



HAL
open science

Le traitement des erreurs des élèves dans la formation des enseignants des mathématiques du second degré

Mohamed Almahmoud

► **To cite this version:**

Mohamed Almahmoud. Le traitement des erreurs des élèves dans la formation des enseignants des mathématiques du second degré. Education. Université de Nantes, 2019. Français. NNT: . tel-02307662

HAL Id: tel-02307662

<https://theses.hal.science/tel-02307662>

Submitted on 7 Oct 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITE DE NANTES

COMUE UNIVERSITÉ BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 603

Education, Langages, Interaction, Cognition, Clinique

Spécialité : Didactique des mathématiques

Par

« Mohamed ALMAHMOUD »

« Le traitement des erreurs des élèves dans la formation des enseignants des mathématiques du second degré »

Thèse présentée et soutenue à Nantes, le 17 juin 2019

Unité de recherche : Centre de Recherche en Education de Nantes

Thèse N° :

Rapporteurs avant soutenance :

Éric RODITI, Professeur, Université Paris Descartes : Président du jury
Aurélië CHESNAIS, Maître de conférences HDR, Université de Montpellier

Composition du Jury :

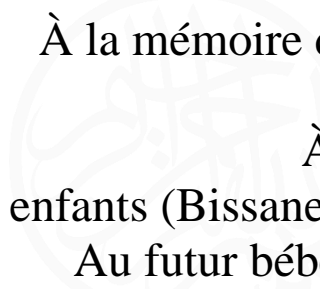
Président :

Examineurs : Sylvie COPPE, Maître de conférences et de recherche, Université de Genève

Dir. de thèse : Magali HERSANT, Professeure, Université de Nantes

Co-dir. de thèse : Denis BUTLEN, Professeur émérite, Université de Cergy-Pontoise

Invité(s)



À la mémoire de mon père
À ma mère
À ma femme
À mes enfants (Bissane et Sadaine)
Au futur bébé (Maëssan)

Remerciements

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon directeur de thèse Denis BUTLEN et ma codirectrice, Magali HERSANT. Je les remercie de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

J'adresse mes sincères remerciements à tous les formateurs, intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions. Merci d'avoir accepté de me rencontrer et de répondre à mes questions durant mes recherches.

À tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

Table des Matières

Remerciements	iv
Table des Matières	vi
Liste des tableaux, graphiques et figures	xii
Liste des acronymes	xiv
Introduction générale	1
LA PREMIÈRE PARTIE : PROBLÉMATIQUE ET RÉFÉRENCES THÉORIQUES	5
Problématique	7
Chapitre I : Contenus de formation	11
1. La genèse de PCK	13
1.1. Les différents regards sur PCK	14
1.2. Qu'est-ce que le PCK ?	16
2. Connaissances de base de l'enseignant	21
2.1. Les connaissances disciplinaires (SMK)	21
2.1.1. Connaissances disciplinaires communes (CCK)	21
2.1.2. Connaissances disciplinaires spécifiques à l'enseignement (SCK)	23
2.1.3. Connaissances de l'horizon du contenu (HCK)	26
2.2. Connaissances pédagogiques du contenu (PCK)	31
2.2.1. Connaissances du contenu et des élèves (KCS)	34
2.2.1.1. Les trois écoutes	34
2.2.1.1.1. L'écoute évaluative	34
2.2.1.1.2. L'écoute interprétative	34
2.2.1.1.3. L'écoute génératrice	35
2.2.1.2. Les profils d'apprenants	36
2.2.1.2.1. L'apprenant qui imite	37
2.2.1.2.2. L'apprenant « formel » ou sous didactique	37
2.2.1.2.3. L'apprenant penseur	37
2.2.1.2.4. L'apprenant « cultivé »	38
2.2.1.3. Les modèles d'apprentissage	38
2.2.1.3.1. Le modèle transmissif	38
2.2.1.3.2. Le modèle béhavioriste	39
2.2.1.3.3. Le modèle cognitif	39
2.2.1.4. Les erreurs classiques des élèves	40
2.2.2. Connaissances du contenu et de l'enseignement (KCT)	41
2.2.2.1. L'organisation et la gestion de classe	41
2.2.2.1.1. Le contrat ou la convention	42
2.2.2.1.2. La gestion du contenu	42
2.2.2.1.3. La gestion de la conduite	43
2.2.2.1.4. Communication dans la classe	43
2.2.2.2. Les stratégies typiques d'enseignement	43
2.2.2.2.1. L'enseignement explicite ou direct	44
2.2.2.2.2. L'enseignement dans une démarche d'auto questionnement	44
2.2.2.2.3. L'enseignement contextualisé	44
2.2.2.2.4. L'enseignement guidé	45
2.2.2.2.5. L'enseignement heuristique	45
2.2.2.2.6. L'enseignement réciproque	45

2.2.3.	Connaissances du contenu et de curriculum (KCC)	46
	Conclusion	50
Chapitre II : Transposition des connaissances de formation		51
1.	Les stratégies ou situations de formation (SSF)	52
1.1.	Les stratégies « non professionnelles »	52
1.1.1.	Les stratégies culturelles (STCU).....	52
1.1.2.	Les stratégies de recherche applicative (STRA)	53
1.1.3.	Les stratégies d'autonomie (STAU)	53
1.2.	Les stratégies professionnelles	53
1.2.1.	Les stratégies de monstration (STMO)	53
1.2.1.1.	Le modèle « artisanal ».....	54
1.2.1.2.	Le modèle « industriel »	54
1.2.2.	Les stratégies d'homologie (STHO).....	54
1.2.3.	Les stratégies de transposition (STTR).....	56
1.2.3.1.	La transposition didactique (STTRd)	56
1.2.3.2.	La transposition pédagogique (STTRp)	57
1.3.	Situation ou stratégie de compagnonnage (STCO)	58
2.	Un état des lieux d'offres de formations initiales en France.	60
2.1.	Formation basée sur des tâches prescrites	60
2.2.	Formation relative à l'introduction de savoirs professionnels théoriques	61
2.3.	Formation sur le terrain	61
3.	Le travail du formateur	62
4.	Effets de la formation	63
	Conclusion	66
Chapitre III : Erreurs des élèves (E²).....		67
1.	Erreurs dispersées à la typologie	68
1.1.	Les besoins des formés en termes d'erreurs.....	68
1.2.	Une synthèse des travaux sur les typologies d'erreurs des élèves	69
1.2.1.	Catégories d'erreurs anglo-saxonnes	69
1.2.1.1.	Catégories d'Ivan Watson.....	69
1.2.1.2.	Catégories de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky et Inbar	70
1.2.1.3.	Catégories de Weimer	71
1.2.1.4.	Catégories de Rose	71
1.2.1.5.	Catégories de Menchinskaya.....	71
1.2.1.6.	Catégories de Kuzmitskaya	71
1.2.2.	Catégories d'erreurs francophones	73
1.2.2.1.	Catégories de Charnay	73
1.2.2.2.	Catégories de Ravestein & sensevey	74
1.2.2.3.	Catégories d'Astolfi.....	75
1.3.	Difficultés et erreurs en mathématiques	78
1.3.1.	Difficultés et erreurs classiques en arithmétique.....	78
1.3.1.1.	Erreurs de nombres décimaux.....	78
1.3.1.1.1.	La difficile transition entiers naturels/décimaux	81
1.3.1.1.2.	Perte de sens ou restriction de concept	82
1.3.1.1.3.	Dispositif d'enseignement restreint.....	83
1.3.1.1.4.	Le changement de l'unité de référence	84
1.3.1.1.5.	Le paradoxe entre métadonnées en jeu et antérieures	85
1.3.1.1.6.	La représentation des nombres décimaux.....	85
1.3.2.	Difficultés et erreurs classiques en algèbre	87
1.3.2.1.	Défaut dans la distributivité	89
1.3.2.2.	Difficile transition entre arithmétique et algèbre	91
1.3.2.3.	Objet	92
1.3.2.3.1.	Lettres	92
1.3.2.3.2.	Expression algébrique	93
1.3.2.3.3.	Les équations	93

1.3.2.4. Outil	94
1.3.2.5. Opérations implicites.....	95
1.3.2.6. Erreurs et compétences.....	95
1.3.2.6.1. L'utilisation des lettres.....	96
1.3.2.6.2. Le calcul algébrique.....	96
1.3.2.6.3. La traduction entre différents registres sémiotiques	97
1.3.2.6.4. Les types de rationalité	97
1.3.3. Difficultés et erreurs classiques dans la géométrie	99
2. Les remédiations possibles des erreurs	105
Conclusion	109
LA SECONDE PARTIE : METHODOLOGIE ET ANALYSE DES PRATIQUES	111
Chapitre IV : Méthodologie de recherche	113
1. Recueil des données	113
2. Analyse des données	113
2.1. Stade de formation en centre	114
2.1.1. Analyse de cours de formation.....	115
2.1.1.1. Analyse des savoirs ou des connaissances de formation	115
2.1.1.2. Analyse de stratégies de formation.....	116
2.1.2. Analyse de questionnaire adressé aux formés de deux formateurs	121
2.1.3. Analyse d'entretiens avec les formateurs	122
2.2. Stade du stage en classe de responsabilité	122
2.2.1. Analyse des séances de cours lors du stage	123
2.2.2. Analyse d'entretiens antérieurs et postérieurs avec les stagiaires	123
2.3. Des effets potentiels de la formation sur les pratiques des stagiaires	123
2.3.1. D'autres indicateurs pour évaluer les effets d'une formation	124
2.3.1.1. Confronter le formé à un vrai problème professionnel (EFF-CPD).....	125
2.3.1.2. L'institutionnalisation (EFF-INS)	125
2.3.1.3. Mutualisation des pratiques et production collaborative (EFF-MDP)	125
2.3.1.4. Le <i>feedback</i> ou le retour (EFF-FEED).....	125
2.3.1.5. Le PCK (EFF-PCK).....	125
2.3.2. Les traces de la formation dans les cours de stage (EFF-TFS)	126
Conclusion	127
Chapitre V : Analyse de contenus de formation F_c.....	129
1. Analyse <i>a priori</i>	129
1.1. Document 1 : productions d'élèves	130
1.2. Document 2 : tableaux des produits et réponses multiples.....	135
1.3. Document 3 : introduction de la multiplication des nombres décimaux	137
1.4. Document 4 : comparaison de nombres décimaux (productions d'élèves).....	138
1.5. Document 5 : le passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale	141
2. Analyse du questionnaire	143
2.1. Analyse de la catégorie 'Types d'erreurs'	143
2.2. Analyse de la catégorie « préparation d'erreurs ».....	146
2.3. L'analyse de la catégorie 'traitement de l'erreur'	149
2.4. Analyse de la catégorie « évaluation de la formation »	153
2.5. Analyse de la catégorie « apport de stage »	155
3. Regard croisé sur les résultats de l'analyse du questionnaire et ceux découlant de l'analyse <i>a priori</i>	155
4. Analyse <i>a posteriori</i> ou analyse du déroulement	158
4.1. Document 1 (productions d'élèves)	158
4.2. Document 2 : tableaux des produits et réponses multiples.....	162
4.3. Document 3 : introduction de la multiplication des nombres décimaux	162
4.4. Document 4 : comparaison de nombres décimaux (productions d'élèves).....	163
4.5. Document 5 : le passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale	164
5. Analyse de l'entretien avec le formateur	165

5.1.	Sa conception sur l'erreur	165
5.2.	La nature des connaissances envisagées	166
5.3.	Stratégies à mettre en œuvre	167
5.4.	Ressources à l'appui	167
5.5.	Les retours des stagiaires (feedback)	168
6.	Analyses transversales	168
6.1.	La nature des connaissances transmises aux formés	169
6.1.1.	CCK (Commun content knowledge)	169
6.1.2.	SCK (specialized content knowledge)	170
6.1.3.	HCK (Horizon content knoweldge)	170
6.1.4.	KCS (knowledge of content and students)	171
6.1.5.	KCT (knowledge of content and teaching)	172
6.1.6.	KCC (knowledge of content and curriculum)	173
6.2.	Les stratégies de formation mises en œuvre	174
6.2.1.	Stratégies professionnelles	174
6.2.2.	Stratégies non professionnelles	175
6.2.3.	Stratégies d'accompagnement ou compagnonnage	175
6.3.	Croisement d'analyses et de regards	175
6.3.1.	Stagiaires peu outillés	176
6.3.2.	Connaissances peu institutionnalisées	176
6.3.3.	Stratégies de formation diversifiées	177
6.3.4.	Le paradoxe mystérieux	177
6.3.5.	Les attentes modérées des stagiaires	178
6.4.	KCS et KCT restreints	179
6.4.1.	Quasi-absence des éléments ayant des incidences sur les pratiques des stagiaires	180
	Conclusion	180

Chapitre VI : L'analyse de pratiques d'un stagiaire suivant la formation du F_c..... 183

1.	Analyse détaillée d'une séance	183
1.1.	Analyse <i>a priori</i>	183
1.1.1.	Exercice 1	184
1.1.1.1.	Prérequis	184
1.1.1.2.	Objectifs	184
1.1.1.3.	Les erreurs éventuelles	184
1.1.2.	Exercices 2-3-4-5	185
1.1.2.1.	Prérequis	185
1.1.2.2.	Objectifs	185
1.1.2.3.	Les erreurs éventuelles	185
1.1.3.	Exercice 6	186
1.1.3.1.	Prérequis	186
1.1.3.2.	Objectifs	186
1.1.3.3.	Erreurs éventuelles	186
1.2.	Analyse <i>a posteriori</i>	188
1.2.1.	Erreurs et origines	188
1.2.1.1.	Hors mathématiques (HM)	188
1.2.1.2.	Dispositif réduit (DR)	189
1.2.1.3.	Transition difficile (TD) ou Notion en état de construction (NEC)	190
1.2.2.	Intervention du stagiaire face aux erreurs	191
2.	Analyses plus poussées de pratiques du stagiaire	195
2.1.	Croisement des analyses <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i>	195
2.2.	Régularités et variabilités ou perturbations dans la pratique du stagiaire	199
2.2.1.	Certaines régularités potentielles	199
2.2.2.	Variabilités	200
3.	Les effets potentiels de la formation sur les choix du stagiaire	203
3.1.	Analyse fine des réponses du stagiaire au questionnaire	203
3.2.	Traces des pratiques du formateur dans celles du stagiaire	204
	Conclusion	205

Chapitre VII : Analyse de contenus de formation F_p	207
1. Analyse <i>a priori</i>	208
1.1. Analyse <i>a priori</i> des exercices ou activités proposés par le formateur F _p	208
1.1.1. Analyse <i>a priori</i> des séances 2 et 3.....	209
1.1.1.1. Exercice 1.....	209
1.1.1.2. Exercice 2.....	211
1.1.1.3. Exercice 5.....	212
1.1.1.4. Exercice 6.....	213
1.1.2. Analyse <i>a priori</i> des séances 1 et 4.....	216
2. Analyse du questionnaire	216
2.1. L'analyse de la catégorie « Types d'erreurs »	217
2.2. Analyse de la catégorie « préparation des erreurs »	219
2.3. Analyse de la catégorie « traitement de l'erreur »	223
2.4. Analyse de la catégorie « évaluation de la formation »	226
2.5. Analyse de la catégorie « apport de stage »	227
3. Regard croisé sur les résultats de l'analyse du questionnaire et ceux de l'analyse <i>a priori</i>	228
4. Analyse <i>a posteriori</i>	230
4.1. Analyse de la séance 2 et 3	230
4.1.1. Séance 2.....	230
4.1.2. Séance 3.....	233
5. Analyse de l'entretien avec le formateur F _p	237
5.1. Sa conception sur l'erreur	238
5.2. La nature des connaissances envisagées	239
5.3. Stratégies à mettre en œuvre	240
5.4. Ressources à l'appui.....	240
5.5. Les retours des stagiaires (feedback).....	240
6. Analyses transversales.....	241
6.1. La nature des connaissances transmises aux formés.....	241
6.1.1. CCK (commun content knowledge)	241
6.1.2. SCK (specialized content knowledge).....	242
6.1.3. HCK (horizon content knowledge).....	242
6.1.4. KCS (knowledge of content and students)	242
6.1.5. KCT (knowledge of content and teaching)	242
6.1.6. KCC (knowledge of content and curriculum).....	243
6.2. Les stratégies de formation mises en œuvre	243
6.2.1. Stratégies professionnelles.....	243
6.2.2. Stratégies non professionnelles	244
6.2.3. Stratégies d'accompagnement ou compagnonnage	244
6.3. Croisement d'analyses et de regards	245
6.3.1. Stagiaires peu outillés.....	245
6.3.2. Connaissances peu institutionnalisées	245
6.3.3. Stratégies de formation restreintes	246
6.3.4. Le paradoxe mystérieux	246
6.3.5. Les attentes modérées des stagiaires.....	246
6.3.6. KCS et KCT restreints	247
6.3.7. Quasi absence des éléments ayant des incidences sur les pratiques des stagiaires.....	247
Conclusion	248
Chapitre VIII : L'analyse de pratiques d'un stagiaire suivant la formation de formateur F_p	249
1. Analyse détaillée d'une séance.....	249
1.1. Analyse <i>a priori</i>	249
1.1.1. Exercices de calculs de puissances	249
1.1.1.1. Prérequis.....	250
1.1.1.2. Objectif	250
1.1.1.3. Les erreurs éventuelles.....	250
1.2. Analyse <i>a posteriori</i>	251
1.2.1. Erreurs et traitement ou interventions du stagiaire	252

1.2.1.1.	Erreurs relatives à la définition des puissances	252
1.2.1.2.	Erreurs relatives à la généralisation abusive	253
1.2.1.3.	Erreurs relatives au dispositif d'enseignement	254
1.2.1.4.	Erreurs relatives à origines multiples	256
2.	Analyses plus poussées de pratiques du stagiaire	257
2.1.	Croisement des analyses <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i>	257
2.2.	Régularités et variabilités ou perturbations dans les pratiques du stagiaire	260
2.2.1.	Certaines régularités potentielles	260
2.2.2.	Variabilités et perturbations.....	260
3.	Les effets potentiels de la formation sur les choix du stagiaire.....	262
3.1.	Analyse des réponses des étudiants au questionnaire	262
3.2.	Traces des pratiques du formateur dans celles du stagiaire	262
	Conclusion	263
	Chapitre IX : Bilan et résultats généraux.....	265
1.	Les connaissances de base transmises aux formés	265
2.	Les stratégies de travail sur l'erreur en formation et en stage.....	266
3.	Éléments essentiels dans la formation influençant les pratiques des stagiaires.....	269
4.	Situations ou stratégies de formation mises en œuvre.....	270
5.	Les effets potentiels des pratiques des formateurs sur celles des stagiaires	271
	Conclusion générale	273
	BIBLIOGRAPHIE.....	277
	Annexes :	301

Liste des tableaux, graphiques et figures

Tableau I.1 : Connaissances de base de l'enseignant dans les différents travaux.....	19
Tableau I.2 : Les éléments des connaissances disciplinaires SMK.....	31
Tableau I.3 : Éléments des connaissances pédagogiques du contenu PCK.....	48
Tableau I.4 : Récapitulatif des connaissances de base dont le futur enseignant a besoin.....	50
Tableau II.1 : Critères des stratégies ou situations de formation.....	60
Tableau III.1 : Catégories d'erreurs selon Watson (1980).....	70
Tableau III.2 : Catégories d'erreurs (Movshovitz-Hadar et al., 1987).....	71
Tableau III.3 : Catégories d'erreurs selon Weimer Weimer (1929).....	71
Tableau III.4 : Catégories d'erreurs selon Rose (1961) (cité dans Radatz (1979)).....	71
Tableau III.5 : Catégories d'erreurs selon Menchinskaya (cité dans Radatz (1979)).....	71
Tableau III.6 : Catégories d'erreurs selon Kuzmitskaya (cité dans Radatz (1979)).....	72
Tableau III.7 : Croisement de catégorisations des erreurs déjà existantes.....	73
Tableau III.8 : Typologie hybride des typologies d'erreurs anglo-saxonnes.....	73
Tableau III.9 : Catégories d'erreurs de Charnay (1989).....	74
Tableau III.10 : Réaction des enseignants face aux erreurs des élèves.....	74
Tableau III.11 : Catégories d'erreurs selon Astolfi (1997).....	75
Tableau III.12 : Fusion des typologies francophones.....	76
Tableau III.13 : Synthèse des typologies d'erreurs déjà existantes.....	77
Tableau III.14 : Chiffres sur les erreurs des nombres décimaux (Steinle & Stacey, 1998).....	79
Tableau III.15 : Récapitulatif des différentes erreurs dans les nombres décimaux.....	81
Tableau III.16 : Catégories d'erreurs dans les nombres décimaux.....	87
Tableau III.17 : Erreurs classiques dans l'apprentissage de l'algèbre.....	89
Tableau III.18 : Origines des erreurs dans l'apprentissage de l'algèbre.....	99
Tableau III.19 : Typologie finale d'erreurs des élèves.....	105
Tableau III.20 : Modèle théorique du traitement des erreurs des élèves de Portugais (1995).....	108
Tableau IV.1 : Codage des connaissances de base en formation.....	116
Tableau IV.2 : Codage des stratégies de formation.....	117
Tableau IV.3 : Grille d'analyse des origines d'erreurs.....	120
Tableau IV.4 : Grille d'analyse de stratégies de travail sur l'erreur en formation et en stage.....	121
Tableau V.1 : Types d'erreurs extraits des productions données par le formateur Fc.....	131
Tableau V.2 : Appartenance des exercices aux catégories d'erreurs.....	131
Tableau V.3 : Autres types d'erreurs extraits des productions données par le formateur Fc.....	134
Tableau V.4 : Analyse de premier thème du questionnaire dit types d'erreurs.....	144
Tableau V.5 : Catégorisation des réponses des formés à la préparation des erreurs.....	147
Tableau V.6 : Œil sur le traitement de l'erreur chez les formés.....	150
Tableau V.7 : Types d'erreurs données par le formateur et ses étudiants.....	158
Tableau VII.1 : Types des erreurs dans selon l'analyse <i>a priori</i> de la séance 2.....	214
Tableau VII.2 : Types d'erreurs cités par les interrogés au questionnaire.....	217
Tableau VII.3 : Types de préparation des erreurs cités par les interrogés au questionnaire.....	220
Tableau VII.4 : Traitement de l'erreur proposé par les formés.....	224
Tableau IX.1 : Recensement des connaissances transmises aux formés relatives à l'erreur.....	266
Tableau IX.2 : Recensement des stratégies de travail sur l'erreur à plusieurs stades.....	267
Tableau IX.3 : Facteurs des effets positifs sur les pratiques de stagiaires.....	269
Tableau IX.4 : Recensement des stratégies mises en œuvre par les deux formateurs.....	270

Graphique V.1 : Fréquence des types d'erreurs dans les 19 productions	132
Graphique V.2 : Rassemblement des productions autour de certains types d'erreurs	132
Graphique V.3 : Répartition des erreurs dans notre typologie d'erreurs	134
Graphique VII.1 : Principaux types d'erreurs donnés par les formés	218
Graphique VII.2 : Comparaison des « types d'erreurs » donnés par les formés du Fc/ Fp ...	219
Graphique VII.3 : Principaux types d'erreurs donnés par les formés	221
Graphique VII.4 : Catégories d'intérêt de préparation d'erreurs en amont.....	223
Graphique VII.5 : Catégories du traitement des erreurs données par les formés.....	224
Graphique VII.6 : Autres catégories du traitement des erreurs données par les formés	225
Graphique VII.7 : Simple évaluation de la formation	227
Graphique IX.1 : Répartition des éléments de stratégies de travail sur l'erreur	268
Figure I.1 : Connaissances de base de l'enseignant selon Shulman.....	13
Figure I.2 : Catégorisation de Carlsen (1999)	16
Figure I.3 : L'origine de PCK	17
Figure I.4 : Catégorisation des connaissances de base de l'enseignant (Shulman).....	18
Figure I.5 : Catégorisation de Grossman (cité dans Abell (2007))	18
Figure I.6 : Le développement de la catégorisation de Shulman (Ball et al., 2008)	20
Figure III.1 : Croisement des typologies anglo-saxonnes et francophones.....	77
Figure III.2 : Exemple de la division euclidienne d'un nombre décimal par un entier.....	85
Figure III.3 : Un carré vu par les élèves comme un losange du fait sa direction	102
Figure III.4 : Évolution des stagiaires du traitement des erreurs des élèves	108
Figure IV.1 : Interactions des sujets dans notre étude.....	114
Figure IV.2 : Schéma du parallélogramme d'analyse des éléments de la formation	127
Figure V.1 : Schéma de flux potentiel des renseignements sur l'erreur de l'amont à l'aval .	157
Figure V.2 : La technique de multiplication arabe ou <i>per gelosia</i>	160

Liste des acronymes

A

AU
Autres types d'erreurs..... 119

B

BO
Bulletin Officiel..... 115

C

CAPES
Certificat d'Aptitude au Professorat de
l'Enseignement du Second degré..... 178

CCK
Commun Content Knowledge 8

CK
Content Knowledge..... 14

CORFEM
COMmission de Recherche sur la Formation des
Enseignants de Mathématiques du second degré
..... 60

CRPE
Concours de Recrutement de Professeurs des Écoles
..... 205

D

DCA
Défaut dans une Connaissance Antérieure 119

DEC
Défaut dans une Notion en État de Construction .. 119

DK
Didactical Knowledge..... 14

DMK
Didactical Mathematical Knowledge..... 24

DR
Dispositif Réduit..... 119

E

E²
Erreurs des Élèves 67

EFF-CPD
Effet de confronter le formé à un vrai problème
didactique..... 125

EFF-FEED
Effet de *feedback* ou de retours..... 125

EFF-INS
Effet de l'institutionnalisation..... 125

EFF-MDP

Effet de la collaboration et de la mutualisation des
pratiques 125

EFF-PCK
Effet de Pedagogical Content Knowledge..... 125

EFF-TFS
Effet des traces de la formation dans le stage..... 126

EO
Éléments Ostensifs 119

ERMEL
Ressources en Mathématique pour l'École et le
collège 57

ESPE
École supérieure du professorat et d'éducation..... 3

F

F_c
"Formateur chercheur" 113

F_p
"Formateur professionnel" 113

G

GPK
General Pedagogical Knowledge 32

H

HCK
Horizon Content Knowledge..... 8

HCK-A
Horizon Content Knowledge-Anterior 28

HCK-P
Horizon Content Knowledge-Posterior 28

HDR
Habilitation à Diriger des Recherches..... 8

HM
Hors Mathématiques 119

I

INRP
Institut National de Recherche Pédagogique 57

IREM
Instituts de Recherche sur l'Enseignement des
Mathématiques..... 240

K

KCC
Knowledge of Content and Curriculum 8

KCS
Knowledge of Content and Students 8

KCT

Knowledge of Content and Teaching 8

O

O(E²)

Origines des Erreurs des Élèves..... 118

P

PCK

Pedagogical Content Knowledge..... 2

PISA

Programme International pour le Suivi des Acquis des
élèves..... 11

PK

Pedagogical Knowledge 14

R

R(tp)

Reformulation de la tâche prescrite..... 108

S

S(IP)

Stratégies d'Institutionnalisation Primitive 108

S(R)

Stratégies de Remédiation 108

SAD

Stratégies A-Didactiques du traitement d'erreurs . 108

SCK

Specialized Content Knowledge 8

SD

Stratégies Didactiques du traitement d'erreurs..... 108

SMK

Subject-Matter Knowledge 14

SSF

Stratégies ou Situations de Formation 52

STAU

Stratégies basées sur l'Autonomie..... 53

STCO

Stratégie de compagnonnage 58

STCU

Stratégies basées sur la Culturelle 52

STHO

Stratégies basées sur l'Homologie 54

STMO

Stratégies basées sur la Monstration 53

STRA

Stratégies basées sur la Recherche Appliquée 53

STTR

Stratégies basées sur la Transposition..... 56

STTRd

Stratégies basées sur la Transposition didactique ... 56

STTRp

Stratégies basées sur la Transposition pédagogique 57

T

T(E²)

Traitement des Erreurs des Élèves..... 108

TAD

Théorie Anthropologique du Didactique 23

TD

Transition Difficile..... 119

Travaux Dirigés 106

tp

tâche prescrite 105

Z

ZEP

Zone d'Éducation Prioritaire 58

Introduction générale

La création d'une formation pour les futurs enseignants syriens des mathématiques du second degré est à l'origine de ce travail de recherche. En effet, l'enseignant syrien diplômé d'une maîtrise en mathématiques attend, pour être titularisé, le concours qui s'organise en moyenne tous les deux ans. Entre temps, il se rend en classe devant les élèves sans aucune formation. En attendant le concours, il lui est possible de préparer un diplôme supplémentaire en qualification pédagogique où l'on reçoit des formations en philosophie de l'éducation, en développement de l'enfant et de l'adolescent, en psychologie de l'enfant et didactique des mathématiques. Cette qualification se termine par un stage de deux semaines en collège et lycée. Cela s'est passé de cette façon pour l'auteur de cette thèse. Outre ce diplôme, il n'y a pas de formation obligatoire pour le concours. Il devient donc pour les titulaires une sorte de formation contenue facultative. En conséquence, nous nous intéresserons dans cette thèse au système de formation français. À travers celui des enseignants des mathématiques, nous nous intéresserons en particulier au contenu et aux stratégies qui nous permettraient de proposer une formation adéquate aux futurs enseignants.

Il convient de garder également à l'esprit que la réforme de la formation des enseignants est un sujet d'actualité en France depuis le début de nos recherches en 2010. Dans ce contexte, de nombreuses études s'intéressent au sujet depuis des décennies. Certaines se focalisent sur les situations de formation (Houdement & Kuzniak, 1996), d'autres sur les offres et pratiques de formation (Douady, Robert, Artigue, Henry, & Butlen, 1991; Robert, Roditi, & Grugeon, 2007) ou encore sur la vigilance didactique (Pézarid, Butlen, & Huraux-Masselot, 2012). Tout cela dans le but de proposer une formation solide aux futurs enseignants en mathématiques. Un tel objectif est au cœur de notre travail de recherche, notamment pour ce qui concerne la question du traitement des erreurs des élèves. Cette question demeure au centre de l'attention de nombreux sujets éducatifs. Toutefois, les recherches menées sur l'erreur en classe (Ashlock, 1982, 2010; Astolfi, 1997; Baruk, 1998; Booth & Johnson, 1984;

Brousseau, 1980; Brousseau, 2001, 2009; Charnay, 1989; Charnay & Mante, 1990; Josette, 1987; Ohlsson, 1996; Roditi, 2007) sont privilégiées et plus nombreuses que celles effectuées au cours de la formation (Deblois & Squalli, 1997; Deblois & Squalli, 2002; Portugais, 1995).

Les résultats des recherches menées sur l'erreur indiquent que les erreurs des élèves, sur les nombres décimaux par exemple, persistent jusqu'à un stade tardif de niveau scolaire (Roditi, 2007). Cela met en évidence le fait que les enseignants, notamment les débutants, ont du mal à traiter certaines erreurs d'élèves. En effet, il ne suffit pas de corriger l'erreur sans chercher ses origines pour proposer le bon traitement. Corriger consiste simplement à signaler le lieu de l'erreur et à montrer la procédure correcte (Portugais, 1994). L'emploi de ce terme par les enseignants pourrait donc mettre en question leur formation. Cela nous amène à poser la question suivante : comment nous forme-t-on pour traiter les erreurs des élèves ? Quelles connaissances transmet-on aux futurs enseignants pour qu'ils soient en mesure de traiter les erreurs ? Quelles stratégies ou situations de formation met-on en œuvre pour favoriser le traitement des erreurs d'élèves chez les formés ? Ce questionnement devient alors le cœur de notre recherche, ciblant les effets de la formation sur les pratiques des stagiaires pour la question de l'erreur.

La question des connaissances de base dont le futur enseignant a besoin pour enrichir ses pratiques fait intervenir la conception de PCK ou « Pedagogical Content Knowledge » de Shulman¹ (Shulman, 1987). C'est alors qu'à la vue des multiples variables intervenant dans notre thèse, nous empruntons aussi des éléments et des indicateurs des travaux de Butlen, Masselot, Pézard (2011, 2012, 2013), notamment en ce qui concerne la vigilance didactique.

Étant donné les éléments multiples qui entrent en jeu dès que nous parlons des pratiques des formateurs que nous avons observés, celles des stagiaires que nous avons filmés en classe, en plus de la question de l'erreur, la complexité du sujet rend la méthodologie de recherche plus lourde et parfois difficile à saisir pour le lecteur à partir d'une simple lecture sans faire appel à certains éléments cités dans les références théoriques. Initialement notre méthodologie répond à la question des effets des pratiques de deux formateurs sur celles de leurs stagiaires. Cela mobilise autant d'outils pour analyser ces effets : analyse du contenu de formation en nous appuyant sur la conception de PCK ; analyse de situations de formation en nous reposant sur les travaux de Kuzniak ; analyse du questionnaire diffusé auprès des formés et des entretiens menés avec les formateurs et leur stagiaire. Tout cela est dans le but d'aborder les facteurs essentiels de notre sujet de plusieurs points de vue. Signalons

¹ <https://www.britannica.com/biography/Lee-S-Shulman>

que parfois pour ne pas noyer le lecteur dans des détails méthodologiques, les analyses intermédiaires des données (transcriptions des séances, des entretiens, du questionnaire) ne figurent pas toujours in extenso dans le volume principal mais sont consultables dans les annexes ou se font de manière directe sans passer par une longue phase d'interprétation. Par exemple, l'analyse de stratégies sur le travail de l'erreur citées par les formés lors de la réponse au questionnaire se fait directement en nous appuyant sur le tableau ad hoc, c'est une sorte de correspondance terme à terme.

Par ailleurs, le lecteur pourrait ressentir, à un moment donné, l'existence de deux niveaux d'analyse : celui d'un observateur extérieur (un simple chercheur) et celui d'un observateur interne (un chercheur formateur). En effet, l'auteur de cette thèse travaille dans une ESPE² depuis trois ans et cela pourrait avoir des incidences sur l'analyse.

Notre thèse se scinde en deux parties dans lesquelles sont regroupés neuf chapitres. Les trois premiers précédés d'une problématique, portent respectivement sur les connaissances de base dont le futur enseignant a besoin selon nos références théoriques (Shulman et ses successeurs), les situations de formation mises en œuvre et les erreurs des élèves, se focalisent sur les différentes références théoriques dont découlent notre méthodologie de recherche, qui vient en quatrième chapitre. Les quatre chapitres qui suivent concernent l'analyse des pratiques de deux formateurs et l'analyse des pratiques de leur stagiaire. L'interprétation et la discussion de certains résultats se font au fur et à mesure tout au long de ces chapitres. Un dernier chapitre récapitule enfin les résultats déjà annoncés dans les quatre précédents. Certains résultats originaux peuvent faire appel à des outils supplémentaires dans le but de faire des analyses plus fines. Ces outils seront explicités dans la méthodologie de la recherche sans recours au cadre théorique du fait qu'ils sont tardivement rajoutés.

Une perspective indispensable pour notre conclusion sera de développer des pistes pour concevoir un dispositif de formation adéquat au traitement des erreurs des élèves, de le tester et le comparer à d'autres dispositifs traditionnels. De plus, il sera essentiel de se focaliser sur d'autres facteurs que nous n'avons pas le temps de prendre en compte, comme les composantes personnelles et institutionnelles et leurs effets sur les pratiques des formateurs ou stagiaires. Des suggestions à remonter au niveau de la formation des formateurs pourront également s'avérer utiles.

² École supérieure du professorat et d'éducation

LA PREMIÈRE PARTIE :
PROBLÉMATIQUE ET RÉFÉRENCES
THÉORIQUES

Problématique

De nombreuses études se sont intéressées aux facteurs ayant une incidence sur la formation des enseignants des mathématiques comme les connaissances de base dont le futur enseignant a besoin pour réussir son métier, les stratégies ou situations de formation, les pratiques des formateurs et les offres de formation. Le traitement de l'erreur est primordial pour le travail de l'enseignant. La présente recherche a pour but d'étudier, à court terme, les pratiques de formateurs (régularités et variantes) et les effets de la formation sur les pratiques des stagiaires en ce qui concerne le traitement des erreurs des élèves, en classe.

La question des erreurs des élèves en classe a fait l'objet d'études pour de nombreux chercheurs, aussi bien en didactique des mathématiques qu'en sciences de l'éducation, notamment dans les années 1980 et 1990. Astolfi, Charnay, Grugeon et Portugais ont analysé en profondeur cette question, que ce soit dans un cadre général ou plus particulier comme l'algèbre. Certains ont même été amenés à construire des typologies d'erreurs. Cette question reste un sujet de recherche d'actualité : il s'agit d'analyser les erreurs des élèves, de trouver leurs origines et de proposer des traitements. De plus, la question est une compétence majeure à acquérir dans les concours de recrutement des professeurs. Nous pensons que, dans ce contexte, la question de l'erreur est primordiale dans les cours de formation où le formateur propose fréquemment d'analyser les erreurs des élèves et leurs productions. Or, la question de l'erreur est rarement étudiée par les didacticiens des mathématiques en formation, notamment lorsqu'il s'agit du second degré.

Pour former un enseignant à traiter les erreurs des élèves, il faudrait que certains éléments ou outils soient à la disposition des formateurs. En effet, en empruntant à Charles-Pézar (2010) le terme « vigilance didactique », nous l'étendons au formateur : « une sorte d'ajustement didactique permanent de la part du [formateur] faisant appel aux composantes cognitives et médiatives des pratiques... » (Robert & Rogalski, 2002). Cela nous amène à mettre en évidence certaines connaissances didactiques nécessaires (résultats de recherche incontestables, invariants de didactique comme la difficile transition entre entiers et décimaux, outils d'analyse : analyse *a priori* et *a posteriori*, etc.). Cela fait le noyau de notre cadre théorique. Nous déclinons trois volets pour étudier les pratiques de formateurs et leurs effets : connaissances de base

dont le futur enseignant a besoin (PCK), typologies d'erreurs et stratégies ou situations de formation.

Ces trois facteurs jouent un rôle très important dans la formation du futur enseignant et méritent d'être étudiés en détail afin de se focaliser sur les différents facteurs qui peuvent influencer sur les pratiques des stagiaires lors du traitement des erreurs en classe de stage. Dans ce contexte, selon Shulman et ses successeurs, les connaissances de base nécessaires pour le futur enseignant se scindent en six catégories : les connaissances disciplinaires (CCK), celles spécifiques à l'enseignement (SCK), celles de liaison ou transversales (HCK), celles basées sur les élèves (KCS), celles basées sur les stratégies d'enseignement typiques (KCT) et celles de curriculum (KCC). Certaines connaissances essentielles par rapport à la question du traitement de l'erreur dans la formation. Par exemple, les connaissances SCK, HCK, KCS et KCT sont privilégiées car elles contiennent des éléments importants sur la question de l'erreur (profils d'élèves, erreurs classiques, stratégies d'enseignement typique, etc.) comme nous l'indiquons dans le chapitre I. Il s'agit donc de connaissances de référence pour le formateur qui veut transmettre des informations sur les erreurs et leur traitement aux formés. Aussi, les interactions « formateur-stagiaire » peuvent s'appuyer sur les stratégies ou situations de formation. Elles sont des outils permettant de transmettre les connaissances aux formés. Il faudrait mettre en lumière sept situations diverses de formation (non professionnelles, professionnelles et compagnonnage) dont deux (transposition et compagnonnage) qui sont recommandées et pourraient influencer positivement les pratiques de stagiaires. Entre connaissances de base et stratégies de formation, le formateur achève son travail et s'engage à exercer une vigilance didactique.

Aline ROBERT et ses collaborateurs semblent attribuer en partie les difficultés de transfert de pratiques aux stagiaires qui exercent notamment dans le 1^{er} degré selon les modalités proposées en formation. Dans ce contexte, il s'avère que les dispositifs d'analyse de pratiques sont peu abordés, qu'il y a un manque d'analyse *a posteriori* et que les alternatives sont également absentes. De même, un fossé entre les pratiques proposées en formation et celles mises en œuvre en classe par les professeurs débutants a été signalé par Brigitte Grugeon- Allys dans son HDR (2008). Elle s'inspire de nombreux travaux afin de dégager une liste non-exhaustive des difficultés rencontrées par les enseignants. Il s'agit de six difficultés : les contenus disciplinaires à sélectionner ; la *priorité* donnée à un projet local ; le manque de repères ; l'aménagement du milieu ; la dénaturalisation de notions difficiles ; la prise en compte des tensions et des obstacles fréquentés.

Ainsi, certains chercheurs stipulent que pour que l'étude des effets de formation sur les pratiques des stagiaires soit significative ou pour savoir si la formation est productive il vaut mieux faire appel à un intermédiaire ou à un sujet de référence. C'est notamment l'évaluation des élèves, qui joue ce rôle, sous la tutelle de ces enseignants novices issus de la formation. C'est un outil privilégié par les recherches anglo-saxonnes. Or, cet outil est régi par un très grand nombre de facteurs qui peuvent au moindre changement fausser les résultats. De fait, nous percevons une certaine contradiction dans les résultats de recherche. Par exemple, les études de Coladarci & Gage (1984) et de Van Der Sijde (1989) l'affirment. Cette contradiction vient de facteurs qui peuvent influencer les études : le nombre d'élèves dans la classe, l'environnement, la réputation de l'université d'origine du professeur par exemple. Pour contourner cette contradiction, nous procédons à une analyse directe des contenus de la formation et des réactions des stagiaires en classe sans passer par un intermédiaire (l'évaluation des élèves) en nous appuyant sur les deux composantes cognitives et médiatives et leurs éléments constitutifs (analyse *a priori*, *a posteriori*, etc.).

Lorsque les stagiaires ne peuvent identifier les types d'erreurs et leur origine, qu'ils se mettent à demander à l'élève d'expliquer sa démarche ou son raisonnement, il nous semble légitime de poser la question suivante : qui est le responsable de cette « faille » ? S'agit-il d'un manque de connaissances transmises lors de la formation ? Ou plutôt d'une question de stratégies ou de situations de formation ayant peu institutionnalisé les savoirs de référence liés à la question de l'erreur ? De nombreuses recherches montrent que le traitement des erreurs des élèves exercé par le professeur débutant évolue au fil de temps avec l'expérience. En d'autres termes, plus l'enseignant a d'expérience, moins les élèves ont de difficultés (Clotfelter, Ladd, & Vigdor, 2006; Feng, 2009). Or, l'expérience telle que définie par Oscar WILD est : « le mot que donne chacun à ses erreurs ». C'est-à-dire que l'enseignant novice va commettre des erreurs par lesquelles il constitue son expérience. Si la formation peut enrichir ces futurs enseignants par des connaissances de base sur la question de l'erreur pour raccourcir le temps de leur expérimentation, l'apprentissage des élèves va dans le bon sens. Mais, quelles connaissances de base leur transmettre ?

La réponse à cette question pourrait permettre de mieux comprendre comment former ou mieux former les futurs enseignants des mathématiques du second degré à traiter les erreurs des élèves. De plus, elle permet de se focaliser sur les pratiques des formateurs. Ces derniers peuvent favoriser le traitement des erreurs des élèves chez les stagiaires en comprenant leurs choix stratégiques.

Des résultats de recherches menées sur la formation en général (et non sur l'erreur en particulier) soulignent un décalage important entre les contenus de formation dispensés par les formateurs, les modèles sous-jacents et les pratiques effectives des stagiaires lors de stages (Koetsier, 1995; Vanderlinde & van Braak, 2010). Autrement dit, les stagiaires ne mettent pas souvent en œuvre ce qu'ils ont reçu lors de la formation. C'est-à-dire qu'ils ont du mal à traiter les erreurs des élèves. À cet égard, nous pouvons émettre deux hypothèses. Soit les connaissances de base nécessaires liées directement à la question de l'erreur ne sont pas parvenues aux stagiaires ou elles n'ont pas été bien institutionnalisées. Soit les stratégies mises en œuvre pour transmettre ces connaissances ne favorisent pas leur ancrage.

Par conséquent, nous nous demanderons en conclusion comment mieux former les enseignants des mathématiques du second degré. Quelles connaissances leur transmettre à propos des erreurs des élèves ? Quelles stratégies adopter pour les leur transmettre ?

Chapitre I : Contenus de formation

Nous nous focaliserons dans ce chapitre sur les savoirs ou connaissances nécessaires aux futurs enseignants pour mieux enseigner les mathématiques en général et traiter les erreurs des élèves en particulier. Dans cet objectif, nous nous pencherons sur les recherches francophones et anglo-saxonnes qui ont abordé la question des contenus de formation en vue de déterminer des critères nous permettant d'analyser les cours de formation, notamment les savoirs utilisés. Par exemple, lors de l'enseignement des nombres décimaux, des éléments précis interviennent : raisonnements clés, stratégies et représentations diverses, conceptions erronées, épistémologie de savoirs. Tous ces éléments qui font partie du *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) peuvent constituer le noyau de connaissances indispensables à la formation des enseignants des mathématiques (Proulx & Bednarz, 2009). En outre, nous essaierons de monter en généralité afin de trouver, dans d'autres travaux de recherche, des éléments qui peuvent compléter la conception de Shulman. À cet égard, nous tenons à rappeler le lecteur que certains éléments peuvent être intrus à la conception de Shulman. Or, ils sont importants pour la formation des enseignants des mathématiques en ce qui concerne le traitement des erreurs des élèves.

En étudiant la Finlande, pays où le niveau des élèves (la bonne jauge de niveau des enseignants) en mathématiques est très élevé d'après les résultats de l'enquête PISA³, notamment en 2003, 2006 et 2009 (voir l'annexe 5), nous sommes amenés à nous demander quelles sont les causes cachées de cet énorme succès. Malaty (2004, 2006) nous répond, notamment par le biais de son article intitulé « What are the reasons behind the success of Finland in PISA. Il les a regroupées en deux catégories : la première concerne l'enseignant, sa formation et ses « knowledges », la seconde porte sur l'école, sa première préoccupation se focalisant sur la qualité de la formation adressée aux professeurs des mathématiques finnois. Le niveau des élèves est donc lié à la qualité de formation : mieux former les enseignants, c'est obtenir de bons élèves et par la suite moins d'erreurs. C'est-à-dire que le bon professeur ou la « qualité » de l'enseignant est la clé de l'apprentissage des élèves, un facteur déterminant pour celui-ci (Metzler & Woessmann, 2012). De plus, on suppose qu'il y a une association

³Programme international pour le suivi des acquis des élèves.

significative entre le niveau de l'enseignant par rapport aux savoirs mathématiques déjà acquis et la réussite des élèves (Hanushek, 1971, 1992).

Dans la continuité des travaux de Shulman, Pietilä (2003), a travaillé aussi sur le système scolaire finlandais, en particulier en mathématiques, elle a déterminé plusieurs critères caractérisant ce qu'il semble être un bon professeur de mathématiques. Elle s'est arrêtée sur cinq d'entre eux :

- Connaissances mathématiques suffisantes (Fennema & Franke, 1992).
- Connaissances suffisantes sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques (Brown & Borko, 1992) et bonne compréhension de la réflexion des élèves.
- Connaissances pédagogiques additionnelles. Ces connaissances peuvent concerner la gestion et l'organisation de la classe et du temps. Il peut s'agir de mettre les élèves en groupe, de connaître aussi les finalités pédagogiques d'une action (Shulman, 1987).
- Bonne réceptivité ou bonne attitude envers l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques (McLeod, 1992). Avoir confiance en soi en tant que professeur de mathématiques (Weiner, 1986).
- Croyances (*Beliefs*) et conceptions portant sur l'aspect constructiviste de l'enseignement (Pehkonen, 1994, p. 19; Thompson, 1991).

Brièvement, Pietilä s'est concentré sur cinq éléments fondamentaux dans la construction des connaissances du professeur des mathématiques. Il s'agit de « connaissance, *beliefs*, conceptions, attitudes et émotions ». Ces connaissances font partie des *knowledges* dont Shulman a davantage parlé. Dans ce contexte, ce dernier et ses successeurs ont distingué six types de connaissances professionnelles pertinentes pour les professeurs :

1. La connaissance pédagogique générale ; elle se réfère aux principes et aux stratégies de la gestion de la classe.
2. La connaissance des élèves et de leurs caractéristiques.
3. La connaissance des contextes pédagogiques. Il s'agit de connaître le fonctionnement du groupe ou de la classe et l'aspect social et culturel de la classe ou de l'école.
4. La connaissance des finalités, des objectifs et des valeurs pédagogiques.
5. La connaissance du contenu mathématique ; *content knowledge*

6. La connaissance pédagogique du contenu ; *pedagogical content knoweldge*.

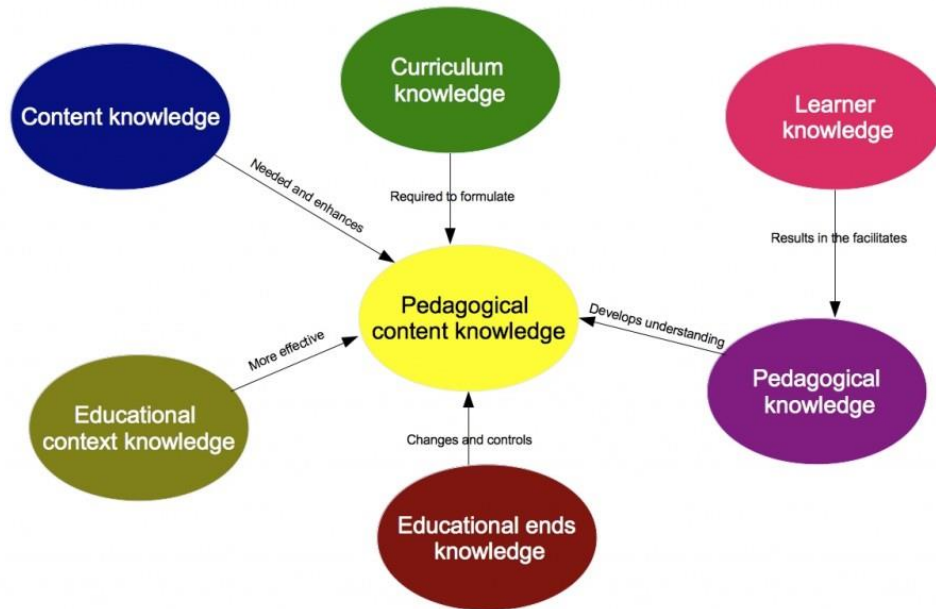


Figure I.1 : Connaissances de base de l'enseignant selon Shulman

Par ailleurs, nous nous intéressons à la question de l'erreur dans la formation des enseignants de mathématiques. Des auteurs américains révèlent comment la compréhension des erreurs des élèves et de leurs origines est en corrélation avec la connaissance des mathématiques (*Subject-matter Knowledge*), la connaissance du contenu disciplinaire et des élèves et enfin la connaissance du contenu disciplinaire et de l'enseignement. C'est-à-dire avoir une connaissance référée à la conception de PCK (Ball, Hill, & Bass, 2005). De ce fait, nous sommes conduits à détailler ces connaissances en raison de leur rôle crucial dans le traitement des erreurs des élèves.

Nous tenterons, avant d'entrer dans les détails et la catégorisation des connaissances de formation, de revenir sur la genèse de PCK en référence à Shulman qui en fait à son tour le noyau de ces connaissances.

1. La genèse de PCK

Avant 1986, le terme PCK n'avait pas encore vu le jour, notamment si nous nous penchons sur les recherches antérieures à cette date qui s'intéresse aux

connaissances de l'enseignant. Nous prenons comme exemple Leinhardt & Smith (1985). Ces auteurs ont limité leur étude à deux catégories concernant les connaissances de base. Il s'agit de la connaissance disciplinaire (SMK) et de la connaissance autour de la structure d'une séance d'enseignement. Ils n'ont pas pointé directement la connaissance pédagogique du contenu (PCK). D'ailleurs, un autre auteur américain a catégorisé ces connaissances en cinq composants : la connaissance de soi, du milieu d'enseignement, du programme et enfin la connaissance de l'instruction (Elbaz, 1983). En étudiant les deux catégorisations mentionnées ci-dessus, nous ne trouvons ainsi aucune référence directe au terme PCK. De plus, elles ne traitent pas la dimension pédagogique en clair. D'ici, est née la nécessité de PCK.

Shulman a travaillé sur l'enseignant et les *knowledges* dont il a besoin dans la classe, il l'a par conséquent longtemps observé afin d'être en mesure de préciser les besoins et les outils nécessaires permettant à cet enseignant de faire ses cours. Ses successeurs, BALL, BASS, HILL et autres, sont allés au-delà de ces connaissances acquises en classe en élargissant le rayon de recherche, et plus particulièrement à la formation. Or, dans les années soixante-dix, les chercheurs anglo-saxons dans le domaine de l'enseignement et de l'apprentissage portaient seulement attention à deux types de connaissances : disciplinaires « content knowledge (CK) » et pédagogiques « pedagogical knowledge (PK) ». Les pédagogues et les mathématiciens, avant Shulman, se représentaient ces deux types de connaissances comme indépendants l'un de l'autre. Il pouvait donc y avoir une sorte de convergence, ou un contact mais pas de chevauchement. Grâce à Shulman, le terme PCK la connaissance pédagogique du contenu disciplinaire a été intégrée dans les connaissances de l'enseignant.

1.1. Les différents regards sur PCK

Des recherches francophones menées sur la question de contenu de formation optent pour trois catégories de savoirs : le savoir mathématique, l'enseignement pédagogique et l'enseignement didactique (Kuzniak, 2007). Au contraire, les Anglo-saxons évitent ce type de classification et se proposent de distinguer deux catégories de connaissances : connaissance mathématique (*SMK*), ou *Subject-Matter Knowledge* et connaissance « péda-mathématiques » (PCK), ou *Pedagogical Content Knowledge* (Shulman, 1987). De fait, nous nous apercevons que les chercheurs anglo-saxons n'emploient pas le terme *didactical knowledge (DK)*, bien qu'il soit présent dans leurs recherches, se référant souvent au PCK. Nous pourrions d'ailleurs renvoyer ce non-usage du terme au fait qu'il y a un fort chevauchement entre l'aspect pédagogique et l'aspect didactique de l'enseignement.

Selon le point de vue adopté par les différents travaux de recherche, ces rapports [entre didactique et pédagogie] peuvent être d'opposition ($\#$), d'égalité, de recouvrement ou de quasi-synonymie ($=$) ou encore d'inclusion (\subset) (Rézeau, 2001).

D'autres recherches francophones se focalisent sur la connaissance didactique, par exemple, dans un article anglais dont les auteures sont françaises. Ces dernières adoptent le terme DK plutôt que PCK, alors qu'elles se mettent d'accord pour conclure sur leur forte imbrication. Elles préfèrent le premier parce qu'il est plus général de leur point de vue (Margolinas, Coulange, & Bessot, 2005). Ce qui pourrait aussi appuyer leur hypothèse ($PCK \subset DK$) est le point de vue de Houdement cité dans son HDR où elle suppose que :

« **Le Savoir didactique** comporte au moins les dimensions knowledge of content and students et knowledge of content and teaching » (Houdement, 2013, p. 19).

Certes, Shulman a parlé de CK et de PK puis il en a déduit la catégorisation de PCK qui fait la synthèse entre les deux concepts. Cela donne l'impression que ce nouveau terme engendré se réfère à une connaissance didactique d'abord, à une conception plus générale et large que s'ils étaient compris séparément ensuite. Cependant, en étudiant de plus près la catégorisation de Shulman, nous remarquons qu'il n'y a finalement que deux catégories : celle de SMK et celle de PCK. En revanche, le PK et DK s'en absentent, donc nous pourrions déduire que ($PK \cap DK \subset PCK$) ce qui est contradictoire avec la conclusion de Margolinas disant que ($PCK \subset DK$).

Ainsi, la comparaison entre la catégorisation de Kuzniak (savoir mathématique, enseignement didactique et pédagogique) et celle de Shulman, nous permet de conclure que le PCK remplace les deux derniers concepts mentionnés dans la catégorisation de Kuzniak, c'est-à-dire l'enseignement didactique (DK) et pédagogique (PK). Autrement dit, le DK et PK sont inclus dans le PCK et par conséquent contrairement à la conclusion de Margolinas. En revanche, la conclusion de Margolinas pourrait se révéler exacte et significative, lorsque nous nous focalisons sur la catégorisation de Carlsen apparaissant dans la Figure I.2.

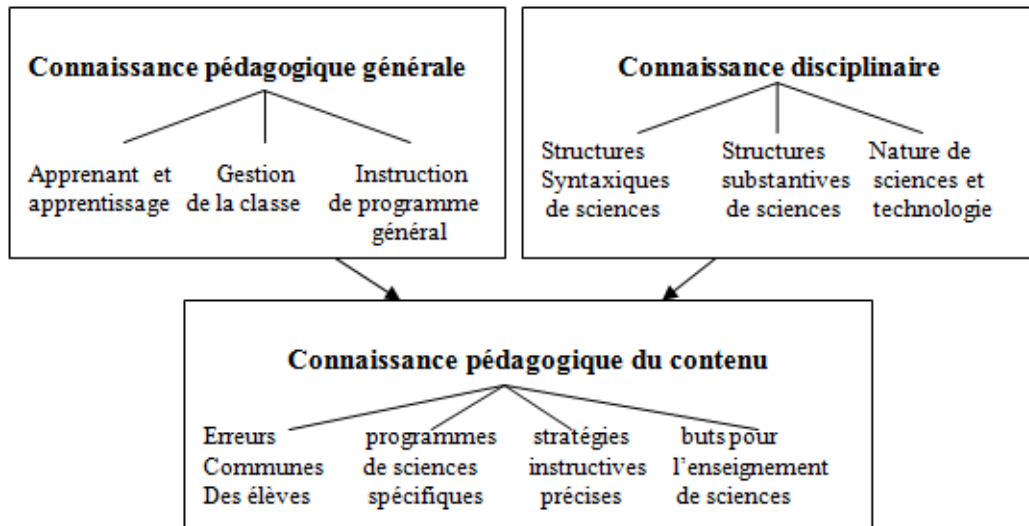


Figure I.2 : Catégorisation de Carlsen (1999)

Carlsen a classé les connaissances de base du professeur en trois catégories. En fait, cette catégorisation ressemble à celle de Kuzniak. Il s'agit de connaissance mathématique, de connaissance pédagogique générale et de connaissance pédagogique du contenu (PCK) ou de connaissance didactique selon la vision de Margolinas. De ce fait, il est probable dans cette catégorisation que le PCK relaie le terme DK, ou la connaissance didactique. Cela correspond peut-être à ce que disait Margolinas. D'ailleurs, il semble que la catégorisation de Carlsen est plus développée que celle de Shulman, de Grossman, de Ball et ses collègues. La catégorisation de Carlsen nous invite à l'approfondir lorsque nous nous pencherons sur la question des savoirs de formation en la croisant avec celle de Ball, Thames, & Phelps (2008). Elle détaille davantage les connaissances nécessaires à l'enseignant dans la pratique d'enseigner. De ce qui précède, nous constatons qu'il existe un fort chevauchement entre PCK et DK, les frontières étant très floues. De ce fait, dans nos analyses de pratiques de formateur, nous ne prenons pas en compte cette distinction quand nous parlons de connaissances de base de l'enseignant.

1.2. Qu'est-ce que le PCK ?

Il s'agit de l'interaction et l'intersection entre la connaissance du contenu (CK) et la connaissance pédagogique (PK) comme illustré par le schéma ci-dessous :

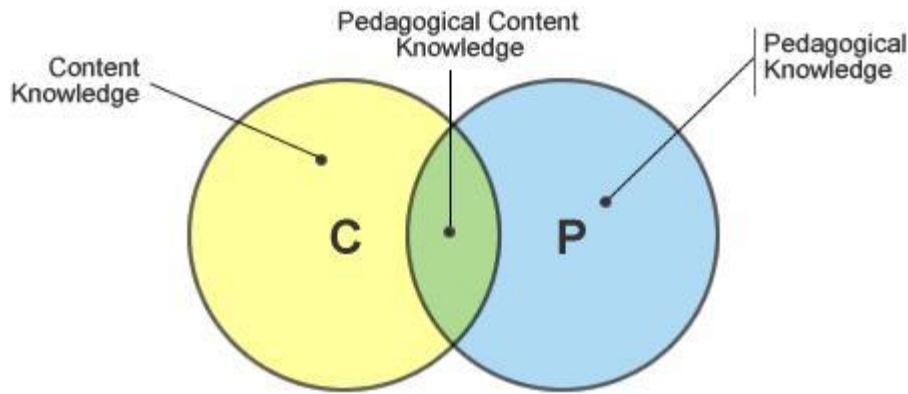


Figure I.3 : L'origine de PCK

L'union de ces deux derniers engendre cette nouvelle catégorisation attribuée à Shulman (1987).

Shulman a introduit la catégorisation de PCK afin de renforcer l'importance des corrélations entre la connaissance du sujet par l'enseignant « teacher's subject knowledge », la connaissance pédagogique, la compréhension du fonctionnement de la classe et des besoins des apprenants. Ainsi, PCK est lié aux stratégies de l'enseignement et a aussi été défini comme les connaissances que développe l'enseignant pour venir en aide à ses élèves afin de leur faire comprendre et apprendre du contenu. Autrement dit, Lee Shulman l'a décrit comme un amalgame spécial des connaissances de l'enseignant pour faciliter la transmission d'un savoir scolaire aux élèves.

Le chercheur américain a porté son attention sur deux catégories de connaissances : celle portant sur la connaissance disciplinaire SMK et l'autre concernant la connaissance pédagogique du contenu PCK. Toutefois, la structure de sous-catégories a fait débat entre les chercheurs anglo-saxons, voire pour Shulman lui-même. Par exemple, nous avons numéroté plus haut six types de connaissances cités par Shulman dans un article de 1987. Néanmoins, dans un article antérieur (Shulman & Sykes, 1986), il a proposé des catégories supplémentaires : Culture générale et Aptitude à la communication. C'est alors que nous remarquons plusieurs versions de catégorisation des connaissances de base. La catégorisation se référant à Shulman (1986), comme la montre la Figure I.4, est finalement restée valable une vingtaine d'années.

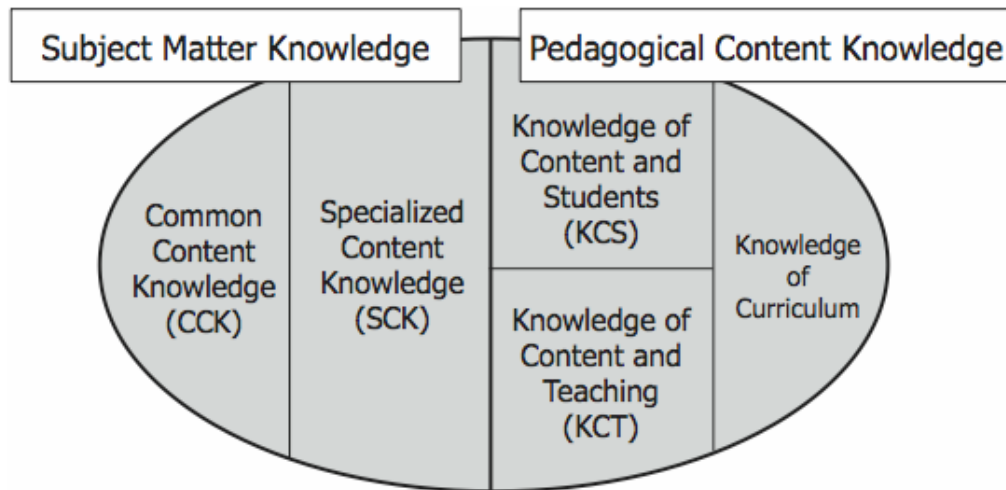


Figure I.4 : Catégorisation des connaissances de base de l'enseignant (Shulman)

De nombreux chercheurs ont abordé la conception de PCK après Shulman, dont Grossman qui s'en est inspiré dans son travail. Nous pouvons métaphoriquement dire que sa catégorisation considère le PCK comme le noyau de l'atome, il est le centre de l'atome autour duquel les autres connaissances tournent tel des électrons. Nous remarquons bien les interactions que fait Grossman entre les connaissances du pourtour et celle du centre. Ces interactions sont réciproques d'après le sens des flèches de la Figure I.5 Sa catégorisation ressemble à celle de Shulman, il ajoute seulement une nouvelle catégorie : la connaissance contextuelle.

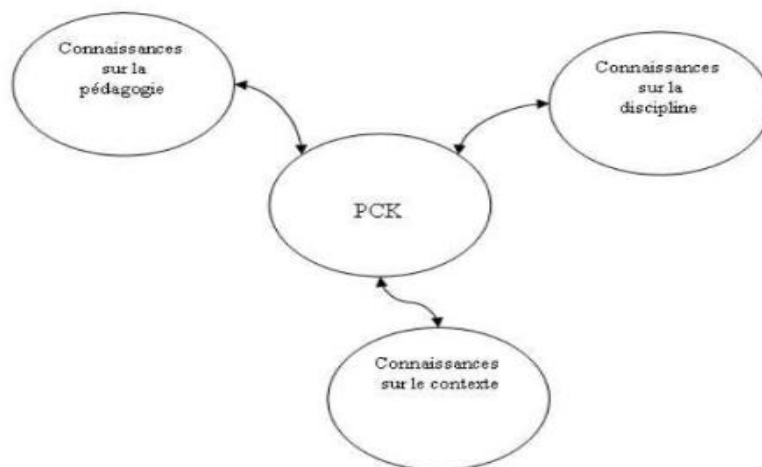


Figure I.5 : Catégorisation de Grossman (cité dans Abell (2007))

Ainsi, Carlsen (1999) essayait de mettre en évidence certains modèles apparus dans les années quatre-vingt. Il tentait de les croiser en précisant les connaissances comprises dans chaque modèle comme le montre le tableau I.1 :

Catégories de connaissances de base	Shulman 1986b	Shulman & Sykes 1986	Shulman 1987	Grossman 1990
Programme				
Apprenant et apprentissage				
Libre connaissance & compétences (générales)				
Pédagogie (générale)				
PCK				
Compétences performantes				
Philosophie, but et objectifs				
Contexte scolaire				
Discipline				
Structure substantive de la discipline				
Structure syntaxique de la discipline				

Clé de couleurs	
Catégorie majeure dans le modèle	
Catégorie secondaire dans le modèle	
Catégorie non mentionnée explicitement dans le modèle	

Tableau I.1 : Connaissances de base de l'enseignant dans les différents travaux

La catégorisation proposée vingt ans plus tard par Ball et al. (2008) est directement issue des travaux de Shulman et non pas très différente de telle qu'elle est présentée dans la figure I.6, ce qui renforce la pertinence de cette dernière.

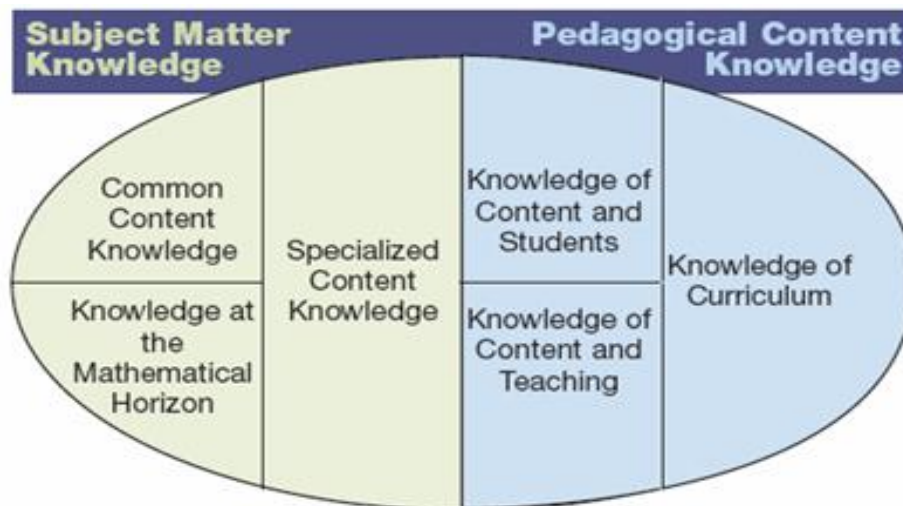


Figure I.6 : Le développement de la catégorisation de Shulman (Ball et al., 2008)

Après cette introduction qui récapitule les modèles ou les grandes lignes des connaissances de base nécessaires à l'enseignant pour fonctionner, nous sommes surpris par le consensus des chercheurs américains sur la mise en avant de la connaissance disciplinaire. Ils pensent que cette dernière est primordiale pour l'enseignant durant le processus d'enseignement. Par exemple, « imaginons un bon surfeur qui fait du surf sans savoir nager, il risque de se noyer à tout moment, donc la natation est une obligation avant de rentrer dans l'eau ». C'est le cas pour l'enseignant aussi, mieux vaut apprendre les mathématiques avant d'initier à leur apprentissage :

We were surprised to see that many of the component tasks of teaching require mathematical knowledge apart from knowledge of students or teaching. For instance, deciding whether a method or procedure would work in general requires mathematical knowledge and skill, not knowledge of students or teaching. (Ball et al., 2008, p. 398)

De la même manière, nous pouvons emprunter à Meirieu, le terme « fondamentaux » dans lequel, il distingue le mot « fondation » et « fondement ». Par exemple, pour créer une maison, on a besoin d'outils techniques : injecter le béton dans le sol, c'est de la fondation et du projet, ce dernier représente un fondement. Dans notre cas, nous considérons que les connaissances mathématiques représentent la fondation et les connaissances pédagogiques et didactiques ressemblent au terme de Meirieu, celui du fondement. Pour avoir des bons fondamentaux, il faut bien lier et concilier la fondation au fondement (Meirieu, 2013). Tout cela nous conduit à poser la question suivante : **quelles sont les connaissances de base nécessaires à l'enseignant avant d'exercer son métier, c'est-à-dire en formation ?**

2. Connaissances de base de l'enseignant

Nous nous servons des modèles précédemment cités sur les connaissances de base nécessaire au métier de l'enseignant pour en faire une liste importante et non exhaustive. Ces connaissances sont aussi les outils des enseignants, ceux qui leur permettront de traiter les erreurs des élèves puisque, selon de nombreux chercheurs américains, la maîtrise de la connaissance disciplinaire et de la connaissance pédagogique joue un rôle très important dans le traitement des erreurs des élèves (Hill, Ball, & Schilling, 2008; Hill, Rowan, & Ball, 2005).

Par conséquent, nous faisons en sorte de faire un état des lieux des recherches qui portent sur la formation des enseignants des mathématiques, notamment sur les contenus de cette formation dans le but de déterminer quelles connaissances de base sont pertinentes et favorisent le traitement des erreurs des élèves chez les futurs professeurs. Nous adoptons la catégorisation de Ball et de ses collègues parce qu'elle est considérée comme fiable selon les études précédentes et approfondissons cette catégorisation par des éléments complémentaires (anglo-saxons et francophones).

2.1. Les connaissances disciplinaires (SMK)

Cette catégorie de connaissances regroupe trois sous-catégories : les connaissances en lien direct avec les mathématiques, les connaissances spécifiques à l'enseignement et les connaissances à l'horizon du contenu.

2.1.1. Connaissances disciplinaires communes (CCK)

Ces connaissances sont indépendantes des autres connaissances comme celles de l'élève et de l'enseignement. Elles ont été définies comme *the mathematical knowledge and skill used in settings other than teaching* (Ball et al., 2008, p. 399). En effet, ces connaissances sont communes avec celles d'ingénieur, du comptable, etc. Par exemple, lorsque le comptable divise par « 10 », il n'a pas besoin de dire pourquoi il déplace la virgule d'un chiffre à gauche. De fait, ce raisonnement distingue les connaissances mobilisées par l'enseignant des mathématiques de celles qui servent à d'autres métiers avec un arrière-plan de mathématiques.

Il s'agit de savoir quand les élèves proposent de mauvaises réponses, quand le manuel propose une définition « mal formulée » ou incomplète et enfin d'utiliser le

bon vocabulaire à l'oral et à l'écrit. En résumé, ce sont les connaissances dont l'enseignant a besoin pour être apte à faire les exercices lui-même avant de les proposer à ses élèves, il doit en maîtriser les termes, les définitions et les propriétés.

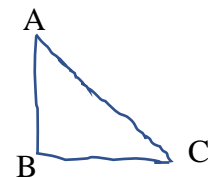
Il existe un désaccord entre les chercheurs anglo-saxons autour du niveau des connaissances disciplinaires communes dont devrait disposer l'enseignant avant d'exercer. Certains proposent de lui faire atteindre un niveau plus élevé que celui des connaissances des programmes scolaires. D'autres optent au contraire pour limiter les connaissances à acquérir en formation aux connaissances scolaires sans aller au-delà. Le courant qui opte pour une connaissance mathématique plus élevée justifie son point de vue en disant que cela aide l'enseignant à comprendre les erreurs dues à une origine mathématique « pure » (Ball et al, 2008). On rencontre parfois des élèves qui proposent des méthodes, ces dernières ne sont familières ni à l'enseignant ni aux autres élèves dont le professeur juge à tort que la réponse ou la solution n'est pas bonne (Charnay, 1989).

En revanche, selon de nombreux travaux, la nature des mathématiques académiques « accroît » le côté abstrait et formel chez le futur enseignant même dans son enseignement auprès des élèves (Ball, Lubienski, & Mewborn, 2001). Cela creuse par conséquent un fossé entre les mathématiques académiques et les mathématiques scolaires (pratiques effectives). Autrement dit, les pratiques des cours de mathématiques académiques ne contribuent que partiellement au développement des pratiques enseignantes en classe. D'ailleurs, les étudiants qui réussissent bien dans les mathématiques académiques, révèlent des lacunes conceptuelles importantes en ce qui concerne les mathématiques scolaires (Cooney, 1999).

Maîtriser une notion mathématique dans un programme scolaire en tant qu'enseignant n'a aucun rapport avec l'élève où l'enseignement. Si nous empruntons à Yves Chavellard le terme « savoir savant » employé dans la théorie de la transposition didactique, nous constatons que ce terme représente parfaitement la connaissance à maîtriser par l'enseignant. Par exemple, un enseignant « potentiel » peut proposer un exercice d'entraînement sur la réciproque du théorème de Pythagore comme suit :

ABC est un triangle ci-contre tel que

$AB=6\text{ cm}$, $BC=8\text{ cm}$ et $AC=14\text{ cm}$ (la figure n'est pas à l'échelle).



Le triangle ABC est-il rectangle ?

Nous constatons, d'après cet exercice proposé, que l'enseignant potentiel ne maîtrise pas la notion de triangle, c'est pourquoi il a commis une erreur, « à son insu », en proposant l'énoncé de cette manière-là « ABC est un triangle... ». En effet, cette

figure ne représente pas un réel triangle selon l'inéquation triangulaire ($AB + BC > AC$) parce que $6+8=14$ et non pas strictement supérieur à 14. Cet exemple reflète la non-maîtrise de la connaissance disciplinaire commune de la part de cet enseignant. De ce fait, la « bonne » maîtrise de cette connaissance évite à l'enseignant de se tromper lui-même en résolvant un exercice. De plus, cette maîtrise se reflète dans la performance des élèves

To be effective, mathematics teachers must know the content they will teach in a deep and connected way (Ball et al., 2008; Hill et al., 2005; Ma, 1999).

Or, si nous mettons en lien la conception de Shulman et celle de TAD (Théorie Anthropologique du Didactique), nous pensons que la conception de praxéologie, notamment la *praxis* avec l'élément « pratico-technique » pourrait faire partie des connaissances disciplinaires et surtout communes parce que le PCK se compose de *praxis* et de *logos* (Silvy, Delcroix, & Mercier, 2013). Dans ce sens, la *praxis* traite la question de technique ; manière de faire, ce qui concerne notre connaissance en jeu. En revanche, le *logos* porte sur le raisonnement et le discours, il peut concerner la connaissance disciplinaire spécifique.

Enfin, maîtriser une connaissance disciplinaire commune permet à l'enseignant de découvrir si l'élève se trompe ou pas dans ses procédures ou sa réponse (Houdement, 2013). C'est déjà un premier pas vers le traitement de l'erreur, mais cela ne signifie peut-être pas être capable de la traiter puisque ce traitement requiert une connaissance sur le contenu et sur l'élève simultanément (Ball et al., 2008).

2.1.2. Connaissances disciplinaires spécifiques à l'enseignement (SCK)

Ce qui distingue le métier d'enseignant des autres est le mot « pourquoi », que l'on entend beaucoup dans la classe. Soit de la part des enseignants lorsqu'ils s'adressent aux élèves pour leur demander de raisonner telle et telle réponse, soit de la part de l'élève qui demande au professeur l'explicitation de telle et telle chose ou pourquoi cette erreur ? D'où vient-elle ? Une question posée par les deux pôles du triangle didactique. S'il veut être en mesure de répondre à tous ces « pourquoi », l'enseignant doit disposer des bons outils. Par exemple, un ingénieur n'est pas obligé de raisonner le pourquoi d'un même dénominateur quand on additionne deux fractions, l'enseignant si. De ce fait, la formation à SCK offre au futur enseignant une piste pour enrichir ses connaissances en vue de les essayer, de les expliquer et d'interpréter l'erreur de l'élève pour pouvoir ensuite la traiter. Car si l'enseignant

n'arrive pas à localiser le dysfonctionnement, il ne peut aider l'élève à surmonter son erreur (Ball et al, 2008).

The specialized content knowledge (SCK) a été défini comme « *mathematical knowledge and skill unique to teaching* » (Ball et al., 2008, p. 400). Cette catégorie de connaissances peut comprendre trois composantes : comment représenter des idées ou des notions mathématiques ; expliquer des règles communes et procédures ; mettre en œuvre des stratégies et des solutions alternatives (Hill et al., 2008, p. 378). Dans le modèle *didactic mathematical knowledge (DMK)* proposé par Godino (2009), celui-ci tente d'arranger ces composantes sur deux niveaux : dans le premier, l'enseignant utilise non seulement différentes représentations, concepts, propositions, procédures et justifications, mais aussi les sens mathématiques du savoir en jeu. Le second porte sur la compétence de l'enseignant en ce qui concerne l'identification des savoirs (éléments du langage, concepts/définition, propriétés/proposition, procédures et justifications) mis en œuvre durant la résolution des tâches (Pino-Fan, Godino, Font, & Castro, 2013). Les auteurs ajoutent que le premier niveau portant sur l'application s'articule avec les aspects interactionnels et médiatifs et par la suite avec les connaissances du contenu (discipline, les mathématiques dans notre cas) et de l'enseignement (KCT), du fait que la maîtrise de ce niveau donne à l'enseignant les moyens et les ressources lui permettent d'achever parfaitement ses tâches. Le second niveau concernant l'identification, se lie aux aspects cognitifs et affectifs c'est-à-dire aux connaissances du contenu et des élèves (KCS). Il permet à l'enseignant de détecter (avant, durant et après l'activité d'enseignement) les erreurs, les conflits, etc. Par exemple, pour être apte à se représenter la notion de hauteur dans le triangle, il faut comprendre avant tout la notion de perpendicularité, du côté opposé à un angle (Carreño, Ribeiro, & Climent, 2013).

Nous essayons dans ce paragraphe de mettre davantage en lumière le SCK en proposant des exemples concrets. De fait, il a été constaté que les solutions et/ou les stratégies alternatives, intitulées parfois « non-algébriques » ou « non familières » ne font pas partie de programmes ou manuels scolaires en France (Margolinas et al., 2005). Par exemple, si nous examinons les opérations de multiplication suivantes :

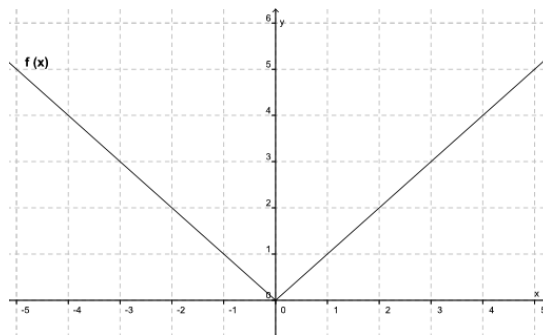
Student A	Student B	Student C
$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ +75 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 175 \\ +700 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 25 \\ 150 \\ 100 \\ +600 \\ \hline 875 \end{array}$

Figure I.7 : Stratégies alternatives de l'opération de multiplication (Ball, Hill, Bass, 2005)

Il s'agit des stratégies alternatives différenciées des procédures classiques de la multiplication mises en œuvre par certains élèves. D'ailleurs, ces stratégies peuvent être proposées aux élèves, notamment à ceux qui ont un problème avec la retenue. Si l'enseignant ne s'en rend pas compte, il risque de juger à tort une telle réponse comme fautive, simplement parce qu'il ne les connaît pas. D'où l'importance du SCK dans la formation des futurs enseignants.

Mettons l'accent sur l'exercice suivant proposé par Pino-Fan et al.(2013) aux étudiants de dernière année d'école de formation dans le contexte d'un questionnaire :

Considérer la fonction $f(x) = |x|$ et son graphique ci-contre.



- Pour quelles valeurs de x la fonction f est dérivable ?
- S'il est possible, calcule $f'(2)$ et trace le graphique de ta solution, si ce n'est pas possible, explique pourquoi !
- Quels concepts se mettent en jeu lors de la solution de cet exercice ?

Dans cet exercice, les auteures optent pour dire que la question a) représente une connaissance disciplinaire commune (CCK), que la b) représente une connaissance disciplinaire spécifique (SCK) du premier niveau et qu'enfin la c) se considère comme celle du second niveau.

Ball et ses collègues, ont énuméré les tâches mathématiques exigeant le SCK. Autrement, l'enseignant qui est en possession de SCK est apte à faire les tâches suivantes, « liste non exhaustive »:

- **T1** : la « décortication » et la décomposition des idées ou notions mathématiques.
- **T2** : la clarification et le guidage d'une explication.
- **T3** : l'usage de langage et de notation mathématique.
- **T4** : l'élaboration ou la génération d'exemples.
- **T5** : l'adoption de pratiques mathématiques explicites.

- **T6** : la sélection et l'exploitation des représentations mathématiques d'une notion.
- **T7** : la comparaison des potentialités des différentes représentations ou méthodes.
- **T8** : l'analyse, l'évaluation et l'interprétation des solutions alternatives.
- **T9** : l'analyse des erreurs.
- **T10** : l'analyse de traitements mathématiques dans le manuel.

La concentration sur le SMK dans la formation des enseignants accorde à ces derniers une compétence appréciée dans l'analyse des erreurs et leurs origines et par la suite la capacité à les corriger. Comme nous l'avons dit ci-dessus pour la connaissance disciplinaire commune, nous le répétons ici en disant que la connaissance disciplinaire spécifique n'est pas non plus une condition suffisante pour assurer un enseignement effectif (Magnusson, Krajcik, & Borko, 1999) et sans erreur. Elle doit être liée avec d'autres connaissances tels que *knowledge of content and teaching* (KCT) et *knoweldge of content and student* (KCS) (à définir plus tard) pour que l'enseignant puisse agir face aux différents comportements des élèves.

Il nous semble que les deux connaissances décrites plus haut donnent aux enseignants une idée sur la façon de maîtriser les mathématiques en tant que savoir savant et de les conceptualiser au regard des élèves.

2.1.3. Connaissances de l'horizon du contenu (HCK)

Horizon Content Knowledge (HCK) is an awareness of how mathematical topics are related over the span of mathematics included in the curriculum (Ball et al., 2008, p. 403). Dans ce contexte, certains chercheurs ont retravaillé la définition de cette catégorie de connaissances. Ils la définissent alors comme une sorte de prise de conscience relative aux connaissances ou notions mathématiques existant dans divers niveaux scolaires (antérieurs ou postérieurs) (Ball & Bass, 2009).

Les erreurs des élèves ne jouent pas un rôle négatif, elles contribuent plutôt à la résolution de problèmes et au rétablissement de la mauvaise connexion ou corrélation entre les nouvelles connaissances et les connaissances antérieures. Les connaissances sont plutôt acquises par essai et élimination progressive de l'erreur, dans le but de se rapprocher de la vérité : « le développement de la connaissance consiste en la modification d'une connaissance antérieure. » (Popper, 1998, p. 133). Autrement dit,

c'est une mobilisation de données ou plutôt de métadonnées dans le sens de Brousseau.

Selon Ball et son collègue, HCK implique quatre éléments :

- L'intuition de l'environnement mathématique autour de la localisation actuelle de l'instruction ;
- Les idées et structures disciplinaires majeures
- Les pratiques clés des mathématiques ;
- Les valeurs et sensibilités mathématiques centrales.

Ainsi, ils révèlent que le HCK peut comprendre certains éléments : orienter les actes d'enseignement ; juger l'importance mathématique ; s'intéresser à la signification mathématique dans les paroles des élèves ; mettre en avant et en valeur les points-clés ; anticiper et faire des connexions ; noter et évaluer des opportunités mathématiques ; saisir les déformations mathématiques ou les prévisions *a priori* des confusions ou mauvaises représentations mathématiques postérieures. Alors, le HCK permet à l'enseignant de comprendre les idées et les conceptions mathématiques des élèves, de les analyser, de les connecter à l'épistémologie de ces connaissances (ce qu'il a auparavant acquis) et par la suite il permet de l'orienter vers le bon enseignement (Jakobsen, Thames, Ribeiro, & Delaney, 2012). Dans ce contexte, nous prenons un exemple, se focalisant sur une activité proposée aux étudiants dans la formation des enseignants des mathématiques aux États-Unis et qui fait partie du HCK. Au cours de cette activité, le formateur leur montre un extrait d'une séance où il y a une erreur et leur demande comment procéder :

Calculer le périmètre et l'aire du rectangle ci-contre :

L'enseignant commence à résoudre le problème au tableau et écrit :

$$P = (22 + 28) * 2$$

$$P = 100 \text{ cm}$$



Puis, un dialogue s'est déroulé entre élèves :

Ann : pourquoi 100 ?

Professeur : pour calculer le périmètre, tu dois faire cette opération et cela donne 100cm

Marc : c'est comme si on prend 2 à 28 et l'ajoute à 22. Là, on obtient 4 côtés du 25 cm donc c'est 100 cm.

Prof : Ok. Maintenant, comment vous calculez l'aire ?

Marc : 25x25

Si vous étiez le professeur, que feriez-vous ?

Là, nous pensons que le futur professeur est amené à faire le lien et/ou la distinction entre la notion de l'aire et celle du périmètre dans le but de trouver une explication pertinente. En effet, la bonne explication se fait en proposant un contre-exemple comme le montre la Figure I.8.

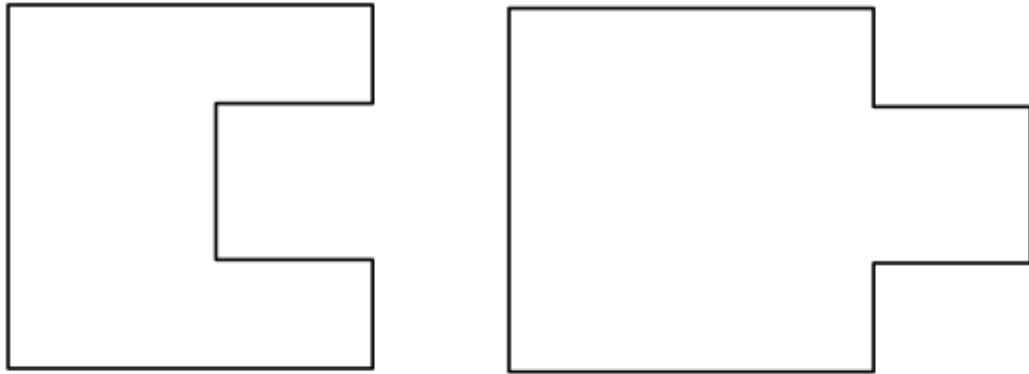


Figure I.8 : contre-exemple, deux polygones ont le même périmètre et aire différente

Aussi, des travaux de recherche distinguent deux types de HCK : HCK-A⁴ et HCK-P⁵. Dans le premier, l'enseignant est apte, pour convaincre les élèves, à mobiliser des idées associées à la notion en jeu afin de l'expliquer. Il s'agit effectivement d'intraconnaissances où les connaissances de même type déjà acquises se réunissent pour établir un savoir compréhensible. Concernant le second, il y a une sorte d'interconception. De fait, le professeur tente d'associer des idées ou des savoirs en jeu à des niveaux postérieurs dans le but d'introduire un savoir ou de faire un lien (Martínez, Giné, Fernández, Figueiras, & Deulofeu, 2011; Zazkis & Mamolo, 2011). HCK est une connaissance qui fait des liens ou des connexions entre les savoirs en vue de jouer un rôle complémentaire, ce dernier fait comprendre aux élèves le sujet (Ball & Bass, 2009) pour atteindre un nouveau savoir dans le sens de Piaget. À cet égard, nous faisons un schéma explicatif de HCK.

⁴ Antérieur

⁵ Postérieur

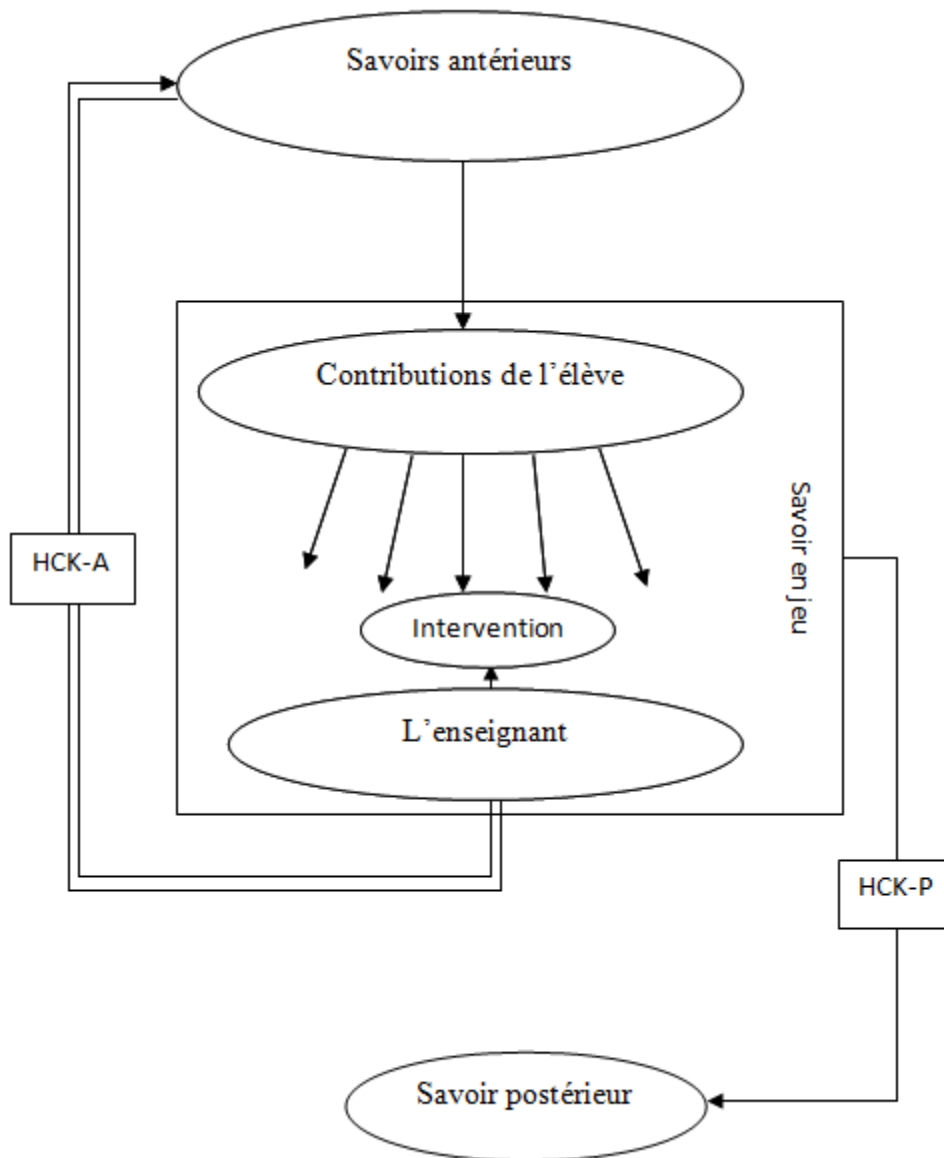


Figure I.10 : la trajectoire de HCK

L'enseignant devrait être aussi familier à la fois avec la notion mathématique et avec les idées des élèves. Cela impose une connaissance explicite des moyens, des outils et de l'origine de ces idées. C'est pourquoi, lorsque les élèves proposent, durant les procédures d'enseignement, une idée fautive ou une réponse incorrecte, l'enseignant est amené avant tout à comprendre la raison à l'origine de cette erreur parce que cette dernière peut être liée à différents aspects : la mauvaise installation des notions déjà acquises, la mauvaise compréhension de la consigne, etc. (Astolfi, 1997) (voir le chapitre III). De plus, l'enseignant essaie d'étendre le cercle de réflexion, en faisant des liens avec d'autres notions, c'est-à-dire en travaillant l'épistémologie de l'élève d'une part et celle de la notion d'autre part. Il s'agit de trouver, dans un contexte antérieur, une explication logique lui permettant de traiter l'erreur puis de guider l'élève vers un chemin pertinent (Mason, Stephens, & Watson,

2009). De ce fait, nous sommes amené à constater que HCK s'articule avec d'autres connaissances ainsi que KCS (Knowledge of content and students), KCT (Knowledge of content and teaching) et SCK (specialized content knowledge). En effet, HCK est la compétence de l'enseignant à découvrir les idées antérieures de l'élève et à les préparer à l'avenir. HCK inclut donc le KCS (prévision des difficultés de l'élève : passées, actuelles et futures), KCT (examiner les manières de faire des élèves en vue de les adapter et/ou de les adopter pour faire une tâche similaire à l'avenir pour faciliter l'apprentissage des élèves) et SCK ayant déjà été détaillés plus haut (Jakobsen et al., 2012). Un peu plus loin, nous nous penchons aussi plus en profondeur sur les connaissances KCS et KCT.

Pour finir, l'acquisition de la catégorie des connaissances HCK n'est pas si simple, bien au contraire, elle est complexe (Ball & Bass, 2009). Certains chercheurs sont en désaccord sur le fait que HCK appartient au *Subject Matter Knowledge* (SMK), ils sont plutôt convaincus qu'il fait partie de PCK (Ball et al, 2008).

Avant de plonger dans la deuxième catégorie de connaissances dite PCK, nous faisons en sorte de caractériser ou d'identifier les traits des différentes connaissances mentionnées ci-dessus en vue de déterminer des critères qui serviront à analyser les cours de formation dans la seconde partie de cette thèse. De fait, le CCK (commun content knowledge) consiste à maîtriser, en tant que comptable, ingénieur, etc. et pas forcément en tant qu'enseignant des mathématiques, les savoirs inclus dans le programme scolaire. Cette maîtrise sert en tout premier lieu à découvrir quand l'élève se trompe, pas forcément à traiter l'erreur. D'ailleurs, le SCK (specialized content knowledge) porte sur trois éléments : comment représenter les idées ou notions mathématiques, comment expliquer les règles communes et comment examiner les stratégies alternatives. La dernière catégorie de connaissances HCK (horizon content knowledge) se base sur toutes les articulations et les connexions entre les notions dans la discipline. Il s'agit non seulement d'étudier l'élève ou la discipline mais aussi tout ce qui entoure l'élève au niveau scientifique relatif notamment aux mathématiques. Cette connaissance recoupe de nombreuses connaissances.

Nous tenons à récapituler les trois connaissances dites mathématiques et leurs caractères dont nous nous servons pour mieux analyser les contenus de formation, notamment en ce qui concerne le traitement des erreurs des élèves.

SMK	Exemples
CCK	<ul style="list-style-type: none"> - résoudre un problème correctement - utilisation de bon vocabulaire - produire et mobiliser des bonnes définitions - détecter les erreurs
SCK	<ul style="list-style-type: none"> - répondre aux questions des élèves dites pourquoi - expliquer aux parents les finalités mathématiques - critiquer les notations et le langage des élèves - solliciter les élèves pour poser des questions - adaptation des pratiques et des contenus de manuel - représentation d'une idée mathématique - visualisation d'une représentation - lier une représentation de sous idée à une autre représentation - donner des bons exemples - développer les définitions - analyse des erreurs - analyse des manuels - solutions alternatives - modifier l'ampleur de difficulté d'une tâche
HCK	<ul style="list-style-type: none"> - lier les sujets et les savoirs - lier les différents niveaux ou branches - lier ce qui est appris et ce qui est à apprendre

Tableau I.2 : Les éléments des connaissances disciplinaires SMK

2.2. Connaissances pédagogiques du contenu (PCK)

Shulman dans son schéma n'a distingué que deux catégories, celle de SMK, ou connaissance mathématique, que nous venons de détailler ci-avant et celle de PCK

contenant à la fois la connaissance didactique et pédagogique. Pourtant, il a étudié la connaissance pédagogique générale (GPK) dans de nombreux textes, il l'a considérée comme des principes et stratégies généraux sur la gestion de la classe, et des organisations qui vont au-delà du contenu (Shulman, 1987). Par exemple, il considère les gestes de l'enseignant comme la pierre angulaire dans la stratégie générale de l'enseignement, notamment dans l'école primaire. En outre, GPK est le composant central des connaissances de base de l'enseignant (König, Blömeke, Paine, Schmidt, & Hsieh, 2011). Il s'agit des allusions verbales et non verbales qu'on appelle aussi le *body-language* ou le langage de corps en français. Ce dernier pourrait contenir aussi le langage des yeux : l'enseignant qui ne regarde pas dans les yeux de ses élèves lorsqu'ils lui parlent ou interviennent risque de les perturber et de les disperser. Ainsi, la voix de l'enseignant joue un rôle très important dans l'ennui des élèves si l'enseignant maintient toujours le même « ton ». D'ailleurs, le petit silence que fait l'enseignant tire l'attention des élèves afin qu'ils adhèrent à nouveau « au projet du professeur » (Butlen, Charles-Pézar, & Masselot, 2009).

Carlsen différencie trois sous-catégories constituant les connaissances pédagogiques générales (GPK), ces dernières détaillent davantage : des connaissances basées sur l'apprenant et l'apprentissage, sur la gestion de la classe, et sur l'instruction et le programme général. Nous constatons que la dernière catégorisation ressemble en quelque sorte à celle de Grossman & Richert (1988), elle se fonde sur les théories d'apprentissage et les principes de l'instruction, la compréhension de diverses philosophies d'éducation et des connaissances des apprenants et des techniques de la gestion. Si nous nous penchons pareillement sur la conception des chercheurs allemands autour des connaissances pédagogiques générales, ils les divisent ainsi en trois sous-catégories : méthodes d'enseignement ou modèles d'instruction ; gestion de la classe ; communication de la classe (Morine-Dershimer & Kent, 1999). Malgré la différenciation entre chercheurs sur la conception des connaissances pédagogiques générales, nous constatons que les éléments ou les composants de cette catégorie de connaissances peuvent se ranger en deux sous catégories principales : apprenant et apprentissage, et gestion de classe.

Brant, dans son article sous-titré « connaissances disciplinaires et connaissances pédagogiques : ingrédients pour un bon enseignement ? », a tendance à dire que les connaissances pédagogiques générales s'acquièrent par l'exercice, comme ils sont nombreux à partager l'idée (Brant, 2006; Schön, 1983; Turner-Bisset, 2001). Dans ce contexte, ils sont plusieurs qui cherchaient à souligner les traits caractérisant le bon enseignement (Brown & McIntyre, 1993). Ces derniers se réfèrent aux activités d'enseignement général et aux connaissances pédagogiques générales. Les auteurs « farfouillent », dans les « placards scolaires », des acteurs compétents susceptibles

d'identifier ces traits. Ils ont pu lister neuf acteurs jouant un rôle primordial dans l'identification des caractéristiques du bon enseignement. Il s'agit des formateurs, inspecteurs, principaux de l'école, personnels de l'école, enseignants, parents, chercheurs et élèves. Cependant, ils choisissent, en fin de compte, les élèves et l'enseignant pour achever cette mission. Ils sont tous les deux qualifiés pour déterminer les traits ou les caractéristiques du bon enseignement. À partir de la recherche effectuée sur ces deux acteurs pour identifier les traits du bon enseignement, il a été demandé à chacun de proposer, de son point de vue, une liste de dix traits distinctifs d'un enseignement de qualité. En comparant les deux listes établies, on s'aperçoit qu'il existe une certaine similitude dans les caractéristiques. Nous essaierons donc de les organiser comme les montre la figure I.11 :

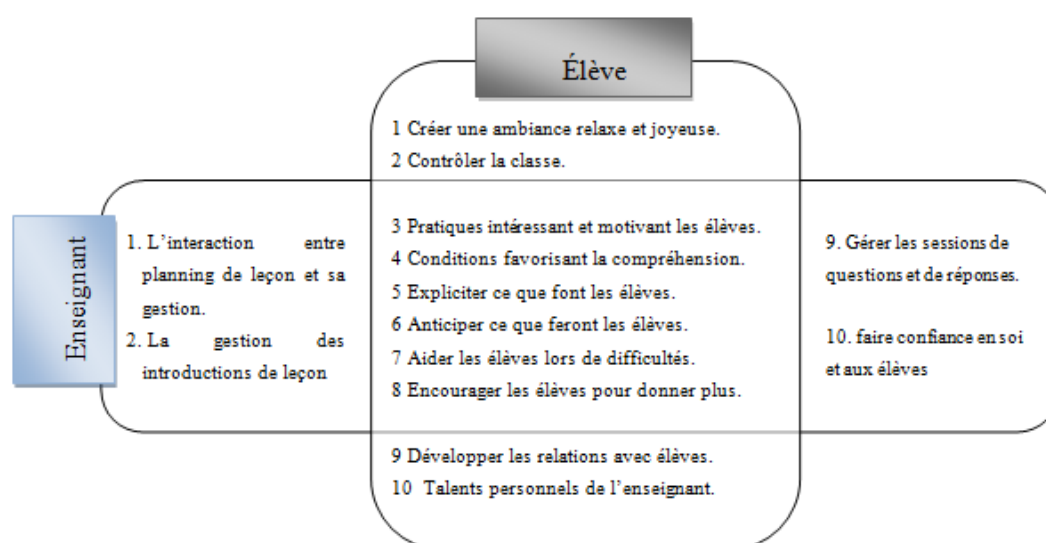


Figure I.11 : Traits de bon enseignement de point de vue d'élève et d'enseignant

Par exemple, les traits 1, 2 et 9 verticaux appartiennent à la catégorie « gestion de classe » et les traits 6 et 8 font partie de la catégorie « apprenant et apprentissage ».

Étant donné la difficulté qu'il y a à distinguer l'aspect didactique du pédagogique et l'énorme chevauchement entre eux, nous évitons cette distinction et par la suite adoptons la conception de Shulman et de ses collaborateurs portant sur le principe de fusionner les deux aspects et de construire une conception dite PCK. Ce dernier est une solution plausible pour éviter tout amalgame. À partir des recherches de terrain effectuées dans de vraies classes en vue de déterminer les besoins principaux des enseignants et de lister les connaissances de base qui permettent sur le long terme d'alimenter les cours de formation, nous cherchons à définir la deuxième connaissance et à répertorier ses composants essentiels. Il s'agit de connaissances du

contenu et des élèves, celles du contenu et de l'enseignement et enfin celles de curriculum.

2.2.1. Connaissances du contenu et des élèves (KCS)

SCK (specialized content knowledge) dont font partie la représentation des idées ; l'évaluation des explications ; la compréhension des stratégies ou solutions alternatives proposées par les élèves, conduit le professeur à comprendre les contributions que les élèves fournissent pendant la discussion dans la classe. Or, PCK pourrait permettre à l'enseignant de voir si ces contributions jouent un rôle dans l'enrichissement de la discussion (Ball et al, 2008). Par exemple, quand on propose aux élèves un travail sur le triangle, on reçoit parfois plus de réponses que prévu. La compréhension de ces suggestions fait partie du SCK et le « tri » que fait l'enseignant pour choisir les bonnes contributions lui permet de hiérarchiser le sujet travaillé et de l'enrichir. Comment s'opère ce tri qui s'intègre dans PCK et notamment la catégorie de KCS ? cela nous amène à étudier l'écoute des élèves.

2.2.1.1. Les trois écoutes

Speer et son collègue affirment que le KCS est corrélé à la bonne écoute et à la bonne compréhension de l'enseignant auprès de ses élèves (Speer & Wagner, 2009). De ce fait, nous constatons que les chercheurs travaillant sur KCS distinguent trois types d'écoute (Davis, 1997; Yackel, Stephan, Rasmussen, & Underwood, 2003).

2.2.1.1.1. L'écoute évaluative

Dans cette écoute, l'enseignant fait en sorte d'évaluer les contributions ou les réponses des élèves. Dans ce sens, il lui faudrait avoir une bonne maîtrise de CCK pour distinguer celles qui sont fausses de celles qui sont vraies. L'écoute évaluative constitue un premier filtre de ces contributions.

2.2.1.1.2. L'écoute interprétative

Dans cette phase, le professeur est amené à comprendre les contributions des élèves, à leur donner du sens. L'enseignant essaie d'interpréter les productions des élèves en vue de les utiliser dans la phase postérieure, celle de l'écoute génératrice. Il peut même réinvestir des contributions incorrectes afin d'attirer l'attention des élèves sur elles dans le but de les éviter ultérieurement (cf. contre-exemple).

2.2.1.1.3. L'écoute génératrice

Cette écoute consiste à considérer l'enseignant comme participant à l'exploration, il est apte à rectifier la trajectoire des élèves s'ils « sortent des rails » et à les mettre sur la bonne route tout simplement en répondant à leurs interrogations et leurs contributions, il s'en sert pour atteindre un niveau d'apprentissage envisagé. L'écoute génératrice demande à l'enseignant de prêter l'oreille aux élèves avec l'intention de donner du sens au sens qu'ils ont donné à leur réflexion.

La maîtrise de ces trois écoutes sert à évaluer dans un premier temps les productions ou les contributions des élèves, puis à les comprendre et enfin à les investir correctement. Nous tentons enfin de schématiser ces écoutes.

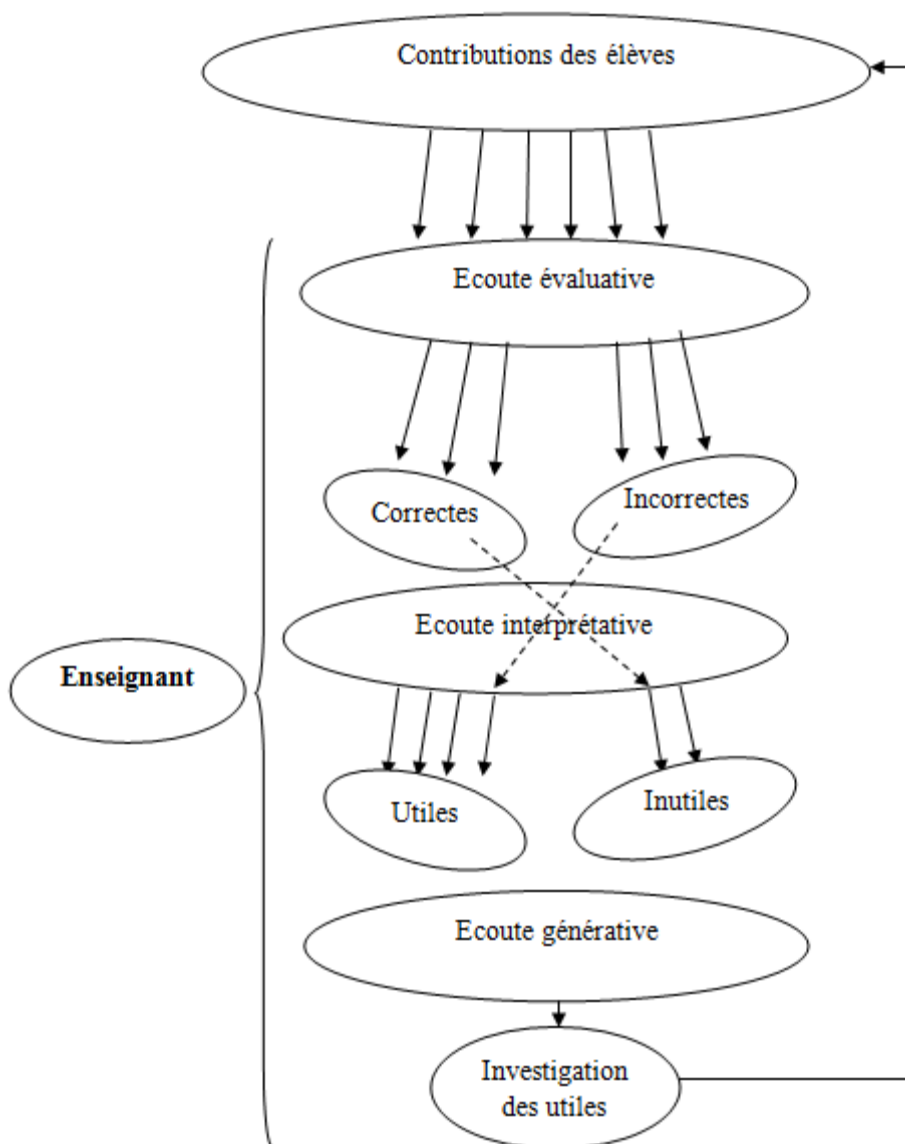


Figure I.12 : Schématisation de trois écoutes dans KCS

La connaissance par l'enseignant des stratégies mises en œuvre par les élèves influence positivement leurs résultats (Fennema et al., 1996). Pour assimiler ces stratégies, le professeur est amené à comprendre la réflexion et les idées des élèves. Comment fait-il alors pour accéder à cette compréhension ? L'étude menée par Speer et Firouzian sur la capacité des professeurs (novices et experts) à concevoir ces réflexions se concentre sur trois éléments : description de la solution des élèves ; leurs difficultés et leurs erreurs ; les méthodes de réflexion correctes et erronées. En effet, les auteurs montrent que la connaissance des professeurs experts de la réflexion des élèves est plus solide que celle des novices. Cette connaissance est apparue grâce au contact avec les élèves et à leurs interventions. C'est la raison pour laquelle les chercheurs préconisent cette expérience pour former les enseignants débutants ou stagiaires (Speer & Firouzian, 2014).

