



HAL
open science

Contribution à l'étude de techniques pour l'affinement spectral de lasers : application aux diodes à blocage de modes destinées aux télécommunications optiques cohérentes

Mohamed Omar Sahni

► To cite this version:

Mohamed Omar Sahni. Contribution à l'étude de techniques pour l'affinement spectral de lasers : application aux diodes à blocage de modes destinées aux télécommunications optiques cohérentes. Réseaux et télécommunications [cs.NI]. Université de Rennes, 2018. Français. NNT : 2018REN1S121 . tel-02269885

HAL Id: tel-02269885

<https://theses.hal.science/tel-02269885v1>

Submitted on 23 Aug 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1

sous le sceau de l'Université Bretagne Loire

pour le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Spécialité : Photonique

École doctorale Matière, Molécules et Matériaux (3M)

Mohamed Omar SAHNI

préparée à l'Institut FOTON CNRS UMR 6082

FONCTIONS OPTIQUES POUR LES TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION

Équipe : SYSTEMES PHOTONIQUES

**Contribution à
l'étude de techniques
pour l'affinement
spectral de lasers :
application aux
diodes à blocage de
modes destinées aux
télécommunications
optiques cohérentes**

Thèse soutenue à Lannion
le 1 Juin 2018

devant le jury composé de :

Olivier LLOPIS

Directeur de recherche CNRS, Université de Toulouse
III – Paul Sabatier / *Rapporteur*

Abderrahim RAMDANE

Directeur de recherche, C2N-Marcoussis / *Rapporteur*

Ghaya BAILI

Ingénieure de recherche, Thales Research &
Technology (TRT) / *Examinatrice*

Mehdi ALOUINI

Professeur, CNRS-FOTON, Université de Rennes 1 /
Examineur

Frédéric DU BURCK

Professeur, CNRS-LPL, Université Paris 13 / *Invité*

Pascal BESNARD

Professeur, CNRS-FOTON, Université de Rennes 1 /
Directeur de thèse

Liam Paul BARRY

Professeur, RINCE Intitute, Université de Dublin
(DCU) / *Co-encadrant de thèse*

Résumé

Les peignes de fréquences optiques, issus de diodes à blocage de modes, font partie des candidats potentiels pour les réseaux de transmission à multiplexage en longueurs d'onde (WDM). Cependant, les modes composant leur peigne exhibent généralement des largeurs de raie optiques relativement élevées ($\sim 1 - 100$ MHz), rendant ainsi incompatible leur utilisation sur un réseau WDM employant des formats de modulation avancés d'ordre supérieur. Cette thèse étudie, une solution pour palier à cette limitation. La technique utilisée, dite d'asservissement à correction aval hétérodyne, effectue un traitement du flux lumineux en sortie du laser sans agir sur ce dernier, permettant de réduire le bruit de fréquence présent sur chacune des raies et par conséquent leur largeur de raie optique.

Dans une première approche, la technique est appliquée à un laser mono-fréquence. Cela a permis d'une part de valider son fonctionnement et d'autre part d'identifier les limites intrinsèques du dispositif expérimental mis en place. Ainsi, nous démontrons que le niveau de bruit de fréquence minimum permis par notre système, correspond à un spectre optique de largeur de raie optique instantanée de ~ 50 Hz et une largeur de raie de $\sim 1,6$ kHz pour un temps d'observation de 10 ms.

La technique est par la suite appliquée à une diode à blocage de modes actif. Le peigne de fréquences optiques ainsi généré, est composé de 21 modes, ayant tous une largeur de raie optique intrinsèque inférieure à 7 kHz, dont 9 modes sont sub-kHz. Pour un temps d'observation du spectre optique de 10 ms, ces modes exhibent tous une largeur de raie d'environ ~ 37 kHz. Nous démontrons ainsi l'impact de la gigue d'impulsions sur les performances de la technique et nous soulignons l'intérêt d'une telle cohérence, pour le domaine des télécommunications optiques cohérentes.

En dernier lieu, nous abordons une seconde technique consistant à pré-stabiliser la fréquence d'un laser par asservissement en boucle fermée. Elle repose sur l'utilisation d'un interféromètre à fibre déséquilibré comme référence pour réduire le bruit de fréquence d'un laser, situé particulièrement dans les basses fréquences. Appliquée à un laser mono-fréquence, elle a permis de réduire son bruit de fréquence technique conduisant ainsi à une nette amélioration de sa largeur de raie intégrée sur ~ 3 ms, de ~ 224 kHz à ~ 37 kHz. Ce premier résultat représente un bon support vers l'exploration du potentiel des diodes à blocage de modes pour des applications métrologiques.

Mots clés

Peignes de fréquences optiques, diode, blocage de modes actif, largeur de raie optique, bruit de fréquence, asservissement, correction aval, hétérodyne, pré-stabilisation, gigue d'impulsions, temps d'observation, interféromètre à fibre déséquilibré, cohérence.

Abstract

Optical frequency combs obtained from mode-locked laser diodes are among potential candidates for wavelength division multiplexing (WDM) networks. However, their lines exhibit usually a broad optical linewidth ($\sim 1 - 100$ MHz). This makes them incompatible for use in high order modulation formats WDM based systems. This thesis investigates one solution to overcome this limitation. It consists of using a feed-forward heterodyne technique to reduce the frequency noise present individually on each comb-line and consequently their optical linewidths.

In the first approach, the technique is applied to a single-mode laser. This allowed us, on the one hand to validate its proper working and on the other hand to identify the intrinsic limits of the experimental device set up. The latter analysis enabled us to reveal that the minimum achievable frequency noise level by our system, corresponds to a ~ 50 Hz intrinsic optical linewidth spectrum and a $\sim 1,6$ kHz optical linewidth based on 10 ms observation time.

This technique is further applied to an actively mode-locked laser diode demonstrating, at our system output, a 21-line optical frequency comb with intrinsic optical linewidths reduced to below 7 kHz. It is worth noting that 9 among them, exhibit sub-kHz linewidths. For an observation time of 10 ms, all lines share the same optical linewidth, almost equal to ~ 37 kHz. We thus show that the timing jitter impacts the technique performances. We also highlight the relevance of such coherence level for coherent optical communication.

Lastly, we study a laser frequency pre-stabilization technique based on a locking to an unbalanced fiber interferometer. When applied to a single-mode laser, the technique showed a reduction of its technical frequency noise, thus leading to a clear improvement of its integrated optical linewidth from 224 kHz to 37 kHz for ~ 3 ms observation time. This first result provides a good support towards the exploration of mode-locked laser diodes potential for metrological applications.

Keywords

Optical frequency combs, diode, actively mode-locking, optical linewidth, frequency noise, feed-forward, heterodyne, pre-stabilization, timing jitter, observation time, unbalanced fiber interferometer, coherence.

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| Résumé | iii |
| Abstract | iv |
| Sommaire | v |
| Liste des figures | viii |
| Liste des tableaux | xii |
| Introduction générale | 1 |
| 1 Généralités sur le bruit de fréquence d'un laser | 7 |
| 1.1 Description et éléments de théorie | 8 |
| 1.1.1 Définitions et formalisme général | 9 |
| 1.1.2 Origines du bruit de fréquence d'un laser | 10 |
| 1.1.3 Caractérisation dans le domaine fréquentiel | 11 |
| 1.1.4 Relation entre la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence d'un laser et son spectre optique | 17 |
| 1.2 Caractérisation expérimentale du bruit de fréquence | 22 |
| 1.2.1 La technique auto-hétérodyne corrélée | 22 |
| 1.2.2 Illustration de l'approximation de la « β -line » | 26 |
| 1.3 Conclusion | 27 |
| 2 Étude d'une technique d'asservissement à correction aval pour la réduction du bruit de fréquence d'un laser : validation et identification des limites du système | 28 |
| 2.1 Description théorique | 30 |
| 2.1.1 Principe de fonctionnement | 30 |
| 2.1.2 Modèle analytique | 31 |
| 2.2 Description expérimental | 39 |
| 2.2.1 Le dispositif expérimental | 39 |
| 2.2.2 Ajustement du bras principal et du bras de correction | 41 |
| 2.3 Résultats expérimentaux | 43 |
| 2.3.1 Présentation et caractérisation des sources utilisées | 44 |
| 2.3.2 Protocole expérimental | 47 |
| 2.3.3 Expérience n°1 : validation du système d'asservissement | 50 |
| 2.3.4 Expérience n°2 : identification des limites du système | 52 |
| 2.4 Discussion | 56 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 2.4.1 | Bilan des résultats | 56 |
| 2.4.2 | Origines de la limitation | 57 |
| 2.4.3 | Stabilité du système à long terme | 58 |
| 2.5 | Conclusion | 59 |
| 3 | La technique d'asservissement à correction aval de la phase optique d'un laser : extension à une diode à blocage de modes | 61 |
| 3.1 | Généralités sur les lasers à blocage de modes | 64 |
| 3.1.1 | Principe et définitions | 64 |
| 3.1.2 | Techniques de blocage de modes | 66 |
| 3.1.3 | Bruit de fréquence optique présent sur une raie issue d'un laser à blocage de modes | 67 |
| 3.2 | L'asservissement à correction aval hétérodyne pour la réduction du bruit de fréquence optique présent sur les raies issues d'un laser à blocage de modes | 69 |
| 3.2.1 | Principe | 69 |
| 3.2.2 | Intérêt pour les diodes à blocage de modes | 71 |
| 3.2.3 | Travaux antérieurs | 72 |
| 3.2.4 | Le présent travail | 73 |
| 3.3 | La diode à blocage de modes utilisée | 74 |
| 3.3.1 | Description générale | 74 |
| 3.3.2 | Caractérisation préliminaire | 75 |
| 3.3.3 | Analyse du bruit de fréquence de la gigue d'impulsions | 76 |
| 3.4 | La technique d'asservissement à correction aval hétérodyne : application à la diode à blocage de modes actif | 79 |
| 3.4.1 | Dispositif expérimental | 79 |
| 3.4.2 | Résultats expérimentaux | 81 |
| 3.4.3 | Discussion des résultats | 83 |
| 3.5 | Conclusion | 89 |
| 3.5.1 | Applications potentielles | 89 |
| 4 | Stabilisation de la fréquence d'un laser sur un interféromètre à fibre déséquilibré | 91 |
| 4.1 | Introduction | 92 |
| 4.2 | Généralités sur la stabilisation de la fréquence d'un laser | 93 |
| 4.2.1 | Principe de fonctionnement | 93 |
| 4.2.2 | Gain Stabilité du système | 95 |
| 4.3 | Stabilisation de la fréquence d'un laser sur un interféromètre à fibre déséquilibré : Introduction et éléments de théorie | 99 |
| 4.4 | Stabilisation de la fréquence d'un laser sur un interféromètre à fibre déséquilibré : Analyse expérimentale | 104 |
| 4.4.1 | Description de la source utilisée | 105 |
| 4.4.2 | Le dispositif expérimental | 106 |
| 4.4.3 | Résultats expérimentaux | 107 |
| 4.5 | Conclusion | 113 |
| | Conclusion générale | 115 |

| | | |
|----------|--|------------|
| A | Rappel d'éléments de base sur les processus aléatoires | 118 |
| B | Description des lasers utilisés dans ce manuscrit | 121 |
| C | Publications et conférences relatives à ce travail de thèse | 123 |
| | Bibliographie | 141 |

Table des figures

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | Représentation schématique de l'effet de l'émission spontanée sur la phase du champ. | 13 |
| 1.2 | Contribution des photons stimulés générés par l'amplification optique des photons spontanés et leur filtrage par la cavité optique. | 14 |
| 1.3 | Représentation schématique d'une DSP unilatérale/bilatérale de bruit de fréquence. | 15 |
| 1.4 | Représentation type d'une DSP de bruit de fréquence d'un laser. | 16 |
| 1.5 | Illustration de la correspondance entre un bruit blanc de fréquence et le spectre optique d'un laser. | 18 |
| 1.6 | DSP d'un bruit de fréquence typique, composé d'un bruit de scintillement de fréquence $1/f$ prédominant aux basses fréquences et d'un bruit blanc de fréquence prédominant aux hautes fréquences. | 20 |
| 1.7 | Élargissement de la largeur de raie du spectre laser en fonction du temps d'observation selon la méthode de la β -line. | 21 |
| 1.8 | Banc de mesure de bruit de fréquence d'un laser, basé sur la technique auto-hétérodyne corrélée. | 22 |
| 1.9 | (a) Fonction de transfert de l'interféromètre déséquilibré (b) Fréquence de coupure et gain de conversion du banc de mesure, en fonction de la longueur de délai inséré. | 24 |
| 1.10 | Mesure du plancher de bruit du banc de mesure du bruit de fréquence pour une longueur de délai L_d | 25 |
| 1.11 | (a) DSP du bruit de phase en sortie de l'interféromètre $S_{\Delta\phi}(f)$ pour différents délais L_d (b) DSP du bruit de fréquence $S_\nu(f)$ correspondant à la mesure laser et à la mesure plancher pour un délai de 200 m | 26 |
| 1.12 | Illustration de l'approximation de la β -line. | 27 |
| 2.1 | Représentation schématique du principe de la technique hétérodyne d'asservissement à correction aval de la phase optique, utilisant un modulateur électro-optique d'intensité. LO : Oscillateur local, LUT : Laser sous test, $\nu_{LO,LUT}$: fréquences optiques de l'oscillateur local et du laser sous test, $\phi_{LO,LUT}(t)$: leurs bruits de phase optiques, Δf : le désaccord fréquentiel entre les deux sources. | 30 |
| 2.2 | Fonction de transfert en champ, d'un modulateur électro-optique d'intensité (V_{BIAS} : tension de polarisation, V_π : tension de polarisation pour déphaser de π le champ $E(t)$ en entrée du modulateur). | 34 |
| 2.3 | Représentation de la fonction de transfert $H(f)$ dans le domaine des fréquences de Fourier normalisés par $1/\tau$ | 37 |

| | | |
|------|---|----|
| 2.4 | Bande de correction en fonction du déséquilibre temporel entre bras de correction et bras principal (Eq.2.15). <i>A un déséquilibre de 1 ns correspond une bande de correction de 115 MHz, pour 400 ps, une bande de correction de 287 MHz.</i> | 39 |
| 2.5 | Dispositif expérimental employé pour l'asservissement à correction aval hétérodyne. | 40 |
| 2.6 | Dispositif expérimental pour l'ajustement du déséquilibre temporel relatif entre le bras principal et le bras de correction du système d'asservissement. | 42 |
| 2.7 | Trace temporelle des deux impulsions détectées à l'oscilloscope lorsque le bras de principal et le bras de correction (a) sont équilibrés (avec une résolution temporelle de 400 ps) (b) les bras sont déséquilibrés en introduisant une fibre optique d'une longueur de 10 m sur le bras principal. | 43 |
| 2.8 | DSP de bruit de fréquence du laser ALCATEL LMI 1905, servant de laser sous test dans les expériences menées dans ce chapitre. Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire. | 44 |
| 2.9 | DSP de bruit de fréquence du laser TUNICS PR servant d'oscillateur local pour les expériences menées dans ce chapitre, en vue de la validation de notre système d'asservissement. Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire. | 45 |
| 2.10 | DSP de bruit de fréquence du laser OEAVES GEN3 (oscillateur local). Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire. | 46 |
| 2.11 | DSP de bruit de fréquence du laser OEAVES SUB-HZ (oscillateur local). Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire. | 47 |
| 2.12 | Illustration des spectres optiques (a) du laser sous test, (b) du signal optique à l'entrée de la photo-diode, (c) du signal optique en sortie du modulateur électro-optique d'intensité et (d) du signal optique après filtrage de la bande latérale affinée. | 49 |
| 2.13 | DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée et comparaison avec celles du laser ALCATEL LMI 1905 (laser sous test) et du laser TUNICS PR (oscillateur local). Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire. L'encart dans la figure (b), est un zoom sur les DSPs de bruit de l'oscillateur local et de la bande latérale affinée, entre 400 kHz et 800 kHz. | 50 |
| 2.14 | DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée et comparaison avec celles du laser ALCATEL LMI 1905 (laser sous test) et du laser OEAVES GEN3 (oscillateur local). Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire. | 53 |
| 2.15 | DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée et comparaison avec celles du laser ALCATEL LMI 1905 (laser sous test) et du laser OEAVES SUB-HZ (oscillateur local). Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire. | 55 |
| 3.1 | Correspondance entre les domaines temporel (train d'impulsions) et spectral (peigne de fréquences optiques) pour un champ électrique relatif à l'onde lumineuse délivrée par un laser à blocage de modes. Cette figure a été extraite et ré-adaptée de l'ouvrage de JUN YE et STEVEN T. CUNDIFF intitulé « <i>Femtosecond Optical Frequency Comb : Principle, Operation, and Applications</i> ». | 64 |

| | | |
|------|--|----|
| 3.2 | Figure extraite et ré-adaptée en français des travaux de WATTS et <i>al.</i> , portant sur la réduction de la largeur de raie optiques des raies générées à partir d'une diode à blocage de modes passif <i>via</i> la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne. | 73 |
| 3.3 | Photographie du module de la source utilisée (fabriqué au III-V LAB) <i>Le connecteur électrique type-V sert à polariser la diode avec un courant continu comme il sert à la modulation du courant.</i> | 75 |
| 3.4 | (a) Spectre optique de la diode à blocage de modes polarisée à un courant 160 mA (résolution de l'analyseur de spectre optique 0,08 nm) (b) Puissance optique délivrée par la diode en fonction du courant de polarisation appliqué. | 75 |
| 3.5 | Diode à blocage de modes (a) passif (PMLLD) (b) actif (AMLLD) (<i>MLLD : diode à blocage de modes (mode-locked laser diode)</i>) | 77 |
| 3.6 | Comparaison des DSPs de bruit de fréquence relatif à la gigue d'impulsions de la diode à blocage de modes passif et actif, de l'oscillateur RF utilisé pour le blocage de modes actif et du laser OEWAVES GEN3. L'axe des fréquences (des abscisses) est en échelle (a) logarithmique (b) linéaire. | 77 |
| 3.7 | Dispositif expérimental relatif au système d'asservissement étudié <i>AMLL : diode à blocage de modes actif, EDFA : amplificateur optique à fibre dopée Erbium, PC : contrôleur de polarisation, VOA : atténuateur optique variable, BPD : photo-diode équilibrée, RF Amp : amplificateur électrique, EO : électro-optique, OBF : filtre optique, VEDL : ligne à retard électrique</i> | 79 |
| 3.8 | Spectre optique du signal avant (b) et après le modulateur électro-optique d'intensité (a). La résolution de l'analyseur de spectre optique utilisé ici, est 10 MHz. <i>Le mode d'indice 0 correspond au mode de correction. Les raies encadrées en rouge, désignent les bande latérales affinées.</i> | 80 |
| 3.9 | Densités spectrales de puissance des fluctuations de fréquence du mode de correction, de sa bande latérale affinée et du laser OEWAVES GEN3 (a) en échelle logarithmique (b) en échelle linéaire | 82 |
| 3.10 | Densités spectrales de puissance des fluctuations de fréquence des bandes latérales affinées relatives aux modes situées à droite (en longueur d'onde) du mode de correction, y compris celle relative à ce dernier et du laser OEWAVES GEN3 (a) en échelle logarithmique (b) en échelle linéaire | 84 |
| 3.11 | Densités spectrales de puissance des fluctuations de fréquence des bandes latérales affinées relatives aux modes situées à gauche (en longueur d'onde) du mode de correction, y compris celle relative à ce dernier et du laser OEWAVES GEN3 (a) en échelle logarithmique (b) en échelle linéaire | 85 |
| 3.12 | Largeur de raie intrinsèque des 21 bandes latérales affinées (mesurée à partir du niveau de leur bruit blanc de fréquence) représentée en fonction de leur indice <i>Les points représentent la mesure, le trait plein rouge représente un ajustement parabolique de ces points</i> | 87 |
| 3.13 | Comparaison de la DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée d'indice +2, lorsque la diode est à blocage de modes passif et actif. | 89 |
| 4.1 | Principe de la stabilisation de la fréquence d'un laser. | 94 |
| 4.2 | Représentation schématique d'un système linéaire invariant dans temps, $e(t)$, $s(t)$ sont respectivement les signaux d'entrée et de sortie et $\mathfrak{T}_{sys}(t)$ sa fonction de transfert temporelle (i.e., la réponse du système à une entrée $e(t) = \delta(t)$) | 96 |
| 4.3 | Principe de la stabilisation de la fréquence d'un laser | 97 |

| | | |
|------|---|-----|
| 4.4 | Principe de la stabilisation de la fréquence d'un laser sur un interféromètre à fibre optique déséquilibré | 100 |
| 4.5 | Principe d'un interféromètre utilisé comme discriminateur de bruit de fréquence via une conversion en bruit d'intensité | 102 |
| 4.6 | Bruit de fréquence du laser TUNICS OM polarisé à $I = 175$ mA. L'encart représente l'évolution de la largeur de raie relative à la contribution gaussienne (β -line) en fonction du temps d'observation. | 106 |
| 4.7 | Dispositif expérimental utilisé pour la stabilisation de la fréquence du laser TUNICS OM sur un interféromètre déséquilibré. | 107 |
| 4.9 | Réponse en gain de la fonction de transfert en boucle ouverte simplifiée du système (obtenue <i>via</i> le produit de la fonction de transfert de l'interféromètre à $\tau = 400$ ns par celle du correcteur PI où $k_p = 0,8$ V/V et $k_i = 2 \times 10^5$ Hz). | 109 |
| 4.10 | Réponse en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte simplifiée du système (obtenue <i>via</i> le produit de la fonction de transfert de l'interféromètre à $\tau = 400$ ns par celle du correcteur PI où $k_p = 0,8$ V/V et $k_i = 2 \times 10^5$ Hz). | 110 |
| 4.11 | Distribution spectrale du taux de réduction du bruit de fréquence obtenu après stabilisation de la source. Le taux de réduction représenté ici est défini comme le rapport $\gamma(f) = S_v^{libre}(f) / S_v^{stabilisé}(f)$ exprimé en dB | 111 |

Liste des tableaux

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Les différents types de bruit de fréquence $S_v(f)$, leur bruit de phase correspondant $S_\phi(f)$ ainsi que leurs lois de puissance. | 17 |
| 2.1 | Récapitulatif des performances, en terme de largeur de raie, du laser sous test (ALACTEL LMI 1905) et des trois oscillateurs locaux (TUNICS PR, OEWAIVES GEN3 et OEWAIVES SUB-Hz) utilisés. | 47 |
| 2.2 | Comparatif de performances entre le laser sous test et la bande latérale affinée et récapitulatif des taux de réduction obtenus à l'issu de l'expérience n°1. | 51 |
| 2.3 | Comparatif de performances entre le laser sous test et la bande latérale affinée et récapitulatif des taux de réduction obtenus à l'issu de l'expérience n°2, utilisant le laser OEWAIVES GEN3 comme oscillateur local. | 54 |
| 2.4 | Comparatif de performances entre le laser sous test et la bande latérale affinée et récapitulatif des taux de réduction obtenus à l'issu de l'expérience n°2, utilisant le laser OEWAIVES SUB-Hz comme oscillateur local. | 56 |
| 2.5 | Récapitulatif des performances du LUT et du LO, en terme de largeur de raie intrinsèque et gaussienne à 10 ms de temps d'observation | 57 |
| 3.1 | Récapitulatif des performances de bruit de fréquence, après analyse de la bande latérale associée au mode de correction | 83 |
| 3.2 | Récapitulatif des performances de bruit de fréquence, du peigne composé de bandes latérales affinées en sortie de notre système d'asservissement | 86 |

Introduction générale

Les peignes de fréquences optiques suscitent, depuis plus de deux décades, un fort engouement, auprès de la communauté scientifique. L'attribution du prix Nobel de Physique en 2005 à JOHN L. HALL et THEODOR W. HANSCH, pour leurs contributions au développement de la spectroscopie de précision au laser, incluant la technique du peigne de fréquences optiques¹, fut l'un des événements marquants, qui a fait que ces sources sont étudiées de façon extrêmement active et que leur développement est omniprésent dans plusieurs domaines d'applications aujourd'hui. Un peigne de fréquences est une source émettant un signal optique, dont le spectre est composé d'un ensemble de raies discrètes régulièrement espacées d'une fréquence fixe. La façon la plus commune de générer de telles sources se fait grâce au processus de blocage de modes, qui peut être réalisé dans des lasers solides, à fibres ou à milieux semi-conducteurs. Grâce à leur versatilité, les lasers à blocage de modes sont, aujourd'hui, sollicités dans pléthore d'applications :

- en métrologie pour la mesure des fréquences optiques [1], pour la réalisation d'horloge atomique optique [2]...
- en spectroscopie de fréquence [3],
- pour la génération d'ondes millimétriques [4], micrométriques [5] et térahertz [6],
- en traitement du signal pour l'échantillonnage optique ou la conversion analogique numérique optique [7],
- pour réaliser des radars photoniques [8],
- dans les télécommunications optiques [9],
- ou encore dans des applications relatives au domaine de l'astronomie et des sciences de l'espace [10].

Cette thèse s'intéresse particulièrement à l'étude du bruit de fréquence optique présent sur les raies de peignes générés à partir de lasers à blocage de modes dédiés au domaine des télécommunications optiques.

Aujourd'hui la croissance incessante de la demande en terme de débit, nécessite la recherche et le développement de nouvelles solutions. Plusieurs pistes sont actuellement

1. ROY J. GLAUBER a obtenu la moitié de ce prix Nobel, pour ses travaux sur l'optique quantique.

envisagées : l'utilisation d'autres gammes de longueurs d'onde, la diversité spatiale (fibre faiblement multi-mode, fibre multi-coeurs), les formats de modulation avancés.

Une première évolution dans l'exploitation de la bande passante qu'offre le fibre optique fut l'utilisation du multiplexage en longueurs d'ondes (WDM : *Wavelength Division Multiplexing* en anglais), qui permet d'avoir autant de canaux de transmission dans une même fibre que de longueurs d'onde. A cet égard, les peignes de fréquences générés à partir de diodes à blocage de modes, sont aujourd'hui sérieusement considérés comme potentielles sources WDM, dans le domaine des télécommunications optiques, contrairement à leurs homologues, les lasers à blocage de modes à fibre et solides. En effet, elles jouissent d'énormes atouts :

- leur compacité ; conditionnée en boîtier *Butterfly*, leur dimension fait en moyenne $3 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$.
- leur coût pour des productions en grande série.
- leur faible consommation d'énergie ; pour un courant de l'ordre de la centaine de milliampères, ces sources sont capables de délivrer des puissances optiques de l'ordre de la dizaine de milliwatts.
- leur capacité à être modulé directement *via* le courant de polarisation sur de larges bandes passantes.

Ces sources sont capables de générer des raies avec un espacement spectral relativement large $\sim 10 \text{ GHz} - 100 \text{ GHz}$, avec une étendue spectrale pouvant couvrir une gamme de plus d'un térahertz. En ce sens, on perçoit le potentiel d'une telle source, quant à son implémentation sur des réseaux de transmission utilisant le multiplexage en longueurs d'onde. En effet, au lieu de devoir recourir à une série de diodes mono-fréquences, opérant chacune à une longueur d'onde correspondante à celle d'un canal de transmission, une seule diode à blocage de modes suffit. Chacune des raies peut être filtrée² et utilisée comme support indépendant pour transmettre l'information le long d'une fibre optique. Cela permet d'une part de minimiser les coûts, relatifs aux instruments nécessaires à l'alimentation en courant et la régulation de température, ce qui permet par la même occasion de réduire la complexité des dispositifs. D'autre part, le besoin de stabiliser les fréquences d'un tableau de diodes mono-fréquence n'est plus nécessaire. Le blocage de modes exige une relation de phase entre modes. Ainsi, il suffit de stabiliser un seul canal pour stabiliser l'ensemble des raies.

Le multiplexage en longueurs d'ondes peut s'avérer insuffisant. Le recours à des formats de modulation avancés permet d'augmenter le nombre de bits par symbole. Seule la phase du signal peut alors être modulée (modulation de phase). Le bruit d'intensité des sources à la transmission n'est plus le seul paramètre d'intérêt ; le bruit de fréquence

2. De tels filtres existent déjà dans le domaine (AWG pour *Arrayed Waveguide Grating*).

devient décisif, soit la cohérence des lasers utilisés comme sources, pour garantir un rapport signal à bruit acceptable en réception.

Malheureusement, la largeur des raies optiques issues des diodes à blocage de modes, ou leur bruit de fréquence, est relativement élevée, allant du mégahertz à la dizaine voire la centaine de mégahertz, ce qui les rend incompatibles avec des formats de modulation d'ordre élevé. Partant de ce constat, deux options s'imposent : concevoir de nouvelles sources, telles les peignes de fréquences générés *via* la commutation de gain [11] ou bien l'exploitation de l'effet *Kerr* micro-résonateurs [12]. Avec les sources actuelles, des techniques de réduction du bruit de fréquence, présent sur chacune des raies, doivent être mises en place.

Certains travaux, proposent l'utilisation de l'injection optique. Nous pouvons ainsi, citer les travaux SOUDI et *al.*, qui rapportent des largeurs de raie inférieures à 1 MHz [13]. Une autre technique basée, cette fois-ci, sur une contre-réaction optique, a permis de démontrer la réduction de la largeur des raies issues d'une diode à blocage de modes, de ~ 10 MHz à des valeurs inférieures à 100 kHz [14]. Ces travaux démontrent tous de très bonnes performances, qui suffisent largement à envisager une transmission optique cohérente. Cependant un point relevé par SOUDI et *al.*, ainsi que par HABRUSEVA et *al.*, concerne l'impact du processus d'injection optique sur les propriétés intrinsèques d'une diode à blocage de modes, notamment concernant la diminution de l'étendue spectrale du spectre optique, ce qui peut ainsi drastiquement réduire le nombre de raies présentes dans le peigne. Ce point peut représenter un inconvénient pour les systèmes WDM [15, 16].

Une autre technique a été proposée en 2015 par WATTS et *al.*, dite du « *feed-forward heterodyne* ». Cette méthode permet d'imprimer, *via* une correction aval la largeur de raie d'un laser de référence sur l'ensemble des raies du peigne, au travers d'une simple modulation. Les auteurs rapportent l'obtention d'un peigne composé de 16 modes ayant tous une largeur de raie intrinsèque inférieure à 300 kHz [17, 18]. Cette technique présente l'avantage d'agir sur le laser par voie externe. Elle n'altère pas sa dynamique. Cette technique reste cependant limitée par la gigue d'impulsions contrairement aux autres méthodes. C'est dans ce contexte précis, que mes travaux de thèse s'inscrivent principalement.

Objectifs de la thèse

Le travail réalisé au cours de cette thèse s'inscrit dans sa grande partie, dans la continuité des travaux initiés par WATTS et *al.*, [17, 18]. L'objectif principal est de montrer

que la réduction du niveau de bruit, lié à la gigue d'impulsions, permet d'améliorer de façon significative les performances de cette technique.

Pour cela, il a fallu tout d'abord bien assimiler la notion de bruit de fréquence d'un laser et maîtriser sa caractérisation expérimentale, pour ensuite étudier la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne. Il a fallu assimiler son principe de fonctionnement, puis mettre en place le dispositif expérimental, puis sa validation et le sondage de ses limites dans une première approche. La compréhension du bruit de fréquence optique présent sur une raie d'un peigne issu d'un laser à blocage de modes, nous a conduit à analyser analytiquement les paramètres d'intérêt en l'occurrence la gigue d'impulsions. Il a fallu ensuite comprendre comment évaluer ce bruit et comment l'atténuer. L'étude d'un laser mono-fréquence a permis de valider et d'identifier les limites du système mis en place. Ensuite, il a fallu comprendre le bruit de fréquence présent sur une raie d'un laser à blocage de modes, ce qui a souligné l'impact de la gigue d'impulsions.

Ce travail est le fruit d'une collaboration réalisée entre l'équipe Systèmes Photoniques de l'Institut FOTON et l'institut RINCE de l'université de Dublin (DCU).

Une autre partie de mon travail présenté dans ce manuscrit, avait pour objectif de poser les premières bases d'une pré-stabilisation de la fréquence laser, à l'Institut FOTON. Ces premiers résultats permettront d'explorer le potentiel des diodes à blocage de modes, pour des applications métrologiques.

Pour cela, il a fallu assimiler le principe et les bases de l'asservissement à correction amont d'un point de vue analytique. Il a fallu mettre en place le système, maîtriser les différents paramètres, obtenir un asservissement stable et interpréter les résultats.

Ce travail est le résultat d'une seconde collaboration, cette fois-ci, réalisée entre l'équipe Systèmes Photoniques de l'Institut FOTON et le Laboratoire de Physique des Lasers (LPL) de Villetaneuse.

Organisation du manuscrit

Le présent manuscrit de thèse, s'organise en quatre grands chapitres suivis d'un cinquième et dernier chapitre de conclusion.

Le **chapitre 1** introduit des notions générales de bruit, nécessaires tout au long de ce manuscrit, pour des lasers monomodes utilisés dans ce travail. Il détaille également la technique employée pour la mesure du bruit de fréquence durant ces travaux de recherche par l'introduction de :

la définition du bruit, les origines du bruit de fréquence, certains outils mathématiques requis pour la caractérisation, les atouts de la densité spectrale de puissance (DSP) de bruit, la manifestation des différents types de bruit, le lien entre le spectre optique de la raie laser et la DSP de bruit de fréquence associée, sa caractérisation expérimentale, la détermination du seuil de mesure ou de sensibilité, et l'illustration expérimentale de l'approximation dite de la β -line.

Dans le **chapitre 2**, nous présentons la technique d'asservissement à correction aval de la phase optique d'un laser sous sa configuration hétérodyne. Nous en présentons le principe au travers d'un modèle analytique simple. Nous évaluons théoriquement sa fonction de transfert. Nous présentons le dispositif expérimental mis en place pour étudier expérimentalement cette technique. Les mesures de bruit de fréquence effectuées entre 100 Hz et 100 kHz mettent en évidence la limite de notre système. Une mesure directe de largeur de raie ne permet pas de tirer ces conclusions. Nous présentons une démonstration sur un laser à semi-conducteurs monomode. Nous montrons que notre système permet d'obtenir une réduction de bruit de fréquence à $16 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$ pour les fréquences situées à plus de 50 kHz de la porteuse optique. Le système induit un bruit de fréquence technique responsable d'une largeur de raie de 1,6 kHz pour un temps d'observation de 10 ms du spectre.

Le **chapitre 3** sera consacré à l'extension de la technique à un peigne de fréquences optiques, généré à partir d'une diode à blocage de modes. Nous introduisons le principe et les généralités des lasers à blocage de modes. Nous nous intéressons tout particulièrement au bruit de fréquence présent sur chacune des raies du peigne. Nous présentons le bruit de gigue d'impulsions en rappelant la conclusion des travaux de WATTS, qui émet l'hypothèse de l'impact de cette gigue ; au travers d'une étude de cas, trois options sont identifiées. La technique est tout d'abord appliquée à une diode à blocage de modes actif, pour laquelle 21 modes sont sélectionnés et épurés avec une largeur de raie intrinsèque (lorentzienne) inférieure à 7 kHz, dont 9 modes ayant une largeur inférieure à 1 kHz. La largeur intrinsèque est liée à l'émission spontanée et peut être considérée comme la largeur instantanée de la raie laser. La fréquence centrale de cette raie, peut fluctuer lentement (en ce qui concerne les lasers étudiés, le kilohertz) autour de sa fréquence moyenne. La gigue d'impulsions est liée aux fluctuations de la période séparant deux impulsions proches et nous démontrons que son bruit a un impact crucial. Une stabilisation de la gigue temporelle d'impulsions est réalisée en modulant le courant de polarisation à la fréquence de répétition du peigne avec un oscillateur électrique pur. Les différents modes ayant le même bruit de phase et de fréquence sont asservis simultanément.

Le **chapitre 4** est dédié à l'étude d'une technique d'asservissement amont de la phase optique d'un laser, pour la réduction du bruit technique des lasers. Un interféromètre à

deux ondes est utilisé comme discriminateur de fréquence. L'asservissement est réalisé sur le flan d'une frange alors que les deux bras sont corrélés. La photo-détection du signal en sortie de l'interféromètre fournit un signal électrique proportionnel aux fluctuations de fréquence du laser. Ce signal est utilisé pour asservir en boucle fermée le laser via son courant de polarisation. Un premier résultat montre que l'on peut réduire le bruit de scintillement de fréquence, responsable des fluctuations temporelles de la raie intrinsèque laser, comme cela a été déjà montré en métrologie sur des lasers monomodes.

Chapitre 1

Généralités sur le bruit de fréquence d'un laser

Sommaire

| | | |
|------------|---|-----------|
| 1.1 | Description et éléments de théorie | 8 |
| 1.1.1 | Définitions et formalisme général | 9 |
| 1.1.2 | Origines du bruit de fréquence d'un laser | 10 |
| 1.1.3 | Caractérisation dans le domaine fréquentiel | 11 |
| 1.1.4 | Relation entre la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence d'un laser et son spectre optique | 17 |
| 1.2 | Caractérisation expérimentale du bruit de fréquence | 22 |
| 1.2.1 | La technique auto-hétérodyne corrélée | 22 |
| 1.2.2 | Illustration de l'approximation de la « β -line » | 26 |
| 1.3 | Conclusion | 27 |

Dans plusieurs domaines, tels que les télécommunications optiques cohérentes [19], LIDAR [20], capteurs interférométriques à base de fibres optiques [21], spectroscopie à haute résolution [22], génération d'ondes millimétriques à faible bruit de phase [23], horloges atomiques optiques [24], les fluctuations de la fréquence d'un laser peuvent altérer profondément les performances des systèmes. Par conséquent, les lasers présentant un faible bruit de fréquence sont aujourd'hui de plus en plus recherchés. Mes travaux de recherche s'articulent principalement sur le développement et l'étude de techniques permettant la réduction de ce bruit mais avant d'arriver à cela, il est nécessaire d'introduire des notions théoriques et expérimentales.

Ce chapitre introduit en premier lieu des éléments nécessaires à la description théorique et expérimentale du bruit de fréquence d'un laser décrit dans la première partie. La notion de bruit de fréquence est définie à la section 1.1.1. La section 1.1.2 discute de ses origines. La théorie associée aux fonctions aléatoires amène à des notions complexes (variables aléatoires continues, discrètes, variables à densité, fonctions de répartition, densité de probabilité, fonction caractéristique, théorème de WIENER-KHINTCHINE, *etc.*), le but ici n'est pas de rappeler ces considérations, disponibles dans beaucoup d'ouvrages [25–28]. Le lecteur pourra trouver des rappels très succincts en annexe A. La section 1.1.3 contient des rudiments d'outils mathématiques nécessaires à l'analyse spectrale du bruit de fréquence d'un laser. La correspondance entre ces outils est présentée dans la section 1.1.4. La seconde partie du chapitre est dédiée à la présentation du banc de mesure, que nous avons employé pour caractériser le bruit de fréquence des différentes sources étudiées tout au long de nos travaux.

1.1 Description et éléments de théorie

Dans un laser, l'émission spontanée est un processus essentiel puisqu'il s'agit des photons initiaux qui vont être amplifiés (*via* le processus d'émission stimulée) et filtrés (par la cavité optique). Ils initient le processus laser. D'un autre côté, le caractère aléatoire lié à l'émission spontanée, est aussi à l'origine des fluctuations fondamentales des paramètres d'émission d'un signal laser, à savoir son intensité, sa fréquence et sa phase optique. En ce sens un laser peut-être vu comme un ré-générateur de bruit, c'est-à-dire qu'à partir d'un processus stochastique, qui est l'émission spontanée, on est en mesure de générer un rayonnement cohérent.

1.1.1 Définitions et formalisme général

En présence de bruit, le champ électrique scalaire, associé à l'onde lumineuse délivrée par un laser monomode, émettant à la fréquence optique ν_0 , s'écrit :

$$E(t) = \sqrt{P_0 + \epsilon(t)} e^{i[2\pi\nu_0 t + \varphi(t) + \phi(t)]}, \quad (1.1)$$

où P_0 et $\epsilon(t)$ désignent la moyenne de sa puissance optique et un processus aléatoire décrivant ses fluctuations, en d'autres termes son « bruit d'intensité ». Les termes $\phi(t)$ et $\varphi(t)$ sont des processus décrivant les variations aléatoires et déterministes de la phase optique du laser. Les variations aléatoires de la phase optique réfèrent à son « bruit de phase ».

La fréquence instantanée $\nu(t)$ d'un laser est liée à sa phase par une dérivée temporelle, comme suit :

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} [2\pi\nu_0 t + \varphi(t)] + \Delta\nu(t) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} + \Delta\nu(t) \quad (1.2)$$

En posant $\Delta\nu_d(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$, l'équation 1.2 se ré-écrit :

$$\nu(t) = \underbrace{\nu_0}_{\text{fréquence moyenne}} + \underbrace{\Delta\nu_d(t)}_{\substack{\text{fluctuations} \\ \text{déterministes} \\ \text{de la fréquence}}} + \underbrace{\Delta\nu(t)}_{\substack{\text{fluctuations} \\ \text{aléatoires} \\ \text{de la fréquence}}}, \quad (1.3)$$

où $\Delta\nu_d(t)$ et $\Delta\nu(t)$ sont les processus respectivement, déterministe et aléatoire permettant de décrire les fluctuations déterministes et aléatoires de la fréquence du laser autour de sa fréquence d'émission moyenne ν_0 . La quantité $\Delta\nu(t)$ désigne son « bruit de fréquence » et est liée à la phase aléatoire $\phi(t)$.

Beaucoup expriment cette relation par une dérivée. Mais d'autres [27] soulignent la nécessité de bien préciser le contexte théorique de cette relation. En effet, si l'on peut considérer $\Delta\nu(t)$ comme un processus aléatoire stationnaire, il n'en est pas toujours de même pour la phase, qui demeure tout de même liée à $\Delta\nu(t)$ par une définition intégrale. Un processus aléatoire stationnaire, peut lui même ne pas avoir de dérivée, ce qui exclut l'existence de la fréquence instantanée, pouvant être éventuellement liée à des sauts discrets de phase. En ce qui nous concerne, le bruit de scintillement, que nous définirons à la section 1.1.3, est associé à des processus non stationnaires, c'est pourquoi nous avons préféré adopter une notation où la dérivée n'apparaît pas de manière explicite. Cependant, nous aboutissons à des relations entre la phase et la fréquence, en terme de densité spectrale de puissance, qui supposent la stationnarité des deux quantités.

L'objectif de cette thèse n'est pas de discuter de cette question relativement difficile, qui a été abordée par ailleurs (voir les références de l'article [27]). Dans le monde physique et pour les lasers que nous étudions, cette hypothèse semble tout à fait acceptable parce nous sommes encore loin des limites quantiques. Et également, parce que le bruit de scintillement peut être modélisé par des processus stationnaires.

Nos travaux s'intéressent à l'étude du bruit de fréquence et du bruit de phase des lasers, nous ne prendrons par la suite en compte ni le bruit d'intensité ni les fluctuations déterministes de la phase et de la fréquence optique du laser. Cela revient à supposer que $\epsilon(t) = 0$ et $\Delta v_d(t) = 0$ dans les équations 1.1 et 1.3. Cette hypothèse est synonyme d'un bruit d'intensité sans incidence sur le bruit de fréquence, ce qui est discutable dans le cas d'un laser à semi-conducteurs (couplage phase-amplitude ou facteur de HENRY [29]).

Les équations 1.1 et 1.3 se ré-écrivent :

$$E(t) = \sqrt{P_0} e^{i[2\pi\nu_0 t + \phi(t)]} \quad (1.4)$$

$$\nu(t) = \nu_0 + \Delta\nu(t) \quad (1.5)$$

La section 1.1.3 donne la relation liant les bruits de phase et de fréquence dans le domaine spectral. Ainsi tout au long de ce manuscrit, ces deux processus seront mentionnés et traités de façon équivalente. Néanmoins lorsqu'il sera question de présenter un résultat de caractérisation expérimentale, nous raisonnerons toujours en terme de bruit de fréquence, ce qui exclut la difficulté du passage de la phase à la fréquence.

1.1.2 Origines du bruit de fréquence d'un laser

Avant d'introduire les outils mathématiques nécessaires à la caractérisation du bruit de fréquence d'un laser, intéressons-nous à ces origines. Le bruit de fréquence d'un laser est généralement composé d'une contribution fondamentale d'origine quantique et d'une contribution technique liée à l'environnement du laser au sens large.

- **Bruit de fréquence quantique** : il provient de l'émission spontanée inséparable de l'émission stimulée dans les processus d'interaction matière-lumière. Un laser est constitué d'une cavité optique dans laquelle on vient placer un milieu amplificateur. L'émission spontanée est un mécanisme essentiel pour l'obtention de l'effet laser, dans le sens où il fournit les premiers photons que le milieu à gain va amplifier au travers du processus d'émission stimulée conduisant ainsi d'une émission initialement incohérente vers une émission cohérente en sortie de la cavité. Seulement, même lorsque le régime stationnaire du laser est atteint (fonctionnement au dessus du seuil laser), l'émission spontanée demeure dans la cavité, en fraction négligeable

devant l'émission stimulée. La sélectivité spectrale de la cavité et l'amplification du signal aléatoire lié à l'émission spontanée, définissent la raie laser. Le bruit de fréquence quantique est ainsi le résultat des fluctuations de phase causées par le processus d'émission spontanée [30]. On parle ici de largeur de raie intrinsèque du laser, qui a un profil lorentzien.

- **Bruit de fréquence technique** : il peut être lié à une variation de la longueur de la cavité optique (comme un déplacement des miroirs de la cavité optique, par effet mécanique, thermique, sismique...), une variation des paramètres physiques intrinsèques au milieu à gain, tels la variation de l'indice de réfraction due à des fluctuations de la température ou de la pression au sein de la cavité, ou bien à un pompage de mauvaise qualité. Tous ces phénomènes pris ensemble, font que la fréquence centrale moyenne sera sujet à une modulation aléatoire, en même temps que le paquet de fréquences constituant la raie laser. Les variations de la fréquence causées par ces bruits qualifiés de « techniques » sont à l'origine du bruit de fréquence technique d'un laser. Dans la littérature, le terme de bruit de fréquence technique est également connu sous le nom de « gigue ». Afin d'éviter toute confusion avec le terme de gigue d'impulsions que nous introduisons au chapitre 3 de ce manuscrit et qui désigne un phénomène temporel différent, nous emploierons le terme « gigue de fréquence » pour parler du bruit de fréquence technique. Le niveau de ce bruit est généralement plus élevé, en pratique, que celui du bruit quantique [31, 32].

1.1.3 Caractérisation dans le domaine fréquentiel

Durant nos travaux, nous avons choisi d'analyser le bruit dans le domaine fréquentiel en utilisant la densité spectrale de puissance (DSP). En effet, il s'agit d'un outil d'analyse très utilisé en théorie des signaux aléatoires. De plus, pour analyser le bruit d'un oscillateur, la DSP est la représentation la plus commune, celle fournissant le plus d'informations. Pour caractériser le niveau de bruit de fréquence d'un laser, on peut soit, évaluer la largeur à mi-hauteur de la raie laser (spectre optique de puissance) soit, évaluer la DSP de son bruit de fréquence. Dans cette section, nous définissons ces deux quantités.

Notations adoptées :

$\langle . \rangle$ désigne la moyenne statistique

$.^*$ est le symbole désignant la conjugaison complexe

$\mathcal{F} [.]$ désigne l'opérateur « Transformée de Fourier »

Spectre d'un laser

Définition

Le spectre optique d'un laser est défini par la DSP bilatérale de son champ électrique $E(t)$ (Eq.1.4), ainsi :

$$S_E(\nu) = \mathcal{F} \{ \mathfrak{R}_E(\tau) \} (\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{R}_E(\tau) e^{-i2\pi\nu\tau} d\tau \quad [\mathbf{W/Hz}] \quad (1.6)$$

$\mathfrak{R}_E(\tau)$ étant la fonction d'autocorrélation de $E(t)$ définie par :

$$\mathfrak{R}_E(\tau) = \langle E(t)E(t-\tau) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t)E^*(t-\tau)dt \quad (1.7)$$

$\mathfrak{R}_E(\tau)$ nécessite que $E(t)$ soit un processus stationnaire. Il est possible en prenant le logarithme décimal du spectre optique référencé au mW, d'exprimer ce dernier en dBm/Hz. En absence de bruit de fréquence, le spectre de puissance d'un laser est une fonction de DIRAC, localisée à sa fréquence d'émission moyenne ν_0 . En présence de bruit de fréquence, sa puissance se voit distribuée sur un continuum de fréquences, formant ainsi un étalement de son spectre, appelé raie laser. La largeur prise à mi-hauteur du maximum du spectre désigne la largeur spectrale ou ce que l'on appelle communément, largeur de raie du laser.

La largeur de raie d'un laser selon Schawlow et Townes

Le bruit de phase causé par l'apparition d'une phase aléatoire à chaque fois qu'un photon spontané est émis dans la cavité laser, est souvent schématisé par une représentation de FRESNEL du champ complexe $\vec{E}(t)$ du signal laser, comme l'illustre la figure 1.1. Le repère sur lequel est placé cette représentation est supposé tournant à une vitesse angulaire, correspondant à la pulsation du champ en absence d'émission spontanée c'est-à-dire à $\omega_0 = 2\pi\nu_0$, où ν_0 désigne la fréquence d'oscillation de l'onde lumineuse délivrée par le laser.

Sur la figure 1.1, le processus d'émission spontanée est représenté par le vecteur complexe $\vec{\delta E}(t)$. Sa direction, imposée par la phase aléatoire du photon spontané est aléatoire ainsi que son amplitude. L'émission spontanée vient donc perturber l'amplitude et la phase constantes du vecteur complexe $\vec{E}(t)$ dans cette vue simplifiée. Le champ en sortie du laser lorsque l'émission spontanée est prise en compte s'exprime comme la somme du vecteur champ stimulé auquel s'ajoute la contribution de l'émission spontanée : $\vec{E}(t) + \vec{\delta E}(t)$.

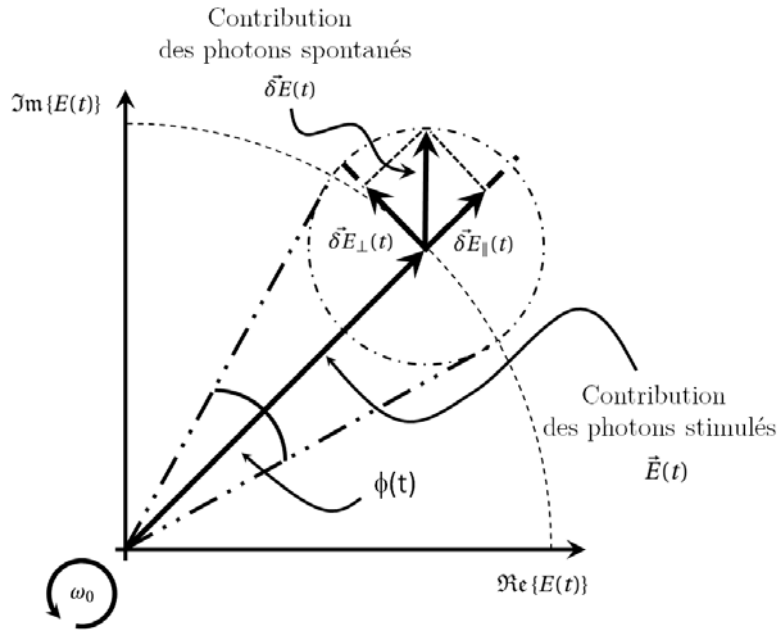


FIGURE 1.1: Représentation schématique de l'effet de l'émission spontanée sur la phase du champ $E(t) = \sqrt{P(t)}e^{i(2\pi\nu_0 t + \phi(t))}$. La puissance du champ est considérée sujette à des perturbations aléatoires, sur cette représentation.

La composante parallèle $\delta\vec{E}_{\parallel}(t)$ (*i.e.*, la projection orthogonale du vecteur $\delta\vec{E}(t)$ suivant l'axe parallèle au vecteur $\vec{E}(t)$) modélise la variation de l'amplitude du champ $\vec{E}(t)$. Dans un laser, une telle variation va être systématiquement corrigée par le phénomène de saturation du gain relatif au milieu amplificateur. Ce phénomène diminue toute augmentation de l'amplitude du champ au travers d'une diminution de gain, ainsi les fluctuations d'amplitude causées par l'émission spontanée sont amorties. Le phénomène de saturation de gain réagit donc comme une force de rappel qui tend à stabiliser l'amplitude de l'onde.

La variation de la phase est modélisée sur la figure 1.1 par la composante $\delta\vec{E}_{\perp}(t)$, perpendiculaire au champ $\vec{E}(t)$. Contrairement à une variation d'intensité, aucun phénomène équivalent à celui de la saturation de gain n'existe pour amortir une variation de phase dans un laser. On comprend donc que les variations de phase vont s'accumuler faisant ainsi évoluer la phase du champ selon un processus de diffusion. La phase d'un laser suit le processus d'une marche aléatoire. Ces fluctuations de phase empêchent le spectre de puissance d'un laser de disposer d'une largeur à mi-hauteur infiniment étroite (*i.e.*, nulle) mais plutôt d'une largeur finie fondamentale $\Delta\nu_{S-T}$.

Cette largeur de raie fondamentale a été formulée en 1958, par analogie au fonctionnement du maser, en substituant l'énergie thermique $k_B T$ considérée comme la limite fondamentale dans le cas d'un oscillateur micro-onde par l'énergie d'un photon $h\nu$ dans le cas d'un laser.

La largeur de raie fondamentale d'un laser telle qu'elle a été donnée par SCHAWLOW et TOWNES (S-T) s'exprime [30] :

$$\Delta\nu_{\text{S-T}} = \frac{h\nu\Gamma^2}{4\pi P_s} \quad [\text{Hz}] \quad (1.8)$$

où $\Gamma = \frac{c}{2L_c} \ln(R_1 R_2)$ représente le taux de pertes de la cavité, c désigne la célérité de la lumière dans le vide, R_1 et R_2 sont respectivement les coefficients de réflexion en champ relatifs aux deux miroirs formant la cavité, P_s est la puissance optique délivrée en sortie du laser et $h\nu$ est l'énergie d'un photon émis de fréquence ν .

Il est également possible de retrouver cette largeur, analytiquement, en utilisant une fonction de transfert généralisée au laser [33, 34]. Elle procède de la largeur de la cavité chaude où les réflecteurs associent l'effet d'amplification.

Cette relation n'est valide que si un certain nombre de conditions sont réunies [30], ce qui n'est pas souvent le cas en réalité. Le niveau de bruit quantique d'un laser est donc souvent au dessus de cette limite fondamentale donnée par SCHAWLOW et TOWNES. Par la suite, on appellera largeur de raie intrinsèque d'un laser, la largeur de raie spectrale résultante uniquement de son bruit quantique. Elle est supérieure ou égale à $\Delta\nu_{\text{S-T}}$, sa largeur de raie intrinsèque fondamentale dans le sens de SCHAWLOW et TOWNES. Nous verrons un peu plus loin le lien étroit existant entre le bruit de fréquence quantique d'un laser et sa largeur de raie intrinsèque.

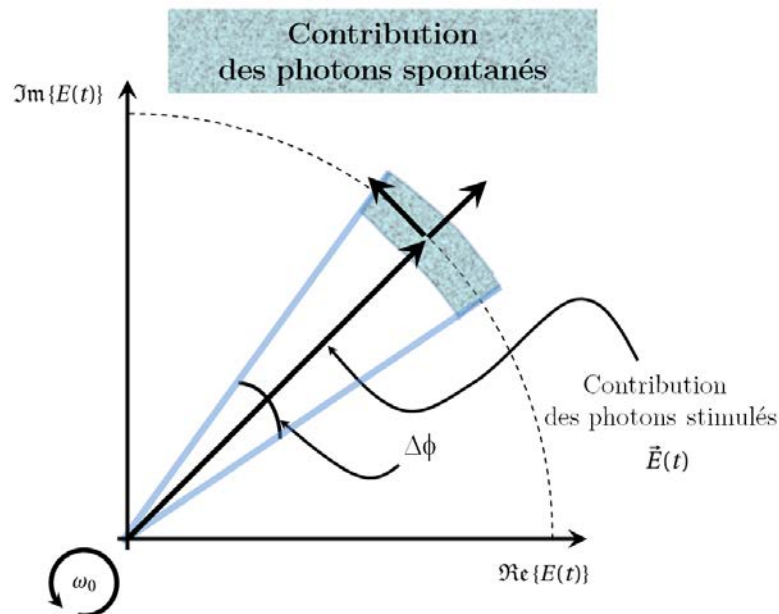


FIGURE 1.2: Contribution des photons stimulés générés par l'amplification optique des photons spontanés et leur filtrage par la cavité optique.

La figure 1.2 donne une image du vecteur de FRESNEL du champ laser, dans un repère tournant à la pulsation optique moyenne du champ laser. L'incertitude sur le champ est représentée par un arc d'anneau. Comme cela a été expliqué précédemment, la composante radiale donne le bruit d'intensité généré et atténué par la saturation du gain laser. La composante tangentielle donne le bruit de phase. L'arc d'angle est en fait restreint car il est lié à la finesse de la cavité chaude, typiquement 10^5 pour un laser à semi-conducteurs DFB, donnée pour une largeur de raie de 1 MHz et un intervalle spectral libre de 100 GHz. En fait, un bruit de scintillement conduirait à une rotation aléatoire de ce vecteur de FRESNEL avec son arc d'anneau dans une gamme basse fréquence.

Densité spectrale de puissance de bruit de fréquence

Définition

La DSP bilatérale des fluctuations de la fréquence $\Delta\nu(t)$ est définie telle que :

$$S_v^{bl}(f) = \mathcal{F} \{ \mathfrak{R}_v(\tau) \} (f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{R}_v(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad [\mathbf{Hz}^2/\mathbf{Hz}] \quad (1.9)$$

$\mathfrak{R}_v(\tau)$ étant la fonction d'autocorrélation de $\Delta\nu(t)$ définie par :

$$\mathfrak{R}_v(\tau) = \langle \Delta\nu(t)\Delta\nu(t-\tau) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta\nu(t)\Delta\nu^*(t-\tau) dt \quad (1.10)$$

Rappelons une fois encore la nécessité que $\Delta\nu(t)$ soit stationnaire. D'un point de vue expérimental, il est courant d'utiliser la DSP unilatérale $S_v^{ul}(f)$, définie uniquement pour les fréquences de Fourier positives, comme représenté sur la figure 1.3 et qui s'exprime telle que :

$$S_v^{ul}(f) = \begin{cases} 2S_v^{bl}(f) & \text{pour } 0 \leq f < +\infty \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1.11)$$

La DSP unilatérale $S_v^{ul}(f)$ sera, par la suite, notée simplement $S_v(f)$.

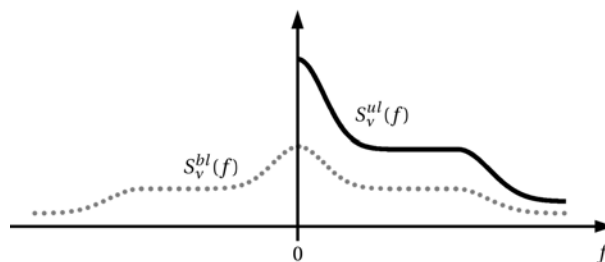


FIGURE 1.3: Représentation schématique d'une DSP unilatérale/bilatérale de bruit de fréquence.

La DSP du bruit de phase est liée à la DSP du bruit de fréquence par :

$$S_\phi(f) = \frac{S_\nu(f)}{f^2} \quad [\text{rad}^2/\text{Hz}] \quad (1.12)$$

Le terme multiplicatif f^2 dans l'équation 1.12, provient du lien intégral liant la phase et la fréquence. L'utilisation de la DSP suppose implicitement des processus aléatoires stationnaires pour les deux quantités.

