

Résumé substantiel en français

Titre de these:

CHARACTERISATION OF THE MECHANICAL BEHAVIOUR OF NETWORKS AND WOVEN FABRICS WITH A DISCRETE HOMOGENIZATION MODEL

Soutenue publiquement/à huis clos le 10/06/2019, par: **Salvatore Gazzo**

Chapitre 1- Introduction

Au cours des dernières décennies, des progrès impressionnants ont été enregistrés dans le développement de nouveaux matériaux pour des applications liées à la mécanique. La conception et la modélisation de nouveaux matériaux sont devenues l'un des principaux défis de la recherche en ingénierie, de même que la nécessité d'améliorer les méthodes d'analyse structurelle existantes afin de tirer parti de toutes les innovations introduites.

De nouvelles générations de composites ont été développées, offrant ainsi des avantages par rapport aux mats unidirectionnels renforcés de fibres couramment utilisés. Les matériaux prennent alors le nom de tissus tissés. Le comportement de ce matériau est fortement influencé par la micro-structure du matériau. La nature multi-échelles et les interactions des échelles de longueur rendent le processus de conception des textiles une tâche ardue.

Les matériaux étudiés ici sont des assemblages de fibres qui seront généralement désignés par fibres réseaux. Ils comprennent les réseaux, caractérisés par des liaisons rigides entre les fibres (par exemple, les réseaux de fibre de verre utilisés dans le renforcement des constructions en maçonnerie), voir figure 1, et les tissus constitués de deux faisceaux de fibres ou plus, liés entre eux dans une architecture spécifique.



Figure 1. FRCM Matrice cimentaire renforcée par des fibres

Compte tenu de leur structure, les matériaux de réseau sont non homogènes et hautement anisotropes. Leurs propriétés dépendent des fibres, de sorte que même une éventuelle présence de plastique ou le revêtement de résine a peu d'influence sur les propriétés globales du composite. Pour cette raison, dans la thèse, seuls les réseaux de fibres seront considérés, éliminant d'autres matériaux tels que les polymères pouvant être présents dans les réseaux.

La caractérisation de la réponse mécanique des réseaux de fibres et de leur modélisation est très complexe car elle implique de nombreuses tâches nonstandard, considérant que le matériau que

nous traitons n'est pas un matériau simple en ce sens que sa micromécanique influence fortement le comportement observable, et cela ne peut pas être ignoré dans les simulations. Certains aspects pertinents liés à l'identification de paramètres de matériaux complexes similaires sont discutés en détail dans [1], [2]. Dans le dernier chapitre de la thèse, les résultats obtenus à partir de la méthode numérique développée seront testés par rapport à certains résultats expérimentaux tirés de la littérature.

On trouve dans la littérature de nombreux exemples de procédures d'homogénéisation ayant pour but d'obtenir un modèle global en vrac à partir d'une description cinématique appropriée à la méso-échelle. Les méthodes d'homogénéisation, qui permettent de définir une description macrocontinue équivalente à partir de la connaissance du comportement de la microstructure, ont un grand champ d'applications qui concernent la mécanique des matériaux, la géotechnique et les structures. La description de la technique d'homogénéisation peut être trouvée dans Bensoussan et al. [3], Sanchez-Palencia [4], Auriault et al. [5].

Le but de cette thèse est le développement de modèles de continuum homogénéisés qui ont la capacité à simuler le comportement mécanique des réseaux et des tissus.

Du fait de l'incapacité de la théorie classique du continuum à décrire le comportement mécanique des matériaux du réseau, de nouveaux modèles seront obtenus à l'aide de la méthode d'homogénéisation de milieux périodiques, développée à l'origine dans [6-8, 9] et [10-13]. , comptabilisation simultanée à la fois de la déformation en flexion de la barre et de l'existence de nœuds dans la cellule de référence, qui n'ont pas été traités simultanément dans les papiers d'origine.

Des matériaux de différentes micro-structures seront analysés et des études sur l'anisotrope comportement sera effectué.

Des résultats intéressants, pour les développements futurs dans le domaine non linéaire, seront donnés par le modèle obtenu en considérant la cellule de référence asymétrique.

Un second matériau homogénéisé à gradient sera obtenu en considérant une cellule rectangulaire avec des pivots, basés sur la formulation faible. Boutin et al. [14] ont obtenu des solutions similaires à celui présenté ici, en utilisant toutefois la formulation forte.

