



**HAL**  
open science

# Les mathématiques dans la formation des ingénieurs et sur leur lieu de travail : études et propositions (cas de la France)

Pierre-Vincent Quéré

## ► To cite this version:

Pierre-Vincent Quéré. Les mathématiques dans la formation des ingénieurs et sur leur lieu de travail : études et propositions (cas de la France). Education. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2019. Français. NNT : 2019BRES0041 . tel-02281937v2

**HAL Id: tel-02281937**

**<https://theses.hal.science/tel-02281937v2>**

Submitted on 5 Nov 2019 (v2), last revised 6 Nov 2019 (v3)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITE  
DE BRETAGNE OCCIDENTALE  
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 603  
*Education, Langages, Interaction, Cognition, Clinique*  
Spécialité : Didactique des mathématiques

Par

**Pierre-Vincent QUÉRÉ**

**Les mathématiques dans la formation des ingénieurs et sur leur lieu de travail : études et propositions (cas de la France)**

TOME 1 : TEXTE

Thèse présentée et soutenue à Rennes, le 28 juin 2019

Unité de recherche : *Centre de Recherche sur l'Éducation les Apprentissages et la Didactique*

## Rapporteurs avant soutenance :

Marianna BOSCH, HDR, Professeur, IQS School of Management, Universitat Ramon Llull, Barcelone

Viviane DURAND-GUERRIER HDR, Professeur, Université de Montpellier, Institut Montpellierain Alexander Grothendieck (IMAG), Montpellier

## Composition du Jury :

Jean-Marie BOILEVIN, HDR, Professeur, ESPE de Bretagne, Rennes, Président du Jury

Marianna BOSCH, HDR, Professeur, IQS School of Management, Universitat Ramon Llull, Barcelone

Viviane DURAND-GUERRIER HDR, Professeur, Institut Montpellierain Alexander Grothendieck (IMAG), Université de Montpellier

Alejandro S. GONZÁLEZ-MARTÍN, Professeur, Département de Didactique, Faculté des Sciences de l'Éducation, Université de Montréal

Cécile OUVRIER-BUFFET, HDR, Professeur, ESPE de Créteil Université Paris-Est Créteil

Ghislaine GUEUDET, HDR, Professeur, ESPE de Bretagne, Rennes  
Directrice de thèse





# Remerciements

Je ne me serais sans doute pas lancé dans ce travail de thèse sans les encouragements de Ghislaine Gueudet. Grâce à elle, j'ai découvert la didactique des mathématiques il y a plus de 15 ans à l'occasion de ma préparation aux concours de l'enseignement. Sans sa passion, son enthousiasme et son soutien, jamais mis à mal face à mes questionnements et mes (trop nombreux ?) doutes, je n'aurais probablement pas eu le plaisir de vivre cette aventure. J'ai découvert le monde de la recherche de manière simple et éclairée, avec toujours sa présence bienveillante à mes côtés. Pour tout cela, son amitié et pour son efficacité de travail incroyable, c'est évidemment, la personne que je souhaite en premier lieu et très chaleureusement remercier.

Je salue par ailleurs tous les chercheuses et chercheurs rencontré·e·s dans les différents séminaires, conférences et colloques nationaux et internationaux avec qui j'ai eu la chance d'échanger pendant ces quatre années. Qu'ils soient aguerris ou nouveaux venus dans le milieu, leurs qualités humaines et scientifiques m'ont permis d'agrandir mon champ de perception du métier d'enseignant ; et pas uniquement dans le domaine de mes recherches sur l'enseignement supérieur.

Mon travail de thèse est basé sur de nombreuses enquêtes et je remercie ici les plus de 500 participants, qu'ils soient étudiants, enseignants ou ingénieurs pour le temps et l'attention qu'ils m'ont consacré.

Pour son volontarisme et sa disponibilité, je remercie aussi tout particulièrement Régis Gautier.

Un grand merci également à Veronica Para qui m'a souvent longuement aidé à mieux appréhender les subtilités du cadre théorique de mes travaux.

Enfin, je remercie ma famille et mes amis pour leur soutien. Certains d'entre eux n'ont peut-être pas toujours compris les motivations à me lancer dans ce travail. Mes enfants, Paul et Eliza, eux non plus évidemment, mais je leur sais gré de m'avoir toujours encouragé à « *bien travailler sur [ma] thèse* » lorsqu'ils savaient que j'allais devoir m'enfermer pour rédiger ! Je leur dédie ce mémoire, avec mon amour infini.

Rennes, avril 2019



# Table des matières

Remerciements.....	3
Table des matières .....	5
Liste des tableaux .....	9
Liste des figures.....	11
Introduction.....	13
<b>Chapitre 1 - Contexte, cadre théorique, revue de littérature et questions de recherche.....</b>	<b>15</b>
<b>1.1 Aperçu historique et international de l'évolution du métier d'ingénieur .....</b>	<b>15</b>
1.1.1 Évolution de la définition du terme « ingénieur » en France et dans le monde... 15	
1.1.2 Historique de la formation des ingénieurs en France .....	16
<b>1.2 La formation actuelle des ingénieurs en France.....</b>	<b>18</b>
1.2.1 Les cycles préparatoires.....	18
1.2.2 Le cycle ingénieur.....	24
1.2.3 Conclusions et premières interrogations.....	25
<b>1.3 Cadre théorique : Les différents aspects de la TAD utiles à notre travail .....</b>	<b>26</b>
1.3.1 Institutions et systèmes didactiques.....	27
1.3.2 Praxéologies.....	27
1.3.3 Niveaux de codétermination didactique .....	29
1.3.4 Prolongements de la TAD pour l'adaptation à notre travail : le folklore technologique .....	31
1.3.5 Parcours d'Étude et de Recherche .....	32
<b>1.4 Revue de littérature .....</b>	<b>34</b>
1.4.1 Tour d'horizon et premières références .....	35
1.4.2 Mathématiques scolaires vs mathématiques au travail ou les déclinaisons d'une problématique centrale.....	36
1.4.3 L'enseignements aux futurs ingénieurs au sein de la recherche internationale sur l'enseignement supérieur.....	38
1.4.4 Les disciplines STEM : un paradigme dédié aux enjeux du siècle .....	40
1.4.5 L'enseignement et l'apprentissage des mathématiques pour les futurs ingénieurs 41	
1.4.6 Relation entre mathématiques et autres disciplines .....	47
1.4.7 Le PER comme réponse aux enjeux de la modélisation mathématique : exemples de mise en œuvre et contraintes institutionnelles.....	50
<b>1.5 Praxéologies mathématiques et questions de recherche.....</b>	<b>54</b>
<b>Chapitre 2 - Des ingénieurs sur leur lieu de travail .....</b>	<b>57</b>
<b>2.1 Le questionnaire « Formation en mathématiques des ingénieurs et utilisations des outils ».....</b>	<b>57</b>
2.1.1 Comment et à qui diffuser ? .....	57
2.1.2 Présentation des questions posées.....	58
<b>2.2 Analyse et résultats du questionnaire aux ingénieurs .....</b>	<b>62</b>
2.2.1 Quelques caractéristiques des répondants au questionnaire .....	62
2.2.2 La formation de mathématiques en cycle ingénieur .....	65
2.2.3 Utilisation des mathématiques sur le lieu de travail.....	68
2.2.4 Formation continue et autoformation.....	72
2.2.5 Avis sur la formation.....	73
2.2.6 Premier bilan du questionnaire .....	74

<b>2.3 Les entretiens avec des ingénieurs .....</b>	<b>75</b>
2.3.1 Méthode du choix des participants aux entretiens.....	76
2.3.2 Description du guide des entretiens .....	76
2.3.3 Présentations des six participants aux entretiens .....	77
2.3.4 Tableaux synoptiques des caractéristiques des participants aux entretiens.....	80
<b>2.4 Analyse des entretiens avec six ingénieurs.....</b>	<b>83</b>
2.4.1 Méthodologie de l'analyse praxéologique des entretiens.....	84
2.4.2 L'importance des « bases mathématiques » .....	85
2.4.3 La place de la logique, du raisonnement et de la rigueur.....	87
2.4.4 L'utilisation de la preuve des théorèmes .....	88
2.4.5 Statut des statistiques et probabilités .....	89
2.4.6 Contenus et apprentissages spécifiques.....	91
2.4.7 Les manques ou problèmes de la formation de mathématiques en cycle ingénieur	91
2.4.8 Premier bilan des entretiens avec des ingénieurs .....	93
<b>2.5 Les conclusions de cette première enquête .....</b>	<b>95</b>
2.5.1 Les praxéologies mathématiques sur le lieu de travail.....	95
2.5.2 Les praxéologies de la formation initiale .....	98
 <b>Chapitre 3 - Formation mathématique en cycle ingénieur : point de vue des enseignants et analyse de supports de cours .....</b>	 <b>101</b>
<b>3.1 Les entretiens avec des enseignants.....</b>	<b>102</b>
3.1.1 Méthodologie du choix des participants aux entretiens enseignants.....	102
3.1.2 Description du guide des entretiens enseignants .....	103
3.1.3 Présentations des six participants aux entretiens enseignants .....	105
<b>3.2 Constats et attentes des enseignants de mathématiques en cycle ingénieur</b>	<b>107</b>
3.2.1 Besoins mathématiques, contenus enseignés et folklore technologique.....	107
3.2.2 Place des mathématiques dans l'institution cycle ingénieur.....	114
3.2.3 Problèmes rencontrés dans la formation mathématique en cycle ingénieur ...	116
<b>3.3 Analyse de supports de cours .....</b>	<b>120</b>
3.3.1 Comparaison d'un cours expert et non-expert.....	121
3.3.2 Cours de statistiques .....	129
<b>3.4 Synthèse sur l'enseignement des mathématiques aux ingénieurs du point de vue des enseignants .....</b>	<b>135</b>
3.4.1 Des praxéologies de formation aux praxéologies professionnelles .....	136
3.4.2 Des attentes partagées par les enseignants et les ingénieurs à la réalité des enseignements .....	138
 <b>Chapitre 4 - La formation mathématique en cycle préparatoire révélateur des attentes institutionnelles autour des futurs ingénieurs ? .....</b>	 <b>143</b>
<b>4.1 Enquête sur la formation et l'activité mathématiques dans un CPI.....</b>	<b>144</b>
4.1.1 Présentation du CPI .....	144
4.1.2 Présentation du questionnaire .....	145
4.1.3 Présentation du guide des entretiens avec les étudiants de CPI.....	147
<b>4.2 Analyse des données de l'enquête en Cycle Préparatoire Intégré.....</b>	<b>150</b>
4.2.1 Réponses au questionnaire .....	150
4.2.2 Présentation des étudiants participant aux entretiens.....	155
4.2.3 Analyse <i>a priori</i> des exercices proposés.....	158
<b>4.3 Synthèse sur la formation mathématique dans un CPI .....</b>	<b>165</b>
4.3.1 Le CPI creuset de la transition secondaire-supérieur .....	165
4.3.2 Les praxéologies mathématiques pour se préparer au cycle ingénieur .....	167
4.3.3 De l'étude de l'autonomie à la mise en place du PER.....	168
 <b>Chapitre 5 - Mise en place d'un Parcours d'Étude et de Recherche codisciplinaire en cycle ingénieur.....</b>	 <b>171</b>

<b>5.1</b>	<b>Présentation du PER</b> .....	<b>172</b>
5.1.1	Objectifs et justification du choix d'un PER codisciplinaire.....	172
5.1.2	Préparation du PER et intégration dans le cadre institutionnel existant .....	173
5.1.3	Outils méthodologiques développés pour le suivi du PER.....	176
<b>5.2</b>	<b>Un Modèle Praxéologique de Référence (MPR) pour ce PER</b> .....	<b>179</b>
5.2.1	Question génératrice et contexte industriel .....	180
5.2.2	Généralités sur les tests statistiques.....	182
5.2.3	Arbre des sous-questions <i>a priori</i> .....	184
<b>5.3</b>	<b>Déroulement du PER en Chimie et Statistiques</b> .....	<b>185</b>
5.3.1	Les étudiants participants .....	185
5.3.2	Séance #0 – Exposé et analyse <i>a priori</i> de la Question Génératrice .....	186
5.3.3	Séance #1 - Les sous-questions retenues .....	186
5.3.4	Séance #2 - Résultats du travail sur les sous-questions, discussion, aide et redirection des recherches .....	188
5.3.5	Séance #3 - Résultats des recherches par groupes et mise en commun .....	189
5.3.6	Séance #4 - Première version du compte-rendu et préparation de la présentation orale .....	190
5.3.7	Présentation orale et évaluation.....	193
<b>5.4</b>	<b>Implémentation des dialectiques dans l'activité de recherche des étudiants</b>	<b>193</b>
5.4.1	Indentification des dialectiques dans l'étude du PER.....	194
5.4.2	Analyse de la présence des dialectiques.....	198
<b>5.5</b>	<b>Analyse de l'activité mathématique sur la notion de tests</b> .....	<b>203</b>
5.5.1	La notion de tests dans l'enseignement de chimiométrie.....	203
5.5.2	Exemples de mises en œuvre des tests statistiques dans le PER .....	210
<b>5.6</b>	<b>Bilan de cette expérimentation de PER en cycle ingénieur</b> .....	<b>217</b>
5.6.1	Réponses des étudiants au questionnaire de fin de parcours.....	217
5.6.2	Entretien avec l'enseignant.....	221
5.6.3	Synthèse sur cette expérimentation de PER en cycle ingénieur .....	224
	<b>Chapitre 6 - Conclusion et perspectives</b> .....	<b>229</b>
6.1	Quelles sont les praxéologies mathématiques rencontrées par les ingénieurs français sur leur lieu de travail ? .....	229
6.2	Dans leur formation initiale, quelles sont les praxéologies mathématiques enseignées aux futurs ingénieurs et celles qu'ils mettent en œuvre, et comment se comparent-elles aux praxéologies professionnelles ?.....	230
6.3	Quel type d'enseignement pourrait favoriser l'adéquation entre les praxéologies mathématiques du cycle ingénieur et les praxéologies mathématiques professionnelles des ingénieurs ? .....	233
6.4	Limites de notre étude et perspectives.....	235
6.4.1	Échelle d'étude et limites méthodologiques.....	235
6.4.2	Sur le PER et l'enseignement à des non-spécialistes.....	236
6.4.3	Perspectives théoriques et possibilités d'actions didactiques .....	237
	<b>Bibliographie</b> .....	<b>239</b>



# Liste des tableaux

TABLEAU 1-1 LES EMPLOIS DIRECTS DES INGENIEURS PAR SECTEUR D'ACTIVITE EN FRANCE EN 2015 .....	18
TABLEAU 1-2 REPARTITION DES ETUDIANTS EN CYCLE PREPARATOIRE EN FRANCE EN 2015 .....	19
TABLEAU 1-3 HORAIRE HEBDOMADAIRE DE MATHEMATIQUES EN CPGE .....	19
TABLEAU 1-4 EXEMPLE D'HORAIRE ANNUEL EN MATHEMATIQUES DANS UN CPI .....	22
TABLEAU 1-5 REPARTITION DES INGENIEURS DIPLOMES PAR SPECIALITE (D'APRES ENQUETE IESF 2015) .....	35
TABLEAU 2-1 REPARTITION DES AGES DES REpondANTS AU QUESTIONNAIRE ET COMPARAISON A L'ENQUETE IESF 2015 .....	63
TABLEAU 2-2 REPARTITION PAR METIER DES REpondANTS AU QUESTIONNAIRE .....	63
TABLEAU 2-3 SPECIALITES DE DIPLOME D'INGENIEUR DES REpondANTS ET COMPARAISON AVEC L'ENQUETE NATIONALE IESF 2015 .....	64
TABLEAU 2-4 REPARTITION DES CYCLES PREPARATOIRES DES REpondANTS AU QUESTIONNAIRE ET COMPARAISON AVEC L'ENQUETE NATIONALE IESF 2015 .....	64
TABLEAU 2-5 ETUDIANTS AYANT REçu UNE FORMATION DE MATHEMATIQUES EN CYCLE INGENIEUR .....	65
TABLEAU 2-6 REPARTITION DE LA FORMATION EN MATHEMATIQUES EN CYCLE INGENIEUR SELON L'ANNEE DE FORMATION .....	65
TABLEAU 2-7 CONTENUS MATHEMATIQUES ENSEIGNES EN CYCLE INGENIEUR .....	66
TABLEAU 2-8 MODES D'ENSEIGNEMENT RENCONTRES EN MATHEMATIQUES EN CYCLE INGENIEUR .....	66
TABLEAU 2-9 ADAPTATION DE LA FORMATION EN MATHEMATIQUES EN CYCLE INGENIEUR PAR RAPPORT AUX BESOINS ACTUELS DES REpondANTS AU QUESTIONNAIRE .....	67
TABLEAU 2-10 CONTENUS MATHEMATIQUES UTILES AUX INGENIEURS DANS LEUR METIER .....	69
TABLEAU 2-11 CATEGORIES PRINCIPALES DE TYPES DE TACHES PROFESSIONNELLES DETAILLES PAR LES INGENIEURS .....	70
TABLEAU 2-12 EVALUATION DE L'ADAPTATION DES CYCLES PREPARATOIRE ET INGENIEUR AUX BESOINS MATHEMATIQUES .....	71
TABLEAU 2-13 ADAPTATION DE LA FORMATION AUX BESOINS MATHEMATIQUES SELON LE CYCLE PREPARATOIRE .....	71
TABLEAU 2-14 RESSOURCES UTILISEES POUR L'APPRENTISSAGE SEUL D'OUTILS ET DE METHODES MATHEMATIQUES .....	73
TABLEAU 2-15 PRESENTATION DES SIX INGENIEURS INTERVIEWES .....	80
TABLEAU 2-16 CONTENUS MATHEMATIQUES ENSEIGNES EN CYCLE INGENIEUR .....	81
TABLEAU 2-17 MODES D'ENSEIGNEMENTS RENCONTRES ET QUALITE DE LA FORMATION MATHEMATIQUE EN CYCLE INGENIEUR .....	81
TABLEAU 2-18 BESOIN EN MATHEMATIQUES DECLARE PAR LES SIX INGENIEURS INTERVIEWES .....	81
TABLEAU 2-19 CYCLE PREPARATOIRE EFFECTUE ET ADAPTATION DE CES CYCLES AUX BESOINS MATHEMATIQUES DES INGENIEURS RENCONTRES .....	81
TABLEAU 2-20 RESSOURCES UTILES POUR L'AUTO-FORMATION SELON LES SIX INGENIEURS .....	82
TABLEAU 2-21 UTILISATION DES BASES MATHEMATIQUES DANS LES PRAXEOLOGIES PROFESSIONNELLES DES INGENIEURS .....	87
TABLEAU 2-22 UTILISATION DE LA LOGIQUE, DU RAISONNEMENT ET DE LA RIGUEUR DANS LES PRAXEOLOGIES PROFESSIONNELLES .....	88
TABLEAU 2-23 L'UTILISATION D'UNE PREUVE MATHEMATIQUE COMME SUPPORT TECHNIQUE .....	89
TABLEAU 2-24 ANALYSE DES PRAXEOLOGIES PROFESSIONNELLES EN STATISTIQUES .....	90
TABLEAU 2-25 CLASSIFICATION DES PRAXEOLOGIES MATHEMATIQUES PROFESSIONNELLES SELON LES INGENIEURS .....	97
TABLEAU 3-1 CARACTERISTIQUES DES ENSEIGNANTS AYANT PARTICIPE AUX ENTRETIENS .....	107
TABLEAU 3-2 BESOINS MATHEMATIQUES POUR LES INGENIEURS D'APRES PASCAL .....	110
TABLEAU 3-3 BESOINS MATHEMATIQUES POUR LES INGENIEURS D'APRES PATRICE .....	110
TABLEAU 3-4 BESOINS MATHEMATIQUES POUR LES INGENIEURS D'APRES FLORENT .....	112
TABLEAU 3-5 BESOINS MATHEMATIQUES POUR LES INGENIEURS D'APRES MARIANNE .....	112
TABLEAU 3-6 BESOINS MATHEMATIQUES POUR LES INGENIEURS D'APRES MALIK .....	113
TABLEAU 3-7 BESOINS MATHEMATIQUES POUR LES INGENIEURS D'APRES YANN .....	114
TABLEAU 4-1 REPARTITION DES ETUDIANTS DU CPI SELON TROIS CRITERES .....	150



TABLEAU 4-2 AUTONOMIE DECLAREE PAR LES ETUDIANTS DU CPI POUR DES TYPES DE TACHES GENERAUX .....	151
TABLEAU 4-3 VOLUME HORAIRE HEBDOMADAIRE MOYEN DE TRAVAIL PERSONNEL DECLARE EN CPI .....	153
TABLEAU 4-4 TRAVAIL PERSONNEL SELON LES TYPES DE TACHES EN CYCLE PREPARATOIRE .....	154
TABLEAU 4-5 CARACTERISTIQUES DES ETUDIANTS DU CPI RENCONTRES EN ENTRETIEN .....	156
TABLEAU 4-6 PRAXEOLOGIE DE RESOLUTION DE L'EXERCICE 1 PAR ADELE.....	159
TABLEAU 5-1 RISQUES D'ERREUR DANS UN TEST STATISTIQUE.....	183
TABLEAU 5-2 CYCLE PREPARATOIRE D'ORIGINE DES ETUDIANTS PARTICIPANTS AU PER.....	185
TABLEAU 5-3 NIVEAU AUTO-EVALUE DES ETUDIANTS EN MATHEMATIQUES DANS LEUR SCOLARITE .....	185
TABLEAU 5-4 LES PREMIERES DIALECTIQUES OBSERVEES A LA SEANCE #0 (POUR L'ENSEMBLE DES ETUDIANTS).....	196
TABLEAU 5-5 NOMBRE D'OCCURRENCES DES DIALECTIQUES POUR LA SEANCE #1 (TOUS LES ETUDIANTS).....	197
TABLEAU 5-6 NOMBRE D'OCCURRENCES DES DIALECTIQUES POUR LA SEANCE #2 (PAR BINOME) ....	197
TABLEAU 5-7 NOMBRE D'OCCURRENCES DES DIALECTIQUES POUR LA SEANCE #3 (PAR BINOME) ....	198
TABLEAU 5-8 NOMBRE D'OCCURRENCES DES DIALECTIQUES POUR LA SEANCE #4 (PAR BINOME) ....	198
TABLEAU 5-9 TOTAL D'OCCURRENCES DES DIALECTIQUES PAR SEANCE (EN %).....	198
TABLEAU 5-10 CE QUE LES ETUDIANTS ONT RETENU DU PER (QUESTION 9).....	220
TABLEAU 5-11 SATISFACTION DES ETUDIANTS A PROPOS DU PER .....	221

# Liste des figures

FIGURE 1-1 L'ECHELLE DE CODETERMINATION DIDACTIQUE.....	30
FIGURE 1-2 COMMUNICATIONS SUR LE THEME DE LA FORMATION EN MATHEMATIQUES DES INGENIEURS DANS LES CONFERENCES CERME ET INDRUM.....	39
FIGURE 3-1 MOTIVATION DU COURS DE MATHEMATIQUES DU SIGNAL DANS LE COURS DE PASCAL ..	123
FIGURE 3-2 DEFINITION GEOMETRIQUE DE L'INTEGRALE DE RIEMANN DANS LE COURS DE PASCAL	124
FIGURE 3-3 ILLUSTRATION DE L'INTEGRALE DE RIEMANN PAR L'AIRES ALGEBRIQUE DANS LE COURS DE PASCAL .....	124
FIGURE 3-4 LA NOTION DE SOMME DE RIEMANN DANS LE COURS DE MARIANNE (2 DIAPOSITIVES).	125
FIGURE 3-5 DEFINITION DE L'INTEGRALE DEFINIE DANS LE COURS DE MARIANNE .....	126
FIGURE 3-6 CONVERGENCE DE LA METHODE DES RECTANGLES A GAUCHE VERS L'INTEGRALE DANS LE COURS DE PASCAL.....	126
FIGURE 3-7 ILLUSTRATION DE LA METHODE DES RECTANGLES DANS LE COURS DE PASCAL.....	127
FIGURE 3-8 ILLUSTRATION DE L'AIRES SOUS LA COURBE DANS LE COURS DE MARIANNE.....	127
FIGURE 3-9 INTRODUCTION DU COURS « PROBABILITES ET STATISTIQUES » DE DANIEL.....	130
FIGURE 3-10 OBJECTIFS ET DEFINITIONS DE LA PARTIE « STATISTIQUE DESCRIPTIVE » DE DANIEL .	131
FIGURE 3-11 REGROUPEMENT EN CLASSE ET REGLE DE STRUGES (COURS DE DANIEL) .....	131
FIGURE 3-12 ILLUSTRATION DES DEFINITIONS DE BASE PAR UN EXEMPLE (COURS DE DANIEL) .....	132
FIGURE 3-13 DEFINITIONS DE LA MOYENNE DANS LE COURS DE DANIEL (DIAPOSITIVE 8).....	133
FIGURE 3-14 ETENDUE ET MODE DANS LE COURS DE DANIEL.....	133
FIGURE 3-15 BOITE A MOUSTACHE ET REFERENCE A SPSS (COURS DE DANIEL).....	134
FIGURE 3-16 VARIANCE, ECART-TYPE ET COEFFICIENT DE VARIATION (COURS DE DANIEL) .....	134
FIGURE 5-1 PROCESSUS DE FABRICATION D'UN RESULTAT, D'APRES (FEINBERG, 1996).....	181
FIGURE 5-2 DIAGRAMME DES PROBLEMATIQUES A PREVOIR DANS PER.....	184
FIGURE 5-3 ARBRE DES SOUS-QUESTIONS DU PER A LA SEANCE #1 .....	188
FIGURE 5-4 ARBRE FINAL DES SOUS-QUESTIONS DU PER.....	192
FIGURE 5-5 L'EVOLUTION DES QUATRE DIALECTIQUES PRESENTES TOUT AU LONG DU PER .....	199
FIGURE 5-6 EVOLUTION DU POURCENTAGE MOYEN D'OCCURRENCES DE LA DIALECTIQUE LE AU COURS DU PER .....	200
FIGURE 5-7 EVOLUTION DU POURCENTAGE MOYEN D'OCCURRENCE DE LA DIALECTIQUE PT AU COURS DU PER.....	200
FIGURE 5-8 EVOLUTION DU POURCENTAGE MOYEN D'OCCURRENCE DE LA DIALECTIQUE MM AU COURS DU PER .....	201
FIGURE 5-9 EVOLUTION DU POURCENTAGE MOYEN D'OCCURRENCES DES DIALECTIQUES BNBC ET SHS AU COURS DU PER.....	201
FIGURE 5-10 PRESENTATION DES TESTS D'EGALITE DE MOYENNE DANS LE COURS DE CHIMIOMETRIE .....	204
FIGURE 5-11 DEFINITION DU SEUIL DE CONFIANCE DANS LE COURS DE CHIMIOMETRIE .....	204
FIGURE 5-12 CONDITIONS D'APPLICATION D'UN TEST DANS LE COURS DE CHIMIOMETRIE.....	204
FIGURE 5-13 STATISTIQUE T DE STUDENT DANS LE CAS D'UN ECHANTILLON DE PETITE TAILLE .....	205
FIGURE 5-14 DEUX CAS CONCRETS D'UTILISATION DU TEST DE STUDENT DANS LE COURS DE CHIMIOMETRIE.....	206
FIGURE 5-15 COMPARAISON D'ECHANTILLONS AVEC LA STATISTIQUE DE STUDENT DANS LE COURS DE CHIMIOMETRIE.....	207
FIGURE 5-16 TEST T DE STUDENT POUR DES ECHANTILLONS DE COMPOSITION VARIEE DANS LE COURS DE CHIMIOMETRIE .....	208
FIGURE 5-17 PRESENTATION DU TEST F DE FISCHER DANS LE COURS DE CHIMIOMETRIE .....	209
FIGURE 5-18 LA FICHE DU TEST T DE STUDENT DANS LE COURS EN LIGNE .....	211
FIGURE 5-19 LA FICHE DU TEST F DANS LE COURS EN LIGNE .....	212
FIGURE 5-20 VALEURS SIMULEES POUR LE CAS CONCRET N°2 .....	214
FIGURE 5-21 PARAMETRES UTILISES POUR LA SIMULATION DES VALEURS DU CAS CONCRET N°2.....	214
FIGURE 5-22 PRAXEOLOGIE DE LA VERIFICATION DU RESPECT DU DOSAGE DANS LE CAS N°2 .....	215
FIGURE 5-23 REponses A LA QUESTION 6 « SELON VOUS, FAUT-IL GENERALISER CE TYPE D'ENSEIGNEMENT ? ».....	218



# Introduction

Le métier d'ingénieur tel qu'il existe aujourd'hui est le résultat d'une évolution permanente depuis l'antiquité, où le terme désignait des concepteurs d'ouvrages à la fois artistiques et techniques. De nos jours, la fonction scientifique des ingénieurs s'est développée dans plusieurs domaines et leur formation nécessite bien souvent un haut niveau de mathématiques. En France, cette formation est proposée dans des écoles d'enseignement supérieur spécialisées qui prennent en charge dans un « cycle ingénieur » de trois ans la professionnalisation des étudiants, après un cycle dit « préparatoire » qui peut prendre diverses formes et qui se déroule après le baccalauréat.

Après quelques années en tant qu'enseignant de mathématiques dans un de ces cycles préparatoires, nous avons constaté que certains étudiants, ainsi que certains collègues d'autres disciplines considéraient que la formation proposée en mathématiques souffrait d'un manque d'applications et d'une sorte de déconnexion avec la réalité du quotidien des ingénieurs. Et c'est là une des premières motivations de ce travail de thèse : chercher à connaître les attentes, en terme d'utilisation des mathématiques, du monde industriel qui recrute nos jeunes ingénieurs. Notons qu'il s'agit d'un thème de recherche qui dépasse l'utilisation des mathématiques dans le cadre scolaire ou universitaire et qui n'est actuellement pas beaucoup développé en France.

Vient ensuite la question de l'adéquation entre ces attentes et les propositions d'enseignement faites dans les différents cursus de formation d'ingénieurs au niveau du supérieur. C'est réellement ici que commence le questionnement didactique. Or, comme le souligne Artigue (2016) les recherches en didactique sur les mathématiques à l'université concernent encore principalement les filières spécialisées dans cette discipline. Dans le cas de la France en particulier, la recherche sur la formation mathématique pour des non-spécialistes est effectivement relativement naissante.

Le premier objectif que nous venons de présenter est donc exploratoire : comparer l'utilisation des mathématiques par les ingénieurs sur leur lieu de travail avec la formation initiale qu'ils reçoivent en France. Après ce travail d'observation, notre deuxième objectif pour cette thèse est de faire une proposition didactique dans la formation en cycle ingénieur. Cet enseignement devrait pouvoir répondre à un certain nombre de manques ou de lacunes repérés, par les ingénieurs comme par les enseignants, dans la phase de comparaison précédente.

Cette thèse se présente en cinq chapitres. Remarquons que nous avons fait le choix de ne pas réserver l'un d'entre eux à la méthodologie, mais que nous présentons en revanche pour chaque chapitre sa méthodologie spécifique.

Dans un premier chapitre, nous présentons le contexte français et international de notre recherche en commençant par un aperçu historique de l'évolution du métier d'ingénieur. Nous faisons dans une deuxième partie un tour d'horizon de la formation des ingénieurs en France, puis nous explicitons dans une troisième partie notre cadre théorique de la Théorie Anthropologique du Didactique. La quatrième partie est dédiée à la revue de littérature internationale sur les thèmes qui sont en lien avec notre problématique. Enfin, la dernière partie de ce chapitre est consacrée à la définition d'une nouvelle notion utile pour la suite de nos travaux, ainsi qu'à l'énoncé de nos quatre questions de recherche.

Le deuxième chapitre s'intéresse au point de vue des ingénieurs sur leur formation mathématique ainsi qu'à l'usage effectif qu'ils font des mathématiques sur leur lieu de travail. Dans la première partie de ce chapitre nous présentons le questionnaire que nous avons diffusé auprès d'ingénieurs français, avant d'analyser les réponses obtenues dans la deuxième partie. Dans une troisième partie, nous détaillons les échanges que nous avons eus avec des ingénieurs lors

d'entretiens dont le but était d'affiner les analyses du questionnaire. Nous exploitons, dans une quatrième partie, l'ensemble des données rassemblées avant de tirer les premières conclusions utiles pour la suite nos travaux.

Pour le troisième chapitre, nous avons recueilli le point de vue des enseignants sur les mêmes thématiques que celles du chapitre précédent. Dans une première phase de cette nouvelle partie de notre étude, nous avons réalisé des entretiens avec des enseignants de mathématiques en cycle ingénieur que nous présentons puis analysons dans la première et la deuxième partie. Dans la deuxième phase, nous nous sommes intéressé à des supports (diaporamas) de plusieurs types de cours de mathématiques dispensés en cycle ingénieur par ces enseignants ou leur collègues. Nous dressons un comparatif de ces cours dans une troisième partie.

L'objectif des analyses menées dans ce chapitre 3 est à la fois de faire un point sur ce que ces enseignants identifient comme mathématiques nécessaires sur le futur lieu de travail de leurs étudiants, mais également de mettre ces besoins en regard de ce qui est réellement proposé à ces étudiants en terme d'enseignement.

Dans le quatrième chapitre, nous nous penchons sur la période qui précède la formation en cycle ingénieur : le cycle préparatoire. Nous nous interrogeons sur l'activité mathématique développée par les étudiants dans un cycle préparatoire intégré dans une école d'ingénieurs chimistes. Afin d'obtenir des éléments de réponses à ce sujet, nous avons mis au point une enquête que nous présentons puis analysons dans les deux premières parties de ce chapitre. Dans une troisième et dernière partie, nous articulons ces résultats avec ceux des enquêtes présentées dans les deux chapitres précédents.

Enfin, après cette analyse de l'existant, nous dirigeons notre étude vers une proposition didactique. Dans le cinquième et dernier chapitre de ce mémoire, nous détaillons la mise en place d'un Parcours d'Étude et de Recherche en statistiques et chimie avec des étudiants en cycle ingénieur. Nous exposons tout d'abord dans les trois premières parties, les caractéristiques de cet enseignement, ses liens avec notre cadre théorique et son déroulement précis. Puis, dans une quatrième et cinquième partie, nous proposons une double analyse : celle du fonctionnement du travail collectif des étudiants puis celle de leur activité mathématique en la comparant avec celle qu'ils sont amenés à développer dans un cours plus classique. Le bilan de cette expérimentation dans la sixième et dernière partie nous permet de souligner les possibilités offertes par ce type d'enseignement codisciplinaire innovant.

Nous proposons dans une conclusion générale d'articuler les résultats obtenus au cours de cette thèse pour apporter des éléments de réponse à nos questions de recherche et pour présenter des perspectives pour de futurs travaux.

# Chapitre 1 - Contexte, cadre théorique, revue de littérature et questions de recherche

Après une courte introduction permettant de fixer les objectifs de nos travaux, nous nous proposons dans ce premier chapitre de présenter le contexte de notre recherche.

Partant de la définition du terme « ingénieur » qui apparaît dans le titre de la thèse, nous donnons en 1.1 un bref aperçu historique du métier en y ajoutant quelques éléments de comparaison entre le contexte français et le contexte international. Dans la partie 1.2, nous présentons la formation actuelle des ingénieurs en France, en distinguant les cycles préparatoires et le cycle ingénieur. Dans la partie 1.3, nous exposons les diverses composantes de notre cadre théorique de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) avant de proposer dans notre revue de littérature en 1.4, un état de l'art qui accompagnera notre réflexion tout au long de ce travail. Enfin, nous introduisons en 1.5 la notion de « praxéologies mathématiques » qui nous permet de formuler nos questions de recherches.

## 1.1 Aperçu historique et international de l'évolution du métier d'ingénieur

Pour comprendre ce qu'est être un ingénieur aujourd'hui, nous commençons en 1.1.1 par montrer rapidement l'évolution de la définition de la notion d'ingénieur en France et dans le monde. Dans la sous-partie 1.1.2, nous nous intéressons à l'historique de la formation des ingénieurs dans le contexte français qui sera le nôtre pour ces recherches.

### 1.1.1 Évolution de la définition du terme « ingénieur » en France et dans le monde

Pour le terme « ingénieur », le petit Larousse donne actuellement la définition suivante :

INGENIEUR n.m. (de l'ancien français <i>engin</i> , machine de guerre). Personne, généralement diplômée de l'enseignement supérieur, que ses connaissances rendent apte à occuper des fonctions scientifiques ou techniques actives en vue de prévoir, créer, organiser, diriger, contrôler les travaux qui en découlent, ainsi qu'à y tenir un rôle de cadre.
--

Bien que l'ajout de la terminaison « e » soit parfois toléré pour former le terme féminin « ingénieure », nous suivons dans notre texte les recommandations de l'Académie française en nous restreignant à l'emploi épïcène du mot « ingénieur ».

Historiquement, de l'Antiquité à l'âge classique, « ingénieur » désignait les architectes-bâtisseurs constructeurs-inventeurs.

Le terme en français n'est attesté qu'à partir de la Renaissance : « les premiers ingénieurs décrivent des projets à partir de plans, descriptifs, dessins, schémas, modèles et cartes, en précisant les outils, les instruments ou les dispositifs, et en conséquence définissent et partagent les travaux à accomplir dans un but d'efficacité et de gain de temps et de financements. Cela peut concerner par exemple des équipements urbains, les jeux ou des dispositifs hydrauliques, la machinerie d'un théâtre, l'aménagement d'un jardin, une installation militaire... » (D'après article Wikipédia « ingénieur », 2018).

Le terme « génie », parfois utilisé pour désigner une forme de métier de l'ingénieur (comme dans « génie chimique » ou « génie militaire ») est l'équivalent du mot anglais « engineering » et

partage la « *même racine désignant l'ensemble des processus et des méthodes d'inventions de solutions et de coordination technique permettant d'aboutir à des objets techniques complexes.* » (D'après article Wikipédia, « ingénieur », 2018).

De par le monde et parallèlement à ce qui s'est déroulé en France (cf. 1.1.2), de nombreux pays ont vu des sociétés savantes se créer sous la dénomination d'ingénieurs (par exemple, *American Society of Civil Engineers*, 1852, *Fédération Européenne des Associations Nationales d'ingénieurs*, 1951, etc.).

En 1961, la Conférence des Sociétés d'ingénieurs d'Europe Occidentale et des États Unis d'Amérique définissent la profession d'ingénieur.

Nous évoquons encore rapidement dans la sous-partie suivante les évolutions de la formation au métier d'ingénieur en France depuis sa création.

### 1.1.2 Historique de la formation des ingénieurs en France

Tout comme la définition du terme « ingénieur » a progressivement dérivé d'une vision technique - et quasi artistique - vers une connotation militaire, c'est également historiquement dans ce dernier domaine que les premières formations d'ingénierie ont vu le jour au XVI<sup>ème</sup> siècle en France.

C'est ainsi que la désignation d'ingénieur en tant que profession non réglementée a progressivement évolué vers l'usage du titre « d'ingénieur diplômé ». Ce titre est aujourd'hui délivré par l'une des 210 écoles relevant de la Commission du Titre de l'ingénieur (CTI) créée en 1934.

Pour répertorier les titulaires du diplôme d'ingénieur, l'association Ingénieurs Et Scientifiques de France (IESF) a été mise en place dès 1848. C'est l'unique représentant du corps social des ingénieurs et des scientifiques en France et c'est un organe reconnu d'utilité publique depuis 1860 et officiellement enregistré auprès du Ministère de l'Intérieur.

Cette association publie tous les ans une enquête globale sur les ingénieurs (pyramide des âges, répartition géographique, salaires, taux d'emploi, etc.) dont l'édition de 2015<sup>1</sup> nous servira de référence dans tout ce chapitre et les suivants, pour les chiffres-clés sur les ingénieurs en France.

D'après cette étude, il y avait en 2015 un total d'environ 764.000 ingénieurs en activité (hors retraités et doctorants) répartis en France et à l'étranger. Ceux-ci représentent une partie des 845.000 ingénieurs diplômés français ayant moins de 65 ans. Dans toute la suite, les chiffres de l'étude IESF se référeront aux ingénieurs de moins de 65 ans, soit les 764.000.

Nous ne reprenons pas dans ce paragraphe tous les détails de l'excellent travail épistémologique réalisé par Romo-Vázquez (2009) à l'occasion de sa thèse. Ces travaux nous ont énormément servi pour aborder notre problématique et éclairer notre chemin, en particulier au commencement de nos propres recherches. C'est en particulier la perspective historique du chapitre 1 de cette thèse sur la place des mathématiques dans la formation des futurs ingénieurs en France que nous résumons ici à quelques points remarquables.

Le premier aspect notable de ce travail historique est que la question de la « *place à accorder aux mathématiques, des contenus à aborder et des articulations avec les autres domaines de la formation* » a été soulevée dès le début. Se basant sur le modèle « *emblématique* » de référence : l'Ecole Polytechnique fondée en 1794, on s'aperçoit que, selon les époques, « *les choix effectués combinent des considérations académiques, professionnelles et sociales* » (Romo-Vázquez, 2009, p. 6).

Les premiers choix aboutissent à une formation professionnelle (dit modèle « *encyclopédiste* ») dans laquelle les « *Sciences* » (mathématiques et physiques) jouent le rôle de la théorie tandis que les Arts jouent celui de la pratique et des applications. Les mathématiques prennent

---

<sup>1</sup> 2015 étant l'année du début de notre travail de thèse

légitimement le rôle d'outil théorique pour répondre à des besoins importants notamment à base de géométrie (par exemple, en mécanique ou pour les fortifications).

La création, dès 1795, d'écoles d'application suivie de la création de l'examen de sortie de l'Ecole Polytechnique (permettant l'entrée dans ces écoles), va placer les mathématiques dans une position de déséquilibre où l'aspect pratique est mis de côté, délaissant finalement la géométrie descriptive au profit de l'analyse, considérée comme porteuse d'une généralité supérieure. Les réformateurs de l'époque (comme Laplace) ont même pensé que cet apport de réflexion approfondie dans les programmes permettrait de palier au problème de la baisse du niveau de mathématiques des futurs ingénieurs.

Pendant que certains responsables veulent voir grandir le rôle de l'analyse en tant qu'outil théorique, rigoureux, abstrait, c'est dans les années 1830 et dans un contexte d'évolution technique et industrielle, que la France tente de s'adapter à l'enseignement de la science dite « industrielle », mais sans réussir à se détacher tout à fait du modèle créé auparavant. La vision que certains finissent même par avoir de ce modèle de formation est celui de « *l'Ecole monoteknique et ses mathématiciens spéciaux, sans talent pour l'enseignement* » (Belhoste, 1994, p.26).

Nous nous arrêtons ici pour ce qui est de mettre en évidence les évolutions qui ont eu lieu (sur le seul modèle, choisi par Romo-Vázquez comme représentatif, de l'Ecole Polytechnique) concernant la formation mathématique des ingénieurs en France. Nous rappelons ces évolutions dans la liste suivante.

- Les mathématiques ont d'abord un rôle d'outil basé sur une théorie surtout géométrique.
- Puis, la géométrie laisse place à l'analyse, plus générale et permettant des raisonnements plus rigoureux.
- Enfin, l'avènement de la « science industrielle » laisse de côté les mathématiques qui se trouvent mises à part dans ce nouveau modèle de science appliquée.

Ces évolutions suffisent selon nous pour comprendre la dialectique théorie-pratique qui a pu se nouer dès la mise en place de ces formations et permettent même de mettre en avant quelques facteurs sociaux et humains voire individuels qui ont joué sur ces évolutions. Par la suite, avec la multiplication des formations d'ingénieurs, nous pouvons sans apport de preuve énoncer qu'il y a eu de multiples évolutions dans les cursus de formation, mélangeant chaque fois les différents modèles ou des modèles dérivés, et nourrissant ainsi cette dialectique entre « mathématiques fondamentales » (ayant pour objectif de former les ingénieurs à la rigueur, à l'abstraction, à l'utilisation d'outils théoriques puissants et déconnectés des applications) et « mathématiques utilitaristes » (en lien avec les applications, répondant aux besoins pratiques des technologies nouvelles).

Au XXème siècle, cette réflexion plus générale sur la place des mathématiques n'a pas eu lieu qu'en France et sans doute pas uniquement dans le domaine de la formation des ingénieurs, mais dans les nombreuses formations à caractère scientifique destinées à des non-spécialistes des mathématiques (médecine, recherche scientifique, formations de techniciens, etc.).

En restant dans le domaine de l'ingénierie, puisqu'il semble difficile de présenter ici toutes les formations existant à l'international, nous proposons un tableau comparatif des formations actuelles des ingénieurs dans différents pays d'Europe (cf. annexe 1.1). Nous observons que ces formations scientifiques de haut niveau sont partout des formations de 4 à 5 ans après la fin des études secondaires. L'étude de la place des mathématiques dans chacune d'entre elles, nécessiterait une recherche qui dépasse le cadre de nos travaux, même si notre revue de littérature (cf. 1.4.7) en montrera quelques aspects. C'est pourquoi, pour rester dans les limites que nous nous fixons nous nous contentons dans la partie suivante de présenter la disposition actuelle de la formation des ingénieurs en France.



## 1.2 La formation actuelle des ingénieurs en France

Avec la définition donnée précédemment, nous constatons que la dimension scientifique du métier d'un ingénieur ressort immédiatement, et c'est bien entendu sur cet aspect du métier, en particulier sur l'aspect mathématique, que nous nous focaliserons en ce qui concerne la présente étude.

Pour donner néanmoins une vision globale, notons qu'aujourd'hui, les spécialités du diplôme d'ingénieur sont diverses et recouvrent tous les secteurs d'activité : agriculture, industrie (extractive, chimique, pharmaceutique, sidérurgique, électronique, armement, matériel aérospatial et de transport, assainissement, eau, électricité, bâtiment, etc.) et activités tertiaires et sociétés de service (transports, télécommunications, banques, assurance, recherche, administration, enseignement, conseil, logiciels,...).

Nous donnons la répartition des 761150 emplois directs par secteur en 2015 dans le Tableau 1-1 suivant :

	<b>Agriculture</b>	<b>Industrie</b>	<b>Tertiaire</b>
<b>Nombre d'emplois directs</b>	15900	408800	336450
<b>% d'emplois directs</b>	2%	54%	44%

Tableau 1-1 Les emplois directs des ingénieurs par secteur d'activité en France en 2015

Le diplôme d'ingénieur est un diplôme préparé en 5 ans après le baccalauréat dont la préparation est divisée en deux parties bien distinctes : un cycle préparatoire qui (comme son nom l'indique) prépare à l'entrée en cycle ingénieur. Cette distinction oblige une attention particulière sur la numérotation des années d'enseignement (par exemple, d'agissant de la première année du cycle ingénieur, certains parlent de la 3<sup>ème</sup> année de la formation).

### 1.2.1 Les cycles préparatoires

Le cycle préparatoire à la formation d'ingénieur se déroule après le baccalauréat et dure deux années. Pour suivre une formation préparatoire au cycle ingénieur en France, les étudiants ont plusieurs options qui s'offrent à eux après la classe de terminale :

- Intégrer sur dossier une Classe Préparatoire aux Grandes Écoles (CPGE).
- Intégrer sur dossier et entretien de motivation un Cycle Préparatoire Intégré (CPI).

D'autres voies ont également parmi leurs débouchés une poursuite en école d'ingénieur et les étudiants disposent donc des options suivantes :

- Intégrer sur dossier un Institut Universitaire et Technologie (IUT), pour préparer un Diplôme de Universitaire et Technologique (DUT).
- Intégrer sur dossier une Section de Technicien Supérieur (STS) pour préparer un Brevet de Technicien Supérieur (BTS).
- Intégrer de droit une Licence (scientifique) à l'université.

Avant d'explicitier les principales différences entre ces possibilités, nous indiquons dans le Tableau 1-2 suivant les pourcentages que celles-ci représentent dans l'enquête de l'IESF 2015 présentée dans la partie 1.1 précédente.

Comme souvent dans le reste de la thèse, nous regroupons IUT, STS et Licence pour des raisons que nous préciserons dans la suite. La colonne « Autres » représente des étudiants qui intégreront la formation en cycle ingénieur sans avoir suivi une formation dans un des cycles préparatoires listés précédemment (c'est notamment le cas de certains étudiants étrangers).

	CPGE	CPI	IUT, STS, Licence	Autres
<b>Pourcentage d'étudiants en cycle préparatoire (%)</b>	50%	25%	22%	3%

Tableau 1-2 Répartition des étudiants en cycle préparatoire en France en 2015

### Classes Préparatoires aux Grandes Écoles (CPGE)

Comme le montre le Tableau 1-2 précédent, la voie principale de recrutement en cycle ingénieur est la filière des CPGE qui se subdivise au niveau national en trois catégories : économiques et commerciales, littéraires et scientifiques. Nous nous intéressons uniquement à la dernière de ces catégories : les classes préparatoires scientifiques.

Les enseignements ont lieu pour la plupart dans des lycées. Pour intégrer le cycle ingénieur, il existe à l'issue de ces CPGE des concours communs à plusieurs écoles (banques communes d'épreuves) et des concours spécifiques à chaque école.

Il existe cinq filières de CPGE en première année :

- MPSI, PCSI et PTSI, accessibles à partir d'un bas S,
- TSI, accessible aux titulaires d'un bac STI2D ou STL,
- TPC, accessible aux titulaires d'un bac STL.

Il existe six filières en deuxième année :

- MP, pour les étudiants de MPSI,
- PC, pour les étudiants de PCSI,
- PSI, pour les étudiants de MPSI, PCSI ou PTSI,
- PT, pour les étudiants de PTSI,
- TSI, TPC pour les étudiants des filières correspondantes en première année.

Pour les sigles rencontrés dans les titres de ces filières, la correspondance est la suivante (par ordre alphabétique) :

- C : Chimie
- M : Mathématiques
- P : Physique
- SI : Sciences de l'ingénieur (sauf pour TSI où SI signifie Sciences Industrielles)
- T : Technologie

En référence au baccalauréat d'origine des étudiants, nous nommerons filières ou voies générales les filières MPSI, PCSI, MP, PC, PSI, PT (bac S) et les filières ou voies technologiques, les filières TSI et TPC. Notons que chaque classe en deuxième année des voies générales dispose d'une version « étoilée », comme par exemple MP\* ou TSI\*, qui correspond aux meilleurs étudiants de la première.

Toutes ces filières possèdent des enseignements de mathématiques. Les objectifs et les compétences prises en compte dans ces cours sont précisés dans des programmes officiels publiés par le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche et dont la dernière version en date a été éditée en 2013. Nous détaillons les horaires hebdomadaires de mathématiques des différentes spécialités (première et deuxième année confondues) dans le Tableau 1-3 ci-après, en spécifiant l'horaire des Cours Magistraux (CM) et des Travaux Dirigés (TD) :

	CM	TD	Total	Annuel
<b>MPSI/MP</b>	10	2	12	432
<b>PCSI/PSI+TSI+TPC</b>	7	3	10	360
<b>PTSI/PC+PT</b>	6	3	9	324

Tableau 1-3 Horaire hebdomadaire de mathématiques en CPGE

Chaque année est constituée de deux semestres de 18 semaines environ ce qui donne l'horaire annuel donné ici à titre indicatif (dans le but de comparer avec les autres types de cycle préparatoire). Par exemple, un étudiant suivant le cursus PTSI en première année et PSI en deuxième année suivra  $324+360=684$  heures d'enseignements de mathématiques au total.

Les objectifs communs aux filières générales sont, d'après les programmes officiels dont nous citons ici des extraits :

- « *L'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstration des théorèmes figurant au programme ;* »
- « *Le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.* »

Pour les voies technologiques, recrutant des bacheliers de voies STI2D et STL, les objectifs ci-dessus sont énoncés de manière plus « modeste », comme le montre l'extrait suivant :

« *Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.* »

Tous les objectifs ci-dessus, quelques soient les filières mentionnées précédemment, sont suivis dans les programmes officiels des précisions communes suivantes :

« *Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique bien conçue permet de développer :*

- *s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies*
- *modéliser : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;*
- *représenter : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique,...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;*
- *raisonner, argumenter : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;*
- *calculer, utiliser le langage symbolique : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;*
- *communiquer à l'écrit et à l'oral : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.* »

Au titre de l'unité de la formation scientifique, les différents programmes soulignent plusieurs points que nous reprenons ici :

- (L'importance) « *de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants.* »
- (Percevoir) « *la globalité et la complexité du monde réel exige le croisement des regards disciplinaires. Ainsi, les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de pa-*

*ramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes...)* »

- « *La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.* »
- « *Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité.* »

Pour les filières technologiques, il est également précisé que les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques.

Passons maintenant en revue les contenus des programmes de ces classes préparatoires scientifiques en France (en 2013).

Pour la première année, nous prenons comme référence le programme officiel de MPSI<sup>2</sup>, classe disposant de l'éventail de contenus le plus large. Tous les programmes publiés par le ministère sont divisés en plusieurs catégories et nous mettons entre parenthèses celles qui sont exclusives au programme de la filière MPSI. Pour ne pas alourdir par trop de détails, nous indiquons simplement le titre de chaque catégorie mais précisons ici qu'un certain nombre de contenus, bien que traités dans toutes les filières, sont enseignés de manière moins approfondie selon les cas.

- I. Raisonnement et vocabulaire ensembliste
- II. Calculs algébriques
- III. Nombres complexes et trigonométrie
- IV. Techniques fondamentales de calcul en analyse
- V. Nombres réels et suites numériques
- VI. Limites, continuité, dérivabilité
- VII. Analyse asymptotique
- VIII. Arithmétique dans l'ensemble des entiers (relatifs)
- IX. (Structures algébriques usuelles)
- X. Polynômes (et fractions rationnelles)
- XI. Espaces vectoriels et applications linéaires
- XII. Matrices
- XIII. (Groupe symétrique et) déterminants
- XIV. Espaces préhilbertiens réels
- XV. Intégration
- XVI. Séries numériques
- XVII. Dénombrément
- XVIII. Probabilités

Dans chaque programme, il y a également des colonnes de commentaires pour indiquer ce qui est clairement hors-programme pour chaque classe. Nous n'en faisons pas mention ici. Signalons enfin que dans les filières technologiques TSI et TPC disposent dans leurs programmes d'une catégorie « Géométrie du plan et de l'espace » inexistante dans la liste des catégories des autres voies (voir ci-dessus).

Nous observons que ce programme de première année parcourt de manière très complète les fondements des mathématiques, y compris les structures qui ne sont pas vues au lycée.

De même que précédemment, pour la deuxième année, nous prenons comme référence le programme de la filière MP<sup>3</sup> et mettons entre parenthèses les catégories qui lui sont exclusives.

---

<sup>2</sup> Pour plus de détails, voir le programme de MPSI à l'adresse <https://prepas.org/ups.php?document=6>

<sup>3</sup> Pour plus de détails, voir le programme de MPSI à l'adresse <https://prepas.org/ups.php?document=397>

En italiques, la ligne V est une catégorie absente de la série PC mais présente dans toutes les autres séries et la ligne XII est présente en PC et PSI mais absente en PT, TPC et TSI.

- I. (Structures algébriques usuelles)
- II. Réduction des endomorphismes et des matrices carrées
- III. (Fonctions convexes)
- IV. (Topologie des espaces vectoriels normés)
- V. (Espaces préhilbertiens réels. Endomorphismes des espaces euclidiens)
- VI. (Séries et familles sommables)
- VII. Suites et séries de fonctions, séries entières
- VIII. Fonctions vectorielles, arcs paramétrés
- IX. Intégration sur un intervalle quelconque
- X. Variables aléatoires discrètes
- XI. Équations différentielles linéaires
- XII. (Calcul différentiel)

En classe de PT, il faut ajouter la catégorie « Fonctions de deux ou trois variables », ainsi que « Courbes et surfaces dans l'espace », en série TSI et TPC, il faut ajouter les « Séries de Fourier ».

### *Cycles préparatoires Intégrés (CPI)*

Les cycles préparatoires Intégrés représentent le deuxième grand vivier de recrutement en cycle ingénieur. Le terme « intégré » signifie que ces formations se déroulent (à de rares exceptions près, où la taille des locaux ne le permet pas) dans les locaux des écoles ingénieurs et que les étudiants choisissant cette filière intégreront un cycle ingénieur sans passer d'épreuve de concours. La sélection des étudiants à l'issue de ce cycle préparatoire se fait alors par des jurys locaux qui tiennent compte du dossier et des résultats des examens passés pendant les deux années de CPI.

Il est courant que ces cycles préparatoires dirigent leurs étudiants vers l'école d'ingénieurs dans laquelle ils se trouvent. Mais il arrive aussi que certains CPI permettent à leurs étudiants d'intégrer une école faisant partie d'un regroupement plus large d'établissements (groupe INSA, Fédération Gay Lussac, etc.). Le principe reste alors celui d'un jury local dans chaque CPI, mais celui-ci sera le cas échéant suivi d'une péréquation des moyennes puis d'un interclassement des candidats souhaitant intégrer ces cycles ingénieurs.

Ce type de cycle préparatoire, par son « intégration » à la formation d'ingénieur laisse plus de liberté curriculaire aux équipes enseignantes. Ni le ministère, ni la Commission du Titre de l'ingénieur (CTI) n'intervient dans le plan de formation de ces cycles préparatoires (même si cette dernière peut donner des avis en terme de volume horaires par exemple) et les équipes enseignantes ont la possibilité d'adapter leurs contenus aux besoins supposés des futurs élèves ingénieurs.

Ainsi, il est difficile de connaître les horaires et les programmes dispensés dans toutes ces formations, en particulier en mathématiques.

Prenons comme exemple les choix faits dans le CPI dans lequel nous enseignons et qui fait partie d'un regroupement ou réseau de vingt écoles d'ingénieurs. C'est également dans ce CPI que nous avons mené une enquête dont l'analyse sera l'objet de notre chapitre 4. Dans ce CPI, les horaires de première et deuxième années sont annualisés (il n'y a pas de volume hebdomadaire spécifique) et se répartissent comme suit (cf. Tableau 1-4) :

	<b>CM</b>	<b>TD</b>	<b>Total</b>
<b>Première année</b>	80	80	160
<b>Deuxième année</b>	80	80	160

**Tableau 1-4 Exemple d'horaire annuel en mathématiques dans un CPI**

Le programme pour sa part a été revu au même moment que la réforme des CPGE en 2013 (qui suivait elle-même une grande réforme des programmes de lycée) et il se base sur les programmes de PCSI.

Ce CPI a réalisé son programme de première et deuxième année en concertation avec les autres cycles préparatoires appartenant au même réseau, en prenant comme base de réflexion le programme de PCSI.

Pour les idées directrices, voici ce qui est indiqué dans ce programme (cf. annexe 1.2) :

- « Avec les réformes récentes de l'enseignement des mathématiques au lycée, les élèves risquent d'avoir plus de difficultés que par le passé pour tout ce qui concerne les outils de base en mathématiques : calcul, manipulation d'expressions, etc.
- Il faudra faire en sorte de les accompagner davantage dans les énoncés de TD et de devoirs : rajouter des questions intermédiaires, donner le résultat de certains calculs, etc.
- Les deux grandes nouveautés du programme de PCSI (probabilités et statistiques d'une part, séries numériques d'autre part) seront traitées en deuxième année de CPI, l'accent devant être mis en première année sur la maîtrise des notions qui étaient déjà au programme;
- De manière générale, il faut insister sur les aspects pratiques, et rester modeste sur les attentes théoriques. »

Le programme est élaboré à titre indicatif et ne contraint pas les enseignants à le suivre. Il n'y a pas d'autre forme d'échange systématique entre les collègues en-dehors de l'édification commune de ce programme. Ce dernier se divise en douze parties, dont nous ne précisons que les intitulés. Pour plus de détail voir annexe 1.2 :

- I. Outils mathématiques essentiels
- II. Nombres complexes, trigonométrie
- III. Polynômes
- IV. Dénombrement
- V. Nombres réels et suites numériques
- VI. Limites, continuité et dérivabilité
- VII. Systèmes linéaires et calcul matriciel
- VIII. Géométrie vectorielle élémentaire
- IX. Intégration
- X. Développements limités
- XI. Espaces vectoriels de dimension finie
- XII. Applications linéaires et matrices

Le programme de deuxième année de ce CPI est également conçu dans le même esprit qu'en première année : construire une référence commune aux différents cycles préparatoires du réseau d'écoles dont elle fait partie. D'après le document (cf. annexe 1.3), ce programme « est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie ». Il se découpe en neuf parties :

- I. Espaces vectoriels, endomorphismes et matrices
- II. Réduction des endomorphismes et des matrices carrées
- III. Espaces euclidiens
- IV. Intégration
- V. Fonctions de plusieurs variables
- VI. Calcul différentiel
- VII. Séries numériques, séries entières
- VIII. Equations différentielles
- IX. Probabilités

## Autres cycles préparatoires

Contrairement aux deux cycles préparatoires détaillés précédemment, les STS, IUT et université sont des formations délivrant un diplôme en 2 ans pour le BTS et le DUT, et en 3 ans pour la Licence. Même si ce n'est pas l'objectif premier de ces formations, ces diplômes peuvent permettre éventuellement une poursuite d'étude en cycle ingénieur. Le cas échéant, l'admission se fait alors sur dossier et entretiens. Cette sélection a pour but de s'assurer que le niveau de l'étudiant et la spécialité de son diplôme soient en adéquation avec les attentes de la formation d'ingénieur visée.

Quant à la formation de mathématiques, il est impossible de passer ici en revue la totalité des curricula. Notons seulement qu'il n'existe pas de programme national de STS ou d'IUT, et chaque filière a la possibilité d'inscrire ses propres choix dans sa grille de formation.

### 1.2.2 Le cycle ingénieur

Comme nous l'avons vu dans la sous-partie précédente, la formation en cycle ingénieur est soumise à l'approbation de la Commission du Titre de l'ingénieur (CTI). Les accréditations renouvelables sont délivrées pour une durée maximale 6 ans et permettent donc une forme d'harmonisation des formations d'ingénieurs en France (elle intervient également sur demande pour des établissements étrangers), ainsi qu'une valorisation du titre au niveau national et international. Ceci permet de palier à la non réglementation de la profession (il n'existe pas « d'ordre des ingénieurs » en France).

Étant donnée la multiplicité des diplômes d'ingénieurs existants, la CTI n'a pas la possibilité en revanche de formuler des obligations curriculaires. Elle ne fait que valider les choix qui sont réalisés au sein de chaque établissement pour les diplômes auxquels ils préparent.

À propos des formations au métier d'ingénieur, l'ONISEP (Office National d'Information Sur les Enseignements et les Professions) précise sur son site internet<sup>4</sup> que « *dans certaines écoles les étudiants choisissent une spécialité (appelée aussi filière, branche ou encore majeure) dès la 1ère année du cycle ingénieur. Au tronc commun s'ajoutent alors des cours dédiés à la dominante choisie (par exemple, des cours de traitement du signal, de systèmes embarqués ou de programmation pour la spécialité télécommunications et réseaux).*

Dans d'autres écoles, le choix de la spécialité se fait en 2e ou 3e année. Des options sont alors proposées en 1ère année pour affiner son projet en testant son intérêt pour un domaine ou une matière.

Au fur et à mesure des semestres, les cours consacrés à la spécialité choisie par l'étudiant deviennent majoritaires. Ils sont l'occasion d'approfondir ses connaissances sur le sujet, d'étudier différents domaines d'application et de développer des compétences métiers. »

Comme l'indique cette description, la formation de mathématiques en cycle ingénieur repose donc elle aussi sur des programmes réalisés au sein des écoles par les enseignants ou les équipes pédagogiques. Selon les diplômes, les contenus mathématiques, les étapes de la préparation où se situent les enseignements, ainsi que les horaires correspondants diffèrent.

Pour illustrer néanmoins notre propos, nous prenons comme exemple quelques contenus enseignés dans certaines des écoles d'ingénieurs où exercent les collègues que nous avons rencontrés pour une autre partie de notre travail (cf. chapitre 3). Nous précisons le choix des contenus mathématiques enseignés en indiquant les titres des chapitres relevés dans des photocopies fournis.

---

<sup>4</sup> <http://www.onisep.fr/Choisir-mes-etudes/Apres-le-bac/Principaux-domaines-d-etudes/Les-ecoles-d-ingenieurs/Etudier-en-cycle-ingenieur-a-quoi-s-attendre>

Cours intitulé « Initiation aux mathématiques du signal » pour la préparation au titre d'ingénieur électronique et informatique (cours de Pascal, enseignant de 1ère année du cycle ingénieur, cf. Chapitre 3) :

- L'intégrale de Lebesgue
- Convolution
- Transformée de Fourier
- Séries de Fourier

Cours intitulé « Compléments de mathématiques » pour la préparation au titre d'ingénieur chimiste (cours de Patrice, enseignant en 1ère année du cycle ingénieur, cf. Chapitre 3) :

- Quelques rappels sur la représentation de données et leur exploitation
- Fonction de plusieurs variables, différenciation
- Nombres complexes
- Développements limités et applications
- Équations différentielles du 1er et du 2ème ordre. Transformées de Laplace. Quelques applications en atomistique
- Résolution de systèmes linéaires, matrices, déterminants et éléments de théorie des groupes
- Produits de vecteurs, opérateur Nabla et applications

Cours intitulé « Remédiation mathématique » pour la préparation au titre d'ingénieur électronique et informatique industrielle (cours de Marianne, 1ère année du cycle ingénieur) :

- Rappels d'analyse
- Intégrales
- Variables aléatoires
- Algèbre linéaire
- Intégrales de Lebesgue

Nous constatons que, quelque soit le type de cours présenté, les intitulés correspondent à ce que l'on peut appeler des « outils mathématiques ». Même la partie « algèbre linéaire » du deuxième exemple de cours ci-dessus représente en réalité le calcul matriciel et la résolution de systèmes. On note également des intitulés comme « rappel » ou « remédiations » qui montrent la prise en compte des différentes origines des étudiants.

Cependant, les photocopiés de cours que nous avons pu observer montrent qu'une place non négligeable est apportée à la théorie et ces « outils » ne sont pas seulement exposés de manière utilitaire, mais bien avec le formalisme mathématique adapté aux notions abordées.

Nous présentons en annexes quelques exemples de partie de cours (annexe 1.4) et de feuille de TD (annexe 1.5) et nous détaillons l'utilisation effective de ces ressources par les enseignants dans le chapitre 3.

### 1.2.3 Conclusions et premières interrogations

Devant la variété observée des parcours, plutôt que de parler de la formation en mathématiques des ingénieurs, il faudrait parler DES formations en mathématiques, car il y a bien des formations diverses, pour des métiers et des besoins également bien diversifiés selon les spécialités de ces ingénieurs.

Nous retiendrons que :

- Pour ce qui est des CPGE, d'après les contenus présents dans les programmes officiels, les ingénieurs reçoivent une formation théorique de haut niveau en mathématiques en cycle préparatoire.
- Il est difficile d'avoir des informations sur les contenus dans les autres cycles préparatoires que les CPGE car il apparaît que chaque formation gère son propre programme d'enseignement.



- En cycle ingénieur, le niveau et les contenus de la formation mathématique est adapté aux supposés besoins des futurs ingénieurs. La formation semble s'orienter vers l'enseignement d'outils mathématiques, sans négliger l'exposé de la théorie attenante. De plus, l'enseignement doit, au moins dans certaines écoles, prendre en compte la variété des cycles préparatoires d'origine des étudiants.

Ainsi, certaines questions se dégagent à ce stade du travail :

- Quels sont les besoins réels de mathématiques des ingénieurs sur leur lieu de travail ?
- Qu'est-ce que qui est vraiment enseigné en cycle ingénieur ? Et comment se déroulent ces enseignements ?
- Quelle est l'adéquation entre la formation et les besoins réels des ingénieurs sur leur lieu de travail ?
- Comment est perçue cette formation par les étudiants ou les ingénieur : globalement et en distinguant les cycles préparatoires et les cycles ingénieurs ? Quels sont les manques, les atouts ?
- Si un défaut d'adéquation est mis en évidence, que peut-on tenter de mettre en place dans l'enseignement de mathématique en cycle ingénieur pour y remédier ?

Ces interrogations nous permettront en fin de chapitre de composer nos questions de recherche une fois que nous aurons présenté dans les deux parties suivantes, notre cadre théorique et l'état de l'art en lien avec nos travaux.

### 1.3 Cadre théorique : Les différents aspects de la TAD utiles à notre travail

Dans cette partie, nous présentons la Théorie Anthropologique du Didactique (notée TAD dans ce qui suit) initialement introduite par Yves Chevallard au début des années 1990.

Cette approche s'inscrit dans la continuité de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) due à Guy Brousseau dans les années 1970 (Brousseau & Balacheff, 1998). Près d'un quart de siècle après les débuts de l'édification de ce cadre théorique, Chevallard a justifié la raison d'être de sa nouvelle approche comme permettant de répondre au « *symptôme* » que représente la TSD « *qui fait apparaître les tours et les détours par lesquels il a fallu passer pour aller de l'algèbre 'savante' (par exemple) à l'algèbre 'enseignée'* ». (Chevallard, 2007a, p. 3).

Un des objectifs est alors de répondre par cette théorie anthropologique au double problème posé selon lui par l'émancipation épistémologique et institutionnelle « *de la position du didacticien et de la science didactique qu'il produit vis-à-vis des institutions qui servent d'habitat à ses objets d'étude* » (Chevallard, 2007a, p. 1) et « *la difficulté de la diffusion des praxéologies<sup>5</sup> didactiques engendrées par la TSD* » (Chevallard, 2017b, p. 33). Un autre objectif énoncé de cette théorie est de lutter contre l'auto-enfermement disciplinaire en didactique.

Nous faisons le choix de ne pas détailler ici la genèse complète de cette théorie<sup>6</sup>. Signalons seulement que cette dernière est aujourd'hui reconnue au niveau international et que son universalité (que l'on peut entendre dans le terme « anthropologique ») lui permet d'être utilisée dans les travaux en didactiques de plusieurs disciplines. Le cadre théorique de la TAD tel qu'il existe actuellement est donc le résultat de travaux collectifs et le fruit de nombreuses interactions.

Nous présentons dans ce qui suit les aspects fondamentaux de ce cadre théorique qui nous seront utiles tout au long de notre travail de thèse, et en particulier pour énoncer nos questions de recherche en fin de chapitre. Dans les sous-parties 1.3.1 à 1.3.5 suivantes, nous définissons ainsi respectivement les notions d'institutions, de praxéologies, de niveaux de codétermination

<sup>5</sup> Pour une définition du terme « praxéologie », voir 1.3.2.

<sup>6</sup> Voir <https://ardm.eu/qui-sommes-nous-who-are-we-quienes-somos/yves-chevallard-la-theorie-anthropologique-du-didactique/>

didactique et enfin de Parcours d'Etude et de Recherche. Pour ce faire, nous nous référons essentiellement et sauf mention contraire à (Chevallard, 2017b).

### 1.3.1 Institutions et systèmes didactiques

La première entrée par laquelle nous abordons le choix de notre cadre théorique est également celui qui était déjà au cœur de la TSD de Brousseau et donc à la naissance de la TAD. Il s'agit de la notion d'institution.

L'hypothèse de base de la TAD est en effet que l'étude d'un phénomène ou d'un processus didactique (comme l'enseignement ou l'apprentissage d'un savoir) dépend des pratiques institutionnelles et ainsi de l'institution dans laquelle ce savoir est enseigné ou appris.

Précisons qu'il nous faudra entendre le terme « institution » au sens large. Par exemple, considérant une école d'ingénieurs donnée, il ne serait pas réaliste de considérer que l'enseignement du calcul intégral est identique dans un cours de remédiation mathématique ou dans un cours de traitement du signal. Ces deux cours seront ainsi à considérer comme deux institutions différentes dans lesquelles évoluent chaque fois le triplet, appelé « système didactique » et représenté par les étudiants, un (ou des) enseignant(s) et un (ou des) savoir(s) ou enjeu(x) didactique(s) (voir ci-dessous).

Cette définition va donc plus loin que la simple notion d'institution que serait l'école d'ingénieurs de départ dans notre exemple. De plus, nous pouvons décliner cette notion dans le milieu professionnel où un métier ou une profession donnée représentent également une institution particulière.

Ce que propose initialement d'étudier Chevallard est l'existence d'un rapport d'une personne à un objet ou d'une institution à cet objet (réf. Passé, présent, page 4). Puis, en prenant l'exemple « *d'une personne x se trouvant à tel endroit dans une ville inconnue, sollicitant un passant y pour qu'il lui indique où se trouve la pharmacie la plus proche (♥)* », il propose de faire évoluer la notion de rapport vers celle plus générale de Système didactique  $S(x;y;♥)$ . Cette notion couvre alors selon lui « *tous les cas imaginables où des x doivent agir pour (mieux) connaître un 'quelque chose', ♥, et peuvent éventuellement disposer pour cela de l'aide d'un ou plusieurs y* » (Chevallard, 2017b, p. 32). Il est possible de généraliser si nécessaire à la notation  $S(X; Y; ♥)$  où  $X$  peut contenir plusieurs membres  $x$  et  $Y$  plusieurs membres  $y$ .

Il énonce enfin que « le domaine de pertinence de la notion de système didactique est en fait l'espace social et institutionnel tout entier – sans quoi nous ne serions pas dans une TAD » (Chevallard, 2017b, p. 32), ce que nous préciserons effectivement plus loin.

Après cette notion d'institution qui est le lieu (au sens large) du déroulement du processus didactique, il nous faut introduire une manière de décrire le processus lui-même. C'est ce que propose la notion de praxéologies que nous abordons dans la sous-partie suivante.

### 1.3.2 Praxéologies

Comme nous avons commencé à l'entrapercevoir avec les notions générales d'institutions et de systèmes didactiques, la TAD va bien au-delà du champ de la didactique des mathématiques. Ceci est une visée anthropologique que l'on retrouve également dans la définition d'une praxéologie, dont l'étymologie est basée sur le rapprochement de deux locutions d'origine grecque : « praxis » et « logos ».

#### **Le bloc de la praxis $\Pi$ ou le bloc praxique ou bloc pratico-technique (le savoir-faire)**

La notion « cardinale » de praxéologie provient d'un postulat de départ, *a priori* pris hors du champ de la didactique des mathématiques (à l'instar des notions définies précédemment), énonçant que « *toute activité humaine peut se décomposer sous la forme de tâches  $t$  d'un certain type  $T$*  ». (Chevallard, 1998, 2017b).

D'après ce premier postulat, ce sont donc les notions de tâche  $t$  et de type de tâches  $T$  qui sont au commencement de l'idée de praxéologie. La différence entre les deux est ténue mais importante et souvent source de confusion. Il convient donc de l'explicitier ici. En effet, pour repérer ce qu'est un type de tâches  $T$ , on doit quasiment toujours trouver un verbe d'action accompagné d'un type d'objet ; par exemple, « Calculer une primitive », « Réaliser un contrôle de qualité ». Par contre, si ce verbe d'action est suivi d'un objet plus précis, il s'agit d'une tâche  $t$ , comme par exemple ou « Calculer une primitive de la fonction qui à  $x$  associe  $\sin^2(x)$  », « Contrôler la production de paracétamol sur telle chaîne de production ».

De par son manque de généralité, la notion de tâche n'est pas utilisée en tant que telle et c'est celle de type de tâches  $T$  qui représente la première composante d'une praxéologie.

Le deuxième postulat de la TAD est que « l'accomplissement de tâches  $t$  d'un type donné  $T$  suppose la mise en œuvre d'une certaine technique notée généralement par la lettre grecque  $\tau$  (...) c'est-à-dire la mise en jeu d'une certaine 'manière de faire' » (Chevallard, 2017b, p. 33).

Nous détenons ainsi le deuxième élément d'une praxéologie, la technique  $\tau$  utile pour réaliser le type de tâches  $T$ . Dans nos exemples précédents, il s'agirait pour le premier type de tâches des techniques « Transformer l'expression de la fonction à intégrer », ou « Faire une intégration par parties » par exemple. Pour le deuxième type de tâches, il pourrait s'agir des techniques « Simuler des données » ou « Réaliser un test de Student » par exemple.

Notons qu'un type de tâche  $T$  nécessite en général la mise en place successive ou combinée de plusieurs techniques. De plus une technique est par définition quelque chose qui doit être construit et non pas une donnée « naturelle » ne devant rien à la culture. Chevallard allant jusqu'à préciser que « l'équipement praxéologique d'une personne ou d'une institution est entièrement à construire, à déconstruire, à reconstruire » (2017b, p. 34), étant conscient cependant « qu'une technique peut n'avoir qu'une portée limitée (ne réussir que sur certaines tâches du type considéré) » (2017b, p. 36).

À ce stade de la construction, nous obtenons l'assemblage d'un type de tâche et d'une technique pour former le premier bloc d'une praxéologie : le bloc (de la) praxis ou bloc praxique, noté  $\Pi=[T,\tau]$  et parfois appelé aussi bloc practico-technique. Dans le langage courant, ce bloc correspond à peu près à un « savoir-faire ».

Le lien entre praxéologies et institutions a déjà été abordé, et Chevallard précise à ce sujet « qu'en une institution donnée, à propos d'un type de tâches donné, il existe en général une seule, ou du moins un petit nombre de techniques institutionnellement reconnues » (Chevallard, 1998, p. 3).

### **Le bloc du logos $\Lambda$ , ou bloc technologico-théorique (le savoir)**

Le second bloc d'une praxéologie est le bloc du logos ou du « discours raisonné ».

En repartant de la notion élémentaire de technique exposée précédemment, il s'agit de fournir un discours (que l'on retrouve dans le suffixe -logie) sur la technique précédente (techno-), pour donner naissance à une technologie  $\theta$ . En d'autres termes, « la technologie  $\theta$  a pour fonction de justifier la technique, de la rendre intelligible, et dans certains cas même, de permettre de produire cette technique (...) » (Chevallard, 2017b, p. 34).

Pour terminer l'édification du modèle, la technologie elle-même a aussi besoin d'être justifiée et le sera grâce au quatrième et dernier élément d'une praxéologie : la théorie  $\Theta$ . De sorte que le bloc du logos s'écrit maintenant  $\Lambda=[\theta, \Theta]$ . Ce bloc est aussi appelé bloc technologico-théorique et correspond couramment au « savoir ».

Soulignons que par construction, tout comme la technologie, la théorie n'est pas « absolue » et dépend des personnes et des institutions qui en ont l'usage ou qui en font l'énoncé. Pour re-

prendre l'exemple de Chevallard, tout comme « *un enfant de trois ans a 'sa théorie' (...), les énoncés 'théoriques' (mathématiques) portent bien leur nom puisqu'ils sont d'allure plus abstraite, plus générale, bref, d'allure 'théorique'* » (2017b, p. 38).

À propos de la technologie  $\theta$  et de la théorie  $\Theta$ , Chevallard leur attribue un aspect paradoxal qu'il convient enfin de souligner : « *d'une part la composante technologique est souvent quasi inexistante, évanescence ; d'autre part, lorsqu'elle apparaît ainsi manquante ou inaudible, il y a le plus souvent génération 'spontanée' d'un succédané personnel ou institutionnel de technologie, 'bricolée' sous l'influence d'une théorie également 'spontanée' et 'bricolée', qui permet aux instances humaines de 'donner du sens' à ce qu'elles font, c'est-à-dire à la mise en œuvre de la technique  $\tau$*  » (2017b, p. 34).

Pour terminer notre présentation de ce modèle aussi appelé « organisation praxéologique » et que l'on nomme en anglais « the four T model » (« le modèle des quatre T »), précisons que « *toute praxéologie  $\wp$  engagée dans une action humaine comporte bien ces quatre composantes  $[T/\tau/\theta/\Theta]$ , et que celles-ci sont actives ou peuvent, dans certaines circonstances, le devenir* » (Chevallard, 2017b, p. 37). Ceci reste vrai même s'il arrive, dans l'observation de l'activité mathématique, que le chercheur se trouve face au phénomène d'incomplétude des praxéologies (Bosch, Fonseca, & Gascón, 2004).

Notons que le modèle des praxéologies que nous venons d'exposer est une version « élémentaire » (au sens d'éléments simples), aussi qualifiée de praxéologie ponctuelle  $\wp=[\Pi,\Lambda]=[T/\tau/\theta/\Theta]$ , dans lequel un type de tâches donné correspond une seule technique, une seule technologie et une seule théorie.

Mais comme l'illustrent les courts exemples utilisés plus haut, si plusieurs techniques sont possiblement utilisables pour la réalisation d'un type de tâche donné, il en va de même pour une théorie qui permet de justifier plusieurs technologies. Par exemple, la théorie des statistiques inférentielles permet de justifier l'utilisation de la statistique de Student (technologie) pour réaliser le test correspondant (technique) dans le cadre du contrôle qualité en laboratoire (type de tâche).

Dans le cadre de la réalisation d'une analyse praxéologique, il n'est pas rare d'utiliser ce modèle ponctuel qui permet de décomposer une praxéologie (composite) donnée en plusieurs praxéologies ponctuelles.

Pour rendre compte plus finement de la réalité et de la diversité des conditions et contraintes de l'analyse praxéologique (ou plus généralement de celles régissant l'analyse des systèmes didactiques observés), la TAD fait également mention des niveaux de codétermination didactique que nous présentons dans la sous-partie suivante.

### 1.3.3 Niveaux de codétermination didactique

Pour analyser l'activité mathématique dans une institution donnée, l'observation des praxéologies mises en œuvre dans le système didactique observé n'est pas suffisante. En effet, ce système subit des contraintes qui déterminent les conditions dans lesquelles il évolue. C'est ainsi que vient l'idée de définir différents niveaux de codétermination didactique. La justification de ces niveaux de codétermination didactique vient alors du fait que « *le qualificatif 'anthropologique' de la TAD est là pour rappeler que l'étude scientifique du didacticien doit être attentive à d'autres dimensions du réel social que celle du didactique précisément* » (Chevallard, 2012, p. 8).

Mais gardons-nous dès le départ de la confusion suivante : ces niveaux ne sont pas des niveaux didactiques (c'est-à-dire que la didactique n'est aucunement présente dans ces niveaux). Comme nous venons de le définir, ils représentent des conditions et contraintes *didactiques* agissant à ces différents niveaux. Ces derniers se représentent sous forme de l'échelle décrite dans la Figure 1-1 suivante :

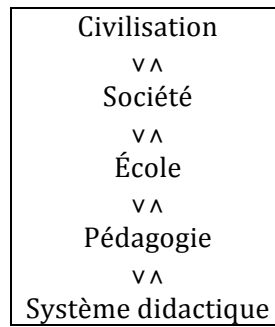


Figure 1-1 L'échelle de codétermination didactique

Il est possible, comme le font Barquero, Bosch, & Gascón (2013, p. 315) d'interpréter ces niveaux dans une institution à vocation d'enseignement :

- Les niveaux supérieurs « civilisation » et « société » concernent la façon dont nos sociétés et civilisations interprètent la raison d'être, les fonctions et les objectifs de l'instruction délivrée.
- Le niveau « école » correspond aux conditions et contraintes relatives aux différentes disciplines, l'organisation et la répartition des étudiants (par âge, classes, établissements, etc.).
- Le niveau « pédagogie » se réfère lui directement aux contraintes d'enseignement et conditions d'apprentissage comme l'interdisciplinarité éventuelle, les choix curriculaires, etc.
- Tous ces paramètres interfèrent entre eux ainsi que sur le système didactique  $S(x ; y ; ♥)$  introduit précédemment.

Cette échelle peut se parcourir dans les deux sens et pour rester fidèle à son idée de départ, Chevallard entend lui donner une dimension plus étendue encore. En ce sens, il précise que derrière tout système didactique il y a une « école » (au sens large) c'est-à-dire « *une institution (...) généralement connue et reconnue qui, vis-à-vis de la société a la puissance de légitimer et d'ordonner la formation<sup>7</sup>, la vie et la cessation de certains types de systèmes didactiques* » (Chevallard, 2017b, p. 43). Tout ceci est donc valable dans tout contexte, et pour l'illustrer dans la vie courante, il prend l'exemple du type de tâches « Trouver la pharmacie la plus proche », dans lequel l'aide y (rôle du « professeur » dans l'école) peut être une personne travaillant dans une école comme par exemple un « office de tourisme », ou bien même une personne « auto-mandatée » qui évolue alors dans l'école « demande de renseignement dans la rue » (Chevallard, 2017, p. 43).

Tous les termes de l'échelle (Figure 1-1) ont un sens si nous les mettons au pluriel (il y a bien *des* systèmes didactiques, *des* pédagogies, *des* écoles, *des* sociétés et même *des* civilisations), et c'est même cela qui fait tout l'intérêt de cette échelle pour l'étude du « didacticien anthropologue » (non disciplinaire, que Chevallard désigne par « gyrovagant »). Pour comprendre alors tout cela et pour englober tous ces niveaux, Chevallard ajoute un niveau au-dessus de celui de « civilisation » : le niveau « humanité ». Ce terme joue un rôle universel pour lequel le pluriel n'a pas de sens d'un point de vue anthropologique mais qui est bien en relation avec tous les autres niveaux de l'échelle.

Quelles sont alors les observations qui vont nous intéresser lors de l'étude d'un système didactique  $S(X ; Y ; ♥)$  donné, et comment procéder à ces observations ? Pour Chevallard, il s'agit de déterminer les gestes d'étude de X et de Y, en particulier leurs praxéologies respectives présentant chacune des conditions et contraintes intrinsèques, auxquelles il faut ajouter des conditions et contraintes apportées par les niveaux de codétermination de l'échelle du même nom (entre autres contraintes institutionnelles).

<sup>7</sup> Au sens de « création »

Dans les sous-parties précédentes, nous avons décrit les éléments fondamentaux du cadre théorique qui est le nôtre : institution, système didactique, praxéologie et niveau de codétermination. Dans la prochaine sous-partie 1.3.4, nous exposons quelques prolongements du modèle, en particulier une extension du modèle praxéologique. Ceci nous fournira des outils d'analyse bien adaptés à la suite de nos travaux.

#### 1.3.4 Prolongements de la TAD pour l'adaptation à notre travail : le folklore technologique

Dans le contexte de notre étude sur la formation des ingénieurs en France ainsi que sur leur utilisation des mathématiques sur leur lieu de travail, il nous semble opportun de nous intéresser à des travaux plus spécifiquement axés sur la formation en mathématiques des non-spécialistes et en particulier des ingénieurs.

Castela (2008) propose en effet d'adapter le modèle praxéologique de base au contexte de la formation mathématiques des ingénieurs. Elle s'intéresse à l'enseignement aux ingénieurs de certaines notions (comme l'automatique), mais également à l'utilisation faite par ceux-ci des mathématiques sur leur lieu de travail. Son idée consiste à observer ce qui se passe au niveau de la technologie  $\theta$ . Partant elle aussi de l'étymologie du mot « technologie » et sans remettre totalement en cause la définition que Chevallard en donne (cf. 1.3.2), elle avance pour sa part, que « *la technologie d'une technique est le savoir orienté vers la production d'une pratique efficace, qui a pour fonctions de justifier et légitimer la technique, mais aussi d'en outiller et d'en faciliter la mise en œuvre* » (Castela, 2008, p. 143).

Concrètement, elle formalise pour les ingénieurs ou les non-spécialistes ce qu'elle appelle le « folklore institutionnel » ou « folklore pratique » en intégrant dans la technologie  $\theta$  deux nouvelles composantes :

- la composante théorique  $\theta^{\text{th}}$  de la technologie, correspondant à « d'éventuels éléments de savoir empruntés à certaines théories pertinentes » ;
- la composante pratique  $\theta^{\text{p}}$  de la technologie, correspondant à « des savoirs qui, selon les domaines de recherche, sont qualifiés d'opérateurs, pragmatiques, pratiques. » Cette composante forge dans l'expérience « une œuvre collective qui exprime et capitalise la science de la communauté des praticiens confrontés dans les mêmes conditions matérielles et institutionnelles aux tâches de type T, favorisant ainsi sa diffusion au sein du groupe ».

Au sujet de cette dissociation de la technologie, Castela précise que du fait de son orientation vers la pratique, celle-ci « *ne se réduit pas aux savoirs justifiés rationnellement mais peut également intégrer des éléments dont la pertinence a été mise à l'épreuve dans la pratique réitérée du collectif* » (Castela, 2008, p. 144).

Pour aller plus loin dans l'adaptation du modèle praxéologique au cas des ingénieurs (ou des non-spécialistes plus généralement), Castela s'intéresse également à la théorie. Sur ce point, elle rejoint le propos de Chevallard précisant que celle-ci n'est effectivement pas dirigée vers la pratique (cf. 1.3.2). Néanmoins, elle ajoute « *qu'au cours du développement des sciences, certains éléments du folklore pratique décrit plus haut sont formalisés dans le cadre d'une théorie qu'ils contribuent à faire émerger* » (Castela, 2008, p. 145).

Nous retrouvons dans ce que nous qualifions de « folklore technologique » : la dialectique pratique-théorique qui a historiquement toujours été au cœur de la construction des formations d'ingénieur, comme nous l'avons vu en 1.1. Ce phénomène peut être rencontré aussi bien dans l'institution du lieu de travail des ingénieurs que celle de la formation en cycle ingénieur. Pour nos analyses, prendre en compte cette problématique est donc essentiel et c'est la raison pour laquelle nous y faisons référence ici.



Enfin, nous l'avons dit en introduction, l'objectif de la thèse n'est pas seulement de constater des faits praxéologiques, mais également de faire des propositions didactiques. Le dispositif des Parcours d'Étude et de Recherche (PER) est un dispositif qui fait partie le cadre de la TAD. Développés initialement lors de la mise en place au lycée des Travaux Personnel Encadrés (TPE), l'intérêt que ce type de dispositif a suscité dans la recherche a aujourd'hui dépassé le cadre de l'enseignement secondaire (cf. 1.4.7).

Nous présentons dans la dernière sous-partie suivante le dispositif de PER en montrant les articulations avec les outils du cadre théorique de la TAD que nous avons exposés précédemment.

### 1.3.5 Parcours d'Étude et de Recherche

#### Le PER comme action didactique

Les outils théoriques précédents (institutions, systèmes didactiques, praxéologies, niveaux de codéterminations, folklore technologique) sont essentiellement tournés vers l'analyse de l'existant. Comme nous l'avons dit précédemment, nous allons dans cette sous-partie nous intéresser à des outils permettant une action didactique.

Revenons pour commencer sur la notion d'enjeu didactique. Selon Chevallard cet enjeu ♥ est d'une manière générale « *une œuvre désignée (par y ou Y) comme à étudier (par x ou X), c'est-à-dire le fruit d'une activité humaine ayant une finalité (une fonction, etc.)* » (Chevallard, 2017b, p. 46). Selon lui encore, il faut bien comprendre que le type originel d'œuvre est en fait celui d'une question Q en tant que « fruit de l'activité humaine » ; les autres œuvres étant en réalité des dérivées plus ou moins partielles de ces questions. On peut en effet sans conteste considérer par exemple qu'un manuel scolaire, en tant qu'œuvre, a pour but de fournir une réponse R à une question Q (au sens élargi) et finalement cette partie du cadre théorique considère que les œuvres sont généralement des « *entités praxéologiques souvent incomplètes qui constituent soit des réponses R à des questions Q, soit des outils de toute nature possible pour produire des réponses à des questions* » (Chevallard, 2017b, p. 46).

C'est donc sur des systèmes didactiques ayant la forme particulière  $S(X ; Y ; Q)$  que nous allons nous pencher dans ce qui suit.

De retour dans l'étude et l'observation de la classe au sens de la tradition scolaire et - prolongeons-la - de la tradition de l'enseignement supérieur, Chevallard déplore que l'enseignement (des mathématiques, mais pas seulement) en soit arrivé à se résumer à la seule « *visite des œuvres* », menant même, selon lui, à la « *monumentalisation* » voire la « *vénération* » des œuvres enseignées. Dans le secondaire, par exemple, « *on apprend que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes sans savoir à quoi cela peut bien être utile* » (Chevallard, 2012, p. 138).

Il ajoute « *qu'une œuvre qui n'est pas une question est une réponse ou un outil de création de réponses. La dégénérescence scolaire de la dialectique des questions et des œuvres conduit à l'oubli des questions : on a ainsi des 'réponses' qui n'en sont plus puisque les questions auxquelles elles répondaient ont disparu.* » (Chevallard, 2017, p. 58)

Dans la formation mathématique en cycle ingénieur, en tant que formation professionnelle, cette problématique de la visite des œuvres nous semble importante. En effet, on peut s'interroger sur les problèmes engendrés par l'énoncé d'un résultat mathématique qui ne serait pas justifié par une réelle question (liée à la réalité du futur métier par exemple).

L'idée de Chevallard dans la TAD est donc de partir de la question Q (au sens large) pour s'inscrire dans « *le paradigme du questionnement du monde et renouer avec la problématique fondamentale de la connaissance : connaître, c'est être capable d'apporter une réponse raisonnée, vérifiée, efficace à une question* » (Chevallard, 2012, p. 138).

Il explique « *qu'au lieu d'étudier frontalement une praxéologie  $\wp=[\Pi,\Lambda]=[T/\tau/\theta/\theta]$ , au risque de ne jamais s'interroger sur ses raisons d'être (raisons qui expliquent par exemple pourquoi on veut pouvoir effectuer les tâches du type T), on cherche une question Q dont l'étude, sous les con-*

*traintes existantes et dans des conditions à déterminer (et à faire exister), devrait conduire la classe à rencontrer cette praxéologie » (Chevallard, 2012, p. 139).*

Pour enfin conclure qu'une solution à ce problème d'ingénierie didactique « *se trouve dans la notion de Parcours d'Etude et de Recherche (PER) lors duquel l'étude d'une question Q (...) a pour but de provoquer une multiplicité et une succession de rencontres appelées par le programme d'étude que définit le schéma de questions dont Q est un spécimen parmi beaucoup d'autres » (Chevallard, 2012, p. 139).*

Signalons que l'évolution de la notion de PER conduit aujourd'hui à considérer des versions monodisciplinaires, mais aussi codisciplinaires dans lesquelles plusieurs disciplines sont appelées à évoluer ensemble. Selon (Galán, Ruiz-Munzon, & Barquero, 2018), le PER est un modèle épistémologique et didactique permettant de concevoir les mathématiques comme un outil de modélisation. Formellement, le point de départ de ce modèle prend la forme d'une question dite génératrice  $Q_0$ , suffisamment intéressante pour la communauté d'étude pour qu'elle fasse naître plusieurs sous-questions (ou questions dérivées) permettant *in fine* d'élaborer une réponse finale  $R^\heartsuit$  (ce n'est pas la réponse absolue à la question, mais la réponse faite par les étudiants à la fin du parcours de recherche). Une question génératrice bien choisie devrait permettre aux participants d'accomplir les cinq gestes suivants : observer, analyser, évaluer, développer, et diffuser et défendre.

Comme nous venons de le voir, le modèle de la TAD propose donc avec le PER un nouveau paradigme permettant de reconsidérer la visite des œuvres en donnant à l'enquête une place privilégiée dans le dispositif didactique avec l'objectif de mieux décrire le monde réel.

### **Le PER comme outil pour le didacticien**

Nous venons de voir que, par essence, le PER est un outil conçu pour une nouvelle façon d'enseigner, dans laquelle la question est au cœur de l'activité mathématique. Mais la nouveauté ou l'originalité ne saurait être son seul avantage, puisque, comme le fait remarquer Winsløw (Winsløw, Matheron, & Mercier, 2013, p. 283), c'est aussi un outil pour la recherche en didactique : « *le modèle de PER nous fournit un moyen d'analyser et de concevoir un enseignement qui va au-delà des idéaux de 'recherche pure' parfois appelés 'Démarche d'investigation', 'Résolution de problèmes' etc., parce qu'il intègre en outre la dimension d'étude de la recherche professionnelle*<sup>8</sup> ».

Les praxéologies (cf. 1.3.3) permettent d'analyser toute activité, en particulier l'activité mathématique. Les niveaux de codétermination (cf. 1.3.3) permettent d'évaluer les contraintes qui pèsent sur le système didactique et les conséquences qu'elles entraînent sur les conditions d'enseignement. Comme nous l'avons vu, ceci est valable dans tout type d'institution et pour tout système didactique. Mais le suivi et l'analyse d'un PER nécessitent des outils spécifiques prenant en compte la dimension du travail d'enquête. C'est pour répondre à cette nécessité que Chevallard (2009) a mis au point la notion de dialectiques qu'il considère comme des praxéologies didactiques indispensables à un didacticien pour réussir son travail d'analyse d'un PER .

Au départ au nombre de six, les didacticiens s'accordent aujourd'hui sur l'existence de neuf dialectiques de l'enquête :

- La dialectique de l'étude et de la recherche
- La dialectique de l'individu et du collectif
- La dialectique de l'analyse-synthèse praxéologique et de l'analyse-synthèse didactique
- La dialectique du sujet et du hors-sujet
- La dialectique du parachutiste et du truffier
- La dialectique des boîtes noires et des boîtes claires
- La dialectique des médias et des milieux

---

<sup>8</sup> *"The SRC model provides us with a means for analyzing and designing teaching that goes beyond the 'pure research' ideals that are sometimes named as 'inquiry based teaching', 'problem solving' and so on, because it additionally incorporates the study dimension of professional research."* (Traduit par nos soins)



- La dialectique de la lecture et de l'écriture
- La dialectique de la diffusion et de la réception

Tous ces termes de dialectiques parlent d'eux-mêmes pour la plupart, sauf peut-être celle du Parachutiste et du Truffier (Chevallard, 2017). Nous les définirons en 5.4 mais à ce stade disons que pour mener et étudier un PER, il est tout à fait possible de s'intéresser simultanément à tout ou partie des éléments de cette liste. C'est ce que montrent Parra, Otero et Fanaro (2013) et ce que nous ferons, également en 5.4.

En outre, leur travail souligne le fait que la dialectique de l'étude et de la recherche, et la dialectique médias et milieux occupent une place centrale dans l'analyse d'un PER, à l'instar de Galán, Ruiz-Munzun et Barquero (2018).

En effet, pour la dialectique de l'étude et de la recherche (auparavant appelée dialectique des questions et des réponses), rappelons qu'un PER a pour point de départ une question génératrice  $Q_0$  choisie pour faire naître des sous-questions ; ces sous-questions donnant lieu à des réponses qui pourront enrichir la réflexion et le cas échéant aider à reformuler ou à poser de nouvelles questions, il est donc naturel que cette dialectique puisse représenter un outil d'analyse adapté à l'observation du déroulement d'un PER : à une « *question (...) est associée en amont un ensemble de raisons à étudier et en aval un ensemble de praxéologies, individuelles ou collectives, personnelles ou institutionnelles, dont chacune peut être étudiée en tant que réponse à la question* » (Chevallard, 2017a, p. 14).

La dialectique des médias et des milieux est exposée par exemple dans (Chevallard, 2007b). Pour sa définition, « *la notion de média généralise la notion commune et renvoie à un système de mise en représentation du monde (ou d'une partie du monde) à l'adresse d'un certain type de publics* » (Chevallard, 2007a). Il peut s'agir par exemple, du cours d'un professeur, d'un traité de chimie, d'une rumeur ou d'un site internet. La notion de milieu renvoie en consonance avec la notion voisine de milieu adidactique de la TSD, « *à tout système regardé comme dénué d'intention dans la réponse qu'il peut apporter à une telle question déterminée* » (Chevallard, 2007a).

Nous pouvons donc conclure que l'aspect anthropologique de ces deux dialectiques repose dans l'enjeu crucial de la capacité de questionnement de l'élève ou de l'étudiant relativement *aux médias* (au sens donné ci-dessus) dont il dispose, dans *le milieu* dans lequel il évolue. En particulier, la dialectique média-milieu est à l'œuvre d'après Chevallard de manière naturelle et finalement globale dans la théorie anthropologique du Didactique *via* l'étude du système didactique à l'intérieur duquel le savoir circule.

Dans cette partie 1.3 nous avons exposé les différents aspects de la TAD qui nous serviront à apporter des éléments de réponses à notre problématique sur la formation mathématique des ingénieurs et leur utilisation des mathématiques sur leur lieu de travail. Nous avons déjà donné quelques références bibliographiques autour de ce cadre théorique. Dans la partie 1.4, nous proposons une revue de littérature qui permettra pour l'ensemble de la thèse de situer nos travaux dans le contexte de la recherche internationale en didactique des mathématiques.

## 1.4 Revue de littérature

Après un bref aperçu historique de l'évolution de la vision du métier d'ingénieur dans le monde, nous avons décrit dans la partie précédente la formation en mathématiques que les ingénieurs reçoivent aujourd'hui en France. Dans la présente partie, nous nous intéressons à la littérature de recherche existant autour de notre thème de recherche sur la formation de mathématiques des ingénieurs et leur utilisation des mathématiques sur leur lieu de travail.

Nous proposons dans cette partie d'évoquer les nombreuses spécificités relatives à notre sujet de recherche. À partir des problématiques principales nous observons les déclinaisons au niveau international. Dans une première sous-partie 1.4.1 nous faisons un premier tour d'horizon plutôt général de la littérature sur le thème. Dans la deuxième sous-partie 1.4.2, nous

nous intéressons spécifiquement à la problématique, centrale dans notre thèse, de la dialectique « mathématiques scolaires ou mathématiques au travail ». Dans une troisième sous-partie 1.4.3, nous observons l'évolution de la prise en compte dans la recherche en didactique des enjeux de l'enseignement supérieur à l'international. En 1.4.4 nous faisons un point sur la littérature autour des disciplines STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics) avant de nous tourner en 1.4.5 vers les spécificités relevées par la formation pour les ingénieurs. Dans la lignée de ces spécificités, nous développons rapidement dans l'avant dernière sous-partie 1.4.6, les recherches autour de la modélisation mathématiques et des autres disciplines. Enfin, nous revenons sur la notion de PER vue en 1.3.5 à laquelle nous dédions la dernière sous-partie 1.4.7 de cet état de l'art.

### 1.4.1 Tour d'horizon et premières références

Comme nous l'avons vu au paragraphe 1.1., la question de la place des mathématiques (Romero-Vázquez, 2009, p. 51) dans la (les) formation(s) et dans le(s) métier(s) d'ingénieur a été soulevée dès la création de ces formations et de ces métiers. Nous proposons dans cette sous-partie un aperçu des différents aspects étudiés dans la recherche autour de ce thème.