Modèle en lois de puissance

Un bruit de fréquence d'origine quantique possède la signature spectrale assimilée à un bruit blanc. Un bruit de fréquence d'origine technique présente quant à lui souvent une signature en $1/f^\alpha$ avec $\alpha > 0$. Dans le cas général, pour rendre compte de tous types de bruit, on utilise souvent un modèle de bruit dit « en lois de puissance ». La DSP des fluctuations de fréquence d'un laser est considérée alors comme la somme de trois types de bruit (voir Fig.1.4) et s'écrit sous la forme suivante :

$$S_\nu(f) = \sum_{\alpha=0}^2 \frac{h_\alpha}{f^\alpha}, \quad \alpha \in \mathbb{N} \quad (1.13)$$

h_0 représente le coefficient de bruit blanc de fréquence

h_1 désigne le coefficient de bruit de scintillation de fréquence

h_2 le coefficient du bruit de marche aléatoire de fréquence

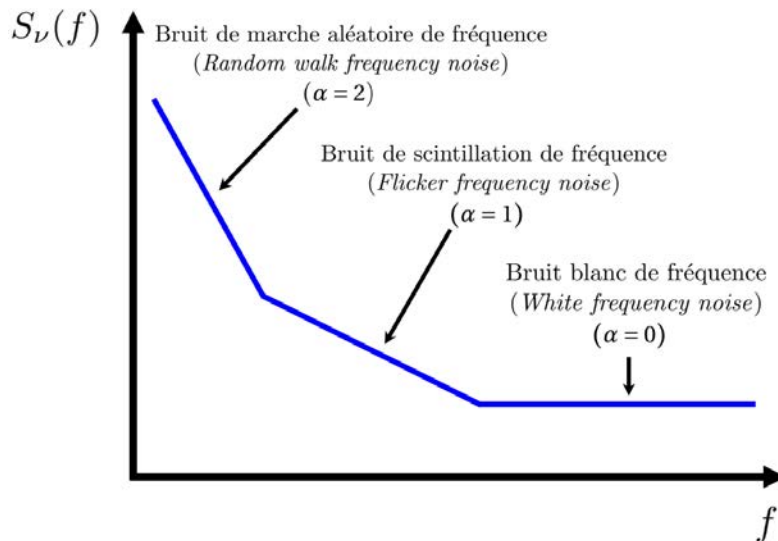


FIGURE 1.4: Représentation type d'une DSP de bruit de fréquence d'un laser. Les axes des abscisses et des ordonnées sont en échelle logarithmique.

Le tableau 1.1 donne la désignation du bruit en fonction de sa loi de puissance.

TABLE 1.1: Les différents types de bruit de fréquence $S_v(f)$, leur bruit de phase correspondant $S_\phi(f)$ ainsi que leurs lois de puissance.

| DÉSIGNATION DU BRUIT | $S_v(f)$ | $S_\phi(f)$ |
|--|--------------|--------------|
| Bruit de marche aléatoire de fréquence (<i>Random walk frequency noise</i>) | $h_2 f^{-2}$ | $h_2 f^{-4}$ |
| Bruit de scintillation de fréquence (<i>Flicker frequency noise</i>) | $h_1 f^{-1}$ | $h_1 f^{-3}$ |
| Bruit blanc de fréquence (<i>White frequency noise</i>) | h_0 | $h_0 f^{-2}$ |

1.1.4 Relation entre la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence d'un laser et son spectre optique

La DSP du bruit de fréquence permet de discriminer l'amplitude du bruit de fréquence à une fréquence donnée. L'information fournie par cet outil est plus précise et plus détaillée que l'information donnée par le spectre de puissance (spectre optique). Durant nos travaux, on s'est essentiellement basé sur des mesures de DSP du bruit de fréquence. Il demeure, toutefois pratique de savoir faire la correspondance entre une DSP de bruit de fréquence d'un laser et son spectre optique. En effet, cela permet de statuer, à partir de la DSP de bruit de fréquence, sur le profil du spectre optique et de remonter à sa largeur de raie. A cet égard, il est donc important d'évoquer la relation liant intimement ces deux quantités d'intérêt.

La formule d'Elliott

D'une DSP de bruit de fréquence d'un laser, il est possible par intégration de retrouver sa largeur de raie spectrale, le processus inverse ne l'est pas. Le lien entre la DSP de bruit d'un oscillateur et son spectre de puissance relève d'un calcul de théorie du signal. Dans le cas d'un laser, il est usuel de reprendre les travaux d'ELLIOTT [35]. La fonction d'autocorrélation du champ laser est liée à la DSP de son bruit de fréquence :

$$\mathfrak{R}_E(\tau) = P_0 e^{i2\pi\nu_0\tau} e^{-2\int_0^{+\infty} S_v(f) \frac{\sin^2(\pi f\tau)}{f^2} df} \quad (1.14)$$

Le spectre laser est alors obtenu en réalisant une transformée de Fourier :

$$S_E(\nu) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i2\pi\nu\tau} \mathfrak{R}_E(\tau) d\tau \quad (1.15)$$

La DSP de bruit de fréquence d'un laser s'écrit généralement sous forme d'une somme de trois types de bruit. L'idée est de faire la correspondance avec le spectre optique.

Cas d'un bruit blanc ($\alpha = 0$)

Lorsque le bruit de fréquence d'un laser est exclusivement blanc : $S_\nu(f) = h_0$ (h_0 exprimé en Hz^2/Hz), moyennant les équations 1.14 et 1.15, on montre que [33, 35] :

$$S_E(\nu) = P_0 \frac{2\pi^2 h_0}{(\pi^2 h_0)^2 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2} \quad (1.16)$$

Le spectre optique du laser est, dans ce cas, une lorentzienne. Sa largeur à mi-hauteur n'est autre que la largeur de raie intrinsèque du laser. Elle est liée au niveau du bruit blanc de fréquence par :

$$\Delta\nu_L = \pi h_0 \quad (1.17)$$

Cette approche est celle que l'on emploie par la suite dans ce manuscrit, pour déterminer la largeur de raie intrinsèque des lasers caractérisés à partir de leurs DSP de bruit de fréquence. La figure 1.5(a) illustre le cas d'un bruit blanc de fréquence où $h_0 = 10^4 \text{Hz}^2/\text{Hz}$. La figure 1.5(b) illustre le spectre optique correspondant : une lorentzienne de largeur de raie intrinsèque $\Delta\nu_L \approx 31,4 \text{ kHz}$ (Eq.1.17).

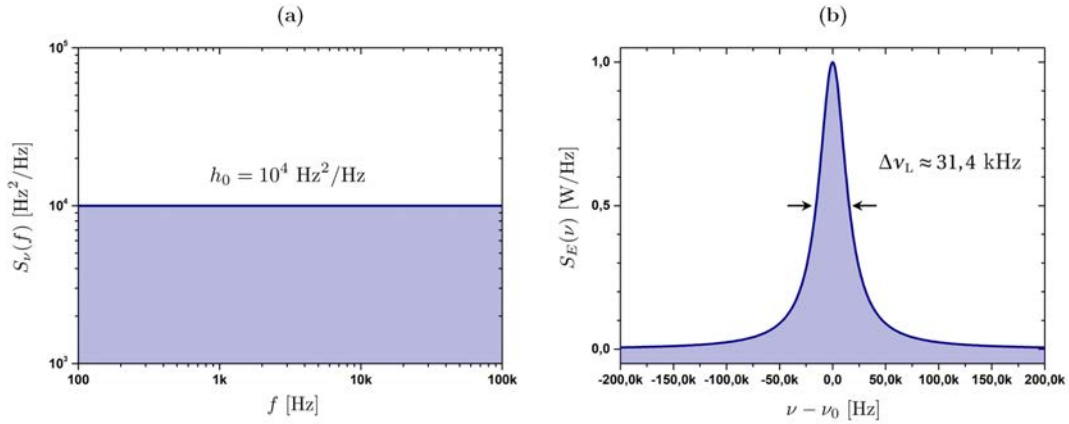


FIGURE 1.5: Illustration de la correspondance entre un bruit blanc de fréquence et le spectre optique d'un laser (a) Bruit blanc de fréquence $S_\nu(f) = h_0 = 10^4 \text{Hz}^2/\text{Hz}$ (b) Spectre laser associé, au profil lorentzien et de largeur de raie intrinsèque $\Delta\nu_L \approx 31,4 \text{ kHz}$.

Cas d'un bruit en $1/f$ ($\alpha = 1$)

Le cas d'un bruit de scintillation de fréquence est légèrement plus délicat à traiter que le cas d'un bruit blanc. Considérons que la DSP de bruit de fréquence est dans ce cas $S_\nu(f) = \frac{h_1}{f}$. En substituant cette quantité dans l'équation 1.14, nous obtenons :

$$\mathfrak{A}_E(\tau) = P_0 e^{i2\pi\nu_0\tau} e^{-2\int_0^{+\infty} \frac{h_1 \sin^2(\pi f\tau)}{f^3} df} \quad (1.18)$$

Dans l'expression de la fonction d'autocorrélation exprimée par l'équation 1.18, on peut constater que l'intégrale $\int_0^{+\infty} \frac{h_1 \sin^2(\pi f \tau)}{f^3} df$ n'est pas définie pour $f = 0$. Afin de palier à ce problème, on introduit généralement la notion de temps d'observation. En effet, une DSP ne peut être en pratique définie à la fréquence nulle ($f = 0$), et ce pour la simple raison qu'il nous est impossible de mesurer un signal (aléatoire dans notre cas car il s'agit des fluctuations de fréquence) durant un temps infini. Le temps d'observation que l'on notera T_{obs} est défini comme l'inverse de la fréquence minimale de l'intervalle sur lequel une DSP est mesurée.

Cependant, même en introduisant la notion de temps d'observation, une intégration analytique de cette relation n'est pas possible, on est contraint de passer par une intégration numérique, qui peut s'avérer délicate à réaliser.

Néanmoins, la littérature rapporte que le spectre optique, correspondant à un bruit de scintillation, est une fonction gaussienne [33]. Sa largeur de raie notée, $\Delta\nu_G$, dépend du temps d'observation du spectre. Le cas d'un bruit de marche aléatoire de fréquence $\alpha = 2$, ne sera pas traité ici.

Cas général

D'un point de vue général, le spectre optique d'un laser est le produit de convolution d'une fonction lorentzienne ($\alpha = 0$) et d'une fonction gaussienne ($\alpha = 1$), n'étant autre qu'une fonction de Voigt [33]. La lorentzienne possède une largeur de raie fixe dans le temps, contrairement à la gaussienne dont la largeur de raie dépend du temps d'observation du spectre. Par conséquent, la largeur de raie de la fonction de Voigt dépendra également du temps d'observation.

Approximation de la β -ligne

Les lasers que nous utilisons durant ces travaux de recherche présentent un bruit blanc de fréquence mais aussi un bruit de fréquence technique qui peut être soit un bruit de scintillation, soit un bruit de marche aléatoire. Durant ce travail, la comparaison de nos sources ne s'est pas faite, uniquement en terme de largeur de raie intrinsèque mais nous avons également tenu compte de leur bruit de fréquence technique. Ainsi, pour comparer leur niveau de bruit de fréquence technique, nous avons opté pour une approche récemment proposée dans la littérature, représentant une alternative à la formule d'ELLIOTT.

Cette approche, proposée par DI DOMENICO et al. [36], est basée sur la constatation suivante. En pratique, toute DSP de bruit de fréquence peut être géométriquement

séparée en deux régions, en traçant une ligne séparatrice appelée communément « β -line », décrite par $S_{\beta\text{-line}}(f) = \frac{8\ln(2)}{\pi^2} f$ (voir Fig.1.6). La fréquence $f_{\beta\text{-line}}$ désigne la fréquence d'intersection de séparation des deux régions. La méthode dite de la β -line, énonce que :

- seul le bruit de fréquence situé au dessus de la droite de la β -line (bruit de fréquence généralement d'origine technique) contribue à la largeur de raie du spectre observé à des temps d'observation supérieure à $1/f_{\beta\text{-line}}$.
- Pour ces temps d'observation, le bruit situé en dessous de la droite de la β -line (bruit de fréquence blanc généralement) n'affecte que les ailes du spectre optique.
- La largeur de raie du spectre optique peut, dans ce cas, être estimée avec une marge de 10% d'erreur, en évaluant l'aire sous la DSP délimitée entre l'inverse du temps d'observation ($1/T_{obs}$) et la fréquence d'intersection $f_{\beta\text{-line}}$ via la relation suivante [36] :

$$\Delta\nu_G = \sqrt{8\ln(2)A} = \sqrt{8\ln(2) \int_{1/T_{obs}}^{f_{\beta\text{-line}}} S_v(f) df} \quad (1.19)$$

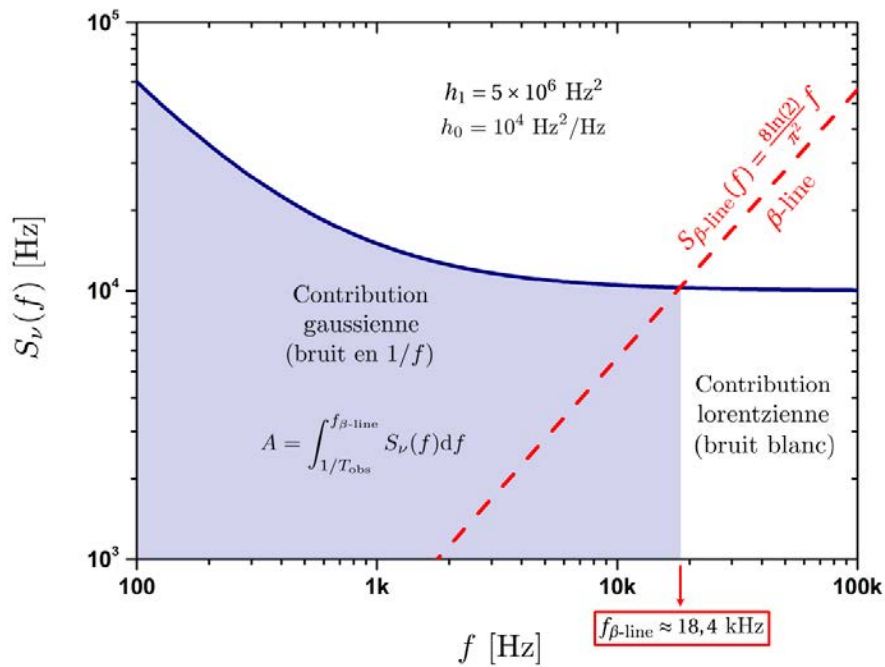


FIGURE 1.6: DSP d'un bruit de fréquence typique, composé d'un bruit de scintillement de fréquence $1/f$ prédominant aux basses fréquences et d'un bruit blanc de fréquence prédominant aux hautes fréquences. La droite en pointillés donnée par $S_{\beta\text{-line}}(f) = \frac{8\ln(2)}{\pi^2} f$ sépare la DSP du bruit de fréquence en deux régions dont la contribution sur le spectre laser est différente.

Pour illustrer cela, nous reprenons l'exemple donné dans le cas d'un bruit blanc sur lequel nous introduisons une contribution en $1/f$ (bruit de scintillation) telle que $h_1 = 5 \times 10^6 \text{ Hz}^2$. La figure 1.6 représente la DSP combinant ces deux bruits. L'approximation nous informe dans ce cas, que pour des temps d'observation supérieures à l'inverse de la

fréquence d'intersection ($f_{\beta\text{-line}} \approx 18,4$ kHz), soit pour $T_{obs} > 54 \mu\text{s}$, la largeur de raie du spectre est imposée par celle de la contribution gaussienne relative au bruit en $1/f$. Si le temps d'observation est de $54 \mu\text{s}$, cette méthode ne s'applique pas car l'intégrale est nulle. La largeur de raie du spectre optique du laser est assimilable à la largeur de raie intrinsèque, soit dans ce cas de figure $\sim 31,4$ kHz.

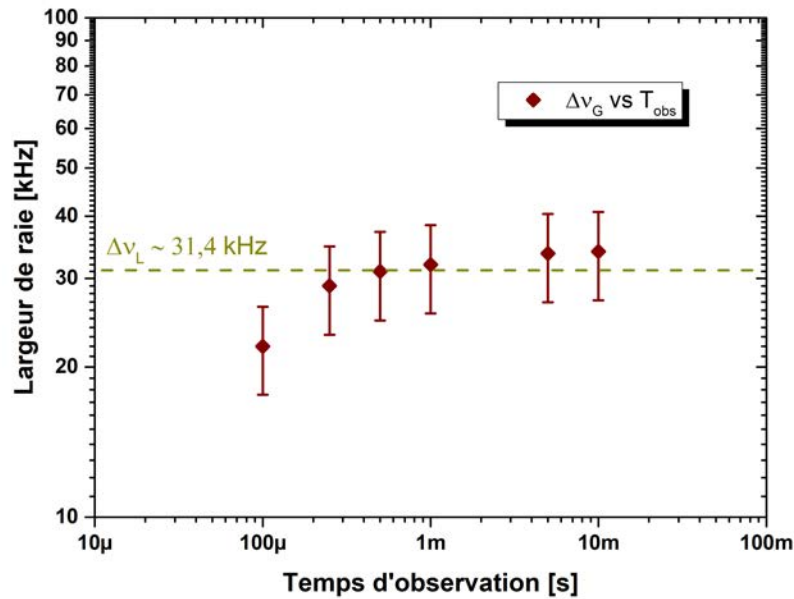


FIGURE 1.7: Élargissement de la largeur de raie du spectre laser en fonction du temps d'observation selon la méthode de la β -line, incluant la marge de 10% d'erreur.

La figure 1.7 montre l'accroissement de la largeur de raie, en fonction du temps d'observation, estimée dans ce cas, par cette méthode. On peut voir que celle-ci évolue d'une valeur de 22 kHz pour un temps d'observation de $100 \mu\text{s}$ jusqu'à une valeur de 35 kHz asymptotique. Plusieurs remarques s'imposent :

- sur la figure 1.7 la ligne représente la largeur de raie intrinsèque, qui est la limite inférieure de la largeur de raie du spectre ; cela implique que la méthode de la β -line nécessite un temps d'observation minimal pour qu'elle ait une signification. Ainsi si on intègre, sur un temps d'observation de $54 \mu\text{s}$ ($= 1/f_{\beta\text{-line}} \approx 18,4$ kHz) la méthode donne la largeur de 0 Hz, ce qui n'a pas de sens.
- le temps minimal d'observation n'est pas donné dans la littérature, dans notre cas il avoisine la milliseconde, ce qui correspond à une borne inférieure d'intégration de 1 kHz (valeur maximale permise pour $1/T_{obs}$).

- pour une valeur de temps d'observation infinie la largeur de raie ayant un profil de Voigt, dont la largeur est dominée par la contribution gaussienne (bruit de scintillement ici) tend vers une valeur asymptotique pouvant être définie analytiquement [33].

1.2 Caractérisation expérimentale du bruit de fréquence

Cette section est dédiée à la présentation du banc de mesure que nous avons employé pour caractériser le bruit de fréquence (Sec.1.2.1) des différentes sources étudiées durant nos travaux et à l'illustration expérimentale de l'approximation de la β -line (Sec.1.2.2).

1.2.1 La technique auto-hétérodyne corrélée

Afin de caractériser expérimentalement le bruit de fréquence de nos lasers, nous employons la technique dite, auto-hétérodyne corrélée[37]. Elle consiste à analyser le battement issu du photo-mélange du champ, relatif au laser que l'on souhaite caractériser, et de sa réplique décalée en fréquence et temporellement retardée. Le retard ici doit être maintenu inférieur au temps de cohérence du laser, de sorte à ce que les phases des deux champs soient statistiquement dépendantes. Dans ce cas, le bruit de phase du battement des deux champs contient l'information sur le bruit de fréquence du laser. La figure 1.8 présente le dispositif expérimental correspondant.

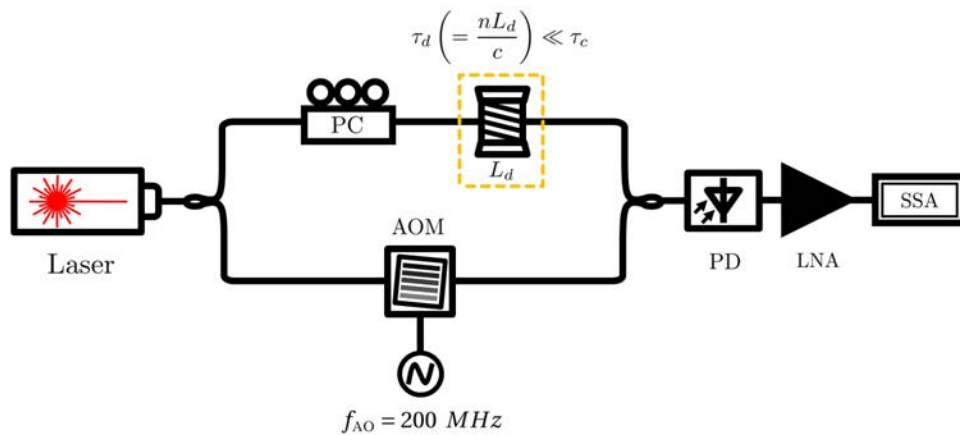


FIGURE 1.8: Banc de mesure de bruit de fréquence d'un laser basé sur la technique auto-hétérodyne corrélée.

PC : contrôleur de polarisation, *AOM* : modulateur acousto-optique, *PD* : photo-diode, *LNA* : amplificateur électrique bas bruit, *SSA* : analyseur de source de signaux, L_d : longueur de la fibre de délai, τ_d : délai temporel associé à L_d , τ_c : temps de cohérence du laser, f_{AO} : fréquence de décalage du modulateur acousto-optique.

Le signal optique du laser à caractériser est séparé en deux répliques. Sur un bras, le signal est retardé grâce à une fibre de délai de longueur L_d , induisant un retard

temporel $\tau_d = c/nL_d$, sur l'autre il est décalé en fréquence, à l'aide d'un modulateur acousto-optique, de $f_{AO} = 200$ MHz. Ici, le déséquilibre temporel introduit par la fibre de délai est très inférieur au temps de cohérence du laser τ_c ¹ de façon à ce que la corrélation entre les deux champs soit maintenue. Le battement radio-fréquence des deux champs, est ensuite détecté par une photo-diode puis amplifié à l'aide d'un amplificateur électrique. Un analyseur de bruit de phase (FSWP², ROHDE-SCHWARZ) est utilisé pour mesurer la DSP du bruit phase du signal de battement radio-fréquence localisé à $f_{AO} = 200$ MHz. Cet analyseur ROHDE-SCHWARZ de bande passante ~ 13 GHz, intègre un oscillateur local sous la forme d'un générateur de poursuite de fréquence permettant d'extraire le bruit de phase par battement micro-onde.

Modèle analytique

En reprenant le formalisme présenté dans la première partie de ce chapitre (Eq.1.4, Sec.1.1.1), on peut montrer que la tension électrique délivrée par l'amplificateur électrique (LNA) positionné en sortie de l'interféromètre s'écrit :

$$u(t) = 2\mathcal{R}g_{\text{LNA}}P_0 \{1 + \cos[2\pi f_{AO}t + 2\pi\nu_0\tau_d + \Delta\phi(t, \tau_d)]\} \quad (1.20)$$

\mathcal{R} est la réponse du détecteur,

g_{LNA} le gain de l'amplificateur électrique et

$$\Delta\phi(t, \tau_d) = \phi(t) - \phi(t - \tau_d)$$

Remarquons que l'équation 1.20 ne prend en compte aucun terme relatif au bruit de phase apporté par le banc de mesure. Ici, nous choisissons délibérément de négliger cette contribution pour présenter simplement le principe de la méthode. Cette contribution sera prise en compte et discutée un peu plus loin dans cette section.

Le terme que nous cherchons à déterminer est la DSP de bruit de fréquence du laser $S_v(f)$. Celle-ci est liée à la DSP de bruit de phase du signal en sortie de l'interféromètre $S_{\Delta\phi}(f)$ par la relation suivante :

$$S_v(f) = \left(\frac{1}{2\pi\tau_d}\right)^2 \text{sinc}^2(\pi f\tau_d) S_{\Delta\phi}(f) \quad (1.21)$$

où $\text{sinc } x = \sin x/x$ désigne la fonction sinus cardinal

1. On lie généralement le temps de cohérence d'un laser τ_c à son bruit de fréquence d'origine quantique, et donc à sa largeur de raie intrinsèque $\Delta\nu_L$ par : $\tau_c = \frac{1}{\pi\Delta\nu_L}$.

2. [Documentation de l'analyseur de bruit de phase FSWP \(ROHDE-SCHWARZ\)](#)

En pratique, l'analyseur de bruit de phase donne directement accès à la DSP de $\Delta\phi(t, \tau_d)$. Ainsi pour remonter à la DSP du bruit de fréquence du laser, il nous suffit simplement de diviser $S_{\Delta\phi}(f)$ par la fonction de transfert de l'interféromètre.

Gain et bande passante de la mesure

L'interféromètre est un filtre passe-bas. Sa bande passante est inversement proportionnelle au déséquilibre temporel de l'interféromètre. On définit généralement son gain de conversion pour les fréquences très inférieures à $1/\tau_d$. Ainsi pour $f \ll 1/\tau_d$, ce dernier vaut $\sim (2\pi\tau_d)^2$. La figure 1.9(a) donne un exemple de la fonction de transfert de l'interféromètre déséquilibré pour une longueur de délai de 200 m. La fréquence de coupure est alors à 1 MHz, donnant une bande passante de mesure de ~ 300 kHz.

Pour augmenter la bande passante, il faut privilégier des délais courts et donc des longueurs de fibre de délai courtes. Seulement, plus le délai est court, plus le gain est faible (voir Fig.1.9(b)). En pratique, un compromis est recherché entre ces deux paramètres. La comparaison au plancher de bruit du banc permet de savoir si l'on a suffisamment de gain.

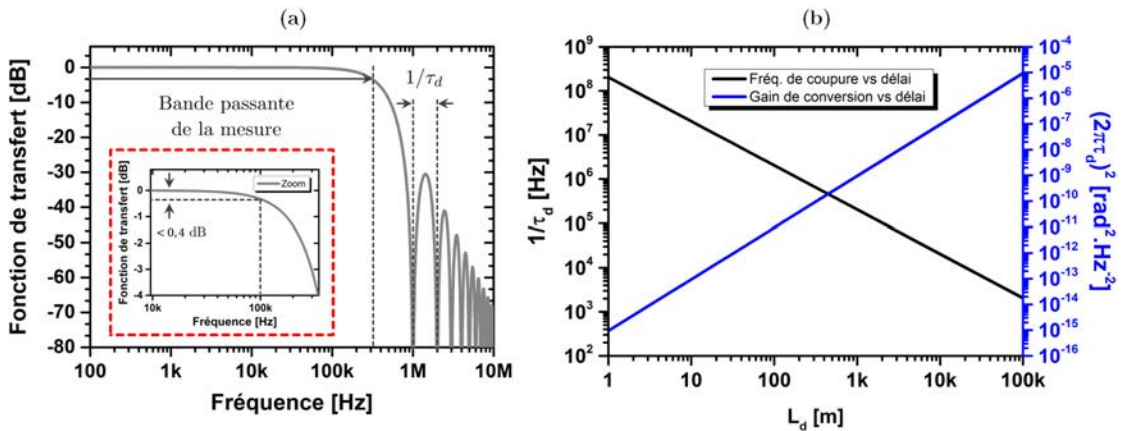


FIGURE 1.9: (a) Fonction de transfert de l'interféromètre déséquilibré ($\tau_d = 200$ m)
(b) Fréquence de coupure et gain de conversion du banc de mesure, en fonction de la longueur de délai inséré, dans le cas d'une fibre en silice (indice de réfraction à 1550 nm, $n \approx 1,468$)

Bruit de plancher du banc de mesure

Il est important avant toute mesure de bruit de fréquence d'un laser, de déterminer le bruit plancher du banc de caractérisation. Le bruit de plancher désigne tout bruit autre que celui du laser.

Les contributions au bruit plancher peuvent être environnementales : les variations de température peuvent dilater ou contracter la fibre de délai et impliquer des fluctuations de phase ; les vibrations mécaniques et acoustiques peuvent également être captées.

Les contributions peuvent aussi être de nature instrumentale : bruit de l'analyseur de bruit de phase, bruit de l'oscillateur RF qui sert à commander le modulateur acousto-optique, bruit induit par la photo-diode (PD) et l'amplificateur RF (LNA).

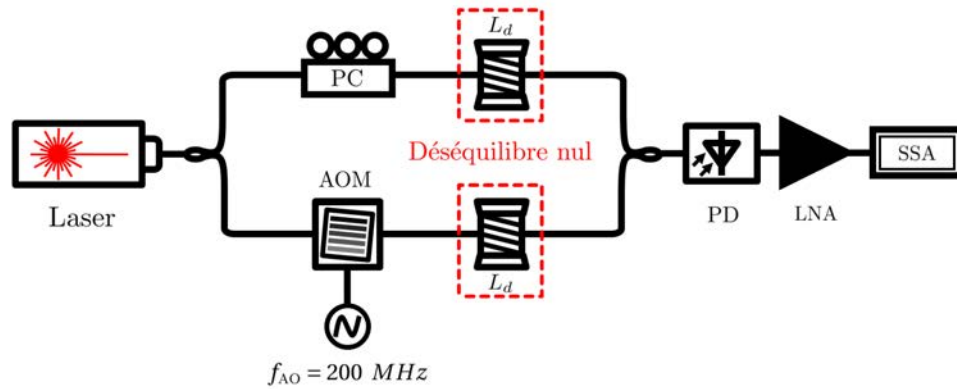


FIGURE 1.10: Mesure du plancher de bruit du banc de mesure du bruit de fréquence pour une longueur de délai L_d

Pour cela, on applique la méthode proposée par LLOPIS et *al.*, [38] qui consiste à équilibrer l'interféromètre par l'ajout d'un retard optique dans le bras de l'acousto-optique (AOM), d'un retard égal à celui apporté par la fibre de délai afin de prendre en compte le bruit apporté par cette longueur de fibre, comme l'illustre la figure 1.10. En effet, si on introduit dans l'équation 1.22 une contribution de bruit de phase ne provenant pas du laser mais plutôt du système de mesure et de son environnement, on écrit dans ce cas :

$$u(t) = 2\mathcal{R}g_{\text{LNA}}P_0 \{1 + \cos[2\pi f_{\text{AO}}t + 2\pi\nu_0\tau_d + \Delta\phi(t, \tau_d) + \phi_{\text{sys}}(t)]\} \quad (1.22)$$

où $\phi_{\text{sys}}(t)$ désigne le bruit apporté par le système de mesure ainsi que son environnement.

En équilibrant l'interféromètre, le délai devient nul ($\tau_d = 0$). Ainsi on annule le bruit provenant du laser et on conserve le bruit apporté par le système. C'est ce niveau de bruit qui sert de référence et définit le plancher de bruit.

Exemple de mesure

La figure 1.11 donne un exemple de mesure sur un laser DFB à fibre KOHERAS (voir Annexe.B). Sur la figure de gauche (Fig.1.11(a)), on voit que 10 m de fibre de retard ne sont pas suffisants pour dissocier la mesure de bruit de phase laser du plancher

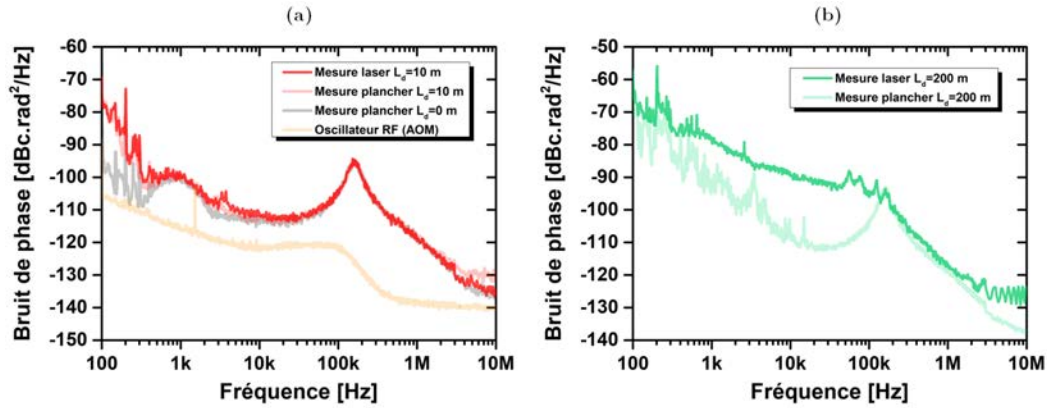


FIGURE 1.11: (a) DSP du bruit de phase en sortie de l'interféromètre $S_{\Delta\phi}(f)$ pour différents délais L_d (b) DSP du bruit de fréquence $S_v(f)$ correspondant à la mesure laser et à la mesure plancher pour un délai de 200 m

de bruit. Cette figure souligne également le fait qu'il ne faut pas commettre l'erreur de prendre pour référence le bruit de l'oscillateur RF ou le bruit de plancher de bruit obtenu pour l'interféromètre équilibré à vide. Cette dernière mesure pourrait conduire à une sous-estimation du plancher de bruit, en l'occurrence dans les basses fréquences (typiquement pour $f < 1$ kHz dans l'exemple donné). La figure de droite ((Fig.1.11(b))) montre que 200 m de fibre de retard apporte une amplification de bruit de phase suffisante pour sortir du plancher de bruit, entre 100 Hz et 100 kHz.

1.2.2 Illustration de l'approximation de la « β -line »

Dans la section 1.1.4, l'approximation de la β -line a été introduite théoriquement. Dans la présente section, nous en proposons une illustration expérimentale.

L'expérience consiste à caractériser un laser en terme de largeur de raie et en terme de bruit de fréquence. L'idée est de comparer la largeur de raie fournie par une mesure directe de la largeur de raie à celle donnée par l'approximation de la β -line. Pour cette expérience, nous avons utilisé un laser de marque TUNICS PR (voir Annexe.B). La mesure de largeur de raie a été réalisée en utilisant le même banc de mesure, à la seule différence que le délai dans ce cas est choisi supérieur à la longueur de cohérence du laser de sorte à décorrélérer les signaux en sortie de l'interféromètre. Le battement radio-fréquence est dans ce cas le produit de convolution du spectre laser avec lui même. La technique auto-hétérodyne décorrélée n'a pas été utilisée durant nos travaux par la suite, le lecteur est néanmoins invité à consulter la référence suivante [39] pour plus de détails. Pour la mesure de largeur de raie, une longueur de fibre de délai de 50 km a été utilisée pour la décorrélation. Ce délai permet d'observer le spectre optique du laser TUNICS PR sur un temps d'environ ~ 250 μ s.

La figure 1.12(a) représente la DSP de bruit de fréquence du laser TUNICS PR. La figure 1.12(b) représente le spectre auto-hétérodyne décorrélé du signal laser.

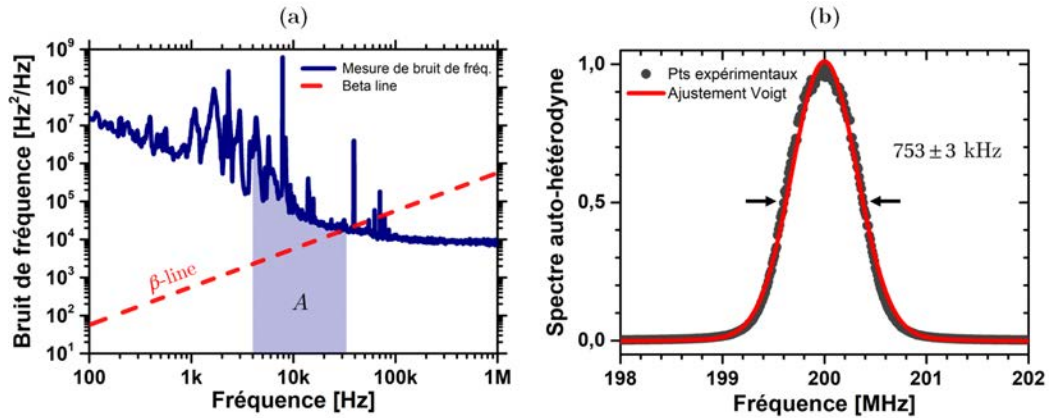


FIGURE 1.12: Illustration de l'approximation de la β -line en utilisant le laser TUNICS PR. (a) DSP de bruit de fréquence (b) Spectre auto-hétérodyne

$A = \int_{4 \text{ kHz}}^{33 \text{ kHz}} S_v(f) df$, où $S_v(f)$ désigne la DSP de bruit de fréquence de la source. Un ajustement de Voigt a été réalisé pour estimer la largeur de raie du spectre optique. Remarquons que la tête du spectre optique a un profil plus proche de celui d'une gaussienne que d'une lorentzienne, par conséquent sa largeur de raie s'obtient en divisant par $\sqrt{2}$, la valeur fournie par l'ajustement réalisé.

Pour un temps d'observation de $250 \mu\text{s}$, l'approximation de la β -line estime la largeur de raie du laser à $\Delta\nu_G = 513 \pm 51 \text{ kHz}$ (10% d'erreur). La mesure directe de la largeur de raie donne après ajustement, une valeur de $\Delta\nu_G = 534 \pm 2 \text{ kHz}$. Comme le prédit l'approximation [36], nous obtenons en effet une valeur comprise dans la marge d'erreur des 10%.

1.3 Conclusion

Ce chapitre a permis d'introduire la notion de bruit de fréquence d'un laser, de discuter ses origines quantiques et techniques, de décrire le formalisme nécessaire à sa description dans le domaine spectral, de distinguer spectre optique et DSP de bruit de fréquence en explicitant le lien existant entre ces deux quantités et en dernier lieu de présenter le protocole expérimental et de discuter de l'approximation dite de la β -line. Ces éléments sont nécessaires à la caractérisation des techniques de réduction du bruit de fréquence des lasers, que l'on présente dans la suite de ce manuscrit.

Chapitre 2

Étude d'une technique d'asservissement à correction aval pour la réduction du bruit de fréquence d'un laser : validation et identification des limites du système

Sommaire

| | | |
|------------|---|-----------|
| 2.1 | Description théorique | 30 |
| 2.1.1 | Principe de fonctionnement | 30 |
| 2.1.2 | Modèle analytique | 31 |
| 2.2 | Description expérimental | 39 |
| 2.2.1 | Le dispositif expérimental | 39 |
| 2.2.2 | Ajustement du bras principal et du bras de correction | 41 |
| 2.3 | Résultats expérimentaux | 43 |
| 2.3.1 | Présentation et caractérisation des sources utilisées | 44 |
| 2.3.2 | Protocole expérimental | 47 |
| 2.3.3 | Expérience n°1 : validation du système d'asservissement | 50 |
| 2.3.4 | Expérience n°2 : identification des limites du système | 52 |
| 2.4 | Discussion | 56 |
| 2.4.1 | Bilan des résultats | 56 |
| 2.4.2 | Origines de la limitation | 57 |
| 2.4.3 | Stabilité du système à long terme | 58 |
| 2.5 | Conclusion | 59 |

L'asservissement à correction aval (*feedforward control* en anglais) de la phase optique d'un laser, est une technique qui permet la réduction de son bruit de fréquence. Ce type d'asservissement a été utilisé pour la première fois en 1989 par SMITH et *al.*, [40]. Il s'agit d'un asservissement en boucle ouverte; il n'est pas sujet des instabilités comme c'est le cas des asservissements à boucle fermée. Aussi l'action de correction sur le laser, se fait toujours de façon externe.

L'asservissement à correction aval pour réduire le bruit de fréquence d'un laser existe aujourd'hui dans la littérature sous forme de deux configurations : homodyne [41–47] et hétérodyne [17, 18, 48–50]. La configuration homodyne utilise une référence passive pour évaluer la phase optique du laser à corriger, généralement un interféromètre à deux ondes en configuration homodyne. La configuration hétérodyne utilise une référence active, c'est-à-dire un laser peu bruité, l'évaluation de la phase se fait, dans ce cas, au travers du photo-mélange hétérodyne de ce laser avec le laser à corriger.

Les travaux de recherche menés au cours de cette thèse, sont la continuité des travaux de WATTS et *al.*, qui ont été initiés en 2015 et qui concernent l'étude de la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne, pour la réduction du bruit de fréquence présent sur les raies d'un peigne généré par une diode à blocage de modes. L'affinement spectral est recherché dans le but d'être compatible avec des systèmes de transmission WDM cohérents.

Notre contribution à ce travail se résume en trois points : la caractérisation en terme de bruit de fréquence au lieu d'une caractérisation en terme de largeur de raie (méthode utilisée par WATTS), une identification des limites du système et l'application de la technique à une diode à blocage de modes actif. Ce travail a été divisé en deux chapitres :

- **dans le présent chapitre**, il est question d'introduire le principe de la technique d'asservissement à correction aval dans sa configuration hétérodyne, de la valider expérimentalement pour le cas d'un laser monomode et finalement d'identifier les limites du système que nous avons mis en place.
- **le chapitre suivant** sera consacré à l'application de la technique à une diode à blocage de modes actif.

2.1 Description théorique

L'asservissement à correction aval hétérodyne consiste, d'un point de vue général, à faire battre sur une photo-diode rapide, le laser dont on souhaite réduire le bruit de fréquence avec un oscillateur local (laser relativement moins bruité). Le battement contenant l'information sur la phase du laser bruité représente le signal de correction et permet de récupérer l'information sur la phase optique du laser bruité. La correction se fait en modulant une partie du signal optique issu du laser bruité de façon aval avec ce signal de correction, de sorte à soustraire son bruit de phase. Seul le bruit de phase de l'oscillateur local subsiste. La modulation peut se faire en utilisant un modulateur acousto-optique, électro-optique de phase ou d'intensité (à simple ou double électrode). Si la phase du signal modulé est synchrone temporellement avec la phase du signal modulant alors, le bruit de phase et donc de fréquence du laser bruité est réduit à celui de l'oscillateur local.

2.1.1 Principe de fonctionnement

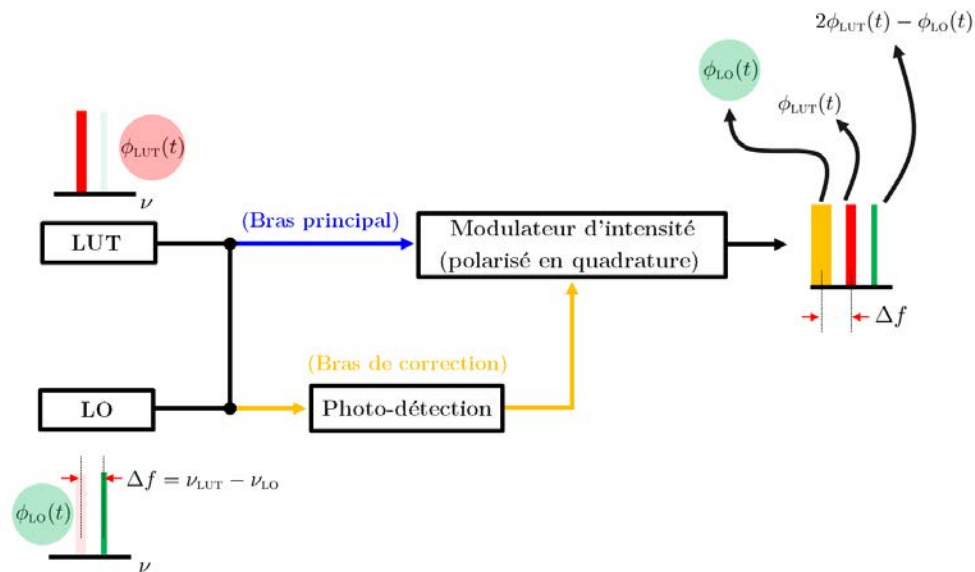


FIGURE 2.1: Représentation schématique du principe de la technique hétérodyne d'asservissement à correction aval de la phase optique, utilisant un modulateur électro-optique d'intensité.

LO : Oscillateur local, LUT : Laser sous test, $\nu_{LO,LUT}$: fréquences optiques de l'oscillateur local et du laser sous test, $\phi_{LO,LUT}(t)$: leurs bruits de phase optiques, Δf : le désaccord fréquentiel entre les deux sources.

La figure 2.1 illustre la technique d'asservissement à correction aval de la phase optique d'un laser. Cette technique consiste à générer un battement hétérodyne entre le laser que l'on souhaite asservir, dit laser sous test (LUT : *Laser Under Test*), et un

laser de référence, dit oscillateur local (LO : *Local Oscillator*), de haute pureté spectrale i.e., bruit de fréquence relativement faible par rapport au laser sous test. L'oscillateur local est représenté par une raie fine en vert sur la figure, la raie du laser sous test est en rouge.

La phase du battement radio-fréquence (RF), généré à la fréquence $\Delta f = \nu_{\text{LUT}} - \nu_{\text{LO}}$, est égale à la différence des phases optiques $\phi_{\text{LO}}(t)$ du LO et $\phi_{\text{LUT}}(t)$ du LUT. Ce signal (RF) est utilisé pour moduler en intensité la partie du signal du laser sous test traversant le bras principal (trait bleu sur la figure 2.1) *via* un modulateur d'intensité électro-optique polarisé en quadrature. Le bras de correction, représenté par un trait jaune sur la figure 2.1, désigne le chemin emprunté par la fraction du laser sous test servant à réaliser le battement hétérodyne. Deux bandes latérales sont générées autour du signal du laser sous test en sortie du modulateur, comme pour toute modulation d'amplitude. Une bande latérale inférieure (raie représentée en jaune sur la figure), dont le bruit de fréquence est doublé tandis que la bande latérale supérieure (raie représentée en vert) ne contient que le bruit de fréquence de l'oscillateur local. Cette dernière est la bande d'intérêt, puisque le bruit de fréquence du laser sous test déporté sur cette bande latérale, est fortement réduit.

Afin d'appréhender le fonctionnement de la technique d'asservissement que l'on a choisie d'étudier, nous en présentons un modèle analytique simple.

2.1.2 Modèle analytique

Soit $E_{\text{LUT}}(t)$ et $E_{\text{LO}}(t)$ les champs électriques scalaires, respectivement associés au laser sous test (LUT) et à l'oscillateur local (LO). On suppose donc que l'oscillateur local présente un bruit de phase (et donc un bruit de fréquence) inférieur à celui du laser sous test. Les deux lasers sont considérés monomodes, opérant en régime continu et oscillant à des fréquences optiques distinctes (Fig.2.1) :

$$E_{\text{LUT}}(t) = \sqrt{P_{\text{LUT}}(t)} e^{i[2\pi\nu_{\text{LUT}}t + \phi_{\text{LUT}}(t)]} \quad (2.1)$$

$$E_{\text{LO}}(t) = \sqrt{P_{\text{LO}}(t)} e^{i[2\pi\nu_{\text{LO}}t + \phi_{\text{LO}}(t)]} \quad (2.2)$$

$P_{\text{LUT,LO}}$ représentent leurs puissances optiques,
 $\nu_{\text{LUT,LO}}$ leurs fréquences optiques ($\nu_{\text{LUT}} < \nu_{\text{LO}}$),
 $\phi_{\text{LUT,LO}}(t)$ leurs bruits de phase tels que $\phi_{\text{LO}}(t) \ll \phi_{\text{LUT}}(t)$.

On considère que les puissances optiques relatives aux deux sources sont temporellement invariantes. Cela se traduit mathématiquement par $\frac{dP_{\text{LUT,LO}}(t)}{dt} = 0$ (ou $\epsilon(t) = 0$). Afin

d'éviter d'introduire d'avantage de notations, on se propose simplement d'omettre tout signe de dépendance en temps (on notera $P_{LUT,LO}$ au lieu de $P_{LUT,LO}(t)$).

Le photo-mélange hétérodyne comme « capteur de phase optique »

Commençons par déterminer l'expression du signal électrique généré au travers du photo-mélange hétérodyne des deux sources. La photo-détection des deux champs $E_{LUT}(t)$ et $E_{LO}(t)$ génère un photo-courant $i_{ph}(t)$ proportionnel au carré du module de leur somme :

$$i_{ph}(t) = \mathcal{R}(\lambda) |E_{LUT}(t) + E_{LO}(t)|^2 \quad (2.3)$$

$\mathcal{R}(\lambda)$ [A/W] représente la réponse de la photo-diode

La réponse de la photo-diode dépend généralement de la longueur d'onde (de la fréquence optique) de l'onde lumineuse incidente. En pratique le désaccord fréquentiel entre le laser sous test et l'oscillateur local est de l'ordre de la dizaine de gigahertz. Sur un intervalle si étroit, la réponse du photo-détecteur peut être supposée indépendante de λ . Nous ferons par la suite abstraction de la dépendance en longueur d'onde en adoptant la notation \mathcal{R} .

Le développement de l'équation 2.3 permet d'écrire que :

$$i_{ph}(t) = \mathcal{R} \left\{ \underbrace{P_{LUT} + P_{LO}}_{\text{Contribution continue}} + \overbrace{2\sqrt{P_{LUT}P_{LO}} \cos[2\pi\Delta f t + \phi_{LO}(t) - \phi_{LUT}(t)]}^{\text{Contribution alternative contenant l'information sur la phase}} \right\} \quad (2.4)$$

où $\Delta f = \nu_{LO} - \nu_{LUT}$ représente le désaccord fréquentiel entre le LUT et le LO

Les deux premiers termes de l'équation 2.4 correspondent aux courants électriques continus générés par les intensités des champs $E_{LUT}(t)$ et $E_{LO}(t)$ lorsqu'elles sont prises séparément. En pratique, la fréquence de coupure inférieure du photo-détecteur est choisie de sorte à filtrer cette composante continue. Dans la suite de notre raisonnement, ce terme ne sera donc pas pris en compte. Le troisième terme de l'équation 2.4 est le terme d'intérêt, puisqu'il contient l'information sur la différence de phase entre le laser sous test et l'oscillateur local $\phi_{LO}(t) - \phi_{LUT}(t)$.

D'un point de vue expérimental, un modulateur électro-optique d'intensité est généralement commandé en tension et non en courant. Le photo-courant généré par

la photo-diode doit alors être converti en tension. Pour cela, on utilise en pratique un amplificateur trans-impédance. Si g_{TIA} désigne son gain alors la tension qu'il délivre s'exprime :

$$V_{\text{RF}}(t) = 2 \overbrace{\mathcal{R} g_{\text{TIA}}}^{\text{gain électrique}} \underbrace{\sqrt{P_{\text{LUT}} P_{\text{LO}}}}_{\text{amplitude optique}} \cos [2\pi\Delta f t + \phi_{\text{LO}}(t) - \phi_{\text{LUT}}(t)] \quad (2.5)$$

L'équation 2.5 établit l'expression de la tension alternative générée par le battement hétérodyne du laser sous test et de l'oscillateur local. Exprimons à présent la fonction de transfert du modulateur électro-optique d'intensité en champ lorsque ce dernier opère dans sa zone linéaire, soit lorsqu'il est polarisé en quadrature, et commandé par la tension $V_{\text{RF}}(t)$.

Le modulateur électro-optique d'intensité comme « actionneur »

L'actionneur choisi pour cet asservissement est un modulateur électro-optique d'intensité de type Mach-Zehnder. Il dispose en pratique de deux entrées de commande en tension. La première est dédiée à sa polarisation tandis que la seconde est réservée à la modulation autour de son point de polarisation.

La fonction de transfert en champ d'un modulateur électro-optique d'intensité s'écrit généralement [51] :

$$\mathfrak{T}_{\text{EO-MZM}} = \alpha_{\text{m}} + \cos \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{V_{\text{BIAS}} + V_{\text{RF}}}{V_{\pi}} \right) \right] \quad (2.6)$$

α_{m} représente le taux d'extinction du modulateur,

V_{BIAS} , V_{RF} les tensions de polarisation et de modulation

V_{π} est la tension de polarisation nécessaire pour déphaser de π le champ en entrée du modulateur.

Le modulateur est dit, en quadrature, lorsqu'il est polarisé à $V_{\text{BIAS}} = V_{\pi}/2$. Comme l'illustre la figure 2.2, autour de ce point, la fonction de transfert en champ est linéaire. Cette tension correspond, d'un point de vue expérimental, à la tension de polarisation pour laquelle une extinction de la puissance optique en sortie du modulateur est obtenue.

La fonction de transfert du modulateur, lorsqu'il est polarisé en quadrature s'écrit donc :

$$\mathfrak{T}_{\text{EO-MZM}} = \alpha + \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \frac{V_{\text{RF}}}{V_{\pi}} \right) \quad (2.7)$$

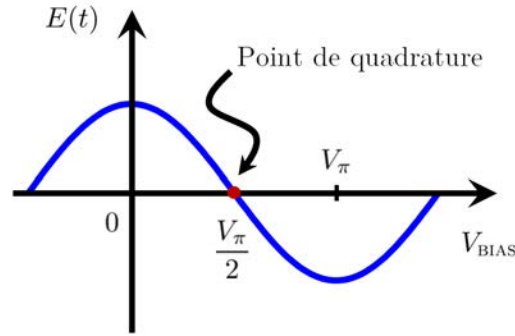


FIGURE 2.2: Fonction de transfert en champ, d'un modulateur électro-optique d'intensité. V_{BIAS} : tension de polarisation, V_{π} : tension de polarisation pour déphaser de π le champ $E(t)$ en entrée du modulateur.

Lorsque la tension $V_{\text{RF}}(t)$ (Eq. 2.5) est appliquée au modulateur en quadrature et en supposant que $|V_{\text{RF}}(t)| \ll V_{\pi}$ ¹, ce qui est le cas en pratique et en particulier ici puisque seules les bandes latérales du premier ordre nous intéressent ici, l'équation 2.7 s'écrit finalement :

$$\mathfrak{T}_{\text{EO-MZM}}(t) = \alpha_{\text{m}} + \frac{\pi \mathcal{R} g_{\text{TIA}}}{V_{\pi}} \sqrt{P_{\text{LUT}} P_{\text{LO}}} \cos[2\pi \Delta f t + \phi_{\text{LO}}(t) - \phi_{\text{LUT}}(t)] \quad (2.8)$$

L'équation 2.8 représente l'expression de la fonction de transfert de l'actionneur relatif à notre système d'asservissement.

L'asservissement de la phase optique du laser sous test consiste à moduler une partie de son champ au travers de cet actionneur. L'expression du champ en sortie de l'actionneur s'obtient en faisant le produit du champ en entrée (i.e., champ du laser sous test) et de sa fonction de transfert (Eq. 2.8) écrite sous la forme suivante : $\mathfrak{T}_{\text{EO-MZM}}(t) = \frac{1}{2} \left[\underline{\mathfrak{T}}_{\text{EO-MZM}}(t) + \overline{\mathfrak{T}}_{\text{EO-MZM}}(t) \right]$, où $\underline{\mathfrak{T}}_{\text{EO-MZM}}$ représente son expression en notation complexe.

Pour déterminer l'expression du champ en sortie du modulateur $E_{\text{OUT}}(t)$, deux cas se présentent :

- le bras principal et le bras de correction sont équilibrés, et dans ce cas on a que :

$$E_{\text{OUT}}(t) = \underline{\mathfrak{T}}_{\text{EO-MZM}}(t) \cdot E_{\text{LUT}}(t) \quad (2.9)$$

- les deux bras sont temporellement déséquilibrés d'une quantité τ . On se place, par exemple, dans le cas où le bras de correction est en avance par rapport au bras

1. Cette hypothèse permet de réaliser le développement limité suivant : $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \frac{V_{\text{RF}}}{V_{\pi}}\right) \sim \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{V_{\text{RF}}}{V_{\pi}}\right) \sim \frac{\pi}{2} \frac{V_{\text{RF}}}{V_{\pi}}$, la fonction sinus est alors linéarisée, lorsque $|V_{\text{RF}}(t)| \ll V_{\pi}$.

principal, le champ en sortie du modulateur s'écrit :

$$E_{\text{OUT}}(t) = \underline{\mathfrak{Z}}_{\text{EO-MZM}}(t) \cdot E_{\text{LUT}}(t + \tau) \quad (2.10)$$

Cas d'un déséquilibre nul

Si le bras principal et le bras de correction sont parfaitement équilibrés, l'équation 2.9 se développe :

$$\begin{aligned} E_{\text{OUT}}(t) &= \underline{\mathfrak{Z}}_{\text{EO-MZM}}(t) E_{\text{LUT}}(t) \\ &= \left[\alpha_m + \gamma \left(e^{j[2\pi\Delta f t + \phi_{\text{LO}}(t) - \phi_{\text{LUT}}(t)]} + e^{-j[2\pi\Delta f t + \phi_{\text{LO}}(t) - \phi_{\text{LUT}}(t)]} \right) \right] \left(\sqrt{P_{\text{LUT}}} e^{j(2\pi\nu_{\text{LUT}} t + \phi_{\text{LUT}}(t))} \right) \\ &= \underbrace{\alpha' e^{j(2\pi\nu_{\text{LUT}} t + \phi_{\text{LUT}}(t))}}_{\text{Première composante :}} + \underbrace{\gamma' e^{i(2\pi(\nu_{\text{LUT}} + \Delta f)t + \phi_{\text{LO}}(t))}}_{\text{Deuxième composante :}} + \underbrace{\gamma' e^{i(2\pi(\nu_{\text{LUT}} - \Delta f)t + \phi_{\text{LUT}}(t))}}_{\text{Troisième composante :}} \\ &\quad \text{réplique atténuée} \quad \text{signal asservi} \quad \text{signal dégradé} \\ &\quad \text{du signal d'entrée} \quad \text{(réplique du LO)} \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\text{avec } \alpha' = \alpha_m \sqrt{P_{\text{LUT}}}, \quad \gamma = \frac{\pi \mathcal{R} G_{\text{lia}}}{2V_\pi} \sqrt{P_{\text{LUT}} P_{\text{LO}}} \quad \text{et} \quad \gamma' = \gamma \sqrt{P_{\text{LUT}}}$$

L'équation 2.11 montre que le champ $E_{\text{OUT}}(t)$ est la somme de trois composantes spectrales (Fig.2.1) :

- **une première composante**, qui désigne la porteuse en référence au signal d'entrée. Il s'agit de la réplique du laser sous test atténuée (*via* le taux d'extinction) du modulateur. Sa fréquence optique est ν_{LUT} , son bruit de phase est inchangé $\phi_{\text{LUT}}(t)$ et sa puissance optique est donnée par $\alpha_m^2 P_{\text{LUT}}$.
- **Une deuxième composante**, désignant la bande latérale supérieure oscillante à la fréquence optique $\nu_{\text{USB}} = \nu_{\text{LUT}} + \Delta f$ (USB pour « *Upper SideBand* ») et ne contenant que le bruit de phase de l'oscillateur local après suppression de celle du laser sous test par le biais d'une simple opération de soustraction. Elle représente dans ce cas de figure, la bande latérale affinée (*i.e.*, le laser asservi, la bande latérale utile) et par conséquent le signal d'intérêt. Nous pouvons également parler de transfert de pureté spectrale réalisé de l'oscillateur local vers cette composante. Sa puissance optique dépend : des puissances optiques du laser sous test, tant en entrée du modulateur qu'en entrée de la photo-diode et de l'oscillateur local (en entrée de la photo-diode), de la réponse de la photo-diode, du gain électrique de l'amplificateur trans-impédance et de la tension V_π du modulateur. Les puissances optiques à l'entrée de la photo-diode peuvent être vues comme un gain optique, tandis que sa réponse avec celle de l'amplificateur trans-impédance peuvent être assimilées à un gain électrique.

- Enfin, **une troisième composante**, désignant la bande latérale inférieure puisqu'elle est localisée à la fréquence optique $\nu_{\text{LSB}} = \nu_{\text{LUT}} - \Delta f$ (LSB pour « *Lower SideBand* »). Son bruit de phase est approximativement égal au double de celui du laser sous test. La puissance optique de cette bande latérale inférieure est identique à celle de la bande latérale supérieure (deuxième composante).

