UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE / MATHSTIC

IMT Atlantique
Bretagne-Pays de la Loire
École Mines-Télécom

THÈSE DE DOCTORAT DE

L'**É**COLE **N**ATIONALE **S**UPÉRIEURE **M**INES-**T**ÉLÉCOM **A**TLANTIQUE
BRETAGNE **P**AYS DE LA **L**OIRE - **IMT ATLANTIQUE**
COMUE **U**NIVERSITE **B**RETAGNE **L**OIRE

École Doctorale N° 601
Mathématiques et Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication
Spécialité : *Automatique*

Par

Simon MUSTAKI

Outils de pré-calibration numérique des lois de commande de systèmes de systèmes : Application aux aides à la conduite et au véhicule autonome

Thèse présentée et soutenue à Nantes, le 08 juillet 2019

Unité de recherche : Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N)

Thèse N° : 2019IMTA0142

Rapporteurs avant soutenance :

M. Pierre Apkarian, Directeur de Recherche, ONERA
M. Jamal Daafouz, Professeur, ENSEM

Composition du jury :

Président :	M. Saïd Mammar, Professeur, Université d'Évry Val-d'Essonne
Examinateurs :	Mme Elena Panteley, Directrice de Recherche CNRS, Centrale-Supélec
	M. Pierre Apkarian, Directeur de Recherche, ONERA
	M. Jamal Daafouz, Professeur, ENSEM
	M. Mohamed Yagoubi, Maître Assistant, IMT Atlantique
	M. François Fauvel, Docteur-Ingénieur, Renault
	M. Pedro Kvieska, Docteur-Ingénieur, Renault
Dir. de thèse :	M. Philippe Chevrel, Professeur, IMT Atlantique
Invités :	M. Saïd Moussaoui, Professeur, École Centrale de Nantes
	M. Emmanuel Arnoux, Docteur-Ingénieur, Renault

Remerciements

Je tiens à exprimer ma gratitude, ma reconnaissance et mes profonds remerciements à mon directeur de thèse Philippe Chevrel ainsi qu'à mes co-encadrants Mohamed Yagoubi, François Fauvel et Pedro Kvieska pour leur soutien et leurs conseils tout au long de ces trois années de thèse. Je tiens à souligner leur profond investissement et leurs importantes contributions dans mes travaux. J'ai particulièrement aimé nos échanges, toujours constructifs (ou presque !) qui m'ont permis de toujours aller plus loin.

Je voudrais remercier M. Pierre Apkarian et M. Jamal Daafouz pour avoir pris le temps d'évaluer cette thèse et pour leurs remarques et questions qui m'ont aidées à finaliser le manuscrit. Merci également au reste du jury qui m'ont fait l'honneur de bien vouloir participer à la soutenance : M. Saïd Mammar, Mme Elena Panteley et M. Saïd Moussaoui.

Du côté du labo, je tiens à remercier Fabien, Bruce, Johan, Anh-Tu, Paul, Béatrice, Yishen, Vincent sans qui les pauses café n'auraient pas été aussi sympas !

Côté Renault, je remercie mes collègues des équipes ADAS pour leur accueil chaleureux et la qualité des échanges techniques. Merci donc à Joan, Iris, Thibault, Julien, Emeric, Raphaël, Yann, Maud, Renaud, Pape, Sébastien, Salam, Pascal, Clément, Alain, Mathieu et Anh-Lam. Merci beaucoup à Jon, Luc et Maxime grâce à qui j'ai pu réaliser mes essais.

Enfin et surtout, je veux remercier ma famille et mes amis pour leur immense soutien.

Table des matières

Table des matières v
Table des figures x
Liste des tableaux xi
Abréviations xiii
Notations xv

1 Introduction Générale **1**
1.1 Motivations de la thèse 1
1.2 Contributions principales 4
1.3 Organisation du manuscrit 5

2 État de l'Art du Contrôle Latéral d'un Véhicule Routier **9**
2.1 Positionnement du Problème - Présentation du LCA 9
2.2 État de l'Art du Contrôle Latéral d'un Véhicule 11
2.2.1 Les stratégies de commande temporelles 13
2.2.2 Les stratégies de commande fréquentielles 16
2.2.3 Autres stratégies de commande 19
2.2.4 Conclusion sur les stratégies de commande 25
2.2.5 Techniques d'optimisation pour la synthèse multi-objectif 25
2.3 Conclusion - Choix Méthodologiques 30

3 Dynamique Latérale d'un Véhicule Routier **37**
3.1 Définition des Repères de Travail 38
3.2 Modèle « Bicyclette » du Véhicule 38
3.2.1 État de l'Art de la modélisation véhicule 39
3.2.2 Modèle bicyclette 40
3.3 Le Gradient de Sous-Virage 45
3.3.1 Définition 45
3.3.2 Caractéristiques 48
3.3.3 Mesure du gradient de sous-virage 50
3.4 La Direction Assistée Électrique (DAE) 51
3.5 Les Capteurs 54
3.5.1 Les capteurs extéroceptifs 54

3.5.2 Les capteurs proprioceptifs . . . 55
3.6 La Dynamique de la Route . . . 56
3.6.1 Conception géométrique des routes . . . 56
3.7 La Simulation Haute Représentativité . . . 59
3.7.1 Contexte . . . 59
3.7.2 MADA (*Modélisation Avancée de Dynamique Automobile*) . . . 59

4 Contrôle Latéral d'un Véhicule : Vers une Pré-Calibration Optimisée 63
4.1 Contexte . . . 64
4.2 Architecture de la Boucle de Commande . . . 64
4.3 Représentation d'État de la Boucle Fermée en Présence d'Incertitudes . . . 70
4.4 Méthodologie . . . 72
4.4.1 Avant-propos . . . 73
4.4.2 Du modèle incertain au multi-modèle . . . 77
4.4.3 Du mono-scénario au multi-scénario . . . 87
4.4.4 Critères d'optimisation . . . 95
4.4.5 Formulation complète du problème de commande . . . 100
4.5 Résultats . . . 103
4.5.1 Simulations . . . 103
4.5.2 Essais sur piste . . . 109
4.6 Conclusion - Limitations de la Structure . . . 113

5 Des Structures Alternatives Pertinentes 117
5.1 Structure de rétroaction . . . 117
5.1.1 Retour d'état filtré . . . 118
5.1.2 Retour de sortie statique . . . 118
5.1.3 Comparaison . . . 120
5.2 Générateur de trajectoire de référence / feedforward . . . 125

Conclusion 129

Annexes 133
A Calcul du Feedforward du LCA . . . 135
A.1 Approximation du 1er ordre . . . 135
A.2 Approximation du 2nd ordre . . . 137
A.3 Comparaison à travers un exemple pratique . . . 139
B Rappel sur les normes des signaux & systèmes . . . 143
B.1 Notations . . . 143
B.2 Norme H_2 . . . 143

B.3 Norme H_∞ 144
B.4 Relations entrée-sortie et gains induits des systèmes 145
C Écart latéral à une distance de visée 147
D Comparaison de Deux Approches Pour le Retour de Sortie Statique Robuste H_2 Pour le Contrôle Latéral d'un Véhicule Routier 149

Bibliographie **169**

Table des figures

1.1 Standard SAE J3016 : Définition des niveaux d'autonomie des aides à la conduite 2

2.1 Exemple de caractérisation du louvoiement acceptable par un client pour une vitesse de 90km/h en ligne droite . . . 11
2.2 Architecture globale des véhicules autonomes . . . 12
2.3 Schéma de principe du problème H_∞ ou H_2 standard . . . 17

3.1 Définition des repères de travail . . . 38
3.2 Les différents mouvements du véhicule . . . 39
3.3 Représentation et notation du modèle bicyclette dans le cas où seules les roues avant sont directrices . . . 42
3.4 L'angle d'Ackermann . . . 46
3.5 Variation de l'angle de braquage en fonction de la vitesse longitudinale. . . . 49
3.6 Effet du gradient de sous-virage dans un virage . . . 50
3.7 Représentation 3D d'une DAE colonne . . . 52
3.8 Chaîne d'action d'une DAE Colonne . . . 52
3.9 Niveau d'assistance en fonction du couple conducteur et de la vitesse véhicule. . 52
3.10 Capteurs extéroceptifs d'une voiture et les systèmes d'Aides à la Conduite associés 55
3.11 Les clothoïdes comme raccordement de deux portions de route . . . 58
3.12 Architecture d'un modèle véhicule complexe . . . 60

4.1 Structure de commande du LCA . . . 65
4.2 Interpolation des contrôleurs . . . 73
4.3 Combinaisons de M_{tot}, C_f et C_r telles que ∇_{sv} reste entre 1 et 5 $°/(m/s^2)$ . . . 83
4.4 Volumes convexes des ensembles incertains correspondants aux 3 approches pour traiter le multi-modèle . . . 88
4.5 Modèle générateur ou filtre prédicteur . . . 89
4.6 Réponse impulsionnelle du modèle de courbure conçu pour un scénario à 90 km/h. 92
4.7 Exemples de dynamiques de routes prises en compte lors de la synthèse . . . 93
4.8 Diagrammes de Bode de W_ρ (en bleu) et de W_{b_ρ} (en rouge) . . . 94
4.9 Réponse impulsionnelle du modèle de vent latéral . . . 95
4.10 Schéma de synthèse du système LCA . . . 96
4.11 Expression du jerk volant . . . 97

4.12 Diagramme de Nyquist et marges de robustesse 99
4.13 Exemple de région cible (en blanc) pour les pôles de la boucle fermée 100
4.14 Piste d'essai en coordonnées cartésiennes XY : Anneau de vitesse (en rouge) . . . 104
4.15 Courbure de l'anneau de vitesse du centre d'essai de Renault pour une vitesse du véhicule de $90km/h$ 107
4.16 Évaluation des critères des 6 contrôleurs synthétisés 108
4.17 Comparaison du comportement dynamique de 3 véhicules différents avec les 3 contrôleurs synthétisés 108
4.18 Influence du paramètre k_ρ 109
4.19 Superposition des résultats sur piste avec les contrôleurs K_1, K_2 et K_3 pour les 3 configurations véhicule 111
4.20 Influence du paramètre k_ρ sur la configuration 2 du véhicule 112
4.21 Distributions statistiques de l'écart latéral (en temporel) obtenues avec la fonction *boxplot* sur le $2^{\text{ème}}$ virage 112
4.22 Analyse du louvoiement pour les résultats sur piste sur l'essai « Config3. - K_3 » . 113
4.23 Estimation du gradient de sous-virage des trois configurations du véhicule de test 114

5.1 Structure du LCA dans le cas d'un retour d'état filtré 119
5.2 Structure du LCA dans le cas d'un retour de sortie statique 119
5.3 Simulations - Minimisation du critère pour les structures considérées 122
5.4 Simulations - Performance atteignable pour les structures considérées 122
A.1 Mesures de la courbure et de sa dérivée sur une piste d'essai 140
A.2 Comparaison des contributions sur l'angle au volant requis par le feedforward . . 141
A.3 Comparaison des contributions sur la vitesse de lacet requise par le feedforward . 141
A.4 Comparaison des contributions sur l'angle de lacet requis par le feedforward . . . 142
C.1 Schéma explicatif du calcul de l'écart latéral à une distance de visée 148

Liste des tableaux

2.1 Synthèse des différentes stratégies de commande et leurs avantages / inconvénients 26
2.2 Contrôle latéral H_2/H_∞ : optimisation convexe *versus* non lisse 34

3.1 Définition des paramètres du modèle bicyclette 43
3.2 Comparaison des différentes technologies de DAE en terme de prestations 53
3.3 Valeurs du rayon (en mètres) au seuil de confort (en gras, au-dessus) et celui au seuil de sécurité (en dessous) selon la vitesse préconisée et le dévers 57
3.4 Formules pour calculer la longueur minimale de la clothoïde lors du passage d'une ligne droite à un virage de rayon R pour différents types de route 58

4.1 Paramètres du modèle bicyclette nominal 82
4.2 Valeurs des paramètres des six modèles bicyclettes considérés pour l'approche multi-modèle 1 82
4.3 Sommets du polytope de la Figure 4.3 84
4.4 Pourcentages de variation des paramètres identifiés sur des configurations cas-clients et comparés à la configuration nominale 86
4.5 Comparaison du résultat de la minimisation du critère pour chaque approche multi-modèle 106
4.6 Configurations du véhicule test pour la validation sur piste réelle. Les gradients de sous-virages sont estimés après les essais (voir Remarque 4.13) 111

5.1 Comparaison du résultat de la minimisation du critère pour les structures considérées 123
5.2 Comparaison de la performance atteignable pour les structures considérées . . . 124
B.1 Normes de sortie et puissance pour un dirac et un sinus 145
B.2 Gains induits des systèmes 145

Abréviations

ADAS ..... Système d'aide à la conduite (*Advanced Driver Assistance System*)
BF ..... Boucle Fermée
BO ..... Boucle Ouverte
CoG ..... Centre de Gravité (*Center Of Gravity*)
DAE ..... Direction Assistée Électrique
DDL ..... Degré De Liberté
FF ..... *Feedforward*
FB ..... *Feedback*
FTBF ..... Fonction de Transfert en Boucle Fermée
FTBO ..... Fonction de Transfert en Boucle Ouverte
GPS ..... *Global Positioning System*
HD ..... Haute Définition
LCA ..... Système de centrage de voie (*Lane Centering Assistance*)
LiDAR ..... *Light Detection And Ranging*
LKA ..... Système de maintien dans la voie (*Lane Keeping Assistance*)
LMI ..... *Linear Matrix Inequalities*
LPV ..... [Commande] Linéaire à Paramètres Variant
LTI ..... [Système] Linéaire à Temps Invariant
MADA ..... Modélisation Avancée de Dynamique Automobile
MIMO ..... *Multiple Inputs - Multiple Outputs*
MPC ..... *Model Predictive Control*
PID ..... Contrôleur Proportionnel - Intégral - Dérivé
PRSI ..... Problème de Régulation avec Stabilité Interne
PTAC ..... Poids Total Autorisé en Charge
RaDAR ..... *Radio Detection And Ranging*
SAE ..... *Society of Automotive Engineers*
SDP ..... *Semi-Definite Programming*
SIMO ..... *Single Inputs - Multiple Outputs*
SMC ..... *Sliding Mode Control*
TJP ..... Conduite automatique en embouteillage (*Traffic Jam Pilot*)

Notations

ϕ	Angle de roulis du véhicule	$[rad]$
θ	Angle de tangage du véhicule	$[rad]$
ψ	Angle de lacet du véhicule	$[rad]$
$\dot{\psi}$	Vitesse de lacet du véhicule	$[rad/s]$
ψ_r	Angle de lacet relatif	$[rad]$
$\vec{v}$	Vecteur vitesse au centre de gravité du véhicule	$[m/s]$
v_x,v_y	Composantes longitudinale et latérale de $\vec{v}$	$[m/s]$
$\vec{v}_f$,$\vec{v}_r$	Vitesses de déplacement des pneumatiques avant et arrière	$[m/s]$
α_f,α_r	Angles de dérive des pneumatiques avant et arrière	$[rad]$
β	Angle de dérive du véhicule	$[rad]$
θ_f,θ_r	Angles des vecteurs vitesse avant et arrière avec l'axe longitudinal du véhicule	$[rad]$
$\vec{F}_f$,$\vec{F}_r$	Forces latérales développées par les pneumatiques avant et arrière	$[N]$
$\vec{F}_w$	Force latérale exercée par le vent	$[N]$
δ	Angle de braquage des roues avant	$[rad]$
L_f,L_r	Distances entre le centre de gravité et les essieux avant/arrière	$[m]$
L_{tot}	Empattement du véhicule	$[m]$
y_L	Écart latéral du véhicule par rapport au centre-voie	$[m]$
ρ	Courbure de la route	$[m^{-1}]$
R	Rayon de la route	$[m]$
C_f,C_r	Rigidités de dérive des pneus avant/arrière	$[N/rad]$
M_{tot}	Masse totale du véhicule	$[kg]$
M_f,M_r	Masses sur les essieux avant/arrière	$[kg]$
I_z	Inertie de lacet du véhicule	$[kg.m^2]$
L_w	Distance entre le centre de gravité du véhicule et le point d'application de $\vec{F}_w$	$[m]$
l	Largeur du véhicule	$[m]$
δ_{ack}	Angle d'Ackermann	$[rad]$
$\nabla_{sv,roues}$	Gradient de sous-virage aux roues	$[rad/(m/s^2)]$
∇_{sv}	Gradient de sous-virage au volant	$[rad/(m/s^2)]$
n_s	Démultiplication de la DAE	$[-]$

ξ_s	Amortissement de la DAE	$[-]$
ω_s	Pulsation propre de la DAE	$[rad/s]$
x	Vecteur d'état	
u	Vecteur de commande	
y	Vecteur des sorties mesurées	
z	Vecteur de sorties régulées	
w	Vecteur de perturbations	
δ_{rp}	Angle de braquage nécessaire pour suivre un virage à rayon constant lorsque la vitesse est constante	$[rad]$
a_y	Accélération latérale du véhicule	$[m/s^2]$
M_{dyn}	Marge dynamique ou marge de retard généralisée	$[s]$
M_d	Marge de retard	$[s]$
M_m	Marge de module multivariable	
M_Φ	Marge de phase	$[^\circ]$
s ou p	Variable de Laplace	
$S_\star(s)$	Fonction de sensibilité en entrée S_u ou en sortie S_y	
$T_\star(s)$	Fonction de sensibilité complémentaire en entrée T_u ou en sortie T_y	
ω_c	Fréquence critique d'un asservissement	$[rad/s]$

Chapitre 1

Introduction Générale

Sommaire

1.1 Motivations de la thèse 1
1.2 Contributions principales 4
1.3 Organisation du manuscrit 5

Ce chapitre propose une introduction succincte sur le contexte général des véhicules autonomes afin d'amener le propos autour des motivations de la thèse. Les publications résultant de nos travaux seront énumérées et l'organisation du manuscrit détaillée.

1.1 Motivations de la thèse

Au cours des dernières années, l'industrie automobile a évolué vers le concept de conduite autonome, considéré comme le futur de la mobilité terrestre notamment en vue de réduire les accidents sur la route. Il existe déjà à travers le monde plusieurs prototypes capables de conduire sans intervention humaine [**DARPA, 2007**]. Néanmoins même si la technologie existe, il reste de la route à parcourir afin de l'étendre au grand public. Plusieurs raisons expliquent cet écart. Premièrement, le prix de cette technologie s'avère encore trop élevé pour l'implémenter sur des voitures grand public. Ensuite, un véhicule autonome devrait pouvoir conduire de manière sûre et confortable quelle que soit la situation, ce qui représente encore un défi pour les développeurs (notamment en circulation urbaine). Enfin, la législation régule progressivement l'introduction de cette technologie en vue d'une utilisation responsable et mature.
Un processus d'évolution entre la voiture manuelle et autonome est aujourd'hui en cours par l'introduction progressive des Systèmes Avancés d'Aide à la Conduite (ADAS, *Advanced Driving Assistance Systems*). Ces systèmes permettent la prise en charge d'une certaine partie de la tâche de conduite. Ils n'ont pas vocation encore à gérer tous les niveaux de décision mais plutôt à accompagner le conducteur sur un périmètre de scénarios définis et toujours sous supervision du conducteur. Les ADAS peuvent donc être considérées comme un premier pas vers la conduite semi-autonome et à terme vers des véhicules entièrement autonomes. Ces ADAS sont variées

SAE level	Name	Narrative Definition	Execution of Steering and Acceleration/ Deceleration	*Monitoring* of Driving Environment	Fallback Performance of *Dynamic Driving Task*	System Capability *(Driving Modes)*
***Human driver* monitors the driving environment**						
0	**No Automation**	the full-time performance by the *human driver* of all aspects of the *dynamic driving task*, even when enhanced by warning or intervention systems	Human driver	Human driver	Human driver	n/a
1	**Driver Assistance**	the *driving mode*-specific execution by a driver assistance system of either steering or acceleration/deceleration using information about the driving environment and with the expectation that the *human driver* perform all remaining aspects of the *dynamic driving task*	Human driver and system	Human driver	Human driver	Some driving modes
2	**Partial Automation**	the *driving mode*-specific execution by one or more driver assistance systems of both steering and acceleration/ deceleration using information about the driving environment and with the expectation that the *human driver* perform all remaining aspects of the *dynamic driving task*	**System**	Human driver	Human driver	Some driving modes
***Automated driving system* ("system") monitors the driving environment**						
3	**Conditional Automation**	the *driving mode*-specific performance by an *automated driving system* of all aspects of the dynamic driving task with the expectation that the *human driver* will respond appropriately to a *request to intervene*	System	**System**	Human driver	Some driving modes
4	**High Automation**	the *driving mode*-specific performance by an automated driving system of all aspects of the *dynamic driving task*, even if a *human driver* does not respond appropriately to a *request to intervene*	System	System	**System**	Some driving modes
5	**Full Automation**	the full-time performance by an *automated driving system* of all aspects of the *dynamic driving task* under all roadway and environmental conditions that can be managed by a *human driver*	System	System	System	**All driving modes**

FIGURE 1.1 – Standard SAE J3016 : Définition des niveaux d'autonomie des aides à la conduite [**SAE International, 2018b**]

par leur nature (active ou passive) et leur action. Nous discernons en général quatre grandes familles d'ADAS :

1. les ADAS longitudinales
   Adaptive Cruise Control (ACC), Advanced Emergency Braking (AEB), etc.
2. les ADAS latérales
   Lane Centering Assistance (LCA), Lane Keeping Assistance (LKA), Lane Departure Warning (LDW), etc.
3. les ADAS parking
   Vision à 360°, parking automatique
4. les ADAS réalité augmentée
   Driver Attention Detection, Affichage Tête Haute, Traffic Sign Recognition, etc.

Le standard J3016 défini par SAE International [**SAE International, 2018b**] propose une classification du niveau d'autonomie des systèmes d'aides à la conduite (cf. Figure 1.1). Les six niveaux sont définis en fonction des rôles respectifs du conducteur et du système quant à la

supervision et au contrôle des différentes tâches à réaliser. Les niveaux s'échelonnent alors du niveau 0 correspondant à un système non autonome où le conducteur réalise toutes les tâches, au niveau 5 représentant une voiture entièrement autonome où le conducteur n'a plus à agir ni surveiller quelle que soit la situation (imaginer une voiture sans volant ni pédales). Les niveaux sont catégorisés en deux grandes classes : les systèmes d'aides à la conduite (niveaux 0 à 2) et les systèmes autonomes (niveaux 3 à 5). Nous nous intéresserons particulièrement au niveau 2 d'autonomie puisqu'il coïncide avec le système considéré dans ce mémoire. Une voiture autonome de niveau 2 implique que le conducteur supervise toujours la conduite, même si les systèmes activés agissent sur le braquage, l'accélération ou le freinage du véhicule. Dans ce cas, le conducteur doit accomplir lui-même certaines manœuvres car ces systèmes sont limités en terme d'accélérations latérale et longitudinale maximales qu'ils peuvent induire. Un aspect important des niveaux 1 et 2 d'autonomie est alors l'interaction entre le conducteur et le système par la possible action simultanée des deux sur les actionneurs (volant, pédales d'accélération et de frein).

La calibration des lois de commande des ADAS est ardue notamment à cause de la complexité d'un véhicule mais également des imbrications des différents sous-systèmes. Par exemple, la capacité à réguler la vitesse longitudinale du véhicule est directement impactée par la motorisation considérée. De plus, ces systèmes sont voués à être implémentés sur plusieurs modèles de véhicules, nécessitant dès lors sur chaque modèle une retouche spécifique de la calibration. Cette dernière est soumise à une multitude de critères antagonistes : performance *versus* consommation, confort *versus* sécurité, stabilité *versus* robustesse. Le rôle des metteurs au point est alors de trouver une calibration du contrôleur assurant stabilité et robustesse du système face aux variations de l'environnement et des caractéristiques du véhicule, mais aussi conférant un agrément de conduite acceptable pour les clients. La calibration est donc une étape essentielle pour assurer le comportement voulu et ainsi faire accepter le système par le client.
Pour cela, les metteurs au point doivent régler une multitude de paramètres puis valider leur réglage sur de multiples scénarios (généralement directement sur prototype), ce qui représente un travail colossal afin d'obtenir un système fiable et acceptable. Une des difficultés est notamment la compréhension de l'influence des paramètres de réglage sur le système, pouvant amener à une phase chronophage d'essai-erreur.

L'objectif principal de la thèse est alors de réduire le temps de mise au point des lois de commande des ADAS, notamment en limitant le nombre de retouches nécessaires et l'explosion des ressources en metteurs au point. Ainsi la thèse vise à construire une méthodologie globale de synthèse de lois de commande permettant d'obtenir rapidement une pré-calibration. Ce premier réglage devra être basé sur des critères intelligibles, i.e. reliés à la physique afin d'en faciliter la compréhension. Ainsi, partant d'un pré-réglage, la retouche de ces paramètres permettrait une

adaptation rapide pour converger efficacement vers une calibration finale satisfaisante. Grâce aux algorithmes d'optimisation disponibles, la performance et la robustesse devront être optimisées en regard de la structure du système parfois imposée pour des raisons d'implémentation pratique dans un cadre industriel.

1.2 Contributions principales

Cette thèse a été effectuée entre juin 2016 et mai 2019 dans le cadre d'une convention CIFRE entre le Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N) à l'Institut Mines-Télécom (IMT) Atlantique, et Renault S.A.S au sein du Technocentre à Guyancourt dans le service DEA-SW (Service Software pour les ADAS).

Ce mémoire contribue à une vision méthodologique multi-critère, multi-modèle et multi-scénario. Elle en propose une instanciation particulière pour la pré-calibration spécifique au *Lane Centering Assistance* (LCA). Elle s'appuie sur des modèles dynamiques de complexité juste nécessaire du véhicule et de son environnement pour, dans le cadre du formalisme H_2/H_∞, formaliser et arbitrer les compromis entre performance de suivi de voie, confort des passagers et robustesse. Les critères élaborés sont définis de manière à être d'interprétation aisée, car directement liés à la physique, et facilement calculables. Ils s'appuient sur des modèles de perturbations exogènes (e.g. courbure de la route ou rafale de vent) et de véhicules multiples mais représentatifs, de manière à réduire autant que possible le pessimisme tout en embrassant l'ensemble des situations réalistes. Les simulations et les essais sur piste avec des prototypes effectués pendant la thèse démontrent l'intérêt de l'approche.

Les travaux réalisés pendant la thèse ont donné lieu à des publications de différents types :

Brevets déposés

1. Simon MUSTAKI, Philippe CHEVREL, Mohamed YAGOUBI, François FAUVEL, Pedro KVIESKA, *Procédure de Mise Au Point Pour le Contrôle Latéral*. N° Brevet Renault : PJ 18-5265. Brevet déposé à l'INPI, envoyé en juin 2018.
2. Simon MUSTAKI, Pedro KVIESKA, *Feedforward Adaptatif pour le Contrôle Latéral*. N° Brevet Renault : PJ 18-5442. Brevet déposé à l'INPI, envoyé en décembre 2018.
3. Simon MUSTAKI, Pedro KVIESKA, Raphaël QUILLIARD, *Amélioration de la Robustesse du Contrôle Latéral au Travers d'une Commande avec Distance de Visée*. N° Brevet Renault : PJ 19-0032. Brevet en cours de dépôt à l'INPI.

Communications dans des conférences avec actes et comité de lecture

1. Simon MUSTAKI, Philippe CHEVREL, Mohamed YAGOUBI, François FAUVEL, *Towards a Generic Synthesis Framework for ADAS Control Laws*, Résumé étendu, à l'IFAC World Congress, Toulouse, juillet 2017.
2. Simon MUSTAKI, Philippe CHEVREL, Mohamed YAGOUBI, François FAUVEL, *Efficient Multi-Objective and Multi-Scenarios Control Synthesis Methodology for Designing a Car Lane Centering Assistance System*, à l'European Control Conference (ECC), Chypre, juin 2018.
3. Simon MUSTAKI, Philippe CHEVREL, Mohamed YAGOUBI, François FAUVEL, Pedro KVIESKA, *Robust Lateral Control of Cars : Towards a Reduction of Pessimism and an Easy Trade-Off Between Performance, Comfort and Robustness*, au 9$^{\text{ème}}$ IFAC International Symposium on Advances in Automotive Control (AAC), juin 2019.
4. Simon MUSTAKI, Anh-Tu NGUYEN, Philippe CHEVREL, Mohamed YAGOUBI, François FAUVEL, *Comparison of Two Robust Static Output Feedback H_2 Design Approaches for Car Lateral Control*, à l'European Control Conference (ECC), Naples, juin 2019.

Communications dans des colloques ou des journées scientifiques sans actes

1. Simon MUSTAKI, Philippe CHEVREL, Mohamed YAGOUBI, François FAUVEL, *Multi-Objective and Multi-Scenarios Control Methodology : Application to Car Lateral Control Synthesis*, à la Journée des Doctorants de l'école doctorale MathSTIC (JDOC), Nantes, juin 2018.
2. Simon MUSTAKI, Anh-Tu NGUYEN, Philippe CHEVREL, Mohamed YAGOUBI, François FAUVEL, *Retour Statique de Sortie H_2 Robuste et Paramétré pour le Contrôle Latéral d'une Voiture : Optimisations Via LMI Versus Non Lisse*, aux Journées de l'Automatique du GdR MACS (JAMACS), Nantes, novembre 2018.

1.3 Organisation du manuscrit

Chapitre 2 : État de l'Art du Contrôle Latéral d'un Véhicule Routier
Ce chapitre propose un état de l'art sur le contrôle latéral d'une voiture et plus précisément sur le LCA, visant à garder le véhicule au centre de la voie. Les spécifications haut-niveau de ce système sont présentées afin de formaliser le cadre d'étude. Les différentes stratégies de commande rencontrées dans la littérature ainsi que les techniques d'optimisation les plus courantes pour réaliser une synthèse multi-objectif sont passées en revue.

Chapitre 3 : Dynamique Latérale d'un Véhicule Routier
Ce chapitre présente le système que l'on souhaite contrôler : un véhicule routier. Les équations dynamiques du système sont obtenues grâce au Principe Fondamental de la Dynamique, menant à un modèle particulier d'un véhicule. Dénommé modèle « bicyclette », il est largement utilisé dans la littérature car il réalise un bon compromis entre représentativité et simplicité. Les actionneurs et les capteurs disponibles dans le cadre de notre étude y sont également répertoriés et caractérisés. Enfin, l'environnement du système y est formalisé.

Chapitre 4 : Contrôle Latéral d'un Véhicule : Vers une Mise au Point Efficace
Ce chapitre développe une méthodologie de mise au point pour un système de contrôle latéral d'un véhicule et plus particulièrement pour le système LCA. Premièrement nous présenterons et justifierons l'architecture du système LCA. Cette architecture est imposée et sera considérée comme non modifiable dans ce chapitre. Dans un second temps, nous développerons une méthodologie de mise au point afin de d'obtenir un système confortable, fiable et performant. Cette approche se base sur une optimisation directe de la structure. L'optimisation est conduite dans un cadre multi-objectif, multi-modèle et multi-scénario afin de trouver le meilleur contrôleur possible répondant au cahier des charges. Des simulations représentatives et des essais sur piste avec des prototypes témoignent de l'intérêt de cette approche.

Chapitre 5 : Évolutions de la Structure
On s'autorise dans ce chapitre à questionner l'architecture de commande du système LCA, à discuter des atouts et limites des structures envisagées, voire à pointer du doigt les perspectives les plus prometteuses.

Conclusion et Perspectives
Cette partie a pour but de rappeler les différentes contributions sur la pré-calibration du contrôle latéral d'une voiture. A partir des résultats obtenus, une conclusion générale est proposée mettant en exergue les aspects les plus importants du travail réalisé. Finalement, les perspectives de cette thèse sont précisées.

Annexe A : Calcul du Feedforward du LCA
Cette annexe détaille le calcul du feedforward utilisé dans la structure du LCA. Ses équations sont obtenues par l'inversion statique du modèle bicyclette. Une réflexion sur les différentes hypothèses introduites pour ce calcul est conduite afin de les justifier.

Annexe B : Rappel sur les normes des signaux & systèmes
Cette annexe rappelle les définitions des normes H_2 et H_∞ sur les signaux et les systèmes. Ce

rappel s'inscrit dans la démarche de traduire des spécifications réelles en normes sur certains transferts du système piloté. Les différentes interprétations en terme de relations entrée-sortie sont également rappelées.

Annexe C : Écart latéral à une distance de visée
Cette annexe présente les équations associées à la considération de l'écart latéral par rapport au centre de la voie non plus au niveau du centre de gravité du véhicule mais à une distance de visée devant le véhicule. Un schéma de principe est donné.

Annexe D : Comparaison de Deux Approches Pour le Retour de Sortie Statique H_2 Robuste Pour le Contrôle Latéral d'un Véhicule Routier
Cette annexe correspond à notre papier *Comparison of Two Robust Static Output Feedback H_2 Design Approaches for Car Lateral Control*, présenté à l'European Control Conference (ECC). Cet article propose une comparaison étayée entre les méthodes d'optimisation basées sur le paradigme de Lyapunov et celles sur l'optimisation directe non-lisse. Bien qu'étant selon nous une contribution de la thèse à part entière, il figure en annexe pour ne pas alourdir le corps de la thèse. Il constitue un élément d'argumentation quant aux choix méthodologiques de la thèse.

Chapitre 2

État de l'Art du Contrôle Latéral d'un Véhicule Routier

Sommaire

2.1 Positionnement du Problème - Présentation du LCA 9
2.2 État de l'Art du Contrôle Latéral d'un Véhicule 11
2.2.1 Les stratégies de commande temporelles 13
2.2.2 Les stratégies de commande fréquentielles 16
2.2.3 Autres stratégies de commande 19
2.2.4 Conclusion sur les stratégies de commande 25
2.2.5 Techniques d'optimisation pour la synthèse multi-objectif 25
2.3 Conclusion - Choix Méthodologiques 30

Ce chapitre propose un état de l'art sur le contrôle latéral d'un véhicule routier et plus précisément sur le LCA (*Lane Centering Assistance*[1]), visant à garder le véhicule au centre de la voie. Nous présenterons tout d'abord les spécificités haut niveau d'un tel système, puis les différentes stratégies de commande rencontrées dans la littérature. Enfin, les techniques d'optimisation les plus courantes pour réaliser une synthèse multi-objectif seront passées en revue. Les caractéristiques dynamiques d'un véhicule ainsi que l'architecture de commande considérée pendant la thèse seront présentées en détail dans les chapitres suivants.

2.1 Positionnement du Problème - Présentation du LCA

Le LCA est une ADAS dite de confort dans le sens où c'est une assistance facilitant la conduite du conducteur. Ce système s'oppose aux ADAS d'urgences, tels que le freinage d'urgence et les manœuvres d'évitements. Pour des raisons de confort et de sécurité, ce système a vocation à n'être actif que sur une plage d'accélération latérale restreinte. Les normes actuelles

1. Attention, selon les langues et le contexte, LCA peut signifier également *Lane Change Assist* qui est la fonctionnalité permettant d'effectuer des changements de voie

sur les véhicules décrétées par l'UNECE (*United Nations Economic Commission for Europe*) interdisent aux systèmes d'aides à la conduite de générer une action sur la direction induisant une accélération latérale supérieure à $a_{y,max} = 3\ m.s^{-2}$ [**UNECE, 2018**, p. 20]. Cette limite qui est complétée par une autre sur le couple total maximum au niveau de colonne de direction permet « *d'empêcher une intervention excessive de la commande de direction pendant l'utilisation du système, afin que le conducteur puisse en garder la maîtrise et éviter tout comportement imprévu du véhicule* ». Le LCA que nous considérons correspond à un niveau d'autonomie 1 ou 2 d'après la définition de SAE (cf. Figure 1.1). Le système doit être calibré de manière à ce que le client se sente en sécurité et donc doit être suffisamment performant et robuste afin qu'il ne désactive pas le système. L'acceptation du client demande une étude approfondie par l'objectivation de critères subjectifs mais est une tâche ardue notamment par le nombre très élevé de scénarios à considérer (type de route, largeur de voie, présence de véhicules autour ou non, etc.). Cela soulève les questions suivantes :

- Qu'est-ce qu'un LCA performant ?
- Qu'est-ce qu'un LCA acceptable par le client ?
- Quels sont les critères associés à ces deux axes ? Comment les objectiver ?
- Comment calibrer le système ? Quelle est la stratégie voulue ?
- Quelles contraintes sur le processus de réglage ?

Les deux premières problématiques peuvent être déclinées par les exigences système suivantes :

- *Performance :* Une étude interne effectuée par les spécialistes prestation a montré que pour un tel système, les clients sont susceptibles de reprendre le volant lorsque l'écart latéral dépasse les 20cm (en valeur absolue). Entre 20 et 50cm, le client reprendra plus probablement le contrôle, mais ces écarts peuvent rester tout de même acceptables si cela reste momentané (cela dépend notamment de la présence de véhicules autour du véhicule autonome). Un autre critère subjectif très important pour le ressenti conducteur est la fréquence des oscillations du véhicule dans sa voie : le louvoiement. Le louvoiement se caractérise par l'amplitude et la fréquence des oscillations en ligne droite (voir Figure 2.1).
- *Confort :* Le confort du conducteur peut être caractérisé par l'accélération latérale ressentie, la réponse volant (réponse douce et non oscillante) ou encore le louvoiement discuté précédemment.
- *Robustesse :* Le système doit d'être robuste aux variations paramétriques du véhicule (chargement jusqu'au PTAC du véhicule, changement de pneumatiques) et également aux perturbations provenant de l'environnement (virages plus ou moins prononcés, dévers, type d'asphalte, adhérence, vent). De plus, la sensibilité du système aux bruits de mesure doit être réduite au maximum.

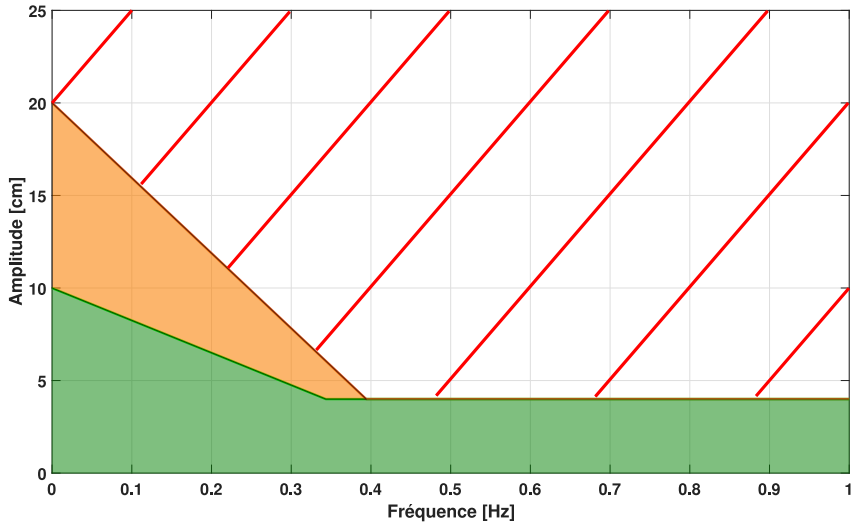


FIGURE 2.1 – Caractérisation du louvoiement acceptable par un client pour une vitesse de 90km/h en ligne droite. Amplitude en fonction de la fréquence des oscillations. La zone verte correspond à un louvoiement imperceptible, en orange à un louvoiement perceptible mais restant acceptable et la zone rayée rouge à un louvoiement inacceptable

2.2 État de l'Art du Contrôle Latéral d'un Véhicule

Une littérature riche sur le contrôle latéral existe et balaie un panel de stratégies de commande. Le contrôle du mouvement du véhicule est une étape cruciale pour les systèmes ADAS et doit tenir compte de nombreuses caractéristiques afin de d'apporter satisfaction : stabilité, contrôlabilité aux limites (pour les manœuvres d'évitements de collision par exemple), robustesse aux variations paramétriques et aux perturbations affectant le véhicule, confort des passagers et performance du contrôle. Dans le cadre du système LCA étudié et présenté succinctement au paragraphe précédent, nous exclurons de l'état de l'art les contrôles à hautes-dynamiques pour nous focaliser sur ceux conférant une conduite confortable.

Afin de répondre aux spécifications des systèmes autonomes, le système est décomposé en trois fonctions principales (cf. Figure 2.2), à savoir :

- **Perception :** Elle permet au système de connaître en temps réel son état ainsi que l'environnement dans lequel il évolue. Elle traite également les données pour les rendre utilisables plus directement par les deux autres fonctions.
- **Génération de trajectoire (*Path Planning*) :** Cette fonction génère des trajectoires de référence faisables et sûres pour le véhicule, voire décide de celle qu'il faut suivre.
- **Commande :** Cette fonction a vocation à assurer le suivi de trajectoire. Cela intègre aussi la commande des actionneurs des différents sous-systèmes. De plus, la commande générée

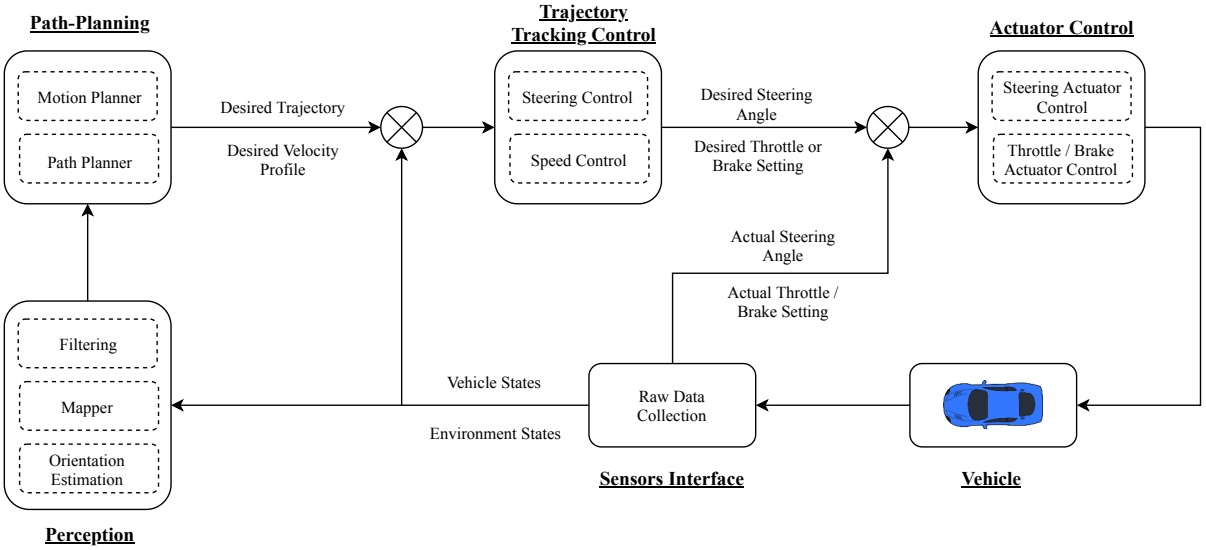


FIGURE 2.2 – Architecture globale des véhicules autonomes. Source : [**Amer et al., 2017**]

doit être robuste aux incertitudes paramétriques et aux perturbations (comme par exemple le dévers de la route ou le vent).

Ces 3 fonctions font l'objet d'un effort de recherche important dans la communauté scientifique depuis plusieurs décennies. Pour la partie Perception, les axes de recherche principaux portent aussi bien sur la technologie des capteurs (caméra, radar, lidar) que sur les traitements des données et notamment d'image. Afin de robustifier leur système de perception, les véhicules autonomes embarquent des algorithmes de fusion de données permettant à chaque instant de tirer profit des avantages de chaque capteur. Parmi les ouvrages traitant ces aspects, [**Li et al., 2009**] présente une vue d'ensemble des technologies de capteurs et de guidage des véhicules autonomes agricoles, [**Dickmanns, 2007**] détaille un large éventail de techniques de perception visuelle, pour le véhicule autonome notamment, que ce soit pour les technologies de caméra, le traitement d'image ou encore la fusion de données. Concernant spécifiquement la fusion de données, [**Bar-Shalom et al., 2011**] permet d'acquérir de solides bases théoriques et pratiques sur les algorithmes de fusion utilisables dans l'industrie.

Historiquement très utilisée en robotique mobile, la génération de trajectoires est une fonctionnalité de plus en plus utilisée pour les voitures autonomes, qui va de pair avec leur autonomie grandissante. En effet, ce module permet de suivre une trajectoire optimale par rapport à certains critères, souvent liés au confort et à la consommation (énergie de la commande), tout en garantissant d'éviter les obstacles. Le *path-planning* est notamment très utilisé pour les manœuvres complexes : changement de voie(s), évitements, ronds-points, etc, et de façon plus générale une combinaison de ces différents scénarios. Ce module comprend également des fonctions décisionnelles critiques. Il doit choisir à chaque instant de la meilleure trajectoire à suivre. Les papiers

[**Goerzen et al., 2010**, **Katrakazas et al., 2015**] dressent un état de l'art des différentes méthodes rencontrées dans la littérature pour réaliser un module de *path-planning* dans le contexte des véhicules autonomes. Même si le premier papier concentre son analyse sur l'application aux *Unmanned Aerial Vehicles* (UAVs), les algorithmes décrits sont tout aussi applicables aux véhicules routiers.

Les états de l'art suscités et leurs références permettent d'avoir une vision globale de l'avancement des recherches des dernières décennies sur ces problématiques. Nous nous focaliserons ici sur la problématique des stratégies de commande les plus couramment rencontrées pour le contrôle latéral d'un véhicule, et particulièrement celles liées à une conduite confortable. Il existe également des papiers de synthèse récents [**Amer et al., 2017**, **Rupp et Stolz, 2017**] sur les différentes méthodes de commande utilisées dans l'industrie et la littérature scientifique, permettant d'avoir une bonne vision globale de l'effort fourni par la communauté automatique et automobile ces dernières années. La modélisation du véhicule, que ce soit à des fins de synthèse de contrôleurs (conception) ou de simulation (validation), joue un rôle essentiel dans les synthèses de contrôle rencontrées. Les différents modèles véhicules parmi les plus utilisés et leurs utilisations seront discutées au chapitre suivant (Section 3.2.1). Il est possible de distinguer les différentes méthodologies selon si elles opèrent dans le domaine temporel ou fréquentiel, permettant de prendre en compte plusieurs natures de contraintes. Il est important d'être en mesure d'apprécier quelle nature de problème de commande répond au mieux au problème du contrôle latéral d'un véhicule, nous présenterons alors succinctement ces différentes stratégies.

2.2.1 Les stratégies de commande temporelles

L'avantage des commandes temporelles réside dans le fait de pouvoir contraindre directement les valeurs temporelles des états et ainsi obtenir une synthèse proche des spécifications du cahier des charges. Dans cette catégorie nous considérons les commandes Linéaire Quadratique (LQ) et prédictive (ou MPC pour *Model Predictive Control*).

Commande linéaire quadratique

Soit un système dynamique (Σ) LTI régi par les équations suivantes :

$$(\Sigma) : \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0 \\ y = x \\ z = C_z x \end{cases} \tag{2.1}$$

où $x \in \mathcal{R}^n$ désigne le vecteur d'état, $u \in \mathcal{R}^m$ le vecteur de commande, $y = x \in \mathcal{R}^n$ le vecteur de sorties mesurées et $z \in \mathcal{R}^q$ le vecteur des sorties régulées.

La commande linéaire quadratique (LQ) est une technique de commande optimale. Introduite par Kalman au début des années 60 [**Kalman, 1964**], elle a d'un certain point de vue ouvert la voie vers les commandes H_2 et H_∞ dans les années 80. Elle se base sur un modèle linéaire du système afin de trouver un gain $K_{LQ} \in \mathcal{R}^{m\times n}$ tel que la commande par retour d'état $u(t) = -K_{LQ}x(t)$ assure :

- la stabilité interne du système bouclé (pôles de $A - BK_{LQ}$ à partie réelle négative)
- la minimalité du critère quadratique $J_{LQ}(K)$ pour toute condition initiale x_0 :

$$J_{LQ}(K) = \int_0^\infty \left(x^T Q_x x + u^T R u\right) \mathrm{dt} = \int_0^\infty \left(z^T Q_z z + u^T R u\right) \mathrm{dt} \tag{2.2}$$

La solution de ce problème est donnée par $K_{LQ} = -R^{-1}B^T P$, où $P \geqslant 0$ est l'unique solution de l'équation de Riccati associée au critère et au modèle 2.1 [**Moore et Mingori, 1987**]. On a alors $J_{LQ} = x_0^T P x_0$.
De nombreux ouvrages récapitulent les fondamentaux et les voies d'utilisation de cette approche, parmi [**Alazard et al., 1999**, **de Larminat, 1996**]. La commande LQ permet d'engendrer systématiquement (y compris dans le cas MIMO) des lois de commande stabilisantes conférant de plus de très bonnes marges de robustesse. Les paramètres de conception d'une telle loi de commande sont les matrices de pondération Q et R qui permettent de faire le compromis entre performance et sollicitation de la commande. Le choix de Q et R n'est pas direct, mais les règles de Bryson [**Bryson et Ho, 1969**] et de de Larminat [**de Larminat, 2000**] proposent à l'utilisateur des méthodologies afin d'obtenir rapidement un premier réglage.

La commande LQ a été utilisée dans [**Matsumoto et al., 1991**] pour un véhicule robotisé à quatre roues directrices indépendantes. Cette commande a permis de synchroniser l'angle de braquage des roues avant (et des roues arrière, mais indépendamment) afin d'améliorer le comportement général. [**Mouri et Furusho, 1997**] compare un contrôleur Proportionnel-Dérivée (PD) et un contrôleur LQ. L'intérêt de la commande LQ est qu'elle permet de découpler l'action sur le lacet du véhicule de celle sur sa position latérale, alors que la commande PD nécessiterait elle une structure cascade pour un tel résultat. Plus récemment, [**Kim et al., 2011**] ont implémenté un régulateur LQ pour le contrôle latéral, permettant de suivre correctement la trajectoire, générée en ligne par une approche MPC, que ce soit pour du centrage de voie ou des manœuvres plus dynamiques comme un évitement. L'approche LQ suppose d'avoir accès à tous les états, ce qui se révèle impossible en pratique sur certains états comme la vitesse latérale qui ne peut être mesurée que grâce à des capteurs spécifiques. Sur les voitures grand public cet état n'est donc pas mesurable. Pour remédier à ce problème, [**Hsiao et Tomizuka, 2006**] ont proposé une procédure en deux temps, basée sur une commande LQ. La première étape est de synthétiser un contrôleur LQ en supposant que tout l'état est accessible, puis de convertir ce

contrôleur en un contrôleur de sortie statique en garantissant les mêmes propriétés de performance et de robustesse. Une autre solution est d'utiliser un observateur pour l'estimation des états non mesurés, comme cela a été fait dans [**Son et al., 2015**].

Commande prédictive - MPC

La commande prédictive ou MPC (*Model Predictive Control*) utilise un modèle du système afin de prédire à chaque pas d'échantillonnage le comportement du système sur un horizon fini, où un contrôle optimal (sur cet horizon) est obtenu en regard d'une certaine fonction coût, dépendante généralement des états et de la commande afin de trouver un compromis satisfaisant entre performance et sollicitation de la commande. La commande MPC est liée à la commande LQ lorsque la fonction coût utilisée représente un critère quadratique car les problèmes sous-jacents associés sont basées alors sur les mêmes solutions analytiques mais se différencient par un horizon de temps fini dans le cas du MPC. Ces dernières décennies ont montré un intérêt particulier pour cette commande, notamment du fait de l'amélioration de la puissance de calcul embarquée [**Rawlings et Mayne, 2009**, **Camacho et Bordons Alba, 2013**]. Cette dernière reste parfois limitante pour certaines applications. Le MPC a l'avantage de permettre la prise en compte de différents types de contraintes temporelles sur les états et les entrées du système, en prise directe avec des éléments du cahier des charges. De plus, le principe général du MPC n'est pas réservé aux modèles linéaires et peut prendre en compte des modèles non linéaires, afin d'améliorer la précision du contrôle (mais au coût d'une complexification du calcul). Il existe deux approches principales, à savoir le MPC implicite et explicite, qui diffèrent selon que la résolution du problème de commande optimal est résolu en ligne ou hors ligne.

Les auteurs du papier [**Falcone et al., 2007**] ont implémenté un contrôle prédictif pour le contrôle latéral d'un véhicule. Une comparaison entre une implémentation d'un MPC non linéaire *versus* d'un MPC linéaire basé sur des linéarisations successives du modèle est réalisée pour évaluer leur complexité et performance respectives. Une performance satisfaisante est obtenue du fait du suivi correct de la trajectoire même sur routes à faibles adhérence, ce qui montre la robustesse de l'approche face à l'environnement du système. Afin que l'implémentation en ligne soit possible, l'utilisation d'algorithmes d'optimisation légers est nécessaire. Dans [**Merabti et al., 2016**], 3 algorithmes d'optimisations métaheuristiques sont comparés pour le suivi de trajectoire d'un robot mobile. L'algorithme à Essaim de Particules (*Particle Swarm Optimization* ou PSO) s'est avéré le meilleur en terme de temps de calcul de convergence vers la solution optimale face aux algorithmes de colonies de fourmis (*Ant Colony Optimization* ou ACO) et de recherche de gravité (*Gravitational Search Algorithm* ou GSA). La commande MPC peut s'étendre à la classe de systèmes LPV pour éviter l'utilisation de modèles non linéaires et la résolution du problème associé complexe et coûteux [**Ballesteros-Tolosana et al., 2016**].

2.2.2 Les stratégies de commande fréquentielles

Que cela soit pour l'analyse ou la synthèse, le domaine fréquentiel s'est démarqué par un cadre particulièrement favorable à la spécification des objectifs de performance (qualité du suivi ou de la régulation), de bande passante et de robustesse. Les méthodes de commande fréquentielles H_2 et H_∞ apparues à partir des années 80 ont formé alors les prémisses de la commande robuste, offrant aux automaticiens des outils puissants mais simples pour le contrôle des systèmes. Nous présenterons dans cette partie les commandes H_∞, H_2 et la synthèse mixte H_2/H_∞. Les techniques basées sur la valeur singulière structurée (μ-analyse et μ-synthèse), appartenant également aux méthodes de commande fréquentielles, ne seront pas présentées.

Commande H_∞

La commande optimale H_∞ permet de contrôler un système soumis à des erreurs de modélisations et des incertitudes paramétriques [**Zhou et al., 1996**]. Sous sa forme la plus simple, le problème H_∞ traite du problème de réjection de perturbation. Précisément, il consiste à minimiser l'effet d'une perturbation w sur le comportement du système considéré. Le problème est généralement représenté sous sa forme standard (cf. Figure 2.3). Ensuite, un problème d'optimisation est formulé de façon à minimiser le norme H_∞ du transfert $T_{w\to z}$ entre w et z, correspondant à l'impact de w sur z (cf. l'interprétation des normes de systèmes en Annexe B). Cette fonction de transfert peut faire apparaître plusieurs objectifs, comme la sensibilité de la commande au bruit, la performance en suivi de consigne et de régulation ou encore la robustesse. Grâce à des fonctions de pondérations particulières, l'utilisateur peut alors formaliser ces compromis. Les articles de [**Lundström et al., 1991**] et de [**Ortega et Rubio, 2004**] assistent le concepteur dans le choix de ces fonctions pondérations. L'avantage de cette approche est sa robustesse inhérente. En effet, si l'on a $\|T_{w\to z}\|_\infty < \gamma$, le théorème des Petits Gains permet de conclure que $1/\gamma$ définit la taille maximale des incertitudes non structurées $\Delta(s)$ que peut « absorber » le système bouclé sans être déstabilisé [**Alazard et al., 1999**]. Par la minimisation de $\|T_{w\to z}\|_\infty$, le problème H_∞ vise à obtenir un contrôleur $K(s)$ robuste vis-à-vis des incertitudes non structurées $\Delta(s)$. La commande H_∞ peut également être vu comme une approche pire-cas (cf. son interprétation comme norme induite).
La résolution classique du problème H_∞ par LMI ou par les équations de Riccati (algorithme des γ-itérations) conduisent à des contrôleurs dynamiques de l'ordre du système, potentiellement difficiles à implémenter en pratique. Des méthodes de réduction d'ordre peuvent être appliquées afin de résoudre ce problème. Récemment des méthodes de synthèse H_∞ structurée [**Apkarian et Noll, 2006**] ont vu le jour et permettent d'optimiser directement les paramètres d'un contrôleur de structure prédéfinie.

Un contrôleur robuste H_∞ est synthétisé dans [**Wang et Tomizuka, 1999**] pour le contrôle latéral d'un poids-lourd. La méthode de synthèse par *loop-shaping* a été utilisée donnant un

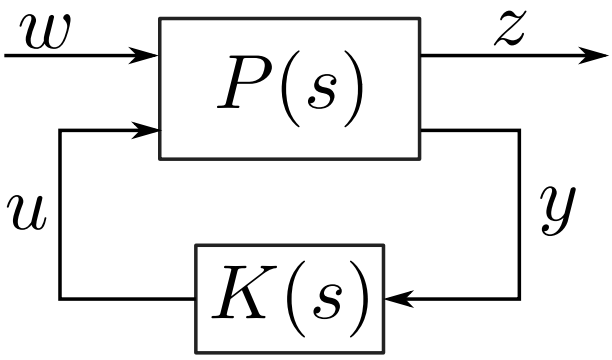


FIGURE 2.3 – Schéma de principe du problème H_∞ ou H_2 standard. P est le modèle standard du système (incluant les jeux de pondération support de la formalisation du problème) et K le contrôleur recherché. w désigne le vecteur des perturbations, z les sorties contrôlées, u le vecteur de commande et y les sorties mesurées.

régulateur d'ordre 9, qui a été réduit par la suite à l'ordre 4. Une attention particulière a été donnée pour la prise en compte de la variation de la vitesse (entre 0 et 90 km/h), de l'adhérence (entre 0.5 et 1) et de la masse totale du véhicule (entre 5 et 24 tonnes) afin d'obtenir un contrôleur robuste à ces différentes variations. Dans [**Eom et al., 2003**], un contrôleur H_∞ est comparé à un contrôleur obtenu par une méthode LQG/LTR (*Loop Transfer Recovery*), permettant de retrouver certaines propriétés de robustesse du LQ (au sens de la marge de module et non de la robustesse paramétrique). L'approche H_∞ reste néanmoins la plus robuste tout en trouvant une commande moins agressive.

Le problème du contrôle latéral d'un véhicule est sujet à plusieurs problématiques, comme la prise en compte de la variation de la vitesse, des capacités de calcul limitées, des états non mesurables et la grande variabilité des incertitudes paramétriques ainsi que de l'environnement dans lequel évolue le véhicule. Afin de garantir une implémentation aisée du contrôleur mais aussi éviter le rajout de capteurs, [**Hu et al., 2016**] ont étudié une synthèse par retour de sortie statique dans un cadre H_∞. Les gains sont obtenus par une approche mixte entre algorithme génétique et contraintes LMIs. Par rapport aux incertitudes paramétriques, [**Menhour et al., 2015**] ont synthétisé 2 contrôleurs H_∞, commutant selon la valeur de la dérive du véhicule β, qu'il est nécessaire d'observer ou de mesurer avec des capteurs coûteux. En effet, la dérive peut rendre compte de l'évolution des raideurs pneumatiques qui impactent très largement le comportement dynamique du véhicule. Cette stratégie est donc dépendante de la performance de l'observateur utilisé pour reconstruire la dérive du véhicule. L'utilisation d'une telle stratégie permet néanmoins l'utilisation d'une famille de modèles linéaires plutôt que d'un modèle non linéaire, et donc de garder les outils théoriques associés aux systèmes linéaires. Afin de prendre en compte la variation de la vitesse, le système non linéaire est transformé classiquement en un système LPV ou par la considération d'une famille de modèles linéaires (séquencement de

gains ou *gain-scheduling*). La synthèse H_∞ étendu aux classes de systèmes LPV dans le cas du contrôle latéral d'un véhicule a été traitée par plusieurs papiers, par exemple [**Raharijaona et al., 2005**, **Poussot-Vassal et al., 2011**, **Fergani et al., 2012**].

Commande H_2

La synthèse H_2 diffère de la synthèse H_∞ par le choix de la norme utilisée et des caractéristiques de l'espace de matrices de transfert considéré. Dans sa formulation standard (cf. 2.3), elle consiste à chercher un contrôleur $K(s)$ garantissant la stabilité interne du système tout en minimisant la norme H_2 du transfert $T_{w\to z}$. La commande H_2 est d'un certain point de vue une généralisation des commandes LQ (à horizon infini) et LQG [**William et Levine, 1996**]. Ce lien étroit provient des multiples interprétations que l'on peut avoir de la norme H_2 (cf. Annexe B). Contrairement à la commande pire-cas H_∞, la commande H_2 reflète une approche moyenne.