Pour mettre en œuvre ces trois écoutes, l'enseignant doit assimiler les contributions des élèves, ces dernières ne sont accessibles qu'au professeur qui maîtrise bien l'analyse de réflexion des élèves. En fait, il ne pourrait comprendre cette réflexion sans « boîte à outils » qui l'aiderait à trouver la bonne clé. En effet, les profils d'apprenant, les modèles d'apprentissage et les erreurs classiques, sont considérés comme des outils pertinents permettant l'accès à « la boîte noire » de l'élève, qui font partie de KCS (Houdement, 2013).

2.2.1.2. Les profils d'apprenants

Les connaissances des élèves ou plutôt relatives aux élèves ont pour vocation d'outiller les futurs enseignants pour l'accès au fonctionnement de l'esprit de l'élève afin de proposer un modèle d'apprentissage qui lui convient. Autrement dit, la mission du formateur, à ce stade, se résume à leur suggérer les différents profils d'élèves et les modèles d'apprentissage correspondants pour qu'ils sachent comment réagir face à leurs élèves. Par exemple, il est important que les enseignants sachent quelles sont les convictions des élèves : Il n'y a pas de liens entre les bonnes et mauvaises méthodes de résolution d'un problème, c'est pourquoi ils recommencent une autre méthode une fois s'ils se trompent. Ils pensent que les mathématiques se composent de règles et de méthodes déconnectées (Tirosh, 1990; Vinner, 1990). Ces convictions sont installées plutôt chez des élèves ne donnant pas du sens aux mathématiques.

Bruner dans son article intitulé « pédagogies folkloriques ou populaires » porte l'attention sur la compréhension de l'esprit de l'élève par l'enseignant. Cette compréhension joue par conséquent un rôle important, d'une part, dans le changement de la pratique pédagogique, d'autre part, dans le traitement de l'erreur de l'élève. Par

exemple, lorsque l'enseignant comprend comment fonctionne l'esprit de l'élève, il est conduit à réagir d'une manière efficace face à cette erreur. Il est donc très important que l'enseignant se rende compte des différents profils d'élèves pour savoir comment agir. De fait, le chercheur se focalise sur quatre modèles ou plutôt quatre profils d'apprenants (J. Bruner, 1999).

2.2.1.2.1. L'apprenant qui imite

Selon Bruner, pour que l'apprenant puisse acquérir une compétence proposée par un enseignant, il faut que ce dernier reconnaisse *a priori* les buts envisagés par ce dernier et les moyens mis en œuvre pour les atteindre. Autrement, l'apprenant, ayant tendance à l'apprentissage par imitation, se repère par l'enseignant et par conséquent ce dernier donne à ses actions un caractère « théâtral ». C'est-à-dire que l'enseignant veille à faire acquérir un savoir-faire à un élève par répétition. Cet élève veille aussi de son côté à répéter l'action pour la faire aboutir.

2.2.1.2.2. L'apprenant « formel » ou sous didactique

L'apprenant accède à l'apprentissage formel ou à l'enseignement didactique en se focalisant sur la conviction que les faits, les principes et les règles peuvent être appris, mémorisés puis appliqués. Cela signifie que l'élève reçoit d'abord un savoir déclaratif ou explicite à mémoriser. Puis, il cherche à savoir comment le faire c'est-à-dire à acquérir un savoir procédural. L'esprit de l'apprenant ressemble à un récipient dans lequel les futurs savoirs se placent sur les anciens, ce qui veut dire que l'esprit de l'apprenant est cumulatif sans interprétation analytique. Autrement, la conception de la didactique se limite à étudier l'esprit de l'élève de l'extérieur, elle ne tente pas d'y entrer. Il s'agit d'un enseignement à sens unique ; de l'enseignant vers l'apprenant. Or, si l'élève n'était pas en mesure de respecter les procédures demandées, l'enseignant aurait hâte d'attribuer ses défaillances ou ses erreurs à un manque d'« aptitudes mentales » pour « ne plus s'en soucier ».

2.2.1.2.3. L'apprenant penseur

Dans ce cas, l'apprenant n'a pas la tête vide, bien au contraire, il s'appuie sur sa réflexion pour corriger ses idées et ses conceptions. Il se penche sur l'échange, l'interaction, la discussion et par la suite sur l'argumentation pour favoriser ses apprentissages, il prend conscience de ses connaissances et de ses procédures mentales, les accorde, s'en investit, coopère avec autrui (enseignant ou élève) pour en acquérir de nouvelles, c'est ce qu'on appelle la *métacognition* (Mayer, 1998). Le rôle de l'enseignant se limite à « donner un coup de pouce » à l'élève pour l'aider à comprendre.

2.2.1.2.4. L'apprenant « cultivé »

Il y a un conflit entre ceux qui votent pour la construction du savoir à partir de l'échange social (négociation au travers du discours) et ceux qui ont tendance à apprendre via le savoir accumulé dans le passé par les cultures. Cela nous renvoie à la théorie des trois mondes (Popper, 1998). Elle porte sur la triade (monde matériel, monde subjectif, monde objectif) et fait preuve d'une forte corrélation entre ces trois mondes, le second jouant le rôle d'un intermédiaire entre les deux autres. Par exemple, on ne peut « décrypter » un livre (monde 1) qu'en maîtrisant la lecture (monde 2). Or, le (monde 3) ne peut pas être directement compréhensible via le (monde 1) et *a contrario*.

Bruner conclut que l'enseignant est amené à se servir de ces quatre postures ou profils en fonction des thèmes abordés et il est bien dommage que l'enseignant accorde toute son attention à l'apprentissage formel et qu'il néglige, en quelque sorte, les autres (J. Bruner, 1999).

2.2.1.3. Les modèles d'apprentissage

Les profils de Bruner nous amènent à focaliser aussi notre étude sur les modèles d'apprentissage corrélés, de notre point de vue et de celui des lectures que nous avons faites, avec les quatre profils d'élève mentionnés ci-dessus. Il s'agit des modèles qui sont toujours d'actualité. Nous tenterons sur le coup de les expliciter brièvement afin de faire le lien entre le profil de l'élève et le modèle correspondant. En pratique, des didacticiens citent en général trois modèles d'apprentissage : le modèle transmissif, le modèle béhavioriste et le modèle cognitif (Da Costa, 2014). Les modèles cités relèvent des travaux de recherche qui datent parfois de plus d'un siècle comme les travaux de Skinner, Piaget, Vygotski et Pavlov.

2.2.1.3.1. Le modèle transmissif

Ce modèle se base sur deux présupposés : le premier considère que l'esprit de l'élève, avant le processus de l'enseignement, ressemble à un récipient vide qu'il faut remplir et se rapporte à la réception d'un message. Autrement dit, l'élève n'a souvent aucun rôle actif. Le second part du principe que le savoir transmis est un « bloc non-déformable ». L'élève comprend le message transmis et explicité par l'enseignant, s'il écoutait attentivement, répétait puis mémorisait. Alors que ce modèle est mis en œuvre jusqu'à nos jours, il avait été depuis longtemps critiqué par PIAGET et BACHELARD. Ce modèle coïncide avec l'apprenant imitant et formel (faits appris, mémorisés, appliqués) parce qu'il consiste à apprendre par simple imitation.

2.2.1.3.2. Le modèle béhavioriste

Ce modèle porte sur la conception « stimulus-réponse » dont SKINNER, WATSON et PAVLOV sont les pères. L'apprentissage s'opère étapes dont l'écart n'est pas trop « espacé ». La stratégie de cet apprentissage se résume à renforcer positivement les bonnes réponses données par les élèves aux questions proposées par l'enseignant en vue de les faire passer à un niveau supérieur dans l'échelle d'apprentissage. Dans ce contexte, l'enseignant procède en fonction des réponses des élèves qu'il investit afin de proposer de nouvelles pistes plus avancées, il tente aussi de décomposer le savoir en sous-savoirs et l'objectif en sous-objectifs pour faciliter la tâche à finaliser. Cependant, l'élève ressemble à une « boîte noire » parce qu'on ne peut pas vraiment imaginer ce qui se passe dans sa tête. D'ailleurs, ce dernier se perd facilement une fois sa main abandonnée et dès lors que le guidage ne fonctionne plus. Ce modèle est donc en quelque sorte assimilé au premier parce que pour les deux l'élève reste passif et sa conception du savoir est cumulative. Ce modèle s'accorde à la fois à l'apprenant formel et imitant que le professeur accompagne pas à pas.

2.2.1.3.3. Le modèle cognitif

Nous pouvons distinguer deux conceptions dans ce modèle, l'une concerne le modèle constructiviste de PIAGET et l'autre le modèle socioconstructiviste de VYGOTISKY.

Dans le premier, l'apprentissage commence à « flotter à la surface » lorsque l'élève entre dans un « conflit cognitif » avec ses conceptions initiales et le savoir extérieur. Cela provoque une sorte de déstabilisation chez l'élève à cause de l'insuffisance de ses conceptions pour acquérir ce nouveau savoir. En effet, cette phase de déséquilibre due à un problème ou une erreur perturbe instantanément l'élève. Ensuite, ce dernier s'appuie sur un ancien équilibre (savoir bien installé) en le mettant en question puis en le modifiant par assimilation et accommodation ou parfois par destruction afin d'atteindre un nouvel équilibre (un nouveau savoir). Or, l'esprit de l'élève ne se considère pas, à n'importe quel âge, comme vierge (Bachelard, 1970). De plus, l'élève fait des allers retours entre le savoir intégré dans son esprit et le savoir extérieur, il dépend de ses expériences, et de ses savoirs antérieurs pour l'intégrer. Il ne s'agit pas donc d'apprentissage portant sur la conception cumulative totale. L'apprenant cultivé se rapporte à ce modèle portant aussi sur l'apprentissage concentré sur l'intraconnaissances (culture).

Le modèle socioconstructiviste ne se différencie pas beaucoup du modèle constructiviste. Toutefois, sa préoccupation est de confronter les idées ou actions des uns à celles des autres afin d'acquérir de nouveaux savoirs. Autrement dit,

l'interactivité et les échanges des partenaires (enseignant et élèves) jouent le rôle de médiateurs socioculturels dans l'acquisition du savoir. Cette interactivité déclenche chez l'apprenant un conflit sociocognitif et par la suite un développement cognitif. Ce dernier peut s'expliquer, d'une part, par le fait que l'élève prend conscience des autres réponses communiquées par les pairs qui peuvent être pertinentes même si elles étaient incorrectes. D'autre part, ce conflit sociocognitif accroît la chance d'avoir un apprenant actif (Doise & Mugny, 1997). Ce dernier courant correspond au profil de l'apprenant penseur qui apprend par l'échange et la discussion. Cette figure peut illustrer ce modèle d'apprentissage.

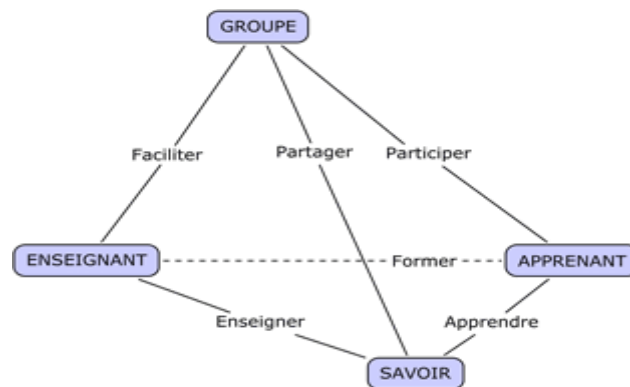


Figure I.13 : Tétraèdre pédagogique (Faerber, 2002)

Enfin, en analysant rapidement ces différents courants, nous constatons que le behaviourisme et la transmission mettent l'accent plutôt sur le rôle du professeur et sur le contenu à transmettre, tandis que dans les modèles constructiviste et socioconstructiviste, l'activité de l'apprenant est prioritaire et ce dernier construit son système d'apprentissage en se posant des questions. Ces courants nous permettent aussi de déterminer le modèle que le formateur et le formé mettent en œuvre pour transmettre des savoirs à leurs apprenants.

2.2.1.4. Les erreurs classiques des élèves

Dans cette section, nous ne cherchons pas à pointer toutes les erreurs possibles des élèves en mathématiques parce qu'elles sont nombreuses à recenser. Nous nous limitons à établir une typologie d'erreurs classiques commises par les élèves en classe et les remédiations plausibles. Notre objectif est de trouver des origines plus générales qui correspondent à un maximum des erreurs commises par les élèves (de remonter en généralité). De fait, creuser plus profondément pour analyser l'erreur est la « clé secrète » qui aide les élèves à sortir de leurs difficultés. Diagnostiquer l'erreur amène l'enseignant à ouvrir l'œil sur le manque dont souffre l'élève, comprendre pourquoi les élèves commettent ce type d'erreur et par la suite à donner un enseignement susceptible de traiter cette erreur.

Certaines recherches pensent que les erreurs des élèves peuvent contribuer à leur apprentissage (Rach, Ufer, & Heinze, 2013; Radatz, 1979). Or, pour qu'ils puissent développer leur performance, il faudrait qu'ils sachent pourquoi elles se sont produites. Néanmoins, les enseignants ne réussissent pas souvent à communiquer ce type d'explications à leurs élèves (Akin, 1996)). D'où l'importance de « décortiquer » ces erreurs sous les yeux des futurs enseignants pour qu'ils puissent envisager des pistes de travail simplifiant les difficultés des élèves. Dans ce contexte, nous invitons le lecteur à lire le chapitre III dédié complètement aux erreurs des élèves,

2.2.2. Connaissances du contenu et de l'enseignement (KCT)

Comme le montrent Ball et ses collègues, KCS (Knowledge of content and students) se termine par l'écoute génératrice ou comment se servir des réponses utiles pour hiérarchiser les contributions des élèves, cette hiérarchisation fait le noyau de KCT. Autrement dit, KCT vient après le KCS afin de traiter ces contributions. Houdement est susceptible de dire que KCT implique à la fois la préparation et la gestion des cours. Cela commence par l'étude d'une situation, savoir comment la détailler avant de déterminer les contributions à hiérarchiser (Houdement, 2013). La conception de cette dernière sur KCT se croise avec celle de Carlsen et Kent. Ces derniers l'appellent les connaissances pédagogiques générales dont ils détaillent deux éléments : la gestion et l'organisation des cours et les stratégies typiques.

2.2.2.1. L'organisation et la gestion de classe

Ce sont les principes généraux du comportement de l'enseignant encourageant la réussite des élèves (Sothayapetch, Lavonen, & Juuti, 2013). Ce que Butlen et ses collègues appellent aussi gestes et routines (Butlen et al., 2009; Butlen & Masselot, 2001; Butlen, Masselot, Robert, & Vandebrouck, 2002). Ils les définissent comme « schèmes professionnels (caractéristiques communes) permettant [au professeur] de réaliser des types de tâches » (Butlen et al, 2009, p. 3). Ces caractéristiques se résument en six items :

- Organisation constante de l'activité de l'enseignant ;
- Ensemble d'actions et de décisions ;
- Appel des différentes connaissances ;
- Adaptation ;
- Énorme implicite ;

- Activité mise au point par des buts ou sous buts.

Ce travail a débouché sur une recherche finalisée par la définition de trois types de routines. Nous en parlons postérieurement en détail, surtout dans la catégorisation de la gestion de la classe proposée par Sothayapetch et ses collaborateurs distinguant trois éléments dans la gestion de la classe ; le contrat, la gestion du contenu et la gestion de la conduite. Nous pouvons en ajouter un quatrième, celui de la communication de la classe dont Morine-Dershimer et Kent ont parlé mais en tant que catégorie indépendante dans la connaissance pédagogique générale.

2.2.2.1.1. Le contrat ou la convention

C'est à l'enseignant d'imposer des règles, dès le début de l'année scolaire, afin de favoriser les « bons » comportements attendus des élèves et de « freiner » les « mauvais » comportements. Il faudrait aussi que l'enseignant prenne en compte des facteurs importants lors de la construction de ces règles. Ces dernières doivent être simples, claires et réduites. Elles doivent se formuler positivement : pas d'obligation ni d'empêchement. L'enseignant les rappelle notamment au début et il amène les élèves à les exercer pour les mettre en place tout au début avant même de faire des mathématiques (Roffey & O'Reirdan, 1997; Shores, 1993; Smith & Rivera, 1995). Il peut s'agir par exemple de lever la main avant de parler, afin d'appeler à l'ordre et à l'adhésion au projet de l'enseignant. Toutes ces règles renvoient à ce que Butlen et ses collègues nomment l'installation de la paix scolaire (Butlen et al, 2009).

2.2.2.1.2. La gestion du contenu

Cette gestion se manifeste par le fait que l'enseignant gère certains éléments dans la classe ; l'espace, les matériels, le mouvement des élèves et les leçons faisant partie du programme (Froyen & Iverson, 1999). Par exemple, le « bon » arrangement des tables et des matériels réduit à la fois le contact entre les élèves eux-mêmes et la distraction issue des matériels près des élèves (Guernsey, 1989; Smith & Rivera, 1995; Stevens, 1997). D'ailleurs, cette catégorie a été soigneusement traitée par des chercheurs francophones sous le nom de routine de type 2 parlant de l'utilisation des documents ou supports pédagogiques. La gestion du contenu a pour fonction de créer chez les élèves des habitudes de travail facilitant d'une part l'activité de l'enseignant et d'autre part favorisant l'adhésion à la discussion et l'échange établi en classe. Alors, cette gestion du contenu peut intervenir dans les médiations ; le discours et l'échange entre élève et enseignant (Butlen & Masselot, 2001).

2.2.2.1.3. La gestion de la conduite

Il s'agit des faits et des gestes ou des compétences procédurales que l'enseignant emploie dans sa tentative pour résoudre les problèmes éducatifs appartenant à la classe. Par exemple, lorsque les élèves s'ennuient ou décrochent, l'enseignant met en place des méthodes pour solliciter les élèves en question en leur proposant de nouvelles explications ou une autre reformulation, une appréciation, une responsabilité, etc. (Sothayapetch et al., 2013). La gestion de la conduite est incorporée aussi dans la conception de gestes et routines de Butlen et ses collègues notamment la routine de type 1 ou ce qu'ils « baptisent » l'installation de la paix scolaire, plus particulièrement, l'adhésion au projet de l'enseignant (Butlen et al, 2009).

2.2.2.1.4. Communication dans la classe

L'apprentissage ou l'enseignement ont besoin de communication pour se mettre en place dans la tête de l'élève. Cette communication se résume à une interactivité ou un échange entre l'enseignant et l'apprenant. Sachant que le processus éducatif ne peut donner ses fruits sans cette connexion. Cet échange peut se poursuivre par une simple discussion, explication ou questionnement. Il existe de ce fait deux types de communication : verbale et non verbale selon (Johnson, 1999). Cependant, il en existe trois formes dans la classe : enseignant-élève ; élève-élève ; non-communication (Anderson & Garrison, 1998).

Enseignant-élève : les élèves et l'enseignant dialoguent, échangent des questionnements, des avis, des idées, etc. La communication peut prendre une forme verbale ou non ; présentation ; explicitation ; réponse ; complément ; allusion ; des gestes.

Élève-élève : les élèves s'organisent et discutent en groupe ou en public pour fournir une réponse convaincante à une question posée par un autre élève.

Non-communication : les élèves travaillent individuellement, ils se débrouillent pour répondre à leur propre questionnement.

2.2.2.2. Les stratégies typiques d'enseignement

Comme nous l'avons signalé à plusieurs occasions, nous cherchons à synthétiser les diverses recherches publiées dans le champ de formation des enseignants des mathématiques en vue de faire un état des lieux des connaissances répondant aux besoins des futurs enseignants pour qu'ils puissent débiter facilement leur métier avec suffisamment d'informations de base pour qu'ils soient qualifiés et en mesure de faire face aux difficultés des élèves et de traiter erreurs. Dans ce contexte, nous mettons en

évidence un article canadien portant sur les stratégies typiques d'enseignement (Bissonnette, Richard, Gauthier, & Bouchard, 2010). Les auteurs se basent sur trois grandes études (Baker, Gersten, & Lee, 2002; Kroesbergen & Van Luit, 2003; Kunsch, Jitendra, & Sood, 2007), menées sur quatre-vingt-dix recherches publiées dans les trois dernières décennies. Ces recherches se réunissent autour du même objectif, étudier les effets des stratégies d'enseignement sur les performances des élèves ayant des difficultés. De ce fait, cet article essaie de se renseigner effectivement sur les stratégies d'enseignement efficaces favorisant les apprentissages des élèves en difficultés et, par conséquent, il met en lumière six stratégies d'enseignement ou d'interventions effectuées auprès des élèves en difficulté. Nous pouvons les résumer comme suit :

2.2.2.2.1. L'enseignement explicite ou direct

Selon Baker et al. (2002), il s'agit d'une démarche structurée et systématique par laquelle l'enseignant présente aux élèves, du simple au complexe, les concepts, les règles, principes, les techniques opératoires et les méthodes de résolution des problèmes. Autrement dit, c'est une modélisation de démarches présentée par l'enseignant qui amène par la suite les élèves à l'appliquer dans des tâches analogues (Goldman, 1989). Ce type d'enseignement apprécie trois phases : la modélisation, la pratique guidée et la pratique autonome (Rosenshine & Stevens, 1986). Cela ressemble au profil de l'apprenant formel mentionné ci-dessus.

2.2.2.2.2. L'enseignement dans une démarche d'auto questionnement

Dans cette démarche, l'enseignant fait en sorte de proposer aux élèves des phrases à trous dans le but de les mettre sur la bonne voie. D'ailleurs, pour favoriser leur apprentissage, la modélisation de la tâche se met en contexte. Ainsi, cet enseignement se considère comme un prolongement de l'enseignement direct dont les indices verbaux avantagent l'évolution des stratégies cognitives et métacognitives (Goldman, 1989).

2.2.2.2.3. L'enseignement contextualisé

À la base, cette approche repose sur les principes de constructivisme. Elle s'appuie effectivement sur l'application des mathématiques dans la vie quotidienne et essaie fortement de favoriser la résolution des problèmes (Baker et al., 2002).

2.2.2.2.4. L'enseignement guidé

C'est aussi une modélisation qui est cette fois-ci constituée par l'élève. À charge pour l'enseignant de l'explicitier en faisant en sorte de révéler les éléments clés mis en œuvre dans la tâche. Cette explicitation s'effectue en s'appuyant sur deux aspects : le questionnement guidé par l'enseignant et l'accompagnement par les pairs. Dans cette optique, l'enseignement guidé est une question de forme implicite dans laquelle les élèves s'occupent de leur apprentissage avec l'assistance de l'enseignant. Du même, l'enseignement guidé porte sur des principes de constructivisme (Kroesbergen & Van Luit, 2003).

2.2.2.2.5. L'enseignement heuristique

Dans cet enseignement, nous pouvons mentionner deux types de démarches : la première se focalise sur le rôle de l'ordinateur pour transmettre des informations à des enseignants et à des élèves concernant le rendement et la performance de ces derniers. Puis, il propose des recommandations et des sujets spécifiques à travailler pour dépasser certaines difficultés (Keppel, 1989). La seconde porte sur la communication avec les parents sur l'évolution et le succès de leurs enfants en mathématiques en vue de les motiver (Fantuzzo, Davis, & Ginsburg, 1995).

2.2.2.2.6. L'enseignement réciproque

Il se résume tout simplement à enseigner aux élèves comment s'y prendre avec leurs pairs : les aider et répondre à leurs questions. Puis, comment travailler ensemble pour achever des tâches mathématiques. Cet enseignement encourage le travail en groupe où la démarche est bien explicitée aux élèves (Baker et al., 2002; Kroesbergen & Van Luit, 2003).

Enfin, les auteurs de l'étude concluent en catégorisant les stratégies issues des diverses recherches citées ci-dessus en quatre modalités pédagogiques dominantes comme le montre la Figure I.14. Ces auteurs expliquent que l'enseignement structuré et directif, et l'enseignement réciproque sont les plus efficaces (variation des effets d'ampleur qui peut aller jusqu'au 1,45 contre 0,57 pour les autres stratégies) pour favoriser la performance des élèves en difficulté, notamment pour favoriser les apprentissages de base en mathématiques, comme le calcul. Certes, ces stratégies concernent les élèves en difficulté. Cependant, elles regroupent presque toutes les stratégies mises en œuvre dans les cours des mathématiques avec tous les élèves. Dans ce contexte, les deux stratégies recommandées par les auteurs favorisent à la fois le traitement des erreurs des élèves et la réussite des élèves en difficulté.

Modalités pédagogiques dominantes	Effet d'ampleur (EA)
Enseignement structuré et directif	
▪ Enseignement d'une démarche d'autoquestionnement : résolution de problèmes (Kroesbergen et Van Luit, 2003)	1.45
▪ Enseignement direct : habiletés de base (Kroesbergen et Van Luit, 2003)	0.91
▪ Enseignement explicite (Baker <i>et al.</i> , 2002)	0.58
Variation des effets d'ampleur (0.58 à 1.45)	
Enseignement réciproque	
▪ Enseignement réciproque (Baker <i>et al.</i> , 2002)	0.66
▪ Enseignement réciproque (Kunsch <i>et al.</i> , 2007)	0.57
Variation des effets d'ampleur (0.58 à 1.45)	
Soutien à l'enseignement	
▪ Informations fournies aux enseignants et aux élèves (Baker <i>et al.</i> , 2002)	0.57
▪ Communications avec les parents (Baker <i>et al.</i> , 2002)	0.42
Variation des effets d'ampleur (0.42 à 0.57)	
Pédagogie constructiviste	
▪ Apprentissage guidé (Mediated/Assisted Instruction) (Kroesbergen et Van Luit, 2003)	0.34
▪ Apprentissage contextualisé (Baker <i>et al.</i> , 2002)	0.01
Variation des effets d'ampleur (0.01 à 0.34)	

Figure I.14 : Modalités pédagogiques dominantes (Bissonnette et al, 2010).

2.2.3. Connaissances du contenu et de curriculum (KCC)

Si le curriculum n'influence pas ou n'intéresse pas l'enseignant, il est probable qu'il n'intéressera pas l'élève (Bruner, 1977). Nous pensons que maîtriser les erreurs des élèves et proposer des stratégies pour les traiter exige de la part de l'enseignant une bonne connaissance du curriculum dont l'assimilation permet au professeur de s'appuyer sur une connaissance « antérieure » déjà acquise pour faire comprendre aux élèves en difficulté le savoir en jeu. À cet égard, nous cherchons à focaliser le regard sur l'importance de la maîtrise de curriculum et sur ses composants. Dans ce contexte, Shulman identifie cinq connaissances à saisir par le professeur dans le curriculum :

- La bonne connaissance de programmes et de leurs outils pédagogiques ;
- La bonne assimilation de programmes conçus pour enseigner des matières particulières dans un niveau précis et la variation des méthodes relatives aux programmes.
- La connaissance des caractéristiques (avantages et inconvénients) de l'usage d'un curriculum particulier ou de ses supports dans des circonstances particulières.
- La connaissance de supports mis à disposition des élèves dans d'autres matières de même niveau (aspect horizontal).

- La connaissance et la familiarisation avec les concepts et sujets qui sont enseignés les années précédentes et qui seront enseignés ultérieurement (aspect vertical).

De la même manière que précédemment, notamment à la fin de la catégorie des connaissances mathématiques, nous entreprenons de lister les connaissances appartenant à la catégorie de connaissances pédagogiques PCK citées par de nombreux chercheurs anglo-saxons et francophones, comme indiqué dans le tableau I.3. Dans le tableau ci-dessous, nous résumons les différents indicateurs dont nous pensons qu'ils sont des éléments nécessaires pour enseigner dans une idée de continuité avec la conception de PCK.

PCK	Exemples
KCS	<ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître les profils des élèves classiques <ul style="list-style-type: none"> • Imitant ; • Formel ; • Penseur ; • Cultivé. - Prendre une idée des modèles d'apprentissage correspondant <ul style="list-style-type: none"> • Transmissif ; • Behavioriste ; • Cognitif ; - Identifier les origines des erreurs classiques - Maîtriser l'écoute d'élèves <ul style="list-style-type: none"> • Évaluative ; • Interprétative ; • Générative.
KCT	<ul style="list-style-type: none"> - Organiser et gérer les séances de classe <ul style="list-style-type: none"> • Contrat ou convention ; • Gestion de contenu et de la conduite ; • Communication de la classe. - Diversifier les stratégies d'instruction typiques <ul style="list-style-type: none"> • Enseignement direct ou explicite ; • Enseignement auto questionnement ; • Enseignement contextualisé ; • Enseignement guidé ; • Enseignement réciproque ; • Enseignement heuristique.
KCC	<ul style="list-style-type: none"> - Maîtriser le programme scolaire et ses supports - Se familiariser avec les notions associées antérieurs et postérieurs - Identifier les avantages et les inconvénients

Tableau I.3 : Éléments des connaissances pédagogiques du contenu PCK

De tout ce qui précède, nous pouvons schématiser les connaissances dont le futur enseignant a besoin pour bien traiter les erreurs des élèves ou leurs difficultés. Il est amené tout d'abord à bien écouter les élèves, puis à « passer au tamis » leurs contributions en s'appuyant sur le CCK dans le but de les trier (qu'elles soient correctes ou incorrectes). Ensuite, les SCK, HCK et KCS l'engagent à interpréter toutes ces réponses afin de les filtrer à nouveau, mais d'une autre façon par laquelle l'enseignant cherche à trouver les contributions utiles permettant de retravailler et de hiérarchiser les productions des élèves en vue d'atteindre un nouveau savoir. En fin de compte, l'écoute génératrice avec l'aide de KCT tente d'échanger avec les élèves et d'intervenir en utilisant les stratégies d'instruction correspondant aux profils concernés. Nous invitons le lecteur à « contempler » ce graphique (figure I.15) schématisant le chevauchement entre les connaissances de base de l'enseignant afin de traiter les contributions des élèves et notamment leurs erreurs.

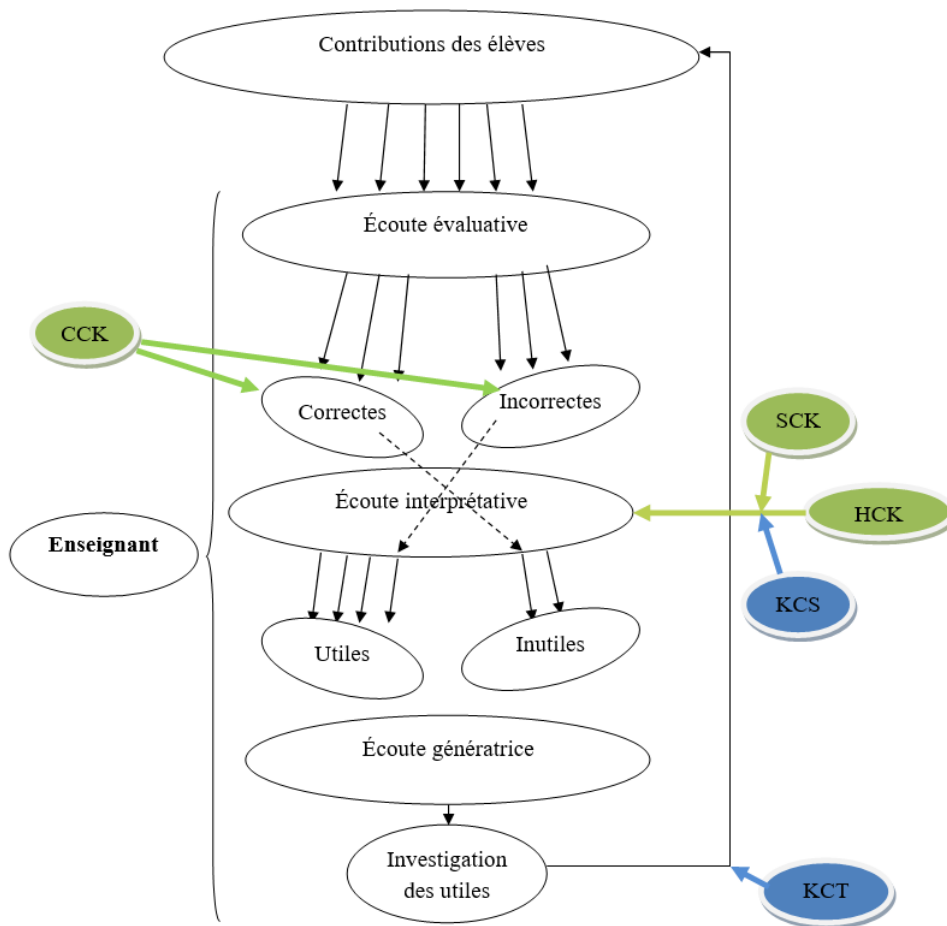


Figure I.15 : schématisation pour les étapes de traitement des erreurs des élèves

Finalement, les composants de SMK et PCK nous permettent de déterminer, d'une part, les connaissances fondamentales à transmettre aux étudiants en formation

pour qu'ils puissent proposer aux élèves un savoir mathématique pertinent qui assure leur apprentissage, et d'analyser d'autre part les cours de formation et s'ils intègrent bien ces connaissances dans leur cursus. La conception de Shulman sera considérée comme un modèle théorique pour notre étude, modèle sur lequel nous nous appuyons pour étudier ou analyser les cours de formation. Or, la présentation de tous ces éléments soulève de nouvelles questions. Comment les transmettre ? Quelles stratégies pour les mettre en œuvre ? Sont-ils évoqués clairement et directement ? Autrement dit, sont-ils institutionnalisés ? Afin de répondre à toutes ces questions, nous développons dans le chapitre II les stratégies ou les situations de formation mises en évidence par les travaux de recherche. Nous essayons aussi de monter en généralité en vue de dégager des indicateurs généraux sur lesquels nous appuyer pour analyser les stratégies des formateurs observés.

Le tableau I.4 récapitule toutes les connaissances que nous avons vues depuis le début de ce chapitre dans le but de créer une grille permettant d'analyser les savoirs de formation. Cette grille sera peaufinée lors de notre méthodologie de recherche.

Catégories de connaissances	Explications
CCK	Avoir une certaine maîtrise de savoirs savants ⁶ , notamment scolaires, aidant à détecter les erreurs facilement. Savoir définir les notions et avoir un vocabulaire suffisant.
SCK	Savoir analyser les erreurs des élèves du point de vue mathématique ou, en d'autres termes, connaître l'épistémologie de la notion. Connaître les stratégies alternatives. Pouvoir représenter ou faire représenter les notions en jeu.
HCK	Avoir l'habileté de lier les notions mathématiques entre elles.
KCS	Avoir les connaissances de base sur les profils des élèves et les origines de leurs erreurs, savoir écouter les élèves, concevoir les modèles d'apprentissage.
KCT	Distinguer les différentes stratégies d'enseignement. Savoir gérer la classe.
KCC	Avoir une idée du programme et de la progression de la classe en question et des classes liées.

⁶ Dans le sens de Chevallard

Tableau I.4 : Récapitulatif des connaissances de base dont le futur enseignant a besoin

Conclusion

Tous ces éléments ou explications peuvent être des critères permettant d'analyser les savoirs ou connaissances transmis par les formateurs observés dans les deux académies. En d'autres termes, c'est un cadre référentiel qui nous permet, d'une part, de savoir quelles sont les connaissances de base dont le futur enseignant des mathématiques a besoin pour faire fonctionner sa classe, d'autre part, d'établir une grille qui aide à analyser les cours de formation. Étudier les connaissances de base à transmettre aux futurs enseignants sans prendre connaissance des stratégies ou situations de formation rend restreinte notre étude. De ce fait, nous nous penchons, dans le prochain chapitre, sur les stratégies ou situations de formation dans le but de faire un état des lieux de celles existantes et d'établir une grille qui permet d'analyser les stratégies mises en œuvre par les formateurs observés.

Chapitre II : Transposition des connaissances de formation

Nous commençons par des citations de façon à marquer l'organisation de notre chapitre et décrire les éléments principaux de notre raisonnement.

« Formation et apprentissage ne sont jamais linéaires, mais correspondent à un itinéraire qui comporte des retours, des boucles, des accélérations aussi » (Astolfi, Darot, Ginsburger-Vogel & Toussaint, 1997b, p. 11). Il ne suffit pas de former mathématiquement et pédagogiquement les futurs enseignants, il est recommandé d'ajouter les apports du terrain et les apports théoriques (l'articulation de ces deux apports peut déboucher sur des modalités de formation), et de travailler les pratiques effectives. Autrement dit, relier les moyens de formation et leur objectif (Robert, 2005). Cette articulation se fait par le biais de stratégies de formation qui met en œuvre le formateur.

Aussi, à partir des nombreuses recherches menées sur la formation, nous pouvons résumer les enjeux en cinq points :

- ♣ La coïncidence entre durée et contenus ;
- ♣ La prise en compte des contraintes et des marges de manœuvre ;
- ♣ L'exigence d'adaptations permanentes ;
- ♣ L'expérience de la classe : pas seulement des activités des élèves mais aussi le projet local (la classe au quotidien sur un thème donné) ;
- ♣ L'importance des aspects globaux : enseignement des mathématiques à niveau scolaire donné.

Après avoir introduit les éléments de base dans les contenus de la formation que nous avons présentée dans le chapitre I, nous nous intéressons au dispositif de formation. Autrement dit, ce chapitre porte uniquement sur le travail du formateur dans la transmission et/ou la transposition de savoirs aux formés. Comment organise-t-il son travail ? Nous tentons de présenter une vision globale de la formation en France en nous appuyant sur les recherches effectuées dans le domaine de formation et les pratiques de formation (Houdement & Kuzniak, 1996; Pézard, Butlen, & Huraux-Masselot, 2012; Robert, Roditi, & Grugeon, 2007). Un état des lieux et des travaux peut nous amener à établir une grille d'analyse comportant des critères

permettant d'étudier plus finement le travail du formateur, son fonctionnement, ses stratégies et les effets potentiels d'une formation.

1. Les stratégies ou situations de formation (SSF)

À travers le détail du travail de Kuzniak qui met en lumière les stratégies mises en œuvre dans de nombreux centres de formation, notamment en premier degré, nous étendrons ces stratégies dans le second degré du fait que les stratégies de formation se ressemblent, en vue d'analyser celles qui sont utilisées par les formateurs de notre échantillon. Cela nous aide également à construire une grille d'analyse. Il nous semble important d'introduire certaines conceptions afin de mieux comprendre ces stratégies. En effet, la réflexion relative à la formation porte essentiellement sur deux axes : le premier axe relève de l'élève et de ses connaissances mathématiques ; le second se focalise sur l'enseignant et la transmission des connaissances à cet élève. Il est indispensable que le formé soit capable de croiser ces deux axes. Ainsi, les stratégies de formation favorisent ou non ce croisement (Kuzniak, 1994).

Nous nous focalisons ici sur deux sujets (formateur, futur enseignant). Certes, il est important que l'étudiant [futur enseignant] sache ce qu'apprend l'élève, comment l'apprendre, et comment le lui faire apprendre. Cependant le plus important est que le formateur prenne en charge la transmission de ces connaissances/savoirs à ses étudiants. Ceci nous amène à poser la question suivante : quelles stratégies met-il en œuvre ? Et comment se mettent-elles en place ?

Kuzniak a explicitement repéré deux types de stratégies : professionnelles et non professionnelles. Nous mettons en évidence ces deux situations de formation dans les paragraphes suivants.

1.1. Les stratégies « non professionnelles »

Ce paragraphe distingue trois stratégies basées sur les activités des élèves.

1.1.1. Les stratégies culturelles (STCU)

Elles se basent essentiellement sur le fait de faire s'accroître ou de mettre à niveau les connaissances dans le domaine des mathématiques sans lui permettre

d'évaluer l'application effectuée. De plus, ces stratégies ne prennent pas en considération l'aspect didactique « le savoir est la spécificité des apprentissages », elles se réfèrent davantage au « savoir savant ». Dans ce contexte, elles s'opposent aux stratégies professionnelles.

1.1.2. Les stratégies de recherche applicative (STRA)

Ces stratégies s'engagent à former les étudiants via la recherche. Elles leur demandent d'avoir un bon niveau en mathématiques. De ce fait, elles sont particulièrement conseillées pour la formation des formateurs.

1.1.3. Les stratégies d'autonomie (STAU)

Elles portent, en grande part, sur l'autonomie des étudiants, cela veut dire qu'ils exposent leur travail, leur programme et les traitent en intervenant avec l'aide de références mises à disposition. Ces stratégies présentent les centres de formation comme centres de ressources ou de recherches mais elles oublient, selon l'auteur, que le futur enseignant a besoin d'être accompagné par un formateur. Ce dernier l'oriente vers le bon chemin et lui donne des conseils simplifiant son parcours.

1.2. Les stratégies professionnelles

1.2.1. Les stratégies de monstration (STMO)

Ce sont des vieilles stratégies appliquées en formation. Elles consistent à faire observer à l'étudiant le modèle d'un enseignant expert dans sa classe. « Elles constituent le modèle le plus archaïque de formation professionnelle (...) basées sur l'imitation » (Kuzniak, 1994b, p. 59). Autrement dit, le processus de formation s'opère par l'adoption d'un certain modèle supposé en l'imitant. Le formé n'a qu'à adopter la pratique montrée. En revanche, il existe, dans la monstration, des pratiques qui permettent aux futurs enseignants d'acquérir le savoir-faire de l'enseignement des mathématiques par observation de la classe. Or, ce savoir-faire nécessite à la fois un savoir-voir et un savoir-observer. À cet égard, le dispositif d'observation nous amène à distinguer deux modèles de formation issus de la monstration.

1.2.1.1. Le modèle « artisanal »

Il s'agit d'une simple observation, le formé est souvent accompagné par un conseiller pédagogique qui joue le rôle d'un expert. Or, les interactions entre participants (étudiant, conseiller pédagogique et enseignant de la classe) sont quasi inexistantes.

1.2.1.2. Le modèle « industriel »

Ce modèle a été suivi en filmant les séances. De plus, ces dernières ont été suivies par une analyse *a posteriori*. Le second modèle est plus développé que le premier parce qu'il utilise les nouvelles technologies et il est plus complexe. En fait, le modèle « industriel⁷ » se situe rarement dans les stratégies de monstration, il s'intègre plutôt dans les stratégies de transposition.

Toutes les stratégies ont des avantages et des inconvénients. Par exemple, l'observation soumet à la subjectivité, c'est-à-dire qu'il n'est pas toujours possible de trouver deux observateurs partageant la même opinion sur la même séance effectuée. Cela complique l'évaluation des effets réels de la formation. Toutefois, la présence dans la classe et le contact direct avec le milieu scolaire est considéré comme l'un des points forts de ce type de stratégies. En effet, « mettre le pied » dans la classe aide à établir des articulations entre les étudiants et le lieu de leur futur métier où ils vont prochainement exercer. Ceci leur permet d'acquérir des savoir-faire pour l'avenir.

Enfin, les contraintes auxquelles sont soumis les formateurs afin de choisir les stratégies de monstration dans leur formation renvoient à plusieurs facteurs. D'abord, la gestion et l'organisation de classe sont considérées comme des savoirs de base. Elles donnent la *priorité* à l'action pour acquérir l'expérience. Ensuite, pour transmettre aux étudiants des caractères pédagogiques générales, il est important de passer par ces stratégies. Il s'agit des leviers utilisés par les formateurs. D'ailleurs, le formateur tente de mettre le futur enseignant dans une situation qu'il maîtrise et qu'il accepte, accompagné par le conseiller pédagogique. Ce dernier vise à se concentrer plus sur les « savoirs pratiques » que les « savoirs théoriques ».

1.2.2. Les stratégies d'homologie (STHO)

Dans ces stratégies, le formateur veille à transférer un modèle conçu pour ses étudiants en les mettant en posture d'élève. En d'autres termes, il peut leur proposer

⁷ Fabriquer des situations semblables à la réalité comme les fausses copies d'élèves contenant des erreurs

des activités qui sont, à la base, destinées aux élèves puis faire un débat là-dessus. D'ailleurs, les formateurs partent d'une idée importante : les savoirs s'acquièrent souvent par la construction et la confrontation de l'apprenant face à une situation de découverte qui joue un rôle majeur dans la transmission, ils font référence plus au moins explicitement à une conception piagétienne. De ce fait, les formateurs utilisent le modèle constructiviste. Ce dernier est très travaillé dans le système de formation.

Ainsi, les stratégies d'homologie s'appuient sur deux types de ressemblance :

- ❖ 1^{er} ressemblance : les procédures pédagogiques permettent d'assurer la cohérence entre le discours du formateur et ses actes.
- ❖ 2nd ressemblance : les situations proposées peuvent être transmises aux élèves autant qu'aux étudiants.

En fait, il y a plusieurs possibilités pour choisir des situations à mettre en place, elles se scindent en deux situations : soit la situation est simple mais non susceptible d'être transférée, soit la situation est légèrement complexe mais transférable dans le but de simplifier l'enseignement de ces notions. Dans tous les cas, ces choix sont déterminés par le formateur qui prend en compte les difficultés relatives aux notions abordées. Ces stratégies considèrent que le transfert effectué par le futur enseignant n'est pas problématique. De plus, les futurs enseignants font une simplification leur permettant constamment de se servir de leur savoir mathématique « modeste » pour mieux gérer les séances. Quand la nature du savoir mis en jeu se transforme afin de simplifier la tâche ou les procédures pédagogiques initiales, on est devant une dénaturation, ce qu'appelle Kuzniak, (1994) la « dénaturalisation simplificatrice ».

L'avantage le plus marqué de ces stratégies se résume en confrontant les étudiants à des obstacles que tout apprenant affronte. D'ailleurs, les attentes du formateur doivent être ressenties par les étudiants. Ce phénomène peut déboucher sur des perspectives liées à la consigne ou à l'importance du contrat didactique. Si on passe au-delà de la simple homologie, on tombe sur une richesse constatable au niveau de la distinction théorique. Ces stratégies mettent en avant l'importance des représentations (SCK (specialized content knowledge)) dans les pratiques enseignantes. De plus, elles s'adaptent au niveau mathématique moyen des formés.

Les choix de ces stratégies se résument en trois aspects. Le premier aspect porte sur le fait que la transmission des choix pédagogiques demande au formateur de mettre en œuvre ce type de stratégies afin qu'elles soient transformées sans être dénaturées. L'autre aspect que le passage au modèle constructiviste en acte ne passe que par le déséquilibre interne effectué sur le futur enseignant. Ce dernier ne s'opère que si ces stratégies sont adaptées. Le dernier aspect concerne le niveau

mathématique dont a besoin le formé pour s'adapter à ces stratégies. Dans les stratégies d'homologie, le formateur essaie de compléter en proposant simultanément des compléments didactiques et mathématiques.

Par ailleurs, de nombreux facteurs réduisent l'usage de ces stratégies. Ensuite, le temps de travail sur ces stratégies nécessite un temps de formation non négligeable. Enfin, les travaux de recherche sur la formation privilégient de plus en plus les stratégies basées sur la transposition.

1.2.3. Les stratégies de transposition (STTR)

Ces stratégies se concentrent sur la transmission d'un savoir de référence basé sur la pratique de la classe. Les stratégies basées sur la transposition prennent en compte la professionnalisation des étudiants. D'ailleurs, elles se différencient des stratégies d'homologie. Par exemple, ces dernières s'appuient sur le niveau de savoirs mathématiques des étudiants. De fait, il existe deux niveaux de transposition : la transposition didactique et la transposition pédagogique.

1.2.3.1. La transposition didactique (STTRd)

C'est un « passage du savoir savant de référence au savoir enseigné par le formateur » (Kuzniak, 1994a, p. 18). Ainsi, le formateur est le composant le plus important à ce niveau. Il joue un rôle majeur en ce qui concerne l'effort de transposition. Cette transposition porte en effet l'attention sur le fait de théoriser davantage les actes d'enseigner. La transposition didactique reste problématique, pour plusieurs raisons :

- ❖ La production d'un savoir technique n'est pas un but essentiel en tant que tel dans la didactique des mathématiques.

- ❖ La question de la présentation formelle ou non du concept de didactique des mathématiques divise les différents formateurs qui privilégient cette stratégie, certains sont davantage dans une conception de dialectique outil-objet (et pour une part implicite) au service de la formation et de l'enseignement

Ce regard accorde une importance aux objets didactiques utiles aux futurs enseignants, les situations de formation créées doivent aussi être adaptées à la transmission de ces objets.

1.2.3.2. La transposition pédagogique (STTRp)

Elle se représente par « un passage de ce savoir enseigné au savoir appliqué par les étudiants. Elle prend en compte le phénomène de transfert et d'adaptation opérée par les étudiants » (Kuzniak, 1994a, p. 18). De fait, cette transposition se base sur les actes de l'INRP⁸. De plus, ERMEL⁹ est un livre référentiel considéré comme le seul modèle d'ingénierie global de la formation à un moment donné pour certains formateurs. Dans cette approche transpositionnelle, les formateurs élaborent bien des activités, ces dernières renvoient à l'analyse des démarches et l'analyse didactique des séances, l'étude et l'exploitation des erreurs des élèves.

Un certain nombre de connaissances préalables sont demandées à l'étudiant pour atteindre cette transposition. De plus, il lui est demandé d'avoir une idée précise du fonctionnement de la classe et une représentation adéquate de l'enseignement des mathématiques. D'ailleurs, un « vide pédagogique » et mathématique n'amène pas à construire la transposition. Cette dernière exige ainsi, pour la bonne réalisation, certaines conditions.

Pourquoi choisit-on ces stratégies ? Parce que dans l'approche pédagogique, le savoir empirique est indispensable lors de la discussion avec les étudiants. Or, le formateur reste un chercheur dans le champ de la didactique des mathématiques, il doit donc fait un effort pour s'investir à ce niveau car il a rarement besoin du savoir empirique dans son approche didactique. Aussi, l'existence d'un véritable savoir portant sur le phénomène d'enseigner les mathématiques nécessite des leviers. Il s'agit d'un acte réduit à un apprentissage de type technique pour atteindre ce savoir. Enfin, de nombreuses contraintes sont imposées pour faire fonctionner correctement la transposition. L'étudiant doit maîtriser les contenus mathématiques pour prendre la distinction réflexive nécessaire, il doit aussi avoir un certain nombre de connaissances sur le fonctionnement d'une classe.

L'homologie, la monstration et la transposition : ces stratégies ont été identifiées comme des stratégies utilisées de manière variable et contextuelle par les formateurs de mathématiques en premier degré. Elles dépendraient des notions mathématiques traitées durant les séances (*homologie* pour les notions méconnues des étudiants, *transposition* et *monstration* pour des notions plus familières).

⁸ Institut National de Recherche Pédagogique

⁹ Ressources en Mathématique pour l'École et le collège

1.3. Situation ou stratégie de compagnonnage (STCO)

Cette situation se limite à des cas particuliers d'enseignants débutants en ZEP¹⁰, il s'agit d'une intervention individuelle effectuée par un chercheur ou formateur qui accompagne un novice en classe. Cela peut ressembler aux stratégies basées sur la monstration. Le chercheur tente de répondre individuellement aux questions effectives posées par cet enseignant, l'accompagnateur joue le rôle de « ressources », il se charge aussi de contextualiser les réponses proposées. Il évite parfois de lui donner des réponses précises, il peut lui laisser des choix et ménager une marge de manœuvre. Autrement dit, on lui propose des lignes directrices dégageant des situations d'apprentissage « riches » (Butlen, Pezard, & Masselot, 2006; Pézard et al., 2012). Ces aides concernent principalement le contenu mathématique et l'adaptation de situations d'apprentissage aux élèves. Par exemple, l'enseignant en question demande des techniques opératoires de l'addition ou une documentation sur les rallyes en mathématiques mais pas de demandes sur le déroulement de séances ni sur les difficultés des élèves (Pézard et al, 2012). Nous pouvons conclure que ce type de formation contribue à l'évolution des pratiques des débutants sur la base d'échanges entre enseignant et formateur et notamment les choix de situations d'apprentissage pour les élèves. De même, la démarche réflexive due à l'échange entre chercheur et enseignant rend facile le passage de l'aspect individuel au collectif et par la suite la mise en place d'une pratique réflexive. En revanche, une question nous vient à l'esprit : pourquoi les enseignants débutants s'intéressent-ils davantage au contenu mathématique que didactique alors qu'ils ont suivi un parcours mathématique lourd et plus important que le parcours didactique dans leur formation, notamment à la préparation de l'écrit ? En fait, cette étude était réalisée sur des professeurs des écoles et cette passion du contenu mathématique s'interprète par le manque important d'« antécédents mathématiques » dans leur parcours antérieur.

Après cette présentation détaillée des stratégies de formation, nous synthétisons ou récapitulons toutes ces stratégies dans le tableau II.1 avec des critères sur lesquels nous nous appuyons pour analyser les stratégies déployées par les formateurs que nous avons observés.

¹⁰ Zone d'éducation prioritaire

Stratégies de formation	Explications	Avantages	Inconvénients	
Non-professionnelles	STCU	Mise à niveau des connaissances du formé, le formateur est une seule source d'informations	Faire accroître les connaissances du formé, le documenter notamment pour les termes didactiques	Le formé joue le rôle d'élève ou voire d'un récipiendaire à remplir sans réfléchir
	STRA	Se former par la recherche	Se renseigner sur les nouvelles études et leurs résultats dans le domaine de l'enseignement	Ces recherches sont souvent restreintes aux aspects théoriques, elles traitent ce qui se passe sur le terrain théoriquement.
	STAU	Auto-formation, le formé se forme individuellement	L'autonomie du formé, cela exige de transformer le centre de formation en grand centre de ressources	L'accompagnement d'un formateur est indispensable pour le formé, il a besoin d'un guide.
Professionnelles	STMO	Montrer à l'étudiant le modèle (gestion et organisation de la classe) d'un enseignant expert à adopter. De l'action à l'expérience	Savoir-voir, savoir-observer et enfin savoir-faire de ce qui se passe en classe. Contact avec le conseiller pédagogique.	Imiter de la pratique montrée sans réfléchir, la subjectivité de l'observation
	STHO	Faire adopter la pratique du formateur. Ressemblance des procédures pédagogiques, ressemblance des situations proposées aux élèves autant qu'aux étudiants. Le transfert du formé n'est pas problématique. Transmission des choix pédagogiques, déséquilibre interne effectuée sur le futur enseignant, complément mathématique et didactique	Transmettre le modèle constructiviste, confronter l'étudiant à des obstacles connus, la clarté des attentes du formateur, l'importance des représentations dans la pratique enseignante, adapter le niveau mathématique moyen du formé	un temps de formation non négligeable,
	STTR	STTR _d : transmission d'un savoir savant à un savoir enseigné, le formateur est le noyau de l'action, savoir didactique	théoriser l'acte d'enseigner	Application en classe peu importante, le savoir technique est un but secondaire, centrées sur la préparation de l'écrit
		STTR _p : transmission d'un savoir enseigné à un savoir appliqué. Les actes d'INRP et ERMEL sont appréciés. Analyse des démarches et analyse didactique des séances et des erreurs des élèves. Savoir empirique	Des activités bien élaborées. Analyse a priori et a posteriori. Se renseigner sur le fonctionnement de la classe et déroulement de la séance	Elles nécessitent une bonne formation théorique (didactique) et pratique (sur terrain). Demandent un temps de formation importante
Sur terrain	STCO	Chercheur accompagne un enseignant novice dans sa classe, répondre à ses questions, contextualiser les réponses, échange entre chercheur et enseignant	Le chercheur est une sorte de ressources, inspire au formé des alternatives ou des situations d'apprentissage	Les demandes de novices sont restreintes au contenu mathématique et non pas sur le déroulement de la séance ou erreurs ou difficultés des élèves.

Tableau II.1 : Critères des stratégies ou situations de formation

2. Un état des lieux d’offres de formations initiales en France.

Pour bien situer les deux formateurs que nous avons observés sur deux ans dans le dispositif ou l’offre de formation qui leur correspond, nous nous efforçons d’identifier les offres de formation initiales qui existent en France et les éléments qu’elles abordent. À cet égard, nous sommes amenés à nous servir de l’état des lieux des offres de formation qu’Aline Robert et ses collègues ont effectué « à distance ». En effet, ils se sont appuyés sur des « sources orales » (travaux collectifs avec d’autres formateurs de différentes académies ou des colloques sur la formation comme la CORFEM¹¹ pour décrire ces offres. Ils tentent également de les regrouper en trois catégories, le travail proposé aux étudiants constitue le critère principal de cette catégorisation (Robert et al., 2007). Nous retrouvons dans cet article différents types de formation faisant plus ou moins appel à des résultats de didactique des mathématiques ou au terrain. Ces appels dépendent des formateurs impliqués.

2.1. Formation basée sur des tâches prescrites

Ce type de formation est généralement organisé par l’inspection. Il a pour but d’intégrer des notions nouvelles, notamment lors de changement de programme scolaire. Cette offre concerne l’aspect du futur travail de l’enseignant dans le but d’introduire un nouveau contenu à enseigner aux élèves. Elle s’intéresse également à la préparation des activités mathématiques. Or, la question de déroulement de séance est rarement envisagée par ce travail. En outre, la prise en charge des pratiques : adapter et reconstituer le travail à faire, est une responsabilité pesant sur les épaules du futur enseignant. De plus, les éléments de la didactique des mathématiques restent un objectif lointain dans ce type de formation.

¹¹ COMmission de Recherche sur la Formation des Enseignants de Mathématiques du second degré

2.2. Formation relative à l'introduction de savoirs professionnels théoriques

L'objectif de ce type de formation est de mettre à disposition du futur professeur des outils permettant de maîtriser les savoirs mathématiques à enseigner en classe, il s'agit d'un travail souhaité (aspect institutionnel). En d'autres termes, comment aider le futur enseignant à préparer le travail de ses élèves ? De fait, cette offre peut se focaliser sur la préparation de la séance. Or, elle ne rentre pas directement dans la classe et ne traite de près ni le déroulement de la séance ni les activités des élèves (temps, nombre de tâches et conciliation ancien/nouveau sont quasiment ignorés). On peut résumer ce travail souhaité en quelques phrases :

- L'introduction d'une nouvelle connaissance ;
- L'organisation d'un savoir sur un sujet donné ;
- L'ordre d'une théorie et d'un savoir-faire ;
- La construction d'une évaluation.

C'est donc un travail référé à la conception d'organisation mathématique (Chevallard & Cirade, 2006; Matheron, Noirfalise, & Combelles, 2006). Cela suggère l'importance de cette organisation parce que si elle est absente, l'enseignant ne peut convenablement créer des situations d'apprentissage (Robert et al., 2007).

2.3. Formation sur le terrain

Dans ce type de formation, le conseiller pédagogique est le « démarreur » de l'action, il s'intéresse davantage au déroulement de la séance et aux réactions des élèves et ne se focalise pas beaucoup sur l'organisation mathématique. En d'autres termes, c'est un acte portant sur le travail réel de l'enseignant. Toutes les institutions insistent sur le fait de bien vouloir développer la formation sur le terrain et du même coup c'est un facteur indispensable pour les chercheurs selon les travaux anglo-saxons cités ci-après. Le tutorat est la composante centrale du service d'un enseignant ou formateur dit « hôte » ou accompagnateur ou bien tuteur, ce tutorat est un art appliqué, et son effet doit en fin de compte se manifester dans les croyances et les actions présentées par le tutoré (Ganser, 2002; Sinclair, Dowson, & Thistleton-Martin, 2006; Sykes, Bird, & Kennedy, 2010). Une profession repose sur au moins trois éléments : la profondeur des connaissances, des compétences et des expériences du tutoré ; la capacité du tuteur à identifier avec précision le potentiel du tutoré ; la capacité de lui permettre de réaliser son potentiel (Trubowitz, 2004). Un enseignant hôte doit

posséder des connaissances et des compétences liées aux caractéristiques des apprenants adultes, aux étapes de développement de l'enseignant, aux normes professionnelles relatives aux compétences de l'enseignant, aux techniques d'observation en classe, aux stratégies d'encadrement, etc. (Ganser, 2002; Sinclair et al., 2006; Sykes et al., 2010).

Certes, la combinaison de ces formations (sur le terrain et en centre), sans monopole des unes ou des autres, peut permettre de travailler davantage la complexité de ces pratiques. Cependant, les difficultés de conciliation entre travail prescrit, souhaité et réel sont nombreuses (Robert et al., 2007).

3. Le travail du formateur

Puisqu'au départ le formateur est un enseignant, il nous semble logiquement que ce qui s'applique aux enseignants est relativement valable pour les formateurs. Autrement, les pratiques des formateurs sont cohérentes, stables, complexes et elles présentent des régularités. D'après les travaux de Robert et al. (2007), le travail de formateur se scinde en trois étapes :

Le formateur essaie dans la première étape de paramétrer son travail et de détecter les variables et les choix, il tente de s'inscrire dans une offre ou un type de formations décrites ci-dessus.

Après l'auto-inscription dans une offre de formation, le formateur cherche ses documents (recueil des ressources) sur lesquels il va s'appuyer pour transmettre les savoirs prescrits, professionnels ou de terrain. Dans ce contexte, le travail collectif est générateur de ressources, on peut partager et échanger des idées ou des lectures individuelles venues d'autres cultures (recherches anglo-saxonnes par exemple), mettre à plat les diversités possibles et par la suite favoriser des expériences. La question des ressources conduit le formateur à faire des choix entre transposition ou double transposition. Dans la transposition, le formateur cherche à s'inspirer des éléments de la didactique, les transmettre directement aux formés et les adapter à leurs pratiques reste une responsabilité sur leurs épaules. En revanche, la double transposition invite le formateur à prendre en charge une partie de cette adaptation.

La troisième étape consiste à mettre ses hypothèses dans un scénario. L'élaboration de ce dernier a pour objectif de transmettre les contenus envisagés, de travailler les activités organisées (modalités), de réfléchir aux documents et à la

synthèse entre les différentes composantes des pratiques, et de traduire les hypothèses déjà émises.

Ainsi, la diversité des besoins des formateurs demande un travail sur deux entrées complémentaires et interactives. : pratiques effectives des enseignants et théorie de l'apprentissage des mathématiques, par exemple entre local et global. Or, la conception personnelle de formateur et la mission institutionnelle « se percutent » parfois. Il ne suffit pas d'être un « super enseignant » mais il faut être aussi un analyseur de diverses pratiques enseignantes en fonction des activités potentielles des élèves. Autrement dit, il doit évoluer en termes de ressources, de culture professionnelle, de moyens d'évaluation, d'activités de formation, de choix éventuels, etc. (Astolfi, Darot, Ginsburger-Vogel & Toussaint, 1997b ; Robert et al, 2007)

4. Effets de la formation

Il est prouvé que les enseignants mieux formés et plus expérimentés ont tendance à rendre les élèves plus habiles, avec moins de problèmes de discipline (Clotfelter et al., 2006; Feng, 2009). Ainsi, étudier les effets d'une formation pourrait être une sorte d'évaluation. D'ailleurs, évaluer la formation peut s'étendre à étudier trois pistes : scénarios de formation, effets sur les pratiques des enseignants et leurs effets sur les apprentissages des élèves (Robert et al, 2007). Dans ce contexte, la prise en compte de la logique des pratiques effectives de certains futurs enseignants pourrait être indispensable pour « évaluer » et ne pas mettre en question leur formation. Brigitte Grugeon dans son HDR notamment dans le dernier chapitre, indique que les stagiaires mettent en œuvre des pratiques transitoires dans leur première année d'exercice. En revanche, Aline Robert (Robert et al, 2007) parle de l'installation des pratiques chez les stagiaires, or, à un autre moment du texte, elle avère que leurs pratiques sont en germe. En d'autres termes, nous sommes dans une situation d'évolution des pratiques plutôt qu'une installation. Certes, ces dernières évoluent au fur et à mesure. Cependant elles restent floues et il reste à les travailler plus profondément. Selon Grugeon, les difficultés de transfert sont dues aux modalités proposées en formation :

- Dispositifs d'analyse de pratiques impossibles.
- Manque d'analyse *a posteriori*.
- Absence d'alternatives.

Son étude de HDR montre aussi qu'il y a un grand écart entre les pratiques proposées dans la formation et celles mises en œuvre dans les classes (Grugeon-Allys, 2008). À cet égard, elle s'est appuyée sur d'autres travaux (Assude, Mercier, & Sensevy, 2007; Bloch, 2005; Cirade, 2008; Coulange, 2007; Margolinas et al., 2005) pour pouvoir proposer une liste non-exhaustive de difficultés qu'affrontent les enseignants :

- ❖ La sélection des contenus mathématiques.
- ❖ La *priorité* donnée à un projet local.
- ❖ Le manque de repères pour organiser l'enseignement des notions.
- ❖ L'aménagement d'un milieu pertinent en vue de favoriser l'activité et l'apprentissage des élèves.
- ❖ La dénaturalisation de certaines notions mathématiques.
- ❖ La prise en compte des tensions et des obstacles auxquels ils sont confrontés.

L'analyse des pratiques effectives des professeurs des écoles débutants manifeste un décalage non négligeable par rapport à la formation suivie par ces professeurs, cet écart a un impact relatif sur la prise de décisions, notamment pendant les mises en actes de leur projet (Masselot, 2000). En revanche, faire travailler les formés sur des séances de classe différentes s'appuyant sur les mêmes tâches mathématiques a un intérêt incontournable (Robert et al, 2007).

Les formateurs « rejettent souvent le blâme » sur les futurs enseignants en disant qu'ils ne « voient » pas ce qu'on leur propose en formation parce qu'ils ne s'impliquent pas beaucoup dans les pratiques ou activités travaillées en formation. De fait, ils voient bien où l'on tente de les amener, mais ils ne pourraient pas mettre en œuvre ce qu'ils ont appris. C'est la raison pour laquelle Astolfi et ses collègues essaient de proposer des démarches de formation (processus dynamique) en fournissant des outils relativement construits (dispositif de formation) et non des contenus (Astolfi, Darot, Ginsburger-Vogel & Toussaint, 1997b). Si nous nous référons au chapitre I et notamment aux recherches anglo-saxonnes concentrées sur les contenus de formation, PCK par exemple, nous nous apercevons que les recherches francophones se soustraient à l'étude directe des contenus de formation et qu'elles restreignent leurs choix à l'analyse et à la mise en causes des contraintes, des modalités de formation, etc.

Les pratiques des enseignants sont cohérentes, complexes et stables. De plus, elles montrent des régularités chez les expérimentés. Par exemple, ils proposent des tâches proportionnellement proches du cours, explicitent peu les connaissances antérieures lors de l'apprentissage d'une nouvelle notion et font rarement l'organisation entre les nouvelles et les anciennes connaissances (Robert et al., 2007).

À cet égard, le non ancrage du nouveau dans l'ancien peut créer chez l'élève une sorte de perturbation. Ce que Butlen et ses collègues mettent en considération pour que l'élève puisse avancer dans son apprentissage.

Des phases de rappel plus nombreuses et plus régulières permettent alors de rassurer les élèves, de leur donner des repères et de les aider à prendre du recul par rapport à leurs connaissances. Il s'agit de mettre en relation les différentes activités et d'ancrer les connaissances (Butlen, Pezard, & Masselot, 2006)¹²

Par exemple, lorsque l'élève commet une erreur, cette dernière peut être due à un dysfonctionnement des anciennes connaissances (Astolfi, 2011 ; Charnay, 1989). De ce fait, la non-concentration sur l'ancrage du nouveau dans l'ancien en formation peut amener à l'ignorer en classe.

Aussi, entre les pratiques transitoires des enseignants débutants (Grugeon-Allys, 2008) et les pratiques stables, complexes et cohérentes des enseignants experts (Robert & Rogalski, 2002) il y a des étapes. En tête de liste se manifeste le travail collectif ou bien l'équipe pédagogique qui aide l'enseignant débutant à améliorer son enseignement et à faire évoluer ses pratiques car « un enseignant ne peut pas voir ce qu'il n'est pas réalisé à voir » (Jaworski, 1999). C'est une sorte de mutualisation qui a un effet non négligeable sur les pratiques des futurs enseignants.

Une fois les pratiques installées, il n'est pas si simple de les changer, cela demande du temps et certains aspects tels que :

- Le travail collectif entre collègues d'expérience similaire (Krainer, 2001) ;
- L'expérience de formation sur un temps long (Robert, 2008) ;
- La variété de contenus et de modalités du travail en formation ;
- La modélisation qui peut favoriser les pratiques ;
- Le rôle de l'analyse réflexive lors de discussion collective en formation.

Les études de Coulange (2006) et de Abboud-Blanchard (2013) sur les néo-titulaires montrent que la formation a des effets multiples sur les formés, notamment en ce qui concerne la composante personnelle. Cette dernière domine en majorité les pratiques transitoires des enseignants stagiaires.

¹² Cahiers pédagogiques : <http://www.cahiers-pedagogiques.com/Comment-former-a-l-enseignement-des-mathematiques-en-ZEP-L-accompagnement-des-nouveaux-titulaires>

Conclusion

Dans la littérature consultée, nous avons construit une idée claire des stratégies ou situations de formation existantes et des éléments qui nous permettent d'analyser les stratégies mises en œuvre par les formateurs observés dans le but d'étudier les effets potentiels de ces stratégies sur les pratiques de leur stagiaire.

Après avoir mis en évidence les contenus de formation comportant les six catégories de connaissances développées par les travaux anglo-saxons et le déroulement de la formation ou les stratégies de formation, nous sommes en mesure de répondre plus au moins aux questions : quelles connaissances transmet-on aux formés ? comment les transmet-on ? Il ne nous reste qu'à apporter des éléments de réponses à notre questionnement sur la question de l'erreur et du traitement des erreurs des élèves. De ce fait, nous nous penchons dans le chapitre suivant sur les typologies d'erreurs et leurs origines pour des différents registres.

Chapitre III : Erreurs des élèves (E²)

Ce chapitre est principalement centré sur trois connaissances qui s'articulent pour expliquer ou traiter des erreurs des élèves en particulier celles qui font le noyau de notre recherche, celles de (SCK, KCS et KCT,) bien détaillées dans le chapitre I du point de vue de Shulman et de ses successeurs en plus de notre montée en généralité. Nous essayons également de suivre la même logique que celle du chapitre I. il s'agit de monter en généralité dans le but d'adapter une typologie plus générale comportant une part importante des erreurs classiques des élèves. Cette typologie nous aidera à analyser ou situer les erreurs dans des catégories précises.

Là, nous nous proposons de mettre en évidence des exemples concrets qui permettent d'une part, d'identifier les erreurs dues aux différents registres mathématiques ou en dehors des mathématiques, d'autre part de mettre l'accent sur les différentes hypothèses qui pourraient expliquer les origines de l'erreur avant de trouver des traitements possibles. Ceci afin d'établir une ou plusieurs grilles qui peuvent récapituler les origines des erreurs dans plusieurs domaines mathématiques en nous appuyant sur des références théoriques. D'ailleurs, ces grilles peuvent nous servir à concevoir un modèle théorique des erreurs classiques en mathématiques à transmettre aux futurs enseignants. En outre, elles peuvent être à la fois une grille d'analyse de contenus de formation et de déroulement des séances observées dans les classes de stagiaires autour de la question de l'erreur. L'objectif de tout cela étant de mener une réflexion sur l'écart non négligeable entre la théorisation (travaux de recherche) et la théorie (formation) d'un côté et la théorie (formation) et la pratique (stage) de l'autre.

Avant d'entrer dans les détails, nous éclaircissons ou plutôt mettons en discussion le concept d'erreur dans l'enseignement des mathématiques sans le définir directement parce qu'il existe nombre d'auteurs et de chercheurs ayant déjà abordé la question et les différentes définitions. Certains passages théoriques définissant nos références peuvent résumer notre point de vue sur le sujet d'une part et orienter les axes de notre recherche d'autre part.

« Un obstacle se manifeste par des erreurs, mais ces erreurs ne sont pas dues au hasard, fugaces, erratiques, elles sont reproductibles, persistantes. De plus, ces erreurs, chez un même sujet, sont liées entre elles par une source commune : une manière de connaître, une conception caractéristique, cohérente sinon correcte,

une « connaissance » ancienne et qui a réussi dans tout un domaine d'actions. » (Brousseau, 1989, p. 4)

Pour l'enseignant, distinguer les difficultés « banales » (étourderie, inattention, fatigue), des erreurs ou difficultés dues aux obstacles didactiques de celles proprement dues aux obstacles épistémologiques est une activité essentielle de l'acte d'enseignement. (Astolfi, 1997)

L'enseignant « n'a en fait pas les moyens de s'intéresser à la source de l'erreur » sans une analyse *a priori* suffisamment complète des apprentissages à réaliser, sans une connaissance des différents types de démarches et des opérations intellectuelles (Ravesteyn & Sensevy, 1993)

« Lorsqu'une erreur surgit, l'enseignant [...] doit gérer différemment la situation d'apprentissage. Ainsi, l'identification du concept permet ensuite de pointer la ou les composantes qui posent un problème chez un élève » (Deblois & Squalli, 1997, p. 127).

Ces passages pointent quatre axes : chercher les sources communes entre les erreurs, distinguer les erreurs d'autres types de difficultés, faire une analyse *a priori*, traiter les erreurs. Nous essayons de détailler ces quatre points dans les différents domaines mathématiques en vue d'établir une grille ou une typologie d'erreurs plus générale et de récapituler les différentes démarches possibles pour les traiter.

1. Erreurs dispersées à la typologie

Nous nous focalisons tout d'abord sur les besoins des futurs enseignants en termes d'analyse et de traitement d'erreurs. C'est pourquoi, nous mettons en évidence les travaux de recherche dans ce domaine. Puis, nous enchaînons avec les typologies mises en place par de nombreux chercheurs anglo-saxons et francophones, ce qui nous permet de faire un état des lieux de ce qui existe. Nous nous penchons en fin de compte sur les erreurs classiques et les analysons dans le but de mettre une nouvelle typologie à jour. Un croisement de typologies est également envisagé.

1.1. Les besoins des formés en termes d'erreurs

Pour intervenir correctement dans le cas où une erreur surgit, on se doit de se rendre compte des raisonnements de l'élève. C'est-à-dire prendre connaissance d'« un inventaire des raisonnements plausibles » (Deblois & Squalli, 1997, p. 128). De

plus, les auteurs soulignent trois étapes avant de proposer une intervention : il faut passer par une analyse conceptuelle des mathématiques (une analyse *a priori*), puis situer la difficulté et, avant l'intervention envisagée, il faut constituer un inventaire des raisonnements. C'est ce que nous comptons faire tout au long de ce chapitre. D'ailleurs, nous pensons que lorsque le formé commence à comprendre le savoir à enseigner SCK (specialized content knowledge) et la réflexion de l'élève via KCS (knowledge of content and teaching), il est prêt à proposer une intervention conduisant à reconstruire la compréhension de l'élève. Par exemple, les professeurs débutants ou novices s'intéressent davantage, lorsqu'ils essaient de comprendre la réflexion de leurs élèves sur l'erreur, aux caractéristiques individuelles des élèves ce que Shulman appelle KCS (voir le chapitre I). En revanche, les professeurs expérimentés portent à la fois leur attention sur le comportement de l'élève face à l'objet mathématique et sur la raison de l'élève (Westerman, 1991).

1.2. Une synthèse des travaux sur les typologies d'erreurs des élèves

Dans ce paragraphe, nous centrons notre regard sur les différentes typologies existantes, une sorte d'état des lieux dans le but de faire une synthèse de ces typologies. Nous traduisons sous forme de tableau notre interprétation des différents articles et propositions de typologies avec l'objectif de construire une synthèse de celles-ci.

1.2.1. Catégories d'erreurs anglo-saxonnes

Nous récapitulons d'abord toutes les typologies existantes, puis nous procédons à un croisement.

1.2.1.1. Catégories d'Ivan Watson

L'Australien Ivan Watson a essayé d'adapter le modèle de Newman afin d'analyser les erreurs des élèves en fonction de procédures qu'ils mettent en œuvre pour résoudre un problème. Il s'agit de cinq étapes ; la lecture de l'énoncé, la compréhension, la transformation, *process skills* (techniques opératoires ou compétences opérationnelles) et le codage (Newman, 1977). À partir de ces procédures, Watson a pu identifier huit types d'erreurs comme suit :

Types d'erreurs	Explications ou exemples
1. Capacité à lire	- Cognition du mot - Cognition de symbole
2. Compréhension	- Compréhension générale - Compréhension de termes ou symboles spécifiques
3. Transformation	Sélection des procédures conduisant à la solution
4. Techniques opératoires ou compétences opérationnelles	- Réponse aléatoire - Mauvaise opération - Algorithme erroné - Calcul erroné - Non-réponse
5. Codage	Forme de réponse acceptable
6. Motivation	Essayer de résoudre
7. Étourderie	Non répétitive
8. Formulation de question	Ambigüité ; mal formée

Tableau III.1 : Catégories d'erreurs selon Watson (1980)

Le lecteur pourrait penser que les catégories 2 et 8 sont semblables. En effet, l'erreur de type 2 concerne l'élève, c'est l'élève qui comprend mal l'énoncé ou la consigne. Cependant, la 8 voulait dire que l'énoncé ou la consigne est mal formulé. Donc ce n'est pas le même type, alors que la consigne est la source de l'erreur.

1.2.1.2. Catégories de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky et Inbar

Sept ans plus tard, Movshovitz-Hadar, Zaslavsky, & Inbar (1987) ont aussi cherché à catégoriser les causes possibles d'erreurs. Ils en soulignent six, comme le montre le Tableau III.2

Types d'erreurs	Explications possibles
Mauvais usage des données	Difficultés de traitement des données
Mauvaise interprétation	Mauvaise mise en équation
Inférence invalide logiquement	Nouvelle connaissance dépend d'une partie d'ancienne connaissance
Définition ou théorème inadéquats	
Lapsus	Étourderie, erreur de calcul
Erreurs techniques	Simplifier une partie de numérateur avec le dénominateur comme $\frac{a.b^2}{c.b}$

Tableau III.2 : Catégories d'erreurs (Movshovitz-Hadar et al., 1987)

En faisant un inventaire des études menées sur les erreurs des élèves en mathématiques en Allemagne et aux États Unis du 1900 au 1980, nous pouvons récapituler les catégorisations suivantes :

1.2.1.3. Catégories de Weimer

Types d'erreurs	Explications ou exemples
Erreurs familières	$(a+b)^2 = a^2 + b^2$
Erreurs de persévérance et d'assiduité	Erreurs de calcul
Erreurs de similarité	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ alors $(a+b)^3 = a^3 + 3ab + b^3$
Erreurs mixtes	Plusieurs erreurs des origines différentes interviennent
Erreurs émotionnelles	Démotivation

Tableau III.3 : Catégories d'erreurs selon Weimer Weimer (1929)

1.2.1.4. Catégories de Rose

Types d'erreurs	Explications ou exemples
Inattention	Notamment lorsqu'on recopie
Ignorance de règles	$2x - 3 = x - 6 \Leftrightarrow 2x + x = -3 - 6$
Confusion des concepts	La réciproque et le théorème de Thalès
Caractéristiques de problème	Mauvais traitement des données

Tableau III.4 : Catégories d'erreurs selon Rose (1961) (cité dans Radatz (1979))

1.2.1.5. Catégories de Menchinskaya

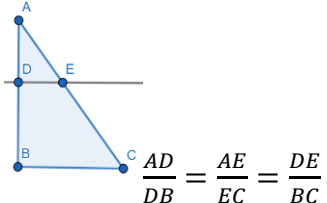
Types d'erreurs	Explications ou exemples
Mauvaise mise en œuvre d'une opération	$-(2x - 3y) = -2x - 3y$
Notion mal comprise ou installée	$2,3h = 2h30$
Manque d'intérêt et de motivation	
Règles ou algorithmes inappropriés	 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{DE}{BC}$

Tableau III.5 : Catégories d'erreurs selon Menchinskaya (cité dans Radatz (1979))

1.2.1.6. Catégories de Kuzmitskaya

Origines d'erreurs	Explications ou exemples
Mémoire à court terme insuffisante	L'élève oublie facilement et ne retient pas à long terme ce qu'il vient d'apprendre
Compréhension insuffisante des conditions de problèmes	Mauvais traitement des données et des conditions
Manque de règles	Manque de méthodes ou de formules
Mauvaise utilisation de 4 opérations	(+ ; - ; * ; :)

Tableau III.6 : Catégories d'erreurs selon Kuzmitskaya (cité dans Radatz (1979))

En faisant un croisement de typologies anglo-saxonnes, nous mettons en premier l'accent sur les catégories en commun et prioritaires pour les différents chercheurs. Nous classifions les catégories par niveau, par exemple le niveau 1 comprend le plus grand nombre de catégories communes entre les différentes typologies. Une fois les catégories regroupées en niveaux donnés, nous donnons un titre post-défini à chacun

Niveaux	Catégories venant de différentes typologies ayant une certaine similitude						Titres
1	Mauvaise interprétation	Mauvais usage des données	Compréhension insuffisante des conditions de problème	Transformation et formulation de question	Caractéristiques de problème	Compréhension et capacité à lire du texte	Erreurs liées à l'énoncé (Newman)
2	Manque des règles	Règles ou algorithme erronés	Ignorance des règles	Définition ou théorèmes inadéquats	Erreurs techniques	Techniques opératoires	Défauts dans la procédure
3	Manque d'intérêt et de motivation	Erreurs émotionnelles	Erreurs de persévérance et d'assiduité	Motivation			Erreurs dues à la psychologie de l'élève
4	Confusion des concepts	Erreurs de similarités	Inférence invalide logiquement	Notion mal comprise			Erreurs épistémologiques
5	Inattention	Étourderie	Lapsus				Erreurs de plume ¹³
6	Mauvaise utilisation d'opérations	Mauvaise mise en œuvre d'une opération					Erreurs d'application
7	Mémoire à court terme insuffisante						Erreurs diversifiées
8	Erreurs mixtes						
9	Codage						
10	Erreurs familières						

¹³ Un terme pris au droit administratif : dans le croisement de la plume sur le papier naît une erreur.

Tableau III.7 : Croisement de catégorisations des erreurs déjà existantes

D'après le tableau III.7, nous pouvons dégager une typologie « hybride » des typologies anglo-saxonnes en prenant en compte les similitudes entre elles. Il s'agit de sept catégories principales ou niveaux comme le montre le tableau III.8

Niveaux	Nom de catégories	Explications
1	Erreurs dues à la forme de problème	Les données et le vocabulaire du problème représentent un vrai défi
2	Erreurs dans la procédure	Mauvaise manipulation d'une formule
3	Erreurs psychologiques	Dues à la psychologie de l'élève, comme la motivation
4	Erreurs épistémologiques	Un défaut dans les connaissances acquises qui conduit à les confondre
5	Erreurs de lapsus	Lapsus, inattention, etc.
6	Erreurs d'application	L'élève applique la mauvaise formule ou opération

Tableau III.8 : Typologie hybride des typologies d'erreurs anglo-saxonnes

1.2.2. Catégories d'erreurs francophones

Comme dans la section précédente, celle-ci vise à élaborer une typologie hybride des typologies d'erreurs existantes dans le monde francophone.

1.2.2.1. Catégories de Charnay

Les chercheurs ou formateurs engagés dans des recherches francophones ont aussi abordé la question des types d'erreurs, notamment Charnay. Ce dernier a rangé les erreurs selon leur type en huit niveaux comme Watson mais il les détaille davantage. L'auteur utilisait certainement les travaux précédents cités plus haut. De plus, il prend l'erreur du point de vue de l'enseignant.

Types d'erreurs	Explications ou exemples
I- Due à un non-respect de la consigne.	Consigne mal comprise
I- Se situe en dehors de sa discipline.	Orthographe, présentation, etc.
Ibis- Porte sur un savoir général.	« Un grossiste vend de grosses robes »
II- Porte sur des savoirs disciplinaires.	Définition, règle, convention mal installée
III- Porte sur un savoir-faire disciplinaire	Difficultés à utiliser ; algorithme, technique
IV- Révèle un défaut de logique ou de raisonnement	Confusion hypothèse-conclusion
V- L'enseignant la juge à tort comme erronée	La procédure est correcte mais l'élève ne peut l'amener à terme.
VI- Indices particuliers	Dans la discipline : 1- Et en rapport avec l'objet de la séquence. 2- Mais en dehors du thème de la séquence

Tableau III.9 : Catégories d'erreurs de Charnay (1989)

Charnay ne s'est pas seulement limité à mentionner les causes d'erreurs, mais aussi il a tenté de modéliser les réactions des enseignants face à ces erreurs, comme nous les distinguons dans le tableau III.10

LE MAITRE	A	B	C
	prend l'initiative de	demande à ou laisse l'élève qui fait l'erreur	demande à ou laisse à l'autre élève ou à la classe le soin de
1. différer ou abandonner la correction			
2. corriger, donner la réponse			
3. chercher la bonne réponse avec son aide, son guide			
4. répéter, formuler, commenter, donner son avis (le maître n'apporte pas d'information supplémentaire)			
5. donner un élément de références			
* règle, définition			
* exemple, contre exemple			
* allusion au savoir antérieur			
* élément de consigne complémentaire			
6. démontrer le mécanisme de l'erreur, expliquer			
7. chercher dans une documentation, recourir à une expérience, résoudre un autre exercice du même type (le maître fournit une aide indirecte)			

Tableau III.10 : Réaction des enseignants face aux erreurs des élèves

1.2.2.2. Catégories de Ravestein & sensevey

La typologie de Ravestein & Sensevy renvoie les erreurs des élèves à deux systèmes : un système de références externes (la tâche prescrite ou bien la norme) où « l'erreur a un sens passif (un défaut de conformité) » (Amigues, 1990). L'erreur se manifeste ici lorsqu'il y a un fossé entre le résultat attendu (attentes de professeurs), la production de l'élève (cf. le tableau III.11, et un mauvais décodage de contrat didactique) et un système référentiel interne. Il s'agit d'un « défaut » dans la technique (cf. le Tableau III.8 une erreur dans la procédure) qui permet d'effectuer le « type de tâche » ou la tâche prescrite où l'élève peut confronter de multiples possibilités ou choix. Autrement dit, c'est un dysfonctionnement dans la tâche effective de l'élève. Les auteurs proposent de « matérialiser » la régulation de l'élève dans le but de débloquer la situation pour que le système « sujet-tâche » puisse se remettre à fonctionner (Ravestein & Sensevy, 1993). Ces catégories entrent dans les deux autres catégories de ce chapitre auxquelles nous nous limitons pour faire le croisement.

1.2.2.3. Catégories d'Astolfi

Astolfi (1997) a essayé de synthétiser toutes ces erreurs qui peuvent apparaître comme dispersées. Lui aussi en a noté huit et a proposé des remédiations possibles comme le montre le tableau III.11. Nous ne mettons pas en évidence les explications des erreurs parce qu'elles ont été détaillées ci-avant.

Types d'erreurs	Remédiations possibles
1. Consigne : mal comprise ou formulée	Analyser le texte de l'énoncé, travailler sur la compréhension de la consigne.
2. Mauvais décodage de contrat	Analyser les attentes ciblées
3. Conceptions alternatives	Se focaliser sur les représentations et les obstacles. Travailler le débat scientifique
4. Opérations intellectuelles	Travailler les compétences logico-mathématiques
5. Démarches adoptées	Travailler les différentes stratégies proposées en comparant avec celle « canonique »
6. Surcharge cognitive	Décomposer la tâche en sous tâches
7. Imbrication de 2 disciplines	Analyser les traits communs et différents
8. Complexité du contenu	Analyse didactique des difficultés alliées

Tableau III.11 : Catégories d'erreurs selon Astolfi (1997)

De la même manière que plus haut, nous croisons les typologies proposées par les chercheurs francophones dans le but d'en faire une hybride. Si nous regardons les typologies, nous constatons qu'il y a peu de catégories en commun, ce qui n'était pas le cas des typologies anglo-saxonnes. Cette particularité peut être justifiée par le fait que les typologies francophones sont moins nombreuses que celles anglo-saxonnes. D'ailleurs, le fait qu'Astolfi a travaillé sur les catégories d'erreur dix-huit ans après Charnay lui permet de développer sa typologie. En effet, nous constatons que la typologie de Charnay est plus large et générale que celle d'Astolfi qui est à son tour plus détaillée et précise. Dans le tableau III.12, nous essayons de proposer une typologie qui peut fusionner les deux typologies existantes, cette typologie est bien sûr non exhaustive. Nous mettons en œuvre des critères simples pour faire la fusion

ou le croisement des typologies citées ci-dessus. Il s'agit des points en commun entre les catégories, soit existant dans le titre de ces dernières, soit dans les explications fournies.

Noms de catégories	Explications
Erreurs dues à la consigne	Consigne mal formulée ou mal comprise, y compris le mauvais décodage de contrat
Erreurs liées aux savoirs disciplinaires	Notion mal installée ou mal comprise ou bien conception alternative
Erreurs relatives au savoir-faire disciplinaire	Notion mal utilisée ou démarches mal adoptées ou mauvaise technique opératoire
Erreurs dues à la capacité ou potentiel mental	Surcharge cognitive, complexité de contenu ou opération intellectuelle
Erreurs relatives à la logique ou au raisonnement	Avoir du mal à articuler plusieurs notions ou disciplines même hors discipline
Erreurs dues au dispositif d'enseignement	Méthodes ou stratégies mises en œuvre par le professeur ou la mise en place de la séance ou de la séquence

Tableau III.12 : Fusion des typologies francophones

Enfin, nous arrivons à la dernière étape de cette section et nous procédons à une fusion générale des typologies d'erreurs citées dans nombreux travaux de recherche anglo-saxons et francophones dans le but d'établir une typologie ou grille d'origine d'erreurs plus générales sur laquelle nous nous appuyons, comme une typologie de référence, dans notre recherche pour analyser à la fois les erreurs étudiées dans les cours de formation et les erreurs commises lors de l'observation des stagiaires en classe de responsabilité. Sachant que cette typologie sera revue à la fin de la section prochaine dans laquelle nous faisons référence à notre propre analyse et notre typologie. Le tableau III.13 s'appuie donc sur une étape intermédiaire dont l'objectif est de faire une comparaison directe entre les deux typologies anglo-saxonnes et francophones.

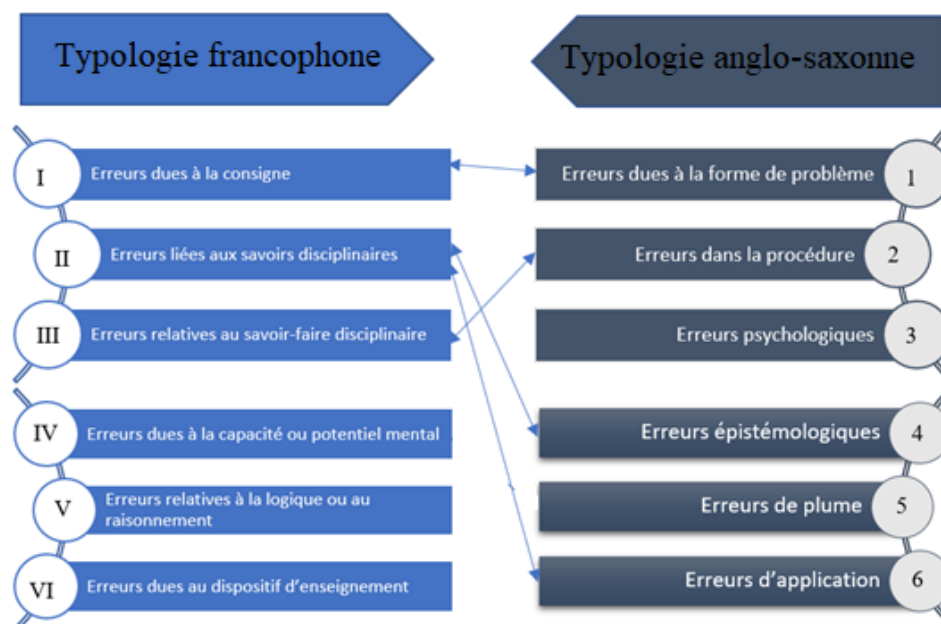


Figure III.1 : Croisement des typologies anglo-saxonnes et francophones

D'après cette comparaison, nous nous apercevons que certains types d'erreurs comme celles psychologiques (3), les erreurs relatives à la logique ou au raisonnement (V) et les erreurs dues au dispositif d'enseignement (VI) restent sans correspondance. En outre, ces origines sont importantes et nombreuses lors de l'apprentissage des élèves, d'où l'intérêt de les ajouter à la typologie hybride ou fusionnée dans le tableau III.13. Les erreurs sont classées dans un ordre croissant selon leur fréquence dans les travaux de recherche, notamment le tableau III.7.

Types d'erreurs
Erreurs relatives au dispositif d'enseignement
Erreurs dues au raisonnement ou à la logique
Erreurs d'application
Erreurs de plume
Erreurs épistémologiques
Erreurs liées à la situation psychologique de l'apprenant
Erreurs relatives à un défaut dans la procédure
Erreurs dues à la forme ou à la structure de problèmes

Tableau III.13 : Synthèse des typologies d'erreurs déjà existantes

La dernière typologie synthétisée dans le tableau III.13 porte sur des typologies déjà existantes établies par des travaux de recherche dans le domaine de didactique des mathématiques. Ce que nous mettons en évidence dans les paragraphes qui

viennent est l'analyse que nous faisons sur des erreurs classiques en vue d'établir notre propre typologie.

1.3. Difficultés et erreurs en mathématiques

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux travaux théoriques et expérimentaux qui mettent en évidence les difficultés et les erreurs auxquelles les élèves sont confrontés lors de l'apprentissage. Ces travaux nous permettent de faire nos propres catégories ou typologies des erreurs sur lesquelles nous pouvons nous appuyer lors de l'analyse des cours de formation ou des cours de stage.

1.3.1. Difficultés et erreurs classiques en arithmétique

Les erreurs des élèves ou les conceptions erronées peuvent être originaires de l'école primaire, voire de l'école maternelle. Par exemple, nous avons constaté que les élèves de collège confondent le disque et le cercle du fait qu'à l'école primaire les professeurs ne prêtent pas attention à cette nuance et certains utilisent aléatoirement les deux mots. Ces erreurs peuvent se développer et persister jusqu'à un stade tardif en collège ou lycée. Dans ce contexte, nous nous concentrons dans cette section sur les différents types d'erreurs ou origines de certaines erreurs en arithmétique.

1.3.1.1. Erreurs de nombres décimaux

Même sans avoir à analyser *a priori* certaines productions d'élèves, nous préférons focaliser le regard sur les notions à aborder ou à enseigner dans le chapitre des nombres décimaux, ces notions nous donnent une idée des difficultés à prévoir. Selon l'article de Brousseau intitulé « problèmes de didactique des décimaux », les notions sont les suivantes : rangement, repérage, encadrement, transformation, addition, soustraction, multiplication, division et problème. L'apprentissage de ces notions provoque certains types d'erreurs que nous mettons en évidence comme suit :

$$\begin{aligned}2,4 \times 3,2 &= 6,8 \\3,4^2 &= 9,16 \\0,3 \times 0,3 &= 0,9 \\7,4 &< 7,16 \\3,25 &\text{ est le suivant de } 3,24.\end{aligned}$$

Toutes ces erreurs peuvent se traduire par le fait que le nombre décimal est considéré par les élèves comme la juxtaposition d'un couple de deux entiers côte à côte.

Dans ce paragraphe, nous nous appuyons davantage sur des éléments expérimentaux plutôt que théoriques pour mettre en évidence les difficultés et les erreurs des élèves dans l'apprentissage des nombres décimaux. Les chiffres cités dans le tableau III.14 sont issus d'une évaluation effectuée pour identifier les acquis des élèves en ce qui concerne l'apprentissage de la notion de nombre décimal.

Classes ¹⁴	N° des élèves	1,2345>1,2 La grandeur de la partie décimale est un signe de croissance	1,2>1,2345 La grandeur de la partie décimale est un signe de décroissance	Règles aveugles Application sans compréhension	Autres
CM2	294	32%	15%	23%	30%
6 ^e	319	17%	12%	52%	19%
5 ^e	814	13%	14%	54%	19%
4 ^e	457	9%	16%	49%	26%
3 ^e	350	6%	10%	58%	26%
2 nd	283	5%	11%	58%	26%

Tableau III.14 : Chiffres sur les erreurs des nombres décimaux (Steinle & Stacey, 1998)

Le groupe intitulé « règles aveugles » focalise le regard sur une partie d'élèves qui commettent très peu d'erreurs de ce type en classe de CM2, or, aucune revendication n'est faite sur leur compréhension. Dans ce groupe, comme témoignent les entrevues, ce sont des élèves qui suivent aveuglément les règles et la compréhension des nombres décimaux peut en effet être assez limitée. Quelques années plus tard, nous constatons que le pourcentage de cette catégorie augmente chez les élèves : 58% des élèves de la dixième année (2nd) peuvent répondre au test de cette manière. Or, ce qui peut justifier ce résultat est l'abandon de cette notion, très peu parmi eux en ont fait depuis la fin de l'école primaire. Par conséquent, environ 40% des élèves des années 7 à 10 ne possèdent pas d'interprétation des nombres décimaux permettant d'ordonner correctement (et systématiquement) une paire de nombres décimaux.

Un autre tableau III.15 récapitule les différentes erreurs des élèves référencées dans des nombreux travaux de recherches

¹⁴ Ce sont des classes australiennes à Melbourne et l'évaluation s'est faite sur 2517 élèves dans 6 écoles primaires et 7 écoles secondaires.

	Erreurs classiques	Interprétations
1	$12,3 < 12,13$	Généraliser les règles appliquées sur les nombres entiers
2	Compter de dixième en dixième à partir de 5,9. 5,9 ; 5,10 ; 5,11 ; 5,12	Généraliser le concept du suivant qui s'applique aux nombres entiers
3	45,7 se lit quatre cent cinquante-sept	L'enlèvement de la virgule pour faire des opérations (technique opératoire)
4	Arrondir le nombre 3045,26 au dixième près, les élèves répondent 3050 ou 3050,26	Confusion entre dixième et dizaine
5	100 centimes : 0,100€	Le lien entre l'unité et les parts d'unité n'est pas bien établi.
6	0,10 est vu comme virgule un-zéro	Le zéro n'a pas de valeur à droite de chiffre dans la partie décimale
7	$12-0,1=11$	La virgule est une barre de séparation entre deux nombres entiers
8	$1,5h=1h05$ ou $1,5h=1h50$	$1,5€=1€50$ confusion de grandeurs (durée et prix)
10	$1,2 > 1,5232145$	La partie décimale représente le dénominateur et la virgule représente une barre de fraction
11	$600 > 6$ alors $0,600 > 0,6$	Le nombre de chiffres est un indicateur de grandeur
12	0,81 est plus près de 0,85 que de 0,8	Le nombre décimal a une écriture unique
13	$6,9 * 10 = 60,90$	Technique de rajout de zéro appliqué sur les nombres entiers et l'écriture unique d'un nombre
14	2,1 et 2,2 sont des nombres consécutifs	Généralisation de concept de suivant utilisé dans les nombres entiers

Tableau III.15 : Récapitulatif des différentes erreurs dans les nombres décimaux

Trois notions interviennent pour interpréter les erreurs des nombres décimaux (Nombres entiers ; droite graduée ou numérique ; fractions : notamment fractions égales). La compréhension des nombres décimaux exige une bonne assimilation de la numération, notamment la conception de groupement (paquet de 10), de la valeur d'un chiffre selon sa position, extraire le nombre de dizaines ou de centaines, notion d'équivalence, manipuler des entiers (multiplier par 10, 100, etc.) et rechercher quotients et restes dans les divisions par 10, 100, autrement dit le calcul mental. Concernant la droite numérique : placer, intercaler, encadrer un entier entre 2 dizaines ou 2 centaines successifs, représenter une suite des nombres sur la droite avec des échelles différentes qui servent à l'équivalence des fractions. Les paragraphes suivants se focalisent davantage sur les origines des erreurs citées dans le tableau III.15.

1.3.1.1.1. La difficile transition entiers naturels/décimaux

La conception de la succession appropriée par les élèves lors de l'apprentissage des nombres entiers naturels (\mathbb{N}) n'a pas de sens dans les nombres décimaux (\mathbb{D}). Par exemple, les nombres 3 ; 4 ; 5 sont des nombres entiers consécutifs, or, 3,1 ; 3,2 ; 3,3 ne le sont pas en \mathbb{D} comme le pensent à tort certains élèves. Il y a une sorte de discontinuité comme entre l'arithmétique et l'algèbre cité plus bas. À cet égard, les connaissances installées chez les élèves sur \mathbb{N} jouent un rôle « retardateur » sur la connaissance de \mathbb{D} . Autrement, certains élèves restent attachés à un stade antérieur lors de l'apprentissage de nouveaux savoirs. Cela nous semble légitime parce que l'ancien savoir est vu comme un savoir de référence. Le conflit entre ancien et nouveau savoir induit les élèves en difficulté et en erreur. Le passage suivant nous semble pertinent et justifie notre propos précédent : « L'analyse des réponses des élèves aux *testings* réalisés dans les classes primaires (en Belgique) indique clairement l'influence des conceptions sur les nombres naturels dans le traitement des nombres décimaux » (Desmet et al., 2010, p. 111). En outre, l'enseignement de ce nouveau savoir ne convient pas au potentiel restreint de certains élèves. Le fait de se limiter à définir le nombre décimal comme un nombre à virgule ou à le suggérer ainsi la juxtaposition du couple d'entiers lors de la synthèse ou l'institutionnalisation est retenu à long terme par les élèves. Par exemple, en classe de 6^e, 35% à 55% des élèves seulement ont réussi la multiplication de deux décimaux et environ 20% des erreurs de calcul se produisent au moment du placement de la virgule (Roditi, 2003). Ainsi, le fait d'y « remédier » en recourant à la technique¹⁵ ne favorise pas la situation. Il fallait plutôt déstabiliser les conceptions et les manières de faire déjà installées chez les élèves et les mettre en situations relativement éloignées de leurs compétences

¹⁵ Dans le sens de Chevallard

(Vergnaud, 2000). Par exemple, mettre l'accent sur le sens de partage d'une unité en sous unités ou sur la valeur positionnelle des chiffres qui composent le nombre au lieu de réduire le sens à une virgule qui peut également provoquer des erreurs de type :

$$\frac{27}{4} = 27,4$$

Ces erreurs sont dues au recours à un savoir antérieur (nombres entiers, par exemple), le rendre référentiel au lieu de parler de continuité provoque la difficile transition entre un ancien et nouveau savoir.

1.3.1.1.2. Perte de sens ou restriction de concept

Généralement, les élèves retiennent plutôt la technique et oublient la technologie. En effet, l'apprentissage des nombres entiers et les opérations sur ceux-ci amènent les élèves à penser implicitement la juxtaposition des chiffres dans le nombre. Par exemple, dans l'opération $23+55 = 78$, les élèves lisent le nombre 23 (vingt-trois) et 55 (cinquante-cinq). Or, lorsqu'ils l'opèrent, ils voient les chiffres et non les valeurs des chiffres, ils les voient tel que $2+5=7$ et non pas $20+50=70$. De ce fait, la juxtaposition des chiffres vient déjà de l'apprentissage des nombres entiers. Il fallait insister sur la valeur de chaque chiffre même dans les opérations. Ce qui prouve cette hypothèse est que les élèves ont du mal à écrire « quatre mille huit », certains l'écrivent 40008. D'ailleurs, il est simple de trouver le chiffre des dizaines dans le nombre 123 par exemple, mais difficile à trouver le nombre des dizaines, ce qui peut démontrer aussi un manque de sens dans le système de numération décimal. Voici un exemple concret qui peut dévoiler le dysfonctionnement dans le système décimal chez certains élèves :

Example

If shown a collection of 12 hundreds, 2 tens, and 13 ones, the student writes 12213, possibly squeezing the 2 and the 13 together or separating the three numbers with some space.

16

D'ailleurs, « Un savoir théorique [technique], non justifié [technologie], serait perdu et n'aurait pas de sens et une pratique excessive sans débats, conduirait à des apprentissages par conditionnement et prématurés qui feraient obstacle aux étapes ultérieures » (Bkouche, 1991; Brousseau, 1981, p. 52-53).

Ainsi, il existe deux méthodes ou techniques de comparaison les plus couramment répandues :

¹⁶ Traduction de l'exemple en anglais : si on a une collection de 12 centaines, 2 dizaines et 13 unités, les élèves écrivent 12213, c'est possible de décaler le 3 et 13 ou séparer les trois derniers chiffres.

- Rendre les nombres à la norme : ajouter ou faire apparaître des zéros dans le but d'égaliser les parties décimales de deux nombres comparés ;
- Chiffre par chiffre de gauche à droite ou faire un tableau : sans se rendre compte de la valeur de chaque chiffre. Cette technique apparaît plus complexe que la précédente mais elle est plus intéressante surtout si on la justifie en s'appuyant sur la compréhension de l'écriture décimale.

Ces techniques sont rapidement intégrées par l'enseignant, sans ou après avoir introduit brièvement les éléments technologiques. Ces derniers ne sont pas simples à comprendre et à faire comprendre aux élèves, c'est la raison pour laquelle les enseignants se facilitent la tâche, ils ignorent « le casse-tête » de la technologie et ils passent directement à la technique opératoire. Là le sens mathématique de chaque notion serait perdu comme le dit Brousseau ci-dessus. D'ailleurs, le travail sur les techniques opératoires est aussi important que la conceptualisation (technologie) :

« [...] les connaissances numériques des élèves conditionnent la construction de techniques opératoires standard écrites (multiplication) et la mobilisation de procédures de calcul mental adaptées (décomposition additive et multiplicative des entiers). » (Butlen, 2007 cité dans Desmet et al, 2010, p. 107)

Une réalité choquante, 40% des élèves de 6e ne savent pas ordonner des nombres décimaux positifs. Trois règles erronées ont été proposées :

- ❖ Appliquer la règle de comparaison des entiers sur la partie décimale.
- ❖ Ranger en ordre inversé de la longueur de leur partie décimale ($4,526 < 4,06 < 4,3$) ;
- ❖ Le plus petit nombre est celui dont la première décimale est un 0 ($4,06 < 4,3 < 4,249$) (Sackur-Grisvard & Léonard, 1985).

1.3.1.1.3. Dispositif d'enseignement restreint

Lorsque l'enseignant propose souvent des exercices « arbitraires » de comparaison des nombres décimaux tels 12,43 et 12,2 qui sont soumis aux mêmes règles appliquées sur les nombres entiers et n'insiste pas suffisamment sur des cas particuliers comme 12,43 et 12,201, après réitération de ces exemples, les élèves pensent à tort qu'ils peuvent généraliser les règles de comparaison mises en œuvre pour les entiers sur les nombres décimaux. D'où vient la règle erronée : « plus le nombre a de chiffres, plus il est grand », qui fait qu'ils s'appuient sur la taille du nombre et non sur la valeur positionnelle des chiffres. Ce genre de réitération peut conduire à généraliser de cette façon. Ce défaut fait appel au problème « hors

norme »¹⁷ dit « l'âge du capitaine » (Baruk, 1998) où les élèves, sous l'influence de la norme qu'Astolfi appelle « le mauvais décodage de contrat didactique » se sentent obligés de résoudre le problème.

Un autre exemple tiré de l'article de Guy Brousseau publié dans la revue « Tangente éducation » met l'accent sur une origine importante des erreurs dans l'apprentissage des nombres décimaux ou même d'autres notions. En effet, quand les élèves du primaire commencent à apprendre la division euclidienne dans \mathbb{N} , une règle familière s'installe dans leur tête, peut-être introduite par le professeur, notamment si des contre-exemples ne sont pas assez proposés : celle du quotient toujours inférieur au dividende. Ensuite, lorsqu'ils enchaînent l'apprentissage des nombres décimaux, ils pensent pareillement ($2 : 0,5 = 1$), se trompent et ceci les induit en erreurs récurrentes, car il s'agit d'obstacles épistémologiques. Pour y remédier : « expliquer ou commenter une question ou une réponse pour éclairer les élèves est un moyen assez efficace pour qu'ils évitent les erreurs ou qu'ils s'en corrigent. C'est la base de tout enseignement » (Brousseau, 2009, p. 6). Or, pour appréhender tout cela, il faut questionner le lien entre les données mises en jeu et les moyens qu'elles ont dégagés, ce que Brousseau appelle le méta, qui est l'essence même de la connaissance.