D'un point de vue pratique, seule la bande latérale contenant le bruit de phase de l'oscillateur local doit être conservée. L'objectif dans le cadre de nos travaux de recherche se concentre sur l'évaluation de la qualité de l'asservissement de la phase optique du laser sous test, en d'autres termes la caractérisation du bruit de fréquence de la bande latérale affinée.

Cas d'un déséquilibre non nul

En réalité, le bras principal et le bras de correction ne peuvent jamais être parfaitement équilibrés (Fig.2.1) et le champ en sortie du modulateur est donné par l'équation 2.10. Ne considérant que la bande latérale affinée, le développement de l'équation 2.10 permet d'établir l'expression de son bruit de phase $\phi_{\text{USB}}(t)$, dans le cas d'un déséquilibre non nul.

$$\phi_{\text{USB}}(t) = \overbrace{\phi_{\text{LO}}(t)}^{\text{phase du LO}} + \left\{ \begin{array}{l} \text{phase du LUT} \\ \text{traversant} \\ \text{le bras de} \\ \text{correction} \\ \phi_{\text{LUT}}(t) \\ - \\ \phi_{\text{LUT}}(t + \tau) \\ \text{phase du LUT} \\ \text{traversant} \\ \text{le bras} \\ \text{principal} \end{array} \right\} \quad (2.12)$$

L'équation 2.12 montre que dans le cas d'un déséquilibre non nul ($\tau \neq 0$), le bruit de phase de la bande latérale affinée contient un bruit supplémentaire, égal à la différence des bruits de phase optique du LUT traversant le bras principal et le bras de correction. Notons que pour un déséquilibre nul, cette quantité est nulle.

Afin d'analyser l'influence de cette contribution sur DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée, que l'on notera $S_v^{\text{USB}}(f)$ (associée au bruit de phase $\phi_{\text{USB}}(t)$), on écrit le terme de phase supplémentaire sous la forme suivante :

$$\phi_{\text{LUT}}(t + \tau) - \phi_{\text{LUT}}(t) = \{[\delta_{-\tau}(t) - 1] \otimes \phi_{\text{LUT}}(t)\} \quad (2.13)$$

où $\delta_{-\tau}$ représente la fonction de Dirac localisée à $-\tau$ et \otimes désigne le produit de convolution.

La DSP de ce terme est le produit de leurs densités spectrales². La phase d'un laser n'étant pas un processus stationnaire (voir Chap.1), nous choisissons de raisonner en terme de DSP de bruit de fréquence. On obtient :

$$S_v^{\text{USB}}(f) = S_v^{\text{LO}}(f) + 4 \sin^2(\pi f \tau) S_v^{\text{LUT}}(f) \quad (2.14)$$

Le terme multiplicatif $H(f) = 4 \sin^2(\pi f \tau)$ représente la fonction de transfert en terme de densité spectrale de puissance permettant la prise en compte du déséquilibre temporel entre le bras principal et le bras de correction de notre système.

La figure 4.5 représente cette fonction de transfert en fonction des fréquences de Fourier normalisés par rapport à $1/\tau$. La lecture de la courbe se fait dans le sens croissant des fréquences normalisées.

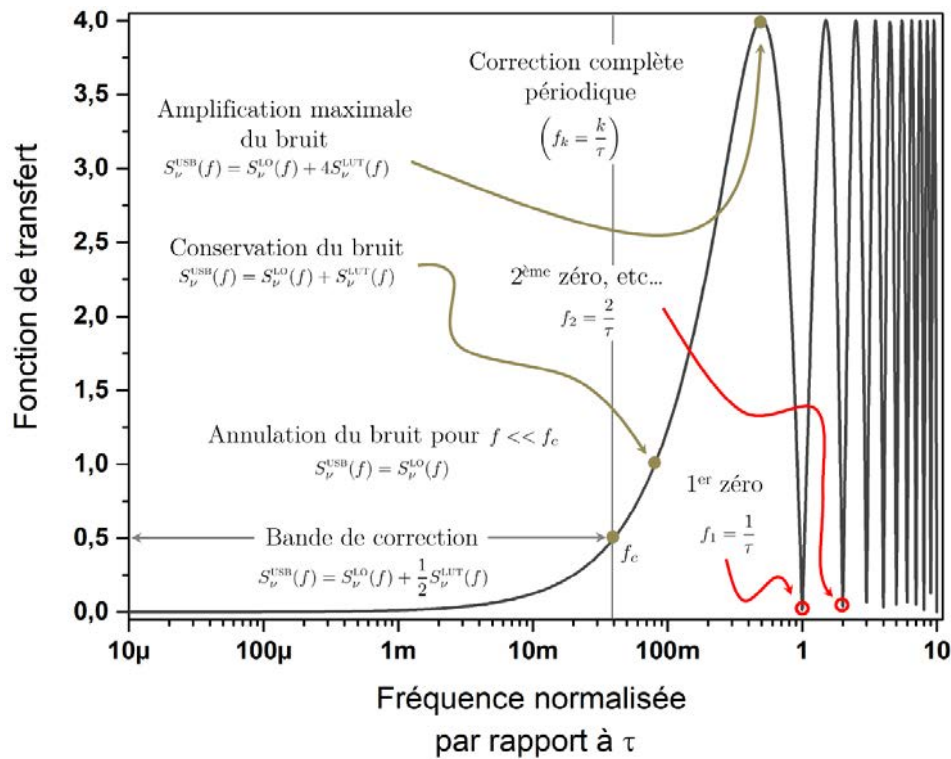


FIGURE 2.3: Représentation de la fonction de transfert $H(f)$ dans le domaine des fréquences de Fourier normalisés par $1/\tau$

Pour $f\tau \ll 10^{-3}$, $H(f)$ peut être considérée nulle. Dans cette région, le bruit de phase du laser sous test est parfaitement soustrait au travers de l'actionneur. Autrement dit la bande latérale utile ne contient que le bruit de l'oscillateur local $S_v^{\text{USB}}(f) = S_v^{\text{LO}}(f)$. En s'éloignant de 10^{-3} (i.e., pour $\frac{10^{-3}}{\tau} < f$), $H(f)$ s'écarte de la valeur nulle en évoluant de

2. La transformée de Fourier d'une convolution de deux fonctions est un produit des transformées de Fourier de ces deux fonctions et la densité spectrale de puissance d'une fonction aléatoire est le carré du module de la transformée de Fourier de cette fonction.

façon croissante, jusqu'à atteindre une première valeur maximale à la fréquence normalisée $1/2$ (i.e., $f = 1/(2\tau)$).

Pour les fréquences normalisées supérieures à $1/2$ (i.e., $1/(2\tau) < f$), la fonction de transfert s'annule avec une périodicité de $1/\tau$.

Les fréquences pour lesquels le bruit de phase du laser sous test est complètement corrigé, sont données par $f_k = \frac{k}{\tau}$, où k désigne un entier naturel.

Les points où il y a conservation de bruit, c'est-à-dire lorsque $S_v^{\text{USB}}(f) = S_v^{\text{LO}}(f) + S_v^{\text{LUT}}(f) \approx S_v^{\text{LUT}}(f)$, sont localisés à $f_l = \frac{1}{6}(\frac{1}{\tau} + 3l)$, où l est un entier naturel.

Les fréquences $f_m = (\frac{1}{2} + m)\tau^{-1}$ correspondent aux maxima de l'amplification du bruit. La densité spectrale de puissance des fluctuations de fréquence de la bande latérale utile vaut à ces fréquences $S_v^{\text{LO}}(f) + 4S_v^{\text{LUT}}(f)$.

Bande de correction On définit la bande de correction du système f_c comme la fréquence pour laquelle l'amplitude de la fonction de transfert $H(f)$ vaut $1/2$ autrement dit, lorsque $S_v^{\text{USB}}(f) = S_v^{\text{LO}}(f) + \frac{1}{2}S_v^{\text{LUT}}(f)$. Son expression en fonction de τ est donnée par :

$$f_c = \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \tau^{-1} \quad (2.15)$$

Notons que la bande de correction de notre système, est d'autant plus large que le déséquilibre est faible, comme il est illustré sur la figure 2.4.

Exemple L'ajustement du bras principal et du bras de correction est nécessaire pour garantir une large bande de correction. A titre d'exemple, à un déséquilibre de $\tau = 1$ ns, la bande de correction est estimée à 115 MHz (Eq. 2.15), en utilisant la valeur approchée $\frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \approx 0,115$ (3 chiffres significatifs après la virgule). Une méthode expérimentale pour ajuster ce déséquilibre est développée dans la section 2.2.2.

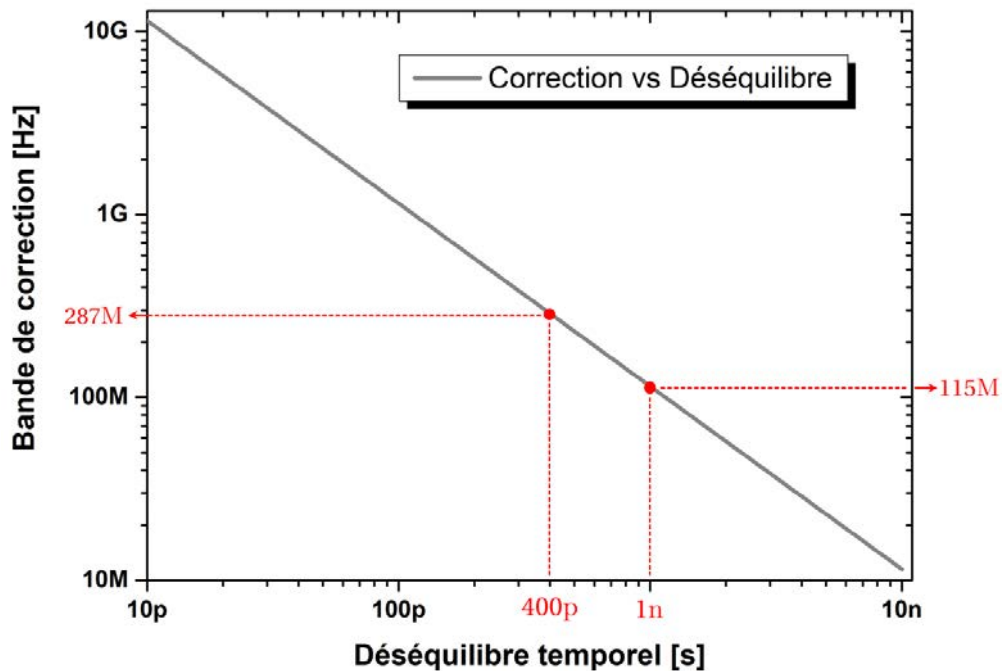


FIGURE 2.4: Bande de correction en fonction du déséquilibre temporel entre bras de correction et bras principal (Eq.2.15).

A un déséquilibre de 1 ns correspond une bande de correction de 115 MHz, pour 400 ps, une bande de correction de 287 MHz.

2.2 Description expérimental

La section précédente a permis de décrire théoriquement, au travers d'un modèle analytique simple, le principe de fonctionnement de la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne. Aussi, l'effet d'un déséquilibre, entre le bras principal et le bras de correction, sur la bande spectrale de réduction du bruit a été évalué.

La présente partie a pour but de présenter le dispositif expérimental que nous avons mis en place pour étudier expérimentalement cette technique (Sec.2.2.1). Elle décrit ensuite la méthode expérimentale que nous avons utilisé pour équilibrer les bras principal et de correction du dispositif, étape nécessaire pour assurer que le bruit de l'oscillateur local soit recopié sur la bande latérale affinée sur une large bande spectrale (Sec.2.2.2).

2.2.1 Le dispositif expérimental

La figure 2.5 illustre le dispositif expérimental du système d'asservissement étudié. La partie optique du système (incluant les composants optiques) est représentée en noir et la partie électrique (faisant intervenir des composants électriques) est en bleu.

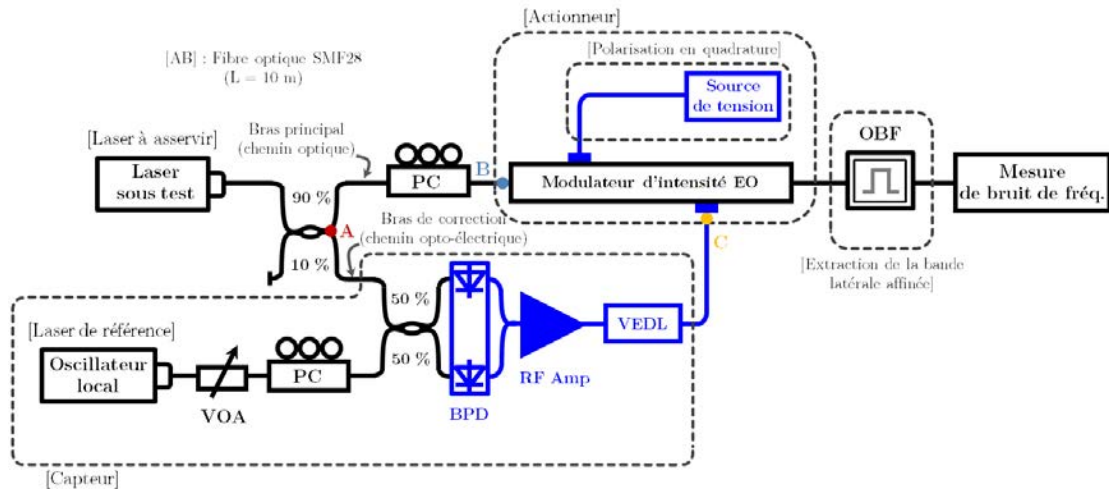


FIGURE 2.5: Dispositif expérimental employé pour l'asservissement à correction aval hétérodyne.

PC : contrôleur de polarisation, *VOA* : atténuateur optique variable, *BPD* : photo-diode équilibrée, *RF Amp* : amplificateur électrique, *EO* : électro-optique, *OBF* : filtre optique, *VEDL* : ligne à retard électrique variable

Un atténuateur optique variable placé après l'oscillateur local, permet de régler sa puissance optique de façon passive (soit sans modification de son point de fonctionnement), ce qui évite toute modification de ses propriétés physiques conservant ainsi un même niveau de bruit de fréquence tout au long de l'analyse expérimentale. Un contrôleur de polarisation positionné après l'atténuateur optique variable, permet d'aligner la polarisation de l'oscillateur local par rapport à celle du laser sous test avant la photo-diode, afin d'optimiser la puissance du signal de battement hétérodyne. La chaîne de photo-détection représente le capteur de notre système d'asservissement et est composée d'une photo-diode équilibrée (BPDV21x0R, FINISAR³) suivie d'un bloc d'amplification électrique puis d'un ligne à retard électrique variable (NARDA). La ligne à retard électrique a une excursion variable de 150 ps. Elle sert à ajuster finement le déséquilibre entre le bras principal et le bras de correction du système. La photo-diode a une bande passante de 43 GHz. Le bloc d'amplification électrique est composé de trois amplificateurs électriques cascades. Le bloc d'amplification offre une bande passante de 15 GHz. Son gain électrique est de ~ 50 dB autour de 10 GHz.

Le bras principal comporte un contrôleur de polarisation suivie d'un modulateur d'intensité électro-optique (OC768, SUMITOMO, OSAKA⁴) et d'un filtre optique variable (XTM-50 Standard, YENISTA⁵). Le contrôleur de polarisation permet d'aligner la polarisation du champ en entrée du modulateur. Le modulateur électro-optique a une bande passante de 40 GHz. Sa tension de polarisation permettant un déphasage de π

3. <https://www.finisar.com/communication-components/bpdv21x0r>

4. <http://www.lambdaphoto.co.uk/pdfs/40GIntensityforOC768.pdf>

5. https://yenista.com/IMG/pdf/XTM-50_DS_1-0v2-5.pdf

est $V_\pi \approx 5,5$ V. Une source de tension continue variable (0 – 15 V) sert à polariser le modulateur en quadrature. Le filtre optique a un profil gaussien et une bande passante étroite de 6,25 GHz. Il sert à extraire la bande latérale utile afin d'en caractériser le bruit de fréquence. La mesure de bruit de fréquence est réalisée en utilisant la technique auto-hétérodyne corrélée introduite au chapitre 1.

Le segment [AB], sur la figure 4.6 du dispositif expérimental, représente le bras principal. Le bras de correction est désigné par le segment [AC].

Le modulateur électro-optique commandé autour de son point de quadrature par la tension correspondante au battement hétérodyne entre le laser sous test et l'oscillateur local, joue le rôle de l'actionneur de notre système d'asservissement. Le photo-mélange hétérodyne incluant le bloc d'amplification et la ligne à retard électrique constitue le capteur de notre système d'asservissement.

La bande de correction de notre système d'asservissement est imposée d'une part par la bande passante de la chaîne de photo-détection et celle du modulateur et d'autre part par la bande passante relative au déséquilibre entre le bras principal et le bras de correction du dispositif. En pratique, le désaccord fréquentiel entre le laser sous test et l'oscillateur local est fixé de façon à ce que la fréquence du battement hétérodyne soit comprise entre 9 GHz et 11 GHz. En supposant le déséquilibre nul, la bande passante du système serait comprise entre 4 et 6 GHz. Il faut avoir en pratique, un déséquilibre inférieur à 29 ps (Eq. 2.15)⁶. Un déséquilibre si faible est délicat à obtenir.

Il est sans conteste, le paramètre qui imposera expérimentalement la bande de correction de notre système. On se doit donc de l'ajuster afin d'optimiser au maximum la bande passante de correction du système d'asservissement. La partie suivante détaille la méthode expérimentale employée pour minimiser ce déséquilibre.

2.2.2 Ajustement du bras principal et du bras de correction

Comme le montre l'équation 2.15, la bande passante de correction du système d'asservissement est inversement proportionnelle au délai temporel relatif existant entre le bras principal et le bras de correction. Afin de l'optimiser, il est nécessaire de procéder à une égalisation, dans la mesure du possible, de ces deux bras. Pour cela, nous proposons d'utiliser une approche basée sur une analyse temporelle d'un signal impulsionnel traversant simultanément les segments [AB] et [AC]. La figure 4.7 illustre le dispositif expérimental correspondant.

6. Si $4 \text{ GHz} < f_c$, alors d'après l'équation 2.15, on a que $\tau < \frac{\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{\pi \times 4 \text{ GHz}} \approx 29 \text{ ps}$

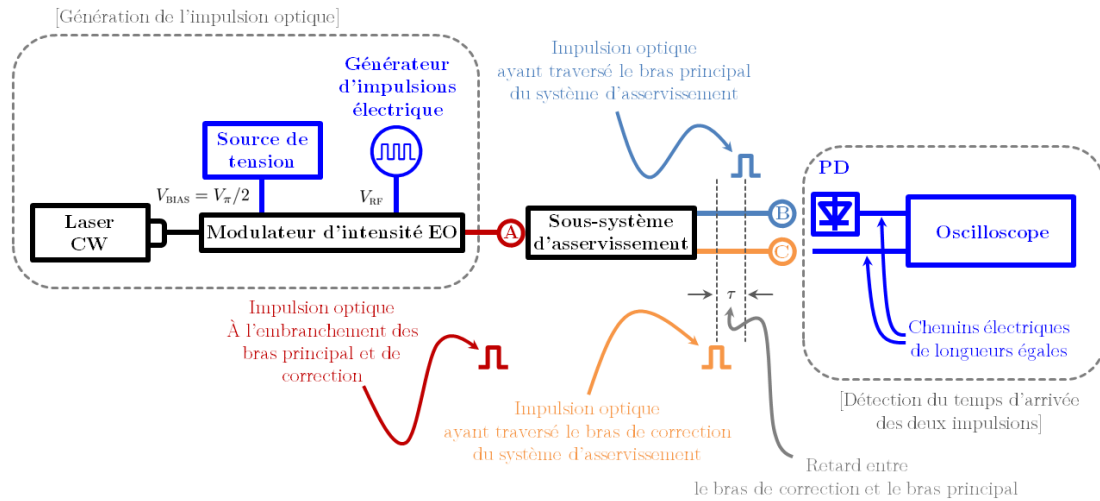


FIGURE 2.6: Dispositif expérimental pour l'ajustement du déséquilibre temporel relatif entre le bras principal et le bras de correction du système d'asservissement.
(*CW* : émission laser continu, *EO* : électro-optique, *PD* : photo-diode)

Un générateur d'impulsion électrique est réglé pour délivrer une impulsion électrique d'une largeur à mi-hauteur de 4 ns. Il s'agit de la largeur d'impulsion la plus courte que l'appareil puisse offrir. L'impulsion est ensuite utilisée pour commander un modulateur d'intensité électro-optique disposant d'une bande passante de 10 GHz. Ce dernier est polarisé en quadrature ($V_{BIAS} = V_{\pi}/2$). Fonctionnant dans sa zone linéaire, il permet ainsi la retranscription de l'impulsion électrique dans le domaine optique au travers de la modulation d'un signal optique en entrée (provenant d'une diode laser opérant en régime continu). L'impulsion optique ainsi formée, une fois arrivée au point A (Fig.4.7) se divise en deux. Une impulsion traverse le bras principal [AB] tandis que l'autre traverse le bras de correction [AC]. Les points B et C (Fig.4.7) correspondent aux entrées optique et électrique du modulateur relatif au système d'asservissement. Puisque les deux signaux à ces points sont de natures différentes, il faut convertir l'impulsion optique au niveau du point B dans le domaine électrique à l'aide d'une photo-diode rapide ayant une bande passante de 10 GHz (son temps de réponse de l'ordre de la centaine de picoseconde, est suffisant pour détecter l'impulsion de 4 ns). Une égalisation des deux liaisons électriques (point B vers oscilloscope et point C vers oscilloscope) est obtenue en prenant soin de choisir une même longueur de câble électrique.

La figure 2.7(a) présente le cas où les deux bras sont équilibrés. On constate une superposition des deux impulsions. L'acquisition de la trace temporelle des impulsions est réalisé avec une résolution temporelle de 400 ps. Le déséquilibre temporel est alors inférieur ou égal à cette résolution. En utilisant l'équation 2.15, on estime la bande de correction permise à ~ 287 MHz. Une telle bande de correction a été jugée suffisante dans le cadre de notre analyse expérimentale, d'une part parce que l'objectif recherché est une

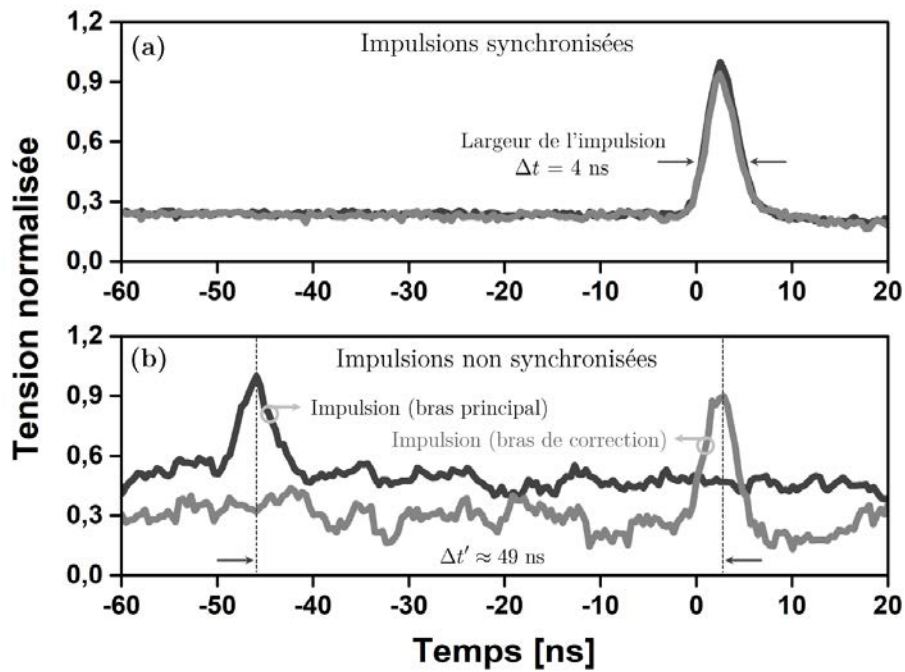


FIGURE 2.7: Trace temporelle des deux impulsions détectées à l'oscilloscope lorsque le bras de principal et le bras de correction (a) sont équilibrés (avec une résolution temporelle de 400 ps) (b) les bras sont déséquilibrés en introduisant une fibre optique d'une longueur de 10 m sur le bras principal.

validation du système ainsi qu'une identification de ses limites et d'autre part parce que nos caractérisations en terme de bruit de fréquence, comme on le verra par la suite, sont limitées à la centaine de kilohertz voire le mégahertz.

A titre d'illustration, nous rajoutons volontairement une fibre optique (de type SMF-28) d'une longueur de 10 m sur le bras principal et nous analysons le délai temporel entre les deux impulsions. La figure 2.7(b) montre un délai $\Delta t' \approx 49$ ns. Théoriquement ce délai temporel est équivalent au temps de propagation d'une onde lumineuse de longueur d'onde $\lambda = 1550$ nm, dans une fibre optique en silice d'une longueur de ~ 10 m⁷.

2.3 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux présentés dans cette section, sont le fruit de deux expériences. La première consiste à s'assurer de la viabilité du système d'asservissement (Sec.2.3.3). Nous utilisons donc un oscillateur local ayant un bruit de fréquence relativement proche de celui du laser à asservir. La seconde expérience (Sec.2.3.4) a pour but d'identifier les limites du système d'asservissement. Le bruit de fréquence de l'oscillateur local dans ce cas doit être le plus faible possible. Les limites que l'on cherche à atteindre

7. Le temps que met un signal optique à se propager dans une fibre optique de longueur $\Delta L'$ d'indice de réfraction n est $\Delta t' = \frac{nL'}{c}$. Pour une fibre optique en silice et un signal optique à 1550 nm, $n \approx 1,468$

relèvent des bruits pouvant être apportés par les composants de notre système. Avant de présenter les résultats obtenus à l'issu de ces deux expériences, nous présentons les performances en terme de bruit de fréquence des lasers (laser sous test et oscillateurs locaux) que l'on a choisi d'utiliser.

2.3.1 Présentation et caractérisation des sources utilisées

Le laser sous test

La source que nous avons choisi d'asservir, est un laser à semi-conducteurs monomode ALCATEL LMI 1905 (description en Annexe.B).

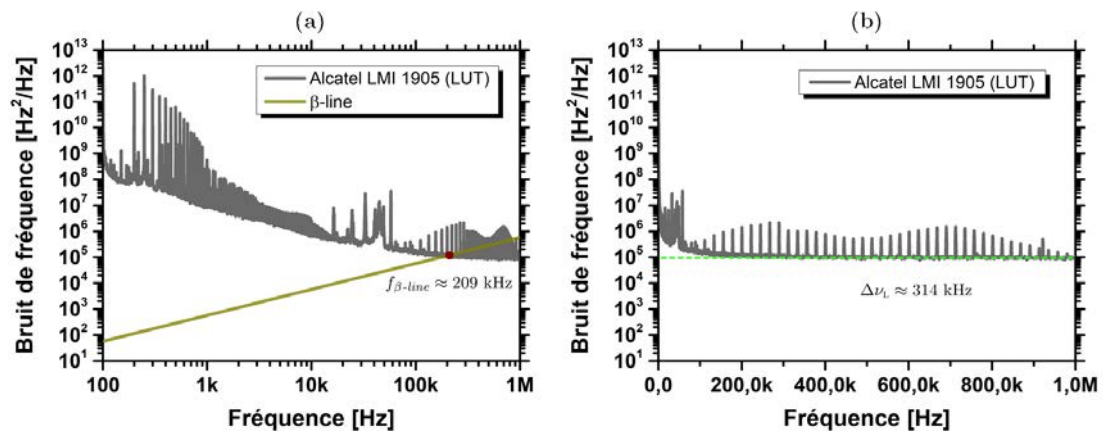


FIGURE 2.8: DSP de bruit de fréquence du laser ALCATEL LMI 1905, servant de laser sous test dans les expériences menées dans ce chapitre. Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire.

La figure 2.8 représente sa DSP de bruit de fréquence, évaluée entre 100 Hz et 1 MHz. On peut clairement observer qu'elle se compose de deux parties (Fig.2.8(a)). Une partie, en basses fréquences, dominée par un bruit de scintillation de fréquence (bruit en $1/f$) s'étalant de 100 Hz jusqu'à ≈ 200 kHz. La présence de plusieurs pics est visible dans cette région du spectre de bruit. Ces pics sont périodiquement espacés d'une fréquence de ≈ 50 Hz. Nous émettons l'hypothèse qu'il s'agisse d'une résonance parasite, et de ses harmoniques, probablement liées à l'alimentation électrique associée à la source de courant qui sert à polariser électriquement le laser. A partir de $f \approx 200 \text{ kHz}$ le bruit de fréquence exhibe la signature spectrale d'un bruit blanc. Sur ce bruit blanc de fréquence, on constate la présence aussi d'une série de pics localisée au delà de 100 kHz. Ces pics sont périodiquement espacés d'une fréquence d'environ 22 kHz et peuvent également être liés aux conditions environnementales du laser.

Le spectre du laser a une largeur de raie intrinsèque, estimée à partir du niveau de son bruit blanc de fréquence à $\Delta\nu_L = 314 \pm 30 \text{ kHz}$ (Fig.2.8(b)). Pour un temps d'observation

de 10 ms, le spectre a une largeur de raie, estimée *via* l'approximation de la β -line, à $\Delta\nu_G = 4 \pm 0,4$ MHz (Fig.2.8(a)).

Les oscillateurs locaux

Trois lasers accordables sont utilisés comme oscillateurs locaux durant ces expérimentations : le laser TUNICS PR, le laser OEAVES GEN3 et le laser OEAVES SUB-HZ (description en Annexe.B).

Le laser Tunics PR

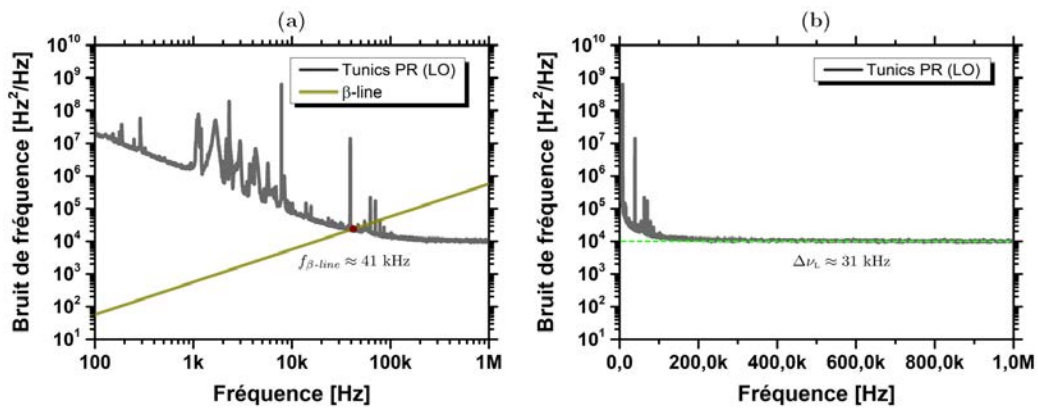


FIGURE 2.9: DSP de bruit de fréquence du laser TUNICS PR servant d'oscillateur local pour les expériences menées dans ce chapitre, en vue de la validation de notre système d'asservissement. Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire.

La figure 2.9 représente la DSP de bruit de fréquence du laser TUNICS PR. Deux contributions y sont visibles (Fig.2.9(a)). Un bruit de scintillation de fréquence (bruit en $1/f$) dominant les basses fréquences et s'étalant de 100 Hz jusqu'à ≈ 100 kHz. Un ensemble de pics est observé entre 1 kHz et 10 kHz. Son origine n'a pas été déterminée, cependant on peut suspecter soit le pompage, comme discuté précédemment, soit des fluctuations liées à l'asservissement du miroir constituant la cavité externe. Ce miroir est rotatif, pour permettre l'accordabilité de la longueur d'onde de la source. Sa rotation se fait mécaniquement et électriquement. Au dessus de 100 kHz, un bruit blanc de fréquence domine le spectre de bruit.

Le spectre optique du laser a une largeur de raie intrinsèque de $\Delta\nu_L \approx 31$ kHz (Fig.2.9(b)). L'approximation de la β -line estime la largeur du spectre $\Delta\nu_G = 506 \pm 50$ kHz, pour un temps d'observation de 10 ms (Fig.2.9(b)).

Le laser Oewaves Gen3

La figure 2.10 représente la DSP de bruit de fréquence du laser OEAVES GEN3. En basses fréquences, elle est dominée par un bruit de marche aléatoire de fréquence (bruit en $1/f^2$) (Fig.2.10(a)). Ce bruit s'étend de 100 Hz jusqu'à 80 kHz. Pour les fréquences supérieures à 80 kHz, le bruit de fréquence a la signature spectrale d'un bruit blanc.

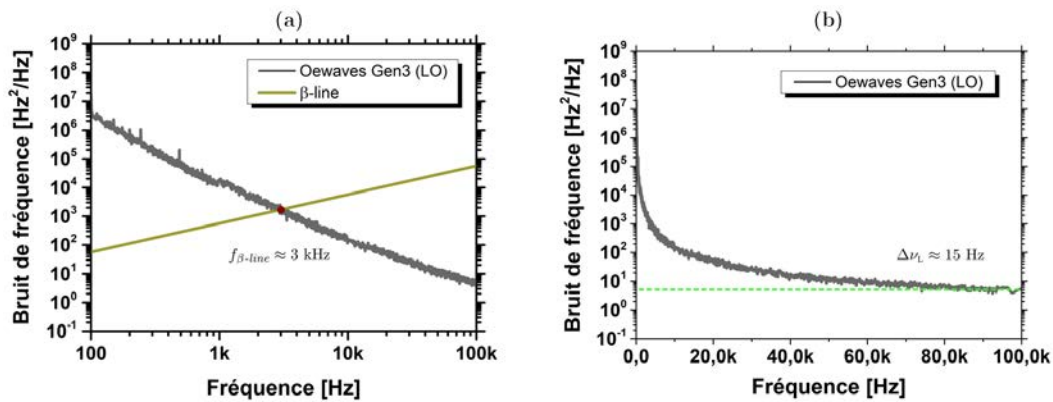


FIGURE 2.10: DSP de bruit de fréquence du laser OEAVES GEN3 (oscillateur local).
Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire.

Le spectre optique de ce laser a donc une largeur de raie intrinsèque, estimée à partir de ce niveau de bruit blanc, de $\Delta\nu_L \approx 15$ Hz (Fig.2.10(b)). Ce résultat est en accord avec ce qu'annonce le fabricant, soit une largeur de raie intrinsèque inférieure à 30 Hz. Le spectre du laser a une largeur de raie de $37 \pm 3,7$ kHz pour un temps d'observation de 10 ms (Fig.2.10(a)).

Le laser Oewaves Sub-Hz

La DSP du bruit de fréquence du laser OEAVES SUB-Hz, est représentée sur la figure 2.11. Comme pour les précédentes sources, elle est composée de deux contributions. En basses fréquences, un bruit de marche aléatoire de fréquence en $1/f$ domine le spectre de bruit de 100 Hz jusqu'à 60 kHz. Au delà de 60 kHz, un bruit blanc de fréquence apparaît.

On estime la largeur de raie intrinsèque du spectre de ce laser à $\Delta\nu_L \approx 69$ mHz (Fig.2.11(b)). Dans ce cas aussi, on retrouve une valeur conforme aux annonces du fabricant, soit une largeur de raie intrinsèque inférieure à 1 Hz. La méthode de la β -line, permet d'annoncer que la largeur de raie du spectre après un temps d'observation de 10 ms atteint $\Delta\nu_G = 1,6 \pm 0,16$ kHz (Fig.2.11(a)).

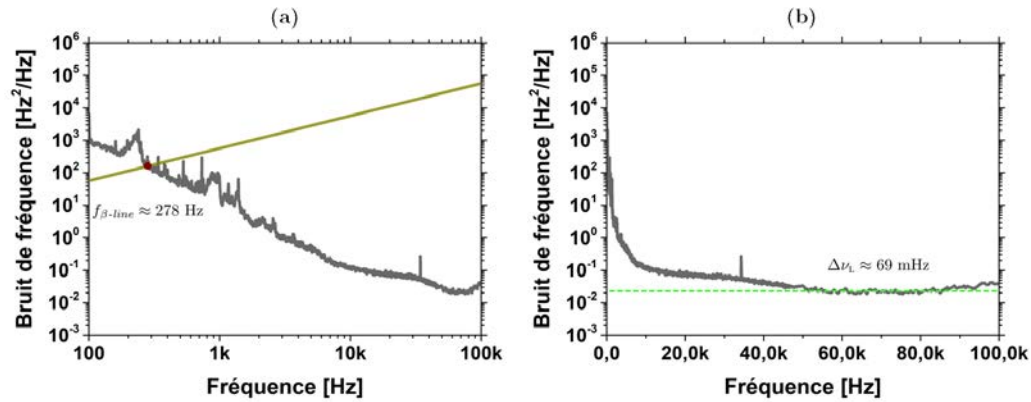


FIGURE 2.11: DSP de bruit de fréquence du laser OEAVES SUB-Hz (oscillateur local).
Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire.

Récapitulatif de performances des sources utilisées

Un récapitulatif des performances, en terme de largeur de raie, du laser sous test et des trois oscillateurs locaux, est proposé dans le tableau 2.1.

TABLE 2.1: Récapitulatif des performances, en terme de largeur de raie, du laser sous test (ALACTEL LMI 1905) et des trois oscillateurs locaux (TUNICS PR, OEAVES GEN3 et OEAVES SUB-Hz) utilisés.

| SOURCE | Largeur de raie intrinsèque $\Delta\nu_L$ [Hz] | Largeur de raie à 10 ms de temps d'observation $\Delta\nu_G$ [Hz] |
|-------------------------------|--|---|
| ALCATEL LMI 1905 (Fig.2.8) | ~ 314 k | ~ 1,4 M |
| TUNICS PR (Fig.2.9) | ~ 31 k | ~ 506 k |
| OEAVES GEN3 (Fig.2.10) | ~ 15 | ~ 37 k |
| OEAVES SUB-Hz (Fig.2.11) | ~ 69 m | ~ 1,6 k |

2.3.2 Protocole expérimental

Avant de présenter les résultats expérimentaux concernant l'analyse du bruit de fréquence de la bande latérale affinée en sortie de notre système, nous exposons les différentes étapes du protocole expérimental suivi :

- réglage du désaccord fréquentiel entre le laser sous test et l'oscillateur local de sorte que $9 \text{ GHz} \leq \Delta f \leq 11 \text{ GHz}$, en exploitant l'accordabilité des oscillateurs locaux. La vérification se fait à l'analyseur de spectre optique,

- alignement de leur polarisation pour une optimisation de la puissance du battement hétérodyne à la sortie de la chaîne de photo-détection,
- réglage de la polarisation en entrée du modulateur électro-optique,
- polarisation du modulateur électro-optique en quadrature et génération des bandes latérales,
- extraction de la bande latérale affinée et
- mesure de son bruit de fréquence.

Ces étapes sont vérifiées et respectées au début de chaque expérience.

La figure 2.12 donne un exemple de spectres optiques typiques, que l'on peut observer à différents points du système d'asservissement : laser sous test avant le modulateur (Fig.2.12(a)), avant la photo-diode (Fig.2.12(b)), après le modulateur électro-optique (Fig.2.12(c)) et après le filtre optique d'extraction de la bande latérale affinée (Fig.2.12(d)).

Sur cette illustration expérimentale, l'oscillateur local est positionné à droite du laser sous test. La résolution de l'analyseur de spectre optique utilisé est de 20 MHz. On peut constater que le spectre de l'oscillateur local est plus étroit que celui du laser sous test. Après le modulateur, on observe bien deux bandes latérales de part et d'autre de la position du laser sous test. La bande latérale affinée est située à droite. La bande latérale gauche est celle dont le bruit de fréquence est dégradé.

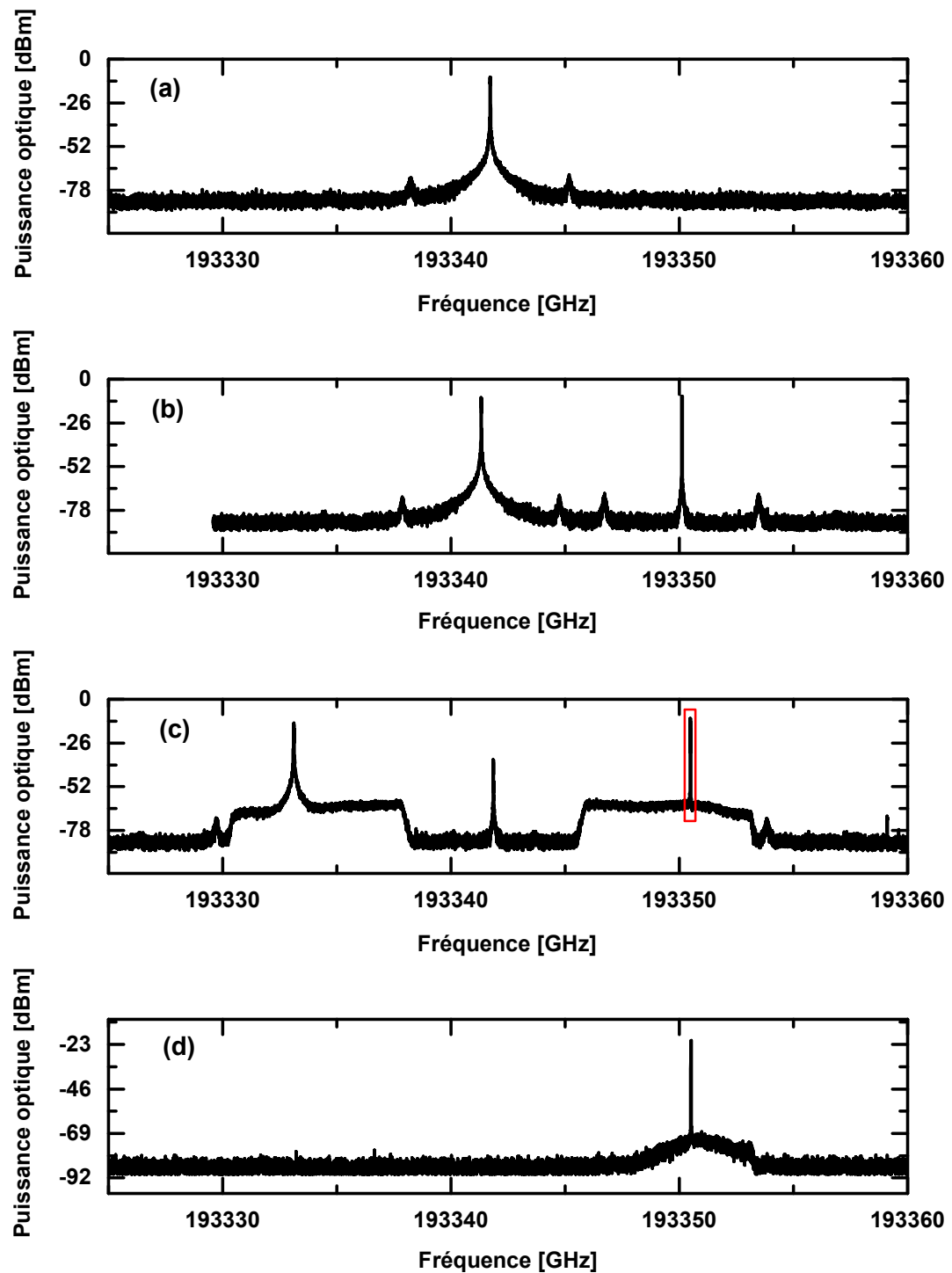


FIGURE 2.12: Illustration des spectres optiques (a) du laser sous test, (b) du signal optique à l'entrée de la photo-diode, (c) du signal optique en sortie du modulateur électro-optique d'intensité et (d) du signal optique après filtrage de la bande latérale affinée (raie encadrée en rouge).

2.3.3 Expérience n°1 : validation du système d'asservissement

L'expérience n°1, consiste à utiliser le laser TUNICS PR comme oscillateur local, dans le but de valider le fonctionnement de notre système d'asservissement. Nous analysons et comparons la DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée à celle de l'oscillateur local, puis à celle du laser sous test.

La figure 2.13 représente les DSPs de bruit de fréquence du laser sous test, de l'oscillateur local et de la bande latérale affinée.

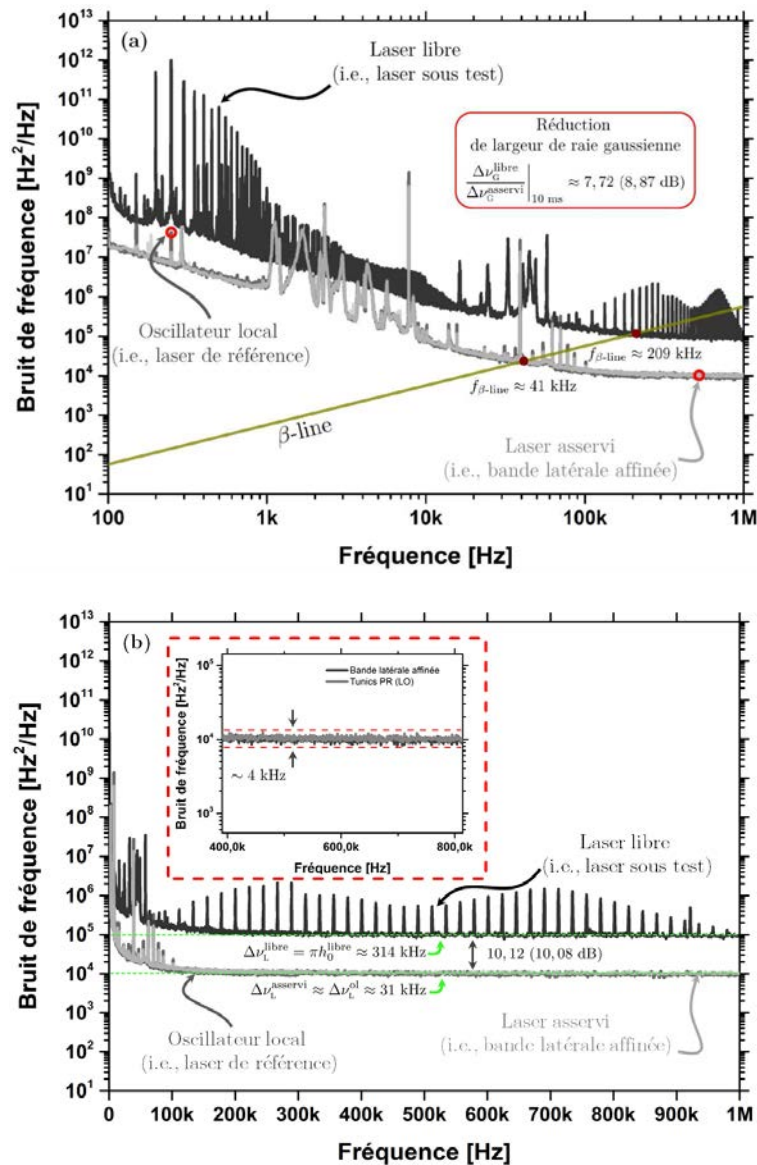


FIGURE 2.13: DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée et comparaison avec celles du laser ALCATEL LMI 1905 (laser sous test) et du laser TUNICS PR (oscillateur local). Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire. L'encart dans la figure (b), est un zoom sur les DSPs de bruit de l'oscillateur local et de la bande latérale affinée, entre 400 kHz et 800 kHz.

On constate que la DSP de bruit de la bande latérale affinée en sortie de notre système d'asservissement se superpose bien à celle de l'oscillateur local entre 100 Hz et 1 MHz, comme on peut le voir sur la figure 2.13(a) en basses fréquences et sur l'encart de la figure 2.13(b) en hautes fréquences. Ce résultat montre que notre système d'asservissement permet bien de supprimer le bruit du laser sous test (ALCATEL LMI 1905) de la bande latérale utile, en n'y laissant que le bruit de l'oscillateur local (TUNICS PR). On en déduit donc que le spectre de la bande latérale affinée, a également une largeur de raie intrinsèque de $\Delta\nu_L \approx 31$ kHz (Fig.2.13(b)) et une largeur de raie de $\Delta\nu_G = 506 \pm 50$ kHz après 10 ms de temps d'observation (Fig.2.13(a)). Notre système nous a permis de réaliser un transfert de pureté spectrale de l'oscillateur local vers une bande latérale au laser sous test.

À présent, comparons les performances spectrales de cette bande latérale, correspondant au laser asservi, à celles du laser en fonctionnement libre (laser sous test). On rapporte que la largeur de raie intrinsèque est réduite d'un facteur supérieur à 10 (10 dB <) (Fig.2.13(b)) et la largeur de raie du spectre, après un temps d'observation de 10 ms, d'un facteur supérieur à 7 (8 dB <) (Fig.2.13(a)). Un comparatif de performances entre le laser sous test et la bande latérale affinée ainsi qu'un récapitulatif des taux de réduction obtenus lors de cette expérience de validation, sont rassemblés dans le tableau 2.4.

TABLE 2.2: Comparatif de performances entre le laser sous test et la bande latérale affinée et récapitulatif des taux de réduction obtenus à l'issue de l'expérience n°1.

| SOURCE | Largeur de raie intrinsèque $\Delta\nu_L$ [Hz] | Largeur de raie à 10 ms de temps d'observation $\Delta\nu_G$ [Hz] |
|--|--|---|
| Laser sous test (ALCATEL LMI 1905) (Fig.2.8) | ~ 314 k | ~ 1,4 M |
| Bande latérale affinée (Fig.2.13) | ~ 31 k | ~ 506 k |
| Taux de réduction [dB] (Fig.2.13) | 10 < | 8 < |

Remarques et commentaires

Nos caractérisations de bruit de fréquence se sont limitées à 1 MHz, nous ne pouvons donc pas légitimement statuer, d'un point de vue expérimental, sur les performances spectrales de la bande latérale affinée au delà de cette fréquence. Cependant, en se basant sur les résultats relatifs à l'ajustement du délai entre le bras principal et le bras de correction du système d'asservissement (voir Sec.2.2.2), on peut prédire une

remontée de son bruit de fréquence un peu avant 287 MHz. Le spectre de bruit devrait osciller à une fréquence de 2,5 GHz, entre une valeur maximale estimée à ≈ 400 kHz localisée aux fréquences $f_k \approx (\frac{1}{2} + k) \times 2,5$ GHz et une valeur minimale estimée à ≈ 10 kHz, correspondante au niveau du bruit blanc de fréquence du laser de référence, aux fréquences multiples de 2,5 GHz. Seulement, en prenant en compte la bande passante de la chaîne de photo-détection, au delà de ~ 4 GHz, aucune correction ne peut être obtenue. Le bruit de fréquence de la bande latérale affinée croît pour rejoindre celui du laser sous test.

2.3.4 Expérience n°2 : identification des limites du système

L'expérience n°1 (Sec.2.3.3) a permis de montrer que notre système d'asservissement est capable d'imprimer complètement le bruit de fréquence de l'oscillateur local (TUNICS PR) sur la bande latérale affinée, pour des fréquences inférieures à 1 MHz. A présent, il est légitime de se poser la question suivante :

« peut-on toujours garantir, aussi faible soit le niveau de bruit de l'oscillateur local utilisé, un transfert de pureté spectrale totale vers la bande latérale utile ? »

Pour y répondre, nous proposons de ré-itérer l'expérience en utilisant les lasers OEWAVES présentant des niveaux de bruit de fréquence plus faibles que le laser TUNICS PR, comme oscillateurs locaux. Comme pour l'expérience n°1, nous analysons le bruit de fréquence de la bande latérale affinée, en la comparant d'une part à l'oscillateur local et d'autre part au laser sous test. Nous présentons d'abord le résultat obtenu pour le laser OEWAVES GEN3 puis pour le laser OEWAVES SUB-Hz.

Le laser « Oewaves Gen3 », comme oscillateur local

La DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée, évaluée entre 100 Hz et 100 kHz, est représentée sur la figure 2.14. On constate qu'elle se superpose à celui de l'oscillateur local pour les fréquences inférieures à ~ 20 kHz. Pour les fréquences supérieures à 20 kHz, les niveaux de bruit sont différents. Le niveau du bruit de fréquence relatif à la bande latérale stagne à une valeur constante estimée à ~ 16 Hz²/Hz, tandis que le niveau de l'oscillateur local continue lui à décroître pour atteindre la valeur de ~ 5 Hz²/Hz. Ce résultat permet de mettre en évidence l'existence d'une limite, ayant la signature spectrale d'un bruit blanc de fréquence, dont le niveau à ~ 16 Hz²/Hz, nous empêche d'obtenir le même bruit blanc de fréquence que l'oscillateur local et donc la même largeur de raie intrinsèque de ~ 15 Hz.

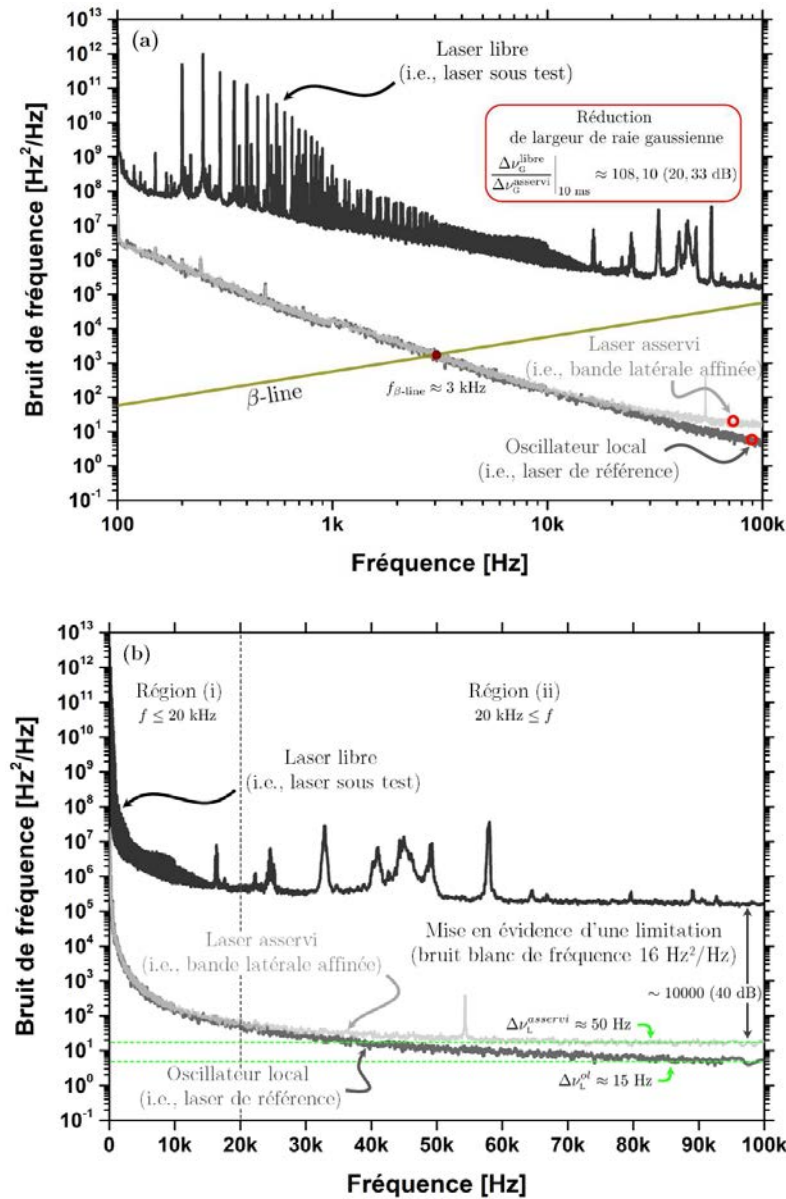


FIGURE 2.14: DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée et comparaison avec celles du laser ALCATEL LMI 1905 (laser sous test) et du laser OEAVES GEN3 (oscillateur local). Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire.

L'intersection entre la droite de la β -line et la DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée, est située aux environs de $\sim 3 \text{ kHz}$ (Fig. 2.14(a)). Pour les fréquences inférieures à 3 kHz, le bruit de la bande latérale affinée est superposé à celui de l'oscillateur local, leurs spectres optiques ont ainsi la même largeur de raie pour un temps d'observation de 10 ms, c'est-à-dire une largeur de $\Delta\nu_G = 37 \pm 3,7 \text{ kHz}$. En raison de la limitation observée, on estime la largeur de raie intrinsèque du spectre optique de la bande latérale affinée à $\Delta\nu_L \approx 50 \text{ Hz}$. Cette largeur est environ trois fois supérieure comparée à celle du laser OEAVES GEN3 (oscillateur local).

Pour achever cette analyse, comparons les performances du laser sous test par rapport à celle de la bande latérale affinée. Un facteur de réduction de 6280 (≈ 38 dB) est ainsi rapporté sur la largeur de raie intrinsèque. La largeur de raie, pour un temps d'observation de 10 ms est quant à elle réduite d'un facteur supérieur à 100 (20 dB).

Le tableau 2.3 regroupe les performances, en terme de réduction de bruit de fréquence, obtenues lorsque le laser OEAVES GEN3 est utilisé comme oscillateur local.

TABLE 2.3: Comparatif de performances entre le laser sous test et la bande latérale affinée et récapitulatif des taux de réduction obtenus à l'issue de l'expérience n°2, utilisant le laser OEAVES GEN3 comme oscillateur local.

| SOURCE | Largeur de raie intrinsèque $\Delta\nu_L$ [Hz] | Largeur de raie à 10 ms de temps d'observation $\Delta\nu_G$ [Hz] |
|--|--|---|
| Laser sous test (ALCATEL LMI 1905) (Fig.2.8) | ~ 314 k | $\sim 1,4$ M |
| Bande latérale affinée (Fig.2.14) | ~ 50 | ~ 37 k |
| Taux de réduction [dB] (Fig.2.14) | $38 <$ | $20 <$ |

Le laser « Oewaves Sub-Hz », comme oscillateur local

L'utilisation du laser OEAVES GEN3, comme oscillateur local a permis de révéler une limitation, sous forme de bruit blanc de fréquence à ~ 16 Hz²/Hz, pour les fréquences de Fourier $f < 50$ kHz. Afin de confirmer ce résultat, nous décidons de ré-itérer l'expérience avec le laser OEAVES SUB-HZ qui présente un niveau de bruit de fréquence encore plus bas (Tab.2.1). L'idée ici, est de pouvoir d'une part confirmer la limitation observée, et d'autre part d'identifier sa distribution spectrale complète, soit entre 100 Hz et 100 kHz. Ainsi, on sera en mesure de statuer sur les niveaux de bruit de fréquence minimum que l'on peut imprimer sur la bande latérale affinée en sortie de notre système d'asservissement.

La figure 2.15 représente la DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée, lorsque le laser OEAVES SUB-HZ est utilisé comme oscillateur local. Elle est également comparée à la DSP de bruit de fréquence de ce dernier ainsi qu'à celle du laser sous test (ALCATEL LMI 1905).