La méthodologie H_2 a été appliquée dans [**Shimakage et al., 2002**] permettant de trouver contrôleur par retour d'état offrant un compromis satisfaisant entre performance (écart latéral faible) et confort (mouvement du volant acceptable pour un conducteur). Un observateur est utilisé afin de reconstruire l'état. De plus, cette méthodologie permet d'atteindre une bonne robustesse de la boucle fermée aux perturbations et incertitudes paramétriques, ce qui est confirmé par une μ-analyse. [**Saleh et al., 2010**] se sont basés sur les résultats de [**Peng et Tomizuka, 1991**] afin de proposer un contrôleur optimal H_2 avec anticipation, mais dans le cadre d'un contrôle partagé entre automate et conducteur. L'action du conducteur est donc directement intégrée dans la synthèse du contrôleur, et ce grâce à des modèles générateurs permettant de prédire et donc anticiper sur un certain horizon temporel l'évolution du système véhicule-conducteur. Cette stratégie de contrôle H_2 avec anticipation a été également examinée par [**Sentouh et al., 2011**].

Commande mixte H_2/H_∞

La synthèse mixte H_2/H_∞, consistant à définir un problème d'optimisation avec des critères H_2 et H_∞ est un problème difficile pour lequel il n'existe pas de solution analytique ni d'algorithme systématique offrant une solution garantie en un temps « raisonnable ». Ce problème est néanmoins très intéressant car il permet de garantir une bonne performance nominale et une commande minimisée (mieux caractérisées par la norme H_2) sous contrainte de robustesse (exprimée par la norme H_∞).
Ce problème apparu au début des années 90 a trouvé ses premières solutions grâce à l'apparition des LMIs par relaxations convexes du problème. Cependant, la convexification du problème apporte beaucoup de conservatisme. Dans le même temps, les contrôleurs obtenus étaient de grande dimension [**Geromel et al., 1995**, **Hindi et al., 1998**]. Afin d'éviter des contrôleurs

de grande dimension, le papier [**Arzelier et Peaucelle, 2002**] propose une méthodologie itérative en vue d'obtenir un contrôleur statique de sortie par une synthèse mixte H_2/H_∞. Un peu plus tard, de nouveaux algorithmes d'optimisation apparaissent qui permettent une résolution efficace (quoique locale) à ce problème [**Apkarian et al., 2008**]. Ces algorithmes sont basés sur une optimisation non lisse. Cette approche est directe car elle optimise seulement les variables de décision (contrairement aux approches LMI qui ont recourt à des variables latentes, souvent en lien avec les fonctions de Lyapunov). Elle permet alors la considération d'un contrôleur structuré tel un retour de sortie statique, rendant alors possible son implémentation pratique pour des applications industrielles.

A notre connaissance, peu d'articles utilisent la synthèse mixte H_2/H_∞ pour le contrôle latéral d'un véhicule. Citons néanmoins [**Mammar, 1997**] qui a divisé les objectifs de commande en critères H_∞ pour la performance et le rejet de perturbation et en critères H_2 pour une meilleure insensibilité aux bruits de mesure. La synthèse est effectuée dans un contexte multi-modèle pour prendre en compte les incertitudes paramétriques, où 4 modèles sont utilisés avec des masses, des adhérences et des vitesses longitudinales différentes. Le contrôleur mixte H_2/H_∞ est obtenu par optimisation LMI [**Scherer, 1995**]. Dans [**Németh et Gáspár, 2012**], les auteurs se sont intéressés au contrôle d'un poids lourd pour qu'il soit capable de garder une distance par rapport au véhicule le précédant (régulateur de vitesse adaptatif) mais aussi de suivre la route (LCA). Le modèle utilisé comprend les dynamiques latérales, longitudinales et verticales du véhicule. Les différents objectifs sont formulés dans un cadre H_2/H_∞ : une contrainte H_∞ sur le suivi de référence de l'angle de lacet du véhicule et une contrainte H_2 contenant l'angle de roulis du véhicule, le suivi de référence de la vitesse relative entre les deux véhicules et l'accélération verticale du véhicule. Dans les deux cas, ces normes sont évaluées en regard des perturbations du système (courbure de la route et vent) ainsi que du bruit des capteurs. Un front de Pareto entre les valeurs des normes H_2 et H_∞ est trouvé par optimisation afin de laisser à l'utilisateur le choix du compromis entre performance et robustesse.

2.2.3 Autres stratégies de commande

PID

Les contrôleurs Proportionnel Intégral Dérivée (PID) sont des lois de commande simples permettant de réguler une variable de contrôle $e(t)$ à partir de sa valeur instantanée, son intégrale et sa dérivée [**Åström et Hägglund, 1995**]. Ainsi, la loi de commande s'écrit :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_{t_0}^{t} e(\tau)\mathrm{d}\tau + K_d \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} e(t) \tag{2.3}$$

De nombreuses méthodologies de réglages des coefficients K_p, K_i et K_d existent dans la littérature [**O'Dwyer, 2009**].

Les auteurs de [**Marino et al., 2011**] ont proposé un contrôle latéral d'un véhicule par l'utilisation de deux PID en cascade. La boucle interne permet d'assurer le suivi de consigne de la vitesse de lacet, malgré des perturbations constantes et les incertitudes paramétriques du véhicule. La boucle externe permet la génération de la référence de la vitesse de lacet à partir de l'erreur sur la position latérale, et ce afin de faire tendre celle-ci vers zéro. Une étude de stabilité robuste face aux incertitudes paramétriques est conduite en fonction de la vitesse longitudinale. Les sept paramètres de contrôle ainsi que la distance de visée sont obtenus par optimisation. La distance de visée (*lookahead distance* en anglais) permet de réguler la position latérale non pas au niveau du centre de gravité mais à une certaine distance devant le véhicule. Cette stratégie classique dans le contrôle latéral d'un véhicule est bénéfique puisqu'elle compense les retards inhérents et permet alors de gagner en robustesse, notamment à hautes vitesses longitudinales [**Košecká et al., 1999**, **Chen et Tan, 1999**]. [**Amer et al., 2016**] utilisent également cette même structure de PID en cascade pour effectuer le contrôle latéral d'un véhicule militaire. Les gains sont optimisés grâce à un algorithme par essaim de particule. Dans [**Ping et al., 2010**], tandis que la boucle externe utilise un contrôleur PID, la boucle interne (sur la vitesse de lacet) considère un contrôleur flou adaptatif afin d'améliorer la performance. L'article [**Park et al., 2015**] développe un contrôleur PID pour le suivi de consigne de l'angle au volant. Cette consigne est obtenue grâce à un module de planification de trajectoire sur le principe que le véhicule suit une trajectoire circulaire et utilise également une distance de visée. Un autre module permet de compenser les effets de zone morte de la direction et ajuste alors la consigne obtenue par la panification de trajectoire.

Commande floue

La commande floue est généralement utilisée sur les systèmes dont un modèle mathématique est difficile à obtenir. Elle consiste à définir des règles du type « si ... alors » sur les mesures. Elle a l'avantage de pouvoir être utilisée sur des modèles non linéaires et MIMO. Dans le cas du contrôle latéral, on pourra définir par exemple la règle :
Si "l'écart latéral" est positif **Alors** "le volant" tourne à gauche (par convention, un écart latéral positif correspond à un décentrage de la voiture sur la gauche).
Ainsi pour cet exemple, "l'écart latéral" est l'entrée du contrôleur, "le volant" sa sortie, et l'action "tourne à gauche" est la fonction à définir par le metteur au point. Ces fonctions, appelées fonctions d'appartenance (*membership functions*) sont nécessairement réglées manuellement par essais-erreur et elles tentent de conférer au contrôleur un comportement au plus proche de ce que ferait un conducteur réel. Cependant, leur réglage peut s'avérer complexe et les analyses de

stabilité et de performance peuvent se révéler délicates. De plus, le nombre de règles à mettre au point peut rapidement devenir important en vue d'obtenir un contrôle satisfaisant, rendant ce processus très chronophage voir impossible. Les systèmes basés sur la commande floue peuvent être catégorisés en deux approches distinctes : la première consiste en un superviseur pour adapter les gains d'un contrôleur existant par une logique floue et la deuxième en l'implémentation directe d'un contrôleur flou.

Dans [**Hessburg et Tomizuka, 1994**], un contrôle latéral d'un véhicule est réalisé grâce à 3 modules obtenus par logique floue. Le premier représente les gains du retour d'état (feedback), le deuxième est une action anticipative par rapport à l'évolution de la courbure de la route (feedforward) et le dernier permet d'ajuster la commande selon la vitesse longitudinale du véhicule (gain-scheduling). Les règles sont ici réglées manuellement grâce à l'expertise des auteurs. Dans [**Cai et al., 2003**], deux contrôleurs PD flou en parallèle sont proposés afin de découpler l'action sur l'écart latéral et l'angle de lacet du véhicule. Leurs paramètres sont alors optimisés par un algorithme génétique pour faciliter le réglage des contrôleurs. Une architecture en cascade est utilisée par [**Pérez et al., 2011**]. Le contrôleur bas-niveau est un PID discret dont les entrées (angle et vitesse volant de référence) sont obtenues via le contrôleur haut-niveau, qui est un contrôleur flou. L'approche est validée sur tests réels montrant la bonne performance de l'architecture proposée et ce pour plusieurs vitesses longitudinales. Le contrôleur bas-niveau assure notamment le confort en filtrant les sorties du contrôleur haut-niveau, afin d'éviter des oscillations indésirables. Un contrôleur flou dont les paramètres sont ajustés automatiquement est proposé dans [**Onieva et al., 2011**]. Un algorithme génétique itératif est implémenté pour ajuster les paramètres du contrôleur flou. Cet algorithme utilise les données collectées pendant une première phase de conduite afin de proposer un contrôle autonome séparé en 3 modes (éco, confort, sport) qui sera adapté à l'attitude du conducteur.
La structure en cascade écart latéral - angle de lacet est également proposée dans [**Ping et al., 2010**] utilisant deux contrôleurs PID. Cependant les auteurs utilisent ici un superviseur par logique floue afin d'adapter les gains du contrôleur bas-niveau (sur l'angle de lacet) afin d'améliorer la performance globale du système.

Commande par réseau de neurones

Un système peut être représenté par une interconnexion de neurones artificiels formant alors un réseau de neurones. Ces neurones peuvent être organisés par couche, où chaque couche est associé à une tâche. Chaque neurone est activé selon le résultat d'une somme pondérée des ses entrées, ces pondérations sont appelées les coefficients synaptiques. La calibration du réseau se fait par un processus dit d'apprentissage qui consiste à trouver un ensemble de coefficients synaptiques octroyant à l'ensemble du réseau le comportement souhaité. Il existe plusieurs type

d'apprentissage :

- **Apprentissage supervisé :** A partir de données réelles qui serviront de référence (données d'apprentissage) pour le réseau de neurones, les coefficients synaptiques sont évalués en minimisant l'erreur entre la sortie souhaitée et la sortie obtenue. On vérifie alors ensuite sur des données de validation (i.e. des données que le réseau n'a jamais rencontré) la bonne précision du réseau. Bien que ce type de stratégie obtient de très bons résultats pour des applications de reconnaissance d'image, sur l'application du contrôle latéral la difficulté est d'avoir de grandes bases de données représentatives et non biaisées.
- **Apprentissage non-supervisé :** Dans ce cas, la base de données n'est pas classifiée et l'algorithme d'apprentissage doit lui seul trouver des critères de similarités sur les échantillons afin de les catégoriser en plusieurs classes (on parle de problème de segmentation ou *clustering* en anglais). L'algorithme cherche à maximiser l'homogénéité des données au sein des groupes tout en formant des groupes aussi distincts que possible. Cet apprentissage n'est pas adéquat pour le contrôle d'un véhicule autonome mais peut être utilisé comme un outil de détection d'anomalies par exemple.
- **Apprentissage par renforcement :** Dans ce type d'apprentissage, le système interagit directement avec son environnement pour trouver la solution optimale. Il diffère fondamentalement des deux autres approches par son côté interactif et itératif. Le système teste plusieurs solutions (phase d'exploration), observe les résultats puis adapte en conséquence ses variables.
- **Apprentissage par imitation :** Aussi appelé apprentissage par renforcement inverse, il se démarque du cas précédent par l'observation d'un « expert » résolvant le problème. Il adapte alors ses paramètres pour faire aussi bien que lui (voire mieux). Cela a l'avantage de ne pas nécessiter de définir des récompenses, processus s'avérant compliqué bien que crucial dans le cas de l'apprentissage par renforcement. L'apprentissage par imitation est le plus couramment utilisé pour les problèmes où il est difficile de formaliser des objectifs, comme c'est le cas pour les voitures autonomes. Il est en effet plus simple de faire piloter une voiture par un expert que formaliser des récompenses pour qualifier la conduite, bien que probablement plus coûteux. Les chercheurs travaillent désormais sur des algorithmes combinant ces deux approches d'apprentissage par renforcement en vue de trouver un bon compromis.

L'apprentissage par imitation a été appliqué pour le véhicule autonome comme un moyen de reproduire le comportement d'un conducteur. Cela permet notamment de pouvoir proposer un contrôle au plus près des attentes du conducteur. Les travaux de [**Pomerleau, 1989**] propose un des premiers réseaux de neurones appliqué au véhicule autonome. Afin de caractériser précisément le comportement d'un conducteur sur autoroute, les auteurs de [**Kuderer et al., 2015**] proposent l'apprentissage par imitation des paramètres d'un module de génération de

trajectoire. Pour cela une fonction coût est calculée basée sur les données dynamiques générées par les actions du conducteur (position dans la voie, position par rapport au véhicule le plus proche et le précédant, vitesses, accélérations, jerks). Le module de génération de trajectoire est alors capable de proposer des trajectoires imitant le comportement du conducteur.
La phase d'apprentissage ne pouvant pas être réalisée sur des véhicules circulant directement dans la rue, elle est généralement effectuée dans des environnements de simulation. Une deuxième phase est alors l'adaptation au monde réel pour réajuster le premier réglage [**Pan et al., 2017**].
La communauté s'intéresse également à la résolution du problème du véhicule autonome par le principe de bout en bout (*end-to-end* en anglais), permettant alors d'optimiser le processus dans son ensemble (perception, planification, contrôle) [**Bojarski et al., 2016**, **Xu et al., 2017**].

Cependant, l'évaluation de la stabilité, de la performance et de la robustesse dans le cas des réseaux de neurones n'est pas directe voire impossible à obtenir, ce qui pose des problèmes pour la certification des systèmes basés sur cette commande. Ces certificats sont d'autant plus difficiles à obtenir que le réseau est grand.

Commande adaptative

La commande adaptative est implémentée pour les systèmes soumis à de larges variations de ses paramètres, à de nombreuses perturbations extérieures ou pour compenser des non linéarités non modélisées. Le contrôleur est en principe capable de détecter la variation et adapte son comportement afin d'améliorer la performance. La loi adaptative peut être de natures différentes : fonction floue (cartographies), fonctions non linéaires, observateurs, etc. La commande adaptative peut être alors vue comme un ensemble de commande regroupant également la commande floue et la commande par réseau de neurones, mais que nous avons déjà présenté précédemment. Nous nous focaliserons donc sur les autres techniques pour adapter les contrôleurs.

Les auteurs de l'article [**Netto et al., 2004**] ont implémenté pour le contrôle latéral d'un véhicule un contrôleur capable de s'auto-adapter (*self-tuning controller* en anglais) face aux perturbations extérieures (vent et courbure de la route) et aux incertitudes paramétriques. Ces deux aspects sont considérés comme inconnus bien que supposés appartenant à un ensemble compact. Des simulations sur un modèle non linéaire prouvent la robustesse de cette stratégie de contrôle.
Dans [**Ungoren et Peng, 2005**], les auteurs ont utilisé un contrôle prédictif adaptatif (*Adaptive Predictive Control* en anglais) capable d'utiliser les données de conduite d'un conducteur afin de concevoir un contrôle latéral autonome adapté à ce conducteur. Les incertitudes paramétriques d'un véhicule (pour les modèles usuels relatifs aux dynamiques latérales) concernent les rigidités des pneumatiques, la masse, la position du centre de gravité et la matrice d'inertie.
Dans [**Ahmadi et al., 2009**], le problème de la variation des rigidités des pneumatiques est

traité grâce à la proposition d'un modèle de pneumatiques inverses. La masse du véhicule et sa matrice d'inertie, considérées ici comme inconnues, sont estimées grâce à une loi adaptative. Une garantie de stabilité de la structure de contrôle ainsi que de la convergence des paramètres à estimer est donnée grâce à l'utilisation d'une fonction de Lyapunov. Une approche par backstepping adaptatif est employée dans [**Hima et al., 2011**]. Afin de compenser les incertitudes paramétriques et les non linéarités, un contrôle adaptatif basé sur la commande $\mathcal{L}_1$ [**Hovakimyan et Cao, 2010**] a été adopté dans [**Shirazi et Rad, 2018**] permettant d'obtenir des garanties de robustesse tout en offrant une adaptation rapide des paramètres.

Commande par mode glissant

Apparue au début des années 60, la commande par mode glissant (en anglais *Sliding Mode Control* - SMC) a été conçue afin de répondre à des besoins de robustesse en aéronautique. En effet, par sa structure particulière, elle concède à la boucle fermée une robustesse vis-à-vis d'un certain type d'erreurs de modélisation, des incertitudes paramétriques et des perturbations externes [**Shtessel et al., 2014**]. L'idée du SMC est de forcer les trajectoires du systèmes à converger asymptotiquement vers un domaine appelé surface de glissement, puis de garantir qu'elles y resteront malgré les perturbations et incertitudes. Elle se base sur une variable s appelée variable de glissement, choisie selon les objectifs visés (dynamiques à contrôler) et qui définit alors la surface de glissement associée. Elle prend classiquement la forme $s = \dot{e} + \lambda e$, qui assure que pour $s = 0$, l'erreur e convergera vers 0 asymptotiquement (dynamique dépendant du paramètre de pondération λ). Le contrôleur associé est une commande discontinue permettant de forcer les trajectoires du système à atteindre la surface de glissement et comprend un terme de la forme $\dot{s} = -k\text{sign}(s)$, k étant un paramètre de contrôle. Une fois la surface de glissement atteinte, cette commande permet d'assurer l'évolution des trajectoires sur cette surface ; cette dernière est dite attractive. Cependant, un phénomène indésirable de réticence (ou *chattering* en anglais) existe du fait de l'usage de la fonction sign. Une fonction sign approchée (par exemple fonction de saturation) peut être utilisée afin de réduire les conséquences potentiellement néfastes pour le système (notamment pour les actionneurs) ou par l'utilisation d'une contrôle SMC d'ordre supérieur, utilisant alors les dérivées de la variable de glissement. L'algorithme reconnu du « super-twisting » est une commande SMC du second ordre garantissant les mêmes priorités que celui du premier ordre, tout en permettant d'amoindrir le phénomène de réticence [**Shtessel et al., 2012**].

La commande par mode glissant a été implémentée avec succès dans de nombreux papiers pour le contrôle latéral de véhicule ou de robots mobiles. La plupart de ces études ont utilisé l'écart latéral comme variable de glissement. Le phénomène de réticence inhérent à ce type de commande est résolu dans [**Wang et al., 2008**] par une fonction de saturation et dans [**Guo**

et al., 2014] par un algorithme basée sur des réseaux de neurones. [**Hingwe et Tomizuka, 1997**] proposent un contrôleur par mode glissant pour générer une commande en vitesse volant. Un filtre intégrateur est alors implémenté, ce qui permet de filtrer les oscillations du contrôleur. Les auteurs de [**Solea et Nunes, 2006**] combinent la mesure de l'écart latéral et de l'angle de lacet dans la variable de glissement, ce qui impose que ces deux états doivent converger ensemble. La commande *super-twisting* a été proposée par [**Tagne et al., 2013**, **Imine et Madani, 2013**, **Solea et Cernega, 2015**]. Cette commande trouve son intérêt par la réduction de l'effet de réticence mais également par une très bonne robustesse face aux incertitudes paramétriques, aux perturbations extérieures ainsi qu'aux non-linéarités du système.

2.2.4 Conclusion sur les stratégies de commande

Cette section nous a permis de passer en revue les nombreuses stratégies de commande utilisées pour le contrôle latéral d'un véhicule. La prise en compte des dynamiques latérales du véhicule nous apparaissant essentielles, nous nous sommes focalisés sur les techniques reposant sur des modèles dynamiques. Ces stratégies présentent toutes des avantages et des inconvénients, liés à leur nature elle-même ou à des considérations liées à leur implémentation pratique. La sélection d'une stratégie de contrôle se base alors sur les exigences du système (cahier des charges et notamment la structure de commande), les mesures accessibles mais aussi les capacités de calcul embarqués. La Table 2.1 résume ces différentes stratégies.

2.2.5 Techniques d'optimisation pour la synthèse multi-objectif

L'optimisation joue un rôle central en automatique, que ce soit en analyse ou en synthèse des lois de commande, afin d'en simplifier la résolution ou la rendre plus rapide. En effet, certains problèmes de commande décrits précédemment peuvent être formulés comme des problèmes d'optimisation multi-objectifs sous contraintes. En vue de leur implémentation pratique, les contrôleurs sont souvent recherchés d'ordre réduit voire statiques. Or la recherche de contrôleurs structurés complexifie considérablement la résolution du problème de commande. Il s'agit en effet de problèmes d'optimisation non convexes ayant potentiellement un nombre de variables de décision important. Il devient dès lors difficile de les relaxer pour obtenir un problème convexe sans trop induire de pessimisme.
Un problème d'optimisation revêt en général la forme qui suit :

$$\begin{aligned} \underset{x\in\mathcal{X}}{\text{minimiser}} \quad & f(x) = (f_1(x), \ldots, f_n(x)) \\ \text{s.c.} \quad & g_i(x) \leqslant 0 \\ & h_i(x) = 0 \end{aligned} \tag{2.4}$$

TABLE 2.1 – Synthèse des différentes stratégies de commande et leurs avantages / inconvénients

Stratégie de Contrôle	**Avantages**	**Inconvénients**
LQ	• Maturité de la théorie • Compromis performance / sollicitation de la commande / robustesse • Retour statique	• Besoin d'accessibilité à tout l'état • Utilisation de modèles linéaires uniquement
MPC	• Bonne robustesse • Possibilité d'utiliser des modèles non linéaires • Possibilité de prise en compte de contraintes temporelles	• Nécessité d'optimisation en ligne du contrôleur, demandant alors une puissance de calcul parfois limitante pour une application pratique
H_2/H_∞	• Maturité de la théorie • Robustesse • Synthèse structurée • Formulation fine des objectifs de performance et de robustesse	• Utilisation de modèles linéaires dans son acception première
Intelligente (adaptative & flou & réseau de neurones)	• Possibilité de s'adapter aux conditions environnantes changeantes et aux incertitudes paramétriques • Apprentissage du comportement d'un conducteur réel	• Certificats de stabilité / performance • Puissance de calcul nécessaire • Nécessité d'une large base de données qui doit être objective pour ne pas biaiser l'apprentissage
PID	• Simplicité • Maturité de la théorie	• Commande monovariable par essence
Mode Glissant	• Robustesse aux erreurs de modélisations, aux incertitudes paramétriques et aux perturbations externes	• Phénomène de réticence • Faiblesse relative de la formalisation des performances

où $f(x) : \mathcal{X} \rightarrow \Re^n$ la fonction coût à minimiser est composée de n objectifs ;
$\mathcal{X}$ est le domaine de recherche pour les variables de décision ;
$g_i(x)$ sont les contraintes sous formes d'inégalités ;
$h_i(x)$ sont les contraintes sous formes d'égalités.

La méthode d'optimisation est sélectionnée selon les informations disponibles sur la fonction coût qui peuvent être son expression analytique exacte et sa dérivée. Si l'information n'est pas disponible, on parle alors de problème d'optimisation « boîte-noire », qui est naturellement plus complexe. Deux caractéristiques sont importantes à prendre en compte pour le choix d'un algorithme d'optimisation [**Dréo et al., 2006**] : la première relève de sa capacité d'*exploration* lui permettant de trouver les zones dans l'espace de recherche présentant de fortes probabilités de contenir des solutions optimales. La deuxième caractéristique est l'*intensification* qui relève de la capacité de l'algorithme à minimiser la fonction objectif en priorisant les zones à fortes probabilités de contenir la solution optimale. Trouver un bon compromis entre ces deux caractéristiques est essentiel afin de guider l'algorithme vers la solution globale, évitant ainsi les pièges des solutions locales. Un algorithme est dit *direct* s'il évalue la fonction coût directement [**Rios et Sahinidis, 2013**]. Un algorithme est dit *indirect* s'il utilise un modèle de substitution afin d'approximer la valeur de la fonction coût. Les algorithmes indirects se révèlent très avantageux dans le cas d'une fonction coût onéreuse en calcul (car ils en réduisent le nombre d'évaluations) mais nécessitent cependant le calcul du modèle de substitution. De plus, une méthode d'optimisation pourra être *locale* ou *globale*. Manifestement, même s'il est plus compliqué et plus lourd numériquement d'utiliser une méthode globale, celle-ci présente le grand avantage de garantir l'optimalité, comme cela est le cas dans les cas convexes. Enfin, le problème d'optimisation à résoudre peut être mono-objectif ou multi-objectif. Dans le cas multi-objectif, le problème d'optimisation est généralement converti en problème mono-objectif (par exemple grâce à une somme pondérée d'objectifs) afin d'être résolus [**Fang et al., 2011**]. Si aucune somme pondérée ne s'impose comme étant le critère à optimiser mais qu'il s'agit bien d'arbitrer *a posteriori* entre différents objectifs antagonistes, alors on peut faire évaluer les coefficients de la somme pondérée. La résolution du problème pour chaque jeu de pondération donne une solution optimale et l'ensemble de ces solutions optimales forme un front de Pareto [**Collette et Siarry, 2013**]. Le concepteur choisit alors le compromis adéquat entre ces objectifs.

La thèse de [**Davins-Valldaura, 2016**] présente et compare les principaux algorithmes d'optimisation globale et multi-objectif. Ces algorithmes peuvent être utilisés dans le cadre de synthèse de contrôleurs, même pour des fonctions coûteuses. On distingue principalement trois groupes parmi ces algorithmes : les algorithmes déterministes, stochastiques directs et stochastiques indirects. Pour une classification complète et une description détaillée des méthodes

d'optimisation globale, on peut se référer aux travaux de [**Berthiau et Siarry, 2001**, **Rios et Sahinidis, 2013**, **Dréo et al., 2006**]. Les algorithmes les plus prometteurs sont les suivants : l'algorithme génétique *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm 2* (NSGA2) [**Deb et al., 2000**], celui par essaims de particules *Multi-Objective Particle Swarm Optimization* (MOPSO) [**Coello et al., 2004**], et les algorithmes déterministes *Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2* (SPEA2), *Pareto Envelope-based Selection Algorithm 2* (PESA2) [**Corne et al., 2001**] et *Pareto Efficient Global Optimization* (ParEGO) [**Knowles, 2006**, **Davins-Valldaura et al., 2016**].

Les algorithmes d'optimisation globale peuvent néanmoins devenir trop lents dans leur recherche de solution lorsque la fonction à évaluer est coûteuse (en terme de calcul) ou lorsque le nombre de paramètres voire de modèles (dans un contexte multi-modèle) devient important. Pour remédier à ces problématiques, il peut être proposé d'utiliser des approches purement locales ou hybrides (combinaison des optimisations globale et locale pour tirer profit des avantages de chacune). Une autre approche serait de procéder par relaxations convexes en vue de faire coïncider l'optimisation locale avec l'optimisation globale. Nous présentons ci-dessous deux approches alternatives aux algorithmes d'optimisation globale sus-cités et que nous avons considérées dans ces travaux : l'optimisation convexe et l'optimisation non-lisse.

Optimisation convexe - LMI

Les LMIs ont été utilisées au début pour vérifier la stabilité des systèmes, grâce au paradigme de Lyapunov. La stabilité interne d'un système dynamique linéaire de la forme $\dot{x}(t) = Ax(t)$ où $x(t) \in \mathcal{R}^n, A \in \mathcal{R}^{n\times n}, x(0) = x_0$ est équivalente à l'existence d'une matrice $P \in \mathcal{R}^{n\times n}$ définie positive telle que :

$$A^T P + PA < 0 \tag{2.5}$$

Certaines classes de problème en automatique peuvent être formulées comme un problème d'optimisation convexe sous contraintes LMI. Cette formulation permet l'utilisation de solveurs efficaces basés sur l'optimisation semi-définie ou SDP (*Semi-Definite Programming*), pouvant résoudre ces problèmes efficacement alors même que la solution analytique faisait défaut. De plus, le fait de résoudre un problème convexe permet d'assurer l'unicité de l'optimum. Cette approche s'est alors imposée chez les automaticiens qui ont vu là une formalisation unificatrice des problèmes de commande. L'ouvrage de [**Boyd et al., 1994**] et plus récemment le support de cours de [**Scherer et Weiland, 2015**] présentent toute la théorie relative à ces outils mathématiques et leurs applications dans les problèmes généraux en automatique. La formulation de la plupart des problèmes classiques en problème d'optimisation convexe sous contraintes LMI se fait grâce à quelques outils de manipulations permettant de mettre sous forme LMI des contraintes non

linéaires (complément de Schur), ou encore de rendre linéaire un problème bilinéaire (lemme d'élimination, lemme de Finsler, changement de variable). La stabilité est assurée par l'inégalité de Lyapunov présenté ci-dessus (dans un cas particulier). Les lemmes réel-borné, réel-positif et Kalman-Yakubovich-Popov (KYP) établissent des relations entre les équations de Riccati, les LMIs et la passivité des systèmes, et permettent par exemple le calcul efficace de normes H_∞.

Optimisation non-lisse

Dès lors que l'on rajoute des contraintes sur la structure du contrôleur, le problème de commande devient non-convexe. La formulation du problème structuré s'écrit le plus souvent sous forme de BMIs (*Bilinear Matrix Inequalities*) qui est alors non réductible à des LMI et bien non convexe. Or la résolution des problèmes sous forme BMI est NP-hard [**Nemirovskii, 1993**]. Des groupes de recherche tentent de concevoir des solveurs de problèmes BMIs, par exemple [**Henrion et al., 2003**, **Thevenet et al., 2006**, **Leibfritz et Mostafa, 2002**] mais ils se heurtent aux limitations numériques, principalement dues à un accroissement trop important des variables de décision.
Au début des années 2000, Burke, Lewis et Overton ont alors étudié une autre voie afin de trouver un contrôleur stabilisant, non basée sur le paradigme de Lyapunov et qui consiste en la résolution du problème d'optimisation suivant [**Burke et al., 2003**] :

$$\min_{K} \quad \alpha\left(A + BKC\right) \tag{2.6}$$

où (A, B, C) est une réalisation du système considéré, K le contrôleur par retour d'état structuré recherché et α l'abscisse spectrale de la boucle fermée du système.
L'abscisse spectrale d'une matrice correspond à la plus grande partie réelle de ses valeurs propres. La résolution de ce problème d'optimisation implique donc que tous les pôles de la boucle fermée soient placés dans le demi-plan gauche du plan complexe et donc que le système soit stable. La formulation de ce problème d'optimisation offre principalement deux avantages : premièrement, seul le nombre de paramètres libres du correcteur recherché constituent la dimension de l'espace de recherche qui est donc indépendante du nombre d'états du système ; deuxièmement la structure du correcteur peut être imposée par une simple paramétrisation. Cependant cette formulation est un problème *minimax*, par essence non lisse, et la fonction de l'abscisse spectrale est une fonction non convexe. Afin de résoudre ce problème non lisse et non convexe, Burke, Lewis et Overton ont proposé un algorithme étendant la définition des gradients sur des fonctions non-Lipschitziennes [**Burke et al., 2005**]. Ces recherches ont donné naissance au package Matlab *HIFOO* [**Burke et al., 2006**, **Gumussoy et al., 2009**] permettant de traiter la synthèse structurée multi-objectif (objectifs formulés dans un cadre H_2/H_∞). Apkarian et Noll ont développé un autre algorithme basé sur le calcul du sous-gradient de Clarke [**Apkarian et al.,**

2004]. Leurs travaux ont permis le développement d'un autre package Matlab : *systune* [**Apkarian et al., 2014**, **Apkarian et Noll, 2015**]. Dans les années qui ont suivies la conception de cet algorithme pour la « simple » stabilisation d'une structure prédéfinie, ces deux groupes de recherche ont largement développé les fonctionnalités afin de proposer des synthèses structurées multi-objectifs et multi-modèles. Les objectifs peuvent être de natures différentes, ce qui rend ces approches très intéressantes pour la conception de lois de commande, malgré leur caractère local. Des comparaisons théoriques et pratiques entre ces deux algorithmes ont été réalisées dans [**Bompart, 2007**] et [**Sadabadi et Peaucelle, 2016**].

2.3 Conclusion - Choix Méthodologiques

Dans ce chapitre, nous avons présenté les spécificités haut-niveau du contrôle latéral d'un véhicule et plus particulièrement celui du LCA pour les voitures grand public qui est une ADAS dite de confort. Ce système est contraint par les normes en vigueur qui limitent les performances de cette technologie encore jeune afin notamment que le conducteur, encore présent dans la boucle de régulation et responsable de la supervision du système, puisse reprendre le contrôle à tout moment. Ces limitations définissent les valeurs maximales admissibles sur l'accélération latérale et donc sur le couple / angle au volant que l'assistance peut demander. On peut penser que, dans le futur, ces limitations seront progressivement relâchées afin de conférer au système plus d'autonomie, mais nécessitera des garanties de confort et de sécurité de plus en plus fortes.
Le contrôle latéral doit faire face à plusieurs exigences auxquelles les ingénieurs devront apporter des solutions : confort des passagers et donc acceptabilité des clients, performance, sécurité, robustesse face aux perturbations extérieures (vent, dévers, conditions météorologiques) et robustesse face aux incertitudes paramétriques (grande variabilité des caractéristiques dynamiques d'un véhicule notamment par le changement des pneus et de la masse). Nous avons vu que la communauté des automaticiens automobiles a étudié amplement ce problème de par la proposition de sa résolution par de nombreuses techniques de commande connues, et ce depuis plusieurs décennies. Afin de répondre au cahier des charges, de nombreux chercheurs et ingénieurs ont utilisé des commandes temporelles (LQ, MPC, LPV) permettant d'imposer au système des caractéristiques simples telle que la déviation latérale maximale autorisée. La puissance de calcul embarquée devenant plus importante, le MPC attire récemment beaucoup d'attention de par sa capacité à traiter le cas de contraintes dures sur certains signaux temporels et la possibilité de l'utilisation de modèles non linéaires. Une autre voie de recherche a consisté à exploiter des commandes d'essence fréquentielle (commandes H_2 et H_∞). Celles-ci sont très favorables à l'évaluation de la robustesse et offrent un cadre de travail propice à la spécification d'objectifs. La transcription des objectifs en spécifications fréquentielles est désormais bien outillée et devient dès lors plus accessible. De plus, les synthèses structurées sont bien adaptées aux contraintes

d'implémentation industrielle de ces commandes. La prise en compte explicite des incertitudes fait partie intégrante de ces méthodologies et permet de compenser la possible limitation induite par l'utilisation de modèles linéaires. La commande PID a été également explorée et nécessite généralement une architecture cascade pour être adaptée au cas SIMO et aussi pour découpler l'action sur l'écart latéral et l'orientation du véhicule (angle de lacet). Les commandes adaptatives tentent d'appréhender les variations des paramètres du véhicule ou de son environnement afin d'améliorer les performances du contrôle. La rapidité de convergence des algorithmes utilisés, la puissance de calcul nécessaire ou encore les mesures nécessaires pour estimer certains paramètres peuvent s'avérer limitantes en pratique. Les commandes « intelligentes » telles que la commande floue ou la commande par réseau de neurones procèdent par apprentissage mimant alors le comportement de l'humain. Ces commandes souffrent néanmoins du manque de garantie de stabilité et de robustesse, nécessaire pour la commercialisation des véhicules.

Dans cette thèse nous nous sommes particulièrement intéressés au formalisme H_2/H_∞. En effet, comme nous le verrons au Chapitre 4, nous recherchons une méthodologie de commande permettant d'appréhender un cahier des charges détaillé tant sur le registre du confort, des performances et de la robustesse, tout en ayant la capacité de se conformer aux structures de commande spécifiées par Renault et Nissan. La structure nominale considérée se compose d'une rétroaction par retour d'état avec observateur d'état complet, et d'une action de tendance (feedforward) exploitant la courbure de la route. Les techniques de commande PID, par mode glissant, adaptative et réseau de neurones ne sont alors pas envisagées. La commande MPC a été explorée par une autre thèse en interne chez Renault par [**Ballesteros-Tolosana, 2018**] et demanderait également un changement de structure. Le formalisme H_2/H_∞ s'est imposé alors comme la méthode permettant de répondre aux contraintes établies par Renault. La transcription des objectifs de commande en critères H_2 et H_∞ sera présentée au Chapitre 4. Cependant, la synthèse H_2/H_∞ structurée est un problème n'ayant aucune solution analytique. Nous avons alors présenté les techniques d'optimisation envisageables pour trouver une telle solution. Nous écartons les approches stochastiques car nous souhaitons utiliser une méthodologie déterministe. Cela assure en effet de retrouver toujours la même solution (à partir des mêmes conditions initiales). La thèse de [**Davins-Valldaura, 2016**] a proposé l'optimisation ParEGO (*Pareto Efficient Global Optimization*) pour la synthèse d'observateur de la dynamique latérale. Ces mêmes algorithmes d'optimisation ont été appliqués pour la synthèse du contrôleur et permettent d'obtenir efficacement un front de Pareto entre deux critères. Le premier critère choisi juge de la performance du contrôleur en calculant l'écart moyen de l'écart latéral sur un scénario pré-défini. Il nécessite donc des simulations temporelles afin d'être évalué. Le deuxième critère d'optimisation proposé juge de la robustesse de la boucle fermée par l'évaluation de la marge de retard. La robustesse est alors uniquement évaluée par cette marge de robustesse et cela sur

la base d'un seul modèle bicyclette nominal. Le front de Pareto ainsi obtenu laisse ensuite au metteur au point le choix du contrôleur Pareto-optimal le mieux adapté. Le choix est effectué d'abord au travers de simulations temporelles extensives avant d'être finalisé par des tests sur véhicule. Cette méthodologie est appliquée par Renault et a prouvé son efficacité. La force de cette approche est qu'elle procède par optimisation globale et laisse la possibilité de prise en compte de contraintes temporelles, potentiellement évaluées sur un modèle de simulation réaliste (au détriment du coût de calcul). Cependant, le recours à des simulations temporelles extensives entraîne un volume de calculs important. Il est de plus nécessaire de disposer d'un ensemble de scénarios de simulation suffisamment exhaustif, ce qui risque de faire perdre de vue les cas dimensionnant. De façon générale, l'évaluation par recours à des simulations temporelles de multiples indicateurs de performance, de robustesse, de sensibilité aux bruits, etc., requiert une combinatoire élevée quant au nombre de scénarios à considérer.

Pour pallier certaines de ces limitations, la thèse propose une approche multi-objectif H_2/H_∞. Elle offre en effet la possibilité d'utiliser les fondamentaux de la théorie des systèmes dynamiques (linéaires) et de la puissance des outils de l'analyse fréquentielle. Cette approche est également une approche à base de modèles, du système d'abord mais aussi de son environnement. Il y a donc une étape de structuration en scénarios dimensionnant, notamment par la proposition de modèles de signaux. De plus, l'évaluation de la qualité de la commande considérée, à la fois en terme de performance, sensibilité au bruit, confort et robustesse est efficace car ne nécessitant pas de simulation temporelle. Cette approche est cependant limitée quant à la prise en compte seulement indirecte de contraintes temporelles mais aussi par l'utilisation uniquement de modèles linéaires.
La méthodologie mise en place dans ces travaux propose alors le choix du contrôleur Pareto-optimal *a priori* pour le metteur au point, et cela grâce à l'expertise sur le système. Un problème d'optimisation sous contraintes utilisant des critères H_2 et H_∞ sera alors formulé et laisse au metteur au point le choix de paramètres directement liés à la physique et donc compréhensibles. L'expertise du système permettra de fixer certains paramètres et donc réduire le nombre de paramètres de réglages, facilitant la pré-calibration.

Nous avons envisagé deux voies pour la résolution du problème H_2/H_∞ structuré. La première s'appuie sur le paradigme de Lyapunov et la relaxation LMI, avec l'utilisation *in fine* de la programmation semi-définie ; la seconde procède à la détermination directe des paramètres de la loi de commande recherchée par optimisation non lisse et l'utilisation des sous-gradients de Clarke. Nous avons procédé à une comparaison des deux voies dans [**Mustaki et al., 2019b**] (cf. Annexe D), toutes deux capables de synthétiser un contrôleur multi-objectif H_2/H_∞ par retour de sortie statique (problème général englobant le cas structuré) et robuste. Pour dépasser

le cadre d'une comparaison purement qualitative, nous nous sommes focalisés sur le cas de la synthèse du LCA, formalisé de manière à permettre la comparaison la plus honnête possible. La synthèse de cette comparaison est partiellement rappelée ci-dessous. Un grand avantage de l'optimisation non lisse est qu'elle n'ajoute aucun pessimisme puisqu'elle permet d'optimiser les paramètres du contrôleur directement plutôt que la recherche de matrices de Lyapunov d'ordre du système comme c'est le cas par les approches LMI. Le nombre de variables de décision est alors drastiquement réduit. Dans le cas de cette comparaison, nous en avions 12 dans le cas de l'optimisation non lisse et 160 pour l'approche LMI. En effet, l'approche non lisse est de l'optimisation pure et permet alors de formuler le problème de commande considéré comme un problème d'optimisation non lisse et non convexe [**Sadabadi et Peaucelle, 2016**]. Néanmoins, l'optimisation non lisse opère comme optimisation locale, la solution dépend donc fortement du point d'initialisation et c'est pourquoi plusieurs initialisations (aléatoires) peuvent s'avérer nécessaires pour éviter les « mauvais » minimums locaux. Elle offre tout de même un certificat de convergence local. Les techniques LMI amènent souvent à des solutions sous-optimales mais le fait qu'elles reposent sur de l'optimisation convexe rend efficace le calcul de solution. Les relaxations nécessaires pour définir un problème d'optimisation convexe entraînent inévitablement un certain conservatisme de l'approche, empêchant la détermination des performances réalisables. L'optimisation non lisse est capable relativement facilement de considérer des structures complexes et des synthèses structurées tandis qu'un effort supplémentaire est demandé dans le cas LMI. Ces deux approches permettent l'utilisation de critères fréquentiels comme critères d'optimisation (grâce aux normes H_2/H_∞) mais les contraintes temporelles ne sont pas directement prises en compte dans le cas de l'optimisation non lisse. En effet, la formalisation de telles contraintes est approchée par les bornes des normes H_2/H_∞ des signaux considérés (voir les gains induits des systèmes en Annexe B). La thèse de [**Chambon, 2016**] propose une solution basée sur l'approche OIST (*Output to Input Saturations Transformations*) afin d'assurer que certaines sorties soient bornées. La Table 2.2 résume les principaux avantages et inconvénients des approches LMI et non lisse.

Cette comparaison nous a permis de faire le choix entre ces deux approches pour développer notre méthodologie de pré-calibration du contrôle latéral. Nous avons choisi de poursuivre la voie de l'optimisation non lisse notamment car elle permet aisément la considération de structures complexes, pouvant dès lors s'appliquer de façon directe à des évolutions du contrôleur latéral qui seront nécessaires pour étendre son domaine d'utilisation (augmentation du niveau d'autonomie du véhicule). De plus, le fait que l'optimisation non lisse n'ajoute pas de pessimisme permet de donner plus de sens aux critères utilisés comme par exemple une représentation plus exacte des marges de robustesse réelles du système. Enfin, la souplesse qu'offre cette méthodologie quant au problème de commande considéré en fait une approche particulièrement intéressante, notamment

TABLE 2.2 – Contrôle latéral H_2/H_∞ : optimisation convexe *versus* non lisse [**Mustaki et al., 2019b**]

Stratégie de Contrôle	**Avantages**	**Inconvénients**
LPV *via* LMI	• Considération explicite des bornes sur la vitesse et l'accélération garantissant stabilité et performance LPV robustes • Possibilité de prendre en compte des contraintes fréquentielles et temporelles • Optimisation globale et déterministe • Multi-objectif, Multi-modèle	• Pessimisme dû à l'encapsulation polytopique des paramètres variants et aux relaxations convexes, et augmentant avec le nombre d'objectifs, de modèles et de la complexité de la structuration • Recourt parfois nécessaire à une approximation pour obtenir une représentation polytopique • La structure du contrôleur ne peut être directement et facilement imposée
Gain-Scheduling *via* le progiciel *Systune*	• Gère aisément des structures de contrôle complexes • Optimisation déterministe et directe • Absence de pessimisme, et ce indépendamment du nombre d'objectifs et de modèles • Propriétés de robustesse • Multi-objectif, Multi-modèle • Prise en compte aisée des contraintes fréquentielles et celles sur les pôles	• Optimisation locale • Contraintes temporelles non gérées directement, le réglage de ce type de contraintes peut être difficile • Stabilité LPV nécessaire *a posteriori*

dans le but de l'appliquer à un autre système, sans avoir à dériver une nouvelle formulation convexe du problème, ce qui serait le cas pour une méthodologie LMI. Il faut néanmoins être conscient que l'utilisation de cette approche présente quelques désavantages. Premièrement, elle nécessite une certaine expertise (théorique et pratique) pour la définition des critères et de leurs valeurs (normes H_2/H_∞ et leurs interprétations, gains induits). En outre, l'optimisation non lisse est locale et donc le problème de commande et son initialisation devront être correctement choisis afin d'éviter les minimums locaux. Elle ne fournit pas non plus de certificats de stabilité et de performance globaux, notamment lors de la considération d'un système LPV, et donc une analyse *a posteriori* est nécessaire. Les techniques LMI sur les systèmes LPV fournissent elles ces certificats sur l'ensemble de variation des paramètres variants (mais au coût d'un accroissement du pessimisme).

Chapitre 3

Dynamique Latérale d'un Véhicule Routier

Sommaire

3.1 Définition des Repères de Travail 38
3.2 Modèle « Bicyclette » du Véhicule 38
3.2.1 État de l'Art de la modélisation véhicule 39
3.2.2 Modèle bicyclette 40
3.3 Le Gradient de Sous-Virage 45
3.3.1 Définition 45
3.3.2 Caractéristiques 48
3.3.3 Mesure du gradient de sous-virage 50
3.4 La Direction Assistée Électrique (DAE) 51
3.5 Les Capteurs 54
3.5.1 Les capteurs extéroceptifs 54
3.5.2 Les capteurs proprioceptifs 55
3.6 La Dynamique de la Route 56
3.6.1 Conception géométrique des routes 56
3.7 La Simulation Haute Représentativité 59
3.7.1 Contexte 59
3.7.2 MADA (*Modélisation Avancée de Dynamique Automobile*) 59

Ce chapitre présente le système que l'on souhaite contrôler : un véhicule routier. Les équations dynamiques du système sont obtenues grâce au Principe Fondamental de la Dynamique, menant à un modèle particulier d'un véhicule. Dénommé modèle « bicyclette », il est largement utilisé dans la littérature car il réalise un bon compromis entre représentativité et simplicité. Les actionneurs et les capteurs disponibles dans le cadre de notre étude y sont également répertoriés et caractérisés. Enfin, l'environnement du système y est détaillé.

3.1 Définition des Repères de Travail

Ce paragraphe détaille les principaux repères utilisés lors de la modélisation d'un véhicule, représentés sur la Figure 3.1. Ces repères sont définis dans le plan et partagent donc tous le même axe $\vec{Z}$, perpendiculaire au plan (X,Y).

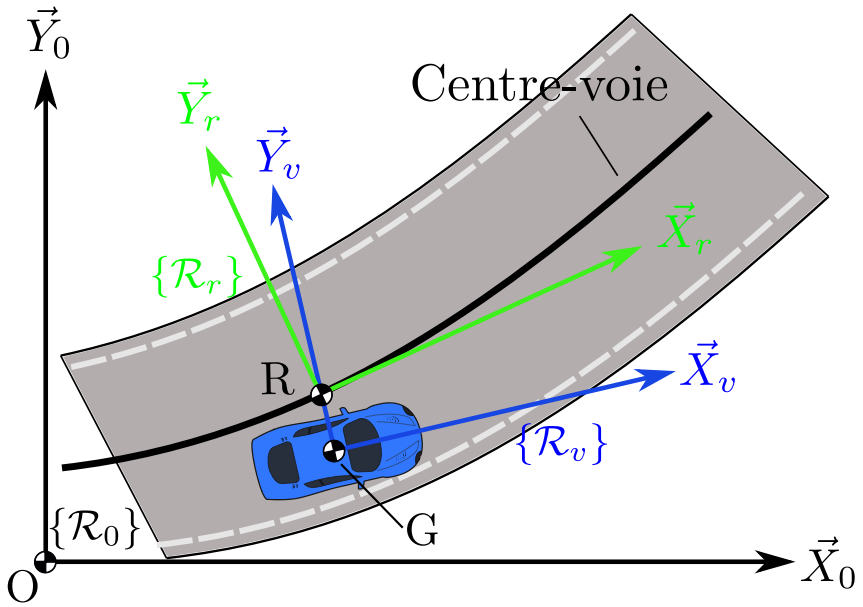


FIGURE 3.1 – Définition des repères de travail

Le repère $\mathcal{R}_0 = \{O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0\}$ est le repère sol ou absolu, supposé galiléen. Le repère egocentrique $\mathcal{R}_v = \{G, \vec{X}_v, \vec{Y}_v\}$ est le repère lié au véhicule. Son origine G correspond au centre de gravité du véhicule, le vecteur $\vec{X}_v$ est défini dans l'axe longitudinal du véhicule et le vecteur $\vec{Y}_v$ est défini suivant l'axe transversal. Enfin, le repère de Frenet $\mathcal{R}_r = \{R, \vec{X}_r, \vec{Y}_r\}$ est le repère lié à la route. Son origine R est la projection du centre de gravité du véhicule selon $\vec{Y}_v$ sur le centre de la trajectoire de référence. Dans le cas particulier du LCA, cette trajectoire est le centre de la voie. $\vec{X}_r$ est tangent à la route en R et $\vec{Y}_r$ y est normal.

La Figure 3.2 définit les différentes rotations classiques du véhicule :

- ϕ désigne l'angle de roulis du véhicule qui est la rotation autour de l'axe $\vec{X}_v$.
- θ désigne l'angle de tangage du véhicule qui est la rotation autour de l'axe $\vec{Y}_v$.
- ψ désigne l'angle de lacet du véhicule qui est la rotation autour de l'axe $\vec{Z}_v$.

3.2 Modèle « Bicyclette » du Véhicule

Cette partie recense dans un premier temps les différentes modélisations existantes d'un véhicule routier. Une modélisation particulière a été retenue dans ces travaux, du fait d'un

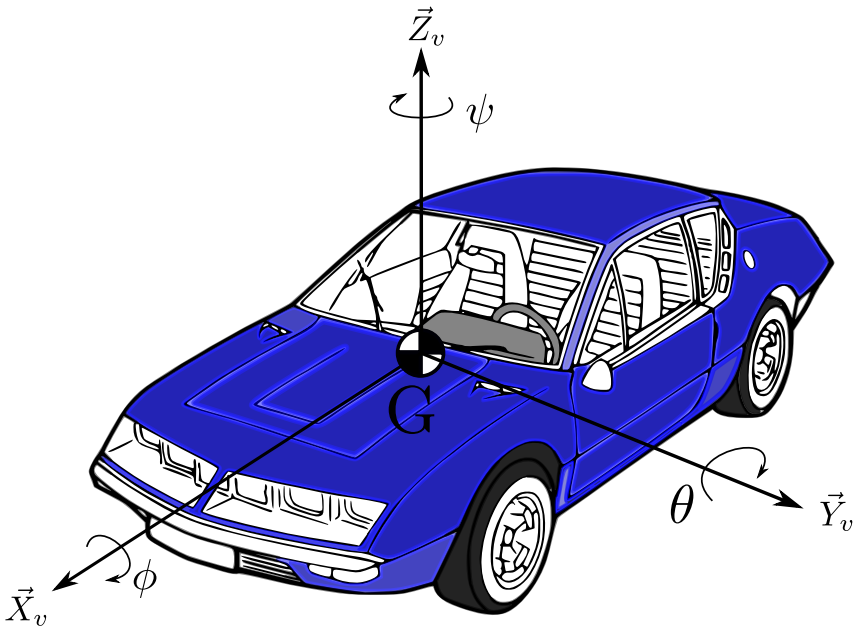


FIGURE 3.2 – Les différents mouvements du véhicule. Le centre de gravité G est placé arbitrairement sur le schéma.

compromis acceptable entre représentativité et simplicité en vue d'effectuer des synthèses de lois de commande. Ce modèle, dit modèle bicyclette, est détaillé dans un second temps.

3.2.1 État de l'Art de la modélisation véhicule

La modélisation du système est une étape clé en vue de l'application de méthodes de synthèse de lois de commande. Il existe plusieurs types de modélisation relevant de compromis différents entre représentativité et simplicité (simplicité recouvrant ici le concept de parcimonies paramétrique et calculatoire) [**Amer et al., 2017**].

Une première modélisation simpliste serait de considérer le véhicule comme un point matériel (ou masse ponctuelle). Ce modèle n'est que très peu représentatif et présente par conséquent des erreurs importantes de prédiction de la trajectoire en comparaison des essais réels [**Gao et al., 2010**].

Les modèles cinématiques, définissant le mouvement du système uniquement grâce à des considérations géométriques, sont utilisés lorsque les manœuvres considérées sont à faibles dynamiques (manœuvres de parking ou de changement de voie lent) et/ou sans saturation des forces pneumatiques [**Carvalho et al., 2015**].

Les modèles dynamiques tiennent compte de l'interaction chaussée - véhicule afin de décrire la trajectoire du véhicule. Selon les besoins et les capacités de calcul, il est possible d'interconnecter différents sous-systèmes représentant chacun un modèle dynamique d'un organe du véhicule : suspensions, freins, moteur, direction, pneumatiques, etc (voir le paragraphe 3.7 sur la simulation haute représentativité).

Dans la suite du mémoire, nous nous sommes focalisés sur l'utilisation de modèles dynamiques permettant de rendre compte du contact chaussée - véhicule, primordial dans la dynamique véhicule. De plus, ces modèles font apparaître des paramètres physiques intelligibles et mesurables : l'utilisateur reste donc plus proche de la physique.
Les modèles dynamiques tridimensionnels de véhicule sont les plus réalistes mais pour des raisons de complexité, ceux-ci ne sont utilisés que pour de la validation par simulation. Dans une démarche d'analyse et de synthèse, ces modèles sont alors simplifiés pour ne garder que les dynamiques prédominantes du système à l'étude. Par exemple, pour une application de contrôle de suspension, il est courant d'utiliser le modèle de quart de véhicule [**Yue et al., 1988**] permettant de se concentrer seulement sur les réponses verticales de la suspension. Sur des applications de roulage « usuel », la communauté utilise généralement un modèle 2D, négligeant alors les dynamiques verticales, le véhicule se mouvant dans le plan. On néglige donc un certain nombre de phénomènes internes comme externes, dont par exemple le dévers et la pente de la route, mais aussi tout transfert de masse ainsi que le déplacement des suspensions pendant un virage. Ces différents phénomènes seront perçus alors comme des perturbations par le système qui devra être réglé de façon à leur être robuste. Des comparaisons entre des modèles à 6 degrés de liberté (DDL) et à 2 DDL montrent que les réponses respectives restent suffisamment proches pour utiliser le modèle réduit, si les dynamiques restent faibles [**Peng et Tomizuka, 1990**]. Il existe dans la littérature de tels modèles avec 4 roues ou 2 roues. Le modèle 4 roues est généralement plus représentatif que le modèle deux roues. Cependant, l'avantage de considérer 4 roues reste limité du fait d'une amélioration non significative de la représentativité par rapport à l'ajout en complexité [**Lee, 1996**, **Alleyne, 1997**].

3.2.2 Modèle bicyclette [Rajamani, 2011, Pacejka, 2005]

Le modèle véhicule décrit dans ce paragraphe est un modèle dynamique linéaire, communément appelé modèle bicyclette et représenté par la Figure 3.3 dans le cas d'un véhicule où seules les roues avant sont directrices. Ce modèle se caractérise par une représentation des quatre roues par une roue équivalente sur l'essieu avant et une sur l'essieu arrière. Les paramètres du modèle décrits sur cette figure sont définis dans la Table 3.1. Seules les forces développées aux pneumatiques et celle exercée par le vent seront prises en compte dans cette partie.

Pour pouvoir dériver ce modèle dynamique, nous devons faire plusieurs hypothèses. Tout d'abord nous considérons que la route est plane, c'est-à-dire sans pente ni dévers. De plus, nous faisons l'hypothèse que la dynamique latérale est réduite par rapport au niveau d'adhérence, permettant de considérer que les pneumatiques travaillent dans un domaine linéaire. Par conséquent, les hypothèses supplémentaires suivantes sont faites :

- **(H1) :** La vitesse longitudinale v_x est constante.
- **(H2) :** Les angles considérés sont suffisamment petits pour appliquer l'hypothèse de petits angles.
- **(H3) :** Les forces résultantes du contact pneu-chaussée sont proportionnelles à l'angle de dérive. Cette hypothèse reste valable lorsque les angles de dérives restent suffisamment petits, ce que l'hypothèse précédente assure.

L'hypothèse (H3) permet d'écrire les forces latérales aux pneumatiques comme suit :

$$\begin{cases} F_f = C_f \alpha_f = C_f(\delta - \theta_f) \\ F_r = C_r \alpha_r = C_r(-\theta_r) \end{cases} \tag{3.1}$$

où C_f et C_r sont appelés les rigidités de dérive avant et arrière respectivement. Ce sont des paramètres très importants du modèle bicyclette car ils peuvent contenir beaucoup d'informations sur la dynamique réelle du véhicule considéré. Ils traduisent en effet comment les pneumatiques utilisés se comportent lorsqu'ils sont montés sur véhicule et leurs valeurs sont donc dépendantes de plusieurs phénomènes : type de pneu, suspensions du véhicule, etc (voir le paragraphe 3.3 sur le gradient de sous-virage). Dans ces travaux, C_f et C_r représentent l'effet combiné des roues gauche et droite, pour l'essieu avant et arrière, respectivement. Si l'on notait $C_{f,g}$ et $C_{f,d}$ les rigidités des pneumatiques avant gauche et avant droit, alors on aurait $C_f = C_{f,g} + C_{f,d}$. De façon similaire, on peut écrire $C_r = C_{r,g} + C_{r,d}$.

Afin de calculer θ_f et θ_r, les relations suivantes sont utilisées [**Rajamani, 2011**] :

$$\begin{cases} \tan\theta_f = \dfrac{v_y + L_f\dot{\psi}}{v_x} \\ \tan\theta_r = \dfrac{v_y - L_r\dot{\psi}}{v_x} \end{cases} \tag{3.2}$$

Par suite, en utilisant l'hypothèse des petits angles :

$$\begin{cases} \theta_f = \dfrac{v_y + L_f\dot{\psi}}{v_x} \\ \theta_r = \dfrac{v_y - L_r\dot{\psi}}{v_x} \end{cases} \tag{3.3}$$

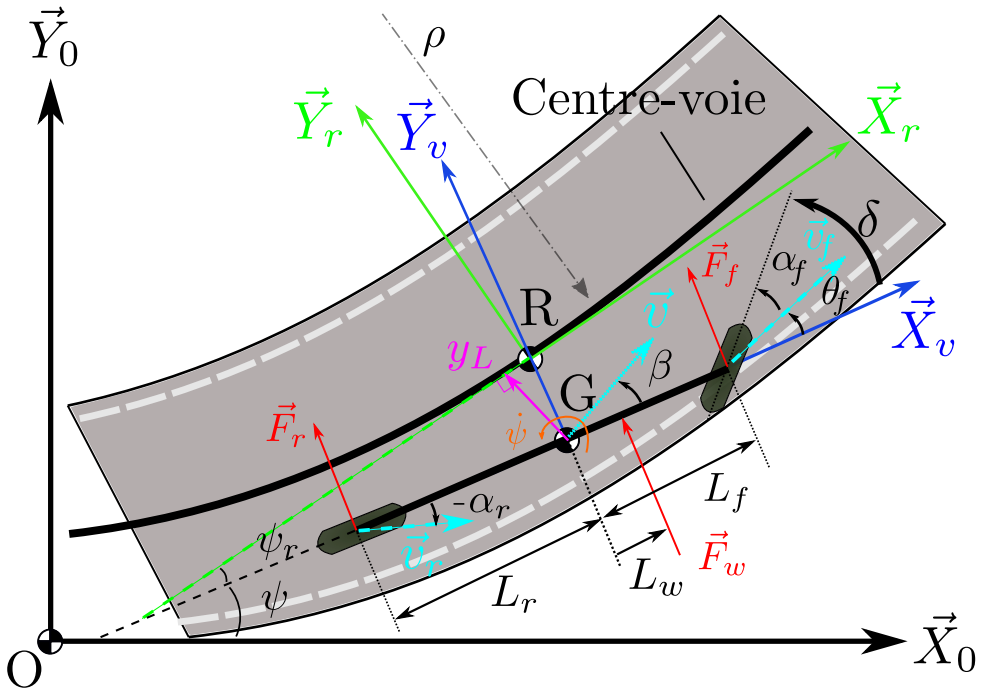


FIGURE 3.3 – Représentation et notation du modèle bicyclette dans le cas où seules les roues avant sont directrices

Paramètres	Définitions
$\vec{v}$	C'est le vecteur vitesse du véhicule au centre de gravité. On définit alors les vitesses longitudinale v_x et latérale v_y du véhicule par : $\vec{v} = v_x\vec{X}_v + v_y\vec{Y}_v$
$\vec{v}_f$, $\vec{v}_r$	Vitesses de déplacement des pneumatiques avant et arrière
α_f, α_r	Ce sont les angles de dérive avant et arrière des pneumatiques. L'angle de dérive est le ratio entre les vitesses latérale $v_{f,y}$ ($v_{r,y}$) et longitudinale $v_{f,x}$ ($v_{r,x}$) du pneumatique considéré, et se définit donc par : $\tan\alpha_{f(r)} = -\frac{v_{f(r),y}}{v_{f(r),x}}$ Le signe négatif de α est conventionnel de façon à avoir une force résultante positive pour un α positif.

