



HAL
open science

Identification des paramètres inertiels segmentaires humains

Marien Couvertier

► **To cite this version:**

Marien Couvertier. Identification des paramètres inertiels segmentaires humains. Biomécanique [physics.med-ph]. Université de Poitiers, 2018. Français. NNT : 2018POIT2323 . tel-02269606

HAL Id: tel-02269606

<https://theses.hal.science/tel-02269606>

Submitted on 23 Aug 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE

Pour l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE POITIERS

Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées

Diplôme National - Arrêté du 25 mai 2016

Ecole Doctorale Sciences et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, Energétique et Aéronautique

DOMAINE DE RECHERCHE : BIOMECHANIQUE, BIO-INGENIERIE

Présentée par

Marien COUVERTIER

Identification des Paramètres Inertiels Segmentaires Humains

Directeur de thèse : **PU M. Patrick LACOUTURE**

Co-direction : **MdC M. Tony MONNET**

Soutenue le 18 décembre 2018
Devant la Commission d'Examen

JURY

P. Fisette	Professeur	Université de Louvain	Rapporteur
G. Dumont	Professeur	ENS Rennes	Rapporteur
H. Pillet	Maître de Conférences	ENSAM Paris	Examineur
T. Robert	Maître de Conférences	Université Claude Bernard Lyon 1	Examineur
P. Lacouture	Professeur	Université de Poitiers	Examineur
T. Monnet	Maître de Conférences	Université de Poitiers	Examineur

Remerciements

Tout d'abord merci aux membres du jury d'avoir accepté de juger ces travaux de thèse.

Je voudrais ensuite bien évidemment remercier mes directeurs de thèse Patrick Lacouture et Tony Monnet, pour m'avoir fait confiance tout d'abord, pour leur patience tout au long de ces trois ans également, et enfin et surtout pour leur disponibilité, que ce soit pour des questions liées à ma thèse ou bien dans le cadre de mon monitorat.

Mes pensées se tournent ensuite vers mes collègues doctorants : Maéva, pour m'avoir supporté ces deux dernières années, et les docteurs Ménard (notre mentor à tous) et Nez. Je voudrais également remercier mes collègues doctorants des autres axes : Louis, Yann, Guytri, Omar, Mathieu, Thibaud, Mohand, Fabien et les autres pour tous les bons moments passés ensemble et nos activités visant à décompresser des semaines difficiles.

A mes collègues de l'axe RoBioSS aussi j'adresse mes remerciements, Laetitia, Mathias, Mathieu, Romain, Floren et aussi Arnaud, sans qui un bon paquet de scripts Matlab ne marcheraient pas.

Je tiens également à saluer et remercier Mickael Begon ainsi que l'ensemble du S2M team pour leur accueil lors de mon séjour à Montréal.

Je n'oublie pas non plus les gens m'ayant donné le goût de la recherche, le docteur Frédéric Khiami, et toute l'équipe de l'axe PEM : Jean-Christophe, Franck, Pascal, Fabrice, Valéry et enfin Arnaud.

Enfin, je tiens à remercier Fanny pour m'avoir épaulé durant ces dernières semaines pas toujours évidentes.

Pour finir, à tous ceux curieux de lire ce manuscrit ...

Table des matières

Table des figures	vii
Liste des tableaux	ix
Introduction générale	1
I Etat de l'art	5
1 Introduction : Analyse du mouvement humain	5
2 Mesure cinématique	6
3 Les modèles anthropométriques	8
3.1 Les différents types d'articulations	8
3.2 Les centres articulaires	8
3.2.1 Les méthodes prédictives	8
3.2.2 Les méthodes d'imagerie médicale	9
3.2.3 Les méthodes fonctionnelles	9
3.2.4 Discussion	16
3.3 Les paramètres inertiels segmentaires	18
3.3.1 La détermination des PIS	18
3.3.2 Influence des PIS sur le calcul des grandeurs dynamiques	24
4 Les artefacts dus aux mouvements de peau	26
4.1 Définition des artefacts de tissus mous	26
4.2 Méthodes de réduction des artefacts de tissus mous	27
4.2.1 Acquisition de la cinématique osseuse	27

4.2.2	Méthodes mathématiques	28
4.2.3	Filtrage de la cinématique	31
4.2.4	La rigidification par chaîne cinématique	37
5	Conclusions sur l'état de l'art :	39
II Formulation des équations du mouvement pour l'identification des paramètres inertiels		41
1	Introduction	41
2	Cas du solide rigide libre	42
2.1	Méthode Vectorielle	43
2.2	Méthode Matricielle	47
2.2.1	Accélération généralisée A	49
2.2.2	Rotation généralisée B	49
2.2.3	Torseur externe sous forme de matrice 4x4 T	50
2.2.4	Matrice des paramètres inertiels J	50
2.2.5	Formulation matricielle des équations du mouvement	50
2.3	Conclusions sur les deux formulations des équations du mouvement	51
3	Résolution des équations du mouvement	52
3.1	Résolution de la formulation vectorielle des équations du mouvement	52
3.2	Résolution de la formulation matricielle des équations du mouvement	54
3.3	Bilan des méthodes de résolution	56
4	Extension à un système poly-articulé	56
4.1	Généralisation à un système composé de n corps	56
4.1.1	Conventions	56
4.1.2	Généralisation de A , B et T	57
4.1.3	Génération automatique de J	58
4.1.4	Génération automatique de $T_{obs,trans}$	58
4.2	Système à trois segments rigides	59
4.2.1	Construction de la formulation matricielle	60
4.2.2	Approche mixte	62
5	Conclusion du Chapitre II	63
III Calcul de la matrice rotation optimale pour l'identification		65
1	Introduction	65
2	Calcul direct de la matrice rotation	66

3	Calcul de la matrice rotation optimale par décomposition en valeurs singulières	68
4	Calcul de la matrice rotation issue d'une transformation affine	70
5	Validation par l'utilisation de pins intra-corticaux	73
5.1	Contexte de l'étude initiale	73
5.2	Calcul des matrices rotations	75
5.2.1	Calcul des matrices rotations du Pin	75
5.2.2	Calcul des matrices rotations issues des marqueurs cutanés	76
5.3	Discussion	79
6	Consistance des dérivées des matrices rotations	80
7	Conclusions du Chapitre III	86
IV Identification des paramètres inertiels du membre supérieur		89
1	Protocole expérimental	89
2	Identification des paramètres inertiels des segments du membre supérieur	90
3	Analyse de l'influence de la méthode de calcul de la matrice rotation	92
4	Analyse de l'influence de filtrage de la cinématique	93
4.1	le filtre de Butterworth	94
4.2	lissage de savitsky-golay	95
4.3	lissage par splines	95
4.4	analyse spectrale singulière (SSA)	96
4.5	Impact des filtres sur l'identification des paramètres inertiels	97
5	Rigidification de la cinématique par chaîne cinématique	105
5.1	Le modèle retenu	105
5.2	Rigidification par deux méthodes d'optimisation	106
6	Conclusions du Chapitre IV	108
Conclusion générale et perspectives		109
Bibliographie		113
Annexe		127
1	Annexe Ch2.1 Établissement de la fonction coût et du gradient conjugué projeté	127
2	Annexe Ch4.1 : Dénomination des marqueurs des expérimentations avec pins intra-corticaux	132
3	Annexe Ch4.2 : Résultats de l'identification des PIS des 18 sujets	133

Table des matières

Table des figures

I.1	Système poly-articulé à 14 segments de Winter	5
I.2	Système de caméras à marqueurs passifs	7
I.3	Marqueurs actifs et cellule photosensible	7
I.4	trajectoires des k marqueurs du segment mobile autour de l'axe de rotation . .	14
I.5	Stadium solid	20
I.6	Modèle de Yeadon à 40 solides	20
I.7	Exemple de paramétrage de Denavit-Hartenberg pour deux solides C_{n-1} et C_n	22
I.8	Diagramme de Bode pour le filtre de Butterworth à différents ordres	32
II.1	Solide rigide libre (S)	42
II.2	Algorigramme du gradient conjugué projeté	55
II.3	Système à n solides rigides	57
II.4	Système à trois solides rigides reliés par une liaison rotule en Gh et une liaison pivot en C	60
II.5	démarche générale d'identification	64
III.1	Définition de R_1 et 1_0R à partir de 3 marqueurs	66
III.2	Calcul de la matrice rotation à partir de n marqueurs	68
III.3	Solide subissant une transformation affine	71
III.4	Disposition des marqueurs et pins sur le sujet 1	75
III.5	Neuf coefficients des matrices rotation R_SVD_Pin et R_Aff_Pin , (à gauche) et agrandissement du neuvième coefficient (à droite)	76
III.6	neuf coefficients de R_SVD_Cut et R_Aff_Cut	77

III.7	Composantes de $j(\Omega)$	81
III.8	Coefficients des matrices $j(\Omega)$ et $j(\Omega)$ corrigé	82
III.9	différence de chacune des composantes de \dot{R} avant et après l'étape de correction	83
III.10	\dot{R} corrigée et différence entre \dot{R} et \dot{R}_{cor}	84
III.11	différence de chacune des composantes de \ddot{R} avant et après l'étape de correction	85
III.12	\ddot{R} corrigée et différence entre \ddot{R} et \ddot{R}_{cor}	86
IV.1	Placement des 44 marqueurs	89
IV.2	FFT discrète du marqueur du radius droit	95
IV.3	Valeurs propres de $X^T X$ pour un fenêtrage de largeur 100	97
IV.4	Masses (kg) identifiées et estimées du bras avec la table de Dumas des 18 sujets	101
IV.5	Masses (kg) identifiées et estimées de l'ensemble (avbras+main) avec la table de Dumas des 18 sujets	101
IV.6	Position du centre de masse, par rapport à GH (m) identifiées et estimées du bras avec la table de Dumas des 18 sujets	101
IV.7	Position du centre de masse, par rapport au coude (m) identifiées et estimées de l'ensemble (avbras+main) avec la table de Dumas des 18 sujets	101
IV.8	Moment principal d'inertie, autour de l'axe \vec{x} , en GH ($kg.m^2$), identifiées et estimées du bras avec la table de Dumas des 18 sujets	102
IV.9	Moment principal d'inertie, autour de l'axe \vec{y} , en GH ($kg.m^2$), identifiées et estimées du bras avec la table de Dumas des 18 sujets	102
IV.10	Moment principal d'inertie, autour de l'axe \vec{z} , en GH ($kg.m^2$), identifiées et estimées du bras avec la table de Dumas des 18 sujets	102
IV.11	Moment principal d'inertie, autour de l'axe \vec{x} , au coude ($kg.m^2$), identifiées et estimées de l'ensemble (avbras+main) avec la table de Dumas des 18 sujets .	102
IV.12	Moment principal d'inertie, autour de l'axe \vec{y} , au coude ($kg.m^2$), identifiées et estimées de l'ensemble (avbras+main) avec la table de Dumas des 18 sujets .	103
IV.13	Moment principal d'inertie, autour de l'axe \vec{z} , au coude ($kg.m^2$), identifiées et estimées de l'ensemble (avbras+main) avec la table de Dumas des 18 sujets .	103
A.1	Algorigramme du gradient conjugué	128
A.2	Algorigramme du gradient conjugué matriciel	131

Liste des tableaux

I.1	Comparaison des méthodes d'estimation de GH ; Reg régression, HA axe hélicoïdal, Gam algorithme de Gamage, Hal algorithme de Halvorsen, NM méthode de normalisation	16
III.1	RMSE et max de l'erreur en degrés entre la référence et chaque autre matrice rotation	78
III.2	Erreur quadratique moyenne et erreur maximale, en degrés, de chaque matrice rotation par rapport à la référence pour chaque combinaison de marqueurs cutanés	79
III.3	marqueurs utilisés pour chaque combinaison	79
IV.1	Comparaison des PIS identifiés en fonction des matrices rotations utilisées, pour le sujet 10	93
IV.2	moyennes et écarts-types des PIS identifiés pour le sujet 10, en fonction de la méthode de filtrage, partie I	98
IV.3	moyennes et écarts-types des PIS identifiés pour le sujet 10, en fonction de la méthode de filtrage, partie II	98
IV.4	moyennes et écarts-types des PIS identifiés pour le sujet 10, en fonction de la méthode de filtrage utilisée pour les quantités dérivées, partie I	99
IV.5	moyennes et écarts-types des PIS identifiés pour le sujet 10, en fonction de la méthode de filtrage utilisée pour les quantités dérivées, partie II	100
IV.6	masse et composante longitudinale du centre de masse de chaque segment identifié, pour tous les sujets, et en moyenne, exprimés en pourcentage	104

IV.7	erreur rms des termes principaux d'inertie identifiés vs Dumas et identifiés vs Hanavan	104
IV.8	paramètres identifiés du sujet 10, par estimation avec une table anthropométrique, sans rigidification, avec rigidification par optimisation quadratique et par rigidification par filtre de Kalman	107
A.1	Dénomination et emplacement des marqueurs cutanés et du pin du bras . . .	132
A.2	Tableau récapitulatif de l'erreur RMS pour l'ensemble des 18 sujets	133
A.3	Moyennes et écarts types des PIS identifiés avec le filtrage optimale, sujets 1 à 6	134
A.4	Moyennes et écarts types des PIS identifiés avec le filtrage optimale, sujets 7 à 12	135
A.5	Moyennes et écarts types des PIS identifiés avec le filtrage optimale, sujets 13 à 18	136

Introduction générale

Un des objectifs des travaux menés au sein de l'axe Robotique, Biomécanique, Sport Santé est la compréhension et la caractérisation du mouvement humain, d'un point de vue mécanique. Cela comprend l'analyse du geste sportif, l'analyse du mouvement pathologique, mais aussi des études d'ergonomie, c'est à dire pouvoir optimiser un environnement à son utilisateur. Dans le cadre de ces travaux la mesure expérimentale est incontournable. Cependant, elle n'est que très rarement suffisante et le recours à la simulation du mouvement est indispensable, comme par exemple l'emploi de modèles musculo-squelettiques. C'est aussi le cas de l'analyse du mouvement humain. En effet cette analyse repose sur la détermination de paramètres mécaniques qu'ils soient cinématiques, dynamiques ou liés à la constitution des différents segments humains (comme c'est le cas pour les paramètres inertiels segmentaires **PIS**).

Dans la plupart des études, l'analyse du mouvement humain se repose sur deux mesures, celle des efforts extérieurs et celle de la cinématique du sujet, et sur une modélisation du corps humain, sous la forme d'un système poly-articulé composé de segments rigides. Une des applications possibles de l'analyse du mouvement humain est la dynamique inverse. Elle a pour but d'estimer les forces et les moments articulaires à partir des accélérations segmentaires, du torseur externe, et des PIS. Ces forces et moments articulaires, issus des calculs de dynamique inverse, peuvent être utilisés comme données d'entrée pour la modélisation musculo-squelettique (pour les moments articulaires), ou bien être utilisés comme conditions aux limites dans la modélisation par éléments finis (der Helm [37]).

La mesure du torseur externe peut se faire via une plateforme de force, et l'acquisition de la cinématique se fait le plus souvent à l'aide de systèmes opto-électroniques (Cappozzo et al. [16]), c'est à dire de marqueurs réfléchissants dont les trajectoires sont capturées par des caméras. A ces deux mesures il faut associer un modèle représentant les différents segments

humains. Ces modèles peuvent être choisis de différentes manières, suivant le degré de finesse souhaité dans l'analyse. On distingue parmi ces modèles deux types majoritairement utilisés : le modèle anthropométrique proportionnel et le modèle anthropométrique géométrique (Begon and Lacouture [11]). Le premier fait appel à des équations de régression pour estimer les paramètres inertiels segmentaires, établies à partir d'études cadavériques (Dempster [36]), ou par photogrammétrie (McConville et al. [74]). Les modèles proportionnels, eux, proposent une estimation des PIS à partir de la mesure de volumes simples (Hanavan [57]), ou plus complexes (Yeadon [125]), et auxquels sont assignées des densités segmentaires données. Une alternative à l'utilisation de ces modèles est d'identifier les paramètres inertiels, à partir des équations du mouvement.

La cinématique obtenue par suivi de marqueurs cutanés et utilisée pour calculer les accélérations segmentaires est sujette aux artefacts de mouvements de peau. Ces artefacts sont dus au fait que les tissus mous entourant les os (peau, muscle, graisse) ont un mouvement différent de l'os. Cette réalité physique est en contradiction avec l'hypothèse retenue que les segments sont rigides, d'autant plus lorsque le mouvement étudié met en jeu des impacts ou de fortes accélérations. Il est alors nécessaire de traiter la cinématique avant de calculer ces accélérations segmentaires.

Différentes méthodes peuvent être mises en place pour atténuer ces mouvements. La cinématique peut être filtrée par différents processus de traitement du signal tels que des filtres passe-bande (Giakas and Baltzopoulos [53], Winter et al. [119]), des techniques de lissage (Savitzky and Golay [101], Reinsch [92]), ou encore une analyse spectrale du signal (Alonso et al. [4]). Les études de la pertinence de ces filtres ont surtout concerné l'analyse de la marche (Winter et al. [119], Molloy et al. [77]) et peu le membre supérieur.

Une autre méthode pour avoir une cinématique rigide est d'employer une chaîne cinématique. Cette méthode, dérivée de la robotique, consiste à représenter les segments comme des segments rigides reliés par des articulations parfaites. En fonction des articulations choisies, le mouvement des marqueurs ne peut se faire que selon certains degrés de liberté (3 rotations pour une liaison rotule, une rotation pour une liaison pivot). La cinématique mesurée est donc reconstruite à partir de ces contraintes liées à la chaîne et la cinématique obtenue est la plus proche, au sens quadratique, de celle mesurée. Cette procédure appelée optimisation locale, lorsqu'elle est faite segment par segment, ou globale, lorsqu'elle est faite simultanément pour tous les segments, a été beaucoup développée dans la littérature pour le membre supérieur, du fait de la complexité des différentes liaisons de l'épaule (Duprey et al. [43]).

Si l'influence de la cinématique dans l'analyse du mouvement humain ou la modélisation musculo-squelettique a été montrée dans la littérature (Silva and Ambrósio [106]), l'influence

des paramètres inertiels reste sujet à controverse (Pearsall and Costigan [86], Rao et al. [90], Pàmies-Vilà et al. [84]). Ces études portent là aussi sur la marche humaine, et concernent donc les membres inférieurs.

Ainsi, l'influence des PIS dans les calculs de dynamique inverse, concernant le membre supérieur, reste un sujet à développer. Pour cela, puisque des modèles anthropométrique et géométriques existent, l'identification des PIS peut approcher une donnée supplémentaire. De plus, comme le soulignent Begon and Lacouture [11], ces modèles disponibles dans la littérature ont été établis avec des populations spécifiques et ne sont donc pas personnalisables, comme des étudiants, des militaires ou encore des cadavres âgés de type caucasien. Ces tables ne sont donc pas optimales pour estimer les PIS d'individus particuliers, comme les sportifs de haut niveau possédant des hypertrophies musculaires, les femmes enceintes ou les personnes obèses. Ces tables ne peuvent pas non plus estimer les PIS d'individus amputés.

Pour ces populations particulières, l'identification est donc une alternative intéressante pour avoir une estimation des PIS. Cependant, avant d'identifier les PIS d'individus atypiques, il faut valider le modèle d'identification.

L'identification des PIS est une problématique déjà abordée au sein du laboratoire (Monnet [78]), et cette thèse s'inscrit dans la continuité de ces travaux.

Ce manuscrit s'articulera autour de 4 chapitres, avec pour but l'identification des PIS du membre supérieur. Le premier chapitre fera un point sur l'état de l'art concernant les modèles anthropométriques, les PIS et leur influence dans les calculs des grandeurs dynamiques, et sur les problématiques liées aux artefacts de mouvement de peau. Le deuxième chapitre portera sur la formulation des équations de mouvement pour l'identification des PIS et présentera l'approche mixte retenue, basée sur une formulation vectorielle des équations du mouvement pour identifier les masses et les positions des centres de masse segmentaires, et sur une formulation matricielle des équations du mouvement pour identifier les inerties segmentaires. Le troisième chapitre proposera deux méthodes de calcul des matrices rotations, utilisées dans les algorithmes d'identification, à partir d'un nombre de marqueurs supérieur à trois. Le dernier chapitre concernera l'identification des PIS du membre supérieur, et l'influence des différents paramètres d'entrée des algorithmes d'identification dans l'estimation calculée. Ces paramètres d'entrée concerneront l'influence des matrices rotations et du filtrage de la cinématique d'entrée. Une rigidification de la cinématique sera également mise en œuvre, par optimisation de celle-ci au moyen d'une chaîne cinématique modélisant le membre supérieur.

Chapitre I

Etat de l'art

1 Introduction : Analyse du mouvement humain

L'analyse du mouvement humain est un des sujets majeurs de la biomécanique. Pour permettre cette analyse une mesure du mouvement humain est effectuée, le plus souvent en considérant le corps humain comme un système poly-articulé composé de segments rigides reliés entre eux par des articulations parfaites. On pourra citer le modèle de Winter [117] à 14 segments et présenté à la figure I.1.

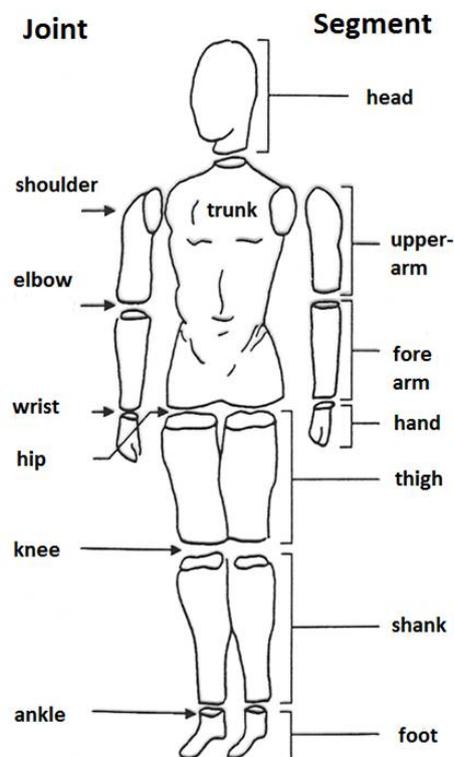


Figure I.1 – Système poly-articulé à 14 segments de Winter

Cette analyse peut avoir différents objectifs. Dans un cadre médical, l'analyse du mouvement permet de mettre en évidence des pathologies, et ainsi d'aider le clinicien dans sa démarche ; par exemple en observant des dysfonctionnements dans la gestuelle du patient.

Si l'on adjoint à cette mesure du mouvement une mesure des actions mécaniques et un modèle anthropométrique, c'est à dire une définition des longueurs et des paramètres inertiels segmentaires ainsi qu'une définition des articulations reliant ces segments, il est alors possible d'estimer les efforts et les couples aux articulations par une procédure de dynamique inverse.

Ces analyses cinématiques et dynamiques peuvent avoir des applications dans un cadre clinique et sportif, que ce soit en termes d'optimisation de la performance, d'optimisation de la gestuelle mais aussi dans la prévention de blessures comme les troubles musculo-squelettiques (TMS). Une autre application, toujours dans ce domaine, peut être dans la conception de matériel destiné aux sportifs, à des fins de recherche de performance ou de confort.

Un autre domaine s'appuyant sur ces analyses est l'ergonomie. En effet, l'ergonomie cherche à adapter un matériel ou un environnement à son utilisateur. Une étude de la cinématique d'un utilisateur permet donc de caractériser des positions de confort par exemple et par la même de dimensionner au mieux un matériel.

Quel que soit le but recherché, l'analyse du mouvement humain se base sur trois outils : une mesure de la cinématique et du torseur externe, associé à un modèle anthropométrique.

2 Mesure cinématique

Différents instruments permettent de capturer le mouvement et l'orientation d'un objet ou d'un sujet dans l'espace.

Les plus utilisés sont les systèmes optoélectroniques. Ils sont composés de marqueurs dits *passifs* recouverts d'un matériau réfléchissant et placés sur les différents segments d'un sujet. Des caméras émettent un rayonnement qui est réfléchi par les marqueurs, et les caméras captent ce rayonnement réfléchi. On obtient donc une image en niveau de gris ou en noir et blanc des coordonnées 2D des marqueurs dans le plan image de chaque caméra. Ensuite si un marqueur est vu par au moins deux caméras il est possible de reconstruire une localisation de celui-ci en trois dimensions par triangulation.

Des marqueurs dits *actifs* sont également utilisés. Ils émettent un signal infrarouge qui va être capté par des groupes de cellules photo-sensibles. Chaque groupe possédant plusieurs cellules (généralement trois), les coordonnées du marqueur sont recalculées à partir des jeux de coordonnées mesurées par chaque cellule. Des exemples de ces deux systèmes optoélectroniques

sont présentés aux figures I.2 et I.3.



Figure I.2 – Système de caméras à marqueurs passifs



Figure I.3 – Marqueurs actifs et cellule photo-sensible

D'autres méthodes existent comme l'emploi d'une caméra numérique, positionnée perpendiculairement au plan du mouvement qui enregistre un mouvement en deux dimensions. Un logiciel d'analyse vidéographique permettra, via un pointage automatique ou non de points particuliers, d'obtenir des trajectoires et des angles segmentaires. La précision des résultats obtenus est cependant bien inférieure aux systèmes optoélectroniques.

Des systèmes basés sur d'autres technologies existent également comme les systèmes magnétiques, dont le principe est de créer un champ magnétique en un point dit *antenne* qui va être perturbé par des capteurs (bobines). Un calcul de différences de potentiel entre ces bobines et l'antenne permet d'avoir la position et l'orientation de celle-ci. Le principal défaut de ce genre de système est la perturbation de la mesure par tout objet métallique.

La capture du mouvement peut aussi se faire mécaniquement. Une structure articulée est placée sur le sujet et chaque articulation de la structure est munie d'un codeur angulaire. Ainsi, en connaissant la position de chaque codeur et la valeur de rotation donnée, on peut avoir accès à l'orientation dans l'espace de l'objet. Cette méthode de capture du mouvement ne se prête cependant pas très bien à la capture du mouvement humain. En effet, l'encombrement, le poids, la taille de l'exosquelette à adapter au sujet constituent des limites dans l'emploi de tels systèmes.

Enfin, la mesure du mouvement humain peut se faire par capteur inertiel. Ces capteurs sont munis de plusieurs outils de mesure (accéléromètres, gyroscopes et souvent magnétomètres), et à partir de la mesure de l'accélération, de la vitesse de rotation (et du champ magnétique dans le cas des capteurs équipés de magnétomètres) l'orientation et la position des segments équipés des centrales sont déterminées. Cependant, ces capteurs nécessitent un traitement et une fusion

des différentes données mesurées, très coûteux en termes de calcul, pour obtenir l'orientation des segments.

3 Les modèles anthropométriques

Le modèle anthropométrique est indispensable à l'analyse du mouvement humain. Il consiste à définir une modélisation pour représenter, d'un point de vue mécanique, le corps humain. Ce modèle définit tout d'abord le nombre de segments composant le sujet, ainsi que les articulations les reliant. La longueur segmentaire est généralement définie comme étant la distance entre les centres articulaires proximal et distal d'un segment. Ainsi, la longueur du segment bras par exemple va être définie comme étant la distance entre le centre articulaire gléno-huméral et celui du coude.

3.1 Les différents types d'articulations

Les articulations reliant ces segments sont définies en fonction des degrés de liberté possibles entre ces derniers, c'est à dire les mouvements relatifs admissibles entre deux segments. Ces articulations sont de deux types, des liaisons pivots (1 seul degré de liberté en rotation possible) et rotules (3 degrés de liberté en rotation possible). Certaines articulations sont en revanche plus complexes et une modélisation à plusieurs liaisons en parallèle peut s'avérer nécessaire en fonction de l'étude menée. On peut citer par exemple le complexe de l'épaule, qui se compose de quatre articulations (sterno-claviculaire, acromio-claviculaire, scapulo-thoracique et gléno-humérale).

3.2 Les centres articulaires

En fonction de la liaison modélisée, on distingue deux types de centre articulaire : les centres de rotation pour les liaisons rotules (un point), et les axes de rotation pour une liaison pivot. Ces centres articulaires peuvent être alors déterminés par différentes approches. Dans leur travaux récents, Michaud et al. [76] distinguent trois types de méthodes : les méthodes *prédictives*, *basées sur l'imagerie médicale* et *fonctionnelles*.

3.2.1 Les méthodes prédictives

Les méthodes prédictives sont basées sur des équations de régression. Les coordonnées du centre articulaire sont exprimées par rapport à un marqueur anatomique et dans le repère local

lié au segment. Ce centre peut aussi être défini comme le milieu de deux marqueurs anatomiques pour des articulations simples. Un axe de rotation peut aussi être défini par deux marqueurs anatomiques (l'axe de rotation de la cheville peut être définie comme l'axe passant par les malléoles interne et externe). Ces équations de régression sont très utilisées dans la littérature, on pourra citer les équations de De Leva [34], Meskers et al. [75] ou encore de Rab et al. [89]. Cependant et comme le soulignent Michaud et al. [76], le nombre d'équations de régression différentes disponibles dans la littérature pose la question de leur précision.

3.2.2 Les méthodes d'imagerie médicale

Les méthodes d'imagerie médicale permettent de déduire la position du centre articulaire de la géométrie des os (interface os\os, centre de la tête de l'os). Pour cela, des scans CT (tomographie par ordinateur) en 3D du squelette sont obtenues par "tranche" (tomographie, imagerie par résonance magnétique). Ensuite, par assemblage de ces tranches, il est possible d'obtenir l'image en 3D des os. Un repère est ensuite construit sur cette image 3D et les coordonnées du centre articulaire sont exprimées en fonction de celui-ci.

3.2.3 Les méthodes fonctionnelles

Les méthodes fonctionnelles sont basées sur des méthodes mathématiques. Nous allons séparer ces méthodes en deux groupes, le premier concernera les centres de rotations et le deuxième les axes.

Les centres de rotation :

Les méthodes de détermination d'un centre de rotation peuvent être groupées en deux catégories d'après Ehrig et al. [45] : les méthodes d'ajustement de sphère et les méthodes de transformation de coordonnées.

Les méthodes d'ajustement de sphère se basent sur l'hypothèse que l'un des deux segments (pelvis, épaule) est immobile, et que donc le centre de rotation est fixe. Alors, le mouvement du segment distal peut être décrit par une sphère de rayon r et centrée sur le centre de rotation. Ensuite on cherche à estimer au mieux ce rayon et la position du centre par rapport aux coordonnées des marqueurs placés sur le segment mobile.

Pour un centre de rotation, cela revient à minimiser, au sens quadratique, la distance entre la sphère décrite et les coordonnées des marqueurs du segment distal :

$$F_{géo}(\vec{c}, r_i) = \sum_{i=1}^{n_{mark}} \sum_{t=1}^{n_{time}} (\|\vec{x}_{it} - \vec{c}\| - r_i)^2 \quad (\text{I.1})$$

où n_{mark} représente le nombre de marqueurs, n_{time} le nombre d'acquisition (instants), \vec{x}_{it} la position du i ème marqueur à l'instant t , \vec{c} la position du centre de rotation et r_i le rayon de la sphère.

La solution du problème de minimisation non-linéaire de (I.1) n'est pas unique et doit être résolue de manière itérative (Chernov and Lesort [25], Deuffhard and Hohmann [39]). Comme résumé dans Ehrig et al. [45], d'autres minimisations quadratiques ont été proposées dans la littérature pour trouver une solution unique ne nécessitant pas de solution initiale de \vec{c} . On pourra citer les travaux de Kasa [65] et de Gamage and Lasenby [49] qui proposent une modification de (I.1) appelée approche algébrique d'ajustement de sphère et qui admet une solution unique sans estimation initiale de \vec{c} :

$$F_{alg}(\vec{c}, r_i) = \sum_{i=1}^{n_{mark}} \sum_{t=1}^{n_{time}} (\|\vec{x}_{it} - \vec{c}\|^2 - r_i^2)^2 \quad (\text{I.2})$$

Cependant, la solution de la minimisation de (I.2) est fortement biaisée (Chernov and Lesort [25]) et même un grand nombre d'essais (n_{time} important) ne permet pas une convergence vers la solution vraie. Pour pallier à ce problème de biais, Halvorsen [56] introduit un facteur correctif itératif dans l'algorithme d'estimation du centre de rotation. Enfin, une autre méthode d'ajustement de sphère a été proposée par Pratt [88]. Elle ne possède pas le biais de la méthode algébrique. La minimisation à calculer est la suivante :

$$F_{Prat}(\vec{c}, r_i) = \sum_{i=1}^{n_{mark}} \frac{1}{r_i^2} \sum_{t=1}^{n_{time}} (\|\vec{x}_{it} - \vec{c}\|^2 - r_i^2)^2 \quad (\text{I.3})$$

Enfin, Chang and Pollard [21] proposent une modification de la fonction coût de Pratt [88] incluant une contrainte de normalisation. Cette méthode est appelée de ce fait la méthode de normalisation.

Toujours selon Ehrig et al. [45], les méthodes de transformations de coordonnées peuvent prendre deux formes différentes si l'on considère un des deux segments fixes ou non, c'est à dire que le centre de rotation est immobile. Si c'est le cas, la méthode générale appelée *technique de transformation du centre* (**TTC**) consiste à exprimer le mouvement du segment mobile

comme étant un vecteur translation $\vec{T}(t)$, et une matrice rotation $R(t)$. On obtient alors les coordonnées du centre de rotation dans le repère global comme étant :

$$\vec{Jc}(t)_{R_{glob}} = {}^{loc}_{glob}R(t)\vec{Jc}_{R_{loc}} + \vec{T}(t)_{R_{glob}} \quad (I.4)$$

avec R_{glob} et R_{loc} le repère global et celui lié au segment mobile, ${}^{loc}_{glob}R$ la matrice de passage de R_{loc} vers R_{glob} , $\vec{Jc}(t)_{R_{glob}}$ et $\vec{Jc}(t)_{R_{loc}}$ les coordonnées du centre de rotation dans le repère global et celui lié au segment mobile respectivement, et $\vec{T}(t)_{R_{glob}}$ le vecteur allant de l'origine du repère global à l'origine du repère local et exprimé dans R_{glob} .

Puisque R_{loc} est solidaire du segment mobile, alors le vecteur $\vec{Jc}_{R_{loc}}$ est constant et comme le centre de rotation est fixe les coordonnées de \vec{Jc} sont calculées en minimisant la fonction :

$$F_{TTC} = \sum_{t=1}^{n_{time}} (\| {}^{loc}_{glob}R(t)\vec{Jc}_{R_{loc}} + \vec{T}(t)_{R_{glob}} - \vec{Jc}_{R_{glob}} \|^2) \quad (I.5)$$

Ce qui revient une fois l'équation mise sous forme matricielle, à résoudre :

$$\begin{bmatrix} - {}^{loc}_{glob}R(t) & \mathbb{1}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{Jc}_{R_{loc}} \\ \vec{Jc}_{R_{glob}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{T}(t) \end{bmatrix} \quad (I.6)$$

La résolution de ce type de système matriciel peut se faire par décomposition QR ou par pseudo-inversion.

Une autre méthode d'obtention du centre de rotation est l'axe hélicoïdal (**HA**). Cet axe décrit un mouvement d'un solide comme étant une translation suivant un axe et une rotation autour de celui-ci (Ehrig et al. [45]). Cet axe est caractérisé par quatre paramètres : deux vecteurs vitesses respectivement de translation et de rotation, un vecteur position et un vecteur directeur (Woltring et al. [122]). La position de l'axe hélicoïdal va varier au cours du temps lorsque l'on étudie un solide en mouvement, et le centre de rotation peut être déterminé comme étant le point le plus proche de chacun de ces axes hélicoïdaux instantanés (**IHA**) (Woltring [121], Ehrig et al. [45], Monnet et al. [79]). La méthode de calcul peut être synthétisée comme suit :

Soit R la matrice de passage d'un repère segmentaire vers l'autre, \dot{R} sa dérivée par rapport au temps. Le vecteur taux de rotation noté $\vec{\Omega}$ est calculé à partir de R tel que :

$$\bar{\omega} = \dot{R}R^T = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.7})$$

et

$$\vec{\Omega} = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} \quad (\text{I.8})$$

Le vecteur position de **IHA** est alors fonction de $\vec{\Omega}$, \vec{p} l'origine du repère du segment proximal par rapport au segment distal, de $\dot{\vec{p}}$ sa dérivée par rapport au temps tel que :

$$\vec{s} = \vec{p} + \vec{\Omega} \wedge \frac{\dot{\vec{p}}}{\sqrt{\vec{\Omega}^T \vec{\Omega}}} \quad (\text{I.9})$$

Ehrig et al. [45] proposent également une méthode dérivée de (**TTC**) : **SCoRE**, pour *symmetrical center of rotation estimation* dans le cas où les deux segments sont mobiles, et donc le centre de rotation l'est également. Elle consiste à exprimer les coordonnées du centre de rotation dans le repère global en passant par les repères locaux des segments.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{Oj\dot{C}}\|_{R_0} &= \overrightarrow{OO_1}(t)\|_{R_0} + {}^1_0R(t) \overrightarrow{O_1j\dot{C}}\|_{R_1} \\ \overrightarrow{Oj\dot{C}}(t)\|_{R_0} &= \overrightarrow{OO_2}(t)\|_{R_0} + {}^2_0R(t) \overrightarrow{O_2j\dot{C}}\|_{R_2} \end{aligned} \quad (\text{I.10})$$

où $\overrightarrow{Oj\dot{C}}\|_{R_0}$ est le rayon vecteur du centre de rotation dans le repère global, R_1 et R_2 les repères liés aux segments proximal et distal, $\overrightarrow{OO_1}$ et $\overrightarrow{OO_2}$ sont les rayons vecteurs des origines des repères R_1 et R_2 , $\overrightarrow{O_1j\dot{C}}\|_{R_1}$ et $\overrightarrow{O_2j\dot{C}}\|_{R_2}$ les coordonnées du centre de rotation exprimées dans les repères locaux et 1_0R et 2_0R les matrices de passage des repères segmentaires 1 et 2 au repère global, respectivement.

En soustrayant les deux lignes de l'équation (I.10) et en réécrivant le système sous forme matricielle, le système suivant est obtenu :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} {}^1_0R(t) & -{}^2_0R(t) \end{bmatrix}}_{ASCoRe} \underbrace{\begin{bmatrix} \overrightarrow{O_1jC} \|_{R_1} \\ \overrightarrow{O_2jC} \|_{R_2} \end{bmatrix}}_{xSCoRe} = \underbrace{\overrightarrow{OO_2}(t) \|_{R_0} - \overrightarrow{OO_1}(t) \|_{R_0}}_{bSCoRe} \quad (I.11)$$

Les coordonnées du centre de rotation sont obtenues en résolvant le système (I.11), par pseudo-inversion par exemple.

Les axes de rotation :

Une classification des axes de rotation, semblable à celle des centres de rotation, est proposée par Ehrig et al. [46] : les méthodes d'ajustement et de transformation de coordonnées. En revanche, pour un axe de rotation, le centre de rotation n'est pas unique car chaque point appartenant à l'axe est immobile. Il faut, pour caractériser l'axe de rotation, déterminer un point de celui-ci ainsi que son vecteur directeur.

Les méthodes d'ajustement pour les axes de rotation reposent sur la même hypothèse que l'ajustement de sphère, à savoir qu'un des deux segments est considéré immobile, et l'axe de rotation est alors fixe dans l'espace. Chaque marqueur présent sur le segment mobile va admettre une trajectoire en arc de cercle et chaque plan de trajectoire va avoir pour normale l'axe de rotation (cercles coaxiaux). Ainsi, la forme générale de la fonction de minimisation est :

$$F_{géo}(c, r, a) = \sum_{t=1}^{n_{time}} \left[(a(x_t - c))^2 + (\|a \times (x_t - c)\| - r)^2 \right] \quad (I.12)$$

où c et a sont respectivement un point de l'axe de rotation et le vecteur directeur, x les coordonnées d'un marqueur du segment mobile et r le rayon de l'arc de cercle formant la trajectoire de ce marqueur.

Cette fonction peut être généralisée à k marqueurs tel que :

$$F_{gén}(c_1, r_1, c_1c_i, a) = \sum_{i=1}^k \sum_{t=1}^{n_{time}} \left[(a(x_{it} - c_1 - c_1c_i))^2 + (\|a \times (x_{it} - c_1)\| - r_i)^2 \right] \quad (I.13)$$

où les c_i représentent les centres des trajectoires des marqueurs, r_i les rayons des arcs, c_1c_i le vecteur allant d'un centre à un autre et a le vecteur directeur de l'axe comme illustré dans I.4.

La minimisation de (I.13) est calculée de manière itérative en cherchant l'axe le plus proche

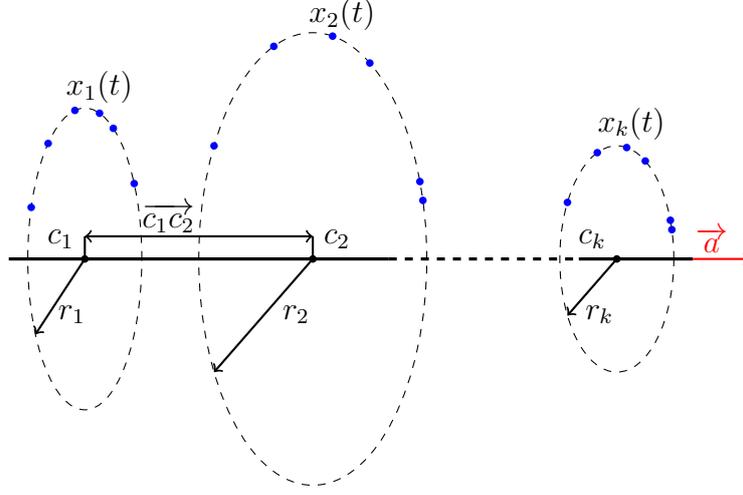


Figure I.4 – trajectoires des k marqueurs du segment mobile autour de l'axe de rotation

des c_i . Cette approche nommée *ajustement géométrique d'axe* par Ehrig et al. [46] peut être simplifiée en découplant les deux termes de (I.13). Cela revient à considérer que seule la distance entre chaque marqueur et l'axe de rotation reste constante, c'est à dire que les marqueurs sont sur des cylindres concentriques dont l'axe de révolution est l'axe de rotation, ou que le mouvement des marqueurs se fait sur des plans dont la normale est cet axe :

$$F_{cyl}(c_1, r_1, c_1c_i, a) = \sum_{i=1}^k \sum_{t=1}^{n_{time}} [(\|a \times (x_{it} - c_1)\| - r_i)^2] \quad (I.14)$$

$$F_{plan}(c_1, c_1c_i, a) = \sum_{i=1}^k \sum_{t=1}^{n_{time}} [a(x_{it} - c_1 - c_1c_i)]^2 \quad (I.15)$$

Gamage and Lasenby [49] proposent une approche similaire. Le centre de rotation est calculé par ajustement de sphère (I.2) et le vecteur directeur est calculé par ajustement de plan. La fonction à minimiser pour trouver ce vecteur directeur est :

$$F_{AoR} = \sum_{i=1}^{n_{mark}} \sum_{t=1}^{n_{time}} ((x_{it} - c).a)^2 \quad (I.16)$$

L'avantage est que cette approche ne requiert pas d'estimation initiale. Chang and Pollard [22] proposent de trouver le vecteur directeur par ajustement de cercles. Cette méthode d'ajus-

tement permet de tenir compte d'un certain rotulage de faible amplitude autour d'un autre axe que celui propre à la rotation principale. En effet, pour une articulation telle que celle du genou, l'axe principal de rotation est l'axe de flexion mais des rotations de faibles amplitudes sont possibles en abduction.