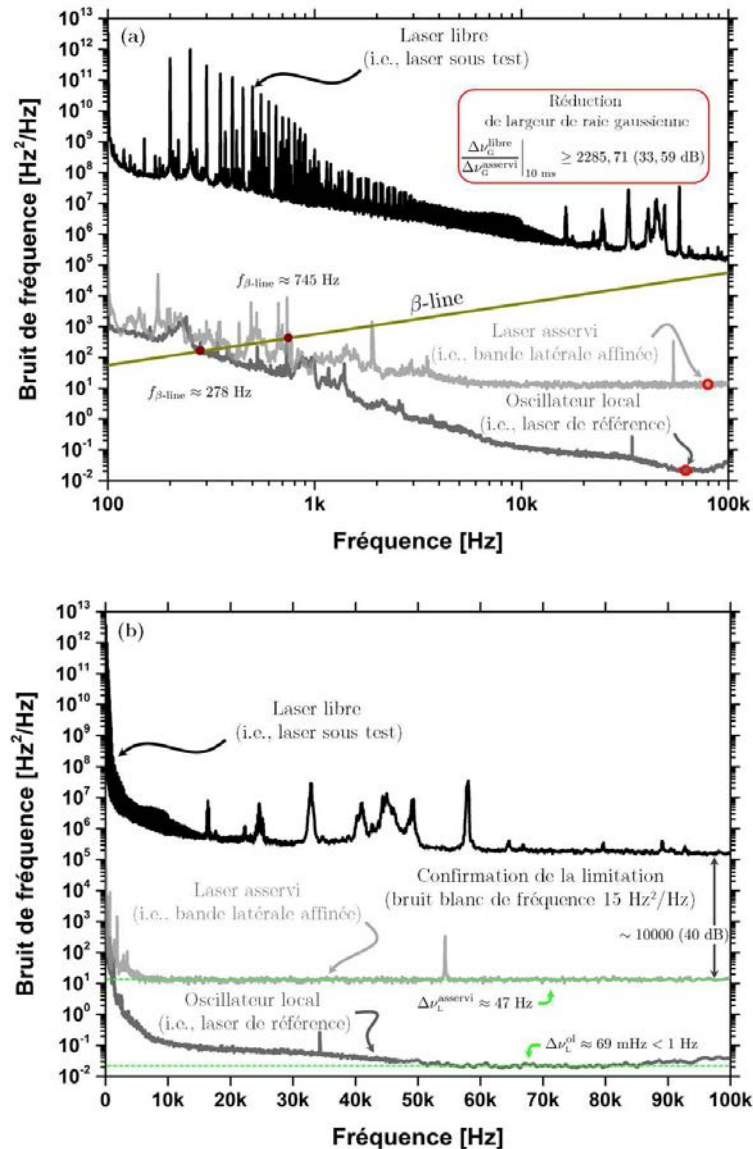


FIGURE 2.15: DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée et comparaison avec celles du laser ALCA TEL LMI 1905 (laser sous test) et du laser OE WAVES SUB-Hz (oscillateur local). Axe des fréquences (des abscisses) en échelle (a) logarithmique (b) linéaire.

On peut voir de façon très claire que cette fois-ci, la DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée ne se superpose à aucun moment à celle de l'oscillateur local (Fig. 2.15(a)). Même si, les deux DSPs de bruit de fréquence sont à des niveaux relativement proches pour les fréquences de Fourier inférieures à 1 kHz, il n'en demeure pas moins qu'elles diffèrent en termes de signature spectrale. En effet, dans cet intervalle fréquentiel, le bruit de fréquence de la bande latérale affinée semble évoluer de façon erratique en laissant apparaître plusieurs pics, contrairement à celui de l'oscillateur local (OE WAVES SUB-Hz) plus régulier. Pour les fréquences supérieures à 10 kHz, le bruit de fréquence devient blanc. Son niveau est estimé à $\sim 15 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$ (Fig. 2.15(b)). On retrouve ici, le même niveau de limitation observé à $\sim 16 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$, au cours de l'expérience précédente

(Fig.2.14(b)). L'utilisation du laser OEAVES SUB-Hz comme oscillateur local nous a permis d'identifier la distribution spectrale de la limitation entre 100 Hz et 100 kHz.

En comparant à présent, les performances du laser sous test par rapport à la bande latérale affinée, un facteur de réduction de 6280 (38 dB) est rapporté en terme de largeur de raie intrinsèque de spectre optique. Ce rapport est similaire à celui obtenu lorsque le laser OEAVES GEN3 a été utilisé comme oscillateur local (Fig. 2.14(b)), puisqu'en effet on retrouve ici le même niveau de limitation en bruit blanc. Cependant, en ce qui concerne la largeur de raie du spectre optique pour un temps d'observation de 10 ms, un meilleur facteur de réduction est ici rapporté : il est supérieur à 2285 (33 dB <) (Fig. 2.15(a)).

TABLE 2.4: Comparatif de performances entre le laser sous test et la bande latérale affinée et récapitulatif des taux de réduction obtenus à l'issue de l'expérience n°2, utilisant le laser OEAVES SUB-Hz comme oscillateur local.

| SOURCE | Largeur de raie intrinsèque $\Delta\nu_L$ [Hz] | Largeur de raie à 10 ms de temps d'observation $\Delta\nu_G$ [Hz] |
|--|--|---|
| Laser sous test (ALCATEL LMI 1905) (Fig.2.8) | ~ 314 k | ~ 1,4 M |
| Bande latérale affinée (Fig.2.15) | ~ 50 | ~ 1,6 k |
| Taux de réduction [dB] (Fig.2.15) | 38 | 33 < |

2.4 Discussion

Dans cette section, un bilan des résultats expérimentaux est proposé, suivi d'une discussion de(s) origine(s) de la limitation du système d'asservissement et de la stabilité de son fonctionnement à long terme.

2.4.1 Bilan des résultats

Le tableau 2.5 récapitule les performances obtenues en terme de taux de réduction de bruit en sortie de notre système d'asservissement, en fonction des différents oscillateurs locaux utilisés.

TABLE 2.5: Récapitulatif des performances du LUT et du LO, en terme de largeur de raie intrinsèque et gaussienne à 10 ms de temps d'observation

| Bande latérale affinée [OSCILLATEUR LOCAL] | Taux de réduction [dB] | |
|---|--|---|
| | Largeur de raie intrinsèque $\Delta\nu_L$ [Hz] | Largeur de raie à 10 ms de temps d'observation $\Delta\nu_G$ [Hz] |
| TUNICS PR (Fig.2.13) | 10 < | 8 < |
| OEWAVES GEN3 (Fig.2.14) | 38 | 20 < |
| OEWAVES SUB-Hz (Fig.2.15) | 38 | 33 < |

2.4.2 Origines de la limitation

La limitation observée suggère que la phase optique de la bande latérale affinée s'écrit en réalité (en supposant un déséquilibre temporel nul entre le bras principal et le bras de correction $\tau = 0$) $\phi_{LO}(t) + \phi'(t)$, où $\phi'(t)$ représente le bruit de phase apporté par le système. Dans le cas où $\phi'(t) \ll \phi_{LO}(t)$ alors le bruit de phase contenu sur la bande latérale affinée est principalement dominé par celui de l'oscillateur local. Ce cas de figure correspond à l'expérience n°1. Si à présent, $\phi_{LO}(t) \ll \phi'(t)$ alors la phase de la bande latérale est dominé par le bruit introduit par le système d'asservissement. Cela correspond à ce qui a été observé au cours de l'expérience n°2.

La limitation révélée peut être due :

- au déséquilibre entre le bras principal et le bras de correction du système d'asservissement. En effet, rappelons nous que le déséquilibre fait que le bruit augmente. Cette augmentation se produit avant la fréquence définissant la bande de correction f_c (Eq.2.15). Dans notre cas, cela signifie qu'une augmentation du bruit peut déjà être observée avant 287 MHz. Pour vérifier l'hypothèse que c'est cette augmentation qui est responsable de la limite, évaluons le niveau du bruit de la bande latérale affinée en $f = 100$ kHz en utilisant l'équation 2.15, introduite à la section 2.1.2 du présent chapitre. Dans cette dernière, on remplace les DSPs de bruit de fréquence du laser sous test et de l'oscillateur local (OEWAVES GEN3 ou OEWAVES SUB-Hz) par leur valeur à 100 kHz et comparons le résultat obtenu à la valeur de la limitation observée. La DSP du laser sous test vaut ~ 161619 Hz²/Hz, celle de l'oscillateur local ~ 5 Hz²/Hz, pour un déséquilibre temporel de 400 ns, la DSP de la bande latérale affinée doit valoir ~ 10 kHz à 100 kHz. Cette valeur est très supérieure à la valeur de la limitation, ce qui écarte l'hypothèse du déséquilibre. Notons que cette estimation est valide pour un déséquilibre de 400 ns, dans notre cas, ce dernier est en réalité inférieur ou égal à cette valeur.

- à un bruit introduit au niveau de la photo-détection. En effet, à la phase du signal de battement hétérodyne peut s'ajouter un bruit de phase généré par la photo-détecteur lui-même, notamment celui lié à son bruit thermique. HAIFENG JIANG, montre dans la section 3.4.3 de son manuscrit de thèse [52] que la DSP de bruit de phase, et donc de bruit de fréquence, de cette contribution est directement liée aux puissances optiques en entrée de la photo-diode (puissances optiques du laser sous test et de l'oscillateur local). Pour savoir si la limitation identifiée est, en partie, due au bruit apporté par la photo-détection, il nous a suffi, durant nos expérimentations, d'augmenter la puissance optique de l'oscillateur local (*via* l'atténuateur optique variable placé après). Aucune modification n'a alors été observée sur le niveau de la limitation. On ne peut donc statuer si cette limitation est causée par la photo-détection.

Notre objectif au travers de ce chapitre était de valider le système d'asservissement et d'identifier ses limites. Cet objectif a été atteint. L'identification de l'origine de la limite observée mérite une analyse plus détaillée des différents composants constituant le système.

2.4.3 Stabilité du système à long terme

Avant de clore le présent chapitre, il nous a semblé intéressant de proposer au lecteur une brève discussion au sujet de la stabilité de fonctionnement du dispositif d'asservissement à long terme, en abordant notamment la question de la stabilité du battement hétérodyne ainsi que celle de la position de quadrature du modulateur électro-optique utilisé dans le système. Ces deux points peuvent en effet être importants, si l'on projette d'implémenter le dispositif d'asservissement dans un système industriel et à fortiori si ce dernier est amené à être scellé (c-à-d, fonctionnement sans intervention humaine).

Stabilité de la fréquence du battement hétérodyne

La fréquence du signal de battement hétérodyne peut, sous l'effet de la gigue de fréquence relative entre le laser sous test et l'oscillateur local, quitter la bande passante de la chaîne de photo-détection du système. Dans ce cas, plus aucune bande latérale n'est générée. Afin d'éviter que cela n'arrive, il faut faire en sorte que les lasers utilisés aient des bruits de fréquence techniques relativement faibles. On peut également élargir la bande passante de la chaîne de photo-détection. Il est également possible d'opter pour un

contrôle actif de ce paramètre, en ayant par exemple recours à une boucle à verrouillage de phase.

Stabilité du fonctionnement en quadrature du modulateur

Le modulateur électro-optique peut dévier de sa position de quadrature, dans le temps. Ceci a pour conséquence d'affaiblir la puissance optique des bandes latérales générées, dont celle d'intérêt (la bande latérale affinée), voire leur disparition. Parmi les causes probables, on cite les variations thermiques au sein du composant, qui peuvent engendrer des variations de l'indice de réfraction le long de ses deux bras. Pour conserver un fonctionnement en quadrature dans ce cas, on peut envisager de réguler la température dans l'enceinte du modulateur en y intégrant une thermistance et un module Peltier. Certains modulateurs disposent d'un module de régulation intégré. Une autre cause probable peut être la dérive de la source de tension qui sert à polariser le modulateur à $V_{\text{BIAS}} = V_{\pi}/2$. Dans ce cas, un asservissement de sa tension peut être envisagé.

2.5 Conclusion

Ce chapitre a permis d'introduire une technique de réduction du bruit de fréquence des lasers, basée sur un asservissement à correction aval hétérodyne de phase optique d'un laser. Un modèle analytique de la technique a été présenté dans la première partie du chapitre. Ainsi le principe de fonctionnement de la technique a été appréhendé et l'impact d'un déséquilibre temporel entre le bras principal et le bras de correction sur la bande de réduction du bruit a été évalué.

Expérimentalement, une méthode expérimentale pour minimiser ce déséquilibre a été d'abord présentée et appliquée au dispositif expérimental. La technique d'asservissement a ensuite été appliquée à un laser à semi-conducteurs monomode. Nous avons dans un premier temps procédé à la validation du bon fonctionnement de la technique en utilisant le laser TUNICS PR. Dans un second temps, nous avons utilisé deux lasers relativement bas bruit dans le but d'identifier les limites de notre système d'asservissement. Nous démontrons que le niveau de bruit de fréquence minimum que notre système peut atteindre correspond à un spectre optique de bande latérale affinée, de largeur de raie intrinsèque ~ 50 Hz et de largeur de raie $\sim 1,6$ kHz pour un temps d'observation de 10 ms. Cette limite correspond au meilleur taux de réduction que l'on a obtenu durant l'étude expérimental de la technique, soit en utilisant le laser OEWAVES SUB-Hz, comme oscillateur local. La largeur de raie intrinsèque du laser sous test est alors réduite de ~ 314 kHz à seulement ~ 50 Hz, soit d'un facteur de 38 dB. La largeur de raie, pour

un temps d'observation de 10 ms, passe quant à elle de $\sim 1,4$ MHz à $\sim 1,6$ kHz, soit réduite d'un facteur supérieur à **33 dB**.

A présent que l'on a validé et identifié les limites de notre système, en utilisant un laser monomode comme laser sous test, nous passons dans le chapitre suivant à la prochaine étape, consistant à appliquer la technique à une diode à blocage de modes actif.

Chapitre 3

La technique d'asservissement à correction aval de la phase optique d'un laser : extension à une diode à blocage de modes

Sommaire

| | | |
|------------|---|-----------|
| 3.1 | Généralités sur les lasers à blocage de modes | 64 |
| 3.1.1 | Principe et définitions | 64 |
| 3.1.2 | Techniques de blocage de modes | 66 |
| 3.1.3 | Bruit de fréquence optique présent sur une raie issue d'un laser à blocage de modes | 67 |
| 3.2 | L'asservissement à correction aval hétérodyne pour la réduction du bruit de fréquence optique présent sur les raies issues d'un laser à blocage de modes | 69 |
| 3.2.1 | Principe | 69 |
| 3.2.2 | Intérêt pour les diodes à blocage de modes | 71 |
| 3.2.3 | Travaux antérieurs | 72 |
| 3.2.4 | Le présent travail | 73 |
| 3.3 | La diode à blocage de modes utilisée | 74 |
| 3.3.1 | Description générale | 74 |
| 3.3.2 | Caractérisation préliminaire | 75 |
| 3.3.3 | Analyse du bruit de fréquence de la gigue d'impulsions | 76 |
| 3.4 | La technique d'asservissement à correction aval hétérodyne : application à la diode à blocage de modes actif | 79 |
| 3.4.1 | Dispositif expérimental | 79 |
| 3.4.2 | Résultats expérimentaux | 81 |
| 3.4.3 | Discussion des résultats | 83 |

| | |
|---|-----------|
| 3.5 Conclusion | 89 |
| 3.5.1 Applications potentielles | 89 |

Les peignes de fréquences optiques disposant de raies, avec de faibles niveaux de bruit de fréquence sont très attractifs pour un large éventail de domaines et d'applications allant de la métrologie de temps et fréquence [53] à l'astronomie et les sciences de l'espace [54] en passant par la télécommunication optique [55], la génération d'ondes millimétriques [56] ou encore la spectroscopie [3].

Plusieurs technologies, sont aujourd'hui sollicitées pour générer de telles sources. Parmi les techniques les plus utilisées dans la littérature, on retrouve la modulation de phase et la commutation de gain dans les lasers monomodes [57], le blocage de modes [55] et la conversion de fréquence paramétrique dans les micro-résonateurs [12].

Dans le cadre de nos travaux, nous nous intéressons au blocage de modes dans les lasers à semi-conducteurs. Outre le fait que ces structures aient été longuement étudiées et continuent à l'être au sein de l'institut FOTON, elles ont également été identifiées comme étant les plus adaptées aux systèmes à base de peigne de fréquences optiques futurs [58]. En effet, les nombreux avantages du laser à semi-conducteurs à savoir la compacité, la modulation directe, le faible coût ainsi que la faible consommation et tant d'autres, sont conservés. Toutefois, les performances de ces sources en terme de propriétés spectrales demeurent jusqu'à présent limitées. Le bruit de fréquence optique présent sur les raies d'une diode à blocage de modes, principal responsable de leurs largeurs de raie optiques, est en particulier concerné. En effet, les modes optiques issus d'une diode à blocage de modes, exhibent des largeurs de raie optiques relativement élevées ($\sim 10\text{-}100$ MHz) [59]. Ceci étant en grande partie dû aux facteurs de qualité relativement faible de leurs cavités. Cependant, des valeurs inférieures au mégahertz sont souvent recherchées, concernant ces sources, pour des applications de transmission optique cohérente.

La technique d'asservissement à correction aval hétérodyne introduite au chapitre précédent, a déjà permis à WATTS et *al.*, d'affiner des différents modes d'une diode à blocage de modes passif [17, 18]. Dans le chapitre précédent, nous appliqués cette technique à un laser monomode, ce qui nous a permis de valider et d'identifier les limites du dispositif expérimental associé. Dans le présent chapitre, l'objectif est de compléter cette étude, en appliquant la technique à une diode à blocage de modes actif, pour montrer que les performances, en terme de réduction de bruit de fréquence, rapportées précédemment par WATTS peuvent être drastiquement améliorées.

3.1 Généralités sur les lasers à blocage de modes

Dans cette section, on introduit le principe et les notions de bases relatives aux lasers à blocage de modes. Nous donnons des exemples des différentes techniques le permettant. Nous présentons le bruit de fréquence optique présent une raie d'un laser à blocage de modes. Signalons au lecteur que cette section, s'inspire et se base sur ce que plusieurs articles et ouvrages scientifiques, rapportent dans la littérature [53, 60–67]. Nous avons ainsi tenté de rassembler les éléments essentiels et suffisants à la compréhension du point qui nous intéresse : le bruit de fréquence optique affectant une raie d'un laser à blocage de modes, et ce sans perte de généralités et de la façon la plus fidèle possible.

3.1.1 Principe et définitions

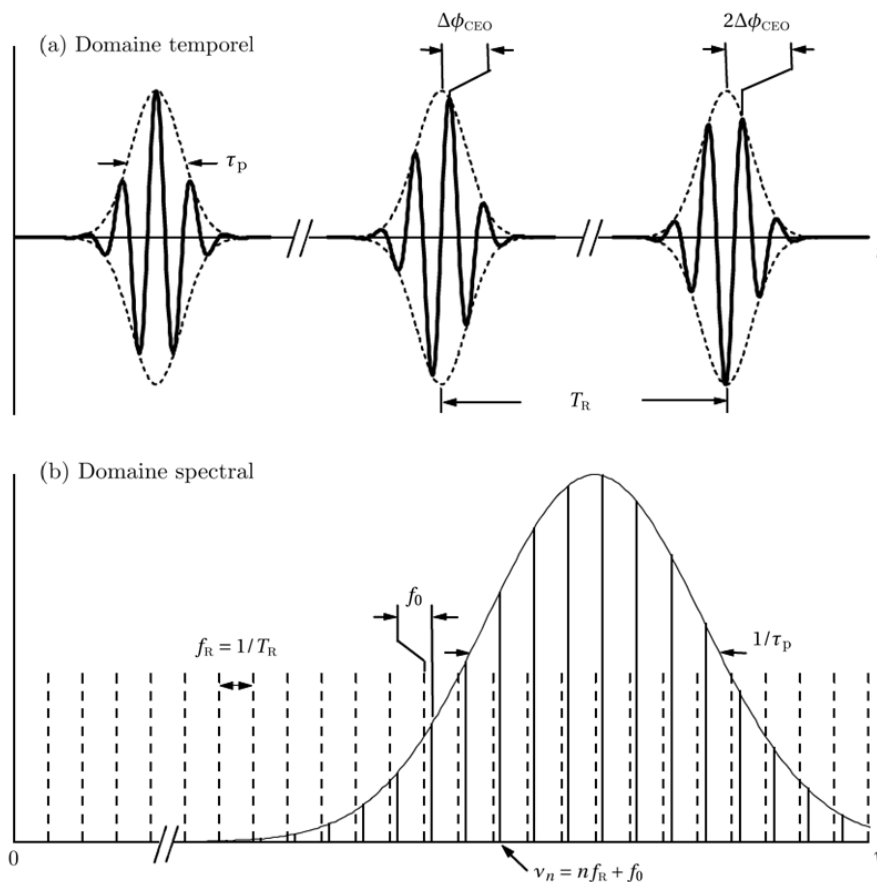


FIGURE 3.1: Correspondance entre les domaines temporel (train d'impulsions) et spectral (peigne de fréquences optiques) pour un champ électrique relatif à l'onde lumineuse délivrée par un laser à blocage de modes. Cette figure a été extraite et ré-adaptée de l'ouvrage de JUN YE et STEVEN T. CUNDIFF intitulé « *Femtosecond Optical Frequency Comb : Principle, Operation, and Applications* » [53].

Comme l'illustre la figure 3.1(a), un laser à blocage de modes est une source lumineuse capable de générer, dans le domaine temporel, une série d'impulsions de courtes durées τ_p (largeur à mi-hauteur de l'impulsion) et régulièrement espacées d'une période temporelle fixe T_R (temps d'un aller-retour de l'énergie dans la cavité laser).

Dans le domaine spectral (voir Fig.3.1(b)), le spectre d'un laser à blocage de modes est composé d'un ensemble discret de raies spectrales, régulièrement espacées d'une fréquence fixe donnée par $f_R = 1/T_R$ (aussi connue dans la littérature sous l'appellation « fréquence » ou « cadence de répétition des impulsions temporelles ») et cohérentes en phase les unes avec les autres. Le peigne de fréquences optiques ainsi formé, s'étend sur un intervalle spectral dont la largeur est donnée par l'inverse de la durée d'impulsion $1/\tau_p$. Ainsi on en déduit donc, que plus l'impulsion générée par un laser à blocage de modes est courte, plus son spectre, et donc son peigne, est étendu. L'ensemble des fréquences représentées par le peigne de Dirac correspond à une vue schématique de la fonction de transfert de la cavité optique du laser. Toujours dans le domaine spectral, la courbe en trait plein représente la forme de gain du laser.

Idéalement, la fréquence optique d'un mode du peigne est un multiple entier de la fréquence de répétition :

$$\nu_n = n f_R \quad (3.1)$$

où n désigne un entier naturel.

Si l'on suppose qu'en pratique, la fréquence de répétition des lasers à blocage de modes f_R varie généralement entre la dizaine de mégahertz [68] et la centaine de gigahertz [69], pour une raie localisée par exemple à la fréquence de 193414 GHz (~ 1550 nm), on obtient que $10^3 < n < 10^7$.

En réalité, la fréquence optique d'une raie n'est pas toujours un multiple entier de la fréquence de répétition. En effet, dans le domaine temporel, l'enveloppe (courbe en pointillés sur la figure 3.1(a)) et l'impulsion, souvent appelée porteuse (courbe en trait plein sur la figure 3.1(a)), sont généralement déphasées d'une impulsion à une autre, d'une quantité $\Delta\phi_{\text{CEO}}$. L'origine de ce déphasage est liée au phénomène de dispersion dans la cavité laser [60, 64]. Dans le domaine spectral, ce déphasage se traduit par un décalage global du peigne de fréquences optiques, d'une fréquence $f_{\text{CEO}} = \frac{\Delta\phi_{\text{CEO}} \bmod 2\pi}{2\pi} \cdot f_R$, connue le plus souvent sous son appellation anglo-saxonne « *carrier envelope offset frequency* » [70].

Plus généralement, la fréquence optique des différentes raies issues d'un laser à blocage de modes, s'écrit alors :

$$\forall n, \quad \nu_n = n f_R + f_{\text{CEO}} \quad (3.2)$$

La relation 3.2 montre que la fréquence de répétition f_R et la fréquence de décalage entre l'enveloppe et la porteuse f_{CEO} , sont deux paramètres caractéristiques d'un peigne de fréquences optiques, généré *via* un laser à blocage de modes. En effet, leur connaissance exacte est la condition suffisante pouvant permettre la localisation, avec la même précision, les fréquences optiques de l'ensemble des raies, composant le peigne. En ce sens, un laser à blocage de modes peut être employé comme une règle de fréquence optique, encore faut-il déterminer le couple (f_R, f_{CEO}) .

Généralement, il est plus aisé de déterminer la fréquence de répétition f_R que la fréquence de décalage f_{CEO} . En effet, tandis qu'une simple photo-détection de l'ensemble des raies d'un peigne de fréquences suffit pour remonter à la valeur de f_R (méthode de VON DER LINDE[71]), un auto-référencement est nécessaire pour identifier f_{CEO} . Pour cela, on a généralement recours à la célèbre méthode d'auto-référencement dite « $f-2f$ » [70, 72]. Cependant, son utilisation nécessite du peigne à caractériser, qu'il soit étendu sur au moins une octave¹. Plusieurs sources telles, les lasers à blocage de modes à Titane-Saphir, les micro-résonateurs *Kerr* ou encore certains lasers à blocage de modes à fibres, sont capables de produire directement des peignes aussi étendus, et donc de générer des impulsions avec des largeurs de l'ordre du femtoseconde [73–75].

3.1.2 Techniques de blocage de modes

Généralement, les techniques permettant de réaliser le blocage de modes d'un cavité laser sont classées en trois grandes familles :

- **le blocage de modes passif** : consiste à insérer dans cavité laser un élément passif permettant la modulation de ses pertes. La première impulsion créée s'auto-entretient en modulant elle même ses pertes dans la cavité : le minimum de pertes dans la cavité coïncide au maximum de l'impulsion et inversement pour ces ailes. Un exemple type ici, est celui de l'absorbant saturable [76].
- **le blocage de modes actif** : est réalisé en introduisant un élément actif dans la cavité permettant de moduler les pertes de la cavité à la fréquence correspondant à

1. On dit qu'un peigne couvre une octave lorsque son spectre s'étend sur un intervalle fréquentiel, allant d'une fréquence au double de cette fréquence.

son intervalle spectral libre (ISL). L'élément actif peut être un modulateur électro-optique [77], acousto-optique [78] ou une modulation du courant dans les milieux semi-conducteurs impliquant une modulation du gain et donc des pertes [6].

- **le blocage de modes hybride** : se dit lorsque le blocage de modes est réalisé en combinant les deux types de blocage de modes : actif et passif.

3.1.3 Bruit de fréquence optique présent sur une raie issue d'un laser à blocage de modes

À présent que l'on a introduit les notions générales relatives aux lasers à blocage de modes, intéressons-nous à ses propriétés de bruit. Nos travaux ont pour but l'affinement de la largeur de raie optique des raies issues des diodes laser à blocage de modes. Ainsi, nous nous focaliserons, dans cette section, uniquement sur les éléments concernant le bruit de fréquence optique présent sur une raie d'un laser à blocage de modes.

À première vue, on serait tenté de croire que le bruit de fréquence d'une raie issue d'un laser à blocage de modes est similaire au bruit affectant un laser monomode. En ce sens, toutes les raies partageraient donc le même bruit de fréquence optique. En réalité, cette hypothèse n'est pas tout à fait correcte. En fait, le bruit de fréquence optique d'une raie, généré par un laser à blocage de modes, ne se résume pas seulement à la contribution du bruit de fréquence classique typique d'un laser monomode, résultant des fluctuations de la phase et de la fréquence optiques de la raie en question. Il comprend deux autres contributions de bruit supplémentaires que sont [62] :

- le bruit de décalage enveloppe-porteuse, qui est lié aux fluctuations de la fréquence de décalage f_{CEO} .
- le bruit de gigue d'impulsions : lié aux fluctuations du temps de répétition T_R (temps d'aller-retour de l'impulsion dans la cavité laser) des impulsions générées en sortie du laser.

Tout comme le bruit de fréquence classique, ces deux contributions peuvent avoir des origines de nature quantique et/ou technique.

Formalisme

Considérons un peigne de fréquences optiques, généré à partir d'un laser à blocage de modes et dont les raies sont affectées par les trois contributions de bruit de fréquence évoquées. Si ce dernier est composé de $2N+1$ raies, que ν_0 représente la fréquence optique

du mode situé au centre de son peigne, alors le champ électrique associé à l'onde lumineuse qu'il délivre s'écrit [62, 63, 79] :

$$E(t) = \sum_{n=-N}^{n=N} \sqrt{P_n} e^{i[2\pi\nu_n t + \phi_n(t)]} \quad (3.3)$$

- P_n désigne la puissance optique du $n^{\text{ième}}$ mode, considérée ici, invariante du temps.
- $\nu_n = \nu_0 + f_{\text{CEO}} + n f_{\text{R}}$, représente la fréquence optique du $n^{\text{ième}}$ mode où, $f_{\text{R}} = 1/T_{\text{R}}$ désigne la fréquence de répétition des impulsions et f_{CEO} la fréquence de décalage du peigne.
- $\phi_n(t) = \phi_{\text{opt}}(t) + \phi_{\text{CEO}}(t) + (n - \bar{n})\phi_{T_{\text{R}}}(t)$, représente le bruit de phase optique affectant le $n^{\text{ième}}$ mode où, $\phi_{\text{opt}}(t)$, $\phi_{\text{CEO}}(t)$, $\phi_{T_{\text{R}}}(t)$ correspondent respectivement aux bruits de phase optique classique, relatif aux fluctuations de la fréquence f_{CEO} et relatif aux fluctuations du temps de répétition T_{R} .

De l'équation 3.3, on peut constater que les bruits de phase $\phi_{\text{opt}}(t)$ et $\phi_{\text{CEO}}(t)$ sont communs à toutes les raies. La contribution du bruit de phase $\phi_{T_{\text{R}}}(t)$ dépend quant à elle linéairement de l'indice de la raie. On introduit donc l'indice $n = \bar{n}$, pour désigner la raie sur laquelle cette contribution est nulle. Ainsi, pour le $n^{\text{ième}}$, ce bruit de phase est égal à $(n - \bar{n})\phi_{T_{\text{R}}}(t)$.

Par la suite, nous raisonnerons en terme de DSP de bruit de fréquence. En supposant que les trois contributions de bruit $\phi_{\text{opt}}(t)$, $\phi_{\text{CEO}}(t)$ et $\phi_{T_{\text{R}}}(t)$ suivent des processus aléatoires statistiquement indépendants, la DSP du bruit de fréquence présent sur le $n^{\text{ième}}$ mode $S_{\nu,n}(f)$ se déduit, de l'équation 3.3 comme suit :

$$S_{\nu,n}(f) = \underbrace{S_{\nu,\text{opt}}(f)}_{\text{Bruit de fréquence classique}} + \underbrace{S_{\nu,\text{CEO}}(f)}_{\substack{\text{Bruit de fréquence} \\ \text{associée} \\ \text{aux fluctuations} \\ \text{de } f_{\text{CEO}}}} + \underbrace{(n - \bar{n})^2 S_{\nu,T_{\text{R}}}(f)}_{\substack{\text{Bruit de fréquence} \\ \text{de la gigue d'impulsions} \\ \text{(pour le } n^{\text{ième}} \text{ mode)}}} \quad (3.4)$$

Remarques et commentaires

Quelques remarques commentaires s'imposent vis-à-vis de l'équation 3.4.

- La DSP de bruit de fréquence du mode d'indice $n = \bar{n}$ contient uniquement les bruits de fréquence classique et relatif aux fluctuations de la fréquence de décalage f_{CEO} et s'écrit : $S_{\nu,\bar{n}}(f) = S_{\nu,\text{opt}}(f) + S_{\nu,\text{CEO}}(f)$.

- La littérature lie généralement la position du mode d'indice \bar{n} à l'asymétrie de la courbe de gain du laser à blocage de modes [61]. Ce point n'est pas déterminant pour nos travaux.
- Le bruit de fréquence relatif à la gigue d'impulsions évolue quadratiquement (en n^2), lorsque l'on s'éloigne de part et d'autre du mode d'indice \bar{n} .
- Comme le cas d'un bruit de fréquence optique classique (similaire au bruit d'un laser monomode), les DSPs de bruit de fréquence $S_{v,CEO}(f)$ et $S_{v,Tr}(f)$ peuvent également être décrites par un modèle de lois de puissance (voir Chap.1).
- En absence de gigue d'impulsions, le bruit de fréquence est le même sur toutes les raies, on dit que les modes sont parfaitement corrélés en phase. En présence de bruit de gigue, les modes le sont partiellement.

3.2 L'asservissement à correction aval hétérodyne pour la réduction du bruit de fréquence optique présent sur les raies issues d'un laser à blocage de modes

La partie précédente a permis de présenter le bruit de fréquence optique contenu sur une raie, issue d'un laser à blocage de modes. Dans la présente section, nous expliquons la façon, dont la relation liant le bruit de fréquence optique des différentes raies, peut être exploité par la technique d'asservissement à correction aval introduite au chapitre 2, pour ainsi le réduire.

Nous décrivons d'abord le principe d'extension de cette technique à un laser à blocage de modes. Nous évoquons l'intérêt, quant à son application aux diodes à blocage de modes. Nous rappelons les travaux antérieurs réalisés, par WATTS et *al.*, dans ce cadre [17, 18]. Aussi, nous citons les travaux qui s'en sont découlés [9, 79]. Et enfin, nous concluons la partie en soulignant clairement les points importants de notre contribution à ce travail, visant à l'améliorer et le compléter.

3.2.1 Principe

Le bruit de fréquence optique présent sur chacune des raies d'un laser à blocage de modes est la somme de trois contributions, deux contributions communes et une contribution évolutive en n^2 (n désigne l'indice du mode) (Eq.3.4). Ainsi, le fait que les différentes raies soient liées par un bruit de fréquence optique commun peut être exploité pour le réduire simultanément au travers de la technique à correction aval hétérodyne étudiée au chapitre 2.

L'extension de la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne, consiste à se servir d'un seul mode pour générer le battement hétérodyne avec un oscillateur local, lequel est employé pour moduler l'ensemble du peigne au travers du modulateur électro-optique polarisé en quadrature. Par conséquent, autour de chacune des raies du peigne, deux bandes latérales seront générées. La bande latérale affinée relative au mode utilisé pour générer le battement hétérodyne, contiendra uniquement le bruit de l'oscillateur local (équivalent au cas monomode, vu au Chap.2). Le reste des bandes latérales affinées contiendront le bruit de l'oscillateur local mais aussi la contribution de bruit, non commune à toutes les raies c'est-à-dire le bruit lié à la gigue d'impulsions. Si cette contribution est négligeable par rapport au bruit de l'oscillateur local alors, il est possible d'obtenir un peigne dont les raies contiennent toutes un même niveau de bruit que l'oscillateur local. Ce peigne est celui composé des bandes latérales affinées.

Modèle analytique

Afin de mieux appréhender le principe de l'extension, reprenons le formalisme introduit plus haut, en supposant $\bar{n} = 0$. Le champ du laser à blocage de modes s'écrit (Eq.3.3) :

$$E(t) = \sum_{n=-N}^{n=N} \sqrt{P_n} e^{i[2\pi\nu_n t + \phi_n(t)]} \quad (3.5)$$

Considérons un oscillateur local oscillant à la fréquence ν_{LO} , affecté d'un bruit de phase $\phi_{LO}(t)$. Son champ électrique associé s'écrit :

$$E_{LO}(t) = \sqrt{P_{LO}} e^{i[2\pi\nu_{LO} t + \phi_{LO}(t)]} \quad (3.6)$$

Le battement hétérodyne est réalisé entre l'oscillateur local et le mode le plus proche. Ce mode désigne le mode de correction, son indice sera noté n_c (l'indice « c » pour correction). En supposant que le déséquilibre entre le bras de correction et le bras principal du système est nul et que $\nu_{n_c} < \nu_{LO}$, on peut exprimer le champ en sortie du modulateur électro-optique lorsque l'ensemble du peigne le traverse, comme suit (voir Chap.2) :

$$E_{OUT}(t) = \sum_{n=-N}^{n=+N} \alpha'_n e^{i[2\pi\nu_n t + \phi_n(t)]} \quad (3.7)$$

$$+ \sum_{n=-N}^{n=+N} \gamma'_n e^{i[2\pi(\nu_n + \Delta f)t + \phi_{LO} + (n - n_c)\phi_t(t)]} \quad (3.8)$$

$$+ \sum_{n=-N}^{n=+N} \gamma'_n e^{i[2\pi(\nu_n - \Delta f)t + 2\phi_{opt}(t) + (n + n_c)\phi_t(t) - \phi_{LO}(t)]} \quad (3.9)$$

- $\alpha'_n = \alpha_m \sqrt{P_n}$ où, α_m désigne le taux d'extinction du modulateur électro-optique.

- $\gamma'_n = \frac{\pi \mathcal{R} g_{\text{TIA}}}{2V_\pi} \sqrt{P_{n_c} P_n P_{\text{LO}}}$ où, \mathcal{R} , g_{TIA} et V_π désignent respectivement la réponse du photo-détecteur, le gain de l'amplificateur trans-impédance et la tension nécessaire au modulateur électro-optique pour déphaser de π un signal optique à son entrée.²
- $\Delta f = \nu_{\text{LO}} - \nu_{n_c}$

L'équation 3.9 montre que le signal en sortie du modulateur est composé d'un peigne de fréquences optiques composé de $3 \times (2N + 1)$ raies. En effet, autour de chaque raie initiale en entrée du modulateur, sont générés deux bandes latérales.

Ici, le peigne de fréquences affiné est celui composé des bandes latérales dépourvues de la contribution de bruit commune (dans cet exemple, il s'agit des bandes latérales supérieures), c'est-à-dire dont le bruit de phase, en fonction de l'indice, s'écrit :

$$\phi_{\text{USB},n}(t) = \phi_{\text{LO}}(t) + (n - n_c)\phi_{T_r}(t) \quad (3.10)$$

L'équation 3.10 s'écrit en terme de DSP de bruit de fréquence, comme suit :

$$S_{\nu,\text{USB},n}(f) = S_{\nu,\text{LO}}(f) + (n - n_c)^2 S_{\nu,T_r}(f) \quad (3.11)$$

Commentaires

L'équation 3.11 indique que :

- le bruit de fréquence optique commun sur les raies du peigne composé des bandes latérales affinées, est celui à présent celui de l'oscillateur local.
- Le bruit de fréquence lié à la gigue d'impulsions est nul pour la bande latérale relative au mode de correction.
- Plus on s'écarte de cette bande latérale plus le bruit de fréquence augmente.
- Le mode à partir duquel le bruit augmente est celui de correction et non plus le mode d'indice $n = 0$ initialement considéré.
- La technique permet de réduire le bruit lié aux fluctuations de la fréquence de décalage f_{CEO} .

3.2.2 Intérêt pour les diodes à blocage de modes

Dans une diode à blocage de modes, la contribution du bruit de fréquence optique commun à toutes les raies $S_{\nu,\text{opt}}(f)$ est généralement prédominante par rapport à la

2. Ces paramètres sont identiques à ceux introduits au chapitre 2.

contribution induite par la gigue d'impulsions $S_{v,t}(f)$. En effet, des progrès considérables ont été effectués dans le but de concevoir des diodes à blocage de modes avec un bruit de gigue d'impulsion relativement faible (i.e., $\sim 10^3$ Hz²/Hz). Ce progrès est adressé en partie aux applications qui utilisent ces sources dans le domaine temporel où la gigue d'impulsions représente un paramètre crucial pour divers systèmes (pour la récupération d'horloge, la génération d'ondes millimétriques et térahertz...). Nous disposons donc aujourd'hui de diodes laser à blocage de modes à faible gigue d'impulsions. Cependant, leur bruit de fréquence optique commun, lui demeure toujours relativement élevé ($\sim 10^6$ Hz²/Hz). Le bruit de fréquence lié aux fluctuations de la fréquence de décalage f_{CEO} dans des diodes à blocage de modes est à notre connaissance un sujet jusqu'à présent peu abordé d'un point de vue expérimental.

On perçoit donc ici l'intérêt de l'utilisation de la technique d'asservissement que l'on étudie permettant ainsi de remplacer ce bruit de fréquence optique commun relativement élevé dans les diodes à blocage de modes par le bruit de fréquence de l'oscillateur local. Le bruit de fréquence commun sera au même niveau que celui de l'oscillateur local.

3.2.3 Travaux antérieurs

Après avoir introduit le principe ainsi que l'intérêt d'utiliser la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne pour réduire simultanément le bruit de fréquence optique commun présent sur les raies issues d'une diode à blocage de modes, rappelons à présent les travaux qui ont déjà été réalisés dans ce sens.

En 2015, WATTS *et al.*, sont les premiers et les seuls à notre connaissance à avoir utilisé la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne pour réduire simultanément le bruit de fréquence optique présent sur chacune des raies d'une diode à blocage de modes [17, 18]. Pour leur preuve de concept, ils utilisèrent une diode à blocage de modes passif. La largeur de raie optique intrinsèque de ses modes est autour de ~ 20 MHz. Cette mesure est indiquée sur la figure 3.2(a), par des cercles pleins verts. Un oscillateur local avec une largeur de raie intrinsèque d'environ ~ 30 kHz ainsi que 16 modes, ont été utilisés pour l'asservissement. Le mode d'indice 9 représente, ici, le mode de correction.

Les mesures de largeurs de raie effectuées sur les bandes latérales affinées du peigne en sortie du modulateur ont permis de révéler une largeur de raie de ~ 32 kHz pour le mode de correction, relativement proche de celle de l'oscillateur local. La largeur de raie intrinsèque des modes de part et d'autre du mode de correction évolue de façon quadratique et reste inférieure à 300 kHz pour les 16 bande latérales affinées générées (voir cercles pleins en bleu sur la Fig. 3.2(b)). Les auteurs attribuent l'évolution quadratique

de la largeur de raie intrinsèque au phénomène de gigue d'impulsions qu'ils identifient comme le paramètre limitant la correction vers les extrémités du peigne.

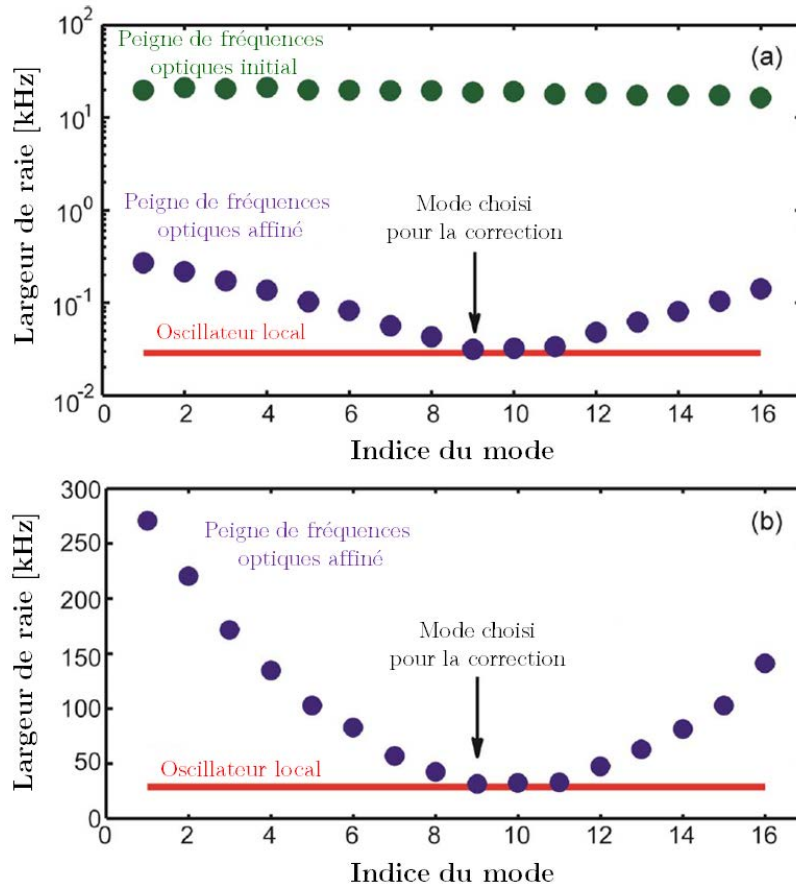


FIGURE 3.2: Figure extraite et ré-adaptée en français des travaux de WATTS et *al.*, portant sur la réduction de la largeur de raie optiques des raies générées à partir d'une diode à blocage de modes passif *via* la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne [18]. La figure (a) compare les largeurs de raie des modes optiques avant et après l'asservissement, sur une échelle logarithmique. La figure (b) représente les largeurs de raie de modes optiques du peigne affiné, sur une échelle linéaire.

Cette première démonstration a ensuite permis à l'équipe irlandaise, de l'institut RINCE de l'université de Dublin (DCU), d'initier une collaboration avec une équipe de recherche de l'institut KARLSRUHE de technologie³. Les deux équipes, incluant d'autres partenaires académiques, utilisent la technique d'asservissement et réalisent la première démonstration de transmission optique cohérente à partir d'une diode à blocage de modes, rapportant ainsi un débit de ~ 1 Tbit/s [9, 79].

3.2.4 Le présent travail

Le travail que nous présentons dans ce chapitre, s'inscrit dans la continuité des travaux déjà réalisés par WATTS et *al.*. Notre objectif principal est de démontrer qu'en

3. Karlsruhe Institute of Technology (KIT)

recourant à un blocage de modes actif pour réduire le bruit de fréquence lié à la gigue d'impulsions, on est en mesure d'améliorer les performances de la technique en terme de réduction de bruit sur les extrémités du peigne.

Notre contribution aux travaux déjà réalisés, porte sur les points suivants :

- l'application de la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne, à une diode à blocage de modes actif.
- l'utilisation d'un oscillateur local présentant un bruit de fréquence optique plus faible que celui ayant été utilisé au cours des travaux de WATTS et *al.*,
- le recours à une caractérisation en terme de DSP de bruit de fréquence plutôt qu'en terme de largeur de raie intrinsèque. En effet, le recours à la DSP de bruit de fréquence, donne sa répartition spectrale et permet l'accès à la largeur de raie intrinsèque et la largeur de raie intégrée sur un temps d'observation du spectre optique (voir Chap.1 et 2).

3.3 La diode à blocage de modes utilisée

Cette section est réservée à :

- la présentation de la diode à blocage de modes, laquelle on a choisi pour appliquer la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne.
- la caractérisation de ses paramètres statiques (courant de seuil, ISL, étendu spectral, spectre optique...).
- la caractérisation du bruit de fréquence de sa gigue d'impulsions.
- la caractérisation de son bruit de fréquence optique commun.

3.3.1 Description générale

Pour nos expériences, nous utilisons une diode laser Fabry-Perot (FP) mono-section à blocage de modes passif basée sur une structure à bâtonnets quantiques (BQ) ⁴. La longueur de sa cavité est de 1 mm. Son intervalle spectral libre (ISL) est $f_{ISL} = 42,7$ GHz.

Les diodes FP mono-section, sont connues dans la littérature pour leur capacité à mettre en phase les différents modes de cavité sans recourir à éléments actif, *i.e.* à blocage de modes passif. Dans ces structures le mécanisme responsable du blocage de modes est généralement attribué aux non-linéarités du milieu à gain et en particulier au processus du mélange à quatre ondes [80, 81].

4. Cette source a été développée par le III-V LAB, dans le cadre d'un projet ANR avec l'institut FOTON.



FIGURE 3.3: Photographie du module de la source utilisée (fabriqué au III-V LAB) Le connecteur électrique type-V sert à polariser la diode avec un courant continu comme il sert à la modulation du courant.

La diode est conditionnée en boîtier *butterfly* (Fig.3.3). Le module regroupe d'une part un capteur de température et un élément Peltier permettant le contrôle externe de la température et d'autre part un connecteur électrique type-V permettant l'alimentation en courant. Une description plus exhaustive, détaillant la structure ainsi que la conception de la source, est disponible dans la référence suivante [82].

3.3.2 Caractérisation préliminaire

Son spectre optique, illustré sur la figure 3.4(a), présente un profil plat typique des diodes à blocage de modes à bâtonnets quantiques [6, 65, 82–86], avec une émission centrée à 1553 nm. Son étendu spectral (c-à-d, largeur à mi-hauteur) est d'environ ~ 12 nm ($\sim 1,5$ THz) et comprend environ 30 modes.

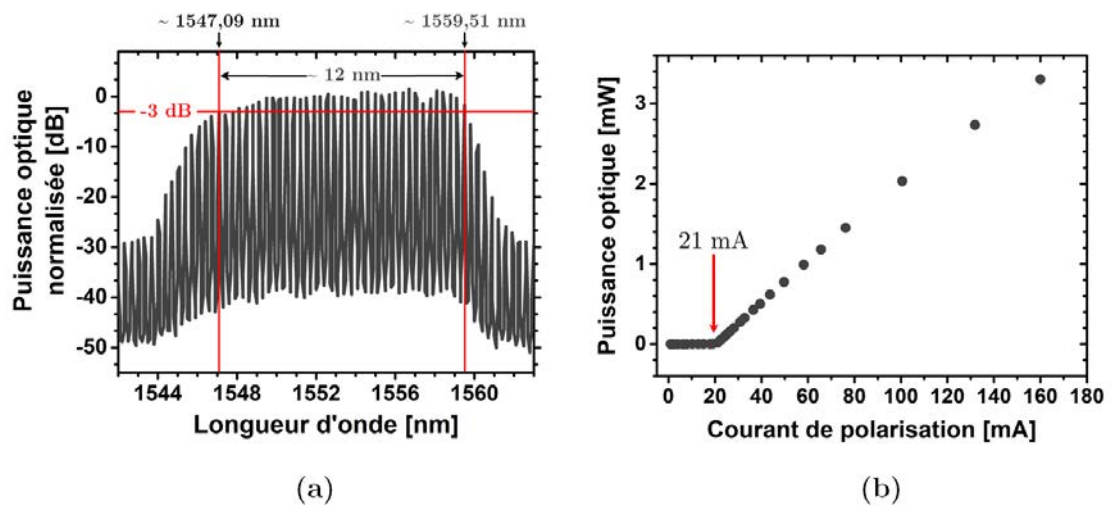


FIGURE 3.4: (a) Spectre optique de la diode à blocage de modes polarisée à un courant 160 mA (résolution de l'analyseur de spectre optique 0,08 nm) (b) Puissance optique délivrée par la diode en fonction du courant de polarisation appliqué.

La figure 3.4(b) représente la puissance optique délivrée en sortie de la diode en fonction de son courant de polarisation et révèle un courant de seuil de 21 mA. La puissance optique délivrée en sortie de la diode, lorsqu'elle est polarisée à un courant de 160 mA, est de ~ 3 mW ($\sim 4,8$ dBm).

Dans la suite, la source sera polarisée à un courant de 160 mA et sa température fixée à 25°C. Ce point de fonctionnement est conservé tout au long des expériences menées au cours de ce chapitre.

3.3.3 Analyse du bruit de fréquence de la gigue d'impulsions

Description de la méthode de caractérisation

Pour caractériser le bruit de fréquence causé par la gigue d'impulsions, nous utilisons la technique dite de VON DER LINDE [71]. Elle consiste à éclairer une photo-diode rapide avec l'ensemble des modes du laser à blocage de modes. Le spectre du signal radio-fréquence (RF) généré est constitué d'un ensemble de raies électriques espacées de l'intervalle spectral libre du laser. Il est possible de montrer que le bruit de phase de la raie fondamentale, celle située à la fréquence f_{ISL} , n'est autre que le bruit de phase lié à la gigue d'impulsions, précédemment noté $\phi_{T_r}(t)$. En pratique, pour déterminer le bruit de fréquence lié à la gigue d'impulsions $S_{v,T_r}(f)$, nous utilisons un analyseur de bruit de phase. Ce dernier permet d'obtenir la DSP du bruit de phase associé à $\phi_{T_r}(t)$, que nous convertissons en bruit de fréquence en la multipliant par f^2 . Notons que beaucoup d'auteurs se contentent d'une mesure instantanée directe de la largeur de raie de la fréquence de battement, sur un analyseur de spectre électrique. Très souvent, cette mesure sous-estime la largeur de raie voire la rend non mesurable car elle se trouve sous la limite de résolution de l'appareil (par exemple 10 Hz). La mesure du bruit de fréquence permet d'intégrer l'ensemble des contributions de bruit et la largeur de raie obtenue correspond à celle déduite des mesures expérimentales des largeurs de raie de chaque mode, qui suit une loi quadratique comme nous allons le voir par la suite.

Caractérisation de la diode à blocage de modes passif

Nous caractérisons la diode en régime de blocage de modes passif (Fig.3.5(a)). La DSP du bruit de fréquence associé à sa gigue d'impulsions est représentée sur la figure 3.6. Elle est composée d'un bruit en $1/f$ prédominant entre 100 Hz et 1 kHz. Pour les fréquences supérieures à 1 kHz, un bruit blanc de fréquence domine la DSP jusqu'au alentours de ~ 50 kHz où l'on remarque une augmentation du bruit. En utilisant l'approximation de la β -line, on estime l'élargissement gaussien des raies optiques de

la diode à blocage de modes passif, causé par la gigue d'impulsions, sur une durée de 10 ms à ~ 39 kHz. L'élargissement lorentzien causé par la contribution en bruit blanc est estimé, à partir de son niveau ($\sim 10^4$ Hz²/Hz) à $\sim 31,4$ kHz.

En comparant le niveau de bruit du laser OEAVES GEN3 que l'on projette d'utiliser par la suite comme oscillateur local, à celui du bruit de la gigue d'impulsions, on constate que ce dernier est plus élevé. Ceci signifie que dans ce cas, en sortie du modulateur, la bande latérale affinée adjacente à celle correspondante au mode de correction, contiendrait majoritairement la contribution très élevé de la gigue d'impulsions. Pour garantir donc le bruit le plus bas sur l'ensemble des bandes latérales affinées, il est indispensable de réduire au maximum le niveau du bruit de la gigue d'impulsions de sorte à ce qu'il puisse être inférieur ou équivalent à celui de l'oscillateur local.

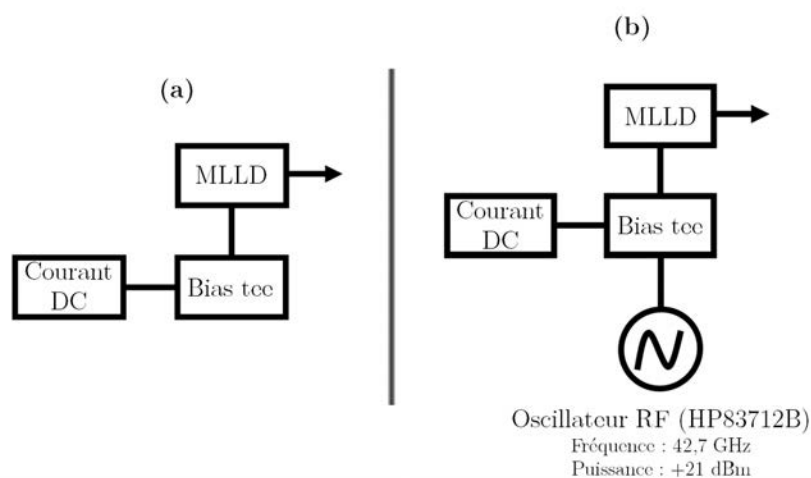


FIGURE 3.5: Diode à blocage de modes (a) passif (PMLLD) (b) actif (AMLLD) (MLLD : diode à blocage de modes (mode-locked laser diode))

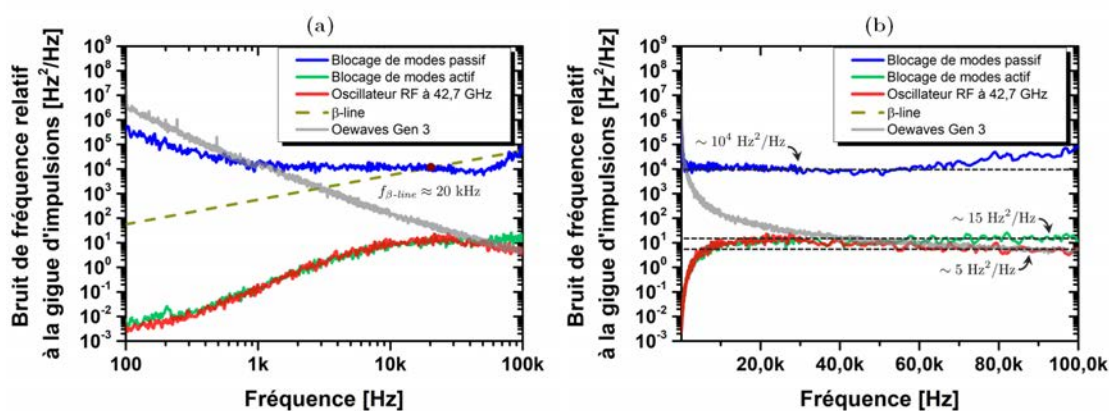


FIGURE 3.6: Comparaison des DSPs de bruit de fréquence relatif à la gigue d'impulsions de la diode à blocage de modes passif et actif, de l'oscillateur RF utilisé pour le blocage de modes actif et du laser OEAVES GEN3. L'axe des fréquences (des abscisses) est en échelle (a) logarithmique (b) linéaire.

Caractérisation de la diode à blocage de modes actif

Afin de réduire la gigue d'impulsions de la diode à blocage de modes passif, nous utilisons la technique qui consiste à moduler son courant de polarisation à une fréquence égale à sa fréquence de répétition f_{ISL} . En effet, la modulation du courant de polarisation de la diode, entraîne une modulation de son gain. La modulation du gain permet ensuite de synchroniser le temps de répétition des impulsions, à une référence externe relativement stable. La gigue d'impulsions est causée par les fluctuations du temps de répétition des impulsions temporelles, en contrôlant le temps de répétition de façon externe, nous réduisons la gigue d'impulsions. Pour de plus amples explications de la technique, le lecteur est invité à consulter les travaux de thèse suivants [66, 87].

La figure 3.5(b) montre le dispositif expérimental utilisé pour réduire la gigue d'impulsions, correspondant à la diode à blocage de modes actif. Nous utilisons un oscillateur électrique oscillant à la fréquence de répétition de la diode à 42,7 GHz. Comme on l'observe sur la figure 3.6, cet oscillateur a un bruit de fréquence relativement bas par rapport au bruit de fréquence de la gigue d'impulsions de la diode à blocage de modes passif (courbe en rouge). De plus, son bruit est relativement équivalent au bruit du laser OEWAVES GEN3. L'oscillateur délivre un signal à la puissance RF +21 dBm. Ce dernier sert à moduler le laser *via* son courant de polarisation au travers d'un Té de polarisation (Bias tee). Le bruit de fréquence lié à la gigue d'impulsions lorsque le blocage de modes actif est réalisé est drastiquement réduit, comparé au régime de blocage de modes passif, comme on peut le constater sur la même figure. Ce dernier est superposé au bruit de l'oscillateur RF pour les fréquences inférieures à ~ 50 kHz, signe d'une bonne synchronisation du temps de répétition des impulsions dans cette région. Pour les fréquences supérieures à ~ 50 kHz, on constate un léger décrochement entre les deux DSPs. Le niveau de l'oscillateur RF décroît pour atteindre la valeur de $\sim 5 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$. Le blocage de modes actif permet de réduire le bruit de la gigue, tandis que celui de la gigue d'impulsions stagne autour de $\sim 15 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$.

Cette partie nous a permis de démontrer que le blocage de modes actif obtenu *via* la modulation du courant de polarisation de la diode permet la réduction du bruit de sa gigue d'impulsions. A présent, appliquons la technique d'asservissement.

3.4 La technique d'asservissement à correction aval hétérodyne : application à la diode à blocage de modes actif

Dans cette partie, nous appliquons la technique d'asservissement à la diode à blocage de modes actif. Le battement d'un seul mode avec le laser OEAVAVES GEN3 est utilisé pour moduler 21 modes du peigne traversant simultanément le modulateur électro-optique en position de quadrature. La bande latérale affinée relative à chaque mode est extraite puis son bruit de fréquence optique analysé.