Paramètres	Définitions
θ_f, θ_r	θ_f (resp. θ_r) est l'angle entre le vecteur vitesse du pneumatique avant (resp. arrière) et l'axe longitudinal du véhicule ($\vec{X}_v$). On a donc : $$\alpha_f = \delta - \theta_f \quad \text{et} \quad \alpha_r = -\theta_r$$
$\vec{F}_f$, $\vec{F}_r$	Forces développées par les pneumatiques avant et arrière projetées sur $\vec{Y}_v$
δ	Angle de braquage de la roue avant
ψ	Angle de lacet du véhicule. Il est défini par l'angle $\left(\widehat{\vec{X}_0, \vec{X}_v}\right)$
$\dot{\psi}$	Vitesse de lacet du véhicule
ψ_r	Angle de lacet relatif. C'est l'angle défini par $\left(\widehat{\vec{X}_v, \vec{X}_r}\right)$
β	C'est l'angle de dérive total du véhicule. Il est défini par $\left(\widehat{\vec{X}_v, \vec{v}}\right)$. De façon similaire aux angles de dérives des pneumatiques, on peut le définir par rapport à la vitesse du véhicule (hypothèse des petits angles) : $$\beta = \frac{v_y}{v_x}$$
L_f, L_r	Distance entre l'essieu avant (respectivement arrière) et le centre de gravité du véhicule
L_{tot}	C'est l'empattement du véhicule, i.e. la distance entre l'essieu avant et arrière. On a donc : $$L_{tot} = L_f + L_r$$
$\vec{F}_w$	Force exercée par le vent sur le véhicule projetée sur $\vec{Y}_v$
L_w	Distance entre le centre de gravité et le point d'application de $\vec{F}_w$
y_L	C'est l'écart latéral du centre de gravité par rapport au centre voie (correspond à la plus petite distance entre G et le centre voie)
ρ	C'est la courbure de la route qui est l'inverse du rayon de courbure : $\rho = 1/R$

TABLE 3.1 – Définition des paramètres du modèle bicyclette

Appliquons maintenant le Principe Fondamental de la Dynamique au centre du gravité du véhicule. L'équation des forces projetées sur $\vec{Y}_v$ et celle des moments suivant $\vec{Z}_v$ s'écrivent :

$$\begin{cases} M_{tot}(\dot{v}_y + v_x\dot{\psi}) = F_f + F_r + F_w \\ I_z\ddot{\psi} = L_f F_f - L_r F_r + L_w F_w \end{cases} \tag{3.4}$$

où M_{tot} et I_z désignent la masse totale du véhicule et son inertie de lacet, respectivement.

Afin de guide correctement le véhicule, les états seront définis par rapport à une trajectoire de référence. Cette trajectoire est définie grâce aux dynamiques de y_L et de ψ_r, qui s'écrivent de la façon suivante [**Peng et Tomizuka, 1990**] :

$$\begin{cases} \dot{y}_L = v_y + v_x\psi_r \\ \dot{\psi}_r = \dot{\psi} - v_x\rho \end{cases} \tag{3.5}$$

En combinant les équations (3.1), (3.3), (3.4) et (3.5), les dynamiques de $\dot{\psi}$ et de $\dot{y}_L$ sont alors obtenues :

$$\begin{cases} \ddot{\psi} = \dfrac{-(C_f L_f^2 + C_r L_r^2)}{I_z v_x}\dot{\psi} + \dfrac{(C_f L_f - C_r L_r)}{I_z}\psi_r + \dfrac{(C_r L_r - C_f L_f)}{I_z v_x}\dot{y}_L + \dfrac{C_f L_f}{I_z}\delta + \dfrac{L_w}{I_z}F_w \\ \ddot{y}_L = \dfrac{-C_f L_f + C_r L_r}{M_{tot} v_x}\dot{\psi} + \dfrac{C_f + C_f}{M_{tot}}\psi_r + \dfrac{-(C_f + C_r)}{M_{tot} v_x}\dot{y}_L + \dfrac{C_f}{M_{tot}}\delta - v_x^2\rho + \dfrac{1}{M_{tot}}F_w \end{cases} \tag{3.6}$$

Remarque 3.1. *Le modèle bicyclette représenté par le système d'équations (3.6) fait apparaître les dynamiques de la vitesse de lacet $\dot{\psi}$ et la vitesse latérale (par rapport à la voie) $\dot{y}_L$. Il existe une autre forme du modèle bicyclette équivalente qui fait intervenir l'angle de dérive total β du véhicule à la place de la vitesse latérale. Avec ces états, la dynamique du véhicule devient [**Ackermann, 1997**] :*

$$\begin{cases} \ddot{\psi} = \dfrac{-(C_f L_f^2 + C_r L_r^2)}{I_z v_x}\dot{\psi} + \dfrac{(C_r L_r - C_f L_f)}{I_z}\beta + \dfrac{C_f L_f}{I_z}\delta + \dfrac{L_w}{I_z}F_w \\ \dot{\beta} = \left(-1 + \dfrac{C_r L_r - C_f L_f}{M_{tot} v_x^2}\right)\dot{\psi} - \dfrac{C_f + C_r}{M_{tot} v_x}\beta + \dfrac{C_f}{M_{tot} v_x}\delta + \dfrac{F_w}{M_{tot} v_x} \end{cases} \tag{3.7}$$

3.3 Le Gradient de Sous-Virage

Les forces de guidage latérales entre la route et les pneumatiques ne peuvent être générées que si la roue roule avec un certain angle de dérive. On dit qu'un véhicule est sous-vireur si l'angle de dérive des pneus avant augmente plus que celui des pneus arrière lorsque l'accélération latérale augmente. Dans le cas contraire, le véhicule est dit sur-vireur. Autrement dit, un conducteur d'un véhicule sous-vireur devra augmenter proportionnellement l'angle de braquage avec la vitesse dans un virage à rayon constant afin de pouvoir rester sur ce virage. Au contraire, un véhicule sur-vireur dans un virage constant devra diminuer son angle de braquage lorsque la vitesse augmente.
Un véhicule ne présente pas nécessairement le même comportement dynamique pour toutes les accélérations latérales. Certains sont toujours sous-vireurs ou au contraire sur-vireurs mais il existe des véhicules sous-vireurs à faibles accélérations transversales qui deviennent sur-vireurs à partir d'un certain niveau d'accélération transversale (ou inversement).

Les véhicules particuliers commercialisés sont essentiellement sous-vireurs. En effet, cela apporte une plus grande sécurité aux conducteurs du fait d'une stabilité plus grande du châssis. Le gradient de sous-virage est un paramètre majeur puisqu'il caractérise très bien la dynamique du véhicule considéré et constitue dès lors un critère objectif de quantification de la qualité de la tenue de route d'un véhicule (pour un cas de chargement spécifique) [**Tandy et al., 2015**]. De plus, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, il dépend directement des autres paramètres du modèle bicyclette, ce qui nous servira dans la recherche de modèles bicyclettes admissibles (cf. paragraphe 4.4.2 sur le multi-modèle).

3.3.1 Définition

L'expression du gradient de sous-virage en fonction des paramètres du modèle bicyclette peut être obtenue en exprimant son lien avec l'angle nécessaire pour suivre un virage établi (régime permanent ou *steady-state cornering*). Comme pour dériver le modèle bicyclette, nous faisons l'hypothèse que la vitesse longitudinale est constante et que la trajectoire de la route décrit un cercle de rayon R. De plus, seules les forces résultantes des contacts pneumatiques – chaussée sont prises en compte.

L'angle d'Ackermann

Considérons d'abord la Figure 3.4 où une voiture effectue un virage à gauche à basse vitesse. Les forces latérales des pneus sont alors faibles et aucun glissement n'est présent. En faisant

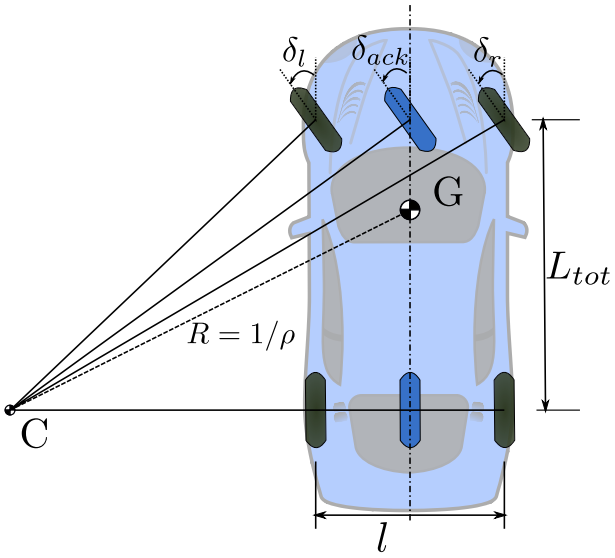


FIGURE 3.4 – L'angle d'Ackermann

l'hypothèse des petits angles, les angles de braquage gauche et droit peuvent être estimés par :

$$\delta_r = \frac{L_{tot}}{R + l/2} \tag{3.8}$$

et

$$\delta_l = \frac{L_{tot}}{R - l/2} \tag{3.9}$$

avec L_{tot} l'empattement du véhicule, l la largeur du véhicule et R est le rayon du cercle de centre C réalisé par le véhicule.

On définit l'angle d'Ackermann δ_{ack} comme étant la moyenne des angles de braquage avant, sous l'hypothèse des petits angles et en négligeant la largeur du véhicule devant le rayon de braquage :

$$\delta_{ack} = \frac{\delta_r + \delta_l}{2} = \frac{2L_{tot}R}{R^2 - (l/2)^2} \approx \frac{L_{tot}}{R} \tag{3.10}$$

Le gradient de sous-virage

Lorsque la vitesse augmente, la seule considération de l'angle d'Ackermann ne suffit plus car un glissement plus important est présent. Il est alors nécessaire de prendre en considération les angles de dérives avant et arrière, α_f et α_r respectivement, car ils ne sont plus négligeables. L'angle total requis en régime permanent s'écrit alors [**Gillespie, 1992**] :

$$\delta_{rp} = \delta_{ack} + \alpha_f - \alpha_r \tag{3.11}$$

Si l'on applique le Principe Fondamental de la Dynamique à ce véhicule en régime établi, nous obtenons pour l'équation des forces selon $\vec{Y}_v$:

$$\sum F_y = F_f + F_r = M_{tot} a_y = M_{tot} \frac{v_x^2}{R} \tag{3.12}$$

De plus, l'équation des moments selon $\vec{Z}_v$, appliqué au centre de gravité donne :

$$F_f L_f - F_r L_r = 0 \tag{3.13}$$

En exprimant F_f en fonction de F_r dans (3.13) puis en remplaçant cette expression dans (3.12), on obtient :

$$F_r = \frac{M_{tot} L_f}{L_{tot}} \frac{v_x^2}{R} \tag{3.14}$$

Or avec l'équation (3.1), on a $F_r = C_r \alpha_r$, d'où :

$$\alpha_r = \frac{M_{tot} L_f}{C_r L_{tot}} \frac{v_x^2}{R} \tag{3.15}$$

De la même manière, nous pouvons obtenir une expression similaire pour α_f :

$$\alpha_f = \frac{M_{tot} L_r}{C_f L_{tot}} \frac{v_x^2}{R} \tag{3.16}$$

Avec (3.11), l'angle de braquage δ_{rp} nécessaire pour suivre la trajectoire circulaire est alors :

$$\begin{aligned} \delta_{rp} &= \delta_{ack} + \left(\frac{M_{tot} L_r}{C_f L_{tot}} - \frac{M_{tot} L_f}{C_r L_{tot}} \right) \frac{v_x^2}{R} \\ &= \frac{L_{tot}}{R} + M_{tot} \frac{C_r L_r - C_f L_f}{C_f C_r L_{tot}} \frac{v_x^2}{R} \\ \delta_{rp} &= \frac{L_{tot}}{R} + \nabla_{sv,roues} \frac{v_x^2}{R} \end{aligned} \tag{3.17}$$

Définition 3.1. *Le gradient de sous-virage $\nabla_{sv,roues}$ d'un véhicule (Understeer Gradient en anglais) se définit par l'expression suivante :*

$$\boxed{\nabla_{sv,roues} = M_{tot} \frac{C_r L_r - C_f L_f}{C_f C_r L_{tot}}} \tag{3.18}$$

Il s'exprime en $rad/(m/s^2)$ ou en deg/g.

Remarque 3.2. *L'expression du gradient de sous-virage peut s'exprimer de différentes manières. En posant $M_f = M_{tot} \frac{L_r}{L_{tot}}$ et $M_r = M_{tot} \frac{L_f}{L_{tot}}$, qui correspondent respectivement à la*

masse sur l'essieu avant et arrière, on a :

$$\nabla_{sv,roues} = \frac{M_f}{C_f} - \frac{M_r}{C_r} \tag{3.19}$$

Remarque 3.3. *Dans la suite, pour des raisons de lisibilité des valeurs numériques, nous utiliserons le gradient de sous-virage évalué au volant, noté* ∇_{sv} *:*

$$\nabla_{sv} = n_s \nabla_{sv,roues} \tag{3.20}$$

où $n_s > 1$ *est le rapport de démultiplication entre les angles de braquages des roues et du volant de la direction.*

3.3.2 Caractéristiques

Le gradient de sous-virage est une caractéristique essentielle d'un véhicule car il définit le comportement dynamique de celui-ci pendant un virage. Le gradient de sous-virage respectif de 2 véhicules différents détermine en effet directement l'angle de braquage nécessaire pour suivre un virage en régime établi. Ce gradient peut être nul, positif ou négatif, ce qui définit 3 comportements distincts :

- $\nabla_{sv} = 0$ **: Comportement neutre**
  Cette configuration implique que les dérives avant et arrière α_f et α_r sont égales. Ainsi, dans un virage à rayon constant, l'angle de braquage nécessaire est égal à l'angle d'Ackermann. Physiquement, cela correspond à un équilibre tel que les dérives avant et arrière augmentent de façon identique lorsque la vitesse (et donc l'accélération latérale) augmente.
- $\nabla_{sv} > 0$ **: Comportement sous-vireur**
  Dans ce cas, $\frac{M_f}{C_f} > \frac{M_r}{C_r}$ et donc $\alpha_f > \alpha_r$. Un véhicule sous-vireur, dans un virage à rayon constant, devra augmenter l'angle de braquage proportionnellement à $\nabla_{sv,roues}$ multiplié par l'accélération latérale (cf. équation (3.11) où l'accélération latérale est approximée par v_x^2/R). Si l'on suppose le gradient de sous-virage constant, alors l'angle de braquage F_f augmente donc linéairement avec l'accélération latérale. Ainsi, pour développer la force latérale nécessaire au maintien du véhicule sur sa trajectoire, la roue avant doit glisser plus que la roue arrière.
- $\nabla_{sv} < 0$ **: Comportement sur-vireur**
  C'est le cas contraire : on a alors $\frac{M_f}{C_f} < \frac{M_r}{C_r}$ et donc $\alpha_f < \alpha_r$. Dans ce cas, l'accélération latérale subie par le véhicule provoque un augmentation plus importante de la dérive arrière que la dérive avant. Une dérive arrière plus grande implique que la dérive avant aura tendance à diminuer et donc le rayon du virage suivi également. Ce phénomène sera

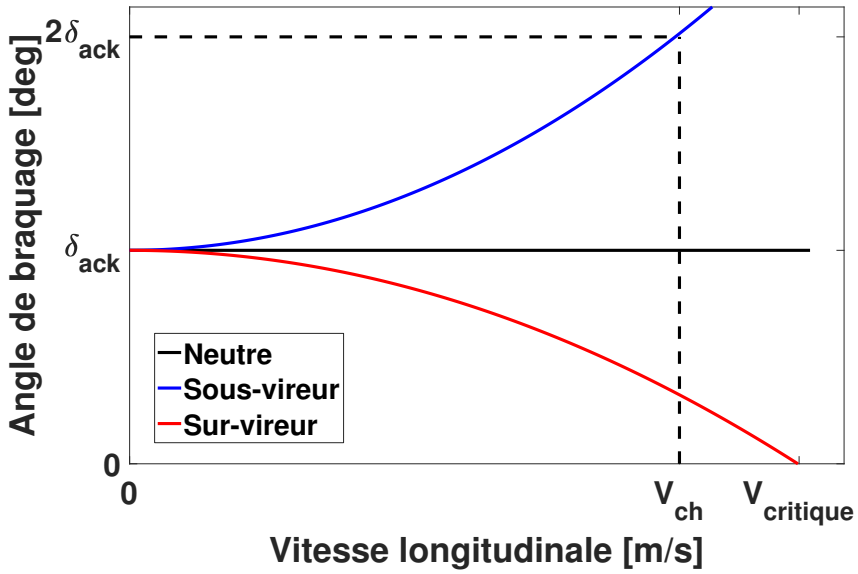


FIGURE 3.5 – Variation de l'angle de braquage en fonction de la vitesse longitudinale.

amplifié par une augmentation de l'accélération latérale. Pour rester alors sur la trajectoire de référence, l'angle de braquage devra être réduit.

La Figure 3.5 donne un exemple de la variation de l'angle de braquage pour suivre la même trajectoire pour les 3 cas. Il est souvent défini deux vitesses particulières : la vitesse caractéristique et la vitesse critique. La première se définit pour un véhicule sous-vireur et correspond à la vitesse où l'angle de braquage vaut $2\delta_{ack}$. La vitesse critique se définit elle pour un véhicule sur-vireur et correspond à la vitesse où l'angle de braquage change de signe. Ainsi il existe une vitesse où pour effectuer un virage à gauche, le conducteur devra tourner le volant à droite, et inversement. À l'approche de la vitesse critique et au-delà, le véhicule devient instable. En pratique, tous les véhicules sont construits de façon à être sous-vireur.

Remarque 3.4. *Le gradient de sous-virage que l'on vient de définir est basé seulement sur la raideur des pneumatiques et les forces résultantes. Cependant, le gradient de sous-virage total réel d'un véhicule est impacté par de multiples phénomènes liés au typage du châssis (comme par exemple le type de suspensions) et du système de direction qui impactent alors les forces développées aux pneumatiques. Un lecteur intéressé pourra se reporter à l'ouvrage de [**Gillespie, 1992**] où l'auteur énumère les différents phénomènes ainsi que leurs expressions correspondantes : contact pneumatiques – chaussée, carrossage des roues, roulis du véhicule, couple d'auto-alignement, transfert de charge latéral, caractéristiques du système de direction. Le gradient de sous-virage total correspond alors à la somme de chacune de ces contributions.*
Les contributions principales dépendent de comment C_f et C_r sont identifiés. En effet, s'ils sont identifiés directement sur véhicule (et non sur banc d'essai), alors les valeurs obtenues tiennent

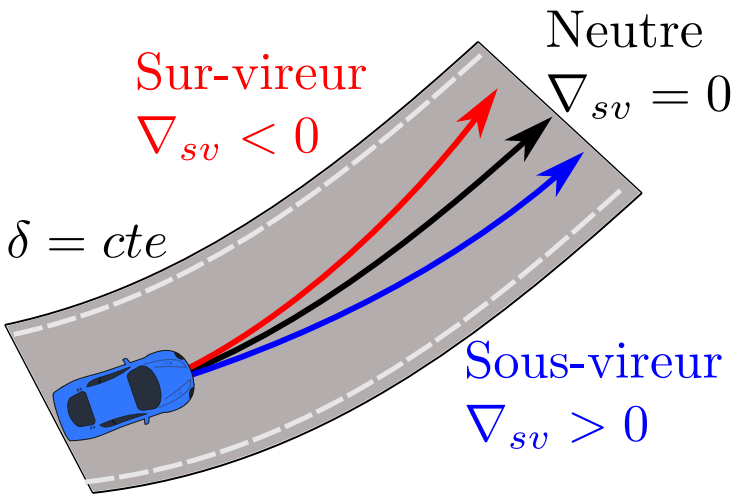


FIGURE 3.6 – Effet du gradient de sous-virage si l'angle de braquage δ reste constant lorsque la vitesse augmente dans un virage

compte des caractéristiques réelles du véhicule. Ainsi, grâce à la prise en compte implicite d'un certain nombre de ces phénomènes dans les valeurs identifiées de C_f et de C_r, le gradient de sous-virage calculé par l'équation 3.18 est un bon approximant du gradient de sous-virage total réel du véhicule.

3.3.3 Mesure du gradient de sous-virage

La mesure du gradient de sous-virage réel d'un véhicule peut être réalisée de plusieurs manières. Le standard SAE J266 [**SAE International, 2018a**] préconise quatre tests différents décrits ci-dessous. Ces tests sont tous basés sur l'équation de l'angle de braquage (3.17) pour le calcul du gradient de sous-virage.

- **Rayon constant / vitesse variable**
  Ce test en boucle fermée se déroule sur un virage à rayon constant, définissant la trajectoire de référence à suivre. Premièrement, le véhicule suit cette trajectoire à très faible vitesse afin de déterminer l'angle d'Ackermann. Ensuite, la vitesse est augmentée petit à petit afin de mesurer le nouvel angle de braquage nécessaire, toujours à vitesse constante. La vitesse est augmentée jusqu'à ce que le véhicule soit à la limite de stabilité pour pouvoir suivre ce virage. Ce test établit un graphe comme celui de la Figure 3.5.
- **Angle de braquage constant / vitesse variable**
  Ce test est réalisé en boucle ouverte où le véhicule est conduit à différentes vitesses en utilisant un angle de braquage constant (choisi arbitrairement). De même que précédemment, l'angle d'Ackermann est d'abord établi à basse vitesse puis la vitesse est augmentée jusqu'à la limite de stabilité. Les rayons des différentes trajectoires obtenues sont alors

comparées pour établir le gradient de sous-virage.

- **Vitesse constante / rayon variable**
  Ici, pour ce test en boucle fermée, le véhicule suit plusieurs trajectoires (différents rayons de route) à vitesse constante. Les différents angles de braquage nécessaires pour chaque trajectoire sont comparés afin d'établir le gradient de sous-virage.
- **Vitesse constante / angle de braquage variable**
  Ce test en boucle ouverte se déroule comme suit : à vitesse constante, le véhicule effectue d'abord une ligne droite, puis un angle de braquage est établi par le conducteur. Une fois que le véhicule est à l'équilibre pour cet angle de braquage, il est possible de déterminer le gradient de sous-virage. Cette procédure est répétée pour plusieurs angles de braquage prédéfinis.

3.4 La Direction Assistée Électrique (DAE)

La direction est un organe majeur dans le contrôle des véhicules routiers. Elle permet principalement de transformer une rotation du volant en une rotation des roues afin de contrôler la direction du véhicule. Afin d'aider le conducteur à fournir l'effort pour tourner les roues, les directions sont aujourd'hui équipées d'une assistance. Cette assistance peut être hydraulique ou électrique. Dans cette section, nous nous focaliserons sur les technologies de Direction Assistée Électrique (DAE). Il existe 3 types de DAE selon l'emplacement du moteur d'assistance : les DAE Colonne (cf. Figure 3.7), les DAE Pignon et les DAE Crémaillère. Ces différentes technologies sont choisies selon les besoins du projet et notamment du compromis entre sa performance, son coût et son architecture. La Table 3.2 compare ces 3 technologies.

Cet organe réalise également une interaction directe entre le système et le conducteur au niveau du volant. En effet, la somme des couples qui s'exercent sur la colonne de direction (couple d'assistance par le moteur électrique, couple d'auto-alignement causé par le contact roues-chaussée et enfin le couple exercé par le conducteur lui-même) est ressentie par le conducteur. La chaîne d'action d'une DAE colonne est présentée sur la Figure 3.8. L'assistance est de plus modulée selon le couple qu'exerce le conducteur et la vitesse longitudinale du véhicule. En effet, à basses vitesses comme pour les manœuvres de parking, les efforts en jeu au niveau des roues sont importants et le conducteur aura besoin de plus d'assistance. A hautes vitesses, pour des raisons de sécurité, l'assistance est très faible. La Figure 3.9 illustre ce principe.

La modélisation de la colonne de direction est difficile à obtenir du fait de son caractère fortement non linéaire, notamment causé par les différents frottements visqueux et secs, mais aussi par les différents hystérésis autour de la position centrale (problématique du clavetage), et les

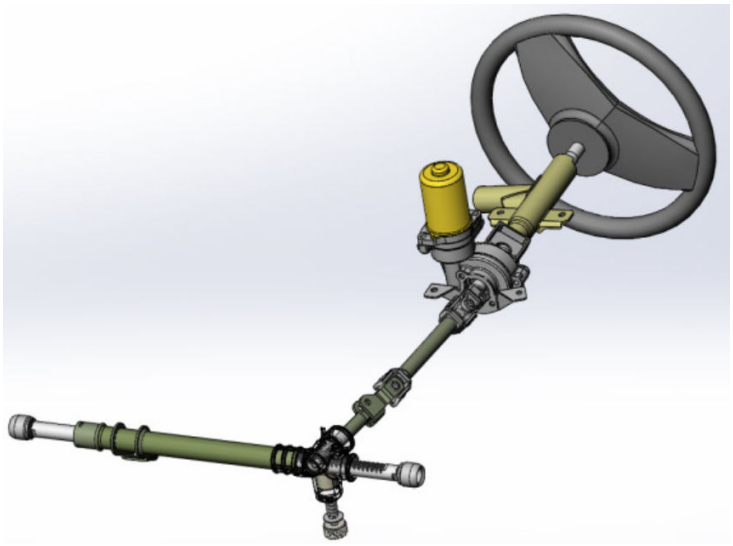


FIGURE 3.7 – Représentation 3D d'une DAE colonne. Source : http://stephane.genouel.free.fr/FT/Dossier_Multimedia/DAE/co/DAE_5.html

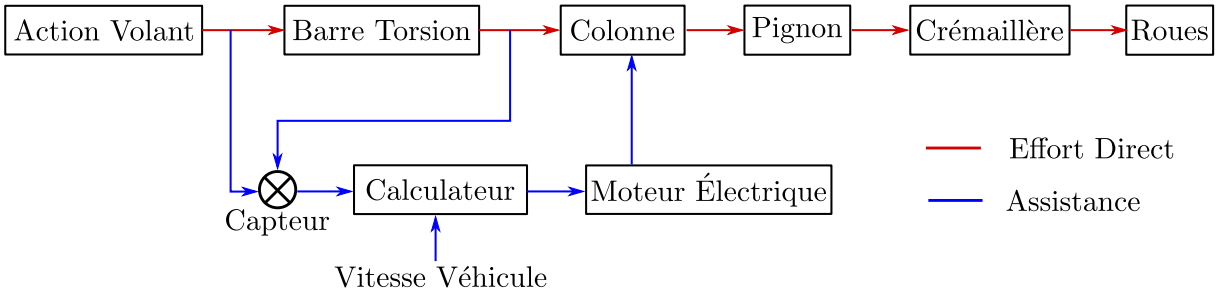


FIGURE 3.8 – Chaîne d'action d'une DAE Colonne

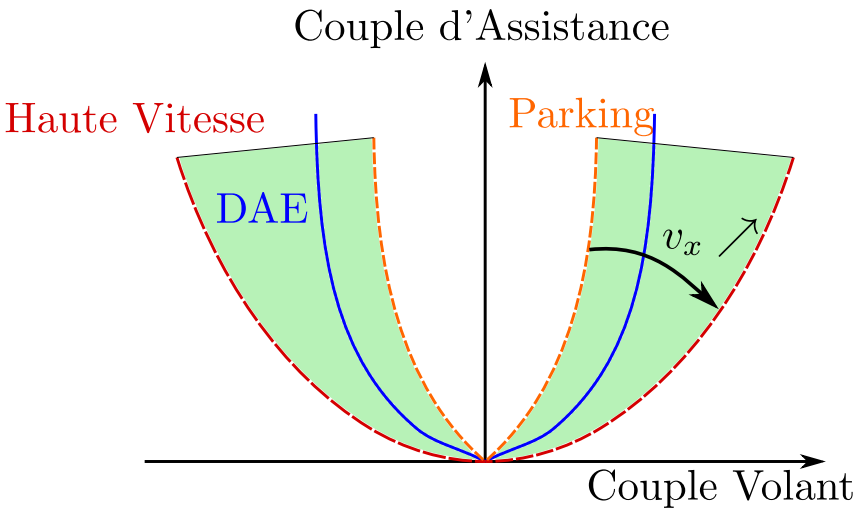


FIGURE 3.9 – Niveau d'assistance en fonction du couple conducteur et de la vitesse véhicule. Plus la vitesse est élevée, moins l'assistance est importante.

Critères	**DAE Colonne**	**DAE Pignon**	**DAE Crémaillère**
Environnement (thermique, humidité)			
Prix			
Longueur câblage (pertes)			
Compatibilité électromagnétique			
Acoustique			
Prestation			
Rendement / efforts mécaniques			

TABLE 3.2 – Comparaison des différentes technologies de DAE en terme de prestations. Vert pour très bon, orange pour bon et rouge pour moyen. Source : Documentation interne Renault

différents jeux présents le long de la chaîne mécanique [**Reimpell et al., 2001**, **Coudon, 2007**].

Les DAE sont généralement pilotées en couple. En effet, la barre de torsion est essentiellement soumise à trois couples principaux : le couple exercé par le conducteur *via* le volant, le couple exercé par le moteur d'assistance et le couple provenant des forces aux pneumatiques (couple d'auto-alignement). Les fournisseurs de DAE proposent néanmoins aux constructeurs automobiles la possibilité d'un pilotage en angle, en vue d'un interfaçage avec les ADAS. Cette solution s'appuie alors sur un contrôleur qui, à partir de la différence entre l'angle requis et l'angle réel du braquage, génère un couple d'assistance. L'architecture globale de l'ADAS est alors constituée d'une boucle externe générant une consigne d'angle que la boucle interne d'angle devra réguler. Si la boucle interne est bien réglée (dynamique plus rapide, etc.) alors cette solution a l'avantage alors de bénéficier de propriétés de robustesse et de rejet de perturbation.
Remarquons tout de même que dans les systèmes d'aides à la conduite coopératifs avec le conducteur, comme l'est finalement en partie le LCA, le fait d'avoir une boucle interne rend plus difficile la maîtrise de l'interaction avec le conducteur. En effet, l'action du conducteur est une perturbation à la fois pour la boucle interne et pour la boucle externe. Le pilotage en couple se trouve alors plus adapté pour certaines ADAS en vue de décorréler les actions du conducteur et de l'assistance.

Dans ce travail, nous avons considéré une modélisation simplifiée d'une colonne de direction dans un premier temps. Dans le cadre du LCA, la DAE est pilotée en angle. La dynamique de la DAE est alors identifiée grâce à des essais sur véhicule comme une fonction de transfert du

second ordre entre une consigne volant δ_{sw} et la réponse de braquage des roues δ :

$$\frac{\delta}{\delta_{sw}} = \frac{n_s \omega_s^2}{s^2 + 2\xi_s \omega_s s + \omega_s^2} \tag{3.21}$$

où $n_s > 1$ est le rapport de démultiplication de la DAE entre l'angle au roues et l'angle au volant, ω_s la pulsation propre du second ordre et ξ_s son amortissement.

3.5 Les Capteurs

Les capteurs disponibles sur les véhicules d'aujourd'hui sont multiples et permettent au véhicule de « voir » son environnement à différentes échelles ainsi que de connaître sa propre dynamique. Ce paragraphe recense succinctement (liste non exhaustive) les capteurs qu'embarque un véhicule autonome.

3.5.1 Les capteurs extéroceptifs

Il est facilement compréhensible que les conditions environnantes d'un véhicule ne peuvent être connues en avance à cause du caractère imprévisible et dynamique de la circulation. Cette problématique amène donc au besoin d'équiper les véhicules d'une série de capteurs permettant alors de reconstruire ce qui l'entoure. La Figure 3.10 représente certains des ces capteurs extéroceptifs embarqués et les systèmes qui les utilisent. La nature des ces différents capteurs est variée : radar(s), LiDAR, caméras, ultrasons, etc. Les informations renvoyées par ces capteurs permettent d'obtenir une perception spatiale à plusieurs échelles [1] :

- Ultrasons : Intervalle de détection $< \sim$ 5m
- Caméra arrière courte distance : Intervalle de détection $< \sim$ 15m
- Caméras avant : Intervalle de détection $< \sim$ 100m
- Radar moyenne distance : Intervalle de détection $< \sim$ 100m
- Radar longue distance : Intervalle de détection $< \sim$ 250m
- LiDAR : Intervalle de détection $< \sim$ 20-70m

Généralement, avant d'être utilisées par les systèmes, les données collectées sont fusionnées. Les algorithmes de fusion de données permettent de robustifier les mesures en recoupant les informations délivrées par les différents capteurs tout en prenant en compte leurs incertitudes propres. La fusion de données est un sujet à part entière et ne sera pas traitée dans la présente thèse. Les capteurs extéroceptifs associés à la fusion de données permettent alors la perception des objets sur la route (autres usagers, piétons, cyclistes, panneaux de signalisation, lignes, etc)

1. Valeurs données à titre indicatif, les intervalles de détection variant fortement suivant les définitions et les technologies des capteurs.

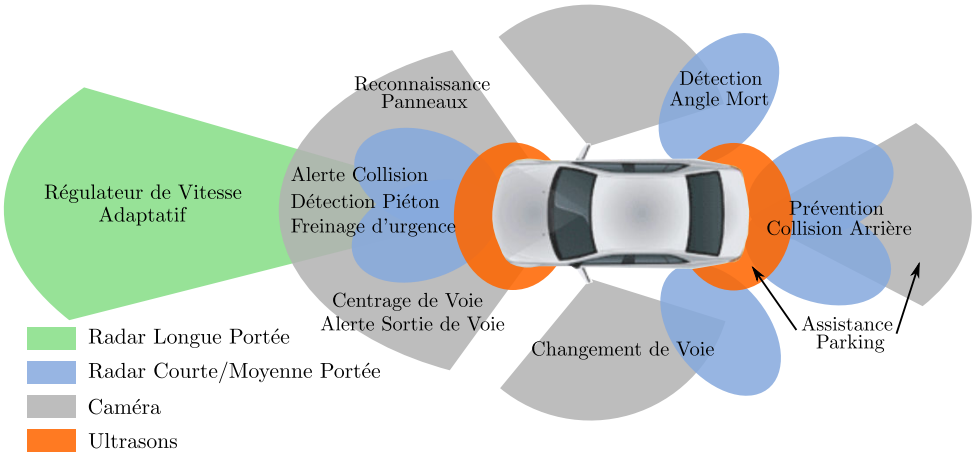


FIGURE 3.10 – Capteurs extéroceptifs d'une voiture et les systèmes d'Aides à la Conduite associés

et notamment le positionnement du véhicule par rapport à sa voie (écart latéral dans la voie, angle de lacet relatif, distances aux autres objets, etc), après certains traitements informatiques (non détaillés ici).

Afin de compléter les informations dynamiques envoyées par les capteurs sus-cités, les véhicules autonomes sont susceptibles d'embarquer des cartes Haute Définition (HD) [2], détenant de nombreuses informations sur les caractéristiques statiques et dynamiques de la route. En effet, certaines caractéristiques ne sont pas mesurables directement et demandent dès lors le développement d'estimateurs, comme par exemple le dévers de la route qui a un important impact sur la dynamique véhicule mais qui est difficilement observable sur un horizon de temps court. Le véhicule aura alors accès aux caractéristiques précises de la route (courbure, dévers, pente, limitation de vitesse, type de route, etc) mais aussi à l'état en direct de la circulation permettant alors aux systèmes d'anticiper, de s'adapter et donc d'économiser de l'énergie (par exemple sur une route à forte pente). Une fois que ces informations seront fusionnées avec celles provenant des capteurs, le véhicule aura accès à un état complet de son environnement et ce à plusieurs échelles temporelles : proche, moyenne et lointaine.

3.5.2 Les capteurs proprioceptifs

Le véhicule autonome doit également avoir accès à ses propres informations. Les grandeurs physiques auxquelles nous nous intéresserons et mesurables grâce aux capteurs proprioceptifs embarqués sont :

- Vitesse longitudinale : mesurée généralement grâce à un tachymètre qui évalue la vitesse de rotation des roues

2. Des cartes sont déjà embarquées dans les véhicules mais elles ne sont pas qualifiées de HD dans le sens où toutes les informations n'y sont pas encore répertoriées.

- Accélérations longitudinale et latérale : Ces accélérations sont mesurées grâce à une centrale inertielle ou des accéléromètres
- Couple volant : capteur de couple, placé selon la technologie de la direction (pour une DAE colonne, il est placé sur le haut de colonne)
- Angle au volant : capteur de torsion placé sur la colonne de direction
- Vitesse de lacet : obtenu grâce à une centrale inertielle ou à un capteur gyroscopique
- Position des pédales (pour envoyer les consignes d'accélération et de freinage) : capteur de position
- Positionnement global du véhicule : GPS

3.6 La Dynamique de la Route

Dans ce paragraphe, les caractéristiques géométriques de conception des routes sont présentées en se basant sur les normes de construction des routes. Ces normes ont pour but de créer des routes de façon sécurisée et confortable pour les usagers. Prenant en compte ces caractéristiques, un modèle de courbure de la route sera proposé (cf. sous-section 4.4.3). Ce modèle est utile pour le problème du *lane centering*, dans lequel la trajectoire de référence est le centre voie. Il est possible de généraliser cette modélisation à toute trajectoire planifiée respectant des contraintes similaires.

3.6.1 Conception géométrique des routes

Les routes sont construites suivant des normes bien précises. Par exemple en France, le Service D'Études Techniques des Routes et Autoroutes (SETRA) publie des documents de référence explicitant les paramètres de conception géométrique des routes. La note technique [**Sétra, 2006**] rappelle les principaux paramètres pour aider à la compréhension de ces différentes caractéristiques : visibilité de la route, largeurs de voies et de la chaussée, tracé des routes (rayon des virages, pentes, dévers, raccordements de deux portions de route). Nous nous sommes basés sur cette note afin de construire un modèle dynamique de la route.

Nous focaliserons l'étude sur la conception géométrique des virages, dit tracé en plan. Il est défini comme « une succession de courbes et d'alignements droits séparés ou pas par des raccordements progressifs. Il vise à assurer de bonnes conditions de sécurité et de confort tout en s'intégrant au mieux dans la topographie du site. » Ainsi le dimensionnement des rayons du tracé en plan et des dévers correspondant est lié à la dynamique des véhicules, aux conditions de contact pneu/chaussée et au confort des usagers. La note technique préconise alors des rayons minimaux des virages en fonction de la vitesse limite sur cette route et du dévers, qui sont explicités Table 3.3 pour une vitesse entre 50 et 130 km/h.

Vitesse / Dévers	50 km/h	70 km/h	90 km/h	110 km/h	130 km/h
-2.5 %	**112**	**286**	**580**	**1024**	**1662**
	72	181	362	631	1007
0 %	**98**	**242**	**473**	**808**	**1267**
	66	162	318	541	848
+2.5 %	**87**	**209**	**399**	**666**	**1023**
	61	146	282	474	731
+5 %	**78**	**184**	**345**	**567**	**858**
	57	134	254	421	642
7 %	**73**	**168**	**311**	**507**	**760**
	54	125	235	387	586

TABLE 3.3 – Valeurs du rayon (en mètres) au seuil de confort (en gras, au-dessus) et celui au seuil de sécurité (en dessous) selon la vitesse préconisée et le dévers

Les raccordements : clothoïde

Si le conducteur tient son volant au centre, le véhicule suit une ligne droite (sur une route plane). Si le conducteur applique un angle de braquage constant, le véhicule décrit un cercle de rayon R. Lors du passage d'une ligne droite à un virage de rayon R, le conducteur doit nécessairement faire évoluer son volant entre un angle de braquage nul et un angle de braquage constant, et donc un régime transitoire apparaît. Un véhicule roulant à vitesse constante et dont le conducteur tourne le volant à vitesse constante décrit une trajectoire particulière : une clothoïde (appelée aussi spirale de Cornu). La clothoïde est une courbe dont la courbure (inverse du rayon) évolue linéairement avec l'abscisse curviligne. Les clothoïdes sont utilisées afin de raccorder deux portions de route présentant des courbures différentes. La Figure 3.11 présente le cas d'un passage d'une ligne droite (courbure nulle) à un virage de rayon constant (courbure constante). Les routes sont alors construites comme une succession de clothoïdes (la ligne droite et le cercle étant des cas particuliers d'une clothoïde). On appelle communément la mise en virage la clothoïde qui permet le passage d'une ligne droite à un virage à rayon constant (la courbure augmente), le virage établi le virage en question (la courbure est constante) et la sortie de virage la clothoïde qui permet le retour à une ligne droite (la courbure diminue).

La longueur des clothoïdes sont également normées afin de faciliter la manœuvre de virage en permettant au conducteur un effort sans à-coups sur son volant. En effet, l'angle volant nécessaire pour prendre un virage est proportionnel à la courbure (cf. Équation (3.17)). Le confort

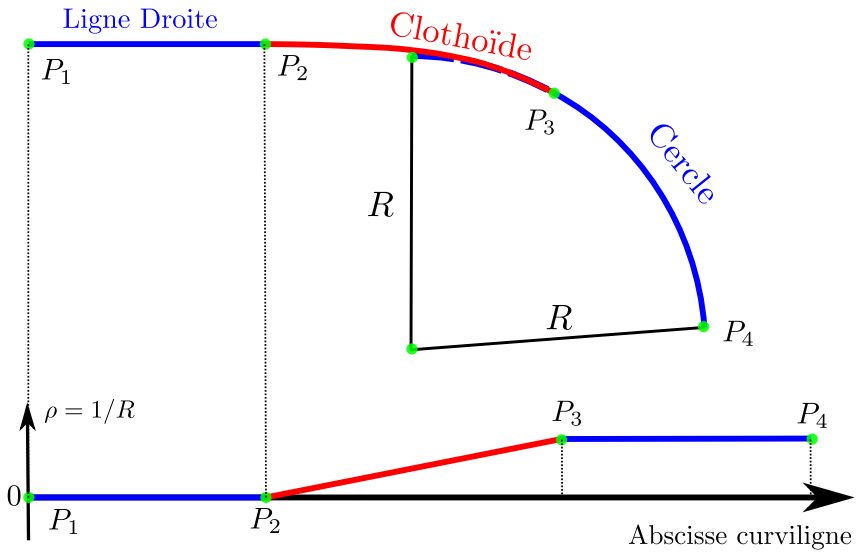


FIGURE 3.11 – Les clothoïdes comme raccordement de deux portions de route. En haut : Vue XY d'un virage. En bas : Évolution de la courbure du virage en fonction de l'abscisse curviligne

Type de route	**Longueur de la clothoïde**
Route à 2 voies	$\inf(6R^{0.4}, 67\ m)$
Route à 3 voies	$\inf(9R^{0.4}, 100\ m)$
Route à 2×2 voies	$\inf(12R^{0.4}, 133\ m)$

TABLE 3.4 – Formules pour calculer la longueur minimale de la clothoïde lors du passage d'une ligne droite à un virage de rayon R pour différents types de route

et la sécurité des usagers est alors améliorée car ces raccordements permettent d'introduire progressivement le dévers et la courbure. La note technique préconise des longueurs de clothoïdes dépendant à la fois du type de route mais aussi de la différence entre les courbures initiale et finale. La table 3.4 est un extrait des formules données pour le calcul de ces longueurs.

Exemple 3.1. *Soit une route sans dévers et limitée en vitesse à 90 km/h, le rayon de courbure maximal pour une route « confort » vaut alors 473 mètres. Si de plus, la route est une 2×2 voies qui passe d'une ligne droite à un virage de rayon constant de 473 mètres, alors la longueur minimale de la clothoïde reliant ces deux portions est égale à* $\inf(12 \times 473^{0.4}, 133\ m) = \inf(141\ m, 133\ m) = 133\ m$. *Roulant à une vitesse constante de 90 km/h, un conducteur passe donc au minimum 5 secondes sur la clothoïde (régime transitoire) avant d'arriver dans le virage établi (régime permanent).*

3.7 La Simulation Haute Représentativité

3.7.1 Contexte

Les outils informatiques devenant du plus en plus performants, il est alors possible de développer des modèles complexes pour effectuer de la simulation dite "haute représentativité", c'est-à-dire une simulation pour laquelle les résultats sont proches de ceux obtenus par essais réels. Pour cela au minimum deux composants principaux sont nécessaires : un modèle véhicule complet ainsi qu'un modèle d'environnement dans lequel le premier pourra évoluer. Ces deux modules peuvent être complétés par des modules complémentaires, comme par exemple une plateforme dynamique qui permet de valider les systèmes notamment d'un point de vue prestation.

Ce besoin de développer des outils performants et au plus proche de la réalité provient de la problématique suivante :

> *Comment valider les systèmes développés d'un point de vue du fonctionnel, de la sécurité et de la prestation, et cela dans un processus industriel (rapide et à moindres coûts) ?*

En effet, les véhicules automobiles et particulièrement les systèmes d'aide à la conduite et autonomes nécessitent en théorie d'être validés sur des milliards de kilomètres afin de reproduire tous les scénarios qu'il est possible de rencontrer sur la route et de démontrer leur prise en compte sûre de façon statistiquement valide. Tous ces tests sont réalisés dans le but d'assurer que le comportement du système est conforme aux normes de sécurité dans toutes les situations, i.e. sa fiabilité. Il est clair qu'il est impossible de réaliser ces milliards de kilomètres de validation pour chaque système et chaque véhicule puisque cela correspondrait à « plus ou moins » 250 ans de roulage avec une flotte de 300 véhicules ou encore 6 mois avec 150000 véhicules, et ce pour un seul véhicule [Marc Pajon, Expert Leader Tests et Mesures, Groupe Renault]. La validation par simulation prend alors tout son intérêt et permet de réaliser la grande majorité de ces essais grâce à des tests automatisés sur des supers calculateurs, à condition néanmoins que la représentativité de la simulation et de son environnement soit avérée.

Pour aller plus loin, la possibilité de réaliser des millions de scénarios de façon automatique permet de répondre à un autre besoin, celui de réaliser des cycles en V [**Royce, 1987**] plus rapides. Cela permettra notamment de déceler très tôt dans le projet des scénarios problématiques et donc de pouvoir raffiner les spécifications du système le plus tôt possible.

3.7.2 MADA (*Modélisation Avancée de Dynamique Automobile*)

La modélisation réaliste d'un véhicule est depuis une vingtaine d'années en pleine expansion, notamment grâce à l'évolution des ressources informatiques. Il existe aujourd'hui de nombreux logiciels permettant la simulation d'organes spécifiques (comportement châssis, suspension, etc.)

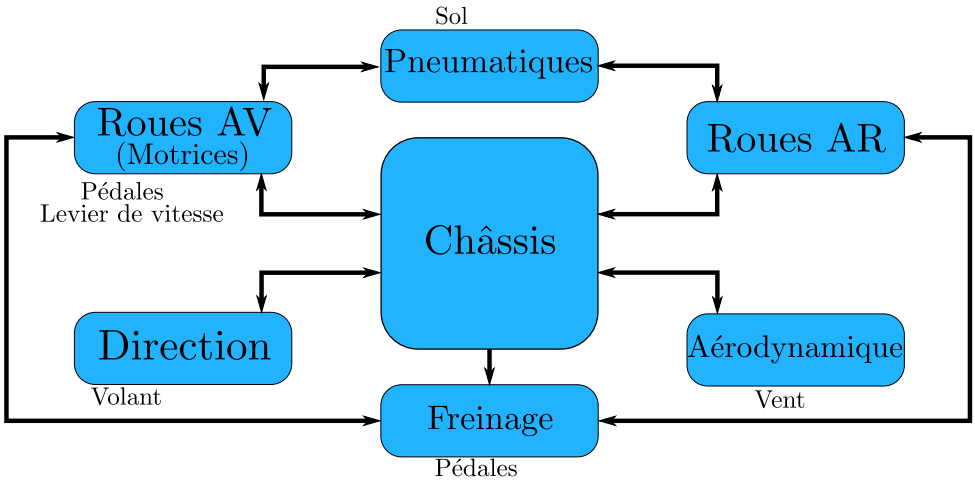


FIGURE 3.12 – Architecture d'un modèle véhicule complexe

et plus généralement d'un véhicule complet dans un environnement réaliste. Dans [**Maakaroun, 2012**], les principaux simulateurs (automobiles) existants à ce jour sont répertoriés, à savoir :

- Drive, développé par [**S.A.T.E., 2018**] ;
- TruckSim, CarSim & BikeSim, développés par [**Mechanical Simulation, 2018**] ;
- Carmarker, développé par [**IGP Automotive, 2018**] ;
- ASM Vehicle Dynamics, développé par [**dSPACE, 2018**] ;
- Ve-DYNA, développé par [**TESIS, 2018**] ;
- VDL (Dymola), développé par [**Dassault Systèmes, 2018**] ;
- Pro-SiVIC, développé par [**CIVITEC, 2018**] ;
- RaceSim, développé par [**DATAS, 2018**] ;
- SCANeR Studio, développé par [**AVSimulation, 2018**].

Dans ce mémoire, nous utiliserons comme moyen de simulation le logiciel SCANeR Studio, qui intègre de nombreuses fonctionnalités permettant de simuler des scénarios routiers complexes. Ce logiciel offre la possibilité d'utiliser différentes modélisations véhicule, et en particulier le modèle MADA (*Modélisation Avancée de Dynamique Automobile*), développé par Renault, que nous avons choisi afin d'avoir les modèles les plus proches possible des véhicules réels utilisés pendant les essais sur piste. En effet, les modèles MADA sont développés en interne chez Renault tout au long des projets véhicules dans le but de réaliser des simulations représentatives. Comme la plupart des modèles véhicules complexes développés par d'autres acteurs, MADA incorpore les modèles du châssis, des trains, des roues, du moteur, des freins, de la direction, etc, ainsi que leurs interactions. La Figure 3.12 présente l'architecture haut-niveau d'un tel modèle.

Nous avons dans les chapitres précédents présenter le contexte général sur les véhicules autonomes et plus particulièrement celui sur le contrôle latéral d'une voiture. Sur le cas spécifique du LCA, nous avons présenté un état de l'art mettant en avant les nombreuses stratégies de commande envisagées dans la littérature et l'industrie. Dans ce chapitre, nous avons décrit les équations dynamiques d'une voiture mais aussi de son environnement par la considération des normes de construction des routes.
En se basant sur ces différents aspects autour du véhicule autonome, nous proposerons dans le chapitre suivant une méthodologie de pré-calibration du contrôleur latéral. Le Chapitre 4 détaillera cette méthodologie pour une structure de contrôle fixe et imposée tandis que le Chapitre 5 considérera de nouvelles structures avec l'idée de discuter des atouts et des limites de chacune. Cela permettra également de montrer la pertinence de notre approche.

Chapitre 4

Contrôle Latéral d'un Véhicule : Vers une Pré-Calibration Optimisée

Sommaire

4.1 Contexte 64
4.2 Architecture de la Boucle de Commande 64
4.3 Représentation d'État de la Boucle Fermée en Présence d'Incertitudes 70
4.4 Méthodologie 72
4.4.1 Avant-propos 73
4.4.2 Du modèle incertain au multi-modèle 77
4.4.3 Du mono-scénario au multi-scénario 87
4.4.4 Critères d'optimisation 95
4.4.5 Formulation complète du problème de commande 100
4.5 Résultats 103
4.5.1 Simulations 103
4.5.2 Essais sur piste 109
4.6 Conclusion - Limitations de la Structure 113

Ce chapitre développe une méthodologie de mise au point pour un système de contrôle latéral d'un véhicule et plus particulièrement pour le système LCA. Premièrement nous présenterons et justifierons l'architecture du système LCA. Elle correspond à un état de l'art interne à Renault et est bien maîtrisée pour cette application. Elle constitue une base intéressante pour appliquer une méthode d'optimisation, même si l'on s'est réservé la possibilité (cf. Chapitre 5) de proposer des améliorations, en lien avec les avancées permises par l'approche d'optimisation développée. Dans un second temps, nous développerons une méthodologie de mise au point afin de d'obtenir un système confortable, fiable et performant. Cette approche se base sur une optimisation directe de la structure. L'optimisation est conduite dans un cadre multi-objectif, multi-modèle et multi-scénario afin de trouver le meilleur contrôleur possible répondant au cahier des charges (cf. spécifications définies à la section 2.1).

4.1 Contexte

La méthodologie présentée dans ce chapitre s'inscrit dans une démarche d'optimisation d'une structure de contrôle fixe existante utilisée par Renault. Nous ne cherchons donc pas à innover sur la structure de contrôle mais à obtenir le « meilleur » compromis qu'elle puisse offrir entre confort, performance et robustesse. Ce compromis devra être finement défini par les metteurs au point de Renault, chargés de spécifier et valider le comportement dynamique du système, et ainsi la stratégie mise en place par le constructeur automobile pour ce système. Après différents essais concurrents sur le LCA, il apparaît en effet que les stratégies mises en place par les constructeurs et/ou les fournisseurs peuvent être assez diverses sur ce système spécifique : certains optent pour une assistance peu dynamique afin d'avoir une interaction volant - conducteur douce, d'autres préfèrent au contraire une dynamique plus énergique permettant notamment d'être plus performant mais généralement au détriment du ressenti conducteur.

Plusieurs objectifs sont visés à travers la mise en place de cette méthodologie, correspondant aux objectifs de la thèse. Premièrement, il s'agit de réduire le temps de mise au point des ADAS. En effet, la mise au point de ces nouveaux systèmes est complexe et une approche « essais - erreurs » est trop chronophage dès que le nombre de paramètres à régler devient important. En outre, ces systèmes devant être déployés sur un grand nombre de véhicules, il faut nécessairement trouver une méthodologie de synthèse générique afin d'obtenir rapidement des calibrations satisfaisantes pour chaque modèle et chaque système. Nous nous sommes focalisés pendant ces travaux de thèse sur le système LCA. Deuxièmement, la méthodologie devra s'appuyer sur des algorithmes d'optimisation pour obtenir le compromis confort, performance, robustesse souhaité. Nous avons de plus pris le parti de critères d'optimisation ayant un sens physique explicite. C'est pour nous un des objectifs majeurs de la méthodologie, condition de son efficacité. En effet, si les critères traduisent la réalité de la prestation alors une expertise généralisable peut se construire sur leur base, constituant des repères génériques. Cela permet une meilleure compréhension des résultats et effets obtenus, et à faciliter *in fine* leur retouche pour affiner les réglages. Troisièmement, nous cherchons à considérer directement pendant la synthèse la diversité comportementale du modèle de voiture considéré à des fins de robustesse, ceci afin d'assurer que le système fonctionnera correctement sur différents cas d'usages client : changement de pneus, chargement important du véhicule, motorisations diverses et autres options disponibles.

4.2 Architecture de la Boucle de Commande

La structure de contrôle est présentée sur la Figure 4.1. Le système à contrôler - la voiture - est un système *SIMO* (Single Input - Multiple Outputs), représenté par un modèle bicyclette dont les paramètres sont identifiés par tests sur véhicule réel. Grâce à son bon compromis entre

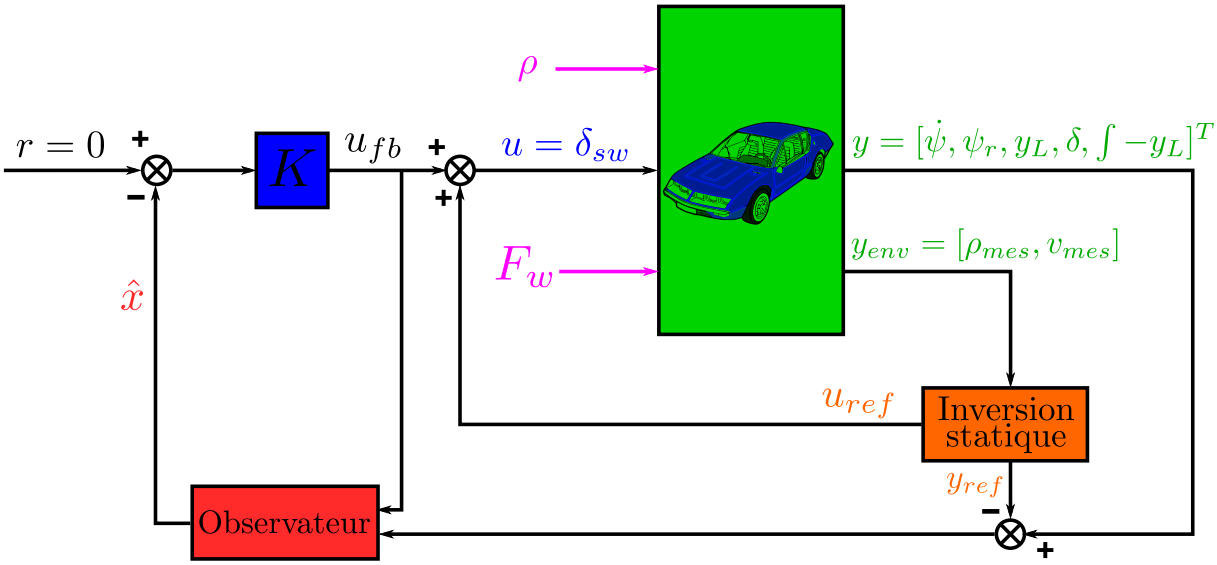


FIGURE 4.1 – Structure de commande du LCA

complexité et représentativité, le modèle bicyclette est largement employé pour la synthèse de lois de commande de systèmes de contrôle latéral où l'accélération latérale reste faible [**Polack et al., 2017**], bien en adéquation avec le cadre d'usage d'une assistance confortable comme le LCA. La vitesse longitudinale v_x est dans un premier temps considérée comme constante. En s'appuyant sur les équations du modèle bicyclette (3.6) ainsi que sur le modèle du second ordre pour la DAE (3.21), le vecteur d'état augmenté retenu pour la commande est le suivant :

$$x = [\dot{\psi} \quad \psi_r \quad \dot{y}_L \quad y_L \quad \dot{\delta} \quad \delta \quad -\int y_L]^T \tag{4.1}$$

où $\dot{\psi}$ est la vitesse de lacet, ψ_r est l'angle de lacet relatif, $\dot{y}_L$ la vitesse latérale, y_L l'écart latéral, $\dot{\delta}$ la vitesse de braquage des roues, δ l'angle de braquage des roues et $-\int y_L$ l'intégrale de l'écart latéral. Le vecteur d'état est donc augmenté par l'intégrale de l'écart latéral afin d'assurer une action intégrale dans la boucle de commande. Le bilan des entrées/sorties du système est le suivant :

- **Entrée de commande u :**
  - ◇ Angle au volant δ_{sw}

  → $u = \delta_{sw}$
- **Sorties mesurées y :**
  - ◇ Vitesse de lacet $\dot{\psi}$
  - ◇ Angle de lacet relatif ψ_r
  - ◇ Écart latéral y_L

◇ Angle de braquage des roues δ

◇ Intégrale de l'écart latéral $\int y_L$: Cette sortie est déduite par calcul de la mesure de l'écart latéral y_L.

$\rightarrow\ y = [\dot{\psi} \quad \psi_r \quad y_L \quad \delta \quad -\int y_L]^T$

- **Perturbations w :**

◇ La courbure de la route ρ.
La mesure de ce signal par la caméra embarquée sera notée ρ_{mes}.

◇ La force résultante de l'action du vent latéral F_w.
Cette force est une perturbation non mesurée.

$\rightarrow\ w = [\rho \quad F_w]^T$

- **Référence r :**

◇ Comme tous les états de x sont exprimés par rapport au centre voie, la référence est nulle en ligne droite dans le cas du LCA, correspondant au fait que la voiture se trouve au centre voie avec une orientation nulle par rapport à la voie. Cela est généralisable à toute trajectoire de référence qui ne serait pas le centre voie (changement de voie par exemple).