La simulation numérique des tests est une tâche critique pour développer une analyse mécanique réaliste modèle du matériau composite, qui peut être utilisé dans l'analyse de géométries plus complexes. Pour les simulations numériques, le modèle a été mis en œuvre dans un code FEM standard.

Chapitre 2 Modèle d'homogénéisation des réseaux de fibres

Le chapitre 2 présente un modèle d'homogénéisation des tissus et des matériaux de réseau.

Dans les calculs effectués ici, les termes d'inertie sont négligés, d'où toutes les analyses sont statiques.

Dans cette thèse, la méthode d'homogénéisation du type Periodic Discrete Media (HPDM), initialement développée dans [6-13], est appliquée à diverses configurations de réseau, prenant en compte simultanément la déformation en flexion de la barre nœuds internes de la cellule, qui n'ont pas été traités simultanément dans les papiers d'origine.

Il est possible de scinder la technique d'homogénéisation en différentes étapes:

- La première étape d'homogénéisation discrète consiste à supposer des développements en série asymptotiques de puissances de ϵ pour les déplacements des noeuds et les efforts internes dans les faisceaux.

De plus, comme la distance entre les noeuds est très petite par rapport à la longueur macroscopique L , la variation incrémentale des variables entre deux noeuds voisins peut être exprimée à l'aide de la série de Taylor tronquée.

- La deuxième étape est le développement des équations de balance des noeuds en utilisant les relations force-déplacement des poutres.
- Dans la dernière étape, l'identification des termes de même puissance de ϵ permet à l'utilisateur d'obtenir les micro-variables en fonction des variables globales et de trouver les équations différentielles du continuum homogénéisé.

La détermination de la propriété élastique équivalente du matériau homogénéisé nécessite la résolution des équations d'auto-équilibre de la cellule élémentaire. Cette solution peut être trouvée analytiquement pour des cellules simples et numériquement pour des cellules plus compliquées. Les équations constitutives du continuum homogénéisé sont obtenues à partir des équations d'équilibre à la micro-échelle. Ce dernier peut être dérivé d'une formulation forte ou faible. Nous comparons ici les résultats obtenus en utilisant l'homogénéisation en formulation forte et en formulation faible, figure 2.

Strong formulation	Weak formulation
Order 0 in ϵ $u_1^0(\lambda) = u_2^0(\lambda) = U^0(\lambda)$ $N^0 = 0$	$u_1^0 = u_2^0 = U^0 \Rightarrow N_1^0 = N_2^0 = 0$
Order 1 in ϵ $u_\Delta^1 = \frac{k_{a2}}{k_{a1} + k_{a2}} \frac{\partial U^0}{\partial \lambda}$	<p style="text-align: center;">-----</p>
Order 2 in ϵ $u_\Delta^2 = \frac{k_{a2}}{k_{a1} + k_{a2}} \frac{\partial u_m^1}{\partial \lambda}$ $-K_1 \frac{\partial^2 U^0}{\partial \lambda^2} = 0$	$u_\Delta^1 = \frac{k_{a2}}{k_{a1} + k_{a2}} \frac{\partial \tilde{U}^0}{\partial \lambda} \quad (micro)$ $-K_1 \frac{\partial^2 \tilde{U}^0}{\partial \lambda^2} = 0 \quad (macro)$

Figure 2. Comparons formulation forte et formulation faible

Nous pouvons observer l'équivalence des résultats, à la seule différence que les résultats pour le micro-déplacement, dans le cas d'une formulation faible, sont décalés d'un ordre par rapport à la formulation forte. Le principal avantage de la forme faible est que les équations d'équilibre apparaissent automatiquement, ce qui est utile dans le cas de cellules à géométrie complexe.

Chapitre 3 Application aux réseaux 2D

La méthode développée au chapitre 2 a été appliquée à certains réseaux et tissus, caractérisée par les cellules unitaires illustrées aux figures.

