation avec et sans contrôle du pas de temps

### Gestion des directions d'endommagement dans la routine UMAT

D'un point de vue purement numérique, une des difficultés provient du fait qu'en entrée d'une routine UMAT,  $\underline{\underline{\epsilon}}$  est défini dans le repère global du modèle, qui n'est *a priori* pas le même que le repère principal pour tous les éléments. Afin de travailler dans la routine UMAT uniquement dans le repère de l'endommagement fixe, on procède de la manière suivante :

- Lors du premier incrément de calcul, on définit la base des contraintes principales, notée  $\vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$ . On définit également la matrice de changement de base  $P_{ij} = \vec{e}_i \cdot \vec{E}_j$ , où  $\vec{E}_j$  est la base du repère global.
- On résout le premier incrément de calcul dans le repère global, ce qui n'a pas de conséquence sur la solution car le dommage est initialisé à 0 dans toutes les directions.
- Lors du deuxième incrément - à partir de la matrice de changement de base calculée à l'incrément 1 une fois pour toutes - on définit l'incrément du tenseur des déformations  $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^D$  et le tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}^D$  dans la base  $\vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$  tels que  $\varepsilon_{kl}^D = P_{ki}^T \Delta \varepsilon_{ij} P_{jl}$  et  $\sigma_{kl}^D = P_{ki}^T \sigma_{ij} P_{jl}$ .
- La résolution dans la routine UMAT se fait alors dans le repère de l'endommagement.
- Après convergence du schéma de Newton et actualisation de la contrainte et des variables internes, on effectue un changement de base inverse du tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}^D$  vers  $\underline{\underline{\sigma}}$  afin de permettre à ABAQUS<sup>®</sup> d'effectuer le calcul pour atteindre l'équilibre global. Les variables internes sont quant à elles stockées dans le repère de l'endommagement.
- A partir du troisième incrément, tout se passe comme décrit pour le deuxième.

Ce principe est synthétisé dans le logigramme de la figure 5.16. On a vu dans la partie 4.2.5 que la matrice tangente  $[L]$  est définie par  $[L] = \tilde{C} : [J_{ee}^*]$ , de telle sorte que celle-ci est calculée dans le repère d'endommagement. Or pour assurer la convergence globale, cette matrice doit être définie dans le repère global de la structure. Il est donc nécessaire d'opérer un changement de base, de la base de l'endommagement vers celle de la structure. Sur un tenseur d'ordre 4, cette opération est coûteuse d'un point de vue temps CPU, et on préfère faire appel aux matrices de Bond (Auld, 1990) pour une écriture plus rapide :

La matrice  $P$  définie plus haut peut s'écrire :

$$[P] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

On définit alors les matrices :

$$[M] = \begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 & 2a_{12}a_{13} & 2a_{13}a_{11} & 2a_{11}a_{12} \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 & 2a_{22}a_{23} & 2a_{23}a_{21} & 2a_{21}a_{22} \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 & 2a_{32}a_{33} & 2a_{33}a_{31} & 2a_{31}a_{32} \\ a_{21}a_{31} & a_{22}a_{32} & a_{23}a_{33} & a_{22}a_{33} + a_{23}a_{32} & a_{21}a_{33} + a_{23}a_{31} & a_{22}a_{31} + a_{21}a_{32} \\ a_{31}a_{11} & a_{32}a_{12} & a_{33}a_{13} & a_{12}a_{33} + a_{13}a_{32} & a_{13}a_{31} + a_{11}a_{33} & a_{11}a_{32} + a_{12}a_{31} \\ a_{11}a_{21} & a_{12}a_{22} & a_{13}a_{23} & a_{12}a_{23} + a_{13}a_{22} & a_{13}a_{21} + a_{11}a_{23} & a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21} \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

et :

$$[N] = \begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 & a_{12}a_{13} & a_{13}a_{11} & a_{11}a_{12} \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 & a_{22}a_{23} & a_{23}a_{21} & a_{21}a_{22} \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 & a_{32}a_{33} & a_{33}a_{31} & a_{31}a_{32} \\ 2a_{21}a_{31} & 2a_{22}a_{32} & 2a_{23}a_{33} & a_{22}a_{33} + a_{23}a_{32} & a_{21}a_{33} + a_{23}a_{31} & a_{22}a_{31} + a_{21}a_{32} \\ 2a_{31}a_{11} & 2a_{32}a_{12} & 2a_{33}a_{13} & a_{12}a_{33} + a_{13}a_{32} & a_{13}a_{31} + a_{11}a_{33} & a_{11}a_{32} + a_{12}a_{31} \\ 2a_{11}a_{21} & 2a_{12}a_{22} & 2a_{13}a_{23} & a_{12}a_{23} + a_{13}a_{22} & a_{13}a_{21} + a_{11}a_{23} & a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21} \end{pmatrix} \quad (5.17)$$



Les définitions (5.16) et (5.17) impliquent  $[N]^{-1} = [M^T]$ , ce qui permet de définir la matrice tangente  $[L]^G$  dans le repère global de la structure sous la forme :

$$[L]^G = [M][L][N^T] \quad (5.18)$$

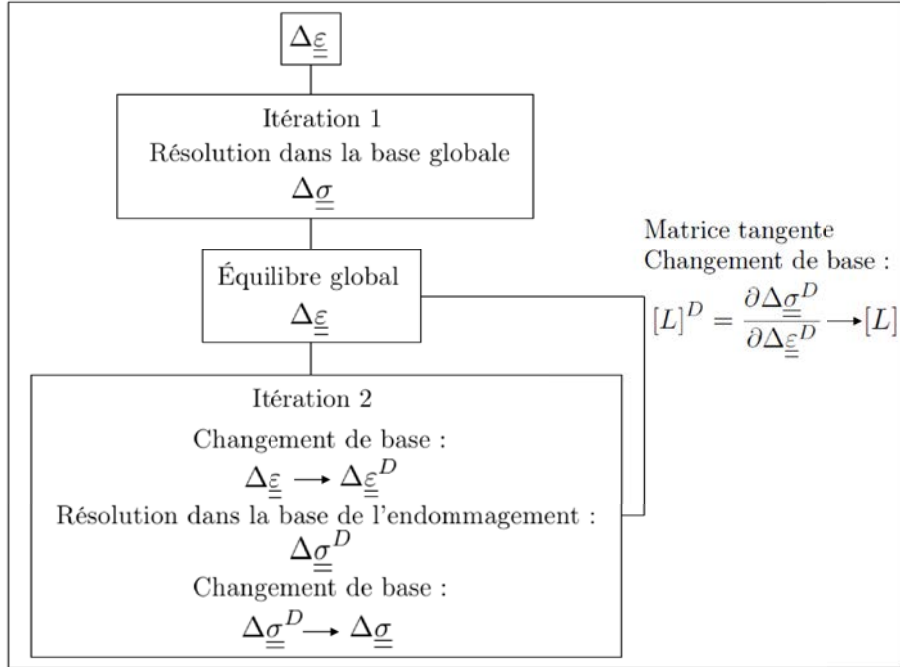


FIGURE 5.16 – Logigramme pour le changement de base dans la routine UMAT

### 5.2.2 Étude des trajets de chargement locaux

Afin d'étudier les trajets locaux de manière rigoureuse, on choisit de travailler sur deux disques de frein très différents, permettant de disposer d'un large spectre de réponses. Les deux structures sont d'une part une version spécifique (non monté en série) d'un disque petit avant plein d'un diamètre de 266 mm (noté  $D266$ ) monté sur un véhicule léger et d'autre part un disque avant ventilé RPI de diamètre 330 mm (noté  $D330$ ) monté sur un véhicule beaucoup plus lourd.

On simule un freinage sévère (décélération  $80\% V_{max} \rightarrow 40\% V_{max}$  à  $0.5g$ ) pour ces deux configurations. La loi de comportement utilisée dans un premier temps **ne présente qu'un dommage induit en traction et aucune condition de fermeture ni de désactivation du dommage**.

Dans le cas du bol ou de la gorge, compte tenu des mécanismes d'endommagement décrits précédemment, il semble judicieux d'utiliser un modèle de comportement sans prise en compte explicite du dommage induit en compression. En effet, dans ces zones, le chargement se fait majoritairement en traction, le dommage en compression n'apporte donc rien *a priori*.

Le cas de la piste est plus problématique. Le chargement se faisant essentiellement en compression, si l'on fait dépendre explicitement le dommage d'un chargement compressif, la contrainte minimale en compression est largement sous-estimée. En effet, même si un dommage existe en compression, d'un point de vue macroscopique, il n'est visible qu'à partir du moment où les lames s'ouvrent, c'est-à-dire au moment où la contrainte devient positive. Inversement, si l'on ne

prend pas en compte ce dommage compressif, on risque de surestimer (mais dans des proportions beaucoup moins importantes) la contrainte résiduelle de traction, car à température ambiante, aucun dommage n'apparaît en-dessous de 80 MPa.

On peut visualiser sur la figure 5.17 les trajets obtenus dans la gorge et sur la piste pour le disque *D266*. Un point très intéressant apparaît ici : dans la gorge, le trajet de chargement est tel que, quelle que soit la direction, on ne se trouve pas dans des conditions où les lamelles se referment. En effet la déformation reste toujours positive, s'apparentant à un trajet de chargement issu d'un essai de traction à rapport de charge positif (en déformation). Cela est dû à la mise en cône irréversible du disque lors du premier freinage. Quels que soient les choix qui seront faits par la suite pour estimer la durée de vie de la pièce (pour ce qui est de la fissuration en fond de gorge), la prise en compte de la refermeture dans le modèle de comportement est inutile.

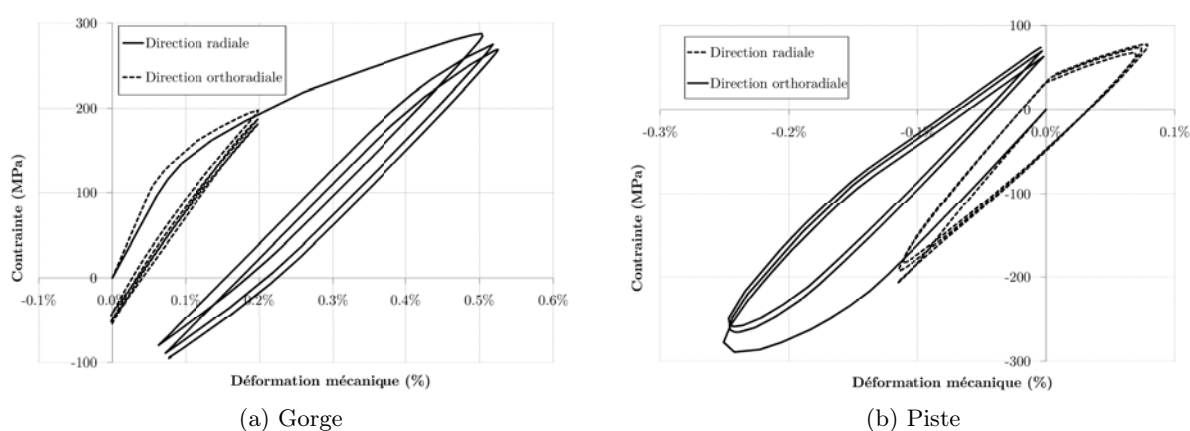


FIGURE 5.17 – Trajets de contrainte/déformation sur disque *D266* avec une loi sans fermeture ni dommage en compression

La situation est assez différente sur la piste où l'on a affaire à un chargement anisotherme complexe. Comme on le prévoyait, lors du freinage, le matériau passe fortement en compression jusqu'à atteindre  $-300$  MPa dans la direction orthoradiale (perpendiculaire aux fissures observées). Puis, lors du refroidissement, il passe en traction jusqu'à environ 60 MPa. C'est cette valeur qui est manifestement sur-estimée. Si le dommage en compression avait été pris en compte, cette contrainte aurait été inférieure de l'ordre de quelques dizaines de MPa.

En dehors de ces zones critiques, aucune autre partie du disque ne présente de comportement nécessitant la prise en compte de la refermeture, les lamelles sont soit ouvertes et elles le restent, soit fermées. Pour ce disque, si l'on ne s'intéresse pas à la contrainte maximale en traction mais plutôt à décrire la boucle d'hystérésis dans son ensemble, et par là même de prédire l'énergie dissipée par cycle ou toute autre grandeur reliée à la plasticité cyclique vue par le matériau, la loi utilisée ici semble suffisante.

Si l'on s'intéresse maintenant au cas d'un disque plus fortement sollicité, l'inertie du véhicule étant alors beaucoup plus importante, les conclusions sont très différentes. On présente sur la figure 5.18 l'hystérésis contrainte/déformation sur la piste. On s'aperçoit que la contrainte maximale en traction est supérieure à 80 MPa et induit donc un endommagement. Le module en décharge élastique est alors plus faible, conduisant à une sous-estimation de la contrainte minimale à chaud au cycle suivant ainsi qu'une surestimation en traction, et un endommagement plus

important encore. On observe alors une dérive impossible au sens physique du comportement et pouvant conduire à des durées de vie erronées.

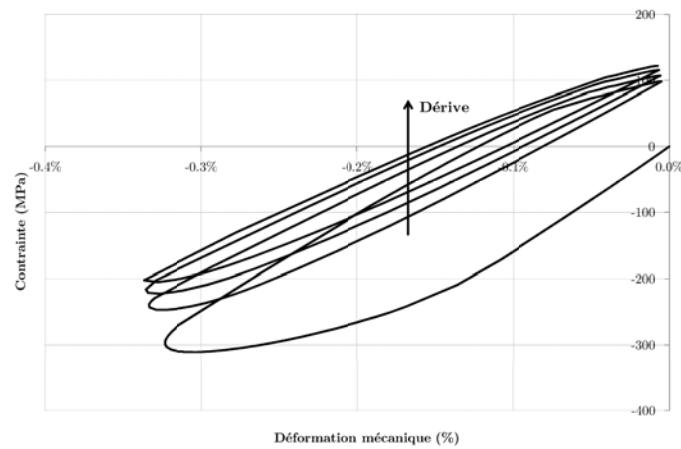


FIGURE 5.18 – Courbe contrainte/déformation sans dommage en compression sur la piste du disque *D330*

### 5.2.3 Gestion de l'ouverture/fermeture

La prise en compte de l'ouverture et de la fermeture des lamelles dans la zone des pistes s'avère indispensable pour deux raisons :

- Sans elle, le niveau de contrainte résiduelle de traction à froid est surestimé. On le verra dans le chapitre 7, ces contraintes résiduelles jouent un rôle majeur dans l'évolution du réseau de fissures radiales sur piste.
- Le comportement n'est pas stabilisé et entraîne une dérive vers les contraintes positives et une sous-estimation de l'énergie dissipée.

Afin de simuler le bon niveau de contraintes résiduelles, il est nécessaire de prendre en compte le dommage induit en compression. Celui-ci doit néanmoins être traité de manière différente du dommage induit en traction pour plusieurs raisons. Tout d'abord, on ne peut pas "activer" le dommage induit en compression tant que les lamelles sont fermées. Ensuite, **ce dommage doit dépendre cette fois de la déformation** et non de la contrainte, d'une part à cause de la nature différente de cet endommagement (incompatibilité des déformations au niveau des lamelles), et d'autre part afin de ne pas générer de dommage en compression là où il n'a pas lieu d'exister, c'est à dire dans la gorge ou le bol lorsque les contraintes deviennent négatives mais avec des déformations positives.

La première stratégie proposée est la suivante :

- Le dommage en compression est stocké dans une variable accessoire  $D_c$  dépendant de la déformation imposée.
- Lorsque la contrainte devient positive, on impose  $D = D_c$  dans la direction considérée. Le choix de prendre  $\sigma = 0$  comme valeur seuil est valable dans le cas où l'on répète toujours le même freinage. Si le cycle de chargement est composé de deux freinages, l'un "fort" et le suivant plus "faible", l'ouverture des lamelles intervient vraisemblablement à contrainte négative durant ce dernier. Prendre un seuil à contrainte nulle aura pour conséquence de

surestimer la contrainte de traction issue du deuxième freinage. Néanmoins, la contrainte maximale atteinte lors du premier freinage étant plus importante, c'est celle-ci qui pilotera l'évolution du réseau de faïençage.

- On simule le fait que les lamelles se referment en désactivant le dommage ( $D = 0$ ), et en gardant la condition de fermeture déjà explicitée auparavant (*i.e.* les lamelles se referment au même niveau de déformation que celui pour lequel elles se sont ouvertes).

La réponse du modèle utilisant cette stratégie est présentée sur la figure 5.19. On observe bien une activation du dommage à contrainte positive et un module en décharge plus faible que le module non endommagé. La désactivation du dommage n'a pas de base "physique" pour le matériau de l'étude : on passe brutalement d'un état homogène endommagé à un état homogène non endommagé. On a vu que dans la réalité, on est en présence de deux phases avec chacune un état de déformation plastique qui lui est propre. Il n'y a donc pas de raison *a priori* pour que l'on aboutisse à une réponse stabilisée de la structure. On constate en effet une dérive, liée à la surestimation de la contrainte minimale, impliquant une ouverture précoce puis une refermeture tardive et ainsi de suite. Tout cela aboutit à un décalage progressif de la boucle vers les valeurs positives.

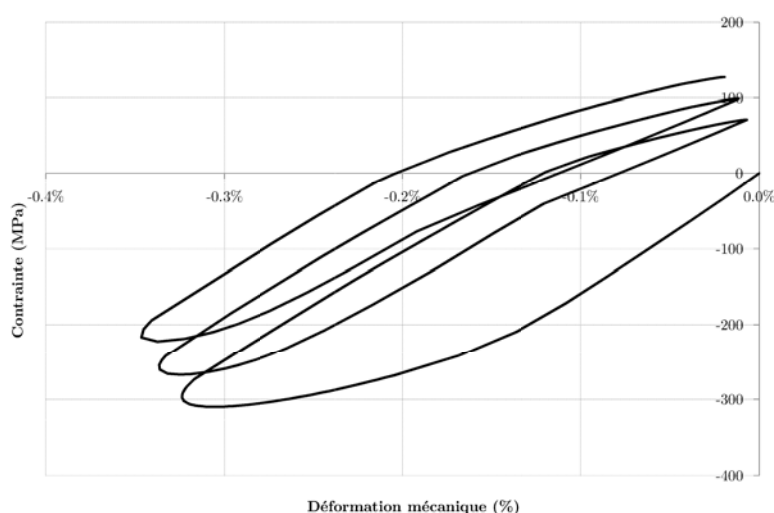


FIGURE 5.19 – Courbe contrainte/déformation avec dommage en compression et désactivation à l'ouverture

La solution adoptée pour éviter ce phénomène consiste alors à imposer une **désactivation du dommage toujours au même niveau de déformation**, évitant ainsi les phénomènes de dérive. Le choix le plus simple et le plus pragmatique est d'imposer une désactivation dès le début de la décharge. Cette condition est évidemment un non-sens sur les essais d'écroutissage cycliques et conduirait à une très mauvaise description du comportement en décharge. Néanmoins, sur les pistes du disque (seule zone où cette condition est de fait activée) l'erreur commise est minime, la refermeture intervenant très rapidement après la décharge. La réponse du modèle est présentée sur la figure 5.20. On constate une description stabilisée du comportement, avec une bonne prévision de la contrainte maximale et une erreur relativement faible durant la décharge.

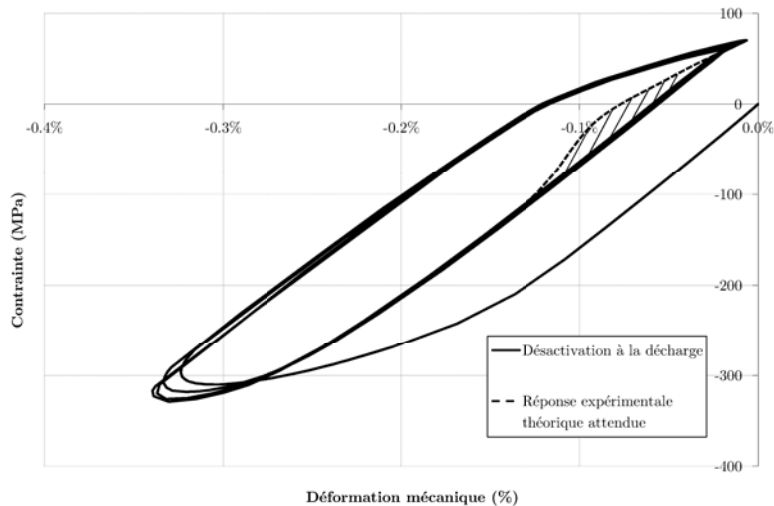


FIGURE 5.20 – Courbe contrainte/déformation avec dommage en compression et désactivation à la décharge

### 5.3 Conclusions sur le modèle de comportement

Nous avons tenté dans ce chapitre d'étendre le modèle de comportement proposé au chapitre 4 aux cas de chargements présentant une alternance ouverture/fermeture des lamelles de graphite. Nous avons proposé une modélisation basée sur une superposition de deux branches en parallèle, l'une représentant la matrice endommagée, l'autre sa partie complémentaire lorsque les lamelles rompues sont refermées. Cette modélisation nous a permis de simuler avec un degré élevé de précision les essais uniaxiaux d'érouissage cyclique ainsi que de nouveaux essais présentant des rapports de charges différents, démontrant ainsi la validité des choix effectués quant à la modélisation des mécanismes de déformation de la fonte GL.

La transposition directe de ce modèle uniaxial vers une description multiaxiale est toutefois impossible. Nous avons finalement proposé une loi de comportement pour la fonte GL basée sur les points suivants :

- On utilise le modèle de comportement proposé au chapitre 4.
- Hormis les pistes de freinage, le disque ne présente pas de zones où peut apparaître une alternance ouverture/fermeture, l'utilisation du modèle précédent est alors totalement justifiée.
- Un dommage en compression dépendant de la déformation est introduit dans le modèle.
- Ce dommage n'est de fait présent **que sur les pistes**, et n'est activé que lorsque la condition d'ouverture des lamelles est atteinte.
- La condition d'ouverture est définie par le passage à contrainte positive ou nulle dans la direction considérée.
- La fermeture intervient dès le début de la décharge, c'est-à-dire dès le début du freinage.

Ce modèle permet de simuler avec précision le comportement dans les zones du bol ou de la gorge de détente du disque. Sur les pistes, le comportement global asymptotique est également bien représenté, mais une erreur, faible mais bien réelle, existe au niveau de la décharge, entraînant notamment une légère surestimation de l'énergie mécanique dissipée lors d'un freinage.

# Chapitre 6

## Prévision de la durée de vie en fatigue

*Ce chapitre est consacré à la prévision de la durée de vie en fatigue de la gorge et du bol des disques de frein. Après une revue des principales approches et critères de fatigue oligocyclique, on présente la base expérimentale ainsi que les mécanismes d'endommagement observés. Un critère énergétique à l'amorçage est alors proposé et identifié. Des corrélations entre la durée de vie estimée sur pièce au calcul et la durée de vie expérimentale relevée sur banc d'essai permettent de valider la démarche.*

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>114</b>
<b>6.2</b>	<b>Étude bibliographique</b>	<b>114</b>
6.2.1	Différents domaines de fatigue	114
6.2.2	Différentes approches	114
6.2.3	Différents critères à l'amorçage en fatigue oligocyclique	117
<b>6.3</b>	<b>Base expérimentale</b>	<b>119</b>
<b>6.4</b>	<b>Mécanismes d'endommagement</b>	<b>120</b>
6.4.1	Observations MEB	120
6.4.2	Enveloppes Min-Max	123
<b>6.5</b>	<b>Un critère énergétique à l'amorçage</b>	<b>125</b>
<b>6.6</b>	<b>Application sur structure</b>	<b>127</b>
6.6.1	Essais sur banc	127
6.6.2	Simulation des essais sur banc	129
6.6.3	Corrélation calculs essais	130
<b>6.7</b>	<b>Conclusions</b>	<b>131</b>

---

## 6.1 Introduction

On peut définir la fatigue comme un mécanisme d'endommagement local sous sollicitations répétées pouvant conduire à l'amorçage d'une fissure puis à la rupture. Celui-ci peut se produire sans dégradation macroscopique observable, sans même dépasser la limite d'élasticité.

Le phénomène de fatigue est rencontré dans de nombreux composants mécaniques sur un véhicule automobile. En effet, les chargements extérieurs (chargement lié au moteur, sollicitations liées aux efforts transmis par les roues, sollicitations thermiques, *etc.*) engendrent des contraintes locales variables dans le temps qui peuvent conduire à la ruine de la structure.

Ce chapitre est dédié à l'étude de la durée de vie en fatigue dans le bol ou la gorge du disque, la problématique du faïençage étant traitée dans le dernier chapitre. On rappelle ici le postulat de départ de cette étude, à savoir que la démarche de dimensionnement à la fatigue est basée sur un découplage entre le comportement et l'endommagement. Le critère de fatigue retenu devra donc pouvoir être utilisé en post-traitement d'un calcul par éléments finis sur la structure étudiée. Ce choix exclut de fait toutes les approches liées à l'endommagement continu ; celles-ci ne seront donc pas traitées ici.

## 6.2 Étude bibliographique

### 6.2.1 Différents domaines de fatigue

Dans la littérature, on retrouve souvent une distinction entre *fatigue oligocyclique* et *fatigue polycyclique* basée sur un nombre de cycles (noté  $N_r$ ) pour lequel on constate la rupture de la structure considérée. En deçà de quelques dizaines de milliers de cycles, on considère que l'on est dans le domaine de la *fatigue oligocyclique*, et au delà, dans celui de la *fatigue polycyclique* (à grands nombre de cycles).

Dans ce dernier, on distingue encore le domaine de l'endurance limitée ( $N_r$  inférieur à quelques millions de cycles) et celui de l'endurance illimitée, pour lequel les chargements sont si faibles que l'on n'observe "jamais" la rupture de la structure.

Comme cette classification peut sembler assez subjective, certains auteurs ([Constantinescu et al., 2003](#)) en proposent une basée sur la réponse asymptotique de la structure (figure 6.1) : les domaines oligocyclique et polycyclique s'y distinguent par la caractéristique dissipative de la réponse asymptotique. Le premier se caractérise par un état accommodé (figure 6.1b) tandis que le second est associé à un état adapté à l'échelle macroscopique (figure 6.1c). L'endurance illimitée correspond à un état adapté également à l'échelle mésoscopique ([Dang Van, 1973](#)). L'effet de rochet (figure 6.1a) conduit à une augmentation rapide de la déformation plastique et à la ruine prématurée de la structure. Ce type de comportement est donc proscrit.

Sur la durée de vie d'un disque de frein, qui se situe aux alentours de 60 000 km, le nombre moyen de coups de frein est de l'ordre de 100 000. Une grande majorité de ces freinages est effectuée à basse vitesse et faible décélération, n'engendrant pas de dissipation plastique dans le disque. Une part plus faible (de l'ordre de quelques milliers) d'entre eux engendrent un comportement dissipatif du disque et **motivent le choix de se placer dans le cadre du dimensionnement à la fatigue oligocyclique.**

### 6.2.2 Différentes approches

Le dimensionnement à la fatigue d'une structure peut s'envisager de deux manières différentes. La première consiste à considérer qu'à partir du moment où une fissure macroscopique

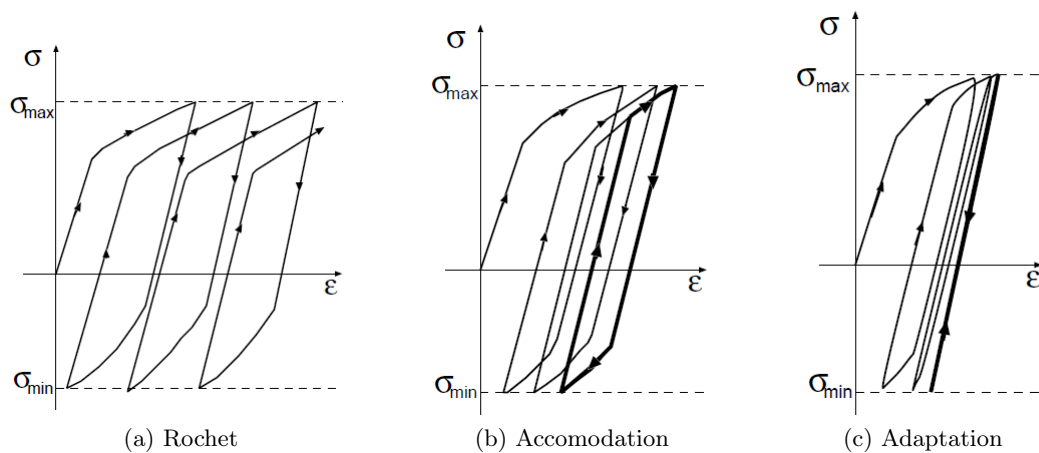


FIGURE 6.1 – Comportements asymptotiques sous chargement cyclique (Maitournam, 2008)

est détectable, la structure est considérée comme ruinée même si celle-ci est encore fonctionnelle. Cette approche est dite **à l'amorçage**. Dans la seconde, on considère que même si une fissure apparaît, on souhaite tirer parti, dans le dimensionnement, du temps qui va s'écouler jusqu'à la rupture complète de la structure, c'est-à-dire du temps que va mettre la fissure à se propager totalement. Cette approche est dite **en propagation**. Le choix de telle ou telle approche est souvent conditionné par le temps relatif entre les phases d'amorçage et de propagation dans la structure.

La figure 6.2 représente, pour une éprouvette soumise à un chargement de traction uniaxiale cyclique, l'évolution de la raideur apparente  $K = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}$  en fonction du nombre de cycles  $N$ . Après une phase généralement courte (phase I) correspondant à un éventuel adoucissement ou durcissement cyclique, on observe un comportement dit "stabilisé" (phase II) où la raideur apparente n'évolue que très faiblement. Durant cette phase, on considère que l'endommagement évolue, mais de manière suffisamment lente et confinée, de sorte qu'il n'a pas d'influence sur le comportement macroscopique de l'éprouvette. Le nombre de cycles à l'amorçage  $N_a$  correspond à la fin de cette phase, il est défini généralement par une chute de 10% de la raideur apparente (ou de la contrainte) par rapport à l'état stabilisé. Durant la dernière phase (phase III), la fissure se propage plus ou moins rapidement jusqu'à la rupture totale de l'éprouvette, correspondant au nombre de cycles à rupture  $N_r$ .