De façon analogue aux centres de rotations, des techniques de transformations de coordonnées peuvent également conduire à l'identification de l'axe de rotation. Ces méthodes sont appelées *techniques de transformation de l'axe* (**TTA**) selon Ehrig et al. [46]. Le principe est semblable à celui décrit dans la section précédente, à savoir exprimer les coordonnées d'un point de l'axe de rotation dans le repère global, et dans le repère local du segment mobile. Ainsi on obtient deux écritures équivalentes de ces coordonnées et la fonction à minimiser est la différence quadratique entre ces deux jeux de coordonnées :

$$F_{TTA}(c_{glob}, c_{loc}) = \sum_{t=1}^{n_{time}} \left\| \begin{matrix} {}^{glob}_{loc} R(t) \overrightarrow{O_1 c_{loc}} \Big|_{R_{loc}} + \overrightarrow{OO_1} \Big|_{R_{glob}} - \overrightarrow{O c_{glob}} \Big|_{R_{glob}} \end{matrix} \right\|^2 \quad (\text{I.17})$$

(I.17) revient à résoudre le système linéaire du type $Ax = b$ suivant :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} {}^{glob}_{loc} R(1) & -\mathbb{1} \\ \vdots & \vdots \\ {}^{glob}_{loc} R(n_{time}) & -\mathbb{1} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} c_{loc} \\ c_{glob} \end{bmatrix}}_x = \underbrace{\begin{bmatrix} \overrightarrow{OO_1(1)} \\ \vdots \\ \overrightarrow{OO_1(n_{time})} \end{bmatrix}}_b \quad (\text{I.18})$$

Les composantes du vecteur directeur de l'axe de rotation dans le repère global et local sont ensuite obtenues en prenant la dernière colonne de la matrice V , issue de la décomposition en valeurs singulière de la matrice A (Schwartz and Rozumalski [102]) :

$$A = USV^T \quad (\text{I.19})$$

Tout comme la méthode **SCoRe**, Ehrig et al. [46] propose une méthode dérivée de la **TTA** en considérant que les deux segments sont mobiles : la méthode **SARA** pour *Symmetrical axis of rotation approach*. L'équation matricielle mise en place est la même que (I.11), et de manière analogue à la méthode **TTA**, le vecteur directeur de l'axe de rotation est obtenu en prenant la sixième colonne de la matrice V issue de la décomposition en valeurs singulières de A_{SCoRe} .

3.2.4 Discussion

Le choix dans la méthode de détermination des centres articulaires du membre supérieur a été largement débattu dans la littérature, Monnet et al. [79], Lempereur et al. [69], Michaud et al. [76], Rettig et al. [95]. Cependant les conclusions de ces différentes études, résumées au tableau I.1 ne montrent pas la supériorité d'une méthode par rapport aux autres, tout du moins en dehors du recours à l'imagerie médicale. En effet, cette dernière constitue la référence de nombre de ces études mais n'est pas facile d'emploi pour une grande cohorte de sujets. Ainsi, une approche fonctionnelle ou prédictive est à privilégier. Cependant, peu d'études comparent toutes les méthodes.

	Reg	HA	Gam	Hal	NM	SCoRe	Référence
Lempereur	∅	-	++	-	-	+	Loc <i>in-vivo</i> (IRM)
Monnet	∅	+	∅	∅	∅	++	Loc <i>in-vivo</i>
Michaud	++	∅	+	∅	∅	+	IRM et Pins Intra-corticaux
Rettig	∅	∅	++	++	-	∅	∅

Tableau I.1 – Comparaison des méthodes d'estimation de GH ; Reg régression, HA axe hélicoïdal, Gam algorithme de Gamage, Hal algorithme de Halvorsen, NM méthode de normalisation

Monnet et al. [79] comparent la méthode **SCoRe** avec la méthode de l'axe hélicoïdal pour déterminer le centre de rotation gléno-huméral. Leur résultats montrent que **SCoRe** est plus précise pour localiser celui-ci. En accord avec Stokdijk et al. [110] ils précisent qu'une des limites à l'emploi de la méthode **HA** est d'avoir des vitesses de rotation supérieures à $0.25rad.s^{-1}$ du fait de la sensibilité de l'axe hélicoïdal instantané de rotation.

Rettig et al. [95] comparent trois méthodes fonctionnelles pour la détermination de GH : l'algorithme de Gamage, l'algorithme avec compensation du biais de Halvorsen et la méthode de normalisation. Le point fort de leur étude est la taille de leur cohorte de sujets (86) et une plage d'âge étendue (de 5 à 85 ans). Ils n'ont malheureusement pas de valeurs de référence mais ils se basent sur une distance 'raisonnable', selon eux, entre le marqueur positionné sur l'acromion et GH, et dont la distance est comprise entre 20 et 80mm. Leurs conclusions sont que l'algorithme de Gamage est meilleur que la méthode de normalisation en terme de nombre de valeurs aberrantes obtenues. Ils précisent néanmoins qu'ils obtiennent un nombre important de variations ($<3mm$) de la distance entre le marqueur positionné sur l'acromion et GH dans les différentes essais d'un même sujet. Ils précisent aussi que l'algorithme d'Halvorsen calcule une position de GH très proche de celle du marqueur sur l'acromion.

Lempereur et al. [69] comparent différentes méthodes fonctionnelles pour évaluer le centre articulaire gléno-huméral (SCoRe, algorithme de Gamage, axe hélicoïdal, méthode de normali-

sation et algorithme de Halvorsen) à une référence basée sur une IRM. Leur conclusions sont que toutes ces méthodes sont répétables, et qu'elles ne sont pas significativement différentes dans leur répétabilité. Cependant les auteurs comparent la précision de ces méthodes en calculant une distance entre le GH_{IRM} et le $GH_{méth-ct}$ normalisée par rapport au rayon de la tête humérale. Ils montrent que l'algorithme de Gamage and Lasenby [49] est celui qui trouve le centre articulaire GH le plus proche de la référence.

Michaud et al. [76] comparent eux des méthodes prédictives (équations de régression de Rab et al. [89] Meskers et al. [75] et Campbell et al. [15]) et fonctionnelles (SCoRe, algorithme de Gamage) basées sur deux références : des IRM mais aussi par rapport à des marqueurs positionnés sur des pins intra-corticaux. Leur travaux portent sur les trois articulations du complexe de l'épaule (les centres articulaires gléno-huméral, acromio claviculaire et sterno-claviculaire). Ils évaluent l'erreur de localisation sur les centres articulaires en exprimant la distance euclidienne entre les coordonnées trouvées par une méthode et la référence (IRM, méthodes de Gamage et SCoRe avec les marqueurs sur les pins intra-corticaux). Leurs conclusions concernant le centre articulaire GH sont que les équations de régression de Rab et al. [89] estiment le plus précisément sa localisation (1,2 et 9,1mm selon le sujet). Arrivent ensuite les méthodes SCoRe et Gamage, respectivement (10,5mm et 17,2mm) et (11,0 et 18,5mm), selon les sujets. On peut également noter que leur résultats concernant les autres équations de régression (Campbell et al. [15] et Meskers et al. [75]) sont bien plus éloignés de la référence que les méthodes fonctionnelles : (19,5 et 38,1mm) et (26,3 et 41,9mm) respectivement. Compte tenu de ces derniers résultats et de la sensibilité des équations de régression au placement des marqueurs anatomiques, la méthode retenue au cours de notre travail, pour la localisation du centre articulaire GH, sera une méthode fonctionnelle.

Cependant, il est à noter que certaines précautions dans les amplitudes de mouvements fonctionnels et le nombre de répétitions sont à prendre en compte. En effet, Begon et al. [12] ont montré, pour le centre articulaire de la hanche, que le nombre de cycles et que l'amplitude des mouvements effectués étaient importantes. ainsi, pour une amplitude de mouvement limitée (58° en abduction/adduction ; 75° en flexion/extension), des cycles de cinq répétitions donnent les meilleurs résultats. Dans le cas d'un seul cycle, l'amplitude de mouvement devrait être plus grande (86° en abduction/adduction, 99° en flexion/extension).

Dans leur travaux, Rettig et al. [95] identifient eux une amplitude optimale d'au moins 40° en abduction/adduction et en anté/retroversion. Leur protocole consistait en trois essais de trois mouvements fonctionnels de flexion/extension du coude, abduction/adduction du bras et anté/retroversion de l'épaule. Ils précisent également, que ne pas prendre en compte les 10 premiers degrés d'abduction/adduction et d'anté/retroversion de l'épaule, diminue de façon

significative le nombre de valeurs aberrantes.

En conclusion il semble intéressant de choisir une méthode fonctionnelle pour localiser les centres articulaires, qu'il s'agisse de centre ou d'axes de rotations, puisque la précision de ces dernières ne dépend pas de la précision dans le placement des marqueurs anatomiques, comme c'est le cas pour les équations de régression. La méthode retenue est la méthode SCoRe pour les centres de rotation, puisqu'elle considère que les deux segments reliés par le centre articulaires sont mobiles dans la réalité, et la méthode SARA pour les axes de rotations. Le nombre de cycles lors des essais de calibration sera de cinq afin de garder les trois 'meilleurs', c'est à dire ceux ne dépassant pas les amplitudes de mouvement données par Begon et al. [12].

3.3 Les paramètres inertiels segmentaires

Les paramètres inertiels segmentaires interviennent dans l'analyse mécanique du mouvement dès lors que celle-ci s'intéresse aux grandeurs cinétiques et dynamiques. Ils peuvent également être utilisés dans la personnalisation de modèle musculo-squelettique (Dao et al. [31], Pai [83]). Ils sont au nombre de dix par segments :

- la masse segmentaire (1 grandeur scalaire) ;
- la localisation dans le repère segmentaire du centre de masse (grandeur vectorielle à 3 composantes) ;
- les termes de la matrice d'inertie (matrice de dimension 3×3 symétrique possédant 6 coefficients indépendants).

Les moyens permettant d'estimer ces paramètres ainsi que l'influence de ceux-ci sur le calcul des grandeurs dynamiques seront détaillés dans la prochaine section.

3.3.1 La détermination des PIS

Dans leur revue de littérature, Begon and Lacouture [11] distinguent deux types de modèles anthropométriques, les modèles proportionnels et géométriques. Ces modèles font appel à des équations de régression pour déterminer les PIS dans le cas du modèle proportionnel, ou à des calculs de volumes plus ou moins simples et affectés d'une densité moyenne pour le modèle géométrique. Au cours de ce travail, les PIS ne seront pas estimés à partir d'équations de régression ou de mesures de volumes segmentaires, mais identifiés mathématiquement à partir des équations du mouvement.

Les méthodes anthropométriques proportionnelles

Ces méthodes sont basées sur des équations de régressions permettant l'estimation des

paramètres inertiels segmentaires en fonction de la masse du corps complet et des longueurs segmentaires :

- la masse du segment est exprimée comme un pourcentage de la masse du corps complet ;
- le centre de masse du segment est exprimé comme un pourcentage de la longueur du segment, par rapport à l'extrémité proximale ou distale de celui-ci ;
- les rayons de giration sont exprimés comme un pourcentage de la longueur du segment.

La matrice d'inertie est ensuite calculée comme étant le produit du carré du rayon de giration suivant l'axe voulu et de la masse segmentaire :

$$I_{ii} = m \times (r_{ii})^2$$

Ces tables peuvent être basées sur des études statistiques sur des sujets cadavériques, comme c'est le cas pour Clauser et al. [26] ou Dempster [36], repris par Winter [118] ; par photogrammétrie (Jensen [64], Ackland et al. [1], McConville et al. [74], Dumas et al. [42]) ; ou encore à partir d'images obtenues par rayonnement (Zatsiorsky et al. [127], de Leva [33]). Une alternative à ces méthodes est l'emploi d'une planche de réaction (Bernstein et al. [13]). Les centres de masse segmentaires sont localisés grâce à une table inclinable munie d'une balance, ou encore en mesurant la variation de réaction en plaçant les segments dans différentes configurations. Les volumes segmentaires sont déterminés par mesure du volume d'eau déplacé. Les matrices d'inertie sont obtenues à partir de ces volumes en considérant une densité moyenne du segment ou grâce à un pendule de torsion.

Du fait de l'âge avancé de la population avec laquelle ont été établies les tables basées sur des études cadavériques, des erreurs sont engendrées lorsqu'elles sont utilisées pour déterminer les paramètres inertiels de sujets jeunes, comme l'a montré l'étude de de Leva [32]. La photogrammétrie et l'imagerie ont pallié ce problème et ont permis d'établir des équations de régression pour des populations diverses (militaires de l'armée de l'air américaine pour McConville, étudiants pour Zatsiorsky).

Un autre inconvénient de ces équations est le fait qu'elles se basent sur deux hypothèses : le centre de masse se trouve sur le segment de droite formé par les centres articulaires proximal et distal, et la matrice d'inertie est supposée principale. Dans leur travaux de 2007, Dumas et al. [42]) ajustent les données issues de McConville et al. [74] et Young et al. [126] pour obtenir des équations de régression donnant les PIS dans les repères anatomiques segmentaires. Cela permet d'avoir accès aux matrices d'inertie non principales (c'est à dire avec 6 coefficients non nuls) et à la position du centre de masse en trois dimensions (et non uniquement longitudinale).

Les méthodes anthropométriques géométriques

Dans le cas du modèle géométrique, une modélisation mathématique des segments du corps est proposée. Cette méthode mathématique consiste à modéliser les segments en volumes simples (ellipsoïdes, cylindres, troncs de cônes, sphères) et a été initiée dans la même période (Hanavan [57]) que la méthode proportionnelle. Jensen [64] proposent une modélisation des segments plus raffinée consistant à diviser les différents segments du corps en 'tranches' elliptiques de 2cm de large pour tenir compte des variations de sections des segments. Le volume de chaque segment est calculé et on applique une densité moyenne afin de trouver la masse. La matrice d'inertie et le centre de masse des segments est ensuite facilement calculable du fait de la simplicité des formes choisies. Ces premiers modèles étaient composés de quinze ou seize segments (tête, cou, tronc supérieur et inférieur, bras, avant-bras, mains, jambes, cuisses, pieds). Hatze et al ont développé par la suite un modèle possédant des géométries plus complexes et prenant en compte une distribution non-uniforme de la densité des segments (Hatze [59], Hatze [60]). D'autres modèles ont été développés par la suite, on pourra citer de manière non exhaustive (Yeadon [125], Pavol et al. [85]). Ces modèles sont basés sur des segments composés de "stadium solids", qui correspondent à des parallélépipèdes auxquels on adjoint des demi-cylindres ou des demi-troncs de cônes, comme présentés aux figures I.5 et I.6 issues de Pavol et al. [85] et Yeadon [125].

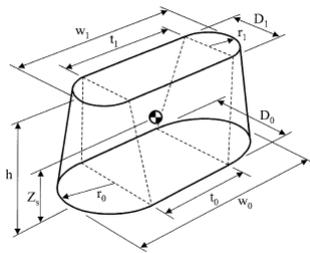


Figure I.5 – Stadium solid

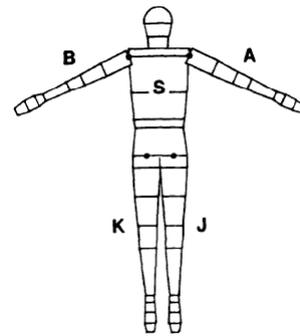


Figure I.6 – Modèle de Yeadon à 40 solides

L'identification des paramètres inertiels segmentaires

L'identification des paramètres inertiels est très utilisée dans le domaine de la robotique (Venture et al. [116], Hansen et al. [58], Khalil and Bennis [66]). Les méthodes d'identification utilisées en robotiques ont été adaptées à l'identification des PIS humains. Le corps humain est assimilé à une chaîne cinématique arborescente dont les liaisons sont des pivots et des rotules.

I.3 Les modèles anthropométriques

Une convention dans la manière de définir les différents solides de la chaîne est couramment utilisée : la notation de Denavit-Hartenberg.

- l'axe \vec{z}_{n-1} est l'axe de la liaison reliant le solide C_{n-1} au solide C_n ;
- l'axe \vec{x}_n est l'axe porté par la normale commune à \vec{z}_n et \vec{z}_{n-1} , c'est à dire $\vec{x}_n = \vec{z}_{n-1} \wedge \vec{z}_n$;
- l'axe $\vec{y}_n = \vec{z}_n \wedge \vec{x}_n$;
- le passage du solide C_{n-1} au solide C_n est défini par 4 paramètres (2 angles et 2 longueurs) :
 1. $d = d_n$ la longueur entre \vec{x}_{n-1} et \vec{x}_n portée par \vec{z}_{n-1} . C'est donc la variable articulaire si la liaison est une glissière (ce qui n'arrive jamais dans le cas du corps humain) ;
 2. $r = r_n$ la longueur de la normale commune à \vec{z}_{n-1} et \vec{z}_n et portée par x_n ;
 3. $\theta = \theta_n$ l'angle entre \vec{x}_{n-1} et \vec{x}_n selon \vec{z}_{n-1} . C'est la variable articulaire si la liaison est une pivot.
 4. $\alpha = \alpha_n$ l'angle entre \vec{z}_{n-1} et \vec{z}_n et porté par \vec{x}_n ;

Un exemple de l'utilisation de ce paramétrage est illustré à la figure I.7 :

Avec cette notation la matrice de passage R_t entre les référentiels associés aux solides C_{n-1} et C_n s'écrit :

$${}^{n-1}R_t = \begin{bmatrix} c\theta & -cas\theta & sas\theta & rc\theta \\ s\theta & cac\theta & -sac\theta & rs\theta \\ 0 & s\alpha & c\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

avec c et s étant respectivement le cosinus et le sinus.

D'après Fujimoto et al. [47] l'équation régissant la dynamique inverse d'un robot humanoïde poly-articulé est :

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_0 \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{N_c} \begin{bmatrix} K_{k1} \\ K_{k2} \end{bmatrix} F_k \quad (\text{I.20})$$

avec

- H_{ij} la matrice d'inertie, avec H_{1j} l'inertie du segment racine et H_{2j} les inerties des segments de la chaîne ;

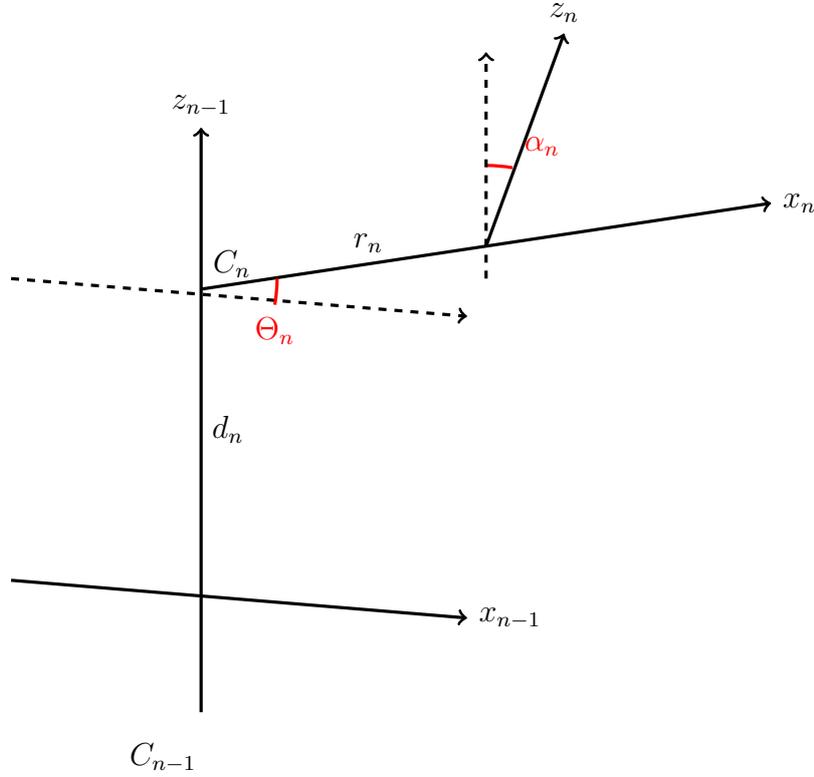


Figure I.7 – Exemple de paramétrage de Denavit-Hartenberg pour deux solides C_{n-1} et C_n

- q_0 les coordonnées généralisées représentant les 6 degrés de liberté du segment base du robot ;
- θ le vecteur des angles articulaires ;
- b_i représentent les forces et les couples de Coriolis, centrifuges et de gravité ;
- τ le vecteur des couples articulaires ;
- N_c le nombre de points de contact avec l'environnement ;
- F_k La force extérieure appliquée au robot au point de contact k ;
- K_{k1} et K_{k2} les matrices liant F_k au vecteur force généralisé.

En réécrivant le membre de gauche de (I.20) de façon à dépendre linéairement des paramètres inertiels des segments du robot il vient :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}}_Y \phi = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{N_c} \begin{bmatrix} K_{k1} \\ K_{k2} \end{bmatrix} F_k \quad (\text{I.21})$$

La matrice Y est appelée matrice d'observation ou régresseur (Venture et al. [116], Iriarte

I.3 Les modèles anthropométriques

et al. [63]). Elle est fonction des angles articulaires θ et de leur dérivées premières et secondes, ainsi que des coordonnées généralisées q_0 , et de leurs dérivées premières et secondes.

Le vecteur ϕ regroupe les paramètres inertiels de chaque segment du robot exprimés sous la forme de vecteurs (I.22) à identifier.

Soit le segment j du robot :

$$\phi_j = [m_j \ ms_{j,x} \ ms_{j,y} \ ms_{j,z} \ I_{i,xx} \ I_{i,yy} \ I_{i,zz} \ I_{i,yz} \ I_{i,zx} \ I_{i,xy}]^T \quad (\text{I.22})$$

où :

- m_j est la masse du segment ;
- $ms_{j,k}$ la composante du moment de premier ordre selon l'axe k ($k = x, y$ ou z)
- $I_{j,kk}$ la composante de la matrice d'inertie du segment.

Les vecteurs ϕ_j sont groupés pour finalement former le vecteur ϕ :

$$\phi = [\phi_0^T \ \phi_1^T \ \dots \ \phi_n^T]^T \quad (\text{I.23})$$

En fonction de la matrice d'observation, tous les paramètres inertiels ne peuvent pas être identifiés. L'adaptation à l'identification des PIS humains implique que les couples articulaires τ ne sont pas connus. Le système (I.21) est donc réduit au système suivant :

$$Y_{B1}\phi_B = \sum_{k=1}^{Nc} K_{k1}F_k \quad (\text{I.24})$$

Le corps humain est modélisé comme une chaîne cinématique arborescente, dont les segments sont liés par des liaisons rotules et pivots. Comme l'indiquent les travaux de Venture et al. [116], le segment pris comme segment racine (analogue au segment base d'un robot) est généralement le pelvis et la partie inférieure du torse, et les membres inférieurs, supérieurs ainsi que la tête forment des chaînes ouvertes. En fonction de la *ième* liaison entre deux segments, le vecteur ϕ_{Bi} contient les paramètres inertiels identifiables :

$$\phi_{Bi} = \begin{cases} [Mi \ MSi,x \ MSi,y \ MSi,z \ Ji,xx \ Ji,yy \ Ji,zz \ Ji,yz \ Ji,zx \ Ji,xy]^T & \text{racine} \\ [MSi,x \ MSi,y \ Ji,xx \ -Ji,yy \ Ji,zz \ Ji,yz \ Ji,zx \ Ji,xy]^T & \text{pivot} \\ [MSi,x \ MSi,y \ MSi,z \ Ji,xx \ Ji,yy \ Ji,zz \ Ji,yz \ Ji,zx \ Ji,xy]^T & \text{rotule} \end{cases}$$

où

- M_i représente la somme des masses des segments plus bas dans la chaîne ;
- $MS_{i,k}$ avec $k = x, y$ ou z représente les somme des moments de premier ordre ;
- $J_{i,kk}$ représente les produits d'inerties

Pour le détail de ces différentes grandeurs, on pourra se référer aux travaux de Venture et al. [116]. Une des limites de cette méthode d'identification est que tous les paramètres inertiels ne sont pas identifiables. En effet, la masse totale du sujet M_i peut être identifiée, mais pas les masses segmentaires. De la même façon, les moments de premier ordre sont identifiables mais puisque les masses segmentaires ne le sont pas, alors les coordonnées des centres de gravité segmentaires ne peuvent pas non plus être déterminés.

Une autre méthode, proposée dans les travaux de Muller [80], associe une modélisation des segments en stadium solids (Yeadon [125]), et une table anthropométrique (Dumas et al. [42]) pour identifier les paramètres inertiels. En assumant une densité donnée et des dimensions optimales des stadiums solids les paramètres inertiels de ces solides sont identifiés pour minimiser l'écart entre les données du torseur externe mesurées et celle recalculée par les équations du mouvement.

3.3.2 Influence des PIS sur le calcul des grandeurs dynamiques

L'influence de la qualité de l'estimation de ces paramètres inertiels sur la précision et la justesse des calculs de dynamique, comme les couples articulaires, a été largement développée dans la littérature.

Beaucoup d'études se sont intéressées à l'influence des différents paramètres d'entrée (PIS, mesure du torseur externe et cinématique du sujet) des procédures de dynamique inverse lors de la marche. Cependant, comme le soulignent Pàmies-Vilà et al. [84], les conclusions sur l'effet des PIS sur les couples articulaires sont sujet à controverse dans la littérature.

Dans leur travaux de 1999, Pearsall and Costigan [86] concluent que les paramètres inertiels (et leur variations) ont un impact statistiquement significatif sur les forces et les moments articulaires de la hanche. Pour cela, ils font varier les valeurs des PIS de la jambe et de la cuisse par tranche de $\pm 10\%$ de -40 à $+40\%$. Rao et al. [90] et Riemer et al. [96] partagent également cette conclusion. Lenzi et al. [70] montrent également l'importance de la précision des PIS pour l'analyse de la posture basée sur la trajectoire du centre de masse du corps.

A contrario, les travaux de Silva and Ambrósio [106] montrent que l'erreur créée par la variation des PIS est négligeable devant les autres paramètres (erreur sur la cinématique et sur la mesure des plateformes de force). Les travaux de Pàmies-Vilà et al. [84] concluent également

que, dans le cadre de l'analyse de la marche, les paramètres d'entrée ayant une grande influence sur l'estimation de ces couples articulaires sont les mesures du torseur externe de la plateforme de force et la cinématique du sujet. Plus précisément, ce sont les valeurs des moments d'inertie qui ont peu d'influence sur ces résultats.

Nguyen and Reynolds [81] décrivent aussi ce désaccord sur l'importance de la précision des PIS dans le calcul des couples articulaires et avancent l'hypothèse que les études précédentes ne font varier qu'un seul paramètre à la fois. Ils proposent donc une étude multi-factorielle basée sur la méthode de Monte Carlo pour investiguer l'erreur commise sur le couple à la hanche en fonction du placement des marqueurs, de la localisation du centre articulaire de la hanche et des PIS du membre inférieur. S'ils concluent qu'il y a bien une différence significative dans les modèles de PIS utilisés, ils ajoutent que cette différence n'a pas d'importance dans le calcul du couple articulaire de la hanche. Ils précisent néanmoins que ces conclusions ne concernent que les mouvements lents tels que la marche.

Futamure et al. ont cependant des conclusions différentes lors d'une étude récente (Futamure et al. [48]). Ils étudient aussi l'influence des PIS sur les couples articulaires, mais ils quantifient également l'importance des PIS dans le calcul des forces et des moments à la plateforme (GRF, GRFM). Contrairement aux études précédentes utilisant des tests type Monte-Carlo ou T-test, eux utilisent une méthode variationnelle. Ils n'étudient pas l'influence du choix du type de modèle anthropométrique, mais la contribution des différents PIS à la production de la GRF, du GRFM et des couples articulaires, lors de cycle de marche. Leur conclusions sont que seuls certains PIS ont une influence notable dans le calcul de la force de réaction ou du moment de cette force (masse et position des CG des segments "massifs") et que les produits d'inertie (terme hors diagonale de la matrice d'inertie) n'ont qu'un effet faible sur le calcul des couples articulaires.

L'importance dans la précision de l'estimation des PIS a aussi été étudiée dans d'autres types d'activités physiques que la marche. Challis et Kerwin proposent en 1996 (Challis and Kerwin [20]) d'observer l'impact sur l'estimation du couple articulaire au coude pour une variation de $\pm 5\%$ ou $\pm 10\%$ des valeurs des PIS, lors d'une flexion du bras d'un sujet portant une masse de 17kg dans la main. Ils concluent que la variation des paramètres inertiels affectent moins les résultats du calcul du couple que le bruit des données cinématiques. Cependant ils admettent également que l'influence de la perturbation dans les PIS pourrait être plus grande dans le cadre d'une activité physique différente.

De manière générale les études menées sur l'influence significative ou non de la précision des PIS dans le calcul des couples articulaires n'a concerné que des activités lors desquelles de faibles accélérations sont mises en jeu (marche principalement). Lors d'une activité mettant en

jeu de fortes accélérations, l'importance de la précision dans l'estimation des PIS ne sera plus négligeable, comme par exemple lors d'un service de tennis (Creveaux et al. [28]).

Quel que soit la méthode retenue pour estimer les PIS, et quelque soit le type d'analyse que l'on souhaite mener (analyse de la cinématique, procédures de dynamique inverse), la mesure de la cinématique par des systèmes de stéréophotogrammétrie va être affectée par les mouvements de la peau sur laquelle sont placés les marqueurs. Or, ces mouvements sont composés à la fois des mouvements propres des segments, mais aussi des mouvements des masses molles entourant les os (peau, muscles, graisse). Cet écart entre le mouvement du squelette et celui mesuré par les systèmes opto-électroniques est appelé artefacts des mouvements de peau, ou encore artefact des masses molles. Ce phénomène, ces effets sur les études de biomécanique et les différentes méthodes pour corriger ces mouvements vont être décrits dans la prochaine section.

4 Les artefacts dus aux mouvements de peau

La composition des segments humains peut être séparée en deux types de tissus : un os supposé rigide et des masses molles (peau, muscles graisses) entourant celui-ci. Lors d'un geste, ces tissus mous sont en mouvement par rapport aux os (Leardini et al. [68], Peters et al. [87]). Ce phénomène va être particulièrement accentué lors d'un mouvement de forte dynamique. Or, dans la plupart des études de biomécanique, l'hypothèse que les segments sont rigides est retenue. La stratégie mise en place le plus souvent consiste alors à minimiser la différence entre les coordonnées des marqueurs exprimées dans un repère local lié à l'os du segment (donc rigide) et les coordonnées des marqueurs mesurées.

Etant donné que la cinématique du sujet est le plus souvent acquise via le suivi de marqueurs positionnés sur la peau, cette différence de mouvement entre la mesure et l'hypothèse rigide (pouvant aller jusqu'à 8,7cm pour la scapula selon Duprey et al. [43]) conduit à des erreurs dans les calculs de dynamique inverse.

4.1 Définition des artefacts de tissus mous

Une première description du mouvement des masses molles consiste à avoir une modélisation à deux niveaux (Alexander and Andriacchi [2], De Rosario et al. [35], Barré et al. [9]) :

1. un déplacement individuel de chaque marqueur (composante de déformation) ;
2. une transformation géométrique globale du nuage de marqueurs (composante de mouvement rigide).

Cette modélisation est aussi utilisée dans les travaux de doctorat de Thouzé [112], qui distingue deux composantes dues aux mouvements des marqueurs : une composante aléatoire propre à chaque marqueur et une composante dite à l'unisson provoquant le mouvement des marqueurs d'un segment lié au mouvement des masses molles.

Dumas et al. [40] propose un niveau de modélisation supplémentaire en tenant compte de la modification de la forme du segment (et donc du nuage de marqueurs), c'est à dire une transformation non-rigide. Cette dernière adopte une description Lagrangienne du champs de marqueurs et ainsi, la modification de forme du segment peut être approchée par une transformation matérielle, telle qu'une transformation affine comme proposée par Rubin and Solav [98].

La composante aléatoire sur le déplacement de chaque marqueur va être amplifiée au cours des dérivations nécessaires pour obtenir les vitesses et les accélérations, au même titre que les bruits liés à la mesure.

Enfin, des descriptions des mouvements des masses molles par rapport au mouvement de l'os sont proposées dans la littérature (Cereatti et al. [17]).

4.2 Méthodes de réduction des artefacts de tissus mous

Puisque la cinématique de l'os est généralement l'information clinique la plus pertinente lors de l'analyse du mouvement, les études sur le mouvement des masses molles ont vocation à réduire la différence entre la cinématique enregistrée à partir des marqueurs cutanés et celle du squelette recherchée. Pour cela plusieurs techniques existent : une première famille de méthodes consiste à avoir accès directement à la cinématique osseuse, comme c'est le cas pour l'imagerie médicale ou encore l'emploi de pins intra-corticaux. Une deuxième famille consiste à acquérir une cinématique à partir de marqueurs cutanés, et de recalculer une cinématique équivalente rigide (méthode de compensation, chaîne cinématique, calcul de repères optimaux) et/ou de filtrer la cinématique acquise.

4.2.1 Acquisition de la cinématique osseuse

La cinématique osseuse peut être directement mesurée par imagerie médicale. Comme le soulignent Thouzé [112] et Peters et al. [87] dans leur revues de littérature, il existe différents types d'imagerie utilisée : la fluoroscopie et l'imagerie par résonance magnétique (IRM).

La fluoroscopie consiste à injecter un produit de contraste au patient puis des images sont obtenues par rayons X. Cette technique utilisée dans le cadre de la biomécanique d'abord par Sati et al. [100], permet via des marqueurs opaques aux rayons X de mesurer la différence de

cinématique entre l'os et les marqueurs cutanés. D'autres études mesurent la différence entre la cinématique cutanée et celle issue d'une prothèse de genou (Stagni et al. [109], Garling et al. [51]) via cette méthode.

Sangeux et al. [99] mesurent grâce à l'IRM un mouvement de flexion de genou. Ils comparent la cinématique du fémur obtenue avec l'IRM à celle obtenue par un système opto-électronique dont les marqueurs étaient positionnés sur la peau. Ils observent une différence maximale de 22mm en translation et 15° en rotation. L'accès aux appareils d'IRM est un des freins de cette méthode. Un autre est le fait que cette technique ne permet d'observer que des mouvements de faibles amplitudes et à vitesse très réduite (quasi-statique). Or le mouvement des masses molles est plus important lors de mouvements impliquant des impacts ou de grandes accélérations.

Une autre méthode d'imagerie est l'utilisation des ultrasons. Masum et al. [73] ont montré dans leur étude de faisabilité qu'une précision \leq à 1mm était possible.

D'autres méthodes invasives cette fois permettent aussi d'avoir accès à la cinématique osseuse. L'utilisation de pins intra-corticaux, c'est à dire de tiges directement fixées dans l'os cortical et équipées de marqueurs. Si cette méthode permet d'avoir accès à la cinématique exacte de l'os, elle peut altérer le mouvement du sujet du fait de la douleur, et du fait de son caractère très invasif, elle ne peut pas être appliquée de façon systématique aux cohortes de sujets. Ainsi, peu d'études ont été menées avec ce type d'équipement. On peut néanmoins citer Lafortune et al. [67], Reinschmidt et al. [94], Arndt et al. [7], Begon et al. [10], Dal Maso et al. [29], Michaud et al. [76], Maiwald et al. [71]

4.2.2 Méthodes mathématiques

Les méthodes mathématiques de compensation des artefacts de tissus mous peuvent prendre plusieurs formes dans la littérature. Selon Dumas and Cheze [41], ces méthodes peuvent minimiser l'écart entre la cinématique acquise et celle supposée rigide ou modéliser ces mouvements de peau pour ne prendre que la partie rigide du mouvement.

Une des techniques de minimisation consiste à minimiser au sens quadratique la différence entre la cinématique 'bruitée' acquise et une cinématique de solide rigide recherchée. (Spor and Veldpaus [108], Challis [19]).

Andriacchi et al. [6] proposent une méthode mathématique appelée 'équation du nuage de points' (point cluster equation). Il s'agit de placer des marqueurs sur un segment, de leur affecter une poids arbitraire puis de calculer le barycentre de ces poids ainsi que la matrice d'inertie associée. Les vecteurs et valeurs propres de cette matrice d'inertie sont calculés dans le but d'obtenir un repère optimal réduisant l'effet des mouvements non-rigides du segment,

c'est à dire le mouvement des masses molles.

Concernant les méthodes de modélisation des artefacts de tissus mous, une transformation matérielle peut être envisagée. En utilisant une description Lagrangienne la position d'un marqueur m exprimée dans un repère $R_l = (O_l, x_l, y_l, z_l)$ appartenant à un solide (S_0) entre une configuration $\mathcal{C}(t_i)$ et $\mathcal{C}(t_{i+1})$ est donnée par les trois polynômes suivants (Dumas and Cheze [41]) :

$$\begin{aligned} x_m(t_{i+1}) &= x_{O_l}(t_i) + a_1^x x_m(t_i) + a_2^x y_m(t_i) + a_3^x z_m(t_i) \\ y_m(t_{i+1}) &= y_{O_l}(t_i) + a_1^y x_m(t_i) + a_2^y y_m(t_i) + a_3^y z_m(t_i) \\ z_m(t_{i+1}) &= z_{O_l}(t_i) + a_1^z x_m(t_i) + a_2^z y_m(t_i) + a_3^z z_m(t_i) \end{aligned} \quad (\text{I.25})$$

dans lesquels $x_{O_l}(t_i)$, $y_{O_l}(t_i)$, et $z_{O_l}(t_i)$ sont les coordonnées du centre de R_l et les coefficients $a_i^{x,y,z}$ ($i = 1 : 3$) représentent une rotation, une translation, une homothétie et un allongement. Une autre façon plus compacte d'écrire cette transformation est d'utiliser le tenseur gradient de la transformation F défini tel que :

$$\overrightarrow{dx} = F(X, t) \overrightarrow{dX} \quad (\text{I.26})$$

où F fait passer de la configuration dX à $\mathcal{C}(t_i)$ à la configuration dx à $\mathcal{C}(t_{i+1})$. Dans le cas d'une transformation affine le tenseur F est composé d'un tenseur de rotation R de solide rigide et d'un tenseur des déformations pures U (tenseur des déformations pures droit dans le cas d'une description lagrangienne). Il est alors possible d'extraire la partie rotation rigide R du tenseur F par décomposition polaire (Rubin and Solav [98]).

D'autres types de transformations existent comme le Krigeage, qui considère cette fois une dérive du point m entre t_i et t_{i+1} et une erreur, fonction des distances entre le point m et les $nmark$ autres marqueurs et une estimation de la covariance généralisée K tel que :

$$\begin{aligned}
 x_m(t_{i+1}) &= x_{O_i}(t_i) + a_1^x x_m(t_i) + a_2^x y_m(t_i) + a_3^x z_m(t_i) + \sum_{n=1}^{nmark} b_n^x K(\|\vec{x}_m(t_i) - \vec{x}_n(t_i)\|) \\
 y_m(t_{i+1}) &= y_{O_i}(t_i) + a_1^y x_m(t_i) + a_2^y y_m(t_i) + a_3^y z_m(t_i) + \sum_{n=1}^{nmark} b_n^y K(\|\vec{x}_m(t_i) - \vec{x}_n(t_i)\|) \\
 x_m(t_{i+1}) &= z_{O_i}(t_i) + a_1^z x_m(t_i) + a_2^z y_m(t_i) + a_3^z z_m(t_i) + \sum_{n=1}^{nmark} b_n^z K(\|\vec{x}_m(t_i) - \vec{x}_n(t_i)\|) \quad (I.27)
 \end{aligned}$$

Un modèle pour la fonction K doit être choisi a priori. Différent modèles existent : il peut être linéaire ($\|\vec{x}_m(t_i) - \vec{x}_n(t_i)\|$), cubique ($\|\vec{x}_m(t_i) - \vec{x}_n(t_i)\|^3$) ou encore Gaussien $e^{-\|\vec{x}_m(t_i) - \vec{x}_n(t_i)\|^2}$ (Trochu [113]).

Les coefficients a et b sont identifiés en résolvant les équations (I.27) pour chacun des $nmark$ marqueurs. Cela revient à résoudre le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} K & X(t_i) \\ X(t_i)^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(t_{i+1}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (I.28)$$

où B est de dimension ($nmark \times 3$), et K est de dimension ($nmark \times nmark$). On peut également constater que ce système fourni une équation supplémentaire :

$$X(t_{i+1})^T B = 0 \quad (I.29)$$

appelée condition de non-biais et permet de régler le cas d'une prédiction d'erreur nulle d'après Trochu [113]. Puisque la solution obtenue dépend du choix de la fonction K, il faut déterminer un critère de choix de celle-ci. La solution proposée par Dumas and Cheze [41] et Martin and Simpson [72] est d'inverser (I.28), est de conserver la fonction minimisant K.

Une autre modélisation fait appel aux fonctions à base radiale (Buhmann [14], Griffiths et al. [54]). Le principe est que le déplacement d'un marqueur m entre t_i et t_{i+1} peut être décomposé en une somme de k fonctions de base et un polynôme (similaire au krigeage ou à la transformation affine). Les équations des composantes du déplacement de m sont :

$$\begin{aligned}
x_m(t_{i+1}) &= x_{O_l}(t_i) + a_1^x x_m(t_i) + a_2^x y_m(t_i) + a_3^x z_m(t_i) + \sum_{f=1}^k w_f^x h_f(\|\vec{x}_m(t_i) - \vec{c}_f\|) \\
y_m(t_{i+1}) &= y_{O_l}(t_i) + a_1^y x_m(t_i) + a_2^y y_m(t_i) + a_3^y z_m(t_i) + \sum_{f=1}^k w_f^y h_f(\|\vec{x}_m(t_i) - \vec{c}_f\|) \\
z_m(t_{i+1}) &= z_{O_l}(t_i) + a_1^z x_m(t_i) + a_2^z y_m(t_i) + a_3^z z_m(t_i) + \sum_{f=1}^k w_f^z h_f(\|\vec{x}_m(t_i) - \vec{c}_f\|) \quad (\text{I.30})
\end{aligned}$$

où h_f sont les fonctions choisies et \vec{c}_f sont appelées les centres des fonctions. Ils sont choisis à partir des $nmark$ marqueurs du nuage selon différentes méthodes décrites par exemple dans Orr [82] et Chen et al. [24].

Enfin, une autre méthode s'approchant des fonctions à base radiale est l'interpolation des trajectoires des marqueurs à l'aide de spline. Les splines (ou cerces en français bien que cette terminologie soit rare) sont des fonctions mathématiques définies par morceaux par des polynômes. En considérant les différentes positions au cours du temps des marqueurs, chaque triplet de chaque marqueur $m = (x(t_i), y(t_i), z(t_i))$ va constituer un *noeud*. L'interpolation par spline revient à faire passer entre chacun de ces *noeuds* une fonction spline constituée de polynômes d'ordre choisi (Reinsch [92], Reinsch [93]). cela revient à minimiser l'équation :

$$\min_{s(t)} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - s(t_i))^2 \right) \quad (\text{I.31})$$

L'avantage des splines est que, puisqu'elles sont constituées de polynômes, leurs dérivées sont continues et faciles à calculer. Il a été montré par Woltring [120] que dans le cas d'un déplacement bruité de marqueurs, l'ordre optimal des splines devait être cinq. Ainsi avec ces splines quintiques, l'accélération est interpolée par une spline d'ordre trois.

4.2.3 Filtrage de la cinématique

Dans la plupart des études de biomécanique, la cinématique n'est pas utilisée directement. Pour les procédures de dynamique inverse par exemple, les vitesses et accélérations segmentaires sont calculées à partir de la cinématique des marqueurs. Or, les processus de dérivation amplifient le bruit (Woltring [120]). En effet, si l'on modélise le bruit comme étant une somme de sinusoides d'équations $A \sin(\omega t)$, de faible amplitude A et de pulsation ω élevée, la dérivée première de ce bruit devient $\omega A \cos(\omega t)$, et devient de même importance que le signal porteur

si ω est suffisamment élevé. Il devient donc nécessaire de filtrer les signaux pour atténuer ces bruits.