Dans la recherche en didactique aujourd'hui, il est communément admis que, contrairement à des chercheurs en mathématiques par exemple, les ingénieurs sont à considérer comme des non-spécialistes des mathématiques. En effet, ce choix semble raisonnable car il correspond bien à la très grande majorité des ingénieurs (cf. Tableau 1-5) qui ne font effectivement pas des mathématiques leur métier. Dans le travail de Faulkner, Earl et Herman (2019), par exemple cette dimension est bien prise en compte.

<b>Spécialités de formation des ingénieurs</b>	<b>Pourcentage parmi les ingénieurs diplômés</b>
Économie, Gestion, Finance, Audit	1,3 %
Électrotechnique, Électricité	7,1 %
Aéronautique	3,2 %
Généraliste	21,8 %
Chimie, Génie des procédés	7,1 %
Génie civil, BTP, mines, géologie	7,0 %
STIC	21,8 %
Mécanique, production, productique	12,8 %
Physique, Matériaux, énergétique	6,1%
Agronomie, sciences de la vie	8,1 %
Autre (bois, textile, environnement)	3,7 %

**Tableau 1-5 Répartition des ingénieurs diplômés par spécialité (d'après enquête IESF 2015)**

Il faut cependant garder en tête l'exception évidente des ingénieurs mathématiciens, ingénieurs en mathématiques appliquées et modélisation, les ingénieurs statisticiens ou bien les titulaires du nouveau diplôme d'ingénieurs en Génie Mathématique (créé en 2014, premiers diplômés en 2017). Nous ne mettons pas ces derniers de côté dans cette étude (certains enseignants de cycle ingénieur que nous avons rencontrés enseignent dans ces spécialités, cf. 4.1), mais nous adoptons néanmoins le point de vue « unifié » qui consiste à considérer les ingénieurs dans leur ensemble comme des non-spécialistes ; ce qui correspond bien selon nous à la définition historique du métier exposée dans le paragraphe 1.1.

Notre sujet de thèse en didactique évoque immédiatement deux aspects à propos desquels nous citons pour commencer quelques références que nous serons éventuellement conduits à examiner dans la suite de cette revue de travaux :

- l'utilisation des mathématiques sur le lieu de travail (in the workplace, en anglais) (Jurdak & Shahin, 2001; Magajna & Monaghan, 2003; Williams & Wake, 2007) ;

- l'enseignement des mathématiques à des non-spécialistes : dans l'enseignement professionnel (vocational mathematics, en anglais) (Bakker, 2014) ou pour les futurs ingénieurs (Hochmuth, Biehler, & Schreiber, 2014; Kent & Noss, 2002; Romo-Vazquez, 2009; Struillou, 2014). Les perceptions que les élèves ingénieurs peuvent avoir de leur formation en mathématiques, ainsi que les difficultés qu'ils peuvent rencontrer font partie des aspects importants qui sont régulièrement soulevés et sur lesquels nous allons revenir. Ces problématiques représentent en effet pour nous un arrière-plan et une motivation concrète à l'origine de nos travaux de recherche.

Notons ensuite que du fait de l'existence d'un passage entre le lycée et cycle préparatoire et/ou entre le cycle préparatoire et le cycle ingénieur (en France notamment), les phénomènes de transition sont évidemment à considérer de manière approfondie. À la lecture des travaux précités, il ressort également une préoccupation des chercheurs à s'intéresser à la place dévolue aux applications et à la théorie dans l'enseignement des mathématiques, ainsi qu'à l'innovation pédagogique (résolution de problèmes, démarche d'investigation, etc.). Le rôle des technologies (logiciels) dans la formation et sur le terrain est également étudié, en particulier l'étude de l'utilisation éventuelle de « boîtes noires » (cognitives ou logicielles), c'est-à-dire d'outils mis à la disposition des élèves ou des étudiants sans que ceux-ci aient nécessairement à comprendre la théorie permettant de justifier leur utilisation.

#### 1.4.2 Mathématiques scolaires vs mathématiques au travail ou les déclinaisons d'une problématique centrale

Nous avons vu que le métier d'ingénieur a été pensé pour répondre aux enjeux d'un progrès technologique humain constant. Dans le monde d'aujourd'hui, « l'explosion des mathématiques » est indéniable (Martin-Deschamps & Le Tallec, 2002) et se traduit bien évidemment aussi dans les métiers de l'ingénierie.

Comme nous venons de le rappeler, le thème des mathématiques pour les ingénieurs comporte deux volets : celui de la formation (à l'école, au sens large) et de l'utilisation effective sur le lieu de travail. On perçoit, dans la courte étude historique menée paragraphe 1.1, que les deux volets sont assez souvent mêlés. C'est ce que montrent les résultats mis en évidence dans la présente sous-partie, essentiellement basés sur les synthèses réalisées par :

- Romo-Vázquez (2009) qui s'intéresse aux travaux réalisés dans le contexte des mathématiques pour les ingénieurs (voir son chapitre 3);
- Bakker (2014) qui fait un tour d'horizon plus général sur la problématique des mathématiques pour les « non-spécialistes », en particulier pour les ingénieurs.

Cherchant à comprendre pourquoi les employeurs anglais constataient un déclin des compétences numériques de base des ingénieurs qu'ils engageaient, Ridgway (2000) a enquêté sur les besoins mathématiques des ingénieurs sur leur lieu de travail (« *in the workplace* »). Confirmant le constat du déclin observé, il s'est posé la question : « *Quelles sortes de mathématiques devraient être enseignées aux futurs ingénieurs pour résoudre ce problème ?* » (Ridgway, 2000, p. 189). Au cours de cette enquête ethnographique basée sur de nombreux entretiens et questionnaires, il a retenu les points suivants :

- Les élèves ingénieurs anglais sont plutôt confiants sur leur niveau de compétences mathématiques à l'issue de leur formation et au travail, mais ils ont l'impression que beaucoup de sujets sont à réapprendre une fois dans l'industrie.
- De leur côté, les formateurs pointent surtout un manque d'intérêt et d'engagement envers les mathématiques de la part des étudiants.

Ridgway a ainsi mis en évidence l'impasse vers laquelle se dirigeait le système de formation des ingénieurs anglais, énonçant que « *les industries d'ingénierie ont besoin de compétences mathématiques que les écoles ont du mal à trouver le temps d'enseigner* » (Ridgway, 2000, p. 193).

En outre, il a constaté que les compétences mathématiques que chacun invoquait n'étaient pas de même nature et a conclu que l'exigence d'un haut niveau de compétences mathématiques

durant la formation des ingénieurs se généralise une fois sur leur lieu de travail, contrairement à l'acquisition de la seule technique mathématique. En conséquence de quoi, l'enseignement des mathématiques devrait selon lui encourager à la fois le développement d'un large éventail de compétences ainsi que la pratique du déploiement des compétences dans divers contextes.

Toujours en 2002, Kent & Noss sont repartis de recherches antérieures de Hoyles, Noss, & Pozzi (2001) et Noss, Hoyles, & Pozzi (2002) sur l'utilisation des mathématiques par les infirmières anglaises sur leur lieu de travail pour l'adapter aux ingénieurs. Ces recherches avaient mis au jour des activités mathématiques assez sophistiquées dans des pratiques où très peu de mathématiques étaient explicitement reconnues (ou admises) par les praticiens. C'est ainsi qu'ils se sont intéressés aux relations établies entre « faire » et « comprendre » les mathématiques pour un ingénieur anglais. Ils concluent que « *l'équilibre entre les compétences analytiques explicites et l'appréciation « qualitative » des modèles mathématiques s'inverse radicalement dès que la technologie mathématique devient de plus en plus omniprésente* » (Kent & Noss, 2002, p. 5).

À propos de problèmes de transitions, Hochmuth et al. (2014), relèvent la difficulté que représente pour les étudiants le passage entre les mathématiques enseignées en amont et pendant un cours d'ingénierie en analyse du signal en Allemagne : dans un premier temps, les contenus mathématiques sont présentés de manière plus ou moins théorique et générale, alors que dans la seconde phase d'enseignement, les concepts sont souvent nouveaux et les mathématiques sont plus appliquées.

S'appuyant également sur le travail de Kent et Noss (2002) sur des ingénieurs en génie civil, Romo-Vázquez (2009) effectue une description plus complète de l'utilisation des mathématiques par ces mêmes ingénieurs.

Selon elle, le modèle d'enseignement théorie-application n'est pas satisfaisant et elle précise que les mathématiques utilisées sur le lieu de travail par ces ingénieurs sont finalement « *impliquées dans diverses interfaces, et un fonctionnement efficace de ces interfaces requiert des niveaux de connaissances et de compréhension mathématique variés que l'on ne peut aisément faire coïncider avec les structurations ni même les contenus des mathématiques académiques si l'on excepte leurs formes les plus élémentaires* » (Romo-Vázquez, 2009, p. 33).

Elle ajoute (Romo-Vázquez, 2009, p. 37) que « *trois caractéristiques se dégagent :*

- *ces mathématiques se construisent en relation étroite avec la pratique, dans une compréhension à travers l'usage ;*
- *leurs dimensions les plus avancées tendent de plus en plus à être prises en charge soit par des spécialistes, soit par des logiciels ;*
- *les besoins des non spécialistes semblent se déplacer vers la capacité à manipuler ces mathématiques comme un outil de communication à travers des langages spécifiques, ceci contribuant à expliquer pourquoi leur rôle est si peu reconnu. »*

Romo-Vázquez (2009) met également en évidence dans son travail la grande complexité à « *projeter le monde de la pratique dans l'institution de formation* » (notamment *via* les projets qu'elle étudie dans sa recherche) et discute en ce sens de la place grandissante des besoins de modélisation mathématique dans la formation des ingénieurs.

Cette problématique de la modélisation mathématique est en réalité présente plus globalement dans la recherche sur le thème de l'enseignement supérieur. Il y a eu plusieurs évolutions dans les réponses mises en place du côté de la formation (Faulkner et al., 2019). De plus, le développement de Parcours d'Étude et de Recherche peut être considéré comme un axe de réponse à ces besoins (Barquero, 2018), comme nous le verrons dans le chapitre 5.

### 1.4.3 L'enseignements aux futurs ingénieurs au sein de la recherche internationale sur l'enseignement supérieur

Pour commencer l'étude de la prise en compte des enjeux de l'enseignement supérieur dans la recherche internationale, nous nous référons à la 13<sup>ème</sup> étude ICME intitulée « *Research on Teaching and Learning Mathematics at the Tertiary Level - State-of-the-art and Looking Ahead* » (Biza, Giraldo, Hochmuth, Khakbaz, & Rasmussen, 2016) et qui, comme son titre l'indique propose un état de l'art et des perspectives sur la recherche en didactique des mathématiques dans l'enseignement supérieur. Nous résumons dans le début de cette sous-partie les dimensions principales qui en ressortent avant de les mettre en regard avec les travaux relevés dans d'autres sources.

Dans cet ouvrage, nous accédons à un bilan sur l'étude du rôle des mathématiques dans les autres disciplines dans l'enseignement supérieur, en particulier pour l'enseignement à des non-spécialistes.

À partir des travaux de Harris et al (2015), le constat sur les difficultés rencontrées en mathématiques par les élèves ingénieurs est de nouveau dressé (comme en 2002, dans les travaux de Ridgway. cf. 1.4.2) et « *les auteurs remettent en question à la fois la pratique pédagogique de l'enseignement des mathématiques non contextualisées ainsi que le manque de transparence sur l'importance des mathématiques pour l'ingénierie et concluent que la valeur des mathématiques en ingénierie reste un problème central* » (Biza et al., 2016, p. 7).

Pour répondre à ces remises en question des pratiques pédagogiques, les études de Rønning citées dans (Göller, Biehler, Hochmuth, & Rück, 2017) par exemple montrent que la tentative d'amélioration couramment rencontrée consistant à proposer des parties de cours en vidéos (comme dans certains cours hybrides, par exemple) n'obtient pas l'adhésion des étudiants, « *ceux-ci préférant les cours traditionnels répondant à leur besoin de se donner bonne conscience en allant en cours et leur permettant également de communiquer avec leurs camarades ou bien leurs enseignants*<sup>9</sup> » (Biza et al., 2016, p. 7).

Certaines expériences innovantes sont heureusement concluantes. Parmi celles qui sont décrites dans (Biza et al., 2016), citons celle étudiée par Jaworski et Matthews (2011). Cet enseignement proposé dans un module de mathématiques à des ingénieurs en matériaux était basé sur un projet évalué, composé d'activités d'investigation en petits groupes utilisant une variété de formes de questionnements et le logiciel Geogebra (Jaworski & Matthews, 2011, p. 143). L'analyse a montré que l'amélioration de la compréhension des étudiants participait bien de leur activité, bien que l'évaluation sous forme d'examen les ait détournés des objectifs du projet (Jaworski, Robinson, Matthews, & Croft, 2012).

Depuis le début de notre revue de littérature, nous avons ainsi mis en évidence le fait que l'évolution (non linéaire) des travaux en didactique des mathématiques au niveau mondial sur le sujet de la formation et du métier d'ingénieur peut se schématiser de la manière suivante :

- D'abord les recherches basées sur l'analyse des besoins et des compétences mathématiques techniques dans les deux cadres (école et travail).
- Puis la mise en évidence de la nécessité de modélisation mathématique.
- Enfin, la prise en compte des relations des mathématiques avec les autres disciplines.

Avant d'y revenir dans les sous-parties suivantes, citons par exemple pour la première catégorie, les travaux de van der Wal, Bakker et Drijvers (2017) qui mettent au jour sept compétences techno-mathématiques essentielles pour les futurs ingénieurs aux Pays-Bas : gestion de

---

<sup>9</sup> « ... showing students' preference for traditional courses, which could be traced, on the basis of interview data, to the provision of structure in students' daily life, a sense of good conscience visiting the lectures, and opportunities to communicate to fellows and lectures. »

données, utilisation de logiciels, capacités de communication, sens de l'erreur, sens du nombre, compétences de techniques créatives et enfin compétences graphiques.

Pour poursuivre notre état de l'art en revenant à une perspective chronologique, signalons que les travaux de recherche en didactique sur l'enseignement des mathématiques pour les futurs ingénieurs ont réellement commencé à émerger dans les années 1990. Mais comme le montrent les premiers éléments de notre revue de littérature, ces travaux se sont particulièrement développés après 2011.

Pour une nouvelle illustration de cette évolution, nous nous intéressons spécifiquement aux communications que nous avons relevées dans les différents actes de conférences européennes CERME<sup>10</sup> et du réseau international INDRUM<sup>11</sup>. Ces deux entités représentent, selon nous, un maillage intéressant de la globalité des avancées récentes à un niveau international : en effet, les conférences INDRUM disposent d'un groupe explicitement dédié au thème de l'enseignement des mathématiques aux non-spécialistes et les colloques CERME, quant à eux, affichent un nombre important de travaux autour de ce thème, regroupés au sein d'un groupe de travail sur le thème plus général de l'enseignement supérieur. De plus, même si l'association ERME à l'origine de ces colloques est une association européenne, les participants proviennent de très nombreux pays.

Nous donnons dans ce qui suit quelques repères chiffrés mettant en évidence l'évolution du nombre de communications de ces deux conférences ayant pour sujet la formation en mathématiques des ingénieurs :

- 2011, CERME7 : création du TWG (Topic Working Group) n°14 : « University Mathematics Education ». Aucune communication sur le thème de la formation des ingénieurs ;
- 2013, CERME8 : 3 articles et 1 affiche sur le thème de la formation des ingénieurs dans TWG14 ;
- 2015, CERME9 : 4 articles et 1 affiche sur ce thème dans le même TWG ;
- 2016, INDRUM (1ère conférence) : 2 articles et 2 affiches sur ce thème dans deux TWG différents (« Modelling and mathematics in other disciplines » et « Students' practices ») ;
- 2017, CERME10 : 11 articles et 1 affiche dans le TWG « University Mathematics Education » ;
- 2018, INDRUM : 7 articles et 2 affiches dans un nouveau TWG dédié intitulé « Mathematics for engineers - Mathematical Modelling - Mathematics and other disciplines ».

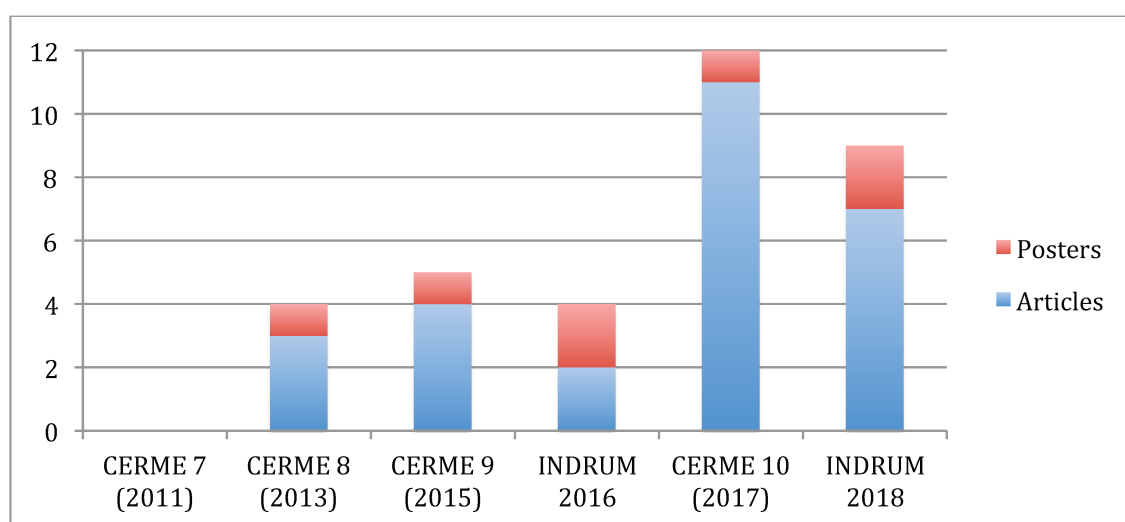


Figure 1–2 Communications sur le thème de la formation en mathématiques des ingénieurs dans les conférences CERME et INDRUM

<sup>10</sup> CERME: Congress of the European society for Research in Mathematics Education

<sup>11</sup> INDRUM: International Network for Didactic Research in University Mathematics



Nous reviendrons sur une analyse croisée des contenus d'une majorité de ces communications (sous-parties 1.4.5 et suivantes), mais avant cela, nous souhaitons nous intéresser dans la sous-partie suivante à la dimension pluridisciplinaire ou codisciplinaire mise en avant précédemment. Pour cela, nous allons porter notre attention à un champ d'expérimentations didactiques et pédagogiques initialement développé dans les années 2000 aux USA : les disciplines STEM. Cet acronyme de « Science, Technology, Engineering and Mathematics » représente l'objectif de mettre en lien quatre disciplines et d'observer si oui ou non elles se complètent mutuellement pour répondre aux exigences du XXI<sup>ème</sup> siècle.

#### 1.4.4 Les disciplines STEM : un paradigme dédié aux enjeux du siècle

Depuis 2011, les STEM sont reconnues aux USA comme des disciplines centrales aux sociétés technologiquement avancées. L'idée promue par ce regroupement est d'enseigner les sciences, la technologie, l'ingénierie et les mathématiques dans une approche interdisciplinaire et appliquée. Plutôt que de les enseigner séparément comme des sujets indépendants, le concept de STEM intègre ces disciplines dans un modèle d'apprentissage cohérent basé sur des applications du monde réel. Les STEM sont aujourd'hui reconnus dans le monde entier et ont été l'objet de quelques travaux en didactique.

Pour décrire les travaux existants autour de ce champ récent que nous pouvons légitimement relier à nos travaux sur la formation en mathématiques des ingénieurs en France, nous utilisons une étude réalisée dans un article qui décrit et questionne les avancées de la recherche en matière de STEM (Fitzallen, 2015)

Comme nous l'avons énoncé plus haut, l'idée première du développement de l'intégration des disciplines STEM (Sciences, Technologies, Engineering and Mathematics) est de permettre « *aux individus de développer des compétences du 21<sup>ème</sup> siècle, qui incluent la pensée critique, le travail d'équipe, la résolution de problèmes, la créativité, le raisonnement analytique et la communication* » (Bowman, 2010). Il s'agit, au niveau curriculaire, de repenser les limites des champs disciplinaires traditionnels et de les aborder collectivement, dans une dimension par nature interdisciplinaire.

Concernant cette intégration, il a été mis en évidence qu'elle permet de mener les étudiants vers plus d'engagement dans les problèmes du monde réel en favorisant les rappels (mémorisation) et en améliorant le transfert des connaissances (Berry, Chalmers, & Chandra, 2012; Moore & Smith, 2014; Ostler, 2012).

Cependant, une méta-analyse de 98 études identifiées comme investiguant les effets des approches intégratives parmi les sujets STEM (Becker & Park, 2011) a montré que les associations les moins bien réussies sont « Ingénierie et Mathématiques » et « Mathématiques, Sciences et Technologie », contrairement à l'intégration des quatre disciplines STEM ensemble. Cette intégration est également mieux réussie en primaire que dans le secondaire et le supérieur.

Si l'on se focalise sur les aspects mathématiques, certaines études tendent à montrer que se tourner vers un enseignement intégrant les STEM aurait le potentiel de favoriser la connectivité « *qui reflète la façon dont le monde fonctionne à l'extérieur de l'école et aider les élèves à acquérir les connaissances et la capacité à faire face au changement et à relever les défis de façon sensée* » (Rennie, Wallace, & Venville, 2012, p. 1). Mais une telle intégration ne semble pas encore exister (Berry et al., 2012; Herschbach, 2011; Rennie, Wallace, et al., 2012).

En outre, d'après Hefty (2015), les enseignants remarquent un report de l'ingénierie vers les cours de mathématiques, et les preuves que les élèves bénéficient réellement de cette intégration manquent encore.

Toujours, d'après (Fitzallen, 2015, p. 241), « *les disciplines individuelles ont cependant des pratiques dominantes qui complètent la mise en œuvre de l'enseignement de STEM. Ces pratiques comprennent l'apprentissage à partir de problèmes, l'apprentissage par projet, l'investigation*

scientifique et la conception d'ingénieries. La recherche a mis l'accent sur ces pratiques disciplinaires, mais la conceptualisation des pratiques et concepts mathématiques qui pourraient contribuer à la compréhension d'autres disciplines est remarquablement absente de la littérature (Renie, Venville, & Wallace, 2012) ».

C'est ainsi que, selon Schmidt et Houang (2007) « la mise en œuvre de ces approches interdisciplinaires peut perturber la cohérence des programmes d'apprentissage des mathématiques » et que selon Shaughnessy, « le M (de STEM) deviendra silencieux s'il ne reçoit pas une attention significative » (Shaughnessy, 2013, p. 332). Et même si la littérature suggère que l'intégration des STEM peut améliorer le développement des capacités mathématiques, la réciproque n'est pas reconnue. Autrement dit, il est difficile de trouver des exemples dans lesquels les mathématiques apportent quelque chose à la compréhension des idées et des concepts des autres disciplines STEM.

En conclusion de son article, Fitzallen (2015) reprend à son compte que « les mathématiques sont souvent mentionnées comme étant à la base des autres disciplines des STEM parce qu'elles servent de langage (jouent un rôle de soutien) pour la science, l'ingénierie et la technologie (Schmidt & Houang, 2007) ». Mais elle se demande « si c'est une reconnaissance suffisante du rôle potentiel des mathématiques dans les contextes d'apprentissage des STEM ».

Selon elle toujours, idéalement, « les mathématiques devraient avoir plus d'importance » et être considérées comme un catalyseur ou un impératif pour l'avancement de la compréhension des concepts dans d'autres disciplines. D'après Silk, Higashi, Shoop, et Schunn, « une façon de le faire est de mettre en évidence sans arrêt le contenu [mathématique] souhaité tout en plaçant temporairement d'autres concepts à l'arrière-plan » (Silk, Higashi, Shoop, & Schunn, 2010, p. 23).

Dans les deux sous-parties suivantes, nous nous appuyons en grande partie sur le corpus de textes provenant des communications relatives à notre thème de recherche lors des conférences CERME et INDRUM listées précédemment (cf. 1.4.3). Nous avons recensé les thématiques principalement abordées dans ces travaux et nous choisissons d'explorer les deux grandes catégories les plus représentées : d'une part, les enseignements et les apprentissages mathématiques (1.4.5) et, d'autre part, les relations entre les mathématiques et les autres disciplines (1.4.6).

Pour la première d'entre elles, nous mettons en avant dans le paragraphe suivant, les axes transversaux d'approche que nous avons pu repérer en commun dans l'ensemble de ces textes :

- l'observation et l'analyse de cours, de curricula et de pratiques enseignantes,
- ce qui est en jeu du côté des étudiants : la compréhension, les difficultés rencontrées, les stratégies de réussite, etc.
- et enfin, la mise en avant de propositions, d'expérimentations ou d'innovations dans les enseignements.

Notons qu'il arrive évidemment que les articles présentés puissent se classer dans les deux parties, voire dans les diverses sous-parties définies. Pour éviter les répétitions, nous avons donc parfois dû faire un choix en nous basant sur le thème qui nous paraissait le plus ressortir dans chaque travail, en rapport avec notre problématique globale de la formation des ingénieurs en France.

#### **1.4.5 L'enseignement et l'apprentissage des mathématiques pour les futurs ingénieurs**

Dans cette sous-partie, nous regroupons les communications qui traitent de questions d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques sous diverses formes. Il s'agit, dans les travaux considérés, de prendre en compte les problématiques autour des questions comme : quelle est la place des bases mathématiques ? Quel usage des technologies est pratiqué ? Quelle est la place de la théorie ou de la pratique dans l'enseignement des mathématiques ?



## Observation et analyse de curricula, de cours et de pratiques enseignantes

Dans leur étude entre l'Afrique du Sud et la Suède, Engelbrecht, Bergsten & Kågesten (2017) ont relaté le fait que la profession d'ingénieur ayant de multiples facettes, l'enseignement leur propose des spécialisations et des directions variées : en général une ou deux années de préparation avec des cours « de base » en maths et physique qui devraient leur servir dans des futurs cours plus appliqués. Le problème soulevé alors est que les étudiants trouvent ces cours trop peu reliés à leur futur métier, ce qui provoque une baisse de leur motivation mais aussi un fossé avec des attentes de leurs futurs employeurs.

Les propositions faites alors par le passé pour pallier à ces déséquilibres avérés sont d'abord une sélection des contenus à enseigner (Håstad, 1968), puis un intérêt grandissant pour la question « comment » enseigner ces contenus (en suivant le développement des outils informatiques, Kent & Noss, 2003) et enfin, la question de « *quelles sont les connaissances mathématiques nécessaires dans le métier d'un ingénieur ?* » (European Society for Engineering Education & Alpers, 2013).

Dans les résultats de ces recherches on détecte un besoin de compétences de conceptualisation mathématique accompagné de compétences « génériques » comme le raisonnement analytique et la résolution de problèmes. Cependant, lié à des problèmes de compréhension conceptuelle des étudiants, les enseignants relèvent un besoin de relier des compétences conceptuelles et procédurales. Ces termes proviennent du champ de la psychologie cognitive et sont décrit dans (Anderson, 1985, pp. 3-4).

Le terme « conceptuel » signifie « *riche en relations, et pouvant être pensé comme un réseau connecté dans lequel les relations sont aussi importantes que les informations se trouvant à l'intersection* ». Le terme « procédural » correspond à deux composantes : l'une consistant en des procédures pas-à-pas pour résoudre des tâches mathématiques, l'autre liée à des représentations symboliques utilisées dans ces procédures.

Les deux formes étant présentes dans l'industrie et d'autres cours que les mathématiques. Selon, les auteurs, les mathématiques fournissent aux ingénieurs un « chemin de raisonnement » où les deux aspects doivent trouver leur place.

Constatant que les élèves ingénieurs au Brésil ont des difficultés à reconnaître les mathématiques nécessaires pour résoudre des problèmes dans des contextes non-mathématiques, Gomes & González-Martín (2015) cherchent à comparer l'impact que peut avoir le point de vue personnel des enseignants sur la prise en compte de ce type de difficultés. Pour cela, ils choisissent d'observer deux enseignants ayant des profils distincts et encadrant tous les deux des projets de fin d'études en mécanique dans une formation d'ingénieurs.

La première enseignante a un diplôme de mathématiques et l'autre enseignant non. Gomes et González-Martin montrent une réelle influence sur la façon dont ces enseignants abordent des sujets comme la rigueur mathématique et l'approximation. Ce qui ressort de cette étude est que pour la première enseignante, bien que la rigueur soit très importante dans les cours de mathématiques qu'elle dispense, elle est capable d'user d'une certaine subjectivité dans l'interprétation des données du projet qu'elle encadre.

Il apparaît également que les deux enseignants ont finalement des difficultés à enseigner concrètement la modélisation en général.

Dans la continuité de ces travaux, (González-Martín & Gomes, 2016), ont montré que des enseignants ayant des parcours académiques différents ont des relations personnelles assez différentes avec le contenu de leur cours de *Calculus* (Analyse). Ceci peut représenter, par exemple, leur aptitude potentielle à manipuler un langage de programmation pour aider à l'interprétation de certains résultats, ou bien leur connaissance de cas concrets relatifs à la spécialité des futurs ingénieurs. Dans le travail sur la recherche de facteurs influençant les enseignements, cela permet de prendre en compte des facteurs extra-académiques pour éclairer l'analyse des pratiques professionnelles.

Pour terminer sur les aspects liés à l'analyse de cours ou la pratique enseignante, citons l'article de Biza (2013) dans lequel elle propose une étude réflexive dont le but est d'évaluer l'influence de sa propre formation sur son enseignement de statistiques à des futurs ingénieurs. En effet, elle explique dans ce travail qu'après des étudiants, elle a la possibilité de se placer à plusieurs « niveaux » pour présenter son enseignement : du niveau de mathématicien (expert) à celui d'enseignant en ingénierie en passant par celui de professeur de statistiques ou plus généralement de professeur de l'université. Elle soulève alors plusieurs questions :

- Les explications théoriques sont-elles nécessaires et dans quel but ?
- Comment aider les étudiants à développer une intuition correcte à propos de processus qu'ils utilisent ?
- Comment aider les étudiants à avoir une utilisation critique des formules ?

Les résultats de son travail sont finalement que les étudiants aiment les approches d'apprentissage plutôt « mécaniques » et qu'en définitive, l'identité multiple du professeur crée des contradictions, y compris pour l'enseignant.

### *Ce qui est en jeu du côté des étudiants : la compréhension, les difficultés rencontrées, les stratégies de réussite, etc.*

Comme le montre le début de cette partie, il est délicat de dissocier, comme nous tentons de le faire, les aspects rattachés aux enseignements et aux enseignants eux-mêmes, de ceux qui concernent plus directement les étudiants. Pourtant, il est intéressant de constater que les points de vue empruntés diffèrent et que les conclusions de ces travaux sont bien complémentaires.

Bergsten, Engelbrecht et Kågesten (2017) ont justement écrit un deuxième article sur la même problématique que celui que nous avons présenté précédemment (Engelbrecht et al., 2017), mais en se plaçant cette fois-ci dans l'optique des étudiants. Partant encore du constat que dans les programmes d'enseignements en Suède et en Afrique du Sud, les mathématiques ont toujours été une composante servant de base pour un nombre important de sujets d'application, ils relèvent qu'il n'existe pas de consensus sur les besoins réels, notamment face au développement des technologies dans les milieux professionnels.

Le résultat de leur travail est qu'à l'inverse des autres disciplines d'étude, les étudiants considèrent qu'en mathématiques les tâches « procédurales » sont plus fréquentes que les tâches « conceptuelles ». La corrélation entre leurs performances et leur confiance dans leur capacité à accomplir des tâches conceptuelles se fait plus forte en avançant dans les études. Enfin, ils notent cependant que la majorité des étudiants considère ces deux types de tâches comme pertinents dans leurs études d'ingénieur en général.

La vision de ce travail sur l'approche conceptuelle ou procédurale est également mise en avant dans le cadre précis de l'apprentissage de l'algèbre linéaire par les futurs ingénieurs norvégiens dans Rensaa (2017). Cet article s'intéresse à ce que les élèves ingénieurs eux-mêmes entendent par « apprentissage de l'algèbre linéaire » et sur la manière dont ils savent qu'ils ont appris quelque chose.

Se basant sur le codage des réponses grâce à des descripteurs adaptés, les résultats de ce travail indiquent que pour expliquer leur apprentissage de l'algèbre linéaire, l'accent est mis davantage sur les concepts que sur les approches procédurales. Cependant, pour savoir qu'ils ont appris quelque chose, de nombreux étudiants ont besoin de savoir qu'ils sont capables de résoudre des tâches pertinentes, en particulier des problèmes concrets en utilisant les méthodes d'algèbre linéaire.

Se plaçant à un niveau plus général concernant les stratégies d'apprentissage des étudiants, Gómez-Chacón, Griese, Rösken-Winter, & González-Guillén (2015) sont également partis du constat qu'en Allemagne et en Espagne les élèves ingénieurs ont des difficultés à valider leurs modules de mathématiques. Selon eux, la seule perspective jusque-là explorée de se concentrer

sur les difficultés liées à la transition secondaire-supérieur n'est pas suffisante, et leur approche a le potentiel de prendre en compte la complexité cognitive et les considérations affectives de ces stratégies d'apprentissage.

Ils ont alors cherché à faire une étude comparative entre les deux pays pour essayer de classer les stratégies d'apprentissages relevées chez les étudiants.

Le résultat de leur travail est que le niveau des allemands est plus hétérogène, les espagnols étant plus proches des attentes relatives à l'activité mathématique (organisation, élaboration et répétition des connaissances). Les compétences métacognitives (planification, veille et contrôle) peuvent influencer de manière décisive les stratégies d'apprentissage et ainsi aider au succès des étudiants.

Ce travail rejoint celui décrit dans l'article de Gradwohl & Eichler (2018) qui partent du constat que les mathématiques « universitaires » (ce que l'on peut assimiler aux bases mathématiques décrites dans (Engelbrecht et al., 2017)) sont l'obstacle principal pour les élèves ingénieurs au début de leurs études en Allemagne.

On se situe ici à la transition secondaire-supérieur et le but est d'essayer de prendre en compte les caractéristiques individuelles des futurs étudiants afin d'identifier les possibles profils à risque pour ainsi tenter d'enrayer les phénomènes d'échec ou d'abandon.

L'idée développée dans ce travail est de mettre au point des « prédicteurs » de performance mathématique : les cours choisis avant l'entrée dans le supérieur, les résultats à la fin du secondaire, et l'image de soi en mathématiques plus encore que la motivation, semblent être des indicateurs fiables pour la réussite pendant la future formation d'ingénieur.

Dans la même thématique de transition, en Italie, Andrà, Branchetti, & Brunetto (2017) étudient la mise en place d'un enseignement préparatoire avant le début effectif des cours de la formation ingénieur. Bien que les nouveaux arrivants proviennent d'écoles différentes (il existe trois principaux types de formation au lycée en Italie), cet enseignement reprend pour tous les bases des mathématiques. Il est dispensé par des enseignants ayant des méthodes différentes (basée respectivement sur une approche procédurale ou conceptuelle), et sous forme de MOOC ou dans un format présentiel plus classique.

Ce travail a montré que l'utilisation de MOOC n'influe pas sur les résultats des étudiants au test ayant lieu à la fin de cet enseignement. En outre, bien que ceux qui ont reçu un enseignement plus classique réussissent mieux ce test, cela dépend en réalité de leur formation antérieure et cela ne prédit en rien, selon les auteurs, de leur réussite future aux examens de la première année. Autrement dit pour résumer, les étudiants ont besoin de temps pour s'adapter au nouveau format d'enseignement de leur formation d'ingénieur.

Comme nous l'avons déjà entraperçu dans les précédents articles présentés, les élèves ingénieurs de plusieurs pays partagent un certain nombre de points de vue communs, comme par exemple de fait de trouver l'enseignement des mathématiques trop théorique, pas suffisamment concret et pas assez relié aux autres sciences et à la réalité du métier d'ingénieur. À travers le travail comparatif de Lealdino, Mercat, & El-Demerdash (2016), il est intéressant de constater que des différences peuvent cependant être mises en avant selon les « cultures d'enseignement » des différents pays. C'est le cas dans cette étude entre la France, la Finlande, la Russie, l'Arménie, et la Géorgie.

Du point de vue des étudiants caucasiens (arméniens, géorgiens), les mathématiques sont constituées de connaissances plutôt que de compétences, principalement d'intérêt théorique, avec un décalage entre les mathématiques pratiques élémentaires et les mathématiques théoriques des ingénieurs. Selon les Européens (France et Finlande) en revanche, les mathématiques de haut niveau sont utiles et le rôle de l'enseignant est plus d'aider les étudiants à appliquer les mathématiques plutôt que de seulement transmettre le savoir. Enfin, les étudiants russes sont plus hétérogènes dans leurs réponses et se situent entre les deux types précédents.

Enfin, pour essayer d'en savoir plus sur les compétences avérées de visualisation des élèves ingénieurs en Norvège, Hogstad, Isabwe, & Vos (2016) se sont demandé quel usage il en faisaient pour communiquer entre eux (et l'enseignant) tout en résolvant des problèmes mathématiques. Les résultats de leur étude montrent en réalité l'utilisation conjointe d'un logiciel de simulation pour différents types de tâches (présentation de la problématique, discussion et vérification), et la visualisation plus classique sur le mode papier-crayon (pour produire des représentations symboliques) et de gestuelles (au début, pour faire transiter les idées dans l'exploration et l'explication).

Dans cette étape de notre revue de littérature, nous nous trouvons de nouveau, avec les deux derniers travaux présentés, à une interface : celle qui se situe entre compétences des étudiants et innovation (avec utilisation d'un logiciel, ici de visualisation 3D). Ceci nous permet donc une transition vers la dernière sous-partie de notre partie, même si, comme nous allons le voir, innovation ne signifie pas toujours l'usage de nouvelles technologies.

### *Propositions d'expérimentations ou d'innovations didactiques*

Commençons par évoquer un article qui se situe encore à l'interface évoquée précédemment.

Pour essayer de faire le lien entre la compréhension des mathématiques et la conception d'un enseignement, Jaworski (2013) soulève les questions suivantes : Comment mieux appréhender la compréhension conceptuelle des mathématiques des étudiants lors du développement d'un projet de recherche ? Et comment caractériser la compréhension des étudiants pour aider en retour la conception de ces projets ?

Pour cela, elle observe la mise en place d'activités à partir de tâches basées sur l'enquête (*enquiry-based tasks*), dans le but de développer cette compréhension conceptuelle des mathématiques. Grâce à ce travail, elle s'aperçoit finalement que plusieurs facteurs comme les contraintes institutionnelles, le temps, la culture scolaire ou sociale des étudiants, couplés avec des réponses « stratégiques des étudiants » (sachant comment procéder pour obtenir les meilleures notes possibles) laissent à penser qu'une compréhension profonde ne leur semble pas nécessaire.

Elle conclut que la nature de la compréhension mathématique reste difficile à appréhender.

Plus récemment, sur la même thématique des projets, Gjesteland, Vos, & Wold (2018) ont conclu pour leur part qu'un projet avait des chances de générer chez les étudiants une activité mathématique si certaines conditions étaient remplies : que les étudiants puissent faire par eux-mêmes les connexions entre les différentes informations rencontrées, qu'ils puissent choisir leur stratégie d'action et qu'ils puissent communiquer ces informations aux autres participants. De plus, il faut que les enjeux du projet soient clairement définis, compris par tous. Le fait qu'un projet fasse appel à une technologie moderne et accessible (dans l'expérimentation, il s'agissait de Smartphones) sur laquelle ils vont pouvoir se focaliser leur permettra de ne pas trop se concentrer sur les mathématiques auxquelles ils font appel en réalité. Ceci peut s'expliquer par le fait que les futurs ingénieurs sont à considérer comme des personnes « technophiles » et permet, selon cette étude, de contraster nettement avec les projets basés sur des tâches plus mathématiques qui ont tendance à les démotiver.

Nous l'avons déjà énoncé précédemment, mais l'innovation didactique n'est pas nécessairement synonyme d'innovation technologique. De plus, une innovation peut très bien consister en un retour à des méthodes de travail plus « anciennes », comme le montrent Schmidt & Hussmann (2013). Dans leur travail, en réponse au problème de l'effet « boîte noire » bien connu et du déclin des compétences de base après dix ans d'utilisation d'un logiciel de calcul formel (Maple) dans les formations mathématiques, des responsables d'un cours sur les nombres complexes sont revenus au cours papier-crayon. Résultat : le nouveau cours a eu des effets bénéfiques sur la motivation et sur les résultats généraux des étudiants (pas nécessairement les résultats individuels).

Pour prendre en compte les difficultés de la transition secondaire-supérieur, nous avons vu que certains cours se mettent en place parfois avant le début même de la formation des ingénieurs, comme par exemple en Italie (Andrà et al., 2017). Ces cours préparatoires sont étudiés en tant que dispositif expérimental en Allemagne dans Kürten (2017). Le résultat principal de cette recherche est que l'auto-efficacité mathématique des élèves (c'est-à-dire leurs capacités à produire des résultats par eux-mêmes) a augmenté durant ce cours préliminaire et que cet effet est stable sur une période d'au moins trois mois.

Toujours à titre d'expérimentation didactique en Allemagne, Biehler, Kortemeyer, & Schaper (2015) ont mis en place ce qu'ils nomment une solution d'étudiant-expert (*SES-Student-Expert Solution*). Celle-ci, complétée par des ressources et des reconstructions didactiques, avait pour but d'aider à comprendre quelles compétences mathématiques sont implicitement nécessaires dans tâches relatives à des sujets techniques comme l'électricité.

Cette expérimentation a permis de mettre en avant un dispositif qui va à l'encontre du cycle de modélisation plus classique. En effet, dans le déroulement de la mise en équations et l'obtention de résultats mathématiques sont entremêlés.

Intéressons-nous désormais aux propositions d'innovation didactique liées à l'utilisation d'outils nouveaux, comme les outils technologiques. Nous ne faisons pas de revue de travaux générale concernant cet aspect, qui n'est pas propre à la formation des futurs ingénieurs. Cependant, une étude de l'utilisation des technologies centrée sur les futurs ingénieurs peut se justifier par le fait notamment que ces derniers auront sans nul doute à faire usage de ce type d'outils dans leur futur métier.

Dans la lignée, entre autre, des travaux de Wal et al. (2017), une illustration intéressante de cette problématique est donnée dans Kanwal (2018) où une expérimentation de la combinaison de ressources de plusieurs types dans un environnement de cours à distance en Norvège est décrite. L'objectif est d'analyser l'influence de l'interaction de ces diverses ressources sur l'engagement des étudiants, à travers leur usage dans les activités mathématiques proposées.

Les étudiants sont invités à suivre un cours de *Calculus* sur une plateforme qui intègre une banque d'exercices à résoudre (au titre d'un travail en classe ou de devoirs), des cours d'accompagnement en vidéo et un logiciel de programmation basé sur le CAS (Computer Algebra System) *Maxima*. De plus, ces étudiants ont à leur disposition un polycopié de cours faisant, le cas échéant, le lien avec les vidéos et proposant des solutions aux exercices. Ce polycopié leur est fourni par le professeur qui est également à leur disposition pour répondre à leurs éventuelles questions.

Le résultat de cette expérimentation est que les étudiants suivis ont utilisé la partie vidéo de la plateforme pour les apprentissages mathématiques plus conceptuels (ainsi que le polycopié) et la partie CAS pour les tâches mathématiques plus techniques. La motivation qui semble avoir entraîné l'adhésion des étudiants à l'utilisation de la plateforme est que l'examen final était en ligne et les obligeait à utiliser celle-ci.

En nous intéressant dans les travaux exposés auparavant aux recherches sur l'enseignement et les apprentissages des mathématiques pour les futurs ingénieurs à travers le monde, nous avons dénombré diverses problématiques souvent liées les unes aux autres. La formation des ingénieurs scientifiques étant, par essence, pluridisciplinaire, nous allons nous pencher, dans la partie suivante, sur des travaux ayant pour axe d'étude les relations qui existent, à ce titre, entre les mathématiques et les autres disciplines.

#### 1.4.6 Relation entre mathématiques et autres disciplines

L'enseignement des mathématiques à des non-spécialistes, en particulier à des futurs ingénieurs, oblige à se poser des questions sur l'éventuelle mise en relation de ces mathématiques avec les autres disciplines (scientifiques) enseignées dans les cursus.

Nous avons exposé le concept STEM dans 1.4.4., qui correspond bien à cette idée, mais qui n'est pas tant employé dans la recherche en didactique en Europe qu'aux USA par exemple, où il a vu le jour. Nous allons donc dans cette partie nous intéresser aux travaux qui ne portent pas explicitement les STEM, mais qui traitent pourtant des problématiques identifiées sur les relations entre les mathématiques et les autres disciplines dans l'enseignement supérieur.

Avant toute chose, précisons que nous n'avons pas les moyens dans cette revue de travaux de comparer les questionnements relevés avec ce qui peut être fait ailleurs que dans le supérieur. Naturellement, cette question des relations existe bel et bien à d'autres niveaux d'enseignement.

Notons enfin que certains des travaux considérés posent aussi la question de la modélisation qui peut constituer un aspect des liens entre les mathématiques et les diverses matières en question. Nous reviendrons plus précisément sur la littérature autour de la modélisation dans la dernière sous-partie sur les Parcours d'Étude et de Recherche (1.4.7.).

Pour les thèmes abordés par les travaux, nous observons pour commencer que la majorité des travaux que nous répertorions ici sur ce thème traite de l'étude de cours existants ou plus généralement de curricula. À propos des curricula, les auteurs envisagent différents types de questions liées.

Ces questions peuvent concerner les choix d'articulations entre disciplines : faut-il enseigner d'abord les mathématiques, pour les appliquer ensuite à la une autre discipline, par exemple la physique ? Peut-on s'écarter de cet ordre, et comment ?

Elles peuvent aussi concerner l'utilisation faite de mathématiques dans une autre discipline : quelle est leur nature et à quel type de savoirs liés font-elles appel ? Ces savoirs sont-ils explicitement mis en avant et, si oui, comment ? Les mathématiques mises en jeu lors du « contact » avec ces autres disciplines sont-elles semblables ou non aux mathématiques rencontrées dans les cours de mathématiques ?

Et enfin, réciproquement, en quoi les autres disciplines aident à la motivation des étudiants à utiliser des mathématiques ?

González-Martín & Gomes (2017) ont prolongé leurs travaux cités précédemment en s'intéressant cette fois-ci, aux relations effectivement mises en œuvre entre mathématiques et autres disciplines dans un cours de *Calculus* (analyse). Ils relèvent au départ que des discontinuités existent entre le contenu des cours de mathématiques et les activités professionnelles des ingénieurs.

Prenant l'exemple de l'enseignement des diagrammes de moment de flexion utilisés par les ingénieurs en mécanique et ceux du génie civil, les chercheurs examinent comment la notion centrale d'intégrale est utilisée dans les cours. Ils observent que les techniques mises en jeu reposent principalement sur des considérations géométriques (et non sur des techniques de calculs d'intégrales ou des théorèmes), et que les justifications fournies combinent un discours mathématique (incomplet) et des justifications professionnelles qui montrent finalement aux étudiants des objets de même nature (intégrales) sous des angles différents, sans réellement expliciter les liens entre les deux visions.

Dans Gueudet & Quéré (2018), nous nous sommes penchés sur les potentielles connections pouvant exister entre mathématiques et physique à travers l'étude de ressources en ligne existant pour les ingénieurs. Les connections observées dans ce travail se placent à un niveau micro, c'est-à-dire, pour le domaine choisi de la trigonométrie :

- entre différentes parties de programmes ou différents cadres,

- entre différentes représentations sémiotiques comme l'utilisation de texte, de figures statiques ou dynamiques,
- entre différents concepts ou différents registres

Les exercices de mathématiques se limitent souvent à un seul registre (celui des fonctions trigonométriques par exemple, ne fait pas appel aux angles), tandis que l'utilisation de la trigonométrie dans les cours non-mathématiques nécessite toujours des connexions parmi celles citées précédemment (l'exemple des vecteurs de Fresnel est donné pour le passage du fonctionnel au vectoriel).

Pourtant les observations de cette étude montrent que les deux ressources en ligne font très peu appel à ces différents type de connexions, excepté entre les concepts et les registres sémiotiques pour la première, alors que la seconde offre plus de connexions entre la trigonométrie et la physique, mais des connexions réduites entre les concepts et les registres sémiotiques.

Kortemeyer & Biehler (2017) ont étudié, dans la continuité de leurs travaux sur la SES (cf. 1.4.5) les d'asynchronicité entre les différents moments d'apprentissage de notions mathématiques : selon leurs observations, il existe d'une part une structure déductive dans les cours de mathématiques, ce qui conduit à un certain ordre de présentation des différents sujets pour en assurer la compréhension ; d'autre part, il existe également une manière standard de présenter les différents sujets d'ingénierie dans les cours intitulés « Fundamentals of Engineering » (les bases de l'ingénieur, utilisant entre autres des mathématiques). Pour cette raison, des sujets mathématiques sont souvent nécessaires plus tôt dans ces derniers cours que dans les cours de mathématiques eux-mêmes.

Ce travail leur a permis de mieux comprendre les connexions entre les cours de mathématiques et d'ingénierie en première année de la formation des futurs ingénieurs (qui se déroule principalement, rappelons-le à l'université en Allemagne, cf. annexe 1.1). Pour ce faire, ils se sont intéressés à la modélisation dans le contexte d'un seul exercice sur les équations différentielles ordinaires dans le domaine des circuits oscillants, pour les ingénieurs en électricité.

Dans ce cas d'étude et *a contrario* de leur étude précédente (Biehler et al., 2015), ils ont constaté que les étudiants avaient utilisé un cycle de modélisation classique, décrit selon le schéma : mathématisation, ingénierie mathématique et validation.

Dans la première partie, les équations ont été acceptées « par autorité » des lois de Kirchhoff. Pour la résolution, la quasi-totalité des étudiants qui ont su résoudre les équations homogènes ont résolu également l'équation complète, mais certains n'ont su le faire qu'avec des arguments physiques, sans utiliser les méthodes vues en cours de mathématiques. Enfin, pour la validation, les stratégies utilisées par les étudiants diffèrent : ils utilisent des arguments mathématiques aussi bien que physiques.

La question du point de vue des étudiants est posée de manière sociologique par Bergsten & Jablonka (2013) qui explorent la logique des étudiants suédois de première année en formation ingénieur dans le choix de leurs futures spécialités (niveau master). Ces auteurs étudient également le point de vue des étudiants sur les apports potentiels de l'étude des mathématiques pour leurs futurs métiers. L'idée est de mieux comprendre les différences selon les catégories d'étudiants (en fonction de leur histoire personnelle, leurs origines familiales, etc.) dans leur intérêt et leur pratique des mathématiques.

Le constat informel réalisé par les auteurs chez les enseignants est que les étudiants en études d'ingénieur sont considérés comme « originaux » au sens où ils se voient souvent attribuer différentes habitudes d'étude, différentes approches des mathématiques et différentes chances d'atteindre un haut niveau de mathématiques, en particulier pour les parties plus théoriques.

Selon les auteurs de cet article, les mathématiques apportent d'abord une capacité générale de résolution de problèmes (qu'ils qualifient de *meta-technology*) et leur permet de structurer leur pensée (qu'ils appellent *mind-power*). De plus, les mathématiques permettent selon eux une compréhension générale des phénomènes rencontrés. L'exemple donné est celui de la capacité à interpréter les entrées et sorties mathématiques lors de l'utilisation d'un logiciel.

Ce qui est intéressant selon cette étude, c'est que les mathématiques ressortent comme étant bien une partie intégrante du contexte social et culturel des futurs ingénieurs et non pas simplement un outil permettant de développer des compétences bien précises (comme du calcul à la main, par exemple).

En Allemagne, nous retrouvons la problématique de la « structuration de la pensée » par les mathématiques dans Lehmann, Roesken-Winter, & Schueler (2015) qui essaient de savoir comment les performances en mathématiques et en mécanique technique sont liées, et quel rôle y joue la résolution de problèmes.

Les résultats de ce travail se déclinent selon deux aspects et les conclusions de cette recherche sont claires. Tout d'abord, les compétences mathématiques et l'intuition des étudiants dans les concepts physiques jouent un rôle substantiel dans leur réussite en mécanique. De plus, dans les problèmes proposés, les élèves qui s'en sortent le mieux dans la résolution de tâches mathématiques et physiques plus difficiles utilisent des outils et des stratégies heuristiques d'une manière plus élaborée. Cependant, maîtriser ces méthodes heuristiques n'est pas suffisant pour la majorité des étudiants et les apprentissages plus classiques sont utiles, notamment du fait que l'examen final ne se présente pas sous la forme d'un problème à résoudre mais sous la forme d'exercices plus conventionnels.

L'état des lieux également dressé au point de départ de (González-Martín, 2018) est que les ingénieurs éprouvent des difficultés à faire le lien entre les contenus de leurs cours de mathématiques et ce qui leur est enseigné dans leurs cours « professionnels ».

L'analyse d'un polycopié à destination d'élèves ingénieurs au Canada permet alors à l'auteur de mieux comprendre comment les notions mathématiques sont utilisées dans les cours professionnels. Il s'intéresse ici à la notion d'intégrale dans un cours de mécanique des matériaux en génie civil.

Le bilan de cette analyse est sans appel : bien que le moment des forces soit introduit comme une intégrale (ce qui justifie sans doute, selon Gonzalez-Martin, l'idée générale que « les ingénieurs ont besoin des intégrales »), les types de tâches mathématiques présentes dans le polycopié ne requièrent pas d'utiliser des techniques présentées dans un cours classique de calcul intégral.

Les effets de transformation du savoir d'une institution à l'autre (Castela, 2015) semblent être à l'origine de ce phénomène qui est lui-même la source de difficultés importantes pour les étudiants.

Pour terminer cette sous-partie, revenons enfin sur une recherche due à Engelbrecht, Bergsten, & Kågesten (2012) dans lequel les auteurs s'emploient à étudier les conceptions et les performances mathématiques des étudiants, une nouvelle fois en comparant l'approche conceptuelle et l'approche procédurale des mathématiques dans leur formation de futurs ingénieurs.

Au départ de cet article, les auteurs décrivent qu'en termes d'enseignement, les demandes des écoles d'ingénieurs sont faites de compétences informatiques associées à des capacités d'analyse et capacités créatives basées sur des connaissances mathématiques.

Ils comparent une nouvelle fois les étudiants en deuxième année en Suède et en Afrique du Sud. Ils montrent que les différences entre les deux pays sont minimes, mais que les étudiants suédois estiment que les éléments de procédure sont plus fréquents dans leurs études de mathématiques, tandis que les étudiants sud-africains trouvent les éléments conceptuels et les éléments de procédure tout aussi répandus; ces derniers considèrent cependant que les éléments à orientation conceptuelle sont plus courants dans leurs études en dehors des cours de mathématiques.

La conclusion de ce dernier travail permet un retour cohérent vers notre propre recherche : on y constate qu'un même type d'enseignement peut conduire à différentes formes d'application des mathématiques dans différentes institutions.



Ce constat présente pour notre recherche un intérêt particulier dans la place relative des applications et des mathématiques plus formelles dans les cours dispensés en cycle ingénieur en France. Nous verrons, au fil de cette thèse, dans quelle mesure cette idée de « dosage » entre les deux nous a guidé vers la mise en place d'un Parcours d'Étude et de Recherche, et c'est à ce titre que nous proposons une revue de travaux sur ce sujet dans la sous-partie suivante.

#### 1.4.7 Le PER comme réponse aux enjeux de la modélisation mathématique : exemples de mise en œuvre et contraintes institutionnelles

Nous avons présenté dans le paragraphe 1.3. la définition d'un Parcours d'Étude et de Recherche (PER). Nous avons vu qu'il s'agit de la partie la plus « en action » de la théorie Anthropologique du Didactique puisqu'un tel dispositif doit permettre, grâce à une activité de type « enquête », la mise en œuvre et l'observation concrète de praxéologies (mathématiques), en utilisant les outils des dialectiques et les différents niveaux de codétermination didactique.

Sans se référer dans un premier temps à la littérature, nous pouvons présumer de certaines questions qu'un tel dispositif peut soulever chez l'enseignant qui le met en place ou chez le chercheur en didactique qui s'y intéresse :

- Qu'est-ce qui est un PER et qu'est-ce qui ne l'est pas ?
- Quelles sont les spécificités qui se rapportent au cadre de la TAD et qui font d'un PER un nouvel outil adapté à l'investigation ?
- Comment différencier un PER d'un enseignement par projet qui s'intégrerait dans un enseignement plus classique ?
- Que permet d'apporter la pratique d'un PER en termes d'enseignement et d'apprentissages mathématiques pour les étudiants ? En particulier, quelles sont les différences, par rapport à des cours plus traditionnels qui relèvent selon certains chercheurs de la *monumentalisation des œuvres* et de l'*applicationnisme* (Barquero et al., 2013) ?
- Comment les PER conçus « en laboratoire » par des chercheurs en didactiques sont transmis et adaptés *in vivo* par les enseignants sur le terrain ?

C'est avec l'objectif de répondre indirectement aux questions précédentes que nous allons présenter des travaux qui mettent au jour les spécificités d'un Parcours d'Étude et de Recherche dans sa conception, sa mise en œuvre et l'analyse de ce qu'il permet de produire dans l'enseignement et les apprentissages de mathématiques.

Pour mieux illustrer notre recherche, nous montrons des exemples qui s'appuient exclusivement sur des expériences qui se sont tenues dans l'enseignement supérieur, et en particulier dans les cursus ingénieurs (qui se déroulent, selon les pays, à l'université ou dans des écoles spécialisées). Mais gardons à l'esprit que ce dispositif est applicable à tous les niveaux d'enseignement et que certaines recherches à certains de ces niveaux ont nourri celles faites à d'autres.

Lors de la conception d'un PER sur le thème de la micro-économie, Parra, Otero, & Fanaro (2013) montrent bien dans leur article, qui présente leur analyse *a priori* du PER, l'importance du choix de la question génératrice  $Q_0$  dans la prévision des sous-questions éventuelles, autrement dit la conception d'un arbre prévisionnel assurant un minimum d'activités mathématiques sans trop d'impasses.

Cette préparation du PER à partir de la question génératrice  $Q_0$  (et *via* un schéma herbartien prenant en compte les réponses intermédiaires possibles et les nouvelles questions engendrées) se base sur un Modèle Praxéologique de Référence (MPR) propre à chaque enseignant ou à chaque didacticien concepteur, enseignant ou chercheur (Chevallard, 2017b). Cette enquête préliminaire sur les praxéologies prévues doit prendre en compte dans la mesure du possible « les conditions à tous les niveaux qui les (sur)déterminent » (Chevallard, 2017b, p. 51).

Pour utiliser le PER comme outil d'analyse *a posteriori* de l'activité mathématique, on peut alors se poser la question des liens entre l'arbre représentant la structure, par essence non linéaire, d'un PER, avec les praxéologies mathématiques développées par les étudiants. Winsløw,

Matheron et Mercier (2013, p. 272) proposent pour cela de prendre en compte les remarques suivantes : une question (ou une sous-question) est de nature explicite et dépend ainsi d'un environnement théorique (ou du moins technologique) et ne doit pas être confondue en cela avec une tâche, ni -ajoutons- un type de tâche. D'après les auteurs, beaucoup de questions intéressantes peuvent être traitées sans faire appel à une technique mathématique (au sens de Chevallard) particulière.

En revanche, les réponses à des questions et sous-questions peuvent être considérées comme des praxéologies à part entière. En effet, celles-ci motivent et en quelque sorte contraignent le ou les étudiants à identifier celles qui contiendront des types de tâches nécessitant l'application de techniques, connues ou inconnues de lui ou du groupe.

C'est ainsi que la responsabilité de l'enseignant se trouve de nouveau au centre de la conception du PER et en particulier, comme précédemment dans (Parra et al., 2013b) dans le choix de la question génératrice.

Pour structurer notre sous-partie, nous allons nous intéresser dans les travaux présentés à deux axes principaux : la mise en œuvre des PER dans l'enseignement supérieur et ainsi qu'au lien avec la modélisation à ce niveau d'enseignement, puis nous regarderons les contraintes institutionnelles pesant sur la mise en place de PER, ainsi que les problématiques de transmissions ou d'adaptation au terrain évoquées ci-dessus.

Les premières expériences de mise en œuvre de Parcours d'Étude et de Recherche, en tant que nouveau dispositif d'apprentissage faisant partie intégrante du cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique, ont nécessairement donné lieu à des questionnements fondamentaux portés par les chercheurs concernés.

Peut-être une des plus naturelles de ces questions a été posée dès les premiers travaux de Barquero, Bosch, & Gascón (2008) qui se demandent dans quelle mesure un PER pouvait couvrir une partie du programme de mathématiques tout en donnant une fonctionnalité claire aux différents contenus rencontrés lors du parcours qu'ils développent auprès d'étudiants de première année d'une formation d'ingénieurs d'un département de chimie industrielle.

Pour répondre à cette question, les auteurs commencent par rappeler que le double objectif d'un cours traditionnel de mathématique à ce niveau en Espagne est de servir d'entraînement mathématique de base et d'introduire la modélisation aux étudiants. Au regard de ce double objectif, ils présentent ce qu'ils ambitionnent pour leur PER : faire prendre conscience aux étudiants de la raison d'être des contenus mathématiques qu'ils doivent apprendre, et de connecter ces contenus à travers l'étude de questions de modélisation ouvertes.

Pour mettre en œuvre le Parcours d'Étude et de Recherche en question, ils partent d'une question génératrice  $Q_0$  dans le domaine de l'étude de la dynamique d'une population : « *Étant donnée la taille d'une population  $X$  sur une période donnée, pouvons-nous prédire sa taille après  $n$  périodes? Est-il toujours possible de prédire le comportement à long terme de la taille de la population? Quelle sorte d'hypothèses sur la population et ses alentours devraient être faites? Comment créer des prévisions et les tester ?* ». Ils développent alors trois modèles *a priori* :

- modèle 1 : population avec générations indépendantes où le temps est discrétisé en périodes et faisant donc appel aux suites récurrentes d'ordre 1, dans le champ de l'analyse réelle ;
- modèle 2 : population avec générations dépendantes (temps discret également) qui peuvent se ramener à une suite récurrente vectorielle, dans le champ de l'algèbre linéaire ;
- modèle 3 : population à évolution continue se basant sur un temps non discrétisé et permettant des études de modèles mathématiques avec des équations différentielles ordre au moins 1.

Le PER s'est étalé sur une période d'un an, dans un cours intitulé « Fondements mathématiques pour l'ingénieur » sous forme d'un « atelier de modélisation mathématique » optionnel, offrant aux étudiants volontaires un bonus maximum de 1 point sur les 10 points de l'examen final. Chacun des modèles prévus est assez indépendant du cours.

Les auteurs de l'article expliquent le déroulement du PER correspondant au modèle 1, en détaillant le contenu des six séances et les sous-questions retenues au fil du travail. Concrètement, les étudiants ont travaillé au sein d'une même équipe pendant tout le parcours, et devaient au début de chaque séance, rendre un rapport sur le travail qu'ils avaient effectué ensemble. Il y avait alors une équipe à chaque séance qui avait la charge de présenter et « défendre » le rapport.

Les réflexions sur le premier modèle ont mené les étudiants à s'intéresser à trois sous-hypothèses débouchant sur trois nouvelles sous-questions :

- $Q_1$  : quelle est la dynamique d'une population ayant un taux de croissance constant (modèle malthusianiste) ?
- $Q_2$  : quelle est la dynamique d'une population dont la taille est limitée (modèle logistique discrète ou modèle de Verhulst) ?
- $Q_3$  : quelle est la dynamique d'une suite récurrente  $x_{n+1}=f(x_n)$ , où  $f$  est une fonction de classe  $C^1$  ?

Notons que la dernière question est suggérée par l'enseignant qui encadre le parcours.

Les conclusions de cette étude sont nombreuses et vont même au-delà de la réponse à la question de recherche initiale.

Les premières observations permettent de conclure d'emblée à un l'élargissement du champ des possibles en matière de problèmes posés en classe. De plus, même si *l'écologie globale du système d'enseignement* n'a pas été modifiée, l'étude montre que les questions soulevées au long du PER ont eu un impact de plus en plus grand sur les autres sessions de cours de mathématiques. L'étude montre aussi une forte implication des étudiants dans les moments d'exploration, de synthèse et d'institutionnalisation. D'après les auteurs, ceci tient principalement à deux faits :

- la remise, la présentation et la « défense » des rapports entre chaque session,
- les contenus mathématiques ne sont pas fixés *a priori* entre chaque séance.

Ceci a, selon eux, permis de créer les conditions de fructueuses phases de production de connaissances et d'interprétation de la part des étudiants, ainsi que des phases de critique, d'études des contraintes et de compréhension de liens entre les modèles créés. Le système éducatif traditionnel ne permet habituellement pas la mise en place de ces phases pourtant cruciales du processus de modélisation.

Enfin, se plaçant du côté de l'enseignant, les chercheurs observent que les responsabilités couramment rencontrées lors du PER sont très différentes de celles habituellement rencontrées dans un cours. L'enseignant agit plus ici comme un « directeur d'étude », donnant un maximum d'autonomie aux étudiants, y compris celle de l'organisation du temps, du choix des contenus mathématiques, de l'utilisation de ressources, d'une bibliographie ou d'un ordinateur pour la vérification des résultats intermédiaires.

En conclusion de ce travail, les auteurs énoncent que, grâce au fil conducteur tiré par la question génératrice, il est possible de ne plus considérer les outils mathématiques comme des objectifs d'apprentissage, mais comme des appuis pour obtenir des réponses à des questions.

Dans un deuxième article sur la modélisation dans l'enseignement supérieur, Barquero et al. (2013) s'intéressent au problème qu'ils appellent *applicationism*. Ce « mal » auquel le Parcours d'Étude et de Recherche (ils reprennent l'analyse du PER précédent) doit s'attaquer consiste habituellement à considérer que les mathématiques doivent être introduites par elles-mêmes, avec leur propre raison d'être, avant d'être appliquées à des situations extra-mathématiques. Selon eux, ce phénomène conduit à une restriction de la notion de modélisation mathématique telle qu'elle devrait être prise en compte. Ils donnent cinq indicateurs pour repérer cet *applicationism* et il ressort de leur travail que, dans le déroulement du PER, la structure arborescente (basée sur la fécondité de la question génératrice) ainsi que la dynamique de la dialectique entre questions et réponses ouvrent une nouvelle logique de construction et d'utilisation des connaissances mathématiques allant à l'encontre, grâce à l'édification souhaitable d'un nouveau contrat

didactique, de l'épistémologie et de la pédagogie dominante représentée par le monumentalisme et l'*applicationism*.

Les conclusions précédentes sont en tous points partagées par Llanos, Otero, & Rojas (2015) dans leurs expérimentations dans l'enseignement secondaire sur les fonctions polynômes obtenues par multiplication de courbes en Argentine. Ils analysent de plus que les techniques mathématiques et les stratégies de résolution construites lors d'un PER peuvent être généralisées et réutilisées dans d'autres PER.

Sortant du contexte de la formation des ingénieurs pour observer celui du commerce et de l'administration, Barquero, Serrano, & Ruiz-Munzon (2016) comparent dans leurs travaux les conditions et contraintes dans lesquelles deux Parcours d'Étude et de Recherche se déroulent dans deux institutions universitaires différentes. Ces deux PER portent sur l'évolution du nombre d'utilisateurs d'un réseau social. Dans (Barquero, Monreal, Ruiz-Munzón, & Serrano, 2018), les auteurs reprennent l'étude du deuxième PER.

Dans le premier PER les questions génératrices sont : « *Comment évolue la population d'utilisateurs d'un réseau social? Comment pouvons-nous adapter les modèles à des données réelles et les utiliser pour prévoir leur évolution future ?* ».

Dans le deuxième cas, la situation initiale commence par la présentation d'une sélection d'articles de journaux concernant la prévision de l'université de Princeton (USA) selon laquelle le réseau Facebook perdrait 80% de ses utilisateurs avant 2017. La question génératrice est ensuite présentée aux étudiants comme suit : « *Ces prévisions peuvent-elles être vraies? Comment modéliser des données réelles sur l'évolution des utilisateurs de Facebook et prévoir l'évolution à court et à long terme du réseau social? Comment pouvons-nous valider les conclusions de Princeton ?* ».

Ces deux travaux permettent de montrer comment un PER peut favoriser l'interaction entre différentes approches pédagogiques : celles dérivées de modèles basés sur l'investigation d'une part et celles basées sur des pédagogies plus classiques de transmission d'autre part (certaines séances pouvant prendre plusieurs formes et servant d'activités préparatoires à la recherche, lors desquelles certains savoirs nécessaires à l'enquête peuvent être enseignés).

Selon les auteurs, cette interaction est essentielle pour l'évolution et la survie des PER en tant que nouveau dispositif, car elle enrichit le « milieu » des étudiants et permet la dialectique des questions et des réponses, deux éléments essentiels de l'évolution du processus d'étude et d'apprentissage.

L'analyse *a posteriori* de ces expériences a été faite dans (Galán, Ruiz-Munzon, & Barquero, 2018) et les conclusions rejoignent les résultats obtenus précédemment avec les futurs ingénieurs : le succès d'un tel dispositif est dû entre autres à la collaboration avec les autres disciplines, au fait que certaines sessions de travail sont centrées sur les réponses apportées par les étudiants et à l'utilisation d'outils logiciels encourageant le travail expérimental des étudiants.

Enfin, dans la continuité de tous les travaux présentés dans ce paragraphe sur la mise en place de PER, Barquero (2018) conclut qu'il est important de voir comment différentes institutions (dans le cas présent, un cours optionnel de modélisation mathématique en troisième année de formation à l'université de Copenhague et un cours obligatoire de deuxième année appelé « atelier mathématique » à l'université Autonome de Barcelone) ont établi des relations différentes avec les connaissances en jeu, en l'occurrence avec l'enseignement de la modélisation mathématique. En particulier, certaines conditions de réussite apparaissant dans la première institution (comme par exemple, la nécessité de partager un discours commun pour discuter et analyser les pratiques de modélisation) peuvent devenir une contrainte forte dans la deuxième.

De nouveau au sujet de la formation des ingénieurs, Siero, Romo-Vázquez, & Abundez (2017) ont cherché à donner des clés pour la conception d'une activité de recherche en modélisation mathématique pour la formation en algèbre linéaire et en mécanique des structures de matériaux composites. L'objectif a été de créer un lien entre ces deux sujets, en montrant aux futurs

ingénieurs que les mathématiques peuvent être utilisées pour résoudre des problèmes dans un contexte extra-mathématique.

Pour créer cette activité d'étude et de recherche (qui n'est pas à proprement parler un PER), contrairement aux projets d'ingénierie généralement proposés, les sujets mathématiques ont été mis en évidence, mais les sujets non mathématiques ont été présentés comme jouant un rôle plus grand dans les sujets de mathématiques.

Cette expérience a permis d'impliquer des étudiants et des enseignants de différentes spécialités pour étudier des éléments de différentes disciplines ainsi que des connaissances pratiques. Pour leur part, les étudiants ont appris à effectuer des recherches, à modéliser et à utiliser les connaissances disponibles pour créer un nouveau travail d'équipe, à communiquer leurs idées et à justifier leur pratique à l'aide d'éléments théoriques de différents niveaux de difficulté.

Dans l'état de l'art que nous avons présenté dans cette partie, nous avons observé un certain nombre de tendances concernant l'enseignement des mathématiques dans le supérieur et plus particulièrement l'enseignement aux ingénieurs.

Signalons qu'en Europe et plus particulièrement en France, il existe dans la recherche des initiatives de mise en connexion de didactiques de plusieurs disciplines dans l'enseignement supérieur (comme celle de la physique ou de l'informatique). Citons par exemple le réseau DEMIPS (Didactique et Epistémologie des Mathématiques et liens avec l'Informatique et la Physique dans le Supérieur) fondé fin 2014. Ceci montre une réelle tendance et une volonté de la part des chercheurs de ces diverses didactiques d'avancer ensemble sur des sujets communs comme : la transition secondaire-supérieur, les difficultés des étudiants, la formation et les pratiques des enseignants, l'utilisation et la constitution de ressources, etc.

Ces initiatives sont actuellement à l'œuvre et promettent des avancées conjointes importantes.

Dans la partie 1.5 suivante, nous proposons la définition d'un concept adapté à nos travaux et construit sur les praxéologies présentées en 1.3. Cette définition ainsi que les problématiques soulevées dans les parties précédentes de ce chapitre, nous permettent de rédiger nos questions de recherche que nous exposons à la suite.

## 1.5 Praxéologies mathématiques et questions de recherche

Dans l'exposé précédent, nous avons présenté la notion générale de « praxéologies » utilisée dans le cadre de la TAD pour toute activité humaine. Dans ce cadre théorique, il est également question de la notion « d'organisation mathématique » pour des institutions dont la raison d'être est l'enseignement des mathématiques.

La singularité de notre travail dans le contexte français est que nous nous intéressons à plusieurs institutions, en particulier à des institutions non scolaires représentées par le lieu de travail des ingénieurs.

Dans le cadre de nos recherches sur les mathématiques dans la formation des ingénieurs et leur utilisation sur leur lieu de travail, nous avons donc développé la notion de « praxéologies mathématiques », permettant d'analyser à la fois les praxéologies dans la ou les institutions de formation, mais également dans l'institution dans laquelle les ingénieurs évoluent au quotidien, à savoir leur lieu de travail. En effet, bien que n'étant pas un milieu d'enseignement (même si des mathématiques peuvent *a priori* être apprises par les ingénieurs au cours de leur vie professionnelle), cette institution voit naturellement se développer des praxéologies qui font appel à des mathématiques.

C'est ainsi que nous donnons la définition (unificatrice) d'une praxéologie mathématique :

Une praxéologie mathématique est une praxéologie dans laquelle les mathématiques interviennent dans au moins une des quatre composantes de l'activité : type de tâche  $T$ , technique  $\tau$ , technologie  $\theta$  ou théorie  $\Theta$ .

À partir de cette nouvelle définition et de la structure théorique présentée tout au long de ce chapitre 1, nous sommes désormais en mesure de formaliser les quatre questions de recherche auxquelles nous nous référerons par leur numéro tout au long de ce travail de thèse.

Comme nous l'avons exprimé précédemment, notre problématique a pour point de départ les besoins mathématiques des ingénieurs formés en France, une fois sur leur lieu de travail. C'est l'objectif de notre première question de recherche QR1, qui porte ainsi sur des praxéologies mathématiques, hors lieu porteur d'une intention didactique :

QR1 : « Quelles sont les praxéologies mathématiques rencontrées par les ingénieurs français sur leur lieu de travail ? »

Une fois que nous avons posé cette question sur les praxéologies mathématiques professionnelles des ingénieurs français, nous proposons de nous intéresser à la formation mathématique initiale de ces ingénieurs. L'enseignement des mathématiques se déroule, en France comme ailleurs, dès le début de la scolarisation des enfants. La spécialisation mathématique pour les futurs ingénieurs se fait à partir du choix de la filière « scientifique » au moment de la préparation de l'examen national du baccalauréat (bac S). Même si nous ferons parfois référence à cette formation de l'enseignement secondaire, nous considérons ici que la formation initiale des ingénieurs en France correspond au cycle préparatoire puis au cycle ingénieur (cf. 1.2). C'est dans ce cadre que nous posons donc la deuxième question de recherche QR2 pour nos travaux :

QR2 : « Dans leur formation initiale, quelles sont les praxéologies mathématiques enseignées aux futurs ingénieurs et celles qu'ils mettent en œuvre ? »

Une fois que nous avons évalué et analysé les praxéologies mathématiques dans les institutions professionnelles et dans les institutions de formation, nous proposons de les comparer en posant la troisième question de recherche QR3. Signalons que ces questions ne seront pas traitées dans l'ordre, mais que des éléments de réponses seront apportés au fil des enquêtes puis synthétisés dans la conclusion.

QR3 : « Ces praxéologies sont-elles différentes et si oui, en quoi diffèrent-elles ? »

Les comparaisons dont il est question dans QR3 sont aussi axées sur les manques et les lacunes des institutions de formation relativement aux besoins exprimés par les ingénieurs sur leur lieu de travail.

Dans les enquêtes sur la formation initiale, nous avons prêté une attention particulière au cycle ingénieur, notamment pour pouvoir y faire des propositions d'enseignement dans la deuxième partie de nos travaux. Cette expérimentation didactique a pour but d'apporter des éléments de réponse à la dernière question de recherche QR4 suivante :

QR4 : « Quel type d'enseignement pourrait favoriser l'adéquation entre les praxéologies mathématiques du cycle ingénieur et les praxéologies mathématiques professionnelles ? »

Remarquons que, contrairement au deux premières questions axées sur l'existant, cette dernière question QR4 est la seule ayant une visée expérimentale. À ce titre, il en sera surtout question dans le chapitre 5 de la thèse.

Dans le chapitre 2 qui suit, nous commençons par exposer notre premier travail d'enquête portant sur des ingénieurs formés en France. Cette enquête s'est déroulée sous forme d'un questionnaire suivi d'entretiens que nous présentons puis analysons en détail.

# Chapitre 2 - Des ingénieurs sur leur lieu de travail

Notre cadre théorique vu au chapitre précédent nous amène à considérer le lieu de travail des ingénieurs comme une institution ; les lieux de formation : cycle préparatoire, cycle ingénieur, mais aussi « cours de mathématiques en cycle ingénieur » comme d'autres institutions. Ainsi, il s'agit de tenter d'appréhender quelles praxéologies mathématiques « vivent » dans l'institution « lieu de travail » ; puis dans un second temps de les comparer aux praxéologies des autres institutions. De même, pour comprendre les besoins mathématiques des ingénieurs, nous nous intéressons aux niveaux de codétermination didactiques auxquels se situent les contraintes et conditions rencontrées par les ingénieurs dans leur formation et sur leur lieu de travail.

L'objectif du travail présenté dans ce chapitre est de tenter d'apporter des éléments de réponse à nos questions de recherches QR1 et QR2. Pour mener concrètement cette enquête, nous avons suivi le plan de travail suivant : dans un premier temps, nous avons rédigé et diffusé un questionnaire à destination d'ingénieurs exerçant leur activité professionnelle en France ou ailleurs et ayant suivi leur formation en France. Dans un second temps, nous avons réalisé des entretiens avec certains volontaires parmi les personnes ayant répondu au questionnaire, pour approfondir et compléter notre vision sur certains aspects du questionnaire.

Notons que nos enquêtes présentées ici sont essentiellement basées sur les déclarations des ingénieurs. Signalons ici que d'autres méthodologies complémentaires sont possibles comme par exemple celles de (Noss, Hoyle, & Pozzi, 2000) ou (Castela, 2015) consistant à observer la pratique mathématique *via* des analyses de documents dans les entreprises (manuels ou guides) suivies d'entretiens avec des responsables. Pour notre part, nous compléterons le point de vue des ingénieurs sur leur formation par celui des enseignants en cycle ingénieur dans le chapitre 3.

Dans ce chapitre 2, nous présentons tout d'abord en détail au questionnaire que nous avons diffusé. Dans une deuxième partie, nous procédons à l'extraction et à l'analyse des réponses obtenues dans cette étape de l'enquête. Dans la troisième et quatrième partie, il s'agit de décrire et d'analyser les entretiens que nous avons réalisés auprès de six ingénieurs avant de tirer les premières conclusions de cette première partie de nos travaux dans une dernière partie de synthèse.

## 2.1 Le questionnaire « Formation en mathématiques des ingénieurs et utilisations des outils »

Nous allons dans cette partie présenter le questionnaire « Formation en mathématiques des ingénieurs et utilisations des outils » que nous avons conçu. En premier lieu, nous précisons le choix du public enquêté (quels ingénieurs) et la méthodologie employée pour les contacter. Ensuite, nous présentons dans la sous-partie suivante les différentes parties qui composent le questionnaire ainsi que toutes les questions posées les unes après les autres.

### 2.1.1 Comment et à qui diffuser ?

Concernant le choix du mode de diffusion, disons tout d'abord que, pour des raisons pratiques, nous nous sommes rapidement décidé à utiliser un questionnaire en ligne. Ceci nous permettait d'atteindre des ingénieurs français quelle que soit leur localisation, en France ou à l'étranger. Pour créer les questions, nous avons utilisé la base d'enquêtes ouvertes *Lime Survey*



de notre université de rattachement. Cet outil, outre la possibilité de publier l'enquête une fois élaborée, propose des modèles de questions adaptés à nos besoins.

Pour s'assurer autant que possible une forme de sincérité des réponses, nous avons voulu que ce questionnaire soit anonyme, dans le sens où il n'y a pas d'obligation pour les participants d'indiquer leurs coordonnées. Dans le texte introductif, nous avons en ce sens indiqué la phrase suivante : « *Il n'y a pas de bonne ou de mauvaise réponse et la sincérité est le meilleur guide en cas de doute. Au pire, si une question vous semble peu adaptée à votre situation, n'y répondez pas !* »

Pour pouvoir donner suite à cette enquête, nous avons néanmoins laissé la possibilité aux ingénieurs de fournir leur adresse mél dans le cas où ils accepteraient d'être contactés pour un entretien ultérieur.

Il nous est apparu *a priori* difficile d'obtenir dans la réalisation de notre enquête une représentation fidèle de la population totale des ingénieurs français en termes d'âge, de spécialité de diplôme ou de métier, etc. Et comme il nous fallait cependant un moyen de toucher un maximum de personnes, nous avons décidé de diffuser notre questionnaire par courrier électronique en utilisant des listes de diffusion d'anciens élèves d'écoles d'ingénieurs françaises (*alumni*).

Pour se faire, nous avons trouvé sur les sites de diverses écoles, les adresses des responsables des associations d'anciens élèves et leur avons demandé de bien vouloir transférer le lien pointant vers notre questionnaire à toute personne ayant le profil pour y répondre, à savoir des ingénieurs diplômés en France. Le peu d'études existant sur ce thème de recherche en didactique des mathématiques au commencement de nos travaux nous a conduit à mener une enquête de nature « exploratoire ». Aussi, nous avons essayé autant que possible de faire varier les spécialités des écoles contactées sans nous restreindre à une spécialité d'ingénieurs en particulier.

Dans la suite, nous détaillons le questionnaire que nous avons rédigé à l'adresse des ingénieurs. Nous explicitons les motivations qui ont été les nôtres au moment de la préparation de celui-ci en présentant chacune de ses quatre parties en faisant des liens avec notre cadre théorique exposé au chapitre 1.

### 2.1.2 Présentation des questions posées

Nous présentons ici dans le détail le questionnaire dont le titre est « Formation en mathématiques des ingénieurs et utilisations des outils », consultable en intégralité en annexe 2.1. Nous indiquons, lorsque cela nous apparaît adapté les niveaux de codétermination didactique auxquels la question se situe. Ceci nous permet une première observation des conditions et contraintes exercées sur les divers systèmes didactiques  $S(x; y; \heartsuit)$  observés (où  $x$  est ici l'ingénieur répondant au questionnaire). Remarquons que, comme le permet la TAD, nous ne sommes pas dans le cadre de descriptions de praxéologies uniquement scolaires, mais également dans des descriptions de praxéologies professionnelles.

#### Partie 1 - Éléments personnels et professionnels

Dans la première partie intitulée « Partie 1 - Éléments personnels et professionnels », les neuf questions posées (numérotées ici de 1 à 9) ont pour but d'avoir des informations élémentaires sur la qualité du répondant : sexe (1), année de naissance (2), métier actuel (3), entreprise actuelle (4), cycle préparatoire (5), titre ou spécialité du diplôme d'ingénieurs obtenu (6) et année d'obtention (7), autres diplômes (8) et autres postes déjà occupés auparavant (9). Sachant que nous avons l'intention de choisir parmi des réponses des volontaires pour des entretiens ultérieurs les informations récoltées ici permettaient par la suite de choisir des profils divers le moment venu.

## Partie 2 - Formation en mathématiques en cycle ingénieur

La deuxième partie « Partie 2 - Formation en mathématiques en cycle ingénieur » comporte également neuf questions dont le but est d'obtenir une description de leur formation en mathématiques en cycle ingénieur, tant sur le fond que sur la forme.

La première, la question 10 (« *Avez-vous reçu une formation en mathématiques durant votre cycle ingénieur* ») permet d'abord de savoir si oui ou non, les ingénieurs lorsqu'ils étaient étudiants ont reçu une formation mathématique. Si la réponse est non, le participant est directement amené à répondre à la partie 3, et si oui, la partie 2 va permettre de préciser un certain nombre d'éléments.

La deuxième question, la question 11 (« *Votre formation de mathématiques en cycle ingénieur s'est déroulée en :* ») permet de savoir à quel niveau du cursus ils ont effectivement reçu un enseignement de mathématiques. Ici, les conditions et contraintes du niveau de codétermination « école » sont examinées car elles concernent l'organisation de l'enseignement de la discipline au sein de l'institution dans laquelle se déroulent les études d'ingénieur.

Dans la question 12 (« *Dans votre formation en cycle ingénieur, les contenus principaux à caractère mathématique ont été (précisez si nécessaire) :* »), nous avons proposé dix types de contenus recouvrant une large partie des programmes de mathématiques pour toutes les spécialités de diplômes : *Calcul Scientifique, Analyse, Algèbre, Probabilités, Statistiques, Modélisation, Logique/Raisonnement, Théorie des ensembles, Théorie des graphes, Autre (précisez)*. Le dernier choix permettait de combler un éventuel manque parmi les propositions faites. Nous avons effectué le choix de ces propositions en consultant divers ouvrages de formation mathématique pour les ingénieurs (McQuarrie, 2008; Riley, Hobson & Bence, 2006) mais sans entrer dans le détail des chapitres. Remarquons dans cette liste l'exception de la modélisation mathématique qui (comme la logique et le raisonnement) n'est pas un contenu et qui n'est pas enseignée en tant que telle en cycle ingénieur. Elle peut faire partie des apprentissages transversaux que les étudiants ont rencontrés (éventuellement dans d'autres disciplines comme l'informatique, la physique, les matériaux, la chimie, etc.).

Remarquons ici que de parler de « contenus enseignés » ne nous permettra pas *a priori* d'obtenir des informations très précises sur les praxéologies rencontrées dans l'institution « cycle ingénieur » ou « cours de mathématiques en cycle ingénieur ». Ce questionnaire peut cependant nous en apprendre d'avantage sur les choix curriculaires fait en général (au niveau de codétermination « pédagogie »).

En outre, pour cette question, nous pouvons nous attendre à un léger biais méthodologique. En effet, nous pouvons imaginer que les intitulés proposés ne sont pas nécessairement clairs pour des ingénieurs étant donné qu'ils ont parfois terminé leurs études un long moment avant notre enquête.

La question 13 (« *Quels modes d'enseignement avez-vous rencontrés ?* ») s'intéresse aux différentes possibilités rencontrées par les étudiants quant au mode d'enseignement : « *Cours Magistraux, Travaux Dirigés, Travaux Pratiques (informatique appliquée aux mathématiques), Projets, Autre (précisez)* ».

Dans cette question, nous nous situons au niveau de codétermination « pédagogie » car nous nous référons aux conditions et contraintes d'enseignement (nous n'avons pas choisi ici une analyse en termes de praxéologies didactiques, étant donné l'objet du questionnaire, centré sur les contenus mathématiques)

Les questions 14 (« *Sur une échelle de 1 (très faible) à 5 (très important), vous diriez que le volume horaire de ces enseignements à caractère mathématique a été :* ») et 15 (« *Pouvez-vous préciser en quel sens ?* ») ont un caractère de subjectivité : il s'agit non pas de connaître le nombre d'heures d'enseignement que les répondants ont reçu en mathématiques dans leur formation (il

serait sans doute bien difficile pour eux de répondre, qui plus est si leur formation remonte à de nombreuses années), mais de décrire l'impression qu'ils en ont gardé. Une étude plus précise serait possible sur nous intéressant aux cycles préparatoires et aux cycles ingénieurs. Comme dans la question 11, il s'agit de conditions au niveau « école ».

De même pour les questions 16 (« *Sur une échelle de 1 (très mal adaptée) à 5 (très bien adaptée), vous diriez que cette formation en mathématiques en cycle ingénieur a été adaptée à vos besoins actuels :* ») et 17 (« *Pouvez-vous préciser en quel sens ?* »), l'idée est de recueillir le sentiment des répondants sur l'adaptation selon eux de la formation en mathématiques relativement à leurs besoins actuels.

La dernière question de cette partie, la question 18 (« *Auriez-vous la possibilité de fournir des documents relatifs à cette formation (vos notes de cours, cahiers, photocopié, etc.) ? Si oui, merci de préciser* ») nous permettrait de sélectionner pour nos entretiens, des volontaires qui seraient encore en possession de documents sur lesquels nous appuyer pour la discussion.

### **Partie 3 - Utilisation effective des mathématiques et Formation Continue**

Dans la troisième partie intitulée « Partie 3 - Utilisation effective des mathématiques et Formation Continue », il s'agit pour nous de nous informer quant à l'utilisation ou non des mathématiques par les ingénieurs dans leur métier.

Comme la question 10, la première question de cette partie, la question 19 (« *Diriez-vous que vous rencontrez (ou avez rencontré) un besoin réel de mathématiques dans votre métier d'ingénieur ?* ») propose deux choix « *Oui* » ou « *Non* ». En cas de réponse négative, le répondant est dirigé vers la partie 4.

Dans l'affirmative, le questionnaire se poursuit avec la question 20 (« *De quels types d'outils mathématiques avez-vous besoin :* ») qui proposait alors de choisir parmi les thèmes les plus courants et déjà rencontrés dans la question 12 : « *Calculs Scientifiques, Analyse, Algèbre, Probabilités, Statistiques, Modélisation, Raisonnement/Logique, Théorie des ensembles, Théorie des graphes* ». Contrairement à la question 12, il n'a pas de fait de proposition « *Autre* » ici. Encore une fois, ces thèmes courants proviennent de titres de chapitres de livres de cours de mathématiques pour l'ingénieur.

La question 21 (« *Pour quels types de tâches professionnelles (ex : faire un devis, effectuer une simulation, etc.) :* ») est une question ouverte dans laquelle les ingénieurs devaient décrire le cas échéant, des types de tâches courantes nécessitant l'usage d'outils mathématiques. La notion de « types de tâches » utilisée dans cette question est un point d'entrée vers la découverte des praxéologies mathématiques professionnelles mises en œuvre par les ingénieurs sur leur lieu de travail. Et bien que nous ne puissions espérer voir décrire des praxéologies complètes grâce à cette seule question ouverte, nous pouvons penser accéder en outre à quelques technologies et donc au moins à une partie du bloc praxique. Par exemple, nous pouvons attendre des réponses comme « *J'analyse des données expérimentales en calculant les indicateurs statistiques de base* ».

C'est alors que nous pouvons conjecturer que, bien que les intitulés de la question 20 soient assez généraux, ils peuvent éventuellement nous servir à une description du support technologique voire théorique mis en place par les ingénieurs pour l'implémentation du bloc logos sur le terrain. Dans l'exemple fictif précédent, il s'agirait du contenu « *Statistiques* » comme support technologico-théorique.

La question 22 (« *Sur une échelle de 1 (rarement) à 5 (quotidiennement), décrire la régularité du besoin de ces outils :* ») est liée à la question 20 et permet de préciser la régularité de l'utilisation des outils explicités.

La question 23 (« *Diriez-vous que votre formation initiale en mathématiques a été adaptée à ce besoin ?* ») permet pour la première fois dans ce questionnaire de faire la comparaison entre le cycle préparatoire et le cycle ingénieur dans la formation initiale, quant à l'adaptation aux besoins précis étudiés depuis les questions 19 et 20 (relatif à certains contenus).

Toujours dans le cas où le participant a déclaré rencontrer un besoin en mathématiques dans son métier (question 19), les questions suivantes de cette partie sont relatives à d'éventuelles formations en mathématiques, autres que celles suivies en école d'ingénieur : formation continue, formation individuelle volontaire etc.

Pour la question 24 (« *Avez-vous bénéficié d'un enseignement en formation continue pour répondre à ce besoin ?* »), la réponse est simplement « *Oui* » ou « *Non* ». En termes de codétermination didactique, cette question se situe au niveau « société » car il s'agit de mettre en avant des conditions mises en place par l'institution « lieu de travail » pour répondre aux besoins des ingénieurs.

En cas de réponse positive à la question 24, la question 25 (« *Sur une échelle de 1 (aucun lien) à 5 (tout à fait comparable), comment jugeriez-vous le rapport de cette formation continue avec ce que vous avez appris en cycle ingénieur ?* ») permettait de faire une comparaison avec la formation en cycle ingénieur.

De même qu'à la question 18, la question 26 (« *Auriez-vous la possibilité de fournir des documents relatifs à cette utilisation ou cet apprentissage ?* ») est relative aux éventuels éléments disponibles pour une analyse plus précise et ultérieure de ces autres formations.

Enfin, les questions 27 (« *Avez-vous appris des concepts et méthodes mathématiques utiles à votre métier en travaillant seul ?* ») et 28 (« *Quels outils/dispositifs avez-vous utilisés pour cet apprentissage ?* ») a pour but de décrire une éventuelle auto-formation des étudiants sur certains aspects mathématiques. Les propositions faites en 28 sont : « *Logiciels, Livres, Communauté, Cours de mathématiques, MOOC, Autre (précisez)* ».

Ici, il s'agit de l'observation des conditions et contraintes au niveau d'un système didactique  $S(x ; y ; \heartsuit)$  où  $x$  est (comme toujours dans ce paragraphe) l'ingénieur répondant au questionnaire,  $y$  est ici représenté par les diverses ressources proposées (qui peuvent être des personnes) mais où le choix de  $\heartsuit$  est subordonné aux besoins de mathématiques rencontrés sur le terrain.

#### **Partie 4 - Compléments - Suggestions - Contact**

La dernière partie porte le titre « Partie 4 - Compléments - Suggestions – Contact » et nous permet d'obtenir des informations d'ordre plus général.

Les questions 29 (« *Sur une échelle de 1 (très mauvaise) à 5 (excellente), comment qualifieriez-vous aujourd'hui votre formation de mathématiques en cycle ingénieur ?* ») et 30 (« *Pouvez-vous préciser en quel sens ?* »), nous permet en cette fin de questionnaire de connaître le point de vue global des ingénieurs sur la formation en mathématiques en cycle ingénieur. En cela, elles diffèrent légèrement des questions 16 et 23 qui s'intéressent à l'adéquation entre la formation initiale (cycle préparatoire et cycle ingénieur) et les besoins précis des ingénieurs selon la régularité du besoin.

Dans le même ordre d'idée, les questions 31 (« *Sur une échelle de 1 (très mauvaise) à 5 (excellente), comment qualifieriez-vous votre image actuelle des mathématiques ?* ») et 32 (« *Pouvez-vous préciser en quel sens ?* ») élargissent encore le point de vue en s'intéressant cette fois à l'image des mathématiques en général. Dans la question 33 (« *Ce rapport aux mathématiques a-t-il évolué depuis le début de vos études ?* »), nous associons l'image qu'ont les étudiants des mathématiques d'après la question précédente avec la notion de « rapport au mathématiques »,

pour voir si celui-ci a évolué entre le début de leurs études supérieures et le moment où ils ont répondu au questionnaire.

En proposant à des ingénieurs « pris au hasard » ce questionnaire sur leur formation en mathématiques nous ne savions pas *a priori* quel serait le niveau de participation. En outre, il était possible de ne voir participer que des personnes dont le point de vue général sur les mathématiques est très positif, ou éventuellement très négatif. C'est la raison pour laquelle nous avons posé cette dernière série de questions.

L'avant dernière question 34 (« *Avez-vous des remarques au sujet des mathématiques et/ou sur la formation dont vous avez bénéficié en mathématiques relativement à votre métier d'ingénieur ?* ») laisse un espace d'expression libre pour les participants.

La dernière question 35 (« *Si vous êtes volontaire pour un éventuel entretien d'environ 30 mn (en présence ou en visio) pour approfondir quelques points évoqués dans ce questionnaire, merci de laisser votre adresse mail de contact (vérifiez-bien la syntaxe, svp) :* ») nous a permis de contacter les ingénieurs intéressés pour participer à la suite de l'enquête.

Dans le paragraphe suivant, nous analysons les réponses obtenues. De cette analyse nous espérons des premiers résultats que nous souhaitons croiser dans la suite du présent chapitre avec ceux recueillis à l'occasion des entretiens avec certains ingénieurs volontaires, mais aussi ultérieurement avec des enseignants de mathématiques en cycle ingénieur. Comme nous l'avons fait remarquer au cours de la description détaillée des questions, nous pouvons conjecturer *a priori* que ce questionnaire ne nous permettra pas d'accéder à certaines données, en particulier aux détails praxéologiques. Ceci nous permet de motiver certains choix d'axes d'études dans la suite de notre recherche.

## 2.2 Analyse et résultats du questionnaire aux ingénieurs

Après avoir présenté en détail dans le paragraphe précédent le questionnaire « Formation en mathématiques des ingénieurs et utilisations des outils » que nous avons proposé comme point de départ à notre travail d'enquête de terrain, il s'agit dans ce paragraphe de nous intéresser aux réponses obtenues. Pour cela, nous nous appuyons sur les quatre parties du questionnaire dans l'idée d'apporter un éclairage sur la formation en mathématiques des ingénieurs en France et leur utilisation des mathématiques sur leur lieu de travail et ainsi fournir des éléments de réponse à nos questions de recherches QR2 et QR1.

Tout d'abord, nous étudions comment se répartissent les participants en utilisant quelques critères concernant leur formation antérieure et des repères socio-professionnels, avant de donner des chiffres-clés sur la formation en mathématiques des répondants. Afin de donner une perspective aux chiffres obtenus, nous les comparons lorsque que cela est possible avec ceux de l'enquête nationale IESF de 2015 (que nous avons brièvement présentée au chapitre précédent). Ces comparaisons ont surtout pour but de donner les caractéristiques de notre échantillon relativement à la population mère des ingénieurs français.

Dans la troisième sous-partie 2.2.3, nous compilons les données correspondant à l'utilisation des mathématiques sur leur lieu de travail que les ingénieurs nous ont décrite à travers ce questionnaire. Puis, nous nous penchons sur la question de la formation continue et de l'auto-formation par lesquelles les ingénieurs sont éventuellement concernés.

Enfin, avant la synthèse de tous ces résultats en 2.2.6, nous présentons en 2.2.5 l'avis que les ingénieurs ont de leur formation initiale en mathématiques, en particulier en cycle ingénieur.

### 2.2.1 Quelques caractéristiques des répondants au questionnaire

Dans cette sous-partie, nous utilisons essentiellement les résultats de la partie 1 « Éléments personnels et professionnels » du questionnaire, que nous avons présenté dans la partie



2.1 précédente. Cette première partie du questionnaire (questions 1 à 6) s'intéressait aux éléments personnels (âge, sexe) et professionnels (métier et entreprise actuels, cycle préparatoire suivi et spécialité du diplôme obtenu) des participants. Les données prélevées ici ont surtout une valeur indicative pour notre enquête et nous les comparons parfois à celles de l'enquête IESF sur la population des ingénieurs en France en 2015. Lorsque des écarts sont constatés, notons qu'il ne nous est pas toujours possible de les justifier.

En tout, 349 ingénieurs ont participé à l'enquête, mais la plateforme d'enregistrement de l'enquête ne considère que 261 réponses complètes. Cela distingue les personnes qui se sont seulement connectées et ont éventuellement parcouru certaines questions, de ceux qui ont réellement consacré un moment pour passer de question en question, quitte à ne pas répondre à certaines d'entre elles (puisqu'aucune n'était obligatoire).

Pour les critères descriptifs de l'échantillon, notons que 41% des ingénieurs ayant répondu au questionnaire sont des femmes. Les âges eux sont répartis entre 24 et 64 ans, avec une moyenne de 31 ans et une médiane de 29 ans. En comparaison avec ces chiffres, signalons que dans l'étude 2015 de l'IESF, parmi les 764.000 ingénieurs de moins de 65 ans, un sur deux a 37 ans ou moins (la médiane est donc de 37 ans), et les femmes représentent 22% de ces ingénieurs.

Dans notre enquête, nous pouvons donc remarquer une sur-représentation des femmes et une médiane inférieure de 8 ans par rapport aux chiffres nationaux dans notre échantillon. Nous indiquons le comparatif de la répartition des âges dans le Tableau 2-1 ci-dessous :

	Minimum	Q1	Médiane	Q3	Maximum
<b>Âge (ans)</b>	24	26	29	34	34
<b>IESF</b>	X	X	37	X	65

**Tableau 2-1 Répartition des âges des répondants au questionnaire et comparaison à l'enquête IESF 2015**

Pour les métiers exercés par les répondants au questionnaire, la question posée (question 3) était ouverte et les 261 réponses ont pris plusieurs formes que nous avons regroupées sous différentes catégories (voir Tableau 2-2) :

Métier	%
Ingénieur	63 %
Consultant	2 %
Responsable/Cadre/Manager/Chef de projet	16 %
Doctorat/Recherche/Enseignement	13,5 %
Sans emploi	2,5 %
Autre	3 %

**Tableau 2-2 Répartition par métier des répondants au questionnaire**

Sur les 261 répondants, 227 ont cité le nom de leur employeur. Cela représente plus de 180 entreprises de toute taille et toute nature (des PME -Petites et Moyennes Entreprises - françaises ou multinationales) ou universités différentes, comme par exemple : *Air liquide, Bayer, CEA, Orange, Valeo, SNCF, université de Bordeaux, Total, Sanofi, Technicolor, INRA, université Pierre et Marie Curie, Institut Pasteur, Marine Nationale, Vegeplast, Centre Culinaire Contemporain, etc.*

Pour les spécialités représentées, il s'avère que même si toutes (sauf l'aéronautique) sont bien présentes parmi les répondants, la répartition diffère assez largement de la population française, avec une surreprésentation des ingénieurs chimistes. Nous pouvons tenter de justifier cela par le fait que nous avons utilisé notre adresse mél professionnelle pour l'envoi du questionnaire sur les listes de diffusion d'anciens élèves. Or, le nom de domaine de cette adresse montre que nous exerçons dans une école de chimie. Ce qui expliquerait que notre demande ait été traitée plus souvent favorablement dans les établissements en lien avec la chimie. Dans le

Tableau 2-3 ci-dessous, nous présentons les principales spécialités ressortant de notre enquête et nous les comparons avec l'enquête IESF :

<b>Spécialité du diplôme</b>	<b>IESF</b>	<b>Questionnaire</b>
Economie, gestion, finance, audit	1,3%	0,4%
Electrotechnique, électricité	7,1%	9,2%
Généraliste	21,8%	2,3%
Chimie, procédés, physique, matériaux, énergétique	13,2%	44,4%
Informatique	21,8%	16,5%
Mécanique, production, productique	12,8%	2,3%
Agronomie, Science de la vie	8,1%	6,9%
Autres	13,9%	18%

**Tableau 2-3 Spécialités de diplôme d'ingénieur des répondants et comparaison avec l'enquête nationale IESF 2015**

Comme nous l'avons vu dans la section 1.2.1 et plus généralement dans le paragraphe 1.2, avant d'intégrer le cycle ingénieurs (niveau bac +3, +4 et +5), les bacheliers français doivent effectuer un cycle préparatoire. En France, d'après l'enquête de l'IESF 2015, un peu plus de la moitié d'entre eux se dirigent vers les Classes Préparatoires aux Grandes Écoles (CPGE) après le bac. Pour ces classes préparatoires, les cours ont généralement lieu dans les lycées et la sélection des entrants dans les écoles d'ingénieurs se fait sur concours (locaux ou nationaux).