1.3.1.1.4. Le changement de l'unité de référence

Une autre sorte de difficulté se manifeste lorsque l'on enseigne les nombres décimaux portant sur l'usage social de ces nombres. Autrement dit, les élèves sont à l'aise et familiarisés avec les grandeurs de la vie quotidienne (longueur, masse et prix). Par exemple, $2,5\text{m} = 2\text{m } 50\text{cm}$, $2,5\text{€} = 2\text{€ } 50\text{c}$. Ils traitent ces nombres en tant que deux parties disjointes, ils font séparément des opérations sur chacune et puis ils font la conversion. Ce type de traitement conduit à l'erreur suivante : $2,3\text{h} = 2\text{h } 30\text{min}$. La représentation faussée de nombre décimal intégrée dans la tête de l'élève amène les élèves dans une impasse, voire les met dans un paradoxe. Ainsi, le fait de lire le nombre 2,35 comme deux virgule trente-cinq crée chez les élèves cette séparation. Il fallait le lire de la manière suivante : deux unités et trente-cinq centièmes ou deux unités, trois dixièmes et cinq centièmes, surtout au départ, il faut montrer aux élèves l'unité de référence (10, 100, 1000, etc.) et s'appuyer davantage sur le vocabulaire (dixième, centième, millième, etc.) ou ce qu'on appelle l'oralisation.

¹⁷ Le problème norme : qu'on peut avoir la solution unique en faisant des opérations et en utilisant toutes les données.

1.3.1.1.5. Le paradoxe entre métadonnées en jeu et antérieures

On invalide les règles appliquées par les élèves lors de la comparaison des nombres entiers et généralisées sur la comparaison des nombres décimaux en disant que ce n'est pas la méthode adaptée. En revanche, on leur demande, lors de la division euclidienne de deux nombres décimaux, de revenir à la méthode utilisée pour les nombres entiers. C'est un paradoxe, au lieu de mobiliser des métadonnées en jeu, on les sollicite pour mobiliser des connaissances antérieures. Prenons l'exemple de la division euclidienne suivante :

The image shows a student's handwritten work on a light blue background. On the left, there is a long division problem: $49 \overline{) 245}$. The student has written 49 above the 245 . Below the 245 , there are several subtraction steps: 49 is subtracted from 49 to get 0 ; then 09 is brought down, and 8 is subtracted from 09 to get 10 ; then 10 is brought down, and 10 is subtracted from 10 to get 00 . To the right of this work, the student has written the equation $4,9 : 0,2 = 245$.

Figure III.2 : Exemple de la division euclidienne d'un nombre décimal par un entier

L'élève « s'est débarrassé » des virgules (multiplier les deux nombres par 10). Puis, il a appliqué l'algorithme de la division euclidienne pour des nombres entiers. La réapparition prévue de la virgule dans le résultat perturbe l'élève, qui se dit : comment la virgule va réapparaître si je l'ai éliminée tout à l'heure en multipliant par 10 ?

Certes, le fait de mobiliser des métadonnées en jeu au lieu de revenir à des connaissances antérieures n'est pas simple. Cependant, il peut favoriser davantage la compréhension de la notion des nombres décimaux. Par exemple, chercher combien y a-t-il de deux dixièmes (0,2) dans le quatre. Il y a $5 \times (0,2)$ dans le 1, puis fois 4, alors il y en a 20, n'oubliant pas qu'il y en a également 4 dans 0,9. En tout, il y a 24 de 0,2 dans 4,9. De même manière, on peut constater que dans 0,1 (le reste) il y a un 0,5 (1/2) de 0,2 et par conséquent $4,9 : 0,2 = 24,5$. C'est une méthode qui fait travailler les données des élèves ou leurs métadonnées dans la notion des nombres décimaux et les opérations sur cette dernière.

1.3.1.1.6. La représentation des nombres décimaux

Trouver les équivalents de nombre 0,5 comme $\frac{1}{2}$ recourt à relier la construction du nombre à la mesure des longueurs. Autrement, faire intervenir deux registres différents : celui de la numération et celui de grandeurs et mesures. D'ailleurs, le fait de placer un ou des nombres décimaux sur une droite graduée représente une difficulté

majeure. Cette difficulté reflète l'ampleur du fossé entre la construction des nombres et la mesure des longueurs (Perrin-Glorian, 1992). Ainsi, faire travailler simultanément les élèves sur deux registres différents (numération ; grandeurs et mesures) pourrait les mettre en obstacle. De ce fait, il fallait que l'enseignant s'approprie bien la représentation des notions mathématiques (SCK) constituant le noyau de la connaissance mathématique (SMK) de PCK, cette SCK pourrait contribuer à surmonter certaines erreurs une fois que le concept est acquis.

Il ressort de ce qui précède que l'existence de certaines discontinuités ou de certaines fausses continuités entre les nombres naturels et décimaux citée plus bas par Vergnaud et Grugeon dans le cas de l'arithmétique et l'algèbre joue également, ici, un rôle très important dans les erreurs des élèves. Puisque les nombres naturels font partie des nombres décimaux ($\mathbb{N} \subset \mathbb{D}$), où les nombres naturels sont un cas particulier des nombres décimaux, l'on ne peut appliquer l'adage latin « Specialia generalibus derogant » qui est très connu dans le droit français. Cet adage signifie que les règles spéciales dérogent aux règles générales, ce qui n'est pas le cas en mathématiques. De ce fait, il pourrait être préférable avant de passer d'un cas particulier (nombres naturels) à un cas plus général (nombres décimaux) de rappeler les conditions suivantes :

- Les nombres entiers ne peuvent pas résoudre tout problème.
- Les décimaux résolvent certains problèmes dont les entiers sont incapables.
- Les règles de comparaison qui différencient les nombres entiers des décimaux, ne sont pas les mêmes.
- Dans les décimaux, la notion de successeur n'a pas de sens tel qu'il est en entier. Entre deux décimaux, on peut en intercaler autant qu'on veut.
- Le nombre décimal possède des chiffres dont la signification est précisée par son unité.
- Les opérations sur les nombres décimaux n'ont pas le même sens que sur les entiers, par exemple la multiplication des décimaux ne grandit pas forcément. (Desmet et al., 2010)

Enfin, six types d'erreurs présumées peuvent être derrière les erreurs dans les nombres décimaux. Le tableau III.16 peut les récapituler.

Niveaux	Origines d'erreurs	Explications ou exemples
1	La difficile transition entre nombres entiers et décimaux	Plus la grandeur de la partie décimale est longue plus le nombre est grand
2	Perte de sens ou restriction de concept	Le 2 dans 25 est vu comme un chiffre 2 et n'est pas 2 dizaines ou 20
3	Dispositif d'enseignement restreint ou réduit	Le fait de proposer des exercices arbitraires de type unique engendre une sorte de régularité chez les élèves
4	Le changement de l'unité de référence	1,5h= 1h05 ou 1h50 car 1,5€=1€50
5	Le paradoxe entre métadonnées en jeu et antérieures	Recourir aux nombres entiers lors qu'on fait la division des nombres décimaux, alors qu'on dit qu'il y a une discontinuité
6	La représentation des nombres décimaux	Faire intervenir deux domaines différents (numération et grandeurs et mesures)

Tableau III.16 : Catégories d'erreurs dans les nombres décimaux

1.3.2. Difficultés et erreurs classiques en algèbre

Dans ce paragraphe, nous tentons de mettre en lumière, dans un premier temps les difficultés et les erreurs des élèves en algèbre, et en particulier en calcul littéral dans le but d'établir une liste des erreurs classiques et dans un second temps une typologie d'erreurs. Il ne s'agit pas d'une liste exhaustive mais d'une liste des erreurs plus fréquentes et connues dans le domaine de l'algèbre, notamment pour alimenter les sources des enseignants novices ou débutants (faisant le noyau de notre étude). Ensuite, nous mettons en avant les origines de ces erreurs en nous appuyant sur des éléments théoriques et des études expérimentales dans ce domaine. Étant donné que plusieurs niveaux ou facteurs interviennent pour expliquer une erreur, nous sommes censés établir une analyse multidimensionnelle¹⁸ pour chaque erreur si nécessaire.

¹⁸ Nous empruntons ce terme à Brigitte Grugeon dans sa thèse sur l'algèbre mais il ne prend pas la même modalité ou le même fonctionnement.

Les lectures bibliographiques que nous avons effectuées dans le domaine de l’algèbre nous ont permis de souligner certaines erreurs classiques faisant l’écho chez les didacticiens des mathématiques. Le tableau III.17 récapitule ces erreurs et leur donne un nom à chacune en prenant appui sur la méthode des catégories émergentes (Strauss & Corbin, 1990). Il s’agit donc de récupérer les erreurs puis de leur donner des titres post-définis en fonction de leurs origines ou de leurs caractères marquants. Ensuite, nous les détaillons. Ainsi, le tableau montre une analyse des erreurs citées dans de nombreuses études.

	Erreurs classiques	Interprétations possibles	Références
1	$-(a+b) = -a + b$ $a(b+c) = ab + c$ $a(bc) = ab \cdot ac$ $(a \pm b)^n = a^n \pm b^n$ $\sqrt[n]{a \pm b} = \sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b}$ $A^{n+m} = a^n + a^m$ $A^{nm} = a^n a^m$ $(2a + a + 3 = 3a + 3)$ $\Leftrightarrow (2a + a \times 2 = 3a \times 2)$	Défaut dans la distributivité - Généralisation abusive de règle de distributivité - La coordination des constituants	(Drouhard, Sackur, Maurel, & Pécal, 1997; Drouhard, 1992; Kirshner, 1990; Matz, 1980; Payne & Squibb, 1990; Schwartzman, 1977)
2	$2a + 5b = 7ab$ $39x - 4 = 35x$ $4n + 3 = 7n$ $1 + 3x^2 = (1+3) x^2 = (1+3x)^2$	Difficile transition entre l’arithmétique et l’algèbre - Réduction ou restriction du sens de variable - Annonce d’un résultat	(Davis, 1975; Drouhard, 1992; Vergnaud, 1988)
3	$x^2 = 2x$ $x + 3 = 3x$ $(3x^2)^2 = 3x^4$ $2yz - 2y = z$	Dilemme processus-product Absence de marque explicite (\times ou \pm)	(Douady, 1994; Kirshner, 1989)
4	$3x + 5x = 19 \Leftrightarrow$ $x + x = 19 - 3 - 5 \Leftrightarrow$ $2x = 11 \Leftrightarrow$ $X = 11 - 2 = 9$	Adaptation et concaténation	(Sleeman, 1984)

Tableau III.17 : Erreurs classiques dans l'apprentissage de l'algèbre

1.3.2.1. Défaut dans la distributivité

Plusieurs éléments ou facteurs peuvent s'associer pour interpréter les erreurs de cette première catégorie. Ces erreurs peuvent avoir une nature linguistique dite de « la coordination des constituants ¹⁹ ». Autrement dit, il y a une sorte de distributivité dans les « propriétés » linguistiques. Si nous regardons les deux phrases ci-contre, nous constatons que la première est dérivée de la seconde.

- a. J'ai rencontré Pierre et Paul au cinéma.
- b. J'ai rencontré Pierre au cinéma et j'ai rencontré Paul au cinéma.

(Ruwet, 1968, p. 209)

Nous pouvons également écrire la phrase (b) de la manière suivante :

J'ai rencontré [Pierre et Paul au cinéma].

Selon Kirshner, il y a une sorte de « distributivité langagière » dans cette phrase. Par exemple, l'erreur « $-(x+5) = -x+5$ » aurait des racines plus profondes dans l'aspect linguistique que celui mathématique parce que tout simplement l'apprentissage de la langue précède celui des mathématiques et qu'on s'appuie sur le langage pour s'approprier n'importe quelle matière. Pour éclairer notre point de vue, nous pouvons mettre en avant l'ambiguïté d'un autre exemple et dans une autre langue, l'anglais par exemple : *The old man and woman walked down the stairs*²⁰ (Kirshner, 1985, p. 32), alors, [old man] et [old woman] ou [old man] et [woman], cet exemple peut expliquer les erreurs des élèves d'un point de vue linguistique, plus précisément la coordination des constituants. Cette ambiguïté dans la langue peut conduire également à l'erreur suivante : $a(b+c) = ab+c$.

Aussi, il existe une interprétation linguistique dite « syntaxique » qui fait surface. En effet, les élèves s'intéressent à la forme syntaxique de l'expression algébrique plutôt qu'à ses propriétés mathématiques (Kirshner, 1985). Par exemple, les deux expressions $(a+b)^n$ et $(a.b)^n$ ont le même nombre de lettres et de termes, les élèves se réfèrent à une stratégie utilisée en numérique pour comparer des nombres, celle de « correspondance terme à terme », ils pensent à tort que ces écritures ont la même dénotation, donc la même forme syntaxique (Arzarello, Bazzini, & Chiappini, 2001; Serfati, 2005). C'est pourquoi les élèves ont tendance à traiter les deux expressions de même façon. À cet égard, les jeunes élèves pensent que [les grands ou les gros] objets sont plus lourds que ceux étant petits (cf. l'énigme qu'on propose aux

¹⁹ La coordination des constituants est considérée comme une forme réduite de la coordination des phrases (Kühner & Stegmann, 1912)

²⁰ Traduction en français : Le vieil homme et femme ont descendu l'escalier

enfants : 1 kg de fer est-il plus lourd qu'1 kg de coton), ils sont sous l'influence des éléments ostensifs plutôt que des propriétés mathématiques (Booth, 1988; Booth & Johnson, 1984; Clark, 1974). C'est alors qu'un aspect sémantique émerge ici, les élèves ne sont pas censés interpréter ou d'avoir le sens de la puissance, $(a+b)^2$ par exemple, comme un produit de $(a+b)(a+b)$, le sens de l'exponentiation n'est pas approprié chez les élèves comme une multiplication réitérée. Un exemple linguistique peut expliquer la situation, notamment la conjugaison de verbes suivants : prendre et perdre. Pour les élèves, les deux verbes sont presque identiques, donc, en termes de conjugaison, ils cherchent le participe passé de même manière (un enfant dit : « j'ai perdu » au lieu de « j'ai pris »). Nous partageons l'idée de Kirshner (1985) que les compétences mathématiques développées lors de l'apprentissage de calcul algébrique ne sont pas étroitement liées à ce que les enseignants envisagent, il y a une sorte de *curriculum caché*²¹.

Ainsi, un autre élément, cette fois-ci, dit mathématique se cache derrière ce type d'erreurs. Il s'agit de la généralisation des règles ou des propriétés mises en œuvre dans un domaine mathématique sur un autre (Schwartzman, 1977; Sleeman, 1984). Par exemple, $(a+b)^2 = a^2+b^2$, est une erreur très fréquente chez les élèves en collège, ils confondent $(a.b)^2$ et $(a+b)^2$. De ce fait, ils généralisent la propriété de « la distributivité des puissances sur un produit » en faisant « la distributivité des puissances sur une somme ».

Aussi, comprendre des écritures revient donc à prendre en compte ensemble : leur syntaxe ; leur dénotation ; leur sens ; leur interprétation. $(x-1)^2$ et x^2-2x+1 ont la même dénotation et non pas le même sens comme $\frac{4}{2} = \sqrt{4} = 1+1$, ils appartiennent à plusieurs registres (Drouhard, 1992). Les élèves pensent que a^2+b^2 est une autre dénotation de $(a+b)^2$, tout simplement parce que cette expression ou forme peut avoir plusieurs dénotations comme $(a+b)(a+b)$ ou $a^2+2ab+b^2$ (Drouhard et al., 1997; Drouhard, 1992).

En revanche, pour certains élèves, $(a+b)^2 = a^2+b^2$ et $(a-b)^2 = a^2-b^2$. Or, $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ n'est pas généralisé dans le cas $a^2+b^2 = (a+b)(a-b)$. La simple justification est que pour les élèves $a^2+b^2 \neq a^2-b^2$. Par exemple, lorsqu'on dit que $(a+b)^2 = a^2+b^2$ et $(a-b)^2 = a^2-b^2$, on constate que les deux côtés de deux égalités ne sont pas égaux par correspondance terme à terme ($(a+b)^2 \neq (a-b)^2$ et $a^2+b^2 \neq a^2-b^2$). D'ailleurs, l'apprentissage de $(a+b)^2$ précède celui de a^2-b^2 , alors la règle erronée est déjà installée chez les élèves.

²¹ Le curriculum caché, c'est la part des apprentissages qui n'apparaît pas programmée par l'institution scolaire, du moins pas explicitement (« Perrenoud - Curriculum : le formel, le réel, le caché », s. d.)

1.3.2.2. Difficile transition entre arithmétique et algèbre

L'introduction de l'algèbre en général et du calcul littéral en particulier reste problématique à la fois pour les élèves et pour les enseignants. D'une part, certains élèves ne peuvent comprendre ce nouveau savoir et, d'autre part, les enseignants se trouvent en difficulté pour le leur transmettre facilement. Dans ce contexte, la difficile transition du concret à l'abstrait pourrait traduire généralement cette problématique. Or, il existe de multiples facteurs qui se cachent derrière la difficulté de l'apprentissage et/ou de l'enseignement de l'algèbre. Nous tentons de focaliser le regard sur les difficultés et les erreurs dans le domaine de l'algèbre en général et du calcul littéral en particulier en nous appuyant sur des travaux menés dans ce domaine.

Les élèves ont des difficultés à articuler l'arithmétique et l'algèbre parce qu'il y a des fausses continuités et des discontinuités entre les deux domaines (Vergnaud, 1988). À partir de cette articulation, nous faisons en sorte d'analyser les erreurs des élèves. Plusieurs niveaux d'interprétation peuvent se chevaucher pour expliquer l'origine d'une certaine erreur. Par exemple, derrière l'erreur $4n+3=7n$, il y aurait une origine chimique qui se manifeste cette fois-ci, le fait d'additionner l'oxygène au carbone donne CO_2 qui constitue un seul objet, alors la conjonction (+) et (et) joue un rôle primordial dans cette erreur.

L'arithmétique élémentaire nous semble simple et accessible pour une bonne part des élèves en début de collège. Cependant, l'algèbre réunit les quantités déterminées (connues) et indéterminées (inconnues) qui peuvent être une espèce de perturbation pour les élèves, notamment si on ne comprend pas la signification des lettres. Par exemple, pour certains élèves, « 3b » signifie trois bananes : une sorte de réduction de sens ou dispositif d'où vient-il ? En fait, certains manuels induisent les élèves en erreur lors qu'ils introduisent la formule de l'aire du rectangle de la manière suivante : $A = L * l$ (L : longueur, l : largeur). Bien qu'il y ait une certaine analogie entre l'arithmétique et l'algèbre (divers points communs : égalité, utilisation des parenthèses, symboles opératoires, etc.), le passage persiste et apparaît difficile chez certains élèves jusqu'à un stade tardif dans le processus d'apprentissage scolaire. Or, cette analogie est plus sémiotique que sémantique. Par exemple, nous pensons que x^2+2x+1 et $(x+1)^2$ ont la même dénotation mais pas la même connotation ou sens. De plus, Les élèves se familiarisent au départ avec l'algèbre en tant qu'objet (variable par exemple) et non en tant qu'outil afin de résoudre des exercices (Douady, 1986) ce qui peut créer une sorte de rupture entre l'arithmétique et l'algèbre (G. Vergnaud, 1988). En revanche, nous ne sommes pas convaincus de l'usage du terme « rupture ». On peut parler de fausses continuités ou de discontinuités, autrement dit, d'une rupture

partielle et provisoire. Par exemple, on ne peut évoquer une rupture entre les nombres entiers et les nombres décimaux, il y a certainement une discontinuité ou fausse continuité mais pas de rupture complète entre arithmétique et algèbre. À cet égard, Chevillard voit que l'algèbre est une généralisation de l'arithmétique, ce qui peut contredire le propos de Vergnaud par rapport à cette rupture.

Il faudrait comprendre la dialectique sur laquelle repose l'algèbre pour pouvoir interpréter les difficultés et les erreurs des élèves dans la catégorie de transition difficile. Il s'agit de la dialectique outil-objet (Douady, 1986). L'aspect « objet » est développé chez les élèves en collège, voire chez ceux qui sont en difficulté, ils prennent conscience des objets algébriques (variables, expressions littérales, équations, fonctions). Cependant, ils ont une difficulté à se familiariser avec l'autre aspect « outil », ils éprouvent des difficultés à manipuler des objets pour résoudre un exercice ou un problème. Nous détaillons dans les paragraphes suivants ces deux aspects, notamment les difficultés, rencontrées par les élèves ou citées dans les différents travaux didactiques.

1.3.2.3. Objet

1.3.2.3.1. Lettres

Les lettres, en arithmétique et en algèbre, n'ont pas la même dénotation. Par exemple, 10 m en arithmétique, peut désigner 10 mètres, la lettre « m » fait appel à une unité de mesure et par la suite elle étiquette le nombre. Or, en algèbre, elle désigne un nombre, 10 m signifie 10 fois le nombre de m (Grugeon, 1995). Ce changement de statut et/ou de cadre (Douady, 1986) perturbe les élèves et les met en difficulté. D'ailleurs, le fait de réduire la signification de la lettre d'un nombre (l'algèbre) à celle d'étiquette (l'arithmétique) pour faire comprendre aux élèves la situation met ces derniers face à un obstacle. Par exemple, pour expliquer aux élèves pourquoi $2a+5a=7a$, on essaie de matérialiser ou de concrétiser la situation, c'est-à-dire de passer de l'algèbre à l'arithmétique, en leur proposant de penser à « a » comme à des ananas, ce qui peut aplatir les nombres sur des étiquettes. En effet, « le statut d'une lettre dépend du contexte et n'est pas réductible à celui d'étiquette » (Grugeon, 1995, p. 32), c'est pourquoi ce changement de statut n'est pas évident pour les élèves. En outre, l'erreur ($2a+5b=7ab$) pourrait être due au fait que certains professeurs réduisent, pour concrétiser ou matérialiser la situation aux yeux des élèves, le sens d'une lettre ou variable à celui d'une étiquette : « a » représente un ananas et « b » représente une banane, alors 7 fruits ou 7 ananas et bananes. D'ailleurs, le fait de réduire ou remplacer le signe « + » par « et » peut créer un autre problème celui de l'erreur d'un point de vue linguistique. Dans ce contexte, de nombreux élèves ont des difficultés à utiliser le

symbolisme algébrique pour exprimer des propriétés générales (Chevallard & Conne, 1984).

Les élèves interprètent les lettres relevant des objets de l’algèbre à six niveaux : lettre ignorée ; lettre-objet (étiquette) ; lettre évaluée (valeur numérique) ; inconnue à rechercher ; nombre généralisé (plusieurs valeurs); variable (utilisée dans un contexte) (Kuchemann, 1981). L’utilisation des lettres est une des quatre compétences algébriques attendues d’un collégien selon la thèse de Grugeon (1995). Nous en parlerons plus bas.

1.3.2.3.2. Expression algébrique

Les élèves en difficulté s’approprient la forme syntaxique de l’expression littérale et non pas ses propriétés. En d’autres termes, ils savent qu’une expression littérale contient des lettres et des nombres, mais ils ne pourraient pas faire le lien entre ces éléments (connotation). L’aspect ostensif est plus développé que l’aspect furtif. Par exemple, l’expression $1+3x^2$ peut avoir une bonne structure syntaxique, celle de $1+[3(x^2)]$ (Dave Kirshner, 1985). Cette écriture fait émerger l’aspect opérationnel dans l’expression et focalise davantage le regard des élèves sur les propriétés opérationnelles. Si nous reprenons l’expression $1+3x^2$, Kirshner montre que cette expression peut être lue par les élèves de différentes façons : $(1+3)(x^2)$ ou $[1+(3x)]^2$. De plus, dans une étude, il a été demandé aux élèves de coder l’expression initiale en une de deux notations suivantes : 1A3MxE2 ou 1 A 3 M xE2 (A pour l’addition, M pour la multiplication et E pour l’exponentiation). Bien que les réponses des élèves soient partagées en deux, l’étude montre que le fait de transférer l’expression en notation espacée est plus simple, pour les élèves, que la notation non espacée. Dans ce contexte, la notation non espacée ressemble davantage à l’expression initiale. Face à ces comparaisons, il semble évident que certains élèves soient davantage sous l’influence de la configuration de symboles que des hiérarchies opérationnelles.

1.3.2.3.3. Les équations

De nombreux travaux montrent que les élèves peuvent résoudre des équations de la forme : $x+a=b$; $ax=b$; $ax+b=c$, ils se réfèrent tout simplement à des méthodes arithmétiques. Cependant, une équation de la forme $ax+b=cx+d$ met les élèves en difficulté parce qu’elle nécessite l’intervention d’une méthode algébrique. Le décalage de réussite entre ces formes et les difficultés découlant notamment de la dernière forme a été interprété par une *rupture didactique* entre l’arithmétique et l’algèbre selon

$3x+5x=19 \Leftrightarrow$ $x+x=19-3-5 \Leftrightarrow$ $2x=11 \Leftrightarrow$ $X=11-2=9$
--

Filloy & Rojano (1984). Par exemple, la résolution de l'équation ci-contre de cette manière montre que les élèves ne considèrent pas $(5x)$ comme un produit mais plutôt comme deux objets différents ou séparés et non un seul objet. Ce qui renforce cette idée est la technique opératoire mise en œuvre par certains professeurs pour résoudre une équation. Il s'agit de dire : « pour résoudre une équation, on met les lettres d'un côté et les chiffres de l'autre côté, ou bien isoler x ». Le fait de résoudre ainsi l'équation montre que les élèves s'intéressent davantage à la forme et aux éléments ostensifs plutôt qu'aux propriétés mathématiques (Harper, 1987; Lee & Wheeler, 1987; Sleeman, 1984). Autrement dit, la répétitivité de ce genre d'exercices dans le manuel et le travail sur les techniques ou sur les procédures de résolution favorise chez les élèves l'aspect de conformité à la règle syntaxique plutôt que les transformations et les propriétés. Cela nous amène à poser la question suivante : pour corriger une erreur, est-ce que les enseignants s'appuient plutôt sur des éléments technologico-théoriques au sens de Chevallard ou sur des éléments ostensifs ? La réponse directe à cette question n'est pas évidente mais d'après les références théoriques et les éléments expérimentaux, nous nous apercevons que la troisième et quatrième T^{22} (T_3 : technologie et T_4 : théorie) sont peu travaillées dans l'enseignement des mathématiques. Par exemple, nous retrouvons cette idée dans l'enseignement des mathématiques du 1^{er} degré, la soustraction par conservation des écarts mise en œuvre par les professeurs depuis une vingtaine d'années jusqu'en 2016 est difficile technologiquement à expliquer aux élèves. Cependant, la soustraction par cassage enseignée depuis peu est simple à justifier.

1.3.2.4. Outil

De nombreuses recherches montrent que la majorité des élèves ne sont pas familiarisés avec l'algèbre en tant qu'outil pour prouver et généraliser (Harper, 1987; Lee & Wheeler, 1987). Dans ce contexte, en faisant référence à la TAD²³, le fait que de nombreux enseignants mettent davantage l'accent sur la technique (procéder par étapes) que sur la technologie (justifier la technique) déstabilise les élèves, les rend « fragiles » et fait qu'ils se servent mal de l'aspect outil (manipuler des objets) pour prouver. À cet égard, nous remarquons que l'aspect structural est plus développé que l'aspect procédural (Booth, 1988; Booth & Johnson, 1984; Kieran, 1991). De plus, selon Chevallard (1987), l'aspect « objet » et son appropriation sont primordiaux afin

²² Dans la théorie Anthropologique du didactique Chevallard parle de 4T (T_1 : type de tâche, T_2 : technique, T_3 : technologie, T_4 : théorie)

²³ Théorie Anthropologique du didactique

d'acquérir et d'accroître l'aspect « outil ». En outre, s'il y a un défaut dans cette dialectique, cela apparaît dans l'apprentissage et pose des problèmes chez les élèves.

1.3.2.5. Opérations implicites

L'amalgame que peut créer l'absence de marqueur explicite dans une expression algébrique conduit à de multiples erreurs ainsi que $(3x^2)^2=3x^4$. $3x^2$ est traité comme une puissance et non un produit (cf. paragraphe 1.3.2.3) car les élèves n'ont aucune indication visuelle qui leur montre que l'exposant « 2 » s'applique entièrement à $(3x^2)$ et non seulement à x^2 (Kirshner, 1989). Cela nous rappelle également l'histoire de la coordination des constituants, c'est-à-dire qu'on applique juste la distributivité des puissances sur un seul facteur (x^2). Lorsque le signe « \times » est invisible dans l'expression algébrique, ce dernier reste ambigu et peut être interprété de différentes façons. Par exemple, le x dans l'expression $x+3$ est lu comme $0x$ d'où $x+3=3x$. Cela renforce également l'hypothèse des éléments ostensifs développés chez les élèves. D'ailleurs, Bosch & Chevallard (1999) montrent que « la mise en œuvre d'une technique se traduit par une manipulation d'ostensifs réglée par des non-ostensifs ». Par exemple, $2 + 3$ où 2 et 3 représentent des éléments ostensifs et (+) représente un élément non-ostensif. Ces erreurs sont dues à une absence d'éléments théoriques et les élèves se limitent à la forme de l'expression littérale sans maîtriser le sens (Lemoyne, Conne, & Brun, 1993).

x^2 est vu comme $2x$ par certains élèves, ce type d'erreur est renvoyé à la confusion à l'oral entre le coefficient et l'exponentiation. En effet, parfois, on dit deux x pour $2x$ et x deux pour x^2 (x carré), l'absence de marqueur (^) ou (\times) complique la tâche (Drouhard, 1992). D'autre part, de nombreux élèves font glisser, d'une manière ajustée au besoin du calcul, des nombres en position de coefficient vers la position de puissance et vice versa pour qu'ils puissent regrouper en un seul terme (règle sur mesure) des termes de degrés différents (Douady, 1994).

1.3.2.6. Erreurs et compétences

Nous voulons étudier les erreurs d'un autre point de vue : celui des compétences des élèves. Pour identifier les difficultés et les erreurs classiques en algèbre élémentaire, il nous semble en effet pertinent de mettre en évidence les compétences algébriques attendues d'un élève. Par exemple, pour identifier les erreurs prévisibles des élèves, on procéderait à une analyse *a priori* dont les procédures attendues, les prérequis et l'objectif font partie. À cet égard, les compétences attendues nous permettent d'étudier où les élèves vont se tromper ou de déterminer les difficultés et les fragilités des élèves liées à chaque compétence. Dans ce contexte, (Vincent et al.,

2005) ont cité quatre compétences attendues des élèves en fin de collège en s'appuyant sur des travaux théoriques et expérimentaux. Il s'agit de « l'utilisation des lettres (inconnue, variable, nombre généralisé, abréviation ou étiquette), le calcul algébrique, la traduction entre différents registres sémiotiques (graphique, géométrique, algébrique, langue naturelle) et les types de rationalité (par l'exemple, par l'algèbre, par argumentation en langage naturel, par appel au légal) » (Vincent et al., 2005, p. 298). Nous avons déjà mis en lumière ces aspects dans les paragraphes précédents, c'est pourquoi nous nous penchons brièvement sur ces éléments dans les paragraphes suivants :

1.3.2.6.1. L'utilisation des lettres

La difficulté pourrait être la corrélation entre les lettres, ce qui fait partie de la troisième compétence : celle de la traduction entre différents registres ou bien la mise en équation.

1.3.2.6.2. Le calcul algébrique

Nous constatons certaines fragilités chez les élèves dans cette compétence. Ainsi, le signe d'égalité demeure, chez de nombreux élèves en début d'apprentissage de l'algèbre, l'annonce d'un certain résultat en faisant référence à l'arithmétique où ce signe représente une réponse unique et numérique. Autrement dit, il s'agit d'une discontinuité entre l'arithmétique et l'algèbre. Par exemple, l'erreur suivante : « $2x + 3 = 5x$ ou $x + 2 = 2x$ ou x^2 » peut s'expliquer par le fait que le passage d'une conception procédurale (arithmétique) à une conception structurelle (algébrique) s'est mal passé, que la première persiste.

Lors de l'apprentissage d'un nouveau savoir, les élèves en difficulté peuvent rester dans un état antérieur ou ils se réfèrent à un savoir antérieur qui est approprié. En effet, en faisant référence à l'arithmétique : le résultat est toujours numérique ou « vu comme signe de production des écritures » (Coulange, 2000). Or, lors de l'apprentissage de l'algèbre, les élèves refusent d'accepter que le résultat d'une expression algébrique porte un signe opératoire (une relation d'équivalence) (Kieran, 1981, 1991; Vergnaud, Cortes, & Favre-Artigue, 1987). De ce fait, lorsqu'ils arrivent à un résultat tel que $(4n+3)$, ils le transfèrent systématiquement en $7x$. Cette difficulté a été identifiée dans de nombreuses études (Collis, 1974; Davis, 1975). Un autre exemple d'erreur peut être expliqué de cette manière, celui de $x+3=3x$. Cet exemple, cité dans la thèse de Brigitte Grugeon (Grugeon, 1995, p. 33), ignore la présence d'une autre difficulté chez les élèves, celle du coefficient invisible de x (1 dans l'exemple), ce que Davis (1975) appelle le dilemme *processus-product*. Lorsqu'ils ne voient pas de nombre devant la lettre, ils le considèrent « 0 ». L'exemple de Grugeon révèle

l'intervention de double niveau : le signe « + » représente une annonce d'un résultat et l'invisibilité du coefficient ou marqueur ou bien le dilemme processus-product.

La difficile transition entre le 1^{er} statut de l'arithmétique de signe d'égalité (annonce d'un résultat) et le 2nd (une relation algébrique ou d'équivalence) venant de l'algèbre peut induire les élèves en erreur. Par exemple, l'égalité $2+5=3+4$ peut être lue comme résultat et non pas comme une relation d'équivalence, d'où l'erreur suivante : $10+2=12+3=15$, qui est ce qu'on appelle une erreur de concaténation. Certains élèves se contentent de lire l'égalité de point de vue du 1^{er} statut (Kieran, 1981, 1991; Gérard Vergnaud et al., 1987). Le changement de statut de signes opératoires peut induire les élèves en erreur du fait de la fausse continuité et de la discontinuité avec les pratiques arithmétiques (Booth & Johnson, 1984; Grugeon, 1995).

1.3.2.6.3. La traduction entre différents registres sémiotiques

À quoi se résume la résolution ou la méthode algébrique ? Il s'agit de la mise en équation, autrement dit, écrire des relations explicites entre données et inconnue. Puis, mobiliser ou manipuler des procédures de traitement quasi-automatiques afin de trouver la solution (Gascon, 1994; Grugeon, 1995).

Faire intervenir un inconnu et l'inaccessibilité de la mise en équation avec des élèves débutants sont des difficultés ayant été soulignées par de nombreux travaux (Chaiklin, 1989; Duval, 1988). Le fait de changer de cadre (Douady, 1986) : de passer d'un registre textuel à un registre structurel dans notre cas, ou de décontextualiser la situation est donc l'une des difficultés les plus répandues chez les élèves et persiste même à la fin de collège. À chaque fois qu'il y a un changement de cadre (de 3 dimensions en 2 dans la géométrie, de l'arithmétique en algèbre, etc.), nous constatons que les erreurs et difficultés des élèves se multiplient qualitativement et quantitativement. D'ailleurs, faire travailler les élèves sur ce genre de changement est rare. Par exemple, Pour résoudre l'équation $x^2 + 2x + 1 = 0$, il est indispensable de restituer l'expression $x^2 + 2x + 1$ par celle de $(x+1)^2$. Cette transition, dans ce sens, est difficilement appliquée par les élèves parce qu'ils ont l'habitude de faire l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ en respectant toujours ce sens.

1.3.2.6.4. Les types de rationalité

La question se pose ici : lorsque les élèves résolvent un problème ou un exercice, à quels modes de raisonnement font-ils appel ? Pour comprendre la stratégie argumentative de l'élève, il est indispensable de repérer le type de raisonnement mis

en œuvre. De nombreux chercheurs catégorisent les types de raisonnement en 7 catégories :

- Le raisonnement inductif : il part du particulier vers le général ou d'observations particulières pour aboutir à une conclusion de portée générale.
- Le raisonnement déductif : il part d'une idée générale pour en déduire des propositions particulières.
- Le raisonnement par analogie : il procède à une comparaison qui fait apparaître des similitudes ou des contrastes entre deux idées avant d'aboutir à une conclusion.
- Le raisonnement par l'absurde : il imagine les conséquences absurdes d'une idée pour la réfuter.
- Le raisonnement critique : il consiste à contester une opinion adverse
- Le raisonnement dialectique : il consiste à peser les arguments favorables ou défavorables à une thèse.
- Le raisonnement concessif : il consiste à admettre en partie des arguments de la thèse adverse et à leur opposer d'autres arguments.

Maintenant que nous avons détaillé les différents types d'erreurs des élèves en algèbre et leurs origines, nous procédons à établissement d'une typologie d'erreurs spécifique à l'algèbre en faisant se croiser tous ces éléments théoriques. En effet, pour des erreurs originaires d'une discipline autre que les mathématiques, le français ou pyrologie ainsi que « $-(a+b)=-a+b$ », nous appelons cette catégorie « hors mathématiques ». De plus, lorsque les élèves restent attachés à l'arithmétique et ont une difficulté lors de la transition vers l'algèbre, nous nommons ce type d'erreurs « transition difficile » ; c'est-à-dire que l'erreur est causée par la discontinuité et la fausse continuité de deux branches mathématiques, comme $2x+3=5x$. Aussi, lorsque les élèves généralisent abusivement la distributivité de produit sur la somme, par exemple, $(a+b)^2=a^2+b^2$ venant de $(a \cdot b)^2=a^2 \cdot b^2$. Enfin, certains processus restent flous aux yeux des élèves, notamment lorsque le marqueur de l'opération implicite ne se voit pas, cette catégorie s'appelle « éléments ostensifs ». Le tableau III.18 récapitule ces erreurs.

Catégories	Types d'erreurs	Exemples
Hors mathématiques	Aspects langagiers ou psychologie ou hors discipline	a. $(b + c) = ab + c$ $-(x+5) = -x+5$
Transition difficile	Le difficile passage arithmétique/algèbre ou généralisation abusive	$2x+3=5x$ $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
Éléments ostensifs	Absence de marque explicite	$x=0x$ $(2x)^2 = 2x^2$ $1+3x^2 = (1+3)x^2 = (1+3x)^2$
Dispositif réduit	Proposer des exercices arbitraires de type unique engendre une sorte de régularité chez les élèves	L'âge du capitaine ou les hauteurs dans le triangle s'intersectent à l'intérieur

Tableau III.18 : Origines des erreurs dans l'apprentissage de l'algèbre

Sachant que cette typologie peut couvrir également les erreurs dans l'apprentissage des nombres décimaux, il y a une ressemblance non négligeable.

1.3.3. Difficultés et erreurs classiques dans la géométrie

La géométrie est souvent considérée par de nombreux élèves comme l'une des matières ou disciplines les plus difficiles. Par exemple, le calcul de l'aire d'un rectangle est une vraie difficulté pour plus de la moitié des élèves de 6^e (Roditi, 2003). En effet, les élèves doivent avoir la compétence de visualiser, décrire, dessiner des figures et identifier chacune d'elles.

Une recherche indonésienne menée en classe de 4^e (8^e année d'école) s'intéressant aux erreurs en géométrie, notamment à l'*intelligence spatiale* (perception spatiale), montre que dans chaque catégorie de cette perception, les erreurs sont différentes dans la résolution de problèmes. Ces erreurs sont dues à une défaillance visuelle chez les élèves et par la suite à un niveau faible dans les potentiels d'intelligence spatiale (Riastuti, Mardiyana, & Pramudya, 2017). Le fait de développer cette intelligence chez les élèves leur permet d'atteindre un bon niveau dans l'apprentissage de la géométrie et de la comprendre de manière optimale. Dans

l'intelligence spatiale, on peut mettre en évidence cinq indicateurs qui donnent une idée générale de cette conception : l'aptitude à déterminer la direction verticale ou horizontale d'un objet (perception); à concevoir le mouvement ou le déplacement d'une configuration (visualisation) ; à déterminer les figures produites par une rotation en 2 et 3 D (rotation mentale) ; à associer la configuration d'un objet avec un autre (relation spatiale) ; à deviner l'image complète d'un objet à partir d'un angle précis (Maier, 1998).

Selon de nombreux travaux de recherche, lorsque l'élève résout un problème, il est peut-être soumis aux obstacles suivants :

- Lecture de l'énoncé ;
- Compréhension de l'énoncé ou de la consigne ;
- Transformation des données (décontextualisation) ;
- Le codage ;
- Les techniques opératoires ou compétences opérationnelles.

L'étude divisant les élèves en trois catégories d'*intelligence* (faible, moyenne, forte) discute les solides suivants : cube ; pavé droit ; prisme ; pyramide. D'après cette étude, le premier type d'erreurs dû à la lecture de l'énoncé, soit le tri des données en vue de déterminer les données utiles, n'a été commis dans aucune catégorie d'intelligence spatiale. Cependant, selon les auteurs, dans l'erreur de compréhension, certains élèves ne possèdent pas l'habileté d'interpréter les questions et les stratégies de manipulation des questions. Les élèves ont du mal à distinguer les informations pertinentes et impertinentes dans la tâche. Dans ce contexte, 9% des élèves faibles, 4,5% des moyens et 3% des forts ont commis ce type d'erreurs. Ensuite, les erreurs dans la transformation se résument à ne pas pouvoir choisir la bonne formule et le bon théorème ou concept pour résoudre le problème, dans ce type, 15% des élèves faibles commettent des erreurs des transformations, 6% pour les moyens et 3% pour les forts. Par exemple, pour déterminer la hauteur de pavé droit de longueur et de largeur données, les élèves ne choisissent pas la bonne formule d'aire. Concernant l'erreur de compétence opérationnelle, les élèves choisissent la bonne formule mais se trompent au niveau de l'opération (cf., la distributivité). Cette catégorie d'erreurs accorde le même pourcentage que la catégorie précédente celle des erreurs des transformations. Ces chiffres montrent que les élèves ayant un bon niveau d'intelligence spatiale se trompent davantage lors du codage et du processus opérationnel. Les résultats de cette étude montrent qu'il existe une sorte de corrélation entre *l'intelligence spatiale* que possèdent les élèves et leurs erreurs en géométrie.

Dans une autre recherche, menée par Blanco (2001), qui étudie les erreurs dans l'apprentissage et l'enseignement des concepts de base en géométrie lors de résolution de problèmes effectuée par des étudiants en formation, l'auteur met l'accent sur l'importance de rechercher l'origine des erreurs dans le processus d'enseignement que les futurs professeurs des écoles eux-mêmes ont vécu à l'école primaire.

Certaines recherches montrent que les étudiants rencontrent des difficultés lors qu'ils font des activités en relation avec la hauteur d'un triangle (Azucárate, 1997; Gutiérrez & Jaime, 1999). Plus particulièrement, à partir de nos vécus auprès des élèves comme des futurs professeurs des écoles, nous remarquons que le fait de dessiner une hauteur dans un triangle obtus est un véritable obstacle qui amène à un paradoxe. Ils peuvent définir correctement la hauteur mais ils la dessinent mal. De plus, ils ne sont pas censés savoir où elle ne va pas, à moins qu'on leur montre les sous-concepts et fasse la différence entre la définition et la représentation d'un concept. En l'occurrence, l'erreur peut être due à la généralisation d'une propriété presque commune aux droites remarquables (les médianes, les bissectrices et les médiatrices dans un triangle se croisent à l'intérieur du triangle). D'ailleurs, la restriction ou la réduction de la notion de perpendicularité amène les élèves à ne pas voir les deux droites perpendiculaires si elles ne se croisent pas. Ce n'est pas lié à la définition en tant que telle comme le dit Blanco mais plutôt à une partie de cette définition. Mémoriser la définition ne garantit pas la compréhension du sens. Or, comprendre le sens peut schématiser les procédures et articuler les propriétés (Azucárate, 1997).

Blanco parle d'une image mentale ancrée (représentation) chez les élèves autant que les futurs professeurs, cette image est associée à certains cas particuliers (cf. triangle aigu) ou à certains concepts. Par exemple, en voyant le quadrilatère ci-contre, une confusion se crée chez les élèves en disant qu'il s'agit d'un losange. Tout simplement, parce que l'image mentale d'un carré, chez un élève, est toujours « droit » et non pas oblique comme celle-ci.

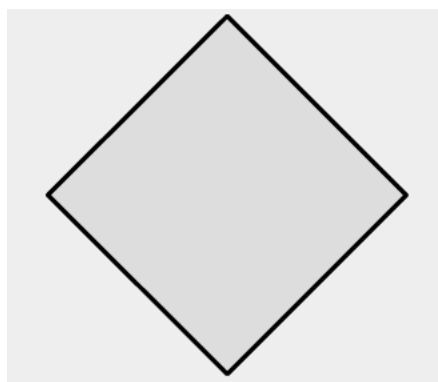


Figure III.3 : Un carré vu par les élèves comme un losange du fait sa direction

La remédiation proposée par Blanco se résume à focaliser le regard sur les variables de concept ou les sous-concepts. D'ailleurs, Blanco a analysé le modèle d'enseignement de la géométrie mis en œuvre par les stagiaires (PES) interrogés dans son étude et met en évidence les remarques suivantes :

- Proposer des exemples standards, qui abordent des concepts variés, dans lesquels les triangles sont typiques (aigu ou rectangle). De plus, la hauteur dessinée est toujours relative à la base horizontale.
- Donner une forte concentration à la définition. Or, l'analyse des propriétés reste à la marge.
- Les activités proposées reflètent un processus répétitif, ne sortent pas du manuel et restent typiques.
- Manque d'expérimentation spécifique permettant d'approfondir la compréhension d'un concept et par la suite de se servir de la connaissance acquise pour résoudre un autre problème.
- La pénurie des ressources et des matériels, le livre est souvent la seule ressource utilisée.

Ces pratiques, le fait de proposer des exemples ou des processus répétitifs et typiques, amènent les élèves à la généralisation puis à l'erreur. Par exemple, si à chaque fois, la base est représentée horizontalement et dans un triangle aigu, l'élève ne prend pas connaissance d'autres cas particuliers comme les hauteurs dans le triangle obtus.

Dans la littérature consultée sur des recherches étudiant les erreurs des élèves en géométrie, nous remarquons que les origines de ces erreurs ne sortent quasiment pas de la norme algébrique comme la généralisation des règles de comparaison utilisées pour les nombres entiers sur les nombres décimaux, la mauvaise représentation mathématique des notions et d'autres origines. En outre, les conceptions et procédures erronées résultent de la surgénéralisation ou surspécialisation des règles dans le but de donner du sens au nouveau savoir. Vu la mauvaise intervention pédagogique ou didactique face à cette conception, l'erreur persiste à long terme (Ashlock, 2001).

En conséquence de tout ce qui précède et pour une dernière fois, nous remontons en généralité en croisant notre typologie synthétisée dans le tableau III.18 avec celle fusionnée dans le tableau III.13 en vue de déduire notre typologie finale. Dans ce contexte, nous mettons côte à côte les deux typologies.

Catégories	Types d'erreurs	Exemples
Hors mathématiques	Aspects langagiers ou psychologie ou hors discipline	a. $(b+c)=ab+c$ $-(x+5)=-x+5$
Transition difficile	Le difficile passage arithmétique/algèbre ou généralisation abusive	$2x+3=5x$ $(a+b)^2=a^2+b^2$
Eléments ostensifs	Absence de marque explicite	$x=0x$ $(2x)^2=2x^2$ $1+3x^2=(1+3)x^2=(1+3x)^2$
Dispositif réduit	Proposer des exercices arbitraires de type unique engendre une sorte de régularité chez les élèves	L'âge du capitaine ou les hauteurs dans le triangle s'intersectent à l'intérieure

Types d'erreurs
Erreurs relatives au dispositif d'enseignement
Erreurs dues au raisonnement ou à la logique
Erreurs d'application
Erreurs de plume
Erreurs épistémologiques
Erreurs liées à la situation psychologique de l'apprenant
Erreurs relatives à un défaut dans la procédure
Erreurs dues à la forme ou à la structure de problèmes

En croisant les deux tableaux, nous constatons qu'une erreur relative à la situation psychologique de l'apprenant et à la forme ou la structure de problème peut correspondre, dans notre typologie, au type d'erreurs « hors mathématique ». De plus, l'erreur relative au dispositif d'enseignement existe dans les deux typologies. Une erreur d'application ou celle relative à un défaut dans la procédure peut se situer sous plusieurs catégories dans notre typologie, soit transition difficile, soit éléments ostensifs. Elle peut être interprétée autrement. C'est-à-dire que l'erreur peut être due à un défaut dans une notion antérieure ou à une notion en état de construction. En tout cas, une erreur peut appartenir à différents types d'erreurs. Vu le croisement entre les deux typologies, nous constatons que la nôtre a besoin d'être complétée par d'autres types comme le défaut dans une connaissance antérieure ou le défaut dans une notion ou connaissance en état de construction. Par exemple, le défaut dans une connaissance antérieure peut correspondre au type d'erreur dit épistémologique dans l'autre typologie. En outre, la notion en état de construction engendre des erreurs non négligeables, donc nous ajoutons ces types à notre typologie. Nous pouvons classer le reste des erreurs dans une catégorie dite « autres », ce sont des erreurs qui n'appartiennent pas aux autres types existants de la typologie.

Après plusieurs tentatives pour créer une typologie plus logique et plus générale, nous arrivons à la dernière étape pour monter notre propre typologie qui reste non-exhaustive et à affiner dans des recherches ultérieures. Le tableau III.19 est une dernière version qui résume le fruit de notre travail tout au long de ce chapitre.

Catégories	Explications ou exemples
Hors mathématiques	Français ; chimie ; psychologie, mémorisation. Ex : $-(a+b)=-a+b$ est une erreur due à l'apprentissage de la langue
Transition difficile	Comme il y a plusieurs branches en mathématiques (algèbre, arithmétique, géométrie, etc.), le passage et l'articulation entre elles peuvent induire les élèves en erreur comme erreur de généralisation des concepts ou de raisonnement. Ex : $2x + 3 = 5x$ ou bien $(a+b)^2 = a^2+b^2$ en s'appuyant sur $(a.b)^2 = a^2.b^2$
Défaut dans une connaissance antérieure	Par exemple, un élève qui résout une équation de premier degré et commet une erreur dans la somme des nombres relatifs.
Notion en état de construction	Par exemple l'élève commet des erreurs lors l'apprentissage de la multiplication des nombres décimaux comme le placement de la virgule.
Eléments ostensifs	L'élève ne voit pas les marques implicites par exemple $2x$ représente un seul objet pour lui et lorsqu'il est devant le calcul $(2x)^2$, il met $2x^2$, il ne visualise pas $2 \times x$ ou bien un autre exemple $x=0x$.
Dispositif réduit	<ul style="list-style-type: none"> - Lorsque l'enseignant réduit le dispositif à des cas particuliers (ex : se contenter de calculer l'aire de triangle rectangle empêche les élèves de calculer l'aire d'un triangle quelconque et d'utiliser la même formule) ; - Lorsque l'élève réduit le dispositif pour qu'il puisse résoudre le problème (ex : considérer un triangle dessiné à main levée comme un triangle rectangle pour utiliser le théorème de Pythagore qu'il maîtrise.
Autres	Le reste des origines ou les erreurs dont on ne connaît pas les origines

Tableau III.19 : Typologie finale d'erreurs des élèves

2. Les remédiations possibles des erreurs

Dans le texte qui suit, nous nous penchons sur la réaction des professeurs face aux erreurs classiques commises par les élèves en nous appuyons sur des références théoriques et des travaux expérimentaux. Autrement dit, est-ce que le professeur réagit en fonction de l'erreur en soi ou en fonction de son origine ? Brousseau & Centeno (1991) pensent que la mémoire didactique du maître a une incidence sur les modalités de sa pratique, qu'une erreur « persistante » force le maître à adopter une position différente de celle qu'il aurait face à une erreur « occasionnelle ». Dans ce contexte, la gravité, l'importance et la fréquence de l'erreur jouent un rôle primordial dans son traitement (Portugais, 1995).

Le rôle de l'enseignant, lorsque l'élève commet une erreur, ne se limite pas seulement à faire la remédiation, il doit aussi l'aider à la surmonter pour acquérir de nouvelles connaissances (Tarpinian, 2009). En effet, l'apprentissage des élèves pourrait évoluer involontairement même sans intervention du professeur, par exemple quand ils résolvent un exercice : on parle de l'évolution spontanée (Rogalski, 2000). C'est pourquoi, les interventions doivent être bien réfléchies. D'ailleurs, Ravestain & Sensevy (1993) dans leur article intitulé « le statut de l'erreur dans la relation didactique » listent quatre marges d'erreur : massive ; ponctuelle ; occasionnelle ; redondante. Ils essaient de mettre en évidence la réaction de professeur lorsque telle ou telle erreur se manifeste. Lorsque l'erreur est massive, le professeur met en cause la tâche prescrite (tp) et refuse de modifier ou de reformuler ses énoncés et ses consignes, il joue sur une variable didactique et réduit ses exigences. Si l'erreur est ponctuelle, la tâche effective²⁴, cette fois-ci, est mise en cause. L'erreur occasionnelle « sera assimilée à un "faux pas" ». Enfin, l'erreur redondante est considérée par l'enseignant comme « faute ». Les auteurs constatent que l'enseignant ne manipule que le premier genre d'erreur et qu'il tolère en quelque sorte les autres. De ce fait, ils attribuent ce comportement au fait que, d'une part, l'analyse de la tâche prescrite et son modèle de résolution sont absents, d'autre part, que le fonctionnement de l'élève dans la tâche effective ne convient pas aux modèles mis en place par le maître. Cela rejoint l'hypothèse que nous avons émise au cours de premier chapitre, en particulier, lorsque nous parlons de KCS et de l'intérêt de transmettre aux étudiants les profils des élèves pour les aider à comprendre le fonctionnement de l'élève et ses réflexions.

²⁴ Pour désigner la tâche effectivement mise en œuvre

L'enseignant s'appuie sur des paramètres relevant du comportement de l'élève pour adapter au mieux les contenus à sa classe. Puis, il passe à la prescription de la tâche, il est alors « en bout de transposition didactique ». Comme le maître « n'a en fait pas les moyens de s'intéresser à la source de l'erreur » (Ravestein & Sensevy, 1993, p. 85), ces connaissances et bien d'autres dont Shulman a parlé peuvent représenter des sources qui alimentent l'analyse des futurs enseignants dans le but de trouver leurs origines et non pas de l'analyser en soi.

C'est ainsi que le Québécois Jean Portugais a mis en place un dispositif de formation concernant la question de l'erreur en vue de faire évoluer l'analyse des erreurs des élèves et leur traitement chez des stagiaires de 1^{er} degré. Il y a consacré quatre séances (un séminaire abordant les analyses préalables d'erreurs et 3 TD²⁵ sur le traitement). Suite à ces trois TD, il a pu récupérer cinquante-et-un modèles de traitement et a essayé de les analyser selon un *modèle théorique*²⁶ qu'il avait déjà construit à partir des travaux théoriques et expérimentaux. Le tableau III.20 résume son modèle théorique sur lequel il s'appuie pour établir des formalismes permettant de dégager des tendances.

²⁵ Travaux dirigés

²⁶ Représentation d'un système complexe issue d'une analyse théorique

	Approches de stratégies	N°	Stratégies de travail de l'erreur	Explications ou exemples
Contrôle des actes des élèves	Institutionnalisation primitive	1	Enseignement direct ou explicatif	Montrer explicitement le lieu de l'erreur à l'élève, puis, lui montrer la procédure correcte
		2	Enseignement indirect ou plutôt réciproque	Un élève remplace l'enseignant et fait le même travail précédent
	Remédiation	3	Retour à la source	Réexpliquer les bases
		4	Comblent des lacunes	
		5	Faire manipuler des objets	Regroupement, échanges, ...
		6	Simplifier la tâche	Jeu d'une variable didactique
		7	Faire une séquence corrective	Sur une notion de base
		8	Enseignement direct développé	Comme N°1 + contre-exemple
		9	Une étape de vérification	Faire refaire le calcul à l'élève
		10	Séance ou séquence corrective	Sur une notion voisine
Contrôle du sens	Didactique	11	Phase de recherche individuelle de l'erreur	L'enseignant n'a qu'à déclarer
		12	Faire un débat en classe	Déclarer l'erreur et laisser la classe débattre sur la question
		13	Contextualiser l'erreur	Faire un problème
		14	Faire comparer les travaux des élèves	Résultats et procédures (conflit sociocognitif)
		15	Estimer avant le calcul (conjecturer)	Établir le lien estimation-calcul
		16	Prouver après avoir calculé	Établir le lien preuve-calcul
		17	Décomposition de l'algorithme	Faire des micros-étapes 6399 :3= (6000+300+90+9) :3
		18	Faire des étapes intermédiaires	15450 :15 (15*10, 15*100, etc.)
		19	Lecture à haute voix de la tâche et du résultat	Prendre conscience du résultat erroné
	A-didactique	20	Inciter à estimer (conjecturer)	Validation dévoluee
		21	Inciter à prouver	
		22	Introduire une tâche impossible	En lien avec la procédure en jeu
		23	Proposition d'une tâche analogue	Engendre la même erreur
		24	Proposer une tâche différente	Engendre la même erreur (contre-exemple)
		25	Débattre plusieurs procédures erronées	
		26	Introduire situation problème	Travailler le sens des opérations

Tableau III.20 : Modèle théorique du traitement des erreurs des élèves de Portugais (1995)

À travers les trois TD, Portugais tentait d'amener les stagiaires vers des stratégies de traitement dites didactique (SD) et a-didactique (SAD). La figure N° montre l'évolution des stagiaires durant les trois TD en question.

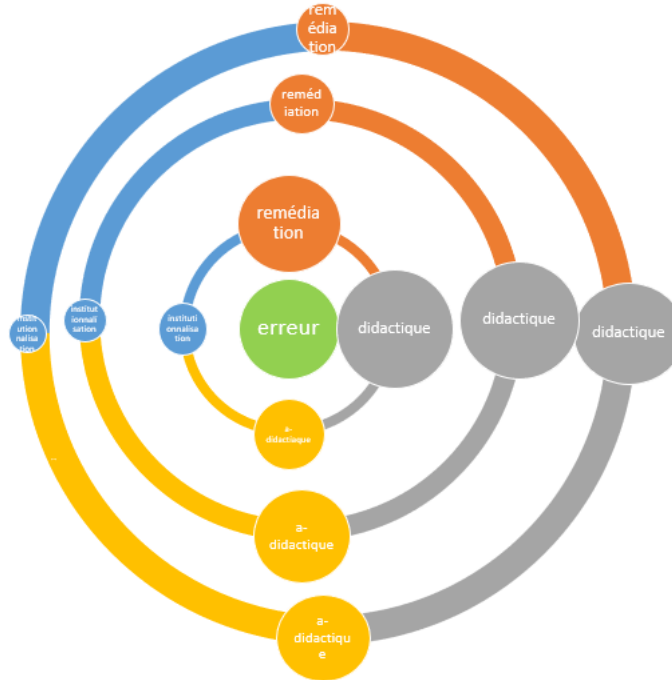


Figure III.4 : Évolution des stagiaires du traitement des erreurs des élèves

D'après cette figure, nous constatons que les stratégies a-didactiques [S(AD)] évoluent au fur et à mesure à l'inverse des stratégies de remédiation [S(R)] et d'institutionnalisation primitive [S(IP)] qui s'estompent en quelque sorte. En revanche, les stratégies didactiques [S(D)] se stabilisent.

Ce modèle reste théorique et l'on n'est pas sûr que les stagiaires puissent le mettre en œuvre dans leur classe de responsabilité où les nombreuses contraintes (gestion de la classe par exemple) les empêchent de le faire. De ce fait, nous essayons de faire un formalisme pour les cours de formation et un autre pour les cours de stage. Dans le premier, nous nous focalisons sur le modèle théorique extrait de travaux de Portugais et dans le deuxième nous nous appuyons sur un formalisme différent.

Le traitement effectif des erreurs des élèves peut être formalisé comme suit :

$$\mathbf{T(E^2)} = \mathbf{R(tp)}$$

D'une autre manière, le traitement théorique des erreurs peut se formaliser de la manière suivante :

$$\mathbf{T(E^2)} = \mathbf{S(R)} + \mathbf{S(IP)} + \mathbf{S(D)} + \mathbf{S(AD)}$$

Ces deux formalismes avec les caractères mentionnés plus haut seront notre outil de référence pour analyser les cours de formation et de séances de stage de notre observation de deux formateurs de l'échantillon et de leur stagiaire, notamment en ce qui concerne les erreurs des élèves. En l'occurrence, est-ce que les formateurs mettent davantage l'accent sur des traitements autres que mentionnés dans notre thèse ? Quels sont les effets de ces traitements sur les traitements des stagiaires en classe ?

Conclusion

Tout au long de ce chapitre, nous tentons de nous focaliser sur les erreurs des élèves dans les différents domaines. Puis, nous avons pu mettre en avant une typologie globale. Ce travail a pour objectif de répondre à une trame de questions posées lors de notre problématique : quelles sont les origines des erreurs classiques des élèves ? Quels sont les effets des cours de formation sur l'analyse des erreurs des élèves et leur traitement effectué par les stagiaires ? Dans ce chapitre, nous avons donné des éléments de réponses à certaines questions, notamment sur les origines des erreurs et leur traitement prévu. À cet égard, nous avons pu déboucher sur ce formalisme :

$$\mathbf{T(E^2)} = \mathbf{R(tp)} \text{ ou } \mathbf{T(E^2)} = \mathbf{S(R)} + \mathbf{S(IP)} + \mathbf{S(D)} + \mathbf{S(AD)}$$

Ces trois formalismes sont des outils qui nous permettront d'analyser les cours de formation et séances de stage observés et filmés dans le but d'étudier le fossé entre les études théoriques et pratiques d'une part et comment améliorer les cours de formation concernant la question de l'erreur d'autre part.

LA SECONDE PARTIE :
METHODOLOGIE ET ANALYSE
DES PRATIQUES

Chapitre IV : Méthodologie de recherche

1. Recueil des données

Notre échantillon comprend deux formateurs de deux académies différentes travaillant avec de futurs enseignants des mathématiques de second degré, notamment en Master 2. Nous avons observé ces formateurs sur deux années universitaires consécutives (2012-2013 et 2013-2014) durant lesquelles nous avons assisté à une dizaine de cours de formation enregistrés et transcrits pour une analyse. Ensuite, un entretien a été conduit avec les formateurs à la fin de deuxième année de formation pour mettre en lumière certains points d'ombre inaccessibles par les autres moyens de recueil de données. De l'autre côté, nous avons diffusé un questionnaire (voir annexe 1) auprès de leurs étudiants (29 pour F_c ²⁷ et 15 pour F_p ²⁸) en fin de formation dans le but de construire une idée préliminaire de ce qu'ils ont déjà appris comme origines d'erreurs et comment ils peuvent évaluer leur évolution par rapport à cette année de formation. D'ailleurs, nous sommes allés filmer trois séances de chacun de deux stagiaires en classe venant de deux académies citées ci-avant. Ces séances ont d'abord été transcrites en vue d'analyser les erreurs des élèves et la réaction du professeur stagiaire face à ces erreurs ; ensuite afin d'étudier les effets potentiels à court terme de cette formation sur les pratiques des futurs enseignants en ce qui concerne le traitement des erreurs de leurs élèves. C'est un objectif à atteindre depuis notre problématique de recherche qui tourne autour de la question : comment former et mieux former les futurs enseignants à traiter les erreurs des élèves en amont (en formation) ?

2. Analyse des données

Comme on le remarque plus haut, nous nous intéressons dans cette recherche à deux stades : celui de la formation où il y a deux acteurs (formateur et formés ou

²⁷ Formateur chercheur

²⁸ Formateur professionnel

étudiants) et celui du stage où il existe également deux acteurs (stagiaire et élèves). Voici la figure IV.1 illustrant la relation Formation-Stage. Nous détaillons la façon d'analyser chaque stade et les actes des sujets en suivant plusieurs perspectives (savoirs de formation, stratégies de formation, origines des erreurs, etc.). À cet égard, dans les deux paragraphes qui viennent juste après, nous expliquons davantage notre méthodologie pour chaque outil d'analyse et chaque stade.

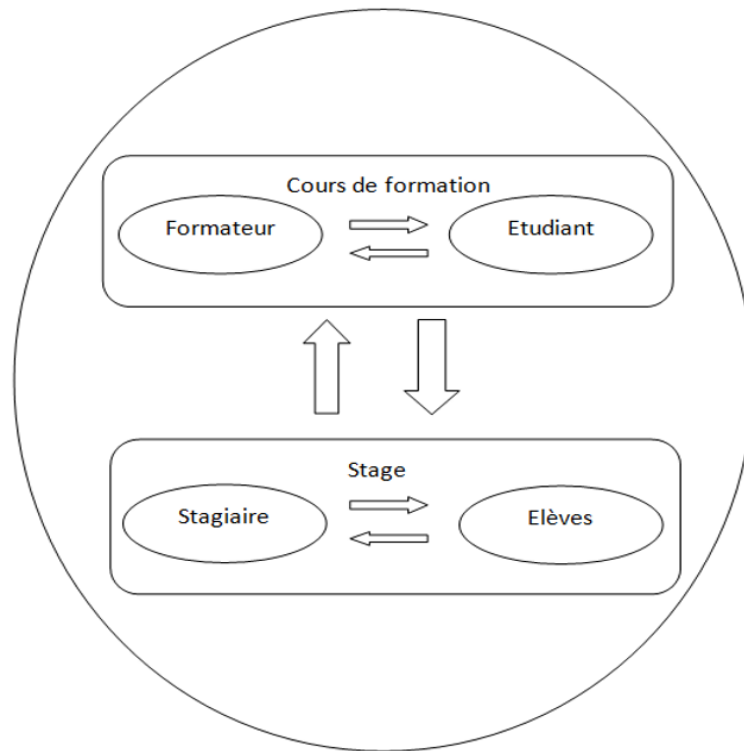


Figure IV.1 : Interactions des sujets dans notre étude

2.1. Stade de formation en centre

Nous nous focalisons dans ce paragraphe sur le contenu de formation : en d'autres termes, les savoirs de formation retiennent, à juste titre, toute notre attention. Les stratégies qui contribuent à leur transmission font également le centre de notre préoccupation. L'interaction des formés avec le formateur joue un rôle primordial dans la formation et favorise un échange enrichissant des connaissances des deux sujets. Dans les paragraphes suivants, nous nous penchons sur ces éléments en détail.

2.1.1. Analyse de cours de formation

L'attention portée aux cours de formation se scinde en deux : savoir de formation et stratégies de formation. À l'aide des chapitres I et II, nous procédons à établissement de deux grilles dont deux algorithmes découlent, ce qui permet d'analyser ces savoirs transmis aux formés lors de séances observées, d'une part, de mettre en évidence les stratégies de formation de référence et de les analyser par la suite d'autre part.

2.1.1.1. Analyse des savoirs ou des connaissances de formation

Lors de notre synthèse bibliographique dans le chapitre I, nous avons mis en avant les savoirs ou connaissances nécessaires aux futurs enseignants de mathématiques en nous appuyant sur les travaux de Shulman. Ces savoirs sont scindés en six catégories comme le montre le tableau I.5 (voir chapitre I). Dans cette optique, nous reprenons ce tableau et établissons un formalisme qui peut simplifier l'analyse des données que nous avons pue récupérer via l'enregistrement des cours, le questionnaire ou les entretiens avec les formateurs. Le tableau IV.1 tente de coder les savoirs de formation d'une part et de les caractériser d'autre part. On entend caractériser dans le sens de constituer des critères qui peuvent identifier ces savoirs. Nous visons en effet trois critères principaux pour chaque connaissance ou catégorie de connaissances.

Catégories de connaissances	Caractère (α)	Caractère (β)	Caractère (γ)
CCK :1	Savoirs savants nécessaires	Détection des erreurs	Vocabulaire et définitions
SCK :2	Analyse d'erreurs de point de vue mathématiques	Représenter les notions mathématiques	Les stratégies ou solutions alternatives des exercices
HCK :3	Connexion des notions au niveau vertical	Connexion des notions au niveau horizontal	Connexion au niveau pluridisciplinaire
KCS :4	Profils des élèves	Origines des erreurs	Écoute des élèves et modèles d'apprentissage
KCT :5	Différentes stratégies d'enseignement	Gestion de la classe	Différenciation
KCC :6	Analyser des programmes	Se servir des BO ²⁹	La progression des notions et choix de séquences

²⁹ Bulletin officiel

Tableau IV.1 : Codage des connaissances de base en formation

À partir du tableau, nous pouvons dire que 18 couples sont « théoriquement » nécessaires pour former un enseignant de mathématiques comme le montre le codage ci-contre :

$$\begin{aligned} &(\alpha, 1), (\alpha, 2), (\alpha, 3), (\alpha, 4), (\alpha, 5), (\alpha, 6) \\ &(\beta, 1), (\beta, 2), (\beta, 3), (\beta, 4), (\beta, 5), (\beta, 6) \\ &(\gamma, 1), (\gamma, 2), (\gamma, 3), (\gamma, 4), (\gamma, 5), (\gamma, 6) \end{aligned}$$

Ou bien nous pouvons les réduire en termes de codage à 6 quadruplets comme suit :

$$(\alpha, \beta, \gamma; 1), (\alpha, \beta, \gamma; 2), (\alpha, \beta, \gamma; 3), (\alpha, \beta, \gamma; 4), (\alpha, \beta, \gamma; 5), (\alpha, \beta, \gamma; 6)$$

Étant donné l'impossibilité d'être parfaitement conforme aux connaissances définies par Shulman, ce que nous appelons désormais le modèle théorique, nous optons pour les couples plutôt que les quadruplets. De ce fait, nous pouvons constater de près quels sont les éléments les plus mis en avant. Lors de l'analyse des cours de formation pour les deux formateurs, nous nous focalisons davantage sur les couples relatifs à l'analyse et au traitement des erreurs ((α ; 2), (α ; 3), (α ; 4), (α ; 5), (β ; 2), (β ; 3), (β ; 4), (γ ; 4), (γ ; 5)). Par exemple, si un formateur travaille les origines ou types d'erreur (caractère β) sans aborder les profils des élèves ou les écoutes, là nous sommes devant un KCS (4) (knowledge of content and students) restreint ou juste un couple de (β ; 4) et ainsi de suite. Ensuite, nous croisons à plusieurs reprises les différents regards et points de vue dans le but de pouvoir extraire des résultats qui reflètent bien la réalité et la perspective de formation.

2.1.1.2. Analyse de stratégies de formation

De la même manière, en nous appuyant sur la grille des stratégies de formation de notre recherche théorique dans le chapitre II, nous faisons un codage simplifiant l'identification des stratégies mises en œuvre par les formateurs observés. Le tableau IV.2 montre les stratégies et leurs caractères avec un codage précis.

Stratégies ou situation de formation	Caractère (θ)	Caractère (μ)	Caractère (ω)
STCU=I	Le formateur est à l'origine des connaissances	Connaissances plutôt mathématiques	Le formé joue le rôle d'élève ou voire d'un récipient à remplir sans réfléchir
STRA=II	Se former par la recherche	Se renseigner sur les nouvelles études et leurs résultats dans le domaine de l'enseignement	Ces recherches sont souvent restreintes aux aspects théoriques, elles traitent ce qui se passe sur le terrain théoriquement.
STAU=III	Auto-formation, le formé se forme individuellement	Le formateur donne la ou les consignes et les formés se débrouillent	L'accompagnement d'un formateur est indispensable pour le formé, il a besoin d'un guide.
STMO=IV	Montrer au formé le modèle d'un enseignant expert à adopter. De l'action à l'expérience	Savoir-voir, savoir-observer et enfin savoir-faire de ce qui se passe en classe.	Gestion et organisation de la classe.
STHO=V	Mettre le formé en posture d'élève en lui proposant des activités destinées à la base aux élèves	Prendre en compte le niveau mathématique moyen du formé	Proposer des compléments mathématiques et didactiques
STTR_d=VI	Le formateur est le noyau de l'action	Théoriser l'acte d'enseigner	Application en classe peu importante, le savoir technique est un but secondaire
STTR_p=VII	Les actes d'INRP ou IREM et ERMEL sont appréciés. Le contenu est plutôt lié à l'école élémentaire.	Analyse des démarches et analyse didactique des séances et des erreurs des élèves. Savoir empirique. Analyse <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i> .	Se renseigner sur le fonctionnement de la classe et déroulement de la séance
STCO=VIII	Un enseignant novice dans sa classe accompagné d'un chercheur, répondre à ses questions, contextualiser les réponses, échange entre chercheur et enseignant	Proposer des alternatives ou des situations d'apprentissage	S'intéresser aux contenus mathématiques et l'adaptation de situations d'apprentissage aux élèves

Tableau IV.2 : Codage des stratégies de formation

Il y a dans ce paragraphe 24 couples :

$(\theta, I), (\theta, II), (\theta, III), (\theta, IV), (\theta, V), (\theta, VI), (\theta, VII), (\theta; VIII)$

$(\mu, I), (\mu, II), (\mu, III), (\mu, IV), (\mu, V), (\mu, VI), (\mu, VII), (\mu; VIII)$

$(\omega, I), (\omega, II), (\omega, III), (\omega, IV), (\omega, V), (\omega, VI), (\omega, VII), (\omega; VIII)$

Ou bien 8 quadruplets $(\theta, \mu, \omega; I), (\theta, \mu, \omega; II), (\theta, \mu, \omega; III), (\theta, \mu, \omega; IV), (\theta, \mu, \omega; V), (\theta, \mu, \omega; VI), (\theta, \mu, \omega; VII), (\theta, \mu, \omega; VIII)$.

Une fois que nous trouvons un élément de notre grille dans les pratiques d'un formateur, nous faisons appel à un couple. S'il y a deux éléments, nous parlons d'un triplet et ainsi de suite. Par exemple, un formateur montre à ses étudiants des séances filmées pour qu'ils sachent comment mettre en œuvre une activité comportant un problème ouvert sans leur donner des éléments d'analyse ni comment gérer la situation, une simple présentation de la séance. Là, nous sommes dans une situation de monstration (STMO=IV) incomplète du fait que dans la ligne de cette situation il n'y a qu'un élément qui est atteint celui de montrer aux formés un modèle expert (caractère θ). Alors, la situation se restreint à un couple ($\theta; IV$).

Ainsi, afin d'étudier les exercices proposés aux formés lors de la formation et du stage en classe de responsabilité, notamment les origines d'erreurs qui peuvent en découler, nous nous appuyons sur le tableau III.19. Il s'agit de notre troisième grille que nous utilisons à la fois dans les deux stades de notre échantillon. Nous pouvons faire un formalisme pour les origines des erreurs :

$$\mathbf{O(E^2)} = \mathbf{HM+TD+DCA+DEC+EO+DR+AU}$$

Codage	Catégories	Explications ou exemples
HM	Hors mathématiques	Français ; chimie ; psychologie, mémorisation. Ex : $-(a+b)=-a+b$ est une erreur due à l'apprentissage de la langue
TD	Transition difficile	Comme il y a plusieurs branches en mathématiques (algèbre, arithmétique, géométrie, etc.), le passage et l'articulation entre elles peuvent induire les élèves en erreur comme erreur de généralisation des concepts ou de raisonnement. Ex : $2x + 3 = 5x$ ou bien $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ en s'appuyant sur $(a.b)^2 = a^2.b^2$
DCA	Défaut dans une connaissance antérieure	Par exemple, un élève qui résout une équation de premier degré et commet une erreur dans la somme des nombres relatifs.
DEC	Défaut dans une notion en état de construction	Par exemple l'élève commet des erreurs lors l'apprentissage de la multiplication des nombres décimaux comme le placement de la virgule.
EO	Éléments ostensifs	L'élève ne voit pas les marques implicites par exemple $2x$ représente un seul objet pour lui et lorsqu'il est devant le calcul $(2x)^2$, il met $2x^2$, il ne visualise pas $2 \times x$ ou bien un autre exemple $x=0x$.
DR	Dispositif réduit	<ul style="list-style-type: none"> - Lorsque l'enseignant réduit le dispositif à des cas particuliers (ex : se contenter de calculer l'aire de triangle rectangle empêche les élèves de calculer l'aire d'un triangle quelconque et d'utiliser la même formule) ; - Lorsque l'élève réduit le dispositif pour qu'il puisse résoudre le problème (ex : considérer un triangle dessiné à main levée comme un triangle rectangle pour utiliser le théorème de Pythagore qu'il maîtrise.
AU	Autres	Le reste des origines ou les erreurs dont on ne connaît pas les origines

Tableau IV.3 : Grille d'analyse des origines d'erreurs

Nous tenons également à mettre en évidence notre quatrième grille sur laquelle nous nous appuyons afin d'analyser les stratégies de travail sur l'erreur mises en œuvre par les formateurs lors de leur cours d'une part et d'analyser les séances de cours lors du stage d'autre part. cette grille est tirée du tableau III.20 détaillé dans le chapitre III.

	Approches de stratégies	N°	Stratégies de travail de l'erreur	Explications ou exemples
Contrôle des actes des élèves	Institutionnalisation primitive	1	Enseignement direct ou explicatif	Montrer explicitement le lieu de l'erreur à l'élève, puis, lui montrer la procédure correcte
		2	Enseignement indirect ou plutôt réciproque	Un élève remplace l'enseignant et fait le même travail précédent
	Remédiation	3	Retour à la source ou la notion en jeu	Réexpliquer les bases
		4	Comblant des lacunes	
		5	Faire manipuler des objets	Regroupement, échanges, ...
		6	Simplifier la tâche	Jeu d'une variable didactique
		7	Faire une séquence correctrice	Sur une notion de base
		8	Enseignement direct développé	Comme N°1 + contre-exemple
		9	Une étape de vérification	Faire refaire le calcul à l'élève
		10	Séance ou séquence correctrice	Sur une notion voisine
Contrôle du sens	Didactique	11	Phase de recherche individuelle de l'erreur	L'enseignant n'a qu'à déclarer
		12	Faire un débat en classe	Déclarer l'erreur et laisser la classe débattre sur la question
		13	Contextualiser l'erreur	Faire un problème
		14	Faire comparer les travaux des élèves	Résultats et procédures (conflit socio-cognitif)
		15	Estimer avant le calcul (conjecturer)	Établir le lien estimation-calcul
		16	Prouver après avoir calculé	Établir le lien preuve-calcul
		17	Décomposition de l'algorithme	Faire des micros-étapes $6399 : 3 = (6000 + 300 + 90 + 9) : 3$
		18	Faire des étapes intermédiaires	$15450 : 15$ ($15 * 10$, $15 * 100$, etc.)
		19	Lecture à haute voix de la tâche et du résultat	Prendre conscience du résultat erroné
	A-didactique	20	Inciter à estimer (conjecturer)	Validation dévoluee
		21	Inciter à prouver	
		22	Introduire une tâche impossible	En lien avec la procédure en jeu
		23	Proposition une tâche analogue	Engendre la même erreur
		24	Proposer une tâche différente	Engendre la même erreur (contre-exemple)
		25	Débattre plusieurs procédures erronées	
		26	Introduire situation problème	Travailler le sens des opérations

Tableau IV.4 : Grille d'analyse de stratégies de travail sur l'erreur en formation et en stage

À partir de ce tableau, nous pouvons établir le formalisme ci-dessous. Nous pouvons le décrire par une simple phrase. Le traitement de l'erreur d'un élève ($T(E^2)$) s'effectue en mettant en œuvre une ou plusieurs approches de stratégies : stratégies d'institutionnalisation primitive $S(IP)$; stratégies de remédiation $S(R)$; stratégies didactiques $S(D)$; stratégies a-didactiques $S(AD)$. En effet, nous cherchons des éléments appartenant à ces stratégies avant de dire que les réactions du formateur ou du stagiaire font référence à telles et telles stratégies ou approches de stratégies.

$$T(E^2) = S(R) + S(IP) + S(D) + S(AD).$$

Au lieu de rappeler à chaque fois les éléments de la grille de stratégies de travail sur l'erreur ci-avant et les approches de stratégies, il suffit d'utiliser ce formalisme qui peut nous simplifier la tâche. Or, cela peut demander au lecteur de faire un effort supplémentaire en se rappelant ces initiales.

2.1.2. Analyse de questionnaire adressé aux formés de deux formateurs

Le questionnaire (voir annexe 1) a pour objet de nous focaliser sur cinq éléments primordiaux dans la formation : les connaissances de base sur les origines d'une erreur d'élève dont disposent les formés ; la place de l'erreur dans la préparation de la séance ; le traitement de telle ou telle erreur ; une première évaluation de la formation suivie ; les apports de la formation dans le stage en ce qui concerne la question de l'erreur.

Ce questionnaire a un double objectif : obtenir des données complémentaires que nous ne pouvons pas recueillir par simple observation d'une part, et croiser les différents regards des formés par rapport aux réponses fournies d'autre part. Tout cela dans le but de mieux mesurer les effets de cette formation.

Dans ce paragraphe, nous nous penchons sur la méthode des catégories émergentes (Corbin & Strauss, 1990) qui sert à analyser les réponses des formés au questionnaire qui leur est proposé en fin d'année de formation. Cette méthode porte sur la répartition des données recueillies pour chacune des questions en différents regroupements. Une trame de réponses peut avoir un caractère en commun qui peut donner le nom au groupement. Les noms ne sont pas définis au départ, il s'agit d'un nom post défini. Ensuite, on accède à une interprétation des regroupements obtenus en faisant des analyses croisées.

2.1.3. Analyse d'entretiens avec les formateurs

Dans l'enseignement des formateurs, nous nous intéressons aux connaissances transmises aux formés et aux stratégies ou situations de formation mises en œuvre. En revanche, les intentions des formateurs, leurs idées sur la question de l'erreur et les ressources utilisées sont loin d'être découvertes par une simple observation. De ce fait, nous procédons à des entretiens avec les formateurs observés afin de mettre la lumière sur les « angles morts » qui nous échappent lors de l'observation.

L'entretien cherche à apporter des réponses aux quatre questions, nous pouvons également les codifier pour pouvoir mieux repérer les croisements à faire ultérieurement :

- Quelles idées le formateur veut -il faire passer aux formés sur la question de l'erreur ?
- Quelles stratégies met-il en œuvre ?
- Sur quelles ressources s'appuie-t-il ?
- Quel retour a-t-il par rapport à ce qu'il propose en formation ?

Si l'on médite ces questions, on les voit partout dans notre étude. C'est l'essence de notre thèse, nous nous efforçons d'apporter des réponses et de recueillir des données dans différents registres. Autrement dit, nous posons ces questions dans différents contextes dans le but de recevoir un maximum de données afin de les croiser et d'avoir des réponses fiables à nos questionnements.

Les deux entretiens conduits avec les formateurs s'analysent d'une façon transversale. Nous faisons en sorte de croiser les réponses fournies dans les différents registres autour des questions mentionnées plus haut afin de vérifier notre hypothèse de départ, disant qu'il y a un manque dans la formation, notamment en ce qui concerne la question de l'erreur et des connaissances de base transmises qui s'éloignent en quelque sorte de la conception de Shulman. Nous croisons donc nos observations, les réponses du questionnaire et les réponses des formateurs, puis, nous regardons dans quelle mesure ces données ou les réponses fournies sont divergentes ou convergentes.

2.2. Stade du stage en classe de responsabilité

Normalement, la formation a une incidence, à court terme et à moyen terme comme à long terme, sur les pratiques du formé lors du stage. À ce stade, il est prévu que le formé teste et mette en pratique ce qu'il a appris en formation, alors, les pratiques du formateur peuvent avoir des effets sur celles du stagiaire. De ce fait, dans

ce paragraphe, nous peinons à déterminer des régularités ou/et des irrégularités qui pourraient être issues de la formation. Dans cette perspective, nous envisageons d'analyser les séances de stagiaires filmées et de compléter ce filmage par des entretiens *a priori* et *a posteriori* afin de construire une image complète qui reflète la réalité des réactions des stagiaires face aux erreurs commises par les élèves.

2.2.1. Analyse des séances de cours lors du stage

Nous nous concentrons, à ce stade, sur les réactions des formés en stage face aux erreurs faites par les élèves. Nous nous intéressons à deux indicateurs : origines des erreurs commises (cf. le tableau IV.3), et stratégies de traitement de ces erreurs mises en œuvre par le stagiaire (cf. le tableau IV.4). Nous nous appuyons sur ces tableaux comme outil d'analyse pour étudier ses réactions. Nous sommes aussi en mesure de faire une analyse *a priori* et *a posteriori* dans le but de voir dans quelle mesure l'identification des origines d'erreurs et le traitement des erreurs des élèves ont été travaillés en amont (formation). Par conséquent, est-ce que la formation apporte des effets sur les pratiques du stagiaire au sujet de l'erreur ? Les effets de la formation sont-ils susceptibles d'être remarqués lors du stage ?

2.2.2. Analyse d'entretiens antérieurs et postérieurs avec les stagiaires

Normalement, ces entretiens ne prennent que deux à trois minutes avant et après chaque cours filmé pour comprendre certains choix pris par le stagiaire et avoir son impression sur le déroulement du cours et les décalages imprévus.

L'analyse de ces entretiens complète celle de séances de stage filmées. Elle permet de confronter les préparations et les improvisations de stagiaire. En effet, nous utilisons plusieurs outils pour croiser les données afin de les rendre plus crédibles.

2.3. Des effets potentiels de la formation sur les pratiques des stagiaires

Notre hypothèse de départ suppose que la formation et plus précisément les pratiques des formateurs ont des incidences sur les pratiques des stagiaires, même à court terme. De nombreuses études appuient cette supposition : « des points d'appui qui sont créés par les modalités de formation peuvent contribuer, au moment du stage,

à la modification des pratiques des futurs enseignants » (Astolfi, Darot, Ginsburger-Vogel & Toussaint, 1997b, p. 9; Van Der Sijde, 1989). L'étude de Van Der Sijde, comme d'autres, montre que même une formation courte d'enseignants peut réussir à modifier le comportement pédagogique des professeurs et par la suite la réussite des élèves, sachant que d'autres peuvent contredire les précédents propos. D'ailleurs, de nombreux chercheurs (y compris l'auteur de cette thèse) ont réalisé des travaux sur les effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves. Ces travaux montrent des effets observables. Dans ce paragraphe, nous sommes amenés à identifier les **indicateurs** qui peuvent déclencher des effets dans les pratiques des futurs enseignants des mathématiques, notamment en ce qui concerne l'erreur des élèves. Or, étudier les effets d'une formation ou plutôt son efficacité, en termes pragmatiques et mesurables, se fait tout simplement par l'évaluation des élèves enseignés par des stagiaires ayant suivi cette formation, ce que font la majorité des recherches anglo-saxonnes. En revanche, comme nous ne nous intéressons pas à l'efficacité de la formation en général mais à la question de l'erreur en particulier, cette méthodologie devient très coûteuse dans notre cas, donc nous cherchons d'autres indicateurs et d'autres alternatives. En effet, la question d'effets de formation est soumise à des limites méthodologiques. Autrement dit, de nombreux éléments interviennent pour expliquer ces effets et le moindre changement d'indicateurs peut bouleverser tous les résultats obtenus. Par exemple, les antécédents scolaires d'un enseignant, la formation qu'il a reçue, sa motivation, les remédiations qu'il propose ont un impact important sur les élèves. Toutefois, fréquenter une université prestigieuse, avoir un bon diplôme en éducation et une bonne expérience pour un enseignant, n'ont pas été mis en corrélation avec les performances des élèves en fin d'école primaire et en début de collège en mathématiques en Florida dans des classes chargées (Harris & Sass, 2011).

2.3.1. D'autres indicateurs pour évaluer les effets d'une formation

Dans ce paragraphe, nous mettons en évidence les indicateurs dans la formation qui peuvent influencer les pratiques des stagiaires. En d'autres termes, nous retenons d'un certain nombre de travaux sur la formation (Butlen, Masselot et Pézard) et d'autres travaux de recherche un certain nombre d'indicateurs dont la prise en compte du formateur qui nous paraît importante. Il nous paraît également important de prendre en compte d'autres indicateurs qui concernent autant les situations de formation mises en œuvre par les formateurs, les objectifs de formation, la confrontation à problème

didactique, les contenus incontournables et les modalités de formation à différents niveaux.

2.3.1.1. Confronter le formé à un vrai problème professionnel (EFF-CPD)

Une fois que le formé est confronté à un vrai problème, il se met à chercher et à réfléchir comment le surmonter. À partir de cette difficulté, il est censé apprendre des connaissances essentielles. Par exemple, « l'analyse de la pratique d'un pair ne suffit pas toujours, la répétition d'erreurs peut être parfois indispensable à une réelle prise en compte, dans l'action, des changements de pratiques à effectuer » (Butlen, Masselot, Pézard, Amigues, & Kherroubi, 2003, p. 57). Donc, ce qui nous intéresse dans les cours de formation est de regarder de près où et comment le formateur met en œuvre cet aspect avec ses étudiants.

2.3.1.2. L'institutionnalisation (EFF-INS)

L'institutionnalisation, comme dimension sociale (se mettre d'accord sur les mêmes références entre les divers interlocuteurs) et cognitive (lier les connaissances antérieures à celles postérieures), est utile pour construire des apprentissages et plus particulièrement des concepts (Allard, 2015). De plus, le fait de proposer des activités diverses et intéressantes impose le fait d'institutionnaliser dans le but d'ancrer ces connaissances chez les futurs enseignants qui disposent encore de bases « fragiles ».

2.3.1.3. Mutualisation des pratiques et production collaborative (EFF-MDP)

La collaboration entre enseignants ou futurs enseignants et les discussions qui s'enchaînent en termes formels ou informels seront au centre de notre attention lors de l'analyse des séances de cours de formation.

2.3.1.4. Le *feedback* ou le retour (EFF-FEED)

Les aller retours, formels ou informels, directs ou indirects, entre cours de formation et classe de stage retiennent, à juste titre, toute notre attention.

2.3.1.5. Le PCK (EFF-PCK)

La prise en compte de la nécessité de PCK dans les cours de formation et la place donnée à ses éléments seront au centre de notre préoccupation à plusieurs occasions dans nos observations. En d'autres termes, mettre davantage l'accent sur

les connaissances relatives au contenu, y compris pédagogique aurait des effets positifs sur les pratiques des stagiaires (Harris & Sass, 2011).

2.3.2. Les traces de la formation dans les cours de stage (EFF-TFS)

Notre « jauge » sera la réaction de l'enseignant face à l'erreur produite. Dans ce contexte, nous émettons l'hypothèse suivante : plus il y a des éléments dans le traitement des erreurs des élèves en stage correspondant à ce qui a été aperçu lors de la formation, plus cette formation a des incidences sur les stagiaires. Quels sont ces éléments ? et d'où sont-ils issus ? chercher les origines, proposer des remèdes, stratégies de traitement, correction par l'élève ou par l'enseignant, etc. Ce paragraphe rejoint l'idée de l'analyse de cours de stage et s'appuie davantage sur la grille ad hoc.

En fin de compte, pour être clairs, nous élaborons un schéma qui pourrait mettre en corrélation les différents éléments de notre méthodologie de recherche.

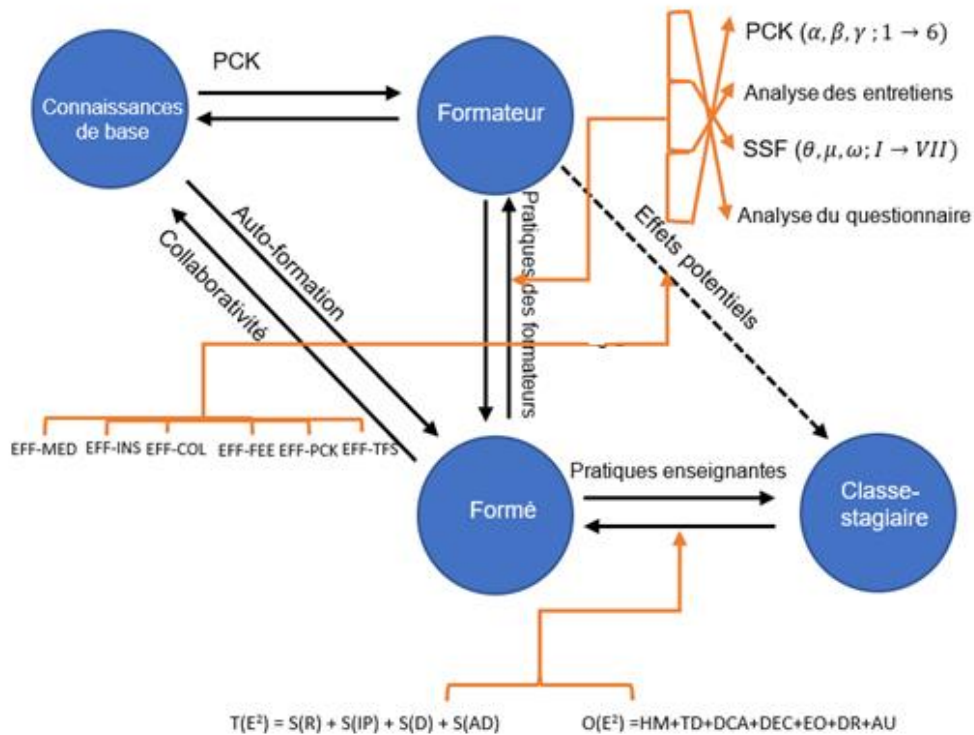


Figure IV.2 : Schéma du parallélogramme d'analyse des éléments de la formation

Conclusion

L'analyse des effets d'une formation des enseignants des mathématiques sur les pratiques d'un stagiaire en ce qui concerne les erreurs des élèves se fait pragmatiquement en se focalisant sur les évolutions qui vont marquer les apprentissages des élèves. Cependant, comme nous nous intéressons aux effets potentiels à court terme, nous ne pouvons considérer l'élève comme un critère essentiel car il y a plusieurs facteurs qui jouent (PCK, SSF³⁰, etc.). De ce fait, nous nous penchons sur des étapes intermédiaires pour faire ces analyses. De plus, nous optons pour des analyses croisées afin d'être sûrs de nos résultats et de nos conclusions.

L'analyse de connaissances ou de savoirs de formation transmis aux formés nous permet de savoir s'ils ou elles sont conformes aux savoirs de référence (PCK), notamment sur la question de l'erreur. C'est une porte d'entrée pour étudier la transition entre la théorie et la pratique de ces formés. Ensuite, nous analysons les pratiques des formateurs (stratégies et offres de formation) en nous servant de plusieurs outils (entretiens, questionnaires, observations de cours). En croisant ces analyses, nous saurons comment les savoirs en jeu sont privilégiés et institutionnalisés dans le but d'identifier des indicateurs pouvant favoriser des effets positifs sur les pratiques des stagiaires. Ensuite, nous croisons ces analyses avec celle des cours de stagiaires et cherchons des traces issues de la formation. Cette méthodologie est particulière du fait que les variables de la recherche sont nombreuses et interdépendantes. Or, ces croisements peuvent nous rassurer sur la fiabilité de notre analyse et de notre conclusion.

³⁰ Situations ou stratégies de formation

Chapitre V : Analyse de contenus de formation F_c

Comme nous l'avons déjà expliqué dans la méthodologie de recherche, nous avons observé deux formateurs tout au long de deux années successives, une dizaine de cours de formation ont été enregistrés, des documents et des supports de cours de formation ont été récupérés. À partir de ces données, nous accédons à une analyse *a priori* et à une analyse *a posteriori* dans le but d'identifier les contenus de formation déployés par les formateurs en référence à la conception de PCK, notamment les connaissances récapitulées dans le tableau I.5. De fait, nous commençons par analyser les contenus de formation du premier formateur appelé (F_c³¹) parce qu'il aborde directement la question de l'erreur et qu'il consacre un de ses cours à ce propos. Puis, nous nous attardons sur l'autre formateur appelé (F_p³²) dans le chapitre VII.

Ce formateur a consacré son quatrième cours (3h) à aborder les erreurs des élèves de 6^e notamment les opérations sur les nombres décimaux (+, -, ×). Il a cherché à faire analyser ces erreurs par les étudiants. Nous nous intéressons à l'analyse fine de ce cours : les savoirs à faire passer et les stratégies mises en œuvre. Puis, nous analysons plus généralement tous les cours observés en nous appuyant sur des analyses *a priori* et *a posteriori*, les analyses des entretiens et des questionnaires dans le but d'identifier des régularités ou des variabilités dans les pratiques du formateur.

1. Analyse *a priori*

Cinq documents ont été distribués lors du cours travaillant les nombres décimaux auprès des formés (voir annexe 1) : dix-neuf productions d'élèves de 6^e ; six tableaux de produits des nombres décimaux (travailler la méthode de l'ordre de grandeur) ; un scénario de l'introduction de la multiplication des nombres décimaux ; 2 productions des élèves de rangement des nombres décimaux ; activité sur le passage

³¹ Formateur chercheur : le formateur est diplômé d'un Master 2 recherche et fait une thèse en didactique des mathématiques

³² Formateur professionnel : formateur à mi-temps et enseignant dans un lycée avec un master professionnel.

d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale et réciproquement. De fait, nous analysons ces documents dans l'ordre chronologique, quelle que soit l'importance accordée à ces documents.

1.1. Document 1 : productions d'élèves

Nous commençons par analyser le premier document, celui des productions d'élèves. Nous nous intéressons plus particulièrement aux questions suivantes : est-ce que les procédures d'élèves sont correctes ou non ? Quelles sont les origines ou les causes de ces erreurs ? Tout cela en nous appuyant sur les tableaux intermédiaires que nous avons cités dans le chapitre I.

Comme nous sommes devant dix-neuf exercices ou productions d'élèves dont une bonne partie est homogène au niveau des erreurs, nous ne voulons pas ennuyer le lecteur en les analysant ici. Si vous êtes intéressé par l'analyse détaillée, vous pouvez vous rendre à l'annexe 1. Nous repérons les productions de même nature, autrement dit les erreurs ayant la même origine.

Nous faisons en sorte de catégoriser les exercices proposés selon les erreurs commises, nous tenons à faire un tableau qui regroupe les erreurs selon leurs origines immédiates sans aller plus loin dans l'analyse, ce sera l'objectif de notre analyse ultérieure focalisée sur le tableau IV.3 de notre méthodologie de recherche.

Types d'erreurs	Explications	Exercices	Total
I=Erreurs de calcul	Erreurs de complément à 10 : $8+3=12$	1 ; 4	9
	Erreurs de table du 9 : $9 \times 6=63/56/55/52/$; $9 \times 5=35$	9 ; 10 ; 11 ; 14 ; 16 ; 17 ; 19	
II=Alignement à gauche	Les nombres sont alignés sur la gauche	4 ; 7 ; 8	3
III=Erreurs dues à la virgule	Oublier de placer la virgule dans le résultat	4 ; 7 ; 11 ; 15	8
	Traiter la virgule comme un zéro	3 ; 8	
	Virgule mal placée	14 ; 18	
	Juxtaposition de deux nombres entiers	14 ;	
IV=Erreurs dues à la retenue	Echanger une dizaine contre 10 unités ou l'inverse ou bien 10 dixièmes contre une unité	5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 14	5
V=La non prise en compte de la partie décimale	Ignorer complètement la partie décimale ou la mettre juste dans le résultat	9 ; 12 ; 13	3
VI=Erreurs relatives aux entiers	Traiter les nombres décimaux comme des entiers : l'alignement par exemple	2 ; 5 ; 6	3
VII=Erreur due à un défaut mental	Dyslexie	13	1

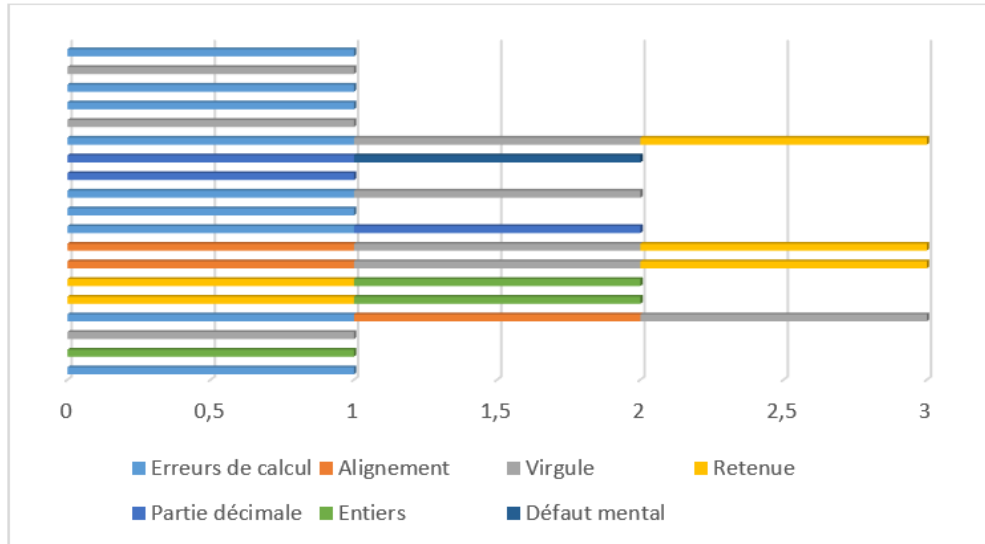
Tableau V.1 : Types d'erreurs extraits des productions données par le formateur Fc

En faisant un autre tableau pour voir l'appartenance des exercices aux catégories d'erreurs adoptées dans le tableau V.1, nous avons un nouveau tableau qui débouche sur un graphique.

Productions d'élèves	Types d'erreurs						
	Erreurs de calcul	Alignement	Virgule	Retenue	Partie décimale	Entiers	Défaut mental
1	×						
2						×	
3			×				
4	×	×	×				
5				×		×	
6				×		×	
7		×	×	×			
8		×	×	×			
9	×				×		
10	×						
11	×		×				
12					×		
13					×		×
14	×		×	×			
15			×				
16	×						
17	×						
18			×				
19	×						
Totaux	9	3	8	5	3	3	1

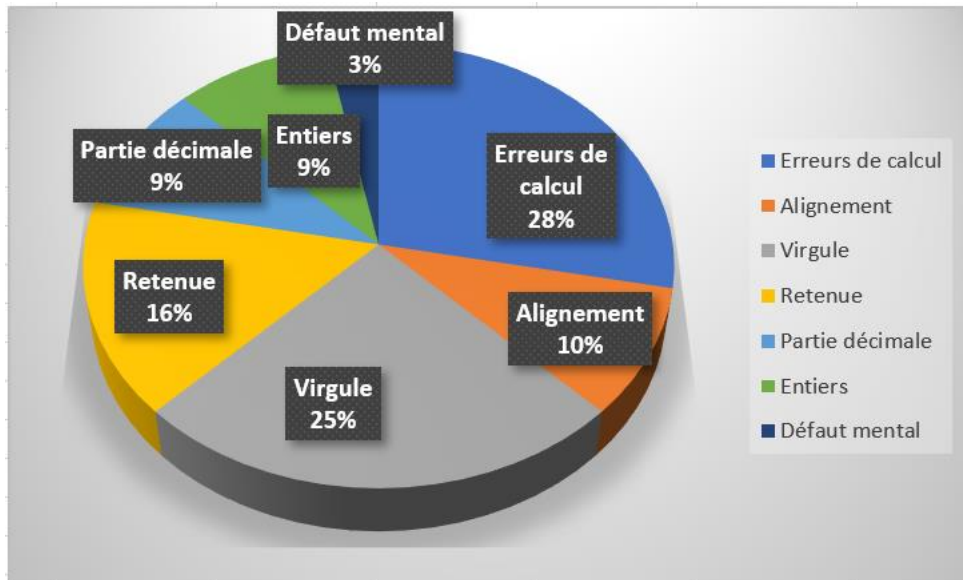
Tableau V.2 : Appartenance des exercices aux catégories d'erreurs

Le graphique suivant donne une idée plus claire de la fréquence des types d'erreurs dans les productions.



Graphique V.1 : Fréquence des types d'erreurs dans les 19 productions

À partir de ce graphique, nous constatons que les productions 6, 7, 9 et 13 regroupent tous les types d'erreurs. De plus, ces productions comme 5 et 6 ou 7 et 8 ou bien 1, 10, 16, 17 et 19 traitent les mêmes types d'erreur. En outre, le graphique V.2 montre clairement le rassemblement des productions autour des types précis d'erreur comme celles dues à la virgule et aux erreurs de calcul.



Graphique V.2 : Rassemblement des productions autour de certains types d'erreurs

La question qui se pose est la suivante : pourquoi le formateur propose-t-il autant de productions ? quel intérêt ? peut-être que nous pourrions répondre à cette question lors de l'analyse *a posteriori*.

Il faut bien noter qu'une erreur ou une réponse erronée ne peut pas être interprétée d'une seule manière, parfois, plusieurs facteurs se chevauchent pour causer

une erreur, c'est pourquoi nous nous proposons de montrer un autre type d'analyse de ces erreurs. Cette nouvelle analyse porte seulement sur deux catégories :

- Erreurs non spécifiques aux décimaux

De nombreuses erreurs relèvent d'autres notions que celle du nombre décimal. Par exemple, lors de l'analyse *a priori* des productions d'élèves, nous remarquons que certains commettent des erreurs dues à la non-maîtrise des tables de multiplication (cf. ex : 1 ; 9 ; 10 ; 11 ; 16 ; 17 ; 19). D'autres ont des difficultés avec la retenue et l'alignement (cf. ex : 2 : 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ;). La complexité des opérations sur le nombre décimal peut engendrer éventuellement ce type d'erreur relatif à une ou des notions antérieures.

- Erreurs spécifiques aux décimaux

Nous distinguons dans cette catégorie deux types d'erreurs. Le premier type se focalise sur les erreurs de techniques comme le placement de la virgule dans le résultat (cf. ex 18). Le second type s'axe sur une conception erronée, incomplète ou mal installée lors de l'apprentissage du nombre décimal. Par exemple, le passage de la retenue de la partie décimale à la partie entière (cf. ex 17).

À partir de cette deuxième analyse, nous pouvons introduire notre typologie développée dans le chapitre III et signalée dans notre méthodologie de recherche, notamment dans le Tableau IV.3 dans le but de trouver les origines lointaines de ces erreurs. Par exemple, l'erreur de l'élève 13 ne relève pas d'une notion mathématique, c'est plutôt une ou plusieurs fonctions neuropsychologiques se cachent derrière ce trouble³³. Dans notre typologie, nous considérons ce type d'erreur comme hors mathématiques (HM). D'autres erreurs pourront rejoindre ce type, comme les erreurs dues à l'apprentissage de la langue. Par exemple, des élèves allophones ne peuvent pas comprendre l'énoncé ou la consigne, cela peut engendrer certaines erreurs mathématiques comme le mauvais usage des données mathématiques.

Aussi, l'apprentissage des nombres entiers précède celui des nombres décimaux et le passage entiers/ décimaux n'est pas toujours aisé. De ce fait, les élèves généralisent abusivement certaines règles utilisées dans les nombres entiers sur les nombres décimaux : l'un est entier et l'autre est un décimal comme si c'était deux entiers, c'est le cas des élèves : 2, 3, 5, 6, 8, 9, 12 et 13. Il s'agit d'un type d'erreur appelé « transition difficile ». De plus, un défaut dans une connaissance antérieure, comme les tables de multiplication ou d'addition et la retenue, a été relevé dans les productions : 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 16, 17 et 19. En outre, certains élèves

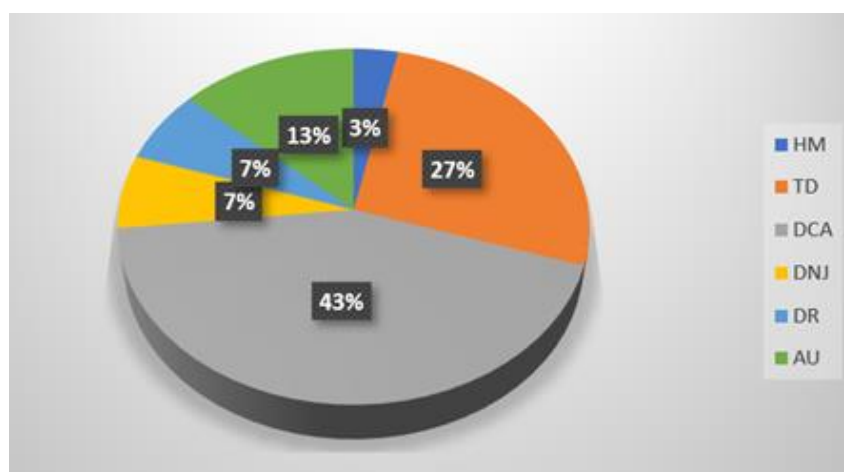
³³ <https://www.systemedys.com/La-dyslexie-Definitions-systemedys.html>

réduisent le dispositif pour résoudre le problème. Par exemple, les élèves 6 et 8 inversent les nombres dans la soustraction pour contourner la retenue.