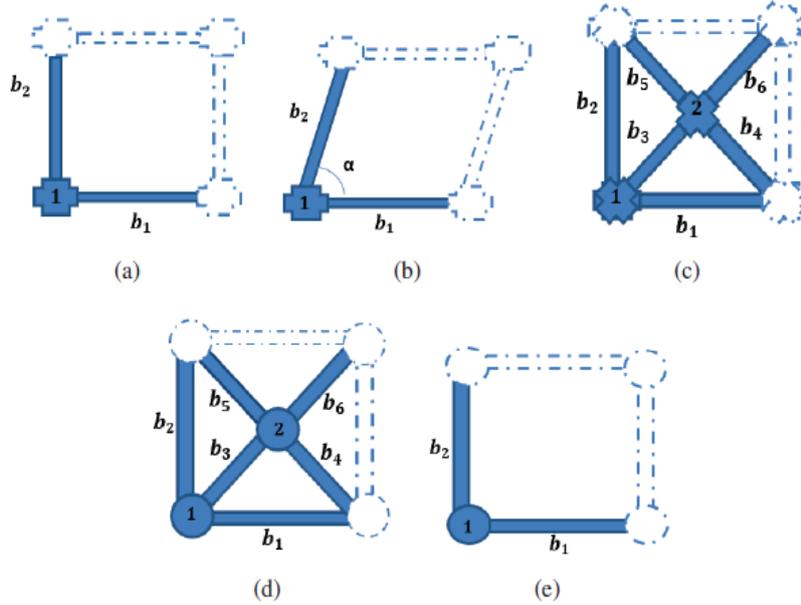


Figure 3.1: (a) Rectangular cell with rigid connection, (b) Skew cell with rigid connection, (c) Rectangular cell braced with rigid connection, (d) Rectangular cell braced with pivots, (e) Rectangular cell with pivot

3.1 Cellule rectangulaire avec connexion rigide

Nous considérons un réseau qui, dans la configuration naturelle, est constitué de deux réseaux orthogonaux de fibres droites reliées entre elles par des joints internes, comme décrit à la figure 3.1(a). Un cas similaire a été traité par Boutin et Hans dans [11].

L'application du HPDM en formulation faible, à partir du principe de travail virtuel à l'échelle macroscopique, donne l'équation d'équilibre du continuum homogénéisé fonction de la rotation interne des faisceaux ϕ^0 :

$$\begin{aligned}
 S^{11} &= \frac{k_{a1}l_1}{l_2} \frac{\partial U}{\partial \lambda_1} \\
 S^{22} &= \frac{k_{a2}l_2}{l_1} \frac{\partial V}{\partial \lambda_2} \\
 S^{12} &= 2k_{f1} \frac{\partial V}{\partial \lambda_1} + \frac{2k_{f2}l_2}{l_1} \frac{\partial U}{\partial \lambda_2} + 2 \left(-\frac{k_{f1}l_1^2}{l_2} + k_{f2}l_2 \right) \phi^0 \\
 S^{21} &= 2k_{f1} \frac{\partial V}{\partial \lambda_1} + \frac{2k_{f2}l_2}{l_1} \frac{\partial U}{\partial \lambda_2} + 2 \left(-\frac{k_{f1}l_1^2}{l_2} + k_{f2}l_2 \right) \phi^0
 \end{aligned} \tag{1}$$

où $k_{fi} = 6E_i I_i / l_i^3$ $i = 1, 2$ est la rigidité flexurale de la barre; $k_{ai} = E_i A_i / l_i$ $i = 1; 2$ est la rigidité axiale de la barre.

Pour dériver la rotation interne des faisceaux, écrivez le principe des œuvres virtuelles à l'échelle microscopique, à partir duquel la rotation est obtenue en fonction du gradient de déplacement macroscopique.

$$\phi^0 = \frac{1}{k_{f1}l_1^2 + k_{f2}l_2^2} \left(k_{f1}l_1 \frac{\partial V}{\partial \lambda_1} - k_{f2}l_2 \frac{\partial U}{\partial \lambda_2} \right) \quad (2)$$

En remplaçant la rotation (2) dans les équations (1), nous obtenons les équations d'équilibre du continuum équivalent qui, sous forme de matrice, sont:

$$\begin{bmatrix} S^{XX} \\ S^{YY} \\ S^{XY} \\ S^{YX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_{a1}l_1}{l_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{a2}l_2}{l_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2k_{f1}k_{f2}l_1l_2}{k_{f1}l_1^2 + k_{f2}l_2^2} & \frac{2k_{f1}k_{f2}l_1l_2}{k_{f1}l_1^2 + k_{f2}l_2^2} \\ 0 & 0 & \frac{2k_{f1}k_{f2}l_1l_2}{k_{f1}l_1^2 + k_{f2}l_2^2} & \frac{2k_{f1}k_{f2}l_1l_2}{k_{f1}l_1^2 + k_{f2}l_2^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial U_1}{\partial X} \\ \frac{\partial U_2}{\partial Y} \\ \frac{\partial U_2}{\partial X} \\ \frac{\partial U_1}{\partial Y} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Si les faisceaux ne sont pas égaux, nous aurons une anisotropie plus forte dans les deux directions du matériau.