Un petit quart des futurs élèves ingénieurs (un peu en-dessous de 25%) se dirigent après le bac vers les Cycles Préparatoires Intégrés (CPI) qui sont rattachés à des écoles d'ingénieurs. Dans ce cas, à l'issue du cycle, la sélection se fait sur classement des dossiers.

Enfin, les formations d'ingénieurs sont aussi ouvertes aux DUT (Diplômes Universitaires et Technologiques), aux BTS (Brevet de Techniciens Supérieurs) et aux bac +2 ou +3. Ces dernières catégories d'élèves ingénieurs représentent respectivement 13%, 3% et 6%, pour un total de 22%.

Dans notre enquête, la répartition (réponse à la question 5) est indiquée dans le Tableau 2-4 suivant :

	<b>CPGE</b>	<b>CPI</b>	<b>Autres</b>
<b>Enquête IESF</b>	50%	25%	25%
<b>Questionnaire</b>	68%	14%	18%

**Tableau 2-4 Répartition des cycles préparatoires des répondants au questionnaire et comparaison avec l'enquête nationale IESF 2015**

Nous observons donc que la proportion d'étudiants provenant de CPGE est plus importante (+18%) dans notre échantillon que dans la population globale des ingénieurs français de moins de 65 ans ; mais cela se fait presque autant au détriment des autres cycles préparatoires (IUT, STS, Licences) que des CPI qui sont les plus sous-représentés dans notre enquête. Encore une fois, ces chiffres permettent de se faire une idée sur l'échantillon des ingénieurs qui ont répondu au questionnaire, mais ils ne seront pas spécifiquement pris en compte dans les analyses suivantes.

Les réponses aux questions 7, 8 et 9 (année d'obtention du diplôme, autre(s) diplôme(s) et autre(s) poste(s) occupés) ne nous paraissent pas fournir des réponses suffisamment intéressantes et exploitables pour la suite de l'analyse.

Après avoir tenté de décrire en chiffres la « morphologie » générale de notre échantillon de 261 ingénieurs ayant répondu au questionnaire, nous nous intéressons dans la sous-partie suivante à la formation suivie par ceux-ci en cycle ingénieur.

## 2.2.2 La formation de mathématiques en cycle ingénieur

Dans cette sous-partie, nous proposons d'exposer les résultats obtenus dans la partie 2 « Formation mathématiques en cycle ingénieur » du questionnaire destinés aux ingénieurs (questions 10 à 18). Notons que ces questions se placent à un niveau d'observation assez général de l'institution de formation et que nous avons cherché à obtenir à la fois des données objectives mais aussi parfois des avis plus subjectifs.

La première question posée (question 10) à propos de la formation en mathématiques des ingénieurs nous a permis de connaître la proportion d'étudiants ayant suivi des cours de mathématiques pendant leur formation en cycle ingénieur. Comme pour le reste de l'enquête, il faut garder en tête que les réponses obtenues se basent sur des « souvenirs » (parfois lointains), voire des « sentiments » ou des points de vue pour certaines questions.

Cela entraîne une forme de subjectivité qu'il nous faut prendre en compte lors de l'analyse de certains chiffres, comme par exemple les résultats du Tableau 2-5 ci-dessous. Dans ce cas par exemple, il est possible qu'ils n'aient pas eu de cours spécifiques de mathématiques dans leur emploi du temps mais qu'ils aient eu des cours de soutien par des enseignants d'autres disciplines ou bien des enseignements de mathématiques à l'occasion d'autres types de cours. Il peuvent aussi « confondre » cycle ingénieur et cycle préparatoire au moment de répondre à cette question, même si les réponses à la question suivante tendent à prouver que ce fait est peu probable.

<b>Pourcentage d'étudiants déclarant avoir reçu une formation de maths pendant leur cycle ingénieur</b>	78%
<b>Pourcentage d'étudiants déclarant NE PAS avoir reçu une formation de maths pendant leur cycle ingénieur</b>	22%

Tableau 2-5 Étudiants ayant reçu une formation de mathématiques en cycle ingénieur

Nous constatons que plus de trois quarts des ingénieurs reçoivent une formation de mathématiques en cycle ingénieur, ce qui montre que la formation scientifique des ingénieurs français, toutes spécialités confondues, comporte majoritairement un enseignement de mathématiques. Nous pouvons ajouter cependant qu'environ un quart des ingénieurs doit se suffire de la formation de mathématiques reçue jusqu'en cycle préparatoire.

La question 11 permettait de préciser les années du cycle ingénieur durant lesquelles la formation en question avait eu lieu. Nous présentons dans le Tableau 2-6 suivant le taux de réponse par proposition.

Signalons que le pourcentage est relatif aux 78% de personnes (soit 204 personnes sur 261) ayant déclaré avoir reçu une formation de mathématiques en cycle ingénieur à la question précédente :

<b>Ingénieurs déclarant avoir reçu une formation de mathématiques en</b>	<b>%</b>
<b>1ère année (bac+3)</b>	93%
<b>2ème année (bac+4)</b>	54%
<b>3ème année (bac+5)</b>	30%

Tableau 2-6 Répartition de la formation en mathématiques en cycle ingénieur selon l'année de formation

Nous constatons à la lecture de ce tableau que la quasi-totalité des étudiants déclarant avoir reçu une formation de mathématiques situent cette formation en première année du cycle ingénieur. Pour schématiser, nous pouvons retenir que cette proportion est divisée par deux, année après année.

Pour ce qui est des contenus (question 12), les 204 ingénieurs déclarent avoir reçu des enseignements de mathématiques dont la répartition est donnée, par ordre décroissant de pourcentage (arrondis au point près) dans le Tableau 2-7 suivant :



Contenus mathématiques	%
Statistiques	86%
Probabilités	68%
Analyse	46%
Algèbre	43%
Calculs Scientifiques	39%
Modélisation	32%
Logique/Raisonnement	23%
Théorie des ensembles	16%
Théorie des graphes	15%
Autre	6%

Tableau 2-7 Contenus mathématiques enseignés en cycle ingénieur

Pour la dernière réponse (« Autre »), nous précisons ci-dessous les contenus déclarés, avec entre crochets la spécialité du diplôme du ou des répondants correspondants :

- distributions, splines et dérivées [Génie mécanique et automatique]
- matrices [Chimie]
- cryptographie [Informatique monétique et sécurité des systèmes]
- analyse de signaux - transformée de Fourier [Matériaux]
- arithmétique [Informatique]
- programmation informatique [Chimie organique/Chimie/Chimiste]
- bases mathématiques de la mécanique quantique [Sécurité et environnement]

Remarquons en outre qu'un ingénieur généraliste, un ingénieur « Informatique monétique et sécurité des systèmes » et une ingénieure « Microélectronique » ont répondu qu'ils ne se souvenaient pas des contenus enseignés.

Les résultats de cette question 12 montrent sans appel la domination des enseignements de mathématiques en cycle ingénieur par les cours de statistiques et de probabilités. Rappelons que les statistiques ne sont pas enseignées en cycle préparatoire (pas en CPGE, et pas dans les autres cycles que nous avons pu observer) et que les probabilités ne le sont que depuis 2003.

Au-delà de cet aspect, les réponses à cette question 12 montrent que les contenus généraux plus théoriques (comme la logique ou la théorie des ensembles) et les contenus spécifiques (que l'on peut lire dans les réponses « autre ») arrivent en fin de classement. Cependant, il nous faut pousser notre investigation pour savoir plus précisément ce qui se cache derrière les apprentissages évoqués par tous ces contenus.

À propos du mode de formation (question 13), toujours parmi les 204 réponses, on obtient la répartition suivante (Tableau 2-8), par ordre décroissant de pourcentage :

Mode d'enseignement	Cours magistraux	Travaux Dirigés	Travaux Pratiques	Projets
%	98%	78%	40%	18%

Tableau 2-8 Modes d'enseignement rencontrés en mathématiques en cycle ingénieur

Précisons qu'en mathématiques, les travaux pratiques (TP) correspondent à de l'informatique appliquée aux mathématiques, c'est-à-dire soit à de la programmation ou soit à l'utilisation d'outils logiciels (calcul formel, analyse numérique, calcul matriciel, etc.). Ces chiffres montrent la prédominance des cours magistraux et des travaux dirigés dans les enseignements de mathématiques en cycle ingénieur.

Pour la question suivante, à propos des volumes horaires (question 14, posée sous la forme « diriez-vous que », avec une échelle de 1 à 5), notons une nouvelle fois que l'analyse des ré-

ponses nécessite de garder en tête qu'il s'agit pour les étudiants d'un souvenir (voire d'un resenti) parfois lointain.

Dans un premier temps, nous pouvons établir que l'avis des 204 ingénieurs qui ont déclaré avoir reçu une formation de mathématiques en cycle ingénieur est assez clair, puisque 56% d'entre eux pensent que ce volume était faible et 18% que ce volume était très important, le reste (26%) pouvant être interprété comme estimant un volume correct.

Dans un second temps, en se penchant sur les commentaires que 99 de ces ingénieurs ont bien voulu laisser à ce sujet (question 15), nous observons qu'il est délicat d'interpréter l'utilisation des qualificatifs « faible » ou « important » concernant ce volume. En effet, pour certains ingénieurs par exemple, le faible volume horaire peut représenter un avantage comme un inconvénient, comme le montrent les quelques citations suivantes :

*« Trop peu de cours pour maîtriser réellement ces outils »,  
« Pas assez d'heures alors que c'est hautement utile »,  
« Très peu d'heures et tant mieux ! Plus de temps alloué aux mathématiques comme enseignés à l'époque aurait été une perte de temps. »*

Avant de commencer à explorer les résultats sur l'utilisation des mathématiques au quotidien dans la sous-partie suivante, nous pouvons nous pencher sur la question du ressenti sur l'adéquation entre leur formation en mathématiques en cycle ingénieur et leurs besoins actuels. Avec cet objectif en tête, nous avons construit la question 16 sur le même modèle que la 14 (échelle de notation). Sur 200 réponses (quatre ingénieurs n'ayant pas répondu à cette question), 52% (103 ingénieurs) estiment que la formation est mal adaptée (choix 1 et 2) et 24% (48 ingénieurs) bien adaptée (choix 4 et 5). Les 24% restants sont plus mitigés. Nous résumons ces résultats dans le Tableau 2-9 :

	%
<b>Formation mathématique BIEN adaptée aux besoins actuels</b>	24 %
<b>Formation mathématique MAL adaptée aux besoins actuels</b>	52 %

**Tableau 2-9 Adaptation de la formation en mathématiques en cycle ingénieur par rapport aux besoins actuels des répondants au questionnaire**

Ces chiffres montrent que la moitié des ingénieurs ayant participé au questionnaire ont constaté une différence entre leur formation en cycle ingénieur et leur besoin une fois sur leur lieu de travail. En nous basant sur les 122 commentaires qui suivent cette question (question 17), nous pouvons classer en trois catégories principales les raisons données par les intéressés à propos de cet écart :

- les ingénieurs qui n'ont pas de besoin de mathématiques dans leur métier actuel et qui, de fait, estiment que la formation était mal adaptée. Cette catégorie représente environ 35% des commentaires, dont voici un exemple :  
*« Je n'ai jamais utilisé ces cours en dehors de l'examen. »*
- les ingénieurs qui critiquent ouvertement le fond et la forme de leur formation mathématique (trop théorique, manque d'applications concrètes, mal connectée avec les autres matières, pas assez poussée, etc.). Ceux-ci représentent environ 28% des commentaires et en voici un exemple :  
*« De la théorie trop loin du réel. En plus, des profs complètement déconnectés de la réalité des entreprises actuelles. NUL ! »*
- enfin, les ingénieurs qui pensent que leur formation antérieure (CPGE, lycée) était suffisante pour leurs besoins. Cela représente environ 13% des commentaires et non en donnons une illustration :  
*« Réutilisation et approfondissement des notions que j'avais pu aborder durant mes 2 ans de CPGE »,*

ou encore :

*« En sortie de CPGE, l'enseignement des mathématiques est au mieux un rappel des notions utiles à la formation, au pire une redite inadaptée. »*

Nous observons en outre des commentaires sur une utilisation « transversale » des mathématiques. En effet, certains ingénieurs expliquent que leur formation de mathématiques en école d'ingénieurs leur a apporté des capacités qui les aident indirectement à en développer d'autres. Nous listons les commentaires de ces ingénieurs dans ce qui suit, en faisant apparaître en regard de ceux-ci la spécialité de leur diplôme et la réponse à la question 16 (sur l'adaptation de la formation à leurs besoins) :

- ingénieur Système ayant répondu 5 à la question 16 :  
« [L'enseignement de mathématique] *apporte une logique d'analyse et de raisonnement au quotidien.* »
- ingénieur Matériaux et Chimie ayant répondu 2 à la question 16 :  
« *Même si je n'ai pas besoin de ces connaissances au quotidien, je suis capable de comprendre comment fonctionne un logiciel de simulation par éléments finis ou capable d'avoir un esprit critique sur les chiffres donnés par un calculateur.* »
- ingénieur en statistiques appliquées, ayant répondu 5 à la question 16 :  
« *Les maths, c'est toujours bon pour faire des stats.* »
- ingénieur en informatique, ayant répondu 2 à la question 16 :  
« *Je n'utilise presque pas les mathématiques que j'ai apprises en école d'ingénieurs, même si cet enseignement m'aide à appréhender des nouvelles choses.* »
- ingénieur dans l'industrie nucléaire, ayant répondu 2 à la question 16 :  
« *Les bases acquises en école d'ingénieur ont certainement aidé à une rapide assimilation aujourd'hui.* »
- ingénieur en informatique, ayant répondu 3 à la question 16 :  
« [J'utilise les mathématiques] *sous forme de culture générale, pour le dialogue avec d'autres professions.* »
- Ce même ingénieur ajoute :  
« *Cela reste important pour la carrière, car cela est associé à un certain prestige, comme le diplôme ... cela me donne un certain statut social.* »

Dans cette sous-partie, nous avons pu recueillir des données sur la formation de mathématiques dans l'institution cycle ingénieur en France. Nous avons également donné des résultats sur l'adaptation, selon les ingénieurs, de cette formation avec les besoins de mathématiques qu'ils rencontrent dans l'institution « lieu de travail ».

Dans la section suivante, nous nous intéressons à l'analyse des réponses au questionnaire nous permettant de détailler l'usage au quotidien des mathématiques par ces ingénieurs.

### 2.2.3 Utilisation des mathématiques sur le lieu de travail

Dans cette sous-partie, nous traitons les réponses aux questions 19 à 23 de la partie 3 « Utilisation effective des mathématiques et formation continue » du questionnaire. Nous obtenons grâce à ces réponses des premières données sur les praxéologies mathématiques professionnelles rencontrées par les ingénieurs sur leur lieu de travail (question de recherche QR1) et qui seront complétées par les données recueillies lors des entretiens que nous présenterons dans les sous-parties suivantes.

Pour obtenir l'avis de ces ingénieurs sur l'adaptation de leur formation initiale en mathématiques relativement à ces praxéologies professionnelles, notons que la question 23 est la seule question de tout le questionnaire qui inclut la formation de mathématiques en cycle préparatoire.

Première question de cette troisième partie du questionnaire, la question 19 nous permet de constater que la proportion de notre échantillon de 261 ingénieurs déclarant rencontrer (ou avoir rencontré) un besoin réel de mathématiques dans leur métier d'ingénieur est de 49,4%.

Pour les 129 ingénieurs concernés par ces besoin réels, la répartition obtenue (question 20, utilisant les mêmes contenus que dans la question 12) est donnée dans le Tableau 2-10 suivant, dans l'ordre décroissant des pourcentages arrondis au point le plus proche :

<b>Contenus mathématiques utiles au quotidien</b>	<b>%</b>	<b>Rappel de la question 12</b>
<b>Calcul Scientifique</b>	67%	39%
<b>Statistiques</b>	61%	86%
<b>Modélisation</b>	53%	32%
<b>Logique/Raisonnement</b>	53%	23%
<b>Analyse</b>	43%	46%
<b>Probabilités</b>	37%	68%
<b>Algèbre</b>	24%	43%
<b>Théorie des graphes</b>	16%	15%
<b>Théorie des ensembles</b>	8%	16%

**Tableau 2-10 Contenus mathématiques utiles aux ingénieurs dans leur métier**

Nous avons ajouté à ce tableau une colonne dans laquelle nous reprenons les réponses à la question 12. Comme nous l'avons déjà vu, il existe une incertitude sur la compréhension commune des intitulés par les ingénieurs (par exemple, quelle différence font-il entre « algèbre » et « théorie des ensembles » ? Y voient-ils un lien ?). Cependant, comme les intitulés sont les mêmes dans les deux questions, cela nous permet de réaliser une comparaison entre contenus utiles et ceux enseignés.

Ce qui ressort de ces chiffres est que, même si les statistiques occupent une place toujours importante (deuxième dans ce classement), les calculs semblent être finalement plus utiles au quotidien. Les besoins plus transversaux en modélisation et en logique et raisonnement sont importants et ne sont semble-t-il pas suffisamment pris en compte par l'institution de formation. A l'inverse, les probabilités, l'algèbre et la théorie des ensembles sont apparemment plus enseignées que nécessaire ; tandis que les besoins en analyse semblent bien couverts par les enseignements de mathématiques en cycle ingénieur.

Pour préciser la nature des besoins mathématiques exprimés, examinons à présent les types de tâches professionnelles décrits par les ingénieurs dans les réponses à la question 21. Pour réaliser un classement, nous avons retenu le lexique utilisé par les ingénieurs dans leur réponse, afin de repérer dans l'ensemble de ces citations plusieurs catégories. Nous énumérons ci-dessous ces catégories par ordre décroissant d'effectifs.

Pour ce qui est de la méthodologie employée ici, remarquons que certains ingénieurs donnent plusieurs propositions dans leur réponse. Ceci explique que le total des chiffres cités après chaque catégorie dépasse le total des 114 ingénieurs ayant donné ces précisions dans cette question. De plus, certaines citations nous ont paru difficilement exploitables, et nous n'en faisons pas mention ici. Notons également qu'il est parfois délicat de déceler dans les réponses données, s'il s'agit bien d'un type de tâches et non pas d'une technique, voire d'une technologie ou d'une théorie. Aussi, lorsqu'il n'y avait pas d'ambiguïté sur la nature praxéologique dans la description, nous avons pris la liberté de transformer certains substantifs en verbe à l'infinitif (par exemple, « modélisation de mécanismes » devient « réaliser une modélisation de mécanismes ») pour harmoniser la présentation des types de tâche et ainsi pouvoir procéder à nos regroupements.

La première catégorie correspond à des types de tâches professionnelles. Selon les 114 ingénieurs qui ont répondu à cette question ouverte 21, les types de tâches qu'ils présentent relèvent bel et bien des mathématiques. Les répondants apportent parfois des précisions liées à l'exercice de leur métier. Nous indiquons alors celles-ci entre parenthèses (pour les plus pertinentes). Nous indiquons également le pourcentage de réponses dans lesquelles ce type de tâches a été relevé.

- Analyser et traiter des données statistiques (expérimentales, génétiques, data mining<sup>12</sup>, incertitude de mesures, estimations, tests d'hypothèses, analyses factorielles, etc.) : dans 37 réponses sur 114 c'est-à-dire dans environ 32% des réponses.
- Effectuer des calculs (scientifiques simples, théoriques, électromagnétiques, pour des devis, des bilans, des indicateurs d'évaluation, des rendements, des formules physiques, des quantités de matière, en dosimétrie/concentrations/dilution, pour l'équation d'état, de probabilités, etc.) : dans 29 réponses sur 114, soit 25% des réponses.
- Réaliser ou exploiter une simulation (électromagnétique, numérique Monte-Carlo, de systèmes physiques, de résistance des matériaux, financière, de procédés, de ventes, etc.) : dans 27 réponses sur 114, soit 24% des réponses.
- Développer des logiciels ou des algorithmes (en data science, en machine learning, pour des systèmes embarqués, en génie civil, pour de l'analyse de données, calcul/détection/analyse, etc.) : 19 réponses sur 114, soit 17% des réponses.
- Réaliser ou exploiter une modélisation (en physique, en physico-chimique, en biophysique, en informatique, pour faire des prévisions) : 18 réponses sur 114, soit 16% des réponses.
- Effectuer un traitement du signal ou d'image : dans 9 réponses sur 114, soit 8% des réponses.

Nous résumons les catégories de types de tâches détaillées par les ingénieurs dans le Tableau 2-11 suivant :

Type de tâches	%
Analyser et traiter des données statistiques	32 %
Effectuer des calculs	25 %
Réaliser ou exploiter une simulation	24 %
Développer des logiciels ou des algorithmes	17 %
Réaliser ou exploiter une modélisation	16 %
Effectuer un traitement du signal ou d'image	8 %

**Tableau 2-11 Catégories principales de types de tâches professionnelles détaillés par les ingénieurs**

Il existe également des types de tâches cités une seule fois mais pour lesquels la technologie ou la théorie attenantes est clairement précisée. Nous l'indiquons entre parenthèses :

- faire du dessin industriel (géométrie),
- compréhension et analyse de problèmes (cryptographie)
- s'engager auprès des clients (probabilités)
- réaliser des scénarios de formation (graphes)
- algorithmes sur des arbres (graphes)

Enfin, la dernière série de types de tâches professionnelles que nous avons pu relever dans les réponses des ingénieurs à la question ouverte 21 correspond à des utilisations plus transversales des mathématiques. Nous ne sommes cependant pas en mesure de donner plus de précision quant à ces praxéologies.

- élaborer une démarche de raisonnement
- analyser des problématiques
- anticiper/orienter/expliciter des résultats expérimentaux
- échanger avec les services de Recherche et Développement (R&D) pour la création de nouveaux produits

<sup>12</sup> La « fouille de données » a pour objet l'extraction d'un savoir ou d'une connaissance à partir de grandes quantités de données par des méthodes algorithmiques issues des statistiques, de l'intelligence artificielle ou de l'informatique ; d'après article Wikipédia.

Pour l'utilisation des mathématiques sur leur lieu de travail, deux ingénieurs vont même jusqu'à énoncer (sans préciser) qu'il s'agit de leur quotidien en tant qu'ingénieur et que les mathématiques représentent « *leur vie de tous les jours* ».

Concernant la régularité du besoin que représentent pour eux les mathématiques (question 22), sur 127 de ces ingénieurs, une échelle de 1 à 5 nous permet de constater que 24% déclarent avoir un besoin peu fréquent, alors que 53% d'entre eux déclarent avoir un besoin quasi-quotidien de mathématiques. Les 24% sont à mettre en regard avec les 22% des ingénieurs qui déclarent avoir n'avoir pas reçu de formation de mathématiques dans leur cycle ingénieur. À première vue, l'adaptation de la formation aux besoins réels est bonne. Pour connaître le rôle respectif du cycle préparatoire et du cycle ingénieur dans cette analyse, nous nous intéressons aux réponses à la question suivante.

Dans la question 23, il était question d'évaluer dans un même intitulé le cycle préparatoire et cycle ingénieur en terme d'adaptation à leurs besoins en mathématiques.

Pour les 129 ingénieurs concernés, les résultats sont exposés dans le Tableau 2-12 suivant :

<b>Cycle adapté aux besoins mathématiques quotidiens</b>	<b>oui</b>	<b>non</b>	<b>sans réponse</b>
<b>Cycle préparatoire</b>	71%	22%	7%
<b>Cycle ingénieur</b>	52%	35%	13%

**Tableau 2-12 Évaluation de l'adaptation des cycles préparatoire et ingénieur aux besoins mathématiques**

Nous pouvons donc observer dans ce tableau que majoritairement, les deux cycles de formations semblent adaptés aux besoins, mais avec un chiffre sensiblement moins élevé pour le cycle ingénieur qui arrive tout juste à la moitié de satisfaits. Pour le cycle ingénieur, nous retrouvons le même chiffre de 52% de la question 16 sur l'adaptation de la formation mathématique en cycle ingénieur face aux besoins professionnels (avec pourtant un nombre de participants différents pour les deux questions).

Pour distinguer selon les types de cycles préparatoires, précisons les chiffres : sur les 91 ingénieurs (les 71% du tableau précédent) qui ont répondu que leur formation en cycle préparatoire a été bien adaptée à leurs besoins en mathématiques, la très grande majorité viennent de CPGE (61 ingénieurs, soit 68%), viennent ensuite les CPI (15 ingénieurs, soit 16%) et Autres (15 ingénieurs, soit 16%). Ceci correspond grossièrement à la répartition de nos répondants.

Ce résultat est à mettre en regard du résultat suivant : sur les 28 ingénieurs (les 22% des 129) qui ont répondu que leur formation a été mal adaptée à leurs besoins en mathématiques, la très grande majorité viennent aussi de CPGE (21 ingénieurs, soit 75%), viennent ensuite les CPI (3 ingénieurs, soit 11%), Autres (4 ingénieurs, soit 14%). On observe dans ce cas une nouvelle fois l'adéquation avec notre répartition de répondants.

Les résultats ci-dessus sont résumés dans le Tableau 2-13 suivant :

<b>« Ma formation en cycle Prépa a été »...</b>	<b>CPGE</b>	<b>CPI</b>	<b>Autres cycles préparatoires</b>
<b>... « bien adaptée à mes besoins mathématiques. » (sur 91 cas)</b>	68 %	16 %	16%
<b>... « mal adaptée à mes besoins mathématiques. » (sur 28 cas)</b>	75 %	11 %	14%

**Tableau 2-13 Adaptation de la formation aux besoins mathématiques selon le cycle préparatoire**

Pour évaluer l'indépendance qui semble, selon nous découler de la lecture des chiffres précédents, nous effectuons trois tests du  $\chi^2$  avec l'hypothèse  $H_0$  : « Le cycle préparatoire d'origine influe sur le point de vue de l'adaptation aux besoins mathématiques » en choisissant de nous placer dans les trois cas de figure : CPGE/CPI, CPGE/Autre prépa et CPI/Autre prépa. Dans les



trois situations, le résultat du  $\chi^2$  est non significatif (respectivement de 0.6, 0.2 et 0.1, bien inférieur à la valeur seuil de 3,84), ce qui prouve bien la non vraisemblance de  $H_0$ .

Autrement dit, ces chiffres démontrent que sur notre échantillon, le type de cycle préparatoire suivi par les ingénieurs n'a pas d'influence sur leur point de vue à propos de l'adaptation de la formation à leurs besoins mathématiques.

Enfin, si nous nous intéressons aux 8 ingénieurs qui ont répondu que ni leur formation en cycle préparatoire, ni leur formation en cycle ingénieur ne leur a paru bien adaptée à leur besoins en mathématiques 6 d'entre eux (75%) viennent de CPGE, pour seulement 1 sur 8 (12.5%) pour les ex-CPI ainsi que pour les autres cycles préparatoires.

Nous avons précédemment remarqué que cette question 23 était proche de la question 16, bien que celle-ci soit posée dans un contexte de comparaison entre le cycle préparatoire et le cycle ingénieur contrairement à la 16. Mais en effectuant le même travail de différenciation selon le type de cycle préparatoire suivi par les ingénieurs considérés dans cette question 16, nous observons que sur les 103 ingénieurs trouvant leur formation globalement bien adaptée à leur besoins actuels (ayant répondu « 1 » ou « 2 » sur une échelle de 1 à 5), 69% d'entre eux (71 ingénieurs) ont suivi leur cycle préparatoire en CPGE. Les ex-CPI sont seulement 10% (10 ingénieurs) à avoir donné le même avis, et les « Autres cycles préparatoires » (IUT/BTS/Licences), 21% (22 ingénieurs). Tous les tests du chi-2 que nous avons effectués montrent la même indépendance. Ceci montre d'une part la cohérence des réponses fournies et d'autre part que, même si la formation mathématique dans les deux cycles semble majoritairement correspondre à leurs besoins professionnels, le cycle préparatoire paraît mieux adapté que le cycle ingénieur dans ce domaine.

Puisque nos premiers résultats montrent qu'une partie des besoins professionnels en mathématiques n'est pas totalement couverte par la formation initiale des ingénieurs, nous nous intéressons dans la sous-partie suivante à la formation continue éventuellement suivie par ceux-ci, ainsi qu'à l'autoformation éventuellement nécessaire pour pallier à leurs besoins. Nous irons plus loin dans l'analyse comparative des dispositifs mis en place dans ce type de formations à l'occasion des entretiens (cf. 2.4).

#### 2.2.4 Formation continue et autoformation

Nous présentons ici les réponses aux quatre dernières questions de la partie 3 « Utilisation effective des mathématiques et formation continue » de notre questionnaire destiné aux ingénieurs français (questions 24 à 28).

Toujours sur les 129 ingénieurs ayant déclaré avoir un réel besoin de mathématiques dans leur métier, seuls 11% (14 ingénieurs) disent avoir bénéficié d'une formation continue pour y répondre (question 24), la moitié d'entre eux précisant (question 25) que celle-ci était comparable à leur formation en cycle ingénieur. Ce sont les seules informations que nous avons pu obtenir concernant la formation continue des ingénieurs ayant participé à notre enquête avec les questions que nous avons proposées.

Pour le fait de l'auto-formation, la question 27 nous montre que 74 des 129 ingénieurs (soit 57%) concernés par un besoin réel de mathématiques ont répondu à ce besoin en travaillant seuls pour apprendre des concepts et méthodes mathématiques qui leur sont utiles. Dans le Tableau 2-14 suivant, nous indiquons par ordre décroissant par quel pourcentage parmi ces 74 ingénieurs (arrondi au point le plus proche) les ressources indiquées sont désignées comme utiles (question 28) :

Ressources utilisées	Communauté	Livres	Logiciels	Autres	Cours de mathématiques	MOOC
%	64%	62%	61%	26%	18%	8%

Tableau 2-14 Ressources utilisées pour l'apprentissage seul d'outils et de méthodes mathématiques

En détaillant la liste des réponses pour les 19 ingénieurs ayant répondu « Autres » (26%), nous constatons que 13 ingénieurs (soit 68%) précisent qu'ils utilisent internet (sites, forums spécialisés, wiki, etc.), 5 ingénieurs (26%) précisent « collègues » ou « consultant interne », 2 ingénieurs (11%) répondent « biblio » et « publications méthodologiques ». Ceci montre la prédominance d'internet comme moyen d'accès à des ressources très diverses.

Ces résultats montrent que le besoin de formation à des nouveaux concepts ou nouvelles notions mathématiques est réel pour les ingénieurs et que celui-ci est couvert en grande partie par la communauté sous différentes formes, ainsi que par des livres et des logiciels.

### 2.2.5 Avis sur la formation

Dans notre questionnaire, la dernière partie n°4 intitulée « Compléments - Suggestions - Contact » a des objectifs multiples. Il s'agit en premier lieu d'obtenir des informations sur le sentiment général des participants vis-à-vis des mathématiques. En effet, nous ne pouvions pas savoir *a priori* d'une part le nombre de personnes intéressées que nous aurions pour répondre à ce questionnaire, ni d'autre part si ces réponses viendraient de personnes ayant envie de participer à notre enquête sur la formation de mathématiques pour en dire tout le bien qu'elles en pensent ou au contraire, pour « régler leur compte » avec elle.

Les 234 réponses à la question 29 (« Sur une échelle de 1 (très mauvaise) à 5 (excellente), comment qualifieriez-vous aujourd'hui votre formation mathématique en cycle ingénieur ? ») donnent l'avantage aux valeurs 1 et 2 (mauvaise formation) avec 42%. Les valeurs 4 et 5 n'obtiennent que 27% des suffrages, alors que 31% se situent sur la valeur médiane de 3.

Contrairement aux précédentes questions « à échelle », les réponses sont ici assez dispersées autour de la médiane. Il conviendra de noter que la valeur minimale 1 (« très mauvaise ») a été donnée par près de 12% des répondants contre environ seulement 4% à la valeur maximale 5 (« excellente »).

Bien que nous constatons un certain nombre (20%) de commentaires positifs, pour les 80% de commentaires plus négatifs (question 30), nous pouvons distinguer quelques catégories.

La première catégorie est celle des ingénieurs qui mettent en avant la mauvaise qualité des contenus :

- d'un côté, certains ingénieurs déplorent une formation trop poussée, trop théorique, déconnectée du milieu professionnel et des autres matières scientifiques ;
- d'un autre côté, d'autres déplorent une formation pas assez poussée, un manque de rigueur et de démonstration, le tout ne donnant que peu d'intérêt à cette formation.

Certains précisent par exemple, que suite à une CPGE, la formation en cycle ingénieur leur paraît inutile au regard de leurs besoins sur leur lieu de travail, alors que d'autres ayant été formés en IUT pensent qu'elle est incompréhensible pour eux.

La deuxième catégorie que nous remarquons est celle des ingénieurs qui mettent en avant la mauvaise qualité de l'enseignement, en pointant spécifiquement le rôle de l'enseignant qui, selon eux n'est « pas motivé », « pas impliqué », « non-pédagogue », « non-spécialiste », etc.

Ces chiffres et ces observations sont à rapprocher des 52% des ingénieurs qui pensent que leur formation en cycle ingénieur est mal adaptée à leurs besoins (questions 16 et 23). Ici le chiffre est sensiblement moins important (42%), ce que nous pouvons tenter d'interpréter comme ceci : les ingénieurs font la part des choses entre la qualité de la formation en mathématiques en cycle ingénieur et le fait qu'elle soit ou non adaptée à leur besoin.



La question 31 (« Sur une échelle de 1 (très mauvaise) à 5 (excellente) », comment qualifiez-vous votre image actuelle des mathématiques ? ») nous permet de voir que, sans appel, l'image que les ingénieurs ayant répondu au questionnaire ont des mathématiques est très bonne puisqu'ils sont 64% à avoir fait le choix des valeurs 4 et 5, contre seulement 12% les choix 1 et 2.

Les commentaires positifs peuvent ici se résumer par « les mathématiques sont indispensables », « les mathématiques sont un formidable outil au service de l'ingénieur », « les mathématiques sont utiles pour comprendre les autres matières ».

Les plus négatifs parlent d'une « *trop grande abstraction* » ou d'une « *trop grande difficulté* », et d'une « *forme d'élitisme* » favorisée par la matière. Pour 59% des 238 répondants, cette image n'a pas évolué (question 33) entre le moment de leur étude et le celui où ils ont rempli le questionnaire.

Ceci est une nouvelle fois à mettre en regard des réponses précédentes : malgré une adaptation à leur besoin jugée comme moyenne, les ingénieurs jugent sévèrement leur formation en mathématiques en cycle ingénieur, mais cela n'écorne pas l'image qu'ils ont (et qu'ils ont toujours eue) des mathématiques.

Dans la dernière sous-partie à suivre, nous dressons un premier bilan des réponses exposées tout au long des sections précédentes.

### 2.2.6 Premier bilan du questionnaire

Nous reprenons dans cette sous-partie les résultats principaux que nous avons pu recueillir grâce à notre questionnaire « Formation en mathématiques des ingénieurs et utilisations des outils » diffusé auprès d'ingénieurs français.

#### *Portée et étendue de l'enquête*

Notons qu'avant toute analyse, le nombre de 350 participants (261 réponses complètes) a été notre premier résultat. Ce chiffre marque l'intérêt global des ingénieurs français pour leur formation initiale en mathématiques, même s'il est vrai qu'une grande majorité des participants sont des personnes ayant toujours eu une bonne image de la discipline (questions 31 à 33). Remarquons également qu'il y a parmi eux des personnes de tous âges, dont certains sont proches de la fin de carrière et que d'aucuns auraient pu croire désintéressés de notre problématique.

Pour la répartition socio-professionnelle des répondants, nous pouvons remarquer que les femmes sont surreprésentées par rapport à la population des ingénieurs français, mais qu'en revanche, la répartition en âges de notre échantillon est plutôt cohérente avec la population mère. Remarquons également que le métier le plus représenté chez les participants à cette enquête est celui d'ingénieur et que plusieurs entreprises nationales et internationales sont représentées. Presque toutes les spécialités sont également représentées avec une sous-représentation des ingénieurs généralistes et mécaniciens, au bénéfice des ingénieurs chimistes et matériaux.

#### *Premiers résultats sur la formation initiale et besoins professionnels en mathématiques*

Le premier chiffre à souligner est que toutes spécialités d'ingénieurs confondues, 78% des répondants au questionnaire déclarent avoir reçu une formation de mathématiques pendant leur cycle ingénieur (principalement en première et deuxième année). Ce chiffre est bien à supérieur aux 53% de ceux qui déclarent avoir un réel besoin de mathématiques dans leur métier.

De même, lorsque nous les interrogeons sur les contenus qui leur ont été enseignés nous pouvons constater qu'ils répondent nettement que les statistiques, les probabilités et l'analyse sont (dans l'ordre décroissant) les plus représentées dans la formation de mathématiques en cycle ingénieur. Face à ces données, nous pouvons tout d'abord observer que les besoins mathématiques des ingénieurs sur leur lieu de travail sont en premier lieu les calculs et les statistiques. Une description des types de tâches professionnelles par les ingénieurs nous donne un

premier aperçu praxéologique et nous permet de constater une certaine cohérence entre ces types de tâches et les besoins généraux énoncés. En effet, la majeure partie des types de tâches fait appel aux technologies ou aux théories liées aux statistiques ou aux calculs.

De manière plus transversale, la modélisation (et la simulation) ainsi que la logique et le raisonnement ont une place très importante parmi les praxéologies mathématiques liées au milieu professionnel des ingénieurs ; et ceci avant l'analyse, les probabilités et même l'algèbre en général qui sont pourtant largement enseignées. À cela s'ajoute le besoin pour les ingénieurs de développer des capacités d'analyse, d'argumentation et d'échanges scientifiques pour lesquels les mathématiques jouent un rôle important dans le langage commun. La formation mathématique semble également représenter une aide à l'acquisition de connaissances nouvelles sur le lieu de travail.

### **Le point de vue des ingénieurs sur leur formation en mathématiques**

Même si certains ingénieurs ayant répondu à notre questionnaire ont une vision négative des mathématiques (considérées trop abstraites, trop difficiles voire élitistes) nous pouvons dire que globalement ils en ont une bonne image. Cette image a semble-t-il peu évolué au fil du temps depuis le début de leurs études.

Nous constatons cependant que le cycle ingénieur souffre, du point de vue des ingénieurs français ayant répondu à notre enquête, d'une image plus négative que le cycle préparatoire (quelque soit la formule pour celui-ci : CPGE, CPI, IUT/STS/Licence). Les raisons exprimées sont d'ordres divers : d'une part certains ingénieurs n'ont pas de besoins particuliers ou bien leur formation antérieure leur paraît suffisante et d'autre part, la qualité de la formation proposée est jugée comme mauvaise. Ce défaut de qualité provient selon eux, soit d'un manque d'adaptation aux besoins réels rencontrés sur le lieu de travail (en particulier à l'aspect trop théorique et non contextualisé des cours), soit d'une mauvaise qualité de l'enseignement c'est-à-dire souvent des compétences pédagogiques de l'enseignant.

Si l'on s'intéresse aux conditions et contraintes d'enseignement (au niveau de codétermination « école »), nous avons relevé deux points qui pourraient peut-être expliquer le mauvais jugement de la part des ingénieurs. Notre première hypothèse est que le volume horaire d'enseignement de mathématiques paraît mal correspondre à ce que les ingénieurs souhaiteraient (trop important pour certains, trop faible pour d'autres). La deuxième hypothèse concerne le fait que les cours magistraux et les TD sont les modes d'enseignement plus pratiqués pour les mathématiques en cycle ingénieur. Nous pouvons nous demander si cette pratique est la plus pertinente dans une telle formation qui prépare à une entrée dans le monde professionnel.

Afin d'apporter des précisions à ce premier aperçu, nous poursuivons la présentation de notre enquête sur la formation mathématiques des ingénieurs français et l'utilisation qu'ils en font sur leur lieu de travail. Nous nous intéressons dans la partie suivante à la deuxième partie de l'enquête menée sous forme d'entretiens individuels auprès de quelques-uns des participants au questionnaire.

## **2.3 Les entretiens avec des ingénieurs**

En plus d'essayer de cartographier les rapports entre les ingénieurs français interrogés et leur formation de mathématiques, le but du questionnaire que nous avons présenté et analysé dans la partie précédente était également de sélectionner des candidats pour un entretien sur le même thème. L'objectif de cet entretien est d'approfondir certains points et préciser certains fonctionnements dans l'utilisation des mathématiques au quotidien par des ingénieurs français : autrement dit, obtenir des informations plus précises sur certaines praxéologies mathématiques développées dans le milieu du travail, et sur l'adéquation de la formation à celles-ci.

### 2.3.1 Méthode du choix des participants aux entretiens

Partant d'un tableau contenant toutes les réponses des 261 ingénieurs, nous avons cherché à extraire un échantillon de personnes susceptibles de répondre positivement à notre demande (ils devaient avoir donné leur adresse mél à la dernière question). Il y a eu 40 volontaires. Parmi eux, nous avons cherché à faire un choix de personnes présentant des caractéristiques suffisamment variées pour représenter différents profils d'ingénieurs.

Les quatre premières variables que nous avons retenues ont été les suivantes :

- femme ou homme
- âge
- spécialité du diplôme ou métier
- type de cycle préparatoire

Ensuite, pour créer des catégories, lorsque certaines questions proposaient des réponses « à échelles », nous avons regroupé les réponses « 1 » et « 2 » d'une part et les réponses « 4 » et « 5 » d'autre part. Par exemple, à la question 22 (« Décrire la régularité du besoin des outils mathématiques »), nous avons considéré que les personnes qui avaient répondu 4 et 5 étaient des ingénieurs ayant un « besoin très régulier de mathématiques », contrairement à ceux qui avaient répondu 1 et 2 que nous avons considéré comme des ingénieurs ayant un « besoin peu régulier de mathématiques ». Ce regroupement nous a permis de repérer plus facilement des personnes ayant des profils plus « marqués ». Nous n'avons sélectionné que des ingénieurs ayant déclaré avoir un réel besoin de mathématiques sur leur lieu de travail. De même, tous les ingénieurs que nous avons sélectionnés ont répondu avoir appris des méthodes ou concepts mathématiques par eux-mêmes. Enfin, nous avons également essayé de choisir des personnes ayant déclaré pouvoir fournir des documents pour la discussion.

Les autres variables choisies ont donc finalement été les suivantes :

- formation de mathématiques en cycle ingénieur
- besoin régulier de mathématiques sur le lieu de travail
- formation (cycle préparatoire/cycle ingénieur) adaptée aux besoins

Nous avons alors envoyé une invitation par mél début juin 2016 aux 9 ingénieurs que nous avons présélectionnés. Nous avons alors mis au point un guide d'entretiens que nous présentons dans la sous-partie suivante.

### 2.3.2 Description du guide des entretiens

Nous avons conçu le guide des entretiens pour orienter l'échange avec les personnes sélectionnées. La forme retenue a été celle d'entretiens semi-directifs de type ethnographique que nous présentons ici sous forme de questions mais que nous avons essayé de présenter aux interviewés de manière la plus ouverte possible.

La première partie concerne la présentation du métier actuel des ingénieurs interrogés et le regard sur leur formation de mathématiques reçue en cycle préparatoire et en cycle ingénieur vis-à-vis de l'expérience professionnelle qu'ils ont vécue. En particulier :

- description de ce qui était bien adapté et ce qui ne l'était pas (et pourquoi selon eux ?)
- souvenirs d'un enseignement très bien adapté particulier : contenu, type d'enseignement
- de même, souvenirs d'un enseignement (très) mal adapté particulier : contenu, type d'enseignement, nom d'un enseignant

Pour les deuxième et troisième points ci-dessus, il est demandé de fournir si possible les documents qu'ils auront éventuellement apportés pour illustrer ou préciser leur propos.

Dans la deuxième partie du guide, nous leur avons demandé de faire des propositions sur ce qu'il faudrait selon eux enseigner en formation initiale pour préparer au mieux à leur métier

actuel. Pour cela, nous leur avons suggéré de partir éventuellement d'une situation professionnelle décrite dans la première partie et d'imaginer de préparer un enseignement de mathématiques, détaillant le(s) contenu(s) et la méthode employés adaptée au mieux aux besoins de la situation choisie en exemple.

La troisième partie du guide concerne leur point de vue sur l'autonomie et leur retour d'expérience à ce sujet. Nous leur avons demandé l'importance que revêt l'autonomie à leurs yeux dans l'enseignement supérieur. Nous leur avons également demandé, au regard de leur propre expérience, s'ils avaient des recommandations ou des propositions à faire, si nécessaire, afin de favoriser son développement dans la formation initiale des étudiants.

L'objectif que nous avons alors suivi à l'occasion de la présente enquête a été de découvrir si oui ou non cette problématique sur l'autonomie est présente dans la formation en mathématiques en cycle ingénieur, pouvant dans ce cas représenter un des besoins de cette formation.

Cette partie de l'entretien au sujet de l'autonomie renvoie également à l'enquête que nous avons réalisée en cycle préparatoire et que nous présenterons dans le chapitre 4.

La quatrième partie du guide d'entretien s'intéresse enfin à la formation continue ou l'auto-formation : il s'agit de préciser les dispositifs utilisés en mathématiques, ainsi que les ressources et l'emploi de ces ressources fait par les ingénieurs. Une discussion est proposée sur les différences observées avec la formation initiale.

Sur les neuf ingénieurs sélectionnés, six ont finalement répondu à notre invitation et accepté de participer à ces entretiens. Dans la sous-partie suivante, nous les présentons l'un après l'autre.

### 2.3.3 Présentations des six participants aux entretiens

Pour présenter les ingénieurs ayant participé à nos entretiens, nous allons commencer par détailler leurs réponses au questionnaire. Nous mettons entre guillemets et/ou en italiques, les citations des réponses qu'ils ont formulées, concernant les questions ouvertes du questionnaire.

Chronologiquement, le premier entretien s'est déroulé avec Jean<sup>13</sup>, un ingénieur de recherche en informatique de 25 ans, travaillant pour son deuxième poste dans une multinationale en Allemagne dans le domaine de l'*audio processing* (conception de logiciels pour musiciens).

Sa formation mathématique en cycle ingénieur, essentiellement constituée de Cours magistraux, Travaux Dirigés et Travaux Pratiques s'est déroulée sur les trois années du cycle pour un volume horaire qui lui est apparu assez faible (2/5) en ajoutant que « *les cours étaient très appliqués, et peu de choses étaient démontrées* ». Les contenus qui lui ont été enseignés sont l'algèbre, les probabilités, les statistiques, la logique et le raisonnement.

Il pense que cette formation a été bien adaptée à ses besoins actuels (4/5) en précisant qu'elle était « *adaptée à sa spécialité de diplôme en traitement d'images* ». Pour lui, globalement la formation de mathématique en cycle ingénieur mérite le classement de 3/5 : il la trouve « *complète dans l'ensemble, mais absolument fermée sur les applications vues dans les autres matières* ».

Jean a répondu avoir un réel besoin de mathématiques (5/5) pour le type de tâche *conception algorithmique dans les domaines de Data Science, Machine Learning et Signal Processing*, nécessitant l'utilisation de tous les outils proposés dans la liste, à savoir : Calculs scientifiques, Analyse, Algèbre, Probabilités, Statistiques, Modélisation, Raisonnement et Logique, Théorie des ensembles, Théorie des graphes. Selon lui, son cycle préparatoire en CPGE ainsi que son cycle ingénieur ont tous les deux été adaptés à ce besoin de mathématiques.

Il précise enfin avoir appris des concepts et méthodes par lui-même en utilisant les outils ou dispositifs suivants : Livres, Logiciel et Communauté.

---

<sup>13</sup> Les prénoms dans cette enquête ont tous été modifiés

Son rapport aux mathématiques a évolué au fil du temps et il évalue son image des mathématiques à 5/5 en précisant que, pour lui, « *l'image des maths est surtout celle donnée par la CPGE MPSI/MP* ». En remarque générale à son questionnaire, il ajoute : « *Plus l'on avance dans ses études, plus l'on fait des choses qui se rapportent à des cas pratiques. Plus l'on avance dans son travail, plus l'on comprend l'utilité de s'abstraire des cas pratiques...* ».

Le deuxième entretien a eu lieu avec Pierre, un ingénieur en sécurité informatique de 27 ans ayant obtenu son diplôme en informatique, spécialité Monétique et Sécurité des Systèmes, après un cycle préparatoire en IUT. Il travaille en France dans une entreprise qui est un acteur mondial des métiers des concessions et de la construction. Il a reçu une formation de mathématiques sur les trois années du cycle ingénieur avec des composantes de Calcul Scientifique, Probabilités, Statistiques, Logique et Raisonnement et Théorie des ensembles. Il évalue la qualité de celle-ci à 4/5 en précisant que « *cette formation était adaptée, complète et l'enseignement était de très bonne qualité* ». Au cours de ce cursus, il a suivi des Cours Magistraux, des Travaux Dirigés, des Travaux Pratiques et a participé à des Projets.

À propos de l'adaptation de sa formation de mathématiques en cycle ingénieur (3/5), Pierre énonce que « les cours dispensés comportent des liens directs avec les domaines rencontrés: cryptographie, analyse des signaux, électronique numérique, etc ... » et ainsi, que ses besoins de mathématiques actuels sont parfaitement couverts par sa formation initiale.

Les types de tâches professionnelles qu'il déclare réaliser (avec une régularité importante de 4/5) en utilisant les mathématiques sont « *développer des applications* » et « *Création de devis* ».

Il estime en revanche que son cycle préparatoire en IUT n'a pas été adapté à ses besoins, mais pour répondre à ce manque d'adaptation il n'a cependant pas eu recours à de la formation proposée par l'entreprise. Par contre, c'est essentiellement en utilisant des MOOC et en faisant appel à l'aide de ses collègues ou d'autres ingénieurs de sa spécialité (que nous appelons ici, sa « communauté ») que Pierre dit avoir appris des concepts et méthodes mathématiques par lui-même.

Son image des mathématiques est très positive (4/5) et a évolué dans le sens où il précise clairement : « J'ai pu lors de mon cycle d'ingénieur découvrir des mathématiques plus concrètes et dont je voyais clairement le domaine d'application (cryptographie, compression, traitement des signaux, etc.) »

L'entretien suivant a été fait auprès de Georges qui à 35 ans occupe son troisième poste de Consultant en Matériaux, qui est aussi la spécialité de son diplôme d'ingénieur. Il a obtenu deux diplômes suite à son diplôme d'ingénieur, et il travaille au moment de notre rencontre en France dans une entreprise internationale dans le domaine de l'ingénierie et du conseil en innovation.

Sa formation de mathématiques en cycle ingénieur à laquelle il donne l'évaluation globale de 3/5, n'a eu lieu qu'en 1ère année (bac+3) et a été composée uniquement d'Analyse et d'Algèbre sous forme de Cours Magistraux et Travaux Dirigés. Pour justifier que le volume horaire attribué à cette formation lui a paru faible (1/5), sans doute trop, il écrit : « *Compte tenu des enjeux modernes, je trouve que le contenu mathématique est trop abstrait et trop proche de l'enseignement des CPGE. C'est à la fois moins en niveau, moins en sujet... J'y ai rien appris.* », mais ceci ne l'empêche pas de penser que sa formation mathématique en cycle ingénieur était bien adaptée (4/5), puis il ajoute finalement à propos des mathématiques des commentaires qui nuancent cette bonne adaptation : « *Je m'en sers peu. Des aspects de Big Data, Statistiques,... me manquent.* » Nous pouvons comprendre que son besoin de mathématiques sur son lieu de travail étant plutôt faible, sa formation lui a paru globalement suffisante, même si certains manques se font sentir pour lui.

Le type de tâche pour lequel Georges précise avoir besoin de mathématiques est la « *simulation* ». Il dit avoir ainsi un réel besoin de mathématiques, avec une régularité assez faible (2/5), dans les domaines des Probabilités, des Statistiques et de la Modélisation.

Son cycle préparatoire lui a paru adapté à ses besoins dans ces trois domaines, contrairement à son cycle ingénieur. Pour apprendre en travaillant seul des concepts et méthodes mathématiques, il utilise des Logiciels, des Livres, la Communauté et des MOOC.

Enfin, son image des mathématiques a évolué pour être aujourd'hui à 5/5, ce qu'il justifie en indiquant que « *Les mathématiques sont la caisse à outils des ingénieurs. Plus ou moins directement.* »

Le quatrième échange a eu lieu avec un ingénieur chimiste de 29 ans, Mathieu, employé, comme pour son premier poste, en tant qu'ingénieur Contrôle Procédés en France dans une multinationale américaine spécialisée dans les élastomères. Il déclare avoir un réel besoin de mathématiques dans son métier en Calcul Scientifique, Analyse, Algèbre, Statistiques, Modélisation, Raisonnement et Logique, Théorie des ensembles, Théorie des graphes, il n'a pourtant reçu aucune de formation en mathématique en cycle ingénieur. Selon lui, ce besoin est très régulier (5/5) pour « *établir des modèles et faire des simulations* ». Mathieu précise qu'il n'y avait « *pas de cours de math en cycle ingénieur 2e et 3e année. Il n'y a qu'un cours de rattrapage facultatif en début de 1ère année que je n'ai pas dû suivre.* »

Son cycle préparatoire à l'université (après une année de CPGE qu'il a abandonnée à cause de la somme de travail trop importante selon lui) a été adapté à ses besoins, mais il a néanmoins appris des concepts et des méthodes par lui-même en utilisant internet (il cite *Wikipédia*).

Son rapport au mathématiques a évolué pour devenir, pour lui aussi, très positif (5/5). Et de préciser dans le questionnaire que, selon lui : « *Les maths sont un outil formidable au service de l'ingénieur, tout problème peut être mis en équation.* »

Le cinquième ingénieur, William, est un entrepreneur de 35 ans qui a obtenu un diplôme en électricité. Il a occupé ses deux derniers postes en banque, l'un en développement et l'autre en gestion financière.

Sur ses trois années de cycle ingénieur, il a suivi une formation en mathématiques appliquées au traitement du signal essentiellement à base de Probabilités et de Statistiques. Ces cours se sont déroulés uniquement sous forme de cours Magistraux et pour un volume qu'il a trouvé faible (2/5).

Relativement à ses besoins actuels, William estime que sa formation de mathématiques en cycle ingénieur est plutôt mal adaptée (2/5) car les cours étaient selon lui « *très théoriques, bien qu'enseignés dans un contexte d'application industrielle* ». Son besoin de mathématiques régulier (4/5) est tourné vers le type de tâches « *simulations financières et modèles de prévisions* » qui nécessitent à son avis les outils de Calculs Scientifiques, d'Analyse, de Probabilités, de Statistiques et de Raisonnement et Logique qui dit avoir appris de manière adaptée en CPGE plutôt qu'en cycle ingénieur.

Pour sa réorientation professionnelle vers la banque, il a bénéficié d'une formation continue qu'il juge éloignée de sa formation en cycle ingénieur. De même, il a appris des concepts et outils mathématiques par lui-même en utilisant Logiciels, Livres et Communauté.

Globalement, il évalue à 3/5 la qualité de sa formation de mathématiques en cycle ingénieur en ajoutant que les « *cours sont peu connectés aux besoins réels en contexte professionnel. Les enseignements sont imposés comme une contrainte sans réellement donner le sens qui va avec.* »

Son image des mathématiques a évolué pour rester toutefois plutôt bonne (4/5). Pour préciser il énonce : « *Je comprends mieux aujourd'hui l'utilité des maths fondamentales dans beaucoup de domaines scientifiques. Quoique l'utilité de certains domaines de recherches mathématiques poussées à l'extrême reste encore un peu obscur pour moi...* ».

Enfin la dernière ingénieure à avoir participé à nos entretiens est Alice, une ingénieure développement en matériaux de 30 ans, exerçant elle aussi dans une multinationale en Allemagne. Avant ce poste, elle a soutenu une thèse tout en étant ingénieur de recherche.

Sa formation de mathématiques en cycle ingénieur s'est déroulée en première et deuxième année (bac +3, bac +4) sous forme de Cours Magistraux et Projets et sur des contenus d'Algèbre, de Probabilités, de Statistiques, de Modélisation et de Raisonnement et Logique. Le volume horaire d'environ deux heures par semaine lui a paru plutôt faible (2/5).

Ses besoins actuels importants (4/5) de mathématiques lui servent pour réaliser des types de tâches « *Réaliser des analyses statistiques des résultats* », « *Réaliser des modélisations scienti-*

« *fiques de réactions* » et « *Calculer et utiliser des méthodes de caractérisations* ». Ses cours de « *Statistiques, Plan d'expérience et modélisation* » en cycle ingénieur y sont bien adaptés (4/5). Les outils mathématiques qu'elle utilise sont le Calcul Scientifique, l'Analyse, les Statistiques et la Modélisation.

Pour Alice, son cycle préparatoire en CPGE est également adapté à ses besoins de mathématiques et bien qu'également adaptée, sa formation de mathématique en cycle ingénieur est de qualité moyenne (3/5).

Elle a appris des concepts et outils mathématiques seule avec des Logiciels et elle a toujours eu une image positive des mathématiques (5/5). Pour aller plus loin, elle précise que les « *simulations et prévisions de résultats expérimentaux sont très utiles et intéressantes* ».

Pour conclure son questionnaire, elle écrit que sa « *Formation en mathématiques est excellente (CPGE+cycle ingénieur), meilleure que dans plusieurs pays étrangers : réelle plus-value car compréhension de plusieurs domaines (par ex. électronique, optique, chimie) de par les mathématiques, utiles pour mettre en place des tests et pour l'analyse de résultats.* »

Pour faciliter l'analyse des entretiens que nous décrivons dans la partie 2.4., nous dressons dans la section suivante des tableaux reprenant les informations que nous venons de détailler dans la présente section.

### 2.3.4 Tableaux synoptiques des caractéristiques des participants aux entretiens

Pour résumer la lecture des présentations faites dans la sous-partie précédente, nous présentons ici des tableaux comparatifs des six ingénieurs que nous avons interviewés afin de comparer les différentes caractéristiques rencontrées dans leurs réponses au questionnaire. Nous avons choisi des catégories de regroupement en cohérence avec le guide d'entretien.

Dans le Tableau 2-15 ci-dessous, nous résumons pour chaque interviewé les informations suivantes : âge au moment de l'entretien, cycle préparatoire suivi avant le cycle ingénieur, la spécialité du diplôme obtenu à l'issue de cette formation et enfin le métier actuel que chaque ingénieur exerce.

	Jean	Pierre	Georges	Mathieu	William	Alice
<b>Âge</b>	25	27	35	29	35	30
<b>Cycle prépa</b>	CPGE	IUT	CPGE	Univ.	CPGE	CPGE
<b>Ingénieur en...</b>	Informa-tique	Informa-tique	Matériaux	Chimie	Electricité	Matériaux
<b>Métier actuel</b>	Ingénieur de Recherche	Ingénieur en Sécurité Informa-tique	Consultant	Ingénieur Contrôle Procédés	Entre-preneur	Ingénieur Développement

Tableau 2-15 Présentation des six ingénieurs interviewés

Dans le Tableau 2-16 suivant, nous reprenons les réponses fournies dans le questionnaire (cf. 2.1) par les ingénieurs interviewés à propos des contenus mathématiques auxquels ils ont déclaré avoir été formés, ainsi que l'adaptation, selon eux, à leur besoins sur leur lieu de travail. Dans le cas particulier de Mathieu, nous rappelons qu'il a déclaré n'avoir pas reçu de formation en mathématiques en cycle ingénieur.

	Jean	Pierre	Georges	Mathieu	William	Alice
<b>Adaptation aux besoins</b>	4/5	3/5	4/5	N/D	2/5	4/5
<b>Calcul Scientifique</b>		X		N/D		
<b>Analyse</b>			X	N/D		



<b>Algèbre</b>	X		X	N/D		X
<b>Probabilités</b>	X	X		N/D	X	X
<b>Statistiques</b>	X	X		N/D	X	X
<b>Modélisation</b>				N/D		X
<b>Logique/Raisonnement</b>	X	X		N/D		X
<b>Théorie des ensembles</b>		X		N/D		

Tableau 2-16 Contenus mathématiques enseignés en cycle ingénieur

Dans le Tableau 2-17 ci-dessous, nous rappelons les réponses au questionnaire données par les six ingénieurs rencontrés sur la question des modes d'enseignement rencontrés lors de leur formation mathématique en cycle ingénieur. Nous précisons dans ce même tableau le niveau de qualité de la formation mathématique en cycle ingénieur (sur une échelle de 1 à 5) qu'ils ont évalué dans le questionnaire.

	Jean	Pierre	Georges	Mathieu	William	Alice
<b>Cours Magistraux</b>	X	X	X	N/D	X	X
<b>Travaux Dirigés</b>	X	X	X	N/D		
<b>Travaux Pratiques</b>	X	X		N/D		
<b>Projets</b>		X		N/D		X
<b>Qualité</b>	3/5	4/5	3/5	N/D	3/5	3/5

Tableau 2-17 Modes d'enseignements rencontrés et qualité de la formation mathématique en cycle ingénieur

Dans le Tableau 2-18 suivant, nous détaillons les contenus mathématiques que les six ingénieurs ont reconnus comme faisant partie de leurs besoins professionnels. Nous indiquons également dans la première ligne du tableau la régularité du besoin mathématique sur leur lieu de travail qu'ils ont déclaré dans le questionnaire.

	Jean	Pierre	Georges	Mathieu	William	Alice
<b>Régularité</b>	5/5	4/5	2/5	5/5	4/5	4/5
<b>Calcul Scientifique</b>		X		N/D		
<b>Analyse</b>			X	N/D		
<b>Algèbre</b>	X		X	N/D		X
<b>Probabilités</b>	X	X		N/D	X	X
<b>Statistiques</b>	X	X		N/D	X	X
<b>Modélisation</b>				N/D		X
<b>Logique/Raisonnement</b>	X	X		N/D		X
<b>Théorie des ensembles</b>		X		N/D		

Tableau 2-18 Besoin en mathématiques déclaré par les six ingénieurs interviewés

Dans le prochain Tableau 2-19, nous mettons en avant les avis qu'ont donnés des six ingénieurs rencontrés sur l'adaptation de la formation mathématique reçue (le cas échéant) dans le cycle préparatoire d'une part et le cycle ingénieur d'autre part.

	Jean	Pierre	Georges	Mathieu	William	Alice
<b>Type de cycle préparatoire</b>	CPGE	IUT	CPGE	Univ.	CPGE	CPGE
<b>Cycle préparatoire adapté</b>	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui
<b>Cycle ingénieur adapté</b>	Oui	Oui	Non	N/D	Non	Oui

Tableau 2-19 Cycle préparatoire effectué et adaptation de ces cycles aux besoins mathématiques des ingénieurs rencontrés

Enfin, dans le dernier tableau (Tableau 2-20) de synthèse des réponses individuelles des six ingénieurs que nous avons rencontrés lors des entretiens, nous indiquons pour chacun le type



de ressources que ceux-ci ont déclaré utiliser à lorsque des besoins d'autoformation sur certains sujets ou contenus mathématiques se présentaient à eux :

	Jean	Pierre	Georges	Mathieu	William	Alice
<b>Logiciels</b>	X		X		X	X
<b>Livres</b>	X		X		X	
<b>Communauté</b>	X	X	X		X	
<b>MOOC</b>		X	X			
<b>Autres</b>				Wikipédia		

Tableau 2-20 Ressources utiles pour l'auto-formation selon les six ingénieurs

Tous ces tableaux ont pour but d'exposer les caractéristiques des ingénieurs que nous avons rencontrés, avant de nous intéresser aux entretiens eux-mêmes. Néanmoins, avant de présenter le contenu des échanges qui ont eu lieu par la suite, nous exprimons quelques commentaires que nous évoque la présentation systématique précédente.

Tout d'abord, signalons que dès le départ, le fait de rencontrer six ingénieurs ayant suivi leur formation en France ne nous a pas permis de prétendre accéder à un échantillon représentatif de l'ensemble des ingénieurs français. C'est pourquoi, nous tenons à préciser ici que nous nous garderons de tirer des conclusions générales à partir de cette enquête (comme des autres enquêtes de cette thèse d'ailleurs). En revanche, nous espérons que nos observations permettront de donner des éléments d'analyse du contexte plus global dans lequel se place notre enquête.

Pour illustrer une conséquence de cette réserve, signalons par exemple que malgré le fait que nous ayons cherché à rencontrer d'autres personnes (qui n'ont pas donné suite à nos propositions de rendez-vous), il se trouve que parmi les ingénieurs ayant accepté de participer à l'entretien, aucun n'a suivi de Cycle Préparatoire Intégré (CPI). De plus, sur les six ingénieurs, on retrouve seulement trois grandes spécialités de diplômes différentes (chimie/matériaux, informatique et électricité) alors que les participants au questionnaire représentaient la quasi-totalité des spécialités existantes en France.

Comme derniers commentaires sur les profils des participants aux entretiens, remarquons que l'âge de nos ingénieurs est compris entre 25 et 35 ans (au niveau national, rappelons que la médiane est de 37 ans). Nous sommes donc en présence d'ingénieurs plutôt jeunes relativement à l'ensemble de la population des ingénieurs français.

Enfin, bien qu'Alice soit la seule femme avec qui nous avons pu échanger, rappelons que les femmes représentent 22% des ingénieurs français (contre 41% dans notre étude par questionnaire, cf. 2.2). Cette unique représentation féminine (environ 17%) est donc statistiquement acceptable.

Suite à ces premières remarques à propos des interviewés, nous regroupons ici quelques-unes des données que nous n'avons pas relevées dans les tableaux précédents mais que nous avons détaillées dans les descriptions individuelles (cf. 2.3.3). Celles-ci permettent, selon-nous, de dépeindre un peu plus précisément les profils des ingénieurs rencontrés.

Tout comme une grande majorité des répondants au questionnaire (61%, cf. 2.2), les six ingénieurs que nous avons rencontrés ont une très bonne image des mathématiques puisqu'ils ont tous donné la note de 5/5, sauf William qui a donné 4/5. Notons que ceux qui n'ont pas montré d'intérêt à participer à notre entretien (bien qu'ils/elles aient indiqué leur adresse mail de contact dans le questionnaire) avaient une image un peu moins bonne en moyenne.

Ce qui est intéressant par ailleurs dans le détail de ces résultats, c'est que tous sauf Alice disent que leur rapport aux mathématiques a évolué. Nous pouvons en déduire que leur image des mathématiques était moins bonne au moment de leurs études qu'au moment de l'entretien. Dans les commentaires des ingénieurs sur cet aspect dans le questionnaire, nous observons que pour certains cette évolution s'est faite grâce à l'utilisation des mathématiques en cycle ingénieur puis dans leur contexte professionnel. Ceci est en effet le cas par exemple pour Pierre (« J'ai pu lors de mon cycle d'ingénieur découvrir des mathématiques plus concrètes et dont je

voyais clairement le domaine d'application (cryptographie, compression, traitement des signaux, etc.) », pour Mathieu (« Les math sont un outil formidable au service de l'ingénieur, tout problème peut être mis en équation. »), ou pour Alice (« Simulations et prévisions de résultats expérimentaux très utile et intéressantes »).

Dans le même ordre d'idées, nous remarquons qu'aucun des six participants n'a trouvé que le volume de mathématiques dans leur formation était élevé (moyenne 2/5, maximum 3/5). Ceci est éventuellement délicat à interpréter, mais cet avis partagé également par 56% des ingénieurs ayant répondu à notre questionnaire (cf. 2.2), nous permet au moins de constater que nos six ingénieurs n'ont pas « souffert » d'avoir à suivre trop de cours de mathématiques.

Mais pour conclure, et avant de procéder à une analyse effective des entretiens dans le paragraphe 2.4., notons une dernière fois les difficultés de l'analyse des réponses au questionnaire à laquelle nous avons procédé pour choisir nos candidats aux entretiens. Reprenons pour illustrer, le cas de Georges qui a répondu que le volume horaire en mathématiques lui a paru faible (1/5), et que sa formation en mathématiques en cycle ingénieur lui semble adaptée à ses besoins actuels (4/5). Lorsque l'on s'intéresse au commentaire attendant (« *Compte tenu des enjeux modernes, je trouve que le contenu mathématique est trop abstrait et trop proche de l'enseignement des CPGE. C'est à la fois moins en niveau, moins en sujet,... J'y ai rien appris.* »), nous pouvons constater un écart avec les réponses chiffrées. D'un côté, les chiffres laissent penser qu'il est satisfait de sa formation (et il a d'ailleurs répondu 3/5 à la question 29), d'un autre côté, le commentaire dit le contraire. Ceci s'explique par le fait qu'il n'a en réalité que de faibles besoins de mathématiques au quotidien (2/5).

Cet exemple montre l'intérêt que nous avons à analyser de manière détaillée dans la partie suivante les entretiens avec les six ingénieurs rencontrés, afin de préciser les données sur leur formation et sur leurs besoins de mathématiques sur leur lieu de travail que nous avons pu prélever grâce au questionnaire.

## 2.4 Analyse des entretiens avec six ingénieurs

Dans la partie 2.3 précédente, nous avons détaillé le guide que nous avons suivi pour conduire les entretiens avec des six ingénieurs volontaires. De plus, nous avons justifié les caractéristiques que nous avons définies à partir du questionnaire et qui nous ont également permis de présenter les participants. Dans cette partie 2.4, nous procédons à l'analyse de ces échanges.

Pour réaliser cette analyse, nous avons transcrit les six entretiens de manière intégrale (annexe 2.1), puis nous avons réalisé une grille que nous avons, pour chacun des ingénieurs, remplie après avoir rappelé sur le même document les caractéristiques correspondant aux variables sélectionnées pour le choix des six participants dans le questionnaire (âge, sexe, cycle préparatoire, domaine de travail actuel et spécialité du diplôme). Les six profils ont déjà été détaillés dans les paragraphes 2.3.3 et 2.3.4, et notre grille nous a permis d'affiner leur description. C'est ainsi que nous avons créé des fiches synoptiques individuelles (cf. annexe 2.3) dans lesquelles apparaissent les données principales :

- besoin en mathématiques (régularité de 1 à 5) ;
- adaptation du cycle préparatoire à ces besoins (Oui ou Non) ;
- adaptation du cycle ingénieur à ces besoins (Oui ou Non et de 1 à 5).

Pour préciser le profil de chaque interviewé, nous avons également indiqué leur image actuelle des mathématiques et l'évolution de celle-ci depuis le début de leurs études.

Au rang des contraintes méthodologiques, notons que deux des six ingénieurs volontaires sélectionnés pour les entretiens ont répondu qu'ils avaient conservé des documents de leur formation de mathématiques en cycle ingénieur ; documents qu'il a été finalement impossible d'obtenir.

De plus, nous avons fait parfois face à la difficulté pour les six participants de décrire à l'oral leur utilisation des outils mathématiques au quotidien. Dans ce cas, nous leur avons demandé après l'entretien de nous apporter par écrit plus de précisions, ce qu'ils ont fait pour cinq d'entre eux.

Lorsqu'elles nous seront utiles, nous exploiterons ces données prélevées après nos échanges, en les intégrant à notre analyse des entretiens.

Enfin, le plus souvent pour des raisons de confidentialité, les ingénieurs interviewés n'ont pas été en mesure de nous présenter de documents provenant de leur milieu de travail.

Dans la sous-partie 2.4.1, nous présentons notre méthodologie d'analyse pour le reste de la partie 2.4. Dans les sous-parties 2.4.2 à 2.4.6 suivantes, nous nous intéressons principalement aux parties 1 et 4 du guide des entretiens, respectivement intitulées « Métier et regard sur la formation » et « Formation continue et auto-formation ».

Pour réaliser notre grille d'analyse sur ces parties du guide, nous avons utilisé les champs suivants :

- Contenus ou compétences<sup>14</sup> mathématiques utilisés sur le lieu de travail.
- But de cette utilisation.
- Comment ces contenus ont été appris ?
- Discours tenu (par l'interviewé) sur les mathématiques dans l'institution où elles ont été apprises.

Cette partie de l'analyse correspond pour notre travail à la description praxéologique des besoins mathématiques sur le lieu de travail des ingénieurs. Les compétences observées peuvent en effet être ici considérées comme des savoir-faire, c'est-à-dire tout ou partie du bloc pratico-technique (ou bloc de la *praxis*) ; et les contenus comme des savoirs, c'est-à-dire tout ou partie du bloc « technologico-théorique » (ou bloc du *logos*).

C'est ainsi que nous avons réalisé cette analyse praxéologique en regroupant des catégories selon différents types d'utilisations professionnelles des mathématiques par les ingénieurs rencontrés. Ce sont ces différentes praxéologies mathématiques professionnelles que nous présentons dans chacune de ces sous-parties.

Notons que l'institution qui est à l'origine de la formation correspondante est, comme toujours dans la TAD, à considérer au sens large. Et puisque nous regroupons dans cette analyse la formation initiale, la formation continue et l'autoformation, il peut aussi bien s'agir du cycle préparatoire, du cycle ingénieur, de la littérature scolaire ou professionnelle, d'internet, de réseaux de personnes (communauté), etc.

Enfin, avant de dresser un bilan de ces entretiens dans la dernière sous-partie 2.4.8, nous nous intéressons, dans la sous-partie 2.4.7, aux manques ou aux défauts que les ingénieurs que nous avons rencontrés ont pu soulever dans leur formation de mathématiques en cycle ingénieur. L'objectif étant de pouvoir affiner les analyses des réponses au questionnaire sur ces aspects (2.2.5). Pour cela, nous nous basons essentiellement sur la partie 2 intitulée « Propositions » dans le guide d'entretiens. Ces « lacunes » étant le résultat de diverses contraintes, nous les présentons selon les niveaux de codétermination didactique que nous avons pu identifier.

#### 2.4.1 Méthodologie de l'analyse praxéologique des entretiens

Nous avons regroupé dans cette sous-partie les principaux champs résultant de notre analyse de ces parties 1 et 4 des entretiens. Dans chacune d'entre elles nous proposons une analyse praxéologique. Précisons ici que méthodologiquement, l'identification du type de tâches (*T*) dans le discours des ingénieurs est assez simple (verbe à l'infinitif ou une forme permettant de décrire une action), la différenciation entre technique ( $\tau$ ) et technologie ( $\theta$ ) et parfois délicate.

---

<sup>14</sup> Le terme « compétences » est à comprendre au sens générique et ne fait pas référence à une approche ou un concept particuliers.

Quant à la théorie ( $\Theta$ ), nous verrons qu'elle est bien souvent absente, même si nous pouvons formuler des hypothèses très probables (ce que nous ferons si cela nous semble opportun pour vérifier la cohérence avec le reste de la praxéologie correspondante observée).

Pour illustrer ces difficultés, prenons l'exemple que nous allons décrire au début du paragraphe suivant. Lorsque Mathieu indique qu'il utilise la méthode des trapèzes pour calculer des intégrales, nous pouvons nous poser la question du choix de classification. En effet, nous pouvons :

- soit considérer que « utiliser la méthode des trapèzes » est une technique ( $\tau$ ) pour le type de tâches ( $T$ ) « Calculer des intégrales ». Dans ce cas, la technologie ( $\theta$ , non précisée) serait « Le calcul intégral » ou « Les théorèmes de convergence en Analyse numérique » et la théorie ( $\Theta$ , non précisée) serait « L'intégration au sens de Riemann » ou encore « l'Analyse numérique » ;
- ou alors, considérer que la technique elle-même n'est pas précisée (on peut imaginer par exemple la technique ( $\tau$ ) consistant à réaliser le calcul de l'aire de quelques trapèzes tracés manuellement sur une courbe, ou bien l'utilisation d'un logiciel traceur de courbe permettant le calcul) et que la méthode des trapèzes est alors la technologie qui justifie cet usage. La théorie (non indiquée dans cet exemple) serait alors les théorèmes de convergence en Analyse numérique.

Nous verrons qu'il est rare que les praxéologies soient décrites de manière exhaustive avec les quatre composantes ( $T, \tau, \theta, \Theta$ ). Cela peut signifier que le discours des ingénieurs n'est pas assez précis et que plus d'investigations seraient nécessaires pour approfondir notre analyse. Cela peut aussi signifier qu'une partie de ces praxéologies n'est effectivement pas présente. Ce phénomène a déjà été souligné et l'on parle alors de l'incomplétude des praxéologies (Bosch et al., 2004).

Partant de ces constats, nous ferons dans toute l'analyse qui suit des choix qui pourront paraître parfois arbitraires, mais que nous ne saurions justifier à chaque fois afin d'éviter trop de discussions qui pourraient masquer la compréhension du phénomène didactique observé. Néanmoins, pour rester cohérent avec le début d'analyse praxéologique réalisée à partir de notre questionnaire (cf. 2.2.), nous choisirons de classer comme technologie tout élément praxéologique décrit par les ingénieurs et faisant partie de la liste non exhaustive de contenus potentiellement enseignés (et pouvant ainsi faire l'objet de titres de chapitre de cours) dans une formation en cycle ingénieur, comme par exemple « analyse », « algèbre », « calculs scientifiques », « statistiques », etc.

Signalons que nous présentons dans les sous-parties suivantes les catégories de praxéologies que nous avons repérées, en commençant par celle que nous avons rencontrée le plus fréquemment. Les suivantes ne sont pas présentées selon un ordre particulier.

#### 2.4.2 L'importance des « bases mathématiques »

Un des termes qui revient le plus souvent dans les entretiens avec nos six ingénieurs est celui de « bases ». Ces bases sont décrites dans des thèmes variés, tant en Analyse, qu'en Algèbre ou en Probabilités et Statistiques.

En tout, le terme est prononcé 42 fois, avec un maximum de 16 fois pour le seul entretien avec Mathieu qui précise que, selon lui, « l'Algèbre linéaire de base », « l'Analyse de base (équation-diff) » et « les Probas-Stats de base » sont utiles pour tout travail d'ingénieur.

Dans son métier, les équations différentielles lui sont particulièrement utiles pour les problèmes de nature physique, tandis que les matrices et la géométrie vectorielle lui sont utiles dans le domaine de la symétrie moléculaire. Les équations différentielles lui ont été enseignées en CPGE puis rappelées en L1 à l'université. Puisqu'il n'a pas suivi la deuxième année de CPGE, il a appris la partie sur les matrices à l'université (et il estime cette formation insuffisante).

Concrètement, sur son lieu de travail, Mathieu utilise la technique de la « Méthode des trappes » pour les types de tâches « Calculer des intégrales », et « Construire sur tableur des modèles de simulation des procédés (dynamique des fluides, thermodynamique) ou des processus chimiques ». Toujours sur tableur, il utilise également des techniques de « Méthodes itératives (suites) » pour ce même dernier type de tâche.

Pour le type de tâche de « Contrôler la qualité de la production », il utilise en outre des « Outils de statistiques de base » (que nous considérons ici comme technologie), toujours essentiellement sur tableur, ou sur le logiciel Minitab. Il précise enfin avoir aussi besoin de la technologie « Formules de géométrie de base » pour le type de tâches « Calculer des volumes de différentes capacités ou équipements ».

La deuxième ingénieure qui nous a beaucoup parlé de « bases » est Alice. Utilisées en partie pendant sa thèse (après son diplôme d'ingénieur), elle dit s'être servie de la technologie du « Calcul intégral » (vue en CPGE) pour une utilisation dans le domaine de l'électricité (type de tâche « Résoudre des équations ») ainsi que pour le type de tâche « Modéliser le vieillissement de matériaux ». La technologie des « Fonctions de plusieurs variables » lui paraît également fondamentale et bien adaptée à ses besoins. Ces enseignements proviennent plutôt du cycle préparatoire.

Pour le type de tâche « Étudier le comportement vibratoire des rétroviseurs » sur lequel elle travaille, elle dit avoir besoin des technologies de « Bases de trigonométrie, d'intégration et d'analyse de Fourier ».

Jean s'est aussi beaucoup exprimé en termes de bases mathématiques : de même que précédemment pour le type de tâche « Traiter un signal », il a besoin de « bases mathématiques » qu'il ne précise pas, et qu'il dit avoir acquises en classe préparatoire.

William insiste sur l'importance des bases (qu'il faut selon lui « *apprendre par cœur* ») afin de pouvoir utiliser les concepts rencontrés dans diverses situations professionnelles, et ainsi développer ses propres solutions et innovations. Les bases qu'il dit utiliser le plus couramment sont issues de l'Algèbre. Puisque nous avons recueilli très peu de détails auprès de William sur ses usages réels, nous pourrions placer ces bases du côté de la théorie, même si nous pensons qu'il s'agit en fait plutôt d'une technologie.

Il donne en outre comme exemple, l'utilisation de quelques « Résultats usuels sur les séries » (que nous classons ici en tant que technique), pour le type de tâche « Calculer des formules de projections financières ».

Il précise que ces bases préalables ne devraient s'acquérir que dans une formation « en présence », permettant ensuite une utilisation éventuelle dans des formations « à distance ».

Pierre, de par sa spécialité (cryptographie) a des besoins plus ciblés en mathématiques et donne peu de précisions sur le type de tâches spécifiques concernées. Il donne cependant l'exemple de l'utilisation de « Résultats arithmétiques de base » (vus comme techniques) pour les types de tâches « Chiffrer un projet » ou « Élaborer un devis ».

Il ajoute que les bases mathématiques dont il a besoin par ailleurs au quotidien (comme les intégrales) lui ont été enseignées au lycée.

Georges place également les bases mathématiques du côté des connaissances du secondaire (il cite lui aussi les intégrales). De son côté, il estime (comme Pierre) que, vues indépendamment ces bases ne sont d'aucune utilité, mais qu'elles forment *in fine* une « boîte à outils » pour la physique. Nous reviendrons sur ces discussions dans la conclusion de cette partie 2.4.

Avant de nous intéresser à un autre champ que nous avons pu observer dans le discours des ingénieurs que nous avons rencontrés, nous résumons l'analyse praxéologique que nous avons réalisée à propos des bases mathématiques dans le Tableau 2–21 suivant. Nous rappelons entre parenthèses l'initiale du prénom de l'ingénieur correspondant :

Type de tâche $T$	Technique $\tau$	Technologie $\theta$
Construire des modèles de simulation des procédés (dynamique des fluides, thermodynamique) ou des processus chimiques (M)	Méthode des trapèzes, Méthodes itératives (suites)	Calcul d'intégrales
Contrôler la qualité de la production (M)		Outils statistiques de base
Calculer le volume de différentes capacités ou équipements (M)		Géométrie de base
Calculer des formules de projections financières (W)	Résultats usuels sur les séries	
Modéliser le vieillissement de matériaux (A)	Résoudre des équations	Calcul d'intégrales, fonctions de plusieurs variables
Etudier le comportement vibratoire des rétroviseurs (A)		Bases de trigonométrie, d'intégration et d'analyse de Fourier
Elaborer un devis, chiffrer un projet (P)		Arithmétique de base

Tableau 2-21 Utilisation des bases mathématiques dans les praxéologies professionnelles des ingénieurs

### 2.4.3 La place de la logique, du raisonnement et de la rigueur

La deuxième observation que nous faisons dans l'analyse de nos entretiens est la position à la fois centrale et transversale qu'occupent la logique, le raisonnement et la rigueur mathématique.

Sans préciser comment il met en pratique la rigueur mathématique, Jean nous explique que c'est pourtant bien en CPGE que son enseignant lui a montré l'importance de cette rigueur. Ceci est passé par la compréhension et l'apprentissage systématique des démonstrations qui étaient présentées de sorte que les étudiants comprennent le champ d'application concret de la démonstration et son intérêt. Sans nécessairement expliquer le mode d'utilisation, le fait que l'enseignant de mathématiques ait un « profil informaticien » a permis selon Jean de donner aux étudiants un point de vue plus ouvert sur les démonstrations.

Il ajoute que, sans démonstration on ne fait pas vraiment des mathématiques et qu'il est important en outre de posséder des connaissances de base pour comprendre les démonstrations.

Mathieu lui, déplore qu'en classe préparatoire (qu'il a quitté en cours d'année) le raisonnement soit en réalité laissé de côté puisque, selon lui, il fallait apprendre des raisonnements par cœur. Il pense que ceci va à l'encontre de l'apprentissage qui devrait être pratiqué pour apprendre à raisonner en toute généralité.

Le premier entretien dans lequel il a été question plus précisément de l'aspect central de la logique est l'entretien avec William, qui, notons-le un des deux interviewés parmi les six ingénieurs à avoir quitté sa branche (électricité) et même choisi d'exercer un autre métier, celui d'entrepreneur en finance.

Pour réaliser notre analyse praxéologique, partons d'une citation *in extenso* de William :

« C'est cette manière de raisonner qui m'a servie après. Plus que les résultats eux-mêmes, que les concepts eux-mêmes. C'est poser les hypothèses, réfléchir à un angle d'attaque d'un problème, c'est aboutir à un résultat, valider les résultats par d'autres angles pour recouper l'information. (...) C'est la démarche et la rigueur que j'ai pu apprendre en prépa qui m'ont toujours servis et qui me servent toujours aujourd'hui. »



Dans cette citation dense, nous observons deux types de tâches : « Aborder un problème » et « Résoudre un problème du début à la fin ». Les techniques associées à ces types de tâches sont respectivement « Accorder de l'importance aux hypothèses » et « Réfléchir à un angle d'attaque, aboutir à un résultat et le valider ».

La technologie est plus difficile à appréhender, mais nous pouvons interpréter la « Manière de raisonner » et la « Démarche rigoureuse » énoncées par William comme des technologies qui permettent de justifier l'emploi des techniques de raisonnement décrites pour les types de tâches qu'il a exprimées.

En des termes très similaires, Alice nous a enfin également parlé de l'importance d'aborder un problème et pour cela de respecter une certaine logique. Elle précise par exemple que l'usage de la proposition contraposée (ou d'un raisonnement par l'absurde) permet de ne pas faire d'erreur de raisonnement pour montrer qu'une propriété est vraie.

Nous regroupons dans le Tableau 2-22 ci-dessous les praxéologies auxquelles deux de nos six ingénieurs se réfèrent à propos de la logique, du raisonnement et de la rigueur.

Type de tâche $T$	Technique $\tau$	Technologie $\theta$
Aborder un problème (W, A)	Accorder de l'importance aux hypothèses (W) Respecter une certaine logique (A)	Manière de raisonner (Logique)
Résoudre un problème du début à la fin (W)	Réfléchir à un angle d'attaque, aboutir à un résultat et le valider	Démarche rigoureuse
Montrer qu'une propriété est vraie (A)	Utiliser la contraposée	

Tableau 2-22 Utilisation de la logique, du raisonnement et de la rigueur dans les praxéologies professionnelles

L'analyse que nous pouvons effectuer au regard de ces descriptions est que la logique et la rigueur sont placées du côté de la technologie. En effet, elles jouent bien le rôle de discours justifiant l'utilisation des « techniques » de raisonnement. La logique et la rigueur permettent alors d'aborder indirectement plusieurs types de tâches. Remarquons que la théorie correspondant à la logique et la rigueur n'est, encore une fois, jamais apparente dans nos observations.

D'après tous nos entretiens, il semble que les ingénieurs français interviewés se voient enseigner les contenus utiles à la réalisation de ces praxéologies professionnelles dans leur formation en cycle préparatoire plutôt qu'à d'autres stades de leur scolarité ou de leurs études.

#### 2.4.4 L'utilisation de la preuve des théorèmes

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, selon les ingénieurs que nous avons interrogés la rigueur qu'apportent les mathématiques dans la résolution de problèmes au quotidien est apprise notamment en cycle préparatoire au travers des démonstrations.

Dans cette section, nous nous intéressons au cas particulier d'utilisation de la preuve de théorèmes que Jean nous a décrit en détail lors de son entretien. Il précise qu'il n'a fait aucune preuve de théorème en cycle ingénieur où ces derniers étaient simplement énoncés. Il déplore cet état de fait car selon lui, cela induit que les théorèmes enseignés ne sont pas des « vraies connaissances mathématiques ».

Rappelons que Jean est ingénieur de recherche en développement de logiciels audio. Nous citons la partie de l'entretien sur laquelle nous basons nos commentaires et notre analyse à suivre : « Je dois à la fois appliquer les théorèmes, mais aussi essayer de trouver des façons plus intelligentes de les utiliser, là je suis obligé de m'intéresser à la démonstration, et c'est ce qui fera la différence entre nous et un concurrent parce que les résultats tout le monde les a, mais par contre si jamais nous on arrive à les formuler d'une façon à ce que, par exemple (je vous donne un exemple

sur un effet audio) le musicien ait un retour en moins de 6 millisecondes, alors que tous les autres concurrents ont une latence de 20 ms, nous ce qui fait qu'on peut avoir moins c'est parce qu'on est allé chercher dans les maths, voir comment on pouvait découper ça, et c'est ce qui fait la différence fondamentalement. Après l'effet sonnera exactement pareil. Finalement moi ce qui m'est le plus utile c'est toute la méthodologie acquise de démonstration lors de mes classes préparatoires. »

Pour poursuivre notre analyse, comme dans les sections précédentes, sous forme de tableaux praxéologiques, nous proposons de résumer cette citation dans le Tableau 2-23 ci-dessous.

Précisons qu'ici, même si la technologie n'est pas précisée, nous pouvons conjecturer qu'il s'agit de la « Compréhension précise des fondements de la théorie mathématique correspondante » :

Type de tâche $T$	Technique $\tau$	Technologie $\theta$
Réduire la latence (J)	Chercher dans la preuve des théorèmes associés les paramètres qui améliorent les caractéristiques du logiciel développé	

Tableau 2-23 L'utilisation d'une preuve mathématique comme support technique

Pour continuer nos analyses praxéologiques sur les types de tâches professionnelles des ingénieurs, nous nous intéressons au cas important des statistiques et des probabilités.

#### 2.4.5 Statut des statistiques et probabilités

Nous l'avons vu dans les réponses au questionnaire, les statistiques (et les probabilités dans une moindre mesure) ont une place importante, tant en termes de contenus enseignés que de contenus utiles aux ingénieurs sur leur lieu de travail. Ceci est ressorti clairement des types des tâches décrits dans les réponses des 261 ingénieurs (cf. 2.2). Examinons dans cette section les confirmations apportées par les entretiens que nous avons réalisés auprès des six ingénieurs.

L'ingénieure qui déclare se servir le plus des statistiques sur son lieu de travail est Alice. Tout d'abord, en automatique, elle décrit le type de tâche « Modéliser le vieillissement de matériaux en fonction de la température, humidité etc. » suite à des essais physiques. Les techniques qu'elle utilise pour aborder ce type de tâches sont diverses. Elle énumère les techniques de « régression », de « plans d'expérience » et enfin « d'analyses par cluster ».

Toujours pour son travail sur les rétroviseurs que nous avons déjà abordé plus haut, elle utilise également les statistiques, avant l'analyse des signaux. Le type de tâche qu'elle décrit est « Modéliser le comportement vibratoire d'un matériau », c'est-à-dire étudier les corrélations entre les réponses subjectives et différentes variables observables : la fréquence de résonance, l'amplitude, etc.

Enfin, si la base de données existantes le permet, Alice nous explique qu'elle met encore en œuvre les statistiques pour essayer de « Définir des critères » et de « Prédire le comportement » sur les matériaux sur lesquels elle travaille. Ici, elle ne précise rien d'autre que des types de tâches, mais la condition qu'elle donne sur les bases de données nous permet de conjecturer que les statistiques jouent le rôle de technologie voire de théorie.

À propos de l'enseignement de statistiques et d'abord de probabilités qu'elle a reçu en cycle ingénieur, Alice est plutôt critique. Elle n'hésite pas dans un premier temps à dire que les probabilités discrètes qui sont enseignées (« avec des boules dans des sacs »), ont tendance à « dégoûter les étudiants », et ne sont d'aucune utilité du fait de l'éloignement avec le point de vue concret vécu ensuite sur le terrain.

Elle admet cependant (timidement dans un premier temps) que cela permet éventuellement de sensibiliser les étudiants aux probabilités, et qu'en cela ça peut représenter une « petite » base utile. Par la suite, lorsqu'elle propose un enseignement dans la partie 2 de l'entretien, elle précise que c'est indispensable et qu'elle-même commencerait son cours par cette approche.



Le deuxième ingénieur à nous avoir beaucoup parlé de ses besoins courants de statistiques est William. Dans son entreprise financière, il présente principalement le type de tâches « Modéliser le risque de crédit des entreprises » pour lequel les outils nécessaires sont les statistiques qu'il considère comme « basiques » (statistiques descriptives, régressions linéaire, logistique, etc.). Ces outils sont, selon nous à placer du côté des technologies.

À l'avenir, il envisage d'aller un peu plus loin dans l'utilisation de statistiques, notamment en utilisant les réseaux de neurones. Le cas échéant, il précise qu'il appliquera des solutions connues (qu'il ignore au jour de l'entretien), et qu'il fera appel à un profil chercheur pour l'aider si nécessaire.

Pour Georges, le constat est limpide (il nous l'écrit après l'entretien) : les statistiques élémentaires sont en réalité le seul outil qu'il utilise au quotidien pour le type de tâche « Rappeler ce que représente un écart-type ou la différence entre moyenne et médiane à mes clients ».

Enfin, pour Jean les statistiques s'ajoutent à la liste de ses nombreux besoins mathématiques. Il nous l'écrit lui aussi après l'entretien, en précisant qu'il a besoin de « Régressions en tous genres (polynomiales, linéaire, auto-régression, etc.) » pour les types de tâches « Analyser des données entrées par l'utilisateur », « Prédire des actions de l'utilisateur » et « Optimiser ».

Pour résumer cette analyse, nous détaillons les données praxéologiques relatives aux statistiques, analysées suite aux entretiens dans le Tableau 2-24 suivant :

Type de tâche $T$	Technique $\tau$	Technologie $\theta$
Modéliser (comportement vibratoire, vieillissement de matériaux) (A)	Régression Plans d'expérience Analyses de cluster	
Prédire le comportement (A)		Utilisation des bases de données
Modéliser le risque de crédit des entreprises (W)	Régressions (linéaire, logistique) Statistiques descriptives	Statistiques (de base)
Rappeler aux clients ce que représente un écart-type ou la différence entre moyenne et médiane (M)		Statistiques (de base)
Analyser les données entrées par l'utilisateur Prédire les actions de l'utilisateur Optimiser (J)	Régressions	

Tableau 2-24 Analyse des praxéologies professionnelles en statistiques

Remarquons que pour mettre en œuvre ces statistiques sur le terrain, l'outil informatique est souvent cité, en l'occurrence l'usage de tableurs ou de logiciels spécialisés.

Par ailleurs, nous retrouvons ici une notion de statistiques « de base » qui les rapproche de la partie 2.4.2 « bases mathématiques ». Celles-ci sont apprises seulement en cycle ingénieur. Et ceci présente pour nos ingénieurs un vrai atout de cette formation puisqu'il n'y a aucun enseignement de Statistiques en cycle préparatoire. Par contre, Alice ou William entre autres précisent que la qualité de cet enseignement n'était pas au rendez-vous car trop peu connecté aux situations réelles et uniquement fait sous forme de formules mal comprises par 90% des étudiants.

Enfin, ici lorsque la technologie  $\theta$  n'est pas précisée, nous pouvons émettre l'hypothèse qu'elle est réellement absente car trop spécialisée. En effet, du fait que certaines techniques ou théories mathématiques soient assez pointues, il n'y a pas d'enseignement auquel les ingénieurs

puissent se référer dans l'institution classique que représente le cycle ingénieur. C'est donc à cette occasion qu'entre en jeu par exemple l'auto-formation sous diverses formes (comme Alice pour les différents types de régressions, ou les plans d'expérience, ou William pour son actuariat), ou la formation entre pairs (collègues ou *via* des forums).

La prochaine sous-partie représente notre analyse praxéologique, nous nous intéressons justement aux contenus plus spécifiques rencontrés sur le lieu de travail par les ingénieurs.

#### 2.4.6 Contenus et apprentissages spécifiques

Nous avons décelé dans les entretiens avec les six ingénieurs qu'il existait un dernier type de tâches plus spécifique qui ne repose ni sur les bases mathématiques (qui sont plutôt apprises en cycle préparatoire et en cycle ingénieur, voire au lycée), qui ne sont pas des types de tâches transversales comme le raisonnement (plutôt enseignées en CPGE), ni sur les contenus de statistiques (vues exclusivement en cycle ingénieur). Nous allons décrire ces types de tâches et tenter de savoir comment s'est fait l'apprentissage correspondant chez les ingénieurs concernés.

Celui qui nous a décrit le plus de types de tâches non répertoriés précédemment est Jean, qui travaille dans le design de matériel audio professionnel pour les musiciens et qui les utilise régulièrement. Il nous en a dressé la liste exhaustive par écrit suite à l'entretien, en indiquant les outils mathématiques associés, qui sont à placer du côté de la technique pour la plupart :

- Pour le type de tâches « Concevoir des filtres audio », il utilise des techniques de « Calculs matriciels » (déterminant, inverse, valeurs propres, de vecteurs propres, factorisation QR, Décomposition de Schur).
- Pour les types de tâches « Résoudre et simplifier des modèles physiques ou acoustiques » et « Faire de l'optimisation mathématique de modèles d'apprentissage automatique », il utilise les techniques de « Calcul matriciel » énumérés précédemment, en plus « d'Opérateurs vectoriels ». Il utilise également des techniques de « Discrétisation d'équation différentielles » en se référant aux « Formules de Taylor » en tant que technologie.
- Pour le type de tâche « Analyser un signal Audio », il utilise les techniques de « Transformée de Fourier » et « Transformée de Laplace ».
- Enfin, pour le type de tâche « Modifier un signal audio », il utilise les techniques de « Transformée en ondelettes », et « Transformée Court-terme ».

Les techniques décrites ici sont souvent selon lui apprises grâce à la documentation et les spécifications fournies par les fabricants de matériel (processeurs et cartes utilisés dans le matériel audio) qu'il utilise en faisant appel à ses connaissances de base.

Georges nous a également décrit qu'à l'occasion de la rédaction d'un article, il a fait face au type de tâche « Décrire le fonctionnement d'un capteur photo ». N'ayant que peu de connaissances à ce sujet, il a fait appel aux théories de Physique quantique et statistique (qu'il maîtrise grâce à sa formation en cycle ingénieur), pour les appliquer à la technique « Vulgarisation des équations d'Heisenberg ». Ce que nous pouvons soulever d'intéressant dans cet exemple, c'est que, bien que Georges maîtrise la théorie nécessaire, la technique (vulgarisation) ne lui a pas été enseignée et il a dû se tourner vers des forums sur internet pour parvenir à réaliser.

De même, Pierre ou Alice nous ont décrit des situations au cours desquelles ils ont fait appel à des ressources autres (internet ou des collègues) pour répondre à leur besoin d'autoformation dans le but de pouvoir aborder des types de tâches professionnelles spécifiques à l'aide de techniques (certaines régressions pour Alice) ou théories mathématiques (des concepts de cryptographie pour Pierre) qu'ils ne connaissaient pas.

#### 2.4.7 Les manques ou problèmes de la formation de mathématiques en cycle ingénieur

Cette sous-partie se base tout d'abord sur la partie 2 des entretiens consacrée à la description par les six interviewés d'un hypothétique cours qu'ils donneraient s'ils étaient amenés à

enseigner à des futurs ingénieurs de leur spécialité. La description attendue concerne les contenus ainsi que la manière de procéder à cet enseignement hypothétique. Notons que certains interviewés comme Georges, Mathieu ou William ont eu des expériences d'enseignement et nous en ont parfois fait part.

Nous relevons aussi certains points intéressants dans la partie 4 à propos de la formation continue et l'autoformation.

Notre objectif ici est de tenter de repérer les manques éventuels ressentis par les six ingénieurs que nous avons rencontrés, à propos de leur formation de mathématiques en cycle ingénieur. Cette description fait écho aux questions sur l'adaptation de cette formation dans le questionnaire décrites en 2.1 et en 2.2.

La première catégorie de manques se situe essentiellement au niveau « pédagogie ». Elle correspond à des contenus (spécifiques ou non) fréquemment utilisés sur leur lieu de travail et qui ne sont pas enseignés en cycle ingénieur.

Comme nous l'avons vu précédemment, pour Jean il s'agit par exemple des factorisations et des techniques de convolution matricielles qui devraient selon lui être enseignées pour sa spécialité en informatique.

Pour sa spécialité en cryptographie et sécurité informatique, Pierre enseignerait les ensembles et les congruences.

Pour Georges, il s'agirait d'un cours sur les *Big Data* pour le traitement statistique et la modélisation.

Pour Alice enfin, nous avons vu qu'elle proposerait un cours sur les plans d'expérience, les regroupements par cluster et différents types de régressions.

Au-delà de ces propositions de contenus, nous rapportons dans ce qui suit ce que nous avons relevé tout au long des échanges et qui indique d'autres types de défauts ou de manques dans la formation initiale des ingénieurs. Ces remarques se placent encore à des niveaux de codéterminations différents.