Les bruits présents dans les signaux proviennent de l'appareillage de mesure d'une part et de la composante de déformation, c'est à dire le mouvement indépendant de chaque marqueur d'autre part. Cette dernière peut être éliminée par le filtrage comme le soulignent De Rosario et al. [35].

Il existe une multitude de filtres utilisés sur les signaux de cinématiques dans la littérature. Nous allons détailler les caractéristiques des plus fréquemment utilisés dans cette sous-section.

Le filtre de Butterworth :

Le filtre de Butterworth est un filtre linéaire à réponse impulsionnelle infinie. En fonction de la fréquence de coupure choisie et du type de filtrage souhaité, ce filtre va laisser intactes les fréquences plus basses (dans le cas d'un paramétrage passe-bas) ou plus hautes (dans le cas d'un paramétrage passe-haut) que la fréquence de coupure et fortement atténuer les autres. Cet atténuation va être fonction de l'ordre du filtre, et le gain de ce filtre est constant dans la bande passante et tend vers zéro dans la bande de coupure. Si l'on trace le diagramme de Bode du filtre de Butterworth, on constate en mesurant la pente de la réponse du filtre une décroissance de 20dB/décade pour un ordre 1, 40dB/décade pour un ordre 2 et ainsi de suite. Un exemple de filtre passe-bas de type Butterworth est présentée à la figure I.8.

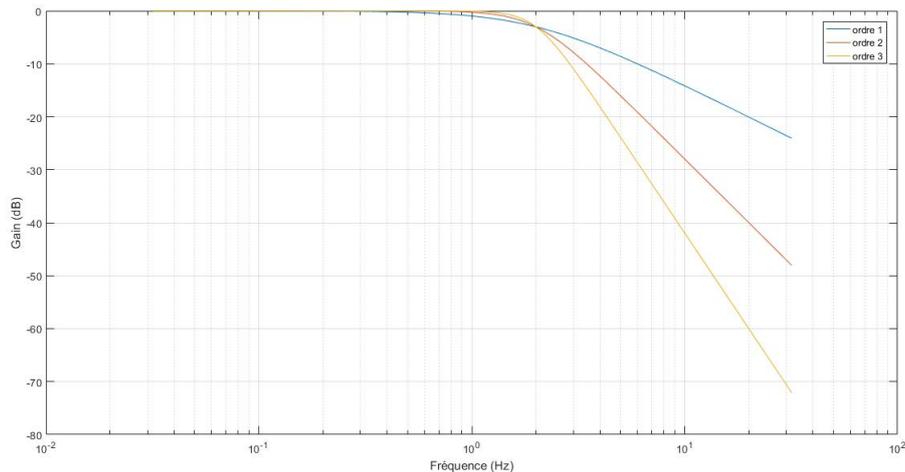


Figure I.8 – Diagramme de Bode pour le filtre de Butterworth à différents ordres

Il est également possible de construire des filtres passe-bandes et coupe-bandes en associant en série deux filtres de Butterworth.

I.4 Les artefacts dus aux mouvements de peau

Deux paramètres sont à choisir par l'utilisateur pour mettre en œuvre ce type de filtre, l'ordre et la fréquence de coupure. Cette dernière doit être normalisée par rapport à la fréquence d'échantillonnage qui est elle-même égale à la moitié de la fréquence du signal (fréquence de Nyquist). Ainsi la normalisation de la fréquence de coupure est :

$$f_{cnorm} = \frac{f_c}{\frac{f_e}{2}} \quad (\text{I.32})$$

Le lissage :

Soit un nuage de points représentant la trajectoire d'un marqueur en fonction du temps.

Les méthodes de lissage consistent en l'algorithme suivant :

1. on choisit un intervalle (fenêtre) de n points (avec n impair) consécutifs, centré sur le point i ;
2. on calcule la moyenne de ces n points, \bar{i} ;
3. on remplace la valeur de i par celle de \bar{i} ;
4. on décale l'intervalle d'un point et retour en 1.

Le principal défaut de cette méthode de filtrage est qu'elle lisse beaucoup les variations, c'est à dire qu'elle écrête les pics. Savitzky and Golay [101] proposent d'interpoler le nuage de points contenus dans l'intervalle n avec un polynôme de degré $< n + 1$. Plus précisément, un polynôme d'ordre au moins égal à 3 permet de tenir compte de la courbure de la courbe de trajectoire et aussi de points d'inflexions. Cependant, comme le soulignent Allard et al. [3], cette technique est plus appropriée pour des mouvements curvilignes dont la vitesse et l'accélération ne présentent pas de discontinuités comme le swing de golf par exemple.

Le lissage par spline :

Le principe du lissage par fonctions splines consiste à interpoler la courbe de déplacement par une fonction spline et de moduler le lissage effectué par un paramètre $\lambda \leq 0$. Ainsi, le lissage revient à minimiser la fonction :

$$\min_{s_\lambda(t)} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - s(t_i))^2 + \lambda \int_t (s^{(d)}(t_i))^2 dt \right) \quad (\text{I.33})$$

où y_i est le déplacement à l'instant t_i , $s(t)$ est la fonction spline choisie, et $s^{(d)}(t_i)$ est la dérivée de la fonction spline à l'ordre d .

Remarque : En choisissant $\lambda = 0$, on retrouve une interpolation par spline (équation (I.31)).

Le paramètre λ quantifie la balance entre la la fidélité au signal initial mesuré par $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - s(t_i))^2$ et le degré de 'roughness' de la fonction spline, mesuré par $\int_t (s^{(d)}(t_i))^2 dt$. Les paramètres sur lesquels l'opérateur peut influencer sont l'ordre de la spline, le nombre de nœuds, c'est à dire le nombre d'instant t_i par lesquels la fonction spline doit passer, et le paramètre de lissage λ .

L'ordre de la spline est choisi en fonction du nombre de dérivées du signal voulant être calculées. Si l'on souhaite calculer des accélérations, un ordre 5 de la spline est généralement choisi, ce qui permet d'avoir des polynômes d'ordre 3 pour l'accélération et ainsi d'avoir un signal continu. Le choix dans les nœuds permet de s'affranchir d'éventuelles valeurs aberrantes présentes dans le signal initial, et par lequel la spline ne doit pas passer. Enfin, le paramètre de lissage λ est choisi à priori, à partir de la connaissance de l'opérateur sur le signal à traiter. Cela constitue la principale limite dans l'utilisation des splines. Pour pallier à cela, des études ont cherché à obtenir une valeur optimal de λ de manière automatique.

La manière la plus simple est d'utiliser une méthode dite de validation croisée ordinaire (OCV). Cette méthode consiste à lisser le signal en omettant la k ième valeur. Cette valeur est alors prédite d'après la spline définie par l'équation (I.33) pour un λ choisi. Avec cette méthode, la meilleure estimation du signal $y(t)$ est celle qui prédit chaque point de mesure en fonction des autres. L'estimation devient alors :

$$\hat{s}^{[k]}(t) = \min \left(\frac{1}{n} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n (y_i - \hat{s}(t_i))^2 + \lambda \int_t (\hat{s}^{(d)}(t_i))^2 dt \right) \quad (\text{I.34})$$

En définissant l'erreur quadratique V_0 de la méthode OCV telle que :

$$V_0(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{s}_{n,\lambda}^{[k]}(t_i) - y_i)^2 \quad (\text{I.35})$$

l'estimation de λ par la méthode OCV est alors :

$$\lambda_0 = \min_{\lambda \geq 0} V_0(\lambda) \quad (\text{I.36})$$

Cette méthode a cependant un coût numérique très élevé, et nécessite un nombre de valeurs important (le fait d'en enlever une ne doit quasiment pas modifier l'erreur quadratique). Craven

and Wahba [27] proposent d'utiliser, à la place, un indice appelé validation croisée générale (GCV).

En définissant la matrice d'influence $A(\lambda)$ telle que :

$$\begin{bmatrix} \hat{s}_{n,\lambda}(t_1) \\ \vdots \\ \hat{s}_{n,\lambda}(t_n) \end{bmatrix} = A(\lambda) \quad (\text{I.37})$$

l'erreur quadratique $V(\lambda)$ de la méthode GCV devient :

$$V(\lambda) = \frac{\frac{1}{n} \|(\mathbf{I} - A(\lambda))y\|^2}{(\frac{1}{n} \text{tr}(\mathbf{I} - A(\lambda)))^2} \quad (\text{I.38})$$

et l'estimation de λ par la méthode GCV devient alors :

$$\lambda = \min_{\lambda \geq 0} V(\lambda) \quad (\text{I.39})$$

Une variante du lissage par des fonctions splines est également proposée par Garcia [50] et se base sur une transformée en cosinus discrète. Andersen et al. [5] interpolent des trajectoires par des B-splines d'ordre 4 et dérivent ces B-spline.

L'analyse spectrale singulière (SSA) :

Cette approche basée sur les statistiques multi-variables consiste à créer une matrice de Hankel en faisant glisser une fenêtre de longueur inférieure à la taille du signal temporel étudié. Cette matrice est ensuite décomposée en un certain nombre de matrices élémentaires par décomposition en valeurs singulières. Le signal est ensuite reconstruit en sommant certaines de ces matrices élémentaires. La matrice alors obtenue n'est plus une matrice de Hankel et le signal original est obtenu en moyennant les diagonales de cette nouvelle matrice.

Cette procédure est résumée dans l'algorithme suivant :

Soit $x(t) = (x_1, x_2, \dots, x_{N-1})$ un signal de longueur N .

1. On choisit une longueur $L \leq N$ de fenêtre;

2. on construit la matrice X de Hankel correspondante à la taille de la fenêtre choisie :

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_L \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{L+1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & \dots & x_{N-L+1} \end{bmatrix}$$

3. on calcule $S = X.X^T$, et $[U, V] = SVD(S)$;

4. on calcule les matrices élémentaires E_i , avec $S = E_1 + E_2 + \dots + E_i$, et telles que :
 $E_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$, ou λ_i représente les valeurs propres et U_i les vecteurs propres associés ;

5. on classe les matrices E_i par valeurs propres non nulles décroissantes ;

6. on choisit r , le nombre de matrices élémentaires pour reconstruire X ;

7. on reconstruit enfin le signal en calculant les moyennes des diagonales.

L'utilisateur n'a donc que deux paramètres à sélectionner pour ce traitement, la longueur de la fenêtre L et le nombre de matrices élémentaires à sommer r . La longueur optimale de la fenêtre est de $N/2$, car au plus la fenêtre est grande au plus la décomposition est détaillée (Alonso et al. [4]).

Discussion

Les techniques de filtrage de la cinématique décrites dans la littérature sont innombrables. Certaines d'entre elles ont été présentées ici mais il en existe bien d'autres. On pourra citer la décomposition en série de Fourier et la transformation en ondelettes. En plus de ces différentes méthodes, d'autres études se sont intéressés aux paramètres définissant celles-ci. Ainsi, Giakas and Baltzopoulos [53] montrent l'intérêt d'avoir une fréquence de coupure différente du filtre de Butterworth en fonction de la position du marqueur à filtrer. Le filtre optimal dépend également du mouvement analysé (Shin et al. [105]). La comparaison des différentes techniques de filtrage a déjà été traitée à la fin du siècle dernier (Winter et al. [119], Allard et al. [3]) ; mais reste d'actualité (Alonso et al. [4], Molloy et al. [77], Shin et al. [105]). Les conclusions de ces différentes études diffèrent toutes, ce qui montre bien que le filtre 'parfait' n'existe pas. Plutôt que de choisir un filtre arbitrairement parmi ces articles, le choix de tester quatre d'entre eux (filtre de Butterworth, lissage par spline, lissage de Savitsky-Golay et l'analyse spectrale singulière) a été fait. Les conclusions quant au choix du filtre retenu seront explicités au chapitre IV.

4.2.4 La rigidification par chaîne cinématique

Un modèle de chaîne cinématique consiste à considérer le corps humain comme un système poly-articulé composé de segments rigides liés par des articulations parfaites. En fonction des articulations choisies, le système possède un certain nombre de degrés de liberté (ddl). Ainsi, une liaison rotule laissera possible 3 ddl, c'est à dire 3 rotations autour des trois axes de l'espace ; et une liaison pivot laissera 1 rotation possible.

Une fois le modèle établi, un repère local associé à chaque segment est défini puis les positions des marqueurs de chaque segment sont exprimées dans ces repères locaux.

Puisque la chaîne est composée de solides rigides, alors ces coordonnées locales des marqueurs sont constantes au cours du mouvement.

La rigidification des segments du corps humain, dans le cadre de l'analyse du mouvement, consiste donc à minimiser la distance entre les positions expérimentales des marqueurs cutanés et les positions estimées de ces mêmes marqueurs par le modèle de chaîne cinématique.

Pour réaliser cette minimisation, une optimisation de la cinématique du système poly-articulé (multybody kinematics optimization, MKO), ou optimisation globale, est conduite (Desmoulins et al. [38]). Cette optimisation revient à minimiser la fonction :

$$J = \min_q \left(\frac{1}{2} \left\| \sum_{t_i=t_1}^{t_f} (Tobs(t_i) - Test(q(t_i))) \right\|^2 \right) \quad (I.40)$$

avec $Tobs(t_i)$ les coordonnées des marqueurs cutanés réels mesurées, $Test(q(t_i))$ les coordonnées des marqueurs du modèle, et $q(t_i)$ les coordonnées généralisées. Ces dernières dépendent des liaisons du modèle et peuvent être des angles ou des positions relatives.

Pour chaque instant t_i , les coordonnées généralisées q sont identifiées afin que la position des marqueurs estimée par le modèle soit la plus proche de la position des marqueurs observés. L'erreur quadratique est ensuite calculée. Cette erreur permet de générer un nouveau vecteur de coordonnées généralisées q et cela, jusqu'à ce que l'erreur quadratique minimale soit déterminée. Cette procédure est ensuite répétée pour l'instant suivant t_{i+1} .

Différents modèles de chaînes cinématiques ont été développées pour le membre supérieur dans la littérature. Dans leur revue de littérature, Duprey et al. [44] font l'inventaire de ces modèles. Ces modèles sont classés en fonction des liaisons utilisées pour modéliser les articulations de l'épaule et celles de l'avant-bras.

L'épaule est composée de quatre articulations : l'articulation sterno-claviculaire, acromioclaviculaire, scapulo-thoracique et gléno-humérale. L'articulation GH admet trois ddl en rotation,

avec une dépendance entre ces ddl selon Haering et al. [55]. Cette articulation admet également une légère translation pouvant aller jusqu'à 1,24 cm selon Dal Maso et al. [30].

Ainsi, Duprey et al. [44] listent les différentes modélisations de l'épaule possibles, en considérant ou non la translation. Leur conclusions montrent que l'épaule, vue comme une seule articulation, revient à considérer uniquement l'articulation GH. Elle peut être modélisée sous la forme d'une rotule (11 références) ; d'une liaison nulle, c'est à dire 6 ddl possibles donc aucune contrainte sur le centre articulaire de l'épaule (Roux et al. [97]), ou avec des contraintes supplémentaires sur la translation possible de l'articulation GH dans la fonction coût de (I.40) (Charbonnier et al. [23]). Cette équation devient alors :

$$J = \min_q (\alpha \left\| \sum_{t_i=t_1}^{t_f} (Tobs(t_i) - Test(q(t_i))) \right\|^2 + \beta \left\| \sum_{t_i=t_1}^{t_f} Tr(t_i) \right\|^2) \quad (\text{I.41})$$

où α représente une matrice de pondération applicable aux différents marqueurs, β représente une matrice de pondération applicable aux translations possibles Tr des centres articulaires.

L'avant-bras est constitué de deux os, le radius et l'ulna, et possède cinq articulations : les articulations huméro-ulnaire et huméro-radiale reliant l'avant-bras au bras, l'articulation poignet (ou radio-carpienne) reliant l'avant-bras à la main et deux liaisons radio-ulnaire reliant le radius et l'ulna. La principale difficulté dans la modélisation de l'avant-bras vient du mouvement de prono-supination. Lors de celui-ci, le radius tourne autour de l'ulna et ainsi décrit une rotation contenue dans un cône dont la pointe est l'extrémité proximale de l'ulna.

Duprey et al. [44] rapportent que l'avant-bras peut être considéré comme un seul segment et que les articulations du coude et du poignet peuvent être modélisées par deux liaisons rotules à doigt. Ils ajoutent qu'alors la prono-supination est ramenée au coude. Lorsque la modélisation de l'avant-bras doit être raffinée, les auteurs mettent en évidence la difficulté à concevoir un modèle tenant compte de ce mouvement de prono-supination. Ils poursuivent en indiquant qu'une première modélisation consiste à considérer deux éléments en forme de 'L' reliés par deux liaisons rotules (articulation humero-radiale et radio-ulnaire distale), ainsi qu'une liaison pivot localisée soit au niveau de l'articulation radio-ulnaire proximale soit au niveau de l'articulation radio-ulnaire distale. D'autres modélisations existent comme par exemple le fait de considérer l'articulation radio-ulnaire proximale comme une combinaison d'une liaison rotule et d'une liaison glissière, et l'articulation radio-ulnaire distale comme une combinaison d'une liaison pivot et d'une liaison rotule à doigt.

5 Conclusions sur l'état de l'art :

L'utilisation des PIS intervient dans l'analyse du mouvement dès lors que celle-ci s'intéresse aux grandeurs cinétiques et dynamiques. Bien que ces paramètres inertiels puissent être déterminés à partir de tables anthropométriques ou de mesure des volumes segmentaires des sujets, l'identification apparaît nécessaire dès lors que l'on s'intéresse à des populations atypiques, ou que le mouvement implique une forte dynamique.

Un autre paramètre indispensable à ce type d'analyse est la localisation des centres articulaires. Cette localisation peut être faite à partir de marqueurs placés sur des points anatomiques précis (équations de régression), par des méthodes mathématiques reposant sur la description de l'articulation (ajustements de sphères, de plans ou de cylindres), ou sur le mouvement des deux segments reliés par cette articulation (techniques de transformation de coordonnées). Ces méthodes donnent néanmoins des résultats approximatifs de la localisation de ces centres et seules deux techniques donnent les coordonnées du centre exact : l'imagerie médicale et le recours aux pins intra-corticaux. Cette dernière est très contraignante et douloureuse pour le sujet, et nécessite un acte chirurgical. Le recours à l'imagerie n'a pas ces contraintes mais nécessite un appareillage coûteux et parfois difficile d'accès. De plus, les techniques d'imagerie exposent les sujets à des radiations, même si celles-ci sont à basses doses. Ces deux méthodes sont également compliquées à mettre en œuvre pour une cohorte importante de sujets.

Le nombre d'équations de régression différentes présentes dans la littérature pose la question de la pertinence de celles-ci. De plus, la précision de celles-ci repose sur l'expérimentateur et sa capacité à positionner précisément les marqueurs anatomiques. Une méthode fonctionnelle sera donc privilégiée pour localiser le centre articulaire GH et l'axe de rotation du coude. La méthode SCoRe est retenue pour le centre articulaire GH car elle repose sur l'hypothèse que les deux segments reliés par le centre articulaire sont mobiles. Pour l'axe de rotation du coude, la méthode SARA est retenue.

L'identification des PIS fait intervenir la cinématique du sujet, acquise via des systèmes opto-électroniques et des marqueurs réfléchissants disposés sur la peau de ses différents segments corporels, et une mesure du torseur externe acquise via une plateforme de force sous les pieds du sujet. À partir de cette cinématique, des matrices rotations (ou repères) sont calculées ; ainsi que leur dérivées secondes et des accélérations segmentaires. Ces processus de dérivation, couplées aux artefacts dus aux mouvements des masses molles, entraînent des erreurs importantes sur les résultats des calculs de ces grandeurs. Il est donc nécessaire de traiter les signaux issus de la mesure cinématique avant de les injecter dans les algorithmes d'identification présentés dans le chapitre II. Pour cela différents filtres issus de la littérature seront implémentés et leurs

Chapitre I. Etat de l'art

effets sur les paramètres inertiels identifiés seront présentés au chapitre [IV](#). L'hypothèse qui est faite sur la rigidité des segments se trouve également en contradiction avec ces mouvements de masses molles. Ce problème sera abordé à travers le calcul d'une matrice rotation optimale dans le chapitre [III](#), et les mesures cinématiques seront traitées par une modélisation du membre supérieur par une chaîne cinématique. Encore une fois, les résultats sur l'identification des PIS de cette étape de rigidification seront présentés au chapitre [IV](#).

Chapitre II

Formulation des équations du mouvement pour l'identification des paramètres inertiels

1 Introduction

Avant d'aborder l'identification des paramètres inertiels du corps humain, c'est à dire d'un système poly-articulé, nous allons détailler les équations du mouvement d'un solide rigide libre. Les équations régissant le mouvement d'un solide libre associent plusieurs grandeurs physiques liées à celui-ci :

- La cinématique du solide ;
- les dérivées première et seconde de cette cinématique ;
- les efforts externes appliqués à ce solide.

Il existe deux formulations de ces équations, les formalismes de Lagrange et de Newton-Euler. Pour pouvoir identifier les paramètres inertiels d'un solide ou d'un système poly-articulé, il faut avoir une écriture de ces équations faisant apparaître linéairement les paramètres inertiels.

Dans ce deuxième chapitre, les équations du mouvement pour un solide rigide dans le cas le plus général (cas du solide libre) vont être établies. Leur écriture va donc aboutir à trois équations liées à la translation et trois équations liées à la rotation. Le solide étudié est défini par dix paramètres inertiels devant être déterminés :

- sa masse (1 paramètre),
- les coordonnées de son centre de masse (3 composantes dans l'espace),
- sa matrice d'inertie (matrice 3×3 supposée symétrique, donc 6 coefficients indépendants)

Nous avons alors, à chaque instant, six équations pour dix inconnues. Afin d'identifier ces paramètres il faut donc que ces paramètres soient constants à différents instants, c'est à dire qu'ils soient exprimés dans un repère local lié au solide. Il faut également qu'ils apparaissent linéairement dans ces équations.

Chapitre II. Formulation des équations du mouvement pour l'identification des paramètres inertiels

La formulation des équations du mouvement, telle que présentée dans ce chapitre, s'appuie sur les travaux développés au laboratoire par Tony Monnet durant sa thèse de doctorat (Monnet [78]). Cependant, pour des raisons de cohérence dans le développement théorique ainsi que pour faciliter la lecture du manuscrit, nous avons choisi de les rappeler ici.

Dans un premier temps, l'écriture des équations faisant apparaître les paramètres inertiels du solide sous la forme d'un vecteur (appelée par suite méthode vectorielle) sera développée. Puis, dans un second temps, l'écriture des équations sous forme matricielle (appelée par suite méthode matricielle) sera présentée. Celle-ci regroupe les dix paramètres inertiels du solide sous la forme d'une matrice 4×4 symétrique, définie-positive. L'avantage de ces deux méthodes pour l'identification sera également démontré.

2 Cas du solide rigide libre

Soit un solide rigide libre (S) de masse m représenté sur la figure II.1 suivante :

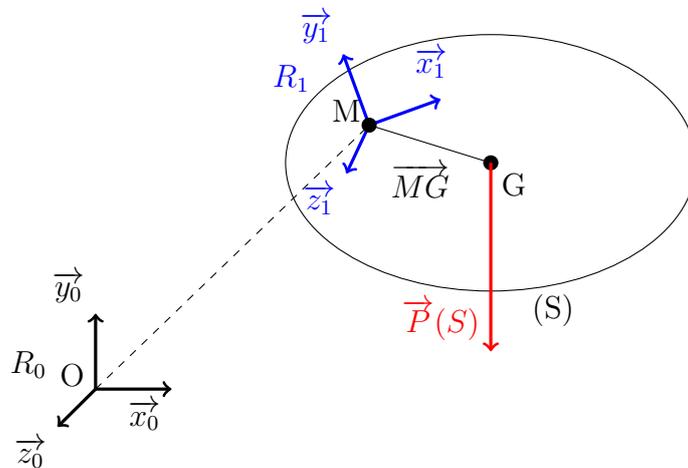


Figure II.1 – Solide rigide libre (S)

Soient :

- G le centre de masse de (S) ;
- M un point quelconque appartenant à (S)
- R_0 le repère global galiléen tel que $R_0\{O, x_0, y_0, z_0\}$;
- R_1 un repère orthonormé direct d'origine M et solidaire de (S) tel que $R_1\{M, x_1, y_1, z_1\}$;
- $\vec{P}(S)$ le poids de (S) exprimé en G .

2.1 Méthode Vectorielle

Le principe fondamental de la dynamique appliqué au solide (S), en M, et dans R_0 s'écrit :

$$\{T_{dyn}\}_{(M/R_0)} = \{T_{ext}\}_{(M/R_0)} \quad (\text{II.1})$$

ou encore, en développant les termes des torseurs dynamiques et externes :

$$\left\{ \begin{array}{c} \vec{\mathcal{A}}(S/R_0) \\ \vec{\delta}(M \in S/R_0) \end{array} \right\}_{M/R_0} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{ext} \\ \vec{\mathcal{M}}_M(F_{ext}) \end{array} \right\}_{M/R_0} \quad (\text{II.2})$$

où $\vec{\mathcal{A}}(S/R_0)$ et $\vec{\delta}(M \in S/R_0)$ sont respectivement la résultante dynamique et le moment dynamique de (S) exprimés au point M dans le repère R_0 , et \vec{F}_{ext} et $\vec{\mathcal{M}}_M(F_{ext})$ sont respectivement les sommes des forces extérieures et des moments des forces extérieures s'appliquant sur (S) au point M dans le repère R_0 .

La résultante dynamique s'écrit :

$$\vec{\mathcal{A}}(S/R_0) = m\vec{\Gamma}_G\|_{R_0} = m\frac{d^2(\vec{OG})}{dt^2}\|_{R_0} \quad (\text{II.3})$$

avec $\vec{\Gamma}_G\|_{R_0}$ l'accélération de translation du centre de gravité exprimée dans le repère R_0 .

En faisant apparaître le point M dans l'équation (II.3) et en utilisant la formule de Bour, il est alors possible d'exprimer $\vec{\mathcal{A}}(S/R_0)$ en fonction du vecteur \vec{MG} :

$$\vec{OG} = \vec{OM} + \vec{MG} \quad (\text{II.4})$$

$$\vec{V}_G\|_{R_0} = \vec{V}_M\|_{R_0} + \frac{d\vec{MG}}{dt}\|_{R_1} + \vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge \vec{MG}\|_{R_0} \quad (\text{II.5})$$

Le solide étant rigide, $\frac{d\vec{MG}}{dt}\|_{R_1} = \vec{0}$. En dérivant une seconde fois l'équation (II.5) on obtient finalement :

$$\vec{\Gamma}_G\|_{R_0} = \vec{\Gamma}_M\|_{R_0} + \dot{\vec{\Omega}}_{R_1/R_0} \wedge \vec{MG}\|_{R_0} + \vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge (\vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge \vec{MG}\|_{R_0}) \quad (\text{II.6})$$

Chapitre II. Formulation des équations du mouvement pour l'identification des paramètres inertiels

et la résultante dynamique s'écrit :

$$\vec{\mathcal{A}}(S/R_0) = m\vec{\Gamma}_M\|_{R_0} + \dot{\vec{\Omega}}_{R_1/R_0} \wedge m\vec{M}G\|_{R_0} + \vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge (\vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge m\vec{M}G\|_{R_0}) \quad (\text{II.7})$$

Le moment dynamique s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{\delta}(M \in S/R_0) &= \vec{M}G\|_{R_0} \wedge \vec{\mathcal{A}}(S/R_0) \\ \vec{\delta}(M \in S/R_0) &= \vec{M}G\|_{R_0} \wedge (m\vec{\Gamma}_M\|_{R_0} + \dot{\vec{\Omega}}_{R_1/R_0} \wedge m\vec{M}G\|_{R_0} + \\ &\quad \vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge (\vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge m\vec{M}G\|_{R_0})) \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

en utilisant la définition de la matrice d'inertie I_M de (S) en M :

$$I_M \vec{\Omega}_{R_1/R_0} = \int_{(S)} (\vec{M}G\|_{R_0} \wedge (\vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge \vec{M}G\|_{R_0})) dm = m(\vec{M}G\|_{R_0} \wedge (\vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge \vec{M}G\|_{R_0}))$$

l'équation (II.8) devient :

$$\vec{\delta}(M \in S/R_0) = m\vec{M}G\|_{R_0} \wedge \vec{\Gamma}_M\|_{R_0} + I_M \dot{\vec{\Omega}}_{R_1/R_0} + \vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge (I_M \vec{\Omega}_{R_1/R_0}) \quad (\text{II.9})$$

En isolant l'action du poids et de son moment en M le torseur externe devient :

$$\left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{ext} \\ \vec{\mathcal{M}}_M(F_{ext}) \end{array} \right\}_{M/R_0} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F} + m\vec{g} \\ \vec{\mathcal{M}}_M + \vec{M}G\|_{R_0} \wedge m\vec{g} \end{array} \right\}_{M/R_0} \quad (\text{II.10})$$

Les équations du mouvement s'écrivent alors :

$$\vec{F} = m(\vec{\Gamma}_M\|_{R_0} - \vec{g}) + \dot{\vec{\Omega}}_{R_1/R_0} \wedge m\vec{M}G\|_{R_0} + \vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge (\vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge m\vec{M}G\|_{R_0}) \quad (\text{II.11})$$

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{M}}_M &= m\vec{M}G\|_{R_0} \wedge (\vec{\Gamma}_M\|_{R_0} - \vec{g}) \\ &\quad + \dot{\vec{\Omega}}_{R_1/R_0} \wedge m\vec{M}G\|_{R_0} + \vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge (\vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge m\vec{M}G\|_{R_0}) \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

Afin d'obtenir un système linéaire, il faut remplacer le produit vectoriel par un produit

simple. On introduit pour cela l'opérateur de pré-produit vectoriel $j()$ permettant de passer d'un vecteur à la matrice anti-symétrique correspondante telle que :

$$j(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.13})$$

De plus tous les paramètres sont exprimés pour l'instant dans le repère global R_0 . Pour pouvoir identifier les paramètres inertiels du solide, il faut que ceux-ci soient exprimés dans le repère local R_1 lié au solide. On utilise donc la matrice rotation 0_1R permettant de passer du repère R_1 à R_0 . Ainsi, les équations (II.11) et (II.12) deviennent :

$$\begin{aligned} \vec{F} &= m(\vec{\Gamma}_M|_{R_0} - \vec{g}) \\ &+ j(\dot{\Omega}_{R_1/R_0}) {}^0_1R m \vec{M}G|_{R_1} + j(\Omega_{R_1/R_0}) j(\Omega_{R_1/R_0}) {}^0_1R m \vec{M}G|_{R_1} \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

$$\mathcal{M}_M = -j(\vec{\Gamma}_M|_{R_0} - \vec{g}) {}^0_1R m \vec{M}G|_{R_1} + {}^0_1R I_M|_{R_1} {}^0_1R^T \dot{\Omega} + j(\Omega) ({}^0_1R I_M|_{R_1} {}^0_1R^T \Omega) \quad (\text{II.15})$$

Afin d'avoir les paramètres inertiels à identifier sous forme d'un vecteur colonne, les six coefficients indépendants de la matrice d'inertie sont groupés dans le vecteur suivant :

$$\vec{I}_M|_{R_1} = [I_{xx} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yy} \ I_{yz} \ I_{zz}]^T$$

La matrice $\tilde{\Omega}$ est également introduite :

$$\tilde{\Omega} = \begin{bmatrix} u & v & w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 & v & w & 0 \\ 0 & 0 & u & 0 & v & w \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

avec $\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = {}^0_1R^T \Omega$. Ainsi, le produit ${}^0_1R I_M|_{R_1} {}^0_1R^T \dot{\Omega}$ est équivalent à ${}^0_1R \tilde{\Omega} \vec{I}_M|_{R_1}$. Les équations (II.14) et (II.15) sont finalement groupés pour former le système :

Chapitre II. Formulation des équations du mouvement pour l'identification des paramètres inertiels

$$\underbrace{\begin{bmatrix} (j(\dot{\Omega}) + j(\Omega)^2) {}^1_0R & (\vec{\Gamma}_M \|_{R_1} - \vec{g}) & \vec{0}_{3 \times 6} \\ -j(\Gamma_M - g) {}^1_0R & \vec{0} & {}^1_0R \tilde{\Omega} + j(\Omega) {}^1_0R \tilde{\Omega} \end{bmatrix}}_{T_{obs}(6 \times 10)} \underbrace{\begin{bmatrix} m \vec{M}G \|_{R_1} \\ m \\ \vec{I}_M \|_{R_1} \end{bmatrix}}_{\vec{J}(10 \times 1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vec{F}_{ext} \\ \vec{\mathcal{M}}_M(F_{ext}) \end{bmatrix}}_{T_{ext}(6 \times 1)} \quad (\text{II.17})$$

Le système obtenu permet donc, pour chaque instant t du mouvement, d'avoir le torseur externe exprimé au point M qui dépend linéairement de la matrice 6×10 et du vecteur 10×1 des paramètres inertiels. Il s'agit d'un système sous-déterminé car il y a six équations (une par axe en translation et une par axe en rotation) pour dix inconnues. Afin d'identifier le vecteur des paramètres inertiels, deux instants différents sont nécessaires au minimum. Du fait des mesures bruitées et des dérivations numériques, il est cependant préférable d'avoir plus d'instants que nécessaire pour procéder à cette identification.

La définie positivité de la matrice d'inertie n'est cependant pas assurée lorsque l'on écrit les coefficients de cette dernière sous forme de vecteur. Cela constitue la principale limite de cette méthode d'écriture, et justifie la nécessité d'avoir recours à une autre méthode respectant ces propriétés. L'écriture des équations du mouvement sous forme matricielle le permet.

Remarques :

Dans l'équation (II.17), on remarque qu'il est possible de découpler les termes liés à la résultante dynamique, c'est à dire aux termes liés au PFD en translation, et les termes liés au moment dynamique, c'est à dire les termes liés au PFD en rotation :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} (j(\dot{\Omega}) + j(\Omega)^2) {}^1_0R & (\vec{\Gamma}_M \|_{R_1} - \vec{g}) \end{bmatrix}}_{T_{obs,trans}(3 \times 4)} \underbrace{\begin{bmatrix} m \vec{M}G \|_{R_1} \\ m \end{bmatrix}}_{\vec{J}_{trans}(4 \times 1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vec{F}_{ext} \end{bmatrix}}_{T_{ext,trans}(3 \times 1)} \quad (\text{II.18})$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -j(\Gamma_M - g) {}^1_0R & {}^1_0R \tilde{\Omega} + j(\Omega) {}^1_0R \tilde{\Omega} \end{bmatrix}}_{T_{obs,rot}(3 \times 9)} \underbrace{\begin{bmatrix} m \vec{M}G \|_{R_1} \\ \vec{I}_M \|_{R_1} \end{bmatrix}}_{\vec{J}_{rot}(9 \times 1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vec{\mathcal{M}}_M(F_{ext}) \end{bmatrix}}_{T_{ext,rot}(3 \times 1)} \quad (\text{II.19})$$

2.2 Méthode Matricielle

Les équations du mouvement sont cette fois écrites sous forme de matrices 4×4 . Le produit vectoriel valable pour l'espace des vecteurs de dimension 3 est remplacé par le produit tensoriel \otimes . Ainsi, si $\vec{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$ et $\vec{v} = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T$ sont deux vecteurs de l'espace (donc de dimension 3) on a :

$$\vec{u} \otimes \vec{v} = \begin{bmatrix} u_1 v_1 & u_1 v_2 & u_1 v_3 \\ u_2 v_1 & u_2 v_2 & u_2 v_3 \\ u_3 v_1 & u_3 v_2 & u_3 v_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

Cette matrice peut être décomposée en une somme de deux matrices symétriques et anti-symétrique telles que :

$$\begin{aligned} \vec{u} \otimes \vec{v} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_1 v_1 + u_1 v_1 & u_1 v_2 + u_2 v_1 & u_1 v_3 + u_3 v_1 \\ u_2 v_1 + u_1 v_2 & u_2 v_2 + u_2 v_2 & u_2 v_3 + u_3 v_2 \\ u_3 v_1 + u_1 v_3 & u_3 v_2 + u_2 v_3 & u_3 v_3 + u_3 v_3 \end{bmatrix} \\ &+ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & u_1 v_2 - u_2 v_1 & u_1 v_3 - u_3 v_1 \\ u_2 v_1 - u_1 v_2 & 0 & u_2 v_3 - u_3 v_2 \\ u_3 v_1 - u_1 v_3 & u_3 v_2 - u_2 v_3 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

En remarquant que la deuxième matrice de (II.21) correspond à la matrice de pré-produit vectoriel de $\vec{u} \wedge \vec{v}$, il vient que $\vec{u} \wedge \vec{v}$ revient à calculer le produit tensoriel $\vec{v} \otimes \vec{u} - \vec{u} \otimes \vec{v}$. Tous les calculs sont effectués dans le repère R_0 . Le moment dynamique est différent de (II.8) et s'écrit :

$$\vec{\delta}(M \in S/R_0) = \vec{\mathcal{A}}(S/R_0) \otimes \vec{M}G\|_{R_0} - \vec{M}G\|_{R_0} \otimes \vec{\mathcal{A}}(S/R_0) \quad (\text{II.22})$$

D'après Vallée [114], le mouvement d'un solide peut être décrit par une translation et une matrice rotation sous la forme :

$$\vec{O}G = O\vec{M} + {}^0_0RM\vec{G}\|_{R_1} \quad (\text{II.23})$$

Avec cette écriture, $\vec{\Gamma}_G$ devient :

$$\vec{\Gamma}_G = \vec{\Gamma}_M + {}^0\ddot{R}\vec{M}G\|_{R_1} \quad (\text{II.24})$$

On retrouve donc les équations (II.6) et (II.14) en remarquant :

$${}^0\ddot{R} = [j(\dot{\Omega}) + j(\Omega)^2] {}^0R \quad (\text{II.25})$$

A l'aide des équations (II.3) et (II.24) on écrit la résultante dynamique :

$$\vec{A}(S/R_0) = m\vec{\Gamma}_M + {}^0\ddot{R}\vec{M}G\|_{R_1} \quad (\text{II.26})$$

De plus, avec (II.23) et (II.24) le moment dynamique s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{\delta}(M \in S/R_0) &= (m\vec{\Gamma}_M + {}^0\ddot{R}\vec{M}G\|_{R_1}) \otimes ({}^0R\vec{M}G\|_{R_1}) \\ &\quad - ({}^0R\vec{M}G\|_{R_1}) \otimes (m\vec{\Gamma}_M + {}^0\ddot{R}\vec{M}G\|_{R_1}) \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

Par transposition, $\vec{\Gamma}_M \otimes {}^0R\vec{M}G\|_{R_1} = (\vec{\Gamma}_M \otimes \vec{M}G\|_{R_1}) {}^0R^T$, on peut alors réécrire (II.27) :

$$\begin{aligned} \vec{\delta}(M \in S/R_0) &= (\vec{\Gamma}_M \otimes m\vec{M}G\|_{R_1}) {}^0R^T - {}^0R(m\vec{M}G\|_{R_1} \otimes \vec{\Gamma}_M) \\ &\quad + {}^0\ddot{R}(m\vec{M}G\|_{R_1} \otimes \vec{M}G\|_{R_1}) {}^0R^T - {}^0R(m\vec{M}G\|_{R_1} \otimes \vec{M}G\|_{R_1}) {}^0\ddot{R}^T \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

Remarques :

— $m\vec{M}G\|_{R_1} \otimes \vec{M}G\|_{R_1}$ est la matrice d'inertie de Poinsot exprimée en M dans le repère R_1 .

Elle est notée $K_M\|_{R_1}$;

— Le passage de $K_M\|_{R_1}$ à la matrice d'inertie $I_M\|_{R_1}$ est détaillé dans Vallée [114] :

$$K_M = \frac{\text{trace}(I_M)}{2} \mathbb{1}_{3 \times 3} - I_M$$

Finalement, (II.28) devient :

$$\begin{aligned} \vec{\delta}(M \in S/R_0) &= (\vec{\Gamma}_M \otimes m\vec{M}G\|_{R_1}) {}^0R^T - {}^0R(m\vec{M}G\|_{R_1} \otimes \vec{\Gamma}_M) \\ &\quad + {}^0\ddot{R}K_M\|_{R_1} {}^0R^T - {}^0R K_M\|_{R_1} {}^0\ddot{R}^T \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

Remarques

— $\vec{A}(S/R_0)$ dépend linéairement de m et $m\vec{M}G\|_{R_1}$;

— $\vec{\delta}(M \in S/R_0)$ dépend linéairement de $m\vec{M}G\|_{R_1}$ et $K_M\|_{R_1}$

En utilisant (II.10), (II.26) et (II.28), et en définissant $j(\mathcal{M}_M)$, la matrice de pré-produit vectoriel du vecteur moment résultant, les équations du mouvement du solide rigide s'écrivent :

$$\vec{F} = m(\Gamma_M^\vec{} - \vec{g}) + {}^1_0\ddot{R}(m\vec{M}G\|_{R_1}) \quad (\text{II.30})$$

$$j(\mathcal{M}_M) = \begin{aligned} & \left[m(\Gamma_M^\vec{} - \vec{g}) \otimes \vec{M}G\|_{R_1} \right] {}^1_0R^T - {}^1_0R \left[\vec{M}G\|_{R_1} \otimes m(\Gamma_M^\vec{} - \vec{g}) \right] \\ & + {}^1_0\ddot{R}K_M\|_{R_1} {}^1_0R^T - {}^1_0RK_M\|_{R_1} {}^1_0\ddot{R}^T \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

avec

$$j(\mathcal{M}_M) = \begin{bmatrix} 0 & -\mathcal{M}_{Mz} & \mathcal{M}_{My} \\ \mathcal{M}_{Mz} & 0 & -\mathcal{M}_{Mx} \\ -\mathcal{M}_{My} & \mathcal{M}_{Mx} & 0 \end{bmatrix}$$

On peut alors écrire (II.29) sous la forme d'une équation matricielle faisant appel à des matrices 4×4 .

2.2.1 Accélération généralisée A

La matrice d'accélération généralisée de dimension 4×4 regroupe tous les termes d'accélération :

- le vecteur gravité ;
- l'accélération du point M ;
- la dérivée seconde de la matrice rotation.

$$A = \begin{bmatrix} {}^1_0\ddot{R} & (\Gamma_M^\vec{} - \vec{g}) \\ \vec{0}^T & 0 \end{bmatrix}$$

avec $\vec{0}^T$ le vecteur nul de dimension 1×3 .

2.2.2 Rotation généralisée B

La matrice de rotation généralisée de dimension 4×4 contient la matrice rotation du solide :

$$B = \begin{bmatrix} {}^1_0R & 0 \\ \vec{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$

On peut remarquer que $BB^T = B^TB = \mathbb{1}_{4 \times 4}$, B est donc une matrice rotation dans \mathbb{R}^4 .