Types d'erreurs	Explications	Exercices	Total
HM (hors mathématiques)	Dyslexie	13	1
TD (transition difficile)	Entre entiers et décimaux	2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 13	8
DCA (Défaut dans une connaissance antérieure)	Calcul et retenue	1 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 14 ; 16 ; 17 ; 19	13
NEC (Notion en état de construction)	Placement de la virgule ou virgule vaut un zéro	8 ; 18	2
DR (dispositif réduit)	L'élève réduit le dispositif	6 ; 8	2
AU (autres)	Oublie de la virgule	4 ; 7 ; 11 ; 15	4

Tableau V.3 : Autres types d'erreurs extraits des productions données par le formateur Fc

Un graphique peut illustrer en chiffres la répartition des erreurs dans les deux types principaux.



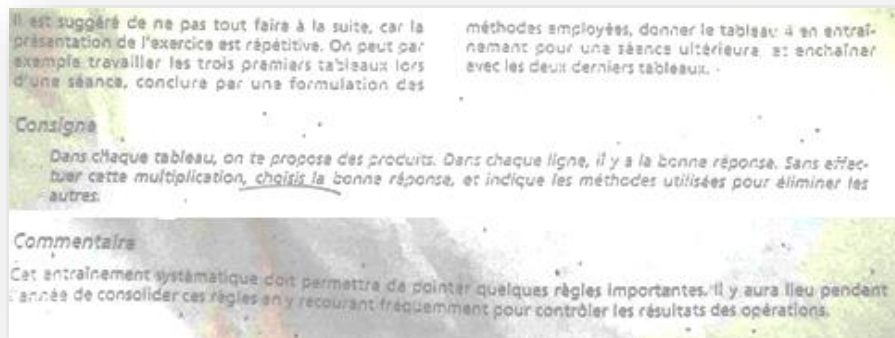
Graphique V.3 : Répartition des erreurs dans notre typologie d'erreurs

Par conséquent, si nous méditons ces dix-neuf productions d'élèves, après une phase d'analyse *a priori*, nous nous apercevons qu'une proportion importante de ces productions données tourne autour des erreurs non spécifiques des décimaux. Certes, les deux types discutés sont récurrents. Cependant, la majorité des erreurs proposées portent sur des conceptions non spécifiques des nombres décimaux (la notion en jeu). Le fait de diversifier les types des erreurs est un atout dans le but de renseigner les étudiants sur les multiples erreurs effectuées par les élèves et de les outiller sur des types d'erreurs déjà établis par des chercheurs (cf. Astolfi, Charnay, Portugais, etc.). Enfin, le fait de faire travailler les formés sur dix-neuf exercices pour traiter seulement deux ou trois types d'erreurs ne nous semble potentiellement pas pertinent et/ou important. À cet égard, le choix d'exercices effectué par le formateur peut se traduire

par deux hypothèses : le premier présupposé porte sur le fait qu'il a « pioché » tous les exercices n'ayant pas la bonne réponse et qui par conséquent contiennent forcément des erreurs. La seconde hypothèse présume qu'il a tendance à entraîner les stagiaires sur ces erreurs en tant que telles, vu leur fréquence. Pour le moment, nous ne sommes pas en mesure d'adopter ni l'une ni l'autre, en attendant d'une part l'analyse des autres documents et d'autre part l'analyse d'entretien, de questionnaire et *a posteriori*, ces hypothèses restent à vérifier.

1.2. Document 2 : tableaux des produits et réponses multiples

Six tableaux des produits avec des réponses multiples ont été mis à disposition des formés (voir annexe 1). Une consigne qui illustre le travail envisagé précède ces tableaux comme suit :



Nous analysons un exercice de chaque tableau, tout simplement parce qu'il est fréquent que les exercices du même tableau aient le même objectif et pour éviter la répétition.

Le premier exercice du tableau 1 :

	Proposition 1)	Proposition 2	Proposition 3
$241,9 \times 2,09$	505,81	505,571	505.432

En multipliant le dernier chiffre de chaque nombre $9 \times 9 = 81$, on veut confirmer que le résultat se termine forcément par (1). De ce fait, la dernière proposition (505,432) est à « bannir ». Là, l'élève n'a qu'à choisir entre 505,81 et 505,571, quelle technique adopte-t-il pour préciser la bonne réponse ? En comptant les chiffres situés après la virgule dans les deux nombres de produit, on trouve 3 (9 ; 0 ; 9) et en comptant également les chiffres après la virgule dans les deux réponses, on peut déterminer que

505,571 a le même nombre de chiffres après la virgule, alors c'est la bonne réponse. En revanche, si on utilise l'ordre de grandeur, on ne peut pas faire la distinction parce que l'ordre de grandeur donne des valeurs approchées et comme les réponses sont proches les unes des autres, cela ne fait que compliquer la tâche.

Le premier exercice du tableau 2 :

	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$3,86 \times 82,9$	412,464	319,94	319,994

Si on applique la méthode de la multiplication des derniers chiffres ($9 \times 6 = 54$), on constate que toutes les réponses finissent par 4. Cette méthode ne fonctionne pas souvent dans ce tableau. En s'appuyant sur la méthode du comptage de chiffres après la virgule dans les deux nombres du produit (3), on peut éliminer la deuxième proposition. La question qui se pose est celle-ci : quelle technique pour choisir la bonne réponse ? Le grand écart entre les deux réponses fait penser à la méthode de l'ordre de grandeur. En effet, $4 \times 83 = 352$ et par la suite le résultat du produit est forcément plus petit que 352, alors on élimine la première proposition car elle est plus grande que 352 et il ne nous reste que 319,994.

Le premier exercice du tableau 3 :

	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$5,4 \times 13,5$	72,9	60,20	71,85

Il y a un piège dans cet exercice, si on applique la technique ou méthode de la multiplication des derniers chiffres ($4 \times 5 = 20$), il semble que le résultat final se finisse par 0, alors c'est 60,20 qui est la bonne réponse. Or, si on met en œuvre la méthode de l'ordre de grandeur, on constate que $5 \times 14 = 70$. C'est-à-dire que la bonne réponse est plus proche de 72,9. C'est mieux également de faire une mise en commun ou un débat sur cet exercice, notamment sur la valeur de chaque rang ou chiffre. Par exemple, on ne voit pas le zéro dans la réponse 72,9, c'est pour cela qu'on peut l'éliminer à tort.

Le deuxième exercice du tableau 4 :

$97,5 \times 23,2$	2 262	226,20	1 786,10
--------------------	-------	--------	----------

Comme l'exercice du tableau 3, on constate que la méthode de l'ordre de grandeur est plus appropriée que d'autres. Si on essaie les autres méthodes, on tombe dans le piège.

Le premier exercice du tableau 5 :

	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$1,47 \times 615,4$	608,528	895,48	904,638

Il n'y a pas de nouveauté dans ce tableau, il s'agit apparemment des exercices d'entraînement sur les trois méthodes permettant de trouver la bonne réponse : la méthode de la multiplication des derniers chiffres ; le comptage des chiffres après la virgule ; l'ordre de grandeur.

Le premier exercice du tableau 6 :

	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$381 \times 0,922$	351,282	390,742	348,92

Ce qui est nouveau dans ce tableau est le produit entre un nombre entier et un autre décimal. En effet, le produit de $(381 \times 0,922)$ revient à multiplier 381 par 1 qui est l'ordre de grandeur de 0,922 ou la valeur approchée, alors le résultat est proche de 381 et pour être plus précis, il est plus petit que 381. Alors, la deuxième proposition est à bannir. Pour faire le choix entre première et troisième réponse, on accède à la méthode de comptage des chiffres après la virgule et comme il y a 3 chiffres, on opte pour la première proposition.

Les autres exercices ne sortent pas de ceux analysés plus haut, donc ce n'est pas la peine de s'en soucier. Les six exercices mentionnés ci-dessus donnent idée claire de ce que l'activité veut ancrer chez les élèves ou les stagiaires. Il nous semble également que le formateur a tendance à faire passer aux formés une activité qui l'aide à faire comprendre aux élèves comment placer une virgule. De plus, on note des techniques de vérification facilitant la tâche comme l'ordre de grandeur et le comptage de chiffres après la virgule. Là, le formateur met à la disposition des étudiants des techniques de multiplication qui se reposent sur des bases plutôt mathématiques donc nous pouvons dire qu'il met en œuvre des stratégies culturelles (STCU).

1.3. Document 3 : introduction de la multiplication des nombres décimaux

Après l'activité des six tableaux des produits, le formateur a tendance à faire travailler les stagiaires sur un scénario potentiel (cf. document 3 voir annexe 1) dans le but d'introduire la multiplication des nombres décimaux. Ce scénario a pour objectif de donner du sens à la multiplication en tant que telle plutôt qu'à la technique en s'appuyant sur la notion de l'aire. En effet, nous avons l'impression que le formateur adopte prioritairement ce modèle d'introduction des nombres décimaux parce que tout simplement aucun autre scénario n'a été abordé dans la séance à part celui-ci. Cela signifie que sa stratégie de formation fait partie d'une situation basée

sur la monstration (STMO). Le fait de montrer ce scénario aux formés nous suggère qu'il veut le leur faire adopter ou mettre à niveau les activités des stagiaires. De plus, le document représente un modèle complet dont les objectifs, les prérequis, les matériels et le déroulement font partie, c'est-à-dire un scénario à adopter en tant que tel. Certes, nous ne pouvons pas pour le moment confirmer cette hypothèse. Cependant, nous ne pouvons nier qu'elle est en quelque sorte « féconde ». De toute façon, nous nous attardons sur cette hypothèse dans l'analyse *a posteriori* pour la vérifier. Une dernière remarque pour ce document, si nous nous focalisons sur les deux premières lignes de ce document dont la consigne consiste à solliciter les enseignants pour donner du sens à l'opération plutôt qu'à la technique, nous trouvons que c'est contradictoire avec ce que le formateur a fait en proposant l'activité des tableaux (techniques de placement de la virgule) avant l'activité sur l'utilisation de l'aire pour faire la multiplication des nombres décimaux. Nous restons jusqu'ici perplexes devant cette contradiction, nous nous y attardons lors de l'analyse *a posteriori*

La multiplication des nombres décimaux est introduite à partir des aires pour donner du sens à cette opération et éviter de donner trop d'importance à la technique dès le début de l'apprentissage.

1.4. Document 4 : comparaison de nombres décimaux (productions d'élèves)

Ce document traite un exercice de comparaison des nombres décimaux et les erreurs éventuelles des élèves. Le formateur refait travailler les stagiaires sur des productions d'élèves, notamment les erreurs dans la notion de comparaison des nombres décimaux. La question qui se pose ici est celle-ci : pourquoi ne traite-t-il pas ce document en même temps que le document 1 auquel il a consacré 19 productions plus au moins homogènes comprenant des erreurs ? Dans cet exercice ci-contre :

Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants:

23,4 ; 23,37 ; 23,127 ; 17,15671 ; 23,036 ; 2,3401

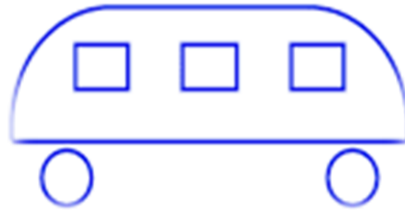
Voilà la réponse de deux élèves :

Marie: 23,4 ; 23,37 ; 23,036 ; 23,127 ; 2,3401 ; 17,1571

Julie: 2,3401 ; 17,1567 ; 23,4 ; 23,036 ; 23,37 ; 23,127

Exercice extrait du sujet de concours CRPE

Le formateur tente de se focaliser sur la réflexion des élèves et le raisonnement qu'ils mettent en œuvre pour comparer ces nombres. Lorsqu'on comprend la réflexion de l'élève, on peut lui proposer la bonne explication. Prenons le fameux exercice d'autocar ci-contre :



National Geographic a demandé aux élèves âgés de moins de 10 ans de préciser la direction dans laquelle l'autocar va. 80% des élèves questionnés ont instantanément et spontanément répondu à gauche. La réponse a été justifiée par une simple phrase : « on ne voit pas la porte ». Une telle remarque révèle la part importante de la visualisation dans la réflexion de l'élève. C'est pourquoi il est important de faire travailler les formés sur l'analyse de production et de mettre l'accent sur l'aspect visuel chez les élèves afin qu'ils comprennent leur raisonnement.

Pour revenir à l'exercice de comparaison, nous constatons que Marie, par exemple, range les nombres décimaux selon leur longueur, sans prendre en compte la présence de la virgule, c'est-à-dire qu'elle les considère comme des entiers, c'est une sorte de transition difficile (TD) selon notre typologie d'erreurs. En revanche, Julie suit une autre règle erronée que Marie, elle range les nombres selon la longueur de la partie décimale. Autrement dit, elle n'applique la règle de comparaison des entiers qu'à la partie décimale, elle reste également dans la transition difficile (TD).

Ce type d'activité devrait permettre de traiter les règles usuelles (erronées ou justes) des élèves. Par exemple, il existe plusieurs techniques pour comparer correctement des nombres décimaux : ajouter des zéros (faire apparaître des zéros) ; comparer chiffre par chiffre ; écriture fractionnaire ; droite graduée. Dans l'autre sens, trois règles erronées implicites pour la comparaison des décimaux font l'objet de nombreuses recherches (Roditi, 2007; Sackur-Grisvard & Léonard, 1985). Il s'agit d'appliquer la règle de comparaison des entiers à la partie décimale (cf. Julie), de ranger en ordre inversé de la longueur de leur partie décimale et de considérer que le plus petit nombre est celui dont la première décimale est un zéro (cf. Julie). En méditant les productions proposées, nous nous apercevons que la règle d'ordre inversé n'a pas une place parmi ces deux erreurs proposées. D'autre part, on pourrait se focaliser sur les conceptions erronées des élèves ainsi que le nombre décimal est considéré comme un couple de deux entiers où les décimaux sont l'autre codage des

entiers. Autrement dit, c'est une dénaturalisation de la notion des nombres décimaux, une sorte de dispositif réduit (DR) évoqué dans notre typologie d'erreurs mais de la part de l'élève cette fois-ci. En tout cas, le formateur n'a pris qu'une partie de l'exercice posé au CRPE où toutes les mauvaises conceptions erronées étaient présentes ou presque. Dans cette optique, nous profitons de l'occasion pour montrer des conceptions erronées citées dans les documents ressources du ministère de l'éducation nationale³⁴ :

- ❖ **Assimilation de la virgule à un trait de fraction** ; c'est ainsi que, pour certains élèves $14/10 = 14,10$.
- ❖ **Difficulté à concevoir qu'un même nombre puisse avoir plusieurs désignations** ; ainsi, $1 + 4/10$; 1,4 ; 1,40 ne sont pas perçus comme différentes écritures d'un même nombre.
- ❖ **Le « nombre à virgule » vu comme un « entier déguisé »**, comme si la virgule n'existait pas. Ce rôle « fantôme » de la virgule conduit certains élèves à écrire $4,3 < 4,06 < 4,249$ en le justifiant par le fait que $43 < 406 < 4249$, ou à percevoir 2,47 comme « le » successeur de 2,46, au même titre que 247 est celui de 246.
- ❖ **Le « nombre à virgule » vu comme l'accolement de deux entiers**, la virgule jouant le rôle de « frontière » entre les deux. Cela conduit par exemple à écrire : $4,3 < 4,06 < 4,249$ (avec comme justification : « 3 est plus petit que 6, lui-même plus petit que 249 »); ou encore : $2,6 \times 3,4 = 6,24$; $15,7 + 12,6 = 27,13$ ou encore à percevoir 5,100 comme « le » successeur de 5,99.
- ❖ **Une connaissance mal installée du système décimal** peut conduire un élève, dans le nombre 234,678, à percevoir le chiffre 7 comme le chiffre des dixièmes en raison de la position supposée des dixièmes comme symétrique de celle des dizaines, ou encore à écrire $4,249 < 4,16 < 4,1$ en justifiant que les millièmes sont « forcément » plus petits que les centièmes, eux-mêmes plus petits que les dixièmes.
- ❖ **Des techniques mal automatisées** et non contrôlées peuvent aboutir à une confusion sur la position de la virgule dans le résultat d'une addition posée ou d'une multiplication posée comme dans la multiplication ci-dessous :

$$\begin{array}{r}
 2,3 \\
 \times 5,5 \\
 \hline
 115 \\
 115 \\
 \hline
 126,5
 \end{array}$$

- ❖ **L'application de règles au-delà de leur domaine de validité** ; c'est ainsi que l'extension aux décimaux de la règle du déplacement de la virgule ou de l'ajout

³⁴ <http://eduscol.education.fr/cid99757/ressources-d-accompagnement-des-nouveaux-programmes-de-l-ecole-et-du-college.html>

de zéros pour la multiplication des entiers par des puissances de 10 contribue à des erreurs du type :

- $1,4 \times 10 = 1,40$; $1,4 : 0,1 = 0,14$

- $12 \times 0,5 > 12$; $120,5 < 12$ (car « multiplier augmente un nombre et diviser le diminue »).

- ♣ **L'usage social des nombres décimaux à l'oral** peut être à l'origine de confusions, comme dans les exemples suivants : « un kilo cinq » s'écrit en fait 1,5 kg alors que « un euro cinq » s'écrit en fait 1,05 €.

Un tel travail devrait aider les stagiaires à comprendre la logique et/ou la réflexion des enfants et leurs erreurs dans le but de proposer un bon traitement. Mais jusqu'ici, les activités proposées (documents 1- 2- 3- 4) nous font penser que le fait d'éviter l'erreur est dominant et le fait de la traiter est marginal. Par exemple, le document 1 aborde 19 productions d'élèves dont 13 (voir le tableau V.2) traitent des erreurs relatives aux nombres entiers (erreurs de calcul ou de retenue) et non aux nombres décimaux faisant l'objet de la séance. Ainsi, le document des 6 tableaux tente d'outiller les stagiaires avec trois techniques opératoires (ordre de grandeur, nombre de chiffres après la virgule, produit des chiffres des unités de chaque nombre) permettant de trouver la bonne réponse et par la suite d'éviter l'erreur. Le document de protocole de multiplication des nombres décimaux va dans le même sens. Aucun document ne pose explicitement la question de traitement de l'erreur. Autrement dit, les documents présentés ci-dessus parlent de l'analyse des erreurs commises, des techniques opératoires et d'une autre manière d'introduire la multiplication des nombres décimaux mais pas de la question de traitement (cf. le tableau III.20 référé à Portugais). À ce stade, on peut dire qu'éviter une erreur en suivant une technique ou une stratégie sans rien comprendre ainsi que la technique de l'ajout des zéros ne veut pas dire traiter. Toutefois, nous ne pouvons confirmer cette hypothèse sans faire l'analyse *a posteriori*.

1.5. Document 5 : le passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale

Un scénario ou protocole qui organise le passage de l'écriture fractionnaire à la décimale à l'aide de la conception de temps ou de durée entre villes (voir annexe 1). Ce travail part d'une activité sportive répétitive (le Tour de France) dans le but de familiariser les élèves avec l'écriture fractionnaire, l'écriture décimale et le passage de l'une à l'autre. L'objectif de ce document qui ressemble à celui de l'introduction de la multiplication du document 3 est d'outiller les stagiaires par des activités

diverses dans le but de maîtriser le sens du nombre décimal. C'est une façon de réexpliquer les bases autrement ou la notion en jeu (N°3 cf. le tableau IV.4), en mettant en évidence les stratégies de remédiation S(R). Ici, le formateur est plus au moins dans une situation de monstration parce qu'il suggère, au moins implicitement, à ses formés d'adopter telle ou telle activité ou tel ou tel scénario pour faire apprendre les nombres décimaux ou la multiplication. C'est plutôt le caractère θ qui est privilégié dans cette activité, c'est-à-dire montrer au formé un modèle expert. Or, les autres caractères de ces situations de formation ne sont pas travaillés. Alors, on parle d'un couple (θ, IV) . Autrement dit, une situation de monstration restreinte.

Étapes	Monsieur X	Monsieur Y	Monsieur Z	Vainqueur de l'étape	Vainqueur du classement général
Paris-Brest	1 h 1/2	1,7 h	1 h 42 min		
Brest-Toulouse	2 h 1/4	2,1 h	2 h 15 min		
Toulouse-Nice	4/5 h	0,75 h	40 min		
Nice-Strasbourg	11/5 h	2,25 h	2 h 17 min		

L'objectif mathématique de cet exercice est de convertir les différentes écritures de la durée en écriture unique fractionnaire ou décimale dans le but de les comparer. Une activité de plus sur les nombres décimaux et les opérations correspondantes.

La séance aurait pour objectif d'attirer l'attention des formés sur les erreurs récurrentes, dans l'apprentissage des nombres décimaux, commises par les élèves, sur leurs origines et sur les remèdes plausibles. Autrement dit, le fait de remettre à niveau les connaissances des stagiaires sur les erreurs peut-il être positif ? Est-ce que les étudiants ont déjà des connaissances à ce sujet ? Le formateur veut outiller les formés par des activités diversifiées qui peuvent simplifier la notion de nombres décimaux dans le but de ne pas commettre d'erreurs ou plutôt les éviter. En revanche, aucun document abordant les origines des erreurs (cf. les typologies évoquées dans le chapitre I) ou le traitement des erreurs (cf. Portugais) n'a été distribué lors de la séance, le stagiaire s'appuie uniquement sur ses connaissances et celles de son pair pour traiter les erreurs en discutant avec le formateur. Il nous semble pertinent de proposer aux formés une typologie d'erreurs pour leur refaire travailler les productions d'élèves à l'aide de cette typologie ou bien les aider à construire une typologie à partir des productions.

Avant de nous attaquer à l'analyse *a posteriori* de cette séance, nous analyserons le questionnaire adressé aux étudiants mi-avril, soit quatre mois après la séance. La question qui se pose est celle-ci : quel intérêt de commencer par l'analyse du questionnaire ? Le fait d'analyser ce dernier nous permet de ressentir les effets de la séance même avant de l'analyser en fonction de réponses fournies par les formés. De

plus, nous voulons avoir une idée préalable de ce qu'a retenu le formé de la séance et en dehors de la séance. Autrement dit, nous visons à identifier, à court terme, les effets potentiels de cette séance sur les connaissances du formé sans passer par l'analyse de déroulement de la séance. De cette façon, nous échappons au préjugé qui peut se dégager de notre analyse profonde dite *a posteriori*. Ensuite, nous croiserons l'analyse *a priori* et l'analyse de questionnaire dans le but d'étudier les effets potentiels de cette séance.

2. Analyse du questionnaire

Nous avons adressé un questionnaire aux étudiants ou formés du second degré parcours mathématiques entre 2012 et 2014. Nous avons reçu vingt-neuf réponses. Au départ, les questions ont été organisées en six thèmes (voir annexe 1) : la définition de l'erreur, les origines des erreurs, la préparation de la séance, le traitement des erreurs, l'évaluation de la formation et enfin l'apport du stage. Après avoir mis les réponses recueillies dans un tableau, nous avons constaté que les étudiants confondent trois éléments : définition de l'erreur ; types d'erreurs ; origines d'erreur. C'est la raison pour laquelle nous nous proposons de fusionner le premier et deuxième thème en l'appelant « types d'erreur » (voir la méthodologie chapitre IV). Par conséquent, nous avons cinq catégories prédéfinies dans le tableau de questions. Nous analysons les réponses à ces questions en nous appuyant sur la méthode des catégories émergentes (Corbin & Strauss, 1990). Cette méthode porte sur la répartition des données en différents regroupements ayant un nom-titre selon un caractère ou une particularité commune entre les réponses regroupées. Ces catégorisations ne sont pas définies au départ. Elles sont des catégories post définies. Ensuite, nous accédons à une interprétation des regroupements obtenus. De ce fait, nous répartissons les réponses de chaque question de « même famille » en catégories titrées en nous appuyant sur le tableau de données (voir annexe 1). Nous procédons à l'analyse, catégorie par catégorie, dans le but de catégoriser les réponses en nom-titre puis de les comparer et de les croiser avec d'autres données analysées auparavant.

2.1. Analyse de la catégorie 'Types d'erreurs'

Nous tentons de classifier les types d'erreurs donnés par les futurs enseignants (voir annexe 1 : réponses des étudiants du F_c au questionnaire) en cherchant des similarités entre ces types et en leur distribuant des titres selon ces particularités. Par

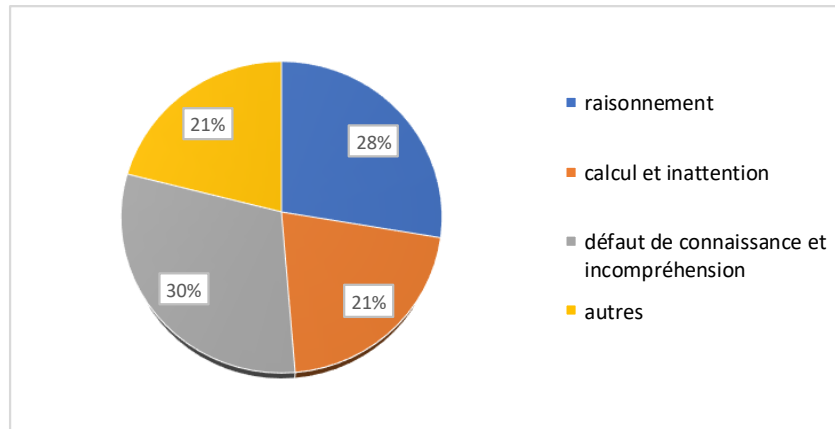
exemple, le manque de connaissance, la non maîtrise de connaissance, la confusion des notions et l'incompréhension de la notion sont impliqués sous le nom-titre : défaut de connaissance et ainsi de suite. Cependant, le type 'autres' contient des types divers ne réunissant pas les mêmes caractères. Les deux autres catégories se détectent facilement et directement des réponses rédigées.

Étudiants	Différents types d'erreurs			
	Raisonnement ou logique	Calcul et Inattention	Défaut de connaissance et incompréhension	Autres
1	×		×	×
2	×	×	×	
3	×	×	×	×
4		×	×	
5	×	×	×	×
6	×	×	×	×
7	×	×	×	×
8		×	×	×
9	×	×	×	
10	×		×	×
11	×	×	×	×
12	×		×	×
13	×	×	×	×
14	×	×	×	×
15	×	×	×	×
16	×			
17		×	×	
18				
19		×	×	×
20		×	×	
21			×	×
22		×		×
23				
24	×	×	×	
25			×	×
26	×	×	×	
27				
28				
29	×		×	
Total	16	18	23	16

Tableau V.4 : Analyse de premier thème du questionnaire dit types d'erreurs

Les origines des erreurs ou types d'erreurs donnés par les étudiants sont divers mais nous pouvons les regrouper en quatre types d'erreurs : « mauvais raisonnement », « l'erreur de calcul et de l'inattention », « le défaut de connaissance »

et autres qui sont moins répétés par les formés comme le montre le diagramme ci-dessous.



Graphique V.4 : Principaux types d'erreurs donnés par les formés

Si nous croisons les réponses des étudiants, notamment sur les types d'erreurs qu'ils connaissent ou qu'ils ont rencontrés auparavant et les types d'erreurs extraits des 19 productions analysées *a priori* plus haut, nous remarquons clairement que ces productions ont eu un effet. En effet, dans le tableau V.1, nous voyons que parmi les 19 productions : 9 portent sur les erreurs de calcul et 4 portent sur l'oubli de la virgule, qui peuvent être interprétées comme erreur d'inattention ou étourderie. De ce fait, il n'est pas étrange de trouver que l'erreur de calcul et de l'inattention représente 21% des réponses des étudiants au questionnaire mené quatre mois après la séance en question. D'ailleurs, le défaut de connaissance et incompréhension représente 30% de réponses d'un côté et la séance contient beaucoup de productions portant sur un défaut dans une notion antérieure (DNA) ou sur une notion en état de construction (NEC) (13 +2 cf. le tableau V.2 basé sur notre typologie d'erreurs) de l'autre côté. Cela peut refléter un impact non négligeable de la séance sur les connaissances des formés. Mais la question qui se pose est : est-ce que ces deux types d'erreurs permettent de constituer une base solide chez les futurs enseignants pour qu'ils puissent traiter au moins les erreurs classiques ?

Les étudiants ont fourni des types d'erreurs divers ne peuvent être tirés de ces exercices, ce qui renforce l'une des hypothèses suivantes : soit le formateur a détaillé davantage lors de la séance et a communiqué plus d'explications et d'exemples, ce qui semble logique, soit les étudiants se servent de leur vécu en classe ou dans l'établissement scolaire (vie professionnelle collaborative) pour répondre au questionnaire. Par exemple, les stagiaires disent qu'ils questionnent davantage les collègues que le formateur et qu'ils apprennent énormément de choses grâce à eux. Ainsi et dans tous les cas, nous avons tendance à trouver une réponse convaincante à notre questionnement lors de l'analyse *a posteriori* de la séance ultérieurement.

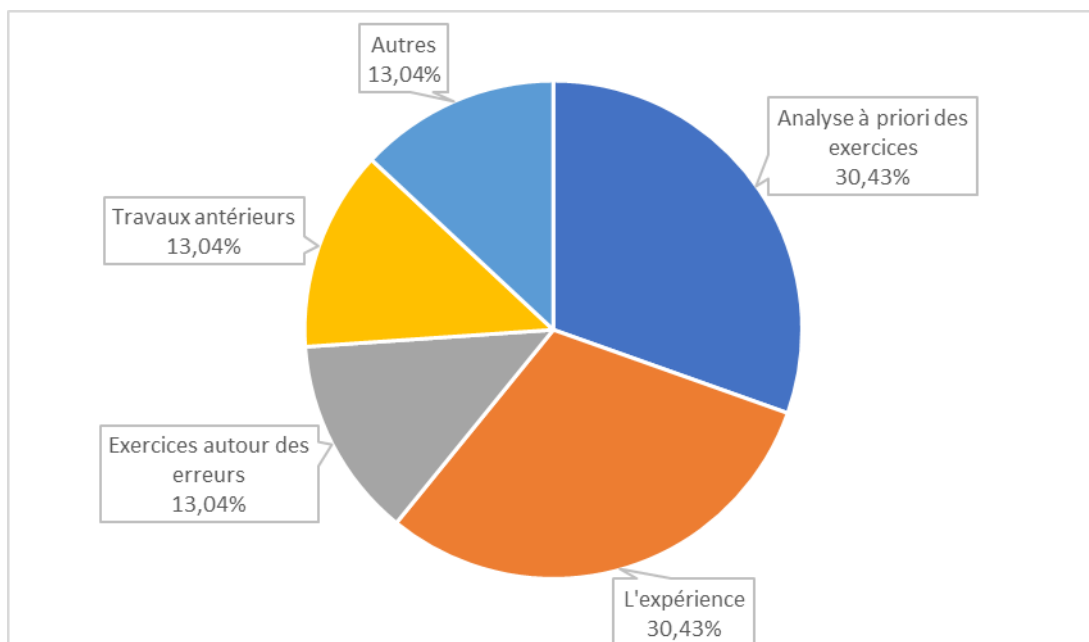
2.2. Analyse de la catégorie « préparation d'erreurs »

Cette catégorie a pour objectif de savoir quelle idée ont les stagiaires sur l'anticipation des erreurs de leurs élèves lors de préparation d'une séance ? Et quelle préparation fait-on en amont ? Nous précéderons à l'analyse de réponses de la même manière que pour la première catégorie. Nous prenons toutes les réponses fournies par les étudiants.

Etudiants	Les erreurs lors de la préparation d'une séance		
	Types de préparation ou anticipation	Quel intérêt de faire ce type ?	Avoir connaissances nécessaires ?
1	Analyse <i>a priori</i> des exercices	L'aisance	Oui
2	Inspirer de l'histoire d'ancien élève et prévoir des exos	Anticiper les erreurs	
3	Mettre l'élève en contradiction et faire réfléchir		Avec l'expérience
4	Faire l'exercice et se mettre au niveau de l'élève	Anticiper l'erreur	Non
5	En s'appuyant sur l'expérience	Aider à donner des explications claires	Non
6	Construire des exos autour des erreurs	Aider à prévoir, minimiser des erreurs	Avec l'expérience
7	Faire les exos et activités avant tous.	Aider à anticiper et analyser les erreurs	Certaines
8	Les difficultés rencontrées la séance précédente	Réfléchir où les élèves vont se tromper	Non
9	Les travaux antérieurs	Être attentif et vigilant au choix d'exercices	Pas tellement
10	Son expérience d'élève	Voir où peuvent être les erreurs	Non
11	Améliorer la compréhension à partir des erreurs	Anticiper EE, prévoir une remédiation	Oui
12	Retravailler les acquis des années précédentes	Préparer les erreurs en amont	Pas toujours
13	Exercices autour d'erreurs	Insister sur certaines notions et proposer plus d'exos selon l'erreur	Certaines
14	Se demander à chaque exercice qui pourrait poser problème	Meilleure analyse des erreurs en classe	
15	En anticipant les difficultés des exercices, 2 ^e classe	Préparer une aide aux élèves	Avec l'expérience
16		Donner des explications plus claires	
17		Anticiper les réponses des élèves	
18		Estimer les erreurs possibles pour mieux remédier	Pas toujours
19		Optimisation de la séance	Possible
20	Erreurs classiques (expérience)	Mettre le doigt sur les difficultés	
21	L'expérience		
22			Non
23	L'expérience		Oui
24	L'expérience	Deviner les erreurs	
25	L'expérience		Rien à voir
26	Identifier les difficultés de l'exercice	De ne pas rester sans réponse à une réponse d'élève	En partie
27	L'expérience (voir les erreurs classiques tous les ans)		
28			Pas toujours
29			

Tableau V.5 : Catégorisation des réponses des formés à la préparation des erreurs

C'est le moment de donner un titre à chaque regroupement de réponses, un nom post défini en fonction de réponses des étudiants. De fait, nous faisons en sorte que les réponses homogènes et analogues soient dans le même groupe avec une étiquette 'nom'. Nous essayons, comme dans l'analyse du premier thème, de faire des diagrammes qui montrent bien les catégories avec des chiffres dévoilant la combinaison de ces réponses. Nous commençons par les genres de préparation proposés par les formés. Par exemple, les étudiants (5 ; 20 ; 21 ; 23 ; 24 ; 25 ; 27) signalent explicitement le rôle de l'expérience sur laquelle ils s'appuient pour préparer les erreurs de la séance. Ainsi, l'analyse *a priori* des exercices a été adoptée comme nom-titre qui regroupent les réponses convergentes des formés (1 ; 4 ; 7 ; 14 ; 15 ; 20 ; 26). Les réponses (8 ; 9 ; 12) optent pour le travail sur les acquis antérieurs des élèves dans des séances précédentes pour s'en inspirer. Certes, construire des exercices à partir des erreurs éventuelles ne réunissent que 3 réponses (6 ; 11 ; 13). Cependant, cette idée est très importante et à développer chez les futurs enseignants parce que « l'erreur, [est] un outil pour enseigner » (Astolfi, 1997). La dernière catégorie titrée 'autres' mélange divers caractères.



Graphique V.5 : Types de préparation proposés par les formés

Environ 31% d'étudiants indiquent que la préparation ou l'anticipation des erreurs demande une expérience qui évolue avec le temps. Cependant, ils n'étaient pas en mesure de fournir un type de préparation (comme une analyse *a priori*). Dans cette optique, peut-être que les formés sont influencés par le formateur qui met l'accent sur l'expérience pour anticiper ou traiter les erreurs des élèves, cela reste une hypothèse à vérifier lors de l'analyse a postériori. En effet, pour répondre à une

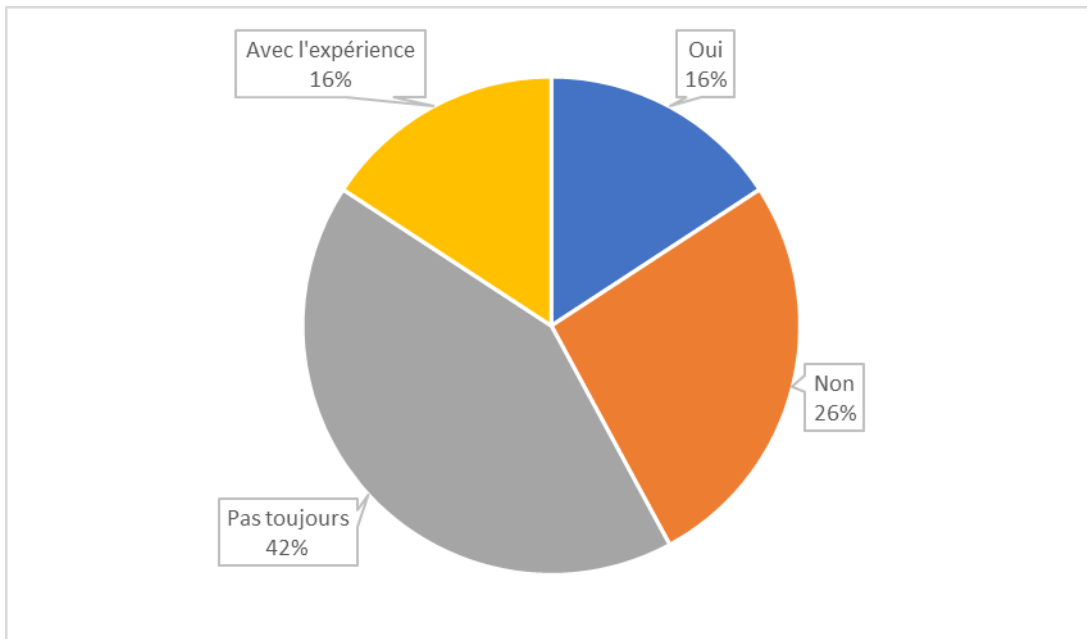
question posée, on s'appuie normalement soit sur une formation qu'on a reçue, soit sur l'expérience cumulée ou bien sur les deux. Ainsi, ne pas proposer un type de préparation ou d'anticipation des erreurs prévisibles par ces formés renforce l'idée qu'ils n'ont pas assez vu ou travaillé la question de la préparation lors de formations.

Ainsi, l'analyse *a priori* des exercices pour préparer la séance, notamment les erreurs des élèves est au même niveau que l'expérience en termes de pourcentage. Il nous semble important de savoir si cette particularité a été détaillée en formation où les étudiants dépendent de leurs expériences ou d'autres ressources comme internet ou les collègues (collectivité) pour fournir une telle réponse. En effet, les étudiants ne cessent de répéter que les collègues jouent un rôle très important dans leur parcours professionnel, notamment pour les problèmes rencontrés pour la première fois.

Malgré l'importance de deux catégories restantes, elles ne représentent que 13% chacune, et plus particulièrement en ce qui concerne la préparation en construisant des exercices autour des éventuelles erreurs. Il nous semble que cet aspect a été marginalement abordé en formation ou bien que c'était un choix, sur lequel travaillent certains formés, non visé par la formation (à vérifier également).

Une majorité écrasante des étudiants a tendance à dire que la préparation sert à anticiper en amont les réponses des élèves et par conséquent leurs erreurs avant de leur proposer un remède pertinent. Par exemple, certains regardent la préparation de la manière suivante : « anticiper les erreurs possibles et insister dessus lors de la séance ». D'autres la considèrent de la manière suivante : « la préparation m'aide à prévoir la plupart des erreurs afin de minimiser l'imprévu ».

Enfin, lorsque l'on demande aux stagiaires s'ils pensent avoir les connaissances nécessaires (sans les définir) pour anticiper les erreurs et les traiter, nous constatons que leurs réponses se répartissent en quatre catégories comme le montre le Graphique V.6. Ces données pointent en quelque sorte l'insuffisance des connaissances relatives à l'erreur faute de formation, comme le disent clairement les formés lors de la question portant sur l'évaluation de formation.



Graphique V.6 : Évaluation des connaissances des formés concernant l'erreur

2.3. L'analyse de la catégorie 'traitement de l'erreur'

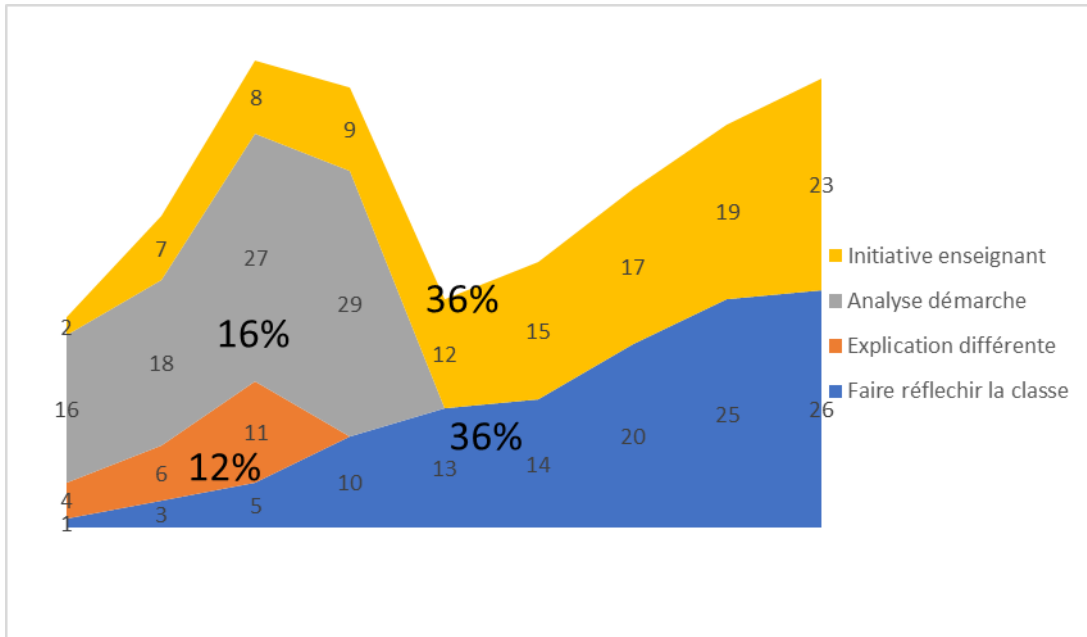
De la même façon que précédemment, nous répartissons cette catégorie en deux sous-catégories. Dans le tableau V.4, nous remarquons que les formés, à la quasi-unanimité, pensent que la correction de l'erreur sert à ne pas la refaire ultérieurement et qu'une petite minorité pense que l'erreur peut faire mieux comprendre la notion. Cette régularité de réponses nous laisse croire que cette réflexion a fait débat lors de la séance de formation, qu'une régularité a pu être engendrée par la formation ou l'expérience. De ce fait, nous sommes censés vérifier cet aspect lors de l'analyse *a posteriori* plus bas.

En revanche, nous avons du mal à tracer des procédures ou des processus réguliers pour les diverses étapes de correction proposées par les formés. Parmi les 25 procédures ou processus proposés ci-dessous, il y a plus de 10 procédures complètement différentes les unes des autres. Toutefois, nous procédons à un « tri » dans le but d'identifier des méthodes ou procédures directrices de traitement ou de correction des erreurs sur lesquelles s'appuient les formés pour remédier à telle ou telle erreur.

Étudiants	Traitement de l'erreur	
	Étapes de correction	Quel intérêt
1	Détecter l'erreur →laisser du temps pour se corriger → intervenir si besoin	Ne pas laisser l'élève dans le faux, apprendre de ses erreurs pour ne pas les reproduire, repérer les difficultés et les travailler.
2	Identifier →trouver son origine →y remédier →proposer des exos d'application pour vérifier	Savoir ce qui n'est pas acquis.
3	Donner un contre-exemple → le faire réfléchir avec un guidage → démarche de raisonnement → se corriger	Faire progresser l'esprit critique de l'élève afin de ne pas la reproduire.
4	Trouver l'origine → se mettre à la place de l'élève → lui expliquer d'une manière différente → lui faire prendre du recul par rapport à son résultat → corriger	Apprendre de ses erreurs, ne pas recommencer.
5	Repérer d'où elle vient → amener l'élève à comprendre ce qu'il a fait → contre-exemple → refaire un exemple	Ne pas refaire la même erreur.
6	Détecter l'erreur par l'élève → explication différente ou répétition → se corriger par l'élève	Ne plus perturber les raisonnements futurs de l'élève, apprendre de ses erreurs et d'autres
7	Prendre conscience de l'erreur → lui expliquer l'origine de l'erreur → correction laissée à l'élève si une erreur récurrente on fait un point collectif	Faire progresser l'élève, permettre de cibler d'où vient-elle et trouver des moyens de remède
8	Rappeler le cours →voir si cela correspond → détecter l'erreur →la corriger en lui expliquant ce qu'il a fait ne fonctionne pas	Ne pas la refaire
9	Identifier le type de l'erreur →remédier ou revoir les acquis des élèves	Reconstruire le savoir-faire et avoir une aide complète de la notion
10	Lui faire comprendre → entraînement et en groupe→ réévaluation	Mieux comprendre le chapitre
11	Détecter →d'où vient-elle →proposer une nouvelle explication →vérifier →remédiation publique en discutant ou individuelle	Avoir une base de connaissances plus solide
12	Lui faire comprendre →lui donner des pistes pour y arriver (exemples simples)	Retenir un bon raisonnement, localiser la difficulté
13	Faire réfléchir la classe →discuter (bon argument peut corriger l'erreur) →faire appel à la notion du cours →vérifier par exos	Faire progresser l'élève, se rendre compte de leur degré d'acquisition, ne pas les refaire
14	Faire réfléchir la classe →faire corriger par l'élève ou autre	Travailler en détail les notions, ne pas revenir
15	La lui faire remarquer →lui donner des pistes de réflexion (ex similaire) →correction par l'élève ou autre ou même le prof	Comprendre l'erreur et ne pas la refaire
16	Détecter →analyser : origine, pourquoi a été faite ? comment éviter	Ne plus la refaire et de la comprendre
17	Prendre conscience de l'erreur →remédiation → vérification	Ne pas la refaire et retenir mieux
18	Faire l'erreur →analyser	Ne plus la commettre
19	Corriger par explications orales et écrites	Comprendre mieux la notion
20	Détecter →mettre au tableau →faire réfléchir la classe→ intervenir	Se nourrir de ses erreurs
21	Pas capable de traiter l'erreur	Mieux comprendre la notion
22	Pas capable de traiter l'erreur	
23	Corriger en montrant l'incohérence	
24	Réflexion →il détecte l'erreur →lui expliquer où se trompe si besoin	Ne plus la refaire
25	Prendre conscience →correction avec l'aide de la classe	Se poser des questions, comprendre la notion
26	Faire participer le reste de la classe →rappeler le cours	Eviter de la reproduire et clarifier la notion
27	Analyser la cohérence du résultat →analyser la démarche suivie	Faire évoluer la pensée des élèves
28		
29	Détecter →analyser son type →laisser du temps →quoi modifier	Comprendre l'erreur, éviter de la refaire

Tableau V.6 : Œil sur le traitement de l'erreur chez les formés

Dans ce paragraphe, nous faisons en sorte de catégoriser les stratégies ou méthodes de traitement des erreurs des élèves proposées par les stagiaires en 4 courants. Le graphique V.7 représente le pourcentage de chaque catégorie.



Graphique V.7 : Quatre courants de traitement des erreurs des élèves suivis par les formés

Le premier courant consiste à faire réfléchir la classe sur l'erreur commise dans le but de trouver collectivement un remède avec le guidage de l'enseignant et la réponse la plus développée à ce propos. Il s'agit d'une réponse d'un stagiaire ayant une expérience (8 ans d'enseignement) : « Faire réfléchir la classe ; discuter (bons arguments peuvent permettre de corriger l'erreur) ; *[cet élément appartient à l'approche de stratégies dite didactique S(D) issue du modèle théorique de Portugais détaillée dans le tableau III.20, notamment le N°12]* ; faire appel à la notion du cours qui permet de rétablir la bonne réponse *[le stagiaire fait appel à une autre approche de stratégies, celle de remédiation S(R), notamment le retour à la source (N°3), c'est une stratégie valorisée par le formateur]* ; proposer un exercice qui permet de savoir si l'erreur est corrigée ou non *[un troisième élément qui appartient à l'approche précédente dite S(R) surtout l'étape de vérification (N°9)]* ». Alors que ce n'est pas souvent évident de « rétablir la bonne réponse » à partir de la notion en jeu parce que tout simplement certaines erreurs sont installées depuis longtemps et n'ont rien à voir avec la « notion d'un cours » comme les erreurs relatives au langage ou dues à la dyslexie, la méthode du stagiaire est intéressante car elle contient trois éléments importants : partage et échange entre élèves ; retravailler le cours (ce que le formateur appelle « remonter à la source ») en se focalisant sur l'erreur ; finir par une phase de vérification qu'ignorent beaucoup d'enseignants. Les propositions de neuf stagiaires (36%) tournent plus au moins autour du fait que la réflexion de la classe est importante pour traiter l'erreur de leur camarade. Donc, ce courant appartient plutôt à l'approche de stratégies de remédiation S(R) malgré l'existence d'un élément dans la stratégie didactique S(D).

Le deuxième courant porte sur le fait de réexpliquer différemment la notion en jeu aux élèves, ce qui signifie que le formé met en cause sa première méthode ou son explication. Sachant que parfois la méthode est « bonne » mais l'explication est « mal faite », par exemple, lorsqu'il y a du bruit ou bien que le professeur la passe rapidement. Ce courant de méthode pourrait être influencé par la stratégie du formateur dite « remontage à la source », qui veut que l'on réexplique la notion autrement. Il n'y a que trois stagiaires ayant opté pour cette méthode. D'ailleurs, ce courant appartient à l'approche de stratégie dite institutionnalisation primitive S(IP), notamment le n°1 (enseignement direct).

Le troisième donne une importance à l'analyse de démarche ou de l'erreur en tant que telle, mais il n'indique pas souvent comment. Les stagiaires de ce courant ne sont pas très précis, ils ne communiquent qu'une réponse concise. Comme les réponses des stagiaires ne sont pas très développées, nous n'avons qu'à dire que c'est une sorte de décomposition de l'algorithme mentionnée dans l'approche de stratégies didactique S(D) notamment le N°17.

Le dernier s'axe sur le fait que les initiatives de traitement sont à la charge de l'enseignant, ce qui nous rappelle le modèle transmissif. Les tenants de cette doctrine sont nombreux et leur réponse est plus avantageuse ainsi que : « identifier l'erreur, trouver son origine, y remédier, proposer des exercices d'application pour vérifier ». Là, deux éléments de deux stratégies différentes du modèle théorique de Portugais interviennent pour expliquer ce courant, celui de N°1(enseignement direct) qui appartient à S(IP) et celui de N°9 (étape de vérification) qui fait partie de S(R).

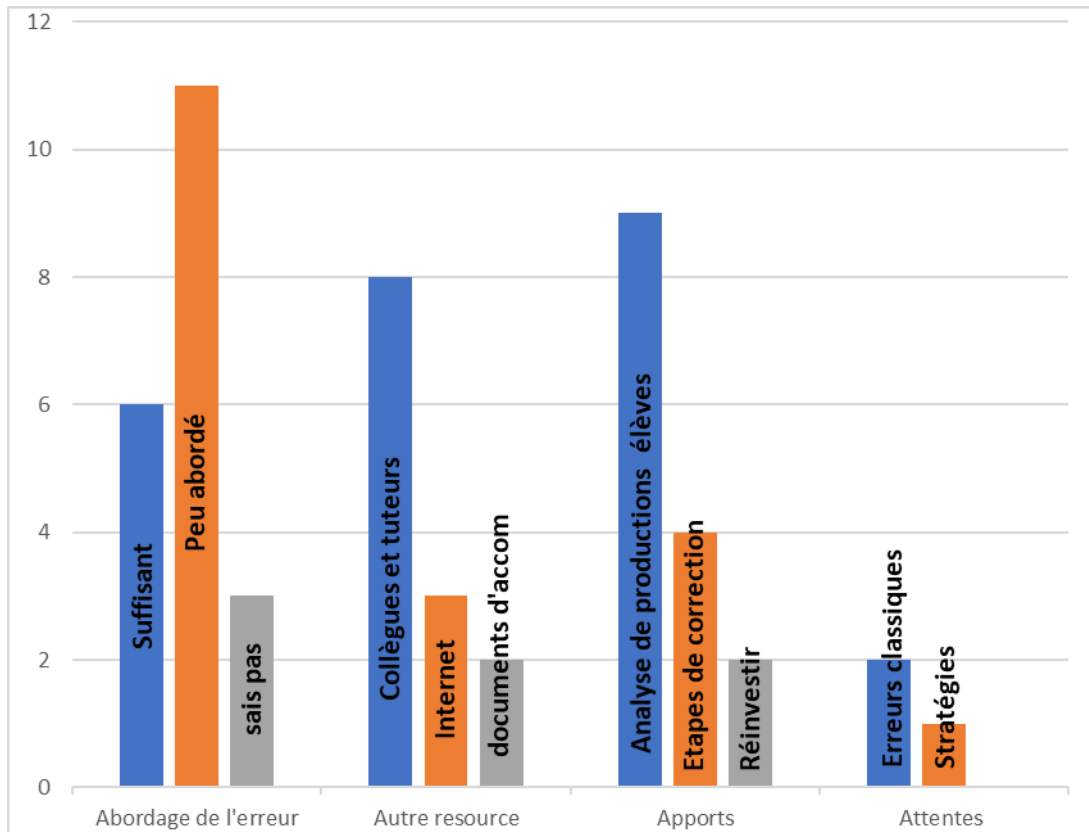
Certes, il y avait beaucoup de procédures proposées par les formés. Cependant, après avoir croisé les grandes lignes de ces procédures, nous nous apercevons qu'il existe en fin de compte deux courants qui vont en parallèle avec un pourcentage assez élevé 36% chacun. Cette diversité de procédures nous fait supposer que soit la question du traitement de l'erreur n'a pas été abordée pendant la séance, ce qui renforce l'idée que les 5 documents proposés et analysés *a priori* plus haut ne traitent explicitement en aucun cas la correction des erreurs, soit le formateur, lors de travail sur le traitement, montre certaines procédures et laisse le choix aux formés sans en institutionnaliser certaines. Cette seconde hypothèse nous paraît loin d'être vérifiée. Il est cependant intéressant de chercher une réponse à cette diversité de procédures. Nous avons tendance à dire que les initiatives de l'enseignant dominent le traitement de l'erreur. En revanche, il y a un chevauchement important entre les méthodes, notamment l'identification de l'erreur qui fait partie du CCK. Une partie non négligeable de réponses des formés porte sur un simple traitement au contraire des

autres réponses, ce qui reflète une formation non-consolidée par exemple « corriger en montrant l'incohérence ».

De tout ce qui précède, notamment en faisant référence au modèle théorique de Portugais, nous avons tendance à dire que les stratégies des stagiaires tendent plutôt vers les deux premières : institutionnalisation primitive S(IP) et remédiation S(R). Cela nous permet d'émettre l'hypothèse suivante : le formateur n'a pas beaucoup appuyé les deux dernières stratégies : didactique S(D) et a-didactique S(AD), elles restent à vérifier lors de l'analyse *a posteriori* notamment dans le paragraphe de traitement des erreurs.

2.4. Analyse de la catégorie « évaluation de la formation »

L'évaluation de la formation ne vise que ce qui concerne les erreurs des élèves et leur traitement et/ou les stratégies étant mises à la disposition des formés lors de la formation ou la séance en question. Autrement dit, nous avons mis l'accent sur quatre points : l'importance de ce qui a été diffusé, la préoccupation des ressources d'information, les apports de formation et les attentes des formés. Le Graphique V.8 montre tout ce que nous avons pu tirer de la colonne dédiée à l'évaluation de l'état de l'erreur dans les cours de formation.



Graphique V.8 : Évaluation de l'état de l'erreur par les formés

Nous avons montré, à plusieurs reprises, que la question de l'erreur et en particulier du traitement de l'erreur a été peu abordée et certains aspects peu institutionnalisés. En fait, une part importante (11/20) de l'échantillon questionné pense que le sujet n'a pas été profondément traité, d'où treize stagiaires qui s'adressent à leurs collègues ou tuteurs pour demander des informations complémentaires concernant « pas mal d'erreurs ». D'ailleurs, deux tiers des interrogés mettent en vedette l'importance de l'analyse de productions des élèves que leur apporte la formation et très peu parlent d'étapes de correction ou réutilisation des erreurs. Cela veut peut-être dire que la séance n'est pas allée plus loin dans l'analyse et le traitement ou la préparation en amont, qu'elle est restée relativement confinée à une analyse simple et modeste. Certes, cette hypothèse reste à vérifier. Cependant, les réponses des formés l'appuient fortement et les 5 documents mentionnés plus haut révèlent que la question du traitement de l'erreur ne se présente que modestement. Ainsi, les attentes des formés sont modestes et peut-être qu'ils ne savent vraiment pas ce que contient le sujet de l'erreur, ceci nous fait supposer que la question de l'erreur a été secondairement abordée tout au long de la formation. Pour exemple, un stagiaire (Etu 13) avec 8 ans d'expérience, lorsqu'on lui demande s'il était satisfait de ce qui a été proposé en formation sur l'erreur, répond : « Je ne sais pas si je suis satisfait, qu'y a-t-il à traiter sur ce thème ? ».

2.5. Analyse de la catégorie « apport de stage »

Alors qu'il y a peu de retours sur le stage, beaucoup d'étudiants se mettent d'accord sur l'importance de l'expérience (situations concrètes) qui leur apporte des idées sur le traitement des erreurs des élèves. Par exemple, citons la réponse d'un stagiaire : « l'expérience est la plus formatrice, le contact avec les élèves est le meilleur moyen de connaître les erreurs et d'apprendre à les traiter ». Cela reflète bien entendu l'aisance qu'apporte le stage aux futurs enseignants, autant qu'il minimise l'importance de la formation aux yeux des stagiaires. Cela pourrait signifier également que le formé ne donne pas d'intérêt à ce qui a été diffusé en formation. En fait, si la formation met à la disposition des formés des compétences clés pour le métier de l'enseignement, l'expérience vise les détails, l'une n'existe pas sans l'autre.

Aussi, les vécus des stagiaires en stage nous permettent de conclure qu'ils se familiarisent aisément avec les difficultés ou erreurs des élèves en échangeant avec leurs collègues sur leur traitement. Toutefois, ils rencontrent des difficultés pour appliquer les enseignements qu'ils ont acquis lors de la formation et annoncent en ce sens une sorte d'un fossé entre théorie et pratique.

3. Regard croisé sur les résultats de l'analyse du questionnaire et ceux découlant de l'analyse *a priori*

Nous récapitulons ce que nous avons pu dégager comme résultats préliminaires découlant du croisement de deux analyses *a priori* et du questionnaire. Notre analyse *a priori* des productions d'élèves proposées par le formateur montre que ces derniers contiennent finalement six types d'erreurs (voir tableau V.3). Or, une bonne partie de ces erreurs se répartissent en deux types (défaut dans une notion antérieure (DNA) et transition difficile (TD)). 19 productions d'élèves ont été analysées pour discuter finalement deux types d'erreurs seulement, cela nous paraît étrange. Dans ce contexte, l'impact de ces productions apparaît clairement dans les réponses des formés au questionnaire. En effet, plus de la moitié des réponses (51 %) communiquées par les futurs enseignants tournent autour des types d'erreurs extraits des productions en question (comme l'erreur de calcul et d'étourderie (oubli de la virgule)). De ce fait, notre hypothèse émise en fin de l'analyse *a priori*, portant sur le fait que le formateur « pioche » des productions contenant des erreurs dans le but de faire travailler les

étudiants un certain moment en formation ou de leur montrer quelques exemples simples et classiques sans entrer beaucoup dans les détails, s'accroche et s'ancre au fur et à mesure.

En revanche, ces exercices et les types d'erreurs en découlant ne nous permettaient pas de discerner si la correction et le traitement des erreurs ont fait débat pendant la séance. Cette réflexion nous vient à l'esprit en raison de multiples schémas de correction proposés par les futurs enseignants que nous avons difficilement regroupés en quatre courants (voir graphique V.5). Certes, les futurs enseignants ne s'appuient pas seulement sur ce qu'ils ont acquis en formation pour répondre à notre questionnaire, mais aussi sur les moments d'enseignement et d'expérience qu'ils ont vécus en dehors. Or, ils sont tout de même influencés par les séances de formation (cf. types d'erreurs). Nous ne sommes pas en mesure, à partir de ce que nous avons entre les mains *a priori*, de savoir si la question de la préparation des erreurs en amont a été traitée. Or, la diversité des types de préparation suggérés nous rend perplexe. Par exemple, 26% des réponses optent pour l'analyse *a priori* des exercices qui seraient proposés aux élèves. Pour lever cette perplexité, nous n'avons qu'à attendre de faire l'analyse *a posteriori* qui débute très bientôt. Dans ce contexte, les autres documents proposés ont pour but « d'armer » les futurs enseignants par des activités et scénarios simplifiant l'apprentissage de la notion de nombre décimal dans le but de ne pas refaire d'erreur. En d'autres termes, plus on maîtrise la notion, moins on fait d'erreurs.

Après le croisement de l'analyse *a priori* et de l'analyse du questionnaire adressé aux formés, nous regroupons tous les éléments analysés dans un schéma qui montre le flux potentiel des enseignements sur l'erreur de l'amont (formateur) à l'aval (formé) dans le but de les croiser par la suite avec l'analyse *a posteriori*.

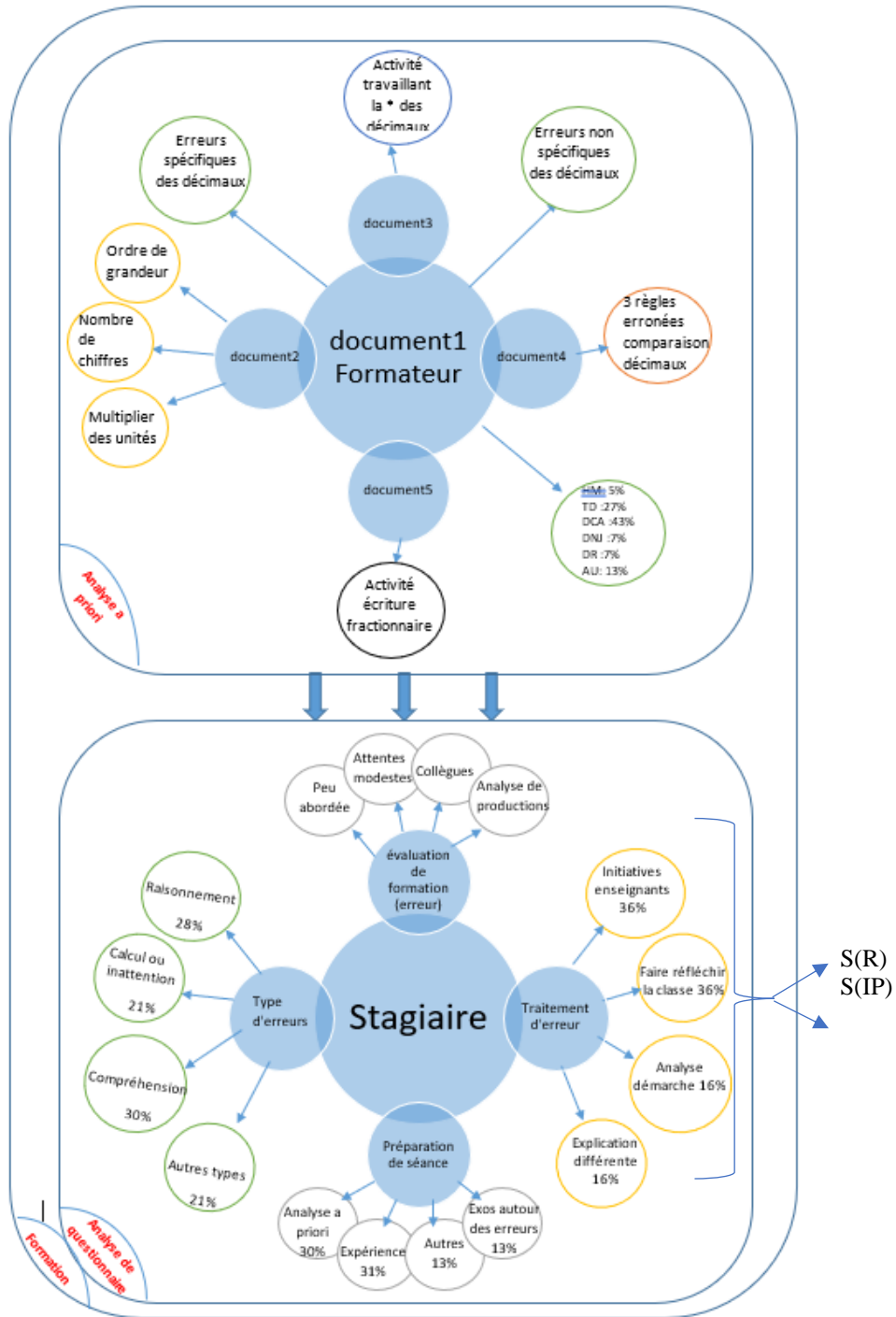


Figure V.1 : Schéma de flux potentiel des renseignements sur l'erreur de l'amont à l'aval

Enfin, pour savoir concrètement quel message le formateur veut faire passer aux formés en ce qui concerne les erreurs sur les nombres décimaux, nous sommes amenés à faire une analyse *a posteriori* de cette séance pour mieux comprendre les choix du formateur, l'objectif, etc. et pour les croiser par la suite avec les analyses déjà effectuées plus haut.

4. Analyse *a posteriori* ou analyse du déroulement

Cette séance a été transcrite (voir annexe 1) à l'aide d'un enregistrement audio, elle a été découpée en épisodes (document par document) dans le but de l'analyser profondément et de la croiser ultérieurement avec l'analyse *a priori*, analyse d'entretien avec le formateur et l'analyse du questionnaire adressé aux stagiaires.

4.1. Document 1 (productions d'élèves)

Dans la séance où le formateur s'est concentré complètement sur les erreurs des élèves dans l'apprentissage de la notion de nombre décimal, il a consacré soixante-quinze minutes à mettre à jour et/ou à niveau les connaissances des formés concernant sur les erreurs classiques dans l'apprentissage des nombres décimaux. Il a fait un long travail sur le premier document (analyse des productions d'élèves); a mis cinquante-une minutes pour analyser les dix-neuf ; les a traitées toutes malgré les homogénéités de certaines. Dans ce contexte, nous récapitulons dans un tableau les erreurs repérées par le formateur et les formés, puis, nous mettons en évidence seulement ce qui est en contradiction avec notre analyse *a priori*.

Types d'erreurs	Productions
Erreurs de calcul ou de table	1 ; 9 ; 10 ; 14 ; 16 ; 17 ; 19
Opération mal posée ou mauvais alignement	3 ; 4 ; 7 ; 8 ;
Retenue	5
Entiers	2 ; 11 ; 12 ;
Virgule	15 ; 18
Mauvaise compréhension du nombre décimal	13

Tableau V.7 : Types d'erreurs données par le formateur et ses étudiants

En croisant les deux tableaux 5.1 et 5.7, nous constatons qu'il y a une certaine similarité dans notre analyse *a priori* et celle faite dans le déroulement de la séance observée. Or, les types ou plutôt origines que nous avons détaillées dans le tableau V.3 nous semblent pertinentes et rejoignent notre idée de montée en généralité lors du chapitre III sur la question de l'erreur. De fait, nous pensons que l'aspect générique est plus pertinent que celui spécifique pour outiller les futurs enseignants par des

éléments clés qui peuvent être généralisés sur des types d'erreurs autres que les décimaux.

Par ailleurs, dans la production 2 (voir annexe 1), lors de l'analyse *a priori*, nous avons annoncé que le mauvais alignement des chiffres est derrière cette erreur. Or, les formés et le formateur optent pour un mélange entre addition et multiplication. Autrement dit, l'élève aligne les chiffres comme si c'était une opération de multiplication et les posent n'importe comment, puis il revient les additionner. Cela ne peut sembler logique, mais ce qui l'est davantage est que les élèves de 6^e ne font pas souvent la distinction entre nombre entier et décimal faute de définition (couple de deux nombres entiers). Cela induit par la suite une inadéquation au niveau du type de l'erreur. En effet, notre type d'erreur appartient à un défaut dans une connaissance antérieure (DCA), et le leur appartient au niveau « autres » (AU) selon notre typologie d'erreur adaptée dans la méthodologie de recherche.

Vue que l'erreur d'alignement se répète, le formateur, au bout de la production de l'élève 4, propose une façon de faire la remédiation de l'erreur, il opte pour disposer les chiffres dans des colonnes dans le but de montrer aux étudiants comment aider les élèves à maîtriser l'alignement des chiffres dans les deux nombres. Cette façon s'inscrit dans le tableau IV.4 de stratégies de travail de l'erreur notamment sous le N° 6 (simplifier la tâche en jouant une variable didactique celle d'un tableau), autrement dit, la stratégie du formateur appartient à celles de remédiation S(R). N'oublions pas que le formateur insiste sur le fait que cette méthode pourrait créer un autre problème comme le non-passage de la retenue de la partie décimale à la partie entière. Ainsi, le formateur profite de la production 5 (voir annexe 1) dont l'erreur est due à la retenue pour mettre en avant les différentes techniques de la retenue et les problèmes qui peuvent s'engendrer. En effet, il accentue également le fait d'utiliser le bon vocabulaire comme suit :

Au lieu de dire, j'ajoute un 1, je mets un 1 ici à coté de 6 pour faire 16 comme la soustraction heure, minute, seconde. C'est-à-dire, là, j'ai besoin d'une dizaine supplémentaire pour faire 16.

Ce travail pourrait être complété par des stratégies alternatives appartenant au *specialized content knowledge* (SCK) que nous avons citées dans le chapitre I, notamment les différentes stratégies de multiplication (cf. *student A, B et C*). De fait, ces stratégies ne font pas partie du programme scolaire français (Margolinas et al., 2005). Par exemple, pour aider les élèves ayant une grosse difficulté avec la retenue, une stratégie alternative portant sur l'évitement de la retenue a été adoptée dans le programme américain. Il s'agit de faire l'opération de la soustraction à plusieurs étapes dans le but de « faire un détour » autour de la retenue. Ainsi que : $56,13 - 7,02$

d'insister dessus ? Cela évoque à nouveau les deux hypothèses que nous avons adoptées lors de l'analyse *a priori* : le premier présupposé porte sur le fait que le formateur a « pioché » les productions d'élèves comprenant des erreurs, c'est-à-dire qu'il ne les a pas choisies délibérément. Autrement dit, l'analyse *a priori* de ces productions n'aurait été faite qu'en diagonale. En fait, cela s'est vu clairement lors de la séance, le formateur analysait « sur le tas » les erreurs avec les formés. Par exemple, dans la production 17, le formé avait raison et le formateur n'avait pas trouvé le bon type d'erreur.

F_c : $9 \times 3 = 27$ il retient 2, 9×6 , bah là la retenue n'a pas été comptée. Là, il a oublié le 2 en fait.

Stagiaire1 : ou bien $9 \times 6 = 52$

F_c : et plus 2 ça fait 54. En tout cas, ça mérite d'être précisé. On considère des calculs comme ça, c'est une erreur de calcul ou précisément la table du 9.

D'autre part, alors que le formateur est pressé par le temps parce qu'il passe deux tiers (51 minutes) de la séance sur le document 1 et qu'il lui reste 24 minutes pour faire passer les quatre autres, il insiste sur le fait d'aller jusqu'à la production 19. Cela renforce une fois de plus l'idée que le formateur cherchait à atteindre d'autres types d'erreurs à analyser, raison pour laquelle nous supposons que le formateur a fait une analyse *a priori* « à chaud » ou en diagonale.

Le second présupposé s'articule sur le fait qu'il peine à entrainer les futurs enseignants sur les types d'erreurs. Cette hypothèse reste peu probable parce que 19 exercices sont « trop » pour faire travailler et entrainer les formés sur trois types d'erreurs seulement.

Enfin, 19 productions dont 14 ne traitent pas d'erreurs spécifiques aux nombres décimaux. 51 minutes se concentrent sur des erreurs autre que les nombres décimaux, alors que la séance est portée sur les décimaux. D'ailleurs, aucun document n'a été mis à la disposition des formés comme support pour les aider à comprendre le mécanisme de l'erreur dans la tête de l'élève, bien que le formateur soit un chercheur dans le domaine de la didactique des mathématiques. La plupart de ces futurs enseignants sont des novices dans le métier, ils ont besoin de mettre à jour et/ou à niveau leurs connaissances sur l'erreur. Dans ce contexte, le fait de leur proposer des travaux venant de champs de recherche comme les travaux d'Astolfi (1997) et de Portugais (1995) est un atout. C'est-à-dire que le fait de voir autant d'erreurs diversifiées (aspect générique) serait mieux que d'en maîtriser certaines (aspect spécifique). La question de la maîtrise reste à la charge des formés. La vraie mission du formateur pourrait être de diversifier les types d'erreurs et de leur montrer de

nombreux supports leur simplifiant la tâche. Par ailleurs, c'est le formateur qui prenait en charge le traitement de l'erreur en proposant des techniques (cf. le tableau des colonnes pour l'alignement des chiffres) ou en révisant autrement la notion. Il ne nous reste finalement qu'à observer les stagiaires dans leur classe pour voir comment ils se débrouillent avec deux types d'erreurs seulement

4.2. Document 2 : tableaux des produits et réponses multiples

Le travail sur ce document a duré à peine trois minutes, alors qu'il y a six tableaux avec 24 produits. Ici, le formateur se contente de faire seulement deux produits et il passe au troisième document, ce qui n'était pas le cas pour le premier document. Cette activité consiste à tester trois techniques pour trouver la bonne réponse ou éliminer les mauvaises réponses. Il s'agit de l'ordre de grandeur, le nombre des chiffres après les virgules et la multiplication des derniers chiffres. Faire le travail en trois minutes n'est pas critiquable tant que l'idée est arrivée à maturité chez les formés, bien au contraire, il est préférable de donner des activités diverses en temps utile. En revanche, les stagiaires n'avaient plus le temps pour faire l'activité parce que le travail sur le document 1 en a pris beaucoup, c'est la raison pour laquelle le formateur prend à sa charge l'illustration du contenu. À notre avis, il aurait été préférable de faire travailler les stagiaires trois minutes plutôt que leur donner tout de suite l'explication.

4.3. Document 3 : introduction de la multiplication des nombres décimaux

Une activité intéressante sur la multiplication des nombres décimaux a juste été mise à la disposition des stagiaires sans faire le point faute de temps. Il s'agit de s'appuyer sur la notion de l'aire et de la conversion des unités pour introduire la multiplication des nombres décimaux. En tous cas, c'est à la charge du formé de maîtriser certaines activités, le fait pour le formateur de focaliser les formés dessus est déjà « pas mal ».

4.4. Document 4 : comparaison de nombres décimaux (productions d'élèves)

Alors que le temps de la séance est bien écoulé, il ne reste que 18 minutes et il y a encore deux documents à travailler, le formateur consacre une bonne quinzaine de minutes au document 4 qui analyse d'autres productions d'élèves sur la comparaison des nombres décimaux. Dans ce contexte, nous constatons que le formateur ne se penche que sur une des règles erronées (appliquer la règle de comparaison des entiers à la partie décimale) citée par Roditi plus haut. Cependant, la règle de partie décimale qui commence par zéro était bien présente dans la production de Julie, pourtant le formateur n'a pas abordé ce type d'erreur. Il s'est penché sur une erreur exceptionnelle se répétant rarement, celle de Marie : considérer les décimaux comme des entiers. En effet, Roditi a interrogé 402 élèves de différents niveaux scolaires, il leur a proposé 39 questions sur la comparaison des nombres décimaux, ces élèves ont fait 415 erreurs en répondant au questionnaire. Cette étude reflète explicitement la grosse difficulté à laquelle les élèves sont soumis, notamment les élèves de CM2 et 6^e. D'où l'importance de focaliser les stagiaires sur les règles usuelles erronées, au nombre de trois dans les recherches de Roditi.

Le formateur s'est concentré sur les techniques employées pour comparer deux nombres décimaux. En effet, les formés et le formateur réussissent à souligner quatre techniques : « ajouter » ou faire apparaître des zéros ; comparer chiffre par chiffre ; relire le nombre ; utiliser un axe gradué. Tout cela dans le but de « simplifier la tâche » en s'appuyant sur des techniques. C'est une sorte de stratégie de remédiation S(R), notamment le N° 6. En fait, le formateur essaie de numéroter les avantages et les inconvénients de chaque technique. Par exemple, ajouter ou faire apparaître des zéros renforce l'idée que la partie décimale est considérée comme un nombre entier.

Fc : il fait apparaître des zéros, on va dire comme ça. Pour le même nombre de chiffres à droite de la virgule. Là, c'est une technique pour comparer, on a pas mal discuté avec les PE. Et les inspecteurs et tout ça mais bon c'est une technique qui quand même marche donc est-ce qu'on sait ce qui se passe ? Je ne sais pas, c'est une façon de faire parce qu'on se dit, on va comparer les parties décimales, le souci qu'on compare les parties décimales comme si c'était des entiers, donc on renforce les idées, si vous voulez critiquer cette méthode-là, elle marche. Moi, je fais une fois ça en disant bien que je ne sais pas ! Mais chez les élèves ça marche pourquoi pas ! Mais ça renforce quand même l'idée de séparer les deux parties et de se dire les deux entiers qu'on a collés et après on peut avoir des surprises dans les opérations justement en faisant ça. C'est pour ça je vous montre ça en même temps parce que vous voyez là en disant en rigolant mais qu'est-ce qu'il fait en CM2 et qu'est-ce qu'il a appris, peut-être c'est vous qui avez réduit tout ça dans la tête des élèves que la partie décimale est un entier à

part et la partie entière c'est un entier à part en faisant les calculs séparément ou en injectant l'idée-là en faisant apparaître des zéros.

Le conseil que le formateur répète tout au long de la séance est de « remonter à la source », par exemple, le retour à l'écriture fractionnaire et le passage entre l'écriture fractionnaire et l'écriture décimale, raison pour laquelle il termine la séance par cette activité dans le document 5. Là, le formateur, une fois de plus, fait appel aux stratégies de remédiation S(R) spécifiquement le N°3. D'ailleurs, il prête attention à ce que certaines techniques mises en œuvre par les enseignants comme l'ajout des zéros peuvent induire certains paradoxes dans la tête des élèves ainsi que la juxtaposition des deux nombres entiers pour construire un nombre décimal.

Enfin, de ce qui précède dans l'analyse *a posteriori*, nous constatons que les stratégies de traitement des erreurs des élèves mises en évidence par le formateur ont tendance à appartenir aux stratégies de remédiation S(R), ce qui peut expliquer les choix des stagiaires en répondant au questionnaire plus haut.

4.5. Document 5 : le passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale

De la même façon, ce document, comme les 2 et 3, a été rapidement traité parce que tout simplement il ne s'agit pas de productions des élèves. Cela renforce l'idée que le formateur a tendance à faire travailler les stagiaires sur la réflexion de l'élève et quand le travail concerne une activité faisant le point d'une notion, il se limite à donner une simple idée ou un simple résumé. Autrement dit, lorsque le but est de remonter à la source des erreurs (N°3, cf. tableau IV.4) et d'expliquer la notion qui pose un problème pour les élèves ou qui est mal installée, le formateur se contente de présenter brièvement une activité ou un scénario qui schématise le déroulement ou l'apprentissage. Nous sommes toujours dans la continuité de stratégie de remédiation S(R).

Récapitulons enfin les grandes lignes de cette séance. La compréhension de la réflexion et du raisonnement de l'élève est l'axe central de cette séance qui fait partie de la conception de Shulman, notamment KCS (Knowledge content and student). La présentation des techniques ou des activités simplifiant l'exercice ou la notion ((N°6) ∈ S(R)) aux yeux des élèves vient en deuxième place après le travail sur les productions d'élèves. D'ailleurs, le retour à la source ou à la notion qui est derrière l'erreur occupe beaucoup moins de place. Pour bien comprendre le profil de ce formateur et ses choix, nous procédons à des analyses transversales dans le but

d'étudier ultérieurement les effets potentiels de ses pratiques sur le traitement des erreurs des élèves dans la classe de stagiaire.

5. Analyse de l'entretien avec le formateur

Nous questionnons le formateur dans le but d'éclaircir certains points. Nous mettons l'accent sur cinq questionnements : la conception du formateur sur l'erreur et l'importance qu'il lui accorde lors de ses cours de formation ; la nature des savoirs transmis en formation ; les stratégies mises en œuvre ; les ressources nourrissant les cours de formation ; le potentiel des stagiaires à appliquer ces idées dans la classe.

5.1. Sa conception sur l'erreur

L'idée du formateur sur l'erreur peut se résumer en deux phrases qu'il cite lui-même :

Un élève fait une erreur, soit parce qu'il ne maîtrise pas les outils qu'il a déjà vus, soit il lui manque certains outils que l'enseignant n'a pas encore donnés pour avancer ou pour résoudre un problème. [...] Se tromper, cela va me permettre d'avancer ou de corriger et travailler telle et telle procédure ou telle et telle compétence.

Pour lui, l'erreur d'un élève se traduit par un manque d'outils ou une non maîtrise et c'est utile de se tromper.

Pour comprendre l'erreur d'un élève, le formateur s'appuie davantage sur l'explication de l'élève sur sa propre erreur que sur l'analyse *a priori* de cette erreur. Or, la plupart du temps, nous pensons que les élèves ne sont pas en mesure de justifier ou d'expliquer pourquoi ils se trompent, il faudrait faire des hypothèses et aller vérifier auprès d'eux au lieu de perdre du temps à leur demander comment ils font et pourquoi. Autrement dit, c'est une sorte « d'évasion didactique », le formateur se sert davantage de ses vécus antérieurs que des éléments didactiques comme l'analyse *a priori* ou le recours à des typologies d'erreurs citées par les travaux de recherche.

Par ailleurs, le message que le formateur a envie de transmettre aux stagiaires se traduit également par une simple phrase : « faire une erreur [...], ce n'est pas une fin, ce n'est pas une catastrophe ». Tandis que les stagiaires perçoivent l'erreur comme négative, une chose constatée par le formateur lorsqu'il était un tuteur, pour cette raison il insiste sur le fait que les formés abandonnent cette vision :

Quand on est stagiaire, [...], on a envie que les élèves réussissent tout de suite, c'est-à-dire, on pose une question, on veut la bonne réponse, donc l'erreur est assez négative, et on se dit soit les élèves ne sont pas bons, soit ce que je leur ai proposé est trop difficile et je n'ai pas su l'expliquer.

Les stratégies de remédiation S(R) apparaissent « noir sur blanc » dans plusieurs passages et citations du formateur. À cet égard, le fait de se tromper n'est qu'un avantage permettant de revenir ou d'approfondir telle et telle notion et par la suite « ne plus faire cette erreur ». À notre avis, le formateur a réussi à transmettre le message « ne plus faire », cela se voit clairement lors de l'analyse du questionnaire. En effet, de nombreux étudiants qui ont répété ce principe pensent que le fait de corriger l'erreur permet de « ne plus la faire ». Cependant, nous ne sommes pas sûrs qu'il ait réussi à faire passer les autres idées comme l'approfondissement de certaines notions via le travail sur l'erreur. Le formateur nous fait partager son doute sur l'efficacité de son enseignement :

Pour moi l'erreur est un vecteur d'apprentissage oui c'est utile de se tromper je vois comme ça. Après le faire passer aux stagiaires, ce n'est pas évident.

5.2. La nature des connaissances envisagées

Les savoirs que le formateur a tendance à diffuser auprès de ses stagiaires, qui sont déjà enseignants pour lui, peuvent s'articuler plutôt sur l'aspect pédagogique parce qu'ils ont besoin d'être liés à la classe.

Honnêtement, je fais plus de pédagogie que de didactique, ça dépend des groupes et des années, j'aimerais faire moitié moitié on va dire, si je ne fais que de didactique, il y a certains groupes qu'ils ont du mal à accrocher. Ils sont liés à comment faire en classe directement, je suis obligé de revenir à des exemples de classe précis.

En fait, le formateur met l'étiquette « didactique » sur tout ce qui est théorique comme l'analyse *a priori* et *a posteriori*, et il attribue l'étiquette « pédagogie » sur les vécus de la classe.

Oui, je parle d'analyse *a priori* et *a posteriori*, mais je ne sais pas, si je le dis souvent. Contrat didactique, j'en parle au début, parce que cette idée que les élèves forcément répondent, résoudre un problème, chercher une opération, il y a des histoires d'habitudes comme ça ou de contrat qu'il faut connaître. Bon, le stagiaire va dépasser après dans sa classe. C'est pour ça, je disais au départ que je suis plutôt dans la pédagogie que dans la didactique, je ne suis pas sur des termes de la didactique, on peut dire un peu théorique, je n'utilise pas beaucoup finalement. Je parle de variables didactiques de temps en temps, mais pas

forcément beaucoup non plus. Peut-être, on travaille sur le fond, on ne le dit pas souvent.

Dans cette citation, nous remarquons que le formateur avoue implicitement qu'il ne fait pas régulièrement l'institutionnalisation (EFF-INS) (on ne le dit pas souvent) et il a répété cette phrase deux fois dans ce paragraphe.

Le formateur se focalise sur le déroulement de la séance et les activités données ce qu'il appelle pédagogie. Mais très peu de savoirs mathématiques sont abordés. Il « jongle » seulement entre deux entrées « didactique et pédagogique » privilégiant la deuxième dans le but de lier les stagiaires à la classe.

5.3. Stratégies à mettre en œuvre

Les stratégies basées sur l'homologie n'attirent pas l'attention du formateur et il est rare qu'il en mette en œuvre, à part quand il parle des problèmes ouverts : « L'homologie me fait peur, je ne peux pas dire qu'il faut faire ça et ça ». De même, il n'adopte pas les stratégies basées sur la monstration :

Après la monstration non plus, je n'ai pas envie, il n'y a pas de modèle que j'adopte pour le transmettre, je parle de ma pratique mais le moins possible.

Ici le formateur confond les stratégies basées sur la monstration et sur l'homologie. En effet, il appelle « le fait de faire adopter sa pratique aux stagiaires » de la monstration, sachant que cela relève de l'homologie selon Kuzniak. La réponse du formateur sur la nature des savoirs envisagés était plus appropriée avec la pédagogie qu'avec la didactique. De plus, il opte pour les savoirs empiriques faisant partie de la transposition pédagogique. Sa stratégie porte sur ses vécus et ceux de ses stagiaires en classe, puis il leur fait des propositions dans le but de valider une manière plus pertinente. Il donne aussi des pistes pour aider les stagiaires à faire des choix à propos de leurs activités :

C'est plutôt faire des propositions et on en discute et de se dire qu'il y a une manière dans tout ça qu'elle est plus efficace, après ça dépend à chacun de l'approprier. J'essaie de donner des pistes pour les aider à prendre des choix.

5.4. Ressources à l'appui

Le formateur s'appuie surtout, pour préparer ses cours, sur les documents d'accompagnement au collège et au lycée. De plus, il se sert d'une revue « quelles

mathématiques enseigner ? » Les travaux de Brousseau font partie des documents sur lesquels il s'appuie. Enfin, la revue petit x et les repères IREM.

5.5. Les retours des stagiaires (feedback)

Comme les formateurs n'ont plus d'accès direct aux cours de leurs stagiaires en classe, il ne leur reste que leurs retours oraux et écrits pour savoir comment cela se passe dans la classe et quelles sont les difficultés qu'ils rencontrent. Parviennent-ils à appliquer ce qu'ils ont vu en formation ?

Le formateur affirme, en s'appuyant sur les échanges qu'il a eus avec les stagiaires soit à de vive voix, soit par mail, que les stagiaires n'arrivent pas souvent à mettre en œuvre ce qu'ils ont acquis en formation faute de maîtrise de la gestion de classe. Par exemple, ils surchargent les élèves avec une liste d'exercices pour ne pas leur laisser de temps de bavarder parce qu'ils ont peur de perdre l'autorité sur la classe s'ils proposent des problèmes ouverts. En d'autres termes, les stagiaires optent pour le modèle transmissif.

Il y a quand même pas mal de stagiaires tous les ans qui disent qu'au lieu de proposer un problème ou deux sur une demi-heure, ils proposent toute une liste d'exercices de peur que les élèves n'aient pas assez à faire. Sachant qu'en disant à chaque fois ce n'est pas comme ça il faut faire mais, je n'arrive pas à maîtriser le groupe donc c'est la gestion de la classe qui les gêne au départ.

Une question se pose après cette citation : pourquoi passe-t-on à une autre chose malgré la non-maîtrise de l'ambiance de la classe ? Quel intérêt de la formation s'ils n'arrivent pas à mettre en œuvre ce qu'ils apprennent faute de maîtrise de la gestion de la classe ? Certes, les futurs enseignants maîtrisent la classe deux ou trois ans après. Cependant, les formations qu'ils ont reçues pourront se perdre au fil du temps. Autrement dit, nous supposons que lorsqu'on applique tout de suite ce qu'on vient d'apprendre, on le maîtrise mieux que si on le reporte ultérieurement. Toutefois, les stagiaires se servent en particulier des activités proposées en formation et des exemples.

6. Analyses transversales

Après l'analyse *a priori* et *a posteriori*, du questionnaire et de l'entretien, en premier lieu, nous envisageons d'identifier la nature des connaissances transmises par

le formateur dans cette séance en particulier et dans les autres séances en général. En second lieu, nous nous penchons sur les stratégies mises en œuvre qui permettent de transmettre ces connaissances aux formés. En dernier lieu, nous effectuons un croisement général de ces analyses. Tout cela dans le but de bien souligner les grandes lignes marquant le profil ou les pratiques du formateur.

6.1. La nature des connaissances transmises aux formés

Nous nous consacrons dans un premier temps aux connaissances transmises pendant la séance en question, puis nous généralisons notre analyse pour les autres séances que nous avons observées. L'analyse de ces connaissances se fait en nous appuyant sur le tableau IV.1 établi dans notre méthodologie de recherche.

6.1.1. CCK (Commun content knowledge)

Dans la séance focalisée sur les erreurs des élèves commises lors de l'apprentissage des nombres décimaux, nous remarquons que CCK est partiellement présent, sous forme de vérification, notamment lorsque les formés vérifient si les réponses sont correctes ou non, par conséquent, nous pouvons dire que l'écoute évaluative (voir chapitre I) se présente à son tour. Or, ces connaissances restent anonymes ou ne sont pas étiquetées pour les formés. Autrement dit, les stagiaires exercent ces connaissances sans prendre consciences de leur nature parce que tout simplement elles ne seraient pas institutionnalisées ou développées par le formateur. De fait, cette catégorie de connaissances a été implicitement travaillée : détecter l'erreur ; insister sur le vocabulaire ; faire des bonnes définitions. L'extrait ci-dessous donne un exemple concret sur le travail de vocabulaire :

Stagiaire : on ajoute des zéros.

Fc : il a dit attention 13,75, virgule donc nombre décimal, donc on avait appris comme ci comme ça. On fait apparaître que c'est très bien parce qu'il faut arrêter de dire, on rajoute des zéros parce que dans la tête des élèves en difficulté ça pose un souci ça, rajoute des zéros, ça veut dire plus zéros et faire plus zéros pour certains et le temps pour qu'il comprenne bah non, ce n'est pas plus zéro qu'il a voulu dire, c'est juste j'ai écrit un zéro à la droite de la virgule, voilà, ils ont déjà loupé les 3 phrases que vous avez racontées après. L'idée qu'on fait apparaître des zéros, pour pouvoir aligner avec la virgule d'un côté la partie entière et de l'autre côté la partie décimale. Le souci là 13 comment fait se balader comme ça ! Qu'est-ce qu'il a pu se passer là ?

Il manque juste le travail de la notion mathématique, alors le quadruplet se réduit à $(\beta, \gamma ; 1)$.

6.1.2. SCK (specialized content knowledge)

SCK émerge à plusieurs occasions dans la séance en question et ailleurs. Comme dans l'analyse de l'erreur, la représentation mathématique d'une idée ou d'une notion, etc. Voilà un extrait de la représentation d'un nombre décimal :

F_c : après je pense qu'il faut faire appel à l'axe gradué parce que là ce n'est pas évident, s'il y avait $4/10$, $3/10$ évidemment $4/10$ est plus grand que $3/10$. Le fait d'ajouter quelque chose ce n'est pas sûr dans la tête d'élèves. C'est encore plus petit que le $4/10$. L'idée c'est de revenir à la droite graduée et ça vous en faites en 6^e donc prendre le temps pour certaines choses, redécomposer, là on avait un autre 23, on l'a décomposé en 10 et puis on sait que les centimes sont là. On aurait 23 plus $1/10$ c'est-à-dire 23.1. Quand on arrive à celui-là plus $7/100$ et l'autre là, vous voyez ça prend de temps hein. Si on veut vraiment expliquer correctement, il faut remonter à la source, voilà, les nombres décimaux c'est comme ça ils sont enseignés.

Certes, nous ne constatons pas toutes les sous catégories de cette catégorie de connaissances, par exemple, les stratégies ou solutions alternatives sont absentes. Cependant, la plupart des sous catégories ont été travaillées explicitement ou implicitement. De la même manière que pour CCK, les formés pratiquent SCK sans prêter beaucoup d'importance à sa nature et à son usage. Dans ce contexte, un triplet $(\alpha, \beta ; 2)$ remplace le quadruplet initial.

6.1.3. HCK (Horizon content knowledge)

Nous trouvons peu de traces explicites de HCK, notamment si nous considérons que lier l'erreur à des savoirs ou à des notions antérieures fait partie de HCK et en parlant un peu de la liaison CM2-6^e. À part cela, la liaison entre savoir enseigné et à enseigner n'a pas fait débat lors de la formation. Dans les connaissances disciplinaires, le formateur se focalise davantage sur les deux premières catégories de connaissances (CCK et SCK), malheureusement elles étaient présentées implicitement « le savoir circule sous un masque » (Brousseau, 1984). C'est pourquoi, le futur enseignant ne se rend pas compte de l'importance apportée à ces connaissances. C'est effectivement une question d'institutionnalisation, qui a pour objectif d'éclaircir « le savoir auquel on peut faire légitimement référence » pour être facilement exportable (Brousseau, 1984). Cela émergeait clairement lors de l'analyse des séances filmées en classe pour certains stagiaires. Alors, le quadruplet $(\alpha, \beta, \gamma ; 3)$ est quasiment absent.

Malgré l'importance de la catégorie de connaissances SMK, la catégorie PCK reste plus attachée à la question du traitement des erreurs des élèves. En effet, pour traiter une erreur, il faut l'analyser, trouver son origine puis lui proposer un traitement pertinent. Ces trois étapes se manifestent largement dans la catégorie PCK. Autrement dit, afin d'analyser l'erreur, on fait appel à des typologies d'erreurs et à des profils d'élèves pour comprendre leur réflexion. Pour la traiter, on a besoin des modèles d'apprentissage et des stratégies d'enseignement. En d'autres termes, on fait appel à la catégorie de connaissances qui s'appellent PCK.

6.1.4. KCS (knowledge of content and students)

D'après l'analyse *a posteriori*, une série de productions d'élèves, qui font l'objet d'analyse d'erreurs commises, a été constatée. En effet, les 19 productions ne traitent en gros que trois types d'erreurs (erreurs de calcul, opération mal posée, placement de la virgule). Ce sont les types les plus fréquents chez les élèves. Cependant, ces types comprennent également des sous types et le formateur n'a soulevé qu'un point ou deux et implicitement. En l'occurrence, le formateur n'est pas « très familier » avec ces fameux types d'erreurs mentionnés par les chercheurs (cf. Astolfi, Charnay, Portugais), selon ce qui a été dit lors de l'entretien avec lui « *Un élève fait une erreur, soit parce qu'il ne maîtrise pas les outils qu'il a déjà vus, soit il lui manque certains outils que l'enseignant n'a pas encore donnés pour avancer ou pour résoudre un problème* ». Il s'est limité à ces types, c'est-à-dire, qu'il atteint partiellement une sous-catégorie de KCS qui joue un rôle très important dans le traitement des erreurs des élèves, c'est la raison pour laquelle Shulman l'a classée dans les connaissances de base dont l'enseignant a fortement besoin dans son métier.

Dans une autre séance, le formateur a bien détaillé les trois modèles d'apprentissage en donnant des exemples concrets. Voilà un extrait de ce qui a été dit sur le modèle transmissif :

Il dépend de la mémorisation, on joue sur la mémoire des élèves ou plutôt faire mémoriser aux élèves certains concepts importants qu'on ne peut pas faire des manipulations là-dessus comme la multiplication des signes ou la distributivité $a \times (b + c) = ab + ac$. Dans ce contexte, on se trouve devant une situation où les élèves apprennent par cœur certaines définitions. En fait, on remplit la boîte noire au fur et à mesure c'est pour cela, il faut réviser de temps en temps pour que les élèves puissent se rappeler et ne pas oublier les concepts ou les définitions en les utilisant régulièrement. De plus, on les fait écrire aux élèves ou bien on dessine des figures qui simplifient la mémorisation et le retour par exemple.

Une autre sous-catégorie de KCS a été explicitement travaillée, celle des modèles d'apprentissage. En revanche, pour bien comprendre la réflexion des élèves, la lecture adéquate des profils des élèves que nous avons résumés en quatre catégories (imitant, formel, penseur, cultivé) nous semble très pertinente. Cet aspect a complètement été ignoré par le formateur, nous n'en avons trouvé aucune trace. La maîtrise de l'écoute d'élèves a été faite tacitement, notamment lors de l'analyse des productions. Autrement dit, les stagiaires étaient invités à trouver l'erreur (écoute évaluative), puis à l'analyser et à trouver son origine (écoute interprétative), enfin ils devaient proposer à partir de ce qui précède un traitement (écoute génératrice). En fait, cette sous-catégorie reste implicite et les stagiaires la font « sans état d'âme » et sans lien avec les autres sous-catégories de KCS. En réalité, ils ne pourraient comprendre cette réflexion sans « boîte à outils » dont ils cherchent à trouver la bonne clé. En effet, d'après ce que nous avons développé lors du chapitre I, les profils d'apprenant, les modèles d'apprentissage et les erreurs classiques, se considèrent comme des outils pertinents permettant au futur enseignant l'accès à « la boîte noire » de l'élève. Nous sommes donc dans la situation d'un « chaînon manquant » parce qu'il y a un « trou » dans KCS causé par le manque de profils d'élèves ou d'apprenants et le manque de clarté par rapport à l'écoute des élèves. Donc, le quadruplet $(\alpha, \beta, \gamma ; 4)$ initialement évoqué lors de notre méthodologie est implicitement travaillé et nous nous limitons plutôt à un couple $(\beta ; 4)$.

6.1.5. KCT (knowledge of content and teaching)

Lors de la séance, le formateur ne fait pas directement allusion aux stratégies d'enseignement pour traiter telle et telle erreur. Il s'est contenté de proposer des techniques ou des activités (cf. document 4 et 5) dans le but de ne pas reproduire l'erreur. L'extrait suivant met en lumière une de ces techniques :

Fc : on n'est pas sûr de lui parce qu'il arrive à lire les chiffres. Oui, on peut trouver d'autres raisons. Puis, comment on fait pour leur faire apprendre à aligner ça, en colonnes. Si on a bien compris ça depuis aujourd'hui matin, ce n'est pas de leur donner des méthodes toutes faites, en disant regardez, je fais comme ça et comme ça, vous avez qu'à faire pareil. Ça ne suffit pas. Je pense qu'il faut revenir à la notion ; dixièmes, centièmes, unités, dizaines, centaines. Tu fais un petit tableau de numération pour faire des colonnes. En primaire, ils apprennent comme ça. Quand ils veulent ajouter $208+13.75$, ils veulent se dire : J'ai 208 unités, j'ai 13 unités et 75 centièmes. Donc je vais faire les colonnes.

2	0	8		
	1	3	7	5

Ces techniques peuvent être traduites par un enseignement direct (voir chapitre I). Ce dernier est considéré comme l'une des stratégies les plus efficaces auprès des élèves en difficulté selon une recherche canadienne qui a analysé trois grands travaux menés sur quatre-vingt-dix recherches publiées du 1973 au 2003. Ces dernières visaient à étudier les effets de stratégies d'enseignement sur les performances des élèves, notamment ceux ayant des difficultés. Ces travaux montrent que les enseignements directs ou explicites et réciproques sont plus performants auprès de ces élèves. D'ailleurs, les activités mises à la disposition des stagiaires et non ou peu travaillées, avaient pour objectif de remonter à la source ou revoir les bases sous prétexte que la notion aurait été mal transmise, d'où les réponses des stagiaires au questionnaire telles que proposer de nouvelles explications. Le formateur focalise alors implicitement le regard sur les stratégies d'enseignement direct S(IP) et les stratégies de remédiation S(R), sans mettre en avant les autres stratégies, notamment didactiques S(D) et a-didactiques S(AD). En revanche, l'organisation et la gestion de classe ont fait l'objet d'une bonne journée de formation dans laquelle le formateur s'est servi des travaux de recherche, notamment sur l'installation de la paix scolaire (Butlen et al., 2009) et dans une moindre mesure à d'autres niveaux. D'ailleurs, les modèles d'apprentissage, à l'exception des trois écoutes des élèves, ont fait un objet d'étude lors d'une séance. De ce fait, la sous-catégorie KCT qui comprend plusieurs éléments reste à développer dans les cours de ce formateur, notamment le fait d'outiller les formés par différentes stratégies d'enseignement (Bissonnette et al., 2010) ou stratégies de travail sur l'erreur (Portugais, 1995). À cet égard, nous sommes devant un couple $(\beta, \gamma ; 5)$ à la place du quadruplet $(\alpha, \beta, \gamma ; 5)$.

6.1.6. KCC (knowledge of content and curriculum)

Le formateur a consacré une bonne demi-journée pour le travail sur le programme et les manuels. Certes, l'analyse de programme et les manuels n'entrent pas directement dans le traitement des erreurs des élèves. Cependant, le futur enseignant peut prendre une idée de la liaison entre savoirs ou notions et par la suite HCK, même si le formateur ne le dit pas à « voix haute ». Le fait d'avoir une idée de tous les programmes, aide l'enseignant à localiser la source de l'erreur, à savoir dans quelle classe elle se situe afin de simplifier la remédiation. Le formateur a apporté plusieurs manuels, des documents administratifs et a fait travailler les stagiaires dessus dans le but de maîtriser les connaissances de sous-catégorie KCC. Le quadruplet $(\alpha, \beta, \gamma ; 6)$ n'a pas été complètement abordé, notamment, le Bulletin officiel et la progression des notions, un couple $(\alpha ; 6)$ remplace le quadruplet.

6.2. Les stratégies de formation mises en œuvre

À l'aide du tableau IV.2 établi dans la méthodologie de recherche, nous analysons les stratégies mises en œuvre par ce formateur.

6.2.1. Stratégies professionnelles

Une trace de stratégies basées sur la monstration émerge chez le formateur lorsqu'il montre aux stagiaires une vidéo par laquelle il voulait leur dévoiler le déroulement d'une séance basée sur des problèmes ouverts. Cette remarque que nous venons d'évoquer a été confirmée par le formateur lors de l'entretien : « 'Homologie', c'est sûr non, c'est très rare et peut-être quand je parle des problèmes ouverts, on a essayé un petit peu ». Le formateur voulait dire monstration, c'est juste une confusion par rapport aux termes employés que nous avons déjà mentionné lors de l'analyse de l'entretien. À notre connaissance, c'était la seule fois que le formateur mettait directement en œuvre ce type de stratégies, la monstration. Ici, la monstration était partiellement faite car le savoir voir et le savoir observer n'ont pas explicitement fait l'objet de la séance, alors nous sommes juste devant le triplet $(\theta, \omega ; IV)$.

Plusieurs documents d'activités ont été mis à la disposition des stagiaires sans faire une discussion là-dessus (cf. document 3 et 5). Cela pourrait faire comprendre aux stagiaires que ces activités sont indispensables pour l'apprentissage des nombres décimaux ou la multiplication et que si le formateur adopte ce type d'activités, c'est parce que c'est la meilleure méthode pour expliquer ou aborder. Autrement dit, le formateur est plutôt dans des stratégies basées sur l'homologie. Or, le quadruplet de l'homologie se restreint aux deux aspects de ces situations (mettre le formé en posture d'élève et lui proposer des compléments), alors un triplet est également présent dans ce type de stratégies $(\theta, \omega ; V)$.

Le fait que le formateur insiste sur ses vécus pour former les stagiaires, nous fait penser qu'il suit les stratégies basées sur la transposition pédagogique. En effet, il est rare qu'il se serve des termes didactiques, il focalise sa formation sur ce qui se passe en classe, c'est-à-dire qu'il s'intéresse aux savoirs appliqués ou empiriques. C'est une sorte de stratégie de transposition pédagogique en quelque sorte. Bien que le formateur ait une « double casquette » car il est à la fois enseignant et chercheur, le profil d'enseignant a tendance à gagner. Alors, les éléments de stratégies de transposition pédagogique sont tous là, autrement dit, le quadruplet $(\theta, \mu, \omega ; VII)$ est vérifié.

6.2.2. Stratégies non professionnelles

Pour mettre à niveau les connaissances « pédagogiques » des stagiaires, le formateur a projeté un extrait de vidéo dans laquelle Philippe Meirieu parlait de l'acte pédagogique (mobiliser les élèves, structurer les savoirs et accompagner les parcours) et des fondamentaux (fondement et fondation). Il s'agit de stratégies d'homologie, notamment le caractère (ω), dans le but de proposer des compléments pédagogiques ou didactiques aux stagiaires. Le formateur s'est servi de ces stratégies deux fois. Bien que le formateur ne soit pas la source des connaissances et que ces dernières ne soient pas mathématiques, le fait de considérer le formé comme un élève entre dans les enjeux de ces situations ou stratégies, c'est une sorte du couple ($\omega ; V$).

Le formateur a lancé une procédure de recherche portant sur l'analyse de programmes, il a mis à la disposition des stagiaires plusieurs manuels et plusieurs documents officiels dans le but de croiser les deux aspects afin de faire s'accroître leurs connaissances autour de programmes d'une part et d'attirer leur attention sur leur diversité. Ces stratégies font partie des stratégies basées sur la recherche applicative. À cet égard le quadruplet ($\theta, \mu, \omega ; II$) n'est pas complètement travaillé. Par exemple, l'aspect diffusion de résultats de recherche ne fait pas partie de ce qu'il a abordé, donc nous sommes devant un triplet ($\theta, \omega ; I$).

6.2.3. Stratégies d'accompagnement ou compagnonnage

Lorsque le formateur reçoit les retours et les vécus des stagiaires de ce qui se passe avec eux en classe, il essaie de leur donner des conseils et des propositions à distance parce qu'il n'est pas sur place et qu'il ne peut pas juger de manière efficiente la réalité. C'est pour cela que nous pouvons attribuer une sorte de stratégie d'accompagnement distancié ou plutôt d'accompagnement indirect. Alors, seulement l'élément de proposition des alternatives du quadruplet ($\theta, \mu, \omega ; VIII$) émerge, c'est-à-dire le couple ($\mu ; VIII$).

6.3. Croisement d'analyses et de regards

Nous tentons, à travers cet item, de tracer les traits principaux de profil du formateur dit F_c dans le but d'étudier ultérieurement l'impact de ce profil sur les choix de son stagiaire lors du traitement des erreurs en classe.

6.3.1. Stagiaires peu outillés

Lors de la séance focalisée sur l'analyse des erreurs, aucune grille d'analyse n'a été mise à la disposition des stagiaires, ni avant ni après. De plus, aucune analyse *a priori* ni d'analyse de tâche n'a été demandée aux stagiaires. Alors que certains chercheurs ont bien travaillé la question (cf. Portugais, Astolfi, etc.) et que leurs recherches ont fini par établir une grille ou une typologie d'erreurs, le formateur s'est contenté de discuter les analyses avec les stagiaires sans donner aucune référence. Cela relève de l'improvisation et conduit à un éloignement de la didactique, ce qui prouve cette hypothèse est que par exemple, dans la production de l'élève 17, c'était le stagiaire qui avait raison par rapport à l'analyse de cette erreur :

Fc : $9 \times 3 = 27$ il retient 2, 9×6 , bah là la retenue n'a pas été comptée. Là, il a oublié le 2 en fait.

Stagiaire1 : ou bien $9 \times 6 = 52$

Fc : et plus 2 ça fait 54. En tout cas, ça mérite d'être précisé. On considère des calculs comme ça, c'est une erreur de calcul ou précisément la table du 9.

Ainsi, l'analyse des productions des élèves faite par les stagiaires porte sur une analyse « à la louche ». Une analyse de tâche veille à chercher les prérequis, les connaissances acquises, les lacunes, etc. Aucune de ces informations n'a été demandée lors de l'analyse.

6.3.2. Connaissances peu institutionnalisées

Discuter des propositions et laisser le choix aux stagiaires est une régularité flagrante chez le formateur et il ne cesse de la répéter. Il propose des méthodes, des techniques, des scénarios, etc. vécus dans l'enseignement des mathématiques sans les hiérarchiser et/ou les institutionnaliser. D'ailleurs, il les discute dans le sens de montrer comment ils ont été mis en œuvre et non dans le sens de focaliser le regard sur leurs avantages et leurs inconvénients.