Au niveau « école », des problèmes d'hétérogénéité entre les étudiants provenant des différents cycles préparatoires sont signalés par trois des quatre ingénieurs ayant suivi un cycle préparatoire en CPGE. William qui a suivi son cycle préparatoire en CPGE est le seul qui ne fait pas de remarque à ce sujet.

Jean, pour commencer nous explique que pendant la formation en mathématiques en cycle ingénieur, il y avait d'un côté les étudiants qui venaient d'IUT, d'université et de CPGE. Les derniers ayant toutes les connaissances nécessaires, tandis que les autres devaient beaucoup travailler énormément pour rattraper leurs lacunes. Pour ces étudiants, l'école a mis en place des cours de soutien mathématique, mais cela a pour conséquence de ne pas favoriser l'entraide ni le travail en équipe entre les différentes « castes ». Cela a même selon lui comme conséquence de créer des diplômés d'ingénieurs différents au sein d'une même école avec des profils de compétence différents : plus technique pour les IUT, STS et Licence, et plus théorique pour les CPGE.

Georges a un ressenti proche puisque selon lui les étudiants provenant de CPGE (qui sont majoritaires dans les promotions) ont un « *bagage extrêmement solide* » en arrivant en première année, alors que les autres ont d'importantes lacunes en mathématiques.

Alice remarque également que le mélange des étudiants provenant de divers horizons ne favorise pas les interactions en séance de TD car ceux qui ne viennent pas de CPGE ont un trop grand besoin de soutien.

Un autre des besoins qui revient souvent chez les interviewés est que l'enseignant montre des applications concrètes et des liens entre les concepts mathématiques eux-mêmes et les autres matières. Nous sommes ici au niveau « pédagogie ».

Jean pense que partir de situations concrètes pour découvrir les problèmes mathématiques qui se posent derrière est ce qui crée de la motivation dans l'autoformation.

Pierre pense qu'il faudrait toujours chercher une application directe à une notion mathématique. En revanche, pour lui ce n'est pas un manque mais c'est au contraire ce qu'il a vécu et qu'il

apprécié en arrivant en cycle ingénieur en comparaison de ce qu'il avait fait en lycée ou IUT. Dans ce cas précis de cours de cryptographie, il dit avoir eu affaire à des professeurs réellement passionnés.

Mathieu nous décrit la satisfaction de trouver un résultat ou une réponse par soi-même lorsque l'on se forme seul, ce qui n'arrive pas lorsque, comme dans la formation initiale en cycle ingénieur on reçoit d'abord le « *bagage de connaissances en gros bloc* » sans montrer l'utilité de chaque chose. Ceci entraîne selon lui un manque d'intérêt et de motivation.

Même avis pour William qui a suivi dans son auto-formation (pour mettre en place son entreprise financière) des cours d'un haut niveau mathématique, mais tout en étant très concret. C'est pourtant ce à quoi il s'attendait en arrivant en cycle ingénieur après sa CPGE et dont il a été déçu. Il explique que finalement, sa formation est restée trop théorique. Pour lui, la manière dont les problèmes étaient posés ne permettait pas de trouver un contexte pour reconnaître le cas d'application des formules. Pour enseigner les mathématiques en cycle ingénieur, il proposerait de partir d'un exemple concret pour aller vers la théorie. Cela permettrait d'après lui de donner le goût des mathématiques aux étudiants et les aiderait à développer des solutions innovantes par la suite.

Il ajoute qu'il faudrait insister sur le développement du sens intuitif qu'il faut savoir donner aux résultats, en particulier, pour les élèves, apprendre à repérer les ordres de grandeur pour pouvoir une estimation rapide d'un résultat approximatif avant de passer au calcul précis.

Georges, lui, précise que sans pour autant séparer les aspects théoriques et techniques des mathématiques, il faudrait juste que l'enseignant soit capable par exemple de dire « *à quoi sert une équation différentielle* ». Et « *même si le prof ne sait pas s'en servir en physique newtonienne, au moins qu'il en parle* ».

Mais à l'inverse, il fait une distinction claire entre les « *bonnes mathématiques* » et les « *mathématiques de physiciens* ». Pour lui, ces dernières sont un bon outil au quotidien, mais posent problème car les approximations réalisées ne sont pas suffisamment justifiées.

Après avoir passé en revue les différentes praxéologies professionnelles, nous allons dans la dernière section 2.4.8 faire une synthèse des résultats obtenus.

#### 2.4.8 Premier bilan des entretiens avec des ingénieurs

Tout comme le nombre important de réponses spontanées au questionnaire a été pour nous un premier résultat important dans la partie 2.2, commençons ce bilan des entretiens par mentionner les forts encouragements que nous avons recueillis par les ingénieurs interviewés qui ont pour trois d'entre eux insisté sur l'importance d'une réflexion (au niveau ministériel pour Mathieu, par exemple) sur la formation en mathématiques des ingénieurs.

Dans ces entretiens, nous avons orienté notre questionnement auprès des ingénieurs en utilisant la notion de besoins mathématiques, en termes de savoir et de savoir-faire. Notre analyse praxéologique de ce que les ingénieurs nous ont présenté comme utile au quotidien nous a permis de révéler une première partie des besoins. Nous pouvons de plus analyser dans leur discours que ces besoins ne sont pas comblés par les mêmes institutions de formation. Les besoins principaux que nous avons relevés sont de quatre types.

Le premier type de besoin identifié est celui des bases mathématiques. C'est le terme le plus employé par les ingénieurs. Ces bases, hormis les outils statistiques, sont surtout apprises pendant le cycle préparatoire voire au lycée. Il s'agit de techniques et de technologies relevant du calcul intégral, de la trigonométrie, de l'analyse de Fourier, de la géométrie, du calcul matriciel. Elles permettent de traiter des types de tâches variés comme des calculs en analyse ou en algèbre, de la modélisation, du contrôle qualité, etc.

Le deuxième type de besoin correspond au raisonnement rigoureux. Les types de tâches associés à ce besoin ne sont pas reliés à des contenus spécifiques mais plutôt à la résolution de problèmes sur le lieu de travail : comment l'aborder, comment aller au bout du raisonnement sans

faire fausse route. Dans le cas de ce besoin, les techniques sont abordées parfois lors de l'enseignement de la démonstration des théorèmes, et exclusivement en CPGE. Cet apprentissage de la démonstration est même devenu primordial pour un des six ingénieurs ayant un métier à forte composante mathématique : au-delà de l'utilisation de la preuve, il doit analyser les rouages de la démonstration pour pouvoir optimiser ses logiciels.

Le troisième type de besoin est celui des statistiques, qu'ils relient parfois aux probabilités. Comme nous l'avons déjà vu, l'enseignement correspondant est donné uniquement en cycle ingénieur et il est utile pour aborder des types de tâches de modélisation, de prédication, d'optimisation et d'analyse de données. Les techniques mathématiques citées sont divers types de régressions, les plans d'expérience. Notons que c'est le seul besoin pour lequel les ingénieurs ont précisé qu'ils utilisent systématiquement des outils logiciels, souvent simples.

Un autre type de besoin que nous avons répertorié est lié à des contenus souvent spécifiques à chacun des métiers représentés. Les types de tâches sont eux aussi spécifiques et ne sont souvent pas enseignés en formation initiale. L'apprentissage des techniques, des technologies ou des théories associées passe par la formation continue, mais surtout l'autoformation.

Enfin, nous avons pu accéder dans ces entretiens à un autre type de besoins liés aux mathématiques. Bien que de nature différente, ils sont pourtant bien intimement liés au métier d'ingénieur. Il s'agit du besoin d'apprendre à faire des liens entre les différents concepts mathématiques et ceux des autres matières enseignées dans la spécialité du diplôme. Ce besoin s'accompagne d'un besoin de mettre en avant (de la part des enseignants) des situations concrètes et des applications des concepts en question. Un enseignement qui répondrait à ce besoin pourrait permettre de développer la motivation, l'intérêt et le goût pour la discipline mathématique chez les ingénieurs en général. Ceci pourrait également permettre de développer la créativité pour la recherche de solutions innovantes à certains problèmes.

Ce dernier point sur le besoin de faire des liens et d'aborder des concepts de manière plus concrète et plus appliquée dans l'enseignement montre que l'opposition « mathématiques théoriques contre mathématiques utilitaristes » (Romo-Vázquez, 2009, p. 29) est encore sans doute aujourd'hui une réponse caricaturale à la question de la formation mathématique des ingénieurs français. En effet, même si le besoin de voir des applications concrètes dans l'enseignement de mathématique est indéniable, il ne doit pas occulter à l'inverse le réel besoin exprimé par les ingénieurs de développer une rigueur de raisonnement. Nous y reviendrons dans la conclusion de ce chapitre, mais nous pouvons, pour illustrer cet aspect, relever la citation de Jean qui pourrait résumer ce mouvement de flux et reflux nécessaire entre théorie et technique qui n'est pas sans rappeler le folklore institutionnel lié à la technologie (Castela, 2008) que l'on retrouve dans l'enseignement et la pratique des mathématiques chez les ingénieurs : « *Plus on avance dans ses études, plus on fait des choses qui se rapportent à des cas pratiques. Plus on avance dans son travail, plus on comprend l'utilité de s'abstraire des cas pratiques* ».

Cette réflexion globale sur les besoins des ingénieurs, nous permet d'apporter une partie des éléments de réponses pour notre question de recherche QR1 sur les praxéologies mathématiques professionnelles des ingénieurs en France.

De plus, nous avons pu obtenir un certain nombre d'éléments qui rejoignent les analyses des réponses au questionnaire sur les problèmes et lacunes rencontrés dans l'institution de formation. Les conditions ou les contraintes rencontrées se situent à différents niveaux de codétermination didactiques et nous permettent de répondre à la question QR3.

Tout d'abord, la qualité des enseignements (et en particulier le rôle de l'enseignant) est montrée du doigt par presque tous les ingénieurs. Par contre, même si nous avons relevé un intérêt pour les projets (chez Jean) ou pour le TP (chez Pierre), nous n'avons pas noté de critique particulière sur l'enchaînement des cours magistraux et de séances de travaux dirigés qui sont majoritaires dans la formation.

Ensuite, l'hétérogénéité créée par la provenance des étudiants de différents cycles préparatoires est un autre problème au niveau « école » qui ressort clairement. Cela empêche notamment des échanges entre les étudiants et avec les enseignants lors des séances de travail. Les étudiants provenant de CPGE sont réputés avoir des connaissances plus solides que les autres ; mais ces derniers ont peut-être développé plus d'aptitudes dans les compétences mathématiques plus techniques.

Hormis ces problèmes soulevés, il y a également des constats que nous situons au niveau « société ». Pour certains ingénieurs rencontrés, les mathématiques agissent comme liant dans l'entreprise, c'est un langage commun à tous les ingénieurs pour pouvoir communiquer, même pour ceux qui les utilisent peu. Et bien qu'une grande partie des connaissances soient oubliées si celles-ci ne sont pas mobilisées souvent, les mathématiques deviennent une sorte de culture générale qui reste un socle commun pour les ingénieurs.

Et comme les connaissances scientifiques utiles aux ingénieurs et faisant appel à des concepts mathématiques se renouvellent sans arrêt, ceux-ci ont parfois besoin de les actualiser. C'est à cette occasion que leur formation de base leur permet de comprendre par eux-mêmes les contenus présentés dans des ressources autres que celles fournies par l'institution de formation initiale (internet, livres, collègues, etc.).

Nous avons vu dans les analyses précédentes que les constats réalisés par les ingénieurs grâce au questionnaire ont été précisés lors des entretiens. Dans la partie 2.5 suivante, nous en faisons une synthèse.

## 2.5 Les conclusions de cette première enquête

Dans ce chapitre 2 nous avons tout d'abord présenté le questionnaire que nous avons diffusé auprès d'ingénieurs en France à propos de leur utilisation des mathématiques sur leur lieu de travail ainsi que sur leur formation initiale en mathématiques, en particulier durant leur cycle ingénieur. Dans un second temps, nous avons présenté les entretiens avec huit de ces ingénieurs réalisés dans la continuité de la première étude. Ces échanges nous ont permis d'approfondir notre analyse concernant ces problématiques dans l'objectif d'apporter des éléments de réponses à nos deux premières questions de recherche que nous rappelons ici :

- QR1 : « Quelles sont les praxéologies mathématiques rencontrées par les ingénieurs sur leur lieu de travail ? »
- QR2 : « Dans leur formation initiale, quelles sont les praxéologies mathématiques enseignées aux futurs ingénieurs et celles qu'ils mettent en œuvre ? »
- QR3 : « Ces praxéologies sont-elles différentes et si oui, en quoi diffèrent-elles ? »

Dans la présente partie 2.5 nous faisons une synthèse des résultats obtenus dans cette enquête en deux temps, avant de nous intéresser dans le chapitre 3 au point de vue des enseignants autour les mêmes problématiques.

Cette synthèse rapproche donc les analyses faites en 2.2 et en 2.4 selon deux axes principaux qui forment ici nos deux sous-parties. D'un côté nous présentons les utilisations faites des mathématiques par les ingénieurs sur leur lieu de travail. Nous verrons en outre dans quelle mesure ces utilisations incluent une part d'autoformation et de formation continue. D'un autre côté, nous identifions les problèmes soulevés par les ingénieurs quant à leur formation initiale et notamment son adéquation avec les besoins exprimés.

### 2.5.1 Les praxéologies mathématiques sur le lieu de travail

Tout d'abord, nous voulons commencer cette synthèse des praxéologies mathématiques professionnelles des ingénieurs français en soulevant la question de la cohérence des résultats obtenus dans les deux temps de notre enquête. Nous avons, grâce à ce travail pu identifier deux principaux types de ces praxéologies. Le premier type de praxéologies mathématiques que nous

qualifions de « propres<sup>15</sup> » est directement lié à des contenus mathématiques qui peuvent être soit généraux, soit spécifiques (calculs, analyse statistique, cryptographie, etc.). Le second type de praxéologies que nous qualifions de « transversales » (modélisation, raisonnement, etc.) correspond à une autre forme de besoins mathématiques qui semble tout aussi importants sur le terrain (lieu de travail) pour les ingénieurs rencontrés.

### *Les différentes catégories de praxéologies rencontrées sur le lieu de travail*

Commençons par nous intéresser aux praxéologies mathématiques « propres » qui nous ont été décrites par les ingénieurs. Celles-ci se classent selon nous en trois catégories.

La première catégorie, décrite dans le questionnaire, mais surtout mise en avant dans les entretiens est celle qui correspond à l'utilisation de bases mathématiques. Les praxéologies liées à ces bases mathématiques sont parfois présentées par les participants à notre enquête de manière imprécise car elles semblent diffuses dans le quotidien des ingénieurs. Nous pouvons donc dire qu'elles sont liées à des calculs élémentaires ou plus élaborés en analyse (calculs de volumes, devis, équations différentielles, analyse de Fourier, etc.), en algèbre (calcul matriciel, réductions matricielles, etc.) ou même en statistiques (statistiques descriptives de base). Notons que prises dans leur ensemble, ces praxéologies sont enseignées dans plusieurs types d'institutions de l'enseignement secondaire au cycle ingénieur en passant par le cycle préparatoire.

La deuxième catégorie qui joue également un rôle primordial sur leur lieu de travail selon nos ingénieurs (dans tous les domaines de spécialité) est la catégorie des praxéologies statistiques. Comme nous venons de le spécifier auparavant, certains aspects des statistiques font partie des bases. Cependant, les praxéologies dont il est question ici sont plus élaborées et correspondent à des analyses de phénomènes aléatoires ou expérimentaux (analyses de données, plans d'expérience, *big data*, etc.). Si les statistiques ne font pas partie (selon nos informations) des programmes de cycle préparatoire, elles semblent être la discipline la plus enseignée en cycle ingénieur (devant l'analyse et l'algèbre).

Il existe enfin une dernière catégorie de praxéologies propres que nous appelons praxéologies « spécifiques ». Elles sont liées à des contenus mathématiques spécifiques utiles seulement dans certaines spécialités de diplômes comme la cryptographie, le traitement du signal ou le traitement d'image, des optimisations d'algorithmes dans le développement de logiciels etc. Les contenus correspondants sont appris le cas échéant dans les cycles ingénieurs correspondants à ces spécialités. Dans le cas contraire, les ingénieurs font face à une nécessité de formation continue voire d'autoformation.

Les praxéologies transversales reconnues par les ingénieurs sur leur lieu de travail correspondent elles aussi à trois catégories.

La première que nous abordons est celle qui correspond à un besoin de modélisation (puis de simulation) mathématique. C'est un apprentissage qui n'est pas proposé en tant que tel dans beaucoup de formations et dont les problématiques sont partagées, comme le montrent Gonzalez-Martin, Gueudet, Barquero et Romo-Vázquez (à paraître) par tous les enseignements de mathématiques à des non-spécialistes.

La deuxième catégorie de praxéologies transversales correspond à l'utilisation des mathématiques comme vecteur de communication entre pairs. Il s'agit d'échanges autour de résultats dans lesquels les mathématiques semblent jouer le rôle de langage commun voire de culture commune. À cet aspect de communication, s'ajoute un aspect de documentation qui correspond à l'utilisation de ressources pour répondre à des besoins de mise à niveau. Ces ressources peuvent être de diverses natures comme des ressources documentaires ou des ressources humaines. C'est dans ce dernier point que se rejoignent la communication et la documentation. Comme la catégorie précédente, ces praxéologies mathématiques ne sont pas directement enseignées dans une quelconque institution de formation.

---

<sup>15</sup> À la manière de la fréquence propre d'un système mécanique.



La dernière de ces praxéologies transversales est celle de la logique, du raisonnement rigoureux, de l'analyse et de la résolution de problèmes. D'après les ingénieurs rencontrés, cette dernière famille de praxéologies est très importante dans leur quotidien. Bien que transversales (et donc, d'après notre définition, non rattachées à un contenu mathématique spécifique) elle semble être le fruit de l'enseignement en cycle préparatoire, en particulier celui dispensé en CPGE.

Nous indiquons dans le Tableau 2-25 ci-dessous les différentes classes de praxéologies professionnelles décrites par les ingénieurs dans cette première enquête :

Praxéologies mathématiques propres	Praxéologies de base
	Praxéologies statistiques
	Praxéologies spécifiques
Praxéologies mathématiques transversales	Praxéologies de modélisation
	Praxéologies de communication et documentation
	Praxéologies de raisonnement logique et rigoureux

Tableau 2-25 Classification des praxéologies mathématiques professionnelles selon les ingénieurs

### La technologie : entre technique et théorie

Lors de notre analyse praxéologique réalisée à partir du questionnaire et des entretiens auprès d'ingénieurs français, nous avons observé un certain nombre de difficultés méthodologiques. Nous expliquons dans cette section comment nous avons pu les contourner.

Dans le bilan que nous avons fait au-dessus, nous avons nous sommes référés à la notion de praxéologies mathématiques définie en 1.5, qui rappelons-le correspond à des praxéologies dans lesquelles les mathématiques interviennent dans au moins l'une des composantes. Or, dans les praxéologies décrites par les ingénieurs, nous avons très souvent fait face à la difficulté de reconnaître certaines composantes. Ceci peut d'une part provenir d'un manque d'information lié à notre prise de données (la forme questionnaire et entretiens ne fournit pas les mêmes données qu'une observation de travaux ou de séances professionnelles, par exemple). D'autre part, ceci peut être mis sur le compte de l'incomplétude des praxéologies déjà soulignée dans (Bosch et al., 2004).

L'observation de la place de la théorie  $\theta$  dans la réalité praxéologique est de même une gageure qui oblige à une certaine précision d'analyse. Mais, l'utilisation dans les travaux de Castela (2008) de la notion de « folklore institutionnel », que nous avons rebaptisé ici « folklore technologique » permet selon nous de trouver une voie médiane. En effet, la dissociation de la technologie  $\theta$  en une composante technique et une composante théorique apporte une réelle souplesse qui nous permet des observations plus pertinentes dans le cadre précis de l'analyse des praxéologies mathématiques professionnelles des ingénieurs que nous avons effectuée.

Si la question est de savoir « les mathématiques sont-elles une discipline à portée technique ou théorique dans le travail quotidien des ingénieurs ? », nous avons pu observer que la réponse apportée par les ingénieurs n'est pas tranchée, à l'image de la citation suivante : « Si l'on considère les mathématiques comme une caisse à outils, le problème est que si on ne l'ouvre pas pendant dix ans, elle est fermée (...). Par contre, il y a des sujets qui ne se prêtent pas à cette vision, et c'est là que les mathématiques sont un peu la philosophie des sciences » (George).

L'observation de la place des logiciels dans la résolution de problèmes permet aussi d'illustrer le fait que les besoins mathématiques ne peuvent être couverts par l'utilisation d'un logiciel. Bien souvent, l'utilisation d'un outil logiciel (souvent simple) vient en support d'une praxéologie.

Enfin, nous avons vu dans un cas particulier que la preuve mathématique de théorèmes pouvait être utile d'un point de vue technique pour l'amélioration de caractéristiques d'un produit dont un des ingénieurs rencontré avait la charge du développement (logiciel audio).

Même si nous avons vu que la moitié des ingénieurs ayant participé à notre enquête déclare ne pas avoir de besoin mathématique particulier sur son lieu de travail, nous avons pu voir que pour les autres, le besoin de mathématiques est réel et diversifié. Or, ce besoin ne semble pas toujours couvert par les institutions de formation initiale que traversent ces ingénieurs. Dans la sous-partie suivante, nous allons donc faire la synthèse des points soulevés dans notre enquête qui nous ont permis de mieux comprendre la réalité de leur formation mathématique.

## 2.5.2 Les praxéologies de la formation initiale

La formation initiale ne peut pas répondre à tous les besoins mathématiques des ingénieurs. Nous avons vu que pour des praxéologies spécifiques, les ingénieurs doivent se former seuls ou avec leur pairs sur leur lieu de travail.

En outre, nous avons vu dans notre enquête que les ingénieurs sont assez peu satisfaits de leur formation en cycle ingénieur, estimant seulement à 52% qu'elle est adaptée à leur besoin. A l'inverse, quelque soit le type de cycle préparatoire, celui-ci semble mieux adapté à leurs besoins quotidiens de mathématiques (à 71%). Nous allons tenter de donner des éléments d'explication sur ce fait dans ce qui suit, avant de préciser les pistes fournies par les ingénieurs pour expliquer ce manque d'adaptation.

### *Formation mathématique des ingénieurs : des cycles préparatoires et un cycle ingénieur*

Après l'enseignement secondaire, la formation mathématique des ingénieurs est répartie, en premier lieu, sur le cycle préparatoire puis, sur le cycle ingénieur (en particulier en première année). Sans que cette première enquête ne concerne précisément le cycle préparatoire (nous ferons néanmoins une analyse à ce sujet dans le chapitre 4), nous avons pu obtenir ici des éléments qui nous ont servi à faire la comparaison avec le cycle ingénieur sur certains aspects.

Comme son nom l'indique, le cycle préparatoire doit préparer les étudiants à la formation en cycle ingénieur, en particulier en mathématiques. Cette préparation doit passer par l'enseignement d'un certain nombre de compétences et de connaissances utiles ultérieurement. Comme nous l'avons vu en 2.5.1, les praxéologies mathématiques de base semblent en effet s'y développer, ainsi que des praxéologies transversales comme l'apprentissage de la rigueur et du raisonnement logique. Le paradoxe de cette formation en cycle préparatoire est que, bien qu'elle ne semble pas passionnante pour beaucoup d'étudiants, elle est (à en croire, par exemple, le taux de 71% rappelé ci-dessus) hautement utile.

Le haut niveau de technicité et de théorie souvent relevé dans l'enseignement en cycle préparatoire (notamment en CPGE) semble créer une attente chez les futurs ingénieurs pour leur formation mathématiques en cycle ingénieur. Pour eux, cette formation devrait en effet être le lieu de la découverte et du développement des praxéologies mathématiques pratiques et liées à des concepts professionnels. Or, celle-ci est justement décriée pour son manque de liens avec le monde réel ainsi qu'avec les connaissances mathématiques déjà acquises. Le manque de mise en situation concrète et le manque d'application des concepts enseignés ressort clairement dans l'enquête que nous avons présentée ici.

### *Des conditions et contraintes de la formation en cycle ingénieur*

À propos de leur formation mathématique en cycle ingénieur, nous avons pu relever certaines conditions et contraintes clairement mises en avant par les ingénieurs dans notre enquête. Nous avons situé ces contraintes sur l'échelle des niveaux de codétermination didactique.

La qualité de l'enseignement lui-même est souvent pointée du doigt par les ingénieurs, ceux-ci soulignant le rôle joué par leurs enseignants dans leur propre motivation pour les mathématiques. Nous verrons dans le chapitre suivant que nombreux sont les enseignants qui n'ont effectivement pas suivi de formation pédagogique et que le développement de leurs qualités dépend bien souvent de leur bonne volonté. Ceci pourrait en partie expliquer cet avis.

Encore à propos de l'enseignement lui-même, nous avons relevé peu de commentaires sur le fait que les cours magistraux et les TD soient majoritaires dans la formation en cycle ingénieur, au détriment d'enseignements pratiques ou de projets, par exemple. Il semblerait pourtant qu'un enseignement sous forme de projet puisse répondre à certains des besoins évoqués ; nous approfondirons cet aspect dans le chapitre 5.

Le cycle ingénieur voit se mélanger des étudiants provenant de cycle préparatoires de natures bien différentes, notamment en terme de formation mathématiques. Les CPGE, qui représentent environ 50% de ses effectifs ont reçu la formation la plus importante en terme d'horaire, de régularité du contrôle etc. Les autres étudiants (venant des autres cycles préparatoires, notamment IUT, STS ou université) se trouvent parfois plus en difficulté, ce qui crée une hétérogénéité qui dessert la cohésion de groupe et qui ralentit l'efficacité des enseignements aux yeux des ingénieurs.

Enfin, même si nous aurons plus de données à ce sujet dans le chapitre 3, les volumes horaires semblent être une piste pour comprendre le point de vue négatif des ingénieurs sur leur formation de mathématiques en cycle ingénieur. Certains trouvent que ce volume est faible qu'il faudrait plus d'heures, d'autres trouvent au contraire ce volume trop élevé et qu'il en faudrait moins.

Terminons cette synthèse du chapitre 2 sur le point de vue des ingénieurs sur leur formation mathématique par une citation (Alice) qui met en perspective le cas de la France avec celui d'un autre pays d'Europe : *« Bien qu'étant ingénieur matériaux j'ai une bonne connaissance en physiques et en mathématiques me permettant de comprendre ou de rentrer facilement dans des thématiques demandant plus de connaissances en mathématiques. Les ingénieurs (ou étudiants) allemands sont souvent étonnés et ont plus de mal quand il faut calculer ou modéliser quelque chose. Ils doivent beaucoup plus chercher et apprendre par eux-mêmes (...). La formation allemande est plus spécialisée et a beaucoup moins de mathématiques que la nôtre. »*

Cette citation permet de voir la perspective offerte par la formation française : son aspect théorique permettrait in fine de fournir les « armes » pour répondre au besoin de modélisation inhérent au métier d'ingénieur que nous retrouvons, du point de vue des enseignants, dans le chapitre 3 et dans les travaux récents de Faulkner, Earl et Herman (2019)

Pour conclure, notons que nos résultats semblent indépendants d'un certain nombre de facteurs, comme la spécialité du diplôme ou la régularité du besoin de mathématiques au quotidien. C'est pourquoi, malgré les différents cycles préparatoires, parler de la formation mathématique « des ingénieurs » paraît adapté à la réalité. Notre thème de recherche, bien que situé à un niveau général d'observation, trouve en partie sa justification dans la cohérence de ces résultats.

Les problématiques soulevées dans des travaux antérieurs présentés au chapitre 1 se retrouvent au cœur de notre étude en France : la place des mathématiques dans la formation des ingénieurs, l'équilibre entre théorie et pratique (avec le concept d'utilitarisme) (Castela, 2008; Romo-Vázquez, 2009, p. 29).

De même, la citation de (Kent et Noss, 2002, p. 3) : *« Pour tout ingénieur qui doit utiliser un résultat mathématique, l'analyse mathématique ne peut pas être absolument une boîte noire, mais (...) elle ne peut pas non plus être absolument ouverte »* trouve un écho dans notre contexte en France.

Nos analyses recoupent également celles de Castela (2015) mettant en évidence que *« la plupart des parties pratiques des praxéologies ne sont pas enseignées »*.

Ces dernières remarques nous permettent de souligner que notre première enquête détaillée dans ce chapitre dans le contexte français a permis d'obtenir des premiers résultats qui sont dans la continuité des études internationales faites à ce sujet. Dans le chapitre suivant nous poursuivons la recherche d'éléments de réponses pour nos trois premières questions QR1, QR2 et QR3 en nous tournant vers des enseignants de mathématiques en cycle ingénieur.



# Chapitre 3 - Formation mathématique en cycle ingénieur : point de vue des enseignants et analyse de supports de cours

Le chapitre précédent nous a permis d'apporter des éléments de réponses à nos questionnements concernant l'utilisation des mathématiques par les ingénieurs français sur leur lieu de travail : en particulier, nous avons obtenu des données sur les besoins effectifs de ces ingénieurs ainsi que sur les praxéologies mathématiques professionnelles qu'ils rencontrent, pour notre question de recherche QR1. Par le biais à la fois de questionnaire et d'entretiens, nous avons également obtenu des informations sur la formation initiale en mathématiques des ingénieurs, notamment en termes de contenus enseignés et de modes d'enseignement, pour la question de recherche QR2. À chaque fois, nous avons ainsi recueilli leurs avis sur l'adéquation (tant sur le fond que sur la forme) entre ce qui leur est proposé et les besoins effectifs sur leur lieu de travail, dans l'optique d'apporter des éléments de réponses à la troisième question de recherche QR3.

Dans la continuité de ce travail, et pour préciser les choses du point de vue de l'institution de formation, il nous a paru pertinent d'apporter l'éclairage de celles et ceux qui pratiquent les enseignements de mathématiques en cycle ingénieur pour alimenter les réponses à Q2 et Q3. Comme pour le volet de l'enquête auprès des ingénieurs, les entretiens que nous avons réalisés avec des enseignants de mathématiques en cycle ingénieur poursuivent plusieurs objectifs :

- recueillir leur point de vue sur les besoins mathématiques des ingénieurs dans leur spécialité ;
- savoir quels contenus mathématiques ils enseignent et leur manière de présenter ces contenus ;
- savoir quels sont leurs constats et leurs attentes vis-à-vis des capacités ou des difficultés des étudiants ;
- savoir quelles sont leurs remarques relatives aux spécificités de l'institution cycle ingénieur.

Comme dans le reste des travaux présentés dans cette thèse, nous sommes particulièrement intéressés dans ces entretiens par le recueil de données relatives aux praxéologies mathématiques, sinon effectives, du moins souhaitées par les enseignants. Ici, il s'agit de praxéologies mathématiques présentes dans les enseignements (c'est-à-dire au niveau des systèmes didactiques), alors qu'elles étaient essentiellement de nature professionnelle dans le chapitre 2. Elles seront décrites ici au travers d'exemples de cours.

En outre, signalons qu'en nous plaçant ici du côté des enseignants, nous nous attendons à obtenir dans cette nouvelle enquête des informations plus précises sur les praxéologies mathématiques « propres » (cf. 2.5.1). Nous avons classé parmi ces praxéologies professionnelles, les praxéologies de base, les praxéologies statistiques et les praxéologies spécifiques qui sont celles qui, selon notre enquête auprès des ingénieurs sont rencontrées sur leur lieu de travail.

Pour le plan de ce chapitre 3, nous explicitons dans une première partie 3.1 le déroulement complet des entretiens : choix et description des participants ainsi que le guide que nous avons préparé.

Dans la deuxième partie 3.2, nous présentons les constats et les attentes des enseignants en termes de besoins mathématiques (ce qu'ils estiment nécessaire et ce qu'ils enseignent et comment), de place des mathématiques dans l'institution d'enseignement et enfin de problèmes et de manques soulevés.

Afin d'apporter une vision à la fois plus concrète et plus précise de la formation en mathématiques des ingénieurs, nous nous sommes tournés à l'issue de cette série d'entretiens sur une analyse de ressources. Bien que certains collègues rencontrés en entretiens nous aient fourni des documents de cours autour desquels nous avons échangé, nous nous sommes également intéressés à d'autres ressources. Nous en détaillerons les raisons et l'analyse dans la partie 3.3 avant de synthétiser l'ensemble des résultats de ce chapitre dans la partie 3.4.

## 3.1 Les entretiens avec des enseignants

Dans cette partie, nous détaillons la préparation des échanges que nous avons eus par la suite avec des enseignants qui dispensent des cours de mathématiques dans différentes écoles d'ingénieur. Dans la première sous-partie 3.1.1, nous expliquons les critères que nous avons retenus pour sélectionner ces enseignants. Dans la sous-partie 3.1.2 nous décrivons le guide que nous avons suivi lors des entretiens. Dans la sous-partie suivante 3.1.3 nous présentons individuellement, grâce à la partie du guide correspondante, les six enseignants que nous avons rencontrés pour finir par un tableau récapitulatif des caractéristiques des participants à cette enquête.

### 3.1.1 Méthodologie du choix des participants aux entretiens enseignants

Selon nos observations dans l'école d'ingénieurs dans laquelle nous exerçons ainsi que dans d'autres écoles d'ingénieurs, nous pouvons constater que, pour une même promotion, les intervenants dans ces formations sont souvent nombreux et proviennent de multiples horizons (maîtres de conférences, professeurs agrégés, chargés de TD, moniteurs, titulaires, contractuels, etc.). De plus, contrairement à ce qui existe pour les ingénieurs, il n'existe pas à notre connaissance de groupes ou de listes de diffusion pour contacter les enseignants qui dispensent des cours de mathématiques en cycle ingénieur.

Comme nous l'avons vu dans la présentation historique de la formation des ingénieurs (chapitre 1), la formation des ingénieurs est par essence d'un haut niveau scientifique. C'est pourquoi nous pouvons affirmer que, quelque soit la spécialité du diplôme, des notions de mathématiques sont présentes dans beaucoup d'autres enseignements de la formation (par exemple dans des cours de Physique, de Chimie ou d'Informatique, etc.).

Partant de ces constats et afin d'espérer observer une communauté de discours la plus homogène possible sur les enseignements de mathématiques en cycle ingénieur, nous avons décidé pour cette partie de nos travaux de chercher des collègues qui enseignent les mathématiques dans des cours entièrement dédiés à cette matière.

Utilisant notre réseau professionnel, nous avons ainsi contacté de proche en proche, par courriel, des collègues qui donnent des cours de mathématiques en cycle ingénieur dans différentes écoles, en leur exposant le thème de notre recherche et en leur montrant auparavant, s'ils le souhaitaient, le guide de l'entretien que nous présentons au paragraphe suivant.

Nous ne pouvions espérer que notre échantillon soit représentatif de l'ensemble des enseignants des cycles ingénieurs de France. Cependant, nous avons cherché à faire varier quelques critères chez les potentiels participants à cette enquête :

- âge, sexe ;
- spécialité de l'école d'ingénieur ;
- enseignant diplômé en mathématiques ou non.

Le rôle important des statistiques dans le volet précédent de notre travail nous a semblé intéressant au point de chercher à rencontrer des collègues qui enseignent plus spécifiquement dans ce domaine. Pour les autres, avant de faire notre sélection, nous leur avons demandé par

écrit de nous préciser les cours qu'ils dispensaient dans leur école, et à quel niveau de la formation en cycle ingénieur. Ce sont donc les intitulés des cours dispensés qui nous ont guidés pour notre choix.

Finalement, sur les onze enseignants que nous avons ainsi sélectionnés puis contactés, six ont accepté de participer à nos entretiens. Avant de présenter ces collègues individuellement dans le paragraphe 3.1.3, nous présentons d'abord dans le paragraphe suivant le guide que nous avons suivi pour réaliser ces entretiens.

### 3.1.2 Description du guide des entretiens enseignants

Comme pour les ingénieurs, nous avons réalisé des entretiens semi-directifs de type ethnographique. Le guide que nous avons préparé se présente en quatre parties que nous présentons ici.

La première partie « Renseignements personnels et contexte professionnel » nous a permis d'obtenir les informations générales sur chacun des participants : civilité, âge, description de l'école d'ingénieurs dans laquelle ils travaillent, poste actuel et ancienneté sur ce poste. Nous leur avons également demandé dans cette partie de décrire leur parcours de formation.

Dans cette partie, nous avons cherché à savoir s'ils se considéraient comme des « experts en mathématiques ». En effet, étant donné que nous avons sélectionné des collègues qui enseignent les mathématiques dans différents types de cours (soutien, cours de mathématiques plus ou moins appliquées, cours de statistiques), il nous a paru intéressant de leur poser cette question pour déceler les critères qui se rattachent à leurs yeux à cette notion d'expertise.

Toutes les informations recueillies dans cette partie de l'entretien n'ont qu'une visée individuelle mais nous offrent cependant la possibilité de prendre connaissance de la diversité des parcours de ces enseignants.

La partie 2 « Perspective sur les mathématiques pour former de futurs ingénieurs » nous a permis de poursuivre plusieurs objectifs, prenant notamment en compte différents niveaux de codétermination didactique. Les questions que nous avons préparées sont les suivantes :

- À propos de sa vision des mathématiques pour les ingénieurs (dans la spécialité pour laquelle il enseigne) :
  - Quels contenus mathématiques particuliers sont utiles selon lui ? Que peuvent apporter ces contenus aux ingénieurs dans leur quotidien au travail et dans l'industrie concernée ?
  - Quelle maîtrise des aspects théoriques attend-t-il de ses étudiants en mathématiques ? À l'inverse, a-t-il une vision utilitariste des mathématiques ? Si oui, dans quelle mesure ?
- À propos des collaborations internes/externes :
  - Existe-t-il une forme de collaboration mathématique avec des collègues d'autres disciplines ?
  - Existe-t-il une forme de collaboration mathématique avec des professionnels ?
- Ses constats sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques pour ses propres élèves ingénieurs :
  - Observe-t-il des lacunes récurrentes ? Des problèmes de motivation pour la matière ? Ses différences entre les étudiants provenant de différents types de cycle préparatoire ? etc.
  - Les étudiants subissent-ils une sélection pour pouvoir assister à son cours ?
- Quels sont selon lui les manques et les problèmes liés à l'enseignement des mathématiques au niveau de l'institution dans laquelle il enseigne ?

Nous pouvons présenter les différents questionnements présentés ci-dessus en terme de niveaux de codétermination didactique.



En effet, au niveau « système didactique », nous avons souhaité que l'enseignant donne sa vision des besoins mathématiques des ingénieurs qu'il forme et qu'il précise en cela quels contenus mathématiques lui paraissent utiles pour eux. Il lui est demandé de préciser selon lui ce que ces contenus peuvent apporter au futur quotidien des ingénieurs sur leur lieu de travail ; plus généralement dans la ou les industrie(s) où débouche la formation ; Il est intéressant de constater que ces problématiques sur le lieu de travail permettent également d'observer des liens avec le niveau « société ». Il en va de même avec les collaborations éventuelles de l'enseignant avec le monde de l'entreprise.

Pour les collaborations éventuelles avec d'autres disciplines, nous sommes dans l'observation des conditions didactique au niveau « pédagogie ». Les problèmes couramment rencontrés chez les étudiants (lacunes, manque de motivation, etc.) se trouvent également à ce niveau ;

Enfin, les conditions et contraintes posées par l'institution dans laquelle il enseigne : volume horaire, hétérogénéité des promotions, etc. se situent principalement au niveau « école », même si des liens avec par exemple le niveau « pédagogie » existent (comme les conditions en terme d'hétérogénéité des promotions qui peuvent entraîner la nécessité d'adaptations curriculaires).

La partie 3 « Présentation d'un enseignement particulier » a pour but d'obtenir une description précise et sous différents angles d'un de ses enseignements de mathématiques qu'il aura choisi de nous présenter. Nous avons choisi d'utiliser dans le guide une partie des questionnements déjà proposés dans la partie 2, mais cette fois-ci en nous focalisant sur cet enseignement. Ainsi, nous avons demandé à l'enseignant de donner les informations suivantes à propos du cours choisi :

- son intitulé et une description assez générale du contenu ;
- l'année du cycle ingénieur à laquelle ce cours est dispensé ;
- la forme que prend cet enseignement (cours magistral, travaux dirigés, travaux pratiques, projets, etc.) ;
- et enfin le volume horaire que cela représente sur une année universitaire.

Ensuite, nous avons demandé à chaque enseignant de présenter les objectifs du cours qu'il a sélectionné, notamment quant aux apports supposés pour le futur quotidien des ingénieurs. De plus, nous avons essayé de savoir comment il présente ce cours aux étudiants ; et si ce cours est différencié selon la provenance des étudiants en cycle préparatoire ou non.

Nous avons cherché dans notre questionnement à savoir si l'enseignant avait une vision plutôt théorique ou utilitariste de son enseignement des mathématiques (voir chapitre 2). En terme de praxéologies, ceci correspond à une prépondérance du bloc praxique (practico-technique) ou du bloc logos (technologico-théorique) dans le déroulement du cours. Pour obtenir ces informations, nous avons demandé à l'enseignant qu'il précise ce qu'il attend de la part des étudiants selon les contenus mathématiques abordés. Pour la description du déroulement du cours, nous nous sommes également intéressés aux supports que l'enseignant utilise, ainsi qu'au type de communication attendue de sa part entre les étudiants.

Enfin, pour la préparation du cours présenté, nous avons demandé à chacun des enseignants qui réalisait le programme, selon quels critères, et avec quelles ressources, avant de nous intéresser à l'évaluation pratiquée le cas échéant au cours ou à l'issue de cet enseignement.

La quatrième et dernière partie est une partie ouverte aux remarques et suggestions dont nous présenterons les réponses si celles-ci nous semblent pertinentes dans notre analyse.

Après avoir décrit le guide des entretiens dans la présente sous-partie, et avant de réaliser une analyse de ces échanges dans la partie 3.2, nous présentons les uns après les autres dans la sous-partie suivante les enseignants ayant participé aux entretiens.

### 3.1.3 Présentations des six participants aux entretiens enseignants

Dans cette sous-partie nous décrivons individuellement les six enseignants qui ont pris part aux entretiens. Pour ce faire, nous utilisons les informations recueillies grâce à la partie 1 du guide présenté précédemment. Les retranscriptions intégrales de ces entretiens sont disponibles en annexe 3.1.

Le premier enseignant que nous avons rencontré est un homme de 43 ans, ayant le statut de PRAG (PRofesseur AGRégé affecté dans l'enseignement supérieur) dans une école d'ingénieurs dont les spécialités sont l'électronique, l'informatique et la photonique<sup>16</sup>. Dans ce qui suit nous le dénommerons Pascal.

Il occupe ce poste depuis trois ans, après avoir enseigné treize ans dans un Institut Universitaire et Technologique (IUT) qui propose des DUT dans plusieurs domaines : Réseaux et Télécommunications, Informatique, Mesure Physique et Information et Communication. L'intégration de l'école d'ingénieurs dans laquelle enseigne actuellement Pascal est une des possibilités offertes aux étudiants diplômés de ces formations de niveau bac +2, jouant alors le rôle de cycle préparatoire.

Avant son agrégation, il a obtenu un doctorat en mathématiques pures. Cette formation de doctorat a nécessité de reporter son stage professionnel d'années en années, puis l'a finalement contraint à annuler celui-ci. Grâce à quelques cours de didactique suivis à l'université, il dit qu'il s'est toujours intéressé à « *l'aspect pédagogique* » de l'enseignement. Il nous explique qu'il a été très tôt dans son cycle universitaire en contact avec des personnes de l'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) de sa région et qu'il a ainsi été sensibilisé à leurs problématiques liées à l'enseignement. Il continue à « *aller écouter les gens de l'IREM* » car pour lui, enseigner dans l'enseignement supérieur oblige moralement les enseignants à une formation permanente pour leur permettre de s'ouvrir à de nouveaux sujets et de nouvelles pratiques pédagogiques, sans nécessairement chercher à étudier la théorie (didactique) qui se trouverait derrière elles.

Au moment de l'entretien avec Pascal, nous n'avions pas encore eu l'idée de poser la question de l'expertise en mathématiques. Cependant sa formation qu'il nous a décrite ne laisse pas de doute sur la réponse qu'il aurait probablement faite : il semble que nous puissions le classer parmi les experts.

Le deuxième enseignant que nous avons rencontré Patrice est un homme de 55 ans Professeur des universités en Physico-Chimie colloïdale depuis 1999. Son passage, en tant qu'étudiant en Cycle Préparatoire aux Grandes Écoles (CPGE) a entraîné chez lui un très grand intérêt, toujours vivace aujourd'hui, pour les mathématiques, surtout lorsqu'elles ont un lien concret avec la Physique. C'est pour ces raisons qu'il a privilégié une formation de haut niveau en Physico-Chimie plutôt que d'autres disciplines de la chimie moins orientées vers les mathématiques.

Il enseigne aujourd'hui en cycle ingénieur dans une école délivrant un diplôme d'ingénieur chimiste. Il intervient dans divers cours de chimie à différents niveaux, mais son enseignement dans un cours de soutien en mathématiques en première année du cycle a retenu notre attention pour notre présent travail de recherche. Il n'a suivi aucune formation d'enseignement particulière, ni en mathématiques, ni en chimie.

Le troisième collègue, Florent, est également un homme de 55 ans. Il est Professeur des universités (PU) et il a soutenu une thèse en Probabilités-Statistiques dans la continuité de son agrégation en mathématiques obtenue à l'École Normale Supérieure. Après quelques années en tant qu'enseignant-chercheur dans une Unité de Formation et de Recherche (UFR) mathématique, il s'est rapidement intéressé à l'enseignement des mathématiques aux non-

---

<sup>16</sup> « La photonique est la branche de la physique concernant l'étude de composants permettant la génération, la transmission, le traitement (modulation, amplification) ou la conversion de signaux optiques. Elle étudie les photons indifféremment comme onde ou comme corpuscule, dans une approche classique ou quantique. » ; d'après article Wikipédia.

mathématiciens. C'est ce qui lui a d'abord donné l'envie de rejoindre en 2002 l'équipe d'enseignants du département informatique d'un IUT. Il occupe son poste actuel depuis l'année 2005 dans une école d'ingénieurs en Statistiques.

Pour sa formation en tant qu'enseignant, il dit avoir été formé « *sur le tas* ».

La quatrième collègue, Marianne, est la seule femme que nous avons eu l'opportunité de rencontrer pour nos entretiens. À 38 ans, elle occupe un poste de maître de conférences en informatique et robotique depuis douze ans.

Son école d'ingénieur délivre des diplômes dans diverses spécialités de sciences appliquées : « Électronique et Informatique Industrielle » (E2I), « Informatique », « Génie Mathématique » (GM), « Systèmes et Réseaux de Communication » (SRC), « Génie Civil » (GC), « Génie Mécanique et Automatique » (GMA) et « Science et Génie des Matériaux » (SGM).

Elle est elle-même diplômée de cette école en 2002 en tant qu'ingénieur dans la spécialité « Génie Électrique », après un Cycle Préparatoire Intégré dans cette même école. Elle a ensuite obtenu un doctorat, toujours dans cette école<sup>17</sup> dans le domaine de la compression d'images.

Intéressée par les expérimentations pédagogiques qu'elle a vu étudier et expérimenter par certains collègues, elle regrette de n'avoir pas pu suivre de réelle formation d'enseignement excepté un court atelier pour apprendre à placer sa voix. Marianne se félicite d'avoir néanmoins obtenu un monitorat lors de sa thèse car cela lui a permis de vivre une première expérience d'enseignement.

Ne se définissant pas comme une experte en mathématiques, elle précise utiliser des outils mathématiques tous les jours dans sa recherche et dispense un cours intitulé « remédiation en mathématiques » aux élèves ingénieurs de première année de deux des spécialités de l'école : « Informatique » et « Électronique et Informatique Industrielle ».

Le cinquième entretien s'est déroulé avec un enseignant de 48 ans, Malik, Professeur des universités, en poste dans la même école d'ingénieur que Marianne depuis six ans. Il enseigne essentiellement dans le département de « Génie mathématique ». Il a soutenu une thèse dans le domaine de l'Optimisation Numérique. Dans son poste précédent, notons qu'il s'est également occupé de la préparation du concours interne de l'agrégation. Il a été membre de l'IREM de sa région à cette époque.

Enfin, le dernier entretien a eu lieu avec un homme de 69 ans, Yann, retraité depuis 2015 et ayant été responsable de la formation des statistiques dans une école d'ingénieurs généralistes (Mines). Lui-même ingénieur des Mines d'une autre école, il a d'abord intégré un laboratoire pluridisciplinaire autour de « l'art des mines », ce qui l'a conduit à de la recherche opérationnelle (par exemple, optimisation des flux de charbon ou de l'aérage des mines). Devant l'augmentation du nombre de données à analyser, il s'est spécialisé en statistiques et s'est ensuite occupé de diverses formations dans ce domaine (conseil, formation dans le monde industriel, correspondant pour le logiciel SAS, etc.) dans son établissement et d'autres tout au long de sa carrière.

Il a suivi dans les années 1970 une formation spécifique sur l'enseignement des statistiques qui étaient à l'époque une matière un peu nouvelle et difficile d'accès pour les non-spécialistes. N'ayant pas fait de thèse en mathématiques, il dit ne pas se considérer comme un expert en mathématiques, mais plutôt comme quelqu'un de très spécialisé dans un domaine à forte composante mathématique.

Nous récapitulons certaines caractéristiques des six enseignants rencontrés lors de ces entretiens dans le Tableau 3-1 suivant :

---

<sup>17</sup> De nombreuses écoles d'ingénieurs proposent des offres de thèses, *via* leurs laboratoires de recherche qui sont rattachés à des écoles doctorales.

Pseudo	Âge, Sexe	Poste actuel	Plus haut diplôme (Discipline)	Expert	Description de l'école
Pascal	43, H	PRAG mathématiques	Thèse (Mathématiques)	(oui)	Électronique, Informatique, Photonique
Patrice	55 H	PU, Physico-Chimie	Thèse HDR (Chimie)	non	Chimie
Florent	55 H	PU, Statistiques	Thèse HDR (Probabilités et statistique)	oui	École de statistiques (INSEE)
Marianne	38 F	MC, Informatique et robotique	Thèse HDR (Compression d'images)	non	Sciences appliquées
Malik	48 H	PU, Optimisation	Thèse HDR (Optimisation numérique)	oui	Sciences appliquées
Yann	69 H	Statistiques	ingénieur des Mines	non	Généraliste

Tableau 3-1 Caractéristiques des enseignants ayant participé aux entretiens

## 3.2 Constats et attentes des enseignants de mathématiques en cycle ingénieur

Dans la partie précédente nous avons détaillé le guide que nous avons suivi pour les entretiens avec des enseignants. En nous basant sur les informations récoltées dans la première partie (« Partie 1- Renseignements personnels et professionnels ») de ces échanges, nous avons présenté les six enseignants qui ont participé. Ces six enseignants, même s'ils ne sont pas « experts mathématiciens », dispensent des cours de mathématiques dans des cycles ingénieurs à différents niveaux d'enseignement et pour différentes spécialités de diplômes.

Dans cette partie 3.2 nous présentons l'analyse de ces échanges. Celle-ci se base sur la partie 2 « Perspective sur les mathématiques pour former de futurs ingénieurs » et la partie 3 « Présentation d'un enseignement particulier » de ces entretiens.

Dans le chapitre 2, nous avons eu un premier aperçu de ce qui est enseigné en mathématiques dans la formation en écoles d'ingénieurs en France, ceci du point de vue des ingénieurs en tant qu'anciens étudiants. La notion de « besoin » a été présentée du point de vue des ingénieurs, grâce au questionnaire et à des entretiens auprès de quelques-uns d'entre eux. Notre objectif dans cette partie est de compléter cet aperçu en nous plaçant cette fois-ci du côté des enseignants.

Pour ce faire, nous nous intéressons aux contenus qui sont utiles aux futurs ingénieurs selon ces enseignants et nous présentons l'approche qu'ils proposent à leurs étudiants pour certains de ces contenus, lorsqu'ils les enseignent (3.2.1).

Nous proposons en 3.2.2 de comprendre la place qu'occupent les mathématiques dans l'institution « cycle ingénieur » dans laquelle ils enseignent et en particulier leurs liens avec les autres disciplines ou le monde de l'entreprise.

En 3.2.3, nous soulignons enfin dans le discours des six enseignants les constats plus ou moins généraux qu'ils réalisent sur le terrain de l'enseignement des mathématiques.

### 3.2.1 Besoins mathématiques, contenus enseignés et folklore technologique

Pour commencer cette mise en perspective par les enseignants eux-mêmes sur l'enseignement des mathématiques en cycle ingénieur, nous présentons leur point de vue sur les besoins mathématiques des futurs ingénieurs selon les spécialités. Ces besoins sont parfois di-

rectement en lien avec les contenus que les interviewés enseignent. Le cas échéant, nous présentons alors les praxéologies mathématiques décrites par chacun d'entre eux.

Dans l'analyse réalisée dans le chapitre 2, rappelons que nous avons situé ces besoins à différents niveaux de codétermination didactique. Au niveau du « Système didactique »  $S(X ; Y ; \heartsuit)$ <sup>18</sup> et au niveau « Pédagogie » nous avons repéré les contenus mathématiques enseignés et nous les avons comparés aux contenus cités comme utiles sur le lieu de travail des ingénieurs, c'est-à-dire au niveau « Société » voire « Civilisation ». Dès que possible, nous avons traduit ces besoins en termes de praxéologies. Nous avons également recueilli des données relatives à des contraintes situées au niveau « école », comme par exemple, le regroupement au sein de mêmes promotions des étudiants de plusieurs types de cycles préparatoires.

Comme nous l'avons explicité dans la présentation du guide d'entretien en 3.1.2, nous nous intéressons dans cette sous-section 3.2.1 au discours de chacun des six enseignants concernant les contenus mathématiques utiles pour les ingénieurs. Plus précisément, nous relevons dans les entretiens avec les enseignants :

- les contenus qu'ils jugent utiles pour les futurs ingénieurs (en général ou dans leur spécialité) : ceci ne concerne pas uniquement les contenus et notions mathématiques abordés dans leurs propres cours ;
- les usages attendus (dans le métier ou dans la formation) des contenus mathématiques décrits au point précédent ; En particulier, les nécessités pratiques ou théoriques selon eux dans le monde du travail.

Les deux premiers points de cette liste doivent potentiellement nous permettre d'accéder à des praxéologies mathématiques existantes dans la formation initiale, ici dans l'institution « cours de mathématiques en cycle ingénieur ».

Pour les praxéologies mathématiques professionnelles, nous avons vu dans les analyses pratiquées au chapitre 2 que les intitulés de cours que nous avons proposés comme contenus « de référence » (par exemple : statistiques, analyse, algèbre, calcul scientifique, etc.) sont le plus souvent observés du côté de la technologie  $\theta$ . C'est pourquoi la première partie de la description de ces besoins mathématiques (premier point de la liste ci-dessus) est orienté vers cette technologie, tandis que la description des usages effectifs de ces contenus concerne plutôt les types de tâches  $T$  et les techniques  $\tau$  associées.

À propos de la technologie  $\theta$ , rappelons que dans la réalité praxéologique, celle-ci peut se décomposer, d'après Castela (Castela, 2008), en deux parties :

- une composante pratique  $\theta^p$  correspondant à « des savoirs qui, selon les domaines de recherche, sont qualifiés d'opérateurs, pragmatiques ou pratiques ».
- et une autre composante théorique  $\theta^t$  correspondant à « d'éventuels éléments de savoir empruntés à certaines théories pertinentes ».

L'objectif de cette partie de l'entretien avec les enseignants de mathématiques en cycle ingénieur est donc de voir avec eux comment s'articulent ces deux composantes (pratique et théorique) dans l'utilisation des contenus mathématiques enseignés. En d'autres termes, nous cherchons donc à observer le cas échéant ce « folklore technologique » que nous avons présenté dans la section 1.3.4 et qui représente pour Castela une distorsion nécessaire du modèle d'analyse praxéologique classique pour « *décrire les besoins d'apprentissages ignorés par les institutions mathématiques* ».

Nous émettons l'hypothèse que nous pouvons reconnaître dans cette notion de « besoins ignorés » ceux qui correspondent aux besoins de l'institution « monde du travail des ingénieurs » et qui seraient alors ignorés par l'institution « cours de mathématiques en cycle ingénieur ».

---

<sup>18</sup> Rappelons-le, défini ici par les ingénieurs  $X$  (ou l'ingénieur  $x$  dans le cas d'une étude individuelle), leurs enseignants de mathématiques  $Y$ , et l'enjeu d'apprentissage  $\heartsuit$ .

### Le point de vue de Pascal

Dans le premier entretien, selon Pascal, les ingénieurs dans les spécialités de son école (électronique, informatique, et photonique) ont en premier lieu besoin de « *techniques de base* » dans des domaines calculatoires. Sans préciser l'objectif de ces apprentissages, il donne l'exemple de l'intégration par parties ou du changement de variable, mais également de la méthode de Gauss. Notons que nous retrouvons ici d'emblée la notion de « bases mathématiques » si souvent apparue dans notre enquête auprès des ingénieurs (chapitre 2).

Pour la cryptographie par exemple, il décrit le contenu d'un de ses cours qu'il donne en arithmétique. Il explique qu'il commence par « *dérouler l'algorithme d'Euclide* » en précisant que, même si la « *valeur ajoutée théorique n'est pas grande, le fait de savoir le faire « proprement » représente, en soi, une méthode* ».

En algèbre linéaire, il cite également la méthode de Gauss autour de laquelle il structure tous ces cours. Il dit consacrer du temps à appliquer la méthode à la main avant éventuellement de le faire sur machine (ordinateur en Travaux Pratiques). Ceci permet selon lui aux étudiants de prendre du recul pour « *passer de la technique à la théorie* ». Ainsi, se produit la transformation à ses yeux d'un outil de calcul en « *une brique théorique* » réutilisable ailleurs. Ici, nous pouvons donc considérer la méthode de Gauss, à la fois comme composante théorique  $\theta^{\text{th}}$  de la technologie et simplement comme technique  $\tau$ . Signalons que Pascal nous explique que le fait de détailler la méthode de Gauss en tant que technique permet aussi d'acquérir de la rigueur.

Dans son troisième exemple de contenu, il cite le type de tâche correspondant à l'optimisation des graphes. Dans ce cas, nous remarquons que la praxéologie mathématique décrite est plus classique avec une technique consistant à « *remplir des tableaux et recopier des nombres* », et une technologie associée correspondant à des algorithmes spécifiques (Dijkstra, Bellman). Cependant, nous remarquons que Pascal parle bien là encore d'une méthode rigoureuse d'application de ces algorithmes, qui pour lui représente un apprentissage en soi. Comme pour l'application de la méthode de Gauss, nous pouvons classer cette application rigoureuse au rang de composante pratique  $\theta^{\text{p}}$  de la technologie, en plaçant les algorithmes eux-mêmes du côté de la composante théorique  $\theta^{\text{th}}$ . La théorie  $\Theta$  (non indiquée ici) est dans tous les cas la théorie des graphes.

Autre exemple donné par Pascal: celui des démonstrations qu'il fait dans son cours sur l'analyse de Fourier. Ces démonstrations en tant que type de tâches nécessitent souvent de réutiliser le théorème de dérivation sous le signe somme qui prend alors le rôle de technique. Or, la démonstration de ce théorème de dérivation utilise une technique systématique (et réutilisable) qui consiste à majorer les intégrales en jeu. Cette technique qui devient alors une composante pratique  $\theta^{\text{p}}$  de la technologie. Il conclut son exemple en expliquant que dans ce cas de figure « *la technique est imbriquée dans la théorie* » où « *théorie* » est à entendre, pour nous, au sens de « *technologie* » et composante « *technique* » au sens de composante « *pratique* ».

Enfin, dans son cours de mathématiques du signal (dont nous présenterons un fragment en 3.3) Pascal nous fait part de constats similaires : certains théorèmes sur l'intégrale de Lebesgue sont utilisables directement dans le cours, mais les techniques de démonstrations elles-mêmes deviendront également utiles dans le cours de probabilités en deuxième année. Nous reviendrons sur l'analyse d'une partie de ce cours en 3.3.

Pascal est le seul enseignant pour lequel nous avons pu entrer dans une analyse aussi précise des praxéologies mises en œuvre pour les divers contenus utiles aux ingénieurs qu'il nous a décrits. Pour résumer, nous dressons un tableau de l'analyse praxéologique (Tableau 3-2) que nous avons pu effectuer grâce aux nombreux détails qu'il nous a fournis.

Type de tâche $T$	Technique $\tau$	Technologie $\theta$		Théorie $\Theta$
		$\theta^{\text{p}}$	$\theta^{\text{th}}$	
	Algorithme d'Euclide		Cryptographie	Arithmétique
	Méthode de	Application rigou-	Méthode de	Algèbre li-

	Gauss	reuse de la technique	Gauss	néaire
Optimiser un graphe	Faire des tableaux, recopier des nombres	Application rigoureuse de la technique	Algorithmes de Dijkstra, Bellman	[théorie des graphes]
Faire une démonstration en analyse de Fourier	Utiliser le théorème de dérivation sous le signe somme	Majorations	Dérivation sous le signe somme	Convolution Analyse de Fourier

Tableau 3-2 Besoins mathématiques pour les ingénieurs d'après Pascal

### Le point de vue de Patrice

Lors de l'échange avec Patrice, premier enseignant « non-expert » en mathématiques que nous avons rencontré, la description des contenus mathématiques utiles s'est faite à un niveau bien plus général. Pour lui, une grande partie des besoins mathématiques des ingénieurs chimistes sont couverts par les contenus mathématiques enseignés en cycle préparatoire. Il cite, sans donner d'application précise :

- développements limités ;
- équations différentielles du 1er et 2nd ordre ;
- systèmes linéaires ;
- nombres complexes ;

En outre, il estime indispensable pour un ingénieur (physicien ou chimiste) de connaître « *les outils de Laplace et de Fourier* ». Il donne l'exemple de l'utilisation en RMN (Résonance Magnétique Nucléaire). Il cite également en algèbre linéaire des décompositions en systèmes plus simples, fonctions propres et valeurs propres. Enfin, il insiste sur l'importance de l'utilisation et de l'interprétation de données expérimentales (interpolation, régression) dans l'industrie en général. Il estime, pour les analyses de données et pour le reste, que l'utilisation raisonnée d'un logiciel peut être un moyen d'aider à l'étude, à condition de bénéficier d'une formation théorique sur ces sujets en parallèle de cette utilisation.

Nous résumons les contenus mathématiques déclarés comme nécessaires selon Patrice dans le Tableau 3-3 ci-dessous :

Praxéologies utiles	Apport de ces Praxéologies	Part de la composante pratique ou théorique dans la technologie
Utilisation et interprétation de données (interpolation, régression,...)	Besoin dans l'industrie en général	Utilisation d'outils logiciels avec compréhension théorique
Bases de cycle préparatoire : développements limités, équations différentielles, Systèmes linéaires, Nombres complexes		Seuls les ordres petits (1er et 2ème ordre) dans les formules sont nécessaires
Laplace, Fourier	Indispensable pour l'ingénieur de façon générale RMN	

Tableau 3-3 Besoins mathématiques pour les ingénieurs d'après Patrice

Dans son cours de soutien mathématiques, Patrice présente systématiquement aux étudiants son enseignement en partant de la théorie sans utiliser de vocabulaire mathématique (« théorème », « proposition », etc.). Ensuite, il montre un exemple d'application tiré de la chimie avant de revenir à des aspects plus théoriques puis de finir par des exercices d'application dans lesquels il tente de faire apparaître des situations concrètes. Bien qu'il soit conscient de



l'importance de montrer aux étudiants les liens entre les notions mathématiques enseignées et les concepts physico-chimiques mis en jeu, mais il pense que ce n'est pas toujours réalisable.

### *Le point de vue de Florent*

Florent enseigne à des futurs ingénieurs statisticiens et son regard sur les besoins mathématiques de ceux-ci est donc naturellement porté vers des contenus de statistiques. Pour lui, en se plaçant du côté de l'employeur, le besoin essentiel d'un tel ingénieur est un besoin concret (il utilise le terme « technique ») de modélisation, soutenu par une connaissance profonde du socle théorique sous-jacent. Sur le terrain, puisque des outils logiciels existent il est indispensable pour eux de savoir interpréter les résultats obtenus.

Il précise que la formation mathématique doit apporter à ces futurs ingénieurs des « connaissances statistiques de base » (par exemple, estimer un ou plusieurs paramètres, faire un test, etc.), mais aussi « l'outillage intellectuel » leur permettant de s'appropriier de nouveaux outils si nécessaire.

Dans le détail, il énumère les contenus statistiques nécessaires aux ingénieurs comme suit :

- La régression au sens large est selon lui un outil professionnel de base qui permet d'avoir une vision fine des enjeux dans les problèmes mathématiques qui se posent à eux.
- Les modèles linéaires généralisés et la régression sur variables catégorielles se trouvent à la charnière entre mathématiques et enseignement professionnel.
- Même si aucune preuve n'est donnée pour les théorèmes utilisés, l'analyse de données répétées met l'accent sur les aspects opérationnels tout en nécessitant la vérification précise d'hypothèses.
- De même, pour les statistiques inférentielles, il précise par exemple qu'avant la preuve de la convergence d'un estimateur comme celui du maximum de vraisemblance il faut surtout que les étudiants sachent l'utiliser.

Il évoque enfin des besoins d'algèbre linéaire (techniques de diagonalisation) et bilinéaire, d'outils « standard » d'analyse et de l'optimisation qui, combinés à une culture probabiliste permettent de « faire des statistiques plus compliquées en grande dimension ».

Nous résumons ces informations dans le Tableau 3-4 ci-dessous :

<b>Praxéologies utiles</b>	<b>Apport de ces Praxéologies</b>	<b>Part de la composante pratique ou théorique dans la technologie</b>
Modèles linéaires généralisés Régression sur Variables Catégorielles		À la charnière entre maths et enseignement professionnel
Analyse de données répétées		Accent mis sur les aspects opérationnels  Vérification des hypothèses, mais pas de preuve
Statistiques inférentielles	Par exemple : savoir qu'un estimateur du maximum de vraisemblance converge	Avant la preuve de la convergence, il faut savoir utiliser l'estimateur
Régression	Outil professionnel de base  Avoir une vision fine des enjeux des problèmes mathématiques	
Algèbre linéaire, bilinéaire, optimisation, outils stan-	Faire des statistiques compliquées en grande dimension	

dard d'analyse		
Culture probabiliste		

Tableau 3-4 Besoins mathématiques pour les ingénieurs d'après Florent

### Le point de vue de Marianne

Pour Marianne, il est d'abord essentiel pour la plupart des ingénieurs que les mathématiques ne représentent pas une « boîte noire » : un ingénieur a partout besoin d'outils de modélisations mathématiques, de rigueur et d'abstraction pour aller plus loin dans la résolution de ses problèmes.

Dans sa spécialité et dans les autres spécialités de l'école où elle enseigne, les contenus mathématiques utiles sont nombreux. Au début de la formation ils sont plus génériques (« contenus de base ») et se spécialisent au fil des années dans le parcours des étudiants.

Selon elle, le calcul matriciel est nécessaire « partout », l'algèbre et l'algèbre linéaires sont utiles en cryptographie pour la sécurité informatique tandis que les probabilités et statistiques de base sont utiles pour l'informatique (fiabilité, *big data* etc.) mais aussi pour le domaine « Recherche & Développement ». Du côté de l'analyse, c'est surtout l'optimisation, utile notamment avec la classification des problèmes à résoudre.

Pour les outils mathématiques plus spécifiques, orientés vers l'informatique, elle cite les graphes et algorithmes ainsi que l'analyse de données et l'acquisition de connaissances pour lesquelles elle précise l'importance de la méthodologie et du formalisme.

Enfin, quant au statut de la théorie, elle indique que plus les étudiants pratiqueront la démonstration (même « à contrecœur », précise-t-elle), plus leur pensée sera rigoureuse et structurée, et plus ils raisonneront vite.

Nous résumons ces informations dans le Tableau 3-5 suivant :

Praxéologies utiles	Apport de ces Praxéologies	Part de la composante pratique ou théorique dans la technologie
Calcul matriciel	Utile partout	Contenus ou outils de base pour la modélisation mathématique : ne doivent pas être des boîtes noires, nécessité d'une maîtrise théorique
Algèbre, algèbre linéaire,	Cryptographie (sécurité)	
Probabilités- Statistiques de base + Tests	Statistiques en informatique ( <i>big data</i> , fiabilité)  R&D	
Graphes et algorithmes	Outils mathématiques orientés vers l'informatique	Pour ces contenus plus spécifiques, l'accent est mis sur la méthodologie et le formalisme
Analyse de données		
Acquisition de connaissances		

Tableau 3-5 Besoins mathématiques pour les ingénieurs d'après Marianne

### Le point de vue de Malik

Pour Malik une grande partie des besoins de mathématiques des ingénieurs se focalisent autour de trois aspects fondamentaux.

Le premier de ces besoins auquel la formation en mathématiques des ingénieurs doit répondre est pour lui, comme pour Marianne et Florent, un besoin autour de la modélisation. Pour cela, les contenus utiles sont d’abord les mathématiques qu’il qualifie « de base » (topologie en dimension finie, équations différentielles, probabilités-statistiques). Ces bases sont un socle pour lequel des outils logiciels peuvent être utilisés si nécessaire, à condition de rester dans la problématique de la modélisation (plus importante que la résolution en elle-même).

Les deuxième et troisième piliers des besoins mathématiques des ingénieurs sont la nécessité de savoir gérer et interpréter des phénomènes aléatoires, notamment avec les probabilités et statistiques, et enfin la recherche opérationnelle d’optimisation.

D’après lui, ces trois besoins sont fondamentaux car il s’agit d’une demande de polyvalence au niveau européen pour tous les ingénieurs, pas seulement les ingénieurs de la spécialité « génie mathématique ». Il explique que l’industrie ne recherche pas nécessairement des gens pointus dans un domaine particulier, mais ayant des compétences de natures diverses, en particulier, en modélisation, en « aléatoire » et en optimisation.

Concrètement dans son école, il estime que cela crée des problèmes d’organisation car tout devrait être vu en même temps, ce qui est impossible. De plus, il indique que la réduction permanente du volume horaire d’enseignement d’année en année oblige les enseignants à limiter les apports de théorie et à centrer leurs enseignements sur le bloc pratico-technique.

Voici le Tableau 3-6 qui recense les besoins en mathématiques des ingénieurs selon Malik :

Praxéologies utiles	Apport de ces Praxéologies	Part de la composante pratique ou théorique dans la technologie
Mathématiques de base : topologie en dimension finie, équations différentielles, probabilités et statistiques	Socle pour la modélisation	Outils logiciels permettant de se focaliser sur la problématique de la modélisation plutôt que les calculs
Probabilités et statistiques	Analyse de phénomènes aléatoires	
Recherche opérationnelle d’optimisation		

Tableau 3-6 Besoins mathématiques pour les ingénieurs d’après Malik

### Point de vue de Yann

Enfin, de son point de vue de statisticien, Yann nous a aussi parlé de la nécessité de la compréhension et de l’étude des phénomènes liés à l’aléatoire (incidents, ruptures de stocks, fiabilité, finance, etc.). Il ajoute à cela, l’importance de l’analyse de données (*data mining*) pour aider à la décision face à la masse grandissante de données récupérées par l’informatisation.

Quant à la dialectique théorie/pratique, il explique qu’il existe bien deux « écoles » complémentaires (c’est-à-dire deux façon de voir les choses) en statistiques. Cependant, selon lui, « *Tant qu’il n’y a pas d’interprétation, on n’a pas fait des statistiques !* ». Un ingénieur statisticien doit donc développer la capacité à relier les deux blocs praxéologiques : un savoir au service d’un savoir-faire. Et cela n’a de sens que parce qu’un ingénieur est selon lui un « *hybride : ce n’est pas un scientifique pur, c’est un scientifique qui utilise plusieurs disciplines pour constituer la justification technique et scientifique de son métier* ». Au sens de nos définitions, il s’agit ici de l’utilisation des mathématiques pour la production par l’ingénieur de technologies relatives aux praxéologies professionnelles.

Pour aider à la contextualisation de son enseignement et le rendre plus concret, Yann ajoute qu’il a toujours utilisé de vraies données actualisés pour les problèmes qu’il a proposé dans ces

cours (par exemple : « *Est-ce que l'option Walmart est au-delà du marché, en dessous ou dans le marché ?* », pour expliquer une régression simple)

Nous terminons donc par le Tableau 3-7 reprenant les besoins mathématiques selon Yann :

<b>Praxéologies utiles</b>	<b>Apport de ces Praxéologies</b>	<b>Part de la composante pratique ou théorique dans la technologie</b>
Statistiques	Compréhension/étude phénomènes aléatoires : incidents, ruptures de stocks, fiabilité, finance, etc.	Les deux aspects (théorique et pratique) sont nécessaires
Analyse de données ( <i>data mining</i> )	Aide à la décision que la masse grandissante de données récupérées par l'informatisation rend essentiel	

**Tableau 3-7 Besoins mathématiques pour les ingénieurs d'après Yann**

Dans la prochaine section, nous poursuivons l'analyse de nos entretiens, en nous intéressant à la place qu'occupent les mathématiques dans les écoles des enseignants que nous avons rencontrés ainsi que dans leur environnement direct.

### 3.2.2 Place des mathématiques dans l'institution cycle ingénieur

Dans cette section, nous poursuivons l'analyse des échanges que nous avons eus avec les enseignants en suivant la partie 2 du guide des entretiens. Comme nous l'avons vu en 3.1, il s'agit de repérer dans les discours de ces enseignants les conditions ou les contraintes qu'ils observent dans l'institution « cycle ingénieur » quant aux types de collaborations ou de liens mathématiques internes ou externes à cette institution.

En interne, il s'agit de collaborations entre les enseignants (ou les équipes) de mathématiques et les collègues des autres disciplines ; on se situe alors au niveau de codétermination « pédagogie » ou « école ». En externe, il s'agit de relations ou de collaborations entre eux ou leur enseignement de mathématiques et le monde de l'entreprise ; on est alors au niveau « société ».

Si ces relations sont inexistantes, nous cherchons à savoir si les enseignants interviewés pensent que c'est un manque.

Décrivant une relation distante mais basée sur la confiance avec les collègues des autres matières scientifiques de son école, Pascal nous indique d'emblée qu'il souhaite que ses cours de mathématiques soient vraiment utiles à ces autres matières.

De plus, en tant que diplômé en « mathématiques pures » il aime se former à des nouveaux concepts dans de nouveaux domaines en lien avec la spécialité de ses élèves ingénieurs. Il cite l'exemple de la filière « imagerie numérique » qu'il a mise en place avec un collègue spécialiste dans ce domaine. Ils ont travaillé dans le même bureau et se sont réparti les enseignements en s'aidant mutuellement sur les parties qu'ils maîtrisaient le mieux.

Selon lui, cette curiosité le place parfois hors de sa « zone de confort » et lui permet de mieux comprendre les difficultés que ces étudiants peuvent ressentir face à l'enseignement de nouveaux concepts (mathématiques ou non).

Du fait de sa spécialité de recherche en chimie, Patrice ne parle pas de collaboration mathématique concrète, ni avec les collègues non-mathématiciens, ni avec le monde de l'entreprise. Il pense cependant que dans l'industrie chimique, les mathématiques permettent une collaboration entre scientifiques et que si un des participants à un projet fait défaut sur ce point, cela peut poser problème. Il précise que « *pour des chimistes qui souhaitent collaborer entre eux : à partir*

*du moment où il va y avoir des données et qu'il n'y a qu'une personne qui est capable de comprendre ces données, il va y avoir une disproportion... ».*

Dans son école d'ingénieurs en statistiques, Florent relève des collaborations mathématiques « internes » entre les trois disciplines principales que sont statistiques, informatique, économie. Il ne précise pas la nature de ces liens, mais précise que les statistiques jouent naturellement un rôle central.

Pour les collaborations mathématiques avec le monde de l'entreprise, il existe des liens étroits en particulier dus à la construction-même de la formation. En effet, l'école dans laquelle il enseigne a été initialement créée pour former des cadres de l'INSEE (Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques). Elle n'est devenue une école d'ingénieur que plus tard mais continue aujourd'hui de proposer cette formation.

Concrètement, les collaborations mathématiques avec le monde industriel se déroulent à plusieurs niveaux. Tout d'abord, il existe des conventions de partenariat d'entreprises qui participent aux Comités d'Enseignement et de Recherche de l'école d'ingénieur.

De plus, à l'occasion des stages en entreprise en 2ème et 3ème année, il n'est pas rare lors de ces stages, que des questions de mathématiques se posent dans certaines situations concrètes. Les encadrants de l'entreprise ne savent pas toujours répondre à ces questions et les étudiants stagiaires consacrent alors une partie de leur stage à résoudre le problème soulevé.

En outre, il y a au second semestre de la 2ème année des projets dont les sujets sont proposés par des professionnels et pour lesquels le jury est présidé également par un intervenant d'une entreprise partenaire du projet.

Enfin, la collaboration avec le monde professionnel s'intensifie en 3ème année de cycle ingénieur puisque environ 80% des enseignements sont dispensés par des personnes issues d'un des débouchés possibles des élèves.

Pour Marianne, les collaborations de nature mathématique sont très nombreuses tant à l'intérieur de son école qu'avec l'extérieur. Elle nous explique qu'elle « *parle maths* » avec ses collègues de génie mécanique et automatique (robotique, modélisation dynamique ou cinématique d'un système) et échange régulièrement sur les mathématiques utilisées par ceux de la filière EII (Electronique et Informatique Industrielle), notamment en ce qui concerne le traitement d'images (filtres de Kalman etc.).

Elle participe en outre avec ses étudiants à des actions qui génèrent des échanges sur des aspects mathématiques : des projets collaboratifs avec des chercheurs (sur les réseaux bayésiens) ou des transferts technologiques avec des entreprises (ces entreprises vendent un produit que les étudiants aident à concevoir).

Malik qui donne des cours en optimisation, nous parle d'interventions de spécialistes d'autres disciplines (informatique, traitement du signal) dans certains cours de mathématiques.

De plus, pour les étudiants de deuxième année, il nous décrit des projets inter-départements, c'est-à-dire que les enseignants et les étudiants de plusieurs spécialités de l'école y participent. Selon lui, ces projets permettent aux collègues des autres disciplines de se rendre compte de ce que peut apporter un mathématicien sur ces projets.

Pour ce qui est du monde industriel, il nous explique que 10% de la maquette de la formation en Génie Mathématiques est réalisée par les industriels eux-mêmes. En outre, les projets appelés « bureau d'étude » (en 2ème année du cycle ingénieur) sont proposés par six ou sept entreprises pour des groupes de 3 ou 4 étudiants. Le suivi de ces projets est effectué par des professionnels venant de l'entreprise et par des encadrants de l'école. La soutenance orale se déroule devant des représentants de ces mêmes institutions.

D'un point de vue organisation, Malik nous explique que chaque année, un responsable de l'école démarché les entreprises qui intéressent la formation ou que la formation peut intéresser. L'objectif de ce démarchage est d'avoir un suivi, une veille sur les besoins en mathématiques. Il peut également faire venir des représentants de ces entreprises dans l'école pour montrer aux étudiants ce qui s'y fait à l'occasion de rencontres ou de mini-cours.

En conséquence, à titre personnel dans ses cours, il essaie d'être en lien avec les applications industrielles (à partir des promotions de deuxième année essentiellement) et utilise l'implication concrète des industriels, par exemple en utilisant leurs jeux de données en optimisation. Ceci est un lien ténu mais qui souligne la possibilité pour les praxéologies mathématiques de la formation d'être directement influencées pas le milieu industriel.

Enfin, dans l'établissement dans lequel il a enseigné, Yann décrit l'évolution des collaborations mathématiques sous cette forme. Lors de la création de la formation, les chargés de TD étaient des industriels. Puis, les collègues d'autres disciplines ont pris leur place pour certains cours de statistiques, ce qui leur a permis de prendre connaissance des enseignements pratiques. Cette découverte mutuelle entre deux institutions est une nouvelle forme de collaboration qui est également à souligner.

Le partenariat avec les industriels ou des sociétés de service a finalement évolué vers des participations de ceux-ci aux projets de spécialités à l'occasion desquels ce sont eux qui proposent aux étudiants des problèmes.

Le bilan de cette partie de l'enquête montre l'existence de liens nombreux entre les diverses institutions (enseignement de mathématiques, enseignements d'autres disciplines, école d'ingénieur, entreprises, professionnels, etc.). Nous pouvons conclure tout d'abord que ces liens sont très forts puisqu'ils se déploient sur différents niveaux de codétermination didactique :

- au niveau « système didactique » : certains enseignements (♥) sont dispensés par des industriels ou des enseignants d'autres disciplines (Y) et certains problèmes (♥) proviennent directement des entreprises ;
- au niveau « pédagogie » : définition de certaines parties des programmes d'enseignement de mathématiques avec le concours des industriels, projets interdisciplinaires ou utilisant des données réelles fournies par les entreprises ;
- au niveau « école » : participations de professionnels à certains jurys pour des projets à teneur mathématique ou échanges sur l'utilisation des mathématiques entre les enseignants ou chercheurs de différentes spécialités de l'école ;
- au niveau « société » : enquêtes sur les besoins des entreprises par des responsables de formations de mathématiques, projets ouverts sur la recherche ou l'entreprise, transferts de technologie.

Notons que ces collaborations sont réellement à double sens : parfois l'entreprise apporte son aide ou son expertise à l'institution de formation, et parfois c'est le phénomène inverse. De plus, certaines de ces collaborations ne semblent pas dépendre des spécialités des écoles. Il existe cependant des contenus pour lesquels une collaboration semble plus naturelle : il s'agit de l'utilisation de données réelles pour les statistiques ou l'optimisation.

Nous terminons notre analyse des entretiens en nous penchant sur les problèmes qu'ont pu soulever les enseignants interrogés lors des entretiens (difficultés concernant leur enseignement).

### 3.2.3 Problèmes rencontrés dans la formation mathématique en cycle ingénieur

Dans cette sous-partie, nous nous intéressons à ce que les enseignants pointent comme problèmes. Il s'agit de conditions ou de contraintes didactiques que nous repérons à plusieurs niveaux de codétermination didactique :

- au niveau du « système didactique », qui correspondent aux problèmes rencontrés chez les étudiants (X) eux-mêmes comme les lacunes ou les capacités en mathématiques, la problématique autour de la motivation, les capacités de travail personnel, etc.
- au niveau « pédagogique » pour les conditions liées, par exemple, aux évaluations, à l'hétérogénéité des promotions, aux types d'enseignements, etc.

- au niveau « école » pour les problèmes issus de contraintes apportées par l'institution elle-même, telles que les volumes horaires, la sélection des étudiants, etc.

Pour commencer, Pascal nous parle du manque de maîtrise des techniques simples de calcul (problèmes avec les signes ou les parenthèses lors d'un calcul algébrique par exemple) de la part des étudiants. Après avoir précisé que « *l'entraînement mécanique* » qu'ont reçu les étudiants provenant de CPGE est une nécessité, et manque pour les autres étudiants (IUT, Licences, BTS), il ajoute : « *Quand on doit le rattraper [les problèmes de techniques de calcul], en même temps qu'on essaye de comprendre des concepts plus compliqués, ça explose !* ».

Il estime que le mélange de tous les cycles préparatoires pose problème et que le l'institution cycle ingénieur devrait proposer une pédagogie différenciée. De plus, il trouve que les modules sont concentrés sur des durées trop courtes ce qui empêche les étudiants de prendre du recul et les oblige également à travailler sur le court terme. Ceci rejoint les éléments que nous avons recueillis sur le travail personnel en mathématiques en cycle préparatoire intégrée dans le chapitre 4. Enfin, la taille des promotions lui paraît également problématique et il transparaît une forme de déterminisme voire de fatalisme dans son discours : « *Quand on a 120 étudiants, faut pas se leurrer, y'a un fond d'étudiants qui seront en échec, et euh... on peut y mettre autant d'énergie qu'on veut, on n'y arrivera pas et certains ils y arriveront pas parce qu'ils... de toute façon ils ont pas envie !* »

Pascal pointe donc l'éventualité de la responsabilité individuelle des étudiants, mais pour dédouaner certains d'entre eux de leurs difficultés, il accorde que la formation en cycle ingénieur est très exigeante, y compris dans les matières non-scientifiques comme l'économie, la gestion, le management, les langues, etc. Il pense que la seule chose qui peut les aider à réussir mieux, c'est l'apprentissage de l'autonomie.

Pour Patrice, une lacune mathématique qui touche tous les étudiants concerne les ordres de grandeurs que les futurs ingénieurs maîtrisent mal.

Il ajoute que les étudiants provenant de CPGE n'ont aucune difficulté mathématique en général, mise à part le fait qu'ils oublient ce qu'ils savent chaque été. En revanche, les étudiants d'IUT et de l'université, ont des difficultés avérées en mathématiques selon lui, mais il pense qu'il ne dispose pas assez d'heures dans son cours de soutien (10 heures) pour y remédier. D'après lui, certains étudiants ont de la volonté, mais n'ont pas assez de temps.

Un autre problème qui se présente dans l'enseignement de Patrice est le fait qu'il n'y a pas d'évaluation notée prévue (et comptant dans la moyenne). Ceci lui est imposé par l'organisation de l'école (manque de coefficients disponibles) et entraîne de son point de vue un manque de prise au sérieux de son cours de soutien par les étudiants.

Il remarque que de manière générale les étudiants oublient très vite les notions apprises une fois les échéances passées (interrogation, examen, concours). Ceci n'est pas spécifique de son cours de soutien. Nous reviendrons dans le chapitre 4 sur cette problématique rencontrée également en cycle préparatoire. Pour lui, une des clés pour les aider à travailler est qu'ils sachent, au moins à bac+3, s'aider seuls en trouvant eux-mêmes des ressources, notamment *via* internet. Nous retrouverons cette problématique dans le chapitre suivant.

Le postulat de départ pour Florent est de dire que la diversité des recrutements lui convient et que les lacunes que les étudiants rencontrent ne l'effraient pas. Selon lui, « *un étudiant brillant et motivé s'en sortira toujours, quelques soient son niveau de mathématiques en entrant* ».

Il constate cependant que les étudiants provenant de CPGE (60% des effectifs), ayant pourtant une réelle appétence pour les mathématiques du fait de la spécialité de l'école, prennent souvent trop à cœur les remarques qui peuvent leur être faites à propos des problèmes qu'ils rencontrent éventuellement en mathématiques. Ces étudiants disposent selon lui des outils nécessaires et aucun enseignement spécifique de mathématiques ne leur est proposé, mise à part sur la théorie de l'intégration, dont il n'est pas convaincu du besoin. Les autres compléments (Fourier, etc.) sont faits « *au fil de l'eau* » (c'est-à-dire si nécessaire dans les cours).



Dans son école d'ingénieurs statisticiens, il existe également pour les 40% d'étudiants ne provenant pas de CPGE, une voie de recrutement appelée IES (« Interne, Économie, STID ») ouverte aux personnes ayant comme point commun de ne pas avoir les mathématiques comme enseignement majeur dans leur cursus antérieur. Les mots « Interne » et « Économie » correspondent aux étudiants provenant des recrutements directs de l'INSEE, ou de L3 ou Master 1, et STID représente les initiales d'un réseau français de douze IUT proposant une formation en « STatistiques et Informatique Décisionnelle ». Pour le choix de ces étudiants, les notes de mathématiques sont regardées de très près et une mise à niveau est dispensée sous forme « *d'outils nécessaires* ». Florent précise que cela se fait en mettant les étudiants devant des situations concrètes insolubles au départ pour leur montrer l'intérêt des outils enseignés. Cela correspond à des bases de cycle préparatoire sur lesquels ils ne sont pas à jour (séries, calcul matriciel).

Les constats sont proches chez Marianne. Pour elle, les étudiants provenant de CPI oublient facilement les notions apprises en mathématiques tandis que ceux provenant de CPGE n'ont pas de problèmes spécifiques sur le fond. Cependant, ces derniers rencontrent des soucis en terme de méthodes de travail : Ils savent résoudre rapidement des exercices types, mais ont des problèmes avec la modélisation des problèmes nouveaux ou avec le travail en groupes. Nous reviendrons sur certains de ces aspects dans le chapitre 4.

Pour les étudiants venant de Licence ou IUT, c'est plus compliqué mathématiquement (les factorisations de base posent encore problème par exemple), mais ils ne rencontrent pas de difficultés de méthode : ils sont autonomes et motivés. Elle l'explique par le fait qu'ils sont actifs car ils ont beaucoup travaillé pour obtenir leur sésame pour cette formation.

Globalement, elle insiste sur le fait que tous les étudiants ont de plus en plus de mal à travailler les démonstrations formelles.

Pour Marianne, dans l'idéal, il faudrait réaliser des points de remédiation réguliers, en fonction des nouveaux modules qui se présentent, plutôt qu'un seul module au début de la formation. Elle a bien pensé à utiliser des cours en ligne pour cela, mais elle observe que la présence du professeur pour répondre directement aux questions posées est motivante et permet plus facilement de contextualiser les notions pour illustrer leur utilité.

Le point de vue de Malik est que globalement ses étudiants (en génie mathématique, rappelez-le) sont motivés par les mathématiques. S'il y a des lacunes généralisées, elles sont dues selon lui à la formation au niveau du baccalauréat (depuis une dizaine d'années selon lui), ce qui, par effet de dominos, oblige le cycle préparatoire à consacrer du temps pour combler ces lacunes, tant en algèbre qu'en analyse, au détriment de nouveautés importantes pour la suite des apprentissages en cycle ingénieur. Le résultat est que de nouvelles lacunes apparaissent pour tous les étudiants en cycle ingénieur, comme par exemple les suites et séries de fonctions ou les séries entières qui sont à reprendre en première année de la formation.

En termes de recrutement, il y a selon lui plus de problèmes posés par les CPGE qu'avec les étudiants provenant d'IUT ou Licence. En effet, soit ils n'ont pas obtenu d'autres concours (auquel cas ce sont des étudiants qui arrivent dans une situation vécue comme un échec), soit au contraire ils ne travaillent pas suffisamment car ils se pensent meilleurs que les autres.

Quant à la réponse institutionnelle autour de ces constats, il trouve que les maquettes sont trop petites, autrement dit que les volumes horaires sont trop restreints et laissent trop de place au travail personnel. Cependant, il reconnaît qu'une remédiation est mise en place pour essayer de combler ces lacunes, et que l'augmentation de la part de contrôle continu doit également aller dans ce sens.

Enfin, pour Yann, les problèmes rencontrés par les étudiants diffèrent aussi selon leur formation antérieure : les étudiants admis sur titre (c'est-à-dire sans avoir passé de concours, comme les étudiants de STS, d'IUT, de L3 ou de CPI) ont plus de problèmes en terme de modélisation et ils ont un niveau globalement plus faible en mathématiques que les étudiants provenant de CPGE. Ces derniers savent mieux résoudre des problèmes car ils sont habitués à la répé-

tition des situations, mais ils ont tendance à savoir de moins en moins calculer et à font face à de grosses erreurs d'ordres de grandeurs.

Pour lui, le mélange des recrutements des étudiants est fondamental et positif pour l'enseignement. Même s'il existe des étudiants complètement désintéressés par les mathématiques, les étudiants admis sur titres (provenant éventuellement de grandes entreprises par exemple) apportent aux autres leur expérience dans le traitement réel des données. Au regard de cela, ils veulent apprendre les fondations mathématiques qui se trouvent derrière ces utilisations tout en ayant, par rapport aux plus jeunes étudiants un « *esprit de réalité absolument essentiel* ».

À l'inverse, il déplore que certains étudiants venant de CPGE ayant un fort niveau en mathématiques ont un esprit négatif vis-à-vis des enseignements moins théoriques (pouvant aller jusqu'au dénigrement). Certains vont même jusqu'à repasser les concours une fois admis à l'école (pour obtenir une « meilleure école »). Dans ce cas, ils échouent souvent dans leurs deux projets de formation.

Pour finir cette partie, faisons désormais le bilan des conditions et contraintes didactiques qui pèsent sur l'enseignement de mathématiques en cycle ingénieur, selon nos six enseignants interviewés.

Au niveau du système didactique, plusieurs constats sont réalisés dans le même sens par les enseignants : les étudiants rencontrent un certain nombre de problèmes notamment en terme de lacunes mathématiques. Certaines lacunes sont partagées par tous, c'est-à-dire quelque soit le cycle préparatoire d'origine des étudiants. Les soucis rencontrés sont souvent relatifs aux techniques de calcul de niveau élémentaire (enseignement secondaire : lycée voire collège) ou au manque de notion d'ordre de grandeur pour les calculs appliqués. Beaucoup d'enseignants reconnaissent que les soucis de calculs touchent surtout les étudiants ne provenant pas de CPGE. La notion de « bases » est au cœur de leur discours, au même titre que chez les ingénieurs au chapitre 2.

Un autre problème généralisé est celui de la mémorisation à trop court terme par les étudiants des nouveaux concepts mathématiques enseignés. Ceci s'ajoute aux lacunes décrites précédemment et pose alors problème pour les apprentissages ultérieurs. Nous y reviendrons brièvement au chapitre 4.

Les enseignants ne rencontrent pas vraiment de problème de motivation pour les mathématiques de la part des étudiants en général, mais remarquent parfois que les étudiants provenant des IUT, STS ou Licence ont une plus grande motivation (qui peut s'expliquer par l'opportunité que représente pour eux leur présence en cycle ingénieur) que ceux qui viennent de CPGE (qui pensent parfois avoir un meilleur niveau de compétences ou de connaissances les autres étudiants voire que l'enseignant, si celui-ci n'est pas spécialisé ou qu'il propose des enseignements mathématiques trop appliqués).

Le travail personnel (sur lequel nous reviendrons dans le chapitre 4) est une variable prise en compte par les enseignants, mais nous n'avons pas observé de remarque concernant un manque de ce côté-ci. Nous constatons à l'inverse que certains enseignants craignent de voir augmenter au fil des années la part de travail personnel chez les étudiants. La raison évoquée pour cela est le transfert des heures en présence de l'enseignant vers ces heures de travail personnel. Ceci représente donc une condition imposée à un niveau supérieur, le niveau « école » sur lequel nous donnerons des éléments d'analyse plus loin dans cette synthèse.

Au niveau de codétermination pédagogique, nous avons relevé un certain nombre de points communs chez les enseignants que nous avons rencontrés. À ce niveau, tous les enseignants remarquent des différences dues à l'hétérogénéité des promotions, elle-même provoquée par le recrutement à partir de divers cycles préparatoires. Les lacunes mathématiques très diverses entraînent des soucis de progression pour les promotions, au point que certains enseignants émettent l'idée de séparer les étudiants selon leur provenance.

Enfin, même si les informations recueillies sur ce thème sont peu nombreuses, nous remarquons que certains collègues jouent sur la variable de l'évaluation en ajoutant des modalités de contrôle continu. Remarquons que, comme nous l'avons vu dans le chapitre 1 (sous-partie 1.2.2),

les enseignants de mathématiques en cycle ingénieur ont en général la main sur les choix curriculaires, sur les modes d'enseignement (cours magistraux, travaux dirigés, cours hybrides, etc.) et d'évaluation qu'ils mettent en place. Cette liberté leur évite certaines contraintes pédagogiques, tout en restant dans la limite des contraintes fixées au niveau supérieur, celui de l'école qui nous intéresse dans le dernier paragraphe de cette synthèse.

C'est donc pour finir au niveau de l'école que nous observons plusieurs éléments importants dans les entretiens que nous avons eus avec les six enseignants de mathématiques en cycle ingénieur.

Tout d'abord, les cours de soutien (ou de remise à niveau) mis en place dans certaines écoles ne permettent pas toujours de pallier à ces différences rencontrées au niveau pédagogique pour faire face aux lacunes mathématiques. Les enseignants des deux cours de soutien nous ont, de plus, exprimé leurs difficultés à justifier de l'intérêt de leur cours auprès des étudiants, en raison du fait qu'il soit optionnel (et non-évalué pour l'un d'entre eux). Ceci est dû à un choix de l'école pour des raisons de coefficients.

De même, les volumes horaires (des cours de soutien, mais pas seulement) sont souvent jugés trop faibles pour pouvoir répondre aux besoins mathématiques comme par exemple l'entraînement systématique aux calculs. Ceci reporte le problème, comme nous l'avons dit plus haut, au niveau du travail personnel des étudiants.

Enfin, la grande taille des promotions pose problème à au moins un enseignant pour le suivi de ses 120 étudiants.

Avant de faire une synthèse globale de ces entretiens avec des enseignants en cycle ingénieur, nous nous penchons dans la partie 3.3 suivante sur l'analyse de cours que certains de ces enseignants ont mis à notre disposition et présentés pendant ces entretiens. L'objectif de cette description est de voir comment se concrétisent les praxéologies mathématiques dans ces cours et de les comparer selon les contenus concernés et la nature du cours (remédiation, spécialité, etc.) Nous avons en outre complété ces ressources par d'autres, pour des raisons que nous expliquons ci-dessous.

### 3.3 Analyse de supports de cours

Dans les parties précédentes, nous avons présenté et analysé les réponses aux parties 1 et 2 du guide des entretiens avec des enseignants de mathématiques en cycle ingénieur. Nous avons d'une part apporté des éléments de réponses quant aux contenus qu'ils enseignent ou qu'ils estiment nécessaires pour les ingénieurs qu'ils forment. D'autre part, nous avons tenté d'observer les conditions et contraintes qu'ils rencontrent dans leur institution à tous les niveaux de codétermination didactique. Dans la partie 3 de ces entretiens, nous avons demandé aux six participants de nous présenter un de leur cours.

Les ressources qu'ils nous ont transmises sont inégales de par leur nature et leur consistance. En effet, Pascal nous a fourni son cours complet de « mathématiques du signal » qui se compose d'un polycopié de 85 pages, du diaporama correspondant de 192 pages et de la liste des 41 exercices. Patrice nous a fourni le polycopié de son cours de « compléments de mathématiques » (20 pages) accompagné de 51 exercices et Marianne le polycopié de 105 pages qu'elle distribue aux étudiants pour son cours de « remédiation mathématique » qui se compose d'un mélange de partie de cours et des diapositives projetées. Florent nous a décrit son cours de « Modèles linéaires généralisés et régression sur variables catégorielles » en se basant uniquement sur ses notes de cours qu'il n'a pas mises à notre disposition. Pour son cours de « contrôle optimal » Malik nous a transmis un compte-rendu de 5 pages écrit par les étudiants à l'issue de l'une des séances auquel il a adjoint 6 pages correspondant à 3 exercices récapitulatifs. Enfin Yann ne nous a jamais envoyé le cours de statistiques dont il est question dans les échanges.

Plutôt que de faire une description systématique de ces cours, nous proposons ici d'illustrer certains des points déjà soulevés dans ce chapitre 3 ou d'observer des aspects de la pratique des enseignants sous un angle différent, à partir de ressources. Le premier objectif de l'examen de ces ressources est d'augmenter autant que possible la finesse de notre analyse pour pouvoir proposer des pistes de réponses à notre deuxième question de recherche sur les praxéologies mathématiques enseignées aux futurs ingénieurs. Le deuxième objectif est de voir *in fine* ce qui fait écho ou non aux problématiques soulevées par les ingénieurs à propos de cette formation et des praxéologies professionnelles qu'ils rencontrent (question de recherche n°3) pour enfin pouvoir faire, dans notre dernier chapitre, des propositions d'enseignement en vue de l'amélioration pour apporter des éléments de réponse à notre quatrième question de recherche.

Pour prolonger les observations faites précédemment à partir des déclarations des enseignants, nous proposons donc de guider notre analyse de ressource selon deux axes.

Puisque nous avons rencontré des enseignants ayant des formations mathématiques diverses, notre premier axe s'intéresse à la recherche de différences éventuelles entre les cours de mathématiques proposés par des experts et des non experts en mathématiques. Nous souhaitons analyser ce que ces différences peuvent engendrer en terme de praxéologies.

Le second axe provient du constat sans équivoque fait en 3.2.1 par tous les enseignants, sauf Pascal, et rejoignant les résultats obtenus sans le chapitre 2 (notamment en 2.4.5) : les statistiques occupent une place prépondérante parmi les praxéologies professionnelles des ingénieurs en France. Nous nous interrogeons pour cela sur les contenus enseignés et les compétences attendues dans un cours de statistiques en cycle ingénieur. Nous avons rencontré deux enseignants spécialistes des statistiques (Florent et Yann) mais aucun des deux ne nous a fourni de ressource analysable. De plus, puisque les cours de statistiques semblent dispensés dans une grande majorité d'écoles, nous avons souhaité nous pencher sur un cours pour des ingénieurs non spécialistes des statistiques. Et comme aucune des ressources proposées par les enseignants rencontrés en entretien n'étaient suffisamment consistante du point de vue du contenu statistique, nous avons cherché des ressources auprès de collègues des enseignants rencontrés.

Pour le premier point 3.3.1, nous engageons ainsi une analyse comparative sur l'enseignement de l'intégrale de Riemann dans le cours de « remédiation mathématique » de Marianne et dans le cours de « mathématiques du signal » de Pascal.

Pour le deuxième point 3.3.2, nous nous penchons sur l'analyse des praxéologies statistiques pour des ingénieurs chimistes, dispensé par un enseignant non expert dans la même institution que Patrice : l'école d'ingénieurs dans laquelle nous exerçons également notre enseignement.

### 3.3.1 Comparaison d'un cours expert et non-expert

Nous justifions plus loin notre choix d'étudier l'intégrale de Riemann dans deux cours différents. Pour pouvoir faire une analyse comparative des supports de cours pour des ingénieurs de première année du cycle sur ce thème, nous analysons les parties correspondantes dans les diaporamas de fournis par Pascal et Marianne. Comme nous l'avons vu en 3.1., au vu de sa formation en mathématiques pures, Pascal peut être qualifié d'expert, tandis que Marianne, qui a suivi une formation d'ingénieur puis de recherche en robotique, se considère comme non-experte.