2.2.3 Torseur externe sous forme de matrice 4x4 T

Les éléments de réduction du torseur externe (force et moment résultant) appliqué en M dans R_0 sont regroupés dans la matrice antisymétrique de dimension 4×4 T :

$$T = \begin{bmatrix} j(\mathcal{M}_M) & \vec{F} \\ -\vec{F}^T & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.4 Matrice des paramètres inertiels J

Les dix paramètres inertiels du solide (S) sont regroupés dans la matrice J suivante :

$$J = \begin{bmatrix} K_M \|_{R_1} & m\vec{M}\vec{G} \|_{R_1} \\ m(\vec{M}\vec{G} \|_{R_1})^T & m \end{bmatrix}$$

2.2.5 Formulation matricielle des équations du mouvement

En réécrivant (II.30) et (II.31) sous forme de matrice 4×4 :

$$\begin{bmatrix} {}^1_0\ddot{R} & (\Gamma_M^{\vec{}} - \vec{g}) \\ \vec{0}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_M \|_{R_1} & m\vec{M}\vec{G} \|_{R_1} \\ m(\vec{M}\vec{G} \|_{R_1})^T & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^1_0R & 0 \\ \vec{0}^T & 1 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} {}^1_0R & 0 \\ \vec{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_M \|_{R_1} & m\vec{M}\vec{G} \|_{R_1} \\ m(\vec{M}\vec{G} \|_{R_1})^T & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^1_0\ddot{R} & (\Gamma_M^{\vec{}} - \vec{g}) \\ \vec{0}^T & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} j(\mathcal{M}_M) & \vec{F} \\ -\vec{F}^T & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.32})$$

on obtient la formulation matricielle des équations du mouvement. Pour chaque instant t on a :

$$A(t)JB(t)^T - B(t)JA(t)^T = T(t) \quad (\text{II.33})$$

2.3 Conclusions sur les deux formulations des équations du mouvement

Les équations du mouvement ont donc été écrites de deux façons, l'une contenant les paramètres inertiels à identifier sous la forme d'un vecteur de dimension 10×1 et l'autre regroupant ces paramètres sous la forme d'une matrice de dimension 4×4 . Dans ces deux formulations, les paramètres inertiels apparaissent linéairement et sont constants au cours du temps.

Quelle que soit la formulation choisie, l'identification des paramètres inertiels ne peut se faire que si ces paramètres sont "stimulés". Dans le domaine de la robotique qui cherche aussi à identifier les paramètres inertiels des différents organes des robots, on parle de trajectoire excitante persistante (Raucent et al. [91], Gautier et al. [52], Venture et al. [116], Shang et al. [104]) ou encore de trajectoire excitante optimale (Swevers et al. [111]).

Dans le cas du solide rigide présenté dans la partie 2, on constate que si le solide est uniquement en translation alors le moment d'inertie n'intervient plus. Dans ce cas, la matrice de dimension 6×10 de l'équation (II.17) n'est plus de rang plein. De la même manière, la perte de rang de cette matrice peut être due à des trajectoires n'excitant qu'un certain nombre de paramètres inertiels. Ainsi, si le solide n'effectue qu'une rotation autour d'un axe, la matrice d'inertie ne pourra pas être entièrement identifiée.

Comme il est présenté dans la revue de Wu et al. [124], les paramètres inertiels peuvent être décomposés en trois groupes :

- les paramètres inertiels pleinement identifiables ;
- les paramètres identifiables par combinaison linéaire ;
- les paramètres non identifiables.

Seuls les paramètres appelés paramètres dynamiques de base ou paramètres dynamiques minimum peuvent être identifiés dans le cas d'une matrice d'observation réduite. Cela veut donc dire, que lors de la mise en place du protocole expérimental visant à identifier les paramètres inertiels, il faudra s'assurer que chacun de ces derniers soit excité. Si c'est le cas, l'écriture vectorielle des équations du mouvement permet d'identifier les paramètres inertiels de (S) par une méthode de résolution directe. En généralisant l'équation (II.17) à n instants différents, cette équation devient :

$$T_{obs} \vec{J} = T_{ext} \tag{II.34}$$

$$\text{avec } T_{obs} = \begin{bmatrix} T_{obs}(t_0) \\ \vdots \\ T_{obs}(t_n) \end{bmatrix} \text{ de dimension } (6n \times 10), T_{ext} = \begin{bmatrix} \vec{F}_{ext}(t_0) \\ \vec{\mathcal{M}}_M(F_{ext}(t_0)) \\ \vdots \\ \vec{F}_{ext}(t_n) \\ \vec{\mathcal{M}}_M(F_{ext}(t_n)) \end{bmatrix} \text{ de dimension } (6n \times 1)$$

Le système obtenu est donc linéaire et sur-déterminé. La solution recherchée sera donc la solution optimale au sens des moindres carrés.

De la même manière, l'écriture matricielle des équations du mouvement (II.33) peut être généralisée à n instants. Cependant, le système obtenu n'est pas un système linéaire direct classique de la forme :

$$Ax = b$$

et donc il ne peut pas être résolu par une méthode classique d'inversion (ou de pseudo-inversion) de la matrice A . La partie suivante présentera donc quels types d'algorithmes permettent la résolution des deux écritures des équations du mouvement et des deux types de systèmes linéaires associés.

3 Résolution des équations du mouvement

Dans la partie précédente, deux formulations des équations du mouvement d'un solide rigide ont été introduites. Les dix paramètres inertiels de ce solide sont exprimés sous la forme d'un vecteur dans la méthode vectorielle, et d'une matrice 4×4 symétrique définie positive dans la méthode matricielle. Nous allons développer dans cette partie les différents algorithmes permettant de résoudre ces deux systèmes.

3.1 Résolution de la formulation vectorielle des équations du mouvement

La formulation vectorielle des équations du mouvements (II.34) est un système linéaire direct sur-déterminé :

$$T_{obs} \vec{J} = T_{ext}$$

II.3 Résolution des équations du mouvement

La solution d'un tel système est la solution (ou plus exactement la pseudo-solution) optimal au sens des moindres carrés. La résolution la plus simple et immédiate d'un tel système est la pseudo-inversion :

$$\vec{J} = (T_{obs}^T T_{obs})^{-1} T_{obs}^T T_{ext} \quad (\text{II.35})$$

L'avantage principal de cette méthode de résolution est sa rapidité et la simplicité, en terme de calcul, d'un point de vue de la programmation. Cependant, des contraintes ne peuvent pas être ajoutées dans ce genre d'algorithmes. Or, du fait des erreurs de mesure et des bruits présents dans celle-ci, il peut être important d'ajouter des contraintes sur le système d'équation.

Dans le cas de l'identification des paramètres inertiels, ces contraintes peuvent porter sur certains des paramètres à identifier. Par exemple, la masse et les composantes diagonales de la matrice I_M doivent être positives.

L'identification des paramètres inertiels devient donc un problème d'optimisation sous contraintes tel que :

$$\begin{cases} \min_{\vec{J}} \|T_{obs}\vec{J} - T_{ext}\|^2 \\ m > 0 \\ I_{Mij} > 0 \text{ pour } i = j \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

Les problèmes d'optimisation sous contraintes dans \mathbb{R}^n se posent classiquement tels que :

$$\begin{cases} \text{trouver le minimum de } f_{obj}(x) \\ \text{sous les contraintes :} \\ f_i^{cont}(x) \leq 0 \\ x \in \mathbb{R}^n \end{cases} \quad (\text{II.37})$$

x étant un vecteur de dimension $n \times 1$ et représentant les inconnues à déterminer, $f_{obj}(x)$ est la fonction objectif (ou fonction coût) et $f_i^{cont}(x)$ sont les i fonctions de contraintes du problèmes. Le plus souvent, cela revient à résoudre le système linéaire :

$$Ax = b \quad (\text{II.38})$$

où A et b sont connus et sont respectivement une matrice de dimension $n \times n$ définie positive et un vecteur de \mathbb{R}^n . On peut distinguer deux types de méthodes pour résoudre (II.38) : les méthodes *directes* et *itératives*. Les méthodes directes aboutissent à une solution en un nombre fini d'opérations. Elles peuvent reposer sur des décompositions de la matrice A (décomposition en produit de matrices triangulaires type LU, décomposition QR), ou sur des méthodes de substitution (Pivot de Gauss). Les méthodes itératives elles, reposent sur la construction d'une suite de vecteurs convergeant vers la solution (méthode de Gauss-Seidel, méthode du gradient).

Cependant, cette optimisation sous contraintes (II.36) va être lourde à généraliser à n segments, puisque des contraintes de positivité sur chacun des termes diagonaux de la matrice d'inertie de chaque segment vont devoir être écrites. Cela suscite donc un intérêt à utiliser la formulation matricielle des équations.

3.2 Résolution de la formulation matricielle des équations du mouvement

De la même manière que pour la formulation vectorielle, l'identification de la matrice J issue de l'équation (II.33) doit se faire en respectant les contraintes de symétrie et sa défini-positivité. Ainsi, le problème d'optimisation s'écrit :

$$\begin{cases} \min_J \|A(t)JB^T(t) - BJA^T(t) - T^T(t)\|^2 \\ m > 0 \\ K_M|_{R_1} > 0 \end{cases} \quad (\text{II.39})$$

Etant donné que les paramètres inertiels du solide que l'on cherche à identifier sont au nombre de dix, les méthodes classiques d'identification nous conduisent à déterminer un vecteur appartenant à \mathbb{R}^{10} . Du fait du caractère matriciel du système d'équation (II.33), il faudrait donc associer à J un vecteur $\vec{V}(J)$ de dimension 10×1 . Cela reviendrait à un système similaire à (II.34). Cependant il est préférable de ne pas changer les dimensions de J afin de facilement imposer son caractère défini-positif, et continuer à se servir des opérateurs de calcul matriciel (produit, trace de produit matriciel, etc).

L'algorithme de résolution de (II.33) retenu pour identifier la matrice J est un algorithme de gradient conjugué. Afin d'imposer la positivité de J une étape de projection de celle-ci sur le cône convexe des matrices définies positives est ajoutée au gradient. L'expression de la fonction coût et l'algorithme ont été développés dans les travaux de thèse de Monnet [78].

Le calcul de la fonction coût du gradient, le choix de pas ainsi que la projection de la matrice

II.3 Résolution des équations du mouvement

J se trouvent dans l'annexe 1. L'algorithme complet de résolution de (II.33) par la méthode du gradient conjugué projeté est décrit dans l'algorithme II.2 :

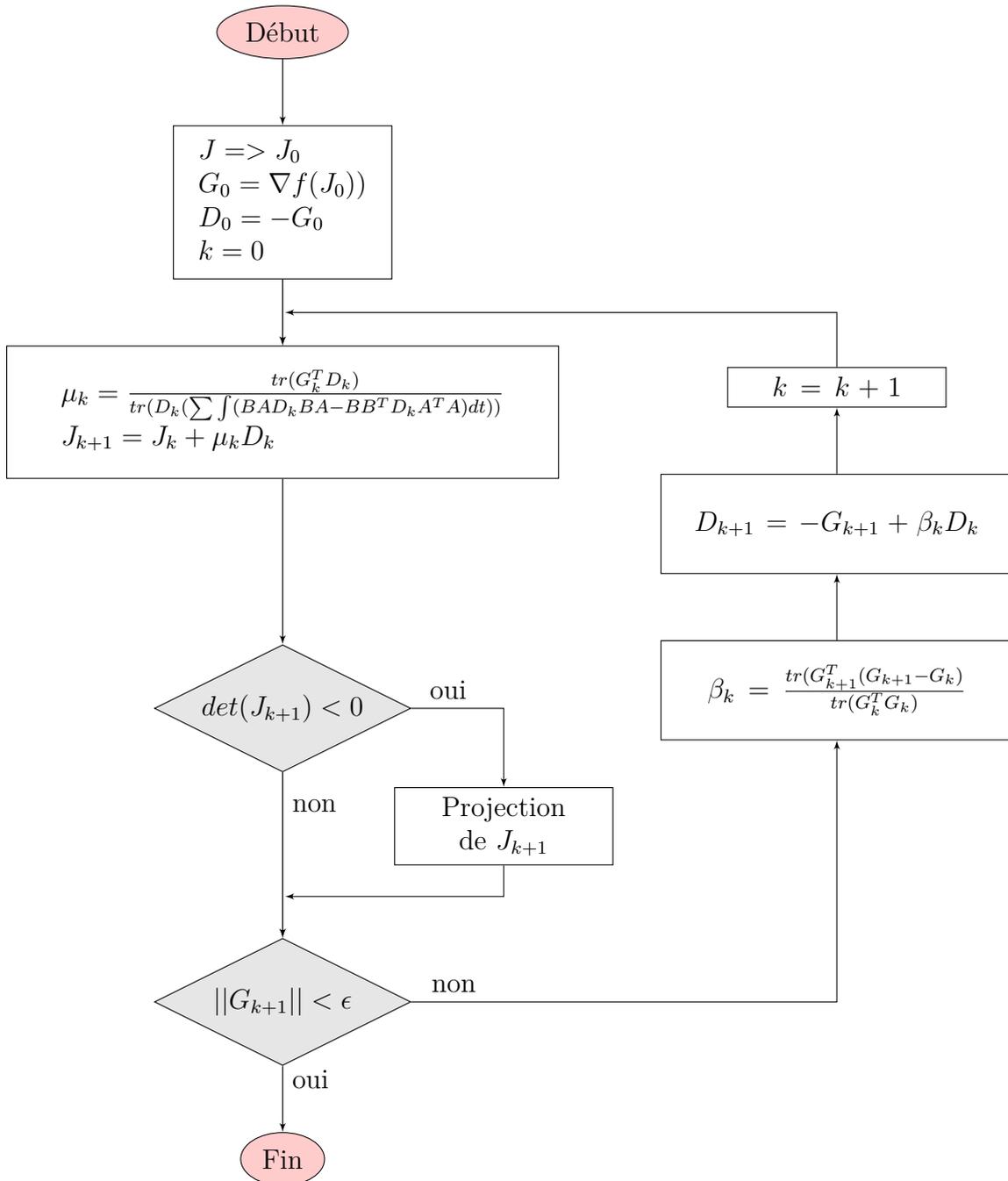


Figure II.2 – Algorithme du gradient conjugué projeté

3.3 Bilan des méthodes de résolution

Les méthodes de résolution des équations du mouvement pour les formulations vectorielle et matricielle des équations du mouvement ont été présentées dans cette section.

Si la résolution de la méthode vectorielle est très rapide par pseudo-inversion du système ou par une optimisation sous contraintes, elle nécessite de déstructurer la matrice d'inertie sous la forme d'un vecteur.

A l'inverse, la formulation matricielle des équations du mouvement conserve les dimensions des paramètres inertiels, mais nécessite pour être résolue la mise en place d'une méthode modifiée du gradient conjugué. Afin d'assurer la définie-positivité de la matrice regroupant les paramètres inertiels J , une projection sur le cône convexe des matrices définies positives est nécessaire si $\det(J_k) < 0$ au cours d'une itération du gradient.

L'identification des paramètres inertiels d'un solide à partir des ces deux formulations a été validée en simulant le mouvement d'un parallélépipède rectangle retenu par un filin dans Monnet [78], et Atchonouglo et al. [8]. Dans la prochaine section, la généralisation de la formulation matricielle des équations du mouvement à un système poly-articulé sera présentée.

4 Extension à un système poly-articulé

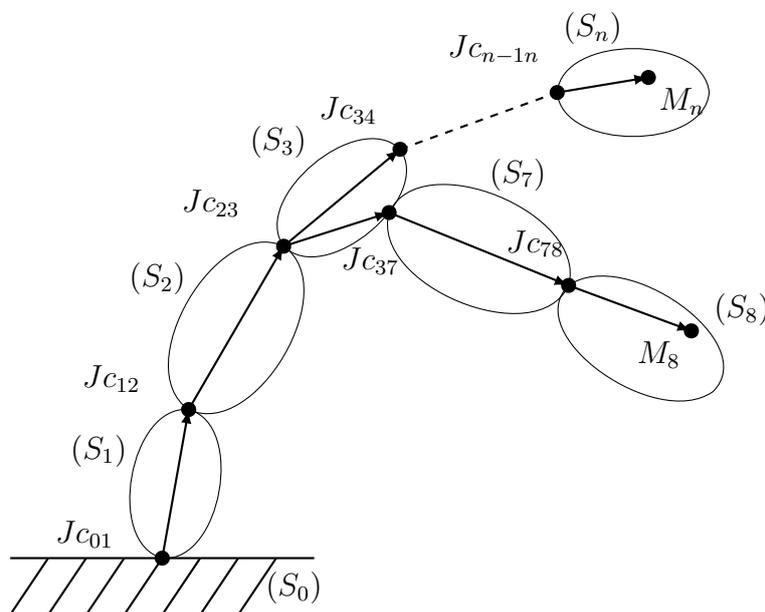
Si l'on s'intéresse aux paramètres inertiels segmentaires humains dans les études biomécaniques, on ne modélise quasiment jamais le corps comme étant un seul solide rigide mais comme un système poly-articulé. Ainsi les équations présentées dans la section précédente doivent être généralisées à un système multicorps.

4.1 Généralisation à un système composé de n corps

Soient n solides rigides formant une structure de chaîne telle que représentée sur la figure II.3 :

4.1.1 Conventions

- Le segment lié au bâti (S_0) est appelé segment *racine* ;
- le segment (S_i) est un ancêtre du segment (S_j) s'il appartient à la chaîne cinématique allant du bâti jusqu'au segment (S_j) ;
- à l'inverse, le segment (S_j) est un descendant de (S_i) si celui-ci est un ancêtre de (S_j) ;
- le segment (S_i) est le segment parent de (S_j) s'il est son ancêtre direct ;


 Figure II.3 – Système à n solides rigides

- le segment (S_j) est un segment enfant de (S_i) s'il est son descendant direct ;
- le segment (S_k) est un segment terminal de la chaîne s'il ne possède pas de segment enfant.
- Les points Jc_{ij} sont les centres articulaires liant les segments i et j ;
- le vecteur l_{ij} représente la contribution au chemin géométrique du segment i liant le bâti au segment j ; c'est à dire le vecteur formé par le centres articulaire distal du segment parent i vers le centre articulaire distal du segment enfant j ;
- le vecteur l_{ii} est le vecteur allant du centre articulaire proximal du segment i à un point matériel M_i du segment i . Si (S_{i-1}) est le segment parent de (S_i) alors $l_{ii} = Jc_{i-1i} \vec{M}_i$.

4.1.2 Généralisation de A, B et T

Chacun des n segments du système poly-articulé illustré sur la figure II.3 est muni d'un repère R_i . Le point Jc_{01} est le centre articulaire entre le bâti et le segment racine. Les matrices d'accélération généralisée et de rotation généralisée peuvent être étendues en matrice de dimensions $4 \times (3n + 1)$:

$$A = \begin{bmatrix} {}^n_0 \ddot{R} & {}^{n-1}_0 \ddot{R} & \dots & {}^2_0 \ddot{R} & {}^1_0 \ddot{R} & \vec{\Gamma}_{Jc_{01}} - \vec{g} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \dots & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.40})$$

$$B = \begin{bmatrix} {}^n_0R & {}^{n-1}_0R & \dots & {}^2_0R & {}^1_0R & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \dots & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.41})$$

Quel que soit le nombre de segments constituant la chaîne le torseur externe est toujours exprimé sous la forme d'une matrice anti-symétrique 4×4 :

$$T_{Jc_{01}} = \begin{bmatrix} j(\mathcal{M}_{Jc_{01}}) & F \\ -F^T & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.42})$$

4.1.3 Génération automatique de J

En reprenant les notations définies dans la sous section 4.1.1, la matrice J se généralise telle que :

$$J = \sum_{i=1}^n \int_{S_i} \left(\begin{bmatrix} l_{ni} \\ \vdots \\ l_{1i} \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} l_{ni} \\ \vdots \\ l_{1i} \\ 1 \end{bmatrix} \right) dm \quad (\text{II.43})$$

Chaque vecteur l_{ni} est exprimé dans le repère R_n lié au segment n . La matrice J est de dimension $(3n + 1) \times (3n + 1)$.

4.1.4 Génération automatique de $T_{obs,trans}$

En reprenant les équations (II.25) et (II.18), et en appliquant successivement le PFD en translation du segment racine au segment terminal, la matrice $T_{obs,trans}$ se généralise comme suit :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} {}^n\ddot{R} & \vec{\Gamma}_{M_n} & {}^{n-1}\ddot{R} & \vec{\Gamma}_{M_{n-1}} & \dots & {}^1\ddot{R} & \vec{\Gamma}_{M_1} & -\vec{g} \end{bmatrix}}_{T_{obs,trans}} \begin{bmatrix} m_n M_n \vec{G}_n \|_{R_n} \\ m_n \\ m_{n-1} M_{n-1} \vec{G}_{n-1} \|_{R_{n-1}} \\ m_{n-1} \\ \vdots \\ m_1 M_1 \vec{G}_1 \|_{R_1} \\ m_1 \\ \sum_{i=1}^n m_i \end{bmatrix} = [\vec{F}_0] \quad (\text{II.44})$$

Les $\vec{\Gamma}_{M_n}$ sont exprimés dans R_0 le repère global, et si l'on cherche à identifier les paramètres inertiels de n segments, alors la matrice T_{obs} est de dimension $3 \times (4n + 1)$. Le vecteur contenant les masses segmentaires, les moments de premier ordre et la masse totale du système est de dimension $(4n + 1) \times 1$.

La généralisation de la partie en rotation se fait sur le même schéma, en juxtaposant les différents segments ((II.19)). Cependant, cette expression n'est pas nécessaire puisque les matrices d'inertie segmentaires seront déterminés à l'aide de la méthode matricielle.

Dans ces travaux, nous nous intéressons à l'identification des PIS du membre supérieur, c'est à dire de l'ensemble (main+avant-bras) et du bras. Ainsi, les équations à résoudre doivent être écrites pour un système poly-articulé à trois segments. Ces équations vont être établies dans la sous-section suivante.

4.2 Système à trois segments rigides

Soient :

- (S_1) , (S_2) , et (S_3) trois solides rigides de masse m_1 , m_2 , et m_3 respectivement. Soient la liaison rotule de centre Gh reliant (S_1) et (S_2) , et la liaison pivot de centre C reliant (S_2) et (S_3) , et représentés à la figure II.4 ;
- R_0 le repère global Galiléen tel que $R_0\{O, x_0, y_0, z_0\}$;
- \vec{g} le vecteur gravité ;
- G_i les centres de masse des solides S_i ;
- M_i un point \in à S_i ;
- R_i le repère du segment i ;
- et iR la matrice de passage du repère lié au segment i vers le repère global.

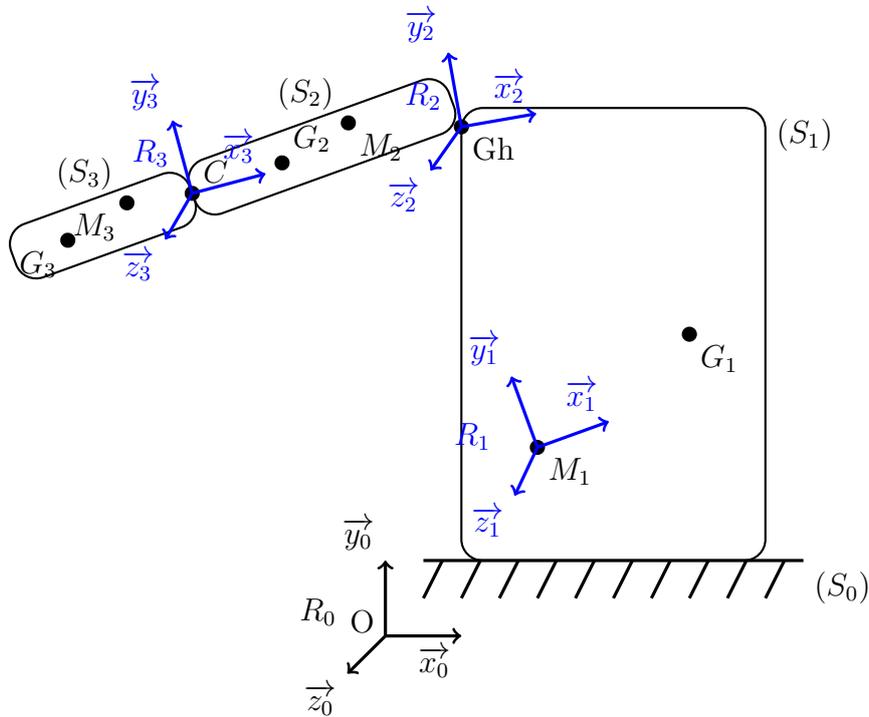


Figure II.4 – Système à trois solides rigides reliés par une liaison rotule en Gh et une liaison pivot en C

4.2.1 Construction de la formulation matricielle

A trois segments, les matrices A et B vont être de dimensions 4×10 . T sera toujours de dimensions 4×4 et J sera de dimensions 10×10 .

D'après (II.40), (II.41) et (II.42), ces matrices s'écrivent :

$$A = \begin{bmatrix} {}^3_0\ddot{R} & {}^2_0\ddot{R} & {}^1_0\ddot{R} & \Gamma_{M_1} - g \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.45})$$

$$B = \begin{bmatrix} {}^3_0R & {}^2_0R & {}^1_0R & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.46})$$

$$T_{M_1} = \begin{bmatrix} j(\mathcal{M}_{M_1}) & F \\ -F^T & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.47})$$

II.4 Extension à un système poly-articulé

La matrice J se construit à partir de l'équation (II.43), et est donc la somme de trois intégrales :

$$\begin{aligned}
 J = & \int_{S_1} \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ \vec{0}_{3 \times 1} \\ \vec{l}_{11} \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ \vec{0}_{3 \times 1} \\ \vec{l}_{11} \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} dm + \int_{S_2} \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ \vec{l}_{22} \|_{R_2} \\ \vec{l}_{12} \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ \vec{l}_{22} \|_{R_2} \\ \vec{l}_{12} \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} dm \\
 & + \int_{S_3} \begin{bmatrix} \vec{l}_{33} \|_{R_3} \\ \vec{l}_{23} \|_{R_2} \\ \vec{l}_{12} \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \vec{l}_{33} \|_{R_3} \\ \vec{l}_{23} \|_{R_2} \\ \vec{l}_{12} \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} dm
 \end{aligned} \tag{II.48}$$

En remplaçant les l_{ij} par les données issues de la figure II.4, l'équation (II.48) devient :

$$\begin{aligned}
 J = & \int_{S_1} \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ \vec{0}_{3 \times 1} \\ M_1 \vec{G}_1 \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ \vec{0}_{3 \times 1} \\ M_1 \vec{G}_1 \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} dm + \int_{S_2} \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ G\vec{h}C \|_{R_2} \\ M_1 \vec{G}h \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ G\vec{h}C \|_{R_2} \\ M_1 \vec{G}h \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} dm \\
 & + \int_{S_3} \begin{bmatrix} C\vec{G}_3 \|_{R_3} \\ G\vec{h}M_2 \|_{R_2} \\ M_1 \vec{G}h \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} C\vec{G}_3 \|_{R_3} \\ G\vec{h}M_2 \|_{R_2} \\ M_1 \vec{G}h \|_{R_1} \\ 1 \end{bmatrix} dm
 \end{aligned} \tag{II.49}$$

En développant, l'équation (II.49) devient :

$$\begin{aligned}
 J = & \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & K_{M_1} \|_{R_1} & m_1 M_1 \vec{G}_1 \|_{R_1} \\ \vec{0}_{1 \times 3} & \vec{0}_{1 \times 3} & (m_1 M_1 \vec{G}_1 \|_{R_1})^T & m_1 \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & K_{M_2} \|_{R_2} & m_2 G\vec{h}G_2 \|_{R_2} \otimes M_1 \vec{G}h \|_{R_1} & m_2 G\vec{h}G_2 \|_{R_2} \\ 0_{3 \times 3} & (m_2 G\vec{h}G_2 \|_{R_2})^T & m_2 M_1 \vec{G}h \|_{R_1} \otimes M_1 \vec{G}h \|_{R_1} & m_2 M_1 \vec{G}h \|_{R_1} \\ \vec{0}_{1 \times 3} & (m_2 G\vec{h}G_2 \|_{R_2})^T & (m_2 M_1 \vec{G}h \|_{R_1})^T & m_2 \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} K_{M_3} \|_{R_3} & m_3 C\vec{G}_3 \|_{R_3} \otimes G\vec{h}C \|_{R_2} & m_3 C\vec{G}_3 \|_{R_3} \otimes M_1 \vec{G}h \|_{R_1} & m_3 C\vec{G}_3 \|_{R_3} \\ (m_3 C\vec{G}_3 \|_{R_3} \otimes G\vec{h}C \|_{R_2})^T & m_3 G\vec{h}C \|_{R_2} \otimes G\vec{h}C \|_{R_2} & m_3 G\vec{h}C \|_{R_2} \otimes M_1 \vec{G}h \|_{R_1} & m_3 G\vec{h}C \|_{R_2} \\ (m_3 C\vec{G}_3 \|_{R_3} \otimes M_1 \vec{G}h \|_{R_1})^T & (m_3 G\vec{h}C \|_{R_2} \otimes M_1 \vec{G}h \|_{R_1})^T & m_3 M_1 \vec{G}h \|_{R_1} \otimes M_1 \vec{G}h \|_{R_1} & m_3 M_1 \vec{G}h \|_{R_1} \\ (m_3 C\vec{G}_3 \|_{R_3})^T & (m_3 G\vec{h}C \|_{R_2})^T & (m_3 M_1 \vec{G}h \|_{R_1})^T & m_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{II.50}$$

Chapitre II. Formulation des équations du mouvement pour l'identification des paramètres inertiels

Pour un système à 3 segments, la formulation matricielle des équations du mouvement est la même que pour un solide seul. L'algorithme de gradient conjugué projeté peut donc identifier cette matrice en étant modifié pour une solution sous la forme d'une matrice 10×10 .

En revanche, si l'on regarde les termes de J , on constate que seule la masse totale est identifiable, les masses segmentaires n'apparaissent pas seules. De la même manière, le moment de premier ordre du solide (S_2) est identifiable mais pas la position du centre de masse. La matrice d'inertie de ce segment n'est également pas identifiable puisqu'elle apparaît combinée au tenseur $m_3 G \vec{h} C \|_{R_2} \otimes G \vec{h} C \|_{R_2}$. On peut remarquer également que si la masse et la position du centre de masse sont déterminées au préalable, alors tous les paramètres inertiels des solides sont calculables.

4.2.2 Approche mixte

En reprenant l'équation (II.44) et en la réécrivant pour notre système à trois solides, l'équation suivante est obtenue :

$$\begin{bmatrix} {}^3_0\ddot{R} & \vec{\Gamma}_{M_3} & {}^2_0\ddot{R} & \vec{\Gamma}_{M_2} & {}^1_0\ddot{R} & \vec{\Gamma}_{M_1} & -\vec{g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_3 M_3 \vec{G}_3 \|_{R_3} \\ m_3 \\ m_2 M_2 \vec{G}_2 \|_{R_2} \\ m_2 \\ m_1 M_1 \vec{G}_1 \|_{R_1} \\ m_1 \\ \sum_{i=1}^3 m_i \end{bmatrix} = [\vec{F}_0] \quad (\text{II.51})$$

Cette équation permet d'identifier les paramètres inertiels manquants de (II.50) et ainsi déterminer complètement les PIS des segments (S_2) et (S_3).

La stratégie mise en place est donc d'utiliser une approche mixte :

1. On utilise la formulation vectorielle et le PFD en translation pour identifier les masses et les centres de masse ;
2. Ces paramètres identifiés sont utilisés pour compléter la matrice J_0 , matrice d'entrée de l'algorithme du gradient conjugué.
3. On utilise la formulation matricielle pour identifier les inerties.

5 Conclusion du Chapitre II

Afin d'identifier les paramètres inertiels segmentaires d'un système poly-articulé, les équations du mouvement ont été écrites de deux façons.

Une première écriture dite vectorielle regroupe les PIS liés à la force résultante, c'est à dire aux masses et aux centres de masse segmentaires, regroupés sous la forme d'un vecteur de dimension $(4n + 1) \times 1$, n étant le nombre de segment constituant le système. Ce vecteur est identifié par pseudo inversion de la matrice d'observation. Cette matrice regroupe les dérivées secondes des matrices de passage entre les repères segmentaires et le repère global, et les accélérations segmentaires. Les termes de la matrice d'inertie ne sont pas identifiés dans cette formulation car ils doivent être mis sous la forme d'un vecteur et ainsi leur défini-positivité ne peut être garantie.

La seconde formulation dite matricielle regroupe elle les PIS sous la forme d'une matrice de dimension $(3n + 1) \times (3n + 1)$, symétrique et définie positive. Cette matrice fait intervenir les moments de premier ordre, les inerties de Poinsot et les coordonnées des centres articulaires des segments.

Pour identifier cette matrice, un algorithme de gradient conjugué projeté est utilisé. Cette formulation garantit la définie-positivité de la matrice des PIS et donc celle des matrices d'inertie segmentaires.

En revanche, l'identification de la matrice des PIS ne conduit pas à l'identification de tous les PIS. En effet, certains paramètres apparaissent dans la matrice uniquement couplés entre eux, comme les moments de premier ordre.

Une approche mixte est donc mise en place pour identifier tous les PIS du système étudié. Les masses et les moments de premier ordre déterminés par la formulation vectorielle sont utilisés pour pré-remplir la matrice J_0 , matrice d'entrée du gradient conjugué. On impose dans l'algorithme du gradient conjugué une variation nulle de ces paramètres à chaque itération. On peut ainsi, à partir de la matrice J identifiée, calculer les 10 paramètres inertiels de chaque solide.

Le calcul des différentes grandeurs nécessaires à l'identification comprend donc :

- Les accélérations de chaque segment ;
- les repères segmentaires de chaque segment ;
- les dérivées secondes de ces repères ;
- les centres articulaires à la jonction entre chaque segment ;

Chapitre II. Formulation des équations du mouvement pour l'identification des paramètres inertiels

L'algorithme II.5 synthétise la démarche d'identification :

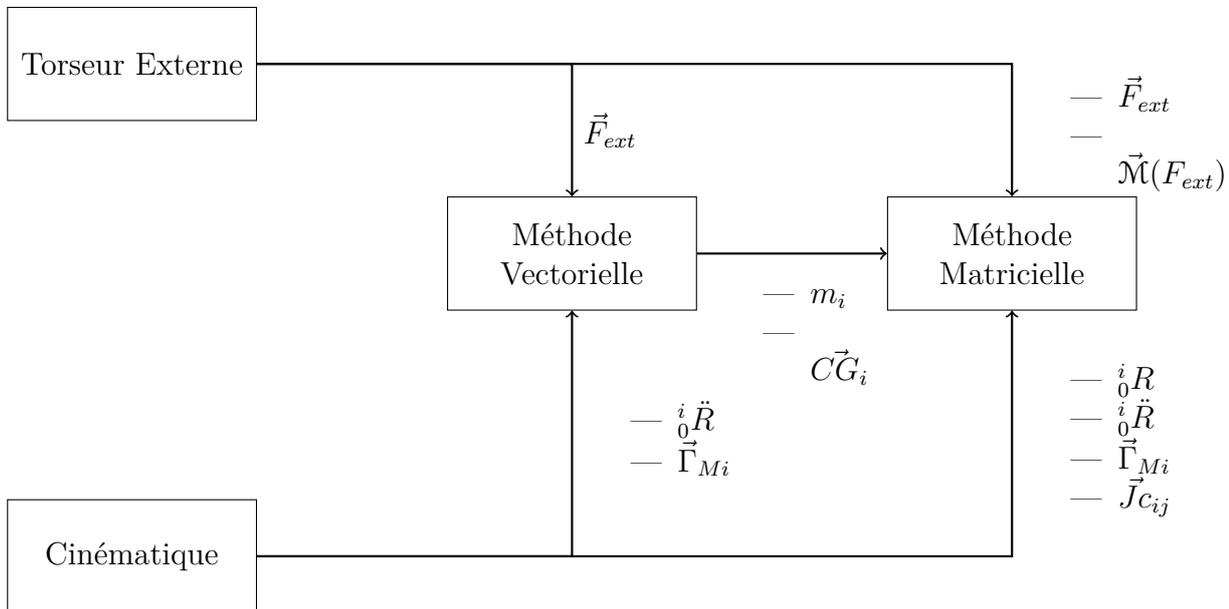


Figure II.5 – démarche générale d'identification

Cette synthèse montre que les données issues de la cinématique ne sont pas exploitées directement, mais que des opérations mathématiques sont nécessaires (calcul de dérivées, calcul de matrices rotation) ainsi que la détermination des centres articulaires. Comme il a été mis en lumière dans le chapitre précédent, le mouvement des masses molles engendre une différence entre la cinématique supposée rigide et la réalité expérimentale. Il est donc nécessaire de calculer une matrice rotation dite "optimale" minimisant les effets dus à ces mouvements de masses molles. Deux méthodes de calcul seront détaillées dans le chapitre III, ainsi que la méthode retenue.

Chapitre III

Calcul de la matrice rotation optimale pour l'identification

1 Introduction

Comme énoncé dans la conclusion des chapitres I et II, le mouvement des masses molles engendre des différences entre l'hypothèse de rigidité des segments et la cinématique obtenue par suivi de marqueurs disposés sur la peau du sujet. Les matrices rotations segmentaires (ainsi que leur dérivées secondes) intervenant dans nos calculs d'identification, il est primordial de déterminer une matrice rotation optimale. Cette matrice optimale est un moyen d'atténuer les artefacts de tissus mous. Dans le cas classique d'un solide indéformable, trois marqueurs suffisent à former un trièdre direct et donc un repère ou matrice rotation. Dans le cas où le segment est déformable (comme c'est le cas pour les segments humains), il peut être nécessaire de calculer ces repères avec un nombre de marqueurs supérieur à trois. Dans ce chapitre, deux méthodes de calcul de ces matrices vont donc être présentées. Une comparaison de l'orientation du segment obtenue avec celles-ci par rapport à l'orientation de l'os sera également présentée. Pour cela, des expérimentations menées sur le membre supérieur avec des tiges intra-corticales seront exploitées.

Les effets de ces matrices de rotations sur l'identification des paramètres inertiels seront présentés dans le chapitre IV.

Avant d'aborder le calcul des matrices rotations, certaines conventions vont être rappelées. Il faut distinguer deux types de repères en analyse du mouvement : les repères dits *anatomiques* et *techniques*. Les premiers servent à exprimer les grandeurs associées aux segments (angles articulaires, centre de masse, matrice d'inertie) dans un repère codifié, afin de faciliter les comparaisons entre les études. Conformément aux recommandations de l'ISB (Wu et al. [123]), les repères anatomiques sont construits de la façon suivante :

- l'origine du repère est le centre articulaire proximal ;
- l'axe longitudinal \vec{y} est l'axe formé par les centres articulaires distal et proximal, et pointe vers le centre proximal ;
- l'axe \vec{x} est l'axe antéro-postérieur, pointant vers l'avant ;
- l'axe \vec{z} est l'axe médio-latéral, pointant vers l'extérieur.

Le repère obtenu est orthonormé direct pour les segments à droite. Pour les segments du côté gauche ces repères sont calculés de la même manière mais \vec{z} est obtenu par effet miroir ($\vec{z} = -\vec{z}$), ce qui résulte en un repère non direct.

Les repères techniques sont eux des repères destinés au calcul des centres articulaires, et donc ne sont pas régis par des conventions. Les résultats obtenus lors de l'identification (position de centre de masse et matrice d'inertie) doivent donc être exprimés dans les repères anatomiques afin d'être comparés aux valeurs présentes dans la littérature.

Par définition les matrices rotation possèdent les deux propriétés mathématiques suivantes :

$$\begin{aligned} RR^T &= R^T R = \mathbb{1}_{3 \times 3} \\ \det(R) &= 1 \end{aligned} \tag{III.1}$$

2 Calcul direct de la matrice rotation

Soient trois marqueurs L , M et N non alignés, et fixé sur le segment (S_1). Soit R_0 le repère global galiléen tel que $R_0 = (O, x_0, y_0, z_0)$ et $R_1 = (M, x_1, y_1, z_1)$ le repère lié au solide (S_1) et construit à partir de L , M et N , tels qu'illustrés sur la figure III.1 :

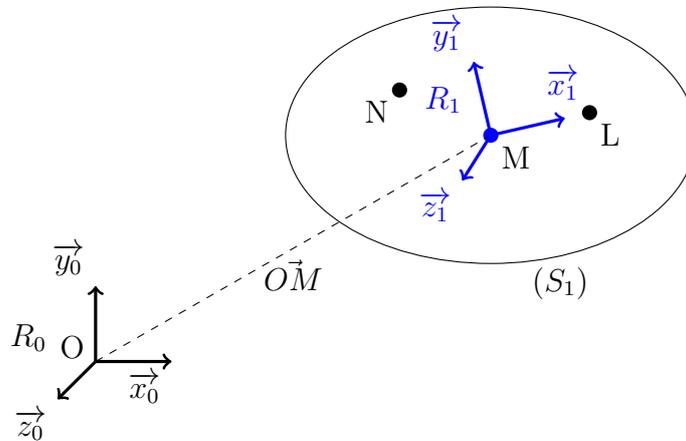


Figure III.1 – Définition de R_1 et 0_1R à partir de 3 marqueurs

III.2 Calcul direct de la matrice rotation

La matrice rotation 1_0R permettant de passer du repère local R_1 au repère global R_0 , telle que :

$$O\vec{N}\|_{R_0} = {}^1_0R O\vec{N}\|_{R_1}$$

Cette matrice se calcule à partir des coordonnées de L , M et N exprimées dans R_0 de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\vec{x} &= \frac{O\vec{L} - O\vec{M}}{\|O\vec{L} - O\vec{M}\|} \\ \vec{y} &= \frac{O\vec{N} - O\vec{M}}{\|O\vec{N} - O\vec{M}\|} \\ \vec{z} &= \vec{x} \wedge \vec{y}\end{aligned}$$

Par construction, \vec{z} est orthogonal à \vec{x} et à \vec{y} . Cependant, rien ne permet d'assurer l'orthogonalité entre \vec{x} et \vec{y} , il faut recalculer l'un de ses deux vecteurs, au choix, et tel que (ici pour \vec{y}) : $\vec{y} = \vec{z} \wedge \vec{x}$

$${}^1_0R = [\vec{x} \ \vec{y} \ \vec{z}]$$

On obtient ainsi une matrice permettant de passer du repère local au repère global. Le calcul de cette matrice est très facile et la seule condition à remplir est que les marqueurs sur le segment ne soient pas alignés, afin d'avoir des produits vectoriels non-nuls. Cependant on voit que le repère obtenu va être sensible à la perturbation d'un marqueur puisqu'il n'y en a que trois. Si un marqueur est placé sur une zone du segment où il y a beaucoup de mouvements des masses molles (près de l'articulation où les glissements de peau peuvent être importants par exemple) cela peut constituer une source d'erreur dans la cinématique du segment.

Des algorithmes d'optimisation du calcul de la matrice rotation ont été développés dans la littérature (Spoor and Veldpaus [108], Veldpaus et al. [115], Challis [18]). Une autre approche consiste à considérer le segment comme étant déformable, et à partir d'une transformation matérielle d'extraire la partie rigide de la transformation, en l'occurrence la rotation pure du segment (Rubin and Solav [98]).

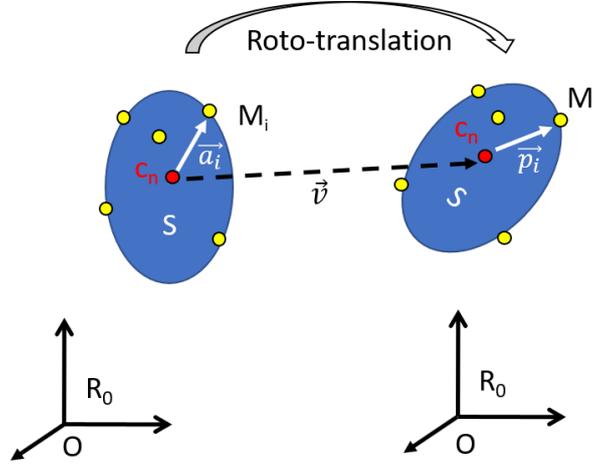


Figure III.2 – Calcul de la matrice rotation à partir de n marqueurs

3 Calcul de la matrice rotation optimale par décomposition en valeurs singulières

Soit un solide (S) et n marqueurs non-alignés ($n > 3$) répartis sur la surface de ce solide, comme illustré dans la figure III.2, et soit $R_0 = (0, x_0, y_0, z_0)$ un repère galiléen.

