



**HAL**  
open science

# L'enseignement des fractions à l'école primaire en Chine : approches pédagogiques, didactiques et ethnomathématiques

Jiayi Hu

► **To cite this version:**

Jiayi Hu. L'enseignement des fractions à l'école primaire en Chine : approches pédagogiques, didactiques et ethnomathématiques. Education. Université de Lyon, 2017. Français. NNT : 2017LYSE2070 . tel-02292909

**HAL Id: tel-02292909**

**<https://theses.hal.science/tel-02292909v1>**

Submitted on 20 Sep 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ  
LUMIÈRE  
LYON 2

N° d'ordre NNT : 2017LYSE2070

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

Opérée au sein de

L'UNIVERSITÉ LUMIÈRE LYON 2

**École Doctorale : ED 485 Éducation Psychologie Information  
Communication**

Discipline : Sciences de l'Éducation

Soutenue publiquement le 19 septembre 2017, par :

Jiayi HU

---

# **L'enseignement des fractions à l'école primaire en Chine.**

*Approches pédagogiques, didactiques et ethnomathématiques.*

---

Devant le jury composé de :

Corinne HAHN, Professeure associée HDR, ESCP EUROPE, Présidente

Vladimir LIRA VERAS XAVIER DE ANDRADE, Professeur d'université, UNIVERSITE FEDERALE

RURAL DO PERNAMBUCO, Rapporteur

Noëlle MONIN, Maître de conférences émérite, Université Claude Bernard Lyon 1, Examinatrice

Florent PASQUIER, Maître de conférences, Université Paris 4, Examineur

Jean-Claude REGNIER, Professeur des universités, Université Lumière Lyon 2, Directeur de thèse

## Contrat de diffusion

Ce document est diffusé sous le contrat *Creative Commons* « [Paternité – pas d'utilisation commerciale – pas de modification](#) » : vous êtes libre de le reproduire, de le distribuer et de le communiquer au public à condition d'en mentionner le nom de l'auteur et de ne pas le modifier, le transformer, l'adapter ni l'utiliser à des fins commerciales.

---

Université de Lyon  
**UNIVERSITE LUMIERE LYON 2**  
**École Doctorale EPIC**  
**ED 485 – Éducation- Psychologie- Information et communication**  
**Unité Mixte de Recherche – UMR 5191 ICAR**  
**Année 2017**

---

**L'enseignement des fractions à l'école primaire en Chine.**  
*Approches pédagogiques, didactiques et ethnomathématiques*

**Thèse de Doctorat en Sciences de l'Éducation**  
dirigée par le Professeur Jean-Claude REGNIER  
présentée et soutenue publiquement le 19 septembre 2017

par Jiayi HU

Devant le jury composé de :

Marcelo Câmara dos Santos, Professeur d'Université, UFPE Recife Brésil  
Corinne Hahn, Professeur Associé, ESCP Europe Paris France  
Vladimir Lira Véras Xavier de Andrade, Professeur d'Université, UFRPE  
Recife Brésil  
Noelle Monin, Maitre de conférences HDR émérite, Université Lyon1, Lyon  
France  
Florent Pasquier, Maitre de conférences, ESPE Paris Sorbonne, France  
Jean-Claude Régnier, Professeur des universités, Université Lyon2, France



---

## Résumé

Dans cette étude de recherche, nous nous intéressons particulièrement au concept mathématique de fraction et à son enseignement-apprentissage dans un contexte de culture chinoise. Le concept de fraction est abstrait et difficile à comprendre par les élèves, en Chine, il est enseigné formellement en Classe Niveau 3 et Classe Niveau 5 à l'école primaire.

L'objectif de notre recherche est, dans un premier lieu, de faire une introduction sur l'origine et le développement du concept de fraction en Chine ancienne et de montrer les représentations concernant la fraction dans les textes historiques.

Dans un deuxième lieu, est d'analyser les représentations et les arrangements des contenus concernant le concept de fraction dans les manuels scolaires chinois selon le *Standard du curriculum de mathématiques pour l'instruction obligatoire 2011*. Pour cela, nous avons analysé deux éditions de manuels scolaires de mathématiques qui sont utilisés par les écoles publiques dans les trois provinces du nord-est de la Chine.

Dans un troisième lieu, nous voulons connaître les conceptions et méthodes pédagogiques des enseignants dans l'enseignement du concept de fraction en salle de classe. Ainsi, nous avons construit les données vidéographiques à travers des observations sur terrain mais aussi analysé les vidéos enregistrés par maison d'édition.

Les analyses des données construites sur les manuels scolaires et les vidéos du cours de fraction nous montrent que, d'une part, la signification de la fraction la plus présente dans les manuels scolaires de Classe Niveau 3 et Classe Niveau 5 à travers les activités analysées est *Partie d'un tout*. D'autre part, la représentation des contenus concernant le concept de fraction dans les manuels scolaires et les arrangements du cours dans l'enseignement de fraction ont une tendance à respecter les suggestions du Standard du curriculum pour l'instruction obligatoire en Chine.

**Mots-clés** : concept de fraction, signification, représentation, manuel scolaire, standard du curriculum, pratique enseignante.

---

## Abstract

In this study, we are particularly interested in both the mathematical concept of fraction and such concept's teaching-learning in Chinese culture terms. The concept of fraction is more than abstract and thus difficult for students to understand. Accordingly, this certain notion is designed for Grade 3 and Grade 5 in primary school.

The first aim of our research is to make an introduction to the origin and development of the concept of fraction in ancient China and to present the various representations of the fraction in historical record.

We also plan to analyze the representations and content arrangements in terms of the concept of fraction in Chinese textbooks, based on the Curriculum standard of mathematics for compulsory education 2011. In this part, we analyzed two editions of mathematical textbooks which are used by public schools in the three northeastern provinces of China.

In addition, we want to know the designs and practices of pedagogy by teachers in teaching the concept of fraction in the classrooms. Thus, we constructed the video-graphic data through field observations and the videos documented by the publishing company.

By reviewing the data gleaned from the textbooks and the videos of the mathematical classes, we find that the the most prevalent concept under the name of fraction in the textbooks of Grade 3 and Grade5 is “part-whole”. Another finding is that the contents of the concept of fraction in the textbooks and the pedagogy of fraction in the mathematical classrooms are in agreement with the Curriculum standard of mathematics for the compulsory education.

**Keywords:** concept of fraction, signification, representation, textbook, curriculum standard, teaching practice.

---

## 摘要

在本研究中，我们尤其关注两个方面，一个是分数概念的研究，一个是在中国课堂上关于分数的教学方式。因为分数的概念对于学生来讲有一定的理解难度，所以分数的教授一般是设定在小学的三年级和五年级。

我们的第一个研究内容是介绍一下中国古代对于分数的认知，包含分数概念的起源和发展；之后汇总了中国历史文献中关于分数的不同记载内容。

同时，我们也依据义务教育课程标准上，分析了中国教科书中关于分数部分的内容和编排。在这一部分，我们主要分析了在中国东北三省常用的两个版本的数学教材。

另外，我们也研究了在课堂上老师围绕分数展开的教学设计和教学流程。本部分研究依据的数据主要来源于亲临课堂的观察数据和出版商自行录制的课堂展示录像。

通过以上的各种数据分析，我们可以得出两个主要结论。第一个结论就是在三年级和五年级有关分数的教材内容里，关于分数中“整体和部分”这个角度的知识内容占据篇幅最多。第二个结论就是，教科书中有关分数的内容编排与课堂上老师实际授课方法这两点，均符合义务教育大纲的规定。

**关键词：**分数概念, 含义, 表现, 教科书, 课程标准, 教学实践.

---

## Remerciements

*A M. Jean-Claude RÉGNIER, mon cher directeur de thèse, je vous remercie sincèrement et profondément pour ces cinq ans d'étude avec vous en France, mais aussi pour votre accompagnement et votre soutien incessant pendant toute période de ma recherche.*

*J'aimerais présenter ma gratitude à Mme. Vladimir LIRA VÉRAS XAVIER DE ANDRADE et M. Marcelo CÂMARA DOS SANTOS d'avoir accepté de rapporter ce travail.*

*Un grand merci à Mmes Corinne HAHN et Noelle MONIN ainsi qu'à M. Florent PASQUIER d'avoir accepté d'être parmi le jury de soutenance de ce travail.*

*A tous les chercheurs et doctorants du laboratoire ICAR, en particulier M. Daniel VALERO, qui nous donne des soutiens techniques et nous aide à l'utilisation du logiciel Transana.*

*A Mme. Zhang Guiqin qui m'a permis de faire une observation de terrain et de m'avoir communiqué ses pensées relatives à l'enseignement.*

*A mes amis, Gu Nahai, Wang Mo, Zhang Chang, Shi Wen, etc., merci pour votre accompagnement pendant mes études à Université Lyon 2.*

*Enfin, un dernier mot que je réserve à mes précieux parents qui m'ont chéri.*

---

## Introduction

Apprendre les mathématiques ne consiste pas seulement à résoudre des problèmes types pour lesquels on dispose déjà d'un schéma de résolution, mais aussi à résoudre des problèmes pour lesquels on ne dispose pas de solution toute faite, à imaginer des stratégies, à construire des procédures, à oser inventer et accepter les faits qui choquent la croyance : par exemple, accepter que l'on puisse « rompre » l'unité et représenter cette action par un nouveau nombre, une fraction de l'unité. (Descaves 2008, p.10).

L'apprentissage et la pratique des mathématiques développent les capacités des élèves dans l'imagination, la rigueur et la précision. En partant de la connaissance des nombres et le calcul, la résolution de problèmes, l'approche de la géométrie et des mesures, à travers des situations proches de la réalité, les élèves acquièrent les bases d'une première culture scientifique.

Suite à la recherche conduite en Master 2 sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire en Chine (Hu, 2014), nous avons acquis une certaine connaissance globale sur la situation de l'enseignement des mathématiques en Chine et les différentes méthodes utilisées par les enseignants en salle de classe, donc, en considérant les réformes selon le nouveau standard du curriculum des mathématiques en Chine, pour continuer et approfondir notre recherche, nous avons décidé de choisir **l'enseignement des fractions à l'école primaire en Chine** comme mon sujet de recherche en doctorat.

Le traitement de certaines notions mathématiques avec des méthodes propres à la Chine, nous permet de les appréhender de différentes façons. Par exemple : en Chine les nombres rationnels sont exprimés de préférence en séparant la partie entière et la partie décimale qui est présentée comme une fraction inférieure à un ( $2\frac{1}{3}$  plutôt que  $\frac{7}{3}$ ), les nombres décimaux sont oralisés en citant un à un les chiffres après la virgule (3.14 : trois point un quatre) et non de la même façon que l'on lirait un nombre entier (3,14 trois virgule quatorze), ce qui peut éviter bien des erreurs aux enfants de l'école primaire. (<http://www.chinois.ac-aix-marseille.fr/spip/spip.php?article61>). Dans l'enseignement primaire, avant la réforme des programmes de 2001, c'est obligatoire pour les élèves d'écrire une fraction impropre en forme fraction mixte comme résultat des quatre opérations (un

---

nombre entier avec une fraction propre), il semble que c'est plus facile pour les élèves de Classe Niveau 5 de comprendre la signification d'une fraction mixte en traitant les questions d'application. Mais après la réforme, en considérant les opérations plus profondes au collège et lycée, la forme fraction impropre est mieux pour les opérations, aujourd'hui, ce n'est pas obligatoire de mettre les résultats des opérations des fractions en forme mixte.

### **Intérêt et objectif de cette recherche**

Selon les recherches de Perry (2000) (cité par Dasen, Gajardo et Ngeng, 2010), dans une approche psychopédagogique comparative, les chercheurs ont discuté la raison sur la meilleure réussite en mathématiques scolaires des élèves d'Asie (de Chine, du Japon, et de Corée). Les facteurs explicatifs sont nombreux : il y a tout d'abord la facilité du système numérique chinois, contrairement aux systèmes français ou anglais, qui est parfaitement régulier, par exemple, onze se dit "dix un", vingt se dit "deux dix" et comporte des mots courts ; il y a ensuite l'importance attribuée aux études en général et aux mathématiques en particulier dans les systèmes scolaires asiatiques, et le temps important consacré aux devoirs à domicile. Le style d'enseignement est également différent aux pays européens et américains.

L'enseignement des fractions constitue une grande partie dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et une connaissance de base pour l'enseignement supérieur, chacun a son propre rapport au savoir, ce qui nous invite à tenir compte de la place de la culture chinoise dans l'apprentissage. Notre étude va essayer d'explicitier et de comprendre comment les enseignants donnent leur cours en salle de classe et comment approfondir les liens des mathématiques avec la réalité. Nous nous intéressons aux questions par exemple : Comment les élèves se représentent-ils les fractions en langue chinoise ? Quelles sont des difficultés rencontrent-ils dans l'apprentissage du concept de fraction ? Notre recherche vise à présenter la situation d'enseignement des fractions en Chine et partager les méthodes d'enseignement dans un contexte culturel chinois.

### **Construction de la thèse**

Cette thèse est construite en trois grande parties.

Dans une première partie, nous allons d'abord faire un retour sur les travaux de notre collègue Alahmadati en 2016 et ensuite parler des références historiques et contextuelles du concept de fraction dans l'histoire des mathématiques chinoises, ainsi que les questions autour de l'enseignement des fractions à l'école primaire en Chine.

Dans une deuxième partie, nous allons présenter des références théoriques de notre recherche, dont les théories sur la didactique des mathématiques en France et les théories sur l'ethnomathématiques au Brésil et en Chine, ainsi que les théories sur la pédagogie chinoise.

---

Dans la dernière partie, nous allons parler de la construction des données en présentant la méthode de recherche et la manière de traitement et aussi présenter les résultats obtenus à partir des analyses des données. Enfin nous allons essayer de répondre à notre problématique de recherche et essayer de mettre à l'épreuve les hypothèses proposées.

---

## **PARTIE 1 : Approches historique et contextuelle du concept de fraction et de son enseignement**

Cette première partie aborde les différents points de vue concernant l'objet de notre recherche sur le concept de fraction et l'enseignement des fractions en Chine. Cette première partie est divisée en cinq chapitres :

Dans le premier chapitre, nous allons faire un retour sur les travaux d'Alahmadati (2016) par rapport à l'enseignement du concept de fraction à l'école élémentaire en France.

Dans le deuxième chapitre, nous ferons une présentation préliminaire sur l'histoire des mathématiques en Chine ancienne, ainsi que les œuvres mathématiques et les mathématiciens de chaque époque.

Dans le troisième chapitre, nous travaillons sur l'origine du concept de fraction en Chine ancienne, dont l'apparition et le développement du concept de fraction à travers des œuvres mathématiques, littéraires, politiques, militaires etc.

Le quatrième chapitre abordera quelques définitions mathématiques de la fraction dans un cadre d'enseignement à l'école primaire en Chine. Nous nous intéressons aussi aux différentes notions de fraction pour aider les élèves à mieux comprendre ce concept.

Le cinquième chapitre sera consacré à des questions autour de l'enseignement des fractions à l'école primaire en Chine. Nous allons présenter le système éducatif et les manuels scolaires de différentes périodes depuis la fondation du pays et les connaissances des fractions enseignées à l'école primaire selon les programmes d'enseignement.

---

## **1. Retour sur les travaux d'Alahmadati par rapport au concept de fraction à l'école primaire en France et poursuite du travail dans le contexte chinois**

Ce premier chapitre s'inspire largement de la thèse d'Alahmadati (2016) qui est notre collègue de laboratoire et a fait son travail sur la situation de l'enseignement des fractions en France. Et ce qui nous intéresse en particulier, c'est l'origine des notions de fraction présentée par Alahmadati en dehors de la Chine et l'enseignement du concept de fraction à l'école élémentaire en France.

### **1.1. Rappel succinct sur l'origine du concept de fraction en dehors de la Chine**

Selon les travaux de Benoit, P., Chemla, K. et Ritter, J. (1992) et Alahmadati (2016). L'histoire des fractions débute avec les civilisations babyloniennes et égyptiennes. L'idée de fraction est apparue très tôt en traitant le problème du partage et du fractionnement d'un ensemble d'objets dans la vie pratique : l'échanges des objets, le prélèvement d'impôts, l'héritages, etc. D'un point de vue historique, l'utilisation des fractions est liée aux problèmes de mensuration, de comparaison et de distribution. Chez les peuples de l'antiquité, nous constatons les besoins d'exprimer des nombres non entiers, souvent pour résoudre des problèmes de partager ou de mesurer les objets dans la vie courante. Les premières civilisations anciennes ont laissé des traces importantes nous permettant d'analyser assez justement leurs connaissances mathématiques, surtout les civilisations babyloniennes et égyptiennes. Nous avons trouvé que les fractions babyloniennes et égyptiennes sont nées des besoins économiques et commerciaux : les échanges monétaires, les taxes, les intérêts, etc. Nous constatons aussi que, parmi les égyptiens, les babyloniens ou les indiens, le besoin d'utilisation d'un nombre fractionnaire pour calculer et représenter le résultat du partage, et pour traiter des problèmes de mensuration et de géométries.

Nous allons ensuite présenter simplement le concept de fractions en Mésopotamie, en Égypte, en Inde, en Grèce, au Moyen- Orient et, enfin, en Occident dans différents articles et recherches.

#### **1.1.1. Les fractions en Mésopotamie**

La Mésopotamie est la région du Moyen-Orient formée par la plaine du Tigre et de l'Euphrate. Plusieurs peuples ont vécu dans cette plaine entre le VI<sup>e</sup> et le 1<sup>er</sup> millénaire avant J.-C. C'est dans cette région du monde que l'écriture est apparue pour la première fois, en particulier pour celles des nombres, pour des besoins des échanges et de la science. (Galion, 1998).

Dans la culture mésopotamienne, il existait deux systèmes de numération. Le premier, qui était utilisé dans la vie quotidienne, consistait à grouper les unités par paquets de 10, 60, 100, 600, 1000 et 3600. Le second système, appelé « système sexagésimal », qui était utilisé dans les textes mathématiques et reposait sur l'utilisation de la base soixante (Irma de Strasbourg, 2004- 2005).

Vers 3000 avant J.C., dans la région de Sumer, il apparaît que les premières représentations de fractions pour des cas particuliers :  $1/120$  ;  $1/60$  ;  $1/30$  ;  $1/10$  ;  $1/5$ .

TABLEAU 1 – LES PREMIÈRES REPRÉSENTATIONS DE FRACTIONS APPARUES EN SUMER. (ALAMADATI, 2016, P. 25)

CHIFFRES	VALEURS
	$\frac{1}{120}$
	$\frac{1}{60}$
	$\frac{1}{30}$
	$\frac{1}{10}$
	$\frac{1}{5}$

Ce système de numération est sexagésimal (base 60) et combine le principe additif et le principe de position. Dans cette écriture, les fractions se représentent avec des dénominateurs de 60 ou 3600 ( $60^2$ ). Les nombreux diviseurs de 60 permettent de représenter facilement les fractions  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/6$ ,  $1/12$ ,  $1/15$ ,  $1/20$  ou  $1/30$ .

Au début du II<sup>ème</sup> millénaire avant J.C., les babyloniens ont utilisé une écriture, dite *cunéiforme*, qui permet de représenter des grands nombres mais également des cas particuliers de fractions. Dans l'écriture babylonienne, il n'existe que deux symboles : le

$\text{I} = 1$  « clou vertical » qui vaut un et le  $\text{<} = 10$  « chevron » qui vaut dix. Les neuf premiers chiffres se représentent par répétition de clous verticaux. 10 est représenté par le chevron. Ainsi pour écrire les nombres de 11 à 59, les gens répètent les symboles autant de fois que nécessaire. Le nombre 60 se représente à nouveau par le clou. Cette règle s'applique aussi pour les entiers comme pour les numérateurs de fractions.

$$\begin{aligned} \lll &= 30/60 & \langle \text{|||||} &= 15/60 \\ \uparrow \lll &= 1 + 30/60 = 3/2 \\ \uparrow\uparrow \lll &= 2 + 20/60 = 7/3 \end{aligned}$$

FIGURE 1 REPRÉSENTATION DES ENTIERS ET DES NUMÉRATEURS DES FRACTIONS SELON L'ÉCRITURE BABYLONIENNE. (ALAMADATI, 2016, P. 25)

### 1.1.2. Les fractions en Égypte

Au III<sup>ème</sup> millénaire avant J.-C., les Égyptiens ont utilisé aussi deux systèmes d'écritures :

- ✧ L'un, hiéroglyphique, utilisé sur les monuments et les pierres tombales, est pictural, chaque symbole représente un objet.
- ✧ L'autre, hiératique, emploie des symboles qui n'étaient à l'origine que des simplifications et des styles des hiéroglyphes.

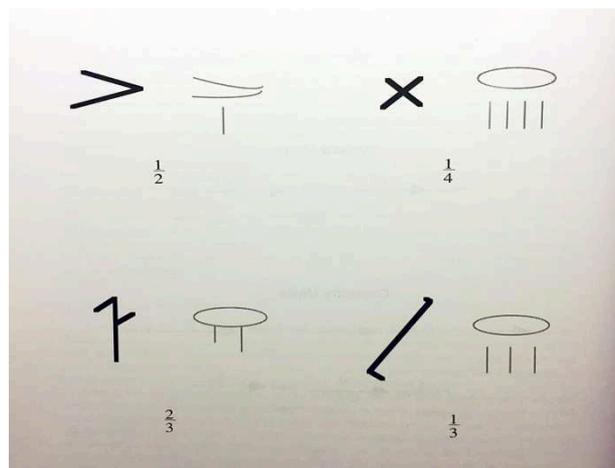


FIGURE 2 EGYPTIENNE FRACTION-1/2, 1/4, 2/3,1/3.-HIÉROGLYPHIQUE ET HIÉRATIQUE. (BENOIT, P., CHEMLA, K. ET RITTER, J., 1992, P. 6)

En Égypte, les scribes écrivaient les nombres sur des papyrus sous forme de hiéroglyphes. Les égyptiens ont utilisé un système de numération (reposant sur le principe additif). D'une façon générale, les seules fractions que les Égyptiens utilisaient à cette époque, étaient les fractions de type  $1/n$  dont le numérateur valait exclusivement un (un demi, un tiers, un quart ...), c'est pour cela qu'on les appelle « fractions unitaires » ; les fractions étaient considérées comme des opérateurs sur des nombres.

Selon Galion (1998), dans la civilisation égyptienne, l'écriture d'une fraction se faisait à l'aide d'un hiéroglyphe particulier « la bouche » qui signifiait alors « partie » et qu'on

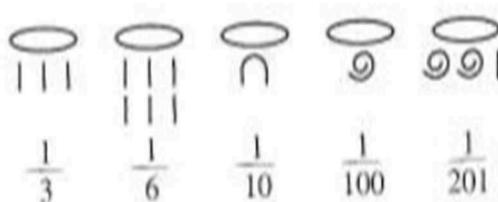
---

plaçait sur le nombre de parts de l'unité. Voici les symboles du système hiéroglyphique

utilisés pour les nombre 1, 10 et 100 :

$\text{I} = 1$        $\text{∩} = 10$        $\text{ϩ} = 100$

Ainsi les expressions fractionnaires sont par exemple :



### 1.1.3. Les fractions en Grèce

Au V<sup>ème</sup> siècle avant J.-C., les grecs possédaient un système de numération alphabétique et ont fait des progrès non négligeables à l'écriture des nombres fractionnaires. Pour eux, un nombre est nécessairement associé à une grandeur géométrique : leur conception du nombre rationnel s'accorde ainsi à un rapport de longueurs. Bien que leurs notations aient été un peu lourdes, les grecs ont effectué des calculs fractionnaires complexes. (<http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/nombres/les-fractions> ).

Pendant longtemps, les Grecs ont conçu les fractions non comme des nombres mais comme des opérateurs sur les nombres. Les Grecs ont donné les méthodes de calcul pour ajouter, soustraire, multiplier et diviser des fractions.

Selon Alahmadati (2016), chez les Grecs, les fractions n'utilisent que comme rapports de deux nombres entiers, les mathématiciens grecs disposaient du savoir des égyptiens et des babyloniens, plusieurs parmi eux font leurs études en Égypte et en Mésopotamie. Dans l'époque de Diophante, il apparait une notation des fractions sous la forme : dénominateur sur numérateur, mais les deux nombres ne possèdent pas de trait comme dans notre notation actuelle.

### 1.1.4. Les fractions en Inde

En Inde, une notation fractionnaire analogue de nos jours a été utilisée vers la fin de l'antiquité. Les mathématiciens de l'Inde écrivaient les fractions sous la forme : le numérateur sur le dénominateur, mais sans la barre de fraction qui fut inventée plus tard par les mathématiciens Arabes (Al Hâssan, 1150). Les calculs fractionnaires de cette époque étaient aussi pareils aux nôtres. Au XII<sup>ème</sup> siècle, le mathématicien indien Bhaskara écrit les fractions avec une notation proche de celle que nous utilisons actuellement : le numérateur est écrit au-dessus du dénominateur, mais il n'y a pas de barre de fraction (Alahmadati, 2016).

---

### 1.1.5. Les fractions au Moyen-Orient

Selon Alahmadati (2016), les fractions sont utilisées couramment depuis plusieurs millénaires, mais jusqu'au IX<sup>ème</sup> siècle, nous pouvons trouver que les mathématiciens arabes utilisent d'une manière explicite les fractions et les nombres décimaux et généralisent progressivement le concept de nombre entier aux nombres rationnels et irrationnels. Au XI<sup>ème</sup> siècle chez les arabes, les fractions deviennent le rapport de deux longueurs et expriment le statut de nombre fractionnaire. Nous pouvons constater que  $2/3$  est perçu comme le nombre qui multiplie par 3 donne 2. Les arabes font des efforts dans la diffusion des connaissances mathématiques qu'ils découvraient en édifiant leur empire. Ils utilisaient les apports des astronomes indiens, la numération décimale de position et leurs techniques opératoires, pour entendre les connaissances des nombres.

De plus, Les mathématiciens arabes ont joué un rôle fondamental et important pour le développement du concept des nombres décimaux. En effet, l'expression fractionnaire de nos jours avec la barre de fraction est un héritage des peuples arabes. Le perse Abu'l-Wafa (940 - 998) est l'un des premiers mathématiciens à avoir accordé cette forme de nombre.

### 1.1.6. Les fractions en Occident

Sous l'influence des mathématiciens arabes, ce système décimal s'est entendu dans le monde scientifique et il a été introduit en Europe occidentale vers le X<sup>ème</sup> siècle. Pendant le XII<sup>ème</sup> siècle, le traducteur anglais Adelard de Bath (1075 - 1160) a utilisé le mot fraction « kasr » en arabe pour signifier "rompu" ou "fracturé" dans sa traduction du perse Mohammed Al-Khwarizmi (780 - 850) (Alahmadati, 2016).

Au XIV<sup>ème</sup> siècle, le mathématicien français Nicole Oresme (1325 -1382) emprunte la notation des fractions avec la barre fractionnaire dans son ouvrage « Algorismus proportionum » pour les calculs et les exposants fractionnaires. Dans cet ouvrage, les termes « numérateur » et « dénominateur » sont aussi définis pour la première fois.

En 1579, un autre mathématicien français, François Viète (1540 -1603), a conseillé d'utiliser des fractions décimales pour remplacer les fractions sexagésimales : « *en mathématiques les soixantièmes et les soixantaines doivent être d'un usage rare ou nul. Au contraire les millièmes et les milles, les centièmes et les centaines, les dixièmes et les dizaines doivent être d'un usage fréquent ou constant* ». Pourtant, nous pouvons constater que l'usage des fractions sexagésimales était maintenu en astronomie pendant le XVI<sup>ème</sup> siècle.

---

## 1.2. Enseignement des fractions à l'école élémentaire en France

Dans cette sous-chapitre, nous allons faire un rappel succinct sur le système éducatif en France selon les recherches d'Alahmadati (2016) d'après les programmes d'enseignement de l'école primaire en 2008 pour avoir une simple comparaison avec celui de la Chine par rapport les contenus d'apprentissage concernant les connaissances de fraction.

Dans le système éducatif français, l'apprentissage et l'enseignement des connaissances de fractions s'échelonnent dans plusieurs années scolaires de l'école élémentaire. Les connaissances de fractions sont présentes dans le sens le plus simple comme la *moitié* d'une pomme ou le *tiers* d'une barre de chocolat pour les enfants de CE, ensuite elles commencent à être enseignées systématiquement au cycle III de l'école primaire, surtout en CM1 et CM2. Alahmadati (2016) considère qu'*il semble intéressant de nous interroger sur l'intérêt que présente l'enseignement des fractions à l'école primaire, en effet, le but d'enseigner cette notion à ce stade scolaire est d'amener les élèves à résoudre des problèmes variés portant sur les fractions*. Les enfants rencontrent les idées comme demi, quart, tiers ou trois quarts, mais ne rencontrent pas d'autres fractions avec la même fréquence. De plus, dans les tâches et les exercices mathématiques susceptibles, les enfants ne trouvent pas le concept de fraction dans son environnement familial. Par conséquent, ils apprennent ces connaissances de fraction à travers l'apprentissage à l'école. L'enseignement systématique des quatre opérations arithmétiques des fraction est enseigné au cours de la première année du secondaire.

Dans *les programmes d'enseignement des mathématiques (2008) de France*, il fait référence à des fractions simples : *demi, tiers, quart*. Nous allons présenter ensuite les différentes connaissances concernant les fractions dans les trois cycles de l'école primaire en France :

Au premier *cycle de l'école primaire*, nous trouvons aucune connaissance sur les fractions, il existe seulement des connaissances sur les grandeurs et les mesures. En manipulant des objets quotidiens, les élèves repèrent d'abord des caractéristiques simples *petit ou grand, lourd ou léger*. Et puis, progressivement, ils parviennent à distinguer, à comparer, à classer et à ranger des objets selon les différents critères, leur forme, leur taille, leur masse ou leur contenance.

Au *cycle deux*, nous ne trouvent pas aucune connaissance sur les fractions, mais des indications sur les grandeurs et les mesures, « *les élèves apprennent et comparent les unités usuelles de longueur (m et cm ; km et m), de masse (kg et g), de contenance (litre), de temps (heure, demi-heure) ainsi que la monnaie (euro, centime d'euro). Ils commencent à résoudre des problèmes portant sur des longueurs, des masses, des durées ou des prix.* »

---

*Au cycle trois*, les connaissances de fraction se lient sur l'exploration des opérations des fractions à l'aide des objets concrets. Les élèves commencent à apprendre l'addition et la soustraction des fractions simples dont le dénominateur d'une fraction est un multiple du dénominateur de l'autre fraction, et la multiplication des fractions par des nombres naturels. Ils doivent apprendre aussi ordonner et simplifier les fractions simples.

En France, l'enseignement du concept de fraction commence formellement au cycle III de l'école élémentaire, surtout en CM1 et CM2, même si les connaissances simples de fraction sont déjà présentes aux enfants à un âge précoce, dans un sens plus immédiat comme la moitié d'un gâteau ou le tiers d'une barre de chocolat.

Nous allons présenter ensuite les compétences mathématiques demandées aux élèves de l'école élémentaire à la fin du CM1 et du CM2, à travers l'apprentissage des connaissances de fractions, selon les programmes « *Horaires et Programmes d'Enseignements de l'École Primaire* », du BO hors - série n° 3 du 19 juin 2008 (p.27) :

*En fin de CM1 :*

- ✧ Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième.
- ✧ Utiliser des fractions dans des cas simples de partage ou de codage de mesures de grandeurs.

*En fin de CM2 :*

- ✧ Encadrer une fraction simple par deux nombres entiers consécutifs.
- ✧ Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et une fraction inférieure à 1.
- ✧ Ajouter deux fractions décimales ou deux fractions simples de même dénominateur.

Alahmadati (2016) a conclu sa recherche dans deux axes :

- ✧ *La répartition inégale des significations de la fraction qui se manifeste dans les manuels scolaires choisis peut avoir ou porter une influence sur l'apprentissage des fractions par les élèves et certains enseignants semblent s'appuyer surtout sur les manuels scolaires pour préparer et réaliser leur enseignement.*

- ✧ *En deuxième axe, en ce qui concerne l'apprentissage des élèves, l'analyse était autour des connaissances et des représentations des élèves de CM1 et de CM2 par rapport aux diverses significations de la fraction. Cette analyse montre bien que la signification de la fraction la plus présente, chez les élèves de CM1 et de CM2, est celle de Partie d'un tout (quantité continue).*

---

## **2. Les mathématiques en Chine ancienne**

L'apprentissage des mathématiques consiste à entrer dans une culture partagée. Les mathématiques sont déjà là. Pour les élèves, il s'agit de s'approprier les référents culturels mathématiques présents dans la société. Apprendre les mathématiques, c'est préparer l'avenir, c'est de s'approprier une culture faite de savoirs, de savoir-faire, de techniques, c'est comprendre que les savoirs mathématiques s'inscrivent dans une histoire et sont le fruit d'une construction sociale. (Descaves, 2008)

Selon Descaves (2008), les recherches sur l'apprentissage des mathématiques se mettent dans un contexte culturel. Ce chapitre aborde l'aspect historique des mathématiques chinoises. Les mathématiques font une grande partie des sciences antiques de la Chine, nous pouvons résumer le développement des mathématiques antiques de la Chine en cinq étapes. Nous allons d'abord faire une introduction sur ces cinq étapes et des représentations principales de chaque époque, et après nous allons présenter les commentaires des chercheurs chinois d'un point de vue culturel sur l'histoire des mathématiques en Chine ancienne.

### **2.1. Cinq étapes du développement des mathématiques en Chine ancienne**

Dans cette sous-partie, nous allons faire un bref résumé sur les cinq étapes au long de chronologie chinoise. Après étudié les œuvres de Li (1984), Martzloff (1988), Yabuuti (2000) et Tong (2007), selon les caractéristiques de développement de chaque période, l'histoire des mathématiques en Chine ancienne peut être divisée en cinq étapes suivantes : l'origine des mathématiques antiques, la formation du système des mathématiques antiques, le développement des mathématiques des Six dynasties aux Tang, la floraison des mathématiques sous les Song et les Yuan, et enfin, la fusion des mathématiques antiques chinoises et occidentales.

TABLEAU 2 – TABLEAU CHRONOLOGIQUE DE L’HISTOIRE DE LA CHINE ANTIQUE.  
([HTTP://MATH.UNIV-LYON1.FR/IREM/IMG/PDF/CHRONOLOGIE\\_CHINOISE.PDF](http://math.univ-lyon1.fr/irem/img/pdf/chronologie_chinoise.pdf))

Chronologie chinoise

XIA	XXIe - XVIe siècle avant JC
SHANG	XVIe - fin XIe siècle avant JC
ZHOU	
Zhou occidentaux	fin XIe siècle - 771 avant JC
Zhou orientaux	771 - 722 avant JC
Époque des Printemps et Automnes	722 - 481 avant JC
Époque des Royaumes combattants	453 - 222 avant JC
QIN	221 - 206 avant JC
HAN	
Han Occidentaux	206 avant JC - 9 après JC
Interrègne de <i>Wang Mang/Xin</i>	9 - 23
Han Orientaux	25 - 220
TROIS ROYAUMES (Wei, Wu et Shu)	
Au Nord, WEI	221 - 263
À l’Ouest, SHU	200 - 265
Au Sud-Est, WU	222 - 265
JIN OCCIDENTAUX	265 - 317
DYNASTIES DU SUD ET DU NORD	317 - 589
SUI	581 - 618
TANG	618 - 907
CINQ DYNASTIES ET DIX ROYAUMES	907 - 960
SONG	
Song du Nord	960 - 1127
Song du Sud	1227 - 1279
YUAN	1279 - 1368
MING	1368 - 1644
QING	1644 - 1911

### 2.1.1. L’origine des mathématiques antiques

Selon Li (1984), les mathématiques, comme d’autres branches de la science, qui émergent et développent dans certaines conditions. L’origine des mathématiques antique de la Chine est étroitement liée à la formation des communautés sauvages, dont des diverses pratiques et le développement intellectuel des gens de cette époque ont incité l’apparition des concepts des mathématiques.

Le concept de nombres est un saut cognitif des gens basé sur les conceptions du nombre à long terme, ainsi l’origine du concept de nombres est assez tôt.

#### 2.1.1.1. Apparition du concept de nombres

Dans *易. 系辞 (Le Grand Commentaire du Livre des mutations<sup>1</sup>)*, on lit : *上古结绳而治, 后世圣人易之以书契 (Dans la haute antiquité, les cordelettes à nœuds servaient à gouverner, plus tard les Sages des époques postérieures remplacèrent cela par la gravure d’inscriptions.)*. En effet, dans la haute antiquité lorsqu’il n’y avait pas d’écriture, le nouage

<sup>1</sup> Le fameux *Yijing* (chinois : 易经 ; pinyin : yì jīng), l’un des Cinq Classiques de la civilisation chinoise.

des cordelettes en tenait lieu. Par la suite apparurent les Sages<sup>2</sup> qui entreprirent de graver des caractères d'écriture au moyen de petits couteaux. Tout cela indique que dans l'antiquité chinoise, on enregistrait et communiquait au moyen de cordelettes nouées. Cette méthode semble avoir été pratiquée dans le monde entier.

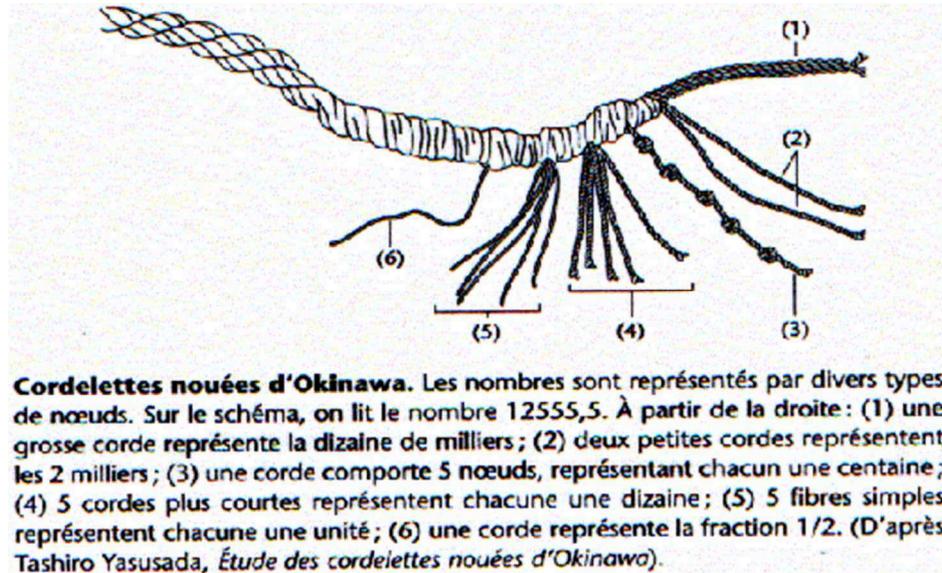


FIGURE 3 DES CORDELETTES NOUÉES POUR EXPRIMER LES NOMBRES. (YABUUTI, 2000, P.12)

### 2.1.1.2.Apparition du système de numération

L'histoire des caractères chinois commence vers le milieu de la dynastie Shang<sup>3</sup>. Avec le développement de *Société des esclaves* (奴隶制社会), la science, l'agriculture et la culture ont atteint un niveau plutôt haut ainsi qu'il a apparu de calendrier et de voiture (Li, 1984). Vers 1300 av. J.-C., l'empereur Pan Geng des Shang transféra sa capitale sur le site de l'actuelle ville d'Anyang, au Henan. Après son règne, cette capitale fut celle de treize souveraines, jusqu'à sa destruction par les Zhou au XI<sup>e</sup> siècle avant av. J.-C. On y a exhumé bon nombre d'os de bœufs et de moutons, et de carapaces de tortues gravés, appelés *jiagu* ; Yabuuti (2000, p.12) considère que « l'histoire de l'époque Yin a ainsi pu être clarifiée, d'après les caractères qui y sont inscrits, les *jiägǔwén* (甲骨文) : c'est l'un des grandes avancées récentes dans l'étude de l'histoire chinoise. Cependant, il est difficile d'évaluer précisément à partir des *jiaguwen* le niveau des mathématiques de cette époque. Notre

<sup>2</sup> Il s'agit des fondateurs mythiques de la civilisation chinoise.

<sup>3</sup> La dynastie Shang (chinois : 商 ; pinyin : shāng), également appelée la dynastie Yin (殷, yīn), est selon l'historiographie chinoise la deuxième dynastie royale à avoir dominé la Chine, des environs de 1570 à 1045. Elle succède à la dynastie Xia et précède celle des Zhou qui la supprime au milieu du XI<sup>e</sup> siècle.

connaissance des chiffres utilisés pour compter les objets n'est qu'approximative. On considère les caractères jiaguwen comme les ancêtres des caractères chinois actuels. »

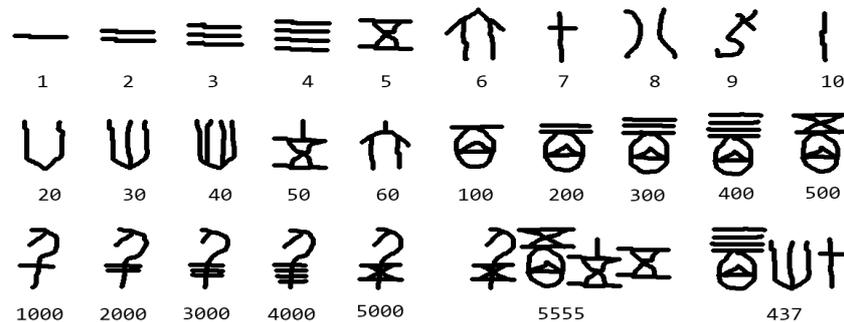


FIGURE 4 SYSTÈME DE NUMÉRATION EN ÉCRITURE OSSÉCAILLE. ( [HTTPS://FR.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/MATH%C3%A9MATIQUES\\_CHINOISES](https://fr.wikipedia.org/wiki/MATH%C3%A9MATIQUES_CHINOISES) )

### 2.1.1.3. Les mathématiques de l'époque Zhou

La dynastie des Zhou a remplacé celle de Shang vers le milieu du XI<sup>e</sup> siècle av. J.-C. Elle établit d'abord sa capitale près de l'actuelle Xi'an, d'où le nom de Zhou occidentaux pour cette période, et après elle transféra la capitale vers l'est à Luoyang à cause des attaques des voisins, d'où le nom de Zhou orientaux.

Durant la dynastie Zhou, les mathématiques constituaient l'un des *Six arts* (六艺, liù yì)<sup>4</sup> que les étudiants devaient assimiler. Les *Six Arts* prennent leur source dans le confucianisme, et leur maîtrise parfaite était demandée du parfait gentilhomme, l'équivalent chinois de l'« homme de la Renaissance » ([https://en.wikipedia.org/wiki/Six\\_Arts](https://en.wikipedia.org/wiki/Six_Arts)).

Dans l'époque des Printemps et Automnes, on a trouvé le plus ancien traité de géométrie chinoise qui vient du *Mo Jing* (墨經), ensemble de textes philosophiques compilés vers 330 av. J.-C. par les disciples de Mozi (墨子). Il a fait des analyses de beaucoup de questions liées aux sciences physiques, et quelques informations purement mathématiques.

### 2.1.1.4. Les mathématiques sous la dynastie Qin

La dynastie Qin (chinois : 秦朝 ; pinyin : Qín Cháo) est la première dynastie impériale et la plus courte dynastie dans l'histoire de Chine ancienne qui dure de 221 à 206 av. J.-C. C'est la conquête des six États issus de la chute de la dynastie Zhou par l'État de Qin, conquête unifiant de facto le pays, qui l'installe au pouvoir. Pendant les quatorze années de règne de son fondateur, Qin Shi Huang (秦始皇), le premier empereur de l'histoire de la

<sup>4</sup> The Six Arts formed the basis of education in ancient Chinese culture. During the Zhou Dynasty (1122 - 256 BCE), students were required to master the "liù yì" (六藝) (Six Arts): Rites (禮), Music (樂), Archery (射), Charioteering (御), Calligraphy (書), Mathematics (數). ([https://en.wikipedia.org/wiki/Six\\_Arts](https://en.wikipedia.org/wiki/Six_Arts)).

---

Chine, de nombreuses mesures centralisatrices visant à la cohésion du nouvel empire accompagnent la politique d'unification de la Chine : la standardisation des poids et des mesures, l'adoption d'une seule monnaie et d'une seule écriture, la construction de la Grande Muraille qui fixe le territoire impérial etc. L'empereur Qin Shi Huang ordonna également la construction d'un gigantesque mausolée (56 km<sup>2</sup>) contenant entre autres « l'armée de terre cuite » formée de milliers de statues grandeur nature. Tous ces travaux demandaient la connaissance de formules élaborées pour calculer volumes, aires et proportions.

Nous trouvons en fait peu de choses par rapport des réalisations mathématiques de la dynastie Qin ou des périodes plus anciennes, en raison de l'évènement ayant pour mot d'ordre « brûler les livres et persécuter les lettrés » (焚书坑儒, *fen shu keng ru*), vers 213 av. J.-C. En 1975, des milliers de lamelles de bambou (秦简, *Qin jian*) ont été retrouvées dans la tombe à Yun Meng dans la province du Hu Bei. C'était la première découverte où étaient peints des textes administratifs. Cependant, en 2009, l'université Tsinghua reçut une collection de plus de 2500 lamelles en bambou, découvertes dans une tombe et datées de 305 av. J.-C. En 2014, un rapport préliminaire annonçait qu'elles contenaient entre autres la plus vieille table de multiplication (en base 10) connue.

### **2.1.2. La formation du système des mathématiques antiques de la Chine**

La dynastie des Han, de 206 av. J.-C. à 220 ap. J.-C. (divisée en Han antérieurs et Han postérieurs), succédant à celle des Qin, avec la synthèse des cultures des époques des Printemps et Automnes et des Royaumes combattants, la civilisation chinoise prend sa première forme, la stabilité politique à long terme de Han a créé les conditions pour le développement des productions dans les domaines d'agriculture, d'artisanat et de science (Li, 1984). Il manque néanmoins de témoignages précis pour vérifier l'histoire du développement mathématique de cette période, et la datation de certains textes historiques fait encore débats. Ainsi, le *Zhou Bi Suan Jing* (周髀算经) est en général daté entre 1200 et 1000 av. J.-C., mais certains chercheurs pensent qu'il fut corrigé et complété jusque vers 250 av. J.-C. Le *Zhou Bi Suan Jing* contient une démonstration détaillée du théorème de Gougu (variante du théorème de Pythagore), mais surtout un recueil de calculs astronomiques. Dans cet ouvrage, nous avons trouvé des questions de multiplication et division des fractions.

#### *2.1.2.1. Les baguettes à calculer et leur utilisation*

Durant la dynastie Han, un système de numération décimale positionnelle se développe, qui est utilisé sur des abaques avec des bâtonnets appelés *suanchou*. Les baguettes à calculer (chinois : 算筹, pinyin : suànchóu) sont des bâtonnets d'environ 10 cm de longueur

utilisés par les Chinois dès le III<sup>e</sup> siècle av. J.-C. pour effectuer des calculs. Le système s'appuie sur une représentation des nombres selon une numération décimale positionnelle.

Ce système de calcul est utilisé par les chinois de plusieurs siècles avant le système de calcul avec boulier. Il permet des opérations simples comme les additions et les soustractions, mais aussi des opérations plus complexes comme les multiplications, les divisions, les extractions de racines. Nous allons présenter leur utilisation précise dans le chapitre suivant.

Série	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A							┌	┌┌	┌┌┌	┌┌┌┌
B		—	==	≡	≡≡	≡≡≡	└	└└	└└└	└└└└

TABLEAU 3 – HORIZONTALE ET VERTICALE DES CHIFFRES REPRÉSENTÉS À L'AIDE DES BAGUETTES À CALCULER  
([HTTPS://FR.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/BAGUETTES\\_%C3%A0\\_CALCULER#CITE\\_NOTE-1](https://fr.wikipedia.org/wiki/Baguettes_%C3%A0_calculer#cite_note-1))

### 2.1.2.2. Les neuf chapitres sur l'art mathématique

D'après Li (1984), le système des mathématiques antiques de la Chine se forme à cette époque et la représentation est l'ouvrage *les Neuf chapitres sur l'art mathématique*, en même temps les mathématiques devient une discipline spéciale. *Les neuf chapitres sur l'art mathématique* (九章算术) est un livre anonyme chinois de mathématiques, rédigé sous la dynastie Han, probablement entre le II<sup>e</sup> siècle av. J.-C. et le I<sup>er</sup> siècle av. J.-C. Un des livres de mathématiques chinoises ayant eu la plus grande influence, plus ancien texte chinois après le *Suan shu shu* (算数书), il est parvenu jusqu'à nous par le travail de copie des scribes et par impression. Il propose une approche des mathématiques qui se focalise sur la recherche de méthodes générales de résolution de problèmes. Il est composé de 246 problèmes répartis en neuf chapitres : arpentage, agriculture, association d'intérêts, ingénierie, impôts, calculs divers, solution d'équations, propriétés des triangles rectangles.

Selon l'édition de traduction en langue française par Chemla, K. et Guo, S. (2004), nous allons avoir une brève introduction sur le contenu des 9 chapitres :

✧ Fang tian (方田) — Champs rectangulaire : Aires de champs de diverses formes (rectangles, trapèzes, triangles, sections circulaires) et la manipulation de fractions.

<sup>5</sup> Le *Suàn shù shū* (Écrits sur le calcul) est un texte mathématique découvert en 1984 dans une tombe datant de l'an 186 (le début des Han de l'ouest) à Zhangjiashan, dans la province du Hubei. Écrit sur 190 lamelles de bambou, il fait environ 7000 caractères. (<http://baike.baidu.com/item/%E7%AE%97%E6%9C%AF%E4%B9%A6>)

- 
- ✧ Su mi (粟米) — Millet et riz : Échange de biens à différents tarifs, estimation, indéterminée.
  - ✧ Cui fen (衰分) — Répartition proportionnelle : Répartition de biens et d'argent selon le principe de proportionnalité.
  - ✧ Shao guang (少广) — La moindre largeur : Division par divers nombres, l'extraction de racines carrées de racines cubiques, les dimensions, aire du cercle et volume de la sphère.
  - ✧ Shang gong (商功) — Réflexions sur les travaux : Volumes de solides de diverses formes.
  - ✧ Jun shu (均输) — Taxation équitable : problèmes plus complexes sur les proportions.
  - ✧ Ying bu zu (盈不足) — Excédent et déficit : Problèmes linéaires résolus en utilisant le principe connu plus tard en Occident sous le nom de Méthode de la fausse position.
  - ✧ Fang cheng (方程) — La disposition rectangulaire : Problèmes à plusieurs inconnues, résolus selon un principe similaire à l'élimination de Gauss.
  - ✧ Gou gu (勾股) — Base et altitude : Problèmes faisant intervenir le principe connu en Occident sous le nom de Théorème de Pythagore.

Nous allons faire ensuite une recherche plus profonde sur les questions de fraction qui sont présentées principalement dans le premier chapitre Fang tian.

### 2.1.3. Le développement des mathématiques des Trois Royaumes aux Tang

Après la chute des dynasties de Han, la Chine fut divisée en trois royaumes : Wei, Shu et Wu. Le Wei occupait le Nord, le Shu, le Sichuan et le Wu, la basse vallée du Yangtsé. Selon Li (1984), le troisième siècle de notre ère est une période importante du développement de la théorie mathématique antique de la Chine. Du moment, Zhao Junqin écrivit son commentaire des *Zhou Bi Suan Jing*<sup>6</sup>, comme une première expérimentation des théories de *Neuf Chapitres*, et après Liu Hui mena des recherches approfondies.

#### 2.1.3.1. Les travaux de Liu Hui

D'après Yabuuti (2000), la carrière de Lui Hui, qui dura au royaume de Wei, est mal connue. Selon les chapitres astronomiques du *Livre des Jin*, il écrivit son commentaire des *Neuf chapitres* la 4<sup>e</sup> année de l'ère Jingyuan (263 après J.-C.), ainsi que le *Hai dao suan jing* (海岛算经, *Manuel de l'île en mer*). Dans son œuvre, il nous reste ce *Commentaire des Neuf*

---

<sup>6</sup> Selon Gazagnes (2005), son titre se traduit par *Canon des calculs gnomoniques des Zhou*, ce livre n'est pas une liste de problèmes accompagnés de leurs réponses mais un dialogue entre un maître (Chen Zi) et son élève (Rong Fong).

---

*chapitres sur l'art mathématique* et le *Classique mathématique de l'île en mer* ; Le premier est introduit dans les *Neuf chapitres*. Le second, intitulé *Double différence* à l'origine, fut noté comme un appendice du chapitre « *Base-hauteur* » de ce dernier ouvrage. Il comporte totalement neuf problèmes. Le premier problème est du traitement de calcul de l'éloignement et de l'altitude d'une île qu'il faut mesurer à distance et il est résolu par application du théorème de Pythagore, ce qui n'était pas une nouveauté de calcul. Le lien entre mathématiques et techniques de mesure nous attire attention : très tôt, l'établissement de cartes précises est l'un des résultats remarquables de la science chinoise de l'époque.