Pour comparer des ressources de même nature, nous laissons donc intentionnellement de côté les exercices et le photocopié de cours fournis en outre par Pascal. Lorsque cela apporte un éclairage intéressant, nous utilisons les descriptions faites lors de l'entretien avec chacun des deux enseignants.

Dans un premier temps, nous présentons les cours dans lesquels la partie sur l'intégrale de Riemann est enseignée. Dans un second temps, nous procédons à notre analyse comparative des passages concernés.

#### *Place de l'intégrale de Riemann dans les cours de Pascal et Marianne*

Nous avons cherché dans les ressources mises à notre disposition par les six enseignants rencontrés en entretien des contenus communs pour pouvoir les comparer. Nous étions à la

recherche d'un enseignement correspondant à des bases mathématiques. Dans leur entretien Pascal et Marianne ont tous les deux parlé de l'intégrale de Riemann comme un contenu de base à bien maîtriser par les étudiants et c'est ce qui a guidé notre choix.

Pour Pascal, il s'agit du cours de « mathématiques du signal » qui est composé au total de 18 heures de cours magistraux et de 24 heures de TD. Les étudiants qui suivent ce cours proviennent autant de CPGE que de BTS, DUT et Licence réunis. Selon lui, l'intégrale de Riemann sert ici de prérequis pour l'enseignement de l'intégrale de Lebesgue qui est fait dans la continuité de cette partie de cours de première année. Pour Marianne, il s'agit d'un outil de base présenté au même titre que d'autres outils (rappels d'analyse, variables aléatoires et algèbre matricielle) à l'intérieur de son cours de « remédiation mathématique » qui se déroule en début de première année du cycle ingénieur en électronique et informatique industrielle. Cet enseignement (facultatif dans la formation, mais rendu obligatoire par Marianne) est composé de 26 heures de TD et s'adresse essentiellement aux élèves ayant suivi leur cycle préparatoire en IUT (Informatique, STID, Réseaux et télécommunication, Génie électrique et informatique industrielle). L'objectif de ce cours est d'après Marianne de montrer que « *les mathématiques, c'est important* », de rendre « *les étudiants un peu curieux en recontextualisant* » et de « *développer l'intuition* » des outils qu'il faut utiliser pour résoudre un problème donné.

La partie du cours de Pascal sur l'intégrale de Riemann est la partie introductive à l'intégrale de Lebesgue en toute première partie du diaporama intitulé « Maths du signal – Initiation » (192 diapositives) dont le plan est le suivant et pour lequel nous ne détaillons que la partie en lien avec l'intégrale de Riemann (partie 1 avec, en gras, la sous-partie traitant de l'intégrale de Riemann) :

- 1. Intégrale de Lebesgue**
  - a. Motivation et définition
  - b. Théorèmes d'inversion de limites
  - c. Boîte à outils
2. Convolution
3. Transformation de Fourier
4. Séries de Fourier

Comme son nom l'indique, la partie 1.a (22 diapositives) permet à l'enseignant de justifier l'utilisation de cette nouvelle intégrale puis de donner les définitions utiles pour le reste du cours. De même, la deuxième partie 1.b (13 diapositives) permet de détailler les théorèmes d'inversion de limites dans les intégrales dépendant d'un paramètre, dans des suites ou des séries de fonctions. La troisième et dernière partie 1.c (14 diapositives) donne enfin sous forme de « boîte à outils » les propriétés et résultats utilisables sur l'intégration de Lebesgue : relation de Chasles, linéarité, positivité, intégration par parties, changement de variable, pour des fonctions de deux variables : théorème de Fubini et changement de variables polaires, comparaison séries/intégrales, espace  $L^p$ , inégalités utiles et autres espaces courants.

Pour l'enseignement de remédiation présenté par Marianne, l'intégrale de Riemann se trouve à deux endroits. Nous donnons le plan général et nous détaillons ci-dessous uniquement le plan des sous-parties en lien avec ce contenu (parties 1 et 5 avec, en gras, les sous-parties traitant de l'intégrale de Riemann) :

- 1. Rappels d'analyse**
2. Intégrales
  - a. Calcul d'intégrales
  - b. Intégrales multiples
  - c. Intégrales généralisées et convergence
3. Variables aléatoires
4. Algèbre matriciel
- 5. Intégrales de Lebesgue**
  - a. Limites de l'intégrale de Riemann**

- b. Construction de l'intégrale de Lebesgue
- c. Intégrale de Lebesgue généralisée
- d. Propriétés de l'intégrale de Lebesgue.

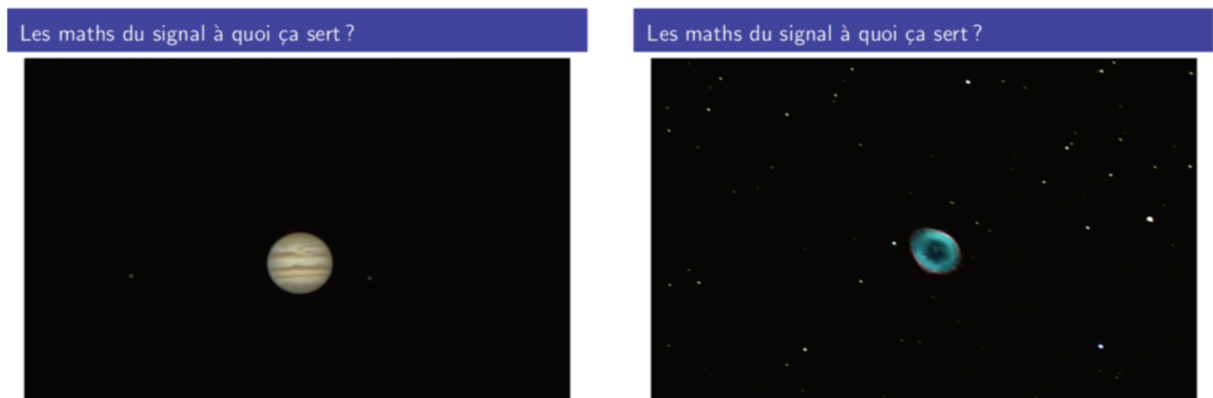
Dans ce cours, l'intégrale de Riemann apparaît donc tout d'abord dans la partie 2.a qui présente les sommes de Riemann qui permettent d'introduire la notion d'intégrale (3 diapositives). Puis, dans la partie 5.a (6 diapositives) les limitations de cette intégrale de Riemann permettent de justifier la nécessité de la construction de l'intégrale de Lebesgue. La partie 5.b (8 diapositives) explicite la construction de l'intégrale de Lebesgue et donne les définitions utiles, puis La 5.c (4 diapositives), montre comment généraliser cette intégrale à un plus grand nombre de fonctions. Enfin, la partie 5.d. (3 diapositives) donne les propriétés utiles : linéarité, positivité, théorème de convergence monotone, lemme de Fatou et théorème de convergence dominée.

Nous constatons d'emblée à la lecture de ces plans que les contenus précis de ces cours diffèrent, celui de Pascal semblent entrer plus dans le détail, notamment en terme d'espaces de fonctions et de théorèmes exposés. Ceci s'explique peut-être par le fait que les objectifs de ces enseignements ne sont pas les mêmes, mais aussi peut-être par le degré d'expertise des deux enseignants dans le domaine.

Comme nous l'avons vu précédemment, afin d'observer des points communs ou des différences entre ces deux enseignements, nous nous intéressons dans ces cours aux passages dont le but est de présenter l'intégrale de Riemann avant l'introduction de la nouvelle notion d'intégrale de Lebesgue : dans la partie 1.a du cours de Pascal (4 diapositives) et dans les parties 2.a et 5.a du cours de Marianne (5 diapositives).

### *Comparaison des diaporamas de cours de Pascal et Marianne sur l'intégrale de Riemann*

Pour commencer son cours de mathématiques du signal, Pascal en donne une justification concrète liée au traitement d'image. Il explique à l'oral que les théories qui vont être exposées vont permettre d'obtenir des photos nettes de planètes à partir de photos « bruitées ». Pour ce faire, il présente deux diapositives introductives intitulées « Les maths du signal, à quoi ça sert ? » (Figure 3-1) et dans lesquelles on observe une photo nette puis une photo floue d'une planète.



**Figure 3-1** Motivation du cours de mathématiques du signal dans le cours de Pascal

Pascal commence alors sa présentation de l'intégrale de Riemann par une diapositive présentant une définition qualifiée de « géométrique » de l'intégrale de Riemann pour une fonction réelle  $f$ , continue sur un segment  $[a, b]$ . Cette définition est basée sur la notion intuitive de la différence d'aires de deux parties du plan. Elle est complétée par une convention de notation si les bornes de l'intégrale sont inversées (cf. Figure 3-2).

## définition géométrique de l'intégrale de Riemann

### Définition 1.1

Soit  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue sur un intervalle borné  $[a, b]$  alors  $\int_a^b f(x)dx$  est « l'intégrale de  $a$  à  $b$  de  $f(x)$  par rapport à  $x$  » est le nombre réel défini par

$$\mathcal{A}ire \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{array}{l} a \leq x \leq b \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{array} \right\} - \mathcal{A}ire \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{array}{l} a \leq x \leq b \\ f(x) \leq y \leq 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{Par convention } \int_b^a f(x)dx = - \int_a^b f(x)dx$$

Figure 3-2 Définition géométrique de l'intégrale de Riemann dans le cours de Pascal

Cette définition formelle est accompagnée, dans une deuxième diapositive, par une illustration graphique de l'aire algébrique représentée par des hachures entre une courbe et l'axe des abscisses, avec une couleur (rouge) pour l'aire positive, une autre (bleu) pour l'aire négative (cf. Figure 3-3).

## définition géométrique de l'intégrale de Riemann

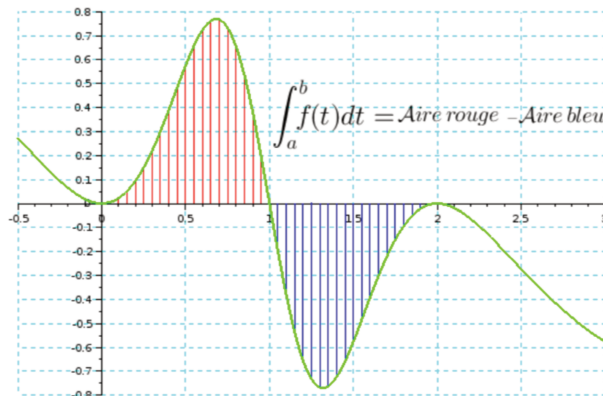


Figure 3-3 Illustration de l'intégrale de Riemann par l'aire algébrique dans le cours de Pascal

Dans le cours de remédiation mathématique de Marianne, aucun contexte n'est présenté et la notion d'intégrale est d'abord associée à celle de somme de Riemann pour une fonction  $f$  définie sur un intervalle  $[a, b]$  et pour un découpage  $d$  (notion non-définie dans ce cours). Aucune hypothèse n'est faite sur la régularité de  $f$  et pour chaque subdivision du découpage  $d$ , la valeur de la fonction  $f$  choisie comme hauteur des rectangles est quelconque (autrement dit, il ne s'agit pas spécifiquement de rectangles à gauche comme c'est plus classiquement le cas dans des cours de cycle préparatoire). Cette définition de la somme est accompagnée d'une illustration pour une fonction  $f$  positive et reprenant les notations utilisées dans la somme du dessus. Nous constatons que, comme le suggère la définition formelle, les rectangles tracés sont parfois des rectangles à gauche, parfois à droite, parfois pris au milieu ou n'importe où dans la subdivision ( $w_k \in [x_{k-1}, x_k]$ ). Ceci est précisé dans une deuxième diapositive dans laquelle la notion de « découpage » se confond avec celle de « pas » (cf. Figure 3-4).



---

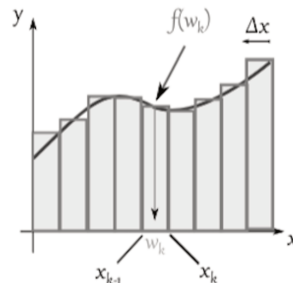
## Somme de Riemann

---

- Soit  $f$  définie sur  $[a, b]$  et soit  $d$  un découpage de  $[a, b]$ . Une somme de Riemann de  $f$  pour  $d$  est une expression  $R_d$  de la forme

$$R_d = \sum_{k=1}^n f(w_k) \Delta x_k$$

où  $w_k$  est dans  $[x_{k-1}, x_k]$  et  $k = 1, 2, \dots, n$ .



## Somme de Riemann

---

- $\Delta x$  sous-intervalle du découpage  $d$ 
  - le pas  $d$  peut être infiniment petit
  - il y a une infinité de manières de choisir le point  $w_k$  dans  $[x_{k-1}, x_k]$
- Interprétation graphique

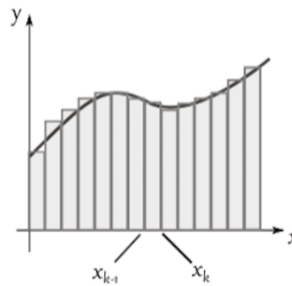


Figure 3-4 La notion de somme de Riemann dans le cours de Marianne (2 diapositives)

Dans ce cours de remédiation, c'est dans une troisième diapositive que la définition et la notation « d'intégrale définie » (faisant appel à la limite de la somme de Riemann précédente) est d'abord donnée pour une fonction  $f$  définie sur  $[a, b]$ . Vient ensuite une deuxième définition faisant appel à la primitive de  $f$  (dont la définition est rappelée dans la diapositive suivante, non présentée ici) dans le cas d'une fonction continue sur  $[a, b]$ , puis une dernière définition si  $f$  est définie sur  $[a, x]$  où  $x$  désigne également la variable d'intégration (cf. Figure 3-5).

## Intégrale définie

- Définition

– Soit  $f$  une fonction définie sur  $[a, b]$ . L'intégrale définie de  $f$  depuis  $a$  jusqu'à  $b$  est

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\|d\| \rightarrow 0} \sum_k f(w_k) \Delta x_k$$

– Si  $f$  est continue sur  $[a, b]$  et si  $F$  est une primitive de  $f$ , alors

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

– Si  $f$  est continue sur  $[a, x]$  et si  $F$  est une primitive de  $f$ , alors

$$\int_a^x f(x)dx = [F(x)]_a^x = F(x) - F(a)$$

**Figure 3-5 Définition de l'intégrale définie dans le cours de Marianne**

Dans le cours de Pascal, c'est dans la troisième diapositive que la convergence de la méthode des rectangles vers l'intégrale est donnée sous forme d'une proposition. Les hypothèses de cette proposition sont, comme précédemment dans son cours, la continuité de la fonction réelle  $f$  sur le segment  $[a, b]$  (cf. Figure 3-6).

### méthode des rectangles

#### Proposition 1.2 (méthode des rectangles)

Soit  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue sur un intervalle borné  $[a, b]$  et  $x_k$  un découpage de l'intervalle  $[a, b]$  en  $n$  segments  $([x_0, x_1], \dots, [x_{n-1}, x_n])$  dont la largeur tends vers 0

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{k=1, \dots, n} |x_k - x_{k-1}| = 0$$

alors

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) (x_k - x_{k-1}) = \int_a^b f(x)dx$$

#### Une intégrale cache un passage à la limite

on ne peut donc pas échanger facilement  $\int$  et  $\lim$

**Figure 3-6 Convergence de la méthode des rectangles à gauche vers l'intégrale dans le cours de Pascal**

Notons que dans la proposition énoncée par Pascal, les rectangles en question sont fixés à gauche de la subdivision mais que la notion de somme de Riemann est occultée tout comme le lien avec les primitives de la fonction  $f$ . Cette diapositive se termine par une idée à retenir sur l'interversion de limite et de sommes, en lien avec la suite du cours.

Dans la dernière diapositive portant sur l'intégrale de Riemann dans son cours, Pascal illustre la convergence de la méthode des rectangles en représentant 4 cas de figures pour une même fonction  $f$  positive sur l'intervalle  $[0, 2]$ , avec différentes valeurs du nombre de subdivisions  $n$  ( $n = 10, 20, 100, 200$ ) comme le montre la Figure 3-7 suivante :

## méthode des rectangles

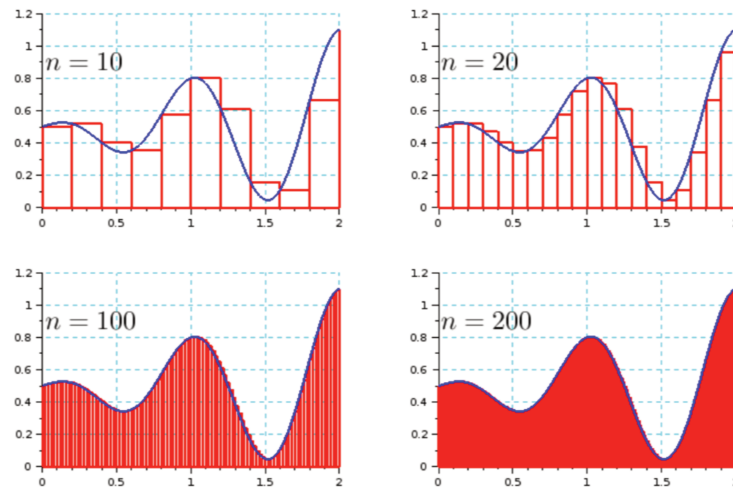


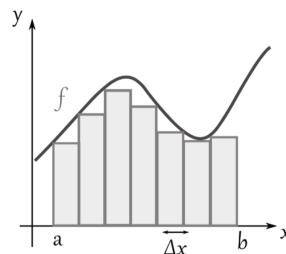
Figure 3-7 Illustration de la méthode des rectangles dans le cours de Pascal

Dans le but de montrer les limitations du modèle de Riemann et pour justifier la nécessité de l'intégrale de Lebesgue, Marianne propose de nouveau deux diapositives dans la partie 5.a de son cours dans lesquelles elle présente l'intégrale de Riemann d'une manière différente. Dans la première diapositive (Figure 3-8), elle part de l'illustration graphique des rectangles à gauche sur  $[a, b]$  pour une fonction  $f$  positive pour introduire la notion intuitive d'aire « sous la courbe ». Elle introduit furtivement le terme de « fonction en escalier » sans en donner la signification.

### Limites de l'intégrale de Riemann

- Rappel : interprétation graphique

- Aire "sous la courbe"



- Découpage sur l'axe des  $x$

- $f$  : représentée par des fonctions en escalier

Figure 3-8 Illustration de l'aire sous la courbe dans le cours de Marianne

Dans une série de cinq diapositives à suivre (pages 85 à 89, cf. annexe 3.2), Marianne présente la notion de somme de Darboux, d'intégrale inférieure, d'intégrale supérieure. Elle définit la notion de fonction « Riemann intégrable », qu'elle qualifie de plus complète que la définition initiale. Elle énonce (diapositive n°87) sous forme de « théorème fondamental » le théorème déjà présenté Figure 3-5 (page 126) permettant de calculer une primitive de  $f$  à partir de l'intégrale, puis elle donne une formule pour le calcul de l'intégrale de la dérivée d'une fonction. Les hypothèses ne sont pas précisées dans chaque cas, mais elle donne sous cette liste de propositions des hypothèses fortes pour que ces résultats s'appliquent : la continuité de  $f$  et l'existence d'une dérivée seconde.

En présentant des cas de fonctions non intégrales au sens de Riemann, (elle prend l'exemple de la fonction indicatrice d'un ensemble  $E$  et de la fonction de Dirichlet), Marianne justifie enfin la nécessité de construire une nouvelle intégrale pour des calculs de probabilités ou des séries de Fourier.

Dans la suite de son cours en traitement du signal, Pascal justifie la nécessité de considérer l'intégrale de Lebesgue pour pouvoir travailler avec des fonctions définies par des intégrales ou des séries et pour lesquelles des problèmes d'interversion se posent, notamment pour des intégrales « impropres » (notion non-définie). Il fera encore référence à la notion d'intégrale de Riemann quelquefois pour la comparer à l'intégrale de Lebesgue (notamment pour les théorèmes de convergence). Marianne n'y reviendra jamais.

### *Bilan de ces comparaisons*

Rappelons que les deux cours que nous avons choisis de comparer sont destinés à des publics différents : le cours de Pascal est un cours de mathématiques du signal et celui de Marianne est un cours de remédiation mathématique (respectivement pour des élèves ingénieurs en « électronique » et en « électronique et informatique industrielle »). Nous avons choisi d'observer la présentation d'un contenu déjà introduit au lycée et faisant partie des bases de cycle préparatoire : l'intégrale de Riemann.

Bien que son cours soit destiné majoritairement à des étudiants venant d'IUT, Marianne pense que cette partie introductive sur l'intégrale de Riemann n'aurait pas sa place dans un cours fait par un enseignant « expert » dans son école d'ingénieurs. Selon elle les étudiants de première année du cycle ingénieur sont réputés maîtriser cette notion d'intégration.

Nous avons dressé un certain nombre de constats tant sur le fond que sur la forme et nous les résumons ici.

Sur la forme tout d'abord, même si nous avons choisi de comparer les diaporamas de cours, nous observons des différences assez marquées entre les deux. Tout d'abord, les énoncés des définitions et propositions sont mis en valeur de manière appuyée chez Pascal (dans des cadres spécifiques numérotés), ce qui n'est pas le cas dans le diaporama de Marianne où les définitions et propositions sont écrites au même titre que des remarques ou commentaires. De même, les diapositives semblent contenir plus de détails mathématiques, mais moins de commentaires explicatifs (en langage parlé) dans le cours de Pascal que celui de Marianne.

Les deux diaporamas sont bien fournis en illustrations graphiques, mais celles-ci sont plus complexes dans le cas de Marianne que celui de Pascal. Par exemple, alors que Marianne utilise des abscisses génériques à la base de ses rectangles ( $x_k$  et  $x_{k+1}$ ) sur  $[a,b]$  Pascal trace des graphiques avec des exemples chiffrés.

Sur le fond, les deux diaporamas présentent des différences encore plus importantes. Tout d'abord, notons que les deux cours sont destinés à des étudiants de première année du cycle ingénieur en électronique, pourtant, seul celui de Pascal fait concrètement référence à cette spécialité. Le cours de Marianne qui est prévu pour aider les étudiants ayant suivi leur cycle préparatoire en IUT à faire des liens avec ce qu'ils connaissent déjà (« j'essaie de leur faire 'sentir' les choses pour qu'ils accrochent au concept », « mon idée, c'est qu'ils comprennent que les concepts 's'emboîtent' les uns avec les autres, que l'un a besoin de l'autre pour fonctionner... bref, faire un lien ! ») semble, au début du cours beaucoup plus éloigné de considérations pratiques. Pour elle, il semble qu'il s'agisse de faire des liens entre les concepts mathématiques, alors que Pascal tente de faire un lien avec le domaine physique correspondant.

Pour les deux enseignants en revanche, l'intégrale de Riemann est rappelée en introduction de leur cours dans le but de montrer ses limitations et ainsi de justifier la nécessité de la construction de l'intégrale de Lebesgue pour répondre à des besoins exprimés par les contenus mathématiques qui seront vus dans la suite du cours : les variables aléatoires, les probabilités, les séries de Fourier pour Marianne, et théorèmes d'interversion de limites pour la convolution, la transformation et les séries de Fourier pour Pascal.

Les deux cours présentés ici se basent sur des prérequis ou des notions intuitives plus ou moins explicites comme la notion d'aire (dans les deux cas) ou la notion de découpage (chez Marianne).

Cependant, Marianne développe dans son cours des contenus nécessitant à la fois un formalisme mathématique d'un niveau élevé (somme de Riemann, limites inférieure et supérieure, sommes de Darboux) et des hypothèses plus faibles et plus générales que dans les résultats fournis par Pascal. Par exemple, Pascal ne présente et n'illustre que la méthode des rectangles à gauche pour des fonctions continues (sans évoquer le terme de « sommes de Riemann »), alors que Marianne laisse la généralité à un niveau plus élevé (notion de fonctions Riemann-intégrables).

Remarquons également que dans le cours de Pascal, il n'est jamais fait mention de la notion de primitive, contrairement à celui de Marianne dans lequel les liens entre la notion de primitive et d'intégrale sont explicités mais pas justifiés. Nous pouvons supposer qu'il s'agit de connaissances qu'elle suppose acquises en cycle préparatoire.

Pour résumer cette analyse, nous pouvons expliciter une comparaison des praxéologies sur l'exemple très précis de l'intégrale de Riemann que nous avons choisi dans ces deux cours.

Pour le type de tâche « Calculer l'aire sous une courbe », nous constatons que l'enseignant expert (Pascal) semble privilégier des techniques de calcul approché directement utilisables par les étudiants comme la méthode des rectangles à gauche. Il fournit une seule technologie (la formule de la convergence) mais ne la justifie pas de manière théorique. Il illustre en revanche la théorie par des graphiques. Il place cette praxéologie mathématique dans un contexte lié au domaine de spécialité des futurs ingénieurs auxquels il enseigne : le traitement d'image. Ses choix praxéologiques semblent guidés par les objectifs du cours et Pascal semble se reposer sur des connaissances de cycle préparatoire sans y revenir.

D'un autre côté, pour le même type de tâche, l'enseignante non-experte en mathématiques (Marianne) rappelle au détour d'une formule les techniques de calcul exactes à partir des primitives vues en cycle préparatoire. Elle complète ces praxéologies en proposant pour le calcul approché des techniques formelles et difficilement utilisables par les étudiants (sommes de Riemann dans le cas général). Elle apporte une justification technologique de ces techniques (somme de Darboux, intégrales inférieure et supérieure) en se reposant sur des théories qui ne sont vues dans aucun cycle préparatoire, mais qui sont plutôt réservées à des spécialistes en mathématiques. C'est un paradoxe que l'on peut souligner dans cette analyse.

Après avoir comparé une partie de cours commune à deux enseignants que nous avons rencontrés en entretien, nous proposons dans la sous-partie suivante de nous intéresser à un cours de statistiques destiné à des ingénieurs chimistes. Dans notre étude ici, les statistiques présentent le double intérêt de ne pas être au programme des cycles préparatoires et d'être pourtant le point mathématique central dans le quotidien d'une grande majorité d'ingénieurs (cf. chapitre 2). En outre, les statistiques descriptives semblent d'après nos enquêtes faire parfois partie des bases mathématiques nécessaires sur le lieu de travail des ingénieurs, et les statistiques plus avancées font également partie des contenus spécifiques utiles dans certains domaines de l'ingénierie.

Ce sont toutes ces raisons qui nous ont fait choisir ce cours pour essayer d'observer les praxéologies statistiques mises en jeu dans le début de la formation en cycle ingénieur.

### 3.3.2 Cours de statistiques

Comme nous l'avons expliqué dans l'introduction à cette partie 3.3, les ressources fournies par les collègues que nous avons rencontrés ne correspondent pas tout à fait à ce que nous voulions observer dans cette sous-partie. En effet, les cours destinés aux statisticiens (le cours de Florent dont nous n'avons pas obtenu de traces, et dans une certaine mesure celui de Malik en optimisation) nous ont semblé trop spécifiques et peu représentatifs des besoins majoritaires

exprimés par les ingénieurs dans leur ensemble au chapitre 2. De même, le cours de Pascal et de Marianne (que nous avons utilisés dans la sous-partie précédente) ne contiennent pas de statistiques, et enfin, le cours de Patrice non plus. Enfin, le cours de Yann destiné aux ingénieurs des mines aurait pu être intéressant, mais nous n'avons pas pu en consulter les ressources.

Nous avons donc décidé de nous rapprocher d'un collègue, Daniel, qui dispense un cours de « Probabilités et Statistiques » en première année du même cycle ingénieur en chimie que Patrice (et que Romuald avec qui nous avons mis en place un PER, cf. chapitre 5). Signalons que cet enseignant a une formation de chimiste et à ce titre ne peut pas être considéré comme enseignant mathématicien expert.

Dans cette sous-partie, nous décrivons le début du diaporama du cours<sup>19</sup> comme nous l'avons fait pour l'analyse des cours de Pascal et Marianne en 3.3.1. Il s'agit de la partie de cours intitulée « Statistiques descriptives » et nous en présentons le plan, les objectifs, le formalisme et plus globalement les praxéologies mathématiques mises en jeu.

Tout d'abord, le cours « Probabilités et Statistiques » dispensé par Daniel est divisé en 5 parties suivant le plan ci-dessous. Nous détaillons uniquement le plan des 14 diapositives de la partie « Statistiques descriptives » qui nous intéressent ici (partie 1, en gras) et nous indiquons entre crochets le nombre de diapositives concernées par chaque item :

1. Statistiques descriptives
  - a. Introduction [1]
  - b. Objectif et quelques définitions [2]
  - c. Regroupement en classes, exemples [4]
  - d. Tendance centrale : moyenne, médiane, mode [2]
  - e. Dispersion : étendue, quantiles, diagramme en boîte, variance, écart-type, coefficient de variation [3]
  - f. Caractéristiques de forme : asymétrie, aplatissement [2]
2. Calcul de probabilité
3. Lois de probabilité et calculs
4. Inférence statistique
5. Contrôle statistique

La première diapositive d'introduction justifie le besoin de probabilités et statistiques de manière générale et présente leurs rôles comme le montre la Figure 3-9 suivante :

### **Introduction**

- **C'est quoi le problème ?**
  - Nous ne maîtrisons pas grand chose !
  - Nous le maîtrisons mal !
- Il y a des fluctuations dans les observations**
- **Rôles des probabilités et statistiques**
  - Nous permettre
    - de décrire des observations
    - de modéliser les fluctuations
    - de détecter des différences
    - de construire des modèles prévisionnels
    - de surveiller des procédés
    - d'optimiser nos expérimentations

**Figure 3-9 Introduction du cours « probabilités et statistiques » de Daniel**

Dans la deuxième diapositive, l'objectif de la statistique descriptive est précisé comme étant de « *donner une image concise d'un ensemble d'observations de même nature* ». Le contexte de la chimie n'est pas spécifié à ce stade et quelques définitions utiles (population, échantillon, échan-

---

<sup>19</sup> Signalons que ce diaporama est distribué sous forme imprimée aux étudiants.



tillon aléatoire, taille, variable statistique, valeur, fréquence absolue, fréquence relative, fréquence cumulée) suivent dans cette diapositive ainsi que la suivante (cf. Figure 3–10).

<b>Statistique descriptive</b>	<b>Statistique descriptive</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Objectif</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ donnez une image concise d'un ensemble d'observations de même nature</li> </ul> </li> <li>➤ <b>Quelques définitions</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ <b>Population</b> : ensemble exhaustif d'individus ayant un ou plusieurs caractères en commun. <ul style="list-style-type: none"> <li>• finie</li> <li>• infinie</li> </ul> </li> <li>→ <b>Échantillon</b> : sous groupe d'individus issus de la même population</li> <li>→ <b>Échantillon aléatoire</b> : dont les résultats pourront être étendus à la population</li> <li>→ <b>Taille</b> : nombre d'individus dans l'échantillon</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Quelques définitions</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ <b>variable statistique</b> : ce qui fait l'objet de l'étude <ul style="list-style-type: none"> <li>• qualitative</li> <li>• quantitative : discrète ou continue</li> </ul> </li> <li>→ <b>valeur</b> : nature ou intensité de la variable</li> <li>→ <b>fréquence absolue</b> : nombre d'occurrences de la valeur dans l'échantillon ou la population</li> <li>→ <b>fréquence relative</b> : rapport entre fréquence absolue et nombre total de valeurs.</li> <li>→ <b>fréquence cumulée</b> : sommation de toutes les fréquences des valeurs inférieures ou égale à la valeur considérée</li> </ul> </li> </ul>

Figure 3–10 Objectifs et définitions de la partie « statistique descriptive » de Daniel

Vient ensuite dans la quatrième diapositive la notion de regroupement en classe présenté comme un premier niveau de simplification. La définition d'une classe est donnée puis la distribution en classes. Pour le calcul du nombre de classes de cette distribution, la règle de Struges<sup>20</sup> est citée mais la formule n'est pas inscrite sur la diapositive. Nous pouvons supposer que cette formule étant nouvelle, l'ajout est fait durant le cours (cf. Figure 3–11).

<b>Statistique descriptive</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>premier niveau de simplification : le regroupement en classe</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ <b>une classe</b> : ensemble des valeurs comprises dans un intervalle donné <ul style="list-style-type: none"> <li>• pour les variables qualitatives : une classe par valeur</li> <li>• la classe est caractérisée par la valeur médiane de l'intervalle</li> </ul> </li> <li>→ <b>distribution en classe</b> : suite de classes d'intervalles consécutifs <ul style="list-style-type: none"> <li>• nombre de classes : pas de lois, juste une règle empirique Celle de Sturges :</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>

Figure 3–11 Regroupement en classe et règle de Struges (cours de Daniel)

Les définitions de population, d'échantillon aléatoire, de variables statistiques (continue, discrète, qualitative) sont illustrées dans les trois diapositives suivantes à partir de l'exemple d'une promotion d'étudiants (cf. Figure 3–12) :

<sup>20</sup> Le nombre de classes est égal à  $1 + \text{Log}_2(n)$ , où  $n$  est la taille de l'échantillon



## Statistique descriptive

### ➤ Exemple : VOUS

#### → Population

- oui si caractère commun est : Elèves de 1<sup>ère</sup> année en 2017/2018.
- Sinon, c'est seulement un échantillon.

#### → Échantillon aléatoire ? Ca dépend :

- de la population de départ considérée.
  - De l'ensemble de élèves I1 ENSCR :  
Même pas : date de naissance non aléatoire
  - d'un autre ensemble : ????
- de la variable statistique.
  - Age (dans l'ensemble bac + (3 ou 4)) : probablement
  - niveau de compétence en chimie (dans le même ensemble)  
sûrement pas !
  - ...

## Statistique descriptive

### ➤ Exemple : VOUS

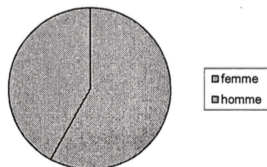
#### → variable statistique :

- quantitative continue : taille, poids, ...
- quantitative discrète : mois de naissance, nombre de notes >10
- qualitative : sexe, couleurs de cheveux , boisson préférée, ...

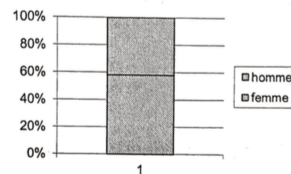
### ➤ Sexe : 58,14 % de femmes

#### → qualitative

##### Diagramme circulaire



##### Diagramme en barre



## Statistique descriptive

### ➤ Age (donnée EI1 - 2008)

#### → quantitative

- classe : même semestre

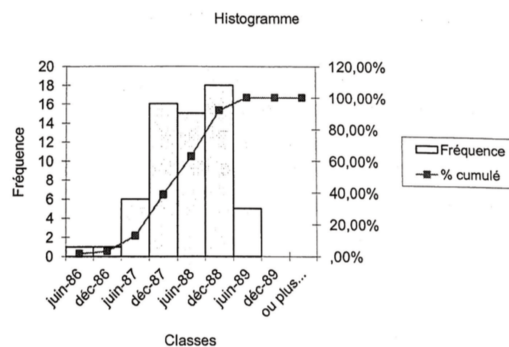


Figure 3-12 Illustration des définitions de base par un exemple (cours de Daniel)

Nous remarquons que l'utilisation de cet exemple concret est l'occasion de faire apparaître un certain nombre de représentations graphiques : diagramme circulaire et diagramme en barre (qui est en fait un diagramme en barreau à 100%) pour la répartition par sexe, histogramme de fréquence et graphique de fréquences cumulées pour les classe d'âge par semestre de naissance. Aucune explication n'est donnée sur ces diagrammes dans la diapositive.

Les diapositives 8 et 9 concernent les indicateurs de tendance centrale que sont la moyenne arithmétique en effectifs ( $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ ) ou en fréquences ( $\sum_{j=1}^{n_v} f_j v_j$ ), la médiane et le mode. Les définitions sont données ainsi que les avantages et inconvénients de ces indicateurs. Comme pour la règle de Sturges, les formules ne sont pas inscrites sur les diapositives. Seules les termes utilisés dans ces formules sont indiqués ( $n$  le nombre d'observations,  $f_j$  la fréquence absolue de la valeur ou de la classe  $v_j$  et  $n_v$  le nombre de valeurs ou de classes différentes) comme le montre la Figure 3-13 :

## Statistique descriptive

- Tendance centrale
  - la moyenne arithmétique

Où  $n$  est le nombre d'observations

- avantage : elle traduit l'ensemble des données
- inconvénient : elle traduit l'ensemble des données

- autre forme

Où  $f_j$  est la fréquence absolue de la valeur ou de la classe  $v_j$  et  $n_v$ , le nombre de valeurs ou de classes différentes

Figure 3-13 Définitions de la moyenne dans le cours de Daniel (diapositive 8)

Les diapositives 10, 11 et 12 concernent les caractéristiques de dispersion.

Dans la diapositive 10, l'étendue et les quantiles (quartiles, déciles, centiles) sont définis et illustrés comme le montre la Figure 3-14.

## Statistique descriptive

- Dispersion
  - Étendue
    - différence entre la plus petite et la plus grande valeur
  - quantiles
    - découpage de l'étendue en partie de fréquence égale

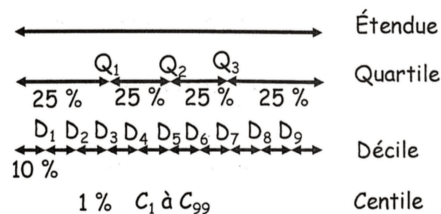


Figure 3-14 Étendue et mode dans le cours de Daniel

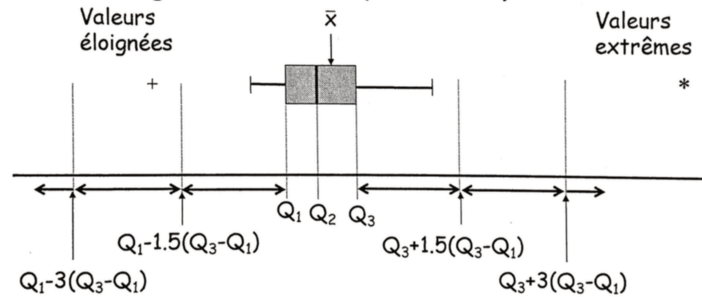
Dans la diapositive 11 apparaît un diagramme en boîte à moustaches, obtenu à l'aide du logiciel SPSS pour lequel une mise en garde est indiquée quant à l'interprétation des « moustaches ».

Cette référence très précise (« min et max de la zone bleue ») au logiciel propriétaire SPSS (*Statistical Package for the Social Sciences*) montre que l'enseignement de ce cours s'appuie sur ce logiciel (cf. Figure 3-15).

## Statistique descriptive

### ➤ Dispersion

→ Diagramme en boîte (ex. : SPSS)



attention à l'interprétation des « moustaches » :

SPSS : elles s'arrêtent aux valeurs min. et max. de la zone bleu  
autres : déciles ( $D_1$  et  $D_9$ ), min. et max. absolus, ...

Figure 3-15 Boîte à moustache et référence à SPSS (cours de Daniel)

Contrairement à la définition de la moyenne dans la diapositive 8, la diapositive 12 fait apparaître clairement les formules de la variance (en effectifs ou en fréquences), de l'écart-type et celle du coefficient de variation dans les définitions (cf. Figure 3-16). Notons que la variance est notée  $s^2$  où  $s$  est l'écart-type, mais que ce n'est pas précisé.

## Statistique descriptive

### ➤ Dispersion

→ Variance

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)^2 - n \cdot \bar{x}^2}{n-1} = \frac{\sum_{j=1}^{n_v} f_j (v_j)^2 - \bar{x}^2 \cdot \sum_{j=1}^{n_v} f_j}{\sum_{j=1}^{n_v} f_j - 1}$$

→ écart-type : racine carré de la variance

→ Coefficient de variation

$$CV(\%) = \frac{\sqrt{s^2}}{\bar{x}} \cdot 100$$

• CV n'a aucune signification si la moyenne est nulle

Figure 3-16 Variance, écart-type et coefficient de variation (cours de Daniel)

Enfin, les deux dernières diapositives de cette partie sur la statistique descriptive font apparaître deux caractéristiques de forme : le coefficient d'asymétrie  $\alpha_3$  de Pearson et le coefficient l'aplatissement (ou kurtosis non normalisé)  $\alpha_4$ .

En synthèse de cette analyse de la partie « statistique descriptive » d'un cours de « probabilités et statistiques » proposé en 1<sup>ère</sup> année du cycle ingénieur dans une école d'ingénieurs chimistes, nous pouvons dresser plusieurs constats.

Nous pouvons tout d'abord analyser la présentation de ces connaissances en terme de praxéologies pour les 10 premières diapositives :

- Tout d'abord, le cours commence par le bref exposé de théories sous forme de rappels des définitions principales pour une étude statistique quelconque.
- Viennent ensuite les technologies qui correspondent essentiellement à des formules.

- Ces technologies permettent de justifier des techniques (calculs des caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique).
- Les diapositives 5, 6 et 7 déclinant un exemple basé sur une promotion d'étudiants sont les seules parmi ces 10 diapositives à faire référence indirectement à des types de tâche. Il s'agit de « Définir une population », « S'assurer que l'échantillon observé est aléatoire », « Représenter graphiquement des variables quantitatives », « Faire un regroupement en classes », « Représenter graphiquement une variable qualitative ».

La diapositive 11 fait quant à elle aussi apparaître indirectement une praxéologie partant du type de tâche : « Tracer un diagramme en boîte à moustaches à l'aide d'un logiciel ». Aucune technique n'est associée à ce type de tâche. Seule la technique du découpage de l'étendue en quantiles est explicitée en tant que technique et les définitions de l'étendue et des quantiles sont rappelées au titre de théorie.

Sur les 14 diapositives analysées, dans les 12 premières, les définitions qui apparaissent font toutes partie des connaissances « de base » sur les statistiques descriptives qui sont vues, au lycée, en classe de première et de terminale scientifique. Elles sont toutes rappelées en détail mais les formules nécessitant le plus de formalisme mathématique n'apparaissent pas directement dans le diaporama ; elles sont à rajouter manuellement par les étudiants sur la version imprimée.

Pour ce qui est de la fin de la diapositive 12 et les diapositives 13 et 14, nous pouvons noter qu'elles font apparaître sur le même plan que les « anciennes formules », de nouvelles formules correspondant à des indicateurs nouveaux. Il s'agit de nouvelles technologies qui ne sont rattachées, du moins dans ce diaporama, à aucune autre partie de praxéologie.

Pour terminer cette analyse, nous remarquons que, contrairement au reste de ce cours (non présenté ici), les exemples traités ne sont pas en lien avec des problématiques professionnelles.

Dans la présente partie 3.3 nous avons analysé des cours dispensés dans différentes « versions » de l'institution « cours de mathématiques en cycle ingénieur ». Ceci nous a permis de comparer les praxéologies mises en œuvre par quelques enseignants dans cette part de la formation initiale des ingénieurs.

Nous avons choisi de comparer les praxéologies d'un cours réalisé par un enseignant expert et un non expert des mathématiques pour tenter d'y déceler des points communs ou des différences. Pour ce faire, nous avons centré notre analyse sur le thème de l'intégrale de Riemann, servant de « base mathématique » (enseignée dans le secondaire et dans tous les cycles préparatoires) pour la construction de l'intégrale de Lebesgue dans des cours à destination d'élèves ingénieurs en électronique.

Nous nous sommes enfin penchés sur les praxéologies en présence dans une partie sur les statistiques descriptives servant de base (enseignée uniquement dans le secondaire, pas en cycle préparatoire) dans un cours de « Probabilité et Statistiques » à destination d'élèves ingénieurs en chimie, également en première année.

Dans la dernière partie 3.4, nous faisons donc une synthèse de ces constats et de ces analyses et nous examinons les liens avec les résultats obtenus dans le chapitre 2 auprès des ingénieurs français.

### **3.4 Synthèse sur l'enseignement des mathématiques aux ingénieurs du point de vue des enseignants**

Dans les parties précédentes de ce chapitre, nous avons dans un premier temps présenté en détails les données que nous avons recueillies lors des échanges avec six enseignants de mathématiques en cycle ingénieur. Nous en présentons une synthèse dans cette dernière partie en

mettant en regard, le cas échéant, leur point de vue avec celui des ingénieurs qui ont suivi ce type de formation (chapitre 2).

Les entretiens avec les enseignants et l'analyse de ressources de cours nous ont fourni plusieurs pistes d'analyses que nous observons à différents niveaux de codétermination didactique (cf. 1.3.3). Nous les décrivons de nouveau ici brièvement :

1. le niveau du « système didactique » : pour tout ce qui concerne les contenus et les apprentissages (les lacunes, la motivation, etc.) ;
2. le niveau « pédagogie » pour tout ce qui est relatif aux choix des programmes, à l'interdisciplinarité, aux types de cours (travaux dirigés, travaux pratiques, cours magistraux, projets, etc.) à l'usage de logiciels ;
3. le niveau « école » pour ce qui est relatif à l'organisation et la répartition des étudiants, aux volumes horaires, aux liens avec autres disciplines ;
4. le niveau « société » pour ce qui s'intéresse ici aux liens éventuels entre la formation et le monde de l'entreprise et donc l'usage des mathématiques sur le lieu de travail.

Dans une première sous-partie, nous mettons en avant les praxéologies déployées dans l'institution « cours de mathématique en cycle ingénieur » par les enseignants rencontrés, en les confrontant aux praxéologies mathématiques professionnelles que ceux-ci pensent utiles aux ingénieurs.

Enfin, nous proposons de repérer dans la réalité du terrain de l'enseignement, ce qui permet de répondre ou non aux attentes alors exprimées par les enseignants ainsi que précédemment par les ingénieurs.

### 3.4.1 Des praxéologies de formation aux praxéologies professionnelles

Le cycle ingénieur est le moment de la formation mathématique des futurs ingénieurs où les praxéologies mises en place jusqu'alors (du secondaire au cycle préparatoire) devraient évoluer peu à peu en praxéologies professionnelles. Pourtant des problèmes d'adaptation du cycle ingénieur ont été clairement pointés dans notre enquête sur les ingénieurs, tant dans le questionnaire (cf. 2.2.5) et les entretiens (cf. 2.4.7) analysés au chapitre 2. Nous avons, toujours dans le chapitre 2, recueilli des données du point de vue des ingénieurs sur leur formation mathématique dans cette institution (cf. 2.2.2). En regard de ces analyses, nous détaillons dans la présente sous-partie les praxéologies mathématiques qui sont mises en place dans la formation en cycle ingénieur, du point de vue des enseignants. Ces praxéologies sont souvent en lien avec les cours qu'ils dispensent, mais les interviewés nous ont également donné un avis plus global sur les besoins mathématiques des ingénieurs.

Tout d'abord, nous nous plaçons au niveau du système didactique et en particulier celui des contenus mathématiques (en tant qu'enjeu didactique ♥) enseignés dans les écoles d'ingénieurs. Les enseignants que nous avons rencontrés dispensent leurs cours dans des établissements proposant des spécialités nombreuses et variées. Dans toutes les praxéologies mathématiques qu'ils ont pu désigner comme utiles pour les futurs-ingénieurs, nous avons repéré trois principales catégories.

Tout d'abord, il est important pour ces enseignants que les ingénieurs maîtrisent un certain nombre d'outils mathématiques qu'ils qualifient « *de base* » ou « *standard* ». Selon les spécialités, la liste est quelque peu différente, mais un « *socle commun* » à tous les ingénieurs pourrait, d'après notre analyse, être composé des contenus suivants :

- d'algèbre linéaire : calcul matriciel et systèmes linéaires ;
- d'analyse : calcul intégral, résolution d'équations différentielles, développements limités, nombres complexes ;
- de probabilités et statistiques élémentaires.

Ces contenus sont décrits comme utiles dans un certain nombre de praxéologies que nous avons classées parmi les praxéologies mathématiques de base, il est bien précisé par certains enseignants, que les techniques attendues ou les technologies utilisées sont essentiellement enseignées au cycle préparatoire, voire déjà introduites au lycée (pour les statistiques descriptives ou l'intégration, par exemple). À ce titre, un haut niveau de technicité n'est pas déclaré comme nécessaire. Par exemple, les développements limités ou la résolution d'équations différentielles se limitent en général à des ordres 1 ou 2. Nous retrouvons donc ici les praxéologies mathématiques de base rencontrées à de nombreuses reprises dans les entretiens avec les ingénieurs (cf. 2.4.2) et que nous avons classifiées parmi les praxéologies mathématiques « propres ».

Notons qu'il existe dans le « socle » mathématique précédemment exposé, une partie de probabilités et de statistiques faisant partie de ces bases (essentiellement des statistiques descriptives).

Ceci nous conduit vers le deuxième type de praxéologies utiles selon les enseignants : les praxéologies statistiques. Elles correspondent à des besoins intermédiaires ou plus avancés de traitement et d'analyse de données, enseignés également dans beaucoup d'écoles. D'après l'avis de quatre des six enseignants rencontrés, les besoins de compréhension de phénomènes liés à l'aléatoire sont partagés par tous les ingénieurs sur leur lieu de travail.

Ce point de vue rejoint encore une fois le point de vue des ingénieurs (cf. 2.4.5) : les praxéologies statistiques font partie, dans notre classification, des « praxéologies mathématiques propres » pour l'ingénieur.

Enfin, nous pouvons décrire le dernier type de contenus mathématiques utiles pour les ingénieurs, que nous avons recensé dans les entretiens avec nos six enseignants. Il s'agit de contenus spécifiques, enseignés dans les écoles concernées selon leurs spécialités (par exemple, arithmétique pour la cryptographie, graphes, optimisation, analyse de Fourier, *data mining*). Il semble que le lien direct qui existe entre l'institution de formation et le monde industriel (voire de la recherche) permet, le cas échéant, aux enseignants de prendre en compte ces besoins. Cela rejoint une nouvelle fois la classification des praxéologies mathématiques « propres » (cf. Tableau 2-25, page 97).

Dans cette synthèse sur les contenus, nous pouvons souligner l'aspect ubiquitaire des statistiques vues du côté des enseignants. Elles apparaissent fréquemment dans les contenus cités :

- à un niveau de compétence élémentaire, elles font partie des bases nécessaires ;
- à un niveau de compétence plus élevé, elles sont nécessaires pour la modélisation et l'analyse de phénomènes aléatoires en général ;
- à un niveau de compétence supérieur, elles représentent des contenus spécifiques utiles aux spécialistes (statisticiens).

Toujours au niveau du système didactique, nous avons réalisé plusieurs constats que nous avons analysés comme une manifestation praxéologique de la séparation de la technologie en deux composantes : l'une pratique, et l'autre théorique. Ceci pour répondre, selon les enseignants, au besoin de développer en parallèle les deux types de compétences.

Pour ce faire, la démonstration par exemple joue un rôle charnière entre les deux aspects. En effet, lorsque certains enseignants évoquent la « technique de la démonstration » ils expriment bien la nécessité de traiter la théorie de manière pratique. C'est également le cas lorsqu'ils demandent aux étudiants de bien maîtriser des exemples d'application d'une démonstration, plutôt que la démonstration elle-même.

À l'inverse, lorsqu'il s'agit de faire un calcul en suivant une méthode rigoureuse basée sur une théorie pertinente (mais parfois implicite ou non explicitée), il s'agit là d'incorporer de la théorie dans la pratique. De même, la volonté exprimée par les enseignants de mettre en avant le raisonnement pour éviter l'utilisation de techniques sous forme des « boîtes noires » mathématiques (y compris dans l'utilisation des logiciels) est encore une manifestation de ce phénomène d'équilibre instable entre la théorie et la technique.



Dans le même ordre d'idée, une observation faite par plusieurs enseignants est qu'il existe, pour des raisons de coût de l'emploi, une réelle demande de polyvalence de la part des industriels pour les ingénieurs. Ils ont connaissance de cette attente en particulier grâce aux partenariats bilatéraux qui existent entre certaines écoles et les entreprises. Pour cette raison, les ingénieurs sont formés et attendus sur le marché du travail comme des « hybrides », maîtrisant encore une fois des compétences techniques et théoriques. Ce qui justifie aussi en mathématiques le travail de certains passages de démonstrations pour répondre au besoin de formalisme, de rigueur et d'abstraction dans la modélisation ou la résolution de problèmes. Ceci représente un glissement des praxéologies « propres » vers les praxéologies « transversales » de modélisation et de raisonnement. À cela s'ajoutent également les praxéologies de communication, citées comme hautement utiles dans les échanges entre les étudiants, avec les enseignants, et même dans les liens avec les autres disciplines et avec le monde professionnel.

Mises à part les praxéologies de raisonnement et de rigueur qui sont implémentées dans l'étude (ou l'analyse rigoureuse) de problèmes ou de démonstrations, les praxéologies transversales de modélisation et de communication ne semblent pas être directement prises en charge par la formation mathématique en cycle ingénieur.

D'après les enquêtes que nous avons menées et présentées dans le chapitre 2 et le chapitre 3, il semble que les enseignants et les ingénieurs soient globalement en accord sur les besoins mathématiques du monde professionnel d'un ingénieur. Nous pouvons supposer que les liens entre le monde industriel et les écoles d'ingénieur participent de cet accord.

Pourtant, les observations faites chez les ingénieurs (chapitre 2) montrent que la réponse de l'institution ne paraît pas être toujours à la hauteur des attentes, notamment du fait de la « déconnexion » selon eux de la formation aux réalités du monde du travail. En outre, même s'il est possible qu'il y ait eu des évolutions récentes, notre enquête auprès des enseignants montre que des problèmes se posent à eux dans leur enseignement.

Dans la sous-partie suivante, nous allons tenter de comprendre d'où proviennent les obstacles et dans quelle mesure la réalité du milieu professionnel est concrètement prise en compte par l'institution de formation en nous basant notamment sur les cours que nous avons pu analyser.

### **3.4.2 Des attentes partagées par les enseignants et les ingénieurs à la réalité des enseignements**

Dans cette partie de la synthèse, nous faisons le bilan des diverses conditions et contraintes qui ont été relevées par les enseignants pour l'enseignement des mathématiques aux ingénieurs à différents niveaux de codétermination didactique. Partant de ce que les collègues nous ont dit, nous nous sommes intéressés à des cours de mathématiques qui sont donnés aux ingénieurs.

#### ***Prise en compte des besoins des ingénieurs par les enseignants***

Dans un premier temps, nous avons analysé le discours des enseignants sur les besoins des ingénieurs. Nous avons vu précédemment que leur diagnostic est très similaire de celui dressé par les ingénieurs eux-mêmes. Les enseignants apportent en outre quelques précisions que nous reprenons ici.

Au niveau pédagogique, les enseignants expliquent que, si pour l'apprentissage de certaines techniques et technologies mathématiques des outils informatiques peuvent aider à la pratique des calculs (pour pallier également à des volumes horaires trop restreints), certains préfèrent quand même réaliser ces calculs à la main pour servir d'apprentissage. De même, les commandes informatiques intégrées aux logiciels sont systématiquement comparées à celles que les étudiants doivent programmer. L'exemple donné par deux enseignants pour illustrer ce fait est celui des méthodes de Gauss. Ceci est également une prise en compte de la part des enseignants de l'utilisation quotidienne de logiciels à teneur mathématique par les futurs ingénieurs.



Les enseignants rencontrés, dans leur ensemble, observent des lacunes au niveau des praxéologies de base. Certaines institutions de formation proposent parfois des remédiations pour y faire face. En se penchant sur ces cours on se rend compte que dans sa forme, un cours de soutien ne semble pas spécialement plus appliqué qu'un cours plus poussé sur le même sujet (intégrale de Riemann). De plus, toujours pour les praxéologies de base (vues dans le secondaire parfois, comme les statistiques) les ressources de cours observées ne semblent pas toujours situer clairement ces bases. Dans ce cas, nous avons observé une proximité chronologique étonnante entre des rappels de praxéologies de base et des praxéologies beaucoup plus spécifiques. On peut dire qu'il s'agit d'une forme particulière d'accélération du temps didactique (Mercier et Chevallard, 1987) phénomène bien connu au moment de la transition entre le secondaire et le supérieur (Gueudet, 2008) et qui se prolonge ici au cycle ingénieur.

Nos travaux ne permettent pas d'expliquer, mais simplement de souligner ce phénomène. Cependant, nous pouvons conjecturer que d'une part il existe une différence entre des enseignants « experts » (c'est-à-dire ayant suivi une formation spécifique en mathématiques) et des enseignants « non-experts ». De plus, les enseignants ayant le statut d'enseignant-chercheur en France ont rarement suivi de formation pédagogique pour les aider à concevoir leur enseignement. Et même si certains nous ont exprimé une réelle volonté de travailler dans ce sens (en suivant par exemple les travaux des IREM), nous constatons que cela relève seulement de leur bonne volonté.

Cette analyse rejoint les avis des ingénieurs sur la qualité des enseignements de mathématiques qui leur ont été dispensés (cf. 2.5.2).

Enfin, outre les praxéologies mathématiques propres et transversales, certains enseignants rappellent que l'objectif de la formation d'ingénieur est également d'apprendre à leurs étudiants à rechercher par soi-même des savoirs. Nous avons vu dans le chapitre 2 que les ingénieurs devaient en effet souvent de se former à des nouveautés liées aux spécificités de leur métier ou à l'évolution naturelle de celui-ci. Notons qu'il s'agit là d'une forme d'autonomie qui est mise en avant et nous verrons dans la suite des travaux quelle réponse peut être apportée à ce sujet par la formation mathématique en cycle ingénieur.

### *Les conditions réelles d'enseignement : les étudiants au cœur des problématiques*

Nous avons vu en 2.5 que lorsque l'on questionne les ingénieurs sur les contraintes et les conditions de leur enseignement de mathématiques, les enseignants y jouent un rôle central dans le système didactique  $S(X, Y, \heartsuit)$ , au même titre que l'enjeu d'apprentissage  $\heartsuit$ . Il est à l'inverse naturel que pour le même questionnement, les enseignants placent les étudiants  $X$  au cœur de la problématique.

Dans l'ensemble, les enseignants rencontrés relèvent une bonne volonté et une motivation réelle des étudiants envers les mathématiques en cycle ingénieur. Néanmoins, ils détectent deux problèmes principaux :

- des lacunes généralisées, principalement en terme de bases mathématiques ;
- des problèmes de mémorisation à long terme (c'est-à-dire une fois les échéances d'évaluation passées).

Les lacunes sont dues, selon eux, tout d'abord à la diminution du niveau mathématique de la formation des étudiants dès le secondaire. Ceci se traduit par un manque criant de maîtrise des techniques de calculs élémentaires (niveau collège, comme les signes, les parenthèses etc.). À cela s'ajoutent des problèmes de réflexion sur les ordres de grandeur qui seraient à mettre sur le compte de la formation en cycle préparatoire.

Pour expliquer les problèmes de mémorisation des étudiants, certains enseignants mettent en avant la trop forte concentration sur une période trop courte de l'enseignement de certains modules. Dans ce cas, l'enseignant suggère que les étudiants soient formés à plus d'autonomie pour trouver seuls les ressources en cas d'oubli. C'est la deuxième fois que cette notion d'autonomie se positionne dans l'analyse des enseignants.

Si l'on remonte au niveau « école », la taille des promotions semble parfois poser problème lorsque celle-ci dépasse un grand nombre d'étudiants (une centaine). Ceci entrave la communication entre les enseignants et les étudiants ainsi que la prise en compte des difficultés des étudiants par les enseignants. De même le trop faible volume alloué aux enseignements de mathématique semble entraîner une surcharge de travail personnel qui est difficilement gérable pour les étudiants.

Mais au-delà de ces aspects, la problématique principale est celle de l'hétérogénéité du recrutement des étudiants provenant de divers cycles préparatoires. À ce sujet, nous constatons qu'un consensus semble émerger pour dire que les étudiants de CPGE n'ont pas de difficultés particulières en ce qui concerne les connaissances et les concepts mathématiques nécessaires en cycle ingénieur. Selon les enseignants rencontrés dans leur globalité, ce qui caractérise les étudiants de CPGE est qu'ils sont particulièrement entraînés à la répétition des situations mathématiques. Et si cela n'engendre pas de problème de l'avis de certains enseignants, d'autres pensent au contraire que cela empêche ces étudiants d'être performants sur la modélisation de nouvelles situations.

Un autre aspect qui ressort également est que les étudiants provenant des CPGE savent moins bien travailler en groupe en cycle ingénieur. Ceci les différencie des étudiants provenant d'IUT ou de STS. En outre, pour les enseignants qui soulèvent le problème, le haut niveau en mathématiques de ces étudiants issus de CPGE peut avoir des conséquences de plusieurs natures variées :

- il est parfois difficile de leur faire des remarques s'ils ont des difficultés (susceptibilité) ;
- ils ne travaillent pas toujours suffisamment car ils se sentent meilleurs que les autres ;
- ils développent un esprit négatif (voire du dénigrement) pour les enseignements et les enseignants qui n'insisteraient pas assez sur l'aspect théorique des notions mathématiques enseignées en cycle ingénieur.

Ainsi, à l'inverse, les étudiants provenant d'IUT de STS ou de Licence sont souvent perçus comme des éléments plus motivés, plus autonomes, même s'ils ont souvent plus de lacunes à combler en mathématiques. Ce consensus s'explique selon les enseignants rencontrés par plusieurs facteurs complémentaires :

- un manque d'entraînement « mécanique » ;
- des notions manquantes dans les cycles préparatoires en question (séries, calcul matriciel, par exemple) ;
- des techniques de calculs de base qui font défaut (factorisation, par exemple) ;
- la modélisation des problèmes qui leur pose des difficultés.

La valeur que certains de ces étudiants peuvent ajouter par rapport aux CPGE dans cette formation en cycle ingénieur est leur capacité à faire des liens avec d'autres disciplines scientifiques et leur expérience de la pratique. Cette expérience est acquise par ces étudiants dans leur formation antérieure, connue pour être moins axée sur la théorie.

Signalons que les deux collègues qui enseignent les statistiques en tant que spécialité sont très enthousiastes sur la mixité des recrutements en cycle préparatoire pour les cours de mathématiques. Cette mixité est même vue selon eux comme fondamentale car elle permet à tous les étudiants d'apporter leurs spécificités au groupe, en particulier pour ceux ne provenant pas de CPGE de donner l'exemple d'une pratique des données réelles à leur camarades ayant suivi leur cycle préparatoire en CPGE et qui sont plus enclins aux études théoriques.

Pour terminer sur l'origine des différents cycles préparatoires, notons que, contrairement aux CPGE et aux IUT ou STS et université, les étudiants provenant de CPI n'ont pas fait l'œuvre de remarques particulières de la part des enseignants. Ceci nous permet de faire l'hypothèse que ces étudiants sont plus en phase avec les attentes de la formation en cycle ingénieur. Le chapitre suivant ne sera pas l'occasion de faire de comparaison entre les différents cycles préparatoires, mais il nous permettra d'en savoir plus sur l'activité mathématique des étudiants dans un CPI.

Pour répondre aux contraintes énumérées précédemment, plusieurs solutions peuvent être parfois mises en place dans certaines institutions. L'une consiste par exemple en l'augmentation de la fréquence du contrôle continu pour permettre d'améliorer la mémorisation des étudiants ; une autre suggestion serait de faire des points de remédiation mathématiques plus réguliers dans l'année (plutôt qu'un bloc en début d'année). Enfin, les essais de mise en place de cours hybride pour palier à une partie de ces problèmes ne semblent pas répondre au souhait de certains enseignants. Selon eux, ce mode d'enseignement empêche la contextualisation des notions, qui fait partie des tâches qui incombent au professeur « en présence » en classe. C'est un point sur lequel nous reviendrons dans le chapitre 4.

Dans cette synthèse, nous venons de voir la prise en compte par les enseignants de mathématiques des besoins des ingénieurs en terme de praxéologies. Nous avons également analysé la réalité des contraintes qui s'exercent à plusieurs niveaux dans l'institution « cours de mathématiques en cycle ingénieurs en France ». Nous avons vu que ces contraintes proviennent en particulier des diverses formations en cycle préparatoire.

C'est pourquoi, avant de voir dans le chapitre 5 quelle réponse ou quelle proposition didactique pourrait être apportée dans l'institution « cycle ingénieur » pour limiter les effets des contraintes observées, nous proposons, dans le chapitre 4 suivant, de nous intéresser à l'activité mathématique développée dans une des versions existantes de ce cycle préparatoire : le cycle préparatoire intégré (CPI).



# Chapitre 4 - La formation mathématique en cycle préparatoire révélateur des attentes institutionnelles autour des futurs ingénieurs ?

Dans le chapitre 2, nous avons présenté les résultats de deux enquêtes conjointes réalisées auprès d'ingénieurs diplômés en France. Dans ces enquêtes, nous avons obtenu des résultats sur les praxéologies mathématiques présentes sur leur lieu de travail de leur point de vue (praxéologies propres et transversales) qui correspondent aux besoins mathématiques les plus souvent exprimés.

Ces praxéologies sont en partie liées à des contenus enseignés dans la formation initiale, mais les cours de mathématiques n'ayant pas vocation à être mémorisés *ad vitam* par les ingénieurs, la capacité pour ceux-ci à se diriger vers les bonnes ressources pour retrouver l'usage de certains de ces contenus mathématiques nécessaires (ou de répondre à un besoin d'autoformation pour en découvrir de nouveaux) est un point sur lequel il est possible d'identifier une forme d'autonomie spécifique.

Ce chapitre 2 a aussi été l'occasion de sonder le point de vue des ingénieurs sur leur formation de mathématiques. Nous avons recueilli leur avis sur la formation en cycle ingénieur et constaté que celle-ci semblait être moins satisfaisante pour eux. Dans le chapitre 3, nous nous sommes de nouveau intéressés à l'enseignement des mathématiques en cycle ingénieur en rencontrant des collègues, experts ou non des mathématiques, qui enseignent les mathématiques à divers niveaux de cette formation et dans plusieurs écoles. Nous nous sommes penchés sur leur point de vue quant aux besoins des futurs ingénieurs qu'ils forment, et quant à leurs attentes et aux manques qu'ils soulèvent à plusieurs niveaux. Les volumes horaires de la formation de mathématique en baisse dès le lycée, induisent par effet dominos, la nécessité de plus en plus forte de développement du travail personnel des étudiants hors des temps de cours.

La formation des ingénieurs en France étant conditionnée par le passage par un cycle préparatoire, il nous a paru opportun de livrer dans cette thèse quelques résultats sur cette première partie de la formation initiale. Pour ce faire, nous avons souhaité reprendre dans ce chapitre 4 l'analyse des données d'une enquête que nous avons réalisée à ce sujet dans un CPI à l'occasion d'un master recherche (Quéré, 2016). L'objectif initial de cette enquête était de s'intéresser au développement de l'autonomie dans l'activité mathématique des étudiants d'un tel cycle préparatoire. Nous avons pour commencer cherché à identifier les éventuels processus d'autonomisation (Albero & Poteaux, 2014 ; Eneau, 2016) de ces étudiants.

Nous allons dans ce chapitre retravailler une partie des données de cette enquête afin d'apporter un éclairage sur les praxéologies rencontrées dans cette institution particulière qu'est le CPI.

En effet, selon les enseignants (chapitre 3), les étudiants provenant de ce type de formation préparatoire semblent présenter un compromis intéressant entre les étudiants de CPGE (ayant reçu une formation théorique de haut niveau mais montrant parfois des difficultés à développer une démarche autonome dans la résolution de problèmes), et les étudiants notamment d'IUT (qui ont souvent une formation théorique moins solide, mais des capacités de mise en activité autonome plus favorables).

Notons que nous utilisons ces données dans le but de compléter notre analyse sur les praxéologies mathématiques dans la formation initiale des ingénieurs.

Après avoir donné quelques informations pour présenter le CPI dans lequel nous avons réalisé notre enquête, nous proposons dans ce chapitre de préciser les aspects que nous avons retenus pour observer les praxéologies mathématiques mises en place par les étudiants dans cette institution. Le questionnaire diffusé nous permettra de proposer dans la deuxième sous-partie une analyse de l'activité mathématique du point de vue général de l'organisation du travail en mathématiques. Les entretiens individuels avec huit des étudiants de ce CPI nous permettront de découvrir des aspects plus détaillés de cette organisation grâce à la résolution d'exercices que nous leur avons proposés.

## 4.1 Enquête sur la formation et l'activité mathématiques dans un CPI

Comme nous l'avons vu dans l'introduction de ce chapitre, nous présentons dans cette partie les données de l'enquête que nous avons réalisée en master et que nous avons souhaité ici réinvestir pour notre travail de thèse afin d'éclairer notre problématique de thèse sur la formation des ingénieurs en France.

Tout d'abord, nous donnons quelques informations sur le CPI dans lequel nous avons réalisé notre enquête. Ensuite, nous indiquons les parties que nous avons choisi d'analyser dans le questionnaire proposé, afin de mettre en avant des points relatifs aux praxéologies mathématiques rencontrées dans un cycle préparatoire sous plusieurs angles : travail personnel, organisation, contenus mathématiques, etc. Enfin, nous détaillons le guide des entretiens que nous avons utilisé lors de rencontres avec huit élèves de ce cycle préparatoire.

### 4.1.1 Présentation du CPI

Dans notre étude sur les différents cycles préparatoires dans la sous-partie 1.2.1, nous avons déjà présenté ce CPI en terme de curriculum et de volumes horaires en mathématiques afin de les comparer aux autres cycles préparatoires.

L'organisation des classes dans ce CPI est la suivante :

- En première année, une centaine d'étudiants sont répartis dans deux promotions. La première promotion est formée de bacheliers français. La seconde, appelée « classe internationale », est pour moitié formée également de bacheliers français, mais l'autre moitié est composée d'étudiants provenant de nombreux pays (Brésil, Chine, Pologne, Roumanie, Vietnam, Yémen, etc.). Ces étudiants sont, dans leur pays parmi les meilleurs, mais ils proviennent de milieux sociaux divers. Leur niveau de français est vérifié à l'entrée mais la maîtrise n'est pas généralisée. Les deux promotions de première année sont toutes les deux divisées en deux groupes de TD d'environ 25 étudiants chacun. Elles n'ont, sauf à de rares exceptions, jamais de cours en commun. Les cours sont dispensés en français dans toutes les matières scientifiques.
- En deuxième année, les deux promotions ne forment plus qu'une seule, regroupant alors une centaine d'étudiants ayant tous leurs cours dans des amphithéâtres. Cependant, les TD se font encore par groupe d'environ 25, représentant un quart de la promotion totale.

Les fondateurs de ce cycle préparatoire intégré nous ont expliqué que, lors de sa conception il y a une trentaine d'années, leur objectif était de limiter la place des mathématiques dans la formation des futurs ingénieurs chimistes. Ils déploraient alors dans les CPGE une hégémonie de cette discipline par rapport aux sciences expérimentales, pourtant plus utiles selon eux. Pour eux, l'enseignement des mathématiques après un bac scientifique devait se diriger vers des mathématiques appliquées, en lien direct avec le métier d'ingénieur préparé.

Dans la sous-partie suivante, nous présentons les éléments du questionnaire que nous jugeons utiles pour l'analyse de l'activité mathématique des étudiants du CPI. Par la suite, nous

présentons également les parties du guide des entretiens que nous souhaitons prendre en compte pour compléter cette analyse.

#### 4.1.2 Présentation du questionnaire

Dans cette sous-partie, nous présentons les questions posées dans le questionnaire « Autonomie en mathématiques », destiné aux étudiants du CPI décrit précédemment. Ce questionnaire est composé de quatre parties et, outre les questions générales pour mieux connaître les participants, nous sélectionnons dans cette description les items qui sont en lien direct avec l'activité mathématiques des étudiants, c'est-à-dire que nous mettons de côté les questions qui s'intéressent au ressenti des étudiants. Précisons ici que les questions posées et présentées ici sont d'ordre assez général et ne concernent pas toutes spécifiquement les enseignements de mathématiques.

La première partie est intitulée « Profil de l'étudiant ». Dans la question 1, nous cherchons à connaître la répartition des répondants selon les quatre promotions du cycle préparatoire : cycle « classique » ou international en première ou en deuxième année. Les questions 2, 3 et 4 permettent de savoir si les participants sont une femme ou un homme, et s'ils accepteraient d'être contacté(e)s pour un entretien individuel ultérieur.

La deuxième partie est intitulée « Partie 1 – Votre rapport à l'autonomie dans vos études » comporte trois questions générales (c'est-à-dire dans lesquelles les mathématiques ne sont pas spécifiées) sur le rapport des étudiants à l'autonomie.

La question 6 propose des types de tâches qui se placent au niveau du système didactique (à différents moments de « l'étude »), du côté des apprenants : « *Pour chaque tâche générale présentée ci-dessous, dites dans quelle mesure vous vous sentez autonomes :*

- *Apprendre le cours ;*
- *Prendre des notes pendant la séance de cours ou de TD ;*
- *Préparer les exercices ;*
- *Préparer une évaluation.»*

Pour chacune des propositions faites, les répondants avaient le choix, sur une échelle à quatre niveaux d'autonomie croissante, entre « Pas du tout autonome », « Peu autonome », « Assez autonome » et « Parfaitement autonome ».

La troisième partie est intitulée « Partie 2 – Autonomie et dispositifs institutionnels » interroge les étudiants sur les dispositifs mis à disposition dans différentes institutions (présentes et passées) et permettant selon eux de développer ou non l'autonomie.

La première question de cette partie (question 8) propose de choisir dans une liste de dispositifs et de ressources, celles et ceux qui leur auraient été proposés au lycée par leurs enseignants de mathématiques dans le but de développer leur autonomie : « *Dans votre formation antérieure (lycée), vos enseignants de mathématiques vous ont proposé les dispositifs suivants, dans le but de développer votre autonomie* ». Il fallait répondre « *Oui* » ou « *Non* » pour chacun des éléments suivants :

- Utilisation de logiciels comme aide au calcul ou à la résolution de problèmes
- Rédaction de devoirs maisons
- Réalisation de projets ou d'exposés
- Utilisation de ressources (internet, livres) pour la préparation d'une future séance
- Utilisation de ressources (internet, livres) pour l'approfondissement d'une notion vue en cours ou en TD

Hors de la problématique de l'autonomie, les informations récoltées dans cette question sont un bon indicateur de l'organisation du travail en mathématiques dans le secondaire.



La question suivante (question 9) est directement liée à la question précédente car elle reprend les éléments de proposition ci-dessus. Par contre, elle s'intéresse plutôt aux attentes des enseignants qu'ont pu éventuellement ressentir les élèves : « *Dans votre formation antérieure (lycée), avez vous ressenti des attentes de la part de vos enseignants de mathématiques pour que vous travailliez de manière autonome lorsqu'il s'agissait d(e)* ». Pour cela, nous avons proposé un choix gradué entre « Oui, toujours », « Oui, souvent », « Non, rarement » et « non, jamais ». Les réponses aux deux questions 8 et 9 nous intéressent ici car elles permettront de constater l'évolution, entre le lycée et la suite de la formation, des dispositifs institutionnels mis en place pour développer l'activité mathématiques des étudiants.

La question 10 « Diriez-vous que vous avez amélioré votre autonomie en mathématiques depuis le début de votre formation en cycle préparatoire ? » s'intéresse au sentiment de développement d'autonomie des étudiants dans leur formation en cycle préparatoire. C'est une première approche avant de chercher des précisions dans la suite.

C'est le cas de la question 11 qui questionne les étudiants sur le fait que certains dispositifs liés à l'institution de formation (polycopié de cours, polycopié d'exercices, utilisation de logiciels, travail en projets, cours magistraux, diaporamas, cours hybrides, questions aux professeurs) favorisent plus ou moins l'autonomie. Notons que les cours hybrides sont proposés à titre expérimental dans ce cycle préparatoire par quelques collègues volontaires, à la demande de l'institution. Le principe consiste à proposer des séances de cours à distance utilisant un support vidéo (conçu ou réinvesti par l'enseignant) à la place d'un cours magistral classique.

La quatrième et dernière partie intitulée « Partie 3 – Travail personnel et autonomie » s'intéresse de plus près au travail personnel des étudiants en cycle préparatoire.

La question 12 n'étant pas directement liée au travail en mathématique, nous ne nous y pencherons pas : « Pour vous, le travail personnel est synonyme de travail... (...individuel, avec le même groupe/binôme de camarades de ma classe, avec des camarades différents dans ma classe, avec des personnes extérieures (famille, professeur particulier), avec un (des) étudiant(s) de 2ème année) ».

Les questions 13 et 14 concernent le temps consacré par les étudiants au travail personnel hebdomadaire en général, puis en mathématiques en particulier. Ceci peut être un indicateur en lien avec la question posée dans la partie 3 des entretiens avec les ingénieurs à propos de leur formation de mathématiques (cf. 2.3.2). Ces chiffres sont aussi pour nous un moyen de sélectionner des étudiants ayant des profils de travail personnels variés pour nos entretiens ultérieurs.

Dans la question 15 « Afin de décrire la nature de votre travail personnel en mathématiques, dites si les propositions ci-dessous font partie de vos habitudes : », nous avons proposé les choix « Oui, toujours », « Oui, souvent », « Non, rarement » et « Non, jamais » pour plusieurs moments de l'étude :

- Relire simplement le cours de la journée
- Relire activement (en prenant des notes à côté) le cours de la journée
- Préparer les exercices avant une séance de TD
- Revoir les exercices après une séance de TD
- Refaire les exercices après une séance de TD
- Préparer le cours suivant
- Faire des exercices qui ne sont pas proposés ou imposés par l'enseignant
- Refaire un sujet d'un examen

Sans préciser les praxéologies mathématiques concernées, cette question nous permet de détailler les conditions de travail personnel au niveau de la discipline.

En revanche, les questions 16 et 17 nous permettent de tenter d'obtenir des précisions quant à certains comportements en termes de travail personnel en mathématiques : « *Face aux situations mathématiques proposées (hors examen), dites comment vous travaillez le plus souvent* ». Les propositions faites dans ces questions sont les suivantes :

- Seul(e), sans vérification particulière
- Seul(e), avec vérification auprès d'autres étudiants
- Seul(e), avec vérification sur ordinateur
- A plusieurs, sans vérification
- A plusieurs, avec vérification sur ordinateur

Il s'agit dans chacune de ces questions de recueillir des informations sur des praxéologies rencontrées par les étudiants en première ou en deuxième année de cycle préparatoire. Pour les deux années, nous avons proposé la même liste de types de tâches ou techniques, correspondant aux grandes lignes du programme d'enseignement dispensé dans cette institution (cf. 1.2.1) :

- Calculs sur les fonctions (limites, dérivées, primitives, etc.)
- Résolution d'équations
- Résolution d'équations différentielles
- Calculs formels (développements, factorisation, simplifications, etc.)
- Calcul matriciel (somme, produit, déterminant, etc.)
- Trigonométrie (équations, simplifications d'expressions, sommes, etc.)
- Calculs avec les complexes

Pour la deuxième année, nous avons ajouté (et c'est seulement ce qui différencie les questions 16 et 17) :

- Eléments caractéristiques d'une matrice (noyau, image, valeurs propres, sous espace propres, etc.)

Enfin, dans cette dernière partie et pour clore ce questionnaire, la question 18 était une question ouverte destinée à recueillir des commentaires qui pourront nous servir le cas échéant dans l'analyse. En tout état de cause, cette question nous a fourni un paramètre de sélection supplémentaire pour les futurs entretiens avec les étudiants de ce cycle préparatoire intégré : « *Avez-vous des commentaires à ajouter au sujet de votre autonomie dans vos études ?* ».

Dans la sous-partie suivante, nous présentons le guide d'entretiens que nous avons mis au point pour les étudiants du cycle préparatoire intégré qui se sont portés volontaires au moment de répondre au questionnaire que nous venons de décrire. Comme dans la présentation de ce questionnaire, nous choisissons principalement les questionnements en rapport avec les praxéologies mathématiques et nous motivons ces choix à chaque fois.

#### **4.1.3 Présentation du guide des entretiens avec les étudiants de CPI**

Dans cette sous-partie nous présentons le guide des entretiens que nous avons réalisé auprès d'étudiants choisis parmi les répondants au questionnaire décrit dans la sous-partie précédente. Ces entretiens, comme tous ceux que nous avons réalisés pour ce travail de thèse, sont de nature ethnographique, et semi-directifs. Nous présentons ainsi de manière plutôt générale les thèmes et les questionnements que nous avons cherchés à observer dans le discours des étudiants.

Comme nous avons commencé à le voir dans la sous-partie précédente, nous avons utilisé les réponses à certaines questions du questionnaire pour choisir de rencontrer en entretiens des étudiants ayant des profils différents et si possible complémentaires. C'est dans cette logique que, dans la première partie des entretiens, nous avons cherché à préciser les profils des étudiants que nous avons effectivement rencontrés et que nous présenterons dans la partie 4.2.

Dans cet ordre d'idée, la première partie de l'entretien intitulée « Prérequis à l'autonomie » permettait d'obtenir des détails sur le profil des étudiants rencontrés. Pour nos

travaux, nous nous intéresserons ici à leur réussite avant le bac, leurs résultats en mathématiques en cycle préparatoire, leur logique d'apprentissage (réussite ou apprentissage) (Robert, 1998) et leur satisfaction quant à leur choix d'étude.

Dans la partie suivante intitulée « Améliorer l'autonomie », nous recueillons des informations sur l'utilisation, par les étudiants rencontrés, de certains dispositifs institutionnels proposés. Nous avons également relevé leur avis au sujet de ces dispositifs. Cette partie fait écho aux questions 8 et 9 du questionnaire sur les dispositifs proposés en lycée et nous proposons d'échanger sur l'utilisation d'un photocopie de cours ou d'exercice, de diaporamas projetés en cours, de leur avis sur les cours magistraux. Nous demandons également des suggestions de dispositifs qui ne sont, selon eux, pas (ou trop peu) utilisés et qui amélioreraient l'autonomie : devoirs maison, travail en groupe, projets, etc. Notons que dans cette partie de l'entretien nous nous plaçons à un niveau plutôt général non pas spécifiquement au niveau de l'enseignement des mathématiques.

Dans la troisième partie intitulée « Travail personnel en mathématiques », nous voulons tenter de faire décrire par les étudiants eux-mêmes la nature de leur activité mathématique. L'objectif est d'approfondir les données recueillies dans les questions 15, 16 et 17 du questionnaire.

Un premier questionnement concerne l'organisation concrète de ce travail personnel à un niveau général : lieux, moments de la journée ou de la semaine, temps passé (nous nous référons aux questions 13 et 14 du questionnaire), plan de travail éventuellement mis en place.

Ensuite, nous cherchons à connaître un peu plus la nature de leur travail en mathématiques : Travaillent-ils des exercices types ? Apprennent-ils des méthodes ou des astuces liées aux exercices qu'ils ont résolus ou corrigés avec leur enseignant ? Relisent-ils le cours systématiquement ? Font-ils des fiches ? Refont-ils des exercices déjà traités ou des nouveaux ? Ces questionnements se situent dans le prolongement de la question 15 du questionnaire.

Toujours sur le thème du travail personnel, nous nous sommes penchés également sur la question du matériel, des supports et des ressources que les étudiants utilisent en mathématiques : livres, internet, logiciel(s), photocopies, calculatrice, aides d'autres personnes.

Quant à l'organisation de leur travail au niveau mathématique, nous avons cherché à savoir si les étudiants rencontrés privilégient le travail seul ou en groupe (et pour quelle raison) ? Nous leur avons également demandé de décrire le cas échéant leur préparation des séances de cours ou de travaux dirigés, ainsi que la préparation des évaluations de mathématiques. Dans les deux cas, nous avons cherché à savoir s'ils anticipaient cette préparation longtemps à l'avance. Enfin, nous leur avons demandé s'ils réalisaient ou non une quelconque forme d'auto-évaluation de leur travail.

Pour terminer nos entretiens, nous avons centré nos échanges sur une analyse plus précise de l'activité mathématique des étudiants. Pour ce faire, nous avons proposé aux étudiants de préparer trois exercices (cf. annexe 4.1), environ trois semaines avant le premier entretien. Ils ont tous reçu une même fiche accompagnée de la consigne générale suivante : « *Je souhaiterais que tu t'intéresses aux trois exercices ci-joints. Le but étant moins de les réussir ou de rédiger complètement que de chercher à comprendre les mécanismes qui t'auront servis pour parvenir à une solution* ».

Nous ferons une étude didactique *a priori* de chacun des trois exercices dans la partie 4.2.3. Néanmoins, nous en proposons à ce stade une première présentation générale. Les exercices ont été sélectionnés dans trois domaines différents des mathématiques : la géométrie, les équations différentielles et le calcul matriciel. Nous avons choisi ces thèmes, au programme des enseignements du cycle préparatoire intégré, pour que tous les étudiants puissent accéder sans difficulté aux ressources nécessaires à leur résolution, y compris leurs propres cours. De plus, ces trois thèmes choisis se situent au niveau des « bases mathématiques » qui ont été mises en avant par les ingénieurs comme par les enseignants dans les autres enquêtes (chapitres 2 et 3). Notons

que nous n'avons pas pu proposer d'activité sur les statistiques puisque celles-ci ne sont pas au programme du cycle préparatoire intégré.

De plus, signalons que ces exercices ne sont pas des exercices appliqués à d'autres disciplines de la formation d'ingénieur (chimiste). Tels que nous les avons conçus, ils ne permettent pas de répondre au besoin de la part des étudiants de voir des liens entre les concepts, de se placer dans des situations concrètes ou bien issues de leur futur lieu de travail. Nous les avons conçus au contraire, pour pouvoir nous concentrer sur les aspects praxéologiques liés uniquement aux « bases mathématiques » (cf. 2.4.2 et 2.5) pour des étudiants se destinant à une formation ultérieure d'ingénieur.

C'est ainsi que nous avons choisi les exercices pour qu'ils soient d'une difficulté moyenne, accessibles aux étudiants des deux années de la formation en cycle préparatoire intégré. De plus, ces exercices correspondent aux thèmes communs issus du questionnaire ayant reçu des réponses (questions 16 et 17) permettant de penser qu'ils fourniront une illustration pertinente de l'utilisation de ressources, de la prise d'initiative, ainsi que des informations sur l'évolution des étudiants entre les deux années d'études.

Précisons que chaque énoncé ne contient dans sa première version qu'une seule consigne, sans indication. Ceci doit nous permettre d'observer un certain nombre d'aspects au niveau du système didactique qui ont été identifiés, dans l'enquête sous forme de questionnaire et d'entretiens dans le chapitre 2, comme des besoins mathématiques avérés pour de futurs ingénieurs. En particulier, la manière dont la consigne a été posée, nous oriente vers l'observation de la mise en place de stratégies de résolution de problèmes utilisant, le cas échéant, un mode de raisonnement rigoureux et logique. Ceci peut nous permettre également de voir, à un niveau supérieur quelles sont les ressources mises à profit par les étudiants pour parvenir à leurs fins. Ces ressources sont vues au sens large et vont de la recherche d'informations (sur internet, avec des logiciels, dans des livres etc.) aux échanges nécessaires auprès de camarades, d'enseignants ou autre.

Comme l'indique la consigne générale aux étudiants énoncée précédemment, nous nous sommes intéressés ici principalement à la pratique de la recherche de la solution, à l'utilisation de ressources et à la vérification des résultats. Pour ce faire, nous avons demandé aux étudiants lors de l'entretien de nous relater leur travail pour chaque exercice, à partir de leurs traces écrites. Ainsi, voici les questionnements que nous avons choisis pour guider les échanges à ce propos :

- Avez-vous cherché à identifier le type de problème ? Si oui, comment ?
- Pouvez-vous décrire la méthode que vous avez utilisée ? Avez-vous rencontré des blocages ? Si oui, lesquels ?
- Comment avez-vous organisé votre recherche ? rédaction directe, utilisation d'un brouillon, identification et recherche des ressources utiles, gestion du temps, etc.
- Avez-vous vérifié vos résultats et si oui, comment ?

Lors de cette dernière partie de l'entretien, nous avons de plus systématiquement présenté aux étudiants une version des mêmes trois exercices, mais cette fois-ci détaillée et accompagnée d'indices (que les étudiants aient ou non réussi à traiter l'exercice). Ces versions se trouvent également dans l'annexe 4.1. Ceci nous a permis d'échanger sur les modifications que cela entraînait sur leur activité mathématique pour la résolution de ces exercices.

Dans cette partie 4.1 nous venons de présenter les détails de l'enquête en deux temps (questionnaire et entretiens) que nous avons réalisée auprès d'étudiants d'un cycle préparatoire intégré destinés à devenir de futurs étudiants de cycle ingénieur.

Ainsi, dans la partie 4.2 à suivre, nous présentons les résultats issus de cette enquête, avant de dresser une comparaison avec le discours tenu par les ingénieurs (chapitre 2) ainsi que les enseignants de mathématiques en cycle ingénieur (chapitre 3) que nous avons rencontrés.

## 4.2 Analyse des données de l'enquête en Cycle Préparatoire Intégré

Dans la partie précédente, nous avons détaillé le questionnaire et le guide des entretiens qui nous ont servi de base pour notre enquête sur les étudiants d'un cycle préparatoire intégré.

Dans la présente partie, nous exposons tout d'abord les réponses que nous avons recueillies dans le questionnaire auquel 179 étudiants du CPI ont pris part.

Nous décrivons ensuite le contenu des entretiens que nous avons menés auprès de huit étudiants du CPI que nous avons sélectionnés parmi les 56 étudiants qui se sont portés volontaires lors du questionnaire.

Les praxéologies mathématiques en cycle préparatoire intégré sont alors observées sous deux aspects : nous commençons par une description des étudiants en approfondissant les caractéristiques individuelles de leur travail en mathématique déjà étudiées dans le questionnaire (contenus, dispositifs, apprentissages, etc.). À la suite de quoi, nous nous intéressons plus précisément à l'activité mathématique qu'ils ont développée lors de la résolution de trois exercices que nous leur avons proposés avant notre rencontre.

### 4.2.1 Réponses au questionnaire

Lors de cette enquête par questionnaire auprès d'étudiants dans un cycle préparatoire intégré, nous avons obtenu 179 réponses complètes sur 199 étudiants présents au total dans la formation. Dans cette sous-partie nous détaillons les réponses aux items que nous avons présentés dans la partie précédente.

En utilisant les réponses aux questions posées dans la partie « profil de l'étudiant », nous pouvons décrire sommairement la répartition des étudiants de ce cycle préparatoire intégré selon quelques critères. Nous les résumons dans le Tableau 4-1 suivant :

Sexe	Femmes	Hommes	Total
	123 (69%)	56 (31%)	
Classe	CPI	Cycle International	179 (100%)
	94 (53%)	85 (47%)	
Année	1 <sup>ère</sup> année	2 <sup>ème</sup> année	
	95 (53%)	84 (47%)	

Tableau 4-1 Répartition des étudiants du CPI selon trois critères

Sur ces chiffres, nous constatons qu'il y a d'avantage de femmes que d'hommes, mais qu'en revanche la répartition entre le cycle « classique » et le cycle international (cf. 4.1.1) est homogène. De même que la répartition entre les étudiants de première et deuxième année. Avec 179 étudiants sur 199, soit 90% de la population observée, nous pouvons bien évidemment considérer que notre échantillon est représentatif de ce cycle préparatoire.

Signalons que ces chiffres sont donnés d'abord à titre indicatif, mais que ces variables nous serviront également à l'occasion (si les résultats sont pertinents) à faire des distinctions utilisant ces critères dans les analyses : Femmes-Hommes, CPI-cycle International et 1<sup>ère</sup> année-2<sup>ème</sup> année. Pour ce faire, nous utiliserons exclusivement le test d'indépendance du  $\chi^2$  à un degré de liberté, ayant une valeur de référence de 3,84 nous permettant d'accepter ou de rejeter l'hypothèse d'indépendance des deux sous-groupes avec un seuil de 95% : si la valeur du  $\chi^2$  obtenue est supérieure à cette valeur de référence de 3,84, nous pouvons rejeter l'hypothèse d'indépendance et ainsi conclure que les différences observées sur les sous-groupes sont significatives (cf. 5.5.2).

Dans la question 6, nous avons proposé quatre types de tâches généraux (c'est-à-dire non spécifiquement mathématiques) pour lesquels les étudiants devaient nous donner leur niveau d'autonomie. Les réponses obtenues sont consignées en pourcentages dans le Tableau 4-2 suivant :

	<b>Pas du tout autonome</b>	<b>Peu autonome</b>	<b>Assez autonome</b>	<b>Parfaitement autonome</b>
<b>Apprendre le cours</b>	3%	14%	50%	33%
<b>Prendre des notes en cours ou en TD</b>	2%	20%	42%	36%
<b>Préparer les exercices</b>	2%	28%	53%	17%
<b>Préparer une évaluation</b>	2%	16%	55%	27%

**Tableau 4-2 Autonomie déclarée par les étudiants du CPI pour des types de tâches généraux**

Ces chiffres montrent qu'à différents « moments de l'étude » (c'est-à-dire à différentes périodes de leur travail en mathématiques), les étudiants se sentent globalement autonomes (pour 70 à 83% d'entre eux) pour réaliser les types de tâches proposés. « Préparer des exercices » est le type de tâche qui reçoit le plus faible score bien que celui-ci reste élevé (70%). En distinguant les sous-groupes, cette proportion s'abaisse à 60% chez les hommes, et 58% chez les étudiants de deuxième année.

Nous obtenons à ce stade des réponses au niveau du « système didactique ». Nous pouvons en effet conjecturer que les étudiants de ce cycle préparatoire intégré semblent se sentir en phase avec les attentes de l'institution en terme d'autonomie. L'approfondissement de cette enquête en cycle préparatoire sur type de praxéologies concernées par cette autonomie fait partie des suites qui pourraient être données à cet aspect de nos travaux.

Dans la deuxième partie du questionnaire, nous nous sommes intéressés aux dispositifs mis en place par les enseignants de mathématiques au lycée pour développer l'autonomie des élèves (question 8). Il s'agissait également de savoir si les étudiants (uniquement ceux de première année, pour que leurs souvenirs soient plus récents) interrogés avaient ressenti une attente à ce sujet (question 9). Nous assemblons ici les réponses à ces deux questions qui sont très proches dans leur formulation et dont les résultats sont du même ordre.

Tant en terme de réalisation effective que d'attentes, « la rédaction de devoirs maison » est le dispositif qui selon les répondants a joué un rôle dans leur autonomie. En effet, 96% des étudiants l'ont cité et cela sans distinction selon les sous-groupes (français/internationaux, homme/femme).

Les autres propositions ont recueilli un « non » largement majoritaire pour les questions 8 et 9 (entre 62% et 80%). Cependant une différence significative apparaît pour « l'utilisation de ressources (internet ou livres) pour la préparation d'une future séance » qui passe de 22% au cycle préparatoire intégré « classique », à 38% en cycle international (avec un  $\chi^2$  de  $6.1 > 3,84$ ). De même pour « l'utilisation de ressources pour l'approfondissement d'une notion vue en cours ou en TD » qui passe de 31% en cycle préparatoire intégré classique à 48% en cycle international ( $\chi^2 = 6 > 3,84$ ).

Ceci montre tout d'abord l'homogénéité de point de vue des étudiants au sujet des dispositifs utilisés par les enseignants de mathématiques au lycée : le devoir maison est le seul réellement répandu (et apte à les aider à développer leur activité mathématique), tandis que les projets, les exposés, l'utilisation de logiciels comme aide au calcul ou à la résolution de problème ne sont pas majoritairement rencontrés. Enfin, les ressources externes (livres et internet), bien que globalement peu utilisées par les enseignants du secondaire, semblent cependant plus utilisés à l'international qu'en France. Ceci pourrait s'expliquer par les utilisations différentes faites par les enseignants du manuel scolaire dans les autres pays. Nous pouvons supposer par exemple que, dans les pays concernés, les enseignants demandent aux élèves de compléter ce manuel par d'autres ressources.

Dans la question 10 dont l'objet est de savoir si les étudiants avaient le sentiment d'avoir amélioré leur autonomie en cycle préparatoire, nous totalisons 69% de « oui » au global. En différenciant les sous-groupes, on obtient une différence faiblement significative de pourcentage entre les 76% obtenus chez les étudiants de première année et les 62% en deuxième année (soit un  $\chi^2$  à 4,1 > 3,84).

Ceci nous permet de conclure que le sentiment d'amélioration de l'autonomie est largement partagé par les étudiants de ce cycle préparatoire intégré et qu'il est sensiblement plus fort chez les étudiants de première année. Étant donnée la tournure de la question, il est *a priori* étonnant de constater que les étudiants de deuxième année auraient moins conscience de leur progrès en terme d'autonomie. Ceci s'explique peut-être par le fait que les étudiants doivent faire face à un surcroît d'activité mathématique en cycle préparatoire par rapport à l'enseignement secondaire, et que l'autonomie qu'ils développent pour y répondre devient progressivement habituelle.

Quant aux dispositifs utilisés en cycle préparatoire intégré (question 11) et qui favorisent le plus l'autonomie selon les étudiants, nous retrouvons les photocopies de cours et d'exercices (respectivement 81% et 86%), ainsi que les questions aux professeurs (88%).

Vient ensuite le travail sur les projets qui est en moyenne considéré par 72% des étudiants comme une manière de favoriser leur autonomie. La seule légère différence existant entre les sous-groupes se situe entre les CPI classiques et les classes internationales, pour une valeur de  $\chi^2$  égale à 4.8 > 3,84.

Avec un résultat très proche, les solutions logicielles proposées par l'institution sont considérées comme un atout pour l'autonomie (69% du total), avec une légère différence entre la première année et la deuxième année (valeur de  $\chi^2$  égale à 9,5 ou 3,9 selon le logiciel proposé).

Le cours hybride retient 61% d'opinions favorables à l'autonomie, tous étudiants confondus. Mais ce chiffre monte à 79% en première année contre 42% en deuxième année, soit un  $\chi^2$  égal à 21,7 > 3,84.

Enfin, les dispositifs utilisés qui, selon les étudiants favorisent moins leur autonomie sont le cours magistral ainsi que le diaporama projeté en cours avec respectivement seulement 47% et 44% d'accord. Pour les écarts importants, notons que le cours magistral recueille 59% d'avis favorables en CPI contre 36% en Classe Internationale (soit un  $\chi^2$  calculé à 8 > 3,84), et le diaporama récolte 60% d'accord en première année contre 27% en deuxième, soit un  $\chi^2$  égal à 25 > 3,84.

Tous ces chiffres montrent que, de manière homogène, les étudiants plébiscitent l'usage du photocopié de cours et d'exercices ainsi que les questions qu'ils posent aux enseignants pour les aider à développer leur activité mathématique (ceci rejoint les résultats de Gueudet & Pepin (2016) à propos des étudiants des filières mathématiques).

Pour l'utilisation de logiciels, qui est aussi selon ces résultats un facteur indéniable d'aide à l'activité mathématique selon les participants à cette enquête, des différences sensibles apparaissent entre les étudiants de première année qui y sont plus favorables que ceux de deuxième année.

Les plus gros écarts entre les étudiants de première année et ceux de deuxième année concernent les cours hybrides et la projection de diaporama en cours, qui sont favorables à leur travail autonome selon les premiers, pas selon les deuxièmes. Ce résultat nécessiterait sans doute plus d'investigation, mais nous pouvons conjecturer que, face à la difficulté croissante des concepts mathématiques enseignés, les étudiants de deuxième année ont besoin de se retrouver dans un échange plus direct avec l'enseignant.

Enfin, concernant ces dispositifs et ressources, la seule différence notable entre les bacheliers français et les internationaux concerne les cours magistraux qui aident au développement de l'autonomie selon les premiers et pas selon les deuxièmes. Ceci peut s'expliquer par le frein à l'activité mathématique que peut représenter la langue française à l'oral (contrairement à l'écrit) pour ceux dont le français n'est pas la langue maternelle.

Dans la troisième partie du questionnaire concernant le travail personnel, il est intéressant de constater tout d'abord le ratio moyen entre la quantité de travail personnel hebdomadaire



déclaré par les étudiants en mathématiques comparé au travail personnel toutes matières confondues (questions 13 et 14). Nous indiquons les chiffres obtenus dans le Tableau 4-3 suivant :

	<b>Moyenne</b>	<b>Minimum</b>	<b>Médiane</b>	<b>Maximum</b>
<b>Global</b>	16h	1h	15h	55h
<b>En mathématiques</b>	4h	0h	4h	25h

Tableau 4-3 Volume horaire hebdomadaire moyen de travail personnel déclaré en CPI

Globalement, c'est entre les hommes et les femmes que l'écart est le plus important, mais en mathématiques, il n'y a pas de différence significative entre les sous-groupes.

En nous basant sur la moyenne et la médiane, nous pouvons conclure que les mathématiques représentent 4h de travail personnel hebdomadaire pour les étudiants du cycle préparatoire intégré observé, soit environ un quart du volume hebdomadaire global.

Pour essayer de décrire de manière assez générale les praxéologies mathématiques (ici principalement des types de tâches) mises en place par les étudiants pour leur travail personnel, nous utilisons les propositions faites à la question 15.

Parmi les propositions que nous avons mises en avant dans cette question, celle ayant reçu le plus de suffrages, pour tous les étudiants, est celle de la préparation des exercices avant une séance de TD (77%). Il existe cependant une disparité importante :

- entre la première année (90%) et la deuxième année (62%), pour une valeur de  $\chi^2$  égale à 23,2 et
- entre les classes de CPI classiques (84%) et les classes internationales (68%) pour une valeur de  $\chi^2$  égale à 6,6.

Vient ensuite le choix de refaire un examen, qui récolte 76% des réponses des étudiants avec une légère différence ( $\chi^2=5,6$ ) entre les étudiants de première année (68%) et ceux de deuxième année (84%).

Trois des huit propositions n'ont pas permis de dégager de majorité dans les réponses : refaire ou revoir les exercices après une séance de TD et relire simplement le cours. En revanche, trois réponses ont montré que les propositions faites ne font pas partie des habitudes de travail pour la majorité des étudiants : la relecture active du cours (30%), la préparation du cours suivant (12%) et la préparation d'exercices non proposés ou imposés par l'enseignant (14%). Ces résultats restent très peu modifiés par des effets de regroupement.

Ces chiffres donnent une image assez précise de la manière dont les étudiants abordent leur activité personnelle en mathématiques dans ce cycle préparatoire intégré. Les étudiants montrent une prépondérance pour la préparation des exercices de TD, en particulier ceux de première année ainsi que les étudiants français. Dans ce classement viennent ensuite les habitudes qui consistent à retravailler les sujets d'examens passés. En revanche, nous constatons dans ces réponses que peu d'étudiants travaillent leur cours passé, préparent le cours suivant ou font des exercices en dehors du cadre des séances.