Si le nombre de cycles en propagation est très inférieur au nombre de cycles à rupture ( $N_r - N_a \ll N_r$ ), on aura tendance à privilégier une approche en amorçage. Si au contraire le nombre de cycle en propagation est très supérieur ( $N_r - N_a \gg N_a$ ) à celui à l'amorçage (ou simplement supérieur, voire égal), l'utilisation d'une approche en propagation s'avérera plus pertinente.

### Dimensionnement à la propagation

L'étude de la propagation de fissure a fait l'objet et continue de le faire, de très nombreux travaux, on trouve une littérature abondante sur le sujet. Les modèles les plus utilisés sont basés sur le concept de la mécanique élastique linéaire de la rupture (MELR), qui utilise les facteurs d'intensité de contrainte  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$  associés aux modes d'ouverture  $I$ ,  $II$  et  $III$ , le mode  $I$  étant le plus couramment utilisé (car le plus fréquemment rencontré). Le facteur  $K_I$  décrit l'intensité des contraintes à l'avant de la pointe de la fissure. Il est proportionnel aux discontinuités des déplacements des lèvres de la fissure, et ne dépend que de la contrainte à



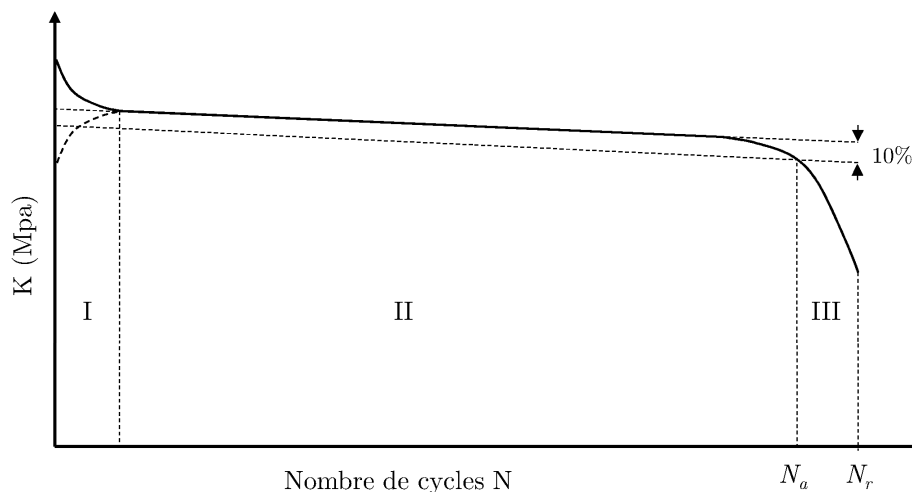


FIGURE 6.2 – Évolution de la raideur apparente d’une éprouvette ou d’une structure sous chargement cyclique

l’infini  $\sigma$ , de la longueur de la fissure  $a$ , et de la forme de la structure. Il s’écrit de manière générale :

$$K_I = Y \sigma \sqrt{\pi a} \quad (6.1)$$

où  $Y$  est une fonction qui caractérise la géométrie de l’éprouvette ou de la structure et du type de chargement.

Le calcul du facteur d’intensité de contrainte consiste donc principalement à déterminer la forme de la fonction  $Y$ . Plusieurs méthodes existent pour calculer  $K$ . De nombreux ouvrages sont consacrés à la détermination analytique de l’expression du facteur d’intensité de contrainte pour des géométries simples. Il existe également des méthodes de superposition de solutions, d’autres utilisant des fonctions de poids, des méthodes expérimentales, énergétiques ou numériques.

Dans le cas où l’on considère une plasticité confinée, l’intensité des contraintes au voisinage de la pointe d’une fissure peut également être caractérisée par certaines intégrales de contour issues de la loi de conservation de l’énergie (Eshelby, 1968). Parmi les plus connues, on peut citer l’intégrale  $J$  de Rice et Cherepanov (Rice, 1968; Cherepanov, 1969).

Dans le cas de chargements cycliques, on utilise  $\Delta K$ , la différence entre les valeurs maximale et minimale de  $K$ , comme grandeur gouvernant la propagation de la fissure. Si  $\Delta K$  est inférieur à un certain seuil  $\Delta K_S$ , on n’observe pas de propagation de fissure de fatigue. Au delà de cette valeur, on peut relier, dans un régime stable, la vitesse de propagation de fissure (en m/cycle) à  $\Delta K$  par une loi puissance (loi de Paris-Erdogan ou une de ses dérivées) :

$$\frac{da}{dN} = A \Delta K^m \quad (6.2)$$

Lorsque la valeur de  $\Delta K$  devient trop grande, la propagation est alors brutale et instable, conduisant à la ruine rapide de l’échantillon.

L’utilisation d’une telle approche nécessite de recourir à une adaptation du maillage de la structure à chaque pas de chargement ou à l’utilisation de cinématiques enrichies (X-FEM). Pour la première, la taille de la fissure doit être réactualisée en permanence afin de caractériser l’intensité des contraintes de manière pertinente. Dans l’industrie automobile, où les délais de

conception sont très courts, les calculs se doivent d'être rapides, ce qui explique que ces approches sont de ce fait très peu utilisées.

### Dimensionnement à l'amorçage

Cette approche présente l'avantage majeur d'être simple dans sa mise en œuvre et permet d'aboutir à des résultats très satisfaisants dans des temps relativement courts et compatibles avec les contraintes de développement du milieu automobile. La démarche consiste à simuler le comportement de la structure jusqu'à atteindre l'état stationnaire et c'est sur cet état qu'un critère à l'amorçage reliant certaines grandeurs physiques et le nombre de cycles à amorçage  $N_a$  est utilisé.

Pour ces raisons, cette démarche de dimensionnement est très largement répandue dans l'industrie automobile et utilisée quasi exclusivement chez *PSA Peugeot Citroën*, dans le domaine oligocyclique (Charkaluk, 1999; Launay, 2011) comme dans le domaine polycyclique (Fayard, 1996). Des travaux permettant de prendre en compte la phase de propagation de fissures dans les pontets inter-soupapes des culasses Diesel ont toutefois récemment été menés au sein du groupe (Merhy, 2011).

Néanmoins, la prise en compte dans le processus de dimensionnement de la phase de propagation n'a été rendue possible sur les culasses que parce que les conséquences d'une rupture complète du pontet inter-soupape ne se traduit que par une circulation d'eau dans la chambre de combustion et au pire, une casse du moteur ne mettant pas en jeu la vie du conducteur.

Dans le cas des disques de freins, si une fissure s'amorce dans le bol ou dans la gorge, on ne prendra pas le risque de tirer parti de la phase de propagation, le risque vital en cas de rupture du disque étant clairement engagé. **L'approche à l'amorçage sera donc celle retenue pour la suite de cette étude.**

### 6.2.3 Différents critères à l'amorçage en fatigue oligocyclique

On présente ici un certain nombre de critères de fatigue significatifs dans le domaine oligocyclique. Le classement proposé repose sur la nature de la grandeur physique utilisée dans la formulation des critères.

#### Critères en déformation plastique

Le critère de Manson-Coffin a été proposé simultanément par Manson (1953) et Coffin (1954) pour prédire la durée de vie en régime oligocyclique des matériaux métalliques lors d'essais de fatigue uniaxiaux. Il s'appuie sur l'amplitude de déformation plastique  $\Delta\varepsilon_p$  dans la direction de sollicitation :

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_a)^{c'} \quad (6.3)$$

où  $\varepsilon'_f$  est le coefficient de ductilité en fatigue et  $c'$  l'exposant de ductilité en fatigue.

Le critère prend la forme d'une droite dans un diagramme  $\log \Delta\varepsilon_p - \log N_a$ . Une autre écriture, strictement équivalente, fait apparaître les deux coefficients de cette droite,  $\beta$  et  $C$  :

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \cdot N_a^\beta = C \quad (6.4)$$

où  $\beta = -c'$  et  $C = 2^{c'} \cdot \varepsilon'_f$ .

En s'appuyant sur la relation de [Basquin \(1910\)](#) :

$$\frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_a)^{b'} \quad (6.5)$$

et en décomposant la déformation totale en une partie élastique et une partie plastique ( $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$ ), on aboutit à la relation suivante, valable dans le domaine oligocyclique comme polycyclique :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_a)^{b'} + \varepsilon'_f (2N_a)^{c'} \quad (6.6)$$

où  $\sigma'_f$  est le coefficient de tenue en fatigue et  $b'$  est l'exposant de déformation de fatigue.

Ce critère présente un certain nombre de limitations. Tout d'abord, il est formulé de manière uniaxiale et sa généralisation aux cas de chargement multiaxial s'avère complexe. [Maitournam \(2008\)](#) propose ainsi d'utiliser le rayon de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement dans l'espace des déformations plastiques pour calculer  $\Delta\varepsilon_p$ . Ensuite, le critère ne permet pas de rendre compte de l'effet d'une contrainte moyenne. Enfin, la notion d'amplitude de déformation est difficilement généralisable au cas anisotherme puisque la limite d'élasticité dépend de la température. On ne peut pas alors faire la part entre une déformation produite à basse et à haute température, celles-ci ne provoquant pas le même endommagement.

[Taira \(1973\)](#) propose, afin de traiter le problème anisotherme, de rajouter un terme  $\lambda(T)$  dépendant de la température pour rendre les paramètres  $\beta$  et  $C$  indépendants vis-à-vis de la température :

$$\lambda(T) \left( \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} N_a^\beta \right) = C \quad (6.7)$$

La question de la généralisation aux chargements multiaxiaux ainsi que l'effet de la contrainte moyenne reste néanmoins posée.

### Critère en contrainte et déformation

Le critère de Smith-Watson-Topper ([Smith \*et al.\*, 1970](#)) se concentre sur la prise en compte de l'effet de contrainte moyenne via l'utilisation de la contrainte maximale  $\sigma_{max}$  perçue par la structure durant le cycle de chargement. En s'appuyant sur la relation (6.6) et en faisant l'hypothèse que  $\sigma_{max} \approx \sigma'_f (2N_a)^{b'}$ , les auteurs aboutissent à la relation suivante :

$$\sigma_{max} \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_a)^{2b'} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_a)^{b'+c'} \quad (6.8)$$

### Critères énergétiques

[Morrow \(1965\)](#) propose d'utiliser, dans la formulation d'un critère, un paramètre scalaire plus intrinsèque : l'énergie dissipée par cycle en régime stabilisé, incontestablement plus adapté à des chargements multiaxiaux. L'idée consiste à considérer qu'à chaque cycle, le matériau composant la structure étudiée emmagasine une certaine quantité d'énergie qui l'endommage. Le cumul de cette énergie jusqu'à une énergie critique conduit alors à la ruine de la structure. Le critère est formulé selon :

$$\Delta W_{diss} N_a^b = C \quad (6.9)$$

b et C étant des constantes du matériau.

Skelton (1991), Charkaluk (1999) et Verger (2002) ont utilisé avec succès l'**énergie mécanique** dissipée par mécanismes (visco)plastiques durant un cycle pour prédire la durée de vie respectivement d'alliages métalliques à haute température, de fontes GS pour collecteur d'échappement automobile, et d'alliages d'aluminium pour culasses Diesel. La déformation élastique étant réversible et l'énergie stockée durant la phase de charge étant libérée durant la décharge, **sur un cycle fermé**, l'énergie dissipée s'écrit :

$$\Delta W_{diss} = \int_{cycle} \underline{\underline{\sigma}}(t) : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{vp}(t) dt \quad (6.10)$$

Doudard (2004) utilise l'énergie dissipée critique **microscopique**, dans un modèle à deux échelles, permettant de prédire la durée de vie en fatigue polycyclique à partir d'un essai d'échauffement. Afin de rendre compte du caractère aléatoire de la limite d'élasticité microscopique  $\sigma_y^\mu$ , il propose de la représenter par un processus ponctuel de Poisson-Weibull dont l'intensité est décrite par une loi puissance ayant comme paramètre d'échelle  $S_0$  et comme exposant le module de Weibull  $m$ .

Il montre que l'énergie dissipée au cours d'un cycle pour un site de limite d'élasticité  $\sigma_y^\mu$  est indépendante de la contrainte moyenne. Pour rendre compte de l'influence d'une contrainte moyenne  $\Sigma_m$ , il choisit alors de modifier l'intensité du processus de Poisson-Weibull afin qu'il dépende de  $\Sigma_m$ . Il suppose alors que  $S_0(\Sigma_m)$  est une fonction linéaire de  $\Sigma_m$  :

$$S_0(\Sigma_m) = S_0 + \alpha_m \Sigma_m \quad (6.11)$$

où  $\alpha_m$  est un paramètre identifié à partir d'un essai d'échauffement supplémentaire à  $R = 0$  par exemple.

Amiable *et al.* (2006) ont proposé une extension du critère défini par la relation (6.9) permettant de mieux prédire les effets de contrainte moyenne. Pour modéliser le fait que les microfissures, ouvertes sous l'effet d'une pression hydrostatique positive, sont des sites d'amorçage potentiel plus critiques que les fissures fermées, les auteurs ont ajouté une dépendance à la pression hydrostatique maximale par cycle :

$$(\Delta W_{diss} + \alpha P_{max}) N_a^b = C \quad (6.12)$$

où  $\alpha$  est un paramètre à identifier à partir d'essais de fatigue.

## 6.3 Base expérimentale

### Base existante

On dispose d'essais de fatigue uniaxiaux réalisés dans le cadre des travaux de Nguyen (2001). Ils ont été réalisés sur des éprouvettes cylindriques à différentes températures et à déformation imposée, la vitesse de déformation étant toujours de  $10^{-3} s^{-1}$ . La détection de l'amorçage est effectuée telle que présentée au § 6.2.2 avec une chute de la contrainte maximale de 10%. Les conditions expérimentales sont synthétisées dans le tableau 6.1.

Peu d'essais de cette base expérimentale présentent un nombre de cycles à rupture faible (moins de 200 cycles). Or, on le verra par la suite, les essais de fatigue sur disque de frein effectués sur banc, pour des raisons de temps d'immobilisation du banc, doivent présenter un nombre de cycles à amorçage relativement faible. Aussi, afin de compléter la base expérimentale pour de faibles nombres de cycles, une nouvelle campagne a été décidée.

Dénomination	Température (°C)	$\Delta\varepsilon$	$N_a$
20-1	20	0.008	65
20-2	20	0.008	68
20-3	20	0.005	400
20-4	20	0.004	2750
20-5	20	0.005	309
20-6	20	0.004	630
20-7	20	0.004	600
20-8	20	0.003	1400
300-1	300	0.004	1900
300-2	300	0.005	66
300-3	300	0.005	293
400-1	400	0.004	1850
400-2	400	0.005	570
400-3	400	0.005	715
500-1	500	0.005	250
500-2	500	0.005	416
500-3	500	0.0035	2750
500-4	500	0.0035	2144
500-5	500	0.004	1250
500-6	500	0.004	1000
700-1	700	0.003	150
700-2	700	0.002	1600
700-3	700	0.0014	6200
700-4	700	0.0012	12000

TABLEAU 6.1 – Base expérimentale existante

## Essais réalisés

Ces essais ont été réalisés au LMT dans des conditions expérimentales équivalentes à celles de la première campagne (Tableau 6.1). La machine de traction hydraulique (MTS de 100  $kN$ ) est identique à la précédente (§ 5.1.3) et on utilise un extensomètre de longueur de jauge  $L_0 = 12\text{ mm}$ . Les conditions expérimentales sont synthétisées dans le tableau 6.2.

## 6.4 Mécanismes d'endommagement

### 6.4.1 Observations MEB

Des observations au microscope électronique à balayage (MEB) ont été effectuées sur 3 éprouvettes issues des essais réalisés au LMT :

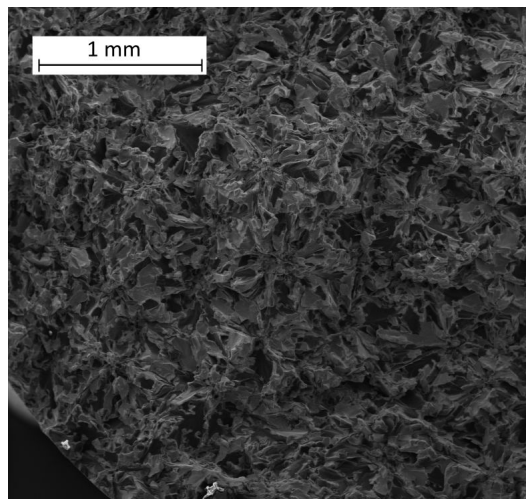
- un essai de traction simple (l'essai *LMT-traction*) ;
- un essai présentant un nombre de cycles à rupture faible (l'essai *LMT-1*) ;
- un essai présentant un nombre de cycles plus important (l'essai *LMT-9*).

Dénomination	Température (°C)	$\Delta\varepsilon$	$N_a$
LMT-traction	20	0.02	-
LMT-1	20	0.008	61
LMT-2	20	0.008	83
LMT-3	20	0.008	47
LMT-4	20	0.007	115
LMT-5	20	0.007	128
LMT-6	20	0.007	90
LMT-7	20	0.006	190
LMT-8	20	0.006	240
LMT-9	20	0.005	1070

TABLEAU 6.2 – Essais réalisés au LMT à 20°C

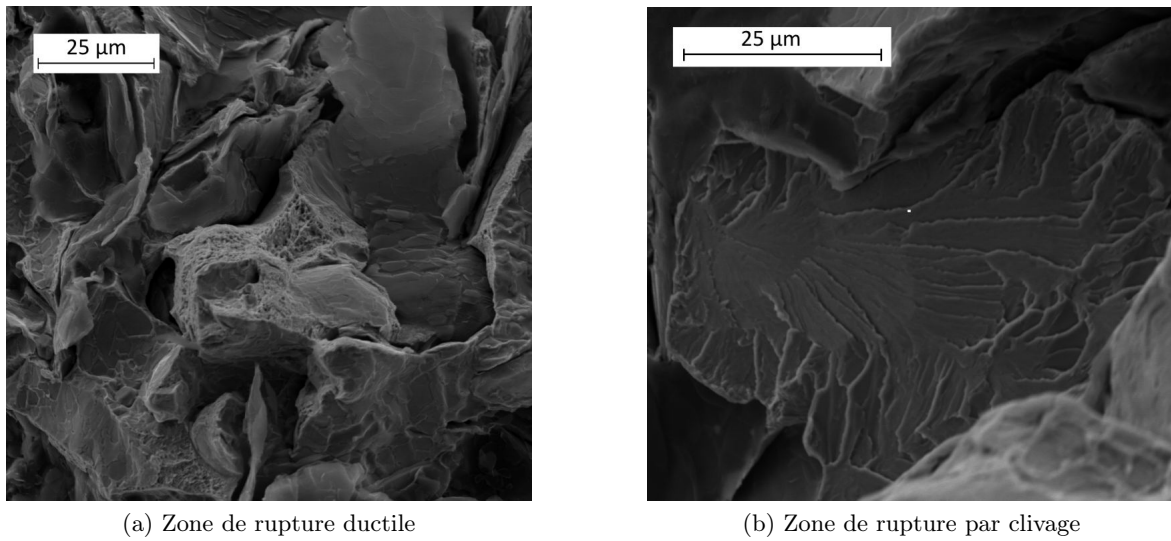
### Essai de traction

Sur la figure 6.3, on peut observer le faciès de rupture de l'éprouvette de traction avec un grossissement de 35. On constate sans surprise que le faciès suit le relief formé par les lamelles de graphite, caractéristique de la fonte GL. Si l'on effectue une observation à une échelle beaucoup plus fine, on observe (figure 6.4a) une zone présentant des cupules typiques d'une rupture ductile et la présence de déformations plastiques. Cette zone est entourée de zones au relief plus plat, très vraisemblablement ce qui reste des lamelles de graphite rompues. Sur la figure 6.4b, une zone de clivage plus typique d'une rupture fragile est mise en évidence.

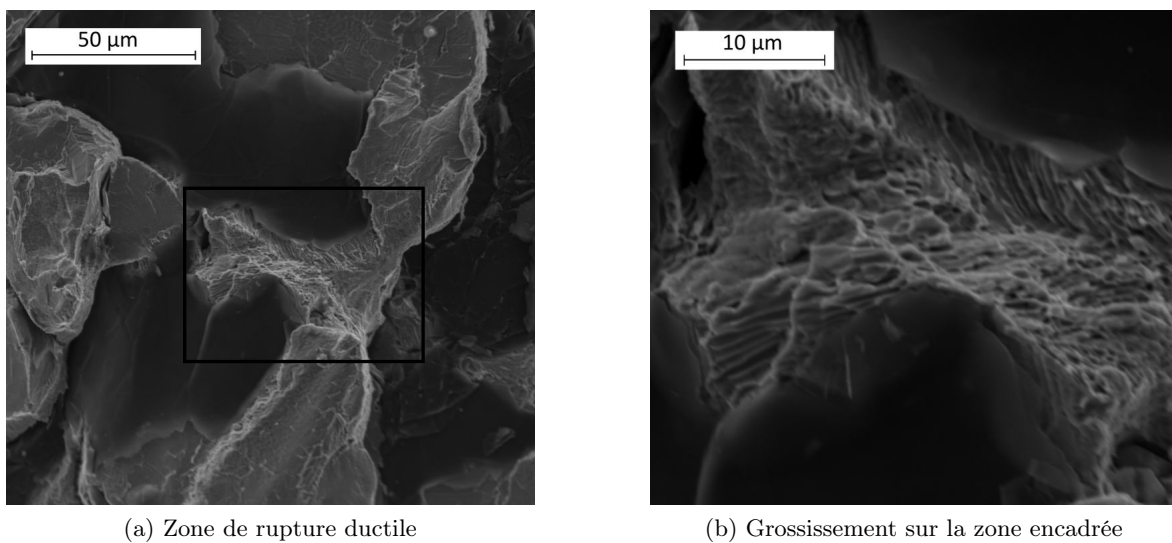
FIGURE 6.3 – Faciès de rupture de l'essai *LMT-traction*

### Essai *LMT-1*

Sur cet essai présentant un niveau de chargement assez important (0.4%), on observe de nombreux sites de cupules dans la matrice perlitique (figure 6.5), encore une fois entourés de zones de lamelles rompues. Ces observations confirment l'hypothèse que sous un chargement cyclique, un phénomène de plasticité est déclenché dans la matrice, accompagné d'une décohésion progressive des lamelles de graphite. On n'observe pas ici de zones de clivage, ce phénomène étant

FIGURE 6.4 – Observations fines du faciès de rupture lors de l'essai *LMT-traction*

vraisemblablement activé pour des niveaux de déformation bien plus importants.

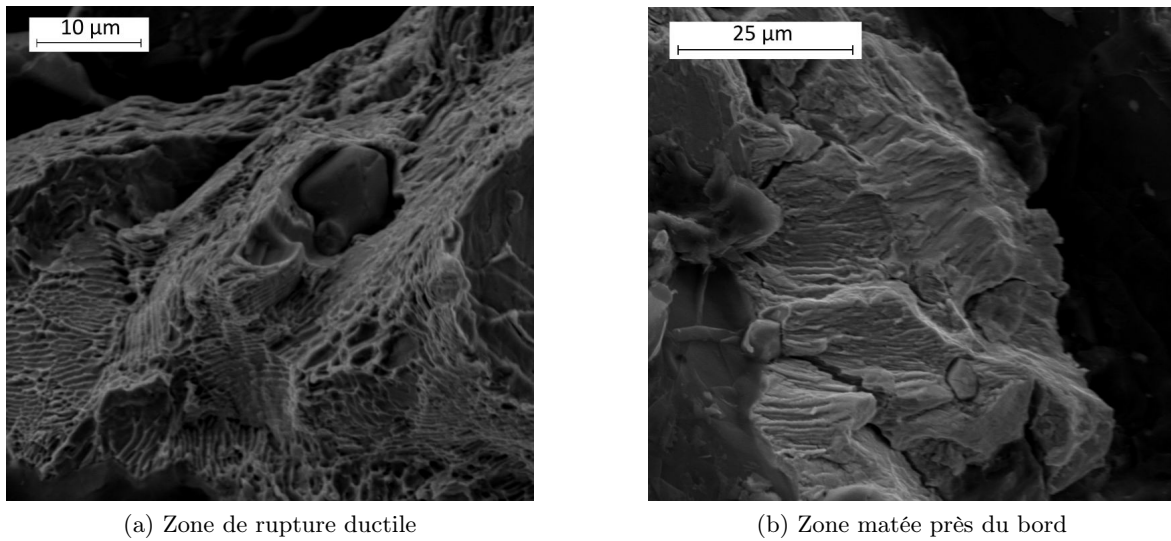
FIGURE 6.5 – Observations fines du faciès de rupture lors de l'essai *LMT-1*

### Essai *LMT-9*

Sur cette éprouvette ayant subi beaucoup plus de cycles ( $\geq 1000$ ), on observe plus difficilement des zones de cupules (figure 6.6a). La raison avancée est qu'une fois la fissure amorcée, celle-ci s'est propagée relativement lentement (entre 100 et 200 cycles), conduisant à un matage de la surface de rupture (figure 6.6b) et rendant l'analyse très délicate.

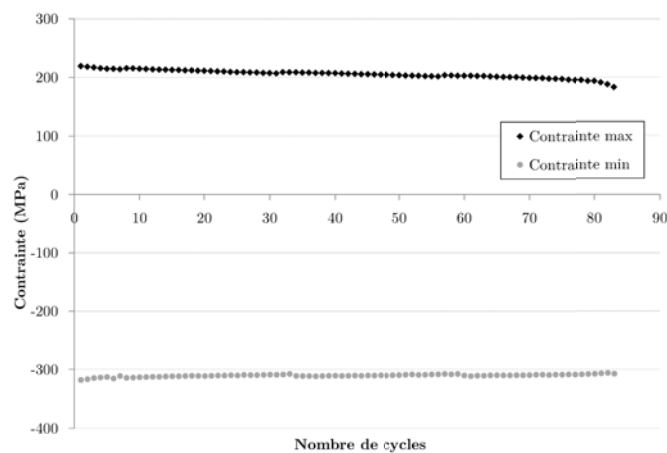
Les conclusions quant aux mécanismes d'endommagement restent néanmoins les mêmes que pour l'essai précédent.



FIGURE 6.6 – Observations fines du faciès de rupture lors de l'essai *LMT-9*

#### 6.4.2 Enveloppes Min-Max

On présente sur les figures 6.7 à 6.9 les contraintes maximales et minimales atteintes pour chaque cycle de chargement, et ce pour trois essais réalisés au LMT présentant un nombre de cycles à amorçage croissant. On observe rapidement un état stabilisé avant la rupture rapide de l'éprouvette. Cela nous conforte dans le choix que nous avons fait de découpler comportement et endommagement (au sens de l'amorçage d'une fissure macroscopique). La démarche consistant à simuler le comportement de la structure jusqu'à un état stationnaire, puis d'appliquer un critère de fatigue sur une grandeur physique prise sur ce même état est ici justifiée.

FIGURE 6.7 – Enveloppe des contraintes Min et Max de l'essai *LMT-1*

Sur ces trois graphiques, on peut observer un même phénomène dont l'amplitude s'accroît quand le niveau de déformation imposée diminue. Il s'agit d'un phénomène d'adoucissement cyclique, mais uniquement sur les contraintes maximales, ce qui va à l'encontre du phénomène classique d'adoucissement où l'on devrait également observer ce phénomène sur les contraintes minimales. Sur l'essai *LMT-1* (figure 6.7), où la déformation imposée est de 0.4%, ce phénomène



est quasiment inexistant, de l'ordre de quelques MPa, et l'état stationnaire est atteint au bout de quelques cycles. Sur l'essai *LMT-7* (figure 6.8) où la déformation imposée est de 0.3%, le phénomène est un peu plus marqué et l'on arrive à stabilisation au bout d'environ 75 cycles. Enfin, sur l'essai *LMT-9* (figure 6.9) où la déformation imposée est de 0.25%, le phénomène est encore plus visible et l'état stabilisé intervient après environ 200 cycles.

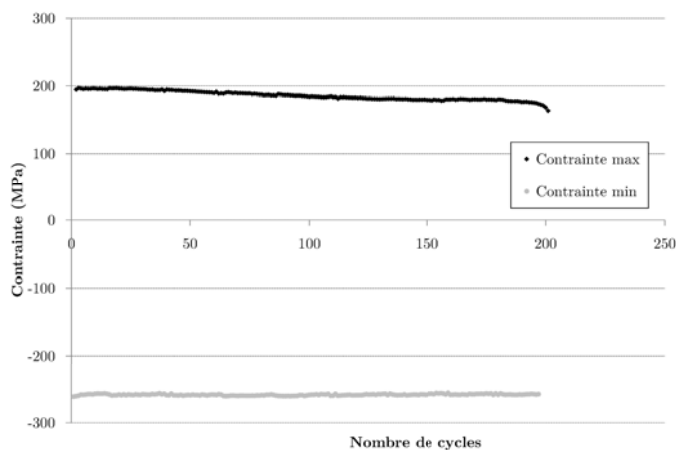


FIGURE 6.8 – Enveloppe des contraintes Min et Max de l'essai LMT-7

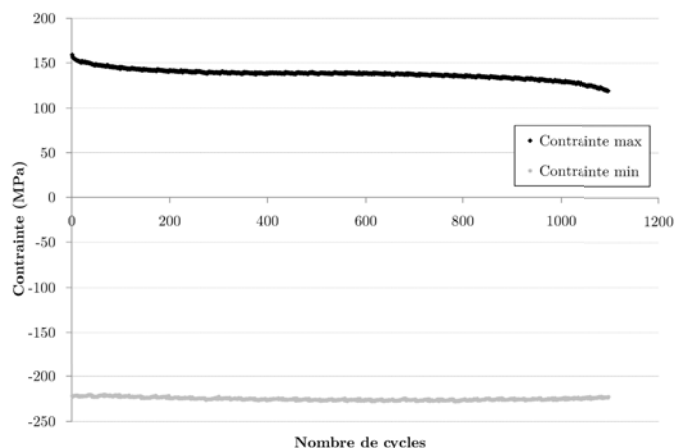


FIGURE 6.9 – Enveloppe des contraintes Min et Max de l'essai LMT-9

Le fait que l'on n'observe pas d'évolution des contraintes minimales nous amène à penser que le phénomène est dû à une décohésion des lamelles de graphite. Or, on a vu au chapitre 5 que cette décohésion était immédiate et reliée à la contrainte appliquée, ce qui semble être en contradiction avec les observations présentes.