Je ne peux pas dire qu'il faut faire ça et ça mais c'est plutôt faire des propositions et on en discute et de se dire qu'il y a une manière dans tout ça qu'elle est plus efficace, après ça dépend à chacun de l'approprier. J'essaie de donner des pistes pour les aider à prendre des choix.

Étant donné que les connaissances de base des stagiaires sont encore « fragiles », il vaut mieux travailler avec eux la construction des activités et des outils et les intentionnaliser au lieu de les mettre à leur disposition. L'effet de l'institutionnalisation (EFF-INS) demeure donc restreint et n'est pas en mesure

d'enrichir les pratiques des stagiaires en ce qui concerne le traitement des erreurs des élèves.

6.3.3. Stratégies de formation diversifiées

Le formateur adopte collectivement les stratégies de transposition pédagogique et reste sceptique par rapport aux stratégies d'homologie et de monstration. Or, nous constatons, après avoir analysé ses stratégies à l'aide de la grille de stratégies (cf. tableau IV.2), qu'il met en œuvre plusieurs stratégies pour transmettre les connaissances envisagées. Il nous semble qu'il n'existe pas de critère concret qui permette de dire pourquoi il s'appuie sur telles ou telles stratégies pour faire passer telles ou telles connaissances. Par exemple, les stratégies d'homologie ont été utilisées pour remettre à niveau les connaissances pédagogiques des stagiaires (cf. des petites vidéos de Meirieu). Le formateur s'investit également des vécus de classe et des documents d'accompagnement pour accroître les connaissances pédagogiques de ses formés. Malgré la diversification des stratégies mises en œuvre par le formateur, les analyses *a posteriori* ne sont pas très poussées comme le cas de l'autre formateur, un facteur qui peut influencer les pratiques du stagiaire lors de l'analyse de séances filmées.

6.3.4. Le paradoxe mystérieux

En analysant les réponses des stagiaires au questionnaire, nous constatons que beaucoup d'entre eux insistent sur le fait que corriger l'erreur des élèves permet de ne plus la refaire. Le fait que nous ayons commencé par analyser le questionnaire avant les cours de formation nous a fait penser que la ou les pratique(s) de formateur a renforcé cet aspect. Or, notre analyse des cours de formation n'a pu aboutir à cette conclusion, hormis une petite phrase à la marge :

Là, Julie, oui, on voit surtout, elle applique tout ce qu'on a expliqué donc qu'est-ce qu'on peut faire pour retravailler avec Julie ce truc-là. Pour qu'elle ne se trompe plus, elle ou 3, 4 élèves dans la classe comme ça.

Le fait de ne plus refaire l'erreur a été abordé par le formateur lors de l'entretien :

C'est ce que je voulais faire passer aux stagiaires ce jour-là qu'il ne faut pas être catastrophé par toutes erreurs qui ont été faites mais plutôt essayer de bien les repérer et essayer de les classer un petit peu pour y faire face petit à petit et corriger ces erreurs ou les expliquer ou donner des pistes aux élèves pour ne plus faire ces erreurs et puis avancer dans l'apprentissage des nombres décimaux.

En réalité, le fait d'adopter cette idée (non plus refaire l'erreur) en s'appuyant sur une simple phrase non hiérarchisée ni institutionnalisée crée chez nous un assez grand paradoxe. Cependant, l'idée de remonter à la source ou de revoir les bases pour traiter ou corriger telle et telle erreur a été bien travaillée :

Si on veut vraiment expliquer correctement, il faut remonter à la source, voilà, les nombres décimaux c'est comme ça ils sont enseignés, on commence par la fraction décimale sur 10, sur 100, certain jusqu'à 1000 mais la plupart du temps sur 100 et sur 100 sur la droite graduée.

[...]

Fc : voilà, on essaie de relire ce nombre-là, on part du principe que ce nombre décimal est mal compris, bah on va remonter à la source comment ça a été enseigné ça ? Déjà 23.4 on peut le décomposer de plusieurs façons. Soit on dit $4/10$ ou $40/100$ plus $37/100$ et ensuite on essaie de comparer ces trucs-là, mais comment on fait ?

Malgré cette insistance, nous ne trouvons pas beaucoup de traces de cette conception dans les réponses des stagiaires apportées au questionnaire. Toutefois, les stratégies de remédiation S(R) dont le retour à la source fait partie prévalent ou dominent.

6.3.5. Les attentes modérées des stagiaires

À travers l'analyse du questionnaire adressé aux stagiaires, nous nous apercevons que les attentes des stagiaires sont modestes, trois sur vingt-neuf ont exprimé leurs préoccupations par rapport à l'erreur. Ces dernières se limitent à reconnaître les erreurs classiques et à prendre connaissance des stratégies de traitement. D'ailleurs, un stagiaire (Etu 13) avec 8 ans d'expérience, lorsqu'on lui demandait s'il était satisfait de ce qui avait été proposé en formation sur l'erreur, a répondu : « Je ne sais pas si je suis satisfait, qu'y a-t-il à traiter sur ce thème ». Alors que l'analyse de l'erreur devient maintenant une question importante dans l'épreuve d'oral 2 au CAPES, le stagiaire n'est peut-être pas au courant de ce qui peut contenir ce thème. Cela met en question les préoccupations des stagiaires : sont-ils en mesure d'identifier les préoccupations essentielles de l'enseignement des mathématiques ? En effet, les stagiaires dans la pratique transitoire (Grugeon-Allys, 2008) « se soucient » des préoccupations « urgentes » : la gestion de la classe ; l'organisation de la séance. Alors il est à la charge du formateur d'attirer l'attention des stagiaires sur les préoccupations importantes comme le traitement des erreurs des élèves.

6.4. KCS et KCT restreints

Le formateur s'est contenté d'aborder simplement trois sortes d'erreurs classiques « simples » et a négligé les autres. Alors que Shulman suggère, dans la catégorie de connaissances KCS, de bien travailler les erreurs et de les analyser aux yeux des futurs enseignants, les erreurs ont été modestement traitées par le formateur. Ce dernier se contente de remonter à la source ou de revoir les bases pour éviter de reproduire l'erreur, c'est-à-dire, proposer certaines techniques pour maîtriser la notion et ne plus refaire d'erreurs. En fait, les erreurs des élèves ne se limitent pas à la non maîtrise de la notion en jeu. Par exemple, dans le problème de « l'âge du capitaine », les élèves maîtrisaient bien les opérations et le fait de revoir l'addition ou la soustraction ne sert à rien. Cette erreur réside dans ce que nous appelons dans notre typologie d'erreurs (cf. tableau IV.4) « un dispositif réduit (DR) » de la part de l'enseignant. L'enseignant propose des exercices types répétitifs qui font croire aux élèves que les problèmes mathématiques se résolvent caricaturalement de la manière suivante : « pour résoudre un problème, il faut faire des opérations, utiliser toutes les données de l'énoncé, trouver une réponse unique, etc. »

Ainsi, la bonne compréhension des erreurs des élèves exige une connaissance primordiale des profils classiques des élèves. Par exemple, les erreurs de l'élève appelé penseur ne relèvent pas souvent de la non-maîtrise de la notion mais plutôt d'étourderie ou de fausses attentes.

La conception des trois écoutes (évaluative, interprétative, génératrice) ne figure également que marginalement dans les cours de formation, elle émerge sous la forme d'une simple demande. Par exemple, si l'enseignant ne peut interpréter l'erreur d'un élève, il suffit de s'approcher de lui et de lui demander une explication.

En ce qui concerne la KCT, le formateur a adopté davantage des techniques que des stratégies pour retravailler les erreurs des élèves avec les stagiaires. Le fait de focaliser ces derniers sur les stratégies d'enseignement qui favorisent les performances des élèves en difficulté (Bissonnette et al., 2010) est un « atout précieux », d'autant que les débutant en ont fortement besoin.

Enfin, KCS et KCT sont des sous-catégories importantes de la catégorie PCK, notamment en ce qui concerne l'analyse de l'erreur, si ces connaissances restent floues dans la formation, les futurs enseignants risquent de traiter marginalement les erreurs des élèves.

6.4.1. Quasi-absence des éléments ayant des incidences sur les pratiques des stagiaires

Le fait de confronter le stagiaire à un vrai problème professionnel n'a pas été assez fait, ni au niveau mathématique ni au niveau didactique et pédagogique, l'effet de cet élément (EFF-CPD) risque donc d'être minimisé et par la suite de ne pas aider les stagiaires à développer des outils qui leur permettent de réagir d'une façon adéquate lorsqu'ils rencontreront une erreur imprévue. De plus, aucun passage entre stage et formation n'est retenu, les retours se limitent à des connexions individuelles en dehors de la formation. Les conséquences de cela (EFF-FEED) pourraient priver certains stagiaires de traiter des vécus jugés importants dans leur cas et par la suite de s'adresser à des circuits moins institutionnels comme les sites internet ou les collègues qui n'ont peut-être pas assez de formation, ce qui peut les amener à « bricoler » au lieu de solidariser leurs pratiques. Les réponses des interrogés au questionnaire mettent en évidence la collaboration entre collègues comme ressource extérieure à la formation mais la trace de cet élément n'apparaît pas de façon flagrante dans les cours de formation. L'effet de cet aspect (EFF-MDP) peut aider les stagiaires à échanger et à s'entraider avec des bons supports, cela peut être un bon levier s'il a été pris d'une manière plus académique qu'en dehors de la formation. Également, les stratégies de traitement des erreurs des élèves se limitent à celles d'institutionnalisation primitive S(IP) et de remédiation S(R) avec une quasi-absence de celles didactique S(D) et a-didactique S(AD). Ces deux dernières sont recommandées par les travaux de recherche. En tout cas, même les autres stratégies n'ont été travaillées que partiellement selon le tableau IV.4.

Conclusion

Après avoir mis la lumière sur différents points de la pratique du formateur : les types d'erreurs des élèves analysés ; le traitement de ces erreurs ; les connaissances ou savoirs de formation transmis ; les stratégies mises en œuvre, nous pouvons conclure ce chapitre en nous focalisant sur certains points importants :

- Les connaissances de formation concentrées sur l'analyse de l'erreur ou sur son traitement notamment KCS et KCT sont restreintes et parfois incernables. De plus, elles n'abordent pas les éléments essentiels que nous avons privilégiés dans la conception de PCK (voir chapitre I).

- Le choix des stratégies du formateur n'est pas soumis à un paramètre précis, elles suivent ses choix personnels et comme nous ne nous intéressons qu'aux composantes cognitives et médiatives, nous ne sommes pas en mesure d'identifier ces choix. Cela peut déboucher ultérieurement sur une autre étude.
- La diffusion des résultats de recherche ou du dispositif de formation préconisé par des chercheurs comme celui de Portugais n'a pas été valorisée au sein de la formation. Un tel dispositif qui prend en compte les connaissances importantes pour le futur enseignant des mathématiques dans le traitement des erreurs classiques des élèves en particulier peut être plus pertinent.

Finalement, nous supposons que la ou les pratiques des stagiaires sont influencés par ces trois points, notamment au sujet de traitement des erreurs des élèves en classe. Il ne nous reste qu'à analyser les séances filmées d'un stagiaire, dont le profil du formateur a été bien analysé plus haut, dans le but de vérifier toutes nos hypothèses.

Chapitre VI : L'analyse de pratiques d'un stagiaire suivant la formation du Fc

Nous avons trois séances filmées et transcrites du stagiaire qui suivait les cours de du formateur Fc. Nous nous contentons d'en analyser une en détail. Puis, nous nous concentrons sur l'analyse « à chaud » de deux autres séances pour faire ensuite un croisement dans le but de dégager des régularités et variabilités, voire perturbations dans la ou les pratiques du stagiaire en question.

1. Analyse détaillée d'une séance

La séance nommée « aide personnalisée » a été filmée dans une classe de 4^e en 2013, cette classe ne contenait que deux élèves parce que la présence des élèves à ce cours était volontaire. Le niveau des élèves présentés était en dessous de la moyenne selon le professeur stagiaire. La séance portait sur des exercices d'application, notamment l'entraînement sur l'application du théorème de Pythagore, le cercle circonscrit à un triangle rectangle, la trigonométrie et le développement et la réduction d'une expression littérale, soit 6 exercices différents (voir annexe 2) ont été proposés à ce sujet. Nous focalisons notre analyse *a priori* sur trois éléments : les prérequis, l'objectif, les erreurs éventuelles.

1.1. Analyse *a priori*

Nous commençons par effectuer une analyse *a priori* nous permettant de prévoir les erreurs éventuelles des élèves et les remèdes à proposer par le professeur stagiaire dans le but de comprendre ou de conjecturer les choix du stagiaire avant même de regarder en détail la réalisation de la séance.

1.1.1. Exercice 1

Soit \mathcal{C} un cercle de rayon 6,5 cm, trace un point A sur le cercle, place un point B qui lui est opposé. Puis, place un point C tel que le segment [AC] fait 5 cm de longueur.

- Mesurer le segment [BC] ;
- Calculer BC

1.1.1.1. Prérequis

Pour faire l'exercice, les élèves sont censés connaître les notions suivantes : le cercle (définition et propriétés), le théorème de Pythagore, le triangle inscrit dans le cercle.

1.1.1.2. Objectifs

Il s'agit d'un exercice de réinvestissement dans le but de combler les lacunes des élèves qui sont en difficulté, de retravailler certaines notions abordées dans les cours précédents afin d'améliorer l'apprentissage mathématique et de travailler certaines techniques.

1.1.1.3. Les erreurs éventuelles

Le terme utilisé (deux points opposés) pourrait provoquer une perturbation chez les deux élèves en difficulté et par la suite les amener à ne pas construire la bonne figure, il fallait ajouter « diamétralement » ou bien utiliser un autre terme comme deux points symétriques par rapport au centre. Du même, l'information donnée dans l'énoncé : « Puis, place un point C tel que le segment [AC] fait 5 cm de longueur. » manque de précision et peut induire les élèves en erreur. La confusion entre rayon et diamètre chez les élèves pourrait également les empêcher de construire la figure attendue. De plus, la mauvaise compréhension de la consigne de la part de l'élève est une sorte d'erreur de type hors mathématiques (HM), selon notre typologie d'erreurs (cf. tableau IV.4).

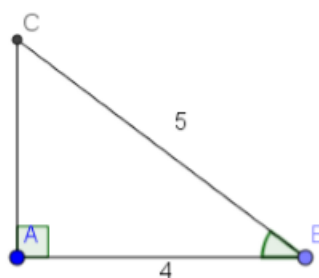
La non-maîtrise de la notion « triangle inscrit dans un cercle » peut bloquer les élèves à la question 2 : calculer BC. Il s'agit d'une erreur due à une notion en état de construction (NEC). Ainsi, la mauvaise détermination de l'hypoténuse ou la mauvaise formulation de l'égalité de Pythagore amène à une réponse différente de celle trouvée par mesure dans la question 1. Cela pourrait provoquer un retour sur la démarche suivie, une espèce d'autocorrection ou vérification.

L'élève calcule une autre longueur ou confond deux côtés. Là, nous sommes devant deux types d'erreurs différents : soit une erreur d'inattention ou d'étourderie que nous plaçons dans la catégorie : autres (AU), soit une erreur de mauvaise compréhension d'une notion, par exemple une confusion entre un côté et une hypoténuse. Il s'agit d'une erreur due à un défaut dans une notion antérieure (DNA).

1.1.2. Exercices 2-3-4-5

Ces exercices travaillent plus au moins la même notion : celle de la trigonométrie. L'exercice 3 (voir annexe 2) aborde une notion supplémentaire celle de l'agrandissement, dans le but de faire comprendre aux élèves que le triangle agrandi ou réduit conserve les mêmes angles. Autrement dit, le cosinus et sinus sont des proportions. Alors, comme les exercices se ressemblent, nous n'en traitons qu'un : l'exercice 2.

Calculer la mesure de l'angle B dans la figure ci-contre



1.1.2.1. Prérequis

Maîtriser le vocabulaire du triangle rectangle et distinguer le côté opposé du côté adjacent et de l'hypoténuse. Mémoriser la formule du cosinus.

1.1.2.2. Objectifs

Faire travailler les élèves sur un exercice de trigonométrie favorise la maîtrise de vocabulaire et le choix de la formule en fonction des données.

1.1.2.3. Les erreurs éventuelles

D'après notre expérience personnelle auprès des élèves, donner la mauvaise formule est très fréquent en trigonométrie, même chez les bons élèves, cela peut se traduire par une mauvaise mémoire ou une surcharge cognitive (manipuler trois mots pour faire trois formules très proches). Il s'agit d'une erreur hors mathématiques (HM). De plus, certains élèves ont du mal à distinguer le côté adjacent ou opposé de

l'hypoténuse. Il s'agit d'une erreur due à un défaut dans une notion antérieure (DNA) ou même à une notion en état de construction (NEC). Enfin, ils ont également du mal à utiliser « l'arccos ». La difficulté qui réside également dans la trigonométrie est de choisir la formule correspondant aux données. Ce type d'erreur peut relever d'un dispositif réduit de la part de l'enseignant en proposant des cas très simples pour l'usage de la trigonométrie (DR).

1.1.3. Exercice 6

À la fin de la séance d'aide personnalisée, l'enseignant propose aux élèves trois exercices sur le calcul littéral. Ils traitent une somme, une différence et un produit.

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (x+1) + (x+3)$$

$$B = (x+1) - (x+3)$$

$$C = (x+1) \times (x+3)$$

1.1.3.1. Prérequis

Pour que les élèves puissent résoudre ces exercices, ils doivent remobiliser certaines propriétés du calcul littéral telles que la commutativité, la double distributivité et l'associativité.

1.1.3.2. Objectifs

Les exercices ont pour objectif de rappeler les techniques opératoires permettant d'avoir une expression littérale concise en s'appuyant sur les propriétés mentionnées ci-dessus.

1.1.3.3. Erreurs éventuelles

Une des erreurs fréquentes chez les élèves, même chez les plus avancés, se produit lorsqu'il y a un moins (-) devant une parenthèse. Par exemple, avec $-(x+3)$, ils distribuent ce signe uniquement au premier terme et oublient de le distribuer au deuxième. Il s'agit d'une erreur de distributivité si nous nous appuyons sur une origine immédiate. Or, si nous cherchons l'origine lointaine de cette erreur, nous supposons qu'elle vient de l'apprentissage de la langue (voir chapitre I, notamment les erreurs en algèbre), c'est donc une erreur hors mathématiques (HM).

Une autre erreur moins fréquente apparaît lorsqu'on fait le calcul de A :

$$A = (x+1) + (x+3)$$

$$A = x + x + 1 + 3$$

$$A = 2x + 4 \text{ ou } x^2 + 4$$

$$A = 6x \text{ ou } 4x^2$$

Cette erreur pourrait relever de deux catégories : une erreur due à une transition difficile entre l'arithmétique élémentaire et l'algèbre (TD) et une erreur relative à des éléments ostensifs (EO) où les élèves ne voient pas très bien les marques d'opération et par la suite tentent des opérations aléatoires. L'élève pense que le professeur attend un seul terme au résultat final en faisant référence à ce qu'il a appris à l'école primaire : se trouver devant un seul nombre à la dernière étape. Autrement dit, il y a un problème de passage entre l'arithmétique et l'algèbre.

Pour réussir le calcul C, il faut que les élèves mobilisent à la fois les trois propriétés du calcul littéral (double distributivité, commutativité et associativité). De ce fait, les élèves en difficulté ont souvent du mal à manipuler plusieurs propriétés, cela peut ne pas être seulement dû à une sorte de surcharge cognitive, mais relever aussi d'une notion en état de construction (NEC) : celle de l'algèbre ou plus particulièrement du calcul littéral. En outre, apparaît l'erreur de calcul mental, surtout pour les nombres relatifs (+1-3=-4). Plusieurs origines peuvent donc intervenir pour expliquer cette erreur.

Pour conclure cette partie d'analyse *a priori*, nous rappelons l'objectif de cette séance dite d'aide personnalisée : les erreurs et les difficultés éventuelles que les élèves peuvent rencontrer. Avec cette séance, l'enseignant tente de combler les lacunes des élèves « en difficulté » en les faisant travailler sur les notions dernièrement vues en classe entière. Par exemple, le triangle rectangle inscrit dans le cercle, la trigonométrie et le calcul littéral. En effet, comme les formules de trigonométries sont très similaires, il n'est pas si simple de se souvenir de la formule exacte. C'est une difficulté très fréquente chez les élèves de 4^e. En outre, le vocabulaire n'est pas facilement mémorisable, surtout pour les élèves en difficulté. Les élèves manifestent aussi une certaine réticence face au calcul littéral, tout simplement, parce qu'il relève encore de l'abstraction. Ils ne sont pas encore familiers avec les inconnues, les expressions littérales et les opérations sur celles-ci.

Enfin, si nous récapitulons tous les types d'erreurs ou plutôt origines des erreurs dans les exercices proposés par le stagiaire (HM, NEC, AU, DNA, DR et TD, EO), nous constatons que ces types d'erreurs appartiennent presque à tous les niveaux de notre typologie d'erreurs (cf. le tableau IV.4). Ces niveaux sont partiellement

travaillés et certains n'ont pas fait l'objet d'étude ou ont été implicitement travaillés dans les cours du F_c, comme HM, TD et DR.

1.2. Analyse a posteriori

Dans cette section, nous nous contentons d'analyser deux éléments dans la séance : les erreurs des élèves et leurs origines ; la réaction du stagiaire. Ces analyses nous permettront, en fin de compte, de nous focaliser sur les effets potentiels de la formation sur les choix du stagiaire pour traiter ces erreurs.

1.2.1. Erreurs et origines

Nous avons repéré sept types d'erreurs lors de l'analyse *a priori* (HM, NEC, AU, DNA, DR et TD, EO). Or, ces erreurs n'apparaîtraient pas toutes dans la séance. De ce fait, nous nous contentons d'étudier juste les erreurs commises. En effet, nous mettons en évidence sur les erreurs suivantes : le manque de précision dans l'énoncé ou le problème de mémorisation peuvent induire en erreur appartenant à la catégorie hors mathématiques (HM) ; les contraintes d'une notion qui sont dues à un dispositif réduit (DR) comme la contrainte de triangularité pour pouvoir appliquer la trigonométrie dans le programme de collège ; la transition difficile (TD) entre arithmétique et algèbre peut se cacher derrière certaines erreurs.

1.2.1.1. Hors mathématiques (HM)

La mauvaise compréhension de la consigne de la part de l'élève le conduit à mesurer la longueur du côté [AB] à la place du [BC] dans l'exercice 1.

- 20 Louise : je mets C là.
- 21 P : ok très bien. Donc, tu places le point c là et le segment [AC] fait 5cm.
- 22 Louise : on trace le segment [BC]. Puis, comment je dirai.....
- 23 P : alors, on mesure la longueur du segment [BC], on trouve combien ?
- 24 Louise : moi, j'ai eu 13 parce qu'avec le compas, je ne sais plus comment j'ai fait
- 25 P : non, on a un cercle du rayon 6,5. Donc semblablement le segment [AO] est un rayon. Qu'est-ce que on peut dire de [OB]
- 26 Louise : il fait 6,5
- 27 P : il fait 6,5 et aussi c'est un rayon. 6,5 cm. C'est ce que je voulais te demander dans cet exercice c'était dans un premier temps de mesurer. Là, tu prends ta règle et tu mesures. Émilie, tu as trouvé combien ?
- 28 Émilie : 12.

Aussi, les élèves en difficulté manifestent un problème de mémorisation, notamment des formules. Cela émerge bel et bien dans l'exercice 2 :

- 92 P : par exemple le Cosinus. Si je te dis par exemple qu'on a un triangle qui est rectangle. On te demande de calculer la mesure de cet angle. Je te donne un petit indice, on va se servir de cosinus. C'est quoi exactement la définition de cosinus ? par exemple on appelle ce triangle ABC, on prend le cosinus de l'angle B, c'est quoi la définition de cosinus. (Rappel et aides)
- 93 Louise : c'est hypoténuse sur cosinus ou cosinus sur hypoténuse. (Mauvaise formule)
- 94 P : c'est ?
- 95 Louise : c'est hypoténuse
- 96 P : c'est ...
- 97 Louise : non coté adjacent sur, oh je ne sais plus.
- 98 P : mais si tu es en train de le dire. (faire motiver)
- 99 Louise : côté adjacent sur je ne sais pas moi.
- 100 P : Émilie !
- 101 Émilie : oui.
- 102 P : c'est quoi la définition de cosinus ?
- 103 Émilie : je ne sais pas.
- 104 Louise : tu le mets sur quoi ?
- 105 Émilie : sur hypoténuse.
- 106 P : en toutes façons on n'a pas vu 36 choses hein. On a vu de côté adjacent d'un angle et l'hypoténuse d'un triangle rectangle. C'est la longueur de côté adjacent de \hat{B} divisée par l'hypoténuse, la longueur de l'hypoténuse de triangle ABC. D'accord, je vous écoute.

1.2.1.2. Dispositif réduit (DR)

Dans la série d'exercices sur le cosinus, le stagiaire leur avait proposé au départ un triangle rectangle avec les mesures de côtés, il leur avait demandé de calculer la mesure de l'angle. Ensuite, il a proposé le même type d'exercice sans signaler le type de triangle et les élèves ont immédiatement utilisé la formule de cosinus sans se rendre compte de sa rectangularité. Comme les triangles précédents étaient rectangles, les élèves ne cherchent pas à vérifier les contraintes de la notion de cosinus, c'est à cause du dispositif d'enseignement réduit (DR) où les enseignants n'insistent pas assez cette contrainte. Voici un extrait :

120 P : Normalement vous n'avez absolument aucun problème à faire cet exercice.



121 Es : c'est pareil que tout à l'heure.

122 P : c'est-à-dire. Il y a quelque chose qui me cingle un peu dans cette figure.

123 Émilie : il vaut rectangle.

124 P : déjà, on n'a pas dit que c'est un triangle rectangle. Effectivement, ici je ne peux pas utiliser le cosinus. Il signale un angle droit avec un changement.



1.2.1.3. Transition difficile (TD) ou Notion en état de construction (NEC)

Les réponses des élèves à l'exercice 6 (voir annexe 2) contiennent de nombreuses erreurs. Voici un extrait de A :

219 Louise : on additionne les termes x

220 P : très bien.

221 Louise : et les termes qui n'ont pas de x

222 P : qui sont là et là et la réponse c'est ?

223 Louise : $x^2 + 4$.

224 P : $x^2 + 4$. Tu es d'accord Émilie ?

225 Émilie : oui.

Ici l'élève fait une erreur de généralisation abusive due à une transition difficile entre arithmétique et algèbre ou même entre les notions algébriques (le carré d'une somme et d'un produit), elle fait $x+x$ comme si c'était $x \times x$.

Dans cet exercice, notamment le petit B, l'origine qui peut expliquer ce type d'erreur est aussi la généralisation abusive de la réponse donnée dans le petit A. Par exemple, les élèves ont calculé A et ont trouvé $2x+4$, puis, comme ce n'est que l'opération qui a changé entre les deux parenthèses $(x+1) - (x+3)$, ils font $2x-4$. Ainsi, la notion est en état de construction (NEC), cette catégorie peut être également derrière ces erreurs. Voici un extrait de B :

- 239 P : soustraction, on a $(x+1) - (x+3)$. Allez, je vous écoute.
240 Émilie : on enlève les parenthèses.
241 P : on enlève les parenthèses, comment on fait ?
242 Émilie : on change le signe de la deuxième parenthèse parce qu'il y a un (-)
243 P : très bien. On va supprimer le moins qui est là et les parenthèses qui sont ici et là on a $+x +3$ qui se changent en $-x -3$. Je vous écoute.
244 Émilie : c'est la même chose que tout à l'heure.
245 P : donc.
246 Émilie : $2x -4$

Après avoir présenté les différents types d'erreurs commises par les élèves, nous étudions, dans les paragraphes suivants, la réaction ou l'intervention du stagiaire face à ces erreurs, et plus particulièrement, les stratégies qu'il met en œuvre pour les traiter.

1.2.2. Intervention du stagiaire face aux erreurs

Nous commençons par résumer l'intervention du stagiaire. Elle se scinde en quatre groupes : la « retouche » de la consigne, c'est une sorte de reformulation de la tâche prescrite $R(tp)$, c'est également une intervention directe (N°1, cf. le tableau IV.4) qui appartient aux stratégies d'institutionnalisation primitive $S(IP)$; la stimulation de la mémoire des élèves pour trouver la bonne formule, autrement dit faire des étapes intermédiaires (stratégie de travail de l'erreur N°18) qui s'inscrit dans l'approche des stratégies dites didactiques $S(D)$; la prise au piège lorsque l'enseignant donne de l'importance aux contraintes, ce que Portugais appelle l'introduction d'une tâche impossible (stratégie N°22) qui rejoint les stratégies A-didactiques $S(AD)$; la concrétisation ou la contextualisation dans le but de passer de l'abstrait au concret, cette intervention correspond à la stratégie N°5 qui appartient aux stratégies de remédiation $S(R)$. Là, nous constatons que le stagiaire mobilise quatre stratégies différentes pour traiter les erreurs commises. Une seule de ces stratégies $S(R)$ a été travaillée dans les cours de formation. Dans les paragraphes suivants nous les détaillons.

Dans le premier type d'erreur (HM), celui de la mauvaise compréhension de la consigne présentée dans le premier exercice, l'intervention de l'enseignant s'est intéressée à la lecture de la consigne par l'élève et à la vérification de sa compréhension, en lui faisant verbaliser les éléments importants de l'énoncé. Le stagiaire n'a donc qu'une hypothèse en tête : celle de la mauvaise compréhension de la consigne, c'est pourquoi il s'est focalisé sur la relecture de la consigne en premier et a vérifié les éléments de la consigne. Comme il juge que l'erreur est massive, il essaie de reformuler la tâche prescrite $R(tp)$. Concernant la difficulté de mémorisation de la formule de cosinus, le professeur essayait de la faire verbaliser par les élèves en faisant des phrases à trous. Il s'agit d'une étape intermédiaire pour que les élèves réussissent, c'est donc un élément des stratégies didactiques $S(D)$, notamment celui

de N°18. Or, il ne garantit en rien que les élèves se rappellent la formule deux ou trois jours plus tard alors que l'effet de la mémoire de travail se minimise. Se souvenir de cette formule est un vrai « casse-tête » même pour les bons élèves, c'est pourquoi, certains enseignants experts recourent à des astuces mnémotechniques comme celle-ci :



Comme le stagiaire en question n'est qu'un professeur novice, nous ne pensons pas qu'il ait cette astuce. Sachant que cette dernière n'est pas non plus simple à retenir parce qu'il ne s'agit pas d'un mot ou d'une phrase significative. L'enseignant a mis en œuvre une stratégie d'enseignement d'auto questionnement (Bissonnette et al., 2010) afin d'orienter les élèves petit à petit vers les bonnes formules. Or, cette stratégie n'a pas été travaillée lors de la formation.

D'ailleurs, le stagiaire profite du moindre lapsus des élèves pour rappeler une définition ou une propriété, là, il s'appuie sur une stratégie de retour à la source (N°3) qui appartient aux stratégies de remédiation S(R) comme le montre l'extrait suivant :

- 107 Louise : bah 5 sur 4 ... non 4 sur 5.
- 108 P : pourquoi ce n'est pas 5 sur 4 ? (vérification)
- 109 Louise : parce que l'hypoténuse est le côté le plus longue.
- 110 P : là de toute façon, l'hypoténuse est le coté le plus long et il est au dénominateur et cela explique pourquoi le cosinus est compris entre 0 et 1. C'est bon ?
- 111 Louise : oui

C'est une sorte de retour à la source de l'erreur S(R) dont le formateur a parlé et insisté tout au long de la séance consacrée aux erreurs des élèves. Il nous semble que cette stratégie ou démarche est importante dans les cours du stagiaire. En outre, l'enseignant ne néglige aucun cas dans l'étude de la trigonométrie (calcul de la mesure

d'un angle, d'un côté adjacent, d'un côté opposé et de l'hypoténuse). Or, il étudie chaque cas à part. Cela nous amène à dire que l'enseignant suit les stratégies d'enseignement direct ou explicite qui favorisent davantage la performance des élèves en difficulté selon les chercheurs canadiens. Bien que la formation suivie par ce stagiaire n'ait pas mis en évidence les éléments des différentes stratégies d'enseignement, les traces de ces stratégies comme celles d'enseignement direct, d'auto questionnement s'émergent dans les cours du stagiaire.

Nous enchainons avec le deuxième type d'erreur (DR) qui porte sur la non maîtrise des contraintes dans telle ou telle notion. L'enseignant a consciencieusement amené les élèves à tomber dans un piège en leur proposant plusieurs exercices sur le calcul de la mesure d'un angle dans un triangle rectangle (utilisation de la formule de cosinus ou sinus) avant d'introduire un dernier exercice de même type en donnant toutes les mesures nécessaires pour calculer le sinus ou cosinus mais sans parler d'un angle droit ou d'un triangle rectangle. Cela veut dire que le stagiaire valorise le statut de l'erreur pour faire apprendre aux élèves. Or, il n'était pas en mesure de savoir quelle origine se cache derrière cette erreur (un post-entretien mené avec le stagiaire nous a permis de déduire un tel résultat, voir annexe 2). De fait, pour résoudre un problème, les élèves mobilisent la dernière notion étudiée. C'est une sorte d'erreur type généralisation abusive induite par le dispositif d'enseignement (à chaque fois on emploie la dernière notion abordée). Cette erreur permet au stagiaire de rappeler aux élèves les contraintes exigées pour pouvoir utiliser les formules du cosinus. Sachant que cette stratégie n'a été utilisée que dans cette séance. Il s'agit d'une stratégie bien développée dans l'échelle du modèle théorique de Portugais, notamment le N°22, une sorte de stratégies a-didactiques S(AD).

Enfin, lors de troisième type d'erreur relatif à la transition difficile (TD), le futur enseignant peine à concrétiser (changer de cadre : passer de l'abstrait au concret) ou contextualiser la situation parce qu'il se rend compte de la difficulté que peut apporter le passage de l'arithmétique à l'algèbre :

239 P : soustraction, on a $(x+1) - (x+3)$. Allez, je vous écoute.

240 Émilie : on enlève les parenthèses.

241 P : on enlève les parenthèses, comment on fait ?

242 Émilie : on change le signe de la deuxième parenthèse parce qu'il y a un (-)

243 P : très bien. On va supprimer le moins qui est là et les parenthèses qui sont ici et là on a $+x +3$ qui se changent en $-x -3$. Je vous écoute.

244 Émilie : c'est la même chose que tout à l'heure.

245 P : donc.

247 P : quels termes tu mets ensemble ?

248 Émilie : le terme de x et qui n'a pas de x.

249 Louise : $2x - 4$.

250 P : x moins x

251 Louise : ça fais $-x$

252 Émilie : ça fait $-x$

253 P : vous remplacez x par stylo. Vous avez un stylo, j'en prends un

254 Louise : zéro.

L'enseignant n'a pas trouvé l'origine de cette erreur ou n'a pas compris la réflexion des élèves. Il a donc repris la procédure à l'étape précédant l'erreur ($x+1 - x-1$). De plus, ils font une autre erreur ($x-x = -x$), c'est un autre type d'erreur qui relève de la catégorie nommée éléments ostensifs (EO) où l'élève interprète le premier terme par $(0x)$ et le second par $(-1x)$. Là, il fait l'effort pour simplifier l'exercice. En tous cas, la règle générale dans l'apprentissage est de s'appuyer sur le connu pour apprendre l'inconnu. Malgré la concrétisation de l'exercice par le professeur l'erreur persiste et se répète deux minutes plus tard, ce qui oblige l'enseignant à reconcrétiser la situation. Une fois que la situation est concrétisée, les élèves réussissent facilement. Mais concrétiser peut parfois être une sorte de dénaturalisation (Grugeon, 2008) de la notion de calcul algébrique. À cet égard, il nous semble que le stagiaire n'est pas au courant de la difficile transition entre arithmétique élémentaire et algèbre. Dans cette intervention, l'enseignant fait appel à la manipulation des objets (N°5) qui remplacent la situation d'abstraction (lettres). Il s'agit de stratégies de remédiation S(R) selon le tableau IV.4.

Par ailleurs, quand le professeur réagit de la même manière face à des erreurs de même type, cela pourrait prouver qu'il n'improvise pas et qu'il se comporte d'une manière réfléchie et « préconçue ». Pour étudier l'efficacité de cette remédiation et sa présence dans une situation semblable, nous sommes amené à voir les réactions de l'enseignant dans des situations semblables.

Avant de nous pencher sur les effets potentiels de la formation sur les choix du stagiaire, nous approfondissons notre étude en analysant un cours dans lequel le professeur en question est en face d'une classe entière et non seulement devant deux élèves (le cas de la séance d'aide personnalisée). Les contraintes se multiplient lors de la classe entière et jouent un rôle non négligeable dans la prise des décisions. De ce fait, nous consacrons un temps supplémentaire à l'analyse d'un cours avec tous les élèves (avec et sans difficulté) et essayons de croiser ces analyses avec les précédentes.

2. Analyses plus poussées de pratiques du stagiaire

2.1. Croisement des analyses *a priori* et *a posteriori*

Avant d'étudier le cours, nous nous intéressons à l'autre séance d'aide personnalisée que nous avons également filmée et transcrite afin de faire une comparaison et par la suite de comprendre la logique de l'enseignant et de ses enseignements. De fait, dans la seconde séance (voir annexe 2), le stagiaire procède de la même manière que dans la première séance analysée plus haut. Il travaille avec les élèves étape par étape, il essaie de décomposer la tâche en sous tâches dans le but de la simplifier pour que les élèves réussissent facilement. Dans ce cas, il s'inscrit dans deux stratégies différentes qui appartiennent à deux approches différentes : décomposer ($N^{\circ}17 \in S(D)$) et simplifier la tâche ($N^{\circ}6 \in S(R)$) (cf. le tableau IV.4). D'ailleurs, il tente d'institutionnaliser ou de faire, si on peut le dire, une « institutionnalisation formative » à la fin de chaque exercice. Par exemple, lors du travail sur la vitesse moyenne, il a décortiqué toutes les formules découlant de celle de la vitesse ($v = \frac{d}{t}$; $t = \frac{d}{v}$; $d = v.t$) (voir annexe 2 séance 2).

Ainsi, en croisant l'analyse de ces deux séances, nous pouvons conclure que le stagiaire « jongle » entre deux « boîtes à outils » pour élaborer sa pratique :

- Celle du modèle béhavioriste où il s'appuie sur les stratégies d'enseignement d'auto questionnement (il amène les élèves vers l'objectif attendu en leur proposant des questions intermédiaires) :
 - 131 Valentin : on additionne ?
 - 132 Amaury : en ligne
 - 133 P : non.
 - 134 Valentin : on divise ?
 - 135 P : il nous reste qu'on...
 - 136 Valentin : on multiplie.
 - 137 P : on multiplie quoi ?
 - 138 Amaury : par d
- Celle d'enseignement direct ou explicite en leur donnant directement la réponse :

- 86 Valentin : oui, voilà donc la mesure des trois angles d'un triangle.
87 P : la somme. Bah oui, parce que tu additionnes la mesure des angles.
88 Valentin : la somme des trois angles d'un triangle.
89 P : des mesures des angles plutôt. Des angles !
90 Valentin : ça veut dire est égale à 180°
91 P : d'un triangle voilà. Parce que si tu fais ça dans un carré, tu va avoir un petit problème parce que tous les angles sont droits $90+90+90+90$ ça fait ?

Aucune de ces deux stratégies n'ont pas été valorisées dans la formation. Le stagiaire a plutôt tendance à mobiliser deux approches de stratégies : celles de remédiation S(R) et celles didactiques S(D) comme nous les avons vues plus haut. Certains éléments d'autres stratégies interviennent de temps en temps mais ils ne sont pas dominants ou peu présents dans les séances d'aide personnalisée.

Pour analyser le cours, nous procédons pareillement avec les deux séances que nous venons d'étudier plus haut. Or, nous abordons brièvement l'analyse *a priori* et *a posteriori* et nous donnons la priorité au croisement de l'analyse de ce cours avec ce que nous avons décrit plus haut. En effet, à travers le croisement des analyses *a priori* et *a posteriori*, nous nous intéressons prioritairement aux régularités et aux variabilités de la pratique de ce stagiaire.

Il ne s'agit pas vraiment d'un cours en vue d'acquérir un nouveau savoir, mais plutôt d'exercices de réinvestissement au nombre de deux. Ces derniers n'appartiennent pas au même domaine (grandeurs et mesures : vitesse moyenne (cf. exercice 1) ; géométrie et espace (cf. exercice 2))

Exercice 1
Avec mon vélo, j'ai roulé 30 minutes à 30km/h puis 30 minutes à 10km/h.
Quelle a été ma vitesse moyenne ?
Avec mon vélo, j'ai roulé 30 km à 30km/h puis 30 km à 10km/h.
Quelle a été ma vitesse moyenne ?

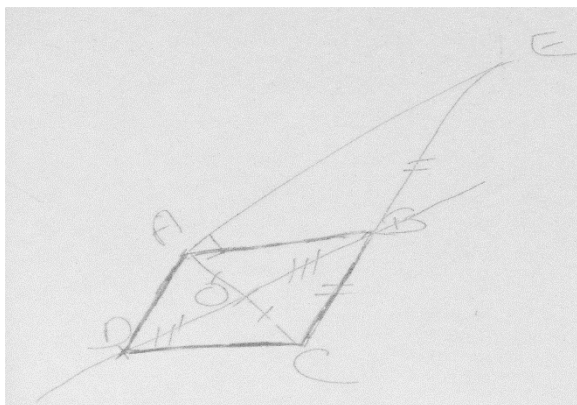
Exercice 2
Soit ACE un triangle rectangle en A tel que $AE = 12$ cm et $AC = 3,5$ cm. Soient B le milieu de [CE] et O le milieu de [CA]. On construit D, le symétrique de B par rapport à O.
Faire une figure à main levée.
Quel est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.
Calculer le périmètre de ABCD et la longueur BD.
En déduire la nature du quadrilatère AEBD. Justifier la réponse.

Le type d'erreur prévisible dans le premier exercice ci-dessus, qui ressemble à celui de l'exercice de cosinus dans la première séance d'aide personnalisée, est une erreur de formule due à un problème de mémorisation. C'est un type d'erreur de niveau hors mathématiques (HM). Dans cet exercice, nous pouvons également constater un autre type d'erreur dû à la transition difficile (TD) ou généralisation de la moyenne arithmétique à la vitesse moyenne. En effet, lorsque les élèves entendent le mot « moyenne », la première chose qui leur vient à l'esprit : c'est une somme de

deux chiffres divisés par 2. Alors, ils confondent la vitesse moyenne et la « moyenne des vitesses ».

Ensuite, dans l'exercice 2 ci-avant, nous pouvons prévoir plusieurs erreurs :

- La non maîtrise de la notion de symétrie centrale peut conduire les élèves à dessiner la mauvaise figure, c'est une erreur de type défaut dans une connaissance antérieure (DCA) ;
- La « complexité » de la figure pour certains élèves ou la surcharge des données sur la figure qui peut empêcher les élèves de déterminer la nature des quadrilatères, voir la figure ci-après. Là, plusieurs types d'erreurs peuvent intervenir.
- La confusion entre périmètre et aire qui est une erreur fréquente chez certains élèves même ceux qui ne sont pas en difficulté, est un type d'erreur dû à un problème de mémorisation (HM).



Nous passons maintenant à l'analyse *a posteriori*. En nous focalisant sur les deux exercices proposés, en cas d'erreur, le stagiaire intervient directement et en personne, corrige l'erreur et finit par une explication détaillée. Il est rare qu'il s'adresse aux autres élèves en leur demandant d'intervenir ou de proposer une remédiation. Ce sont plutôt des stratégies d'institutionnalisation primitive S(IP) (cf. le tableau IV.4) qui interviennent dans ce cas. Ce n'était pas le cas lors de deux séances d'aide personnalisée. Il n'y avait que deux élèves et le stagiaire avait assez du temps, c'est pourquoi il est allé chercher ou bien tester d'autres stratégies.

41 Mickael : 15 km divisé par 60, ah, 20 km divisé par 60 mn.

42 P : dans ce cas-là, tu voudrais la vitesse en km par minutes. Souvent km/h on divise par une heure. Donc, on utilise la formule qui nous dit la vitesse c'est la distance divisée par le temps. La vitesse est en km/h donc la distance est en km et le temps est en heures. Distance on a 20 km, le nombre d'heure c'est une heure donc $20/1$ c'est la vitesse moyenne. De la même manière vous faites la deuxième également. Est-ce qu'il y a des questions ici ? Maintenant, on fait celui-ci.

Ainsi, il nous a confirmé cette remarque lors de l'entretien :

Chercheur : est-ce qu'il y a un type d'erreurs que tu laisses passer sans corriger ?

Professeur : en règle général pas trop. La plupart de temps c'est moi qui les corrige, c'est un défaut que j'ai. Mais je ne les laisse pas passer ou c'est moi qui ne l'ai pas vue. C'est possible, honnêtement, je ne dis pas que c'est impossible, je ne laisse pas passer sans faire exprès.

C'est également une question de gestion de classe, les enseignants novices minimisent les interventions des élèves pour pouvoir installer la paix scolaire dans la classe (Pézard, Butlen, & Huraux-Masselot, 2012). Dans le même contexte, ils s'empêchent d'adopter des stratégies d'enseignement réciproque favorisant l'apprentissage et la performance des élèves en difficulté et qui sont recommandées par certains travaux de recherche.

Chercheur : comment corrige-t-on une erreur ?

Professeur : ce qui est intéressant d'autant préférable que soient les élèves qui corrigent les autres élèves parce que déjà ils comprennent, fin, l'élève qui s'est trompé comprend que ce n'est pas insurmontable pour le faire parce qu'un autre élève a réussi. Et ça se passe peut-être mieux avec des mots d'enfants.

Il sait qu'il est important que les élèves participent à la remédiation des erreurs des autres élèves. Or, il ne sait pas comment mettre en œuvre ce type de stratégies. De ce fait, il nous semble qu'il n'a pas reçu de formation favorisant l'intégration de telles stratégies. Ce qui peut prouver ce constat est l'analyse *a posteriori* que nous avons faite, elle montre que le formateur s'appuie surtout sur les stratégies de remédiation S(R), notamment dans ses cours avec certains éléments d'autres stratégies.

Dans le cours comme dans les autres séances observées, le modèle d'apprentissage mis en œuvre par le stagiaire est plus au moins stable. Il s'agit du modèle béhavioriste pour transmettre le savoir aux élèves ou pour traiter une erreur. Il se sert des petites questions pour étayer. Autrement dit, il s'agit des stratégies d'enseignement d'auto questionnement (Bissonnette et al., 2010). L'extrait ci-contre montre la démarche suivie par l'enseignant pour conduire les élèves au bon argument:

93 Mickaël : comme c'est un angle droit, AC c'est forcément droit donc c'est perpendiculaire à DB, non ?

94 P : pas forcément. Il y a une raison ici. ... Qu'est-ce qu'on sait sur le point B ?

95 E : c'est le milieu de [EC].

96 P : qu'est-ce qu'on sait du point O ?

97 E : c'est le milieu de [OC], non, [AC].

98 P : ça ne vous rappelle rien ! d'une hypothèse ?

99 E : ... inaudible.

100 P : parlez très fort.

101 E : le théorème de la droite des milieux.

102 P : qu'est-ce que nous dit le théorème de la droite des milieux ? il dit deux choses.

103 Mickaël : il y a une égalité des rapports

104 P : c'est la généralisation.

2.2. Régularités et variabilités ou perturbations dans la pratique du stagiaire

2.2.1. Certaines régularités potentielles

La pratique du stagiaire nous semble avoir certaines régularités. Par exemple, lors du traitement de la question de vitesse moyenne dans la séance d'aide personnalisée et dans le cours, l'enseignant suit les stratégies d'auto questionnement (Bissonnette et al., 2010). Il tente de faire verbaliser les élèves en leur proposant des allusions verbales sous forme de phrases à trous et de questions en vue de simplifier la tâche (N°6). C'est une sorte de stratégie de remédiation S(R). Puis, il essaie de les orienter vers la procédure attendue et par la suite vers la bonne réponse :

- 9 P : vous constatez que les deux questions sont à peu près les mêmes. Allez à vous de jouer.
- 10 P : on se rappelle, qu'est-ce qu'on a dit hier ?
Comment on peut calculer une vitesse ? Quelle est la formule qui permet de calculer la vitesse ?
- 11 E : distance divisée par temps $v = \frac{d}{t}$
- 12 P : très bien.

D'ailleurs, dans l'exercice 2, Mickaël n'a pas pu expliquer pourquoi les diagonales sont perpendiculaires. L'enseignant l'amène donc petit à petit en faisant des étapes intermédiaires (N°18) S(D) afin de donner le bon argument. Alors que le formateur F_c valorisait le retour à la source ou réexpliquait les bases, une sorte de stratégie de remédiation S(R) pour traiter les erreurs des élèves, ici, le stagiaire met en œuvre une stratégie non travaillée en formation.

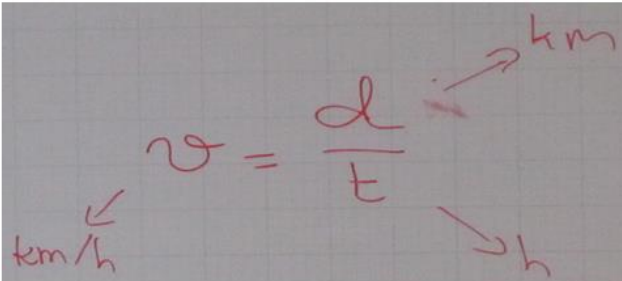
Les inconvénients du modèle béhavioriste ou des stratégies d'auto questionnement peuvent se traduire par le fait que les élèves se trompent facilement lorsque l'enseignant se retire un moment du côté de l'élève (Astolfi, 1997). Dans ce modèle, l'enseignant n'arrête pas d'étayer. Ainsi, l'enseignant opte pour une institutionnalisation formative ou une synthèse derrière chaque exercice, afin que les élèves n'oublient pas et se souviennent des techniques abordées.

L'erreur est corrigée par l'enseignant. Ainsi, les stratégies d'enseignement réciproque sont loin d'être adoptées par le stagiaire faute de maîtrise de la classe. On a affaire à une correction par étapes et par répétition, s'appuyant sur le principe de : « la répétition fixe la notion ».

2.2.2. Variabilités

La pratique du stagiaire ne manque pas de variabilités. En effet, nous constatons qu'il y a un changement dans les stratégies de l'enseignant. Par exemple, il a explicitement proposé une astuce mnémotechnique (les unités vérifient la disposition des lettres dans la formule) pour que les élèves se rappellent la formule de la vitesse moyenne, ce qui n'était pas exactement le cas lors de la séance d'aide personnalisée, malgré la difficulté qu'ont montré les élèves.

14


$$v = \frac{d}{t}$$

Handwritten annotations: 'km/h' with an arrow pointing to 'v', 'km' with an arrow pointing to 'd', and 'h' with an arrow pointing to 't'.

- 15 P : un moyen technique pour s'en rappeler. La vitesse, on peut l'exprimer en km/h et la distance en km et le temps en heures. Le slash ici c'est bien pour présenter une barre de fraction.

Dans le même contexte, la question de confusion entre la vitesse moyenne et la moyenne des vitesses a explicitement été posée lors de la séance d'aide personnalisée. Or, l'enseignant a ignoré cette confusion malgré son importance. Il suffisait de proposer un contre-exemple pour éviter le malentendu prévisible. Extrait de la séance 2 d'aide personnalisée :

- 229 Amaury : ça serait en fait de se dire qu'en 2 heures on fait 20 km en 10km/h et en une heure 20 km, ça ne peut pas être la moitié, ça ne peut pas être 15 ?
230 P : pourquoi 15 ?
231 Amaury : parce qu'on a roulé une heure à 20 km et deux heures à 10km.
232 P : en fait ça revient à ce qu'on avait dit dans le chapitre précédent.
233 Amaury : ça peut être entre 10 et 15
234 P : non.
235 Amaury : 12,5
236 P : non, c'est pareil. Ici, soit vous le voyez comme une moyenne pondérée (chapitre précédent), c'est-à-dire qu'on a 10 km/h et coefficienté par 2h, on fait 2h à 10 km/h, 10 coefficient 2 et 20 coefficient 1 ou alors vous allez calculer, vous avez fait 40 km pendant 3 heures, 40 km en 3 h ça fait combien de km/h ? je pense que tu aurais besoin d'une calculatrice.

À la différence de ce qui s'est passé lors de la première séance où le stagiaire a réussi à concrétiser et/ou contextualiser la situation dans l'exercice de calcul littéral, ici, la notion de vitesse moyenne n'a pu être concrétisée. De ce fait, une élève s'est donc retrouvée devant un obstacle insurmontable. Dans ce contexte, nous nous apercevons également que cet exercice a perturbé certains élèves à tel point qu'ils signalent leur incompréhension auprès de l'enseignant.

- 21 E : comme on a roulé 30mn c'est la moitié d'une heure donc la moitié de 30 km c'est 15 km. Donc, on a roulé 15km pour la première fois et 5 km pour la deuxième fois.
- 22 P : très bien. On a roulé une demi-heure à 30 km/h. donc, nécessairement si on fait une heure on fait 30 km, on a roulé deux fois moins le temps donc on a fait deux fois moins de km. Dans la première phase, ici, on roulé 15km. Est-ce que ça va pour tout le monde ?
- 23 Es : non.

L'explication de l'élève était simple et à la portée des élèves. L'enseignant a tenté de réexpliquer la solution avec d'autres mots. il a remplacé le vocabulaire « moitié » par « deux fois moins » et a pris le calcul dans l'autre sens (en une heure on fait 30km au lieu de 15km en demi-heure). Malgré cela, certains élèves n'ont pas compris. À ce moment-là, le stagiaire change complètement de méthode, c'est pourquoi il fait référence à la notion de proportionnalité dont la notion de vitesse moyenne fait partie. Il s'agit d'une « séquence corrective » (N°10) en s'appuyant sur une « notion voisine », une sorte de stratégies de remédiation S(R).

- 26 P : pour une heure on a fait 30 km, on va avoir le temps t et pour avoir la distance d

t	1h = 60 min	30 min
d	30	

- 27
- 28 P : On sait que c'est proportionnel donc, ici, j'ai 60 mn et là 30 mn quelle est la distance que j'ai parcourue ?
- 29 Es : 15.

Normalement, les élèves ont du mal à s'habituer au domaine de grandeurs et mesures. Par exemple, une élève qui s'appelle Emma pense que km/h est un « bloc » comme les autres unités (cm³, cL, etc.), c'est pourquoi elle ne comprend pas pourquoi le professeur fait la séparation entre « km » et « h » : « pour une heure on a fait 30km ». De plus, il a fait entrer la conversion en minute et la notion de proportionnalité qui, à son tour, a compliqué la situation. D'où la perturbation de cette élève :

- 42 P : dans ce cas-là, tu voudrais la vitesse en km par minutes. Souvent km/h on divise par une heure. Donc, on utilise la formule qui nous dit la vitesse c'est la distance divisée par le temps. La vitesse est en km/h donc la distance est en km et le temps est en heures. Distance on a 20 km, le nombre d'heure c'est une heure donc $20/1$ c'est la vitesse moyenne. De la même manière vous faites la deuxième également. Est-ce qu'il y a des questions ici ? Maintenant, on fait celui-ci.
- 43 Emma : je n'ai pas compris.
- 44 P : les autres, vous continuez. Emma, tu es d'accord que là, on a roulé une demi-heure, une demi-heure ?
- 45 Emma : oui
- 46 P : bah oui, ça c'est le plus simple. On a calculé que pendant cette période-là de 30mn, on a fait 15 km, comment on a fait ? on a dit, en une heure je fais 30 km donc en une demi-heure je ferai la moitié de 30 km et ça fait 15 km. D'accord ? en deux fois moins de temps qu'une heure ça fait la moitié de 30 km, 30 divisé par 2 ça fait 15 km. De la même manière ici, je roule une demi-heure à 10km/h, si j'avais roulé une heure je fais 10 km, je ne roule qu'une demi-heure, j'ai fait deux fois moins de km et ça fait 5. D'accord ? au total, j'ai fait $15 + 5 = 20$ km, j'ai fais 20 km en une heure donc 20 km/h en moyenne.

Nous constatons que la moitié de la classe porte attention à la ré-explication de l'enseignant, cela peut signifier qu'il y a une bonne partie des élèves qui n'a pas encore compris la procédure de solution. En outre, le stagiaire a repris ses phrases et ses mots pour réexpliquer la démarche en vue de trouver la distance parcourue. Autrement dit, si un élève ne comprend pas la démarche ou l'explication de l'enseignant, cela peut venir d'une difficulté ou d'une ambiguïté dans une étape de la démarche et pas toute la démarche qui poserait un problème. La reprise complète de la démarche en tant que telle ne pourrait pas venir en aide à cette élève. Ainsi, changer complètement de méthode, puis reprendre la méthode de départ peut traduire le fait que l'enseignant a du mal à mettre en évidence l'origine de ce problème et par la suite à trouver la bonne explication (mobilisation ou schématisation). Nous voyons que le problème persiste à travers ce passage :

- 48 Mickael : comme la première fois, il a fait 30 km à 30 km/h, ça a duré une heure.
- 49 P : il y a 30 km à 30 km/h, ça a pris combien de temps ? bah ça a pris une heure.
- 50 Mickael : et la deuxième fois, il a fait 30 km à 10 km/h, ça veut dire 3 heures.
- 51 P : en une heure, il fait 10 km, en 2 heures, il aura fait 20 km et en 3 heures, il aura fait 30 km. Donc, ici, il faut une heure pour faire 30 km (premier cas) et ici il faudra 3 heures.
- 52 E : c'est bizarre.

Il était plus clair aux yeux de l'enseignant lors du calcul littéral de concrétiser la situation. Or, ici, il a du mal à s'en servir. Ce passage présente une perturbation chez le stagiaire.

Enfin, les choix stratégiques du stagiaire tendent prioritairement vers les deux premières approches de stratégies d'institutionnalisation S(IP) et remédiation S(R). Toutefois, il peut emprunter occasionnellement un ou des éléments aux deux dernières stratégies didactiques S(D) ou a-didactiques S(AD) sans que nous ne comprenions son choix comme dans l'exercice de la trigonométrie dans un triangle non rectangle.

3. Les effets potentiels de la formation sur les choix du stagiaire

Nous essayons d'aborder plusieurs points dans cette section dans le but de mettre en lumière les éléments qui influencent les choix ou les pratiques du stagiaire. Nous commençons par une analyse plus fine des réponses du stagiaire à notre questionnaire. Enfin, nous voudrions identifier certains effets potentiels.

3.1. Analyse fine des réponses du stagiaire au questionnaire

Avant de nous plonger directement dans les effets de formation sur les choix ou les pratiques du stagiaire observé et filmé en classe, nous nous penchons sur l'analyse fine des réponses du stagiaire au questionnaire que nous avons diffusé au moment de notre observation des cours de formation du Fc. Cette analyse a pour objet de cerner l'idée principale et la vision du stagiaire sur la question de l'erreur au cours de la formation.

En répondant à la question : *quelles sont les origines d'une erreur ?* le stagiaire se réfère à une seule origine, celle d'une mauvaise compréhension. Toutefois, le modèle d'apprentissage mis en œuvre par le stagiaire, celui du béhaviorisme, responsabilise l'enseignant lorsque l'élève est induit en erreur. C'est pourquoi, il nous semble que le futur enseignant ne se soucie pas de chercher pourquoi elle persiste chez l'élève, il change directement de méthode ou il revient au cours (N°3) S(R) :

Pouvez-vous donner des exemples ?

... l'élève calculait " $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ ", après mon intervention (je lui...
rappelais les leçons) elle avait compris.....

Ce choix du stagiaire peut être justifié par le fait que le formateur ne cesse de parler de remonter à la source S(R), aux notions de base derrière cette erreur pour corriger l'erreur ou pour ne plus la refaire.

Traiter l'erreur signifie corriger pour le stagiaire. Si nous lui demandons de schématiser « sa correction », il manque une étape importante, celle de l'interprétation de l'erreur.

4. Comment traite-t-on l'erreur de l'élève ?

Corrections

- D'après vous, à quoi sert le traitement de l'erreur ? pourquoi corrige-t-on l'erreur ?

Pour ne pas laisser l'élève dans le faux

- D'après vous, qu'est-ce qu'il faut faire pour traiter l'erreur ? quelles étapes suit-on pour la traiter ?

Évaluation formative → erreur détectée → intervention du professeur

évaluation formative ou sommative

Ce qui pourrait appuyer notre hypothèse est que le stagiaire ne se soucie pas d'identifier les origines des erreurs et qu'il passe au changement de méthode ou de technique dans le but de simplifier la tâche. Cela nous amène à dire que les trois écoutes mentionnées dans la conception de PCK, notamment l'écoute interprétative ne relevaient pas d'une formation qu'il a reçue. En outre, son écoute génératrice se contente de changer de méthode ou de remonter jusqu'à la leçon.

Alors que le stagiaire nous souligne que la formation lui apporte des pistes et lui permet de donner à l'élève des clés pour qu'il se corrige lui-même, la correction de l'erreur reste souvent à la charge de l'enseignant lors de son stage.

5. Qu'est-ce que vous apporte la formation comme stratégies et compétence dans ce domaine ?

Plutôt que de corriger l'élève, lui donner des clés pour qu'il se corrige lui-même

Lors de l'entretien avec le stagiaire, il a mis l'accent sur l'importance de la correction en binôme (N°2) S(IP), lorsqu'un élève en corrige un autre. Autrement dit, l'enseignant opte pour une stratégie d'enseignement réciproque (Bissonnette et al., 2010). En tout cas, ni l'autocorrection ni la correction en binôme n'a été faite par le stagiaire dans sa classe de stage. Cela peut s'expliquer par le fait que ce type de stratégies n'a pas fait un débat lors de la formation. Sauf erreur de notre part, ce sujet n'a pas été abordé dans les cours de formation.

3.2. Traces des pratiques du formateur dans celles du stagiaire

Nous essayons de résumer en quelques lignes les pratiques du formateur, déjà analysées dans le chapitre V, notamment en ce qui concerne la question de l'erreur

dans le but d'en identifier chez le stagiaire. Autrement dit, nous cherchons le transfert de certains éléments de formation et ses effets sur la pratique du stagiaire.

Le formateur veillait à ce que les formés maîtrisent certains types d'erreurs, notamment sur les nombres décimaux (exercice type CAPES et CRPE), plutôt qu'à les diversifier. En d'autres termes, se focalisait davantage sur le spécifique que le générique. Il les a faits travailler sur deux ou trois types d'erreurs pendant une heure et demie. Il s'est centré sur l'analyse des productions des élèves (limitée à la recherche de l'origine immédiate de l'erreur) et sur l'utilisation des techniques opératoires pour traiter certaines erreurs (cf. le tableau pour éviter le problème d'alignement de chiffres) sans parler d'analyse *a priori* ni des stratégies d'enseignement. Autrement dit, il a détaillé davantage les connaissances dites SCK et partiellement KCS au détriment de celles de KCT. Dans ce contexte, nous constatons que le stagiaire suit une démarche progressive (stratégies d'auto questionnement) pour traiter certaines erreurs et propose une intervention directe pour d'autres.

Lors de notre analyse des connaissances mises à la disposition des formés en formation, nous avons souligné que le formateur s'appuie davantage sur des connaissances de nature pédagogique ou empirique (ses propres vécus de classe) plutôt que didactique pour accroître les connaissances des formés. Par exemple, il a consacré une journée complète à leur expliquer comment faire classe et comment installer la paix scolaire. Pourtant, le stagiaire a du mal à gérer la classe.

Comme le formateur est à la fois enseignant et chercheur, nous ressentons un « conflit » entre les deux profils. Or, le profil d'enseignant-formateur a tendance à gagner. En effet, peu de résultats de recherche ou de termes didactiques ont trouvé leur chemin dans les cours de formation. Le formateur varie ses stratégies, nous en avons identifié plusieurs (culturelle, recherche applicative, monstration, homologie et transposition pédagogique).

Finalement, le fait de travailler massivement les stratégies de remédiation en formation pour traiter les erreurs des élèves a influencé les pratiques du stagiaire. Il a donc une certaine régularité par rapport à ces stratégies.

Conclusion

L'évaluation de l'efficacité d'une formation ou le suivi des connaissances d'amont en aval (de formation en stage) est complexe. C'est l'une des contraintes importantes qu'affrontent les chercheurs dans le domaine des sciences humaines. Par

exemple, certains stagiaires changent de centre de formation en cours de formation, cela nous empêche de suivre leur profil et les connaissances qu'ils ont reçues. Du même, ce changement peut créer des contradictions chez le stagiaire lui-même.

La juxtaposition des propositions ou des techniques sans hiérarchisation de la part du formateur amène le stagiaire à traiter les problèmes un par, sans faire de liens. Par exemple, il a essayé de proposer aux élèves une mnémotechnique lors de l'exercice de la vitesse moyenne mais pas pour l'exercice du cosinus bien que la formule de ce dernier soit plus difficile à mémoriser.

L'absence ou la non institutionnalisation de certaines connaissances comme les stratégies d'enseignements (KCT), les profils des élèves (KCS) et comment traiter certains types d'erreurs empêche le stagiaire d'adopter des stratégies adéquates.

Les variabilités multiples (stratégies diverses, savoirs sous masque, etc.) dans la ou les pratiques du formateur ne permettaient pas aux stagiaires de constituer une pratique stable et cohérente (Robert & Rogalski, 2002). Ils « bricolent » et s'appuient sur une pratique transitoire (Grugeon-Allys, 2008) en attendant que l'expérience leur permette d'établir leur propre pratique. Nous avons l'impression qu'ils s'appuient davantage sur les acquis issus de l'expérience (une remarque répétée lors de réponses au questionnaire) plus que ceux de la formation. Certaines régularités dans la pratique du formateur ont permis au stagiaire d'atteindre des régularités dans sa pratique comme le modèle béhavioriste.

Chapitre VII : Analyse de contenus de formation F_p

Les cours du formateur nommé F_p seront analysés légèrement différemment de ceux du formateur F_c . En effet, le dernier a consacré un cours complet à l'analyse des productions des élèves, notamment leurs erreurs lors de l'apprentissage des nombres décimaux en master 2. En revanche, nous cherchons des indices et indicateurs du traitement des erreurs des élèves dans les cours du F_p en master 1 faute de cours observés en master 2. Nous faisons également la comparaison ou le croisement des analyses de deux formations dans ce chapitre et non dans un nouveau chapitre dit de « discussion », comme dans d'autres thèses.

Pour respecter la même démarche d'analyse que nous avons suivie lors de l'analyse des cours de formateur F_c , nous sommes conduit à rappeler ici que l'analyse des cours du formateur F_c s'est faite de la manière suivante :

- Analyse *a priori* du cours consacré au traitement des erreurs des élèves dans l'apprentissage des nombres décimaux ;
- Analyse du questionnaire diffusé auprès des étudiants de master 1&2 ;
- Analyse *a posteriori* ;
- Analyse de l'entretien conduit avec le formateur ;
- Analyses transversales ou croisées.

Le formateur F_p est un enseignant du lycée à mi-temps dans un centre de formation, il est diplômé d'un master professionnel. Son parcours diffère, en quelque sorte, de celui de l'autre formateur. En effet, nous l'avons observé sur deux niveaux différents : master 1 et 2. À l'aide d'enregistrements audio, nous avons suivi quatre séances sur deux années consécutives 2012/2013 et 2013/2014 au cours desquelles nous avons récupéré les documents mis à la disposition des formés, avons conduit un entretien avec le formateur et avons diffusé un questionnaire auprès de ses formés (15 réponses reçues, voir annexe 3). Vu que le traitement de l'erreur a été « dispersé » tout au long des cours, nous cherchons les exercices ayant fait progresser le débat sur la question de l'erreur « au fil de l'eau ».

1. Analyse *a priori*

Dans cette analyse, nous nous intéressons aux erreurs prévisibles en premier lieu. Donc, il s'agit des hypothèses que nous pouvons émettre sur les origines de ces erreurs. Ce ne sont pas forcément des erreurs qui vont être étudiées en formation. En effet, nous nous servons dans notre typologie d'erreurs développée dans le chapitre I et citée dans la méthodologie de recherche, notamment dans le tableau IV.3. Dans ce contexte, nous commençons par les exercices proposés par le formateur afin d'identifier les grandes idées qu'il souhaite transmettre aux étudiants.

1.1. Analyse *a priori* des exercices ou activités proposés par le formateur F_p

Il n'est pas toujours simple d'appréhender les enjeux envisagés par le formateur F_p sur la question du traitement des erreurs des élèves, en particulier si elle ne fait pas l'objet d'un débat avec les stagiaires.

Étant donné que le formateur ne consacre pas directement de cours à la question de l'erreur ni en master 1 ni en master 2 et étant donné que, dans les cours de master 2, nous n'avons pu récupérer des exercices parlant de l'erreur qui nous permettent de faire une analyse *a priori*, nous avons pris la décision de nous appuyer sur ce qui a été proposé en master 1 (préparation au concours CAPES). Une fois mieux cernées les pratiques du formateur en M1, nous identifions des régularités dans ses stratégies mises en œuvre pour transmettre les connaissances de base dont les futurs enseignants ont besoin, selon nous, dans le traitement des erreurs des élèves.

Quatre séances ont été observées et transcrites. Dans ces séances, la préparation au concours CAPES est prioritaire car elle répond à une préoccupation partagée par le formateur et les étudiants. Dans ce contexte, plusieurs connaissances de formation sont envisageables : travailler la connaissance mathématique (CCK), c'est-à-dire mettre les étudiants dans la posture d'élèves ; identifier les prérequis, compétences visées et erreurs à prévoir, autrement dit une analyse *a priori* ; analyse des productions d'élèves. À partir de ces connaissances, le formateur transmet aux étudiants certaines connaissances mathématiques et didactiques (variable didactique, contrat didactique, etc.). Nous étudions certains exercices qui peuvent refléter une image approximative du traitement de cette question. Nous nous intéressons davantage à deux types de tâches : l'analyse des erreurs à prévoir et celle des productions d'élèves. Nous nous contentons donc d'analyser en détail les exercices qui portent sur des productions

d'élèves, notamment ceux dans les séances 2 et 3 (voir annexe 3) où il y a davantage de connaissances didactiques que mathématiques et nous analysons succinctement les autres séances.

1.1.1. Analyse *a priori* des séances 2 et 3

Dans la deuxième séance que nous avons observée, le formateur a fait travailler les formés sur un devoir maison qu'il avait auparavant proposé à ses élèves de terminale S. Ce devoir est composé de sept exercices (voir annexe 3). Comme mentionné dans la consigne, les quatre premiers abordent les différents types de démonstration (directe, par l'absurde, contre-exemple, etc.). Les deux derniers se focalisent sur la notion des suites et leur variation. Le cinquième exercice concerne la résolution d'une équation différentielle. Les productions de trois élèves ayant fait le devoir ont été mises à la disposition des étudiants. Ainsi, nous analysons *a priori* l'énoncé de l'exercice puis les productions de l'élève (voir également l'annexe 3).

1.1.1.1. Exercice 1

Concernant l'exercice 1 ci-contre, certains élèves réduisent ou restreignent ou au contraire étendent l'ensemble de définition.

Exercice 1

Les 2 propositions suivantes sont-elles vraies?

$\forall x_1 \in \mathbb{R}, \forall x_2 \in \mathbb{R} \quad x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 < x_2^2$? Justifier.

$\forall x_1 \in]-\infty; 0[, \forall x_2 \in]-\infty; 0[\quad x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$? Justifier.

Par exemple, dans la première proposition, la fonction est définie sur \mathbb{R} . Or, certains élèves se limitent à \mathbb{N} . En effet, lorsqu'ils se donnent des exemples, ils font la comparaison entre des nombres entiers comme suit : $2 < 3 \Leftrightarrow 4 < 9$, dans ce cas, ils pensent que l'inéquation est vraie. En revanche, pour la seconde, la proposition est vraie et on ne peut pas s'appuyer sur le contre-exemple. De ce fait, il y a plusieurs types de démonstration : le premier type se base tout simplement sur le contre-exemple une simple démarche pour certains élèves qui nécessite une réflexion sur des cas particuliers de l'intervalle. Le second type se porte sur la démonstration directe en repérant que la fonction, dans la première proposition, est carrée et selon ses variations qu'elle est décroissante sur $]-\infty; 0]$, puis croissante sur $[0; +\infty[$, ainsi, l'inéquation est fautive. Le troisième type peut être la démonstration par l'absurde où l'on part du principe que la proposition est vraie et qu'on arrive à une contradiction. Les connaissances pré requises pour résoudre cet exercice sont les fonctions carrées et inverse et leurs variations. Nous optons ici plutôt pour un type d'erreur qui peut appartenir à trois catégories d'erreurs selon notre Tableau IV.4. Soit les élèves ont du

mal avec les fonctions de référence (carrée et inverse), c'est-à-dire un défaut dans une connaissance antérieure (DCA), soit ils généralisent abusivement certaines règles comme le carré des nombres est toujours croissant en prenant un intervalle réduit. Donc c'est à la fois une sorte de transition difficile (TD) et un dispositif réduit de la part de l'élève (DR).

Si nous prenons les trois productions d'élèves relevant de cet exercice, nous constatons que l'élève 1 (voir annexe 3) fait correctement la première partie de l'exercice en donnant un bon contre-exemple et en prenant en compte l'ensemble de définition. En revanche, dans la seconde partie, il est complètement perturbé. Par exemple, x définit sur $]-\infty; 0]$ et l'élève ne prend pas le bon intervalle ($[0; +\infty[$), quelque chose a influencé son travail. Il suppose d'emblée que la proposition est fausse, malgré cela, il ne cherche pas à donner un contre-exemple par ailleurs introuvable, alors il décide de faire une démonstration directe. Cette erreur pourrait être classée dans la catégorie dite hors mathématiques (HM) simplement parce que l'élève ne lit pas bien la consigne ou l'énoncé et fait ce choix d'intervalle $[0; +\infty[$.

En revanche, l'élève 2 opte pour une justification avec un contre-exemple pour la première proposition et une démonstration directe pour la seconde. Il fait correctement l'exercice. D'ailleurs, l'élève 3 fait l'exercice de même manière que l'élève 2 avec une erreur sur l'ensemble de définition, il parle de \mathbb{R}^* , sachant que x dans la seconde proposition est définie sur \mathbb{R}^{*-} . C'est une erreur de généralisation, notamment puisque la fonction inverse proposée dans la proposition est souvent définie sur \mathbb{R}^* . C'est une sorte de dispositif réduit (DR) de la part de programme qui fait que les élèves généralisent de cette manière.

Après l'analyse des trois productions des élèves, la question qui vient à l'esprit est la suivante : pour quel choix stratégique le F_p opte en proposant ces trois copies ? Quel est l'intérêt de les proposer d'une telle manière ? Une bonne copie où il n'y a aucune erreur, une autre où il y a une erreur d'inattention, une troisième avec une erreur de généralisation. À notre avis, la bonne copie a pour objectif de montrer aux étudiants la bonne manière de faire ou la méthode experte ou bien la méthode la plus utilisée par les élèves. Pour les autres copies, il s'agit de leur montrer des erreurs classiques commises par les élèves dans la notion des variations des fonctions. Ce n'est qu'une hypothèse que nous émettons, nous attendons l'analyse *a posteriori* pour la vérifier.

1.1.1.2. Exercice 2

Exercice 2

Nous avons admis en cours le théorème suivant :

Si une fonction est dérivable sur un intervalle I (de \mathbb{R}) alors elle est continue sur I

Donner la proposition réciproque. Est-elle vraie? Justifier

Dans cet exercice, il y aurait une difficulté, pour les élèves, au niveau de la formulation de la réciproque. Nous supposons qu'ils la formulent de la façon suivante : « si une fonction n'est pas dérivable sur un intervalle I (de \mathbb{R}), alors elle n'est pas continue sur R ». Ils pensent que la réciproque correspond alors à la négation, donc il s'agit d'une erreur de type défaut dans une connaissance antérieure (DCA). On pourrait avoir une erreur de confusion entre la définition de la fonction et sa continuité. En outre, il suffit de donner un contre-exemple pour infirmer la bonne formulation de la réciproque : « si une fonction est continue sur un intervalle I , alors elle est dérivable sur I ». Certains élèves donnent la bonne réciproque mais ils ne sont pas censés donner la bonne justification car il n'y a que certains cas qui échappent à la règle. Autrement dit, la majorité des fonctions qui sont continues sur I sont dérivables sur I , il s'agit d'un dispositif réduit (DR). De ce fait, la définition de la dérivabilité et la continuité est requise pour que les élèves puissent donner le bon contre-exemple et se rappeler des fonctions de référence comme \sqrt{x} en 0.

De la même manière que pour le premier exercice, nous nous penchons sur les trois productions d'élèves mises à la disposition des étudiants. La copie de l'élève 1 montre aussi une mauvaise lecture de l'énoncé et une mauvaise compréhension de la consigne. En effet, il conserve la même proposition sans aucune modification. En revanche, il donne une justification acceptable qui convient plus au moins à la bonne réciproque. Nous remarquons, en nous référant à l'exercice 1, que cet élève a du mal au niveau rédactionnel. De ce fait, nous optons pour une erreur de type « hors mathématiques (HM) » plutôt langagier. D'ailleurs, il confond une fonction définie avec une continue, là encore un dispositif réduit de programme de Ts où la majorité des fonctions dans les exercices proposés par les enseignants sont définies et continues sur le même intervalle, cela crée une espèce de généralisation chez les élèves, autrement dit une erreur de type DR (dispositif réduit).

L'élève 2 donne un bon contre-exemple. Or, il se trompe également au niveau de la définition de la continuité de la fonction, là un type d'erreur se dit défaut dans une connaissance antérieure (DCA)

Le travail de l'élève 3 met en avant un problème de base, celui de la non compréhension de la notion de dérivée (donnée en 1^{ière} S) ou de sa définition. Par exemple, lorsqu'il dit que la fonction $f(x)=x$ est continue en 0 et $f'(0)$ n'est pas dérivable en 0, cela veut dire que l'élève ne distingue pas le nombre dérivé $f'(0)$ de la

fonction dérivée f' , donc une non maîtrise d'une connaissance antérieure est derrière cette erreur (DCA).

À l'instar de l'exercice 1, nous nous apercevons que le formateur propose toujours des copies semblables qui portent sur les mêmes types d'erreurs et parfois aucune erreur ne se manifeste.

De tout ce qui précède, nous constatons que, pour une bonne partie, les quatre premiers exercices se démontrent tout simplement en donnant un contre-exemple. Il serait intéressant de varier les types de démonstration pour que les élèves s'exercent et s'entraînent.

1.1.1.3. Exercice 5

Exercice 5

On veut résoudre l'équation différentielle (E) $y' + 2y = e^x + 3$

1. Résoudre l'équation différentielle (E') $y' + 2y = 0$
2. Déterminer a et b ($a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$) tels que $g(x) = a \cdot e^x + b$ soit solution de (E)
3. Montrer que f est solution de (E) si et seulement si $f - g$ est solution de (E')
4. En déduire les solutions de (E)

C'est un exercice à étapes de type Baccalauréat. Pour trouver la solution de cette équation, il faut trouver la solution générale de l'équation $y' + 2y = 0$ (1) et la solution particulière (2). L'une des difficultés peut être l'oubli de la solution générale de la forme $y' + ay = 0$ qui est $y = Ce^{-2x}$ à cause de la confusion entre les formes. De plus, l'oubli du signe (-) peut se manifester lors de la conversion à la bonne forme ($y' = -ay$). Ou bien, une erreur de calcul ou de signe est possible. Là, nous sommes plutôt dans la catégorie dite éléments ostensifs (EO) ou autres types (AU) pour les signes. En outre, une erreur de type langagier peut être produite notamment avec l'expression « si et seulement si », donc nous sommes également devant une erreur dite HM (hors mathématiques).

En regardant la copie de l'élève 1, nous constatons qu'il a partiellement réussi l'exercice, encore mieux que les deux premiers. Or, il ne fait pas attention à l'expression « si et seulement si ». L'élève 2 fait correctement l'exercice. Du même, l'élève 3 réussit l'exercice. Donc, dans cet exercice, il n'y a qu'un type d'erreur, celui lié à l'interprétation de l'expression « si et seulement si », un type dit HM. Mais la question qui se pose : pourquoi le formateur propose des copies de cet ordre ? Autrement dit, il photocopie des copies complètes d'un devoir maison au lieu de cibler certaines des réponses les plus parlantes. Cela nous rappelle les choix du formateur F_c, certes, il opte pour des copies variées, cependant, les types d'erreurs sont répétitifs. De ce fait, nous pouvons émettre l'hypothèse suivante : les deux formateurs choisissent les exercices ou les copies d'élèves sur lesquels ils font travailler les étudiants sans faire d'analyse *a priori*. À cet égard, nous avons constaté lors de notre

analyse *a posteriori* des cours du F_c que certains étudiants l'ont convaincu sur certaines erreurs. Cela pourrait prouver notre hypothèse sur le fait que les formateurs « piochent » dans les productions sans procéder à une analyse *a priori* ou à une réflexion préalable réelle ou bien ils remarquent un type d'erreur intéressant dans un exercice et ils photocopient entièrement sa copie. Cette conclusion reste à renforcer, notamment lors de l'analyse *a posteriori* des cours du F_p.

1.1.1.4. Exercice 6

Exercice 6

Démontrer que pour tout nombre entier naturel $n > 0$.

$$\frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \frac{3 \times 5}{4^2} \times \dots \times \frac{n \times (n+2)}{(n+1)^2} = \frac{n+2}{2 \times (n+1)}$$

Cet exercice porte la démonstration par récurrence, une sorte de démonstration plutôt logique. Les élèves ont du mal à l'adopter et ne savent pas à quel moment ou à quelle occasion on utilise la démonstration par récurrence. Cette dernière se fait de la manière suivante : on démontre la proposition pour $n=0$ (cas particulier), puis, on la suppose vraie pour un entier $(k-1)$ et on la démontre pour k ou l'inverse. Ce peut être confus pour les élèves surtout dans l'exercice $n>0$ mais comme $n=0$ c'est un cas particulier et on peut prendre une autre valeur, 1 par exemple. Là, l'origine de l'erreur appartient à la catégorie dite dispositif d'enseignement réduit (DR). L'exercice 7 aborde également la démonstration par récurrence, il la requiert explicitement. Or, le fait qu'il s'agit d'une inégalité peut complexifier davantage la tâche. Une sorte de transition difficile (TD) ou de généralisation abusive peut également s'émerger ?

L'élève 1 résout correctement l'exercice en appliquant la démonstration par récurrence. L'élève 2 fait pareillement l'exercice. Le seul changement dans les deux démarches suivies par les élèves est l'intervalle où n est défini. Par exemple, l'énoncé parle de $n>0$, l'élève 1 l'applique à la lettre, l'élève 2 parle de $n \geq 1$, le sens est le même. En revanche, nous n'avons pas de trace pour l'élève 3. Une fois de plus, l'hypothèse que le formateur F_p « pioche » ses exercices sans procéder à une analyse *a priori* se manifeste et nous n'avons qu'à chercher d'autres éléments pour défendre notre propos.

Voici un petit tableau qui récapitule les erreurs des élèves et leurs origines du point de vue hypothétique selon notre tableau IV.3. D'autres origines peuvent être derrière ces erreurs mais il nous semble que ce sont les plus probables.

	Analyse <i>a priori</i> (hypothèses)			
	D'exercices	E1 (moyen)	E2 (bon)	E3 (moyen)
EX1	DCA/ TD/DR	HM		DR
EX2	DCA/DR	HM/DR	DCA	DCA
EX5	EO/AU/HM	HM	HM	
EX6	DR/TD			

Tableau VII.1 : Types des erreurs dans selon l'analyse *a priori* de la séance 2

À partir de tableau, nous constatons que les erreurs prévisibles dans les exercices sont plus riches que celles des productions des élèves.

Concernant la séance 3, notamment l'exercice de CAPES 2012 ci-contre, le formateur vise à faire travailler les étudiants sur un exercice de type CAPES, pour qu'ils s'entraînent sur des connaissances mathématiques et pour voir de près les démarches, les difficultés ou les erreurs des élèves à partir des productions des élèves jointes à l'exercice afin de travailler des enjeux didactiques.

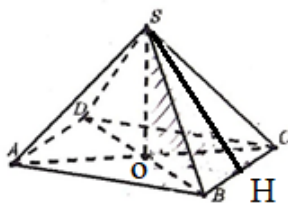
CAPES Externe de mathématiques : exercice

Thème : Grandeurs et mesures

L'exercice

La pyramide du Louvre schématisée ci-contre est une pyramide régulière de 21 mètres de hauteur et de base carrée de 35 mètres de côté.

- 1) Calculer le volume de cette pyramide.
- 2) Calculer la superficie de verre nécessaire pour construire les faces latérales de cette pyramide (on convient que les faces sont totalement recouvertes de verre).



Si nous faisons une analyse *a priori* de cet exercice, nous constatons que les connaissances pré requises sont la définition de la pyramide régulière et ses priorités (arrêtes relatives au sommet égales, la hauteur perpendiculaire au centre du carré, les faces sont des triangles isocèles identiques ou superposables), la hauteur relative au sommet dans un triangle isocèle qui est à la fois médiane, bissectrice et médiatrice et l'aire d'un triangle rectangle. En fait, la difficulté dans la première question peut résider dans le fait que les élèves ne se rappellent plus la formule du volume d'une pyramide ($V = \frac{1}{3} A_{\text{base}} \times h$), sinon la question est simple, juste une application de la formule, une erreur de calcul peut rarement surgir vu les valeurs données dans

l'énoncé. Concernant la seconde question, elle est plus difficile que la première. De plus, calculer l'aire latérale de la pyramide se fait de plusieurs manières. Toutes les démarches cherchent à calculer la hauteur d'une face latérale. En effet, la procédure 1 dite « diagonale³⁵ » se résume à calculer la longueur de OH, puis de SH dans le triangle SOH (H est le pied de la hauteur relative au sommet S dans le triangle SBC). En revanche, la procédure 2 dite « centre du carré³⁶ » se base sur le calcul de la longueur de OB et de SB puis SH. Dans les deux démarches, un changement de dimension (du 3D au 2D) s'impose, autrement dit faire partiellement un patron et mettre à plat le triangle SBC (2D). Ce qui peut être une difficulté pour les élèves est le fait qu'ils confondent la formule de l'aire d'un triangle rectangle ($\frac{\text{côté} \times \text{côté}}{2}$) avec celle d'un triangle quelconque ($\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$) ou qu'ils ne voient pas la perpendicularité entre (SO) et (OH) ou entre (SO) et (OB). C'est une sorte d'erreur type éléments ostensifs (EO) ou un défaut dans une connaissance antérieure (DCA). Certains élèves confondent la hauteur de la pyramide et la hauteur d'une face latérale. Il ne nous reste qu'à analyser les productions des élèves pour croiser les regards dans le but de dégager les différents types d'erreurs à travailler et de mieux comprendre les choix stratégiques du formateur.

L'élève 1 suit la procédure 1 dite « diagonale » et réussit à calculer la hauteur du triangle SBC. Or, il ne calcule pas l'aire, il ne sait peut-être pas que les surfaces sont identiques ou superposables. De plus, sa copie ne présente pas de figure, nous pouvons émettre l'hypothèse qu'il travaille sur un brouillon et il n'avait pas le temps de recopier.

L'élève 3 opte pour une procédure 2 dite « centre du carré » et il confond la hauteur de la pyramide et celle d'une face latérale, quelque chose qui perturbe son travail. Normalement, en classe de troisième, on dit que la hauteur est perpendiculaire à la base, c'est la seule propriété que connaissent les élèves sur la hauteur. À notre avis, c'est une erreur due à une notion en état de construction (NEC). De plus, une erreur de concaténation se manifeste :

Handwritten student work showing a calculation: $A_{SAB} = 477,25 \times 4 = 1911 \text{ cm}^2$. An arrow points from the result to the text "4 faces latérales".

Là, encore une erreur venant de l'école primaire qui persiste, il réfléchit à une chose claire dans sa tête mais au moment de la rédaction il confond. C'est une sorte d'erreur dite autres (AU).

³⁵ Le formateur donne ce nom à cette méthode

³⁶ Idem

Les élèves 3 et 6 confondent, comme l'élève 2, la hauteur de la pyramide et celle d'une face latérale (NEC). Nous voyons qu'il refait correctement l'exercice en suivant la procédure 2 avec le patron de la pyramide. Enfin, l'élève 7 suit la procédure 2 et fait également l'exercice. Comme, nous l'avons observé juste avant, trois sur quatre des élèves ont opté pour la procédure 2, la question qui se pose est la suivante : quel est le message que le formateur voudrait faire passer à ses étudiants ? Que cette procédure est experte et qu'il faut qu'ils l'adaptent ou plutôt qu'elle est la plus adoptée par les élèves ? En attendant les analyses *a posteriori*, nous aurons une réponse à notre questionnement.

Une autre production d'élève qui fait l'objet d'un travail oral devant un jury (voir annexe 3) va dans le même sens que les quatre dernières productions. Cet élève met en œuvre la procédure 1, c'est-à-dire qu'il calcule la longueur de la diagonale ou plutôt sa moitié. Au premier abord, la démarche de l'élève apparaît fautive mais si nous la vérifions de près, nous constatons que l'élève s'appuie sur le centre du carré pour calculer la moitié de la diagonale, une stratégie alternative qui n'est pas très connue comme stratégie experte dans l'enseignement des mathématiques et que certains étudiants et mêmes certains professeurs jugeraient fautive à tort. Il est intéressant de faire travailler les élèves sur cette activité. Le reste des documents ne concerne pas le travail sur la question de l'erreur, c'est plutôt un prolongement de l'activité et d'autres manières de faire ou de présenter les activités dans le but d'aborder la préparation au concours.

1.1.2. Analyse *a priori* des séances 1 et 4

Les séances 1 et 4 sont focalisées sur les connaissances mathématiques (CCK), ce sont des connaissances qui ne font pas l'objet de notre attention. C'est plutôt la préparation mathématique au concours.

2. Analyse du questionnaire

Nous n'avons reçu que 15 réponses à notre questionnaire pour ce formateur. De la même manière que pour le chapitre V, nous fusionnons certaines catégories dans le questionnaire à cause de confusions dans les réponses des étudiants. Au lieu de parler de deux catégories (définition de l'erreur et origines de l'erreur), nous nous contentons d'une seule qui peut représenter les deux, celle du type d'erreur. Les quatre autres catégories sont la préparation de la séance, le traitement des erreurs des élèves, la

formation, ses acquis et l'apport du stage. Ce sont les cinq thèmes de notre questionnaire (voir annexe 1). Nous nous appuyons sur la méthode des catégories émergentes (Strauss & Corbin, 1990) pour analyser les réponses fournies par les étudiants. Il s'agit de regrouper les réponses analogues dans la même rubrique ou catégorie, puis de lui donner un nom ou un titre post-défini selon un caractère en commun entre les réponses données par les formés.

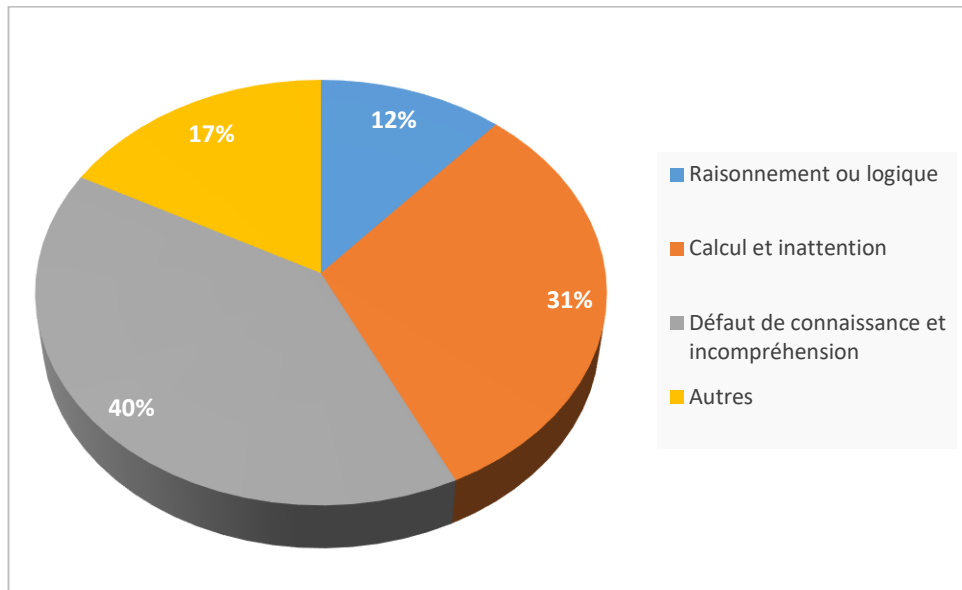
2.1. L'analyse de la catégorie « Types d'erreurs »

Dans cette section, nous nous focalisons sur les types d'erreurs données par les formés et nous les catégorisons selon des caractères simples qui permettent de donner le nom-titre de chaque catégorie. Là, nous nous rendons directement à la catégorisation des réponses avec nom-titre sans passer par une étape intermédiaire car les réponses sont déjà presque classées.

Étudiants	Différents types d'erreurs			
	Raisonnement ou logique	Calcul et Inattention	Défaut de connaissance et incompréhension	Autres
1	×	×	×	×
2			×	×
3		×	×	
4		×		×
5	×	×	×	
6		×	×	
7			×	×
8		×	×	
9	×		×	×
10		×	×	
11		×	×	
12		×	×	×
13		×	×	
14	×	×	×	
15			×	
Total	4	11	14	6

Tableau VII.2 : Types d'erreurs cités par les interrogés au questionnaire

Le tableau montre la répartition des réponses des étudiants entre quatre catégories post-définies ci-dessus. La catégorie dite « défaut de connaissance et incompréhension » présente une part importante. Le graphique VII.1 donne des chiffres plus détaillés.

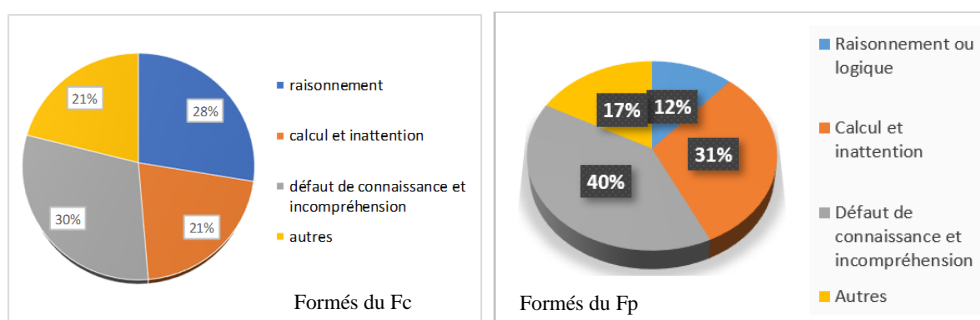


Graphique VII.1 : Principaux types d'erreurs donnés par les formés

Nous nous apercevons que les réponses fournies se concentrent autour de deux types d'erreurs (erreurs de calcul et d'inattention ou erreurs de défaut de connaissances et d'incompréhension). Cela signifierait deux choses : soit la question de l'erreur (types et traitements) était peu travaillée dans la formation, d'où les réponses des étudiants s'appuyant sur idées vagues et vastes, soit ils n'évoquent que les cas généraux ou très connus dans la vie scolaire des élèves. En tout cas, les types mentionnés nous font penser que la question de l'erreur n'a pas fait l'objet d'un vrai débat en formation.

Si nous nous référons à notre méthodologie de recherche, notamment au tableau IV.3, nous constatons que les types d'erreurs prioritairement mentionnés par les formés ne correspondent qu'à deux types dans notre typologie, celui dit autres (AU) et défaut dans une connaissance intérieure (DCA).

En outre, si nous comparons maintenant les réponses données par les étudiants suivant la formation du F_c et celles issues des étudiants du F_p , nous remarquons une certaine convergence des catégories d'erreurs. En mettant les deux graphiques côte à côte (voir le graphique VII.2), nous constatons que le pourcentage des catégories « calcul et inattention » et « défaut de connaissance et incompréhension » des étudiants du F_p a augmenté (51% pour F_c contre 71 pour F_p). De plus, la catégorie « autres » est plus riche en termes de réponses et d'erreurs. De ce fait, nous pouvons conclure que les types d'erreurs fournis par les formés du F_c sont plus riches que ceux du F_p . En tout cas, les types d'erreurs donnés par les formés demeurent restreints et demandent plus de travail sur les erreurs et leurs origines.



Graphique VII.2 : Comparaison des « types d'erreurs » donnés par les formés du Fc/ Fp

2.2. Analyse de la catégorie « préparation des erreurs »

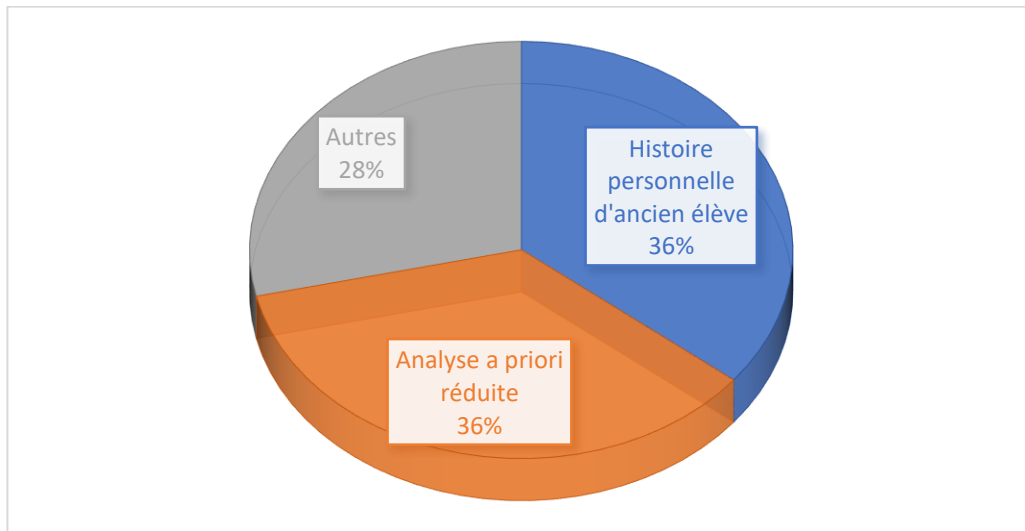
De la même manière que précédemment nous classifions les réponses des étudiants dans des catégories regroupant des éléments analogues.

Etudiants	Préparation d'une séance en prenant en compte les erreurs des élèves		
	Types de préparation	Quel intérêt	Avoir connaissances
1	Documents pédagogiques	Prévoir les notions difficiles	Avec l'expérience
2	S'interroger au niveau des difficultés, histoire d'ancien élève	Préparer des outils pour aider les élèves.	Avec l'expérience
3	Repérer des notions apportant plus de difficultés	Avoir un regard nouveau, proposer des exemples et contre-exemples	Avec l'expérience
4	Connaitre les difficultés passées des élèves	Un meilleur recul vis-à-vis à l'erreur	Avec l'expérience
5		Permettre d'y remédier	Non
6	Faire construire aux élèves leur réseau mental pour y détecter des erreurs	Être très attentif pour découvrir les erreurs	Impossible
7	Apprendre à se poser des questions	Pour être prêt à toutes explications et aider les élèves	Non, manque d'expérience
8	Savoir l'historique et le développement des notions (épistémologie) et mes propres pbs (histoire d'ancien élève)	Faire moins d'erreurs	
9	Me baser sur mon expérience d'élève (histoire d'ancien élève)	Savoir où fixer le gras du travail de la séance, sur quel point/notion insister	Oui
10	Il faut se fier aux lacunes des élèves et connaitre les programmes des années antérieures.	Une bonne anticipation	
11	On peut deviner les erreurs qu'on a pue faire dans le passé (histoire d'ancien élève)	Éviter les erreurs de compréhension	
12	Je me pose des questions sur des éventuelles erreurs afin de mieux border mes cours	Apporte de l'assurance et de la confiance	
13	M'appuyer sur mon histoire d'ancien élève, me mettre à la place de l'élève.	Anticiper les erreurs possibles	Pas suffisamment
14	Je me demande quels sont les différents raisonnements possibles bons ou mauvais.	Une meilleure connaissance des difficultés rencontrées par les élèves	Oui
15	Il faut se demander à quel(s) moment(s) l'erreur peut être commise et pourquoi (notions antérieures)	Anticiper au mieux pour trouver des solutions en amont.	

Tableau VII.3 : Types de préparation des erreurs cités par les interrogés au questionnaire

En constatant les types de préparation mentionnés par les formés, nous nous apercevons qu'il n'y a que 5 réponses analogues (cf. étu³⁷ 2 ; 8 ; 9 ; 1 ; 13). Ces dernières sont classées dans une catégorie que nous appelons « histoire personnelle d'ancien élève ». Pour se préparer à l'analyse des erreurs, les formés s'appuient sur leur histoire personnelle d'ancien élève. Autrement dit, ils se rappellent de leurs erreurs lorsqu'ils étaient élèves. En réalité, un seul étudiant évoque directement cette nomination. En revanche, les autres réponses, elles, sont très dispersées, ce qui rend difficile la possibilité de trouver des éléments en commun dans ces réponses. En tout cas, nous essayons d'en regrouper certaines en catégories qui peuvent porter un ou des caractères en commun. Dans ce contexte, nous repérons 6 réponses afin de chercher les erreurs, les causes/antécédents des erreurs, les difficultés des élèves, en d'autres termes une analyse *a priori* réduite (cf. 3 ; 4 ; 5 ; 12 ; 14 ; 15). Par exemple, l'étudiant 3 tente d'identifier, lors de la préparation d'une séance, les notions qui peuvent causer des difficultés aux élèves. De même, l'étudiant 10 cherche les lacunes antérieures. Il est impossible de trouver un caractère commun aux 4 dernières réponses, donc nous les mettons dans une catégorie dite « autres ». Le diagramme ci-après donne des chiffres enrichissant la situation. Les réponses des étudiants de la première catégorie qui représentent le tiers de celles données s'appuient sur leur histoire personnelle d'ancien élève pour préparer ou anticiper les erreurs des élèves. Cela appuie, une fois de plus, notre hypothèse selon laquelle la question de l'erreur n'est pas une priorité dans cette formation du F_p. En outre, la phase de l'analyse *a priori* (difficultés ou erreurs des élèves, procédures ou méthodes attendues) n'a peut-être pas été transmise aux étudiants ou n'a pas été institutionnalisée. Autrement dit, elle n'a pas été théorisée, d'où les formés qui s'appuient sur les histoires d'anciens élèves. Dans la seconde catégorie, les réponses sont passives là où les formés parlent des origines ou des causes des erreurs en général (lacunes ; notions ; raisonnements possibles).

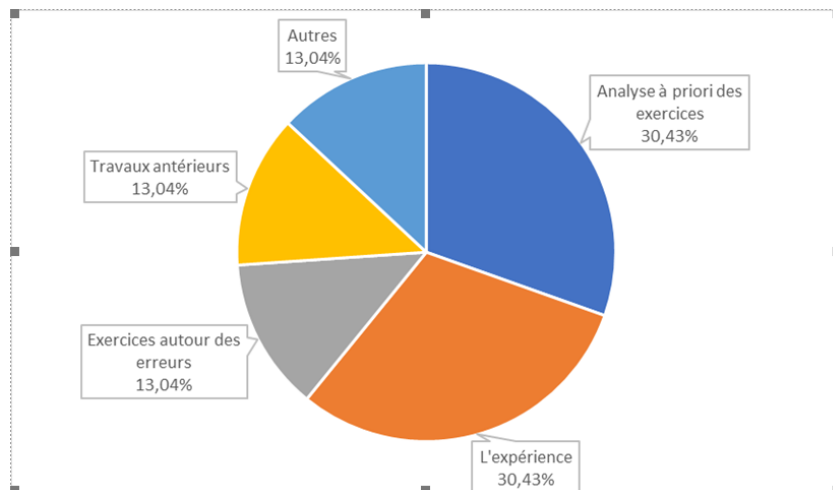
³⁷ Étudiants



Graphique VII.3 : Principaux types d'erreurs donnés par les formés

Deux catégories principales sont alors présentées. Un tiers des étudiants s'appuie sur les histoires d'anciens élèves pour anticiper ou préparer les erreurs tandis que l'autre tiers a une petite idée théorique générale des erreurs des élèves. Cela peut refléter une certaine pauvreté dans la formation dispensée sur la question de l'erreur.

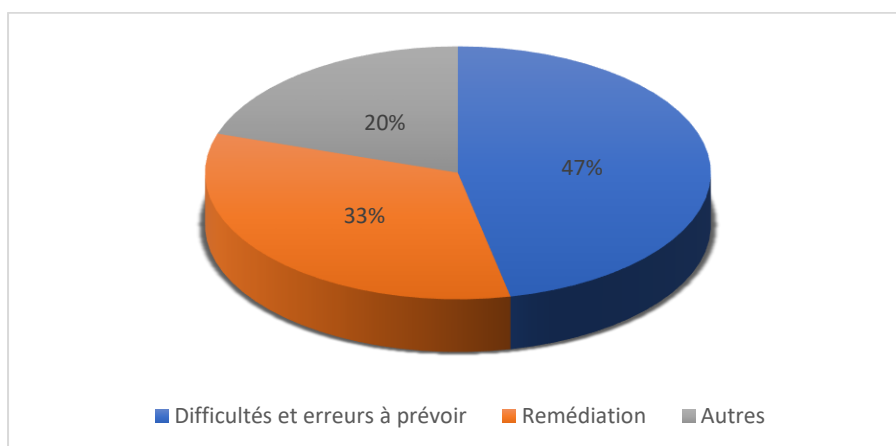
Si nous comparons l'analyse que nous avons faite par rapport aux réponses données par les étudiants suivant les cours du F_c et ceux du F_p, nous constatons que les formés du F_c proposent plus de catégories que ceux du F_p. Nous remarquons, en effet, comme le montre le graphique V.2 mentionné dans le chapitre V, que leurs propositions se distinguent en 5 catégories contre 3 pour les formés du F_c.



Nous pouvons en conclure que les réponses des étudiants ayant reçu la formation dispensée par F_c sont plus riches du fait que ce formateur a consacré un cours sur les différentes erreurs et leur analyse. Or, l'effectif d'étudiants ayant répondu à notre questionnaire dans la formation du F_c (29) était plus important que celui du F_p (15). Ce critère peut fausser notre hypothèse.

Certes, la préparation des erreurs et l'analyse *a priori* (un terme pas très adopté par les formés, ils utilisent plutôt l'analyse de la tâche) se maîtrise en pratiquant et en exerçant le métier. Cependant, l'objectif de la formation est d'outiller les futurs enseignants par des idées principales, surtout sur la question de l'erreur qui peut être considérée comme première préoccupation pour une bonne part d'entre eux. Donc, le fait que la majorité des réponses tournent autour de l'expérience et que les connaissances d'analyse aient besoin de temps pour être installées renforce l'hypothèse que l'idée et les connaissances transmises aux formés ne sont pas suffisantes, ne sont pas institutionnalisées ou appuyées par des exemples, ce qui ne leur permet pas par la suite de développer les réponses données. Une certaine similarité par rapport à cette idée d'expérience se manifeste chez les formés du F_c, créant un élément analogue de plus entre les deux profils des formateurs, ce qui nous fait penser à une régularité chez des formateurs. C'est néanmoins quelque chose que nous ne pouvons pas démontrer avec le faible effectif de formateurs observés.

La question de l'intérêt de la préparation de l'erreur en amont a fait surgir certaines réponses intéressantes chez les formés. Nous pouvons les classer dans quatre catégories différentes : des réponses s'axent sur les notions qui peuvent induire les élèves en erreur ou les mettre en difficulté, elles peuvent porter l'étiquette « notions difficiles », c'est le cas des étudiants (1 ; 4 ; 9 ; 14). Certaines réponses se focalisent sur la remédiation ainsi que les formés (2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 15). D'autres se basent sur l'anticipation directe des erreurs (6 ; 10 ; 13). Des réponses n'ayant pas d'éléments en commun portent l'étiquette « autres ». D'ailleurs, nous pouvons regrouper la catégorie dite « notions difficiles » et celle « anticiper les erreurs » dans une seule qui porte le nom « difficultés et erreurs à prévoir », puisque ce caractère peut présenter mieux la catégorie. Comme le monde de la recherche est « fasciné » par les pourcentages, le diagramme ci-contre les montre bien.



Graphique VII.4 : Catégories d'intérêt de préparation d'erreurs en amont

Dans cette catégorie, nous constatons une certaine différence. Par exemple, les formés du F_c se concentrent sur les erreurs prévues. Or, ceux de F_p s'étendent à la question de la remédiation, une étape plus avancée. Nous reviendrons à cette idée plus tard lorsque nous parlerons du traitement des erreurs pour voir les points de divergence et de convergence.