3.4.1 Dispositif expérimental

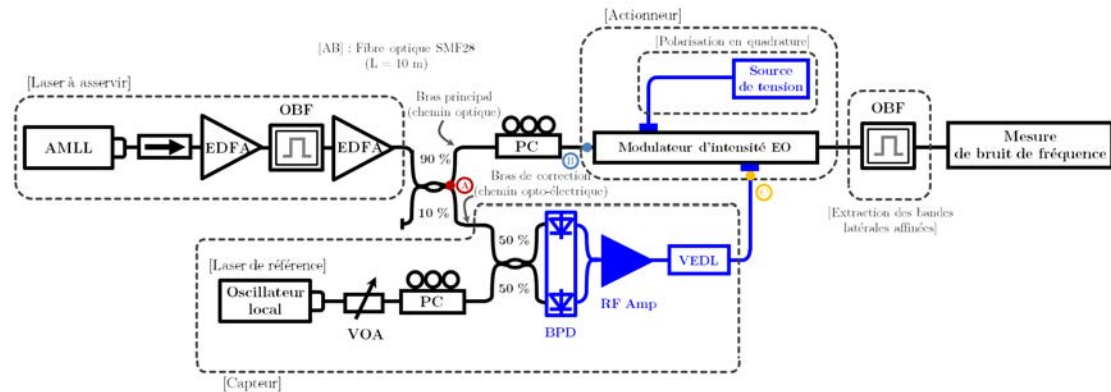


FIGURE 3.7: Dispositif expérimental relatif au système d'asservissement étudié
 AMLL : diode à blocage de modes actif, EDFA : amplificateur optique à fibre dopée Erbium, PC : contrôleur de polarisation, VOA : atténuateur optique variable, BPD : photo-diode équilibrée, RF Amp : amplificateur électrique, EO : électro-optique, OBF : filtre optique, VEDL : ligne à retard électrique

La figure 3.7 montre le dispositif expérimental utilisé pour la réduction du bruit de fréquence optique présent sur les différentes raies du spectre. Il s'agit ici, du même dispositif que celui employé pour la réduction du bruit de fréquence d'un laser monomode décrit dans le chapitre 2. L'ensemble composé de la diode à blocage de modes actif, d'un premier amplificateur optique à fibre dopée Erbium, d'un filtre optique et d'un second amplificateur optique à fibre dopée Erbium, constitue le laser sous test. La puissance optique en sortie de la diode à blocage de modes actif est de 4 dBm. Cette puissance est répartie sur une trentaine de modes, on estime donc que la puissance optique moyenne par mode est inférieure à -10 dBm. Cette puissance peut s'avérer insuffisante pour générer un puissant battement hétérodyne avec l'oscillateur local. Nous choisissons donc d'effectuer une remise en forme du peigne. Pour cela, on amplifie d'abord tous les modes du peigne, on en sélectionne 21 que l'on ré-amplifie. Pour générer le battement hétérodyne, on

positionne l'oscillateur local à une fréquence entre 9 GHz et 11 GHz d'un des modes du peigne. La bande passante de la photo-détection filtre tout autre battement électrique susceptible d'être généré, soit par l'oscillateur local et le mode adjacent, soit entre deux modes adjacents. De ce fait, il n'est pas nécessaire de réaliser de filtrage optique en vue de la génération du battement.

On suit le même protocole expérimental que celui décrit à la section 2.3.2 du chapitre 2. La figure 3.8 donne le spectre optique avant et après le modulateur que l'on a observé durant nos expérimentations. Le mode de correction est situé à la longueur d'onde 1551,68 nm. Sa bande latérale affinée est repéré par l'indice 0. Nous pouvons constater la génération de bande latérales autour des différents modes de la diode. Les bandes latérales affinées sont situées à gauche.

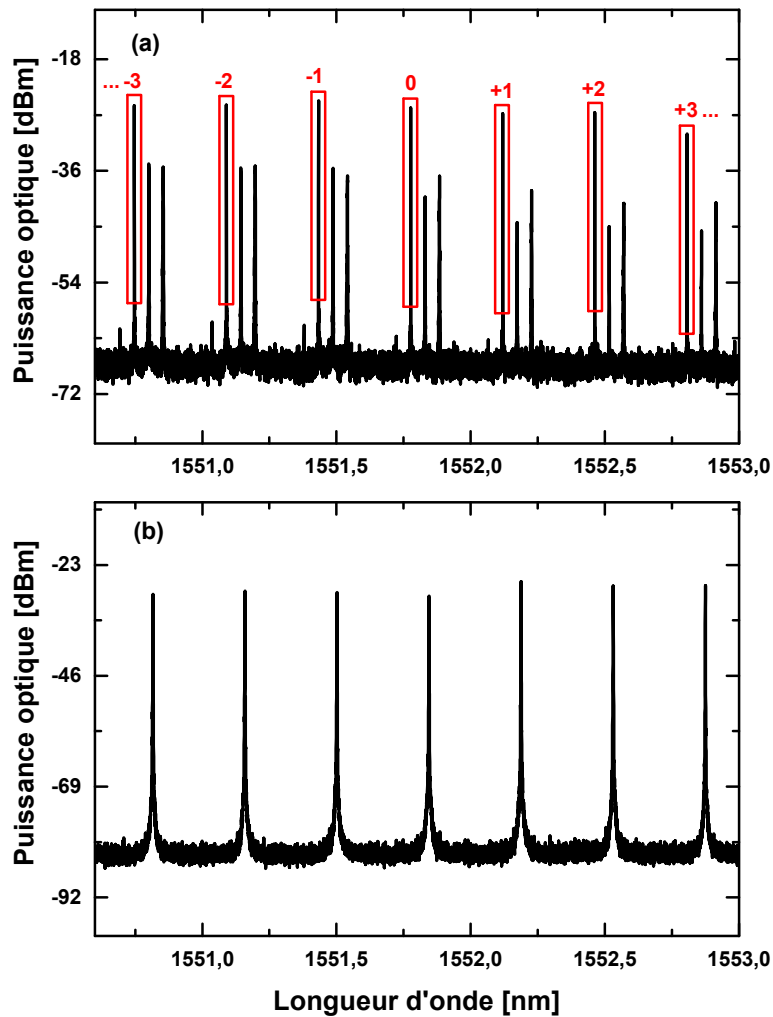


FIGURE 3.8: Spectre optique du signal avant (b) et après le modulateur électro-optique d'intensité (a). La résolution de l'analyseur de spectre optique utilisé ici, est 10 MHz. Le mode d'indice 0 correspond au mode de correction. Les raies encadrées en rouge, désignent les bande latérales affinées.

3.4.2 Résultats expérimentaux

Pour cette expérience, le laser OEAVES GEN3 est utilisé comme oscillateur local. Les résultats de cette partie sont présentés en deux temps. D'abord, on analyse le bruit de fréquence de la bande latérale relative au mode de correction, que l'on compare d'un côté à celui du mode de correction et d'un autre à celui du laser OEAVES GEN 3 (oscillateur local). Cette analyse est similaire à celle adoptée dans le cas d'un laser sous test monomode (voir Chap.2, Sec.2.3.3 et Sec.2.3.4). Ensuite, on analyse le bruit de fréquence optique présent sur l'ensemble des bandes latérales affinées.

Analyse de la bande latérale affinée relative au mode de correction

La figure 3.9 représente les DSPs de bruit de fréquence de l'oscillateur local, du mode de correction ($n=0$) et de la bande latérale affinée associée.

Le mode de correction

La DSP de bruit de fréquence du mode de correction est composé d'une seule contribution. Le bruit de fréquence est blanc sur pratiquement tout l'intervalle de mesure, sauf pour les fréquences inférieures à 300 Hz où on remarque une légère remontée du bruit. A partir du niveau de ce bruit blanc, nous estimons que la largeur de raie intrinsèque du mode de correction vaut $\Delta\nu_L \approx 56$ MHz.

La bande latérale affinée relative

En ce qui concerne la bande latérale affinée, on retrouve un résultat similaire à ce que l'on a obtenu lorsqu'on a appliqué la technique à un laser sous test monomode (*cf.* Chap.2, Sec.2.3.4).

Une largeur de raie intrinsèque $\Delta\nu_L \approx 50$ Hz est estimée à partir du niveau du bruit blanc de fréquence (visible pour les fréquences au dessus de 80 kHz). On retrouve ici, la même limitation identifiée au chapitre 2. Sa largeur de raie gaussienne causée par le bruit de fréquence en basse fréquence est estimée à $\Delta\nu_G \approx 37$ kHz pour un temps d'observation de 10 ms.

Le tableau 3.1 récapitule les performances de réduction du bruit obtenues sur le mode de correction.

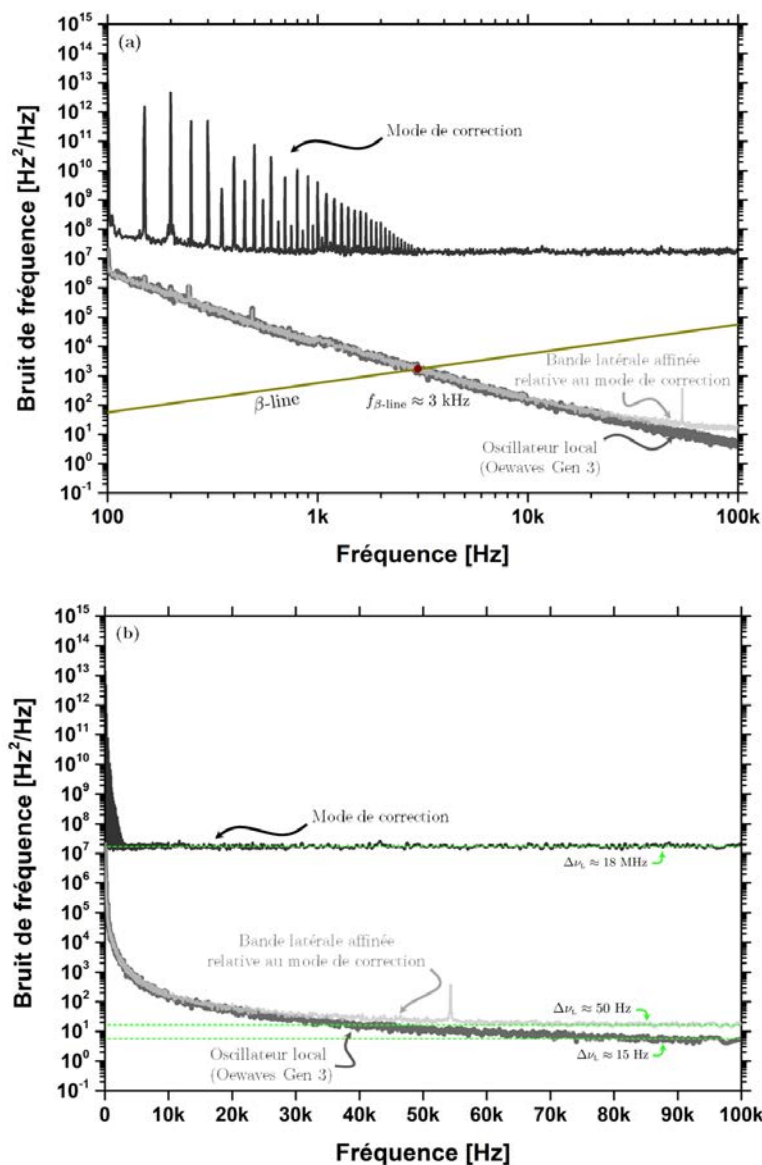


FIGURE 3.9: Densités spectrales de puissance des fluctuations de fréquence du mode de correction, de sa bande latérale affinée et du laser OEAWAVES GEN3 (a) en échelle logarithmique (b) en échelle linéaire

Analyse de l'ensemble des bandes latérales affinées

Dans cette partie, nous analysons le bruit de fréquence optique des 20 bandes latérales affinées que l'on compare à celui de la bande latérale de correction.

Bandes latérales relatives aux modes situés à droite (en longueur d'onde) du mode de correction

La figure 3.10 compare les DSPs de bruit de fréquence des bandes latérales affinées associées aux 20 modes, situés à droite du mode de correction (en longueurs d'onde) à

TABLE 3.1: Récapitulatif des performances de bruit de fréquence, après analyse de la bande latérale associée au mode de correction

| SOURCE | Largeur de raie intrinsèque $\Delta\nu_L$ [Hz] | Largeur de raie à 10 ms de temps d'observation $\Delta\nu_G$ [Hz] |
|--|--|---|
| Oscillateur local (OEWAVES GEN3) | ~ 15 | ~ 37 k |
| Mode de correction ($\lambda \approx 1551,68$ nm) | ~ 56 M | – |
| Bande latérale affinée associée | ~ 50 | – |
| Taux de réduction [dB] | $60 <$ | – |

celle de la bande latérale relative au mode choisi pour la correction.

Sur la figure 3.10(a), on constate que les bandes latérales ont, toutes, la même forme de spectre de bruit. Elle présentent toutes un bruit technique en $1/f^2$. Cependant, leur niveau de bruit blanc de fréquence est différent. En effet, on remarque que ce niveau augmente progressivement plus le mode s'éloigne du mode de correction. Toutes les bandes latérales partageant approximativement la même largeur de raie gaussienne $\Delta\nu_G$ estimée par la méthode de la β -line pour un temps d'observation de 10 ms. Leur largeur de raie intrinsèque quant à elle augmente de 50 Hz pour la bande latérale relative au mode de correction (BL 0) à environ 4 kHz (Fig.3.10(b)) pour celle relative au mode à l'extrémité droite (BL +10).

Bandes latérales relatives aux modes situés à gauche (en longueur d'onde) du mode de correction

La figure 3.11, représente les densités spectrales de puissance des fluctuations de fréquence des bandes latérales relatives aux modes situés à gauche du mode de correction.

Les bandes latérales ont toutes sensiblement la même largeur de raie gaussienne $\Delta\nu_G$ (Fig.3.11(a)) tandis que leurs largeurs de raie intrinsèques augmente de 50 Hz (BL 0) pour la bande latérale relative au mode de correction à environ 7 kHz pour celle relative au mode à l'extrémité (BL -10) (Fig.3.11(b)).

3.4.3 Discussion des résultats

Bilan des résultats

Le tableau récapitulatif 3.2 regroupe, les performances obtenues sur le bruit de fréquence des 21 raies simultanément affinées, lorsque l'oscillateur local est le laser

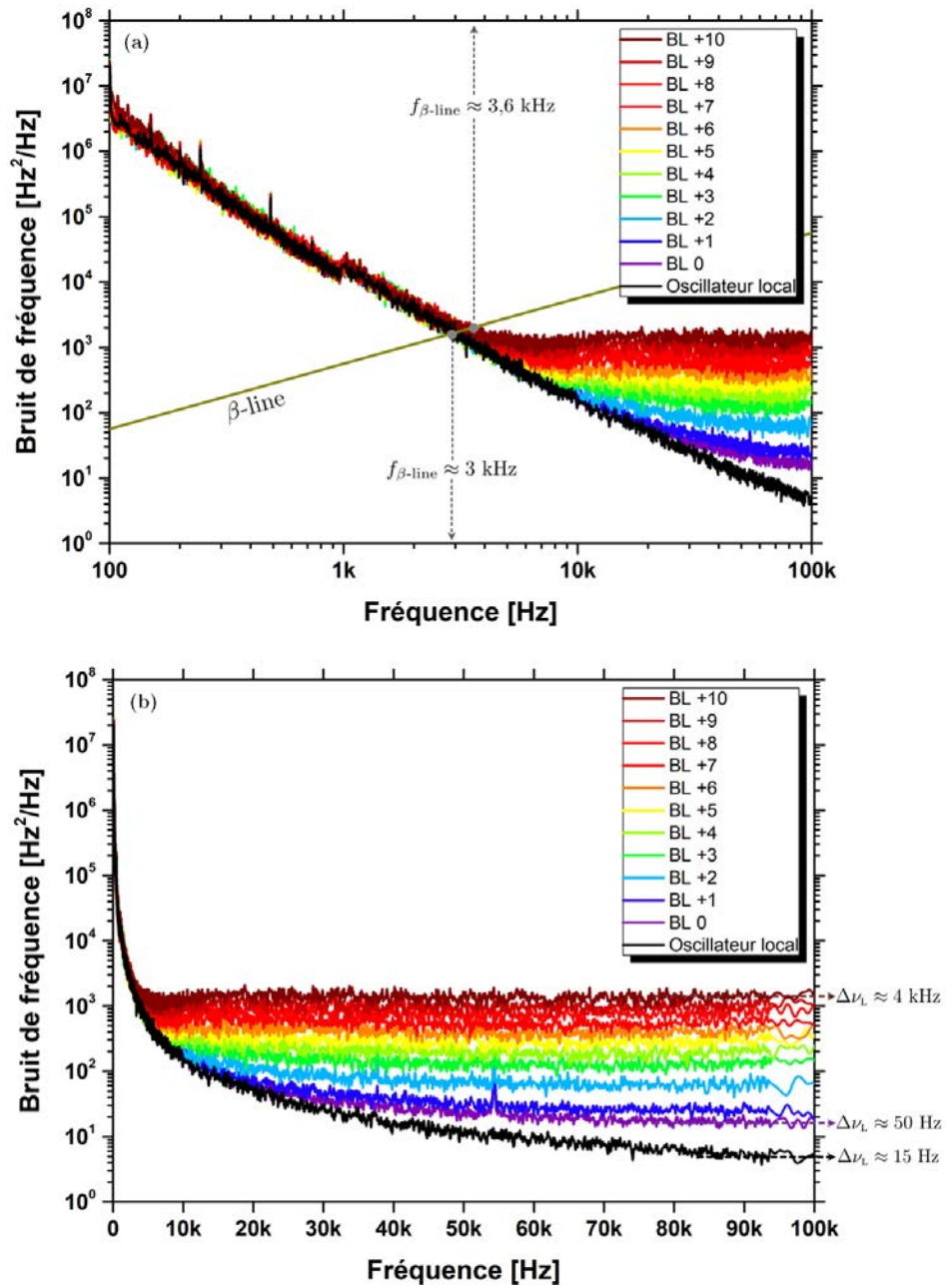


FIGURE 3.10: Densités spectrales de puissance des fluctuations de fréquence des bandes latérales affinées relatives aux modes situées à droite (en longueur d'onde) du mode de correction, y compris celle relative à ce dernier et du laser OEAVES GEN3 (a) en échelle logarithmique (b) en échelle linéaire

OEAVES GEN3. Les résultats sont interprétés en termes de largeurs de raie intrinsèques et pour un temps d'observation de 10 ms.

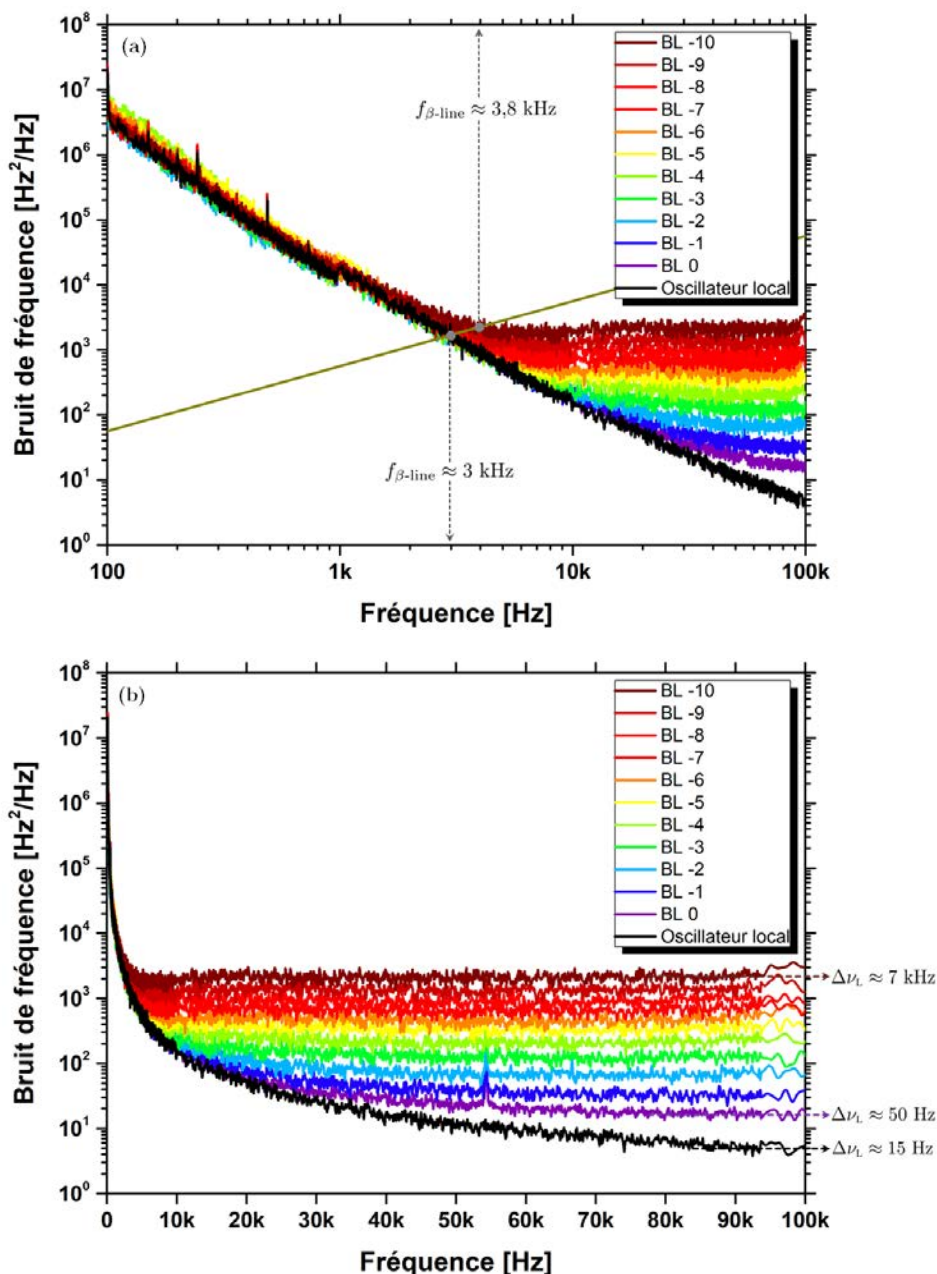


FIGURE 3.11: Densités spectrales de puissance des fluctuations de fréquence des bandes latérales affinées relatives aux modes situées à gauche (en longueur d'onde) du mode de correction, y compris celle relative à ce dernier et du laser OEWAVES GEN3 (a) en échelle logarithmique (b) en échelle linéaire

Évolution de la largeur de raie intrinsèque : confrontation avec le formalisme adopté

L'application de la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne à une diode à blocage de modes actif, nous a permis de générer un peigne de fréquences optiques composé de 21 raies ayant toutes des largeurs de raie intrinsèque inférieures à 7 kHz. Nous remarquons que la largeur de raie intrinsèque augmente plus on s'écarte de part et

TABLE 3.2: Récapitulatif des performances de bruit de fréquence, du peigne composé de bandes latérales affinées en sortie de notre système d'asservissement

| INDICE DU MODE n | | Largeur de raie intrinsèque $\Delta\nu_L$ [Hz] | Largeur de raie à 10 ms de temps d'observation $\Delta\nu_G$ [Hz] |
|---------------------|----------|--|---|
| -10 | Fig.3.11 | ~ 6,8 k | ~ 37 k |
| -9 | | ~ 4,4 k | |
| -8 | | ~ 3 k | |
| -7 | | ~ 2,1 k | |
| -6 | | ~ 1,5 k | |
| -5 | | ~ 1,2 k | |
| -4 | | ~ 768 | |
| -3 | | ~ 487 | |
| -2 | | ~ 222 | |
| -1 | | ~ 105 | |
| 0 | | Fig.3.9 | |
| +1 | Fig.3.10 | ~ 82 | |
| +2 | | ~ 218 | |
| +3 | | ~ 451 | |
| +4 | | ~ 677 | |
| +5 | | ~ 1 k | |
| +6 | | ~ 1,4 k | |
| +7 | | ~ 1,9 k | |
| +8 | | ~ 2,6 k | |
| +9 | | ~ 3,3 k | |
| +10 | | ~ 4,4 k | |

d'autre de la bande latérale associée au mode de correction. Pour analyser ce résultat, on représente, sur la figure 3.12, la largeur de raie intrinsèque des 21 bandes latérales affinées en fonction de leur indice respectif.

Cette représentation révèle que la largeur de raie intrinsèque croît à partir et de part et d'autre de la bande latérale relative au mode de correction de façon parabolique. Ce profil de distribution est en accord avec les résultats obtenus car le bruit de fréquence de la bande latérale affinée associée au mode de correction, devient blanc à partir de 80 kHz (Fig.3.9) et le bruit de fréquence de la gigue d'impulsions pour la diode à blocage de modes actif est également un bruit blanc pour les fréquences supérieures à 20 kHz.

En multipliant l'équation (Eq.3.11), exprimant la DSP de bruit de fréquence des bandes latérales affinées, en sortie du modulateur peut s'écrire en terme de largeur de raie intrinsèque comme suit :

$$\Delta\nu_{L,n} = \Delta\nu_{L,LO} + (n - n_c)^2 \Delta\nu_{L,T_R} \quad (3.12)$$

- $\Delta\nu_{L,n}$ est la largeur de raie intrinsèque du $n^{\text{ième}}$ mode.

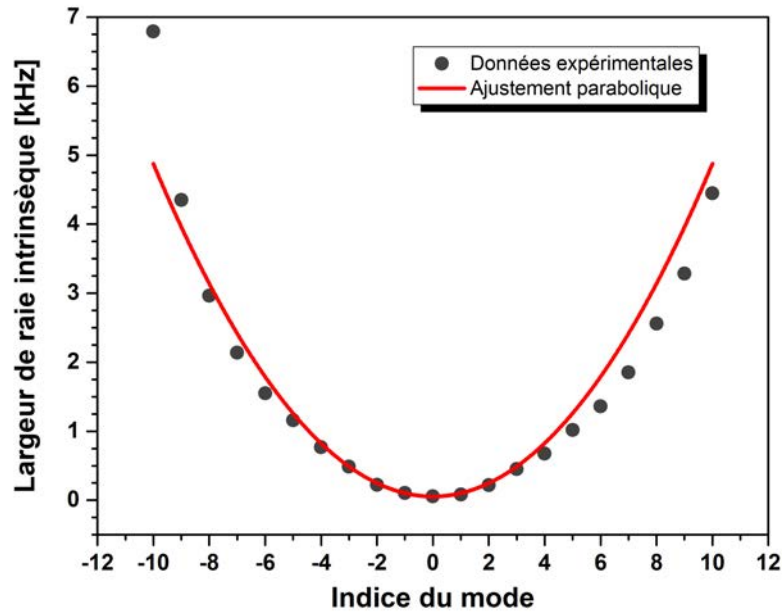


FIGURE 3.12: Largeur de raie intrinsèque des 21 bandes latérales affinées (mesurée à partir du niveau de leur bruit blanc de fréquence) représentée en fonction de leur indice. Les points représentent la mesure, le trait plein rouge représente un ajustement parabolique de ces points.

- $\Delta\nu_{L,LO}$ est la largeur de raie intrinsèque de l'oscillateur local.
- $\Delta\nu_{L,Tr}$ désigne la largeur de raie intrinsèque du battement RF fondamental de la diode à blocage de modes, dont on a évalué le bruit de fréquence.

Rappelons que la largeur de raie intrinsèque de l'oscillateur local, lorsque le laser OEWAVES GEN3 est utilisé, n'est pas atteinte car notre dispositif expérimental introduit un bruit supplémentaire qui fait qu'en réalité cette largeur n'est pas égale à ~ 15 Hz mais plutôt à ~ 50 Hz. En prenant en compte ce détail et en effectuant un ajustement parabolique du profil de distribution de la largeur de raie intrinsèque représentée sur la figure 3.12, suivant l'équation 3.12, nous avons pu extraire la valeur de la largeur de raie intrinsèque du battement RF fondamental, qui est d'environ ~ 48 Hz. Si on compare cette valeur à celle pouvant être directement lue à partir de la mesure de DSP de bruit de gigue d'impulsions, représentée sur la figure 3.6(b), on constate qu'elles sont relativement proches puisque cette dernière est estimée à ~ 47 Hz. Cette concordance permet de statuer sur le fait que l'augmentation de la largeur de raie intrinsèque des bandes latérales affinées est directement liée au niveau de bruit de fréquence de la gigue d'impulsions.

Remarque : Rappelons encore une fois qu'une mesure de la largeur de raie de la fréquence de battement sur un analyseur de spectre électrique, ne permet pas d'obtenir

la bonne largeur et par suite la bonne dépendance parabolique. La mesure du bruit de fréquence nous a permis de répondre à cette contradiction qui nous est apparue lors de la lecture d'articles.

Évolution de la largeur de raie intrinsèque : confrontation avec le blocage de modes passif

Le raisonnement que nous avons entrepris au fil de ce chapitre pour justifier la nécessité d'un blocage de modes actif a été essentiellement fondé sur le couplage de deux points :

- l'argument expérimental qui a consisté à démontrer que le blocage de modes actif permet bel et bien de réduire, et de façon drastique, le bruit de fréquence de la gigue d'impulsions
- et le formalisme analytique décrivant le bruit de fréquence présent sur chacune des raies d'un laser à blocage de modes, qui montre que la contribution de la gigue d'impulsions est le paramètre qui détermine les performances de la technique d'asservissement.

Pour consolider, nos résultats et déductions, nous avons ré-itéré, en étant dans les mêmes conditions expérimentales, l'expérience en utilisant cette fois-ci la diode en régime de blocage de modes passif. Sur la figure 3.13, on compare la DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée d'indice +2, dans ce cas, à celle lorsque la diode est à blocage de actif.

On constate que le niveau du bruit blanc de fréquence atteint, et donc de la largeur de raie intrinsèque, par la bande latérale affinée en question est au moins 1000 fois plus élevée lorsque le blocage de modes est passif. Cette observation permet donc de statuer une fois encore sur l'impact de la gigue d'impulsions sur les performances de la technique d'asservissement étudiée.

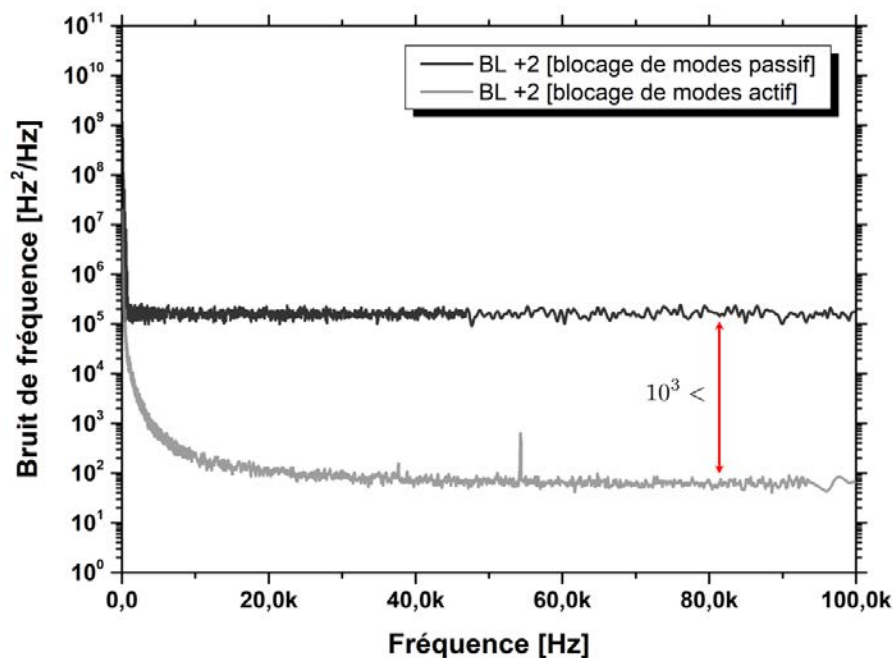


FIGURE 3.13: Comparaison de la DSP de bruit de fréquence de la bande latérale affinée d'indice +2, lorsque la diode est à blocage de modes passif et actif.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous appliquons la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne à une diode à blocage de modes actif, en utilisant le laser OEAVES GEN3 comme oscillateur local. Les raies de la diode à blocage de modes, initialement de largeurs supérieures ou égales à la dizaine de mégahertz sont affinées au travers de notre système d'asservissement. On choisit 21 modes pour l'expérience, et nous générons 21 bandes latérales affinées correspondante. Celles-ci, après analyse de leur bruit de fréquence, présentent toutes une largeur de raie intrinsèque inférieure à 7 kHz, soit une réduction d'un facteur supérieur ou égal à 8000 (39 dB<) par rapport aux raies de la diode initiale. On rapporte également, que sur un temps d'observation de 10 ms, les 21 raies ont toutes une largeur de raie de ~ 37 kHz.

3.5.1 Applications potentielles

Une peigne avec de telles performances peut être très intéressant pour les systèmes de transmission optique combinant le multiplexage en longueurs d'onde (WDM) et les formats de modulation avancés. Rappelons qu'en appliquant la même technique à une diode à blocage de modes passif, PFEIFLE et *al.*, ont pu démontrer la première transmission WDM cohérente employant une telle source [9]. Dans leur cas, les largeurs de raies intrinsèques atteintes était de la centaine de kilohertz, au centre du peigne

de bandes latérales affinées et atteignaient la dizaine de mégahertz aux extrémités. En utilisant 30 bandes latérales affinées, cela leur a tout de même permis d'atteindre un débit de 1 terabit/s. Avec les performances que nous avons atteintes en terme de largeur de raie intrinsèque, on serait théoriquement en mesure d'atteindre le petabit/s. Mis à part le domaine des télécommunications, les performances obtenus que nous avons démontré se rapprochent de celles pouvant être offertes par des lasers à blocage de modes passif à fibre [88], cela peut éventuellement ouvrir aux diodes à blocage de modes l'accès au même champ d'applications.

Chapitre 4

Stabilisation de la fréquence d'un laser sur un interféromètre à fibre déséquilibré

Sommaire

| | | |
|------------|--|------------|
| 4.1 | Introduction | 92 |
| 4.2 | Généralités sur la stabilisation de la fréquence d'un laser | 93 |
| 4.2.1 | Principe de fonctionnement | 93 |
| 4.2.2 | Gain Stabilité du système | 95 |
| 4.3 | Stabilisation de la fréquence d'un laser sur un interféromètre à fibre déséquilibré : Introduction et éléments de théorie | 99 |
| 4.4 | Stabilisation de la fréquence d'un laser sur un interféromètre à fibre déséquilibré : Analyse expérimentale | 104 |
| 4.4.1 | Description de la source utilisée | 105 |
| 4.4.2 | Le dispositif expérimental | 106 |
| 4.4.3 | Résultats expérimentaux | 107 |
| 4.5 | Conclusion | 113 |

Ce chapitre est consacré à l'étude d'une technique dédiée à la stabilisation de la fréquence d'un laser sur un interféromètre à fibre déséquilibré. Dans un premier temps, nous présentons quelques généralités concernant le principe de stabilisation de la fréquence d'un laser. Nous proposons ensuite une description analytique d'un système de stabilisation basé sur un interféromètre déséquilibré. Une étude expérimentale consistant à appliquer cette technique pour stabiliser la fréquence d'un laser vient clore ce chapitre. On conclue sur les résultats obtenus en faisant le lien avec la technique étudiée dans les chapitres précédents. On met en pratique cette technique en conduisant une analyse expérimentale. Nous présentons les premiers résultats encourageant obtenus que nous analysons en vue d'une amélioration future.

4.1 Introduction

La densité spectrale de puissance des fluctuations de fréquence du laser OEWAVES GEN3, que l'on a utilisé au cours des expérimentations menés au chapitre 2 et 3, présente un niveau de bruit blanc de fréquence d'environ $\sim 5\text{Hz}^2/\text{Hz}$ pour les fréquences de Fourier supérieures à 80 kHz (voir Chap.2 et 3). A un tel niveau de bruit correspond un spectre optique lorentzien avec une largeur de raie intrinsèque de $\Delta\nu_L \approx 15$ Hz. Cependant, en dessous de 80 kHz, un bruit basse fréquence évoluant en $1/f^2$ prédomine son spectre de bruit. Cette contribution limite les performances du laser à un temps d'observation inférieur à 333 μs (donné par l'intersection de la β -line et le spectre de bruit de fréquence du laser). Concrètement, le spectre laser a une largeur de raie de ~ 15 Hz à l'instant $t=0$ (origine du temps d'observation), pour une durée de mesure inférieure à 333 μs . En augmentant le temps d'observation au-delà de 333 μs la raie laser s'élargit progressivement. D'après l'approximation de la β -line (voire Chap.1, Sec.1.1.4), on estime cette largeur à ~ 37 kHz pour un temps d'observation de 10 ms. On constate donc que passer d'une durée d'observation de 333 μs à 10 ms se traduit par une largeur à mi-hauteur qui évolue de ~ 15 Hz à ~ 37 kHz. Cette observation correspond au passage d'un profil lorentzien à un profil de Voigt, qui comme nous l'avons décrit, est illustré par la méthode de β -line.

Pour des applications telles que les télécommunications optiques, cet élargissement n'est pas toujours considéré comme un facteur limitant, car l'observation du spectre se fait généralement sur des durées très courtes ($< 1\mu\text{s}$), insensibles à l'élargissement spectral induit par le bruit de scintillement (seul le niveau du bruit blanc de fréquence est d'intérêt). A contrario, dans les domaines tels que, la métrologie [89] ou la spectroscopie à haute précision, on s'intéresse à des phénomènes relativement lents, le spectre est par conséquent amené à être observé sur des temps plus longs, on est dans ce cas sensible à l'élargissement. Dans ce cas, la réduction du bruit basse fréquence devient une nécessité.

Afin de réduire le bruit de fréquence en $1/f^\alpha$, il est courant de recourir à un asservissement à correction amont de la fréquence laser, plus connu sous son appellation anglo-saxonne « *Feedback Loop Control* ». Néanmoins le terme de stabilisation est usuellement réservé pour les fréquences inférieures au hertz, généralement en recourant à une référence moléculaire ou atomique. Nous parlerons dans ce chapitre de pré-stabilisation, car la réduction de bruit de fréquence en $1/f^\alpha$ visée concerne la gamme de fréquence au dessus de 100 Hz. Atténuer le bruit de scintillement réduit la contribution gaussienne dans le profil de Voigt de la raie, soit la largeur de raie, soit la gigue fréquentielle du laser. On peut également trouver dans la littérature des articles qui parlent de réduction de largeur de raie via la pré-stabilisation [90]. Ces derniers n'ont pas vu la raison de cette réduction via la gigue fréquentielle. Une question légitime que l'on peut se poser est : **pourquoi ne pas recourir à un asservissement à correction aval ?** La littérature nous informe qu'un asservissement à correction amont permet d'obtenir de meilleures performances en terme de réduction du bruit lorsqu'il s'agit d'un bruit en basse fréquence (proche de la porteuse optique) [91]. L'expérience visant à identifier les limites du système d'asservissement à correction aval que nous avons étudié durant ces travaux en est une bonne illustration : les performances de la technique d'asservissement à correction aval, limite la largeur de raie à 1,6 kHz sur 10 ms.

4.2 Généralités sur la stabilisation de la fréquence d'un laser

Dans cette partie, nous introduisons le principe de la stabilisation de la fréquence d'un laser de façon générale. On présente d'abord le schéma bloc traditionnel d'un asservissement à correction amont, les différents éléments le constituant ainsi que leurs rôles et quelques exemples pratiques. Nous proposons ensuite de faire une rapide modélisation du système pour mettre en lumière les paramètres importants en termes de réduction du bruit de fréquence et en termes de stabilité de l'asservissement.

4.2.1 Principe de fonctionnement

L'asservissement à correction amont est un asservissement en boucle fermée. Son schéma de principe est illustré sur la figure 4.1.

Trois éléments essentiels composent un système de stabilisation de la fréquence laser *via* une correction amont. Un premier élément permet de mesurer les fluctuations de fréquence du laser puis de les comparer à une référence. L'écart obtenu est appelé

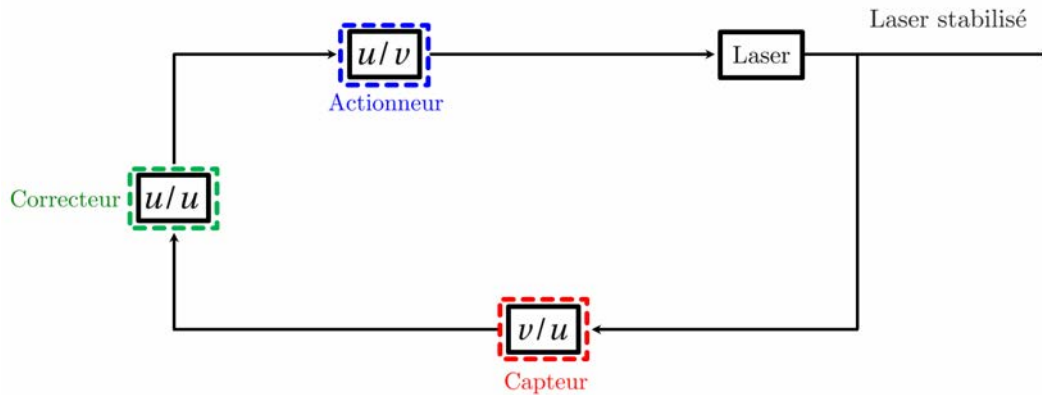


FIGURE 4.1: Principe de la stabilisation de la fréquence d'un laser.

Le capteur (bloc rouge) convertit les fluctuations de fréquence optique en fluctuations de tension électrique et génère le signal d'erreur (v/u). Le correcteur (bloc vert) amplifie le signal d'erreur et fournit le signal de correction (u/u). L'actionneur (bloc bleu) traduit le signal de correction, de nature électrique, en fluctuations de fréquence optique et agit sur le laser pour compenser ses fluctuations de fréquence (u/v).

signal d'erreur. Cet élément représente le capteur du système d'asservissement. Un second élément, placé après le capteur, amplifie le signal d'erreur. Le signal obtenu est appelé signal de correction. Cet élément représente le correcteur du système. Un troisième et dernier élément, positionné entre le correcteur et le laser à stabiliser, permet de corriger au travers d'une contre-réaction ses fluctuations de fréquences mesurées en convertissant le signal de correction en fluctuations de fréquences opposées. Cet élément représente l'actionneur du système.

Exemples de capteurs

Le capteur est un ensemble souvent constitué d'un discriminateur de fréquence optique suivi d'une chaîne de photo-détection électrique. Le discriminateur permet de convertir les fluctuations de fréquence optiques du laser en fluctuations d'intensité optiques. La chaîne de photo-détection se charge quant à elle de les retranscrire dans le domaine électrique sous forme de fluctuations de tension électrique. Dans ce cas, le capteur convertit donc des fluctuations de fréquence en hertz, en fluctuations de tension électriques en volt. Parmi les discriminateurs de fréquence optiques couramment utilisés dans la littérature, on cite le flan ou la résonance des transitions atomiques ou moléculaires [92, 93], des cavités optiques [94–101] et des interféromètres à fibre déséquilibrés (articles scientifiques [45, 89, 90, 102–113], manuscrit de thèse de Haigeng Jiang [52]).

Exemples de correcteurs

Souvent implémenté entre le capteur et l'actionneur, un correcteur a pour but de stabiliser le système d'asservissement et d'augmenter son gain en boucle ouverte. Il est généralement réalisé sur un circuit électrique. En effet, un circuit électrique permet d'atteindre des gains très élevés et offre une multitude de fonctions possibles. Parmi les fonctions les plus utilisées, on cite le correcteur proportionnel, intégrateur et dérivateur [114]. Ces correcteurs peuvent être utilisés séparément ou cascades dépendamment du besoin.

Exemples d'actionneurs

L'actionneur corrige les fluctuations de fréquence du laser en modulant un de ses paramètres en relation directe avec sa fréquence optique (longueur de la cavité, température ou gain du milieu à gain...). Différents actionneurs sont utilisés dans la littérature, on cite les contrôleurs de température [45], de courant (pour les lasers à pompage électrique) [96, 115, 116], les transducteurs piezo-électriques [90] (pour les lasers à pompage optique) et les modulateurs acousto-optique [108] et électro-optique (interne ou externe à la cavité laser) [107, 113, 116].

Il est important de signaler que le choix du capteur, du correcteur et de l'actionneur dépend principalement :

- **du bruit de fréquence du laser à stabiliser, c'est-à-dire de son niveau, de sa signature, de sa localisation spectrale et de sa nature**
- **des performances recherchées tels que la plage spectrale d'intérêt, le taux de réduction du bruit requis et la stabilité du système d'asservissement.**

4.2.2 Gain | Stabilité du système

Cette partie fait appel à une description en termes de fonction de transfert des différents éléments constituant le système d'asservissement afin de le modéliser le plus simplement possible. Le but est d'introduire et de souligner l'importance du gain en boucle ouverte du système dans la réduction du bruit et les conditions à respecter pour maintenir un fonctionnement stable du système.

Définitions

Les systèmes linéaires invariants dans le temps, en anglais *Linear Time Invariant systems* (LTI) sont des systèmes qui possèdent des fonctions de transfert linéaires autour d'un point de fonctionnement invariant dans le temps entre un signal d'entrée $e(t)$ entrée et une sortie $s(t)$ [114, 116, 117].

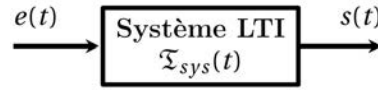


FIGURE 4.2: Représentation schématique d'un système linéaire invariant dans temps, $e(t)$, $s(t)$ sont respectivement les signaux d'entrée et de sortie et $\mathfrak{T}_{sys}(t)$ sa fonction de transfert temporelle (i.e., la réponse du système à une entrée $e(t) = \delta(t)$)

La fonction de transfert d'un système LTI, liant le signal à sa sortie à celui à son entrée n'est autre que la réponse impulsionnelle du système [114, 117]. Cette dernière est égale au signal de sortie correspondant à un signal d'entrée $e(t) = \delta(t)$. Si \mathfrak{T}_{sys} représente la fonction de transfert du système, alors nous pouvons exprimer la sortie en fonction de l'entrée dans le domaine temporelle par :

$$s(t) = \mathfrak{T}_{sys}(t) \otimes e(t) \quad (4.1)$$

Le signal de sortie $s(t)$ est donné par le produit de convolution de la fonction de transfert du système par le signal d'entrée $e(t)$. Dans le domaine de Fourier, cette relation s'exprime :

$$\tilde{s}(f) = \widetilde{\mathfrak{T}_{sys}}(f) \cdot \tilde{e}(f) \quad (4.2)$$

La transformée de Fourier du signal de sortie $\tilde{s}(f)$ est le produit des transformées de Fourier de la fonction de transfert du système $\widetilde{\mathfrak{T}_{sys}}(f)$ et du signal d'entrée $\tilde{e}(f)$.

La fonction de transfert dans le domaine de Fourier d'un système est généralement exprimée sous la forme suivante :

$$\widetilde{\mathfrak{T}_{sys}}(f) = \underbrace{G(f)}_{=|\widetilde{\mathfrak{T}_{sys}}(f)|} e^{j \underbrace{\phi(f)}_{= \text{Arg}(\widetilde{\mathfrak{T}_{sys}}(f))}} \quad (4.3)$$

Les termes $G(f)$ et $\phi(f)$ sont des fonctions réelles de la fréquence, qui désignent respectivement le gain et la phase du système. Nous prenons comme convention d'utiliser la notation j pour désigner le nombre imaginaire pur dans ce chapitre, comme c'est l'usage dans le domaine électrique.

Pour les signaux aléatoires (telles que les fluctuations de fréquence d'un laser), la relation entre entrée et sortie du système (Eq. 4.2) peut s'exprimer en termes de densités spectrales de puissance :

$$S_s(f) = |\widetilde{\mathfrak{T}}_{sys}(f)|^2 \cdot S_e(f) \quad (4.4)$$

Les termes $S_e(f)$ et $S_s(f)$ représentent les densités spectrales de puissance associées aux signaux en entrée et sortie du système.

Modélisation analytique du système de stabilisation

Après avoir défini un système LTI et introduit les notions de fonction de transfert, du gain et phase, mettons en application ces éléments pour modéliser le système de stabilisation de la fréquence d'un laser, tel que schématisé sur la figure 4.3.

Pour cela, considérons les éléments constituant le système, linéaires invariants dans le temps. Les fonctions de transfert du capteur, correcteur et actionneur sont notées $K(f)$, $C(f)$ et $A(f)$. On représente les fluctuations de fréquence du laser en entrée du système par $\Delta\nu$.

Pour utiliser les fonctions de transfert dans le domaine de Fourier, on introduit $\widetilde{\Delta\nu}$ qui représente la transformée de Fourier de $\Delta\nu$. Les fluctuations de fréquence du laser en sortie du système d'asservissement seront notés $\delta\nu$ (petit *Delta* en référence à des faibles fluctuations de fréquence et donc au laser lorsqu'il est stabilisé). Sa transformée de Fourier est notée $\widetilde{\delta\nu}$.

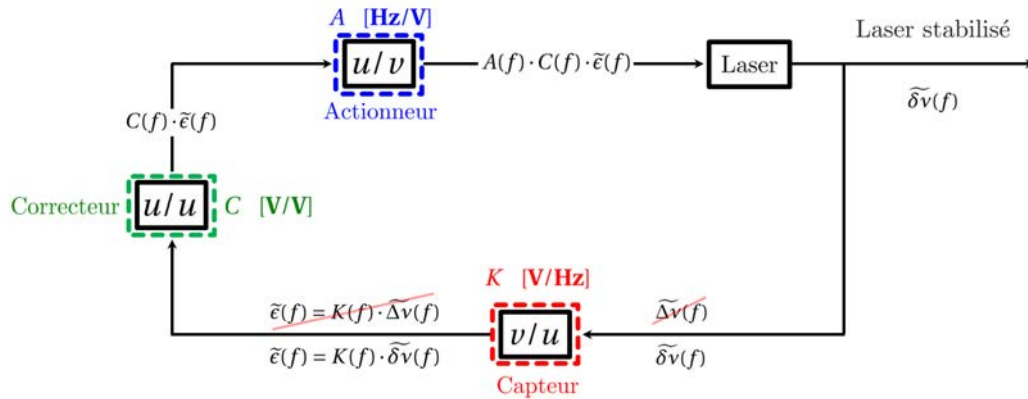


FIGURE 4.3: Principe de la stabilisation de la fréquence d'un laser $\widetilde{\epsilon}(f)$ désigne la transformée de Fourier du signal d'erreur ϵ généré par le capteur. En boucle ouverte, $\widetilde{\epsilon}(f) = K(f) \cdot \widetilde{\Delta\nu}(f)$ et en boucle fermée, $\widetilde{\epsilon}(f) = K(f) \cdot \widetilde{\delta\nu}(f)$.

La fonction de transfert du système d'asservissement en boucle fermée, qu'on note $H^{BF}(f)$ s'obtient en faisant le rapport de la transformée de Fourier des fluctuations de fréquence en sortie $\widetilde{\delta\nu}(f)$ du système par celle des fluctuations de fréquence à son

entrée $\widetilde{\Delta v}(f)$. Son expression en fonction de la fonction de transfert du système en boucle ouverte, qu'on note $H^{\text{BO}}(f)$ et des fonctions de transfert du capteur, du correcteur et de l'actionneur est donnée par [114] :

$$H^{\text{BF}}(f) = \frac{\widetilde{\delta v}(f)}{\widetilde{\Delta v}(f)} \quad (4.5)$$

$$= \frac{1}{1 + H^{\text{BO}}(f)} \quad (4.6)$$

$$= \frac{1}{1 + A(f) \cdot C(f) \cdot K(f)} \quad (4.7)$$

Lien entre le taux de réduction du bruit et le gain en boucle ouverte

A présent que l'on a établi l'expression de la fonction de transfert du système en boucle fermée, nous pouvons évaluer la densité spectrale de puissance des fluctuations de fréquence en sortie du système $S_{v,\text{OUT}}(f)$:

$$S_{v,\text{OUT}}(f) = \frac{S_{v,\text{IN}}(f)}{1 + |H^{\text{BO}}(f)|^2} \quad (4.8)$$

La densité spectrale de puissance $S_{v,\text{IN}}(f)$ est celle relative aux fluctuations de fréquence à l'entrée du système. On peut remarquer sur cette expression (Eq. 4.8) que le bruit de fréquence du laser en sortie est donné par le rapport du bruit de fréquence en entrée et du facteur $1 + |H^{\text{BO}}(f)|^2$. Finalement, on constate que le bruit en sortie du système est d'autant plus faible que le gain de la fonction de transfert en boucle ouverte est élevé.

On comprend que pour obtenir un laser hautement stabilisé en sortie du système d'asservissement, on doit disposer d'un gain en boucle ouverte relativement élevé sur l'intervalle spectral où la stabilisation est requise.

Stabilité du système en boucle fermée

Le gain en boucle ouverte n'est pas l'unique paramètre à prendre en compte dans le système de stabilisation. En effet, il ne suffit pas d'assurer un bon taux de réduction du bruit, il faut également tenir compte de la stabilité du système. Pour cela, il faut s'intéresser également à la phase accumulée sur les fluctuations de la fréquence du laser en entrée du système, au travers des différents éléments qui conditionne sa stabilité.

Un filtre passe-bas par exemple, ayant une fréquence de coupure f_c , est un élément qui introduit un déphasage à partir de $1/10 \cdot f_c$ et atteint un déphasage de 90° pour les fréquences au dessus de $10 \cdot f_c$.

Plusieurs éléments peuvent être assimilés, de part l'expression de leur fonction de transfert, à des filtres passe-bas (interféromètre à fibre déséquilibré, cavité optique, transducteurs piezo-électriques, contrôleurs de courant, de température, photo-diode, amplificateur électrique) [116, 118]. Ces éléments contribuent donc à déphaser progressivement les fluctuations de fréquence traversant le système d'asservissement en boucle fermée. A certaines fréquences, on peut alors atteindre un déphasage de $\pm 180^\circ$ comparé aux fluctuations délivré par le laser en entrée du système. Dans ce cas, on n'applique plus une rétro-action négative sur le laser mais une rétro-action positive. Si le signal de correction induit plus de fluctuations de fréquence que celles en entrée, alors le système se met à osciller, l'asservissement devient instable.

Pour garantir donc la stabilité du système d'asservissement, on doit s'assurer que le gain en boucle ouverte, pris autour de la/les fréquence(s) où la fonction de transfert en boucle ouverte déphase d'un angle -180° , reste relativement inférieur à l'unité. En effet, si ce dernier vaut 1 à la fréquence où le déphasage vaut -180° alors $H^{BO}(f)$ vaut -1 et $\widetilde{\delta\nu}$ diverge à cette fréquence. Ceci se traduirait donc par une augmentation de la densité spectrale de puissance des fluctuations de fréquence.

En règle générale, augmenter le gain du système en boucle ouverte se fait aux dépens de la stabilité en boucle fermée. Un compromis s'impose entre gain et phase du système en boucle ouverte : il faut pouvoir assurer un gain élevé tout en garantissant un gain suffisamment faible autour des fréquences où la phase atteint $\pm 180^\circ$.

4.3 Stabilisation de la fréquence d'un laser sur un interféromètre à fibre déséquilibré : Introduction et éléments de théorie

L'objectif de l'étude menée au travers de ce chapitre est de réduire le bruit de fréquence en $1/f^\alpha$ d'un laser pour les fréquences supérieures à 100 Hz. Les transitions atomiques ou moléculaires sont réputées pour être de bonnes références pour une stabilisation de la fréquence à long terme, c'est-à-dire une réduction du bruit de fréquence dans la plage de fréquence inférieure au hertz. Pour des fréquences supérieures à 100 Hz, un autre type de référence doit être utilisé telles que des cavités optiques à haute finesse. En effet, ces dernières démontrent de très bonnes performances en terme de stabilisation [52], même si elles restent onéreuses.

Une alternative proposée par CHEN et ses collaborateurs en 1989 [104], consiste à se servir d'un interféromètre à fibre déséquilibré comme référence. L'avantage de cette

référence est sa robustesse, sa simplicité à mettre en œuvre, son coût relativement faible et sa capacité à être implémentée dans des systèmes compacts et transportables. Les travaux qui se sont basés sur cette solution pour stabiliser la fréquence d'un laser sont regroupés dans les références suivantes [45, 89, 90, 102–113].

Dans ce chapitre, nous étudions un interféromètre à fibre déséquilibré en configuration homodyne pour stabiliser la fréquence d'un laser. La section précédente nous a permis d'appréhender le fonctionnement d'un asservissement à correction amont pour la stabilisation de la fréquence d'un laser. L'objectif ici est de modéliser simplement le système que l'on va étudier afin d'interpréter les résultats expérimentaux obtenus.

Modélisation analytique

Le capteur du système que nous étudions est constitué d'un interféromètre à fibre déséquilibré pour convertir les fluctuations de fréquence en fluctuations d'intensité, lesquelles sont converties dans le domaine électrique grâce à une chaîne de photo-détection composée d'une photo-diode suivie d'un amplificateur trans-impédance. Un correcteur proportionnel-intégrateur est utilisé ensuite pour générer le signal de correction.

Le modèle analytique que nous proposons dans cette partie ne prend pas en compte les fonctions de transfert relatives à la chaîne de photo-détection (composée d'une photo-diode et d'un amplificateur trans-impédance), et à l'actionneur. Pour des raisons de simplicité, nous considérons qu'elles sont positives réelles, soit qu'elles ont une phase nulle et de distribution spectrale uniforme, soit qu'elles ne dépendent pas de la fréquence.

Fonction de transfert du capteur

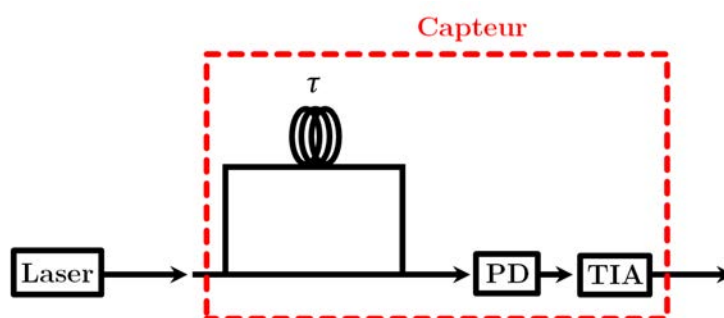


FIGURE 4.4: Représentation schématique d'un interféromètre déséquilibré en configuration homodyne

Le capteur est composé d'un interféromètre à fibre en configuration homodyne, d'une photo-diode et d'un amplificateur trans-impédance, tel que cela est illustré sur

la figure 4.4. En position de quadrature, l'interféromètre permet d'obtenir un signal en sortie de l'amplificateur trans-impédance proportionnel aux fluctuations de fréquence du laser. Pour déterminer la fonction de transfert du capteur, il faut exprimer la transformée de Fourier de la tension en sortie de l'amplificateur en fonction de celle des fluctuations de fréquence en entrée de l'interféromètre.