L'explication que nous avançons est que la décohésion est effectivement pilotée par la contrainte de manière "instantanée", mais que **sous un chargement répété**, même pour un niveau de contrainte plus faible, **il y a décohésion de l'ensemble des lamelles perpendiculaires à la direction de sollicitation**.

Nous avons pu valider cette hypothèse de la manière suivante. Nous avons simulé, avec le modèle de comportement proposé, ces trois essais. Le dommage étant induit par la contrainte, celui-ci est différent dans les trois cas. A chaque fois, la contrainte maximale obtenue est bien celle observée en début d'essai. Si l'on impose maintenant durant la simulation une valeur de dommage fixée à 0.4, correspondant à l'endommagement maximal (cf. 4.3.1), la contrainte maximale

obtenue est exactement celle correspondant à la valeur expérimentale dans l'état stationnaire.

Cette constatation ne va pas sans poser un problème dans la démarche de dimensionnement. En effet, rien ne prouve que pour des sollicitations encore plus faibles, on aboutisse à un dommage de 0.4. Il serait donc totalement déraisonnable d'imposer par exemple  $D = 0.4$  sur toute la structure. La solution idéale serait de quantifier précisément les conditions pour lesquelles cet état asymptotique est atteint, température par température, et de l'incorporer dans le modèle. Cette solution n'est toutefois pas envisageable car, d'une part elle nécessiterait une importante campagne expérimentale, et d'autre part, elle impliquerait de devoir simuler plusieurs dizaines, voire centaines de cycles de chargement sur structure, ce qui est incompatible avec les délais de conception de l'industrie automobile.

La solution la plus pragmatique est alors de conserver la loi de comportement et la loi d'évolution du dommage telles que définies au chapitre 5, mais, afin de conserver une cohérence avec la démarche, de **mesurer** les grandeurs physiques intervenant dans le critère de fatigue non pas sur l'état stationnaire, mais sur les premiers cycles de chargement

## 6.5 Un critère énergétique à l'amorçage

Nous avons vu au chapitre précédent le caractère anisotherme du chargement, caractérisé par une plastification cyclique. Les observations au MEB ont permis de mettre en évidence un endommagement de type ductile associé à l'apparition de zones plastiques entre les lamelles de graphite rompues. Le choix d'un critère énergétique semble alors être naturel pour cette étude. La force des approches énergétiques est également liée au faible nombre de paramètres du critère (2 ou 3 selon que l'on tient compte ou non de la pression hydrostatique) et à la simplicité de la démarche d'identification.

### Choix d'un critère

On cherche généralement à définir le critère à 50% de défaillance. La relation entre les logarithmes de la variable d'endommagement et le nombre de cycles à amorçage étant linéaire, il est alors possible d'utiliser une régression linéaire qui a pour objectif d'étudier la dépendance sous forme linéaire de deux grandeurs. Si l'on considère  $S$  la série statistique à deux variables quantitatives discrètes  $\log(\Delta W)$  et  $\log(N)$ , que l'on peut simplifier par  $X$  et  $Y$ , de taille  $n$  définie par  $S = \{(x_i; y_i)\}_{1 \leq i \leq n}$ , on cherche la droite d'équation  $y = ax + b$  qui soit la plus proche possible de l'ensemble de ces points.

Il existe plusieurs méthodes ou principes qui permettent d'associer une droite à un ensemble de points du plan. La plus répandue est la droite des moindres carrés. Cette approche déterministe minimise la somme des carrés des distances des points à la droite, mesurées selon l'axe des abscisses ou celui des ordonnées. On a donc le choix entre la droite des moindres carrés de  $Y$  par rapport à  $X$  et à celle de  $X$  par rapport à  $Y$ . La première conduit à une équation de la forme :

$$y = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\text{var}(Y)}(x - \bar{x}) + \bar{y} \quad (6.13)$$

et, en inversant le rôle des variables, la seconde a une équation de la forme :

$$y = \frac{\text{var}(Y)}{\text{cov}(X, Y)}(x - \bar{x}) + \bar{y} \quad (6.14)$$

où  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$  sont les moyennes arithmétiques de  $X$  et de  $Y$ .

On a naturellement tendance à considérer la régression de  $\log(\Delta W)$  en fonction de  $\log(N)$ . Or cette représentation semble erronée car, à l'usage, on déduit  $N$  à partir de  $\Delta W$  et non l'inverse. D'un point de vue plus statistique,  $N$  est une variable dépendante tandis que  $\Delta W$  est une variable indépendante et on postule une relation de causalité entre elles. En effet, c'est bien la densité d'énergie inélastique qui est à l'origine de l'amorçage d'une fissure de fatigue. Représenter  $N$  en ordonnée et  $\Delta W$  en abscisse semble alors une représentation plus logique pour identifier les paramètres du critère. Le coefficient de corrélation linéaire  $R$ , outil statistique permettant de mesurer le niveau de corrélation de la droite de régression est identique pour les deux droites et s'exprime de la manière suivante :

$$R = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma(x)\sigma(y)} \quad (6.15)$$

avec  $\sigma$  l'écart type.

C'est cet outil que l'on utilise afin de juger de la pertinence de la prise en compte de la pression hydrostatique dans la formulation du critère de fatigue. L'ordre de grandeur de la pression hydrostatique maximale est de  $10^2$  MPa, et celui de l'énergie dissipée varie de  $10^{-3}$  à  $10^0$  mJ.mm<sup>-3</sup>. Afin d'obtenir des paramètres du même ordre de grandeur dans le critère (6.12), le paramètre  $\alpha$  d'Amiabile doit être inférieur à  $10^{-3}$ . On se propose donc de tracer l'évolution du coefficient de corrélation  $R$  pour toute la base expérimentale disponible, en fonction de  $\alpha$  jusqu'à  $10^{-3}$  (figure 6.10).

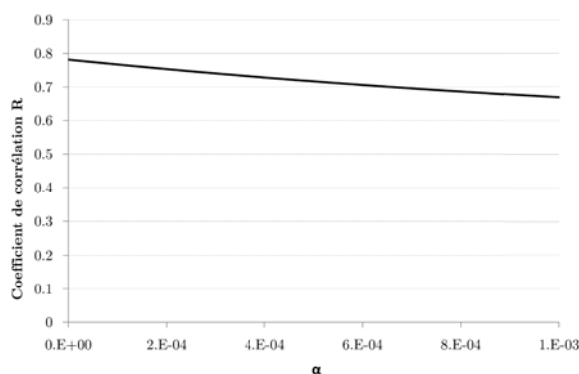


FIGURE 6.10 – Evolution de  $R$  en fonction du paramètre  $\alpha$  du critère d'Amiabile

On observe que la valeur maximale de  $R$  est atteinte pour  $\alpha = 0$ , suivie d'une décroissance continue. On en conclut que, pour la base expérimentale considérée, la prise en compte de la pression hydrostatique ne s'avère pas pertinente. **Le critère finalement retenu est un critère en énergie à deux paramètres (Morrow, 1965), formulé selon les équations (6.9) et (6.10).**

### Identification du critère

Afin de pouvoir utiliser la nouvelle base expérimentale réalisée au LMT, on compare ces résultats à ceux de la précédente campagne pour les essais à 20°C. Sur la figure 6.11, on présente dans un diagramme  $\log\text{-}\log$ , l'énergie dissipée en fonction du nombre de cycles à amorçage. La concordance entre les deux campagnes est très bonne et valide ainsi l'utilisation des derniers essais dans l'identification du critère.

La méthode d'identification est celle présentée au paragraphe précédent et aboutit finalement à la formulation suivante :

$$\Delta W_{diss} \cdot N_a^{0.8} = 19.6 \text{ mJ.mm}^{-3} \quad (6.16)$$

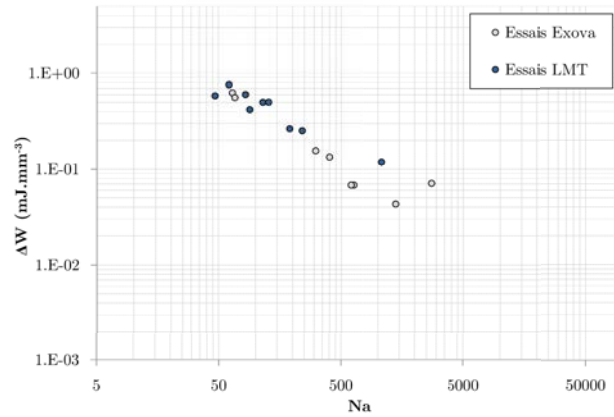


FIGURE 6.11 – Essais à 20°C

Même si le faible nombre d'essais rend la validation de cette hypothèse délicate, on considère ici que le coefficient de variation  $q = \frac{\sigma}{\mu}$ , où  $\mu$  est la moyenne de l'énergie dissipée pour un nombre de cycles considéré et  $\sigma$  son écart type, est constant. Ceci nous permet de représenter graphiquement le critère identifié, encadré par les droites à plus ou moins un écart type (figure 6.12a). Les résultats, compte tenu de la nature fortement dispersive à la fois de la fonte et du phénomène de fatigue, sont tout à fait satisfaisants.

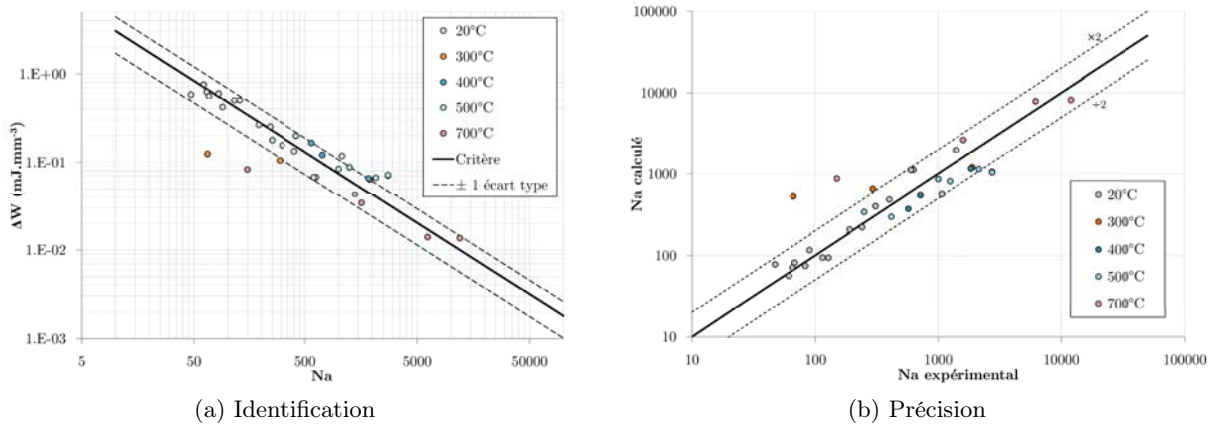


FIGURE 6.12 – Critère à l'amorçage

Une autre représentation de la précision du critère identifié est présentée sur la figure 6.12b, où l'on trace le nombre estimé de cycles à l'amorçage en fonction du nombre de cycles à l'amorçage obtenu expérimentalement. Plus un critère est prédictif, plus les points se situent proche de la droite de pente 1. Dans notre cas, hormis deux points très éloignés, tous se situent dans une bande comprise entre une sous estimation de la durée de vie d'un facteur 1/2 et une surestimation d'un facteur 2, ce qui est considéré comme un bon résultat vis-a-vis du phénomène de fatigue.

## 6.6 Application sur structure

### 6.6.1 Essais sur banc

PSA Peugeot Citroën dispose de bancs d'essais dynamométriques permettant de simuler tous types de freinages. Son principe de fonctionnement est le suivant (figure 6.13) :

- Le disque de frein est entraîné par un moteur électrique pouvant délivrer une puissance de 123 kW et une vitesse de rotation maximale de 2500 tr/min.
- Des masses représentant l'inertie du véhicule sont montées sur l'axe de rotation du moteur.
- L'étrier est monté sur un bâti fixe par l'intermédiaire de liaisons représentatives d'un véhicule réel.
- La décélération maximale est de 1.2g et la pression maximale de l'ordre de 300 bars.

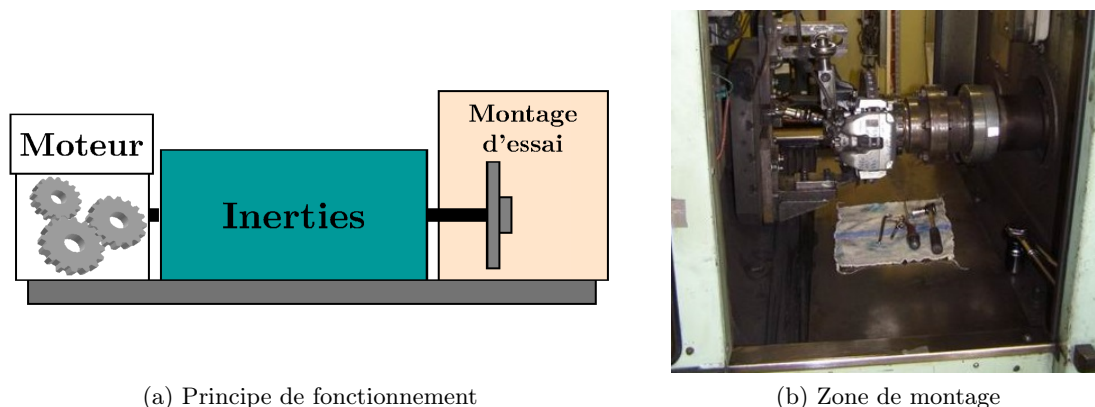


FIGURE 6.13 – Banc d'essai dynamométrique

Une campagne expérimentale sur un petit disque plein  $D266$  (déjà présenté) et un montage d'inertie  $J = 40 \text{ kg.m}^{-2}$  a été menée afin de caractériser la durée de vie à l'amorçage dans la gorge de détente du disque pour plusieurs conditions de freinage. Le protocole expérimental consiste en une succession de dix blocs de freinage, tels que définis par la suite, au terme desquels un ressuage est effectué afin de détecter la présence d'une fissure macroscopique.

Dans les définitions qui vont suivre, on entend par "freinages successifs" une succession de freinages où la durée entre deux freinages n'est dictée que par le temps que met le banc à atteindre la vitesse maximale désirée ; sans laisser le disque se refroidir. En revanche, on entend par température initiale  $T_i$ , la température moyenne des pistes au début d'un bloc de freinages. Un exemple est donné sur la figure 6.14. Les essais suivants ont ainsi été menés jusqu'à amorçage :

- Essai  $A$  :  $n$  blocs de 10 freinages successifs  $\{100 \text{ km/h} \rightarrow 0\}$ , décélération de  $-1g$  et  $T_i = 50^\circ\text{C}$  ;
- Essai  $B$  :  $n$  blocs de 1 freinage  $\{x\% V_{max} \rightarrow 0\}$ , décélération de  $-1g$  et  $T_i = 200^\circ\text{C}$  ;
- Essai  $C$  :  $n$  blocs de 2 freinages successifs  $\{x\% V_{max} \rightarrow 0\}$ , décélération de  $-1g$  et  $T_i = 200^\circ\text{C}$  ;
- Essai  $D$  :  $n$  blocs de 3 freinages successifs  $\{x\% V_{max} \rightarrow 0\}$ , décélération de  $-0.6g$  et  $T_i = 100^\circ\text{C}$  ;
- Essai  $E$  :  $n$  blocs de 1 freinages  $\{x\% V_{max} \rightarrow 0\}$ , décélération de  $-0.5g$  et  $T_i = 100^\circ\text{C}$  ;
- Essai  $F$  :  $n$  blocs de 2 freinages successifs  $\{x\% V_{max} \rightarrow 0\}$ , décélération de  $-0.5g$  et  $T_i = 100^\circ\text{C}$ .

Le nombre de cycles à amorçage des différents essais est donné dans le tableau 6.3.

L'objectif de cette campagne étant de pouvoir corréler les durées de vie estimées aux résultats expérimentaux, pour chaque essai, un disque a été instrumenté en thermocouples (figure 6.15) afin de disposer de relevés de température en plusieurs points du disque. Ces relevés nous permettent de "caler" la forme du flux thermique permettant de corréler au mieux les champs de températures issus du calcul thermique.

Essai	$N_a$
<i>A</i>	50
<i>B</i>	420
<i>C</i>	220
<i>D</i>	90
<i>E</i>	245
<i>F</i>	95

TABLEAU 6.3 – Nombre de cycles à amorçage lors des essais sur banc

Sur un disque plein, il est difficile, voire impossible, d'implanter un thermocouple au centre de l'anneau de freinage : les fils des thermocouples, reliés à un collecteur tournant placé dans le bol, ne peuvent pas passer sur les pistes.

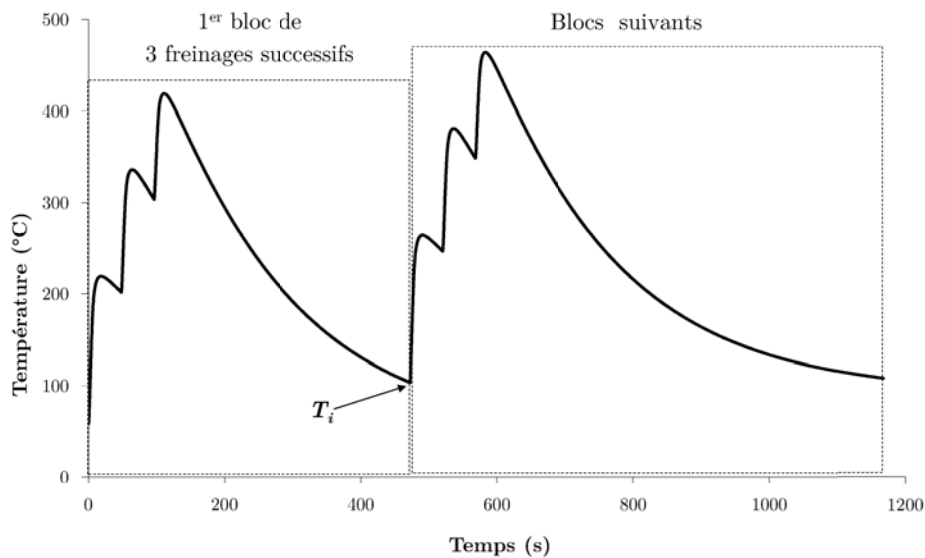


FIGURE 6.14 – Exemple d'évolution de la température moyenne des pistes lors d'un essai au banc

## 6.6.2 Simulation des essais sur banc

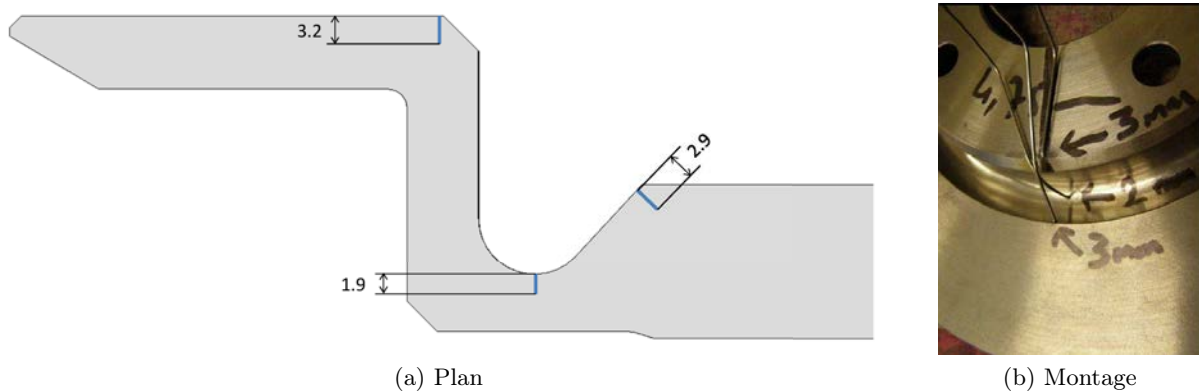
### Données d'entrée

Le modèle utilisé est un secteur angulaire de  $10^\circ$  et les conditions aux limites ainsi que le flux thermique sont introduits tels que définis au chapitre 1. Les corrélations entre les calculs thermiques effectués pour chaque configuration de freinage et les mesures de température sont présentées en **Annexe B**.

Le modèle de comportement utilisé est celui présenté au chapitre précédent. On simule ainsi 5 cycles de chargement afin d'aboutir à un comportement stabilisé dans la zone critique.

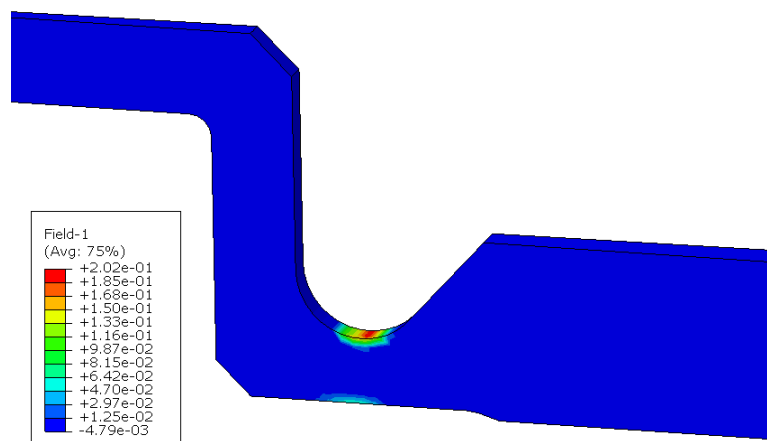
### Post-traitement

Le critère a été identifié sur des essais de traction-compression où la valeur de l'énergie dissipée est constante sur toute la section. Or la zone endommagée dans le disque étudié (la gorge de

FIGURE 6.15 – Implantation des thermocouples dans le disque *D266*

détente) est sollicitée dans une configuration plus proche de la flexion, avec une valeur maximale en surface (figure 6.16) et une décroissance rapide en profondeur.

Afin de prendre en compte cet effet de gradient et de rester cohérent avec la démarche adoptée pour l'identification du critère, on considère que le critère numérique de ruine correspond à la rupture d'un élément de volume à définir en fonction de la structure du matériau et de la géométrie de la pièce considérée (Verger, 2002). On choisit alors non pas de relever la valeur maximale de  $\Delta W_{diss}$  en surface ou sur le point d'intégration le plus proche de la surface, mais au centre de gravité (appellation "centroid" dans ABAQUS®) de l'élément le plus sollicité. La taille de maille prend alors une importance considérable dans les résultats. On choisira une taille représentative du V.E.R. (Volume Élémentaire Représentatif) de la fonte GL. Pour tenir compte de la taille maximale des lamelles de graphite (de 0.25 mm à 0.5 mm), on adopte finalement la valeur de 0.5 mm.

FIGURE 6.16 –  $\Delta W_{diss}$  durant un bloc de freinages sur le disque *D266*

### 6.6.3 Corrélation calculs essais

En suivant cette démarche, on aboutit aux résultats présentés sur la figure 6.17. On constate un excellent niveau de corrélation pour tous les essais. Tous les points correspondant aux essais sur disque se situent dans la bande de dispersion comprise entre plus ou moins un écart type

(figure 6.17a) et toutes les durées de vie estimées sont comprises entre une sous estimation d'un facteur 1/2 et une surestimation d'un facteur 2 (figure 6.17b).

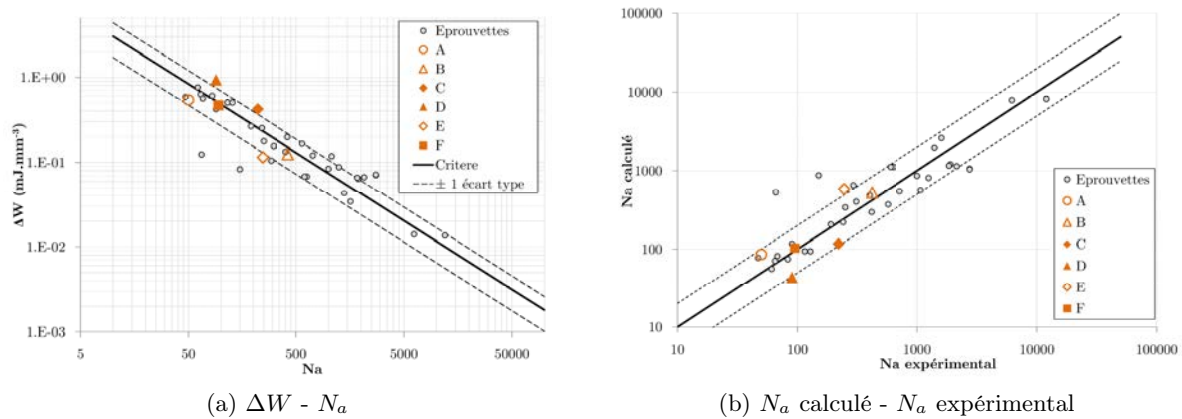


FIGURE 6.17 – Critère à l'amorçage

## 6.7 Conclusions

Nous avons montré dans ce chapitre que les disques de frein travaillent pour l'essentiel dans le domaine de la fatigue oligocyclique et que l'endommagement dans la matrice est piloté par la plasticité. Le choix d'un critère de fatigue doit alors naturellement faire intervenir une grandeur physique de nature dissipative.

Au vu des conditions de chargement anisothermes et multiaxiales vues par un disque de frein en service, nous considérons que le choix d'un critère énergétique est le plus pertinent. En effet, il ne nécessite que deux paramètres et il est fondé sur l'énergie mécanique dissipée par cycle de chargement, grandeur accessible par des mesures expérimentales (l'aire de la boucle d'hystérésis) lors d'un essai mécanique cyclique.

Des essais d'endurance de disque sur banc d'essai nous ont permis de comparer les résultats expérimentaux aux résultats issus de simulations numériques utilisant la loi de comportement ainsi que le critère de fatigue proposés. On constate sur ces essais une erreur dans la prévision de la durée de vie du même ordre que la dispersion expérimentale sur éprouvettes, inhérente au phénomène de fatigue et à la fonte à graphite lamellaire, nous confortant dans les choix faits jusqu'à présent.





# Chapitre 7

## Étude du réseau de fissures de fatigue thermique

*On s'intéresse dans ce chapitre à l'étude du réseau de faïençage sur les pistes de freinage. Une courte étude bibliographique du phénomène et de sa modélisation est d'abord présentée, suivie de la description et de l'analyse d'un essai sur disque conduisant à l'apparition d'un réseau de fissures de fatigue thermique. On propose alors de définir un critère macroscopique permettant de juger de la criticité de ce réseau, c'est-à-dire de son potentiel à aboutir à une fissure traversante. L'étude numérique des conditions de propagation d'une fissure isolée sur la piste du disque permet de démontrer la pertinence du critère proposé. Pour finir, une étude de la zone d'obscureissement des fissures, liée au pas du réseau, est présentée, dont les résultats sont comparés aux constatations expérimentales.*

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>135</b>
<b>7.2</b>	<b>Le phénomène de faïençage</b>	<b>135</b>
7.2.1	Description	135
7.2.2	Modèle probabiliste	137
7.2.3	Démarche adoptée	138
<b>7.3</b>	<b>Observations expérimentales</b>	<b>139</b>
7.3.1	Essais menés sur banc	139
7.3.2	Évolution du réseau de fissures	140
<b>7.4</b>	<b>Simulation de l'essai de faïençage</b>	<b>144</b>
7.4.1	Modèle numérique	144
7.4.2	Chargement thermique	144
7.4.3	Prévision de l'amorçage	145
7.4.4	Étude des champs mécaniques sur piste	146

<b>7.5</b>	<b>Étude numérique des conditions de propagation d'une fissure isolée</b>	<b>147</b>
7.5.1	Démarche proposée . . . . .	147
7.5.2	Modèle simplifié du disque . . . . .	147
7.5.3	Profils des fronts de fissure . . . . .	149
7.5.4	Calculs élasto-viscoplastique et élastique . . . . .	150
7.5.5	Post-traitement de $J$ . . . . .	151
7.5.6	Discussion . . . . .	154
<b>7.6</b>	<b>Étude de la zone d'obscurcissement des fissures</b>	<b>155</b>
<b>7.7</b>	<b>Conclusions</b>	<b>159</b>

---

## 7.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons traité la problématique de la fatigue dans la gorge ou le bol des disques de frein sous un chargement que l'on peut qualifier de thermomécanique, dans le sens où les entraves à la dilatation libre sont externes et liées à la géométrie de la structure et à son bridage sur le moyeu. Dans le cas des pistes, le chargement est également d'origine thermique, mais les entraves à la dilatation sont ici purement internes et liées au gradient de température occasionné par la dilatation thermique et à la conductivité du matériau. On parlera de fatigue sous contraintes d'origine thermique (Serpa, 1976).

Dans ce cas de figure, le mode d'endommagement est le plus souvent caractérisé par l'apparition d'un réseau de fissures appelé faïençage. Celui-ci apparaît plus ou moins rapidement, en fonction du niveau de sollicitation, mais une fois les fissures amorcées, leur évolution peut être très lente avant de provoquer la ruine de la structure, voire même, dans certaines conditions liées à la forme du champ de contrainte, s'arrêter (Seyedi, 2004).