Pour les étudiants de première année (question 16), pour sept types de tâches mathématiques proposés (voir les lignes du Tableau 4-4 ci-après), la grande majorité des réponses sont dans les trois premières colonnes dont l'intitulé commence par « Seul(e) ». Dans ces trois colonnes, ce sont la vérification auprès d'autres étudiants et la vérification sur ordinateur (32% en moyenne, toutes situations confondues) qui dominent. Il n'y a que les calculs formels qui emportent une majorité de réponses « Seul(e) sans vérification ».

Avec 28% et 24% respectivement, ce sont les domaines de la trigonométrie et des équations différentielles qui engagent la mise en place de travail à plusieurs.

Pour les étudiants de deuxième année (question 17), l'analyse se rapproche de la précédente puisque ce sont les trois colonnes commençant par « Seul(e) » qui ont également obtenu le plus de réponses, avec 29,3% pour la vérification sur ordinateur, tout juste devant la vérification auprès d'autres étudiants (29%) et l'absence de vérification (24%). C'est encore dans le domaine de la trigonométrie (22%) et des équations différentielles (20%), mais aussi du calcul des élé-

ments caractéristiques d'une matrice (19%) que le travail à plusieurs semble se mettre occasionnellement en place.

Nous détaillons dans le Tableau 4-4 suivant les réponses aux questions 16 et 17 :

		<b>Seul(e) sans vérification</b>	<b>Seul(e), avec vérification entre étudiants</b>	<b>Seul(e), avec vérification sur ordinateur</b>	<b>À plusieurs, sans vérification</b>	<b>À plusieurs, avec vérification sur ordinateur</b>
Calculs sur les fonctions	1 <sup>ère</sup> année	15%	33%	38%	5%	6%
	2 <sup>ème</sup> année	14%	27%	40%	4%	12%
Résolution d'équations	1 <sup>ère</sup> année	18%	39%	27%	2%	11%
	2 <sup>ème</sup> année	27%	30%	33%	1%	6%
Résolution d'équations différentielles	1 <sup>ère</sup> année	11%	36%	25%	11%	13%
	2 <sup>ème</sup> année	18%	27%	30%	2%	18%
Calculs formels	1 <sup>ère</sup> année	32%	28%	22%	5%	9%
	2 <sup>ème</sup> année	32%	29%	25%	6%	4%
Calcul matriciel	1 <sup>ère</sup> année	20%	28%	33%	4%	11%
	2 <sup>ème</sup> année	30%	30%	32%	4%	2%
Trigonométrie	1 <sup>ère</sup> année	17%	35%	16%	11%	17%
	2 <sup>ème</sup> année	17%	25%	31%	8%	14%
Calcul avec des complexes	1 <sup>ère</sup> année	17%	35%	22%	9%	13%
	2 <sup>ème</sup> année	X	X	X	X	X
Éléments caractéristiques d'une matrice	1 <sup>ère</sup> année	X	X	X	X	X
	2 <sup>ème</sup> année	29%	35%	14%	12%	7%

**Tableau 4-4 Travail personnel selon les types de tâches en cycle préparatoire**

Ces résultats montrent que le travail seul est le mode de travail personnel le plus répandu en mathématiques chez les étudiants de ce cycle préparatoire. Nous pouvons ajouter que le principe de vérification de leurs résultats avec une machine ou un ou plusieurs camarade(s) est majoritairement ancré dans leurs habitudes. L'activité mathématique pour la grande majorité des étudiants est donc une activité avant tout solitaire, même si certains domaines des mathématiques semblent favoriser légèrement le travail à plusieurs.

Au vu des résultats obtenus, nous pouvons supposer que ce sont les domaines d'apprentissage les plus récents qui posent le plus de difficultés et qui génèrent la nécessité d'une entraide plus importante. Ceci rejoint ce que l'on peut trouver dans les commentaires à la

question ouverte du questionnaire (question 18) : « *la difficulté de compréhension nous oblige à fournir un gros travail personnel en mathématiques* ».

Dans cette sous-partie, nous venons d'exposer les premiers résultats principaux concernant l'activité mathématique d'étudiants en première et seconde année d'un cycle préparatoire intégré. À travers le prisme de l'autonomie de ces étudiants, nous avons réussi à obtenir des précisions sur certaines praxéologies mathématiques. Cependant, nous pouvons remarquer que, du fait de la tournure des questions posées, les résultats obtenus grâce à notre questionnaire se situent souvent à un niveau praxéologique assez général.

Dans la sous-partie suivante, nous nous intéressons aux entretiens que nous avons réalisés avec huit élèves de ce cycle préparatoire. Nous présentons plusieurs caractéristiques de ces étudiants dans le but de pouvoir accéder à des praxéologies à un niveau plus fin qu'avec le questionnaire sur l'activité mathématique en cycle préparatoire intégré.

#### 4.2.2 Présentation des étudiants participant aux entretiens

Dans le questionnaire présenté dans la sous-partie précédente, 31% des participants (56 étudiants) se sont portés volontaires pour participer à un entretien ultérieur. Dans les paragraphes suivants, nous présentons la première partie des résultats de ces entretiens.

Tout d'abord nous présentons brièvement les huit étudiants que nous avons rencontrés. Pour ce faire, nous utilisons les critères « objectifs » qui nous ont servi à les choisir parmi les volontaires : sexe, promotion, baccalauréat, volume horaire hebdomadaire de travail personnel (toutes matières confondues ainsi qu'en mathématiques)

Dans un second temps, nous nous penchons sur les éléments de réponse obtenus dans la première partie de l'entretien (« Prérequis à l'autonomie ») qui nous semblent pertinents pour notre étude sur l'activité mathématique en cycle préparatoire. Il y a parmi ces éléments plus « subjectifs », des informations personnelles liées à la personnalité des étudiants, et d'autres informations liées à leur rapport à leur formation de futur ingénieur, et en particulier en mathématiques.

Ensuite, nous continuons de dresser le portrait-robot de chaque étudiant en nous basant sur son utilisation des dispositifs institutionnels (partie « Améliorer l'autonomie » de l'entretien). Cette phase de l'analyse se trouve dans la continuité des éléments déjà recueillis dans le questionnaire et présentés en 4.2.1. C'est ainsi que pour terminer cette première phase d'analyse, nous restons encore à un niveau assez général d'activité mathématique en utilisant des éléments de la partie « travail personnel en mathématiques » des entretiens pour décrire les habitudes de ces huit étudiants.

Avant de donner plus de détails sur chacun des huit participants aux entretiens, nous commençons par les décrire succinctement (dans l'ordre chronologique des rencontres). Pour ce faire, nous dressons un tableau (Tableau 4-5) résumant des caractéristiques personnelles, dont certaines obtenues à partir du questionnaire. Nous indiquons en particulier quelques critères qui nous ont servi à choisir ces étudiants pour leur représentativité relativement au reste des promotions de ce cycle préparatoire :

- Genre (Homme/Femme) ;
- Cycle Préparatoire Intégré « classique » (CPI) ou International (Int) ;
- Promotion (première année/deuxième année) ;
- Pays d'obtention du baccalauréat (France/International) ;
- Volumes horaires hebdomadaires de travail personnel (toutes matières confondues/en mathématiques).

Prénom <sup>21</sup>	Adèle	Bertrand	Carolina	Doriane	Elyes	Fanny	Gaspard	Hugo
Genre	F	M	F	F	M	F	M	M
Cycle	Int	CPI	Int	CPI	Int	CPI	Int	CPI
Promo	2	1	1	2	1	1	2	2
Bac	Fr	Fr	Int	Fr	Int	Fr	Fr	Fr
Volumes horaires	6/20	8/30	3/7	7/20	2/6	5/15	4/17	1/5

Tableau 4-5 Caractéristiques des étudiants du CPI rencontrés en entretien

Nous choisis de rencontrer autant de femmes que d'hommes, autant d'étudiants de première que de deuxième année et d'étudiants des promotions classiques de CPI que des classes internationales. Ceci est assez représentatif de la répartition globale dans la formation. De même, nous n'avons rencontré que deux étudiants sur les huit qui ont passé leur baccalauréat ailleurs qu'en France ; ceci respecte également la proportion des étudiants internationaux parmi tous les étudiants de ce cycle préparatoire.

Présentons maintenant les huit étudiants individuellement en utilisant la première partie des entretiens donc c'était l'objectif principal.

Adèle avant le bac ne faisait pas partie des meilleurs élèves, mais est classée sixième de sa promotion de deuxième année du cycle international. Elle se dit très satisfaite de son choix de formation et trouve sa principale motivation dans les liens qu'elle peut entrevoir entre ce qu'elle apprend et son futur milieu professionnel. Elle n'est cependant pas arrêtée par une part trop importante de théorie dans les enseignements.

Son travail personnel en mathématiques suit un rituel bien précis : elle étudie tous les soirs les cours et des TD de mathématiques (si elle en a eu dans la journée), pendant 1h à 1h30. Elle ne prépare que les exercices demandés, pour être certaine qu'ils seront corrigés. Si elle ne réussit pas un exercice calculatoire, elle regarde la solution (sur ordinateur) et s'en inspire pour essayer de la retrouver à la main. Sa ressource principale est d'abord le cours. Si nécessaire, elle peut cependant se tourner vers ses camarades ou ses professeurs ainsi que des livres (pour faire des exercices corrigés).

Bertrand faisait partie des bons élèves de sa classe en mathématiques en terminale. En arrivant en cycle préparatoire intégré, ses résultats ont baissé du fait, selon lui, du changement de méthode d'enseignement et du fait des enseignants eux-mêmes (dont le comportement l'engage plus ou moins à s'impliquer).

Son travail est régulier et consiste en mathématiques à relire plusieurs fois le cours, refaire les exercices qu'il a repérés comme lui posant des problèmes et préparer le soir même les exercices demandés. Bertrand apprécie l'usage d'un polycopié de cours car cela lui sert de référence *a posteriori*. Il lui arrive de plus de chercher des exercices ou des vidéos de cours sur internet.

La troisième étudiante rencontrée est Carolina qui vient du Brésil. Elle est en grande difficulté en mathématiques mais n'arrive pas à travailler autant qu'elle le voudrait par manque de compréhension des concepts. De ce fait, elle travaille autant que possible avec un·e camarade, ce qui l'aide un peu. Elle voudrait tout comprendre y compris les démonstrations, mais faute d'y arriver (si c'est trop théorique), se concentre sur la préparation des exercices imposés par l'enseignant.

Carolina apprécie l'usage d'un polycopié qu'elle complète parfois avec des vidéos sur internet. Pour les exercices, elle essaye d'utiliser un logiciel autant que possible car elle sait que c'est par ce biais qu'elle devra résoudre ses problèmes de mathématiques plus tard.

<sup>21</sup> Les prénoms ont été modifiés.

Doriane, la quatrième étudiante que nous avons interviewée n'est pas spécialement intéressée par la chimie. Elle a cependant un goût prononcé pour les mathématiques et elle les apprécie d'autant plus quand elle y voit une application concrète. En cas de difficultés, elle se tourne facilement vers ses camarades ou bien vers l'enseignant (si celui-ci est réellement ouvert aux questions).

Elle ne prépare que les exercices obligatoires sur lesquels elle peut passer jusqu'à 1h30, en utilisant le support du cours. Pour travailler le cours, elle relit et recopie les propriétés et mémorise les exemples pour retenir les méthodes qu'ils mettent en avant. Elle utilise rarement d'autres ressources.

Le cinquième étudiant rencontré est Elyes. Il vient du Yémen où c'était un bon élève mais rencontre aujourd'hui plus de difficultés. Il est globalement satisfait de sa formation mais trouve les mathématiques trop peu concrètes, même s'il reconnaît leur utilité.

Son travail en mathématiques consiste à surligner les points importants dans son cours et à préparer les exercices pour la prochaine séance (en demandant toujours de l'aide au même camarade si nécessaire). Il utilise volontiers sa calculatrice ou un logiciel pour l'aider et complète parfois son travail personnel par des vidéos sur internet (dans sa langue), voire des livres.

Le sixième entretien s'est déroulé avec Fanny qui est plutôt en queue de classement et qui a fait son choix d'études pour les débouchés offerts en chimie. Elle dit cependant qu'elle porte dans le fond un intérêt bien plus grand aux mathématiques.

Elle ne travaille pas régulièrement, mais son travail consiste à faire des fiches de cours (sans les démonstrations) qu'elle utilise cependant pour préparer les exercices. Elle apprécie d'avoir un photocopié et pour s'aider, elle n'a confiance qu'en ses camarades et sa calculatrice.

Pour l'avant dernier entretien nous avons rencontré Gaspard qui se place parmi les meilleurs étudiants de sa promotion de deuxième année de cycle préparatoire. Dans un cours de mathématiques, il souhaite que la place de la théorie ne soit pas trop importante et il apprécie que les liens entre les notions soient mis en avant.

Il aime surtout préparer ses exercices pour la prochaine séance, mais relit toujours son cours en même temps pour en faire des fiches faisant apparaître les résultats importants.

Gaspard préfère les cours sans photocopié et ne se tourne pas facilement vers d'autres ressources complémentaires, si ce n'est quelques camarades.

Nous terminons la présentation des huit étudiants de cycle préparatoire intégré ayant pris part aux entretiens par Hugo. Du fait de facilités en mathématiques (et ailleurs), il n'a pas développé d'habitude de travail avant le bac et se trouve aujourd'hui en difficultés en deuxième année. Il veut trouver un intérêt dans ce qui lui est enseigné, c'est pourquoi il n'aime pas quand les notions sont trop théoriques, en particulier, il n'apprécie pas les enseignements qu'il reçoit en mathématiques.

Son travail personnel en mathématiques consiste en la relecture du cours puis la préparation des exercices proposés pour le prochain TD. Il trouve utile l'usage d'un photocopié pour la synthèse que cela représente. Il lui arrive d'emprunter des livres et de chercher des compléments de cours sur internet.

Dans cette sous-partie, nous avons présenté les étudiants de cycle préparatoire intégré que nous avons rencontrés en nous basant sur certains aspects de leur relation à leur formation mathématique et de leurs habitudes de travail. Dans la sous-partie suivante, nous nous intéressons plus précisément à leur description de l'activité mathématique qu'ils ont développée pour résoudre les exercices que nous leur avons proposés.

### 4.2.3 Analyse *a priori* des exercices proposés

Dans la sous-partie précédente, nous avons utilisé les premières parties du guide d'entretien présenté en 4.1.3 afin de décrire plusieurs aspects plutôt généraux de l'activité mathématique mise en place par les huit étudiants en cycle préparatoire intégré que nous avons interviewés. Nous avons essayé de choisir ces huit étudiants comme étant représentatifs de l'ensemble des 199 étudiants de ce cycle préparatoire, et pour chacun d'entre eux, nous avons pu mettre en avant des informations sur leur travail personnel, l'utilisation des dispositifs et ressources proposés par l'institution ou externes à celle-ci.

Dans cette sous-partie, c'est grâce aux éléments recueillis lors de la dernière étape de ces entretiens, intitulée « autonomie en mathématiques », que nous sommes en mesure de nous pencher plus spécifiquement sur les praxéologies mathématiques rencontrées lors de la résolution des trois exercices que nous avons proposés de résoudre aux étudiants interviewés.

Les énoncés de ces exercices ont été rapidement exposés en 4.1.3 et se trouvent en annexe 4.1. Nous rappelons qu'il en existe deux versions : la première est celle qui a été proposée avant l'entretien pour que les étudiants puissent décrire leur activité. Cette version de chaque exercice repose sur une seule question, contrairement à la seconde qui est une version « développée » du même exercice, contenant plus d'indications. Nous avons systématiquement présenté cette deuxième version aux étudiants lors des entretiens pour recueillir leur réaction à son sujet.

Nous présentons dans la suite une analyse didactique *a priori* de chaque exercice, suivi d'un bilan des résolutions proposées par les huit étudiants rencontrés. En nous basant sur leur description orale de leurs travaux ainsi que sur les traces écrites de ceux-ci, nous donnons certains détails de ce que les étudiants ont fait pour chaque exercice. L'objectif étant de comprendre quelle est la nature de l'activité mathématique initiée par chacun. Nous regardons s'ils réussissent ou non à résoudre l'exercice dans sa version initiale, ou sinon s'ils pensent qu'ils en seraient venus à bout grâce à la nouvelle version proposée. Nous relevons également l'information, si disponible, du temps passé pour cette résolution initiale.

Nous dirigeons notre analyse sur les praxéologies mathématiques au sens large que nous avons donné dans le chapitre 1, c'est-à-dire, rappelons-le, dès que les mathématiques interviennent dans l'une ou l'autre des composantes praxéologiques. Cela nous permet de nous placer à différents degrés d'analyse de l'activité, depuis l'organisation du travail, à la méthodologie employée, en passant par les concepts mathématiques utilisés et les ressources mises en œuvre par les étudiants tout au long de la résolution.

#### Résolutions de l'exercice 1 : géométrie plane

Dans l'exercice 1, il s'agit de géométrie plane et de la (célèbre) configuration du théorème de Napoléon. L'énoncé proposé initialement est le suivant :

*« On considère les points  $A, B, C$  d'affixes respectives  $a, b$  et  $c$  dans le plan complexe. On construit alors les trois triangles équilatéraux directs  $(ACB')$ ,  $(CBA')$  et  $(BAC')$  comme sur la figure ci-dessous. »*

L'utilisation des termes « affixes » et « plan complexe » dans l'énoncé suggère de manière assez directe la mise en place d'un raisonnement impliquant les nombres complexes.

Pour accompagner le texte, une figure est donnée laissant apparaître la configuration de départ décrite dans l'énoncé précédent. Aucune indication ou explication n'est donnée, en particulier pour le qualificatif « direct » utilisé pour les trois triangles. Cependant, les sommets des nouveaux triangles sont placés et nommés.

À la suite de la figure, l'unique consigne est la suivante :

*« Montrer que les centres de gravité (non représentés) des trois nouveaux triangles forment un triangle équilatéral. ».*

Comme nous l'avons prévu, l'initiative est donc laissée à l'étudiant de tracer de lui-même les centres de gravité s'il le souhaite. De même, aucune méthode n'est suggérée dans cette première version.

La version détaillée de l'exercice 1 comporte quatre questions :

- I. Soit  $r_B$  la rotation de centre B et d'angle  $\pi/3$ . Déterminer les images de A par  $r_B$ . En déduire l'affixe de C' en fonction de a et b.
- II. Calculer alors l'affixe du centre de gravité  $G_1$  du triangle (BAC').
- III. De même que précédemment, calculer les affixes de centres de gravité  $G_2$  et  $G_3$  des triangles (CBA') et (ACB').
- IV. En déduire que les points  $G_1$ ,  $G_2$  et  $G_3$  forment un triangle équilatéral.

La première question fait appel à la formule d'une rotation complexe, la deuxième à la formule de l'affixe du centre de gravité (isobarycentre) d'un triangle. La question 3 demande d'adapter les calculs faits pour obtenir l'affixe du premier centre de gravité  $G_1$ . Elle laisse à la discrétion de l'étudiant le choix des rotations convenables. La dernière question peut se résoudre de manières différentes. Nous en répertorions quatre :

- Soit en montrant qu'une rotation d'angle  $\pi/3$  ayant pour centre  $G_1$ ,  $G_2$  ou  $G_3$  permet de transformer l'un des deux autres de ces points en le troisième (par exemple : la rotation d'angle  $\pi/3$  et de centre  $G_1$  transforme  $G_2$  en  $G_3$ ). Cette méthode découle directement de celle employée dans les questions précédentes de l'exercice.
- Soit en montrant que  $g_1 + g_2 + g_3 = 0$ . Cette méthode utilise une formule qui fait partie des classiques de la première année de classe préparatoire, mais n'a pas nécessairement été traitée par les étudiants de ce CPI.
- Soit en montrant, en utilisant le module, que les longueurs des trois côtés du triangle  $G_1G_2G_3$  sont égales.
- Soit enfin, en calculant la mesure d'un des angles du triangle et la longueur de deux côtés adjacents, ou bien la mesure des trois angles.

Les deux dernières méthodes sont basées sur des adaptations aux nombres complexes de propriétés de géométrie élémentaire sur les triangles équilatéraux vues dans l'enseignement secondaire.

Notons enfin que, pour la résolution sans indication (version initiale), d'autres résultats faisant partie des bases de l'enseignement secondaire et ne faisant pas appel aux rotations sont utilisables. Par exemple, il est possible d'utiliser la définition du centre de gravité en tant que point de concours (de deux) des médianes du triangle, même si ce n'est peut-être pas une technique naturelle dans le contexte suggéré des nombres complexes.

Seuls quatre étudiants sur les huit ont réussi à résoudre cet exercice, dont trois en deuxième année. Nous commençons par nous intéresser aux praxéologies mathématiques développées par ces quatre étudiants, en regroupant l'analyse des trois de deuxième année d'abord.

D'après l'analyse *a priori* faite précédemment, nous pouvons constater qu'il s'agit sous sa forme initiale d'un exercice de type « problème ». Pour Adèle, c'est de fait un exercice plus délicat (« *C'est plus un problème qu'un exercice dans le sens où il fallait trouver comment commencer. C'est plus difficile.* »).

C'est dans le livre dans lequel elle a d'abord retrouvé la définition du centre de gravité qu'elle a trouvé l'idée d'appliquer des formules (auxquelles elle n'avait pas pensé initialement) pour les rotations complexes. La reconstitution praxéologique exprimée par Adèle pour la résolution de cet exercice est résumée dans le Tableau 4-6 :

Type de tâche $T$	Technique $\tau$	Technologie $\theta$	Théorie $\Theta$
Calculer l'affixe d'un centre de gravité	Trouver la rotation convenable	Formule de rotation complexe	Définition du centre de gravité Rotation complexe

Tableau 4-6 Praxéologie de résolution de l'exercice 1 par Adèle



La première question de la version détaillée de cet exercice lui aurait, d'après elle, permis de trouver l'idée de départ et donc d'accélérer sa résolution.

Gaspard, étudiant de deuxième année a d'abord eu du mal à commencer. Il a été gêné par le fait que le triangle ABC soit quelconque et pensait devoir choisir un des sommets du triangle comme centre du repère. Il en a discuté avec des camarades et finalement, grâce à internet, il a trouvé le nom du théorème de Napoléon et sa démonstration. Ce constat permet de soulever la présence de la dialectique média-milieu dans la résolution de cet exercice (Chevallard, 2007b). Ce constat pourra être réitéré de nombreuses fois dans les observations qui suivent, sans que nous ne le soulignons à chaque fois.

Gaspard explique ensuite que c'est dans cette démonstration qu'il a pu extraire la résolution de l'exercice, après 1h30 de travail. Il est également intéressant d'observer le rôle joué ici par la démonstration : c'est un support technologique qui apporte un soutien technique. Ceci n'est pas sans rappeler l'utilisation de la démonstration de l'ingénieur Jean sur son lieu de travail pour la réduction de latence des logiciels audio sur lesquels il travaille (cf. 2.4.4) et le folklore technologique que nous avons défini à partir des travaux de Castela (2008), la technologie contenant une composante théorique, souvent admise dans l'institution (cf. 1.3.4).

La version détaillée de l'exercice qui lui est présentée correspond tout à fait selon lui à la méthode qu'il a utilisée, excepté qu'il n'a pas utilisé la moyenne des affixes pour l'affixe du centre de gravité : il n'a utilisé que des rotations (cf. annexe 4.1).

Hugo, étudiant de 2<sup>ème</sup> année également, montre un intérêt particulier pour cet exercice de recherche, qu'il classe pour cette raison (tout comme Adèle) parmi les exercices difficiles. Après avoir relu le texte plusieurs fois, il a commencé par faire une figure reprenant toutes les informations données. Le mot « affixe » l'a mis sur la voie des nombres complexes et des angles. Il a reconnu la situation géométrique du théorème de Napoléon sur lequel il s'était penché en classe de Terminale. Il a alors cherché de l'aide dans son cours de première année et sur internet pour trouver la formule de la rotation (qu'il ne savait plus comment l'exploiter au départ) pour exprimer l'affixe du centre de gravité d'un triangle. Il a ensuite utilisé la relation avec les racines troisièmes de l'unité pour la caractérisation du triangle équilatéral formé par les centres de gravité et il est finalement parvenu à une solution au bout d'1h15.

Selon lui, la version longue de l'énoncé lui aurait surtout permis de gagner énormément de temps. De plus cette version présente une méthode légèrement différente de la sienne puisqu'il n'a pas utilisé la moyenne des affixes pour l'affixe de l'isobarycentre.

Le seul étudiant de première année à avoir réussi à résoudre ce premier exercice est Bertrand, qui s'est aidé de plusieurs figures et de son polycopié de cours pour parvenir à une résolution utilisant les nombres complexes. Il lui a fallu plusieurs jours de réflexions pour y parvenir et n'a pas su s'aider d'un logiciel car il ne voyait pas comment y parvenir.

Tous les autres étudiants ont par ailleurs échoué à la résolution de cet exercice, dont Doriane, seule étudiante de deuxième année qui n'a pas réussi à trouver de solution même avec le polycopié de première année dans lequel elle a cherché. Carolina, elle, a abandonné au bout de 20 minutes avant qu'une amie ne lui souffle la solution. Elyes a seulement reconnu qu'il s'agissait d'un exercice faisant appel aux nombres complexes mais n'a pas su comment commencer. Quant à Fanny, elle a eu beau faire le tour des technologies et théories à sa disposition lors d'un brainstorming (angles, longueurs, affixes, racines troisième), elle a échoué. Elle a cherché la définition du centre de gravité dans son polycopié, sans succès.

Pour la deuxième version proposée, les quatre étudiants ayant échoué pensent que cela leur aurait permis de se lancer dans les recherches voire de réussir (Elyes et Fanny) ou alors ils pensent que ça ne les aurait pas aidés (Carolina), en particulier à cause de la difficulté de la méthode proposée (Doriane).

Cet exercice 1, que seule la moitié des étudiants a réussi à résoudre, nous permet de réaliser un certain nombre de constats.

Le premier constat est que les étudiants ayant proposé une solution correcte sont trois étudiants de deuxième année (sur les quatre ayant participé aux entretiens).

Nous constatons de plus que le fait que la méthode ne soit pas imposée ni détaillée génère des obstacles qui semblent globalement contournés grâce aux questions de la deuxième version plus détaillée qui est présentée le jour des entretiens. Cependant, cette « ouverture » du questionnement dans la première version n'a pas que des impacts négatifs sur l'activité mathématique puisqu'elle semble obliger les étudiants à se placer dans une réelle stratégie de « résolution de problème » et ainsi à se tourner vers des aides diverses. En premier lieu, il s'agit du photocopié de cours, mais il y a aussi les camarades, internet et les livres.

Signalons qu'aucun étudiant n'a fait les calculs directement sur un logiciel, mais que tous les étudiants ayant réussi à résoudre l'exercice ont vérifié sur logiciel les calculs qu'ils ont d'abord effectués à la main. En outre, une majorité des étudiants ont initié leur recherche en faisant une ou des figure(s). Ceci illustre la démarche complète qu'ils sont en mesure de mettre en place au stade du cycle préparatoire, ainsi que l'importance qu'ils attachent à la rigueur lorsqu'ils parviennent au bout de cette démarche.

Un autre constat est que le problème majoritairement rencontré dans cette situation, et induisant parfois un blocage total pour la résolution, est la définition du centre de gravité d'un triangle. Cette notion fait pourtant partie des bases de la géométrie plane vues dès le collège, comme point de concours de droites remarquables du triangle. Cependant, la notion plus générale de barycentre (et donc d'isobarycentre) ayant disparu des programmes de première S, il est possible que le concept de centre de gravité d'un triangle ne soit pas systématiquement revu au moment de l'enseignement des nombres complexes, et peut-être pas du tout au lycée, si ce n'est éventuellement au détour d'un exercice.

Tous ces constats rejoignent une partie des analyses faites dans le chapitre 2 dans lesquels les ingénieurs décrivent les praxéologies mathématiques qu'ils mettent en place et leurs besoins pour y parvenir. On retrouve en particulier la démarche décrite par les ingénieurs dans les processus d'autoformation pour lesquels les ressources « externes » sont pleinement mises à contribution (collègues, internet, livres, etc.). Dans l'institution cycle préparatoire, cette démarche répond à un besoin d'autonomie au niveau du système didactique.

Nous reviendrons sur le croisement de tous ces résultats dans la partie 4.3, mais nous poursuivons d'abord dans les paragraphes suivants l'analyse des autres exercices.

### Résolutions de l'exercice 2 : équations différentielles

L'énoncé de l'exercice 2 est le suivant :

« Résoudre l'équation différentielle d'inconnue  $y$  suivante :  $y''(t) - 2y'(t) - 8y(t) = \sin^2(t)$ . »

Il s'agit d'un exercice sur les équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants avec second membre particulier. Il s'agit d'après nos enquêtes précédentes (chapitres 2 et 3) d'un des thèmes qualifié de « base » et considéré comme utile sur le lieu de travail des ingénieurs, à la fois par les ingénieurs eux-mêmes et par les enseignants. Dans ce cycle préparatoire intégré, cette notion est vue en début de première année et représente une des premières nouveautés du programme de mathématiques. De 2012 à 2019, les élèves de Terminale S en France n'ont pas appris à traiter systématiquement les équations différentielles linéaires du premier ordre, si ce n'est l'équation  $f' = f$  pour introduire la fonction exponentielle<sup>22</sup>.

La démarche attendue est celle qui est systématiquement présentée à ce niveau et qui correspond aux questions posées dans la version détaillée de l'exercice :

---

<sup>22</sup> La notion d'équations différentielles a été supprimée des programmes lors de la réforme de 2011 où l'existence de la fonction exponentielle a alors été admise.

- Résoudre l'équation homogène associée.
- Linéariser le second membre.
- Résoudre chacune des deux équations obtenues et appliquer le principe de superposition pour conclure.

Pour la résolution des deux équations différentielles obtenues après linéarisation (correspondant à la question 3), il s'agit de pratiquer une identification termes-à-termes conduisant à un système linéaire dans le cas de la partie sinusoïdale.

La résolution de l'équation homogène (correspondant à la première question de la version détaillée ci-dessus) n'a posé de problème à aucun des huit étudiants rencontrés, même dans la version initiale de l'énoncé.

Adèle, Doriane et Hugo en deuxième année ont tous les trois fait cet exercice très rapidement à la main (15 et 20 minutes environ), soit de mémoire pour la première, soit en utilisant une fiche méthode rédigée par ses soins pour Doriane ou le photocopié de cours pour Hugo. Ils ont tous les trois vérifié leur résultat, les deux premières étudiantes sur logiciel, le dernier en utilisant un exemple traité en TD. (cf. le travail d'Adèle en annexe 4.1)

En première année, Carolina et Elyes ont mis respectivement 30 et 45 minutes pour résoudre en entier cette équation différentielle. Ils ont tous les deux cherché directement dans leur cours pour la recherche de la solution particulière. Carolina n'y a pas trouvé le type de second membre de l'équation proposée et c'est grâce à un logiciel qu'elle a eu l'idée de la linéarisation. Elle a ensuite éprouvé des difficultés pour le calcul des constantes à l'aide de la résolution d'un système linéaire. Elyes, lui, connaissait la formule de linéarisation, mais a préféré la retrouver sur internet.

Bertrand en première année a trouvé la formule de linéarisation sur son photocopié, puis il a identifié une erreur dans ses propres calculs en vérifiant avec un logiciel.

Parmi les huit étudiants, Fanny et Gaspard ont échoué sur la deuxième partie de cet exercice, correspondant à la recherche de solution particulière.

Fanny, en première année a bien trouvé la formule de linéarisation par elle-même, mais une fois en présence du sinus, elle a dû se tourner vers le photocopié de cours. A ce stade, elle n'a pas réussi à identifier la pulsation de la fonction trigonométrique, ce qui lui a posé problème pour le calcul des constantes par la suite.

Gaspard, en deuxième année s'est d'abord lancé, pour la recherche d'une solution particulière, dans une méthode de variation de la constante qui n'a pas pu aboutir (il ne connaît pas de méthode du jacobien). C'est grâce à un travail sur une intégration par parties dans un exercice de deuxième année qu'il a eu l'idée de la linéarisation. À la suite de quoi il a interrogé un logiciel, ce qui lui a donné la réponse mais ne lui a pas permis de résoudre le problème dans son entier par lui-même. Il a fini par abandonner.

Ce que nous permet globalement d'observer cet exercice 2 est que la démarche à mettre en place est reconnue directement par les étudiants qui, contrairement à l'exercice précédent, classent cet énoncé parmi les « exercices types ». C'est sans doute la raison pour laquelle la version détaillée de l'exercice qui leur est présentée lors de l'entretien ne soulève pas de réaction particulière, mise à part peut-être qu'elle permet de déclencher les idées clés plus rapidement : Bertrand précise pour la linéarisation et Fanny et Hugo soulignent à ce titre le terme de « superposition des solutions » dans la question 3.

Par ailleurs, les conclusions sont les mêmes que pour l'exercice 1 concernant la mise en place des aides et ressources utilisées : si les logiciels servent souvent à vérifier les calculs et que les camarades peuvent parfois apporter leur aide, c'est bien le cours (photocopié, s'il n'est pas mémorisé ou résumé sur fiche) qui sert ici de référence majoritaire.

En cas de succès pour résoudre cet exercice, le temps moyen de résolution semble directement lié au recul des étudiants sur le thème des équations différentielles linéaires : entre 10 et

20 minutes suffisent pour les étudiants de deuxième année, alors qu'il faut environ le double pour les étudiants de première année.

Pour terminer l'analyse de l'activité mathématique décrite par les étudiants, nous nous penchons désormais sur les descriptions faites par ceux-ci à l'occasion de la résolution de l'exercice 3.

### Résolutions de l'exercice 3 : calcul matriciel

La première version de l'énoncé de l'exercice n°3 proposé avant ces entretiens est le suivant :

Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Calculer la puissance  $n^{\text{ième}}$  de la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Il s'agit d'un exercice de calcul matriciel qui, au même titre que les équations différentielles traitées dans l'exercice 2 en analyse, fait partie en algèbre des bases mathématiques citées comme incontournables sur le lieu de travail par bon nombre d'ingénieurs et d'enseignants de mathématiques en cycle ingénieur.

Lorsque cet exercice est traité habituellement en première année du cycle préparatoire intégré observé, il a pour objectif l'utilisation de la formule du binôme de Newton mettant en jeu des matrices commutant entre-elles. Ici, la forme triangulaire supérieure de la matrice permet de décomposer celle-ci en la somme d'une matrice nilpotente et de la matrice identité. La matrice identité commutant avec toute matrice, la formule du binôme de Newton s'applique et le calcul des puissances de la matrice nilpotente permet d'obtenir un nombre fini de termes dans la somme obtenue. Cet exercice est « un classique » de première année et il est attendu que les étudiants de première comme ceux de deuxième année puissent réinvestir la méthode ainsi décrite.

Cependant, étant donnée la présence d'un entier  $n$ , il existe également pour les étudiants la possibilité de conjecturer un résultat général (à partir des petites valeurs de  $n$ ) qu'ils peuvent alors démontrer par récurrence.

Dans la version détaillée que nous avons proposée lors de l'entretien, nous suivons naturellement la logique de la décomposition explicitée plus haut. Cela résulte en l'ajout des deux questions suivantes :

- Calculer la puissance 3<sup>ème</sup> de la matrice  $B = A - \text{Id}$ .
- En déduire le calcul de  $A^n$ .

Pour notre analyse de la description des méthodes de résolution proposées par les huit étudiants, commençons par remarquer que le temps de résolution a été beaucoup plus faible que pour les deux autres exercices : entre 5 et 25 minutes (avec une moyenne d'environ 12 minutes). Ceci permet de supposer d'emblée que les étudiants qui ont réussi à résoudre cet exercice ont vraisemblablement reconnu un exercice « classique ». De plus, notons que les huit étudiants utilisent tou-te-s l'une ou l'autre des deux méthodes présentées dans notre analyse *a priori* précédente.

Quatre étudiants ont réussi à aller au bout de la résolution correcte de cet exercice. Trois d'entre eux sont en deuxième année et un seul est en première année.

Adèle en deuxième année a reconnu dans cet énoncé un « exercice-type » (« *comme certaines questions en examen* », précise-t-elle), et a utilisé une méthode de conjecture et de récurrence. Elle a vérifié ses premiers calculs manuels de puissance avec un logiciel. Elle a mis environ 15 minutes pour résoudre cet exercice.

Elle a pensé à utiliser la méthode proposée par la version détaillée que nous lui présentons, mais n'en n'a pas eu besoin grâce au succès de sa première démarche.

Carolina n'a pas trouvé d'elle-même la formule de conjecture qui était sa première idée. Elle a finalement trouvé sur internet l'idée de la décomposition, ce qui lui a permis de poursuivre

seule et de réussir en moins de 30 minutes. Selon elle, la version détaillée lui aurait évité de chercher de l'aide.

Gaspard et Hugo en deuxième année qualifient cet exercice de facile comparé aux deux autres. Ils ont utilisé un mélange des deux méthodes possibles exposées plus haut.

Gaspard pour sa part a commencé par faire quelques tests à la main sur les premières puissances de  $A$ , ce qui lui a donné les termes de la matrice  $A^n$ , excepté « le dernier » (le terme d'indice (3,1)). Il a alors utilisé la décomposition proposée dans la deuxième version puis la formule du binôme de Newton pour obtenir le dernier coefficient. Il a mis 20 à 30 minutes, mais n'a pas vérifié ses résultats car il était sûr de lui. Il n'a pas donné son avis sur la deuxième version proposée.

Hugo, lui, a fait à la main les calculs des quatre premières puissances de la matrice  $A$ , avant de se rappeler de la méthode de la décomposition et de la formule de Newton (qu'il a retrouvée dans son TD d'algèbre linéaire de 2ème année). Il a mis 10 minutes en tout et la deuxième version de l'énoncé lui aurait évité ses premiers calculs (cf. annexe 4.1)

Pour la résolution de ce dernier exercice de calcul matriciel, Bertrand en première année a utilisé une conjecture après le calcul à la main du carré et du cube de la matrice  $A$ . Sa conjecture est fautive (cf. annexe 4.1) et il n'a pas fait de récurrence pour essayer de démontrer cette conjecture. Il dit qu'il a utilisé une calculatrice pour vérifier que sa formule était en accord avec les résultats obtenus pour des plus grandes valeurs de l'entier  $n$ .

Il a mis 5 à 8 minutes pour terminer avec le mauvais résultat. Il pense cependant que la deuxième version de l'exercice lui aurait permis de réussir, mais peut-être moins rapidement.

Parmi les quatre étudiants ayant échoué pour ce troisième exercice, Doriane est la seule étudiante de deuxième année. Elle s'est lancée d'abord dans la recherche d'une conjecture, sans succès. Elle s'est ensuite tournée vers son cours de diagonalisation des matrices carrées, ce qui ne lui a pas permis de réussir. Elle s'est enfin tournée vers une amie qui n'a pas pu l'aider. Nous n'avons pas eu d'échange sur la version longue de l'énoncé avec Doriane.

Pour la résolution de ce dernier exercice, Elyes a cru réussir en utilisant une matrice échelonnée semblable, donc diagonale (cf. annexe 4.1). Il a travaillé 15 minutes en suivant cette idée et n'a pas pensé à vérifier car ce n'était pas demandé et qu'il pensait avoir la bonne solution. La version étendue de l'énoncé ne l'inspire pas non plus.

Enfin, Fanny nous explique qu'elle a trouvé facilement une conjecture à partir du calcul des quatre premières puissances de la matrice  $A$ , sauf pour le « dernier » coefficient. Elle a procédé à plusieurs essais au brouillon qui débouchaient d'abord sur une récurrence fautive, avant de finalement y parvenir. Elle s'est aidée de sa calculatrice et elle a mis une quinzaine de minutes à traiter cet exercice.

La méthode proposée dans la version détaillée de l'énoncé ne lui serait pas venue à l'esprit car sa propre méthode était simple et efficace.

Ce que nous pouvons conclure de l'observation de la résolution de cet exercice d'algèbre est tout d'abord que c'est la méthode de conjecture qui a été la plus naturellement utilisée par les étudiants. Cette méthode est plus proche des praxéologies rencontrées dès la classe de première S sur les suites et la récurrence, et il est intéressant de constater que, même avec plus de recul sur le sujet, les étudiants de deuxième année ont commencé par utiliser également cette technique. La technique utilisant la décomposition puis la formule du binôme de Newton, étant pourtant l'objectif central de cet exercice lorsqu'il est proposé en première année, paraît en général plus difficile aux étudiants. Autrement dit, pour la mise en œuvre des bases mathématiques, une méthode simple sera préférée à une méthode faisant appel à des concepts plus élaborés ; à condition que la méthode simple permette de parvenir au résultat. Dans le cas contraire, un risque d'échec total, selon le niveau de l'étudiant, est tout à fait possible.

Le fait que cet exercice est majoritairement reconnu d'office comme un exercice classique montre en outre que le statut d'un exercice dans l'esprit des étudiants leur fait visiblement adapter leur pratique. En effet, contrairement à un exercice de type « problème », nous observons dans la description faite par les étudiants de leur travail, moins de temps consacré à la vérification ou à la recherche de ressources pour leur venir en aide. Cependant, lorsque le besoin s'en fait sentir, la recherche sur internet et dans une moindre mesure, l'aide auprès d'amis, ainsi que la vérification sur logiciels de calcul ou sur calculatrice restent bien représentés.

Dans cette partie 4.2, nous avons pu réunir des informations sur l'activité mathématique des étudiants d'un cycle préparatoire intégré dans une école d'ingénieurs chimistes en France. Grâce à une enquête en deux temps (questionnaire puis entretiens) nous avons relevé des données sur les praxéologies mathématiques rencontrées dans cette institution en nous plaçant à différents niveaux d'observation : de l'organisation du travail personnel en mathématiques à la résolution d'exercices sur trois thèmes correspondant à des bases reconnues comme nécessaires pour les futurs ingénieurs.

Nous avons ainsi pu comparer les stratégies développées par des étudiants de première et de deuxième année de ce cycle préparatoire (avec des distinctions parfois intéressantes également sur les praxéologies développées par les étudiants provenant d'autres pays). Ces comparaisons nous ont permis d'opérer un repérage « écologique » des conditions et contraintes à plusieurs niveaux de codétermination didactique mais également des manques de l'institution selon ces étudiants.

Grâce à nos constatations au niveau du système didactique (au niveau de la discipline, plus précisément lors de la résolution des exercices), nous pouvons remarquer une forme d'autonomie (mathématique, si on s'intéresse à des praxéologies mathématiques) correspondant à la capacité pour les étudiants de faire appel à la technique idoine pour la résolution d'un type de tâches donné, et de convoquer le cas échéant les éléments du bloc logos pertinents. Cette définition est à mettre en regard des besoins professionnels énoncés dans la définition même du mot « ingénieur ».

C'est ainsi que, tant sur l'appropriation des bases mathématiques que sur le développement de la rigueur et du raisonnement, ou l'utilisation des ressources mises à disposition ou non par l'institution, nous sommes en mesure, dans la dernière partie 4.3 qui suit, de relier les observations de cette étude en cycle préparatoire à celles que nous avons faites dans les chapitres 2 et 3 dans les institutions que sont le « lieu de travail » et les « cours de mathématiques en cycle ingénieur ».

### 4.3 Synthèse sur la formation mathématique dans un CPI

Dans les parties 4.1 et 4.2, nous avons présenté les modalités de l'enquête que nous avons menée dans un cycle préparatoire intégré. Nous avons ensuite détaillé les résultats de cette enquête, initialement tournée vers l'autonomie de ces étudiants, qui nous a permis de réaliser un certain nombre d'observations quant à leur activité mathématique réelle en cycle préparatoire.

Dans cette partie 4.3, nous proposons une analyse des résultats obtenus dans cette enquête ainsi que des articulations existant avec les enquêtes présentées dans les chapitres précédents. L'utilisation de notre cadre théorique de la TAD nous permet de mettre en avant les problématiques plaçant le CPI au cœur de la transition secondaire-supérieur (entre le lycée et le cycle ingénieur) et d'observer clairement les praxéologies mathématiques rencontrées dans ce CPI à différents niveaux de l'échelle de codétermination didactique. Ces observations nous permettent enfin de motiver la mise en place de notre PER en cycle ingénieur.

#### 4.3.1 Le CPI creuset de la transition secondaire-supérieur

Le CPI se trouve à l'interface entre le lycée et le cycle ingénieur. Dans le passage entre ces deux institutions, se jouent donc *a priori* deux phénomènes de transition (du lycée au cycle préparatoire et du cycle préparatoire en cycle ingénieur). Mais le cycle préparatoire peut très bien

aussi être considéré comme une institution de transition à part entière. Cette évolution est observée à des niveaux plus ou moins éloignés de l'activité mathématique mais reste, selon notre définition dans le champ des praxéologies mathématiques.

Sans en faire une étude précise, nous avons ainsi recueilli quelques données sur l'activité mathématique au lycée, vue par les étudiants d'un cycle préparatoire intégré. Nous retenons qu'au lycée, parmi les dispositifs listés (projets, logiciel, exposés, devoirs maison, etc.), le devoir maison est le seul dispositif grâce auquel les étudiants disent avoir ressenti le développement d'une activité mathématique autonome. Il semble que c'est aussi le plus répandu. Pour les ressources au lycée, il n'y a en outre apparemment pas vraiment d'habitude prise pour l'utilisation d'internet ou de livres. Pour les étudiants venant de l'étranger, cela semble un peu plus habituel sans que nous ne soyons réellement en mesure de l'analyser.

Ce faible recours aux média en général nous permet de conjecturer que la dialectique média-milieu ne semble pas beaucoup à l'œuvre dans le secondaire.

Pour le cycle préparatoire intégré lui-même, nous pouvons articuler un certain nombre d'observations que nous interprétons, comme nous l'avons énoncé plus haut, en terme de praxéologies. Ces praxéologies mathématiques de l'enseignement supérieur sont de nature diverses et traduisent une évolution avec celles du lycée. En regardant le CPI comme une des versions possibles du cycle préparatoire pour des futurs élèves de cycle ingénieur, nous obtenons ainsi des données que nous pouvons identifier comme révélatrices de la transition qui mènera les étudiants vers des capacités attendues par les institutions qu'ils intégreront par la suite (cycle ingénieur et lieu de travail).

Nous avons tout d'abord pu constater que les étudiants du CPI observé se sentent autonomes pour des types de tâches transversales (c'est-à-dire non liées à un contenu mathématique particulier) comme apprendre le cours, prendre des notes, préparer une évaluation ou préparer les exercices de mathématiques. Ces données obtenues par le questionnaire sont corroborées et précisées par les entretiens individuels grâce auxquels nous avons pris connaissance de la réalisation de fiches de cours et de l'usage courant de ressources pour résoudre les exercices, en premier lieu le photocopié.

En s'intéressant aux différences entre les étudiants de première et de deuxième année du CPI, nous pouvons constater que si l'arrivée en première année est vraiment l'occasion pour les étudiants de développer une activité mathématique plus autonome, ce développement se poursuit réellement en deuxième année et se fait principalement grâce à l'utilisation plus régulière des photocopiés de cours et d'exercices ainsi que grâce aux échanges avec les professeurs et à l'utilisation de logiciels ou à la mise en place de cours hybrides. Ceci est validé dans l'observation de la résolution des exercices proposés lors des entretiens.

En terme de dispositifs, au contraire, les cours magistraux (avec ou sans diaporama) sont selon nos résultats moins favorables à l'apprentissage ou à l'activité mathématique des étudiants, sauf peut-être pour ceux qui ont une langue maternelle différente du français.

Le travail personnel en mathématiques, révélateur lui aussi d'une certaine forme d'activité mathématique des étudiants du CPI représente un quart du volume global, ce qui reste cohérent avec la distribution des ECTS ou des coefficients de la grille de formation. Ce travail est principalement solitaire, et consiste majoritairement en la préparation des exercices avant une séance de TD (surtout en première année) ou en le travail des sujets d'examens des années précédentes (surtout pour les étudiants de deuxième année). Cependant, lorsque les notions mathématiques apprises sont plus nouvelles (et ceci est aussi vérifié lors de la résolution des exercices proposés en entretien), les étudiants apprennent progressivement à se tourner vers leurs camarades, vers des logiciels, des ressources vidéo sur internet etc. Ceci se rapproche des praxéologies rencontrées dans l'institution « lieu de travail » décrite par les ingénieurs (cf. chapitre 2) et met en évidence une réelle évolution de présence de la dialectique média-milieu par rapport à l'enseignement secondaire.



Les données que nous avons présentées dans cette sous-partie de la synthèse sur la formation en CPI montrent que des phénomènes de transition quant à l'organisation de l'apprentissage des mathématiques sont bel et bien en jeu. En nous penchant sur la résolution des exercices par les huit étudiants que nous avons rencontrés en entretien, nous avons pu préciser ces observations dont nous synthétisons les analyses dans la sous-partie suivante.

### 4.3.2 Les praxéologies mathématiques pour se préparer au cycle ingénieur

Selon le type d'exercice à résoudre, des différences nous sont apparues et nous avons pu observer que les étudiants avaient la capacité à adapter leurs praxéologies au « type » d'exercice proposé.

Tout d'abord, pour un exercice de type « problème » (celui de géométrie), une démarche complète de raisonnement rigoureux se met en place, avec le cas échéant une recherche préliminaire (figure, définition), une résolution avec ou sans aide (logiciel, camarade, internet), et une vérification utilisant diverses ressources (internet, TD) : la dialectique média-milieu est pleinement à l'œuvre dans ce type d'activité.

Pour des exercices plus classiques (équation différentielle homogène, calcul matriciel), des mécanismes se mettent en place beaucoup plus rapidement. Dans ce cas, si des méthodes vues au lycée sont utilisables (conjecture puis raisonnement par récurrence, par exemple), elles seront préférées aux nouvelles méthodes pourtant plus sûres (calcul matriciel). Ceci est vrai aussi bien pour les étudiants de première que pour ceux de deuxième année.

Nous avons cependant observé que les bases mathématiques des années antérieures peuvent être fréquemment oubliées. Ceci nécessite de la part des étudiants une recherche d'aide, à commencer par le cours, internet et des logiciels, et dans une moindre mesure les camarades. Nous pouvons rapprocher ceci des besoins ou méthodes professionnels décrits par les ingénieurs sur leur lieu de travail pour retrouver des contenus oubliés ou bien d'en découvrir de nouveaux (chapitre 2).

Au sujet de l'utilisation de logiciels qui semble répandue chez les étudiants de ce CPI, nous avons pu constater dans un des entretiens (Carolina, 4.2.2) que c'était une de ces praxéologies mathématiques que les étudiants cherchent à développer dès le CPI, en ayant conscience qu'il s'agit d'une attente du milieu professionnel. De même, l'utilisation de la démonstration du théorème de Napoléon par Gaspard n'est pas sans rappeler la praxéologie professionnelle décrite par l'ingénieur Jean (chapitre 2) pour optimiser ses logiciels de traitement audio : il explique utiliser certains éléments de la preuve de certains théorèmes pour réduire certains phénomènes de latence.

Dans les échanges avec les huit étudiants du CPI, nous avons en outre pu observer que quelque soit leur goût pour les mathématiques, ils éprouvent la nécessité de faire des liens dans leur formation en mathématiques entre les différentes notions abordées et de voir les applications concrètes des concepts. Le but attendu est l'amélioration de leur motivation et de leur intérêt pour cette discipline. Dans le même ordre d'idée, la place de la théorie devrait également être réduite selon une partie des étudiants rencontrés. Ceci rejoint les attentes formulées par les ingénieurs vis-à-vis de leur formation mathématique en cycle ingénieur (chapitre 2).

À ceci s'ajoutent dans cette étude en cycle préparatoire le fait que les problèmes de compréhension ou même la mauvaise qualité des cours nécessitent un surcroît de travail personnel qui peut sembler difficile à gérer par les étudiants. Nous pouvons le percevoir dans certains commentaires à la dernière question (ouverte) du questionnaire en termes de « *difficulté à développer une certaine autonomie en mathématiques si le cours n'est pas intéressant ou lorsqu'il n'est pas compris* » ou bien « *la difficulté de compréhension nous oblige à fournir un gros travail personnel en mathématiques* ».

De plus, les réponses à cette même question montrent que les étudiants du CPI ne sont pas désireux de chercher des exercices par eux-mêmes s'ils ne sont pas proposés par les enseignants, par crainte de ne pas trouver la correction quelque part.

Enfin, quant au taux de réussite des exercices proposés, il est sans surprise plus important en deuxième année, quelque soit la notion et le type d'exercice. L'exercice le moins bien résolu est celui de géométrie : à la fois parce qu'il fait appel à des bases trop lointaines (centre de gravité), parce que les méthodes sont variées et donc que les étudiants sont visiblement perdus. Dans le cas de cet exercice, ils disent effectivement que la version détaillée de l'énoncé pourrait être une réelle aide. Dans les autres exercices, cet énoncé alternatif permettrait selon eux surtout de leur faire gagner du temps.

Pour poursuivre les analyses de cette enquête, nous pourrions approfondir l'étude des praxéologies mathématiques en cycle préparatoire intégré et les comparer avec les autres cycles préparatoires existants (CPGE, STS, IUT, université). De plus, pour l'observation de l'activité mathématique à partir de la résolution d'exercices, nous pourrions élargir en proposant des situations mathématiques répondant à des attentes exprimées par ailleurs (chapitre 2 et 3) pour améliorer la motivation et le sentiment d'une meilleure préparation aux besoins des praxéologies professionnelles : situations concrètes, exercices contextualisés ou issus du monde industriel. Notons cependant que ceci pourrait induire des difficultés spécifiques liées à la modélisation, que le cycle préparatoire n'est peut-être pas en mesure de prendre en considération au vu des nombreuses autres praxéologies à développer par ailleurs.

C'est bien en cherchant à améliorer l'adéquation entre la réalité des praxéologies rencontrées dans la formation initiale des ingénieurs et leurs attentes en terme de praxéologies professionnelles (chapitre 2 et 3), que nous avons souhaité mettre en place un Parcours d'Étude et de Recherche (PER), dont le chapitre 5 sera l'objet d'étude. Dans la sous-partie suivante, nous explicitons les motivations apportées par l'analyse des données de ce chapitre 4 pour la mise en place de ce PER.

### 4.3.3 De l'étude de l'autonomie à la mise en place du PER

Dans la synthèse que nous avons présentée précédemment dans cette partie, nous avons utilisé la notion de praxéologies mathématiques que nous avons définie en 1.5. Nous avons observé ces praxéologies dans l'institution « cycle préparatoire intégré » en réglant notre optique à différentes positions, selon la présence ou non dans l'activité mathématique concernée de contenus mathématiques spécifiques.

Pour compléter cette analyse, nous pouvons également utiliser l'échelle des niveaux de codétermination didactiques. En effet, dans les travaux présentés ici sur l'activité mathématique des étudiants, nous pouvons constater que les conditions et contraintes didactiques qui entrent en jeu peuvent être situées à chacun de ces niveaux.

Tout d'abord, il existe des contraintes au premier niveau, celui du « système didactique »  $S(x; y; \heartsuit)$ . En effet, notons par exemple que lorsque des exercices de mathématiques où les situations font appel à des praxéologies mathématiques de base, la prise d'initiative (d'autonomie) de la part des étudiants est plus importante et se retrouve dans l'utilisation de ressources diverses (camarades, logiciels, enseignants). Cet aspect est une nouveauté pour eux par rapport au lycée. De même des cours contenant plus d'éléments théoriques (des définitions précises, des théorèmes) nécessitent la mise en place d'un apprentissage qui est nouveau pour eux et qui est à rapprocher des praxéologies professionnelles de communication et documentation.

Au niveau « pédagogie », nous observons que l'organisation d'enseignement de la discipline en cours et TD séparés, l'utilisation de polycopiés, des corrections d'exercices nécessitant une

prise de notes importante, le travail personnel dont la nécessité représente également une réelle nouveauté (et des difficultés) pour certains étudiants.

Au niveau « école », la répartition des étudiants en promotions plus nombreuses que dans le secondaire limite la possibilité d'interactions directes entre les étudiants et les enseignants et incite certains étudiants à poser leurs questions en dehors des cours. De plus, la nécessité pour les étudiants de travailler ensemble ou seuls dans des salles mises à disposition par l'école ou à la bibliothèque sont des nouvelles conditions didactiques qui se distinguent des conditions de l'enseignement secondaire et qui se rapprochent de conditions professionnelles des ingénieurs.

Enfin, il existe des contraintes sur l'activité mathématique des étudiants du CPI, y compris aux niveaux « supérieurs » de l'échelle (« Société » ou même « Civilisation »). En effet, l'arrivée dans l'enseignement supérieur, en particulier en cycle préparatoire, oblige les nouveaux étudiants à se confronter à la nouvelle organisation de leur vie quotidienne souvent synonyme de séparation avec leurs familles. Ceci a des répercussions y compris sur leur travail en mathématiques.

C'est ainsi que ce travail de synthèse nous permet d'aborder les motivations attachées à notre question de recherche n°3 sur l'adéquation entre les praxéologies de la formation initiale et les praxéologies du lieu de travail des ingénieurs et qui a débouché sur la mise en place d'un PER en cycle ingénieur (chapitre 5).

En effet, nous faisons l'hypothèse que, grâce à ce PER, le développement de l'activité mathématique (vue dans notre enquête sur le CPI sous l'angle de l'autonomie) des futurs ingénieurs pourrait se révéler être une réponse contribuant à combler diverses attentes des ingénieurs eux-mêmes, ainsi que des multiples acteurs des institutions que les ingénieurs sont amenés à fréquenter : les enseignants et les employeurs. Une des conséquences attendues est l'amélioration de la satisfaction de ces derniers par le développement de compétences mathématiques adaptées aux praxéologies professionnelles. Pour ce faire, nous avons opté pour un thème que les ingénieurs ont pointé dans nos enquêtes comme central dans leur quotidien : les statistiques. Ces statistiques ne sont précisément pas au programme de la formation en cycle préparatoire et représentent ainsi un exemple de contenu mathématique utile à une grande majorité des ingénieurs (les statistiques descriptives et les probabilités en étant les bases) et enseigné dans la formation initiale exclusivement en cycle ingénieur.



# Chapitre 5 - Mise en place d'un Parcours d'Étude et de Recherche codisciplinaire en cycle ingénieur

Dans les chapitres 2, 3 et 4 de cette thèse nous avons commencé à apporter des éléments de réponses à nos questions de recherches QR1, QR2 et QR3. Ces questions s'intéressent à la réalité de l'utilisation des mathématiques sur le lieu de travail des ingénieurs (notamment en terme de praxéologies mathématiques), avant de les confronter aux enseignements de mathématiques effectivement dispensés en cycle ingénieur (et en cycle préparatoire).

Dans ce dernier chapitre, en nous basant sur les analyses des chapitres précédents, nous cherchons plus directement à répondre à la question QR4 que nous rappelons ici : « *Quel type d'enseignement pourrait favoriser l'adéquation entre les praxéologies mathématiques du cycle ingénieur et les praxéologies mathématiques professionnelles ?* ».

Les études menées auprès d'ingénieurs formés en France (chapitre 2) et d'enseignants de mathématiques en cycle ingénieur en France (chapitre 3) nous ont permis de constater de manière claire que, parmi les praxéologies mathématiques recensées sur leur lieu de travail, les statistiques font partie des besoins mathématiques primordiaux dans le quotidien des ingénieurs (devant l'algèbre, par exemple). De plus, il se trouve que c'est également la discipline mathématique la plus enseignée en cycle ingénieur et qu'elle n'est pas au programme des cycles préparatoires.

La formation mathématique en cycle ingénieur ayant été jugée par les ingénieurs beaucoup moins bien adaptée à leurs besoins que la formation dans les cycles préparatoires, il nous a semblé pertinent de nous intéresser en particulier à l'enseignement des statistiques à ce niveau de la formation.

Le cadre de la TAD dans lequel nos recherches évoluent propose aux chercheurs un modèle d'enseignement tourné vers la codisciplinarité et que nous avons présenté en détails en 1.4.7 : le Parcours d'Étude et de Recherche (PER). C'est donc vers cette proposition didactique que nous nous sommes tournés pour essayer d'améliorer les points soulevés comme problématiques dans la formation mathématique des ingénieurs : son aspect trop théorique, son manque de liens avec les autres disciplines et avec le monde professionnel, etc. (cf. 3.4).

Pour des travaux sur les expérimentations didactiques en statistiques dans l'enseignement supérieur, citons Hahn (2014) qui propose dans un autre cadre théorique (« *design experiments* ») d'explorer les liens entre le savoir « académique » et l'expérience sur le lieu de travail d'étudiants en formation de master en alternance dans une école de commerce. Le dispositif qu'elle propose lui permet de voir qu'une authentique mise en situation faciliterait la confrontation des savoirs de différentes origines, en particulier grâce à la référence aux expériences personnelles des étudiants en tant que vendeurs. Elle classe trois types de « rationalités » pour classer les savoirs mis en jeu dans la résolution des problèmes :

- technique : application de techniques non mises en perspective ;
- pragmatique : utilisation de stratégies intuitives pour répondre à un objectif limité à court terme ;
- scientifique : intégration de théories pour éclairer le problème.

Nous pouvons constater que l'équilibre entre théorie et techniques est également au cœur de cette classification, comme il l'est dans nos études praxéologiques sur le lieu de travail des ingé-

nieurs (chapitres 2 et 3). Ses travaux montrent en outre que le manque de maîtrise des outils statistiques rend difficile leur intégration sur le lieu de travail.

Dans ce chapitre 5, nous présentons en détail le PER dans une première partie 5.1. Avant de nous intéresser au déroulement complet du PER en 5.3, nous présentons en 5.2 le Modèle Praxéologique de Référence que nous avons construit pour cette expérimentation. Dans la partie 5.4, nous proposons une analyse innovante de la présence des dialectiques dans notre PER pour décrire le fonctionnement de l'activité de recherche mathématique des étudiants. Dans la partie 5.5, nous nous focalisons sur l'activité mathématique autour des praxéologies spécifiques que représentent les tests statistiques. Enfin, dans la dernière partie 5.6, nous nous intéressons au bilan du suivi des séances du point de vue des étudiants ainsi que celui de la participation de l'enseignant, avant de conclure plus globalement sur cette expérience de proposition d'un enseignement.

## 5.1 Présentation du PER

Dans cette partie, nous présentons tout d'abord en 5.1.1 les objectifs du Parcours d'Étude et de Recherche (PER) et explicitons les choix que nous avons faits au regard de notre thème de recherche dans ce travail de thèse et en particulier de notre cadre théorique. Dans la deuxième sous-partie 5.1.2, nous réalisons une description du contexte dans lequel nous avons intégré cette expérience ainsi que et les détails de sa préparation. Enfin, nous décrivons en 5.1.3 les outils méthodologiques que nous avons mis en place pour le suivi du travail des étudiants.

### 5.1.1 Objectifs et justification du choix d'un PER codisciplinaire

Dans le début de notre travail de thèse, nous avons cherché à mettre en évidence divers aspects permettant de comprendre les tenants et les aboutissants de l'enseignement de mathématiques pour les futurs ingénieurs. Le but est d'apporter des éléments de réponses aux questions de recherche notamment concernant l'adaptation ou non de ces enseignements aux besoins mathématiques exprimés et aux manques institutionnels éventuellement soulevés lors des enquêtes menées.

Parmi les éléments que nous avons soulignés dans le chapitre 3 du présent travail à propos de l'enseignement des mathématiques aux ingénieurs, il y a le fait que les enseignants rencontrés (pourtant dans des spécialités diverses allant de l'électronique à la chimie) ont tous mis en avant la nécessité pour un ingénieur de maîtriser les outils statistiques permettant notamment d'analyser les données.

Par ailleurs, 61% des ingénieurs ont également montré dans leurs réponses l'importance des statistiques sur leur lieu de travail, en deuxième position après le Calcul Scientifique à 67%. (cf. 2.2)

La première chose qu'il faut mettre en avant à ce propos, c'est que la discipline « statistiques » ne fait partie d'aucun programme officiel de CPGE scientifique ; pour les CPI et les autres cycles préparatoires, il est sans doute délicat de conclure sans une étude plus approfondie sur les curricula correspondants (même si on peut imaginer que certains IUT, certaines Licences ou STS dispensent quelques formations en statistiques), mais nous pouvons remarquer que nous n'avons pas rencontré d'enseignement de statistiques aux programmes de CPI que nous avons pu observer (chapitre 4), contrairement aux probabilités (elles-mêmes au programme de la classe de Terminale scientifique).

Ceci nous donne donc un exemple d'enseignement qui est en tête de ceux dispensés en cycle ingénieur (86% des ingénieurs ayant reçu une formation de mathématiques en CI) et qui n'est pas (ou très peu, selon nos hypothèses) dispensé en cycle préparatoire.

Or, notre étude montre (2.2) en outre que seulement 24% des ingénieurs trouvent que leur formation en mathématique en cycle ingénieur est bien adaptée et que 52% la trouvent mal

adaptée à leurs besoins quotidiens sur leur lieu de travail. Les critiques exprimées en terme d'adaptation concernent pour le plus grand nombre des répondants (28%) les points suivants :

- enseignement trop théorique,
- manque d'applications concrètes,
- manque de connexion avec les autres matières,
- enseignement pas assez « poussé ».

Ajoutons à cela que le type d'enseignement majoritairement rencontré est le couple Cours Magistraux (98%) et Travaux dirigés (78%) et que l'enseignement par projets ne représente que 18% des enseignements. De plus, rappelons que d'après notre enquête (cf. 3.2) 93% des étudiants ont des cours de mathématiques en première année du cycle ingénieur (bac+3), 54% des étudiants ont aussi des cours de mathématiques en deuxième année, et enfin que seulement 30% des étudiants ont encore des cours de mathématiques en troisième année (cf. tableau n°.. page).

Dans notre étude dans un cycle préparatoire intégré au chapitre 4, les constats rejoignent ces résultats (cf. 4.3).

Au vu de ces éléments, l'objectif de la mise en place de ce PER est d'essayer de proposer une action didactique pertinente permettant d'améliorer en terme d'enseignement certains faits relevés dans ces observations. En outre, en tant qu'outil de recherche, ce PER peut nous permettre d'apporter des éléments de réponse à la question de recherche : « Les praxéologies sont-elles différentes entre l'institution « lieu de travail » et « cycle ingénieur » et si oui, comment peut-on améliorer l'adéquation entre les deux ? ».

Sans en faire l'état complet des recherches sur l'enseignement par projets qui existent dans différents cadres, il est intéressant de constater que, par exemple, dans la recherche de Jaworski et Matthews (2011) les projets qu'elles ont observés permettent de montrer que la modification du mode de questionnement par rapport à un cours traditionnel semble être une des clés de la meilleure compréhension de la part des étudiants. L'innovation attendue dans l'expérimentation analysée dans ces travaux viendrait donc en partie, de la prise en compte de ce que Chevallard appellera en 2013 la dialectique questions/réponses au sujet des PER et qui deviendra ensuite la dialectique de la recherche et de l'étude (voir 5.4).

C'est ainsi, en écho à la fois à notre cadre théorique, aux constats effectués sur notre terrain de recherche (les ingénieurs ayant répondu à notre questionnaire et participé à nos entretiens) et à des résultats comme ceux de Jaworski et Matthews cités précédemment, que le concept de question génératrice et de sous-questions nous a semblé une piste prometteuse pour un enseignement expérimental (cf. 1.4.4).

Les études sur les PER sont aujourd'hui florissantes et des exemples de PER codisciplinaires sont régulièrement expérimentés et analysés, en particulier au niveau de l'université (Chevallard, 2017a; Parra et al., 2013b; Siero et al., 2017). Ces travaux concernent pour beaucoup des non-spécialistes et le fait de le proposer dans nos travaux dans un cycle ingénieur en France permet d'en faire une action didactique concrète qui s'inclut dans un contexte plus large de recherche.

Nous avons donc cherché à mettre en place un PER codisciplinaire en Chimie et Statistiques. Notre situation professionnelle nous a donné l'opportunité de rencontrer un collègue de chimie prêt à « relever le défi » de mettre en place un tel parcours. Nous allons dans la sous-partie suivante présenter le contexte dans lequel nous avons pu le faire naître et le voir évoluer.

### 5.1.2 Préparation du PER et intégration dans le cadre institutionnel existant

Comme nous venons de le décrire, le choix de réaliser un PER codisciplinaire en mathématiques (statistiques) et chimie s'est imposé pour de multiples raisons.



Apprenant en 2014-2015 l'existence de nos recherches débutantes en didactique des mathématiques, un premier collègue de chimie (Patrice ayant participé à nos entretiens par la suite, cf. 4.1) était venu nous demander de l'aider à améliorer son cours de soutien de mathématiques. Lorsque nous lui avons parlé quelques mois plus tard de la possibilité de mettre en place un PER sur le thème de l'analyse statistique de données (qu'il a lui-même souligné comme primordiale pour les ingénieurs dans son entretien), il a été très enthousiaste et nous avons commencé à travailler ensemble sur l'élaboration d'une question génératrice.

Malheureusement, pour des raisons personnelles, ce collègue n'a pas été en mesure d'aller jusqu'au bout de l'expérience, mais un autre collègue en ayant eu vent a proposé de reprendre le flambeau. Ce collègue (que nous nommerons Romuald) est un Enseignant-Chercheur en Chimie Théorique qui dispense un cours de chimiométrie pour le tronc commun des élèves ingénieurs 1<sup>ère</sup> année (c'est-à-dire à tous les élèves, sans distinction d'option ou de majeure).

D'après le contenu de ce cours, la chimiométrie se définit comme une discipline de la chimie qui utilise des méthodes *mathématiques, statistiques* ou à *formalisme logique* pour :

- *concevoir* ou *sélectionner* des procédures optimales de mesures ou des expériences,
- fournir le maximum d'informations chimiques pertinentes *pour analyser les données expérimentales*.

Ce cours de chimiométrie est la deuxième partie d'un enseignement plus large intitulé « Statistiques pour l'ingénieur » pour la première année du cycle ingénieur, qui compte un total de 16h de Cours Magistraux (dans cette école, les Cours Magistraux doivent être associés à une partie de Travaux Dirigés faite en classe entière, à la discrétion de l'enseignant).

La première partie de cet enseignement est dispensée auparavant (au mois de septembre) par un autre collègue, Daniel, et concerne les contenus suivants :

- Rappels de probabilités et application au calcul d'incertitude.
- Inférence Statistique (estimateurs, intervalle de confiance, risque, tests de conformité de moyenne ou de variance).
- Contrôle Statistique.

Nous avons réalisé une analyse d'une partie de ce cours dans le chapitre 3 (cf. 3.3.2). Remarquons que dans cette première partie de l'enseignement de statistiques, les tous premiers contenus enseignés sont reliés aux connaissances de probabilités de lycée et de cycle préparatoire.

Le cours de chimiométrie dispensé par Romuald représente l'autre moitié de l'enseignement de statistique et se compose de six séances d'1h20 (soit 8h). Celui-ci s'est déroulé sur un mois (en octobre, à la suite directe de la première partie). En voici le plan détaillé :

- Notions générales sur les erreurs
  - Types d'erreur en chimie analytique
  - Définition et mesure de la précision
  - Définition des erreurs systématiques et de l'exactitude en termes statistiques
- Distributions de probabilités
  - Généralités, exemples
  - Populations et échantillons
  - Distribution standard normale (ou loi normale centrée réduite)
  - Tests d'hypothèses
  - Distribution de *Student* (ou distribution t)
  - Distribution de *Fischer-Snedecor* (ou distribution F)
- Évaluation de la précision et de l'exactitude. Comparaison de deux procédures.
  - Généralités
  - Approche statistique
  - Le test t
  - Le test F
  - Utilisation couplée des tests t et F
- Analyse de variance (ANOVA)

- Introduction – Définitions
- ANOVA à un facteur
- Autre exemple et analyse des termes résiduels
- ANOVA à deux facteurs
- Calibration et analyse chimique
  - Introduction
  - La méthode des moindres carrés
  - Indicateurs statistiques
  - Analyse des résidus
  - Analyse de la variance
  - Hétéroscédasticité
  - Moindres carrés pondérés
  - Discussion sur les régressions multilinéaires
  - Formulation générale des régressions à une variable
  - Intervalles de confiance des paramètres
  - Régression multi variable linéaire

La vocation de ce cours est de faire le lien entre les statistiques vues dans la première partie et l'analyse chimique pour sensibiliser les étudiants aux problématiques professionnelles dès le début de leur formation en cycle ingénieur. L'idée mise en avant par Romuald pour présenter ce cours est également de rendre les notions fondamentales de mathématiques vues auparavant plus simples et plus concrètes pour les étudiants.

Nous pouvons noter cependant que les notions nouvelles de statistiques dans ce cours sont très nombreuses pour une durée totale de seulement 8 heures. Ceci est à mettre en relation avec la problématique des volumes horaires soulevé par les autres enseignants de cycle ingénieur que nous avons rencontrés (chapitre 3).

Pour initier la collaboration entre nous et Romuald, la première étape a été de choisir au sein de l'école le contexte institutionnel dans lequel proposer ce PER à des élèves ingénieurs.

En 1<sup>ère</sup> année du cycle ingénieur, des projets TICE (Technique d'Information et de Communication pour l'Enseignement) se déroulent chaque année au mois de mars par groupes de 7 à 8 étudiants. Ces projets sont évalués et ont pour objectif de faire travailler les étudiants sur la mise en forme de ressources en ligne à destination des élèves ingénieurs de première année qui leur succéderont. Ce contexte nous a paru compatible avec le travail de fond que nous avons l'intention de mettre en place avec eux<sup>23</sup>.

Nous avons alors proposé à la responsable pédagogique de l'établissement (en charge du suivi et de l'évaluation de ces projets pour l'ensemble de la promotion) que Romuald et nous-mêmes prenions en charge l'encadrement de deux groupes réunis en un seul. L'idée de ce regroupement était d'avoir un nombre d'étudiants suffisamment conséquent pour espérer une certaine émulation entre eux en terme de questionnement.

Notre proposition de coencadrement a été acceptée et les deux groupes ont été réunifiés. Une fois les inscriptions effectuées par les étudiants, nous avons donc eu en notre possession la liste des 14 participants au futur PER. Nous ferons une brève description de l'ensemble du groupe dans la partie 5.3.

En amont de la formation de ces groupes, nous avons rencontré Romuald dans son bureau et nous lui avons exposé les éléments de notre cadre théorique permettant de s'assurer de la bonne tenue du parcours, notamment l'importance du choix de la question génératrice. Nous présentons dans la sous-partie suivante les outils que nous avons mis en place pour le suivi de son déroulement.

---

<sup>23</sup> Ce genre d'intégration au sein de projets déjà en place dans une institution s'est déjà produit comme le montrent les travaux de Barquero (2018).

### 5.1.3 Outils méthodologiques développés pour le suivi du PER

Nous présentons dans ce paragraphe les outils méthodologiques que nous avons mis en place pour le suivi du PER introduit précédemment.

Pour reprendre des éléments de notre cadre théorique de la TAD (cf. 1.4) citons les prescriptions de Chevallard (Chevallard, 2012, p. 15):

« Comment donc analyser le didactique qui est présent dans une situation qui nous est donnée à connaître soit par l'observation directe, soit par une description orale ou écrite - qui peut être plus ou moins allusive, plus ou moins précise - de cette situation ? Le premier geste d'analyse doit consister à identifier les systèmes didactiques  $S(X; Y; \heartsuit)$  présents ou évoqués dans la situation à analyser. Pour chacun d'eux, on doit alors s'efforcer de répondre, dans toute la mesure du possible (qui dépend des informations disponibles ou raisonnablement conjecturables), aux questions suivantes (...):

- Quelle est l'institution mandante de  $S(X; Y; \heartsuit)$  ?
- Qu'est-ce que  $X$  ?
- Qu'est-ce que  $Y$  ?
- Qu'est-ce que  $\heartsuit$  ?
- Que font  $X$  et  $Y$  pour que  $X$  «apprenne» ?
- Qu'est-ce que  $X$  aura-t-il pu apprendre, à court ou moyen terme, du fait du fonctionnement de  $S(X; Y; \heartsuit)$  ?
- Qu'est-ce que  $Y$  et certains environnements éventuels de  $S(X; Y; \heartsuit)$  auront-ils pu apprendre, à court ou moyen terme, du fait du fonctionnement de  $S(X; Y; \heartsuit)$  ?
- Quels changements le fonctionnement de  $S(X; Y; \heartsuit)$  a-t-il pu apporter dans les conditions et les contraintes gouvernant son fonctionnement ultérieur ? »

Selon notre point de vue, l'adaptation de ce questionnaire autour de la question génératrice du PER (en tant que  $\heartsuit$ ) fournit une grille d'analyse pertinente et plutôt universelle que nous avons tenté d'utiliser à bon escient, notamment dans nos formulaires de suivi, notre questionnaire final aux étudiants ( $X$ ) et notre guide d'entretien avec l'enseignant ( $Y$ ) coencadrant le PER.

#### Calendrier prévisionnel et journal de bord personnel

Tout d'abord, en parallèle de la formation des groupes, nous avons mis en place le calendrier prévisionnel des séances du PER en utilisant les créneaux déjà réservés dans les plannings des étudiants pour leurs projets, et en en ajoutant d'autres selon les agendas de chacun. L'objectif était que les deux encadrants puissent être présents pour interagir avec tous les étudiants à chaque fois.

Nous indiquons ici ce planning prévisionnel, se déroulant sur une durée globale de 10 heures. Nous précisons les objectifs que nous nous sommes fixés pour chacune des séances :

- 23/03/2018, 30 mn : rencontre avec les étudiants, présentation du parcours, lien avec le cours, objectifs, outils de suivi et calendrier prévisionnel.
- 29/03/2018, Séance #0, 1h30 : choix de responsables du suivi, présentation de la question génératrice, premières réflexions.
- 12/04/2018, Séance #1, 1h30 : exposé des premiers résultats de recherche, choix des sous questions. Attributions par groupe.
- 23/04/2018, Séance #2, 2h : suivi global et/ou individuel.
- 17/05/2018, Séance #3, 2h : suivi global et/ou individuel.
- 24/05/2018, Séance #4, 2h : bilan final et préparation de la présentation
- 01/06/2018, Séance #5, 30 mn : exposés, remise des travaux

Signalons que lors de la séance de présentation/rencontre (23/03/2018), nous avons indiqué aux étudiants que nous étions à leur disposition pour d'autres rencontres sur rendez-vous si nécessaire, et nous avons dû expliquer comment cette notion de parcours pouvait s'intégrer dans l'objectif des projets TICE proposés par l'ingénieure pédagogique de l'école.

Pour garder une trace de notre travail, nous avons mis en place un journal de bord personnel (cf. quelques pages en annexe 5.1) dans lequel nous avons consigné chronologiquement toutes les étapes du déroulement du PER ainsi que les questions soulevées ou les remarques avant ou après certains événements. Nous nous servirons explicitement de ces notes dans la partie 5.3.

En préambule de ce journal, nous avons commencé par inscrire les points généraux suivants afin de les avoir clairement en tête tout au long du parcours :

- Surtout ne pas fermer les (sous-)questions, même si on peut imaginer que les étudiants vont être poussés vers des choses qu'ils connaissent. L'idée est que des sous-groupes émergent.
- Prévoir une partie modélisation : si oui, quel logiciel ? Quelles attentes ?
- Si des sous-groupes travaillent sur les mêmes sous-questions, il faudra comparer leur travail.
- Porter notre attention plus précisément sur l'activité mathématique, sachant que Romuald portera son attention plus précisément sur la partie chimie.

Comme autre outil méthodologique pour le suivi du PER, nous avons mis au point à l'attention des étudiants un formulaire leur permettant de rendre compte de leurs avancées dans le parcours. Nous le présentons en détail ci-dessous.

### ***Formulaire de suivi des étudiants (en ligne)***

Dès la séance de présentation, nous avons informé les étudiants de la mise en place d'un formulaire de suivi en ligne (cf. annexe 5.2). Nous leur avons immédiatement précisé la destination de recherche de ce formulaire. En particulier, il ne fallait pas qu'ils craignent que ça soit un moyen pour nous de contrôler leur travail personnel en vue de l'évaluation.

Nous leur avons conseillé de remplir ce formulaire après chaque séance de manière individuelle, ou en groupe (binôme) le cas échéant.

Ce formulaire consiste en sept questions ouvertes à traiter, dont seule la partie Nom/Prénom était obligatoire pour pouvoir suivre les groupes d'étudiants et nous assurer de leur participation (sans doublon) :

- Date et numéro de la séance
- Nom(s), Prénom(s)
- Quels étaient les objectifs initiaux de cette séance ?
- Quels contenus mathématiques avez-vous mis en œuvre avant et pendant cette séance ?  
Détaillez si possible l'utilisation.
- Décrivez les modalités de travail que vous avez mises en places (individuel, groupe, ressources, durée,...)
- Quels sont vos objectifs pour la prochaine séance ?
- Remarques ou commentaires (questions, difficultés,...)

Les objectifs de ce suivi sont donc de savoir comment les étudiants se sont organisés pour travailler de manière concrète et d'un point de vue mathématique pour ainsi recueillir les praxéologies rencontrées au cours de ce PER. De plus, il s'agissait de recueillir les conditions et contraintes soulevées ou rencontrées à l'occasion de ce travail, pour espérer comprendre à quels niveaux de codétermination didactique se sont situées leurs praxéologies.

Pour recueillir leur avis en fin de parcours, nous avons également mis en place un questionnaire individuel d'évaluation finale, que nous présentons ci-après.

### ***Questionnaire individuel d'évaluation de fin de PER (en ligne)***

Pour faire un bilan du point de vue de chacun des 14 participants, nous avons mis en ligne un questionnaire anonyme intitulé « Évaluation de fin de projet ». Nous exposons les questions

que nous avons posées et qui, à l'inverse du formulaire de suivi des séances, étaient toutes obligatoires, sauf celle du Nom et Prénom.

Les questions 1 à 5 s'intéressent à des considérations personnelles et au parcours scolaire des étudiants participant au PER, ainsi qu'à la raison de leur choix de participer à ce projet. Elles ont un but indicatif avant tout :

- Nom, Prénom
- Sexe
- Quel cycle préparatoire avez-vous suivi ? [CPGE, CPI, IUT/BTS/université, Autre]
- Sur une échelle de 1 (mauvais) à 4 (très bon), comment situez-vous votre niveau en mathématiques dans votre scolarité ? [Au lycée, En cycle préparatoire, En cycle ingénieur]. » Une option « Pas de formation en mathématiques » permettait pour chaque niveau de formation de signaler ce cas de figure éventuel.
- « Pourquoi avez vous choisi ce projet « Chimie & mathématiques ? » Plusieurs choix étaient proposés : Par hasard, Par curiosité, Par goût pour les mathématiques, Pour apprendre les mathématiques d'une manière différente des cours habituels, Parce que les autres projets étaient déjà pris, ou Autre (ouvert).

La question 6 (« *Selon vous, faudrait-il généraliser ce type d'enseignement de mathématiques ?* ») proposait de répondre « *Oui* » ou « *Non* » pour les items :

- À toute la scolarité
- En cycle préparatoire
- En cycle ingénieur

La question 7 (« *Est-ce que ce type d'enseignement vous paraît viable pour remplacer un enseignement traditionnel 'cours+TD' en mathématiques (en statistiques) ? Si oui, pouvez-vous donner un exemple ?* ») permet aux étudiants de répondre « *Oui* » ou « *Non* », mais également de préciser leur réponse.

Les trois questions suivantes permettent d'obtenir des précisions sur l'avis personnel des étudiants sur les contenus mathématiques qu'ils ont appris et ce qu'ils ont retenu lors de ce PER. La question 8 (« *Est-ce que ce projet vous a permis d'apprendre des mathématiques (statistiques) que ne vous avait pas appris le cours ? Si oui, pouvez-vous donner un exemple ?* ») est une question ouverte, tout comme la question 9 (« *Qu'avez vous retenu de votre travail sur ce projet ?* ») et la question 10 (« *Selon vous, quels sont les points positifs ? Les points négatifs ? Les choses à améliorer dans le déroulement de ce projet ?* »)

La question 11 (la dernière) permet grâce à une échelle de 1 (pas satisfait) à 4 (très satisfait) de mesurer la *satisfaction des étudiants d'avoir participé à ce projet*.

Et pour compléter enfin notre équipement de suivi de ce PER, nous avons mis au point un guide pour un entretien final avec le coencadrant Romuald. Nous détaillons ce guide dans la dernière sous-section suivante. Signalons que les résultats de cet entretien ainsi que ceux du questionnaire que nous venons d'exposer seront développés dans la partie 5.4.

### **Grille d'entretien avec le coencadrant du PER**

Tout comme le questionnaire d'évaluation mis à disposition des étudiants à la fin du PER, l'entretien avec l'enseignant qui l'a coencadré a eu pour objectif de recueillir son ressenti sur cette forme d'enseignement.

Puisque nous avons travaillé ensemble, il s'est agi d'un entretien semi-directif de type ethnographique que nous avons mené comme une discussion. Nous avons cependant suivi le guide que nous avons mis au point. Celui-ci est divisé en trois parties que nous présentons dans ce paragraphe.

La première partie de ce guide d'entretiens permet d'obtenir les renseignements personnels et professionnels standards : nom, prénom, âge, poste d'enseignement actuel.

La deuxième partie concerne le point de vue de Romuald sur l'expérience qu'a représenté pour lui ce PER. Les questions que nous avons indiquées dans le guide étaient les suivantes :

- As-tu déjà encadré ce type de projet ? Si oui, quelles différences as-tu soulevées ?
- Quels sont les points positifs ? Les points négatifs ? Les choses à améliorer dans le déroulement ?
- Dans l'ensemble, es-tu satisfait du déroulement de ce projet ?
- Peux-tu décrire rapidement ton investissement ?
- Qu'apporte selon toi ce type de fonctionnement aux étudiants ?
- Dispenses-tu un cours en lien avec ce PER ? Si oui, quels liens vois-tu entre les deux (points communs, différences) ?

La troisième et dernière partie de cet entretien concerne l'avis plus général de l'enseignant sur ce type d'enseignement par PER. Les questions que nous avons préparées pour nous servir de guide étaient les suivantes :

- Penses-tu que ce type de Parcours d'Étude et de Recherche pourrait remplacer un cours ? Pourquoi ?
- Est-ce que un tel enseignement serait à généraliser ? Dès le cycle préparatoire, en cycle ingénieur ?
- Comment évaluer ce type d'enseignement ?
- Est-ce faisable du point de vue de l'investissement demandé pour l'enseignant ?
- Penses-tu réutiliser les fruits de cette expérience dans le futur ? Si oui, de quelle manière ?

Dans la présente sous-partie nous avons exposé les outils méthodologiques que nous avons mis au point pour le suivi des étudiants lors du PER que nous avons proposé en Chimie et Statistiques. Nous avons également présenté le guide d'entretien que nous avons utilisé pour recueillir le point de vue de l'enseignant avec lequel nous avons coencadré ce PER.

## 5.2 Un Modèle Praxéologique de Référence (MPR) pour ce PER

Dans la partie précédente, nous avons présenté les objectifs du Parcours d'Étude et de Recherche (PER) en statistiques et chimie que nous avons mis en œuvre avec des étudiants de première année de cycle ingénieur en chimie. Nous avons également exposé la préparation de ce parcours tout en indiquant comment nous avons intégré celui-ci dans le cadre des projets TICE préexistants dans cette institution. Nous avons ensuite présenté l'ensemble des outils méthodologiques de suivi que nous avons développés pour ce PER.

Comme nous l'avons vu en 5.1.2, avant de nous lancer dans le choix et la rédaction de la question génératrice, nous avons commencé par donner à notre collègue Romuald des informations générales sur ce que pouvait représenter un PER codisciplinaire. Pour ce faire, nous lui avons donné à lire quelques articles de didactique des mathématiques sur ce sujet (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (Poitiers), 2014; Parra et al., 2013b) dont il a semble-t-il pris connaissance avec intérêt.

Pour notre part, étant donné que nous n'avons que peu de connaissances en chimie, il nous a semblé pertinent que la question génératrice  $Q_0$  soit rédigée par Romuald afin que celle-ci colle au mieux à la réalité industrielle qu'il souhaitait illustrer dans ce parcours. Nous avons seulement fait en sorte de nous assurer auprès de lui que la question initiale serait bien de nature à générer plusieurs sous-questions permettant aux étudiants de se lancer dans des recherches suffisamment riches en contenus (et plus globalement en praxéologies) mathématiques.

Dans cette partie, nous présentons le Modèle Praxéologique de Référence élaboré à partir de la question génératrice  $Q_0$ . Nous l'avons construit à partir des hypothèses formulées *a priori* avec Romuald pour répondre à  $Q_0$ , ainsi que des sous-questions alors prévues pour ce PER codisciplinaire.

Comme nous le verrons, notamment en observant le cours de chimiométrie de Romuald, il y a dans ce PER un nombre important de concepts et méthodes statistiques mobilisables. Nous faisons néanmoins le choix de détailler dans ce modèle les praxéologies autour d'un seul contenu mathématique, celui des tests d'hypothèses. En effet, cette notion occupe une place centrale dans ce PER et elle nous semble représentative de l'activité mathématique développée par les étudiants (cf. 5.5). Nous verrons ce que cette notion mobilise et ce qui est enseigné en général dans les cours aux ingénieurs à ce sujet (ainsi que dans le cycle ingénieur étudié). Ceci sera le cadre mathématique dans lequel nous pouvons nous attendre à ce que les étudiants évoluent dans ce PER, autour de ce concept des tests choisi pour notre étude.

### 5.2.1 Question génératrice et contexte industriel

La question génératrice  $Q_0$  retenue définitivement a été rédigée de la façon suivante :

$Q_0$ : « Dans l'industrie pharmaceutique, comment s'assurer que le produit (médicament) respecte le dosage inscrit sur l'emballage ? »

Au vu de son cours de chimiométrie, Romuald s'est assuré dès le départ que cette question permettrait aux étudiants de poser les bonnes options au démarrage pour pouvoir consolider et aller au-delà des connaissances enseignées et apprises lors de ce cours. Chevillard (2004, p. 7) parle d'une « *question à fort pouvoir générateur* ».

Les idées et notions statistiques repérés dans nos échanges préparatoires pour une analyse *a priori* des problématiques mathématiques envisagées sont les suivantes :

- valeurs limites ou valeurs aberrantes
- tests d'hypothèse
- échantillonnage
- simulation
- prises de données réelles
- erreurs et incertitudes

En terme de chimie analytique, la question génératrice  $Q_0$  s'attache à la problématique industrielle universelle de « contrôle qualité » adaptée ici à la pharmacologie. Cette démarche d'assurance est décrite de manière générale par (Feinberg, 1996) de la façon suivante : « (...) *si on demande à un laboratoire d'effectuer des analyses, c'est bien dans le but d'obtenir des résultats qui sont utiles pour une prise de décision. Il faut donc que ces résultats soient interprétables, c'est-à-dire qu'ils doivent* » être valides et présenter les conditions requises pour produire leur effet ». Par ailleurs, la qualité est définie comme « l'ensemble des propriétés et caractéristiques implicites d'un produit ou d'un service qui lui confèrent l'aptitude à satisfaire les besoins exprimés ou implicites ». *Il y a donc un lien très étroit entre la qualité d'un résultat et la validation de la méthode qui permet de l'obtenir.* »

Les principes du contrôle ou de l'assurance qualité, selon (Feinberg, 1996) sont basés sur plusieurs normes internationales ISO (International Standardisation Organisation) reprises par l'AFNOR (Association Française de Normalisation). Pour une analyse quelconque, il existe des niveaux de qualités différentes dont nous résumons le principe :

- qualité métrologique : elle est implicite et présente un besoin classique que les mesures soient justes
- qualité technique : besoin de fiabilité des analyses et fidélités des méthodes pour la prise de décision



- qualité commerciale : exigence de rapidité dans l'envoi du résultat avec un coût le plus faible possible
- qualité d'usage social (apparue à la suite de considérations toxicologiques) : choix d'une technique analytique qui ne présente pas de risque pour l'utilisateur ou l'environnement.

Pour notre question génératrice, ces différents niveaux de qualités sont bien applicables et représentent à ce titre des hypothèses de travail et nous aident à définir des sous-questions que nous détaillerons plus loin.

Ces sous-questions se déclinent dans la réalité des laboratoires avec divers référentiels comme par exemple les Bonnes pratiques de Laboratoire (BPL), inscrites dans le décret 90.2016 du 7 mars 1990 contenant les dix points suivants :

- Organisation et personnel
- Programme sur l'assurance qualité
- Locaux
- Appareils, matériaux et réactifs
- Système d'essai
- Substances d'essai et de référence
- Modes opératoires normalisés
- Réalisation de l'étude
- Établissement du rapport
- Archivage

Cet exemple des BPL montre que, pour répondre à la question génératrice  $Q_0$ , il faut tout d'abord prendre en compte un certain nombre de paramètres concernant les modes opératoires dans le contexte du laboratoire. Ces considérations représentent le contexte professionnel en chimie de notre PER codisciplinaire.

La phase de traitement statistique correspondant à l'analyse de données avant la prise de décision finale se situe quelque part dans le processus global de fabrication d'un résultat. Pour préciser sa place, nous reprenons en Figure 5-1 suivante le schéma complet de ce processus à partir de (Feinberg, 1996) :

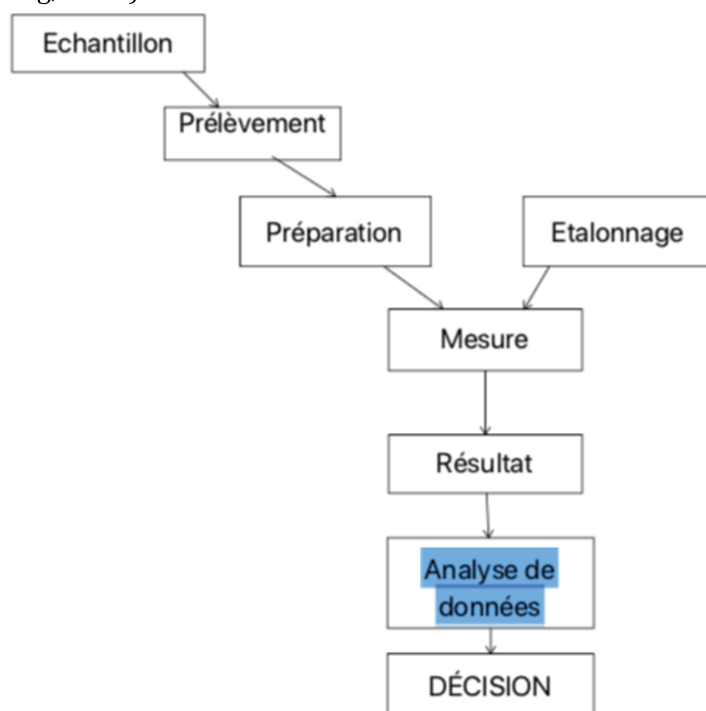


Figure 5-1 Processus de fabrication d'un résultat, d'après (Feinberg, 1996)

Pour la suite de la description de notre MPR, il faut en outre, prendre en compte les aspects statistiques et les hypothèses qui s'y attachent. Pour parvenir à une analyse pertinente par une approche statistique dans ce contexte industriel, il est nécessaire d'exclure un certain nombre « d'accidents » autorisant un contrôle aléatoire périodique représentatif et suffisant. Cela dépend évidemment du *process* mis en jeu et si la situation ne permet pas d'exclure ces accidents, il est possible de décomposer le *process* en sous-étapes que l'on validera une à une.

Pour proposer une recherche de « réponse » (au sens de la TAD, c'est-à-dire  $R^{\vee}$ ) à la question génératrice  $Q_0$  et pour rester dans le cadre du cours de chimométrie (cf. 5.5) nous faisons *a priori* l'hypothèse simplificatrice que la population de référence est homogène, normale (c'est-à-dire qu'elle suit une loi de densité gaussienne). Ceci donne un sens exploitable à la notion, par exemple de moyenne sur les échantillons prélevés aléatoirement.

C'est alors sous cette hypothèse que la notion de test statistique permet de répondre à de nombreuses questions en rapport avec la problématique de qualité ou de fiabilité. Nous avons ainsi choisi de nous y intéresser plus particulièrement et c'est la raison pour laquelle nous la présentons dans la sous-partie suivante.

### 5.2.2 Généralités sur les tests statistiques

Comme nous l'avons présenté ci-dessus, le contexte industriel dans lequel se situe la question génératrice  $Q_0$  de notre PER soulève d'emblée la problématique de l'échantillonnage puis celle des tests statistiques d'hypothèses. En effet, pour répondre à cette question, il faut se demander (c'est-à-dire décider), une fois les calculs effectués sur les échantillons prélevés (ou simulés) aléatoirement, si oui ou non l'hypothèse représentée par le dosage inscrit sur l'emballage, doit être rejetée ou acceptée.

Cette notion de tests d'hypothèse est vue dans le chapitre II du cours de chimométrie de Romuald qui s'intéresse plus généralement aux distributions de probabilités.

Pour présenter cette notion de tests telles qu'enseignée aux ingénieurs, nous nous basons sur plusieurs cours de statistiques pour l'ingénieur ou au niveau correspondant à L3 c'est-à-dire à la 3<sup>ème</sup> année d'étude après le baccalauréat (Perrut, n.d.; Riley et al., 2006). Nous présentons ici de manière succincte les éléments de technologie et de théorie qui sont présentées aux ingénieurs dans les cours de statistiques correspondants.

Tout d'abord, rappelons que le but des tests d'hypothèses est de contredire ou au contraire de confirmer une affirmation concernant la population étudiée, en se basant sur l'observation d'un échantillon. La méthode générale de construction d'un test statistique est la suivante :

- Poser le test, c'est-à-dire définir les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  ;
- Résoudre le test, c'est-à-dire construire une règle de décision associant à toute réalisation de l'échantillon soit l'hypothèse  $H_0$ , soit l'hypothèse  $H_1$  ;
- Enfin, décider à partir d'une réalisation de l'échantillon.

#### Les hypothèses du test

Le choix de l'hypothèse  $H_0$  est primordial pour la décision à prendre. Ce choix se fait en respectant les critères suivants :

- C'est l'hypothèse la plus plausible (ou raisonnable) car non contredite par les résultats des expériences. Ex :  $H_0$  : «fumer provoque le cancer».
- C'est hypothèse habituelle. Ex :  $H_0$  :  $X$  suit une Loi Normale.
- C'est l'hypothèse de prudence. Ex :  $H_0$  : «le médicament est inefficace».
- C'est l'hypothèse plus facile à formuler. Ex :  $H_0$  :  $\theta = \theta_0$  ;  $H_1$  :  $\theta < \theta_0$  (ici  $\theta$  représente une grandeur quelconque sur laquelle porte l'étude)

Dans les différents tests statistiques existants, les hypothèses peuvent porter sur :

- le(s) paramètre(s) inconnu(s) d'une loi de distribution connue (on parle alors de test paramétrique),

- la distribution inconnue d'une variable aléatoire  $X$  (on parle alors de test non-paramétrique).

$H_0$  est appelée hypothèse nulle car elle stipule en général l'absence d'effet, ou l'absence de différence. L'hypothèse  $H_1$  est appelée l'hypothèse alternative.

### Règle de décision

Une fois l'hypothèse  $H_0$  fixée, on choisit la variable de décision, qui s'adapte le mieux à la situation et que l'on appelle statistique du test (ici notée  $T$ ). Ensuite, on choisit la forme de la région critique pour cette statistique :  $T < \text{seuil}$ ,  $T > \text{seuil}$  (tests unilatéraux) ou  $T \neq \text{seuil}$  (test bilatéral).

Les deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  étant choisies, elles ne jouent pas un rôle symétrique lors de la détermination de la règle de décision. L'hypothèse nulle  $H_0$  est privilégiée par rapport à l'hypothèse alternative (ou de référence)  $H_1$ , car supposée plus vraisemblable.

Pour comprendre la différence, il faut d'abord parler des deux types de risque d'erreur possible dans un test, en commençant par le Tableau 5-1 suivant :

	<b><math>H_0</math> est vraie</b>	<b><math>H_1</math> est vraie</b>
<b>On accepte <math>H_0</math></b>	$1 - \alpha$	$\beta$
<b>On rejette <math>H_0</math></b>	$\alpha$	$1 - \beta$

Tableau 5-1 Risques d'erreur dans un test statistique

Le nombre  $\alpha$  correspond à la probabilité de valider à tort l'hypothèse  $H_1$ . C'est le risque (ou erreur) de première espèce (on parle aussi de niveau du test ou niveau de confiance du test). Il existe également l'erreur de seconde espèce  $\beta$  qui est moins grave en pratique et qui correspond, à l'inverse, à valider à tort  $H_0$  (c'est-à-dire alors que c'est  $H_1$  qui est vraie).

On appelle puissance du test la valeur  $1 - \beta$  : c'est la probabilité de valider à raison l'hypothèse  $H_1$  (ou de rejeter, à raison  $H_0$ ). Le principe général est de fixer le niveau  $\alpha$  (en général 0.05 ou 0.01) et de minimiser le risque  $\beta$ , c'est-à-dire de maximiser la puissance  $1 - \beta$  du test.

### Utilisation du test – Exemple du test d'indépendance du $\chi^2$

À partir de la valeur empirique (c'est-à-dire obtenue sur l'échantillon tiré) de la statistique du test, nous sommes en mesure de rejeter ou accepter  $H_0$  en utilisant, en général la table de valeur correspondant à la statistique en question.

Chaque test est indiqué dans des situations bien particulières qui définissent des critères d'applications différents à chaque fois. En particulier, une fois le niveau du test fixé, il faut choisir la puissance du test et l'effectif de l'échantillon de données à analyser.

Dans notre thèse, nous avons utilisé à de nombreuses reprises le test d'indépendance<sup>24</sup> du  $\chi^2$  qui permet de tester si deux caractères testés sur une population donnée sont indépendants ou non. Par exemple, on a pu tester si, pour un étudiant du cycle préparatoire intégré, le fait d'être en première ou en deuxième année (premier caractère) est indépendant du fait d'apprécier ou non l'utilisation de diaporama en cours.