Cependant, l'œuvre majeure de Lui Hui reste son commentaire des *Neuf chapitres*. Étudions tout d'abord son calcul du nombre  $\pi$ . Nous avons vu que la valeur 3 était utilisée dans les *Neuf chapitres*. Pourtant, à l'époque des Han, des valeurs plus précises étaient déjà connues ; mais la manière dont elles étaient obtenues n'est pas expliquée. Lui Hui relève d'abord que la valeur 3 correspond au rapport entre le périmètre de l'hexagone inscrit et le diamètre du cercle ; en partant des hexagones inscrit et circonscrit, en doublant de manière répétée le nombre de côtés, il obtient le nombre  $\pi$  à partir de la circonférence du cercle pris comme limite des polygones ainsi construits. Pour un cercle de 1 pied (10 pouces) de rayon et en partant de l'hexagone, il obtient l'aire des polygones réguliers à 96 et 192 côtés. Le centième des valeurs suivantes n'est autre que l'approximation de  $\pi$ .

Yabuuti (2000) a noté que *la recherche d'une valeur précise du nombre  $\pi$  était l'un des grands objectifs des mathématiques d'autrefois. L'exactitude de la valeur peut ainsi servir d'indicateur de leur niveau de développement dans diverses cultures.*

### 2.1.3.2. Les travaux de He Chengtian et Zu Chongzhi

Selon Li (1984), pendant des trois cents ans de Jin oriental et Dynasties du Sud et du Nord, les mathématiques se développaient dans un contexte instable et il apparut aussi les mathématiciens distingués comme He Chengtian (何承天, 370-447) et Zu Chongzhi (祖冲之, 429-500). He Chengtian est un astronome dont son œuvre est le *Da Ming Li* (大明曆, *Calendrier de la grande clarté*), un calendrier spécialement conçu pour prédire les événements cosmiques périodiques (comme les éclipses). Zu Chongzhi est un mathématicien et astronome chinois qui contribue aussi aux commentaires sur des *Neuf Chapitres* et *Zhong cha* de Liu Hui. Il écrivit son ouvrage, *Zhui Shu* (綴述, *Méthodes d'interpolation*) qui fut

---

perdu par la suite. Sa biographie provient essentiellement du *Livre des Sui*<sup>7</sup>, mais on sait à présent qu'il faisait partie d'une famille de mathématiciens. Il utilisa l'algorithme de Liu Hui appliqué à un polygone de 12288 côtés pour obtenir une valeur de  $\pi$  comprise entre 3,1415926 et 3,1415927 (cette approximation resterait la plus précise jusqu'aux travaux de l'école du Kerala, 900 ans plus tard).

#### 2.1.3.3. *Le Sun Zi Suanjing et Zhang Qiujian Suanjing*

Vers 400 parut un manuel de mathématiques appelé *Sun Zi Suan Jing* (孙子算经, *Classique de mathématiques de Maître Sun*), mais on ne sait rien de son auteur (Sun Zi, c'est-à-dire Maître Sun). Ce manuel contient les descriptions les plus détaillées connues des algorithmes de multiplication et de division avec des baguettes à calculer (*chou suan*).

Au V<sup>e</sup> siècle, un autre manuel, le *Zhang Qiujian Suan Jing* (張邱建算经, *Classique de mathématiques de Zhang Qiujian*) étudie les questions sociales de calcul par rapport de mesure, échange, textile, impôt, fonderie, intérêt, génie civil etc., et aussi les équations du premier et du second degré. Zhang a dit au début du livre : « 夫学算者不患乘除之为难, 而换通分之为难 », cela veut dire que la multiplication et la division ne sont pas difficiles, le problème est de réduire des fractions au même dénominateur, et Zhang a proposé ensuite des méthodes. À cette date, les Chinois maîtrisent les nombres négatifs, représentés dans les calculs par des bâtonnets rouges.

#### 2.1.3.4. *Les mathématiques de l'époque Sui au Tang*

Après la brève dynastie des Sui vinrent trois siècles d'épanouissement culturel sous la dynastie de Tang, à partir de 618. La capitale Chang'an (actuelle ville de Xi'an), comptait plus d'un million d'habitants et attirait beaucoup de gens des pays voisins, en véritable métropole.

Selon Tong (2007), la politique de l'empereur de Sui sur les projets de construction massive promut objectivement le développement des mathématiques. Pendant les dynasties de Sui et Tang, la bureaucratie féodale de la Chine est établie, avec la mise en place du système d'Examens impériaux(科举制度), l'enseignement des mathématiques a fait de grands progrès.

Sous la dynastie Tang, l'étude des mathématiques était devenue un standard des grandes écoles. L'ensemble intitulé *Suàn jīng shí shū* (算经十书, *Les dix textes canoniques sur le calcul*), une collection de dix ouvrages mathématiques compilée par le mathématicien

---

<sup>7</sup> Le *Livre des Sui* ou *Suishu* est l'un des livres des *Vingt-Quatre Histories*, le recueil des histoires officielles des dynasties impériales chinoises. Le livre paraît en 636 et décrit l'histoire de la dynastie Sui (581-617).

---

Li Chunfeng (李淳风, 602–670), formait les textes officiels sur lesquels les candidats étaient interrogés pour les examens impériaux.

Selon Li (1984), de dynasties Sui au Tang, le commerce extérieur et les échanges culturels étaient fréquents qu'avant, ainsi la mathématique chinoise fut répandue d'abord en Corée et au Japon, dont le système scolaire et les manuels de mathématiques de ces régions ont été influencés par la Chine ancienne.

#### 2.1.4. La floraison des mathématiques sous les Song et les Yuan

Le développement des affaires nationales et le commerce extérieur a favorisé le développement des mathématiques pendant l'époque Song du Nord et Song du Sud. Les sciences et les techniques se développent dans un cadre déterminé par les conditions de l'époque, en réponse aux demandes de la société. Les mathématiques ne font pas exception. En Chine, la période Song-Yuan fut cruciale pour leur développement.

##### 2.1.4.1. Méthode de l'équation des réalisations numériques

D'après Li (1984), Jia Xian (贾宪) de l'époque Song du Nord, était connu à la fois comme l'élève d'un calendériste célèbre Chu Yan (楚衍) et comme auteur d'un ouvrage qui n'est pas parvenu jusqu'à nous, le *Huangdi Jiuzhang Suanfa Xicao* (黄帝九章算法细草), selon du nom *Jiuzhang*, il y avait des solutions détaillées des méthodes de calcul en neuf chapitres de l'Empereur Jaune. Il conviendrait d'attribuer à Jia Xian deux méthodes mathématiquement distinctes destinées à extraire des racines : Li cheng shi suo Kaifangfa (立成释锁开方法) et Zeng-cheng Kaifangfa (增乘开方法).

Quant à Liu Yi (刘益), à part qu'il aurait écrit un certain *Yigu genyuan* (议古根源 *Discours sur les origines anciennes*), il y avait deux cents questions mathématiques dont la plupart sont destinées à extraire des racines, les équations de Liu Yi sont illimitées, ainsi que le premier coefficient peut être positif ou négatif.

##### 2.1.4.2. Quatre mathématiciens exceptionnels

Quatre mathématiciens exceptionnels (宋元数学四大家) marquent les dynasties Song et Yuan, en particulier aux XII<sup>e</sup> et XIII<sup>e</sup> siècles : Qin Jiushao (秦九韶, 1202–1261), Li Ye (李冶, 1192-1279), Yang Hui (杨辉, 1238-1298) et Zhu Shijie (朱世杰, 1270-1330).

Qin Jiushao fut le premier à introduire un symbole pour le zéro dans les mathématiques chinoises. Le *Shùshū Jiǔzhāng* (数书九章, *Traité mathématique en neuf sections*), fut écrit par Qin Jiushao en 1247 ; sa découverte d'une méthode de résolution de systèmes de congruences en fait le point culminant de l'analyse diophantienne chinoise.

---

Le *Cèyuán Hǎijìng* (測圓海鏡, *Miroir de la mer mesurant le cercle*), est une collection de 692 formules et 170 problèmes concernant l'inscription d'un cercle dans un triangle. Écrit par Li Ye en 1248, il utilise le *Tian yuan shu* (天元术, *méthode de l'élément céleste*) pour convertir des problèmes de géométrie en des questions purement algébriques.

*Siyüan yüjian* (四元玉鑿, *Miroir de Jade des quatre éléments*), fut écrit par Zhu Shijie en 1303, et constitue le point culminant de l'algèbre chinoise. Les quatre éléments (le ciel, la terre, l'homme et la matière), représentent quatre quantités inconnues dans des équations algébriques.

Yang Hui, mathématicien représentatif de l'époque des Song du Sud, fut actif dans la seconde moitié du XIII<sup>e</sup> siècle. Sa production fut importante. Il écrivit les *Ri yong suan fa* (日用算, *Méthodes mathématiques d'usage quotidien*, 1262), d'après son titre, ce livre était centré sur les quatre opérations, en véritable initiation aux mathématiques à usage populaire. Nous disposons de plusieurs livres connus globalement sous le nom de Méthodes mathématiques de Yang Hui. L'*Explication détaillée des Neuf chapitres sur les méthodes mathématiques* (详解九章算法, 1261) traite de l'« extraction de la racine multipliée trois fois », c'est-à-dire de la recherche d'une racine quatrième, et mentionne la méthode de Jia Xian. Dans les *Méthodes pratiques pour calculer la surface des champs* (田亩比类乘除捷法, 1275) est présentée une méthode tout à fait semblable à celle de Horner<sup>8</sup>, qui est donnée comme étant tirée du *Discours sur les origines anciennes* de Liu Yi. Il est remarquable que dans ces deux cas, Yang Hui présente les travaux de ses prédécesseurs dans le domaine des équations numériques. Ses ouvrages contiennent aussi de nombreux problèmes concernant la sommation des séries.

### 2.1.5. La fusion des mathématiques antiques chinoises et occidentales

Pendant la onzième année du règne de l'empereur Hongzhi des Ming, le navigateur portugais Vasco de Gama doubla le Cap de Bonne-Espérance et atteignit Calicut en Inde en 1498, six ans après la découverte de l'Amérique par Christophe Colomb, et après, au début du XVI<sup>ème</sup> siècle, les Portugais sillonnèrent la Mer de Chine méridionale depuis Goa, et firent de Macao leur base pour le commerce avec la Chine et le Japon. Ce fut la première entrée des Européens en Chine dans l'histoire chinoise.

---

<sup>8</sup> En mathématiques et algorithmique, la méthode de Ruffini-Horner, connue aussi sous les noms de méthode de Horner, Elle permet de calculer la valeur d'un polynôme en  $x_0$ . ([https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode\\_de\\_Ruffini-Horner](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_de_Ruffini-Horner))

---

Matteo Ricci fut le premier, en 1582, à pouvoir entrer en Chine où il parvint à établir une mission et apporter des objets produits par la culture européenne dans ses bagages, ainsi qu'il introduisit aussi des connaissances mathématiques et scientifiques, tout cela afin de gagner le respect des Chinois de cette époque.

Dans la jeunesse de ce jésuite italien, Matteo Ricci avait étudié au célèbre Collège Romain, où son professeur Clavius lui enseignait les connaissances d'astronomie et de mathématiques qui étaient fort utiles dans sa tâche de missionnaire en Chine. Grâce à l'observation d'éclipses de Lune, Ricci parvint à déterminer la longitude de la Chine et il publia par la suite une mappemonde intitulée *Carte complète de tous les pays de la Terre*, et enseigna la théorie de la sphéricité de la Terre (Yabuuti, 2000). Il a ainsi établi sa réputation auprès des savants chinois. Avec leur aide, il traduit quelques ouvrages de Clavius en chinois, qui sont connus sous le nom de Maître Ding en Chine.

À partir de 1601, Ricci fut autorisé à s'installer et créer une mission à Beijing ; des savants chinois qui ont l'esprit ouvert se rassemblèrent autour de lui. Avec l'aide de XU Guangqi, haut fonctionnaire de cette époque, il traduit les six premiers livres des *Éléments de géométrie*, qui furent publiés en 1607 et après *Ji he*, qui figure dans le titre chinois (*Ji he yuan ben* 几何原本), est la transcription phonétique de *géo* (Yabuuti, 2000).

## **2.2. Les commentaires sur les mathématiques antiques de la Chine**

Dans l'ouvrage *Reconnaissance des mathématiques traditionnelles chinoises*, nous pouvons récupérer l'idée du mathématicien Wu Wenjun (1987) :

“要真正了解中国的传统数学，首先，必须撇开西方数学的先入之见，直接依据目前我们所能掌握的我国固有数学原始资料，设法分析与复原我国古时所用的思维方式和方法，才有可能认识它的真实面目。” (p.60). (Cité par Luo, 1993).

Cela veut dire qu'il faut éviter la préconception des mathématiques occidentales, et faire des recherches d'après les documents originaux et analyser les idées et les méthodes des chinois anciens, ainsi nous pouvons comprendre le noyau des mathématiques traditionnelles chinoises.

Il y a beaucoup de chercheurs qui s'intéressent sur les mathématiques antiques de la Chine, et ils ont leurs points de vue propres, dans ce sous-chapitre, nous allons faire une brève présentation des commentaires sur les caractères et les significations des mathématiques traditionnelles chinoises.

---

### **2.2.1. Les caractères des mathématiques antiques de la Chine**

Dans la partie de conclusion de *Les mathématiques antiques de la Chine* (1997), l'auteur Guo Shuchun considère que les mathématiques sont une science qui fait des études sur la forme d'espace et la quantité des objets, mais sans aucune restriction de temps et de l'espace. Il a conclu les caractères des mathématiques traditionnelles chinoises dans les aspects suivants :

✧ La forme des présentations des œuvres mathématiques : différent des mathématiques grecques antiques qui utilisent souvent des axiomes abstraits, les mathématiques traditionnelles chinoises combinent les formules ou les processus de calcul abstrait et les problèmes mathématiques dans la vie quotidienne.

✧ Les recherche sur les théories mathématiques : en utilisant le raisonnement déductif, les mathématiques grecques ont formé un système axiomatique rigoureux des connaissances mathématiques ; à la différence des mathématiques qui sont reliés étroitement à la philosophie, mais au centre de calcul, les mathématiques chinoises combinent bien des méthodes géométriques et algorithmiques.

✧ La relation entre les théories et les pratiques : le but de la plupart des œuvres mathématiques antiques de la Chine est de mettre en utilisation dans les pratiques de la vie et de la production.

✧ Les caractères de développement : les mathématiques grecques ont une bonne continuité et succession à cause de l'attention des dominateurs, en revanche, la plupart des empereurs chinois antiques ne font pas attention aux mathématiques, ainsi, le développement des mathématiques éprouve souvent des hauts et des bas. Ce qui nous intéresse, c'est que les hauts de développement se font des années combattantes et les bas se font des années de paix.

### **2.2.2. La place et la signification des mathématiques antiques de la Chine**

Yu (1992) a mis en avant l'idée que la "mathématique" de l'époque n'est pas une science pure mais une complexité liée à la dévotion religieuse et d'autres caractéristiques culturelles.

Guo (1997) a mis en avant l'idée que des méthodes de résolutions des problèmes s'avèrent plus avancées ou efficace que celles proposées dans les manuels mathématiques d'aujourd'hui. Le fait d'intégrer les pensées des ouvrage *Jiu zhang suan shu* et *Guan yu lv* dans les manuels actuels favoriserait l'apprentissage et l'enseignement.

Qiu (2014) a prolongé l'idées de Yu, il a conclu que les mathématiques traditionnelles chinoises est une partie importante de 5000 ans de culture traditionnelle chinoise, dont le

---

développement et les caractéristiques, la prospérité et le déclin, sont étroitement liés aux aspects socio-culturels, économiques et politiques en vigueur.

Aujourd'hui, les mathématiques chinoises sont intégrées dans la tendance du développement mondial, ont apporté une contribution importante au développement des mathématiques mondiales, mais en comparaison avec les pays occidentaux, il y a encore un écart évident, qui est manifesté principalement par le manque des théories mathématiques originales. Pour résoudre ce problème, il faut mettre accent sur les caractères culturels chinois, et réfléchir les inconvénients et les limites dans l'éducation des sciences d'aujourd'hui.

### **3. Le concept de fraction d'un point de vue étymologique et historique en Chine**

Cette partie aborde des questions sur l'aspect historique du concept de fraction. L'objectif de celui-ci est, d'une part, d'offrir un simple aperçu du concept de fraction en Chine ancienne, afin de savoir comment la fraction a été représentée. D'autre part, d'effectuer d'une analyse étymologique de la notion des fractions, ainsi que le nombre et le système de numération en Chine au fil du temps, afin de récupérer et extraire des différents systèmes de numération et la culture présentée.

#### **3.1. L'apparition et le développement du concept de fraction en Chine ancienne**

Dans ce sous-chapitre, nous allons présenter l'origine des fractions en Chine ancienne, dont comment se présentent les expressions des notions de fraction en langue chinoise. Selon Qi (1996), très tôt, les mathématiciens chinois ont eu à travailler avec des fractions surtout dans les domaines de métallurgie, de calendrier astronomique, de féodalisme (distribuer la terre) etc. Elles se sont développées avec la production sociale.

##### **3.1.1. Le nombre et le système de numération en Chine au fil du temps**

Selon les travaux de Waminya (2011), « *un système de numération est un ensemble de règles d'utilisation des signes, des mots ou des gestes permettant d'écrire, d'énoncer ou de mimer des nombres* ». Sous leur forme écrite, ces derniers sont nés, en même temps que l'écriture, de la nécessité d'organiser les récoltes, le commerce et la datation.

L'écriture qui est en fait un système de représentation graphique d'une langue, au moyen de signes inscrits ou dessinés sur un support. L'invention de l'écriture par l'homme correspond au passage de la préhistoire à l'histoire en une transition de plusieurs millénaires. Ainsi, pour compter, on ajoute successivement des unités, et on les groupe par paquets chaque

---

fois qu'on atteint une certaine valeur. De même, au bout d'un certain nombre de paquets, on groupe ces paquets en paquets plus grands, et ainsi de suite. Idéalement, le nombre d'éléments de chaque paquet, qui donne le caractère de la numération, est identique. Dans la pratique, ce n'est pas toujours le cas.

#### *3.1.1.1. La première forme : Numération archaïque*

Dans le premier chapitre, nous avons mentionné que les caractères chinois, dont ceux représentant les chiffres, voient le jour vers le milieu de la dynastie Shang (environ 1400 avant notre ère). Un haut fonctionnaire Wang Yirong et un expert en bronzes et inscriptions sur pierres les découvrent par hasard en 1899. Ils comprennent que ces signes constituent une écriture et prouvent que les inscriptions découvertes sur des carapaces de tortues et sur des os étaient liées à des pratiques divinatoires. D'où son appellation par les Chinois d'écriture jiǎgǔwén (甲骨文), littéralement « écriture ossécaille » (Ifrah, 1981).

Le système numérique utilisé alors pour exprimer les nombres est basé sur un système décimal et est à la fois additif et multiplicatif. Ce n'est pas encore un système de numération de position et il ne nécessite pas de zéro.

#### *3.1.1.2. La deuxième forme : Système positionnel*

Nous avons présenté dans la première partie que l'autre système commencent à être utilisés avec l'apparition de baguettes servant aux calculs à l'époque des Printemps et Automnes (de -722 à -481), selon Gazagnes (2005), même si elles sont utilisées comme instrument de calcul(算筹, suan chou) sur la période commençant à la dynastie des Han et finissant à celle des Yuan (de 1279 à 1368), et seront alors remplacées par le boulier, elles servent à représenter des nombres jusqu'au début du 20<sup>ème</sup> siècle.

Ces calculateurs créent un système spécifiquement adapté au maniement scientifique des nombres. Cette notation n'utilise plus que neuf symboles – pour les chiffres de 1 à 9 – et représente le 0 par l'absence ou la place vide. Les chiffres sont représentés par des baguettes posées horizontalement ou verticalement, déplacées pendant les calculs.

Ce système de numération est basé sur deux principes : la position et le rang des chiffres et l'alternance. Les symboles de la première série sont utilisés pour noter les unités, les centaines et, de façon plus générale, les puissances paires de 10, tandis que les symboles de la seconde le sont pour les dizaines, les milliers et, plus généralement, les puissances impaires de 10. L'alternance des orientations a été mise au point probablement pour éviter la confusion lorsque plusieurs chiffres sont accolés.

Pour écrire le nombre 6 572, on écrit d'après la figure 3, en commençant par la droite, 2 (chiffre des unités) vertical, 7 horizontal (dizaines), 5 vertical (centaine) et 6 horizontal

(millier) :  $\perp \text{||||} \underline{\perp} \parallel$

### 3.1.1.3. L'apparition du zéro

Dans l'écriture avec des baguettes  $\parallel \mid$  de 201, on notera la place « vide » du chiffre des dizaines ; celle-ci est rapidement repérée par le fait que les baguettes des centaines et des unités sont toutes les deux verticales.

Rien ne laisse supposer qu'à l'époque existait une marque spéciale pour un « zéro » qu'une place vide. L'alternance des positions des baguettes (verticales ou horizontales) permet de lever dans certains cas cet équivoque (et de marquer sans ambiguïté possible un « zéro ») : il suffit en effet de trouver deux chiffres successifs avec la même position pour en déduire qu'il y a une place vide entre les deux. De même, lorsque le dernier chiffre du nombre a une position verticale montre que le nombre n'a pas de chiffre pour les unités. Du coup, cette absence de zéro à la fin du nombre ne permet pas de distinguer 1, 100 ou 10 000 dans l'écriture « | ». Le lecteur d'alors, en fonction du contexte, déterminait la valeur.

L'origine du zéro, faute de documents, doit être traitée avec beaucoup de précautions. En Chine comme dans tout autre pays. De plus, il peut y avoir plusieurs thèmes derrière lui :

- ✧ Un *nombre* qui a exactement le même statut que n'importe quel autre nombre ;
- ✧ Un *symbole positionnel* spécifique qui montre l'absence de certains ordres d'unités ;
- ✧ Un *symbole opérationnel* écrit après la dernière unité d'un nombre pour le multiplier par la base.

Si toutefois le zéro avait été connu en Chine ancienne, il n'aurait pas le premier sens. Aucun des textes mathématiques n'admet 0 comme solution et aucun n'utilise un nombre « zéro » dans ses calculs comme les autres nombres. Peut-être en raison de la nature des problèmes posés.

Après l'époque mongole, les Chinois emploient progressivement le zéro comme un chiffre ordinaire. C'est seulement à partir des Ming que le zéro se voit attribué d'un caractère (encore d'actualité), que l'on lit *ling*, dont l'écriture en chinois 零.

### 3.1.1.4. Le système de numération d'aujourd'hui

La numération des *jiuguwen* s'est développée dans les temps. L'étape suivante, qui remonte à environ 2 500 ans (pendant la dynastie des Zhou occidentaux), voit apparaître des

inscriptions sur bronze. Les caractères changent de forme (à part 1, 2 et 3). Dans le même temps, le « et » additif disparaît, les nombres sont écrits en une suite linéaire de caractères et un nouveau caractère, *yi*, apparaît (tantôt pour dix mille tantôt pour cent millions, suivant que le nombre est inférieur ou supérieur à cent millions) et, du coup, de plus grands nombres sont écrits. En chinois, *les nombres sont décomposés toutes les quatre puissances de 10*, et non toutes les trois, comme dans les langues occidentales. Il y a aussi une nouvelle forme de lecture des nombres.

Aujourd'hui, les nombres peuvent s'écrire dans la langue chinoise courante comme en toutes lettres pour nous, en utilisant les caractères ci-dessous. Les traités font état de 13 caractères numériques fondamentaux :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	万
<i>yi</i>	<i>èr</i>	<i>san</i>	<i>sin</i>	<i>wu</i>	<i>liu</i>	<i>qi</i>	<i>ba</i>	<i>jiu</i>	<i>shi</i>	<i>bai</i>	<i>qian</i>	<i>wan</i>

Pour écrire un nombre, on énumère les dizaines de mille, les milliers, les centaines, les dizaines et les unités qu'il contient. Ces nombres n'apparaissent qu'exceptionnellement dans les traités et nécessitent le recours à des unités particulières pour éviter une trop grande répétition du caractère *wan*. Un caractère spécial 亿 apparaît donc pour 100 000 000 (= 10 000<sup>2</sup>). On décompose en centaines de millions, centaines de mille, dizaines de mille, milliers, centaines, dizaines et unités.

Voici un exemple : le nombre de la population chinoise en 2016 : 13 8133 6300 = (10 + 3) × 100 000 000 + (8000 + 100 + 30 + 3) × 10 000 + 6 000 + 300

En caractères chinois, il s'écrit : 十三亿八千一百三十三万六千三百

### 3.1.2. La notion de fraction et les différentes expressions en langue chinoise

Le mot « 分数 » porte avec lui de diverses idées comme partages, division, rapports, proportionnalité, nombres rationnels, etc. Dans les mathématiques chinoises, le plus commun est celui qui consiste à diviser une entité en un nombre de parts égales. En mathématiques chinoises, la notion de fraction qui est de loin de la plus répandue est celle qui provient de la notion de partage d'un tout en un certain nombre de parties égales.

En Chine ancienne, mathématiques(数学) étaient appelées arithmétique(算术), c'est-à-dire utiliser les baguettes (算筹, *suan chou*) comme instrument de calcul. L'expression de

---

fraction la plus ancienne avec les baquettes, par exemple,  $\frac{2}{3}$  en forme vertical est  et en

forme horizontale est . (Luo, 2013)

Selon Martzloff (1988), on peut voir fréquemment dans les *Dix classiques de calcul* (*Suàn jīng shí shū*, 算经十书, *Les dix textes canoniques sur le calcul, Dynastie Tang*) des expressions comme :

- ✧ san fen lü zhi er 三分鹿之二 : “2 de 3 parts d’un cerf ” ( $2/3$  d’un cerf)
- ✧ si fen qian zhi san 四分錢之三 : “3 de 4 parts d’une sapèque”

Dans l’article *Les expressions parfaites des fractions en Chine ancienne*, Fang (1995) a conclu huit expressions utilisées dans différents œuvres de littérature, d’histoire, de loi, et bien sûr de mathématiques.

第一式:母数+分+名词+之+子数

第二式:母数+名词+之+子数

第三式:母数+分+之+子数

第四式:母数+之+子数

第五式:母数+分+子数

第六式:母数+名词+子数+名词

第七式:母数+子数

第八式:母数+分+名词+子数

Dans ces expressions, le mot *fen* 分 représente fort la notion de partage puisque sa composante supérieur 八 signifie étymologiquement “partager” tandis que sa composante inférieure est un mot 刀 (*dao*, couteau). La partie du tout peut être donnée sous la forme *x fen zhi y* ( $x$  分之  $y$ ), soit un tout est fragmenté en “ $x$ ” parties égales, on prend “ $y$ ” parts ( $y < x$ ). Le numérateur et le dénominateur s’appellent respectivement *fen mu* 分母 (la “mère” du partage) et *fen zi* 分子 (le “fils” du partage). Probablement parce que l’auteur de ces expressions pensait à une mère enceinte et son enfant, soulignant à la fois la différence en taille et le lien intime entre les deux termes. Les numérateurs représentent un certain nombre de parts produites par le dénominateur. (Gazagnes, 2005)

Selon Fang (1995), le premier modèle (第一式)分母+分+名词+之+分子, est le modèle complet, c’est-à-dire on peut l’utiliser sans opinions divergentes, et les autres

---

modèles sont dérivés du premier modèle qui s'appellent le modèle abrégatif. Normalement, le dénominateur et le numérateur sont deux éléments essentiels, mais dans un contexte linguistique précis, parfois on peut omettre le dénominateur.

Selon Wang (1990), on ne peut pas trouver une expression d'un nombre moins un dans le *Jiaguwen*, depuis longtemps, les gens ont traité les problèmes avec des différentes unités de mesure, par exemple, dans la mesure de longueur, il y a des unités de 丈 *zhang*、尺 *chi*、寸 *cun*、分 *fen* (ici, 分 c'est une unité de longueur), et 1丈=10尺, 1尺=10寸, 1寸=10分 (1尺=33.33cm, en moderne), ainsi  $1\frac{9}{10}$  尺 peut noter comme 一尺九寸; dans la mesure de poids, il y a des unités de 斤 *jin*、两 *liang*、钱 *qian* (一斤=16两=595g, 一两=10钱=37.2g, en moderne). Aujourd'hui, il y a pas mal de chinois aiment bien utiliser ces unités de mesure, et il existe des expressions dans le domaine de médecine traditionnelle chinoise (Pellatt, 2007).

### **3.1.3. Quelques procédures de calcul fractionnaire dans le *Jiu Zhang Suan Shu***

Chen (1988) a fait une traduction des procédures de calcul fractionnaire de langue chinoise antique à langue moderne, et nous pouvons constater que les opérations des fractions dans le chapitre *Fang Tian* sont plutôt pareilles avec les méthodes d'aujourd'hui.

TABLEAU 4 – LES SEPT PROCÉDURES DE CALCUL FRACTIONNAIRE EN LANGUE CHINOIS ANTIQUE ET LES INTERPRÉTATIONS D’AUJOURD’HUI. (CHEN, 1998)

原文	今 释
1. 合分术	分数加法法则
母互乘子，并以为实母相乘为法，实如法而一	$\frac{b}{a} + \frac{d}{c} = \frac{a \times d + c \times b}{a \times c}$ ，并指加，实指分子，法指分母，“实如法而一”指以分母除分子，即 $\frac{a \times d + c \times b}{a \times c}$ ，实和法相等商为一。
不满法者，以法命之	若余数 $< a \times c$ 时，写成分数 $\frac{\text{“余数”}}{a \times c}$
其母同者，直相从之	同分母分数相加，即以分子相加，分母不变
2. 减分术	分数减法法则
母互乘子，以少减多，余为实	$\frac{b}{a} - \frac{d}{c} = \frac{bc - ad}{ac}$ 多的做被减数，少的做减数，差做分子
母相乘为法，实如法而一	同上
3. 课分术	比较分数的大小之方法
4. 平分术	求分数的平均值的方法
5. 乘分术	分数乘法法则
母相乘为法，子相乘为实，实如法而一	$\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{b \times d}{a \times c}$
6. 经分术	分数除法法则，经同径，直接之意
7. 约分术	约分的方法
可半者半之	分子分母是偶数的，分别除以 2
不可半者，副置分母子之数，以少减多，更相减损以求等。	副置是放一边之意，用更相减损的办法求分子分母的最大公约数（等数）
以等数约之	然后用最大公约数约分

Selon (Gazagnes, 2005), le *Jiu Zhang Suan Shu* est un ouvrage dans lequel un certain savoir-faire est prérequis : l'utilisateur doit déjà savoir manier l'addition, la soustraction et la multiplication de nombres entiers. Mais, comme très souvent, les quantités utilisées ne sont pas entières, d'où leur expression en parts de la quantité : c'est pourquoi la quatrième opération usuelle (la division d'entiers) est placée dans le premier Chapitre.

Dans le *Jiu Zhang Suan Shu*, il y a les sept suivantes (citées par ordre d'apparition) :

- ✧ La procédure de réunion des parts, hefen shu 合分数 (addition) ;
- ✧ La procédure de diminution des parts, jianfen shu 减分数 (soustraction) ;
- ✧ La procédure de comparaison des parts, kefen shu 课分数 ;
- ✧ La procédure d'équilibrage des parts, pingfen shu 平分分数 ;
- ✧ La procédure de multiplication des parts, chenfen shu 乘分数 ;

- ✧ La procédure de calcul direct des parts, jingfen shu 经分数 (division) ;
- ✧ La procédure de simplification des parts, yuefen shu 约分数.

Nous allons faire une brève explication aux procédures suivantes : simplification, réunion et équilibrage des parts. Les questions originales dans le chapitre *Fang Tian* sont présentées dans Annexe 1.

### 3.1.3.1. Procédure de simplification des parts (yuefen shu)

La procédure se trouve après les exercices 1-5 et 1-6 (Chemla, K. et Guo, S., 2004, p.156).

Cette procédure porte sur la simplification d'une fraction en une fraction irréductible.

約分術曰：可半者半之，不可半者，副置分母子之數，以少減多，更相減損，求其等也。以等數約之。Simplifier les parts. Procédure : Quand elles sont divisibles par 2, divise-les par 2. Quand elles ne le sont pas, pose séparément les nombres de la mère et du fils du partage, par le [plus] faible, diminue-le [plus] fort. De nouveau qu'ils se diminuent et cherche leur égalité (等数 deng shu). Par les nombres égaux, simplifie-les.

Autrement dit, la technique consiste à essayer de simplifier par 2 le numérateur et le dénominateur puis à effectuer ensuite la série de soustractions alternées caractéristique du très classique algorithme d'Euclide (Gazagnes, 2005).

Prenons pour premier exemple la simplification de la fraction  $\frac{12}{18}$  (problème 1-5) :

今有十八分之十二。問約之得幾何？答曰：三分之二。

解读：现有十八分之十二，问约分后等于多少？答：三分之二

数学表达式：  $12/18 = 2/3$

La traduction : on commence par la division par 2 :  $12 \div 2 = 6$  et  $18 \div 2 = 9$ . On continue par les soustractions successives :  $9 - 6 = 3$  et  $6 - 3 = 3$ . En divisant par 3 les nombres 6 et 9, on obtient la fraction  $\frac{2}{3}$ .

Prenons pour second exemple la simplification de la fraction  $\frac{49}{91}$  (problème 1-6) :

又有九十一分之四十九。問約之得幾何？答曰：十三分之七。

解读：又有九十一分之四十九，问约分后等于多少？答：十三分之七

La traduction : par soustractions successives, on obtient :

$$49 - 42 = 7$$

$$42 - 7 = 35$$

---

$$35 - 7 = 28$$

$$28 - 7 = 21$$

$$21 - 7 = 14$$

$$14 - 7 = 7$$

Comme l'on obtient ainsi deux nombres égaux (le « 7 » de  $49 - 42$  et celui de  $14 - 7$ ), on simplifie la fraction en divisant chacun de ses termes par 7 pour obtenir  $\frac{7}{13}$ . Ce nombre 7 que l'auteur appelle l'égal (deng shu) est le plus grand commun diviseur (PGCD) de 91 et 49.

### 3.1.3.2. Procédure d'addition des fractions (hefen shu)

C'est après les exercices 1-7, 1-8 et 1-9 que se trouve la procédure.

合分術曰：母互乘子，并以為實，母相乘為法，實如法而一。不滿法者，以法命之。其母同者，直相從之。Unir les parts. La procédure dit : les mères en croix les fils. Additionne [les produits] pour faire le dividende. Les mères multipliées entre elles font le diviseur. Le dividende est rapporté au diviseur. Ce qui ne remplit pas le diviseur, par le diviseur, commande-le. Lorsque les mères sont identiques, que les dividendes se suivent directement.

« Ce qui ne remplit pas le dénominateur » est le reste de la division du dividende par le diviseur. Le « commander » (ming) par le diviseur signifie qu'on l'exprime sous la forme d'une fraction ayant ce reste pour numérateur et le diviseur pour dénominateur. Avoir des « mères identiques » signifie que les dénominateurs sont égaux. Dans ce cas, on additionne directement les numérateurs.

Si nous considérons les deux fractions  $a/b$  et  $c/d$ , la procédure donne pour résultat la fraction  $(a d + b c) / (b d)$ , sans passer par le calcul du plus petit commun des dénominateurs.

Par exemple, dans le problème 1-7 :

今有三分之一，五分之二。問合之得幾何？答曰：十五分之十一。

解读：现有三分之一和五分之二，问两数相加等于多少？答：十五分之十一。

数学表达式：  $1/3 + 2/5 = 11/15$

La traduction : on veut sommer les deux fractions  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{2}{5}$ . Le dividende est égal à  $5 \times 1 + 3 \times 2 = 11$  et le diviseur est  $3 \times 5 = 15$ .  $11 < 15$  : 11 ne remplit pas 15. Le résultat est donné sous la forme  $\frac{11}{15}$ .

Dans le problème 1-8 :

又有三分之二，七分之四，九分之五。問合之得幾何？

答曰：得一、六十三分之五十。

---

解读：又有三分之二、七分之四和九分之五，问这三个数相加等于多少？

答：一又六十三分之五十。

数学表达式： $2/3 + 4/7 + 5/9 = 1 + 50/63$

La traduction : on veut sommer les trois fractions  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{7}$  et  $\frac{5}{9}$ . Le dividende est égal à  $2 \times 3 \times 7 + 4 \times 9 + 5 \times 7 = 42 + 36 + 35 = 113$  et le diviseur,  $7 \times 9 = 63$ .  $113 > 63$  : 113 remplit 63. Il reste  $113 - 63 = 50$ . On donne le résultat sous la forme  $1 + \frac{50}{63}$ .

Le problème 1-9 demande de sommer les quatre fractions  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$  et  $\frac{4}{5}$ .

La procédure permet de sommer un nombre quelconque de fractions.

### 3.1.3.3. Les autres procédures dans le chapitre Fang Tian

La procédure de soustraction 減分術曰：母互乘子，以少減多，餘為實，母相乘為法，實如法而一 proposée après les problèmes 1-10 et 1-11 n'est énoncée, comme on peut s'y attendre, que pour la soustraction de deux fractions : présentée de façon semblable, son argument principal est de « retrancher le [produit] faible au [produit] fort ».

平分術曰：母互乘子，副并为平實，母相乘为法。以列数乘未并者各自为列实。亦以列数乘法，以平实减列实，余，约之为所减。并所减以益于少，以法命平实，各得其平。 Équilibrer les parts. La procédure dit : Les mères en croix multiplient les fils. La réunion [des produits] donne le dividende d'équilibre. Les mères multipliées entre elles donnent le diviseur.

Dans le problème 1-16 :

又有二分之一，三分之二，四分之三。問減多益少，各幾何而平？

答曰：減三分之二者一，四分之三者四，并以益二分之一，而各平於三十六分之二十三。平分術曰：母互乘子，副并為平實，母相乘為法。以列數乘未并者各自為列實。亦以列數乘法，以平實減列實，餘，約之為所減。并所減以益於少，以法命平實，各得其平。

Fils	Mères	Produits
------	-------	----------

1	2	12
---	---	----

2	3	16
---	---	----

3	4	18
---	---	----

Le dividende d'équilibre est  $12 + 16 + 18 = 46$ .

Le produit des dénominateurs est  $2 \times 3 \times 4 = 24$ .

---

*Par le nombre de rangs, multiplie-les [produits] non encore additionnés ; ils forment chacun un diviseur de rang. Par le nombre de rangs, multiplie également le diviseur.*

Le nombre de rangs, qui est le nombre de fractions, vaut ici 3.

Les produits non encore additionnés multipliés par 3 sont 36, 48 et 54.

Le diviseur 24 multiplié par 3 donne 72.

*Par le dividende d'équilibre diminue les dividendes de rang [qui lui sont supérieurs].*

*Simplifie les restes. Ils font ce qu'on retranche. Additionne ce qu'on retranche pour [l'] ajouter au [plus] faible [dividende de rang].*

Les dividendes de rang 48 et 54 sont diminués de 46 et donnent 2 et 8, qui sont rapportés à 72.

En simplifiant par 2, on obtient les restes 1 et 4, rapportés au diviseur 36 (= 72 ÷ 2). Ces deux restes ont pour somme 4 + 1 = 5.

On l'ajoute au troisième dividende (simplifié aussi par 2, soit 36 ÷ 2 = 18). On obtient 5 + 18 = 23.

*Par le diviseur, commande le dividende d'équilibre. Chacune [des fractions] donne l'équilibre.*

Le diviseur 72 donne la fraction d'équilibre  $\frac{46}{72} = \frac{23}{36}$ .

### **3.1.4. Le concept de fraction dans le *Mo Zi*, *Guan Zi* et *Shang Jun Shu***

En dehors des expressions précédentes, il existe aussi des termes spéciaux qui servent uniquement à désigner certaines fractions :

1/3 se dit *shaoban* 少半 (moins de la moitié)

2/3 se dit *taiban* 太半 (plus de la moitié)

1/2 se dit *zhongban* 中半 (moyenne moitié)

1/4 se dit *ruoban* 弱半 (faible moitié)

Dans l'époque des Printemps et Automnes et l'époque des Royaumes Combattants, selon Li (1984), la pensée des communautés était active, les activités productives ont été élargi, la technique a été amélioré, beaucoup de nouveaux problèmes mathématiques ont été proposé dans la pratique, par exemple, on ne peut pas compter un objet incomplet avec d'un nombre naturel, il faut créer un nouveau nombre. Il existait beaucoup de traité qui ont noté les exemples d'utilisation du concept de fraction, les problèmes de fraction dans le *Mo Zi* (墨子), *Guan Zi* (管子) et *Shang Jun Shu* (商君书) étaient évoqués par la distribution.

---

Nous pouvons trouver les expressions comme 二升少半 et 一升大半 dans le *Mo Zi* pour résoudre le problème de distribution de sel ; quant au problème de distribution de terre pour cultiver, dans le *Guan Zi*, nous pouvons trouver les expressions fractionnaires comme 十分之二, 十分之四, 十分之五, 十分之六, 十分之七, etc. *Shang Jun Shu* a noté : 地方百里者, 山陵处什一, 藪泽处什一, 谿谷流水处什一, 都邑蹊道处什一, 恶田处什二, 良田处什四, cela veut dire que des rapports de différents types de terre dans 100 carré li (里)<sup>9</sup>, 什一 est 1/10, 什二 est 2/10, 什三 est 3/10, l'ensemble est 1.

Selon Chen (1988), nous avons trouvé l'expression de fraction par rapport la longueur du *Sheng* 笙 un des instruments de musique en Chine ancienne, comme “宫”音管长“三分而损之一”便得着“征”(zhi)音管的长度。 dans le *Guan Zi · Di Yuan*, (du moment, les cinq notes de la musique 宫 (gong)、商(shang)、角(jiao)、征(zhi)、羽(yu) égalent 1, 2, 3, 5, 6) cela veut dire,  $\frac{1}{3}$  la longueur du conduit acoustique de Sheng de la note Gong égale celui de la note Zhi.

Ces faits suggèrent fortement que la Chine dès l'IV<sup>e</sup> et V<sup>e</sup> siècle avant J.-C. avait déjà mis en place du concept de fraction et avait une large application.

### 3.1.5. Le concept de fraction dans l'Art de la guerre

L'Art de la guerre (en chinois : 孙子兵法, pinyin : sūn zǐ bīng fǎ, littéralement : « Stratégie militaire de maître Sun ») est le premier traité de stratégie militaire écrit au monde (VI<sup>e</sup> siècle av. J.-C. – Ve siècle av. J.-C.). Son auteur, Sun Tzu (孙子, sūn zi), y développe des thèses originales qui s'inspirent de la philosophie chinoise ancienne.

Xiao et Chang (2005) ont analysé la pensée de fraction dans l'Art de la guerre. Sun Wu, l'auteur de *Art de la guerre*, a proposé que 凡治众治寡, 分数是也; 斗众如斗寡, 形名是, cela veut dire que la gestion d'une troupe de grand nombre aussi mieux que d'une troupe peu de nombre est due à une organisation raisonnable. “分”是指在军队里按偏将、裨将、.....、卒、伍分成若干等级; “数”指各个等级所管辖的人数, “分” signifie diviser les grades par Pian Jiang, Pi Jiang,..., Zu, Wu, etc.; “数” signifie le nombre de personnes relevant de la compétence de chaque grade.

Quant à la notion de fraction dans l'armée, Cao Cao (曹操, 155-220) de l'époque Han Orientaux a considéré que 部曲为分, 什伍为数; Du Mu (杜牧, 803-853) de l'époque

---

<sup>9</sup> 里(li), unité de longueur chinoise, qui égale 1/2 kilomètre.

---

Tang a considéré que 分者, 分别也; 数者, 人数也. 部曲 (bu qu) et 什伍 (shi wu) sont deux unités de base dans le système d'armée, d'après ces deux sens, la fraction est de marquer un certain nombre de troupes combinées, en unités de combat de différentes tailles pour faciliter une gestion efficace.

### 3.1.6. Le concept de fraction dans le *Qin Jian*

La découverte d'une collection de plus de 1000 lamelles en bambou (秦简, *Qin jian*) à Yun Meng en 1975 nous permet de faire des études sur la culture de l'époque Qin ainsi que le développement des mathématiques. On y a trouvé des expressions par rapport de fraction.

D'après Hu (1996), nous pouvons trouver deux types d'expression de fraction :

◇ 数词<sub>1</sub>+ 分+ 数词<sub>2</sub>: nombre 1 + fen + nombre 2, quelques exemples :

1. 十牛以上而三分之一死 ; (lamelles en bambou de Yunmeng, p. 33, cité par Hu)
2. 毋过三分取一 ; (p. 60)
3. 县料而不备其见数五分之一以上 ; (p. 97)
4. 十分一以到不盈五分之一 . (p. 116)

◇ 数词<sub>1</sub>+ 分+ 量词+ 数词<sub>2</sub>: nombre 1 + fen + quantificateur + nombre 2, quelques exemples :

1. 酱驷分升一 ; ( p. 101)
2. 盐廿二分升二 ; ( p. 103)
3. 六分升一以上. (p. 114)

Ces deux types d'expression de fraction dans le *Qin Jian* illustrent une cohérence forte et ils peuvent être considérés comme une base d'expression de cette époque.

## 4. Le concept de fraction d'un point de vue mathématique

Ce chapitre aborde des questions sur le concept de fraction du point de vue mathématique. Tout d'abord, nous allons présenter la définition mathématique de la fraction proposée par Zhang Dianzhou de quatre aspects, puis les éléments fondamentaux qui aident les élèves à développer une compréhension des significations de la fraction.

### 4.1. Définitions mathématiques de la fraction

En Chine, les élèves touchent le concept de la fraction très tôt dans la Classe Niveau 3. Comparé avec l'expression en anglais et en français, par exemple,  $\frac{1}{3}$  *one-third* et *un sur trois*, il semble que l'expression en chinois 三分之二 qui comporte la notion de diviser est plus exacte et facile à comprendre pour les enfants.

---

Zhang Dianzhou (2010), mathématicien très connu en Chine, nous a donné quatre définitions mathématiques de la fraction dans le cadre de l'enseignement des fractions à l'école primaire.

#### **4.1.1. Définition selon la notion de *partie d'un tout***

定义 1(份数定义): 分数是把一个单位平均分成若干份之后其中的一份或几份。

Définition 1 : La fraction représente une ou plusieurs parties d'une unité divisée en parties égales.

Dans l'enseignement des fractions à l'école primaire en Chine, on adopte la définition de la fraction : 将单位“1”平均分成若干份, 表示这样的一份或几份的数叫做分数。表示把单位“1”平均分成多少份的数  $P(P \neq 0)$  叫做分母, 表示取了多少份的数  $q$  叫做分子。分数写成  $\frac{q}{p}$ , 读作  $p$  分之  $q$ 。Diviser l'unité “1” en plusieurs parties égales, le nombre qui s'exprime une ou plusieurs de ces parties s'appelle *fraction*. Le nombre  $p(p \neq 0)$  qui s'exprime combien de parties égales que l'on a divisé l'unité “1” s'appelle *dénominateur*, le nombre  $q$  qui s'exprime combien de parties égales que l'on a pris s'appelle *numérateur*.

Zhang Dianzhou (2010) considère que les caractères de cette définition mettent l'accent d'abord sur la notion de *partie égale* (平均分), en notant que la partie égale signifie la place ou le rôle des parties au lieu de la figure des parties dans l'enseignement de cette notion ; d'autre part sur la notion de l'unité 1 (单位 1), il faut souligner l'importance de prendre l'expression  $\frac{1}{q}$  comme l'unité de la fraction pour aider les élèves mieux comprendre la notion de fraction.

La limite de cette définition représente dans deux aspects : l'expression de prendre d'une ou plusieurs parties est relié à nombre naturel et elle ne peut pas montrer aux enfants l'expression d'un nouvel nombre ; et puis la notion de partie d'un tout conduit souvent aux élèves mal compris que la fraction est toujours inférieur un.

Selon Luo (2013), nous pouvons prendre cette définition comme une base de l'enseignement de la notion de fraction et transférer rapidement à la définition de la notion de quotient.

#### **4.1.2. Définition selon la notion de quotient**

定义 2(商定义): 分数是两个整数相除(除数不为 0)的商。

Définition 2 : Une fraction est en tant que le quotient divisé par deux nombres entiers (le diviseur est différent du zéro).

Selon cette définition, la fraction est le quotient de l'entier  $q$  par l'entier  $p$  ( $p \neq 0$ ), si  $q$  est divisible par  $p$ , le quotient est un entier ; si  $q$  n'est pas divisible par  $p$ , le quotient est un nouveau nombre : fraction. L'origine réelle de la notion de fraction est un prolongement de la division des nombres naturels. Normalement, le dividende est plus grand que le diviseur dans une question de division pour les élèves, ainsi il faut prendre la fraction comme un nouveau type de quotient pour traiter la division de n'importe quels deux nombres naturels. Par conséquent, nous pouvons obtenir la définition : une fraction est le quotient de deux nombres naturels  $a$  et  $b$  ( $b \neq 0$ ), le quotient  $a \div b$  est un nouveau nombre  $\frac{a}{b}$ , s'appelle  $b$  fen zhi (分之)  $a$ . Quand  $a$  est divisible par  $b$  où  $b=1$ , la fraction est un nombre naturel.

D'après Zhang (2010), du point de vue mathématique, cette définition reflète l'essence de la fraction et s'accorde à l'extension d'un ensemble des nombres.

#### 4.1.3. Définition selon la notion de rapport

定义 3 (比定义): 分数是整数  $q$  与整数  $p$  ( $p \neq 0$ ) 之比。

Définition 3 : La fraction est en tant que le rapport de deux entiers  $q$  et  $p$  ( $p \neq 0$ ).

Zhang (2010) considère que cette définition est un prolongement de la définition de partie d'un tout et s'exprime aussi le rapport de deux parties, en même temps, elle a une similarité avec la définition de quotient dont la valeur est égale et l'expression est différente. Dans l'enseignement des fractions à l'école primaire, l'enseignant propose d'abord la première définition d'un point de vue de partie d'un tout en Classe Niveau 3, et après la deuxième définition d'un point de vue de quotient en Classe Niveau 5. La première définition peut être considérée comme le processus et la deuxième est le résultat. Quand à Classe Niveau 6, nous pouvons prendre la notion de rapport comme une compréhension profonde de la notion de fraction pour les élèves.

#### 4.1.4. Définition axiomatique

定义 4 (公理化定义): 有序的整数对  $(p, q)$ , 其中  $p \neq 0$ 。

Définition 4 : Une fraction est un couple de nombres entiers séquentiels  $(p, q)$  dont  $p$  est non nul.

Fan (2011) nous explique cette définition que l'unité 1 est fragmenté en "p" parties égales, et on prend "q" parts. Le "p" et le "q" s'appellent respectivement *fen mu* 分母 et *fen zi* 分子, ainsi une fraction est écrite comme  $\frac{\text{分子}}{\text{分母}} = \frac{q}{p}$ .

---

## 4.2. Apports de la notion de fractions qui aident les élèves à mieux comprendre le concept de la fraction

A part les quatre définitions de fraction proposées par Zhang Dianzhou, la fraction peut aussi considérer comme une mesure ou un opérateur. Wang et Peng (2016) considère que la fraction comme une mesure est de prendre la fraction comme un nombre qui représente une certaine mesure de distance et la fraction comme un opérateur est d'une réflexion des capacités de transformation entre segment, figure et nombre. Alahmadati (2016) conçoit la fraction comme une mesure suppose l'existence d'une unité de mesure et peut être entre autres, une mesure de longueur, d'aire, de volume, de temps ou d'argent. Quant à la fraction comme un opérateur, cette interprétation permet de considérer la fraction comme une fonction ou comme une suite d'opérateurs multiplicatifs.

Dans ce sous-chapitre, nous allons aborder les apports des notions de fraction dans l'enseignement des fractions à l'école primaire en Chine.

### 4.2.1. Les recherches sur la notion d'Unité 1

Dans les manuels scolaires de mathématiques en Chine, nous pouvons trouver la description 一个物体、一个计量单位或有许多物体组成的一个整体，都可以用自然数 1 来表示，通常我们把它叫做单位“1”， un objet, une unité de mesure ou un ensemble des objets, on peut les exprimer avec le nombre naturel 1, on l'appelle souvent *unité 1*.

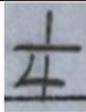
L'unité est un standard ou une règle dans les opérations de mesure. Dans l'enseignement des fractions, l'unité de fraction est « Diviser l'unité “1” en plusieurs parties égales, le nombre qui s'exprime une de ces parties s'appelle *unité de fraction* ». Hua (2011) propose que les notions de *l'unité* et *le 1* sont importantes, les enseignants doivent mettre plus accent sur l'unité de fraction mais non seulement la notion d'*unité 1*. La création d'une unité de fraction est liée à l'exigence de pratique, Hua souligne que la fraction est un processus de diviser et compter, il faut d'abord trouver l'unité de fraction dans l'étape de diviser également, et après faire les élèves compter les nombres d'unité pour obtenir la fraction, c'est-à-dire la fraction est une accumulation des unités d'une fraction.