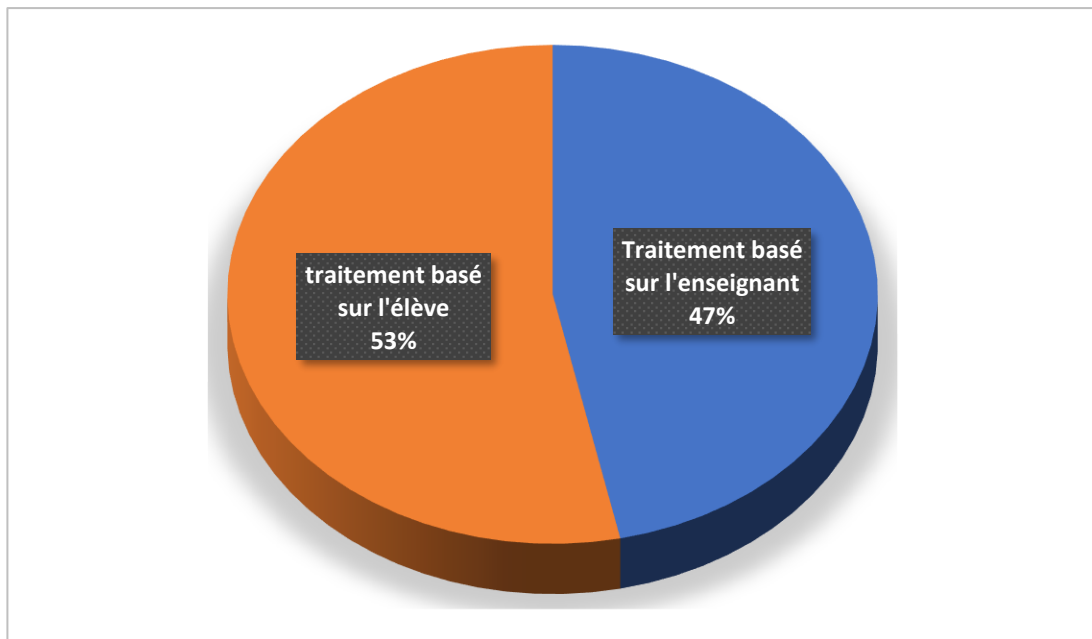
2.3. Analyse de la catégorie « traitement de l'erreur »

Étudiants	Traitement de l'erreur	
	Étapes de correction	Quel intérêt
1	Détecter l'erreur > chercher la source > remédiation (reformuler la consigne ou même le cours) > vérification	Corriger : avoir des bases solides
2	Origine > écouter les élèves > interpréter > guider >	Pour qu'elle ne se répercute pas et s'ancre dans les habitudes de l'élève
3	Demander à l'élève d'interpréter ce qu'il a voulu dire > travailler en groupe	
4	Reprendre l'erreur devant les élèves > faire des références au cours ou donner des contre exemples > corriger l'erreur	Corriger pour ne plus la commettre
5	Corriger en comprenant le raisonnement de l'élève	Corriger pour éviter qu'elle se reproduise
6	Demander à l'élève comment il a trouvé son résultat > construire un réseau ou des liens qui servent de base de connaissances à l'élève > lui faire parcourir le maximum de liens > y injecter notre réseau ou vouloir le calquer sur le nôtre > trier ce qui est correct > relier le point de l'élève au reste de réseau pour créer un nouveau point de consolidation	C'est un monde vierge à découvrir sans <i>a priori</i>
7	Préparation en amont > noter les questions des élèves sur la notion > apprendre à y répondre > proposer des exercices >	Servir à maîtriser la notion et l'utiliser ultérieurement dans un autre contexte
8	Détecter l'erreur > décomposer tout le raisonnement de l'élève > reformuler le problème > l'accompagner dans le raisonnement	
9	Détecter l'erreur > mettre l'élève en face de son erreur (expliquer son erreur) > mettre en évidence des contradictions > accompagner	Pour faire comprendre à l'élève que son raisonnement n'était pas attendu afin qu'il saisisse d'où vient son erreur pour ne plus la reproduire ensuite
10	Révision > prévoir 2 façons au moins de faire	L'erreur d'aujourd'hui est la suppression d'une lacune de demain
11	Devant la classe et corriger par un autre	Traiter veut dire éviter
12	Se mettre à la place de l'élève : comprendre comment il réfléchit > remédier	Renforcer la compréhension d'une erreur ou une notion
13	Expliquer à l'élève pourquoi c'est une erreur et quelle est la connaissance nécessaire	Ne plus la reproduire
14	Faire reprendre le raisonnement de l'élève en vérifiant rigoureusement chaque étape pour isoler l'erreur	Ne plus la reproduire
15	Expliquer le bon raisonnement > donner des exemples > mnémotechniques	Conduire l'élève à une bonne compréhension, à un résultat juste et à ne pas la refaire

Tableau VII.4 : Traitement de l'erreur proposé par les formés

Nous tentons de tracer les grandes lignes autour desquelles les propositions peuvent converger, puis nous affinerons notre analyse. En effet, il y a des propositions de traitement basées sur l'élève qui va expliquer son erreur ou aider le professeur à découvrir les dysfonctionnements comme les réponses des formés (2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 ; 14). D'autres sont focalisées sur les méthodes d'enseignement et le changement de ces dernières lors qu'une erreur surgit (1 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 12 ; 15).

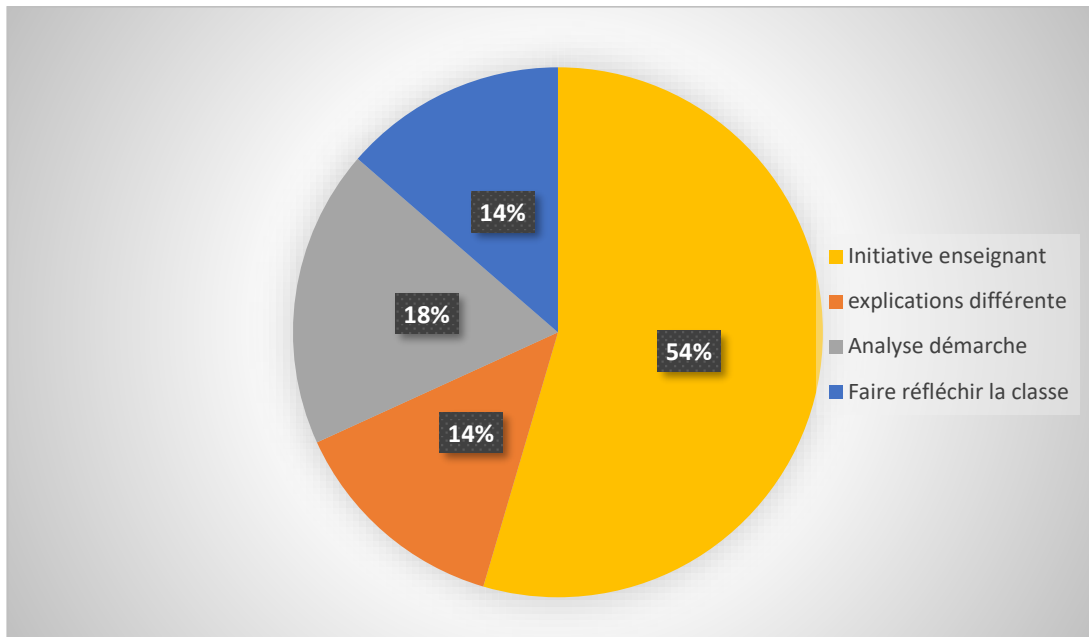
Un simple diagramme circulaire peut nous donner des pourcentages qui permettent de refléter la réalité du terrain.



Graphique VII.5 : Catégories du traitement des erreurs données par les formés

D'après le graphique VII.5 nous constatons que les deux catégories sont présentes dans des propositions voisines. Ces catégories sont disjointes d'une certaine manière dans les réponses des étudiants avec certaines exceptions bien évidemment. Là, nous pouvons émettre l'hypothèse suivante : le formateur F_p met l'accent ou propose ces deux pistes de traitement lors de ses cours, c'est une chose à vérifier lors de l'analyse transversale.

Si nous réanalysons les propositions des formés du F_p en fonction de catégories différenciées lors de notre analyse de profil du F_c qui nous a permis d'en dégager quatre : « initiative enseignant (36%) », « explication différente (12%) », « analyse démarche (16%) » et « faire réfléchir la classe (36%) », nous obtenons, avec le profil du F_p, les chiffres suivants :



Graphique VII.6 : Autres catégories du traitement des erreurs données par les formés

Alors qu'il y a chevauchement entre les catégories, nous avons pu, plus au moins, les distinguer. Or, certaines réponses peuvent appartenir à plusieurs catégories. Si nous comparons les réponses des formés (du F_c et de F_p) en nous appuyant sur la même catégorisation (« initiative enseignant », « explication différente », « analyse démarche » et « faire réfléchir la classe »), Nous apercevons un gros décalage entre les réponses données par les étudiants suivant la formation du F_c et par ceux issus du F_p. Par exemple, la majorité des étudiants du F_p optent pour la catégorie « initiative enseignant » (cf. étu1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14 et 15). Cela fait émerger deux hypothèses : soit les pratiques du formateur valorisent cette stratégie, soit « lorsqu'on manque d'expérience et/ou de formation théorique, on fait référence à des méthodes traditionnelles et classiques »³⁸. La présence des autres catégories est très modeste et ne mériterait pas d'être commentée.

Si nous nous référons aux approches de stratégies développées par Portugais (1995) notamment pour le tableau IV.4 de notre méthodologie de recherche, nous pouvons adopter une nouvelle catégorisation. En effet, la majorité des réponses des formés du F_p ont tendance à mettre en œuvre les deux premières stratégies : celles d'institutionnalisation primitive S(IP) et celles de remédiation S(R), c'est le cas de dix stagiaires (cf. étu 1 ; 4 ; 5 ; 7 ; 8 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 15). Il n'y a que quatre stagiaires (2 ; 3 ; 6 ; 14) qui adoptent certains éléments de stratégies didactiques S(D). Un seul stagiaire (9) annonce sa stratégie de A-didactique S(AD). Ainsi, certains stagiaires privilégient une stratégie parmi celles citées par Portugais mais ils envisagent parfois d'autres alternatives (autres stratégies). Par exemple, le stagiaire (4) dans le Tableau

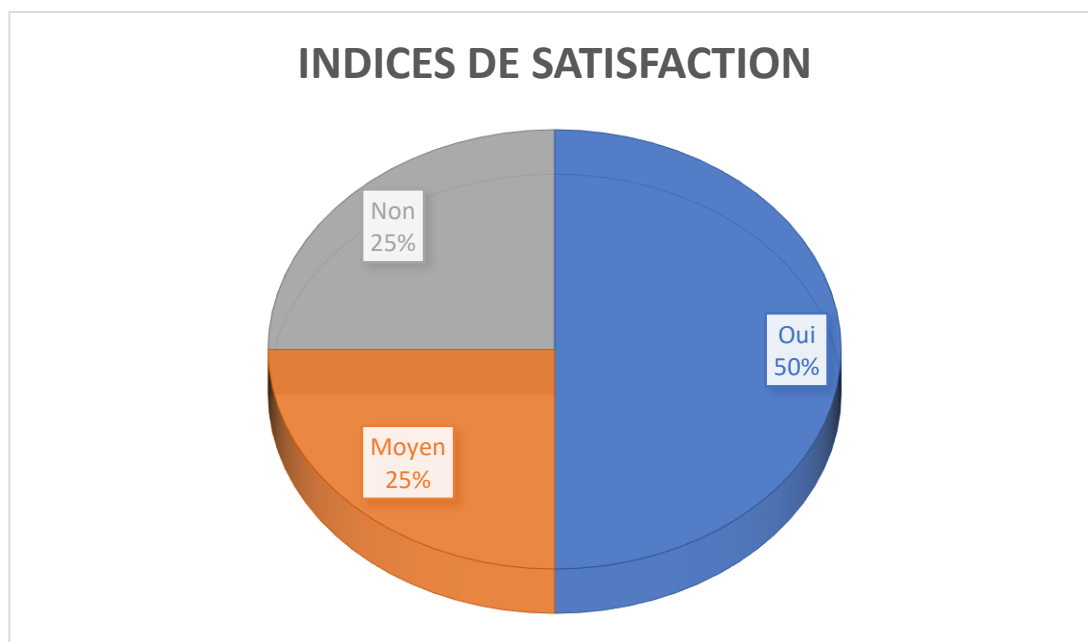
³⁸ Expérience personnelle

VII.4 a cité quatre éléments, dans sa démarche de traitement des erreurs, qui appartiennent à différentes approches de stratégies (2 éléments : faire référence au cours (N°3 cf. tableau IV.4 de Portugais) et donner des contre exemples (N°8) qui appartiennent aux stratégies de remédiation S(R) ; 1 élément : reprendre l'erreur devant les élèves (N°19) qui appartient à des stratégies didactiques S(D) ; 1 élément : corriger l'erreur N°1 appartient à des stratégies d'institutionnalisation primitive S(IP)). Alors, pour nous sa méthode de traitement se situe dans les deux premières stratégies S (IP) et S(R).

2.4. Analyse de la catégorie « évaluation de la formation »

Dans cette section, quatre points ont été mis en avant : l'importance de ce qui a été diffusé, la préoccupation des ressources d'information, les apports de formation et les attentes des formés. Au contraire de ce qui a été constaté lors de l'analyse de la catégorie « évaluation de la formation », les réponses des étudiants ne sont pas développées et elles manquent de précision.

En ce qui concerne l'impression des étudiants sur les éléments donnés sur la question de l'erreur en formation, 8/15 étudiants ont donné leur avis clair face à la formation proposée. Les réponses sont dispersées de la manière suivante comme il montre le diagramme ci-contre.



Graphique VII.7 : Simple évaluation de la formation

Il est difficile de comparer le degré de satisfaction exprimé par les stagiaires du F_c et du F_p car les effectifs de stagiaires ayant répondu à cette question sont très différents (15 dans un cas, 29 dans l'autre cas) et d'autre part les contenus développés le sont. Malgré tout cela, nous constatons que le degré de satisfaction chez le second (50%) est plus élevé que chez le premier formateur (20%).

Les apports de la formation cités par les formés se scindent en deux catégories : la remédiation (cf. étu 1 ; 8 ; 12 ; 13) et l'analyse *a priori* (cf. étu 5 ; 7 ; 9 ; 10). Les deux caractères se sentent facilement lors de la lecture des réponses des formés du F_p. Également, l'effectif des formés ayant répondu à cette question est réduit et les réponses données sont moins détaillées. En tout cas, les deux catégories partagent l'échantillon. Nous regardons d'ailleurs les attentes des étudiants par rapport à la question du traitement des erreurs des élèves. Vont-elles dans le même sens que les apports ou y a-t-il des contradictions ou des divergences entre les attentes et les apports ou d'autres catégories mentionnées plus haut ?

Nous remarquons ici que la majorité des réponses se focalisent sur l'anticipation des erreurs et très peu sur la remédiation. Dans ce contexte, les réponses divergent entre attentes et apports. Toutefois, nous devons rester prudents dans nos conclusions compte tenu de la faiblesse de l'échantillon d'étudiants ayant répondu.

2.5. Analyse de la catégorie « apport de stage »

Nous arrivons à la dernière partie du questionnaire, celle de rôle du stage et ses apports. Pour la majorité, il s'agit d'une sorte d'expérience où ils développent leur pratique et ils peuvent concrétiser des situations réelles comme les erreurs des élèves. Pour les autres, notamment ceux qui sont en stage d'alternance, il s'agit d'une sorte de moment de compagnonnage où le maître formateur donne des conseils et aide le stagiaire à surmonter ses difficultés.

De tout ce qui précède, notamment en ce qui concerne le questionnaire, nous pourrions conclure que les formés ont tendance à adopter des méthodes traditionnelles proches de l'enseignement direct ou transmissif pour traiter les erreurs des élèves comme le montre le graphique VII.6. De plus, ils s'appuient sur les histoires d'anciens élèves pour réagir face aux erreurs commises. Le concept de préparation des erreurs des élèves en amont est très vague car les réponses sont plutôt très vagues et n'évoquent que des idées générales (cf. l'histoire personnelle d'ancien élève). Tout cela peut refléter soit un « non ancrage » des connaissances transmises aux étudiants,

soit l'absence d'une réelle institutionnalisation. Nous pouvons dégager de tout cela qu'il y a une certaine diversité dans les réponses des étudiants venant de parcours du F_c contre une homogénéité dans celles issues du F_p. Cela peut être justifié par le fait que dans la formation du premier, la question de l'erreur a provoqué un vrai débat sur les différents types ou sur les pistes de propositions possibles concernant le traitement.

3. Regard croisé sur les résultats de l'analyse du questionnaire et ceux de l'analyse *a priori*

Cette section vise à croiser les deux analyses que nous avons précédemment faites dans le but de dégager des éléments qui pourraient outiller les futurs enseignants pour la question de l'erreur avant même de passer par une analyse *a posteriori*. Ce choix nous paraît pertinent pour construire une idée générale de ce que les formés ont à apprendre et de ce qu'ils ont peut-être reçu. En outre, ce croisement peut nous donner une idée de ce qu'il se passera dans la réalisation des cours ou les effets de ces cours.

Nous avons vu lors de l'analyse *a priori* des exercices proposés par le formateur F_p que ceux-ci pouvaient montrer une certaine diversité. Or, les productions d'élèves mises à la disposition des étudiants ne reflètent que peu cette richesse potentielle. En effet, de nombreuses productions ne comportent pas d'erreurs, ce sont plutôt des bonnes copies. Cela peut être un choix stratégique du formateur pour montrer aux étudiants des méthodes expertes. Or, nous constatons, parfois, que les bonnes réponses sont répétitives. Le fait de multiplier le nombre d'exercices et de restreindre les types d'erreurs n'aide pas les formés à avoir des pistes des réflexions qui peuvent les outiller lors du stage. Dans ce contexte, nous nous apercevons que les types d'erreurs cités par les étudiants lorsqu'ils ont répondu au questionnaire demeurent restreints. De plus, ceux donnés par les étudiants du F_c sont plus riches que ceux donnés par des étudiants du F_p. Cela peut s'expliquer par le fait que le cours du F_c a été consacré aux erreurs et que la question de l'erreur a été morcelée dans les cours du F_p. De plus, les connaissances mathématiques abordées dans les cours du F_p relèvent d'un haut niveau scolaire (2nd et Terminale S). En revanche, le F_c propose des exercices du niveau primaire-collège. Cela peut expliquer aussi le manque d'erreurs notamment dans les copies des élèves de Terminale S. En tout cas, cela dépend du public auquel s'adresse le formateur. Par exemple, F_c a des classes du collège et F_p a des classes du lycée.

Le manque de diversité de types d'erreurs dans les exercices et les productions des élèves pourrait expliquer pourquoi les réponses des étudiants se focalisent sur la

mauvaise compréhension de la notion (40%) pour interpréter une erreur. De plus, le fait de s'appuyer sur une histoire d'ancien élève pour anticiper des erreurs ou pour préparer leur cours va dans le même sens. Un petit schéma peut montrer le flux des enseignements potentiels de la source (formateur) à l'aval (formé).

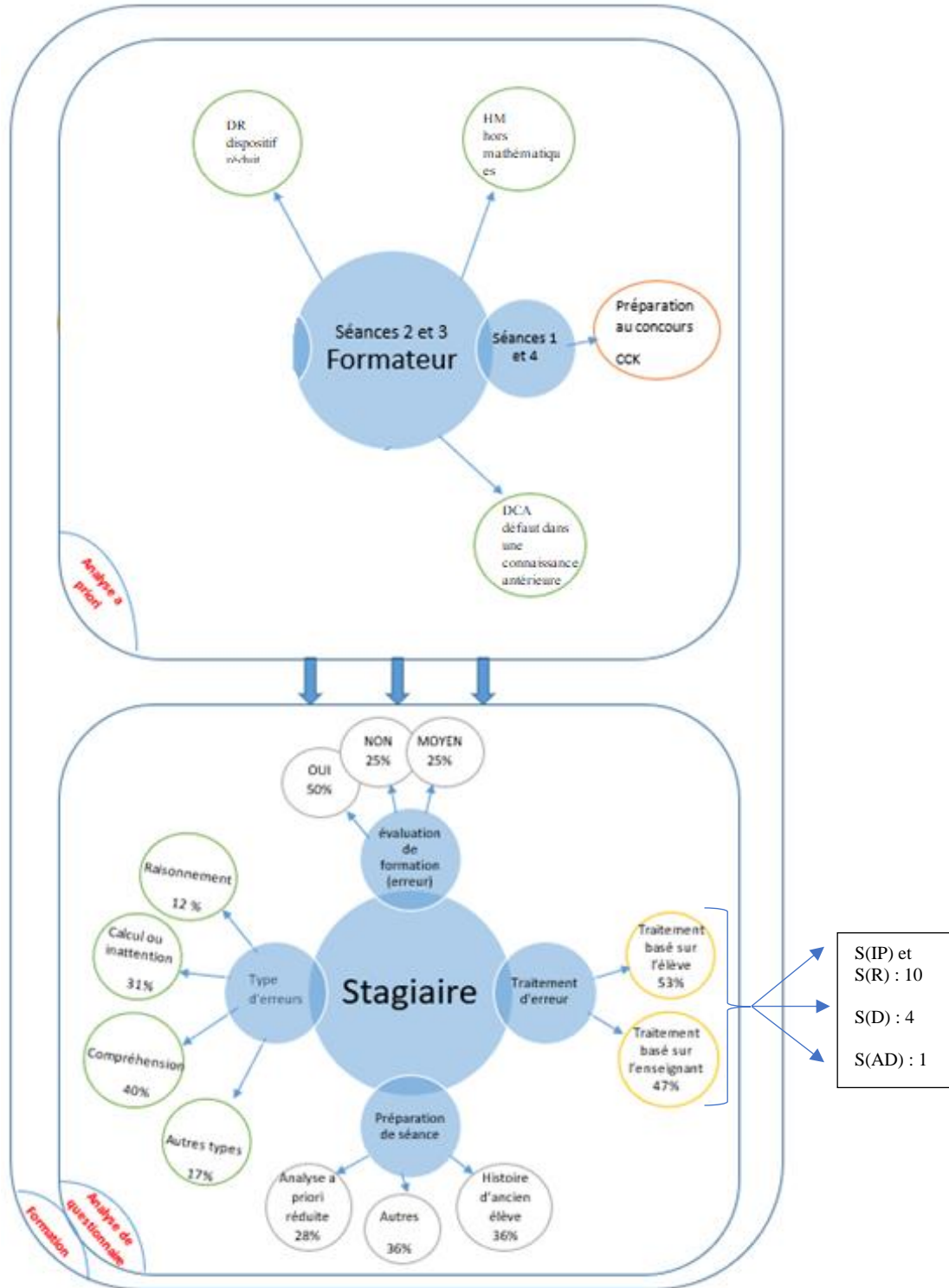


Figure VII.1 : Schéma de flux potentiel des renseignements sur l'erreur de l'amont à l'aval

Une analyse *a posteriori* peut affiner ce que nous venons de discuter et confirmer ou infirmer nos hypothèses.

4. Analyse *a posteriori*

Nous suivons toujours la même procédure que dans le chapitre V pour faire l'analyse *a posteriori*. Les séances découpées selon des exercices et leurs objectifs, seront analysées de plusieurs points de vue : les types d'erreurs discutés, les connaissances transmises et les stratégies ou situations mises en œuvre.

4.1. Analyse de la séance 2 et 3

4.1.1. Séance 2

Le formateur distribue une feuille de sept exercices aux étudiants, il leur demande de jeter un coup d'œil et de dire pourquoi on ne veut pas traiter les exercices 5 et 6. Il s'agit d'une sorte d'analyse en diagonale, notamment en ce qui concerne l'analyse du programme parce que ces deux exercices ne font plus de programme de Terminale S. Puis, il a mis les étudiants en posture d'élèves, c'est-à-dire qu'il leur a demandé de faire les exercices comme s'ils étaient des élèves. Une rigueur mathématique a été constatée lorsque le formateur reprend les propos des étudiants par rapport à une démonstration. Ensuite, il se concentre sur les productions des élèves en les abordant de la manière suivante : analyse des erreurs, des difficultés puis comment corriger. Une synthèse a suivi l'exercice 1, le formateur passe vite et ne s'intéresse qu'à l'erreur et non à son origine ni comment la traiter. Autrement dit, il se focalise sur le côté mathématique plutôt que didactique.

La consigne de la séance est formulée par le formateur de la manière suivante :

La question c'est quoi ? C'est toujours pareil, analyse de tâche par rapport à cet exercice. Vous pouvez aussi poser des questions : c'est vrai ou faux ? Quel théorème ? Quelle notion ? Votre rigueur à vous ! Ce qui m'intéresse : vous faites les exercices, puis vous analysez les copies des élèves.

Les étudiants mettent une trentaine de minutes pour faire les cinq exercices. Ensuite, le formateur fait une mise en commun dans laquelle il sollicite les étudiants pour dire quel est l'exercice le plus difficile après avoir fait l'analyse *a priori*. Là,

nous entendons le terme « analyse *a priori* » pour la première fois. Que voulait-il dire ? Le formateur reprend le 1^{er} exercice, notamment la copie de l'élève 1, et demande où est le problème. Autrement dit, le formateur ne se concentre pas sur l'analyse *a priori* de l'exercice 1 (procédures attendues, erreurs prévisibles ou difficultés, etc.) qui peut faire émerger des hypothèses intéressantes et passe directement à l'analyse des productions d'élèves. Comme nous l'avons remarqué lors de notre analyse *a priori* de cet exercice, l'élève 1 s'est trompé au niveau de l'intervalle de définition, pourtant sa démarche est correcte. En revanche, lorsque nous observons l'analyse d'un étudiant :

Amaury : l'élève 1, 1^{ère} proposition, il a bien pensé au contre-exemple, 2^e proposition, il a fait une grosse erreur, il n'a pas pensé au produit par des nombres négatifs. Il a multiplié l'inéquation par un nombre négatif sans changer de sens.

[.....]

Amaury : l'élève a multiplié l'inéquation par (-1) sans changer de sens, puis, il a divisé par (-1) sans changer, il a commis deux erreurs consécutives mais il a bon

Nous nous apercevons qu'il « s'est fait piéger » par cette erreur. Une autre étudiante se rend compte de cette erreur d'intervalle. Le formateur intervient :

F : en effet, on peut se faire piéger avec ce que fait cet élève, quand on passe dans les rangs, il faut être vigilant et lire les lignes attentivement. Comment corriger cette erreur ? J'aimerais que l'un d'entre vous vienne au tableau faire la correction. J'ai cet élève devant moi et je vais lui montrer ses erreurs. Essayer de lui faire comprendre. Est-ce que cela vous paraît normal qu'un élève de Ts fasse ce genre d'erreurs ?

Ce qui nous paraît important est que l'origine de l'erreur n'est peut-être pas une priorité pour le formateur. C'est plutôt comment corriger ou montrer l'erreur à l'élève qui l'intéresse davantage. En tout cas, nous ne voulons pas nous précipiter dans cette conclusion, nous attendons le reste des analyses (*a posteriori*, d'entretien et transversale) avant de donner une conclusion précise. L'analyse du formateur est en outre souvent rapide. Il donne la méthode experte (démonstration directe) pour résoudre l'exercice et passe à la copie de l'élève 2. Certes, l'origine de cette erreur n'est pas évidente, raison pour laquelle nous l'avons classée hors mathématiques (HM). Cependant, faire réfléchir ces étudiants sur l'origine de cette erreur peut être intéressant. D'ailleurs, le fait de mettre une typologie d'erreurs à la disposition des étudiants (cf. Astolfi ou Charnay ou Portugais) comme outil pour analyser les erreurs peut être une bonne piste afin de les guider dans les analyses.

Concernant la copie de l'élève 2, le formateur montre une rigueur mathématique, surtout dans la rédaction (la fonction inverse est strictement

décroissante et non pas juste décroissante). En revanche, dans la copie de l'élève 3, ni les étudiants ni le formateur n'ont fait attention à l'erreur de l'élève. En effet, l'exercice 1, proposition 2 définit x_1 et x_2 sur l'intervalle $]-\infty ; 0[$, or, l'élève les définit sur \mathbb{R}^* , c'est intéressant comme erreur. C'est une sorte de dispositif réduit (RD) comme nous l'avons vu lors de l'analyse *a priori*, comme on a l'habitude de travailler cette fonction sur son ensemble de définition. Cela peut en quelque sorte justifier notre hypothèse disant que le formateur ne fait pas assez d'analyse *a priori* des exercices qu'il choisit lors de la préparation de cours.

Dans la copie de l'élève 1 de l'exercice 2, nous constatons que pour la première fois un étudiant émet une hypothèse sur l'erreur commise : une erreur d'inattention :

Clément : ce n'est pas la proposition réciproque mais plutôt la proposition initiale. En fait, son exemple est bon pour la proposition non réciproque, son exemple est bon pour ce qu'il a écrit, sauf, c'est juste pour la proposition qu'elle est vraie, il démontre ce qu'il a écrit. C'est curieux sur toutes les lignes il y a (...inaudible), il fait une erreur d'inattention en écrivant la même proposition et non la réciproque.

Dans ce contexte, les étudiants et le formateur émettent une hypothèse qui correspond à l'une de deux hypothèses que nous avons émises lors de notre analyse. L'erreur de l'élève peut appartenir à deux niveaux HM (hors mathématiques) et DR (dispositif réduit) :

F : la réciproque sera ça. Est-ce que le contre-exemple ($f(x) = \sqrt{x}$) est continue et dérivable ?

Clément : le contre-exemple, il est continu sur I mais n'est pas dérivable sur I

F : est-ce qu'il parle de continuité ?

Clément : il dit qu'elle est définie sur \mathbb{R}^+

F : pas tout à fait pareil

Clément : en terminale, toutes fonctions définies sur un intervalle sont continues sur le même intervalle.

F : bah oui, en l'occurrence, on travaille sur des fonctions continues sur l'intervalle de définition. Mais en l'occurrence, les élèves doivent être capables de vérifier que la fonction « racine carrée » est continue sur \mathbb{R}^+ .

Clément : ok, je vois sur les copies, beaucoup d'élèves qui disent définie mais pas continue.

F : oui, même il y a des élèves qui vous écrivent en Ts, la fonction est définie sur cet ensemble donc dérivable sur l'ensemble, pour eux c'est comme ça. C'est une faiblesse dans notre programme, les fonctions sont gentilles, elles sont définies,

sont continues, sont dérivables, tout ce qu'on veut. Quand on ne présente pas un contre-exemple, à part, la fonction valeur absolue qu'on a besoin, sinon ça marche toujours, d'où le souci. Finalement c'est l'enseignant qui a induit ce type de confusion dans la tête de l'élève. Vous allez me dire : ce n'est pas l'enseignant c'est le programme. Mais comme ça peut induire ceci et cela il faut changer notre méthodologie.

En ce qui concerne la copie de l'élève 2, une rigueur mathématique se manifeste de la part de l'enseignant : « F : confusion des objets mathématiques, f et $f(x)$ ne sont pas la même. Là, nous constatons que le formateur a proposé une remédiation pour corriger l'erreur de l'élève ou pour lui faire comprendre que c'est faux. Il s'agit de donner un contre-exemple. En effet, cette proposition nous amène à dire que le formateur fait appel à des stratégies de remédiation S(R), notamment le N°8 dans le tableau IV.4 de Portugais. « F : Pour l'élève 3 qu'est-ce que vous diriez ? ». Puis, il passe directement à la copie de l'élève 3 sans émettre d'hypothèses sur l'origine de cette erreur. De plus, il ne discute pas cette erreur, alors que l'élève fait le même type d'erreur que l'élève 2. Enfin, par manque de temps, le formateur survole les autres copies, mais de toute façon, nous constatons que la question de la rigueur mathématique est prioritaire sur la « rigueur didactique » pour le formateur du fait qu'il ne fait pas travailler les élèves sur les origines ou les hypothèses des origines des erreurs.

Le reste de la séance portait sur les différents types de raisonnement. On a plutôt affaire à une transmission directe d'informations ou de connaissances, ce qu'on appelle le modèle transmissif, dans lequel le formateur s'appuie sur des stratégies ou situations culturelles pour transmettre aux étudiants les connaissances sur les types de raisonnement.

4.1.2. Séance 3

Ici, le formateur fait travailler les étudiants au cours d'une séance basée sur le domaine grandeurs et mesure (voir l'annexe 3). La séance se scinde en deux temps comme il le déclare :

Aujourd'hui on va travailler comme suit :

1er temps : analyse de copies d'élèves : réfléchir en amont sur la position de l'enseignant ;

2e temps : on a pu filmer un enseignant. Alors, on va analyser les pratiques de l'enseignant.

La consigne de la première activité est bien précise :

Pour entrer dans l'exercice : analyser les difficultés éventuelles pour les élèves ; différentes procédures ou méthodes possibles pour répondre aux questions posées ; les erreurs envisageables.

Une quinzaine de minutes de travail individuel ont été accordées aux étudiants pour faire l'exercice. Le formateur fait ensuite une mise en commun en demandant de citer les difficultés éventuelles. Les réponses des étudiants se résument à mettre l'accent sur la formule et l'identification des éléments dans la formule, sachant que ces deux erreurs ne font pas partie de même famille de types d'erreurs. Par exemple, la non maîtrise de la formule relève de la mémoire de l'élève HM (hors mathématiques). Or, l'identification des éléments ou la confusion entre ces éléments, comme la hauteur d'une face de pyramide et celle de la pyramide, relève soit d'un défaut dans une connaissance antérieure : la hauteur (DCA), soit d'un dispositif réduit (DR) du fait que le programme ne met pas l'accent sur la hauteur dans l'espace, juste une simple propriété. Le formateur met en évidence l'erreur mais n'en recherche pas les origines ou les causes. Il se focalise sur des causes directes et ne s'appuie pas sur des résultats de recherches ou des travaux théoriques qui analysent les erreurs et leurs origines en profondeur.

Comme les étudiants ont du mal à faire l'exercice (1^{er} exercice de séance 2, voir annexe 3), le formateur leur demande de se focaliser sur leurs propres difficultés. Là, ils commencent à citer des difficultés plus concrètes :

E : on a du mal « à se projeter dans l'espace ».

F : une piste : faire un patron (changement de cadre), est-ce quelqu'un a cette idée ?

Es : non

F : est-on en mesure de faire un patron ?

Es : il faut déjà calculer les longueurs.

F : on peut rajouter aux erreurs envisageables : la précision de la nature des faces latérales (triangles), c'est une des difficultés importantes chez les élèves de 3e.

Le formateur essaie ici de contourner l'erreur en proposant de faire un patron, mais il n'est pas si simple à un élève de troisième de faire un patron, c'est une sorte de dénaturalisation. En d'autres termes, l'élève « a du mal à se projeter ou à visualiser » dans l'espace. Au lieu de chercher l'origine de cette difficulté, on lui propose une sorte d'astuce ou de technique pour la contourner. Le formateur insiste sur la détection des erreurs et il essaie de trouver des pistes pour « traiter » l'erreur. Si l'élève a du mal à visualiser la hauteur, on lui propose de faire un patron et de passer de la géométrie dans l'espace à la géométrie plane (ce que le formateur appelle un

changement de cadre). Métaphoriquement, c'est comme si un médecin qui ne réussissait pas à diagnostiquer la maladie du patient lui proposait un calmant. C'est une sorte de simplification de la tâche (N°6, cf. le tableau IV.4) ou d'un ajout d'une étape intermédiaire (N°18) pour que l'élève réussisse à faire l'exercice. Nous constatons que cette proposition appartient à deux catégories différentes de stratégies : celles de remédiation S(R) et celles didactiques S(D).

Dans un deuxième temps, le formateur demande d'analyser les productions d'élèves sur l'exercice de la pyramide (voir annexe 3, séance 3), de comparer les deux analyses ou la cohérence entre l'analyse *a priori* et l'analyse des copies d'élèves. Là, nous remarquons qu'il y a un véritable décalage entre l'analyse *a priori* et l'analyse de copie. Même le formateur a été surpris par une erreur dans la copie de l'élève 3 (voir annexe 3, séance 3), les étudiants ont essayé d'émettre des hypothèses. Or, l'intervention ou plutôt l'improvisation du formateur n'a pas apporté assez de détails ou de pistes pour avancer sur cette erreur. Cela renforce notre hypothèse que le formateur ne fait pas assez d'analyse *a priori* des exercices qu'il propose :

F : il y a une incohérence en effet. Il y a une rédaction qui n'est pas du tout rigoureuse avec l'utilisation de signe (=). Là, on est typiquement dans l'erreur d'un élève de primaire, c'est-à-dire, dans sa tête il fait la procédure : calculer l'aire d'une face latérale, on lui demande tout, il l'écrit fois 4. Il faut expliquer à nos élèves de 5^e, on écrit ce qu'on calcule à chaque fois. Vous avez raison, il part de triangle SHB puis il passe et travaille sur le triangle SOH pourquoi ? On ne sait pas ? Est-ce que vous avez une idée pourquoi ? Pourquoi il change de triangle comme ça ?

Nadia : une intervention du prof peut-être !

F : oui peut-être.

Jean-Marc : il est parti de triangle SHB pour calculer SH, il s'est rendu compte qu'il manque une mesure.

F : oui peut-être mais pourquoi il ne justifie pas pourquoi SOH est rectangle. Est-ce que quelqu'un a une autre idée à rajouter sur la copie de l'élève 3 ?

E : il ne nous a pas expliqué pourquoi OH=17,5.

F : tout à fait.

Comme nous l'avons montré dans l'analyse *a priori*, les élèves de troisième ont du mal avec la hauteur de la pyramide et celle d'une face car c'est une notion en état de construction (NEC) et comme il y a deux hauteurs, l'élève confond l'une et l'autre à moment donné puis il fait bien le reste de l'exercice.

Pour les copies 6 et 7, le formateur ne consacre pas beaucoup de temps : une fois que les étudiants ont trouvé l'erreur il passe rapidement sans chercher les origines ou émettre d'hypothèses. Alors que les types d'erreurs, comme nous les avons vus plus haut, ne sont pas multiples, les analyses faites par les étudiants et le formateur se contentent de détecter l'erreur et de dire pourquoi l'élève s'est trompé, sans aller plus loin dans les analyses. De plus, la synthèse du formateur se focalise sur ce que les étudiants ont développé lors de la mise en commun, il est rare qu'il ajoute des idées supplémentaires.

Dans un troisième temps, d'autres documents (comparaison avec le sujet de brevet DNB 2000 ; autre prolongement DNB 2013 Pondichéry ; Situation 3 : tâche complexe, voir annexe 3) s'enchaînent dans la même continuité que l'exercice de la pyramide, mais constatons-nous des nouveautés ? À cet égard le formateur reformule sa consigne :

F : en quoi ça prolonge ? Est-ce qu'il y a des difficultés supplémentaires ? Qu'est-ce que vous pensez en termes d'analyse de tâche ? Est-ce que ça correspond à ce que nous avons fait ? Qu'est-ce qui change ?

Les deux premières activités sont plutôt guidées par rapport à l'exercice de la pyramide analysé plus haut. C'est-à-dire que le formateur ne s'intéresse qu'au fait que les étudiants voient un autre type d'activité et non à l'analyse *a priori* qui est au centre du travail. Or, la situation 3 est une situation ouverte. De plus, nous réentendons le terme analyse de tâche, mais il reste encore ambigu pour nous tant que le formateur ne l'explique pas clairement. Le formateur fait une simple synthèse des dires des formés à propos de ces exercices en mettant l'accent sur les erreurs commises et les procédures mises en œuvre. Aucun support n'a été donné aux étudiants pour les outiller à traiter les erreurs des élèves ou à les classer.

Enfin, le formateur montre aux étudiants une vidéo qui met en évidence le déroulement de l'exercice de pyramide en classe réelle afin de faire une sorte d'analyse *a posteriori* et de faire le lien entre ces analyses déjà faites :

F : Là, on va voir un extrait d'une vidéo. Le prof distribue le sujet, il l'explique, puis, il y a un moment de mise au travail. Ensuite, un moment de mise en commun intervient. Ce qui m'intéresse c'est la phase après la mise en commun où il reprend la parole et les allers retours entre questionnement d'élèves et d'enseignant. Qu'est-ce que vous avez à dire comme analyse de cette vidéo au regard du travail que vous avez fait ?

L'analyse est consacrée à la façon de convaincre l'élève pour qu'il comprenne la différence entre la hauteur de la pyramide et celle d'une face. Une vraie réalisation ou matérialisation ou bien dématérialisation (Géogébra) de la pyramide a été proposée

par les étudiants. Il s'agit d'une sorte de remédiation. Le traitement le plus adéquat pourrait rejoindre ce qu'appelle Portugais stratégies a-didactiques.

Après l'analyse *a posteriori* de la séance filmée que le formateur avait montrée aux étudiants, il annonce, dans la synthèse, un fort guidage réalisé par l'enseignant au cours de cette séance, de nombreuses tâches étaient à la charge de l'enseignant comme la face (triangle) à isoler et le patron. Ainsi, le formateur ne préfère pas ce modèle d'enseignement. Il a mis en œuvre une situation de monstration (STMO) qui a pour objectif de faire prendre conscience aux formés des défauts de ce type de pratiques.

De tout ce qui précède, nous pouvons conclure que le formateur F_p travaille davantage l'analyse *a priori* en général que le formateur F_c. Or, ce dernier laisse assez de temps aux étudiants pour émettre des hypothèses de types d'erreurs. En outre, les deux formateurs s'appuient sur les propos des étudiants pour faire la synthèse et n'ajoutent que rarement de nouvelles hypothèses. Les deux formateurs se basent sur des erreurs particulières et classiques et non sur des types généraux d'erreurs voire génériques, ils ne mettent à la disposition des étudiants aucun outil ou ni grille pour analyser les erreurs. Le formateur F_p institutionnalise ou plutôt synthétise davantage les savoirs transmis aux étudiants au fil du cours. D'ailleurs, les propositions de « traitement » ou de remédiations mises en évidence par le formateur F_p se focalisent majoritairement sur des stratégies d'institutionnalisation primitive S(IP) et celles de remédiation S(R), une minorité des stratégies didactiques S(D) interviennent dans les propos du formateur. Un écart émerge alors entre les stratégies de remédiation proposées par F_p et celles du F_c, notamment par rapport aux stratégies didactiques qui apparaissent, même minoritairement, dans les cours du premier. Mais, cela a-t-il des incidences sur les pratiques des stagiaires ?

5. Analyse de l'entretien avec le formateur F_p

Dans cette section, nous suivons également ce qui a été fait dans le chapitre V, nous focalisons le regard sur cinq éléments : sa conception sur l'erreur et celle à faire passer aux stagiaires, la nature des savoirs transmis en formation, les stratégies mises en œuvre, les ressources des cours de la formation et le potentiel des stagiaires à appliquer ces idées dans la classe.

5.1. Sa conception sur l'erreur

Pour le formateur, l'erreur est un défaut dans l'apprentissage de l'élève qui est généré soit par la façon dont le professeur présente les choses soit par un dysfonctionnement d'assimilation chez l'élève. Autrement dit, il met en évidence un obstacle didactique ou un reflet d'un état de la connaissance :

F : Ce sont des formules mal appliquées, ça correspond à un défaut dans l'apprentissage de l'élève. Soit, dans la façon dans on lui a présenté les choses. Après comment il a été digéré par l'élève, ce sont les deux aspects-là.

En revanche, concernant les origines d'une erreur, il n'a pas assez lu d'articles. Il se contente de ce qu'il a reçu des formateurs où le statut de l'erreur n'était pas négligeable mais d'un point de vue d'analyse *a priori*. En effet, les types d'erreurs données par le formateur en s'appuyant sur son expérience rejoignent souvent les deux aspects cités plus haut. Autrement dit, ce sont des origines immédiates ou générales, par exemple si l'élève ne visualise pas la figure dans l'espace, cela peut engendrer des erreurs. Mais en est-ce l'origine ? Parfois, l'organisation du cerveau (Riastuti et al., 2017) ne permet pas à l'élève de visualiser la figure dans l'espace, ce n'est pas un problème de visualisation. Autre exemple, $-(x+5) = -x + 5$ est une erreur dite HM (hors mathématiques) parce qu'elle peut venir également de l'apprentissage de la langue et de la confusion provoquée à ce stade :

F : je n'ai jamais lu un article sur les erreurs, je me base seulement sur mon expérience et les formations que j'avais reçues. Mais je n'ai jamais vu des éléments théoriques là-dessus, dans la formation il y avait une part non négligeable sur le statut de l'erreur mais moi je ne suis jamais allé à lire des articles en dehors de la formation. Pour l'origine de l'erreur revient à joindre l'idée qui en est le responsable. Je peux dire aussi que le passage à l'abstraction (l'élève qui n'arrive pas à visualiser la figure dans l'espace est une source d'erreur. Aussi, l'usage de TICE peut amener à des risques d'erreurs, autrement, l'implicite peut engendre des erreurs.

L'idée du formateur, celle qu'il tente de transmettre aux stagiaires se résume à pointer l'erreur du doigt et à la faire analyser par l'élève via l'intervention de l'enseignant, sans quoi elle persiste. Pourtant, lorsque nous lui avons posé la question de l'utilité d'un cours théorique sur l'erreur comme la typologie de l'erreur ou une liste des erreurs classiques et leurs origines, le formateur dévoile son manque de connaissances théoriques :

F : oui, pour moi c'est important, mais c'est cohérent avec le manque de mes connaissances théoriques là-dessus. Moi, ce que je vais faire, ça va être le travail autour de l'erreur des élèves et éventuellement comment l'enseignant réagit face

à l'erreur dans les vidéos ou avec le travail sur les copies des élèves. Parfois, on travaille sur les copies et à la fin les étudiants viennent me voir pour faire une synthèse ce n'est pas systématique. Là, sur l'erreur je ne me sens pas en mesure de faire quelque chose de plus structuré.

L'expérience du formateur en tant qu'enseignant joue donc un rôle plus important dans la transmission des connaissances sur l'erreur que l'aspect théorique ou les résultats de recherche. Par exemple, lors de la question dédiée au traitement des erreurs des élèves : y a-t-il des étapes pour traiter ou corriger une erreur ? La recherche des origines des erreurs ne fait pas partie de ces étapes :

F : Il y a toujours l'idée de partir de problème (la consigne), faire relire le problème, stabiliser les données, mettre en évidence la question, si on voulait connaître l'âge de capitaine, de quoi on a besoin ? (Sa date de naissance, etc.) puis ramener les élèves à une impasse (on n'a aucune donnée), on ne peut pas répondre à la question. Peut-être ça ne marche pas comme ça, les élèves vont utiliser des données numériques, il faut mettre en évidence le nombre avec son contexte.

En analysant ce passage, nous nous apercevons que le formateur, pour « traiter » une erreur de type l'âge du capitaine, met l'accent sur quatre éléments : relire la consigne, surligner les données, mettre en évidence la question et amener les élèves dans une impasse. Les trois premiers se considèrent comme des étapes intermédiaires (N°18 cf. le tableau IV.4 de Portugais) ayant pour objectif de simplifier la tâche. Donc, ces trois éléments appartiennent aux stratégies didactiques. Le quatrième élément ressemble à ce que dit Portugais (N°22 : introduire une tâche impossible). De ce fait, les stratégies du traitement des erreurs mises en œuvre du formateur se situent partiellement dans les stratégies didactiques S(D) et a-didactiques S(AD). Partiellement parce que le formateur ne met l'accent que sur deux éléments de ces deux stratégies. Cette pré conclusion pourrait contredire ce que nous avons constaté lors de l'analyse du questionnaire et de l'analyse *a posteriori* où les stratégies d'institutionnalisation primitive S(IP) et de remédiation S(D) sont privilégiées par les stagiaires. De ce fait, nous supposons que le formateur, qui dispose des éléments issus des stratégies didactiques ou a-didactiques, ne pourrait transmettre ces stratégies aux formés du fait qu'elles sont peu institutionnalisées ou peu valorisées.

5.2. La nature des connaissances envisagées

Le formateur englobe ici les trois catégories de connaissances de formation, il travaille avec les étudiants les connaissances mathématiques (CCK), les connaissances didactiques (analyse de tâches, analyse *a priori*, *a posteriori*, etc.) et

l'enchaînement des tâches ou le déroulement de la séance et la gestion de temps ou de classe, il s'agit plutôt d'un aspect pédagogique. En revanche, les termes didactiques comme le contrat didactique ou les variables didactiques sont moins abordés. « Faute de temps »³⁹, il ne fait pas systématiquement de synthèse ou d'institutionnalisation.

5.3. Stratégies à mettre en œuvre

Après avoir défini les stratégies ou situations connues (homologie, monstration et transposition), nous avons demandé au formateur s'il pouvait se situer par rapport à ces situations. Il nous a répondu qu'il optait plutôt pour une monstration, parce qu'il montre les façons de faire de collègues experts dans le but d'outiller les futurs enseignants. Il leur propose différentes pistes en faisant des analyses *a posteriori*, quelque chose qu'il maîtrise. Il n'adopte pas les situations basées sur l'homologie, il n'a pas de tendance à transmettre sa pratique comme modèle. Il amène les étudiants à se poser des questions en les confrontant à différentes situations, c'est une sorte de transposition pédagogique.

5.4. Ressources à l'appui

À ce niveau, le formateur cite certaines ressources sur lesquelles il s'appuie pour préparer ses cours. Il s'agit des cours de formation dont il bénéficie dans sa propre formation, des « cahiers pédagogiques⁴⁰ », des brochures et repères IREM. Les copies de ses élèves de 2nd et Terminale S. Ce sont des ressources empiriques plutôt que théoriques.

5.5. Les retours des stagiaires (feedback)

Le formateur pense que la formation a un effet sur les pratiques des stagiaires, mais qu'il n'est pas à la hauteur de ce qu'on espère. Il est rare qu'il y ait des retours de stagiaires sur la question liée à l'erreur. Selon lui, d'habitude, ils traitent ces questions avec le professeur référent de la classe. Parfois, par le biais de visites, certains *feedbacks* peuvent refléter des effets de la formation mais de façon très faible.

³⁹ Selon le formateur

⁴⁰ <https://www.cahiers-pedagogiques.com/>

Si nous comparons de façon synthétique les deux formateurs, nous pouvons dégager certaines régularités. Ces deux formateurs ne cherchent pas à aller très loin dans l'analyse des erreurs des élèves, ils se contentent d'identifier l'erreur, de proposer des origines immédiates, des copies des élèves et de revenir sur la notion causant l'erreur afin d'insister dessus dans le but de ne pas la refaire. Les deux développent peu les termes didactiques comme le contrat didactique ou les variables didactiques. En revanche, le formateur F_p s'appuie davantage sur les vidéos et les séances filmées afin de travailler ou faire travailler les étudiants sur l'analyse *a posteriori*. Cet aspect est bien développé chez le formateur F_p .

6. Analyses transversales

Dans les paragraphes qui suivent, nous nous concentrons sur trois points principaux : la nature des connaissances transmises, les stratégies mises en œuvre et une analyse générale afin de dégager des régularités dans le profil ou les pratiques du formateur.

6.1. La nature des connaissances transmises aux formés

Nous nous appuyons sur le tableau IV.1 établi dans notre méthodologie de recherche pour identifier ces connaissances.

6.1.1. CCK (commun content knowledge)

Comme la majorité des séances que nous avons observées relèvent du master 1, nous constatons que le formateur met davantage l'accent sur les trois éléments constituant les connaissances mathématiques (CCK). Il a fait travailler les étudiants sur des définitions, du vocabulaire avec une rigueur mathématique ou didactique, des notions mathématiques précises comme la démonstration par récurrence et la détection des erreurs. Donc, le quadruplet $(\alpha, \beta, \gamma; 1)$ est complètement présent car les caractères le constituant sont tous apparents (voir le tableau IV.1).

6.1.2. SCK (specialized content knowledge)

Nous vérifions, ici, l'existence des éléments de cette connaissance. Les connaissances spécifiques à l'enseignement (SCK) ont été partiellement abordées lors des séances. Cependant, les solutions alternatives n'ont pas été valorisées. Le formateur privilégie seulement, lors des séances observées, l'analyse des erreurs d'un point de vue mathématique (caractère α). De plus, certaines représentations des notions mathématiques ont été mises à la disposition des étudiants (caractère β). Or, les stratégies alternatives (caractère γ) n'ont pas été travaillées dans les séances observées. Il manque donc un caractère γ au quadruplet $(\alpha, \beta, \gamma; 2)$ qui se restreint à un triplet $(\alpha, \beta; 2)$.

6.1.3. HCK (horizon content knowledge)

Les liaisons directes ont fait l'objet de certaines séances. Par exemple, lors du travail sur la pyramide, le formateur a fait appel au patron mais l'aspect épistémologique de la notion n'a pas été abordé. De plus, le lien avec d'autres disciplines n'a pas été travaillé. Donc, le quadruplet $(\alpha, \beta, \gamma; 3)$ se restreint à $(\alpha; 3)$.

6.1.4. KCS (knowledge of content and students)

Certes, les causes des erreurs d'élèves étudiées dans les séances que nous avons observées ont majoritairement été signalées. Cependant, ce sont plutôt des explications simples qui ne débouchent pas sur un type d'erreur et ni le formateur ni les étudiants ne sont allés très loin pour trouver les origines ou types d'erreurs généraux et génériques. De plus, aucune grille d'analyse n'a été mise à la disposition des étudiants comme outil pédagogique ou théorique qui leur permettrait d'être plus cadrés ou structurés. Par ailleurs, les trois écoutes ont été implicitement travaillées. En d'autres termes, le formateur n'en parle pas explicitement et ne met pas l'accent dessus. Les modèles d'apprentissages sont également absents. Nous constatons une quasi absence du quadruplet $(\alpha, \beta, \gamma; 4)$.

6.1.5. KCT (knowledge of content and teaching)

Il n'y a pas grand écart entre ce qu'ont proposé F_c et F_p pour cette catégorie de connaissances. F_p propose également des techniques ou procédures pour éviter l'erreur ou ne pas refaire l'erreur. Par exemple, faire le patron pour calculer l'aire d'une face latérale. En outre, la différenciation n'a également pas été travaillée. En

revanche, la gestion de classe a été abordée en détail. Enfin, nous sommes devant un couple $(\beta; 5)$ et non un quadruplet.

6.1.6. KCC (knowledge of content and curriculum)

Une étude partielle du programme a été faite à « petite dose » et le formateur n'a pas consacré de séance à ce propos comme l'autre formateur, il a seulement mis l'accent sur le Bulletin officiel (BO). Alors, nous sommes également devant un couple $(\beta; 6)$.

6.2. Les stratégies de formation mises en œuvre

Dans cette section nous sommes conduits à utiliser le tableau IV.2 qui nous permet d'analyser les stratégies ou situations employées par le formateur pour transmettre les connaissances de base à ses étudiants. Nous nous intéressons donc à trois sortes des stratégies : professionnelles, non professionnelles et d'accompagnement.

6.2.1. Stratégies professionnelles

Un fort usage des stratégies de monstration a été remarqué lors de l'analyse *a posteriori* des séances observées. Le formateur s'appuie davantage sur des séances filmées dans le but de faire une analyse *a posteriori*. Il amorce sa séance par une analyse *a priori* et analyse des copies, puis il se penche sur l'usage des vidéos afin de focaliser le regard sur deux aspects : le déroulement de la séance et les choix stratégiques de l'enseignant expert. Mais les éléments de savoir voir et de savoir observer (caractère μ) n'ont été travaillés que via la consigne ou la trame de questions proposées avant de voir la vidéo. Autrement dit, le quadruplet $(\theta, \mu, \omega; IV)$ n'est abordé que partiellement, nous sommes donc plutôt devant un triplet $(\theta, \omega; IV)$. Le formateur a confirmé ce choix lors de l'entretien. D'ailleurs, le formateur F_c, ne se sert de ces stratégies qu'occasionnellement.

Le formateur se base sur les brochures de l'IREM et le journal « les cahiers pédagogiques » pour préparer ses cours. Il travaille davantage les analyses *a priori*, de tâches et de démarches. Ses stratégies sont localisées dans ce qu'on appelle les situations ou stratégies de transposition pédagogique. Les trois éléments de ces

stratégies sont vérifiées comme dans le tableau IV.2, le quadruplet $(\theta, \mu, \omega; VII)$ est donc fortement présent. D'ailleurs, une sorte de situation d'homologie est également présente. Par exemple, mettre les étudiants en posture d'élèves et prendre en compte leur niveau moyen en mathématique émerge parfois mais partiellement. Alors, le triplet $(\theta, \mu; V)$ se manifeste.

6.2.2. Stratégies non professionnelles

À part, les stratégies culturelles où le formateur transmet aux formés des connaissances de nature mathématique, les autres types de stratégies sont quasiment absents, peu de traces émergent et nous ne sommes pas en mesure d'identifier des éléments qui nous permettent de faire un quadruplet voire un couple.

6.2.3. Stratégies d'accompagnement ou compagnonnage

Comme dans les stratégies d'accompagnement mises en œuvre par le formateur F_c , le formateur F_p n'accompagne les stagiaires qu'occasionnellement sur le terrain. C'est également une sorte d'accompagnement à distance. Par exemple, le formateur visite une fois le stagiaire dans sa classe et lui propose des conseils par rapport à ce qu'il a pu voir lors de l'observation. Parfois, il fait en début de ses cours un bilan de ce qui s'est passé dans les classes des stagiaires afin de mettre en lumière certains aspects ou difficultés qu'ils rencontrent et de leur proposer des alternatives. Malgré l'importance consacrée à ces stratégies par des chercheurs de didactique des mathématiques, elles sont loin d'être pratiquées. Nous sommes également ici devant un triplet $(\mu, \omega; VIII)$ et non un quadruplet.

Si nous faisons une petite comparaison entre les stratégies mises en œuvre par les deux formateurs, nous constatons que l'aspect pédagogique représenté par l'analyse de démarches, l'analyse de tâches, d'erreurs et *a posteriori* est davantage développé chez le formateur F_p . En revanche, l'aspect didactique représenté par la diffusion de résultats de recherches et la mise en recherche des formés sont plus travaillés chez le formateur F_c . Dans les deux cas, ce qu'ils ont fait demeure restreint si l'on recourt à nos références bibliographiques.

6.3. Croisement d'analyses et de regards

L'objectif des paragraphes qui suivent est de dégager des caractères qui peuvent marquer le profil du formateur. Ces caractères peuvent influencer les pratiques du stagiaire qui a suivi cette formation et à qui nous nous intéressons par la suite. Si nous poursuivons l'analyse des pratiques de ce formateur, dans le sens large du mot, nous constatons une régularité dans le déroulement de ses séances. Ainsi, son cours est composé de trois grandes phases. Il commence par une « audience » dans laquelle il sollicite les étudiants pour qu'ils fassent un bilan de ce qu'ils ont vécu dans leur établissement de stage dans les quinze derniers jours (bilan de quinzaine). Puis, il essaie de leur proposer des pistes de réflexion pouvant les aider à adopter et/ou adapter une solution. Il s'agit d'une sorte de stratégie de compagnonnage (Butlen et al., 2006; Pézard, Butlen, & Huraux-Masselot, 2012) ou plutôt de stratégie de compagnonnage indirect. Il insiste ensuite sur l'analyse des tâches avant d'attaquer la résolution des exercices. Enfin, il finit par projeter une vidéo à analyser dans le but de se focaliser sur quelques points soulevés lors de discussions, dans le but de les hiérarchiser et de transmettre ce qu'il a préparé du point de vue didactique. La question de l'erreur n'a pas eu sa place dans ses diverses phases.

6.3.1. Stagiaires peu outillés

Le formateur consacre du temps à travailler l'aspect spécifique de certaines erreurs, à trouver les types généraux d'erreurs ou génériques. Certes, cet aspect est important et focalise l'attention des formés sur des cas concrets dans l'analyse des erreurs. Cependant, il n'outille pas les stagiaires comme l'aspect générique qui, s'il est mis à leur disposition, peut leur permettre d'avoir des outils d'analyse plus larges qui fonctionnent dans des cas plus généraux.

6.3.2. Connaissances peu institutionnalisées

Nous constatons que le formateur institutionnalise certaines connaissances pour lesquelles il a fait un bilan à la fin de certaines séances. Or, les connaissances liées au traitement des erreurs des élèves ne débouchent pas sur des outils pédagogiques qui permettent aux formés d'algorithmiser leur analyse d'erreurs ou de traitement de ces erreurs. Une simple synthèse ne peut suffire à les orienter vers les bons choix ou les bonnes pistes de réflexion. Comme l'indique notre méthodologie de recherche, nous pensons que le fait d'intentionnaliser des connaissances de formation a des incidences positives (EFF-INS) sur les pratiques des stagiaires. D'ailleurs, le formateur ne met

pas clairement en évidence les stratégies de traitement des erreurs, nous trouvons d'ailleurs un écart entre celles des stagiaires et celles du formateur.

6.3.3. Stratégies de formation restreintes

Le nombre de stratégies mises en œuvre dans les séances de formation observées se limite à trois : les stratégies de monstration par lesquelles le formateur focalise davantage le regard sur les analyses *a posteriori*, celles culturelles et celles de transposition pédagogique. Certes, ce sont des stratégies professionnelles recommandées par les études de recherche. Cependant, la mise à niveau de connaissances de formés demande de mobiliser différentes stratégies dans le but de leur faire passer davantage de connaissances de base. Par exemple, les stratégies de transpositions didactiques n'ont pas été suffisamment travaillées comme la théorisation des actes d'enseignement.

6.3.4. Le paradoxe mystérieux

Malgré la non institutionnalisation claire de la part du formateur des procédures d'analyses d'erreurs ou des procédures du traitement des erreurs des élèves, les réponses des stagiaires au questionnaire ont tendance à dévoiler des types d'erreurs qui n'ont pas été mis en évidence lors de la formation comme les erreurs de calcul et les erreurs d'inattention (31%). De plus, le fait de s'appuyer sur l'histoire personnelle d'ancien élève pour anticiper les erreurs, n'a à notre connaissance pas été abordé dans les séances que nous avons observées. On peut donc dire que moins les stagiaires sont outillés à la question de l'erreur, plus ils font appel à leur histoire personnelle d'ancien élève.

6.3.5. Les attentes modérées des stagiaires

Lors de l'analyse du questionnaire diffusé auprès des stagiaires, nous avons constaté qu'une majorité écrasante des interrogés n'ont pas répondu à cette question. Lorsqu'ils répondent, les réponses sont générales et ne visent pas de cible bien précise. Ils parlent d'anticipation d'erreur. Cela veut dire que les cours de formation n'ont pas réussi à motiver les étudiants pour approfondir leur réflexion sur la question de l'erreur, c'est la raison pour laquelle leurs attentes restent indéterminées.

6.3.6. KCS et KCT restreints

De ce que nous avons constaté précédemment et à plusieurs occasions de nos différentes analyses, en faisant appel à ce que nous avons pu tirer comme conclusion dans le profil de l'autre formateur, nous remarquons que certains éléments dans la conception de PCK n'ont pas été travaillés de manière claire et explicite. Les stratégies d'enseignement typiques favorisant la performance des élèves en difficulté n'ont pas été explicitement traitées dans les séances. Ces stratégies relèvent du KCT. De même, la connaissance des profils d'élèves (KCS) qui peut aider les futurs enseignants à comprendre leur réflexion et à régir d'une manière adéquate n'a pas fait l'objet de discussion ni de débat dans les cours de formation. Ces éléments peuvent être des outils indispensables permettant d'analyser et de traiter les erreurs des élèves. Proposer peu de connaissances relatives à l'analyse et au traitement de l'erreur empêche d'outiller les stagiaires avec des éléments essentiels pour leurs cours de stage. L'effet de PCK (EFF-PCK) ne pourrait apporter des effets positifs étant donné la « pauvreté » de certains éléments.

6.3.7. Quasi absence des éléments ayant des incidences sur les pratiques des stagiaires

Lors de nos différentes analyses, nous avons constaté que le formateur essaie de confronter les étudiants à un problème, notamment en ce qui concerne les connaissances mathématiques. Or, les connaissances didactiques ou pédagogiques n'ont pas été l'objet d'une confrontation à un problème professionnel (EFF-CPD). C'était plutôt une sorte de découverte, par exemple, lors de l'analyse de tâches ou *a priori* le formateur a donné des indices ou des indicateurs pour faire l'analyse, il ne les a pas confrontés à un problème afin de construire ces indicateurs ou critères d'analyse. Donc un autre facteur (EFF-CPD) qui a des incidences sur les pratiques des stagiaires a été peu développé. En outre, la mutualisation des pratiques en collaboration avec des enseignants experts ou futurs enseignants n'a pas été assez valorisée dans le sens où ils peuvent se rencontrer en dehors de la formation pour discuter des leurs pratiques ; c'est une sorte de mutualisation minimale ou plutôt une sorte de conflit socio-cognitif qui la remplace. Dans ce contexte, lors de l'analyse du questionnaire peu de stagiaires ont cité cet élément (EFF-MDP) comme ressource sur laquelle ils s'appuient pour compléter leurs pratiques, au contraire de ce qu'ont dit les stagiaires du formateur F_c. L'effet de cette mutualisation (EFF-MDP) demeure donc restreint. Par ailleurs, le formateur demande, parfois, aux stagiaires d'apporter avec eux certaines copies d'élèves dans le but de les analyser et de travailler certaines erreurs. Or, discuter ce qu'a utilisé le stagiaire comme remédiation ou des analyses *a*

priori ou *a posteriori* en classe du stage ne faisait pas vraiment de débat dans la formation, ce *feedback* allégé ne peut donc contribuer à des effets espérés.

Conclusion

De tout ce qui précède, nous constatons que des éléments indispensables aux pratiques des stagiaires concernant la question de l'erreur ont été peu travaillés comme les KCS (knowledge of content and student), KCT (knowledge of content and teaching), l'institutionnalisation des connaissances de base, la confrontation des stagiaires à des problèmes professionnels, la mutualisation des pratiques et la collaboration. Tout cela aurait pu enrichir les pratiques des stagiaires sur la question de l'erreur, contribuer à une bonne compréhension des erreurs d'élèves et déboucher sur des analyses et traitements intéressants de ces erreurs, avec par la suite des effets positifs sur l'apprentissage des élèves. En revanche, en l'absence ou quasi absence de ces éléments, la formation risque d'apporter des effets négatifs qui peuvent influencer et même perturber les pratiques des stagiaires pour les années à venir avant de les stabiliser. Il nous reste à étudier les pratiques du stagiaire filmé et à trouver des traces de la formation, notamment pour ce qui concerne la réaction du stagiaire face aux erreurs, nous verrons si ces éléments ont des effets positifs ou négatifs sur ses pratiques.

Chapitre VIII : L'analyse de pratiques d'un stagiaire suivant la formation de formateur F_p

Nous avons observé et filmé deux séances d'un stagiaire qui a suivi les cours du formateur dit professionnel. Nous focalisons notre attention dans ces deux séances sur les réactions du professeur face aux erreurs commises par ses élèves : analyse et traitement. Nous prenons une séance et l'analysons en détail (analyse *a priori* et *a posteriori*). Puis, nous cherchons des éléments en commun avec l'autre séance dans le but de dégager des régularités ou variabilités et même des perturbations.

1. Analyse détaillée d'une séance

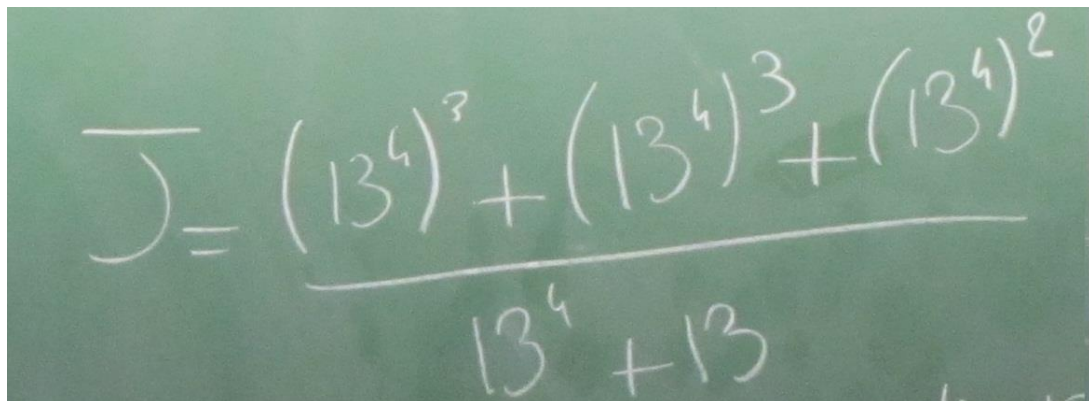
La 1^{ière} séance filmée dans une classe de 4^e en 2014 porte sur le calcul de puissances (correction d'une interrogation) et la conversion des unités de mesure. Comme précédemment pour l'analyse *a priori* et *a posteriori*, nous nous concentrons sur trois critères : les prérequis, l'objectif, les erreurs éventuelles.

1.1. Analyse *a priori*

Une analyse *a priori* des exercices proposés par le professeur nous permet de prévoir les erreurs éventuelles des élèves et les remédiations qui peuvent être proposés et par la suite d'essayer de comprendre ses choix lors de la réalisation de la séance.

1.1.1. Exercices de calculs de puissances

$$\begin{array}{|l}
 A = \frac{7^4 \times 7^3}{7^1} \\
 \hline
 (10,7)^3 \times (10,7) \\
 \hline
 (10,7)^3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{|l}
 B = \frac{12^3 \times 12^7}{12^7} \\
 \hline
 F = \frac{\cancel{7} \times \cancel{7} \times 7 \times 7}{\cancel{7} \times \cancel{7}}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{|l}
 C = \frac{(3)^4}{(-3)^5 \times (-3)^4} \\
 \hline
 G = \frac{12 \times 12^3}{12 \times 12}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{|l}
 D = (0,7)^2 \times (0,7)^7 \\
 \hline
 H = \frac{12^4 \times 12^3}{12^7}
 \end{array}$$



$$\frac{(13^4)^3 + (13^4)^3 + (13^4)^2}{13^4 + 13}$$

1.1.1.1. Prérequis

Les connaissances indispensables pour faire ces calculs sont multiples : la définition de puissance d'un nombre relatif, la définition d'un nombre décimal et le passage d'une fraction à un nombre décimal et vice-versa, les différentes propriétés des puissances. Un dysfonctionnement dans la mobilisation de l'une de ces connaissances variées peut mettre les élèves en difficulté et par la suite les induire en erreur.

1.1.1.2. Objectif

Cette correction a pour objectif de corriger les erreurs de certains élèves d'une part et d'attirer l'attention sur l'importance de certaines propriétés des puissances d'autre part. Autrement dit, il s'agit d'un exercice de réinvestissement.

1.1.1.3. Les erreurs éventuelles

Les erreurs prévisibles tournent autour de la non maîtrise de la définition des puissances. Par exemple, si l'on a un nombre sans exposant, les élèves peuvent penser que l'exposant est égal à 0, c'est une sorte d'erreur de type éléments ostensifs (EO),

selon notre tableau IV.3, où l'absence de marque perturbe les élèves comme dans le calcul E.

Un autre type d'erreur peut émerger celui de la généralisation abusive, comme dans le calcul J, les élèves vont appliquer les propriétés de puissances sur ce calcul, là, un type de transition difficile (TD) se manifeste pour cette erreur. Certes, l'enseignant choisit exprès ce calcul comme un contre-exemple. Une sorte de stratégies a-didactique S(AD), notamment l'élément (N°22) du tableau IV.4 de Portugais.

La technique utilisée par les enseignants pour faire le produit ou la division de deux puissances (multiplier/diviser de deux puissances de même base revient à additionner/soustraire les exposants) peut créer une confusion dans la tête de l'élève au niveau de la mémorisation des règles ou des techniques, surtout quand les élèves ne se rappellent que d'une partie de la technique, c'est donc un type d'erreur dit hors mathématique (HM) parce qu'il s'appuie sur la mémorisation de la phrase clé. De plus, si l'enseignant n'insiste pas sur les mots « de même base », ils risquent de faire une généralisation abusive.

La définition de puissances peut être un obstacle, notamment dans le calcul F ci-avant, si les élèves ne voient pas la simplification de la fraction en divisant par 7 autant de fois, il vaut mieux qu'ils pensent à la définition de puissances en ramenant $7 \times 7 \times 7 \times 7$ à 7^4 et 7×7 à 7^2 et puis appliquent les propriétés de puissances. Dans ce contexte, certains élèves ne maîtrisent pas la définition dans ce sens-là ($7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$) mais plutôt dans ce sens ($7^4 = 7 \times 7 \times 7 \times 7$) à cause de restriction de la notion de la part du programme ou de la part de l'enseignant, nous sommes donc à nouveau devant un type d'erreur dit dispositif d'enseignement réduit (DR)

Nous sommes devant de nombreux types d'erreurs. Une analyse *a posteriori* peut donc dévoiler les choix stratégiques du stagiaire.

1.2. Analyse a posteriori

Dans ce paragraphe, nous portons notre attention sur deux aspects importants : les erreurs commises par les élèves et les réactions du stagiaire face à ces erreurs. L'objectif de cette analyse est d'identifier des éléments qui peuvent nous aider à étudier les effets de la formation sur les pratiques du stagiaire.

Cette séance est une séance de correction. Avant de commencer l'analyse, nous tenons à dire que le stagiaire met l'accent sur l'erreur même si elle n'est pas présente.

Par exemple, le calcul de A n'a provoqué aucune erreur malgré cela, il invite les élèves à émettre des hypothèses sur l'erreur qu'on peut rencontrer :

- 9 P : les erreurs qu'on peut commettre là-dessus c'est quoi ?
- 10 Karima : ne pas confondre l'addition et la ./
- 11 P : c'est ça, de ne pas confondre, quand on a une multiplication on fait une addition des exposants et après quand on a une division, on fait une soustraction.

Le stagiaire profite ici de l'occasion pour rappeler la propriété de la multiplication de puissances de même base. Dans ce contexte, nous constatons qu'il fournit une version compactée de la propriété et ne met pas l'accent sur les contraintes de cette propriété : « avoir la même base ». Par exemple, pour le calcul suivant : $2^2 \times 3^4$, on ne peut appliquer la propriété citée ci-dessus. Toutefois, nous pensons que le fait de focaliser le regard des élèves sur les erreurs prévisibles est un bon atout. Il nous reste qu'à attendre pour voir comment il réagit pour traiter une erreur.

1.2.1. Erreurs et traitement ou interventions du stagiaire

Nous classons les erreurs selon les types donnés lors l'analyse *a priori* que nous avons faite plus haut. Puis, nous mettons l'accent sur les interventions du stagiaire.

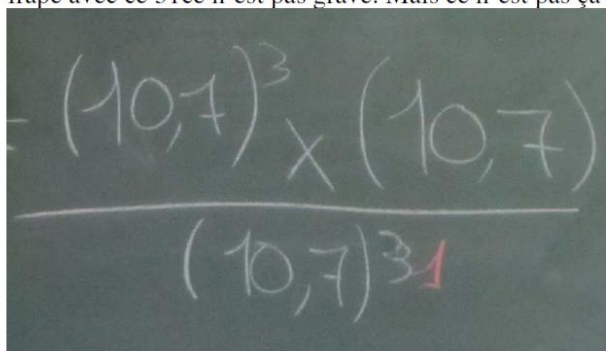
1.2.1.1. Erreurs relatives à la définition des puissances

Lorsque l'exposant de la puissance n'est pas présent, certains élèves, notamment ceux qui sont en difficulté, peuvent penser que c'est zéro (0). C'est une sorte d'erreur de type (EO) où l'absence de marques perturbe les élèves. C'est le cas de l'élève qui s'appelle Saïd, il a fait une double erreur : une erreur de frappe, il a mis 3 à la place de 31 et c'est une erreur (AU) :

The image shows a chalkboard with the following handwritten expression: $(10^4)^3 \times (10^7) = (10^7)^{2+3} = (10^7)^{29}$. The student has incorrectly simplified the product of powers to a single power with an exponent of 29, which is a combination of a typo (writing 3 instead of 31) and a conceptual error (AU).

Ce qui nous intéresse, ici, est l'intervention du stagiaire face à cette erreur. Il ne montre pas, cette fois-ci, le lieu de l'erreur, il la renvoie juste à la classe, c'est une façon de provoquer un débat (N°12, cf. le tableau IV.4 de Portugais), autrement dit, il s'appuie sur un élément de stratégie didactique S(D) :

- 71 P : oui, la soustraction qui a été faite, mais ce n'est rien de tout c'est une faute de frappe avec ce 31 ce n'est pas grave. Mais ce n'est pas ça qui renverse peut-être ?

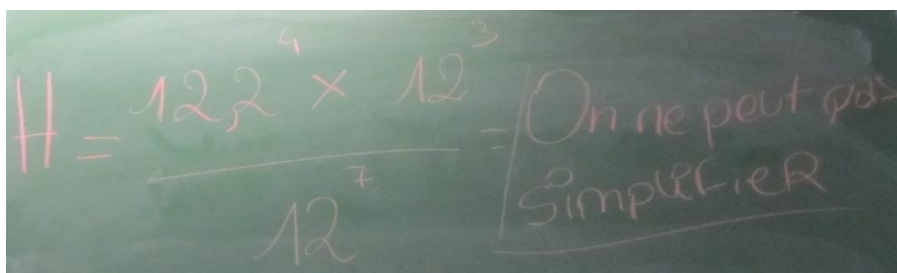

$$\frac{(10,7)^3 \times (10,7)}{(10,7)^{31}}$$

72

Un élève répond et met l'accent sur l'existence d'un exposant (1) au-dessus de (10,7). Là, le stagiaire reprend la main et réexplique les bases (N°3), notamment en cas de multiplication de puissances, on additionne les exposants. Le stagiaire lui demande de retourner au tableau pour corriger son erreur (N°9), l'élève a fait également une erreur de calcul. Selon les éléments stratégiques (N°3 ; N°9 ; N°12) que nous avons mis en évidence lors de traitement de cette erreur, nous constatons également un chevauchement entre les différentes stratégies de traitement : celles de remédiation (S(R) et celles didactiques S(D)).

1.2.1.2. Erreurs relatives à la généralisation abusive

Dans ce paragraphe, nous discutons l'application des propriétés de puissances sur des cas impossibles comme le calcul de H :

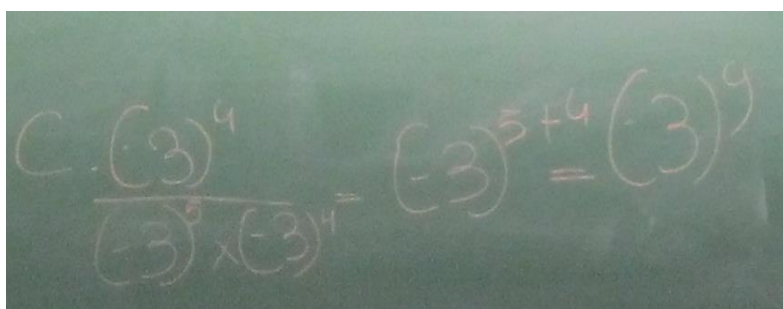

$$H = \frac{12,2^4 \times 12^3}{12^7} \quad \text{On ne peut pas simplifier}$$

Deux types d'erreurs peuvent intervenir ici. Le premier type porte sur que l'élève généralise abusivement (TD) la technique donnée par le stagiaire (multiplier des puissances de même base revient à additionner les exposants) et comme dans le numérateur les bases sont différentes (12,2 et 12), là l'élève généralise sans faire le lien entre le numérateur et le dénominateur. La seconde porte sur une sorte d'erreur de type dispositif réduit (DR) induit involontairement par la technique (avoir la même base pour pouvoir faire la propriété). L'élève qui a fait le calcul a compris qu'on ne peut pas le faire complètement car on n'a pas la même base de puissances (12 ou 12,2). Or, il n'a pas prêté attention au fait qu'il y a deux puissances qui ont la même base (12). Dans ce contexte, le stagiaire intervient et montre aux élèves la procédure correcte (N°1). Il opte donc pour une stratégie d'institutionnalisation primitive S(IP).

Toutefois, nous pensons que le fait de provoquer un débat (N°12 $\in S(D)$) en classe peut apporter plus de fruits que l'intervention immédiate du stagiaire ou bien que le fait de débattre plusieurs procédures erronées (N°25 $\in S(AD)$) peut favoriser la performance des élèves en difficulté.

1.2.1.3. Erreurs relatives au dispositif d'enseignement

L'erreur qui vient est induite par la manière dont le stagiaire met en évidence les propriétés de puissances. Par exemple, la version compacte citée plus haut sur la multiplication de puissances peut être à l'origine de cette erreur. En d'autres termes, l'élève ne voit une multiplication que dans le dénominateur, raison pour laquelle ses calculs s'y limitent. C'est une sorte d'erreur de type (DR) :


$$\frac{(3)^4}{(-3)^3 \times (-3)^4} = (-3)^{3+4} = (-3)^7$$

Nous nous penchons sur l'intervention du stagiaire pour analyser sa réaction et savoir sur quelles stratégies il s'appuie cette fois-ci. La stratégie mise en œuvre par le stagiaire pour traiter cette erreur est en effet un peu compliquée. Par exemple, il déclare à l'élève qu'il y a une erreur et lui demande d'expliquer sa démarche, c'est-à-dire que le stagiaire met l'élève en phase de recherche individuelle (N°11, cf. le tableau IV.4) :

- 34 **P** : oui c'était 14 ici. Une erreur dans l'énoncé. Donc comment tu as fait pour passer là ?
35 **Daniely** : on a additionné les puissances.
36 **P** : oui, lesquelles ?
37 **Daniely** : dénominateur et numérateur.

Comme l'élève n'était pas en mesure de localiser son erreur, le stagiaire intervient et lui montre explicitement le lieu de l'erreur sans lui montrer la procédure correcte, c'est-à-dire qu'il atteint partiellement le N°1 :

- 38 **P** : d'accord mais moi c'est ce que je vois, tu as oublié le numérateur, c'est ce que tu as fait, tu as mis 4 au lieu de 14 c'est autre chose mais tu as additionné ces deux-là. C'est ça. Bah oui, mais du coup il n'y a rien dessus ?

L'élève n'a pas bien compris son erreur, le stagiaire l'invite alors à comparer les travaux des autres élèves (N°14) :

- 42 **P** : oui, faut-il demander en gardant 14, essaie de corriger maintenant, viens au tableau. Non, on ne va pas demander à son camarade ou à sa camarade. Laissez-la toute seule. Regarde un petit peu les autres exemples qu'on a faits. Surtout le premier qui est détaillé exactement comme il faut. Comme ça tu ne vas pas te tromper. La première étape qu'est-ce qu'on a fait ?

La difficulté de l'élève persiste, le stagiaire fait donc intervenir un élément stratégique, celui de la décomposition de la tâche en plusieurs étapes (N°17), c'est une façon de simplifier la tâche (N°6). Enfin, l'élève est perdu et ne peut pas continuer à corriger, là, le stagiaire demande à un autre élève d'aller au tableau et de corriger (N°2). Ce dernier se trompe également en faisant l'addition des exposants à la place de la soustraction, c'est pourquoi l'intervention d'un troisième élève est privilégiée :

- 46 **P** : non, il n'est pas touché, regarde juste la première étape. Plus tard on va soustraire parce qu'on aura un bon calcul. Bien, regarde ton calcul ! tu as fait presque la même chose./ **P** envoie un autre élève au tableau pour faire la correction à la place de **Daniely** qui reste à côté./
- 47 **Daniely** : c'est la même chose ce qu'il écrira.
- 48 **P** : ah bah voilà. Oui, très bien.... Hop, j'arrête tout de suite. Les autres, pourquoi je l'arrête. Yassine !
- 49 **Yassine** : il faut faire un moins.
- 50 **P** : pourquoi faire un moins ?
- 51 **Yassine** : parce que c'est une division.
- 52 **P** : oui. Quand est-ce qu'on met un plus Yassine ?
- 53 **Yassine** : quand il y a une multiplication.

De tout ce qui précède, nous constatons que le stagiaire a fait intervenir plusieurs éléments stratégiques de différents niveaux : deux éléments qui appartiennent aux stratégies d'institutionnalisation primitive (N°1 et N°2 \in S(IP)) ; un élément qui fait partie des stratégies de remédiation (N°6 \in S(R)) ; trois éléments appartiennent aux stratégies didactiques (N°11, N°14 et N°17 \in S(D)). Le stagiaire s'appuie alors partiellement sur trois stratégies différentes. Cela veut dire que le stagiaire est dépourvu de grille d'analyse d'erreurs et qu'il finit quasi systématiquement par signaler simplement l'erreur et donner la bonne réponse à la question. Une fois de plus, nous pouvons conclure que les stratégies de traitement des erreurs des élèves ont été peu travaillées ou peu institutionnalisées lors de la formation.

1.2.1.4. Erreurs relatives à origines multiples

Deux erreurs successives amènent l'élève à donner une bonne réponse. En effet, l'élève maîtrise en quelque sorte les propriétés des puissances, notamment la division de puissances et cela se prouve par le calcul (7-7), c'est pourquoi il s'en occupe en premier. Puis, il traite la multiplication où il fait une erreur d'inattention (7-7-3) ensuite le moins (-) disparaît. C'est une erreur de type (AU). Là, le stagiaire intervient et demande à l'élève d'expliquer son erreur mais ce dernier n'a pas pu s'exprimer, c'est pourquoi le stagiaire invite un autre élève à l'aider. Puis, il fait une petite synthèse :

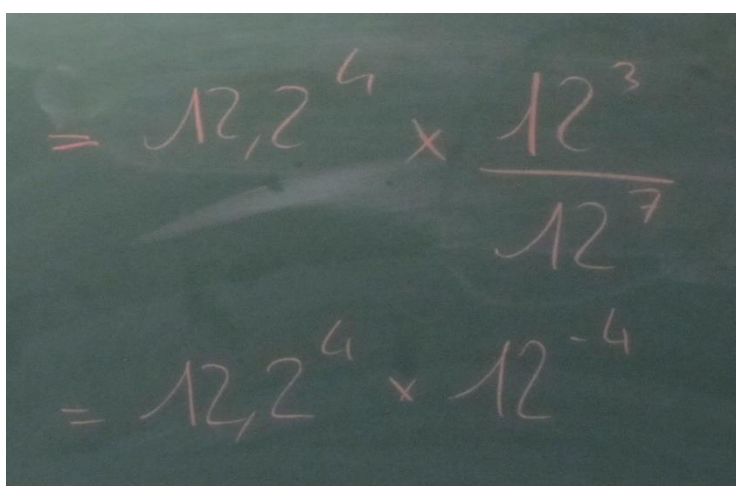
- 24 **P** : dans la phrase que tu viens de me dire à l'oral. Ce n'est pas forcément ce qui est écrit au tableau. Moi tu m'as dit juste une histoire avec les nombres qui sont les exposants. Je suis d'accord, ce que tu dis c'est vrai mais pour que ça soit claire et vrai, il faut que tu fasses quelque chose. **Karima** tu peux peut-être l'aider ?
- 25 **Karima** : il faut d'abord additionner les puissances au numérateur et ensuite on peut laisser calculer après on soustrait.
- 26 **P** : on peut faire comme ça, ça marche très bien, c'est un peu exactement ce que j'ai fait ici (ex :A) d'accord. Sauf que là ce n'est pas la même valeur mais je peux faire un peu plus directement comme nous disait **Fabien** sauf que **Fabien** a oublié une chose. C'est qu'il ne parle que des exposants, il ne parlait pas forcément bah ici, la valeur numérique qui va avec. Ici, c'est bien douze exposants quelque chose. En faisant quoi ? 3 + 7 - 7 d'accord ? tu as bien compris ? tu ne parlais que des exposants. Là ce n'est pas bon. Par contre là c'est bon, on pense qu'on avait une multiplication, on va additionner les exposants, pas de multiplication des puissances évidemment. D'accord ? ici on a bien ça et le résultat final c'est de l'exposant, il se faisait calculer les exposants qu'on a là. Quand on ajoute 3+7 ça nous donne 10 et 10 - 7 ça donne 3. Ici le résultat était bon sauf que les détails n'étaient pas nets. Il y avait juste une erreur de signe qui est faite ici ($12^{7-7-3} = 12^3$) d'accord, tu sais corriger l'erreur maintenant ?

Le fait de demander à l'élève d'expliquer son erreur fait partie des stratégies didactiques, notamment l'élément : inciter à estimer (N°20). Demander à un autre élève d'aider ou de corriger est un élément qui appartient aux stratégies d'institutionnalisation primitive S(IP), notamment le N°2. D'ailleurs, l'intervention du stagiaire peut se situer dans les stratégies d'institutionnalisation primitive S(IP), notamment le N°1 pour cette fois-ci. De tout ce qui précède les stratégies du stagiaire

ont tendance à rejoindre celles de S(IP) car les stratégies de S(AD) ne sont représentées que par un simple élément.

En réalité, l'envoi de plusieurs élèves au tableau en même temps, pour faire autant d'exercices faute de temps, a des inconvénients. Autrement, si Fabien avait vu comment le calcul A a été fait, il ne ferait pas cette erreur car les deux calculs se ressemblent parfaitement.

De ce qui précède, nous nous apercevons que les stratégies du stagiaire ne peuvent être basées sur des fondements théoriques et qu'elles sont plutôt « aléatoires ». En effet, à chaque fois l'erreur persiste, il fait intervenir plus d'éléments pour corriger l'erreur sans se baser sur des contraintes dégagées par celle-ci. La seule contrainte qu'il prend en compte est la difficulté de la tâche prescrite (tp), là, il intervient en personne et essaie d'expliquer la tâche. Dans ce contexte, les stratégies mises en œuvre sont souvent d'ordre d'institutionnalisation primitive S(IP) et de premier élément N°1. Par exemple, dans le calcul H :


$$= 12,2^4 \times \frac{12^3}{12^7}$$
$$= 12,2^4 \times 12^{-4}$$

Une élève a été perturbée par la barre de fraction qui est sous une partie de la fraction, le stagiaire a pris complètement en charge la tâche et a expliqué la notion.

2. Analyses plus poussées de pratiques du stagiaire

2.1. Croisement des analyses a priori et a posteriori

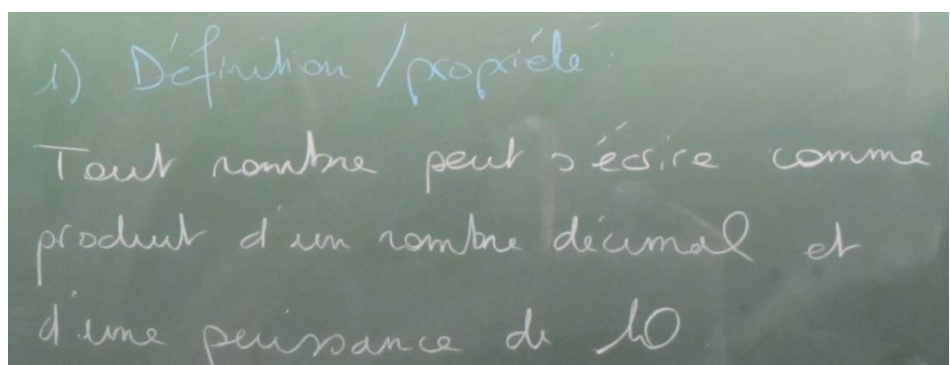
La première séance analysée plus haut, était une séance de correction. En revanche, l'autre séance se focalise sur un cours où l'apprentissage de la notation ou

l'écriture scientifique est l'objectif envisagé. Ce cours vient après les propriétés de puissances dont on a besoin pour pouvoir écrire un nombre sous une écriture scientifique. Pour analyser ce cours, nous procédons de la même façon que pour ce que nous venons d'étudier plus haut. Or, nous abordons brièvement l'analyse *a priori* et *a posteriori* pour donner la priorité au croisement de l'analyse de ce cours avec ce que nous avons inféré plus haut. En effet, grâce au croisement de ces analyses, nous nous intéressons prioritairement aux régularités potentielles et aux variabilités existant dans la pratique de ce stagiaire.

En début de la séance, le stagiaire sollicite les élèves pour qu'ils fournissent une simple définition de la notation scientifique en essayant de hiérarchiser les propos de certains et d'éliminer ceux des autres :

- 1 **P** : on va continuer le cours, on ouvre bien les yeux sur ce qui est écrit au tableau. On note la notation scientifique. On ne va pas passer le cours à écrire comme ça et après c'est vous qui travaillez. Est-ce que quelqu'un parmi vous a déjà entendu parler de la notation scientifique d'un nombre ?
- 2 **E** : avec des puissances ?
- 3 **P** : avec des puissances.
- 4 **E** : avec une virgule.
- 5 **P** : on va utiliser les nombres avec virgule également.
- 6 **E** : c'est un nombre comme 312 et on va le transformer
- 7 **P** : on va le transformer en quoi ?
- 8 **E** : en notation scientifique.
- 9 **P** : oui mais bon.
- 10 **E** : on va mettre une virgule et on aura des nombres comme euros.
- 11 **P** : ce n'est pas des euros
- 12 **Karima** : ce n'est pas le truc des racines carré là ?

Il n'a pas pu hiérarchiser les propos des élèves jusqu'à l'obtention de la bonne définition. Il a donc décidé d'écrire au tableau sa propre définition de l'écriture scientifique :



Nous constatons que le stagiaire distingue l'écriture scientifique de la notation scientifique définie plus tard comme suit :

- 77 **Le P écrit au tableau** Petit 2. Notation scientifique. On y est ! définition, un nombre est écrit sous sa forme ou (notation) scientifique lorsqu'il est écrit comme suit : $a \times 10^n$ avec a ; un nombre compris entre 1 et 10 mais sans être 10. Et n est un nombre relatif.

Il s'agit peut-être d'une sorte de simplification de la tâche (N°6) en décomposant l'algorithme (N°17). Nous sommes encore entre deux niveaux de stratégies : S(R) et S(D). Ensuite, il donne un exemple aux élèves et leur demande d'appliquer la définition citée au tableau. Il suit alors un modèle transmissif :

- 15 **P** : est ce que vous vous rendez compte déjà tout de suite ?
16 **E** : pas encore
17 **P** : forcément, pas encore je m'en doute. On va faire un exemple pour que vous puissiez mieux comprendre. On va prendre un gros nombre je ne sais pas moi. 123456. On peut l'écrire comme produit d'un nombre décimal et d'une puissance de 10. Est-ce que vous pouvez me donner un exemple pour tout ça.
18 **E** : de quoi ?
19 **P** : bah ici j'ai 123456 ça peut être n'importe quelle façon, on a la définition qui est également une propriété dit que tu peux écrire ce nombre comme étant un nombre décimal multiplié par une puissance de 10.
20 **E** : $(12,3456)^4$
21 **P** : puissance 4 ?
22 **E** : oui

Une erreur survient, l'élève prend en compte le mot « puissance » et néglige la suite « de 10 » dans la définition. Le stagiaire juge que l'erreur n'est pas lourde comme l'élève est très près de la bonne réponse, il envoie donc l'erreur de l'élève à la classe (N°12), ce constat est vérifié par le stagiaire lors de l'entretien :

On n'a pas toujours la même chose. D'abord, on va corriger le contrôle ce qu'on a fait hier. Ce n'était pas vraiment réussi, et comme ils font certaines erreurs assez répétitives, on va essayer d'arranger ça, je vais essayer une formule où les élèves se corrigent eux-mêmes. Des erreurs qu'ils ont faites, juste j'envoie l'élève au tableau.

Ensuite, une élève donne la bonne explication mais elle n'était pas en mesure de donner la bonne réponse et notamment l'exposant. Le stagiaire réexplique les bases (N°3) et redonne la technique pour faire la tâche (N°1) :

- 23 **P** : c'est vrai ? pas vrai ? est-ce que c'est vrai c'est ce que j'ai écrit au tableau ?
24 **Karima** : ah non.
25 **P** : regarde un petit peu la propriété !
26 **Karima** : il faut 10
27 **P** : il faut la puissance de 10 surtout c'est un produit. Donc, la définition n'est pas appliquée ici. Tu peux essayer hein. La notation ce n'est pas de tout la même chose. Mais tu peux multiplier par une puissance de 10 et là tu avais la bonne idée et j'ai déplacé quatre crans.

Après avoir analysé une partie de ce cours, nous constatons que le stagiaire suit en quelque sorte les mêmes procédures que celles mises en œuvre dans la première séance. Il fait intervenir plusieurs éléments disjoints de stratégies différentes dans le but d'amener les élèves vers la réponse correcte. S'il n'est pas en mesure de l'atteindre, il recourt à la stratégie d'institutionnalisation primitive S(IP).

2.2. Régularités et variabilités ou perturbations dans les pratiques du stagiaire

2.2.1. Certaines régularités potentielles

Le stagiaire adopte un modèle transmissif pour transmettre des connaissances aux élèves. Il est loin de mettre en place le modèle socioconstructiviste. Parfois, il opte pour un modèle béhavioriste en s'appuyant sur une série de questions ou ce qu'on appelle les stratégies d'auto-questionnement (phrases à trou). D'ailleurs, lorsque la tâche est lourde et les élèves sont bloqués, il met en œuvre des stratégies traditionnelles, notamment celles d'institutionnalisation primitive S(IP). Sinon, il s'appuie en général sur les deux premières stratégies : S(IP) et S(R), parfois, il se penche sur des éléments des stratégies didactiques S(D) si l'erreur persiste. Or, il ne développe jamais une seule stratégie comme S(D) et met en œuvre tous ses éléments.

Le dispositif d'enseignement adopté par le stagiaire réduit la rigueur mathématique sur laquelle son formateur a clairement insisté. Par exemple, lorsqu'il cite la propriété de multiplication des puissances ($a^n \times a^m$) : « si on a une multiplication, on additionne les exposants », il néglige une contrainte importante dans la propriété celle des puissances de même base et ne met pas évidence la disposition spatiale ($a^n \times a^m$) de cette propriété. Cela peut mettre les élèves en difficulté et les induire en erreur.

Aussi, les analyses des erreurs de la part du stagiaire sont souvent immédiates. Par exemple, si l'élève ne peut faire un calcul comme C (voir annexe 4), il ne maîtrise pas les propriétés de puissances. Or, l'élève se réfère à la propriété donnée par le stagiaire : « s'il y a une multiplication, on additionne les exposants ». Là, l'élève ne voit pas de multiplication dans le numérateur, il se contente donc d'appliquer seulement la propriété sur le dénominateur.

2.2.2. Variabilités et perturbations

Malgré cette tendance aux stratégies d'institutionnalisation primitive S(IP) et de remédiation S(R), le stagiaire varie ses stratégies, notamment lorsque l'erreur persiste. Il fait jouer des éléments de différentes stratégies jusqu'aux didactiques S(D) dans le but de solliciter les élèves pour qu'ils participent et jouent leur rôle d'une part, et ne pas faire de rupture de contrat didactique en intervenant directement d'autre part. En d'autres termes, plusieurs éléments de différentes stratégies s'enchaînent pour corriger une simple erreur.

Par ailleurs, la notion d'écriture scientifique a créé une perturbation à la fois pour les élèves et pour le stagiaire. Après que le stagiaire a donné la définition, cette dernière a été suivie d'un exercice, les élèves n'étaient pas en mesure de le faire correctement parce qu'ils n'en avaient pas les moyens ni les techniques. En outre, le stagiaire ne fait pas le lien entre l'écriture scientifique et les puissances. De ce fait, il a incité en premier les élèves à prouver leur calcul (N°16 cf. le tableau IV.4) :

- 19 **P** : bah ici j'ai 123456 ça peut être n'importe quelle façon, on a la définition qui est également une propriété dit que tu peux écrire ce nombre comme étant un nombre décimal multiplié par une puissance de 10.
- 20 **E** : $(12,3456)^4$
- 21 **P** : puissance 4 ?
- 22 **E** : oui
- 23 **P** : c'est vrai ? pas vrai ? est-ce que c'est vrai c'est ce que j'ai écrit au tableau ?
- 24 **Karima** : ah non.
- 25 **P** : regarde un petit peu la propriété !

Ils n'ont pas réussi, alors il met à leur disposition une technique opératoire :

- 28 **Karima** : pourquoi quatre ?
- 29 **P** : pourquoi quatre à votre avis ? où tu as trouvé cette valeur-là ? comment tu l'as trouvée ? **Fabien** !
- 30 **Fabien** : trois chiffres après la virgule.
- 31 **P** : il n'y pas trois chiffres.
- 32 **Fabien** : quatre chiffres.
- 33 **P** : oui, il y a 4 chiffres après la virgule sauf que tu as déplacé vers où ?
- 34 **Fabien** : à gauche

Cette technique a perturbé complètement les élèves. Ils ont fait référence à la technique de division ou multiplication par 10. Or, celle-ci est confuse. Par exemple, $123456=12,3456\times 10^4$, il faut appeler une étape intermédiaire : faire apparaître une puissance de 10. Ce qui est curieux, lorsque le stagiaire s'appuie sur les stratégies de remédiation S(R), c'est qu'il ne fait appel qu'à deux éléments : N°3 et N°9. En revanche, pour les stratégies didactiques, il recourt à chaque fois à des éléments différents.

Enfin, le stagiaire ne s'appuie pas beaucoup sur l'analyse *a priori* notamment pour les erreurs prévisibles, cela se voit lors de l'analyse *a posteriori* où il envoie l'erreur à la classe pour avoir le temps de réfléchir sur cette erreur. Ce constat a été appuyé par ce que le stagiaire a souligné lors de l'entretien *a posteriori* de la deuxième séance :

Si tu as une erreur imprévue, qu'est-ce que tu fais ?

Si je la remarque déjà, je ne sais pas moi si je n'ai pas prévu, je demande à la classe, je fais intervenir les autres et je vois si eux la voient aussi et du coup ça m'aide pour réfléchir aussi. Ça fait réfléchir quelques-uns pas toute la classe parce que certains ne savent faire rien, tu as 4 et 5 qui ont fait rien toutes les deux heures. Mais ça aide à se concentrer.

3. Les effets potentiels de la formation sur les choix du stagiaire

L'objectif des paragraphes qui suivent est d'identifier des éléments qui influencent les choix ou les pratiques du stagiaire. Nous commençons par une analyse des réponses des étudiants à notre questionnaire. Enfin, nous identifions certains effets potentiels.

3.1. Analyse des réponses des étudiants au questionnaire

Malheureusement, ce stagiaire n'a pas répondu à notre questionnaire diffusé lors de la formation. C'aurait été un atout qui aurait pu nous permettre de comprendre plus de choix stratégiques du stagiaire. De ce fait, nous cherchons une alternative qui pourrait nous apporter certaines réponses. Par exemple, nous nous appuyons sur les réponses des stagiaires du F_p en général. En effet, nous avons constaté que les stratégies majoritaires sont les deux premières mentionnées par Portugais dans le tableau III.20 : S(IP) et S(R). De plus, certains éléments de stratégies didactiques S(D) apparaissent moyennement avec un élément marginal des stratégies a-didactiques S(AD). Cela peut justifier en partie les choix du stagiaire, sachant que ni les stagiaires ni le formateur ne connaissent ces éléments théoriques introduits par Portugais.

3.2. Traces des pratiques du formateur dans celles du stagiaire

La première chose que nous avons constatée est que les stratégies de traitement de l'erreur mises en œuvre par le stagiaire correspondent en quelque sorte à celles du formateur F_p, notamment celles d'institutionnalisation primitive S(IP) et celles de remédiation S(R). Certes, le formateur n'en a pas parlé explicitement. Cependant, certaines traces nous permettent de dégager ce constat. De plus, il convient à ce que nous avons souligné lors de l'analyse de questionnaire : une tendance vers ces stratégies.

Lors de la formation, le formateur a insisté sur le fait de solliciter les élèves pour qu'ils échangent et expriment leurs erreurs. Le stagiaire essaie de faire réfléchir la classe si une erreur se produit mais si l'erreur est lourde, il s'en charge.

Les traces des analyses *a priori* des exercices proposés aux étudiants lors de la formation n'ont pas donné de preuve claire, d'où les renvois multiples des erreurs à la classe. Sauf si le stagiaire est sûr que son explication ou sa définition n'est pas claire, il reprend ses propos.

Conclusion

Il n'est pas si simple de poursuivre le transfert des connaissances ou des stratégies entre formation et stage et l'efficacité de la première sur le second, en particulier si le formateur déclare que la transmission n'est pas à la hauteur de ses attentes. Toutefois, certains éléments nous ont permis d'étudier les effets des pratiques du formateur sur celles du stagiaire. Par exemple, certaines connaissances comme l'analyse des erreurs et les stratégies de leur traitement ont été peu institutionnalisées, ce qui empêche le stagiaire d'adopter des stratégies adéquates avec ses élèves. Des tentatives à la vaguelette sans référence à des stratégies stables et pertinentes ont été remarquées. Cela se traduit par des essais multiples d'éléments de stratégies de différents niveaux.

Un stagiaire peu outillé en moyens d'analyse et traitement d'erreurs suit systématiquement un modèle transmissif ou, au mieux, un modèle behavioriste dans lequel il s'intéresse aux techniques et non aux technologies dans le sens de Chevallard. Cela peut corriger l'erreur à court terme mais pas à long terme.

Chapitre IX : Bilan et résultats généraux

Bien que nous ayons développé au fur et à mesure des résultats au sein de chaque chapitre de la seconde partie, nous les récapitulons ici en mettant l'accent sur les plus importants. En d'autres termes, nous mettons en évidence les résultats issus de la comparaison des deux formations observées tout au long de notre travail de thèse en nous appuyant sur les éléments méthodologiques développés dans le chapitre IV.

Nous nous focalisons tout d'abord sur les connaissances de base (PCK) relatives à la question de l'erreur, qui sont censées être transmises aux futurs enseignants. Ensuite, les stratégies de travail sur l'erreur mises en évidence lors des deux formations seront au centre de notre attention. En troisième lieu, les éléments essentiels de la formation qui influencent positivement les pratiques des stagiaires demeurent l'objet principal de notre étude. Les situations ou stratégies de formation seront ciblées. Enfin, nous nous concentrons sur les effets potentiels de ces formations.

1. Les connaissances de base transmises aux formés

Nous nous appuyons ici sur les 18 couples ou 6 quadruplets dégagés lors de la conception de PCK et mis en évidence dans le Tableau IV.1 dans notre méthodologie de recherche, en particulier les éléments suivants : $(\alpha, \beta ; 2)$, $(\alpha, \beta ; 3)$, $(\alpha, \beta, \gamma ; 4)$, $(\alpha, \gamma ; 5)$, soit les 9 couples $((\alpha ; 2), (\alpha ; 3), (\alpha ; 4), (\alpha ; 5), (\beta ; 2), (\beta ; 3), (\beta ; 4), (\gamma ; 4), (\gamma ; 5))$. Nous tentons de comparer l'existence de ces éléments dans les connaissances transmises par les deux formateurs : F_c et F_p . Pour simplifier la tâche, nous établissons un tableau à double entrée qui met simplement en évidence ces éléments et les récapitule en parcourant les différentes sortes d'analyses : analyse des cours, analyse du questionnaire, analyse des entretiens, etc.

Formateurs	N°	α	β	γ
F_c	2	×	×	
	3			
	4		×	×
	5			
F_p	2	×	×	
	3	×		
	4			
	5			

Tableau IX.1 : Recensement des connaissances transmises aux formés relatives à l'erreur

Ainsi, le formateur F_c n'atteint que 4 couples sur les 9 nécessaires. Par exemple, il met en évidence les couples $(\alpha ; 2)$, $(\beta ; 2)$, $(\beta ; 4)$ et $(\gamma ; 4)$, c'est-à-dire qu'il s'intéresse davantage aux analyses d'erreurs du point de vue mathématique et un peu moins au niveau de l'analyse des types d'erreurs. Ainsi, il met l'accent sur les différents modèles d'apprentissage. En revanche, le formateur F_p se focalise sur 3 couples, dont les deux premiers sont en commun avec ceux du formateur F_c . Il s'intéresse davantage aux connexions entre notions. Par conséquent, la différence entre les deux profils de formateurs se résume simplement : les cours du F_c contiennent davantage d'éléments didactiques que ceux du F_p . Ce facteur pourrait jouer un rôle non négligeable sur les pratiques des stagiaires, notamment en ce qui concerne le traitement des erreurs des élèves. Toutefois, ces éléments demeurent restreints chez les deux formateurs et ont besoin d'être développés pour atteindre un niveau plus avancé dans l'analyse et le traitement des erreurs des élèves. Ces éléments peuvent donc avoir des effets positifs (EFF-PCK). D'ailleurs, les deux formateurs s'appuient sur un aspect spécifique (erreurs des élèves classiques comme les nombres décimaux) et ne travaillent pas l'aspect général, voire générique, en se focalisant sur des types d'erreurs globaux. L'aspect spécifique seul ne permet effectivement pas aux stagiaires d'être bien outillés pour traiter le maximum d'erreurs. Or, une vision globale ou générique comme le travail sur les typologies d'erreur avec quelques exemples spécifiques leur permet d'être bien « armés ». En outre, le formateur F_c travaille la question de l'erreur en une seule occasion et lui consacre un cours. En revanche, F_p la traite en plusieurs occasions. Enfin, des connaissances de formation restreintes risquent de former des futurs enseignants avec peu d'outils globaux leur permettant de s'adapter à de nouvelles situations.