3.2. Cellule inclinée avec connexion rigide

Dans cette section, nous analyserons le cas où les fibres du tissu ne sont pas orthogonales (voir figure 2 (b)) et, par conséquent, le système de coordonnées matériau n'est pas orthogonal non plus. Le P.V.W obtenu en utilisant le déplacement virtuel et la rotation virtuelle à l'ordre 1 donne l'équation d'auto-équilibrage de la cellule qui permet d'exprimer la rotation en fonction des déplacements, exactement comme dans le cas précédemment considéré.

En substituant la rotation dans le P.V.W à l'échelle macroscopique, il est possible d'identifier les composants du tenseur de contrainte en fonction du gradient de déplacement sur la base covariante:

$$\begin{bmatrix} S^{11} \\ S^{22} \\ S^{12} \\ S^{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & K_{F1} \cos^2 \alpha & -K_{F1} \frac{l_2}{l_1} \cos \alpha & -K_{F1} \frac{l_2}{l_1} \cos \alpha \\ K_{F1} \cos^2 \alpha & K_2 & -K_{F1} \frac{l_1}{l_2} \cos \alpha & -K_{F1} \frac{l_1}{l_2} \cos \alpha \\ -K_{F1} \frac{l_2}{l_1} \cos \alpha & -K_{F1} \frac{l_1}{l_2} \cos \alpha & K_{F1} & K_{F1} \\ -K_{F1} \frac{l_2}{l_1} \cos \alpha & -K_{F1} \frac{l_1}{l_2} \cos \alpha & K_{F1} & K_{F1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial U_1}{\partial \lambda_1} \\ \frac{\partial U_2}{\partial \lambda_2} \\ \frac{\partial U_2}{\partial \lambda_1} \\ \frac{\partial U_1}{\partial \lambda_2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

où:

$$\begin{aligned}
 K_{F1} &= \frac{2k_{f1}k_{f2}}{(k_{f1}l_1^3l_2 + k_{f2}l_1l_2^3) \sin^3 \alpha} & K_{F2} &= \frac{k_{f1}l_1^2 + k_{f2}l_2^2}{(k_{f1}l_1^5l_2 + k_{f2}l_1^3l_2^3) \sin \alpha} \\
 K_1 &= k_{a1}K_{F2} + K_{F1} \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \cos^2 \alpha & K_2 &= k_{a2} \frac{K_{F2}}{(l_1l_2)^2} + K_{F1} \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 \cos^2 \alpha
 \end{aligned} \tag{5}$$

3.3. Cellule rectangulaire contreventée par une liaison rigide

Cette cellule et celle développée dans la sous-section suivante peuvent être représentatives d'un tissu quadrilatéral illustré à la figure 2 (c). Nous considérons une structure périodique composée d'une cellule de référence rectangulaire reliée par une liaison rigide.

$$\begin{bmatrix} S^{XX} \\ S^{YY} \\ S^{XY} \\ S^{YX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{fi} + k_{ae} + \frac{k_{ai}}{2} & \frac{1}{2}(k_{ai} - 2k_{fi}) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(k_{ai} - 2k_{fi}) & k_{fi} + k_{ae} + \frac{k_{ai}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{ai}}{2} + k_{fe} & \frac{k_{ai}}{2} + k_{fe} \\ 0 & 0 & \frac{k_{ai}}{2} + k_{fe} & \frac{k_{ai}}{2} + k_{fe} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial X} \\ \frac{\partial V}{\partial Y} \\ \frac{\partial V}{\partial X} \\ \frac{\partial U}{\partial Y} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$k_{fi} = (6E_i I_i)/(l\sqrt{2}/2)^3$ is the flexural rigidity of the internal bar

$k_{fe} = (6E_e I_e)/l^3$ is the flexural rigidity of the external bar

$k_{ai} = (E_i A_i)/(l\sqrt{2}/2)$ is the axial rigidity of the internal bar

$k_{ae} = (E_e A_e)/l$ is the axial rigidity of the external bar

3.4 Cellule rectangulaire entourée de pivots

Dans cette section, nous considérons un réseau rectangulaire contreventé. Les faisceaux sont reliés par des pivots, nous allons donc envisager différentes rotations pour chaque nœud.