$\rightarrow\ r = 0$

Ainsi, le modèle d'état complet du système {véhicule - route} s'écrit comme suit :

$$\dot{x} = Ax + B_u u + B_w w \tag{4.2}$$

et les matrices d'état sont données par les équations ci-dessous.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & a_{16} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & a_{36} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & a_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ n_s\omega_s^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{4.3}$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 & -v_x & -v_x^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{L_w}{I_z} & 0 & \frac{1}{M_{tot}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

avec

$$\begin{aligned} &a_{11} = \frac{-\left(C_f L_f^2 + C_r L_r^2\right)}{I_z v_x}, \quad a_{12} = \frac{C_f L_f - C_r L_r}{I_z}, \quad a_{13} = \frac{-\left(C_f L_f - C_r L_r\right)}{I_z v_x}, \\ &a_{16} = \frac{C_f L_f}{I_z}, \quad a_{31} = \frac{-\left(C_f L_f - C_r L_r\right)}{M_{tot} v_x}, \quad a_{32} = \frac{C_f + C_r}{M_{tot}}, \\ &a_{33} = \frac{-\left(C_f + C_r\right)}{M_{tot} v_x}, \quad a_{36} = \frac{C_f}{M_{tot}}, \quad a_{55} = -2\xi_s \omega_s, \quad a_{56} = -\omega_s^2. \end{aligned} \tag{4.4}$$

La boucle de commande se résume à un retour d'état statique, i.e. que l'on cherche une commande du type $u_{fb} = -K\hat{x}$ où K est de la forme suivante :

$$K = [K_{\dot{\psi}} \quad K_{\psi_r} \quad K_{\dot{y}_L} \quad K_{y_L} \quad K_{\dot{\delta}} \quad K_{\delta} \quad K_{\int y_L}] \in \mathbb{R}^{1,7} \tag{4.5}$$

Un observateur est implémenté afin de reconstruire les deux états non mesurés, à savoir la vitesse latérale $\dot{y}_L$ et la vitesse de braquage des roues $\dot{\delta}$. En effet, ces deux états peuvent être mesurés que par certains capteurs spécifiques et coûteux qui ne sont pas implémentés sur des véhicules grand public. Ainsi, l'équation de sortie du système s'écrit $y = Cx$ avec :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

La structure comporte également une partie feedforward utilisée afin d'anticiper l'effet de la courbure de la route. Pour cela, le feedforward ajoutera un angle au volant de référence u_{ref} à la consigne calculée par le feedback u_{fb}, et corrigera le vecteur de mesure y_{mes} de façon à masquer l'effet de la courbure sur les états du modèle aux écarts grâce au signal y_{ref}. Cette correction, effectuée donc à travers les signaux u_{ref} et y_{ref}, est basée sur l'inversion du modèle sous l'hypothèse d'un virage établi de courbure constante. Cette inversion est obtenue par calcul en imposant $\dot{x} = 0$ pour une courbure ρ et une vitesse longitudinale v_x données. Le détail du calcul du feedforward est présenté en Annexe A et les expressions de u_{ref} et y_{ref} sont données

par les équations (A.4) et (A.6) rappelées ci-dessous :

$$y_{ref} = \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{ff} \\ \psi_{r_{ff}} \\ 0 \\ \delta_{ff} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad u_{ref} = \delta_{ff} \tag{4.7}$$

avec :

$$\begin{cases} \dot{\psi}_{ff} = \rho v_x \\ \psi_{r_{ff}} = \rho \left(-L_r + \dfrac{M_{tot} L_f}{C_r L_{tot}} v_x^2 \right) \\ \delta_{ff} = \rho \left(L_{tot} + \dfrac{M_{tot}(C_r L_r - C_f L_f)}{C_f C_r L_{tot}} v_x^2 \right) = \rho \left(L_{tot} + \nabla_{sv,roues} v_x^2 \right) \end{cases} \tag{4.8}$$

Remarque 4.1. *Le feedforward implémenté dans cette structure masque l'effet de la courbure dans la boucle de commande, de manière à ce que le régulateur K et l'observateur « travaillent toujours comme si le véhicule évoluait en ligne droite » et devait alors se recentrer. Autrement dit, observateur et régulateurs exploitent le modèle aux écarts. Cela explique notamment pourquoi la référence de la boucle de régulation est nulle.*

Remarque 4.2. *Ces équations peuvent se réécrire en fonction de l'accélération latérale a_y du véhicule. En effet, en développant les expressions de $\psi_{r_{ff}}$ et de δ_{ff}, le terme $\rho v_x^2 = \dfrac{v_x^2}{R} = a_{y,route}$ apparaît, qui correspond à l'accélération latérale idéale qu'aurait un véhicule suivant parfaitement le centre voie. Il est raisonnable de supposer que l'accélération latérale du véhicule a_y et l'accélération idéale $a_{y,route}$ peuvent être en effet confondues lorsque le véhicule réel suit « correctement » le centre de la voie.*

Remarque 4.3. *Le calcul du feedforward se base sur des hypothèses de régime établi pour une courbure et une vitesse longitudinale constantes. Il est cependant possible d'inverser le système sous d'autres hypothèses. Par exemple, la partie A.2 en Annexe A présente l'inversion statique en relâchant les hypothèses utilisées ci-dessus, notamment afin de prendre en compte la variation de la courbure $\dot{\rho}$ explicitement. On aura alors $y_{ref} = f(v_x, v_x^2, \rho, \dot{\rho})$ au lieu de $y_{ref} = f(v_x, v_x^2, \rho)$. Les expressions du feedforward sont dans ce cas données par les équations (A.11) et (A.12). Une comparaison avec le premier calcul a été effectuée afin de conclure sur la pertinence de prendre en compte ou non la dérivée de la courbure dans ce calcul (signal généralement mesuré*

par la caméra). En résumé, la contribution du terme en $\dot{\rho}$ est suffisamment faible par rapport aux termes en v_x, v_x^2 et ρ pour être négligé. De plus, la mesure de la dérivée de la courbure est imprécise et le bruit du signal $\dot{\rho}$ peut dès lors se propager dans la boucle de commande. Néanmoins, si les inconvénients discutés sont améliorés dans le futur, il peut être avantageux de prendre en compte le terme en $\dot{\rho}$ car il peut aider lors des transitoires, et d'autant plus que des pics de dérivée sont présents.

Remarque 4.4. *Afin de calculer le feedforward, les valeurs des paramètres d'un modèle bicyclette, le modèle nominal, sont embarqués dans le véhicule et considérés ici comme fixes. Afin de donner un ordre de grandeur de l'impact du gradient de sous-virage sur la dynamique véhicule, considérons que le gradient de sous-virage est mal mesuré : $\nabla_{sv,réel} = \nabla_{sv,est} + \Delta_{sv}$. Avec l'Équation (4.8), il vient :*

$$\begin{aligned}\delta_{ff} &= \rho\left(L_{tot} + \left(\nabla_{sv,est} + \Delta_{sv}\right) v_x^2\right) \\ &= \rho\left(L_{tot} + \nabla_{sv,est} v_x^2\right) + \underbrace{\rho \Delta_{sv} v_x^2}_{\Delta\delta_{ff}} \\ &= \delta_{ff,est} + \Delta\delta_{ff}\end{aligned}$$

où $\Delta\delta_{ff}$ est l'erreur faite sur l'angle aux roues.

Prenons l'exemple d'un véhicule se déplaçant à 90 km/h sur un virage ayant une courbure de $3e^{-3}$ m^{-1}. Si de plus l'erreur de mesure du gradient de sous-virage vaut $\Delta_{sv} = +1°/(m/s^2)$ (gradient de sous-virage évalué au volant), alors le feedforward fera une erreur sur la requête d'angle au volant :

$$\Delta\delta_{ff} = 3e^{-3} \times 1 \times 25^2 = 1.875°$$

Le feedforward demandera donc un angle de braquage volant surestimé, ce qui aura un impact certain sur le véhicule, le feedback devra corriger alors cette erreur de référence. De plus, cette erreur augmente avec la vitesse et la courbure : pour le même virage ρ, plus la vitesse est grande plus le feedforward sera erroné, et de la même façon pour une vitesse constante et un virage plus prononcé.

En pratique, l'état reconstruit $\hat{x}$ est la concaténation des états mesurés et des deux états observés. Ainsi, si l'on note le vecteur de sortie $y = [y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4 \quad y_5]^T$ et le vecteur d'état reconstruit qui sort de l'observateur $\hat{x}_{obs} = [\hat{x}_{obs_1} \quad \hat{x}_{obs_2} \quad \hat{x}_{obs_3} \quad \hat{x}_{obs_4} \quad \hat{x}_{obs_5} \quad \hat{x}_{obs_6} \quad \hat{x}_{obs_7}]^T$, alors

le vecteur d'état reconstruit $\hat{x}$ sur la Figure 4.1 est constitué de :

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} y_1 - \dot{\psi}_{ff} \\ y_2 - \psi_{r_{ff}} \\ \hat{x}_{obs_3} \\ y_3 \\ \hat{x}_{obs_5} \\ y_4 - \delta_{ff} \\ y_5 \end{bmatrix} = C^T(y - y_{ref}) + C_{obs}\hat{x}_{obs} \tag{4.9}$$

avec

$$C_{obs} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

4.3 Représentation d'État de la Boucle Fermée en Présence d'Incertitudes

Ce paragraphe détaille le calcul des pôles de la boucle fermée du LCA, en se basant sur le schéma de la Figure 4.1. Nous négligeons le vent latéral ($F_w = 0$) pour simplifier le propos et nous considérons que la matrice d'état A du modèle véhicule est incertaine. Nous la noterons alors A_u. Cela nous permet notamment de voir l'influence des incertitudes paramétriques du modèle bicyclette sur les pôles de la boucle fermée.
Les paramètres du modèle bicyclette utilisés par le feedforward et l'observateur sont quant à eux fixes. En effet, ces paramètres sont embarqués dans le logiciel du véhicule à leurs valeurs nominales et nous ne considérons dans cette partie aucune adaptation des paramètres (par exemple par une technique de commande adaptative).

Les équations d'état du modèle véhicule sont :

$$\begin{cases} \dot{x} = A_u x + B_u(u_{fb} + u_{ref}) + B_\rho \rho \\ y = Cx \end{cases} \tag{4.11}$$

où

$$B_\rho = [0 \quad -v_x \quad -v_x^2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

De plus, si l'on note L le gain d'estimation, l'équation d'état de l'observateur est [**Luenberger, 1964**] :

$$\dot{\hat{x}}_{obs} = A\hat{x}_{obs} + B_u u_{fb} + L(y - y_{ref} - C\hat{x}_{obs}) \tag{4.12}$$

Or

$$u_{fb} = -K\hat{x} \tag{4.13}$$

avec (cf. Équation (4.9))

$$\hat{x} = C^T(y - y_{ref}) + C_{obs}\hat{x}_{obs} \tag{4.14}$$

Enfin, les états corrigés par le feedforward peuvent être ré-exprimés en fonction de la courbure (cf Équations (4.7) et (4.8)) :

$$y_{ref} = \begin{bmatrix} \dot{\psi}'_{ff} \\ \psi'_{r_{ff}} \\ 0 \\ \delta'_{ff} \\ 0 \end{bmatrix} \rho = y'_{ref}\rho \quad \text{et} \quad u_{ref} = \delta'_{ff}\rho \tag{4.15}$$

En combinant les Équations (4.11 - 4.15), on obtient après simplification les équations suivantes, en remarquant que $C^TC + C_{obs} = I_7$:

$$\dot{x} = (A_u - B_uK)x + B_uKC_{obs}\epsilon + (B_uKC^Ty'_{ref} + B_u\delta'_{ff} + B_\rho)\rho \tag{4.16}$$

et

$$\dot{\hat{x}}_{obs} = (LC - B_uKC^TC)x + (A - B_uKC_{obs} - LC)\hat{x}_{obs} + (B_uKC^T - L)y'_{eq}\rho \tag{4.17}$$

En notant $\epsilon = x - \hat{x}_{obs}$, il suit :

$$\dot{\epsilon} = (A_u - A)x + (A - LC)\epsilon + (B_u\delta'_{ff} + B_\rho + Ly'_{ref})\rho \tag{4.18}$$

Le modèle d'état de la boucle fermée du LCA représenté à la Figure 4.1 a pour équation :

$$\boxed{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_u - B_uK & B_uKC_{obs} \\ A_u - A & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \epsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_uKC^Ty'_{ref} + B_u\delta'_{ff} + B_\rho \\ B_u\delta'_{ff} + B_\rho + Ly'_{ref} \end{bmatrix} \rho} \tag{4.19}$$

Remarque 4.5. *Pour les valeurs nominales du modèle bicyclette, nous aurons $A_u = A$ et le spectre du système en boucle fermée est constitué classiquement de la réunion des spectres du retour d'état et de celui de l'observation (principe de séparation).*

Lorsqu'on ne considère plus que le modèle véhicule est parfait, alors les pôles de la structure complète sont les pôles de la matrice A_{cl} définie par :

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A_u - B_uK & B_uKC_{obs} \\ A_u - A & A - LC \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

On peut noter que le terme C_{obs} apparaît, ce qui signifie qu'en présence d'incertitudes la reconstruction mixte du vecteur d'état (mesures + observateur) peut influer légèrement sur la dynamique de la boucle fermée par rapport à l'utilisation complète de l'état observé complet (seul le terme BK apparaitrait alors et non pas BKC_{obs}).

Remarque 4.6. *La structure du LCA détient donc 14 pôles : 7 pour le contrôleur et 7 pour l'observateur. En nominal, ces deux groupes de pôles sont indépendants, ce qui n'est plus le cas lorsque les incertitudes sont prises en compte.*

4.4 Méthodologie

Le LCA doit être conçu en vue d'améliorer le confort et la sécurité des passagers pendant les situations de roulage cibles pour ce système, tout en garantissant une bonne performance face aux inévitables variations des paramètres du véhicule et de l'environnement dans lequel il évolue. Notre proposition est alors de conduire la synthèse du contrôleur à structure fixe dans un cadre multi-objectif, multi-scénario et multi-modèle. Nous considérerons que seuls les gains du retour d'état sont recherchés, l'observateur étant considéré comme satisfaisant et réglé en amont. L'objectif de la méthodologie est alors l'optimisation directe de la boucle fermée, en termes de

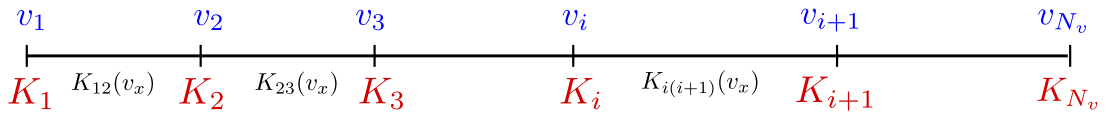


FIGURE 4.2 – Interpolation des contrôleurs

performance, de confort et de robustesse. Le processus comprend plusieurs étapes :

— Modélisation juste nécessaire du véhicule, incertitudes comportementales comprises, ce au travers d'une approche multi-modèle.

— Modélisation juste nécessaire de l'environnement du véhicule, au travers de (multi)modèles de signaux dynamiques (e.g. courbure) permettant de formaliser certaines classes de scénario.

— Définition d'indicateurs/critères intelligibles en relation avec les objectifs de performances, confort et robustesse visés.

— Formulation du problème de commande au travers d'un problème d'optimisation multi-objectif, multi-scénario et multi-modèle.

L'idée générale du problème d'optimisation est de maximiser le confort du conducteur sous contraintes d'un certain niveau de performance et de robustesse.

4.4.1 Avant-propos

Les équations déclinées dans les parties précédentes sont toutes paramétrées par la vitesse longitudinale du véhicule v_x. Cette vitesse est considérée comme constante mais incertaine voire lentement variable. Cette hypothèse est raisonnable dans la mesure où le LCA est un système de confort. La stratégie de synthèse est alors de choisir plusieurs *vitesses de référence*, et de faire la synthèse d'un retour d'état pour chacune d'entre elle. Une interpolation linéaire est effectuée ensuite entre deux vitesses de référence. Soient $v_1, \ldots, v_{N_v}$ les N_v vitesses de référence et $K_1, \ldots, K_{N_v}$ les contrôleurs associés. Sur l'ensemble de la plage de variation de la vitesse où le système est actif, nous aurons donc un contrôleur linéaire par morceaux tel que (Figure 4.2) :

$$\forall v_x \in [v_i, v_{i+1}] \ / \ i \in [1, N_v - 1], \quad K_{i(i+1)}(v_x) = h_1^i(v_x) K_i + h_2^i(v_x) K_{i+1} \tag{4.21}$$

où

$$h_1^i = \frac{v_{i+1} - v_x}{v_{i+1} - v_i} \quad \text{et} \quad h_2^i = \frac{v_x - v_i}{v_{i+1} - v_i} \tag{4.22}$$

Il y a donc N_v synthèses à effectuer par véhicule (pour le contrôleur). Ce type de stratégie implique une analyse de stabilité *a posteriori* sur l'ensemble de la plage de vitesse considérée pour le système puisqu'elle n'apporte aucune garantie de performance voire de stabilité *a priori*, sur les transitoires de vitesse.

Remarque 4.7. *Plutôt que de procéder par interpolation linéaire, il est envisageable d'utiliser une approche par séquencement de gains (Gain-Scheduling), où la vitesse serait le paramètre variant. Cela permet notamment de ne réaliser qu'une seule synthèse. Cette approche a été étudiée plus en détail dans l'Annexe D.*

Remarque 4.8. ***(Analyse de Stabilité)***
Dans ces travaux nous avons envisagé l'analyse de stabilité du système sur l'ensemble de la plage de variation de la vitesse par la considération de fonctions de Lyapunov affines par morceaux et dépendantes des paramètres. Nous présenterons succinctement ci-dessous le principe de cette approche et nous admettrons dans la suite du mémoire que le système est bien stable sur l'ensemble de la plage de vitesse considérée et pour toute accélération comprise entre a_{min} et a_{max}, représentant respectivement les valeurs maximum de décélération et d'accélération permises par le système (cf. 4.26).

Théorème 4.1. ***Stabilité Affine Quadratique*** *[**Gahinet et al., 1996**, Section 4 Time-Varying Uncertain Parameters]*
Considérons un système linéaire de la forme :

$$\dot{x}(t) = A(\theta)x(t), \qquad x(0) = x_0 \tag{4.23}$$

où $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_N)$ est le vecteur des paramètres variants du système et $A(\theta)$ la matrice d'état considérée affine en θ :

$$A(\theta) = A_0 + \theta_1 A_1 + \cdots + \theta_N A_N \tag{4.24}$$

où $A_0, A_1, \ldots, A_N$ sont des matrices fixes connues. De plus, les paramètres variants sont considérés bornés et leurs dérivées bien définies et bornées également :

$$\theta_i \in [\underline{\theta_i},\ \overline{\theta_i}] \tag{4.25}$$
$$\dot{\theta}_i \in [\underline{\dot{\nu}_i},\ \overline{\dot{\nu}_i}] \tag{4.26}$$

Définissons les ensembles Θ et $\mathcal{V}$ tels que :

$$\Theta = \{\omega = (\omega_1, \ldots, \omega_N) \quad : \quad \omega_i \in [\underline{\theta_i},\ \overline{\theta_i}]\} \tag{4.27}$$
$$\mathcal{V} = \{\tau = (\tau_1, \ldots, \tau_N) \quad : \quad \tau_i \in [\underline{\dot{\nu}_i},\ \overline{\dot{\nu}_i}]\} \tag{4.28}$$

Le système (4.23) est affinement et quadratiquement stable s'il existe $N+1$ matrices symétriques $P_0, \ldots, P_N$ telles que les inégalités matricielles suivantes soient satisfaites :

$$A(\omega)^T P(\omega) + P(\omega)A(\omega) + P(\tau) < P_0 \quad \textit{pour tout } \omega \in \Theta \textit{ et } \tau \in \mathcal{V}, \tag{4.29}$$
$$P(\omega) > I \quad \textit{pour tout } \omega \in \Theta \tag{4.30}$$

$$A_i^T P_i + P_i A_i \geq 0 \quad pour\ i = 1, \ldots, N \tag{4.31}$$

La fonction $V(x,\theta) = x^T P(\theta) x$ *est alors une fonction de Lyapunov quadratique pour (4.23), i.e.* $V(x,\theta) > 0$ *pour tout* x *non nul et* $\frac{d}{dt}V(x,\theta) \leq 0$ *pour tout* x_0 *et toutes les trajectoires du paramètre* θ*.*

Application au LCA :

Soit $N_v \geq 3$ *le nombre de vitesses de référence. Dans ce cas, nous considérons comme seul paramètre variant la vitesse longitudinale du véhicule et nous posons* $\theta = 1/v_x$ *et* $(\theta_1, \ldots, \theta_{N_v}) = (1/v_{N_v}, \ldots, 1/v_1)$*. Le système en boucle fermée sur l'ensemble de la plage de variation de vitesse est défini par morceaux tel que :*

$$\begin{cases} \dot{x} &= A_{cl,1}(\theta)x \quad si \quad \theta \in [\theta_1, \theta_2] \\ \dot{x} &= A_{cl,2}(\theta)x \quad si \quad \theta \in [\theta_2, \theta_3] \\ & \ldots \\ \dot{x} &= A_{cl,i}(\theta)x \quad si \quad \theta \in [\theta_i, \theta_{i+1}] \\ & \ldots \\ \dot{x} &= A_{cl,N_v-1}(\theta)x \quad si \quad \theta \in [\theta_{N_v-1}, \theta_{N_v}] \end{cases} \tag{4.32}$$

où $A_{cl,i}(\theta)$ *est la matrice d'état de la boucle fermée donnée par l'Équation (4.20) pour* $\theta \in [\theta_i, \theta_{i+1}]$*. Cette matrice d'état est affine en* θ *(*$A_{cl,i}(\theta) = A_{i0} + \theta A_{i1}$*) puisque la matrice d'état* A *du modèle véhicule, le contrôleur et l'observateur sont affines en* θ*. En effet les gains du contrôleur et de l'observateur sont interpolés linéairement entre deux vitesses de référence. En approximant l'interpolation linéaire en* v_x *par une interpolation linéaire en* $\theta = 1/v_x$*, nous pouvons réécrire l'Équation (4.21) comme suit :*

$$\forall \theta \in [\theta_i, \theta_{i+1}] \ / \ i \in [1, N_v - 1], \quad K_{i(i+1)}(\theta) = h_1^i(\theta) K_i + h_2^i(\theta) K_{i+1} \tag{4.33}$$

avec

$$h_1^i = \frac{\theta_{i+1} - \theta}{\theta_{i+1} - \theta_i} \quad et \quad h_2^i = \frac{\theta - \theta_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} \tag{4.34}$$

L'Équation (4.33) peut se réécrire alors sous la forme :

$$\forall \theta \in [\theta_i, \theta_{i+1}] \ / \ i \in [1, N_v - 1], \quad K_{i(i+1)}(\theta) = K_{i0} + \theta K_i \tag{4.35}$$

De la même manière, le gain d'estimation L *peut être approximé par une interpolation linéaire*

en θ *:*

$$\forall \theta \in [\theta_i, \theta_{i+1}] \ / \ i \in [1, N_v - 1], \quad L_{i(i+1)}(\theta) = L_{i0} + \theta L_i \tag{4.36}$$

Soient P_{10} *et* $P_{11} \in \mathcal{R}^{7\times 7}$ *telles que* $P_1(\theta) = P_{10} + \theta P_{11}$ *et* $Q_1, ..., Q_{N_v-2} \in \mathcal{R}^{7\times 7}$ *des matrices symétriques. On cherche une fonction de Lyapunov quadratique définie par morceaux :*

$$V(x,\theta) = \begin{cases} V_1(\theta) = x^T P_1(\theta) x & si \ \ \theta \in [\theta_1, \theta_2] \\ V_2(\theta) = x^T \left[P_1(\theta) + (\theta - \theta_2) Q_1\right] x & si \ \ \theta \in [\theta_2, \theta_3] \\ V_3(\theta) = x^T \left[P_1(\theta) + (\theta - \theta_2) Q_1 + (\theta - \theta_3) Q_2\right] x & si \ \ \theta \in [\theta_3, \theta_4] \\ \quad ... \\ V_i(\theta) = x^T \left[P_1(\theta) + \sum_{k=1}^{i-1} \left[(\theta - \theta_{k+1}) Q_k\right]\right] x & si \ \ \theta \in [\theta_i, \theta_{i+1}] \\ \quad et \ i \in [2, N_v - 1] \end{cases} \tag{4.37}$$

Nous pouvons alors écrire que :

$$V(x,\theta) = \begin{cases} V_1(\theta) = x^T P_1(\theta) x & si \ \ \theta \in [\theta_1, \theta_2] \\ V_2(\theta) = x^T P_2(\theta) x & si \ \ \theta \in [\theta_2, \theta_3] \\ \quad ... \\ V_i(\theta) = x^T P_i(\theta) x & si \ \ \theta \in [\theta_i, \theta_{i+1}] \ et \ i \in [1, N_v - 1] \end{cases} \tag{4.38}$$

avec

$$\forall \theta \in [\mathbf{2}, \mathbf{N_v - 1}], \mathbf{P_i}(\theta) = \mathbf{P_{i-1}}(\theta) + (\theta - \theta_\mathbf{i}) \mathbf{Q_{i-1}} \tag{4.39}$$

Par suite :

$$\begin{cases} P_2(\theta) = [P_{10} - \theta_2 Q_1] + \theta(P_{11} + Q_1) & si \ \ \theta \in [\theta_2, \theta_3] \\ P_3(\theta) = [P_{10} - \theta_2 Q_1 - \theta_3 Q_2] + \theta(P_{11} + Q_1 + Q_2) & si \ \ \theta \in [\theta_3, \theta_4] \\ \quad ... \\ P_i(\theta) = \left[P_{10} - \sum_{k=1}^{i-1} \left[\theta_{k+1} Q_k\right]\right] + \theta \left[P_{11} + \sum_{k=1}^{i-1} Q_k\right] & si \ \ \theta \in [\theta_i, \theta_{i+1}] \\ \quad et \ i \in [2, N_v - 1] \end{cases} \tag{4.40}$$

i.e.

$$\forall i \in [1, N_v - 1], P_i(\theta) = P_{i0} + \theta P_{i1} \tag{4.41}$$

Cette fonction de Lyapunov est continue car :

$$\forall i \in [2, N_v - 1], P_i(\theta_i) = P_{i-1}(\theta_i) \tag{4.42}$$

i.e.

$$\forall i \in [2, N_v - 1], V_i(\theta_i) = V_{i-1}(\theta_i) \tag{4.43}$$

Ensuite, afin de trouver les matrices $P_{10}, P_{11}, Q_1, \ldots, Q_{N_v-2}$ nous appliquons le Théorème 4.1 sur chaque intervalle $[\theta_k, \theta_{k+1}]$. Cette méthodologie définit un problème LMI faisant intervenir progressivement les matrices $Q_1, \ldots, Q_{N_v-2}$. La résolution de ce problème prouve alors la stabilité de l'ensemble du système à la variation de la vitesse.
Il est envisageable au travers de ce formalisme de prouver en sus la stabilité face aux incertitudes paramétriques. Comme nous le verrons à la Section 4.4.2, une approche multi-modèle sera préférée pour prévenir tout pessimisme conceptuel (approximation interne préférée à approximation externe). Une famille de matrices d'état incertaines A_u (correspondant à un ensemble fini (gridding) de modèles véhicule) sera considérée. La procédure de recherche d'une fonction de Lyapunov affine par morceaux et dépendante des paramètres (Théorème (4.1)) peut dès lors être généralisée à ce cas multi-modèle, par ajout d'une nouvelle LMI à chaque modèle.

Dans la suite de ce Chapitre, nous construirons un problème de commande *ad hoc* multi-objectif, multi-scénario et multi-modèle. Chacun de ces termes seront explicités et justifiés et sont basés sur des considérations physiques permettant une méthodologie peu pessimiste.

4.4.2 Du modèle incertain au multi-modèle

La dynamique d'un même véhicule peut être considérablement modifiée selon sa configuration (i.e. son équipement - par ex. le type de pneumatique - et le cas d'usage - par ex. la charge transportée). En effet, changer les pneumatiques et ajouter de la masse ont des effets importants sur la dynamique véhicule car cela modifie à la fois le contact chaussée - roues mais aussi la position du centre de gravité du véhicule. De plus, selon les options choisies par le client, le même modèle peut avoir différentes caractéristiques (par exemple un toit en verre ajoute une masse non négligeable). Nous cherchons à déterminer un panel de configurations véhicule juste suffisant pour représenter la diversité des comportements. Formalisé au travers d'un jeu de paramètres pour le modèle bicyclette, il sera utilisé pour la synthèse multi-modèle du retour d'état. Les incertitudes sur les paramètres de la modélisation véhicule sont donc essentielles à définir afin de conduire une synthèse robuste à toutes ces configurations.

Le modèle bicyclette fait intervenir plusieurs paramètres caractéristiques : les rigidités de pneus avant/arrière C_f et C_r, la masse du véhicule M_{tot}, la position du centre de gravité *via* les distances aux essieux L_f et L_r, l'empattement L_{tot} et l'inertie du véhicule I_z.

Un véhicule peut donc être représenté au travers d'un modèle bicycle caractérisé par 6 paramètres qu'il convient d'identifier en fonction de la configuration considérée : C_f, C_r, L_f, L_{tot}, M_{tot} et I_z (L_r se déduit directement de L_f et L_{tot}). Ces paramètres appartiennent chacun à un intervalle qui peut être renseigné. Cependant, et bien qu'il n'existe aucune expression analytique exacte les liant, ils sont dans la réalité physiquement interdépendants. Nous cherchons dans cette thèse à prendre en compte ces liens pour ne sélectionner, au sein du polytope paramétrique, qu'un jeu de paramètres réalistes ; ceci afin de prévenir tout pessimisme excessif qui serait préjudiciable à l'obtention de pré-calibrations pertinentes. Excepté l'empattement L_{tot} qui est fixe, les autres paramètres varient constamment pendant toute la durée de vie d'un véhicule. Les paramètres incertains de ce modèle sont C_f, C_r, L_f, M_{tot} et I_z puisque le conducteur peut s'il le souhaite changer les pneus et charger son véhicule. De plus, les rigidités C_f et C_r fluctuent en accord avec l'adhérence, le type de pneumatiques et leur usure, la charge exercée sur le pneu ainsi que les conditions météorologiques pendant le roulage.

Garantir la stabilité sur l'enveloppe totale des incertitudes est nécessaire tout comme vérifier que le système y reste performant. Prendre en compte ces incertitudes *a priori* lors de la synthèse plutôt que de vérifier la stabilité (et/ou la performance) *a posteriori* demeure un objectif difficile pour les problèmes de commande. Il existe typiquement deux méthodes pour obtenir un contrôleur robuste vis-à-vis d'un ensemble d'incertitudes $\mathbf{\Delta}$: soit par approximations internes soit par approximations externes [**Apkarian et al., 2015**, **de Aguiar et al., 2017**]. Des manipulations simplificatrices sur l'ensemble $\mathbf{\Delta}$ sont alors conduites pour obtenir un nouvel ensemble, plus facile à manipuler pour la synthèse. Les approximations externes cherchent à apporter toutes les garanties nécessaires, en considérant un ensemble d'incertitudes $\overline{\mathbf{\Delta}} \supset \mathbf{\Delta}$ plus grand que nécessaire, mais inclusif (toutes les incertitudes sont incluses) et plus facile à appréhender et à manipuler pour la synthèse. Les outils classiques pour résoudre des problèmes robustes de cette manière sont ceux basés sur la valeur singulière structurée μ (μ-synthèse / μ-analyse) [**Fan et al., 1991**] et ceux basés sur les LMI [**Apkarian et al., 1995**, **Bliman, 2004**]. Ces approches offrent des certificats de performance et de robustesse sur l'ensemble incertain $\mathbf{\Delta}$. Cependant, ils accroissent également le pessimisme de la synthèse puisqu'ils élargissent l'ensemble incertain initial et pourraient notamment faire échouer la synthèse (par exemple par une performance résultante dégradée ou encore en ne trouvant pas de solution). En outre, pour les applications de contrôle véhicule, les paramètres incertains sont généralement interdépendants, rendant l'obtention de l'intervalle inclusif $\overline{\mathbf{\Delta}}$ le moins pessimiste possible difficile. Afin de contourner cette difficulté, les concepteurs réduisent les dimensions initiales de $\mathbf{\Delta}$ pour être en

mesure de trouver un ensemble $\overline{\boldsymbol{\Delta}}$ satisfaisant.
A l'inverse, les approximations internes permettant elles de résoudre le problème sur un ensemble incertain plus petit $\underline{\boldsymbol{\Delta}} \subset \boldsymbol{\Delta}$ sont plus flexibles afin de trouver un meilleur compromis entre le temps de calcul et le pessimisme de la solution. Remarquons que le fait de procéder à partir d'une approximation externe conduit à une condition suffisante de robustesse, alors qu'il s'agit d'une condition nécessaire dans le cas d'une approximation interne. L'ensemble $\underline{\boldsymbol{\Delta}}$ est souvent obtenu par une discrétisation du continuum d'incertitudes $\boldsymbol{\Delta}$. Dans ce cas, cet ensemble est donc un ensemble discret (de dimension finie), composé d'un nombre fini de modèles qui devraient couvrir les dynamiques principales de l'ensemble incertain initial. Cette approche est naturellement dénommée approche multi-modèle [**Ackermann, 1985**, **Magni et al., 1998**]. Bien que les approximations internes ne permettent pas d'obtenir des certificats de stabilité, de performance et/ou de robustesse sur l'ensemble incertain $\boldsymbol{\Delta}$ (certificats globaux), des certificats locaux peuvent être obtenus en choisissant judicieusement les modèles discrets de l'ensemble $\underline{\boldsymbol{\Delta}}$, i.e. des modèles correspondant aux pires-cas parmi les incertitudes du problème de commande considéré. Ces pire-cas sont soit trouvés par des procédures itératives soit prédéfinis grâce à l'expertise des concepteurs sur leur système, généralement suite à des considérations physiques. Purement analytique, la première approche consiste à une synthèse multi-modèle itérative. A chaque itération, une nouvelle configuration pouvant déstabiliser le système est trouvée et le modèle correspondant est ajouté à l'ensemble des modèles utilisés lors de la synthèse définissant alors le nouvel ensemble incertain à considérer pour la synthèse multi-modèle suivante [**Apkarian et al., 2015**]. En pratique pour le cas spécifique des incertitudes du modèle bicyclette, cette approche peut s'avérer trop pessimiste voire irréaliste selon le véhicule à l'étude puisqu'il est difficile d'obtenir des limites représentatives de l'ensemble incertain. Précisément, les châssis de certains véhicules sont conçus afin d'être relativement peu sensibles à la variation de masse et des pneus, en terme d'impact sur leur comportement dynamique. Cela est généralement le cas des voitures compactes dont le PTAC n'est pas très éloigné de leur masse à vide. Par contre, les comportements dynamiques des SUVs (*Sport Utility Vehicles*), des monospaces (ou MPVs pour *Compact Multi-Purpose Vehicles*) et pour aller plus loin des véhicules utilitaires et camions peuvent être significativement impactés par les variations de pneus et de masse. En effet, un véhicule compact présente une variation d'environ 30% entre son poids à vide et son PTAC, alors que cette variation peut atteindre 200% pour un véhicule utilitaire. Cependant, l'avantage de l'approche multi-modèle réside en la possibilité d'injecter des considérations physiques pendant le processus de synthèse et donc de pouvoir prendre en compte les différentes caractéristiques des systèmes étudiés de manière réaliste. Finalement, les interdépendances non linéaires des paramètres véhicules nous semblent justifier une approche multi-modèle (au sens d'un nombre fini de modèles) pire-cas plutôt que des approches robustes plus classiques.

Dans la suite, nous proposons 3 approches afin de prendre en compte les incertitudes, basés sur les résultats du papier [**Mustaki et al., 2019a**]. La première approche part d'un unique modèle bicyclette identifié sur véhicule dans une configuration particulière, que l'on dénommera *modèle nominal*. Les paramètres sont alors considérés comme incertains et pouvant prendre un continuum de valeurs dans un intervalle à préciser. La seconde tire parti de connaissances pratiques voire d'expert afin de ne considérer que des combinaisons parmi les plus pertinentes (représentatives de la diversité comportementale) des paramètres. Dans ce contexte, le gradient de sous-virage est une considération physique jouant un rôle clé. La troisième méthode est purement physique : différentes configurations véhicules sont directement identifiées sur véhicule (réel ou modèle MADA). Ces différentes configurations sont choisies de manière à être représentatives des cas clients : conducteur seul, voiture chargée au Poids Total Autorisé en Charge (PTAC), diversité des pneus, etc.
Le pessimisme induit par la considération des incertitudes lors du processus de synthèse est graduellement réduit en passant de la méthode 1 à 2 puis de la méthode 2 à 3, ce qui sera démontré avec les résultats de la méthodologie (cf. Section 4.5). La recherche d'une méthode peu pessimiste est importante car plus le pessimisme est faible, plus la valeur des critères revêt un sens physique réaliste. Par exemple, les marges de robustesses obtenues par une approche pessimiste sont en fait des bornes inférieures des marges réelles du système et n'approcheront ces dernières que si le pessimisme est faible.

Approche 1 : Quadrillage

La première étape pour cette approche est d'identifier un véhicule afin d'obtenir son modèle bicyclette correspondant. Ce modèle sera dénommé modèle *nominal* et définit donc les valeurs nominales des paramètres. Il correspond généralement à la voiture test servant à valider les contrôleurs. Nous considérons que l'identification de ce modèle nominal a été effectuée sur la voiture à vide avec seulement le conducteur à bord.
Dans une première tentative pour englober les incertitudes admissibles, les hypothèses suivantes seront faites :

- **(H1) :** Le moment d'inertie I_z du véhicule est supposé constante et égal à sa valeur nominale.
- **(H2) :** De plus, il est raisonnable de supposer que si la masse totale du véhicule augmente, c'est parce que les passagers ont chargé le coffre. Par conséquent, la distance entre l'essieu avant et le centre de gravité augmente. La formule suivante est alors utilisée afin de calculer L_f :

$$L_f = \left(1 - \frac{M_f}{M_{tot}}\right) L_{tot} \tag{4.44}$$

où M_f, la masse sur l'essieu avant, est considérée constante. Cela signifie que tout le poids

ajouté n'influence que le poids de l'essieu arrière. Cette hypothèse permet également de supprimer un degré de liberté dans l'espace incertain.

- **(H3) :** Les rigidités des pneumatiques sont indépendantes de la masse. Bien que cette hypothèse soit fausse en réalité, cela nous permet de considérer des plages de variations arbitraires dans un premier temps. Les rigidités des pneumatiques sont alors supposées pouvant varier à $\pm 30\%$ de leurs valeurs nominales
- **(H4) :** Comme discuté au paragraphe sur le gradient de sous-virage, le véhicule considéré aura toujours un caractère sous-vireur par conception, c'est-à-dire un gradient de sous-virage strictement positif :

$$\nabla_{sv} > 0 \tag{4.45}$$

- **(H5) :** La masse du véhicule varie entre sa valeur nominale (poids à vide avec le conducteur) jusqu'à son PTAC :

$$M_{tot} \in [M_{nom},\ M_{PTAC}] \tag{4.46}$$

Afin d'illustrer directement la méthodologie quant aux multi-modèle, nous appliquerons notre recherche de modèles bicyclettes sur un véhicule réel, correspondant à un Renault Espace (véhicule de type MPV). Les paramètres du modèle bicyclette nominal de ce véhicule ont été identifiés et sont répertoriés dans la Table 4.1. Nous proposons une première famille de six modèles bicyclette construits à partir des hypothèses ci-dessus et détaillée dans la Table 4.2. La construction de cette famille de modèles bicyclette se base sur le modèle nominal avec peu de connaissances *a priori* sur la possible variation des paramètres. Ce qui est problématique est le pessimisme induit par cette approche comme le montrent les grandes variations du gradient de sous-virage.

Approche 2 : Sélection de modèles grâce aux limites physiques du gradient de sous-virage

Une voie alternative pour la considération des incertitudes est développée dans ce paragraphe en injectant de la connaissance pratique afin de ne considérer que des combinaisons de paramètres réalistes. En effet, quelque soit la configuration (type de pneumatiques et charge) du véhicule MPV considéré précédemment, son châssis a été conçu de manière à ce que son gradient de sous-virage (et donc son comportement dynamique) ne subisse pas une variation au-delà de $\pm\ 2\ °/(m/s^2)$ par rapport à sa valeur nominale. Même si cette valeur semble assez importante (voir Remarque 4.4), nous avons fait le choix de prendre des limites pessimistes afin de s'assurer de couvrir toute la variabilité. Ainsi, nous cherchons dans l'espace des paramètres les combinaisons telles que $\nabla_{sv} \in [1,\ 5]°/(m/s^2)$, tout en respectant les hypothèses (H1), (H2), (H4) et (H5). L'hypothèse (H3) est relâchée en considérant que C_f et C_r peuvent varier entre 100000 et 200000 N/rad, qui sont des valeurs typiques pour le véhicule considéré. Cela nous conduit à un ensemble complexe présenté à la Figure 4.3. Les sommets de ce polytope définissent alors la

TABLE 4.1 – Paramètres du modèle bicyclette nominal

Paramètres	**Description**	**Valeur**
C_f	Rigidité de dérive avant	135654 N/rad
C_r	Rigidité de dérive arrière	147301 N/rad
M_{tot}	Masse totale du véhicule	1802 kg
M_f	Masse sur l'essieu avant	1097 kg
I_z	Moment d'inertie du véhicule	3600 kg.m^2
L_{tot}	Empattement du véhicule	2.886 m
L_f	Distance entre le CoG et l'essieu avant	1.125 m
L_r	Distance entre le CoG et l'essieu arrière	$L_{tot} - L_f = 1.761$ m
n_s	Rapport de démultiplication de la DAE	16.2
ξ_s	Amortissement du modèle de DAE	$\sqrt{2}/2$
ω_s	Pulsation propre du modèle de DAE	18.85 rad/s

TABLE 4.2 – Valeurs des paramètres des six modèles bicyclettes considérés pour l'approche multi-modèle 1. Les pourcentages de variation du gradient de sous-virage (en bleu) sont évalués par rapport au gradient de sous-virage du modèle nominal

Masse Totale M_{tot} $[kg]$	**Rigidité de dérive avant** C_f $[N/rad]$	**Rigidité de dérive arrière** C_r $[N/rad]$	**Gradient de sous virage** ∇_{sv} $[°/(m/s^2)]$	
Nominal	Nominal	Nominal	3.06	
Nominal	−30%	−30%	4.35	(+42%)
Nominal	−30%	+30%	7.26	(+137%)
Nominal	+30%	+30%	2.34	(−24%)
+30%	−30%	+30%	4.66	(+52%)
+30%	Nominal	+30%	1.46	(−52%)

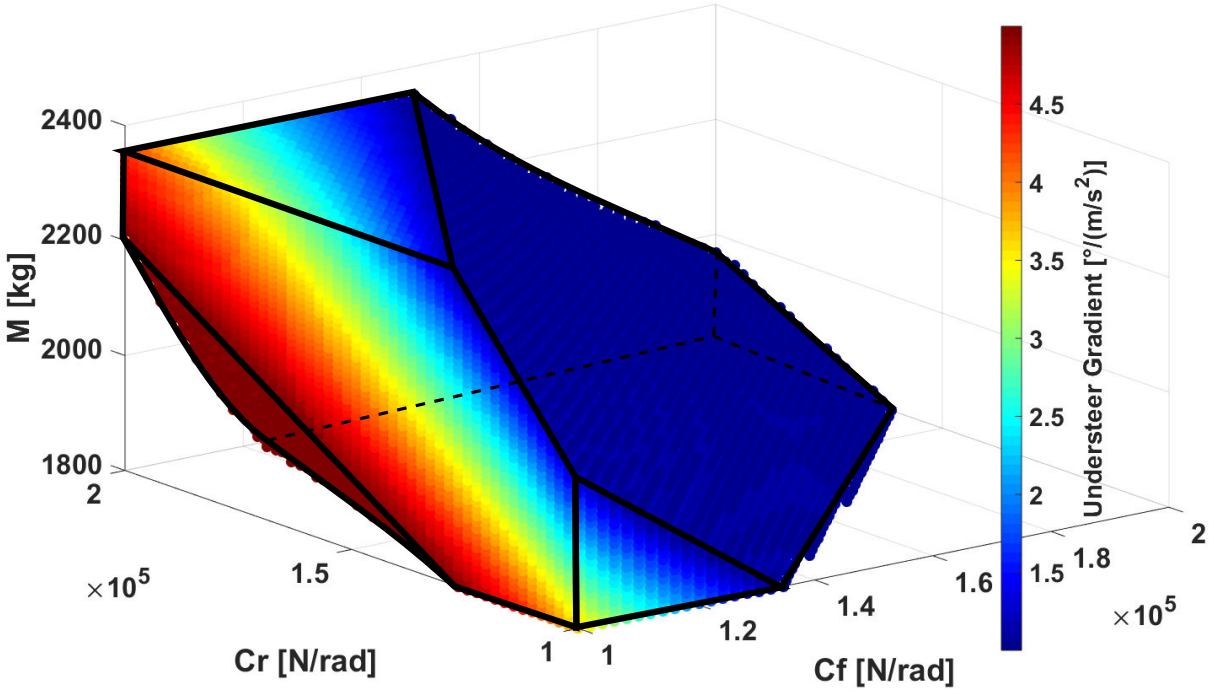


FIGURE 4.3 – Combinaisons de M_{tot}, C_f et C_r telles que ∇_{sv} reste entre 1 et 5 $°/(m/s^2)$

nouvelle famille de modèles bicyclettes considérés pour la synthèse. Douze modèles sont dès lors déterminés depuis ces sommets et sont donnés dans la Table 4.3. Nous avons également ajouté le modèle nominal.

Approche 3 : Sélection de modèles par identification réelles

L'approche 2 est une première étape vers la réduction du pessimisme induit par la famille des modèles sélectionnés. Afin de réduire davantage le pessimisme, il semble ainsi possible d'approcher les limites de variations réelles du gradient de sous-virage, de la masse et des rigidités avant et arrière. Cependant, sans tests réels sur véhicule, ces limites sont tout de même difficiles à appréhender, notamment du fait que le châssis est conçu différemment entre les différents modèles de véhicules. Ainsi, la meilleure façon d'obtenir des modèles bicyclettes représentatifs est de les identifier à partir du véhicule test en changeant les pneus et la charge. Excepté C_f et C_r, les quatre autres paramètres sont trouvés par analyse statique du véhicule (balance mesurant le poids sur chaque essieu) et mesures. C_f et C_r sont identifiés par des manœuvres spécifiques conçues pour exciter les dynamiques latérales, tout en restant dans la région de fonctionnement linéaire des pneumatiques (cela correspond typiquement à une accélération latérale de moins de 3 m/s^2), qui est la zone de fonctionnement du système LCA.

Néanmoins, réaliser ces procédures à chaque étape de développement de la voiture, pour chaque véhicule et ce dans plusieurs configurations, demande beaucoup de ressources et de

TABLE 4.3 – Sommets du polytope de la Figure 4.3. Pourcentage de variation par rapport aux valeurs nominales en bleu

Masse Totale M_{tot} $[kg]$		**Rigidité Avant** C_f $[N/rad]$		**Rigidité Arrière** C_r $[N/rad]$		**Gradient de sous-virage** ∇_{sv} $[°/(m/s^2)]$	
2350	(+30%)	1e5	(−26%)	2e5	(+36%)	4.34	(+42%)
		1e5	(−26%)	1.286e5	(−13%)	1.13	(−63%)
		1.49e5	(+10%)	2e5	(+36%)	1.01	(−67%)
2215	(+23%)	1e5	(−26%)	2e5	(+36%)	4.96	(+62%)
2081	(+15%)	1e5	(−26%)	1e5	(−32%)	1.05	(−66%)
1968	(+9%)	2e5	(+47%)	2e5	(+36%)	1.04	(−66%)
1800	(−0.1%)	1e5	(−26%)	1e5	(−32%)	3.63	(+19%)
		1.347e5	(−0.7%)	1e5	(−32%)	1.03	(−66%)
		2e5	(+47%)	1.612e5	(+9%)	1.04	(−66%)
		2e5	(+47%)	2e5	(+36%)	1.82	(−41%)
		1.245e5	(−8%)	2e5	(+36%)	4.89	(+60%)
		1e5	(−26%)	1.265e5	(−14%)	4.99	(+63%)
(Nom) 1802		1.356e5		1.473e5		3.06	

temps. Ainsi, nous avons réalisé ces mêmes manœuvres mais en utilisant des simulations représentatives, basées sur un modèle véhicule d'ordre élevé non linéaire incluant des modèles précis des pneumatiques, des suspensions, du moteur, des freins et de la colonne de direction. Ces modèles sont obtenus grâce à l'outil MADA développé au sein de Renault dans l'objectif de pouvoir effectuer de la validation par simulation. Cet outil incorpore différents pneumatiques et la possibilité d'ajouter de la masse (passagers et/ou bagages) à des endroits spécifiques du véhicule de façon à influencer correctement la position de centre de gravité, et par conséquent son comportement dynamique. La Table 4.4 présente les 15 configurations retenues dorénavant notées {Charge i + Pneu j}, $i \in 1 \dots 5$ et $j \in 1 \dots 3$. La configuration {Charge 1 + Pneu 1} correspond au modèle nominal dont les paramètres sont affichés dans la Table 4.1. Les cas de chargement correspondent à des cas-clients où la masse est distribuée différemment entre les passagers et les bagages. Par rapport à la diversité des pneumatiques, nous avons considéré des pneus de 19 pouces (Pneu 1), de 17 pouces (Pneu 2) et de 18 pouces (Pneu 3). De plus, on peut noter l'influence significative de la position du centre de gravité sur la valeur du gradient de sous-virage. En effet, entre la Charge 4 et 5, la masse totale ajoutée est quasi-identique, mais avec seulement 4% de différence sur L_f (la charge a été ajoutée uniquement dans le coffre pour la Charge 5), le gradient de sous-virage atteint une variation de -48% pour le Pneu 2, i.e. 14% de plus que pour la Charge 4. Par suite, l'hypothèse (H2) faite dans les deux approches précédentes peut s'avérer très restrictive puisqu'il existe de nombreuses manières de répartir la masse dans le véhicule.

Comparaison générale

Puisque le contrôleur résultant de la méthodologie de synthèse est supposé être utilisé pour le même véhicule dans toute sa diversité, les concepteurs devraient considérer autant de modèles que possible, afin d'appréhender plus précisément l'enveloppe totale des combinaisons possibles des paramètres du modèle bicyclette. Avec ces quelques modèles sélectionnés et considérés comme des pires-cas représentatifs, on peut remarquer que le gradient de sous virage est moins impacté que prévu par l'Approche 2. En effet, les gradients de sous-virage ∇_{sv} identifiés sur les modèles MADA restent toujours entre 1.5 et 4 $[^\circ/(m/s^2)]$.
Cependant, même si les limites de variation du gradient de sous-virage étaient réduites selon cette observation, l'Approche 2 reste encore plus pessimiste que l'Approche 3. En effet, la Figure 4.4 montre les volumes convexes construits à partir des sommets des différentes approches. Le volume vert correspond à l'Approche 1, le bleu à l'Approche 2 pour laquelle le gradient de sous virage ne varie qu'entre 1.5 et 4 $[^\circ/(m/s^2)]$ et enfin le noir à l'Approche 3. Comme attendu, plus l'approche est physique, plus la plage de variation des paramètres est restreinte et ainsi plus le volume correspondant est compact. Nous pouvons remarquer que même si la deuxième approche considère des limites restreintes, elle semble garder quelques combinaisons irréalistes.

TABLE 4.4 – Pourcentages de variation des paramètres identifiés sur des configurations cas-clients et comparés à la configuration nominale

			Masse Totale M_{tot}	**Distance avant du CoG** L_f	**Moment d'Inertie** I_z	**Rigidité Avant** C_f	**Rigidité Arrière** C_r	**Gradient de sous-virage** ∇_{SG}
Synthèse	Charge 1	Pneu 1	Nominal	Nominal	Nominal	Nominal	Nominal	Nominal
		Pneu 2	Nominal	Nominal	Nominal	−11%	−5%	+22%
		Pneu 3	Nominal	Nominal	Nominal	+4%	+9%	+3%
	Charge 2	Pneu 1	+11%	+7%	+5%	+2%	+16%	+9%
		Pneu 2	+11%	+7%	+5%	−10%	+6%	+28%
		Pneu 3	+11%	+7%	+5%	+5%	+25%	+11%
	Charge 3	Pneu 1	+28%	+25%	+24%	+0.3%	+29%	−16%
		Pneu 2	+28%	+25%	+24%	−10%	+10%	−15%
		Pneu 3	+28%	+25%	+24%	+4%	+36%	−16%
	Charge 4	Pneu 1	+26%	+30%	+23%	−3%	+27%	−29%
		Pneu 2	+26%	+30%	+23%	-12%	+8%	−34%
		Pneu 3	+26%	+30%	+23%	+1%	+34%	−30%
	Charge 5	Pneu 1	+25%	+34%	+25%	−4%	+27%	−39%
		Pneu 2	+25%	+34%	+25%	−13%	+7%	−48%
		Pneu 3	+25%	+34%	+25%	−0.5%	+33%	−40%
Validation	Véhicule Test 1		+6%	−1.3%	+3.47%	+9%	+18%	+12%
	Véhicule Test 2		+13%	+9%	+10%	−9%	+9%	+15%
	Véhicule Test 3		+14%	+9%	+11%	+3%	+21%	+9%

Il pourrait être possible de réduire encore plus ces limites si celles sur C_f et C_r étaient mieux connues, mais cela reste encore difficile en pratique.

Remarque 4.9. *Il pourrait être reproché que dans l'Approche 3, toutes les combinaisons possibles n'ont pas été prises en compte. Bien que cela soit vrai, il faut reconnaître néanmoins que celles utilisées sont parmi les pires-cas client potentiels et que nous n'avons pas trouvé d'autres combinaisons (réalistes) qui impactent encore plus le comportement dynamique global.*

Nous avons dans ce qui précède présenté trois approches afin d'appréhender les incertitudes d'un véhicule et pour en dériver une approche multi-modèle adéquate. La réduction du pessimisme sera montré lors des résultats à la partie 4.5. Avant cela, nous allons présenter un autre aspect important de la méthodologie : l'utilisation de modèles prédicteurs pour déterminer le cadre d'utilisation du système. Puis nous construirons le problème de commande final.

4.4.3 Du mono-scénario au multi-scénario

Dans le but de fournir à l'optimisation des informations sur les dynamiques des perturbations (donc de l'environnement), nous avons considéré des modèles générateurs (ou prédicteurs). Le contrôleur utilisera ces informations afin de prédire et anticiper l'évolution du système, permettant par conséquent d'améliorer le comportement global du système [**Chevrel, 2002**].

Généralités sur les modèles prédicteurs

Les modèles prédicteurs sont utilisés afin d'ajouter dans le processus de synthèse de l'information quant aux caractéristiques d'évolution des perturbations agissant sur le système. Ils sont aussi parfois utilisés dans le but de définir comment les consignes doivent se comporter. Ainsi, pour synthétiser le régulateur, une étape de définition des modèles prédicteurs (parfois implicite) doit être ajoutée. Ces modèles précisent et formalisent l'environnement du système à régler. Un modèle prédicteur est modélisé par un processus de Markov (le présent suffit à prédire le futur) de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_\xi \\ \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_\xi & B_\xi \\ C_\xi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\xi \\ w \end{bmatrix} \tag{4.47}$$

où w est un signal irréductible (i.e. non prédictible), et plus particulièrement dans le cas des filtres prédicteurs un bruit blanc.

Ainsi, le contrôleur à synthétiser perçoit la perturbation comme générée par un filtre $F(s)$ à définir et attaqué par un bruit blanc w de spectre unitaire (cf Figure 4.5).

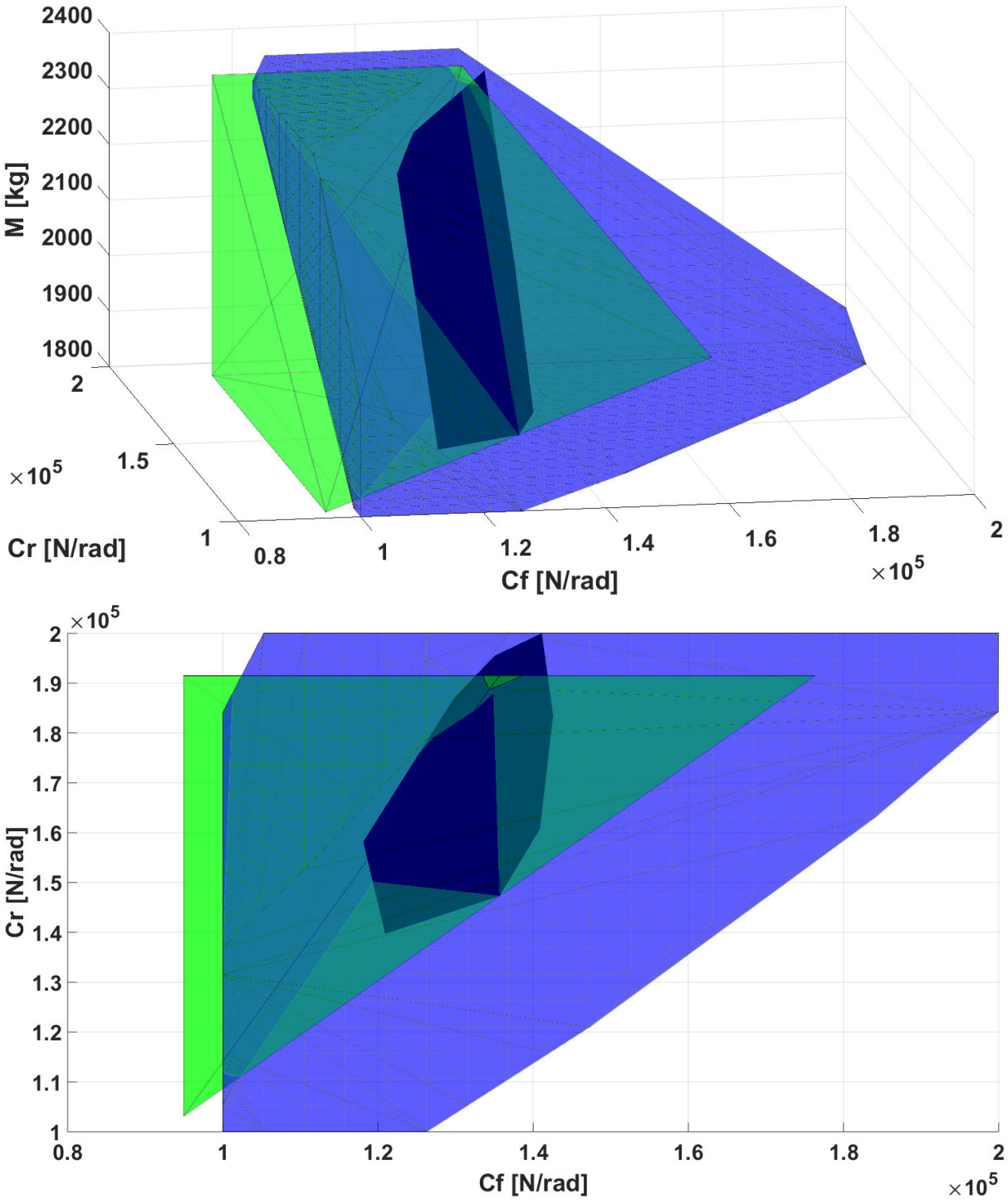


FIGURE 4.4 – Volumes convexes des ensembles incertains correspondants aux 3 approches pour traiter le multi-modèle. Le volume vert correspond à l'Approche 1, le bleu à l'Approche 2 (avec $\nabla_{sv} \in [1.5,\ 4][^\circ/(m/s^2)]$) et enfin le noir à l'Approche 3. Au dessus : vue 3D ; en dessous : vue du dessus

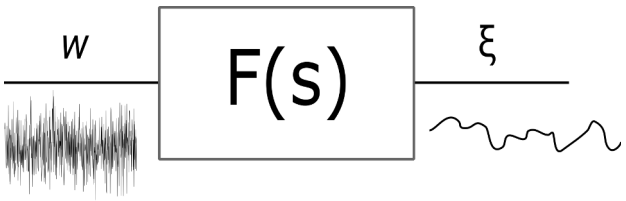


FIGURE 4.5 – Modèle générateur ou filtre prédicteur

En plus de fournir des informations sur les dynamiques des perturbations, les filtres formeurs permettent de définir des entrées du système comme des signaux irréductibles. Cela est avantageux dans la définition de critères H_2 car les normes $\mathcal{L}_2$ des signaux de sorties sont directement reliées à la norme H_2 du transfert correspondant (voir l'interprétation de la Table B.1 en Annexe B). Ainsi, comme nous le verrons par la suite, minimiser la norme H_2 du transfert entre l'entrée du modèle générateur w_ρ du signal de courbure et l'écart latéral du véhicule y_L revient directement à minimiser l'énergie de l'écart latéral.