Le nombre de degrés de liberté dépend du nombre de possibilités respectivement ( $r$  et  $s$ ) existant pour chacun des deux caractères observés. Ici, les deux caractères n'ont que deux éventualités ( $r=s=2$ ) et le nombre de degrés de liberté est donné par la formule  $(r-1)(s-1)=1$ .

Par définition, l'hypothèse  $H_0$  que nous formulons pour ce test du  $\chi^2$  est toujours l'hypothèse d'indépendance. La statistique choisie  $D$  ici s'appelle la distance du  $\chi^2$  à 1 degré de liberté. Pour un niveau  $\alpha=0.05$ , la table de ce test donne une valeur seuil de 3.84 qui nous a servi dans chaque situation à valider ou non l'hypothèse d'indépendance.

<sup>24</sup> Il existe d'autres tests du  $\chi^2$ , comme par exemple le test d'ajustement qui porte le même nom.

Après avoir présenté le MPR correspondant à la justification et à la mise en œuvre de tests statistiques, nous sommes en mesure dans la dernière sous-partie suivante de décrire les sous-questions représentant l'analyse *a priori* de notre PER.

### 5.2.3 Arbre des sous-questions *a priori*

Dans cette dernière sous-partie nous présentons sous forme d'un diagramme (cf. Figure 5-2) le questionnement que nous avons prévu avec Romuald avant la mise en place effective du PER. Ce diagramme fait partie intégrante de notre MPR et repose sur des considérations d'analyse statistique dans le contexte de la pharmacologie que nous avons précédemment abordées dans cette partie de notre travail. Nous y faisons apparaître le positionnement des tests statistiques dans les problématiques retenues. De même nous indiquons avoir choisi de travailler sous l'hypothèse de normalité de la population.

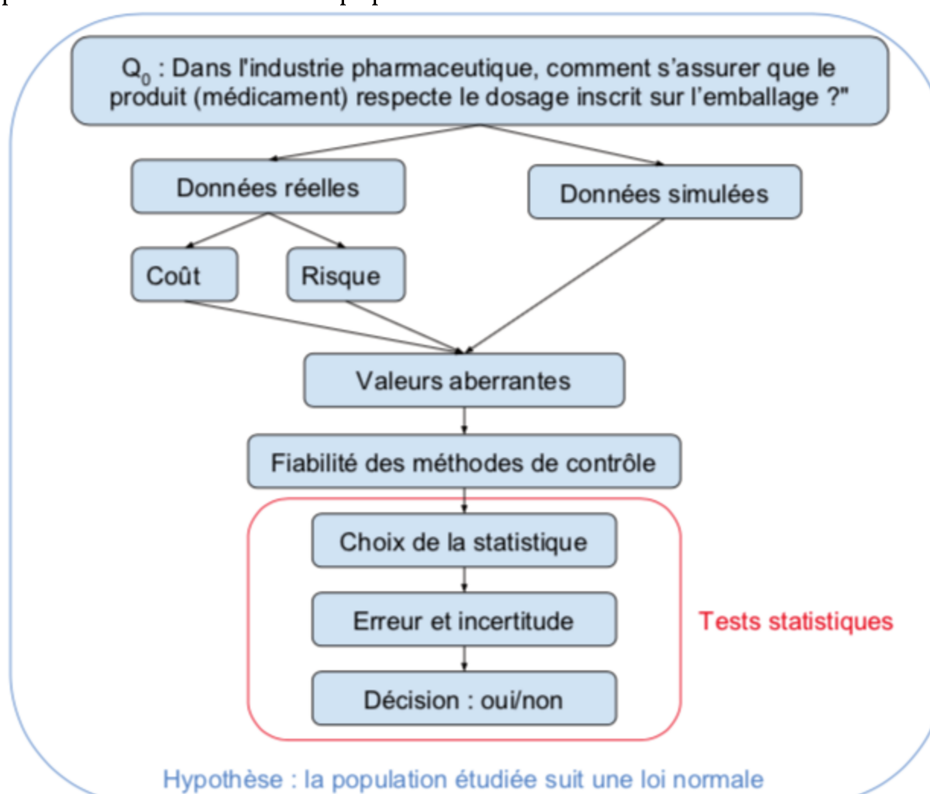


Figure 5-2 Diagramme des problématiques à prévoir dans PER

L'objectif de ce diagramme est de fournir une réponse (au sens large) à la question génératrice  $Q_0$  qui en est le point de départ.

Remarquons que cet arbre permet d'ores et déjà de suivre différents parcours éventuels, selon les différents cas de figure. Ce qui n'apparaît pas sur ce schéma cependant sont les différents types de tests qui peuvent être choisis car ils dépendent, comme nous l'avons vu en 5.2.2, de multiples facteurs adaptés à chaque situation de laboratoire.

Dans cette partie, nous avons détaillé le Modèle Praxéologique de Référence (MPR) de notre PER, incluant l'hypothèse principale de travail (la normalité de la population observée), les prérequis sur les tests statistiques, ainsi que les possibilités de parcours offertes *a priori* par la recherche de réponse à la question génératrice  $Q_0$ .

Dans la partie suivante, nous présentons le déroulement du PER, séance après séance. Ceci dans le but d'observer la démarche de recherche suivie effectivement par les étudiants, et de constater les différences avec le MPR que nous venons de décrire.

### 5.3 Déroulement du PER en Chimie et Statistiques

Dans la partie précédente nous avons présenté les objectifs et la préparation du Parcours d'étude et de Recherche (PER) que nous avons mis en place en Chimie et Statistiques dans la première année de la formation de cycle ingénieur d'une école de Chimie. Nous avons en outre présenté en détail les outils méthodologiques que nous avons prévu d'utiliser pour le suivi et l'analyse de l'activité mathématique des étudiants ainsi que le recueil de leur avis ainsi que celui de l'enseignant coencadrant le parcours.

Dans la présente partie, nous présentons tout d'abord le groupe d'étudiants ayant participé à l'expérimentation. À la suite de quoi nous décrivons chronologiquement les séances en partant de la présentation de la question génératrice puis en suivant pas à pas les décisions prises collectivement au cours du déroulement de ce PER.

#### 5.3.1 Les étudiants participants

Dans cette section nous utilisons les réponses au questionnaire final, détaillé dans la sous-partie précédente, dans lequel il y avait une partie sur la présentation individuelle des quatorze étudiants qui comportait cinq items.

Tout d'abord, la répartition femmes/hommes des étudiants ayant participé au PER est la suivante : 6 hommes et 8 femmes, soit 57% de femmes et 43% d'hommes. Notons que cette répartition ne correspond pas aux chiffres nationaux puisqu'en 2015, 22% des ingénieurs étaient des femmes (cf. § 3.2.1) mais s'explique sans doute par une surreprésentation des femmes dans le domaine de la chimie (34,3% de femmes ingénieures chimistes d'après IESF 2015, page 30).

Pour l'origine du cycle préparatoire, la répartition est donnée dans le Tableau 5-2 ci-dessous :

	CPGE	CPI	IUT, STS, Université	Autre
<b>Nombre d'étudiants (%)</b>	8 (57 %)	3 (22 %)	2 (14 %)	1 (7 %)

Tableau 5-2 Cycle préparatoire d'origine des étudiants participants au PER

Même si ces chiffres sont avant tout indicatifs, nous pouvons les comparer aux chiffres nationaux (nous rappelons ceux de l'enquête IESF 2015 : 50% de CPGE, 25% de CPI, 22% d'IUT/STS/université et 3% d'Autres provenances ; cf. Tableau 2-4 page 64) et voir que la correspondance entre les deux répartitions est plutôt bonne (pour correspondre à cette répartition nationale, il aurait suffi un étudiant de CPGE de moins et un étudiant d'IUT, de BTS ou de l'université de plus).

Signalons que parmi les 14 étudiants, 4 sont chinois (une filière internationale et en particulier des partenariats avec la Chine sont développés au sein de cette école) et que parmi eux, 2 ont suivi un cycle préparatoire adapté (l'un en Chine, l'autre en France), 1 a suivi un CPI en France et 1 a suivi des cours en IUT, STS ou à l'université en France.

Pour le niveau auto-évalué des étudiants en mathématiques au cours de leur scolarité, voici les résultats consignés dans le Tableau 5-3 (le niveau 0 signifie que les étudiants n'ont pas reçu de formation en mathématiques à ce niveau) :

Niveau de mathématique	0	1	2	3	4	Total
<b>Au lycée</b>	0	0	2	2	10	14
<b>En cycle préparatoire</b>	0	0	4	7	3	14
<b>En cycle ingénieur</b>	2	0	4	6	2	14

Tableau 5-3 Niveau auto-évalué des étudiants en mathématiques dans leur scolarité

Dans la suite, nous ne distinguerons pas les résultats selon ces critères, mais ceux-ci nous permettent d'avoir une idée du niveau des participants en mathématiques dans le groupe, qui sera considéré comme un seul ensemble dans la suite.

Enfin, pour les raisons de leur choix de ce projet, les étudiants ont donné les réponses suivantes :

- 6/14 par curiosité
- 2/14 par hasard
- 1/14 par goût pour les mathématiques
- 1/14 pour apprendre les mathématiques d'une manière différente des cours habituels
- 1/14 parce que les autres projets étaient déjà pris

Pour les réponses « Autres », il y a eu trois propositions :

- « *Pour se retrouver en groupe ensemble.* »
- « *La répartition dans les groupes s'est faite très rapidement, je n'avais donc le choix qu'entre 3 projets et c'est celui-là qui m'intéressait le plus (et il me donnait également la possibilité d'être avec plusieurs amis à moi). J'aime bien les mathématiques et j'étais curieuse de voir comment on pouvait lier chimie et mathématiques.* »
- « *Par goût pour les mathématiques, malheureusement les statistiques faisaient partie des rares disciplines qui ne me plaisaient pas du tout. Ce projet m'a fait redécouvrir ce domaine sous un autre angle.* »

Après avoir présenté les étudiants qui ont pris part au PER, nous allons détailler dans le paragraphe 5.2 suivant le déroulement de ce PER en présentant, séance après séance, le travail réalisé par les étudiants (et les interventions des encadrants).

Nous allons voir comment, partant de la question génératrice proposée, ils ont réussi à réaliser leur production finale. Pour répondre aux exigences du projet dans lequel ce PER s'était intégré, celle-ci a pris la forme d'une page internet qu'ils ont présentée oralement devant leur promotion de première année de cycle ingénieur.

### 5.3.2 Séance #0 – Exposé et analyse *a priori* de la Question Génératrice

Lors de cette séance #0, une fois que nous avons écrit la question génératrice au tableau, nous avons eu quelques réactions très enthousiastes dans la salle et nous avons alors demandé à chacun des étudiants de réfléchir individuellement et de noter ce que cela lui évoquait en termes chimiques et statistiques.

Spontanément des groupes se sont formés entre voisins de tables et nous les avons laissé échanger sans que nous n'intervenions.

Après nous être assurés que les recherches avançaient et que les objectifs pour la prochaine séance, prévue exactement deux semaines plus tard, étaient clairs (*fouiller la question dans toutes les directions, prévoir des sous-questions à proposer lors de la prochaine séance*), nous avons levé la séance au bout d'une heure (elle était planifiée pour une durée d'1h30).

### 5.3.3 Séance #1 - Les sous-questions retenues

La séance #0 préparatoire a été dédiée au repérage autour de la question génératrice énoncée, ainsi qu'au début de la mise en place d'un travail collectif. Dans les jours qui ont suivi cette séance, les étudiants se sont organisés spontanément, sans notre intervention :

- Ils se sont réunis entre eux une semaine avant (au milieu de la période entre la séance #0 et #1) pour faire un bilan d'étape de leurs recherches individuelles afin de pouvoir présenter des informations structurées lors de la séance #1.
- Ils ont ouvert un espace de travail collaboratif en ligne de type drive, leur permettant pour la suite du parcours d'échanger toute sorte de fichiers et de travailler simultanément dessus.
- Ils ont désigné deux étudiants responsables.

Une raison qu'ils nous ont avancée pour cette réunion spontanée était également leur crainte de ne pas pouvoir respecter les attentes de la responsable des projets TICE qui leur imposait un calendrier qui leur semblait difficile à faire coïncider avec le leur.

Nous avons donc commencé par les rassurer et leur avons demandé (en accord avec la responsable) d'adapter leur calendrier de travail au planning du PER que nous avons fixé et non pas à celui du projet TICE.

La séance #1 a pour objectif de faire le point sur les recherches effectuées en vue de prévoir les sous-questions. Voici la description du déroulement de cette séance :

Les étudiants présentent les résultats de leur mise en commun. Pour cela, un des deux responsables va au tableau et suit le bilan de leur mise en commun qui est projeté (document texte cf. annexe 5.3). Les encadrants sont assis dans la salle et interviennent si nécessaire.

Le débat s'ouvre entre tous et le second responsable prend des notes directement sur le document projeté au gré des propositions faites par les étudiants ou les encadrants (même si notre rôle est surtout celui de support consultatif).

En-haut du document est rappelée la question génératrice.

Après quelques temps d'échange, ils repèrent finalement trois types de sous-problèmes qu'ils qualifient de concrets, techniques et en rapport avec les normes.

Les questions et doutes qui reviennent le plus souvent concernent le fait que les étudiants ne comprennent pas ce qu'ils doivent concrètement fournir comme travail effectif pour répondre à ce qui est attendu pour la production finale.

Finalement, les six sous-questions qui apparaissent permettent de répartir le travail en 6 binômes, de la façon suivante :

- Q<sub>1</sub> : Quelles sont les contraintes sur l'échantillon étudié ?
  - Q<sub>1,1</sub> : quelles sont les contraintes de taille ? (binôme B1)
  - Q<sub>1,2</sub> : quelles sont contraintes de normalité ? (binôme B2)
  - Q<sub>1,3</sub> : Comment prendre en compte une dérive des mesures dans le temps et quel traitement mathématique peut-on appliquer dans ce cas ? (binôme B3)
- Q<sub>2</sub> : Comment s'assurer de la fiabilité quotidienne de la méthode de mesure et de calcul ?
  - Q<sub>2,1</sub> : Comment gérer l'implication de laboratoires extérieurs (aux conditions éventuellement différentes) ? (binôme B4)
  - Q<sub>2,2</sub> : Quelles sont les méthodes d'intervention en interne (étalon ou méthodes de référence) ? (binôme B5)
- Q<sub>3</sub> : Comment détecter et gérer des données aberrantes ? (binôme B6)

Nous pouvons comparer le tournure prise à ce stade par le travail des étudiants au diagramme *a priori* présenté dans la Figure 5-2 page 184. Nous y retrouvons la question des valeurs aberrantes et la fiabilité des méthodes de contrôles est déclinée en deux sous questions. Les contraintes de taille apparaissent dès le début de leur questionnement alors qu'il était seulement implicite dans notre phase finale de tests statistiques.

En revanche, il n'a pas été question à ce stade de la simulation des données ou de la prise de données réelles. De plus, les étudiants ont décidé de faire de la normalité de la population une sous-question alors que nous l'avions posée comme hypothèse de travail. Enfin, il est intéressant de noter que la question des dérives dans le temps a été soulevée car une des étudiantes participant au PER et suivant un traitement hormonal à vie a été victime d'un problème de ce type, largement relayé dans les médias.

La question des normes existantes et des techniques possibles pour répondre à la question génératrice n'a pas permis à ce stade de la recherche de créer de sous-question. Un binôme est donc affecté à la tâche de voir si oui ou non, il est possible de définir une sous-question relative à ces normes (binôme B7).



Pour l'uniformité du travail des groupes, l'utilisation d'un logiciel commun pour la gestion et la génération éventuelle de données est proposée. Il s'agit d'un logiciel disponible en version d'essai pour 30 jours et installé également sur les ordinateurs des salles informatiques à l'école.

En fin de séance, les objectifs sont fixés par les encadrants pour préparer la prochaine séance #2 qui se déroulera 10 jours plus tard :

- fouiller les sous-questions dans chaque binôme ;
- prévoir des éléments de réponses en gardant en tête qu'il s'agira d'études statistiques (calculs et modélisation) et non pas d'un exposé informel des réponses.

La séance #1 est levée au bout d'1h30 et nous résumons dans la Figure 5-3 ci-dessous l'arbre des sous-questions déduites à partir de la question génératrice  $Q_0$  :

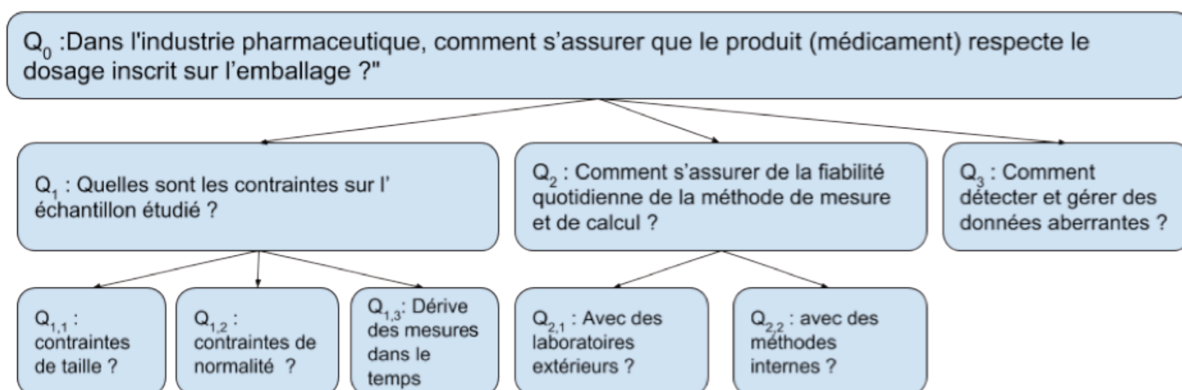


Figure 5-3 arbre des sous-questions du PER à la séance #1

### 5.3.4 Séance #2 - Résultats du travail sur les sous-questions, discussion, aide et redirection des recherches

À l'issue de la séance #1, sept binômes ont été formés et chacun devait cibler sa réflexion sur les sous-questions qui avaient été rédigées par l'ensemble du groupe d'étudiants.

En début de la séance #2, tous les étudiants sont assis et nous rappelons à l'oral les objectifs :

- Présenter les recherches de chaque binôme.
- Discuter sur les choix effectués ou à effectuer, ainsi que les limites éventuellement rencontrées.
- Catégoriser des recherches et repérer les recoupements éventuels entre les binômes.
- Se poser la question suivante : quel travail sur quelles données et avec quelles méthodes et quel logiciel ?
- Ne pas perdre de vue la question génératrice.

Un ordinateur dont le contenu de l'écran est projeté au tableau est piloté par une des étudiantes qui fait défiler les travaux de chaque groupe tandis qu'à tour de rôle un étudiant de chaque binôme présente oralement les résultats de sa recherche.

La présentation est orchestrée essentiellement par Romuald : il choisit l'ordre de présentation et pose les questions. Des liens plus ou moins implicites sont faits avec son cours de chimométrie et les notions déjà vues dans ce cours. Il fait parfois remarquer que les travaux des sous-groupes se croisent ou se chevauchent et demande à ce qu'une attention particulière soit portée pour éviter cela.

Pour notre part, nous intervenons parfois pour remarquer la présence ou l'absence de contenus mathématiques et pour évaluer la possibilité ou non de mettre en place une modélisation pour les phénomènes chimiques ou les notions mathématiques exposés.

Après la présentation des travaux de chaque groupe, l'objectif fixé pour l'ensemble des groupes pour la prochaine séance est de travailler sur chaque sujet en concertation avec les autres groupes en gardant à l'esprit :

- qu'il faut intégrer des mathématiques (pas seulement faire de la recherche documentaire)
- qu'il faut modéliser en utilisant des outils dont il faut comprendre le fonctionnement (quels tests, quelles lois ?) et savoir utiliser des calculs et des interprétations de ces calculs et de leurs résultats.
- qu'il faut nous contacter en cas de besoin.

Nous n'avons pas présenté ici les avancées de chaque groupe ni les échanges détaillés qui ont eu lieu lors de cette séance #2 qui s'est terminée au bout d'1h30. Disons simplement que cette séance a permis à chacun d'avancer dans sa recherche et nous verrons dans la partie 5.4 suivante, grâce aux formulaires de suivi, ce que cela a engendré comme activité mathématique du point de vue des étudiants.

Signalons enfin que les étudiants ont fait le choix, à l'issue de cette séance, de désigner le binôme B7 pour gérer la coordination des sujets de tous les binômes afin d'uniformiser les recherches (en particulier éviter les doublons) et les notations pour le travail global et pour la production finale et la présentation orale.

Nous présentons, dans la sous-partie suivante, la séance #3 qui s'est tenue presque quatre semaines plus tard (dont deux semaines de vacances de printemps).

### 5.3.5 Séance #3 - Résultats des recherches par groupes et mise en commun

La troisième séance de travail autour de ce PER en Chimie et Statistiques se déroule en deux temps : d'abord la présentation de l'avancement des travaux suivie d'un bilan général en vue de la préparation du projet final (site internet) et de la présentation orale.

Les binômes présentent leurs travaux et proposent des réponses à chacune de leurs questions. Lorsqu'une discussion s'avère nécessaire, les étudiants et les enseignants proposent des aides et chaque responsable de binôme prend des notes en vue de modifier leurs orientations de recherche.

Nous ne présentons pas ici en détail ces orientations. Les résultats seront présentés en 5.3.8, dans le compte-rendu final.

À ce stade final du PER et à deux semaines de l'échéance de la présentation orale, nous notons que certains étudiants se sont perdus dans leur recherche.

Cette séance #3 a duré 2 heures et signalons que malgré la mise en place d'un binôme de coordination, il n'y a pas assez de liens entre les travaux des différents groupes. L'enchaînement des questionnements ne semble pas toujours clair pour les étudiants et les notations ne sont pas encore uniformisées.

Nous suggérons aux étudiants de repartir d'un plan global pour les aider à structurer leur recherche (leurs idées et leurs objectifs). Nous leur proposons également de choisir des données communes pour des exemples communs servant à modéliser les situations.

Il manque également d'après Romuald l'idée de la transformation des données qui est *a priori* parfois (souvent ?) nécessaire pour rendre normale une distribution empirique.

Dans la sous-partie suivante, nous présentons enfin la dernière séance (séance #4) qui s'est tenue une semaine après et pour laquelle l'objectif est de présenter une première version de leur site et d'ici là donc remédier aux problèmes soulevés lors de la séance #3 que nous avons présentée ici.

### 5.3.6 Séance #4 - Première version du compte-rendu et préparation de la présentation orale

La séance #4 est l'occasion pour les étudiants de présenter une première version de l'aboutissement de ce PER.

Pour la mise en forme de leur production, ils ont eu comme consigne de réaliser une page web sur le serveur de formation interne à l'école, fonctionnant sur l'environnement *moodle*. Pour la présentation de cette page (cf. annexe 5.4), ils ont eu plusieurs idées qu'ils exposent :

- Faire apparaître sur le côté de la page web, quatre sous-menus : Sommaire, Fiches tests, Tables et Bibliographie (cf. annexe 5.5).
- Commencer par un texte d'introduction du thème et de la question génératrice, puis indiquer un lien vers le plan global et un tutoriel d'utilisation (notamment pour utiliser le sommaire, les fiches tests, les tables et la bibliographie). Le texte d'introduction est le suivant :

*« Le dosage inscrit sur un emballage de médicament est très important. En effet, celui-ci indique la quantité de principe actif présent dans un produit et permet donc au consommateur d'en ingérer une dose connue. Un médicament peu concentré sera inefficace tandis qu'un médicament trop concentré peut provoquer divers effets sur la santé. Connaître précisément le dosage d'un médicament est donc un enjeu majeur. Dans ce cours, nous répondrons à la problématique suivante : Dans l'industrie pharmaceutique, comment s'assurer que le produit respecte le dosage inscrit sur l'emballage ?*

*Ce cours est l'aboutissement d'un projet TICE. Il vous permettra d'approfondir les notions et les utilisations des statistiques dans le cadre de contrôles qualités industriels. Vous trouverez ici le plan de ce cours ainsi que son tutoriel d'utilisation. »*

Nous déroulons ci-dessous le plan et le tutoriel qu'ils ont indiqué sur leur page d'accueil. Nous reconnaissons dans ce plan qu'ils ont choisi les sous-questions soulevées initialement mais qu'ils ont remaniées. Ils ont adapté leur découpage, mettant en avant un nouveau point de vue de ce questionnement.

Plan du site créé

- Caractérisation de l'échantillon
  - Contrainte sur la taille des échantillons
  - Normalité des mesures
- Fiabilité des méthodes
  - Étude en interne par la méthode étalon
  - Étude en interne par la méthode de référence
  - Étude de l'implication des laboratoires extérieurs
- Altérités aux conditions optimales
  - Comment détecter et gérer des valeurs aberrantes ?
  - Comment détecter et gérer une dérive dans le temps ?
- Cas concrets
  - Exemple 1 (courant) : cas du paracétamol (Doliprane, Efferalgan, Dafalgan)
  - Exemple 2 (rare) : cas de la capécitabine (Xeloda)
  - Exemple 3 (intermédiaire) : cas de l'oxomémazine (Toplexil, Humex toux sèche, Oxomémazine Mylan)

Tutoriel, c'est-à-dire conception de la page *moodle* :

Ce cours est découpé en différentes parties mises dans des sections distinctes. Une section « Cas concrets » présente des exemples complets faisant appel à de nombreuses parties de ce cours. Cependant pour rendre concrètes les différentes parties, des exemples d'applications directes sont insérés au fur et à mesure de celles-ci. Des fiches résumées de tous les tests ainsi que leurs tables sont à votre disposition. Les logiciels utilisés pour traiter les exemples ont été les suivants : Minitab, Microsoft Excel et Statsoft.

Cette dernière séance #4 qui a duré 1 heure a permis encore une fois aux étudiants de discuter entre eux (de l'ordre des paragraphes, des limites des modèles utilisés, etc.). Ceux-ci repartent donc avec beaucoup de travail d'uniformisation, de précisions et de mise en page. Cependant, le choix de proposer une entrée par trois cas concrets (cf. partie IV du plan ci-dessus) a répondu selon eux à la conduite de trois « fils conducteurs » permettant (du point de vue de l'utilisateur futur de leur site) la prise en compte de données dans des situations différentes engendrant des problématiques représentant des réalités industrielles indépendantes mais bien liées à la question génératrice  $Q_0$ .

Nous présentons dans la Figure 5-4 suivante l'arbre final des sous-questions de ce PER prenant en compte les trois cas concrets formalisés dans les trois parties verticales de l'arbre (séparées par des lignes pointillées) et formant la réponse  $R^*$ .

Cet arbre se lit du haut vers le bas et présente tous les parcours effectivement entrepris par les étudiants. Le parcours que nous avons décrit en 5.2.2 se lit sur la partie droite de l'arbre. Nous remarquons que les sous-questions sont les mêmes pour tous les cas de figure, mais les praxéologies à mettre en place pour y répondre varient en fonction du parcours suivi, c'est-à-dire selon type de médicament dont il est question initialement. Ces praxéologies sont majoritairement à base de test comme dans c'est le cas dans le cadre du contrôle qualité en laboratoire.

Les différences avec l'arbre initial (Figure 5-2, page 184) sont les suivantes :

- Le parcours est d'emblée divisé en trois voies ;
- Les étudiants n'ont pas proposé d'utiliser des données réelles, mais ils ont simulé les données ;
- L'hypothèse de normalité n'a pas été considérée comme un postulat de départ ;
- Les étudiants ont fait apparaître la question de l'homoscédasticité (pour des raisons personnelles concernant une étudiante) ;
- La partie sur les tests est très détaillée et s'adapte à chaque cas concret.

L'arbre initial et l'arbre final ont en commun la détection des valeurs aberrantes, la vérification de la fiabilité et la place principale qu'occupent les tests.

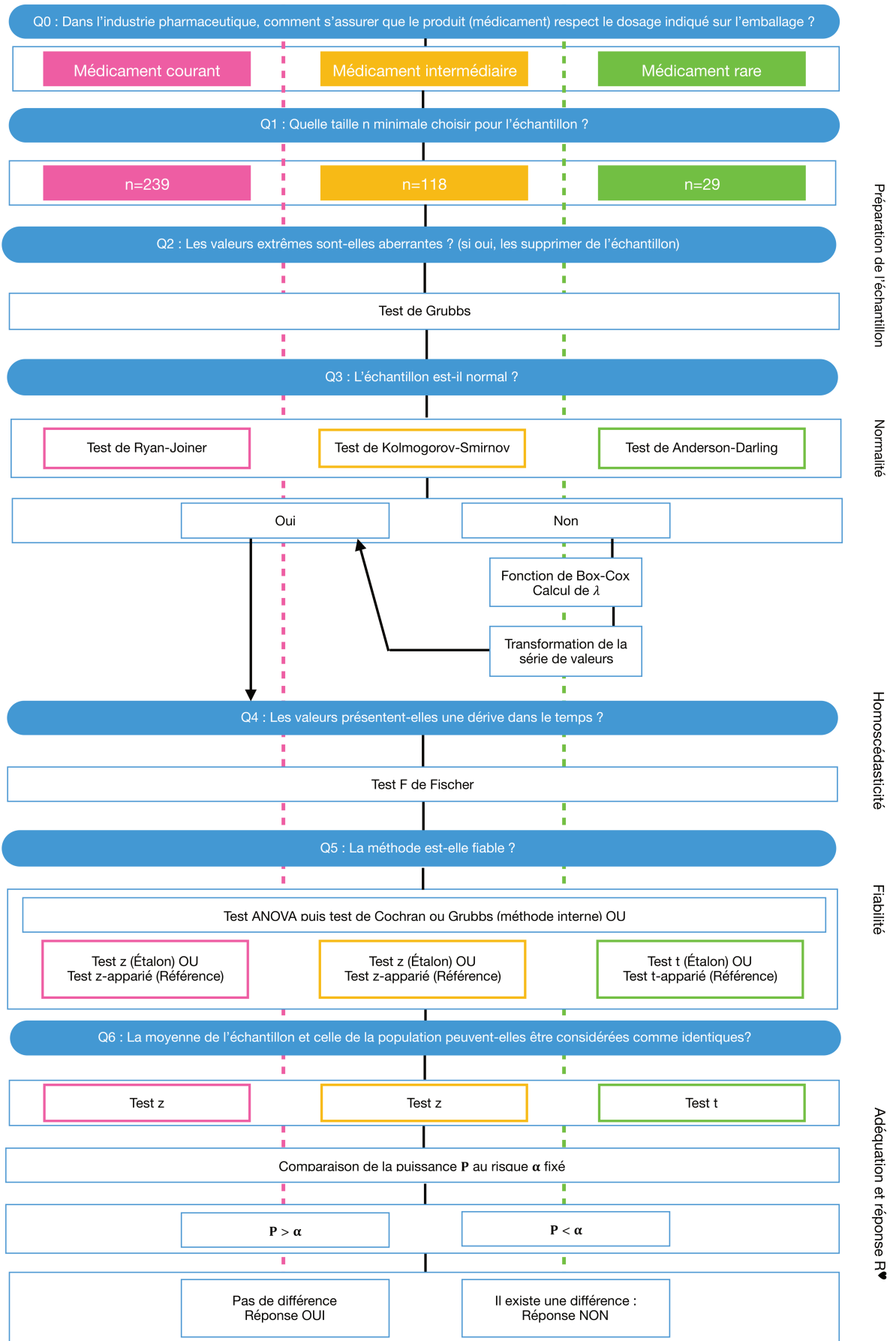


Figure 5-4 Arbre final des sous-questions du PER

Pour terminer la description du déroulement du PER en Chimie et Statistiques que nous avons coencadré, nous allons dans la dernière section de ce paragraphe évoquer rapidement la présentation orale par les étudiants de leur production.

### 5.3.7 Présentation orale et évaluation

Le PER que nous avons décrit au cours de cette partie s'est intégré dans le fonctionnement de projets existants en première année de formation en cycle ingénieur d'une école de Chimie. La présentation orale fait partie de l'évaluation de ces projets au même titre que le travail au fil des semaines. Nous mettons en annexe la grille d'évaluation qui est utilisée pour l'ensemble de la promotion (cf. annexe 5.6)

Avant de présenter leur travail, les étudiants, suite à notre proposition ont tenu à faire une « répétition générale » devant nous. Cette séance a eu lieu la veille, dans une salle de l'école. Chaque étudiant avait préparé un texte et ils ont pris la parole successivement pour indiquer le fonctionnement du travail du groupe et ce qu'ils ont pu apporter à titre individuel ou collectif.

Le lendemain, la présentation officielle d'une durée de 15 minutes a permis aux étudiants d'exposer leurs recherches devant les autres étudiants de la promotion entière de première année du cycle ingénieur (environ 100 étudiants) ainsi que la responsable du suivi des tous les groupes de projet TICE. Les étudiants du groupe se sont, comme la veille, succédés pour présenter les différentes parties de leur site à leurs camarades, mais aucune problématique de fond n'est réellement soulevée à cette occasion : le produit final est présenté et ses fonctionnalités sont explicitées : accès à un tutoriel en page d'accueil, accès direct au sommaire, aux tables, aux fiches des tests et à la bibliographie sur les volets de gauche. C'est pour eux l'occasion de faire une synthèse de leur travail de groupe et de leur organisation.

Tout comme le projet global (qui a été noté 17,5/20, note la plus haute obtenue par un groupe cette année), cette présentation a été appréciée notamment pour l'impressionnant travail de fond réalisé par les 14 étudiants.

Rappelons que le but de cette expérimentation est de savoir dans quelle mesure la mise en place d'un PER dans une école d'ingénieurs peut répondre aux besoins et aux manques de la formation mathématique exprimés par les étudiants, ingénieurs et enseignants dans les chapitres précédents, et ultérieurement de formuler des propositions en termes d'enseignement aux futurs ingénieurs.

C'est pourquoi, après avoir présenté dans cette partie 5.3 le déroulement global du PER que nous avons mis en place et coencadré dans ce cycle ingénieur, nous nous intéressons dans la partie suivante à l'analyse de ce travail.

Les objectifs de cette analyse sont multiples. Tout d'abord, nous verrons en 5.4 grâce au suivi des étudiants quelles stratégies de travail collectif ou individuel ont pu être mises en place en utilisant l'outil des dialectiques. Nous nous intéressons ensuite en 5.5 à l'activité mathématique développée par les étudiants à l'occasion de ce PER sur le concept des tests statistiques. Enfin, à partir des questionnaires de fin de parcours donnés aux étudiants et aussi de l'entretien final que nous avons eu avec Romuald, nous ferons en 5.6 un bilan de l'appréciation de cette expérience par les différents protagonistes.

## 5.4 Implémentation des dialectiques dans l'activité de recherche des étudiants

Nous avons présenté dans les paragraphes précédents le Parcours d'Étude et de Recherche (PER) codisciplinaire en chimie et mathématiques que nous avons développé et coencadré avec un enseignant de chimie. Dans cette nouvelle partie, nous nous proposons d'utiliser certaines des données recueillies à l'aide des outils de suivi que nous avons mis en place et décrits dans 5.1.3) pour donner des éléments d'analyse des différentes phases de ce PER.

Nous étudions ici l'implémentation concrète et l'évolution de la présence des dialectiques dans le travail des étudiants au cours de ce PER. Pour ce faire, nous utilisons les informations qu'ils ont portées à notre connaissance *via* le formulaire de suivi en ligne que nous avons mis à leur disposition après chaque séance. L'objectif est de mieux comprendre l'implication des étudiants dans le déroulement de ce parcours tant en terme de travail collectif, de ressources, de démarche de recherche, etc.

Ceci constitue la première partie de notre analyse de notre PER, avant l'analyse de l'activité mathématique qui se fera dans la partie suivante.

#### 5.4.1 Indentification des dialectiques dans l'étude du PER

Reprenons les notions de système didactique décrit par Chevallard et focalisons nous sur l'approche codisciplinaire qu'il propose dans (Chevallard, 2004). Notre système didactique  $\Sigma$  se présente ici sous la forme  $S(X;Y;P)$  où :

- X est le collectif d'étude et de recherche de 14 étudiants de cycle ingénieur dans une école de Chimie
- Y est le collectif d'aide à l'étude ici des 2 enseignants coencadrant le parcours (Romuald et nous-mêmes)
- P est le programme d'étude organisé autour de la question génératrice : le PER codisciplinaire en Chimie et Statistiques que nous étudions dans ce chapitre.

Nous nous intéressons ici au fonctionnement collectif observé en utilisant les dialectiques que nous avons exposées au paragraphe 1.3.5 et 1.4.7. Nous allons, pour ce faire, réaliser une étude systématique à travers le relevé d'indicateurs, à la manière de ceux introduits dans Parra et Otero (Parra et Otero, 2018). Ces indicateurs doivent nous permettre de rendre compte de la concrétisation (en tant qu'actions ou gestes de la part des différents intervenants du système didactique observé) de ces dialectiques sur le terrain et ainsi nous aider à comprendre et analyser les enjeux et le fonctionnement du PER.

Pour chaque séance, nous nous basons sur les réponses recueillies au gré du déroulement du PER dans le formulaire de suivi. Nous citons en italique les phrases telles qu'inscrites par les étudiants dans ces formulaires et nous indiquons à quelle(s) dialectique(s) elles se réfèrent dans des crochets, suivant la nomenclature détaillée ci-après :

La première *dialectique de la recherche et de l'étude* [RE] est la plus proche de la notion même de PER qui se fonde, rappelons-le, sur une question génératrice  $Q_0$ . Comme le rappellent Winsløw, Matheron et Mercier (2013, p. 269), le PER est a comme objectif principal de mettre en valeur cette dialectique : « *As the name says, an SRC emphasises the dialectics of 'research' (inquiry, problem solving,...) and 'study' (consulting existing knowledge) that is in fact characteristic of any learning activity, even though the proportion and quality of the two elements may vary* ».

Nous pouvons l'identifier naturellement lorsque les étudiants recherchent et étudient en utilisant toutes les ressources qui sont à leur portée (hormis les encadrants, c'est-à-dire en utilisant : internet, livres, enseignants d'autres disciplines, professionnels, etc.). Nous associons également cette dialectique à l'étude et la production de la part des étudiants de toute forme de questions, de problématiques et de réponses éventuelles à celles-ci.

La deuxième *dialectique de l'individuel et du collectif* [IC] se manifeste lorsqu'une décision est prise par un groupe d'étudiants (ou un des étudiants) relativement à l'ensemble des autres ou lorsque qu'à l'inverse une décision est prise par le collectif pour répondre à des interrogations soulevée par le travail d'un groupe ou d'un individu. Elle concerne aussi les prises de décisions des professeurs encadrants pour toute ou partie des étudiants prenant part dans le PER.

La troisième dialectique est celle de *l'analyse-synthèse praxéologique et analyse-synthèse didactique* [ASPD]. Cette dialectique est à l'œuvre dès qu'un travail d'analyse et de synthèse est en



action dans le PER. Comme le suggère son intitulé, dans un tel moment de l'étude il peut d'un côté s'agir d'un côté de praxéologies, c'est-à-dire de mise au jour d'un savoir-faire (d'un type de tâche, d'une technique), ou d'un savoir (d'une technologie ou d'une théorie). D'un autre côté, il peut s'agir lors de ce moment réflexif (au sens du groupe) d'une analyse ou d'une synthèse didactique comme l'énonce Chevillard (2017a, p. 5): « *pour comprendre une réalité praxéologique (de toute nature : pratique, technique, technologique, théorique), il est souvent utile, voire indispensable d'en réaliser une analyse didactique (d'où vient-elle, comment a-t-elle été 'apprise' par l'institution où on la découvre, etc.)* », c'est-à-dire une prise en considération ou non d'une information découverte ici ou là (dans divers médias, par exemple) ou d'un fonctionnement-même de leur apprentissage dans ce parcours (à travers les sous-questions choisies, par exemple).

La quatrième *dialectique du sujet et du hors-sujet* [SHS] se manifeste dès lors que les étudiants s'enquêtent de bien circonscrire leurs recherches en recentrant leur problématique. Elle peut aussi s'observer lorsque ceux-ci sortent momentanément du champ de leur recherche (en s'intéressant par exemple à une littérature relative à des sujets connexes mais pas directement liés à leur sujet) pour obtenir des réponses à leur questionnement.

Il ne faut pas confondre cette quatrième dialectique avec celle *du parachutiste et du truffier* [PT]. Celle-ci correspond aux changements incessants d'échelle de la recherche : il s'agit pour les étudiants ou bien d'élargir leur recherche (sans changer de sujet) ou bien de se centrer sur un point précis de celle-ci.

La sixième *dialectique des boîtes noires et des boîtes claires* [BNBC] est en action lorsque l'on retrouve dans le travail de recherche l'utilisation de contenus ou d'outils (mathématiques ou logiciel par exemple) avec des degrés de connaissances variés : de l'utilisation d'un contenu ou d'un outil jamais étudié auparavant, non maîtrisé, mais qui semble répondre à leur questionnement (boîtes noires), ou bien à l'inverse, de l'utilisation précise et raisonnée de contenus ou d'outils bien maîtrisés (boîtes claires).

La *dialectique des médias et des milieux* [MM] est, comme nous l'avons vu dans le paragraphe 1.4, centrale également dans le déroulement d'un PER (elle est d'ailleurs liée à certaines autres dialectiques de cette liste). Cette septième dialectique est en effet une des clés de voute des moments de la recherche. Dans l'évolution de la TAD, elle a d'ailleurs permis d'élargir le champ d'utilisation de la dialectique *de la conjecture et de la preuve* qu'elle a fini par remplacer. Nous la pointons lorsqu'il s'agit d'interroger un média (au sens large) pour l'intégrer ou non dans le milieu c'est-à-dire l'accepter ou le rejeter en tant que réponse (ou preuve) à la question (ou conjecture) soulevée à un moment donné.

L'avant dernière *dialectique de la lecture et de l'écriture* [LE] est une dialectique presque gestuelle reconnue lorsque le travail de recherche consiste à relever des informations pour les réunir en un seul lieu (un fichier, un cahier, un espace de stockage dans le nuage). Il s'agit d'une sorte de *dialectique du copier-coller* au sens élargi, avec l'aspect parfois non réfléchi de cette démarche de recherche. Il s'agit aussi de préparer la rédaction du travail final.

Enfin, la dernière *dialectique est celle de la diffusion et de la réception* [DR] qui est en jeu dès qu'il s'agit pour les étudiants de communication interne ou externe : il peut s'agir d'exposer des résultats (qu'ils soient intermédiaires ou finaux) voire de poser des questions aux autres ou bien de prendre connaissance des résultats ou des questions des autres.

Pour l'analyse des séances (à l'exception de la séance #0), nous utilisons les réponses faites par les étudiants dans le formulaire de suivi en ligne que nous avons mis à leur disposition à partir de la séance #1. Nous repérons dans leur discours écrit les items décrits ci-dessus. Par exemple, si nous relevons du vocabulaire concernant la recherche de réponses à certaines ques-

tions, nous utilisons l'étiquette [RE], si nous lisons des gestes en rapport avec l'obtention d'informations à partir de diverses sources, nous appliquons l'étiquette [MM], etc.

Nous précisons que certaines parties de phrases ou certaines descriptions faites par les étudiants peuvent correspondre à plusieurs dialectiques.

Quant au formulaire, rappelons qu'il contient quatre rubriques principales :

- Objectifs de la séance
- Contenus mathématiques mis en œuvre
- Modalité de travail
- Objectifs pour la prochaine séance

Nous analysons pour chaque séance les contenus de ces quatre rubriques, y compris celle des « objectifs de la prochaine séance » qui selon nous représente également une facette de l'organisation et du travail de la séance en cours.

### *Séance #0 : choix de responsables du suivi, présentation de la question génératrice, premières réflexions*

Comme nous l'avons expliqué précédemment, cette séance #0 n'a pas fait l'objet de compte-rendu *via* le formulaire de suivi puisque celui-ci n'était pas encore à la disposition des étudiants et que, comme son nom l'indique, cette séance fait partie de la présentation du PER, et à ce titre ne fait pas partie du parcours en lui-même.

Cependant, nous effectuons ici un relevé descriptif des gestes d'études observés dans le déroulement de cette séance introductive (relevés dans notre journal de bord). Nous indiquons entre parenthèses, pour chacun des gestes décrits, à quelle(s) dialectique(s) ils font référence en utilisant la nomenclature exposée précédemment. Voici la description du déroulement de cette séance #0 :

- travail en 2 ou 3 sous-groupes improvisés autour des chefs de projets désignés au départ [IC].
- premières réflexions générales [PT, RE], échanges [DR], écriture des idées sur papier [LE], et mise en commun à l'intérieur de ces groupes [ASPD].

Nous synthétisons dans le Tableau 5-4, comme nous le ferons dans toute la suite de ce travail, le nombre de fois où les dialectiques ont été relevées lors de cette séance. Notons que pour cette séance et la suivante, ce relevé concerne la globalité des 14 étudiants du groupe et non pas chaque binôme pris séparément.

Dialectique	RE	IC	ASPD	SHS	PT	BNBC	MM	LE	DR
Nombre d'occurrences	1	1	1	0	1	0	0	1	1

Tableau 5-4 Les premières dialectiques observées à la séance #0 (pour l'ensemble des étudiants)

### *Séance #1 : exposé des premiers résultats de recherche, choix des sous questions. Attribution par groupe.*

Avant cette première séance du PER, les groupes n'étaient pas encore formés et la réflexion en était restée à un stade collectif (bien que des sous-groupes se soient spontanément formés lors de la séance #0). L'objectif annoncé pour cette séance par les enseignants encadrants était que les premiers résultats soient exposés par tous et que des sous-questions soient définies au cours de cette séance #1.

Le formulaire de suivi a été rempli par une seule personne au nom de « tout le groupe » (c'est-à-dire les 14 étudiants), mais certains ont souhaité néanmoins le remplir individuellement ou en binôme à l'issue de cette séance.

Pour les réponses au nom du groupe entier, nous avons obtenu les réponses suivantes :

- Objectifs de la séance : Définir les différents axes d'études [ASPD] autour de notre problématique [RE]. Répartition des binômes de travail [IC].

- Contenus mathématiques mis en œuvre : Nous n'avons pas approfondi mathématiquement le sujet [PT] ni avant ni pendant la séance. Nous avons tout de même commencé à employer un vocabulaire de statistique [BNBC].
- Modalités de travail : Une réunion de l'ensemble du groupe a été programmée avec nos 2 tuteurs [IC].
- Objectifs pour la prochaine séance : Faire des recherches [RE] sur les différents sujets [PT] afin de fournir [DR] de quoi réaliser un plan des choses que l'on réalisera lors de notre projet TICE [ASPD]. L'idée de la forme (page web, ou etc.) doit également être étudiée pour pouvoir fournir une maquette de notre support de présentation [DR].

Pour les réponses individuelles pour cette même séance, nous regroupons ici toutes les réponses obtenues :

- Objectifs de la séance : Trouver les axes d'étude du TICE [RE] ; Répartition [ASPD] des axes d'étude en fonction des binômes [IC] ;
- Modalités de travail : Nous nous sommes retrouvés [DR] avec le groupe entier [IC] pour réfléchir [ASPD] à des idées communes [IC] et à une première « classification [ASPD] superficielle [PT] » des idées proposées par chacun [IC] sous forme de Brainstorming [PT]. La séance a duré environ 2h ; Groupe [IC], moteur de recherche [MM], 1h.
- Objectifs pour la prochaine séance : Effectuer des recherches bibliographiques [MM] sur le sujet : « Comment détecter et gérer des données aberrantes ? » [RE]

Le Tableau 5-5 suivant résume le relevé des dialectiques pour cette séance #1 une fois rassemblées toutes les données :

Dialectique	RE	IC	ASPD	SHS	PT	BNBC	MM	LE	DR
<b>Nombre d'occurrences</b>	4	7	5	0	4	1	2	0	3

Tableau 5-5 Nombre d'occurrences des dialectiques pour la séance #1 (tous les étudiants)

### Séance #2 : suivi global et individuel (1/2)

Pour la première séance de suivi (séance #2), nous réalisons le même travail de catégorisation des dialectiques que précédemment en nous basant sur les réponses des binômes au formulaire de suivi.

Le tableau global que nous obtenons est le Tableau 5-6 suivant :

Dialectique	RE	IC	ASPD	SHS	PT	BNBC	MM	LE	DR
<b>Binôme B1</b>	2	4	1	2	1	1	1	0	2
<b>Binôme B2</b>	2	2	2	0	3	1	3	1	1
<b>Binôme B3</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Binôme B4</b>	3	1	1	0	1	0	1	0	1
<b>Binôme B5</b>	2	1	0	1	1	1	1	0	0
<b>Binôme B6</b>	3	1	2	1	1	1	2	2	2
<b>Binôme B7</b>	4	4	4	1	1	1	2	1	0

Tableau 5-6 Nombre d'occurrences des dialectiques pour la séance #2 (par binôme)

Signalons que le binôme B3 n'a pas donné de réponse au formulaire de suivi pour la séance #2.

### Séance #3 : suivi global et individuel (2/2)

Nous reprenons pour cette séance comme pour les précédentes, les réponses ouvertes fournies par les différents binômes dans le formulaire de suivi. Le tableau global que nous obtenons est le Tableau 5-7 suivant :

Dialectique	RE	IC	ASPD	SHS	PT	BNBC	MM	LE	DR
<b>Binôme B1</b>	1	2	3	0	0	0	1	2	1

<b>Binôme B2</b>	3	1	5	1	0	0	3	1	1
<b>Binôme B3</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Binôme B4</b>	1	2	3	0	1	0	1	1	3
<b>Binôme B5</b>	0	2	1	0	1	0	1	0	2
<b>Binôme B6</b>	1	1	4	0	3	0	1	3	1
<b>Binôme B7</b>	3	7	6	0	1	1	2	4	4

Tableau 5-7 Nombre d'occurrences des dialectiques pour la séance #3 (par binôme)

#### Séance #4 - Première version de la synthèse et préparation de la présentation orale

Pour cette dernière séance avant la présentation, les groupes ont une dernière fois rempli le formulaire de suivi. Nous présentons comme précédemment les réponses par binôme, en détaillant les dialectiques rencontrées dans le seul Tableau 5-8 :

Dialectique	RE	IC	ASPD	SHS	PT	BNBC	MM	LE	DR
<b>Binôme B1</b>	0	1	1	0	0	0	1	4	3
<b>Binôme B2</b>	0	1	1	0	0	0	1	2	4
<b>Binôme B3</b>	1	0	1	0	0	0	0	0	2
<b>Binôme B4</b>	0	1	2	0	0	0	0	4	2
<b>Binôme B5</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Binôme B6</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Binôme B7</b>	0	3	2	0	0	0	0	1	2

Tableau 5-8 Nombre d'occurrences des dialectiques pour la séance #4 (par binôme)

Le binôme B3 (qui s'intéressait à la question de la dérive des échantillons dans le temps) n'a répondu qu'à l'occasion de cette dernière séance. Nous indiquons ses réponses et les dialectiques que l'on y découvre.

Les binômes B5 et B6 n'ont pas rempli le formulaire pour cette dernière séance.

#### 5.4.2 Analyse de la présence des dialectiques

Que nous enseignent les tableaux obtenus précédemment ? Tout d'abord, nous pourrions nous intéresser à l'évolution des dialectiques pour chaque binôme. Cela nous permettrait de considérer, *via* certaines dialectiques plus spécifiques comme l'individuel et le collectif (IC), l'implication des étudiants au fil du PER. Le souci que nous rencontrons pour faire ce genre d'analyse est que les deux premières séances n'ont pas été différenciées entre les binômes, et par la suite, certains binômes n'ont pas rempli le formulaire de suivi. Nous aurions donc un maximum de quatre points réellement significatifs pour voir l'évolution au fil des séances.

Ce que nous pouvons faire en revanche, c'est calculer le pourcentage d'apparition de chacune des dialectiques pour chaque séance. Nous obtenons le Tableau 5-9 suivant :

Dialectique	IC	ASPD	DR	RE	LE	PT	MM	BNBC	SHS
<b>Séance #0</b>	16,7	16,7	16,7	16,7	16,7	16,7	0,0	0,0	0,0
<b>Séance #1</b>	26,9	19,2	11,5	15,4	0,0	15,4	7,7	3,8	0,0
<b>Séance #2</b>	16,9	13,0	7,8	20,8	5,2	10,4	13,0	6,5	6,5
<b>Séance #3</b>	17,4	25,6	14,0	10,5	12,8	7,0	10,5	1,2	1,2
<b>Séance #4</b>	15,0	17,5	32,5	2,5	27,5	0,0	5,0	0,0	0
<b>Moyenne par séance</b>	18,6	18,4	16,5	13,2	12,4	9,9	7,2	2,3	1,5

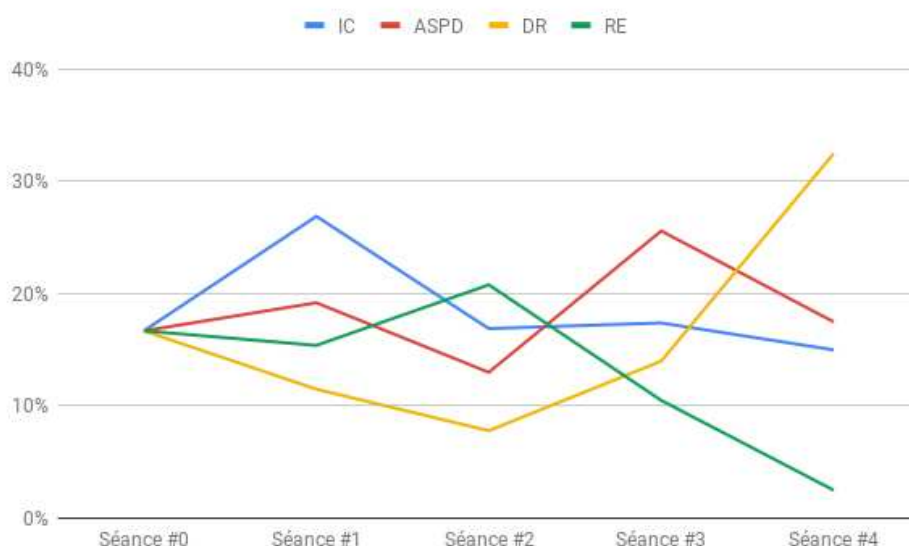
Tableau 5-9 Total d'occurrences des dialectiques par séance (en %)

Ce tableau nous permet de faire deux types d'observations, selon s'il est parcouru en ligne ou en colonne. La dernière ligne nous permet en outre de classer les dialectiques par nombre moyen d'occurrences, pour la totalité du déroulement du PER.

En colonne, nous pouvons visualiser l'évolution chronologique de la présence des dialectiques dans le groupe entier des étudiants pour notre PER. Ceci nous permet le cas échéant de dresser des graphiques pour certaines de ces dialectiques, sur lesquels les séances sont en abscisses :

Les quatre dialectiques les plus présentes et en outre les quatre seules qui sont présentes tout au long du PER et sont IC (Individuel et Collectif, 18,6%), ASPD (Analyse-Synthèse Praxéologique et Didactique, 18,4%), DR (Diffusion et réception, 16,5%) et enfin RE (Recherche et Étude, 13,2%). Ceci indique d'ores et déjà qu'une partie des objectifs du PER semblent atteints : puisque les étudiants ont fourni un travail de recherche en suivant une démarche apparemment complexe d'analyse-synthèse de savoirs et de savoir-faire ou mettant en œuvre des processus d'apprentissages. Ce travail a mis en permanence en exergue le rôle de l'individuel et du collectif en mettant également en jeu des procédés de diffusion et de réception des résultats de la recherche.

Elles évoluent cependant en suivant des courbes différentes qui montrent la chronologie de fonctionnement du groupe, comme l'illustre la Figure 5-5 ci-dessous. Observons que ces quatre courbes partent toutes avec le même pourcentage. Ce qui est intéressant ensuite est que la dialectique RE n'est au-dessus des trois autres qu'à la séance #2, avant de repasser en dessous. Autrement dit, l'analyse et la diffusion des données de recherches à l'intérieur du collectif a une place significativement plus importante que le processus de d'étude et de recherche lui-même au cours des séances.



**Figure 5-5 L'évolution des quatre dialectiques présentes tout au long du PER**

Intéressons nous à la dialectique qui arrive juste après par ordre d'apparition moyen. Il s'agit de la dialectique de lecture et d'écriture (LE), avec 12,4%. Elle commence avec le même pourcentage d'occurrences que les quatre dialectiques principales, mais se retrouve brutalement à zéro, avant de remonter constamment jusqu'à 27,5% (deuxième plus fort niveau à la séance #4). Ceci montre que le processus de relevé d'informations et de rassemblement de celles-ci en un seul lieu occupe une position centrale parmi les dialectiques. Cependant, elle n'est réellement présente qu'au début et à la fin du PER (cf. Figure 5-6 suivante). C'est en adéquation avec le fait que les étudiants devaient ici créer une page web pour compiler l'ensemble de leurs recherches, ce qui participe d'un gros travail d'écriture.

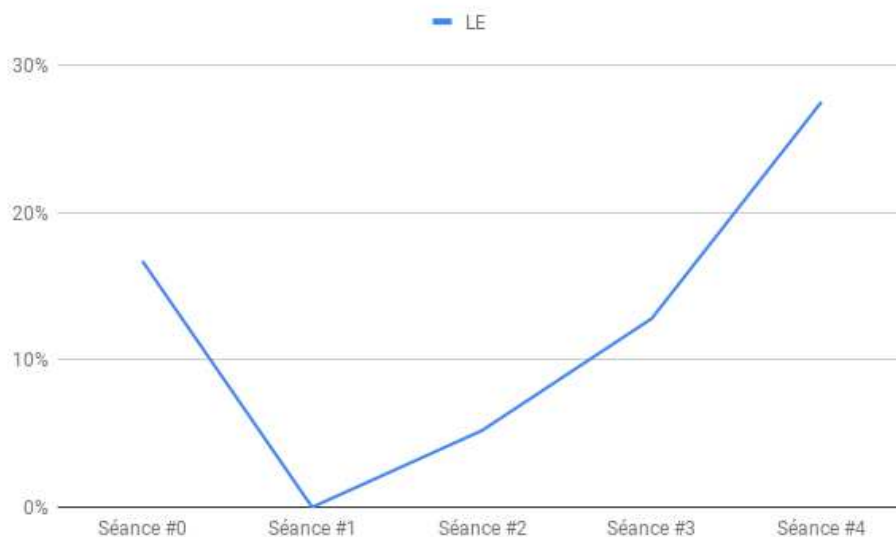


Figure 5-6 Évolution du pourcentage moyen d'occurrences de la dialectique LE au cours du PER

La dialectique du parachutiste et du truffier (PT) arrive ensuite avec un pourcentage moyen d'occurrences de 9,9% pour l'ensemble des séances du PER. Sa courbe décroissante d'évolution laisse penser que les étudiants sont en mesure de recentrer leur recherche pour finalement ne plus du tout se poser la question du périmètre à donner à celles-ci. Nous indiquons l'évolution de cette dialectique dans la Figure 5-7 ci-dessous :

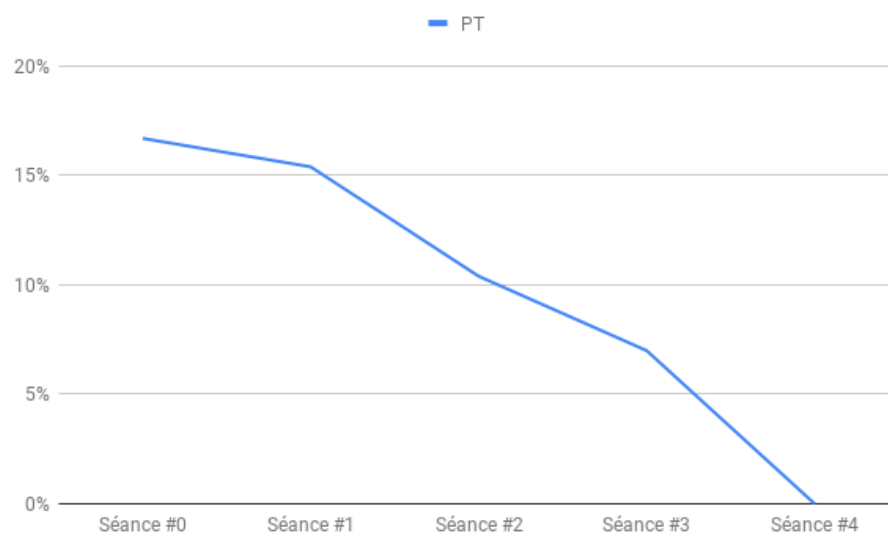
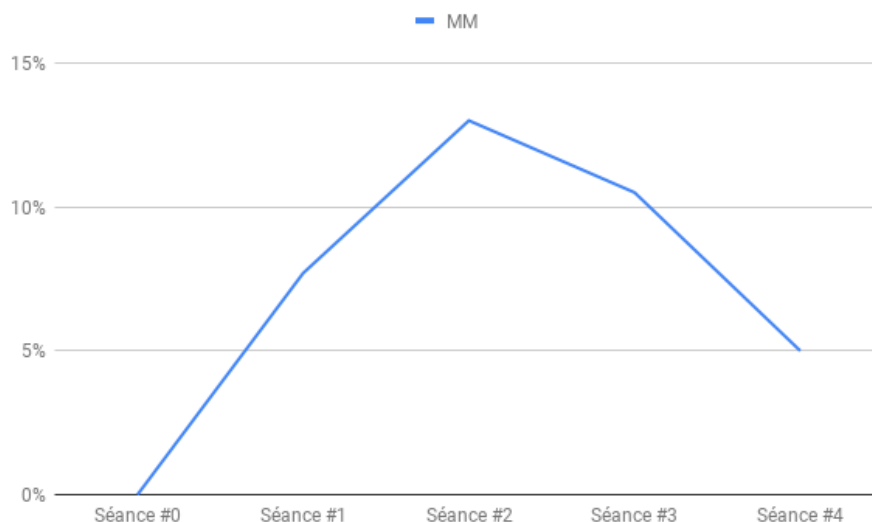


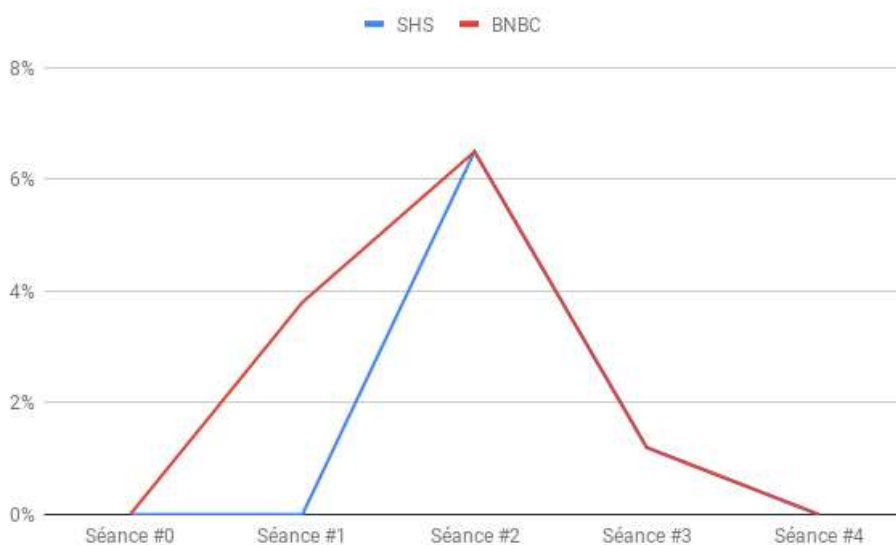
Figure 5-7 Évolution du pourcentage moyen d'occurrence de la dialectique PT au cours du PER

La dialectique média-milieu apparaît bel et bien dans le déroulement de ce PER mais avec une moyenne de 7,2% sur l'ensemble des séances, ce qui la place en 7<sup>ème</sup> position d'importance. Au-delà de cette remarque, notons que son évolution est telle qu'il n'en est pas question dans la séance #0 et très peu dans la séance #4 (cf. Figure 5-8 suivante). Sa présence est par contre maximale en séance #2, ce qui permet de confirmer que la prise en considération dans le milieu de ressources (média) est un comportement qui se situe au cœur du déroulement du travail de recherche au sein du groupe.



**Figure 5-8 Évolution du pourcentage moyen d'occurrence de la dialectique MM au cours du PER**

Les deux dernière dialectiques présentes sont celles des boites noires et des boites claires (BNBC, 2,3%) et du sujet et du hors-sujet (SHS, 1,5%). Au fil des séances, elles ont une évolution très proche comme le montre la Figure 5-9 ci-dessous. Elles commencent toutes les deux à 0 et ne sont réellement présentes qu'à la séance #2. Ce qui peut s'interpréter par le fait que la finesse de la compréhension des concepts ou le fait de s'intéresser à des notions inconnues n'a pas été ressentie comme une préoccupation importante de la part des étudiants.



**Figure 5-9 Évolution du pourcentage moyen d'occurrences des dialectiques BNBC et SHS au cours du PER**

En parcourant le Tableau 5-9 page 198 en ligne, nous pouvons en outre observer que chaque séance a une physionomie propre en terme de dialectiques.

Pendant la séance #0, SHS, BNBC et MM sont à 0% tandis que toutes les autres sont au même niveau (16,7%). Ceci illustre que le travail de recherche se met bien en place dès la séance de présentation de la question génératrice (pendant laquelle un brainstorming a eu lieu), mais qu'évidemment, aucune ressource n'a pu intégrer le milieu et qu'aucune idée n'a été écartée.

Pour la séance #1 qui correspond à la présentation des premiers résultats, est la séance qui voit la dialectique de l'individuel et du collectif (IC, 26,9%) le plus apparaître, avec ensuite l'analyse-synthèse praxéologique et didactique (ASPD, 19,2%), puis ex-aequo la dialectique de la recherche et de l'étude (qui peut être rappelons-le assimilé à la dialectique des questions et des



réponses) et celle du parachutiste et du truffier (RE, PT, 15,4%). Ceci montre bien la dynamique mise en place dans la recherche à ce stade du parcours. Viennent ensuite les dialectiques DR (11,5%), MM (7,7%) et BNBC (3,8%), ce qui montre un début de prise en compte (*via* une diffusion et réception d'informations) de rapport entre les concepts éventuellement nouveaux et ceux qui proviennent du cours, à partir de médias externes au milieu. Lors de cette séance, il n'est logiquement pas question de sujet ou hors-sujet ni de lecture-écriture.

La séance #2 est une séance de suivi. Les dialectiques IC et ASPD y demeurent sans surprise bien présentes (respectivement 16,9% et 13%), mais la dialectique qui prend le dessus sur les autres est celle de la recherche et de l'étude (RE, 20,8%). Ces trois dialectiques sont complétées par la dialectique des médias et des milieux (MM, 13%) et celle du parachutiste et du truffier (10,4%). Les quatre autres dialectiques sont également présentes, avec des pourcentages entre 5,2% et 7,8%.

La deuxième séance de suivi, la séance #3, a une particularité commune avec la précédente. En effet, on y voit se mettre en place toutes les dialectiques, ce qui n'est pas le cas des autres séances. Parmi les moins représentées, on retrouve la dialectique du sujet et du hors-sujet et celle des boîtes noires et boîtes claires (1,2% chacune). Les deux dialectiques les plus présentes sont encore ASPD et IC (respectivement 25,6% et 17,4%), mais les deux dialectiques qui prennent le pas ensuite sont celles de la diffusion et de la réception (DR, 14%) puis celle de la lecture et de l'écriture (LE, 12,8%). Ceci donne une physionomie légèrement différente de la précédente : ces deux dialectiques prennent le devant de celle de média-milieu et parachutiste-truffier. Une interprétation possible est que la prise en compte des nouvelles informations (concepts, contenus mathématiques ou chimiques) venant de divers médias et dans le souci de se maintenir dans le périmètre de leur recherche passe pour les étudiants au second plan à ce stade derrière le regroupement de ces informations.

Enfin, la séance #4 a une physionomie qui correspond à ce à quoi on peut s'attendre pour une séance de synthèse et de préparation de la présentation orale. Les dialectiques DR et LE sont ici au plus fort (respectivement 32,5% et 27,5%), ce qui représente une montée en puissance du phénomène commencé à la séance #3. Viennent ensuite ASPD (17,5%) et IC (15%) avec encore un niveau élevé, comme dans toutes les séances du PER. Enfin MM et RE sont encore faiblement présentes (5% et 2,5% respectivement), ce qui correspond sans doute aux dernières vérifications des informations avant publication sur la page web. Les trois autres dialectiques, PT, BNBC et SHS ne sont pas du tout présentes lors de cette dernière séance.

En premières conclusions de cette analyse, nous pouvons tout d'abord constater que les dialectiques offrent un outil de suivi pertinent pour le suivi d'un PER. Nous pouvons observer qu'il existe des points communs et différences avec les résultats obtenus dans (Parra et Otero, 2018). Il va de soi que chaque PER a des caractéristiques différentes (institution, personnes, type de sujet, organisation, durée, etc.), mais ce qui fait, selon nous la réussite d'une telle expérience du point de vue des étudiants est l'apparition permanente de toutes les dialectiques, respectant ainsi la conception initiale d'un tel PER autour de la question génératrice (suivie des sous-questions)

De plus, nous remarquons que les dialectiques principalement identifiées sont celles de l'individuel et du collectif, de l'analyse-synthèse praxéologique et didactique, de la diffusion et réception et enfin de la recherche et de l'étude. La prépondérance de ces dialectiques laisse à penser qu'un PER peut permettre de satisfaire un certain nombre d'attentes reconnues par tous les acteurs institutionnels rencontrés à l'occasion de notre travail de thèse comme importantes voire fondamentales pour la formation des futurs ingénieurs : le travail en groupe, la démarche de recherche basée sur une analyse rigoureuse du problème et des ressources trouvées, ainsi que la communication des résultats scientifiques.

Ces quatre dialectiques ne concernent pas directement la prise en compte des contenus. Ici, il peut paraître étonnant de voir que la dialectique des médias et des milieux soit si peu présente, de même pour celle du sujet ou du hors-sujet et des boîtes noires et boîtes claires. L'hypothèse que nous pouvons faire à ce sujet est que dans le cas précis de notre PER, les étu-

dians avaient déjà eu un cours de chimométrie et que le parcours venait comme prolongement de celui-ci.

Ceci montre que l'évolution de l'apparition des dialectiques dans le fonctionnement d'un PER est propre à chaque PER, même si certaines dialectiques sont plus communément centrales. C'est la chronologie de ces évolutions et la physionomie de chaque séance qui en fera une expérience dépendante des forces institutionnelles en présence.

Afin de poursuivre l'analyse de notre PER codisciplinaire et après avoir utilisé dans cette partie 5.4 les dialectiques pour comprendre le fonctionnement collectif du travail d'étude et de recherche, nous allons nous focaliser plus spécifiquement sur l'activité mathématique. Pour ce faire, nous allons évaluer dans la sous-partie 5.5 suivante, l'activité mathématiques des étudiants lors de ce PER en nous centrant sur la notion de tests d'hypothèse statistiques. Comme nous l'avons vu en 5.2, cette notion a une place importante dans notre MPR et nous pourrons comparer les praxéologies mises en œuvre par les étudiants dans le PER avec celles qui sont proposées dans un cours classique sur la même notion.

## 5.5 Analyse de l'activité mathématique sur la notion de tests

Dans la partie précédente, nous avons réalisé une analyse de la présence des dialectiques dans le déroulement des séances de ce Parcours d'Étude et de Recherche (PER) en statistiques et chimie mis en œuvre avec des étudiants de première année de cycle ingénieur formant des futurs ingénieurs chimistes.

Comme nous l'avons vu au cours des séances décrites dans la partie 5.3, il existe un nombre considérable de concepts et méthodes statistiques qui peuvent être analysées dans ce PER pour chercher à mieux comprendre l'activité mathématique des étudiants. Il est impossible de tout traiter ici, c'est pourquoi nous avons fait le choix d'approfondir une analyse concernant les tests statistiques, en tant que notion centrale relativement à la question génératrice  $Q_0$  (voir le MPR en 5.2).

Dans la présente partie 5.5, avant de nous intéresser à l'utilisation des tests statistiques que les étudiants ont effectivement réalisée dans leur travail lors du PER en 5.5.2, nous exposons dans 5.5.1 les contenus correspondants du cours de Romuald. L'objectif de la prochaine sous-partie est donc de dresser des constats pertinents sur le cours dispensé pour avoir des indications sur les praxéologies habituellement mises en œuvre dans cette institution.

### 5.5.1 La notion de tests dans l'enseignement de chimométrie

Dans cette sous-partie nous présentons le cours de Romuald sur les tests statistiques. Ce cours est dispensé sous forme de diaporama, dont les étudiants reçoivent une version papier. Ce diaporama couvre 5 chapitres et compte 104 diapositives. Nous avons déjà présenté le plan détaillé de ce cours en 5.1.2.

La première présentation des tests apparaît dans le chapitre 2 - « Distributions de probabilités » sous forme de trois diapositives. Comme le montre la Figure 5-10 ci-après, la première diapositive permet de constater que le cours se restreint aux tests d'égalité de moyennes (test bilatéraux) et présente à la suite les deux types d'erreurs possibles dans un tableau comparable au Tableau 5-1 de la partie 5.2.2.

### Test d'hypothèse

- $\bar{x} = \mu \Rightarrow H_0$
- $\bar{x} \neq \mu \Rightarrow H_1$

⇒ 4 cas de figures sont possibles

Décision	Hypothèse correcte <i>H<sub>0</sub> vrai - H<sub>1</sub> faux</i>	Hypothèse fausse <i>H<sub>0</sub> faux - H<sub>1</sub> vrai</i>
Accepter l'hypothèse (H <sub>0</sub> )	OK	Erreur de type II Risque $\beta$
Refuser l'hypothèse (H <sub>0</sub> )	Erreur de type I Risque $\alpha$	OK

Figure 5-10 Présentation des tests d'égalité de moyenne dans le cours de chimiométrie

La deuxième diapositive de ce chapitre présente le risque  $\alpha$  comme seuil de confiance, ainsi que le montre la Figure 5-11 suivante :

$\beta$

risque que H<sub>0</sub> soit acceptée alors qu'elle est fausse

(Erreur de type II)

$\alpha$

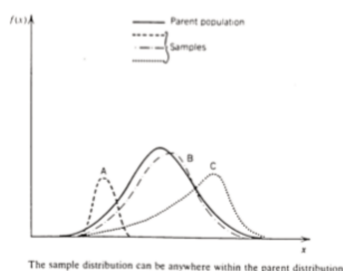
- risque tolérable avant exécution du test = seuil de confiance (confidence level)
- probabilité de rejeter H<sub>0</sub> quand H<sub>0</sub> vrai (Erreur de type I)
- généralement pris égal à 0.01 ou 0.05

Figure 5-11 Définition du seuil de confiance dans le cours de chimiométrie

La troisième diapositive énonce des conditions d'exploitation d'un test dans le cadre de ce cours, comme le montre la Figure 5-12 ci-dessous :

#### Conditions à remplir pour pouvoir exploiter un résultat de la manière précédente

- les échantillons doivent être sélectionnés de manière aléatoire (random sample)
- la variance doit être connue (ou estimée)
- la population doit être normale (gaussienne)



- l'échantillon doit être suffisamment important

Figure 5-12 Conditions d'application d'un test dans le cours de chimiométrie

Nous retrouvons ici l'hypothèse de normalité de la population qui a été l'hypothèse de travail au départ du PER, comme l'indique notre MPR (cf. 5.2).

Les tests font plus loin dans ce cours l'objet d'une présentation générale dans le chapitre 3, dans la partie « Approche statistique » qui est suivie d'une dernière série de diapositives pour lesquelles il s'agit alors de la présentation en détail de deux tests particuliers et de leur comparaison. En tout 20 diapositives sont consacrées aux tests.

Arrêtons-nous sur le chapitre 3 – « Evaluation de la précision et de l'exactitude. Comparaison de 2 procédures » dans lequel est faite la comparaison entre le test t ou T de Student et le test F de Fisher.

L'exemple sur lequel est faite cette comparaison de procédures est *l'analyse d'un matériau standard ou de référence pour lequel la concentration de l'élément à analyser est connue*. Étant rappelé que l'erreur totale est la somme de l'erreur aléatoire et de l'erreur systématique, la question posée au départ est la suivante :

« L'écart de mesure entre la concentration réelle et la concentration de référence dans ce matériau est-il dû aux seules erreurs aléatoires ? »

Le test t de Student est présenté comme permettant de répondre à la question de la façon suivante :

- si celui-ci montre que la moyenne des déterminations ne diffère pas de façon significative de la valeur vraie, l'écart entre valeurs de référence et valeurs expérimentales peut être considéré comme dû aux *erreurs aléatoires* et la méthode de mesure est considérée comme exacte ;
- sinon, l'écart est considéré comme dû aux *erreurs systématiques* (au moins).

Suite à cette description du test de Student, le cours revient sur la description complète d'une procédure générale de test et présente les deux types de tests principaux (unilatéraux, et bilatéraux). Nous mettons en annexe 5.7 les deux diapositives concernées.

Vient ensuite la définition de la statistique *t* de Student dans un cas précis de taille de population (effectif  $n < 30$ ). La diapositive correspondante est reprise dans la Figure 5-13 ci-dessous :

### Chapitre 3 3- le test t

Quand on prélève au hasard un échantillon de petite taille ( $n < 30$ ) d'une population normale de moyenne inconnue  $\mu$  et de variance inconnue  $\sigma^2$ , les fluctuations de l'écart réduit s'expriment en notant  $\bar{x}$  la moyenne d'échantillon et  $s^2$ , la variance d'échantillon par

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$t \frac{s}{\sqrt{n}}$  : intervalle de confiance que l'on peut évaluer en connaissant la valeur de la variable de Student

Figure 5-13 Statistique *t* de Student dans le cas d'un échantillon de petite taille

Pour illustrer l'utilisation de ce test, la comparaison avec un étalon est présentée à la suite sous la forme de deux problèmes distincts correspondant à deux cas de figure présentés sous forme d'exercices (cas n°1, cas n°2), comme le montre la Figure 5-14 ci-après :

1<sup>er</sup> exemple : comparaison avec un étalon

**Problèmes :**

- les échantillons analysés font-ils partie du même lot que l'étalon ?
- on procède à n mesures d'un matériau standard (étalon) et on teste la méthode d'analyse

**Cas n° 1**

Soit un matériau standard de concentration relative égale à 3,88 %.  
Les mesures effectuées sur un échantillon (tiré au hasard) du matériau à analyser conduisent à

$$3,15 - 3,26 - 3,45 - 3,99 - 3,61 - 3,84 - 4,04$$

Les échantillons analysés font-ils partie du même lot que l'étalon ?

---

Chapitre 3 3- le test t

**Cas n° 2**

Le matériau standard a une concentration connue en Pb égale à 0,34  $\mu\text{g}\cdot\text{g}^{-1}$ . Les résultats des mesures figurent ci-dessous :

0,38	0,346	0,291	0,278	0,404
0,331	0,409	0,285	0,361	0,268
0,306	0,243	0,316	0,223	0,299

La moyenne obtenue sur les échantillons est-elle différente de  $\mu_0$

(pour  $\alpha = 0,05$ ) ?

Figure 5-14 Deux cas concrets d'utilisation du test de Student dans le cours de chimométrie

La comparaison des moyennes de plusieurs échantillons identiques est présentée dans un deuxième exemple, avec la définition d'une nouvelle statistique  $t$  de Student dite  $t$ -appariée. Cette comparaison de moyennes est illustrée par un exemple d'application dans une deuxième diapositive, comme le montre la Figure 5-15 ci-après :

**2<sup>ème</sup> exemple** : comparaison des moyennes de plusieurs échantillons identiques

Pour comparer les moyennes de 2 échantillons on applique le test t suivant :

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}}$$

$N_1$  : taille de l'échantillon 1

$N_2$  : taille de l'échantillon 2

$$s_p = \sqrt{\frac{(N_1 - 1)s_1^2 + (N_2 - 1)s_2^2}{N_1 + N_2 - 2}} : \text{déviation standard commune}$$

Chapitre 3 3- le test t

**Application**

Les pourcentages de rendement des produits de réaction obtenus par 2 méthodes A et B sont déterminés. 5 échantillons identiques sont utilisés dans les mêmes conditions.

	Rendement (%)	Déviation standard
Méthode A	25,8	0,51
Méthode B	25,1	0,31

La méthode A est-elle meilleure que la méthode B ?

Figure 5-15 Comparaison d'échantillons avec la statistique de Student dans le cours de chimométrie

Enfin, un troisième exemple d'utilisation d'une statistique de Student concerne à nouveau la comparaison de moyennes, mais pour deux échantillons de composition variée. Il s'agit d'une nouvelle statistique t-appariée mais concernant les différences entre chaque paire de résultats, comme le montre la Figure 5-16 ci-après :

### Chapitre 3 3- le test t

**3<sup>ème</sup> exemple** : comparaison des moyennes de 2 échantillons de compositions variées

2 méthodes différentes, A et B, sont utilisées pour analyser 5 composés différents contenant du manganèse :

Echantillon	1	2	3	4	5
Méthode A	16,8	7,6	18,2	32,5	19,7
Méthode B	17,1	7,9	17,8	32,3	20,2



Ne pas calculer les moyennes et déviations standard et utiliser un test t-apparié comme dans l'exemple précédent

➔ Les différences entre les méthodes risquent d'être faussées par les différences entre échantillons

### Chapitre 3 3- le test t

➔ Calcul des

- différences  $d_i$  entre chaque paire de résultats
- moyenne des différences  $\bar{d}$
- déviation standard  $s_d$

test t-apparié

L'échantillonnage des  $d_i$  est traité comme une distribution séparée avec une moyenne  $\bar{d}$  et une variance  $s_d^2$ . Les  $d_i$  sont supposées indépendantes et normalement distribuées autour d'une valeur moyenne  $\mu$  avec une variance  $\sigma^2$

$$t = \frac{\bar{d} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad H_0 : \mu = 0$$

Figure 5-16 Test t de Student pour des échantillons de composition variée dans le cours de chimométrie

Pour finir cette présentation du cours de Romuald sur la pratique des tests d'hypothèses, intéressons-nous à la statistique  $F$  de Fischer qu'il présente sur deux diapositives que nous intégrons dans la Figure 5-17 ci-après :



Comparaison de la précision de 2 méthodes

$$F = \frac{S_A^2}{S_B^2} \quad S_A^2 > S_B^2$$

Exemple

Soit un jeu de 13 mesures effectuées à l'aide d'une méthode A donnant une déviation standard égale à 0,29 et 10 déterminations à l'aide d'une méthode B donnant une déviation standard égale à 0,642

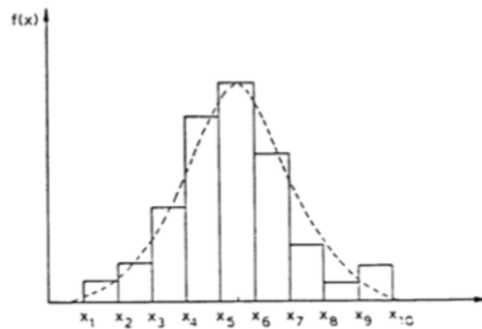
Question

La méthode A est elle plus précise que la méthode B ? ( $\alpha = 0,05$  et  $0,01$ )

Chapitre 3 4- le test F

Pour des échantillons de petite taille ( $n < 30$ ), 2 conditions doivent être remplies :

1. La variable doit être normalement distribuée dans une population



Histogram and continuous probability (density) function.

*sinon transformation des données*

2. Les variances des 2 populations à partir desquelles on choisit les échantillons devraient être égales → **test F**

Figure 5-17 Présentation du test F de Fischer dans le cours de chimiométrie

Remarquons que cette présentation est beaucoup moins détaillée que celle du test *t* de Student : le nombre de diapositives est beaucoup plus réduit (2 au lieu de 7), il n'y a qu'un exemple d'application et la statistique *F* de Fischer est donnée sans plus d'explication sur la signification des notations employées. En revanche, une illustration graphique de population normale apparaît sur la deuxième diapositive, ce qui permet d'indiquer qu'en cas de non normalité il faut transformer les données (sans plus de détails).

Dans cette partie du cours de Romuald sur les utilisations possibles de différents tests de Student et de Fischer, nous pouvons observer que les praxéologies en présence se trouvent essentiellement sous la forme de types de tâches *T* correspondant à des mises en situations dans des cas de figures adaptés à l'utilisation de certaines techniques  $\tau$ . Ces techniques sont toutes de nature calculatoire et justifiées par des formules jouant le rôle de technologies  $\theta$ . La théorie  $\Theta$  est absente de ces praxéologies, la seule justification des technologies (utilisation des formules) qui

est faite est que les applications des formules se font sous certaines conditions à respecter absolument (cf. Figure 5-16, page 208).

Les exercices proposés sont tous des mises en situation dans le contexte industriel de la chimie.

Après avoir proposé une description des praxéologies correspondant aux tests de Student et de Fischer dans le cours de Romuald, nous proposons dans la sous-partie suivante une analyse praxéologique du travail réalisé par les étudiants dans le PER sur ce même thème. Pour ce faire, nous choisissons de présenter en détail un parcours faisant apparaître l'utilisation de ces deux type de tests.

### 5.5.2 Exemples de mises en œuvre des tests statistiques dans le PER

Pour cette sous-partie, nous utilisons pour commencer la description faite en 5.3.8 d'un des parcours détaillé dans le compte-rendu final, pour pouvoir observer l'intégration des praxéologies mises en œuvre dans leur démarche à l'occasion de ce PER et ainsi la comparer à celles proposées dans le cours de Romuald et exposées dans la partie 5.5.2 précédente.

Les trois cas concrets présentés par les étudiants dans le compte rendu (cf. 5.2) ont en commun la démarche consistant à s'intéresser :

- au choix de la taille de l'échantillon à étudier, en fonction de la taille de la population mère et de la puissance du test choisie,
- la détection des valeurs aberrantes,
- la vérification de la normalité de la série,
- la vérification de l'homoscédasticité de la série,
- la vérification de la méthode de mesure,
- la réponse à la question génératrice.

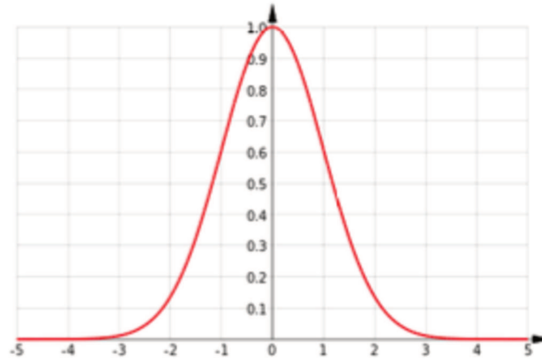
Nous choisissons dans ce qui suit de nous intéresser au cas du médicament rare (n°2). Dans ce cas de figure, les tests  $t$  de Student et  $F$  de Fischer sont effectivement mis en œuvre car les conditions de leur application sont réunies.

Présentation de la théorie et des technologies rendues disponibles : les fiches de cours des tests  $t$  et  $F$ .

Pour commencer, nous nous intéressons aux deux fiches de cours que les étudiants ont créées et mises à disposition dans la zone dédiée de leur page de cours en ligne pour décrire le fonctionnement des tests  $t$  et  $F$ . Nous plaçons le contenu de ces fiches en Figure 5-18 et Figure 5-19.

## Test t

L'utilisation du test paramétrique T permet de comparer la valeur d'un échantillon à celle d'une référence donnée. De plus, le test est dit paramétrique car il suppose que les échantillons sont distribués suivant la loi normale. Dans ce test, l'estimation de la variance vraie  $\sigma^2$  par la variance estimée  $s^2$  n'est plus possible.



Nous supposons que la taille de l'échantillon  $n$  est inférieure à 30 et qu'il y a homoscédasticité. Il nous reste donc à choisir le risque  $\alpha$  correspondant à la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle quand celle-ci est vraie, il est généralement égal à 0.01 ou 0.05.

Ensuite nous posons les 2 hypothèses :

- $H_0$  = Pas de différence significative
- $H_1$  = Différence significative

Nous calculons la valeur du test statistique, ici

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

Avec :

- $\bar{x}$  : moyenne de l'échantillon
- $\mu$  : valeur de référence
- $s$  : déviation standard de l'échantillon

Pour finir nous comparons la valeur calculée à la valeur tabulée de la distribution de Student, si  $t < t_{\text{tab}}$  alors  $H_0$  est acceptée sinon  $H_1$  est acceptée.

Dans le cas où nous voulons comparer entre eux deux échantillons provenant de deux populations différentes mais possédant les mêmes hypothèses que ci-dessus, nous réalisons alors un test t-apparié.

Nous définissons alors  $d_i$  la différence entre chaque paire de résultats puis établissons la moyenne de ces différences  $\bar{d}$  ainsi que la variance de ces différences  $\sigma_d$ . Ainsi

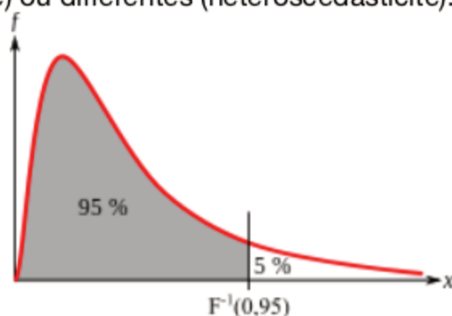
$$t = \frac{\bar{d} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

Le reste de la démarche étant la même.

Figure 5-18 La fiche du test  $t$  de Student dans le cours en ligne

## Test F

Le test F est un test qui sert à comparer les valeurs de deux dispersions, et d'en déduire si ces dispersions sont semblables (homoscédasticité) ou différentes (hétéroscédasticité).



Ce test ne dépend pas de la taille de l'échantillon et peut donc être appliqué à chaque fois. Il reste donc à choisir le risque  $\alpha$  correspondant à la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle quand celle-ci est vraie, il est généralement égal à 0.05.

Nous posons les 2 hypothèses suivantes:

- $H_0$ : les deux dispersions sont homoscédastiques au risque  $\alpha$
- $H_1$ : les deux dispersions diffèrent trop pour pouvoir considérer l'homoscédasticité

Nous calculons la valeur du test statistique:

$$F_{calc} = S_1^2 / S_2^2$$

avec

- $S_1^2 > S_2^2$ ,
- $S_1$  et  $S_2$  étant respectivement les variances des échantillons 1 et 2
- $n_1$  et  $n_2$  les tailles des échantillons 1 et 2

Pour finir nous comparons la valeur calculée à la valeur tabulée (voir [table](#)) de la distribution de Fisher, si

$$F_{calc} < F_{\alpha, n_1, n_2}$$

alors  $H_0$  est acceptée sinon  $H_1$  est acceptée.

Figure 5-19 La fiche du test F dans le cours en ligne

Les deux fiches présentent le protocole global de chaque test et font référence, au moment propice, aux tables respectives de ces tests. Tables qui sont également mises à disposition sur la plateforme *via* un lien interne sur la page. De plus, elles présentent toutes les deux le test *t*-apparié correspondant, en donnant simplement la formule de la statistique, sans plus de détail.

La fiche du test *t*, commence par la phrase d'introduction suivante :

« L'utilisation du test paramétrique *T* permet de comparer la valeur d'un échantillon à celle d'une référence donnée. De plus, le test est dit paramétrique car il suppose que les échantillons sont distribués suivant la loi normale. Dans ce test, l'estimation de la variance vraie  $\sigma^2$  par la variance estimée  $s^2$  n'est plus possible. »

Vient ensuite une illustration de l'hypothèse de normalité grâce à une courbe de Gauss générique.

Deux nouvelles hypothèses de travail sont alors formulées concernant la taille de l'échantillon ( $n < 30$ ) et l'homoscédasticité (non dispersion des variances, qui correspond ici à la non-dérive dans le temps) des données prélevées ou simulées.

Le protocole du test est alors décrit de manière très générale dans le sens où les hypothèses nulle et alternative du test sont respectivement « *Pas de différence significative* » et « *Différence significative* », sans préciser s'il peut s'agir de la moyenne ou d'autres indicateurs statistiques.

La formule de la statistique  $t$  est donnée et ses paramètres explicités, comme dans le cours de Romuald. La présentation du test  $t$ -apparié est également très proche de ce cours.

Le test  $F$  (cf. Figure 5–19), est introduit par la phrase suivante : « *Le test  $F$  est un test qui sert à comparer les valeurs de deux dispersions, et d'en déduire si ces dispersions sont semblables (homoscédasticité) ou différentes (hétéroscédasticité).* »

Cette phrase est suivie par la présentation d'une courbe de la forme  $f(x)$  sans légende faisant apparaître une zone grisée indiquant 95% (de l'aire sous la courbe). La délimitation avec les 5% restants est matérialisée par une barre verticale à l'abscisse  $F^{-1}(0,95)$ .

Avant la présentation des hypothèses du test  $F$  ( $H_0$  étant l'hypothèse d'homoscédasticité au risque  $\alpha$ ), la phrase suivante permet de préciser les conditions d'utilisation de ce test : « *Ce test ne dépend pas de la taille de l'échantillon et peut donc être appliqué à chaque fois. Il reste donc à choisir le risque  $\alpha$  correspondant à la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle quand celle-ci est vraie, il est généralement égal à 0,05.* »

Enfin, la formule de la statistique  $F$  est donnée et la façon de conclure est explicitée en se référant à la table mise à disposition en annexe, par un lien interne sur la page.

Ces fiches servent aux étudiants de références essentiellement technologiques pour la mise en œuvre des techniques  $\tau$  et des types de tâches  $T$  décrits plus loin dans la réponse à la question  $Q_0$  et correspondant au déroulement du « cas concret n°2 » du médicament rare. Pour le test de Student, il semble que la théorie  $\theta$  est dissimulée dans la phrase « *Dans ce test, l'estimation de la variance vraie  $\sigma^2$  par la variance estimée  $s^2$  n'est plus possible.* », qui ne justifie en rien la technologie  $\theta$  présentée après. De même, pour le test de Fischer, la justification théorique de la technologie n'est pas explicitée.

Dans la suite, nous décrivons les praxéologies rencontrées pour répondre à la question  $Q_0$  dans le cas concret n°2 d'un médicament rare. Nous ne donnons pas de détails pour les praxéologies autres que celles correspondant à l'utilisation des tests  $t$  et  $F$ . Dans un souci de compréhension, nous présentons néanmoins la démarche complète de ce parcours n°2, incluant les résultats intermédiaires obtenus par diverses méthodes également décrites au sein-même du compte-rendu.

### Réponse à la question génératrice $Q_0$ dans le cas d'un médicament rare

Nous ne présentons pas ici l'ensemble de la réponse  $R^\heartsuit$  (cf. 1.3.5) qui se décompose dans ce PER en trois parties correspondant à trois cas particuliers appelés « cas concrets ». Pour rester dans le cadre d'utilisation des deux tests étudiés dans le cours de Romuald (Student et Fischer, cf. 5.5.2), nous avons choisi de nous intéresser ici uniquement au cas concret n°2 qui propose de répondre à la question génératrice sur une population mère de  $N=5000$  comprimés, correspondant à la production quotidienne d'un médicament rare (et onéreux).

Pour commencer, les étudiants expliquent le choix d'un échantillon de taille  $n=29$  pour leur simulation. Le chiffre de  $n=29$  est justifié par l'utilisation d'une table pour un niveau de confiance de 95% ( $\alpha=0,05$ ) et  $d^*=0$  (ce qui signifie qu'aucun élément défectueux n'est souhaité). La table est placée au centre du texte et les valeurs sont encadrées pour être lues. En abscisse de cette table, apparaît la puissance  $P$  du test, et en ordonnées l'effectif  $N$  de la population.

Remarquons que la puissance choisie et encadrée dans la table est de  $P=0,01$ . Pour un étudiant qui n'aura pas compris le lien entre puissance  $P$  du test et niveau de confiance  $\alpha$  (donnant

l'intervalle de confiance), il faut consulter une partie du cours (« *Caractérisation de l'échantillon – Relation entre la puissance et la taille de l'échantillon* ») rédigée par les étudiants dans le compte-rendu, mais n'étant pas indiquée en lien hypertexte dans le déroulement proposé du cas concret.

Dans un deuxième temps, les étudiants expliquent qu'ils ont utilisé le logiciel Excel pour simuler les valeurs avec une moyenne et un écart-type théoriques respectivement de  $\mu=0,5$  mg/ml et de 0,005. Ils mettent à disposition en annexe de leur compte-rendu le tableau de cette simulation *via* un lien interne (cf. Figure 5-20).

Valeurs à utiliser pour les tests : (en mg/mL)	
0,496	
0,503	
0,504	
0,498	
0,508	
0,496	
0,504	
0,497	
0,503	
0,500	
0,500	
0,493	
0,497	
0,501	
0,509	
0,492	
0,501	
0,503	
0,502	
0,496	
0,496	
0,498	
0,505	
0,512	
0,499	
0,503	
0,503	
0,493	
0,506	

Figure 5-20 Valeurs simulées pour le cas concret n°2

Remarquons que les étudiants n'explicitent pas directement la méthode logicielle utilisée pour obtenir ces valeurs. Cependant, un premier tableau semble donner les paramètres de la loi normale utilisée pour cette simulation, comme le montre la Figure 5-21 suivante :

	Exemple 2 : Xeloda (rare)
<b>Parties concernées</b>	<b>Taille échantillon / Normalité / Valeurs aberrantes</b>
Production (population N)	5 000 par jour
Moyenne $\mu$ et écart-type théorique	$\mu=0.5$ mg/mL, écart-type : 0.005
Répartition de la population	Normale
Taille de l'échantillon	$d^*=0$ (on ne veut aucun défectueux)
	P=10%
	Niveau de confiance : 95%
	Nombre d'échantillons à prélever : n=29 par jour

Figure 5-21 Paramètres utilisés pour la simulation des valeurs du cas concret n°2



Pour la vérification de l'absence de valeurs aberrantes, ils procèdent comme pour les deux autres cas concrets en utilisant le test de Grubbs qu'ils détaillent à la fois dans la partie « Altérité aux conditions optimales » de leur cours (cf. 5.3.8 ??), ainsi que dans une fiche qu'ils mettent à disposition à l'instar de tous les tests utilisés. La mise en œuvre de ce test se fait de façon logicielle (le logiciel n'est pas précisé ici, mais la liste de ceux utilisés est donnée dans le cours). Des copies d'écran sont présentées montrant les paramètres utilisés.

Dans la partie suivante, les étudiants procèdent à la vérification de la normalité de leur échantillon en utilisant le test de Anderson-Darling, dont une fiche détaillée est à disposition dans la zone correspondante du compte-rendu. L'implémentation de ce test est illustrée par une capture d'écran du logiciel utilisé, montrant les valeurs d'entrée et la valeur calculée de la statistique AD correspondante ainsi que de la puissance P obtenue.

Après avoir vérifié un certain nombre de caractéristiques de l'échantillon simulé pour le médicament « rare », c'est dans la dernière partie de la présentation de ce cas concret que les étudiants procèdent à la vérification du respect du dosage pour donner la réponse à la question génératrice  $Q_0$  dans le cas de figure d'un médicament rare et onéreux. Cette réponse est une partie de la réponse globale au PER au sens de la TAD.

Voici la description de la praxéologie proposée par les étudiants (cf. Figure 5–22) :

Il nous reste donc à **vérifier que notre échantillon est bien représentatif et semblable à la population**. Pour cela, il faut s'intéresser à sa moyenne et à son écart-type et les comparer à ceux de la population envisagée.

Dans un premier temps, il faut donc calculer la moyenne et l'écart type de l'échantillon généré. Grâce à un tableur, on obtient  $\mu = 0,501$  et  $\sigma = 0,005$ .

Ensuite, il faut **vérifier l'hypothèse d'homoscédasticité**, que l'on a supposé vérifiée à chaque étapes de la résolution de l'exercice. Pour cela, on réalise un **test F**.

Choisissons un risque  $\alpha = 0,05$ .

On pose :

- $H_0 : s^2 = \sigma^2$
- $H_1 : s^2 \neq \sigma^2$

Conformément au protocole, on obtient  $F_{calc} = 1,00$ . Après comparaison avec les **tables**, on peut en conclure que **l'hypothèse d'homoscédasticité est respectée**, et accepter l'hypothèse  $H_0$ .

Enfin, pour comparer la moyenne de l'échantillon à celle de la population, on réalise un **test T**.

### Test T à 1 échantillon : C1

#### Statistiques descriptives

N	Moyenne	EcTyp	ErT moyenne	IC à 95% pour $\mu$
29	0,500711	0,004829	0,000897	(0,498874; 0,502548)

$\mu$ : moyenne de C1

#### Test

Hypothèse nulle  $H_0 : \mu = 0,5$   
 Hypothèse alternative  $H_1 : \mu \neq 0,5$

Valeur de T	Valeur de P
0,79	0,435

Le test nous donne une valeur de P supérieure au risque  $\alpha = 0.05$ . Nous pouvons donc en conclure qu'il n'y a pas de différence significative entre la moyenne de l'échantillon et celle de la population envisagée.

Figure 5–22 Praxéologie de la vérification du respect du dosage dans le cas n°2



Les deux premiers types de tâches qui sont réalisés consistent à calculer la moyenne  $\mu$  et l'écart type  $\sigma$  de l'échantillon. Notons que cet écart-type « calculé » pour l'échantillon correspond bien à la consigne saisie pour la simulation, contrairement à la moyenne qui diffère (0,501 au lieu de 0,500).

Ensuite, ils utilisent la technique représentée par le protocole du test F de Fischer pour le type de tâche « vérifier l'homoscédasticité des valeurs de l'échantillon ». Un lien interne vers la fiche « Test F » est indiqué dans la page. Ceci correspond au bloc technologico-théorique [0,0] comme nous l'avons vu lors de la présentation détaillée de cette fiche au début de cette sous-partie. La technique consiste à suivre le protocole explicité dans la fiche pour poser ce test F, c'est-à-dire :

- choisir un risque  $\alpha$ ,
- poser l'hypothèse nulle  $H_0$  relative à l'égalité des variances de l'échantillon et de la population de référence,
- poser l'hypothèse alternative  $H_1$ .