Pour définir la relation entre une fraction et l'unité de référence, l'unité 1 ou nombre 1, selon l'analyse de Kieren (1988), constitue l'unité « pivot » dans la construction des nombres rationnels. Avec des nombres rationnels, le nombre 1 doit aussi être interprété comme une unité divisible qui joue un rôle dans le développement de l'inverse multiplicatif.

### 4.2.2. Les représentations des notions de fraction

Selon Guo (2016), la représentation mathématique est d'établir une correspondance entre une nouvelle structure mathématique (figures, signes, langages etc.) et la structure représentée à l'apprentissage du concept mathématique. Dans l'enseignement des fractions à l'école primaire, il s'agit de quatre représentations des notions de fraction : le signe ; la surface ; l'ensemble ; l'axe orienté.

TABLEAU 5 – LES REPRÉSENTATIONS DES NOTION DE FRACTION. (GUO, 2016)

Type de représentation	Signifié	Signifiant
Le signe (符号表征)	La représentation de notion de fraction en utilisant le signe abstrait mathématique.	
La surface (面积表征)	La représentation de notion partie d'un tout de fraction en utilisant la surface des figures.	
L'ensemble (集合表征)	La représentation de notion partie d'un tout de fraction en utilisant des quantités discrètes d'un ensemble.	
L'axe orienté (数轴表征)	La représentation de notion de fraction comme mesure des longueurs en utilisant la situation d'une droite graduée.	

### 4.2.3. La transformation des représentations des notions de fraction

Selon Lesh, Post et Behr (1987), les représentations sont cruciales pour la compréhension des concepts mathématiques. Ils ont défini la représentation en tant que « modes de réalisation externes et observables de conceptualisations internes des élèves ». Ce modèle suggère que la capacité de faire les transformations entre les différents types de représentations est nécessaire pour comprendre une idée mathématique pour les élèves. Il a identifié cinq modes distincts de représentations qui se produisent dans l'apprentissage des mathématiques et la résolution des problèmes. Les cinq modes sont des figures (images ou diagrammes) ; des symboles écrits ; des langages parlés ; des situations réelles et des manipulations objectives.

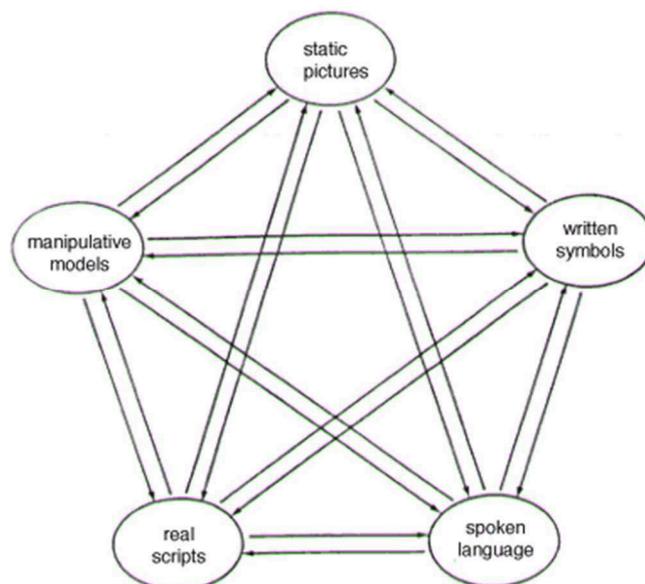


FIGURE 5 SCHÉMA DE TRANSFORMATION ENTRE DIFFÉRENTS TYPES DE REPRÉSENTATIONS. (LESH, R., BEHR, M. ET POST, T., 1987)

Li (2013) et Guo (2016) considèrent que ce système de transformation des représentations s’adapte bien à l’enseignement des fractions, par exemple, en traitant le problème de “un morceau de gâteau lunaire donné à quatre personnes, combien de morceau chaque personne peut obtenir ? ”, pour les élèves de Classe Niveau 3, d’abord l’enseignant peut créer une situation liée à la vie quotidienne comme “la manipulation des papiers ronds ou carrés”, et l’enseignant propose la question comme “pourquoi tu divise le papier comme ça et ça signifie quoi”, le processus de conduire les élèves répondre aux questions avec des expressions fractionnaires est une représentation orale, et enfin, il faut faire des élèves noter leurs réponses avec des symboles mathématiques comme une représentation avec des symboles.

## 5. Questions autour de l’enseignement des fractions en Chine

Afin de mieux connaître la situation de l’enseignement des fractions en Chine, nous allons d’abord faire une introduction sur le système éducatif et les politiques relatives à l’instruction de base en Chine. Ensuite, c’est un rappel historique des réformes des programmes de l’enseignement des mathématiques ainsi que les contenus par rapport à l’enseignement des fractions à l’école primaire en Chine. Enfin, nous allons analyser les connaissances concernant les fractions dans le cycle1 et cycle 2 de l’école primaire selon le standard du curriculum des cours de mathématiques pour l’instruction obligatoire (2011).

---

### **5.1. La langue de scolarisation en Chine**

La population chinoise comprend 56 ethnies identifiées et la population des diverses ethnies existe une grande différence. L'ethnie Han (汉族) possède une population de plus nombreuse, et les 55 autres groupes sont appelés « ethnies minoritaires ». À l'exception des Huis (回族) et des Mandchous (满族) qui utilisent les dialectes chinois, 53 nationalités ont leur propre langue et 21 leur propre écriture parmi cette grande ethnie chinoise. (<http://www.ciep.fr/sites/default/files/atoms/files/education-asie-2014-fiche-documentaire-chine.pdf>)

Selon une enquête effectuée en 2005, au moyen de sondages auprès de 1 % de la population de la Chine, la population totale des 55 ethnies minoritaires était de 123,33 millions, représentant 9,44 % de la population nationale. Parmi les ethnies minoritaires, il y a 18 ethnies comptent plus d'un million de personnes, dont les Zhuang (壮族), environ 16,1788 millions, sont les plus nombreux, alors que les Luoba (珞巴族), seulement 3 000, sont au bas de l'échelle. (<http://www.amb-chine.fr/fra/gzzg/t829195.htm>)

Les Han se trouvent sur tout le territoire du pays, mais la plupart vivent dans les bassins du Huanghe (黄河平原 fleuve Jaune), du Changjiang (长江 Yangtsé) et de la rivière des Perles (珠江) et dans la plaine de Songhua-Liaohe (松辽平原). Les ethnies minoritaires sont dispersées sur plus de 60 % du territoire national, bien qu'ils possèdent une faible proportion. Depuis longtemps, les Han et les ethnies minoritaires gardent des liens politiques, économiques et culturels dans divers domaines et forment ainsi des relations d'interdépendance et de développement commun. Toutes les ethnies du pays ont apporté leur contribution à la fondation d'un pays multiethnique unifié, à la création de cette longue et brillante civilisation chinoise et à l'histoire de la Chine.

Enfin, la langue chinoise est la langue de scolarisation en Chine, c'est-à-dire la langue qui est enseignée comme matière des manuels scolaires et utilisée pour l'enseignement des autres matières. En 1956, la république populaire de Chine a adopté le mandarin de Beijing comme la langue officielle et le mandarin standard généralise progressivement bien qu'il subsiste encore de nombreux dialectes de différentes régions de la Chine.

### **5.2. Le système éducatif en Chine**

En Chine, les enfants entrent à l'école à l'âge de 6 ans. Le cycle primaire dure 6 ans. Le cycle secondaire est divisé en deux parties, le collège (3 ans) et le lycée (3 ans). Le système éducatif chinois met en œuvre une scolarité obligatoire et gratuite de 9 ans (6 ans d'école primaire et 3 ans de collège). L'enseignement repose sur des programmes révisables

---

périodiquement, conçus par le ministère de l'Éducation nationale (l'ancienne Commission d'État pour l'éducation) (Xing, 2004).

### **5.2.1. Présentation générale du système éducatif chinois**

Le système éducatif en Chine est à trois niveaux : enseignement élémentaire avec les écoles primaires, enseignement secondaire avec les collèges et lycées et enseignement supérieur avec les universités et les instituts spécifiques. Il a quatre composantes comme formations : instruction de base, enseignement professionnel et technique de niveau moyen, enseignement supérieur et éducation permanente destinée aux adultes (HU, 2013).

L'instruction de base comprend l'éducation préscolaire, l'enseignement primaire et l'enseignement secondaire. L'éducation préscolaire vise aux enfants de trois à cinq ans. Elle est procurée dans les écoles maternelles ou prend forme de classes préscolaires dans des régions rurales. La Constitution d'éducation chinoise de 1985 institue la scolarité obligatoire sur neuf ans, qui est divisée en deux étapes : six ans d'études à l'école primaire et trois ans au collège.

L'enseignement élémentaire face aux enfants de six ans et dure six ans dans les écoles primaires qui fait la première partie de l'instruction obligatoire. L'instruction au collège débute avec les collégiens de 12 ans et dure trois ans. Elle est la deuxième partie de l'instruction obligatoire et le premier cycle de l'enseignement secondaire. L'instruction au lycée est l'enseignement secondaire du deuxième cycle. Elle dure aussi trois ans et débute avec les lycéens de 15 ans. L'enseignement élémentaire et secondaire est placé sous la tutelle de l'administration de Ministère de l'éducation. Les établissements d'enseignement secondaire peuvent être publics, financés par l'État, ou être privés, financés par des entreprises ou des particuliers. L'enseignement professionnel et technique de niveau moyen vise à former des personnes qualifiées avec débouché vers les différents secteurs d'activités. Généralement, les établissements d'enseignement professionnel et technique de niveau moyen fournissent une formation de deux ans, et après, les élèves sont recrutés parmi les collégiens diplômés.

L'enseignement supérieur est organisé selon trois formes : programmes d'études spécialisées de trois ans avec le diplôme de spécialité, programmes d'études de quatre ans avec le diplôme de licence, et programmes d'études approfondies et/ou de recherche sanctionnés par un master ou un doctorat. Les programmes d'études spécialisées de trois ans sont assurés par des établissements d'enseignement supérieur spécialisé (souvent des instituts). Après avoir fini leurs études, les étudiants seront décernés un diplôme d'études spécialisées

---

de l'enseignement supérieur. Dans le cadre des programmes d'études de quatre ans diplômant de licence, les étudiants suivent généralement un cursus de quatre ans dans les universités et des instituts et acquièrent à la fin une licence. Ce diplôme de licence en Chine est égal au diplôme « Bac + 4 » en France.

Les étudiants peuvent suivre les programmes d'études approfondies sanctionnées et de recherche sont fournis dans les universités et des instituts de recherche y compris les études de master qui durent de 2 à 3 ans et les études doctorales qui s'échelonnent sur 3 ans. Les doctorants obtiendront un titre de docteur après qu'ils réussissent les formations choisies et la soutenance de la thèse dans le programme de recherche.

La Chine met en pratique un système sévère de concours d'entrée de l'école à l'université. Généralement, le concours national d'admission aux études supérieures (GAO KAO) est le plus important pour les lycéens et leurs familles. Les étudiants diplômés équivalent de licence qui souhaitent continuer leurs études doivent aussi réussir le concours national d'admission de master.

Pour tous les citoyens chinois, la formation et les examens sont tout au long de la vie. A part l'éducation initiale depuis l'enfance, il existe aussi une éducation permanente destinée aux adultes tandis que les formations spécialisées sont destinées aux personnes handicapées etc. Tous ces types d'éducatons sont classés sur trois niveaux : élémentaire, secondaire et supérieure.

Au niveau du deuxième cycle du secondaire (équivalent de lycée), il existe également des écoles secondaires spécialisées ou des écoles professionnelles qui offrent des formations de trois à quatre ans pour s'inscrire aux études supérieures des adultes. Concernant les études supérieures, à côté des universités, il existe des instituts techniques qui proposent des filières courtes de deux à trois ans pour être qualifié d'un secteur. Finalement, il y a plusieurs choix de poursuivre les formations, mais l'accès à l'enseignement supérieur pour la plupart des élèves chinois est de réussir à l'examen de Gaokao. (Xing, 2004).

Le système éducatif chinois est construit de la façon suivante :

TABLEAU 6 – LES NIVEAUX D'ÉTUDE EN CHINE. (HU, 2013)

Cycle	Age	Durée	
Préscolaire/maternelle	3 à 6 ans	3 ans	
Primaire	6 à 12 ans	6 ans	Enseignement obligatoire
Le premier cycle du secondaire (collège)	12 à 15 ans	3 ans	Enseignement obligatoire
Le second cycle du secondaire (lycée)	15 à 18 ans	3 ans	
Université	18 à 23 ans	4 à 5 ans	Licence
Université	23 à 26 ans	2 à 3 ans	Master
Université	>26 ans	3 ans	Doctorat

### 5.2.2. La scolarité obligatoire

En 2008, l'instruction obligatoire sur neuf ans est généralisée, couvrant 99,3% de la population chinoise. En même temps, l'enseignement supérieur, la formation professionnelle, l'éducation permanente se sont développés de jour en jour. Les échanges et coopération internationaux se sont aussi beaucoup intensifiés. Aujourd'hui, un système éducatif à plusieurs niveaux et formes a été mis en place et s'améliore à grands pas en Chine.

La loi sur l'instruction obligatoire en Chine dispose que les enfants ont le droit de recevoir une instruction obligatoire de neuf ans (six ans d'école primaire et trois ans de collège). Elle demande en outre que le gouvernement doit établir un système de financement garantissant l'application de cette période de scolarité obligatoire.

Les enfants doivent aller à l'école dès l'âge de six ans (sept ans dans les zones sous-développées). Afin de promouvoir un développement équilibré de toutes les écoles, les autorités éducatives des gouvernements locaux n'ont pas le droit de diviser les écoles en écoles prioritaires et écoles non prioritaires, et les écoles n'ont pas le droit de diviser les classes en classes d'élites et classes ordinaires. Ces pratiques étaient courantes avant l'entrée en vigueur de la loi en 1986, quand les ressources éducatives étaient rares et que les autorités locales les attribuaient en priorité à certains établissements afin d'y former des élèves aptes à intégrer par la suite les meilleures universités. La loi sur l'instruction obligatoire interdit également tout examen d'entrée pour accéder à l'éducation de base. En fait, il existe quand même une grande inégalité des ressources d'instruction entre les régions développées et sous développées, et les écoles sont classifiés souvent par les parents et la société selon la proportion d'entrée aux lycées réputés. (Hu, 2013)

TABLEAU 7 – COMPARAISON DES TRANCHES D'ÂGES DES ÉLÈVES DANS LE CYCLE DE SCOLARITÉ OBLIGATOIRE ENTRE LA CHINE ET LA FRANCE (HU, 2013)

	En Chine	Age	En France	Age	
Collège (Cycle3)	Classe Niveau 9	14-15 ans	Deuxième du collège	15 ans	Collège
	Classe Niveau 8	13-14 ans	Troisième du collège	14 ans	
	Classe Niveau 7	12-13 ans	Cinquième du collège	13ans	
École primaire (cycle2)	Classe Niveau 6	11-12 ans	Sixième du collège	12 ans	École élémentaire
	Classe Niveau 5	10-11 ans	CM 2	10 ans	
	Classe Niveau 4	9-10 ans	CM 1	9 ans	
École primaire (cycle1)	Classe Niveau 3	8-9 ans	CE 2	8 ans	
	Classe Niveau 2	7-8 ans	CE 1	7 ans	
	Classe Niveau 1	6-7 ans	CP	6 ans	

### 5.2.3. La gratuité de la scolarité

En Chine, la loi d'éducation de 1986 prévoyait la gratuité de l'enseignement au cours de la période de scolarité obligatoire, mais il reste encore la question du financement de l'éducation. De ce fait, cette loi rencontre largement des problèmes d'application, certains établissements continuent d'imposer des frais d'enseignement, par exemple, des « frais divers » (frais « de construction », « d'entretien » etc.) qui sont censés permettre de contourner la loi d'éducation.

L'interdiction d'imposer des frais de scolarité est réaffirmée par l'amendement de 2006 tout au long des neuf années d'instruction obligatoire. En même temps, la loi impose aux gouvernements locaux la création d'un fonds public pour garantir le financement de l'instruction obligatoire, ainsi cette loi d'éducation de la gratuité de la scolarité est appliquée progressivement en Chine.

Selon HU (2013), les frais de scolarité sont supprimés après l'application de cette loi dans les zones rurales de l'ouest depuis 2006, dans celles de l'est depuis 2007 et dans les zones urbaines depuis 2008. La gratuité de la scolarité représente un progrès considérable dans la réalisation du droit à l'éducation, notamment pour les familles dans régions rurales généralement plus pauvres mais aussi pour certaines familles urbaines, parce que les frais de scolarité sont généralement plus élevés dans les villes que dans les campagnes.

---

En effet, les frais liés à l'achat des manuels scolaires ne sont pas supprimés, mais les prix de référence de ces manuels sont définis par les Bureaux des prix et le département du gouvernement qui s'occupe aux publications des manuels scolaires, selon les prix effectifs déterminés par la base desquels les mêmes départements au niveau provincial déterminent.

En 2008, afin de favoriser la scolarisation des habitants, le ministère de l'Éducation attribue un soutien financier aux élèves des zones rurales pour l'achat des manuels scolaires, de 90 yuans par élève en primaire et 180 yuans par élève dans le secondaire.

En 2017, le Ministère d'éducation a proposé une nouvelle loi d'éducation pour supprimer complètement les frais scolaires pendant les neuf années d'éducation obligatoire des enfants chinois.

### **5.3. L'évolution des programmes de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire(小学数学教学大纲) en Chine de 1949 à 2000**

Dans cette sous-partie, d'après les travaux de Chen (2001) et de Dai (2007), nous allons faire une présentation aux cinq étapes de l'éducation des mathématiques ainsi que sept réformes des programmes de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire depuis la fondation de la République de Chine populaire en 1949 jusqu'à 2000. Cela nous permet de comprendre comment les connaissances de fractions ont été enseignées au fil des années et de voir quels étaient les enjeux de ces enseignements et ainsi les mettre en lien avec les objectifs des manuels.

#### **5.3.1. L'imitation les programmes soviétiques de 1949 à 1957**

Dans cette étape, le gouvernement a publié trois programmes de l'enseignement des cours d'arithmétique (小学算术课程标准) qui a pris le système soviétique comme référence, dont le premier était en 1950, mais il n'existait pas des manuels pour effectuer ces programmes, ainsi nous allons d'abord analyser les programmes de 1952 et 1956.

Avant 1956, le cycle primaire a duré 5 ans. En ce qui concerne les programmes de 1952, il a indiqué que les enfants doivent acquérir une connaissance préliminaire sur la notion de fraction, de nombre décimal et de pour-cent dans la notice des programmes. Les notions de fractions ont été enseignées en Classe Niveau 4, quand à Classe Niveau 5, il s'agissait de l'addition et la soustraction des fractions simples dont le dénominateur est 2, 4, 8 ; 5, 10 ; 3, 6, 12 (les dénominateurs sont pareils ou multipliés). L'enseignement des notions de décimale commençait après l'enseignement des notions de fraction en Classe Niveau 5.

Depuis 1956, le cycle primaire a duré 6 ans dont 4 ans de cours élémentaires et 2 ans de cours supérieurs (un système de 4+2). Dans les programmes de 1956, la notion élémentaire

---

de fraction comme  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{1}{8}$  etc. a été enseigné avec la notion de division en Classe Niveau 2 et 3, mais en considérant le système de 4+2, les opérations simples des fractions ont été enseigné en Classe Niveau 6. L'enseignement des notions de décimale commençait encore après l'enseignement des notions de fraction en Classe Niveau 6.

### **5.3.2. L'exploration et la création d'un système d'éducation chinoise en mathématiques de 1958 à 1965**

En 1958, selon les instructions du gouvernement à l'éducation, le ministère de l'Éducation a fait un avis provisoire sur manuels des cours arithmétiques à l'école primaire qui a indiqué que les enfants ont dû apprendre plus de choses pendant le cycle primaire et a décidé de mettre les connaissances arithmétiques de la première année de collège dans l'école primaire.

En 1961, pour corriger cet avis "extrême gauche" (imiter totalement le système éducatif soviétique), le ministère d'Éducation a reposé que l'enseignement primaire a dû être effectué strictement selon les programmes et les manuels scolaires d'enseignement publié par le ministère d'Éducation.

En 1963, en résumé des expériences d'éducation des années depuis la fondation du pays, le ministère d'Éducation a publié les nouveaux programmes d'enseignement des cours d'arithmétique à l'école primaire qui a possédé des caractéristiques chinoises, ainsi un grand changement des contenus par rapport aux arithmétiques.

Les programmes de 1963 ont proposé que l'enseignement des notions du nombre décimal a basé sur le concept de fraction en Classe Niveau 4. Pour les élèves de Classe Niveau 5, il faut apprendre lire et écrire les fractions et bien maîtriser les différentes notions de fractions, ainsi que la réduction de fractions au même dénominateur (通分) et la réduction de fractions à sa plus simple expression (约分). Les quatre opérations de fraction sont aussi enseignées en Classe Niveau 5, et après les opérations mixtes et les exercices utilitaires sont pour les élèves de Classe Niveau 6. L'enseignement systématique des nombres décimaux commence ensuite en premier semestre de Classe Niveau 6.

### **5.3.3. La révolution culturelle en Chine de 1966 à 1976**

Au cours de cette période, la Chine a connu dix années de crise, l'économie nationale était au bord de l'effondrement, la culture et l'éducation a également souffert de dommages dévastateurs, toutes les écoles ont cessé l'enseignement, le ministère de l'Éducation et la maison d'édition populaire de l'Éducation ont été révoqué. Par conséquent, les programmes d'enseignement et les manuels scolaires étaient réduits à néant.

---

#### **5.3.4. La récupération et le réajustement des programmes de 1977 à 1985**

En considérant la situation rigoureuse dont les besoins de nouveaux programmes et manuels scolaire pour les récupérations de l'enseignement de l'école primaire et secondaire, Deng Xiaoping<sup>10</sup> s'est proposé de présider le travail de la science et de l'éducation. Le ministère d'Éducation a publié un arrêté en 1978 « *Le plan d'enseignement primaire et secondaire d'un système de dix ans (expérimental)* » et a décidé de changer la dénomination "les cours de mathématiques" au lieu de "les cours d'arithmétique". Et après une étude sur les reformes d'éducation étrangère, l'ancien ministère d'Éducation a proposé les nouveaux programmes de 1978 « *Les programmes d'enseignement des cours de mathématiques à l'école primaire à plein temps* » qui était moderne et accommodé à la situation de l'état du moment.

En ce qui concerne les programmes de 1978, le cycle de primaire a duré 5 ans, les élèves de Classe Niveau 3 doivent apprendre lire, écrire et comparer les fractions simples ainsi que l'addition et la soustraction des fractions avec le même dénominateur. Quand à Classe Niveau 4, c'est l'enseignement des notions de nombre décimal et de fraction, la réduction de fractions au même dénominateur et la réduction de fractions à sa plus simple expression, les élèves apprennent à résoudre les exercices mixtes de l'addition et la soustraction des nombres décimaux et des fractions. La multiplication et la division des fractions sont le contenu de Classe Niveau 5.

#### **5.3.5. L'instruction obligatoire de 1986 à 2000**

En 1985, le gouvernement a installé la Commission d'État pour l'éducation (1985-1998) pour remplacer l'ancien ministère d'Éducation, et en même année, le gouvernement a proposé l'idée sur la réforme de système éducatif ainsi l'instruction obligatoire de neuf ans dont 6 ans de l'école primaire et 3 ans de collège.

Suite à la pratique officielle de la loi de l'éducation obligatoire en Chine en 1986, la Commission d'État pour l'éducation a proposé les programmes de 1986 pour cette période de transition au nouveau système éducatif. L'école primaire de 6 ans utilise les nouveaux programmes qui sont basé sur les programmes de 1978. Mais les contenus des programmes de 1986 par rapport à la fraction sont enseignés depuis la Classe Niveau 4 et il s'agit des exercices utilitaires plus complexes pour les élèves de Classe Niveau 6.

---

<sup>10</sup> Deng Xiaoping a été le secrétaire général du Parti communiste chinois (PCC) de 1956 à 1967 et plus tard le numéro un de la République populaire de Chine de 1978 à 1992. Il est généralement considéré comme étant à l'origine du développement économique de la Chine actuelle.

---

En 1992 et 2000, le ministère d'Éducation a proposé deux versions de programmes de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire dont la première est une version expérimentale. Les arrangements de l'enseignement des fractions et des nombres décimaux sont plutôt pareils :

Classe Niveau 3 – La première rencontre de fraction : lire, écrire et comparer les fractions figuratives ; l'addition et la soustraction des fractions avec le même dénominateur.

Classe Niveau 4 – La signification des notions de nombre décimal, l'addition et la soustraction des nombres décimaux.

Classe Niveau 5 – L'addition et la soustraction des fractions de différents dénominateurs et des nombres décimaux.

Classe Niveau 6 – La multiplication et la division des fractions ; les quatre opérations mixtes des fractions et des nombres décimaux.

#### **5.4. Les programmes de l'enseignement (教学大纲) et le Standard du curriculum (课程标准)**

En 2001, le ministère d'Éducation a publié officiellement « *Le standard du curriculum de mathématiques pour l'instruction obligatoire (expérimental)* », un grand changement est le concept d'enseignement qui met accent sur les caractères fondamentaux et universels de mathématiques d'un point de vue de développement. Quant aux contenus d'enseignement, les programmes de l'enseignement indiquent seulement les connaissances doivent être apprises par les élèves, et cependant le standard du curriculum s'inspire de comment les élèves peuvent acquérir ces connaissances, précise l'exigence d'enseignement et donne des instructions aux enseignants.

Nous avons fait une brève comparaison des structures entre les programmes de l'enseignement et le standard du curriculum :

TABLEAU 8 – LA COMPARAISON DES STRUCTURES DES PROGRAMMES DE L’ENSEIGNEMENT ET DU STANDARD DU CURRICULUM. (DAI, 2007)

	Avant-propos(前言)	Objectifs du cours(课程目标)	Norme de contenu(内容标准)	Suggestions(实施建议)	Appendice (附录)
Le Standard du curriculum (课程标准)	1. Type de cours(课程性质); 2. L'idée de base du cours(课程基本理念); 3. Standard des idées de conception (标准设计思路).	1. L'idée de base du cours (知识与技能); 2. Processus et méthodes (过程与方法); 3. Les émotions et les attitudes (情感与态度).	Les comportements et les objectifs d'apprentissage(学习领域目标及行为目标).	1. Suggestions d'enseignement (教学建议); 2. L'évaluation (评价建议); 3. Rédaction et utilisation des manuel(教材编写和利用建议).	1. Explication des termes (术语解释); 2. Les cas d'enseignement(案例).
Les programmes de l'enseignement (教学大纲)		Le but de l'enseignement(教学目的).	Contenu et exigences de l'enseignement(教学内容与要求).	1. Suggestions d'enseignement (教学建议); 2. Horaires d'enseignement(课时安排); 3. Évaluation (考核与评价).	Explication des termes (术语解释).

Dans le *Standard du curriculum des cours de mathématiques pour l'instruction obligatoire de 2001*, le Ministère d'éducation a proposé les quatre parties obligatoires de l'enseignement de mathématique : le nombre et l'algèbre (数与代数), la figure et la géométrie (图形与几何), la statistique et les probabilités (统计与概率), la synthèse et la pratique (综合与实践).

Depuis le Standard de 2001, les compétences ciblées pour les élèves chinois dans l'éducation mathématiques sont : la compétence de calcul (运算能力), la compétence d'imagination d'espace (空间观念), la compétence de pensée logique (思维能力), et la compétence de résoudre aux problèmes réels (解决问题的能力). En 2011, le ministère d'Éducation a publié une nouvelle version du *Standard du curriculum des cours de mathématiques*, dont les contenus n'ont pas un grand changement, mais les expressions des exigences sont plus précises et exactes. Dans la rubrique l'objectif principal, le standard indique qu'il faut enseigner les connaissances de base (基础知识), les techniques de base (基础技能), les pensées mathématiques (基本思想) et les expériences des activités mathématiques (基本活动经验). Quant à l'enseignement du nombre et de l'algèbre, le

---

nouveau standard du curriculum demande aux enseignants de s'appliquer à cultiver la capacité des élèves de faire des opérations en traitant des exercices utilitaires (Du, 2013).

### **5.5. Les manuels scolaires des cours de mathématiques en Chine**

Puisque nous souhaitons faire une analyse sur la présentation des connaissances de fraction dans le manuel scolaire à l'école primaire en Chine, il nous semble nécessaire de faire une introduction sur le développement et les réformes, ainsi que comment le savoir est présenté dans le manuel scolaire.

Les cours à l'école sont regardés comme base de l'éducation, le manuel scolaire est ainsi le transporteur des cours. Les manuels scolaires sont des reflets d'une volonté nationale comme un outil important dans l'enseignement et l'apprentissage, ont un rôle irremplaçable dans l'éducation de base (Song, 2014).

Ces dernières années, les recherches sur l'enseignement des mathématiques mettent plus d'accent sur la rédaction des manuels scolaires, et en 2004, le manuel scolaire de mathématiques est proposé comme un sujet de discussion pour la première fois au X<sup>ème</sup> Congrès international sur l'éducation mathématique (ICME-10) au Danemark.

#### **5.5.1. Le manuel scolaire (教科书) : sa place et son rôle**

Nous pouvons trouver les entrées par rapport aux matériels d'enseignement (en chinois : 教材) dans le *Dictionnaire d'éducation* (Gu, 1999) comme: matériels des activités d'enseignement-apprentissage pour les enseignants et les élèves ; classifiés par les disciplines et les niveaux d'étude et rédigés selon le standard du curriculum ; deux types de matériels : les manuels textuels (manuel scolaire pour l'élève, manuel et plan d'enseignement pour l'enseignant, cahier graphique et livret de référence etc.) et les matériels audiovisuels. Zhong (2003) considère que les manuels scolaires sont des livres utilisés par l'école ou l'individu dans l'apprentissage des connaissances d'un certain domaine. D'après les idées de Shi et Shi (2012), les manuels scolaires sont des reflets de la volonté nationale, la culture nationale, le progrès social et le développement scientifique, sont des supports efficaces pour atteindre l'objectif de formation et avec lecteurs le plus nombreux.

Selon Gérard et Roegiers (2003), « *un manuel scolaire peut être défini comme un outil imprimé intentionnellement structuré pour s'inscrire dans un processus d'apprentissage, en vue d'en améliorer l'efficacité* ». Dans l'enseignement des mathématiques à l'école, le manuel scolaire est une œuvre dirigée vers deux acteurs sociaux, l'élève et l'enseignant. L'enseignant est quelqu'un qui transmet et fait des médiations des contenus du manuel et l'élève est le récepteur de tels contenus. Le manuel scolaire de l'élève conduit les apprenants à centrer leurs

---

interprétations et réflexions de manière plus pertinente, mais tout doit être organisé pour une vraie intégration (Alahmadati, 2016).

### **5.5.2. Trois étapes de développement des manuels scolaires en Chine**

L'histoire de la rédaction de manuel scolaire en Chine a plus de cent ans. Les manuels scolaires évoluent avec les réformes de système éducatif et des programmes d'enseignement. Selon Yang (2014), nous pouvons diviser le développement des manuels scolaires à l'école primaire depuis la politique de réforme et d'ouverture<sup>11</sup> en trois étapes.

#### *5.5.2.1. La récupération du système de manuel scolaire à l'école primaire (1978-1985)*

Cette étape de réforme correspond aux programmes de 1978 dont nous avons analysé dans le sous-chapitre 5.3 et le remarque est la rédaction d'une série des manuels scolaires pour l'école primaire d'un système d'éducatif de 10 ans par maison d'édition de l'éducation populaire (人民教育出版社, PEP). Cette édition des manuels a été utilisée dans la plupart des régions pendant longtemps et possède une signification importante dans l'histoire d'enseignement des mathématiques en Chine. Pour un pays aussi vaste que la Chine, à cause d'un développement déséquilibré dans les domaines économique, culturel et éducatif, une seule édition de manuels scolaires est insuffisante pour l'instruction de base de tout le pays, ainsi il existe quand même des manuels scolaires édités par certaines universités ou instituts de recherche.

Les caractères des manuels scolaires de cette période représentent dans trois aspects suivants (Yang, 2014) :

- ✧ Pendant cette période, les manuels scolaires de l'édition PEP peuvent satisfaire les besoins d'enseignement-apprentissage pour l'essentiel et utilisés par la plupart des écoles de la Chine.
- ✧ La rédaction des manuels scolaires est centrée sur l'enseignant, sans tenir compte du développement physique et mental des enfants.
- ✧ Les manuels scolaires du moment représentent une forte connotation politique, à long terme, ce qui est défavorable pour le développement d'une discipline.

---

<sup>11</sup> La réforme et l'ouverture de la Chine en 1978 dont Deng Xiaoping est le principal instigateur de cette réforme et le concepteur en chef, passa par différents processus d'évolution : de la réforme dans les campagnes à la réforme dans les villes, de la réforme du système économique à la réforme des systèmes dans tous les domaines, de la revitalisation intérieure à l'ouverture vers l'extérieur.

---

### 5.5.2.2. *Le tâtonnement d'une variété des versions de manuel scolaire (1986-2000)*

Après une récupération de 8 ans, le gouvernement a installé le Comité pour la rédaction et la censure des manuels scolaires pour l'instruction de base (全国中小学教材编审委员会). Le gouvernement a encouragé les universités, les instituts de recherche et les spécialistes à rédiger les manuels scolaires de différentes régions et surtout les manuels qui se sont mieux adaptés aux régions de minorité ethnique, régions rurales d'après les programmes d'enseignement proposés par le Ministère d'éducation.

Cette période de réforme des manuels scolaires correspond aux programmes d'enseignement à l'école primaire de 1986, 1992 et 2000. Plusieurs éditions de manuels scolaires de mathématiques étaient publiées, mais l'édition PEP a maintenu une position d'universalité et d'orientation.

Les caractères des manuels scolaires de cette époque représentent dans trois aspects suivants (Yang, 2014) :

- ✧ Le système de manuel scolaire est plus complet. Les relations internes des connaissances mathématiques de même niveau d'étude sont renforcées.
- ✧ Les contenus des manuels ont besoin d'un renouvellement. Les exercices de quatre opérations sont éloignés de la vie courante et les exercices utilitaires sont monotones avec les descriptions littérales, cela ne correspond pas au développement des caractéristiques cognitives des enfants.
- ✧ Les manuels scolaires de 2000 commencent à servir plus pour les élèves et cultiver leurs capacités d'apprendre sur soi et de résoudre des problèmes.

### 5.5.2.3. *La diversité des manuels scolaires de mathématiques(2001-aujourd'hui)*

Suite à la mondialisation, nous constatons qu'il existe un grand écart dans l'instruction de base entre la Chine et les pays développés, en considérant l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, il manque de la créativité dans l'enseignement et l'apprentissage, le savoir présentés dans les manuels scolaires est étroit et difficile pour les enfants. Le gouvernement a souligné que l'éducation est pour but de former les qualités des élèves mais non seulement pour l'examen et les réformes sont nécessaires.

Depuis la publication du standard de curriculum de mathématiques (expérimental) en 2001, plusieurs éditions de manuels scolaires ont passé le contrôle par le Comité de la rédaction et la censure des manuels scolaires pour l'instruction obligatoire(义务教育教材编写审查委员会), dont les plus populaires sont des manuels de l'édition de PEP (人民教育出

---

版社), l'édition de BNUP(北京师范大学出版社), l'édition de JSEP (江苏教育出版社) et l'édition de XNUP (西南师范大学出版社).

Les contenus de ces nouvelles versions de manuels scolaires sont bien reliés aux activités sociales. L'enseignant fait plus attention à la combinaison des connaissances mathématiques et des situations d'enseignement, aux capacités de coopération et de créativité des élèves.

Il existe quand même des limites en utilisant ces nouveaux manuels scolaires, d'abord c'est le problème d'adaptabilité pour les régions rurales ou moins développées de Chine, les situations dans les activités des manuels sont parfois inconnues pour les enfants de ces régions ; ensuite, la diminution des exercices arithmétiques a une influence pour l'efficacité de l'enseignement en classe ; et enfin, il faut plus de temps pour les enseignants qui s'adaptent mieux aux manuels traditionnels de transférer leurs modes et pensées d'enseigner(Yang, 2014).

### **5.5.3. Les suggestions dans le standard de curriculum 2011 pour la rédaction des manuels scolaires**

Le standard du curriculum est le fondement de la rédaction des manuels, l'enseignement du cours, l'évaluation de l'enseignement et la proposition de l'épreuve (Wang, 2015). Selon l'arrêté de ministère d'Éducation de Chine, l'adoption des manuels scolaires de différentes éditions pour l'instruction obligatoire est déterminée par le département d'éducation de chaque province. (<http://www.moe.gov.cn/> Ministère d'éducation)

Pour la rédaction de manuel scolaire, le *Standard du curriculum 2011* a donné des suggestions dans les aspects suivants :

- ✧ La représentation scientifique : l'exigence essentielle de la rédaction de manuel scolaire est de conformer les caractéristiques de cette discipline et les règles cognitifs des élèves. Les contenus doivent représenter la nature de mathématiques et être expérimentés par les pratiques dans l'enseignement en salle de classe.
- ✧ La complétude des connaissances mathématiques : il s'agit des cohérences entre les différents contenus, entre les savoirs et les exercices, entre les concepts mathématiques et les pensées des élèves
- ✧ Le processus d'apprentissage : les manuels doivent adopter les matériels propres pour introduire le contexte des connaissances, les activités d'enseignement doivent tenir compte des processus de la formation et l'application des connaissances mathématiques.

---

✧ Les matériels choisis dans la présentation des contenus sont familiers aux élèves : il faut tenir compte de la réalité de la vie quotidienne, la réalité mathématique et la réalité d'autre discipline.

✧ La conception des contenus des manuels doit avoir une certaine élasticité : tenir compte de la différence des développements des élèves dans l'apprentissage et pour satisfaire aux différents nécessités des élèves, la rédaction de manuel faut faire face à l'ensemble des élèves, par exemple, la variété des exemples et des matériels de lecture, les exercices et les pratiques doivent être adapté aux différents niveaux des élèves.

✧ La représentation de lisibilité : pour les élèves de premier cycle, il faut adopter les matériels intuitifs (les figures, les jeux, les tableaux etc.) ; pour les élèves de deuxième cycle, il faut ajouter proprement les langages mathématiques dans les matériels choisis ; pour les élèves de troisième cycle, il faut tenir compte de la variété des représentations des contenus des manuels scolaires.

### **5.6. Enseignement des fractions à l'école primaire**

Dans ce sous-chapitre, nous allons faire le point sur l'enseignement des fraction en nous appuyant sur le curriculum le plus récent : Le nouveau curriculum des cours de mathématiques pour l'instruction obligatoire (2011) qui s'applique aux écoles primaires.

Nous allons d'abord présenter ici les différentes connaissances concernant les fractions d'après la troisième partie *Contenus des cours* (课程内容) du standard de curriculum 2011 dans le premier cycle et le deuxième cycle de l'instruction obligatoire qui composées de l'école primaire en Chine :

Au premier cycle de l'école primaire (classe niveau 1-3), dont les connaissances de fraction sont enseignées principalement en Classe Niveau 3 :

- ✧ Avoir une connaissance préliminaire sur les fractions simple (le dénominateur est inférieur 10) ;
- ✧ Apprendre à lire et écrire une fraction et savoir le nom de ses composants ;
- ✧ Apprendre à faire des additions et des soustractions des fractions simples (les dénominateurs sont pareils).

Au deuxième cycle de l'école primaire (classe niveau 4-6), dont les connaissances de fraction se sont réparties en Classe Niveau 5 et 6 :

- ✧ Savoir les significations et les caractères essentiels de faction, la comparaison des fractions, et la conversion entre fraction impropre et fraction mixte ou nombre entier, la

---

réduction d'une fraction à sa plus simple expression et au même dénominateur. (Classe Niveau 5) ;

✧ Maîtriser les méthodes de l'addition et la soustraction des fractions et résoudre les problèmes de fraction simple dans la pratique. (Classe Niveau 5) ;

✧ Maîtriser les méthodes de la multiplication et la division des fractions et faire des calculs simples des quatre opérations mixtes de fractions. (Classe Niveau 6) ;

✧ Savoir les significations de rapport et résoudre les problèmes par rapport à rapport ; Savoir les significations de pourcentage et faire des calculs de pourcentage. (Classe Niveau 6) ;

✧ Savoir les significations et les caractères essentiels de proportion, calculer la proportion et distinguer la proportion directe ou inverse entre deux quantités, etc. (Classe Niveau 6).

---

## **PARTIE 2 : Approche théorique autour des questions de l'enseignement des fractions dans une perspective multiculturelle**

Cette partie vise à aborder les approches théoriques sur lesquelles nous nous appuyons dans notre travail de recherche, qui nous permettront de réaliser une étude dans un cadre pertinent. Notre recherche s'intéresse à ce que les manuels montrent par rapport aux concepts de fraction et les activités d'enseignement-apprentissage tout au long du cours de fraction en salle de classe.

Cette partie comprend six chapitres :

Dans le premier chapitre, nous travaillons sur les approches ethnomathématiques fondées par le mathématicien brésilien Ubiratan d'Ambrosio et les travaux sur l'ethnomathématique dans un contexte chinois.

Le deuxième chapitre, nous nous intéressent sur le concept de registres sémiotiques, parce que plusieurs représentations sémiotiques concernant les fractions sont présentées dans l'enseignement du concept de fraction et les manuels scolaires.

Le troisième chapitre est consacré à la théorie de champs conceptuels pour essayer de trouver la relation entre l'enseignant, les élèves et le manuel scolaire.

Le quatrième chapitre est un retour sur les concepts de la didactique des mathématiques, nous allons travailler sur la transposition didactique et la modélisation des situations didactiques.

Le cinquième chapitre vise à aborder les approches sur les pratiques enseignantes et l'outil de l'analyse des pratiques en salle de classe.

Le sixième chapitre aborde des pédagogies chinoises dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

Enfin, le dernier chapitre est consacré à la problématique, nous allons proposer les questions et les hypothèses de notre recherche.

---

## 1. Recherche sur les approches ethnomathématiques

Selon Zhang et Wang (2006), à ce jour, la réforme sur l'éducation mathématique se reflète pleinement les caractéristiques ethniques et culturelles, la recherche sur l'enseignement des mathématiques a mis plus d'accent sur une analyse d'un point de vue socio-culturelle des activités d'apprentissage des élèves. Notre recherche vise à border la situation d'enseignement de fraction à l'école primaire de Chine, il faut absolument faire attention la culture chinoise qui engendre la culture spéciale des mathématiques chinoises.

Nous nous intéressons d'abord aux approches ethnomathématiques, ainsi ce chapitre aborde les aspects autour du terme *ethnomathematics*. Après une étude sur les recherches de D'Ambrosio et les travaux de Rosa et Orey (2011) et de Ramanandrisoa (2013), nous avons une compréhension préliminaire sur l'origine de la notion de l'ethnomathématique, et après nous nous intéressons aux recherches ethnomathématiques en Chine et surtout les recherches de professeur Lü Chuanhan qui est précurseur dans ce domaine et a commencé son travail en 1987 dans la province de Guizhou en Chine.

### 1.1. Ethnomathématiques au sens de D'Ambrosio

D'après Ramanandrisoa (2013), D'Ambrosio ne s'intéresse pas seulement aux propriétés des mathématiques dans les activités pratiquées par les sociétés de tradition orale. Il est aussi sensible au programme de mathématiques qu'on offre à l'école, ce programme qui n'est pas toujours lié avec la réalité que l'enfant vit. Il souligne que l'objectif de l'éducation est de former l'enfant, l'élève, pour être un citoyen au service de la société, ou le pays. :

#### 1.1.1. Ethnomathématiques : les aspects culturels des mathématiques

Le terme ethnomathématique a été inventé par D'Ambrosio (1985) pour décrire les pratiques mathématiques de groupes culturels identifiables et peut être considéré comme l'étude d'idées mathématiques trouvées dans n'importe quelle culture. D'Ambrosio (1990) a défini l'ethnomathématique de la manière suivante :

The prefix *ethno* is today accepted as a very broad term that refers to the social- cultural context and therefore includes language, jargon, and codes of behavior, myths, and symbols. The derivation of *mathema* is difficult, but tends to mean to explain, to know, to understand, and to do activities such as ciphering, measuring, classifying, inferring, and modeling. The suffix *tics* is derived from techné, and has the same root as technique (p. 81). (Cité par Rosa et Orey,2011).

---

Nous pouvons souligner que l'ethno se réfère aux membres d'un groupe dans un environnement culturel identifié par leurs traditions culturelles, leurs codes, leurs symboles, leurs mythes et leurs façons spécifiques de raisonner et d'inférer (Rosa, M. et Orey, D. C., 2007) ; *mathema* signifie expliquer et comprendre le monde afin de transcender, gérer et faire face à la réalité afin que les membres des groupes culturels puissent survivre et prospérer ; *tics* se réfèrent à des techniques telles que le comptage, la commande, le tri, la mesure, la pesée, le chiffage, la classification, l'inférence et la modélisation.

Selon D'Ambrosio (1990), la recherche de solutions pour des problèmes spécifiques qui aident au développement des mathématiques est toujours implantée dans un contexte culturel : *afin de comprendre comment les mathématiques (tics) sont créées, il faut comprendre les problèmes (mathema) qui la précipitent ; il faut comprendre ces problèmes (mathema) par tenir compte du contexte culturel (ethnos) qui les entraîne. Pourquoi ethnomathématiques ?*

D'Ambrosio (2001) considère que *les enseignants et le public en général ne reconnaissent pas que les mathématiques et la culture sont connectées*, les enseignants engagent leurs étudiants dans des activités multiculturelles simplement comme une curiosité. De telles activités se réfèrent habituellement au passé de la culture et aux cultures qui sont très éloignés de ceux des enfants de la classe. Cette situation se produit parce que les enseignants ne peuvent pas comprendre comment la culture se rapporte aux enfants et leurs apprentissages.

Today's children are living in a civilization that is dominated by mathematically based technology and unprecedented means of communication. Much of the content of current mathematics programs does little to help students learn the information and skills necessary to function successfully in this new world.

(D'Ambrosio, 2001)

Bien que les activités de mathématiques multiculturelles soient importantes, elles ne devraient pas être notre objectif final. Les mathématiques ne sont pas faites seulement pour donner des connaissances aux enfants, elles sont données pour développer l'enfant, développer toutes les personnalités de l'enfant. Selon D'Ambrosio (2001) « *Ethnomathematics encourages us to witness and struggle to understand how mathematics continues to be culturally adapted and used by people around the planet and throughout time* », l'ethnomathématique nous encourage à témoigner et à lutter pour comprendre comment les mathématiques continuent d'être adaptées culturellement et utilisées par les gens autour la planète et tout au long du temps. Traditionnellement, dans les classes de mathématiques, la

---

pertinence de la culture a été étrangement absente du contenu et de l’instruction. Il en résulte que de nombreux étudiants et enseignants croient qu’il n’y a pas de lien entre les mathématiques et la culture.

### **1.1.2. Le programme ethnomathématique**

Le *programme ethnomathematics* traite à la fois le *contenu* et le *processus* de curriculum, la gestion de la classe, les attentes des enseignants, le développement professionnel et les relations parmi les enseignants, les administrateurs, les étudiants et les communautés (Borba, 1990 ; Rosa, M. et Orey, D. C., 2007). Cette approche permet aux étudiants de connecter des développements historiques des idées, des pratiques et des contributions mathématiques font par groupes et individus de diverses cultures.

The program ethnomathematics contributes to restoring cultural dignity and offers the intellectual tools for the exercise of citizenship. It enhances creativity, reinforces cultural self-respect, and offers a broad view of mankind. . In everyday life, it is a system of knowledge that offers the possibility of a more favorable and harmonious relation between humans and between humans and nature. (D’Ambrosio,1999a) (Cité par Ramanandraisoa, 2013)

D’Ambrosio considère que le programme ethnomathématique contribue à restaurer la dignité culturelle, à améliorer la créativité, à renforcer le respect culturel de soi. Dans la vie quotidienne, c’est un système de connaissances qui offre la possibilité d’une relation plus favorable et plus harmonieuse entre les humains et entre les humains et la nature.

## **1.2. Les recherches sur l’approche ethnomathématique en Chine**

L’utilisation du terme *ethnomathématiques* est une marque dont un nouveau point d’observation en mathématiques et sur l’enseignement des mathématiques a émergé. Ainsi, un certain nombre de questions associées seront montrées, parmi elles, la première sera l’évaluation de la valeur de l’enseignement ethnomathématique (Sun, 1994). Dans ce sous-chapitre, nous allons d’abord faire une présentation sur la situation des recherches ethnomathématiques en Chine, ensuite, nous allons travailler sur les influences ethnomathématiques sur l’éducation mathématique et sur les réformes des cours de mathématiques en Chine.

### **1.2.1. La culture ethnomathématique et l’éducation mathématique**

Lü et Zhang (1992) ont analysé l’ethnomathématique d’un point de vue culturelle, ainsi la culture ethnomathématique, dont ses caractères ethniques et ses représentations. Ils

---

ont considéré que la culture ethnomathématique d'abord est une partie importante de la composition culturelle d'une nation, elle a aussi ses fonctions et ses valeurs, surtout dans les pratiques sociales et le développement d'intelligence des enfants.

#### *1.2.1.1. La culture mathématique et la culture ethnomathématique*

Selon Lü et Zhang (1992), il est difficile de définir la culture mathématique, la mathématique est un phénomène culturel, comme la science, la littérature, l'art, la politique, la religion, la philosophie etc., qui découle de la civilisation humaine. La culture mathématique existe objectivement, nous n'avons pas l'intention de lui donner une définition théorique, mais une compréhension personnelle.

Lü et Zhang (1992) considèrent que la culture mathématique est une somme des richesses matérielles et spirituelles créées par des groupes sociaux dans une variété d'activités mathématiques. Tel que les connaissances mathématiques peuvent être considérées comme la richesse matérielle ou le produit créée par les activités mathématiques ; les idées et les méthodes mathématiques peuvent être considérées comme la richesse spirituelle. Selon Huang et Cao (2010), le concept de culture mathématique comprend tous les aspects des activités humaines par rapport aux mathématiques et les recherches sur la culture mathématique peuvent non seulement révéler la structure scientifique et interne de la mathématique, mais aussi nous montrer une tendance vers une société mathématique. Par conséquent, la culture ethnomathématique peut être comprise comme une synthèse de connaissance composée par les pensées et les pratiques mathématiques qui existe dans la communauté ethnique et ses caractéristiques représentent principalement dans trois aspects :

- ✧ Le concept de mathématiques ethniques et le style cognitif. Par exemple, la mathématique grecque antique a mis l'accent sur le raisonnement déductif, mais la mathématique chinoise antique a concentré sur la pratique quotidienne.
- ✧ Les activités mathématiques particulières. Il existe plusieurs modes de calcul, de calendrier, de repérage etc. créé par des ethnies du monde entier, bien que la plupart soient antiscientifiques d'un point de vue scientifique, ils sont quand même indispensables dans la culture ethnomathématique.
- ✧ Le niveau de développement des mathématiques ethniques. Il est un reflet d'un côté le niveau de développement d'une nation.

#### *1.2.1.2. La culture ethnomathématique et l'éducation mathématique*

Les différents groupes ethniques ont leurs propres cultures, ce qui constitue une société avec un environnement multiculturel. L'enseignement des mathématiques dans un

---

environnement multiculturel devrait tenir compte de l'introduction de la culture ethnomathématique. Pourtant les connaissances ethnomathématiques sont souvent négligées dans l'enseignement élémentaire et secondaire de la plupart des pays.

En effet, la culture ethnomathématique joue un rôle actif dans l'enseignement des mathématiques : stimuler la confiance des enfants à apprendre en soi ; les activités et les pensées mathématiques dans l'environnement de langue maternelle sont propice au développement intellectuel des élèves ; promouvoir la réforme des programmes de mathématiques, telles que la rédaction des manuels scolaires ruraux et ethniques.

La culture ethnomathématique est une partie de la culture mathématique et à la fois transforme vers la culture mathématique unifiée. L'enseignement des mathématiques ethnomathématique au futur, doit être enraciné dans la culture ethnique, mais aussi fusionné dans la culture mathématique du monde, cela veut dire que nous devons apprendre aussi les connaissances mathématiques depuis d'autres ethnies pour perfectionner les nôtres. (Lü et Zhang, 1992)

### **1.2.2. Remarques sur l'ethnomathématique pour les réformes des cours mathématiques**

Selon Zheng (1999), les recherches ethnomathématiques peuvent être catégorisées par deux types : le premier type de recherche est regardé comme une partie des recherches sur la culture humaine, et vise à reconstruire les connaissances, les capacités et les pensées ethnomathématiques qui sont autrefois étouffées et repoussées, et donne une évaluation objective de ces cultures ethnomathématiques d'un point de vue multiculturelle ; le deuxième type de recherche fait plus attention aux problèmes réels et surtout les problèmes par rapport à l'enseignement des mathématiques, quant à l'apprentissage des connaissances de mathématiques, il faut non seulement prendre en considération des mathématiques formelles (à l'école), mais aussi mettre plus l'accent sur les connaissances mathématiques viennent de la vie dehors l'école.