Ce formalisme utilisant des modèles générateurs et les normes H_2 des transferts permet finalement de parler d'approche multi-scénario, ce que nous montrons grâce à la proposition suivante, prouvée dans le cas classique du retour d'état :

> L'énergie du signal de sortie d'un système LTI $G(p)$ excité par un train d'excitations impulsionnelles est d'autant plus faible que la norme H_2 de $G(p)$ est faible

Définition 4.1 (Grammien de Commandabilité)**.** *Soit un système linéaire* (Σ) *stable :*

$$(\Sigma) : \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \qquad avec \quad x(0) = 0 \tag{4.48}$$

Le grammien de commadabilité G_c *est un outil précieux pour analyser un système linéaire et se définit par :*

$$G_c(t) = \int_0^t e^{A\tau} B B^T e^{A^T \tau} \mathrm{d}\tau \tag{4.49}$$

On parle de grammien total lorsque $t \to \infty$ *et de grammien partiel si* t *est fini.*

Par dualité il est possible de définir le grammien d'observabilité G_o *comme suit :*

$$G_o(t) = \int_0^t e^{A^T \tau} C^T C e^{A\tau} \mathrm{d}\tau \tag{4.50}$$

*Ces grammiens sont directement liés à l'énergie du système [**Chevrel, 2016**]. En particulier, les grammiens d'un système bouclé sont d'autant plus faibles que l'énergie du système et atteignent par suite un minimum pour un régulateur optimal au sens de la norme H_2.*

Proposition 4.1. *La commande H_2 par retour d'état minimise l'énergie de z vis-à-vis de tout signal de perturbation de la forme $\sum_i \alpha_i \delta(t-t_i)$, et ce quelques soient (α_i, t_i), $i \in \{1 \dots N\}$ (i.e. peuvent être considérés comme des variables aléatoires)*

Démonstration. Considérons le système bouclé par retour d'état suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + B_u K)x + B_w w = A_{cl}x + B_w w \\ z &= Cx \end{aligned}$$

et appliquons lui en entrée le signal

$$w(t) = \sum_i \alpha_i \delta(t - t_i)$$

On obtient alors en notant $X(t) = \sum_i \alpha_i e^{A_{cl}(t-t_i)} B_u$ le vecteur d'état :

$$\begin{aligned} \|z\|_2^2 &= \int_0^\infty trace\left(CX(t)X(t)^T C^T\right) \mathrm{dt} \\ &= \int_0^\infty trace\left(C\left[\sum_i \alpha_i e^{A_{cl}(t-t_i)} B_u\right]\left[\sum_j \alpha_j e^{A_{cl}(t-t_j)} B_u\right]^T C^T\right) \mathrm{dt} \\ &= \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j trace\left(C\ e^{-A_{cl}t_i}\ \left(\int_0^\infty e^{A_{cl}t}\ B_u\ B_u^T\ e^{A_{cl}^T t}\ \mathrm{dt}\right)\ e^{-A_{cl}^T t_i}\ C^T\right) \\ &= \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j trace\left(C\ e^{-A_{cl}t_i}\ G_c\ e^{-A_{cl}^T t_i}\ C^T\right) \end{aligned}$$

où G_c est le grammien de commandabilité du système.

Notons alors $K^\star$ le retour d'état optimal au sens de la norme H_2 du transfert en boucle fermée $T_{w\to z}$ ainsi que $G_c^\star$ et $\|z^\star\|_2^2$ le grammien de commandabilité et l'énergie de sortie correspondants. Si l'on choisit un régulateur K distinct de $K^\star$, on a alors $K = K^\star + \Delta K$ et on obtient alors pour le système bouclé un grammien de commandabilité $G_c > G_c^\star$, ce qui peut se réécrire $G_c = G_c^\star + \Delta G_c$ avec $\Delta G_c > 0$. Par suite, l'énergie $\|z\|_2^2$ s'accroît. En effet :

$$\|z\|_2^2 = \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j trace\left(C\ e^{-A_{cl}t_i}\ G_c\ e^{-A_{cl}^T t_i}\ C^T\right)$$

$$
\begin{aligned}
&= \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j trace\left(C\ e^{-A_{cl}t_i}\ (G_c^\star + \Delta G_c)\ e^{-A_{cl}^T t_i}\ C^T\right) \\
&= \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j trace\left(C\ e^{-A_{cl}t_i}\ G_c^\star\ e^{-A_{cl}^T t_i}\ C^T + C\ e^{-A_{cl}t_i}\ \Delta G_c\ e^{-A_{cl}^T t_i}\ C^T\right) \\
&= \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j \left[trace\left(C\ e^{-A_{cl}t_i}\ G_c^\star\ e^{-A_{cl}^T t_i}\ C^T\right) + trace\left(C\ e^{-A_{cl}t_i}\ \Delta G_c\ e^{-A_{cl}^T t_i}\ C^T\right)\right] \\
&= \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j trace\left(C\ e^{-A_{cl}t_i}\ G_c^\star\ e^{-A_{cl}^T t_i}\ C^T\right) + \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j trace\left(C\ e^{-A_{cl}t_i}\ \underbrace{\Delta G_c}_{>0}\ e^{-A_{cl}^T t_i}\ C^T\right) \\
&> \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j trace\left(C\ e^{-A_{cl}t_i}\ G_c^\star\ e^{-A_{cl}^T t_i}\ C^T\right) = \|z^\star\|_2^2
\end{aligned}
$$

□

La proposition 4.1 signifie donc que la propriété de correspondance entre énergie du système et norme H_2 du système dont l'entrée est un signal irréductible est conservée que ce signal soit une simple impulsion ou un train d'impulsions (ou vu de manière différente, un bruit blanc ou une somme de bruits blancs). Ainsi lorsqu'on minimise la norme H_2 d'un transfert, on minimise l'énergie de sortie en regard d'un scénario imposé par une impulsion aussi bien qu'en regard d'un autre scénario imposé par une somme d'impulsions. Cela définit finalement plutôt une classe de scénarios et donc permet de considérer que l'approche est multi-scenario (cf. Remarque 4.10).

Modèle de courbure de la route

Toujours dans la démarche de construire des modèles les plus proches de la réalité, nous basons nos modèles de courbure de la route sur la conception géométrique des routes qui a été présentée au paragraphe 3.6.

Reprenons alors l'Exemple 3.1 donnant les caractéristiques dynamiques d'une route limitée à 90 km/h passant d'une ligne droite à une virage. Le rayon de courbure maximal pour ce type de route vaut alors 473 mètres et la longueur minimale de la clothoïde de raccordement est de 133 mètres, soit au moins 5 secondes environ à 90 km/h sur cette portion avant le virage établi. De ces différents caractéristiques, nous cherchons alors une fonction de transfert (stable) ayant une réponse impulsionnelle présentant ces dynamiques. Ce modèle aura pour entrée un signal irréductible w_ρ et pour sortie un signal de courbure de la route ρ. Un modèle de Markov du 3$^{\text{ème}}$ ordre a été retenu afin de prendre en compte la continuité forte de la courbure de la route (théorique) ainsi qu'une dérivée nulle à l'origine. Ce modèle a pour expression :

$$
\frac{\rho}{w_\rho} = \frac{K_\rho}{(1+\tau_\rho s)\left(\dfrac{s^2}{\omega_\rho^2} + \dfrac{2\xi_\rho}{\omega_\rho} s + 1\right)} = W_\rho \tag{4.51}
$$

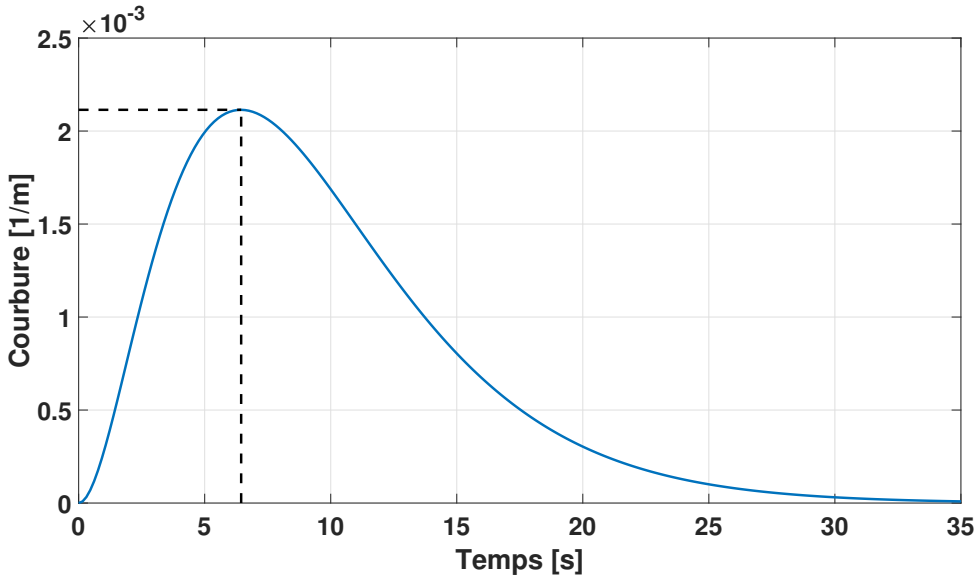


FIGURE 4.6 – Réponse impulsionnelle du modèle de courbure conçu pour un scénario à 90 km/h.

et sa réponse impulsionnelle est présentée sur la Figure 4.6. La valeur maximale de la réponse impulsionnelle correspond au rayon de courbure maximal autorisé sur ce scénario ($\rho_{max} = 1/473 = 2.1\ e^{-3}\ m^{-1}$), atteint en environ 6 secondes.

La dynamique des routes étant imposée avec la vitesse réglementaire, un modèle de courbure est conçu pour chaque vitesse de référence pour lesquelles un régulateur est synthétisé. Les dynamiques retenues pour ces modèles sont basées sur les caractéristiques des routes géométriques des Tables 3.3 et 3.4.

Remarque 4.10. *La Figure 4.7 met en lumière la classe de routes prises en compte lors de la synthèse. Trois exemples de trains d'impulsions aléatoires sont considérés comme entrées du modèle de courbure et génèrent alors 3 routes différentes. Ces routes, ou plutôt leurs dynamiques, sont alors prises en compte directement dans la synthèse. Un contrôleur obtenu par une méthodologie de synthèse H_2 sera donc optimal (au sens de la norme H_2) à ces différents scénarios et plus généralement à cette classe de dynamiques de courbure. Cette approche est généralisable au cas du suivi de trajectoire (par exemple obtenue par un module de génération de trajectoire) dans le cas où celle-ci présente les mêmes caractéristiques dynamiques.*

Bruit de mesure sur la courbure

Dans notre cadre d'étude, la courbure est obtenue grâce à la caméra embarquée. Ce type de caméra reconstruit les lignes des voies qu'elle perçoit par des techniques de régressions polynomiales. La caméra envoie à chaque instant au logiciel un polynôme permettant de calculer

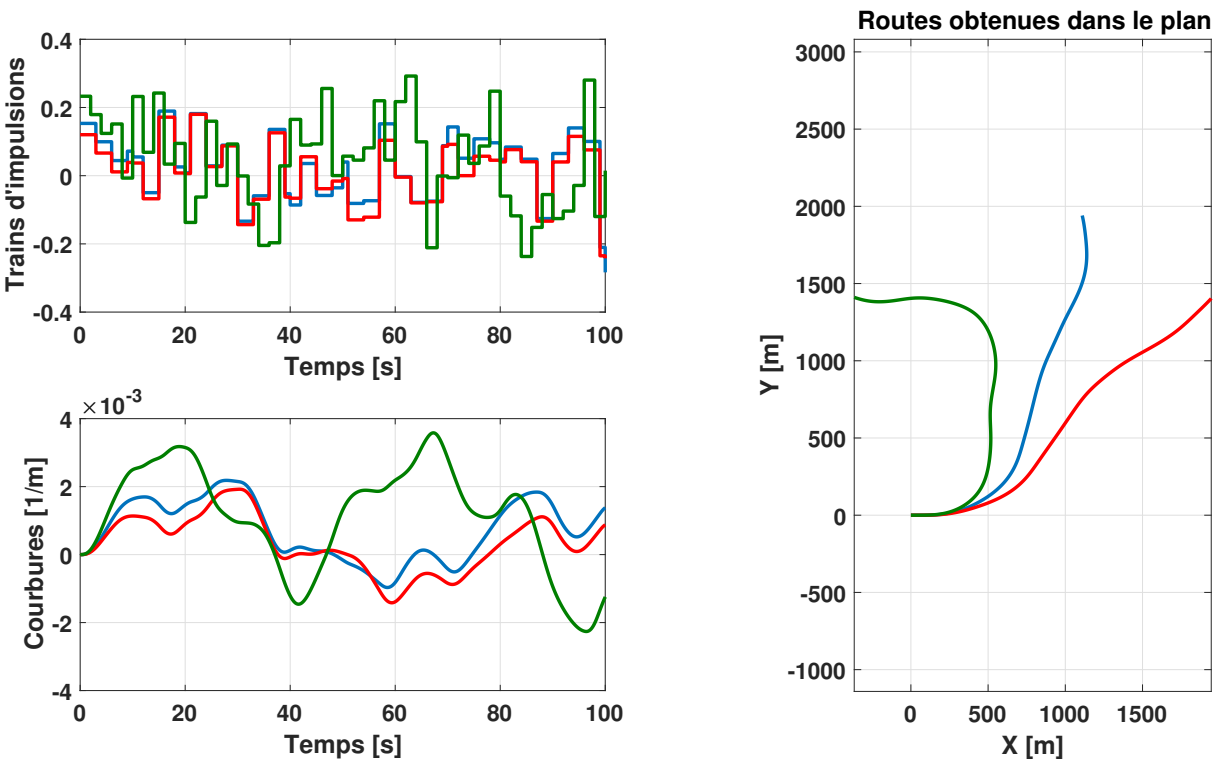


FIGURE 4.7 – Exemples de dynamiques de routes prises en compte lors de la synthèse

l'écart latéral du véhicule (à son centre de gravité donc) à une distance X (en mètres) devant le véhicule. De même, la courbure de la route est approximée par une fonction polynomiale en fonction de la distance x. La forme de ces polynômes est du type :

$$\begin{aligned} y_L(X) &= C_3X^3 + C_2X^2 + C_1X + C_0 \\ \rho(X) &= 2C_2 + 6C_3X \end{aligned} \tag{4.52}$$

où X représente la distance devant le véhicule dans un repère égocentrique, $y_L(X)$ l'écart latéral calculé à cette distance sous l'hypothèse que le véhicule garde sa trajectoire actuelle et $\rho(X)$ l'évolution de la courbure en fonction de X. Les coefficients sont directement liés à l'état actuel du véhicule :

$$\begin{aligned} &C_0 = y_L(0) && : \text{Écart latéral du véhicule à son centre de gravité} \\ &C_1 && : \text{Approximation de l'angle de lacet relatif } \psi_r \text{ du véhicule} \\ &2C_2 = \rho(0) && : \text{Courbure de la route au niveau du véhicule} \\ &6C_3 = \left.\frac{d\rho(X)}{dt}\right|_{X=0} = \dot{\rho}(0) && : \text{Dérivée de la courbure au niveau du véhicule} \end{aligned} \tag{4.53}$$

Ce type de tracking induit du bruit sur la mesure de la courbure ρ_{mes} correspondant au

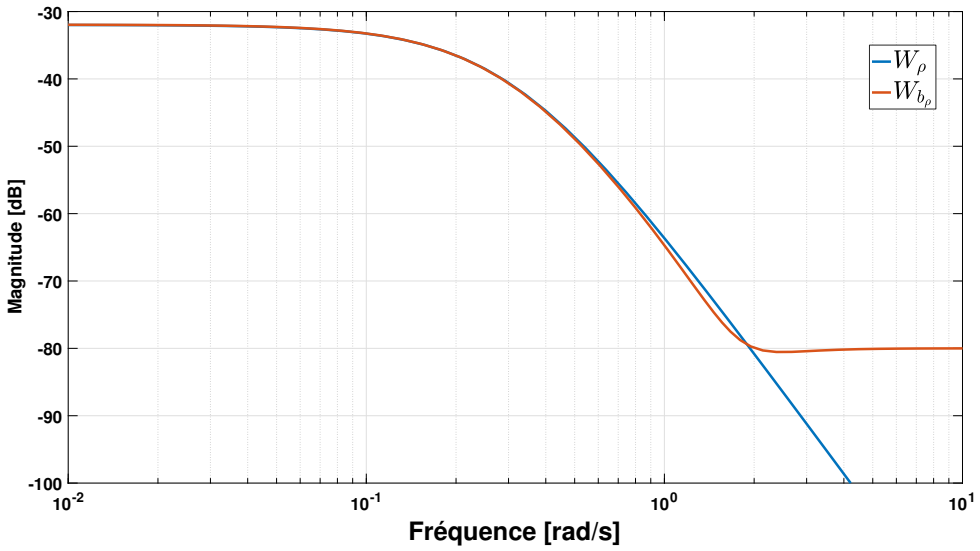


FIGURE 4.8 – Diagrammes de Bode de W_ρ (en bleu) et de W_{b_ρ} (en rouge)

coefficient $2C_2$ ainsi que sur la dérivée de la courbure (coefficient $6C_3$). Or l'influence du signal de courbure et donc de son bruit est d'ordre 1 sur le contrôle latéral d'un véhicule, et notamment sur la réponse dynamique de l'angle volant. En effet, lors d'un virage, l'angle au volant requis par le feedforward est directement proportionnel à la mesure de la courbure (cf. Équation 4.8). Ainsi, pour notre schéma de synthèse de la Figure 4.1, le signal ρ_{mes} est en fait la somme de deux composantes : la première est le signal généré par le modèle prédicteur et la deuxième un autre modèle prédicteur mais de bruit de courbure, représentatif de ce qui est obtenu sur véhicule. Ce modèle prédicteur est choisi constant :

$$\frac{b_\rho}{w_{b_\rho}} = W_{b_\rho} = K_{b_\rho} \tag{4.54}$$

où b_ρ est la sortie du modèle de bruit, w_{b_ρ} l'entrée irréductible, W_{b_ρ} la fonction de transfert associée, égale à la valeur constante K_{b_ρ}.

Pour résumer, le modèle véhicule utilise un signal de courbure ρ idéal, alors que le feedforward utilise la courbure mesurée par la caméra $\rho_{mes} = \rho + b_\rho$. Les réponses impulsionnelles de ces deux modèles restent quasi égales car K_{b_ρ} est suffisamment faible (de l'ordre de $1e^{-4}\ m^{-1}$), par contre une différence fréquentielle apparaît à partir d'une certaine fréquence, démontrée par la Figure 4.8. Cela permettra notamment de contraindre le régulateur recherché à avoir une action filtrante importante dans les hautes fréquences.

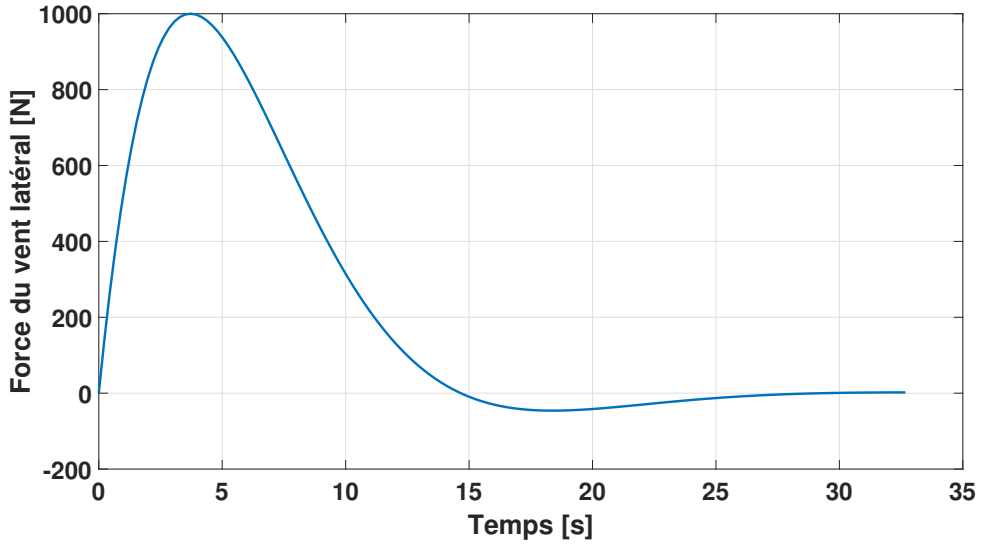


FIGURE 4.9 – Réponse impulsionnelle du modèle de vent latéral

Modèle de vent latéral

Basé sur la même démarche que précédemment pour le modèle prédicteur de courbure de la route, nous avons choisi comme modèle de vent latéral un modèle de Markov du second ordre tel que :

$$\frac{F_w}{w_w} = \frac{K_w}{\frac{s^2}{\omega_w^2} + \frac{2\xi_w}{\omega_w}s + 1} = W_w \tag{4.55}$$

Un second ordre nous paraît ici plus judicieux car le vent latéral est une perturbation pouvant apparaître plus abruptement et dès lors l'hypothèse de forte continuité est moins avérée. Une bourrasque de vent mettra un temps assez court pour atteindre sa force maximale exercée sur le véhicule. La figure 4.9 présente la réponse impulsionnelle d'un modèle générateur de vent latéral considéré dans nos travaux.

4.4.4 Critères d'optimisation

Cette sous-section formalise les critères que nous avons envisagés afin de trouver un compromis satisfaisant entre confort, performance et robustesse du système LCA. Nous cherchons à baser notre approche sur des critères ayant une interprétation physique aisée. En effet, cela permettra de comprendre physiquement le résultat de l'optimisation et pour aller plus loin de comparer deux différents contrôleurs ou encore d'ajuster les critères pour affiner les prestations obtenues. De plus, cela permet de faire un lien direct entre le cahier des charges du système et la synthèse du contrôleur. Les critères utilisés seront exprimés par des normes H_2 ou H_∞ sur des transferts pertinents de la boucle de commande et par la région des pôles de la boucle

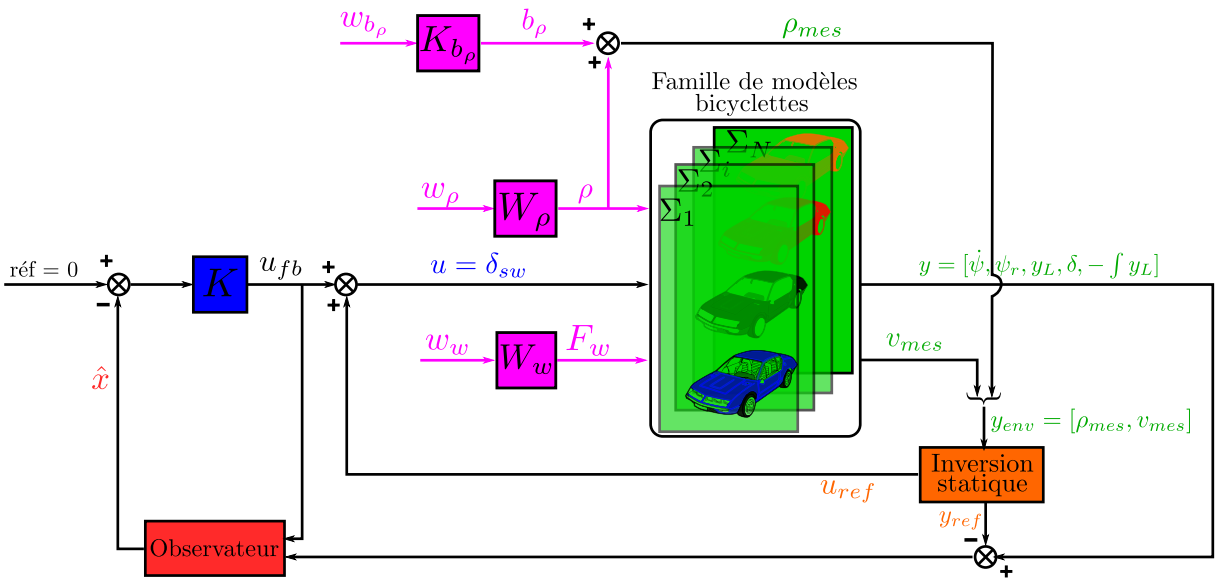


FIGURE 4.10 – Schéma de synthèse du système LCA

fermée. Ces différentes façon d'exprimer des critères peuvent en effet être traduit comme des caractéristiques physiques du système, aussi bien en temporel qu'en fréquentiel.

Les critères que nous allons décliner ci-dessous sont basés sur le schéma de la Figure 4.10 qui représente le schéma conceptuel de synthèse de notre loi de commande. Il met en lumière l'aspect multi-modèle et multi-scénario évoqués précédemment qui sont les clefs de voûte de notre méthodologie. Les différents modèles bicyclettes sont dénotés par $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots, \Sigma_i, \ldots, \Sigma_N$ où N est le nombre de modèles considérés.

Confort des passagers - Agrément de conduite

Le confort du passager est une caractéristique primordiale d'une assistance de conduite. Il est néanmoins subjectif à évaluer et rend sa transcription objective en critères de prestation complexe. La définition la plus juste quoique très subjective serait de dire qu'une assistance confortable est une assistance « naturelle », se comportant « comme » un vrai conducteur. Encore une fois, la diversité d'habitudes de conduite et de confort des conducteur est considérable et dure à apprécier, d'autant plus que les dynamiques peuvent radicalement être changées par le contexte (rester dans sa voie pendant un virage *versus* manœuvre d'évitement d'urgence). Dans le cadre du LCA, assistante dite de confort, ce dernier doit être priorisé.
Le confort du conducteur est lié à sa perception de l'environnement ainsi qu'à son interaction avec la voiture *via* le volant. Pour la perception de l'environnement, le confort peut donc se traduire par les réponses dynamiques confortables de l'angle et la vitesse de lacet ψ_r et $\dot{\psi}$ ainsi

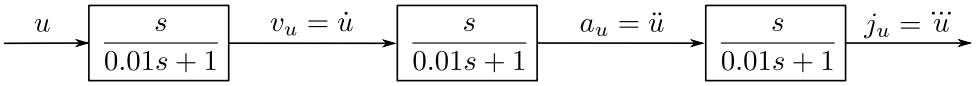


FIGURE 4.11 – Expression du jerk volant

que par celles de l'écart latéral et ses dérivées (confort visuel et de l'oreille interne). Par rapport à son interaction avec le volant, il est nécessaire que l'angle au volant résultant du contrôle soit suffisamment doux et surtout sans à-coups pour rester naturel pour un conducteur (confort visuel et haptique).

Nous avons fait le choix de nous focaliser sur la réponse du volant comme critère principal de confort, et qui est de plus l'entrée de notre système. En effet, une commande suffisamment douce et sans composante haute dynamique permettra d'avoir des réponses confortables des autres états. Les critères de confort doivent permettre de limiter les hautes fréquences dans la boucle de commande et c'est pour cela que nous avons choisi de nous intéresser au jerk de l'angle au volant (dérivée de l'accélération du volant). De plus, le confort doit être regardé en rapport avec le(s) scénario(s) défini(s) par les modèles prédicteurs. Les critères de confort contraindront donc l'influence des perturbations sur la réponse du jerk du volant, i.e. l'énergie de sortie du jerk volant induite par les perturbations. Par conséquent, nous considérons les critères suivants :

- Critère de confort 1 : $\|T_{w_\rho \to j_u}\|_2$
- Critère de confort 2 : $\|T_{w_w \to j_u}\|_2$

où j_u représente le jerk au volant, i.e. la dérivée troisième de l'angle au volant.

Remarque 4.11. *Le signal du jerk volant est obtenu grâce à un triple dérivateur sur la commande, comme le montre la figure 4.11. Nous avons utilisé des filtres dérivateurs filtrés. Le fait d'utiliser des dérivées de la commande aura comme effet bénéfique de contraindre plus fortement les hautes fréquences et donc d'éviter les vibrations et les à-coups.*

Le confort est lié également aux vibrations du volant qui peuvent être induites par le bruit des mesures, et notamment celui de la mesure de la courbure. Pour assurer une bonne action de filtrage de ce bruit, nous considérons alors un troisième critère de confort qui est le transfert de w_{b_ρ} à $a_u = \ddot{u}$:

- Critère de confort 3 : $\|T_{w_{b_\rho} \to a_u}\|_2$

Performance

La performance du système LCA est principalement liée à l'écart latéral du véhicule (toujours vis-à-vis du(des) scénario(s) défini(s) par les modèles prédicteurs). En effet, un LCA performant sera un système permettant d'être correctement centré dans la voie, et ce malgré les différentes

perturbations du système. Ainsi, la performance se fera au travers de l'énergie de l'écart latéral, d'où la considération de la norme H_2 des transferts suivants comme indicateurs de la performance du système :

- Critère de performance 1 : $\|T_{w_\rho \to y_L}\|_2$
- Critère de performance 2 : $\|T_{w_w \to y_L}\|_2$

Robustesse

Nous avons vu précédemment que la robustesse aux variations paramétriques du véhicule sera traitée par une approche multi-modèle. Cependant, il reste tout de même nécessaire d'assurer d'autres propriétés de robustesse pour se prémunir contre les incertitudes comme les retards ou les dynamiques négligées. Pour cela, nous allons considérer deux types de marge de robustesse : la marge de module multivariable et la marge dynamique (appelée également marge de retard généralisée). Introduisons d'abord la marge dynamique [**de Larminat, 2007**, **Huang et Zhou, 2000**].

Proposition 4.2 (**Marge Dynamique ou Marge de Retard Généralisée**). *Soient un processus $G(s)$, un contrôleur stabilisant $K(s)$ et la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) $L(s) = G(s)K(s)$, considérée strictement propre. Dénotons alors par $T = L/(L+1)$ la fonction de sensibilité complémentaire du processus, et par M_d la marge de retard.*
La marge dynamique définie par :

$$M_{dyn} = \inf_{\omega} \frac{1}{|\omega T(j\omega)|} = \frac{1}{\sup_{\omega} |\omega T(j\omega)|} = \|sT(s)\|_\infty^{-1} \tag{4.56}$$

est homogène à un temps et la propriété suivante est vérifiée :

$$M_{dyn} < M_d \tag{4.57}$$

Ainsi la marge dynamique est une une borne inférieure de la marge de retard.

Démonstration. Nous allons démontrer que $M_{dyn} < M_d$. La marge de retard M_d se définit par $M_d = M_\Phi/\omega_c$ où M_Φ est la marge de phase et ω_c la fréquence critique pour laquelle $|L(j\omega_c)| = 1$. Par définition, à la fréquence critique nous avons :

$$|T(j\omega_c)| = \frac{|L(j\omega_c)|}{|1 + L(j\omega_c)|} = \frac{1}{|1 + L(j\omega_c)|} \tag{4.58}$$

Grâce au schéma présenté Figure 4.12, nous pouvons affirmer que (le segment bleu est plus

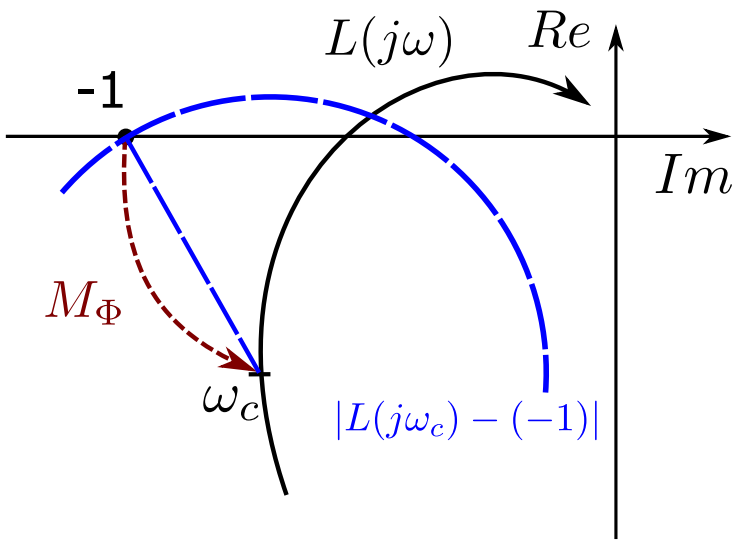


FIGURE 4.12 – Diagramme de Nyquist et marges de robustesse

petit que l'arc de cercle rouge) :

$$\underbrace{|1 + L(j\omega_c)|}_{1/|T(j\omega_c)|} < M_\Phi = \omega_c M_d \tag{4.59}$$

Ainsi, en combinant les Équations (4.58) et (4.59), il vient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{|T(j\omega_c)|} < \omega_c M_d \Rightarrow \frac{1}{|\omega_c T(j\omega_c)|} &< M_d \\ \Rightarrow \inf_\omega \frac{1}{|\omega T(j\omega)|} &< M_d \\ \Rightarrow M_{dyn} &< M_d \end{aligned}$$

□

Le fait de considérer la DAE, donc notre actionneur, comme un 2nd ordre est une grande simplification d'un vrai modèle de direction assistée. En effet, les directions sont des systèmes présentant des retards et des non linéarités mécaniques et donc notre modélisation ne permet pas de rendre compte de certaines caractéristiques du véhicule. Pour se prémunir de ces dynamiques négligées mais aussi de celles négligées faites par la considération d'un modèle bicyclette, nous souhaitons imposer à notre boucle de commande les deux marges de robustesse distinctes suscitées, évaluées en entrée. Les critères de robustesse seront alors :

- Critère de robustesse 1 : $M_{dyn} = \|sT_u(s)\|_\infty^{-1}$
- Critère de robustesse 2 : $M_{m_u} = \|S_u(s)\|_\infty^{-1}$

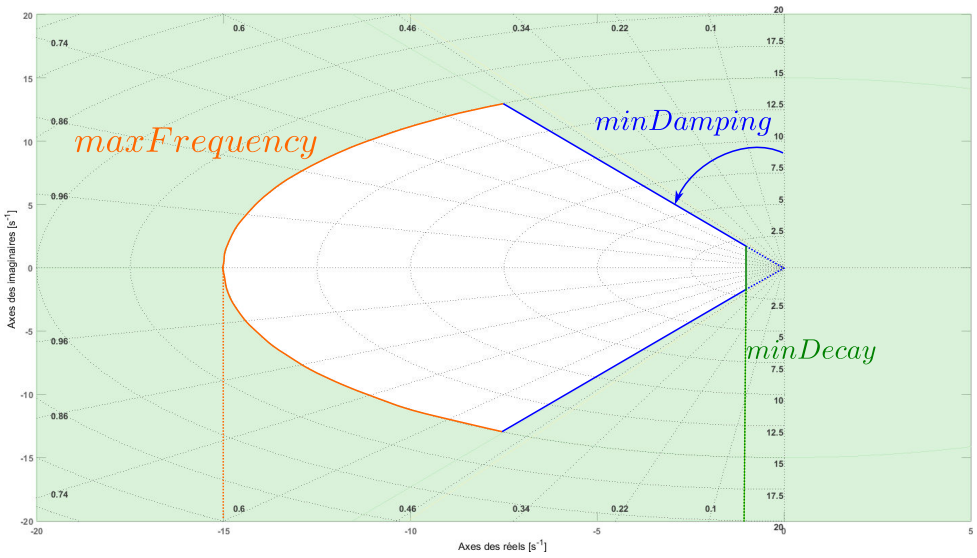


FIGURE 4.13 – Exemple de région cible (en blanc) pour les pôles de la boucle fermée

Pôles de la boucle fermée

Les pôles de la boucle fermée sont reliés à la dynamique du système. Il est alors intéressant de contraindre les pôles dans une certaine région du plan complexe. Afin de bien définir la région cible, il y a trois paramètres à choisir : le module minimum $minDecay$, le module maximum $maxFrequency$ et l'amortissement minimum $minDamping$. La Figure 4.13 met en lumière la signification de ces paramètres dans le plan complexe et ainsi la forme de la région des pôles recherchée. La valeur de $minDecay$ correspond à la dynamique la plus lente du système et donc tous les pôles seront à gauche de l'axe $x = -minDecay$ ($Re(p_i) \leqslant -minDecay, \forall i$). La valeur de $maxFrequency$ contraint la dynamique la plus rapide du système et impose que les modules des pôles soient inférieurs à cette valeur ($|p_i| \leqslant maxFrequency, \forall i$). Enfin, l'amortissement minimum de tous les pôles est imposée par la valeur de $minDamping$ qui permettra donc limiter les oscillations du système et notamment améliorer le confort des passagers.

4.4.5 Formulation complète du problème de commande

Les critères présentés précédemment permettent de définir un problème d'optimisation laissant le choix à l'utilisateur du compromis *a priori* entre confort, robustesse et performance. Le principe de se problème d'optimisation est de maximiser le confort des passagers sous contraintes de propriétés de performance et de robustesse cibles. Nous allons présenter le problème de commande, où dans un premier temps nous négligeons le vent latéral ($F_w = 0$).

Le problème de commande s'écrit de la façon suivante (cf. Figure 4.10) :

$$
\begin{array}{lll}
\underset{x\in\mathcal{X}}{\text{minimiser}} & & \max\limits_{i\in[1,\ N]} \ \|T^{\Sigma_i}_{w_\rho\to j_u}\|_2 \\
\\
\text{s.c.} & \forall i \in [1, N], & \\
 & & \|T^{\Sigma_i}_{w_\rho\to y_L}\|_2 \leqslant k_\rho \\
 & & M^{\Sigma_i}_{dyn} = \|sT^{\Sigma_i}_u(s)\|^{-1}_\infty \geqslant \tau_{min} \\
 & & M^{\Sigma_i}_{m_u} = \|S^{\Sigma_i}_u(s)\|^{-1}_\infty \geqslant m_{min} \\
 & & \|T^{\Sigma_i}_{w_{b_\rho}\to a_u}\|_2 \leqslant k_{b_\rho} \\
 & & \text{Placement de pôles pour } \ \Sigma_i
\end{array}
\tag{4.60}
$$

où

- $\mathcal{X}$ est le domaine de recherche, N est le nombre de modèles considérés pendant la synthèse, $T^{\Sigma_i}_{p\to k}$ représente la fonction de transfert du signal p au signal k pour le modèle Σ_i ;
- j_u est le signal du jerk du volant ;
- k_ρ spécifie le niveau de performance en terme d'écart latéral. Cette valeur permet au metteur au point le choix du compromis entre performance (en terme d'écart latéral) et minimisation de l'objectif principal ;
- k_{b_ρ} spécifie la qualité du filtrage du bruit de la courbure par le contrôleur ;
- $S^{\Sigma_i}_u(s)$ et $T^{\Sigma_i}_u(s)$ désignent respectivement la fonction de sensibilité et la fonction de sensibilité complémentaire, évaluées en entrée pour le modèle Σ_i ;
- $M^{\Sigma_i}_{dyn}$ est la marge dynamique (ou la marge de retard généralisée) pour le modèle Σ_i en entrée et τ_{min} sa valeur minimum visée ;
- $M^{\Sigma_i}_{m_u}$ est la marge de module multivariable en entrée pour le modèle Σ_i et m_{min} sa valeur minimum visée.

Cette formulation du problème de commande est un problème d'optimisation *min - max* afin de traiter l'approche multi-modèle, qui est finalement une approche pire-cas. Les contraintes dures ont les mêmes valeurs pour toute la famille de modèles. Cela signifie que la stratégie mise en place ici est de trouver un unique contrôleur assurant un certain niveau de performance et robustesse (à définir par les concepteurs) tout en chercher à maximiser le confort, et ce quelle que soit la configuration véhicule.

Comme discuté précédemment, la norme H_2 du transfert entre un signal irréductible et le signal de sortie considéré est directement relié à l'énergie de ce dernier. Ainsi, minimiser le

critère $\|T_{w_\rho \to j_u}\|_2$ est par conséquent synonyme de minimiser l'influence de la courbure mesurée (et donc son bruit) sur le jerk de l'angle au volant afin de maximiser le confort. L'avantage de l'utilisation du jerk est double : c'est premièrement un critère de confort fiable et deuxièmement cela limitera les hautes fréquences dans la boucle fermée. La première contrainte dure est la contrainte de performance conçue pour limiter les écarts du véhicule dans la voie malgré les changements de courbure. Le paramètre k_ρ spécifie la performance visée en terme d'écart latéral du LCA. Il gère implicitement le compromis entre cette performance et son acceptabilité par le conducteur (confort). En effet, augmenter sa valeur relâchera les contraintes sur l'écart latéral et ainsi permettra d'obtenir des réponses plus lisses de la commande et donc un meilleur confort. La deuxième contrainte dure $M_{dyn} \geqslant \tau_{min}$ permet d'assurer une marge dynamique minimum et ainsi se prémunir des retards. La troisième contrainte dure $M_{m_u} \geqslant m_{min}$ garantit une marge de module minimum, qui grâce au critère du cercle [**Safonov et Athans, 1981**] permet d'être robuste au comportement incertain de la DAE. L'avant dernière contrainte $\|T_{w_{b_\rho} \to a_u}\|_2 \leqslant k_{b_\rho}$ évalue la qualité du filtrage du bruit de la courbure par le contrôleur. Enfin, le placement de pôles permet de cibler les dynamiques minimales et maximales de tous les modèles.

Remarque 4.12. *Dans le cas où le concepteur souhaiterait prendre en compte explicitement le vent latéral (et plus généralement d'autres types de perturbation comme le devers de la route), il pourra par exemple considérer d'ajouter une contrainte dure du type $\|T_{w_w \to y_L}\|_2 \leqslant k_w$, limitant alors l'impact du vent sur l'écart latéral.*

S'il souhaite de plus s'assurer que le système reste confortable, il est possible de considérer le critère de confort 2 $\|T_{w_w \to j_u}\|_2$, caractéristique de l'influence du vent sur la réponse de la commande. Le confort des passagers devant être maximisé, ce critère doit être minimisé. Se pose alors la question de comment le coordonner avec le critère de confort 1 $\|T_{w_\rho \to j_u}\|_2$. Il peut par exemple chercher à minimiser le critère le plus problématique en considérant un critère du type :

$$max(\|T_{w_\rho \to j_u}\|_2,\ \|T_{w_w \to j_u}\|_2)$$

Mais il peut cependant choisir lui-même le critère à prioriser en considérant une somme pondérée de ces deux critères, par exemple :

$$W_{confort} \left\| \begin{matrix} T_{w_\rho \to j_u} \\ T_{w_w \to j_u} \end{matrix} \right\|_2 = W_{confort_\rho} \|T_{w_\rho \to j_u}\|_2 + W_{confort_w} \|T_{w_w \to j_u}\|_2$$

où

$$W_{confort} = \begin{bmatrix} W_{confort_\rho} & 0 \\ 0 & W_{confort_w} \end{bmatrix}$$

est une fonction de pondération fréquentielle.

En choisissant cette deuxième option, le problème d'optimisation total s'écrit :

$$\underset{x\in\mathcal{X}}{\textit{minimiser}} \qquad \max_{i\in[1,\ N]} \ W_{confort} \left\| \begin{matrix} T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to j_u} \\ T^{\Sigma_i}_{w_w \to j_u} \end{matrix} \right\|_2$$

$$\begin{aligned} \textit{s.c.} \qquad & \forall i \in [1, N], \\ & \|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to y_L}\|_2 \leqslant k_\rho \\ & \|T^{\Sigma_i}_{w_w \to y_L}\|_2 \leqslant k_w \\ & M^{\Sigma_i}_{dyn} = \|sT^{\Sigma_i}_u(s)\|^{-1}_\infty \geqslant \tau_{min} \\ & M^{\Sigma_i}_{m_u} = \|S^{\Sigma_i}_u(s)\|^{-1}_\infty \geqslant m_{min} \\ & \|T^{\Sigma_i}_{w_{b_\rho} \to a_u}\|_2 \leqslant k_{b_\rho} \\ & \textit{Placement de pôles pour } \ \Sigma_i \end{aligned}$$

4.5 Résultats

Ce paragraphe présente les résultats de cette méthodologie à la fois par simulation et par tests réels sur une piste d'essai de Renault. Les contrôleurs testés ont été obtenus par la résolution du problème de commande (4.60) grâce aux algorithmes d'optimisation non-lisse. En effet, ces algorithmes traitent naturellement les problèmes de synthèse structurée (PID, retour d'état avec reconstruction de l'état, retour de sortie statique) dans un cadre multi-objectif et multi-critère (H_2, H_∞). Les temps de calcul sont très raisonnables grâce à l'usage des sous-gradients et au fait qu'ils permettent d'optimiser directement les paramètres plutôt que de chercher en plus des matrices de Lyapunov (comme cela est le cas pour les approches LMI). Nous avons utilisé la solveur *systune* [**Apkarian et al., 2014**, **Apkarian et Noll, 2015**] dans ce travail, notamment pour son calcul déterministe des sous-gradients et ses bonnes performances.

4.5.1 Simulations

Afin d'évaluer dans un premier temps les résultats et donc de pré-valider les contrôleurs avant tests sur piste, des co-simulations entre l'environnement SCANeR Studio et Simulink ont été effectuées en utilisant des modèles véhicules non linéaires obtenus avec MADA (cf. modèles de validation dans la Table 4.4). SCANeR traite toute la partie graphique et le calcul de la dynamique du véhicule et Simulink toute la partie commande, qui correspond à une version simplifiée du logiciel embarqué sur véhicule (comprenant la boucle de commande observateur - régulateur - feedforward comme sur le schéma de la Figure 4.1). De plus, les capteurs du véhicule

simulé étant parfaits, un traitement des signaux mesurés est effectué selon les spécificités des capteurs réels (bruits, retards). Ainsi, la courbure mesurée en simulation est bruitée de façon à se rapprocher de ce qui réellement mesuré, comme le montre la Figure 4.15. On peut remarquer certains artefacts de la caméra réelle (voir autour de $t = 48s$ où un pic sur la courbure mesurée par la caméra apparaît et qui correspond à une erreur).

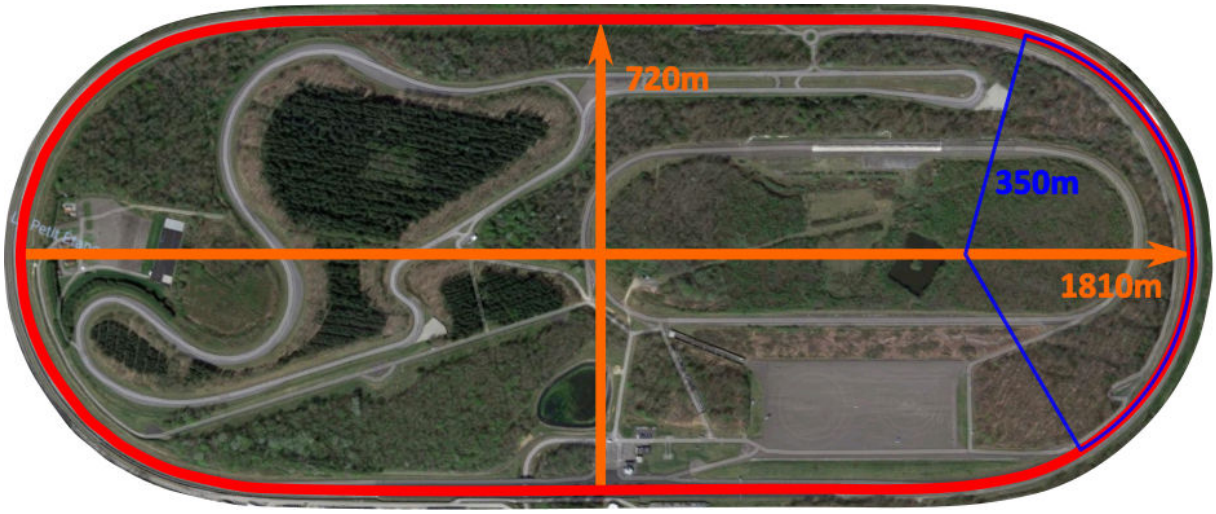


FIGURE 4.14 – Piste d'essai en coordonnées cartésiennes XY : Anneau de vitesse (en rouge)

Méthodologie : Afin d'évaluer le pessimisme des 3 approches de multi-modèles (cf. paragraphe 4.4.2), le processus de calibration a été effectué comme suit : les mêmes propriétés de robustesse sont désirées pour chacune d'entre elles tandis que k_ρ est recherché aussi petit que possible, jusqu'à ce que l'optimisation échoue à trouver une solution. Les valeurs des contraintes utilisées ici sont les suivantes :

- $M_{dyn}^{\Sigma_i} \geqslant \tau_{min} = 0.6\ s$
- $M_{m_u}^{\Sigma_i} \geqslant m_{min} = 0.7$
- Région des pôles de la BF :
  - $minDecay \geqslant 0.2\ rad/s$
  - $minDamping \geqslant 0.5$
  - $maxFrequency \leqslant 30\ rad/s$

La région des pôles de la boucle fermée ciblée est choisie de façon à insuffler une dynamique minimum au système tout en évitant des dynamiques trop élevées qui seront inconfortables. L'amortissement des pôles, lié au temps de réponse du système permet d'assurer un certain niveau de confort et de performance. Les marges de robustesse sont recherchées élevées afin de se prémunir des dynamiques négligées et donc de conférer au système réel des marges confortables

(même si les marges réelles seront moindres que celles évaluées sur le modèle bicyclette). La marge dynamique permet notamment d'être robuste aux perturbations et au bruit de mesure car l'augmentation de sa valeur permet de limiter les hautes dynamiques du système (et aussi l'amplitude des gains du contrôleur). Des essais, non présentés dans cette thèse, ont montré que la résolution de ce problème de commande pour des marges de robustesse faibles ne permet l'obtention d'un contrôleur capable de compenser les simplifications effectuées pendant la synthèse. Le système, bien que les pôles de la BF sont à parties réelles négatives, se trouve quasi-instable lors d'une erreur de mesure ou d'une action du conducteur.

Ainsi, ce problème de commande spécifique vise un écart latéral le plus faible possible tout en maximisant le confort. Les résultats sont présentés dans la Table 4.5 et la Figure 4.17. La valeur du critère $\|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to j_u}\|_2$ est évaluée par rapport aux 15 modèles de l'approche 3 car ils sont les plus réalistes. De plus, 3 autres contrôleurs ont été synthétisés avec l'approche 3 afin d'appréhender l'influence du paramètre k_ρ (voir Figure 4.18).

Analyse théorique : Les résultats de simulations sont concordants avec les critères utilisés. En effet, plus les modèles utilisés lors du processus de synthèse sont réalistes, plus le critère minimisé est faible (voir par exemple les contrôleurs K_2 et K_5 de la Table 4.5 où pour une valeur de k_ρ légèrement supérieur, l'approche 3 obtient tout de même un critère plus faible). Cela s'explique par le fait que l'optimisation est contrainte par le critère de performance $\|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to y_L}\|_2 \leqslant k_\rho, \quad i \in [1, N]$ et par conséquent la considération de modèles plus hétérogènes entraînera l'atteinte de celui-ci plus rapidement, limitant en même temps la minimisation du critère principal. Plus particulièrement, c'est toujours le modèle avec le gradient de sous-virage le plus important qui est prépondérant pour cette contrainte de performance (Modèle Charge 2 + Pneu 2 présentant un gradient de sous-virage à +28% de celui du nominal, cf. Table 4.4 correspondant au modèle Σ_{14} sur la Figure 4.16).
La Figure 4.16 évalue les critères utilisés pendant la synthèse pour les 6 contrôleurs obtenus. Ces critères sont évalués sur les 15 modèles de l'approche 3 car leurs valeurs seront alors plus représentatives. Les valeurs de k_ρ obtenues avec les approches 1 et 2 (2.81 et 1.83 respectivement) correspondent finalement toutes les deux à une valeur de 1.3 lorsque évaluées sur les modèles de l'approche 3, rendant compte du pessimisme des deux premières approches. Nous pouvons remarquer également que certaines contraintes ne sont pas respectées pour le contrôleur K_1 sur le système Σ_{11}.
Enfin, le problème d'optimisation est bien posé et évite le piège des minima locaux car malgré les initialisations aléatoires, la solution trouvée, lorsqu'elle existe, est toujours la même.

Analyse pratique : La Figure 4.17 met en avant le fait que l'approche 3 donne systématiquement de meilleures performances (à iso-véhicule) puisque les écarts latéraux associés à ces contrôleurs

TABLE 4.5 – Comparaison du résultat de la minimisation du critère pour chaque approche multi-modèle

	k_ρ	$\|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to j_u}\|_2$ on App. 3		Valeurs des gains	Réf. contrôleur
App. 1	2.81	Min Mean Max	0.2055 0.2060 0.2068	- 0.0046 0.2875 0.0039 0.0103 0.0135 0.1603 - 0.0016	K_1
App. 2	1.83	Min Mean Max	0.2200 0.2205 0.2211	0.0079 0.2643 0.0017 0.0080 - 0.0213 0.0968 - 0.0015	K_2
App. 3	0.82	Min Mean Max	0.2233 0.2238 0.2246	0.0153 0.3223 0.0028 0.0112 0.0239 0.1746 - 0.0035	K_3
App. 3	1	Min Mean Max	0.2014 0.2020 0.2028	- 0.0105 0.3049 0.0036 0.0096 0.0345 0.2021 - 0.0033	K_4
App. 3	2	Min Mean Max	0.1587 0.1596 0.1606	- 0.0376 0.1918 0.0024 0.0048 - 0.0235 0.0866 - 0.0013	K_5
App. 3	3	Min Mean Max	0.1517 0.1527 0.1536	- 0.0369 0.1648 0.0017 0.0034 - 0.0237 0.0781 - 0.0008	K_6

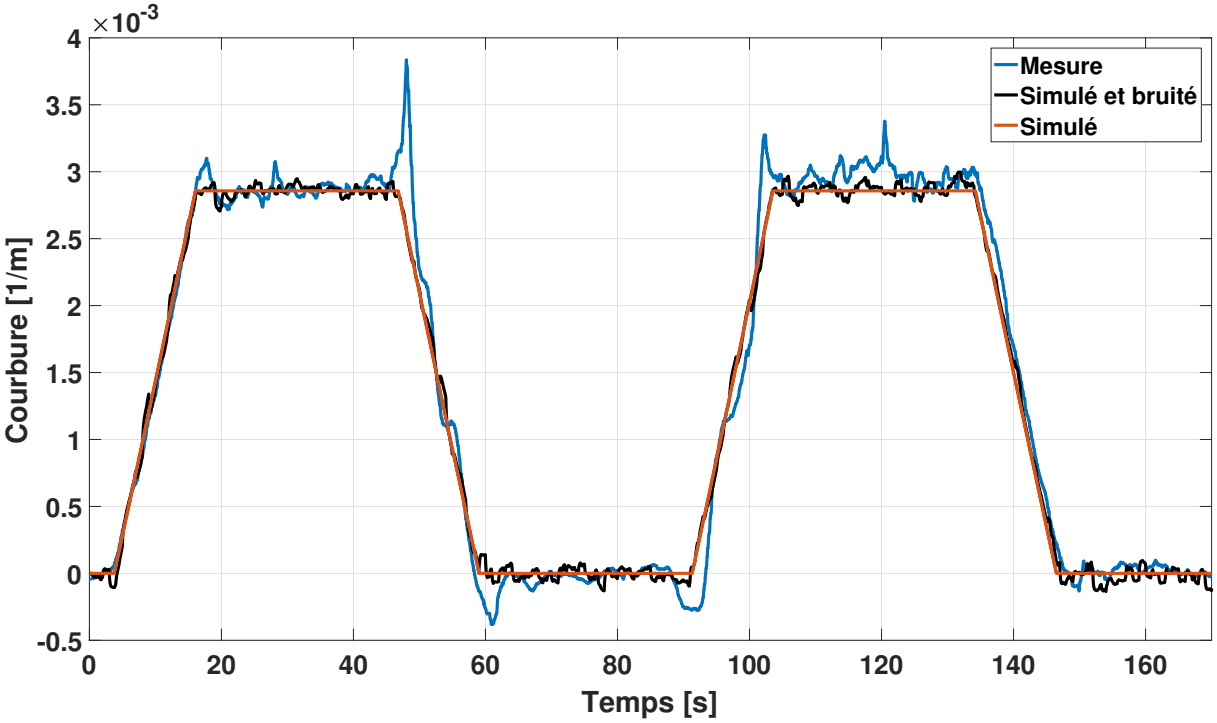


FIGURE 4.15 – Courbure de l'anneau de vitesse du centre d'essai de Renault pour une vitesse du véhicule de $90km/h$. En bleu un exemple de mesure réelle, en rouge la courbure parfaite envoyée par SCANeR et en noir la courbure parfaite bruitée utilisée par les simulations.

sont les plus faibles tout en donnant satisfaction au niveau du confort du volant. L'approche 3 est donc prometteuse puisqu'elle permet de contenir l'écart latéral à $\pm 20cm$ du centre voie, ce qui ne mettra pas le conducteur dans une situation d'insécurité. Les deux autres approches restent néanmoins performantes même si le conducteur est susceptible de reprendre le contrôle pendant les mises en virage ou leurs sorties dans le cas par exemple de la présence d'un autre véhicule dans la voie adjacente.

Lorsqu'une haute performance est atteinte (k_ρ faible), la réponse du volant peut s'avérer trop dynamique (ce qui est dû particulièrement au bruit de la courbure de la route car le contrôleur devient alors moins filtrant). En effet, les gains des contrôleurs sont plus importants lorsque k_ρ est faible (entre les contrôleurs K_3 et K_6, le deuxième gain, correspondant à celui sur l'angle de lacet est divisé par deux). Les concepteurs ont alors la possibilité d'augmenter la valeur de k_ρ afin d'obtenir le meilleur compromis entre confort et performance. Ce compromis devrait faire l'objet d'une étude d'objectivisation des critères subjectifs (comme le confort) dans le but de normaliser la stratégie visée.

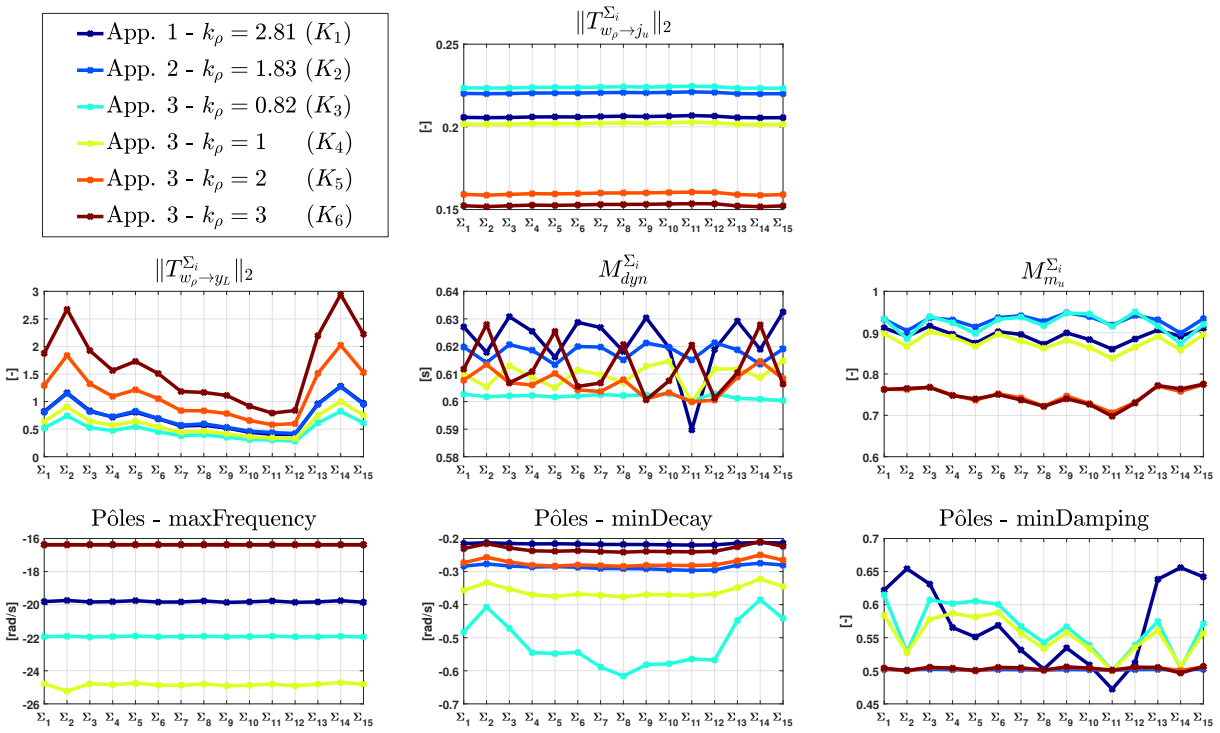


FIGURE 4.16 – Évaluation des critères des 6 contrôleurs synthétisés

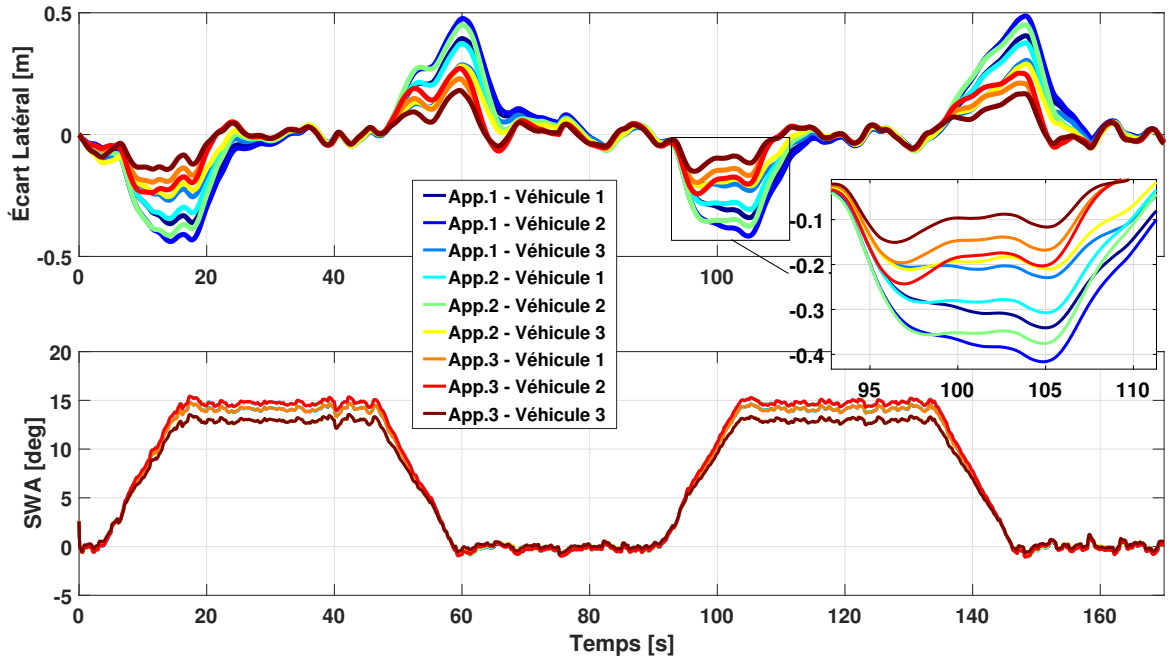


FIGURE 4.17 – Comparaison du comportement dynamique de 3 véhicules différents avec les 3 contrôleurs K_1, K_2 et K_3 synthétisés. En haut : écart latéral. En bas : Angle au volant.