On constate, tant en condition d'utilisation réelle ("clientèle") qu'en condition expérimentale sur banc d'essai, que dans certaines configurations de freinage, un réseau de type faïençage apparaît sur les pistes relativement rapidement et suit une évolution très lente, sans forcément provoquer de fissures radiales débouchantes en rayon extérieur ou intérieur et ainsi provoquer la ruine de la structure. En conséquence, vouloir dimensionner les pistes des disques à l'amorçage semble être largement surdimensionnant d'autant plus que, on l'a vu au chapitre 1, les leviers de conception pour diminuer le risque d'apparition d'un réseau de faïençage sont très limités. C'est pour ces raisons que le critère de défaillance au banc est défini par une fissure radiale débouchante et non un amorçage de fissure comme c'est le cas pour la gorge ou le bol.

Dans ces conditions, le processus de dimensionnement proposé au chapitre précédent n'est pas suffisant et il s'agira dans ce chapitre de proposer une démarche permettant de juger de la criticité du réseau de fissures, c'est-à-dire de sa capacité à aboutir à une fissure radiale débouchante.

## 7.2 Le phénomène de faïençage

### 7.2.1 Description

La fatigue thermique, et plus particulièrement la fatigue sous contraintes d'origine thermique provoquant du faïençage, est assez courante dans les structures industrielles. Dans le domaine ferroviaire, on retrouve ce phénomène sur les disques de frein, et plusieurs études portent sur la détermination des conditions d'amorçage des fissures et la détermination de l'évolution de celles-ci (Degallaix et Dufrenoy, 2007).

Dans l'industrie métallurgique, les outils utilisés pour le travail à chaud sont particulièrement exposés à la fatigue thermique. Leurs conditions d'utilisation impliquent une alternance entre des températures extrêmement élevées lorsqu'ils sont en contact avec la matière chaude et des températures beaucoup plus froides. La figure 7.1 présente la courbe contrainte/déformation mécanique uniaxiale typique rencontrée à la surface des outils soumis à des changements de températures rapides.

On peut citer par exemple les travaux récents sur les outils pour les forges (Oudin, 2001; Persson *et al.*, 2005), pour les moules de fonderie et les outillages de coulée par gravité ou de coulée sous pression (Srivastava *et al.*, 2004) (figure 7.2).

Ici, les fissures sont le plus souvent traitées de manière indépendante les unes des autres, en estimant l'amorçage à partir de grandeurs dissipatives comme l'amplitude de déformation plastique et en simulant la propagation, en mode I, à partir de lois issues de la Mécanique Linéaire ou Non Linéaire de la Rupture (Oudin, 2001). Les auteurs s'accordent néanmoins sur le fait que

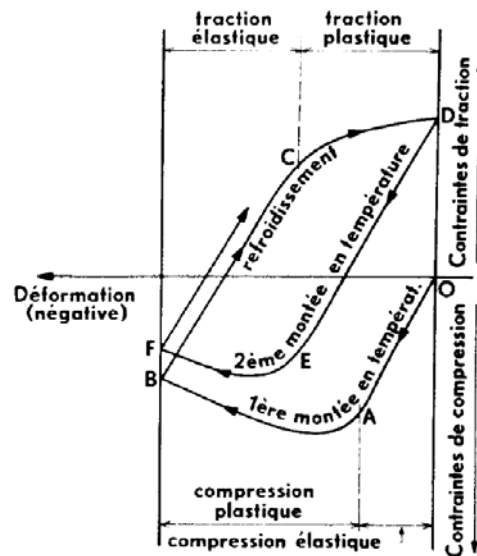
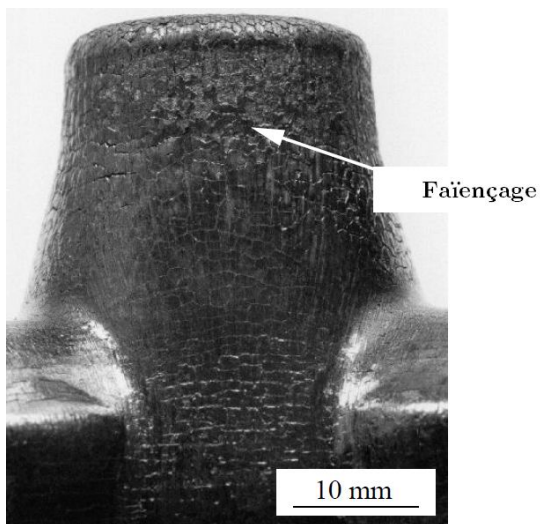
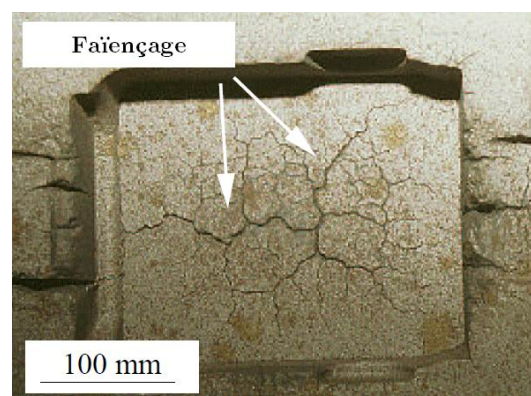


FIGURE 7.1 – Contrainte/déformation mécanique uniaxiale typique rencontrée à la surface des outils soumis à des changements de températures rapides (Rousseau *et al.*, 1975)



(a) Exemple de surface endommagée sur un outil de forge (Oudin, 2001)



(b) Exemple de surface endommagée sur un moule de fonderie par gravité (Dour, 2001)

FIGURE 7.2 – Exemples de zones faïencées

l'augmentation du niveau de sollicitation a pour conséquence celle de la densité du réseau de faïençage et une diminution de la distance entre fissures.

Afin de comprendre les motivations des modèles présentés par la suite, il est important d'évoquer l'incident de Civaux (Maillot, 2003). Le 12 mai 1998, une fuite a été détectée dans le circuit RRA (Refroidissement du Réacteur à l'Arrêt) du réacteur de la centrale nucléaire de Civaux. Cette fuite a été localisée au niveau d'un coude en aval du té de mélange entre fluides chaud et froid. Après expertise de la section incriminée, il s'est avéré que la fissure à l'origine de la fuite s'était amorcée au niveau d'une soudure. L'inspection de la zone de rupture a montré la présence d'un réseau de fissures dont la gravité devait être évaluée. L'inspection d'autres tés de mélange a également montré la présence de réseaux de fissures. L'origine de ces réseaux était liée au mélange des fluides chaud (170 °C) et froid (25 °C), provoquant des turbulences thermo-hydrauliques à l'origine d'un champ de températures très hétérogène (jusqu'à plusieurs dizaines de degrés entre deux zones assez proches) (Malésys, 2007).

Cet incident est à l'origine de nombreux travaux dans l'industrie nucléaire ayant pour but d'améliorer la compréhension de la défaillance survenue afin de disposer d'outils permettant de simuler l'évolution et la criticité d'un réseaux de fissures du type faïençage (Maillot, 2003; Seyedi, 2004; Malésys, 2007; Malésys *et al.*, 2009; Rupil, 2012), qui seront l'objet du prochain paragraphe.

### 7.2.2 Modèle probabiliste

En se basant sur les travaux de Seyedi (2004), Malésys (2007) propose un modèle probabiliste permettant de décrire la formation, puis l'évolution cyclique de réseaux de fissures. Il repose sur deux hypothèses principales :

- **La germination continue** qui décrit le processus d'**amorçage progressif** des fissures pour des chargements de fatigue. La figure 7.3 montre l'évolution du nombre et de la taille des fissures pour un chargement de traction et pour un nombre  $N$  de cycles considérés.
- **L'obscurcissement** qui caractérise la présence de **zones de relaxation de contraintes** de part et d'autre des lèvres d'une fissure soumise à un chargement. La figure 7.4 présente l'évolution d'un réseau de fissures mais cette fois en tenant compte de l'obscurcissement d'un domaine créé par une fissure activée précédemment.

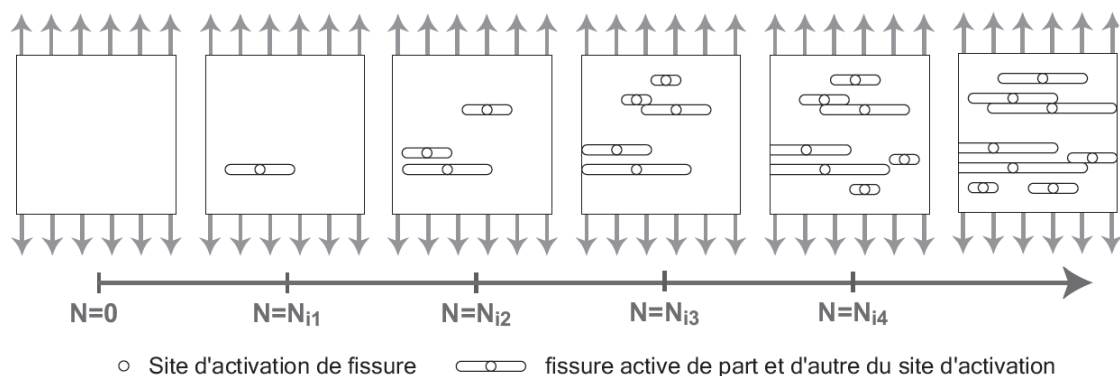


FIGURE 7.3 – Principe de germination continue de fissures d'un domaine soumis à un chargement de traction cyclique (Malésys, 2007)

Les sites d'amorçage potentiel sont décrits par un processus de Poisson et les conditions d'amorçage et de propagation sont contrôlées par la probabilité de trouver ces sites dans une zone obscurcie par une fissure déjà présente en surface. Le phénomène d'obscurcissement est

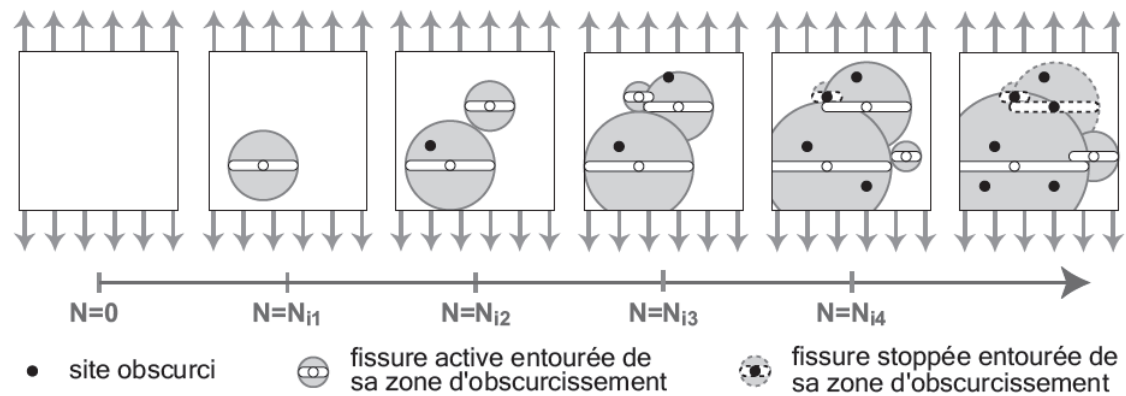


FIGURE 7.4 – Evolution d'un réseau de fissures sous l'hypothèse de germination continue et d'obscurcissement soumis à un chargement de traction cyclique (Malésys, 2007)

ainsi le paramètre clé permettant de comprendre et de modéliser la partition entre les fissures stoppées et celles se propageant. En utilisant les hypothèses de la Mécanique Élastique Linéaire de la Rupture et une loi de propagation appropriée, le modèle donne accès à la densité de fissures et à l'éventuelle saturation du réseau, en bon accord avec les constatations expérimentales.

Rupil *et al.* (2011) améliorent le modèle en proposant une modélisation probabiliste d'amorçage et de coalescence des micro-fissures, qui ne dépend que de la taille (de grain) de la micro-structure et de la distribution des déformations plastiques macroscopiques.

### 7.2.3 Démarche adoptée

Le modèle probabiliste présenté précédemment pourrait, sous certaines hypothèses, être appliqué au cas du faïencage des disques de frein. Il faudrait alors définir ou postuler un modèle probabiliste d'amorçage des fissures, un modèle d'obscurcissement, et identifier une loi de propagation. Ce dernier point pourrait s'avérer quelque peu complexe de par la nature du comportement et des sollicitations en surface et en profondeur des pistes. Le comportement est en effet caractérisé par une viscoplasticité généralisée et le champ de températures est fortement hétérogène tant dans la profondeur que suivant la direction du rayon du disque. Dans ces conditions, les approches classiques de la Mécanique Élastique Linéaire ou même Non Linéaire de la Rupture s'avèrent être peu adaptées pour prédire de manière précise l'avancée de la fissure sous chargement cyclique.

Rappelons qu'en bureaux d'étude, la démarche de dimensionnement vis-à-vis de la fissuration sur piste se fonde, non sur la densité de fissures ou la saturation du réseau, mais bien sur la possibilité qu'une des fissures radiales se propage jusqu'au rayon extérieur ou intérieur et entraîne la rupture complète du disque. Il n'existe pas à ce jour au sein de PSA Peugeot Citroën d'outil de prédiction de la propagation d'une telle fissure. Dans ce cadre, on cherche alors à proposer des indicateurs plus "macroscopiques", à partir des champs disponibles à l'issue d'un calcul thermomécanique réalisé sur quelques freinages. L'objectif est d'estimer d'une part si un réseau de faïencage risque d'apparaître et quand, et d'autre part si celui-ci a une chance de se propager à travers la piste, soit en profondeur, soit de manière radiale. Pour y parvenir, nous nous appuyerons sur une campagne expérimentale menée sur les bancs d'essais de PSA (Haag, 2012).

## 7.3 Observations expérimentales

### 7.3.1 Essais menés sur banc

Le disque utilisé dans cette phase expérimentale est de type ventilé, de diamètre important (supérieur à 300 mm), monté sur les véhicules haut de gamme de masse importante. Ce disque, noté *D330*, a été choisi car il a été observé en "clientèle" (notamment en Allemagne où la vitesse sur autoroute n'est pas limitée sur certaines portions) un réseau de fissures visible à l'œil nu sur les pistes. Certains utilisateurs d'autoroute ont en effet un comportement qualifié de "sévère", caractérisé par une alternance entre une vitesse proche de la vitesse maximale et de fortes décélérations lorsqu'une voiture déboîte sur la file de gauche, à l'origine du faïençage.

La campagne a ainsi consisté en une succession de freinages représentatifs de ce comportement. Les caractéristiques du freinage considéré sont alors :  $\{80\% V_{max} \rightarrow 40\% V_{max}\}$ , avec une décélération de  $-0.5g$  suivie d'un refroidissement permettant d'atteindre une température moyenne sur piste  $T_i = 50^\circ C$ , avec un montage d'inertie  $J = 96 \text{ kg.m}^{-2}$ . Tous les 100 cycles, un ressuage a été effectué sans démonter le disque du montage et des photos ont été prises. Les plaquettes de frein ont été changées tous les 600 freinages.

Afin de proposer une simulation thermique représentative, des thermocouples ont été implantés (figure 7.5) sur un disque test sur lequel quelques freinages ont été effectués dans la configuration cible de l'essai. Pour un disque ventilé, on peut facilement implanter des thermocouples sur les pistes en faisant passer les fils entre les flasques et en les reliant au collecteur tournant situé sur l'appui de la jante. Les évolutions de température sur les thermocouples sont présentées sur la figure 7.6.

Sur la piste extérieure (figure 7.6a), les mesures sont relativement stables d'un freinage à l'autre, même si l'on relève des variations de quelques dizaines de degrés sur les thermocouples plus proches du rayon extérieur. Sur la piste intérieure, en revanche, on note que les températures ne sont pas stables d'un freinage à l'autre; on observe des variations pouvant aller jusqu'à  $100^\circ C$  et une inversion de l'ordre (en termes de température maximale atteinte) des thermocouples. Ce phénomène est probablement dû à une concentration importante du flux thermique et des phénomènes de bandes chaudes venant perturber la réponse stationnaire. L'incertitude sur la répartition du flux de chaleur sur la piste intérieure nous conduit à **nous intéresser prioritairement à la piste extérieure**, sur laquelle la modélisation du flux sera plus réaliste et les corrélations entre les modèles numériques et les résultats expérimentaux plus pertinentes.

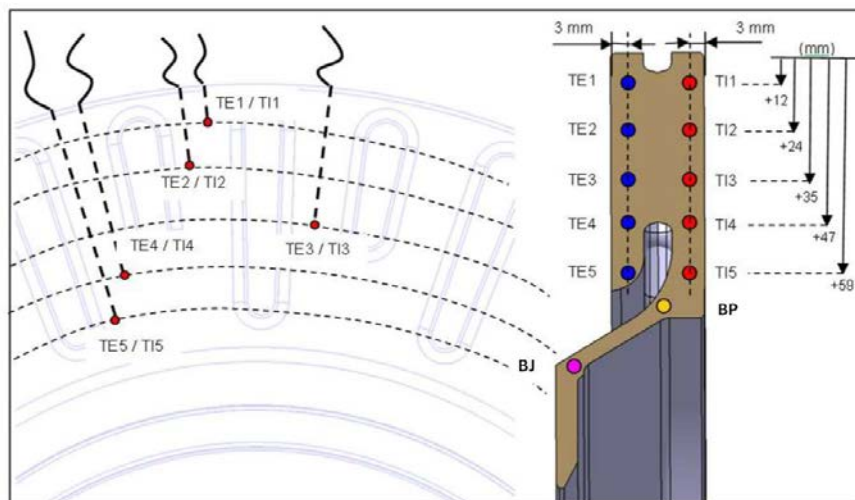


FIGURE 7.5 – Implantation des thermocouples sur le disque *D330* (Haag, 2012)



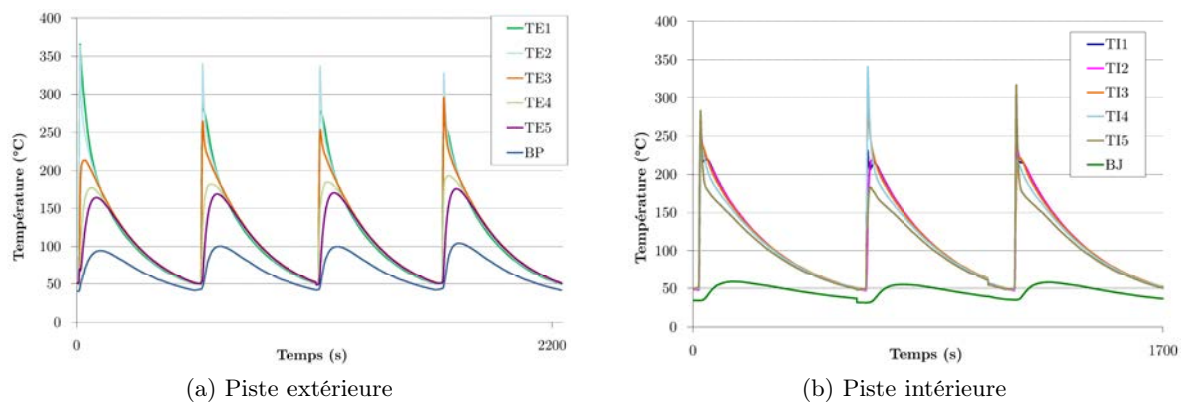


FIGURE 7.6 – Évolution de la température sur les thermocouples

### 7.3.2 Évolution du réseau de fissures

L'essai décrit précédemment a été réalisé sur deux disques différents, l'un ayant subi 1200 cycles et l'autre 3200 cycles. Pour un nombre de cycles considéré, les mêmes phénomènes ont été observés sur les deux disques, aussi on ne présente dans cette partie que celui ayant subi le plus grand nombre de freinages.

La figure 7.7 présente les photos prises après ressuage sur la piste extérieure pour 100, 300, 400 et 500 freinages et la figure 7.8 pour 600, 1200, 1800 et 2400 freinages. Avant 200 freinages, on n'observe pas de réseau de fissures, ou alors seulement quelques traces. Entre 200 et 400 cycles, on observe le développement d'un réseau de fissures comprises entre un rayon  $R_{min}$  (vers le rayon intérieur) et un rayon  $R_{max}$  (vers le rayon extérieur). En dehors de cette bande, le ressuage ne fait rien apparaître. A partir de 500 cycles (figure 7.7d), on devine que  $R_{min}$  tend à se rapprocher du rayon intérieur et qu'une deuxième zone de faïençage apparaît, superposée à la première. Cette tendance se confirme après 600 freinages (figure 7.8a) où l'on voit clairement se dessiner ce deuxième réseau.

On explique ce phénomène par l'usure biaisée des plaquettes. Sur la figure 7.9 est présenté le profil d'usure de la plaquette extérieure après 300 et 600 freinages. La quantité en ordonnée correspond à la différence entre l'épaisseur mesurée en un point et l'épaisseur minimale sur toute la plaquette. Plus la valeur est faible, plus l'usure est importante. Une valeur à 0 correspond à l'endroit où l'on constate une usure maximale. On remarque qu'après 300 freinages, l'usure est beaucoup plus importante en rayon extérieur qu'en rayon intérieur, ce qui est cohérent avec la répartition du flux (figure 7.6a) et la zone endommagée (figures 7.7b et c). Après 600 freinages, l'usure est répartie de manière beaucoup plus homogène, laissant à penser que le flux est lui aussi réparti radialement de manière plus homogène, se décalant vers le rayon intérieur et entraînant ainsi l'apparition d'un deuxième réseau. Le changement de plaquettes intervenant tous les 600 freinages, on peut légitimement supposer que ce phénomène va se répéter : un flux concentré vers le rayon extérieur agissant principalement sur le premier réseau, puis se décalant vers le rayon intérieur, se répartissant de manière plus uniforme sur la piste et perdant ainsi de son intensité. Ce phénomène est illustré sur la figure 7.10.

Entre 1200 et 2400 freinages, la forme du réseau évolue peu dans la direction radiale, les fissures sont toujours situées entre  $R_{min}$  et  $R_{max}$  qui n'évoluent plus. La densité du réseau semble elle aussi assez stable mais le réseau diffus des premiers freinages se transforme en un réseau organisé où les plus grandes fissures se développent au détriment des plus petites. On peut

clairement observer ce phénomène sur la figure 7.11 après 3200 freinages.

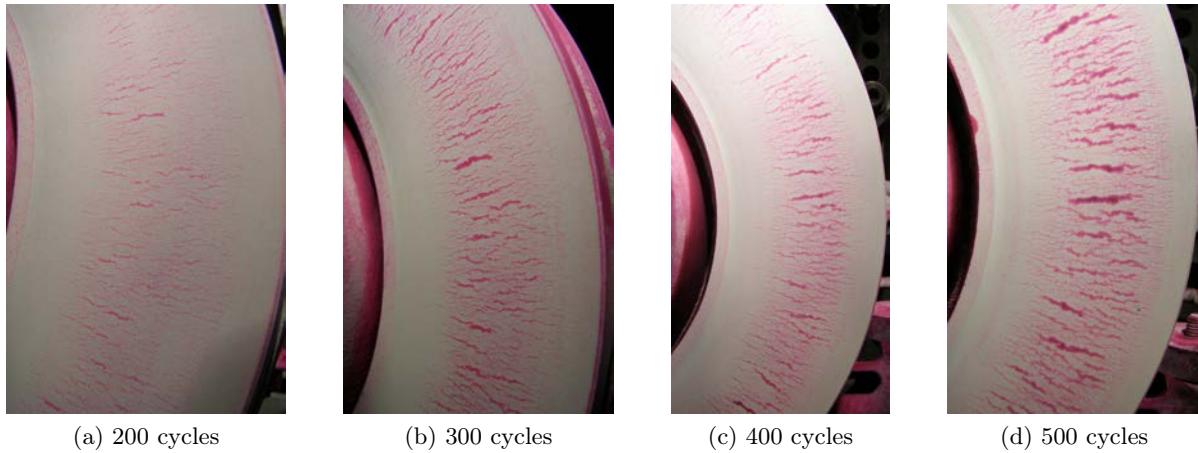


FIGURE 7.7 – Observation de la piste extérieure après 200, 300, 400 et 500 freinages (Haag, 2012)

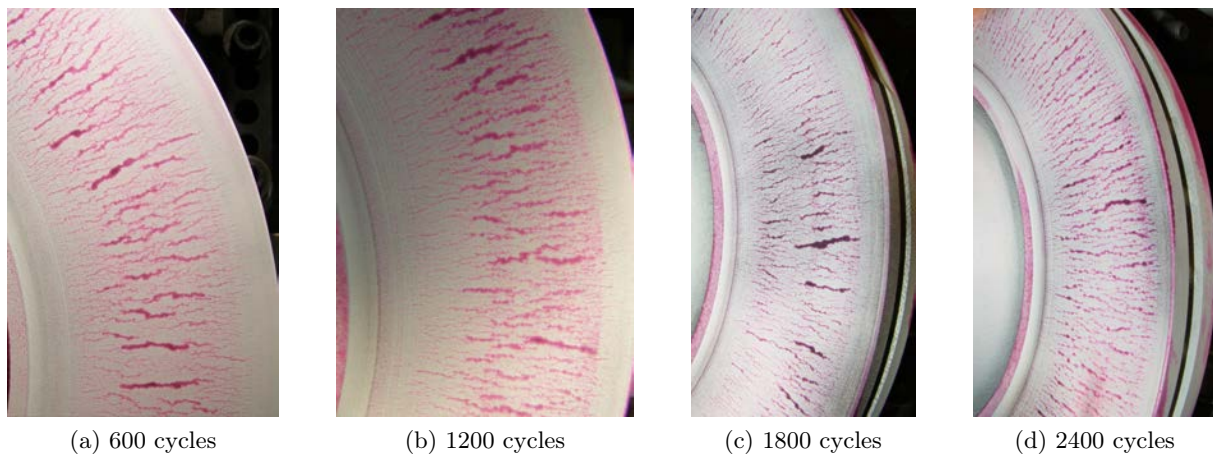


FIGURE 7.8 – Observation de la piste extérieure après 600, 1200, 1800 et 2400 freinages (Haag, 2012)

L'essai a finalement été interrompu après ces 3200 freinages, les observations visuelles montrant que les fissures n'évoluaient plus, ou très lentement, au moins dans la direction radiale. Des mesures non destructives de profondeur ont alors été effectuées sur plusieurs fissures, grâce à un appareil de mesure RMG 4015 (Deutsch, 2010) fonctionnant sur le principe de la mesure de différence de potentiel de part et d'autre des lèvres de la fissure. L'appareil a été étalonné sur des cales en fonte GL pré-fissurées et les mesures ont ensuite été comparées à des mesures visuelles destructives sur des disques test (Keller, 2010). Les résultats permettent de conclure que la profondeur des fissures est mesurée par l'appareil RMG 4015 avec une erreur moyenne inférieure à 10%. On présente sur la figure 7.12 les points de mesure correspondant à la fissure la plus longue du réseau principal (vers le rayon extérieur) de la piste extérieure. Compte tenu du profil semi-elliptique observé, comme sur toutes les autres mesures, on approxime la forme de la fissure par une ellipse.