$$\begin{bmatrix} S^{XX} \\ S^{YY} \\ S^{XY} \\ S^{YX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ae} + \frac{k_{ai}}{2} & \frac{k_{ai}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{k_{ai}}{2} & k_{ae} + \frac{k_{ai}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{ai}}{2} & \frac{k_{ai}}{2} \\ 0 & 0 & \frac{k_{ai}}{2} & \frac{k_{ai}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial U_1}{\partial X} \\ \frac{\partial U_2}{\partial Y} \\ \frac{\partial U_2}{\partial X} \\ \frac{\partial U_1}{\partial Y} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$k_{ai} = E_i A_i / (l\sqrt{2}/2)$ is the axial rigidity of the internal bar

$k_{ae} = E_e A_e / l$ is the axial rigidity of the external bar

3.5 Cellule rectangulaire avec pivot

Dans cette section, nous examinerons un réseau périodique de pantographes constitué de fibres formées de deux ensembles de fibres continues disposées perpendiculairement le long des axes X et Y. Les deux ensembles peuvent différer l'un de l'autre. Les fibres sont reliées par des pivots parfaits, l'axe Z étant perpendiculaire au plan {X, Y}, voir figure 2(e).

En appliquant le HPDM, il est possible d'obtenir les équations de la balance homogénéisées au premier ordre qui, sous forme de matrice, sont:

$$\begin{bmatrix} S_{XX} \\ S_{YY} \\ S_{XY} \\ S_{YX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_{a1} l_1}{l_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{a2} l_2}{l_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial X} \\ \frac{\partial V}{\partial Y} \\ \frac{\partial V}{\partial X} \\ \frac{\partial U}{\partial Y} \end{bmatrix} \quad (8)$$

La matrice constitutive (8) est singulière, puisque le module de cisaillement est 0.

Ceci est une conséquence de la présence du pivot. Dans le cas présent, l'effet des pivots est de renforcer la déformation en flexion dans le système. Les résultats expérimentaux du test de biais des tissus montrent que la déformation en flexion des fibres n'est pas négligeable, voir [15],[16], [17], [18]. Par conséquent, pour prendre en compte la rigidité à la flexion des poutres, les conditions d'ordre plus élevé dans la dilatation seront prises en compte. La rigidité à la flexion des poutres apparaît dans l'équation d'équilibre à l'ordre supérieur:

$$\begin{bmatrix} S_{XXX} \\ S_{YXX} \\ S_{XYX} \\ S_{YYX} \\ S_{XYY} \\ S_{YYY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{f1}l_1^3}{6l_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{f2}l_2^3}{6l_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Ou:

$$K_{fi}=6E_i l_i / l_i^3 \text{ et } k_{ai}=E_i A_i / l_i.$$

On obtient alors un matériau à gradient plus élevé.

Chapitre 4 Simulations numériques

Dans ce chapitre, les modèles développés au chapitre 3 pour les réseaux de fibres et les tissus sont mis en oeuvre pour la simulation numérique d'une série d'essais de laboratoire disponibles dans la littérature. En particulier, des tests de polarisation et d'extension avec différentes directions de fibres seront effectués sur les matériaux de réseau de fibres suivants ayant les mêmes propriétés que les fibres:

- matériau de réseau de fibres avec des cellules carrées rigidement connectées (test de biais de la sous-section 4.2.1, test d'extension dans la sous-section 4.3.1);
- un matériau de réseau de fibres avec des cellules à contreventement carré solidement connectées (test de biais dans la sous-section 4.2.2, test d'extension dans le sous-paragraphe 4.3.2);
- matériau de réseau de fibres avec cellules à croisillons carrés et pivots (test de biais dans la sous-section 4.2.3).

La sous-section 4.4.1 présente les résultats de la simulation de matériaux fibreux déséquilibrés ayant des propriétés variables, au cours d'essais de polarisation et d'extension.

Le cas d'un matériau de réseau de fibres avec une cellule de référence asymétrique est analysé à la sous-section 4.4.2.

Enfin, le cas du test de polarisation sur un réseau dont les fibres sont connectées par des pivots sera discuté dans la section 4.5.

Les expériences numériques ont été réalisées en mettant en oeuvre la relation constitutive du matériau considéré dans un code d'éléments finis (ADINA).

Dans certains cas (principalement dans le matériel de réseau avec une cellule asymétrique), l'équation constitutive résultante ne montre pas de symétrie particulière et, par conséquent, un modèle d'utilisateur ad-hoc a été implémenté dans le code d'éléments finis.