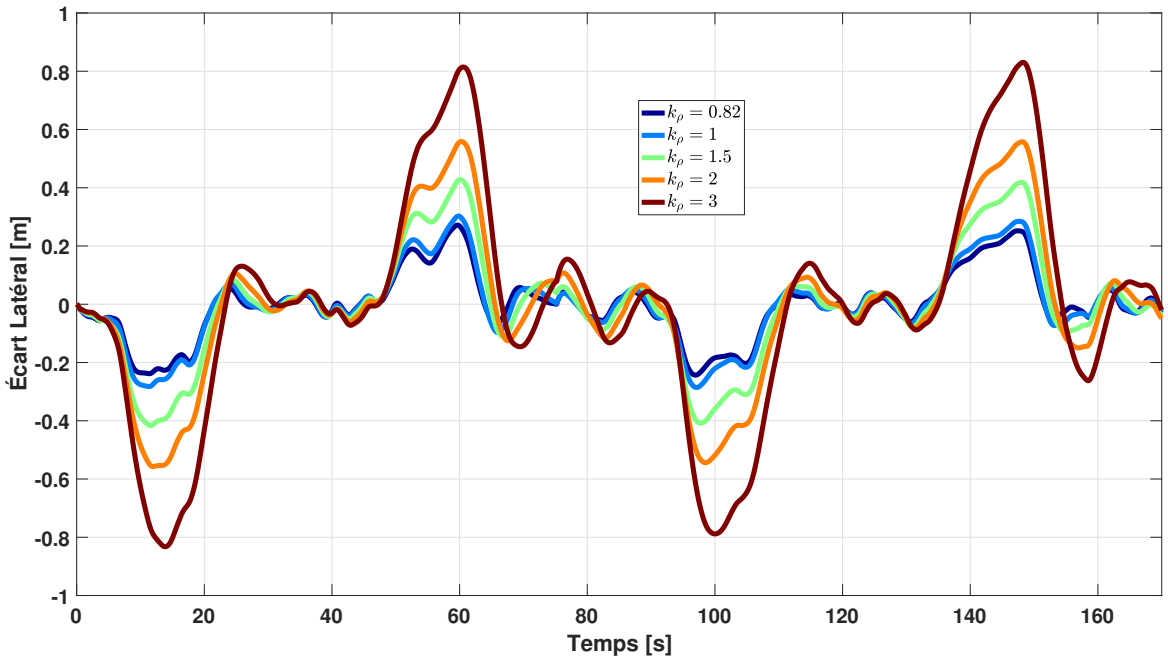


FIGURE 4.18 – Influence du paramètre k_ρ sur le même véhicule (Véhicule 2). Les synthèses ont été effectuées avec l'approche 3. Plus k_ρ augmente, plus $\|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to j_u}\|_2$ diminue offrant ainsi un meilleur confort de conduite.

4.5.2 Essais sur piste

Ces contrôleurs ont été implémentés sur un véhicule Renault Espace 5 et testés sur l'anneau de vitesse présenté plus haut. Le véhicule a été testé dans 3 configurations différentes détaillées dans la Table 4.6. La première configuration correspond au véhicule avec 2 passagers et des pneumatiques de 19 pouces. La deuxième configuration correspond au rajout d'une masse d'environ +20% par rapport à la première. Pour la troisième configuration, nous avons gardé la masse supplémentaire de la deuxième configuration mais en remplaçant les pneus nominaux par des pneus hiver de 18 pouces (Falken eurowinter). Les essais ont été effectués pour une vitesse longitudinale constante de 90 km/h. Notons ici que les mauvaises performances sur les courbes ci-dessous autour de 50s sont dues à une erreur caméra à un endroit précis de la piste (voir signal de la courbure). Les analyses des critères se feront donc entre 70 et 160 secondes, où les essais sont plus répétables.
La Figure 4.19 représente la superposition des résultats sur piste avec les contrôleurs K_1, K_2 et K_3 pour les 3 configurations véhicule. Le graphe du haut présente l'écart latéral du véhicule, celui du milieu l'angle au volant effectué et celui du bas la courbure de la route mesurée pendant l'essai. D'un point de vue macroscopique, ces 3 contrôleurs donnent satisfaction sur les 3 configurations véhicule. En effet, en régime permanent (i.e. à courbure constante), l'amplitude de l'écart latéral restent en dessous de 20cm. Les contrôleurs ont cependant plus de difficultés lors

des régimes transitoires mais parviennent à contenir l'écart latéral maximal en deçà de $50cm$. La Figure 4.20 met en lumière l'influence du paramètre k_ρ. Elle superpose les résultats obtenus avec les contrôleurs K_3, K_4, K_5 et K_6 sur la configuration 2 du véhicule. Plus k_ρ est petit, plus le système est performant (écart latéral faible). Cela montre bien que ce critère est directement lié à la physique et permet de gérer le compromis performance / confort. De plus, les mêmes ordres de grandeurs qu'en simulation sont retrouvés (cf. Figure 4.18), montrant la représentativité de MADA.
Afin de comparer un peu plus précisément les différents contrôleurs, une étude statistique des résultats est conduite sur la Figure 4.21, représentant la distribution temporelle de l'écart latéral sur le $2^{\text{ème}}$virage (entre $70s$ et $160s$) pour chaque contrôleur testé. Cette distribution est obtenue grâce au graphe dit de boîte à moustaches (fonction *boxplot* de Matlab). La valeur centrale de chaque boîte (trait rouge) correspond à la médiane. Les parties inférieure et supérieure de la boîte bleue représentent le 1^{er} et le $3^{\text{ème}}$ quartiles ; 50% des mesures sont alors à l'intérieur des boîtes. Les extrémités des moustaches sont calculées en utilisant 1.5 fois l'espace interquartile (la distance entre le 1^{er} et le $3^{\text{ème}}$ quartile). Les points rouges extérieurs aux extrémités sont des points considérés comme exceptionnels. Nous pouvons supposer que les points à l'intérieur des moustaches correspondent finalement aux régimes permanents et les points extérieurs aux régimes transitoires (entrée et sortie du virage), plus exceptionnels. Les tendances attendues sont bien observées : K_3 (Approche 3) est globalement toujours plus performant que K_1 (Approche 1) et K_2 (Approche 2). Le fait d'augmenter la valeur de k_ρ augmente à la fois la taille de la boîte mais aussi les valeurs extrêmes de l'écart latéral. Il est important de noter que certaines valeurs extrêmes sont dues à des erreurs caméra (sur la mesure de la courbure), comme pour l'essai « Config. 1 - K_4 ».

Nous avions également mentionné que le louvoiement était une caractéristique très importante pour le ressenti conducteur. Nous l'avons évalué en ligne droite (entre $65s$ et $95s$) sur l'essai « Config3. - K_3 » (moyenne des amplitudes et des fréquences d'oscillations) et représenté sur la Figure 4.22 par l'étoile. Le louvoiement est donc faiblement perceptible (cf. Figure 2.1) et donc acceptable par un client.

Remarque 4.13. *Les identifications des différentes configurations de la Table 4.6 n'ont pas été réalisées. Seuls les paramètres statiques ont été mesurés (masses train avant et arrière à partir desquelles L_f est déduit).*
Il est cependant possible de noter que la disparité expérimentale est moindre qu'en simulation, notamment au niveau de l'impact sur la dynamique globale du véhicule. En effet, l'angle au volant nécessaire pour effectuer le virage est très proche dans les trois configurations, relativement aux résultats en simulation. Or cet angle est directement lié au gradient de sous-virage grâce à la relation de l'Équation (3.17) : $\delta_{rp} = \frac{L_{tot}}{R} + \nabla_{sv,roues}\frac{v_x^2}{R}$. A partir de ces essais et de cette équation,

TABLE 4.6 – Configurations du véhicule test pour la validation sur piste réelle. Les gradients de sous-virages sont estimés après les essais (voir Remarque 4.13)

	Masse Totale M_{tot}	**Distance avant du CoG L_f**	**Gradient de sous-virage estimé ∇_{SG}**
Configuration 1 (Pneus nominaux R19 + 2 passagers)	+5%	+5%	−19%
Configuration 2 (Pneus nominaux R19 + 2 pass. + charge)	+20%	+20%	−25%
Configuration 3 (Pneus hiver R18 + 2 pass. + charge)	+19%	+20%	−28%

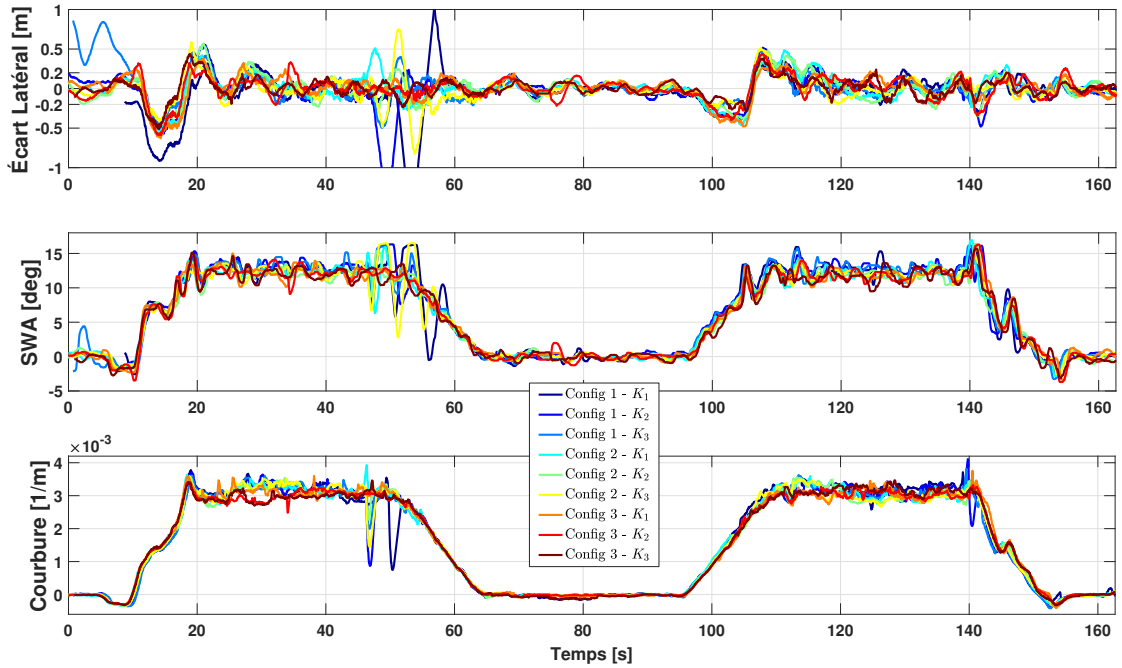


FIGURE 4.19 – Superposition des résultats sur piste avec les contrôleurs K_1, K_2 et K_3 pour les 3 configurations véhicule. De bonnes performances sont obtenues en régime permanent (courbure constante). En régime transitoire, les performances sont dégradées mais restent tout de même acceptables par un client.

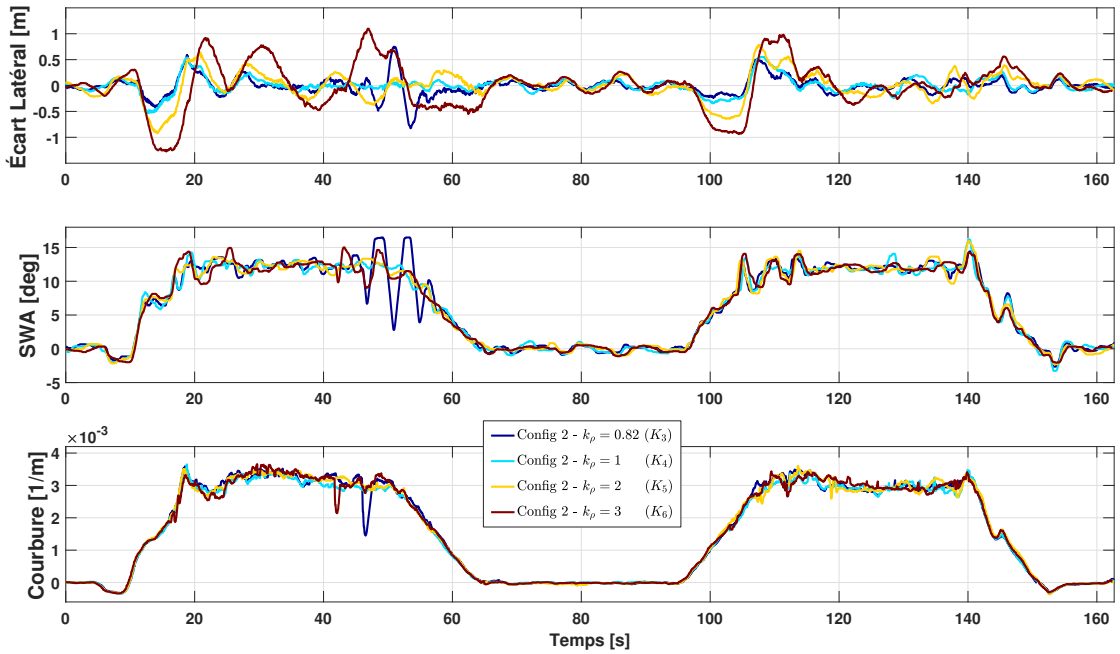


FIGURE 4.20 – Influence du paramètre k_ρ sur la configuration 2 du véhicule. Les mêmes tendances qu'en simulation sont retrouvées mettant en lumière le lien avec la physique de ce paramètre de réglage.

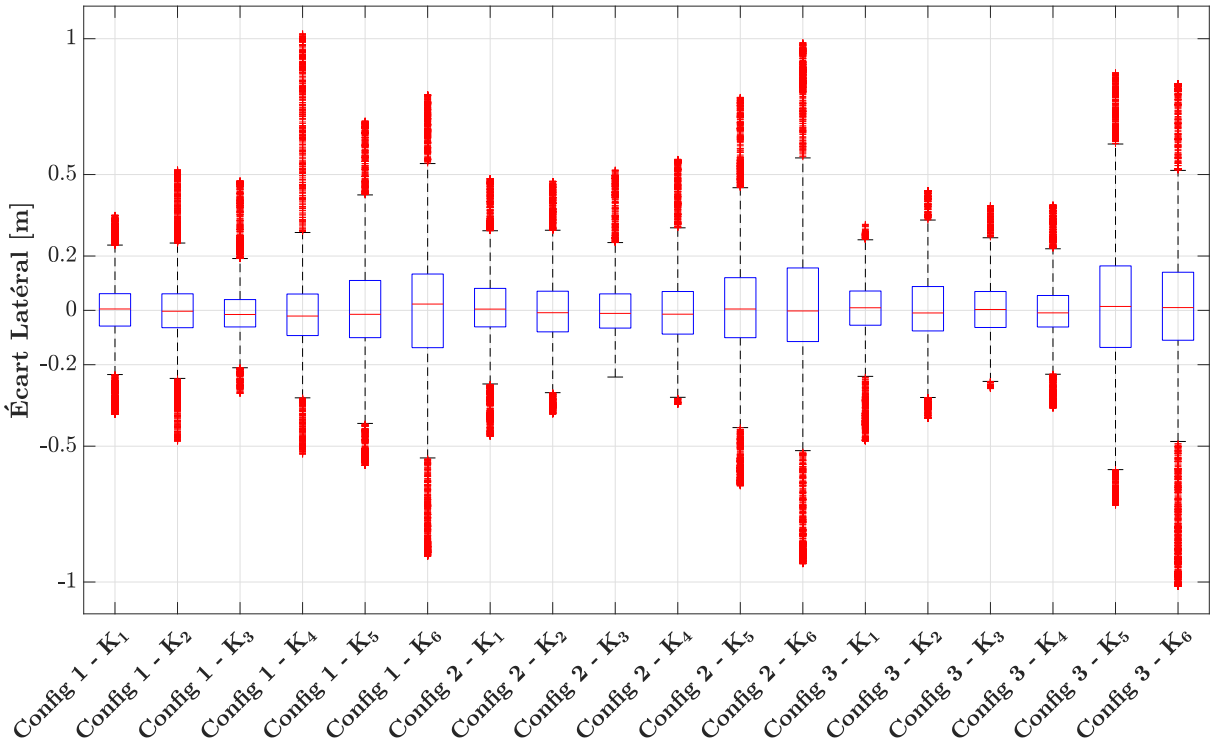


FIGURE 4.21 – Distributions statistiques de l'écart latéral (en temporel) obtenues avec la fonction *boxplot* (boîte à moustaches) sur le 2ème virage.

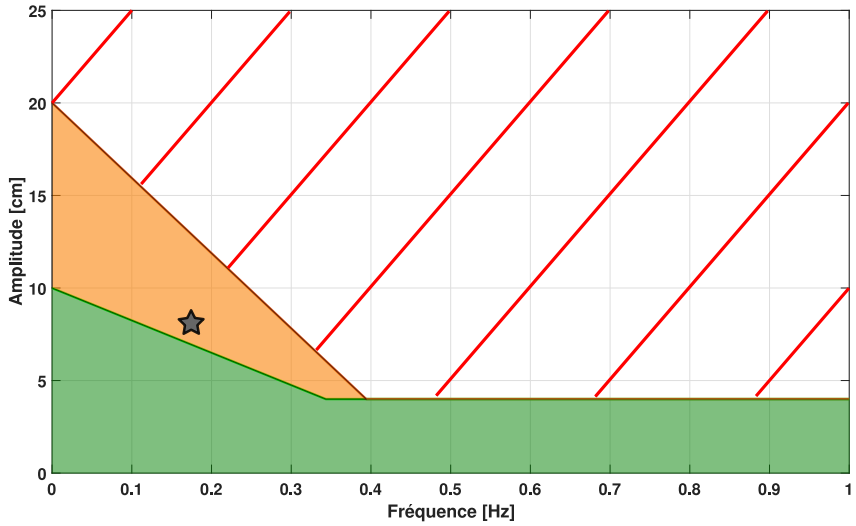


FIGURE 4.22 – Analyse du louvoiement pour les résultats sur piste sur l'essai « Config3. - K_3 »

une estimation du gradient de sous-virage dans chaque configuration est possible afin d'évaluer l'impact de la configuration. Cette procédure cherche le gradient de sous-virage qui minimise au sens des moindres carrés l'erreur entre l'angle au volant réel et l'angle au volant obtenu par cette équation. Cette procédure a été mise en place pour le brevet N° 2 (Feedforward Adaptatif pour le Contrôle Latéral).
La Figure 4.23 expose le résultat de cette estimation effectuée sur les données des 6 essais de chaque configuration. Les médianes de chaque configuration sont reportées dans la Table 4.6. Notons par exemple une baisse du gradient de sous-virage de 6% entre les configurations 1 et 2 sous l'effet de la masse à l'arrière du véhicule : le véhicule devient donc plus sur-vireur lorsque la charge est à l'arrière.

4.6 Conclusion - Limitations de la Structure

Ce Chapitre présentait une méthodologie de pré-calibration pour un LCA dont la structure était imposée. Cette structure est composée d'un retour d'état dont deux des états sont reconstruits à l'aide d'un observateur (vitesse latérale et vitesse de braquage des roues). Une action feedforward permet d'améliorer la performance et se base sur la mesure de la courbure et du gradient de sous-virage du véhicule (valeur nominale embarquée). La méthodologie repose sur une optimisation multi-objectif traduits en critères H_2/H_∞ permettant de poser un problème de commande *ad hoc*. Les simulations et les essais sur piste ont montré que ces critères sont directement liés à la physique aidant dès lors à la compréhension des caractéristiques dynamiques du contrôleur. Dans le but de fournir des informations sur les dynamiques des perturbations à l'optimisation, des modèles prédicteurs sont considérés. Ces modèles prédicteurs sont conçus

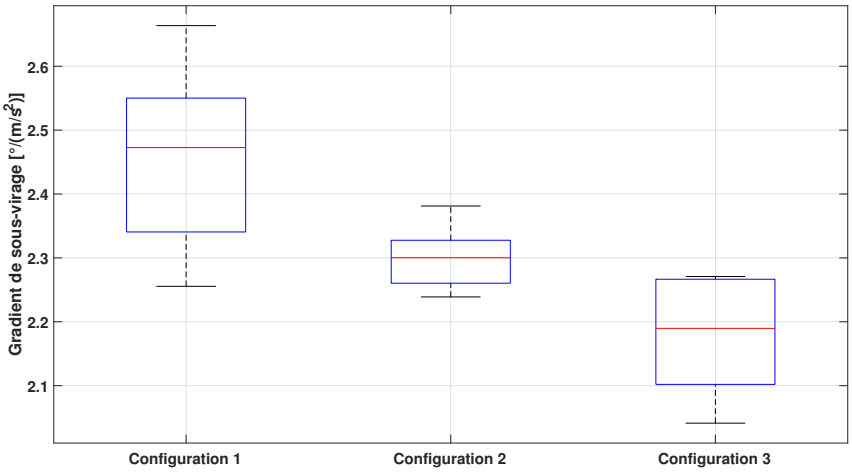


FIGURE 4.23 – Estimation du gradient de sous-virage des trois configurations du véhicule de test

grâce aux caractéristiques physiques de ces perturbations (construction géométrique des routes, caractéristiques des bourrasques de vent), ce qui formalise les scénarios pour lesquels le contrôleur est destiné. Enfin, la synthèse est conduite *via* une approche multi-modèle afin de prendre en compte les incertitudes paramétriques. En effet, les paramètres du modèle véhicule sont interdépendants et les relations physiques existantes entre eux sont difficiles à appréhender. La considération de modèles représentatifs discrets plutôt que d'une plage de variation de chaque paramètre (sans pour autant définir les relations entre eux) évite l'insertion de conservatisme lors de la synthèse.
De plus, la comparaison entre plusieurs contrôleurs se fait facilement avec les critères retenus comme le montre la Figure 4.16. La méthodologie permet rapidement d'obtenir une pré-calibration satisfaisante, et si besoin est, l'analyse des critères aide au processus d'affinage, notamment pour trouver les valeurs appropriées des critères.

Les résultats obtenus (pour les contrôleurs K_1, K_2 et K_3) sont satisfaisants grâce à un réglage à la fois confortable et suffisamment performant. Cependant, les mises en virage posent difficulté aux contrôleurs qui frôlent les $50cm$ d'écart latéral. Ainsi, des scénarios plus dynamiques, comme une succession rapide de virages, peuvent induire potentiellement des mauvaises performances. Or nous avons optimisé la structure de façon à ce qu'elle soit la plus performante possible pour un niveau de robustesse défini, mettant en avant les limitations de cette structure. Plusieurs solutions sont envisageables sans pour autant changer radicalement la structure. La première solution et qui ne nécessiterait aucune modification de structure serait de réduire les marges de robustesse afin de gagner en performance. La solution à ce problème de commande donnerait des contrôleurs plus dynamiques, probablement grâce à l'augmentation des amplitudes des gains. Une telle solution n'est pas envisageable en pratique à cause des erreurs de mesure de la

caméra. En effet, un contrôleur plus dynamique y serait plus sensible et pourrait avoir comme conséquence un système inconfortable ou même divergent lors d'erreurs de mesure. Les marges de robustesse élevées compensent de fait un certain nombre de simplifications effectuées lors de la synthèse : modèle bicyclette linéaire, DAE modélisée comme un second ordre, caméra parfaite.

Dans le chapitre suivant, nous explorerons des structures alternatives à celle considérée ici. Nous verrons que la méthodologie mise en place ici permet d'apprécier les avantages et les limitations de nouvelles structures.

Chapitre 5

Des Structures Alternatives Pertinentes

Sommaire

5.1 Structure de rétroaction 117
5.1.1 Retour d'état filtré 118
5.1.2 Retour de sortie statique 118
5.1.3 Comparaison 120
5.2 Générateur de trajectoire de référence / feedforward 125

Ce chapitre propose de possibles alternatives à la structure de commande du système LCA présentée au Chapitre 4. Les atouts et limites des structures considérées seront discutées. Nous montrerons que la méthodologie conceptuelle proposée au Chapitre 4 permet une comparaison de ces différentes structures. La première partie de ce chapitre focalise sur la structure de rétroaction (feedback) et la seconde sur la composante feedforward.

5.1 Structure de rétroaction

Dans cette section, nous investiguerons de nouvelles structures de rétroaction (sans changement de la partie feedforward). Cette section vise un objectif double. D'un côté elle met en évidence l'intérêt de la méthodologie générale proposée dans la thèse au Chapitre 4 et en particulier sa capacité à calibrer et comparer les possibilités de structures différentes. Les atouts et les inconvénients de chaque structure transparaissent par la valeurs des critères obtenus, sans même avoir recours à des simulations temporelles. De l'autre, il propose des structures qui font sens et qui pourraient être étudiées plus en détail comme des alternatives sérieuses à la structure existante.
Les structures proposées et analysées ci-après s'appuient sur le constat qu'une majorité de variables d'état sont mesurées et que l'observateur utilisé dans la structure initiale ne reconstruit

que deux d'entre elles. Il s'appuie aussi sur le constat que les grandeurs reconstruites par l'observateur ne constituent pas toujours de bonnes estimations des variables d'état manquantes, ceci notamment dans les situations où le modèle nominal (support conceptuel de l'observateur) est peu représentatif de la réalité.
Face à ce constat, nous proposons d'apprécier l'intérêt que revêt l'utilisation de l'observateur par comparaison à une structure simplifiée procédant à un retour statique sur les seules sorties disponibles. Dans le même temps, nous proposons de remplacer l'observateur par des estimateurs de sortie, ayant noté que les variables d'état manquantes pouvaient être obtenue par simple dérivation de variables d'état mesurées. Dans le même temps, nous introduisons un filtrage sur la commande pour introduire la possibilité d'un *roll off* filtrant les bruits, ce en cohérence avec les dérivations filtrées.

Remarque 5.1. *Dans la suite de ce chapitre, nous dénommerons par « structure initiale » la structure du LCA considérée au Chapitre 4 (cf. Figure 4.1).*

5.1.1 Retour d'état filtré

Les deux états reconstruits par l'observateur et utilisés dans la structure initiale sont la vitesse latérale $\dot{y}_L$ et la vitesse de braquage des roues $\dot{\delta}$. En vue de s'affranchir de l'observateur, nous considérons dans un premier temps une structure du LCA par retour d'état filtré (cf. Figure 5.1). Nous considérons alors que les deux états non mesurés sont obtenus par l'usage de dérivées filtrées sur l'écart latéral y_L et l'angle de braquage des roues δ. De plus toutes les mesures sont filtrées par le même filtre passe-bas afin de garder la synchronicité des mesures. Le feedforward est conservé ici.
Cette structure est simplifiée en ce qu'elle ne fait intervenir qu'une unique variable de décision en sus des gains du retour d'état, il s'agit de la constante de temps τ, contre 7 gains pour l'observateur d'état complet utilisé actuellement. Notons qu'un observateur de Luenberger d'ordre réduit pourrait aussi être utilisé. La version à base de dérivation filtrée proposée ici en première instance en est d'un certain point de vue une forme LTR (*Loop Transfer Recovery* - cf. [**de Larminat, 2002**, Chapitre 13]), insensible aux paramètres du modèle.

5.1.2 Retour de sortie statique

Le retour de sortie statique s'affranchit de l'estimation des vitesses latérales et du volant et rétroagit par de simples gains sur les sorties disponibles (intégrateur inclus ici) conformément au schéma de la Figure 5.2.

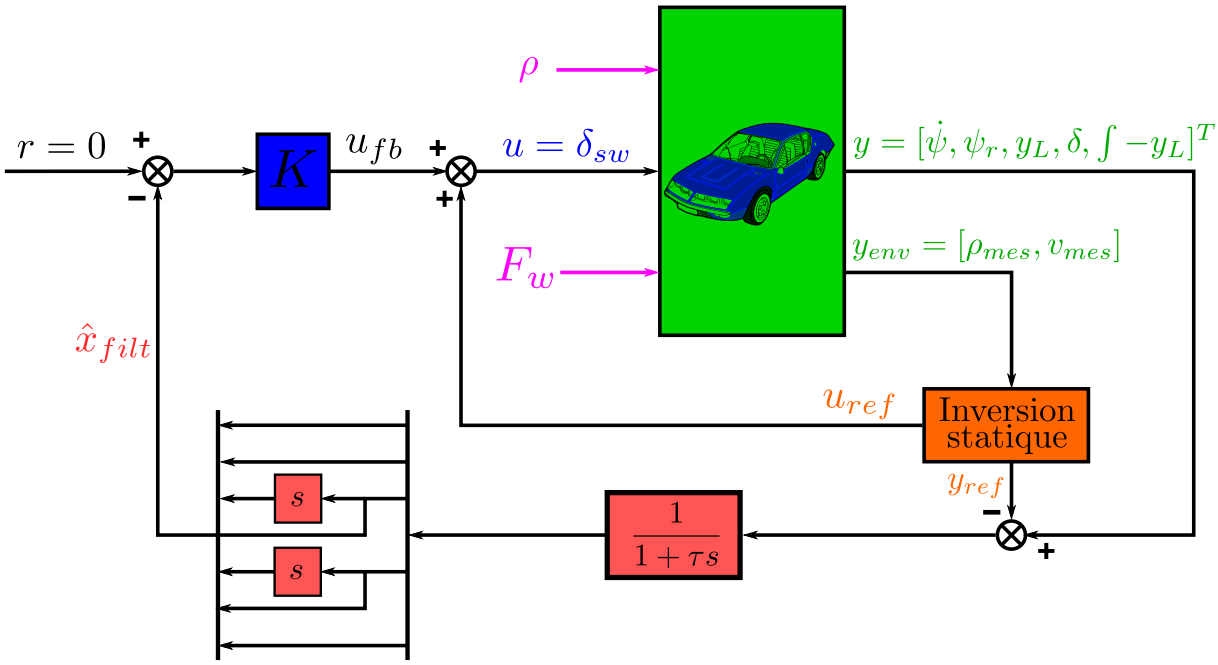


FIGURE 5.1 – Structure du LCA dans le cas d'un retour d'état filtré

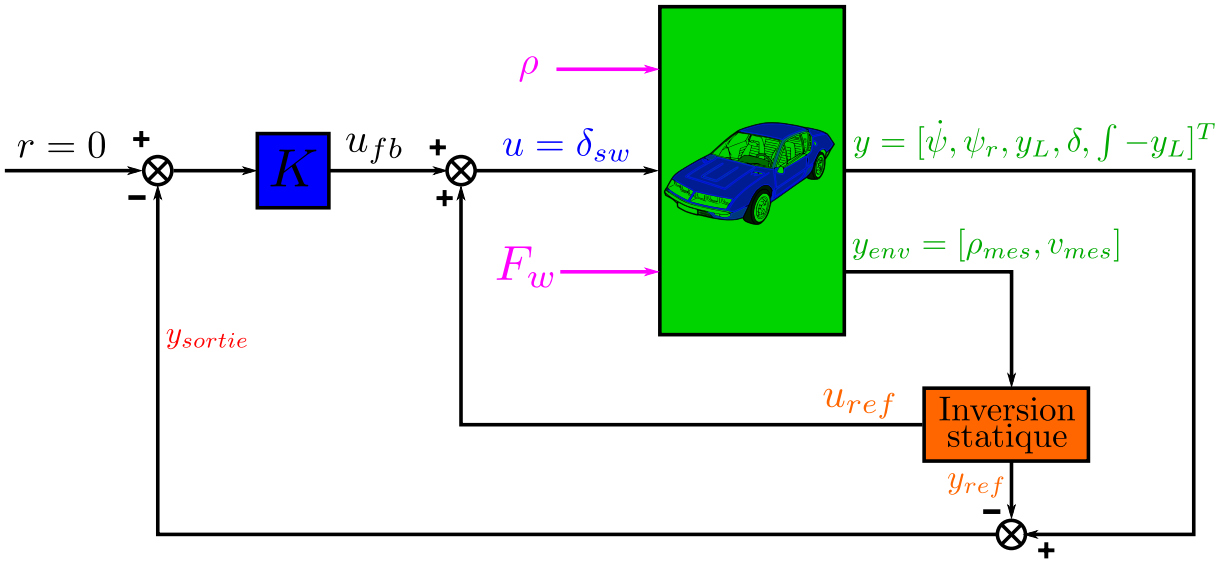


FIGURE 5.2 – Structure du LCA dans le cas d'un retour de sortie statique

5.1.3 Comparaison

Afin d'évaluer les différentes structures, nous avons réalisé plusieurs synthèses par application directe de la méthodologie du Chapitre 4. L'analyse des résultats obtenus va nous permettre de tirer des conclusions sur les avantages et les inconvénients de chacune de ces structures. Deux voies de comparaison ont été empruntées. La première vise l'optimisation du confort par la minimisation de la norme $\|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to j_u}\|_2$. La seconde vise à évaluer la performance maximale atteignable (en terme d'écart latéral).
Dans le cas du retour d'état filtré, nous avons considéré plusieurs constantes de temps pour voir l'influence de celles-ci. En effet, nous souhaitons démontrer que la méthodologie permet d'obtenir facilement une pré-calibration satisfaisante en fonction de certains paramètres. Les deux premières constantes de temps ($\tau = 0.04s$ et $\tau = 0.4s$) ont été choisies de manière à être quasiment « transparente » pour la première et d'avantage filtrante pour la seconde. La troisième synthèse quant à elle procède à l'optimisation de la constante de temps τ, conjointement avec l'ensemble des gains de retour d'état.
La Table 5.1 présente les résultats de la résolution du problème d'optimisation (4.60) pour des marges de robustesse et une performance (en terme d'écart latéral) égales. Précisément, nous avons choisi $k_\rho = 1$, $\tau_{min} = 0.6s$ et $m_{min} = 0.7$. Le critère $\|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to j_u}\|_2$ est évalué sur les 15 modèles de l'approche 3. Les structures associées avec les contrôleurs sont ensuite simulées temporellement (cf. Figure 5.3).
Afin d'évaluer la plus grande performance atteignable pour chaque structure, de nouvelles synthèses ont été réalisées visant cette fois la minimisation du paramètre k_ρ. La Table 5.2 résume les résultats de l'optimisation et la Figure 5.4 présente les simulations associées.

Analyse : Dans le cas du retour d'état filtré, la résolution de ce nouveau problème d'optimisation permet l'obtention d'une structure optimisée dans son ensemble et en particulier l'adéquation entre le contrôleur et le filtrage des mesures. Plus la constante de temps est grande, plus les mesures sont filtrées et donc moins la commande est influencée par le bruit de la courbure. Par conséquent, la minimisation de $\|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to j_u}\|_2$ est équivalente à la recherche de la plus grande constante de temps telle que les contraintes soient respectées. Donner ce degré de liberté supplémentaire à l'optimisation entraîne l'obtention d'un régulateur à la fois « confortable » (critère $\|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to j_u}\|_2$ bien minimisé en comparaison avec les autres structures) et performant (cf. valeur de k_ρ minimum et réponse temporelle de l'écart latéral).
La structure retour de sortie statique constitue par ailleurs la structure la plus contrainte. On constate en effet qu'elle réalise le moins bon confort (cf. valeurs de $\|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to j_u}\|_2$ correspondantes) et la moindre performance au sens de la déviation latérale. Le caractère statique du retour ne permet pas d'action de filtrage, ni l'estimation même implicite des variables d'état manquantes. Notons malgré tout que les résultats son loin d'être ridicules et pourront être appréciés plus en

profondeur par les metteurs au point.
La structure retour d'état filtré avec une constante de temps τ égale à 0.04 seconde est remarquablement proche de la structure initiale, aussi bien au niveau du confort que de la performance atteignable. Ceci est confirmé par les simulations temporelles. Nous pouvons en déduire que le filtrage induit par l'observateur de la structure initiale doit avoir une constante de temps comparable. Cependant, un avantage du retour d'état filtré est que le contrôleur synthétisé propose des valeurs de gains globalement plus faibles, le rendant alors moins sensible aux erreurs éventuelles des mesures.

Ainsi, la structure par retour d'état filtré apparaît comme très intéressante. Particulièrement simple en terme d'implémentation, elle préserve de surcroit la performance amenée par l'estimation des variables d'état manquantes et n'est pas soumise aux erreurs d'estimation lors du recours à un observateur, induites notamment par l'utilisation d'un modèle nominal fixe.

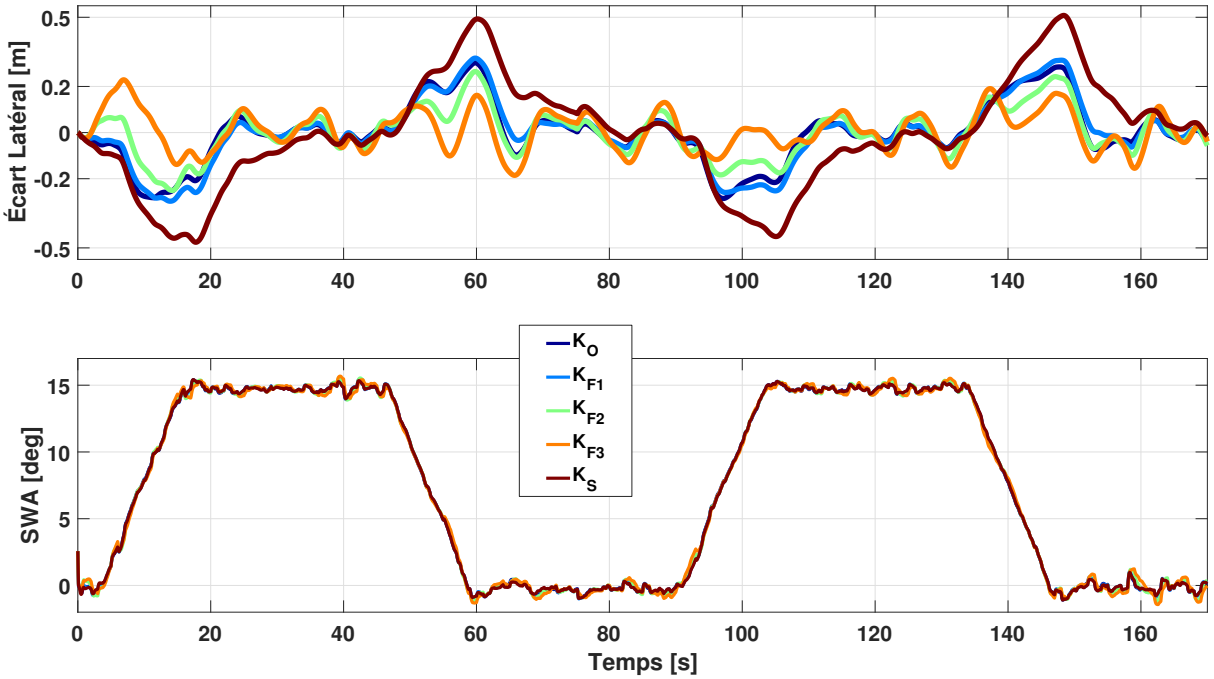


FIGURE 5.3 – Simulations - Minimisation du critère pour les structures considérées

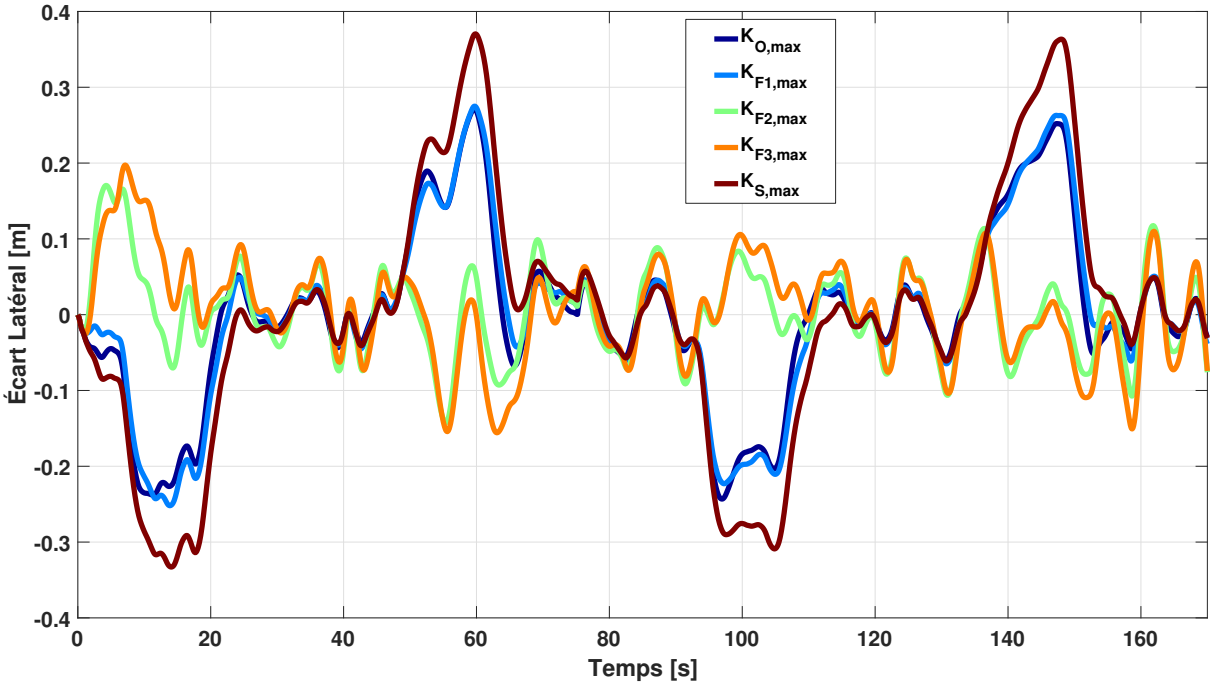


FIGURE 5.4 – Simulations - Performance atteignable pour les structures considérées

TABLE 5.1 – Comparaison du résultat de la minimisation du critère pour les structures considérées

Structure	k_ρ	τ $[s]$	$\|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to j_u}\|_2$ on App. 3		Valeurs des gains	Réf. contrôleur
Retour d'état avec observateur	1	-	Min	0.2014	- 0.0105 0.3049 0.0036 0.0096 0.0345 0.2021 - 0.0033	K_O
			Mean	0.2020		
			Max	0.2028		
Retour d'état filtré	1	0.04	Min	0.2041	0.0445 0.1382 0.0054 0.0070 0.0035 - 0.0551 - 0.0016	K_{F1}
			Mean	0.2047		
			Max	0.2056		
	1	0.4	Min	0.1795	0.1590 - 0.0879 0.0140 0.0051 - 0.0011 - 0.4087 - 0.0013	K_{F2}
			Mean	0.1801		
			Max	0.1810		
	1	1.33 (Optimisé)	Min	0.1748	0.4033 - 0.3514 0.0293 0.0056 - 0.0443 - 0.6534 - 0.0009	K_{F3}
			Mean	0.1753		
			Max	0.1761		
Retour de sortie statique	1	-	Min	0.2226	0.0109 0.3004 0.0086 0.1353 - 0.0017	K_S
			Mean	0.2231		
			Max	0.2238		

TABLE 5.2 – Comparaison de la performance atteignable pour les structures considérées

Structure	k_ρ	τ $[s]$	$\|T^{\Sigma_i}_{w_\rho \to j_u}\|_2$ on App. 3		Valeurs des gains	Réf. contrôleur
Retour d'état avec observateur	0.82	-	Min	0.2233	0.0153 0.3223 0.0028 0.0112 0.0239 0.1746 - 0.0035	$K_{O,max}$
			Mean	0.2238		
			Max	0.2246		
Retour d'état filtré	0.86	0.04	Min	0.2191	0.0571 0.1265 0.0072 0.0080 0.0094 - 0.0196 - 0.0020	$K_{F1,max}$
			Mean	0.2197		
			Max	0.2207		
	0.46	0.40	Min	0.2008	0.2810 - 0.3510 0.0264 0.0060 0.0606 - 0.8371 - 0.0017	$K_{F2,max}$
			Mean	0.2016		
			Max	0.2028		
	0.44	0.61 (Optimisé)	Min	0.2006	0.3658 - 0.3213 0.0269 0.0070 0.0921 - 0.9660 - 0.0009	$K_{F3,max}$
			Mean	0.2013		
			Max	0.2023		
Retour de sortie statique	0.99	-	Min	0.2246	0.0129 0.3025 0.0088 0.1339 - 0.0017	K_S, max
			Mean	0.2250		
			Max	0.2258		

5.2 Générateur de trajectoire de référence / feedforward

Précédemment, nous avons questionné la structure de la boucle de rétroaction. Dans ce paragraphe, nous discuterons de structures ou stratégies alternatives pour la partie feedforward chargée de générer la commande et plus généralement la trajectoire de référence.
Le feedforward a vocation à améliorer la performance du système d'assistance (ici le LCA) en produisant une action de tendance qui au contraire de la rétroaction n'a pas à attendre le constat d'une erreur de trajectoire mais agit de manière anticipatrice. La conception de la partie feedforward peut emprunter différentes voies. Elle procède *in fine* à une « inversion » du système, en ce sens qu'elle doit déterminer, à partir de la donnée d'une sortie de référence (consigne), la commande de référence qui appliquée en entrée y conduira. Cette « inversion » ne peut le plus souvent qu'être réalisée de manière approximative par le recours à des hypothèses simplificatrices. Ainsi, le feedforward utilisé fait le plus souvent l'hypothèse d'un régime de virage établi de courbure constante (à vitesse constante) (cf. Annexe A.1). Ce calcul pourrait être envisagé également par l'utilisation de toute l'information disponible sur les signaux exogènes (par exemple leurs dérivées, cf. Annexe A.2), améliorant *a priori* les transitoires. L'inversion peut être, de manière alternative, dynamique et procéder sur la base d'un modèle de courbure et la résolution des équations dites d'occultation [**Wonham, 1985**, **Chevrel, 2016**]. Elle peut aussi être obtenue par identification à partir de données expérimentales ou simulées d'une trajectoire correctement réalisée. Certaines solutions procèdent par identification à partir de données expérimentales recueillies sur une véhicule conduit par un pilote humain mais encore faut-il en ce cas disposer du véhicule cible ce qui n'est pas toujours le cas. Dans cette voie, [**Pano et al., 2019**] ont procédé à l'identification de fonctions de transfert du second ordre suite à des essais (sur simulateur de conduite) avec des conducteurs expérimentés. Ces fonctions permettent de générer une commande de référence (ici la commande est en couple et non en angle) et des états de référence. Enfin, le feedforward peut être également obtenu par la minimisation de l'erreur entre le système en boucle fermée (incluant la partie feedforward) et un modèle de référence. Dans [**Lefebvre et al., 2003**], un feedforward dynamique est synthétisé par la minimisation de cette erreur au sens de la norme H_∞. Cette approche utilisée dans l'article pour le contrôle longitudinal du véhicule peut être appliquée également dans le cadre du contrôle latéral. La synthèse est simple par la résolution d'une seule LMI et facilement généralisable au cas multi-modèles. Ainsi, le feedforward synthétisé serait robuste aux différentes configurations véhicule.

Un des aspects les plus importants est l'anticipation. Afin de ne pas constamment *subir* les variations de la route mais aussi pour compenser les retards des actionneurs, des mesures et de l'établissement des forces aux pneumatiques, il est important de prédire les états du véhicule ou d'utiliser les informations sur la route en amont du véhicule (courbure mesurée sur une certaine distance).

Cette stratégie fait echo à la stratégies de pure poursuite [**Coulter, 1992**], initialement utilisée en robotique mobile. La pure poursuite est un algorithme de suivi de référence (*tracking*) dont le principe repose sur le calcul d'une trajectoire géométrique (généralement circulaire) capable d'amener le véhicule de sa position actuelle à une certaine position cible. Cette position cible est choisie à une certaine distance devant le véhicule et est recalculée à chaque instant. Le véhicule est alors constamment en poursuite du point visé un peu à l'image d'un conducteur humain. Le seul paramètre de réglage de l'algorithme de pure poursuite est la distance de visée. Coulter met en avant que la distance de visée sur le système doit être considérée selon deux problématiques : regagner la trajectoire de référence (i.e. lorsque le véhicule se trouve « éloigné » de la trajectoire) ou rester sur la trajectoire (le véhicule est sur la trajectoire et doit y rester). Dans le premier cas, une grande distance de visée entraînera une convergence lente et peu oscillante vers la trajectoire de référence. La réponse dynamique de la pure poursuite est d'un certain point de vue équivalente à une système du second ordre où la distance de visée joue le rôle du coefficient d'amortissement. Dans le cas où le véhicule est déjà sur la trajectoire, une grande distance de visée génère une trajectoire moins courbée, ayant tendance à couper les virages et donc améliorant le confort (accélération latérale moindre). Une trop grande distance de visée ne permet cependant pas de suivre des courbures de routes trop importantes. Au contraire, une trop petite distance de visée génère une trajectoire oscillante voire infaisable et peut rendre le véhicule instable. La stratégie de pure poursuite possède de réels atouts et a été utilisée pour le contrôle latéral de certains prototypes compétiteurs du *DARPA Challenge*. Elle a l'inconvénient cependant d'être une stratégie purement géométrique, ne prenant pas en considération la dynamique du véhicule. Recalculée périodiquement, elle est de plus une solution mixte feedforward - feedback à l'instar de la commande MPC et procède à une adaptation en ligne de la distance de visée fonction de la situation. Pour compenser ces limitations, des modules de génération de trajectoires optimales ont été développées par la suite (cf. état de l'art au Chapitre 2), comme par exemple avec une approche MPC.

La notion de point de visée peut aussi être exploitée directement au sein de la structure de rétroaction. Dans la structure initiale (cf. Figure 4.1), elle peut être prise en compte par l'utilisation de la courbure non pas au niveau du véhicule mais à une certaine distance en amont du véhicule (cf. polynômes calculés par la caméra à partir de la vision de la ligne de bord de voie) dans le calcul du feedforward. [**Peng et Tomizuka, 1991**] a proposé une loi de commande *LQ-preview* utilisant cette mesure de façon optimale (au sens d'un critère quadratique) sur un horizon fini. Dans le même cadre, les auteurs de [**Saleh et al., 2010**] ont trouvé plus efficient d'utiliser un critère H_2 (commande H_2/LQ-*preview* qui est une généralisation de la commande *LQ-preview*). La structure proposée par Saleh *et al.* fait état de deux actions feedforward combinées. La première exploite directement les mesures à un certain horizon temporel. La deuxième

établit une prédiction de l'évolution de la courbure au-delà de cet horizon grâce au recours à un modèle générateur de courbure. Ce modèle générateur est construit sur la considération, purement fréquentielle, que la variation de la courbure ne sera pas supérieure à 3Hz.

L'insertion d'une partie anticipative dans le contrôle est par ailleurs très largement utilisée dans la littérature par l'utilisation indirecte voire implicite de la courbure, ce au travers de l'exploitation de l'estimation de l'écart latéral à une distance de visée [**Košecká et al., 1999**, **Chen et Tan, 1999**, **Marino et al., 2011**, **Skarpetis et al., 2017**]. L'Annexe C présente le concept de cette mesure (schéma explicatif et équations mises en jeu).
L'utilisation de ce nouveau signal revêt plusieurs atouts. Il est tout d'abord directement produit par la caméra. Ensuite, la référence pour l'écart latéral vaut zéro, au moins pour le LCA, et ce aussi bien au niveau du véhicule qu'à une distance de visée en amont du véhicule. Une structure rétroactive n'utilisant que l'écart latéral et possiblement ses dérivées, au centre de gravité ou/et à une certaine distance de visée, s'affranchirait ainsi de l'explicitation d'une trajectoire de référence sur l'état. Il conviendrait d'évaluer cette stratégie, en terme du compromis performances-robustesse atteignable au travers de la méthodologie proposée au Chapitre 4.

Conclusion Générale

Conclusion

Cette thèse a porté sur une étape essentielle de la phase de conception des systèmes d'aides à la conduite : la calibration des lois de commande. Ce processus de calibration doit être répété autant de fois que nécessaire pour adaptation aux spécificités (comportement dynamique) de chaque véhicule. Il met en jeu un nombre de paramètres de réglage parfois important, souvent incompatible avec un réglage manuel rapide. En vue de réduire le temps de mise au point et aussi les ressources en metteurs au point, cette thèse avait l'objectif de proposer un outil de pré-calibration des lois de commande des ADAS efficient. Idéalement, cet outil proposerait un premier réglage de la loi de commande concernée, mais aussi, au travers de critères intelligibles, le moyen de procéder aux retouches menant à la calibration finale. La calibration finale étant du ressort du metteur au point qui veille notamment à l'acceptabilité par les utilisateurs du système. Une obtention rapide de la pré-calibration sous-entend l'utilisation d'algorithmes d'optimisation mais également des paramètres de réglage facilement interprétable. La recherche des meilleurs compromis nécessite le moindre pessimisme dans la formulation du problème.

La contribution principale de la thèse réside dans la proposition d'une démarche méthodologique globale du processus de calibration, capable d'appréhender en un temps raisonnable les compromis à réaliser et les contraintes à respecter. Elle a donné naissance à un outil de pré-calibration qui servira à Renault pour le réglage des ADAS implémentées sur ses différents véhicules. Présentée dans ce manuscrit sous une instanciation spécifique au système LCA (*Lane Centering Assistance*), le cadre général dans lequel s'inscrit cette méthodologie rend possible une adaptation à d'autres systèmes d'aides à la conduite.

Un état de l'art balayant les stratégies de commande envisagées dans la littérature pour le contrôle latéral a été proposé. Leur analyse et comparaison nous ont guidé dans le choix des stratégies les plus prometteuses, bien adaptées notamment aux spécificités du LCA. Le choix du formalisme H_2/H_∞ s'est alors imposé comme une voie adéquate pour la prise en compte d'éléments de spécification industrielle. La synthèse mixte H_2/H_∞ relevant d'un problème d'optimisation intrinsèquement difficile (pas de solution analytique ni de propriété de convexité garantissant l'atteinte de l'optimum global), nous avons privilégié une approche visant directement l'optimisation des paramètres de la structure de commande supposée prédéfinie. Après

confrontation avec une première voie procédant par convexification pour recourir à la programmation semi-définie, et pour ne pas être limité par la lenteur des approches globales, nous avons choisi d'avoir recourt à l'optimisation locale et non lisse.
La question de la dynamique véhicule a été revisitée, sur la base de l'utilisation du modèle dit bicyclette. Ce modèle offre en effet un bon compromis entre complexité et représentativité (en regard des conditions d'utilisation du système, i.e. conduite confortable). Le gradient de sous-virage, caractéristique primordiale de la dynamique véhicule, a été considéré. La modélisation de la direction assistée électrique, actionneur dans le cadre du LCA a été rappelée. Enfin, les normes de conception des routes ont été introduites en vue de la modélisation (modèle dynamique) ultérieure de sa courbure.

La méthodologie proposée dans ce mémoire à partir de ces différents aspects opère dans un cadre multi-critère, multi-modèle et multi-scénario. Elle a été élaborée de manière à englober lors de la synthèse l'ensemble des contraintes (performance, confort, robustesse) en un ensemble cohérent.
En soit, une approche multi-critère n'a rien d'original mais les choix méthodologiques réalisés s'appuient sur une interprétation physique intelligible des critères, faisant appel notamment à la multiplicité des interprétations possibles des normes H_2 et H_∞. Les critères ainsi définis, intrinsèques, pourront être expliqués au metteur au point et permettront de comparer différentes solutions entre elles, alors même qu'elles diffèrent par leurs démarches conceptuelles ou leurs structures. L'approche retenue est à base de modèle. Précisément, les critères sont spécifiés en regard d'une modélisation juste nécessaire de l'environnement d'évolution du système (cf. multi-scénario), définissant une classe de scénarios réaliste et dimensionnante. Cette modélisation spécifie donc au moins indirectement le cadre d'utilisation du système. Ce type d'approche conceptuelle diffère d'une vision purement fréquentielle (visant le respect d'un gabarit fréquentiel) ou des approches utilisant des grandes bases de données pour trouver les scénarios dimensionnants. Enfin, ces critères rendent possible une synthèse multi-objectif sans couplage (même implicite) entre les objectifs avec toujours pour cible le moindre pessimisme.
L'approche classique multi-modèle est utilisée ici dans une démarche de recherche de représentativité maximale de la réalité. Elle correspond également à la réponse au besoin de robustesse des lois de commande *via* une démarche par approximation interne plutôt qu'externe de l'ensemble des dynamiques mises en jeu, ce afin d'exclure tout pessimisme. La démarche suivie pour réaliser cette approximation interne se base sur la réflexion que nous avons menée quant à la question des combinaisons paramétriques du modèle bicyclette représentatives des comportements réalistes et sur une connaissance des procédures d'identification des modèles bicyclette associés.

Les tests expérimentaux effectués pendant les trois années de thèse ont été réalisés à plusieurs

étapes de la conception des futurs véhicules série de Renault. La méthodologie s'est avérée précieuse quant à son adaptabilité aux évolutions du software et des actionneurs entre les véhicules prototypes et de pré-série. La méthodologie a été appliquée sur différents modèles de véhicule et la robustesse aux différentes configurations en terme de masse et de types de pneumatiques a été vérifiée et corroborent nos résultats de simulations.

Perspectives de la thèse

Concernant spécifiquement le LCA, certains aspects n'ont pas pu être étudiés pendant la thèse. Premièrement un aspect important et qui mériterait d'être analysé plus précisément est vis-à-vis de la direction assistée électrique (DAE). Cet actionneur est complexe de par sa conception mécanique et de ses logiques de commande. De plus c'est un organe du véhicule généralement acheté à des prestataires et donc correspond à un élément « boîte noire », rendant difficile l'intégration directe de ses caractéristiques dans une démarche de synthèse. Nous avons dans ce mémoire utilisé une modélisation très simplifiée de son contrôle en angle, à savoir un second ordre identifié à partir de différents essais. Cependant, cette modélisation ne permet pas la prise en compte des nombreuses non linéarités de la DAE (dus notamment aux frottements secs et visqueux sur toute la chaîne mécanique et au clavetage), des caractéristiques dynamiques de la boucle de commande et également de l'influence du conducteur sur cette dernière par leur interaction simultanée sur le volant. En effet, sur des systèmes de niveau d'autonomie SAE 1 ou 2, le conducteur est supposé superviser le système et être capable de reprendre le contrôle à tout moment. Il est alors contraint à garder les mains sur le volant et génère une perturbation pour le contrôle latéral du véhicule. Il est alors envisageable de remplacer le modèle du second ordre par d'autre type de modélisation prenant en compte ces différentes spécificités. Cela nécessiterait des études approfondies concernant la diversité entre deux DAE identiques, des non linéarités et de la sensibilité au conducteur. La DAE est suffisamment complexe pour être un sujet de thèse à part entière. Les travaux de [**Abrashov et al., 2015**] portent sur la recherche de nouvelles modélisations de la DAE tenant compte du conducteur à des fins de synthèse de lois de commande pour le contrôle latéral. Une première approche est finalement de considérer l'influence du conducteur sur le volant comme un couple supplémentaire résultant de la somme d'une action passive (les bras sont vus comme une inertie) et d'une action active (suivi d'une trajectoire de référence indépendante de l'assistance par le conducteur).

Un deuxième aspect sur le LCA qui serait bénéfique à prendre en compte pour la synthèse est la spécification des erreurs, des bruits et des retards des mesures, notamment liée à la technologie caméra embarquée. Cela permettrait notamment d'éviter certains réglages bons théoriquement mais instables sur véhicule. En effet, la méthodologie mise en place présume que les mesures

sont toute de confiance égale, ce qui n'est pas totalement le cas. De plus, les mesures peuvent être influencées par la position et l'orientation du véhicule dans sa voie, générant des erreurs. Ainsi, par le choix de ces caractéristiques, nous pourrons obtenir une synthèse mieux adaptée à la réalité et donc réduire l'optimisme de notre approche lié à la modélisation parfaite des capteurs. Les algorithmes de fusion de données en cours de développement permettront également de robustifier ces mesures et de s'affranchir ainsi de certaines de leurs limitations actuelles.

Dans le Chapitre 5, nous avons proposé plusieurs architectures de commande alternatives à celle utilisée chez Renault. Ces propositions ont porté à la fois sur la conception de la partie feedback et sur celle de la partie feedforward, définissant la trajectoire de référence. Cette étude préliminaire a ouvert le champ d'étude des évolutions de structures, nécessaires pour étendre le domaine d'utilisation du LCA et plus généralement des ADAS. Une des perspectives de la thèse est alors la poursuite de la réflexion sur les structures, en utilisant comme support d'investigation les outils développées dans ce travail.