Soit C_n le centroïde des n marqueurs M_1, M_2, \dots, M_n . Soient $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ les composantes dans R_0 des vecteurs $C_n \vec{M}_i$ avant le mouvement ; et $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots, \vec{p}_n$ les composantes dans R_0 des vecteurs $C_n \vec{M}_i$ après le mouvement du solide. Si le solide est parfaitement rigide, alors :

$$\vec{p}_i = \vec{v} + R\vec{a}_i \quad (\text{III.2})$$

où \vec{v} représente la translation du solide, c'est à dire la différence entre les composantes du vecteur \vec{OC}_n avant et après le mouvement : $\vec{v} = \vec{OC}_n(t_{final}) - \vec{OC}_n(t_{initial})$, et R représente la rotation du solide.

On doit donc retrouver pour les n marqueurs :

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i - R\vec{a}_i - \vec{v} = \vec{0} \quad (\text{III.3})$$

Dans un contexte biomécanique, le segment humain sur lequel sont placés ces n marqueurs n'est pas parfaitement rigide. Il faut donc calculer la matrice rotation R optimale minimisant

III.3 Calcul de la matrice rotation optimale par décomposition en valeurs singulières

les mouvements liés au tissus mous et non pas le mouvement du segment lui même. Pour cela, Selvik [103] proposent de minimiser la fonction objectif suivante :

$$f(R, \vec{v}) = \sum_{i=1}^n (\vec{p}_i - R\vec{a}_i - \vec{v})^2 \quad (\text{III.4})$$

En introduisant les vecteurs \bar{a} , \bar{p} , la matrice M et le scalaire f_0 tels que :

$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{a}_i \quad (\text{III.5})$$

$$\bar{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i \quad (\text{III.6})$$

$$M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\vec{p}_i \vec{a}_i^T) - \bar{p} \bar{a}^T \quad (\text{III.7})$$

$$f_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\vec{a}_i^T \vec{a}_i + \vec{p}_i^T \vec{p}_i) - (\bar{a}^T \bar{a} + \bar{p}^T \bar{p}) \quad (\text{III.8})$$

Spoor and Veldpaus [108] réécrivent l'équation (III.4) sous la forme :

$$f(v, R) = f_0 + (R\bar{a} + \vec{v} - \bar{p})^T (R\bar{a} + \vec{v} - \bar{p}) - 2 \text{trace}(M^T R) \quad (\text{III.9})$$

Pour minimiser la fonction (III.9) sous la contrainte (III.1), Spoor et al ont recours à la méthode des multiplicateurs de Lagrange (on pourra se référer aux travaux de Spoor and Veldpaus [108] pour le détail des calculs). Ils montrent finalement que R peut être déterminée à partir de M de la façon suivante :

$$[V, D^2] = SVD(M^T M) \quad (\text{III.10})$$

où SVD représente la décomposition en valeurs singulières de la matrice $M^T M$, c'est à dire que $M^T M = VD^2V^T$.

D^2 est la matrice diagonale contenant les valeurs propres D_{11}^2 , D_{22}^2 et D_{33}^2 de la décomposition, et V une matrice de dimension 3×3 contenant les vecteurs propres associées.

En définissant $[m1 \ m2 \ m3] = RVD = MV$ la matrice rotation optimale R est reconstruite telle que :

$$R = \left[\begin{array}{cc} \frac{m_1}{D_{11}} & \frac{m_2}{D_{22}} \\ \frac{m_1}{D_{11}} \wedge \frac{m_2}{D_{22}} \end{array} \right] V^T \quad (\text{III.11})$$

4 Calcul de la matrice rotation issue d'une transformation affine

Dans la section précédente, la matrice rotation a été calculée de façon à minimiser les déformations du segment liées au mouvement des tissus mous. Une autre approche consiste à considérer cette fois que le segment est déformable, et d'extraire à partir de la description du mouvement du segment la rotation.

La description du mouvement d'un solide entre une configuration initiale \mathcal{C}_0 et une configuration $\mathcal{C}(t)$ est faite à l'aide du tenseur de déformation F et du vecteur translation \vec{T} . Dans le cas où l'on cherche à dissocier la notion de rotation de solide rigide et de déformation pure, F représente une décomposition polaire ou transformation affine (Rubin and Solav [98]). Ce tenseur F est alors composé d'un tenseur de rotation R et d'un tenseur de déformation pure U . Cette composition peut se faire de deux façons :

- le solide subit une rotation puis une déformation pure ($F = RU$) ; c'est une description Lagrangienne ;
- le solide subit d'abord une déformation pure V puis une rotation R ($F = VR$) ; c'est une description Eulerienne.

R est un tenseur orthogonal, c'est à dire que $R^T R = R R^T = \mathbb{1}$, $\det(R) = \pm 1$. C'est donc une matrice rotation dans le cas où le déterminant vaut 1. U et V sont des tenseurs symétriques défini-positifs appelés respectivement tenseur des déformations pures droit et gauche.

Remarque : Pour un solide rigide, $F = R$, donc $U = V = \mathbb{1}$, il n'y a donc pas de déformation.

Considérons le solide déformable (S), muni de n marqueurs et subissant une déformation entre deux configurations \mathcal{C}_0 et $\mathcal{C}(t)$ comme illustré sur la figure III.3.

Soient X et x les centroïdes des marqueurs dans les configurations \mathcal{C}_0 et $\mathcal{C}(t)$ respectivement tels que :

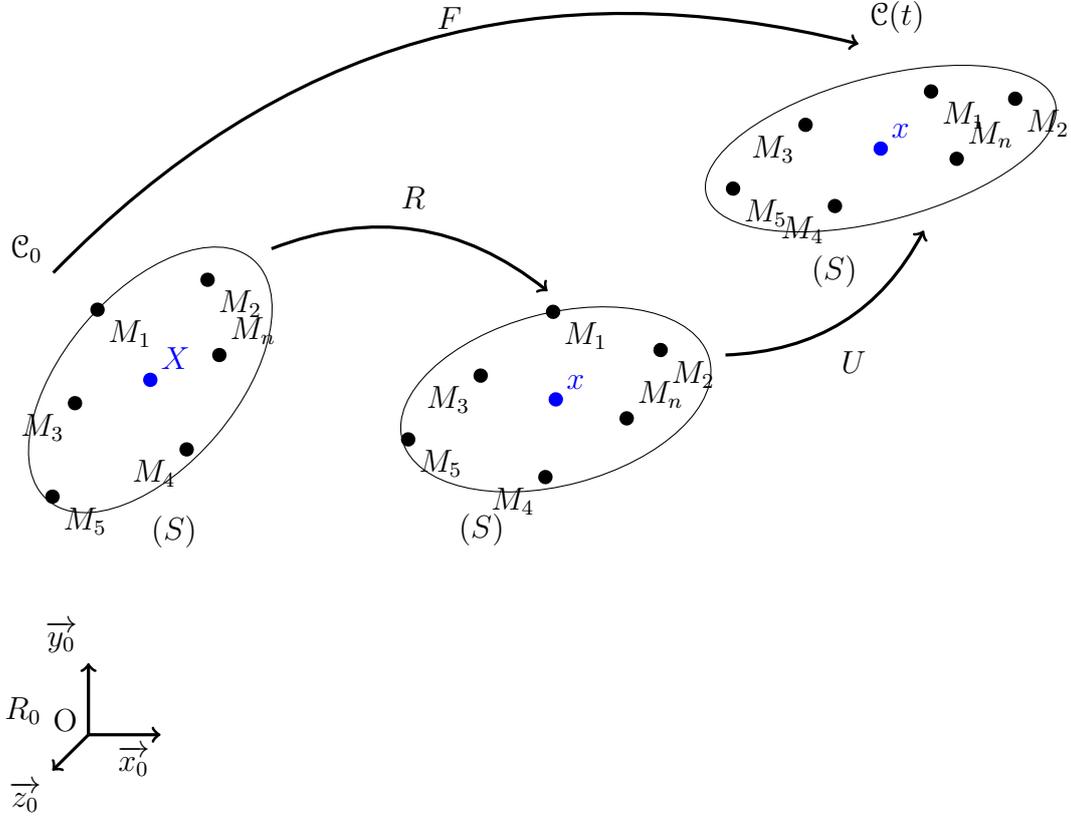


Figure III.3 – Solide subissant une transformation affine

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n OM_i && (\text{à } \mathcal{C}_0) \\
 x &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n OM_i && (\text{à } \mathcal{C}(t)) \quad (\text{III.12})
 \end{aligned}$$

Soient également ΔX_i le vecteur $X\vec{M}_i$ et Δx_i le vecteur $x\vec{M}_i$. Ainsi, chaque vecteur $O\vec{M}_i$ peut être décrit dans les deux configurations par :

$$\begin{aligned}
 O\vec{M}_i|_{\mathcal{C}_0} &= X_i = X + \Delta X_i \\
 O\vec{M}_i|_{\mathcal{C}(t)} &= x_i = x + \Delta x_i
 \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

L'estimation \hat{x}_i de x_i sous l'hypothèse d'une transformation affine de X_i s'écrit :

$$\hat{x}_i = X + \vec{T} + F\Delta\vec{X}_i \quad (\text{III.14})$$

avec \vec{T} le vecteur translation du solide et F le tenseur affine.

Afin de trouver l'expression de T et F , on va chercher à minimiser l'erreur quadratique telle que :

$$\begin{aligned} f(T, F) &= \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i) \cdot (x_i - \hat{x}_i) \\ f(T, F) &= \sum_{i=1}^n (x_i - X - T - F\Delta X_i) \cdot (x_i - X - T - F\Delta X_i) \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

En rappelant (III.13) et en développant, (III.15) devient :

$$\begin{aligned} f(T, F) &= \sum_{i=1}^n ((x - X - T) \cdot (x - X - T) + 2(x - X - T) \cdot (\Delta x_i - F\Delta X_i) \\ &\quad + (\Delta x_i - F\Delta X_i) \cdot (\Delta x_i - F\Delta X_i)) \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

En utilisant (III.12) l'équation (III.16) peut être réécrite sous la forme :

$$\begin{aligned} f(T, F) &= n(x - X - T) \cdot (x - X - T) + 2 \sum_{i=1}^n (x - X - T) \cdot (\Delta x_i - F\Delta X_i) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n (\Delta x_i - F\Delta X_i) \cdot (\Delta x_i - F\Delta X_i) \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

Ensuite, en calculant δf une variation de $f(T, F)$ par rapport à δT et δF , il vient :

$$\begin{aligned} \delta f &= -2n(x - X - T)\delta T - 2 \sum_{i=1}^n (\Delta x_i \otimes \Delta X_i - F\Delta X_i \otimes \Delta X_i)\delta F \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^n (-\delta T \cdot (\Delta x_i - F\Delta X_i) - \delta F \cdot (x - X - T)) \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

La translation T et F étant indépendants, δT et δF le sont aussi. Ainsi la valeur minimale de $f(T, F)$ est obtenue quand les coefficients $(\delta T, \delta F)$ disparaissent. Cela implique :

$$\begin{aligned}\vec{T} &= x - X \\ F &= \sum_{i=1}^n (\Delta x_i \otimes \Delta X_i)(\Delta X_i \otimes \Delta X_i)^{-1}\end{aligned}\tag{III.19}$$

Finalemment, la matrice rotation recherchée R est calculée par décomposition polaire de F (Higham [61]) :

$$F = RU\tag{III.20}$$

La matrice R issue de la décomposition polaire est unique et a comme propriété $R^T R = \mathbb{1}_3 \times 3$. La matrice U est symétrique et définie positive. R est la matrice rotation rigide et U le tenseur des déformations pures.

5 Validation par l'utilisation de pins intra-corticaux

Dans la section précédente, deux méthodes de calcul des matrices rotations ont été proposées. Elles permettent d'avoir la rotation rigide d'un solide déformable, en minimisant le mouvement du set de marqueurs lié aux masses molles dans le cas de la décomposition en valeurs singulières, ou en extrayant la rotation rigide du tenseur de déformations dans le cas de l'approximation affine. Afin de savoir laquelle de ces deux méthodes approche au mieux la rotation de l'os, c'est à dire de la structure rigide du segment, des données provenant d'expérimentations ayant recours à des pins intra-corticaux ont été utilisées.

Ces données, présentées dans cette section, sont issues d'un travail initié lors d'un séjour effectué au sein du laboratoire de modélisation et de simulation du mouvement du professeur Mickael Begon de l'université de Montréal. Lors de ce séjour, une analyse de ces données provenant d'expérimentations réalisées dans l'équipe du professeur Toni Arndt du Karolinska Institutet (Stockholm, Suède) a été réalisée.

5.1 Contexte de l'étude initiale

Quatre sujets ont été équipés de trois pins intra-corticaux : un fixé dans l'humérus, un dans la clavicule et un dans la scapula. Chacun des pins étaient muni de quatre marqueurs (épaule et clavicule) ou cinq (bras). Par ailleurs 45 marqueurs ont été placés de façon classique, c'est à

Chapitre III. Calcul de la matrice rotation optimale pour l'identification

dire sur la peau au moyen de ruban adhésif double-face (la liste des marqueurs ainsi que leur emplacement sont détaillés en annexe [A.1](#)). Une vue globale du set de marqueurs est illustrée sur la figure [III.4](#).



Figure III.4 – Disposition des marqueurs et pins sur le sujet 1

L'étude concerne l'analyse des mouvements de la vie quotidienne du membre supérieur tels que manger, se peigner, atteindre ses lombaires, sa poche ou son aisselle. Ces expérimentations contiennent aussi des essais fonctionnels pour les différents centres articulaires et enfin des élévations et des rotations du membre supérieur dans différentes positions.

5.2 Calcul des matrices rotations

Les matrices rotations issues du tenseur affine et de la décomposition en valeurs singulières ont été calculées avec les marqueurs du pins de l'humérus d'une part, et avec les marqueurs cutanés du bras d'autre part.

Nous choisissons d'adopter les notations suivantes pour alléger l'écriture :

- R_SVD_Pin : la matrice rotation des marqueurs Pin calculée par SVD ;
- R_Aff_Pin : la matrice rotation des marqueurs Pin calculée par décomposition polaire du tenseur affine ;
- R_SVD_Cut : la matrice rotation des marqueurs cutanés calculée par SVD ;
- R_Aff_Cut : la matrice rotation des marqueurs cutanés calculée par décomposition polaire du tenseur affine.

5.2.1 Calcul des matrices rotations du Pin

Le pin implanté dans l'humérus est équipé de cinq marqueurs. Les matrices rotation R_SVD_Pin et R_Aff_Pin , respectivement issues de la décomposition en valeurs singulières et de la décom-

position polaire du tenseur affine F ont été calculées. Les neuf coefficients de ces deux matrices sont présentées à la figure III.5, sur la partie gauche.

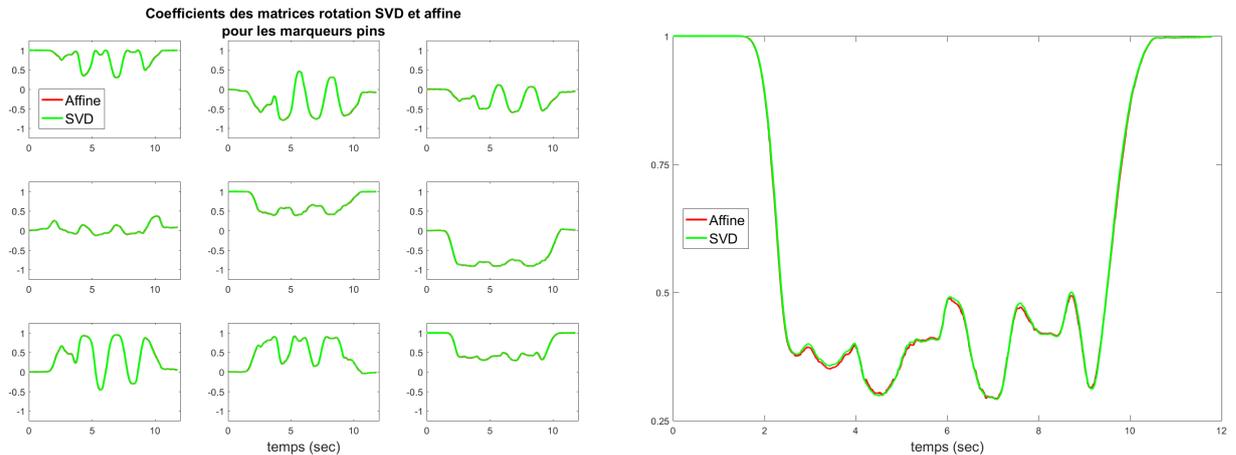


Figure III.5 – Neuf coefficients des matrices rotation R_SVD_Pin et R_Aff_Pin , (à gauche) et agrandissement du neuvième coefficient (à droite)

Ces deux matrices semblent être identiques. En zoomant sur les coefficients, une légère différence peut être constatée, comme mis en lumière à la figure III.5, sur la partie droite.

Le pin de l'humérus pouvant être considéré comme un solide rigide par rapport aux tissus mous, et comme souligné dans la remarque de la section 4, le tenseur affine F est donc égal à la matrice rotation R . Il est donc normal de trouver un résultat équivalent pour les matrices rotations du pin. Les différences observées proviennent des calculs numériques de ces matrices, et du bruit lié à la mesure.

Puisque ces deux matrices sont équivalentes et représentent l'orientation de l'humérus, elles peuvent être prises comme référence pour comparer les matrices rotations obtenues avec les marqueurs cutanés. la matrice référence retenue sera R_SVD_Pin .

5.2.2 Calcul des matrices rotations issues des marqueurs cutanés

Cinq marqueurs cutanés sont placés sur le bras. Les matrices rotations R_SVD_Cut et R_Aff_Cut ont été calculées, et les neuf coefficients de ces matrices sont présentés à la figure III.6 :

Les coefficients des matrices R_SVD_Cut , R_Aff_Cut et de la référence sont différents. Afin de pouvoir quantifier cette différence, il est plus simple d'avoir un scalaire que de comparer les coefficients des matrices. Un formalisme permettant cela est celui des quaternions. Le quaternion est un vecteur de dimension (4×1) et représente une matrice rotation comme étant

III.5 Validation par l'utilisation de pins intra-corticaux

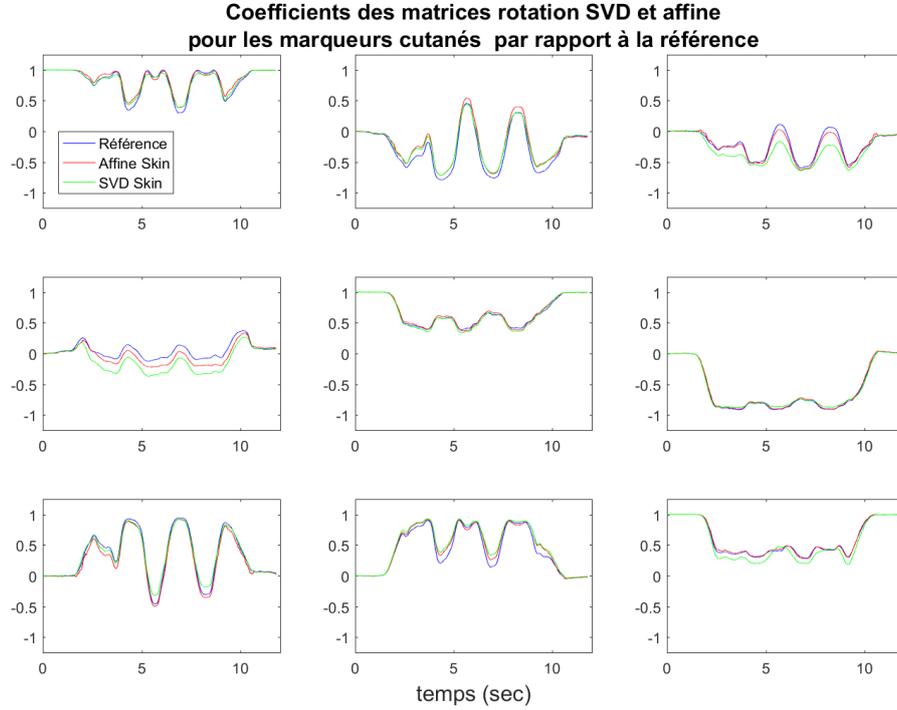


Figure III.6 – neuf coefficients de R_SVD_Cut et R_Aff_Cut

un vecteur \vec{u} tournant d'un angle α .

Le passage d'une matrice rotation vers un quaternion s'effectue comme suit :

— soient la matrice rotation $R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}$ et le quaternion correspondant $q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$,

— $q_4 = \frac{\sqrt{1+trace(R)}}{2}$,

— $q_1 = \frac{R_{32}-R_{23}}{4 \times q_4}$,

— $q_2 = \frac{R_{13}-R_{31}}{4 \times q_4}$,

— $q_3 = \frac{R_{21}-R_{12}}{4 \times q_4}$.

Ainsi la représentation d'une matrice identité (de rotation nulle) sous la forme d'un quaternion est :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

Or, si les matrices rotations calculées par décomposition en valeurs singulières ou par transformation affine avec les marqueurs du pin et les marqueurs cutanés sont équivalentes, on a la propriété suivante :

$$R_{ref}R^T = \mathbb{1}_{3 \times 3}$$

Par conséquent l'angle du quaternion obtenu devrait être nul pour chacun de ces produits. L'erreur en terme d'angle peut donc être quantifiée en calculant l'angle du quaternion obtenu à partir de ce produit de matrices rotations, tel que :

$$\alpha = 2 \arccos(q_4) \quad (\text{III.22})$$

Remarque :

L'erreur calculée avec l'équation III.22 est en radian, les résultats sont donnés en degrés.

Les quaternions correspondants aux produits de chaque matrice rotation, calculée avec les marqueurs cutanés et avec la transformation affine des marqueurs du pin, ont été calculés. L'erreur quadratique moyenne ainsi que l'erreur maximale ont été calculées entre la matrice rotation de référence et chaque autre matrice rotation. Les résultats sont donnés au tableau III.1 :

RMSE Ref/R_AffPin	Max Ref/R_AffPin	RMSE Ref/R_SVDCut	Max Ref/R_SVDCut	RMSE Ref/R_AffCut	Max Ref/R_AffCut
0.39	1.24	10.96	15.59	11.38	18.68

Tableau III.1 – RMSE et max de l'erreur en degrés entre la référence et chaque autre matrice rotation

On constate une erreur faible entre la référence et la R_Aff_Pin, ce qui est logique puisque ces matrices rotations sont très proches, du fait de la rigidité du pin. On constate également

III.5 Validation par l'utilisation de pins intra-corticaux

que les erreurs obtenues pour la rotation issue des marqueurs cutanés par décomposition en valeurs singulières et par transformation affine sont équivalentes. Cependant, cette erreur est tout de même de l'ordre de 11° .

Puisque le bras est muni de cinq marqueurs cutanés, il est possible, en prenant toutes les combinaisons de 4 marqueurs, de voir l'influence des marqueurs choisis sur cette erreur.

Cette erreur a donc été calculée pour les $C_5^4 = \binom{4}{5} = 5$ combinaisons possibles de marqueurs. Les résultats sont donnés dans le tableau III.2 :

C	RMSE	Max	RMSE	Max
	Ref/R_SVDCut	Ref/R_SVDCut	Ref/R_AffCut	Ref/R_AffCut
1	11.48	16.96	7.23	11.76
2	11.79	18.01	12.09	18.78
3	11.00	15.83	11.47	18.86
4	9.23	16.69	5.38	8.63
5	11.02	17.79	10.54	19.24

Tableau III.2 – Erreur quadratique moyenne et erreur maximale, en degrés, de chaque matrice rotation par rapport à la référence pour chaque combinaison de marqueurs cutanés

Les combinaisons 1, 2, ..., 5 correspondant aux marqueurs utilisés, sont explicitées au tableau III.3 :

Combinaison	marqueurs
1	DELT, ARMI, ARMm, EPICl
2	ARMI, ARMm, EPICl, EPICm
3	ARMm, EPICl, EPiCm, DELT
4	EPICl, EPiCm, DELT, ARMI
5	EPICm, DELT, ARMI, ARMm

Tableau III.3 – marqueurs utilisés pour chaque combinaison

5.3 Discussion

Chaque combinaison de 4 marqueurs induit une erreur moyenne et maximale différente, et la meilleure combinaison de marqueurs parmi les 5 choisis est la quatrième, que ce soit pour la matrice rotation calculée par décomposition en valeurs singulières ou par transformation affine. L'erreur quadratique moyenne obtenue est de $9,23^\circ$ pour R_SVD_Cut et $5,38^\circ$ pour R_Aff_Cut. Ces résultats sont meilleurs que le calcul de la matrice rotation avec cinq marqueurs ($10,96^\circ$ pour la décomposition en valeurs singulières, et $11,38^\circ$ pour la transformation affine). On constate également que l'erreur quadratique moyenne obtenue avec la meilleure com-

binaison de 4 marqueurs est plus petite pour la transformation affine que pour la décomposition en valeurs singulières (42 % d'écart entre ces deux erreurs).

Cependant, cette combinaison optimale de marqueurs n'est identifiable que si l'on a accès à une référence. Il n'est pas possible d'équiper chaque sujet d'un pin intra-cortical. Par conséquent, les deux méthodes de calcul de la matrice rotation seront implémentées pour l'identification des paramètres inertiels, et la méthode retenue sera celle qui minimise l'écart-type des valeurs identifiées.

Un dernier aspect important dans le calcul des matrices rotations est leur consistance lorsque l'on les dérive (Silva and Ambrósio [107]). Cette aspect sera traité dans la section suivante.

6 Consistance des dérivées des matrices rotations

Du fait du filtrage de la cinématique utilisée pour calculer les matrices rotations segmentaires, et des dérivations numériques pour le calcul de leur dérivées, on peut observer une perte de cohérence dans les matrices \dot{R} et \ddot{R} . Par définition les matrices rotations possèdent les propriétés mathématiques suivantes :

$$RR^T = R^T R = \mathbb{1}_{3 \times 3} \quad (\text{III.23})$$

$$\det(R) = 1 \quad (\text{III.24})$$

Sa dérivée temporelle notée \dot{R} possède elle aussi une propriété mathématique :

$$\dot{R}R^T = j(\Omega) \quad (\text{III.25})$$

$j(\Omega)$ étant le pré-produit vectoriel du vecteur taux de rotation $\vec{\Omega}$, cette matrice est antisymétrique par construction.

III.6 Consistance des dérivées des matrices rotations

Comme le montre les coefficients de cette matrice issus d'une expérimentation, illustrés à la figure III.7, il apparaît une inconsistance dans les termes diagonaux, qui devraient être strictement nuls :

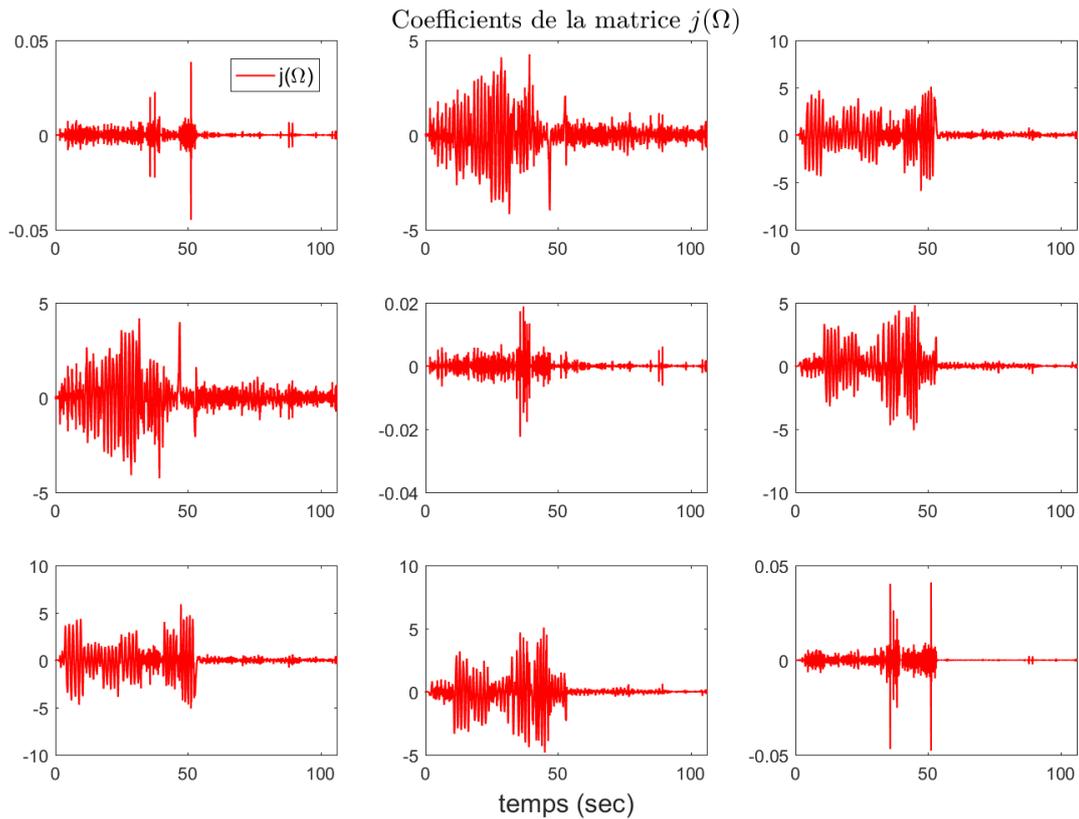


Figure III.7 – Composantes de $j(\Omega)$

La matrice $j(\Omega)$ est donc corrigée en forçant les termes diagonaux à être nuls, et en calculant la moyenne absolue des termes symétriques par rapport à la diagonale. Ces termes sont ensuite remis dans $j(\Omega)$ et affecté du même signe qu'ils avaient à l'origine, afin de respecter la propriété d'antisymétrie :

- $j(\Omega)(i, j) = 0$ si $i = j$,
- $j(\Omega) = 0,5(j(\Omega) - j(\Omega)^T)$

Ainsi, comme illustré à la figure III.8, la matrice $j(\Omega)$ est imposée anti-symétrique.

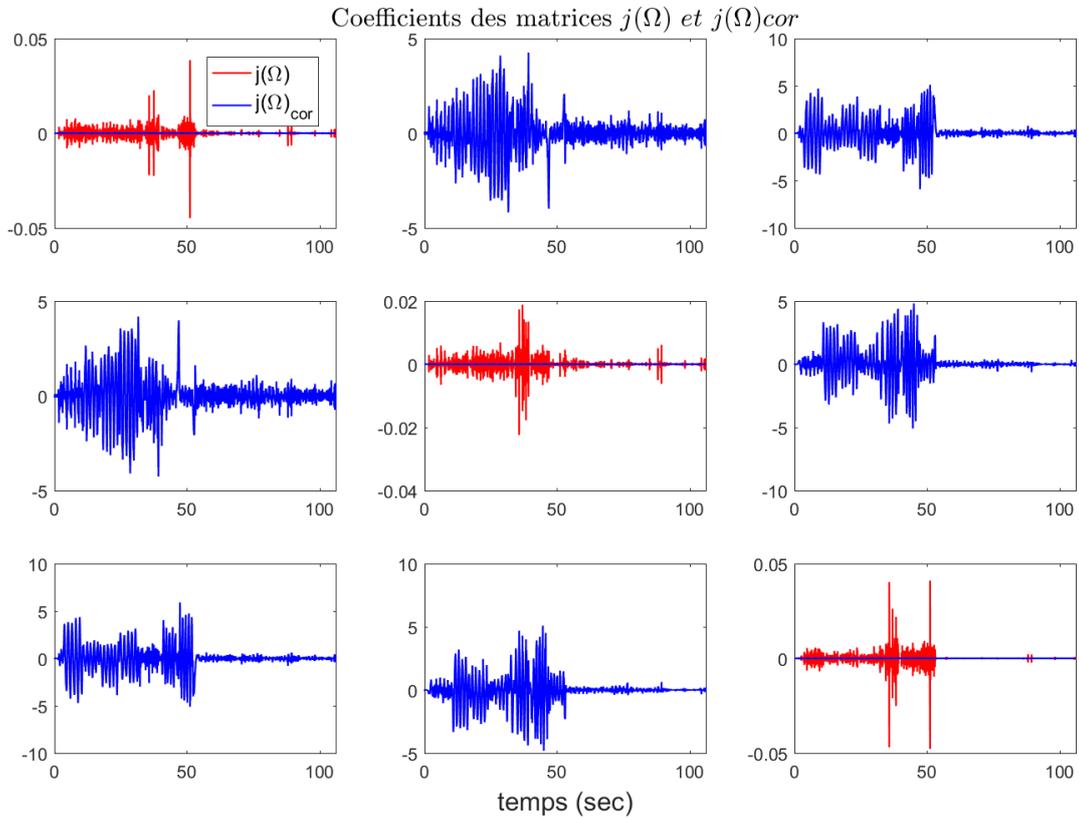


Figure III.8 – Coefficients des matrices $j(\Omega)$ et $j(\Omega)$ corrigé

Ensuite, la dérivée de la matrice rotation \dot{R} est recalculée, conformément à (III.25), telle que :

$$\dot{R}_{cor} = j(\Omega)R$$

Néanmoins, la correction apportée ne change que très peu \dot{R} . Pour illustrer cela, la figure III.9 représente la différence entre les composantes de \dot{R} et \dot{R}_{cor} , $\text{diff} = \dot{R}_{cor} - \dot{R}$.

III.6 Consistance des dérivées des matrices rotations

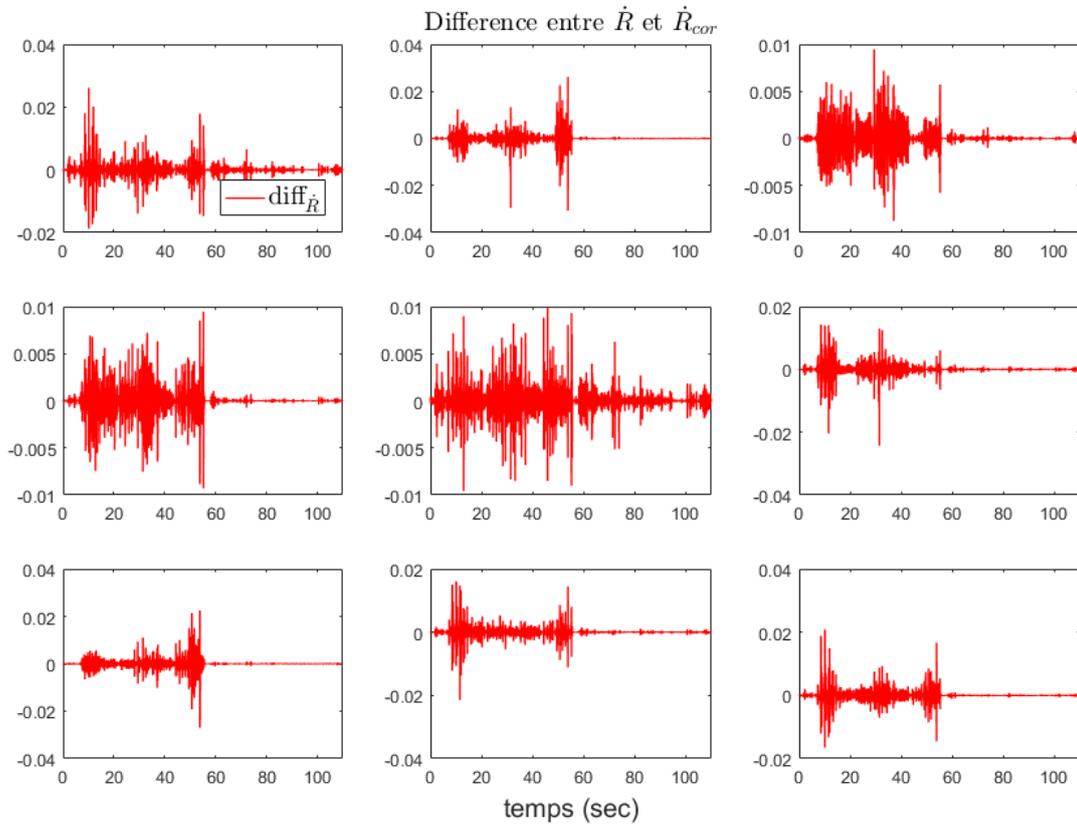


Figure III.9 – différence de chacune des composantes de \dot{R} avant et après l'étape de correction

A la figure III.10 sont représentées cette différence et les coefficients de la dérivée de la matrice rotation corrigée \dot{R}_{cor} :

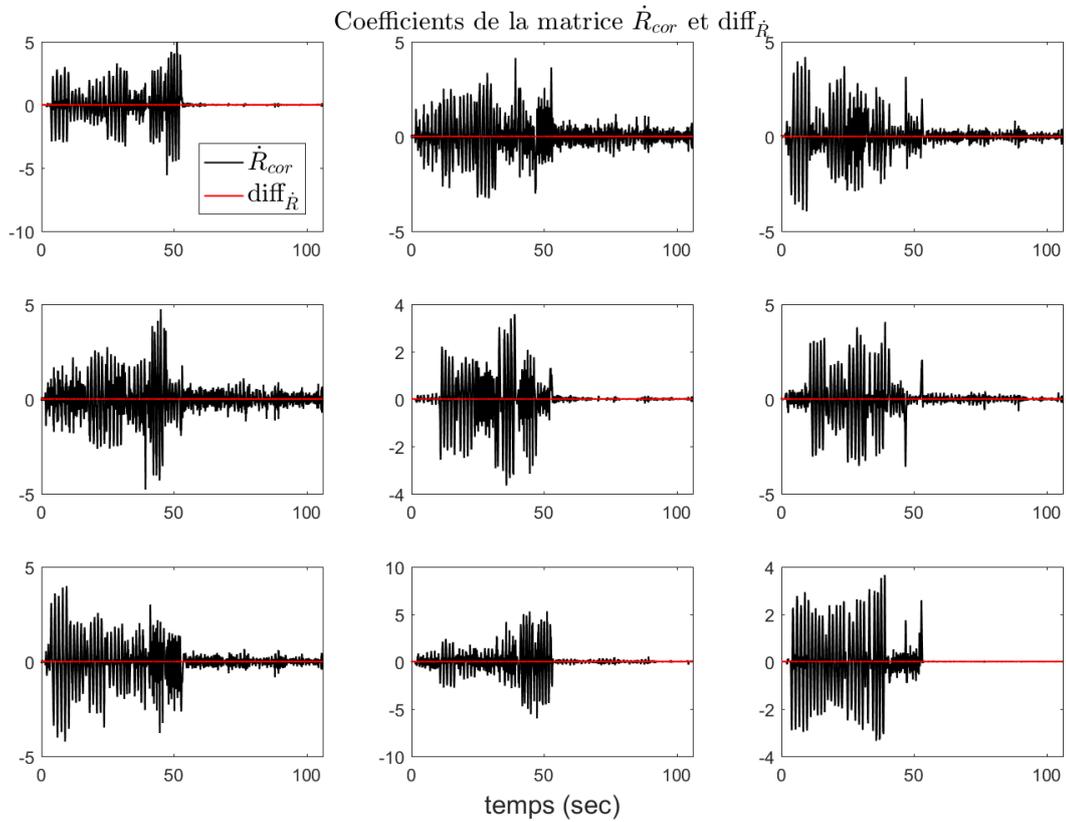


Figure III.10 – \dot{R} corrigée et différence entre \dot{R} et \dot{R}_{cor}

La dérivée seconde de R est corrigée en dérivant \dot{R} , à partir de (III.25) :

$$\ddot{R} = j(\dot{\Omega})_{cor}R + j(\Omega)_{cor}\dot{R}_{cor}$$

Ici encore, la correction apportée ne change que très peu \ddot{R} . La différence entre les composantes de \ddot{R} et \ddot{R}_{cor} est mise en lumière à la figure III.11 :

III.6 Consistance des dérivées des matrices rotations

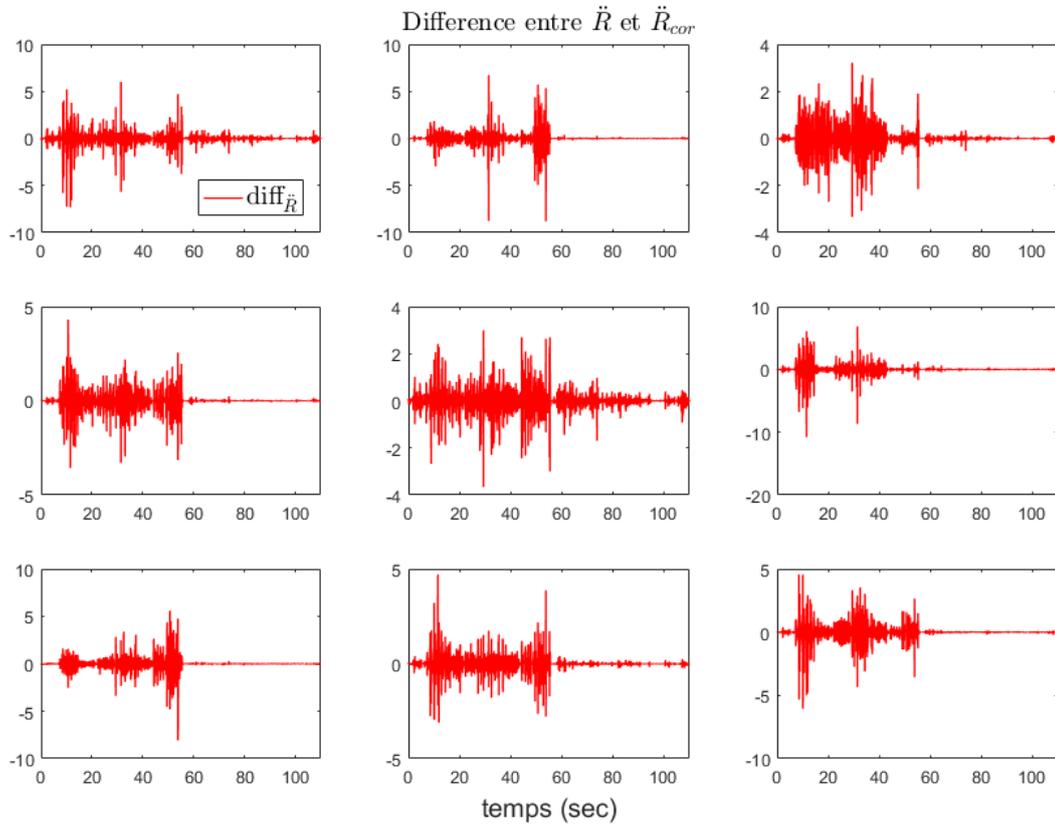


Figure III.11 – différence de chacune des composantes de \ddot{R} avant et après l'étape de correction

Cette différence absolue et les coefficients de la dérivée seconde de la matrice rotation corrigée \ddot{R} sont présentées à la figure III.12 :

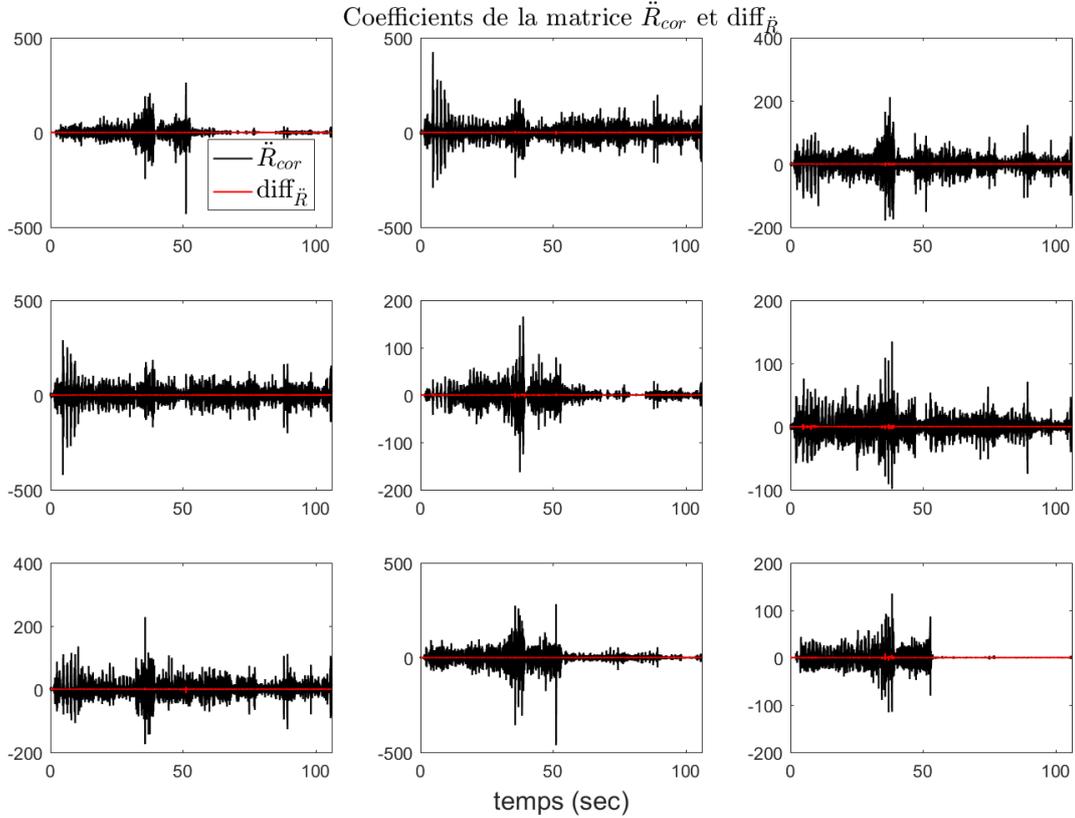


Figure III.12 – \ddot{R} corrigée et différence entre \ddot{R} et \ddot{R}_{cor}

7 Conclusions du Chapitre III

Au cours de ce chapitre, deux méthodes de calcul des matrices rotations ont été développées, à partir d'un nombre de marqueurs supérieur à 3. La première est basée sur une décomposition en valeurs singulières. La deuxième est extraite d'une transformation affine F , par décomposition polaire de ce tenseur F .