2. Les stratégies de travail sur l'erreur en formation et en stage

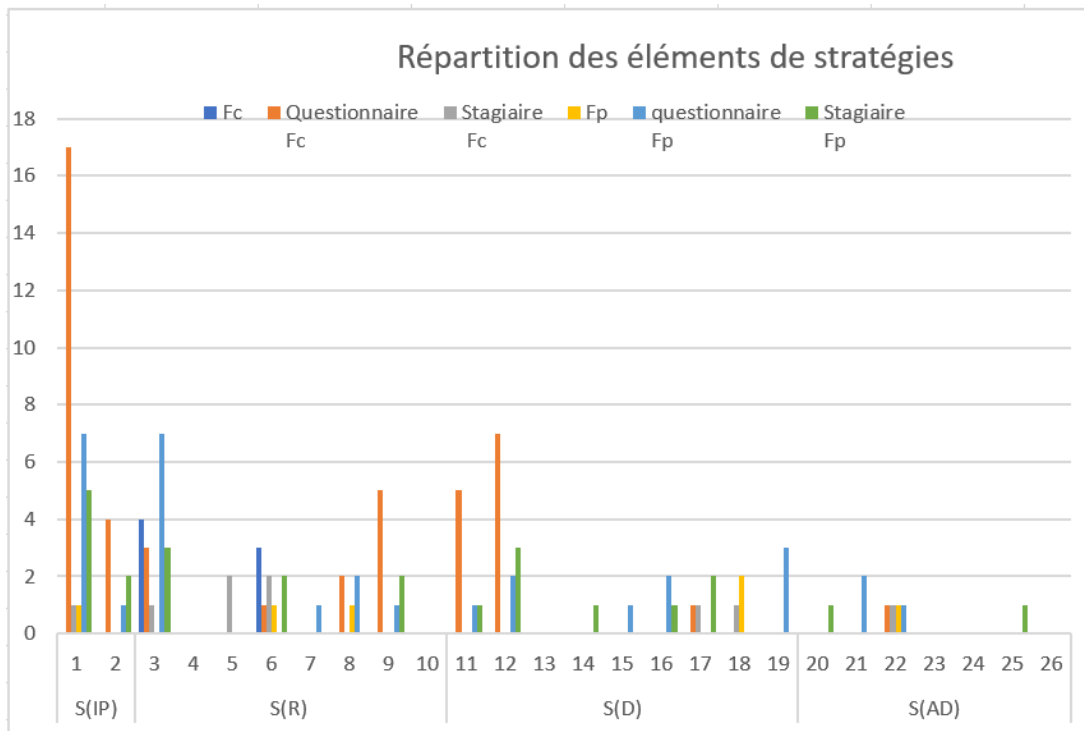
De même manière que dans le paragraphe précédent, nous faisons un tableau qui récapitule nos éléments de résultats dispersés tout au long de notre analyse. Nous nous

appuyons sur le principe du tableau IV.4 qui reprend et synthétise les travaux de Portugais pour comparer les différentes stratégies de travail sur l'erreur mises en œuvre à la fois par les deux formateurs et leur stagiaire. En d'autres termes, en parcourant les différents stades que nous avons observés auprès des formateurs et stagiaires, nous cherchons l'existence des éléments cités dans le tableau. Nous tenons à préciser que le tableau reprend les réponses des stagiaires une par une pour avoir plus de précisions, au contraire de ce que nous avons fait lors de l'analyse du questionnaire où nous avons opté pour une vision plus globale. Les chiffres dans le tableau représentent la fréquence des éléments de stratégies de travail sur l'erreur dans les différentes analyses effectuées sur les quatre sujets de notre échantillon (F_c, formé du F_c, F_p, formé du F_p).

Stratégies de travail	F _c	Questionnaire Formés du F _c	Stagiaire du F _c	F _p	Questionnaire Formés du F _p	Stagiaire du F _p
1		17	1	1	7	5
2		4			1	2
3	4	3	1		7	3
4						
5			2			
6	3	1	2	1		2
7					1	
8		2		1	2	
9		5			1	2
10						
11		5			1	1
12		7			2	3
13						
14						1
15					1	
16					2	1
17		1	1			2
18			1	2		
19					3	
20						1
21					2	
22		1	1	1	1	
23						
24						
25						1
26						
Totaux	7	46	9	6	31	24

Tableau IX.2 : Recensement des stratégies de travail sur l'erreur à plusieurs stades

Comme il n'est pas simple d'interpréter les éléments du tableau étant donné la dispersion et les nombreuses variables, nous faisons appel à un graphique pour donner un sens à ces données.



Graphique IX.1 : Répartition des éléments de stratégies de travail sur l'erreur

D'après le graphique, nous constatons que la fréquence des éléments de stratégies repérés dans les différents stades observés et analysés est plus dense dans les deux premières approches de stratégies : celles d'institutionnalisation primitive S(IP) et celles de remédiation S(R). Si nous regardons plus en détail l'analyse du graphique, nous remarquons également que les stratégies de travail sur l'erreur mises en œuvre par le formateur F_c et son stagiaire s'approchent clairement des deux premières stratégies S(IP) et S(R). Or, les stratégies fournies par les formés lors du questionnaire présentent davantage d'éléments de stratégies didactiques S(D) voire a-didactiques S(AD), alors que ces dernières sont minimales. En revanche, alors que le formateur F_p et son stagiaire s'appuient davantage sur les deux premières stratégies, ils ont également atteint certains éléments dans les autres stratégies. Les réponses de leur stagiaire « s'étalent » sur les quatre stratégies mais les deux premières restent dominantes. Ces constats, nous permettons de dire que les pratiques des stagiaires sont loin de mettre en œuvre des stratégies de traitement des erreurs plutôt a-didactiques du fait que les formateurs ne développent pas assez cet aspect lors de la formation. Toutefois, les pratiques de formateur F_p auraient plus d'effets sur les stratégies de travail sur l'erreur parce qu'il met ces stratégies en évidence. Cela a été révélé lors de l'analyse des cours du stagiaire ayant suivi la formation de F_p . Or, la présence de ces stratégies ne signifie pas nécessairement qu'elles étaient bien mises en œuvre. Tout cela peut expliquer le résultat que nous avons discuté lors de l'analyse du déroulement des deux formations : celui de stagiaires peu outillés. Le fait de mettre l'accent sur des stratégies a-didactiques lors de la formation peut outiller mieux les futurs enseignants,

notamment en ce qui concerne les erreurs non classiques peu travaillées dans les centres de formation.

3. Éléments essentiels dans la formation influençant les pratiques des stagiaires

Dans ce paragraphe, nous nous focalisons sur quatre éléments qui peuvent influencer positivement les pratiques des stagiaires. Il s'agit de confronter les stagiaires à des problèmes professionnels (EFF-CPD), de l'institutionnalisation (EFF-INS), de la mutualisation et de la collaboration des pratiques (EFF-MDP) et des retours ou *feedback* (EFF-FEED). N'oublions pas de préciser que nous avons parlé plus haut l'effet des connaissances de formation (EFF-PCK). De la même manière, nous mettons en lumière la présence de ces facteurs dans les cours de deux formateurs. Un tableau peut également simplifier la tâche.

	EFF-CPD	EFF-INS	EFF-MDP	EFF-FEED
F _c	Peu remarqué	Peu remarqué	Indirect ou conflit socio-cognitif	Rare
F _p	Plutôt mathématique	Moyennement	Indirect ou conflit socio-cognitif	Indirect

Tableau IX.3 : Facteurs des effets positifs sur les pratiques de stagiaires

Il nous semble, d'après nos différentes analyses mises en évidence dans le tableau IX.3, que les facteurs « d'effets positifs » dans les profils des deux formateurs sont restreints ou plutôt minimes. Cependant, ceux de formateur F_p sont assez développés par rapport à ceux du F_c, notamment le « développement » des deux derniers facteurs dans le tableau IX.3. De ce fait, le profil plutôt « avancé » de F_p aurait permis à son stagiaire de traiter les erreurs des élèves en faisant appel à différents éléments de stratégies didactiques et a-didactiques. Pourtant, l'usage de ces stratégies demeure aléatoire et restreint. En revanche, les communications entre pairs (stagiaire et professeur de classe ou autres enseignants experts) ont été valorisées par les formés lors de la réponse au questionnaire, ils apprennent davantage via cette modalité. Cette dernière n'a pas été assez travaillée ni organisée comme dans les dispositifs américains où il y a de multiples rencontres entre débutant et experts.

4. Situations ou stratégies de formation mises en œuvre

Nous récapitulons les stratégies mises en œuvre par les deux formateurs dans un tableau, dans le but de les commenter et de voir quels effets elles peuvent engendrer sur les pratiques des stagiaires. Lors de notre analyse de déroulement des cours des deux formateurs, nous avons suivi les traces de sept situations mises en évidence par les travaux de recherche. D'ailleurs, lors de notre méthodologie de recherche, nous avons établi une sorte de codage afin de mieux analyser ces stratégies, qui a débouché sur 21 couples, soit 8 quadruplets $(\theta, \mu, \omega ; I)$, $(\theta, \mu, \omega ; II)$, $(\theta, \mu, \omega ; III)$, $(\theta, \mu, \omega ; IV)$, $(\theta, \mu, \omega ; V)$, $(\theta, \mu, \omega ; VI)$, $(\theta, \mu, \omega ; VII)$, $(\theta, \mu, \omega ; VIII)$

Formateurs	N°	θ	μ	ω
F _c	I			×
	II			
	III			
	IV	×		×
	V	×		×
	VI			
	VII	×	×	×
	VIII			×
F _p	I			
	II			
	III			
	IV	×	×	×
	V	×	×	
	VI			
	VII	×	×	×
	VIII		×	×

Tableau IX.4 : Recensement des stratégies mises en œuvre par les deux formateurs

D'après le tableau, nous constatons que **les situations ou stratégies mises en œuvre par le formateur F_p sont plus présentes que celles du F_c, notamment celles basées sur la monstration et celles basées sur le compagnonnage. C'est un autre facteur qui pourrait interpréter la diversité des stratégies mises en œuvre par le stagiaire du F_p pour traiter les erreurs des élèves en classe.** Cela ne signifie en aucun cas que le stagiaire du F_p traite mieux les erreurs des élèves que celui du F_c. Nous ne pouvons comparer l'efficacité des stratégies de chacun étant donné qu'on n'a ni la même erreur, ni le même type d'erreur, ni le même niveau de classe. Toutefois, la diversité ou le niveau des stratégies mises en œuvre, notamment si elles étaient didactiques ou a-didactiques, peut jouer un rôle très important dans le traitement des erreurs des élèves.

5. Les effets potentiels des pratiques des formateurs sur celles des stagiaires

De tout ce qui précède, nous concluons que les connaissances de base transmises aux futurs enseignants sont restreintes, notamment en ce qui concerne directement la question de l'erreur : les profils d'élèves, les trois écoutes, les modèles d'apprentissage et les stratégies d'enseignement. Il en est de même pour celles portant sur le travail de l'erreur, les connaissances peu institutionnalisées, les stratégies ou situations de formation peu développées, en particulier celles basées sur la monstration et sur la transposition didactique ou pédagogique ainsi que le compagnonnage. **Il nous semble qu'un décalage non négligeable surgit entre la formation et stage**, quelque chose qui a été appuyé par les deux formateurs. Par exemple, la réponse assez pessimiste du F_c: « les stagiaires ne réussissent pas à mettre en œuvre ce qu'ils ont appris en formation faute de gestion de classe » et la réponse plus optimiste du F_p: « ils mettent en œuvre des choses mais pas autant qu'on veut » vont dans le même sens. Toutefois, nous ne pouvons nier ni négliger la présence de certains effets des pratiques des formateurs sur celles des stagiaires, notamment en ce qui concerne les stratégies de travail sur l'erreur. Néanmoins, cela demande un peu plus de travail de la part des formateurs dans le but d'outiller les futurs enseignants par des stratégies adéquates aux erreurs en général.

Conclusion générale

Nos intentions en début de thèse étaient d'étudier d'une part les connaissances de base dont le futur enseignant des mathématiques a besoin pour traiter les erreurs des élèves en interrogeant les différentes références théoriques, et d'autre part d'identifier les stratégies ou les situations de formation mises en œuvre par les formateurs afin de transmettre ces connaissances aux formés. Par conséquent, nous nous intéressons à l'étude des effets de cette formation ou aux pratiques des formateurs sur celles des stagiaires dans le but de savoir comment former ou mieux former les futurs enseignants à traiter les erreurs des élèves.

La thèse a également pour objet de focaliser l'attention sur des éléments importants dans la formation qui se transmettent aux stagiaires, notamment les stratégies de travail sur l'erreur qui peuvent leur donner les outils pour analyser les erreurs d'une part et traiter les erreurs des élèves d'autre part.

Nous avons essayé de répondre aux interrogations au fur et à mesure qu'elles se posaient dans notre travail de recherche, notamment dans la problématique. Or, il n'est pas simple d'atteindre tous les objectifs envisagés car de nombreux facteurs influencent les analyses des pratiques des formateurs et celles des enseignants. Notre méthodologie de recherche nous a permis de préciser les types de connaissances transmis aux formés, les types d'erreurs étudiés en formation, les situations de formation utilisées, les stratégies de travail sur l'erreur mises en évidence lors de la formation et lors du stage et de faire le point sur la transition entre ces deux. Les difficultés rencontrées au cours de cette thèse se résument en quelques points : l'important corpus recueilli à analyser et les nombreuses variables qui interviennent. Analyser une formation et son contenu du point de vue d'un observateur extérieur peut aussi être restreint, notamment si l'auteur de cette thèse n'est pas un formateur à la base, au contraire de nombreux chercheurs en didactique des mathématiques en France. En revanche, notre travail dans plusieurs ESPE, ces deux dernières années, a eu des incidences sur nos analyses. Un décalage non négligeable peut être remarqué

entre les premières analyses que nous avons effectuées en début de thèse et celles dernièrement achevées.

Les analyses de données que nous avons effectuées révèlent que les types d'erreurs étudiés par les formateurs mettent davantage l'accent sur l'aspect spécifique. Par exemple, au lieu de travailler ou de faire travailler les formés sur des types généraux d'erreurs qui leur permettent de développer des outils pour les analyser et les traiter, les formateurs s'appuient sur des cas spécifiques comme les nombres décimaux. D'ailleurs, les stratégies de travail sur l'erreur valorisées dans les deux formations se limitent à celles d'institutionnalisation primitive S(IP) et de remédiation S(R) dans lesquelles l'intervention de l'enseignant est indispensable. Certes, les exercices proposés par les formateurs lors de la formation sont riches en termes de types d'erreurs. Cependant, l'analyse *a priori* « modeste » de ces exercices ne dégagent pas assez ces types et par la suite les formateurs se contentent de proposer des productions d'élèves ne comportant pas des types d'erreurs intéressants. Les connaissances de base relatives aux élèves (KCS) et aux stratégies d'enseignement (KCT) sont restreintes dans la formation. En outre, les facteurs qui ont plus d'effets sur les pratiques des stagiaires ou les futurs enseignants comme l'institutionnalisation (EFF-INS), la confrontation à un problème didactique (EFF-CPD), le retour ou le *feedback* et la mutualisation des pratiques (EFF-MDP) sont peu travaillés dans les deux formations. De plus, il y a une régularité chez les deux formateurs, celle de la mise en œuvre des situations de formation basées sur la transposition pédagogique vu le profil d'enseignant qui domine leur parcours de formateur. Or, le formateur F_p met davantage de situations basées sur la monstration, une chose qui pourrait expliquer l'apparence des stratégies de travail sur l'erreur dans les cours de son stagiaire. Autrement dit, l'analyse *a posteriori* ou de déroulement des séances filmées faite systématiquement lors de la formation a permis au stagiaire de dégager certains éléments de stratégies. Certes, ces stratégies sont disjointes et appartiennent à plusieurs niveaux. Cependant, elles sont là et ce n'est pas le cas du stagiaire du F_c. De ce fait, nous pouvons parler des effets limités de la formation, un résultat qui a également été appuyé par les remarques de deux formateurs, notamment la difficulté de mettre en application ce que les stagiaires ont reçu en formation lors de stage.

À partir de notre travail de recherche et de ces résultats, nous nous permettons de proposer certaines suggestions aux formateurs, voire à la formation de formateurs. D'une part, nous invitons les différents sujets à prendre connaissance de la nécessité de la conception de Shulman développée dans le chapitre I, notamment les connaissances de base dont le futur enseignant a besoin. D'autre part, les typologies d'erreurs et les stratégies de travail sur l'erreur détaillées dans le chapitre III devraient occuper plus de place dans la formation des enseignants.

Nous regrettons de ne pas avoir reçu davantage de réponses positives de la part des formateurs comme des stagiaires à notre demande d'observation, cela était dû à la nouvelle réforme qui venait d'être mise en vigueur, en 2010-2011. Il s'agit d'une contrainte qui peut fortement limiter les résultats de notre travail de thèse. Cela nous incite à mener ultérieurement d'autres recherches, comprenant plus de sujets, dans le but d'avoir une idée approfondie des connaissances relatives au traitement des erreurs et des situations ou stratégies de formation mises en œuvre, et par conséquent de découvrir les effets potentiels d'une telle formation.

Des nouveaux travaux de recherche sont à envisager afin d'étudier davantage les éléments qui influencent les pratiques de formateurs, notamment leur histoire personnelle et les éléments institutionnels. En effet, notre thèse se limite aux contenus de formation (connaissances transmises et stratégies de formation mises en œuvre). Dans ce contexte, nous nous posons la question suivante : **quels autres éléments ont plus d'effets sur la richesse des connaissances de base relatives à l'erreur ou situations de formation et par la suite sur les pratiques des formateurs ?**

Cette recherche nous a permis de dégager des pistes pour élaborer un dispositif de formation ciblant le traitement des erreurs qui pourrait faire l'objet d'une expérimentation et évaluation. Il s'agit notamment de s'intéresser aux contenus de cette formation tels que nous les avons cernés dans notre 1^{ière} partie et d'envisager des stratégies de formation plus adaptées au 2nd degré.

Au terme de ce travail de recherche, nous espérons avoir apporté les réponses effectives à nos questionnements de départ. Les interprétations et les analyses effectuées tout au long de cette thèse ont soulevé de nombreuses et nouvelles interrogations qui peuvent faire avancer la recherche scientifique dans le domaine de la didactique des mathématiques, notamment celui du traitement des erreurs d'élèves dans la formation des enseignants des mathématiques du second degré. Nous espérons que cela permettra d'apporter de nouveaux éléments en vue d'enrichir la formation.

Bibliographie

- Abboud-Blanchard, M. (2013). *Les technologies dans l'enseignement des mathématiques. Études des pratiques et de la formation des enseignants. Synthèses et nouvelles perspectives. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches (Université Paris VII)*.
- Abell, S. K. (2007). Research on science teacher knowledge. Dans S. K. Abell, & N. G. Lederman (Eds.), *Handbook of research on science education* (p. 1105–1149). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Akin, E. (1996). The logic of error. Dans A. S. Posamentier & W. Schulz (dir.), *The Art of Problem Solving: A Resource for the Mathematics Teacher*. CA: Corwin
- Allard, C. (2015). *Étude du processus d'Institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : Le cas de l'enseignement des fractions*. (Université de Paris VII)
- Amigues, R. (1990). L'apprenti, l'erreur et le système. *Interactions didactiques*, 20, p. 9–25.
- Anderson T. & Garrison, D.R. (1998). Learning in a Networked World: New Roles and Responsibilities. In C. Gibson (dir.). *Distance Learners in Higher Education: Institutional responses for quality outcomes* (p. 97-112). Madison, Wi.: Atwood.
- Arzarello F., Bazzini L., Chiappini G. (2001) A Model for Analysing Algebraic Processes of Thinking. Dans R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell & R Lins (dir.), *Perspectives on School Algebra. Mathematics Education Library* (p. 61-81). Springer, Dordrecht

- Ashlock, R. B. (1982). *Error patterns in computation: A semi-programmed approach* (3rd ed). Columbus, Ohio: Merrill Pub. Co.
- Ashlock, R. B. (2001). *Error patterns in computation: Using error patterns to improve instruction*. Prentice Hall.
- Ashlock, R. B. (2010). *Error Patterns in Computation: Using Error Patterns to Help Each Student Learn*. Allyn & Bacon.
- Assude, T. & Mercier, A. (2007). L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques. Dans G. Sensevy, & A. Mercier (Ed.), *Agir Ensemble* (p 153-184). Rennes : PUR..
- Astolfi, J.-P. (1997). L'erreur, un outil pour enseigner. *Paris: ESF*.
- Astolfi J.-P., Darot L., Ginsburger-Vogel Y. & Toussaint J. (1997b), *Pratiques de formation en Didactique des sciences*. Paris, Bruxelles : De Boeck, coll. Pratiques pédagogiques.
- Azucárate, C. (1997). Si el eje de ordenadas es vertical? qué podemos decir de las alturas de un triángulo? *Suma*, 25, p. 23–30.
- Bachelard, G. (1970). *La formation de l'esprit scientifique*. Vrin, Paris
- Baker, S., Gersten, R., & Lee, D.-S. (2002). A synthesis of empirical research on teaching mathematics to low-achieving students. *The Elementary School Journal*, 103(1), p. 51–73.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. *Beiträge Zum Mathematikunterricht 2009*, p. 11–22.
- Ball, D. L., Hill, H.C, & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(1), p. 14-17, 20-22, 43-46.

- Ball, D. L., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
<https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Ball, D. L. Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics : The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. Dans V. Richardson (dir.), *Handbook of research on teaching* (p. 433–456). New York, NY: Macmillan.
- Baruk, S. (1998). *L'Age du capitaine : De l'erreur en mathématiques*. Ed. du Seuil.
- Bissonnette, S., Richard, M., Gauthier, C., & Bouchard, C. (2010). Quelles sont les stratégies d'enseignement efficaces favorisant les apprentissages fondamentaux auprès des élèves en difficulté de niveau élémentaire? Résultats d'une méga-analyse. *Revue de recherche appliquée sur l'apprentissage*, 3(1), p. 1–35.
- Bkouche, R. (1991). De la géométrie et des transformations. *Repères IREM*, 4, p. 134–158.
- Blanco, L. J. (2001). Errors in the teaching/learning of the basic concepts of geometry. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. En ligne <http://www.cimt.org.uk/journal/lberrgeo.pdf>
- Bloch, I. (2005). Comment analyser la pertinence des réactions mathématiques des professeurs dans leur classe? Comment travailler cette pertinence dans des situations a-didactiques? Dans *actes du séminaire national de didactique* (p. 77-114). Paris, ARDM et IREM de Paris 7.
- Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. *The ideas of algebra, K-12*, 19, p. 20–32.

- Booth, L. R., & Johnson, D. C. (1984). *Algebra : Children's Strategies and Errors: A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. Windsor: Nfer Nelson.
- Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs : Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), p. 77–123.
- Brant, J. (2006). Subject knowledge and pedagogic knowledge : Ingredients for good teaching? An English perspective. *Edukacja*, 94(2), p. 60–77.
- Brousseau, G. (1980). *Problèmes de l'enseignement des décimaux*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1(1), p. 11-58.
- Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques*, 2(1), p. 37–127.
- Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. Dans *Construction des savoirs. Obstacles et conflits* (p. 41–63). Montréal: CIRADE, les éditions Agence d'Arc inc.
- Brousseau, G. (2001). Les erreurs des élèves en mathématiques. *Études dans le cadre de la théorie des Situations Didactique. Petit x*, 57, p. 5–30.
- Brousseau, G. (2009). L'erreur en mathématiques du point de vue didactique. *Tangente éducation*, 7, p. 4–7.
- Brousseau, G., & Centeno, J. (1991). La mémoire du système didactique. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 11(2-3), p. 167–210.
- Brown, C. A., & Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. In *Handbook of research on mathematics teaching and learning : A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (p. 209-239). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc.

- Brown, S., & McIntyre, D. (1993). *Making sense of teaching*. Buckingham: Open University Press
- Bruner, J. (1999). Folk pedagogies. *Learners and pedagogy*, 1, p. 4–20.
- Bruner, J. S. (1977). *The process of education*. Harvard University Press.
- Butlen, D., Charles-Pézar, M., & Masselot, P. (2009). Gestes et routines professionnels : un enjeu pour analyser et intervenir sur les pratiques enseignantes. Dans *Colloque : Pratiques d'enseignants dans les classes et apprentissage mathématique des élèves. Congrès international Espace mathématique francophone* (p. 222–233). Dakar.
- Butlen, D., & Masselot, P. (2001). Exemples de routines au CP : Pratiques en mathématiques d'un professeur des écoles en première nomination. *Actes de la 11ième école d'été de didactique des mathématiques*.
- Butlen, D., Masselot, P., Robert, A., & Vandebrouck, F. (2002). Deux exemples de routines : La gestion du tableau en seconde, la gestion par un professeur des écoles en première nomination d'une séance en CP. *Actes de la XIème École d'été de didactique des mathématiques, Corps*, p. 221–230. Grenoble, la pensée sauvage.
- Butlen, D., Masselot, P., Pézar, M., Amigues, R., & Kherroubi, M. (2003). De l'analyse de pratiques effectives de professeurs d'école débutants nommés en ZEP/REP à des stratégies de formation. *Recherche & formation*, 44(1), p. 45-61.
- Butlen, D., Pézar, M., & Masselot, P. (2006). Comment former à l'enseignement des mathématiques en ZEP? L'accompagnement des nouveaux titulaires. *Cahiers pédagogiques*, 445. En ligne http://www.cahiers-pedagogiques.com/article.php3?id_article=2496

- Carlsen, W. (1999). Domains of teacher knowledge. Dans J. Gess-Newsome & N. G. Lederman (dir.), *Examining Pedagogical Content Knowledge* vol 6 (p. 133-144). Dordrecht, Kluwer Academic Publishers
- Carreño, E., Ribeiro, C.M., & Climent, N. (2013). Specialized and horizon content knowledge—discussing prospective teachers knowledge on polygons. Paper presented at the Eight Congress of European Mathematics Education, Antalya, Turkey.
- Chaiklin, S. (1989). Cognitive studies of algebra problem solving and learning. *Research issues in the learning and teaching of algebra*, 4, p. 93–114.
- Charles-Pézar, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 30(2), p. 197–261.
- Charnay, R. (1989). Les enseignants de mathématiques et les erreurs de leurs élèves. *Grand N*, 45, p. 31–41.
- Charnay, R., & Mante, M. (1990). De l’analyse d’erreurs en mathématiques aux dispositifs de remédiation : Quelques pistes. *Revue Grand N*, (48), p. 37–64.
- Chevallard, Y. (1987). La dialectique entre études locales et théorisation : Le cas de l’algèbre dans l’enseignement du second degré. Dans G. Vergnaud, G. Brousseau & M. Hulin (dir.), *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques* (p. 305-323), *La Pensée sauvage, Grenoble*.
- Chevallard, Y., & Cirade, G. (2006). Organisation et techniques de formation des enseignants de mathématiques. *Colloque de la CORFEM, Enfa de Toulouse*.
- Chevallard, Y., & Conne, F. (1984). Jalons à propos d’algèbre. *Interaction didactique*, 3, p. 1-54 (Université de Genève et Neuchâtel)
- Cirade, G. (2008). Les angles alternes-internes : Un problème de la profession. *Petit x*, 76, p. 5–26.

- Clark, R. (1974). Some aspects of psycholinguistics. Dans Unesco, cedo and ICMI. *Interactions Between Linguistics and Mathematical Education* (p.74-81). Nairoubi.
- Clotfelter, C. T., Ladd, H. F., & Vigdor, J. L. (2006). Teacher-student matching and the assessment of teacher effectiveness. *Journal of human Resources*, 41(4), p. 778–820.
- Coladarci, T., & Gage, N. L. (1984). Effects of a minimal intervention on teacher behavior and student achievement. *American Educational Research Journal*, 21(3), p. 539–555.
- Collis, K. F. (1974). *Cognitive development & mathematics learning*. London: Shell Mathematics Unit Centre for Science Education, Chelsea College, University of London.
- Cooney, T. J. (1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational studies in mathematics*, 38(1-3), p. 163–187.
- Coulange, L. (2006). Étude des pratiques de professeurs de mathématiques «néotitulaires» dans des collèges de zones d'éducation prioritaire. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, p. 215-243.
- Coulange, L. (2007). Approche didactique de la différenciation dans les apprentissages des mathématiques, Étude de cas : L'enseignement des pourcentages dans une classe de CM2 en ZEP. *Actes CD-ROM du colloque organisé par les IUFM du pôle Nord Est, Besançon*.
- Coulange, L. (2000). *Étude des pratiques du professeur du double point de vue écologique et économique. Cas de l'enseignement des systèmes d'équations et de la mise en équations en classe de troisième* (Université de Grenoble).

- Da, C. J. (2014). *Modéliser et implémenter des dispositifs pédagogiques avec BPMN 2.0: Étude exploratoire pour la modélisation et l'implémentation de scénarios pédagogiques orientés processus*. Saarbrücken: Éditions universitaires européennes.
- Davis, B. (1997). Listening for differences : An evolving conception of mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, p. 355–376.
- Davis, R. B. (1975). Cognitive processes involved in solving simple algebraic equations. *Journal of Children's Mathematical Behaviour*, 1(3), p. 7–35.
- Deblois, L., & Squalli, H. (1997). L'analyse des erreurs des élèves en mathématiques par des étudiantes et des étudiants en formation initiale à l'enseignement. Dans *Continuités et ruptures dans la formation des maîtres au Québec* (p. 125-143). Presses Université Laval.
- Deblois, L., & Squalli, H. (2002). Implication de l'analyse de productions d'élèves dans la formation des maîtres du primaire. *Educational Studies in Mathematics*, 50(2), p. 213-238.
- Grégoire J., Michaux C., Rouche N., Desmet L., Skilbecq P., Fanuel J., Soille S., Pliez G., Randour M. (2010) L'apprentissage et l'enseignement des nombres décimaux. Nivelles : Rapport final d'une recherche CREM 2010
- Doise, W., & Mugny, G. (1997). *Psychologie sociale et développement cognitif*. Armand Colin.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), p. 5-31.
- Douady, R. (1994). Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir. *Repères IREM*, 15, p. 37–61.

- Douady, R., Robert, A., Artigue, M., Henry, M., & Butlen, D. (1991). *Formation à l'enseignement des mathématiques exemples de pratiques effectives et éléments de réflexion d'un point de vue didactique*. Paris: IREM, univ. Paris 7.
- Drouhard, J. P., Sackur, C., Maurel, M., & Pécal, M. (1997). Comment recueillir des connaissances cachées en algèbre et qu'en faire? *Repères n 28, p. 37-68*.
- Drouhard, J.-P. (1992). *Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire* (Université Paris-Diderot-Paris VII).
- Duval, R. (1988). Graphiques et équations. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives, 1*, p. 235–253.
- Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: A study of practical knowledge*. London: Croom Helm.
- Faerber, R. (2002). Le groupe d'apprentissage en formation à distance : ses caractéristiques dans un environnement virtuel. Dans F. Larose & T. Karsenti (dir.), *La place des TICE en formation initiale et continue à l'enseignement : bilan et perspectives*. (p. 99-128). Sherbrooke: Editions du CRP, Université de Sherbrooke..
- Fantuzzo, J. W., Davis, G. Y., & Ginsburg, M. D. (1995). Effects of parent involvement in isolation or in combination with peer tutoring on student self-concept and mathematics achievement. *Journal of Educational Psychology, 87*(2), p. 272-281.
- Feng, L. (2009). Opportunity wages, classroom characteristics, and teacher mobility. *Southern Economic Journal*, p.1165–1190.
- Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in

- mathematics instruction. *Journal for research in mathematics education*, p. 403–434.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. Dans D. A. Grouws (dir.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (p. 147-164). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc.
- Filloy, E., & Rojano, T. (1984). From an arithmetical to an algebraic thought. (A clinical study with 12-13 years old). *Proceedings of the 6 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, p. 51–56.
- Froyen, L. A., & Iverson, A. M. (1999). *Schoolwide and classroom management : The reflective educator-leader*. Merrill Upper Saddle River, NJ.
- Ganser, T. (2002). How Teachers Compare the Roles of Cooperating Teacher and Mentor. *The Educational Forum*, 66(4), p. 380-385.
- Gascon, J. (1994). Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'«arithmétique généralisée». *Petit x*, 37, p. 43–63.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, p. 13–31.
- Goldman, S. R. (1989). Strategy instruction in mathematics. *Learning Disability Quarterly*, 12(1), p. 43–55.
- Grossman, P. L., & Richert, A. E. (1988). Unacknowledged knowledge growth : A re-examination of the effects of teacher education. *Teaching and teacher Education*, 4(1), p. 53–62.

- Grugeon, B. (1995). *Étude des rapports institutionnels et des rapports personnels des élèves à l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux cycles d'enseignement : BEP et Première G*. (Université de Paris VII).
- Grugeon-Allys, B. (2008). *Quelques apports de l'analyse multidimensionnelle activités des élèves et pratiques des professeurs de mathématiques : Vers une modélisation : note de synthèse pour une habilitation à diriger des recherches*. Université Paris VII.
- Guernsey, M. A. (1989). Classroom Organization A Key to Successful Management. *Intervention in School and Clinic*, 25(1), p. 55–58.
- Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1999). Preservice primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal of mathematics teacher education*, 2(3), p. 253–275.
- Hanushek, E. (1971). Teacher characteristics and gains in student achievement : Estimation using micro data. *The American Economic Review*, p. 280–288.
- Hanushek, E. (1992). The trade-off between child quantity and quality. *Journal of political economy*, p. 84–117.
- Harper, E. (1987). Ghosts of diophantus. *Educational studies in mathematics*, 18(1), p. 75–90.
- Harris, D. N., & Sass, T. R. (2011). Teacher training, teacher quality and student achievement. *Journal of public economics*, 95(7-8), p. 798–812.
- Hill, H., Ball, D., & Schilling, S. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge : Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, p. 372–400.

- Hill, H., Rowan, B., & Ball, D. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American educational research journal*, 42(2), p. 371–406.
- Houdement, C., & Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 16(3), p. 289–322.
- Houdement, C. (2013). *Au milieu du gué : Entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques* (Université Paris VII).
- Jakobsen, A., Thames, M. H., Ribeiro, C. M., & Delaney, S. (2012). Using practice to define and distinguish horizon content knowledge. Dans *12th International Congress in Mathematics Education (ICME)*, (p. 4635-4644). Seoul, Korea.
- Jaworski, B. (1999). Tensions in Teachers' Conceptualizations of Mathematics and of Teaching. *Learning mathematics: from hierarchies to networks*, p. 153–172.
- Johnson, M. B. (1999). Communication in the Classroom. Guides-Non-Classroom (055) - Opinion Papers (120)
- Josette, A. (1987). Baruk (Stella). L'Age du capitaine : De l'erreur en mathématiques. *Revue française de pédagogie*, 80(1), p. 108-111.
- Keppel, G. (1989). *Data analysis for research designs*. Macmillan.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational studies in Mathematics*, 12(3), p. 317–326.
- Kieran, C. (1991). A procedural-structural perspective on algebra research. *PME conference*, 2, p. 245–253.
- Kirshner, D. (1985). Linguistic and Mathematical Competence. *For the Learning of Mathematics*, 5(2), p. 31-33.

- Kirshner, D. (1989). The Visual Syntax of Algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), p. 274-287.
- Kirshner, D. (1990). Acquisition of algebraic grammar. *Proceedings of the Fourteenth Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education, Morelos, México*.
- Koetsier, C. P. (1995). Bridging the gap between initial teacher training and teacher induction. *Journal of Education for teaching*, 21(3), p. 333–346.
- König, J., Blömeke, S., Paine, L., Schmidt, W. H., & Hsieh, F.-J. (2011). General pedagogical knowledge of future middle school teachers : On the complex ecology of teacher education in the United States, Germany, and Taiwan. *Journal of Teacher Education*, 62(2), p. 188–201.
- Krainer, K. (2001). Teachers' Growth is More Than the Growth of Individual Teachers : The Case of Gisela. Dans F.-L. Lin & T. J. Cooney (dir.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education* (p. 271-293).
- Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs a meta-analysis. *Remedial and Special Education*, 24(2), p. 97–114.
- Kuchemann, D. E. (1981). *The understanding of generalised arithmetic (algebra) by secondary school children* (University of London).
- Kunsch, C. A., Jitendra, A. K., & Sood, S. (2007). The Effects of Peer-Mediated Instruction in Mathematics for Students with Learning Problems : A Research Synthesis. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), p. 1–12.
- Kuzniak, A. (1994). *Étude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré*. (Université Paris VII).

- Kuzniak, A. (2007). Savoir mathématique et enseignement didactique et pédagogique dans les formations initiales du premier et du second degrés. *Recherche et formation*, (55), p. 27-40.
- Lee, L. and D. Wheeler: 1987, 'Algebraic thinking in high school students: their conceptions of generalisation and justification', Research report, Concordia University, Montreal.
- Leinhardt, G., & Smith, D. A. (1985). Expertise in mathematics instruction : Subject matter knowledge. *Journal of Educational Psychology*, 77(3), p. 247-271.
- Lemoyne, G., Conne, F., & Brun, J. (1993). Du traitement des formes à celui des contenus d'écritures littérales : Une perspective d'enseignement introductif à l'algèbre. *Recherches en didactique des mathématiques*, 13(3), p. 333–384.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, N.J: Lawrence Erlbaum Associates..
- Magnusson S., Krajcik J., Borko H. (1999) Nature, Sources, and Development of Pedagogical Content Knowledge for Science Teaching. Dans J. Gess-Newsome & N.G. Lederman (dir.), *Examining Pedagogical Content Knowledge. Science & Technology Education Library*, vol 6. Springer, Dordrecht
- Maier, P. H. (1998). Spatial geometry and spatial ability: How to make solid geometry solid? Dans E. Cohors-Fresenborg, K. Reiss, G. Toener & H.-G Weigand (dir.), *Selected papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics 1996*, (p. 63–75). Osnabreck,.
- Malaty, G. 2004. *Mathematics Teacher Training in Finland*. Dans Series of International Monographs on Mathematics Teaching Worldwide. Monograph

2. Teacher Training. Budapest: Műszaki Könyvkiadó, A Wolters Kluwer Company.

Malaty, G. (2006). *What are the reasons behind the success of Finland in PISA.*

Matilde, 29, p. 4–9.

Margolinas, C., Coulange, L., & Bessot, A. (2005). What Can the Teacher Learn in the Classroom? *Educational Studies in Mathematics*, 59(1-3), p. 205-234.

Martínez, M., Giné, C., Fernández, S., Figueiras, L., & Deulofeu, J. (2011). El conocimiento del horizonte matemático: más allá de conectar el presente con el pasado y el futuro. Dans M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco & M. M. Palarea (dir.), *Investigación en Educación Matemática XV* (p. 429–438). Ciudad Real: SEIEM..

Mason, J., Stephens, M., & Watson, A. (2009). Appreciating mathematical structure for all. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), p. 10–32.

Masselot, P. (2000). *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'école—une étude de cas* (Université Paris VII).

Matheron, Y., Noirfalise, R., & Combelles, C. (2006). Construire un savoir professionnel pour le professeur de mathématiques : Quelques exemples d'outils apportés par la théorie anthropologique du didactique. *Petit x*, 70, p. 30–47.

Matz, M. (1980). Towards a computational theory of algebraic competence. *The Journal of Mathematical Behavior*, 3(1), p. 93-166.

Mayer, R. E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional science*, 26(1-2), p. 49–63.

- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. Dans D. A. Grouws (dir.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (p. 575-596). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc..
- Meirieu, P. (2013). *Va-t-on vraiment refonder l'École française en 2013? En ligne sur le site café pédagogique*
<http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2013/01/08012013Article634932191090171137.aspx>
- Metzler, J., & Woessmann, L. (2012). The impact of teacher subject knowledge on student achievement : Evidence from within-teacher within-student variation. *Journal of Development Economics*, 99(2), p. 486–496.
- Morine-Dershimer G., Kent T. (1999) The Complex Nature and Sources of Teachers' Pedagogical Knowledge. Dans J. Gess-Newsome & N.G Lederman (dir.) *Examining Pedagogical Content Knowledge. Science & Technology Education Library*, 6, (p. 21–50). Springer, Dordrecht.
- Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Research in Mathematics Education*, 18(1), p. 3-14.
- Newman, M. A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks. *Victorian Institute for Educational Research Bulletin*, 39, p. 31-43.
- Ohlsson, S. (1996). Learning from error and the design of task environments. *International Journal of Educational Research International Journal of Educational Research*, 25(5), p. 419-448.

- Payne, S. J., & Squibb, H. R. (1990). Algebra Mal-Rules and Cognitive Accounts of Error. *Cognitive Science*, 14(3), p. 445-481.
- Pehkonen, E. (1994). On teachers' beliefs and changing mathematics teaching. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 15(3-4), p. 177–209.
- Perrin-Glorian, M.-J. (1992). *Aires de surfaces planes et nombres décimaux : Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6^{ème}* (Université Paris VII)
- Pézard, M., Butlen, D., & Huraux-Masselot, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP : Quelles pratiques? Quelle formation?* la Pensée sauvage.
- Pietilä, A. (2003). Fulfilling the Criteria for a Good Mathematics Teacher-the Case of One Student. *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, p. 1–10.
- Pino-Fan, L., Godino, J. D., Font, V., & Castro, W. F. (2013). Prospective teacher's specialized content knowledge on derivative. Dans B. Ubuz, Ç. Haser & M. Mariotti (dir.), *Proceedings of the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education* (p. 3195–3205). Antalya, Turkey: CERME.
- Popper, K. (1998). *La connaissance objective* (Trad. J.-J. Rosat, Ed. Originale, 1972, 1re éd. Fr., 1991). Paris: Flammarion.
- Portugais, J. (1995). *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*. Berne : Peter Lang..
- Proulx, J., & Bednarz, N. (2009). Quelle formation mathématique pour les futures enseignants ? Un éclairage fondé sur une analyse des recherches. *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone (EMF-2009)*, p. 129-142. Dakar, Sénégal.

- Rach, S., Ufer, S., & Heinze, A. (2013). Learning from Errors : Effects of Teachers Training on Students' Attitudes towards and Their Individual Use of Errors. *PNA*, 8(1), p. 21–30.
- Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in mathematics Education*, p. 163–172.
- Ravesteyn, J., & Sensevy, G. (1993). Statuts de l'erreur dans la relation didactique. *Grand N*, 54, p. 83–90.
- Rézeau, J. (2001). *Médiatisation et médiation pédagogique dans un environnement multimédia : Le cas de l'apprentissage de l'anglais en Histoire de l'art à l'université* (Université Victor Segalen-Bordeaux II).
- Riastuti, N., Mardiyana, M., & Pramudya, I. (2017). Students' Errors in Geometry Viewed from Spatial Intelligence. Dans *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 895). Institute of Physics Publishing.
- Robert, A. (2005). Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré. *Recherche et formation*, 50, p. 75–89.
- Robert, A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 45-68), Toulouse, Octarès
- Robert, A., Roditi, E., & Grugeon, B. (2007). Diversités des offres de formation et travail du formateur d'enseignants de mathématiques du secondaire. *Petit x*, 74, p. 60-90.
- Robert, A., & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : Une double approche. *Canadian Journal of Math, Science & Technology Education*, 2(4), p. 505–528. C

- Roditi, E. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(2), p. 183–216.
- Roditi, E. (2007). La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 12, p. 55-81.
- Roffey, S., & O'Reirdan, T. (1997). *Infant classroom behaviour : Needs, perspectives and strategies*. David Fulton Publishers.
- Rogalski, J. (2000). Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant. *Actes du XXVIème colloque COPIRELEM*, p. 45–66.
- Rosenshine, B., & Stevens, R. (1986). Teaching functions. Dans M. C. Wittrock (dir.), *Handbook of research on teaching (3rd ed.) (p. 376-391)*. New York; London: Macmillan.
- Ruwet, N. (1968). Introduction à la grammaire générative : *Recherches en sciences humaines* 22, 5(1), p. 417-434 .
- Sackur-Grisvard, C., & Léonard, F. (1985). Intermediate Cognitive Organizations in the Process of Learning a Mathematical Concept : The Order of Positive Decimal Numbers. *Cognition and Instruction*, 2(2), p. 157-174.
- Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner : How professionals think in action*. Maurice Temple Smith.
- Schwartzman, S. (1977). Helping students understand the distributive property. *The Mathematics Teacher*, 70(7), p. 594–595.
- Serfati, M. (2005). *La révolution symbolique : La constitution de l'écriture symbolique mathématique*. Editions Petra.
- Shores, R. E. (1993). Classroom Management Strategies : Are They Setting Events for Coercion? *Behavioral Disorders*, 18(2), p. 92-102.

- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), p. 4–14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), p. 1–23.
- Shulman, L. & Sykes, G. (1986). *A National Board for teaching? In search of a bold standard*. Paper prepared for the Task Force on Teaching as a Profession, Carnegie Forum on Education and the Economy.
- Silvy, C., Delcroix, A., & Mercier, A. (2013). Enquête sur la notion de « pedagogical content knowledge », interrogée à partir du « site local d'une question ». *Education & didactique*, 7(1), p. 33-58.
- Sinclair, C., Dowson, M., & Thistleton-Martin, J. (2006). Motivations and profiles of cooperating teachers: Who volunteers and why? *Teaching and teacher education*, 22(3), p. 263–279.
- Sleeman, D. (1984). An Attempt to Understand Students' Understanding of Basic Algebra. *Cognitive Science*, 8(4), p. 387-412.
- Smith, D. D., & Rivera, D. P. (1995). Discipline in Special Education and General Education Settings. *Focus on Exceptional Children*, 27(5), p. 1–14.
- Sothayapetch, P., Lavonen, J., & Juuti, K. (2013). Primary school teachers' interviews regarding pedagogical content knowledge (PCK) and general pedagogical knowledge (GPK). *European Journal of Science and Mathematics Education* 1(2), p. 84-105.
- Speer, N. M., & Firouzian, S. (2014). Current and future faculty members' mathematical knowledge for teaching calculus. Dans T. Fukawa-Connelly, G. Karakok, K. A. Keene, & M. Zandieh (dir.), *Proceedings of the 17th Annual*

Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education (p. 1052–1057). Denver- USA

Speer, N. M., & Wagner, J. F. (2009). Knowledge needed by a teacher to provide analytic scaffolding during undergraduate mathematics classroom discussions. *Journal for Research in Mathematics Education*, p. 530–562.

Steinle, V., & Stacey, K. (1998). Students and decimal notation : Do they see what we see. *Exploring all angles, Proceedings of the Thirty-fifth annual conference of the Mathematical Association of Victoria, Mathematical Association of Victoria, Melbourne*, p. 415–422.

Stevens, S. H. (1997). *Adjustments in classroom management*. En ligne sur <http://www.ldonline.org/article/5924/>

Strauss, A., & Corbin, J. M. (1990). *Basics of qualitative research : Grounded theory procedures and techniques*. Sage Publications, Inc.

Sykes, G., Bird, T., & Kennedy, M. (2010). Teacher education : Its problems and some prospects. *Journal of Teacher Education*, 61(5), p. 464–476.

Tarpinian, A. (2009). *Vivre s' apprend : Refonder l'humanisme*. Chronique sociale.

Thompson, A. G. (1991). The development of teachers' conceptions of mathematics teaching. *Proceedings of the thirteenth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, p. 8–14.

Tirosh, D. (1990). Inconsistencies in Students' Mathematical Constructs. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 12, p. 111–29.

Trubowitz, S. (2004). The why, how, and what of mentoring. *Phi Delta Kappan*, 86(1), p. 59–62.

Turner-Bisset, R. (2001). *Expert teaching*. London: Fulton.

- Van Der Sijde, P. C. (1989). The effect of a brief teacher training on student achievement. *Teaching and Teacher Education*, 5(4), p. 303-314.
- Vanderlinde, R., & van Braak, J. (2010). The gap between educational research and practice : Views of teachers, school leaders, intermediaries and researchers. *British educational research journal*, 36(2), p. 299–316.
- Vergnaud, G. (1988). Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre. *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*, p. 189–199.
- Vergnaud, G. (2000). *Lev Vygotski : Pédagogue et penseur de notre temps*. Hachette éducation.
- Vergnaud, G., Cortes, A., & Favre-Artigue, P. (1987). Introduction de l'algèbre auprès de débutants faibles. Problèmes épistémologiques et didactiques. *Actes du colloque de Sèvres. Didactique et acquisition des connaissances scientifiques*, p. 259–288.
- Vincent, C., Delozanne, E., Grugeon, B., Gélis, J.-M., Rogalski, J., & Coulange, L. (2005). Des erreurs aux stéréotypes : Des modèles cognitifs de différents niveaux dans le projet Pépite. Dans *Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH'2005)* (p. 297–308). Montpellier.
- FranceVinner, S. (1990). Inconsistencies : Their Causes and Function in Learning Mathematics. *Focus on learning problems in mathematics*, 12, p. 85–98.
- Watson, I. (1980). Investigating errors of beginning mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 11(3), p. 319–329.
- Weimer, H. (1929). *Psychologie der Fehler*. Klinkhardt.
- Weiner, B. (1986). *An attributional theory of motivation and emotion*. Springer-Verlag New York.

- Westerman, D. A. (1991). Expert and novice teacher decision making. *Journal of Teacher Education*, 42(4), p. 292–305.
- Yackel, E., Stephan, M., Rasmussen, C., & Underwood, D. (2003). Didactising : Continuing the work of Leen Streefland. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), p. 101–126.
- Zazkis, R., & Mamolo, A. (2011). Reconceptualizing knowledge at the mathematical horizon. *For the Learning of Mathematics*, p. 8–13.

ANNEXES

Sommaire des annexes

<u>Annexe 1 : Documents du chapitre V</u>	III
<u>Le cours du F_c consacré à la question de l'erreur</u>	V
1. <u>Les documents de travail utilisés</u>	V
1.1 <u>Document 1 : addition-soustraction-multiplication de nombres décimaux</u>	V
1.2 <u>Document 2 : techniques de multiplication</u>	VII
1.3 <u>Document 3 : multiplication de nombres décimaux</u>	VIII
1.4 <u>Document 4 : comparaison des nombres décimaux</u>	IX
1.5 <u>Document 5 : écriture fractionnaire</u>	X
2. <u>Analyse a priori détaillée des 19 productions d'élèves</u>	XII
3. <u>Transcription du cours</u>	XX
<u>L'entretien avec F_c</u>	XXXVIII
<u>Questionnaire diffusé auprès des étudiants du formateur F_c et F_p</u>	XLV
<u>Réponses des étudiants du F_c au questionnaire</u>	XLVIII
<u>Annexe 2 : Documents du chapitre VI</u>	LV
<u>1^{ère} séance : aide personnalisée</u>	LVII
1. <u>Exercices travaillés dans la séance</u>	LVII
2. <u>Transcription de la séance</u>	LIX
<u>2^{ème} séance d'aide personnalisée</u>	LXXIII
1. <u>Exercices proposés dans la séance</u>	LXXIII
2. <u>Transcription de la séance</u>	LXXIV
3. <u>Entretiens a priori et a posteriori</u>	LXXILXXXVII
<u>3^{ème} séance : classe entière</u>	LXXXVIII
1. <u>Entretien a priori</u>	LXXXVIII
2. <u>Transcription de de la séance</u>	LXXXIX
3. <u>Entretien a posteriori</u>	XXCVII
<u>Annexe 3 : Documents du chapitre VII</u>	CI
<u>Les cours du F_p</u>	CIII
1. <u>Séance 1</u>	CIII
2. <u>Séance 2</u>	CVI
2.1. <u>Exercices travaillés</u>	CVI
2.2. <u>Productions d'élèves</u>	CVII
2.3. <u>La transcription de la séance 2</u>	CXX
3. <u>Séance 3</u>	CXXVIII
3.1. <u>Transcription de la séance 3</u>	CXXVIII
4. <u>Séance 4 : le carré bordé</u>	CXLIII
<u>L'entretien avec F_p</u>	CXLVIII
<u>Réponses des étudiants du F_p au questionnaire</u>	CLI
<u>Annexe 4 : Documents du chapitre VIII</u>	CLV

1^{ière} séance : séance corrective sur les puissances ----- **CLVII**

1. Entretien *a priori*----- CLVII

2. Transcription de la séance----- CLVIII

3. Entretien *a posteriori*----- CLXXIV

2^{ème} séance ----- **CLXXV**

1. Transcription de la séance----- CLXXV

2. Entretien *à posteriori*----- CLXXXVI

Annexe 5 : Résultats des élèves français en mathématiques dans l'enquête PISA du 2000 au 2012 ----- **CLXXXVII**

Annexe 1 : Documents du chapitre V

Le cours du F_c consacré à la question de l'erreur

1. Les documents de travail utilisés

1.1 Document 1 : addition-soustraction-multiplication de nombres décimaux

Addition - Soustraction

1. Pose et effectue les opérations suivantes.

200 + 13,75

$$\begin{array}{r} 200 \\ + 13,75 \\ \hline 213,75 \end{array}$$

5. 56,73 - 7,02

$$\begin{array}{r} 56,73 \\ - 7,02 \\ \hline 49,71 \end{array}$$

2. 208 + 13,75

$$\begin{array}{r} 208 \\ + 13,75 \\ \hline 221,75 \end{array}$$

6. 56,73 - 7,02

$$\begin{array}{r} 56,73 \\ - 7,02 \\ \hline 49,71 \end{array}$$

3. 208 + 13,75

$$\begin{array}{r} 208,00 \\ + 13,75 \\ \hline 221,75 \end{array}$$

7. 56,73 - 7,02

$$\begin{array}{r} 56,73 \\ - 7,02 \\ \hline 49,71 \end{array}$$

4. 208 + 13,75

$$\begin{array}{r} 208 \\ + 13,75 \\ \hline 221,75 \end{array}$$

8. 56,73 - 7,02

$$\begin{array}{r} 56,73 \\ - 7,02 \\ \hline 49,71 \end{array}$$

Multiplications

$$\begin{array}{r} 66 \\ \times 49 \\ \hline 423 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46,3 \\ \times 9 \\ \hline 425,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46,3 \\ \times 9 \\ \hline 360 \\ 414,3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 3 \\ \hline 27/46 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ 46,3 \\ \times 9 \\ \hline 416,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46,3 \\ \times 9 \\ \hline 417,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ 46,3 \\ \times 9 \\ \hline 416,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ 46,3 \\ \times 9 \\ \hline 408,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46,3 \\ \times 9 \\ \hline 425,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46,3 \\ \times 9 \\ \hline 423,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ 46,3 \\ \times 9 \\ \hline 414,7 \end{array}$$

1.2 Document 2 : techniques de multiplication

Il est suggéré de ne pas tout faire à la suite, car la présentation de l'exercice est répétitive. On peut par exemple travailler les trois premiers tableaux lors d'une séance, conclure par une formulation des

méthodes employées, donner le tableau 4 en entraînant pour une séance ultérieure, et enchaîner avec les deux derniers tableaux.

Consigne

Dans chaque tableau, on te propose des produits. Dans chaque ligne, il y a la bonne réponse. Sans effectuer cette multiplication, choisis la bonne réponse, et indique les méthodes utilisées pour éliminer les autres.

les mauvais oralement

Tableau 1	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$241,9 \times 2,09$	505,81	505,571	505,432
$0,053 \times 515,9$	27,3427	27,4468	27,03427
$10,82 \times 69,1$	747,82	747,821	747,662

5 chiffres après la virgule.

Tableau 2	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$3,86 \times 82,9$	412,464	319,94	319,994
$303,6 \times 2,4$	715,624	591,24	728,64
$801,2 \times 1,6$	1 281,92	918,15	2 403,12

Tableau 3	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$5,4 \times 13,5$	72,9	60,20	71,85
$53,43 \times 4,1$	219,63	219,063	198,143
$38,02 \times 78,5$	3 254,010	2 984,57	2 803,065

Tableau 4	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$8,16 \times 18,4$	161,254	144,146	150,144
$97,5 \times 23,2$	2 262	226,20	1 786,10
$129,6 \times 3,5$	526,230	453,6	358,30
$72,62 \times 5,72$	360,726 2	415,386 4	420,64

Tableau 5	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$1,47 \times 615,4$	608,528	895,48	904,638
$884,9 \times 0,73$	891,657	645,977	712,645
$2 652 \times 0,96$	2 691,52	2 662,92	2 545,92

Tableau 6	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$381 \times 0,922$	351,282	390,742	348,92
$25,82 \times 1,09$	25,811 8	27,642 1	28,143 8
$85,5 \times 0,42$	35,91	86,210	75,542
$1,12 \times 5,25$	5,543 20	5,88	5,241 0

Commentaire

Cet entraînement systématique doit permettre de pointer quelques règles importantes. Il y aura lieu pendant l'année de consolider ces règles en y recourant fréquemment pour contrôler les résultats des opérations.

1.3 Document 3 : multiplication de nombres décimaux

MULTIPLICATION DES NOMBRES DECIMAUX

La multiplication des nombres décimaux est introduite à partir des aires pour donner du sens à cette opération et éviter de donner trop d'importance à la technique dès le début de l'apprentissage.

Bien sûr, cette activité n'a pas pu être expérimentée, dans la mesure où les élèves de 6^{ème} de 96/97 avaient appris la multiplication des nombres décimaux à l'école primaire !

Objectifs :

- Découvrir la multiplication des nombres décimaux.
- Déterminer une aire par découpage.
- Revenir sur la notion d'aire.
- Utiliser du papier millimétré (millimètres, centimètres, traits gras tous les 5 cm).
- Convertir des unités de longueur.

Prérequis :

Aucun de sixième.

Matériel :

- Papier millimétré.
- Crayons de couleur.

Déroulement :

Individuellement

La consigne suivante est donnée :

"Trace un rectangle de 2,15 dm sur 1,7 dm sur du papier millimétré. Trouve son aire. Tu donneras ta réponse en dm²."

Au cas où un élève effectue directement la multiplication, le professeur lui demande de vérifier son résultat à partir du dessin.

En groupe

La consigne suivante est donnée :

"Comparez vos résultats. Vous vous mettez d'accord si possible."

L'enseignant recense les résultats et, après un débat en classe, chacun corrige éventuellement sa solution.

A la maison

Chaque élève colorie son dessin de façon à mettre en évidence sa solution.

1.4 Document 4 : comparaison des nombres décimaux

Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants:

23,4 ; 23,37 ; 23,127 ; 17,15671 ; 23,036 ; 2,3401

Voilà la réponse de deux élèves :

Marie: 23,4 ; 23,37 ; 23,036 ; 23,3401 ; 17,1571

Julie: 2,3401 ; 17,1567 ; 23,4 ; 23,036 ; 23,37 ; 23,127

1.5 Document 5 : écriture fractionnaire

Activité 5 - Le Tour de France

Objectifs

- Passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire et réciproquement.
- Voir que, selon le contexte, ce n'est pas toujours l'écriture décimale qui porte le plus de signification.

Description rapide

Il s'agit de résoudre un problème de durée et d'utiliser le contexte des mesures de durées pour passer d'une écriture à l'autre

Déroulement

- Travail individuel ou à deux

Les élèves doivent résoudre le problème suivant :

Monsieur X, Monsieur Y et Monsieur Z participent au tour de France en avion de tourisme.

À chaque arrivée d'étape leur compteur d'avion fournit la durée du vol et, selon les modèles de compteur, le type d'affichage est différent : écriture fractionnaire en heures, écriture décimale en heures, écriture en heures et minutes.

Voici le récapitulatif de leurs durées de vol :

Étapes	Monsieur X	Monsieur Y	Monsieur Z	Vainqueur de l'étape	Vainqueur du classement général
Paris-Brest	1 h 1/2	1,7 h	1 h 42 min		
Brest-Toulouse	2 h 1/4	2,1 h	2 h 15 min		
Toulouse-Nice	4/5 h	0,75 h	40 min		
Nice-Strasbourg	11/5 h	2,25 h	2 h 17 min		

1. Indiquer, à chaque étape, qui décroche le maillot de vainqueur de l'étape et qui est premier au classement général.
2. En déterminant la durée totale du vol des trois participants, déterminez celui qui, à Strasbourg, est en tête de la course.
3. Monsieur X met 1 h 1/4 pour parcourir l'étape suivante Strasbourg-Paris.
Monsieur Z met 1 h 6 min pour parcourir l'étape suivante Strasbourg-Paris.
Quelle doit être la durée maximale, à la minute près, de l'étape pour que Monsieur Y prenne la tête de la course ?

En classe entière

1 - Les élèves affichent leur feuille, en les regroupant par méthodes identiques. Chaque élève a ainsi sa feuille affichée, cela permet de voir la fréquence de chacune des méthodes et de comparer les stratégies plus ou moins judicieuses. Les notions de cm^2 et de dm^2 doivent apparaître ainsi que l'utilisation plus ou moins pertinente du papier millimétré.

"On retient que l'aire du rectangle est 3,665"

2 - L'enseignant s'adresse à la classe :

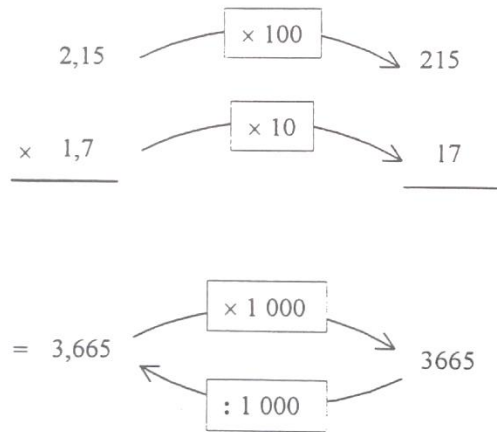
"Comment calcule-t-on l'aire d'un rectangle ?"

A la suite d'un dialogue entre l'enseignant et la classe, la formule (connue des élèves depuis l'école primaire) de l'aire d'un rectangle et la solution trouvée permettent d'en déduire :

$$2,15 \times 1,7 = 3,665.$$

3 - *"Alors, comment passer de $2,15 \times 1,7$ à 3,665 ?"*

Après un temps de réflexion donné aux élèves, le schéma suivant est retrouvé et la règle est écrite.



2. Analyse *a priori* détaillée des 19 productions d'élèves

Production 1

$$\begin{array}{r}
 208 \\
 + 13,75 \\
 \hline
 222,75
 \end{array}$$

Dans cette production, nous faisons l'hypothèse suivante : l'élève commet une erreur de calcul ($8+3=12$). C'est étonnant : un tel élève qui aligne bien les chiffres et les virgules ne fait pas ce type d'erreurs de calcul. Alors, l'origine de cette erreur peut être aussi une sorte d'étourderie du fait que l'élève ne pense pas à faire un complément à 10 ($8+2+1$), il a donné rapidement la réponse avec un ordre de grandeur.

Production 2

$$\begin{array}{r}
 208 \\
 + 13,75 \\
 \hline
 15,83
 \end{array}$$

Là, l'élève ne distingue pas la valeur (la position) de chaque chiffre dans le nombre la raison pour laquelle il aligne mal les chiffres comme si c'était des entiers et par la suite il additionne des unités à des centièmes, des dizaines à des dixièmes et enfin des centaines à des unités. En fait, cet élève n'a pas bien retenu le sens de nombre décimal ou la notion est mal installée.

Production 3

$$\begin{array}{r}
 20800 \\
 + 13,75 \\
 \hline
 3321,75
 \end{array}$$

Cet élève ressemble en quelque sorte au 2. De plus, plusieurs origines peuvent se cacher derrière ces erreurs. En effet, le fait de faire apparaître une partie décimale ou de rajouter des zéros (fameux conseil proposé par les professeurs des écoles) pour le nombre entier (208) est à l'origine de l'erreur de cet élève. Puis, il essaie d'aligner ou de justifier les deux nombres à droite et à gauche comme si c'était un texte. Alors, il traite la 1^{ière} virgule comme un zéro. En revanche, la 2nd est une vraie virgule mais qui vaut également zéro. Dans cette optique, il ignore complètement la 1^{ière} virgule dans l'alignement et aligne la 2nd avec le chiffre 8 et le résultat est 8. L'élève ici comme dans l'exercice ne comprend pas la valeur de chaque chiffre dans le nombre. C'est une difficulté dû à la numération positionnelle et par la suite due à un défaut dans une notion en jeu celle du nombre décimal.

Production 4

$$\begin{array}{r}
 208 \\
 + 13,75 \\
 \hline
 4455
 \end{array}$$

Cet élève ne distingue pas bien la différence entre un nombre entier et un nombre décimal, ce qui nous amène à adopter une telle hypothèse est le fait d'aligner le chiffre des unités (8) au chiffre des dixièmes (7). De plus, il ne maîtrise pas bien l'opération de l'addition portant principalement sur l'alignement des chiffres de deux nombres. Le pire, il fait l'alignement en commençant par la gauche. Aussi, il commet une erreur de calcul ($2+1=4$) ou bien il a mal recopié l'exercice sur son cahier. Ainsi, il a oublié de placer la virgule, cet élève est en vraie difficulté.

Production 5

$$\begin{array}{r} 56,73 \\ - 7,02 \\ \hline 49,71 \end{array}$$

Pour cet élève, tout va bien sauf (16-7), il a bien aligné les chiffres dans les deux lignes, ce qui y facilite aussi la tâche est d'avoir autant de chiffres après la virgule dans les deux nombres posés. Nous pouvons émettre l'hypothèse suivante pour cette erreur : l'élève pense que le 1 à côté de 6 revient à additionner $1+6=7$ parce qu'à chaque fois on met la retenue, on dit : « ajouter 1 », ce qui fait penser à l'élève le sens de l'addition (1 retenue + 6 unités). A cet égard, il faut bien travailler le sens de la retenue et le 1 ici n'est pas un (1) mais (10) ou dizaine. Toutefois, le fait d'apprendre la retenue de telle façon perturbe les élèves et notamment parce qu'à la fois le (1) en haut est (10) ou dizaine et (1) en bas ce qui n'est pas logique pour les élèves. Cela est dû à l'usage de la technique de soustraction par conservation des écarts.

Production 6

$$\begin{array}{r} 56,73 \\ - 7,02 \\ \hline 49,71 \end{array}$$

Le problème de la retenue s'y pose clairement, l'élève a des difficultés avec la notion de la retenue, à l'inverse de l'élève précédent, il n'a pas juste compris le sens de la retenue mais il l'a bien employée. Cet élève a fait la soustraction à l'inverse (7-6) pour éviter la technique de la retenue. En fait, une technique ou une méthode à l'américaine, a été proposée, aide certains élèves ayant le problème de non-maîtrise de la retenue à surmonter ce problème. Il s'agit de décomposer la tâche en faisant tout d'abord $56,73 - 6,02$, puis on soustrait 1 à la réponse ($50,71 - 1 = 49,71$) et cela devient plus facile pour l'élève. Le fait d'éliminer l'obstacle motive les élèves à continuer la tâche. Par exemple, la retenue représente un obstacle pour certains élèves, le fait de réussir une opération comme la soustraction en utilisant cette stratégie alternative motive ces élèves et les pousse à avancer.

Production 7

$$\begin{array}{r} 56,73 - 7,02 \\ \hline 56,73 \\ - 7,02 \\ \hline 18653 \end{array}$$

Nous supposons que cet élève est le même que celui qui a fait aussi l'exercice 4, parce que les deux erreurs se ressemblent parfaitement, les « deux élèves » alignent les chiffres à gauche, les deux oublient de placer la virgule dans la réponse. De plus, il a essayé de contourner la retenue. Enfin, c'est la même erreur. Dans cette optique, nous constatons que les erreurs commencent à se répéter, donc quel est l'intérêt de reprendre telle erreur dans les productions ?

Production 8

$$\begin{array}{r} 56,73 - 7,0 \\ \hline 56,73 \\ - 7,02 \\ \hline 26,53 \end{array}$$

Pareillement, cet exercice réunit les erreurs des productions 4, 6 et 7 : alignement à gauche, problème de la retenue. Une fois de plus, quel intérêt ?

Production 9

$$\begin{array}{r} 46,3 \times 9 \\ \hline \begin{array}{r} 6 \\ \times 46 \\ 9 \\ \hline 423 \end{array} \end{array}$$

Il y a deux erreurs dans cette production, la première erreur est due à un simple glissement dans la table de 9, il s'agit d'une erreur récurrente, c'est le fait de confondre 9×6 et 9×7 . La seconde erreur porte sur le fait que l'élève ignore complètement la partie décimale parce que cette dernière représente un problème pour de nombreux élèves.

Production 10

$$\begin{array}{r}
 46,3 \text{ (2)} \\
 \times 9 \text{ (6)} \\
 \hline
 425,7
 \end{array}$$

L'élève commet la même erreur de glissement présentée dans la production précédente.

Production 11

$$\begin{array}{r}
 463 \text{ (2)} \\
 \times 9 \text{ (6)} \\
 \hline
 4257
 \end{array}$$

Deux erreurs se manifestent dans cet exercice : l'erreur de glissement et l'oubli de la virgule.

Production 12

$$\begin{array}{r}
 46,3 \\
 \times 9 \\
 \hline
 \textcircled{5} 54 \\
 360 \\
 \hline
 414,3
 \end{array}$$

L'élève ignore partiellement la partie décimale comme l'élève 9 dont la partie décimale a été carrément égarée. D'ailleurs, l'élève fait une étape intermédiaire entre la multiplication en ligne et celle posée. Il est plutôt entre la technologie et la technique dans le sens bachelardien. En effet, l'élève procède à faire $9 \times (6 + 40)$ au lieu de faire 9×46 en ignorant le chiffre après la virgule, ce qui signifie que l'élève a un problème avec la notion de nombre décimal, notion mal installée.

Production 13

$$\begin{array}{r}
 46,3 \times 9 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 9 \\
 \times 3 \\
 \hline
 27,46
 \end{array}
 \end{array}$$

Il y a deux présupposés qui peuvent se réunir dans le travail de cet élève, soit l'élève est dyslexique (confond souvent la droite et la gauche, au-dessus et en dessous). C'est-à-dire que l'élève a lu le nombre de cette façon : $9 \times 3,46$. Ainsi, comme l'élève précédent, cet élève ne prête aucune attention à la partie décimale ou peut-être c'est un autre nombre pour lui puisqu'il y a la virgule qui fait la séparation entre les deux parties (notion mal définie par certains professeurs) la raison pour laquelle il fait juste 9×3 . Soit, l'élève fait la multiplication de deux chiffres qui sont côte à côte (une sorte de « priorité à tort » ou multiplication de deux parties entières entre elles seulement). Dans tous les cas, l'élève a du mal à représenter le nombre décimal et comprendre le sens exact.

Production 14

$$\begin{array}{r}
 46,3 \times 9 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 46,3 \\
 \times 9 \\
 \hline
 423,27
 \end{array}
 \end{array}$$

Le fait de définir le nombre décimal ainsi qu'un nombre à virgule ou une combinaison de deux nombres entiers qui fait la séparation entre deux parties engendre ce genre d'erreurs. Cette virgule joue le rôle d'une barre de séparation chez certains élèves, d'où on voit que l'élève ne transmet pas la retenue de « la partie décimale » à « la partie entière » et baisse tout le résultat (27) dans la partie décimale. Par contre, ce n'est pas le cas pour la retenue de la partie entière. Ainsi, l'erreur de calcul qui est due à un « trou » dans la table du 9 qui se répète.

Production 15

$$\begin{array}{r}
 46,3 \times 9 \\
 \hline
 \overset{5}{4} \overset{2}{6}, 3 \\
 , 9 \\
 \hline
 416,7
 \end{array}$$

Une erreur d'étourderie s'est produite, il s'agit tout simplement de l'oubli de la virgule, une erreur qui se répète même chez les bons élèves.

Production 16

$$\begin{array}{r}
 46,3 \times 9 \\
 \hline
 \overset{5}{4} \overset{2}{6}, 3 \\
 \times 9 \\
 \hline
 417,7
 \end{array}$$

Une erreur répétitive de calcul a aussi été identifiée, erreur de table du 9, $9 \times 6 = 55$ pour cet élève.

Production 17

$$\begin{array}{r}
 46,3 \times 9 \\
 \hline
 \overset{5}{4} \overset{2}{6}, 3 \\
 \times 9 \\
 \hline
 414,7
 \end{array}$$

Nous pouvons émettre deux hypothèses pour l'erreur de calcul commise ($9 \times 6 = 54$). Soit, l'élève a bien fait le calcul de ($9 \times 6 = 54$) et a oublié la retenue (2), soit il l'a mal fait ($9 \times 6 = 52$) et puis il a ajouté la retenue. Le fait de ne pas oublier la deuxième retenue nous laisse adopter la deuxième hypothèse mais cela reste difficile à vérifier.

Production 18

$$\begin{array}{r}
 46,3 \times 9 \\
 \hline
 41,67
 \end{array}$$

Le calcul a été bien fait et le passage de la retenue de la partie décimale à la partie entière a été faite parfaitement. Par contre, la virgule a été mal placée. En effet, l'élève maîtrise bien la multiplication des nombres entiers (calcul sans virgule), or il a du mal à faire la multiplication des nombres décimaux. En d'autres termes, il ne maîtrise pas la technique suivie « généralement » lors la multiplication des nombres décimaux en comptant le nombre des chiffres après les virgules. En fait, l'élève a compté le nombre des chiffres qui sont avant les virgules et non pas après. On peut lui proposer comme remède « la technique de l'ordre de grandeur » dans le but de vérifier sa réponse ou de bien placer la virgule. En réalité, le sens mathématique de la notion ou la technologie dans le sens bachelardien s'absente souvent dans les exercices d'application et il est substitué par la technique.

Production 19

$$\begin{array}{r}
 46,3 \times 9 \\
 \hline
 408,7
 \end{array}$$

Une fois de plus, l'erreur de calcul s'émerge, les élèves qui font d'erreurs de calcul et notamment dans les tables de multiplication, dans la plupart de cas, soit, ils donnent une réponse avec un décalage de 1 ou de 2 en moins ou en plus, soit, ils font un glissement dans la même table. Par exemple, ils pensent que $9 \times 6 = 63$, un glissement vers le 9×7 ou bien $9 \times 6 = 52/53/55/56$.

3. Transcription du cours

Les nombres décimaux

Addition et soustraction (6^e)

1.

$$\begin{array}{r}
 208 \\
 + 13,75 \\
 \hline
 222,75
 \end{array}$$

F⁴¹ : Ici, l'élève a commis une erreur de calcul, il a mis $8+3=12$, selon les stagiaires, il ne s'agit pas d'une erreur grave. Normalement, les élèves de 6^e utilisent leurs doigts pour additionner deux nombres comme ceux-ci. Il faut insister aux élèves de faire l'opération $8+3$ en tête comme suit $8+2+1=10+1=11$. Comme ceci il faut le faire en 6^e.

2.

$$\begin{array}{r}
 208 \\
 - 13,75 \\
 \hline
 194,25
 \end{array}$$

⁴¹ formateur

Stagiaire 1 : Là, c'est la confusion de la multiplication.

F : pour toi c'est ça ?

Stagiaire 1 : la multiplication rembarque devant. On enlève la virgule, pour la méthode de la multiplication, on prend les deux nombres multipliés, on enlève la virgule, on fait la multiplication en entier.

Stagiaire 2 : non, pas forcément.

Stagiaire 2 : l'erreur ici, c'est la famille chiffres unités sous chiffres unités et après quand on passe à la multiplication, on se dit que voilà il se trompe parce qu'il a envie de les poser comme l'addition et la virgule qui descend. Bah ouai, finalement, derrière, est-ce que ce n'est pas une confusion qui apparaît à partir de la multiplication c'est ça la question !

Stagiaire 1 : c'est un calcul de multiplication.

Stagiaire 2 : finalement oui, mais ce n'est pas à ça qu'on pense ! Mais peut-être chez certains élèves.

F : voyez bien que les enseignants enchaînent comme ça. On a l'impression que ça ne va pas, surtout la liaison de CM2, 6^e. Il est dur chez certains élèves, on peut imaginer nous, dans nos têtes, ce sont comme ça, ils ont appris des choses et après, on va compléter. On va faire évoluer, mais on rencontre des nombres décimaux, il y a quelque chose qui a été faite sur les opérations par exemple en CM2 ou même CM1, il y a eu addition, soustraction, multiplication et voire même en division, on recommence tout ça en 6^e, par l'addition par exemple, on redit attention, il faut bien ajouter puis c'est ça, est-ce qu'on dit qu'il faut aligner les chiffres de notre recette ou il faut revenir aux notions pour dire plutôt, nous voulons ajouter des dixièmes avec des dixièmes, des unités avec des unités. Voilà c'est courant comme ça en mettant des exemples. Du coup, le fait de revenir à ça, on voit bien leur tête, on comprend que ça se mélange un petit peu. Soit, ce qu'il a fait 208 + et il a posé comme s'il y n'avait pas de virgule comme c'était 1375, c'est-à-dire comme il a appris en gros au CM2 et voire même avant, soit alors il a posé en voyant qu'il y a un nombre décimal parce qu'on voit bien la virgule là. Et mais on y a oublié que pour l'addition et la multiplication ce n'est pas la même façon à poser.

Tu as raison de dire ça (Stagiaire3) parce que comme ils ont déjà posé la multiplication, ça peut faire une erreur quand on revient à l'addition et des trucs comme ça on peut les savoir qu'en demandant aux élèves parce qu'on vous fait des évaluations écrites, des diagnostiques, il faut lui demander de nous expliquer, il faut trouver un moment pour que certains avancent dans les opérations et après les autres quand on sait que tel et tel fait telle erreur. S'ils sont plusieurs, on peut les regrouper mais leur demander comme vous faites pour une multiplication et on fait bien lien entre.

$$\begin{array}{r}
 208 + 13,75 \\
 \hline
 208,00 \\
 + 13,75 \\
 \hline
 221,75
 \end{array}$$

3.

F : qu'est-ce qu'il a retenu de ses leçons lui ?

Aziz : il a retenu l'histoire de l'alignement de la virgule.

Stagiaire : on ajoute des zéros.

Fc : il a dit attention, 13,75 virgule, donc nombre décimal donc on avait appris comme ci comme ça. On fait apparaître c'est très bien parce qu'il faut arrêter de dire, on rajoute des zéros parce que dans la tête des élèves en difficulté ça pose un souci ça, rajoute des zéros, ça veut dire plus zéros et faire plus zéros pour certains et avec le temps pour qu'il comprenne bah non, ce n'est pas plus zéro qu'il a voulu dire, c'est juste j'ai écrit un zéro à la droite de la virgule, voilà, ils ont déjà loupé les 3 phrases que vous avez racontées après. L'idée qu'on fait apparaître des zéros, pour pouvoir aligner avec la virgule d'un côté la partie entière et de l'autre côté la partie décimale. Le souci là 13 comment fait se balader comme ça ! Qu'est-ce qu'il a pu se passer là ?

Aziz : on peut se poser la question, s'il maîtrise bien les colonnes des dizaines entre elles.

F : bah oui, on ne peut se poser la question long temps !

On est vraiment dans l'application d'une technique : je fais apparaître des zéros, mais on voit bien que c'est qu'une moitié alignée, bah c'est comme ça la technique d'écriture. Puis, il y a aucune convection là dans, on ne se dit pas, c'est vraiment la colonne des centièmes, des dixièmes, des unités, des dizaines et des centaines. Alors qu'en primaire c'est comme ça qu'on le fait. Et quand on apprend la notion de nombres décimaux, on retravaille ça quand même un peu. Donc là, la notion de nombre décimal est liée mais ce qui était perdu c'est fin notre numération de position, le sens des chiffres dans chaque nombre.

4.

$$208 + 13,75$$

$$\begin{array}{r}
 \cancel{208} \\
 + 13,75 \\
 \hline
 4455
 \end{array}$$

F : qu'est-ce qu'il y a déjà dans cet exercice ?

Qu'est-ce qu'il a griffonné lui ? Quand on griffonne comme ceci, cela ne sera pas clair dans sa tête.

Stagiaire1 : une mauvaise lecture de l'énoncé.

Stagiaire2 : peut-être cette erreur vient de la retenue.

F : c'est de la retenue griffonnée, parce qu'en gros, il y a 5 font 5, 8+7 font 15, je pense que le 1 est là. Je ne sais rien ! $1+3=4$, $3+1=4$ c'est comme ça qui trouve mais vous voyez bien que c'est de 6^e ça. Ils ont bien compris qu'on ajoute des décimaux, des entiers. On a l'impression toujours que la retenue qui pose un problème mais là, on a l'impression qu'il gère la retenue. Ce qui pose bien le problème c'est quoi là ?

C'est comment disposer les nombres dans des colonnes pour faire l'addition proposée et pour la soustraction aussi. Donc quand on fait insister remédier aux erreurs, on a fait sa leçon là-dessus. On arrive en janvier, tiens, je te remets une couche pour voir où ils sont là-dessus. Vous allez voir, il faut qu'ils sachent poser les opérations. Puis, ils se débrouillent en 6^e. À part, on a vu quelques-uns qui font ça, c'est pour ça a été mis en fait. Ils font quelques erreurs de calcul, il faut voir ça de plus près mais non pas très grave. C'est non plus une grande erreur de calcul. Ça peut améliorer assez vite. Mais un brouillant comme ça, là, si on explique bien le truc, ils ne seront jamais faits d'une manière correcte. Il faut poser une opération.

Stagiaire3 : il y a des élèves en difficulté de lecture aussi ; surtout lire les chiffres.

F : on n'est pas sûr de lui parce qu'il arrive à lire les chiffres. Oui, on peut trouver d'autres raisons. Puis, comment on fait pour leur faire apprendre à aligner ça en colonnes. Si on a bien compris ça depuis aujourd'hui, matin, ce n'est pas de leur donner des méthodes toutes faites, en disant regardez, je fais comme ça et comme ça, vous avez qu'à faire pareil. Ça ne suffit pas. Je pense qu'il faut revenir à la notion ; dixièmes, centièmes, unités, dizaines, centaines. Tu fais un petit tableau de numération pour faire des colonnes. En primaire, ils apprennent comme ça. Quand ils veulent ajouter $208+13.75$, ils veulent se dire ;

J'ai 208 unités

Et j'ai 13 unités et 75 centièmes.

Donc je vais faire les colonnes

	2	0	8		
		1	3	7	5

En ne mettant pas les noms des colonnes. Au début, on les met évidemment et après dans le cahier, on voit que les nombres comme ci avant. Les élèves en fin de CM2, ils font ça un peu quand même. Faire ça comme ça, et ils voient comment les ajouter, c'est eux qui construisent leurs colonnes au fur et à mesure. Après, il faut qu'ils aient bien compris l'histoire des colonnes parce que vous voyez après pourquoi pas met le 13 en commençant de gauche à droite. Il faut compléter en correspondant à mes colonnes. C'est une façon de travailler comme ça. Je vous vois souffler, parce que vous voyez ça complexe. Non !

Stagiaire4 : on fait des colonnes comme ça dans la classe ! Ce n'est pas la première fois qu'on voit ça.

F : en quelle classe ?

Stagiaire4 : en 6^e.

F : toi, tu vois c'est plutôt enseigner comme ça ?

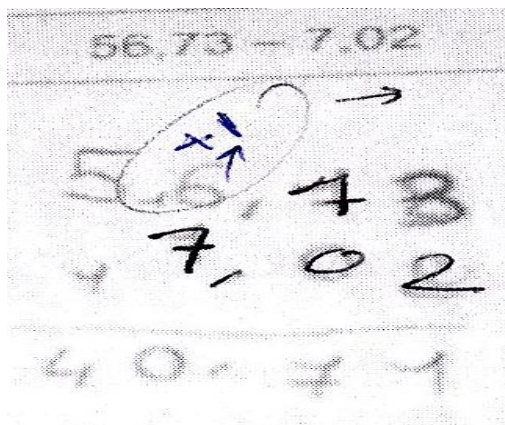
Stagiaire1 : il y en a qui rajoute petit c, petit d, en dessus.

F : oui, parce que son enseignant n'a pas réussi à s'en passer. C'est pareil, le tableau de numération, c'est centaines, dizaines, unités, et puis après dixièmes, centièmes. Alors, si vous avez de la chance avec les élèves de CM1, CM2, ils n'ont pas mis la virgule là sur la colonne qui sépare entre la partie entière et la partie décimale. Mais, j'ai bien vu encore hier qu'il y en a plein qui met la virgule là. Ça pose un souci quand même parce qu'après quand on veut écrire des noms, voire après même convertir des unités c'est là qu'on se trouve avec plusieurs virgules, ou des virgules qui se déplacent. Ce sont des trucs assez adhérents en mathématiques. Ça écrit comme ça, ça correspond à celui-là. Voilà, j'insistais hier pourquoi ? je fais un trait rouge pour bien montrer que c'est la virgule, alors quand vous faites ça même vous le refaites en 6^e ça fait quoi comme erreur ? Tu te rappelles ? 'Elle s'adresse à une stagiaire'. Si vous faites un tableau et vous insistez trop sur la séparation entre les deux parties avec la virgule et après vous constatez des élèves super bien à poser leurs opérations mais la retenue ne va pas passer dans l'autre côté. Ils vont calculer d'un côté la partie décimale et de l'autre côté la partie entière parce on leur a fait apprendre attention ça se sépare et ils ont donc une zone rouge dans leur tête. Ils voient bien le tableau, ça crée d'autres erreurs. Pas de virgule là dans, puis on fait un tableau qu'on traduit par une écriture avec une virgule évidemment, on ne mélange pas tout et voilà après est-ce que c'est gênant aux élèves de mettre ça ? Est-ce que tu as demandé aux élèves d'où ça venait ?

Stagiaire5 : je n'ai pas encore rendu les copies !

F : c'est dernièrement, c'est-à-dire qu'il n'est pas encore libéré de ce truc-là. Quand je dis ça, c'est de contextualisation où il faut libérer tout ça de sa tête, on ne voit que les nombres. Quand on est en 6^e et même en CM2, il faut commencer à se passer des colonnes. Allez voir dans sa tête c'est à toi de voir, si tu continues comme ça ou tu enlèves la virgule. S'il va y arriver, il faut essayer sur un brouillant, puis il le recopie. Il sait qu'il peut se tromper là-dessus c'est pour ça il fait attention.

5.



F : qu'est-ce qu'il nous fait celui-là ? C'est bon ou non ?

Aziz : il a démarré comme si c'était une addition, c'est une confusion au niveau de l'opération, non !

Stagiaires : Non, c'est juste la retenue, au lieu de faire 16 il a fait 7, il a additionné la retenue avec 6.

F : si on revient à poser, c'est bien posé ?

Si vous demandez ça à vos élèves, ils vous disent qu'il pose bien les opérations. Mais évidemment, là, il y a 2 chiffres, 2 chiffres. Puis, il n'y a aucune raison de se tromper. Dans l'exercice précédent, il s'est trompé parce que les deux nombres additionnés n'ont pas les mêmes chiffres. C'est pour ça, ça peut décaler un petit peu et inventer autre chose. Mais là, 2 chiffres, 2 chiffres c'est assez facile à aligner. Après, il y a peut-être qui se trompe, on va voir. Il n'y a pas de souci avec ça. On ne peut pas raisonner sur un problème d'alignement là. C'est l'histoire de la retenue, oui parce que là la soustraction, vous allez voir pleines façons de les écrire les retenues. Donc, il faut faire aussi confiance aux élèves qui savent normalement les faire. Après s'ils se trompent, il faut qu'ils vous expliquent d'où viennent les retenues. Je ne sais pas, j'ai appris comme ça la retenue, je ne sais pas comment vous l'avez apprise ou bien la soustraction. Je pense qu'un peu comme ça aussi. C'est-à-dire que 6 est plus petit que 7, à la place de 6, je mets 16, lui il a fait $7-7=0$, $5-1=4$.

Est-ce que vous connaissez une autre façon d'enseigner la soustraction ?

Je ne vois plus dans la classe de CM2, c'est pour ça, je vous en parle. Peut-être, ça va donner après en collège, mais il faut s'habituer. On va se dire, je le fais sur des entiers. $3-2=1$, $7-0=7$, il y a un souci avec celui-là, au lieu de dire, j'ajoute un 1, je mets un 1 ici à côté de 6 pour faire 16 comme la soustraction heure, minute, second. C'est-à-

dire, là, j'ai besoin d'une dizaine supplémentaire pour faire 16, je vais la chercher du côté. je barre mon 5, je mets un 4, je la prends . Donc j'ai 16. $16-7=9$, 4-rien ou $4-0=4$. je reviens bien dans la classe surtout dans le cas de stagiaires. Pourquoi ils font ça ? ça dépend ce qu'il y a dans le manuel.

Une autre façon d'enseigner la soustraction ou bien la retenue.

$$\begin{array}{r} .5 \ 16,73 \\ \underline{\quad \quad \quad} \\ \quad \quad \quad 1 \ 7,02 \end{array}$$

Une question importante concerne cette méthode, si il y a un chiffre au-dessous de 5 qu'est-ce qu'on fait ?

Moi, je ne trouve pas incohérent cela, il ne faut pas être surpris et après quand ils arrivent en collège, ils font un truc comme ça.

Cette méthode pose un problème, ce qui prouve notre hypothèse est son application dans l'exercice juste d'après (n°7), si on regarde bien, ça perturbe bien l'opération donc il faut faire attention.

6.

The image shows a handwritten subtraction problem: $56,73 - 7,02$. The student has written the result as $51,71$. This is incorrect because they borrowed from the 5 (making it 4) but did not adjust the 6 to 5. The correct result is $49,71$.

F : Qu'est-ce qu'il nous a fait ?

Stagiaires : 7-6

F : voilà, vous voyez ça, c'est habituellement hein. Ils doivent soustraire, il soustrait, il n'y pense plus, il connaît la règle de la soustraction, il a même compris ; le plus grand moins le plus petit c'est d'accord mais quand on pose, on pose, on fait le nombre de haut moins celui de bas.

7.

$$56,73 - 7,02$$

$$\begin{array}{r} 56,73 \\ - 7,02 \\ \hline 18653 \end{array}$$

F : le petit 1 est là, il a décalé sa virgule,

Stagiaire : en bas, il n'y a plus de virgule.

F : à la fin, évidemment, il n'y a plus la virgule. Moi, j'ai vu d'autres exemples, il y a deux virgules parce qu'il a baissé les deux quand il a fait son opération mais elle est mal posée. Quand on est en difficulté, des fois, ça ne peut plus rien dire tout ça..... c'est pour ça c'est bien de remettre un peu en place en 6°. On ne peut pas tout résoudre.

On ne parle pas ici de la retenue et d'autre façon de l'enseigner.

8.

$$56,73 - 7,0$$

$$\begin{array}{r} 56,73 \\ - 7,0 \\ \hline 26,53 \end{array}$$

F : le dernier, c'est pareil mal posé. Bah en fait, du coup, lui fait $7-2=5$, $6-0=6$ puis $7-5=2$. Voyez les élèves sont mis face à face. Là, il y a du travail, il mérite d'être pris en accompagnement celui-là pour qu'on fasse des opérations au niveau de poser et puis un peu d'écarter tout ça au niveau de vocabulaire.

Multiplication

9.

$$46,3 \times 9$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 9 \\ \hline 423 \end{array}$$

$6 \times 9 = 63$

F : la virgule, on ne sait pas où elle est. C'est devenu 46 fois 9 qu'il a posés. A côté, il y a $6 \times 9 = 63$ donc on se dit quoi là ? Par quoi il faut commencer ? Il y a un souci manifestement dans la table de multiplication. Donc on sait bien la table du 9, ce n'est pas la plus dur mais 9, 8, 7, 6 et avant les autres, il faut laisser tomber mais c'est dernièrement il faut la revoir en 6^e.

Stagiaire : il y en a en 4^e qui ne sait pas multiplier

F : parce que personne ne leur a fait la réviser. Moi, je pense qu'il faut un temps, si vraiment on en a pas mal dans la classe comme ça, on n'en a que 2 ou 3, ça mérite de mettre un petit mot aux parents pour voir qu'est-ce qu'ils vont dire puis est-ce qu'ils ne peuvent pas la faire à la maison. S'ils ne peuvent pas, il faut trouver un moyen peut-être pour la faire avec eux, avec des fiches, ou je ne sais pas quoi. Si vraiment beaucoup d'élèves qui se trompent comme ça, je pense que le temps pour faire une activité mentale puis ne pas seulement les interroger mais les réapprendre. Voilà, vous pensez 2 minutes, écrivez la table du 7 puis comment passe de l'un à l'autre, de tête. Pui, on les interroge là-dessus. Là, je suis d'accord, c'est une perte de temps sur la classe de 6^e mais ça nous gêne toujours, un gamin sort de l'école sans les savoir. On parle une fois, de la table de multiplication, de la vie courante de table de multiplication. Ça sert un eut quand même.

10.

46.3 × 9

425,7

F : qu'est-ce qu'il pose problème dans la deux ?

Ce n'est pas évident de si mettre comme ça !

9×3 on croit qu'il met 27 il y a petit 2 là.

9×6 il y a un 5 et une retenue 6, on a l'impression qu'il a encore mis 63 et 2 ça fait 65.

9×4 est-ce qu'il a mis 42 ou !

Stagiaires : Non 36

F : 36 alors et c'est le 6 d'ici, vous voyez le 6 deux fois. Déjà les retenues ne sont pas alors claires, claires. C'est juste pour les élèves. Après, est-ce que c'est une juste erreur de table ou ça va plus loin, il n'y a que ça qui va pas ?

Ça a dû voir avec lui en même temps celui-là, ça ne paraît pas catastrophique non plus.

11.

$$\begin{array}{r}
 46.3 \times 9 \\
 \hline
 463 \\
 \times 9 \\
 \hline
 4257
 \end{array}$$

F : Celui-là, il fait comme tu as dit tout à l'heure. Il enlève la virgule. Du coup, dans le résultat, il ne la met pas. Il multiplie comme des entiers. Il enlève la virgule. $3 \times 9 = 27$, 9×6 là aussi, il met 42, bon il n'y a pas de virgule.

12.

$$\begin{array}{r}
 46,3 \\
 \times 9 \\
 \hline
 54 \\
 360 \\
 \hline
 414,3
 \end{array}$$

F : Le souci ce qu'il fait d'abord $9 \times 6 = 54$, il met un zéro. $9 \times 4 = 36$, il ajoute les deux. Après, il baisse le 3 et la virgule, c'est dingue. Il sait multiplier des entiers, il n'y a pas de problème. Il pose à sa façon mais il pose unités sous unités, il a même réfléchi. Une technique pour les poser. Le problème pour lui que les nombres décimaux ; soit ce n'est rien, soit il ne voit pas. Ça l'amène à une difficulté. Il n'y arrive pas à la surmonter parce qu'il fait comme il posait avant avec les décimaux. Cela est un peu plus embêtant, ce qu'on revient au nombre décimal-là ou il se dit qu'il n'y a que la partie entière à faire fois 9 et le 3 pour lui pas besoin de faire fois 9.

13.

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 \times 3 \\
 \hline
 27,46
 \end{array}$$

Une mauvaise compréhension de nombres décimaux.

Lui, il fait la séparation

14.

$$\begin{array}{r} 46,3 \\ \times 9 \\ \hline 423,27 \end{array}$$

F : Là, il fait comme tu as dit, il se' trompe de calcul. 9×3 on a le 27 qui s'affiche en partie décimale on va dire. $9 \times 6 = 63$ sûrement qu'il a mis et 9×4 là où il y a un 4, je ne sais pas d'où il vient ! $9 \times 4 = 36$. Puis, il trouve quand même 42. Comment il a pu faire pour calculer ?

Aziz : il a fait $9 \times 4 = 36$ et 6 à coté de 4, il considère ça comme la retenue à prendre.

F : oui, je ne sais pas, là à droite de l'opération, on a l'impression que 5 ou est-ce que 36 et 5 ça fait 42 je ne sais pas peut-être comme l'autre élève a additionné dans l'autre opération tout à l'heure.

Stagiaire : c'est un 4 à coté là ?

Fc : oui, là ou alors 9×6 qui donne 43. Quand on donne une évaluation écrite comme ça, il y a plein de choses qu'on ne voit pas, on pose la question, on a déjà dit ! On a du mal, il faut refaire une autre avec eux. Puis, regardez comment il fait voire redonner la même.

15.

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 9 \\ \hline 4167 \end{array}$$

Là, qu'est-ce qu'on a ? il n'y a plus la virgule ! $9 \times 3 = 27$ et le 2 vient là, $9 \times 6 = 54$ et 2 ça fait 56 ça c'est bon, là ça va. Ce qu'il manquait c'est juste la virgule. Ce n'est pas désespérant, on va pouvoir arriver là.

16.

$$\begin{array}{r}
 \overset{5}{4} \overset{2}{6}, 3 \\
 \times \quad \quad 9 \\
 \hline
 417,7
 \end{array}$$

Ça a l'aire de même principe mais il y a une erreur de calcul.

17.

$$\begin{array}{r}
 52 \\
 46,3 \\
 \times \quad \quad 9 \\
 \hline
 414,7
 \end{array}$$

F : $9 \times 3 = 27$ il retient 2, 9×6 , bah là la retenue n'a pas été comptée. Là, il a oublié le 2 en fait.

Stagiaire1 : ou bien $9 \times 6 = 52$

F : et plus 2 fait 54. En tout cas, ça mérite d'être précisé. On considère des calculs comme ça, c'est une erreur de calcul ou précisément la table du 9.

18.

$$\begin{array}{r}
 52 \\
 46,3 \\
 \times \quad \quad 95 \\
 \hline
 41,67
 \end{array}$$

F : la virgule, elle se trouve là dans le dernier.

Stagiaire : il y a 2 chiffres à gauche de la virgule et en bas il y a 2 chiffres derrière la virgule.

F : oui, ils savent qu'il faut compter des chiffres après la virgule. Il faut même préciser à gauche ou à droite, c'est vrai qu'il est plus clair, peut-être pas pour tous. Là en fait, il compte des chiffres mais il a compté ces deux-là à gauche de la virgule. Puis, il se trouve avec ces deux-là en bas. Le pire c'est que des fois ça marche donc il a sûrement décalé et ça a marché puis ça a gêné plus que ça.

19.

$$\begin{array}{r} 5 \quad 2 \\ 46,3 \\ \times \quad 9 \\ \hline 408,7 \end{array}$$

Stagiaire1 : une erreur de calcul $9 \times 6 = 56$

F : oui, il a mis 56, 46 même, oui il y a une grosse erreur de calcul. Par contre, la virgule est bien positionnée. Après, on se demande si la virgule, vous voyez, il compte le nombre de chiffres. Oui, il l'aligne cet élève-là parce que là il suffit d'aligner ça marche et ça sera à vérifier ça.

Stagiaire2 : il trouve combien ?

F : 408.7

Fin d'exercices de multiplication

Conseils de Fc à propos de la remédiation

Ce que je vous propose quand même de remédier à tout ça. Même si on n'a pas assez de temps. Il y a quand même des idées qui sont dans les livres, ou dans les fiches d'IREM, on en parle pour essayer de remédier à tout ça sur les erreurs dans les produits comme ça.

Il y a une activité que je trouve pas mal. Elle est longue, un peu plus complexe peut-être. J'avais l'habitude de la faire en trois fois. Par exemple, il y a 6 tableaux, je fais les deux premiers, je donne les deux autres après, etc. on propose aux élèves toute une liste de produits, des multiplications de nombres décimaux. Les résultats n'ont donc pas à calculer, à poser mais c'est eux qui doivent se dire. Est-ce qu'à votre avis c'est bon ou pas ? Et après comment faire pour vérifier que le résultat est correct ? Parce qu'à la lumière de ce résultat on se verra. Là, ce que les élèves se disent même, bon, je fais ces calculs-là, est-ce que je suis capable moi parce qu'on leur demande est-ce que tu es sûr ?

Des élèves comme ça, ils ne savent pas trop parce qu'ils savent bien déjà qu'ils sont assez stables dans les tables pour poser, ils savent qu'ils posent mais ils n'ont vraiment pas une règle en tête. Donc, ils ne savent pas se questionner là dans et en

tous cas, on essaie de voir avec eux en fonction de résultats, les résultats qui sont sûrement absurdes, il faut compter parce qu'on a un doute.

A votre avis, comment on peut voir rapidement les résultats qui sont absurdes ?

- Ça peut-être la place de la virgule parce que normalement quand on multiplie des nombres décimaux, on doit directement savoir combien il y aura de chiffres à droite de la virgule.
- Puis, il y a surtout cette idée de dernier chiffre, quand on fait la multiplication, 241.9×2.09 c'est $9 \times 9 = 81$ donc il y aura un 1 à la fin, si on n'a pas déjà craqué c'est faux quel que soit l'ordre de grandeur.
- L'ordre de grandeur ; par exemple 241.9 ça peut près 250, 2.09 c'est un peu après 2 ça fait un peu après 500 le produit de multiplication. C'est pour ça dans la première ligne du tableau on voit 505, 505, 505, on se dit ; ça ne suffit pas pour trouver le résultat, il faut trouver autre chose mais l'ordre de grandeur ça fait une autre façon. Les enseignants de cycle 3 ont conscience de ça. Ils essaient de la faire avec les élèves. Par contre, ils disent que les élèves ne le font pas de même parce que c'est difficile en 6^e nous c'est un peu pareil. Si on ne les oblige pas tout d'abord à donner l'ordre de grandeur avant de calculer, ils ne le font pas de même. Ça peut être une solution pour éviter les erreurs.

Ensuite, une autre façon pour la multiplication de nombres décimaux comme là, on va refaire en classe de 6^e. Je vous propose une activité et après vous voyez comment introduire la multiplication de nombres décimaux dans sa classe. Là, il parle des aires sur papier millimétrique. Le lien entre fraction décimale et nombre décimal, on n'aura pas le temps de le voir mais ce n'est pas grave. C'est l'échantillon que j'avais pour ma liaison CM2, 6^e. je vous montre quand même les opérations et vous les faites évoluer par rapport à ce que vous avez vu. Les nombres décimaux enseignés en 6^e, il y a évidemment toutes les opérations mais il y a aussi la notion de nombre décimal qu'il faut travailler, essayer de leur expliquer qu'est-ce que c'est un nombre décimal et comment on peut les lire avec les histoires des dixièmes, des centièmes, etc. j'étais parti par cet exemple-là donc il avait été donné aussi à des élèves de CM2 et 6^e. Alors, est-ce que vous arrivez rapidement en tête à les ranger de plus petit au plus grand.

23.4, 23.37, 23.127, 117.15671, 23.036, 2.3401

Comment vous faites pour les ranger ? Qu'est-ce que vous regardez ?

Stagiaires : les parties entières

F : là, forcément 2 le plus petit, après il y a 17 et il y a les 23 et dans les 23 comment vous faites ?

Aziz : autant chiffre par exemple, un maximum de dixièmes s'il y en a qui procède comme ça.

Stagiaire1 : mais nous pas les élèves.

Aziz : nous, on se met à la place de l'élève non ?

F : le nombre de chiffres, ça veut dire que toi quand tu ajoutes des zéros ou pas là ? C'est ça que vous voulez dire ?

Aziz : voilà, la question est par rapport aux élèves ou par rapport à nous ?

F : je ne sais pas, je demandais vous déjà, mais les élèves oui.

Aziz : les élèves, on en a beaucoup qui peut mettre des zéros, etc. pour avoir les mêmes chiffres.

F : il fait apparaître des zéros, on va dire comme ça. Pour le même nombre de chiffres à droite de la virgule. Là, c'est une technique pour comparer, on a pas mal discuté avec les PE. Et les inspecteurs et tout ça mais bon c'est une technique qui quand même marche donc est-ce qu'on sait ce qui se passe ? je ne sais pas, c'est une façon de faire parce qu'on se dit, on va comparer les parties décimales, le souci qu'on compare les parties décimales comme si c'était des entiers, donc on renforce les idées, si vous voulez critiquer cette méthode-là, elle marche. Moi, je fais une fois ça en disant bien que je ne sais pas ! mais chez les élèves ça marche pourquoi pas ! Mais ça renforce quand même l'idée de séparer les deux parties et de se dire les deux entiers qu'on a collés et après on peut avoir des surprises dans les opérations justement en faisant ça. C'est pour ça je vous montre ça en même temps parce que vous voyez là on disait en rigolant mais qu'est-ce qu'il fait en CM2 et qu'est-ce qu'il a appris, peut-être c'est vous qui avez réduit tout ça dans la tête des élèves que la partie décimale est un entier à part et la partie entière c'est un entier à part en faisant les calculs séparément ou en injectant l'idée-là en faisant apparaître des zéros. Là, alors de plus en plus quand même dans la classe, les enseignants primaires font comme tu disais, tu regardes chiffres par chiffres pour comparer. On regarde tout d'abord les chiffres de dixièmes, celles de centièmes, etc. mais ça nécessite de bien travailler le vocabulaire comme on a déjà dit, unités, dixièmes, centièmes, voire après ; soit faire des petits tableaux comme je l'ai fait tout à l'heure-là qui peuvent permettre aux élèves de s'en sortir, alors on regarde les élèves, les résultats.

Par exemple on voit bien Marie comment ranger les nombres de petits au grand

23.4 - 23.37 - 23.036 - 23.3401 - 17.15671

Stagiaire : elle lit les chiffres comme il n'y a pas de virgule

F : elle fait comme s'il n'y a pas de virgule. C'est pareil, ça me paraît étonnant, on se dit la virgule, elle l'a écrite. Là, l'élève compare

234 - 2337 - 23036 - 23127 - et 1715671

En fait, soit elle oublie la virgule, soit-elle ne voit pas la différence. Ce sont des nombres différents et donc pour comparer, elle fait comme elle faisait pour les nombres entiers c'est-à-dire qu'elle compte le nombre de chiffres parce que pour les entiers, ils apprennent comme ça. Hier, il y avait une grande discussion avec une tutrice. Cela fait bon dire en CP et CE1 pour comparer des nombres entiers, on leur dit, vous comptez le nombre de chiffres et le nombre qui a le plus de chiffres ça sera le plus grand. Ça marche ça, le même style de recette que je fais apparaître des zéros derrière la partie décimale, je regarde c'est le même niveau, ça marche tant qu'on a

des entiers cette idée-là parce que dès qu'on arrive à des décimaux évidemment c'est plus de nombre de chiffres qui compte. Vous voyez chez certains élèves quand ils ne savent pas, ils reprennent ces notions-là, puis on leur dit de réessayer, ils rangent les nombres, il faut trouver une technique à leur porté, ça c'est la première chose, si je vois le nombre décimal comme si c'était un nombre entier. Et donc j'applique tout ce que j'ai sur les entiers c'est-à-dire que je n'ai pas compris que c'était des nouveaux nombres, qui peut-être est un peu différent des autres, avant. Pour Julie on en a déjà parlé qu'est-ce qu'elle compte à votre avis ?

Julie : 2.3401 - 17.15671 - 23.4 - 23.036 - 23.37 - 23.127

Stagiaire1 : elle a comparé bien les parties entières. Après elle fait 4-036-37-127

F : elle a fait bien 2-17 et puis 23 c'est bon, mais après, si on regarde, elle compare les parties décimales comme si c'était des entiers. Donc, on veut dire, elle saute l'étape 'je fais apparaître des zéros' c'est ça à cette étape, il faut faire attention parce que c'est une recette, il faut être sûr que les élèves appliquent toutes vos recettes. S'ils n'entraînent qu'un petit morceau ça ne peut pas marcher non plus. Là, elle se dit 4 est plus petit que le 36, 36 plus petit que 37, etc. alors à votre avis, qu'est-ce qu'il faudrait faire chez les élèves pour essayer d'améliorer, je ne sais pas si ça vous étonne ou vous avez déjà vu ça chez certains élèves.

Aziz : c'est classique.

F : je ne sais pas, on voit des élèves si classiques, Marie c'est exceptionnel quand même. Moi, je ne l'ai pas inventé. Des fois, on invente des trucs mais là non. Là, Julie, oui, on voit surtout, elle applique tout ce qu'on a expliqué donc qu'est-ce qu'on peut faire pour retravailler avec Julie ce truc-là. Pour qu'elle ne se trompe plus, elle ou 3, 4 élèves dans la classe comme ça.

Stagiaire2 : on ajoute des zéros.

F : tu es parti là-dessus, zéros, non ?

Stagiaire2 : non en créant.

F : là, pour les entiers qui sont à la gauche de la virgule, tu comptes, 2, 17, 23 par contre pour celui qui est à la droite de la virgule, tu n'as pas le droit de comparer, tu fais apparaître des zéros.

Stagiaire2 : c'est-ce que je dis.

F : vous n'avez pas l'impression que c'est compliqué. Après, il faut qu'on se rappelle ce qui sont là c'est bon, je fais comme ça avant, mes trucs sont par là.

Aziz : plus simplement, on peut partir sur le vocabulaire, voilà le rang 4 dixième, et compare rang par rang.

Stagiaire3 : ce que je fais-moi dans ma tête ?