Considérons le cas d'un laser monomode opérant en régime continu. Le champ électrique associé à l'onde lumineuse qu'il délivre s'exprime :

$$E(t) = \sqrt{P_0} e^{i[2\pi\nu_0 t + \phi(t)]} \quad (4.9)$$

P_0 représente sa puissance optique supposée invariante dans le temps,

ν_0 sa fréquence optique et

$\phi(t)$ son bruit de phase

Supposons que le laser traverse un interféromètre Mach-Zehnder dont l'un des deux bras induit un retard τ inférieur à son temps de cohérence, le champ en sortie s'exprimera :

$$E_T(t) = \sqrt{P_0} e^{i2\pi\nu_0 t} \left[e^{i\phi(t)} + e^{i[2\pi\nu_0 \tau + \phi(t-\tau)]} \right] \quad (4.10)$$

Une photo-diode éclairée par ce champ génère un photo-courant $i_{ph}(t)$ donnée par :

$$i_{ph}(t) = i_0 [1 + \cos(2\pi\nu_0 \tau + \Delta\phi(t, \tau))] \quad (4.11)$$

avec $i_0 = 2\mathcal{R}(\nu)P_0$

\mathcal{R} représente la réponse spectrale de la photo-diode et

$\Delta\phi(t, \tau) = \phi(t) - \phi(t - \tau)$

Si un amplificateur trans-impédance est placé après la photo-diode, cela permet de convertir le photo-courant $i_{ph}(t)$ en tension $u(t)$ telle que :

$$u(t) = G_{TIA} i_{ph}(t) \quad (4.12)$$

$G_{TIA}(f)$ représente le gain de l'amplificateur

Si l'interféromètre est maintenu en quadrature ($2\pi\nu_0 \tau = -\pi/2$), l'équation 4.11 devient :

$$u(t) = i_0 G_{TIA} [1 + \sin(\Delta\phi(t, \tau))] \quad (4.13)$$

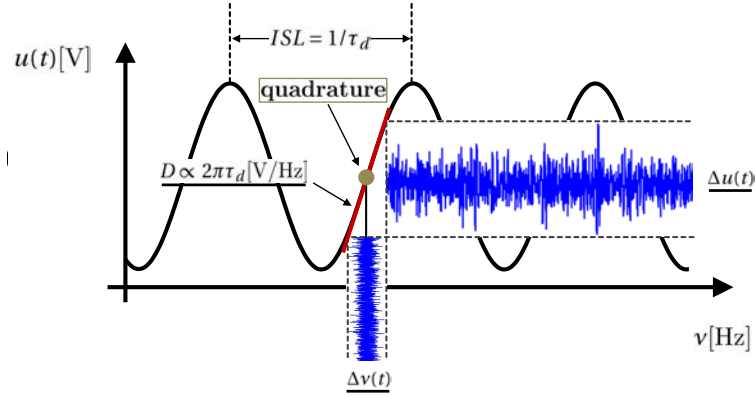


FIGURE 4.5: Principe d'un interféromètre utilisé comme discriminateur de bruit de fréquence via une conversion en bruit d'intensité

Pour mesurer les fluctuations de fréquence, la cohérence doit être maintenue entre les deux bras de l'interféromètre. On peut donc faire l'hypothèse que $\Delta\phi(t, \tau) \leq 1$ rad, ce qui nous permet de simplifier l'équation 4.21 :

$$u(t) = i_0 G_{\text{TIA}} [1 + \Delta\phi(t, \tau)] \quad (4.14)$$

En exprimant cette équation dans le domaine de Fourier, il vient que :

$$U(f) = i_0 G_{\text{TIA}} [\delta(f) + (1 - e^{-j2\pi f\tau})\Phi(f)] \quad (4.15)$$

où $U(f)$ et $\Phi(f)$ désignent respectivement les transformées de Fourier de $u(t)$ et de $\phi(t)$

De cette équation et en utilisant la relation $\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt}$ liant temporellement les fluctuations de phase aux fluctuations de fréquence, on déduit que la fonction de transfert du capteur $K(f)$ dans le domaine de Fourier définie comme par le rapport de la transformée de Fourier de la tension $U(f)$ (sortie du capteur) par la transformée de Fourier des fluctuations de fréquence (entrée du capteur) $\widetilde{\Delta\nu}(f)$, pour $f \neq 0$, s'exprime :

$$K(f) = \frac{U(f)}{\widetilde{\Delta\nu}(f)} = i_0 G_{\text{TIA}} \frac{1 - e^{-i2\pi f\tau}}{jf} \quad [\mathbf{V/Hz}] \quad (4.16)$$

Le capteur permet de convertir les fluctuations de fréquence du laser en fluctuations de tension.

Fonction de transfert du correcteur

Le correcteur convertit le signal d'erreur fourni par le capteur en signal de correction. La fonction de transfert d'un correcteur proportionnel-intégrateur idéal¹ s'écrit [114, 119] :

$$C_{P-I}(f) = k_p + \frac{k_i}{i2\pi f} \quad [\mathbf{V/V}] \quad (4.17)$$

où k_p représente le gain du correcteur proportionnel et k_i le gain du correcteur intégrateur

Fonction de transfert en boucle ouverte du système

La fonction de transfert simplifiée du système d'asservissement en boucle ouverte est donnée par le produit des fonctions de transfert du capteur, du correcteur :

$$H_{sys}^{BO}(f) = C_{P-I}(f) \cdot K(f) \quad [\mathbf{Hz/Hz}] \quad (4.18)$$

La fonction de transfert en boucle fermée du système s'écrit :

$$H_{sys}^{BF}(f) = \frac{1}{1 + H_{sys}^{BO}(f)} \quad (4.19)$$

$$H_{sys}^{BF}(f) = \frac{1}{1 + C_{P-I}(f) \cdot K(f)} \quad (4.20)$$

La transformée de Fourier des fluctuations de fréquence du laser en sortie du système d'asservissement en boucle fermée $\widetilde{\delta\nu}(f)$ n'est autre que le produit de la transformée de Fourier des fluctuations de fréquence en entrée du système notée $\widetilde{\Delta\nu}(f)$ par la fonction de transfert en boucle fermée du système :

$$\widetilde{\delta\nu}(f) = \frac{\widetilde{\Delta\nu}(f)}{1 + C_{P-I}(f) \cdot K(f)} \quad (4.21)$$

Cas d'un bruit en $1/f$

Prenons le cas d'un laser présentant uniquement un bruit de fréquence en $1/f$, sa densité spectrale de puissance s'exprime :

$$S_\nu(f) = \frac{h_1^{\text{libre}}}{f} \quad (4.22)$$

1. Sa fréquence de coupure est infinie.

où h_1^{libre} représente son coefficient de bruit de scintillement de fréquence, exprimé en \mathbf{Hz}^2

La densité spectrale de puissance du bruit de fréquence en sortie du système d'asservissement $S_{v,\text{OUT}}(f)$ est le produit de $S_{v,\text{IN}}(f) = S_{\Delta v}(f) = \frac{h_1^{\text{libre}}}{f}$ (entrée du système) par la carré du module de la fonction de transfert du système d'asservissement en boucle fermée :

$$S_{v,\text{OUT}}(f) = |H_{\text{sys}}^{\text{BF}}(f)|^2 S_{v,\text{IN}}(f) \quad (4.23)$$

Dans le cas d'un correcteur proportionnel pur $C_{p-I}(f) = k_p$, en développant le calcul, on a pour $f \ll 1/\tau$:

$$S_{v,\text{OUT}}(f) \approx \left(\frac{1}{1 + 2\pi k_p \tau} \right)^2 \frac{h_1^{\text{libre}}}{f} \quad (4.24)$$

Un correcteur proportionnel pur permet de réduire le coefficient du bruit de scintillement h_1^{libre} d'un facteur $(1 + 2\pi k_p \tau)^2$ (il s'agit d'une réduction puisque $0 \leq 2\pi k_p \tau$). Le bruit de fréquence du laser stabilisé s'écrit donc :

$$S_{v,\text{OUT}}(f) = \frac{h_1^{\text{stabilisé}}}{f}, \quad \text{pour } f \ll 1/\tau \quad (4.25)$$

$$\text{où } h_1^{\text{stabilisé}} = h_1^{\text{libre}} / (1 + 2\pi k_p \tau)^2$$

Dans le cas d'un correcteur de type intégrateur pur et en suivant un raisonnement similaire, on retrouve que le bruit de fréquence du laser stabilisé s'exprime cette fois tel que :

$$S_{v,\text{OUT}}(f) = \frac{k_f^{\text{libre}}}{k_i^2 \tau^2} f, \quad \text{pour } f \ll 1/\tau \quad (4.26)$$

On constate donc qu'un correcteur intégrateur permet d'obtenir un bruit de fréquence en f .

4.4 Stabilisation de la fréquence d'un laser sur un interféromètre à fibre déséquilibré : Analyse expérimentale

Dans cette partie, nous présentons d'abord la source que nous avons choisi d'asservir, ensuite le dispositif expérimental mis en place pour la stabilisation. Nous expliquons la démarche expérimentale suivie pour identifier le point de quadrature de l'interféromètre utilisé pour la stabilisation. Nous déterminons ensuite les paramètres du correcteur proportionnel-intégrateur utilisé. Enfin, nous analysons les résultats obtenus.

4.4.1 Description de la source utilisée

Description générale

Pour notre étude expérimentale, nous utilisons une diode laser à cavité externe (TUNICS OM). Elle est accompagnée d'une source d'alimentation en courant à faible bruit. L'ensemble est fourni par le Laboratoire de Physique des Lasers (LPL). La correction de la fréquence optique de la source se fait au travers d'une modulation de son courant de polarisation. L'actionneur est le contrôleur de courant.

Comme il s'agit d'un laser à semi-conducteurs, une variation de sa fréquence peut être créée par une modulation directe de son courant de polarisation par l'intermédiaire du facteur de Henry [29]. Ce facteur lie la variation du nombre de porteurs à la variation de la fréquence. En effet, les lasers à semi-conducteurs sont connus pour présenter un facteur de couplage phase-amplitude relativement élevée par rapport à d'autres types de lasers tels que les lasers à fibre ou solides. Ceci justifie le fait que la modulation du courant de polarisation d'une diode laser est souvent utilisée comme une voie d'asservissement lorsqu'il est question de corriger ses fluctuations de fréquence. On signale cependant que l'utilisation du courant pour la correction des fluctuations de fréquence peut détériorer le bruit d'amplitude du laser [96].

Bruit de fréquence de la source libre

Avant de stabiliser la fréquence optique de cette source, on caractérise d'abord son bruit de fréquence. La diode laser est polarisée à un courant de polarisation $I = 175$ mA. Ce point de fonctionnement est conservé tout au long de cette étude expérimentale.

Sur la figure 4.6, la densité spectrale de puissance des fluctuations de fréquence de la source montre clairement l'existence d'un bruit en $1/f$. Comme on l'a souligné dans le chapitre 1, le temps d'observation doit être suffisant pour appliquer l'approximation de la β -line. Pour ce laser, les fréquences doivent être inférieures à 50 kHz pour intégrer les fluctuations basses fréquences. Au dessus de 50 kHz, le bruit de fréquence est un bruit blanc de fréquence.

La source a une largeur de raie intrinsèque d'environ 34 kHz pour un temps d'observation inférieur à 20 μ s, mesurée à partir du bruit blanc de fréquence (estimé à 10,82 Hz²/Hz). Dans l'encart de la figure 4.6, on représente la largeur de raie en tenant compte de la contribution gaussienne en utilisant l'approximation de la β -line [36]. On constate qu'il suffit d'un temps d'observation de 100 μ s (10 kHz) pour que sa valeur atteigne 100 kHz et continue à croître pour atteindre environ 300 kHz pour un temps

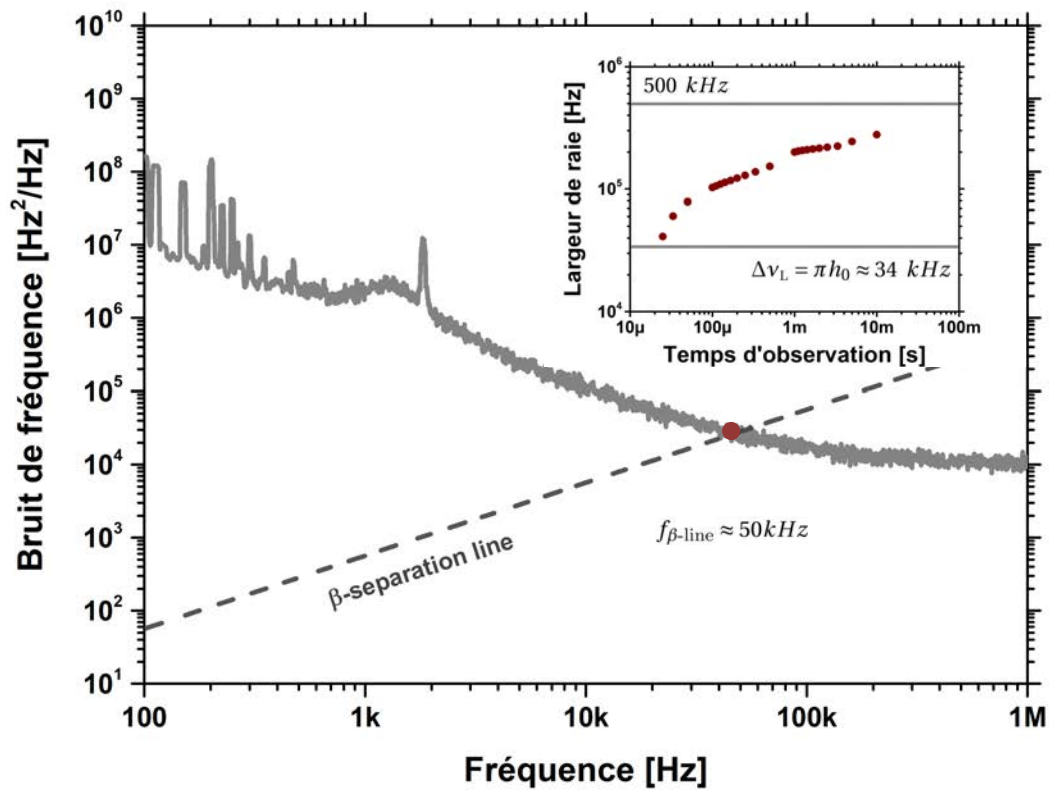


FIGURE 4.6: Bruit de fréquence du laser TUNICS OM polarisé à $I = 175 \text{ mA}$. L'encart représente l'évolution de la largeur de raie relative à la contribution gaussienne (β -line) en fonction du temps d'observation [36].

d'observation de 10 ms (100 Hz). L'impact du bruit en $1/f$ sur l'élargissement du spectre de puissance de la source est clair et correspond aux observations déjà faite au chapitre 1. Pour un temps d'observation de 10 ms, le spectre de la source est élargie d'environ d'un facteur 10 par rapport à sa largeur de raie intrinsèque.

L'objectif de notre expérience est de réduire la contribution de bruit en $1/f$ localisée aux fréquences inférieures à 50 kHz responsable de l'élargissement du spectre laser.

4.4.2 Le dispositif expérimental

Le dispositif expérimental mis en place pour stabiliser la fréquence du laser TUNICS OM est représenté sur la figure 4.7.

Le signal optique délivré par la source est séparé en deux au travers d'un coupleur optique. Le bras supérieur concerne le signal laser stabilisé et sa caractérisation en termes de bruit de fréquence. Le bras inférieur est utilisé pour réaliser la stabilisation. Dans ce second schéma, le signal traverse un interféromètre Mach-Zehnder homodyne déséquilibré

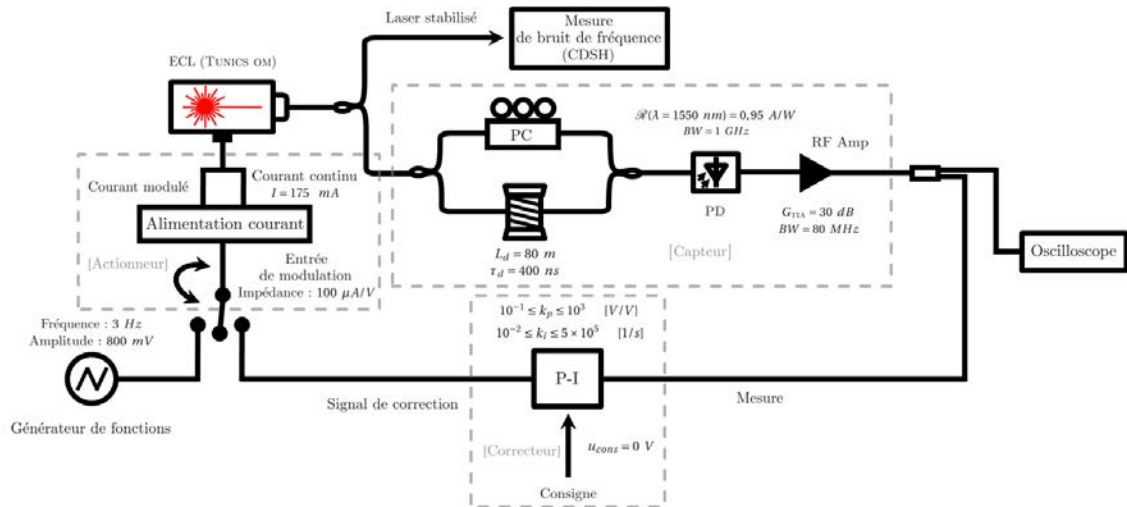


FIGURE 4.7: Dispositif expérimental utilisé pour la stabilisation de la fréquence du laser TUNICS OM sur un interféromètre déséquilibré.

grâce à une fibre de délai de longueur $L_d = 80$ m, induisant un retard temporel de 400 ns. Le signal en sortie de l'interféromètre est détecté à l'aide d'une photo-diode disposant d'une bande passante de 1 GHz. Le photo-courant qu'elle génère est amplifié et converti en tension grâce à un amplificateur trans-impédance disposant d'un gain de 30 dB et d'une bande passante de 80 MHz. Un coupleur électrique sépare le signal en deux. Une partie (50 %) est utilisée pour l'observation. L'autre partie (50 %) est envoyée à un module PID commercial qui compare dans un premier temps la tension mesurée avec la valeur de la tension correspondant au point de quadrature de l'interféromètre. Dans un second temps un signal de correction est généré *via* un correcteur proportionnel-intégrateur. Ce signal sert à moduler le courant de polarisation de la source *via* son contrôleur de courant (LaserLabs). Le contrôleur de courant dispose d'une impédance d'entrée de $100 \mu\text{ A/V}$. Cette impédance a pour rôle de convertir la tension de correction en courant de correction. Un générateur de fonction électrique sert à identifier la tension correspondant au point de quadrature de l'interféromètre. Cette opération est réalisée en boucle ouverte.

4.4.3 Résultats expérimentaux

Dans cette partie, nous présentons les résultats de réduction du bruit de fréquence. La puissance optique à l'entrée de la photo-diode est de $500 \mu\text{W}$ (-3 dBm) et les paramètres de correction valent $k_p = 0,8 \text{ V/V}$ et $k_i = 2 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$.

La figure 4.8 représente la densité spectrale de puissance des fluctuations de fréquence de la source stabilisée. Cette mesure est obtenue en utilisant la technique auto-hétérodyne corrélée et une longueur de fibre de 10 m. La densité spectrale de puissance des fluctuations de fréquence du laser non stabilisé est également représentée pour comparaison (cette

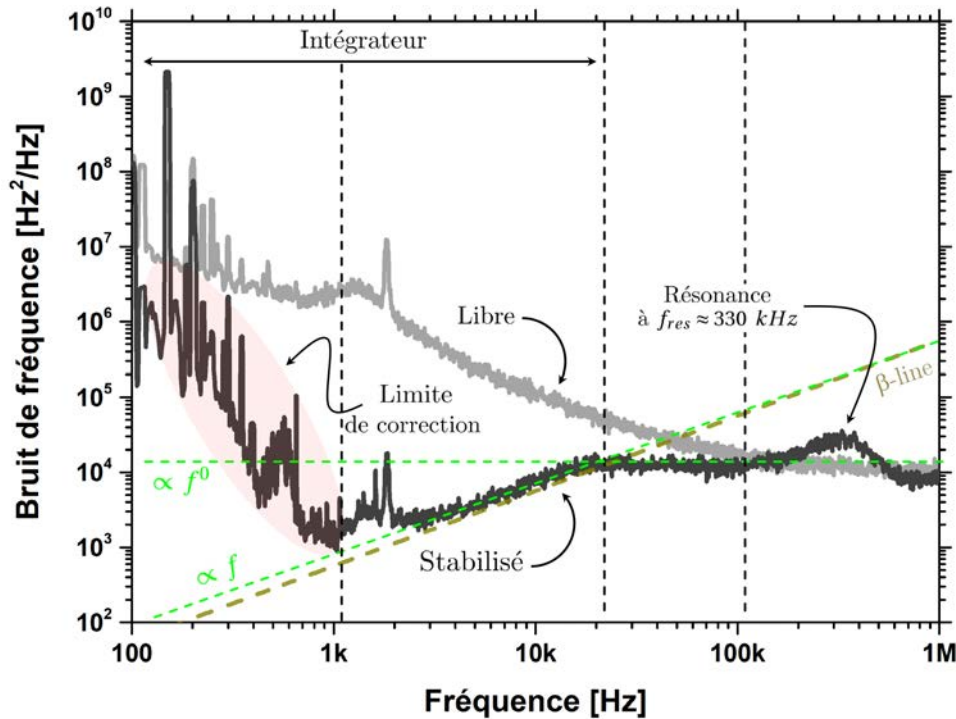


FIGURE 4.8: Comparaison du bruit de fréquence du laser lorsqu'il est libre (en gris clair) et lorsqu'il est stabilisé (en gris foncé). Les droites tracées en vert et en pointillé illustrent les tendances du bruit de fréquence du laser stabilisé lorsque ce dernier affiche une distribution de bruit blanc ($\propto f^0$) et lorsqu'il décroît en $1/f$ ($\propto f$ suivant l'axe des fréquences croissant). La partie du bruit teintée en rouge clair, fait référence à une limite de correction.

mesure a également été effectuée avec la méthode auto-hétérodyne corrélée et 10 m de fibre de délai). Le spectre de bruit de fréquence du laser stabilisé peut être décomposé en quatre régions.

- Pour $100 \text{ kHz} \leq f \leq 1 \text{ MHz}$, on constate une remontée du bruit de fréquence du laser stabilisé par rapport à celui du laser libre. Cette remontée de bruit est maximale autour de la fréquence de résonance $f_{res} \approx 330 \text{ kHz}$.
- Pour $20 \text{ kHz} \leq f \leq 100 \text{ kHz}$, le bruit de fréquence est un bruit blanc correspondant à la largeur de raie intrinsèque de la source.
- Pour $1 \text{ kHz} \leq f \leq 20 \text{ kHz}$, le bruit affiche une décroissance de 10 dB/décade (en f) pour stagner à un niveau de bruit d'environ $3 \times 10^3 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$ entre 1 kHz et 2 kHz.
- Pour les fréquences inférieurs à 1 kHz, le bruit de fréquence croît et atteint rapidement une valeur de bruit autour de $1 \times 10^6 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$ à 100 Hz.

L'effet de la stabilisation est visible pour les fréquences inférieures à 100 kHz. Concernant la stabilisation se manifestant en un bruit blanc entre 20 kHz et 100 kHz, on l'attribue au correcteur proportionnel, intégrateur ou à leur combinaison. La croissance

en f observée entre 2 kHz et 20 kHz est due au correcteur intégrateur, comme cela a été montré précédemment. En effet, la figure 4.9 représente la réponse en gain de la fonction de transfert en boucle ouverte de notre système en considérant les paramètres de l'expérience dans l'équation 4.18, et on constate que pour les fréquences inférieures à 20 kHz, le gain évolue en $1/f^2$. Logiquement on devrait s'attendre à ce que le bruit de fréquence en dessous de 20 kHz continue à décroître pour atteindre une valeur légèrement inférieure à 10^{-2} Hz²/Hz à 100 Hz, or nous remarquons qu'une fois arrivé à 1 kHz le bruit croît, suggérant ainsi l'existence d'une limitation au niveau de la correction du système d'asservissement.

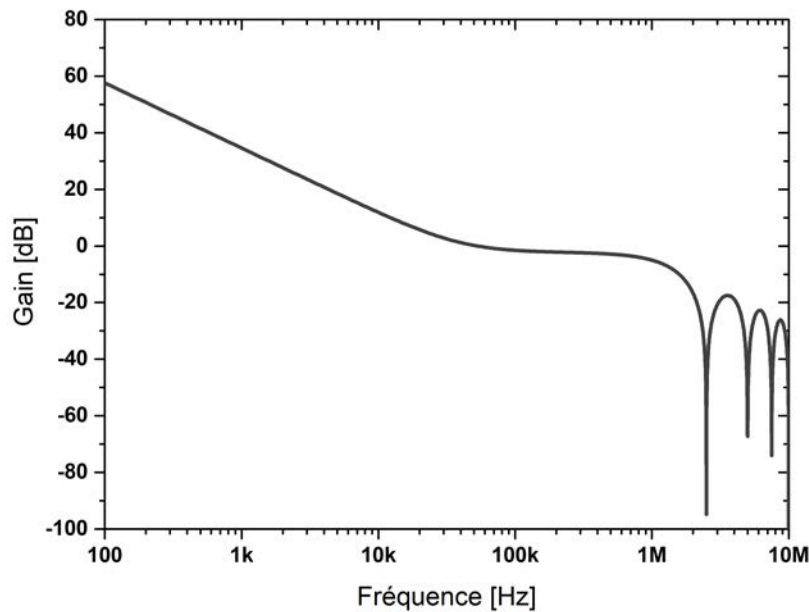


FIGURE 4.9: Réponse en gain de la fonction de transfert en boucle ouverte simplifiée du système (obtenue *via* le produit de la fonction de transfert de l'interféromètre à $\tau = 400$ ns par celle du correcteur PI où $k_p = 0,8$ V/V et $k_i = 2 \times 10^5$ Hz).

Le pic de résonance observé à $f_{res} \approx 330$ kHz est probablement dû au fait que la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte du système doit être proche d'une valeur de $\pm 180^\circ$ à cette fréquence et que son module n'est également pas loin de l'unité, ce qui a pour conséquence de la rapprocher d'un pôle la fonction de transfert en boucle fermée. Ainsi sa réponse a tendance à diverger légèrement, ce qui se manifeste par une augmentation de bruit en ce point.

Pour vérifier cette hypothèse, la réponse en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte de notre système est donnée sur la figure 4.10, en considérant les paramètres de l'expérience dans l'équation 4.18. Le système d'asservissement induit un déphasage de $+30^\circ$ à la fréquence de 330 kHz. Notre modèle simplifié ne permet pas de statuer sur la résonance. Pour cela, il faudrait prendre en compte le reste des éléments constituant

le système (photo-diode, amplificateur, alimentation en courant) car il participe au déphasage du signal traversant le système.

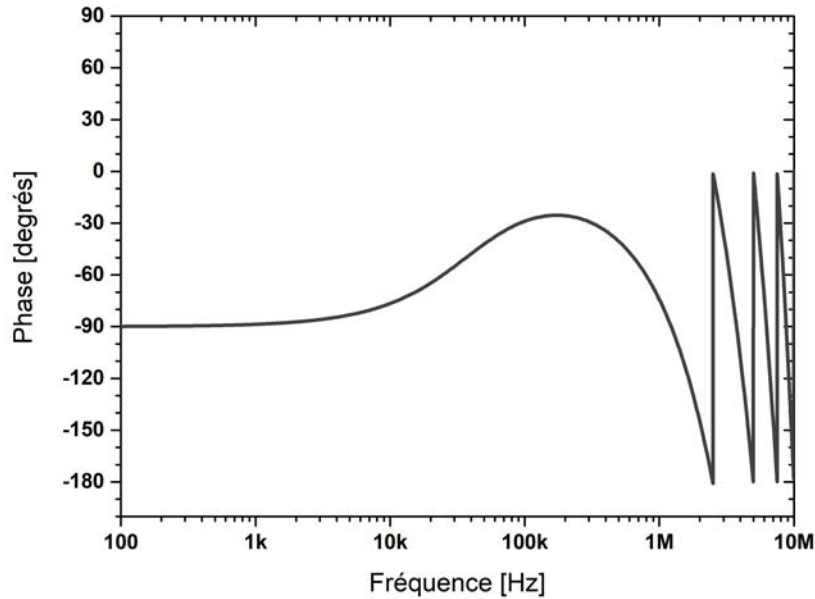


FIGURE 4.10: Réponse en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte simplifiée du système (obtenue *via* le produit de la fonction de transfert de l'interféromètre à $\tau = 400$ ns par celle du correcteur PI où $k_p = 0,8$ V/V et $k_i = 2 \times 10^5$ Hz).

Taux de réduction du bruit de fréquence

Comparons le bruit de la source libre et stabilisée en terme de réduction du bruit de fréquence. La figure 4.11 représente le taux de réduction de bruit de fréquence défini par le rapport $\gamma(f) = S_v^{\text{stabilisé}}(f) / S_v^{\text{libre}}(f)$ et exprimé en dB.

En dessous de 10 kHz, le taux de réduction décroît² de façon significative et rapide jusqu'à atteindre une valeur minimale d'environ -32 dB enregistrée autour de 975 Hz. Le taux de réduction augmente ensuite à cause de la limitation observée sur la figure 4.8 (se reporter à la région teintée).

Le taux de réduction augmente légèrement entre 100 kHz et 10 kHz (le bruit du laser stabilisé reste constant tandis que celui du laser libre croît en $1/f$).

La bosse observée à 330 kHz correspond à la remontée du bruit précédemment discutée. On note qu'à cette fréquence le bruit est augmenté d'un facteur 2 par rapport au bruit de la source libre.

2. Attention à notre notation négative en dB

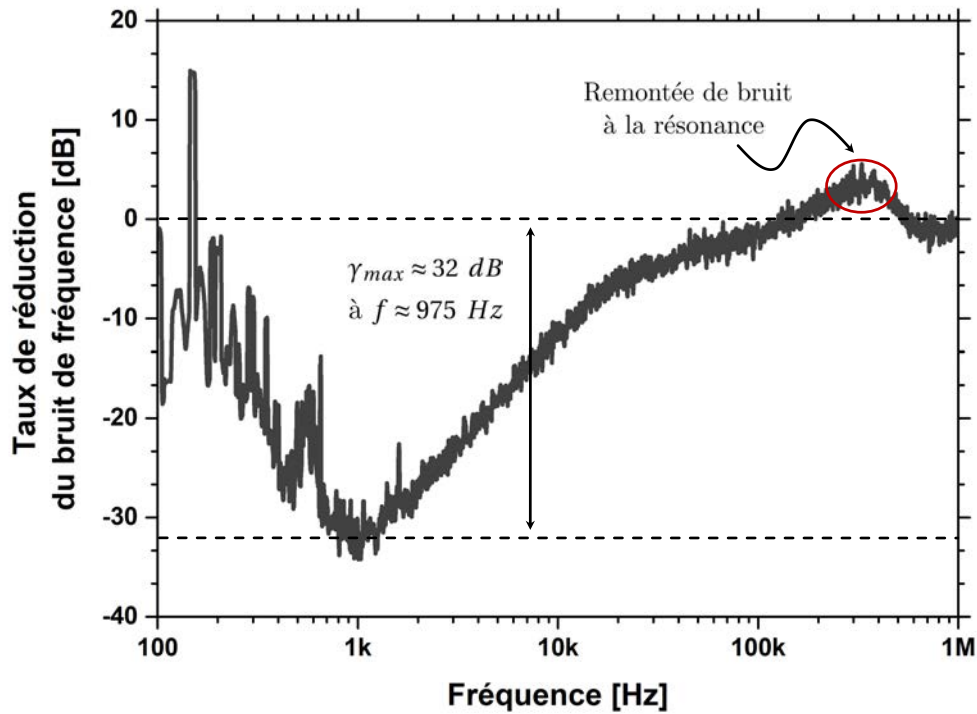


FIGURE 4.11: Distribution spectrale du taux de réduction du bruit de fréquence obtenu après stabilisation de la source. Le taux de réduction représenté ici est défini comme le rapport $\gamma(f) = S_v^{\text{libre}}(f)/S_v^{\text{stabilisé}}(f)$ exprimé en dB.

Incidence de la stabilisation sur la largeur de raie du spectre

A partir du bruit de fréquence du laser stabilisé et en utilisant l'approximation de la β -line, on évalue la largeur de raie du spectre gaussien causé par le bruit de fréquence situé en dessous de $f_{\beta\text{-line}} \approx 25$ kHz (voir Fig.4.8). La figure 4.12 montre que la largeur de raie gaussienne $\Delta\nu_G$ demeure relativement constante à une valeur inférieure à 37 kHz pour un temps d'observation du spectre inférieur ou égal à 3,33 ms. Au delà de cette valeur, elle augmente pour tendre vers les performances du laser libre. Cette augmentation est due à la limitation observée en dessous de 975 Hz sur le bruit de fréquence comme le montre la figure 4.8. On constate donc que ce dispositif de stabilisation malgré la limitation relevée, a permis une très bonne amélioration des performances spectrales de la source pour des temps d'observation inférieurs à 3,33 ms en garantissant une largeur de raie gaussienne inférieure à 37 kHz ce qui est sensiblement égale à la largeur de raie intrinsèque précédemment estimée à 34 kHz.

Origines de la limitation

Après avoir discuté des performances spectrales du laser stabilisé, essayons d'élucider à présent l'origine de la limitation rapportée sur la mesure de bruit de fréquence du

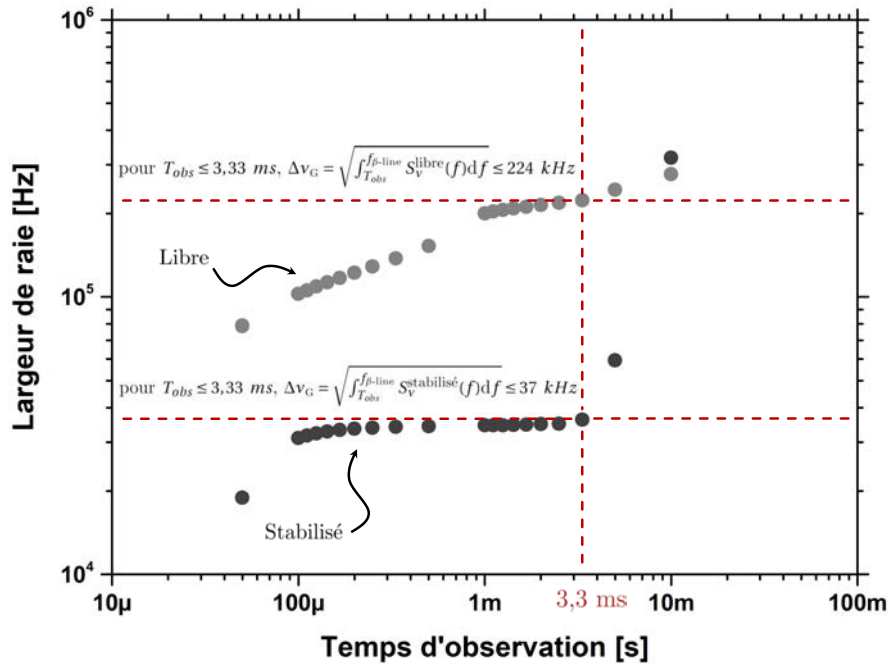


FIGURE 4.12: Comparaison de l'évolution de la largeur de raie du spectre optique en fonction du temps d'observation, pour le laser libre et pour le laser stabilisé.

laser stabilisé pour les fréquences inférieures à 1 kHz. Durant ces expérimentations, nous vérifierons seulement si cette limitation est liée à notre banc de mesure du bruit de fréquence ou bien au système d'asservissement.

Plancher de bruit du banc de mesure de bruit

Pour vérifier si la limitation est due au banc de mesure auto-hétérodyne corrélée, nous procédons d'abord à une mesure du plancher de bruit correspondant à une longueur de délai L_d de 10 m que nous comparons dans un premier temps à la mesure laser (dans la figure 4.13) [38]. On constate que le plancher de bruit du banc de mesure (à $L_d = 10 \text{ m}$) est relativement bas par rapport à la mesure du bruit de fréquence de la source (à $L_d = 10 \text{ m}$) pour les fréquences de Fourier supérieures à 1 kHz, ce qui permet d'affirmer que dans cet intervalle le bruit de fréquence correspondant à la mesure laser n'est autre que celui du laser (la contribution du plancher de bruit étant négligeable). Pour les fréquences inférieures à 1 kHz, le plancher de bruit est confondu avec le bruit de fréquence de la source. Il faut par conséquent augmenter le gain de l'interféromètre de mesure pour pouvoir s'éloigner du plancher et statuer sur le niveau du bruit de fréquence dans cet intervalle spectral.

On réitère donc la même mesure de bruit de fréquence de la source ainsi que du plancher de bruit mais cette fois-ci en insérant une fibre de délai de $L_d = 200 \text{ m}$, soit un

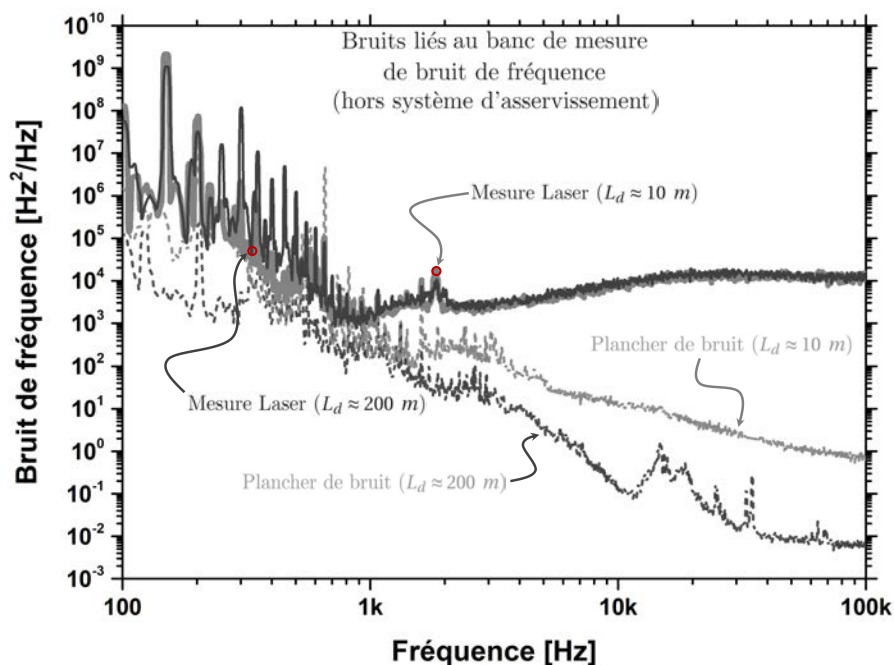


FIGURE 4.13: Comparaison du bruit de fréquence de la source stabilisée et du plancher de bruit du banc de mesure, pour des longueurs de fibre de délai de 10 m et 200 m.

gain (et donc une sensibilité) 400 ($=20^2$) fois plus élevé que précédemment. Les résultats obtenus sont représentés sur la même figure 4.13. La mesure de bruit de fréquence laser est cette fois au dessus du plancher de bruit pour les fréquences inférieures à 1 kHz. Ce résultat nous permet donc d'affirmer qu'il s'agit bien du vrai bruit de fréquence de la source, écartant ainsi l'hypothèse attribuant la limitation au banc de mesure.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons réalisé une pré-stabilisation de la fréquence d'une diode laser à cavité externe sur un interféromètre à fibre déséquilibré en configuration homodyne. Les premiers résultats expérimentaux obtenus, ont démontré une amélioration significative de la largeur de raie intégrée du laser utilisé, du fait de la réduction de son bruit de fréquence **pour des fréquences inférieures à 10 kHz**. Cette étude constitue une bonne introduction dans la thématique de stabilisation de la fréquence des lasers à l'Institut FOTON.

Ce travail peut avoir comme perspectives :

- l'amélioration de l'isolation de l'interféromètre,
- l'utilisation d'une configuration auto-hétérodyne pour s'affranchir, du bruit basse fréquence généré par la chaîne de photo-détection

- l'utilisation d'un interféromètre de type Michelson pour s'affranchir de l'utilisation d'un contrôleur de polarisation,
- l'ajout d'un second correcteur intégrateur pour obtenir une décroissance du bruit en 20 dB/décade.

Rappelons qu'une combinaison d'un tel système de pré-stabilisation de la fréquence laser au système d'asservissement à correction aval, présentée dans le chapitre 2 et 3 peut également être envisagée car cela permettrait de réaliser des peignes de fréquences optiques ayant des raies aussi stables que cohérentes [120, 121].

Conclusion générale

Le premier chapitre du présent manuscrit a permis d'introduire de façon très générale la notion de bruit de fréquence d'un laser. J'ai ensuite pris le soin de mettre l'accent sur la connexion entre la signature spectrale de ce bruit et la largeur de raie du laser, donnée par son spectre. L'aspect unidirectionnelle de cette correspondance fut la raison pour laquelle j'ai préféré évaluer les performances de nos sources au travers de la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence et non en lisant simplement leur largeur de raie. Nous avons donc introduit la technique auto-hétérodyne corrélée, qui permet cela.

Dans **le second chapitre**, je présente le principe de la configuration hétérodyne utilisée. Ce chapitre m'a permis de valider le bon fonctionnement du dispositif expérimental se basant sur cette technique. Dans un second temps, j'ai identifié, cette fois-ci, la limite ultime du système d'asservissement. Je démontre que le mieux que peut offrir notre système est une largeur de raie intrinsèque de **50 Hz** et une largeur de raie intégrée estimée à **1,6 kHz** pour un temps d'observation de **10 ms**. L'identification des limites du système, s'est faite entre 100 Hz et 100 kHz.

Dans **le troisième chapitre**, j'applique la technique d'asservissement à une diode à blocage de modes actif afin de réduire simultanément le bruit de fréquence optique des différentes raies optiques qui composent son spectre optique. D'une part, je mets en évidence l'impact non négligeable du bruit induit par la gigue d'impulsion dans ce type de sources sur la technique d'asservissement et je réalise d'une autre part un peigne de fréquences, en sortie du système d'asservissement, composé de **21** raies exhibant toute une largeur de raie intrinsèque inférieure à **7 kHz**, et une largeur intégrée qui atteint \sim **37 kHz**, pour un temps d'observation de 10 ms. Une réduction du bruit de fréquence significative est ainsi démontrée. La technique étudiée permet donc d'améliorer le bruit de fréquence optique présent sur chacune des raies d'un peigne de fréquences issu d'une diode à blocage de modes, lui permettant d'un côté de rivaliser avec les lasers à fibre à blocage de modes et d'un autre de contribuer de manière significative à passer outre les limitations de débit et de bande passante dans le domaine des télécommunications optiques cohérentes, notamment pour les réseaux basés sur le multiplexage en longueurs

d'onde, qui sollicite l'utilisation des peignes de fréquences optiques obtenus par le blocage de modes dans les structures semi-conductrices. Il est important de noter que durant mes expérimentations, un modulateur électro-optique d'intensité à simple électrode a été utilisé pour appliquer la correction aval au peigne de fréquences issu de la diode à blocage de modes. Ceci permet de générer autour de chaque raie deux bandes latérales en sortie du système. Une seule bande latérale par raie est d'intérêt. Ce signal ne peut être directement exploité, il nécessite une extraction du peigne épuré, composé que de bande latérale affinée. Pour cela, il est possible d'utiliser un modulateur électro-optique d'intensité à double électrodes ou bien un modulateur électro-optique équilibré [51]. Une autre solution, serait d'utiliser un interféromètre à deux ondes ou multiple pour l'extraction [122]. Ces solutions peuvent être considérées comme perspectives à ce travail. Une autre perspective à envisager serait de rendre le système autonome, dans le sens où il serait tout à fait possible de s'affranchir de l'oscillateur local. Une solution est actuellement en cours d'étude, exploitant les vertus de la diffusion Brillouin.

Dans **le dernier chapitre**, j'étudie une technique de réduction du bruit de fréquence basée sur un asservissement en boucle fermée. Cette technique est adaptée pour la réduction du bruit de fréquence aux basses fréquences dans les lasers. Il s'agit d'une expérience de stabilisation de la fréquence laser. J'introduis le principe de la stabilisation de la fréquence d'un laser. Cette technique se sert d'un interféromètre à fibre déséquilibré comme référence. Nous avons expérimentalement réalisé une stabilisation de la fréquence d'une diode à cavité externe sur un interféromètre en configuration homodyne. Je démontre une réduction du bruit de fréquence de la source entre 100 Hz et 100 kHz. Le maximum de réduction est obtenu à 1 kHz avec **32 dB** est rapportée. En termes de largeurs de raie laser, le laser non stabilisé a une largeur de raie de 34 kHz lorsque l'observation est réalisée sur un temps inférieur à 20 μs et s'élargit significativement pour atteindre **224 kHz** lorsque le temps d'observation atteint 3,3 ms. Après stabilisation, le laser conserve une largeur de raie inférieure à **37 kHz** pour un temps d'observation inférieure à 3,3 ms. En réduisant le bruit de fréquence dans les basses fréquences, nous améliorons les performances de largeur spectrale du laser en fonction du temps d'observation, autrement dit sa largeur de raie intégrée. Ces premiers résultats représentent une base pour se lancer dans la réalisation de sources ultra-stable au sein du l'Institut.

Dans l'ensemble, ces travaux ont permis de montrer une amélioration significative du bruit de fréquence associés aux longueurs d'ondes d'un peigne, par correction aval du signal de sortie d'une diode à blocage de modes, ce qui suppose le simple emploi d'un électro-optique. L'emploi d'un de ceux-ci à double électrode ou équilibré, aurait permis de générer directement un peigne épuré sans l'emploi d'un filtre optique. La perspective, déjà à l'étude, à venir est de supprimer l'oscillateur local, ce qui permettrait d'avoir un système autonome. L'étude d'un système d'asservissement à correction amont pour

la pré-stabilisation de la fréquence laser, permettrait d'atteindre des largeurs de raie optiques intégrées comparables aux largeurs intrinsèques, en sortie de notre système à correction aval.

Annexe A

Rappel d'éléments de base sur les processus aléatoires

On définit deux classes principales de signaux :

- les signaux déterministes dont on peut prédire l'évolution temporelle grâce à des modèles mathématiques (par exemple : un signal sinusoïdal, un échelon ou une impulsion)
- les signaux aléatoires dont on ne peut prédire l'évolution au cours du temps avec certitude.

Processus aléatoires

Soit $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$ un espace probabilisé et I un sous-ensemble de \mathbb{R} .

Définition d'un processus aléatoire

Un processus aléatoire (p.a.) est une application :

$$\begin{aligned} X &: I \times \Omega \rightarrow \mathbb{R} \\ (t, \omega) &\mapsto X(t, \omega) \end{aligned}$$

telle que

- $\forall \omega_0 \in \Omega$ fixé, $t \mapsto X(t, \omega_0)$ est une fonction numérique
- $\forall t_0 \in I$ fixé, $t \mapsto X(t_0, \omega)$ est une variable aléatoire réelle

Définition

Un p.a. X est déterminé par la donnée de la loi conjointe des n v.a. $X(t_1), \dots, X(t_n)$ quelque soit n et quels que soient les instants t_1, t_2, \dots, t_n .

Exemple : un p.a. est dit gaussien si toutes ses lois sont des lois normales.

Définition de la fonction d'auto-corrélation

La fonction d'auto-corrélation de X est donnée par :

$$R_X(t_1, t_2) = E[X(t_1)X^*(t_2)] \quad (\text{A.1})$$

Remarque : elle mesure la ressemblance du processus à ces deux instants.

Définition de la stationnarité

Un p.a. $X(t)$ est dit stationnaire si toutes ses propriétés statistiques sont invariantes par une translation quelconque de l'axe du temps.

Un p.a. $X(t)$ est faiblement stationnaire si son espérance est constante et si sa fonction d'auto-corrélation $R_X(t_1, t_2)$ ne dépend que de $\tau = t_1 - t_2$.

Exemple : le signal sinusoïdal :

$$X(t) = B \cos(2\pi f t + \phi) \quad (\text{A.2})$$

B et ϕ sont des variables aléatoires réelles, ϕ de loi uniforme sur $[0, 2\pi[$, est un signal faiblement stationnaire.

Définition de l'ergodicité

Un p.a. est dit ergodique si toutes ses moyennes temporelles existent et ont la même valeur quelque soit la trajectoire considérée, sauf pour un ensemble de trajectoires de probabilité nulle.

Remarque : cela permet d'échanger moyenne temporelle est moyenne statistique.

Théorème de Wiener-Khintchine (W-K)

Énoncé

La fonction spectrale d'un p.a. faiblement stationnaire est la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation du processus.

Remarque :

- Parfois, la fonction spectrale est appelée densité spectrale de puissance (DSP)
- Un auto-corrélateur optique donne accès à la fonction d'auto-corrélation du profil temporel des impulsions.

Annexe B

Description des lasers utilisés dans ce manuscrit

Cette annexe présente une rapide description des différentes sources laser employées durant les expérimentations menées durant ce travail de recherche. Il s'agit globalement de lasers opérant en bande C, monomodes et accordables, pouvant être soit à semi-conducteurs soit à fibre. Une estimation de leur largeur de raie est donnée ainsi que leur utilisation localisée par chapitre. Un lien vers la documentation ou le vers le site du constructeur est également fourni (*cf.* lien url en note de bas de page).

KOHERAS ADJUSTIK (NKT PHOTONICS ¹)

Il s'agit d'un laser à fibre DFB monomode et accordable (*via* contrôle de température) sur la bande C. Il délivre une puissance optique maximale de 23 mW. Sa largeur de raie intrinsèque est prédite par le constructeur de l'ordre de la centaine de hertz. Sa largeur de raie pour un temps d'observation de 10 ms est estimée à $3,9 \pm 0,9$ kHz (*via* l'approximation de la β -*line*). Ce laser a été utilisé à la section 1.2.1 du chapitre 1.

TUNICS PR (PHOTONETICS ²)

C'est une diode laser à cavité externe accordable de 1500 nm à 1580 nm. Sa puissance optique maximale est de 2 mW. Sa largeur de raie intrinsèque est estimée à ≈ 31 kHz. Sa largeur de raie, pour un temps d'observation de 10 ms est estimée à 506 ± 50 kHz (*via* l'approximation de la β -*line*). Cette source a été utilisée au chapitre 1 pour illustrer l'approximation de la β -*line* et au chapitre 2 en tant qu'oscillateur local pour valider la technique d'asservissement à correction aval hétérodyne.

1. <https://www.nktpotonics.com>

2. <http://science.unitn.it/~semicon/members/pavesi/tunics.pdf>

ALCATEL LMI 1905 (ALCATEL ³)

Le laser ALCATEL LMI 1905 est un laser à semi-conducteurs DFB à puits quantiques multiples, pompé de manière électrique et conçu pour des applications de transmissions bas débits via une modulation externe. Le module est conditionné en boîtier *butterfly* regroupant un capteur de température et un élément Peltier pour un contrôle externe en température, une photo-diode pour calibrer la puissance émise et un isolateur optique intégré à une optique de reprise permettant d'injecter le signal utile dans une fibre optique monomode dite fibre amorce. La largeur de raie intrinsèque de ce laser varie entre la centaine de kilohertz et le mégahertz.

OE WAVES GEN 3 (OE WAVES, INC ⁴)

Il s'agit d'une diode laser soumise à une contre-réaction optique filtrée grâce à un micro-résonateur à modes de galerie à haut facteur de qualité. Ce dernier permet d'affiner sa largeur de raie. Cette source délivre une puissance optique maximale de 10 mW. Sa largeur de raie intrinsèque a été estimée durant nos travaux à ~ 15 Hz, le constructeur annonce une largeur < 30 Hz. Pour un temps d'observation de 10 ms, sa largeur de raie atteint de ~ 37 kHz.

OE WAVES SUB-HZ (OE WAVES, INC ⁵)

Le principe de fonctionnement par rapport au laser précédent reste le même, à la différence près que dans cette source, le micro-résonateurs implémenté à un meilleur facteur de qualité. Le constructeur annonce une largeur de raie intrinsèque inférieure à 1 Hz. Nos travaux ont permis de statuer sur une largeur de raie intrinsèque de ~ 69 mHz. Sur un temps d'observation de 10 ms, sa largeur de raie atteint $\sim 1,6$ kHz. Ce laser a été utilisé au chapitre 2 pour identifier les limites intrinsèques de notre système d'asservissement à correction aval.

3. <http://datasheet.datasheetarchive.com/originals/library/Datasheet-013/DSA00229712.pdf>

4. <http://www.oewaves.com/narrow-linewidth-laser/unllm-gen-3>

5. <http://www.oewaves.com/narrow-linewidth-laser/subhertz>

Annexe C

Publications et conférences relatives à ce travail de thèse

Articles dans une revue internationale à comité de lecture

℞.1 M. O. Sahni, S. Trebaol, L. Bramerie, M. Joindot, S. P. O’Duill, S. G. Murdoch, L. P. Barry, and P. Besnard, ”*Frequency noise reduction performance of a feed-forward heterodyne technique : application to an actively mode-locked laser diode*”, Optics Letters, **42**(19), p. 4000-4003 (2017)

℞.2 S. P. O’Duill, M. O. Sahni, S. Trebaol, P. Landais, S. G. Murdoch, P. Besnard, and L. P. Barry, ”*Numerical investigation of feed-forward linewidth reduction scheme using mode-locked laser model of reduced complexity*”, Applied Optics, en cours de révision

Communications orales dans des congrès internationaux

℄.1 M. O. Sahni, S. Trebaol, Y. Léguillon, C. Pareige, P. Besnard, ”*Frequency noise of quantum-dash DFB lasers*”, Photonics West 2016, 13-18 February 2016, San Fransisco, USA, Paper 9774-18 (2016)

℄.2 G. Basset, M. O. Sahni, S. Trebaol, P. Besnard, ”*Influence of master linewidth on the relaxation regime of a laser submitted to optical injection*”, Photonics West 2016, 13-18 February 2016, San Fransisco, USA, Paper 9742-14 (2016)

Communications orales dans des congrès nationaux

☉.1 M. O. Sahni, S. Trebaol, Y. Léguillon, C. Pareige, P. Besnard, "*Bruit de phase de lasers DFB à bâtonnets quantiques*", JCOM 2015, 12 Juin 2015 (2015), Nantes, France

☉.2 M. O. Sahni, S. Trebaol, L. Bramerie, M. Joindot, S. O'Duill, P. Besnard, L. P. Barry, "*Méthode de compensation hétérodyne du bruit de fréquence d'un peigne de modes de diode laser à blocage de modes actif*", JNOG 2017, 4-6 Juillet 2017 (2017), Limoges, France

Communications par posters dans des congrès nationaux

☉.1 M. O. Sahni, S. Trebaol, Y. Léguillon, C. Pareige, P. Besnard, "*Bruit de phase de lasers DFB à bâtonnets quantiques*", JNOG 2015, 6-9 Juillet 2015 (2015), Rennes, France

☉.2 M. O. Sahni, A. J. Walsh, L. P. Barry, V. Panapakkam, S. Trebaol, P. Besnard, "*Une méthode de compensation hétérodyne pour le transfert de pureté spectrale*", JNOG 2016, 4-7 Juillet 2016 (2016), Bordeaux, France



Optics Letters

Frequency noise reduction performance of a feed-forward heterodyne technique: application to an actively mode-locked laser diode

MOHAMED OMAR SAHNI,^{1,2,*} STÉPHANE TREBAOL,¹ LAURENT BRAMERIE,¹ MICHEL JOINDOT,¹ SEÁN P. Ó DÚILL,² STUART G. MURDOCH,³ LIAM P. BARRY,² AND PASCAL BESNARD¹ 

¹UMR FOTON, CNRS, Université de Bretagne-Loire, Université de Rennes 1, Enssat, 6 rue de Kerampont, CS 80518, F22305 Lannion, France

²Radio and Optical Communication Lab, School of Electronic Engineering, Dublin City University, Glasnevin, Dublin 9, Ireland

³Dodd-Walls Centre for Photonic and Quantum Technologies and Department of Physics, The University of Auckland, Auckland 1020, New Zealand

*Corresponding author: sahni@enssat.fr

Received 4 August 2017; accepted 2 September 2017; posted 11 September 2017 (Doc. ID 304128); published 29 September 2017

We report on the frequency noise reduction performance of a feed-forward technique. The Letter is based on frequency noise measurements that allow the spectral response of the feed-forward phase noise correction to be determined. The main limitation to the noise compensation is attributed to the local oscillator flicker noise and the noise added by the optoelectronic loop elements. The technique is applied to an actively mode-locked laser diode demonstrating, at the output of the system, an optical frequency comb source with 14 comb lines reduced to sub-kilohertz intrinsic linewidth. © 2017 Optical Society of America

OCIS codes: (060.1660) Coherent communications; (140.3295) Laser beam characterization; (140.5960) Semiconductor lasers; (140.4050) Mode-locked lasers.

<https://doi.org/10.1364/OL.42.004000>

Coherent optical frequency combs (OFCs) with a low comb line frequency noise are highly attractive for a variety of applications ranging from time and frequency metrology [1] to astronomy and space science [2] through optical communications [3], millimeter-wave generation, and frequency-comb spectroscopy [1]. Many techniques have been demonstrated to generate OFCs, e.g., using gain switching of discrete mode lasers [4], the Kerr effect in nonlinear microresonators [5], cascaded intensity or phase modulators [6], and mode-locked laser diodes (MLLDs) [3].

MLLDs have been specially identified as a potential source for compact and cost-effective future frequency comb systems [7]. Nevertheless, their performances in terms of noise remain limited. Concerted theoretical studies and experimental investigations have then been performed to understand the noise properties in such lasers [8–12]. As a result, the main limitations in using semiconductor MLLDs for certain applications such as coherent optical communications and millimeter-wave

generation have been determined to be (i) the pulse-to-pulse timing jitter defined as the pulse envelope's temporal deviation of the optical pulse train and (ii) the frequency noise of individual optical modes, which contributes to their optical linewidth.

Passively semiconductor MLLDs are known to generate relatively stable optical pulse trains without the help of external reference. For more demanding applications such as clock recovery, this timing jitter is usually inadequate, requiring some stabilization. Active mode locking of such sources has been demonstrated to stabilize their timing jitter, making their comb lines highly correlated [9]. In terms of phase or frequency noise, it is also known that individual lines derived from a semiconductor MLLD exhibit a large optical linewidth from a few to hundreds of megahertz [3]. For coherent optical transmission using high-order modulation formats, such optical linewidth levels induce, among others, a high penalty in terms of bit error rate [13]. Unlike the timing jitter, there is a significant lack of techniques to reduce the comb line optical linewidth.

Recently, we have shown the proof-of-concept of a feed-forward heterodyne (FFH) technique for optical linewidth reduction on a passively MLLD [14]. We have demonstrated the possibility to use the optical mixing between a narrow-linewidth single-mode laser and only one optical mode from the OFC to generate a correction radio frequency (RF) signal through a heterodyne detection. Intrinsic optical linewidth reduction over 16 lines from almost 20 MHz to below 300 kHz has been obtained. However, experimental results have shown imperfect linewidth compensation because the OFC lines exhibit slightly different phase noises due to the timing jitter of the pulses from the passively MLLDs [10].

In this Letter, we extend investigations on the feed-forward technique to achieve enhanced performance in terms of frequency modulation (FM) noise reduction. Instead of performing traditional optical linewidth measurements, we study the frequency noise characteristics in detail. This approach allows for the measurement of the frequency noise spectral density of

the feed-forward signals and yields important insights into the limiting factors of the noise reduction performance of the system. We also applied the FFH scheme to an actively MLLD in this Letter and evaluated the frequency noise compensation.

The Letter is organized as follows: first, we describe the actively mode-locked laser used to generate the low timing jitter OFC. Secondly, we review the principle of the FFH technique and present the experimental setup; thirdly, we apply the technique to a single comb line and then extend the noise reduction procedure across the entire OFC. We report a significant frequency noise reduction over 21 comb lines limited by the local oscillator (LO) frequency noise. It corresponds to an individual intrinsic optical linewidth less than 4 kHz for all 21 lines over a bandwidth greater than 800 GHz. It is important to mention that 14 among them exhibit a sub-kilohertz linewidth.

Experiments have been carried out using a quantum dash Fabry–Perot (QD-FP) MLLD with a free spectral range (FSR) ν_{FSR} of 42.7 GHz. A temperature probe, a Peltier cooler, and a micro-wave V-type connector have been integrated with the semiconductor laser chip into a butterfly package. The measured threshold current is 19 mA. The laser was driven by a DC current of 160 mA and held at a constant temperature of 25°C. The optical spectrum at the MLLD output exhibits a flat profile centered at 1553 nm and is composed of almost 30 longitudinal modes within a -3 dB bandwidth of 10.6 nm. An exhaustive description of the device structure is available in [15].

To reduce the timing jitter, an active mode-locking process using a straightforward technique has been set up by locking the MLLD frequency repetition rate to a highly coherent microwave/RF source. Concretely, a $+21$ dBm power modulated RF signal at 42.7 GHz has been used to directly drive through a bias tee the DC injection current. A significant narrowing of the fundamental RF beat note in an active locking case has been observed [16], proving that the timing jitter is successfully reduced. By actively locking our device, we induce a strong phase-correlation between optical modes. In other words, as it will be shown in this Letter, we guarantee similar intrinsic optical linewidths for all optical modes, which is a key issue for the rest of the investigations concerning the feed-forward technique.