L'étude présentée dans ce paragraphe reste assez qualitative, même si les mesures de profondeur nous renseignent de manière précise. Cette campagne a été décidée très tôt, avant le démarrage de cette étude ayant pour but de modéliser ces phénomènes. Le suivi précis du réseau

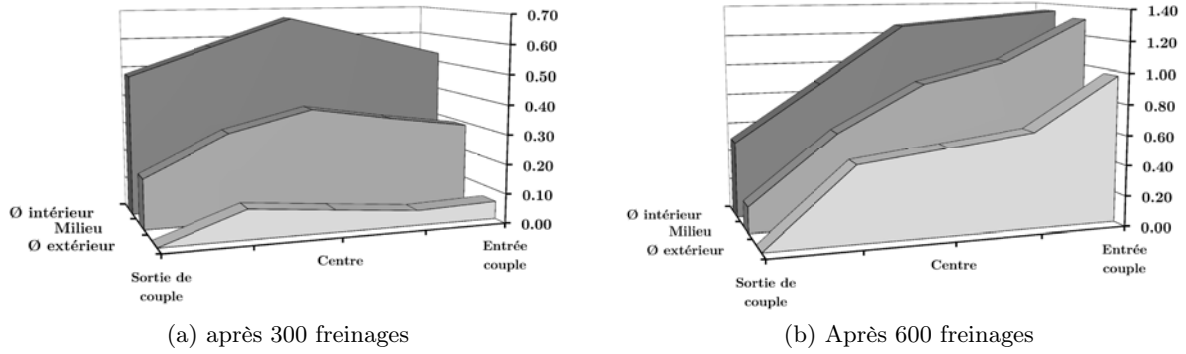


FIGURE 7.9 – Usure de la plaquette extérieure (Haag, 2012)

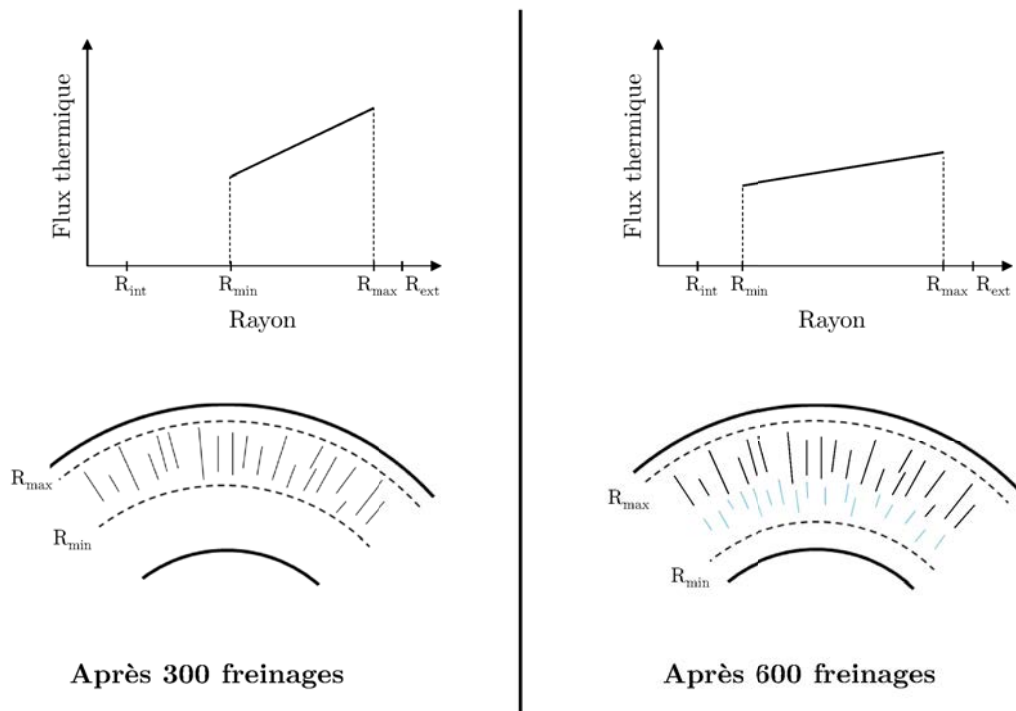


FIGURE 7.10 – Illustration de l'apparition d'un deuxième réseau de fissures vers le rayon intérieur

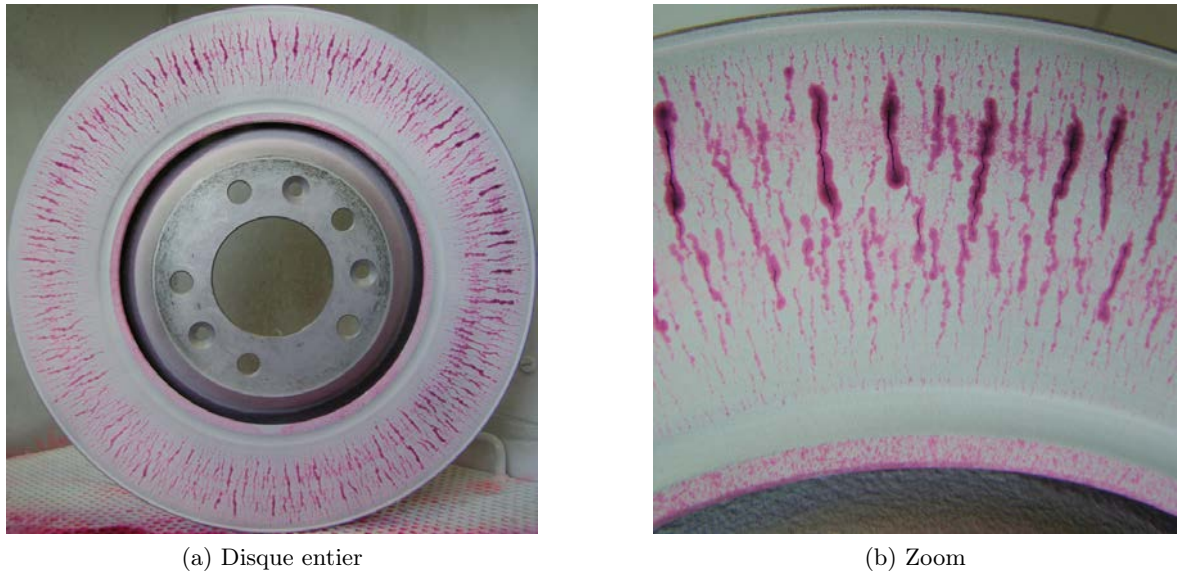


FIGURE 7.11 – Observation de la piste extérieure après 3200 freinages (Haag, 2012)

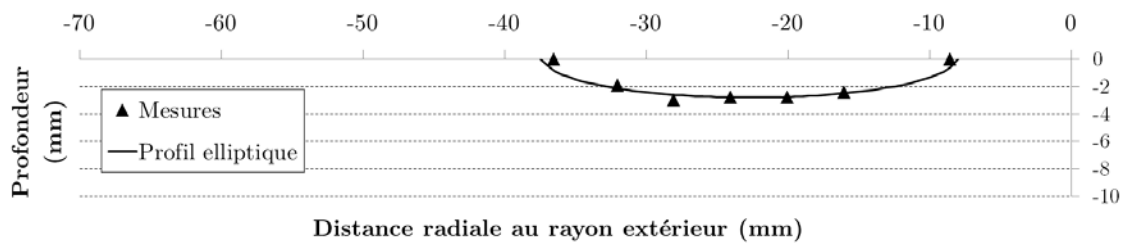


FIGURE 7.12 – Mesure de la plus grande fissure sur la piste extérieure et approximation par une ellipse

de fissures reste approximatif et il aurait été souhaitable, afin de décrire très précisément l'évolution des fissures, de réaliser un mouchetis sur les bords de la piste (quelques millimètres qui ne sont pas en contact avec la garniture de frein) et de réaliser des photos dans des conditions identiques à chaque ressuage, permettant ainsi, grâce à une technique de corrélation d'images (Sutton, 2009), de quantifier à la fois la vitesse et l'évolution du réseau. Il n'a malheureusement pas été possible, pour des questions de temps importants d'immobilisation des bancs, de renouveler ces essais en suivant le protocole décrit ci-dessus.

## 7.4 Simulation de l'essai de faïençage

### 7.4.1 Modèle numérique

Le maillage du secteur de disque utilisé, composé d'éléments tétraédriques quadratiques à 10 nœuds est présenté sur la figure 7.13. On applique des conditions aux limites sur les bords, adiabatiques dans le cas du calcul thermique et de symétrie pour le calcul mécanique.

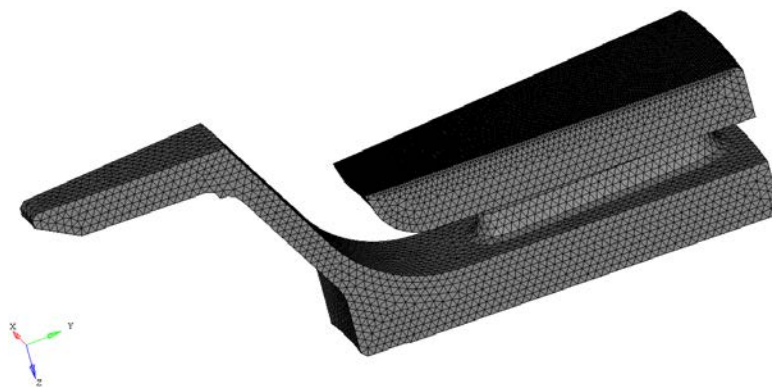


FIGURE 7.13 – Maillage d'un secteur de disque  $D330$

Le flux thermique est modélisé de la même manière qu'au chapitre précédent, avec un recalage du flux, d'une part sur la pente et sur les valeurs  $R_{min}$  et  $R_{max}$ .

### 7.4.2 Chargement thermique

On s'intéresse principalement à simuler précisément le champ de températures **sur la piste extérieure**, le calage du flux sur la piste intérieure ayant été effectué sur des valeurs moyennées sur plusieurs cycles.

La corrélation entre le calcul thermique et les mesures sur la piste extérieure est présentée sur la figure 7.14. Même si l'on ne décrit pas avec précision les évolutions expérimentales, les ordres de grandeur (à quelques dizaines de degrés près) ainsi que l'ordre des points de mesure sont respectés, ce qui, compte tenu des sources de variabilité du champ de températures sur les pistes (*cf.* chapitre 1) est jugé satisfaisant.

Le champ de températures transitoire ainsi défini représente bien la thermique réelle du disque uniquement lorsque l'on considère une plaquette neuve ou dont l'usure est assez faible. On retrouve donc les températures maximales plutôt vers le rayon extérieur, avec des valeurs beaucoup plus faibles en rayon intérieur. La conséquence est que le réseau secondaire sur la piste extérieure ne sera vraisemblablement pas prédit par le calcul. On s'intéressera donc par la suite à **l'analyse du réseau principal**, situé plus près du rayon extérieur.



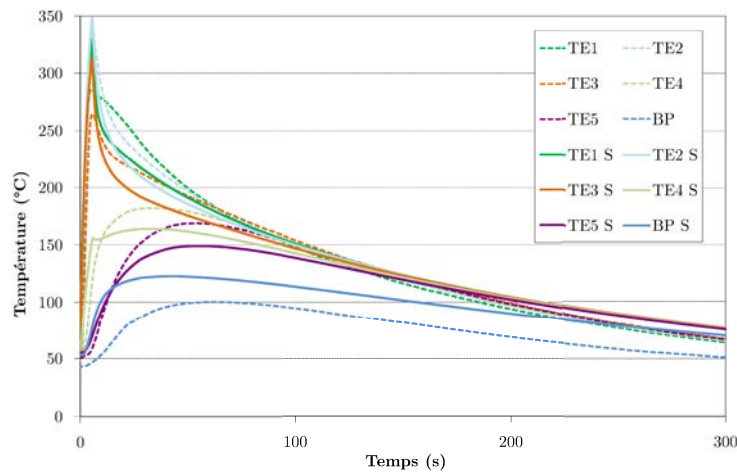


FIGURE 7.14 – Corrélation entre la simulation thermique (S) et les mesures sur thermocouples sur la piste extérieure du disque *D330*

### 7.4.3 Prédiction de l'amorçage

On utilise, pour prévoir l'amorçage d'un réseau de fissures macroscopiques, le critère identifié au chapitre 6, en simulant 5 cycles de freinage à l'aide de la loi de comportement proposée au chapitre 5. L'essai décrit dans la section précédente est positionné dans un diagramme *Log-Log* où est tracé le critère identifié précédemment ainsi que les résultats expérimentaux sur éprouvettes sur la figure 7.15. Sont également introduits sur cette figure les essais sur le disque *D266* présentés dans le chapitre précédent. Même si l'objectif de ces derniers était de détecter une fissure dans la gorge de détente, un ressuage a également été effectué sur les pistes. Seuls deux d'entre eux présentaient un réseau de fissures.

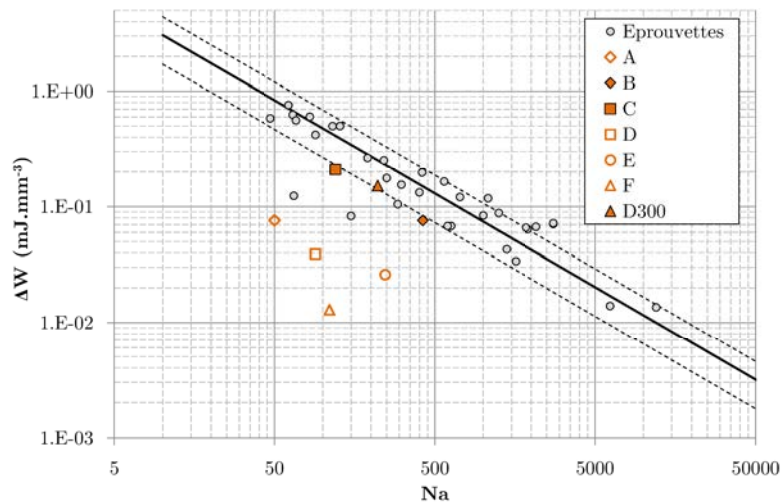


FIGURE 7.15 – Prédiction de l'apparition de faïençage avec le critère énergétique. Symboles non remplis : pas de faïençage au terme de l'essai

On constate que le nombre de cycles estimé par le critère est relativement proche du nombre de cycles expérimental sur les trois essais présentant un réseau de fissures. Les points relatifs à ces essais se situent sur la droite à -1 écart-type du critère, conduisant à une surestimation d'un facteur 2 du nombre de cycles à l'amorçage. Ce résultat, même s'il est moins précis que dans le

cas de la gorge, est suffisant car du point de vue du dimensionnement du disque, il convient à nouveau de le rappeler, ce n'est pas l'amorçage mais la capacité d'une fissure à se propager qui est déterminante. On considère donc que le critère donne une indication suffisamment précise de l'apparition d'un phénomène de faïençage, la question étant ensuite de savoir comment ce réseau évolue.

#### 7.4.4 Étude des champs mécaniques sur piste

Les fissures étant radiales et planes, on en déduit qu'elles se propagent en mode I sous une sollicitation orientée perpendiculairement au plan de la fissure suivant la direction orthoradiale. Les contraintes agissant directement sur la fissure, dans un repère cylindrique, seront donc notées  $\sigma_{\theta\theta}$ . Ces contraintes sont négatives durant le freinage et positives en fin de freinage et après refroidissement du disque. On choisit alors naturellement de post-traiter les contraintes  $\sigma_{\theta\theta}$  résiduelles positives en fin de freinage (figure 7.16). On constate que le profil des contraintes résiduelles se rapproche d'un profil semi-elliptique.

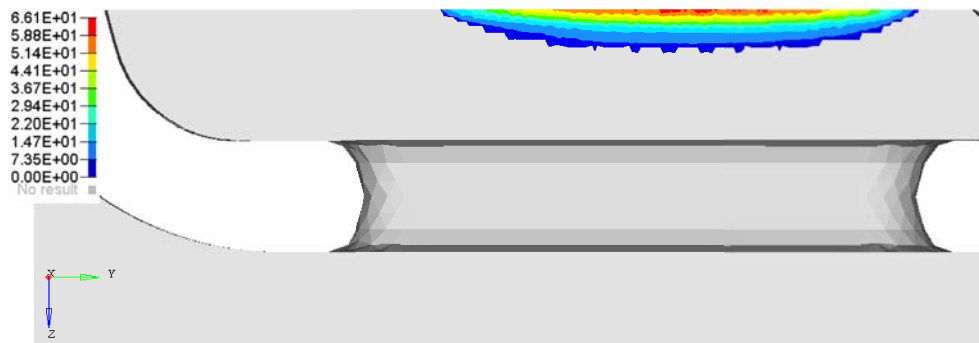


FIGURE 7.16 – Champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction en fin de freinage (en MPa)

On présente sur la figure 7.17 la superposition du champ résiduel et du profil semi-elliptique de la plus grande fissure mesurée en fin d'essai. On constate une similitude importante entre les deux profils, ce qui nous amène à considérer qu'en première approximation, le champ de contraintes résiduelles  $\sigma_{\theta\theta}$  semble être un bon indicateur des bornes physiques au delà desquelles une fissure ne se propage plus.

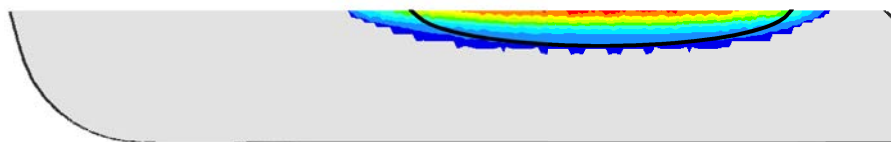


FIGURE 7.17 – Profil semi-elliptique de la fissure mesurée superposé au champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction en fin de freinage

Nous n'avons néanmoins pas de certitudes, d'un point de vue expérimental, sur le fait que la fissure ne se propage plus du tout après 3200 freinages dans la direction radiale et encore moins dans la profondeur des pistes. La dernière partie de ce chapitre est donc consacrée à l'étude d'une fissure isolée sur la piste du disque, afin de confirmer ou d'infirmer l'hypothèse précédente.

## 7.5 Étude numérique des conditions de propagation d'une fissure isolée

### 7.5.1 Démarche proposée

La vitesse de propagation d'une fissure, ou le seuil en-dessous duquel elle ne se propage plus, est défini à partir des facteurs d'intensité des contraintes  $K$  dans le cas d'un comportement élastique et par  $J$  si l'on considère de la plasticité confinée en pointe de fissure. Dans le cas présent, le comportement du matériau en pointe de fissure présente une plasticité généralisée, rendant l'utilisation de ces grandeurs peu fiables, au moins de façon quantitative. De plus, nous ne disposons pas de données fiables sur la loi de propagation de la fonte GL.

Afin de juger de la criticité d'une fissure, on s'appuie alors d'une part sur l'observation, qui montre qu'au terme de l'essai la fissure étudiée ne se propage plus, ou très lentement, et d'autre part sur l'évolution du profil de  $K$  ou de  $J$  au cours de l'avancement de la fissure, sur différents fronts que l'on définira par la suite.

Plusieurs questions se posent alors :

- Quel modèle par éléments finis utiliser ? Insérer une fissure dans un modèle de disque complet n'est pas chose aisée et cette opération doit être réalisée pour autant de profils de front de fissure que l'on souhaite.
- Quels profils de front de fissure choisir ? On ne dispose en effet que du profil final mesuré, il faut donc postuler les différents profils qu'a pris la fissure durant sa propagation.
- Quelles grandeurs post-traiter ?  $K$  valable en élasticité ou  $J$ , calculable sous ABAQUS® avec une loi de comportement utilisateur ? Travailler avec  $K$  et une loi linéaire implique de repenser la manière d'imposer le chargement à la fissure.

### 7.5.2 Modèle simplifié du disque

Afin de s'affranchir des temps conséquents de maillage liés à l'introduction d'une fissure dans un disque, on utilise un modèle simplifié représentatif du point de vue de la réponse thermique et mécanique. Dans le cas de la piste externe qui nous intéresse ici, la solution est assez simple car on peut facilement découpler le flasque du reste du disque, qui ne sont reliés que par une ailette. On travaille alors sur le maillage présenté sur la figure 7.18 qui ne représente que le flasque extérieur.

L'objectif est de simuler sur ce modèle le même freinage que précédemment mais en y introduisant une fissure dont le profil va évoluer. On ne souhaite pas avoir recours à des techniques de remaillage où l'on simule la propagation de la fissure mais bien effectuer plusieurs calculs, un pour chaque profil considéré. Le principe est de mailler la section centrale où l'on introduit la fissure puis, par extrusion, générer les éléments dans la direction orthoradiale. L'angle d'extrusion est choisi suffisamment grand pour éviter à la fissure de subir des effets de bord liés aux conditions aux limites. Le secteur retenu présente un angle de  $18^\circ$ .

Pour mettre au point des modèles correspondant aux différents fronts de fissure souhaités, deux options sont possibles. On peut décider de mailler une fois pour toutes la section centrale de manière à faire apparaître les différents fronts et opérer des "relâchements" de nœuds pour passer d'un front à l'autre (figure 7.19). La nécessité d'imposer une taille d'élément très petite en pointe de fissure, associée au fait que les différents fronts peuvent être parfois très proches ne permet pas d'obtenir un maillage régulier sur l'intégralité des fronts modélisés. Il s'en suit



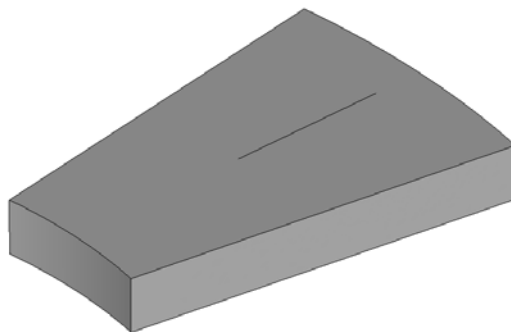


FIGURE 7.18 – Modèle simplifié de la piste extérieure

une mauvaise estimation par ABAQUS<sup>®</sup> de  $K$  comme de  $J$ . Cette modélisation ne sera donc pas utilisée.

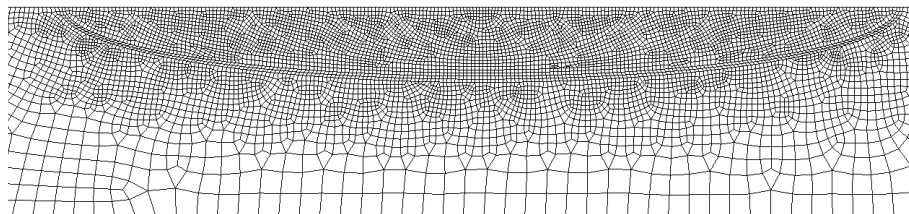


FIGURE 7.19 – Maillage où tous les fronts sont représentés

La deuxième option consiste à mettre au point un maillage pour chaque front. Le temps consacré à la mise au point des modèles est certes plus long mais permet d'obtenir un maillage régulier sur l'ensemble du front (figure 7.20). Dans un cas comme dans l'autre, on ne simule pas explicitement l'avancement de la fissure, on ne tient donc pas compte de la relaxation des auto-contraintes en pointe de fissure dans le cas d'un calcul inélastique.

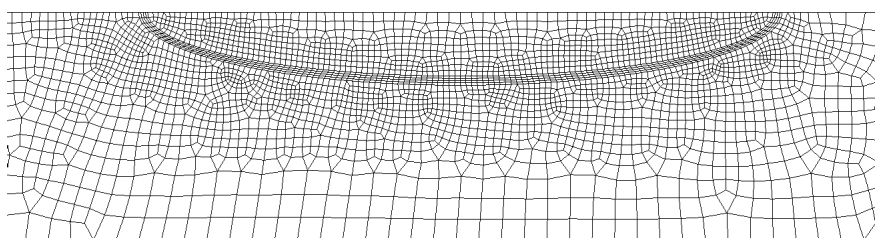


FIGURE 7.20 – Maillage de la fissure dans son état final mesuré

D'un point de vue thermique, ne modéliser que le flasque et y appliquer les mêmes chargements et conditions aux limites que dans le modèle complet a très peu d'influence sur la réponse, la seule différence résidant dans le fait que la chaleur n'est pas transmise dans l'ailette et entraîne une légère augmentation de température sur la face inférieure du flasque. On présente sur la figure 7.21 le champ de températures à l'instant le plus chaud du freinage pour le modèle de disque et le modèle simplifié, qui présentent une très forte similitude.

Les conditions aux limites mécaniques sur les bords sont les mêmes que pour un secteur de disque. On y ajoute une condition bloquant les déplacements suivant la direction correspondant à l'épaisseur du flasque sur sa face inférieure. Le champ de contraintes résiduelles de traction

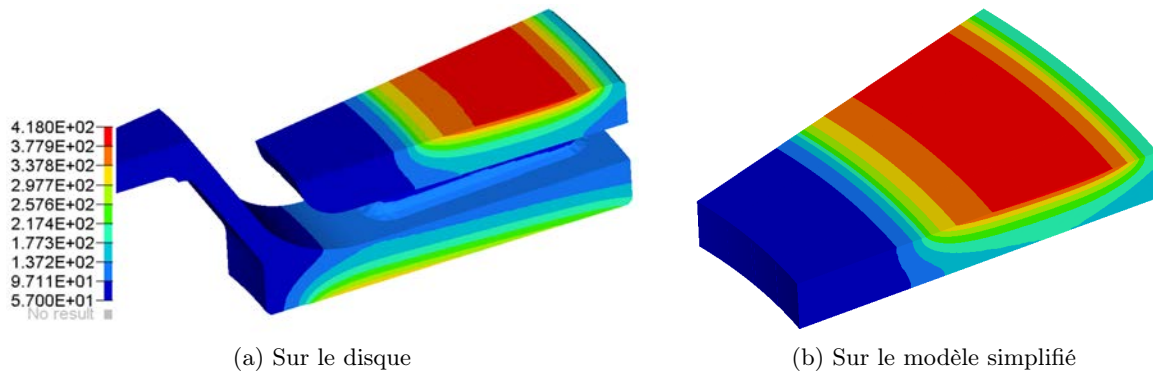


FIGURE 7.21 – Champ de températures en °C à l’instant le plus chaud du freinage

pour un calcul sans fissure est présenté sur la figure 7.22 et présente également le même profil que dans le cas d’un calcul sur un secteur de disque (figure 7.16). L’ensemble des calculs présentés par la suite correspondent donc à ce modèle.

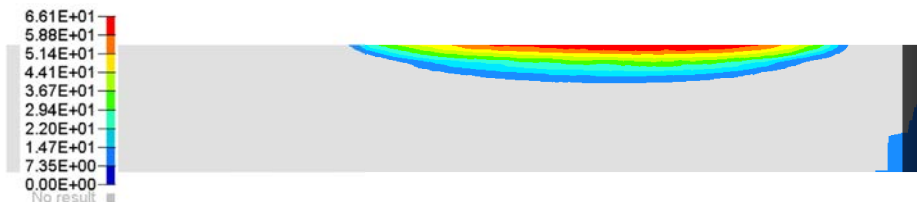


FIGURE 7.22 – Champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction (en MPa) en fin de freinage sur le modèle simplifié sans fissure

### 7.5.3 Profils des fronts de fissure

Sur un essai de flexion, on observe qu’une fissure initialement semi-circulaire devient semi-elliptique (Brown, 1989). Cette évolution vient du fait que, proches de la surface, les contraintes sont uniformes, le front de fissuration avance donc en tout point à la même vitesse et forme un demi-cercle. L’existence d’un gradient de contraintes dans la profondeur implique une diminution de la vitesse de propagation, la vitesse devient alors plus importante en surface, à l’origine de la forme semi-elliptique.

Dans le cas d’une piste de disque de frein, il existe un gradient de contraintes à la fois en profondeur mais également suivant la direction radiale  $r$ , sur une distance bien plus importante. La conséquence est que l’on s’attend à observer une décroissance de la vitesse également suivant  $r$ . On propose une évolution de la fissure présentée sur la figure 7.23, caractérisée par un passage *semi-circulaire* à *semi-elliptique*. Cette morphologie n’est à ce stade qu’une hypothèse dont on vérifiera la pertinence *a posteriori*. On ne s’intéresse pas aux premiers instants de propagation de la fissure et on étudie directement une fissure déjà existante (front 1). L’ellipticité augmente alors jusqu’à aboutir au profil de la fissure mesurée (front 4). On fait ensuite l’hypothèse, qui devra être confirmée ou infirmée par la suite, que la fissure peut se propager jusqu’à atteindre l’"enveloppe" des contraintes résiduelles de traction (front 5). Le front 6 permettra d’étudier la possibilité d’une propagation suivant la profondeur au delà de cette zone.

Bagnoli *et al.* (2009), dans leurs travaux portant sur l’étude des fissures thermiques sur les disques de frein de véhicule incendie, déduisent de l’observation du faciès de rupture (figure 7.24)

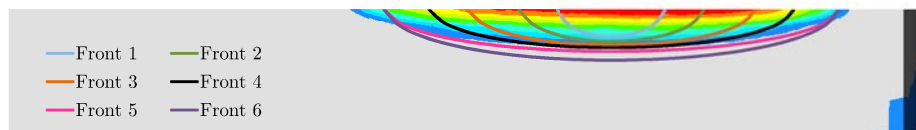


FIGURE 7.23 – Profils circulaire-elliptiques superposés au champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction en fin de freinage

que la fissure a déjà très tôt un profil semi-elliptique (profil A) et évolue en conservant la même ellipticité jusqu'à son profil final (profil B). Bien que peu probable compte tenu de la nature du champ de contraintes, on se propose tout de même de simuler une avancée de la fissure de cette nature, dont les profils sont présentés sur la figure 7.25. On qualifiera cette évolution de *purement elliptique*.

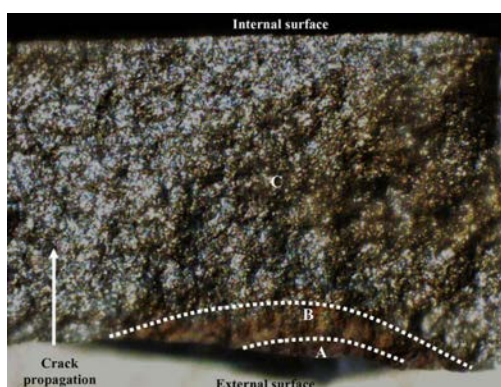


FIGURE 7.24 – Image de la surface de rupture d'un flasque (Bagnoli *et al.*, 2009)

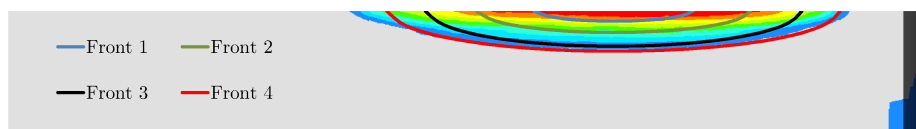


FIGURE 7.25 – Profils elliptiques superposés au champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction en fin de freinage

#### 7.5.4 Calculs élasto-viscoplastique et élastique

Afin de caractériser au mieux l'état de contraintes en pointe de fissure, la modélisation la plus pertinente correspond à celle décrite jusqu'à présent : on effectue un calcul thermique sur le modèle simplifié puis on introduit le champ résultant de température comme condition de chargement dans un calcul mécanique, avec les conditions aux limites appropriées. La fissure est dans ce cas fermée (condition de contact entre les flancs) durant la plus grande partie du freinage et s'ouvre durant la phase de refroidissement, où l'on voit apparaître des contraintes de traction en pointe de fissure. Le calcul étant inélastique, la zone de la fissure, particulièrement sur les premiers fronts, subit des déformations plastiques de compression. On ne peut alors plus parler de plasticité confinée en pointe de fissure. On utilise dans ce cas l'intégrale de contour de Rice (1968) pour donner une information qualitative sur la vitesse de propagation de la fissure.

Les valeurs de l'intégrale  $J$  sont forcément perturbées par le champ plastique et les résultats sont donc à prendre avec précaution. Afin de disposer d'une base de comparaison et de juger de la pertinence de l'approche précédemment décrite, on souhaite connaître l'évolution du facteur d'intensité des contraintes  $K$  pour un chargement équivalent. Or, le calcul de  $K$  n'est valable et renseigné en donnée de sortie dans ABAQUS® qu'à partir d'un calcul élastique qui, par nature, ne génère aucun champ de contrainte résiduel sous une sollicitation thermique. On définit alors un chargement équivalent de la manière suivante :

- La loi de comportement est élastique, avec les caractéristiques du matériau à 20°C. On applique les mêmes conditions aux limites sur les bords et la face inférieure que pour le calcul élasto-viscoplastique (EVP).
- On applique un champ de pression sur les flancs de la fissure (figure 7.26) correspondant aux contraintes résiduelles de traction dans la direction orthoradiale (figure 7.23) obtenues avec un calcul EVP. Cette pression est appliquée par l'intermédiaire d'une routine utilisateur *DLOAD* qui permet une interpolation des valeurs de contraintes aux nœuds.