Xin et Zhang (2008) sont plutôt d'accord avec les idées de Zheng, il faut ajouter les pensées ethnomathématiques dans les cours de mathématiques et faire attention aux éléments culturels et sociaux, ceux qui comportent des compréhensions pour mathématiques, des cultures en salle de classe et des méthodes d'apprentissage. L'enseignant doit trouver les propres activités mathématiques de différents contextes culturels pour créer une situation qui aide à stimuler les capacités des élèves.

Luo, Zhang et Yang (2015) considèrent que les recherches ethnomathématiques sont liées aux sciences de l'éducation, anthropologie culturelle et mathématique, et science

---

folklorique en Chine. L'analyse des approches ethnomathématiques permet de comprendre les difficultés rencontrées par les élèves issues de la culture chinoise, et plus particulièrement les aspects liés au langage.

## **2. Registres sémiotiques de représentation en mathématiques selon Duval**

Après avoir une connaissance globale sur les recherches ethnomathématiques ainsi que l'environnement d'apprentissage et d'enseignement en Chine, nous allons revenir au concept de fraction. Dans ce chapitre, nous présenterons les différentes représentations sémiotiques concernant le concept de fraction.

D'un point de vue épistémologique, l'utilisation des représentations sémiotiques est la seule façon d'accéder à des objets mathématiques parce qu'il existe une différence fondamentale entre les mathématiques et d'autres domaines des connaissances scientifiques (Duval, 2006) et l'acquisition conceptuelle d'un objet mathématique est à travers l'acquisition nécessaire d'une ou plusieurs représentations sémiotiques. D'après Duval, la distinction entre l'objet et sa représentation sémiotique est essentielle pour la compréhension des concepts mathématiques et la confusion entre ses deux facteurs entraîne plus ou moins une perte de compréhension correcte et efficace.

Duval (1993) a introduit le concept de registres sémiotiques est dans l'enseignement et l'apprentissage des concepts mathématiques. Il considère qu'un registre de représentation sémiotique désigne un système qui relie les trois activités cognitives suivantes :

- ✧ La formation d'une représentation identifiable : l'idée qui consiste à constituer une trace ou un assemblage de traces perceptibles qui soient identifiables comme une représentation d'un registre donné dans un système déterminé.
- ✧ Le traitement d'une représentation : qui est une transformation de cette représentation avec les seules règles du système.
- ✧ La conversion d'une représentation : qui rend la possibilité de traduire les données exposées dans un autre registre et de les convertir de la même manière dans un autre registre. De cette façon, ces représentations sont appliquées pour expliciter d'autres significations relatives aux objets représentés.

Pour Duval (1993), « *les objets mathématiques ne sont pas directement accessibles à la perception, il faut donc en donner des représentations* ». Duval (1993) nous explique que « *une figure géométrique, un énoncé en langue naturelle, une formule algébrique, un graphe sont des représentations sémiotiques qui relèvent de systèmes sémiotiques différents* » (p.39).

---

Pour la compréhension mentale et les autres activités cognitives, les représentations sémiotiques jouent un rôle très important. Dans l'enseignement du concept de fraction, il faut d'abord faire comprendre aux élèves ces représentations.

### **2.1. Les représentations internes et externes**

Selon Brousseau (2004), le terme *représentation* est un concept important de la psychologie cognitive et de la psychologie sociale, qui désigne l'action de rendre présent à nouveau en analysant des connaissances de tous les secteurs, notamment de l'éducation mathématique.

Alahmadati (2016) a dit que *le concept de représentation ouvre la voie à une nouvelle approche de l'apprentissage susceptible d'expliquer la manière dont nous construisons le réel*. C'est la psychologie génétique qui affirme que l'enfant tente d'expliquer le monde qui l'entoure selon ses schèmes mentaux. Pour cela il s'appuie sur les modèles explicatifs dont il dispose. Cependant, ces modèles sont très souvent inadaptés et induisent l'enfant en erreur. C'est parce que l'élève construit son savoir à partir des connaissances préalables, apprises à l'école ou en dehors de l'école, qui sont parfois erronées et viennent interférer avec le savoir scolaire. L'enseignant est très souvent confronté à ce type savoir des élèves et il n'est pas en droit de l'ignorer.

Les représentations constituent un modèle individuel selon lequel la pensée s'organise, une modalité particulière de connaissance. Le rôle du didacticien est d'amener l'enfant à changer de système de représentation car toute représentation fautive n'est que la manifestation d'un obstacle face à l'apparition du savoir et à la compréhension de la situation.

Ce terme de la représentation est utilisé dans l'enseignement des mathématiques, Zhang (1997) a défini les deux termes de représentations internes et représentations externes :

« In the present study, external representations are defined as the knowledge and structure in the environment, as physical symbols, objects, or dimensions (e.g., written symbols, beads of abacuses, dimensions of a graph, etc.), and as external rules, constraints, or relations embedded in physical configurations (e.g., spatial relations of written digits, visual and spatial layouts of diagrams, physical constraints in abacuses, etc.). »  
(p.180).

Selon la définition de Zhang, les *représentations externes* peuvent être des symboles physiques, des objets ou des relations embarquées dans des configurations physiques comme des relations spatiales des chiffres écrits, visuels et les dispositions spatiales des diagrammes,

---

etc.). Les *représentations internes* peuvent être des propositions, des productions, des schémas, etc.).

Les deux représentations internes et externes jouent un rôle important dans la facilitation de l'apprentissage des mathématiques. Les représentations internes et les représentations externes peuvent être transformées les unes en les autres.

## **2.2. La notion de registres sémiotiques de représentation dans notre recherche**

Selon Duval (1993), « *une écriture, une notation, un symbole, représentent un objet mathématique ; un nombre, une fonction, un vecteur...de même, les traces et les figures représentent des objets mathématiques ; un segment, un point, un cercle...cela veut dire que les objets mathématiques ne doivent pas être confondus avec la représentation qui en est faite* » (p.39). Ainsi nous pouvons comprendre comment les élèves manipulent les objets mathématiques d'après cette notion définie par Duval concernant la représentation sémiotique. Ces objets mathématiques ne sont pas des objets réels ou physiques, afin de les manipuler, les élèves doivent comprendre d'abord par leurs représentations, mentales et sémiotiques. Dans l'enseignement des mathématiques, normalement, le concept mathématique ne peut être représenté par un seul registre sémiotique choisi et nous ne traitent pas directement avec les concepts, mais avec leurs représentations sémiotiques. Il est impossible de faire des recherches sur l'apprentissage en mathématiques sans compter le système de représentations sémiotiques.

D'après Alahmadati (2016), les élèves doivent maîtriser un objet mathématique avec plusieurs registres de représentation sémiotique et bien coordonner les différentes représentations, afin de mieux comprendre les objets mathématiques eux-mêmes mais non seulement leurs représentations. Pour lui, la capacité de comprendre un objet mathématique est de le reconnaître dans différents registres et la conversion d'une représentation sémiotique à une autre peut être considérée comme l'occasion d'apprentissages.

En Chine, les connaissances sur la signification des fractions sont enseignées en Classes Niveau 3 de cycle 1 et Classe Niveau 5 de cycle 2 à l'école primaire. Les activités concernant le concept de fraction sont présentées dans certains manuels scolaires et impliquent une ou plusieurs représentations sémiotiques. Ces activités visent à mettre en œuvre des apprentissages relatifs aux figures, au langage naturel et aux nombres, ceux qui font notre choix des registres sémiotiques. Dans notre étude, nous envisageons de trouver les différentes représentations des fractions illustrées dans les manuels scolaires et faites par les élèves à travers du cours de mathématiques en salle de classe.

---

### 2.3. Les trois registres de représentations sémiotiques possibles pour les fractions

Duval (1993) propose les hypothèses que les représentations sémiotiques jouent un rôle fondamental dans les activités mathématiques comme dans l'apprentissage des concepts. Duval affirme que l'acquisition d'un concept mathématique ne se fait que par ses représentations. Il est important de considérer la nature de chaque représentation sémiotique, puisque les représentations sémiotiques contiennent des contraintes de signifiante et de fonctionnement. La possibilité d'effectuer d'un traitement des objets mathématiques dépend alors directement le système de représentation sémiotique utilisé. Dans l'enseignement du concept de fraction aux enfants de l'école, il est important de prendre en compte, soit les systèmes de registres, soit les problèmes de conversion entre les différents registres.

Duval (1995) propose trois registres de représentation dans l'enseignement des nombres rationnels : le registre numérique (fractionnaire ou décimal), le registre figural et le registre langagière. Il considère que plusieurs difficultés rencontrées à l'apprentissage des nombres rationnels sont dues aux difficultés de conversion entre ces trois registres.

Selon Duval (1993), le registre figural ne peut représenter que les états ou les configurations, cependant les figures ne sont pas capables d'exprimer les actions ou les transformations. Par exemple, le rapport des deux parties d'un entier, qui est une opération mentale basée sur la notion de fraction, ne s'adapte pas à cette représentation. De plus, pour désigner une fraction, la figure doit être divisée en parties égales, ce qui exige aux élèves d'utiliser les connaissances sur l'aire des figures. En même temps, le dessin d'une figure fait au tableau qui ne prend pas en compte les mesures peut induire à des doutes des élèves quand il s'agit de la comparaison entre deux fractions représentées par deux figures. Ainsi le registre figuratif, d'un côté, a l'avantage de permettre la visualisation, d'autre côté, a des inconvénients dans le traitement (Duval, 1993).

En ce qui concerne la représentation numérique, elle est assez pratique du point de vue du traitement parce qu'elle permet d'effectuer les opérations fractionnaires en utilisant la notion d'équivalence. Cependant, une fraction représentée par deux nombres naturels a des avantages du point de vue du traitement, mais elle a l'inconvénient d'être un registre conventionnel, dont la signification n'est pas évidente. De plus, la représentation fractionnaire a la particularité en utilisant un nombre naturel et une signification relative, cela veut dire que, par exemple, le nombre 2 sur la fraction  $\frac{2}{5}$  ne représente pas la même quantité que le même nombre dans le cas de la fraction  $\frac{2}{7}$ . Cette particularité introduit des contradictions parce que le nombre naturel a toujours une valeur absolue. Quant aux fractions impropres, celles-ci

---

permettent une autre présentation de la représentation fractionnaire en présentant des difficultés lorsque nous utilisons les figures comme représentation. Pour les représenter, par exemple,  $3/2$ , il faut accepter à prendre plus d'une figure qui doivent aussi être divisées en deux parties égales (Alahmadati, 2016).

Dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques, la représentation langagière est aussi nécessaire. Dans l'enseignement du concept de fraction, les énoncés permettent de décrire des procédures mentales et d'établir le rapport entre les parties et l'entier. Par exemple, les paroles permettent d'établir un codage pour passer de la figure à son registre fractionnaire : « je prends un entier, je le divise en trois parties égales, c'est le dénominateur et j'en prends deux parties, c'est le numérateur ». Si nous voulons quitter la figure, ce type de codage est assez simple, mais à l'inverse, le sens n'est pas évident. Pour passer de la fraction  $2/3$  à son registre figuratif, nous devons d'abord nous demander de choisir quelle figure et nous pourrions effectivement avoir plusieurs figures pour représenter une même fraction donnée. Dans ce cas, la règle de codage n'est pas suffisante pour assurer la transformation des registres, il s'agit ainsi d'une conversion pour remplacer ce codage. Nous pouvons dire que la langue naturelle se sert comme un registre qui permet la coordination entre le registre figuratif et le registre numérique (Alahmadati, 2016).

### **3. Autour des apports de la théorie de champs conceptuels selon Vergnaud**

A part les approches de représentation sémiotique, dans l'apprentissage des connaissances mathématiques, la théorie de champs conceptuels est nécessaire dans notre recherche. Le psychologue et didacticien Gérard Vergnaud développe la théorie des champs conceptuels dans laquelle il défend la thèse que les schèmes et les situations sont au centre du développement cognitif. Selon lui, cette théorie est une « *théorie cognitive qui vise à fournir un cadre cohérent et quelques principes de base pour l'étude du développement et de l'apprentissage des compétences complexes, notamment de celles qui relèvent des sciences et des techniques* » (Vergnaud, 1996, p. 197).

Vergnaud (1996) a défini le développement cognitif comme un développement d'un grand répertoire de schèmes, qui affecte différents aspects de l'activité humaine en raison des expériences. En effet, à travers ces expériences, l'individu s'adapte mieux à des situations actuelles et les organisations d'une activité évoluent grâce à son adaptation. L'expérience forme un écart entre les activités à cause d'une aide d'autrui ou une analyse des différentes étapes de l'activité. Ainsi, les schèmes sont construits et modifiés à travers le développement

---

des formes d'organisation d'une activité (gestes, compétences, interactions, activités langagières, affectivité) et ce processus est appelé *développement cognitif*.

Un schème, selon Vergnaud, est une « *organisation invariante de l'activité pour une classe de situations données* ». Un schème est universel et peut donner naissance à différentes séquences d'action, de recueil d'informations et de contrôle, selon les caractéristiques de chaque situation.

Un schème est formé de quatre composantes :

- ✧ But, sous-but et anticipations ;
- ✧ Règles de l'action, prise d'information et contrôle (règle de type 'si... alors...)' ;
- ✧ Invariants opératoires : concepts en acte et théorème en acte ;
- ✧ Possibilités d'inférence en action (raisonnements pour 'calculer' les règles et anticipations).

Les invariants opératoires d'un schème sont les éléments responsables pour la reconnaissance des éléments pertinents de la situation : Les propositions sont susceptibles d'être vraies ou fausses (théorèmes-en-acte) ; La fonction propositionnelle est indispensable à la construction des propositions, des propriétés et des relations (concepts-en-actes, pas nécessairement conscients) ; Les arguments sont les objets. Dans un sens mathématique, par exemple, les nombres, les propositions, les relations, etc.

D'après les classes de situations, les schèmes sont utilisés :

- ✧ Dans une situation où le sujet a un répertoire pour se comporter ; c'est quand il utilise un schème unique pour une même classe de situation ;
- ✧ Dans une situation où le sujet n'a pas de répertoire pour se comporter (c'est le cas quand il agit par réflexe, exploite, essaye), quand il utilise plusieurs schèmes qui seront accommodés, combinés, décombinés et recombinaés.

Par rapport au développement conceptuel, nous présupposons qu'un concept est appris par les individus quand ils dominent trois ensembles de facteurs en relation avec ces concepts, à savoir :

«  $C = (S, I, S)$ . S : l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept (la référence) ; I : l'ensemble des invariants opérationnels sur lesquels repose de propriétés du concept (le signifié) ; S : l'ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les procédures de traitement (le signifiant). » (Vergnaud, 1996, p. 212).

---

### **3.1. La théorie des champs conceptuels pour analyser la construction des connaissances**

En ce qui concerne le contexte de l'apprentissage et de l'analyse du processus de conceptualisation dans l'apprentissage des connaissances de mathématique d'après d'un apprenant, la théorie des champs conceptuels de Vergnaud peut nous aider à saisir la construction de l'apprentissage des élèves.

Dans notre recherche, nous prenons l'idée du "Manuel scolaire" comme un objet pour expliciter l'aide de la théorie des champs conceptuels dans le processus d'enseignement et d'apprentissage d'une discipline. Selon Alahmadati (2016), le Manuel scolaire possède généralement des connaissances issues de quatre domaines différents : de la discipline, de la didactique, de la pédagogie et de la méthodologie. Ces branches de la connaissance agissent isolément ou se regroupent pour assister le processus de construction des connaissances des utilisateurs à travers ces Manuels scolaires.

Vergnaud (1996) regarde l'apprentissage comme un processus attaché à l'action du sujet dans une situation donnée. En effet, en utilisant des Manuels scolaires, les élèves se trouvent dans des situations plus variées qui exigent ses actions pour faire des exercices, résoudre des problèmes et recevoir des leçons. Par conséquent, ces situations favorisent dans un sens les conceptualisations.

Vergnaud indique que Piaget a apporté de grandes contributions à la recherche en didactique des sciences et des mathématiques et il reconnaît l'importance de la théorie de Piaget en détachant les idées d'adaptation, de déséquilibre et de rééquilibre. En effet, parmi ces idées indiquées par Piaget, l'une est le concept de schème. Selon Vergnaud (1994), en utilisant les concepts de schème et des invariants opératoires, Piaget fait comprendre comment une conduite est produite dans une situation et fournit un élément de base pour la théorie de la conceptualisation. De plus, Vergnaud (1994) présente également la théorie de la fonction symbolique de Piaget comme l'intériorisation de l'action et la place de l'objet soit par la langue intérieure, soit par le résultat d'internalisation progressive des activités linguistiques avec autrui. Selon Vergnaud (2005), les signifiants de la langue et les formes symboliques utilisées dans l'enseignement (des graphiques, des diagrammes, des schèmes, des tableaux, etc.) modifient le statut de la connaissance formée de l'action dans la situation (Alahmadati, 2016).

Alahmadati (2016) a conclu aussi des travaux de Vergnaud (1994) qui portent sur la contribution des travaux de Piaget et Vygotski dont les deux auteurs ont apporté des contributions essentielles pour la compréhension des phénomènes et de l'acculturation, ceux

---

qui rendent l'importance à l'interaction sociale, à la langue et à la symbolisation dans le processus de l'apprentissage d'un champ conceptuel par les apprenants.

Dans un contexte d'interaction, de médiation, de langage et de formes symboliques, nous pouvons dire que le Manuel scolaire est structuré, organisé et produit comme une médiation entre la connaissance et l'apprenant. Néanmoins nous observons que cette médiation fonctionne seulement à travers l'interaction entre le sujet et l'objet ou à travers l'action des sujets eux-mêmes. En conséquence, cette interaction est formée par le langage, les symboliques, la didactique et la méthodologie. Enfin, le Manuel scolaire se sert comme un objet de la construction de concepts qui contribue au développement des connaissances des contenus et au processus de conceptualisation des élèves.

Dans notre recherche, le Manuel scolaire apporte des situations d'action (le contenu, la didactique, la pédagogie et la méthodologie) en produisant des nouvelles connaissances des élèves et en donnant la continuité à une formation.

La théorie des champs conceptuels de Vergnaud nous aide à mieux comprendre à quoi consistent les compétences acquises dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. La situation d'apprentissage convoque les compétences langagières, sociales et affectives des élèves.

L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques soulèvent des problèmes liés aux processus cognitifs. Dans la théorie des champs conceptuels, la construction d'un concept nous conduit à trois étapes : les situations, les invariants et les symboles. Les symboles nous appellent aux différentes représentations, plus exactement les représentations sémiotiques développées par Duval (1995). L'objet de notre recherche est d'analyser les contenus des manuels et de trouver les caractéristiques de ces manuels en langue chinoise.

Les recherches en didactique des mathématiques se focalisent sur l'enseignement et l'apprentissage de contenus spécifiques, cependant les notions de transposition didactique et de champ conceptuel peuvent expliquer les difficultés de compréhension des élèves. Nous allons présenter les approches sur la didactique des mathématiques dans les chapitres suivants.

### **3.2. Le manuel scolaire à la lumière des champs conceptuels**

L'enseignant est le responsable du processus d'enseignement, il joue un rôle de médiateur entre la connaissance mathématique et l'élève, il doit être attentif au contenu que lui-même enseignera avec ces questions : « à qui, comment, quand et pour quoi ». (Alahmadati, 2016, P.172)

---

Selon Alahmadati (2016), l'enseignant utilise plusieurs objets ou matériaux pour réaliser ses activités professionnelles en salle de classe et faire des interactions avec des élèves, dont le Manuel scolaire est indispensable qui soutient l'enseignement avec les contenus, les symboles, les représentations et les didactiques.

Dans ce processus d'apprentissage et d'enseignement, le Manuel scolaire joue un rôle d'un médiateur, d'un fournisseur de situations problématiques, d'un stimulateur de l'interaction enseignant-situation, permet aux apprenants d'élargir et la diversifier des schèmes d'action, c'est-à-dire qu'il participe au développement cognitif. Il faut que l'enseignant identifie sur quelles connaissances de l'expérience des apprenants pour faire apprendre eux-mêmes et propose des situations dans lesquelles les élèves sont actifs à chercher quelque chose depuis ces expériences.

Le Manuel scolaire est un outil utile dans une situation d'enseignement et d'apprentissage qui peuvent apporter à l'enseignant des suggestions didactiques, pédagogiques et méthodologiques et apporter aux élèves des contenus d'exercices et d'exemples pour acquérir les expériences eux-mêmes.

De plus, le Manuel scolaire représente un apport de mots, de symboles, de figures, de représentations et de jugements pour les enseignants de formuler des questions, de sélectionner des informations, de proposer des objectifs (les attentes, les règles et les plans etc). Malgré cela, le manuel scolaire met principalement une action médiatrice à proposer des situations d'apprentissage pour les apprenants. Ces situations sont choisies, commentées, diversifiées, présentées, analysées et utilisées pour les enseignants dans leur réalité professionnelle (Alahmadati, 2016).

#### **4. Retour sur quelques concepts de la didactique des mathématiques**

Dans ce chapitre, nous allons faire un retour sur les concepts de la didactique des mathématiques concernant de notre recherche, dont la transposition didactique dans les manuels scolaires et la modélisation des situations didactiques dans l'enseignement des cours de mathématiques.

##### **4.1. La transposition didactique**

La notion de transposition didactique a été introduite par le sociologue Michel Verret en 1975 pour résoudre à la question de réorganisation du savoir et les contraintes institutionnelles. C'est-à-dire, pour introduire un objet dans la pratique d'enseignement, il

faut faire une transformation de cet objet pour être un objet d'enseignement. Cette notion a été reprise par Chevallard et développée dans le cadre de la didactique des mathématiques.

« Un contenu de savoir ayant été désigné comme savoir à enseigner subit des lois, un ensemble de transformations adaptatives qui vont rendre apte à prendre place parmi les objets d'enseignement. Le « travail » qui d'un objet de savoir à enseigner, fait un objet d'enseignement est appelé la transposition didactique » Chevallard (1985, p.39).

Cette transposition didactique fait l'objet d'analyse des didacticiens des mathématiques. Selon Develay (1992), c'est un concept qui permet de comprendre la distance entre le savoir élaboré par chercheurs de celui et le savoir destiné à être enseigné. La transposition didactique est formée par les éléments : savoirs de référence, programmes, manuels, et pratiques des enseignants. Ainsi, les savoirs peuvent se distinguer : le savoir savant qui est produit dans le domaine scientifique ; le savoir à enseigner qui est destiné aux instructions officielles dans les programmes officiels et dans les manuels scolaires ; le savoir enseigné est le savoir qui est enseigné par les enseignants dans la salle de classe et enfin le savoir appris par les élèves.

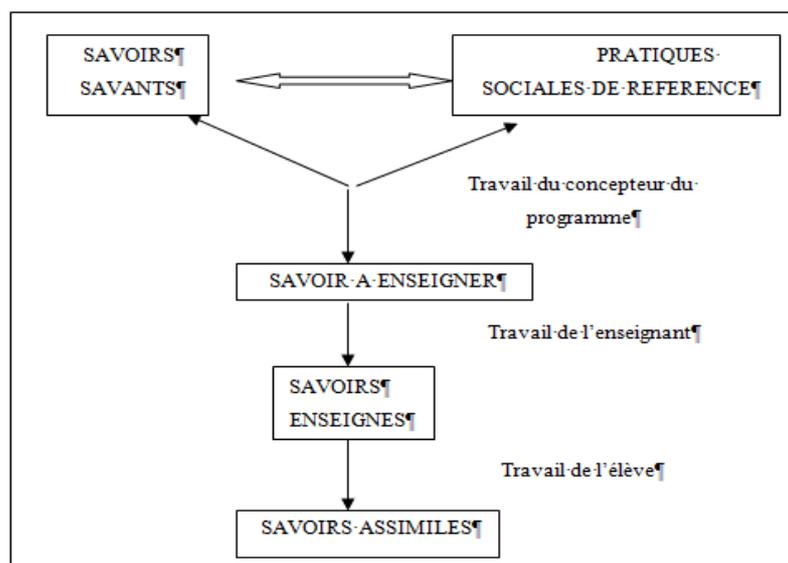


FIGURE 6 LES DIFFÉRENTS DEGRÉS DE LA TRANSPOSITION DIDACTIQUE SELON DEVELAY (1992)

#### 4.1.1. La transposition externe dans les manuels scolaires de mathématique

La première étape de cette transformation des savoirs savants en savoir à enseigner est **la transposition externe**. Selon Chevallard (1990), *la conception du programme scolaire est réglée par le « noosphère », ce sont les personnes qui pensent à ce qu'il faut donner aux enseignants, ce sont les inspecteurs, les concepteurs de manuels, les gens du ministère ou les*

---

*représentants du système éducatif*. C'est les didacticiens qui font la transformation des savoirs savants à savoirs à enseigner ainsi que le texte de référence dans les programmes officiels peut aider à l'enseignant d'élaborer le contenu à enseigner.

En ce qui concerne le savoir à enseigner, il s'agit d'abord le savoir attaché à une forme didactique pour apprendre aux élèves. Dans le passage du savoir scientifique au savoir à être enseigné, il se produit un modèle théorique qui dépasse les limites du savoir mathématique. Le savoir scientifique est présenté dans le domaine scientifique à travers des articles, des thèses, et des rapports, ainsi que le savoir à enseigner se limite aux manuels scolaires et aux programmes officiels.

Il existe deux types de transposition didactique : la transposition didactique externe (le passage du savoir scientifique au savoir à être enseigné) et la transposition didactique interne (le passage du savoir à être enseigné au savoir effectivement enseigné). Dans notre étude de recherche, nous rappelons que la préparation des textes à être enseignés avec les manuels scolaires de mathématiques est une procédure qui fait partie de la transposition didactique externe. Ensuite, l'évaluation des apprentissages ou des connaissances acquises par les élèves fait partie de la transposition didactique interne.

Chevallard (1991) a conclu cinq conditions pour autoriser ce processus de transposition didactique dans la préparation didactique du savoir dans le texte officiel :

- ✧ La « désynchronisation » du savoir : à travers les différentes étapes qui mettent le savoir en texte consistent à la délimitation de savoirs partiels et se présentant comme des discours indépendants, il s'agit ainsi d'un processus de désynchronisation du savoir ;
- ✧ La « dépersonnalisation » du savoir ;
- ✧ La « programmation » de l'acquisition du savoir : le texte du savoir à être enseigné doit avoir une norme progressive qui possède un début et une fin provisoire de la connaissance et se développe par un enchaînement de raisons. De cette forme, il a besoin d'une programmation de l'acquisition du savoir qui peut concevoir un apprentissage équivalent à la même structure progressive manifestée par le texte ;
- ✧ La « publicité » du savoir ;
- ✧ Le « contrôle social » des apprentissages.

De plus, selon Alahmadati (2016), *le manuel scolaire est un instrument qui peut montrer les informations entre les prescriptions officielles et les pratiques professionnelles des enseignants*. Ainsi, dans notre recherche et d'autres travaux en didactique des mathématiques, le manuel scolaire est pris comme un exemple pour analyser le curriculum scolaire et les processus de transposition didactique. En même temps, la composition des

---

contenus du manuel scolaire et son utilisation nous permettent de trouver les caractéristiques mathématiques engendrés dans divers conditions historiques, sociales, culturelles, politiques et aussi épistémologiques.

Par ailleurs, le développement des activités d'enseignement dépend quel type de documentation qu'ils possèdent pour structurer ses cours des enseignants et ils sont confrontés à un triple apprentissage de l'utilisation du manuel scolaire de mathématiques : les éléments des mathématiques à enseigner, les éléments sous-jacents des activités mathématiques et la transformation de l'apprentissage aux élèves. Les enseignants rédigent la planification du cours par les manuels et les documents officiels. Le manuel scolaire se sert, ainsi, un conducteur pour l'action de l'enseignant (Alahmadati, 2016).

#### **4.1.2. La transposition interne**

La deuxième étape de cette transformation est **la transposition interne** qui est le travail des enseignants. D'après les programmes officiels, les enseignants organisent et interprètent les contenus des savoirs à enseigner et rédigent les planifications d'enseignement du cours de mathématiques. Le savoir dans les contenus des manuels est ainsi reparti par l'enseignant pour s'adapter à chaque séance avec les objectifs principaux. Pour qu'il puisse accueillir par les élèves, le savoir exigé dans les programmes officiels peut subir beaucoup de transformation par l'enseignant. Ainsi qu'il exige des conditions du temps, du milieu et du rapport au savoir de l'enseignant etc. Afin de faire les élèves acquérir le savoir, les connaissances de l'enseignant et l'établissement scolaire doivent avoir une cohérence. C'est le travail de l'enseignant qui soulève des questions aux élèves pour construire un cours de mathématiques et rendre les savoirs accessibles aux élèves.

#### **4.1.3. Les fractions : transposition didactique du savoir en jeu**

Après avoir une connaissance sur la transposition didactique, nous revenons à notre sujet de recherche. Nous tendons de trouver la place de l'enseignement du concept de fraction. La transposition didactique est un processus qui permet de transférer des savoirs d'une situation à une autre. A travers la transposition didactique, le savoir savant est accueilli et validé par la communauté scientifique depuis les chercheurs.

La première étape est de faire une dépersonnalisation et contextualisation des savoirs par les chercheurs. Les chercheurs doivent faire sortir le savoir de son contexte de découverte et présenter les objets de découverte aux communautés scientifiques d'un moyen plus général, parce que le savoir à enseigner est un héritage de plusieurs générations humaines et transformé d'une forme différente selon le fil du temps.

---

La deuxième étape est de faire transférer le savoir savant au savoir à enseigner, afin de satisfaire les besoins de la société et des élèves, pour que le savoir soit applicable dans les programmes officiels, il faut que les institutions et les didacticiens font nécessairement cette contextualisation.

La troisième étape relie au travail de l'enseignant qui fait des recontextualisations et repersonnalisation pour transférer le savoir à enseigner au savoir enseigné. L'enseignant prépare des cours selon les programmes scolaires, à travers sa préparation, le savoir est reformulé pour être enseignable. Ainsi le savoir à enseigner devient le savoir enseigné grâce aux connaissances personnelles des enseignants et de ses conceptions de l'apprentissage. Ensuite, dans le processus de l'enseignement-apprentissage, les élèves décontextualisent et dépersonnalisent le savoir enseigné pour construire le savoir appris par eux-mêmes.

Ces trois étapes est un processus de transposition didactique du savoir savant aux objets d'enseignement en général.

Selon Alahmadati (2016), la transposition didactique est une préoccupation didactique qui consiste à analyser, à élaborer, à discuter, à proposer, à organiser le savoir à enseigner et le savoir enseigné. C'est cette préoccupation qui garde la filiation entre le savoir savant, le savoir à enseigner et le savoir enseigné.

Alahmadati (2016) a mis le concept de fraction dans ces trois étapes de transposition didactique. La place du concept de fractions dans la transposition didactique est reflet comme ci-dessous :

- ✧ Le savoir savant : en compter de la complexité et l'importance du concept de fraction ;
- ✧ Le savoir à enseigner : en fonction des programmes officiels et des manuels scolaires, le concept de fraction doit être adapté aux élèves ;
- ✧ Le savoir enseigné : l'enseignant introduit le concept de fraction avec sa propre manière aux élèves dans la salle de classe ;
- ✧ Le savoir assimilé ou acquis : les élèves apprennent les différentes significations du concept de fraction.

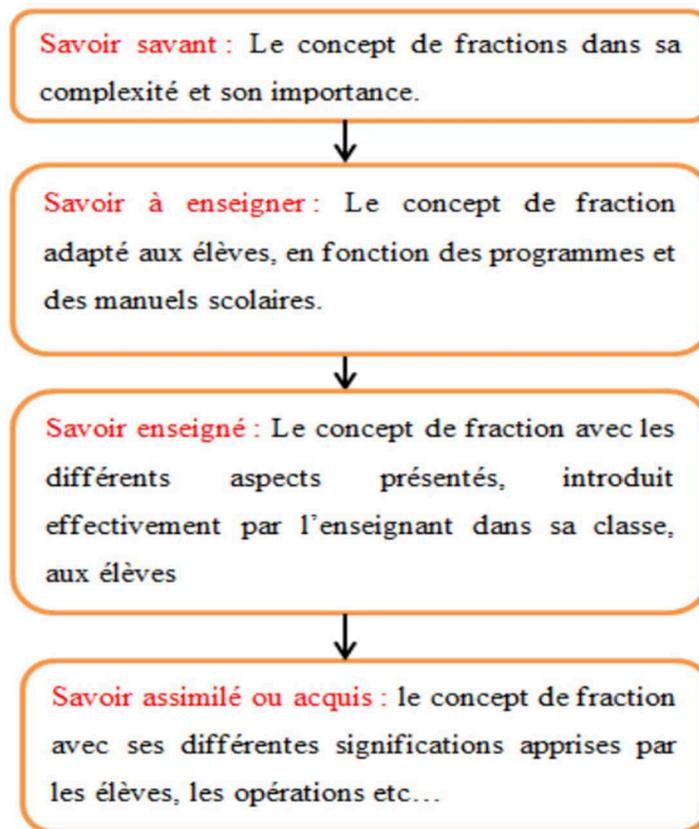


FIGURE 7 LA PLACE DES FRACTIONS DANS LA TRANSPOSITION DIDACTIQUE (ALAHMADATI , 2016).

#### 4.2. Une approche systémique par le triangle didactique

Dans ce sous-chapitre, nous allons discuter la relation entre le savoir, l'apprenant et l'enseignant, ainsi le triangle didactique. Alahmadati (2016) considère que *la didactique étudie les processus d'élaboration d'un savoir □ connaître, sa transmission par le maître et son acquisition par l'élève pour une discipline donnée*. Le triangle didactique nous montre les interactions entre les trois pôles de la situation d'enseignement-apprentissage : le maître avec son idéologie privée, le savoir soumis à la transposition didactique et l'élève avec une structure cognitive particulière. Ces trois pôles de triangle didactique construit une représentation schématisée du système didactique qui n'est pas un concept mais un dessin symbolique. Ce dessin précise les secteurs en relation dans une situation didactique et définit les tâches de chaque pôle dans un sens. Toutes les activités éducatives sont dans le cadre des interactions entre ces trois pôles qui représentent la situation didactique.

Selon Houssaye (1982), le triangle pédagogique est composé de trois éléments : le savoir, l'enseignant et l'élève. Il explique trois relations didactiques : « ENSEIGNER » entre le savoir et l'enseignant, « APPRENDRE » entre le savoir et l'élève, et « FORMER » entre l'enseignant et l'élève.

Dans les travaux de Jean-Louis Martinand (1987), il propose une définition du triangle didactique dans le domaine de science de l'éducation, ainsi nous pouvons distinguer ces trois secteurs :

- ✧ Le secteur de l'élaboration des contenus, dans ce secteur, il existe le registre épistémologique, la structure conceptuelle et le triangle didactique du domaine entre le savoir enseigné et l'enseignant. À partir des savoirs, l'enseignant fait des transpositions pour élaborer des contenus donnés aux élèves.
- ✧ Le secteur des stratégies d'appropriation de l'élève est basé sur les psychologies de l'apprentissage. Dans ce secteur, les élèves sont capables de s'approprier les contenus à travers certaines mesures.
- ✧ Le secteur des interactions didactiques entre l'apprenant et l'enseignant correspond au registre pédagogique, il comprend les 'coutumes' didactiques et les aides didactiques pour que les démarches puissent amener le savoir à enseigner.

La construction des situations didactiques est le point central de ces trois pôles.

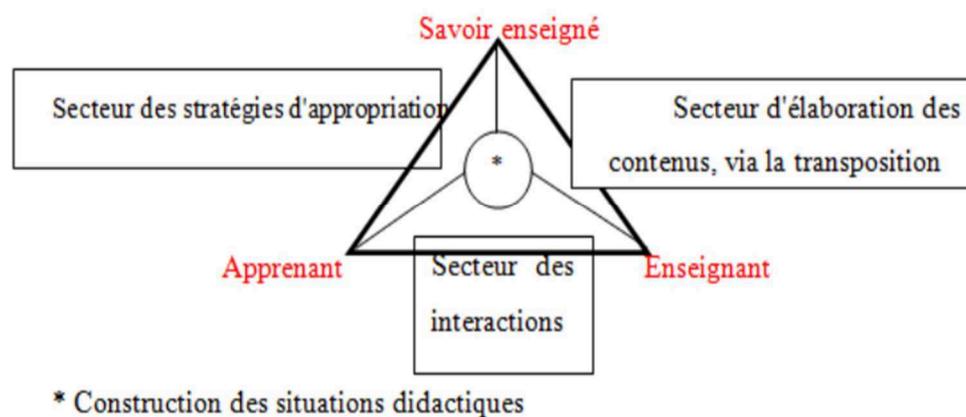


FIGURE 8 LE TRIANGLE DIDACTIQUE DE JEAN-LOUIS MARTINAND (1987). (CITÉ PAR ALAHMADATI, 2016)

#### 4.3. La théorie des situations didactiques de Brousseau

La théorie des situations didactiques est développée par Gue Brousseau dans les années 80, elle ne s'inscrit pas strictement dans la théorie piagétienne, mais les caractéristiques des objets sont empreintes des théories de Piaget. Dans la théorie des situations didactiques, nous pouvons trouver les approches sur la modélisation du savoir, les situations d'enseignement et les rôles du maître et des élèves en salle de classe. Ces approches nous aident à mieux comprendre les interactions entre enseignant et élèves et à analyser les méthodes d'enseignement utilisées par l'enseignant. (HU, 2013)

---

### **4.3.1. Situation didactique et situation adidactique**

#### **Situations didactiques**

Dans les situations didactiques, le professeur doit enseigner les connaissances qui sont caractérisées par l'ensemble des problèmes qu'elles permettent de résoudre. Brousseau (1998) suppose qu'il existe au moins un problème, parmi ceux qui caractérisent la connaissance visée, qui suffit à préserver le sens de cette connaissance. Il suppose en outre qu'un de ces problèmes est parmi ceux que l'élève peut résoudre.

Nous se trouvent dans la situation didactique les éléments suivants :

- ✧ Un problème élaboré par le professeur ou l'enseignant ;
- ✧ Les élèves s'approprient au problème proposé par l'enseignant ;
- ✧ Les élèves construisent la connaissance visée en résolvant le problème ;
- ✧ La connaissance acquise par les élèves prend la place de savoir enseigné.

#### **Situations adidactiques**

Selon Brousseau (1998), les élèves interagissent avec le milieu dans les situations d'action, de formulation et de validation dont le maître n'intervient pas pour proposer des connaissances, cependant, les élèves cherchent à résoudre le problème dans ces situation quand ils n'apprennent pas les connaissances en avance qui leur permettent de trouver la solution avec une façon la plus efficace. Ainsi, ces situations ne sont pas non-didactique puisque les élèves savent que l'enseignant a proposé les situations afin de faire apprendre par les élèves. Ce sont néanmoins les situations particulières dans lesquelles l'enseignant n'a pas la responsabilité obligatoire de la transmission des savoirs. Les situations d'action, de formulation et de validation forment ainsi la situation adidactique dans le cadre de la situation didactique.

Dans la situation d'apprentissage, l'élève doit accepter à apprendre par eux-mêmes dans certaine situation que l'enseignant ne donne pas directement les connaissances. L'enseignant doit mettre les élèves face à quelque chose qu'ils ne rencontrent pas encore, mais qu'ils peuvent essayer de résoudre. Mais si les élèves rencontrent vraiment un « obstacle », les négociations intervient dans cette situation (effet de Topaze) qui est définie comme la situation adidactique. Les élèves doivent apprendre à faire face aux incertitudes et aux erreurs pour qu'ils puissent accepter d'être un chercheur de son niveau, tout cela construit le processus de l'enseignement-apprentissage (Ramanandraisoa, 2013).

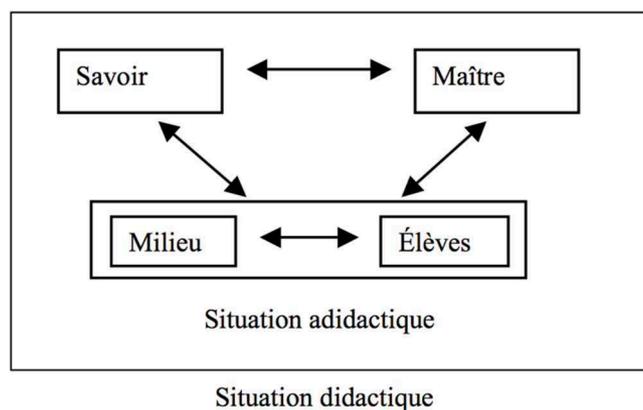


FIGURE 9 SITUATION DIDACTIQUE ET SITUATION ADIDACTIQUE.

#### 4.3.2. Le contrat didactique

Le contrat didactique, est défini par Brousseau (1982) comme « *l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant* ».

C'est l'ensemble des règles qui déterminent implicitement, ce que chaque partenaire de la relation didactique va avoir à gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre. (Brousseau, 1982, p. 61)

L'enseignant et les élèves sont toujours dans une interaction autour de l'objet du savoir. Les élèves reçoivent le savoir que l'enseignant leur transmet. L'enseignant attend de ce qu'il demande aux élèves de faire.

Dans la théorie des situations didactiques, les élèves ont la responsabilité de chercher à résoudre le problème et l'enseignant a la responsabilité de faire apprendre les élèves : il existe une relation contractuelle entre l'enseignant et les élèves. Le contrat didactique est ainsi construit par cette partie de relation contractuelle qui concerne le savoir.

Le contrat didactique comporte d'abord une partie implicite qui concerne directement le savoir visé. Des « effets » de contrat sont observés lorsque les élèves ne comprennent pas l'attente de l'enseignant ou l'enseignant surmonte la difficulté à la place des élèves.

Généralement, le savoir est une association entre les bonnes questions et les bonnes réponses dans la conception de l'enseignement. L'enseignant pose un problème aux élèves à résoudre : si les élèves répondent correctement, il montre qu'ils savent ; sinon, il se manifeste un besoin de savoir qui peut être une information ou un enseignement. Dans quelque sens, il est acceptable de n'importe quelle méthode qui permet de mémoriser les associations favorables (Hu, 2013).

---

## 5. Les recherches sur les pratiques enseignantes

En considérant que notre recherche vise à analyser les pratiques d'enseignant en salle de classe à travers des vidéos du cours de mathématiques en Chine, ainsi dans ce chapitre, nous allons présenter les approches portant sur les pratiques enseignantes et à expliquer le choix de la vidéo comme outil d'analyse des pratiques en salle de class.

### 5.1. Différentes approches sur les pratiques enseignantes

Selon les travaux de Badreddine (2009) et Buty, Badreddine et Régnier (2012), nous pouvons récupérer sept différents paradigmes qui définissent les différentes approches des pratiques enseignantes. Ils sont respectivement « les paradigmes historico-culturel, psychanalytique, expérimental, cognitiviste, de l'action et de la cognition située, systématique et socioconstructiviste » (Marcel et al, 2002, cité par Badreddine, 2009, p.8). L'auteur a adopté plutôt une approche socioconstructiviste. Cela souligne l'importance de l'interaction de l'individu et son environnement tout au long de son apprentissage. Comme l'auteur se concentre sur « le discours établi entre l'enseignant et les élèves en classe des sciences » (p.11), ce qui est plus importante dans au niveau théorique est le fait que la compréhension du contenu du cours est développée dans un contexte sociale.

### 5.2. La vidéo comme outil d'analyse des pratiques en salle de class

Selon Robert (2003, p.2), l'analyse des données vidéo est souvent constituée des trois phases différentes. Tout d'abord, il s'agit « *d'une description sélective de ce qui est vu et entendu* ». Une grille d'étude est souvent utilisée dans cette phase. Ensuite, la deuxième phase concerne « *des apports complémentaires permettant une analyse des pratiques des enseignants et des activités des élèves et des influences* ». Enfin, la dernière phase est constituée « *des questionnements* » qui s'agissent des pratiques des enseignants, etc.

En ce qui concerne la grille d'étude, Robert (2003, p.9) a également précisé plusieurs caractéristiques. Dans une première partie, la grille nous permet de noter « *des compléments indispensables* ». Cela comprend des informations comme la classe, l'établissement, le professeur et le contenu d'enseignement. Dans une deuxième partie, la grille nous permet de noter des éléments observables ou inférés directement. Pour cette partie, nous pouvons encore constater trois phases différentes. Premièrement, il s'agit de « *l'analyse à priori de l'épisode* » qui comprend « *la géographie de la séance dans le cours et la géographie de l'épisode* ». Ensuite, nous avons l'analyse du déroulement qui se concentre sur ce qui se passe pendant le cours comme « *le scénario* », « *le contrat pour l'exercice* », « *la production attendue pour l'exercice* », « *les formes de travail des élèves* » et « *les accompagnements* ». Enfin, il s'agit

---

de l'analyse à posteriori de l'épisode. Cette phase nous permet de conclure ce qui s'est passé pendant le cours en adoptant une approche réflexive et critique. Cela nous permet également de répondre à la problématique de la recherche.

Pendant ces dernières années, Suite à la progression de la technologie numérique, les chercheurs en sciences de l'éducation mettent une utilisation grandissante de ces technologies dans leurs recherches pendant ces dernières années. C'est un nouvel outil pour l'élaboration et l'approfondissement de nouveaux éléments théoriques peu ou pas encore traités dans l'analyse des interactions en classe et hors classe (Badreddine, 2009).

Dans ce travail de recherche, nous avons décidé d'utiliser la vidéo comme support d'analyse des pratiques enseignantes en salle de classe. Notre positionnement du point de vue de l'approche pédagogique et ethnomathématique, en particulier, dans le cadre de l'analyse des interactions dans un contexte de culture chinoise, rend la trace vidéographique un outil indispensable dans notre travail. Pour cette raison, dans le cadre théorique, c'est nécessaire de faire une revue rapide de certains travaux qui se sont basés sur ces méthodes et les différents avantages et inconvénients qui pourraient caractériser ce type de données.

### **5.2.1. Avantages des données vidéographiques**

Dans leur travail sur l'analyse des interactions dans un cadre plus général, Jordan et Henderson (1995) présentent une liste d'avantages de l'utilisation des données vidéographiques. Ils avancent diverses potentialités de ces enregistrements :

Premièrement, il s'agit de la possibilité de la reconstruction de l'événement. Les données vidéographiques sont essentielles dans la reconstruction dans le temps et dans l'espace de l'événement étudié. Elles sont utilisées pour reconstruire les écarts entre ce qui se passe réellement et ce que les acteurs disent de ce qui s'est passé (idem, page 50). Les pratiques de recherches se basaient, antérieurement, sur des méthodes qui visaient à faire raconter, par l'acteur, le déroulement des événements de la situation afin de les analyser. Une étape manque dans ce type de données, celle de la réalité telle qu'elle s'est déroulée ; le retour à la situation de déroulement dans ce cas sera impossible.

Ensuite, les données vidéographiques permettent la conservation de la nature complexe des interactions dans ses différentes dimensions multimodales, ce qui n'est pas le cas des méthodes telles que la prise de notes ou les grilles d'analyses des actions des acteurs en situation.

---

### **5.2.2. Limitations des données vidéographiques**

Jordan et Henderson (1995, p.53) mentionnent deux limitations des données vidéographiques relativement importantes par rapport à ce que d'autres types de données pourraient nous apporter :

✧ Le point de vue de la personne se situant derrière la caméra ; en effet, c'est le chercheur lors de la prise des données qui détermine ce qui est visible ou audible de ce qui ne l'est pas, en fonction de ses propres intérêts de recherche ; ce qui signifie une perte d'information dans le déroulement réel de la situation enregistrée ;

✧ Les limites de la technologie face aux sens humains d'une part, et d'autre part, la relation entre l'enregistrement et l'évènement. Ce que le chercheur voit et entend sur une caméra peut être différent de ce que les acteurs ont réellement vu et entendu lors de la situation, en particulier dans les scènes où se trouvent plusieurs acteurs interagissant ensemble, par exemple une situation d'enseignement/apprentissage.

Pour conclure cette partie, Jordan et Henderson (1995) ne négligent pas l'effet que peut avoir la présence d'une caméra, dans les lieux d'interaction, sur le déroulement naturel de la situation. Cependant, ils précisent que « l'expérience [dans le domaine des prises de données vidéographiques] montre » et nous le croyons aussi d'après notre expérience, « que les gens s'habituent rapidement et d'une manière étonnante » (idem, page 55, notre traduction) à la présence d'une caméra dans les lieux du déroulement de l'action, surtout si ces données sont prises sur une durée temporelle assez longue.

## **6. La pédagogie des mathématiques en Chine**

Ce chapitre vise à aborder des suggestions dans l'enseignement de mathématiques sous les instructions du *Standard de curriculum des mathématiques pour l'instruction obligatoire 2011* et les méthodes pédagogiques dans l'enseignement du concept mathématique. L'analyse des programmes d'enseignement nous aide à trouver les méthodes spécifiques dans les cours de mathématiques par les enseignants chinois en langue chinoise.

### **6.1. Les suggestions d'enseignement du cours de mathématiques sous le nouveau Standard du curriculum chinois 2011**

L'enseignement est basé sur les interactions entre l'enseignant et le ou les élèves. Celui-ci constitue également un cadre pour les processus de développement à la fois pour l'enseignant et l'apprenant.

Dans un premier temps, l'enseignement des mathématiques doit viser à atteindre simultanément les quatre objectifs. Ces derniers sont composés de l'acquisition des

---

connaissances mathématiques, du développement de la compétence de résolution des problèmes, du mode de pensée mathématique et de la bonne attitude d'apprentissage.

Ensuite, le corps dominant de l'apprenant doit être valorisé dans le processus d'apprentissage. L'apprentissage doit se pencher sur l'idée du développement de l'autonomie de l'élève. Ce développement de l'autonomie est réalisé à travers le développement de l'indépendance et la mise en pratique des connaissances apprises par l'élève. Cela nous montre également l'importance du rôle de l'enseignant. Afin de garantir un rôle actif et principal de l'apprenant dans l'apprentissage, l'enseignant doit coopérer ou collaborer avec les élèves en organisant les activités conviennent les élèves. Ce dernier demande à l'enseignant de bien connaître les situations variées de ces élèves. En même temps, les places de l'enseignant et l'apprenant doivent être égales.

De plus, il est important pour les élèves de bien comprendre les connaissances mathématiques en adoptant une approche analytique. Autrement dit, l'apprentissage ne peut pas dépendre seulement à la mémorisation. Des activités comme observation et expérimentation doivent être introduites dans l'enseignement par l'enseignant, cela permet les élèves à mieux connaître les connaissances mathématiques en les invitant à les mettre en pratique. En même temps, l'enseignant doit également aider les élèves à développer un mode de pensée mathématique en introduisant aux élèves les notions d'abstrait, la catégorisation, l'induction, la déduction et la modélisation.

Enfin, l'enseignant doit prendre en compte les différentes motivations des élèves quand il s'agit de l'élaboration des activités pendant le cours. L'enseignement doit se baser sur le respect mutuel et l'encouragement de l'enseignant est essentiel pour développer l'initiative de l'élève.

## **6.2. Méthode pédagogique d'enseignement par la conduite de l'enseignant (导学式教学法) dans l'enseignement du concept de fraction**

L'enseignement par la conduite de l'enseignant vise à mieux intégrer le côté d'enseignement et le côté d'apprentissage dans la pédagogie. L'enseignant va guider l'apprentissage des élèves au niveau de connaissances et méthode d'apprentissage. En revanche, l'apprentissage des élèves basé sur cette conduite de l'enseignant va lui donner des rétroactions qui visent à améliorer le dernier.

La conduite élaborée par l'enseignant doit prendre en compte plusieurs étapes essentielles.

Tout d'abord, la construction des situations ou scénarios d'apprentissage. Cela vise à motiver les élèves et développer leur initiative. Ainsi, ces situations doivent être proches de la

---

réalité. En même temps, elles permettent également à l'enseignant d'intégrer le contenu d'enseignement. Cette phase souvent ne va pas dépasser cinq minutes pendant le cours.

Ensuite, ces situations d'apprentissage doivent servir comme conduite d'apprentissage qui permet à l'enseignant de guider les élèves à se concentrer sur les connaissances enseignées. Cette fonction de conduite pourrait varier selon les différents critères des élèves.

De plus, la mise en pratique des connaissances apprises par les élèves est essentielle dans ces situations élaborées. Cela permet aux élèves l'application et aider les élèves à mieux comprendre le contenu du cours.

Éventuellement, l'enseignant ne doit pas oublier un résumé du contenu d'enseignement. Cette phase d'induction et généralisation aide aux élèves à mieux construire une structure cohérente des connaissances. Simultanément, cela permet également aux élèves à réfléchir sur des nouvelles perspectives en lançant des discussions.