The experimental arrangement is depicted in Fig. 1. The active MLLD output is first coupled to an optical isolator for suppressing back-reflections, amplified through an erbium-doped fiber amplifier (EDFA) and then sent to a programmable optical filter allowing 21 lines to be selected. The 21-line comb is amplified through a second EDFA before being split by a

90/10 optical coupler. 90% of the power is sent through a polarization controller to a Mach–Zehnder intensity modulator (MZM), while 10% is mixed with a LO, through a balanced receiver to get rid of any intensity fluctuations. The LO is a tunable laser providing an intrinsic optical linewidth less than 30 Hz [17]. A polarization controller is also used to ensure an efficient mixing. The LO is correctly detuned with respect to the central comb line by about 10 to 15 GHz. The beat signal with the adjacent mode, which is 25–30 GHz away as well, is outside the bandwidth of the detector and RF amplifier. The latter signal is then amplified and used to feed the modulator through an electrical delay line which is used to minimize the relative delay between both arms of the FFH system. This delay sets the bandwidth over which the system can correct the input frequency noise. As the relative delay is less than 1 ns, the input frequency noise can be mitigated at frequencies of at least 250 MHz, which is well in excess of the frequencies measured in our noise characterization setups. The modulator is biased at the null transmission, thanks to a DC voltage source, to ensure a linear operation. An EDFA is set at the MZM output to amplify the signal before filtering out individually the phase noise-compensated lines using a 6.25 GHz bandwidth optical bandpass filter and performing frequency noise characterizations.

The basic principles of this technique will be briefly recalled through an analytical analysis considering only the central optical mode. Since our main purpose is to study the phase noise, we omit the amplitude terms in the following model. Let $E_0(t)$ and $E_{\text{LO}}(t)$, respectively, be the electric fields of the central line and the LO:

$$E_0(t) \propto e^{j(2\pi f_0 t + \phi_0(t))}, \quad (1)$$

$$E_{\text{LO}}(t) \propto e^{j(2\pi f_{\text{LO}} t + \phi_{\text{LO}}(t))}, \quad (2)$$

where f_0 , $\phi_0(t)$ and f_{LO} , $\phi_{\text{LO}}(t)$, respectively, are the optical frequency and phase noise of the central mode and the LO. The heterodyne detection provides a photocurrent expressed as

$$i_{pd}(t) \propto \cos[2\pi\Delta f t + (\phi_0(t) - \phi_{\text{LO}}(t))], \quad (3)$$

where Δf is the frequency detuning between the two sources. When using this signal to drive a MZM modulator through which a part of the central line signal is passed, two optical components are generated on either side of the input signal [14]:

$$E_{\text{USB}}(t) \propto e^{j[2\pi(f_0 + \Delta f)t + (2\phi_0(t) - \phi_{\text{LO}}(t))]}, \quad (4)$$

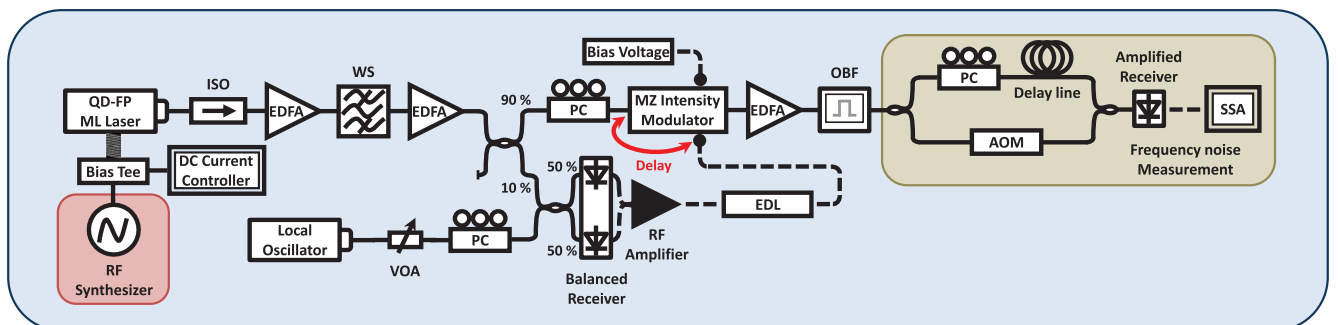


Fig. 1. Experimental set-up of the FFH compensation coupled to an actively mode-locked laser, followed by the frequency noise measurement bench. PC, polarization controller; VOA, variable optical attenuator; EDFA, erbium-doped fiber amplifier; ISO, optical isolator; WS, waveshaper; OBF, optical bandpass filter; AOM, acousto-optic modulator; SSA, signal source analyzer; EDL, electrical delay line.

$$E_{\text{LSB}}(t) \propto e^{j[2\pi(f_0 - \Delta f)t + \phi_{\text{LO}}(t)]}. \quad (5)$$

The upper sideband (USB) exhibits twice the initial phase noise of the central mode, whereas the lower sideband (LSB) contains only the LO phase noise, which is the phase noise-compensated line of interest. A detailed description of the analytical model is available in Ref. [3]. Experimentally note that only the useful LSBs can be retrieved using different methods such as optical filtering or single sideband modulation.

A full characterization of the central comb line can be achieved using a frequency noise measurement bench (see Fig. 1). To perform the frequency noise characterization, a classical method based on a correlated delayed self-heterodyne technique has been used [18]. A Mach–Zehnder interferometer (MZI) is used as an optical discriminator, which converts the frequency fluctuations $\nu(t)$ of the input laser into phase fluctuations $\Delta\phi(t)$ carried on a low phase noise RF wave. The power spectral density (PSD) of the phase fluctuations is measured using a phase noise analyzer and related to the frequency fluctuations PSD of the laser by

$$S_{\Delta\phi}(f) = [2\pi\tau \text{sinc}(\pi f\tau)]^2 S_{\nu}(f). \quad (6)$$

$S_{\Delta\phi}(f)$ equals $S_{\nu}(f)$ multiplied by a gain $(2\pi\tau)^2$, proportional to the square of the delay fiber length τ inserted in the MZI, when f remains small compared to τ^{-1} (sinc function equals approximately one). The PSD detection bandwidth is limited by the first zero of the sinc function localized at $f_c = \frac{1}{\tau}$; then a trade-off has to be found between gain and bandwidth detection of the frequency noise PSD with respect to the introduced delay.

Usually, different contributions can be distinguished in the frequency noise PSD: (i) the low-frequency FM noise for which the origin is still an open discussion and (ii) the white FM noise arising from the laser phase fluctuations induced during the spontaneous emission process. Theoretically, the FM noise PSD can then be described by the relation:

$$S_{\nu}(f) = \frac{k_r}{f^2} + \frac{k_f}{f} + \frac{\delta\nu}{\pi}, \quad (7)$$

where k_r (Hz^3) and k_f (Hz^2) are constants related to the strength of the random walk FM noise and the flicker FM noise, respectively [18]. Generally, the laser line shape is described by a Voigt profile, which is the convolution between a Gaussian line shape, induced by the low-frequency FM noise, and a Lorentzian line shape, which corresponds to the white FM noise [19]. The latter contribution is well known to be the primary origin of the laser intrinsic linewidth $\delta\nu$ (Hz) [Eq. (7)].

Figure 2 shows the frequency noise PSD of the reference laser chosen as an LO (black curve). As this source has a narrow intrinsic optical linewidth, the latter measurement has been performed using a delay fiber length of 200 m, providing sufficient gain to emerge from the system noise floor. Three different regions can be identified on this frequency noise PSD: the first region in the low-frequency domain (<200 kHz) is dominated by a low-frequency $1/f^2$ noise component; the second region corresponds to white noise (200 kHz $< f < 700$ kHz). The last region above 700 kHz is due to the normalization by the transfer function Eq. (6), which cancels at $f_c = 1$ MHz and induces noise spurs with 1 MHz spacing (see corresponding spikes in Fig. 2). Using the β -line approach [20], we estimate the integrated optical linewidth of the LO to be 25 kHz for

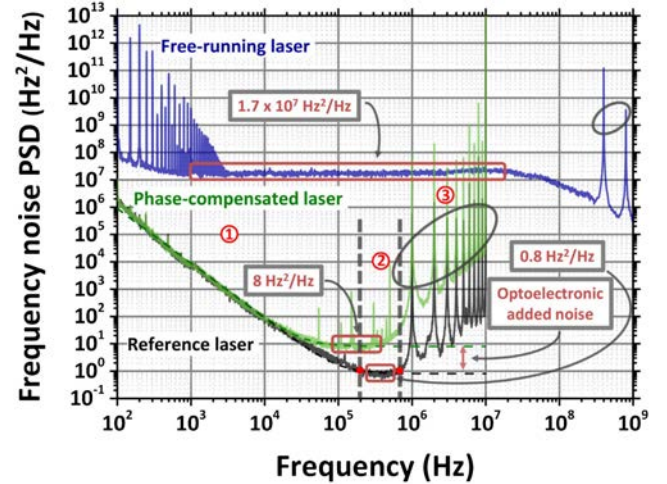


Fig. 2. Frequency noise PSDs of the central comb line before the FFH system (blue curve), the central comb line after the FFH system (green curve), and the LO (black curve). The environmental noise observed on the free-running laser PSD (100 Hz $< f < 4$ kHz) is caused by the power supply line interference (50 Hz and its harmonics artifacts). The circled peaks in region 3 correspond to the MZI FSR and its harmonics (for a delay fiber length of 200 m).

10 ms of integration time. Multiplying the white FM noise value in the second region by π provides the laser intrinsic optical linewidth [Eq. (7)] which is estimated to be 2.5 Hz [17] (read at 400 kHz) for the LO.

For the initial FM noise PSD of the central comb line presented in Fig. 2, less gain is required since MLLD lines are relatively broad. Therefore, a delay fiber length of 0.5 m was sufficient to perform the measurement (see the corresponding spike at 400 MHz in Fig. 2). The QD-FP laser frequency noise spectrum presents an unusual PSD shape. A recent study in Ref. [21] reveals the same noise distribution assigned to filtered white FM noise.

By applying the feed-forward compensation to the central line, we then expect to reduce its initial FM noise to that of the LO. Indeed, as shown on Fig. 2, the FM noise of the compensated central mode is strongly reduced and equals the LO FM noise level up to 10 kHz. This noise sets the integrated optical linewidth to 25 kHz (10 ms), similar to that of the LO as expected. Above this value, a mismatch occurs, leading to a white FM noise limitation around 8 Hz^2/Hz . For the phase noise-compensated laser, this value corresponds to a 25 Hz intrinsic linewidth. A possible reason for this might be the excess phase noise induced by the optoelectronic loop of the system, including the optical receiver and the RF amplifier, which generates residual noise that limits the laser phase noise suppression. The FM noise read at 100 kHz, affecting the central mode, is then reduced from an initial value of 17×10^6 Hz^2/Hz to only 8 Hz^2/Hz . This corresponds to an unprecedented and huge reduction factor of over 2 million (63 dB). Now that the compensation is successfully achieved on the central line, we extend the analysis to the rest of the comb. As explained earlier, under active locking operation, all the modes derived from the MLLD are highly phase-correlated [9]. Since they share the same phase noise, using the RF correction signal generated from the central line, we can expect an equivalent compensation for all the comb lines [3].

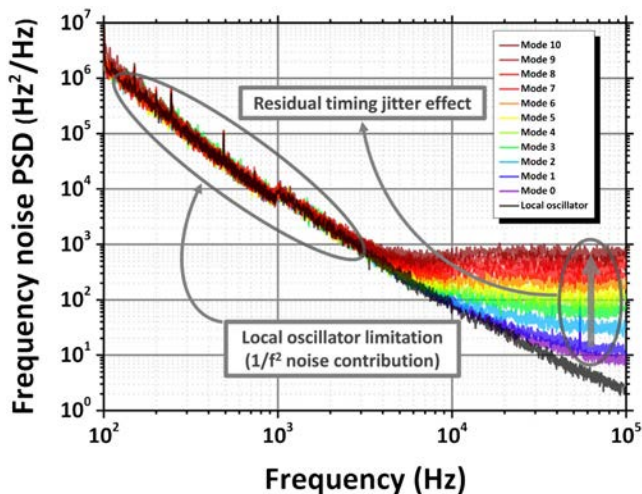


Fig. 3. Frequency noise PSDs of the phase noise-compensated lines (from mode 0 to mode +10) and the LO.

Figure 3 shows the FM noise PSD performed on the 10 optical modes at the right side with respect to the central line (from mode 0 to mode +10). A significant compensation across all the lines is obtained. The same low-frequency FM noise level is shared between the lines, as previously observed for the central line. Concerning the white FM noise, different plateau levels are clearly observed. The white FM noise level increases from 8 Hz²/Hz corresponding to mode 0 having the lowest plateau up to the highest value around 700 Hz²/Hz corresponding to mode +10. The same experimental analysis has been accomplished for the 10 lines on the left side with respect to the mode 0 and has demonstrated symmetrical results. Figure 4 shows the intrinsic optical linewidth read from the FM noise PSD at 100 kHz as a function of the mode index. For all the comb lines, this value remains below 4×10^3 Hz²/Hz with 14 sub-kilohertz spectral modes. The linewidth dependence on the mode index shows a parabolic profile [12], indicating that residual jitter remains after active mode-locking [11]. The optical linewidth of the n th mode is determined by the following equation [10]:

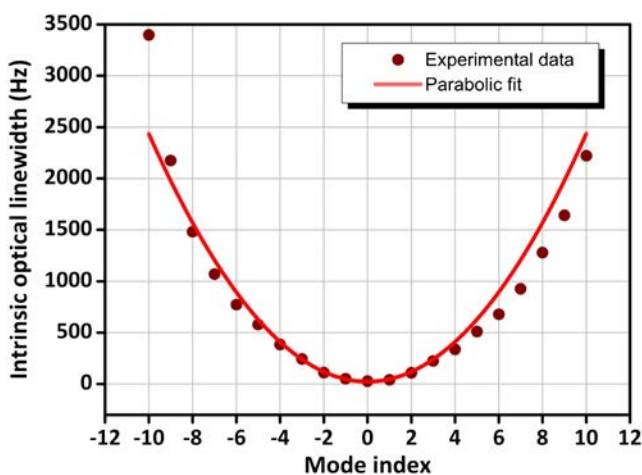


Fig. 4. Intrinsic optical linewidth of the phase noise-compensated lines, extracted from white FM noise PSD at 100 kHz, as a function of the mode index.

$$\delta\nu_n = \delta\nu_{\min} + \Delta\nu_{\text{RF}}(n - n_{\min})^2, \quad (8)$$

where $\delta\nu_{\min}$ is the minimum intrinsic optical linewidth corresponding to the mode n_{\min} , $\Delta\nu_{\text{RF}}$ is the full width at half-maximum of the MLLD fundamental RF beat note. Thanks to an appropriate parabolic fit, the latter has been estimated to be 24 Hz for the phase noise-compensated output comb. This might be attributed to the RF synthesizer phase noise.

In summary, we show that the limitations to the noise reduction are twofold: (i) at frequencies below 10 kHz, the limit is mainly due to the LO flicker noise; and (ii) at frequencies above 10 kHz, the noise reduction is limited by the added noise from the optoelectronic elements of the loop. This technique is applied to an active MLLD showing drastic white FM noise reduction up to 63 dB with respect to the central input comb line. An efficient and simultaneous reduction also has been reported, demonstrating an OFC source with 14 comb lines reduced to sub-kilohertz intrinsic linewidth.

REFERENCES

1. J. Ye and S. T. Cundiff, *Femtosecond Optical Frequency Comb: Principle, Operation and Applications* (Springer, 2005).
2. J. Lee, K. Lee, Y.-S. Jang, H. Jang, S. Han, S.-H. Lee, K.-I. Kang, C.-W. Lim, Y.-J. Kim, and S.-W. Kim, *Sci. Rep.* **4**, 5134 (2014).
3. W. Freude, J. Pfeifle, R. Watts, I. Shkarban, S. Wolf, V. Vujicic, P. Landais, N. Chimot, S. Joshi, K. Merghem, C. Calò, M. Weber, A. Ramdane, F. Lelarge, L. Barry, and C. Koos, *17th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)* (IEEE, 2015), pp. 1–4.
4. P. Anandarajah, R. Maher, Y. Xu, S. Latkowski, J. O'Carroll, S. Murdoch, R. Phelan, J. O'Gorman, and L. Barry, *IEEE Photonics J.* **3**, 112 (2011).
5. J. Pfeifle, V. Brasch, M. Lauermaun, Y. Yu, D. Wegner, T. Herr, K. Hartinger, P. Schindler, J. Li, D. Hillerkuss, R. Schmogrow, C. Weimann, R. Holzwarth, W. Freude, J. Leuthold, T. J. Kippenberg, and C. Koos, *Nat. Photonics* **8**, 375 (2014).
6. T. Healy, F. C. G. Gunning, A. D. Ellis, and J. D. Bull, *Opt. Express* **15**, 2981 (2007).
7. B. W. Tilma, M. Mangold, C. A. Zaugg, S. M. Link, D. Waldburger, A. Klenner, A. S. Mayer, E. Gini, M. Golling, and U. Keller, *Light Sci. Appl.* **4**, e310 (2015).
8. L. A. Jiang, M. E. Grein, H. A. Haus, and E. P. Ippen, *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **7**, 159 (2001).
9. Y. Takushima, H. Sotobayashi, M. E. Grein, E. P. Ippen, and H. A. Haus, *Proc. SPIE* **5595**, 213 (2004).
10. R. Rosales, K. Merghem, A. Martinez, F. Lelarge, A. Accard, and A. Ramdane, *Opt. Express* **20**, 9151 (2012).
11. R. Paschotta, A. Schlatter, S. Zeller, H. Telle, and U. Keller, *Appl. Phys. B* **82**, 265 (2006).
12. M. J. Ablowitz, B. Ilan, and S. T. Cundiff, *Opt. Lett.* **31**, 1875 (2006).
13. A. Kakkar, N. J. Rodrigo, R. Schatz, X. Pang, O. Ozolins, A. Udalcovs, H. Louchet, S. Popov, and G. Jacobsen, *Sci. Rep.* **7**, 844 (2017).
14. R. T. Watts, S. G. Murdoch, and L. P. Barry, *IEEE Photon. J.* **8**, 1 (2016).
15. G. Girault, L. Le Gay, S. Lobo, L. Bramerie, M. Joindot, J.-C. Simon, A. Shen, F. Blache, H. Gariah, F. Mallécot, O. Le Gouezigou, F. Poingt, L. Le Gouezigou, F. Pommereau, B. Rousseau, F. Lelarge, and G.-H. Duan, *Electron. Lett.* **44**, 873 (2008).
16. V. Panapakkam, A. P. Anthur, V. Vujicic, R. Zhou, Q. Gaimard, K. Merghem, G. Aubin, F. Lelarge, E. A. Viktorov, L. P. Barry, and A. Ramdane, *IEEE J. Quantum Electron.* **52**, 1 (2016).
17. OEwaves, "Ultra-narrow linewidth laser module-gen 3".
18. S. Camatel and V. Ferrero, *J. Lightwave Technol.* **26**, 3048 (2008).
19. G. Stéphane, T. Tam, S. Blin, P. Besnard, and M. Tétu, *Phys. Rev. A* **71**, 043809 (2005).
20. G. Di Domenico, S. Schilt, and P. Thomann, *Appl. Opt.* **49**, 4801 (2010).
21. T. N. Huynh, S. P. Ó Dúill, L. Nguyen, L. A. Rusch, and L. P. Barry, *Appl. Opt.* **53**, 830 (2014).

Numerical Investigation of Feed-forward Linewidth Reduction Scheme Using a Mode-Locked Laser Model of Reduced Complexity

Sean O'Duill,¹ M. Omar Sahní,² Stéphane Trebaol,² Pascal Landais,¹ L. Bramerie,² Stuart G. Murdoch,³ Pascal Besnard,² and Liam P. Barry¹

¹ Radio and Optics Research Laboratory, School of Electronic Engineering, Dublin City University, Glasnevin, Dublin 9, Ireland.

² Univ. Rennes, CNRS, Institut FOTON - UMR 6082, F-22305 Lannion, France.

³ The Dodd-Walls Centre for Photonic and Quantum Technologies, Department of Physics, The University of Auckland, Auckland 1142, New Zealand.

*Corresponding author: sean.oduill@dcu.ie

Received XX Month XXXX; revised XX Month, XXXX; accepted XX Month XXXX; posted XX Month XXXX (Doc. ID XXXXX); published XX Month XXXX

We provide numerical verification of a feed-forward, heterodyne-based phase noise reduction scheme using single sideband modulation that obviates the need for optical filtering at the output. The main benefit of a feedforward heterodyne linewidth reduction scheme is the simultaneous reduction of the linewidth of all modes of a mode-locked laser (MLL) to that of a narrow linewidth single-wavelength laser. At the heart of our simulator is an (MLL) model of reduced complexity. Importantly, the main issue being treated is the jitter of MLLs and we show how to create numerical waveforms that mimic the random walk nature of timing jitter of pulses from MLLs. Thus the model does not need to solve stochastic differential equations that describe the MLL dynamics, and the model calculates self-consistently the line-broadening of the modes of the MLL and shows good agreement with both the optical linewidth and jitter. The linewidth broadening of the MLL modes are calculated after the phase noise reduction scheme and we confirm that the phase noise contribution from the timing jitter still remains. Finally we use the MLL model and phase noise reduction simulator within an optical communications systems simulator and show that the phase noise reduction technique could enable MLL as optical carriers for higher order modulation formats such as 16-state and 64-state quadrature amplitude modulation.

OCIS codes: Lasers and laser optics; (140.5960) Semiconductor lasers; (140.4050) Mode-locked lasers; (060.2420), Fluctuations, relaxations, and noise; (060.0060) Fiber optics and optical communications. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.99.099999>

1. INTRODUCTION

Mode-locked lasers (MLL) are multi-longitudinal mode lasers with a fixed frequency difference between each lasing mode and with each mode ideally possessing the same phase noise. The resulting phase relationship between the modes means that a periodic temporal output emanates from these type of lasers [1,2 including references therein]. The locking of modes can be accomplished in a number of ways: (i) actively by applying an external sinusoidal modulation at a frequency equal to the laser free spectral range (FSR) [1,2], (ii) passively whereby a saturable absorber or nonlinear element is placed/integrated into the cavity that can open a short net-gain window allowing for pulsations to form [1-3]; (iii) hybrid mode-locking which is a combination of both active and passive mode locking [4,5]; and finally, (iv) some single section multi-mode Fabry-Perot lasers are known to mode-lock without help of either external modulation or saturable absorption [6-8]. In those cases the mode-locking mechanism is possible due to a phase transfer that synchronizes all the modes. It is brought by an internal beating (i.e.

modulation) between the modes that in turn generates side bands spaced by the FSR about each mode and hence these sidebands couple close to adjacent modes. The coupled photons in each sideband have the same phase relationship with those of the modes and have more power than the spontaneous emission, therefore the phase synchronizing mechanism in (iv) is likely to be a four-wave mixing process [6,9]. Single section Fabry-Perot MLLs typically possess of the order of ten equi-power modes within a few terahertz bandwidth [7,8], and are attracting broad interest across numerous applications, the main applications being: terahertz signal generation [10] and as multi-carrier sources within compact transceivers for short range communications due to their low form factor, low power consumption, and large (FSR) in the tens of GHz [11,15]. This large FSR allows for easy optical bandpass filtering of the individual modes so that each mode can be modulated independently using a variety of exotic modulation formats [11-15] with symbol signalling rates approaching 100 GBaud. Unfortunately, the large linewidth of the MLL, typically of the order of tens of MHz are too broad to be able to transmit data encoded using the phases of the MLL modes. To this end, an optical heterodyne based phase noise reduction scheme [16,17] was devised

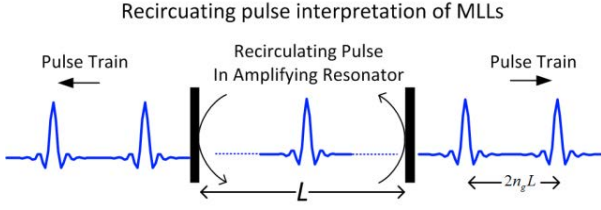


Fig.1 Schematic of a recirculating pulse within a resonator. Mode-locking in a laser has occurred when the output has periodicity of the resonator round trip time. n_g is the group index, L is the length of the resonator. The temporal period of the pulse train is $2n_g L/c$ where c is the speed of light.

to reduce the linewidth of the modes to that of the local oscillator (LO) used in the scheme; impressive reductions in intrinsic linewidth to a few tens of Hz have been demonstrated [18] with the phase noise limited by the high quality LO used [16-18]. The phase noise reduction scheme allowed 30 comb lines from a single section MLL to be used for the coherent transmission of data encoded with quadrature phase shift keying on each comb line [19,20]. The phase noise reduction technique requires a beat signal using a high quality single-wavelength lasersource as an LO. This beat signal is fed forward to modulate the light from the MLL thus creating a pair of sidebands about each mode. The lower sidebands (the lower frequency sideband about each mode), have the phase noise of the LO. Optical filtering is required to suppress all of the undesired sidebands from the output, leaving only the MLL with reduced phase noise.

In this paper, we verify the feedforward phase noise reduction scheme through a complete numerical approach. We modify the heterodyne phase-noise reduction scheme by using single sideband optical modulation thus the lower-frequency modulation sidebands with the reduced phase noise are just kept at the output and no optical filtering would be required [21]. In order to validate the phase noise reduction scheme, we develop a simplistic numerical MLL model based on a recirculating pulse in a resonator that includes pulse roundtrip jitter and phase noise, the schematic of which is shown in Fig.1. This allows us to create numerical waveforms that capture all of the phase noise characteristics of MLLs without resorting to solving complicated stochastic differential equations describing the MLL [3,5,19], and moreover allows us to calibrate the waveform in terms of the easily measurable MLL quantities such as the FSR, optical linewidth, jitter (characterized as an equivalent RF linewidth) and, spectral extent. These are the only specified parameters required as input to the MLL model. We show how to calibrate the temporal jitter of the MLL pulses in terms of the RF linewidth and we verify that relationship by calculating the FM-noise spectral density of each MLL mode and showing that the values are as expected from the theory for the line-broadening of MLL modes (that the timing jitter induces a mode-index dependent linewidth that follows a quadratic dependence on the mode index number). We verify that the residual phase noise remaining after the MLL has undergone a phase noise reduction technique is that phase noise arising from the temporal jitter of the pulses. We finally show how the phase noise of the MLL can be reduced to levels that allow for 16- and 64- quadrature amplitude modulation (QAM) signals to be carried by MLLs, and recommend simulation parameters in order to improve the accuracy of the simulation.

2. MODE-LOCKED LASER MODEL

The spectral properties of optical frequency combs can be replicated numerically simply by constructing a temporal pulse train and including both phase noise and appropriate timing jitter for each individual pulse. We have done this previously for understanding the peculiarities of the spectra of gain-switched lasers in [23]. There is one crucial aspect in which pulsations from MLLs differ from the pulsations of gain-switched lasers and that is for MLLs the timing position of the current pulse depends on the accumulated (random-walk or Brownian motion) timing jitter of preceding pulses whereas for gain switched lasers the timing jitter of the current pulse has no memory of the timing jitter of preceding pulses. While in principle the modes of the MLL possess the same phase noise, the additional phase noise seen by each mode arising from random-walk nature of the MLL timing jitter results in the modes of the MLL experiencing a quadratic increase of the linewidth [2,24-26].

To begin we start by creating a sinc-style pulse because of the flat, rectangular spectrum associated with sinc pulses. Thus we let

$$\hat{p}(t) = \text{sinc}(t/T_s) W_{T_p} \quad (1)$$

With $\text{sinc}(x) = (\pi x)^{-1} \sin(\pi x)$ and T_s defines the temporal profile of the sinc pulses, T_p is the time period of the pulsation and is related to the mode spacing or FSR by $\Delta \nu_{FSR} = T_p^{-1}$. In order to create narrow pulses and hence a frequency comb with a wide bandwidth we require the condition that $T_p > T_s$. W_{T_p} is a window function that confines each sinc pulse to a temporal slot equal the pulse repetition period, and the windowing function narrows the pulse to further broaden the spectral extent of the pulses. The effect of the window W_{T_p} is to also adjust the relative amplitude of the modes in the MLL spectrum so that a flat optical frequency comb can be generated as well as providing a sharp cutoff in the spectral extent of the overall comb. Choosing a window W_{T_p} for our purposes is a matter of taste and we used a Kaiser-Bessel window with parameter 10 [27]. One may use differing pulse shapes and windows to replicate the spectrum of any desired optical frequency comb/MLL. A representation of the pulse shape $\hat{p}(t)$ adopted by this paper was used in constructing Fig.1. The entire pulse train $P(t)$, with pulses repeating with the same cavity round trip time as the MLL, can be constructed by convolving $\hat{p}(t)$ with a train of delta-functions each separated by T_p , plus the accumulated timing jitter apart. Finally, the phase noise is included by multiplying the entire pulse train by a phase noise term that accounts for the common optical phase noise experienced by all of the MLL modes:

$$P(t) = \left[\sum_n \delta(t - nT_p - \Delta\tau_{j,n}) \otimes \hat{p}(t) \right] \exp[i\phi(t)] \quad (2)$$

Or equivalently writing (2) as the sum of the individual modes

$$P(t) = \sum_m P_m \exp \left\{ j \left(2\pi m \Delta \nu_{FSR} t + 2\pi m \frac{\Delta \tau_j(t)}{T_p} \right) \right\} \exp(j\phi) \quad (3)$$

Where n is the temporal index of the n^{th} pulse, $\Delta\tau_{j,n}$ is the timing jitter offset associated with the n^{th} pulse, and ϕ is the common phase noise of the MLL that is experienced by all of the modes. P_m is the field of the m^{th} indexed mode and related to the Fourier series coefficients of

$\hat{p}(t)$ The (optical) spectrum of such a field will comprise of distinct laser modes as outlined in (3) with m being the modal index number. The phase noise of each mode has two contributions; ϕ which is the phase noise common to all of the modes and a different additional phase noise component for each mode arising from the jitter $2\pi m \Delta\tau_j / T_p$. It is well known that jitter causes a quadratic increase in the linewidth of the modes with respect to the mode index number [2,26].

In our simulation framework, the zero index coincides with the central line of the MLL when taking a fast Fourier Transform of (2), if we label the mode index as ' m ' with sufficient mode indices $[-m \ -(m-1) \ \dots \ -1 \ 0 \ 1 \ \dots \ (m-1) \ m]$ to extend over the entire range of the MLL spectrum, then the combined phase noise of the m^{th} mode can be written as [26]

$$\phi_m = \phi + 2\pi m \frac{\Delta\tau_j}{T_p} \quad (4)$$

Where $\Delta\tau_j$ is the jitter experienced by the pulse train. Therefore each pair of adjacent modes experience a relative phase difference of $2\pi \Delta\tau_j / T_p$. In order to fully quantify the phase noise in our model, we only need to specify the phase noise ϕ and the timing jitter $\Delta\tau_j$ and this will produce a numerical quantity that mimics the spectral properties of MLLs. Both ϕ and $\Delta\tau_j$ are easily related to measurable quantities such as optical linewidth and the RF linewidth. The RF linewidth is found by filtering out two adjacent modes from the MLL spectrum and beating them on a photodiode with sufficient bandwidth to capture the beat component, and then using an electrical spectrum analyzer to measure the linewidth. The RF linewidth B_{RF} is independent of the pair of modes filtered from the MLL [10] i.e. $\phi_m - \phi_{m-1} = 2\pi \Delta\tau_j T_p^{-1}$. The optical linewidth for each mode can be found using the standard techniques such as the delayed self-heterodyne method. The total optical linewidth of the m^{th} mode is given by [26]

$$B_O^{(m)} = B_O + m^2 B_{RF} \quad (5)$$

Even though we make no reference to the spontaneous emission in this work, spontaneous emission is responsible for both the optical linewidth and timing jitter in the MLL [22]. Spontaneous emission is a random process with Poissonian statistics, we assume that much more than one spontaneous emission event occurs within each sampling time and via the central limit theorem we can use Gaussian statistics to generate all of our random sources. The random-walk quantities, ϕ and $\Delta\tau_j$ are generated by calculating a cumulative sum of appropriately scaled random values obtained from a Gaussian distribution. We generate the phase noise ϕ as [28]

$$\phi(l) = \sigma_\phi \sum_{k=0}^l \varphi(k) \quad (6)$$

with

$$\sigma_\phi = \sqrt{2\pi B_O t_s} \quad (7)$$

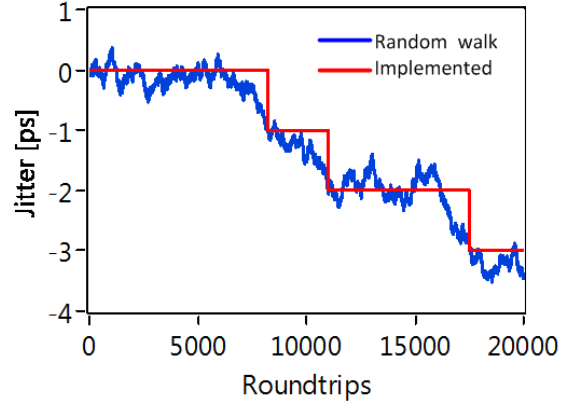


Fig.2 Numerically generated random-walk jitter in blue as a function of the number of cavity roundtrips for an RF linewidth of 20 kHz. The red curve shows the implementable timing jitter in the MLL simulator.

In (6) $\varphi(k)$ describes the phase noise increment of the MLL field over the k^{th} sampling period. $\varphi(k)$ are random samples taken from a unity-variance, zero-mean Gaussian distribution with a sample point taken for every sampling point of the MLL field; the action of (6) computes a cumulative sum of the incremental phase noise quantity $\varphi(k)$, and therefore, $\phi(l)$ which is phase noise at the l^{th} sampling instance of the MLL field is the scaled sum of all previous increments for $\varphi(k)$ with $0 \leq k \leq l$. The scaling in (7) calibrates the phase noise such that B_O is the linewidth [28]. The sampling period of the MLL field is t_s and, throughout this paper we set $t_s = 1$ ps.

We now calibrate the timing jitter in terms of the RF linewidth. In (3) we note that the extra phase change of the $m = 1$ mode of the MLL due to the timing jitter is given as:

$$\Delta\phi_j^{m=1} = 2\pi \frac{\Delta\tau_j}{T_p} \quad (8)$$

The RF linewidth defines the equivalent phase noise that produces the same phase shift for the $m = 1$ mode as does the timing jitter. We use a similar random walk generation technique in (6) and modify it to generate a random walk waveform for the jitter. The jitter to phase noise conversion was performed in (8), whereby the equivalent phase shift involves dividing the jitter value by the pulse repetition period T_p and multiplying by 2π ; in other words: a timing jitter event equal to the pulse repetition period induces a 2π phase shift for the $m = 1$ mode. Using the same principle as in Equation (6), we need to calculate an equivalent standard deviation, denoted σ_j , of the incremental timing jitter acquired by the pulse during each round trip. The jitter is calculated on a pulse-by-pulse basis and therefore the timestep t_s in (7) needs to be replaced by T_p and the RF linewidth B_{RF} replaces the optical linewidth. Therefore replacing the left hand side of (8) using a modified version of (7) yields a scaling the jitter for the phase shift of the $m=1$ mode:

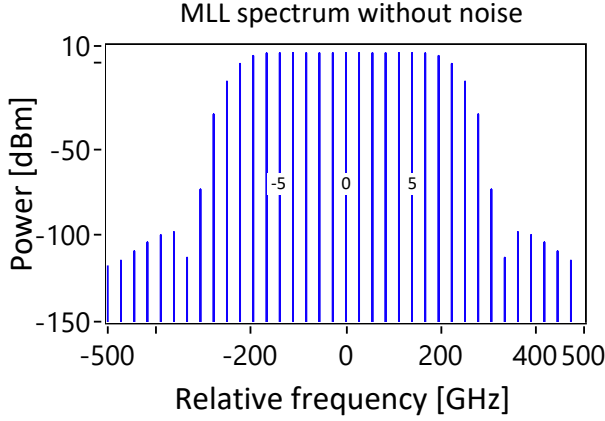


Fig.3 MLL spectrum using the pulse described in text with an FSR of 28 GHz. The spectrum was obtained without adding any noise source terms and serves as a reference for all other spectra shown in this paper. The mode index m of the -5^{th} , 0^{th} and 5^{th} mode are indicated.

$$2\pi \frac{\sigma_j}{T_p} = \sqrt{2\pi B_{RF} T_p} \quad (9)$$

and σ_j is the standard deviation of the incremental jitter that updates on a pulse-per-pulse basis. Rearranging (8) we get

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{B_{RF} T_p^3}{2\pi}} \quad (10)$$

Our results for the FM noise spectral density (linewidth) of each mode will show that (10) is correct. Now we are in a position to compute appropriately-calibrated pulse timing jitter for our MLL waveform. The timing jitter for the pulse train is computed as

$$\Delta \tau_{j,n} = \sigma_j \sum_{q=0}^n \Delta \tilde{\tau}_{j,q} \quad (11)$$

where $\Delta \tau_{j,q}$ are random samples taken from a unity-variance, zero-mean Gaussian distribution, and there are as many samples for $\Delta \tau_{j,n}$ taken as there are pulses in the pulse train. The random waveforms for φ_k in (6) and $\Delta \tilde{\tau}_j$ in (11) must be taken from two separate, uncorrelated, unity-variance Gaussian-distributions.

Even though we can generate a calibrated jitter waveform, unfortunately the finitenumerical sampling period (ps timescale) limits our ability to shift the pulses in accordance with the timing jitter which is of the fs timescales. Therefore we can only shift the pulses once the accumulated jitter exceeds an integral number of the signal sampling time. This problem does not arise when implementing the phase noise because the phase noise increment at each timestep can be fully captured by the computer's ability to represent numbers using double-precision floating point format. We have a lot of experience in generating laser phase noise [23,29-31], though generating pulse timing jitter represents a new challenge due to the granularity of the allowable jitter increments and decrements. The experience gained by granulating the jitter to be integral numbers of the sampling time

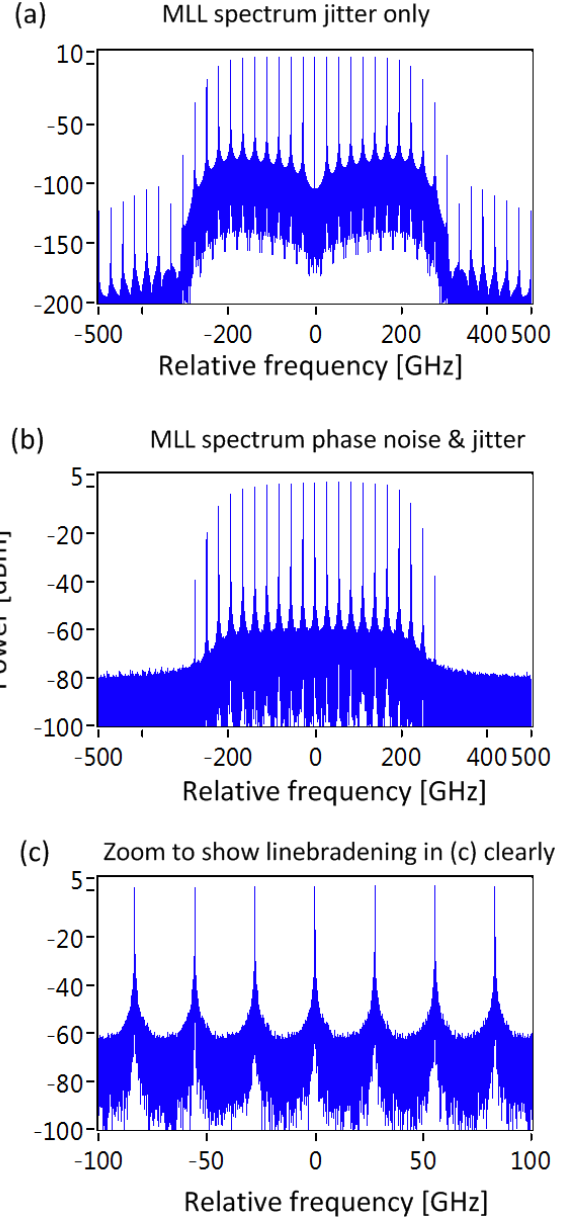


Fig.4 Generated MLL spectra when adding the jitter and optical phase noise terms. (a) MLL spectrum when only considering pulse jitter. The RF linewidth is 20 kHz. (b) MLL spectrum considering both jitter and phase noise. The optical linebroadening is 10 MHz. (c) Zoom of portion of (b) over a 200 GHz span to show the linebroadening of the MLL modes. The spectral resolution is 1.39 MHz.

informs us that simply thresholding the jitter increments (decrements) to the nearest value of the true accumulated jitter can result in multiple jitter instances that exacerbate the FM noise of the modes. We find that, by implementing a style of Schmitt-trigger that forbids successive jitter increments (decrements) until the accumulated jitter has increased (decreased) by at least the signal sampling time t_s from whence the previous timing jitter increment (decrement) occurred, does not introduce malicious artifacts into the MLL waveform. An example of

TABLE I MLL Simulation Parameters

| Symbol | Quantity | Value |
|-------------------|------------------------|-------------------|
| B_O | Optical linewidth | 10 MHz |
| B_{RF} | RF linewidth | 20 kHz |
| t_s | Sampling period | 1ps |
| $\Delta\nu_{FSR}$ | MLL repetition rate | 27.7777 GHz |
| T_s | Time parameter of Sinc | $0.02 \times T_p$ |

the numerical generated jitter waveform with the implemented jitter transitions is shown in Fig.2.

We now summarize the generation process of the numerical MLL waveform. The pulse train in (2) is constructed as follows: given the sampling time t_s , the number of samples per pulse is $(t_s \Delta\nu_{FSR})^{-1}$ and a sinc pulse is constructed with this number of samples. In order to perform the convolution operation in (2), we need to create a numeric array comprising of a train of appropriately spaced delta functions. Ideally in the absence of jitter, each delta function would be spaced by the number of samples per pulse; in the presence of jitter the delta function of the n^{th} pulse must be shifted from the expected instance (nT_p) by the timing jitter $\Delta\tau_{j,n}$ (11). An entire array whose length equalsthe number of pulses multiplied by the samples per pulse, is initialized with zeros. In this array, a 'one' is inserted (corresponding to the δ - function in(2)) at integral multiples of the samples per pulse , though the positioning of the 'one' is offset from the desired array index by the accumulated jitter in (11).Then finally the total field is multiplied by the phase noise term $\exp(i\phi)$, with ϕ calculated

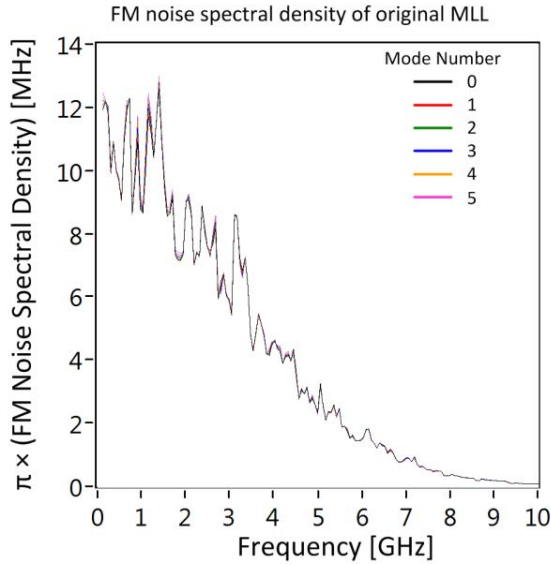


Fig.5 FM-noise spectral density calculation of modes filtered from the generated MLL field with RF linewidth (jitter) of 20 kHz and optical linewidth of 10 MHz. At low frequencies, below 1 GHz, the FM noise spectral density averages at 10 MHz as expected. Note the slight increase in FM noise spectral density with respect to increasing mode index number.

using(6). The simulation parameters are listed in Table I. The FSR of 27.7 GHz is chosen such that T_p is 36 ps and importantly an integer multiple of the sampling period which is 1 ps. The values of the optical and RF linewidths are chosen to match values measured from quantum-dash based passively mode-locked laser diodes [24], though they can be adjusted to match any desired value. The number of pulses generated is 20000.

Many of the results in this paper rely on observing linebroadening of the MLL modes, for clarity we show the quality of the MLL spectrum in the absence of both jitter and phase noise. We begin by omitting the jitter and phase noise and generating a pulse train using (2). From this pulse train the spectrum can be calculated with the aid of a fast-Fourier transform. The spectrum of the ideal MLL is plotted in Fig.3. With a 1 ps sampling period and 720,000 samples the spectral resolution of 1.39 MHz. The ideal pulse train clearly shows delta-style lines for each of the modes. When we add in the random terms; the modes will exhibit a Lorentzian linebroadening. We initially add in the timing jitter related to the RF linewidth of 20 kHz and keep the optical linewidth at zero. The spectrum is shown in Fig.4(a); notice how there is no line broadening whatsoever of the central mode ($m=0$), whereas there is a visible increase in the linebroadening commensurate with the square of the mode number and this will be explored in more detail later. When the underlying optical linewidth of 10 MHz is then added, each of the lines undergoes an additional 10 MHz linebroadening as presented in Figs 4.(b) and (c).

Even though the linebroadening of the modes is visible in Fig.4, there is no quantifiable result that would imply that the MLL model is correct. Therefore we filter out each individual mode and calculate the FM-noise spectral density[32]. We only use a Gaussian-shaped optical bandpass filter with a 3 dB bandwidth of 7 GHz throughout this paper. The calculated FM-noise spectral density curves of the MLL with optical linewidth of 10 MHz and 20 kHz RF linewidth are shown in Fig.5. Multiplying the value of the one-sided FM-noise spectral density by π gives an estimate for the commonly understood

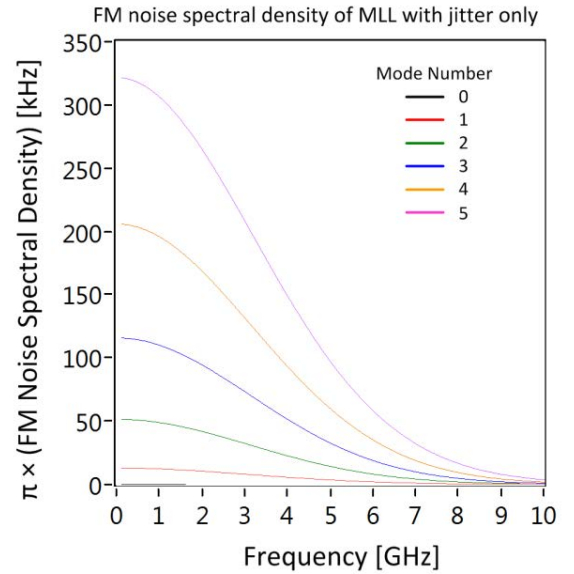


Fig.6 FM noise spectral density calculation of the MLL field when only considering jitter. The low frequency portion of the FM noise spectral density below 1 GHz gives an indication of the linewidth of the modes. The RF linewidth was 20 kHz and a clear quadratic increase in linewidth of the modes with respect to mode number index is evident.

Schematic of linewidth reduction scheme

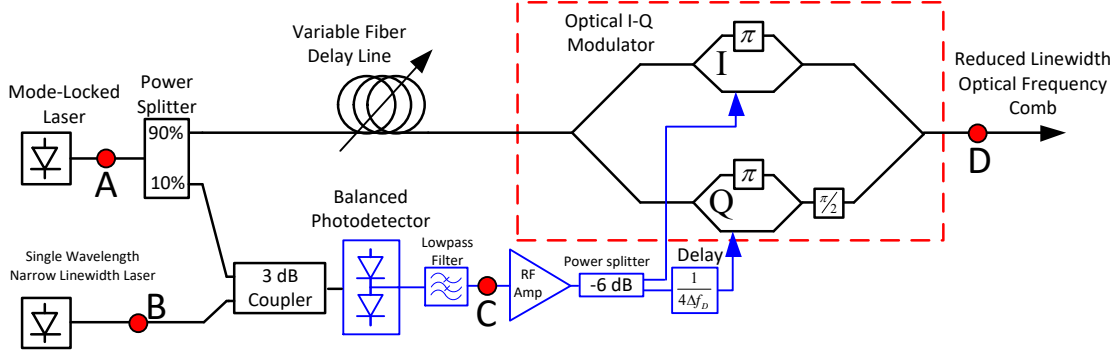


Fig.7 Schematic of the single-sideband phase noise reduction scheme is shown. The idea is to reduce the phase noise of the MLL to be that of the narrow linewidth single wavelength laser. A voltage containing the phase difference information between the LO and MLL is generated at the balanced photodetector and that signal then applied to the MLL field in order to modulate each MLL mode in such a fashion that each mode has the phase noise properties of the narrow linewidth LO. The optical I-Q modulator and RF delay by one quarter period of the MLL-LO detuning results in single sideband modulation of the MLL modes.

Lorentzian linewidth and this is done throughout so that we can compare the curves with the linewidth values input to the simulator. The aggressive optical filtering causes the value of the FM-noise to reduce after 1 GHz and we ignore values beyond 1 GHz. The average FM-noise curve is just above 10 MHz with a slight increase in the FM-noise with increasing mode index number; the increase in linewidth due to the timing jitter is of two orders of magnitude lower than the 10 MHz optical linewidth and will be explored in more detail shortly. The calculated FM-noise spectral density of 10 MHz agrees with the value of 10 MHz set by simulator in Table I. Even though it is possible to extract the component due to the jitter in Fig.5, to make a more visually convincing case we generate an MLL field by setting the optical linewidth term $\phi = 0$ in (2). We then filter each mode and plot the FM-noise spectral density in Fig.6. Now we can clearly see the impact of the temporal jitter on the linewidth of the modes. For mode index '0', this has zero FM-noise spectral density, while the other modes show a quadratic increase in the values in the FM-noise spectral density as expected from (5). It should be noted however, that the value for the FM-noise of the mode with index '1' should equate to the RF linewidth, The RF linewidth was set to 20 kHz, though the estimated value is ~16 kHz which is just short of 20 kHz. Experience running the simulator informs us that there is a spread in the FM-noise values that average about 20 kHz. The trend with MLL mode index number clearly shows the expected quadratic increase in the FM-noise spectral density. Note that these values for FM-noise spectral density will be useful in verifying the operation of the phase noise reduction scheme in the following section.

3. SINGLE SIDEBAND HETERODYNE-BASED PHASE NOISE REDUCTION SCHEME

In this section we present numerical results to validate the feed-forward phase noise reduction scheme and to verify the linewidth properties of the MLL after undergoing phase noise reduction. By including single sideband optical modulation to the heterodyne concept of the phase noise reduction technique only the phase noise reduced components of the MLL remain after optical modulation thus no optical filtering is required [21]. The operation schematic is shown in Fig.7. At point 'A' the light from the MLL emerges and is split along two paths. 90% of the light will be modulated to undergo phase noise reduction; the other 10% of the power is used to generate the modulating signal that will impose phase noise reduction on the MLL.

The modulating signal is created by heterodyning one comb line from the MLL with the light output from a single wavelength laser which we also term as local oscillator (or LO). The phase noise reduction scheme requires a single wavelength LO laser at point 'B' with superior phase noise properties to those of the MLL and the central wavelength of the LO laser must be spectrally close to the central comb line from the MLL. Numerically the field for the LO is given by

$$E_{LO}(t) = A_{LO} \exp(j[2\pi\Delta f_D t + \phi_{LO}]) \quad (12)$$

Where A_{LO} is the amplitude of the LO field, and set equal to 1. Δf_D is the detuning between the LO laser and the nearest mode in the MLL, and ϕ_{LO} is the phase noise term of the LO which is uncorrelated to that of the MLL. The heterodyned beat signal is generated by combining the light from the MLL and LO laser and creating an electronic heterodyned beat signal at the balanced detector. The heterodyned beat signal will subsequently be used to modulate the original MLL field. The electrical output from the balanced photodetector is low-pass filtered and the electrical voltage at point 'C' is proportional to:

$$V_C \propto E_{LO} E_{MLL,0}^* \cos(2\pi\Delta f_D t - \phi + \phi_{LO}) \quad (13)$$

Where E_{LO} is the optical field of the LO laser, $E_{MLL,0}$ describes the optical field of the spectrally closest mode of the MLL to the LO, we take the nearest MLL mode to be '0' mode. Δf_D is the detuning between the LO laser and the nearest mode in the MLL. In our system, the phase noise of the '0' mode of the MLL is ϕ as defined in the previous section. Beat components from the other modes in the MLL will also contribute to the output from the balanced photodiodes, though these are suppressed by the limited bandwidth of the photodiodes themselves and we use a lowpass filter to ensure that only the beat term described in (13) dominates. An RF amplifier is used to supply sufficient drive voltage to the electro-optic Optical I-Q modulator. In order to generate a single sideband signal we need to split the RF modulating signal using an RF power splitter (also known as a 6 dB splitter) into two separate arms. To implement the single sideband modulation for a pure sine-wave, the sine-wave that drives the 'Q'-arm of the I-Q modulator must be delayed by one quarter of the period relative to the sine-wave that drives the 'I'-arm of the I-Q modulator. In our simulation we apply a relative delay of $(4\Delta f_D)^{-1}$ to the

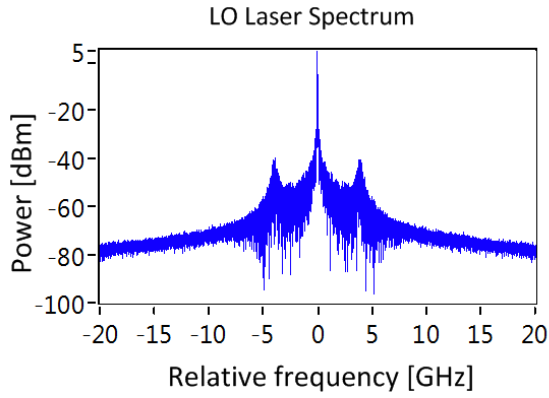


Fig.8 Power spectrum of the narrow linewidth LO. Its Linewidth is 10 kHz though the carrier-photon resonance in the laser is included in determining the phase noise of the LO. The spectral resolution is 1.39 MHz

modulating voltage that is applied to the 'Q'-arm. This delay is equivalent to a $\pi/2$ phase shift for the sinewave of frequency Δf_D and needed to ensure single-sideband output from the I-Q modulator [33]. Both of the Mach-Zehnder arms are biased at their null points hence the π phase shifts in both of the individual Mach-Zehnder modulators in the optical I-Q modulator to suppresses the field of the original MLL in the output.

Mathematically the field output at point 'D' can be described as:

$$E_{out}(t) = \frac{\sqrt{0.9}E_{MLL}(t)}{2} \times \left\{ \left[\exp\left(\frac{K\pi V_C(t)}{V_\pi}\right) - 1 \right] + j \left[\exp\left(\frac{K\pi V_C(t - (4\Delta f_D)^{-1})}{V_\pi}\right) - 1 \right] \right\} \quad (14)$$

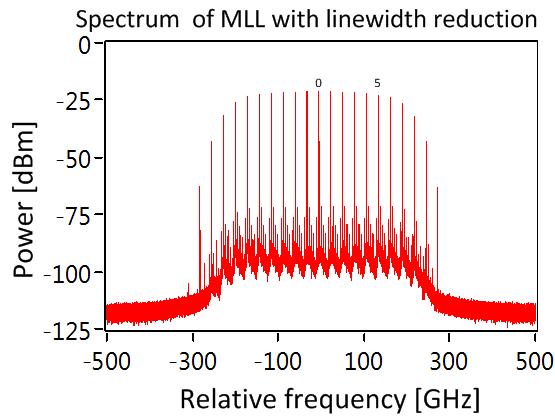


Fig.9 Full spectrum of the MLL after the single-sideband feed-forward phase noise reduction scheme. Note that only the lower frequency sidebands, the sidebands that possess the reduced phase noise remains in the spectrum. The original MLL and upper-frequency sidebands are suppressed by the modulation technique and no extra optical filtering is required to obtain this spectrum. Detailed quantification of the spectral quality is given in subsequent figures.

Where $E_{MLL}(t)$ is generated using equation (2) above, $V_C(t)$ is generated by low-pass filtering $\sqrt{0.1}E_{MLL}^*(t)E_{LO}(t)$, V_π is the voltage required to induce a phase shift of value π in the modulated optical field and K is a scaling factor that increases the applied voltage to be commensurate with V_π . A fiber delay line ensures synchronization between the applied voltage modulation to the MLL field, and the MLL field that created the applied voltage through beating with the LO. The LO field could be generated in a manner similar to described for the optical linewidth in (6) and using 10 kHz as the value of the optical linewidth of the LO. Though instead we use our laser phase noise generator to create the field for the LO laser [29], this includes the resonance-enhanced phase noise arising from the carrier-photon interaction in semiconductor lasers [34]. The laser parameters of the LO are: linewidth of 10 kHz, alpha factor = 3, relaxation oscillation at 8 GHz and a damping rate of $1e^9 s^{-1}$. The linewidth of the LO laser is 10 kHz which is much smaller than that of the MLL which is 10 MHz in this case. The spectrum of the LO laser is shown in Fig.8, note the satellite peaks arising from the resonance-enhanced phase noise [29,34].

Now we are in a position to generate the field for the phase noise reduced MLL using (14). First we generate the field for the MLL $E_{MLL}(t)$ using (2), the LO field $E_{LO}(t)$ using [29] and (12), the beat voltage $V_C(t)$ using (13). The phase noise reduced MLL field is shifted by Δf_D relative to the original MLL field. In this example, Δf_D is taken to be 5 GHz. The spectrum of the phase noise reduced MLL is shown in Fig.9. The only components that remain in that spectrum are the

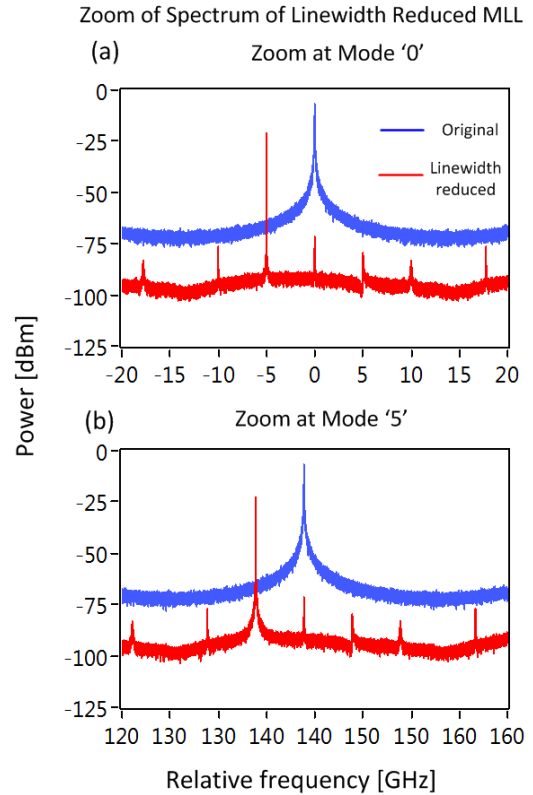


Fig.10 Overlaid spectra of the original MLL and phase noise reduced MLL. Note the narrow line broadening of the reduced phase noise MLL compared to the original MLL. Plots of the 0th and 5th indexed modes are shown in (a) and (b) respectively.