Dans le cas de contrôleurs synthétisés par une autre approche que celle proposée dans ce travail, les critères que nous avons proposés pourraient être utilisés comme condition nécessaire à la simulation temporelle. En effet, dans la perspective de réduire le nombre de validations par recours à des simulations temporelles, il est possible de vérifier que le contrôleur considéré respecte bien un certain niveau de performance et de robustesse. Cela nécessiterait tout de même une étude préliminaire afin de fixer les valeurs de critères au-delà desquelles nous sommes assurés que le contrôleur ne donnera pas satisfaction.

La perspective finale de la thèse est finalement le développement (industriel) d'outils de pré-calibration des ADAS basés sur notre méthodologie. Cette dernière est, de notre point de vue, bien adaptée aux contraintes industrielles fortes concernant les structures et les objectifs des systèmes. Elle correspond en effet à un travail de conception amont, tentant d'englober le maximum de spécificités des systèmes directement dans le processus de synthèse pour le rendre le plus réaliste possible, donnant du sens aux réglages et *in fine* réduire le temps de mise au point.

Annexes

A Calcul du Feedforward du LCA

Cette annexe expose le calcul de l'inversion statique du système LCA présenté au chapitre 4. Cette inversion permet de calculer les valeurs théoriques des états lors d'un virage lorsque la vitesse véhicule est constante. Ces valeurs corrigent les sorties mesurées et la commande (voir Figure 4.1) en ajoutant ou retranchant les quantités liées au virage.

Ce calcul suit la méthodologie du Problème de Régulation avec Stabilité Interne (PRSI) [**Chevrel, 2016**] :

> Le Problème de Régulation avec Stabilité Interne admet une solution si et seulement si il existe une loi de commande par rétroaction garantissant la stabilité interne du système asservi et l'annulation asymptotique de l'erreur de consigne en dépit des perturbations

Cette méthodologie introduit la notion de trajectoire asymptotique, appelée aussi trajectoire de référence (trajectoire vers laquelle l'on souhaite que le système tende asymptotiquement), que l'on utilise ici afin de rejeter l'effet de la courbure, vue par le système comme une perturbation (ou un signal exogène). La trajectoire de référence dépend de l'objectif fixé par le concepteur (asservissement de position ou de vitesse par exemple) ou vu d'une autre manière des hypothèses qu'il est possible de faire sur le système et les signaux exogènes.
Cette annexe propose alors deux calculs de trajectoire de référence, que l'on appellera le feedforward : le premier considère un virage à rayon constant ($\dot{\rho} = 0$), le second un virage dont le rayon varie linéairement ($\ddot{\rho} = 0$).

A.1 Approximation du 1er ordre

Les équations sont obtenues sous les mêmes hypothèses que le calcul du modèle bicyclette et du gradient de sous-virage (voir paragraphes 3.2 et 3.3) que nous rappelons ci-dessous :

- **(H1) :** La vitesse longitudinale v_x est constante.
- **(H2) :** Les angles considérés sont suffisamment petits pour appliquer l'hypothèse de petits angles.
- **(H3) :** Les forces résultantes du contact pneu-chaussée sont proportionnelles à l'angle de dérive.
- **(H4) :** Le système a atteint le régime permanent en étant au centre de la voie, d'où :
  - $\dot{x} = 0$ donc $\ddot{\psi} \equiv \dot{\psi}_r \equiv \dot{\delta} \equiv 0$
  - $y_L \equiv \dot{y}_L \equiv \ddot{y}_L \equiv 0$
- **(H5) :** Le vent latéral est négligé, d'où $F_w = 0$

- **(H6) :** La portion de route sur laquelle évolue le véhicule a une courbure constante donc $\dot{\rho} = 0$.

Or l'équation (4.2) nous donne :

$$\dot{x} = Ax + B_u u + B_w w$$

ce qui correspond au système d'équations suivant (en négligeant le vent latéral) :

$$\begin{cases} \ddot{\psi} = a_{11}\dot{\psi} + a_{12}\psi_r + a_{13}\dot{y}_L + a_{16}\delta \\ \dot{\psi}_r = \dot{\psi} - \rho v_x \\ \ddot{y}_L = a_{31}\dot{\psi} + a_{32}\psi_r + a_{33}\dot{y}_L + a_{36}\delta - \rho v_x^2 \\ \ddot{\delta} = -2\xi_s\omega_s\dot{\delta} - \omega_s^2\delta + \omega_s^2 u \end{cases} \tag{A.1}$$

Nous cherchons alors les valeurs théoriques lors d'un virage stationnaire des états $\dot{\psi}$, ψ_r et δ qui ne sont pas nuls lors d'un virage et que nous noterons respectivement $\dot{\psi}_{ff}$, $\psi_{r_{ff}}$ et δ_{ff}. Avec les hypothèses ci-dessus, ce système d'équation devient :

$$\begin{cases} 0 = a_{11}\dot{\psi}_{ff} + a_{12}\psi_{r_{ff}} + a_{16}\delta_{ff} \\ 0 = \dot{\psi}_{ff} - \rho v_x \\ 0 = a_{31}\dot{\psi}_{ff} + a_{32}\psi_{r_{ff}} + a_{36}\delta_{ff} - \rho v_x^2 \\ 0 = -\delta_{ff} + u_{ref} \end{cases} \tag{A.2}$$

La résolution de ce système à 3 variables et 3 équations donne les solutions suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\psi}_{ff} = \rho v_x \\ \\ \psi_{r_{ff}} = -\rho v_x \dfrac{a_{11}a_{36} - a_{16}(a_{31} - v_x)}{a_{12}a_{36} - a_{16}a_{32}} \\ \\ \delta_{ff} = \rho v_x \dfrac{a_{11}a_{32} - a_{12}(a_{31} - v_x)}{a_{12}a_{36} - a_{16}a_{32}} \end{cases} \tag{A.3}$$

puis, en remplaçant les a_{ii} par leurs expressions avec les paramètres du modèle bicyclette

(équation (4.4)), ces solutions se simplifient de la sorte :

$$\begin{cases} \dot{\psi}_{ff} = \rho v_x \\ \psi_{r_{ff}} = \rho \left(-L_r + \dfrac{M_{tot} L_f}{C_r L_{tot}} v_x^2 \right) \\ \delta_{ff} = \rho \left(L_{tot} + \dfrac{M_{tot}(C_r L_r - C_f L_f)}{C_f C_r L_{tot}} v_x^2 \right) \end{cases} \tag{A.4}$$

Remarque .2. *Cette inversion statique étant effectuée sous les mêmes hypothèses que pour le régime permanent au paragraphe 3.3, on retrouve naturellement la même expression pour δ_{rp} (équation (3.17)) et δ_{ff}. Ainsi nous avons :*

$$\delta_{ff} = \delta_{rp} = \rho \left(L_{tot} + \nabla_{sv,roues} v_x^2 \right) \tag{A.5}$$

où $\nabla_{sv,roues}$ est le gradient de sous-virage de la voiture, défini par l'équation (3.18).

En se basant sur le schéma de la structure de commande de la Figure 4.1, le feedforward (représenté par le bloc inversion statique) aura comme équations :

$$y_{ref} = \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{ff} \\ \psi_{r_{ff}} \\ 0 \\ \delta_{ff} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad u_{ref} = \delta_{ff} a \tag{A.6}$$

A.2 Approximation du 2nd ordre

Le calcul du feedforward se base sur des hypothèses de régime établi pour une courbure et une vitesse longitudinale constantes. Il est cependant possible d'inverser le système sous d'autres hypothèses. Cette partie présente l'inversion statique en relâchant les hypothèses utilisées ci-dessus, notamment afin de prendre en compte la variation de la courbure $\dot{\rho}$ explicitement. On aura alors $y_{ref} = f(v_x, v_x^2, \rho, \dot{\rho})$ au lieu de $y_{ref} = f(v_x, v_x^2, \rho)$.
Ce nouveau calcul permet de décider si le terme $\dot{\rho}$ joue un rôle important ou si l'hypothèse de

le négliger est valide.

Nous considérons dans la suite de ce paragraphe relâcher les hypothèses **(H4)** et **(H6)** de la première partie qui deviennent alors :

- **(H4') :**
  - $\ddot{x} = 0$ donc $\dddot{\psi} \equiv \ddot{\psi}_r \equiv \ddot{\delta} \equiv 0$
  - $y_L \equiv \dot{y}_L \equiv \ddot{y}_L \equiv \dddot{y}_L \equiv 0$
- **(H6')** : La courbure de la route évolue linéairement, d'où $\ddot{\rho} = 0$.

En dérivant le système d'équations (A.1), on obtient :

$$\begin{cases} \dddot{\psi} = a_{11}\ddot{\psi} + a_{12}\dot{\psi}_r + a_{13}\ddot{y}_L + a_{16}\dot{\delta} \\ \ddot{\psi}_r = \ddot{\psi} - \dot{\rho}v_x \\ \dddot{y}_L = a_{31}\ddot{\psi} + a_{32}\dot{\psi}_r + a_{33}\ddot{y}_L + a_{36}\dot{\delta} - \dot{\rho}v_x^2 \\ \dddot{\delta} = -2\xi_s\omega_s\ddot{\delta} - \omega_s^2\dot{\delta} + \omega_s^2\dot{u} \end{cases} \tag{A.7}$$

En utilisant les nouvelles hypothèses et le système d'équations (A.1), nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 0 = (a_{11}^2 + a_{12})\dot{\psi}_{ff} + a_{11}a_{12}\psi_{r_{ff}} + a_{11}a_{16}\delta_{ff} + a_{16}\dot{\delta}_{ff} - a_{12}\rho v_x \\ 0 = a_{11}\dot{\psi}_{ff} + a_{12}\psi_{r_{ff}} + a_{16}\delta_{ff} - \dot{\rho}v_x \\ 0 = (a_{31}a_{11} + a_{32})\dot{\psi}_{ff} + a_{31}a_{12}\psi_{r_{ff}} + a_{31}a_{16}\delta_{ff} + a_{36}\dot{\delta}_{ff} - a_{32}\rho v_x - \dot{\rho}v_x^2 \\ 0 = -\dot{\delta}_{ff} + \dot{u}_{ref} \end{cases} \tag{A.8}$$

Nous cherchons à exprimer $\dot{\psi}_{ff}, \psi_{r_{ff}}, \dot{\delta}_{ff}$ et δ_{ff} en fonction de v, ρ and $\dot{\rho}$. Pour cela, nous pouvons alors former un nouveau système de 4 équations à 4 inconnues en combinant les 3 premières équations du système (A.8) ainsi que la troisième équation du système (A.2) :

$$\begin{cases} 0 = (a_{11}^2 + a_{12})\dot{\psi}_{ff} + a_{11}a_{12}\psi_{r_{ff}} + a_{11}a_{16}\delta_{ff} + a_{16}\dot{\delta}_{ff} - a_{12}\rho v_x \\ 0 = a_{11}\dot{\psi}_{ff} + a_{12}\psi_{r_{ff}} + a_{16}\delta_{ff} - \dot{\rho}v_x \\ 0 = (a_{31}a_{11} + a_{32})\dot{\psi}_{ff} + a_{31}a_{12}\psi_{r_{ff}} + a_{31}a_{16}\delta_{ff} + a_{36}\dot{\delta}_{ff} - a_{32}\rho v_x - \dot{\rho}v_x^2 \\ 0 = a_{31}\dot{\psi}_{ff} + a_{32}\psi_{r_{ff}} + a_{36}\delta_{ff} - \rho v_x^2 \end{cases} \tag{A.9}$$

La résolution du système (A.9) donne les solutions suivantes (en remplaçant les a_{ii} par leur

expression dépendant des paramètres du modèle bicyclette) :

$$\begin{cases} \dot{\psi}_{ff} = \rho v_x + \dot{\rho}\left(\dfrac{-L_r(1+L_f)}{L_{tot}} + \dfrac{M_{tot}L_f}{C_r L_{tot}} v_x^2\right) \\ \psi_{r_{ff}} = \rho\left(-L_r + \dfrac{M_{tot}L_f}{C_r L_{tot}} v_x^2\right) + \dfrac{L_r^2 \dot{\rho}}{v_x} - \dot{\rho} v_x \dfrac{M_{tot}L_f L_r + I_z}{C_r L_{tot}} \\ \delta_{ff} = \rho\left(L_{tot} + \nabla_{sv,roues} v_x^2\right) - \dfrac{L_r L_{tot}\dot{\rho}}{v_x} + \left(\dfrac{M_{tot}L_f}{C_r} + \dfrac{I_z(C_f+C_r)}{C_f C_r L_{tot}}\right)\dot{\rho} v_x \\ \dot{\delta}_{ff} = \dot{\rho}\left(L_{tot} + \nabla_{sv,roues} v_x^2\right) \end{cases} \tag{A.10}$$

Pour conclure, les équations du feedforward avec prise en compte de la dérivée de la courbure s'écrivent :

$$\begin{cases} y_{ref} = \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{ff} & \psi_{r_{ff}} & 0 & \delta_{ff} & 0 \end{bmatrix}^T \\ u_{ref} = \dfrac{2\xi_s}{\omega_s}\dot{\delta}_{ff} + \delta_{ff} \quad \text{avec le système (A.1)} \end{cases} \tag{A.11}$$

d'où :

$$u_{ref} = \left(\frac{2\xi_s}{\omega_s}\dot{\rho} + \rho\right)\left(L_{tot} + \nabla_{sv,roues} v_x^2\right) - \frac{L_r L_{tot}\dot{\rho}}{v_x} + \left(\frac{M_{tot}L_f}{C_r} + \frac{I_z(C_f+C_r)}{C_f C_r L_{tot}}\right)\dot{\rho} v_x \tag{A.12}$$

Remarque A.1. *Nous retrouvons naturellement les équations obtenues dans la partie A.1 pour* $\dot{\rho} = 0$.

A.3 Comparaison à travers un exemple pratique

A travers des mesures réelles obtenues sur piste, nous allons comparer les contributions des termes en ρ et en $\dot{\rho}$ dans les équations du feedforward. L'essai s'est déroulé pour une vitesse longitudinale constante de 90 km/h et les mesures de la courbure et de sa dérivée sont données sur la Figure A.1. Les figures suivantes montreront pour $\dot{\psi}_{ff}, \psi_{r_{ff}}$et u_{ref} la contribution du terme en ρ, celle du terme en $\dot{\rho}$ ainsi que leur somme afin de conclure sur leur poids respectif, en utilisant les notations ci-dessous :

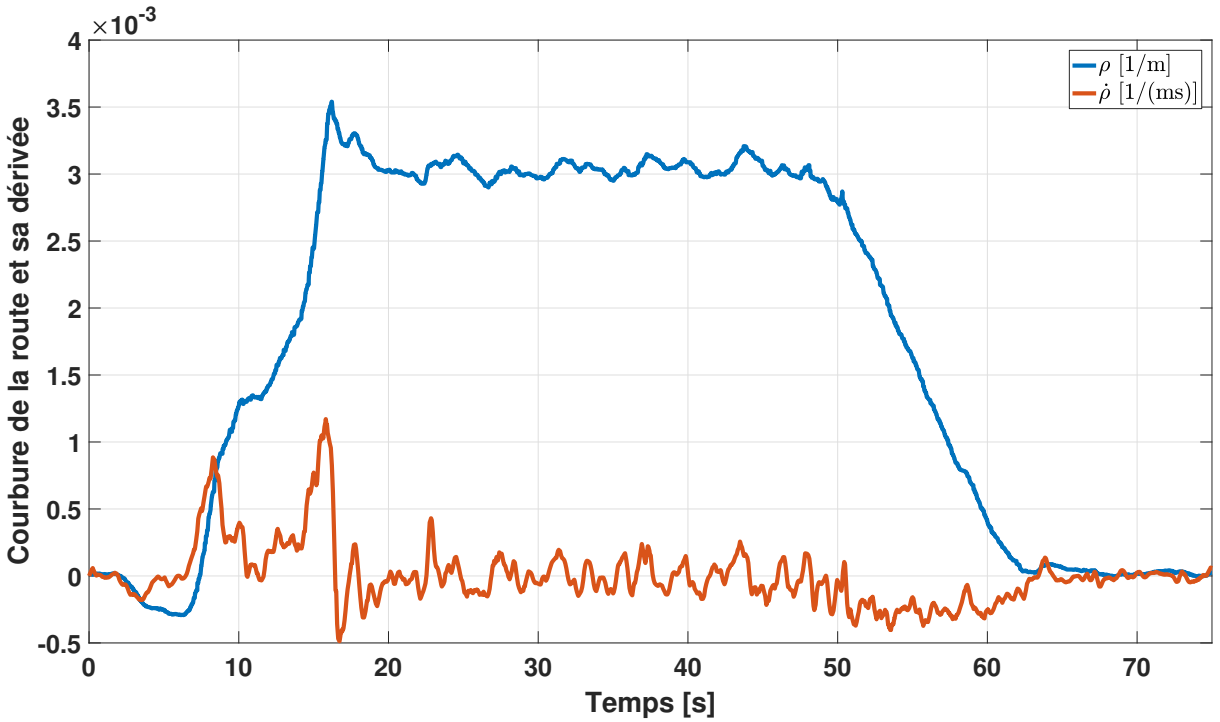


FIGURE A.1 – Mesures de la courbure et de sa dérivée sur une piste d'essai

$$u_{ref} = \underbrace{\rho\left(L_{tot} + \nabla_{sv,roues} v_x^2\right)}_{u_{ref,1}} + \underbrace{\frac{2\xi_s}{\omega_s}\dot{\rho}\left(L_{tot} + \nabla_{sv,roues} v_x^2\right) - \frac{L_r L_{tot}\dot{\rho}}{v_x} + \left(\frac{M_{tot} L_f}{C_r} + \frac{I_z(C_f + C_r)}{C_f C_r L_{tot}}\right)\dot{\rho} v_x}_{u_{ref,2}}$$

$$\dot{\psi}_{FF} = \underbrace{\rho v_x}_{\dot{\psi}_{ff,1}} + \underbrace{\dot{\rho}\left(\frac{-L_r(1 + L_f)}{L_{tot}} + \frac{M_{tot} L_f}{C_r L_{tot}} v_x^2\right)}_{\dot{\psi}_{ff,2}}$$

$$\psi_{r,FF} = \underbrace{\rho\left(-L_r + \frac{M_{tot} L_f}{C_r L_{tot}} v_x^2\right)}_{\psi_{r,ff,1}} + \underbrace{\frac{L_r^2 \dot{\rho}}{v_x} - \dot{\rho} v_x \frac{M_{tot} L_f L_r + I_z}{C_r L_{tot}}}_{\psi_{r,ff,1}}$$

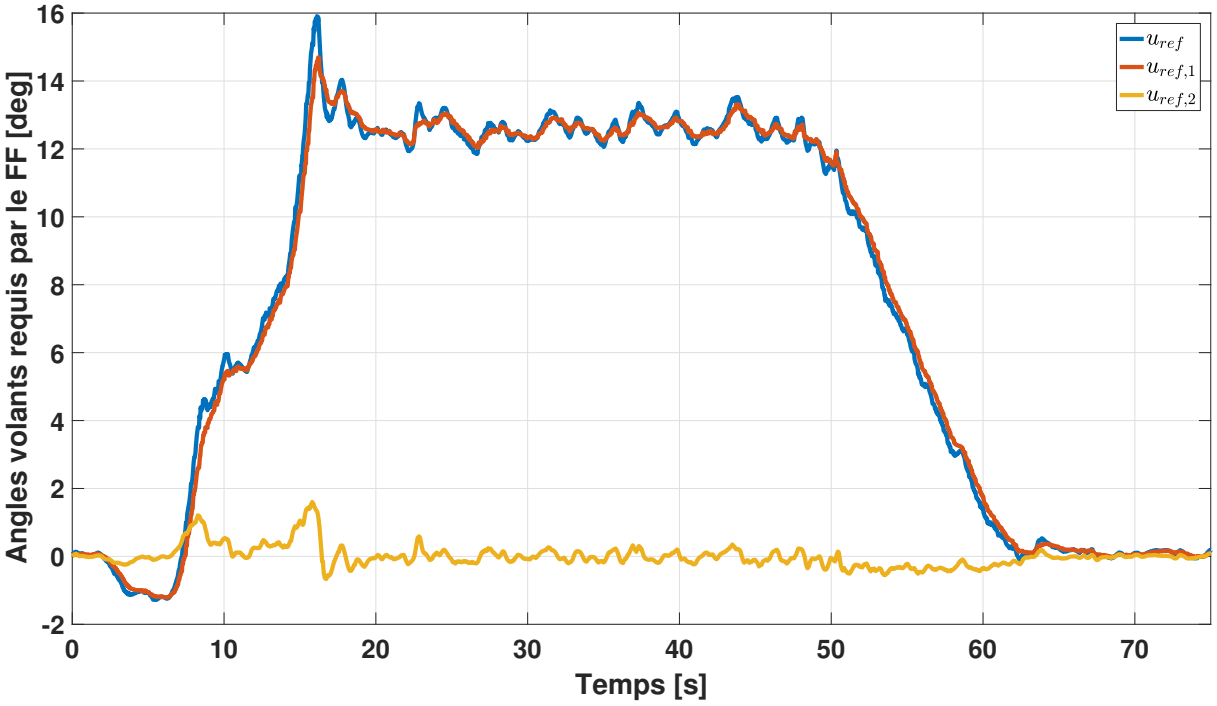


FIGURE A.2 – Comparaison des contributions sur l'angle au volant requis par le feedforward

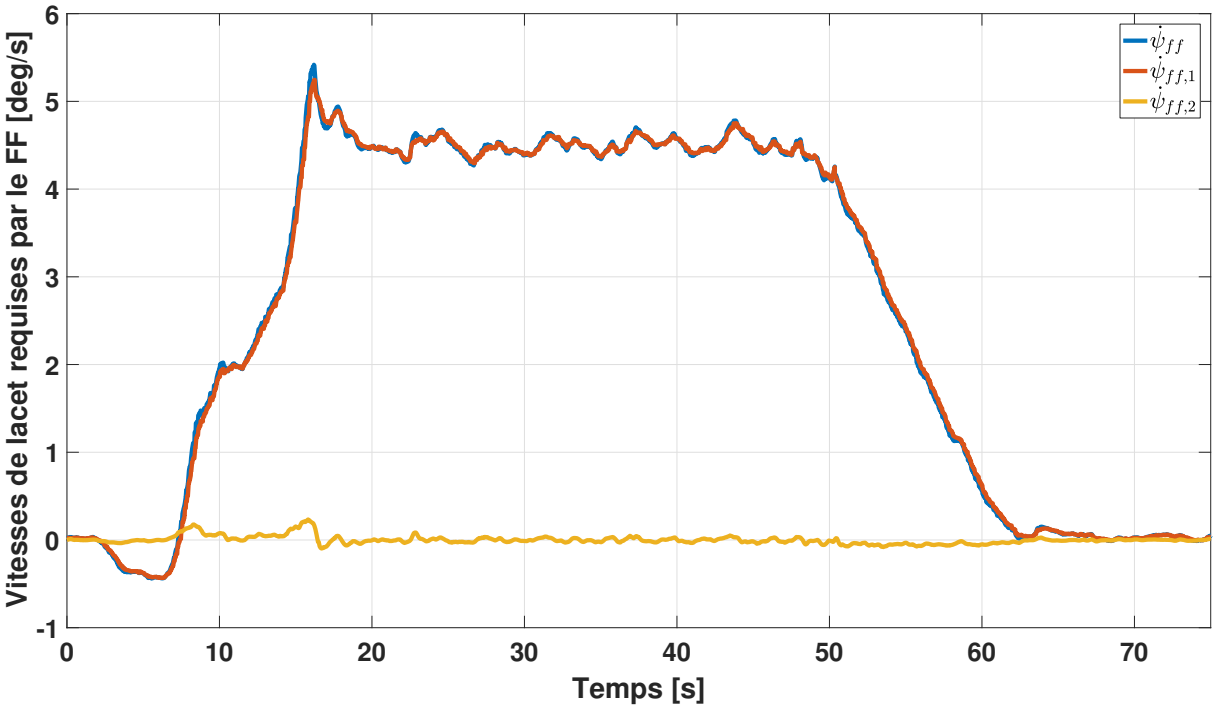


FIGURE A.3 – Comparaison des contributions sur la vitesse de lacet requise par le feedforward

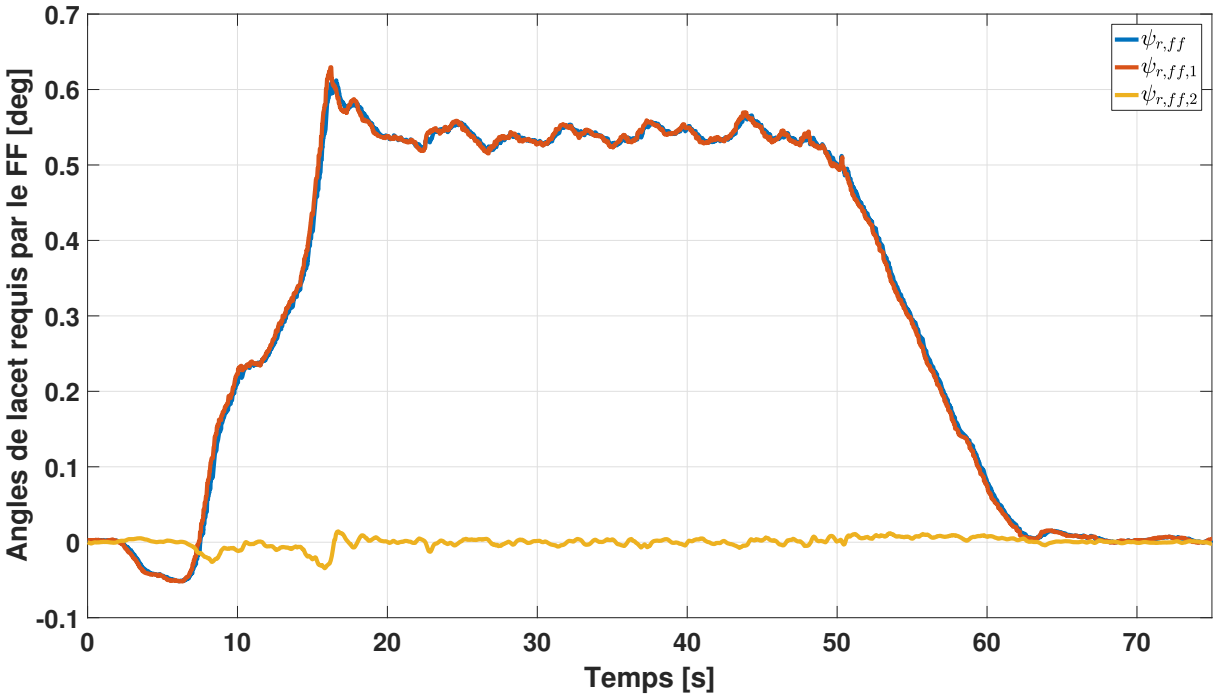


FIGURE A.4 – Comparaison des contributions sur l'angle de lacet requis par le feedforward

D'après ces courbes, la contribution du terme en $\dot{\rho}$ est suffisamment faible par rapport aux termes en v_x, v_x^2 et ρ pour le négliger. De plus, la mesure de la dérivée de la courbure est difficilement précise et le bruit du signal $\dot{\rho}$ se propage alors dans la boucle de commande. Néanmoins, si les inconvénients discutés sont améliorés dans le futur, il peut être avantageux de prendre en compte le terme en $\dot{\rho}$ car il peut aider lors des transitoires, et d'autant plus que des pics de dérivée sont présents. En effet, le plus grand impact sur cet essai de la dérivée de la courbure dans le calcul du feedforward arrive autour de 16 secondes, là où la courbure change de signe rapidement. A ce moment, le fait de prendre en compte la dérivée de la courbure permet d'ajouter 1 degré de consigne à l'angle au volant (cf Figure A.2), ce qui probablement améliorera le centrage dans la voie pendant le virage.

B Rappel sur les normes des signaux & systèmes

Pour éviter des notations trop lourdes, nous supposons que les hypothèses sur les signaux et les systèmes sont respectées de façon à pouvoir définir les normes présentées dans cette partie. Cette section est basée sur les ouvrages de [**Chevrel, 2016**] et de [**Doyle et al., 1990**].
Ce rappel s'inscrit dans la démarche de traduire des spécifications réelles en normes sur les transferts, car ce sont ces normes qui sont utilisées dans les méthodes de synthèse H_2 et H_∞ mais aussi dans la définition des contraintes du logiciel *systune*.

B.1 Notations

Nous considérons ici des systèmes LTI (*Linear Time-Invariant*), causals et de dimension finie. Dans le domaine temporel, la relation entrée-sortie d'un tel système est une convolution,

$$y(t) = g(t) * u(t) \iff y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t-\tau)u(\tau)\,\mathrm{d}\tau, \tag{B.1}$$

où **g représente la réponse impulsionnelle de u à y**.

Dénotons alors **G(p) la fonction de transfert correspondante, c'est-à-dire la transformée de Laplace de g**.

B.2 Norme H_2

Signaux : La norme 2 d'un signal $u(t)$ se définit par :

$$\|u(t)\|_2 = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} u(t)^2\,\mathrm{dt}} \tag{B.2}$$

Le carré de cette norme correspond à l'énergie du signal $u(t)$.

Systèmes : La norme 2 d'un système $G(p)$ stable est définie par :

$$\|G(p)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} trace\left[G^*(j\omega)G(j\omega)\right]\,\mathrm{d}\omega} \tag{B.3}$$

$$\|G(p)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2\,\mathrm{d}\omega} \quad \text{(Cas monovariable)} \tag{B.4}$$

Il existe plusieurs interprétations à cette norme :
- C'est l'énergie en sortie du système lorsqu'on injecte en entrée un

bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance 1,
- C'est l'énergie de la réponse impulsionnelle du système.

Remarque B.1. *La norme $\|G(p)\|_2$ est finie si et seulement si $G(p)$ est strictement propre.*

Remarque B.2. *Le Théorème de Parseval stipule que l'énergie totale d'un signal ne dépend pas de la représentation choisie : fréquentielle ou temporelle. Ainsi, nous avons :*

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, \mathrm{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 \, \mathrm{d}\omega$$

On a donc dans le cas de la norme H_2 :

$$\|G\|_2 = \|g\|_2 \tag{B.5}$$

B.3 Norme H_∞

Signaux : La norme ∞ d'un signal $u(t)$ se définit par :

$$\|u(t)\|_\infty = \sup_t |u(t)| \tag{B.6}$$

La norme ∞ d'un signal est donc la plus petite borne supérieure de sa valeur absolue.

Systèmes : La norme ∞ d'un système $G(p)$ est définie par :

$$\|G(p)\|_\infty = \sup_\omega |\sigma_{max}(G(j\omega))| = \sup_{U(p)\in H_2} \frac{\|Y(p)\|_2}{\|U(p)\|_2} \tag{B.7}$$

$$\|G(p)\|_\infty = \sup_\omega |G(j\omega)| \quad \text{(Cas monovariable)} \tag{B.8}$$

Cette norme mesure le gain maximal de la réponse fréquentielle $G(j\omega)$. C'est aussi la valeur maximale de l'amplitude dans Bode ou la distance de l'origine du point le plus éloigné du lieu de transfert dans Nyquist (cas monovariable)

Remarque B.3. *De par son interprétation en tant que norme induite (cf Équation B.7), la norme H_∞ est souvent utilisée pour traduire les contraintes pire-cas.*

B.4 Relations entrée-sortie et gains induits des systèmes

On présente ici deux tableaux détaillant la relation entre l'entrée et la sortie d'un système grâce aux normes sur les signaux.

	$\mathbf{u(t)} = \delta\mathbf{(t)}$ ou $\mathbf{w(t)}$	$\mathbf{u(t)} = \mathbf{sin}(\omega\mathbf{t})$
$\|\mathbf{y}\|_\mathbf{2}$	$\|G\|_2$	∞
$\|\mathbf{y}\|_\infty$	$\|g\|_\infty$	$\|G(j\omega)\|$
$\mathbf{pow(y)}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}\|G(j\omega)\|$

TABLE B.1 – Normes de sortie et puissance pour un dirac et un sinus

La Table B.1 s'interprète comme suit : si l'entrée du système $u(t)$ est un dirac $\delta(t)$ ou un bruit à gain unitaire $w(t)$ (par exemple un bruit blanc) alors la norme 2 de la sortie $y(t)$ (i.e. l'énergie en sortie) est égale à la norme 2 de la fonction de transfert G entre u et y. De la même façon, toujours en considérant un dirac en entrée, la norme ∞ de y (i.e. la plus grande valeur atteinte en valeur absolue) est égale cette fois à la norme ∞ de la réponse impulsionnelle g entre u et y.

La Table B.2 décline quant à elle les gains induits des systèmes. Ainsi, elle donne la valeur du rapport de la sortie sur l'entrée, considérant des caractéristiques différentes des signaux.

	$\|\mathbf{u}\|_\mathbf{2}$	$\|\mathbf{u}\|_\infty$	$\mathbf{pow(u)}$
$\|\mathbf{y}\|_\mathbf{2}$	$\|G\|_\infty$	∞	∞
$\|\mathbf{y}\|_\infty$	$\|G\|_2$	$\|g\|_1$	∞
$\mathbf{pow(y)}$	0	$\leq \|G\|_\infty$	$\|G\|_\infty$

TABLE B.2 – Gains induits des systèmes

Ces tables nous indiquent donc dans quelle mesure l'entrée u affecte la sortie y. Ainsi, ces tables permettent de transformer les spécifications des signaux en termes de caractéristiques réelles (énergie, plus grande valeur) en des spécifications sur les normes des transferts associés à ces signaux.

Remarque B.4. *L'entrée (2,2) de la Table B.2 indique que la norme 1 d'un système est définie*

par :

$$\|g\|_1 = \frac{\|y\|_\infty}{\|u\|_\infty}$$

i.e. $\|g\|_1$ *est une borne supérieure du rapport des normes* ∞ *de l'entrée sur la sortie.*

On peut la définir également par : $\|g\|_1 = \int_{-\infty}^{\infty} |g(\tau)| \, \mathrm{d}\tau$

Exemples :

1. Considérons le cas d'une voiture autonome sur laquelle agit une perturbation d due à du vent latéral. Nous souhaitons savoir comment cette perturbation affectera la position latérale du véhicule. Supposons alors que l'on puisse borner l'énergie de cette perturbation par $\|d\|_2 \leq d_{max}$. Alors d'après la Table B.2, nous savons que l'écart latéral maximum vaudra :

   $$y_{L_{max}} = \|y_L\|_\infty \leq \|T_{d \to y_L}\|_2 \cdot d_{max}$$

   Où : y_L représente l'écart latéral
   et $T_{d \to y_L}$ la fonction de transfert entre d et y_L

   Ainsi pour minimiser l'effet de cette perturbation sur l'écart latéral du véhicule, nous chercherons à minimiser la norme 2 de ce transfert.

2. Considérons toujours le cas de la voiture autonome sur laquelle s'applique une perturbation d telle que $\|d\|_2 \leq d_{max}$. Soit le transfert $T_{d \to \delta_{volant}}$ entre la perturbation et l'angle au volant, qui caractérise l'effet de la perturbation sur la commande du véhicule, à savoir l'angle au volant. Pour des raisons de confort et de performance (e.g. la limitation des oscillations du volant, en fréquence et en amplitude), il est possible de minimiser l'énergie de ce transfert. D'après la Table B.2, on peut voir (entrée (1,1)) que minimiser la norme ∞ du transfert $T_{d \to \delta_{volant}}$ revient alors à minimiser l'énergie de la commande.

C Écart latéral à une distance de visée

Dans cette annexe, nous ne nous intéressons plus à l'écart latéral au centre de gravité du véhicule mais à l'écart latéral à une certaine distance de visée en amont du véhicule. Cette mesure est facile à obtenir grâce à la caméra embarquée.

Les notations suivantes sont adoptées dans cette partie pour éviter les confusions :

- y_L^{CG} : Écart latéral du véhicule au centre de gravité du véhicule. Il correspond au y_L du chapitre précédent.
- y_L^d : Écart latéral du véhicule estimé à une distance de visée de d mètres en amont du véhicule

Équations associées

Le calcul de l'écart latéral à une distance de visée est basé sur le schéma de la Figure C.1. La distance de visée d, le rayon de la route et l'angle de cap sont supposés constants. La caméra permet d'avoir une approximation de l'écart latéral à une distance de visée y_{cam}, qui est relié à y_L^d par la relation suivante :

$$y_{cam} = y_L^d \cos\psi_r \simeq y_L^d \quad \text{(hypothèse des petits angles)} \tag{C.1}$$

D'après le schéma, l'écart latéral y_L^d vérifie la relation :

$$y_L^d = y_L^{CG} + d\sin\psi_r - a \tag{C.2}$$

Or

$$a = AB\sin\alpha/2 \simeq AB\cdot\alpha/2 \tag{C.3}$$

Et

$$\begin{aligned} \overset{\frown}{AB} &= \alpha\cdot(1/\rho) \simeq AB \\ AB &\simeq d \end{aligned} \tag{C.4}$$

D'où

$$a \simeq \frac{1}{2}\rho d^2 \tag{C.5}$$

Par suite, il vient :

$$y_L^d \simeq y_L^{CG} + d\sin\psi_r - \frac{1}{2}\rho d^2 \simeq y_L^{CG} + d\psi_r - \frac{1}{2}\rho d^2 \tag{C.6}$$

En dérivant cette expression, nous obtenons :

$$\dot{y}_L^d = \dot{y}_L^{CG} + d\dot{\psi}_r - \frac{1}{2}\dot{\rho} d^2 \tag{C.7}$$

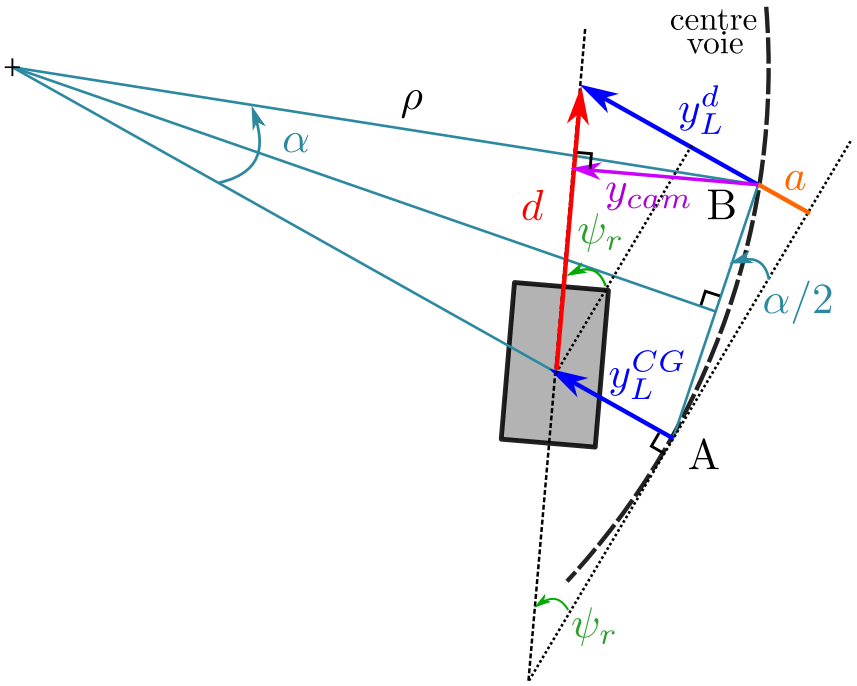


FIGURE C.1 – Schéma explicatif du calcul de l'écart latéral à une distance de visée

La courbure de la route étant supposée constante, sa dérivée $\dot{\rho}$ est nulle. Après simplification, la dynamique de l'écart latéral à la distance de visée d est finalement :

$$\dot{y}_L^d = \dot{y}_L^{CG} + d\dot{\psi}_r = \dot{y}_L^{CG} + d\dot{\psi} - d\rho v_x \tag{C.8}$$

D Comparaison de Deux Approches Pour le Retour de Sortie Statique Robuste H_2 Pour le Contrôle Latéral d'un Véhicule Routier

(Tournez la page s.v.p.)

© 2019 IEEE. Reprinted, with permission, from Simon Mustaki, Anh-Tu Nguyen, Philippe Chevrel, Mohamed Yagoubi and François Fauvel, *Comparison of Two Robust Static Output Feedback H_2 Design Approaches for Car Lateral Control*, 18th European Control Conference (ECC), Napoli, Italy, June 25-28, 2019.

Comparison of Two Robust Static Output Feedback H_2 Design Approaches for Car Lateral Control

Simon Mustaki[1,2], Anh-Tu Nguyen[3], Philippe Chevrel[1], Mohamed Yagoubi[1] and François Fauvel[2]

Abstract— **This paper focuses on lateral control of autonomous vehicles. Two different approaches, among the most important ones dealing with a multi-objective synthesis problem, are presented and compared for the design of an efficient and comfortable assistance. The main aim here is to determine the best approach to meet the specifications of industrial applications. On one hand, a Linear Parameter-Varying (LPV) controller is synthesized, taking explicitly into account the speed and acceleration variations, through a dedicated LMI-based approach. On the other hand, a Gain-Scheduling (GS) controller is synthesized using existing non-smooth optimization algorithms. The comparison is carried out in the H_2 framework and the sought controller has a fixed structure, namely a Static Output Feedback (SOF) form to ease the real-time implementation. A detailed comparison of the two approaches is presented and based on simulations using real measurements of a camera.**

I. INTRODUCTION

Different types of Advanced Driving Assistance System (ADAS) systems are now available in large-scale vehicles, such as lateral or longitudinal active control which can be declined furthermore in the purpose of providing a comfortable assistance or a safe one. Many more refinements are in developments to satisfy the growing expectations of the drivers in such systems but also of legislation and independent organizations (e.g. *NCAP* [1]) which push the automotive industry to implement these systems.

This work focuses on lateral control, and more specifically on Lane Centering Assistance (LCA) which seeks to center comfortably the vehicle in the lane. A broad spectrum of techniques to synthesize controllers for this system have been explored by both academic and industrial researchers, see for example [2], [3], [4] and references therein. Nevertheless, unrealistic assumptions are sometimes considered in these works such as a constant speed or availability of some measurements, as lateral speed or sideslip angle, which are in practice either measured using expensive sensors or estimated with observers. To overcome the above technical and practical control issues, a simple closed-loop control is looked for in this paper for implementation purposes, namely a structured static-output feedback (SOF). However, SOF control remains an open problem as it is intrinsically a NP-hard problem. A recent comprehensive survey on SOF control can be found in [5], where the main features for existing design methods are exposed and compared.

Among them, Lyapunov-based approach via LMI relaxation and non-smooth optimization were chosen to be compared in this paper as they both deal with structured multiobjective multi-model synthesis, which is the scope of the presented control problem. Indeed, few approaches may find solutions to this challenging control problem (structured, simultaneous stabilization, multi-performance and robustness properties) within competitive computational times. These characteristics are essential for an industrial application, and therefore these two methods must be compared to assess their own capability (complexity, certifications, performance, robustness, flexibility, criteria nature, etc.) when specifically applied to the considered LCA system.

Besides, we seek taking into account the longitudinal vehicle speed since vehicle models present a strong dependency on this parameter [6] and more importantly because it will improve the control performance under larger driving scenarios [7]. Two main approaches exist in the literature for this purpose, namely LPV and gain-scheduling (GS) control. A GS approach has more than one interpretation (see [8] or [9] for well-documented surveys on the subject), in this paper we call GS the technique of controlling nonlinear systems using a family of linear controllers, each providing satisfactory performance for a different design point of the system. The controller gains continuously vary with the scheduling variable (here the longitudinal speed), and are synthesized in the manner to ensure some local properties (performance, robustness, *etc*). Nevertheless, differently from LPV approaches no certificate of stability is given between two design points. GS control is often used in the lateral motion of ground vehicles to cope with the changing operating conditions while performance specifications are directly addressed, at least in a local sense [8], see e.g. [10], [11]. The main advantage of the LPV approach is the guarantee of stability and performance across all the domain of variation of the scheduling variable and possibly of its derivative. A recent survey on LPV applications can be found in [12]. More dedicated papers on lateral control of a vehicle using the LPV approach have been addressed to deal for example with the nonlinear characteristics of the tires [13], [14], or to incorporate additionally the bounds on acceleration variation to reduce pessimism [7].

This paper investigates the comparison between two methods for optimizing a LCA system within a multiobjective multi-scenarios H_2 static output feedback control framework. The first approach is based on convex relaxations with LMI constraints whereas the second makes

[1]IMT Atlantique, LS2N Laboratory, UBL, 44307 Nantes, France {simon.mustaki,philippe.chevrel,mohamed.yagoubi}@ls2n.fr

[2]Renault S.A.S., 1 avenue du Golf, 78280 Guyancourt, France {simon.mustaki,françois.fauvel}@renault.com

[3]LAMIH, France nguyen.trananhtu@gmail.com

use of GS technique where the gains are obtained thanks to non-smooth optimization algorithms. Both of them rely on the same standard model stemming from a H_2 methodology. This conceptual model includes a road curvature model allowing the controller to anticipate the curvature variation. The criteria together with the scenarios considered here have been carefully chosen to have a comprehensive impact on the vehicle's behavior. The purpose here is to compare both of these approaches in a practical and theoretical way, shedding the light on their advantages and drawbacks when applied to LCA system.

This paper is organized as follows. Section II introduces the state-space model associated with the whole controller architecture which defines a well-posed standard model. Section III presents the control problem with respect to firstly the LPV approach and secondly to the Gain-Scheduling one. Comparison of these approaches as well as simulation results, in which real measured data are used as the input, are shown in Section IV. Lastly, concluding remarks and future directions are provided in Section V.

II. Vehicle Modeling and Control Structure

Hereafter, a Standard Model of the road-vehicle system is formalized, then the related control problem aiming a well-suited structure for car lateral control purposes is presented.

A. Control-Based Vehicle Model

The model used for *synthesis purposes* is the well-known linear bicycle model [2], represented in Figure 1. Normal driving situations are considered and therefore the assumptions made to derive this model are [2]: (i) the longitudinal speed is a parameter-varying sufficiently slowly, (ii) the considered angles stay small enough, (iii) the lateral tire forces are proportional to the slip angle. The parameters of the bicycle model are given in Table I with their considered range of variation (see Section II-F for more precision). Moreover, $\dot{\psi}$ is the yaw rate, ψ_r the relative yaw angle which designates the angle between the axis of the vehicle and the one of the road (desired trajectory) [15]; y_L is the lateral error; v_x and $v_y = \dot{y}_L$ are the longitudinal and lateral speed, respectively. The road curvature ρ is considered as measurable disturbance, which is measured using a camera.

The Electric Power Steering (EPS) is defined as a 2$^{\text{nd}}$ order system whose parameters are the natural frequency ω_s, the damping ratio ξ_s and the ratio n_s between the front wheel angle δ and the steering wheel angle δ_{sw} ($\mathscr{L}$ denotes the Laplace operator):

$$\frac{\mathscr{L}(\delta)}{\mathscr{L}(\delta_{sw})} = \frac{n_s\omega_s^2}{s^2+2\xi_s\omega_s s+\omega_s^2} \tag{1}$$

The lateral dynamics of the vehicle are modeled as follows:

$$\Sigma_p : \begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_{pu}u + B_{pw}\rho \\ y_p = C_p x_p \end{cases} \tag{2}$$

where $x_p = [\psi \;\; \psi_r \;\; \dot{y}_L \;\; y_L \;\; \dot{\delta} \;\; \delta \;\; -\int y_L]^T$ is the vehicle state vector (augmented by the integral of the lateral error), y_p is the vector of measured signals, ρ is the road curvature and u is the control input corresponding to the steering wheel angle. The system matrices of (2) are given as follows:

$$A_p = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & a_{16} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & a_{36} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & a_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{pu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ n_s\omega_s^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{pw} = \begin{bmatrix} 0 & -v_x & -v_x^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

with

$$a_{11} = \frac{-(C_fL_f^2+C_rL_r^2)}{I_z v_x}, \quad a_{12} = \frac{C_fL_f-C_rL_r}{I_z}, \quad a_{13} = \frac{-(C_fL_f-C_rL_r)}{I_z v_x},$$
$$a_{16} = \frac{C_fL_f}{I_z}, \quad a_{31} = \frac{-(C_fL_f-C_rL_r)}{Mv_x}, \quad a_{32} = \frac{C_f+C_r}{M},$$
$$a_{33} = \frac{-(C_f+C_r)}{Mv_x}, \quad a_{36} = \frac{C_f}{M}, \quad a_{55} = -2\xi_s\omega_s, \quad a_{56} = -\omega_s^2.$$

TABLE I
Vehicle Model Parameters for Synthesis

Parameter	Description	Nominal Value	Uncertainty
C_f	Front cornering stiffness	123170 N/rad	±30%
C_r	Rear cornering stiffness	139600 N/rad	±30%
M	Total mass of the vehicle	1900 kg	[1900 2400]
M_f	Mass on the front axle	1164 kg	-
I_z	Vehicle yaw moment of inertia	3846 kg.m^2	-
L_{tot}	Wheelbase of the vehicle	2.884 m	-
L_f	Distance between CoG and front axle	1.117 m	function of M, cf Section II-F
L_r	Distance between CoG and rear axle	$L_{tot}-L_f$	function of M, cf Section II-F
n_s	Steering gear ratio	16.34	-
ξ_s	Steering system damping	$\sqrt{2}/2$	-
ω_s	Steering pulsation	18.85 rad/s	-

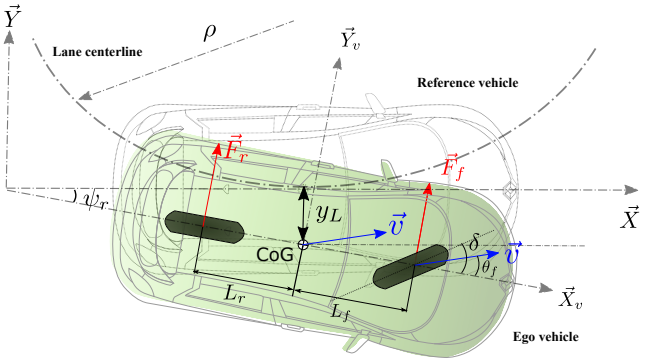


Fig. 1. Notations of the bicycle model.

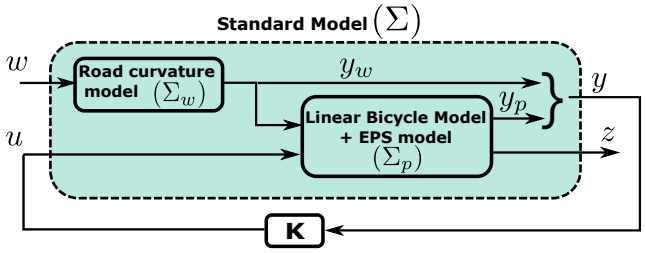


Fig. 2. Conceptual schematic used for the synthesis.

To avoid the use of costly sensors and in coherence with reality of most of mass production vehicles, $\dot{y}_L$ and $\dot{\delta}$ are assumed to be unmeasured. Moreover, the sought controller does not involve an observer as the current work is dedicated to the optimization of an existing and imposed structure namely a static output feedback on the measured states. Figure 2 presents the whole system structure and the output matrix of the system (2) is given by:

$$C_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

B. A Road Curvature Model

In order to provide some information about the disturbance dynamics (here only the road curvature is considered), generator model is considered, which may be seen as input shaping filter. The controller will use this information to predict and anticipate the system evolution, which will improve its overall behavior [16] [17]. Its input is an irreducible signal such as impulse or white noise (e.g. random pulse train), and its output defines the particular disturbance considered. The output $\mathscr{L}_2$-norm from the irreducible signal w to the controlled output of the system is directly linked to the H_2-norm of the corresponding transfer through the following formula [18]: $\|z\|_2 = \|T_{w\to z}\|_2$, where $T_{w\to z}$ represents the transfer from w to z. Consequently, minimizing the H_2-norm of $T_{w\to z}$ reduces indeed the $\mathscr{L}_2$-norm of z, i.e. attenuates the impact of the signal w on the controlled output z. Under the same assumptions on signal w, the $\mathscr{L}_\infty$-norm of the disturbance ρ is linked to the H_∞-norm of the impulse response from w to ρ, $g_{w\to\rho}$, as follows [18]: $\|\rho\|_\infty = \|g_{w\to\rho}\|_\infty$. Hence, the tuning of the predictor model is realized through the impulse response $g_{w\to\rho}$: the peak value of the impulse response corresponds to the maximum permitted value of the disturbance whereas the time to peak corresponds to the dynamic of this disturbance. This property allows the definition of a multi-scenarios control problem, as we consider the performance with regard to a class of road profiles.

Road Curvature Model: The dynamics of the road curvature are dependent on the maximum permitted speed. For example, according to [19], for a 90 kph limited road without road bank, the maximum radius of the road should be 318 meters, i.e. $\rho_{max} = \frac{1}{318} = 0.0031\ m^{-1}$, corresponding then to the peak value of the impulse response. Moreover, clothoids shapes are used to make smooth transitions from straight roads to constant turns. Their lengths are constrained so that the designer can choose adequately the time to peak of the impulse response, corresponding therefore to the time spent on the transition phase for a constant speed. A 3rd order Markov stable model is consequently chosen to take into account the strong continuity of the road curvature plus a null derivative at the initial time, whose state-space representation is given by:

$$\Sigma_w : \begin{cases} \dot{x}_w = A_c x_w + B_c w \\ y_w = C_c x_w \end{cases} \tag{3}$$

with $x_w = [\rho \quad \dot{\rho} \quad \ddot{\rho}]^T$ and $y_w = \rho$ (only the road curvature is measured) and (a_{c0}, a_{c1}, a_{c2} and K_c are positive scalars):

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{c0} & -a_{c1} & -a_{c3} \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_c \end{bmatrix}, \quad C_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

C. Controlled Output

In order to manage the comfort/performance trade-off, we propose in this paper to control the relative yaw angle ψ_r, the lateral error y_L, the lateral acceleration a_y and finally the steering wheel angle, i.e. the control input u. Hence, the controlled output vector z is given by: $z = W_z \begin{bmatrix} \psi_r & y_L & a_y & u \end{bmatrix}^T$, where $W_z = diag(W_{z1}, W_{z2}, W_{z3}, W_{z4})$ is a weighting matrix.

$$z = D_{zx_p} x_p + D_{zw} x_w \tag{4}$$

where

$$D_{zx_p} = W_z \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & a_{36} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; D_{zw} = W_z \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -v_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

D. Complete Road-Vehicle Model: the Standard Model

From the expressions of (Σ_p) in (2), (Σ_w) in (3) and of z in (4), the corresponding standard model (Σ) has 10 states, 1 input, 6 measurements (5 states plus 1 disturbance) and 4 controlled outputs. It is constructed as follows:

$$\Sigma(v_x) : \begin{cases} \dot{x} = A(v_x)x + B_u u + B_w w \\ z = C_z(v_x)x, \quad y = C_y x \end{cases} \tag{5}$$

where $x^T = \begin{bmatrix} x_p^T & x_w^T \end{bmatrix}$, $y^T = \begin{bmatrix} y_p^T & y_w^T \end{bmatrix}$ and

$$A(v_x) = \begin{bmatrix} A_p & B_{pw} C_c \\ 0 & A_c \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} B_{pu} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ B_c \end{bmatrix}$$

$$C_y = \begin{bmatrix} C_p & 0 \\ 0 & C_c \end{bmatrix}, \quad C_z(v_x) = \begin{bmatrix} D_{zx_p} & D_{zw} \end{bmatrix}.$$

E. Control Problem Formulation

In this paper, we seek to achieve a multiobjective static output feedback control which stabilizes the system (5) while minimizing the H_2-norm $\|T_{w\to z}\|_2$ of the closed-loop system as well as imposing specific dynamics (through the decay-rate, see Section III-A, or directly the closed-loop poles, see Section III-B). The closed-loop system is described below:

$$\Sigma_{CL}(v_x): \begin{cases} \dot{x} = A^{CL}(v_x)x + B_w^{CL}w \\ z = C_z^{CL}(v_x)x \end{cases} \tag{6}$$

where

$$A^{CL}(v_x) = A(v_x) + B_u K(v_x) C_y$$
$$B_w^{CL} = B_w, \quad C_z^{CL}(v_x) = C_z(v_x).$$

The control law has therefore the following expression:

$$u = K(v_x)y \tag{7}$$

where $K(v_x)$ is the control gain to be optimized:

$$K(v_x) = \begin{bmatrix} K_{p1}(v_x) & K_{p2}(v_x) & K_{p3}(v_x) & K_{p4}(v_x) & K_{p5}(v_x) & K_w(v_x) \end{bmatrix}$$

F. Multimodel Synthesis

To handle uncertainties properly, additional robustness guarantees have to be considered. To avoid the potential pessimism induced by parametric or unstructured uncertainties approaches, a multi-model synthesis is preferred here. This choice is coherent with the objective of comparing fairly and precisely the two proposed H_2 control methods.

For this purpose, six models representing real use-cases have been identified and for which we seek to find *one* control law respecting the constraints. One can expect that the overall behavior of a real car will be homogeneous no matter if the car is loaded or not. The yaw moment of inertia I_z of the vehicle is assumed to be constant and equal to its nominal value. Moreover, one can note that when the total mass of a car varies, it is very probably because the passengers put some load in the trunk. Accordingly, the distance between the center of gravity and the front axle L_f increases. Hence the following formula is used to calculate L_f: $L_f = \left(1 - \frac{M_f}{M}\right) L_{tot}$. We make the assumption that the cornering stiffnesses are independent of the mass for simplicity purposes, although this is not the case on a real car. Table II summarizes the values considered for the six models. The models are chosen adequately on the one hand to explore the possible variations of the vehicle's parameters and on the other hand to take into account the fact that nowadays a car behaves in an understeered manner. The second point is evaluated by the positiveness of the steer gradient ∇_{SG}, defined as follows:

$$\nabla_{SG} = \frac{M\left(C_r L_r - C_f L_f\right)}{L_{tot} C_f C_r} \tag{8}$$

Then, the final optimization problem formulation that we seek to resolve is the following:

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && \max_{i\in[1,\ 6]} \ \|\Sigma_{CL}^{\Sigma_i}\|_2 = \|T_{w\to z}^{\Sigma_i}\|_2 \\ &\text{subject to} && \text{poles placement for } (\Sigma_{CL}^{\Sigma_i}), \quad i \in [1,6]. \end{aligned}$$

where $T_{w\to z}^{\Sigma_i}$ represents the transfer from signal w to signal z for the model Σ_i.

TABLE II
VALUES OF THE SIX MODELS USED FOR SYNTHESIS

	Total Mass M	**Front stiffness** C_f	**Rear stiffness** C_r
Σ_1	Nominal	Nominal	Nominal
Σ_2	Nominal	-30%	-30%
Σ_3	Nominal	-30%	+30%
Σ_4	Nominal	+30%	+30%
Σ_5	+30%	-30%	+30%
Σ_6	+30%	Nominal	+30%

III. Robust Static Output Feedback Control Design

Hereinafter two different methods for synthesizing the SOF controller K defined by (7) and minimizing the H_2-norm of the closed-loop system (6) are examined. The first one is based on a LPV approach which has recourse to a relaxed optimization problem under LMI constraints following the lines of [7]. As for the second one, it is based on a Gain-Scheduling approach where the underlying optimization problem is solved using some, widely used, non-smooth optimization solvers. For both approaches, the controller is synthesized for a longitudinal speed varying between $v_{min} = 50\ kph$ and $v_{max} = 120\ kph$.

A. LMI-Based LPV Controller

The method described in this sub-section is based on the work in [7]. First a polytopic representation is obtained from the standard model presented in (5). Then the LMI conditions to synthesize such a controller are presented.