Ainsi, cet enseignement par conduite met l'accent sur le rôle de guide de l'enseignant et le rôle principale des élèves. Cette interaction permet, à un certain degré, l'intégration de l'enseignement et l'apprentissage dans le processus pédagogique.

## **7. Problématique et hypothèses de notre recherche**

Après avoir présenté les approches historiques et contextuelles du concept de fraction et de son enseignement dans un contexte culturel chinois dans la première partie et les approches théoriques autour des questions de l'enseignement des fractions dans une perspective multiculturelle dans la deuxième partie, nous tentons de poser notre problématique ainsi les trois hypothèses qui nous semblent les plus pertinentes.

### **7.1. Problématisation**

Les difficultés rencontrées par les élèves pendant l'apprentissage du concept de fraction ont souvent été soulignées par les chercheurs en science de l'éducation. Parmi ceux-ci, certains observent qu'une majorité d'écoliers rencontrent les problèmes lorsqu'ils traitent les questions par rapport les fractions, ils effectuent les opérations selon des règles imposées sur des objets mathématiques qu'ils méconnaissent. Alahmadati (2016) a proposé des questions dans sa recherche : Comment définir aujourd'hui les fractions ? L'apprentissage du calcul fractionnaire est-il indispensable ? Comment les élèves se représentent-ils les fractions ? Quelles difficultés rencontrent-ils ?

Pour trouver la réponse de ces questions dans l'enseignement de fraction, nous essayons d'analyser l'enseignement des fractions en Chine qui peut rencontrer aussi ces questions, en utilisant la langue chinoise et prenant en compte la culture chinoise, nous

---

essayons de trouver une méthode pertinente et efficace pour l'enseignement des fractions et pour mettre en application des connaissances mathématiques dans les pratiques sociales des élèves.

C'est dans cet esprit que nous nous posons deux questions de recherche suivantes :

**De quelles manières les connaissances du concept de fraction sont présentées dans les manuels scolaires des cours de mathématiques à l'école primaire ?**

**Comment se déroule un cours sur les fractions à l'école primaire, quels types de méthodes d'enseignement se présentent dans les activités entre enseignant et élèves en salle de classe ?**

## **7.2. Hypothèses**

Pour mieux répondre à la première question spécifique de notre recherche, nous avons d'abord proposé deux hypothèses H01 et H02 relatives aux contenus concernant le concept de fraction dans les manuels scolaires pour les élèves du premier et deuxième cycle de l'école primaire en Chine.

H01 : La signification de fraction la plus présente est *Partie d'un tout* dans les manuels de Classe Niveau 3 et dans les manuels de Classe Niveau 5.

H02 : Les arrangements des contenus concernant le concept de fraction dans les manuels de l'édition PEP et BNUP satisfont à l'exigence demandée par le *Standard du curriculum de mathématiques pour l'instruction obligatoire*.

En ce qui concerne la deuxième question sur le déroulement du cours sur les fractions en salle de classe à l'école primaire publique en Chine, nous avons proposé l'hypothèse H03.

H03 : Les activités d'enseignement-apprentissage en salle de classe sont arrangées et appliquées selon les suggestions dans le *Standard du curriculum de mathématiques pour l'instruction obligatoire*.

---

### **PARTIE 3 Approches méthodologiques de la construction et des traitements et analyses des données et de leurs interprétations**

Cette troisième partie aborde les aspects relatifs aux méthodes utilisées pour la construction des données, les traitements des données, jusqu'à l'interprétation des résultats obtenus à travers ces données et vise à répondre à notre problématique posée et à éprouver les hypothèses faites. Cette partie possède trois chapitres suivants :

Le premier chapitre vise à présenter le cadre méthodologique de la construction et des traitements des données. Nous allons d'abord conduire une réflexion sur les dimensions méthodologiques de notre recherche, et puis nous allons présenter les caractéristiques des manuels scolaires choisis et des vidéos du cours sur les fractions transcrit pour le travail sur le terrain et fourni par la maison d'édition avec les manuels ; ensuite nous essayons de créer une grille d'analyse pour clarifier les éléments de comparaison sur les différentes éditions de manuels scolaires ; enfin nous allons présenter le logiciel Transana pour le traitement des vidéos du cours de fractions de Classe Niveau 3 et de Classe Niveau 5 à l'école primaire.

En ce qui concerne le deuxième et le troisième chapitre, en premier lieu ils visent à présenter les résultats d'analyse effectuée sur les manuels scolaires choisis et les données vidéographiques sur les cours de fractions, en second lieu, à répondre aux objectifs de la recherche à travers des interprétations des résultats obtenus, et faire un retour sur les questions spécifiques de la recherche et sur les hypothèses formulées dans notre recherche.

---

## 1. Méthodes de construction et traitements des données

Ce chapitre vise à présenter d'abord le cadre méthodologique de la mise en œuvre de la construction des données de la recherche, et puis il précise les caractéristiques des manuels scolaires choisis et les vidéos des cours de fractions.

### 1.1. Réflexion sur la méthodologie de notre recherche

Nous allons d'abord faire une réflexion sur la méthodologie de notre recherche, et puis nous allons expliquer les méthodes de construction des données pour répondre la problématique ainsi que les hypothèses.

Dans cette recherche, la méthodologie de travail est composée de trois aspects :

- ✧ Analyse du parcours historique de la notion de fractions et des étapes du développement de cette notion dans un contexte de culture chinoise.
- ✧ Nous tenterons de voir comment les connaissances de fraction demandées dans les programmes officiels se présentent dans les manuels scolaires pour les élèves à l'école primaire en Chine.
- ✧ Mettre en dispositif une observation d'une séance de classe de mathématique directe pour identifier les difficultés, ou les obstacles, rencontrés par l'enseignant et les élèves dans des situations d'enseignement et d'apprentissage centrées sur la notion de fraction, et aussi pour identifier la dynamique de la classe : présentation de la leçon, interactions entre les professeurs et les élèves, connaissances en jeu, etc.

Prendre en considération de la méthodologie de notre recherche, nous décidons d'effectuer d'abord une analyse sur les différentes éditions de manuels scolaires utilisés par les écoles primaires chinoises, et en même temps, nous tentons de faire une observation à travers le vidéo du cours enregistré sur terrain et le vidéo du cours fourni avec les manuels scolaires pour l'enseignant par maison d'édition pour valider les contenus de fraction enseignés en salle de classe et la dynamique d'un cours de fraction.

### 1.2. Les manuels scolaires choisis

Comme nous avons présenté dans la première partie, normalement, pour les écoles publiques de tout le pays, les manuels scolaires adoptés par l'école primaire sont rédigés selon le même standard du curriculum des cours pour l'instruction obligatoire proposé par le ministère d'Éducation. Pendant notre recherche, les manuels scolaires de mathématiques pour l'école primaire en Chine sont rédigés selon le *Standard de 2011*.

### 1.2.1. Le contexte du choix des manuels scolaires

La portée de notre recherche est limitée parce que les situations de l'enseignement sont vraiment complexes dans un pays aussi vaste que la Chine en développement, ainsi notre recherche vise à analyser des manuels scolaires de mathématiques pour les élèves de l'école publique dans les trois provinces du nord-est de la Chine, dont la province Heilongjiang (dont la ville capitale est Haerbin), la province Jilin (dont la ville capitale est Changchun) et la province Liaoning (dont la ville capitale est Shenyang qui est aussi ma ville natale).



FIGURE 10 LES TROIS PROVINCES DU NORD-EST DE LA CHINE.

Nous avons fait une recherche sur la situation d'utilisation des manuels scolaires à l'école primaire dans les villes principales de ces trois provinces à travers des investigations sur internet. Nous trouvons qu'il existe principalement deux éditions de manuels scolaires de mathématiques dont l'édition PEP (People's Éducation Press) et l'édition BNUP (Beijing Normal University Press) utilisées dans les écoles primaires de ces régions.

TABLEAU 9 – LA SITUATION D'UTILISATION DES MANUELS SCOLAIRES. ([HTTP://WWW.DZKBW.COM/](http://www.dzkbw.com/))

Province \ Édition de manuel	L'édition PEP (人民教育出版社)	L'édition BNUP (北京师范大学出版社)
Heilongjiang (黑龙江)	La ville Haerbin La ville Qiqihaer	La ville Daqing
Jilin (吉林)	La ville Changchun La ville Jilin	
Liaoning (辽宁)	La ville Fushun	La ville Shenyang La ville Dalian La ville Benxin

### 1.2.2. Les deux éditions de manuels scolaires choisies

Pour mener à bien notre recherche, nous avons d'abord noté les manuels retenus qui reposent sur le *Standard du curriculum des cours de mathématiques pour l'instruction obligatoire 2011* et ont passé le contrôle par le Comité pour la rédaction et la censure des manuels scolaires pour l'instruction de base en 2013. Selon le *Standard 2011*, les connaissances sur le concept de fraction sont enseignées en Classe Niveau 3 et Classe Niveau 5, ainsi nous allons analyser et comparer principalement quatre manuels scolaires d'édition PEP et d'édition BNUP. Les manuels scolaires pour l'école primaire en Chine sont classifiés par niveau de l'étude et semestre de l'année scolaire, les élèves apprennent deux manuels (上学期: le premier semestre ; 下学期 : le deuxième semestre) pour une année scolaire de chaque discipline. Les quatre opérations mixtes de fractions sont enseignées en Classe Niveau 5 et 6 dans les manuels BNUP et en Classe Niveau 6 dans les manuels de PEP.

TABLEAU 10 – LISTE DES MANUELS SCOLAIRES ÉTUDIÉS

Titre du manuel scolaire	Édition	Année de parution
Mathématiques du 1 <sup>er</sup> semestre de Classe Niveau 3	PEP	2014
Mathématiques du 2 <sup>ème</sup> semestre de Classe Niveau 3	BNUP	2015
Mathématiques du 1 <sup>er</sup> semestre de Classe Niveau 5	BNUP	2015
Mathématiques du 2 <sup>ème</sup> semestre de Classe Niveau 5	BNUP	2015
Mathématiques du 2 <sup>ème</sup> semestre de Classe Niveau 5	PEP	2014
Mathématiques du 1 <sup>er</sup> semestre de Classe Niveau 6	BNUP	2015
Mathématiques du 1 <sup>er</sup> semestre de Classe Niveau 6	PEP	2014

### 1.3. Construction de la grille d'analyse

Afin d'évaluer la présentation des connaissances relatives au concept de fraction dans les quatre manuels de Classe Niveau 3 et Classe Niveau 5, une grille d'analyse a été utilisée pour réaliser cet objectif. En prenant le modèle utilisé par Wang et Peng (2016) pour analyser

des manuels scolaires et les travaux de Gérard, F. M. et Roegiers, X. (2003) sur l'évaluation des manuels scolaires comme référence, nous tentons de créer une grille d'analyse ci-dessous.

TABLEAU 11 – GRILLE D'ANALYSE DES MANUELS SCOLAIRES.

Dimensions	Éléments de comparaison
Arrangement des contenus concernant la fraction dans le manuel :	La structure de l'unité de <i>Fraction</i> dans les manuels
	La place réservée à l'unité de <i>Fraction</i> dans les manuels
	Répartition des savoirs de fraction dans l'unité de <i>Fraction</i>
Présentation des activités par rapport aux concepts de la fraction :	Répartition des significations de fractions dans les manuels
	Type des modèles utilisé dans les activités pour présenter le concept de fraction
	Type des illustrations utilisé pour la description des activités
	Degré d'ouverture des activités d'exemple
	La présentation des cultures ethnomathématiques

#### 1.4. Construction des données par les observations vidéographiques

Les usages des enregistrements de la vidéo sont une part essentielle du cadre méthodologique de notre recherche. Nous avons enregistré une vidéo du cours de fraction dans une classe de l'école primaire de Shenyang et choisi cinq vidéos du cours de fraction enregistrés par maison d'édition de BNUP. Les vidéos permettent une perception de la continuité du comportement de la maîtresse et des élèves sur une séquence de quarante minutes.

##### 1.4.1. Choix de la vidéographie du cours de mathématiques enregistré sur le terrain

Nous avons essayé de prendre contact avec des enseignants pour des observations de terrain, mais finalement nous avons seulement réussi à effectuer une observation dans une école primaire de Shenyang, et afin d'éviter la perturbation le déroulement du cours, nous nous sommes placés dans la salle de technicien, d'une part pour faire une observation à travers des écrans et d'autre part pour faire un enregistrement vidéo du cours.

###### 1.4.1.1. Le contexte d'observation

Le cours de fraction observé est enseigné par Mme. Zhang de l'école primaire de Chenxiang Shenyang (沈阳市苏家屯区陈相九年一贯制学校) aux élèves de Classe Niveau

5 en utilisant le manuel de l'édition BNUP en 2016. Le titre du cours de fraction est *Fen Bing* (分饼, *Partage d'un gâteau*) et le contenu du cours est le concept de fraction propre, fraction impropre et fraction mixte. La durée de ce cours de fraction est 45 minutes.

#### 1.4.1.2. Les enregistrements vidéographiques

Dans la salle de technicien, il y a plusieurs écrans qui sont reliés aux caméras suspendues dans la salle de cours, qui est une salle de cours spéciale pour faire des enregistrements vidéo. Nous pouvions observer clairement les interactions entre l'enseignant et les élèves dans toutes les directions de la salle de classe. A l'aide des techniciens de l'école, nous avons obtenu ainsi des données vidéographiques bien traitées.

#### 1.4.2. Choix de vidéographies du cours mathématiques enregistré par la maison d'édition

En raison de ne pas avoir d'autre chance de faire des observations sur le terrain, nous avons décidé de prendre les ressources fournies par la maison d'édition BNUP, ainsi nous avons choisi 5 vidéos du cours de fraction enregistrées par la maison d'édition pour compléter les données vidéographiques de notre recherche.

Le tableau ci-dessous nous montre les références des vidéos choisies.

TABLEAU 12 – LES RÉFÉRENCES DES VIDÉOS CHOISIES DU COURS DE FRACTION.

Titre du cours	Enseignant	Niveau des élèves	Durée de chaque cours	Année d'enregistrement
Le partage (分一分)	Mme. SHENG Xue (盛雪)	Classe Niveau 3	32 minutes	2015
La notion de fraction revisitée 1 (分数的再认识 一)	M. HU Jun (胡军)	Classe Niveau 5	35 minutes	2014
La notion de fraction revisitée 2 (分数的再认识 二)	Mme. WU Mei (吴媚)	Classe Niveau 5	35 minutes	2014
La fraction et la division 1 (分数与除法 一)	Mme. WANG Xia (王霞)	Classe Niveau 5	33 minutes	2014
La fraction et la division 2 (分数与除法 二)	Mme. LIU Lili (刘利利)	Classe Niveau 5	36 minutes	2014

## 1.5. Transana : logiciel de traitement des données vidéographiques

Transana est un logiciel qui aide à l'analyse des données qualitatives pour les chercheurs professionnels, créé à l'origine par Chris Fassnacht au Wisconsin Center for Education Research à Madison (WCER) développé par David Woods. Il supporte plusieurs formats vidéo (mov, mpeg1, mpeg2, wmv, avi...) et audio (wav, mp3, wma...). Il est disponible sous un système d'exploitation Windows et Mac ([www.transana.org](http://www.transana.org)).

Il permet d'organiser des corpus de données audio ou vidéos de manière hiérarchique, de créer des transcriptions multimodales, d'aligner le signal et les transcriptions, de coder et catégoriser les données, d'en extraire les parties saillantes pour la recherche (les clips/extraits), de les organiser en collection, de créer des rapports entre les mots clés appliqués et partager l'analyse avec des collègues.

### 1.5.1. Description de l'interface

Nous allons faire une brève présentation sur l'utilisation de logiciel Transana. L'écran principal de Transana se divise en 4 parties :

- ❖ La fenêtre « bande audio » qui permet de visualiser et d'effectuer des sélections sur les ressources audio. Ces ressources sont généralement extraites à partir des vidéos associées.
- ❖ La fenêtre « transcription » permettant d'afficher et modifier la/les transcriptions.
- ❖ La fenêtre « vidéo » qui permet d'afficher et naviguer sur le/les film(s) en cours d'exploitation.
- ❖ La fenêtre « données » qui affiche la structure du corpus et les ressources analytiques.

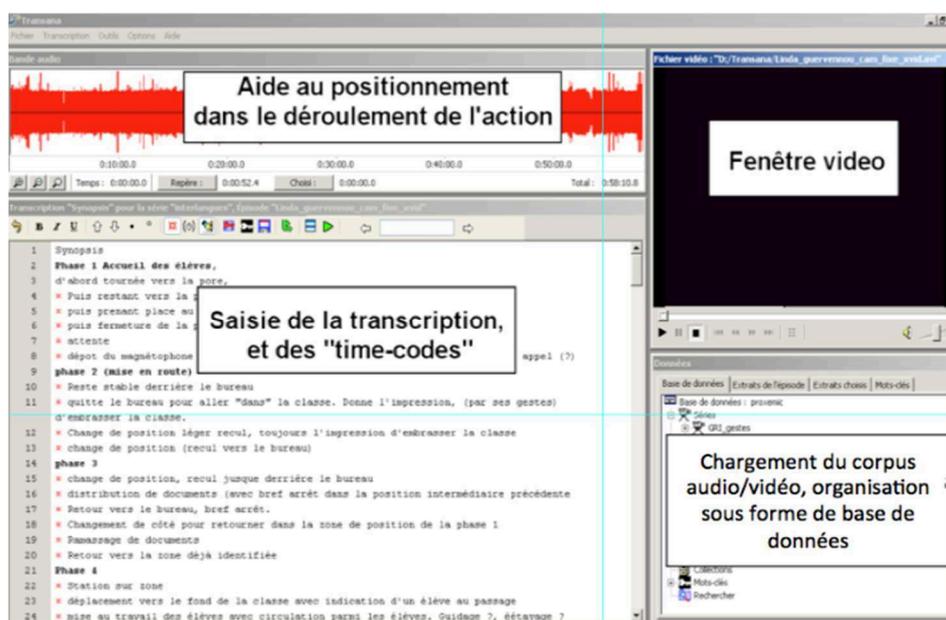


FIGURE 11 IMPRESSION D'ÉCRAN DE L'INTERFACE DE TRANSANA.

La fenêtre de bande audio, la transcription et la vidéo sont mises en relation en insérant des repères temporels (« time-codes ») dans la fenêtre de transcription. Ces repères sont créés par l'utilisateur au fur et à mesure de la transcription ou après la transcription. Ainsi chaque passage de la transcription est indexé et synchronisé avec le passage correspondant de la bande audio/vidéo et la visualisation de la bande vidéo sera plus simple à parcourir. La place des indices temporels lors des transcriptions est codée selon l'objet de recherche ; dans notre cas, chaque indice temporel marquera une activité en salle de classe.

### 1.5.2. Analyse des intérêts de traitement

Le passage de synchronisation des « transcriptions » avec des bandes vidéo est indispensable pour la création de la base de données. A l'aide de ces traitements, nous pouvons d'abord visualiser directement chaque étape d'enseignement par les épisodes classifiés avec transcription, ensuite nous pouvons ajouter plusieurs données vidéographiques et cela nous permet de faire une comparaison des structures des cours de mathématiques par différents enseignants, et enfin nous pouvons classifier les épisodes par mots-clés et accumuler les extraits dans la rubrique de collection pour mieux analyser les activités d'interactions entre enseignant et élèves et les pratiques de l'enseignant en salle de classe.

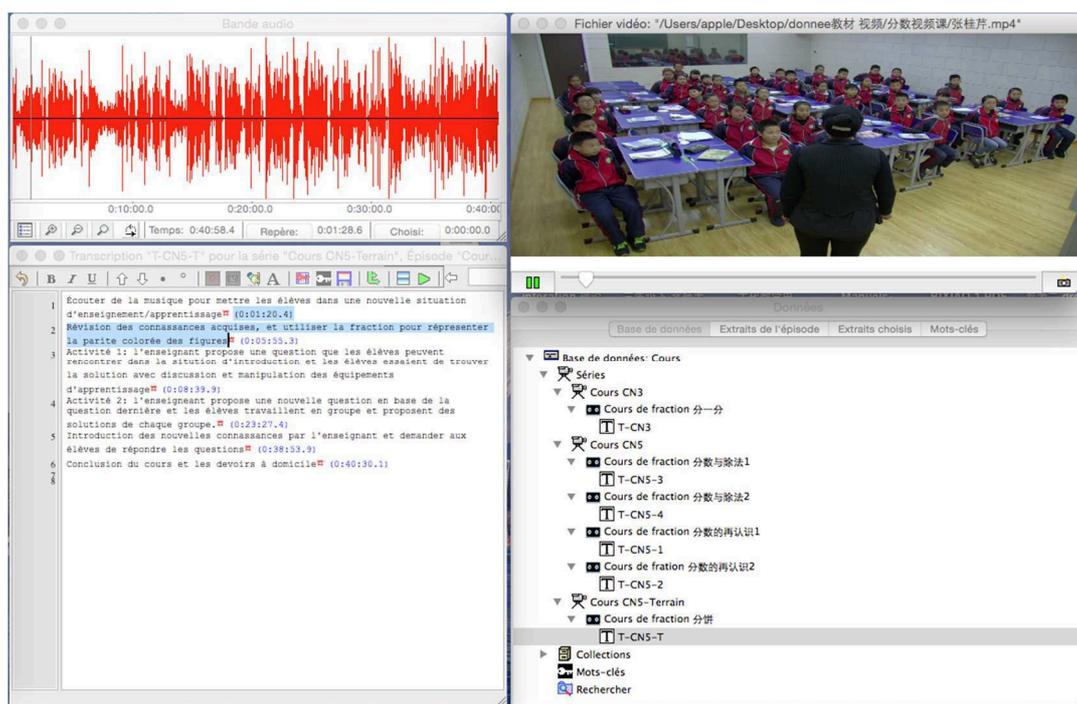


FIGURE 12 CAPTURE D'ÉCRAN DE L'ENVIRONNEMENT DE TRAVAIL DANS TRANSANA.

La fenêtre « données » est divisée en quatre parties comme figure ci-dessous : partie « Séries », « Collections », « Mots-clés » et « Rechercher ».

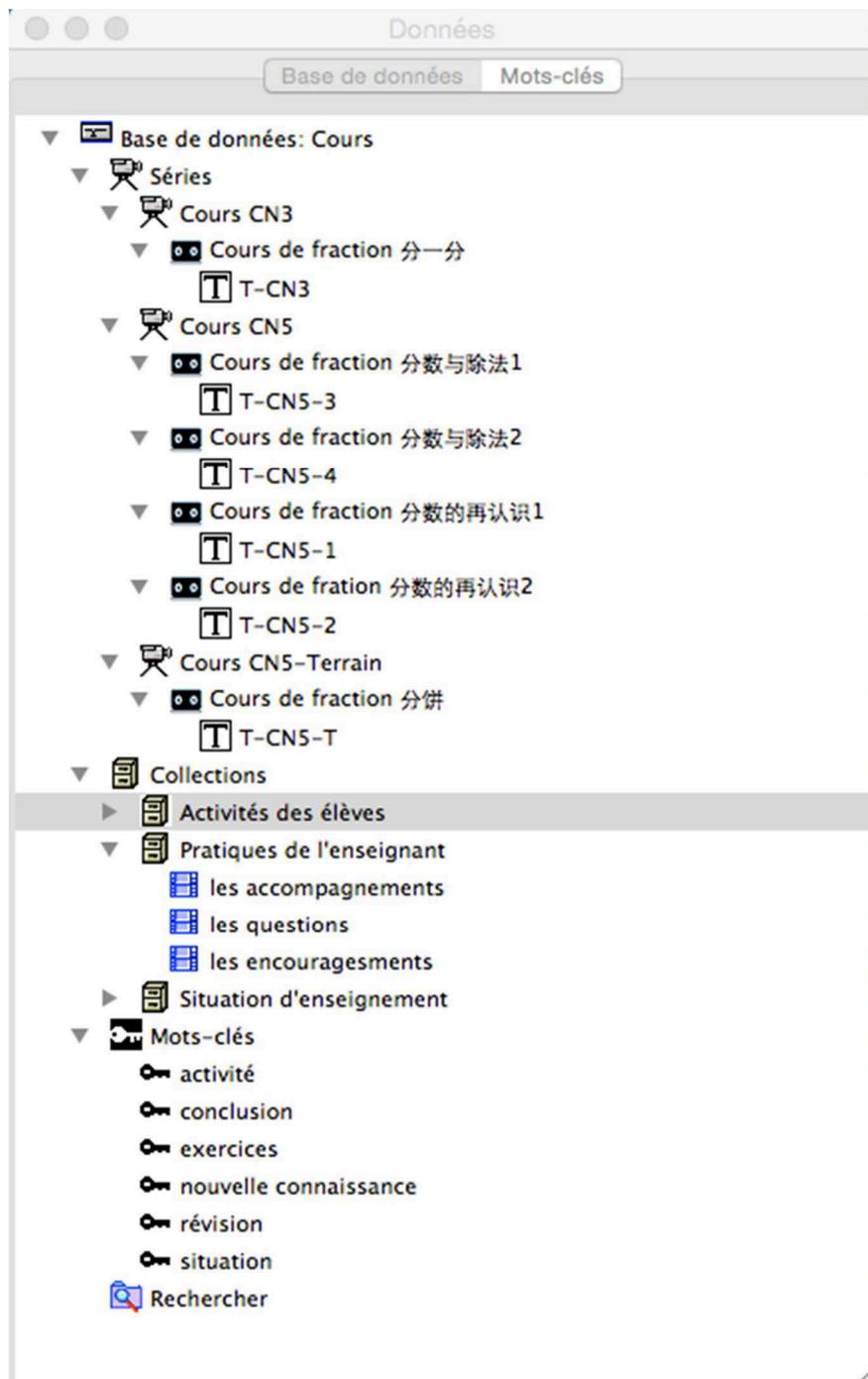


FIGURE 13 CAPTURE D'ÉCRAN DE LA FENÊTRE « BASE DE DONNÉES » DE NOTRE RECHERCHE DANS TRANSANA.

La partie « Séries  » contient l'ensemble des épisodes  des vidéos enregistrés sur laquelle notre travail se basera. Elle peut être constituée d'un ou plusieurs fichiers de vidéo et chaque vidéo peut avoir une ou plusieurs « transcriptions  » avec des découpages temporels de différents types. Nous avons constitué notre Séries de l'ensemble des fichiers de

---

vidéo enregistrés de 6 séances du cours de fraction. Nous avons créé une transcription pour chaque épisode.

La partie « Collections  » contient des regroupements de « clips  » de même nature ; ces clips sont des extraits de bande vidéo. Ils sont créés à partir d'une partie de transcription bornée entre deux « repères de temps » ; ces « clips » représentent des sous unités de la transcription originale et conservent le lien temporel à la vidéo attribuée à partir de cette transcription. Un « clip » peut être dupliqué ou présent dans une autre collection de nature différente.

La partie « Mots-clés  » représente la grille d'analyse ou d'indexation pour le traitement des clips et des bandes. Un ou plusieurs mots clés sont définis dans une structure : « groupe de mots clé  ». Les mots-clés sont utilisés comme une fonction d'indexation de clips afin de faciliter des classifications.

La partie « Rechercher  » est consacrée aux requêtes booléennes sur les mots-clés affectes aux clips des collections et/ou les mots clés affectes aux bandes vidéo dans les séries (Badreddine, 2009). Nous ne prenons pas ces fonctions de Rechercher dans notre travail.

## **2. Analyses des données construites sur les manuels scolaires**

Ce chapitre vise à présenter l'analyse des données concernant les manuels scolaires choisis, selon la grille d'analyse construite, nous allons commencer notre analyse autour de deux dimensions de ces manuels scolaires : *Arrangement des contenus concernant la fraction dans le manuel* et *Présentation des activités par rapport aux concepts de la fraction*.

### **2.1. L'analyse des arrangements des contenus concernant la fraction dans les manuels de Classe Niveau 3 et Classe Niveau 5**

L'analyse des arrangements des contenus concernant la fraction est composée de trois aspects : la structure de l'unité de fraction dans les manuels ; la place réservée à l'unité de fraction dans les manuels ; la répartition des savoirs de fraction dans l'unité de fraction. Selon le *Standard du curriculum des cours de mathématiques 2011*, les élèves doivent avoir une connaissance préliminaire sur le concept de fraction en Classe Niveau 1-3 (premier cycle), et les connaissances sur la signification de fraction et les quatre opérations des fractions et les questions d'application sont enseignées pendant l'étude de Classe Niveau 4-6 (deuxième cycle), ainsi les contenus concernant la fraction dans les deux éditions de manuels scolaires sont arrangés par niveau d'étude (voir les tableaux ci-dessous).

Nous pouvons d'abord constater que l'enseignement des connaissances de fraction dans les manuels scolaires de l'édition PEP est principalement dans ces trois manuels et surtout dans le manuel de mathématiques pour Classe Niveau 5 dont il y a neuf séances consacrées à la fraction. D'autre part, le titre de chaque séance du cours indique clairement le savoir à enseigner dans les manuels de l'édition PEP.

Dans les manuels de l'édition BNUP, les connaissances de fraction se sont répartissent aussi dans quatre manuels de Classe Niveau 3, 5 et 6, par contre, les titres des séances de l'édition BNUP sont plus familiers pour les enfants en comparaison avec l'édition PEP.

TABLEAU 13 – LES ARRANGEMENTS DES CONTENUS CONCERNANT LA FRACTION DANS LES MANUELS DE L'ÉDITION PEP

Manuels Scolaires PEP	Titre des unités concernant la fraction	Titres des séances de chaque unité
Classe Niveau 3 (1 <sup>er</sup> semestre)	Unité 8 Les connaissances préliminaires sur la fraction	1. La première rencontre de fraction 2. Les opérations des fractions simples 3. Les applications simples des fractions
Classe Niveau 5 (2 <sup>ème</sup> semestre)	Unité 4 La signification et les caractères de fraction	1. La signification de fraction 2. La fraction propre et impropre 3. Les caractères de fraction 4. La réduction d'une fraction à sa plus simple expression 5. La réduction de fractions au même dénominateur 6. La transformation de fractions en nombres décimaux
	Unité 6 L'addition et la soustraction des fractions	1. L'addition et la soustraction des fractions avec le même dénominateur 2. L'addition et la soustraction des fractions avec les différents dénominateurs 3. Les opérations mixtes de l'addition et la soustraction des fractions
Classe Niveau 6 (1 <sup>er</sup> semestre)	Unité 1 La multiplication des fractions	1. La multiplication des fractions
	Unité 3 La division des fractions	1. L'inverse d'un nombre 2. La division des fractions

TABLEAU 14 – LES ARRANGEMENTS DES CONTENUS CONCERNANT LA FRACTION DANS LES MANUELS DE L'ÉDITION BNUP

Manuels Scolaires BNUP	Titre des unités concernant la fraction	Titres des séances de chaque unité
Classe Niveau 3 (2 <sup>ème</sup> semestre)	Unité 6 La rencontre de fraction	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Le partage (première séance)</li> <li>2. Le partage (deuxième séance)</li> <li>3. La comparaison</li> <li>4. Manger la pastèque</li> </ol>
Classe Niveau 5 (1 <sup>er</sup> semestre)	Unité 5 La signification de fraction	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. La rencontre à nouveau de fraction (première séance)</li> <li>2. La rencontre à nouveau de fraction (deuxième séance)</li> <li>3. Le partage d'un gâteau</li> <li>4. La fraction et la division</li> <li>5. Les caractères essentiels de fraction</li> <li>6. Trouver le commun diviseur le plus grand</li> <li>7. La réduction de fractions au même dénominateur</li> <li>8. Trouver le commun multiple le plus petit</li> <li>9. La comparaison des fractions</li> </ol>
Classe Niveau 5 (2 <sup>ème</sup> semestre)	Unité 1 L'addition et la soustraction des fractions	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pliage des papiers</li> <li>2. L'arrangement d'un dimanche</li> <li>3. Le "royaume" de fraction et décimal</li> </ol>
	Unité 3 La multiplication des fractions	<ol style="list-style-type: none"> <li>1<sup>α</sup> La multiplication des fractions (1, 2, 3)</li> <li>2<sup>α</sup> L'inverse d'un nombre</li> </ol>
	Unité 5 La division des fractions	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. La division des fractions (1, 2, 3)</li> </ol>
Classe Niveau 6 (1 <sup>er</sup> semestre)	Unité 2 Les opérations mixtes des fractions	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Les opérations mixtes des fractions (1, 2, 3)</li> </ol>

### 2.1.1. La structure de l'unité de *Fraction* dans les manuels

Les deux éditions de manuels scolaires choisis représentent les savoirs par unité de séances. Chaque unité portant sur une nouvelle connaissance débute souvent par une figure qui décrit une situation de la vie quotidienne dont des activités de découverte ou exploratoire aident aux élèves de mieux s'adapter la nouvelle étude. Chaque unité comporte plusieurs

séances, cependant il existe des différences de la structure des séances de ces deux éditions de manuels choisis.

### 2.1.1.1. La structure de l'unité de Fraction dans les deux éditions de manuels scolaires de Classe Niveau 3

Dans le manuel de l'édition PEP, nous pouvons trouver d'abord une figure qui reflète le thème de chaque nouvelle unité. Pour l'unité de *Fraction*, la figure ci-dessous nous montre une situation de pique-nique en plein air des élèves en automne, en même temps, cette figure qui est reliée aux expériences des élèves comporte deux sens : premièrement, dans la vie quotidienne, nous devons parfois partager quelques choses avec mes amis, et normalement nous prenons une mode de "partager en parties égales"(平均分); deuxièmement, nous pouvons rencontrer des problèmes quand les résultat de partager également ne peuvent pas s'exprimer avec des nombres entiers, ainsi nous pouvons proposer un nouveau nombre qui peut exprimer la relation entre partie et un ensemble. À travers la situation familière pour les élèves, ils peuvent constater que le concept de fraction est à l'origine de la vie et pour répondre aux besoins des pratiques. Cette figure peut aussi fournir une situation réelle pour l'enseignement des exemples suivants.

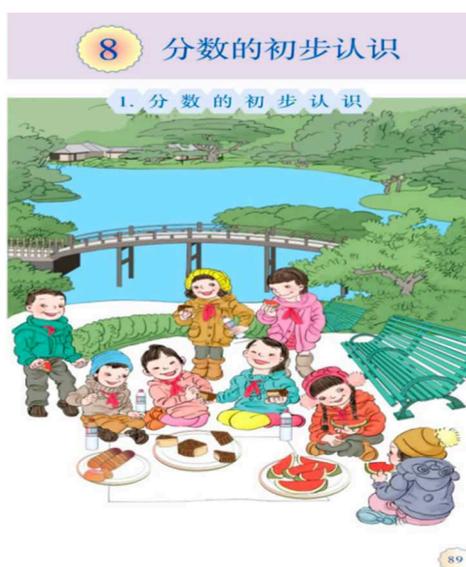


FIGURE 14 LA FIGURE DE THÈME POUR L'UNITÉ DE FRACTION DANS LE MANUEL PEP.

Chaque séance du jour dans les manuels de l'édition PEP comporte les rubriques "exemple"(例题), "essayer de résoudre les problèmes"(做一做) et "exercices"(练习). Dans la première séance de cette unité de fraction, le concept de fraction se présente pour la première fois avec une illustration capturée de la figure de l'unité qui décrit le partage d'un

gâteau de la lune par deux filles, cette illustration peut provoquer aussi l'intérêt d'apprentissage d'un nouveau savoir des élèves.



FIGURE 15 ILLUSTRATION DE L'EXEMPLE 1 DANS LA PREMIÈRE SÉANCE DE L'UNITÉ DE FRACTION DU MANUEL PEP DE CLASSE NIVEAU 3.

Dans le manuel de l'édition BNUP, nous ne trouve pas une figure qui représente le thème de l'unité, mais les rubriques de chaque séance sont plus riches, dans la séance du jour, il y a des rubriques "exemple" (例题), "discussion" (议一议), "essayer de résoudre les problèmes" (试一试), "réflexion" (想一想), "histoire mathématiques" (你知道吗), et "exercices" (练一练) etc. La variété des rubriques de chaque séance peut attirer l'attention des élèves et exciter la pensée mathématique.

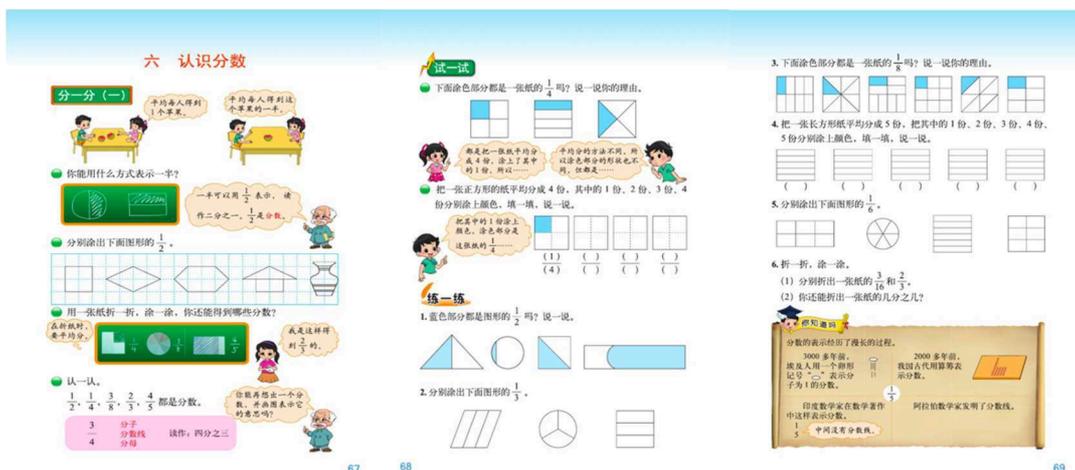


FIGURE 16 LES SÉANCES DU JOUR DE L'UNITÉ DE FRACTION DU MANUEL BNUP DE CLASSE NIVEAU 3.

2.1.1.2. La structure de l'unité de Fraction dans les deux éditions de manuels scolaires de Classe Niveau 5

Dans le manuel de l'édition PEP pour Classe Niveau 5, les connaissances sur la signification et les caractères de fraction se répartissent dans l'unité 4, afin d'aider les élèves à construire un concept de fraction plutôt complet, le contenu de cette unité est composé de

trois aspects : l'origine de fraction, la signification de fraction et la relation entre la fraction et la division. Nous ne trouvons pas la figure du thème de l'unité, la première séance du jour par rapport l'origine de fraction commence par deux illustrations ci-dessous. La première illustration décrit une situation de mesure de la longueur d'une pierre avec une cordelette nouée par des gens anciennes, qui relève la nécessité de diviser un ensemble en parties égales quand le résultat ne peut pas être exprimé en un nombre entier. La deuxième illustration décrit une situation de partager une tomate, un gâteau de la lune et un sachet de biscuit. A travers ces deux situations de la mesure et le partage, les élèves peuvent reconnaître que l'origine de fraction est pour résoudre aux problèmes dans les pratiques, en même temps, les illustrations peuvent approfondir la compréhension sur l'histoire des mathématiques.



FIGURE 17 ILLUSTRATION DE LA PREMIÈRE SÉANCE DE L'UNITÉ DE FRACTION DU MANUEL PEP DE CLASSE NIVEAU 5.

En ce qui concerne les rubriques de chaque séance, dans ce manuel PEP de Classe Niveau 5, il existe aussi les rubriques "exemple"(例题), "essayer de résoudre les problèmes"(做一做) et "exercices"(练习), en considérant que les élèves de Classe Niveau 5 ont une pensée mathématique plus complète que les élèves de Classe Niveau 3 et une capacité d'apprendre par eux-mêmes, ainsi il ajoute une rubrique s'appelle "你知道吗?" (Le savez-vous?), dans cette rubrique, nous pouvons trouver les textes de savoir, les histoires de mathématiques en Chine ancienne ou à l'étranger, et aussi les connaissances pratiques dans la vie quotidienne. A la fin de l'unité, il y a une rubrique de discussion pour les élèves de

conclure les connaissances acquises et faire une révision.

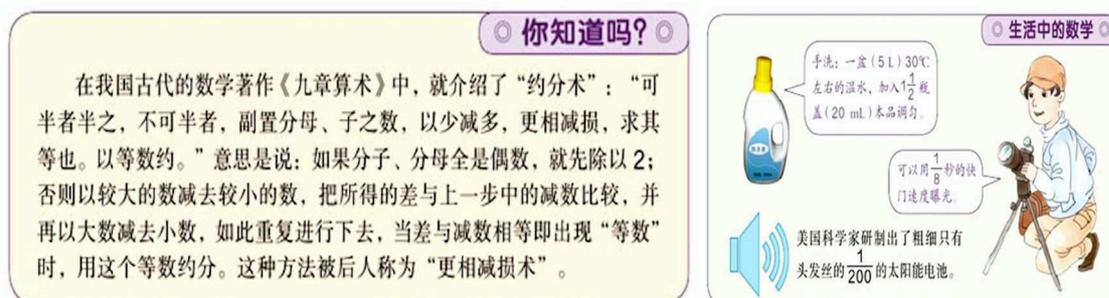


FIGURE 18 LA RUBRIQUE LE SAVEZ-VOUS ? DANS LE MANUEL PEP DE CLASSE NIVEAU 5.

Dans le manuel de l'édition BNUP pour Classe Niveau 5, les connaissances sur la signification de fraction se sont répartissent dans l'unité 5, il adopte les personnages du roman *La Pérégrination vers l'Ouest* (西游记) qui est un des Quatre livres extraordinaires<sup>12</sup> (四大名著) de la littérature chinoise pour décrire une situation de partager les gâteaux comme illustration de la séance de nouvelle connaissance, cela peut attirer l'attention des élèves pour réfléchir à la question de partage, et après conduire au concept de fraction.



FIGURE 19 ILLUSTRATION DE LA SÉANCE DU CONCEPT DE FRACTION DANS LE MANUEL BNUP DE CLASSE NIVEAU 5.

Quant aux rubriques de chaque séance, la rubrique “exercices”(练一练) occupe plus d'espace dans le manuel BNUP de Classe Niveau 5, pour les élèves de Classe Niveau 5, ils ont besoin plus des exercices d'application pour mieux comprendre les connaissances et les mettre aux pratiques réels.

<sup>12</sup> Les Quatre livres extraordinaires de la littérature chinoise sont quatre romans communément considérés comme étant les œuvres de fiction de la Chine pré-moderne les plus grandes et les plus influentes.

### 2.1.2. La place réservée à l'unité de *Fraction* dans les manuels

Ce sous-chapitre vise à analyser la place réservée à l'unité de *Fraction* dans les deux éditions de manuels. Nous allons analyser le nombre et la proportion des pages concernant le concept de fraction par rapport au nombre total de pages de chaque manuel choisi.

#### 2.1.2.1. La place réservée à l'unité de *Fraction* dans les manuels de Classe Niveau 3

Les connaissances concernant le concept de fraction se sont répartissent dans l'unité 8 de manuels PEP et dans l'unité 6 pour les deux éditions de manuels de Classe Niveau 3, à travers le tableau ci-dessous, nous pouvons constater que le nombre des pages des contenus concernant la fraction est 15 par rapport à l'effectif 115 de manuel PEP et pour le manuel de l'édition BNUP, le chiffre est 13 par rapport à l'effectif 107. Dans les deux manuels, la place réservée à l'unité de *Fraction* est plutôt égale, pour les élèves de Classe Niveau 3, il faut seulement avoir une connaissance préliminaire sur le concept de fraction, ainsi que les pourcentages sont 13,04% et 12,12%, les connaissances concernant la fraction ne s'occupent pas beaucoup pour l'enseignement des mathématiques de tout le semestre dans les deux manuels.

TABLEAU 15 – NOMBRE ET PROPORTION DES PAGES CONCERNANT LES FRACTIONS PAR RAPPORT AU NOMBRE TOTAL DE PAGES DES MANUELS DE CLASSE NIVEAU 3

Édition de manuel	L'édition PEP	L'édition BNUP
Éléments		
Volume des manuels	Premier semestre de Classe Niveau 3	Deuxième semestre de Classe Niveau 3
Pages des contenus de fraction	15	13
Pages totales de manuel	115	107
Pourcentage	13,04%	12,12%

#### 2.1.2.2. La place réservée à l'unité de *Fraction* dans les manuels de Classe Niveau 5

Les connaissances concernant le concept de fraction se répartissent dans l'unité 4 de manuels PEP et dans l'unité 5 pour les deux éditions de manuels de Classe Niveau 5, il faut expliquer que nous ne prenons pas l'unité 6 de manuel PEP par rapport à l'addition et la soustraction des fractions, afin de comparer les pages consacrés au même savoir de la signification de fraction dans les deux éditions de manuels. Le tableau ci-dessous nous indique que le nombre des pages des contenus concernant la fraction est 38 par rapport à

l'effectif 123 de manuel PEP et pour le manuel de l'édition BNUP, le chiffre est 25 par rapport à l'effectif 120, dont les pourcentages sont 30,89% et 20,83%. Dans les deux manuels de Classe Niveau 5, la place réservée aux connaissances de fraction est plus importante en comparant avec les manuels de Classe Niveau 3, cela peut dire que les élèves doivent bien maîtriser la signification de fraction pendant l'étude de ce semestre, en même temps, à travers ces chiffres, nous pouvons dire que le manuel de l'édition PEP pour les élèves de Classe Niveau 5 met plus de chose concernant la fraction que l'édition de BNUP, et l'enseignement du concept de fraction est centré dans cinquième année de l'étude à l'école primaire en Chine.

TABLEAU 16 – NOMBRE ET PROPORTION DES PAGES CONCERNANT LES FRACTIONS PAR RAPPORT AU NOMBRE TOTAL DE PAGES DES MANUELS DE CLASSE NIVEAU 5

Édition de manuel Éléments	L'édition PEP	L'édition BNUP
Volume des manuels	Deuxième semestre de Classe Niveau 5	Premier semestre de Classe Niveau 5
Pages des contenus de fraction	38	25
Pages totales de manuel	123	120
Pourcentage	30,89%	20,83%

### 2.1.3. Répartition des savoirs de fraction dans l'unité de *Fraction*

Dans ce sous-chapitre, nous allons analyser la répartition des savoirs de fraction pour chaque séance dans les deux éditions de manuel pour Classe Niveau 3 et 5, et aussi les arrangements horaires de l'enseignement selon le guide d'enseignement pour l'enseignant.

#### 2.1.3.1. Répartition des savoirs de fraction dans les manuels de Classe Niveau 3

Selon les manuels pour l'enseignant, nous pouvons trouver les instructions en utilisant les manuels des élèves dans l'enseignement du cours de mathématiques et aussi les horaires proposés pour chaque séance de l'enseignement. Les tableaux ci-dessous nous montrent les répartitions des savoirs de fraction de chaque séance dans les manuels de l'édition PEP et BNUP de Classe Niveau 3.

TABLEAU 17 – RÉPARTITION DES SAVOIRS DE FRACTION DE L'UNITÉ LES CONNAISSANCES PRÉLIMINAIRES SUR LA FRACTION (分数的初步认识) DANS LE MANUEL PEP DE CLASSE NIVEAU 3.

Les titres de séances	Les contenus	Les horaires d'enseignement proposés (Une séance=40 minutes)
1. La première rencontre de fraction	$\frac{1}{b}$ , s'appelle <i>b fenzhi</i> (分之) 1. La comparaison de $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$ .	2 séances de cours et 1 séance d'exercices
	$\frac{a}{b}$ , s'appelle <i>b fenzhi</i> (分之) a. La comparaison de $\frac{x}{b}$ et $\frac{y}{b}$ .	
2. Les opérations des fractions simples	L'addition et la soustraction de $\frac{x}{b}$ et $\frac{y}{b}$ .	1 séance de cours et 1 séance d'exercices
	L'opération de $1 - \frac{a}{b} = ?$	
3. Les applications simples des fractions	La signification de fraction dont l'unité "1" est un ensemble.	1 séance de cours et 1 séance d'exercices

TABLEAU 18 – RÉPARTITION DES SAVOIRS DE FRACTION DE L'UNITÉ LA RENCONTRE DE FRACTION (认识分数) DANS LE MANUEL BNUP DE CLASSE NIVEAU 3.

Les titres de séances	Les contenus	Les horaires d'enseignement proposés
1. Le partage (première séance)	La signification de fraction dont l'unité "1" est un objet ou figure comme un ensemble.	4 séances de cours
2. Le partage (deuxième séance)	La signification de fraction dont l'unité "1" est plusieurs objets ou figures comme un ensemble.	
3. La comparaison	La comparaison de $\frac{x}{b}$ et $\frac{y}{b}$ ; $\frac{x}{a}$ et $\frac{x}{b}$ (a, b, x, y est inférieur 10).	2 séances de cours
4. Manger la pastèque	L'addition et la soustraction de $\frac{x}{b}$ et $\frac{y}{b}$ (b est inférieur 10).	
Exercices		2 séances d'exercices

Dans le manuel de l'édition PEP, pour l'enseignement de  $\frac{1}{b}$  (*b fenzhi* 1), à travers le partage d'un gâteau de lune en deux parties égales pour introduire l'expression de moitié (一半) avec un nombre fractionnaire est  $\frac{1}{2}$ , ensuite en utilisant un nombre fractionnaire à exprimer une partie d'un gâteau de lune divisé en quatre parties égales pour introduire le

---

concept de fraction. Pour l'enseignement de  $\frac{a}{b}$ , il adopte l'activité de pliage des papiers, il faut d'abord que les élèves plient un papier carré en quatre parties et enduisent une partie en ombre, ensuite il faut que les élèves indiquent les relations entre la surface de l'ombre et la surface d'entier du papier et expriment avec la fraction ( $\frac{1}{4}$ ). Et après, pour faire les élèves mieux comprendre le concept de  $\frac{a}{b}$  (几分之几), il adopte l'activité de mesure d'un cordon divisé en dix parties égales, pour apprendre les élèves à exprimer une ou plusieurs parties avec les fractions. Enfin, c'est l'enseignement de la désignation orale et la représentation iconique d'une fraction.

Dans le manuel de l'édition BNUP, l'enseignement du concept de fraction  $\frac{1}{b}$  (*b fen zhi* 1) commence par l'expression de moitié à travers l'activité de partager une pomme par deux élèves. Ensuite il adopte aussi l'activité de plier un papier carré pour apprendre le concept de fraction  $\frac{a}{b}$ , les élèves doivent faire une conclusion par eux-mêmes en utilisant la fraction pour exprimer les surfaces d'une ou plusieurs parties en ombre d'un papier entier.

#### *2.1.3.1. Répartition des savoirs de fraction dans les manuels de Classe Niveau 5*

Dans les manuels de Classe Niveau 5, selon le standard du curriculum de mathématiques pour l'instruction obligatoire 2011, les élèves doivent apprendre les connaissances concernant la fraction plus profondes que les études de Classe Niveau 3, il s'agit de l'origine de fraction et l'unité de fraction ; la relation entre la fraction et la division ; la fraction propre et impropre ; la réduction d'une fraction à sa plus simple expression et au même dénominateur ; la transformation de fractions en nombres décimaux. Les tableaux ci-dessous nous montrent la répartition de ces connaissances dans les deux éditions de manuels pour Classe Niveau 5.

TABLEAU 19 – RÉPARTITION DES SAVOIRS DE FRACTION DE L'UNITÉ LA SIGNIFICATION ET LES CARACTÈRES DE FRACTION (分数的意义和性质) DANS LE MANUEL PEP DE CLASSE NIVEAU 5.

Les titres des séances	Les contenus	Les horaires d'enseignement proposés
1. La signification de fraction	La signification de fraction : l'unité 1 et l'unité de fraction ; La fraction et la division ( $1 \div 3$ ; $3 \div 4$ ; $x \div y$ ).	4 séances de cours
2. La fraction propre et impropre	La fraction propre, impropre et mixte ; La transformation d'une fraction impropre.	3 séances de cours
3. Les caractères de fraction	La transformation d'une fraction avec différents dénominateurs.	2 séances de cours
4. La réduction d'une fraction à sa plus simple expression	Le commun diviseur le plus grand ; Résoudre aux questions simples.	4 séances de cours
5. La réduction de fractions au même dénominateur	Le commun multiple le plus petit ; Résoudre aux questions simples.	4 séances de cours
6. La transformation de fractions en nombres décimaux	La transformation d'une fraction en nombre décimal ; La transformation d'un nombre décimal en fraction.	2 séances de cours

TABLEAU 20 – RÉPARTITION DES SAVOIRS DE FRACTION DE L'UNITÉ LA SIGNIFICATION DE FRACTION (分数的意义) DANS LE MANUEL BNUP DE CLASSE NIVEAU 5.