Des simulations ont également été effectuées pour la cellule à pivots mettant en oeuvre la souche matériau de gradient résultant de l'homogénéisation. Dans ce cas, il a été nécessaire de mettre en oeuvre un code original. Pour les modèles à gradient de déformation, la continuité en C^0 des éléments finis est insuffisante car le modèle requiert une continuité en liste G^1 .

Un code client basé sur une interpolation isogéométrique a donc été utilisé. Des B-splines ouvertes du troisième ordre avec des nœuds internes ont été adoptées pour les interpolations.

Le résultat numérique obtenu en simulant des tests d'extension sur des échantillons de réseaux à cellules carrées rigidement connectées est très intéressant.

La figure 3 montre le module élastique apparent dans la direction axiale en fonction de la direction de la fibre, de 0 à 45° par rapport à l'axe de la charge. Un réseau équilibré toujours considéré. Différents rapports de longueurs, variant de 10 à 0,1, sont examinés.

À partir de ces graphiques, il est possible d'observer l'influence du facteur d'élançement dans la solution. Les deux courbes rouges supérieure et inférieure correspondent au résultat analytique et sont obtenues à partir de la relation constitutive du matériau. En particulier, la courbe supérieure fournit le module d'élasticité apparent dans le cas d'un état de déformation uni-axiale obtenu en appliquant la déformation $\epsilon_{xx} = 0$ $\epsilon_{xy} = 0$ $\epsilon_{yy} = 0$.

Comme on peut le voir à la figure 4.9 (a), ce cas se produit avec la simulation numérique lorsque le rapport de longueur L / b est proche de 0,1.

En effet, dans ce cas, la déformation latérale est empêchée par les conditions aux limites et un état de contrainte uni-axial est obtenu.

La courbe la plus basse correspond au rapport $\sigma_{yy} / \epsilon_{yy}$ dans le cas d'un état de contrainte uni-axiale, seule la composante σ_{yy} étant différente de zéro.

En observant cette figure 3, ce cas se produit dans la simulation numérique lorsque les rapports de longueur sont très grands ($L / b = 10$).

Dans ce cas, en effet, les hypothèses conduisant à un état de stress plus important se rencontrent. Les autres rapports de longueur se situent entre les deux cas extrêmes.

Pour obtenir une réponse du matériau proche du résultat théorique sans l'effet de la condition aux limites (courbe rouge plus basse), il est nécessaire de prélever des échantillons dont le rapport de longueur est supérieur à 4.

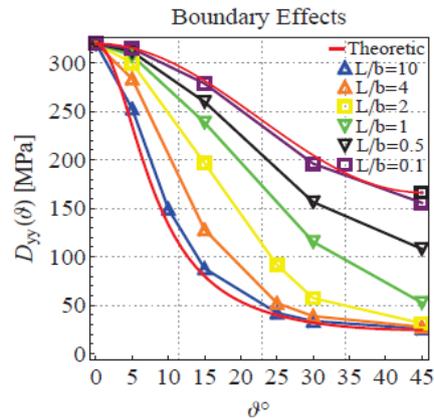


Figure 3.

Les courbes de la figure 4 présentent le module d'élasticité apparent en fonction de la direction de la fibre θ dans la plage (0° , 45°), pour divers rapports de longueur de l'échantillon dans le cas d'une cellule de référence carrée contreventée avec des connexions rigides.

En comparant ce graphique avec celui du cas précédent, figure 3, il est possible de constater que, dans ce cas, le comportement du matériau est presque indépendant de la direction de la fibre; de plus, les deux courbes limites représentant la déformation uni-axiale et l'état de contrainte uni-axiale sont très proches.

Ce comportement est dû à la contribution de la rigidité donnée par les croisillons dans tous les spécimens directions.