Ces méthodes ont été comparées en utilisant des expérimentations avec un pin intra-cortical dans l'humérus. Les matrices rotations calculées à partir des marqueurs du pin par décomposition en valeurs singulières et par transformation affine sont équivalentes, ce qui est en accord avec le fait que le pin et l'humérus sont des solides rigides. La matrice rotation de référence choisie a été la matrice rotation calculée par décomposition en valeurs singulières.

Les matrices rotations déterminées à partir de ces deux méthodes ont aussi été calculées en utilisant les marqueurs cutanés. Afin de comparer la référence et ces matrices, le formalisme des quaternions a été utilisé car il permet d'avoir la rotation exprimée sous la forme d'un vecteur

tournant autour d'un angle. Cet angle a constitué le critère de performance des matrices rotations calculées. Les résultats montrent que lorsque cinq marqueurs sont utilisés, les méthodes de calcul des matrices rotations sont équivalentes.

Si quatre marqueurs seulement sont utilisés, les résultats montrent qu'une combinaison optimale de marqueurs existe et que la rotation issue de la transformation affine est plus performante ($5,38^\circ$ d'erreur quadratique moyenne contre $9,23^\circ$ pour la rotation obtenue par décomposition en valeurs singulières). Cependant, ce critère de performance s'appuie sur la référence, et il n'est pas possible d'instrumenter chaque sujet avec un pin intra-cortical. La solution choisie est donc d'implémenter les deux méthodes de calcul de la matrice rotation dans les algorithmes d'identification des paramètres inertiels, et de conserver celle qui minimise l'écart-type des valeurs des paramètres identifiés.

Enfin, une méthode de correction du calcul des dérivées de la matrice rotation est proposée afin de pallier aux erreurs liées à la dérivation numérique.

Le chapitre suivant va comparer les différents paramètres d'entrée des algorithmes d'identification des PIS, mis en lumière dans les chapitres I et III.

Chapitre IV

Identification des paramètres inertiels du membre supérieur

1 Protocole expérimental

Afin d'illustrer la méthode développée au chapitre II, une campagne d'essais a été menée afin d'identifier les paramètres inertiels des segments des deux membres supérieurs de dix-huit sujets. L'âge des sujets va de 24 à 31 ans avec un âge moyen de $25,6 \pm 2,0$ ans, pour une taille allant de 1,67 à 1,92 m avec une taille moyenne de $1,797 \pm 0,065$ m, pour une masse allant de 60,1 à 138,5 kg, avec une masse moyenne de $81,5 \pm 18,7$ kg.

Les segments identifiés sont l'ensemble (avant-bras + main) et le bras droit. Afin d'identifier les PIS des ces 4 segments, 44 marqueurs réfléchissants sont placés sur les sujets : 12 sur le tronc, 10 sur chaque avant-bras et 6 sur chaque bras, comme illustré à la figure IV.1.

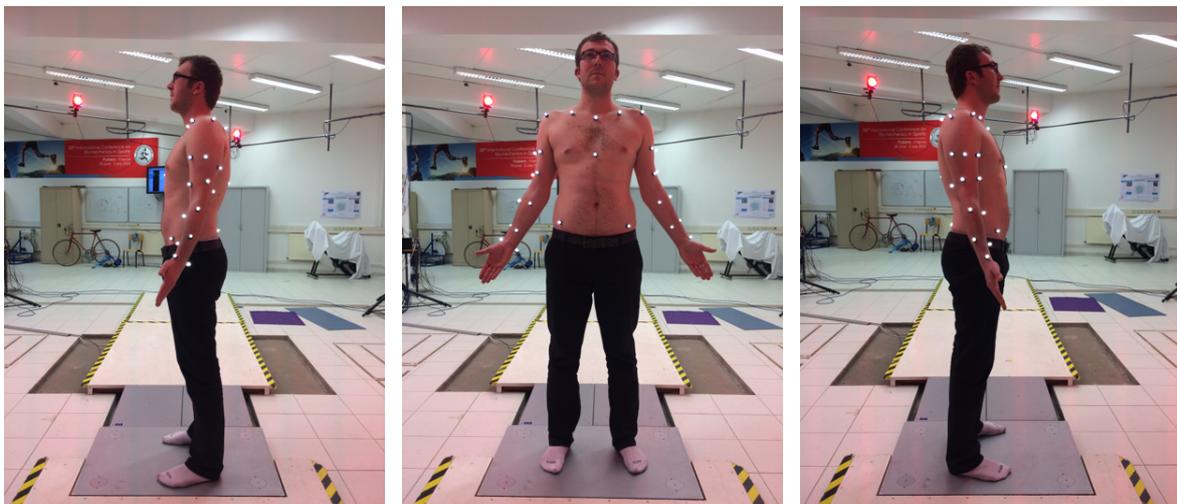


Figure IV.1 – Placement des 44 marqueurs

Chapitre IV. Identification des paramètres inertiels du membre supérieur

Les trajectoires de ces 44 marqueurs sont acquises par 20 caméras (Vicon, Nexus) à une fréquence de 250Hz. Dans le même temps le torseur externe sous les pieds des sujets est mesuré par une plateforme de force (Kistler) à une fréquence de 1000Hz.

Après avoir été informé du déroulement de l'expérimentation et avoir donné son consentement, chaque sujet a effectué 5 essais suivant le protocole suivant :

1. Le sujet monte sur la plateforme et reste en position anatomique de référence durant 2 secondes,
2. Le sujet effectue 5 mouvements de flexion/extension du membre supérieur droit, d'amplitude maximale $\pm 90^\circ$,
3. le sujet effectue 5 mouvements d'abduction/adduction du membre supérieur droit, d'amplitude maximale 90° ,
4. le sujet effectue 5 mouvements de circumduction du membre supérieur,
5. le sujet effectue 5 mouvements de flexion/extension du coude, dans deux positions différentes de l'avant-bras,
6. le sujet effectue 5 mouvements de prono-supination, dans deux positions différentes de l'avant-bras.

Durant toute la durée de l'expérimentation les sujets avaient pour consigne de garder le tronc le plus immobile possible. Les étapes 2, 3 et 4 du protocole constituent les mouvements fonctionnels nécessaires à la l'estimation du centre articulaire GH, et sont réalisés en gardant le coude fixe, afin de ne pas avoir de mouvement entre l'avant-bras et le bras. L'étape 5 correspond au mouvement fonctionnel servant à la localisation de l'axe de rotation du coude.

2 Identification des paramètres inertiels des segments du membre supérieur

Une fois les mesures effectuées, des opérations sont nécessaires sur les données avant de procéder à l'identification.

1. la première étape consiste à ré-échantillonner les signaux de la plateforme de force. En effet, la fréquence d'acquisition de la plateforme est de 1000Hz alors que celle des caméras est de 250Hz. Pour cela, une interpolation par spline cubique est utilisée. De plus, les signaux issus de la plateforme sont également filtrés avec un filtre de Butterworth, d'ordre 5 et de fréquence de coupure 20Hz.

IV.2 Identification des paramètres inertiels des segments du membre supérieur

2. Les repères techniques du bras et de l'avant-bras sont ensuite calculés.
3. Les centres articulaires de GH et du coude sont déterminés.
4. Les repères anatomiques sont ensuite construits, en utilisant les centres articulaires précédemment déterminés et selon les travaux de Dumas et al. [42].
5. Les accélérations segmentaires, représentées par l'accélération du marqueur moyen de chaque segment, ainsi que les dérivées secondes des repères anatomiques sont calculées.
6. Les PIS liés à la force résultante, c'est à dire les masses segmentaires et les localisations des centres de masse des segments sont ensuite calculées par la méthode vectorielle (II.51). Comme le tronc est considéré comme étant immobile, l'équation est cependant simplifiée et seul 9 paramètres sont recherchés :

$$\begin{bmatrix} m_{bras}G\vec{H}G_{bras} \\ m_{bras} \\ m_{avb+m}C\vec{o}u\vec{d}eG_{avb+m} \\ m_{avb+m} \end{bmatrix} = Pinv\left(\begin{bmatrix} \ddot{R}_{bras} & \vec{\Gamma}_{bras} & \ddot{R}_{avb+m} & \vec{\Gamma}_{avb+m} & \vec{g} \end{bmatrix}\right) \times \begin{bmatrix} \vec{F} \end{bmatrix}$$

7. Les coordonnées des centres de masses identifiés sont exprimées dans les repères techniques. Pour pouvoir comparer les résultats obtenus aux tables anthropométriques, ces coordonnées sont exprimées dans les repères anatomiques.
8. Les matrices d'accélération généralisée (II.45), de rotation généralisée (II.46), et le torseur externe sous forme de matrice anti-symétrique (II.47) sont construites.
9. La matrice solution initiale J_0 est ensuite construite à partir des paramètres identifiés à l'étape 6 et des longueurs segmentaires (II.50). De plus, comme le tronc est supposé immobile et que le torseur externe est exprimé au point GH, la matrice J est simplifiée :

$$J = \begin{bmatrix} K_{avb+m} & m_{avb+m}C\vec{G}_{avb+m} \otimes L_b & 0_{3 \times 3} & m_{avb+m}C\vec{G}_{avb+m} \\ (m_{avb+m}C\vec{G}_{avb+m} \otimes L_b)^T & K_b + m_{avb+m}L_b \otimes L_b & 0_{3 \times 3} & m_bG\vec{H}G_b + m_{avb+m}L_b \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & K_r & m_rG\vec{H}G_r \\ (m_{avb+m}C\vec{G}_{avb+m})^T & (m_bG\vec{H}G_b + m_{avb+m}L_b)^T & (m_rG\vec{H}G_r)^T & m_t \end{bmatrix}$$

où l'indice b dénote le bras, l'indice avb+m dénote l'ensemble avant-bras + main, l'indice r dénote le reste du corps et m_t la masse totale.

La matrice initiale J_0 est initialisée par une matrice identité de dimension 10×10 à

laquelle on rajoute les termes identifiés en translation à l'étape 6 :

$$J_0 = \begin{bmatrix} \mathbb{1}_{3 \times 3} & m_{avb+m} \vec{C} \vec{G}_{avb+m} \otimes L_b & 0_{3 \times 3} & m_{avb+m} \vec{C} \vec{G}_{avb+m} \\ (m_{avb+m} \vec{C} \vec{G}_{avb+m} \otimes L_b)^T & \mathbb{1}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & m_b G \vec{H} G_b + m_{avb+m} L_b \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \mathbb{1}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ (m_{avb+m} \vec{C} \vec{G}_{avb+m})^T & (m_b G \vec{H} G_b + m_{avb+m} L_b)^T & 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$$

10. L'algorithme du gradient conjugué projeté est ensuite utilisé pour déterminer les matrices d'inertie segmentaires.

3 Analyse de l'influence de la méthode de calcul de la matrice rotation

Les repères ou matrices rotations interviennent dans les méthodes vectorielles et matricielles des algorithmes d'identification. Afin de déterminer la matrice optimale pour l'identification, les PIS identifiés avec les matrices issues de la transformation affine, de la décomposition en valeurs singulières et les repères anatomiques ont été comparés. Un exemple de ces comparaisons est illustré au tableau IV.1. Les valeurs de régression de la table de Dumas et al. [42] y sont également données. Cette table a été choisie car c'est un des rares modèles à fournir des matrices d'inertie non diagonales et des positions des centres de masse non alignées sur l'axe longitudinal du segment. Quatre combinaisons ont été testées :

1. Les matrices affines et l'accélération du marqueur moyen des segments bras et (avant-bras+main) ;
2. les matrices SVD et l'accélération du marqueur moyen des segments bras et (avant-bras+main) ;
3. les repères anatomiques et l'accélération du marqueur moyen des segments bras et (avant-bras+main) ;
4. les repères anatomiques et l'accélération du marqueur moyen composé des 3 marqueurs utilisés pour construire les repères anatomiques.

En ce qui concerne les paramètres identifiés en translation, c'est à dire les masses et les positions des centres de masse, le choix de la matrice rotation optimisée, c'est à dire SVD ou affine n'affecte pas significativement les PIS. On note cependant que l'écart-type diminue sensiblement lorsque l'on utilise la matrice rotation affine. En revanche, Les PIS identifiés en

IV.4 Analyse de l'influence de filtrage de la cinématique

	Dumas	R_{Aff} 6 mark		R_{SVD} 6 mark		R_{Anat} 6 mark		R_{Anat} 3 mark	
		M	σ	M	σ	M	σ	M	σ
m_{bras}	1.894	1.834	0.117	1.911	0.106	1.731	0.156	1.961	0.237
m_{avb+m}	1.815	1.796	0.079	1.755	0.061	1.787	0.155	1.133	0.228
L_{bras}	0.300	0.300	0.004	0.300	0.003	0.300	0.003	0.300	0.003
L_{avb}	0.249	0.249	0.001	0.249	0.001	0.249	0.001	0.249	0.001
GHGb	0.005	-0.008	0.006	-0.009	0.005	-0.009	0.009	-0.011	0.008
	-0.136	-0.189	0.002	-0.186	0.003	-0.220	0.012	-0.265	0.015
	-0.008	0.019	0.003	0.022	0.004	0.012	0.002	0.007	0.002
CoudeGavb	0.004	-0.001	0.006	0.001	0.003	0.002	0.005	-0.010	0.011
	-0.159	-0.173	0.003	-0.177	0.005	-0.162	0.014	-0.278	0.047
	0.004	0.010	0.004	0.012	0.005	0.006	0.002	0.007	0.010
m_{totale}	78.935	78.935	0.025	78.938	0.024	78.938	0.024	78.938	0.024
I_{ii}^{bras} en GH	0.0513	0.0518	0.0061	0.0546	0.0089	0.0616	0.0150	0.1100	0.0219
	0.0035	0.0059	0.0029	0.0049	0.0033	0.0054	0.0032	0.0044	0.0024
	0.0523	0.0550	0.0076	0.0569	0.0096	0.0656	0.0165	0.1137	0.0224
I_{ii}^{avb+m} au coude	0.0695	0.0726	0.0089	0.1128	0.0774	0.1028	0.0618	0.1107	0.0936
	0.0015	0.0038	0.0051	0.0045	0.0065	0.0026	0.0026	0.0024	0.0008
	0.0688	0.0745	0.0013	0.1148	0.0777	0.1043	0.0621	0.1123	0.0943

Tableau IV.1 – Comparaison des PIS identifiés en fonction des matrices rotations utilisées, pour le sujet 10

translation, à l'aide des repères anatomiques, s'éloignent des valeurs de référence. L'écart-type augmente également, montrant une plus grande dispersion des résultats obtenus à l'aide des repères anatomiques.

Le tableau IV.1 contient également les termes principaux d'inertie I_{xx} , I_{yy} et I_{zz} , issus de l'identification par la méthode matricielle. De façon analogue à la méthode vectorielle, les PIS identifiés sont plus proches de la référence lorsque l'identification est faite avec les matrices rotations optimisées. Cela est particulièrement vrai pour l'inertie de l'ensemble (avant-bras+main).

Le choix de la matrice rotation optimale pour l'identification des PIS se porte donc sur la matrice issue de la décomposition polaire du tenseur affine. Une fois la matrice rotation optimale choisie, le choix de la méthode de filtrage peut être effectué.

4 Analyse de l'influence de filtrage de la cinématique

Les différents filtres implémentés ont pour vocation de réduire le bruit présent dans les signaux issus du système opto-électronique. Ils vont avoir d'autant plus d'influence que ces signaux sont dérivés pour calculer les accélérations segmentaires et les dérivées secondes des

matrices rotations.

Puisque des valeurs de référence pour les accélérations ne sont pas disponibles, le critère de pertinence du filtre va être basé sur les résultats de l'identification des paramètres inertiels, à partir des signaux traités.

Pour que le filtre étudié soit pertinent il faut que les paramètres identifiés grâce aux données filtrées soient cohérents (masses négatives, trop importantes ou trop faibles, localisation des centres de gravité incohérente) et que l'écart-type parmi les 5 essais d'un même sujet soit réduit.

4.1 le filtre de Butterworth

Comme il a été explicité dans le chapitre I, le filtre de Butterworth est paramétré par sa fréquence de coupure et son ordre.

Pour sélectionner la fréquence de coupure, il faut analyser le signal de position dans son domaine fréquentiel. Pour analyser uniquement le signal correspondant au mouvement du marqueur, le signal de position a été recentré sur zéro. Pour cela la moyenne du signal a été soustraite de celui-ci. La transformée de Fourier discrète de ce signal a ensuite été calculée.

Un exemple est présentée à la figure IV.2, pour la composante selon l'axe \vec{x} du marqueur du radius (RRAD).

Le spectre de ce signal est composé d'un fondamental et de plusieurs harmoniques. A partir de 4Hz, l'amplitude du signal est très faible. Cela est aussi vrai pour les autres composantes et les autres marqueurs.

En conséquence, le filtre de Butterworth a été paramétré avec une fréquence de coupure de 6Hz. L'ordre choisi est de 2, en accord avec la littérature (Winter [118]).

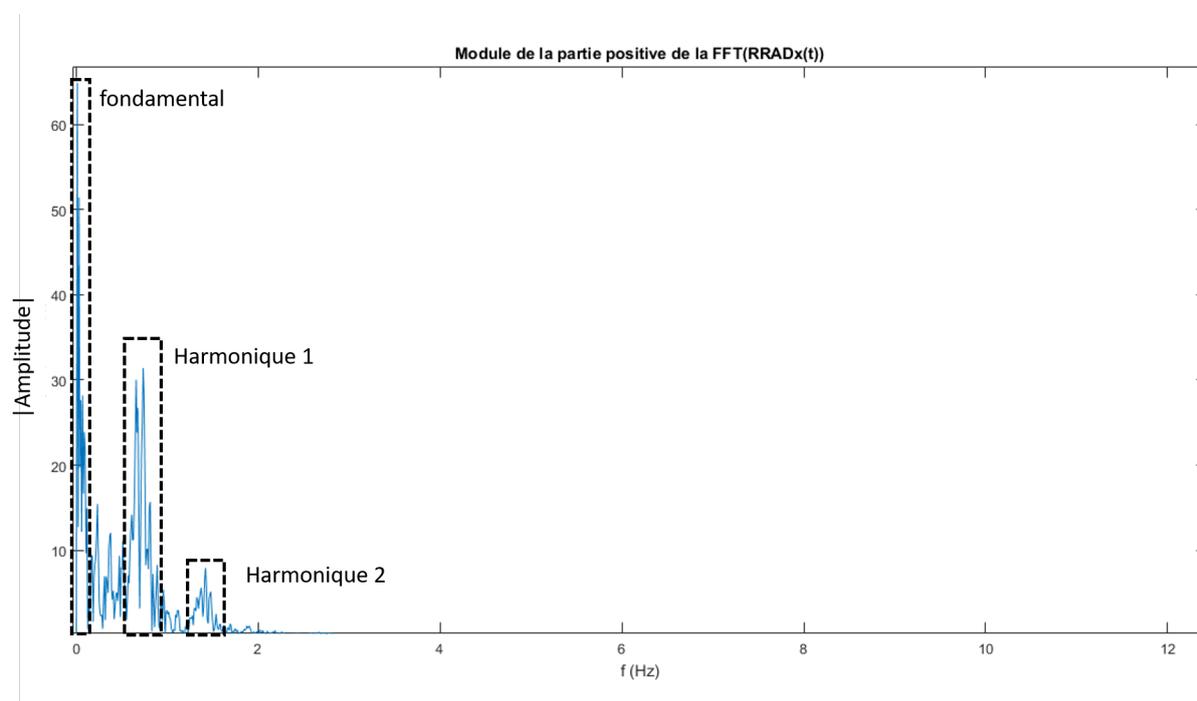


Figure IV.2 – FFT discrète du marqueur du radius droit

4.2 lissage de savitsky-golay

Le lissage de Savitsky-Golay est choisi d'ordre 3 afin de pouvoir tenir compte de la courbure du signal, ainsi que des points d'inflexion, comme vu au chapitre I. Nous avons testé plusieurs tailles de fenêtre. Les résultats seront présentés pour des tailles de fenêtre de 5 et 15 points de large.

Un autre filtre basée sur une moyenne glissante simple est également implémenté, avec une taille de fenêtre de 4.

4.3 lissage par splines

La méthode retenue pour le lissage par spline est l'algorithme développé dans les travaux de Garcia [50].

La fonction à minimiser est :

$$\min_{s_\lambda(t)} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - s(t_i))^2 + \lambda \int_t (s^{(d)}(t_i))^2 dt \right) \quad (\text{IV.1})$$

et le λ optimal est automatiquement obtenu en minimisant l'indice de validation croisée

généralisé (GCV score).

4.4 analyse spectrale singulière (SSA)

Cette méthode de filtrage a été détaillée dans le chapitre I, mais rappelons succinctement qu'elle consiste à construire une matrice X dite de Hankel, à partir d'un fenêtrage du signal. Chaque colonne de cette matrice représente la portion du signal comprise dans cette fenêtre glissante de largeur L , telle que :

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_L \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{L+1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & \dots & x_{N-L+1} \end{bmatrix}$$

La matrice XX^T est ensuite décomposée en L matrices élémentaires E_i par décomposition en valeurs singulières. Ces L matrices sont alors classées par ordre de valeurs propres non nulles décroissantes et la matrice X_{filt} est ensuite reconstruite en choisissant les r premières matrices élémentaires. Cette reconstruction du signal à partir des r première matrices élémentaires correspond à l'hypothèse faite que le signal est constitué des ces matrices et que les bruits sont contenus dans les matrices de plus faible valeurs propres.

Il y a donc deux paramètres à identifier pour pouvoir appliquer ce filtre, la longueur de la fenêtre L et le nombre r de matrices élémentaires servant à la reconstruction du signal de base.

Dans leurs travaux, Alonso et al. [4] conseillent de prendre une largeur de fenêtre égale à la moitié de la longueur du signal, afin d'avoir la décomposition la plus détaillée. Cependant, les signaux provenant du système opto-électronique étant échantillonnés à 250 Hz, ils ont une taille de plus de 20 000 points.

En prenant $L = 10000$, la matrice à décomposer en valeurs singulières est de dimension 10000×10000 . Ce n'est pas réalisable, du point de vue de la puissance de calcul.

Une première largeur de fenêtre de 100 points a donc été sélectionnée, et la courbe des valeurs propres, classées par ordre décroissant, pour le signal d'un marqueur a été tracée, à la figure IV.3 :

Même avec cette taille de fenêtre 'réduite' par rapport aux recommandations de Alonso et al. [4], on constate que les premières matrices élémentaires constituent la plus grande partie du signal, et que le bruit est contenu dans les matrices élémentaires suivantes. Ainsi, le nombre

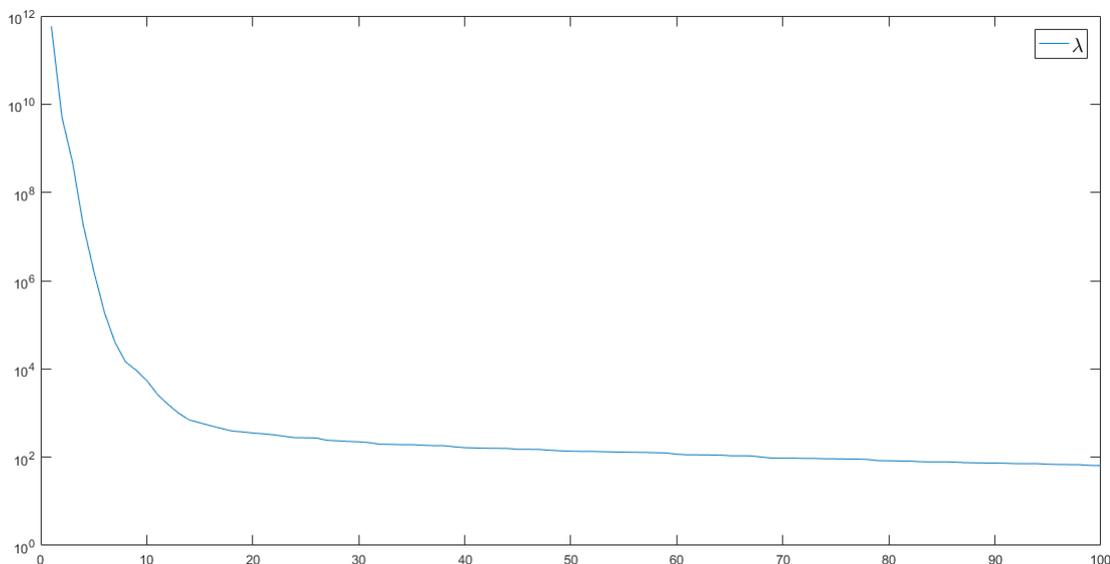


Figure IV.3 – Valeurs propres de $X^T X$ pour un fenêtrage de largeur 100

de matrices r à sélectionner peut être déterminé de manière automatique dès que la valeur de λ stagne.

4.5 Impact des filtres sur l'identification des paramètres inertiels

Les différents filtres utilisés ont été appliqué soit aux positions des marqueurs soit aux quantités dérivées, c'est à dire les accélérations segmentaires et les dérivées secondes des matrices rotations.

Les tableaux IV.2 et IV.3 regroupent les paramètres moyens et les écarts-types associés du sujet 10, pour chaque méthode de filtrage utilisée et appliquée sur les positions des marqueurs :

Chapitre IV. Identification des paramètres inertiels du membre supérieur

Filtre	Dumas	Aucun filtre		Butterworth 6hz		Butterworth 15Hz		Butterworth 50Hz	
		M	σ	M	σ	M	σ	M	σ
m_bras	1.8944	1.834	0.117	3.325	0.713	2.800	0.386	1.988	0.114
m_avb+m	1.8155	1.796	0.079	1.580	0.645	1.608	0.245	1.801	0.071
Lbras	0.3	0.300	0.004	0.300	0.004	0.300	0.004	0.300	0.004
Lavb	0.249	0.249	0.000	0.249	0.000	0.249	0.000	0.249	0.000
CGbras	0.005	-0.008	0.007	-0.012	0.011	-0.011	0.008	-0.013	0.008
	-0.136	-0.189	0.002	-0.102	0.062	-0.145	0.015	-0.187	0.005
	-0.008	0.019	0.003	-0.010	0.009	0.000	0.006	0.016	0.005
Cgavb+m	0.004	-0.001	0.006	0.002	0.016	0.005	0.011	0.004	0.006
	-0.159	-0.173	0.003	-0.215	0.073	-0.196	0.027	-0.172	0.005
	0.004	0.010	0.004	0.014	0.021	0.002	0.013	0.010	0.003
m_totale	78.935	78.935	0.025	78.939	0.024	78.938	0.024	78.938	0.024
Ixx bras	0.0513	0.0518	0.0061	0.2752	0.0977	0.2382	0.0478	0.1093	0.0417
Iyy bras	0.0035	0.0059	0.0029	0.0216	0.0096	0.0117	0.0062	0.0098	0.0025
Izz bras	0.0523	0.0550	0.0076	0.2789	0.1018	0.2480	0.0517	0.1167	0.0405
Ixx avb+m	0.0695	0.0726	0.0089	0.0835	0.0187	0.0960	0.0165	0.1276	0.0851
Iyy avb+m	0.0015	0.0038	0.0051	0.0191	0.0070	0.0083	0.0035	0.0029	0.0029
Izz avb+m	0.0688	0.0745	0.0013	0.0887	0.0222	0.1007	0.0187	0.1290	0.0867

Tableau IV.2 – moyennes et écarts-types des PIS identifiés pour le sujet 10, en fonction de la méthode de filtrage, partie I

Filtre	Garcia Spline		S-Golay 5		S-Golay 15		SSA r13	
	M	σ	M	σ	M	σ	M	σ
m_bras	2.212	0.101	1.898	0.112	2.559	0.170	2.658	0.295
m_avb+m	1.744	0.077	1.797	0.073	1.694	0.118	1.629	0.208
Lbras	0.300	0.004	0.300	0.004	0.300	0.004	0.300	0.004
Lavb	0.249	0.000	0.249	0.000	0.249	0.000	0.249	0.000
CGbras	-0.017	0.009	-0.010	0.007	-0.014	0.008	-0.012	0.009
	-0.181	0.006	-0.189	0.004	-0.159	0.008	-0.158	0.011
	0.013	0.005	0.017	0.004	0.006	0.006	0.004	0.007
Cgavb+m	0.007	0.007	0.002	0.006	0.007	0.008	0.005	0.011
	-0.179	0.008	-0.172	0.004	-0.182	0.010	-0.192	0.022
	0.011	0.005	0.011	0.004	0.004	0.008	0.000	0.012
m_totale	78.938	0.024	78.938	0.024	78.938	0.024	78.938	0.024
Ixx bras	0.1590	0.0297	0.0724	0.0184	0.2062	0.0343	0.2280	0.0432
Iyy bras	0.0120	0.0028	0.0074	0.0027	0.0122	0.0049	0.0113	0.0054
Izz bras	0.1690	0.0303	0.0774	0.0187	0.2168	0.0373	0.2377	0.0462
Ixx avb+m	0.1092	0.0158	0.0845	0.0066	0.1019	0.0156	0.1003	0.0159
Iyy avb+m	0.0046	0.0032	0.0019	0.0018	0.0060	0.0030	0.0073	0.0034
Izz avb+m	0.1116	0.0167	0.0853	0.0066	0.1057	0.0171	0.1049	0.0178

Tableau IV.3 – moyennes et écarts-types des PIS identifiés pour le sujet 10, en fonction de la méthode de filtrage, partie II

On constate que quelque soit le filtre utilisé, les valeurs des PIS augmentent jusqu'à des valeurs aberrantes. Cela peut correspondre à un lissage trop important qui écrase les valeurs d'accélération, et donc qui augmente mathématiquement la masse.

IV.4 Analyse de l'influence de filtrage de la cinématique

Concernant le filtre de Butterworth, on constate que les résultats sont éloignés de la référence même avec un fréquence de coupure de 50Hz.

Une hypothèse concernant le filtrage peut être avancée, à savoir que puisque les artefacts de mouvement de peau possèdent une composante basse fréquence et haute fréquence, les filtres de Butterworth ou l'analyse spectrale singulière n'éliminent que les composantes haute fréquence et donc les signaux demeurent bruités. Ceci, couplé au fait que l'accélération est trop lissée entraînent cette augmentation des masses segmentaires et des inerties.

Les tableaux IV.4 et IV.5 regroupent les paramètres moyens et les écarts-types associés du sujet 10, pour chaque méthode de filtrage utilisée et appliquée sur les accélérations segmentaires et les dérivées secondes des matrices rotation :

Filtre	Butterworth 6hz		Butterworth 15Hz		Butterworth 50Hz	
	M	σ	M	σ	moyenne	sigma
m_bras	3.360	0.740	2.802	0.389	1.988	0.114
m_avb+m	1.567	0.669	1.597	0.247	1.801	0.071
Lbras	0.300	0.004	0.300	0.004	0.300	0.004
Lavb	0.249	0.000	0.249	0.000	0.249	0.000
CGbras	-0.012	0.012	-0.011	0.009	-0.013	0.008
	-0.101	0.067	-0.147	0.015	-0.187	0.005
	-0.011	0.010	0.000	0.006	0.016	0.005
Cgavb+m	0.001	0.018	0.005	0.011	0.004	0.006
	-0.222	0.089	-0.197	0.027	-0.173	0.005
	0.013	0.024	0.002	0.014	0.010	0.003
m_totale	78.939	0.024	78.938	0.024	78.938	0.024
Ixx bras	0.0777	0.0550	0.0708	0.0202	0.0586	0.0085
Iyy bras	0.0066	0.0018	0.0120	0.0148	0.0057	0.0037
Izz bras	0.0813	0.0562	0.0813	0.0267	0.0623	0.0077
Ixx avb+m	0.0963	0.0404	0.0943	0.0522	0.1210	0.0891
Iyy avb+m	0.0026	0.0016	0.0181	0.0352	0.0034	0.0034
Izz avb+m	0.0965	0.0410	0.1104	0.0863	0.1230	0.0893

Tableau IV.4 – moyennes et écarts-types des PIS identifiés pour le sujet 10, en fonction de la méthode de filtrage utilisée pour les quantités dérivées, partie I

Le même phénomène apparaît lorsque les signaux filtrés sont les accélérations et les dérivées secondes des matrices rotations.

Les conclusions des essais de filtrage des signaux d'entrée sont que les paramètres identifiés en translation, à savoir les masses et les centres de masse segmentaires, ne doivent pas être filtrés, et que les dérivées secondes des matrices rotations utilisées pour l'identification des matrices d'inertie segmentaires doivent l'être. Le lissage le plus performant est une simple moyenne glissante d'une largeur de 4 points. Tous les résultats sont donnés pour le sujet 10, mais les études de l'influence du filtrage ont été menés sur les 18 sujets. Les résultats, en terme

Chapitre IV. Identification des paramètres inertiels du membre supérieur

Filtre	Garcia Spline		S-Golay 5		S-Golay 15		SSA r13	
	M	σ	M	σ	M	σ	M	σ
m_bras	4.148	0.663	1.898	0.112	2.558	0.171	2.370	0.178
m_avb+m	1.736	0.369	1.797	0.073	1.693	0.118	1.707	0.062
Lbras	0.300	0.004	0.300	0.004	0.300	0.004	0.300	0.004
Lavb	0.249	0.000	0.249	0.000	0.249	0.000	0.249	0.000
CGbras	-0.019	0.018	-0.010	0.007	-0.014	0.008	-0.001	0.012
	-0.054	0.036	-0.189	0.004	-0.159	0.008	-0.182	0.009
	-0.009	0.008	0.017	0.004	0.006	0.006	0.019	0.005
Cgavb+m	-0.009	0.031	0.002	0.006	0.007	0.008	0.002	0.006
	-0.203	0.052	-0.172	0.004	-0.182	0.011	-0.172	0.006
	0.004	0.029	0.011	0.004	0.004	0.008	0.007	0.006
m_totale	78.938	0.024	78.938	0.024	78.938	0.024	78.938	0.024
Ixx bras	0.0454	0.0403	0.0545	0.0094	0.2064	0.0343	0.2121	0.0242
Iyy bras	0.0090	0.0040	0.0065	0.0049	0.0122	0.0049	0.0099	0.0052
Izz bras	0.0514	0.0423	0.0586	0.0101	0.2170	0.0373	0.2176	0.0208
Ixx avb+m	0.0792	0.0116	0.1156	0.0876	0.1019	0.0156	0.0396	0.0052
Iyy avb+m	0.0057	0.0055	0.0033	0.0032	0.0059	0.0030	0.0015	0.0016
Izz avb+m	0.0804	0.0116	0.1175	0.0880	0.1057	0.0171	0.0403	0.0051

Tableau IV.5 – moyennes et écarts-types des PIS identifiés pour le sujet 10, en fonction de la méthode de filtrage utilisée pour les quantités dérivées, partie II

d'erreur quadratique, pour les 18 sujets et les différentes méthodes de filtrage est donné au tableau [A.2](#), en annexe.

IV.4 Analyse de l'influence de filtrage de la cinématique

Les PIS identifiés pour chacun des 18 sujets sont présentés aux figures IV.4, IV.5, IV.6, IV.7, IV.8, IV.9, IV.10, IV.11, IV.12, et IV.13; et le détail des moyennes et écarts-types de chaque sujet sont également présentés en annexe, aux tableaux A.3, A.4 et A.5. Les PIS estimés par la table de Dumas et al. [42], et les termes d'inertie estimés avec le modèle mathématique de Hanavan [57] sont également présentés.

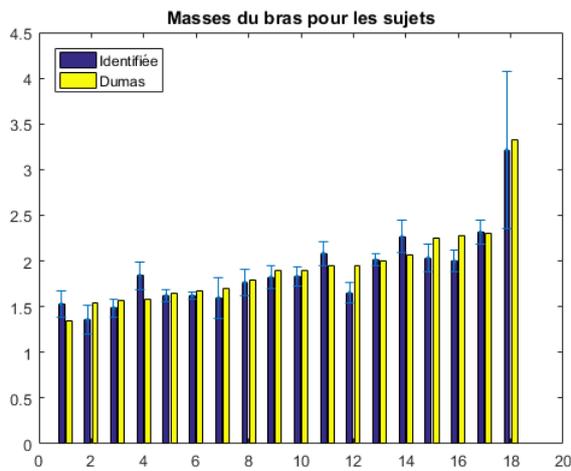


Figure IV.4 – Masses (kg) identifiées et estimées du bras avec la table de Dumas des 18 sujets

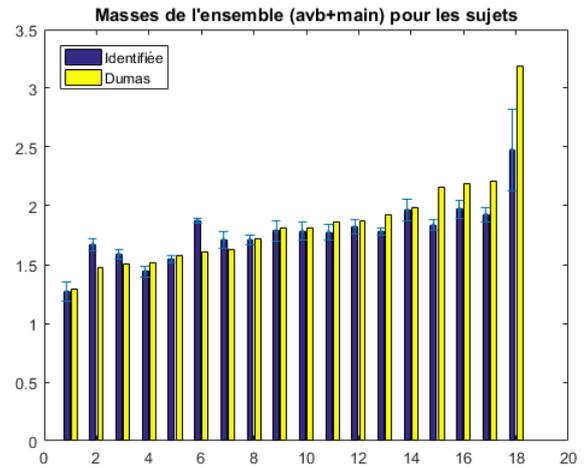


Figure IV.5 – Masses (kg) identifiées et estimées de l'ensemble (avbras+main) avec la table de Dumas des 18 sujets

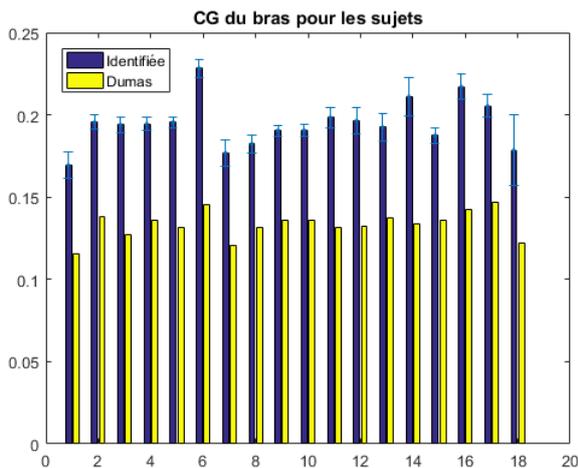


Figure IV.6 – Position du centre de masse, par rapport à GH (m) identifiées et estimées du bras avec la table de Dumas des 18 sujets

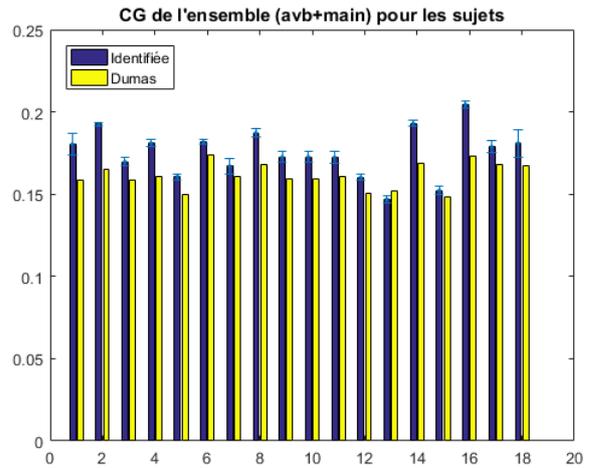


Figure IV.7 – Position du centre de masse, par rapport au coude (m) identifiées et estimées de l'ensemble (avbras+main) avec la table de Dumas des 18 sujets

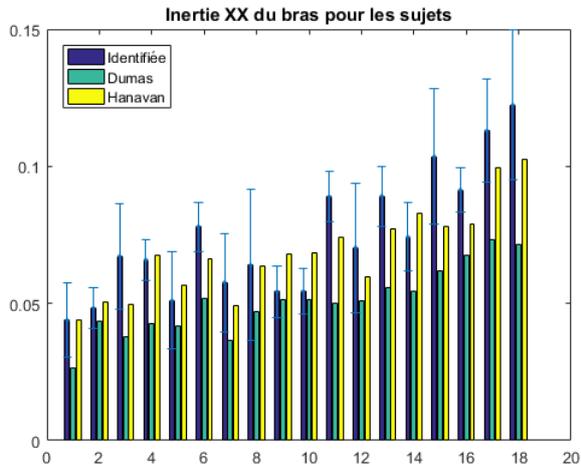


Figure IV.8 – Moment principal d’inertie, autour de l’axe \vec{x} , en GH ($kg.m^2$), identifiées et estimées du bras avec la table de Dumas des 18 sujets

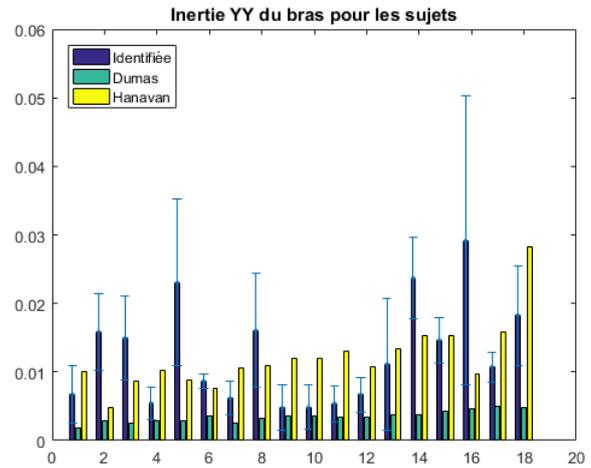


Figure IV.9 – Moment principal d’inertie, autour de l’axe \vec{y} , en GH ($kg.m^2$), identifiées et estimées du bras avec la table de Dumas des 18 sujets

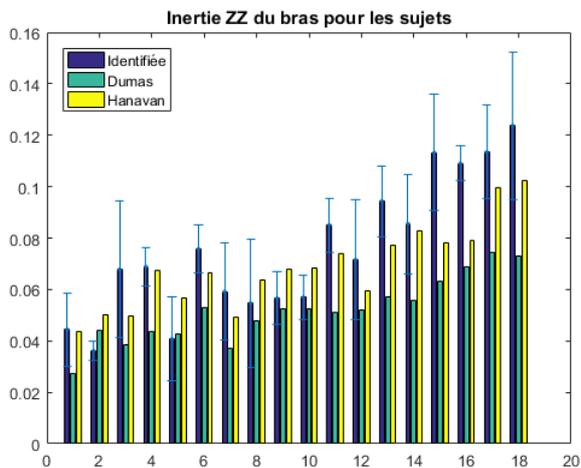


Figure IV.10 – Moment principal d’inertie, autour de l’axe \vec{z} , en GH ($kg.m^2$), identifiées et estimées du bras avec la table de Dumas des 18 sujets

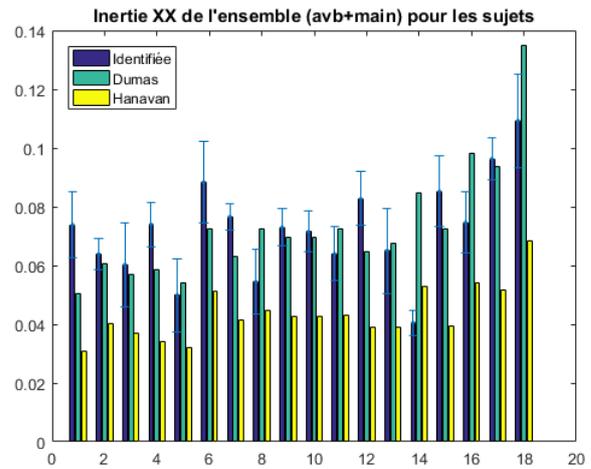


Figure IV.11 – Moment principal d’inertie, autour de l’axe \vec{x} , au coude ($kg.m^2$), identifiées et estimées de l’ensemble (avbras+main) avec la table de Dumas des 18 sujets

Les résultats en translation (masses et positions longitudinales des centres de masses), exprimés en pourcentage de la masse totale et de la longueur segmentaire, sont reportés dans le tableau IV.6, pour chaque sujet. Les résultats sont les moyennes sur les 5 essais de chaque sujet. La moyenne des résultats de tous les sujets est aussi indiquée.