Les titres des séances	Les contenus	Les horaires d'enseignement proposés
1. La rencontre à nouveau de fraction (première séance)	La signification de fraction	3 séances de cours
2. La rencontre à nouveau de fraction (deuxième séance)	L'unité de fraction	
3. Le partage d'un gâteau	La fraction propre et impropre	
4. La fraction et la division	La relation entre la fraction et la division	2 séances de cours
5. Les caractères essentiels de fraction	Les caractères essentiels de fraction et les exercices	3 séances de cours
6. Trouver le commun diviseur le plus grand	Trouver le commun diviseur le plus grand	3 séances de cours
7. La réduction de fractions au même dénominateur	La réduction de fractions au même dénominateur	
8. Trouver le commun multiple le plus petit	Trouver le commun multiple le plus petit	
9. La comparaison des fractions	La comparaison des fractions avec des différents dénominateurs et les exercices	3 séances de cours

Pour les contenus sur la signification du concept de fraction, le manuel de l'édition PEP adopte la situation de mesurer la longueur d'une pierre par les anciens et la situation de partage d'une pomme par deux élèves pour montrer la nécessité d'utilisation la fraction dans les pratiques de mesure, partage et calcul. Et après, il prend la fraction  $\frac{1}{4}$  dont les élèves ont déjà une connaissance préliminaire en Classe Niveau 3 comme exemple, et fait des élèves décrire  $\frac{1}{4}$  d'un segment, d'une figure ou d'une chose réel pour comprendre la signification d'un ensemble ainsi que l'unité "1".

Le manuel de l'édition BNUP adopte situation de partage des crayons et fait des élèves exprimer la moitié ( $\frac{1}{2}$ ) de différents objets pour comprendre que  $\frac{1}{2}$  de différents objets

---

ne sont pas pareils. Ensuite il adopte l'activité de dessiner la figure entière selon  $\frac{1}{4}$  de la figure pour comprendre la signification de partie d'un tout.

Dans les deux manuels, afin d'offrir plus de connaissances sur l'histoire de mathématiques aux élèves, la rubrique “‘你知道吗?’” (Le savez-vous ?) raconte l'histoire de l'origine de fraction d'un contexte culturel de différentes régions.

## **2.2. Présentation des activités par rapport au concept de fraction**

Dans cette sous-partie, nous allons analyser les activités (y compris les exemples, les questions de pratiques et les exercices) dans les manuels scolaires choisis pour reconnaître et exploiter les différentes significations de la fraction présentes dans les situations d'apprentissage qui proposent des activités portant sur les fractions et analyser la présentation des différents aspects de ces activités.

### **2.2.1. Répartition des significations de fractions dans les manuels**

Les significations de fraction dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire en Chine présentent en tant que Partie d'un tout, en tant que Mesure, en tant que Quotient, en tant que Rapport et en tant qu'Opérateur.

- ✧ La fraction en tant que Partie d'un tout, il s'agit de partitionner un tout (le tout est une quantité continue ou une quantité discrète) en parties égales.
- ✧ La fraction en tant que Mesure, il s'agit de prendre la fraction comme une unité de mesure.
- ✧ La fraction en tant que Quotient, il s'agit d'une définition de la fraction  $a/b$  comme la division  $a \div b$ .
- ✧ La fraction en tant que Rapport, il s'agit d'une forme  $p/q$ , où  $p$  et  $q$  représentent des entiers qui sont sous la forme d'un rapport de nombres.
- ✧ La fraction en tant qu'Opérateur, il s'agit d'une fonction algébrique qui transforme des figures géométriques ou des ensembles d'objets.

Dans les manuels de Classe Niveau 3, selon la figure ci-dessous, nous pouvons constater que les activités qui porte sur la signification de fraction des deux éditions sont 47 et 51, la signification de fraction se présente comme Partie d'un tout et comme Mesure, il n'existe pas d'autre signification dans les manuels de Classe Niveau 3, en effet, 72,34% des activités dans le manuel PEP qui porte sur la signification Partie d'un tout, et 80,39% des activités dans le manuel BNUP qui porte sur la signification Partie d'un tout. Quant à la signification comme Mesure, il y a seulement 27,65% et 19,61% des activités qui porte sur

cette signification et occupent une place moins importante. La signification *Partie d'un tout* se classe à la première place dans les deux manuels de Classe Niveau 3.

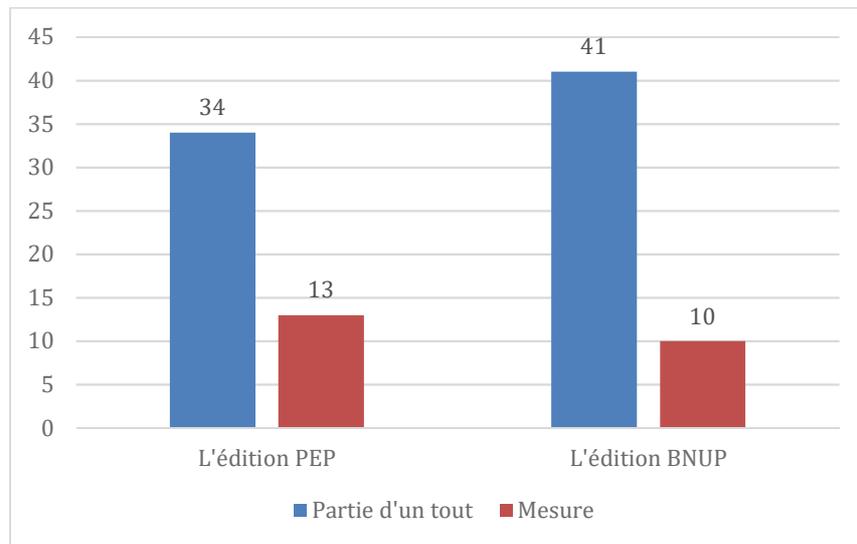


FIGURE 20 PROPORTION DES ACTIVITÉS ANALYSÉES SUR LA SIGNIFICATION DE FRACTION DANS LE MANUEL PEP ET BNUP DE CLASSE NIVEAU 3.

Dans les manuels de Classe Niveau 5, selon la figure ci-dessous, nous pouvons constater que les activités qui porte sur la signification de fraction des deux éditions sont 119 et 101, nous ne prenons pas en compte les autres significations de fraction, par exemple les activité dont la fraction en tant qu'un nombre, ainsi la signification de fraction se présente comme Partie d'un tout, comme Mesure, comme Quotient et comme Opérateur, la signification de fraction comme Rapport est absente dans les manuels de Classe Niveau 5.

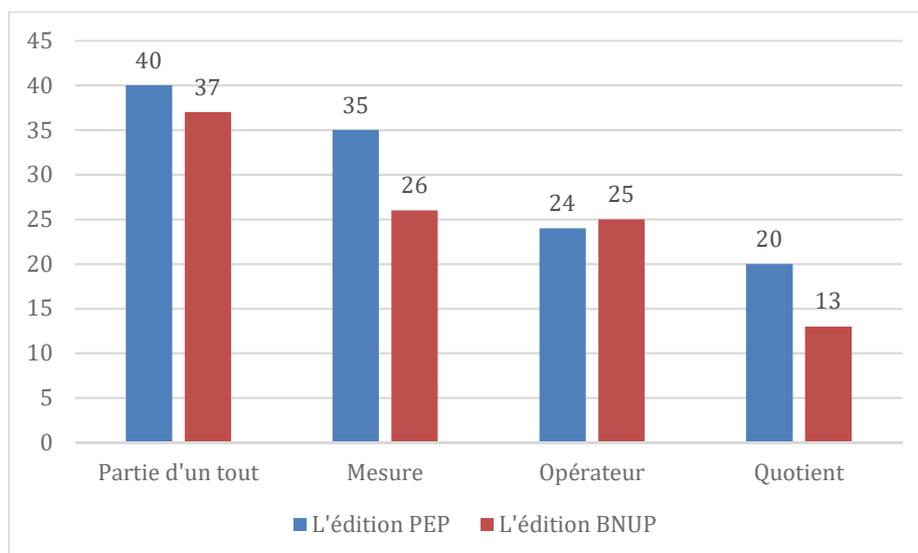


FIGURE 21 PROPORTION DES ACTIVITÉS ANALYSÉES SUR LA SIGNIFICATION DE FRACTION DANS LE MANUEL PEP ET BNUP DE CLASSE NIVEAU 5.

Malgré les différences qui sont constatées entre ces deux éditions de manuels scolaires de Classe Niveau 5 par rapport à la place accordée aux significations de la fraction, il semble que certaines significations demeurent plus présentes dans l'ensemble de ces manuels.

En premier lieu, la signification Partie d'un tout domine dans les deux manuels de Classe Niveau 5, les activités qui font partie de cette signification représentent 33,61% dans le manuel PEP et 36,63%. Cette signification est alors plus importante comparativement aux autres significations dans l'enseignement du concept de fraction.

Deuxièmement, dans les deux manuels étudiés, la signification Mesure arrive à la deuxième place derrière la signification Partie d'un tout avec une proportion de 29,41% des activités dans PEP et une proportion de 25,74% des activités dans BNUP.

Troisièmement, la signification Opérateur occupe la troisième position dans les deux manuels, En effet, 20,17% des activités font partie de cette signification dans le manuel PEP, 24,75% des activités dans le manuel BNUP qui représente une importance plutôt pareille que la signification Mesure dans le manuel BNUP.

Enfin, la signification Quotient se place à la quatrième place, derrière les trois significations Partie d'un tout, Mesure et Opérateur, dans le manuel PEP avec 16,81% des activités et avec 12,87% des activités dans le manuel BNUP.

### 2.2.2. Type des modèles utilisé dans les activités pour présenter le concept de fraction

Dans l'enseignement du concept de fraction en Classe Niveau 3, afin de mieux comprendre la signification de fraction, les activités des élèves doivent combiner avec des modèles intuitionnistiques, nous trouvons quatre types de modèles utilisés dans les manuels analysés : modèle des Objets réels ; modèle de Surface ; modèle d'un Ensemble ; modèle de Droite graduée.

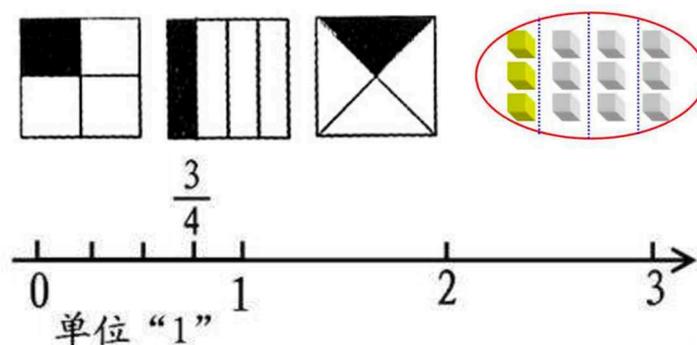


FIGURE 22 LES DIFFÉRENTS TYPES DE MODÈLE DANS LES ACTIVITÉS ANALYSÉES SUR LA SIGNIFICATION DANS LES MANUELS ÉTUDIÉS.

Dans les manuels de Classe Niveau 3, la situation d'utilisation des types de modèle se présente comme la figure ci-dessous (nous ne prenons pas en compte des activités sans modèle) :

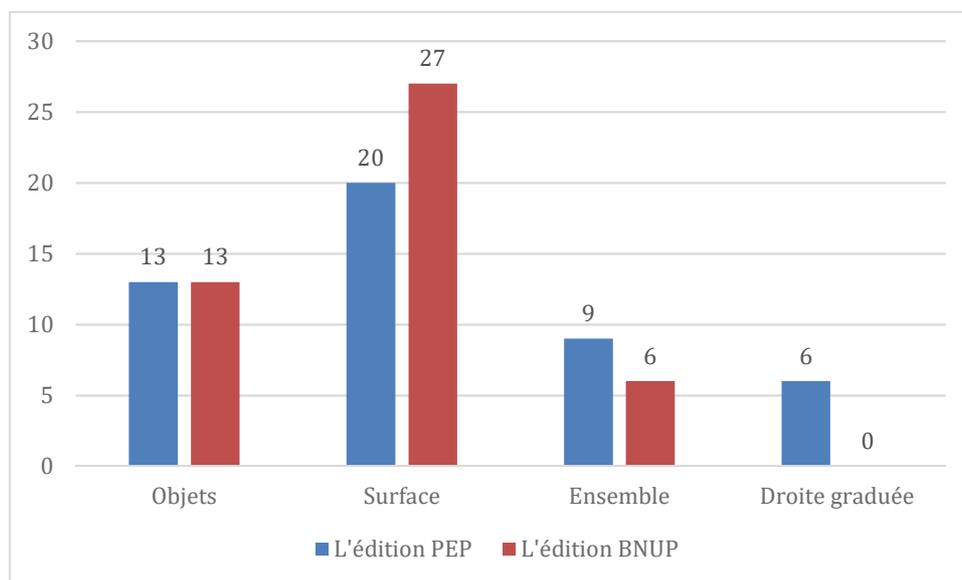


FIGURE 23 PROPORTION DES DIFFÉRENTS TYPES DE MODÈLE DANS LES ACTIVITÉS ANALYSÉES SUR LA SIGNIFICATION DANS LES MANUELS DE CLASSE NIVEAU 3.

En premier lieu, le modèle de Surface occupe une place dominante dans les activités analysées de ces deux manuels de Classe Niveau 3, en effet 41,67% dans le manuel PEP et 58,69% dans le manuel BNUP, c'est-à-dire que les deux manuels adoptent le plus souvent le modèle de Surface dans l'enseignement du concept de fraction pour les élèves de Classe Niveau 3.

En deuxième lieu, le modèle des Objets réels occupe la deuxième position dans les activités concernant la signification de fraction, 27,08% dans les activités de manuel PEP et 28,26% dans les activités de manuel BNUP.

Enfin, le modèle Ensemble et le modèle Droite graduée occupent une position moins importante que les autres modèles, en effet la proportion de modèle Ensemble est 18,75% dans les activités de manuel PEP et 13,04% dans les activités de manuel BNUP. Le modèle Droite graduée est utilisé moins souvent dans les activités de manuels PEP avec une proportion de 12,5% et ce modèle ne représente pas dans le manuel BNUP.

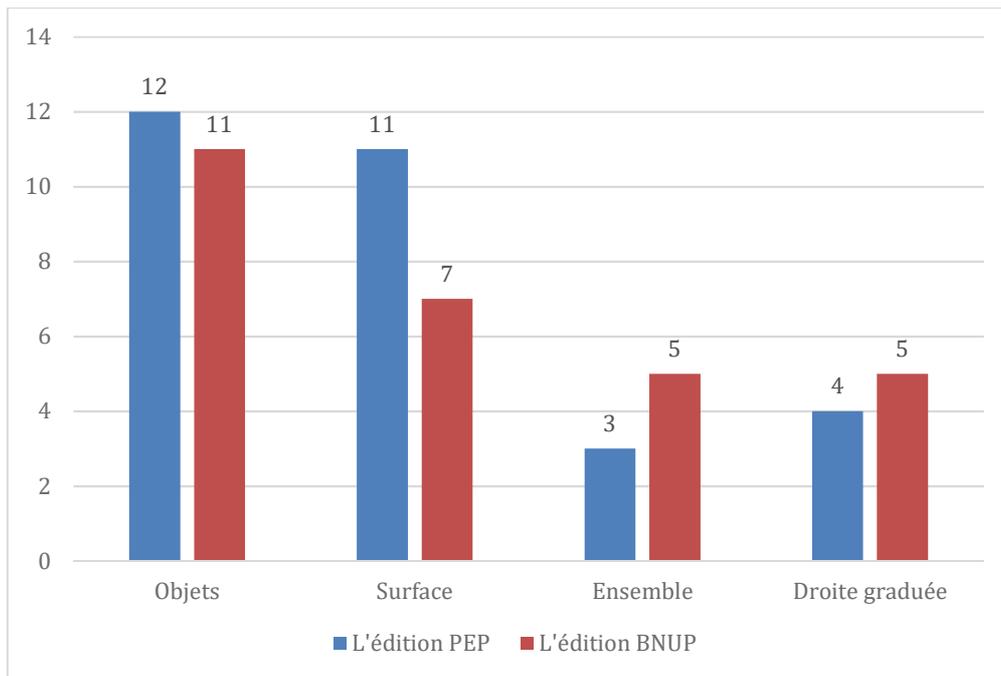


FIGURE 24 PROPORTION DES DIFFÉRENTS TYPES DE MODÈLE DANS LES ACTIVITÉS ANALYSÉES SUR LA SIGNIFICATION DANS LES MANUELS DE CLASSE NIVEAU 5.

Pour les activités dans les manuels de Classe Niveau 5, à travers le tableau ci-dessus, nous pouvons constater que les activités en utilisant des modèles sont moins que les activités de Classe Niveau 3, parce que les élèves de Classe Niveau 5 ont une pensée plus complète que les élèves de Classe Niveau 3, ils peuvent comprendre le concept de mathématique plus abstrait, les activités sont souvent sans modèle institutionnel.

Dans le manuel de l'édition PEP, les modèles de Surface et Objets réels occupent une position relativement importante que les modèles de Droite graduée et Ensemble.

Quant au manuel de l'édition BNUP, la situation est plutôt pareil que l'édition PEP, mais le modèle Droite graduée est présent dans ce manuel.

### 2.2.3. Type des illustrations utilisé pour la description des activités

Afin d'attirer l'attention des élèves et augmenter l'intérêt d'apprentissage, les activités des manuels adoptent souvent des illustrations de différents types : Personnage de fiction ; Dialogue descriptif ; Photo de situation. Ainsi, nous allons analyser les types illustrations utilisés dans les activités de manuel de Classe Niveau 3.



FIGURE 25 DIFFÉRENTS TYPES D'ILLUSTRATIONS DANS LES ACTIVITÉS ANALYSÉES SUR LA SIGNIFICATION DANS LES MANUELS DE CLASSE NIVEAU 3.

Le tableau ci-dessous nous montre la répartition des types d'illustrations dans les deux manuels de Classe Niveau 3. Nous pouvons constater qu'il y a plus d'illustration dans les activités analysées sur le concept de fraction de manuel PEP que celles de manuel BNUP. Le manuel PEP utilise souvent l'illustration de Personnage de fiction et Dialogue descriptif et le manuel BNUP utilise plus des illustrations de Photo de situation dans les activités concernant la fraction.

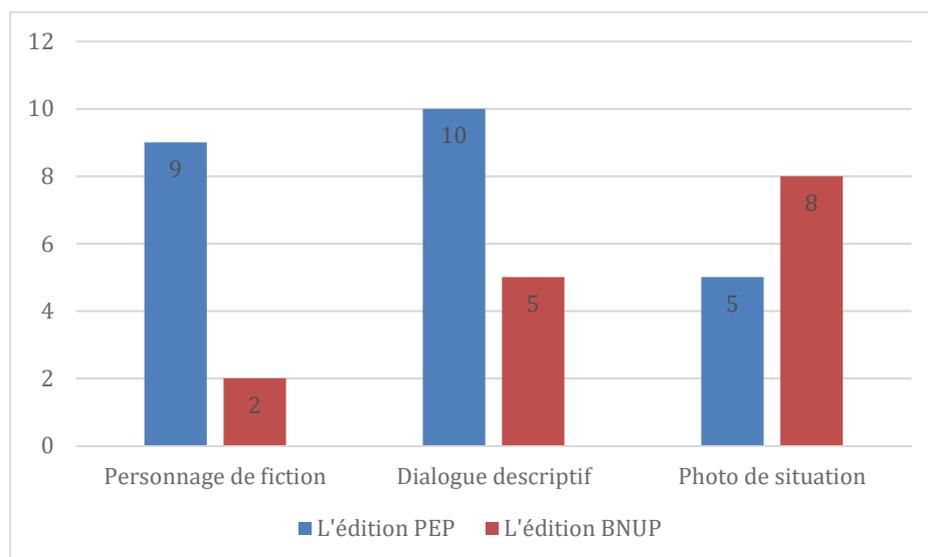


FIGURE 26 PROPORTION DES DIFFÉRENTS TYPES D'ILLUSTRATIONS DANS LES ACTIVITÉS ANALYSÉES SUR LA SIGNIFICATION DANS LES MANUELS DE CLASSE NIVEAU 3.

#### 2.2.4. Degré d'ouverture des activités d'exemple

Le degré d'ouverture des activités d'exemple veut dire que la réponse d'une question est complète ou incomplète, nous constatent que les réponses des activités d'exemple concernant la fraction sont classifiées en trois types : réponse complète, réponse incomplète et sans réponse.

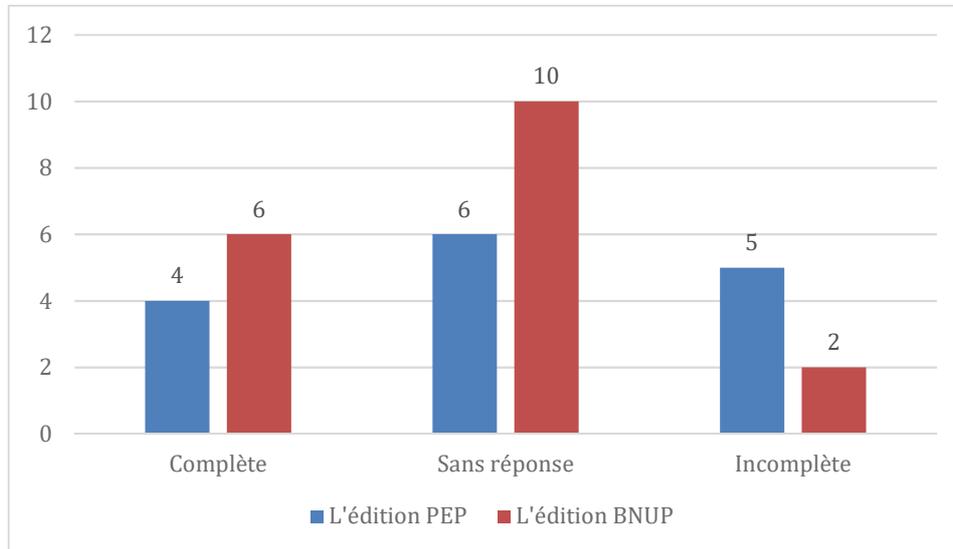


FIGURE 27 LE DEGRÉ D'OUVERTURE DES ACTIVITÉS D'EXEMPLE CONCERNANT LE CONCEPT DE FRACTION DANS LES MANUELS DE CLASSE NIVEAU 3.

Le tableau ci-dessus nous indique que les questions des activités d'exemple sont souvent sans réponse dans les manuels analysés, il faut que les élèves répondent aux questions par eux-mêmes à travers des situations ou activités proposées. D'autre part, la proportion des activités qui ont une réponse complète occupe une deuxième position, cela veut dire que les activités d'exemple possèdent des étapes complètes pour résoudre un problème et servent comme exemple de nouvelle connaissance. Les questions avec réponse partielle dans les activités d'exemple servent souvent comme une indication de résoudre des problèmes.

#### 2.2.5. La présentation des cultures ethnomathématiques

Notre recherche s'intéresse aux éléments ethnomathématiques dans les manuels scolaires concernant les contenus de fraction. Nous avons trouvé trois types de représentations des cultures chinoises : les textes historiques qui racontent l'histoire des mathématiques en Chine ancienne ; les illustrations en utilisant les éléments typiques chinois ; les figures qui mettent en scène d'une situation qui est familière aux élèves chinois.

Les manuels de l'édition PEP et BNUP mettent les connaissances sur l'origine du concept de fraction dans la rubrique “你知道吗？” (Le savez-vous?), les élèves peuvent apprendre ces connaissances à travers de ces lectures.



FIGURE 28 LES TEXTES HISTORIQUES DANS LA RUBRIQUE “你知道吗？” (LE SAVEZ-VOUS ?).

Les figures ci-dessous utilisent les éléments qui représentent la culture chinoise s pour exprimer le concept de fraction : la première figue décrit la relation entre l'espèce de RMB un *yuan* (元) et un *jiao* (角), un *yuan* est équivalent de dix *jiao*, l'espèce de *jiao* est disparue actuellement, c'est une chance pour introduire l'histoire des espèces chinoises aux élèves ; la deuxième figure nous montre les différents types de lanterne chinoise (灯笼, Deng Long) qui sont à l'origine de l'époque Han ouest pour la Fête de Printemps (春节, Chun Jie) et ont une histoire de plus de 2000 ans. La troisième figure décrit des mascottes des Jeux Olympiques de 2008 à Beijing, qui est aussi une référence typique de la Chine. Tous ces éléments ethniques peuvent exciter l'intérêt d'apprentissage des élèves.



FIGURE 29 LES ILLUSTRATIONS EN UTILISANT LES ÉLÉMENTS TYPIQUES CHINOIS.

Les illustrations ci-dessous qui posent des questions dans une situation relative la vie quotidienne des élèves, la première figure prend le fleuve Yangtsé qui est le plus long fleuve de la Chine et le troisième plus long fleuve du monde comme exemple de situation pour poser des questions par rapport la fraction ; la deuxième figure décrit trois filles en cache nez rouge (红领巾, Hong Ling Jin) qui est spéciale pour les élèves de l'école primaire en Chine, ainsi les élèves peuvent traiter les problèmes dans une situation familière.



FIGURE 30 LES ILLUSTRATIONS AVEC UNE SITUATION DE QUESTION.

### 2.3. Interprétations et mise à l'épreuve des hypothèses

Ayant effectué ces analyses des données sur les manuels scolaires pour l'instruction obligatoire en Chine, nous pouvons essayer de mettre à l'épreuve de notre hypothèses 01 et 02 pour répondre à notre problématique.

---

### **2.3.1. Les caractéristiques d'arrangement des savoirs concernant le concept de fraction dans les deux éditions de manuels scolaires**

Les manuels scolaires de l'édition BNUP mettent plus d'accent sur la création de situations d'apprentissage dans la rédaction des contenus concernant le concept de fraction, à partir du partage d'un objet, en base de la nécessité de partager des objets, les élèves sont encouragés de création d'un nombre pour exprimer la moitié d'un objet, et après les élèves apprennent la signification du concept de fraction partie d'un tout. Dans le premier cycle de l'enseignement des mathématiques, il faut apprendre l'unité 1 comme le *tout*, y compris la quantité continue et la quantité discrète. Les manuels BNUP mettent les élèves dans un point de départ plus haut en confrontant les nouvelles connaissances.

Les manuels scolaires de l'édition BNUP adopte les situations de mesure et partage pour faire les élèves comprendre l'origine de fraction. À travers des situations de partage des objets réels, les élèves comprennent la signification des fractions simples comme  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{4}$ , ensuite, les élèves apprennent les caractères de fraction et les opérations simples des fractions. La rédaction des contenus concernant la fraction est raisonnable, les connaissances sont présentées étape par étape.

### **2.3.2. Mise à l'épreuve des hypothèses 01 et 02**

Pour la première hypothèse H01, nous avons supposé que *La signification de fraction la plus présente est Partie d'un tout dans les manuels de Classe Niveau 3 et dans les manuels de Classe Niveau 5.*

En premier lieu, nous avons analysé les deux manuels de Classe Niveau 3, la signification de fraction se présente comme *Partie d'un tout* et comme *Mesure*. La signification *Partie d'un tout* se classe à la première position avec une proportion de 72,34% des activités dans le manuel PEP qui porte sur la signification Partie d'un tout, et celle de 80,39% des activités dans le manuel BNUP.

En deuxième lieu, dans les manuels de Classe Niveau 5, la signification de fraction se présente comme *Partie d'un tout*, *Mesure*, *Quotient* et *Opérateur*. La signification *Partie d'un tout* domine dans les deux manuels de Classe Niveau 5, les activités qui font partie de cette signification représentent 33,61% dans le manuel PEP et 36,63%. Cette signification est alors plus importante comparativement aux autres significations dans l'enseignement du concept de fraction.

En prenant compte de ces résultats obtenus, nous pouvons dire que la première hypothèse est complètement validée.

---

Pour la deuxième hypothèse H02, nous avons supposé que *Les arrangements des contenus concernant le concept de fraction dans les manuels de l'édition PEP et BNUP satisfont à l'exigence demandée par le Standard du curriculum de mathématiques pour l'instruction obligatoire.*

Selon les suggestions de rédaction des manuels scolaires dans le *Standard du curriculum de mathématiques pour l'instruction obligatoire 2011* (annexe 2), les manuels scolaires analysés satisfont aux aspects suivants ;

Dans un premier temps, les manuels scolaires sont conformes au développement des caractéristiques cognitives et l'âge des élèves, les élèves peuvent apprendre et comprendre la signification des notions de fraction dans des situations concrètes et intéressantes. Étant donné que les caractéristiques propres du concept de fraction, il faut qu'un long processus pour les élèves d'accepter et développer ce concept. Ces deux éditions des manuels scolaires analysées dans les processus de *la recherche de la question, la découverte de la connaissance, la construction de réflexion et la résolution de problèmes*, comptent sur la création des situations de la vie spécifique des élèves, tels que le contexte d'exploitation, les activités de manipulation, toutes ces situations sont efficaces à activer les expériences anciennes des élèves et créer une compréhension préliminaire sur le concept de fraction.

Dans un deuxième temps, selon le *Standard du curriculum 2011*, l'enseignement des mathématiques est l'enseignement des activités mathématiques, est le processus d'observation, de conjecture, d'expérimentation, de manipulation, de pensée indépendante et de coopération et communication. Ces manuels scolaires analysés offrent aux élèves des matériels de pratique, de coopération et de pensée indépendante dans l'apprentissage du concept de fraction, ces matériaux d'auto-apprentissage peuvent non seulement stimuler l'intérêt des élèves, mais aussi satisfaire à besoin des élèves de comprendre et maîtriser les connaissances de mathématiques.

En prenant compte de ces résultats obtenus, nous pouvons dire que la deuxième hypothèse est partiellement validée.

### **3. Analyse des données vidéographiques des cours sur les fractions à l'école primaire en Chine**

Ce chapitre vise à présenter l'analyse des données vidéographiques concernant six vidéos enregistrés du cours de fraction donnés aux élèves du premier et deuxième cycle de l'école primaire en Chine, les manuels utilisés sont l'édition BNUP.

### 3.1. L'analyse des vidéos du cours de fraction à l'école primaire

L'enseignement du concept de fraction à l'école primaire est centré à Classe Niveau 3 (deuxième semestre de la troisième année) et à Classe Niveau 5 (premier semestre de la cinquième année) selon les manuels de l'édition BNUP.

✧ À troisième année : Les élèves sont censées comprendre le sens de la fraction, à travers l'apprentissage du processus de la production de la fraction.

✧ À cinquième année : Le réapprentissage de fraction 1 et 2, deux pistes permettent aux élèves de connaître la fraction d'une façon plus profonde. A l'aide de démonstration du processus de diviser la galette, les élèves vont connaître la fraction propre et la fraction impropre, celles qui vont les servir de la base dans l'apprentissage de la relation entre la fraction et la division. La relation entre la fraction et la division est la connaissance centrale de cette partie. Elle concerne deux aspects : l'opération et le résultat. Comment faire le lien entre les deux est la clé dans l'exploration de la relation entre la fraction et la division.

L'analyse des vidéos de notre recherche est centrée des aspects suivant :

TABLEAU 21 – GRILLE D'ANALYSE DES VIDÉOS ENREGISTRÉS.

Dimensions	Éléments d'analyse
Les contenus de chaque séance dans les pages de manuel.	Le concept central concernant la fraction de cette séance présentée dans le manuel scolaire.
L'objectif pédagogique de chaque séance.	Le contexte et les méthodes d'enseignement.
Le déroulement de chaque séance.	Les pratiques de l'enseignant.
	Les activités des élèves.
	Les interactions entre enseignant et élèves.

#### 3.1.1. L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 3 “*Le partage (分一分)*”

Cette séance du cours de fraction est enseignée par Mme. SHENG Xue de l'école primaire de Université de Technologie Dalian. Le contenu du cours est *Le partage* (deuxième séance).

##### 3.1.1.1. L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel

Le concept de fraction est une connaissance de base dans la discipline mathématique, pour la première rencontre de fraction, il faut un long processus pour établir le concept de

---

fraction par les élèves de Classe Niveau 3. L'enseignement des connaissances préliminaires de fraction est divisé en 2 séances selon le manuel scolaire. Cette séance du jour comporte trois exemples et trois exercices.

#### *3.1.1.2.L'objectif pédagogique de cette séance*

Susciter les expériences des élèves acquises dans la vie quotidienne à travers des situations réelles et des manipulations pratiques comme le partage des objets ou les figures.

Les élèves doivent apprendre l'autre signification de fraction, celle de prendre plusieurs objets comme un ensemble, un ou plusieurs parties égales de cet ensemble peut s'exprimer sous la forme de fraction.

#### **L'analyse du contexte d'enseignement :**

✧ Les élèves de Classe Niveau 3 ont une grande expérience dans l'apprentissage de mathématiques, les connaissances de base et la capacité d'apprendre sont assez pour l'apprentissage du concept de fraction. Les observations à travers de la vidéo du cours nous montrent que les élèves ont l'intérêt d'apprentissage, et la plupart des élèves sont actifs dans les activités d'apprentissage.

✧ Les élèves ont déjà suivi la première séance du cours de fraction, et ont une compréhension sur la signification de fraction, celle de prendre une unité comme un ensemble, et apprennent la désignation et la représentation iconique de chaque composant d'une fraction.

#### *3.1.1.3.Le déroulement du cours*

#### **Les pratiques de l'enseignant :**

Créer la situation, la première situation conduit les élèves à explorer la fraction potentielle dans la figure montrée avec PPT. L'utilisation de technologie numérique est importante dans l'enseignement des mathématiques.

La deuxième situation relève le processus de faire les élèves de comprendre plusieurs objets comme un ensemble, un ou plusieurs parties égales de cet ensemble peut s'exprimer sous la forme de fraction.

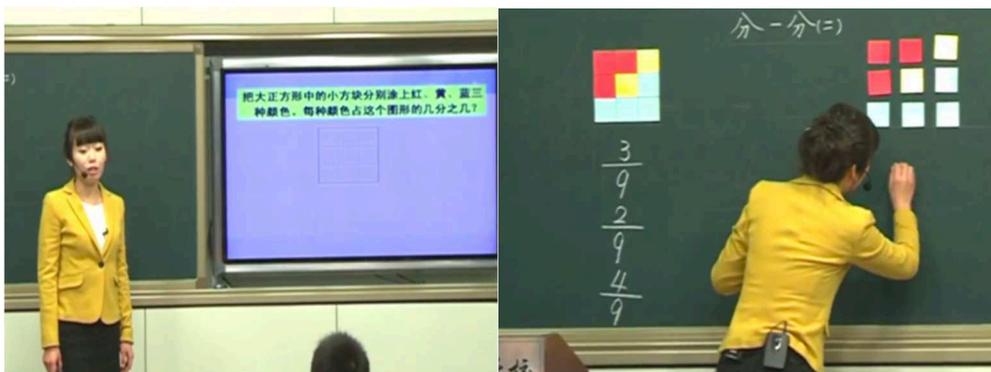


PHOTO 1 : LA CRÉATION DES SITUATIONS 1 ET 2.

**Les activités des élèves :**

Activité 1 : Les élèves ont demandé de peindre les carrés peints avec trois couleurs de sa propre manière, et après ils doivent utiliser la fraction présenter la relation entre les petits carrés de mêmes couleurs et la figure entière

Activité 2 : Les élèves font une coupe des carrée avec des ciseaux, et pensent à utiliser la fraction pour exprimer la relation entre chaque petit carré et les neuf carrés ensembles. C'est un processus scientifique d'Observation-supposition-vérification, le but est d'améliorer la capacité des élèves à explorer activement et acquérir des connaissances mathématiques, de promouvoir le développement de la capacité créative des élèves et permettre aux élèves de découvrir la perception de changement de l'unité 1.

Activité 3 : Les élèves travaillent en groupe pour une discussion par rapport la fraction dans les figures des exercices de manuel. À travers les situations de la vie quotidienne des élèves, les élèves trouvent facilement les expressions de fraction, qui permettent aux élèves de comprendre le même genre d'objet peut être considéré comme un ensemble afin de parvenir à un développement du concept de fraction de figure aux objets réels.

Cela a pour objectif de permettre aux élèves de comprendre que le concept de fraction existe partout alors que l'unité 1 peut être un objet ou un semble des objets.



PHOTO 2 : TROIS ACTIVITÉS DES ÉLÈVES PENDANT LE COURS.

---

### Les interactions entre l'enseignant et les élèves :

La révision des connaissances acquises : partager d'une figure aux plusieurs parties égales. L'enseignant pose la question : Comment exprimer un ou plusieurs parties avec la fraction ? Les élèves font une révision les connaissances acquises du première séance en réfléchissant et répondant la question. C'est un processus nécessaire de préparation pour cette séance du cours.



PHOTO 3 : INTERACTIONS ENTRE ENSEIGNANT ET ÉLÈVES PENDANT LE COURS.

Les trois types d'interaction dans cette séance du cours :

Les interactions verbales : L'enseignant pose des questions et les élèves lui répondent directement en relevant les mains.

Les interactions physiques : L'enseignant donne des indications avec des actions physiques dans les activités des élèves en groupe et aide aux élèves d'utiliser les outils d'enseignement.

Les interactions mixtes : L'enseignant et les élèves font des jeux d'enseignement ensemble en divisant les crayons.



PHOTO 4 : INTERACTIONS VERBALES ET PHYSIQUES.

### La rétrospection et la conclusion :

A la fin du cours, l'enseignant adopte un jeu de fraction pour faire une rétrospection des connaissances acquises, l'enseignant fait chaque élève prendre  $\frac{1}{2}$  des crayons comme cadeau afin de comprendre la différence de l'expression  $\frac{1}{2}$  avec des unités différentes (l'ensemble est différent).



PHOTO 5 : JEU DE FRACTION ENTRE ENSEIGNANT ET ÉLÈVES PENDANT LE COURS.

### 3.1.2. L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 5 “ La notion de fraction revisitée (分数的再认识一)”

Cette séance du cours de fraction est enseignée par M. HU Jun de l'école primaire de Siyuetian à Zhengzhou. Le contenu du cours est Le réapprentissage de la fraction (première séance).

#### 3.1.2.1.L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel

Cette séance de cours est par rapport à la notion de fraction. Il y a trois exemples et cinq exercices dans le manuel du jour, le savoir de fraction est présenté d'un point de vue *La fraction en tant que Partie d'un tout.*

#### 3.1.2.2.L'objectif pédagogique de cette séance

Dans les circonstances “parler” et “dessiner”, les élèves vont connaître la fraction d'une façon plus approfondie et faire l'expérience du processus où l'on résume la nature de la fraction.

Dans la circonstance où “Ayant connu  $\frac{1}{4}$  d'un motif, dessinez le motif original, prenez les pincesaux”, comprendre d'une façon plus approfondie la relation entre le tout et la partie qui existe dans la fraction, ainsi que la relativité de la quantité que la fraction peut représenter.

S'appuyant sur les circonstances concrètes, développer chez les élèves l'intuition à l'égard des mathématiques, ainsi que la conscience du lien étroit entre la fraction et la vie quotidienne.

### 3.1.2.3. Le déroulement du cours

#### Les pratiques de l'enseignant

#### Révision et préparation, introduction des conceptions

Pratique des activités et compréhension des conceptions : utilisez la fraction pour représenter les parties teintes dans chaque image.

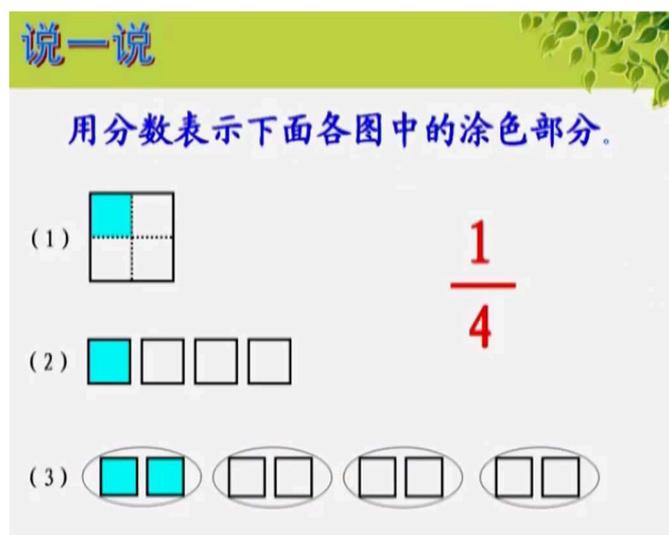


FIGURE 31 EXEMPLES DES FIGURES TEINTES

L'enseignant montre aux élèves des images et leur demande comment expliquer le fait  $\frac{1}{4}$  peut représenter la quantité différente dans les images différentes

**Activité des élèves 1** : qu'est-ce que  $\frac{3}{4}$  peut-il représenter ? Donnez des exemples et dessinez.



PHOTO 6 : EXERCICE DE DESSIN POUR REPRÉSENTER TROIS QUARTS.

L'objectif est de permettre aux élèves de comprendre que peu importe la nature du "tout" (un, deux ou plusieurs), l'essentiel est de diviser le tout en quatre parties d'une façon moyenne. Ainsi, on comprend mieux le sens de la fraction.

说一说下面每个分数表示的意义。

- (1) 一张报纸的  $\frac{1}{4}$  版面用于广告宣传。
- (2) 我们班有  $\frac{1}{4}$  的男生喜欢打篮球。
- (3) 有专家指出，取消塑料袋无偿供应，全国塑料袋使用量可减少  $\frac{2}{3}$ 。

FIGURE 32 FRACTIONS À INTERPRÉTER

Discutez avec vos camarades sur ce que représente chaque fraction :

1.  $\frac{1}{4}$  d'un journal utilisé pour la propagande publicitaire
2.  $\frac{1}{4}$  des garçons de ma classe aiment jouer au basketball
3. Selon certains spécialistes, en supprimant l'offre gratuite des sacs plastiques, le taux d'utilisation de ces derniers peut abaisser de  $\frac{2}{3}$

**Activité des élèves 2 :** XX représente  $\frac{1}{4}$  d'un motif, essayez de dessiner le motif original.



PHOTO 7 : REPRÉSENTATION D'UN QUART DE LA FIGURE

Les élèves vont dessiner la figure complète à partir d'un quart de la figure montré par l'enseignant.



PHOTO 8 : EXERCICE DE RECONSTRUCTION LA FIGURE COMPLÈTE.

**Activité des élèves 3 :** Prendre les pinceaux et discutez avec vos collègues

Regrouper les élèves par quatre. Chaque groupe possède une boîte contenant 4, 6 ou 8 pinceaux. Les élèves doivent prendre  $\frac{1}{2}$  des pinceaux de chaque boîte. On doit permettre aux élèves de comprendre, en fonction des quantités différentes du tout, la partie représentée par la fraction peut varier.



PHOTO 9 : ÉLÈVES DISCUTANT EN PETIT GROUPE SUR LE NOMBRE DE PINCEAUX QU'ILS DOIVENT SORTIR DE LA BOÎTE.

**Renforcer la compréhension de la fraction à l'aide des exercices.**

A la fin du cours, l'enseignant utilise les exercices de fraction comme une rétrospection. Pour conclure, l'enseignant raconte aux élèves l'histoire sur l'origine de fraction et fait élèves respecter les savoirs des anciennes et garder l'esprit d'exploration



PHOTO 10 : ENSEIGNANT RACONTANT L'HISTOIRE DE FRACTION AVEC LE TEXTE EN PPT.

### 3.1.3. L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 5 “ *La notion de fraction revisitée (分数的再认识二)*”

Cette séance de cours sur les fractions s'est passée également à l'école primaire de Haidian Shiyang à Beijing. Madame WU Mei, l'enseignante de cette séance, vise à introduire à nouveau la notion de fraction en mettant l'accent sur la mesure de la fraction.

#### 3.1.3.1. L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel

Cette séance de cours est par rapport à la signification de fraction. Il y a deux exemples et cinq exercices dans le manuel du jour, le savoir de fraction est présenté d'un point de vue *La fraction en tant que Mesure*.

#### 3.1.3.2. L'objectif pédagogique de cette séance

Selon l'enseignante, il existe quatre objectifs d'enseignement principaux pour cette séance. Dans un premier temps, cette séance vise à mettre en avant les unités pour mesurer les fractions. Ensuite, il est également important pour les élèves de comprendre les valeurs derrière les unités de fractions. Le troisième objectif met l'accent sur l'application. Les élèves doivent être capables de construire le mur de fraction en divisant les briques en différents nombre de parties pour mieux comprendre l'unité de la fraction. Éventuellement, l'enseignante vise également à véhiculer aux élèves la manière de la construction de la connaissance mathématique.

#### 3.1.3.3. Le déroulement du cours

Pour y arriver, l'enseignante a mobilisé des activités variées qui s'agit de l'unité de la fraction pour aider les élèves à construire la notion de fraction.

### Activité 1 : Mesure de la longueur du manuel

Tout d'abord, il s'agit d'une activité qui éveille l'attention des élèves pour à la caractéristique pragmatique de la notion de fraction dans la vie réelle.

#### Pratiques de l'enseignant :

Cela est représenté par la mesure de la longueur et largeur du manuel scolaire de l'élève avec l'aide d'une bande papier qui est moins qu'un quart de la longueur du manuel scolaire.



PHOTO 11 : MESURE DU MANUEL SCOLAIRE AVEC L'AIDE DE LA BANDE PAPIER

Nous pouvons constater que la longueur du manuel est au moins quatre fois que la longueur de la bande papier. Pourtant il reste un petit écart marqué par le point d'interrogation dans la figure ci-dessus qui s'avère un quart de la longueur de la bande papier.

#### Activités des élèves :



PHOTO 12 : MANIPULATION DES BANDES PAPIERS EN PETIT GROUPE PAR LES ÉLÈVES

Ainsi, pour trouver la longueur de cet écart, à l'élève, il est demandé de manipuler la bande de papier en la pliant deux fois pour trouver la bonne longueur.



PHOTO 13 : ÉLÈVE TROUVANT LA BONNE LONGUEUR APRÈS LE PLIAGE

Nous pouvons voir que l'élève a trouvé éventuellement la bonne réponse par le pliage. La longueur de l'écart égale à un quart de la longueur totale de la bande papier.

### **Activité 2 : comparaison des longueurs des deux bandes papiers**

Ensuite, nous pouvons constater une activité qui demande aux élèves à comparer deux bandes papiers de différentes longueurs.

#### **Pratiques de l'enseignant :**

Cela vise à aider les élèves à construire la notion d'unité de la fraction. En apercevant le fait que la longueur de la bande papier verte est deux tiers de celle de la bande papier rouge, l'élève est conduit à comprendre que l'unité de fraction pour ce scénario est un tiers.



PHOTO 14 : ENSEIGNANTE DEMANDANT AUX ÉLÈVES LA RELATION ENTRE LES LONGUEURS DES DEUX BANDES PAPIER

La figure ci-dessus montre que l'enseignante a présenté déjà les notions « un demi » et « un quart » comme exemples aux élèves. Ainsi les élèves doivent essayer de trouver la bonne proportion entre les deux bandes papiers.

#### **Activités des élèves :**



PHOTO 15 : ÉLÈVES QUI ESSAYENT DE COMPRENDRE LA DIFFÉRENCE ENTRE LES DEUX BANDES PAPIERS AU NIVEAU DE LA LONGUEUR EN UTILISANT LA NOTION DE LA FRACTION

La figure ci-dessus montre que les élèves ont mobilisé leurs connaissances apprises pendant le cours pour trouver la différence entre les deux bandes papiers au niveau de la longueur.



PHOTO 16 : ÉLÈVE TROUVANT LA BONNE RÉPONSE, LA BANDE PAPIER VERTE EST DEUX TIERS DE LA BANDE PAPIER ROUGE.

La figure ci-dessus montre que l'élève a trouvé la bonne réponse que la bande verte est deux tiers de la bande rouge. Cela est un processus qui met aide aux élèves à comprendre le fait que l'unité de fraction, dans ce cas-là, est un tiers.



PHOTO 17 : CONCLUSION SUR LES DIFFÉRENTES UNITÉS DE FRACTION

Enfin, l'enseignant met en lumière les différentes unités de fraction. Pour l'exercice dernier, l'unité de fraction est un tiers et la longueur de la bande papier verte égale à deux unités de fraction.

### Activité 3 : le mur de fraction

De plus, l'exercice *le mur de fraction* permet aux élèves de renforcer l'idée de l'unité de fraction en les montrant le fait que la fraction est la somme des unités de fraction. Ainsi la fraction n'est pas seulement obtenue par la division, mais aussi par le comptage de la somme des unités de fraction.

### Pratiques de l'enseignant :



PHOTO 18 : PRÉSENTATION DU MUR DE FRACTION

Avec une présentation du mur de fraction, l'enseignante montre que la fraction de ce mur peut être infinie. En même temps, pour chaque niveau, nous pouvons savoir la longueur en comptant le nombre d'unités correspondantes.

### Activités des élèves :

---

Ensuite, les élèves continuent à compléter les niveaux du mur de fraction en utilisant la notion de l'unité de fraction.



PHOTO 19 : CONSTRUCTION DU MUR DE FRACTION PAR LES ÉLÈVES

Après la construction du mur de fraction par les élèves, l'enseignante introduit un mur plus développé pour illustrer les relations entre différents niveaux. Cela vise à expliciter aux élèves les différentes relations entre différentes unités de fraction.

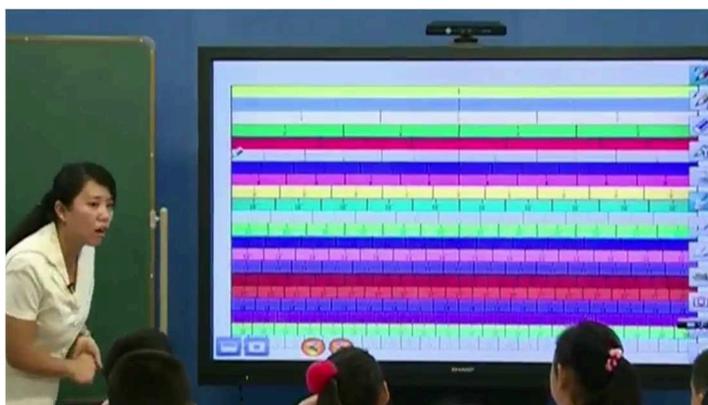


PHOTO 20 : RELATION ENTRE DIFFÉRENTS NIVEAUX DU MUR DE FRACTION

Éventuellement, avec l'aide de l'enseignante, les élèves concluent des régularités quand il s'agit des relations entre différents niveaux du mur de fraction. Cela peut être considéré comme la base pour le calcul des fractions pour les élèves.

#### **Activité 4 : comparaison entre l'unité de fraction et l'unité de longueur**

Enfin, la différenciation entre l'unité de fraction et l'unité de longueur est indispensable.

#### **Pratiques de l'enseignant :**

Cela vise à éclairer le fait que les deux unités partagent la même caractéristique de l'accumulation bien qu'ils ne soient pas le même type d'unité. Cette caractéristique de l'accumulation est le noyau pour la mesure.

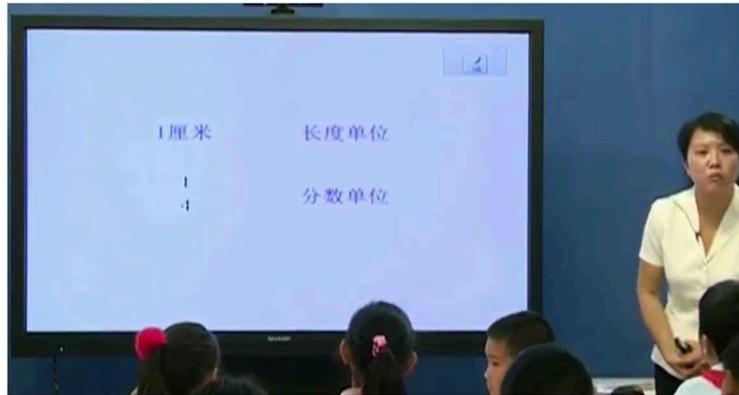


PHOTO 21 : PROPOSITION DE LA COMPARAISON ENTRE DIFFÉRENTES TYPES D'UNITÉS.

Comme ce qui est montré dans la figure ci-dessus, l'enseignante lance la discussion sur les différences et les similarités entre les deux types d'unités.



PHOTO 22 : DISCUSSION DES ÉLÈVES SUR LES DIFFÉRENCES ET LES POINTS COMMUNS ENTRE LES DEUX TYPES D'UNITÉS.

Pour conclure, l'enseignant met l'accent sur le fait que les deux types d'unités sont différents standards pour mesurer. Prenons la longueur du manuel scolaire comme exemple, nous pouvons utiliser non seulement l'unité centimètre pour la mesurer, mais aussi l'unité un quart de la bande papier pour la mesurer.

#### **Interaction entre l'enseignant et l'élève :**

Tout d'abord, nous pouvons conclure que les interactions entre l'enseignant et les élèves se manifestent principalement au niveau de discours. D'autres interactions peuvent être constatées à travers l'échange entre l'enseignant et l'élève invité par l'enseignant à expliquer sa réponse devant toute la classe. Cela montre également une méthode de conduite développée par l'enseignant utilisé pendant le cours. Les élèves se sont engagés aux différentes activités proposées par l'enseignant, cela leur offre une méthode d'apprentissage efficace mais uniforme.