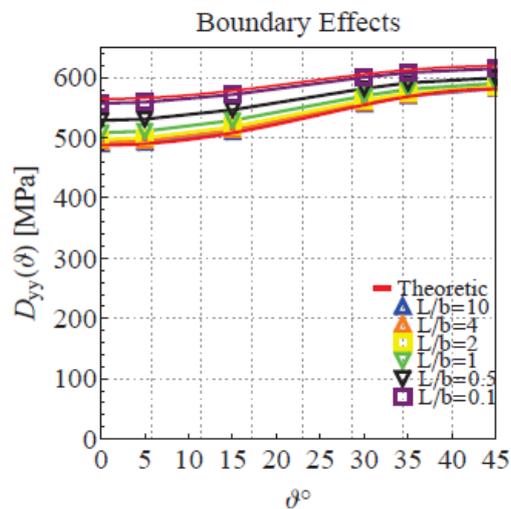


Figure 4

Conclusions et perspectives

Dans cette thèse, le comportement mécanique des réseaux de fibres a été étudié dans le but d'obtenir à l'échelle macroscopique un modèle de continuum capable de rendre compte de la microstructure du réseau, qui influe fortement sur la réponse macroscopique.

Les fibres du réseau ont été traitées comme des micro-faisceaux, présentant une rigidité à la fois en extension et en flexion, avec différents types de connexion, en fonction du motif et des détails du réseau.

Les microéléments étant des faisceaux, une homogénéisation discrète asymptotique a été utilisée.

Par conséquent, dans la thèse, l'homogénéisation discrète a été appliquée pour obtenir un modèle mécanique d'un matériau de réseau, sous une forme adaptée aux applications numériques.

Bien que le modèle de référence soit un matériau de réseau, on pense que les résultats obtenus peuvent être appliqués à d'autres types de microstructures similaires, tels que des matériaux pantographiques, des microdispositifs composés de micro-faisceaux, etc.

Différentes géométries ont été analysées, y compris les cas où les fibres ne sont pas orthogonales. Pour les cellules à fibres orthogonales, un continuum orthotrope de Cauchy équivalent a été obtenu. Lorsqu'il n'y a que deux familles de fibres orthogonales, le matériau équivalent orthotrope a un coefficient de Poisson nul.

Pour tous les cas examinés, le contraste d'anisotropie a été estimé en évaluant le module de rigidité apparente pour un état de contrainte uniaxiale appliqué dans une direction tournée par rapport aux axes de la fibre.

Le contraste d'anisotropie dépend des propriétés de la fibre, comme prévu, ainsi que de la structure du réseau.

Les réseaux à 4 familles de fibres, reliés de manière rigide ou reliés à des pivots, présentaient un contraste plus faible entre les principaux axes de l'anisotropie.

Les réseaux de fibres orthogonales conduisent à des matériaux fortement anisotropes, difficiles à rencontrer dans les milieux continus.

Des résultats spéciaux ont été obtenus dans le cas de fibres reliées par des pivots.

Dans ce cas, un matériau orthotrope à module de cisaillement nul a été obtenu.

Un tel matériau a un tenseur constitutif non elliptique, il peut donc conduire à des concentrations de contrainte.

Cependant, il a été montré que certaines considérations sur le comportement physique de tels réseaux ont indiqué que des termes d'ordre supérieur devaient être inclus dans le développement de la forces et déformations, de sorte qu'un matériau de gradient de déformation a été obtenu.

Les coefficients des contraintes de second gradient dans le tenseur constitutif dépendent de la rigidité à la flexion des fibres. Les résultats obtenus peuvent être utilisés pour la conception de matériaux spécifiques nécessitant des propriétés ad hoc.

Les simulations numériques étaient axées sur les tests d'extension et les tests de biais.

Les configurations déformées obtenues sont cohérentes avec les tests expérimentaux de la littérature, à la fois pour les tissus équilibrés et non équilibrés.

De plus, une comparaison entre les prédictions numériques du premier et du second gradient a été effectuée. Il a été observé que les deuxièmes prédictions de gradient simulaient mieux les preuves expérimentales (voir figure 5).

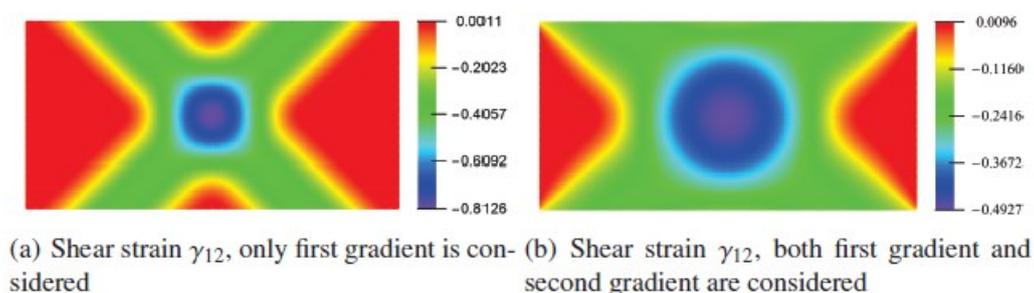


Figure 5

Des développements ultérieurs peuvent concerner la formulation 3D, pour inclure une déformation hors du plan.