Le solveur fournit alors la valeur de  $K$  sur le front de la fissure. Afin de pouvoir comparer les résultats à ceux fournis par le calcul EVP, on passe de  $K$  à  $J$  en écrivant :

$$J = \frac{K^2(1 - \nu^2)}{E} \quad (7.1)$$

où  $\nu$  est le coefficient de Poisson et  $E$  le module d'Young.

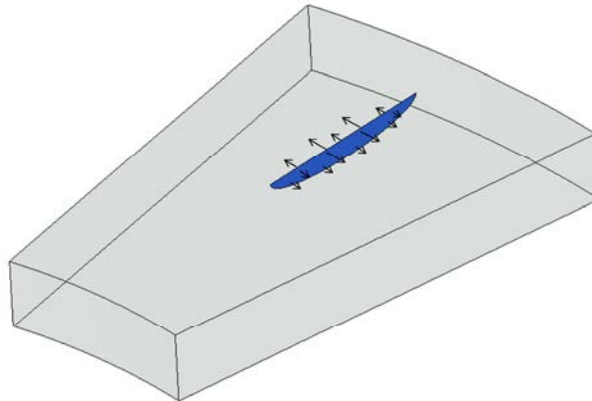


FIGURE 7.26 – Principe d'application du champ de contraintes résiduelles par l'intermédiaire d'une pression sur les flancs de la fissure sur un calcul élastique

### 7.5.5 Post-traitement de $J$

Dans les graphiques qui suivent, le post-traitement, pour les différents profils, est effectué en fonction de la position angulaire des nœuds sur le front de fissure, l'angle 0° correspondant à la surface de la piste côté rayon intérieur et l'angle 180° à celle côté rayon extérieur.

#### Profil *purement elliptique* - Calcul EVP

On peut voir sur la figure 7.27 que dans le cas de profils *purement elliptiques*, quel que soit le front considéré,  $J$  est maximal en profondeur (90°) et très faible suivant le rayon (0° et 180°), ce qui est un contre-sens. En effet, si sur les premiers fronts la vitesse est très supérieure en profondeur

(hypothèse déjà peu probable), les fronts suivants devraient évoluer principalement dans cette direction et stopper radialement, ce qui ne correspond pas aux observations expérimentales. Ce type de profil, pour le chargement considéré, n'est donc pas vraisemblable et ne sera plus abordé par la suite.

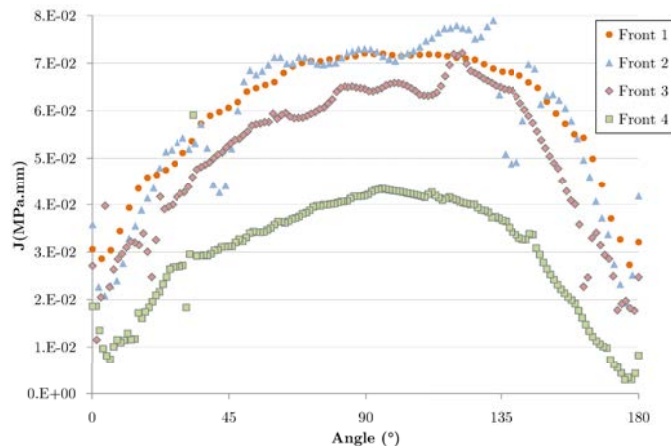


FIGURE 7.27 – Évolution de  $J$  sur les différents fronts de fissure - *Fronts elliptiques* - Calcul EVP

### Profil *circulaire-elliptique* - Calcul EVP

On considère ici le profil qualifié de *semi-circulaire à semi-elliptique* et un calcul EVP. L'évolution de la valeur de  $J$  pour les fronts 1 à 6 est présentée sur la figure 7.28.

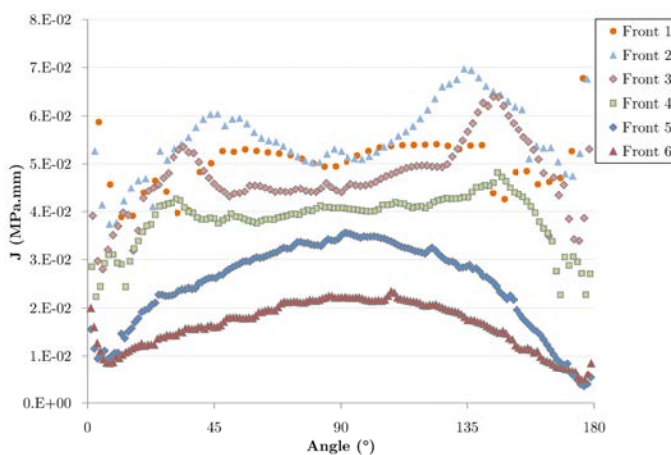


FIGURE 7.28 – Évolution de  $J$  sur les différents fronts de fissure - *Fronts circulaires-elliptiques* - Calcul EVP

Intéressons nous dans un premier temps aux fronts 1 à 3. Sur le front 1, on constate des valeurs très stables entre 45° et 135°, puis des valeurs très dispersées. Sur les fronts 2 et 3,  $J$  est également assez constante entre 45° et 135°, puis augmente avant de chuter brutalement lorsque l'on s'approche de la surface. Entre les fronts 1 et 3, on observe une diminution de  $J$  dans toutes les directions. Hormis la chute de  $J$  proche de la surface, probablement due à des effets liés à la plasticité et au phénomène de vertex lié à la surface libre, ces observations sont cohérentes avec la cinétique d'évolution du front de fissure attendue, à savoir une vitesse de propagation

plus rapide dans la direction radiale que dans la profondeur, et une diminution de la vitesse, en surface comme en profondeur, confortant l'hypothèse d'un profil circulaire-elliptique.

Le front 4 correspond au profil observé expérimentalement, où la vitesse de propagation radiale est considérée comme très faible ou nulle. On constate effectivement une baisse de  $J$ , et on peut supposer que la valeur de  $J$  en surface peut être assimilée à un niveau seuil où la fissure ne se propage plus, ou très lentement. Si l'on fait l'hypothèse que la fissure continue de se propager jusqu'à l'enveloppe des contraintes résiduelles de traction (Front 5), on observe que l'évolution de  $J$ , en l'absence de plasticité généralisée, n'est plus sujette à des oscillations aux extrémités. Sa valeur en surface devient très faible, confirmant que la fissure est stoppée dans la direction radiale. En revanche, suivant la profondeur, on peut supposer que la fissure a encore un peu de potentiel pour se propager. On peut déduire des valeurs de  $J$  sur le front 6 que cette propagation en profondeur sera très faible au delà de la zone de contraintes résiduelles, la valeur maximale à  $90^\circ$  étant inférieure à la valeur minimale en surface du front 4.

### Profil *circulaire-elliptique* - Calcul Élastique

Le même profil *semi-circulaire à semi-elliptique* est utilisé dans un calcul élastique dont les résultats sont présentés sur la figure 7.29. Les évolutions sont tout à fait cohérentes avec les conclusions avancées au paragraphe précédent, présentant une vitesse de propagation plus importante en surface sur les premiers fronts, avant de chuter à partir du front 4 pour aboutir à un arrêt de la fissure entre le front 5 et le front 6.

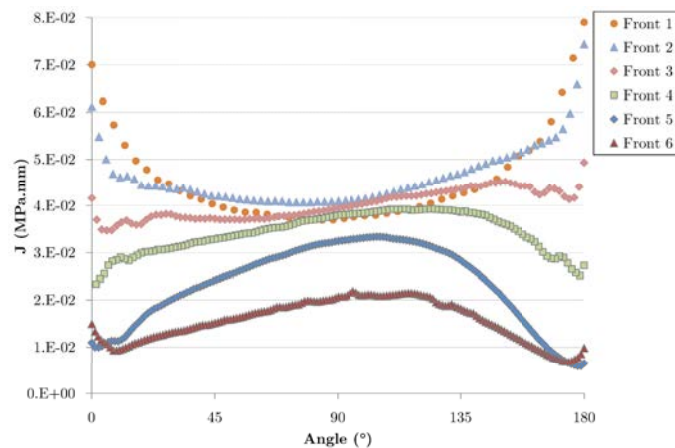


FIGURE 7.29 – Évolution de  $J$  sur les différents fronts de fissure - *Fronts circulaires-elliptiques* - Calcul Élastique

On considère donc que **la zone présentant des contraintes résiduelles positives dans la direction orthoradiale est un bon indicateur macroscopique de la zone de propagation potentielle d'une fissure**. Si des contraintes résiduelles de traction existent en bord de piste, le risque de voir une fissure se propager sera très élevé. Afin de vérifier cette hypothèse, on se propose de traiter un cas où une fissure radiale est effectivement apparue sur banc d'essai.

### Cas d'un freinage plus sévère

Le freinage considéré est semblable à l'essai  $F \{V_{max} \rightarrow 0\}$ , avec une décélération de  $-0.5g$  à comparer avec le freinage ayant abouti à la fissure observée précédemment  $\{80\% V_{max} \rightarrow 40\% V_{max}\}$ , avec une décélération de  $-0.5g$ . L'essai a été réalisé sur le même type de disque et, au terme des 150 freinages, on a constaté une fissure radiale débouchante en rayon extérieur.



On ne dispose pas de mesures de température par thermocouple. La forme du flux a donc été prise identique au freinage  $\{80\% V_{max} \rightarrow 40\% V_{max}\}$  en recalant les valeurs maximales afin d'obtenir un flux global cohérent avec les conditions d'essai.

Le champ de contraintes résiduelles calculé sur un modèle de disque (toujours avec la loi de comportement Elasto-Viscoplastique proposée au chapitres 5 et 6) est présenté sur la figure 7.30. Celui-ci s'étend largement jusqu'au rayon extérieur, allant dans le sens de l'hypothèse avancée.

Un calcul sur le modèle simplifié a également été réalisé, en choisissant arbitrairement comme profil de fissure le front 5 du profil *semi-circulaire à semi-elliptique*. On observe sur la figure 7.31 l'évolution de  $J$  dont les valeurs sont très largement supérieures, et particulièrement en rayon extérieur, à celles relevées pour l'essai  $\{80\% V_{max} \rightarrow 40\% V_{max}\}$ .

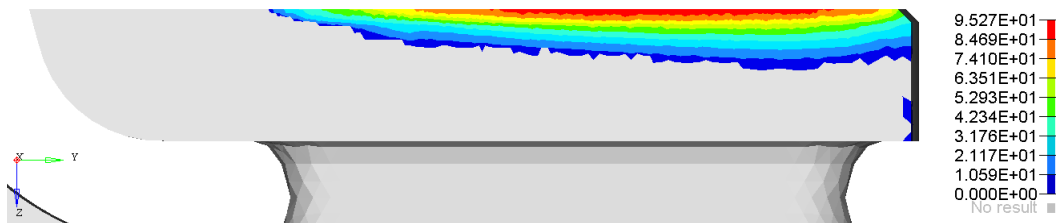


FIGURE 7.30 – Champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction (en MPa) après un freinage de type  $F$

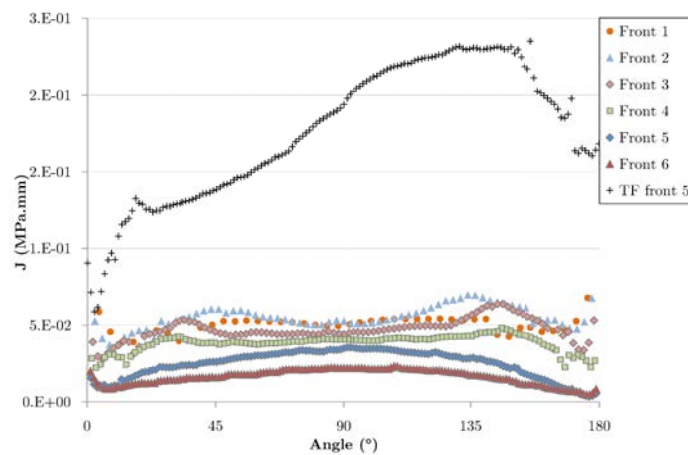


FIGURE 7.31 – Évolution de  $J$  sur les différents fronts de fissure - *Fronts circulaires-elliptiques* - Calcul EVP + Chargement Essai  $F$  sur le Front 5

### 7.5.6 Discussion

L'étude numérique d'une fissure observée expérimentalement nous a permis de proposer un outil au bureau d'étude permettant de juger de la criticité du réseau de fissures. Le principe est simplement de post-traiter les contraintes résiduelles orthoradiales en fin de freinage et de considérer la zone où celles-ci sont positives comme une approximation de la taille maximale des fissures principales du réseau. Le calcul sur le modèle simplifié avec une fissure explicitement calculée n'a pas vocation à devenir un outil de prévision de la vitesse de propagation, du fait de la complexité dans sa mise en œuvre ainsi que des réserves qu'il faut prendre dans l'interprétation des résultats. Il nous a néanmoins permis de proposer un critère macroscopique et simple d'utilisation, ne nécessitant pas de modélisation particulière, permettant d'orienter très tôt la conception des disques vis-à-vis de la résistance à la fatigue thermique.

## 7.6 Étude de la zone d'obscurcissement des fissures

On propose dans la dernière partie de ce manuscrit une analyse de la morphologie et de la densité du réseau, à travers l'étude de la zone d'obscurcissement des fissures principales en fin d'essai.

On observe assez distinctement sur la figure 7.11 un réseau organisé et relativement régulier où les plus grandes fissures ont obscurci les plus petites selon le mécanisme décrit au paragraphe 1.2.2. On peut déterminer de manière visuelle le nombre de fissures radiales principales et diviser  $360^\circ$  par le nombre obtenu, obtenant ainsi l'espace angulaire en degrés de la zone d'obscurcissement  $\theta_{obs}$  des fissures et donc le pas du réseau. La détermination du nombre de fissures principales dépend de l'observateur et de ce que l'on considérera comme fissure "principale" ou non. On peut néanmoins donner des bornes à ce nombre et ainsi définir un intervalle auquel appartient  $\theta_{obs}$ . On aboutit finalement à  $3^\circ < \theta_{obs} < 4^\circ$ .

On cherche à retrouver de manière numérique cette zone d'obscurcissement, ce qui permettrait de conforter les hypothèses et modélisations avancées dans ce chapitre. La démarche adoptée pour y parvenir consiste dans un premier temps à définir une zone où l'on considère que, du fait de la présence d'une fissure, les contraintes orthoradiales sont relaxées.

On choisit alors de tracer cette contrainte en fonction, par exemple, de  $\theta$  (l'angle du point considéré) pour plusieurs rayons le long de la fissure. Sur le modèle simplifié du flasque extérieur, on définit pour cela sous ABAQUS® des lignes de post-traitement, ou plus précisément des arcs, appelés *Path* (figure 7.32). Le long de ces chemins, on peut calculer la contrainte orthoradiale résiduelle  $\sigma_{\theta\theta}$  en fin de freinage.

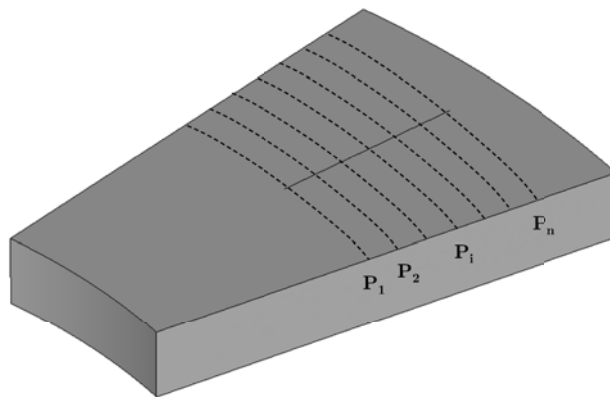


FIGURE 7.32 – Lignes de post-traitement

La figure 7.33 présente l'évolution de  $\sigma_{\theta\theta}$  en fonction de  $\theta$  avec un calcul EVP pour le rayon correspondant au centre de la fissure. On constate une chute graduelle de la contrainte lorsque l'on s'approche de celle-ci, générant alors une zone dite de relaxation. La définition précise de cette zone est difficile. On peut choisir une **estimation maximale** qui correspond au moment où la valeur de contrainte commence à différer de sa valeur asymptotique  $\sigma_{\theta\theta max}$ , mais il faut alors définir un offset de manière arbitraire à partir duquel on considère que l'on s'éloigne de cette valeur.

On préfère définir une zone que l'on qualifiera de **minimale**, associée à la détermination d'un angle de relaxation  $\theta_{relax}$ . Cet angle est défini en idéalisant la répartition de  $\sigma_{\theta\theta}$  en fonction de  $\theta$  par une représentation binaire : soit la contrainte a une valeur  $\sigma_{\theta\theta max}$ , soit elle est nulle (pointillés sur la figure 7.33). C'est cette zone qui correspond à la zone de relaxation minimale.  $\theta_{relax}$  est calculé en considérant une équivalence entre la contrainte intégrée le long du chemin et sa



représentation idéalisée :

$$\int_0^{\theta_{max}} \sigma_{\theta\theta} d\theta = (\theta_{max} - \theta_{relax}) \sigma_{\theta\theta max} \quad (7.2)$$

ce qui revient graphiquement à dire que, sur la figure 7.33, l'aire de la surface sous les traits pleins est égale à celle sous les traits pointillés.

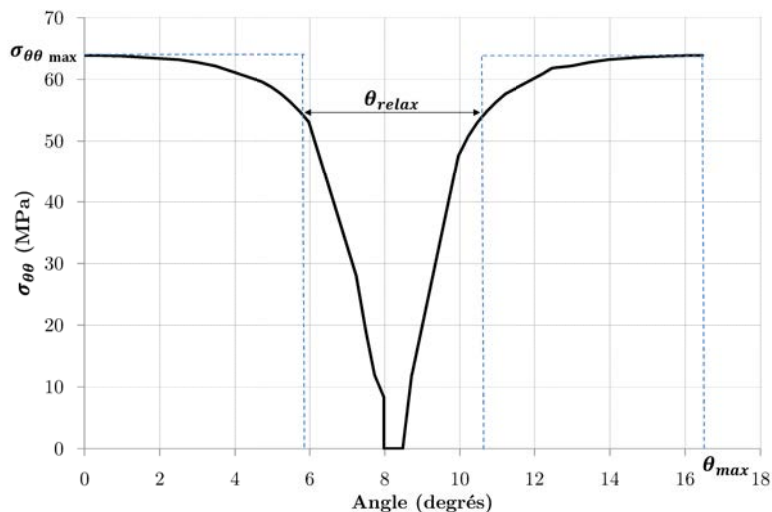


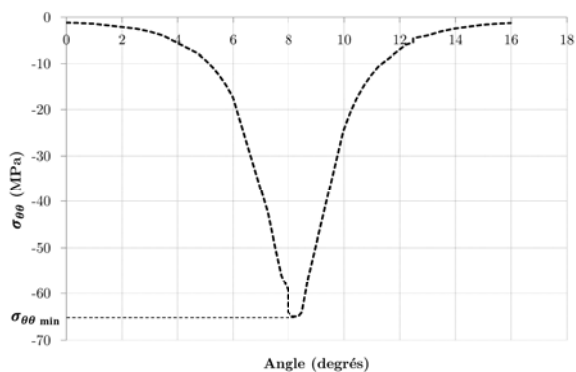
FIGURE 7.33 – Exemple de tracé des contraintes résiduelles orthoradiales sur un chemin pour un calcul EVP

On aurait également pu prendre une forme triangulaire, adoptée pour l'étude de la fissuration de composites à matrices fragiles (Curtin, 1991). L'estimation de  $\theta_{relax}$  aurait alors été légèrement supérieure.

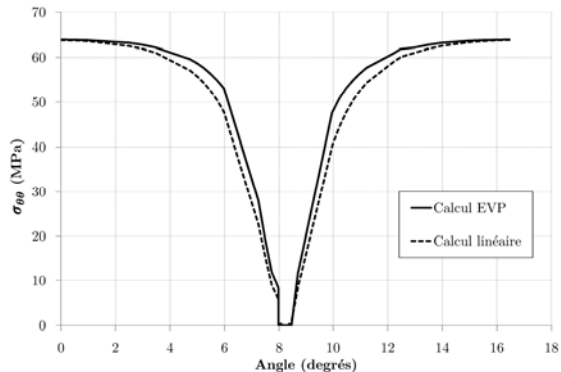
La même démarche peut être appliquée à un calcul élastique sur lequel on applique une pression sur les flancs de la fissure. Dans ce cas, la contrainte est négative au centre et nulle dans son état asymptotique, on décale alors artificiellement la courbe en soustrayant la valeur minimale  $\sigma_{\theta\theta min}$  (figure 7.34a). On peut alors superposer les évolutions de contrainte le long d'un chemin dans le cas EVP et élastique (figure 7.34b) et constater un comportement très proche. On peut néanmoins visuellement prédire que la zone relaxée sera légèrement supérieure dans le cas d'un calcul élastique. L'aire sous la courbe correspondant au calcul élastique est en effet inférieure à celle correspondant au calcul EVP, entraînant automatiquement une valeur de  $\theta_{relax}$  plus importante dans le cas élastique.

On présente sur les figures 7.35 et 7.36 la zone relaxée idéalisée, approximée sur le rayon par un polynôme de degré 2, et superposée au champ de contraintes résiduelles pour les calcul EVP et élastique.

Avec cette représentation idéalisée, l'angle  $\theta_{relax}$  ainsi défini correspond donc **à la distance minimale** entre deux fissures, et implique qu'aucune fissure ne pourra se créer entre deux fissures de taille identique séparées d'un angle inférieur à  $2\theta_{relax}$  car on suppose que les zones de relaxation ne peuvent pas se superposer (figure 7.37). Cependant, distance minimale ne veut pas dire **distance la plus probable**.



(a) Sans décalage



(b) Avec décalage et superposition calcul EVP

FIGURE 7.34 – Tracé des contraintes orthoradiales sur un chemin pour un calcul élastique

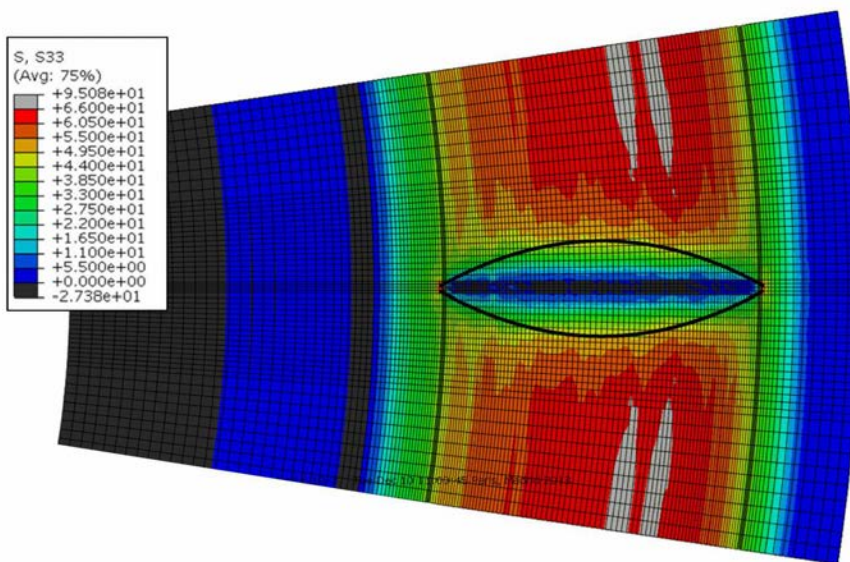


FIGURE 7.35 – Zone de relaxation des contraintes idéalisée (trait noir plein) pour un calcul EVP

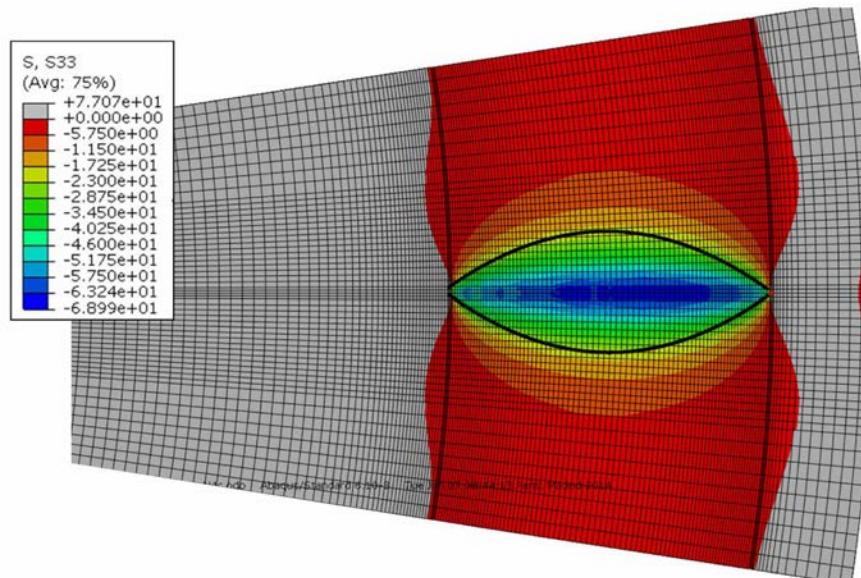


FIGURE 7.36 – Zone de relaxation des contraintes idéalisée (trait noir plein) pour un calcul élastique

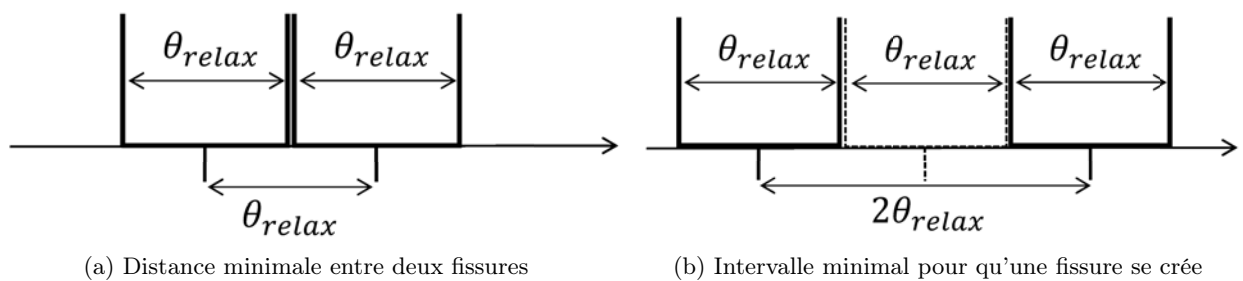


FIGURE 7.37 – Illustration des distances entre fissures

Pour des applications liées à l'adsorption de particules, [Widom \(1966\)](#) a étudié la distribution de  $N$  barres rigides de longueur  $\delta$  distribuées de manière aléatoire sur une ligne de longueur  $L$ , mais ne pouvant pas se chevaucher. Il propose une analyse statistique qui permet d'aboutir à la distance la plus probable  $\bar{x}$  entre le centre de chaque barre définie par  $\bar{x} = 1.337\delta$ .

[Curtin \(1991\)](#) utilise une démarche identique avec succès pour prédire la longueur moyenne d'un ligament entre deux fissures sur un composite mono-filament fragmenté. De manière analogue, on choisit de définir la zone moyenne d'obscurcissement d'une fissure par  $\theta_{obs} = 1.337\theta_{relax}$ , le pas du réseau de fissure valant alors  $\theta_{obs}$ . On notera que ce calcul suppose que la dispersion liée à l'amorçage continu de fissures reste faible en moyenne ([Seyedi, 2004](#)). Dans le cas contraire on observe un effet de la dispersion plus marqué ([Curtin, 1991](#); [Seyedi, 2004](#)). Ce dernier cas est peu probable pour le matériau étudié. On calcule alors les zones obscurcies pour chaque chemin et on reporte les résultats sur la figure 7.38 où est tracée  $\theta_{obs}$  en fonction du rayon.

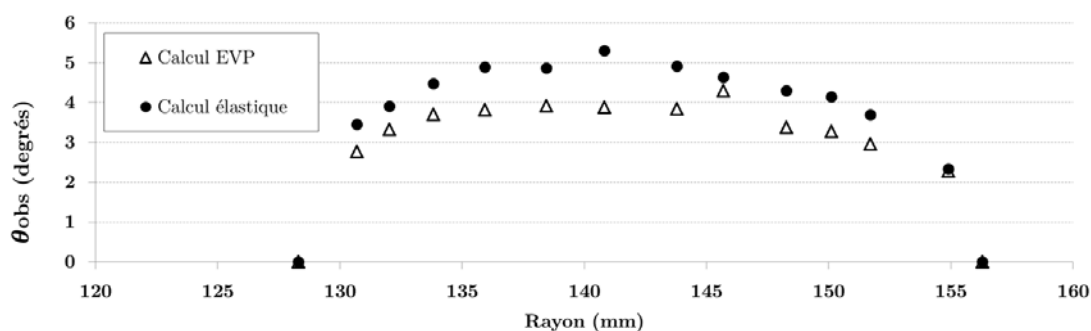


FIGURE 7.38 – Angle correspondant à la zone obscurcie

Pour le calcul EVP, la zone d'obscurcissement maximale est de l'ordre de  $4^\circ$ , et de  $5^\circ$  dans le cas d'un calcul élastique, données à comparer avec l'estimation visuelle  $3^\circ < \theta_{obs} < 4^\circ$ . On constate un bon accord entre les valeurs théoriques et les résultats expérimentaux, traduisant la cohérence de la démarche adoptée pour traiter la problématique du faïençage des pistes.