---

### **Rétrospection et conclusion :**

Nous pouvons constater que le cours se déroule d'une manière très efficace. Les transitions entre différents contenus d'enseignement sont fluides. De plus, les élèves sont toujours invités à réfléchir d'une manière indépendante sur les questions posées par l'enseignante avant qu'elle révèle la réponse.

Pourtant, la limite principale de cette méthode pédagogique se présente à travers, à un certain degré, la limitation au niveau de méthode d'apprentissage des élèves. En suivant les démarches proposées par l'enseignante, les élèves n'ont pas de liberté à changer le rythme d'apprentissage. Cela nous demande plus de réflexion sur l'importance de la différence interpersonnelle et son rôle dans l'enseignement.

#### **3.1.4. L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 5 “ *La division du gâteau(分饼)*”**

Cette séance du cours de fraction observé est enseignée par Mme. Zhang de l'école primaire de Chenxiang à Shenyang. Le contenu du cours est *La fraction propre, impropre et mixte*.

##### *3.1.4.1.L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel*

En base des connaissances sur la notion de fraction de deux séances. Cette séance donne la nouvelle connaissance de fraction, ainsi la fraction propre, impropre et mixte, il s'agit d'une situation d'introduction, deux exemples et cinq exercices dans le manuel.

##### *3.1.4.2.L'objectif pédagogique de cette séance*

- ✧ Combiné avec des situations spécifiques, avoir un processus de connaître la fraction propre, la fraction impropre et la fraction mixte ;
- ✧ Apprendre à lire et écrire la fraction impropre et mixte ;
- ✧ Comprendre la relation entre la fraction propre, impropre et l'unité 1.

##### *3.1.4.3.Le déroulement du cours*

#### **La création d'une situation :**

Les élèves écoutent de la musique pour se situer dans une situation familière aux élèves. En même temps l'enseignant pose la question rencontrée dans cette situation.

Question 1 : comment partager 3 galettes aux 4 personnes ?

Question 2 : comment partager 5 galettes aux 4 personnes ?



PHOTO 23 : ÉLÈVES ÉCOUTANT DE LA MUSIQUE AU DÉBUT DU COURS.

**Activité des élèves en groupe 1 :**

Les élèves font des manipulations avec des papiers, après une discussion courte, chaque groupe donne leur propre réponse. À travers cette activité ; les élèves ont conclu la signification de fraction propre, soit le numérateur est inférieur le dénominateur.



PHOTO 24 : ÉLÈVES TRAVAILLANT EN GROUPE.

**Activité des élèves en groupe 2 :**

Les élèves travaillent en groupe pour résoudre la deuxième question de l'enseignant en divisant les papiers. À travers cette activité ; les élèves ont conclu la signification de fraction impropre, soit le dénominateur est inférieur le numérateur.



PHOTO 25 : ÉLÈVES MONTRANT LEURS RÉSULTATS PAR GROUPE.

### **Les interactions entre enseignant et élèves :**

Pour renforcer les nouvelles connaissances, l'enseignant montre des exercices dans l'écran, les élèves répondent directement sur place ou sur tableau.

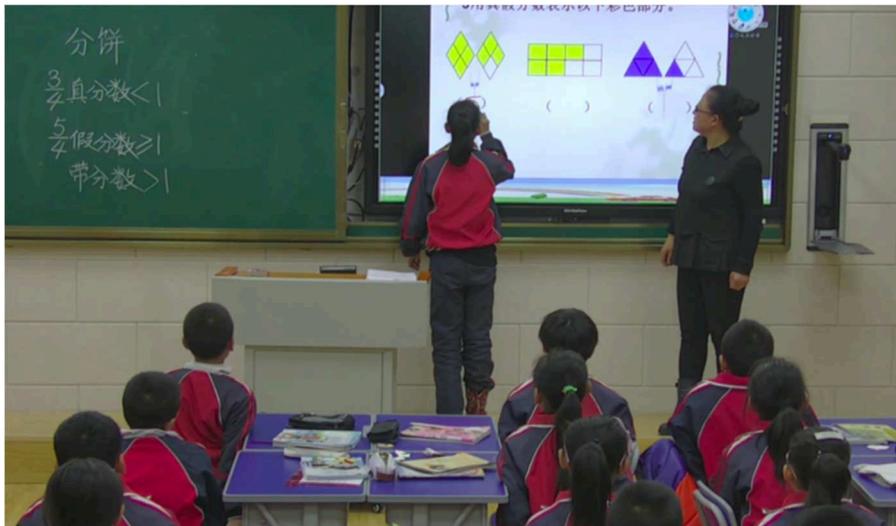


PHOTO 26 : UN ÉLÈVE FAIT DES MANIPULATIONS SUR TABLEAU.

### **Rétrospection et conclusion :**

L'enseignant fait des élèves lire les écritures sur le tableau ensemble par rapport des concepts de fraction et fait des élèves se rappeler les connaissances acquises.



PHOTO 27 : ÉLÈVES LISANT LES TEXTES DE SAVOIR EN TABLEAU.

### 3.1.5. L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 5 “ *La fraction et la division* (分数与除法 一)”

Cette séance du cours de fraction est enseignée par Mme. WANG Xia de l'école primaire de Haidian Shiyan Beijing. Le contenu du cours est *La fraction et la division* (première séance).

#### 3.1.5.1. L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel

Le manuel conduit les élèves à la formulation de la division, à l'aide de la scène où on divise la galette. En même temps, les élèves obtiennent le résultat de la division moyenne. De cette sorte, on encourage les élèves à établir un lien entre la formulation de la division et le résultat de la division moyenne, en utilisant la fraction pour représenter le quotient. Ce cours est la base pour les étudiants afin d'apprendre la nature de la fraction plus tard. Il y a trois exemples et trois exercices dans le manuel du jour

#### 3.1.5.2. L'objectif pédagogique de cette séance

À l'aide de la situation concrète, les élèves peuvent utiliser la fraction pour représenter le quotient ;

À travers la relation entre la fraction et la division, les élèves peuvent réfléchir sur les moyens de transformation entre la fraction et la fraction mixte, et comprendre la transformation entre la fraction mixte et la fraction impropre ;

Les activités d'exploration sont censées réveiller l'intérêt des élèves pour le contenu d'enseignement, et développer leur capacité d'observer, de comparer, de résumer et de rechercher.

### 3.1.5.3. Le déroulement du cours

#### Les pratiques de l'enseignant :

Créer la situation, conduire les élèves à explorer la relation entre la fraction et la division.

Pendant l'apprentissage de la nature de la division, les élèves sont relativement familiers avec la division d'un objet en plusieurs parties, ils vont ainsi comprendre la nature de la fraction. En conséquence, dans la situation 1, on ne demande pas aux élèves de faire l'opération, en se limitant à leur faire comprendre que  $\frac{1}{2}$  d'une galette en est la moitié.

Monter la situation 2 : Si l'on divise de façon moyenne sept galettes entre trois enfants, combien de galettes obtient-il chaque enfant ?

Demander aux élèves de dessiner d'abord la quantité de galettes chez chaque enfant, Ensuite utiliser les dispositifs pour montrer le processus de la division. Cette méthode correspond bien aux niveaux et aux expériences actuels des élèves. Elle est le point central de ce cours, l'enseignant doit donner assez de temps et d'occasions aux élèves pour qu'ils puissent apprendre eux-mêmes et accumuler les expériences.



PHOTO 28 : CRÉATION DES SITUATIONS 1 ET 2.

Utiliser la formulation pour démontrer les questions et les résultats de ces deux situations, dans l'objectif d'établir le lien entre la division et la fraction, et ainsi de passer du contenu à la forme. Demander aux élèves d'observer les formulations, de sorte qu'ils puissent découvrir le fait que toutes les formulations de la division peuvent être transformées en fraction, c'est-à-dire que la fraction est le quotient de la division. Le numérateur de la fraction équivaut au dividende dans la division, le dénominateur est le diviseur, la barre est le signe de la division.

#### Les activités des élèves :

Activité 1 : Les élèves font des opérations dans leurs brouillons, pour essayer de résoudre aux questions de partager sept galettes aux sept enfants.

Activité 2 : Les élèves travaillent en groupe pour une discussion par rapport la différence entre la fraction et la division.

Découvrir la différence entre la division et la fraction : Il existe un lien étroit entre les deux, mais existent-ils aussi les différences ?

Cela a pour objectif de permettre aux élèves de comprendre que la fraction est une sorte de nombre, qui représente la division entre deux chiffres ; alors que la division est une opération.



PHOTO 29 : ACTIVITÉS DES ÉLÈVES PENDANT LE COURS.

### Les interactions entre l'enseignant et les élèves :

Pour Explorer les moyens de transformation entre la fraction impropre et la fraction mixte : Observer ces deux formulations, pour vous,  $X$  et  $X$  sont le même nombre ou non ? Quel est le lien entre eux ? Pouvez-vous dessiner ou utiliser un axe orienté, une formulation afin de prouver qu'ils sont équivalents ?

L'enseignant pose des questions et fait des élèves expliquer son résultat de discussion sur le tableau. Les élèves doivent lever la main pour demander à répondre aux questions. Normalement, les élèves répondent aux questions sur place.

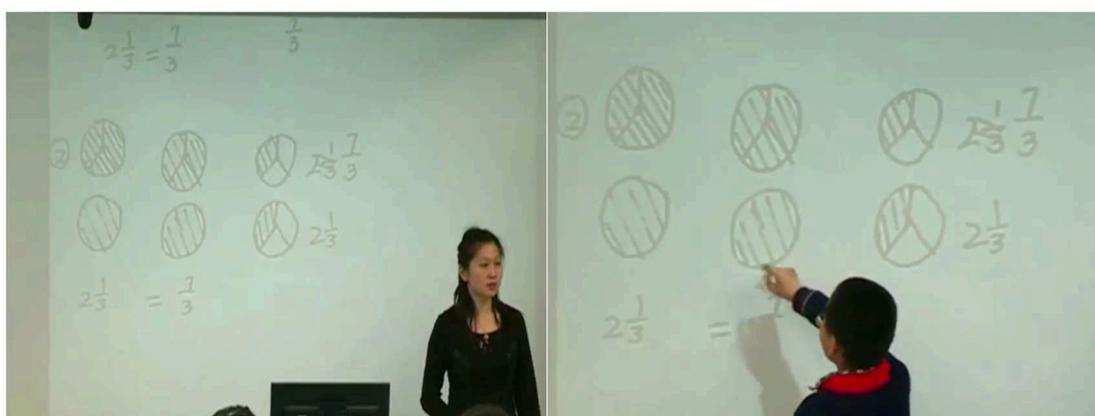


PHOTO 30 : INTERACTIONS ENTRE ENSEIGNANT ET ÉLÈVES PENDANT LE COURS.

### La rétrospection et la conclusion :

---

A la fin du cours, l'enseignant pose des questions aux élèves concernant les connaissances acquises de cette séance et donne une conclusion. Les élèves faire une rétrospection en répondant aux questions.

Rétrospection : Qu'est-ce qu'on a eu comme des activités pendant ce cours ? Quels sont les connaissances et les méthodes mathématiques importantes ? Quelles sont les expériences ? Il y a des questions que vous ne comprenez pas encore ?

### **3.1.6. L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 5 “ *La fraction et la division* (分数与除法二)”**

Cette séance est enseignée par Mme. Liu de l'école primaire de Haidian Shiyan Beijing. Le contenu du cours est *La fraction et la division* (deuxième séance).

#### *3.1.6.1.L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel scolaire*

Cette séance du cours est reliée au rubrique 试一试 (essayer) du manuel, il s'agit de deux exemples et six exercices, le but de cette séance est d'apprendre à résoudre aux exercices d'application concernant la fraction.

#### *3.1.6.2.L'objectif pédagogique de cette séance*

- ✧ Comprendre le rôle de la fraction dans le calcul à travers la division
- ✧ Comprendre la relation entre la fraction et la division :
  - savoir utiliser la fraction pour représenter le quotient.
  - savoir transformer la fraction irrégulière à la fraction mixte
- ✧ Savoir résoudre les problèmes dans la vie réelle en utilisant la connaissance de fraction.

#### *3.1.6.3.Le déroulement du cours*

Il existe en totale quatre activités proposées par l'enseignante. L'objectif de ces activités est d'explicitier le fait que nous pouvons utiliser la division pour étudier cette relation de fraction. La mise en œuvre de cette activité vise à développer la compétence pragmatique des élèves quand il s'agit d'utiliser les connaissances mathématiques pour résoudre les problèmes dans la vie réelle.

**Activité 1 : utiliser la fraction pour représenter la relation entre la bande papier bleu et la bande papier rouge.**



PHOTO 31 : RELATION ENTRE LA BANDE PAPIER BLEU ET LA BANDE PAPIER ROUGE.  
L'enseignante lance la discussion sur la relation entre les deux bandes papiers.



PHOTO 32 : ÉLÈVES ÉTUDIANT LA RELATION ENTRE LA BANDE PAPIER BLEU ET LA BANDE PAPIER ROUGE  
Les élèves prennent leur temps à réfléchir et mesurer les longueurs des deux bandes papiers.



PHOTO 33 : DIFFÉRENTES INTERPRÉTATIONS SELON DIFFÉRENTS STANDARD  
Enfin, l'enseignant décrit la relation entre les deux bandes papiers selon différents critères. Quand on traite la bande papier bleu comme 1, la bande papier rouge égale à 3. Pourtant, quand on considère la bande papier rouge comme 1, la bande papier bleu égale à  $1/3$ .

---

**Activité 2: utiliser la fraction pour représenter la relation entre la bande papier jaune et la bande papier rouge.**



PHOTO 34 : RELATION ENTRE LA BANDE PAPIER JAUNE ET LA BANDE PAPIER ROUGE  
De nouveau, l'enseignant lance la discussion sur la relation entre la bande papier jaune et la bande papier rouge.



PHOTO 35 : ÉLÈVES COMPARANT LES DEUX BANDES PAPIERS JAUNE ET ROUGE.

Les élèves réfléchir sur la relation entre la bande papier jaune et la bande papier rouge de nouveau, pourtant cette fois-ci, la réponse s'agit de la transformation entre fraction irrégulier et la fraction mixte.



PHOTO 36 : L'ENSEIGNANTE DONNE LA RÉPONSE

Ainsi, la longueur de la bande papier jaune est  $\frac{4}{3}$  (ou  $1\frac{1}{3}$ ) fois de celle de la bande papier rouge. Et la longueur de la bande papier rouge est  $\frac{3}{4}$  de celle de la bande papier jaune.

**Activité 3 : La modalisation et la conclusion par induction l'idée de standard relatif quand il s'agit de l'unité de fraction. L'idée centrale est comment savoir les proportions des objets à travers le calcul.**



PHOTO 37 : L'ENSEIGNANTE INDUIT LES DÉMARCHES DE LA RÉOLUTION DES PROBLÈMES RENCONTRÉ PENDANT LE COURS.

L'enseignant conclure la relation entre la fraction et la division en induisant les démarches de la résolution des problèmes.

**Activité 4 : Résumé du contenu du cours.**

Enfin, l'enseignante a résumé certaines méthodes pour résoudre le problème comme dessiner. Elle a également mis l'accent sur le côté pragmatique de la connaissance de fraction et celle de division.

Interactions entre l'enseignante et les élèves :

---

L'interaction par discours entre l'enseignant et les élèves est essentielle pendant les activités. Cela sert à guider les élèves à se concentrer sur le contenu d'enseignement et développer leur réflexion autonome.

### **3.2. Mise à l'épreuve des hypothèses**

Pour la troisième hypothèse H03, nous avons supposé que *Les activités d'enseignement-apprentissage en salle de classe sont arrangées et appliquées selon les suggestions dans le Standard du curriculum de mathématiques pour l'instruction obligatoire.*

En premier lieu, le *Standard du curriculum 2011* propose d'encourager les élèves à prendre l'initiative de participer aux activités d'enseignement, de sorte qu'ils peuvent réfléchir eux-mêmes afin de comprendre et de maîtriser les connaissances et les compétences mathématiques de base. De cette manière, ils pourront employer la pensée et les méthodes mathématiques plus tard.

En deuxième lieu, les enseignants peuvent utiliser leurs propres méthodes d'enseignement à accomplir le travail d'enseignement et à réaliser l'objectif prévu exigé dans le *Standard du curriculum*.

En troisième lieu, les élèves comprennent bien les connaissances mathématiques à travers des activités d'observation et d'expérimentation introduites par l'enseignant. Cela permet aux élèves de maîtriser les capacités exigées selon le *Standard du curriculum*.

- ✧ Apprendre à apprendre ;
- ✧ Apprendre à communiquer ;
- ✧ Apprendre à collaborer ;
- ✧ Apprendre à réfléchir ;
- ✧ Se développer pleinement.

En prenant compte de ces résultats obtenus, nous pouvons dire que la troisième hypothèse est partiellement validée.

---

## Conclusion

Dans cette recherche, nous avons présenté les différents aspects par rapport l'origine du concept de fraction et l'enseignement de fraction à l'école primaire en Chine.

En premier lieu, nous avons fait un retour sur les travaux d'Alahmadati qui nous présente l'origine du concept de fraction en Mésopotamie, en Égypte, en Inde, en Grèce, au Moyen-Orient et en Occident. En même temps, il a fait des recherches sur les significations de fraction dans l'enseignement du concept de fraction à l'école élémentaire en France.

En deuxième lieu, nous avons commencé à analyser les connaissances de fraction dans les textes historiques de Chine ancienne, y compris les œuvres mathématiques, astronomiques, juridiques, littéraires, etc. Tous ceux-ci nous montrent ainsi l'origine du concept de fraction et l'utilisation de fraction dans différents domaines de l'époque Xia à l'époque Qing. Surtout, nous avons analysé les connaissances de fraction dans les *Neuf Chapitres*, le chapitre *Fang Tian* a relevé les procédures de calcul fractionnaire en langue chinoise antique, nous avons constaté que les opérations des fractions dans le chapitre *Fang Tian* sont plutôt pareilles avec les méthodes d'aujourd'hui.

En troisième lieu, nous avons fait une recherche sur la situation de l'enseignement de fraction suite aux évolutions des programmes d'enseignement depuis la fondation de la République de Chine populaire en 1949 jusqu'à aujourd'hui. Actuellement, l'enseignement de mathématiques en Chine est sous la direction du *Standard du curriculum pour l'instruction obligatoire de 2011*.

Notre recherche vise à analyser l'enseignement de fraction à l'école primaire, de ce fait, nous avons analysé deux éditions de manuels scolaires de mathématiques et six vidéos des cours de fraction de Classe Niveau 3 et Classe Niveau 5.

Après avoir fini ces analyses au-dessus, nous pouvons essayer à répondre les questions de recherche :

***De quelles manières les connaissances du concept de fraction sont présentées dans les manuels scolaires des cours de mathématiques à l'école primaire ?***

***Comment se déroule d'un cours de fraction à l'école primaire, quels types de méthodes d'enseignement se présentent dans les activités entre enseignant et élèves en salle de classe ?***

Ce sont des questions plutôt ouvertes auxquelles nous ne pouvons pas donner des réponses exactes. Selon les suggestions de *Standard du curriculum 2011*, les cours doivent

---

être équilibrés, synthétiques et optionnels. En même temps, les contenus du cours doivent avoir un lien plus proche avec la vie quotidienne et les élèves peuvent utiliser les connaissances ce qu'ils apprennent en classe dans leurs vies.

Les contenus de fraction dans les deux éditions des manuels scolaires analysées mettent comptent sur la création des situations de la vie spécifique des élèves, tels que le contexte d'exploitation, les activités de manipulation, toutes ces situations sont efficaces à activer les expériences anciennes des élèves et créer une compréhension préliminaire sur le concept de fraction.

Ces manuels scolaires analysés offrent aux élèves des matériels de pratique, de coopération et de pensée indépendante dans l'apprentissage du concept de fraction, ces matériaux d'auto-apprentissage peuvent non seulement stimuler l'intérêt des élèves, mais aussi satisfaire à besoin des élèves de comprendre et maîtriser les connaissances de mathématiques.

Quant aux méthodes des enseignants en salle de classe, il faut choisir la méthode appropriée dans l'enseignement et considérer les aspects suivants : enseigner d'après le contenu et les caractères d'une discipline ; prendre en compte les changements psychologiques des élèves ; s'adapter à la condition actuelle de l'enseignement. Les enseignants dans les vidéos analysés adoptent souvent la méthode *Enseignement par la conduite de l'enseignant*(*导学式教学法*) dans les processus de *la recherche de la question, la découverte de la connaissance, la construction de réflexion et la résolution de problèmes*, ceux qui permettent aux élèves de réfléchir et d'apprendre automatiquement.

### **Limites de la recherche**

Cependant, il existe aussi quelques difficultés dans le processus de la recherche. Comme beaucoup d'études interculturelles, la limite langagière dans la compréhension des travaux en français ou en anglais et le processus de traduction des textes de langue chinoise en français s'avère significative. Comme un étudiant non-francophone, je n'ai pas une connaissance suffisante dans le domaine des mathématiques en langue française, ce qui rend une possibilité de mal utiliser les mots propres dans la traduction des mathématiques chinois. Mais en même temps, c'est un processus d'apprentissage, qui est à la fois pénible et intéressant pour moi.

D'autre part, les analyses des données pourraient être plus profondes, à cause d'une limité régionale, nous n'avons pas fait une collection des manuels scolaires d'autres provinces de la Chine, ainsi les données construites sur les manuels scolaires sont plutôt faibles. Nous avons essayé de prendre en contact avec cinq écoles primaires pour les observations sur

---

terrain, mais nous avons reçu seulement une réponse, la manque des échanges avec les enseignants nous empêche de mieux observer le déroulement des cours de fraction en salle de classe.

### **Perspectives et continuation**

Nous avons analysé des contenus de fraction dans les manuels scolaires de l'édition PEP et BNUP, ainsi que les méthodes d'enseignement de fraction et le déroulement du cours en salle de classe selon les suggestions dans le *Standard du curriculum*, toutes les recherches sont par rapport la situation d'enseignement de fraction à l'école primaire en Chine, mais il reste encore des questions à répondre, par exemple, Quels sont les problèmes rencontrent les élèves chinois dans l'apprentissage du concept de fraction ? Comment se fonctionne la langue chinoise dans l'apprentissage du concept de fraction ? etc., tous ces problèmes nous demandent une recherche plus profonde.

Ainsi pour une continuation de recherche, nous avons envie de travailler sur la situation d'apprentissage des élèves à l'école primaire et l'enseignement des fractions à l'école privée avec des manuels spéciaux. La situation par rapport la situation d'apprentissage des élèves et le niveau des connaissances de fraction des enseignants nous intéresse beaucoup, nous envisageons de faire des enquêtes par questionnaires aux élèves pour connaître les problèmes qu'ils peuvent rencontre et par entretiens aux enseignants pour analyser les avantages et les inconvénients de la langue chinoise dans l'enseignement du concept de fraction.

---

## Bibliographie

Alahmadati, A. A. (2016). *Autour du concept de fraction à l'école primaire en France. Étude exploratoire des significations de la fraction au travers des manuels scolaires, des représentations et des connaissances des élèves de cycle III* (thèse de doctorat en sciences de l'éducation). Université Lumière Lyon2, Lyon, France.

Buty, C., Badreddine, Z. et Régnier, J-C. (2012). Didactique des sciences et interactions dans la classe : quelques lignes directrices pour une analyse dynamique. *ENSAIO Pesquisa em educação em ciências*, CECIMIG - UFMG Brésil, 2012, 14 (1), pp.147-165.

Brun, J. (1996). *Didactique des mathématiques*. Lausanne : Éditions Delachaux et Niestlé.

Benoit, P., Chemla, K. et Ritter, J. (1992). *Histoire de fraction, fraction d'histoire*. Basel. Boston, Berlin : Birkhäuser Verlag.

Brousseau, G. (1998/2004). *Théorie des situations didactiques. (Didactique des mathématiques 1970-1990)* Textes rassemblés et préparés par Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamund Sutherland, Virginia Warfield. Grenoble : La pensée sauvage.

Brousseau, G. (2004). Les représentations : étude en théorie des situations didactiques. *Revue des sciences de l'éducation* 302: 241–277.  
<http://www.erudit.org/revue/rse/2004/v30/n2/012669ar.pdf>

Bi, X. (2003). L'évolution historique de la pédagogie traditionnelle en Chine et la modernisation pédagogique. *Pratiques de formation* (Université de Paris VIII), n°45-46, p.85-99. <http://www.barbier-rd.nom.fr/BIXIAO.1.PDF>

Bittencourt, J. F. (2008). *Analyse didactique comparée des rapports à l'enseigner : étude de cas de deux enseignants en mathématiques au Brésil* (thèse de doctorat en Didactique des Mathématiques). Université Toulouse III – Paul Sabatier, Toulouse, France.

Badreddine, Z. (2009). *Étude des décisions chronogénétiques des enseignants dans l'enseignement de la physique au collège* (thèse de doctorat en sciences de l'éducation). Université Lumière Lyon2, Lyon, France.

Chevallard, Y. (1985/1991). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble, France : La pensée Sauvage.

Chemla, K. et Guo, S. (Trad.) (2004). *Les neuf chapitres : le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires*. Paris : Dunod.

Dienes, Z. P. (1971). *Fractions*. Paris : OCDL.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives* (IREM de Strasbourg), 5, 37-65.

---

[https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/Annales\\_didactique/vol\\_05/a\\_dsc5\\_1993-003.pdf](https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/Annales_didactique/vol_05/a_dsc5_1993-003.pdf)

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Exploration Recherches en Sciences de l'Éducation. Peter Lang.

Duval, R. (2006). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques. *Relime, Numero Especial*, 45-81.

Develay, M. (1992). *De l'apprentissage à l'enseignement*. Paris : ESF.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.  
<http://www.redalyc.org/pdf/2740/274019437002.pdf>

D'Ambrosio, U. (2001). What is Ethnomathematics and how can it help children in schools ? *Teaching Children Mathematics*, 7(6), 308-310.  
<http://etnomatematica.org/articulos/Ambrosio1.pdf>

D'Ambrosio, U. (2006). *Ethnomathematics : Link between traditions and modernity*. ZDM, 40(6), 1033-1034. Consulté le <https://www.sensepublishers.com/media/381-ethnomathematicsa.pdf>

Descaves, A. (2008). *Mathématiques : Le manuel du PE professeur des écoles*. Paris : Hachette Education.

Gazagnes, A. (2005). Calcul fractionnaire en Chine Ancienne. *Promenades mathématiques en Chine Ancienne*. Reims : IREM de Reims.

Gazagnes, A. (2005). En Chine Ancienne : L'homme et son nombre. *Promenades mathématiques en Chine Ancienne*. Reims : IREM de Reims.

Galion, T. (1998). *Brins d'Histoire des maths. Ecriture des nombres*. Galion, Lyon. • [http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Se9rie\\_5-1\\_Ecriture\\_des\\_nombres.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Se9rie_5-1_Ecriture_des_nombres.pdf)

Gérard, F.-M. et Roegiers, X. (2003). *Des manuels scolaires pour apprendre : concevoir, évaluer, utiliser*. Bruxelles, Belgique : Editions de Boeck Université.

Hétu, J. C. et Desjardins, M. (1974). *L'activité mathématique dans l'enseignement des fractions*. Montréal, Canada : Presses de l'université du Québec.

Houssaye, J. (1992) (préf. Daniel Hameline). *Le triangle pédagogique*. Berne, Francforts. Main, New York (etc.) : Peter Lang, cop.

Ifrah, G. (1981). *Histoire universelle des chiffres. Lorsque les nombres racontent les hommes*. Paris : Seghers.

Jordan, B. et Henderson, A. (1995). Interaction Analysis : Foundations and Practice. *Journal of the Learning Sciences*, vol. 4, No. 1. p. 39-103.

---

Kieren, T. E. (1988). Personal knowledge of rational numbers: It's intuitive and formal development. Dans J. Hiebert et M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (P. 162-181). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Lesh, R., Behr, M. et Post, T. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, (p. 33-40). Hillsdale, N.J. : Lawrence Erlbaum Associates.

Martzloff, J-C. (1988). *Histoire des mathématiques chinoises*. Paris : Masson.

Martinand, J-L. (1987). Quelques remarques sur les didactiques de disciplines. *Les sciences de l'éducation*, 1(2), 23-35.

Pellatt, V. (2007). *Numbers and numeracy in Chinese culture, language, and education: the social substratum of the development of mathematical thinking*. Lewiston, Queenston, Lampeter : The Edwin Mellen Press.

Régnier, J.C. (2010/2011). *Didactiques des disciplines et apprentissage*. Lyon : Université lumière lyon2.

Rosa, M. et Orey, D. C. (2007). Cultural assertions and challenges towards pedagogical action of an ethnomathematics program. *For the Learning of Mathematics*, 27(1), 10-16. <http://film-journal.org/Articles/7E5EFA4B24CB97110973C060200F3.pdf>

Rosa, M. et Orey, D. C. (2011). Ethnomathematics : the cultural aspects of mathematics. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 4(2). 32-54 <http://www.redalyc.org/pdf/2740/274019437002.pdf>

Ramanandraisoa, M. L. M. (2013). *Articulation transdisciplinaire des connaissances de mathématiques et sciences physiques. Le cas de la proportionnalité en fin d'École primaire et début du Collège à Madagascar* (thèse de doctorat en sciences de l'éducation). Université Lumière Lyon2, Lyon, France.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (2), 133-169.

Vergnaud, G. (1996a). La théorie des champs conceptuels. Dans J. Brun (Ed.), *Didactique des mathématiques* (P. 197-242). Lausanne : Delachaux et Niestlé.

Waminya, R. (2011). *De la conceptualisation implicite du nombre et des figures géométriques dans la culture drehu à leur conceptualisation explicite dans les mathématiques à l'école* (thèse de doctorat en sciences de l'éducation). Université Lumière Lyon2, Lyon, France.

Xing, K. (2004). Le système éducatif chinois. *Revue internationale d'éducation de Sèvres*. 35, 129-137.

Yabuuti, K. (2000). *Une histoire des mathématiques chinoises*. Paris : Belin.

---

Zhang, J. (1997). The nature of external representations in problem solving., 21(2), 179-217.

陈宏伯. Cheng Hongbo. (2001). *20 世纪中国中小学课程标准·教学大纲汇编 (数学卷)*. 北京:人民教育出版社.

崇冲. Chong Chong. (2007). 分数的历史. *数学小灵通*. 2007(5) : 31-32. <http://www.ixueshu.com/document/2779bf92c2300e9f318947a18e7f9386.html>

陈竹如. Chen Zhuru. (1988). 我国古代对分数的研究. *抚州师专学报*. 1988 年, 第 3 期.

代婷. Dai Ting. (2007). *1949-2000 年中国小学数学教学大纲的比较研究*. (课程与教学论专业硕士学位论文). 西北师范大学.

杜文平. Du Wenping. (2013). 小学数学教学大纲、课程标准中数学能力内涵的演变. *课程教学研究*. 2013 年, 第 6 期, p31-34.

方文一. Fang Wenyi. (1995). 中国古代完备完美的分数表达形式. *浙江师大学报*. 1995 年, 第 1 期.

范文贵. Fan Wengui. (2011). 分数的内涵有多大? . *人民教育*. 2011.17 : 43-47.

郭萌. Guo Meng. (2016). *小学生分数表征转化能力的调查研究*. (数学教育专业硕士学位论文). 西南大学.

顾明远. Gu Mingyuan. 1999. *教育大辞典*. 上海:上海教育出版社.

郭书春. Guo Shuchun. (1997). *中国古代数学*. 上海: 商务印书馆.

黄秦安, 曹一鸣. Huang Qinan et Cao Yiming. (2010). *数学教育原理——哲学、文化与社会*的视角. 北京:北京师范大学出版社.

胡长青. Hu Changqing. (1996). 先秦分数表示法及其发展. *古汉语研究*. 1996 年, 第 3 期.

贺晓恒. He Xiaoheng. (2007). 从分数的历史看分数的教学. *湖南教育:数学教师*. 第 5 期, 11-12.

何凤波, 陈晓梅. He Fengbo et Chen Xiaomei. (2015). *义务教育教科书. 教师教学用书. 数学. 三年级. 下册*. 北京:北京师范大学出版社.

华应龙. Hua Yinglong. (2011). 分数: 先分后数—“分数的意义”教学新路径. *人民教育*. 2011(6) : 37-39.

骆祖英. Luo Zuying. (1993). 吴文俊与中国数学史研究. *中国科技史科*. 第 2 期, 59-65.

罗永超, 张和平, 杨孝斌. Luo Yongchao, Zhang Heping et Yang Xiaobin. (2015). 中国民族数学研究述评及展望. *民族教育研究*. 第 26 卷, 第 1 期.

- 
- 罗苹. Luo Ping. (2013). *小学分数教与学研究*. (课程与教学论专业硕士学位论文). 四川师范大学.
- 李宁宁. Li Ningning. (2013). *分数认识的内容分析与教学设计*. (小学教育专业硕士学位论文). 东北师范大学.
- 李迪. Li Di. (1984). *中国数学史简编*. 沈阳: 辽宁人民出版社.
- 吕传汉, 张洪林. Lü Chuanhan et Zhang Honglin. (1992). 民族数学文化与数学教育. *数学教育学报*, 1992, 1, (1):101-104.
- 卢江, 杨刚. Lu Jiang et Yang Gang. (2014). *义务教育教科书. 教师教学用书. 数学. 三年级. 上册*. 北京: 人民教育出版社.
- 卢江, 杨刚. Lu Jiang et Yang Gang. (2015). *义务教育教科书. 教师教学用书. 数学. 五年级. 上册*. 北京: 人民教育出版社.
- 马珂. Ma Ke. (2014). *分数概念的认识及其教学研究*. (小学教育专业硕士学位论文). 首都师范大学.
- 邱仰聪. Qiu Yangcong. (2014). 中国古代数学发展的文化影响因素. *岳阳职业技术学院学报*. 第 29 卷, 第 2 期.
- 齐禾. Qi He. (1996). 关于上古时代的分数. *郑州大学学报. 增刊*, 第 2 期, (1996, 9). *Journal of Zhengzhou University Vol. 28 No. 2 (1996, 9)*  
<http://www.ixueshu.com/document/8d503f4f314e8cdc318947a18e7f9386.html>
- 孙杰远. Sun Jieyuan. (1994). 试论民族数学的数学教育价值. *西北师范大学学报*. 第 50 卷, 第 1 期.
- 宋运明. Song Yunming. 2014. *我国小学数学新教材中例题编写特点研究*. (课程与教学论专业博士学位论文). 西南大学.
- 石鸥, 石玉. Shi Ou et Shi Yu. (2012). 论教科书的基本特征. *教育研究*. 2012(4): 92-97.
- 佟健华. Tong Jianhua. (2007). *中国古代数学教育史*. 北京: 科学出版社.
- 王丽娟, 彭媛媛. Wang Lijuan et Peng Yuanyuan. (2016). 小学数学教科书“分数的初步认识”部分的比较. *课程教学研*. 2016 (1):39-42.
- 位惠女, 陶文中. Wei Huinv et Tao Wenzhong. (2015). *义务教育教科书. 教师教学用书. 数学. 五年级. 上册*. 北京: 北京师范大学出版社.
- 王夏禹. Wang Xiayu. (2015). *小学数学新手教师的教学设计与课程标准的一致性研究*. (课程与教学论专业硕士学位论文). 东华师范大学.

---

吴文俊. Wu Wenjun. (1987). 对中国传统数学的再认识. *百科知识*. 北京: 百科知识杂志社.

王青建. Wang Qingjian. (1990). 古代分数记法. *辽宁师范大学学报*. 1990年, 第2期.

王丽娟, 彭媛媛. Wang Lijuan et Peng Yuanyuan. (2016). 小学数学教科书“分数的初步认识”部分的比较——以人教版和北师大版为例. *课程教学研究*. 2016(1): 39-42.

肖久灵, 常清. Xiao Jiuling et Chang Qing. (2004). «孙子兵法»中“分数”思想及在现代企业中的借鉴, *上海管理科学*. 2004年第5期

肖敏. Xiao Min. (2016). *小学数学分数知识教学的实证研究*. (小学教育专业硕士学位论文), 华中师范大学.

杨志敏. Yang Zhimin. (2014). *改革开放以来我国小学数学教科书改革研究*. (教育学专业硕士学位论文), 河北大学.

俞晓群. Yu Xiaoqun. (1992). 论中国古代数学的双重意义. *自然辩证法通讯*. 第4期, 51-56.

郑毓信. Zheng Yuxin. (1999). 民俗数学与数学教育. *贵州师范大学学报*. 第17卷, 第4期

张奠宙. Zhang Dianzhou. (2010). 分数的定义. *小学教学数学版*. 2010. 01: 48-49.

章勤琼, 张维忠. Zhang Qinqiong et Zhang Weizhong. (2008). 民族数学及其对数学课程改革的启示. *数学教育学报*. 第17卷, 第4期.

张维忠, 汪晓勤. Zhang Weizhong et Wang Xiaojin. (2006). *文化传统与数学教育现代化*. 北京: 北京大学出版社.

钟启泉. Zhong Qiquan. (2003). *现代课程论*. 上海: 上海教育出版社.

中华人民共和国教育部. *全日制义务教育数学课程标准(实验稿)*. 北京: 北京师范大学出版社, 2001.

中华人民共和国教育部. *义务教育数学课程标准(2011年版)*. 北京: 北京师范大学出版社, 2012.

---

## Sitographie

- [1] Histoire des fractions, URL : <http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/nombres/les-fractions> (Consulté le 20 mai 2017).
- [2] Les fractions égyptiennes, URL : <http://www.math93.com/index.php/histoire-des-maths/notions-et-theoremes/les-developpements/409-les-fractions-egyptiennes>
- [3] Mathématiques chinoises, URL : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques\\_chinoises](https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques_chinoises)
- [4] Charalambos Y, C. et Demetra, P-P. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. URL : <http://math.arizona.edu/~cemela/english/content/shortcourses/assessment/Day%202%20Reading%201.pdf>
- [5] Borba, M. (1990). Ethnomathematics and education, For the Learning of Mathematics 10(1), 39-43. URL : [http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/ethnomamathematis\\_and\\_education-1990.pdf](http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/ethnomamathematis_and_education-1990.pdf)
- [6] Dasen, P., Gajardo, A. et Ngeng, L. (2010). *Éducation informelle, ethnomathématiques et processus d'apprentissage*. Genève : Université de Genève, URL : [https://www.unige.ch/fapse/publicationsssed/files/8014/1572/5499/Pages\\_de\\_39\\_FOREDU\\_I\\_NT\\_Maulini.pdf](https://www.unige.ch/fapse/publicationsssed/files/8014/1572/5499/Pages_de_39_FOREDU_I_NT_Maulini.pdf)
- [7] Pourquoi apprendre des mathématiques en chinois ? URL : <http://www.chinois.ac-aix-marseille.fr/spip/spip.php?article61>
- [8] L'éducation en Asie en 2014 : quels enjeux mondiaux ? URL : <http://www.ciep.fr/sites/default/files/atoms/files/education-asie-2014-fiche-documentaire-chine.pdf>
- [9] Le système éducatif chinois – données statistiques, URL : [https://cn.ambafrance.org/IMG/pdf/Le\\_systeme\\_educatif\\_chinois.pdf](https://cn.ambafrance.org/IMG/pdf/Le_systeme_educatif_chinois.pdf)
- [10] Le ministère d'éducation chinois, URL : [http://www.moe.gov.cn/ministère\\_d'éducation](http://www.moe.gov.cn/ministère_d'éducation)

---

## Documents vidéographiques

Vidéo du cours de fraction :

Le partage (分一分)	Mme. SHENG Xue (盛雪)	Classe Niveau 3	32 minutes	2015
Le partage d'un gâteau (分饼)	Mme. ZHANG Guiqin (张桂芹)	Classe Niveau 5	40 minutes	2016
La notion de fraction revisitée 1 (分数的再认识 一)	M. HU Jun (胡军)	Classe Niveau 5	35 minutes	2014
La notion de fraction revisitée 2 (分数的再认识 二)	Mme. WU Mei (吴媚)	Classe Niveau 5	35 minutes	2014
La fraction et la division 1 (分数与除法 一)	Mme. WANG Xia (王霞)	Classe Niveau 5	33 minutes	2014
La fraction et la division 2 (分数与除法 二)	Mme. LIU Lili (刘利利)	Classe Niveau 5	36 minutes	2014

---

## Index Auteurs

Alahmadati, 8, 9, 15, 44, 58, 69, 71, 83, 84, 129, 139, 153

Badreddine, 87, 101, 129

Brousseau, 69, 84, 85, 129, 156

Chevallard, 79, 80, 129

Chong, 23, 133, 154

D'Ambrosio, 64, 65, 66, 130, 155

Duval, 69, 70, 71, 72, 77, 129, 130, 156

Gazagnes, 22, 31, 34, 35, 36, 130

Gérard, 57, 74, 75, 96, 130

Vergnaud, 74, 75, 76, 77, 78, 131, 156

Wang, 30, 34, 44, 60, 64, 96, 134, 135

Zhang, 21, 35, 42, 44, 64, 67, 132, 134, 135, 154

---

## Index Mots clé

concept de fraction, 3, 8, 9, 10, 16, 31, 40, 41, 42, 43, 54, 64, 95, 96, 97, 101, 102, 103, 109, 112, 113, 114, 116, 117, 120, 122, 125, 126, 127, 128, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 161, 172, 199, 200, 202, 203, 204

manuel scolaire, 3, 58, 59, 60, 61, 64, 79, 83, 84, 85, 101, 134, 135, 143, 149, 173, 201, 202

pratiques de l'enseignant, 3, 134, 135, 139, 151

représentation, 3, 11, 17, 22, 31, 46, 47, 61, 62, 67, 71, 73, 120, 130, 135, 161, 175, 200, 202

signification, 3, 4, 16, 29, 30, 43, 56, 59, 63, 71, 73, 74, 96, 102, 109, 110, 114, 117, 119, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 132, 133, 135, 142, 159, 161, 172, 173, 200, 203

standard du curriculum, 3, 7, 48, 56, 57, 58, 61, 99, 175, 181

---

## Index des figures et des graphiques

Figure 1 Représentation Des Entiers Et Des Numérateurs Des Fractions Selon L'Écriture Babylonienne. (Alamadati, 2016, P. 25) .....	13
Figure 2 Egyptienne fraction-1/2, 1/4, 2/3,1/3.-hiéroglyphique et hiératique. (Benoit, P., Chemla, K. et Ritter, J., 1992, P. 6) .....	13
Figure 3 Des cordelettes nouées pour exprimer les nombres. (Yabuuti, 2000, P.12).....	20
Figure 4 Système de numération en écriture ossécaille. ( <a href="https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques_chinoises">https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques_chinoises</a> ) .....	21
Figure 5 Schéma de transformation entre différents types de représentations. (Lesh, R., Behr, M. et Post, T., 1987) .....	48
Figure 6 Les différents degrés de la transposition didactique selon Develay (1992) .....	80
Figure 7 la place des fractions dans la transposition didactique (Alahmadati , 2016)....	84
Figure 8 le triangle didactique de jean-louis martinand (1987). (cité par Alahmadati, 2016).....	85
Figure 9 Situation didactique et situation adidactique. ....	87
Figure 10 Les trois provinces du nord-est de la Chine.....	96
Figure 11 Impression d'écran de l'interface de Transana. ....	100
Figure 12 Capture d'écran de l'environnement de travail dans Transana.....	101
Figure 13 Capture d'écran de la fenêtre « base de données » de notre recherche dans Transana. ....	102
Figure 14 La figure de thème pour l'unité de Fraction dans le manuel PEP. ....	106
Figure 15 Illustration de l'exemple 1 dans la première séance de l'unité de Fraction du manuel PEP de Classe Niveau 3. ....	107
Figure 16 Les séances du jour de l'unité de Fraction du manuel BNUP de Classe Niveau 3.....	107
Figure 17 Illustration de la première séance de l'unité de Fraction du manuel PEP de Classe Niveau 5.....	108
Figure 18 La rubrique Le savez-vous ? dans le manuel PEP de Classe Niveau 5. ....	109
Figure 19 Illustration de la séance du concept de fraction dans le manuel BNUP de Classe Niveau 5.....	109
Figure 20 Proportion des activités analysées sur la signification de fraction dans le manuel PEP et BNUP de Classe Niveau 3.....	117

---

Figure 21 Proportion des activités analysées sur la signification de fraction dans le manuel PEP et BNUP de Classe Niveau 5. ....	117
Figure 22 Les différents types de modèle dans les activités analysées sur la signification dans les manuels étudiés. ....	118
Figure 23 Proportion des différents types de modèle dans les activités analysées sur la signification dans les manuels de Classe Niveau 3. ....	119
Figure 24 Proportion des différents types de modèle dans les activités analysées sur la signification dans les manuels de Classe Niveau 5. ....	120
Figure 25 Différents types d'illustrations dans les activités analysées sur la signification dans les manuels de Classe Niveau 3. ....	121
Figure 26 Proportion des différents types d'illustrations dans les activités analysées sur la signification dans les manuels de Classe Niveau 3. ....	121
Figure 27 Le degré d'ouverture des activités d'exemple concernant le concept de fraction dans les manuels de Classe Niveau 3. ....	122
Figure 28 Les textes historiques dans la rubrique “你知道吗？” (Le savez-vous ?). ....	123
Figure 29 Les illustrations en utilisant les éléments typiques chinois. ....	124
Figure 30 Les illustrations avec une situation de question. ....	124
Figure 31 Exemples des figures teintes. ....	132
Figure 32 Fractions à interpréter. ....	133

---

Photo 1 : La création des situations 1 et 2.....	129
Photo 2 : Trois activités des élèves pendant le cours. ....	129
Photo 3 : Interactions entre enseignant et élèves pendant le cours. ....	130
Photo 4 : Interactions verbales et physiques. ....	130
Photo 5 : Jeu de fraction entre enseignant et élèves pendant le cours.....	131
Photo 6 : Exercice de dessin pour représenter trois quarts.....	132
Photo 7 : Représentation d'un quart de la figure.....	133
Photo 8 : Exercice de reconstruction la figure complète.....	134
Photo 9 : Élèves discutant en petit groupe sur le nombre de pinceaux qu'ils doivent sortir de la boîte.....	134
Photo 10 : Enseignant racontant l'histoire de fraction avec le texte en ppt. ....	135
Photo 11 : Mesure du manuel scolaire avec l'aide de la bande papier.....	136
Photo 12 : Manipulation des bandes papiers en petit groupe par les élèves ....	136
Photo 13 : Élève trouvant la bonne longueur après le pliage.....	137
Photo 14 : Enseignante demandant aux élèves la relation entre les longueurs des deux bandes papier.....	137
Photo 15 : Élèves qui essayent de comprendre la différence entre les deux bandes papiers au niveau de la longueur en utilisant la notion de la fraction.....	138
Photo 16 : Élève trouvant la bonne réponse, la bande papier verte est deux tiers de la bande papier rouge. ....	138
Photo 17 : Conclusion sur les différentes unités de fraction.....	139
Photo 18 : Présentation du mur de fraction.....	139
Photo 19 : Construction du mur de fraction par les élèves.....	140
Photo 20 : Relation entre différents niveaux du mur de fraction.....	140
Photo 21 : Proposition de la comparaison entre différentes types d'unités. ....	141
Photo 22 : Discussion des élèves sur les différences et les points communs entre les deux types d'unités.....	141
Photo 23 : Élèves écoutant de la musique au début du cours.....	143
Photo 24 : Élèves travaillant en groupe.....	143
Photo 25 : Élèves montrant leurs résultats par groupe.....	144
Photo 26 : Un élève fait des manipulations sur tableau. ....	144
Photo 27 : Élèves lisant les textes de savoir en tableau. ....	145
Photo 28 : Création des situations 1 et 2.....	146
Photo 29 : Activités des élèves pendant le cours. ....	147

---

Photo 30 : Interactions entre enseignant et élèves pendant le cours. ....	147
Photo 31 : Relation entre la bande papier bleu et la bande papier rouge. ....	149
Photo 32 : Élèves étudiant la relation entre la bande papier bleu et la bande papier rouge .....	149
Photo 33 : Différentes interprétations selon différents standard .....	149
Photo 34 : Relation entre la bande papier jaune et la bande papier rouge .....	150
Photo 35 : Élèves comparant les deux bandes papiers jaune et rouge. ....	150
Photo 36 : L'enseignante donne la réponse.....	151
Photo 37 : L'enseignante induit les démarches de la résolution des problèmes rencontré pendant le cours.....	151

---

## Index Tableaux

Tableau 1 – Les premières représentations de fractions apparues en Sumer. (Alamadati, 2016, P. 25) .....	12
Tableau 2 – Tableau chronologique de l’histoire de la Chine antique. ( <a href="http://math.univ-lyon1.fr/irem/IMG/pdf/Chronologie_chinoise.pdf">http://math.univ-lyon1.fr/irem/IMG/pdf/Chronologie_chinoise.pdf</a> ) .....	19
Tableau 3 – Horizontale et verticale des chiffres représentés à l’aide des baguettes à calculer ( <a href="https://fr.wikipedia.org/wiki/Baguettes_%C3%A0_calculer#cite_note-1">https://fr.wikipedia.org/wiki/Baguettes_%C3%A0_calculer#cite_note-1</a> ) .....	23
Tableau 4 – Les sept procédures de calcul fractionnaire en langue chinois antique et les interprétations d’aujourd’hui. (Chen, 1998).....	37
Tableau 5 – Les représentations des notion de fraction. (Guo, 2016).....	47
Tableau 6 – Les niveaux d’étude en Chine. (Hu, 2013).....	52
Tableau 7 – Comparaison des tranches d’âges des élèves dans le cycle de scolarité obligatoire entre la chine et la France (Hu, 2013).....	53
Tableau 8 – La comparaison des structures des programmes de l’enseignement et du standard du curriculum. (Dai, 2007) .....	58
Tableau 9 – La situation d’utilisation des manuels scolaires. ( <a href="http://www.dzkbw.com/">http://www.dzkbw.com/</a> )	96
Tableau 10 – Liste des manuels scolaires étudiés .....	97
Tableau 11 – Grille d’analyse des manuels scolaires.....	98
Tableau 12 – Les références des vidéos choisies du cours de fraction. ....	99
Tableau 13 – Les arrangements des contenus concernant la fraction dans les manuels de l’édition PEP .....	104
Tableau 14 – Les arrangements des contenus concernant la fraction dans les manuels de l’édition BNUP.....	105
Tableau 15 – Nombre et proportion des pages concernant les fractions par rapport au nombre total de pages des manuels de Classe Niveau 3 .....	110
Tableau 16 – Nombre et proportion des pages concernant les fractions par rapport au nombre total de pages des manuels de Classe Niveau 5 .....	111
Tableau 17 – Répartition des savoirs de fraction de l’unité Les connaissances préliminaires sur la fraction (分数的初步认识) dans le manuel PEP de Classe Niveau 3. ....	112

---

Tableau 18 – Répartition des savoirs de fraction de l'unité La rencontre de fraction (认识分数) dans le manuel BNUP de Classe Niveau 3. ....	112
Tableau 19 – Répartition des savoirs de fraction de l'unité La signification et les caractères de fraction (分数的意义和性质) dans le manuel PEP de Classe Niveau 5. ....	114
Tableau 20 – Répartition des savoirs de fraction de l'unité La signification de fraction (分数的意义) dans le manuel BNUP de Classe Niveau 5. ....	115
Tableau 21 – Grille d'analyse des vidéos enregistrés. ....	127

---

## Annexes

### 1. Annexe 1 Les Neuf Chapitres : Fang Tian (九章算术：方田)

#### 《九章算术》 一：《方田》

1、方田：今有田广十五步，从十六步。问为田几何？ 答曰：一亩。（求长方形面积）

2、方田：又有田广十二步，从十四步。问为田几何？ 答曰：一百六十八步。

**方田术**曰：广从步数相乘得积步。（长方形面积=广\*从）以亩法二百四十步除之，即亩数。百亩为一顷。（广、从是表示边长；步是长度单位，亩、顷是面积单位；1亩=240步（积步）、1顷=100亩）

3、方田：今有田广一里，从一里。问为田几何？ 答曰：三顷七十五亩。（里是长度单位；1里=300步）

4、方田：又有田广二里，从三里。问为田几何？ 答曰：二十二顷五十亩。

**里田术**曰：广从里数相乘得积里。以三百七十五乘之，即亩数。（1积里=3顷75亩=375亩）

5、方田：今有十八分之十二。问约之得几何？ 答曰：三分之二。（约分）

6、方田：又有九十一分之四十九。问约之得几何？ 答曰：十三分之七。

**约分术**曰：可半者半之，不可半者，副置分母子之数，以少减多，更相减损，求其等也。以等数约之。

7、方田：今有三分之一，五分之二。问合之得几何？ 答曰：十五分之十一。（分数加法）

8、方田：又有三分之二，七分之四，九分之五。问合之得几何？ 答曰：得一、六十三分之五十。

9、方田：又有二分之一，三分之二，四分之三，五分之四。问合之得几何？ 答曰：得二、六十分之四十三。

**合分术**曰：母互乘子，并以为实，母相乘为法，实如法而一。（实是被除数，法是除数，实如法而一 是被除数除以除数的意思）不满法者，以法命之。其母同者，直相从之。（合之是加，即分数加法）

10、方田：今有九分之八，减其五分之一。问馀几何？ 答曰：四十五分之三十一。（分数减法）

---

11、方田：又有四分之三，减其三分之一。问馀几何？ 答曰：十二分之五。

**减分术**曰：母互乘子，以少减多，馀为实，母相乘为法，实如法而一。（分数减法）

12、方田：今有八分之五，二十五分之十六。问孰多？多几何？ 答曰：二十五分之十六多，多二百分之三。

13、方田：又有九分之八，七分之六。问孰多？多几何？ 答曰：九分之八多，多六十三分之二。

14、方田：又有二十一分之八，五十分之十七。问孰多？几何？ 答曰：二十一分之八多，多一千五十分之四十三。

**课分术**曰：母互乘子，以少减多，馀为实，母相乘为法，实如法而一，即相多也。

（孰多是那个数多，即比较数的大小）

15、方田：今有三分之一，三分之二，四分之三。问减多益少，各几何而平？ 答曰：减四分之三者二，三分之二者一，并以益三分之一，而各平于十二分之七。

16、方田：又有二分之一，三分之二，四分之三。问减多益少，各几何而平？ 答曰：减三分之二者一，四分之三者四，并以益二分之一，而各平于三十六分之二十三。

**平分术**曰：母互乘子，副并为平实，母相乘为法。以列数乘未并者各自为列实。亦以列数乘法，以平实减列实，馀，约之为所减。并所减以益于少，以法命平实，各得其平。（问减多益少表示多的减少，少的增加；各几何而平表示增减多少就相等。即求比平均数后各数比平均数多多少、少多少）