Le protocole de la fiche est une nouvelle fois évoqué pour justifier la valeur calculée de la statistique  $F_{\text{calc}}$  (technique « calculer la statistique du test ») qui permet de conclure, d'après la table du test F fournie en annexe (technique « lire dans la table du test »), que  $H_0$  peut être acceptée (technique « comparaison de la valeur calculée avec la valeur tabulée »), autrement dit l'homoscédasticité est bien vérifiée.

Enfin, pour la comparaison des moyennes, le test T de Student est proposé. Un lien vers la fiche du test est proposé avant l'affichage d'une capture d'écran faisant apparaître les paramètres utilisés sur un logiciel (non précisé) :

- dans un premier tableau, apparaissent les statistiques descriptives de l'échantillon considéré. Les résultats obtenus sont tout d'abord une moyenne de 0,0500711, un Écart-type (EcTyp) de 0,004829. Bien que le nombre de chiffres significatifs donnés soit supérieur aux résultats énoncés au-dessus, ils sont bien cohérents avec ceux-ci (au prix de l'application d'un arrondi à  $10^{-3}$  près). La vérification de cette cohérence n'est pas explicitée par les étudiants. Deux autres résultats sont donnés (« ErT moyenne » et « IC à 95% pour  $\mu$  ») mais non exploités.
- Dans une deuxième section, les hypothèses nulles et alternatives du test T sont rappelées, puis les valeurs de la statistique T (0,79) et de la puissance P (0,435) sont données dans un tableau.

Les étudiants terminent cette étape en comparant les valeur de P et du risque  $\alpha$  fixé dès le départ ( $0,435 >> 0,05$ ) : puisque cette dernière est inférieure, « *il n'y a pas de différence significative entre la moyenne de l'échantillon et celle de la population envisagée* ».

La conclusion donnée est que « les échantillons de produit prélevés respectent le dosage inscrit sur l'emballage du médicament. *Puisqu'ils sont représentatifs de la population, le médicament que nous avons produit est lui aussi conforme au dosage* ».

Nous constatons dans cet exemple concret d'application des tests T et F que le protocole de ces tests est suivi et détaillé pas à pas. Les appuis technologico-théoriques sont essentiellement rapportés aux fiches des tests correspondants (détaillant ces protocoles, voir ci-dessus), *via* des liens internes au compte-rendu :

- vers des pages rédigées également par les étudiants ;
- vers les tables des tests.

Pour le bloc practico-technique, les types de tâches rencontrés sont de natures diverses : calcul, comparaison de valeurs. Les calculs sont effectués sur logiciel, mais les analyses des chiffres obtenus sont faites dans le prolongement de l'énoncé des résultats. L'utilisation du logiciel fait apparaître des résultats qui ne sont pas tous exploités.

En comparant avec le cours de Romuald sur les mêmes tests, nous constatons que des similarités existent, notamment dans la présentation des protocoles. Les types de tâches et tech-

niques ne sont pas présents sur le diaporama que nous avons pu analyser, mais sont vraisemblablement explicités lors des séances de cours magistraux (rappelons que ces séances incluent des moments de travaux dirigés, selon le choix de l'enseignant).

Les praxéologies mises en œuvre dans le PER sont plus détaillées (à la manière d'une correction d'exercices), incluent les réponses des logiciels *via* de nombreuses captures d'écrans, ainsi que leur interprétation. La notion de parcours permet de recommencer le cheminement complet pour obtenir la réponse souhaitée, et ce en respectant les hypothèses faites pour chacun des cas concrets de médicaments (ici le cas n°2).

La présence des techniques et technologies au sein même de la plateforme web créée offre également l'avantage de mettre à disposition des étudiants (futurs lecteurs de ce compte-rendu de PER) les références adaptées et sélectionnées pour l'aide à la décision dans chacun des cas correspondants à des branches de l'arbre des sous-questions.

Dans les sous-parties précédentes, nous avons réalisé une présentation complète de la préparation, de l'analyse du MER, du déroulement et du compte-rendu de ce PER en statistiques et chimie (chimiométrie). Nous avons en outre comparé les praxéologies sur les tests T de Student et F de Fisher présentes dans le cours de Romuald et celles du compte-rendu. Nous terminons cette partie sur l'analyse de l'activité mathématique des étudiants dans ce PER, par une synthèse de tous les éléments mis en avant dans ce chapitre, en incluant les résultats pertinents des travaux réalisés dans les chapitres précédents.

## 5.6 Bilan de cette expérimentation de PER en cycle ingénieur

Dans la partie précédente, nous avons mené une étude permettant d'apporter des éléments de réponses sur les mathématiques mises en jeu dans le travail des étudiants lors du Parcours d'Étude et de Recherche codisciplinaire en Chimie et Statistiques que nous avons coencadré avec notre collègue chimiste Romuald, en première année du cycle ingénieur.

Après avoir présenté en 5.1 les objectifs et la préparation de notre PER, nous avons défini un Modèle Praxéologique de Référence (MPR) en 5.2. Dans la partie 5.3 nous avons détaillé le déroulement du PER séances après séances puis nous avons identifié en 5.4 les dialectiques en jeu chez les étudiants lors de cette expérimentation. Enfin, nous avons analysé l'activité mathématique mise en œuvre dans le PER sur la notion particulière de tests statistiques, en la comparant à l'activité d'un cours « classique » sur le même sujet.

Dans la dernière partie 5.6 de ce chapitre, nous allons nous intéresser aux points de vue des participants et de l'enseignant ayant encadré le PER.

Grâce à un questionnaire individuel de fin de parcours destiné aux étudiants ainsi qu'un entretien avec Romuald, nous étudions les bénéfices éventuels que la mise en place de ce type d'enseignement pourrait apporter à la formation en mathématiques dans ce cycle ingénieur. L'objectif étant de voir si, selon les participants au PER, cela pourrait permettre de répondre - et si oui dans quelle mesure ? - aux besoins exprimés dans nos enquêtes précédentes : par les ingénieurs relativement au rapport entre leur formation initiale en mathématiques et leur utilisation effective de ces mathématiques sur leur lieu de travail (chapitre 2) ainsi que par la mise en regard effectuée avec le point de vue des enseignants de mathématiques en cycle ingénieur (chapitre 3).

### 5.6.1 Réponses des étudiants au questionnaire de fin de parcours

Afin d'évaluer le niveau et le type d'implication et de recueillir les avis des 14 participants, nous avons mis en ligne un questionnaire de fin de parcours que nous avons décrit, question par question, au paragraphe 5.2. Les 14 étudiants ont répondu à ce questionnaire et nous allons dans cette section détailler les résultats que nous avons pu en extraire.

Nous commençons à la question n°6 puisque les cinq premières correspondent aux renseignements personnels que nous avons déjà exploités dans le paragraphe 5.3.1.

Les réponses à la question 6 (« *Selon vous, faudrait-il généraliser ce type d'enseignement de mathématiques ?* ») se répartissent comme l'indique la Figure 5-23 ci-dessous :

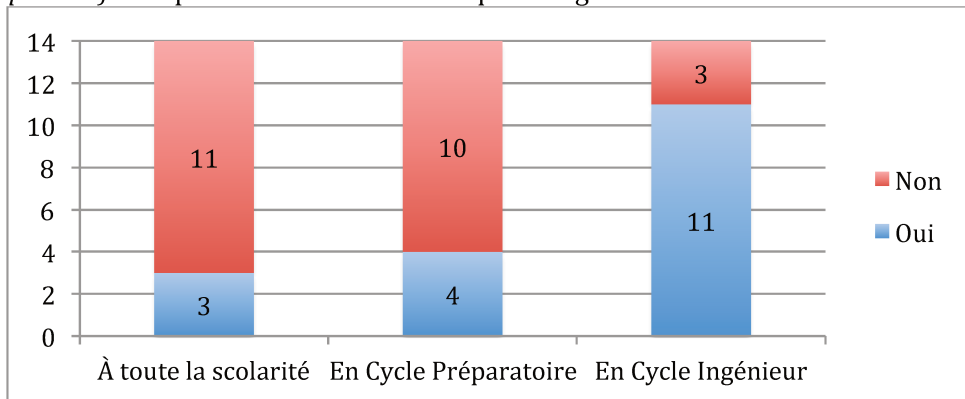


Figure 5-23 Réponses à la question 6 « *Selon vous, faut-il généraliser ce type d'enseignement ?* »

Les réponses à la question 7 (« *Est-ce que ce type d'enseignement vous paraît viable pour remplacer un enseignement traditionnel "cours+TD" en mathématiques (en statistiques) ?* ») montrent, tout d'abord, que 85,7% (12 étudiants sur 14) pensent que ce type d'enseignement par PER n'est pas viable pour remplacer un enseignement plus traditionnel en mathématiques (en statistiques) à base de cours et de TD.

Les raisons avancées par ceux qui ont répondu « *non* » sont les suivantes :

- Utile pour approfondir ou compléter, à condition d'avoir déjà des bases de connaissance en cours et/ou en TD (6)
- Le rôle du professeur est important (3 étudiants), sans quoi c'est :
  - difficile de comprendre les nouvelles connaissances trouvées sur internet
  - difficile de comprendre un sujet complexe (comme les statistiques)

Pour les deux étudiants qui ont répondu « *oui* », ils pensent que le PER pourrait remplacer un enseignement plus classique de mathématiques car cela permet :

- une approche plus intuitive grâce aux exemples qui reprennent les points abordés habituellement dans le cours ;
- une approche qui se fixe sur l'objectif d'abord et sur la théorie après.

Dans les réponses à la question 8 (« *Est-ce que ce projet vous a permis d'apprendre des mathématiques (statistiques) que ne vous avait pas appris le cours ? Si oui, pouvez-vous donner un exemple ?* »), on obtient un regroupement selon quelques catégories de contenus mathématiques (la question étant ouverte, chacun des étudiants avait la possibilité de fournir une réponse correspondant à plusieurs de ces items). Nous en dressons la liste ci-dessous en indiquant les effectifs correspondants entre parenthèses :

- Nouveaux tests statistiques (5)
- Travail sur les valeurs aberrantes (4)
- Normalisation des données (3)
- Choix de la taille des échantillons pour les études statistiques (2)
- Analyse de données à partir de modèles logiciels (2)
- Utilisation concrète de tests (2)
- Divers (3) : Étude de l'implication de laboratoires extérieurs, Droite de Henry, Comparaison de la valeur  $p$  au risque  $\alpha$

La question 9 « *Qu'avez-vous retenu de votre travail sur ce projet ?* » nous permettait de savoir ce que les étudiants avaient principalement retenu de leur participation à ce PER. Nous sommes en mesure de classer les réponses des étudiants en quatre catégories, c'est donc un

premier résultat en soi : les réponses (pourtant ouvertes) convergent. Certains étudiants ont donné des réponses correspondant à plusieurs de ces catégories.

La première catégorie que nous observons est celle des réponses ayant retenu dans le travail du PER l'intérêt de la composante de publication informatique : 2 étudiants sur les 14 disent avoir retenu (entre autres) la rédaction et la mise en forme d'un site.

Une deuxième catégorie de correspond à des considérations méthodologiques : 5 personnes citent le travail en groupe (« très intéressant », « permet de fournir un travail conséquent en un temps réduit (...) », etc.) et 1 de ces étudiants a également relevé un fonctionnement méthodologique, peut-être nouveau : « l'utilisation de quelques ressources mathématiques ».

La catégorie ayant réuni le plus de réponses est celle correspondant à l'apprentissage ou l'approfondissement de contenus mathématiques :

- « nouvelles connaissances en statistiques »,
- « méthodes pour tester la normalité et la transformation des données non-normales »,
- « connaître certaines choses qui n'ont pas été vues en cours »,
- « recherche de la dérive des données dans le temps »,
- « approfondissement du cours de statistiques ».

Ce type de réponse concerne la moitié des étudiants, soit 7 sur 14. Soulignons que ces réponses montrent qu'il s'est déroulé dans le PER un apprentissage de statistiques, qui n'est pas vu ici par les étudiants comme des bases mathématiques. Il se peut que ça soit un effet du curriculum en France puisqu'effectivement, les statistiques (essentiellement descriptives) ne sont enseignées qu'en lycée, et pas du tout en cycle préparatoire. Il se peut également que l'aspect chimiométrie soit considéré par eux comme l'enseignement d'un contenu spécifique utile pour un futur ingénieur chimiste.

Enfin, une dernière catégorie relève selon nous de la prise en compte par les étudiants des apports réels de la démarche du Parcours d'Étude et de Recherche comparé à un enseignement plus classique. Cette catégorie regroupe les réponses de 3 d'entre eux :

- « La démarche de la recherche personnelle permet de mieux comprendre certains points qui n'avaient pas été compris auparavant »,
- « La façon différente de mener ce projet. Toutes les étapes pour répondre concrètement à la question »,
- « L'aspect plus concret des statistiques ».

Même si ces réponses ne sont pas majoritaires, elles montrent que le PER a permis d'apporter un aspect concret à l'enseignement ainsi qu'une occasion de mettre en œuvre une démarche rigoureuse de raisonnement mathématique.

Dans le Tableau 5-10 ci dessous, nous résumons les résultats de la question 9. Nous classifions les réponses que nous avons observées en reprenant les catégories vues dans le présent paragraphe, hormis la première concernant les apprentissages informatiques qui est hors-sujet pour notre propos mathématique. Entre parenthèses, nous indiquons les effectifs correspondants.

<b>Catégorie (nombre d'étudiants)</b>	Aspects méthodologiques (5)	Contenus mathématiques et statistiques (9)	Spécificités et apports du PER (3)
<b>Détails Exemples</b>	Travail en groupe  Utilisation de ressources mathématiques	Nouvelles connaissances ou nouvelles méthodes  Approfondissement	Démarche de recherche personnelle  Les étapes pour répondre à la question  Aspect plus con-

			cret des statistiques
--	--	--	-----------------------

Tableau 5-10 Ce que les étudiants ont retenu du PER (Question 9)

La question 10 (« Selon vous, quels sont les points positifs ? Les points négatifs ? Les choses à améliorer dans le déroulement de ce projet ? ») a obtenu 13 réponses sur 14 (la 14<sup>ème</sup> réponse étant « Je n'ai pas d'avis »). Nous énumérons tout d'abord les points positifs :

- 8 étudiants donnent un avis positif sur les possibilités offertes par le sujet lui-même. Il permet, selon eux :
  - d'appliquer les connaissances pour résoudre un problème actuel,
  - d'appliquer les méthodes dans le futur métier,
  - de relier les statistiques à un problème concret de l'industrie,
  - de voir des processus concrets dans un cas spécifique,
  - d'approfondir les connaissances mathématiques,
  - de consolider les bases en statistiques,
  - de revenir sur le cours pour mieux le comprendre et l'approfondir.
 De plus, certains ajoutent que le sujet est intéressant ou que le sujet est plus intéressant qu'un traité théorique.
- 5 étudiants donnent un avis positif relativement à la méthodologie de travail individuel ou en groupe. Le PER leur a permis de :
  - Faire des recherches, synthétiser des informations.
  - Travailler en groupe.
  - Écouter les propositions des autres.
  - Réaliser une grande quantité de travail dans un grand groupe.
- 4 étudiants soulèvent les apports du suivi du PER. Ils indiquent pour illustrer ces aspects, les points suivants :
  - La bonne présentation du sujet au début.
  - La régularité des réunions.
  - Le calendrier fixé clairement au départ.
  - La présence des tuteurs à chaque séance.
  - Les objectifs fixés entre chaque séance.
- 3 étudiants ont apprécié le fait que le PER leur ait donné (beaucoup) d'autonomie.
- 2 étudiants ont fait des remarques positives sur la forme de questionnement offerte par le PER. Notamment le fait de :
  - partir d'une simple question pour arriver à un cours complet avec exemples ;
  - creuser les différentes sous-questions a rendu le projet concret et intéressant.
- Enfin 3 étudiants ont souligné leur apprentissage d'un langage informatique (html, Moodle) ou l'utilisation un logiciel de statistiques.

Les points négatifs relevés sont moins nombreux que les points positifs. Certains concernent les mêmes thèmes que les points positifs, notamment :

- Le travail en groupe :
  - 4 étudiants relèvent des soucis d'hétérogénéité (y compris les problèmes de langues pour les étrangers) et de répartition du travail à l'intérieur du groupe et des sous-groupes.
  - 2 étudiants ont déploré des problèmes de communication. Le fait qu'il n'y ait pas eu assez de communication entre les étudiants a pu générer des recherches en double et a ainsi fait perdre de l'efficacité au groupe. De plus, il est apparu parfois difficile de comprendre ce que les autres ont fait dans leur recherche.
- Le déroulement dû au processus du PER :
  - 3 étudiants ont trouvé le processus globalement compliqué (pour passer de la question initiale au rendu final notamment) et déplorent que le fond ait pris le dessus sur la forme (alors qu'il s'agissait d'un projet TICE au départ)

- De même 2 étudiants ont trouvé les débuts difficiles ne sachant pas comment s'y prendre pour faire ses recherches, ni ce qu'il fallait réellement chercher.
- Enfin, le délai à respecter a été une pression trop importante selon 2 étudiants.

Pour les points à améliorer, deux pistes principales se dégagent dans cette question 10 :

- raccourcir la phase initiale entre la prise de contact et l'énoncé de la question génératrice (pour 2 étudiants)
- proposer une mise en forme du produit fini dès le début.

Enfin, les réponses à la question 11 (« Sur une échelle de 1 à 4, mesurez votre satisfaction d'avoir participé à ce projet ») montrent un fort taux de satisfaction de la part des étudiants pour avoir participé à ce Parcours d'Étude et de Recherche. Nous précisons la répartition des réponses dans le Tableau 5-11 suivant :

Satisfaction (1 à 4)	1	2	3	4
Nombre d'étudiants	0/14	0/14	7/14	7/14

Tableau 5-11 Satisfaction des étudiants à propos du PER

Pour terminer l'état des lieux de fin de ce Parcours d'Étude et de Recherche, nous exposons les réponses et réactions que nous avons recueillies auprès Romuald lors de l'entretien qui a eu lieu une dizaine de jours après l'exposé oral des étudiants marquant un point final à cette expérience.

### 5.6.2 Entretien avec l'enseignant

Nous mettons l'intégralité de la transcription de l'entretien avec Romuald en annexe 5.8.

#### Partie 1 – Présentation personnelle et description professionnelle

La première partie de l'entretien nous a donc appris que Romuald, 46 ans, exerce dans son école d'ingénieurs chimistes depuis bientôt 20 ans. À son arrivée en 1999, il a commencé par dispenser essentiellement des cours de Chimie Théorique et d'Informatique. Il occupe aujourd'hui un poste de Professeur des universités.

Après le baccalauréat, il a suivi les cours d'une Classe préparatoire aux Grandes Écoles avant de donner à sa formation ultérieure une tournure universitaire : un cursus de Chimie jusqu'en Maîtrise (ex-Master 1), puis un DEA (Diplôme d'Études Approfondies, ex-M2 recherche) dans la spécialité Chimie Informatique et Théorique avant de préparer une Thèse de Doctorat en Chimie Théorique Appliquée.

Le cours sur lequel s'appuie le Parcours d'Étude et de Recherche est son cours de chimiométrie qui était initialement dispensé en 3<sup>ème</sup> année du cycle ingénieur et qui est aujourd'hui donnée en 1<sup>ère</sup> année.

C'est la deuxième partie d'un cours plus global de Statistiques pour l'ingénieur (cf. 5.1.2) dont il décrit la première partie, faite par un collègue Daniel, comme plus « formelle »; sa partie étant plus « appliquée ».

Il explique qu'il a personnellement abordé les statistiques du point de vue de la recherche. En effet, il s'est impliqué dès son arrivée dans des projets de thèses auxquels il a du apporter de l'aide dans les domaines de la simulation, de la modélisation de propriétés physiques de molécules (en interaction avec des chercheurs en pharmacie), des réseaux de neurones et modèles bayésiens.

Aujourd'hui l'objectif de cette partie du cours qu'il propose est de démontrer « Pourquoi il est important de mettre en œuvre des méthodes statistiques dans l'industrie en chimie ? Et comment on peut le faire simplement ? ».

En troisième année du CI, il existe un cours d'analyse et gestion de données qui est un cours de chimiométrie avancée, en trois parties : une partie correspondant aux outils liés à la régression, une deuxième partie sur les réseaux de neurones artificiels et une dernière partie sur l'analyse de données correspondant aux méthodes exploratoires de type « Analyse discriminante », « Analyse en composante principale », « Visualisation de groupes dendrogramme », et « Méthode des moyennes ».

## **Partie 2 – Le Parcours d'Étude et de Recherche : avant et pendant**

Un constat fait auprès des entreprises ces dernières années a nécessité la réflexion pour la mise en place imminente d'un nouveau programme dans l'école répondant à l'importance croissante du numérique, au sens large : analyse et gestion de données et exploitation des bases de données présentes sur le terrain. Une première partie s'intéresse à l'aspect connectique (recueil automatisé de données *via* différentes interfaces), la deuxième à la systématisation de l'approche statistique pour un ingénieur chimiste, quelle que soit sa spécialité.

C'est dans cet esprit que Romuald avait encadré l'année passée un premier projet TICE (cf. 5.1.2) proposant tout d'abord de faire relever par les étudiants les divers aspects statistiques déjà présents, de manière directe ou indirecte, dans les différentes séances de Travaux Pratiques de l'ensemble du cycle ingénieur. L'objectif de ce projet était alors de proposer des solutions pour renforcer ces aspects à l'avenir.

Il dit avoir rencontré plusieurs problèmes. Le premier est que les étudiants s'étaient trompés d'objectif pour ce projet. En effet, au lieu d'une étude de fond (c'est-à-dire un panorama sur les statistiques mises en œuvre en TP de chimie) ils avaient concentré leurs efforts sur la forme (c'est-à-dire de la production d'un compte-rendu sous forme d'une page web). Il faut rappeler, comme nous l'avons vu en 5.1.2 que les projets en questions sont estampillés « TICE » et doivent à ce titre répondre à un cahier des charges réalisé par la cellule pédagogique de l'école.

En outre, il s'est aperçu que l'approche de l'enseignement et de l'utilisation des statistiques était très variable d'un intervenant à l'autre.

Le dernier souci auquel il a été confronté lors de cette expérience concerne sa gestion du projet. Il reconnaît volontiers ne pas avoir su donner les impulsions pour le bon fonctionnement du groupe et le suivi du travail collectif. Il a organisé des rencontres de manière irrégulière et à la demande de certains étudiants du groupe seulement. De ce fait, tous les membres n'étaient pas obligatoirement présents à ces rendez-vous et ne bénéficiaient ainsi pas tous de l'ensemble des informations échangées.

Il s'agissait de sa première expérience d'encadrement de projet et il ne savait pas réellement comment s'y prendre pour laisser aux étudiants l'autonomie suffisante et la maîtrise personnelle de leur projet.

Pour le fonctionnement du Parcours d'Étude et de Recherche qui nous intéresse ici, Romuald remarque tout d'abord l'importance d'avoir mis en place un calendrier dès le départ. Il pense qu'une partie des échanges pourrait éventuellement se faire à distance (*via* un forum par exemple), mais que les réunions fixées à l'avance représentent également pour lui le confort de circonscrire temps de travail de suivi du groupe à ces horaires-là seulement.

Toujours sur la gestion du parcours, il souligne l'intérêt d'avoir dès le départ posé la question génératrice de manière formelle. Il a l'impression d'avoir déjà essayé de présenter un problème identique sous cette forme lors de son cours de chimiométrie, mais sans avoir rencontré le succès dans l'activité des élèves.

Il pense que la réussite de ce parcours a été catalysée par le fait que les étudiants se sont bien répartis les rôles, notamment celui des deux « chefs de projet » ayant réellement animé le groupe.

Sur le fond, du point de vue des statistiques, Romuald est certain, vu la qualité du travail rendu, que les étudiants ont fait des progrès. Il pense que les étudiants ont travaillé plus intensément mais aussi d'une manière différente sur le sujet proposé. Et même si dans le compte-rendu final il retrouve la quasi-intégralité du contenu de son propre cours, il pense que les étu-



dians ont vraiment suivi la logique du questionnement et en particulier celui des sous-questions.

Pour preuve de la qualité du travail, il énonce que le compte-rendu obtenu va plus loin que son cours en terme de contenus. Il ajoute qu'il pourrait se servir de la structure (question génératrice et sous-questions) pour refaire son cours : les notions fondamentales de distributions, de tests, de précision et d'exactitude qui sont présentes dans son cours le sont également dans le produit final de ce projet, objectif de ce PER. L'avantage qu'il verrait à mettre en place cette nouvelle structure, moins classique, est une présentation logique des contenus, déduite de celle du questionnement.

Son ressenti sur le déroulement du Parcours d'Étude et de Recherche est très positif. Il avoue avoir été surpris de voir un résultat final aussi abouti et fourni en contenus (dont certains qu'il a découverts). Il l'espérait, mais ne s'y attendait pas. Il pense que nous avons bien réussi à faire passer le message concernant nos attentes et que les étudiants y ont été particulièrement réceptifs....

### Partie 3 - L'avenir et les leçons du PER

Sa participation à l'encadrement de ce PER a permis à Romuald de valider certaines options auxquelles il avait pensé pour la mise en place de futurs nouveaux cours.

Tout d'abord, il émet l'hypothèse que ce PER a bien fonctionné grâce au fait que les étudiants avaient reçu des bases de cours en statistiques auparavant. Il pense donc que ce type d'enseignement peut être proposé après un enseignement des bases et avant une reprise finale des notions sous forme de cours plus conventionnel (avec approfondissements éventuels). Cette intégration du PER dans un programme d'enseignement plus classique aurait pour lui en outre l'avantage de répondre au problème de l'évaluation de ce type d'enseignements, comme c'est le cas pour les autres types de projets. Nous y reviendrons dans la synthèse en 5.6.3.

Il précise enfin que ces projets ont intérêt à être proposés à des étudiants en fonction de leur profil et de leur projet professionnel, notamment en troisième et dernière année du cycle ingénieur : « *si on a quelqu'un qui veut faire de la modélisation, il va faire de l'utilisation de logiciels ; par contre, si on a quelqu'un qui est un peu je sais pas moi, sur de la formulation, ou sur l'environnement, on va aller exploiter des bases de données, et là on va pouvoir mettre en pratique toutes les notions vues* ».

Nous proposons un résumé sous forme d'un schéma (cf. Figure 5–24) pour illustrer l'enchaînement indiqué par Romuald pour intégrer le PER dans un environnement classique d'enseignement en cycle ingénieur :



Figure 5–24 Proposition d'intégration d'un PER dans un environnement d'enseignement « classique »

Romuald pense que le format de cours classique a « *atteint ses limites* » pour diverses raisons (en particulier, celle de la concentration des étudiants qui ne peut durer trop longtemps). C'est pourquoi il envisage, à l'échelle d'une séance de cours de 80 minutes, de structurer son enseignement sous une forme adaptée, elle aussi, à cette macro organisation :

- 30-40 minutes consacrées à l'enseignement des notions de base
- 30 minutes d'exercices d'application de ces notions
- 15 minutes de retour sur les notions vues au début de la séance

Dans sa vision préparatoire de son organisation, il souhaiterait également que ces séances soient suivies en fin de période par des séances consacrées à de la résolution de problèmes plus globaux pour ainsi revenir sur et mettre en relation les notions vues auparavant.

Un point important également soulevé par l'enseignant dans le déroulement de ce PER est l'apport bénéfique du coencadrement : le fait d'être deux enseignants permet selon lui une émulation (« *on se pose plus de questions* ») et aussi un cadre plus clair pour évoluer. Il pense que l'investissement de chaque professeur dans l'encadrement d'un PER codisciplinaire est plus important que lors d'un encadrement individuel dans un autre type de projet.

Encore à propos d'encadrement, il est convaincu qu'une clé de voute du succès d'un tel parcours est le fait de ramener toujours les étudiants à la question génératrice (ou aux sous-questions) : cela permet initialement de lancer les étudiants sur des rails solides et ensuite d'éviter qu'ils ne soient dévoyés dans des recherches et des idées inutiles. L'accompagnement des étudiants sur la suite du Parcours d'Étude et de Recherche est alors balisé.

Cette expérience l'a fait réfléchir sur le potentiel offert par ce type d'enseignement dans le cadre d'un cours, précisant qu'il n'a justement jamais reçu de formation pour cela. C'est la première fois qu'il se dit « *ah, oui finalement, c'est intéressant ! On peut en tirer quelque chose et on peut quand-même aborder un panel important de notions...* », car la crainte habituelle selon lui c'est de ne voir aborder qu'une partie des notions par les étudiants. Il se demande même si ce fonctionnement ne présenterait pas sous certains aspects une certaine efficacité entre le nombre de notions abordées et le temps consacré.

Les réserves qu'il émet enfin sur cette expérience sont sur la taille des effectifs et la gestion concrète (trouver les encadrants prêts à jouer le jeu, s'assurer du bon déroulement dans chaque groupe) ainsi que sur la multiplication de ce type d'enseignements qui pourrait les rendre moins motivants, moins attractifs au regard des étudiants.

### 5.6.3 Synthèse sur cette expérimentation de PER en cycle ingénieur

Tout d'abord, pour commencer cette synthèse en trois points, commençons par rappeler dans quel contexte cette expérimentation de PER en cycle ingénieur a été réalisée. En effet, comme nous l'avons entraperçu dans la revue de littérature 1.4.7 correspondante, il existe de multiples façons de proposer des PER. Certains par exemple se déroulent sur plusieurs mois, comme dans (Parra & Otero, 2018) qui totalise 36 séances de 2h, intégrant aussi des séances de cours. Dans notre cas, il n'y a pas eu de séance de cours pendant le déroulement du PER. Parfois le chercheur en didactique est également l'enseignant qui encadre les étudiants durant le parcours. Ici, ça a été notre cas, mais nous étions accompagné d'un collègue spécialiste de la chimométrie. C'est ce collègue qui avait dispensé aux étudiants le cours correspondant quelques semaines avant le PER.

Rappelons également que, dans le cadre de nos travaux de thèse, la mise en place de ce PER codisciplinaire en cycle ingénieur représente une proposition didactique dont l'objectif est d'apporter des réponses à plusieurs problèmes soulevés dans les enquêtes précédentes (chapitres 2 et 3) : manque d'adéquation de la formation initiale en mathématiques en cycle ingénieur et des besoins sur le lieu de travail, aspect trop théorique de la formation de mathématiques, manque de concret et de liens avec les autres matières et le monde professionnel, besoin de développement d'une certaine autonomie pour la nécessaire autoformation, apprentissage peu actif et problèmes de mémorisation sur le long terme de la part des étudiants, qualité de l'enseignement, hétérogénéité des niveaux de mathématiques des étudiants, notamment à cause du mélange d'étudiants issus des divers cycles préparatoires, volumes horaires trop restreints.

Dans un premier point nous allons nous intéresser aux praxéologies qui ont été effectivement développées au cours de ce PER par les étudiants, puis nous verrons dans quelle mesure, ce PER a pu apporter des réponses à la liste de problèmes rappelés brièvement ci-dessus. Enfin,

nous verrons quelles sont les possibilités de mise en place d'un tel PER en tant qu'enseignement alternatif pour des non-spécialistes.

### *Les praxéologies développées dans le PER*

Pour un étudiant en cycle ingénieur, développer des praxéologies mathématiques qui lui seront utiles sur son lieu de travail est *a priori* une nécessité. Dans les chapitres 2 et 3, nous avons répertorié six types de praxéologies professionnelles rencontrées par les ingénieurs. Elles se répartissent dans deux catégories : les praxéologies mathématiques « propres » (praxéologies de base, praxéologies statistiques et praxéologies spécifiques) et les praxéologies mathématiques « transversales » (praxéologies de modélisation, praxéologies de communication et praxéologies de raisonnement logique et rigoureux).

Pour réussir à détourner l'enseignement des mathématiques de la dérive de « monumentalisation des œuvres », la question de l'activité mathématique dans un PER se pose et peut appeler la question suivante : Qu'est-ce que réellement « faire des mathématiques » ? À cette question, Chevallard (2004, p. 6) répond d'abord qu'il ne faudrait surtout pas penser les choses de la manière suivante :

*« Peu importe alors, à la limite, la réponse R apportée à la question Q, pourrait-on dire ; il suffira que son élaboration soit l'occasion de rencontrer des savoirs reconnus et d'amorcer des apprentissages orthodoxes ! On aperçoit ici une forme seconde, mais non moins agissante, de dépérissement – celui d'une École où le désir de connaissance s'émousse au profit du 'faire semblant', où la recherche de la vérité importe plus comme attitude culturelle que par la vérité qu'elle permet d'établir et de diffuser, où les savoirs sont des biens culturels distinctifs sans fonction épistémologique autre qu'occasionnelle. »*

Il faut, à l'inverse selon lui, donner une fonction aux savoirs et non pas seulement les « visiter » ou les « vénérer ». Pour définir un « *nouveau cours* » les savoirs sont alors à considérer « *comme des machines à produire des connaissances utiles à la création de réponses R à des questions Q* » (Chevallard, 2004, p. 6).

*A posteriori*, il s'agit donc pour notre analyse de répertorier les praxéologies réellement mises en place par les étudiants dans ce PER, et non pas seulement d'observer les savoirs inertes qu'ils auraient simplement exposés. Cette analyse, nous l'avons faite à propos des savoirs sur les tests statistiques, mais nous pouvons également élargir notre angle de vue grâce au suivi global du PER que nous avons décrit dans ce chapitre.

Parmi les trois types de praxéologies mathématiques professionnelles « propres », nous avons observé dans nos enquêtes précédentes que les praxéologies de base devraient en principe être couvertes par les enseignements antérieurs au cycle ingénieur, à savoir l'enseignement secondaire et surtout le cycle préparatoire. Comme nous l'avons vu au chapitre 3, si des lacunes sont rencontrées en particulier pour ces praxéologies de base, le cycle ingénieur peut apporter des aides (soit sous forme de cours de soutien, soit sous forme de rappels en début d'un cours). Nous avons remarqué qu'une partie des statistiques descriptives fait partie également des bases (enseignées seulement dans le secondaire, pas en cycle préparatoire). Dans ce PER, nous avons constaté que ces praxéologies étaient considérées par les encadrants comme maîtrisées par les étudiants, en particulier les bases de statistiques. Ceci vraisemblablement en raison de la mise en place de ce PER dans la continuité de cours de statistiques préexistants. Les étudiants ont aussi exprimé le fait que ce PER était le bienvenu après le cours dans lequel les bases avaient été posées et rappelées.

La deuxième catégorie de praxéologies « propres » que nous cherchons à observer est celle de praxéologies statistiques. Faisant partie des processus de contrôles qualités spécifiques aux laboratoires, ces praxéologies sont également ici à considérer comme « spécifiques ». Elles sont rencontrées en amont du PER dans deux cours à destination des étudiants participants au PER : celui de chimiométrie de Romuald, et indirectement dans celui de Daniel dont nous avons analysé une partie en 3.3.2.

À l'évidence dans ce PER, ces deux classes de praxéologies ont été la source d'une activité mathématique intense de la part des étudiants (lors de l'implémentation des tests d'hypothèse, par exemple), comme nous l'avons analysé dans la partie 5.5. L'approfondissement des praxéologies spécifiques et professionnelles fait aussi partie des avis positifs les plus cités par les étudiants et également montré comme un défi largement relevé selon l'enseignant Romuald.

Pour les praxéologies transversales, nous avons vu que celles de modélisation mathématique ne sont en général enseignées en tant que telles dans aucune institution de formation initiale des ingénieurs.

À l'occasion de ce PER, nous avons pu constater que ces praxéologies ont bien été abordées. En effet, elles ont été développées par les étudiants lors de l'utilisation des logiciels pour simuler des données représentant leurs trois cas concrets correspondants à trois types différents de médicaments (cf. 5.3). Signalons que cette simulation a été leur seule voie de modélisation alors qu'ils auraient pu utiliser des jeux de données réelles qui peuvent se trouver par exemple sur internet.

Comme nous l'avons vu dans sa description en 5.4, la dialectique des boîtes noires et des boîtes claires, possède une orientation « outils » qui semble pouvoir s'associer à ces praxéologies de modélisation. Nous avons remarqué sa présence à toutes les séances du PER excepté la première et la dernière.

Rappelons que la première année du cycle ingénieur représente un tronc commun permettant aux futurs ingénieurs de se spécialiser en choisissant une « majeure » en 4<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> année du cycle ingénieur. À propos de la modélisation, Romuald nous fait part de l'intérêt de décaler cet enseignement vers ces deux dernières années, de manière à coller au plus près aux besoins professionnels (par l'utilisation de logiciels adaptés et de bases de données réalistes).

Grâce aux résultats précédents de cette partie 5.6 et à l'observation des dialectiques idoines, en particulier celles de l'individuel et du collectif et de la diffusion et de la réception, nous pouvons également déduire que les praxéologies mathématiques transversales de communication sont bien à l'œuvre dans ce PER de par la transmission des résultats intermédiaires entre sous-groupes et l'écoute et la compréhension que cela nécessite. Cela fait partie des avis positifs parmi les plus cités, même si certains étudiants relèvent des difficultés liées à l'hétérogénéité des étudiants (y compris des problèmes de langue dus à la présence d'étudiants étrangers qui ont travaillé ensemble) rendant difficile la communication.

Enfin, les praxéologies de raisonnement logique et rigoureux font partie des praxéologies transversales considérées comme couvertes essentiellement par le cycle préparatoire. Nous avons vu dans les entretiens au chapitre 3 que les enseignants de mathématiques en cycle ingénieur soulignent l'importance de continuer d'exercer ces praxéologies en cycle ingénieur (en indiquant travailler sur les démonstrations ou bien en indiquant bien les démarches de raisonnement dans les résolutions de problèmes, par exemple).

Dans le PER, l'avis des étudiants (5.6.1) comme de l'encadrant (5.6.2), montrent que ces praxéologies sont parfois délicates à gérer seuls (notamment partir de  $Q_0$  pour avancer ensuite dans le parcours), et que c'est un des défis du PER. Tous les participants et les encadrants s'accordent pour dire qu'elles sont réellement à l'œuvre à travers la démarche d'investigation, de résolution de problème pour répondre à la question posée *via* les sous-questions.

La présence de plusieurs dialectiques comme celles de la recherche ou de l'étude, des médias ou milieux, de l'analyse-synthèse praxéologique ou analyse-synthèse didactique, du sujet ou hors-sujet, prouve également la dimension analytique du travail des étudiants pendant ce PER.

### ***Les réponses apportées par le PER aux problèmes soulevés dans les enquêtes précédentes***

Nous venons de voir que, hormis les praxéologies de base, les six classes de praxéologies mathématiques professionnelles utiles aux ingénieurs ont été mises en œuvre dans le PER avec

succès, même si certaines sont encore au stade de l'initiation (comme la modélisation). Ceci prouve que ce type d'enseignement répond en partie à des attentes provenant du lieu de travail. Mais si les praxéologies en question doivent répondre aux besoins mathématiques des ingénieurs, nous avons pu constater dans nos enquêtes aux chapitres 2 et 3 que la formation usuellement pratiquée montrait certains défauts, que ce soit aux yeux des ingénieurs ou aux yeux des enseignants. Nous passons en revue ces points pour voir dans quelle mesure le PER que nous avons expérimenté a pu combler certaines de ces attentes.

Du point de vue des ingénieurs (chapitre 2), nous n'avons pas relevé de réels griefs à l'encontre du type de cours majoritaires en cycle ingénieur : les cours magistraux et les TD. En revanche, le manque d'aspects concrets développés dans ces cours, ainsi que le manque de liens avec le milieu professionnel et les autres disciplines ont été clairement les points qui ont fait que le cycle ingénieur semble mal adapté et peu satisfaisant aux yeux des ingénieurs.

Ces points ont tous été des atouts indéniables relevés dans les constats faits à propos de ce PER par les étudiants. Pour l'enseignant, même s'il avait conscience de ces manques, il n'avait pas réussi à les dépasser dans ses précédentes expériences de ce cours (qu'il considère pourtant comme un cours « appliqué ») ou même de projets. De plus, il fait le constat que les technologies ou théories mathématiques développées par les étudiants surpassent celles présentes dans son propre enseignement.

De ces aspects découlent également, d'après les déclarations des étudiants, l'amélioration sans conteste de la motivation, par le développement d'une approche plus intuitive des mathématiques.

Dans 3.4, nous avons vu que les volumes horaires représentaient une contrainte forte, surtout du point de vue des enseignants. À ce sujet, il semble que le PER laisse entrevoir un fort potentiel en terme d'efficacité d'apprentissage avec un grand nombre de praxéologies développées sur un temps réduit, grâce à une organisation et une préparation minutieuse, et en particulier grâce à une question initiale ayant un fort pouvoir générateur.

Tout en respectant ce cadre bien délimité fixé par le modèle praxéologique de référence choisi, l'autonomie est selon les étudiants et selon l'enseignant un des bénéfices apportés par ce PER. Elle est pour nous notamment relevée grâce aux dialectiques qui nous ont permis de classer les gestes d'études observés, comme l'individuel et le collectif, la recherche et l'étude, les médias et milieux. En effet, d'après l'étude en CPI faite au chapitre 4, il semble que l'autonomie dans l'activité mathématique corresponde, non pas à un travail solitaire, mais à un travail mettant en action les différents types de ressources nécessaires (humaines, logicielles, documentaires, etc.).

### *Intégration du PER dans la formation mathématique en cycle ingénieur*

Pour ce dernier point nous voudrions tenter de donner des pistes pour pouvoir généraliser l'intégration d'un enseignement par PER dans un enseignement plus classique. Comme nous l'avons dit en introduction, l'objectif est de proposer un « nouveau cours » qui permettrait de se détacher de la dérive « monumentaliste » pour une pratique plus « fonctionnelle » des savoirs (Chevallard, 2004). Ces propositions pourraient alors servir plus généralement de modèle à un enseignement des mathématiques alternatif pour des non-spécialistes.

Comme nous l'avons vu, le PER que nous avons présenté ici a été proposé à la suite d'un cours plus « classique » fait par le même enseignant. On retrouve à ce titre chez les étudiants une démarche parfois guidée par ce cours. Mais, à l'instar des travaux de Barquero, Monreal, Ruiz-Munzón et Serrano (2018), on observe que l'interaction entre le PER et le cours préexistant ne s'est pas faite de manière unilatérale. En effet l'enseignant Romuald nous explique que ce PER a permis aux étudiants de développer des praxéologies nouvelles qu'il n'avait pas cherché à mettre en œuvre dans son cours, ce qui signifie que le PER a apporté au cours tout comme le

cours a apporté au PER ; ceci permettant effectivement d'enrichir globalement le « milieu » des étudiants (Barquero et al., 2018).

Pour développer ces interactions, Romuald donne des pistes de propositions que nous repreneons et complétons ici. Tout d'abord, le postulat est que les praxéologies mathématiques de base doivent être enseignées aux étudiants avant la mise en place du PER (ceci revient aussi dans les avis des étudiants sur le PER).

Puis, la mise en place d'un nouveau contrat didactique grâce à la formalisation de la question génératrice bien calibrée doit permettre de développer les praxéologies à la fois propres (y compris un approfondissement des bases) et transversales (avec un aspect modélisation à adapter au niveau de spécificité rendu possible à mesure de la spécialisation des étudiants). Le suivi actif des groupes et la liberté (contrôlée par le MPR) de recherche doit permettre de mener les étudiants vers un développement de leur autonomie dans la recherche ; autonomie nécessaire sur le lieu de travail pour revoir ou découvrir de nouveaux concepts mathématiques (cf. chapitre 2).

Un retour à un cours plus formalisé puis une évaluation sous forme d'un examen (plutôt qu'une évaluation du projet, jugée souvent plus hasardeuse) doit permettre de mesurer les apprentissages réels des étudiants (ce qui n'est pas fait dans notre expérimentation) et d'éviter l'écueil d'un PER qui ne saurait être qu'une simple visite culturelle des œuvres mathématiques.

Pour finir, même si le PER a été source de satisfaction pour 100% des étudiants, pour plusieurs raisons évoquées dans l'analyse précédente, notons qu'il ne permet pas selon les étudiants ayant participé à l'expérience, de remplacer un cours traditionnel, notamment à cause de la position du professeur qui est alors plus consultative.

Généraliser ce type d'enseignement en cycle ingénieur, avec les conditions posées dans notre analyse (notamment celle de bien enseigner les bases nécessaires avant) sera souhaitable pour 11 étudiants sur les 14. À l'inverse cette généralisation n'est pas souhaitable selon eux ni à toute la scolarité, ni en cycle préparatoire. Ce fait souligne bien, selon nous, le rôle de transition vers l'institution professionnelle que devrait remplir la formation de mathématiques en cycle ingénieur en France et auquel le PER apporte beaucoup d'appuis. Cette formation doit être en phase avec les spécificités qui caractérisent le métier d'ingénieur (en particulier une maîtrise praxéologique attendue tant au niveau du bloc praxique que du bloc du logos) mais doit pouvoir également partager des points communs avec d'autres formations pour des non-spécialistes (dans lesquelles la prise en compte de certaines composantes praxéologiques est peut-être moins nécessaire).

Dans cette partie, nous avons présenté le bilan de ce PER du point de vue des étudiants et de l'enseignant encadrant, puis nous avons synthétisé les résultats principaux que nous avons pu tirer de cette expérimentation. Nous sommes à présent en mesure d'apporter des éléments de réponses à la question de recherche QR4 sur les propositions didactiques possibles en cycle ingénieur. C'est ce que nous allons faire dans la conclusion de cette thèse.



# Chapitre 6 - Conclusion et perspectives

L'étude que nous avons menée dans cette thèse a permis de réaliser un certain nombre de constats sur la réalité de la formation mathématiques des ingénieurs en France ainsi que sur l'utilisation des mathématiques par les ingénieurs sur leur lieu de travail. L'originalité de notre recherche réside dans le fait de ne pas s'être restreint à une spécialité d'ingénieur ou à l'utilisation d'un contenu mathématique particulier. Cela nous a sans doute conduit à des résultats qui pourraient être approfondis en ce sens (voir 6.4), mais nous pouvons également dire que cela nous a permis l'observation de praxéologies mathématiques (c'est-à-dire des praxéologies dans lesquelles les mathématiques interviennent dans au moins l'une des quatre composantes) avec un point de vue assez large que nous n'aurions peut-être pas obtenus autrement.

En outre, nous avons proposé et analysé un enseignement codisciplinaire sous forme d'un PER en première année du cycle ingénieur. Ce type d'enseignement est centre de beaucoup d'attention dans la recherche en didactique des mathématiques. Il nous est apparu comme une opportunité d'avancer des solutions pour répondre à certains problèmes reconnus dans cette institution par les enseignants qui y dispensent des cours, mais surtout par les ingénieurs qui ont suivi cette formation.

Nous avons présenté en détail puis synthétisé, dans chacun des chapitres de ce mémoire, les résultats de notre exploration puis de notre expérimentation.

Dans cette partie de conclusion, nous articulons en 6.1, 6.2 et 6.3 les résultats principaux de ces enquêtes et expériences afin d'apporter des éléments de réponses à nos questions de recherche. Dans la dernière partie 6.4, nous proposons quelques perspectives pour l'avenir de notre travaux, qui pourraient répondre à certaines limites de ceux-ci.

## 6.1 Quelles sont les praxéologies mathématiques rencontrées par les ingénieurs français sur leur lieu de travail ?

Pour cette première question de recherche que nous nous sommes posée, nous avons enquêté en premier lieu auprès d'ingénieurs ayant suivi leur formation en France. Les praxéologies mathématiques professionnelles répertoriées se classifient selon nous en deux catégories.

La première catégorie rencontrée est celle des praxéologies que nous avons qualifiées de « propres » et qui sont liées à des contenus mathématiques utiles aux ingénieurs. Elles se distinguent en trois sous-classes et ont été largement identifiées comme indispensables, aussi bien par les ingénieurs que par les enseignants.

Les « praxéologies de base » correspondent à des contenus d'analyse, d'algèbre et de statistiques servant de « socle commun » aux ingénieurs. Les types de tâches associés sont souvent liés à une activité mathématiques « latente » correspondant à des capacités de nature calculatoire (intégrales, géométrie, matrices, résumés statistiques, etc.). Dans ces praxéologies de base, les calculs mis en œuvre ne sont pas nécessairement très difficiles et se restreignent souvent à des ordres petits (développement limités, équations différentielles linéaires simples, matrices  $2 \times 2$  ou  $3 \times 3$ , etc.).

Les « praxéologies statistiques » correspondent quant à elles à une utilisation plus avancée d'outils d'analyse et de traitement de données (par exemple, régressions, tests d'hypothèses, plans d'expériences, etc.). Elles peuvent être l'objet d'une utilisation de logiciels, mais ceux-ci sont souvent rudimentaires et répandus (tableur, la plupart du temps).

Les « praxéologies spécifiques » sont liées à des contenus directement utiles pour les différentes spécialités de diplômes et de métiers. Citons par exemple la cryptographie pour la protec-



tion des systèmes informatiques, la théorie des distributions pour le traitement d'image, le *data mining* pour l'analyse de grandes quantités de données, etc.

La deuxième catégorie de praxéologies mathématiques rencontrées sur le lieu de travail des ingénieurs est celles que nous avons appelées des « praxéologies transversales » parmi lesquelles nous distinguons également trois sous-classes.

Les « praxéologies de modélisation mathématique » sont indiquées, tant du côté des ingénieurs que des enseignants, comme extrêmement importantes. Pourtant, les types de tâches qui leur sont associés nous ont été difficiles à repérer précisément.

Les « praxéologies de raisonnement et de logique » sont rencontrées pour des types de tâches liés à l'analyse de situations ou de résolution de problème. Elles impliquent l'utilisation de techniques et de technologies mathématiques rigoureuses comme, par exemple la contraposée ou le choix et la vérification d'hypothèses.

Enfin, les « praxéologies de communication et de documentation » sont importantes pour les ingénieurs sur leur lieu de travail à plusieurs titres. Par exemple, pour l'échange entre pairs, les mathématiques jouent le rôle de langage commun (voire de culture commune) chez les ingénieurs. De même, lorsque les ingénieurs doivent retrouver un contenu ou bien se former à l'utilisation d'un nouveau concept mathématique pour répondre à un besoin professionnel spécifique, ils doivent être en mesure de se documenter. Cela passe par l'utilisation de ressources (livres, sites, documentation interne, etc.) mais également par une communication *via* les forums internet ou des échanges plus directs avec leurs collègues.

Notre enquête auprès d'enseignants de cycle ingénieur a conduit à une description semblable de ce que sont selon eux les praxéologies professionnelles. Ceci montre que ces enseignants ont une bonne connaissance des besoins professionnels auxquels leur enseignement doit préparer. Nous pouvons expliquer ce fait par les liens qui existent entre la plupart des écoles d'ingénieur et les entreprises qui sont potentiellement amenées à recruter leurs étudiants.

Notons que les deux familles de praxéologies ne sont pas cloisonnées et peuvent se croiser. Par exemple, citons l'utilisation de la preuve de théorèmes qui nous a été exposée comme utile pour le développement et l'optimisation de logiciels audio. Dans ce cas, il s'agit de praxéologies de raisonnement qui interfèrent avec des praxéologies spécifiques liées aux mathématiques du signal.

Dans cette étude sur l'utilisation des mathématiques par les ingénieurs sur leur lieu de travail, remarquons que moins de la moitié d'entre eux nous ont déclaré en avoir un réel besoin. Nous pouvons nous demander si cela reflète ou non la réalité, ou bien s'ils sont vraiment conscients de l'utilisation d'outils mathématiques.

Enfin, la dernière remarque pour cette question de recherche concerne l'image qu'ont les ingénieurs français des mathématiques : si celle-ci est globalement bonne chez les personnes que nous avons rencontrées, mais il est fréquent de constater qu'ils trouvent que la matière enseignée est trop éloignée de leurs considérations professionnelles au quotidien.

Ce point de vue peut être lié à une image forgée lors de leur formation initiale, que nous abordons dans notre deuxième question.

## **6.2 Dans leur formation initiale, quelles sont les praxéologies mathématiques enseignées aux futurs ingénieurs et celles qu'ils mettent en œuvre, et comment se comparent-elles aux praxéologies professionnelles ?**

Dans notre questionnaire auquel ont répondu près de 300 ingénieurs diplômés français, nous avons constaté que 22% d'entre eux disent ne pas avoir reçu de formation de mathématiques durant leur cycle ingénieur. Pour les 78% restants, nous observons que ces enseigne-

ments semblent surtout avoir lieu en 1<sup>ère</sup> année du cycle ingénieur. Comme la formation initiale des ingénieurs commence en France par deux années de cycle préparatoire, nous avons cherché à obtenir quelques chiffres pour pouvoir comparer les formations. Le résultat sans équivoque montre que les ingénieurs trouvent leur formation en cycle préparatoire trop théorique (voire inutile), mais qu'ils la considèrent pourtant comme mieux adaptée à leurs besoins que leur formation mathématique en cycle ingénieur (trop déconnectée du milieu professionnel).

Pour mieux comprendre ce phénomène, nous avons donc investigué du point de vue d'ingénieurs, d'enseignants en cycle ingénieur, et analysé les pratiques d'étudiants dans un cycle préparatoire pour connaître les praxéologies mises en œuvre dans la formation initiale des ingénieurs en France. D'après ces enquêtes, les praxéologies enseignées font partie de la liste des praxéologies rencontrées sur le lieu de travail. Selon nos analyses, il n'en n'existe pas d'autres, mais en revanche, certaines d'entre elles ne sont pas ou trop peu enseignées en cycle ingénieur.

Nous passons en revue les six classes de praxéologies professionnelles, et indiquons ce que notre étude a pu nous apporter comme précisions concernant leur enseignement.

Pour les praxéologies mathématiques professionnelles « propres », les bases mathématiques semblent essentiellement être enseignées en cycle préparatoire (équations différentielles, nombres complexes, développement limités, etc.). Pour certains contenus (intégrales, calculs géométriques), le niveau de connaissances du lycée peut même parfois être suffisant sur le lieu de travail des ingénieurs. Cependant, les enseignants déplorent que l'apprentissage de ces bases ne soit pas toujours suffisamment stabilisé et déclarent que des lacunes peuvent sembler-t-il aussi provenir de l'enseignement secondaire (factorisations, développements, parenthèses, priorité de calculs, etc.). Des cours de remédiation sont éventuellement mis en place dans certaines écoles, mais nous constatons sur un exemple de cours sur les intégrales que ces enseignements peuvent être d'un abord plus théorique que dans certains cours plus spécialisés. De plus, comme nous avons pu le constater sur un exemple d'enseignement de statistiques, lorsque les bases sont rappelées en début de cours, elles sont indifférenciées et se mélangent avec les nouvelles connaissances, pour former un bloc de savoirs considérés par l'enseignant comme utiles pour la suite. Dans le support de cours que nous avons pu analyser, la transition entre prérequis de bases et connaissances nouvelles est très rapide et difficile à discerner.

Deuxièmement, les praxéologies statistiques correspondent, d'après notre étude, à des contenus enseignés uniquement en cycle ingénieur, souvent dans le tronc commun d'enseignement. Les statistiques « de base » sont elles seulement enseignées dans le secondaire (essentiellement statistiques descriptives, intervalles de confiance etc.). Les types de tâches correspondant à ces praxéologies enseignées en cycle ingénieur sont souvent liés à des contenus de statistiques inférentielles (tels que les estimateurs, intervalles de confiance, notions de risque et notions d'erreur, tests d'hypothèses, etc.) mais aussi à de l'analyse de données. Signalons que sans être considérées comme spécifiques, ces praxéologies semblent parfois mises en œuvre dans un contexte lié au futur métier.

Nous remarquons donc que le cycle préparatoire n'entre pas en jeu pour l'enseignement de ces praxéologies statistiques.

Pour la troisième et dernière catégorie de praxéologies mathématiques « propres », les praxéologies spécifiques étant liées aux spécialités des diplômes, elles sont enseignées le cas échéant en cycle ingénieur. Nous avons pu relever assez peu de détails sur ces praxéologies, mais nous avons pu remarquer qu'elles peuvent parfois être mises en place grâce à des collaborations étroites entre les écoles d'ingénieurs et le monde industriel. Par exemple, dans le cadre de statistiques (pour des statisticiens), les données utilisées peuvent être fournies directement par les entreprises. De même, dans un cours d'optimisation, les projets sont encadrés (ou évalués lors de jurys) par des équipes de professionnels.

Parmi les trois praxéologies mathématiques professionnelles transversales, deux classes semblent, d'après nos études, en partie prises en compte et enseignées dans la formation initiale

des ingénieurs, mais seulement en cycle préparatoire. Il s'agit des praxéologies de raisonnement et de logique, ainsi que celles de communication et documentation. Pour les étudiants qui arrivent en cycle préparatoire, il s'agit d'une nouveauté importante car au lycée, peu d'accent semble mis sur ces aspects.

Les ingénieurs ont bien mis en avant le rôle joué par le cycle préparatoire pour enseigner les praxéologies de raisonnement et de logique. En ce sens, la place de la démonstration (qui continue cependant à être considérée par les enseignants de cycle ingénieur comme importante, mais qui est finalement rarement mise en pratique) est centrale dans l'enseignement de mathématiques, notamment en CPGE et en CPI. Cependant, la résolution de problèmes ne semble pas mise en avant dans ces formations, l'accent étant plutôt mis sur la résolution plus systématique d'exercices « classiques ».

Nous avons également pu observer dans un cycle préparatoire que le fait de devoir rechercher de l'aide en utilisant diverses ressources de plusieurs types (camarades, logiciels, enseignants, internet, livres, etc.) déclenche la mise en place d'une activité mathématique à la fois plus autonome et nécessitant un effort de communication. Et bien que ceci représente un nouveau défi pour les étudiants après le baccalauréat, nous avons pu remarquer à ce niveau, que leur travail personnel est encore souvent solitaire et exclusivement basé sur le travail du cours et la préparation des exercices demandés.

Enfin, comme nous l'avons vu, il existe une dernière classe de praxéologies professionnelles transversales pour les ingénieurs et qui est également centrale du point de vue des enseignants : les praxéologies de modélisation. Cependant, bien que déclarées comme fondamentales ces praxéologies semblent peu ou pas développées ni en cycle préparatoire, ni en cycle ingénieur. Nous y reviendrons dans les perspectives en 6.4.

Pour finir sur le volet enseignement, nous avons relevé dans nos enquêtes des problématiques en dehors des praxéologies listées précédemment et liées à des contraintes de plusieurs natures.

Les étudiants en cycle ingénieur ont des profils différents selon le cycle préparatoire qu'ils ont suivi auparavant. Ceci entraîne des problèmes d'hétérogénéité des niveaux (avec parfois des prérequis qui n'ont pas été appris), ainsi que des problèmes de communication entre les différents « types d'étudiants ». Ceci est soulevé à la fois par les enseignants et par les ingénieurs. Chacun de ces profils « type » présente cependant des atouts : les CPGE étant bien entraînés pour des situations répétitives, les étudiants provenant d'IUT ou de STS apportant leur motivation et leur vision plus pragmatique des problèmes posés.

Du côté des enseignants, on déplore des volumes horaires d'enseignement de mathématiques trop réduits, ce qui laisse peu de temps pour prendre en compte les difficultés (grandissantes) des étudiants et qui entraîne chez eux parfois une accumulation de lacunes. De plus, la taille de certaines promotions de cycle ingénieur peu poser le même genre de problèmes.

Un problème récurrent vient aussi du fait que les étudiants ont tendance à travailler avec des objectifs à court terme (ce qui est dû parfois au découpage des enseignements en modules de quelques heures, suivis d'une évaluation), ce qui entraîne une mémorisation difficile sur le long terme. Ceci devrait encourager le développement de praxéologies transversales de communication et documentation dans les différentes institutions de formation.

Pour conclure sur cette question de recherche, revenons sur le paradoxe suivant : la formation mathématique en cycle préparatoire semble plus satisfaisante que le cycle ingénieur pour les étudiants. Les raisons sont diverses : les enseignants sont plus impliqués, les mathématiques enseignées leur semblent de meilleure qualité. Pourtant c'est justement l'aspect théorique des mathématiques que les ingénieurs déplorent globalement le plus, allant jusqu'à considérer certains enseignements comme inutiles. Mais lorsqu'on leur demande ce qu'ils proposeraient s'ils devaient enseigner dans leur spécialité, ils reviennent vers un besoin de théorie. On retrouve la dialectique entre pratique et théorique, historique dans la formation des ingénieurs.

### 6.3 Quel type d'enseignement pourrait favoriser l'adéquation entre les praxéologies mathématiques du cycle ingénieur et les praxéologies mathématiques professionnelles des ingénieurs ?

D'après nos enquêtes, l'avis des ingénieurs montre que la formation initiale est globalement adaptée à leurs besoins en mathématiques. Les types de cours « classiques » (cours magistraux et travaux dirigés) majoritairement rencontrés dans cette formation ne semblent pas être remis en cause majoritairement par les ingénieurs (ni par les étudiants du cycle préparatoire de notre étude, d'ailleurs).

Dans les éléments de réponse que nous avons apportés aux questions de recherche précédentes, nous avons pu en effet confirmer la bonne prise en compte des praxéologies professionnelles par les institutions de formation des ingénieurs.

Pourtant, en y regardant de plus près, on s'aperçoit que la formation mathématiques en cycle ingénieur est beaucoup moins bien adaptée aux besoins que celle des cycles préparatoires. Elle également pointée du doigt par les ingénieurs eux-mêmes pour la qualité de ses enseignements notamment par son manque de liens avec les autres disciplines et avec le monde professionnel (entraînant chez eux une baisse de motivation). Les enseignants aussi nous ont fait part d'un certain nombre d'aspects qui leur posent des problèmes (voir 6.1 et 6.2).

Les praxéologies manquantes selon notre étude sont celles de la modélisation qui ne sont pas réellement enseignées ni en cycle préparatoire, ni en cycle ingénieur. De plus, deux autres praxéologies transversales enseignées qui sont nouvelles en cycle préparatoire (raisonnement et logique d'un côté, communication et documentation de l'autre), ne semblent pas ou peu être prise en charge par la formation en cycle ingénieur.

Pour proposer un enseignement qui permette de répondre aux observations que nous venons de faire, nous avons choisi les statistiques pour plusieurs raisons. En effet, nous avons vu que les statistiques sont présentes dans toutes les praxéologies professionnelles propres des ingénieurs (et c'est le seul type de praxéologies que l'on retrouve dans les trois classes). À ce titre, nous pouvons donc affirmer qu'il s'agit d'un besoin central.

En observant des supports de cours, nous avons pu constater que, même si les statistiques sont parfois liées à des contenus spécifiques, elles sont souvent présentées de manière théorique et parfois dissociée du contexte professionnel.

C'est pourquoi nous avons mis en place et analysé un PER codisciplinaire en chimie et statistiques qui avait pour objectif de répondre à un maximum de points soulevés comme problématiques dans les enquêtes précédentes.

Tout d'abord, le premier résultat est que ce PER nous a permis d'observer un grand nombre des praxéologies mathématiques professionnelles relevées dans notre étude.

En effet, les praxéologies statistiques et spécifiques ont clairement été rencontrées lors de l'utilisation des tests statistiques dans le cadre du contrôle qualité en laboratoire. Les praxéologies de base (en statistiques) n'ont pas réellement été l'objet du travail des étudiants car celles-ci avaient été vues avant dans un cours préliminaire.

Grâce à l'étude des dialectiques, nous pouvons affirmer que des praxéologies de raisonnement et de logique et d'analyse rigoureuse de problème ont été mises en place. En outre, la présentation finale du travail des étudiants sous forme de page internet contenant des liens hypertexte internes, les a obligé à se poser la question de la place des hypothèses dans la réponse à la question génératrice posée. De plus, les situations mathématiques ont été soutenues par des technologies (au sens praxéologique) rigoureuses.

Toujours grâce à l'étude des dialectiques, les praxéologies de communication et documentation ont bien été décelées et nous avons pu montrer les évolutions dans le déroulement global du parcours. Notre étude de satisfaction auprès des étudiants nous a en outre permis de confirmer ce que certaines dialectiques nous avaient permis de révéler : que le PER a favorisé le tra-

vail collectif et il a engagé les étudiants vers la recherche de ressources. Enfin, l'écoute nécessaire des groupes entre eux pour la communication de leurs résultats intermédiaires, a offert aux mathématiques leur rôle de langage commun que l'on retrouve dans l'entreprise selon les ingénieurs rencontrés dans les enquêtes précédentes.

La dernière famille de praxéologies qui reste à développer dans la formation mathématique en cycle ingénieur semble être celle des praxéologies de modélisation. Au vu des réponses faites par les étudiants et par le coencadrant à l'issue de l'expérience, nous pouvons affirmer que le PER a effectivement permis de développer ces praxéologies. Nous l'observons notamment dans la simulation que les étudiants ont proposées pour les différents cas de médicaments. Mais nous n'avons pas plus d'éléments pour le développement de cet aspect.

Plus généralement, nous avons constaté grâce à notre expérimentation que le PER a permis de diminuer la perception souvent négative de l'enseignant en cycle ingénieur. En effet, du fait de la grande part d'autonomie dans l'activité mathématique générée par ce type d'enseignement, la présence de l'enseignant (ou des enseignants) lors des réunions régulières est fortement attendue par les étudiants. De même, la codisciplinarité dans le PER semble améliorer le point de vue des étudiants sur la qualité de l'enseignement des mathématiques. En outre, cette codisciplinarité responsabilise les enseignants l'un vis-à-vis de l'autre, et pas seulement vis-à-vis des étudiants, ce qui est un atout également du point de vue des enseignants.

Au vu de l'efficacité de l'activité mathématique lors de ce PER, nous pouvons, de plus, émettre la conjecture que ce type d'enseignement serait une réponse possible au problème de compression des volumes horaires rendant difficile l'enseignement des mathématiques.

Remarquons enfin que l'expérimentation montre que ce PER, bien qu'ayant répondu à beaucoup d'attentes, a aussi mis en évidence des points sur lesquels il serait possible d'apporter des améliorations. Tout d'abord, l'autonomie laissée aux étudiants peut perturber certains d'entre eux et ralentir voire bloquer leurs recherches. De même, l'hétérogénéité des groupes se trouve de nouveau être un problème pour le travail commun. Enfin, il conviendrait semble-t-il que le ou les enseignants soient très précis au départ du PER avec les étudiants sur le nouveau contrat didactique qui se met en place. La question génératrice ne déclencherait pas une activité mathématique optimale si l'objectif n'est pas clair (par exemple ici, sur la forme compte-rendu attendu).

Cette expérimentation montre également, que du côté des enseignants, une implication plus forte que dans un suivi de projet classique est nécessaire (du fait de la possibilité offerte aux étudiants de prendre les directions de leurs choix, obligeant ainsi les enseignants à ce documenter le cas échéant de leur côté, sur des aspects qu'ils ne maîtriseraient pas tout à fait).

Pour terminer, nous pouvons reprendre les éléments de réponses que nous avons apportés à nos questions de recherche, pour mettre en avant quelques recommandations que notre travail de thèse nous conduit à formuler pour l'enseignement aux futurs ingénieurs en France.

Avec les quelques réserves que nous avons émises précédemment, le PER semble une solution qui semble adaptée en grande partie aux besoins des ingénieurs, notamment le développement progressif de l'autonomie et la fin de la « vénération des œuvres » dans l'enseignement des mathématiques. Il pourrait semble-t-il judicieusement aider à équilibrer un enseignement, en devenant partie intégrante d'une progression plus classique.

En ce qui concerne les praxéologies de communication et de documentations il semblerait également qu'elles nécessiteraient une prise en compte plus importante en cycle ingénieur. En effet, elles représentent un réel besoin professionnel qui s'inscrit dans l'évolution du monde actuel, où les ingénieurs, à défaut d'être détenteurs d'un savoir inaltérable, doivent restés connectés aux autres et à l'écoute des évolutions scientifiques. En inscrivant une épreuve orale de mathématiques au baccalauréat, il semble que la formation mathématique du secondaire en France ait déjà pris en partie acte de cette nécessité. Pour le cycle ingénieur cependant, l'hétérogénéité des étudiants provenant des divers cycles préparatoires est apparemment un frein à cette communi-

cation (nous l'avons vu dans le PER, mais pas seulement) : d'un côté des étudiants plus axés sur la théorie, d'autre plus sur la pratique des mathématiques.

Les cours de « remise à niveau » proposés parfois en début de cycle ingénieur ne paraissent pas suffire pour effacer cette hétérogénéité. Une réflexion sur ce point semble importante : faut-il fusionner les programmes (voire les institutions) des cycles préparatoires pour ne prévoir qu'une seule formation d'ingénieur après le bac et éviter cette différenciation ?

Après avoir apporté des éléments de réponse à nos trois questions de recherche, nous présentons dans une ultime partie 6.4 les limites que nous pouvons exprimer sur notre étude, ainsi que des perspectives possibles pour nos futurs travaux.

## 6.4 Limites de notre étude et perspectives

Dans cette partie, nous considérons un certain nombre de limites à notre étude et nous proposons des perspectives pour des travaux ultérieurs (permettant notamment de dépasser ces limites). Tout d'abord nous observons les limites résultant de l'échelle de notre étude et les limites méthodologiques. Puis, nous nous intéressons plus spécifiquement à la portée de notre travail sur le PER. Enfin, nous indiquons des possibilités d'actions didactiques futures.

### 6.4.1 Échelle d'étude et limites méthodologiques

Même si nous avons situé cette étude dans le contexte international, celle-ci a lieu en France et présente à ce titre des spécificités liées au contexte institutionnel français. Un des points les plus marquants est la séparation cycle préparatoire-cycle ingénieur. Il pourrait être intéressant pour déceler les conséquences que cette séparation entraîne, de faire une comparaison internationale avec d'autres pays où l'enseignement est structuré différemment. En effet, la phase « préparatoire » de la formation des ingénieurs en France implique sans doute une obligation d'aborder les enseignements de mathématiques de manière plus générale. Il serait intéressant de voir si il est possible de commencer plus tôt un enseignement spécifiquement destiné aux ingénieurs, et quelles devraient alors en être les caractéristiques.

Toujours à propos du cycle préparatoire, bien que nous ayons vu dans nos enquêtes que peu de différence semblait exister dans le point de vue des ingénieurs selon le type de cycle préparatoire qu'ils avaient suivi, il serait possible de pousser les études sur ce point. En effet, nous avons vu que, d'après les enseignants, les étudiants provenant d'IUT ou de STS avaient des capacités complémentaires de celles des étudiants provenant de CPGE : plus pratiques pour les uns, plus théoriques pour les autres. À l'inverse, les capacités développées dans l'une ou l'autre des formations peuvent aussi causer des soucis en cycle ingénieur : les IUT/STS ayant des lacunes dans les calculs ou dans l'abstraction, alors que les CPGE semblent montrer des limites dans la prise d'initiative ou dans la modélisation. Les étudiants de CPI pourraient représenter un compromis satisfaisant, et donc il serait intéressant d'étudier les pratiques mathématiques de ces différents types d'étudiants et de les comparer..

Comme nous l'avons mentionné au début de cette conclusion, nous avons choisi une approche très générale, notamment indépendante des spécialités d'ingénieur. Plusieurs possibilités d'approfondissement sont envisageables sur ce point : par exemple, en ce qui concerne l'enseignement des statistiques, nous avons travaillé avec des futurs chimistes. Il serait alors possible de comparer avec les praxéologies mathématiques enseignées pour d'autres spécialités d'ingénieurs. Ou bien, pour une même spécialité de diplôme, il serait possible de comparer les praxéologies relevées dans divers cours de mathématiques de différentes écoles, ou même de comparer plusieurs types d'enseignements (projets, TD, etc.). Pour réaliser ces études, des observations de séances seraient alors bienvenues, et pas seulement une étude de ressources de cours (diaporama).

Dans le questionnaire, nous avons vu que la majorité des enseignements de mathématiques se déroulaient en première année du cycle ingénieur. Cependant, il serait intéressant de voir quels sont les enseignements proposés en deuxième et en troisième année pour faire des comparaisons par exemple en terme de praxéologies, notamment spécifiques.

Enfin, dans nos travaux, nous nous basons sur de nombreuses données recueillies lors de questionnaires ou d'entretiens. Même si le nombre de réponses au questionnaire est important, ceci pose malgré tout les limites d'une telle méthodologie : les personnes qui ont accepté de répondre aux questionnaires ou bien de participer aux entretiens sont-ils représentatifs de tous les ingénieurs ou de tous les enseignants ?

Pour le cas des enseignants, notre étude se base sur un petit nombre d'entre eux. Nous avons obtenus des résultats qui permettent de dégager déjà quelques tendances, mais une étude quantitative pourrait permettre d'obtenir des résultats à une plus grande échelle. (avec toujours les limites de la représentativité énoncée précédemment). Cette étude pourrait reprendre les éléments de notre étude réalisée dans notre thèse auprès des enseignants : les praxéologies qu'ils pensent utiles aux ingénieurs, celles qu'ils développent effectivement dans leurs enseignements, les contraintes rencontrées, les liens avec le monde industriel, etc. Ceci pourrait nous permettre de mieux appréhender les différences que nous avons pu commencer à observer par exemple entre les cours d'enseignants experts et non experts de mathématiques. Une telle étude pourrait être également complétée par des observations de séances.

#### 6.4.2 Sur le PER et l'enseignement à des non-spécialistes

D'après notre étude sur le PER, il semble que la réponse à la question « comment enseigner les maths aux futurs ingénieurs ? » n'est pas simplement de faire des liens avec les situations professionnelles dans les cours ou les énoncés des exercices. Une réponse possible serait peut-être à chercher du côté de l'enseignement de la modélisation. L'enseignement de la modélisation est une difficulté spécifique qui est encore peu étudiée en recherche en didactique des mathématiques (Gueudet, Barquero, Romo-Vázquez, & González-Martín, in preparation) et, comme nous l'avons vu en 6.3, les praxéologies de modélisation semblent manquer dans la formation en cycle ingénieur.

Ces praxéologies ne sont pas spécifiques aux ingénieurs et il serait possible, de faire un travail d'exploration et de proposition centré sur ces praxéologies, en comparant ce qui différencie, le cas échéant, l'enseignement et la pratique de la modélisation chez les ingénieurs ou chez d'autres non-spécialistes des mathématiques.

De même, sur l'enseignement par PER nous pouvons nous demander si les résultats seraient identiques dans d'autres formations à vocation professionnelle. La comparaison pourrait se faire en utilisant l'évolution des dialectiques : cette évolution est-elle indépendante de l'institution d'enseignement ? En outre, pour nous, une partie de la réponse se situe dans le modèle praxéologique de référence. Le MPR produit en effet dans le PER une délimitation praxéologique que le concepteur (enseignant le cas échéant) peut régler à sa guise : nous le nommons Niveau Praxéologique de Référence (NPR). Il est propre à un PER pour un système didactique donné et il prend en compte les conditions et les contraintes qui existent au sein de ce système, selon l'échelle des niveaux de codéterminations didactiques. Le fonctionnement des dialectiques dans le PER devrait en conséquence, nous le proposons en hypothèse, s'adapter également à ce NPR qui lui apporterait alors sa chronologie intrinsèque.

Le développement d'une certaine forme d'autonomie en mathématiques semble nécessaire aux élèves ingénieurs du point de vue des enseignants. Le travail personnel qui prend forme en cycle préparatoire est sans doute une première réponse à cet apprentissage, mais nous pourrions chercher à approfondir l'étude des liens entre l'enseignement par PER et ce développement de l'autonomie : est-il généralisé à tous les types de praxéologies mathématiques ? Serait-il également valable en cycle préparatoire ? Pour un même contenu, quelles sont les différences



avec un enseignement à d'autres étudiants non-spécialistes ? Quelle rôle les logiciels peuvent-ils jouer sur ces aspects ?

Dans notre étude sur le PER (chapitre 5), il a été question furtivement question de l'évaluation de l'apprentissage de statistiques par les étudiants. En effet, nous avons pu juger l'activité mathématique, mais pas les progrès que les étudiants ont réalisés dans l'utilisation des statistiques. C'est une piste qui nous semble à creuser, en incluant les questions suivantes : Comment évaluer un enseignement par PER ? Comment l'intégration d'un PER dans un enseignement classique influe sur les capacités mathématiques des étudiants ? Sur quelles types de tâches les étudiants progressent-ils le plus ? Quelles praxéologies sont mises en place ? Les étudiants sont-ils capables de réinvestir les apprentissages du PER dans d'autres situations concrètes ou plus théoriques ?

Dans la dernière sous-partie suivante, nous nous intéressons à des perspectives théoriques et d'autres actions didactiques que celles déjà évoquées dans les sous-parties précédentes.

### 6.4.3 Perspectives théoriques et possibilités d'actions didactiques

Nous avons constaté au cours des entretiens auprès des ingénieurs comme des enseignants (y compris le collègue qui a encadré le PER), que la problématique générale de nos travaux semblait présenter un fort intérêt chez les participants. Certains ingénieurs ont été jusqu'à proposer de porter cette réflexion au niveau ministériel... De même des enseignants d'autres écoles d'ingénieurs se sont intéressés à notre travail et nous ont demandé d'intervenir pour présenter nos travaux à leurs collègues. Ceci a été l'occasion d'échanges très intéressants, qui ont en retour nourri indirectement nos travaux. Nous pensons donc qu'une diffusion de nos travaux, sous une forme à déterminer, pourrait être mise en place auprès de ce type d'enseignants, pour voir si une formation pour ces enseignants pourrait être envisagée.

La question de l'intervention des anciens élèves dans les formations pourrait également être un moyen de faire travailler encore plus étroitement les institutions de formation et le monde professionnel.

Devant à la fois l'importance de la place que semblent avoir les statistiques dans le métier d'ingénieur et leur absence en cycle préparatoire, il pourrait être envisageable de nous intéresser au bien-fondé d'un tel enseignement en cycle préparatoire. Plusieurs questions se posent alors : Quels liens prévoir avec l'enseignement existant de probabilités ? Quelle forme donner à ce type d'enseignement ? Comment rendre un tel enseignement intéressant et motivant pour les futurs élèves ingénieurs ?

Au vu de ce qui existe actuellement en CPGE, nous pouvons dire que dans les épreuves de TIPE qui existent pour certains concours aux grandes écoles, il semble possible de faire travailler les étudiants sur des problématiques statistiques en lien avec la spécialité de diplôme de leur choix. Ce type d'enseignement pourrait alors prendre la forme de PER. Il faudrait voir comment l'adapter également dans d'autres cycles préparatoires et ainsi prévoir des comparaisons sur l'activité mathématiques des étudiants, leur autonomie et les praxéologies qu'ils mettraient en place.

Enfin, notons que dans l'ensemble de nos travaux, se sont posées des problématiques de transition qui restent à élucider. En effet, nous n'avons pas tranché la question de l'intérêt de l'étude de la transition entre cycle préparatoire (sous chacune de ses formes) et le cycle ingénieur. Sans compter que le cycle ingénieur est la dernière étape avant la transition du milieu de la formation au milieu professionnel. Nous savons, d'après l'étude IESF qui nous a servi de référence dans la thèse que les employeurs sont globalement satisfaits des ingénieurs qu'ils emploient. Mais qu'en est-il du niveau de mathématiques ? Est-ce important pour eux et pour quelles raisons ?

Sur ce thème comme sur d'autres proposés précédemment, nous prévoyons d'intégrer de telles recherches dans la continuité des nombreux travaux existants à l'international (cf. 1.4.7) en réalisant des travaux avec des chercheurs d'autres pays pour obtenir des comparaisons afin d'essayer de mieux comprendre les spécificités et d'améliorer, mutuellement et sur les points qui seraient montrés comme problématiques, les formations des ingénieurs.

# Bibliographie

Albero, B., & Poteaux, N. (2014). *Enjeux et dilemmes de l'autonomie: Une expérience d'autoformation à l'université. Étude de cas* (Vol. 3). Paris: Les éditions de la MSH.

Anderson, J. R. (1985). *Cognitive psychology and its implications* (2nd ed). New York: W.H. Freeman.

Andrà, C., Branchetti, L., & Brunetto, D. (2017). Freshmen engineering students: are they all the same? In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.). *Proceedings of the Tenth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education*. Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

Artigue, M. (2016). Mathematics education research at university level: Achievements and challenges. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.). *Proceedings of the First conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2016* (pp. 11–27). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.

Bakker, A. (2014). Characterising and developing vocational mathematical knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 151–156.

Barquero, B. (2018). The ecological relativity of modelling practices: adaptations of an study and research path to different university settings. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild, & N.M. Hogstad (Eds.). *Proceedings of the Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2018* (pp. 85–94). Kristiansand, Norway: University of Agder and INDRUM.

Barquero, B., Bosch, M., & Gascón, J. (2008). Using research and study courses for teaching mathematical modelling at university level. In D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.). *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2050–2059). Larnaca, Cyprus: University of Cyprus and ERME.

Barquero, B., Bosch, M., & Gascón, J. (2013). The ecological dimension in the teaching of mathematical modelling at university. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 33(3), 307–338.

Barquero, B., Monreal, N., Ruiz-Munzón, N., & Serrano, L. (2018). Linking Transmission with Inquiry at University Level through Study and Research Paths: the Case of Forecasting Facebook User Growth. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 4(1), 8–22.

Barquero, B., Serrano, L., & Ruiz-Munzón, N. (2016). A bridge between inquiry and transmission: The study and research paths at university level. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.). *Proceedings of the First conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2016* (pp. 340–349). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.

Becker, K., & Park, K. (2011). Effects of integrative approaches among science, technology, engineering, and mathematics (STEM) subjects on students' learning: A preliminary meta-analysis. *Journal of STEM Education: Innovations & Research*, 12(5/6), 23–37.

Bergsten, C., Engelbrecht, J., & Kågesten, O. (2017). Conceptual and Procedural Approaches to Mathematics in the Engineering Curriculum-Comparing Views of Junior and Senior Engineering Students in Two Countries. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 13(3).

Bergsten, C., & Jablonka, E. (2013). Mathematics as “meta-technology” and “mind-power”: views of engineering students. In B. Ubuz, C. Haser & M.A. Mariotti (Eds.). *Proceedings of the Eighth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2286–2295). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.

Berry, M. R., Chalmers, C., & Chandra, V. (2012, November). *STEM futures and practice, can we teach STEM in a more meaningful and integrated way?* Presented at the 2nd International STEM in Education Conference, Beijing, China.

Biehler, R., Kortemeyer, J., & Schaper, N. (2015). Conceptualizing and studying students' processes of solving typical problems in introductory engineering courses requiring mathematical competences. In K. Krainer & N. Vondrova (Eds.). *Proceedings of the Ninth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2060–2066). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.

Biza, I. (2013). Teaching statistics to engineering students: The experience of a newly appointed lecturer. In B. Ubuz, C. Haser & M.A. Mariotti (Eds.). *Proceedings of the Eighth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2306–2315). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.

Biza, I., Giraldo, V., Hochmuth, R., Khakbaz, A., & Rasmussen, C. (2016). Research on Teaching and Learning Mathematics at the Tertiary Level: State-of-the-Art and Looking Ahead. In *ICME-13 Topical Surveys. Research on Teaching and Learning Mathematics at the Tertiary Level*. Springer, Cham.

Bosch, M., Fonseca, C., & Gascón, J. (2004). Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 24(2), 205–250.

Bowman, K. (2010). Background paper for the AQF Council on generic skills. *Australian Qualification Framework Council: Canberra, Australia*.

Brousseau, G., & Balacheff, N. (1998). *Théorie des situations didactiques: Didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble: La pensée sauvage.

Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 28(2), 135–182.

Castela, C. (2015). When praxeologies move from an institution to another one: The transpositive effects. *23rd Annual Meeting of the Southern African Association for Research in Mathematics, Science and Technology*, 6–19.

Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. *Actes de l'UE de La Rochelle*, 91–118.

Chevallard, Y. (2004). *Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire*.

Chevallard, Y. (2007a). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de La Teoría Antropológica de Lo Didáctico*, 705–746.

Chevallard, Y. (2007b). Un concept en émergence: la dialectique des médias et des milieux. *Actes Du Séminaire National de Didactique Des Mathématiques*, 344–366.

Chevallard, Y. (2009). *La notion de PER: problèmes et avancées*.

Chevallard, Y. (2012). *Didactique fondamentale. Module 1: Leçons de didactique*. Université Aix-Marseille. En ligne: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/DFM\\_2011-2012\\_Module\\_1\\_LD\\_.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/DFM_2011-2012_Module_1_LD_.pdf).

Chevallard, Y. (2017a). *Éléments de didactique du développement durable. Notes & documents*.

Chevallard, Y. (2017b). La TAD et son devenir : rappels, reprises, avancées. *Actes Du 4e Congrès International Sur La Théorie Anthropologique Du Didactique (TAD)*, 27–65. Retrieved from <https://citad4.sciencesconf.org>

Eneau, J. (2016). Autoformation, autonomisation et émancipation: De quelques problématiques de recherche en formation d'adultes. *Recherches & Éducatives*, (16), 21–38.

Engelbrecht, J., Bergsten, C., & Kågesten, O. (2012). Conceptual and procedural approaches to mathematics in the engineering curriculum: Student conceptions and performance. *Journal of Engineering Education*, 101(1), 138–162.

Engelbrecht, J., Bergsten, C., & Kågesten, O. (2017). Conceptual and procedural approaches to mathematics in the engineering curriculum: views of qualified engineers. *European Journal of Engineering Education*, 42(5), 570–586.

European Society for Engineering Education, & Alpers, B. (2013). *A framework for Mathematics Curricula in Engineering Education*. Brussels, Belgium: European Society for Engineering Education (SEFI).

Faulkner, B., Earl, K., & Herman, G. (2019). Mathematical Maturity for Engineering Students. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 5(1), 97–128.

Feinberg, M. (1996). *La validation des méthodes d'analyse: une approche chimométrique de l'assurance qualité au laboratoire*. Paris: Masson.

Fitzallen, N. (2015). STEM Education: What does mathematics have to offer? In M. Marshman, V. Geiger, & A. Bennison (Eds.). *Proceedings of the 38th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 237–244). Sunshine Coast, Queensland, Australia.

Galán, N. M., Ruiz-Munzón, N., & Barquero, B. (2018). Central dialectics for mathematical modelling in the experience of a study and research path at university level. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild, & N.M. Hogstad (Eds.). *Proceedings of the Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2018* (pp. 155–164). Kristiansand, Norway: University of Agder and INDRUM.

Gjesteland, T., Vos, P., & Wold, M. (2018). Mathematical modelling and activation – a study on a large class, a project-based task and students' flow. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild, & N.M. Hogstad (Eds.). *Proceedings of the Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2018* (pp. 175–184). Kristiansand, Norway: University of Agder and INDRUM.

Göller, R., Biehler, R., Hochmuth, R., & Rück, H.-G. (Eds.). (2017). *Didactics of Mathematics in Higher Education as a Scientific Discipline*. Kassel, Germany.

Gomes, G. H., & González-Martín, A. (2015). Mathematics in Engineering: The professors' vision. In K. Krainer & N. Vondrova (Eds.). *Proceedings of the Ninth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2110–2116). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.

Gómez-Chacón, I. M., Griese, B., Rösken-Winter, B., & González-Guillén, C. (2015). Engineering students in Spain and Germany—varying and uniform learning strategies. In K. Krainer & N. Vondrova (Eds.). *Proceedings of the Ninth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2117–2123). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.

González-Martín, A. (2018). The use of integrals in Mechanics of Materials textbooks for engineering students: the case of the first moment of an area. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild, & N.M. Hogstad (Eds.). *Proceedings of the Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2018* (pp. 115–124). Kristiansand, Norway: University of Agder and INDRUM.

González-Martín, A., & Gomes, G. H. (2016). Teaching Calculus in engineering courses. Different backgrounds, different personal relationships? In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.). *Proceedings of the First conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2016* (pp. 201–210). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.

González-Martín, A. S., & Gomes, G. H. (2017). How are Calculus notions used in engineering? An example with integrals and bending moments. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.). *Proceedings of the Tenth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2073–2080). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

Gradwohl, J., & Eichler, A. (2018). Predictors of performance in engineering mathematics. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild, & N.M. Hogstad (Eds.). *Proceedings of the Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2018* (pp. 125–134). Kristiansand, Norway: University of Agder and INDRUM.

Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary–tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 237–254.

Gueudet, G., Barquero, B., Romo-Vázquez, A., & González-Martín, A. S. (in preparation). Mathematics for engineers – Modelling – Mathematics and other disciplines. In *Routledge ERME Series: New Perspectives on Research in Mathematics Education Research*. [working title *Research and development in university mathematics education*]. Durand-Guerrier, V., Hochmuth, R., Nardi, E., & Winsløw, C.(Eds.).

Gueudet, G., & Pepin, B. (2016). Students' work in mathematics and resources mediation at university. In *E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.). Proceedings of the First conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2016* (pp. 444–453). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.

Gueudet, G., & Quéré, P.-V. (2018). "Making connections" in the mathematics courses for engineers: the example of online resources for trigonometry. In *V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild, & N.M. Hogstad (Eds.). Proceedings of the Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2018* (pp. 135–144). Kristiansand, Norway: University of Agder and INDRUM.

Hahn, C. (2014). Linking academic knowledge and professional experience in using statistics: A design experiment for business school students. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 239–251.

Harris, D., Black, L., Hernandez-Martinez, P., Pepin, B., & Williams, J. (2015). Mathematics and its value for engineering students: what are the implications for teaching? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(3), 321–336.

Håstad, M. (1968). Mathematics and engineers. *Educational Studies in Mathematics*, 1(1–2), 93–97.

Hefty, L. J. (2015). STEM gives meaning to mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 21(7), 422–429.

Herschbach, D. R. (2011). The STEM Initiative: Constraints and Challenges. *Journal of STEM Teacher Education*, 48(1), 96–122.

Hochmuth, R., Biehler, R., & Schreiber, S. (2014). Considering mathematical practices in engineering contexts focusing on signal analysis. In *T. Fukawa-Connelly, G. Karakok, K. Keene & M. Zandieh (Eds.). Proceedings of the 17th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 693–699). Denver, CO: T. Fukawa-Connelly, G. Karakok, K. Keene & M. Zandieh (Eds.).

Hogstad, N. M., Isabwe, G. M. N., & Vos, P. (2016). Engineering students' use of visualizations to communicate about representations and applications in a technological environment. In *E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.). Proceedings of the First conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2016* (pp. 211–220). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.

Hoyles, C., Noss, R., & Pozzi, S. (2001). Proportional Reasoning in Nursing Practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(1), 4–27.

Ingénieur. (2018). Retrieved 18 July 2018, from Wikipédia website: <https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Ing%C3%A9nieur&oldid=150175976>

Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (Poitiers). (2014). *Enseigner les mathématiques en première S: trois parcours sur l'analyse et la géométrie analytique*. Futuroscope-Chasseneuil: IREM de Poitiers.

Jaworski, B. (2013). Mathematical understanding and its relation to design of teaching. In *B. Ubuz, C. Haser & M.A. Mariotti (Eds.). Proceedings of the Eighth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2376–2385). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.

Jaworski, B., & Matthews, J. (2011). Developing teaching of mathematics to first year engineering students. *Teaching Mathematics and Its Applications: International Journal of the IMA*, 30(4), 178–185.

Jaworski, B., Robinson, C. L., Matthews, J., & Croft, T. (2012). An activity theory analysis of teaching goals versus student epistemological positions. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 19(4), 147–152.

Jurdak, M., & Shahin, I. (2001). Problem solving activity in the workplace and the school: The case of constructing solids. *Educational Studies in Mathematics*, 47(3), 297–315.

Kanwal, S. (2018). Engineering students' engagement with resources in an online learning environment. *Proceedings of the Second Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics*. Presented at the Kristiansand, Norway. Kristiansand, Norway.

Kent, P., & Noss, R. (2002). The mathematical components of engineering expertise: The relationship between doing and understanding mathematics. In *IEE Engineering Education 2002: Professional Engineering Scenarios* (Vol. 39, pp. 1–7). London, UK.

Kent, P., & Noss, R. (2003). *Mathematics in the university education of engineers: a report to the Ove Arup Foundation* [Report]. London, UK: Ove Arup Foundation.

Kortemeyer, J., & Biehler, R. (2017). The interface between mathematics and engineering–problem solving processes for an exercise on oscillating circuits using ordinary differential equations. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.). *Proceedings of the Tenth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2053–2160). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

Kürten, R. (2017). Self-Efficacy of Engineering Students in the Introductory Phase of Studies. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.). *Proceedings of the Tenth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2161–2168). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

Lealdino, P., Mercat, C., & El-Demerdash, M. (2016). MetaMath and MathGeAr Projects: Students' Perceptions of Mathematics in Engineering Education. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.). *Proceedings of the First conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2016* (pp. 527–528). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.

Lehmann, M., Roesken-Winter, B., & Schueler, S. (2015). Use of mathematics in engineering contexts: An empirical study on problem solving competencies. In K. Krainer & N. Vondrova (Eds.). *Proceedings of the Ninth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2173–2179). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.

Llanos, V. C., Otero, M. R., & Rojas, E. C. (2015). Polynomial functions resulting from the multiplication of curves in the framework of the Research and Study Paths. *Journal of Research in Mathematics Education*, 4(1), 80–98.

Magajna, Z., & Monaghan, J. (2003). Advanced mathematical thinking in a technological workplace. *Educational Studies in Mathematics*, 52(2), 101–122.

Martin-Deschamps, M., & Le Tallec, P. (2002). *L'explosion des mathématiques*. Paris: Société Mathématique de France (SMF), Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI).

*Mathématiques pour les sciences de l'ingénieur - Tout le cours en fiches*. (2019). Retrieved from <https://www.dunod.com/sciences-techniques/mathematiques-pour-sciences-ingenieur-tout-cours-en-fiches-120-fiches-cours-460>

McQuarrie, D. A. (2008). *Mathematics for physical chemistry: opening doors*. Sausalito, California: University Science Books.

Mercier, A., & Chevillard, Y. (1987). *Sur la formation historique du temps didactique*. Marseille, France: IREM d'Aix-Marseille.

Moore, T. J., & Smith, K. A. (2014). Advancing the State of the Art of STEM Integration. *Journal of STEM Education: Innovations and Research*, 15(1), 5.

Noss, R., Hoyles, C., & Pozzi, S. (2000). Working knowledge: Mathematics in use. In A. Bessot, J. Rigway (Eds.): *Vol. 24. Education for mathematics in the workplace* (pp. 17–35). Dordrecht, Netherlands: Springer.

Noss, R., Hoyles, C., & Pozzi, S. (2002). Abstraction in Expertise: A Study of Nurses' Conceptions of Concentration. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(3), 204–229.

Ostler, E. (2012). 21st century STEM education: A tactical model for long-range success. *International Journal of Applied Science and Technology*, 2(1), 28–33.

Parra, V., & Otero, M. R. (2018). Study and Research path: Indicators of the development of the dialectics. In *Pré-actes du 6e congrès international sur la théorie anthropologique du didactique (TAD)* (pp. 241–253). Retrieved from <https://citad6.sciencesconf.org>

Parra, V., Otero, M. R., & Fanaro, M. de los Á. (2013a). Comment fonctionnent les dialectiques dans l'implémentation d'un parcours d'étude et de recherche autour d'un système économique. In Cirade, G., Artaud, M., Bosch, M., Bourgade, J.-P., Chevillard, Y., Ladage, C. & Sierra, T. A. (Eds.).



*Actes du 4e congrès international sur la théorie anthropologique du didactique (TAD)*. Retrieved from <https://citad4.sciencesconf.org>

Parra, V., Otero, M. R., & Fanaro, M. de los Á. (2013b). Parcours d'étude et de recherche : la dynamique de l'équilibre du marché. In *Cirade, G., Artaud, M., Bosch, M., Bourgade, J.-P., Chevillard, Y., Ladage, C. & Sierra, T. A. (Eds.). Actes du 4e congrès international sur la théorie anthropologique du didactique (TAD)*. Retrieved from <https://citad4.sciencesconf.org>

Perrut, A. (n.d.). *Cours de probabilités et statistiques*.

Picon, A., Belhoste, B., & Dahan-Dalmenico, A. (1994). Un modèle à l'épreuve. L'École Polytechnique de 1794 au Second Empire. In *La Formation polytechnicienne, 1794-1994* (pp. 9–30). Paris: Dunod.

Quéré, P.-V. (2016). Une étude de l'autonomie en mathématiques dans la transition secondaire-supérieur. In *E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.). Proceedings of the First conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM 2016* (pp. 484–493). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.

Rennie, L., Venville, G., & Wallace, J. (2012). Reflecting on curriculum integration: seeking balance and connection through a worldly perspective. In *Integrating science, technology, engineering, and mathematics: Issues, reflections, and ways forward* (pp. 123–142). New York: Routledge.

Rennie, L., Wallace, J., & Venville, G. (2012). Exploring Curriculum Integration: Why Integrate? In *Integrating science, technology, engineering, and mathematics: Issues, reflections, and ways forward* (pp. 1–11). New York: Routledge.

Rensaa, R. J. (2017). Approaches to learning of linear algebra among engineering students. In *T. Dooley & G. Gueudet (Eds.). Proceedings of the Tenth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2241–2249). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

Ridgway, J. (2000). The mathematical needs of engineering apprentices. In *Education for Mathematics in the Workplace* (pp. 189–197). New York: Springer.

Riley, K. F., Hobson, M. P., & Bence, S. J. (2006). *Mathematical methods for physics and engineering: a comprehensive guide*. Cambridge: Cambridge University Press.

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches En Didactiques Des Mathématiques*, 8(2), 139–190.

Romo-Vázquez, A. (2009). *La formation mathématique des futurs ingénieurs*. Paris VII, Paris.

Schmidt, K., & Hussmann, P. M. (2013). Enhancing Basic Skills in Modern Introductory Engineering Mathematics with High IT Integration. In *B. Ubuz, C. Haser & M.A. Mariotti (Eds.). Proceedings of the Eighth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2494–2495). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.

Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2007). Lack of focus in the mathematics curriculum: Symptom or cause. In *Lessons learned: What international assessments tell us about math achievement* (pp. 65–84). Washington, D.C.: Brookings Institution Press.

Shaughnessy, J. M. (2013). Mathematics in a STEM context. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 18(6), 324–327.

Siero, L., Romo-Vázquez, A., & Abundez, A. (2017). Methodology for designing didactical activities as an engineering project of a tactile sensorial therapeutic ramp. In *T. Dooley & G. Gueudet (Eds.). Proceedings of the Tenth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1004–1011). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

Silk, E. M., Higashi, R., Shoop, R., & Schunn, C. D. (2010). Designing technology activities that teach mathematics. *The Technology Teacher*, 69(4), 21–27.

Struillou, P. (2014). Enseigner les mathématiques en école d'ingénieurs. *Gazette Des Mathématiciens*, (139), 62–70.

Wal, N. J. van der, Bakker, A., & Drijvers, P. (2017). Which Techno-mathematical Literacies Are Essential for Future Engineers? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 87–104.

Williams, J., & Wake, G. (2007). Black Boxes in Workplace Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64(3), 317–343.

Winsløw, C., Matheron, Y., & Mercier, A. (2013). Study and research courses as an epistemological model for didactics. *Educational Studies in Mathematics*, 83(2), 267–284.

**Titre :** Les mathématiques dans la formation des ingénieurs et sur leur lieu de travail : étude et propositions (cas de la France)

**Mots clés :** Formation mathématique des ingénieurs, Mathématiques sur le lieu de travail, Mathématiques pour des non-spécialistes, Parcours d'étude et de Recherche, Praxéologies mathématiques, Modélisation

**Résumé :** Dans cette thèse, nous poursuivons deux principaux objectifs : comparer l'utilisation des mathématiques par les ingénieurs sur leur lieu de travail avec la formation de mathématiques qu'ils reçoivent en France, et proposer un enseignement innovant qui pourrait permettre de rapprocher la formation des besoins révélés.

Nous utilisons le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique et nous commençons par définir la notion de « praxéologie mathématique » pour analyser l'activité mathématique des ingénieurs dans les institutions qu'ils sont amenés à fréquenter. Nous classons en deux catégories les six types de praxéologies relevées sur le lieu de travail : praxéologies « propres » (bases, statistiques, spécifiques) et « transversales » (modélisation, raisonnement, communication).

Dans la formation initiale en France, il semble

que les bases et le raisonnement soient prises en charge essentiellement par le cycle préparatoire. En cycle ingénieur, les statistiques et les enseignements spécifiques sont le plus souvent proposés, mais la formation semble manquer d'applications et de connexions avec la réalité du quotidien des ingénieurs.

Face à ces constats, nous proposons la mise en place, en cycle ingénieur, d'un Parcours d'Étude et de Recherche codisciplinaire en statistiques et chimie. Nous observons que la question génératrice permet aux étudiants d'avancer sur un chemin balisé tout en leur permettant de développer des échanges ainsi que leur autonomie. Ce dispositif semble placer les futurs ingénieurs dans des situations où les mathématiques jouent un rôle de premier plan, offrant une bonne approche des praxéologies professionnelles.

**Title :** Mathematics in the training of engineers and in their workplace: study and proposals (case of France)

**Keywords :** Mathematical Training of Engineers, Mathematics in the Workplace, Mathematics for Non-Specialists, Study and Research Path, Mathematical Praxeologies, Modelling

**Abstract :** In this thesis, we pursue two main objectives: compare the use of mathematics by engineers in their workplace with the mathematics training they receive in France, and propose innovative teaching that could bring training closer together to the needs revealed.

We use the framework of the Anthropological Theory of Didactics and we begin by defining the notion of "mathematical praxeology" to analyse the mathematical activity of engineers in the institutions they attend. We classify in two categories the six types of praxeologies identified in the workplace: "proper" praxeologies (basics, statistics, specific) and "transversal" (modelling, reasoning, communication).

In initial training in France, it seems that the bases and the reasoning are mainly taught in

the preparatory cycle. In the engineering cycle, statistics and specific courses are most often offered, but the training seems to lack of applications and connections with the everyday reality of engineers.

Faced with these observations, we propose the establishment, in the engineering cycle, of a Study and Research Path in statistics and chemistry. We observe that the generative question allows students to advance on a signed route while allowing them to develop exchanges along with their autonomy. This device seems to place future engineers in situations where mathematics play a leading role, offering a good approach to professional praxeologies.