## 7.7 Conclusions

Nous avons traité dans ce chapitre la problématique du faïençage des pistes de disque de frein par une approche qualitative. L'objectif avancé, qui était d'estimer la criticité du réseau à travers sa capacité à aboutir à une fissure radiale débouchante, a été atteint en se basant sur une campagne expérimentale sur disque et une approche numérique basée sur l'analyse d'une fissure radiale isolée. Cette analyse nous a permis de définir de manière macroscopique une zone (dans le plan rayon-épaisseur de la piste) correspondant aux bornes physiques au delà desquelles une fissure radiale ne va plus se propager. L'application de ce critère à un freinage sévère faisant apparaître une fissure radiale débouchante a permis de valider cette démarche.

La limitation de cette approche vient du fait que l'on ne prédit pas une vitesse de propagation ni un nombre de freinages à partir duquel une fissure va déboucher, mais uniquement la possibilité qu'une fissure s'arrête. Étant donné la sévérité des chargements sur banc de validation, la probabilité qu'une fissure jugée critique au calcul ne se propage pas jusqu'au rayon extérieur ou intérieur avant le nombre de freinages validant la pièce est très faible. Cet outil représente donc une aide déterminante dans les choix de conception, permettant de s'affranchir, dans les premières phases de développement, d'essais souvent longs et coûteux.



# Conclusions générales et perspectives

L'objectif des travaux rapportés dans ce mémoire était de proposer une méthode de dimensionnement à la fatigue thermomécanique de disques de freins automobiles en fonte perlitique à graphite lamellaire, dite fonte GL. En faisant le choix d'une démarche postulant un découplage entre le comportement et l'endommagement en fatigue, un modèle de comportement non linéaire, spécifique à la fonte GL et à la problématique des disques, a été proposé et un critère de fatigue permettant de prévoir l'amorçage d'une fissure a été choisi et identifié. Une analyse de la problématique du faïencage ainsi que de son évolution a également été introduite.

## Sur le modèle de comportement

L'étude bibliographique a permis de comprendre les mécanismes microstructuraux à l'origine de la dissymétrie du comportement de la fonte GL. Deux modèles multi-échelles simples ont été proposés, permettant d'en représenter de façon réaliste le comportement macroscopique. Il a ainsi été démontré que la microstructure lamellaire de la fonte pouvait être modélisée de manière très simple, à l'aide d'une cellule comportant une seule fissure, se propageant dans le plan normal à la sollicitation. Cette modélisation peut elle-même être représentée par un modèle rhéologique constitué de barres de différentes sections. Cette représentation a permis de poser les bases d'un modèle de comportement macroscopique apte à représenter la dissymétrie traction compression.

En se basant sur ces observations, un modèle rhéologique unidimensionnel, valable sous un chargement cyclique de traction/compression a été proposé. L'écriture tridimensionnelle d'une loi de comportement présentant un endommagement anisotrope activé par le chargement a été effectuée dans le cadre d'une sollicitation ne faisant pas apparaître de refermeture des lamelles présentant une décohésion avec la matrice. Une procédure d'identification a été mise en place avec certaines limites dues au fait que la démarche est effectuée sur des essais pré-existants à cette étude au cours desquels des lamelles s'ouvrent ou se ferment. Pour traiter une autre nuance de fonte, une nouvelle démarche d'identification a été proposée pour des conditions expérimentales dans lesquelles les lamelles sont soit toujours ouvertes, soit toujours fermées.

L'extension de ce modèle aux cas de chargements unidirectionnels quelconques a ensuite été décrite. L'application aux essais cycliques a permis de mettre en évidence certaines limites du modèle qui ont été discutées. Une nouvelle campagne expérimentale a été réalisée, afin de comprendre et d'analyser les phénomènes mis en jeu. Un dommage induit en compression a ainsi été mis en évidence et introduit dans le modèle, amenant plus de précision dans les phases de charge, et permettant de quantifier le dommage sous chargement compressif.

La généralisation aux cas de chargements multiaxiaux n'a été possible que sous certaines hypothèses, vérifiées dans le cas d'une application sur disque de frein. Le modèle finalement adopté permet de représenter fidèlement la différence de comportement entre la traction et la compression ainsi que les pertes de raideur associées à l'endommagement induit, mais ne permet pas de gérer la fermeture des lamelles rompues dans n'importe quelles conditions.

Nous n'avons pas pu, dans le cadre de cette thèse, répondre de manière définitive à la question de la dépendance de l'endommagement à la contrainte ou à la déformation appliquée. Une solution a été adoptée essentiellement pour des raisons pratiques, mais une campagne expérimentale permettrait de se prononcer de manière plus précise. Des essais de compression monotone à différentes vitesses de chargement permettraient de décrire la dépendance du comportement du matériau à la vitesse de chargement, sans endommagement apparent. Des essais de traction monotone aux mêmes vitesses nous permettraient alors de quantifier pour chacune d'entre elles l'évolution du dommage et de définir avec certitude la grandeur pilotant l'évolution de l'endommagement.

Nous avons postulé une modélisation de l'endommagement de type orthotrope, activé par le chargement, en nous basant uniquement sur un comportement uniaxial et en faisant des hypothèses sur les mécanismes d'endommagement. Même si celles-ci ont pu être partiellement vérifiées par l'évolution du coefficient de Poisson, des essais bi-axiaux sur une éprouvette en croix (Tomicevic *et al.*, 2013), en phase ou hors phase, permettraient de confirmer définitivement ou d'infirmer ces hypothèses.

Dans le même ordre d'idée, l'apport de la tomographie pourrait être intéressant ; des essais de traction ou de compression *in situ* sous tomographe pourraient en effet permettre de visualiser les lamelles endommagées afin de répondre à cette question : celles-ci sont-elles majoritairement réparties de manière perpendiculaire à la direction de sollicitation ou bien de manière plus isotrope ?

## Sur la durée de vie en fatigue

Nous avons traité de manière différente la problématique de la durée de vie en fatigue dans la gorge de détente ou en fond de bol, où l'endommagement est dû à un couplage entre le chargement thermique et la géométrie de la pièce, et sur les pistes de freinage, où seules les contraintes dues au gradient thermique sont à l'origine de l'endommagement.

Dans le premier cas, une approche basée sur la prévision de la durée de vie à l'amorçage de fissure, associée à un critère de fatigue énergétique a été proposée. L'existence d'un état stabilisé du comportement sous un chargement cyclique ainsi qu'une corrélation entre la durée de vie prédite et celle observée expérimentalement sur structure a permis de valider cette démarche. Celle-ci est justifiée par le fait que pour la majorité des géométries de disques, on observe une propagation rapide de la fissure amorcée. Néanmoins, on a pu observer récemment (Bellicam et Toussaint, 2013) que pour certaines géométries, la fissure mettait un temps, que l'on ne peut plus qualifier de négligeable, à se propager à travers le disque. On peut alors légitimement se poser la question de la pertinence d'une approche en propagation de fissure en complément de celle en amorçage. Il n'y a pas de limitation technique majeure à une telle approche mais, compte tenu des conséquences d'une rupture de disque de frein en clientèle, une attention particulière devra être portée aux incertitudes et à la précision d'un tel calcul.

Dans le cas des pistes, le critère précédemment décrit permet de prédire la durée de vie à l'amorçage avec une précision acceptable. Le réseau de fissures peut alors évoluer très lentement voire s'arrêter sans altérer les fonctionnalités du disque. Sans élément supplémentaire permettant de juger de la dangerosité du réseau, il se révèle alors inadapté. Nous avons proposé dans ces travaux un indicateur permettant de statuer sur la capacité du réseau à conduire à la ruine complète de la structure, permettant ainsi d'orienter les choix de conception du disque et de l'étrier. Cet indicateur a l'avantage de pouvoir être post-traité à l'issue d'un calcul simple, sans introduction d'une fissure dans le modèle. Cette approche ne permet en revanche pas de définir une durée de vie ni la morphologie du réseau.

La mise en place d'un modèle probabiliste permettant de simuler l'évolution du réseau de fissures est aujourd'hui envisageable. Il est pour cela nécessaire de disposer d'un modèle d'obscurcissement des fissures. Nous avons dans la dernière partie de ce manuscrit posé les bases d'un tel modèle que l'on a pu valider expérimentalement. Il ne s'agit néanmoins que d'une première étude, faisant l'hypothèse que le réseau à saturation ne fait apparaître que des fissures de taille identique, sans possibilité qu'une fissure plus petite ne se développe entre elles. Or, on peut observer sur les pistes du disque *D330* une alternance entre des fissures primaires principales et un réseau secondaire constitué des fissures beaucoup plus petites (figure 7.11b), vraisemblablement obscurcies par les plus grandes.

Un modèle probabiliste d'amorçage de fissures doit également être défini. Le critère à l'amorçage proposé au chapitre 6 peut être mis sous une forme probabiliste et non plus déterministe (Malésys *et al.*, 2009; Rupil, 2012), via par exemple l'utilisation de l'estimateur du maximum de vraisemblance (Fisher, 1912). On associe ainsi une probabilité d'amorçage de fissures à un nombre de freinages donné, permettant de simuler le phénomène de germination continue. Cette solution n'est pas forcément la plus pertinente et des travaux sur le sujet mériteraient d'être lancés.

Enfin, la caractérisation de la vitesse de propagation et une loi appropriée sont nécessaires. Il s'agira alors de proposer une campagne expérimentale en fissuration représentative du comportement rencontré sur pièce : un chargement thermomécanique anisotherme hors phase. L'utilisation d'éprouvettes CT (Compact Tension), ne permettant pas d'appliquer des chargements de compression, n'est donc pas pertinente. On privilégiera plutôt des éprouvettes SEN (Single Edge Notch) sur lesquels on peut reproduire les chargements observés sur piste. Enfin, une loi de propagation des fissures dans un cadre non linéaire devra être proposée.





# Bibliographie

- ABDI, R. E. et SAMROUT, H. (1999). Effet de la distribution du flux dans un disque de frein sous sollicitations thermomécaniques. *Mécanique industrielle et Matériaux*, 52. 13
- AFNOR (1997a). Fonderie - fonte à graphite lamellaire. *Norme NF EN 1561*. 19
- AFNOR (1997b). Fonderie - fonte à graphite sphéroïdal. *Norme NF EN 1563*. 19
- ALTENBACH, H., STOYCHEV, G. B. et TUSHTEV, K. N. (2001). On elastoplastic deformation of grey cast iron. *International Journal of Plasticity*, 17:719–736. 43
- AMIABLE, S., CHAPULIOT, S., CONSTANTINESCU, A. et FISSOLO, A. (2006). A comparison of lifetime prediction methods for a thermal fatigue experiment. *International Journal of Fatigue*, 28(7):692–706. 119
- ARMSTRONG, P. et FREDERICK, C. (1966). A mathematical representation of the muulti-axial bauschinger effect. *Rapport technique, Berkeley Nuclear Laboratories*. 34, 60
- AULD, B. A. (1990). *Acoustic Fields and Waves in Solids*, pages 74–75. Robert E. Krieger Publishing Company. 107
- BAGNOLI, F., DOLCE, F. et BERNABEI, M. (2009). Thermal fatigue cracks of fire fighting vehicles gray iron brake discs. *Engineering Failure Analysis*, 16:152–163. 11, 149, 150
- BARBER, J. R. (1969). Thermoelastic instabilities in the sliding of conforming solids. *Proc. Roy. Soc.*, A312:381–394. 9
- BARRALIS, J. et MAEDER, G. (1995). *Précis de métallurgie 6ème édition*. Editions Nathan, Paris. 18
- BASQUIN, O. H. (1910). The exponential law of endurance tests. *Proc. ASTM*, 10:625–630. 118
- BASTID, P. (1995). *Comportement thermomécanique des fontes à graphite sphéroïdal pour collecteurs d'échappement*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris. 26
- BELICAM, J.-F. et TOUSSAINT, W. (2013). Rapport d'essai N°01449-12-00358 - AMS et résistance à la rupture. Rapport technique, PSA Peugeot Citroen. 162
- BESSON, J. (2005). *Implementation of material constitutive equations in finite element codes*. Ecole des Mines de Paris. 76
- BOUDEVIN, S. (2008). Manuel de conception disque de frein - approche calcul. Rapport technique, PSA Peugeot Citroen. 6
- BRISOU, F. (consulté en 2013). Petite histoire du freinage ferrovière. <http://florent.brisou.pagesperso-orange.fr>. 4

- BROOKS, P. C., BARTON, D. C. et KOETNIYOM, S. (2002a). The development of a material model for cast iron that can be used for brake system analysis. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, 216(5):349–362. 43
- BROOKS, P. C., BARTON, D. C. et KOETNIYOM, S. (2002b). Monotonic and cyclic stress strain curves with temperature dependence for cast iron brake disc. *The Journal of KMITNB*, 12:11–1. 21
- BROWN, M. W. (1989). Analysis and design methods in multiaxial fatigue. *Advances In Fatigue Science and Technology*, pages 387–402. 149
- CARRÉ, J.-J. (1989). *Technologie du freinage - Frein à disque*. Editions Techniques de l'Ingénieur, Paris. 7
- CHABOCHE, J.-L. (1977). Sur l'utilisation des variables d'état internes pour la description du comportement viscoplastique et de la rupture par endommagement. *Symp. Franco-Polonais de Rhéologie et mécanique*. 69
- CHABOCHE, J.-L. (1978). *Description phénoménologique de la viscoplasticité cyclique avec endommagement*. Thèse d'Etat, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6. 68, 70
- CHABOCHE, J.-L. (1979). Le concept de contrainte effective appliquée à l'élasticité et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotrope. *Mechanical Behavior of Anisotropic Solids Proceedings, Euromech 115*, pages 737–760. 68
- CHABOCHE, J.-L. (1989). Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *International Journal of Plasticity*, 5(3):247–302. 34, 46
- CHARKALUK, E. (1999). *Dimensionnement des structures à la fatigue thermomécanique*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique. 1, 23, 117, 119
- CHEREPANOV, G. P. (1969). On crack propagation in solids. *International Journal of Solids and Structures*, 5:863–871. 116
- CHOW, C. L. et WANG, J. (1987). An anisotropic theory of continuum damage mechanics for ductile fracture. *International Journal of Fracture*, 27:547–558. 68
- COFFIN, L. F. (1954). A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile material. *Transactions of the ASME*, 53-A76:931–950. 117
- COLLINI, L., NICOLETTO, G. et KONECNA, R. (2008). Microstructure and mechanical properties of pearlitic gray cast iron. *Materials Science and Engineering*, 488:529–539. 18
- CONSTANTINESCU, A., DANG VAN, K. et MAITOURNAM, H. (2003). A unified approach for high and low cycle fatigue based on shakedown concepts. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 26(6):561–568. 114
- CORDEBOIS, J.-P. et SIDOROFF, F. (1982). Endommagement anisotrope en élasticité et plasticité. *Journal de Mécanique Théorique et appliquée*, Numéro spécial:45–60. 68
- CRISTOL, A. L., DESPLANQUES, Y., OSTERLE, W. et DEGALLAIX, G. (2010). Coupling between thermal localisation and friction mechanisms : heat accumulation effect. *Proceedings of the 6th European Conference on Braking*, pages 61–69. 9
- CURTIN, W. A. (1991). Exact theory of fiber fragmentation in single-filament composite. *J. Mat. Sci.*, 26:2837–2845. 156, 159

- DANG VAN, K. (1973). Sur la résistance à la fatigue des métaux. *Sciences et Techniques de l'armement. Journal de l'artillerie française*, 47(6):647–722. 114
- D'CRUZ, A. H. (1989). Surface crack initiation in ventilated disc brakes under transient thermal loading. *Institution of Mechanical Engineers*, (C382/05). 11
- DEGALLAIX, G. et DUFRENOY, P. (2007). Fatigue thermique de disques de frein ferroviaires. *23emes Journées de Printemps "Fatigue sous Sollicitation Thermiques"*. 135
- DENOUAL, C. (1998). *Approche probabiliste du comportement à l'impact du carbure de silicium : application aux blindages moyens*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan. 68
- DESMORAT, R. (2010). Non-saturating nonlinear kinematic hardening laws. *Comptes Rendus Mécanique*, 338:146–151. 34
- DEUTSCH, K. (2010). *RMG 4015 Crack Depth Measurement*. KARL DEUTSCH, www.karldeutsch.de. 141
- DOUDARD, C. (2004). *Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir d'essais d'échauffement*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan. 119
- DOUR, G. (2001). Surface damage of die-gravity casting tool. 136
- DOWNING, S. D. et SOCIE, D. F. (1982). Stress/strain simulation model for grey cast iron. *International Journal of Fatigue*, 142:143–148. 37, 38, 51
- DRUCKER, D. et PRAGER, W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quart. Appl. Math*, 10:157–165. 40
- DUFRENOY, P. (1995). *Etude du comportement thermomécanique des disques de freins vis à vis des risques de défaillance. Application au domaine ferroviaire*. Thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille. 9, 13
- ESHELBY, J. D. (1968). The continuum theory of lattice effects. *Solid stat. Physics II*, pages 79–144. 116
- FABRIKANT, V. I. (1990). Complete solutions to some mixed boundary value problems in elasticity. *Advances in Appl. Mech*, 27:153–223. 68
- FAYARD, J. L. (1996). *Dimensionnement à la fatigue polycyclique de structures soudées*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique. 117
- FISHER, R. (1912). On an absolute criterion for fitting frequency curves. *Messenger of Mathematics*, 41:155–160. 163
- FLOQUET, A. et DUBOURG, M. C. (1994). Nonaxisymmetric effects for three-dimensional analysis of brake. *ASME Journal of tribology*, 116:401–408. 13
- GANGLOFF, P. (2010). Essais incrémentaux sur une fonte à graphite lamellaire. Test report, Exova, Colomiers, France. 1, 21, 26, 27, 28
- GERMAIN, P. (1973). *Cours de mécanique des milieux continus*. Masson. 28, 70
- GILBERT, G. (1959). An evaluation of the stress-strain properties of flake graphite cast iron in tension and compression. *Journal of the British Cast Iron Research Association*, 7:745–789. 20

- GILBERT, G. et KEMP, S. (1978). Behavior of a flake graphite cast iron under cyclic loading in tension. *BCIRA report*, 1352. 26
- GILBERT, G. et RICHARDS, P. (1969). Behavior of a flake graphite cast iron under repeated tensile stress. *BCIRA report*, 948. 26
- HAAG, L. (2012). Essai de caractérisation en fatigue oligocyclique sur disque D330. Rapport technique, PSA Peugeot Citroen. 10, 138, 139, 141, 142, 143
- HAENNY, L. et ZAMBELLI, G. (1984). The role of the matrix graphite interaction in the tensile behavior of grey cast iron. *Engineering Fracture Mechanics*, 19:113–121. 38, 39
- HALM, D. et DRAGON, A. (1996). A model of anisotropic damage by mesocrack growth ; unilateral effect. *International Journal of Damage Mechanics*, 5:384–402. 68
- HALPHEN, B. et NGUYEN, Q. (1975). Sur les matériaux standards généralisés. *Journal de mécanique*, 14:39–63. 32
- HASSANI, S. (2008). *Mécanique des milieux continus*. Université de Savoie. 40
- HJELM, H. E. (1994). Yield surface for grey cast iron under biaxial stress. *Transactions of the ASME*, 116:148–154. 41, 42, 43
- JIMBO, Y. (1990). Development of high thermal conductivity cast iron for brake disc rotor. *SAE Technical Paper Series, International Congress and Exposition*, pages 22–28.
- JOSEFSON, B. L., STIGH, U. et HJELM, H. E. (1995). A non linear kinematic hardening model for elastoplastic deformations in grey cast iron. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 117:145–150. 41
- KACHANOV, L. M. (1958). Time of the rupture process under creep conditions. *Izv. Akad.Nauk. SSR. Otd Tekh. Nauk.*, 8:26–31. 67
- KACHANOV, L. M. (1980). Continuum model of medium with cracks. *Journal of Engineering Mechanics Division*, 106:1039–1051. 68
- KELLER, J.-J. (2006). Expertise métallurgique disque 290x12 véhicule d2/x6. *Rapport confidentiel PSA*. 20
- KELLER, J.-J. (2010). Compte rendu d’expertise disque 266x22 RPI fonte GLC - comparaison mesure fissures radiales appareil RMG 4015 et CIMB. Rapport technique, PSA Peugeot Citroen. 141
- KRAJGINOVIC, D. (1996). *Damage Mechanics*. North Holland. 68
- LAUNAY, A. (2011). *Thermoplastiques renforcés en fibre de verre courtes : Comportement cyclique, fatigue et durée de vie*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique. 23, 117
- LECKIE, F. A. et ONAT, E. T. (1981). Tensorial nature of damage measuring internal variables. *International Union of Theoretical and Applied Mechanics symposium, Physical Nonlinearities in Structures*, pages 140–155. 68
- LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J.-L. (1978). Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement. *Journal de Mécanique Appliquée*, 3:317–365. 69

- 
- LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J.-L. (1996). *Mécanique des Matériaux Solides, deuxième édition*. Dunod, Cachan. 35, 51, 60, 68, 69, 70
- LEMAITRE, J. et DESMORAT, R. (2005). *Engineering Damage Mechanics*. Springer, New York. 73
- LIMPERT, R. (1999). Brake design and safety, second ed. *SAE International*. 8
- LUCAS, A. (2010). Disques de frein tous types - caractérisations métallurgiques et santé matière. *Spécifications techniques PSA*.
- MAILLOT, V. (2003). *Amorçage et propagation de réseaux de fissures de fatigue thermique dans un acier inoxydable austénitique de type X2 CrNi18-08 (ALSI 304 L)*. Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille. 137
- MAITOURNAM, H. (2008). *Mécanique des structures anélastiques*. Ecole Polytechnique. 115, 118
- MALÉSYS, N. (2007). *Modélisation probabiliste de formation de réseaux de fissures de fatigue thermique*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan. 137, 138
- MALÉSYS, N., VINCENT, L. et HILD, F. (2009). A probabilistic model to predict the formation and propagation of crack networks in thermal fatigue. *International Journal of Fatigue*, 31:565–574. 137, 163
- MANILIN, N. et BATANOVA, O. (1979). Plasticity of materials with different strength in tension and compression. *Izv. VUZov.Mashinostroenie*, 12:9–14. 41
- MANSON, S. S. (1953). Behavior of materials under conditions of thermal stresses. *Technical report 2933, N.A.C.A.* 117
- MARGERIE, J.-C. (1989). *Propriétés des fontes grises ordinaires*. Editions Techniques de l'Ingénieur, Paris. 18, 20
- MARQUARDT, D. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 11:431–441. 46
- MARQUIS, D. (1989). *Phénoménologie et thermodynamique - Application au couplage entre la thermoélasticité, la plasticité, le vieillissement et l'endommagement*. Thèse d'Etat, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6. 71
- MATHON, P. (1969). Usinabilité et propriétés mécaniques de fontes. *Fonderie*, 275:71. 21
- MAZARS, J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse d'Etat, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6. 80
- MERHY, E. (2011). *Propagation de fissures sous chargement thermomécanique cyclique anisotherme*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique. 117
- MEYERSBERG, H. (1933). Conférence ATF du 15 février 1933. *Bull. ATF*, pages 338–351. 20
- MOHR, O. (1900). Welche Umstaende bedingen die Elastizitaetsgrenze und den Bruch eines Materials. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, pages 44–1524. 39
- MORROW, J. D. (1965). Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals. *American Society of Testing Materials*, pages 45–87. 118, 126
-

- MURAKAMI, S. et OHNO, A. (1978). A constitutive equation of creep damage in polycrystalline metals. *International Union of Theoretical and Applied Mechanics colloquium, Euromech 111*. 68
- NGUYEN, T. M. L. (2001). *Modélisation thermomécanique des disques de frein par approche eulérienne*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique. 1, 14, 119
- NORTON, F. (1929). *The creep of steel at high temperature*. McGraw-Hill, New-York. 35
- OHNO, N. et WANG, J. (1994). Kinematic hardening rules for simulation of ratcheting behavior. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 13:519–531. 34
- ORTIZ, M. (1985). A constitutive theory for the inelastic behavior of concrete. *Mechanics of Materials*, 4:67–93. 68
- ORTIZ, M. et POPOV, E. P. (1985). Accuracy and stability of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 21:1561–1576. 73
- OUDIN, A. (2001). *Fatigue thermomécanique d'aciers pour outils de travail à chaud*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. 135, 136
- PANIER, S., DUFRÉNOY, P. et WEICHERT, D. (2004). An experimental investigation of hot spots in railway disc brakes. *Wear*, 256:764–773. 9
- PERSSON, A., HORMARK, S. et BERGSTRÖM, J. (2005). Thermal fatigue cracking of surface engineered hot work tool steels. *Surf. and Coatings Tech.*, 191:216–227. 135
- PETRY, C. (2006). *Caractérisation et modélisation du comportement et de l'endommagement d'alliages métalliques sur une grande plage de température*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan. 69
- PLENARD, E. (1964). Comportement élastique des fontes grises. *Mémoires présentés à l'ASTM*. 21, 88
- PLENARD, E. et RICHY, B. (1968). Considérations sur le coefficient de Poisson d'alliages de fonderie. *Fonderie*, (272):479. 46
- PRAGER, W. (1956). A new method of analyzing stress and strains in work hardening plastic solids. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 23:493–496. 34, 60
- RABOTNOV, Y. N. (1968). Creep rupture. *Proceedings of the XII International Congress on Applied Mechanics*, pages 342–349. 67
- RAGHAVA, R., CADDELL, R. M. et YEH, G. S. Y. (1973). The macroscopic yield behavior of polymers. *J. Mat. Sci.*, 8:225–232. 41, 43
- RAOULT, I. (2005). *Structures élastomères sous chargement cyclique*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique. 80
- RICE, J. R. (1968). A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 35:379–386. 116, 150
- ROUSSEAU, J.-P., RIEGERT, L., SÉRAPHIN, L. et TRICOT, R. (1975). Fatigue thermique des aciers à outils pour travail à chaud. *Revue de métallurgie*, pages 875–889. 136



- 
- RUPIL, J. (2012). *Multifissuration en fatigue uniaxiale et biaxiale de l'acier inoxydable 304L*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan. 137, 163
- RUPIL, J., VINCENT, L., HILD, F. et ROUX, S. (2011). Identification and probabilistic modeling of mesocrack initiations in 304l stainless steel. *International Journal for Multiscale Engineering*, 9:445–458. 138
- RUSSELL, E. (1979). Finite element simulation of the microstructure of gray cast iron. *Fracture Control Program Report No. 33, College of Engineering, University of Illinois*. 35, 36, 37, 38, 47
- SERPA, D.-A. (1976). What is thermal fatigue? *ASTM*, 612:3–9. 135
- SEYEDI, S. M. (2004). *Formation, propagation et coalescence d'un réseau de fissures en fatigue thermique*. Thèse de doctorat, Ecole Normale supérieure de Cachan. 11, 135, 137, 159
- SIMULIA (2010a). Abaqus/Standard output variable identifiers (section 4.2.1). *Abaqus 6.10 Analysis User's Manual*. 61
- SIMULIA (2010b). Cast iron plasticity (section 20.2.10). *Abaqus 6.10 Analysis User's Manual*. 41, 42
- SIMULIA (2010c). Steady-state transport analysis (section 6.4.1). *Abaqus 6.10 Analysis User's Manual*. 14
- SKELTON, R. P. (1991). Energy criterion for high temperature low cycle fatigue. *Material Science and Technology*, 7(5):427–440. 119
- SMITH, K. N., WATSON, P. et TOPPER, T. H. (1970). A stress-strain function for the fatigue of metals. *J. Mater.*, 5(4):767–778. 118
- SRIVASTAVA, A., JOSHI, V. et SHIVPURI, R. (2004). Computer modeling and prediction of thermal fatigue cracking in die-casting tooling. *Wear*, 256:38–43. 135
- SUTTON, M. (2009). *Image Correlation for Shape, Motion, and Deformation Measurements*. Springer, New-York. 144
- SZMYTKA, F. (2007). *Nouveaux modèles de comportement élasto-viscoplastique pour des matériaux métalliques*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique. 1, 26
- TAIRA, S. (1973). Relationship between thermal fatigue and low-cycle fatigue at elevated temperature. *Fatigue at Elevated Temperature - ASTM STP 520*, pages 20–101. 118
- THEVENET, J., KASEM, H., SIROUX, M., DUFRÉNOY, P. et DESMET, B. (2010). Thermal measurements by IR camera and two-color pyrometer during railway braking tests. *Proceedings of the 6th European Conference on Braking*, pages 265–270. 9
- TOMICEVIC, Z., HILD, F., KODVANJ, J. et ROUX, S. (2013). Validation of elastic and identification of plastic parameters of johnson-cook law using dic. *Proceedings of the 30th Danubia-Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics*, pages 213–214. 162
- VAKULENKO, A. et KACHANOV, M. (1971). Continuum Theory of Medium with Cracks. *Mekh. Tverdogo Tela*, 4:159–166. 54
- VALLET, F. (1999). *Etude de la fissuration d'un disque de frein à partir de l'analyse de son comportement thermomécanique*. Thèse de doctorat, INSA Lyon. 10, 11, 13
-



VERGER, L. (2002). *Fatigue thermomécanique d'un alliage d'aluminium*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique. 1, 23, 119, 130

von MISES, R. (1913). Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand. *Göttin. Nachr. Math.-phys.*, 1:582–592. 32

WEB (consulté en 2013a). Freain à disque. <http://www.surplusauto13.fr>. 6

WEB (consulté en 2013b). Freins à tambour. <http://mecaretro.free.fr/?Freins-a-tambour>. 5

WEB (consulté en 2013c). Sabot. <http://img80.xooimage.com>. 4

WIDOM, B. (1966). *J. Chem. Phys.*, 44:3888. 159

## Annexe A

# Éprouvettes de comportement et de fatigue

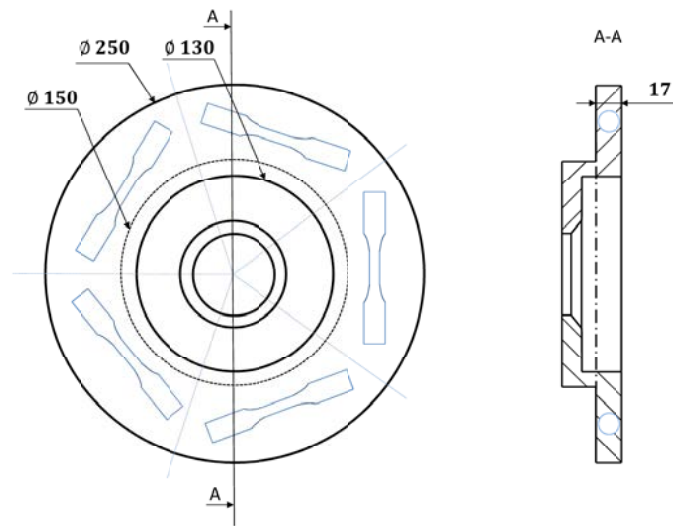


FIGURE A.1 – Plan de prélèvement sur disque

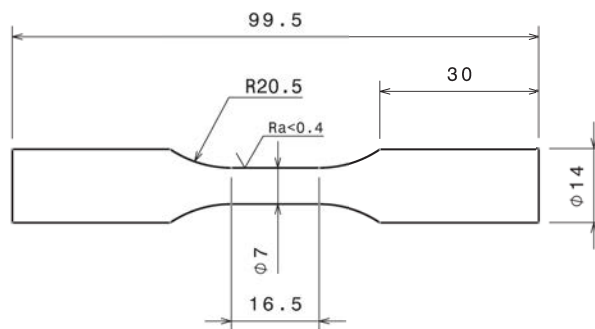


FIGURE A.2 – Plan des éprouvettes



## Annexe B

# Corrélations thermiques lors d'essais sur banc du disque *D266*

On présente ici, pour chaque essai la comparaison entre les mesures sur thermocouple et le calcul thermique par éléments finis. Les traits pleins représentent les données expérimentales et les points la simulation numérique.