17、方田：今有七人，分八钱三分钱之一。问人得几何？ 答曰：人得一钱、二十一分钱之四。（分数除法）

18、方田：又有三人，三分人之一，分六钱三分钱之一，四分钱之三。问人得几何？ 答曰：人得二钱、八分钱之一。

**经分术**曰：以人数为法，钱数为实，实如法而一。有分者通之，重有分者同而通之。（即求把一个分数平均分成几份，每份是多少）

19、方田：今有田广七分步之四，从五分步之三。问为田几何？ 答曰：三十五分步之十二。

20、方田：又有田广九分步之七，从十一分步之九。问为田几何？ 答曰：十一分步之七。

21、方田：又有田广五分步之四，从九分步之五，问为田几何？ 答曰：九分步之四。

**乘分术**曰：母相乘为法，子相乘为实，实如法而一。（分数乘法）

---

22、方田：今有田广三步、三分步之一，从五步、五分步之二。问为田几何？ 答曰：十八步。

23、方田：又有田广七步、四分步之三，从十五步、九分步之五。问为田几何？ 曰：一百二十步、九分步之五。

24、方田：又有田广十八步、七分步之五，从二十三步、十一分步之六。问为田几何？ 答曰：一亩二百步、十一分步之七。

大广田术曰：分母各乘其全，分子从之，相乘为实。分母相乘为法。实如法而一。

25、方田：今有圭田广十二步，正从二十一步。问为田几何？ 答曰：一百二十六步。  
（求三角形面积）

26、方田：又有圭田广五步、二分步之一，从八步、三分步之二。问为田几何？ 曰：二十三步、六分步之五。

术曰：半广以乘正从。（三角形面积=广÷2\*正从）（圭田是等腰三角形或三角形，正广或正从是高）

27、方田：今有邪田，一头广三十步，一头广四十二步，正从六十四步。问为田几何？ 答曰：九亩一百四十四步。

28、方田：又有邪田，正广六十五步，一畔从一百步，一畔从七十二步。问为田几何？ 答曰：二十三亩七十步。

术曰：并两邪而半之，以乘正从若广。又可半正从若广，以乘并，亩法而一。（邪田是梯形）【梯形面积=（上底+下底）\*高÷2】

29、方田：今有箕田，舌广二十步，踵广五步，正从三十步。问为田几何？ 答曰：一亩一百三十五步。

30、方田：又有箕田，舌广一百一十七步，踵广五十步，正从一百三十五步。问为田几何？ 答曰：四十六亩二百三十二步半。

术曰：并踵舌而半之，以乘正从。亩法而一。（箕田也是梯形）

31、方田：今有圆田，周三十步，径十步。问为田几何？ 答曰：七十五步。（求圆面积）（圆周率为3）

32、方田：又有圆田周一百八十一，径六十步、三分步之一。问为田几何？ 曰：十一亩九十步、十二分步之一。

---

术曰：半周半径相乘得积步。或周径相乘，四而一。或径自相乘，三之，四而一。或周自相乘，十二而一。（圆田是圆形；周长=3\*直径；四而一是除以四）（圆面积=周长÷2\*半径=周长\*直径÷4=直径\*直径\*3÷4=周长\*周长÷12）

33、方田：今有宛田，下周三十步，径十六步。问为田几何？ 答曰：一百二十步。

34、方田：又有宛田，下周九十九步，径五十一步。问为田几何？ 答曰：五亩六十二步、四分步之一。

术曰：以径乘周，四而一。（宛田是圆形）

35、方田：今有弧田，弦三十步，矢十五步。问为田几何？ 答曰：一亩九十七步半。

36、方田：又有弧田，弦七十八步、二分步之一，矢十三步、九分步之七。问为田几何？ 答曰：二亩一百五十五步、八十一分步之五十六。

术曰：以弦乘矢，矢又自乘，并之，二而一。【扇形面积=（弦\*矢+矢\*矢）÷2】

（只适用九十度的扇形）（弧田是扇形，九十度的扇形；弦为扇形弧线的连点长，矢为圆心到弦的距离）

37、方田：今有环田，中周九十二步，外周一百二十二步，径五步。问为田几何？

答曰：二亩五十五步。

38、方田：又有环田，中周六十二步、四分步之三，外周一百一十三步、二分步之一，径十二步、三分步之二。问为田几何？ 答曰：四亩一百五十六步、四分步之一。

术曰：并中外周而半之，以径乘之为积步。（环田是环形；径是环形半径差）【环形面积=（外周+内周）÷2\*内外周半径差】

---

## 2. Annexe 2 Le standard du curriculum de mathématiques pour l'instruction obligatoire 2011 (extrait des suggestions sur la conception pédagogique et la rédaction des manuels scolaires)

### 一、教学建议

教学活动是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程。

数学教学应根据具体的教学内容，注意使学生在获得间接经验的同时也能够有机会获得直接经验，即从学生实际出发，创设有助于学生自主学习的问题情境，引导学生通过实践、思考、探索、交流等，获得数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验，促使学生主动地、富有个性地学习，不断提高发现问题和提出问题的能力、分析问题和解决问题的能力。

在数学教学活动中，教师要把基本理念转化为自己的教学行为，处理好教师讲授与学生自主学习的关系，注重启发学生积极思考；发扬教学民主，当好学生数学活动的组织者、引导者、合作者；激发学生的学习潜能，鼓励学生大胆创新与实践；创造性地使用教材，积极开发、利用各种教学资源，为学生提供丰富多彩的学习素材；关注学生的个体差异，有效地实施有差异的教学，使每个学生都得到充分的发展；合理地运用现代信息技术，有条件的地区，要尽可能合理、有效地使用计算机和有关软件，提高教学效益。

#### （一）数学教学活动要注重课程目标的整体实现

为使每个学生都受到良好的数学教育，数学教学不仅要使学生获得数学的知识技能，而且要把知识技能、数学思考、问题解决、情感态度四个方面目标有机结合，整体实现课程目标。

课程目标的整体实现需要日积月累。在日常的教学活动中，教师应努力挖掘教学内容中可能蕴涵的、与上述四个方面目标有关的教育价值，通过长期的教学过程，逐渐实现课程的整体目标。因此，无论是设计、实施课堂教学方案，还是组织各类教学活动，不仅要重视学生获得知识技能，而且要激发学生的学习兴趣，通过独立思考或者合作交流感悟数学的基本思想，引导学生在参与数学活动的过程中积累基本经验，帮助学生形成认真勤奋、独立思考、合作交流、反思质疑等良好的学习习惯。

例如，关于“零指数”教学方案的设计可作如下考虑：教学目标不仅要包括了解零指数幂的“规定”、会进行简单计算，还要包括感受这个“规定”的合理性，并在这个过程中学会数学思考、感悟理性精神（参见例 80）。

#### （二）重视学生在学习活动中的主体地位

---

有效的数学教学活动是教师教与学生学的统一，应体现“以人为本”的理念，促进学生的全面发展。

1.学生是数学学习的主体，在积极参与学习活动的过程中不断得到发展。

学生获得知识，必须建立在自己思考的基础上，可以通过接受学习的方式，也可以通过自主探索等方式；学生应用知识并逐步形成技能，离不开自己的实践；学生在获得知识技能的过程中，只有亲身参与教师精心设计的教学活动，才能在数学思考、问题解决和情感态度方面得到发展（参见例 81）。

2.教师应成为学生学习活动的组织者、引导者、合作者，为学生的发展提供良好的环境和条件。

教师的“组织”作用主要体现在两个方面：第一，教师应当准确把握教学内容的数学实质和学生的实际情况，确定合理的教学目标，设计一个好的教学方案；第二，在教学活动中，教师要选择适当的教学方式，因势利导、适时调控、努力营造师生互动、生生互动、生动活泼的课堂氛围，形成有效的学习活动。

教师的“引导”作用主要体现在：通过恰当的问题，或者准确、清晰、富有启发性的讲授，引导学生积极思考、求知求真，激发学生的好奇心；通过恰当的归纳和示范，使学生理解知识、掌握技能、积累经验、感悟思想；能关注学生的差异，用不同层次的问题或教学手段，引导每一个学生都能积极参与学习活动，提高教学活动的针对性和有效性。

教师与学生的“合作”主要体现在：教师以平等、尊重的态度鼓励学生积极参与教学活动，启发学生共同探索，与学生一起感受成功和挫折、分享发现和成果。

3.处理好学生主体地位和教师主导作用的关系。

好的教学活动，应是学生主体地位和教师主导作用的和谐统一。一方面，学生主体地位的真正落实，依赖于教师主导作用的有效发挥；另一方面，有效发挥教师主导作用的标志，是学生能够真正成为学习的主体，得到全面的发展（参见例 31、例 51）。

实行启发式教学有助于落实学生的主体地位和发挥教师的主导作用。教师富有启发性的讲授；创设情境、设计问题，引导学生自主探索、合作交流；组织学生操作实验、观察现象、提出猜想、推理论证等，都能有效地启发学生的思考，使学生成为学习的主体，逐步学会学习。

（三）注重学生对基础知识、基本技能的理解和掌握

---

“知识技能”既是学生发展的基础性目标，又是落实“数学思考”“问题解决”“情感态度”目标的载体。

1. 数学知识的教学，应注重学生对所学知识的理解，体会数学知识之间的关联。

学生掌握数学知识，不能依赖死记硬背，而应以理解为基础，并在知识的应用中不断巩固和深化。为了帮助学生真正理解数学知识，教师应注重数学知识与学生生活经验的联系、与学生学科知识的联系，组织学生开展实验、操作、尝试等活动，引导学生进行观察、分析，抽象概括，运用知识进行判断。教师还应揭示知识的数学实质及其体现的数学思想，帮助生理清相关知识之间的区别和联系等。

数学知识的教学，要注重知识的“生长点”与“延伸点”，把每堂课教学的知识置于整体知识的体系中，注重知识的结构和体系，处理好局部知识与整体知识的关系，引导学生感受数学的整体性，体会对于某些数学知识可以从不同的角度加以分析、从不同的层次进行理解。

2. 在基本技能的教学中，不仅要使学生掌握技能操作的程序和步骤，还要使学生理解程序和步骤的道理。例如，对于整数乘法计算，学生不仅要掌握如何进行计算，而且要知道相应的算理；对于尺规作图，学生不仅要知道作图的步骤，而且要能知道实施这些步骤的理由。

基本技能的形成，需要一定量的训练，但要适度，不能依赖机械的重复操作，要注重训练的实效性。教师应把握技能形成的阶段性，根据内容的要求和学生的实际，分层次地落实。

#### （四）感悟数学思想，积累数学活动经验

数学思想蕴涵在数学知识形成、发展和应用的过程中，是数学知识和方法在更高层次上的抽象与概括，如抽象、分类、归纳、演绎、模型等。学生在积极参与教学活动的过程中，通过独立思考、合作交流，逐步感悟数学思想。

例如，分类是一种重要的数学思想。学习数学的过程中经常会遇到分类问题，如数的分类，图形的分类，代数式的分类，函数的分类等。在研究数学问题中，常常需要通过分类讨论解决问题，分类的过程就是对事物共性的抽象过程。教学活动中，要使学生逐步体会为什么要分类，如何分类，如何确定分类的标准，在分类的过程中如何认识对象的性质，如何区别不同对象的不同性质。通过多次反复的思考和长时间的积累，使学生逐步感悟分类是一种重要的思想。学会分类，可以有助于学习新的数学知识，有助于分析和解决新的数学问题。

---

数学活动经验的积累是提高学生数学素养的重要标志。帮助学生积累数学活动经验是数学教学的重要目标，是学生不断经历、体验各种数学活动过程的结果。数学活动经验需要在“做”的过程和“思考”的过程中积淀，是在数学学习活动中逐步积累的。

教学中注重结合具体的学习内容，设计有效的数学探究活动，使学生经历数学的发生发展过程，是学生积累数学活动经验的重要途径。例如，在统计教学中，设计有效的统计活动，使学生经历完整的统计过程，包括收集数据、整理数据、展示数据、从数据中提取信息，并利用这些信息说明问题。学生在这样的过程中，不断积累统计活动经验，加深理解统计思想与方法。

“综合与实践”是积累数学活动经验的重要载体。在经历具体的“综合与实践”问题的过程中，引导学生体验如何发现问题，如何选择适合自己完成的问题，如何把实际问题变成数学问题，如何设计解决问题的方案，如何选择合作的伙伴，如何有效地呈现实践的成果，让别人体会自己成果的价值。通过这样的教学活动，学生会逐步积累运用数学解决问题的经验。

#### （五）关注学生情感态度的发展

根据课程目标，广大教师要把落实情感态度的目标作为己任，努力把情感态度目标有机地融合在数学教学过程之中。设计教学方案、进行课堂教学活动时，应当经常考虑如下问题：

如何引导学生积极参与教学过程？

如何组织学生探索，鼓励学生创新？

如何引导学生感受数学的价值？

如何使学生愿意学，喜欢学，对数学感兴趣？

如何让学生体验成功的喜悦，从而增强自信心？

如何引导学生善于与同伴合作交流，既能理解、尊重他人的意见，又能独立思考、大胆质疑？

如何让学生做自己力所能及的事，并对自己做事情负责？

如何帮助学生锻炼克服困难的意志？

如何培养学生良好的学习习惯？

---

在教育教学活动中，教师要尊重学生，以强烈的责任心，严谨的治学态度，健全的人格感染和影响学生；要不断提高自身的数学素养，善于挖掘教学内容的教育价值；要在教学实践中善于用本标准的理念分析各种现象，恰当地进行养成教育。

#### （六）合理把握“综合与实践”的实施

“综合与实践”的实施是以问题为载体、以学生自主参与为主的学习活动。它有别于学习具体知识的探索活动，更有别于课堂上教师的直接讲授。它是教师通过问题引领、学生全程参与、实践过程相对完整的学习活动。

积累数学活动经验、培养学生应用意识和创新意识是数学课程的重要目标，应贯穿整个数学课程之中。“综合与实践”是实现这些目标的重要和有效的载体。“综合与实践”的教学，重在实践、重在综合。重在实践是指在活动中，注重学生自主参与、全过程参与，重视学生积极动脑、动手、动口。重在综合是指在活动中，注重数学与生活实际、数学与其他学科、数学内部知识的联系和综合应用。

教师在教学设计和实施时应特别关注的几个环节是：问题的选择，问题的展开过程，学生参与的方式，学生的合作交流，活动过程和结果的展示与评价等。

要使学生能充分、自主地参与“综合与实践”活动，选择恰当的问题是关键。这些问题既可来自教材，也可以由教师、学生开发。提倡教师研制、开发、生成出更多适合本地学生特点的且有利于实现“综合与实践”课程目标的好问题。

实施“综合与实践”时，教师要放手让学生参与，启发和引导学生进入角色，组织好学生之间的合作交流，并照顾到所有的学生。教师不仅要关注结果，更要关注过程，不要急于求成，要鼓励引导学生充分利用“综合与实践”的过程，积累活动经验、展现思考过程、交流收获体会、激发创造潜能。

在实施过程中，教师要注意观察、积累、分析、反思，使“综合与实践”的实施成为提高教师自身和学生素质的互动过程。

教师应该根据不同学段学生的年龄特征和认知水平，根据学段目标，合理设计并组织实施“综合与实践”活动。

#### （七）教学中应当注意的几个关系

##### 1. 面向全体学生与关注学生个体差异的关系

教学活动应努力使全体学生达到课程目标的基本要求，同时要关注学生的个体差异，促进每个学生在原有基础上的发展。

---

对于学习有困难的学生，教师要给予及时的关注与帮助，鼓励他们主动参与数学学习活动，并尝试用自己的方式解决问题、发表自己的看法，要及时地肯定他们的点滴进步，耐心地引导他们分析产生困难或错误的原因，并鼓励他们自己去改正，从而增强学习数学的兴趣和信心。对于学有余力并对数学有兴趣的学生，教师要为他们提供足够的材料和思维空间，指导他们阅读，发展他们的数学才能。

在教学活动中，要鼓励与提倡解决问题策略的多样化，恰当评价学生在解决问题过程中所表现出的不同水平；问题情境的设计、教学过程的展开、练习的安排等要尽可能地让所有学生都能主动参与，提出各自解决问题的策略，并引导学生通过与他人交流选择合适的策略，丰富数学活动的经验，提高思维水平。

## 2. “预设”与“生成”的关系

教学方案是教师对教学过程的“预设”，教学方案的形成依赖于教师对教材的理解、钻研和再创造。理解和钻研教材，应以本标准为依据，把握好教材的编写意图和教学内容的教育价值；对教材的再创造，集中表现在：能根据所教班级学生的实际情况，选择贴切的教学素材和教学流程，准确地体现基本理念和课程内容规定的要求。

实施教学方案，是把“预设”转化为实际的教学活动。在这个过程中，师生双方的互动往往会“生成”一些新的教学资源，这就需要教师能够及时把握，因势利导，适时调整预案，使教学活动收到更好的效果。

## 3. 合情推理与演绎推理的关系

推理贯穿于数学教学的始终，推理能力的形成和提高需要一个长期的、循序渐进的过程。义务教育阶段要注重学生思考的条理性，不要过分强调推理的形式。

推理包括合情推理和演绎推理。教师在教学过程中，应该设计适当的学习活动，引导学生通过观察、尝试、估算、归纳、类比、画图等活动发现一些规律，猜测某些结论，发展合情推理能力；通过实例使学生逐步意识到，结论的正确性需要演绎推理的确认，可以根据学生的年龄特征提出不同程度的要求。

在第三学段中，应把证明作为探索活动的自然延续和必要发展，使学生知道合情推理与演绎推理是相辅相成的两种推理形式。“证明”的教学应关注学生对证明必要性的感受，对证明基本方法的掌握和证明过程的体验。证明命题时，应要求证明过程及其表述符合逻辑，清晰而有条理（参见例 62）。此外，还可以恰当地引导学生探索证明同一命题的不同思路和方法，进行比较和讨论，激发学生对数学证明的兴趣，发展学生思维的广阔性和灵活性。

---

#### 4.使用现代信息技术与教学手段多样化的关系

积极开发和有效利用各种课程资源，合理地应用现代信息技术，注重信息技术与课程内容的整合，能有效地改变教学方式，提高课堂教学的效益。有条件的地区，教学中要尽可能地使用计算器、计算机以及有关软件；暂时没有这种条件的地区，一方面要积极创造条件改善教学设施，另一方面广大教师应努力自制教具以弥补教学设施的不足。

在学生理解并能正确应用公式、法则进行计算的基础上，鼓励学生用计算器完成较为繁杂的计算。课堂教学、课外作业、实践活动中，应当根据课程内容的要求，允许学生使用计算器，还应当鼓励学生用计算器进行探索规律等活动（参见例 28、例 50）。

现代信息技术的作用不能完全替代原有的教学手段，其真正价值在于实现原有的教学手段难以达到甚至达不到的效果。例如，利用计算机展示函数图像、几何图形的运动变化过程；从数据库中获得数据，绘制合适的统计图表；利用计算机的随机模拟结果，引导学生更好地理解随机事件以及随机事件发生的概率；等等。在应用现代信息技术的同时，教师还应注重课堂教学的板书设计。必要的板书有利于实现学生的思维与教学过程同步，有助于学生更好地把握教学内容的脉络。

### 三、教材编写建议

数学教材为学生的数学学习活动提供了学习主题、基本线索和知识结构，是实现数学课程目标、实施数学教学的重要资源。

数学教材的编写应以本标准为依据。教材编写要努力凸显特色，积极探索教材的多样化。教材所选择的学习素材应尽量与学生的生活现实、数学现实、其他学科现实相联系，应有利于加深学生对所要学习内容的数学理解。教材内容的呈现要体现数学知识的整体性，体现重要的数学知识和方法的产生、发展和应用过程；应引导学生进行自主探索与合作交流，并关注对学生人文精神的培养；教材的编写要有利于调动教师的主动性和积极性，有利于教师进行创造性教学。

课程内容是按照学段制订的，并未规定学习内容的呈现顺序。因此，教材可以在不违背数学知识逻辑关系的基础上，根据学生的数学学习认知规律、知识背景和活动经验，合理地安排学习内容，形成自己的编排体系，体现出自己的风格和特色。

#### （一）教材编写应体现科学性

---

科学性是对教材编写的基本要求。教材一方面要符合数学的学科特征，另一方面要符合学生的认知规律。

#### 1.全面体现本标准提出的理念和目标

教材的编写应以本标准为依据，在准确理解的基础上，全面体现和落实本标准提出的基本理念和各项目标。

#### 2.体现课程内容的数学实质

教材中学习素材的选择，图片、情境、实例与活动栏目等的设置，拓展内容的编写，以及其他课程资源的利用，都应当与所安排的数学内容有实质性联系，有利于提高学生对数学实质的理解，有利于提高学生对所学内容的兴趣。

#### 3.准确把握课程内容要求

本标准对于义务教育阶段的数学教学内容有明确和具体的目标要求，教材的编写应遵循学生的认知规律，准确地把握“过程目标”和“结果目标”要求的程度。例如，关于距离的概念，在第二学段要求“知道”两点间的距离，在第三学段要求“理解”两点间距离的意义，“能”度量两点间的距离。在编写相关内容时，一方面要把握好“知道”与“理解”“能”之间程度的差异，另一方面也要注意内容之间的衔接。

#### 4.教材的编写要有一定的实验依据

教材的内容、实例的设计、习题的配置等，要经过课堂教学的实践检验，特别是新增的内容要经过较大范围的实验，根据实践的结果推敲可行性，并不断改进与完善。

### （二）教材编写应体现整体性

教材编写应当体现整体性，注重突出核心内容，注重内容之间的相互联系，注重体现学生学习的整体性。

#### 1.整体体现课程内容的核心

教材的整体设计要体现内容领域的核心。本标准在设计思路中提出了几个核心词：数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想，以及应用意识和创新意识，它们是义务教育阶段数学课程内容的核心，也是教材的主线。因此，教材应当围绕这些核心内容进行整体设计和编排。

例如，在方程、不等式和函数的各部分内容编排中，应整体考虑模型思想的体现，突出建立模型、求解模型的过程。

---

再例如，推理能力包括合情推理和演绎推理，无论是“数与代数”“图形与几何”还是“统计与概率”的内容编排中，都要尽可能地为学生提供观察、操作、归纳、类比、猜测、证明的机会，发展学生的推理能力。

## 2.整体考虑知识之间的关联

教材的整体设计要呈现不同数学知识之间的关联。一些数学知识之间存在逻辑顺序，教材编写应有利于学生感悟这种顺序。一些知识之间存在着实质性的联系，这种联系体现在相同的内容领域，也体现在不同的内容领域。例如，在“数与代数”的领域内，函数、方程、不等式之间均存在着实质性联系；此外，代数与几何、统计之间也存在着一定的实质性联系。

帮助学生理解类似的实质性联系，是数学教学的重要任务。为此，教材在内容的素材选取、问题设计和编排体系等方面应体现这些实质性联系，展示数学知识的整体性和数学方法的一般性。

## 3.重要的数学概念与数学思想要体现螺旋上升的原则

数学中有一些重要内容、方法、思想是需要学生经历较长的认识过程，逐步理解和掌握的，如，分数、函数、概率、数形结合、逻辑推理、模型思想等。因此，教材在呈现相应的数学内容与思想方法时，应根据学生的年龄特征与知识积累，在遵循科学性的前提下，采用逐级递进、螺旋上升的原则。螺旋上升是指在深度、广度等方面都要有实质性的变化，即体现出明显的阶段性要求。

例如，函数是“数与代数”的重要内容，也是义务教育阶段学生比较难理解和掌握的数学概念之一，本标准在三个学段中均安排了与函数关联的内容目标，希望学生能够逐渐加深对函数的理解。因此，教材对函数内容的编排应体现螺旋上升的原则，分阶段逐渐深化。依据课程内容的要求，教材可以将函数内容的学习分为三个主要阶段：

第一阶段，通过一些具体实例，让学生感受数量的变化过程、以及变化过程中变量之间的对应关系，探索其中的变化规律及基本性质，尝试根据变量的对应关系作出预测，获得函数的感性认识。

第二阶段，在感性认识的基础上，归纳概括出函数的定义，并研究具体的函数及其性质，了解研究函数的基本方法，借助函数的知识和方法解决问题等，使得学生能够在操作层面认识和理解函数。

---

第三阶段，了解函数与其他相关数学内容之间的联系（例如，与方程之间、不等式之间的联系），使得学生能够一般性地了解函数的概念。

#### 4.整体性体现还应注意以下几点

配置习题时应考虑其与相应内容之间的协调性。一方面，要保证配备必要的习题帮助学生巩固、理解所学知识内容；另一方面，又要避免配置的习题所涉及的知识超出相应的内容要求。

教材内容的呈现既要考虑不同年龄学生的特点，又要使整套教材的编写体例、风格协调一致。

数学文化作为教材的组成部分，应渗透在整套教材中。为此，教材可以适时地介绍有关背景知识，包括数学在自然与社会中的应用、以及数学发展史的有关材料，帮助学生了解在人类文明发展中数学的作用，激发学习数学的兴趣，感受数学家治学的严谨，欣赏数学的优美。例如，可以介绍《九章算术》、珠算、《几何原本》、机器证明、黄金分割、CT技术、布丰投针等。

#### （三）教材内容的呈现应体现过程性

教材编写不是单纯的知识介绍，学生学习也不是单纯地模仿、练习和记忆。因此，教材应选用合适的学习素材，介绍知识的背景；设计必要的数学活动，让学生通过观察、实验、猜测、推理、交流、反思等，感悟知识的形成和应用。恰当地让学生经历这样的过程，对于他们理解数学知识与方法、形成良好的数学思维习惯、增强应用意识、提高解决问题的能力有着重要的作用。

##### 1.体现数学知识的形成过程

在设计一些新知识的学习活动时，教材可以展现“知识背景—知识形成—揭示联系”的过程。这个过程要有利于激发学习兴趣，理解数学实质，发展思考能力，了解知识之间的关联。例如，分数、负数和无理数的引入都可以体现这样的过程。

##### 2.反映数学知识的应用过程

教材应当根据课程内容，设计运用数学知识解决问题的活动。这样的活动应体现“问题情境—建立模型—求解验证”的过程，这个过程要有利于理解和掌握相关的知识技能，感悟数学思想、积累活动经验；要有利于提高发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力，增强应用意识和创新意识。

每一册教材至少应当设计一个适用于“综合与实践”学习活动的题材，这样的题材可以以“长作业”的形式出现，将课堂内的数学活动延伸到课堂外，经历收集数

---

据、查阅资料、独立思考、合作交流、实践检验、推理论证等多种形式的活动。提倡在教材中设计更为丰富的“综合与实践”活动题材，供教师选择。

#### （四）呈现内容的素材应贴近学生现实

素材的选用应当充分考虑学生的认知水平和活动经验。这些素材应当在反映数学本质的前提下尽可能地贴近学生的现实，以利于他们经历从现实情境中抽象出数学知识与方法的过程。学生的现实主要包含以下三个方面：

##### 1.生活现实

在义务教育阶段的数学课程中，许多内容都可以在学生的生活实际中找到背景。

第一学段，学生所感知的的生活面较窄，从他们身边熟悉的、有趣的事物中选取学习素材，容易激发他们学习数学的兴趣，使他们感受到数学就在自己的身边，也易于他们理解相关的数学知识，体会到数学的作用。

第二学段、第三学段，学生的活动空间有了较大的扩展，他们感兴趣的问题已拓展到客观世界的许多方面，他们逐渐关注来源于自然、社会中更为广泛的现象和问题，对具有一定挑战性的内容表现出更大的兴趣。因此，教材所选择的素材应尽量来源于自然、社会中的现象和问题。如与现实生活有关的图片和图形（照片、简单的模型图、平面图、地图等），使学生感受到数学的价值和趣味。

##### 2.数学现实

随着数学学习的深入，学生所积累的数学知识和方法就成为学生的“数学现实”，这些现实应当成为学生进一步学习数学的素材。选用这些素材，不仅有利于学生理解所学知识的内涵，还能够更好地揭示相关数学知识之间的内在关联，有利于学生从整体上理解数学，构建数学认知结构。例如，因式分解知识的引入可以借助整数的分解，平行四边形概念的引入可以借助三角形，等等。

##### 3.其他学科现实

数学的许多内容与其他学科知识有着密切的联系，随着学生学习的深入，其他学科的知识也就成为学生的“现实”，教材在选择数学学习素材时应当予以关注。

#### （五）教材内容设计要有一定的弹性

按照本标准的要求，教材的编写要面向全体学生，也要考虑到学生发展的差异，在保证基本要求的前提下，体现一定的弹性，以满足学生的不同需求，使不同的人能在数学上得到不同的发展，也便于教师发挥自己的教学创造性。例如：

##### 1.就同一问题情境提出不同层次的问题或开放性问题。

- 
- 2.提供一定的阅读材料，包括史料、背景材料、知识应用等，供学生选择阅读。
  - 3.习题的选择和编排突出层次性，设置巩固性问题、拓展性问题、探索性问题等；凡不要求全体学生掌握的习题，需要明确标出。
  - 4.在设计综合与实践活动时，所选择的课题要使所有的学生都能参与，不同的学生可以通过解决问题的活动，获得不同的体验。
  - 5.编入一些拓宽知识或者方法的选学内容，增加的内容应侧重于介绍重要的数学概念、数学思想方法，而不应该片面追求内容的深度、问题的难度、解题的技巧。
  - 6.设计一些课题和阅读材料，引导学生借助算盘、函数计算器、计算机等工具，进行探索性学习活动。

#### （六）教材编写要体现可读性

教材应具备可读性，易于学生接受，激发学生学习兴趣，为学生提供思考的空间。教材可读与否，对不同学段的学生具有不同的标准。因此，教材的呈现应当在准确表达数学含义的前提下，符合学生年龄特征，从而有助于他们理解数学。

对于第一学段的学生，可以采用图片、游戏、卡通、表格、文字等多种方式，直观形象、图文并茂、生动有趣地呈现素材，提高他们的学习兴趣。

对于第二学段的学生，由于他们具备了一定的文字理解和表达能力，所以教材的呈现应在运用学生感兴趣的图片、表格、文字等形式的同时，逐渐增加数学语言的比重。

对于第三学段的学生，随着数学学习、语言学习的深入，他们使用文字和数学符号的能力已经有了一定程度的发展。教材的呈现可以将实物照片、图形、图表、文字、数学符号等多种形式结合起来。

### 3. Annexe 3 Le plan d'enseignement du cours de fraction de Classe Niveau 5 : Fen Bing (分饼)

#### « 分饼 » 教学设计表

<b>一、基本信息</b>			
学校	沈阳市苏家屯区陈相九年一贯制学校		
课名	分饼	教师姓名	张桂芹
学科（版本）	数学（北京师范大学出版社）	章节	第五章第3节
学时	一课时	年级	五年级
<b>二、教学目标</b>			
<p>1、结合具体情境，经历认识真分数、假分数和带分数的过程，理解真分数、</p> <p>2、认识真分数、假分数和带分数，会读写假分数和带分数。</p> <p>3、了解真分数、假分数和1的关系。</p>			
<b>三、学习者分析</b>			
<p>本节课内容是认识真分数、假分数和带分数，是在学生进一步认识分数意义的基础上教学的，根据我班学生的特点，他们喜欢动手操作，自主探究，合作交流，敢于发表自己的见解，有较好的学习数学的能力。但是，对于学生来说，虽然已初步认识过真分数，但对于真分数、假分数和带分数产生的过程及实际含义还比较困难，在“分饼”活动中学生由具体的分数抽象到他们的产生与意义，从内容本身及研究问题的方法，让学生在解决问题上得到一种能力的提高。</p>			
<b>四、教学重难点分析及解决措施</b>			
<p>教学重点：让学生在分饼的情境中理解真分数、假分数和带分数的意义。</p> <p>教学难点：明确假分数和带分数的关系。</p> <p>措施：充分运用多媒体触控一体机中（聚光灯，幕布，书写、拖动、擦除、克隆等功能），小组两次操作活动，用操作一解决操作二的问题，让学生剪一剪、拼一</p>			

拼、画一画，在活动中感知数学，在操作活动中明确真分数、假分数、带分数的特点，会根据特点会进行判断、举例、互化进一步了解假分数和带分数的关系。

### 五、教学设计

教学环节	起止时间 (“-”)	环节目标	教学内容	学生活动	媒体作用及 分析
创设情境	(0'- 1'20")	提出问题	课 前 播 放 《白龙马》 儿童主题曲	欣赏歌曲 《白龙马》	利用多媒体 触控一体机 播放功能， 激发学生学 习的积极性
复习 旧知	(2'49"- 5'5")	温故知新 为新课铺垫	1、填空 2 用分数表 示图形的涂 色部分	学生填写	利用多媒体 触控一体机 中书写、拖 动、旋转功 能使学生能 够带着问题 去探索与思 考。
操作探索 活动一	(6'46"- 8'39")	1、发现问 题	3 张饼平均 分给 4 个 人，每人分 得多少张饼	小组交流， 动手操作 圆 片 代 表 饼 ， 剪 一	激发学生参 与热情，提 高小组合作 学习效率，

			呢?	剪，拼一拼，画一画。	给每位学生参与的机会。
	(10'10"-12'23")	2、展示交流  3、探究方法	真分数的特点  分子比分母小的分数叫做真分数。 真分数小于1	各小组汇报分法及分得的结果。第一种分法：一张一张分 第二种分法：3张一起分。生演示 学生总结方法。	要求学生演示不同的方法从中培养学生的情感与学生发言的能力。  运用多媒体触控一体机幕布、书写笔、拖动、聚光灯功能使每个学生都能够去经历探索知识的过程。
操作探索 活动二	(16'01"-23'58")	用操作一解决操作二的问题	5张饼平均分给4个人，每人分得多少张饼呢?	利用手中的圆片，通过剪、拼、画等方法来验证一下，同时在小组内说一说你的想法和验证	

		<p>揭示概念</p>	<p>操作演示： 显示教材的分法图</p> <p>一基本练习</p> <p>1、我会归类 2、比较大 小 3、用真假分数表示涂</p>	<p>的 结 果</p> <p>读 写 假 分 数、带 分 数，了解假 分数、带分 数与 1 的关 系 学生举例： 假分数和带 分数</p> <p>学生总结出 带分数大于 1</p> <p>指明学生用 多媒体触控 一体机写 出，其他同</p>	<p>运用多媒体 触控一体机 幕布、聚光 灯、拖动、 书写、擦 除、克隆功 能促进学生 主动学习， 激发学习兴 趣</p>
--	--	-------------	---	---	---

<p>巩固新知</p>	<p>(23'03"-38'51")</p>	<p>假分数的特点。这样的练习既注重了基础，也可以跃了课堂气氛，调动学生积极性</p>	<p>色部分</p> <p>4、判断</p> <p>二提高应用</p> <p>1、圈出比 1 大的分数</p> <p>2 用数字 1、3、5 组成一个最大的带分数和一个最小的带分数</p> <p>三拓展练习</p> <p>在图上面填假分数，在下面填带分数</p> <p>四变式练习</p> <p>用假分数和带分数表示阴影部分</p>	<p>学可以进行补充</p> <p>学生判断对错，错的要说原因</p> <p>学生在到前面、本上书写</p> <p>纠正书写错误</p> <p>学生说书写假分数和带分数方法： 假分数：先找假分数的分母，再找</p>	<p>运用多媒体触控一体机的书写、拖拽、擦除、修改功能调动学生主动学习，能够增添课堂趣味性并激发学生学习的积极性、主动性</p>
-------------	------------------------	---	--	---	--

<p>课堂总结</p>	<p>(38'56"-40')</p>	<p>加深学生对 本课所学知 识的理解和 掌握</p>	<p>这节课我们 我们交了几 个朋友？你 能用简洁的 语言总结 吗？</p>	<p>假分数的分 子。 带分数：先 确定整数部 分，再确定 分数部分的 分子  学生口述本 节课学习的 主要内容</p>	<p>看板书学生 口述本节课 学习的主要 内容</p>
-------------	---------------------	---	--	--	---

---

## Table des matières

<b>Résumé.....</b>	<b>3</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>4</b>
<b>摘要.....</b>	<b>5</b>
<b>Remerciements .....</b>	<b>6</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>7</b>
<b>PARTIE 1 : Approches historique et contextuelle du concept de fraction et de son enseignement.....</b>	<b>10</b>
<b>1. Retour sur les travaux d'Alahmadati par rapport au concept de fraction à l'école primaire en France et poursuite du travail dans le contexte chinois.....</b>	<b>11</b>
<b>1.1. Rappel succinct sur l'origine du concept de fraction en dehors de la Chine</b>	<b>11</b>
1.1.1. Les fractions en Mésopotamie.....	11
1.1.2. Les fractions en Égypte.....	13
1.1.3. Les fractions en Grèce.....	14
1.1.4. Les fractions en Inde.....	14
1.1.5. Les fractions au Moyen-Orient.....	15
1.1.6. Les fractions en Occident.....	15
<b>1.2. Enseignement des fractions à l'école élémentaire en France.....</b>	<b>16</b>
<b>2. Les mathématiques en Chine ancienne.....</b>	<b>18</b>
<b>2.1. Cinq étapes du développement des mathématiques en Chine ancienne</b>	<b>18</b>
2.1.1. L'origine des mathématiques antiques.....	19
2.1.1.1. Apparition du concept de nombres.....	19
2.1.1.2. Apparition du système de numération.....	20
2.1.1.3. Les mathématiques de l'époque Zhou .....	21
2.1.1.4. Les mathématiques sous la dynastie Qin.....	21
2.1.2. La formation du système des mathématiques antiques de la Chine .....	22
2.1.2.1. Les baguettes à calculer et leur utilisation .....	22
2.1.2.2. Les neuf chapitres sur l'art mathématique.....	23
2.1.3. Le développement des mathématiques des Trois Royaumes aux Tang.....	24
2.1.3.1. Les travaux de Liu Hui .....	24
2.1.3.2. Les travaux de He Chengtian et Zu Chongzhi .....	25
2.1.3.3. Le Sun Zi Suanjing et Zhang Qiujian Suanjing .....	26

2.1.3.4.	Les mathématiques de l'époque Sui au Tang.....	26
2.1.4.	La floraison des mathématiques sous les Song et les Yuan.....	27
2.1.4.1.	Méthode de l'équation des réalisations numériques .....	27
2.1.4.2.	Quatre mathématiciens exceptionnels .....	27
2.1.5.	La fusion des mathématiques antiques chinoises et occidentales .....	28
<b>2.2.</b>	<b>Les commentaires sur les mathématiques antiques de la Chine.....</b>	<b>29</b>
2.2.1.	Les caractères des mathématiques antiques de la Chine .....	30
2.2.2.	La place et la signification des mathématiques antiques de la Chine.....	30
<b>3.</b>	<b>Le concept de fraction d'un point de vue étymologique et historique en</b>	
<b>Chine</b>	<b>31</b>	
<b>3.1.</b>	<b>L'apparition et le développement du concept de fraction en Chine</b>	
<b>ancienne</b>	<b>31</b>	
3.1.1.	Le nombre et le système de numération en Chine au fil du temps .....	31
3.1.1.1.	La première forme : Numération archaïque .....	32
3.1.1.2.	La deuxième forme : Système positionnel .....	32
3.1.1.3.	L'apparition du zéro.....	33
3.1.1.4.	Le système de numération d'aujourd'hui.....	33
3.1.2.	La notion de fraction et les différentes expressions en langue chinoise .....	34
3.1.3.	Quelques procédures de calcul fractionnaire dans le Jiu Zhang Suan Shu....	36
3.1.3.1.	Procédure de simplification des parts (yuefen shu) .....	38
3.1.3.2.	Procédure d'addition des fractions (hefen shu).....	39
3.1.3.3.	Les autres procédures dans le chapitre Fang Tian.....	40
3.1.4.	Le concept de fraction dans le Mo Zi, Guan Zi et Shang Jun Shu.....	41
3.1.5.	Le concept de fraction dans l'Art de la guerre .....	42
3.1.6.	Le concept de fraction dans le Qin Jian .....	43
<b>4.</b>	<b>Le concept de fraction d'un point de vue mathématique .....</b>	<b>43</b>
<b>4.1.</b>	<b>Définitions mathématiques de la fraction.....</b>	<b>43</b>
4.1.1.	Définition selon la notion de partie d'un tout .....	44
4.1.2.	Définition selon la notion de quotient.....	44
4.1.3.	Définition selon la notion de rapport .....	45
4.1.4.	Définition axiomatique .....	45
<b>4.2.</b>	<b>Apports de la notion de fractions qui aident les élèves à mieux</b>	
<b>comprendre le concept de la fraction .....</b>	<b>46</b>	
4.2.1.	Les recherches sur la notion d'Unité 1.....	46
4.2.2.	Les représentations des notions de fraction .....	47
4.2.3.	La transformation des représentations des notions de fraction.....	47

<b>5. Questions autour de l'enseignement des fractions en Chine .....</b>	<b>48</b>
<b>5.1. La langue de scolarisation en Chine.....</b>	<b>49</b>
<b>5.2. Le système éducatif en Chine .....</b>	<b>49</b>
5.2.1. Présentation générale du système éducatif chinois.....	50
5.2.2. La scolarité obligatoire.....	52
5.2.3. La gratuité de la scolarité .....	53
<b>5.3. L'évolution des programmes de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire(小学数学教学大纲) en Chine de 1949 à 2000 .....</b>	<b>54</b>
5.3.1. L'imitation les programmes soviétiques de 1949 à 1957.....	54
5.3.2. L'exploration et la création d'un système d'éducation chinoise en mathématiques de 1958 à 1965.....	55
5.3.3. La révolution culturelle en Chine de 1966 à 1976.....	55
5.3.4. La récupération et le réajustement des programmes de 1977 à 1985.....	56
5.3.5. L'instruction obligatoire de 1986 à 2000 .....	56
<b>5.4. Les programmes de l'enseignement (教学大纲) et le Standard du curriculum (课程标准).....</b>	<b>57</b>
<b>5.5. Les manuels scolaires des cours de mathématiques en Chine.....</b>	<b>59</b>
5.5.1. Le manuel scolaire (教科书) : sa place et son rôle.....	59
5.5.2. Trois étapes de développement des manuels scolaires en Chine.....	60
5.5.2.1. La récupération du système de manuel scolaire à l'école primaire (1978-1985).....	60
5.5.2.2. Le tâtonnement d'une variété des versions de manuel scolaire (1986-2000).....	61
5.5.2.3. La diversité des manuels scolaires de mathématiques(2001-aujourd'hui) .....	61
5.5.3. Les suggestions dans le standard de curriculum 2011 pour la rédaction des manuels scolaires .....	62
<b>5.6. Enseignement des fractions à l'école primaire.....</b>	<b>63</b>
 <b>PARTIE 2 : Approche théorique autour des questions de l'enseignement des fractions dans une perspective multiculturelle .....</b>	 <b>65</b>
<b>1. Recherche sur les approches ethnomathématiques .....</b>	<b>66</b>
<b>1.1. Ethnomathématiques au sens de D'Ambrosio .....</b>	<b>66</b>
1.1.1. Ethnomathématiques : les aspects culturels des mathématiques.....	66
1.1.2. Le programme ethnomathématique .....	68
<b>1.2. Les recherches sur l'approche ethnomathématique en Chine.....</b>	<b>68</b>
1.2.1. La culture ethnomathématique et l'éducation mathématique.....	68
1.2.1.1. La culture mathématique et la culture ethnomathématique.....	69
1.2.1.2. La culture ethnomathématique et l'éducation mathématique .....	69

---

1.2.2. Remarques sur l'ethnomathématique pour les réformes des cours mathématiques.....	70
<b>2. Registres sémiotiques de représentation en mathématiques selon Duval</b>	<b>71</b>
2.1. Les représentations internes et externes.....	72
2.2. La notion de registres sémiotiques de représentation dans notre recherche	73
2.3. Les trois registres de représentations sémiotiques possibles pour les fractions	74
<b>3. Autour des apports de la théorie de champs conceptuels selon Vergnaud</b>	<b>75</b>
3.1. La théorie des champs conceptuels pour analyser la construction des connaissances.....	77
3.2. Le manuel scolaire à la lumière des champs conceptuels .....	78
<b>4. Retour sur quelques concepts de la didactique des mathématiques....</b>	<b>79</b>
4.1. La transposition didactique.....	79
4.1.1. La transposition externe dans les manuels scolaires de mathématique .....	80
La première étape de cette transformation .....	80
4.1.2. La transposition interne.....	82
4.1.3. Les fractions : transposition didactique du savoir en jeu .....	82
4.2. Une approche systémique par le triangle didactique .....	84
4.3. La théorie des situations didactiques de Brousseau .....	85
4.3.1. Situation didactique et situation adidactique .....	86
4.3.2. Le contrat didactique .....	87
<b>5. Les recherches sur les pratiques enseignantes .....</b>	<b>88</b>
5.1. Différentes approches sur les pratiques enseignantes.....	88
5.2. La vidéo comme outil d'analyse des pratiques en salle de class .....	88
5.2.1. Avantages des données vidéographiques.....	89
5.2.2. Limitations des données vidéographiques.....	90
<b>6. La pédagogie des mathématiques en Chine.....</b>	<b>90</b>
6.1. Les suggestions d'enseignement du cours de mathématiques sous le nouveau Standard du curriculum chinois 2011.....	90
6.2. Méthode pédagogique d'enseignement par la conduite de l'enseignant ( 导学式教学法) dans l'enseignement du concept de fraction.....	91

<b>7. Problématique et hypothèses de notre recherche.....</b>	<b>92</b>
7.1. Problématisation.....	92
7.2. Hypothèses.....	93
<b>PARTIE 3 Approches méthodologiques de la construction et des traitements et analyses des données et de leurs interprétations .....</b>	<b>94</b>
<b>1. Méthodes de construction et traitements des données .....</b>	<b>95</b>
1.1. Réflexion sur la méthodologie de notre recherche.....	95
1.2. Les manuels scolaires choisis .....	95
1.2.1. Le contexte du choix des manuels scolaires .....	96
1.2.2. Les deux éditions de manuels scolaires choisies.....	97
1.3. Construction de la grille d'analyse.....	97
1.4. Construction des données par les observations vidéographiques.....	98
1.4.1. Choix de la vidéographie du cours de mathématiques enregistré sur le terrain	98
1.4.1.1. Le contexte d'observation.....	98
1.4.1.2. Les enregistrements vidéographiques .....	99
1.4.2. Choix de vidéographies du cours mathématiques enregistré par la maison d'édition	99
1.5. Transana : logiciel de traitement des données vidéographiques.....	100
1.5.1. Description de l'interface .....	100
1.5.2. Analyse des intérêts de traitement.....	101
<b>2. Analyses des données construites sur les manuels scolaires.....</b>	<b>103</b>
2.1. L'analyse des arrangements des contenus concernant la fraction dans les manuels de Classe Niveau 3 et Classe Niveau 5.....	103
2.1.1. La structure de l'unité de Fraction dans les manuels .....	105
2.1.1.1. La structure de l'unité de Fraction dans les deux éditions de manuels scolaires de Classe Niveau 3	106
2.1.1.2. La structure de l'unité de Fraction dans les deux éditions de manuels scolaires de Classe Niveau 5	107
2.1.2. La place réservée à l'unité de Fraction dans les manuels .....	110
2.1.2.1. La place réservée à l'unité de Fraction dans les manuels de Classe Niveau 3 ....	110
2.1.2.2. La place réservée à l'unité de Fraction dans les manuels de Classe Niveau 5 ....	110
2.1.3. Répartition des savoirs de fraction dans l'unité de Fraction.....	111
2.1.3.1. Répartition des savoirs de fraction dans les manuels de Classe Niveau 3 .....	111
2.1.3.1. Répartition des savoirs de fraction dans les manuels de Classe Niveau 5 .....	113
2.2. Présentation des activités par rapport au concept de fraction .....	116

2.2.1.	Répartition des significations de fractions dans les manuels.....	116
2.2.2.	Type des modèles utilisé dans les activités pour présenter le concept de fraction	118
2.2.3.	Type des illustrations utilisé pour la description des activités .....	120
2.2.4.	Degré d'ouverture des activités d'exemple.....	122
2.2.5.	La présentation des cultures ethnomathématiques.....	122
<b>2.3.</b>	<b>Interprétations et mise à l'épreuve des hypothèses.....</b>	<b>124</b>
2.3.1.	Les caractéristiques d'arrangement des savoirs concernant le concept de fraction dans les deux éditions de manuels scolaires .....	125
2.3.2.	Mise à l'épreuve des hypothèses 01 et 02 .....	125
<b>3.</b>	<b>Analyse des données vidéographiques des cours sur les fractions à l'école primaire en Chine .....</b>	<b>126</b>
<b>3.1.</b>	<b>L'analyse des vidéos du cours de fraction à l'école primaire .....</b>	<b>127</b>
3.1.1.	L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 3 "Le partage (分一分)"	127
3.1.1.1.	L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel.....	127
3.1.1.2.	L'objectif pédagogique de cette séance .....	128
3.1.1.3.	Le déroulement du cours.....	128
3.1.2.	L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 5 " La notion de fraction revisitée (分数的再认识 一)" .....	131
3.1.2.1.	L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel.....	131
3.1.2.2.	L'objectif pédagogique de cette séance .....	131
3.1.2.3.	Le déroulement du cours.....	132
3.1.3.	L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 5 " La notion de fraction revisitée (分数的再认识 二)" .....	135
3.1.3.1.	L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel.....	135
3.1.3.2.	L'objectif pédagogique de cette séance .....	135
3.1.3.3.	Le déroulement du cours.....	135
3.1.4.	L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 5 " La division du gâteau(分饼)"	142
3.1.4.1.	L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel.....	142
3.1.4.2.	L'objectif pédagogique de cette séance .....	142
3.1.4.3.	Le déroulement du cours.....	142
3.1.5.	L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 5 " La fraction et la division (分数与除法 一)" .....	145
3.1.5.1.	L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel.....	145
3.1.5.2.	L'objectif pédagogique de cette séance .....	145

---

3.1.5.3. Le déroulement du cours.....	146
3.1.6. L'analyse du cours de fraction de Classe Niveau 5 “ La fraction et la division (分数与除法二)” .....	148
3.1.6.1. L'analyse des contenus de cette séance dans le manuel scolaire .....	148
3.1.6.2. L'objectif pédagogique de cette séance .....	148
3.1.6.3. Le déroulement du cours.....	148
<b>3.2. Mise à l'épreuve des hypothèses.....</b>	<b>152</b>
<b>Conclusion.....</b>	<b>153</b>
<b>Bibliographie .....</b>	<b>156</b>
<b>Sitographie.....</b>	<b>162</b>
<b>Documents vidéographiques.....</b>	<b>163</b>
<b>Index Auteurs.....</b>	<b>164</b>
<b>Index Mots clé .....</b>	<b>165</b>
<b>Index des figures et des graphiques .....</b>	<b>166</b>
<b>Index Tableaux.....</b>	<b>170</b>
<b>Annexes.....</b>	<b>172</b>
<b>1. Annexe 1 Les Neuf Chapitres : Fang Tian (九章算术：方田).....</b>	<b>172</b>
<b>2. Annexe 2 Le standard du curriculum de mathématiques pour l'instruction obligatoire 2011 (extrait des suggestions sur la conception pédagogique et la rédaction des manuels scolaires).....</b>	<b>176</b>
<b>3. Annexe 3 Le plan d'enseignement du cours de fraction de Classe Niveau 5 : Fen Bing (分饼).....</b>	<b>188</b>