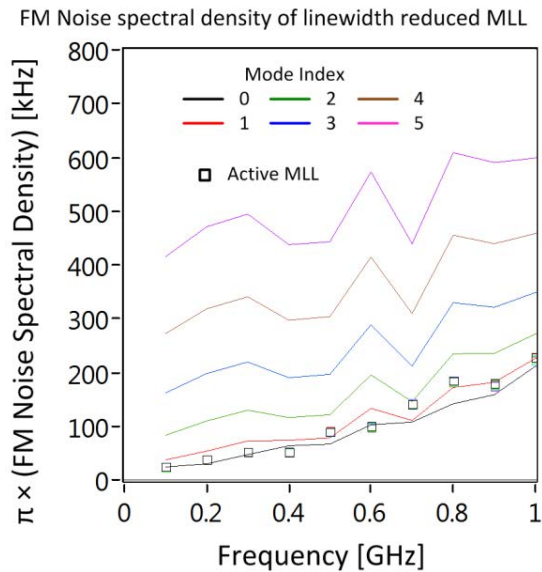


Fig.11 Calculated FM-noise spectral density of the modes of the reduced phase noise MLL. Note how the value of the FM-noise spectral density asymptotically reduces to that of the values for the MLL with jitter-only in . If the MLL is actively mode-locked to a high quality RF source with RF linewidth of 0 Hz such that there is no timing jitter, then the FM-noise spectral density for all modes is the same as shown by the black squares. The FM noise of the active MLL are the same as the mode that does not experience extra phase noise due to the timing jitter , i.e. the black line for the 0th indexed mode of the MLL with jitter.

lower frequency sidebands with the spectral components possessing the phase noise of the LO. For clarity, we zoom in on individual comb lines for the '0' indexed mode and the 5th indexed mode, with the original MLL field superimposed for comparison in Fig.10. Note the 5 GHz frequency shift between the MLL and phase noise reduced MLL, there is also an obvious reduction in the linebroadening of the phase

Linewidth of MLL before and after phase noise reduction

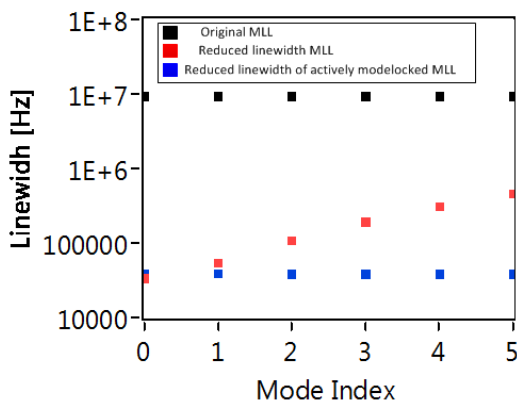


Fig.12 Extracted linewidth of the modes for the original MLL (black). The reduced phase noise MLL (red) and reduced linewidth active MLL (blue). This figure shows explicitly the increase in line broadening due to the timing jitter. The result is similar to the experimental results shown in [17, Fig. 6]

noise reduced MLL field compared to the original MLL field. Though looking at the linebroadening of the field of the 5th indexed mode, the linebroadening of the 5th indexed mode is greater than that of the 0th indexed mode, because the phase noise reduction technique cannot compensate for the phase noise arising from the jitter in the MLLs. To formally quantify this broadening we calculate the FM-noise spectral density of each of the modes after the phase noise reduction technique. The results are shown in Fig.11, the FM-noise spectral density of the phase noise reduced MLL show that at low frequencies the FM noise spectral density of the modes reduces to that of the MLL when only jitter is considered (see Fig.6), with an additional 10 kHz linewidth from the LO laser. The increase in the FM-noise spectral density with increasing frequency arises from a number of causes: (i) lowpass filtering the high frequency components of the beating between the MLL and LO laser after the heterodyning process means that the higher frequency phase noise will not be completely cancelled; (ii) spectral leakage from the main MLL modes that have not been completely suppressed by the optical modulation when creating the reduced-linewidth MLL field. Beyond 1 GHz the FM-noise decreases because each specific mode has been filtered out using a Gaussian shaped optical bandpass filter with 7 GHz bandwidth.

An interesting result happens when the phase noise reduction technique is applied to an actively mode-locked laser. In this case the MLL is modulated by a high quality RF source with narrow RF linewidth of a few Hz thus effectively reducing the timing jitter to zero. The phase noise reduction simulations were performed again except this time, the RF linewidth for the MLL was set to 0 Hz with the optical linewidth of the MLL set to 10 MHz. The FM noise spectral density results are represented by the black open squares in Fig.11. Note that the squares overlap with the values for the '0th mode for the case of the MLL with jitter because each mode in the actively mode locked MLL have the exact same phase noise, and hence reduce to the same values. The effectiveness of the phase noise reduction scheme can be displayed on a logarithmically scaled plot depicting the linewidth of the MLL before and after phase noise reduction. The linewidth values for the MLL modes can be readily extracted from Fig.5 and Fig.11 because the FM-noise spectral density curves are already scaled for linewidth values to be read off. We average the three values at the lowest frequencies to estimate the linewidth and plot the linewidth values of the original MLL, phase noise reduced MLL, and phase noise reduced MLL in the active locking case in Fig.12. We can clearly see the reduction in linewidth approaching that of the LO which was 10 kHz. For the MLL with jitter, the linewidth increases with mode index number. A similar trend was presented in the experimental investigation to the linewidth reduction scheme [16,17]. The temporal jitter limits the ability of the phase noise reduction scheme to reduce the linewidth for all of the modes. Note that there is no visible increase in the linewidth for the active mode-locked MLL case given by the blue squares in Fig.12. In order to effectively reduce the linewidth of all of the modes of an MLL, the MLL should be synchronized to a high quality RF source that has an RF linewidth of just a few Hz.

4. PHASE NOISE RECOVERY OF QAM SYSTEMS

The phase noise reduction technique has enabled single-section semiconductor based MLLs to transmit multi Tbit/s transmission using quadrature phase shift keying [19,20]. In this section we investigate the potential of the phase noise reduction technique to transmit signals with 16- and 64-QAM and hence achieve spectral efficiencies approaching 6 bits/s/Hz/polarization. To do this we take the field of the phase noise reduced MLL and modulate with 16-QAM and 64-QAM signals using Nyquist pulse shaping techniques. We adopt a symbol rate of 27.278 GHz, which is 500 MBaud less than the allowable maximum allowable baudrate imposed by the FSR of the

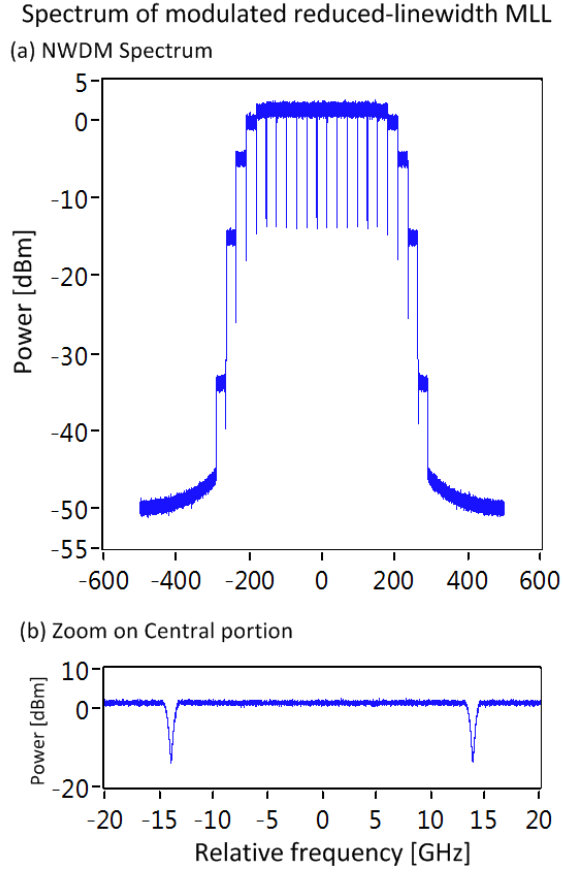


Fig.13 The reduced phase noise MLL is modulated with data in 16-QAm format. Nyquist pulse shaping is used to obtain flat spectrum after data modulation. (a) shows the entire spectrum of the modulated MLL. (b) zooms in on a portion to show the spectral guardband between the channels.

MLL, this helps to eliminate crosstalk from neighboring channels at the receiver. We are employing root-raised cosine pulse shaping for the optical signals and an equivalent matched filter in the receiver to select a single channel from the modulated MLL. The spectrum of the modulated MLL spectrum is shown in Fig.13, the pulse shaping produces a flat spectrum without spectral spillage of the channels into neighboring channel.

Note that when employing the phase noise reduction technique, we are dealing with the jitter of the MLL and the phase noise of LO as the main phase noise sources in our communication system. We therefore plot the temporal jitter profile of the MLL implemented in the simulation in Fig.14(a), and this is kept the same throughout this section to allow for a fair comparison with the entire set of results. The

1 ps jumps arise because the jitter is programmed to jump by ± 1 ps. We filter out the modulated field of the different modes with mode indices from 0 to 5 using a root raised cosine matched filter. The symbols E_s are then retrieved and they now also contain the phase noise from the underlying MLL-mode. The phase is principally the phase noise from the LO laser used in the phase noise reduction scheme and the MLL jitter. In the simulation we are able to completely eliminate the frequency offset between the carrier and an ideal local oscillator without phase noise in the receiver, and we therefore use a single-order decision directed phase-locked-loop to perform the carrier phase recovery process. The output of the QAM demodulator is given by comparing the phase tracked received symbol with the entire constellation set and a hard decision (E_{HD}) that determines the most likely transmitted QAM signal. The tracked phase output from the decision directed phase locked loop is given by

$$\phi_{rec}(k+1) = \phi_{rec}(k) + \mu \operatorname{Im} \left\{ \frac{\bar{E}_s(k) E_{HD}^*(k)}{|E_{HD}(k)|^2} \right\} \quad (15)$$

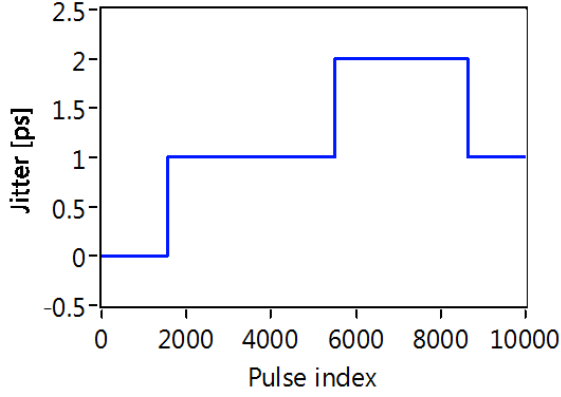
Where ϕ_{rec} is the recovered phase of the optical carrier needed to keep track of the QAM symbols. The second term on the right hand side estimates the phase difference between the phase-tracked received symbol $\bar{E}_s(k) = E_s(k) \exp(-j\phi_{rec}(k))$ and the QAM demodulator output $E_{HD}(k)$; 'Im' stands for the imaginary part. The loop update parameter μ defines the dynamics of the phase locked loop and we set to 0.1 throughout this section.

The implementation in the simulations of the MLL jitter imposes abrupt phase changes, and one of the difficulties in performing carrier phase recovery on a signal with highly abrupt phase changes is that there is the possibility of a cycle-slip in the carrier phase recovery process. Cycle slips occur because abrupt carrier phase changes greater than $\pi/4$ will cause incorrect symbol decisions to be made due to the $\pi/4$ rotational symmetry of the QAM constellations.

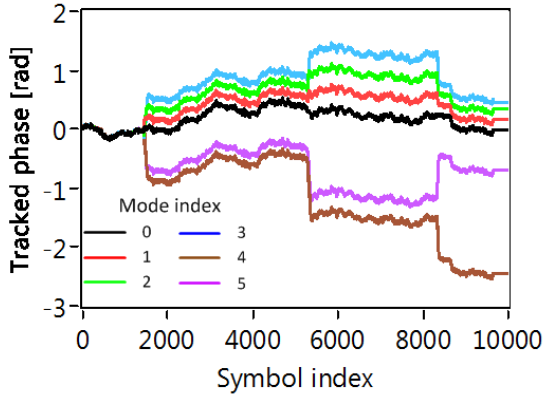
Therefore we need to limit the phase shift arising from the jitter to be less than $\pi/4$. We note that the expression for MLL mode dependent jitter induced phase noise in (4), $\Delta\phi_m = 2\pi m\tau_j/T_p$; we ignore the optical linewidth which has been significantly diminished by the linewidth reduction process. We need to impose the condition that $\Delta\phi_m$ be less than $\pi/4$, therefore the condition that the phase shift for the m^{th} mode index arising from the jitter must be: $2\pi m\tau_j/T_p < \pi/4$

. We are now in a position to give guidelines to set the sampling period in order to avoid artificial cycle-slips during the carrier phase recovery of such systems. The implemented timing jitter τ_j equals t_s , therefore we arrive at a condition relating the sampling time to the MLL repetition period and mode index number:

(a) Jitter waveform



(b) Tracked Phase for 16-QAM modulation



(c) Tracked Phase for 64-QAM modulation

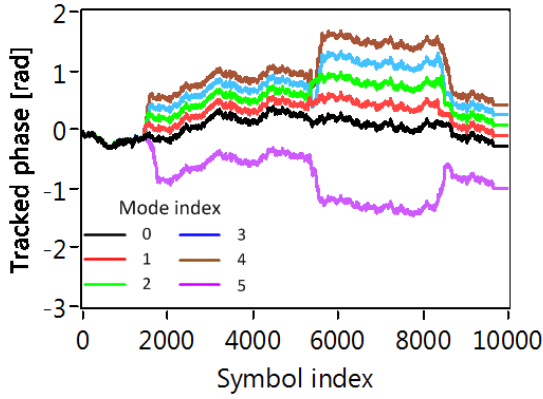


Fig.14 (a) Jitter profile implemented on the MLL for all results in this figure. (b) tracked phase for 16-QAM demodulation. Note the abrupt jumps in the tracked phase for the modes; and how for modes with indices 1 to 3, the carrier phase recovery tracks the jitter. Cycle slips occur for modes 4 and 5 due to the abrupt nature of the implemented timing jitter. (c) carrier phase recovery after 64-QAM demodulation

$$t_s < \frac{T_p}{8|m|} \quad (16)$$

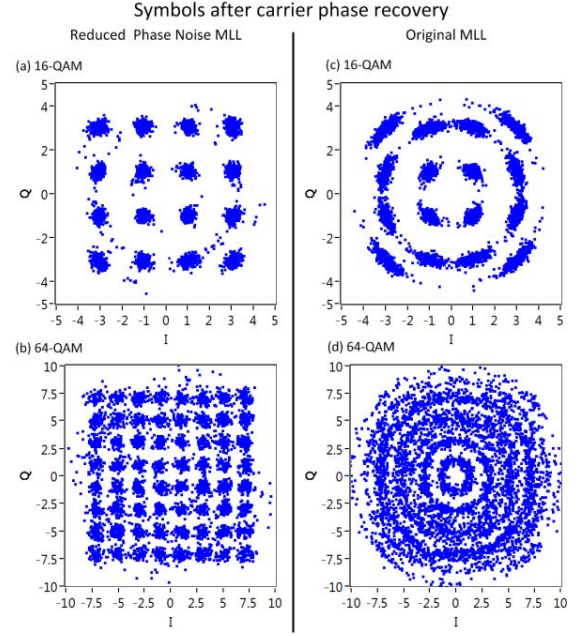


Fig.15 Constellation diagrams after carrier phase recovery for 16-QAM ((a) and (c)) and 64-QAM ((b) and (d)). In (a) and (b) the carrier was an MLL with reduced phase noise. In (c) and (d) the optical carrier was the original MLL with 10 MHz linewidth. The quality of the received constellations for signals carried by the reduced phase noise MLL are clearly superior to those constellations of signals carried by the original MLL with 10 MHz linewidth. All of the plots were taken for the $m=3$. MLL mode.

Where t_s is the sampling time, T_p is the pulse repetition period, and m is the mode index number. For a given system application one can appropriately set the sampling time so that modes whose modal index magnitude does not exceed $|m|$ can be simulated without encountering an artificial cycle-slip. Using the numbers in the simulation we expect the condition in (16) to break down for the $m = 5$ mode. The retrieved carrier phase from the output of the decision-directed phase locked loop using (15) is plotted for modes with indices from 0 to 5 in Fig.14(b) for 16-QAM and Fig.14(c) for 64-QAM. Note the abrupt changes in retrieved carrier phase that correspond to the jitter events in Fig.14(a). The magnitude of the abrupt phase changes increase with increasing mode index number, this is as expected since the abrupt phase changes are caused by the timing jitter. In between a jitter event, the phase noise arises primarily from the phase noise of the LO and is the same for all modes. The abrupt phase changes due to the numerical implementation of the timing jitter indeed can cause cycle slips as is evident for the case of 16-QAM for modes with indices 4 and 5. The cycle-slips also occur at the same symbol indices for 64-QAM as they did for 16-QAM because the waveform of the phase-noise reduced MLL was the same when simulating both modulation formats. For the case of 16-QAM in Fig.14(b) the 4th mode endures a cycle slip at around the 1,600th symbol; even though we would expect the 4th mode to be cycle slip free, the combination of the abrupt phase change due to the jitter and the symbol-sequence conspires to induce a cycle-slip and the condition imposed on the signal sampling period in (16) should be made more stringent to account for this.

To highlight the effectiveness of the phase-noise reduced technique to enable the transmission of higher-order modulation format we plot the constellations of the received signals after the carrier recovery process, the results are shown in Fig.15(a) for the retrieved 16-QAM constellation for the 3rd mode and Fig.15 (b) for the 3rd mode with 64-

QAM modulation, note that no symbol errors were detected for either of those plots. The data transmission simulation was repeated again, though this occasion the MLL did not undergo phase noise reduction, the results are presented in Fig.15(c) and (d). The large linewidth of 10 MHz causes the symbols to undergo larger angular spreading after the carrier phase recovery. The large angular spread of the constellation points will induce larger transmission penalties at the receiver. Note for 64-QAM in Fig.15(d) that no discernible constellation points are visible indicating the inability for sources with linewidths of 10 MHz to be able to transmit 64-QAM signals and by using the phase noise reduction technique that sources with linewidths of 10 MHz could be used to transmit higher order modulation formats such as 64-QAM.

5. CONCLUSION AND DISCUSSION

We have shown how to create an easy to use MLL model that incorporates the timing jitter. The method ignores the mode-locking mechanism and is intended for an ease-of-use numerical source to study the effects of random-walk timing jitter from MLL type pulse sources within system applications. The jitter can be referenced as a standard deviation of the differential pulse-to-pulse timing jitter or more conveniently as an RF linewidth. The use of a style of Schmitt trigger when implementing the accumulated jitter eliminates multiple bursts of jitter events that result in unrealistic high frequency FM noise. We are ultimately limited by the signal sampling period which needs to be chosen wisely depending on the system application. The pulse shape of the pulses can be chosen arbitrarily, the method for generating an MLL field with phase noise and jitter will work with any pulse shape including dispersed pulse shapes or those generated using a Hilbert transform so that the mode with the lowest linewidth would be at the edge of the spectrum as has been observed for single-section quantum dash MLLs. [10, 18].

We use our MLL model to study the electro-optic phase noise reduction technique whereby the optical linewidth of the MLL modes are simultaneously reduced to that of a separate LO laser. Thus the phase noise arising from the timing jitter is also present in the output of the phase noise reduction technique. The numerical study of the phase noise reduction technique here is in agreement with the experimental results that not all of the phase noise of the modes is cancelled due to the timing jitter remaining. We verified that the phase noise of the MLL including only timing jitter and that of the reduced phase-noise MLL are similar. The difference between them is just the addition of the phase noise from the LO laser used in the reduction technique. Finally we showed that the phase-noise reduction technique could be used to enable MLLs to be able to transmit advanced modulation formats, such as 16- and 64-QAM modulation formats.

Funding Information. Science Foundation Ireland (SFI) (12/RC/2276); Irish Research Council Ulysses program.

References

1. H. A. Haus, "Mode-locking of lasers," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* 6, 1173–1185 (2000).
2. F.X. Kärtner, *Few-cycle laser pulse generation and its applications*, Springer Berlin-Heidelberg (2004).
3. J. Javaloyes, and S. Balle, "Mode-Locking in Semiconductor Fabry-Perot Lasers," *IEEE J. Quantum Electron.* 46, No. 7, pp. 1023–1030, (2010).
4. K. Yvind, D. Larsson, L. J. Christiansen, C. Angelo, L. K. Oxenløwe, J. Mørk, D. Birkedal, J. M. Hvam, and J. Hanberg, "Low-Jitter and High-Power 40-GHz All-Active Mode-Locked Lasers," *IEEE Photon. Technol. Lett.* 16, No. 4, pp. 975–977, (2004).
5. R. Arkhipov, A. Pimenov, M. Radziunas, D. Rachinskii, A. G. Vladimirov, D. Arsenijevic, H. Schmeckeber, and D. Bimberg, "Hybrid Mode Locking in Semiconductor Lasers: Simulations, Analysis, and Experiments," *IEEE J. Sel. Topics in Quantum Electron.* 19, No. 4, Article # 1100208, (2013).
6. J. Renaudier, G.-H. Duan, P. Landais, and P. Gallion, "Phase Correlation and Linewidth Reduction of 40 GHz Self-Pulsation in Distributed Bragg Reflector Semiconductor Lasers," *IEEE J. Quantum Electron.* 43, No. 2, pp. 147–156, (2007).
7. R. Rosales, K. Merghem, A. Martinez, A. Akrouf, J.-P. Tourrenc, A. Accard, F. Lelarge, and A. Ramdane, "InAs/InP Quantum-Dot Passively Mode-Locked Lasers for 1.55- μm Applications," *IEEE J. Sel. Topics in Quantum Electron.* 17, No. 5, p.p. 1292–1301, (2011).
8. C. Calò, V. Vujicic, R. Watts, C. Browning, K. Merghem, V. Panapakkam, F. Lelarge, A. Martinez, B.-E. Benkelfat, A. Ramdane, and L. P. Barry, "Single-section quantum well mode-locked laser for 400 Gb/s SSB-OFDM transmission," *OSA Optics Expr.* 23, No. 20, pp. 26442–26449, (2015).
9. M. Giannini, P. Bardella, and I. Montrosset, "Time-Domain Traveling-Wave Analysis of the Multimode Dynamics of Quantum Dot Fabry-Perot Lasers," *IEEE J. Sel. Topics in Quantum Electron.* 21, No. 6, Article # 1900811, (2015).
10. S. Latkowski, R. Maldonado-Basilio, K. Carney, J. Parra-Cetina, S. Philippe, and P. Landais, "Semiconductor optical amplifier-based heterodyne detection for resolving optical terahertz beat-tone signals from passively mode-locked semiconductor lasers," *Appl. Phys. Lett.* 97, 081113 (2010);
11. Y. Ben M'Sallem, Q. T. Le, L. Bramerie, Q.-T. Nguyen, E. Borgne, P. Besnard, A. Shen, F. Lelarge, S. LaRochelle, L. A. Rusch, and J.-C. Simon, "Quantum-Dash Mode-Locked Laser as a Source for 56-Gb/s DQPSK Modulation in WDM Multicast Applications," *IEEE Photon. Technol. Lett.* 23, No. 7, pp. 453–455, (2011).
12. V. Vujicic, C. Calò, R. Watts, F. Lelarge, C. Browning, K. Merghem, A. Martinez, A. Ramdane, and L. P. Barry, "Quantum Dash Mode-Locked Lasers for Data Centre Applications," *IEEE J. Sel. Topics in Quantum Electron.* 21, No. 6, Article # 1101508, (2015).
13. J. Pfeifle, I. Shkarban, S. Wolf, J. N. Kemal, C. Weimann, W. Hartmann, N. Chimot, S. Joshi, K. Merghem, A. Martinez, M. Weber, A. Ramdane, F. Lelarge, W. Freude, and C. Koos, "Coherent terabit communications using a quantum-dash mode-locked laser and self-homodyne detection," in *Proc. of Optical Fiber Comms. Conf. '15, W2A.19*, (2015). Los Angeles.
14. T. N. Huynh, R. Watts, V. Vujicic, M. D. Gutierrez Pascual, C. Calò, K. Merghem, V. Panapakkam, F. Lelarge, A. Martinez, B.-E. Benkelfat, A. Ramdane, L. P. Barry, "200-Gb/s Baudrate-Pilot-Aided QPSK/Direct Detection With Single-Section Quantum-Well Mode-Locked Laser," *IEEE Photon. Journal* 8, No. 2, Article # 7903107, (2016).
15. J. Müller, J. Hauck, B. Shen, S. Romero-García, E. Islamova, S. S. Azadeh, S. Joshi, N. Chimot, A. Moscoso-Mártir, F. Merget, F. Lelarge, and J. Witzens, "Silicon photonics WDM transmitter with single section semiconductor mode-locked laser," *Adv. Opt. Techn.* 4, No.2, pp. 119–145, (2015).
16. R. Watts, S.G. Murdoch, and L. P. Barry, "Spectral linewidth reduction of single-mode and mode-locked lasers using a feed-forward heterodyne detection scheme, in *proc of CLEO conf. , STH30.8*. San Jose CA, (2014).
17. R. T. Watts, S. G. Murdoch, and Liam P. Barry, "Phase Noise Reduction of an Optical Frequency Comb Using a Feed-Forward Heterodyne Detection Scheme," *IEEE Photon. Journal* 8, No. 1, Article # 7900707, (2016).
18. M. O. Sahni, S. Trebaol, L. Bramerie, M. Joindot, S. P. Ó Dúill, S. G. Murdoch, L. P. Barry, and P. Besnard, Frequency noise reduction performance of a feed-forward heterodyne technique: application to

- an actively mode-locked laser diode," *Opt. Lett.* 42, No. 19, pp. 4000-4003, (2017).
19. J. Pfeifle, R. Watts, I. Shkarban, S. Wolf, V. Vujicic, P. Landais, N. Chimot, S. Joshi, K. Merghem, C. Calò, M. Weber, A. Ramdane, F. Lelarge, L. Barry, W. Freude, and C. Koos, "Simultaneous phase noise reduction of 30 comb lines from a quantum-dash mode-locked laser diode enabling coherent Tbit/s data transmission," in *Proc. of Optical Fiber Comms Conf.* '15, Tu3I.5, (2015).
 20. W. Freude; J. Pfeifle; R. Watts; I. Shkarban; S. Wolf; V. Vujicic; P. Landais; N. Chimot; S. Joshi; K. Merghem; C. Calò; M. Weber; A. Ramdane; F. Lelarge; L. Barry; C. Koos, "Phase-noise compensated carriers from an optical frequency comb allowing terabit transmission," in *proc of 17th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*, Tu.B5.1, Budapest Hungary, July 2015.
 21. F. Aflatouni, H. Hashemi, "Wideband tunable laser phase noise reduction using single sideband modulation in an electro-optical feedforward scheme", *Opt. Lett.* 37, No. 2, pp. 196-198, (2012).
 22. J. Mulet and J. Mørk, "Analysis of timing jitter in external-cavity mode-locked semiconductor lasers," *IEEE J. Quantum Electron.* 42, 249–256 (2006).
 23. S. P. O'Duill, R. Zhou, P. Anandrajah, and L. P. Barry, "Analytical Approach to Assess the Impact of Pulse-to-Pulse Phase Coherence of Optical Frequency Combs," *IEEE J. of Quantum Electron.* 51, No. 11, Article # 1200208, (2015).
 24. R. Maldonado-Basilio, J. Parra-Cetina, S. Latkowski, and P. Landais, "Timing-jitter, optical, and mode-beating linewidths analysis on subpicosecond optical pulses generated by a quantum-dash passively mode-locked semiconductor laser," *OSA Opt. Lett.* 35, No. 8, pp. 1184 - 1186, (2010).
 25. T. Habruseva, S. O'Donoghue, N. Rebrova, F. Kéfélian, S. P. Hegarty, and G. Huyet, "Optical linewidth of a passively mode-locked semiconductor laser," *OSA Opt. Expr.* 34, No. 31, pp. 3307 - 3309, (2009).
 26. Y. Takushima, H. Sotobayashi, M. E. Grein, E. P. Ippen, and H. A. Haus, "Linewidth of mode combs of passively and actively mode-locked semiconductor laser diodes," in *Proc. SPIE 5595*, 213–227 (2004).
 27. R. W. Hamming, "Digital Filters" 3rd Ed. ISBN 048665088X, Prentice Hall N.J. (1998).
 28. D. Marcuse, "Computer Simulation of FSK Laser Spectra and of FSK-to-ASK Conversion," *IEEE J. of Lightw. Techn.* 8, 1110 (1990).
 29. S. P. Ó Dúill, A. P. Anthur, T. N. Huynh, S. T. Naimi, L. Nguyen, D. Venkitesh, and L. P. Barry, "Numerical generation of laser-resonance phase noise for optical communication simulators," *OSA Applied Opt.* 54, No. 11, p.p. 3398-3406, (2015).
 30. S. P. O'Duill, S. T. Naimi, A. P. Anthur, T. N. Huynh, D. Venkitesh, and L. P. Barry, "Simulations of an OSNR-limited all-optical wavelength conversion scheme," *IEEE Photon. Technol Lett.* 25, No. 23, p.p. 2311-2314, (2013).
 31. S. T. Naimi, S. P. Ó Dúill, and L. P. Barry, "All optical wavelength conversion of Nyquist-WDM superchannels using FWM in SOAs," *IEEE/OSA J. of Lightwav. Technol.* 33, No. 19, p.p. 3959-3967 (2015).
 32. K. Kikuchi, "Characterization of semiconductor-laser phase noise and estimation of bit-error rate performance with low-speed offline digital coherent receivers," *OSA Opt. Expr.* 20, No. 5, p.p. 5291-5302, (2012).
 33. T. Kawanishi, T. Sakamoto, T. Miyazaki, Ma. Izutsu, T. Fujita, S. Mori, K. Higuma, and J. Ichikawa, "High-speed optical DQPSK and FSK modulation using integrated Mach-Zehnder interferometers," *Opt. Expr.* 14, No. 10, pp. 4469-4478, 2006.
 34. C. Henry, "Theory of the phase noise and power spectrum of a single mode injection laser," *IEEE J. Quantum Electron.* 19, No. 9, p.p. 1391 - 1397, (1983)

Bibliographie

- [1] Th Udem, J Reichert, R Holzwarth, and TW Hänsch. Accurate measurement of large optical frequency differences with a mode-locked laser. *Optics letters*, 24(13) : 881–883, 1999.
- [2] N Hinkley, JA Sherman, NB Phillips, M Schioppo, ND Lemke, K Beloy, M Pizzocaro, CW Oates, and AD Ludlow. An atomic clock with 10–18 instability. *Science*, 341 (6151) :1215–1218, 2013.
- [3] I Coddington, WC Swann, and NR Newbury. Coherent dual-comb spectroscopy at high signal-to-noise ratio. *Physical Review A*, 82(4) :043817, 2010.
- [4] F Van Dijk, B Charbonnier, S Constant, A Enard, S Fedderwitz, S Formont, IF Lealman, F Lecoche, F Lelarge, D Moodie, et al. Quantum dash mode-locked lasers for millimeter wave signal generation and transmission. In *Photonics Society, 2010 23rd Annual Meeting of the IEEE*, pages 187–188. IEEE, 2010.
- [5] John J McFerran, Eugene N Ivanov, Albrecht Bartels, Guido Wilpers, Christopher W Oates, Scott A Diddams, and Leo Hollberg. Low-noise synthesis of microwave signals from an optical source. *Electronics Letters*, 41(11) :650–651, 2005.
- [6] Eamonn Martin, Regan Watts, Laurent Bramerie, Alexandre Shen, Harry Gariah, Fabrice Blache, Francois Lelarge, and Liam Barry. Terahertz-bandwidth coherence measurements of a quantum dash laser in passive and active mode-locking operation. *Optics letters*, 37(23) :4967–4969, 2012.
- [7] George C Valley. Photonic analog-to-digital converters. *Optics express*, 15(5) : 1955–1982, 2007.
- [8] Paolo Ghelfi, Francesco Laghezza, Filippo Scotti, Giovanni Serafino, Amerigo Capria, Sergio Pinna, Daniel Onori, Claudio Porzi, Mirco Scaffardi, Antonio Malacarne, et al. A fully photonics-based coherent radar system. *Nature*, 507(7492) :341, 2014.
- [9] Joerg Pfeifle, Regan Watts, Igor Shkarban, Stefan Wolf, Vidak Vujicic, Pascal Landais, Nicolas Chimot, Siddharth Joshi, Kamel Merghem, Cosimo Calò, et al.

- Simultaneous phase noise reduction of 30 comb lines from a quantum-dash mode-locked laser diode enabling coherent tbit/s data transmission. In *Optical Fiber Communication Conference*, pages Tu3I–5. Optical Society of America, 2015.
- [10] Michele Giunta, Matthias Lezius, Christian Deutsch, Tobias Wilken, Theodor W Hänsch, Anja Kohfeldt, Andreas Wicht, Vladimir Schkolnik, Markus Krutzik, Hannes Duncker, et al. Optical frequency combs for space applications. In *CLEO : Science and Innovations*, pages STh4H–5. Optical Society of America, 2016.
- [11] Joerg Pfeifle, Vidak Vujicic, Regan T Watts, Philipp C Schindler, Claudius Weimann, Rui Zhou, Wolfgang Freude, Liam P Barry, and Christian Koos. Flexible terabit/s nyquist-wdm super-channels using a gain-switched comb source. *Optics express*, 23(2) :724–738, 2015.
- [12] Joerg Pfeifle, Victor Brasch, Matthias Laueremann, Yimin Yu, Daniel Wegner, Tobias Herr, Klaus Hartinger, Philipp Schindler, Jingshi Li, David Hillerkuss, et al. Coherent terabit communications with microresonator kerr frequency combs. *Nature photonics*, 8(5) :375, 2014.
- [13] Ehsan Sooudi, Stylianos Sygletos, Andrew D Ellis, Guillaume Huyet, John G McInerney, François Lelarge, Kamel Merghem, Ricardo Rosales, Anthony Martinez, Abderrahim Ramdane, et al. Optical frequency comb generation using dual-mode injection-locking of quantum-dash mode-locked lasers : Properties and applications. *IEEE journal of quantum electronics*, 48(10) :1327–1338, 2012.
- [14] Kamel Merghem, Vivek Panapakkam, Quentin Gaimard, Francois Lelarge, and Abderrahim Ramdane. Narrow linewidth frequency comb source based on self-injected quantum-dash passively mode-locked laser. In *Lasers and Electro-Optics (CLEO), 2017 Conference on*, pages 1–2. IEEE, 2017.
- [15] Ehsan Sooudi, Guillaume Huyet, John G McInerney, Francois Lelarge, Kamel Merghem, Ricardo Rosales, Anthony Martinez, Abderrahim Ramdane, and Stephen P Hegarty. Injection-locking properties of inas/inp-based mode-locked quantum-dash lasers at 21 ghz. *IEEE Photonics Technology Letters*, 23(20) :1544–1546, 2011.
- [16] Tatiana Habruseva, Natalia Rebrova, Stephen P Hegarty, and Guillaume Huyet. Mode-locked semiconductor lasers with optical injection. In *Quantum Dot Devices*, pages 65–91. Springer, 2012.
- [17] Regan T Watts, Stuart G Murdoch, and Liam P Barry. Spectral linewidth reduction of single-mode and mode-locked lasers using a feed-forward heterodyne detection scheme. In *Lasers and Electro-Optics (CLEO), 2014 Conference on*, pages 1–2. IEEE, 2014.

- [18] Regan T Watts, Stuart G Murdoch, and Liam P Barry. Phase noise reduction of an optical frequency comb using a feed-forward heterodyne detection scheme. *IEEE Photonics Journal*, 8(1) :1–7, 2016.
- [19] Xingwen Yi, Shaohua Hu, Hongyan Zhou, Changwei Tang, Bo Xu, Jing Zhang, and Kun Qiu. Phase noise effects on phase-modulated coherent optical ofdm. *IEEE Photonics Journal*, 8(1) :1–8, 2016.
- [20] M-C Amann. Phase noise limited resolution of coherent lidar using widely tunable laser diodes. *Electronics Letters*, 28(18) :1694–1696, 1992.
- [21] Jiageng Chen, Qingwen Liu, Xinyu Fan, and Zuyuan He. Ultrahigh resolution optical fiber strain sensor using dual pound–drever–hall feedback loops. *Optics letters*, 41(5) :1066–1069, 2016.
- [22] José Luis Doménech and Maite Cueto. Sensitivity enhancement in high resolution stimulated raman spectroscopy of gases with hollow-core photonic crystal fibers. *Optics letters*, 38(20) :4074–4077, 2013.
- [23] Xiaopeng Xie, Romain Bouchand, Daniele Nicolodi, Michele Giunta, Wolfgang Hänsel, Matthias Lezius, Abhay Joshi, Shubhashish Datta, Christophe Alexandre, Michel Lours, et al. Photonic microwave signals with zeptosecond-level absolute timing noise. *Nature Photonics*, 11(1) :44, 2017.
- [24] R Le Targat, L Lorini, Y Le Coq, M Zawada, J Guéna, M Abgrall, M Gurov, P Rosenbusch, DG Rovera, B Nagórny, et al. Experimental realization of an optical second with strontium lattice clocks. *Nature communications*, 4 :2109, 2013.
- [25] François Roddier. Distributions et transformation de fourier : à l’usage des physiciens et des ingénieurs. 1971.
- [26] James A Barnes. Models for the interpretation of frequency stability measurements. *Final Report National Bureau of Standards, Boulder, CO. Time and Frequency Div.*, 1976.
- [27] Jacques Rutman. Characterization of phase and frequency instabilities in precision frequency sources : Fifteen years of progress. *Proceedings of the IEEE*, 66(9) : 1048–1075, 1978.
- [28] Enrico Rubiola. *Phase noise and frequency stability in oscillators*. Cambridge University Press, 2008.
- [29] Charles Henry. Theory of the linewidth of semiconductor lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 18(2) :259–264, 1982.

- [30] Arthur L Schawlow and Charles H Townes. Infrared and optical masers. *Physical Review*, 112(6) :1940, 1958.
- [31] Scott Foster, Geoffrey A Cranch, and Alexei Tikhomirov. Experimental evidence for the thermal origin of 1/f frequency noise in erbium-doped fiber lasers. *Physical Review A*, 79(5) :053802, 2009.
- [32] MR Sayeh and HR Bilger. Flicker noise in frequency fluctuations of lasers. *Physical review letters*, 55(7) :700, 1985.
- [33] GM Stéphan, TT Tam, Stéphane Blin, Pascal Besnard, and Michel Têtu. Laser line shape and spectral density of frequency noise. *Physical Review A*, 71(4) :043809, 2005.
- [34] M Bondiou, R Gabet, GM Stéphan, and P Besnard. Linewidth of an optically injected semiconductor laser. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 2(1) :41, 2000.
- [35] DS Elliott, Rajarshi Roy, and SJ Smith. Extracavity laser band-shape and bandwidth modification. *Physical Review A*, 26(1) :12, 1982.
- [36] Gianni Di Domenico, Stéphane Schilt, and Pierre Thomann. Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape. *Applied optics*, 49(25) :4801–4807, 2010.
- [37] Stefano Camatel and Valter Ferrero. Narrow linewidth cw laser phase noise characterization methods for coherent transmission system applications. *Journal of Lightwave Technology*, 26(17) :3048–3055, 2008.
- [38] Olivier Llopis, Zeina Abdallah, Vincent Auroux, and Arnaud Fernandez. High spectral purity laser characterization with a self-heterodyne frequency discriminator. In *Frequency Control Symposium & the European Frequency and Time Forum (FCS), 2015 Joint Conference of the IEEE International*, pages 602–605. IEEE, 2015.
- [39] T. Okoshi, K. Kikuchi, and A. Nakayama. Novel method for high resolution measurement of laser output spectrum. *Electronics letters*, 16(16) :630–631, 1980.
- [40] David W Smith. Reducing phase fluctuations in a coherent radiation beam using feedforward control, July 11 1989. US Patent 4,847,477.
- [41] Firooz Aflatouni, Mahmood Bagheri, and Hossein Hashemi. Design methodology and architectures to reduce the semiconductor laser phase noise using electrical feedforward schemes. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 58(11) :3290–3303, 2010.

- [42] Firooz Aflatouni and Hossein Hashemi. Wideband tunable laser phase noise reduction using single sideband modulation in an electro-optical feed-forward scheme. *Optics letters*, 37(2) :196–198, 2012.
- [43] Firooz Aflatouni, Behrooz Abiri, Angad Rekhi, Hooman Abediasl, Hossein Hashemi, and Ali Hajimiri. Electronic laser phase noise reduction. In *Radio Frequency Integrated Circuits Symposium (RFIC), 2013 IEEE*, pages 265–268. IEEE, 2013.
- [44] Mahmood Bagheri, Firooz Aflatouni, Alireza Imani, Ankush Goel, and Hossein Hashemi. Semiconductor laser phase-noise cancellation using an electrical feed-forward scheme. *Optics letters*, 34(19) :2979–2981, 2009.
- [45] Michel Lintz, Duy-Ha Phung, J-P Coulon, Benoit Faure, and Thomas Leveque. Dual, feed-forward+ feed-back laser frequency control for efficient and convenient diode laser line narrowing. In *International Conference on Space Optics—ICSO 2016*, volume 10562, page 105625G. International Society for Optics and Photonics, 2017.
- [46] Michel Lintz, Duy-Ha Phung, J-P Coulon, Benoit Faure, and Thomas Lévèque. Note : Efficient diode laser line narrowing using dual, feed-forward+ feed-back laser frequency control. *Review of Scientific Instruments*, 88(2) :026102, 2017.
- [47] RD Esman and K Iwashita. High-frequency optical fm noise reduction employing a fiber-insertable feedforward technique. In *Optical Fiber Communication Conference*, page TuM3. Optical Society of America, 1992.
- [48] Johannes Burkart, Tommaso Sala, Samir Kassi, Daniele Romanini, and Marco Marangoni. Optical phase cloning by an integrated dual-parallel mach–zehnder modulator. *Optics letters*, 40(5) :816–819, 2015.
- [49] D Gatti, T Sala, A Gambetta, N Coluccelli, G Nunzi Conti, G Galzerano, P Laporta, and M Marangoni. Analysis of the feed-forward method for the referencing of a cw laser to a frequency comb. *Optics express*, 20(22) :24880–24885, 2012.
- [50] Mohamed Omar Sahni, Stéphane Trebaol, Laurent Bramerie, Michel Joindot, Seán P Ó Dúill, Stuart G Murdoch, Liam P Barry, and Pascal Besnard. Frequency noise reduction performance of a feed-forward heterodyne technique : application to an actively mode-locked laser diode. *Optics Letters*, 42(19) :4000–4003, 2017.
- [51] CW Chow, CH Wang, CH Yeh, and S Chi. Analysis of the carrier-suppressed single-sideband modulators used to mitigate rayleigh backscattering in carrier-distributed pon. *Optics express*, 19(11) :10973–10978, 2011.

- [52] Haifeng Jiang. *Development of ultra-stable laser sources and long-distance optical link via telecommunication networks*. PhD thesis, Université Paris-Nord-Paris XIII, 2010.
- [53] Jun Ye and Steven T Cundiff. *Femtosecond optical frequency comb : principle, operation and applications*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [54] Joohyung Lee, Keunwoo Lee, Yoon-Soo Jang, Heesuk Jang, Seongheum Han, Sang-Hyun Lee, Kyung-In Kang, Chul-Woo Lim, Young-Jin Kim, and Seung-Woo Kim. Testing of a femtosecond pulse laser in outer space. *Scientific reports*, 4, 2014.
- [55] Peter J Delfyett, Sangyoun Gee, Myoung-Taek Choi, Hossein Izadpanah, Wangkuen Lee, Sarper Ozharar, Franklyn Quinlan, and Tolga Yilmaz. Optical frequency combs from semiconductor lasers and applications in ultrawideband signal processing and communications. *Journal of Lightwave Technology*, 24(7) :2701, 2006.
- [56] Xiaopeng Xie, Romain Bouchand, Daniele Nicolodi, Michele Giunta, Wolfgang Hänsel, Matthias Lezius, Ronald Holzwarth, Abhay Joshi, Shubhashish Datta, Alexandre Christophe, et al. Record ultra-low phase noise 12 ghz signal generation with a fiber optical frequency comb and measurement. In *CLEO : Science and Innovations*, pages SM4H–1. Optical Society of America, 2016.
- [57] Tadhg Healy, Fatima C Garcia Gunning, Andrew D Ellis, and Jeff D Bull. Multi-wavelength source using low drive-voltage amplitude modulators for optical communications. *Optics express*, 15(6) :2981–2986, 2007.
- [58] Bauke W Tilma, Mario Mangold, Christian A Zaugg, Sandro M Link, Dominik Waldburger, Alexander Klenner, Aline S Mayer, Emilio Gini, Matthias Golling, and Ursula Keller. Recent advances in ultrafast semiconductor disk lasers. *Light : Science & Applications*, 4(7) :e310, 2015.
- [59] Ramón Maldonado-Basilio, Josué Parra-Cetina, Sylwester Latkowski, and Pascal Landais. Timing-jitter, optical, and mode-beating linewidths analysis on sub-picosecond optical pulses generated by a quantum-dash passively mode-locked semiconductor laser. *Optics letters*, 35(8) :1184–1186, 2010.
- [60] Jungwon Kim and Youjian Song. Ultralow-noise mode-locked fiber lasers and frequency combs : principles, status, and applications. *Advances in Optics and Photonics*, 8(3) :465–540, 2016.
- [61] Tatiana Habruseva, Shane O’Donoghue, Natalia Rebrova, Fabien Kéfélian, SP Hegarty, and Guillaume Huyet. Optical linewidth of a passively mode-locked semiconductor laser. *Optics letters*, 34(21) :3307–3309, 2009.

- [62] R Paschotta, A Schlatter, SC Zeller, HR Telle, and U Keller. Optical phase noise and carrier-envelope offset noise of mode-locked lasers. *Applied Physics B*, 82(2) : 265–273, 2006.
- [63] Yuichi Takushima, Hideyuki Sotobayashi, Matthew E Grein, Erich P Ippen, and Hermann A Haus. In *Optics East*, pages 213–227. International Society for Optics and Photonics, 2004.
- [64] Franz X Kärtner, Uwe Morgner, Thomas Schibli, Richard Ell, Hermann A Haus, James G Fujimoto, and Erich P Ippen. Few-cycle pulses directly from a laser. *Topics in Applied Physics*, 95 :73–136, 2004.
- [65] Ricardo Rosales, Kamel Merghem, Anthony Martinez, Francois Lelarge, Alain Accard, and Abderrahim Ramdane. Timing jitter from the optical spectrum in semiconductor passively mode locked lasers. *Optics express*, 20(8) :9151–9160, 2012.
- [66] Cosimo Calo. *Quantum dot based mode locked lasers for optical frequency combs*. PhD thesis, Institut National des Télécommunications, 2014.
- [67] Yann LE COQ, Rodolphe LE TARGAT, Wei ZHANG, Adil HABOUCCHA, Jacques MILLO, Daniele NICOLODI, Zenyu XU, Tang LI, Rodolphe BOUDOT, Yann KERSALE, et al. Peignes de fréquences femtosecondes pour la mesure des fréquences optiques. *Revue française de métrologie*, (32) :35–47, 2012.
- [68] AHH Al-Masoodi, M Yasin, MHM Ahmed, AA Latiff, H Arof, and SW Harun. Mode-locked ytterbium-doped fiber laser using mechanically exfoliated black phosphorus as saturable absorber. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 147 :52–58, 2017.
- [69] Christophe Gosset, Kamel Merghem, Antony Martinez, Gautier Moreau, G Patriarche, Guy Aubin, A Ramdane, J Landreau, and F Lelarge. Subpicosecond pulse generation at 134 ghz using a quantum-dash-based fabry-perot laser emitting at 1.56 μ m. *Applied Physics Letters*, 88(24) :241105, 2006.
- [70] David J Jones, Scott A Diddams, Jinendra K Ranka, Andrew Stentz, Robert S Windeler, John L Hall, and Steven T Cundiff. Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis. *Science*, 288(5466) :635–639, 2000.
- [71] D Von der Linde. Characterization of the noise in continuously operating mode-locked lasers. *Applied Physics B*, 39(4) :201–217, 1986.
- [72] R Holzwarth, Th Udem, Th W Hänsch, JC Knight, WJ Wadsworth, and P St J Russell. Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy. *Physical review letters*, 85(11) :2264, 2000.

- [73] Richard Ell, Uwe Morgner, Franz X Kärtner, James G Fujimoto, Erich P Ippen, V Scheuer, Gregor Angelow, Theo Tschudi, Max J Lederer, Alex Boiko, et al. Generation of 5-fs pulses and octave-spanning spectra directly from a $\text{Ti} : \text{sapphire}$ laser. *Optics letters*, 26(6) :373–375, 2001.
- [74] Qing Li, Travis C Briles, Daron A Westly, Tara E Drake, Jordan R Stone, B Robert Ilic, Scott A Diddams, Scott B Papp, and Kartik Srinivasan. Stably accessing octave-spanning microresonator frequency combs in the soliton regime. *Optica*, 4(2) :193–203, 2017.
- [75] Tobias J Kippenberg, Ronald Holzwarth, and Scott A Diddams. Microresonator-based optical frequency combs. *science*, 332(6029) :555–559, 2011.
- [76] R Paschotta and U Keller. Passive mode locking with slow saturable absorbers. *Applied Physics B*, 73(7) :653–662, 2001.
- [77] Darren D Hudson, Kevin W Holman, R Jason Jones, Steven T Cundiff, Jun Ye, and David J Jones. Mode-locked fiber laser frequency-controlled with an intracavity electro-optic modulator. *Optics letters*, 30(21) :2948–2950, 2005.
- [78] Michal P Nikodem, Hendrik Sergeant, Pawel Kaczmarek, and Krzysztof M Abramski. Actively mode-locked fiber laser using acousto-optic modulator. In *16th Polish-Slovak-Czech Optical Conference on Wave and Quantum Aspects of Contemporary Optics*, volume 7141, page 71410B. International Society for Optics and Photonics, 2008.
- [79] W Freude, J Pfeifle, R Watts, I Shkarban, S Wolf, V Vujicic, P Landais, N Chimot, S Joshi, K Merghem, et al. Phase-noise compensated carriers from an optical frequency comb allowing terabit transmission. In *Transparent Optical Networks (ICTON), 2015 17th International Conference on*, pages 1–4. IEEE, 2015.
- [80] Jeremie Renaudier, Guang-Hua Duan, Pascal Landais, and Philippe Gallion. Phase correlation and linewidth reduction of 40 ghz self-pulsation in distributed bragg reflector semiconductor lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 43(2) : 147–156, 2007.
- [81] Yoshinori Nomura, Seiji Ochi, Nobuyuki Tomita, Koichi Akiyama, Toshiro Isu, Tohru Takiguchi, and Hideyo Higuchi. Mode locking in fabry-perot semiconductor lasers. *Physical Review A*, 65(4) :043807, 2002.
- [82] Gwenaëlle Girault, L Le Gay, Sebastien Lobo, Laurent Bramerie, Michel Joindot, Jean-Claude Simon, Alexandre Shen, F Blache, H Gariah, F Mallécot, O Le Gouezigou, F Poingt, L Le Gouezigou, F Pommereau, B Rousseau, F Lelarge, and

- Guang-Hua Duan. Quantum dash actively modelocked fabry-perot laser module demonstrated as part of wavelength tunable rz transmitter. *Electronics Letters*, 44 (14) :873–874, 2008.
- [83] Vivek Panapakkam, Aravind P Anthur, Vidak Vujicic, Rui Zhou, Quentin Gaimard, Kamel Merghem, Guy Aubin, Francois Lelarge, Evgeny A Viktorov, Liam P Barry, and Abderrahim Ramdane. Amplitude and phase noise of frequency combs generated by single-section inas/inp quantum-dash-based passively and actively mode-locked lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 52(11) :1–7, 2016.
- [84] Jean-François Hayau. *Caractérisation de composants photoniques à base d'îlots quantiques à semi-conducteurs InAs/InP : bruit et injection optique*. PhD thesis, Université Rennes 1, 2009.
- [85] Alexandra Lagrost. *Génération de peignes de longueurs d'ondes à haut débit pour les télécommunications optiques*. PhD thesis, Université Rennes 1, 2010.
- [86] Zhenyu Hao. *Caractérisations de structures à base d'îlots, bâtonnets quantiques en termes de bruit, non linéarité et d'injection optique*. PhD thesis, Université Rennes 1, 2013.
- [87] Vivek Panapakkam Venkatesan. *Optical frequency comb generation using InP based quantum-dash/quantum-well single section mode-locked lasers*. PhD thesis, Evry, Institut national des télécommunications, 2016.
- [88] Nathan R Newbury and William C Swann. Low-noise fiber-laser frequency combs. *JOSA B*, 24(8) :1756–1770, 2007.
- [89] Haifeng Jiang, Fabien Kéfélian, Pierre Lemonde, André Clairon, and Giorgio Santarelli. An agile laser with ultra-low frequency noise and high sweep linearity. *Optics express*, 18(4) :3284–3297, 2010.
- [90] Jing Dong, Yongqi Hu, Junchao Huang, Meifeng Ye, Qiuzhi Qu, Tang Li, and Liang Liu. Subhertz linewidth laser by locking to a fiber delay line. *Applied optics*, 54 (5) :1152–1156, 2015.
- [91] C McNeilage, EN Ivanov, PR Stockwell, and JH Searls. Review of feedback and feedforward noise reduction techniques. In *Frequency Control Symposium, 1998. Proceedings of the 1998 IEEE International*, pages 146–155. IEEE, 1998.
- [92] M De Labachellerie, K Nakagawa, Y Awaji, and M Ohtsu. High-frequency-stability laser at 1.5 μm using doppler-free molecular lines. *Optics letters*, 20(6) :572–574, 1995.

- [93] Yoshihisa Sakai, Shoichi Sudo, and Tetsuhiko Ikegami. Frequency stabilization of laser diodes using 1.51-1.55 μm absorption lines of $\text{InGaAsP}/\text{InP}$. *IEEE journal of quantum electronics*, 28(1) :75–81, 1992.
- [94] Thimothée Accadia, F Acernese, M Alshourbagy, P Amico, F Antonucci, S Aoudia, N Arnaud, C Arnault, KG Arun, P Astone, et al. Virgo : a laser interferometer to detect gravitational waves. *Journal of Instrumentation*, 7(03) :P03012, 2012.
- [95] Guido Mueller, Paul McNamara, Ira Thorpe, and Jordan Camp. Laser frequency stabilization for lisa. 2005.
- [96] Ayman Hallal, Steve Bouhier, and François Bondu. Frequency stabilization of a laser tunable over 1 thz in an all fibered system. *IEEE Photonics Technology Letters*, 28(11) :1249–1252, 2016.
- [97] Anatoliy A Savchenkov, Vladimir S Ilchenko, Andrey B Matsko, and Lute Maleki. Kilohertz optical resonances in dielectric crystal cavities. *Physical Review A*, 70(5) :051804, 2004.
- [98] Kerry J Vahala. Optical microcavities. *nature*, 424(6950) :839, 2003.
- [99] Pierre-Henri Merrer, Olivier Llopis, and Gilles Cibiel. Laser stabilization on a fiber ring resonator and application to rf filtering. *IEEE Photonics Technology Letters*, 20(16) :1399–1401, 2008.
- [100] RWP Drever, John L Hall, FV Kowalski, J_ Hough, GM Ford, AJ Munley, and H Ward. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Applied Physics B*, 31(2) :97–105, 1983.
- [101] Andrew D Ludlow, X Huang, M Notcutt, T Zanon-Willette, SM Foreman, MM Boyd, S Blatt, and Jun Ye. Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at 1×10^{-15} . *Optics letters*, 32(6) :641–643, 2007.
- [102] Jing Dong, Junchao Huang, Tang Li, and Liang Liu. Observation of fundamental thermal noise in optical fibers down to infrasonic frequencies. *Applied Physics Letters*, 108(2) :021108, 2016.
- [103] WH Chung, HY Tam, MS Demokan, PKA Wai, and Chao Lu. Frequency stabilization of dbr fiber grating laser using interferometric technique. *IEEE photonics technology letters*, 13(9) :951–953, 2001.
- [104] Ying T Chen. Use of single-mode optical fiber in the stabilization of laser frequency. *Applied optics*, 28(11) :2017–2021, 1989.

- [105] ZB Wang, JW Zhang, SG Wang, K Miao, and LJ Wang. Laser frequency stability transfer using a fiber-based interferometer. *Applied optics*, 53(15) :3283–3286, 2014.
- [106] C Greiner, B Boggs, T Wang, and TW Mossberg. Laser frequency stabilization by means of optical self-heterodyne beat-frequency control. *Optics letters*, 23(16) : 1280–1282, 1998.
- [107] Kakeru Takahashi, Masaki Ando, and Kimio Tsubono. Stabilization of laser intensity and frequency using optical fiber. In *Journal of Physics : Conference Series*, volume 122, page 012016. IOP Publishing, 2008.
- [108] Fabien Kéfélian, Haifeng Jiang, Pierre Lemonde, and Giorgio Santarelli. Ultralow-frequency-noise stabilization of a laser by locking to an optical fiber-delay line. *Optics letters*, 34(7) :914–916, 2009.
- [109] Jia Kong, Vito Giovanni Lucivero, Ricardo Jiménez-Martínez, and Morgan W Mitchell. Long-term laser frequency stabilization using fiber interferometers. *Review of Scientific Instruments*, 86(7) :073104, 2015.
- [110] Dawei Li, Cheng Qian, Ye Li, and Jianye Zhao. Efficient laser noise reduction method via actively stabilized optical delay line. *Optics Express*, 25(8) :9071–9077, 2017.
- [111] GA Cranch. Frequency noise reduction in erbium-doped fiber distributed-feedback lasers by electronic feedback. *Optics letters*, 27(13) :1114–1116, 2002.
- [112] Frédéric Audo, Jean-Pierre Coulon, and Fabien Kéfélian. Experimental evidence of a fundamental noise floor at the tens of millihertz level in laser locking onto unbalanced fibre-based michelson interferometer. In *Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC, 2017 Conference on)*, pages 1–1. IEEE, 2017.
- [113] Hidemi Tsuchida and Takashi Iwasaki. Frequency stabilization of a semiconductor laser using an external phase modulator. *Optics letters*, 17(1) :49–51, 1992.
- [114] Karl Johan Aström and Richard M Murray. *Feedback systems : an introduction for scientists and engineers*. Princeton university press, 2010.
- [115] Amine Chaouche Ramdane, Pierre Grüning, Vincent Roncin, and Frédéric Du-Burck. Stability transfer at 1.5 μm for metrological applications using a commercial optical cavity. *Applied Optics*, 56(1) :8–14, 2017.
- [116] Ayman Hallal. *Génération d’ondes millimétriques et submillimétriques sur des systèmes fibrés à porteuses optiques stabilisées*. PhD thesis, Université Rennes 1, 2017.

-
- [117] Martin Schetzen. *Linear time-invariant systems*. J Wiley-Interscience, 2003.
- [118] Stéphane Schilt et Renaud Matthey. Fundamentals of laser spectroscopy and laser frequency stabilizations. Examples of applications. https://physique.cuso.ch/fileadmin/physique/document/2014_Mileti_atomic_3.PDF.
- [119] Fritz Riehle. *Frequency standards : basics and applications*. John Wiley & Sons, 2006.
- [120] Amine Chaouche Ramdane, Pierre Grüning, Vincent Roncin, and Frédéric Du-Burck. Compact metrological frequency comb stabilized with optical injection locking assisted by long-term optoelectronic correction. In *The European Conference on Lasers and Electro-Optics*, page CH_4_4. Optical Society of America, 2017.
- [121] Amine Chaouche Ramdane, Pierre Grüning, Vincent Roncin, and Frédéric Du-Burck. Frequency stability transfer by optical injection locking into a semiconductor frequency comb. In *Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFC), 2017 Joint Conference of the European*, pages 769–770. IEEE, 2017.
- [122] Nicola Coluccelli, Marco Cassinero, Alessio Gambetta, Paolo Laporta, and Gianluca Galzerano. Frequency-noise measurements of optical frequency combs by multiple fringe-side discriminator. *Scientific reports*, 5 :16338, 2015.