### Essai *A*

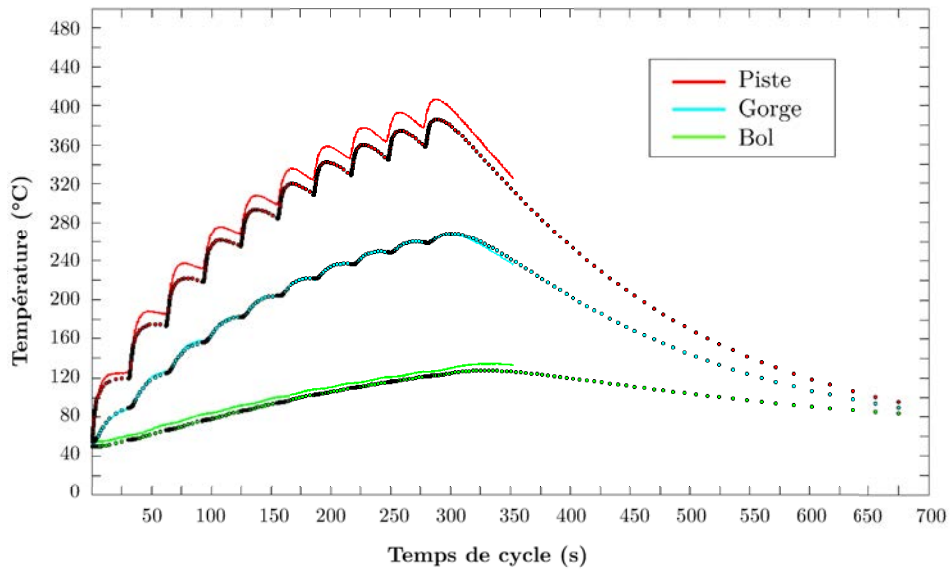


FIGURE B.1 – Corrélacion thermique mesures/calcul Essai *A*

## Essai B

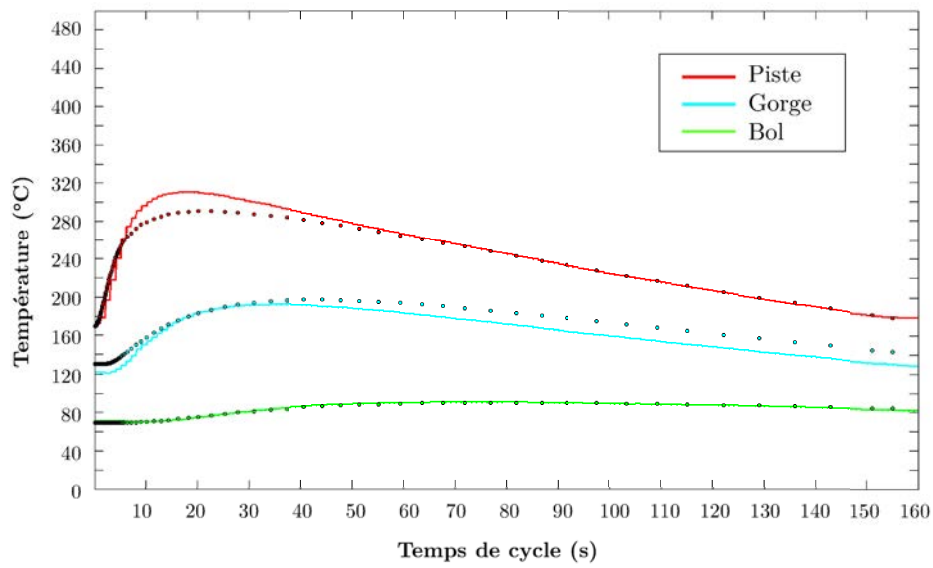


FIGURE B.2 – Corrélation thermique mesures/calcul Essai B

## Essai C

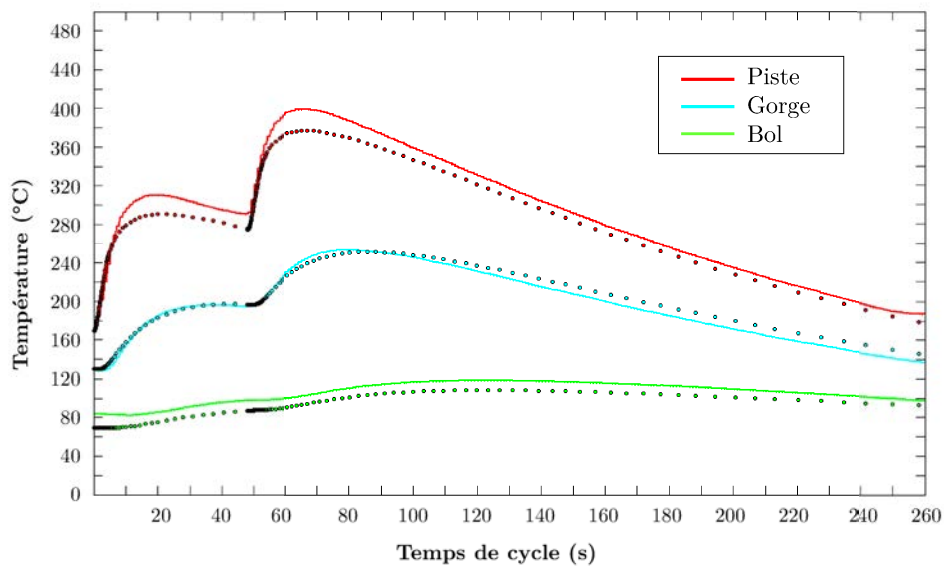


FIGURE B.3 – Corrélation thermique mesures/calcul Essai C

---

Essai *D*

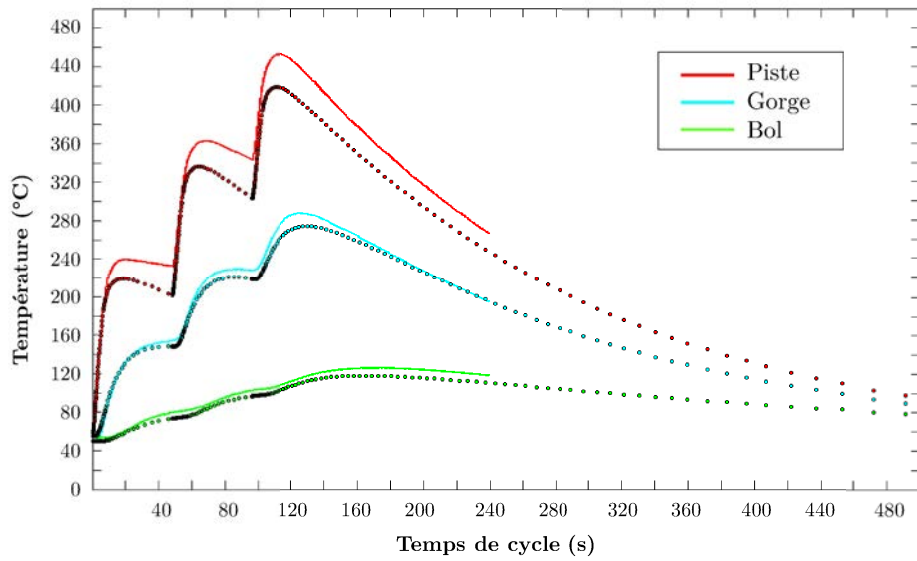


FIGURE B.4 – Corrélation thermique mesures/calcul Essai *D*

Essai *E*

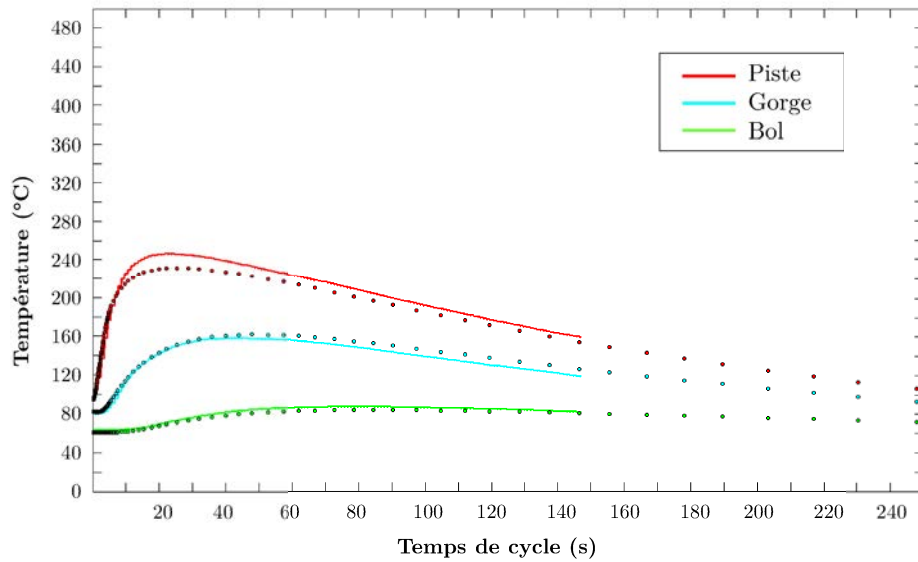
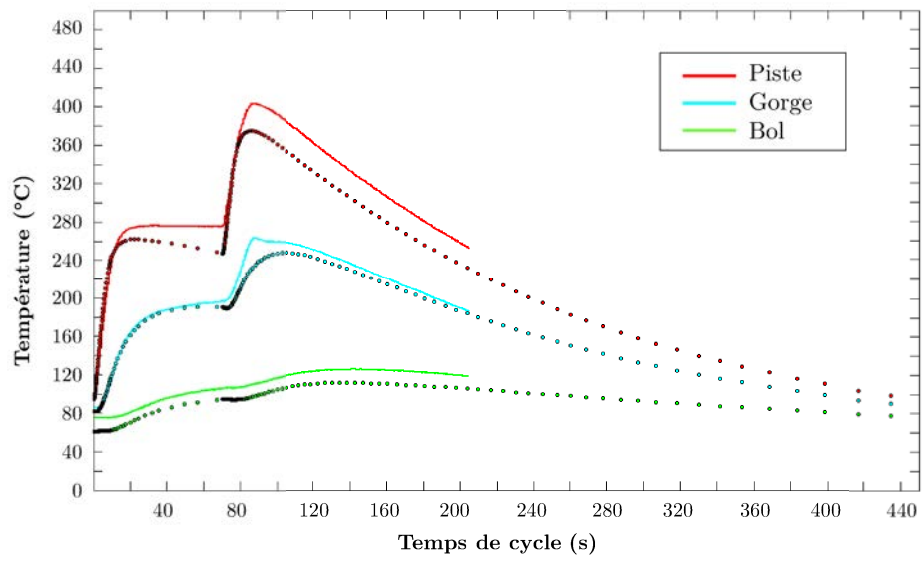


FIGURE B.5 – Corrélation thermique mesures/calcul Essai *E*

Essai *F*FIGURE B.6 – Corrélation thermique mesures/calcul Essai *F*

# Table des figures

1.1	Frein à sabot . . . . .	4
1.2	Principe du frein à tambour (web, 2013b) . . . . .	5
1.3	Système de freinage à disque (web, 2013a) . . . . .	6
1.4	Disques pleins et ventilés (Boudevin, 2008) . . . . .	6
1.5	Différents types d'ailettes (Boudevin, 2008) . . . . .	6
1.6	Différents types de raccordement (Carré, 1989) . . . . .	7
1.7	Schémas de principe des étiers fixes et mobiles en position de freinage (Carré, 1989) . . . . .	7
1.8	Frein à disque et pièces environnantes . . . . .	8
1.9	Observation de bandes chaudes par thermographie IR (a) formation sur le rayon extérieur, (b) et (c) migration vers le rayon intérieur (Thevenet <i>et al.</i> , 2010) . . . . .	9
1.10	Observation du développement de points chauds par thermographie IR (Panier <i>et al.</i> , 2004) . . . . .	9
1.11	Répartition et évolution de la température lors d'un freinage . . . . .	11
1.12	Mise en parapluie, ouverture du bol (Vallet, 1999) . . . . .	11
1.13	Zones de fissuration du disque . . . . .	12
1.14	Mise en parapluie et ouverture de l'étrier sur des configurations RPE et RPI . . . . .	13
1.15	Exemples de fissures radiales . . . . .	14
1.16	Gradient thermique lors d'un tour de roue pour la température maximale du freinage - (Nguyen, 2001) . . . . .	14
1.17	Diagrammes d'équilibre fer-carbone stable et fer-cémentite (ou fer-carbone métastable) . . . . .	18
1.18	Micrographie d'une fonte GL à matrice perlitique (Collini <i>et al.</i> , 2008) . . . . .	18
1.19	Micrographies de fontes GS et GV . . . . .	19
1.20	Micrographie d'une fonte GL (Keller, 2006) . . . . .	20
1.21	Courbes de traction/compression monotones pour une fonte GL à différentes températures (Brooks <i>et al.</i> , 2002b) . . . . .	21
1.22	Essais de traction et de compression - 20°C . . . . .	22
2.1	Essai d'érouissage cyclique - 20°C (Gangloff, 2010) . . . . .	27
2.2	Essai d'érouissage cyclique - 400°C (Gangloff, 2010) . . . . .	28
2.3	Sollicitation thermodynamique appliquée à un solide . . . . .	29
2.4	Principe de modélisation de Russell (1979) . . . . .	36
2.5	Modélisation du comportement des lamelles (Russell, 1979) . . . . .	36
2.6	Réponse du modèle de Russell (1979) . . . . .	37
2.7	Principe de modélisation de Downing et Socie (1982) . . . . .	38
2.8	Réponse du modèle de Downing et Socie (1982) . . . . .	38
2.9	Modèle de Haenny et Zambelli (1984) . . . . .	39
2.10	Représentation graphique du critère de Mohr-Coulomb (Hassani, 2008) . . . . .	40



2.11	Surfaces de charge et points expérimentaux. Trait plein : von Mises modifié, tirets : Hjelm (1994), pointillés : Mohr-Coulomb . . . . .	42
2.12	Surface seuil du critère de Hjelm implémenté dans ABAQUS dans l'espace des contraintes principales (Simulia, 2010b) . . . . .	42
2.13	Surface seuil du critère de (Brooks <i>et al.</i> , 2002a) . . . . .	43
2.14	Comportement schématisé d'une fonte GL sous un chargement cyclique . . . . .	44
3.1	Simulation de l'essai de compression - 20°C . . . . .	47
3.2	Cellule axisymétrique à une fissure . . . . .	48
3.3	Maillage de la cellule axisymétrique à une fissure . . . . .	48
3.4	Évolution de la taille de la fissure $a$ avec la contrainte $\sigma$ appliquée - 20°C . . . . .	49
3.5	Simulation d'un essai de traction - 20°C . . . . .	50
3.6	Simulation de l'essai cyclique 20°C avec la cellule à une fissure . . . . .	50
3.7	Schématisme du "retard" lors de la refermeture . . . . .	51
3.8	Évolution du dommage avec la contrainte appliquée - 20°C . . . . .	52
3.9	Modèle rhéologique à 5 barres . . . . .	53
3.10	Simulation de l'essai cyclique 20°C avec le modèle à 5 barres . . . . .	53
3.11	Ouverture moyenne adimensionnée calculée pour la cellule <i>mono-fissure</i> . . . . .	54
3.12	Ouverture moyenne adimensionnée pour l'essai cyclique à 20°C avec le modèle 5 barres . . . . .	55
3.13	Ouverture moyenne adimensionnée - $\sigma_{max}$ constant - cycle 1 . . . . .	56
3.14	Ouverture moyenne adimensionnée - $\sigma_{max}$ constant - cycle 2 . . . . .	56
3.15	Ouverture moyenne adimensionnée - $\sigma_{max}$ constant - cycle 3 . . . . .	57
3.16	Ouverture moyenne adimensionnée - $\sigma_{max}$ constant - cycle 4 . . . . .	57
3.17	Ouverture moyenne adimensionnée - $\sigma_{max}$ constant - cycle 5 . . . . .	57
3.18	Ouverture moyenne adimensionnée - $\sigma_{max}$ constant - cycle 6 . . . . .	58
3.19	Déformation minimale lors de la première compression . . . . .	58
3.20	Déformation à l'ouverture lors de la première traction . . . . .	59
3.21	Déformation maximale lors de la première traction . . . . .	59
3.22	Evolution des termes énergétiques lors d'une phase de chargement en traction . . . . .	62
3.23	Bilan énergétique sur la cellule <i>mono-fissure</i> lors d'une phase de chargement en traction . . . . .	62
3.24	Bilan énergétique sur le modèle rhéologique . . . . .	63
4.1	Modèle rhéologique à une branche représentant le comportement de la matrice . . . . .	66
4.2	Modèle rhéologique à deux branches : à gauche l'élément "fissure" et à droite l'élément "matrice" . . . . .	67
4.3	Schématisme du dommage induit . . . . .	68
4.4	Superposition cyclique-monotone à 20°C et 200°C . . . . .	77
4.5	Superposition cyclique-monotone à 300°C et 400°C . . . . .	77
4.6	Superposition cyclique-monotone à 500°C et 600°C . . . . .	78
4.7	Superposition cyclique-monotone à 700°C et 800°C . . . . .	78
4.8	Principe de construction de l'essai "virtuel" à 400°C . . . . .	79
4.9	Approximation de l'évolution du dommage à 20°C par un polynôme de degré 2 . . . . .	81
4.10	Superposition des essais monotones à 200°C et 400°C . . . . .	82
4.11	Corrélation essais monotones/simulation de 20°C à 400°C . . . . .	82
4.12	Corrélation essais monotones/simulation de 500°C à 600°C . . . . .	82
4.13	Corrélation essais monotones/simulation à 800°C . . . . .	83
4.14	Evolution du dommage . . . . .	83
4.15	Résultat de l'optimisation - 20°C . . . . .	84

4.16	Résultat de l'optimisation - 200°C . . . . .	84
4.17	Résultat de l'optimisation - 400°C . . . . .	85
4.18	Résultat de l'optimisation - 500°C . . . . .	85
4.19	Résultat de l'optimisation - 600°C . . . . .	85
4.20	Résultat de l'optimisation - 800°C . . . . .	86
4.21	Essai de caractérisation en traction monotone avec maintien . . . . .	86
4.22	Essai de caractérisation en compression monotone avec maintien . . . . .	87
4.23	Essai de validation en traction cyclique avec maintien . . . . .	88
4.24	Essai de validation en traction monotone avec maintien et décharge partielle . . . . .	88
4.25	Essais réalisés pour la mesure du coefficient de Poisson apparent $\nu$ . . . . .	89
4.26	Mesure du coefficient de Poisson apparent . . . . .	90
5.1	Logigramme du modèle . . . . .	96
5.2	Comportement du modèle de 20°C à 200°C . . . . .	97
5.3	Comportement du modèle de 400°C à 500°C . . . . .	97
5.4	Comportement du modèle de 600°C à 800°C . . . . .	98
5.5	Illustration de l'apparition d'un dommage en compression . . . . .	98
5.6	Conditions de chargement des essais de la deuxième campagne expérimentale . . . . .	100
5.7	Superposition des essais 1 et 2 - Simulations sans dommage en compression et résultats expérimentaux . . . . .	100
5.8	Résultats des essais 3 et 4 . . . . .	101
5.9	Résultats expérimentaux essais 5 et 6 . . . . .	102
5.10	Évolution du module élastique à la décharge en fonction du niveau de déformation minimal - Essai 5 . . . . .	102
5.11	Évolution du module élastique à la décharge en fonction du niveau de déformation maximal - Essai 6 . . . . .	103
5.12	Corrélation du modèle avec les essais 3 et 4 . . . . .	104
5.13	Corrélation du modèle avec les essais 5 et 6 . . . . .	104
5.14	Évolution des contraintes principales et globales durant un freinage dans la gorge . . . . .	106
5.15	Simulation avec et sans contrôle du pas de temps . . . . .	106
5.16	Logigramme pour le changement de base dans la routine UMAT . . . . .	108
5.17	Trajets de contrainte/déformation sur disque <i>D266</i> avec une loi sans fermeture ni dommage en compression . . . . .	109
5.18	Courbe contrainte/déformation sans dommage en compression sur la piste du disque <i>D330</i> . . . . .	110
5.19	Courbe contrainte/déformation avec dommage en compression et désactivation à l'ouverture . . . . .	111
5.20	Courbe contrainte/déformation avec dommage en compression et désactivation à la décharge . . . . .	112
6.1	Comportements asymptotiques sous chargement cyclique (Maitournam, 2008) . . . . .	115
6.2	Évolution de la raideur apparente d'une éprouvette ou d'une structure sous chargement cyclique . . . . .	116
6.3	Faciès de rupture de l'essai <i>LMT-traction</i> . . . . .	121
6.4	Observations fines du faciès de rupture lors de l'essai <i>LMT-traction</i> . . . . .	122
6.5	Observations fines du faciès de rupture lors de l'essai <i>LMT-1</i> . . . . .	122
6.6	Observations fines du faciès de rupture lors de l'essai <i>LMT-9</i> . . . . .	123
6.7	Enveloppe des contraintes Min et Max de l'essai <i>LMT-1</i> . . . . .	123
6.8	Enveloppe des contraintes Min et Max de l'essai <i>LMT-7</i> . . . . .	124
6.9	Enveloppe des contraintes Min et Max de l'essai <i>LMT-9</i> . . . . .	124

6.10	Evolution de $R$ en fonction du paramètre $\alpha$ du critère d'Amiable . . . . .	126
6.11	Essais à 20°C . . . . .	127
6.12	Critère à l'amorçage . . . . .	127
6.13	Banc d'essai dynamométrique . . . . .	128
6.14	Exemple d'évolution de la température moyenne des pistes lors d'un essai au banc . . . . .	129
6.15	Implantation des thermocouples dans le disque $D266$ . . . . .	130
6.16	$\Delta W_{diss}$ durant un bloc de freinages sur le disque $D266$ . . . . .	130
6.17	Critère à l'amorçage . . . . .	131
7.1	Contrainte/déformation mécanique uniaxiale typique rencontrée à la surface des outils soumis à des changements de températures rapides (Rousseau <i>et al.</i> , 1975) . . . . .	136
7.2	Exemples de zones faïencées . . . . .	136
7.3	Principe de germination continue de fissures d'un domaine soumis à un chargement de traction cyclique (Malésys, 2007) . . . . .	137
7.4	Evolution d'un réseau de fissures sous l'hypothèse de germination continue et d'obscurcissement soumis à un chargement de traction cyclique (Malésys, 2007) . . . . .	138
7.5	Implantation des thermocouples sur le disque $D330$ (Haag, 2012) . . . . .	139
7.6	Évolution de la température sur les thermocouples . . . . .	140
7.7	Observation de la piste extérieure après 200, 300, 400 et 500 freinages (Haag, 2012) . . . . .	141
7.8	Observation de la piste extérieure après 600, 1200, 1800 et 2400 freinages (Haag, 2012) . . . . .	141
7.9	Usure de la plaquette extérieure (Haag, 2012) . . . . .	142
7.10	Illustration de l'apparition d'un deuxième réseau de fissures vers le rayon intérieur . . . . .	142
7.11	Observation de la piste extérieure après 3200 freinages (Haag, 2012) . . . . .	143
7.12	Mesure de la plus grande fissure sur la piste extérieure et approximation par une ellipse . . . . .	143
7.13	Maillage d'un secteur de disque $D330$ . . . . .	144
7.14	Corrélation entre la simulation thermique (S) et les mesures sur thermocouples sur la piste extérieure du disque $D330$ . . . . .	145
7.15	Prévision de l'apparition de faïencage avec le critère énergétique. Symboles non remplis : pas de faïencage au terme de l'essai . . . . .	145
7.16	Champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction en fin de freinage (en MPa) . . . . .	146
7.17	Profil semi-elliptique de la fissure mesurée superposé au champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction en fin de freinage . . . . .	146
7.18	Modèle simplifié de la piste extérieure . . . . .	148
7.19	Maillage où tous les fronts sont représentés . . . . .	148
7.20	Maillage de la fissure dans son état final mesuré . . . . .	148
7.21	Champ de températures en °C à l'instant le plus chaud du freinage . . . . .	149
7.22	Champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction (en MPa) en fin de freinage sur le modèle simplifié sans fissure . . . . .	149
7.23	Profils circulaire-elliptiques superposés au champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction en fin de freinage . . . . .	150
7.24	Image de la surface de rupture d'un flasque (Bagnoli <i>et al.</i> , 2009) . . . . .	150
7.25	Profils elliptiques superposés au champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction en fin de freinage . . . . .	150
7.26	Principe d'application du champ de contraintes résiduelles par l'intermédiaire d'une pression sur les flancs de la fissure sur un calcul élastique . . . . .	151
7.27	Évolution de $J$ sur les différents fronts de fissure - <i>Fronts elliptiques</i> - Calcul EVP . . . . .	152

---

7.28	Évolution de $J$ sur les différents fronts de fissure - <i>Fronts circulaires-elliptiques</i> - Calcul EVP . . . . .	152
7.29	Évolution de $J$ sur les différents fronts de fissure - <i>Fronts circulaires-elliptiques</i> - Calcul Élastique . . . . .	153
7.30	Champ de contraintes résiduelles orthoradiales de traction (en MPa) après un freinage de type $F$ . . . . .	154
7.31	Évolution de $J$ sur les différents fronts de fissure - <i>Fronts circulaires-elliptiques</i> - Calcul EVP + Chargement Essai $F$ sur le Front 5 . . . . .	154
7.32	Lignes de post-traitement . . . . .	155
7.33	Exemple de tracé des contraintes résiduelles orthoradiales sur un chemin pour un calcul EVP . . . . .	156
7.34	Tracé des contraintes orthoradiales sur un chemin pour un calcul élastique . . . . .	157
7.35	Zone de relaxation des contraintes idéalisée (trait noir plein) pour un calcul EVP	157
7.36	Zone de relaxation des contraintes idéalisée (trait noir plein) pour un calcul élastique	158
7.37	Illustration des distances entre fissures . . . . .	158
7.38	Angle correspondant à la zone obscurcie . . . . .	159
A.1	Plan de prélèvement sur disque . . . . .	173
A.2	Plan des éprouvettes . . . . .	173
B.1	Corrélation thermique mesures/calcul Essai $A$ . . . . .	175
B.2	Corrélation thermique mesures/calcul Essai $B$ . . . . .	176
B.3	Corrélation thermique mesures/calcul Essai $C$ . . . . .	176
B.4	Corrélation thermique mesures/calcul Essai $D$ . . . . .	177
B.5	Corrélation thermique mesures/calcul Essai $E$ . . . . .	177
B.6	Corrélation thermique mesures/calcul Essai $F$ . . . . .	178

---



## **Résumé :**

Cette thèse vise à développer une démarche de dimensionnement à la fatigue thermo-mécanique de disques de freins automobiles en fonte à graphite lamellaire. La première étape est la proposition d'une loi de comportement cyclique permettant de représenter les phénomènes non-linéaires ainsi que la forte dissymétrie de comportement entre traction et compression observés sur la fonte GL. Le modèle s'appuie sur l'introduction d'un tenseur d'endommagement d'ordre 2 induit par le chargement. A partir de l'analyse des mécanismes d'endommagement, on propose ensuite un critère de fatigue fondé sur la densité d'énergie dissipée par cycle, permettant de prédire l'amorçage de fissures dans les zones critiques. On s'intéresse enfin à l'étude de la formation d'un réseau de faïençage observé sur les pistes des disques de frein.

**Mots clés :** Disque de frein, fonte, graphite lamellaire, comportement cyclique non-linéaire, fatigue, faïençage.

## **Thermomechanical fatigue design of flake graphite cast iron automotive brake discs**

### **Abstract :**

This thesis aims at developing an approach for thermomechanical fatigue design of automotive brake discs made of flake graphite (grey) cast-iron. The first step of this work consists of modeling the nonlinear cyclic behavior and tension/compression strong dissymmetry of grey cast iron. The proposed model is based on the introduction of a second-order induced damage tensor. From the analysis of the damage mechanisms, a fatigue criterion based on the dissipated energy per cycle, allowing crack initiation in the critical areas to be defined, is proposed. Finally, the formation of crack networks on braking discs is studied.

**Keywords :** Brake disc, cast iron, flake graphite, non-linear cyclic behavior, fatigue, thermal striping.