Si les fibres sont à faisceau droit, la méthode proposée dans cette thèse s'étend sans modification notable. Dans le cas de poutres courbes et torsadées, une approche semi-numérique sera nécessaire. De plus, une extension possible est la non-linéarité géométrique. Lorsque de grandes déformations sont impliquées dans le processus, la forme des cellules change.

En supposant que les fibres restent sensiblement droites (courbure de flexion négligeable par rapport à la rotation de l'axe de la fibre), dans la configuration déformée, les cellules de taille orthogonale d'origine se comportent comme la cellule asymétrique présentée.

Bibliographie

- [1] L. Placidi, U. Andreaus, A. Della Corte, and T. Lekszycki. Gedanken experiments for the determination of two-dimensional linear second gradient elasticity coefficients. *Z. Angew. Math. Phys.*, 66(6):3699–3725, 2015.
- [2] T. Lekszycki, N. Olhoff, and J.J. Pedersen. Modelling and identification of viscoelastic properties of vibrating sandwich beams. *Compos. Struct.*, 22(1):15–31, 1992.
- [3] A. Bensoussan, J.L. Lions, and G. Papanicolaou. Asymptotic analysis for periodic structures. *North-Holland Publishing Company*, 1978.
- [4] Sanchez-Palencia E. Homogenization method for the study of composite media. asymptotic analysis ii. lecture notes in mathematics. *Berlin Heidelberg: Springer*, 985:192–214, 1983.
- [5] J.L. Auriault, C. Boutin, and C. Geindreau. Homogenization of coupled phenomena in heterogenous media. *John Wiley & Sons*, 149, 2010.
- [6] A. Raoult, D. Caillerie, and A. Mourad. Elastic lattices: equilibrium, invariant laws and homogenization. *Ann Univ Ferrara*, 54:297–318, 2008.
- [7] A. Mourad. Description topologique de l'architecture fibreuse et modelisation mecanique du myocarde. *Ph.D. thesis, I.N.P.L. Grenoble*, 2003.
- [8] H. Tollenaere and D. Caillerie. Continuous modeling of lattice structures by homogenization. *Advances in Engineering Software*, 29:699–705, 1998.
- [9] D. Caillerie, A. Mourad, and A. Raoult. Discrete homogenization in graphene sheet modeling. *Journal of Elasticity*, 84:33–68, 2006.
- [10] C. Boutin and J. Soubestre. Generalized inner bending continua for linear ber reinforced materials. *International Journal of Solids and Structures*, 48(3):517–534, 2011.
- [11] C. Boutin and S. Hans. Homogenisation of periodic discrete medium: Application to dynamics of framed structures. *Computers and Geotechnics*, 30(4):303–320, 2003.
- [12] C. Chesnais, C. Boutin, and S. Hans. Wave propagation and non-local effects in periodic frame materials: Generalized continuum mechanics. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 2013.
- [13] C. Boutin, S. Hans, and C. Chesnais. Generalized beams and continua. dynamics of reticulated structures. *Mechanics of generalized continua*, pages 131–141, 2010.
- [14] Ivan Giorgio C. Boutin, Francesco dell'Isola and Luca Placidi. Linear pantographic sheets part i. asymptotic micro-macro models identification. *Mathematics and mechanics of complex*, 5(2):127–162, 2017.
- [15] M. Komeili and A.S. Milani. The effect of meso-level uncertainties on the mechanical response of woven fabric composites under axial loading. *Computers and Structures*, 90:163–171, 2012.
- [16] L. Placidi, U. Andreaus, A. Della Corte, and T. Lekszycki. Gedanken experiments for the determination of two-dimensional linear second gradient elasticity coefficients. *Z. Angew. Math. Phys.*, 66(6):3699–3725, 2015.
- [17] T. Lekszycki, N. Olhoff, and J.J. Pedersen. Modelling and identification of viscoelastic properties of vibrating sandwich beams. *Compos. Struct.*, 22(1):15–31, 1992.
- [18] U. Andreaus, B. Chiaia, and L. Placidi. Soft-impact dynamics of deformable bodies. *Contin. Mech. Thermodyn.*, 25(2-4):375–398, 2013.