To derive a polytopic LPV representation of system (5), $1/v_x$ is chosen as the scheduling variable (through the parameter θ). Clearly, state-space matrices of (5) depend on $1/v_x$, v_x and v_x^2 which are approximated at the first order thanks to Taylor series:

$$\frac{1}{v_x} = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1}\theta, \quad v_x \simeq v_0\left(1 - \frac{v_0}{v_1}\theta\right), \quad v_x^2 \simeq v_0^2\left(1 - \frac{2v_0}{v_1}\theta\right) \tag{9}$$

with

$$v_0 = \frac{2v_{min}v_{max}}{v_{min}+v_{max}} \quad \text{and} \quad v_1 = \frac{2v_{min}v_{max}}{v_{min}-v_{max}}.$$

The parameter θ describes the variation of v_x. Indeed, when v_x varies in $[v_{min}, v_{max}]$, θ varies in $[-1,1]$. Then, by replacing the expressions of the terms depending on the speed, it can be derived from (5) a system depending affinely on θ and denoted in the sequel as $\Sigma(\theta)$. Furthermore, with the sector nonlinearity decomposition [20], $\Sigma(\theta)$ can be written as an approximated (due to the v_x and v_x^2 terms) polytopic LPV system:

$$\Sigma(\theta): \begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^{2} \eta_i(\theta)\left(A_i x + B_i^u u + B_i^w w\right) \\ z = \sum_{i=1}^{2} \eta_i(\theta) C_i^z x, \quad y = C_y x \end{cases} \tag{10}$$

The state-space matrices are given by:

$$A_1 = A(\theta_{min}), \quad B_1^u = B_u, \quad B_1^w = B_w, \quad C_1^z = C_z(\theta_{min}),$$
$$A_2 = A(\theta_{max}), \quad B_2^u = B_u, \quad B_2^w = B_w, \quad C_2^z = C_z(\theta_{max}).$$

The scalar membership functions are given by:

$$\eta_1(\theta) = \frac{1-\theta}{2} \quad \text{and} \quad \eta_2(\theta) = 1 - \eta_1(\theta) = \frac{1+\theta}{2}$$

and satisfy the following properties for $i \in \{1,2\}$:

$$\eta_i(\theta) \geq 0, \quad \sum_{i=1}^{2} \eta_i(\theta) = 1, \quad \sum_{i=1}^{2} \dot{\eta}_i(\theta) = 0 \tag{11}$$

Moreover, in addition to the bounds on θ (i.e. on the longitudinal speed), bounds on its variation $\dot{\theta}$ (corresponding to the vehicle acceleration $a_x = \dot{v}_x$) are taken into account in the synthesis process. The explicit use of bounds on both vehicle speed and acceleration allows reducing the pessimism of the approach. The following bounds are considered in this work:

$$a_{min} \leq a_x \leq a_{max}, \quad a_{max} = -a_{min} = 3m.s^{-2}. \tag{12}$$

From (9) and (12), it follows that:

$$a_{min}/a_0 \leq \dot{\theta} \leq a_{max}/a_0, \quad \text{with} \quad a_0 = -v_0^2/v_1. \tag{13}$$

The transcription of the bounded acceleration in the design is done through the membership functions satisfying the additional property:

$$\dot{\eta}_i(\theta) \in [\phi_{i1},\ \phi_{i2}] \tag{14}$$

where

$$\phi_{11} = \frac{-a_{max}}{2a_0}, \quad \phi_{12} = \frac{-a_{min}}{2a_0}, \quad \phi_{21} = \frac{a_{min}}{2a_0}, \quad \phi_{22} = \frac{a_{max}}{2a_0}. \tag{15}$$

The LPV representation of the control law (7) is given by

$$u = K(\theta)y = \sum_{i=1}^{2} \eta_i(\theta) K_i^{LPV} C_y x \tag{16}$$

In the following, we present tractable conditions for the design of an LPV SOF controller (16), see [7] for more details on the proof of Theorem 1 for a general case. The following notations are adopted. I is the appropriate identity matrix; He $X = X + X^T$; and finally $\star$ substitutes the blocks deductible by symmetry.

Theorem 1. *Given the LPV system (10) and a positive scalar α, if there exist symmetric positive matrices $Q_i \in \mathbb{R}^{10\times 10}$, matrices $M_i \in \mathbb{R}^{1\times 6}$, $Z_i \in \mathbb{R}$, $X \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ for all $i \in \{1,2\}$, and positive scalars ε, γ satisfying the following optimization:*

minimize γ^2
subject to

$$\begin{bmatrix} Z_i & \star \\ B_i^w & Q_i \end{bmatrix} > 0 \tag{17}$$

$$trace(Z_i) < \gamma^2 \tag{18}$$

$$\Phi_{ii}^{klm} < 0,\ 2\Phi_{ii}^{klm} + \Phi_{ij}^{klm} + \Phi_{ji}^{klm} < 0 \tag{19}$$

for i,j,k,l,m $\in \{1,2\}$, $i < j$ and $k \neq l$. The quantity Φ_{ij}^{klm} is defined by:

$$\Phi_{ij}^{klm} = He \begin{bmatrix} \Phi_{[11]ij}^{klm} & 0 & \varepsilon B_i^u M_j \\ C_i^z Q_j & -I/2 & 0 \\ C_y Q_j - X C_y & 0 & -\varepsilon X \end{bmatrix} \tag{20}$$

with $\Phi_{[11]ij}^{klm} = A_i Q_j + B_i^u M_j C_y + \alpha Q_j - \phi_{km}(Q_k - Q_l)/2$.

Then the SOF controller (7) stabilizes the LPV system (10) while the H_2-norm of the closed-loop system satisfies $\|\Sigma_{CL}(\theta)\|_2 < \gamma$. The feedback gains in (7) are given by:

$$K_i^{LPV} = M_i X^{-1},\ i \in \{1,2\} \tag{21}$$

This theorem is used to synthesize the LPV controller by considering the dispersion models (Σ_1) ... (Σ_6). As a consequence, the condition (19) is in fact composed of 6 different sets of LMIs, one for each dispersion model. Furthermore, the decay rate α is implemented in the LMI conditions for improving the performance. Imposing a decay rate corresponds to searching a Lyapunov function $V(x)$ such as, for all non-null x, $V(x) > 0$ and $\dot{V}(x) < -2\alpha V(x)$, which influences directly the convergence time. It can be furthermore linked to the closed-loop poles obtained for a specific speed: a decay rate α forces these local poles to be on the left of the axis of equation $x = -\alpha$. The practical resolution uses a linear gridding approach to find an appropriate ε in the interval $[10^{-5}, 10^5]$ on a logarithmic scale. The YALMIP toolbox [21] with the *sdpt3* solver [22] are used to proceed with the optimization.
A value of $\alpha = 0.11$ was found by dichotomy in order to ensure the largest decay rate possible (no solution is found above this value by the optimization). Then, solving the 6 sets of LMIs conditions in Theorem 1 corresponding to 6 dispersion models leads to the following solution for the LPV controller $K(\theta)$:

$$K_1^{LPV} = \begin{bmatrix} -0.082 & -1.967 & -0.049 & -0.893 & 0.005 & 7.226 \end{bmatrix}$$
$$K_2^{LPV} = \begin{bmatrix} -0.172 & -2.227 & -0.046 & -0.643 & 0.004 & 18.567 \end{bmatrix} \tag{22}$$
$$\varepsilon = 0.110, \quad \|\Sigma_{CL}\|_2 < \gamma = 39.958, \quad \text{CPU time} = 45s.$$

B. Gain-Scheduling Controller

The second approach is presented in this subsection. Here, the scheduling variable is chosen as $\theta_{gs} = 1/v_x$ and the aim is to synthesize a SOF controller $K(\theta_{gs})$ of the form (7) where each of the six components $K_\star$ of K is linear in θ_{gs}:

$$K_\star(\theta_{gs}) = K_{\star 0} + \frac{K_{\star 1}}{v_x} = K_{\star 0} + K_{\star 1}\theta_{gs} \tag{23}$$

where $K_{\star 0}$ and $K_{\star 1}$ are real gains to be optimized which bring the total number of decision variables in this case to 12. Five linearly-space design points were chosen between $v_{min} = 50\ kph$ and $v_{max} = 120\ kph$. In a multi-model approach, for each design point the six dispersion models (Σ_1) ... (Σ_6)

described in Table II are taken into account, which makes a total of 30 models considered in the optimization process. The control problem is formulated in the same way as for the LPV optimization: minimizing the H_2-norm of the closed loop transfer under the same pole placement constraint ($\alpha = 0.11$). To solve this control problem in this case, we use recently developed non-smooth optimization algorithms, which offer significant advantages. They are able to cope with a structured controller, in a multi-objective and multi-criteria (H_2, H_∞) framework. They do this within a reasonable computational time due to the use of (sub)gradients and the fact that they optimize the parameters directly instead of searching for full-order Lyapunov matrices (as this is the case with LMI approaches). Currently, at least two solvers relying on non-smooth optimization techniques are available. These solvers are developed by two research groups: *systune* [23], [24] on the one hand and *HIFOO* [25], [26] on the other hand. A comparison between these two solvers is given in [5]. In this work, the first solver was chosen due to its deterministic way of computing subgradients and its ability to treat such a control problem efficiently.

The resolution of this problem leads to the controller $K(\theta_{gs}) = K_0^{GS} + K_1^{GS}\theta_{gs}$, where :

$$K_0^{GS} = \begin{bmatrix} 0.048 & -2.326 & -0.215 & -2.344 & 0.026 & -12.233 \end{bmatrix}$$
$$K_1^{GS} = \begin{bmatrix} -4.821 & -14.436 & -0.203 & 13.132 & 0.035 & 910.675 \end{bmatrix} \quad (24)$$

The minimization of the criterion gives a value of $\|\Sigma_{CL}\|_2 = 1.591$ for a CPU time of $29s$ (for one initialization).

When using a GS approach, an *a posteriori* stability analysis is necessary to prove the stability over the whole range of speed. It can be done through LMI constraints as this is the case in [10] or [27]. In these works, a speed dependent Lyapunov function is searched for assessing the stability over the speed range but also for finding an upper bound of the closed-loop H_2-norm, which evaluates the robust performance of the control. In this paper, the stability of the GS controller has been verified through an affine parameter-dependent Lyapunov function, see [28] or [29], however this result will not be presented in this work.

IV. Results - Comparison

Many robust control problems can be recast (with or without relaxations) as a semi-definite programming optimization problem [30], [31]. Hence they can be computationally tractable since a solution can be obtained in polynomial time, for instance using interior-point techniques. Thanks to the powerful and seminal Lyapunov-paradigm, a large variety of problems in robust control can be formulated as an optimization problem under some Nonlinear Matrix Inequalities. Relaxations techniques are sometimes necessary (e.g. in the static output feedback design case) to solve the underlying optimization problems using techniques from smooth optimization (see for instance [32]). However, if the dimension of the state space is large, or the relaxation is too conservative the semi-definite programs become computationally challenging. A different angle of approach consists in considering directly the function to be minimized (H_2/H_∞-norms, spectral abscissa, distance to instability, *etc*), with only the controller gains as decision variables and through their non-smooth models [32] [33]. Even if this function is concave, non-smooth or not even locally Lipschitz everywhere [34], this approach avoids thereby the introduction of subsidiary variables (such as Lyapunov or relaxation matrix variables). In the specific context of the LCA control problem considered here, this section discusses the main differences by highlighting the advantages and the drawbacks of each technique. Then, simulations are shown for assessing the performance of each.

A. Convex vs Non-smooth Optimization

The structure of the LCA system being imposed here (static output controller), we compare both of these techniques because they can deal with multi-objective optimization in order to synthesize static, robust and structured controllers for a LCA system. Moreover, in an industrial context, we needed deterministic algorithm (from the same initialization, the same solution is obtained). One great advantage of the non-smooth technique is that it adds no pessimism at all, optimizing the parameters directly instead of searching for full-order Lyapunov matrices as is the case with LMI approaches, reducing drastically the number of decision variables (12 versus 160 in this work). This is due to the fact that non-smooth approach is purely based on optimization, i.e. it can formulate the SOF problem as a non-smooth non-convex optimization one [5]. Nevertheless, non-smooth technique performs local optimization, the solution then depends on the initialization point and therefore several (random) initializations are often necessary to avoid local minima. A certificate for convergence to local minimum solutions is provided, which makes this approach efficient. LMI techniques often lead to a suboptimal solution but are highly tractable (convex optimization). Relaxation used in that context leads inevitably to some pessimism, which can be evaluated by the difference between the two achieved H_2-norm $\|\Sigma_{CL}\|_2$ values. Hence, achievable performances can not determined by such methods in the case of SOF control. Non-smooth techniques can deal relatively easily with complex structures and structured synthesis whereas an extra effort is often needed in the LMI case since the controller is derived *a posteriori* (see equation (21)) which induced some pessimism in case of structured control synthesis. Both of them can use frequency constraints as optimization criteria (H_2/H_∞-norms) but time constraints (for example, constrain the lateral error always under 20 *cm*) are not directly dealt with by non-smooth techniques. Indeed, the formalization of such constraints is tackled through the bounds on the H_2/H_∞-norms of the considered signal (see the systems' induced gains [18]). Table III summarizes the main advantages and drawbacks of each control approach.

B. Time Simulations

In this part, simulation results are provided based on *real track measurements*. Hence, the measured curvature and longitudinal speed of a real test on a track are the inputs of the simulation, which are shown in Figure 4. Note that

TABLE III

COMPARISON OF THE TWO CONTROL APPROACHES

Control Strategy	Advantages	Drawbacks
LPV via LMI	• Explicit consideration of bounds on speed and acceleration which guarantees the robust LPV stability and performance • Possibility of taking into account time and frequency constraints • Deterministic Global Optimization • Multi-objective, Multi-model • Robustness properties	• Conservatism due to polytopic approximations and convex relaxations, which increases with the number of objectives and models • Taking into account the exact parametric dependence is sometimes difficult. • The structure of the controller can not be directly and easily imposed
Gain-Scheduling via systune routine	• Can deal very easily with complex control structures • Deterministic optimization • No pessimism regardless the number of objectives and models • Robustness properties • Multi-objective, Multi-model • Easy implementation of frequency constraints as well as poles constraints	• Local optimization • Time constraints are not dealt with directly, calibration of such constraints may turn out difficult • Gridding technique: need of *a posteriori* stability analysis

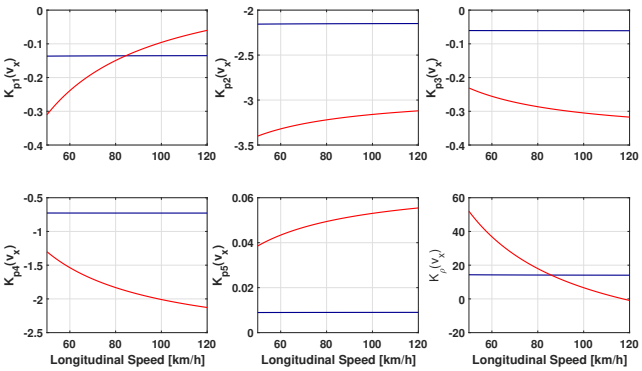


Fig. 3. Gains of the gain scheduled (red) and LPV (blue) controllers w.r.t. longitudinal speed. The LPV controller gains are calculated as $K(\theta) = \sum_{i=1}^{2} \eta_i(\theta) K_i^{LPV}$ whereas the GS ones with equation (24)
.

the speed profile is varying within the domain considered during the synthesis process. The lateral error as well as the steering angle are displayed to assess the performance of the controllers. Figure 3 exhibits the gains of the two controllers with respect to longitudinal speed while Figures 5 and 6 show the time responses of the lateral error and of the steering angle for (Σ_1) ... (Σ_6) with the LPV controller and the Gain-Scheduling one, respectively.

We note that the scenario considered here (see Figure 4) is a very dynamic one as the maximum lateral acceleration is

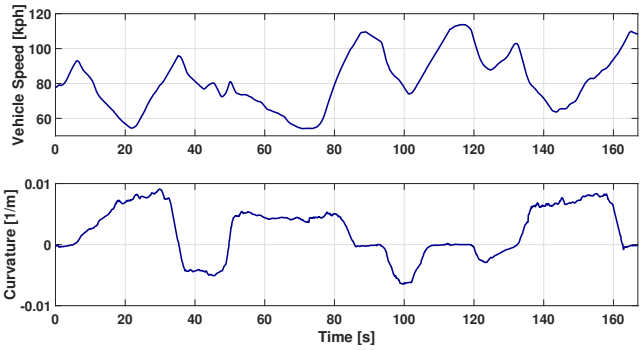


Fig. 4. Curvature and speed profiles.

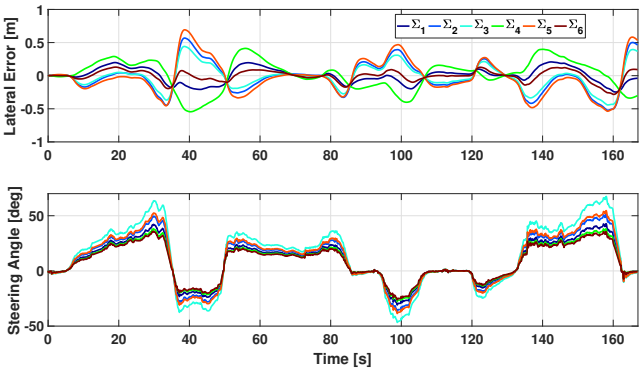


Fig. 5. Lateral error (top) and steering angle (bottom) simulation responses for the LPV controller.

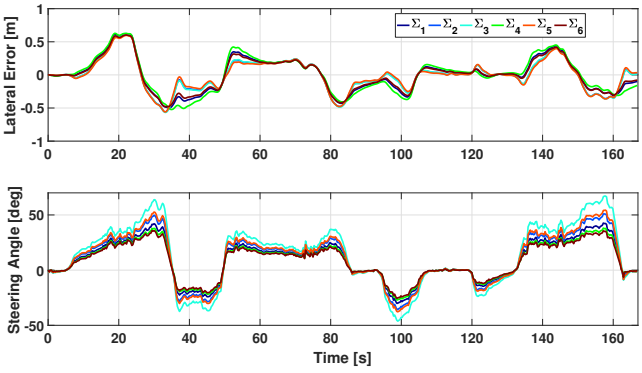


Fig. 6. Lateral error (top) and steering angle (bottom) simulation responses for the Gain-Scheduling controller.

of 5 $m.s^{-2}$. The simulation inputs used here are directly the measurements of a camera during a real test, which are a bit noisy. Nevertheless the two strategies achieve remarkable performance as the lateral error stays under 0.6 m and the steering angle profile is smooth enough to be accepted by a driver. One can expect that better and smooth responses can be reached in the case of less dynamic use-cases, which is usually the application scope for a LCA system. The GS controller gains present greater values and vary much more than the LPV ones. Moreover, better robustness properties (tackled here through a multi-model synthesis) are achieved for the GS controller as the minimization of the H_2-norm $\|\Sigma_{CL}\|_2$ is 25 times smaller compared to the LPV case.

It means that, regardless the speed and the configuration of the vehicle (loaded or not, change of pneumatic, ...), the GS controller provides an homogeneous control, which is the goal of such a system. However, large values and variations in the gains may be an issue when for example an unconsidered disturbance arises. Therefore, the gains of the LPV controller seem safer. Moreover, the advantage of the LPV controller is clear in the phases of acceleration and deceleration in curve (see at $t = 20\ s$ or $80\ s$). Indeed, it adapts very naturally to these variations and realizes an excellent performance compared to the GS controller.

V. Conclusion and Future Works

This paper presents a comparison of two different approaches in the design of a robust H_2 controller for a LCA system: one based on LPV theory through LMI relaxations and the other on Gain-Scheduling solved by non-smooth optimization algorithms. A static output feedback structure is sought in both cases for the sake of implementation simplicity on the one hand and sensors saving on the other hand. The robustness of the controllers is assessed thanks to multi-model synthesis, where six real use-cases have been targeted. The two approaches are quite distinct in their principles: on one side, there is Lyapunov paradigm and LMI relaxation resolved through semi-definite programming while on the other side non-smooth optimization using sub-gradient techniques. Similar performance can be achieved when the problem control is equivalent although the inherent properties differ due to the nature of both approaches. Furthermore results provided in this paper are very promising for industrial applications as a large variation range of vehicle speed is considered. The comparison conducted in this work lays the foundation for a new control approach taking advantage of the benefits of each method. A forthcoming work will include implementation on a real car and consider the impact of a passive driver on the assistance to improve the acceptability of LCA systems.

References

[1] Global NCAP website, http://www.globalncap.org/, 2018.

[2] R. Rajamani, *Vehicle dynamics and control*. Springer Science & Business Media, 2011.

[3] A. Eskandarian, *Handbook of intelligent vehicles*. Springer, 2012.

[4] J. M. Snider *et al.*, "Automatic steering methods for autonomous automobile path tracking," *Robotics Institute, Pittsburgh, PA, Tech. Rep. CMU-RITR-09-08*, 2009.

[5] M. S. Sadabadi and D. Peaucelle, "From static output feedback to structured robust static output feedback: A survey," *Annual Reviews in Control*, vol. 42, pp. 11–26, 2016.

[6] C. Poussot-Vassal, O. Sename, L. Dugard, and S. Savaresi, "Vehicle dynamic stability improvements through gain-scheduled steering and braking control," *Vehicle System Dynamics*, vol. 49, no. 10, pp. 1597–1621, 2011.

[7] A.-T. Nguyen, P. Chevrel, and F. Claveau, "On the effective use of vehicle sensors for automatic lane keeping via LPV static output feedback control," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 13 808–13 815, Jul. 2017.

[8] W. J. Rugh and J. S. Shamma, "Research on gain scheduling," *Automatica*, vol. 36, no. 10, pp. 1401–1425, 2000.

[9] D. J. Leith and W. E. Leithead, "Survey of gain-scheduling analysis and design," *International Journal of Control*, vol. 73, no. 11, pp. 1001–1025, 2000.

[10] A. Bouali, M. Yagoubi, and P. Chevrel, "H_2 gain scheduling control for rational lpv systems using the descriptor framework," in *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*. IEEE, 2008, pp. 3878–3883.

[11] X. Huang, H. Zhang, G. Zhang, and J. Wang, "Robust weighted gain-scheduling H_∞ vehicle lateral motion control with considerations of steering system backlash-type hysteresis," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 22, no. 5, pp. 1740–1753, 2014.

[12] C. Hoffmann and H. Werner, "A survey of linear parameter-varying control applications validated by experiments or high-fidelity simulations," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 23, no. 2, pp. 416–433, 2015.

[13] M. Raharijaona, M. Duc, and M. Mammar, "Linear parameter-varying control and H-infinity synthesis dedicated to lateral driving assistance," in *Intelligent Vehicles Symposium, 2004 IEEE*. IEEE, 2004, pp. 407–412.

[14] B. Németh, P. Gáspár, and J. Bokor, "LPV-based integrated vehicle control design considering the nonlinear characteristics of the tire," in *American Control Conference (ACC), 2016*. American Automatic Control Council (AACC), 2016, pp. 6893–6898.

[15] H. Peng and M. Tomizuka, "Lateral control of front-wheel-steering rubber-tire vehicles," *California Partners for Advanced Transit and Highways (PATH)*, 1990.

[16] P. Chevrel, *Methodology of the State Approach Control*. Philippe de Larminat, *Analysis and Control of Linear Systems*, 2013, Wiley-ISTE, pp.55, Wiley-ISTE, 978-1-118-61385-6.

[17] S. Mustaki, P. Chevrel, M. Yagoubi, and F. Fauvel, "Efficient multi-objective and multi-scenarios control synthesis methodology for designing a car lane centering assistance system," in *European Control Conference*, 2018.

[18] K. Zhou, J. C. Doyle, K. Glover *et al.*, *Robust and optimal control*. Prentice hall New Jersey, 1996, vol. 40.

[19] Sétra, "Comprendre les principaux paramètres de conception géométrique des routes, p15," http://www.infra-transports-materiaux.cerema.fr/IMG/pdf/conception_geometrique_route.pdf, 2006.

[20] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004.

[21] J. Lofberg, "Yalmip: A toolbox for modeling and optimization in matlab," in *Computer Aided Control Systems Design, 2004 IEEE International Symposium on*. IEEE, 2004, pp. 284–289.

[22] K.-C. Toh, M. J. Todd, and R. H. Tütüncü, "Sdpt3a matlab software package for semidefinite programming, version 1.3," *Optimization methods and software*, vol. 11, no. 1-4, pp. 545–581, 1999.

[23] P. Apkarian, P. Gahinet, and C. Buhr, "Multi-model, multi-objective tuning of fixed-structure controllers," in *2014 European Control Conference (ECC)*. IEEE Publ. Piscataway, NJ, 2014, pp. 856–861.

[24] P. Apkarian and D. Noll, "Optimization-based control design techniques and tools," *Encyclopedia of Systems and Control*, 2015.

[25] J. Burke, D. Henrion, A. Lewis, and M. Overton, "HIFOO - a Matlab package for fixed-order controller design and H_∞ optimization," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 39, no. 9, pp. 339 – 344, 2006, 5th IFAC Symposium on Robust Control Design.

[26] S. Gumussoy, D. Henrion, M. Millstone, and M. L. Overton, "Multi-objective robust control with HIFOO 2.0," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 42, no. 6, pp. 144–149, 2009.

[27] L. Mourad, F. Claveau, and P. Chevrel, "Direct and steering tilt robust control of narrow vehicles," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 15, no. 3, pp. 1206–1215, 2014.

[28] P. Apkarian and R. J. Adams, "Advanced gain-scheduling techniques for uncertain systems," in *Advances in linear matrix inequality methods in control*. SIAM, 2000, pp. 209–228.

[29] P. Gahinet, P. Apkarian, and M. Chilali, "Affine parameter-dependent lyapunov functions and real parametric uncertainty," *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 41, no. 3, pp. 436–442, 1996.

[30] A. Ben-Tal and A. Nemirovski, *Lectures on modern convex optimization: analysis, algorithms, and engineering applications*. SIAM, 2001, vol. 2.

[31] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*. SIAM, 1994.

[32] P. Apkarian and D. Noll, "Nonsmooth H_∞ synthesis," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 1, pp. 71–86, 2006.

[33] A. S. Lewis, "Nonsmooth optimization and robust control," *Annual Reviews in Control*, vol. 31, no. 2, pp. 167–177, 2007.

[34] V. Bompart, P. Apkarian, and D. Noll, "Non-smooth techniques for stabilizing linear systems," in *American Control Conference, 2007. ACC'07*. IEEE, 2007, pp. 1245–1250.

Bibliographie

[**Abrashov et al., 2015**] Abrashov, S., Moze, M., Moreau, X., Malti, R., et Guillemard, F. (2015). Optimal experiment design for driver steering dynamics identification. In *2015 European Control Conference (ECC)* (pp. 2120–2125). : IEEE. 131

[**Ackermann, 1985**] Ackermann, J. (1985). Multi-model approaches to robust control system design. In *Uncertainty and Control* (pp. 108–130). Springer. 79

[**Ackermann, 1997**] Ackermann, J. (1997). Robust control prevents car skidding. *IEEE Control Systems*, 17(3), 23–31. 44

[**Ahmadi et al., 2009**] Ahmadi, J., Sedigh, A. K., et Kabganian, M. (2009). Adaptive vehicle lateral-plane motion control using optimal tire friction forces with saturation limits consideration. *IEEE Transactions on vehicular technology*, 58(8), 4098–4107. 23

[**Alazard et al., 1999**] Alazard, D., Cumer, C., Apkarian, P., Gauvrit, M., et Ferreres, G. (1999). *Robustesse et commande optimale*. Cépaduès-éditions. 14, 16

[**Alleyne, 1997**] Alleyne, A. (1997). A comparison of alternative obstacle avoidance strategies for vehicle control. *Vehicle System Dynamics*, 27(5-6), 371–392. 40

[**Amer et al., 2016**] Amer, N. H., Zamzuri, H., Hudha, K., Aparow, V. R., Kadir, Z. A., et Abidin, A. F. Z. (2016). Modelling and trajectory following of an armoured vehicle. In *2016 SICE International Symposium on Control Systems (ISCS)* (pp. 1–6). : IEEE. 20

[**Amer et al., 2017**] Amer, N. H., Zamzuri, H., Hudha, K., et Kadir, Z. A. (2017). Modelling and control strategies in path tracking control for autonomous ground vehicles : a review of state of the art and challenges. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 86(2), 225–254. 12, 13, 39

[**Apkarian et al., 2015**] Apkarian, P., Dao, M. N., et Noll, D. (2015). Parametric robust structured control design. *IEEE Transactions on automatic Control*, 60(7), 1857–1869. 78, 79

[**Apkarian et al., 1995**] Apkarian, P., Feron, E., et Gahinet, P. (1995). Parameter-dependent Lyapunov functions for robust control of systems with real parametric uncertainty. In *IEEE Trans. Aut. Control* : Citeseer. 78

[**Apkarian et al., 2014**] Apkarian, P., Gahinet, P., et Buhr, C. (2014). Multi-model, multi-objective tuning of fixed-structure controllers. In *2014 European Control Conference (ECC)* (pp. 856–861). : IEEE Publ. Piscataway, NJ. 30, 103

[**Apkarian et Noll, 2006**] Apkarian, P. et Noll, D. (2006). Nonsmooth H_∞ synthesis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(1), 71–86. 16

[**Apkarian et Noll, 2015**] Apkarian, P. et Noll, D. (2015). Optimization-based control design techniques and tools. *Encyclopedia of Systems and Control*. 30, 103

[**Apkarian et al., 2004**] Apkarian, P., Noll, D., et Alazard, D. (2004). Controller design via nonsmooth multi-directional search. *IFAC Proceedings Volumes*, 37(21), 351–356. 30

[**Apkarian et al., 2008**] Apkarian, P., Noll, D., et Rondepierre, A. (2008). Mixed H_2/H_∞ control via nonsmooth optimization. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 47(3), 1516–1546. 19

[**Arzelier et Peaucelle, 2002**] Arzelier, D. et Peaucelle, D. (2002). An iterative method for mixed H_2/H_∞ synthesis via static output-feedback. In *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, 2002.*, volume 3 (pp. 3464–3469). : IEEE. 19

[**Åström et Hägglund, 1995**] Åström, K. J. et Hägglund, T. (1995). *PID controllers : theory, design, and tuning*, volume 2. Instrument society of America Research Triangle Park, NC. 19

[**AVSimulation, 2018**] AVSimulation (2018). Scaner studio. https://www.avsimulation.fr/applications. 60

[**Ballesteros-Tolosana, 2018**] Ballesteros-Tolosana, I. (2018). *Commande Prédictive pour le Véhicule Autonome*. PhD thesis, Université Paris-Saclay. 31

[**Ballesteros-Tolosana et al., 2016**] Ballesteros-Tolosana, I., Olaru, S., Rodriguez-Ayerbe, P., Pita-Gil, G., et Deborne, R. (2016). Comparison of optimization-based strategies for constrained control of auto-steering systems. In *2016 European Control Conference (ECC)* (pp. 1592–1597). : IEEE. 15

[**Bar-Shalom et al., 2011**] Bar-Shalom, Y., Willett, P. K., et Tian, X. (2011). *Tracking and data fusion*. YBS publishing Storrs, CT, USA :. 12

[**Berthiau et Siarry, 2001**] Berthiau, G. et Siarry, P. (2001). État de l'art des méthodes "d'optimisation globale". *RAIRO-Operations Research*, 35(3), 329–365. 28

[**Bliman, 2004**] Bliman, P.-A. (2004). A convex approach to robust stability for linear systems with uncertain scalar parameters. *SIAM journal on Control and Optimization*, 42(6), 2016–2042. 78

[**Bojarski et al., 2016**] Bojarski, M., Del Testa, D., Dworakowski, D., Firner, B., Flepp, B., Goyal, P., Jackel, L. D., Monfort, M., Muller, U., Zhang, J., et al. (2016). End to end learning for self-driving cars. *arXiv preprint arXiv :1604.07316*. 23

[**Bompart, 2007**] Bompart, V. (2007). *Optimisation non lisse pour la commande des systèmes de l'aéronautique*. PhD thesis, Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier. 30

[**Boyd et al., 1994**] Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., et Balakrishnan, V. (1994). *Linear matrix inequalities in system and control theory*. SIAM. 28

[**Bryson et Ho, 1969**] Bryson, A. et Ho, Y.-C. (1969). Applied optimal control. 1969. *Blaisdell, Waltham, Mass*, 8, 72. 14

[**Burke et al., 2006**] Burke, J., Henrion, D., Lewis, A., et Overton, M. (2006). HIFOO - a Matlab package for fixed-order controller design and H_∞ optimization. In *Fifth IFAC Symposium on Robust Control Design, Toulouse*. 29

[**Burke et al., 2003**] Burke, J. V., Lewis, A. S., et Overton, M. L. (2003). A nonsmooth, nonconvex optimization approach to robust stabilization by static output feedback and low-order controllers. *IFAC Proceedings Volumes*, 36(11), 175–181. 29

[**Burke et al., 2005**] Burke, J. V., Lewis, A. S., et Overton, M. L. (2005). A robust gradient sampling algorithm for nonsmooth, nonconvex optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 15(3), 751–779. 29

[**Cai et al., 2003**] Cai, L., Rad, A. B., Chan, W.-L., et Cai, K.-Y. (2003). A robust fuzzy PD controller for automatic steering control of autonomous vehicles. In *The 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2003. FUZZ'03.*, volume 1 (pp. 549–554). : IEEE. 21

[**Camacho et Bordons Alba, 2013**] Camacho, E. F. et Bordons Alba, C. (2013). *Model Predictive Control*. Springer Science & Business Media. 15

[**Carvalho et al., 2015**] Carvalho, A., Lefévre, S., Schildbach, G., Kong, J., et Borrelli, F. (2015). Automated driving : The role of forecasts and uncertainty—a control perspective. *European Journal of Control*, 24, 14–32. 39

[**Chambon, 2016**] Chambon, E. (2016). *Commande de systèmes linéaires sous contraintes fréquentielles et temporelles : Application au lanceur flexible*. PhD thesis, Toulouse, ISAE. 33

[**Chen et Tan, 1999**] Chen, C. et Tan, H.-S. (1999). Experimental study of dynamic look-ahead scheme for vehicle steering control. In *Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251)*, volume 5 (pp. 3163–3167). : IEEE. 20, 127

[**Chevrel, 2002**] Chevrel, P. (2002). Méthodologie de la commande par l'approche d'état. *In Commande des systèmes Linéaires, Collection IC2, P. de Larminat. Hermes Science*. 87

[**Chevrel, 2016**] Chevrel, P. (2016). *Méthodologie De La Commande Multivariable*. IMT Atlantique. 90, 125, 135, 143

[**CIVITEC, 2018**] CIVITEC (2018). Pro-sivic. http://www.civitec.com/applications. 60

[**Coello et al., 2004**] Coello, C. A. C., Pulido, G. T., et Lechuga, M. S. (2004). Handling multiple objectives with particle swarm optimization. *IEEE Transactions on evolutionary computation*, 8(3), 256–279. 28

[**Collette et Siarry, 2013**] Collette, Y. et Siarry, P. (2013). *Multiobjective optimization : principles and case studies*. Springer Science & Business Media. 27

[**Corne et al., 2001**] Corne, D. W., Jerram, N. R., Knowles, J. D., Oates, M. J., et al. (2001). PESA-II : Region-based selection in evolutionary multiobjective optimization. In *Proceedings of the genetic and evolutionary computation conference* : Citeseer. 28

[**Coudon, 2007**] Coudon, J. (2007). *Algorithmes de commande pour le pilotage d'une direction découplée*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG. 53

[**Coulter, 1992**] Coulter, R. C. (1992). Implementation of the pure pursuit path tracking algorithm. *The Robotics Institute Camegie Mellon University*. 126

[**DARPA, 2007**] DARPA (2007). Darpa urban challenge. https://www.darpa.mil/about-us/timeline/darpa-urban-challenge. 1

[**Dassault Systèmes, 2018**] Dassault Systèmes (2018). Dymola. https://www.3ds.com/products-services/catia/products/dymola. 60

[**DATAS, 2018**] DATAS (2018). Racesim. http://www.datas-ltd.com. 60

[**Davins-Valldaura, 2016**] Davins-Valldaura, J. (2016). *Surveillance et estimation de l'état de véhicules automobiles : un champ d'applications pour l'optimisation multi-objectif*. PhD thesis, École Centrale de Nantes. 27, 31

[**Davins-Valldaura et al., 2016**] Davins-Valldaura, J., Moussaoui, S., Pita-Gil, G., et Plestan, F. (2016). ParEGO extensions for multi-objective optimization of expensive evaluation functions. *Journal of Global Optimization*, (pp. 1–18). 28

[**de Aguiar et al., 2017**] de Aguiar, R. S. d. S., Apkarian, P., et Noll, D. (2017). Structured robust control against mixed uncertainty. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 26(5), 1771–1781. 78

[**de Larminat, 1996**] de Larminat, P. (1996). *Automatique, commande des systèmes linéaires, 2e édition revue et augmentée*. Hermès. 14

[**de Larminat, 2000**] de Larminat, P. (2000). *Contrôle d'état standard*. Hermès Science Publications. 14

[**de Larminat, 2002**] de Larminat, P. (2002). *Analysis and Control of Linear Systems*. John Wiley & Sons. 118

[**de Larminat, 2007**] de Larminat, P. (2007). *Automatique appliquée*. Hermès Science : Lavoisier. 98

[**Deb et al., 2000**] Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A., et Meyarivan, T. (2000). A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization : NSGA-II. In *International Conference on Parallel Problem Solving From Nature* (pp. 849–858). : Springer. 28

[**Dickmanns, 2007**] Dickmanns, E. D. (2007). *Dynamic vision for perception and control of motion*. Springer Science & Business Media. 12

[**Doyle et al., 1990**] Doyle, J. C., Francis, B. A., et Tannenbaum, A. R. (1990). *Feedback Control Theory*. Courier Corporation. 143

[**Dréo et al., 2006**] Dréo, J., Pétrowski, A., Siarry, P., et Taillard, E. (2006). *Metaheuristics for hard optimization : methods and case studies*. Springer Science & Business Media. 27, 28

[**dSPACE, 2018**] dSPACE (2018). Asm vehicle dynamics. https://www.dspace.com/fr/fra/home/products/sw/automotive_simulation_models/produkte_asm/vehicle_dynamics_models.cfm. 60

[**Eom et al., 2003**] Eom, S. I., Kim, E. J., Shin, T. Y., Lee, M. H., et Harashima, F. (2003). The robust controller design for lateral control of vehicles. In *Proceedings 2003 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM 2003)*, volume 1 (pp. 570–573). : IEEE. 17

[**Falcone et al., 2007**] Falcone, P., Borrelli, F., Asgari, J., Tseng, H. E., et Hrovat, D. (2007). Predictive active steering control for autonomous vehicle systems. *IEEE Transactions on control systems technology*, 15(3), 566–580. 15

[**Fan et al., 1991**] Fan, M. K., Tits, A. L., et Doyle, J. C. (1991). Robustness in the presence of mixed parametric uncertainty and unmodeled dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36(1), 25–38. 78

[**Fang et al., 2011**] Fang, L., Qin, S., Xu, G., Li, T., et Zhu, K. (2011). Simultaneous optimization for hybrid electric vehicle parameters based on multi-objective genetic algorithms. *Energies*, 4(3), 532–544. 27

[**Fergani et al., 2012**] Fergani, S., Sename, O., et Dugard, L. (2012). Performances improvement through an LPV/H_∞ control coordination strategy involving braking, semi-active suspension and steering systems. In *2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)* (pp. 4384–4389). : IEEE. 18

[**Gahinet et al., 1996**] Gahinet, P., Apkarian, P., et Chilali, M. (1996). Affine parameter-dependent lyapunov functions and real parametric uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic control*, 41(3), 436–442. 74

[**Gao et al., 2010**] Gao, Y., Lin, T., Borrelli, F., Tseng, E., et Hrovat, D. (2010). Predictive control of autonomous ground vehicles with obstacle avoidance on slippery roads. In *ASME 2010 dynamic systems and control conference* (pp. 265–272). : American Society of Mechanical Engineers. 39

[**Geromel et al., 1995**] Geromel, J., Peres, P., et Souza, S. d. (1995). A convex approach to the mixed H_2/H_∞ control problem for discrete-time uncertain systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 33(6), 1816–1833. 18

[**Gillespie, 1992**] Gillespie, T. D. (1992). *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers, Warrendale. 46, 49

[**Goerzen et al., 2010**] Goerzen, C., Kong, Z., et Mettler, B. (2010). A survey of motion planning algorithms from the perspective of autonomous uav guidance. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 57(1-4), 65. 13

[**Gumussoy et al., 2009**] Gumussoy, S., Henrion, D., Millstone, M., et Overton, M. L. (2009). Multiobjective robust control with HIFOO 2.0. *IFAC Proceedings Volumes*, 42(6), 144–149. 29

[**Guo et al., 2014**] Guo, L., Ge, P.-s., Yang, X.-l., et Li, B. (2014). Intelligent vehicle trajectory tracking based on neural networks sliding mode control. In *Proceedings 2014 International Conference on Informative and Cybernetics for Computational Social Systems (ICCSS)* (pp. 57–62). : IEEE. 25

[**Henrion et al., 2003**] Henrion, D., Kocvara, M., et Sting, M. (2003). Solving simultaneous stabilization BMI problems with PENNON. *IFIP Conference on System Modeling and Optimization*. 29

[**Hessburg et Tomizuka, 1994**] Hessburg, T. et Tomizuka, M. (1994). Fuzzy logic control for lateral vehicle guidance. *IEEE control systems magazine*, 14(4), 55–63. 21

[**Hima et al., 2011**] Hima, S., Glaser, S., Chaibet, A., et Vanholme, B. (2011). Controller design for trajectory tracking of autonomous passenger vehicles. In *2011 14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)* (pp. 1459–1464). : IEEE. 24

[**Hindi et al., 1998**] Hindi, H. A., Hassibi, B., et Boyd, S. P. (1998). Multiobjective H_2/H_∞-optimal control via finite dimensional Q-parametrization and linear matrix inequalities. In *Proceedings of the 1998 American Control Conference. ACC (IEEE Cat. No. 98CH36207)*, volume 5 (pp. 3244–3249). : IEEE. 18

[**Hingwe et Tomizuka, 1997**] Hingwe, P. et Tomizuka, M. (1997). Experimental evaluation of a chatter free sliding mode control for lateral control in ahs. In *Proceedings of the 1997 American Control Conference (Cat. No. 97CH36041)*, volume 5 (pp. 3365–3369). : IEEE. 25

[**Hovakimyan et Cao, 2010**] Hovakimyan, N. et Cao, C. (2010). $\mathcal{L}_1$ *Adaptive Control Theory : Guaranteed Robustness with Fast Adaptation*. SIAM. 24

[**Hsiao et Tomizuka, 2006**] Hsiao, T. et Tomizuka, M. (2006). Design of position feedback controllers for vehicle lateral motion. In *2006 American Control Conference* (pp. 6–pp). : IEEE. 14

[**Hu et al., 2016**] Hu, C., Jing, H., Wang, R., Yan, F., et Chadli, M. (2016). Robust H_∞ output-feedback control for path following of autonomous ground vehicles. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 70, 414–427. 17

[**Huang et Zhou, 2000**] Huang, Y.-P. et Zhou, K. (2000). Robust stability of uncertain time-delay systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(11), 2169–2173. 98

[**IGP Automotive, 2018**] IGP Automotive (2018). Carmaker. https://ipg-automotive.com/fr/produits-et-services/simulation-software/carmaker. 60

[**Imine et Madani, 2013**] Imine, H. et Madani, T. (2013). Sliding-mode control for automated lane guidance of heavy vehicle. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 23(1), 67–76. 25

[**Kalman, 1964**] Kalman, R. E. (1964). When is a linear control system optimal ? *Journal of Basic Engineering*, 86(1), 51–60. 14

[**Katrakazas et al., 2015**] Katrakazas, C., Quddus, M., Chen, W.-H., et Deka, L. (2015). Real-time motion planning methods for autonomous on-road driving : State-of-the-art and future research directions. *Transportation Research Part C : Emerging Technologies*, 60, 416–442. 13

[**Kim et al., 2011**] Kim, D., Kang, J., et Yi, K. (2011). Control strategy for high-speed autonomous driving in structured road. In *2011 14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)* (pp. 186–191). : IEEE. 14

[**Knowles, 2006**] Knowles, J. (2006). ParEGO : a hybrid algorithm with on-line landscape approximation for expensive multiobjective optimization problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 10(1), 50–66. 28

[**Košecká et al., 1999**] Košecká, J., Blasi, R., Taylor, C. J., , et Malik, J. (1999). A comparative study of vision-based lateral control strategies for autonomous highway driving. *The International Journal of Robotics Research*, 18(5), 442–453. 20, 127

[**Kuderer et al., 2015**] Kuderer, M., Gulati, S., et Burgard, W. (2015). Learning driving styles for autonomous vehicles from demonstration. In *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (pp. 2641–2646). : IEEE. 22

[**Lee, 1996**] Lee, A. Y. (1996). *Performance of four-wheel-steering vehicles in lane change maneuvers.* California Institute of Technology. 40

[**Lefebvre et al., 2003**] Lefebvre, D., Chevrel, P., et Richard, S. (2003). An h-infinity-based control design methodology dedicated to the active control of vehicle longitudinal oscillations. *IEEE transactions on control systems technology*, 11(6), 948–956. 125

[**Leibfritz et Mostafa, 2002**] Leibfritz, F. et Mostafa, E. (2002). An interior point constrained trust region method for a special class of nonlinear semidefinite programming problems. *SIAM Journal on Optimization*, 12(4), 1048–1074. 29

[**Li et al., 2009**] Li, M., Imou, K., Wakabayashi, K., et Yokoyama, S. (2009). Review of research on agricultural vehicle autonomous guidance. *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*, 2(3), 1–16. 12

[**Luenberger, 1964**] Luenberger, D. G. (1964). Observing the state of a linear system. *IEEE transactions on military electronics*, 8(2), 74–80. 71

[**Lundström et al., 1991**] Lundström, P., Skogestad, S., et Wang, Z.-Q. (1991). Performance weight selection for H_∞ and μ-control methods. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 13(5), 241–252. 16

[**Maakaroun, 2012**] Maakaroun, S. (2012). *Modélisation et simulation dynamique d'un véhicule urbain innovant en utilisant le formalisme de la robotique*. PhD thesis, École des Mines de Nantes. 60

[**Magni et al., 1998**] Magni, J.-F., Le Gorrec, Y., et Chiappa, C. (1998). A multimodel-based approach to robust and self-scheduled control design. In *Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on*, volume 3 (pp. 3009–3014). : IEEE. 79

[**Mammar, 1997**] Mammar, S. (1997). Electrical car robust lateral control. In *4th World Congress on Intelligent Transportation Systems, Berlin*. 19

[**Marino et al., 2011**] Marino, R., Scalzi, S., et Netto, M. (2011). Nested PID steering control for lane keeping in autonomous vehicles. *Control Engineering Practice*, 19(12), 1459–1467. 20, 127

[**Matsumoto et al., 1991**] Matsumoto, N., Kuraoka, H., et Ohba, M. (1991). An experimental study on vehicle lateral and yaw motion control. In *Proceedings IECON'91 : 1991 International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation* (pp. 113–118). : IEEE. 14

[**Mechanical Simulation, 2018**] Mechanical Simulation (2018). Carsim. https://www.carsim.com. 60

[**Menhour et al., 2015**] Menhour, L., Koenig, D., et D'Andréa-Novel, B. (2015). Simple discrete-time switched H_∞ optimal control : Application for lateral vehicle control. *IFAC-PapersOnLine*, 48(26), 43–48. 17

[**Merabti et al., 2016**] Merabti, H., Belarbi, K., et Bouchemal, B. (2016). Nonlinear predictive control of a mobile robot : a solution using metaheuristcs. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 39(3), 282–290. 15

[**Moore et Mingori, 1987**] Moore, J. B. et Mingori, D. L. (1987). Robust frequency-shaped LQ control. *Automatica*, 23(5), 641–646. 14

[**Mouri et Furusho, 1997**] Mouri, H. et Furusho, H. (1997). Automatic path tracking using linear quadratic control theory. In *Proceedings of Conference on Intelligent Transportation Systems* (pp. 948–953). : IEEE. 14

[**Mustaki et al., 2019a**] Mustaki, S., Chevrel, P., Yagoubi, M., Fauvel, F., et Kvieska, P. (2019a). Robust lateral control of cars : Towards a reduction of pessimism and an easy trade-off between performance, comfort and robustness. In *9^{th} IFAC International Symposium on Advances in Automotive Control (AAC)*. 80

[**Mustaki et al., 2019b**] Mustaki, S., Nguyen, A.-T., Chevrel, P., Yagoubi, M., et Fauvel, F. (2019b). Comparison of two robust static output feedback H_2 design approaches for car lateral control. In *European Control Conference (ECC)*. 32, 34

[**Németh et Gáspár, 2012**] Németh, B. et Gáspár, P. (2012). Model-based H_2/H_∞ control design of integrated vehicle tracking systems. *Periodica Polytechnica - Transportation Engineering*, 40(2), 87–94. 19

[**Nemirovskii, 1993**] Nemirovskii, A. (1993). Several NP-hard problems arising in robust stability analysis. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 6(2), 99–105. 29

[**Netto et al., 2004**] Netto, M. S., Chaib, S., et Mammar, S. (2004). Lateral adaptive control for vehicle lane keeping. In *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, volume 3 (pp. 2693–2698). : IEEE. 23

[**O'Dwyer, 2009**] O'Dwyer, A. (2009). *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. Imperial College Press. 20

[**Onieva et al., 2011**] Onieva, E., Naranjo, J. E., Milanés, V., Alonso, J., García, R., et Pérez, J. (2011). Automatic lateral control for unmanned vehicles via genetic algorithms. *Applied Soft Computing*, 11(1), 1303–1309. 21

[**Ortega et Rubio, 2004**] Ortega, M. et Rubio, F. (2004). Systematic design of weighting matrices for the H_∞ mixed sensitivity problem. *Journal of Process Control*, 14(1), 89–98. 16

[**Pacejka, 2005**] Pacejka, H. (2005). *Tire and vehicle dynamics*. Elsevier. 40

[**Pan et al., 2017**] Pan, X., You, Y., Wang, Z., et Lu, C. (2017). Virtual to real reinforcement learning for autonomous driving. *arXiv preprint arXiv :1704.03952*. 23

[**Pano et al., 2019**] Pano, B., Zhao, Y., Chevrel, P., Claveau, F., et Mars, F. (2019). Shared control based on an ecological feedforward and a driver model based feedback. *9^{th} IFAC International Symposium on Advances in Automotive Control (AAC)*. 125

[**Park et al., 2015**] Park, M., Lee, S., et Han, W. (2015). Development of steering control system for autonomous vehicle using geometry-based path tracking algorithm. *Etri Journal*, 37(3), 617–625. 20

[**Peng et Tomizuka, 1990**] Peng, H. et Tomizuka, M. (1990). Lateral control of front-wheel-steering rubber-tire vehicles. *California Partners for Advanced Transit and Highways (PATH)*. 40, 44

[**Peng et Tomizuka, 1991**] Peng, H. et Tomizuka, M. (1991). Optimal preview control for vehicle lateral guidance. *PATH Research Report UCB-ITS-PRR-91-16*. 18, 126

[**Pérez et al., 2011**] Pérez, J., Milanés, V., et Onieva, E. (2011). Cascade architecture for lateral control in autonomous vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 12(1), 73–82. 21

[**Ping et al., 2010**] Ping, E. P., Hudha, K., et Jamaluddin, H. (2010). Hardware-in-the-loop simulation of automatic steering control for lanekeeping manoeuvre : outer-loop and inner-loop control design. *International journal of vehicle safety*, 5(1), 35–59. 20, 21

[**Polack et al., 2017**] Polack, P., Altché, F., d'Andréa Novel, B., et de La Fortelle, A. (2017). The kinematic bicycle model : A consistent model for planning feasible trajectories for autonomous vehicles ? In *Intelligent Vehicles Symposium (IV), 2017 IEEE* (pp. 812–818). : IEEE. 65

[**Pomerleau, 1989**] Pomerleau, D. A. (1989). Alvinn : An autonomous land vehicle in a neural network. In *Advances in neural information processing systems* (pp. 305–313). 22

[**Poussot-Vassal et al., 2011**] Poussot-Vassal, C., Sename, O., Dugard, L., et Savaresi, S. (2011). Vehicle dynamic stability improvements through gain-scheduled steering and braking control. *Vehicle System Dynamics*, 49(10), 1597–1621. 18

[**Raharijaona et al., 2005**] Raharijaona, T., Chevrel, P., et Duc, G. (2005). Reduced order gain scheduled H_∞ control design for lateral driving assistance. In *Proceedings of 2005 IEEE Conference on Control Applications, 2005. CCA 2005.* (pp. 233–238). : IEEE. 18

[**Rajamani, 2011**] Rajamani, R. (2011). *Vehicle dynamics and control*. Springer Science & Business Media. 40, 41

[**Rawlings et Mayne, 2009**] Rawlings, J. B. et Mayne, D. Q. (2009). *Model predictive control : Theory and design*. Nob Hill Pub. Madison, Wisconsin. 15

[**Reimpell et al., 2001**] Reimpell, J., Stoll, H., et Betzler, J. (2001). *The automotive chassis : engineering principles*. Elsevier. 53

[**Rios et Sahinidis, 2013**] Rios, L. M. et Sahinidis, N. V. (2013). Derivative-free optimization : a review of algorithms and comparison of software implementations. *Journal of Global Optimization*, 56(3), 1247–1293. 27, 28

[**Royce, 1987**] Royce, W. W. (1987). Managing the development of large software systems : concepts and techniques. In *Proceedings of the 9th international conference on Software Engineering* (pp. 328–338). : IEEE Computer Society Press. 59

[**Rupp et Stolz, 2017**] Rupp, A. et Stolz, M. (2017). Survey on control schemes for automated driving on highways. In *Automated Driving* (pp. 43–69). Springer. 13

[**Sadabadi et Peaucelle, 2016**] Sadabadi, M. S. et Peaucelle, D. (2016). From static output feedback to structured robust static output feedback : A survey. *Annual Reviews in Control*, 42, 11–26. 30, 33

[**SAE International, 2018a**] SAE International (2018a). Steady-state directional control test procedures for passenger cars and light trucks. *SAE Standard J266*. 50

[**SAE International, 2018b**] SAE International (2018b). Taxonomy and definitions for terms related to on-road motor vehicle automated driving systems. *SAE Standard J3016*. 2

[**Safonov et Athans, 1981**] Safonov, M. et Athans, M. (1981). A multiloop generalization of the circle criterion for stability margin analysis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26(2), 415–422. 102

[**Saleh et al., 2010**] Saleh, L., Chevrel, P., et Lafay, J.-F. (2010). Generalized H_2-preview control and its application to car lateral steering. *IFAC Proceedings Volumes*, 43(2), 132–137. 18, 126

[**S.A.T.E., 2018**] S.A.T.E. (2018). Drive simulator. `http://www.sate-italy.com/en/portfolio/prodotti/drive`. 60

[**Scherer, 1995**] Scherer, C. (1995). Mixed H_2/H_∞ control. In *Trends in control* (pp. 173–216). Springer. 19

[**Scherer et Weiland, 2015**] Scherer, C. et Weiland, S. (2015). Linear matrix inequalities in control. *Lecture Notes, Dutch Institute for Systems and Control, Delft, The Netherlands*, 3(2). 28

[**Sentouh et al., 2011**] Sentouh, C., Soualmi, B., Popieul, J.-C., et Debernard, S. (2011). The H_2-optimal preview controller for a shared lateral control. In *2011 14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)* (pp. 1452–1458). : IEEE. 18

[**Sétra, 2006**] Sétra (2006). Comprendre les principaux paramètres de conception géométrique des routes, p15. `http://www.infra-transports-materiaux.cerema.fr/IMG/pdf/conception_geometrique_route.pdf`. 56

[**Shimakage et al., 2002**] Shimakage, M., Satoh, S., Uenuma, K., et Mouri, H. (2002). Design of lane-keeping control with steering torque input. *JSAE review*, 23(3), 317–323. 18

[**Shirazi et Rad, 2018**] Shirazi, M. et Rad, A. (2018). $\mathcal{L}_1$ adaptive control of vehicle lateral dynamics. In *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, volume 3 of *1* (pp. 92–101). : IEEE. 24

[**Shtessel et al., 2014**] Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L., et Levant, A. (2014). *Sliding mode control and observation*. Springer. 24

[**Shtessel et al., 2012**] Shtessel, Y., Taleb, M., et Plestan, F. (2012). A novel adaptive-gain supertwisting sliding mode controller : Methodology and application. *Automatica*, 48(5), 759–769. 24

[**Skarpetis et al., 2017**] Skarpetis, M. G., Koumboulis, F. N., et Papanikolaou, P. (2017). Vehicle lateral control using a robust tracking controller based on vision look ahead system. In *2017 IEEE 21st International Conference on Intelligent Engineering Systems (INES)* (pp. 000213–000218). : IEEE. 127

[**Solea et Cernega, 2015**] Solea, R. et Cernega, D. (2015). Super twisting sliding mode controller applied to a nonholonomic mobile robot. In *2015 19th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)* (pp. 87–92). : IEEE. 25

[**Solea et Nunes, 2006**] Solea, R. et Nunes, U. (2006). Trajectory planning with velocity planner for fully-automated passenger vehicles. In *2006 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference* (pp. 474–480). : IEEE. 25

[**Son et al., 2015**] Son, Y. S., Kim, W., Lee, S.-H., et Chung, C. C. (2015). Robust multirate control scheme with predictive virtual lanes for lane-keeping system of autonomous highway driving. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 64(8), 3378–3391. 15

[**Tagne et al., 2013**] Tagne, G., Talj, R., et Charara, A. (2013). Higher-order sliding mode control for lateral dynamics of autonomous vehicles, with experimental validation. In *2013 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)* (pp. 678–683). : IEEE. 25

[**Tandy et al., 2015**] Tandy, D. F., Colborn, J., Bae, J. C., Coleman, C., et Pascarella, R. (2015). The true definition and measurement of oversteer and understeer. *SAE International Journal of Commercial Vehicles*, 8(2015-01-1592), 160–181. 45

[**TESIS, 2018**] TESIS (2018). Ve-dyna. https://www.tesis.de/en/vedyna. 60

[**Thevenet et al., 2006**] Thevenet, J.-B., Noll, D., et Apkarian, P. (2006). Non linear spectral SDP method for BMI-constrained problems : Applications to control design. In *Informatics in Control, Automation and Robotics I* (pp. 61–72). Springer. 29

[**UNECE, 2018**] UNECE (2018). Prescriptions uniformes relatives à l'homologation des véhicules en ce qui concerne l'équipement de direction. https://www.unece.org/fileadmin/DAM/trans/main/wp29/wp29regs/2018/R079r4f.pdf. 10

[**Ungoren et Peng, 2005**] Ungoren, A. Y. et Peng, H. (2005). An adaptive lateral preview driver model. *Vehicle system dynamics*, 43(4), 245–259. 23

[**Wang et al., 2008**] Wang, J., Steiber, J., et Surampudi, B. (2008). Autonomous ground vehicle control system for high-speed and safe operation. In *2008 American Control Conference* (pp. 218–223). : IEEE. 24

[**Wang et Tomizuka, 1999**] Wang, J.-Y. et Tomizuka, M. (1999). Robust H_∞ lateral control of heavy-duty vehicles in automated highway system. In *Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251)*, volume 5 (pp. 3671–3675). : IEEE. 16

[**William et Levine, 1996**] William, L. et Levine, W. (1996). The control handbook. *Electrical Engineering Handbook*, (pp. 745–804). 18

[**Wonham, 1985**] Wonham, W. M. (1985). *Linear Multivariable Control : A Geometric Approach*. Springer. 125

[**Xu et al., 2017**] Xu, H., Gao, Y., Yu, F., et Darrell, T. (2017). End-to-end learning of driving models from large-scale video datasets. In *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition* (pp. 2174–2182). 23

[**Yue et al., 1988**] Yue, C., Butsuen, T., et Hedrick, J. (1988). Alternative control laws for automotive active suspensions. In *1988 American Control Conference* (pp. 2373–2378). : IEEE. 40

[**Zhou et al., 1996**] Zhou, K., Doyle, J. C., Glover, K., et al. (1996). *Robust and optimal control*, volume 40. Prentice hall New Jersey. 16

UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE / MATHSTIC

IMT Atlantique
Bretagne-Pays de la Loire
École Mines-Télécom

Outils de pré-calibration numérique des lois de commande de systèmes de systèmes : Application aux aides à la conduite et au véhicule autonome

Mot clés : Commande H_2/H_∞, Commande multi-modèle, Optimisation multi-objectif, Contrôle latéral, ADAS

Resumé : Cette thèse est dédiée à la pré-calibration des nouveaux systèmes d'aides à la conduite (ADAS). Le développement de ces systèmes est devenu aujourd'hui un axe de recherche stratégique pour les constructeurs automobiles dans le but de proposer des véhicules plus sûrs et moins énergivores. Cette thèse contribue à une vision méthodologique multi-critère, multi-modèle et multi-scénario. Elle en propose une instanciation particulière pour la pré-calibration spécifique au *Lane Centering Assistance* (LCA). Elle s'appuie sur des modèles dynamiques de complexité juste nécessaire du véhicule et de son environnement pour, dans le cadre du formalisme H_2/H_∞, formaliser et arbitrer les compromis entre performance de suivi de voie, confort des passagers et robustesse. Les critères élaborés sont définis de manière à être d'interprétation aisée, car directement liés à la physique, et facilement calculables. Ils s'appuient sur des modèles de perturbations exogènes (e.g. courbure de la route ou rafale de vent) et de véhicules multiples mais représentatifs, de manière à réduire autant que possible le pessimisme tout en embrassant l'ensemble des situations réalistes. Des simulations et des essais sur véhicules démontrent l'intérêt de l'approche.

Tuning tools for systems of systems control : Application to driving assistances and to autonomous vehicle

Keywords : H_2/H_∞ control, Multi-model control, Multi-objective optimization, Lateral control, ADAS

Abstract : This thesis deals with the tuning of the new Advanced Driving Assistance Systems (ADAS). The development of these systems has become nowadays a strategic line of research for the automotive industry towards the conception of safer and fuel-efficient vehicles. This thesis contributes to a multi-criterion, multi-model and multi-scenario methodological vision of the tuning process. It is presented through a specific application of the tuning of the Lane Centering Assistance (LCA). It relies on vehicle and environment's dynamical models of adequate complexity in the aim of formalizing and managing, in a H_2/H_∞ framework, the trade-off between performance, comfort and robustness. The formulated criteria are easy to compute and defined in a way to be understandable, closely linked to practical specifications. The whole methodology is driven by the research of a pertinent trade-off between realism (being as closest as possible to reality) and complexity (quick evaluation of the criterion). The efficiency and the robustness of the approach is demonstrated through high-fidelity simulations and numerous tests on real vehicles.