Pour le bras, la masse identifiée varie entre 2,03% et 2,80% de la masse totale, ce qui est en cohérence avec les résultats rapportés par Dumas et al. [42], à savoir 2,4%.

IV.4 Analyse de l'influence de filtrage de la cinématique

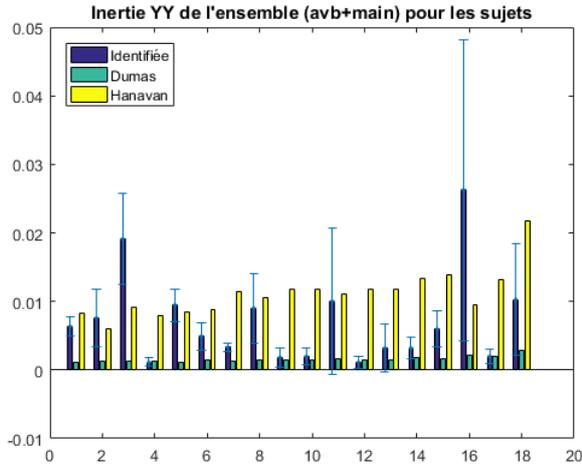


Figure IV.12 – Moment principal d’inertie, autour de l’axe \vec{y} , au coude ($kg.m^2$), identifiées et estimées de l’ensemble (avbras+main) avec la table de Dumas des 18 sujets

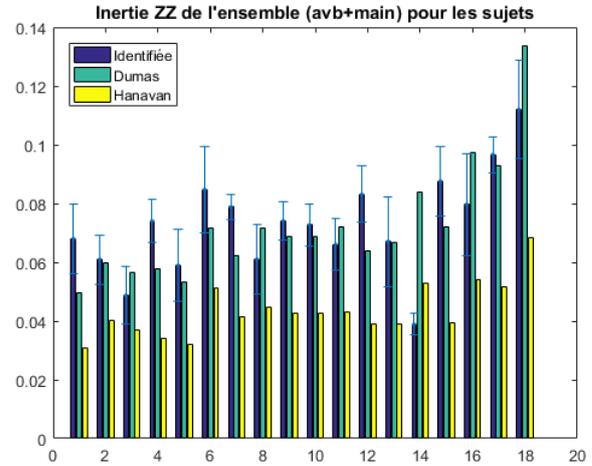


Figure IV.13 – Moment principal d’inertie, autour de l’axe \vec{z} , au coude ($kg.m^2$), identifiées et estimées de l’ensemble (avbras+main) avec la table de Dumas des 18 sujets

Pour l’ensemble (avant-bras + main), les masses identifiées varient entre 1,78% et 2,68% toujours en conformité avec les auteurs précédents qui rapportent un résultat de 2,3% (1,7% pour l’avant-bras et 0,6% pour la main). De plus, la variabilité entre les 5 répétitions est très faible (0,62% au maximum et 0,19% d’écart-type en moyenne). Concernant la position longitudinale du centre de masse du bras, elle varie de 61,88% à 71,44% de la longueur du segment alors que Dumas rapporte une position du centre de masse située à 43% de la longueur du segment par rapport à l’articulation proximale. Cependant des divergences existent entre les différents modèles de la littérature pour localiser le centre de masse du bras. Ainsi, le modèle de De Leva [34] positionne le centre de masse à 58% de l’articulation GH, ce qui est plus conforme à nos résultats. L’intérêt de l’identification réside dans la personnalisation des PIS, en moyenne nous retrouvons les valeurs des tables anthropométriques classiques mais nous pouvons affiner le modèle spécifiquement pour chaque sujet.

Concernant les termes principaux d’inertie, les inerties sur l’axe longitudinal du bras et de l’avant-bras (IV.9 et IV.12) sont relativement éloignées des référence choisies (modèle de Hanavan et table de Dumas). Cela provient du fait qu’il est difficile expérimentalement de stimuler les PIS autour de cet axe de rotation, c’est à dire que les rotations autour des axes longitudinaux du bras et de l’avant-bras ne sont pas réalisables. Ainsi, l’identification est affectée par ce manque de trajectoire excitante. Les autres termes principaux d’inertie identifiés sont supérieurs aux valeurs de référence, mais restent dans le même ordre de grandeur que ceux fournis par la table de Dumas ou le modèle d’Hanavan. Les inerties étant identifiées à partir de la

Chapitre IV. Identification des paramètres inertiels du membre supérieur

Sujet	Bras				Avant-bras+main			
	% masse	σ	% CGyBras	σ	% masse	σ	% CGy Avbm	σ
1	2.72	0.25	-66.21	3.14	2.26	0.15	-71.74	2.56
2	2.11	0.24	-63.93	1.43	2.60	0.08	-74.28	0.36
3	2.27	0.14	-68.61	1.72	2.43	0.07	-68.47	1.02
4	2.80	0.23	-65.03	1.32	2.19	0.07	-72.26	0.93
5	2.36	0.09	-67.34	1.10	2.25	0.04	-69.08	0.78
6	2.32	0.06	-71.32	1.77	2.68	0.03	-66.32	0.45
7	2.26	0.31	-66.03	3.04	2.43	0.10	-66.52	1.80
8	2.36	0.19	-61.88	1.81	2.29	0.05	-71.12	0.87
9	2.31	0.16	-63.57	1.08	2.26	0.10	-69.31	1.26
10	2.32	0.13	-63.52	1.19	2.26	0.10	-69.31	1.28
11	2.57	0.16	-67.96	2.19	2.19	0.08	-68.50	1.48
12	2.03	0.14	-66.83	2.67	2.24	0.07	-68.47	0.70
13	2.41	0.08	-63.21	2.78	2.13	0.03	-62.07	0.88
14	2.62	0.21	-71.44	3.99	2.27	0.11	-72.76	0.72
15	2.17	0.16	-61.97	1.51	1.96	0.05	-66.06	1.07
16	2.10	0.13	-69.22	2.47	2.08	0.08	-74.65	0.90
17	2.41	0.14	-63.29	2.09	2.01	0.06	-67.66	1.46
18	2.31	0.62	-66.78	7.95	1.78	0.25	-68.54	3.14
M	2.36	0.19	-66.01	2.40	2.24	0.08	-69.28	1.20

Tableau IV.6 – masse et composante longitudinale du centre de masse de chaque segment identifié, pour tous les sujets, et en moyenne, exprimés en pourcentage

formulation matricielle des équations du mouvement, elles sont très dépendantes de l'estimation en entrée des matrices rotations segmentaires et de leur dérivées. L'hypothèse est donc avancée que si une méthode de filtrage plus efficace que celle employée dans ces travaux est trouvée, ces résultats peuvent être améliorés.

Enfin, les erreurs quadratiques moyennes ont été calculées entre les inerties identifiées et estimées avec la table de Dumas ; et entre les inerties identifiées et le modèle mathématique de Hanavan, et sont résumées au tableau IV.7 :

segment	RMS	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
Bras	rms ID VS Dumas	0.0270	0.0114	0.0289
	rms ID VS Hanavan	0.0126	0.0082	0.0161
Avant-bras + main	rms ID VS Dumas	0.0172	0.0084	0.0162
	rms ID VS Hanavan	0.0322	0.0086	0.0327

Tableau IV.7 – erreur rms des termes principaux d'inertie identifiés vs Dumas et identifiés vs Hanavan

Ces erreurs montrent que les inerties identifiées sont proches des deux modèles de référence,

en termes de dispersion.

Bien que toutes les questions portant sur le filtrage n'aient pas été éclaircies, les résultats de l'identification sont satisfaisants. Une dernière méthode a été étudiée dans ces travaux pour obtenir une cinématique optimisée pour l'identification des PIS. Il s'agit de la rigidification de celle-ci grâce à une chaîne cinématique. La mise en place du modèle de chaîne et les résultats sur l'identification seront présentés dans la section suivante.

5 Rigidification de la cinématique par chaîne cinématique

Un autre moyen d'obtenir une cinématique rigide à partir de mesures effectuées avec des marqueurs cutanés est la modélisation par chaîne cinématique. Le principe est de modéliser le corps humain comme un système poly-articulé composé de segments rigides, reliés par des liaisons mécaniques imitant les articulations humaines (rotules et pivot). Puisque ces segments sont rigides, les coordonnées des marqueurs dans les repères segmentaires sont constantes. De plus les mouvements autorisés sont imposés par les degrés de liberté (ddl) des liaisons. Ces coordonnées peuvent donc être calculées à partir des coordonnées généralisées, c'est à dire les angles articulaires et les longueurs segmentaires.

On obtient alors deux cinématiques, celle mesurée et celle reconstruite par le modèle. Ainsi, la rigidification de la cinématique consiste à minimiser l'erreur entre les trajectoires mesurées et celles recalculées à partir du modèle.

5.1 Le modèle retenu

Les travaux de cette thèse concernent le membre supérieur, le modèle de chaîne établi comprend donc les segments suivants :

- le tronc (segment racine),
- le bras droit,
- l'ensemble (avant-bras + main) droit.

Cela fait donc un total de 3 segments. Cependant, afin de prendre en compte les mouvements de prono-supination, l'avant-bras est décomposé en deux sous-segments liés entre eux par une liaison pivot, dont l'axe de rotation est l'ulna.

Ainsi, un modèle à 4 segments est retenu. Une fois le nombre de segments choisi, il faut caractériser les liaisons les reliant.

- Le thorax est libre et possède donc 6 ddl avec l’environnement,
- puisque les mouvements de la scapula et de la clavicule ne sont pas mesurés, le choix d’une liaison libre entre les bras et le thorax est retenu, soit 6 ddl par bras,
- une seule rotation est admissible entre l’avant-bras et le bras, la liaison retenue est donc une pivot, soit 1 ddl,
- l’avant-bras est décomposé en deux sous-segments afin de prendre en compte les mouvements de prono-supination, ces deux sous-segments sont reliés par une liaison pivot d’axe l’ulna, soit 1 ddl supplémentaire.

Notre modèle possède donc $6 + 6 + 1 + 1 = 14$ degrés de liberté. Une fois ce modèle établi, la phase d’optimisation de la cinématique peut être lancée.

5.2 Rigidification par deux méthodes d’optimisation

Les travaux concernant la rigidification à l’aide d’une chaîne cinématique ont été effectués au sein du laboratoire de simulation et de modélisation du mouvement du professeur Mickael Begon à Montréal. Ce laboratoire a mis en place deux procédures d’optimisation de la cinématique.

La première fait appel à un filtre de Kalman. De manière succincte, ce filtre est basé sur deux étapes. La première, appelée étape de prédiction, consiste à partir des positions des marqueurs estimées à l’étape précédente à prédire la position courante des marqueurs. La deuxième étape, appelée étape de mise à jour, consiste à utiliser la position réellement mesurée à l’instant courant pour corriger la prédiction faite.

La deuxième procédure d’optimisation est une optimisation quadratique non linéaire. A chaque instant, les coordonnées des marqueurs sont calculées par rapport aux degrés de liberté de la chaîne et aux coordonnées généralisées et sont comparées aux mesures réelles des positions des marqueurs. La position estimée est ensuite recalculée, de manière itérative, jusqu’à minimiser la différence quadratique entre la mesure réelle et celle calculée à partir des degrés de liberté et des coordonnées généralisées.

Ces deux algorithmes d’optimisation ont été appliqués aux essais du sujet 10. Chacune des deux cinématiques rigides ainsi obtenues ont été utilisées comme données d’entrée à l’identification des paramètres inertiels. Les résultats obtenus sont présentés au tableau IV.8. Pour chaque méthode de rigidification, les PIS ont été identifiés en utilisant les deux méthodes de calcul des matrices rotations. Pour faciliter les comparaisons, l’estimation des PIS de la table de Dumas et al. et les PIS identifiés avec la cinématique ‘classique’ sont également indiqués.

A l’exception des paramètres inertiels identifiés à partir de la cinématique optimisée par minimisation quadratique (entrée Quad Rot Aff du tableau IV.8), les résultats d’identification

IV.5 Rigidification de la cinématique par chaîne cinématique

	Dumas	sans chaîne		Quad Rot Aff		Quad Rot SVD		Kal Rot Aff		Kal Rot SVD	
		M	σ	M	σ	M	σ	M	σ	M	σ
m_bras	1.894	1.834	0.117	1.852	0.205	2.136	1.560	1.280	0.562	1.896	4.194
m_avb+m	1.816	1.796	0.079	1.599	0.145	1.320	1.547	1.923	0.465	1.301	4.081
Lbras	0.300	0.300	0.004	0.354	0.000	0.354	0.001	0.354	0.000	0.354	0.001
Lavb	0.249	0.249	0.000	0.250	0.000	0.250	0.000	0.250	0.000	0.250	0.000
CGbras	0.005	-0.008	0.007	-0.014	0.019	-0.059	0.102	-0.081	0.075	0.009	0.035
	-0.136	-0.189	0.002	-0.299	0.016	-0.281	0.048	-0.351	0.032	-0.350	0.012
	-0.008	0.019	0.003	0.012	0.004	0.013	0.005	-0.003	0.019	0.008	0.005
Cgavb+m	0.004	-0.001	0.006	0.004	0.013	0.011	0.029	0.018	0.015	-0.745	1.325
	-0.159	-0.173	0.003	-0.174	0.017	-0.200	0.341	-0.160	0.037	4.392	12.558
	0.004	0.010	0.004	0.009	0.007	0.016	0.028	0.018	0.009	-0.318	0.389
m_totale	78.935	78.935	0.025	78.937	0.027	78.938	0.024	78.937	0.027	78.941	0.029
Ixx bras	0.0513	0.0518	0.0061	0.0208	0.0192	0.1165	0.1446	0.0850	0.0535	0.3071	0.2379
Iyy bras	0.0035	0.0059	0.0029	0.0209	0.0129	0.0155	0.0103	0.0314	0.0082	0.0287	0.0135
Izz bras	0.0523	0.0550	0.0076	0.0366	0.0269	0.1283	0.1520	0.1002	0.0569	0.3233	0.2462
Ixx avb+m	0.0695	0.0726	0.0089	0.1256	0.0151	0.1124	0.0233	0.1026	0.0098	0.0842	0.0365
Iyy avb+m	0.0015	0.0038	0.0051	0.0019	0.0018	0.0032	0.0017	0.0019	0.0014	0.0039	0.0035
Izz avb+m	0.0688	0.0745	0.0013	0.1258	0.0151	0.1122	0.0232	0.1030	0.0095	0.0835	0.0383

Tableau IV.8 – paramètres identifiés du sujet 10, par estimation avec une table anthropométrique, sans rigidification, avec rigidification par optimisation quadratique et par rigidification par filtre de Kalman

sont très éloignés des valeurs de référence et des valeurs obtenues sans chaîne cinématique. Un premier biais apparaît dans la longueur du segment bras. En effet, celle-ci est supérieure de 5cm à la longueur déterminée de manière classique. Puisque celle-ci est définie comme la distance entre les centres articulaires du coude et de GH, cela signifie que l'estimation de ceux-ci est loin de la réalité. Cela peut s'expliquer par le nombre de degrés de liberté laissé entre le bras et le thorax. Un deuxième biais lié au premier est que puisque cette longueur intervient également dans l'identification des matrices d'inertie, celles-ci sont aussi très éloignées de la référence.

Cette modélisation par chaîne cinématique n'avait qu'un but exploratoire. D'autres modèles de chaîne doivent être implémentés pour valider ou non les bénéfices d'une telle rigidification sur l'identification des paramètres inertiels.

Une première perspective serait de changer la liaison entre le thorax et le bras par une liaison pivot. Il faut cependant changer la disposition des marqueurs également. En effet, deux marqueurs sont placés sur l'acromion dans notre set et ceux-ci sont très affectés par la liaison choisie entre le thorax et le bras.

Toujours concernant la cinématique optimisée par minimisation quadratique, la localisation du centre de masse de l'ensemble (avant-bras + main) est très proche des valeurs obtenues par la cinématique 'classique'. La masse identifiée est elle aussi proche de celle issue de la cinématique 'classique', ce qui semble indiquer que notre modélisation de l'avant-bras est correcte.

6 Conclusions du Chapitre IV

Au cours de ce chapitre, les paramètres inertiels des segments du membre supérieur ont été identifiés, pour une cohorte de 18 sujets. L'influence du calcul de la matrice rotation ainsi que le filtrage de la cinématique ou de ses dérivées ont également été testées.

Les résultats indiquent que la matrice rotation optimale, pour l'identification, est la rotation rigide extraite du tenseur affine.

Les résultats montrent également que pour les paramètres inertiels identifiés avec la méthode vectorielle, la meilleure solution est de laisser les signaux d'entrée bruts. En revanche, ils montrent aussi que les dérivées secondes des matrices rotations doivent être traitées, et que le traitement optimale est un lissage par une technique de moyenne glissante.

De manière générale, les paramètres inertiels obtenus pour les 18 sujets de l'étude sont en accord avec les données de régression issues de la littérature, en l'occurrence la table anthropométrique de Dumas et al. [42]. Cette table a été choisie car c'est un des rares modèles à fournir des matrices d'inertie non diagonales et des positions des centres de masse non alignées sur l'axe longitudinal du segment.

Pour la moyenne des 18 sujets, le pourcentage de masse obtenu pour le bras est de $2,36 \pm 0,19\%$, ce qui correspond au pourcentage donnée par la table, $2,4\%$. Des résultats similaires sont obtenus pour le pourcentage de masse de l'ensemble (avant-bras + main), avec $2,24 \pm 0,08\%$ contre $2,3\%$ pour la table. La variabilité entre les répétitions d'un même sujet est également faible, dénotant la robustesse de l'identification.

Les résultats concernant la composante longitudinale de la position du centre de masse du bras s'éloignent néanmoins des valeurs données par la table, avec une position moyenne de $66,01 \pm 2,40\%$ contre 43% pour la table. Les résultats obtenus sont donc plus proches de ceux rapportés par de Leva [33], à savoir 58% .

Enfin, une autre piste que le filtrage de la cinématique a été explorée, pour un sujet, la modélisation par chaîne cinématique. Le modèle retenu est composé de 4 segments et de 14 degrés de liberté. Bien que les résultats ne soient pour l'instant pas satisfaisant, le modèle est à affiner avant de conclure sur l'amélioration apportée par une cinématique rigide optimisée sur l'identification.

Conclusion générale et perspectives

Dans le domaine de l'analyse du mouvement humain, le recours à une modélisation du corps humain est souvent nécessaire. Ce modèle représente le corps comme un système poly-articulé composé de segments supposés rigides. Dès lors que ces études s'intéressent à la dynamique, elles font appel aux paramètres inertiels segmentaires humains. Ces paramètres sont au nombre de dix par segment :

- la masse segmentaire (1 scalaire),
- la localisation du centre de masse (vecteur à 3 composantes),
- et le tenseur d'inertie segmentaire (matrice symétrique possédant 6 coefficients indépendants).

Ces paramètres sont le plus souvent estimés à partir de tables anthropométriques, établies à partir d'études statistiques sur des populations réduites et homogènes (cadavres âgés, militaires, étudiants). Or, ces tables ne permettent pas d'avoir accès aux paramètres inertiels de populations particulières, telles que des sportifs présentant des hypertrophies musculaires, les femmes enceintes, les personnes obèses ou encore des handicapés. D'autres méthodes existent pour déterminer ces paramètres comme le recours à un modèle mathématique, consistant à modéliser les segments humains comme des volumes simples ou plus complexes, et à affecter à ces volumes des densités moyennes. Ces volumes peuvent également être obtenus à partir d'imagerie médicale. Cependant, ces procédés sont fastidieux dans le cas du modèle mathématique de par la longueur du protocole de mesure, et l'imagerie implique de soumettre les patients à des radiations. Une alternative intéressante à ces méthodes d'estimation est l'identification des paramètres inertiels. Cette identification est faite à partir de la résolution des équations du mouvement, et ne fait appel qu'à des mesures non invasives. Les paramètres inertiels sont déterminés à partir du torseur externe mesuré sous les pieds du sujet et de la cinématique de celui-ci, le plus souvent recueillie à l'aide de systèmes opto-électroniques.

L'objectif de cette thèse était donc de valider un algorithme de résolution permettant l'identification de ces paramètres inertiels, avec pour application l'identification des paramètres des segments du membre supérieur.

Ces travaux, déjà développés au sein du laboratoire, font suite à la thèse de Tony Monnet, soutenue en 2007. Les travaux précédents ont permis de valider une méthode dite matricielle d'identification des paramètres inertiels, regroupés au sein d'une matrice de dimension $(3n + 1) \times (3n + 1)$. Cependant, cette méthode ne permettait pas d'identifier tous les paramètres inertiels car certains n'apparaissent que sous la forme de produits (moments de premier ordre).

L'originalité des travaux menés lors de cette thèse a été de développer une méthode dite mixte basée sur cette méthode matricielle pour l'identification de l'inertie, et sur une méthode dite vectorielle permettant l'identification des masses et des centres de masse segmentaires, regroupés sous la forme d'un vecteur. Afin de valider cet algorithme, une campagne d'essais a été mise en place afin d'identifier les paramètres inertiels des segments du membre supérieur de 18 sujets sains et non-particuliers.

Les données d'entrée de cette approche mixte sont la mesure du torseur externe et la cinématique du sujet. Une fois cette approche mise en place, nous nous sommes intéressés à l'influence des paramètres d'entrée. Pour cela, deux méthodes de calcul des matrices rotations optimisées ont été développées. La première est basée sur une décomposition en valeurs singulières, et fait l'hypothèse que le segment est rigide. La seconde, considère que le segment subit une transformation matérielle, et est basée sur la modélisation de cette transformation par un tenseur affine F . La matrice rotation de corps rigide R est ensuite extraite de ce tenseur par décomposition polaire.

Afin d'identifier la méthode optimale de calcul des matrices rotations, pour l'identification, des expérimentations ayant recours à des pins intra-corticaux ont été utilisées. Ces données proviennent d'expérimentations réalisées dans l'équipe du professeur Toni Arndt, du Karolinska Institutet (Stockholm), et ont été traitées durant un séjour effectué au sein du laboratoire S2M du professeur Mickael Begon, de l'Université de Montréal.

Les deux méthodes de calcul de la matrice rotation optimale pour le bras ont été calculées avec les marqueurs présents sur le pin de l'humérus dans un premier temps, puis avec les marqueurs cutanés du bras dans un deuxième temps. Un indice de performance basé sur le formalisme des quaternions a été utilisé afin de caractériser l'erreur d'orientation de la matrice obtenue avec les marqueurs cutanés par rapport à l'orientation de l'os.

Les résultats ont montré que les matrices rotations des deux méthodes étaient équivalentes avec les marqueurs du pins, car ce dernier étant un solide rigide, le tenseur affine est directement

une matrice rotation. Concernant les matrices rotations déterminées à partir des marqueurs du bras, les résultats ont montré que ces matrices étaient équivalentes si on utilisait tous les marqueurs cutanés, et qu'un set optimal de 4 marqueurs existait et permettait de mieux approcher l'orientation de l'os. Ce set optimal a également montré que la matrice rotation obtenue par transformation affine était plus proche de l'orientation de l'os. En revanche, ce set optimal n'a été trouvé qu'en comparant les résultats obtenus avec la référence donnée par le pin intra-cortical.

Pour se détacher de celle-ci, les deux méthodes de calcul des matrices rotations ont donc été utilisées pour l'identification des PIS et la méthode affine a montré sa supériorité en permettant de diminuer sensiblement la variabilité dans les paramètres identifiés d'un même sujet, tout en étant plus proches des valeurs de la table anthropométrique utilisée comme comparaison.

Une fois la matrice rotation optimale déterminée, nous nous sommes intéressé à la cinématique d'entrée. Puisqu'elle est affectée par les mouvements des masses molles, elle est différente de la cinématique du solide supposé rigide. De plus, les étapes de dérivation, nécessaires aux calculs des accélérations segmentaires et des dérivées secondes des matrices rotations utilisées dans l'algorithme d'identification, amplifient le 'bruit' lié à ces mouvements. Différents filtres basés sur la littérature ont donc été implémentés et ont été utilisés pour filtrer soit la cinématique d'entrée, soit uniquement les quantités dérivées. Les résultats ont montré que, quelque soit le filtre utilisé, les résultats de l'identification étaient affectés et s'éloignaient de la table utilisée comme référence, jusqu'à des valeurs incohérentes. Le seul traitement améliorant d'un point de vue global les résultats pour notre cohorte de sujet était un lissage basée sur une moyenne glissante. L'hypothèse avancée est que ces filtres retirent pour la plupart d'entre eux les hautes fréquences et que bien que les artefacts de mouvements de peau possèdent une composante haute fréquence, ils possèdent également une composante basse fréquence qui n'est pas filtrée. Nous avons également constaté que l'identification des paramètres inertiels par la méthode vectorielle, c'est à dire la masse et la localisation du centre de masse n'était que peu affecté par les mouvements des masses molles, et que le filtrage de la cinématique n'était indispensable que pour la méthode matricielle.

Le torseur externe issu de la mesure de la plateforme de force a lui aussi été traité. Les signaux ont tout d'abord été ré-échantillonnés à 250Hz (pour une fréquence de départ de 1000Hz) afin d'être de même dimension que les signaux issus de la MoCap, à l'aide d'une interpolation par spline cubique. De plus ces signaux ont été filtrés à l'aide d'un filtre de Butterworth avec une fréquence de coupure de 20Hz.

De manière globale, l'algorithme d'identification permet de retrouver des paramètres iner-

tiels proches de la table anthropométrique utilisée comme référence.

Les pourcentages moyens de masses segmentaires identifiés pour le bras et l'ensemble (avant-bras + main) sont 2,36% et 2,24% respectivement, contre 2,40% et 2,3% pour la table anthropométrique. La composante longitudinale du centre de masse est un peu plus éloignée de la référence choisie (66,01% contre 43% pour la table de Dumas), mais reste proche du pourcentage donnée dans une autre table de la littérature (58% pour de Leva [33]). Enfin, les termes principaux d'inertie I_{xx} et I_{zz} du bras et de l'ensemble (avant-bras + main) sont du même ordre de grandeur que ceux estimés par la table ou par un modèle mathématique (Hanavan). Les termes I_{yy} sont néanmoins plus éloignés des références. Cet écart est du au fait que les PIS ne sont que difficilement stimulables autour de cet axe de rotation qui est l'axe longitudinal des segments.

Enfin, une alternative intéressante au filtrage des données cinématique à commencé à être explorée pour un sujet, la modélisation par chaîne cinématique. Cette modélisation a pour but de rigidifier la cinématique segmentaire à partir d'un modèle de segments rigides liés par des articulations dont les degrés de liberté sont contrôlés. Ainsi, la cinématique est recalculée à partir de ces contraintes et l'écart entre la cinématique mesurée et recalculée est minimisée.

Ce modèle de chaîne à 4 segments et 14 degrés de liberté a permis de rigidifier la cinématique à travers deux algorithmes d'optimisation. Le premier basé sur un filtre de Kalman et le second sur une optimisation quadratique non-linéaire. Les premiers résultats obtenus, bien qu'insatisfaisant, montrent les limites du modèle choisi, pour l'articulation GH. Des résultats en accord avec la cinématique mesurée pour le segment (avant-bras + main) ont cependant été obtenus et une des perspectives de ce travail va être d'affiner cette modélisation. Le bénéfice pour l'identification pourra ensuite être déterminé.

En conclusion, l'algorithme mis en place permet d'avoir accès aux 10 paramètres inertiels segmentaires. Les valeurs identifiées sont proches des résultats issus d'une table anthropométrique, ce qui permet de valider le modèle qui a été utilisé sur des sujets non-particuliers. Pour améliorer l'algorithme obtenu, des investigations futures doivent être faites sur le filtrage de la cinématique d'entrée et comparées à des valeurs obtenues par imagerie médicale. Une fois ce verrou levé, l'identification permettra d'avoir accès aux paramètres inertiels de sujets différents de ceux utilisés pour établir les tables anthropométriques, ou encore pour des sujets ne correspondant pas du tout aux tables, comme les femmes enceintes ou les handicapés.

Bibliographie

- [1] Ackland, T. R., Blanksby, B. A., Bloomfield, J., 1988. Inertial characteristics of adolescent male body segments. *Journal of Biomechanics* 21 (4), 319–327. [19](#)
- [2] Alexander, E. J., Andriacchi, T. P., 2001. Correcting for deformation in skin-based marker systems. *Journal of Biomechanics* 34 (3), 355–361. [26](#)
- [3] Allard, P., Blanchi, J. P., Gautier, G., Aissaoui, R., 1990. Technique de lissage et de filtrage de données biomécaniques. *Science & sports* 5 (1), 27–38. [33](#), [36](#)
- [4] Alonso, F. J., Del Castillo, J. M., Pintado, P., 2005. Application of singular spectrum analysis to the smoothing of raw kinematic signals. *Journal of Biomechanics* 38 (5), 1085–1092. [2](#), [36](#), [96](#)
- [5] Andersen, M. S., Damsgaard, M., Rasmussen, J., 2009. Kinematic analysis of over-determinate biomechanical systems. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering* 12 (4), 371–384. [35](#)
- [6] Andriacchi, T. P., Alexander, E. J., Toney, M. K., Dyrby, C., Sum, J., 1998. A point cluster method for in vivo motion analysis : applied to a study of knee kinematics. *Journal of biomechanical engineering* 120 (6), 743–749. [28](#)
- [7] Arndt, A., Wolf, P., Liu, A., Nester, C., Stacoff, A., Jones, R., Lundgren, P., Lundberg, A., 2007. Intrinsic foot kinematics measured in vivo during the stance phase of slow running. *Journal of Biomechanics* 40 (12), 2672–2678. [28](#)

- [8] Atchonouglo, E., Vallée, C., Monnet, T., Fortuné, D., 2008. Identification of the ten inertia parameters of a rigid body. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 72 (1), 22–25. [56](#)
- [9] Barré, A., Thiran, J.-p., Member, S., Jolles, B. M., Theumann, N., 2013. Walking in Subjects With Total Knee Arthroplasty 60 (11), 3131–3140. [26](#)
- [10] Begon, M., Dal Maso, F., Arndt, A., Monnet, T., 2015. Can optimal marker weightings improve thoracohumeral kinematics accuracy? *Journal of Biomechanics* 48 (10), 2019–2025.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.jbiomech.2015.03.023> [28](#)
- [11] Begon, M., Lacouture, P., 2005. Anthropometric modeling for a sport mechanical analysis Part I : Models, their parameters and their validation | Modélisation anthropométrique pour une analyse mécanique du geste sportif Partie I : Modèles, leurs caractéristiques et leur validation. *Science et Motricite* 54 (1). [2](#), [3](#), [18](#)
- [12] Begon, M., Monnet, T., Lacouture, P., 2007. Effects of movement for estimating the hip joint centre. *Gait and Posture* 25 (3), 353–359. [17](#), [18](#)
- [13] Bernstein, N. A., Salzgeber, O. A., Pavlenko, P. P., Gurvich, N. A., 1936. Determination of location of the centers of gravity and mass of the limbs of the living human body. All-Union Institute of Experimental Medicine, Moscow. [19](#)
- [14] Buhmann, M. D., 2003. Radial basis functions : theory and implementations. Vol. 12. Cambridge university press. [30](#)
- [15] Campbell, A. C., Lloyd, D. G., Alderson, J. A., Elliott, B. C., 2009. MRI development and validation of two new predictive methods of glenohumeral joint centre location identification and comparison with established techniques. *Journal of Biomechanics* 42 (10), 1527–1532. [17](#)
- [16] Cappozzo, A., Della Croce, U., Leardini, A., Chiari, L., 2005. Human movement analysis using stereophotogrammetry : Part 1 : theoretical background. *Gait & posture* 21 (2), 186–196. [1](#)
- [17] Cereatti, A., Bonci, T., Akbarshahi, M., Aminian, K., Barré, A., Begon, M., Benoit, D. L., Charbonnier, C., Dal Maso, F., Fantozzi, S., Lin, C. C., Lu, T. W., Pandy, M. G., Stagni, R., van den Bogert, A. J., Camomilla, V., 2017. Standardization proposal of soft

- tissue artefact description for data sharing in human motion measurements. *Journal of Biomechanics* 62, 5–13.
URL <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2017.02.004> 27
- [18] Challis, J. H., 1995. A Procedure For Determining Rigid-Body Transformation Parameters. *Journal of Biomechanics* 28 (6), 733–737. 67
- [19] Challis, J. H., 1995. An examination of procedures for determining body segment attitude and position from noisy biomechanical data. *Medical Engineering and Physics* 17 (2), 83–90. 28
- [20] Challis, J. H., Kerwin, D. G., 1996. Quantification of the uncertainties in resultant joint moments computed in a dynamic activity. *Journal of Sports Sciences* 14 (3), 219–231.
URL <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02640419608727706> 25
- [21] Chang, L. Y., Pollard, N. S., 2007. Constrained least-squares optimization for robust estimation of center of rotation. *Journal of Biomechanics* 40 (6), 1392–1400. 10
- [22] Chang, L. Y., Pollard, N. S., 2007. Robust estimation of dominant axis of rotation. *Journal of Biomechanics* 40 (12), 2707–2715. 14
- [23] Charbonnier, C., Chagué, S., Kolo, F. C., Chow, J. C., Lädermann, A., 2014. A patient-specific measurement technique to model shoulder joint kinematics. *Orthopaedics and Traumatology : Surgery and Research* 100 (7), 715–719.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.otsr.2014.06.015> 38
- [24] Chen, S., Chng, E. S., Alkadhimi, K., 1996. Regularized orthogonal least squares algorithm for constructing radial basis function networks. *International Journal of Control* 64 (5), 829–837. 31
- [25] Chernov, N., Lesort, C., 2005. Least squares fitting of circles. *Journal of Mathematical Imaging and Vision* 23 (3), 239–252. 10
- [26] Clauser, C. E., McConville, J. T., Young, J. W., 1969. Weight, volume and center of mass of segments of the human body. Tech. rep., ANTIOCH COLL YELLOW SPRINGS OH, ANTIOCH COLL YELLOW SPRINGS OH.
URL <http://www.dtic.mil/docs/citations/AD0710622> 19
- [27] Craven, P., Wahba, G., 1978. Smoothing noisy data with spline functions. *Numerische mathematik* 31 (4), 377–403. 35

- [28] Creveaux, T., Dumas, R., Chèze, L., Macé, P., Rogowski, I., 2013. Influence of racket polar moment on joint loads during tennis forehand drive. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering* 16 (SUPPL 1), 99–101. 26
- [29] Dal Maso, F., Blache, Y., Raison, M., Lundberg, A., Begon, M., 2016. Glenohumeral joint kinematics measured by intracortical pins, reflective markers, and computed tomography : A novel technique to assess acromiohumeral distance. *Journal of Electromyography and Kinesiology* 29, 4–11.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.jelekin.2015.07.008> 28
- [30] Dal Maso, F., Raison, M., Lundberg, A., Arndt, A., Begon, M., 2014. Coupling between 3D displacements and rotations at the glenohumeral joint during dynamic tasks in healthy participants. *Clinical Biomechanics* 29 (9), 1048–1055.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.clinbiomech.2014.08.006> 38
- [31] Dao, T. T., Marin, F., Pouletaut, P., Charleux, F., Aufaure, P., Ho Ba Tho, M. C., 2012. Estimation of accuracy of patient-specific musculoskeletal modelling : case study on a post polio residual paralysis subject. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering* 15 (7), 745–751.
URL <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10255842.2011.558086> 18
- [32] de Leva, P., 1994. Validity and accuracy of four methods for locating the center of mass of young male and female athletes. *Journal of Biomechanics* 27 (6), 763. 19
- [33] de Leva, P., 1996. Adjustments to {Zatsiorsky}-{Seluyanov}'s segment inertia parameters. *Journal of Biomechanics* 29 (9), 1223–1230.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021929095001786> 19, 108, 112
- [34] De Leva, P., 1996. Joint center longitudinal positions computed from a selected subset of Chandler's data. *Journal of Biomechanics* 29 (9), 1231–1233. 9, 103
- [35] De Rosario, H., Page, A., Besa, A., Mata, V., Conejero, E., 2012. Kinematic description of soft tissue artifacts : Quantifying rigid versus deformation components and their relation with bone motion. *Medical and Biological Engineering and Computing* 50 (11), 1173–1181. 26, 32

- [36] Dempster, W. T., 1955. Space requirements of the seated operator, geometrical, kinematic, and mechanical aspects of the body with special reference to the limbs. Tech. rep. [2](#), [19](#)
- [37] der Helm, F. C. T., 1994. A finite element musculoskeletal model of the shoulder mechanism. *Journal of biomechanics* 27 (5), 555–569. [1](#)
- [38] Desmoullins, L., Michaud, B., Allard, P., Plamondon, A., Begon, M., 2014. Cinématique et modélisation biomécanique de l'épaule lors de tâches de manutention. [37](#)
- [39] Deuffhard, P., Hohmann, A., 2003. Numerical analysis in modern scientific computing. An introduction. [10](#)
- [40] Dumas, R., Camomilla, V., Bonci, T., Cheze, L., Cappozzo, A., 2014. Generalized mathematical representation of the soft tissue artefact. *Journal of Biomechanics* 47 (2), 476–481. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.jbiomech.2013.10.034> [27](#)
- [41] Dumas, R., Cheze, L., 2009. Soft tissue artifact compensation by linear 3D interpolation and approximation methods. *Journal of Biomechanics* 42 (13), 2214–2217. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.jbiomech.2009.06.006> [28](#), [29](#), [30](#)
- [42] Dumas, R., Chèze, L., Verriest, J. P., 2007. Adjustments to {McConville} et al. and {Young} et al. body segment inertial parameters. *Journal of Biomechanics* 40 (3), 543–553. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021929006000728> [19](#), [24](#), [91](#), [92](#), [101](#), [102](#), [108](#)
- [43] Duprey, S., Naaim, A., Moissenet, F., Begon, M., Chèze, L., 2017. Kinematic models of the upper limb joints for multibody kinematics optimisation : An overview. *Journal of Biomechanics* 62, 87–94. URL <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2016.12.005> [2](#), [26](#)
- [44] Duprey, S., Naaim, A., Moissenet, F., Begon, M., Chèze, L., 2017. Kinematic models of the upper limb joints for multibody kinematics optimisation : An overview. *Journal of Biomechanics* 62, 87–94. URL <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2016.12.005> [37](#), [38](#)
- [45] Ehrig, R. M., Taylor, W. R., Duda, G. N., Heller, M. O., 2006. A survey of formal methods for determining the centre of rotation of ball joints. *Journal of Biomechanics* 39 (15), 2798–2809. [9](#), [10](#), [11](#), [12](#)

- [46] Ehrig, R. M., Taylor, W. R., Duda, G. N., Heller, M. O., 2007. A survey of formal methods for determining functional joint axes. *Journal of Biomechanics* 40 (10), 2150–2157. [13](#), [14](#), [15](#)
- [47] Fujimoto, Y., Obata, S., Kawamura, a., 1998. Robust biped walking with active interaction control between foot\and ground. *Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.98CH36146)* 3 (May), 2030–2035. [21](#)
- [48] Futamura, S., Bonnet, V., Dumas, R., Venture, G., 2017. A sensitivity analysis method for the body segment inertial parameters based on ground reaction and joint moment regressor matrices. *Journal of Biomechanics* 64, 85–92.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002192901730461X> [25](#)
- [49] Gamage, S. S. H. U., Lasenby, J., 2002. New least squares solutions for estimating the average centre of rotation and the axis of rotation. *Journal of Biomechanics* 35 (1), 87–93. [10](#), [14](#), [17](#)
- [50] Garcia, D., 2010. Robust smoothing of gridded data in one and higher dimensions with missing values. *Computational Statistics and Data Analysis* 54 (4), 1167–1178.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.csda.2009.09.020> [35](#), [95](#)
- [51] Garling, E. H., Kaptein, B. L., Mertens, B., Barendregt, W., Veeger, H. E., Nelissen, R. G., Valstar, E. R., 2008. Soft-tissue artefact assessment during step-up using fluoroscopy and skin-mounted markers (*Journal of Biomechanics* (2007) 40, SUPPL. 1, (S18-S24) DOI : 10.1016/j.jbiomech.2007.03.003). *Journal of Biomechanics* 41 (10), 2332–2333. [28](#)
- [52] Gautier, M., Khalil, W., Al, E., 1992. Exciting trajectories for the identification of base inertial parameters of robots. *International Journal of Robotics Research* 11 (4), 362–375. [51](#)
- [53] Giakas, G., Baltzopoulos, V., 1997. Optimal digital filtering requires a different cut-off frequency strategy for the determination of the higher derivatives. *Journal of Biomechanics* 30 (8), 851–855. [2](#), [36](#)
- [54] Griffiths, G. W., P, L., Schiesser, W. E., 2016. Analysis of cornea curvature using radial basis functions – Part I : Methodology 77, 274–284. [30](#)
- [55] Haering, D., Raison, M., Begon, M., 2014. Measurement and Description of Three-Dimensional Shoulder Range of Motion With Degrees of Freedom Interactions. *Journal*

- of Biomechanical Engineering 136 (8), 084502.
URL <http://biomechanical.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?doi=10.1115/1.4027665> 38
- [56] Halvorsen, K., 2003. Bias compensated least squares estimate of the center of rotation. *Journal of Biomechanics* 36 (7), 999–1008. 10
- [57] Hanavan, J., 1964. a mathematical model of the human body. Tech. Rep. AFIT-GA-PHYS-64-3, AIR FORCE AEROSPACE MEDICAL RESEARCH LAB WRIGHT-PATTERSON AFB OH, AIR FORCE AEROSPACE MEDICAL RESEARCH LAB WRIGHT-PATTERSON AFB OH.
URL <http://www.dtic.mil/docs/citations/AD0608463> 2, 20, 101
- [58] Hansen, C., Venture, G., Rezzoug, N., Gorce, P., Isableu, B., 2014. An individual and dynamic Body Segment Inertial Parameter validation method using ground reaction forces. *Journal of Biomechanics* 47 (7), 1577–1581.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.jbiomech.2014.03.004> 20
- [59] Hatze, H., 1977. A complete set of control equations for the human musculo-skeletal system. *Journal of Biomechanics* 10 (11-12), 799–805.
URL <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/002192907790094X> 20
- [60] Hatze, H., 1980. A mathematical model for the computational determination of parameter values of anthropomorphic segments. *Journal of Biomechanics* 13 (10), 833–843.
URL <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0021929080901712> 20
- [61] Higham, N. J., 1986. Computing the polar decomposition. 73
- [62] Higham, N. J., 1988. Computing a nearest symmetric positive semidefinite matrix. *Linear Algebra and Its Applications* 103 (C), 103–118. 131
- [63] Iriarte, X., Ros, J., Mata, V., Aginaga, J., 2017. Determination of the symbolic base inertial parameters of planar mechanisms. *European Journal of Mechanics, A/Solids* 61, 82–91.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.euromechsol.2016.08.012> 23
- [64] Jensen, R. K., 1978. Estimation of the biomechanical properties of three body types using a photogrammetric method. *Journal of Biomechanics* 11 (8), 349–358.

- URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021929078900696> 19, 20
- [65] Kasa, I., 1976. A circle fitting procedure and its error analysis. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement* 1001 (1), 8–14. 10
- [66] Khalil, W., Bennis, F., 1995. Symbolic Calculation of the Base Inertial Parameters of Closed-Loop Robots. *The International Journal of Robotics Research* 14 (2), 112–128. 20
- [67] Lafortune, M. A., Cavanagh, P. R., Sommer, H. J., Kalenak, A., 1992. Three-dimensional kinematics of the human knee during walking. *Journal of Biomechanics* 25 (4), 347–357. 28
- [68] Leardini, A., Chiari, A., Della Croce, U., Cappozzo, A., 2005. Human movement analysis using stereophotogrammetry Part 3. Soft tissue artifact assessment and compensation. *Gait and Posture* 21 (2), 212–225. 26
- [69] Lempereur, M., Leboeuf, F., Brochard, S., Rousset, J., Burdin, V., Rémy-Néris, O., 2010. In vivo estimation of the glenohumeral joint centre by functional methods : Accuracy and repeatability assessment. *Journal of Biomechanics* 43 (2), 370–374. 16
- [70] Lenzi, D., Cappello, A., Chiari, L., 2003. Influence of body segment parameters and modeling assumptions on the estimate of center of mass trajectory. *Journal of Biomechanics* 36 (9), 1335–1341. 24
- [71] Maiwald, C., Arndt, A., Nester, C., Jones, R., Lundberg, A., Wolf, P., 2017. The effect of intracortical bone pin application on kinetics and tibioacalcanal kinematics of walking gait. *Gait and Posture* 52, 129–134.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.gaitpost.2016.10.023> 28
- [72] Martin, J. D., Simpson, T. W., 2004. on the use of kriging models to approximate deterministic computer models, 1–12. 30
- [73] Masum, M., Scarvell, J., Pickering, M., Smith, P., Lambert, A., 2014. Precision analysis of single-element ultrasound sensor for kinematic analysis of knee joints. *Electronics Letters* 50 (15), 1047–1048.
URL <http://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/el.2014.1230> 28

-
- [74] McConville, J. T., Clauser, C. E., Churchill, T. D., Cuzzi, J., Kaleps, I., 1980. Anthropometric {Relationships} of {Body} and {Body} {Segment} {Moments} of {Inertia}. Tech. rep., ANTHROPOLOGY RESEARCH PROJECT INC YELLOW SPRINGS OH, ANTHROPOLOGY RESEARCH PROJECT INC YELLOW SPRINGS OH.
URL <http://www.dtic.mil/docs/citations/ADA097238> 2, 19
- [75] Meskers, C. G., Van Der Helm, F. C., Rozendaal, L. A., Rozing, P. M., 1997. In vivo estimation of the glenohumeral joint rotation center from scapular bony landmarks by linear regression. *Journal of Biomechanics* 31 (1), 93–96. 9, 17
- [76] Michaud, B., Jackson, M., Arndt, A., Lundberg, A., Begon, M., 2016. Determining in vivo sternoclavicular, acromioclavicular and glenohumeral joint centre locations from skin markers, CT-scans and intracortical pins : A comparison study. *Medical Engineering and Physics* 38 (3), 290–296.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.medengphy.2015.12.004> 8, 9, 16, 17, 28
- [77] Molloy, M., Salazar-Torres, J., Kerr, C., McDowell, B. C., Cosgrove, A. P., 2008. The effects of industry standard averaging and filtering techniques in kinematic gait analysis. *Gait and Posture* 28 (4), 559–562. 2, 36
- [78] Monnet, T., 2007. Contribution à l'identification des paramètres inertiels des segments du corps humain. Ph.D. thesis. 3, 42, 54, 56, 128
- [79] Monnet, T., Desailly, E., Begon, M., Vallée, C., Lacouture, P., 2007. Comparison of the SCoRE and HA methods for locating in vivo the glenohumeral joint centre. *Journal of Biomechanics* 40 (15), 3487–3492. 11, 16
- [80] Muller, A., 2017. Methodological contributions to the human musculoskeletal simulation - performance and accuracy tradeoff. Theses, École normale supérieure de Rennes.
URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01591365> 24
- [81] Nguyen, T. C., Reynolds, K. J., 2014. The effect of variability in body segment parameters on joint moment using {Monte} {Carlo} simulations. *Gait & Posture* 39 (1), 346–353.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0966636213004578> 25
- [82] Orr, M. J., 1995. Regularization in the selection of radial basis function centers. *Neural Computation* 7 (3), 606–623. 31

- [83] Pai, D. K., 2010. Muscle mass in musculoskeletal models. *Journal of Biomechanics* 43 (11), 2093–2098.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.jbiomech.2010.04.004> 18
- [84] Pàmies-Vilà, R., Font-Llagunes, J. M., Cuadrado, J., Alonso, F. J., 2012. Analysis of different uncertainties in the inverse dynamic analysis of human gait. *Mechanism and Machine Theory* 58, 153–164.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2012.07.010> 3, 24
- [85] Pavol, M. J., Owings, T. M., Grabiner, M. D., 2002. Body segment inertial parameter estimation for the general population of older adults. *Journal of Biomechanics* 35 (5), 707–712.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021929001002500> 20
- [86] Pearsall, D. J., Costigan, P. A., 1999. The effect of segment parameter error on gait analysis results. *Gait and Posture* 9 (3), 173–183. 3, 24
- [87] Peters, A., Galna, B., Sangeux, M., Morris, M., Baker, R., 2010. Quantification of soft tissue artifact in lower limb human motion analysis : A systematic review. *Gait and Posture* 31 (1), 1–8. 26, 27
- [88] Pratt, V., 1987. Direct least-squares fitting of algebraic surfaces. In : *ACM SIGGRAPH computer graphics*. Vol. 21. ACM, pp. 145–152. 10
- [89] Rab, G., Petuskey, K., Bagley, A., 2002. A method for determination of upper extremity kinematics. *Gait and Posture* 15 (2), 113–119. 9, 17
- [90] Rao, G., Amarantini, D., Berton, E., Favier, D., 2006. Influence of body segments' parameters estimation models on inverse dynamics solutions during gait. *Journal of Biomechanics* 39 (8), 1531–1536. 3, 24
- [91] Raucant, B., Champion, G., Bastin, G., Samin, J. C., Willems, P. Y., 1992. Identification of the barycentric parameters of robot manipulators from external measurements. *Automatica* 28 (5), 1011–1016. 51
- [92] Reinsch, C. H., 1967. Smoothing by spline functions. *Numerische mathematik* 10 (3), 177–183. 2, 31
- [93] Reinsch, C. H., 1971. Smoothing by spline functions. II. *Numerische Mathematik* 16 (5), 451–454. 31

- [94] Reinschmidt, C., Van Den Bogert, A. J., Murphy, N., Lundberg, A., Nigg, B. M., 1997. Tibiocalcaneal motion during running, measured with external and bone markers. *Clinical Biomechanics* 12 (1), 8–16. 28
- [95] Rettig, O., Fradet, L., Kasten, P., Raiss, P., Wolf, S. I., 2009. A new kinematic model of the upper extremity based on functional joint parameter determination for shoulder and elbow. *Gait and Posture* 30 (4), 469–476. 16, 17
- [96] Riemer, R., Hsiao-Weckslar, E. T., Zhang, X., 2008. Uncertainties in inverse dynamics solutions : A comprehensive analysis and an application to gait. *Gait and Posture* 27 (4), 578–588. 24
- [97] Roux, E., Bouilland, S., Godillon-Maquinghen, A.-P., Bouttens, D., 2002. Evaluation of the global optimisation method within the upper limb kinematics analysis. *Journal of Biomechanics* 35 (9), 1279–1283. 38
- [98] Rubin, M. B., Solav, D., 2016. Unphysical properties of the rotation tensor estimated by least squares optimization with specific application to biomechanics. *International Journal of Engineering Science* 103, 11–18.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijengsci.2016.02.001> 27, 29, 67, 70
- [99] Sangeux, M., Marin, F., Charleux, F., Dürselen, L., Ho Ba Tho, M. C., 2006. Quantification of the 3D relative movement of external marker sets vs. bones based on magnetic resonance imaging. *Clinical Biomechanics* 21 (9), 984–991. 28
- [100] Sati, M., De Guise, J. A., Larouche, S., Drouin, G., 1996. Quantitative assessment of skin-bone movement at the knee. *Knee* 3 (3), 121–138. 27
- [101] Savitzky, A., Golay, M. J. E., 1964. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures. *Analytical chemistry* 36 (8), 1627–1639. 2, 33
- [102] Schwartz, M. H., Rozumalski, A., 2005. A new method for estimating joint parameters from motion data. *Journal of Biomechanics* 38 (1), 107–116. 15
- [103] Selvik, G., 1989. Roentgen stereophotogrammetry : A method for the study of the kinematics of the skeletal system. *Acta Orthopaedica* 60 (S232), 1–51. 69
- [104] Shang, W., Cong, S., Al, E., 2011. Exciting trajectories design for the dynamic identification of parallel manipulators. Vol. 18. IFAC.
URL <http://dx.doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.00214> 51

- [105] Shin, S., Yoo, B., Han, S., 2015. Automatic spline smoothing of non-stationary kinematic signals using bilayered partitioning and blending with correlation analysis. *Digital Signal Processing : A Review Journal* 39, 22–34.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.dsp.2014.12.014> 36
- [106] Silva, M. P., Ambrósio, J. A., 2004. Sensitivity of the results produced by the inverse dynamic analysis of a human stride to perturbed input data. *Gait and Posture* 19 (1), 35–49. 2, 24
- [107] Silva, M. P. T., Ambrósio, J. A. C., 2002. Kinematic data consistency in the inverse dynamic analysis of biomechanical systems. *Multibody System Dynamics* 8 (2), 219–239. 80
- [108] Spoor, C. W., Veldpaus, F. E., 1980. Rigid body motion calculated from spatial coordinates of markers. *Journal of Biomechanics* 13 (4), 391–393. 28, 67, 69
- [109] Stagni, R., Fantozzi, S., Cappello, A., Leardini, A., 2005. Quantification of soft tissue artefact in motion analysis by combining 3D fluoroscopy and stereophotogrammetry : A study on two subjects. *Clinical Biomechanics* 20 (3), 320–329. 28
- [110] Stokdijk, M., Nagels, J., Rozing, P. M., 2000. The glenohumeral joint rotation centre in vivo. *Journal of Biomechanics* 33 (12), 1629–1636. 16
- [111] Swevers, J., Ganseman, C., Bilgin Tükel, D., De Schutter, J., Van Brüssel, H., 1997. Optimal robot excitation and identification. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 13 (5), 730–740. 51
- [112] Thouzé, A., 2014. Méthode numérique d'estimation du mouvement des masses molles. 27
- [113] Trochu, F., 1993. A contouring program based on dual kriging interpolation. *Engineering with Computers* 9 (3), 160–177. 30
- [114] Vallée, C., 1999. The equations of motion of a rigid body without parametrization of rotations. *Science* 63 (1), 25–30.
URL <file:///D:/eric.desailly/Desktop/pdfenvrac/Ltd-1999.pdf> 47, 48
- [115] Veldpaus, F. E., Woltring, H. J., Dortmans, L. J. M. G., 1988. A least-squares algorithm for the equiform transformation from spatial marker co-ordinates. *Journal of Biomechanics* 21 (1), 45–54. 67

-
- [116] Venture, G., Ayusawa, K., Nakamura, Y., 2009. Identification of human mass properties from motion. Vol. 15. IFAC.
URL <http://dx.doi.org/10.3182/20090706-3-FR-2004.00164> 20, 22, 23, 24, 51
- [117] Winter, D. A., 1990. The Biomechanics and Motor Control of Human Movement. Wiley-Interscience 52.
URL <https://ci.nii.ac.jp/naid/10004741196/en/> 5
- [118] Winter, D. A., 2009. Biomechanics and motor control of human movement. John Wiley & Sons. 19, 94
- [119] Winter, D. A., Sidwall, H. G., Hobson, D. A., 1974. Measurement and reduction of noise in kinematics of locomotion. *Journal of Biomechanics* 7 (2), 157–159. 2, 36
- [120] Woltring, H. J., 1985. On optimal smoothing and derivative estimation from noisy displacement data in biomechanics. *Human Movement Science* 4 (3), 229–245. 31
- [121] Woltring, H. J., 1990. Data processing and error analysis. *Biomechanics of human movement*, 203–237. 11
- [122] Woltring, H. J., Huijskes, R., de Lange, A., Veldpaus, F. E., 1985. Finite centroid and helical axis estimation from noisy landmark measurements in the study of human joint kinematics. *Journal of Biomechanics* 18 (5), 379–389. 11
- [123] Wu, G., Van Der Helm, F. C., Veeger, H. E., Makhsous, M., Van Roy, P., Anglin, C., Nagels, J., Karduna, A. R., McQuade, K., Wang, X., Werner, F. W., Buchholz, B., 2005. ISB recommendation on definitions of joint coordinate systems of various joints for the reporting of human joint motion - Part II : Shoulder, elbow, wrist and hand. *Journal of Biomechanics* 38 (5), 981–992. 65
- [124] Wu, J., Wang, J., You, Z., 2010. An overview of dynamic parameter identification of robots. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 26 (5), 414–419.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.rcim.2010.03.013> 51
- [125] Yeadon, M. R., 1990. The simulation of aerial movement—{II}. {A} mathematical inertia model of the human body. *Journal of Biomechanics* 23 (1), 67–74.
URL <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/002192909090370I> 2, 20, 24

- [126] Young, J. W., Chandler, R. F., Snow, C. C., Robinette, K. M., Zehner, G. F., Lofberg, M. S., 1983. Anthropometric and mass distribution characteristics of the adult female. Tech. rep. [19](#)
- [127] Zatsiorsky, V. M., Raitsin, L. M., Seluyanov, V. N., Aruin, A. S., Prilutzky, B. J., 1983. Biomechanical characteristics of the human body. *Biomechanics and Performance in Sport*, 71–83. [19](#)

Annexe

1 Annexe Ch2.1 Établissement de la fonction coût et du gradient conjugué projeté

Cherchant à résoudre (II.38) l'objectif est de minimiser $f : x \mapsto \frac{1}{2}(Ax, x) - (b, x)$ car $\nabla f(x) = Ax - b$.

f peut être interprétée comme étant une primitive du résidu $Ax - b$. Quand $\nabla f(x) = 0$ on obtient le vecteur x minimisant l'erreur.

En initialisant x par x_0 , la méthode du gradient conjugué consiste, en partant de x_0 , à se rapprocher de x^* , la solution du problème.

Si $f(x)$ diminue à l'itération suivante alors on se rapproche de x^* . La première direction de descente p_1 va donc être l'opposée de $\nabla f(x_0)$. Les vecteurs suivants vont être conjugués au gradient.

En définissant r_k le résidu à la k ième itération tel que :

$$r_k = b - Ax_k$$

On voit que r_k est l'opposé de $\nabla f(x_k)$ et que l'algorithme va donc évoluer dans la direction de r_k . L'algorithme du gradient conjugué peut donc être schématisé par l'algorithme A.1 :

Le critère d'arrêt du gradient conjugué est obtenu lorsque le résidu devient plus petit qu'une valeur ϵ fixée arbitrairement. Cela traduit la stagnation de ∇f entre deux itérations.

Plusieurs méthodes de calcul du paramètre β_k sont disponibles dans la littérature. Parmi elles, 3 méthodes se dégagent : la méthode de Fletcher-Reeves, la méthode de Polak-Ribière et la méthode de Hestenes-Stiefel.

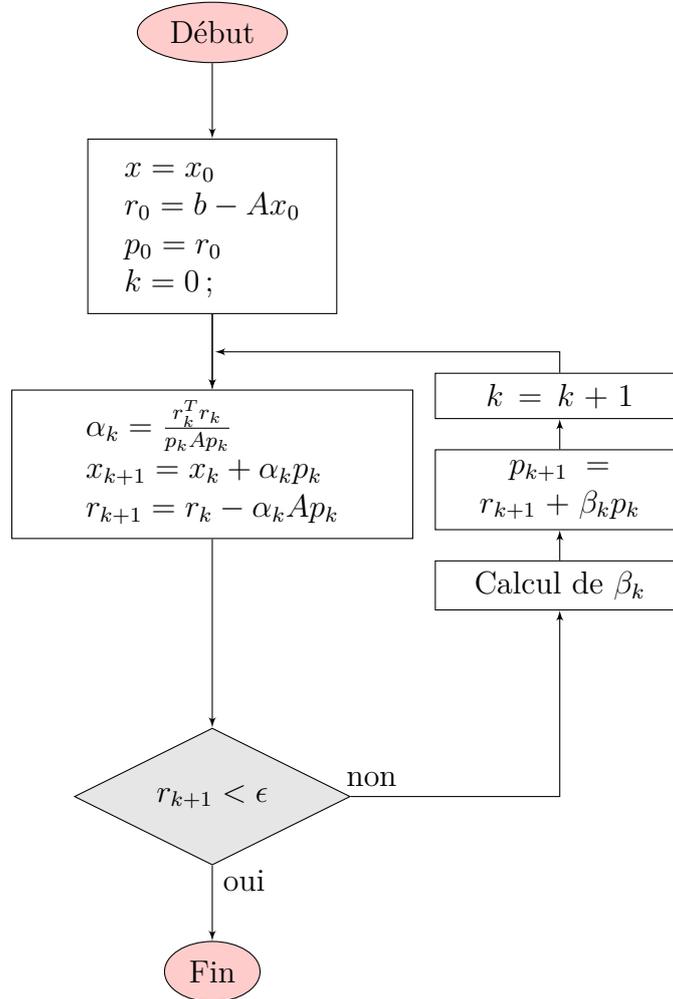


Figure A.1 – Algorithme du gradient conjugué

$$\beta_{k+1}^{FR} = \frac{r_{k+1}^T r_{k+1}}{r_k^T r_k} \quad \beta_{k+1}^{PR} = \frac{r_{k+1}^T (r_{k+1} - r_k)}{r_k^T r_k} \quad \beta_{k+1}^{HS} = \frac{r_{k+1}^T (r_{k+1} - r_k)}{(r_{k+1} - r_k)^T p_k}$$

L'avantage de la méthode de Polak-Ribière est d'assurer la non dé-conjugaison du gradient. En effet, on remarque que si deux directions successives du gradient ne sont pas conjuguées, alors $r_{k+1} - r_k = 0$. Or, si $r_{k+1} - r_k = 0$ alors $\beta_{k+1} = 0$ ce qui a pour effet de réinitialiser le gradient. Précisons également que la méthode de Hestenes-Stiefel est particulièrement efficace lorsque la fonction étudiée est quadratique. La méthode de calcul du paramètre β_k retenue est donc celle de Polak-Ribière, pour sa faculté à assurer la non dé-conjugaison du gradient.

L'étape suivante dans la résolution de la formulation matricielle des équations du mouvement est d'établir la fonction objectif $f(J)$, ainsi que son gradient $\nabla f(J)$. Pour cela une méthode développée au sein du département pour identifier des paramètres inertiels de rotors sous la forme de matrices 4×4 , et reprise par Monnet [78] a été utilisée. Elle consiste à intégrer

1 Annexe Ch2.1 Établissement de la fonction coût et du gradient conjugué projeté

l'équation du mouvement par rapport au temps sur la durée de l'essai.

En rappelant (II.33) :

$$A(t)JB(t)^T - B(t)JA(t)^T = T(t)$$

la fonction objectif à minimiser est :

$$f(J) = \frac{1}{4} \int_{t_i}^{t_f} \|A(t)JB(t)^T - B(t)JA(t)^T - T(t)\|^2 dt \quad (1)$$

où t_i et t_f sont les instants de début et de fin de l'essai.

En rappelant également la norme de Frobenius d'une matrice : $\|M\|^2 = \langle M, M \rangle$ avec \langle, \rangle le produit scalaire de matrice tel que $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^T)$.

On pose $M = A(t)JB(t)^T - B(t)JA(t)^T - T(t)$. Comme M est anti-symétrique, $\langle M, M \rangle = -\text{tr}(M^2)$. La fonction $f(J)$ devient :

$$f(J) = -\frac{1}{4} \int_{t_i}^{t_f} (\text{tr}(A(t)JB(t)^T - B(t)JA(t)^T - T(t))^2) dt \quad (2)$$

Ce qui revient, après développement de 2 à :

$$\begin{aligned} f(J) = & -\frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_f} \text{tr}(A(t)JB(t)^T A(t)JB(t)^T) dt + \frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_f} \text{tr}(JB(t)^T BJA^T A(t)^T) dt \\ & + \int_{t_i}^{t_f} \text{tr}(A(t)JB(t)^T T) dt - \frac{1}{4} \int_{t_i}^{t_f} \text{tr}(T(t))^2 dt \end{aligned} \quad (3)$$

Une fois cette fonction objectif établie, son gradient $\nabla f(J)$ peut être calculé. Pour cela on calcule la dérivée directionnelle de $f(J)$. Soit une variation δJ de J , et $D_{\delta J} f(J)$ sa dérivée directionnelle. Si $f(J)$ est différentiable en δJ alors :

$$\begin{aligned} D_{\delta J} f(J) &= \langle \delta J, \nabla f(J) \rangle \\ D_{\delta J} f(J) &= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{f(J+\alpha\delta J) - f(J)}{\alpha} \\ \langle \delta J, \nabla f(J) \rangle &= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{f(J+\alpha\delta J) - f(J)}{\alpha} \end{aligned} \quad (4)$$

En omettant la dépendance au temps et les intégrales, on a :

$$\begin{aligned}\langle \delta J, \nabla f(J) \rangle &= -tr(\delta J B^T A J B^T A) + tr(\delta J B^T B J A^T A) + tr(\delta J B^T T A) \\ &= \langle \delta J, [-B^T A J B^T A + B^T B J A^T A + B^T T A] \rangle\end{aligned}\quad (5)$$

Comme la matrice J à identifier est symétrique, son gradient doit l'être également. En posant $G = -B^T A J B^T A + B^T B J A^T A + B^T T A$, alors :

$$\begin{aligned}\nabla f(J) = G = G^T &= \frac{G + G^T}{2} \\ &= -\frac{B^T A J B^T A + A^T B J^T A^T B}{2} + \frac{B^T B J A^T A + A^T A J^T B^T B}{2} + \frac{B^T T A + A^T T^T B}{2}\end{aligned}$$

Finalement, en réécrivant l'expression de $\nabla f(J)$ avec le temps et les intégrales, on obtient l'expression du gradient de la fonction objectif $f(J)$:

$$\begin{aligned}\nabla f(J) = &-\frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_f} (B(t)^T A(t)^T J B(t)^T A(t) + A(t)^T B(t)^T J^T A(t)^T) dt \\ &+ \frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_f} (B(t)^T B(t) J A(t)^T A(t) + A(t)^T A(t) J^T B(t)^T B(t)) dt \\ &+ \frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_f} (B(t)^T T(t) A(t)^T + A(t)^T T(t)^T B(t)) dt\end{aligned}\quad (6)$$

Il reste à calculer le pas α_k . En rappelant qu'à l'itération $k + 1$, la solution donnée par le gradient s'écrit : $J_{k+1} = J_k + \alpha_k D_k$, le pas α_k optimal est celui qui minimise la fonction $f(J_k + \alpha_k D_k)$. Cette fonction s'écrit :

$$\begin{aligned}f(J + \alpha D) = &-\frac{1}{2} tr(A J B^T A J B^T) - \alpha tr(A J B^T A D B^T) - \frac{1}{2} \alpha^2 tr(A D B^T A D B^T) \\ &+ \frac{1}{2} tr(J B^T B J A^T A) + \alpha tr(J B^T B D A^T A) + \frac{1}{2} \alpha^2 tr(D B^T B D A^T A) \\ &+ tr(A J B^T T) + \alpha tr(A D B^T T)\end{aligned}\quad (7)$$

Puisque α_k optimal minimise $f(J + \alpha D)$, le pas peut être obtenu en minimisant $\frac{df(J+\alpha D)}{d\alpha}$, ce qui revient à résoudre :

$$\begin{aligned}\alpha(tr(B^T B D A^T A D) - tr(D B^T A D B^T A)) &= tr(D B^T A J B^T A) \\ &- tr(D A^T A J B^T B) - tr(D B^T T A)\end{aligned}\quad (8)$$

Il est maintenant possible d'écrire l'algorithme du gradient conjugué pour notre problème.

1 Annexe Ch2.1 Établissement de la fonction coût et du gradient conjugué projeté

L'algorithme présenté sur l'algorithme A.1 va être modifié, ainsi que les notations : les vecteurs x_k , r_k et p_k sont remplacés par des matrices symétriques J_k , R_k et P_k .

L'algorithme du gradient conjugué correspondant à l'écriture matricielle des équations du mouvement est présenté sur l'algorithme A.2 :

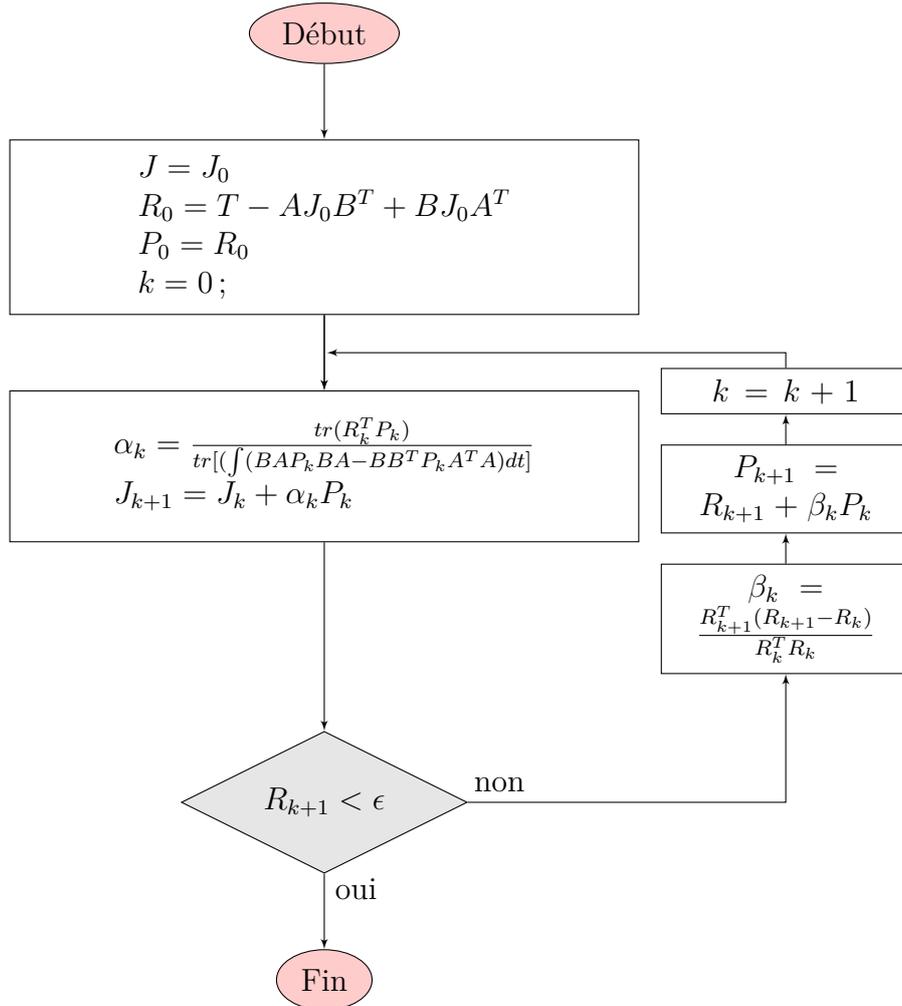


Figure A.2 – Algorithme du gradient conjugué matriciel

La dernière étape consiste à vérifier la positivité de la matrice J_k . En effet, rien dans l'algorithme A.2 n'impose la positivité de J_k . Pour cela, on vérifie, à chaque itération du gradient, que le déterminant de J_k est positif. Dans le cas contraire une étape supplémentaire de projection sur le cône convexe des matrices positives est nécessaire. Cette projection est décrite en détail dans l'article de Higham [62].

Cela peut être synthétisé comme suit :

1. Soit M une matrice de dimension $n \times n$;

2. Calcul de $B = \frac{M+M^T}{2}$, la partie symétrique de M ;
3. Décomposition polaire de M :
 $B = UH$, avec $U^T U = \mathbb{1}_{n \times n}$, $\det(U) = +1$, et $H = H^T$, $H > 0$
4. Calcul de $M_{Hig} = \frac{B+H}{2}$, la matrice symétrique défini-positive la plus proche de M

2 Annexe Ch4.1 : Dénomination des marqueurs des expérimentations avec pins intra-corticaux

	Dénomination	Emplacement
Pin	CL_HUM_1	marqueur 1 humérus
	CL_HUM_2	marqueur 2 humérus
	CL_HUM_3	marqueur 3 humérus
	CL_HUM_4	marqueur 4 humérus
	CL_HUM_5	marqueur 5 humérus
Bras	DELT	insertion du deltoïde
	ARMI	face latérale du bras
	ARMm	face médiale du bras
	EPICl	épicondyle latéral huméral
	EPICm	épicondyle huméral médial

Tableau A.1 – Dénomination et emplacement des marqueurs cutanés et du pin du bras

3 Annexe Ch4.2 : Résultats de l'identification des PIS des 18 sujets

Filtre	Rien	Moy Glissante	Butterworth 6hz	Spline	SSA
	$\sum Si$	$\sum Si$	$\sum Si$	$\sum Si$	$\sum Si$
	RMS	RMS	RMS	RMS	RMS
m_bras	0.102	0.317	1.572	0.303	0.938
m_avb+m	0.137	0.168	0.539	0.174	0.357
CGbras	0.012	0.019	0.014	0.020	0.017
	0.059	0.047	0.029	0.049	0.039
	0.035	0.031	0.015	0.032	0.023
Cgavb+m	0.004	0.005	0.014	0.020	0.017
	0.012	0.012	0.080	0.049	0.039
	0.004	0.005	0.018	0.032	0.023
Ixx bras	0.0223	0.0270	0.1483	0.0596	0.0887
Iyy bras	0.0023	0.0114	0.0231	0.0063	0.0168
Izz bras	0.0237	0.0289	0.1499	0.0639	0.0860
Ixx avb+m	0.0230	0.0172	0.0627	0.0150	0.0477
Iyy avb+m	0.0057	0.0084	0.0167	0.0061	0.0106
Izz avb+m	0.0187	0.0162	0.0498	0.0106	0.0392

Tableau A.2 – Tableau récapitulatif de l'erreur RMS pour l'ensemble des 18 sujets

sujets	S1		S2		S3		S4		S5		S6	
	M	σ										
m bras	1.54	0.14	1.83	0.23	1.50	0.10	1.85	0.15	1.63	0.06	1.67	0.04
m avb+m	1.27	0.08	1.65	0.13	1.59	0.04	1.44	0.05	1.54	0.03	1.86	0.02
CG bras	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.01
	-0.17	0.01	-0.16	0.01	-0.19	0.01	-0.19	0.00	-0.20	0.00	-0.23	0.01
	0.03	0.01	0.00	0.00	0.04	0.00	0.02	0.01	0.01	0.00	0.02	0.00
	-0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	-0.01	0.00
CG avb+m	-0.18	0.01	-0.18	0.01	-0.17	0.00	-0.18	0.00	-0.16	0.00	-0.18	0.00
	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
m totale	56.14	0.12	64.20	0.02	65.38	0.02	65.81	0.01	68.66	0.01	69.95	0.03
I_{xx} bras	0.044	0.014	0.048	0.008	0.067	0.019	0.066	0.008	0.051	0.018	0.054	0.008
I_{yy} bras	0.007	0.004	0.016	0.006	0.015	0.006	0.005	0.002	0.023	0.012	0.005	0.003
I_{zz} bras	0.044	0.014	0.036	0.004	0.068	0.026	0.069	0.007	0.041	0.016	0.057	0.009
I_{xx} avb+m	0.074	0.011	0.064	0.005	0.060	0.014	0.074	0.008	0.050	0.012	0.071	0.007
I_{yy} avb+m	0.006	0.001	0.008	0.004	0.019	0.007	0.001	0.001	0.009	0.002	0.002	0.001
I_{zz} avb+m	0.068	0.012	0.061	0.008	0.049	0.010	0.074	0.007	0.059	0.012	0.073	0.007

Tableau A.3 – Moyennes et écarts types des PIS identifiés avec le filtrage optimale, sujets 1 à 6

3 Annexe Ch4.2 : Résultats de l'identification des PIS des 18 sujets

sujets	S7		S8		S9		S10		S11		S12	
	M	σ										
m bras	1.66	0.23	1.78	0.15	1.84	0.13	1.84	0.11	2.12	0.14	1.54	0.33
m avb+m	1.70	0.08	1.71	0.04	1.78	0.08	1.78	0.08	1.77	0.06	1.84	0.07
CG bras	-0.02	0.01	0.00	0.00	-0.01	0.01	-0.01	0.01	0.00	0.01	-0.01	0.01
	-0.17	0.01	-0.18	0.01	-0.19	0.00	-0.19	0.00	-0.20	0.01	-0.21	0.03
CG avb+m	0.03	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.04	0.01
	0.01	0.02	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
m totale	-0.17	0.00	-0.19	0.00	-0.17	0.00	-0.17	0.00	-0.17	0.00	-0.16	0.00
	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00
I_{xx} bras	70.55	0.01	74.81	0.01	78.94	0.02	78.94	0.02	81.01	0.03	81.36	0.02
I_{yy} bras	0.058	0.018	0.064	0.028	0.054	0.010	0.054	0.008	0.089	0.009	0.070	0.024
I_{zz} bras	0.006	0.002	0.016	0.008	0.005	0.003	0.005	0.003	0.005	0.003	0.007	0.003
I_{xx} avb+m	0.059	0.019	0.055	0.025	0.057	0.010	0.057	0.009	0.085	0.010	0.072	0.023
I_{yy} avb+m	0.077	0.004	0.054	0.011	0.073	0.006	0.071	0.007	0.064	0.009	0.083	0.009
I_{zz} avb+m	0.003	0.001	0.009	0.005	0.002	0.001	0.002	0.001	0.010	0.011	0.001	0.001
I_{xx} avb+m	0.079	0.004	0.061	0.012	0.074	0.006	0.073	0.007	0.066	0.009	0.083	0.010

Tableau A.4 – Moyennes et écarts types des PIS identifiés avec le filtrage optimale, sujets 7 à 12

sujets	S13		S14		S15		S16		S17		S18	
	M	σ	M	σ								
m bras	2.04	0.07	2.27	0.20	2.03	0.15	2.03	0.12	2.32	0.13	3.24	0.86
m avb+m	1.77	0.03	1.96	0.09	1.84	0.05	1.97	0.07	1.93	0.06	2.47	0.35
CG bras	0.00	0.01	-0.01	0.01	0.00	0.01	-0.01	0.01	-0.01	0.00	-0.02	0.02
	-0.19	0.01	-0.21	0.01	-0.19	0.00	-0.22	0.01	-0.21	0.01	-0.18	0.02
CG avb+m	0.03	0.01	0.04	0.01	0.03	0.00	0.02	0.00	0.02	0.01	0.05	0.03
	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01
m totale	-0.15	0.00	-0.19	0.00	-0.15	0.00	-0.20	0.00	-0.18	0.00	-0.18	0.01
	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
I_{xx} bras	83.43	0.01	86.34	0.02	93.84	0.01	94.95	0.01	96.01	0.09	138.80	0.17
I_{yy} bras	0.089	0.011	0.074	0.012	0.104	0.025	0.091	0.008	0.113	0.019	0.122	0.027
I_{zz} bras	0.011	0.010	0.024	0.006	0.015	0.003	0.029	0.021	0.011	0.002	0.018	0.007
I_{xx} avb+m	0.094	0.014	0.086	0.019	0.113	0.023	0.109	0.007	0.113	0.018	0.124	0.029
I_{yy} avb+m	0.065	0.014	0.040	0.004	0.085	0.012	0.075	0.010	0.096	0.007	0.109	0.016
I_{zz} avb+m	0.003	0.003	0.003	0.002	0.006	0.003	0.026	0.022	0.002	0.001	0.010	0.008
I_{xx} avb+m	0.067	0.015	0.039	0.004	0.088	0.012	0.080	0.017	0.097	0.006	0.112	0.017

Tableau A.5 – Moyennes et écarts types des PIS identifiés avec le filtrage optimale, sujets 13 à 18

L'objectif de ce travail est d'identifier les paramètres inertiels segmentaires humains, c'est-à-dire la masse, la position du centre de masse et la matrice d'inertie de ces segments. Ces paramètres, au nombre de dix par segment, constituent une donnée d'entrée indispensable aux calculs de dynamique inverse utilisés dans les études de biomécanique. Bien qu'il existe des méthodes pour avoir accès à ces paramètres par le biais de tables anthropométriques ou le calcul des volumes segmentaires, l'identification apparaît nécessaire dès lors que les sujets étudiés sont atypiques (handicapés physiques, femmes enceintes, sportifs présentant des hypertrophies musculaires).

L'originalité de ce travail est de proposer une approche mixte dans l'écriture du problème d'identification combinant une formulation vectorielle et matricielle des équations du mouvement d'un système poly-articulé supposé rigide, qui ont déjà été établies au sein de l'équipe dans les travaux de thèse de Tony Monnet. La première permet d'identifier les masses et les centres de masse segmentaires. La deuxième permet d'identifier, elle, Les matrices d'inertie segmentaires. Les paramètres d'entrée de cette méthode d'identification sont les matrices rotations segmentaires, leurs dérivées secondes, les accélérations segmentaires, ainsi que le torseur externe. Si ce dernier est directement mesuré par une plateforme de force, les autres grandeurs sont obtenues après des opérations sur la mesure de la cinématique segmentaire du sujet obtenue par un système opto-électronique. Ce système mesurant la cinématique du sujet grâce à des marqueurs cutanés, cette cinématique diffère de la cinématique théorique obtenue si les segments sont rigides, du fait des mouvements des masses molles. Ce travail a donc porté sur le calcul d'une matrice rotation optimale, basée sur une transformation matérielle décrivant le mouvement segmentaire. De plus les mouvements des masses molles ainsi que les instruments de mesure induisent un bruit dans les signaux cinématiques. Du fait de la double dérivation de ces signaux pour le calcul des accélérations segmentaires et des dérivées secondes des matrices rotations, ce bruit devient prépondérant sur le signal porteur. Ce travail a donc également porté sur le filtrage à effectuer pour atténuer ces bruits. Cinq filtres utilisés dans la littérature (filtre de Butterworth, lissage de Savitsky-Golay, moyenne glissante, lissage par spline et analyse spectrale) ont été implémentés et leurs effets sur les paramètres inertiels identifiés ont été comparés. Les résultats montrent que les paramètres identifiés avec la méthode vectorielle ne nécessitent pas de traitement. L'identification des matrices d'inertie nécessite, elle, un traitement et le lissage optimal est obtenu avec le moyenne glissante. Enfin, une modélisation du membre supérieur par une chaîne cinématique a également été implémentée afin de rigidifier la cinématique acquise. Les premiers résultats ne sont pas satisfaisants mais le modèle retenu peut être affiné avant de conclure sur l'intérêt de cette modélisation pour l'identification des paramètres inertiels. Finalement, l'approche mixte développée permet l'identification des dix paramètres inertiels des segments du corps humain. La méthode a été validée en identifiant les paramètres inertiels des segments constituant le membre supérieur de dix huit sujets. Les paramètres obtenus ont ensuite été comparés à ceux issus d'une table anthropométrique. Les résultats montrent que les paramètres identifiés sont très proches de ceux estimés. Cela montre donc que l'identification des paramètres inertiels est fiable et permet d'avoir accès aux paramètres inertiels de sujets atypiques, pour qui les tables anthropométriques ne sont pas disponibles.

Mots clés : Biomécanique, identification, paramètres inertiels segmentaires, méthodes numériques, rigidification

Annexe

The aim of this thesis is the identification of body segment inertial parameters (BSIP), i.e. the segment mass, center of mass location and inertia tensor. Those ten parameters per segment are a mandatory input for inverse kinetics methods which are widely used in biomechanics studies. Despite the fact that methods exist to estimate them from anthropometric tables or segment volumes measurements, identification is useful when subjects are atypical (such as disabled people, pregnant women or athletes with muscular hypertrophies). The originality of this work is to use a mixed approach to write the identification problem, combining a vectorial and a matrix formulations of rigid multi-body motion equations, based on previous work did in the RoBioSS axis by Tony Monnet during his PhD. The first one permit to identify segmental masses and center of mass locations. The second one identifies segmental inertia tensors. Inputs of identification algorithm are rotation matrices, their second derivatives, segmental accelerations, and external torsor. Even though this external torsor is directly measured with a force plate, the others inputs are derived from kinematics measurements performed by an optoelectronic device. This device measures kinematics with skin mounted markers tracked by cameras, and the obtained kinematics deviate from the theoretical kinematics of rigid bodies, because of the soft tissues artefacts. In order to deal with these artefacts an optimal rotation matrix computation, based on material transformation, has been performed. Also, noise appears during measurement because of the soft tissues artefacts and the measure device. When double numerical derivatives are applied, this noise becomes greater than the carrier signal. In order to deal with it, five filters, i.e. Butterworth filter, Savitsky-Golay smoothing, sliding average window, spline smoothing and singular spectrum analysis, taken from literature have been implemented and compared. Results show that BSIP identify from vectorial formulation didn't need any filtering. On the other hand, inertia tensors identification needed smoothed inputs and the best way to smooth them was the sliding average window. Finally, a kinematic chain model of the upper limb has been implemented to rigidify the kinematics. Preliminary results aren't satisfying but the chain model can be improved before assuming kinematic chain aren't well suited to enhance BSIP identification. Ultimately, the developed mixed approach has been validated by upper limb inertial parameters identification of eighteen subjects. Identified inertial parameters have also been compared with ones estimated with an anthropometric table. The conclusion is that the identified parameters were very close to the estimated ones, which shows that identification will be reliable to estimate inertial parameters of atypical subjects for whom anthropometric tables aren't available.

Keywords : Biomechanics, identification, body segment inertial parameters, numerical methods, rigidification.