F : oui, dans ta tête, oui, tu reviens à la méthode. Quand vous regardez dans les manuels, comment c'est expliqué en 6^e pour comparer ou ranger des nombres décimaux ? ou il n'y a rien ?

Stagiaire3 : l'idée qu'on décompose, ça peut-être mieux pour montrer qu'un dixième est plus grand qu'un centième, 2 centièmes, 3 centièmes, etc.

F : par exemple ; si je prends ces deux-là (23.4, 23.37) pour les comparer, si on a le vocabulaire en tête, il y a un petit tableau par ex, comme je dis tout à l'heure, mais on sait bien chez des élèves en difficulté, le tableau n'est pas toujours une aide ça peut compliquer la situation.

Aziz : on procède directement ; 23 unités et 4 dixièmes

F : voilà, on essaie de relire ce nombre-là, on part du principe que ce nombre décimal est mal compris, bah on va remonter à la source comment ça a été enseigné ça ? Déjà 23.4 on peut le décomposer de plusieurs façons. Soit on dit $4/10$ ou $40/100$ plus $37/100$ et ensuite on essaie de comparer ces trucs-là, mais comment on fait ?

Stagiaire4 : je dis $3/10 + 7/100$

F : tu mettras en place $37/100 = 30/100 + 7/100 = 3/10 + 7/100$

Stagiaire4 : puis ça sera l'axe gradué.

F : après je pense qu'il faut faire appel à l'axe gradué parce que là ce n'est pas évident, s'il y avait $4/10$, $3/10$ évidemment $4/10$ est plus grand que $3/10$. Le fait d'ajouter quelque chose ce n'est pas sûr dans la tête d'élèves. C'est encore plus petit que le $4/10$. L'idée c'est de revenir au droit gradué et ça vous en faites en 6^e donc prendre le temps pour certaines choses, redécomposer, là on avait un autre 23, on l'a décomposé en 10 et puis on sait que les centimes sont là. On aurait 23 plus $1/10$ c'est-à-dire 23.1. Quand on arrive à celui-là plus $7/100$ et l'autre là, vous voyez ça prend de temps hein. Si on veut vraiment expliquer correctement, il faut remonter à la source, voilà, les nombres décimaux c'est comme ça ils sont enseignés, on commence par la fraction décimale sur 10, sur 100, certain jusqu'à 1000 mais la plupart de temps sur 100 et sur 100 de droit gradué. On essaie de les comparer aussi, une fois qu'on trouve c'est assez stable, bah on passe à l'écriture décimale. Puis, on essaie de refaire la même chose avec le droit gradué, etc. A chaque fois ajouter des nombres décimaux, on va revenir à ça en CM2. On va réécrire en fraction, on va ajouter des dixièmes, des centièmes, on va retraduire avec la virgule après. Si vous voulez faire avec des groupes en difficulté, il faut que vous reveniez là pour que ça fasse appel à des choses qui sont stabilisées un peu plus que l'écriture entretenue.

Stagiaire5 : ça c'est un morceau haut en fait, de faire repasser par la décomposition.

F : ça permet de réexpliquer aux élèves d'où ça vient votre histoire-là, ça vous va ?

Stagiaire5 : si, je finis les nombres décimaux, je fais comme ça, écrire sa forme de fraction décimale, par exemple 23.37 après faire correspondre les deux fractions décimales et nombre décimal.

F : il n'y a pas un sens entre l'un et l'autre ?

Stagiaire5 : ils ont bien réussi en fait.

F : s'ils maîtrisent bien le truc, c'est-à-dire qu'ils ont bien compris les nombres décimaux. Et pour l'élève qui est en difficulté il faut leur dire au moins une fois d'où vient ça. Qu'est-ce que ça veut dire 23.4 pour qu'après ils ne mettent pas n'importe quoi quand on leur demande de les ranger. Peut-être pour certains élèves quand tu fais ta graduation, tu peux la faire directement comme sur une règle graduée. On en a combien ? On doit te dire 23.5 on compte ; 1, 2, 3, 4 le 3 est là puis le 4 est là voilà qu'on rajoute $7/100$, on ne peut le faire qu'avec des nombres décimaux pour certains. Toi, ça te suffit de remonter et que vraiment on se comporte mal s'il a rien compris aux nombres décimaux. Il faut remonter jusqu'à là parce que c'est comme ça a été construit complètement en CM2. Je montre juste un truc d'erreur qu'on a vu là parce que là on a fait sur la comparaison, puis opération, je remontre ce qu'on a vu.

Aziz : juste une petite remarque parce que j'en ai des pensées. Il y a aussi le terme de dixième, combien de centième dedans ? Avec ce principe, on rajoute dans leur tête le zéro qu'on veut voir. $4/10=40/100$ voilà, ils arrivent à s'en sortir.

F : si vous tenez votre histoire ajouter des zéros 'on fait apparaître des zéros ' ça serait quand même de dire, d'expliquer aux élèves pourquoi ils apparaissent ces zéros ? pour essayer de les convaincre, il faut les rajouter et c'est vrai qu'en passant parce que tu dis que là c'est $4/10$ et là c'est $36/100$ donc il l'écrit comme ça, on verra ça dans leur tête. Pour l'instant, il l'écrit comme ça, on voit bien que comparer des dixièmes et des centièmes on ne peut pas donc là on va réécrire ça d'une façon différente $37/100=30/100+7/100=3/10+7/100$. Là en comparant $4/10$ et $3/10$ on peut les comparer facilement.

Aziz : ça reste compliqué.

Fc : évidemment, ça veut dire que là si on est capable de dire que $30/100=3/10$ on est aussi capable de dire que $4/10=40/100$

Aziz : c'est plutôt dans ce sens-là.

L'entretien avec Fc

C⁴² : quel est ton parcours professionnel ?

En tant que formateur, j'ai commencé en 1999 en temps partagé, prof en collège et prof à l'IUFM. J'avais déjà des PLC préparant le concours à l'époque et en 2011 j'ai commencé à travailler avec les stagiaires. Depuis, je suis à plein temps. D'ailleurs, je suis enseignant des mathématiques depuis 1993.

C : C'est quoi l'erreur en mathématiques ?

F : Si je me place de point de vue de l'élève qui résout un problème, faire une erreur, soit donner une solution et celle-ci n'est pas attendue par le professeur, qui semble fausse, soit faire une erreur de procédure ayant quand même une réponse juste, par exemple, deux erreurs de signes, l'une après l'autre donne un bon résultat mais avec un raisonnement faux.

C : Les origines de l'erreur ? ça vient d'où l'erreur ?

F : Ça vient de l'élève d'abord parce qu'il s'est trompé dans ses procédures, ça sera l'enseignant s'il n'a pas donné tous les outils à l'élève pour lui permettre de réussir. Un élève fait une erreur, soit parce qu'il ne maîtrise pas les outils qu'il a déjà vus, soit il lui manque certains outils que l'enseignant n'a pas encore donnés pour avancer ou pour résoudre un problème. Le premier responsable pour moi c'est l'élève, après c'est l'enseignant qui peut décider, je pose cette question parce que je sais que mes élèves vont se tromper, cela va me permettre d'avancer ou de corriger et de travailler telles et telles procédures ou telles et telles compétences. La situation qu'on propose peut créer une erreur.

C : Quelles sont les grandes idées que tu veux faire passer aux stagiaires concernant l'erreur ?

F : J'ai assez réfléchi à ça quand tu étais venu me voir, je ne sais pas si j'ai réussi à les faire passer. Ça ressemble à ce que je disais tout à l'heure, ce n'est pas une fin, ce n'est pas une catastrophe. Quand on est stagiaire, je les ai vus quand j'étais tutrice, on a envie que les élèves réussissent tout de suite, c'est-à-dire, on pose une question, on veut la bonne réponse, donc l'erreur est assez négative, et on se dit soit les élèves ne sont pas bons, soit ce que je leur ai proposé est trop difficile et je n'ai pas su l'expliquer. Après, ce que je veux faire passer aux stagiaires, que l'erreur n'est pas négative si elle n'y est que temporaire, c'est-à-dire provoquer une erreur, en disant que là les élèves vont se tromper, je sais qu'ils vont se tromper, ça va me permettre de revenir sur telles et telles notions, puis, d'approfondir telles et telles notions et leur

⁴² Chercheur

faire découvrir une autre procédure plus efficace ou une manière de valider son résultat ou vérifier pour plus tard ne plus faire cette erreur. Pour moi l'erreur est un vecteur d'apprentissage ou c'est utile de se tromper je vois comme ça. Après le faire passer aux stagiaires, ce n'est pas évident.

C : Tu as par exemple travaillé avec les stagiaires sur les erreurs de nombres décimaux

F : Les élèves ont déjà, deux ans, travaillé cette notion en primaire et les élèves arrivent avec certains acquis mais on sait que la plupart fait encore certaines erreurs : placement de la virgule, ou ne connaissent pas le placement de chiffres dans le nombre. C'est ce que je voulais faire passer aux stagiaires ce jour-là qu'il ne faut pas être catastrophé par toutes erreurs qui ont été faites mais plutôt essayer de bien les repérer et essayer de les classer un petit peu pour y faire face petit à petit corriger ces erreurs ou les expliquer ou donner des pistes aux élèves pour ne plus faire ces erreurs et puis avancer dans l'apprentissage des nombres décimaux.

C : Est-ce que tu as des retours si les stagiaires se servent de ce que tu proposes dans la formation ?

F : J'ai des retours par mail, dans l'année, j'ai pu refait une ou deux formations dans un des collèges où étaient ces stagiaires, j'ai pu les rencontrer en dehors de la formation, ils me disaient, s'ils réinvestissaient ou pas dans leur classe, ils se servent des exemples que je leur donne. Par exemple, dans les décimaux, il y a plusieurs qui ont essayé de refaire les choses pour voir si leurs élèves faisaient ces erreurs-là et comment leur expliquer.

C : Par exemple, quand les élèves comparent mal des nombres décimaux, quel l'origine de cette erreur ?

F : Comme j'ai expliqué dans le cours, soit les élèves voient le nombre décimal comme un entier et de coup, il compte les chiffres pour comparer et ils ne s'occupent pas de la virgule, en 6^e ils font ça, soit ils ont appris une recette, c'est-à-dire, compter les chiffres à la droite de la virgule, qui ne fonctionne pas toujours. Si je prends par exemple, 2,23 et 2,172, ils comparent les parties décimales comme des entiers et là pour eux $2,172 > 2,23$. Ce que je voulais dire pour les élèves qui ne connaissent pas ça, après si on va corriger l'erreur ou essayer d'avancer, il faut revenir sur la notion de chiffre dans le nombre (revenir à la source), chiffre des dixièmes, des centièmes et du coup à la définition même de nombre décimal et au format fractionnaire.

C : A ton avis, cette erreur a la même origine que l'âge de capitaine ?

F : Je connais bien l'âge de capitaine, il n'y pas de lien.

C : Les élèves généralisent les règles de nombres entiers sur les nombres décimaux, c'est-à-dire un mauvais décodage de contrat didactique (fausses attentes)

F : Ah oui ça va plus loin,

C : Est-ce que tu connais l'ouvrage « l'erreur, outil pour enseigner »

F : J'ai vu des articles là-dessus.

C : Tu t'intéresses le plus à quel savoir didactique, mathématique ou pédagogique ?

F : Avec les stagiaires, les mathématiques, j'en parle peu. Honnêtement, je fais plus de pédagogie que didactique, ça dépend des groupes et des années, j'aimerais faire moitié moitié on va dire, si je ne fais que de didactique, il y a certains groupes qu'ils ont du mal à accrocher. Ils sont liés à comment faire en classe directement, je suis obligé de revenir à des exemples de classe précis.

C : Tu as fait travailler les stagiaires sur l'analyse de programme, à ton avis c'est de la pédagogie ou de la didactique ?

F : C'est plutôt didactique. J'ai du mal à définir les frontières entre didactique et pédagogie, il y a les deux enfin. Quand je regarde le programme c'est de l'analyse à priori donc c'est didactique mais je pense que dans mon discours je dois sans arrêt donner des exemples de ce qui se fait dans la classe, je dois le relier à la classe, parce que j'ai toujours peur de perdre ceux qui penseraient que c'est très théorique, on ne prend pas en compte assez les élèves.

C : Pour faire passer ces connaissances, tu mets en œuvre quelles stratégies ?

F : Homologie, c'est sûr non, c'est très rare et peut-être quand je parle des problèmes ouverts, on a essayé un petit peu. Après la monstration non plus, je n'ai pas envie, il n'y a pas de modèle que j'adopte pour le transmettre, je parle de ma pratique mais le moins possible, toujours dans l'idée d'illustrer par un vécu ou des choses que j'ai vues. Après, ma stratégie, j'aimerais bien théoriquement partir des vécus des stagiaires et puis faire évoluer d'après leur propre présentation à eux. Après, ça dépend le contact avec le groupe parce que certains groupes n'ont pas envie de raconter ce qu'ils font, je suis obligé d'amener quelque chose à chaque fois. Par exemple, j'analyse le programme, c'est un peu la monstration, regarde qu'est-ce qu'on peut faire, après on se discute, oui j'amène des exemples. L'homologie me fait peur, je ne peux pas dire qu'il faut faire ça et ça mais c'est plutôt faire des propositions et on en discute et de se dire qu'il y a une manière dans tout ça qu'elle est plus efficace, après ça dépend à chacun de l'approprier. J'essaie de donner des pistes pour les aider à prendre des choix. Même moi au départ, j'avais des classes difficiles, je remédie des erreurs que j'ai commises, je peux les présenter et de les dire : faites attention dans certain domaine. Par exemple, si on tolère certain bruit au départ, ça n'a rien avec les maths mais. Au départ, ils disent qu'il y a un bruit mais ils travaillent, deux mois après, ça ne devient plus un bruit mais des bagarres.

C : Comme tu le disais tout à l'heure, tu leur donne des propositions, mais les étudiants ils n'ont pas d'expériences pour choisir les bonnes propositions.

C : Est-ce que tu montres aux étudiants le modèle d'un autre enseignant, une séance filmée par exemple ?

F : J'ai fait un petit peu, la notion de fonction en second, j'ai participé à un graph où on a filmé des élèves puis on avait construit une situation problème.

C : Tu analysais la pratique de l'enseignant ?

F : Non, non, pour analyser le déroulement de la séance, tel que l'enseignant a prévu, après on regarde ce que les élèves font, ils rédigent des affiches, bah, on voit le résultat ce que ça donne sur les élèves, après, surtout comment l'enseignant arrive à conclure sa séance, ce qui a décrit au tableau à la fin, la synthèse, qu'est-ce qu'il sert de leçon. Ça peut être filmé, raconter, c'est moi qui raconte, oui le filme c'est un accroche. On peut amener un document qui a été tapé, ce ne peut pas être que filmé.

C : Si un stagiaire a commis une erreur : mathématique, didactique ou pédagogique, comment tu réagis ?

F : Sois-je vois ce qu'il veut dire et je reformule, j'essaie de lui demander, ce qu'exactement il a voulu dire, puis j'essaie de lui faire avancer, soit si un souci intéressant, on en parle en groupe entier.

C : Est-ce que tu parles de contrat didactique ou d'autre terme didactique ?

F : Oui, je parle d'analyse à priori et à posteriori, mais je ne sais pas, si je le dis souvent. Contrat didactique, j'en parle au début, parce que cette idée que les élèves forcément répondent, résoudre un problème, chercher une opération, il y a des histoires d'habitudes comme ça ou de contrat qu'il faut connaître. Bon, le stagiaire va dépasser après dans sa classe. C'est pour ça, je disais au départ que je suis plutôt dans la pédagogie que dans la didactique, je ne suis pas sur des termes de la didactique, on peut dire un peu théorique, je n'utilise pas beaucoup finalement. Je parle de variables didactiques de temps en temps, mais pas forcément beaucoup non plus. Peut-être, on travaille sur le fond, on ne le dit pas souvent.

C : Est-ce que les stagiaires ont du mal à accepter telle et telle stratégie que tu utilises ?

F : Si, ils le disent, ils ont une représentation de ce qu'il faut faire dans la classe, ils ont un tuteur qui peut les imposer des choses et qu'on travaille sur des situations en mathématiques, ils acceptent de se dire : il faut laisser les élèves réfléchir, se tromper, puis reprendre tranquillement, mais quand ils sont dans leur classe, ils disent mais moi je ne fais pas ça encore, ou je n'arrive pas, je ne peux pas les laisser longtemps chercher parce que sinon ils bavardent, j'ai l'impression perdre la main, ils sont plus fort que moi, j'avance très vite. Ou alors, il y a quand même pas mal de stagiaires tous les ans qui disent qu'au lieu de proposer un problème ou deux sur une demi-heure, ils proposent toute une liste d'exercices de peur que les élèves n'aient pas assez à faire. Sachant qu'en disant à chaque fois ce n'est pas comme ça il faut faire mais, je n'arrive pas à maîtriser le groupe donc c'est la gestion de la classe qui le gêne au départ. Après ça évolue petit à petit. Cette année, il y a une stagiaire qui est enseignante depuis 5 ou 6 ans, elle le disait elle-même, qu'elle s'autorisait à faire des choses plus cohérentes à ce que pensait l'enseignant des mathématiques qu'avant parce qu'elle maîtrisait mieux l'ambiance de la classe, ils sont une non-conscience, ce n'est pas une rupture de se dire, voilà, il y a le côté pratique et ce qu'on apprend à l'IUFM, dans des groupe, je n'ai jamais de réflexion comme ça. Par contre, ils voient bien eux là où je veux venir et puis ils sont d'accords pour se dire bah ça sera bien effectivement de faire comme ça, après d'être capable de le faire ou s'autoriser de le faire dans la classe c'est plus difficile, j'apprends par exemple l'utilisation de logiciel, géogébra ou cabri, ils

savent que oui c'est intéressant de laisser les élèves chercher face à l'ordinateur mais comme ils n'arrivent pas à gérer cette salle informatique ou ce moment, ils ne le font pas, ils se disent, on voit ça plus tard qu'on arrive mieux à gérer les séances peut-être de là on sera capable, en tous cas, ils d'accords pour dire que c'est un intérêt.

C : Sur quelles ressources, tu t'appuies pour attaquer la question de l'erreur en formation ?

F : Il y a une revue « quelles mathématiques on enseigne » ou quelque chose comme ça, pour le travail sur les nombres décimaux j'avais le travail de Brousseau et puis pour le statut de l'erreur je prends plus Guy Brousseau. Après, il y a des erreurs que j'ai rencontrées moi dans la classe, j'ai pu repérer et classer moi, j'étais allée chercher dans recherches bien établies.

C : Est-ce tu t'appuies sur des résultats de recherches et tu le diffuses dans la formation ?

F : J'essaie d'être cohérente, après, il faut que les stagiaires fassent un peu les mêmes démarches. Je regarde beaucoup, ah bon, pas forcément que les programmes mais les documents d'accompagnement. Par exemple, au collège, il y a plusieurs documents qui sont intéressants pour travailler en classe mais comme ils sont difficiles, ça fait des documents intéressants à travailler plutôt en formation. En document d'accompagnement, il y a par exemple celui de nombres cycle 3 qui peut encore servir après en 6^e, 5^e. Au collège, il y a un document sur le calcul et le raisonnement, là je m'appuie sur ces documents-là. Après, je regarde beaucoup sur ce qui a été fait dans le petit x. Après, pour gérer sa classe, organiser (la paix scolaire et la vigilance didactique et les différents niveaux), ça on en parle. Il y a également les repères IREM, il n'y a pas mal de choses-là-dans.

C : Est-ce tu te sers des mémoires rédigés par les étudiants ?

F : Je les utilise s'il y a une vraie étude de pratique. Par exemple, si le mémoire porte sur le travail en groupe, mais il n'y a pas un protocole à suivre, ce n'est pas un mémoire que je regarde. Par contre, un étudiant qui va vouloir parler de problèmes de signes dans un calcul dans une classe de 2nd, qu'il a passé des tests auprès de ses élèves, là je vais regarder et je le cite l'année d'après.

C : Est-ce que les stagiaires arrivent à mettre en pratique ce qu'ils ont appris en formation ?

F : Globalement, je dirais non, les retours que j'ai, il y a ceux qui ont déjà peu enseigné, bah là, ils arrivent à appliquer des choses et prennent ce qu'ils intéressent. Après, il y a ceux qui débutent vraiment ou ils ont fait des petits stages comme ça où vraiment la première fois qu'ils sont tous seuls. La formation commence fin octobre, ils sont déjà faits deux mois de classe, ils ont installé des choses tous seuls avec leur tuteur mais par exemple, à partir de la deuxième séance, on reparle de la programmation de l'année, à ce moment, on constate qu'il y a quelques-uns qu'ils ne se rendent pas compte de cette programmation. C'est eux qui décident, il y en a qui ose faire rien toute l'année, c'est pour ça on leur demande de refaire une année.

C : Par exemple, toi, tu as parlé de la gestion de la classe en octobre, c'est-à-dire deux mois après la rentrée scolaire.

F : Ils ont déjà appris des choses en M1 et M2, et il y aussi le tuteur, mais ça reste le paradoxe de la formation. Après, qu'on parle avec des inspecteurs, ils ont l'idée qu'il faut pratiquer un peu pour pouvoir se poser des questions et revenir sur les erreurs qu'on a faites aussi. D'ailleurs, ils ont fait un petit stage quelques jours avant la rentrée, ils voient leur inspecteur, ils en parlent de ça. Ils en discutent un peu de problèmes rencontrés, qu'est-ce que c'est une classe, etc. tout le monde compte sur le tuteur pour essayer de les aiguiller au départ, après s'ils le font ou pas.

C : Dans quelle posture, tu préfères mettre les étudiants ? élève ? enseignant ? étudiant ?

F : Elève, c'est sûr que non, je les considère comme des enseignants. Il faut qu'ils réfléchissent comme des enseignants parce qu'ils vivent déjà dans le monde de l'enseignement. Voilà on discute entre enseignants, plus au moins expérimenté d'accord. Même si quand on travaille la résolution de problème, ils le font en phase de préparation ou en phase d'analyse à priori en tant qu'enseignants, on ne se met pas à la place de l'élève, on se dit : je vais proposer ce problème, je le fais, moi, en tant qu'enseignant puis je fais une analyse à priori. Puis, je me dis si mes élèves sont capables de faire ça, ça, à quel endroit ils vont se tromper, qu'est qui leur manque.

C : Quand on se met à la place de l'élève, on comprend mieux ce qui se passe dans la tête de l'élève.

F : Je ne sais pas, par exemple, les étudiants qui sont bien classés dans le CAPES, qui sont bon en maths qui se sont rarement trompés, ils ont du mal à se mettre dans la peau de l'élève qui se trompe tout le temps, ce n'est pas parce que je lui demande de se mettre dans la peau de l'élève, il va réussir à s'y mettre, ce que je leur demande plutôt que vous êtes enseignants et vous cherchez tout ce qu'un élève peut proposer dans le but d'enseigner et de corriger dans le cadre d'analyser avant d'aller dans la séance. Par exemple, avec les stagiaires de PE, je leur demande dès la première fois d'oublier leur temps d'élève, quand tu es élève, tu ne t'aperçois pas quand même les choses de même façon, tu n'as qu'à recopier le maître qui est devant toi. On analyse en tant qu'enseignant, analyser les situations avec des compétences et des critères objectifs soit didactiques soit mathématiques.

C : Par exemple, quand tu fais travailler les étudiants sur une analyse de tâche, pour toi c'est une posture d'étudiant ou d'enseignant ?

F : C'est une posture d'enseignant, analyser pour préparer sa séance, pour aller la proposer après.

C : Est-ce les stagiaires savent déjà analyser une tâche ?

F : Ils ont vu ça l'année d'avant, moi j'agis en fonction de ce qu'ils proposent. Ils savent quand même se débrouiller. Après, c'est à moi d'amener ici en formation. Par exemple, un stagiaire qui va faire comme analyse, c'est juste résoudre l'exercice à sa façon, puis se dire, voilà c'est juste ma correction. Bon, après à partir de là, on peut le

faire réfléchir ou réfléchir avec tout le groupe et se dire : préparer sa séance, ce ne peut pas être seulement avoir la correction ou les résolutions d'exercices, mais éventuellement d'envisager ou d'anticiper les erreurs qui pourraient être faites et les procédures.

C : Pour toi c'est quoi la posture d'étudiant ?

F : La différence entre les deux postures, je prends l'exemple de M1 et M2 et après les stagiaires, les étudiants étudient des situations ou analysent des situations mais pas forcément dans l'objectif de tout de suite aller mettre en place dans la classe. Tandis que les enseignants stagiaires, on analyse des situations pour éventuellement si ça marche, ils mettent tout de suite en situation en classe, eux, ils se présentent, ils ont leurs élèves, ils voient comment va se passer, ils relient ça assez facilement à leur classe.

Questionnaire diffusé auprès des étudiants du formateur F_c et F_p

Questionnaire adressé aux stagiaires

Si vous acceptez de m'accueillir dans votre classe en stage ou en poste pour filmer 2-3 séances sans aucune intervention de ma part, je vous prie de bien vouloir me laisser vos coordonnées.

Prénom :

Expérience :ans

N° de téléphone : ou mail :

1. Qu'est-ce que l'erreur en mathématique pour vous et à votre niveau ? 'définition simple'

.....
.....
.....

• Avez-vous déjà une idée là-dessus ? *avant la formation* Oui Non

2. Quelles sont les origines de l'erreur ? ça vient d'où l'erreur ?

.....
.....
.....
.....

• Pensez-vous qu'il est utile de se tromper pour apprendre ? *Pourquoi ?*

.....
.....

Pouvez-vous donner des exemples ?

.....
.....
.....

• D'après vous, qui est le responsable de l'erreur de l'élève ?

.....
.....
.....

3. A votre avis, le traitement des erreurs des élèves se prépare-t-il en amont de la séance ?

-
.....
- Pensez-vous avoir les connaissances nécessaires pour anticiper les erreurs des élèves ?
Pouvez-vous donner des exemples ?
-
.....

- Devinez-vous les erreurs des élèves avant d'entrer en classe au cours de la préparation ?
comment ?
-
.....

- Avez-vous l'impression d'avoir la capacité pour traiter l'erreur ? Une erreur qui n'est pas
déjà prévue vous pose-t-elle des difficultés ?
-
.....

- Qu'est-ce que vous apporte la préparation de la séance de ce point de vue ? (L'erreur)
-
.....

4. Comment traite-t-on l'erreur de l'élève ?

.....
.....
.....

- D'après vous, à quoi sert le traitement de l'erreur ? pourquoi corrige-t-on l'erreur ?
-
.....

- D'après vous, qu'est-ce qu'il faut faire pour traiter l'erreur ? quelles étapes suit-on pour la
traiter ?
-
.....
.....

- D'après vous, à quel moment l'enseignant doit-il intervenir pour traiter l'erreur ?

- Avez-vous remarqué des moments où les élèves font plus d'erreurs que d'autres ? *Lesquels ?*

5. Qu'est-ce que vous apporte la formation comme stratégies et compétence dans ce domaine ?

- Quelles idées avez-vous acquises relatives au traitement des erreurs durant la formation ?

- La formation vous apporte-t-elle des éléments pour répondre à vos questions sur l'erreur ?
ou trouvez-vous ces éléments en dehors de la formation, dans des ouvrages, par exemple ?

6. Qu'est-ce que vous attendiez en termes de formation sur la question du traitement de l'erreur ?

- Est-ce que vous êtes satisfait de ce que vous avez eu en formation sur la question de l'erreur ?

7. Que vous apporte le stage pour comprendre ce qu'est l'erreur ?

- Arrivez-vous à mettre en application dans la classe ce qui vous est demandé de faire à l'IUFM ?

Réponses des étudiants du F_c au questionnaire

	Origines	Préparation	Traitement	Formation	Stage
Etu1	Erreur de raisonnement, de compréhension, de méthode	Elle m'apporte l'aisance. Je fais une analyse à priori des exos, j'ai les connaissances pour anticiper les erreurs,	Il sert à ne pas laisser l'élève dans le faux, apprendre de ses erreurs pour ne pas les reproduire, repérer les difficultés pour les travailler. Etapas de correction : détecter l'erreur, laisser du temps à l'élève pour se corriger, puis intervenir. parfois déstabilisé par une erreur imprévue.	L'erreur n'a pas été proprement parlée comme sujet global.	Il me donne l'expérience, repérer quelques erreurs récurrentes, préparer le cours et éviter certaines confusions
Etu2	Erreur de calcul, de confusion, de mauvais raisonnement, mauvaise compréhension de l'énoncé ou méthode	Anticiper les erreurs possibles et insister dessus lors de séance, pas toujours facile à prévoir, j'inspire de mes erreurs quand j'étais élève puis prévoir des exos	Faire des erreurs permet de savoir précisément ce qui n'est pas acquis. Ex : relation de Chasles $AB+BC=CA$. Etapas de correction : Identifier l'erreur, trouver son origine, y remédier individuellement ou publique, puis proposer des exos d'application pour vérifier la compréhension de l'erreur. Intervenir dès départ.	Apprendre à identifier l'erreur, pourquoi cette erreur, choisir des exos appropriés, faire analyser l'erreur par les autres élèves. Collègues expérimentés. J'attends savoir l'anticiper. Presque satisfait	Des situations concrètes. Pas toujours, on applique tout ce qu'on nous demande, trop de choses demandées lors de 1 ^{er} année
Etu3	Erreur de calcul, de raisonnement, de méthode, de logique. Mauvaise compréhension des notions, de l'énoncé ou organisation des données	Il ne faut pas seulement savoir anticiper les erreurs, mais aussi mettre les élèves devant une contradiction et les faire réfléchir. Anticiper l'erreur vient avec l'expérience. Je les devine si j'ai déjà fait le cours.	L'erreur permet de progresser l'esprit critique de l'élève, afin de ne pas la reproduire. Etapas : Donner un contre-exemple à son erreur et le faire réfléchir en le guidant par des questions, puis avec une démarche de raisonnement l'élève décèle lui-même ensuite, la corriger.		parfois
Etu4 *	Lorsqu'on se trompe, on donne un résultat erroné Mauvaise compréhension, étourderies, oublis, confondre des notions	Elle permet d'anticiper les erreurs. Ne pas avoir les connaissances faute d'expérience. Deviner les erreurs en faisant l'exercice et en se mettant au niveau de l'élève et se poser des questions. Il est parfois difficile de définir l'origine de l'erreur.	Il sert à apprendre de ses erreurs, comment faire et à quoi faire attention ? corriger ne permet pas de recommencer. Etapas: trouver l'origine, se mettre à la place de l'élève, lui expliquer d'une manière différente, lui faire prendre du recul par rapport à son résultat. corriger l'erreur. Intervenir dès qu'elle est faite, tant que l'élève s'en rappelle.	Analyser de productions d'élèves, prendre du recul sur sa pratique, il n'y a pas de solution miracle, chacune se traite au cas par cas. Eléments de formation : collègues, copies d'élèves.	Apporte de l'expérience même aux erreurs que n'a pas pensées et trouver par soi-même les méthodes pour y remédier
Etu5	C'est un raisonnement ou résultat faux. Incompréhension ou un travail	La préparation aide à donner des explications plus claires Ne pas avoir les connaissances pour anticiper les erreurs. Je les devine parfois en m'appuyant sur mon expérience.	Il sert à ne pas refaire la même erreur Etapas : repérer d'où elle vient, amener l'élève à comprendre qu'il a fait une erreur généralisée par contre-exemple, refaire un exemple.	Il n'y a pas de formation spécifique à ce thème d'erreur, apprentissage par collègues et	J'ai appris plus sur l'origine des erreurs.

ANNEXES

	lâché ou non approfondi ou d'une inattention		Les élèves commettent plus d'erreurs dans les moments bruyants. Avoir l'impression d'être capable de traiter une erreur classique et moins pour une erreur imprévue	tuteurs. J'attends les erreurs classiques des élèves. Satisfait.	
Etu6	Incompréhension de la logique mathématique Etourderies, incompréhension de l'énoncé du problème, incompréhension de ce qui est attendu	La préparation m'aide à prévoir la plupart des erreurs afin de minimiser l'imprévu. Or, on peut être surpris par certains raisonnements ou erreurs d'élèves, on l'est de moins en moins avec l'expérience. La plupart des exercices qui sont construits autour des éventuelles erreurs sont généralement faciles à deviner.	Le traitement sert à ne plus perturber les raisonnements futurs de l'élève, apprentissage par ses erreurs et celles des autres permet de les éviter ex : $3^2=3*2$. Le traitement d'une erreur se fait par une approche différente du problème. Etapas : remettre l'élève face à un problème en lui donnant des indices pour détecter, explication différente, parfois, la répétition est suffisante, puis corriger lui-même l'erreur. La simple correction du résultat ne suffit pas.	Apporte une meilleure vision des erreurs récurrentes chez les élèves, de leur source d'erreurs. La discussion avec des collègues en formation ou dans l'établissement permet bien souvent de répondre à ces questions. Assez satisfait.	L'expérience est la plus formatrice, le contact avec les élèves est le meilleur moyen de connaître les erreurs et d'apprendre à les traiter. mettre en pratique une faible partie
Etu7	Démarche ou raisonnement faux ou inapproprié qui ne permet pas d'obtenir un résultat attendu. Incompréhension, inattention, problème de méthode, ou d'assimilation, fausse méthode	La préparation aide à analyser les erreurs et anticiper au maximum les possibilités de reformulation pour pallier les erreurs. Oui certaines connaissances. Par ex : on peut lister les méthodes permettant d'aboutir au résultat et cibler les difficultés possibles. Je devine certaines en faisant les exercices et activités proposés avant de toutes (ou presque) les méthodes possibles.	Traiter l'erreur fait progresser l'élève, permettre de cibler d'où vient l'erreur et de trouver des moyens d'y remédier. Etapas : repérer l'erreur et que l'élève en prenne conscience, expliquer l'origine de l'erreur, trouver une correction laissée à l'élève. Si erreur récurrente, faire un point collectif et demander l'aide du reste de la classe, si erreur individuelle, cibler l'origine et travailler avec l'élève. Intervenir le plus tôt possible, mais pas trop tôt. Pour une erreur non prévue, j'essaie de la résoudre au plus vite ou je réserve ma réponse pour la séance suivante (laisser du temps à tout le monde) pour comprendre d'où elle vient et comment faire.	Elle apporte l'analyse des productions des élèves. J'ai acquis que les erreurs sont nombreuses, elles ne peuvent pas toutes être repérées et traitées. Je trouve des éléments, auprès des collègues, copies et productions d'élèves et formation IUFM.	C'est un travail collectif avec les collègues pour les traiter et avec les élèves. Pas toujours, on arrive à mettre en application.
Etu8	Apprentissage du cours, incompréhension de ce qui a été fait en cours, erreur d'inattention, incompréhension de la consigne.	Je n'ai pas les connaissances, j'ai pu voir des erreurs faites que je n'avais pas anticipées, cela vient peut-être avec l'expérience. Les activités rapides lors des séances précédentes peuvent aider à voir où sont les difficultés, j'essaie de voir où les élèves vont avoir des difficultés et se trompent. il m'est arrivé une fois de ne pas savoir ce que l'élève n'a pas compris (où était son erreur)	Le traitement sert à ne pas la refaire. Etapas : rappeler le cours, voir si cela correspond, détecter l'erreur (grâce au cours), la corriger en lui expliquant pourquoi ce qu'il a fait ne fonctionne pas. Intervenir, si l'élève a fait une erreur au début de l'exercice, le prof peut lui faire remarquer dans le cas où ça le bloquerait pour la suite de l'exercice. On fait plus d'erreurs lors d'enchaînement de calculs, raisonnement long.	On a eu l'occasion d'analyser quelques productions d'élèves pour s'entraîner à détecter les erreurs, on a eu aussi quelques conseils pour les prévoir. La formation apporte assez peu d'éléments sur l'erreur, je m'appuie sur doc d'accompagnement et d'APMEP.	Le stage m'a permis de pencher plus sur cette question. Appliquer quelques idées pas toutes ou conseils.
Etu9	Erreur d'étourderie, de calcul, de raisonnement	La préparation me permet d'être plus attentif et plus vigilant sur le choix des exemples et leur niveau d'exigence. En partie, les plus récurrentes sont plus au moins prévues. Pas tellement avoir les connaissances mais	Le traitement sert à reconstruire le savoir-faire et à avoir une idée complète de la notion Etapas : identifier le type et l'origine de l'erreur et solen, remédier ou revoir les acquis. Intervenir pendant le cours en attirant	Prendre connaissance de l'éventuel type d'erreurs commises par les élèves.	

ANNEXES

	Déficit des connaissances, manque de rigueur, ne pas connaître ses cours, ne pas connaître ses tables.	peut-être pour les erreurs classiques oui. Les erreurs qui reviennent souvent, prévisibles justement, d'après leurs travaux antérieurs,	l'attention dessus. Au début de l'introduction, les élèves commettent plus d'erreurs. une erreur non prévue demande de chercher des pistes nouvelles pour les corriger, pas beaucoup avoir la capacité.		
Etu1 0*	Raisonnement faux à partir de définition ou de propriété Manque de recul, d'entraînements, de connaissances, de relecture.	Oui, il se prépare en amont et en aval aussi. Ne pas avoir les connaissances mais j'utilise mes séances pour voir où peuvent être les erreurs, je devine parfois les erreurs par ma propre expérience d'élève.	Le traitement sert à mieux comprendre le chapitre Etapas : faire comprendre, entraînement (proposer des exos différents), travailler en groupe, réévaluation.. Intervenir tout le temps. Je pense avoir la capacité à condition de bien cerner l'erreur faite. Insister en classe des erreurs possibles pour les éviter.	Les TICE, la calculatrice sont des outils magnifiques pour éviter les erreurs. Insister sur la remise en question des élèves (ce qu'ils rédigent). Mes collègues m'aident énormément dans ce domaine et pas forcément ceux de maths. Satisfait, cela m'a apporté du recul.	Il m'a appris pourquoi il fait une erreur et de comprendre certaine situation. Oui mais aussi les conseils des collègues.
Etu1 1	Erreur de logique, de raisonnement, calculatoire, elles aboutissent sur une conclusion fautive de point de vue mathématique Problème de compréhension de la notion ou de la consigne donnée.	La préparation permet d'anticiper les erreurs et commencer à prévoir une remédiation pour éviter de trop nombreuses surprises où on ne sait pas comment réagir. Il faut envisager les différentes erreurs possibles des élèves et c'est difficile. Oui on peut anticiper la majorité des erreurs mais certaines sont tellement « anciennes » dans leur parcours d'élève qu'il est difficile d'y songer. Ex : $3^4=43$ pour un élève. Certaines erreurs sont prévisibles et nous pouvons rebondir dessus pour améliorer la compréhension de la classe.	Le traitement sert à obtenir une base de connaissances plus solide, sinon la suite des acquisitions est compromise. Ex : oubliant la virgule donne un résultat incohérence, remédier par l'ordre de grandeur. Etapas : détecter ce qui pose problème, d'où vient l'erreur, proposer une nouvelle explication pour une meilleure compréhension, vérifier. Soit une remédiation individuelle, soit en groupe classe, par un élève pour modifier le discours. Intervenir, lorsque l'erreur provient d'un problème de compréhension à condition de laisser du temps aux élèves. Les imprévues me laissent parfois perplexe et difficile d'y remédier.	Réutiliser les erreurs durant mes séances suivantes et en tirer parti. J'ai acquis qu'il ne faut pas s'en formaliser et s'en sentir responsable mais au contraire les utiliser pour faire évoluer mes méthodes d'apprentissage. Je discute plus de la notion d'erreur avec mon tuteur mais il faudra du temps avant de réellement être apte à en tirer parti.	Ce n'est pas ce que je vois en priorité durant mon stage et avec mon tuteur. Pas tout le temps facile à appliquer.
Etu1 2	Défaut de raisonnement, manque de logique. Le manque de recul par rapport aux propriétés, les élèves comprennent les choses moins vite ou moins naturellement	Oui, il faut savoir anticiper les erreurs, retravailler les acquis des années précédentes avant chaque nouvelle séquence pour leur donner un maximum d'outils pour aborder les nouvelles notions. Ne pas toujours avoir les connaissances nécessaires faute d'expérience. Certaines reviennent fréquemment donc il est facile de les anticiper et de les corriger et préparer en amont.	Le traitement sert à retenir mieux un bon raisonnement, lorsque l'on s'est trompé, on peut localiser la difficulté et comment la dépasser. Etapas : faire comprendre à l'élève pourquoi son raisonnement n'est pas logique, lui donner des pistes pour arriver au raisonnement correct en prenant des exemples plus simples ou plus concrets. Intervenir en amont dans le sens où il doit l'anticiper et bien sûr en aval en reprenant par exemple des morceaux de travaux d'élèves avec des erreurs et en les corrigeant ensemble. Pour une erreur classique, je me sens capable, par contre, l'erreur imprévue est difficile à expliquer plus en détail.	M'apporte les idées d'activités mentales qui permettent de travailler en amont un futur chapitre, je m'inspire des forums où il y a des très bonnes idées sur la correction des erreurs de leurs élèves. J'attendais comment anticiper les erreurs. Satisfait.	Oui en général
Etu1 3	Se tromper dans un calcul ou un raisonnement. Des bases non-acquises, un besoin de plus de temps chez certains élèves pour assimiler une notion, un cours non appris.	La préparation me permet d'insister sur certaines notions et de proposer plus d'exos sur les notions sources d'erreur, mais il faut avoir déjà enseigné pour avoir ce recul. Sur certaines notions oui, j'ai des connaissances, ex : $0.1^2=0.1$ mais sur des notions jamais enseignées c'est plus difficile, ex : loi binomiale. Je ne les devine pas toujours	? le traitement sert à faire progresser les élèves, on les corrige pour qu'ils puissent se rendre compte de leur degré d'acquisition pour ne pas les refaire ultérieurement. Etapas : faire réfléchir la classe, discuter (bons arguments permettant de corriger l'erreur), faire appel à la notion de cours qui permet de rétablir la bonne réponse, proposer un exercice qui permet de savoir si l'erreur est corrigée ou non. Intervenir parfois immédiatement, on peut aussi laisser l'élève poursuivre afin qu'il	M'apporte d'utiliser les écrits des élèves afin de les réexpliquer en classe. L'idée est si la notion est acquise ou non et utiliser l'erreur pour faire progresser les élèves. Avant cette année, je n'avais pas entendu parler des différents types d'évaluation permettant de se	Pas toujours applicable

ANNEXES

			aboutisse à une contradiction et qu'il se rend compte seul d'une erreur dans le raisonnement. Parfois, je ne comprends pas les erreurs faites alors je demande à l'élève d'en dire plus sur son raisonnement.	rendre compte des erreurs. Je ne sais pas si je suis satisfait (qu'y a-t-il à traiter sur ce thème)	
Etu1 4*	Proposition de solution contenant un raisonnement erroné, hypothèses mauvaises, règles de calcul méconnu, acquis faible, mauvaise /lecture de l'information /analyse /traitement, raisonnement très rapide, automatisme acquis par le passé sur des types d'exercices	Oui il se prépare en amont, anticiper les erreurs des élèves permet une meilleure analyse des erreurs commises lors de la séance et de réagir plus rapidement, en évitant que certains élèves se trompent par exemple à la 1 ^{ère} question de l'exercice. Certaines erreurs sont faciles à anticiper comme les erreurs du calcul qui sont assez courantes et le vocabulaire. Par contre, d'autres le sont beaucoup moins simples. A chaque exercice, je me demande ce qu'il pourrait poser problème, quels raisonnements auront-ils tendance à faire.	Le traitement permet de travailler plus en détail des notions, on corrige l'erreur pour éviter qu'elle revienne. Etapas : faire réfléchir la classe de l'erreur de son camarade, faire corriger par l'élève lui-même ou par un camarade. Intervenir lorsque les élèves ne voient pas l'erreur, intervenir tout à la fin du processus de correction pour la valiser. Une erreur est toujours bénéfique car permet de (re) travailler des notions, une erreur imprévue ne me pose pas généralement de difficultés.	Apporte l'anticipation des erreurs, faire intervenir les élèves eux-mêmes, processus d'autocorrection, analyser l'erreur. Je suis satisfait.	
Etu1 5	Raisonnement ou calcul faux, mauvaise compréhension de la consigne, pas d'apprentissage, mauvaise explication du professeur,	La préparation permet de proposer des solutions pour que l'élève puisse corriger son erreur. En anticipant les difficultés, on peut essayer d'anticiper les erreurs éventuelles et préparer une aide aux élèves. C'est très difficile d'anticiper mais avec l'expérience cela devient plus facile. Avec mes deux classes de même niveau j'arrive parfois à anticiper les erreurs pour la deuxième classe qui traite le chapitre. C'est difficile de traiter une erreur imprévue, cela dépend de l'erreur.	Le traitement sert à analyser l'erreur de l'élève qui peut comprendre pourquoi il a fait cette erreur et ne pas la refaire. Etapas : lui faire remarquer que son résultat n'est plausible, lui donner des pistes de réflexion (faire le lien avec un exercice similaire qu'il a réussi), correction par l'élève lui-même ou son camarade ou le professeur. Intervenir lorsque l'élève n'arrive pas à la corriger lui-même. Plus d'erreurs en phase d'apprentissage.	M'apporte de faire corriger les élèves par eux-mêmes. Je ne fais pas de recherche en dehors de formation. J'attendais de la formation comment anticiper les erreurs. Je ne sais pas si je suis satisfait (oui et non)	En partie.
Etu1 6	Résultat incorrect, mauvais raisonnement	La préparation permet de donner des explications plus claires aux élèves (mieux formuler ses phrases), j'anticipe certaines dans la mesure du possible	Traiter permet de ne plus la faire et de comprendre l'erreur. Etapas : trouver l'erreur, l'analyser : d'où vient-elle ? pourquoi cette erreur a été faite ? comment l'éviter ?	Peu de choses reçues en formation sur l'erreur à part quelques exemples de temps en temps.	Cela prend du temps
Etu1 7	Manque d'attention (E), de concentration (E) et de rigueur (prof)	La préparation permet d'anticiper les réponses. J'anticipe certaines erreurs. Il faut essayer de prévoir ce qu'il va se passer dans la tête de l'élève.	Le traitement frustre ou vexe l'élève donc qu'il retient mieux et ne refait pas l'erreur. Etapas : prise de conscience de la part de l'élève, remédiation, vérification (l'erreur est bien traitée). Intervenir lorsque l'élève fait l'erreur. Une erreur imprévue me pose parfois problème	Elle a un apport ponctuel.	Je n'arrive pas
Etu1 8		La préparation permet d'estimer les erreurs possibles des élèves, pour mieux y remédier, pas toujours j'ai les connaissances.	Traiter permet de ne plus la commettre Etapas : faire l'erreur, l'analyser. Intervenir après la phase d'analyse. Une erreur imprévue me pose problème mais c'est intéressant de la surmonter.	Elle donne les erreurs possibles des élèves, et de ne pas les négliger. J'attendais connaître les erreurs possibles	Appréhender les raisonnements des élèves. Je n'arrive pas c'est encore trop tôt

ANNEXES

Etu1 9 7ans	Erreur de calcul, de compréhension, d'analyse, d'échange, de débat, étourderie, notion mal maîtrisée	La préparation permet de l'auto-intrigue, optimisation de la séance, dynamisme. Possible, je n'ai pas les connaissances et je n'anticipe pas les erreurs.	Le traitement sert à comprendre mieux la notion. Corriger par explications orales et écrites. Une erreur imprévue demande une réflexion et un recul.	M'apporte des reculs, autocritique, j'attendais des activités concrètes et stratégie. Oui satisfait.	Mieux cerner les difficultés des élèves et les remédiations. Oui j'applique par étape
Etu2 0	Inattention de l'élève, à cause de l'enseignement reçu.	la préparation permet d'anticiper et de mettre le doigt sur les difficultés. Oui, il faut anticiper les erreurs pour pouvoir les signaler, j'anticipe plus au moins les erreurs classiques (placement de virgule 6°).	Traiter l'erreur permet de se nourrir de ses erreurs Etapas : trouver l'erreur (mettre au tableau), faire réfléchir les autres. Intervenir à la fin de débat. Une erreur imprévue comme celle-ci : $25+5=12$. En tous cas, cela dépend de l'erreur.	Elle m'apporte des pistes d'exercices à évoquer en classe, la question de l'erreur a été posée partiellement. Ce que j'acquis, mettre en évidence. Satisfait, je cherche aussi sur internet.	En classe, on apprend le mode de fonctionnement des élèves. Pas totalement applicable
Etu2 1	Mauvaise analyse d'un problème mathématique. Notions mal maîtrisées.	La préparation est plus possible après plusieurs années d'expérience. Certaines sont faciles à anticiper.	Les erreurs permettent de mieux comprendre la notion. Je n'ai pas l'impression d'avoir la capacité de traiter l'erreur, une erreur imprévue me pose problème.	C'est important d'aborder la question de l'erreur en formation.	Je n'arrive pas à appliquer.
Etu2 2 4ans	Manque de concentration, consigne floue.	Oui il se prépare en amont. Je n'ai pas les connaissances nécessaires pour anticiper les erreurs	Je n'ai pas la capacité pour traiter l'erreur, oui une erreur imprévue me pose problème	Satisfait en partie, elle m'apporte en partie des éléments,	Je n'arrive pas
Etu2 3		Oui avec l'expérience, j'ai les connaissances pour anticiper les erreurs.	Corriger en montrant l'incohérence du résultat. Généralement j'ai la capacité de traiter l'erreur. Parfois l'erreur imprévue me pose problème.	L'erreur occupe une part peu importe.	
Etu2 4	Erreur de calcul, de raisonnement Notion mal expliquée.	Oui on doit les prévoir. L'expérience permet de mieux anticiper. C'est une part importante de la préparation de deviner les erreurs.	Faire une erreur et la corriger permet de souvent de ne plus la refaire. Etapas : trouver où l'élève s'est trompé, lui expliquer à quel moment il s'est trompé. Intervenir après un temps de réflexion. Le mieux qu'il trouve lui-même son erreur. Une erreur imprévue peut arriver rarement mais elle est intéressante	Avoir des idées sur les erreurs des élèves que je n'avais pas forcément prévus. En discutant avec des collègues je peux avoir des compléments.	Voir les difficultés des élèves et voir la compréhension, il m'apporte l'expérience. J'applique progressément
Etu2 5	L'erreur est présente continuellement. Une mauvaise compréhension, un besoin de temps d'adaptation, explication pas assez claire	Certaines erreurs sont à anticiper, d'autres sont plus « spontanées », l'expérience permet sans doute de mieux les anticiper, je ne sais pas si les connaissances ont quelque chose à voir dessus. J'essaie au maximum d'anticiper.	Faire une erreur permet de se poser des questions, de comprendre la notion et permet de faire avancer les élèves Etapas : faire que l'élève ou la classe se rend compte qu'il a fait une erreur, puis que l'élève corrige son erreur avec l'aide de la classe. Je n'ai pas la capacité de traiter l'erreur, je prends de temps la séance suivante avant de corriger l'erreur	Ce n'est pas vraiment abordé en formation	Les points à approfondir en classe avec des exemples d'exercices
Etu2 6	Erreur de calcul ou de raisonnement, enseignant aller trop vite, application non travaillée par l'élève.	La préparation permet de ne pas rester sans réponse à une réponse d'élève. En partie j'ai les connaissances pour anticiper les erreurs classiques sinon il faut identifier les difficultés de l'exercice.	Faire une erreur permet d'éviter la reproduire et de clarifier la notion. Corriger en faisant participer le reste de la classe, reprendre éventuellement le cours. Intervenir au moment de la mise en commun. Dans des chapitres précis, moins traités j'ai des difficultés.	Quelques idées d'activités, la part occupée est ponctuelle. Elle m'a donnée l'idée de faire participer la classe.	Je n'arrive pas à appliquer

ANNEXES

Etu2 7		Pas totalement se préparer, on peut en anticiper certaines avec l'expérience (on voit les erreurs classiques tous les ans.	Le traitement fait évoluer la pensée des élèves. Etapes : analyser la cohérence du résultat, analyse de la démarche suivie du résultat. Intervenir lorsque l'élève est capable de voir qu'il a commis une erreur. Assez souvent capable de traiter les erreurs.		
Etu2 8		Oui il se prépare, je n'ai pas les connaissances pour toutes les erreurs	Intervenir au moment de l'erreur	Pas d'idée auparavant	
Etu2 9 12ans	Lorsque l'on se trompe pour répondre à une question (mauvais raisonnement). Méconnaissance de la notion, mauvais apprentissage, nouveau mécanisme de raisonnement.		Le traitement sert à faire comprendre plus facilement la raison pour laquelle c'est faux et pourquoi cette erreur a été faite, la correction permet d'éviter de la refaire et de faire évoluer l'élève. Etapes : montrer où est l'erreur, analyser le type d'erreur, expliquer pourquoi c'est une erreur, faire expliquer par l'élève ce qu'il a faudrait modifier pour corriger cette erreur. Mettre l'élève devant plusieurs faits qui lui montre cette erreur mais pas forcément dès le début pour lui laisser la possibilité de se corriger	Lors de formation, on n'a pas abordé ce sujet.	

ANNEXES

Annexe 2 : Documents du chapitre VI

1. Exercices travaillés dans la séance

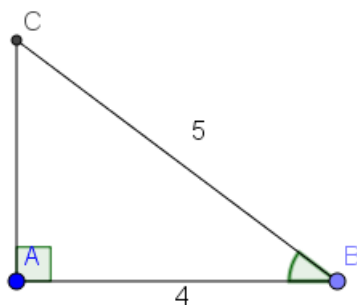
Exercice 1 :

Soit e un cercle de rayon 6,5 cm, trace un point A sur le cercle, place un point B qui lui est opposé. Puis, place un point C tel que le segment [AC] fait 5 cm de longueur.

- Mesurer le segment [BC] ;
- Calculer BC

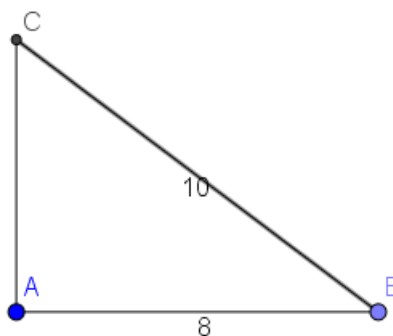
Exercices 2 :

Calculer la mesure de l'angle B dans la figure ci-contre



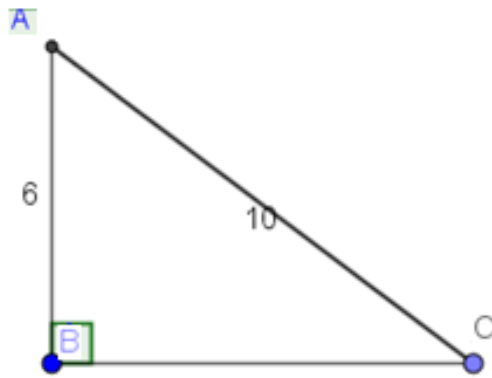
Exercice 3 :

Calculer la mesure de l'angle B dans la figure ci-contre

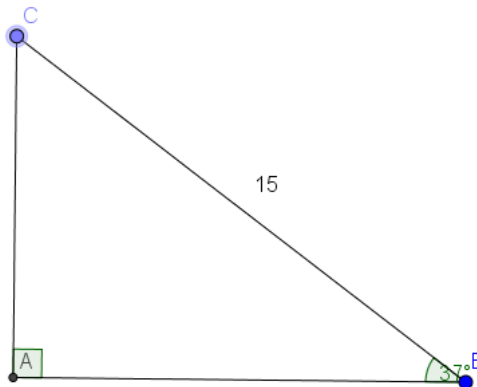


Exercice 4 :

Calculer la mesure de l'angle \widehat{BAC}



Exercice 5 :



Exercice 6 :

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (x+1) + (x+3)$$

$$B = (x+1) - (x+3)$$

$$C = (x+1) \times (x+3)$$

2. Transcription de la séance

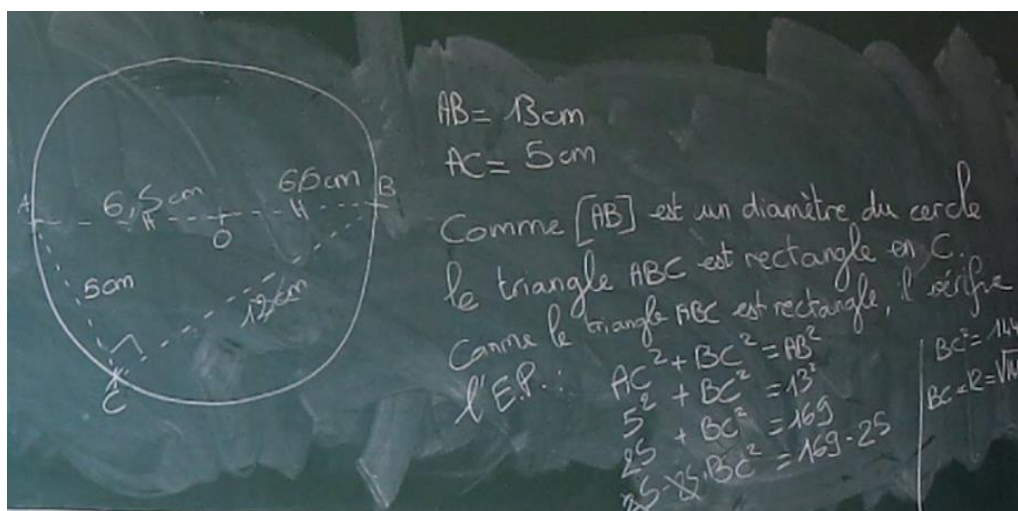
- 1 P⁴³ : est-ce que vous avez l'énoncé ?
- 2 Es : oui
- 3 P : moi aussi. Alors, le premier exercice, est-ce que ça va ?
- 4 Louise : bah oui.
- 5 P : vous voulez bien le faire au tableau ?
- 6 Louise :
- 7 P : allez,
- 8 Louise : moi, je le fais ?
- 9 P : par exemple pourquoi pas ?
- 10 Louise : au tableau ?
- 11 P : oui, tu nous expliques comment tu fais ? et tout.
- 12 Louise : je trace la figure à?
- 13 P : tu peux la faire à main levée. Ça va gagner un peu de temps. Soit C un cercle du rayon : 6,5 cm
- 14 Louise : j'écris les points ?
- 15 P : tu traces d'abord le centre du cercle.
- 16 Louise : je passe par A.
- 17 P : vous tracez un point sur le cercle A.
- 18 Louise : voilà, là.
- 19 P : ok, par exemple pourquoi pas ? et placez le point B qui lui est opposé. Normalement (professeur trace des pointillés entre A et B en passant par O). Ensuite, on te demande de placer un point C tel que le segment [AC] fasse 5 cm de longueur.
- 20 Louise : je mets C là.
- 21 P : ok très bien. Donc, tu places le point c là et le segment [AC] fait 5cm.
- 22 Louise : on trace le segment [BC]. Puis, comment je dirai.....

⁴³ Professeur

- 23 P : alors, on mesure la longueur du segment [BC], on trouve combien ?
- 24 Louise : moi, j'ai eu 13 parce qu'avec le compas, je ne sais plus comment j'ai fait
- 25 P : non, on a un cercle du rayon 6,5. Donc semblablement le segment [AO] est un rayon. Qu'est-ce que on peut dire de [OB]
- 26 Louise : il fait 6,5
- 27 P : il fait 6,5 et aussi c'est un rayon. 6,5 cm. C'est ce que je voulais te demander dans cet exercice c'était dans un premier temps de mesurer. Là, tu prends ta règle et tu mesures. Émilie, tu as trouvé combien ?
- 28 Émilie : 12.
- 29 P : donc là elle trouve 12 cm ça c'est juste de mesurer. Toi tu as trouvé combien ? 13 ?
- 30 Louise : oui.
- 31 P : tu es sûre, c'était pas pour [AB] que tu as mesuré ?(remédiation)
- 32 Louise : si
- 33 P : il me semble bien. Fais bien attention. Maintenant, on va essayer de montrer par le calcul si on n'a pas cette procédure comment on peut trouver 12 cm ici. C'est pour ça il va falloir se servir des propriétés qu'on a vues dans le cours. Comment on fait pour calculer une troisième longueur ? On a un triangle ABC et on a deux longueurs, la longueur AB, elle fait combien ?
- 34 Louise : 13
- 35 P : 13 cm forcément parce que c'est un diamètre d'un cercle du rayon 6,5 cm. Ensuite, on a [AC] qui fait 5. Est-ce que vous connaissez une méthode qui permet de calculer la troisième longueur d'un triangle ?
- 36 Louise : pas de réponse.
- 37 P : à voix basse : Chapitre 2. (aide)
- 38 Louise : c'est Pythagore.
- 39 P : théorème de Pythagore, le problème que pour utiliser Pythagore il faut d'abord une hypothèse, quelle hypothèse il faut pour se servir de théorème de Pythagore ? Émilie ? (petites marches)
- 40 Émilie : si le triangle est rectangle, il vérifie l'égalité de Pythagore.
- 41 P : s'il est rectangle, il vérifie l'égalité de Pythagore. Est-ce qu'il est rectangle ?
- 42 Louise : il faut qu'on calcule.
- 43 P : non il ne faut pas calculer. On s'appuie sur quel chapitre ? dans quel chapitre ? il s'appelle triangle, rectangle et cercle, on a vu une propriété qu'est-ce qu'elle dit ? (casser le contrat didactique) (aide)

- 44 Louise : il y en a plusieurs.
- 45 P : ça, je confirme. Par exemple, il nous donne que c'est un triangle est-ce qu'il y a une propriété grâce à elle on peut montrer que c'est triangle rectangle ? (aide)
- 46 Louise : je ne sais pas.
- 47 P : montre-moi comment tu as fait sur le cahier !
- 48 Louise : je le fais comme ça.
- 49 P : lis ce qui est écrit sur le cahier de l'élève : Soit $[AB]$ un segment D'accord, effectivement ça va être une chose comme ça qui peut servir. En fait, on dit que $[AB]$ est un diamètre du cercle, par conséquent le point C qui se situe sur le cercle c'est le sommet d'un angle droit. D'accord, $[AB]$ est un diamètre de cercle, C sur ce cercle, ABC est triangle rectangle en C. Allez, on formule, qu'est-ce qu'il faut dire ? il faut dire que $[AB]$ est un diamètre du cercle. On vous écoute !
- 50 Émilie : il vérifie l'égalité de Pythagore
- 51 P : il manque une étape.
- 52 Émilie : il est rectangle.
- 53 P : oui, il est rectangle. ABC est rectangle en C. c'est là on peut utiliser Pythagore parce que là on sait qu'il est un triangle rectangle. Je vous écoute.
- 54 Louise : AC au carré
- 55 Émilie : il faut une phrase.
- 56 Louise : vas y alors.
- 57 Émilie : comme il est rectangle, il vérifie l'égalité de Pythagore.
- 58 P : écrit : comme le triangle ABC est rectangle, il vérifie l'égalité de Pythagore. Pour appliquer l'égalité de Pythagore, on commence par mettre des lettres. Émilie !
- 59 Émilie : $AC^2 + CB^2 = AB^2$
- 60 P : écrit au tableau $AC^2 + CB^2 = AB^2$ pourquoi ?
- 61 Émilie : parce que c'est comme ça.
- 62 P : pourquoi tu mets AB de ce côté-là de l'égalité ? (Vérification de la compréhension)
- 63 Émilie : parce que c'est l'hypoténuse.
- 64 P : ok, on ne se trompe pas. Deuxième étape, après l'étape des lettres ?
- 65 Louise : encore des lettres.
- 66 Émilie : non il n'y a qu'une.
- 67 P : justement. Ça ne nous intéresse pas d'avoir des lettres au final.

- 68 Louise : je ne sais pas.
- 69 Émilie : $5^2 + BC^2 = 13^2$
- 70 P : 52, ça fait combien
- 71 Émilie : 25
- 72 P : 132, ça fait combien
- 73 Émilie : 169
- 74 P : $25 + BC^2 = 169$ ligne suivante ?
- 75 Émilie : $169 - 25 = BC^2$
- 76 P : $169 - 25$ qu'est-ce qu'on a fait au nombre de droit et de gauche ?
- 77 Louise : on les a soustraits.
- 78 P : on a soustrait quoi ? $169 - 25$?
- 79 Louise : oh lala.
- 80 P : on soustrait 25, comme ça j'écris $25 - 25 + BC^2 = 169 - 25$. Si j'ai $BC^2 = 144$.
Donc $BC = R = \sqrt{144}$.



- 81
- 82 P : on a utilisé deux propriétés dans cet exercice. On a d'abord utilisé la propriété qui dit qu'il y a trois points sur un cercle et deux points ça fait un diamètre là on a un triangle rectangle. La deuxième propriété c'est le théorème de Pythagore. Et ça de plus en plus, on va vous donner des problèmes où il y aura plusieurs propriétés systématiquement à utiliser surtout le jour de Brevet. Alors l'exercice 2. Émile, tu viens le faire au tableau.
- 83 Émilie : je ne l'ai pas fait, je n'ai pas envie. Je n'aime pas le tableau.
- 84 P : comme tout le monde. Est-ce que tu aimes aller à la vie scolaire. Professeur a envoyé Émilie à la vie scolaire. Ça marche. L'exercice 2
- 85 Louise : je ne l'ai pas fait.

- 86 P : tu ne l'as pas fait non plus
- 87 Louise : vous n'avez pas demandé.
- 88 P : c'est-à-dire que tu n'arrives pas encore à travailler sur le théorème de Pythagore.
- 89 Louise : bah si. Sur certains trucs j'arrive.
- 90 P : ce n'est pas vraiment ça.
- 91 Louise : bah si.
- 92 P : par exemple le Cosinus. Si je te dis par exemple qu'on a un triangle qui est rectangle. On te demande de calculer la mesure de cet angle. Je te donne un petit indice, on va se servir de cosinus. C'est quoi exactement la définition de cosinus ? par exemple on appelle ce triangle ABC, on prend le cosinus de l'angle B, c'est quoi la définition de cosinus. (Rappel et aides)
- 93 Louise : c'est hypoténuse sur cosinus ou cosinus sur hypoténuse. (Mauvaise formule)
- 94 P : c'est ?
- 95 Louise : c'est hypoténuse
- 96 P : c'est ...
- 97 Louise : non coté adjacent sur, oh je ne sais plus.
- 98 P : mais si tu es en train de le dire. (faire motiver)
- 99 Louise : côté adjacent sur je ne sais pas moi.
- 100 P : Émilie !
- 101 Émilie : oui.
- 102 P : c'est quoi la définition de cosinus ?
- 103 Émilie : je ne sais pas.
- 104 Louise : tu le mets sur quoi ?
- 105 Émilie : sur hypoténuse.
- 106 P : en toutes façons on n'a pas vu 36 choses hein. On a vu de côté adjacent d'un angle et l'hypoténuse d'un triangle rectangle. C'est la longueur de côté adjacent de \hat{B} divisée par l'hypoténuse, la longueur de l'hypoténuse de triangle ABC. D'accord, je vous écoute.
- 107 Louise : bah 5 sur 4 ... non 4 sur 5.
- 108 P : pourquoi ce n'est pas 5 sur 4 ? (vérification)
- 109 Louise : parce que l'hypoténuse est le côté le plus long.

110 P : là de toute façon, l'hypoténuse est le coté le plus long et il est au dénominateur et cela explique pourquoi le cosinus est compris entre 0 et 1. C'est bon ?

111 Louise : oui

112 P : je vous écoute, c'est combien ?

113 Émilie : 0,8 (elle a utilisé la calculatrice pour trouver la réponse)

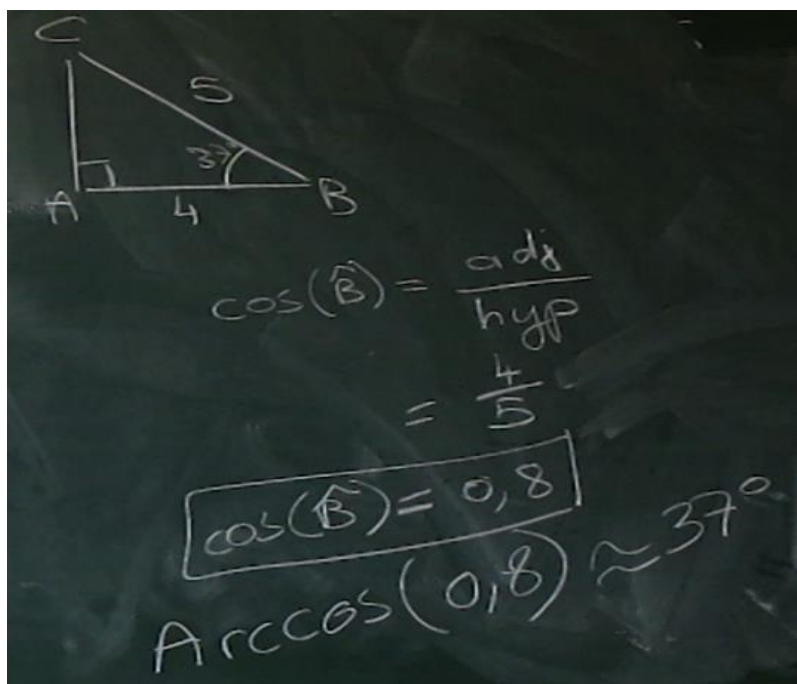
114 P : Émilie, tu es d'accord que 4 cinquième c'est 8 dixième ? ce nombre a 0 unités et 8 dixièmes et c'est facile à trouver. Ici comment faire pour déterminer la mesure de l'angle B, je vous rappelle qu'on a trouvé que $\cos(B) = 0,8$. Donc vous allez calculer l'Arccos(0,8) et vous trouvez ?

115 Émilie : $36,9^\circ$

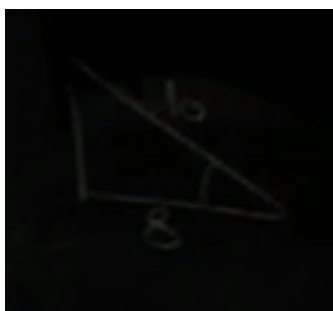
116 P : tous les angles, on les arrondit à l'unité.

117 Émilie : 37°

118 P : là on a un angle environ 37° .



120 P : Normalement vous n'avez absolument aucun problème à faire cet exercice.



121 Es : c'est pareil que tout à l'heure.

122 P : c'est-à-dire. Il y a quelque chose qui me cingle un peu dans cette figure.

123 Émilie : il vaut rectangle.

124 P : déjà, on n'a pas dit que c'est un triangle rectangle. Effectivement, ici je ne peux pas utiliser le cosinus. Il signale un angle droit avec un changement.



125 P : Maintenant, on peut se servir de cosinus.

126 Émilie : c'est pareil là (exercice 1)

127 P : pourquoi c'est pareil que là ?

128 Émilie : parce que 8 dixièmes est égale à 4 cinquièmes

129 P : si on refait la longueur de côté adjacent divisée par la longueur d'hypoténuse ça fait 8 dixièmes et on dit là que ça (4/5) ça fait aussi 8/10. Maintenant, si je l'appelle ABC, je demande la mesure de cet angle-là. Donc, je vous écoute. Émilie !

130 Émilie : $\cos(A) = \frac{adj}{hyp} = \frac{6}{10} = 0.6$. $\arccos(0.6) = 53^\circ$

131 P : Louise, c'est quoi la chose que tu as marquée ?

132 Louise : bah oui.

133 P : il y a quelque chose qui me dérange quand-même. Tu as bien comparé les deux ?

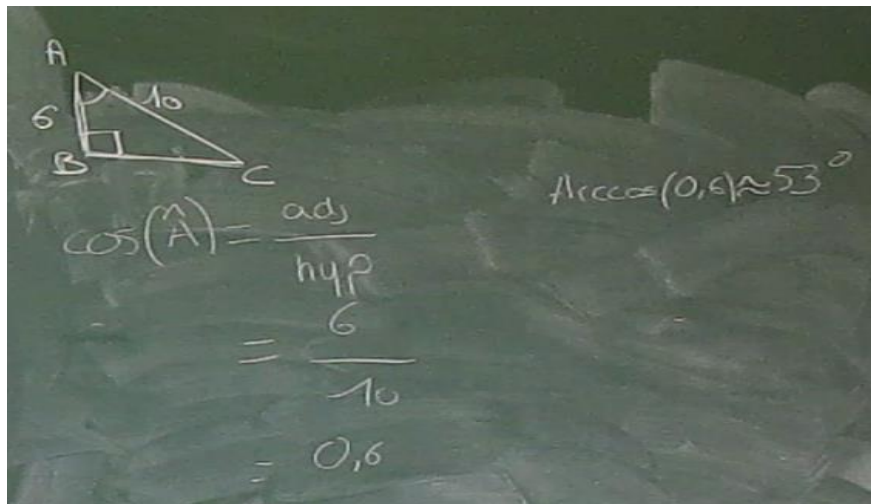
134 Louise : tu n'as pas mis cos ?

135 Émilie : je ne sais pas.

136 P : non ça ne dérange pas trop. Qu'est-ce qu'elle dit la calculatrice ?

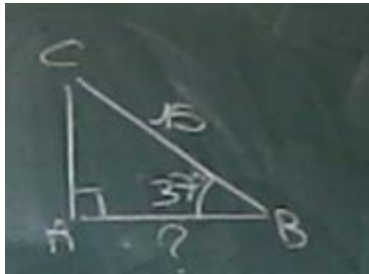
137 Émile : c'est l'égale là-bas.

138 P : précisez bien qu'on a arrondi là. Alors



139

140 P : encore un autre petit exercice.



141 P : quel sujet on peut poser ici ?

142 Émilie : déterminer la longueur AB.

143 P : effectivement, ça peut être une question qu'on peut poser. Bah essayez de trouver la réponse.

144 Es : ah non.

145 P : tu redis une autre chose, par exemple on te demande la longueur AC, je te fais calculer aussi.

146 Émilie : je redis sinon calculer la mesure de l'angle, il faut être plus facile.

147 P : je te demanderai quand même de calculer AB après derrière. / à la rigueur, je préfère que vous vous trompiez, parce que justement ici on est pas trop, on peut voir où il y a des soucis. À la rigueur, ce n'est pas grave si vous vous trompez.

148 Émilie : ce n'est pas ça ?

149 P : oui ça a l'aire pas mal. Émilie, dis-moi comment tu as fait ?

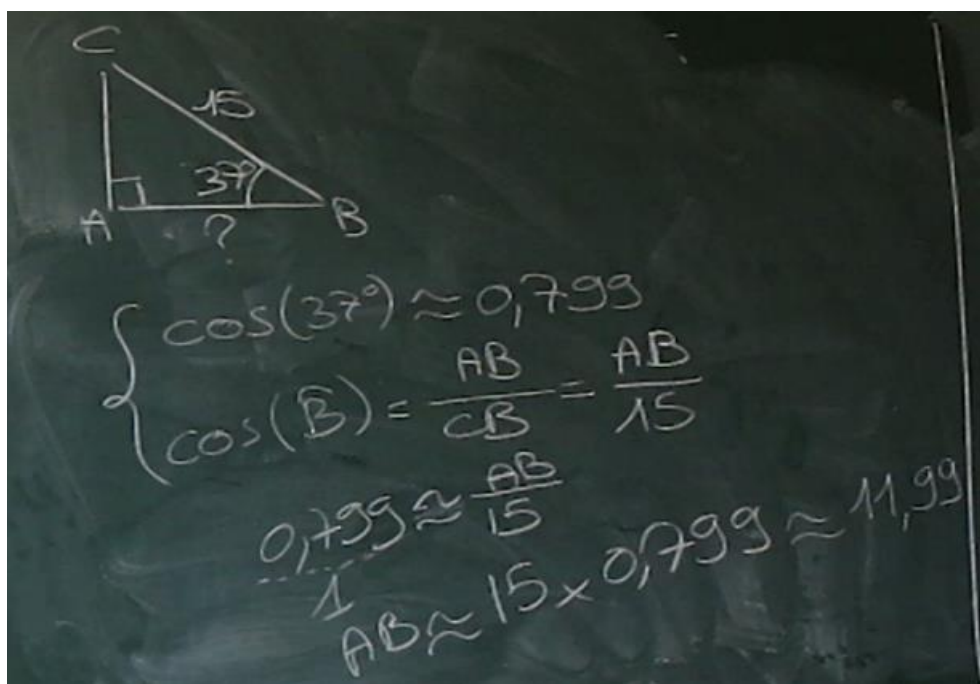
150 Émilie : je ne sais pas ? je fais $\cos(37^\circ)$ ça fait environ 0,798

151 P : qu'est-ce qu'on sait encore de cosinus ? si on le fera ici.

152 Émilie : c'est égale à adj/hyp.

153 P : le cosinus de l'angle B c'est égale à ?

- 154 Émilie : adjacent sur hypoténuse
- 155 P : c'est quoi adjacent là en lettres ?
- 156 Émilie : AB
- 157 P : c'est quoi hypoténuse
- 158 Émilie : CB
- 159 P : il me semble que tu as marqué l'inverse.
- 160 Émilie : non, j'ai marqué les bonnes lettres. C'est égale à $\frac{AB}{15}$
- 161 P : donc, là on a $\cos(B) = \frac{AB}{15}$, avancé de la mesure de l'angle de B c'est 37° .
Donc, cos de l'angle B c'est le cos (37°) par conséquent ces deux informations-
là, ils nous donnent que $0,798 = \frac{AB}{15}$ ou bien environ égale.
- 162 Émilie : je peux le provoquer comme une équation ? non ?
- 163 P : pourquoi pas !
- 164 Émilie : je ne sais pas ?
- 165 P : je vais présenter de deux façons différentes, soit vous voyez comme équation d'un inconnu AB, soit vous dites c'est une égalité de fraction, c'est comme si vous avez 0,798 divisé par 1. Tu mets deux fractions qui sont égales/
- 166 Émilie : qu'on multiplie par 15. On fait 0,798 fois 15 ?
- 167 P : oui
- 168 Émile : il est égale environ à 11,99
- 169 P : Louise, ça va ça.
- 170 Louise : c'est bon.
- 171 P : il faut pouvoir jongler, lentement d'une longueur, lentement une mesure d'angle, il faut être capable de jongler avec les deux notions, le cosinus joue comme, fin, pour rechercher la longueur et la mesure de l'angle./

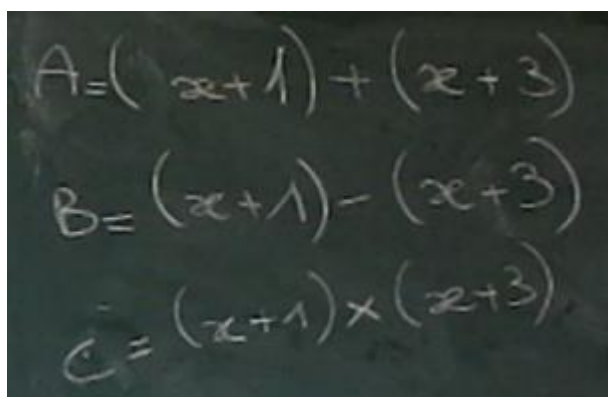


172

173 P : est-ce qu'il y a des choses sur lesquelles vous voudriez qu'on revienne ?

174 Es : non

175 P : cosinus, ça va ? je ne sais pas moi ça peut être le calcul, expression littérale, équation, tous ça. Des expressions littérales à simplifier.



176 Qu'est-ce qu'il y a important à regarder ici ?

177 Émilie : le centre des parenthèses.

178 P : oui, les parenthèses mais surtout le tout. Donc, ici, il s'agit de la somme de $x+1$ et $x+3$ alors qu'ici c'est la différence de $x+1$ et $x+3$ et ici c'est le ?

179 Émilie : le produit.

180 P : de $x+1$ et $x+3$. Allez ! tu fais quoi Louise ?

181 Louise : eih..., je fais le

182 P : comment ça s'appelle ?

183 Émilie : la distributivité

- 184 Louise : la double ...
- 185 P : la double distributivité.
- 186 Émilie : tu sais quoi faire ?
- 187 Louise : je fais C
- 188 P : on ne fait pas la double distributivité pour A ?
- 189 Émilie : parce que le symbole +. (pb de vocabulaire)
- 190 P : tu te rappelles la double distributivité quand on a comme ici, on a le produit de deux termes dans chaque terme c'est la somme de plusieurs, je reprends, on a le produit de plusieurs facteurs dans chaque facteur il y a la somme de plusieurs termes.
- 191 Louise : je ne sais pas
- 192 P : tu as fait une erreur.
- 193 Émilie : je ne sais pas.
- 194 P : ici, le principe ça va de faire quoi ? vous avez le calcul quoi faire en premier ?
- 195 Émilie : inaudible
- 196 P : comment faire pour simplifier cette expression littérale ?
- 197 Émilie : on enlève les parenthèses.
- 198 P : comment tu fais pour supprimer les parenthèses ?
- 199 Émilie : bah on les enlève.
- 200 P : oui c'est facile mais on ne les enlève pas comme ça, il y a quand même une règle.
- 201 Émilie : on garde les mêmes signes devant.
- 202 P : vas-y
- 203 Émilie : non.
- 204 P : c'est juste reformuler correctement.
- 205 Émilie : mais non.
- 206 P : dis-moi qu'est-ce que je dois écrire ?
- 207 Émilie : $x+1 + x +3$
- 208 P : tu vois, il n'y a plus de parenthèses parcequ'elles sont .. ?
- 209 Émilie : j'ai perdu le mot.
- 210 P : elles sont facultatives. Si tu dis qu'elles ne sont pas utiles, je comprends aussi. Et ces parenthèses qui étaient là avant, $(x+1) +(x+3)$, ces parenthèses, on peut les

supprimer, je vous rappelle, on avait dit que c'est comme si on avait devant $0+(x+1)+(x+3)$ qu'on applique la règle de suppression de parenthèses comme c'est expliqué dans le cours.

211 Louise : c'est quoi ?

212 P : C'est expliqué dans le manuel

213 Émilie : il est là.

214 P : Émilie, tu me fais peur.

215 Émilie : je ne sais pas expliquer correctement, c'est quand il y a un + devant la parenthèse, on enlève les parenthèses et on garde les mêmes signes.

216 P : bah c'est ça.

217 Émilie : bah voilà,

218 P : on va supprimer les parenthèses qui sont ici et on va supprimer le symbole +. Et si on se rappelle quand on a $+(x+3)$ et quand on supprime les parenthèses et que devant un symbole +, on conserve les signes de chacun de terme qui sont dans les parenthèses. On garde le $+x$ et $+3$. Comment faire encore pour simplifier l'expression ?

219 Louise : on additionne les termes x

220 P : très bien.

221 Louise : et les termes qui n'ont pas de x

222 P : qui sont là et là et la réponse c'est ?

223 Louise : $x^2 + 4$.

224 P : $x^2 + 4$. Tu es d'accord Émilie ?

225 Émilie : oui.

226 P : là, ça pose problème, je ne suis pas d'accord.

227 Louise : ce n'est -4

228 P : ici, vous avez $x+x$

229 Émilie : bah ça fait x^2

230 Louise : bah oui

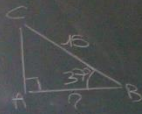
231 P : ah bon. Remplacez x par stylo. J'ai un stylo et j'ajoute un stylo

232 Louise : ça fait $2x$

233 P : bah oui, ça fait $2x$

234 Émilie : mais c'est quoi qui fait x^2 ? c'est x fois x (Bonne question : contre-exemple. Une question d'abstraction et de concrétude)

- 235 P : bah oui. Tu étais capable de le dire tout à l'heure pour Pythagore.
- 236 Émilie : c'est pour ça j'avais faux là.
- 237 P : 13^2 c'est $13 \times 13 = 169$, un nombre multiplié par lui-même. Donc x^2 c'est $x \times x$ et $2x$ c'est $x+x$ ce n'est pas la même opération encore, vous voyez, c'est bon pour ça ?
- 238 Es : oui.
- 239 P : soustraction, on a $(x+1) - (x+3)$. Allez, je vous écoute.
- 240 Émilie : on enlève les parenthèses.
- 241 P : on enlève les parenthèses, comment on fait ?
- 242 Émilie : on change le signe de la deuxième parenthèse parce qu'il y a un (-)
- 243 P : très bien. On va supprimer le moins qui est là et les parenthèses qui sont ici et là on a $+x +3$ qui se changent en $-x -3$. Je vous écoute.
- 244 Émilie : c'est la même chose que tout à l'heure.
- 245 P : donc.
- 246 Émilie : $2x -4$
- 247 P : quels termes tu mets ensemble ?
- 248 Émilie : le terme de x et qui n'a pas de x .
- 249 Louise : $2x -4$.
- 250 P : x moins x
- 251 Louise : ça fais $-x$
- 252 Émilie : ça fait $-x$
- 253 P : vous remplacez x par stylo. Vous avez un stylo, j'en prends un
- 254 Louise : zéro.
- 255 P : il ne reste plus rien. $x-x$ ça fait zéro x et ça fait zéro.
- 256 Émilie : la réponse c'est -4
- 257 P : ça fait ? $+1 -3$. Je vous en donne un, j'en prends 3, vous en avez
- 258 Émilie : -2
- 259 P : la réponse est -2 . Vous voyez bien que strictement ça n'a rien avoir. Ici, on fait la somme et on a $2x +3$ et ici on fait la soustraction et on -2 . Par contre, pour C, vous vous rappelez de la double distributivité. On distribue chacun de terme de la première parenthèse à chacun de terme de la deuxième parenthèse, on trouve : $x \times x + x \times 3 + 1 \times x + 1 \times 3 = x^2 + 4x +3$.



$$\begin{cases} \cos(37^\circ) \approx 0,793 \\ \cos(B) = \frac{AB}{CB} = \frac{AB}{15} \end{cases}$$

$$0,793 \approx \frac{AB}{15}$$

$$AB \approx 15 \times 0,793 \approx 11,99$$

$$A = (x+1) + (x+3)$$

$$B = (x+1) - (x+3)$$

$$C = (x+1) \times (x+3)$$

$$C = x \times x + x \times 3 + 1 \times x + 1 \times 3$$

$$C = x^2 + 4x + 3$$

$$A = (x+1) + (x+3)$$

$$A = x+1+x+3$$

$$A = 2x + 4$$

$$B = (x+1) - (x+3)$$

$$B = x+1-x-3$$

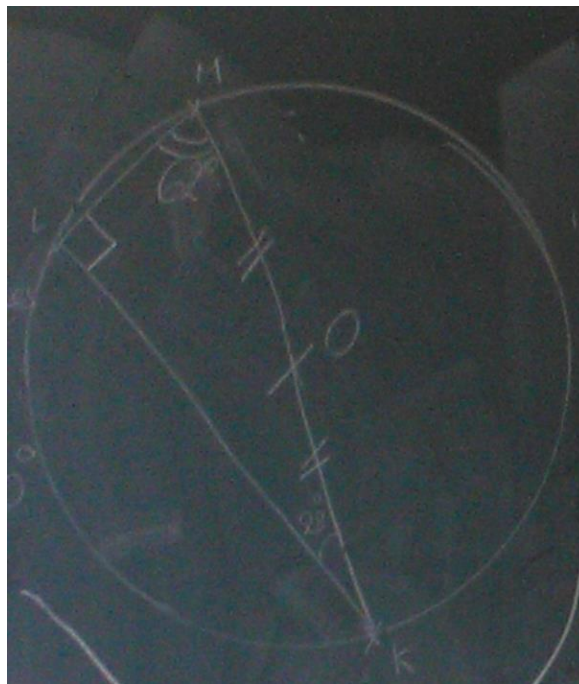
$$B = 0-2$$

$$B = -2$$

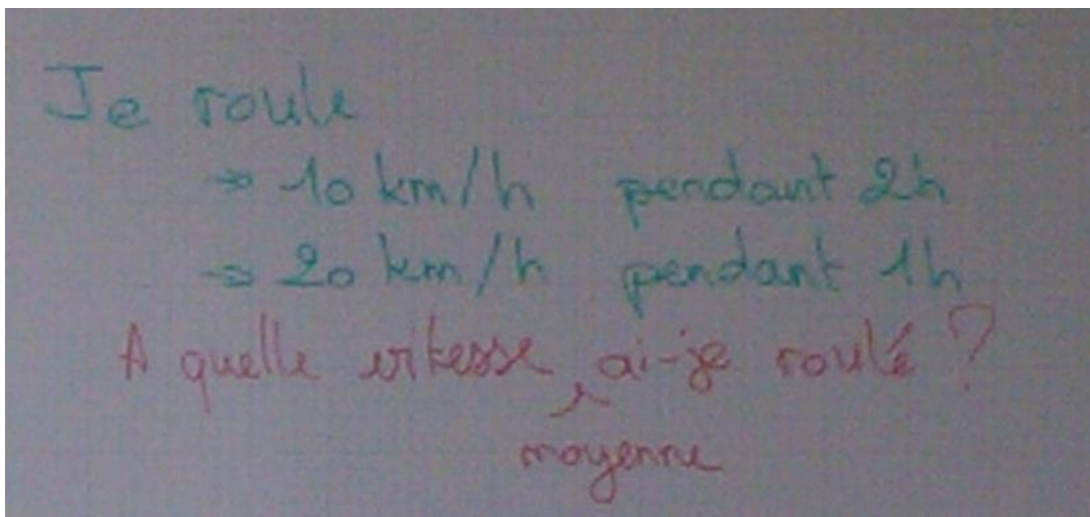
2ième séance d'aide personnalisée

1. Exercices proposés dans la séance

Exercice 1 : Dans la figure ci-contre, vous avez Les points L, M et K sur le cercle du centre O, M et K sont symétriques par rapport à O. l'angle MKL mesure 28° . Calculer la mesure de l'angle LMK.



Exercice 2 :



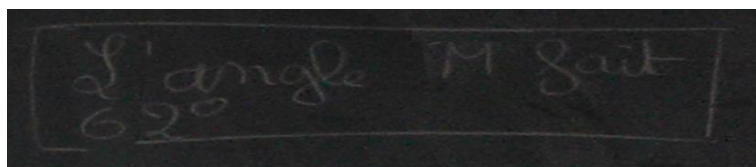
2. Transcription de la séance

- 1 P : on va attendre un petit peu pour les gens qui arrivent. Toi, tu veux travailler sur quoi ?
- 2 Valentin : je ne sais pas.
- 3 P : je te laisse 30 sc. pour réfléchir à ce que tu veux faire.
- 4 Valentin : 30sc. Ce n'est pas beaucoup.
- 5 P : peut-être un chapitre sur lequel on peut revenir pour faire des exercices.
- 6 Valentin : on n'a pas corrigé l'exercice 6 ?
- 7 P : non.
- 8 Valentin : bah ça, on ne l'a pas corrigé.
- 9 P : le 3.
- 10 Valentin : oui.
- 11 P : ça sera pour la prochaine fois.
- 12 Valentin : mais moi, je le fais en avance.
- 13 P : comme ça en cours, tu n'as rien à faire.
- 14 Valentin : bah si, je peux les aider.
- 15 P : tu veux qu'on fasse l'exercice 6 ?
- 16 Valentin : je ne sais pas.
- 17 P : *le professeur dessine la figure au tableau.*
- 18 Valentin : c'est facile.
- 19 P : bah c'est facile. Alors, je t'écoute.
- 20 Valentin : je le fais là (*sur le brouillon*) d'abord ?
- 21 P : oui, si tu veux.
- 22 Valentin : bah ça y est.
- 23 P : bah, tu viens au tableau et tu fais ta présentation.
- 24 Valentin : *en train de dessiner sur la figure posée par le professeur*
- 25 P : le but est de déterminer la mesure de l'angle... ?
- 26 Valentin : M
- 27 P : quelle propriété tu penses à utiliser ? tu commences par faire quoi déjà ?
- 28 Valentin : bah.../ la moitié de MK c'est MO.

- 29 P : tout à fait. Comment tu as trouvé ça ?
- 30 Valentin : parce que le centre du cercle C c'est O.
- 31 P : et OM et OK ce sont des ... ?
- 32 Valentin : inaudible
- 33 P : le segment [OM] et [OK] ce sont des ?
- 34 Valentin : diamètre
- 35 P : des rayons du cercle. Qu'est-ce qu'un diamètre ici ?
- 36 Valentin : c'est MK.
- 37 P : MK c'est un diamètre et OK est un rayon. Qu'est-ce que ça donne cette information-là ?
- 38 Valentin : L, M et K sont sur le cercle, c'est forcément il est triangle rectangle.
- 39 P : c'est un triangle rectangle là, il faut ajouter quelque chose.
- 40 Valentin : parce que MK passe par le centre du cercle.
- 41 P : MK est un... diamètre. C'est parce que L, M et k sont sur le cercle du diamètre MK que c'est un triangle rectangle. Je te laisse marquer.
- 42 Valentin : je mets diamètre.
- 43 P : Valentin est en train d'écrire et toi tu corrige son écrit.
- 44 Amaury : hein, je n'ai rien compris.
- 45 Valentin : je peux continuer.
- 46 P : réexplique rapidement qu'est-ce que tu as fait à ton camarade qui vient d'arriver. Explique ce que tu as marqué.
- 47 Valentin : donc, on sait que MK c'est le diamètre du cercle C .
- 48 Amaury : oui.
- 49 Valentin : alors, on sait que le triangle LMK est rectangle. C'est ça ?
- 50 P : vous précisez que L, M et K sont sur le cercle.
- 51 Valentin : donc, L, M et K sont sur le cercle C. MK est le diamètre du cercle donc LMK est un triangle rectangle.
- 52 P : juste à rajouter. L, M et K
- 53 Amaury : monsieur en gros, c'est à procéder pour changer, fin pour éviter de faire Pythagore.
- 54 P : ce n'est pas correct. tu peux répondre, il dit pour éviter de faire Pythagore.

- 55 Valentin : non pour essayer de savoir l'angle L. donc, on a besoin de savoir si celui-là il est triangle rectangle.
- 56 P : Et on peut aussi utiliser le théorème de Pythagore parce que le théorème de Pythagore peut nous dire que /
- 57 Valentin : mais on n'a pas de mesures.
- 58 P : voilà c'est là le problème. Quand on n'a pas de mesure de longueurs pour appliquer le théorème de Pythagore, il voudrait avoir .. ?
- 59 Valentin : ces mesures.
- 60 P : même la mesure d'hypoténuse.
- 61 Valentin : je peux finir ?
- 62 P : oui. Pas de souci. L, M et K sont sur le cercle C. on sait que MK étant un diamètre du cercle C. le triangle LMK est donc rectangle. Quand vous écrivez une démonstration, on aime que vous écriviez des mots des liaisons. Comme conjonction de coordination, ou bien montrer votre logique.
- 63 Valentin : donc L fait 90°
- 64 P : très bien. Donc là c'est une formation, là c'est une propriété qu'on a marquée.
- 65 Valentin : l'angle L fait 90° .
- 66 P : voilà. Dans ce triangle rectangle, cet angle fait 90° .
- 67 Amaury : ok.
- 68 P : on va mesurer cet angle-là.
- 69 Valentin : 118 ?
- 70 P : tu as fait ?
- 71 Valentin : 62° .
- 72 P : ok. Est-ce que tu comprends le calcul qu'il fait ?
- 73 Amaury : oui. Il essaie de déterminer l'angle M, 90° pour L et 28° pour K.
- 74 P : ça vient d'où le 180° ?
- 75 Valentin : j'allais le marquer mais je ne savais pas. C'est la mesure de 3 angles.
- 76 P : la somme des mesures des angles d'un triangle fait 180° . Par contre, on ne dit pas que la mesure de chacun des angles fait 180° et là que des angles plats et ça pose problème. Je dis ça parce que j'ai entendu hier. C'est bon la rédaction. Est-ce que tu as remarqué quelque chose qui est un peu gênante.
- 77 Valentin : je n'ai pas cadré.
- 78 P : non ça ne dérange pas. Sinon dans cette phrase-là.

- 79 Valentin : les crochets.
- 80 Amaury : les parenthèses.
- 81 P : les crochets ou les parenthèses ?
- 82 Amaury : crochets,
- 83 P : crochets parce que le diamètre.../
- 84 Amaury : c'est un segment.
- 85 P : effectivement il se met entre crochets. Très bien. Ici, j'ajouterai quelque chose parce que je ne comprends pas qu'est-ce que ça veut dire ça si je lis ça comme ça.
- 86 Valentin : oui, voilà donc la mesure des trois angles d'un triangle.
- 87 P : la somme. Bah oui, parce que tu additionnes la mesure des angles.
- 88 Valentin : la somme des trois angles d'un triangle.
- 89 P : des mesures des angles plutôt. Des angles !
- 90 Valentin : ça veut dire est égale à 180°
- 91 P : d'un triangle voilà. Parce que si tu fais ça dans un carré, tu va avoir un petit problème parce que tous les angles sont droits $90+90+90+90$ ça fait ?
- 92 Amaury : je ne sais pas.
- 93 Valentin : 360
- 94 P : c'est un peu le double.
- 95 Valentin : la somme des mesures des angles d'un triangle rectangle.
- 96 P : en général dans un triangle quelconque. Donc, ça y est, comme la somme doit faire 180° , on regroupe la somme de cet angle-là et cet angle-là, on trouve 118° , je sais que si j'additionne le tout, je trouve 180° . Donc, je fais $180^\circ -$ la somme des deux angles = $180 - 118 = 62$. L'angle M fait 62° . Alors, vous êtes d'accord pour ce qui marqué au tableau ?
- 97 E : oui.
- 98 P : moi, je vois un truc qui n'est pas bon.
- 99 Valentin : c'est un mathématicien qui cherche.
- 100 P : C'est dans cette partie-là.



101

102 Valentin : donc, le triangle est bien rectangle.

103 P : on a déjà montré ça. Peut-être vous n'avez pas marqué au fond de classe depuis de deux semaines, il y a un affichage qu'il a été ajouté et notamment on parle de notation c'est là qu'on voit qu'un segment est entre deux crochets et on voit autres choses, allez jeter un œil si vous voulez. Je dis c'est par rapport à ça le problème. Il n'y a pas grand-chose dans cette phrase qui vous dit c'est faux, regardez bien ! Valentin, quand tu a lit ta phrase, tu as remarqué ?

104 Valentin : l'angle M fait 62° .

105 P : est-ce que l'erreur est dans l'angle.

106 Es : non.

107 P : non, c'est un angle. Mais M c'est quoi ?

108 Valentin : M c'est un point du cercle C.

109 P : mais justement est-ce que c'est un point ça ? (*le professeur met le doigt sur le M après le mot angle dans la phrase*).

110 Amaury : bah oui.

111 P : l'angle M ce n'est pas un point c'est un angle.

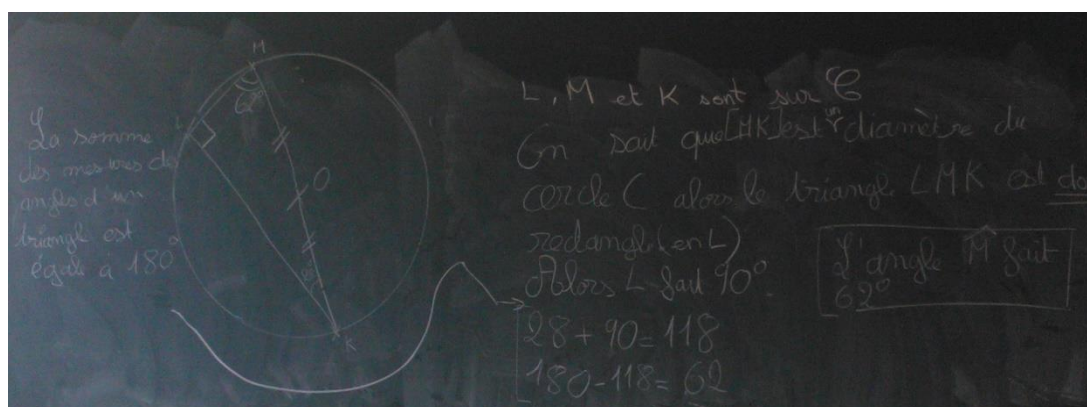
112 Amaury : ahhh.

113 Valentin : ah oui.

114 P : donc, ce travail se fait en deux étapes. D'abord, on utilise la propriété qu'on a vue dans ce chapitre pour réinvestir le chapitre, triangle rectangle et cercle. On dit qu'on a un cercle avec L, M et K qui sont sur le cercle C et on sait que MK, le segment MK c'est un diamètre. De ça, la propriété, on dit que le triangle LMK est rectangle. De plus, on sait que la somme des mesures des angles d'un triangle fait 180° . On a les mesures de deux angles, on détermine le troisième. D'accord.

115 Valentin : on marque ?

116 P : ok.



117

118 P : On va travailler sur quoi aujourd'hui ?

119 Amaury : je ne sais pas, sur quoi ça se fait le cours ?

120 P : la vitesse.

121 Amaury : oui, c'est facile.

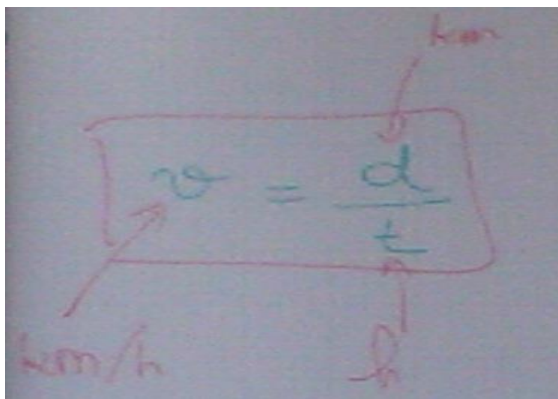
122 P : est-ce qu'il y a d'autres choses à voir ?

123 Valentin : la vitesse, j'aimerais bien.

124 P : par exemple, on a la formule $v = \frac{d}{t}$, la plupart de temps on donne la distance et le temps ; la distance en km et le temps en heure. Puis, on trouve la vitesse.

125 Valentin : le temps

126 P : pas forcément. On peut avoir le temps et la vitesse et trouver la distance. Et ça (V) ça se calcule en km/h.

A photograph of a handwritten equation $v = \frac{d}{t}$ on a piece of paper. The equation is written in blue ink. The variable 'v' has a red arrow pointing to it from the bottom left, with 'km/h' written below it. The variable 'd' has a red arrow pointing to it from the top right, with 'km' written above it. The variable 't' has a red arrow pointing to it from the bottom right, with 'h' written below it. The entire equation is enclosed in a red rectangular box.

127

128 P : en physique, normalement vous avez vu cette semaine ou la semaine dernière la loi d'Ohm c'est très proche de la formule de la vitesse, vous avez la résistance que vous exprimez en fonction de l'intensité et de la tension et vous pouvez aussi écrire la tension comme étant le produit de l'intensité et de la résistance et là c'est pareil, on peut écrire la vitesse, on peut l'écrire le quotient de la distance par le temps. Nous allons pouvoir aussi l'écrire comme ça $v = \frac{d}{t}$. On va chercher d par exemple. Qu'est-ce que je fais ici le t qui est ci m'embête finalement. Je vous rappelle quand on fait une équation le but c'est d'isoler l'inconnu ici c'est d, on essaie d'isoler, ici on a d divisé par t,

129 Valentin : on enlève t.

130 P : on enlève t, je suis d'accord mais dans certaines manières on peut le faire comme ça.

131 Valentin : on additionne ?

132 Amaury : en ligne

133 P : non.

134 Valentin : on divise ?

135 P : il nous reste qu'on...

136 Valentin : on multiplie.

137 P : on multiplie quoi ?

138 Amaury : par d

139 P : par t. si on multiplie par t le t ici simplifie, il faut que vous arriviez par quoi multiplier pour avoir la simplification. Là, on a bien cette formule qui dit que vitesse fois temps c'est égale à la distance. C'est normal, par exemple, si on a 10 km divisé par 10h remultiplier par 10h, on va avoir la simplification 10 km. Il y a une autre façon de voir ce calcul-là, vous avez $v = \frac{d}{t}$ on sait que v divisé par 1 et quand on a deux fractions sont égales, qu'est-ce qu'on peut dire ?

140 Es ; ça fait 1

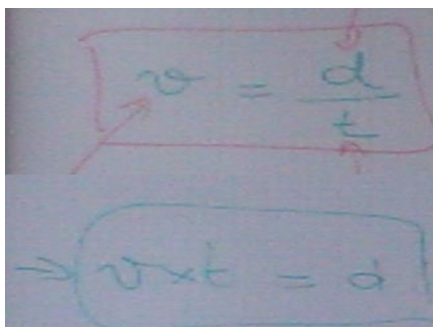
141 P : ça veut dire quoi ça fait 1 ? on a deux fractions égales, je vous donne un indice proportionnalité,

142 Amaury : c'est proportionnel

143 P : ah oui, je dis proportionnalité, c'est proportionnel, je confirme le français.

144 Valentin : on peut faire $v \times t$ et $d \times 1$?

145 P : $v \times t = d \times 1$. En fait, ça revient à la loi d'Hom. Donc, là on a deux formules.



The image shows two handwritten mathematical formulas on a whiteboard. The top formula is $v = \frac{d}{t}$, enclosed in a red rectangular box. Red arrows point from the variables v , d , and t to the right. The bottom formula is $v \times t = d$, enclosed in a blue rectangular box. A blue arrow points from the variables v and t to the right.

146

147 P : Donc, là je cherche la vitesse et j'ai le temps et la distance. Ici, je cherche la distance, j'ai la vitesse et le temps.

148 Valentin : et si on cherche le temps !

149 P : on cherche quoi ? le temps

150 Valentin : oui $v \times d$?

151 P : vérifions avec tes unités, la vitesse ce sont des kilomètres divisés par des heures, je multiplie par des kilomètres est-ce que j'obtiens des heures ?

152 Valentin : oui.

153 P : ce n'est pas ça, ce n'est pas ça non plus. Amaury !

154 Amaury : km/h divisé par km

$\frac{km}{h}$
155 P : $\frac{h}{km}$ il fera combien ce calcul ?

156 Valentin : ça fait km.

157 P : comment ça ?

158 Valentin : d'abord on ajoute 1 pour h ça fait

159 P : est-ce que ça fait km ?

160 Valentin : bah oui.

161 P : bah non ça fait $\frac{km}{h^2}$

162 Amaury : il ne faut pas compliquer les choses.

163 Valentin : la vitesse c'est km divisé par h

164 P : oui km divisé par h.

165 Amaury : le temps c'est km par h.

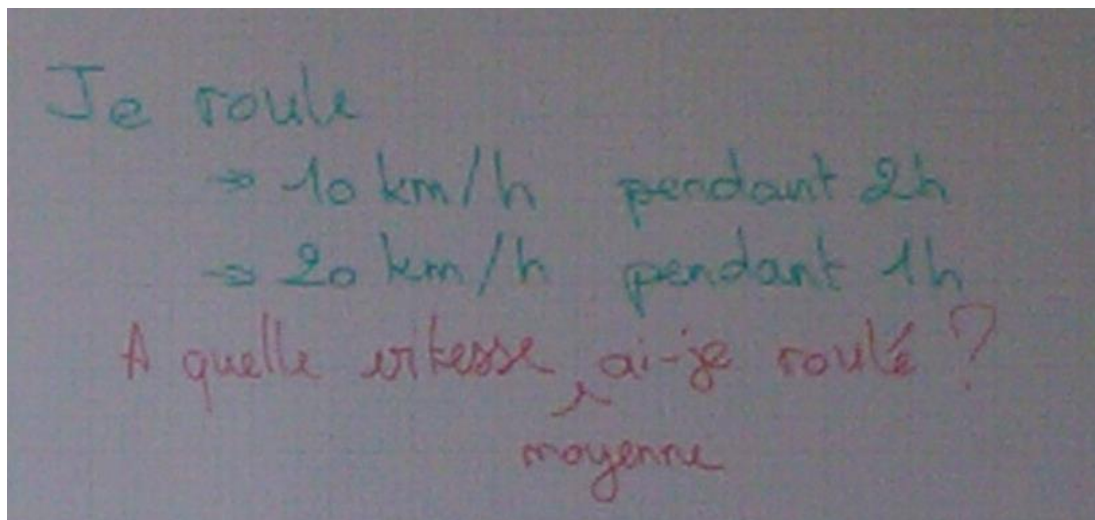
166 Valentin : tu veux chercher le temps.

167 Amaury : oui.

168 P : on a des heures, on va relancer l'exercice plutôt, on va revenir après. Sinon, on va passer trois jours. On va prendre l'histoire d'un vélo : je roule dans un premier temps à 10 km/h pendant 2h après je roule à 20km/h pendant une heure. Je vous laisse réfléchir un petit peu sur cet exercice.

169 Valentin : on cherche ?

170 P : bah oui. À quelle vitesse, ai-je roulé ? à quelle vitesse moyenne ? Je ne marque pas de question !



171

172 Valentin : mais Monsieur pas 10km, aller on cherche qui ?

- 173 P : comment on peut calculer une vitesse ?
- 174 Amaury : vraiment je ne sais pas moi ?
- 175 P : c'est marqué au tableau, pour calculer la vitesse, on a besoin de la distance parcourue et dans combien du temps ?
- 176 Valentin : là c'est 10 km
- 177 P : je ne sais rien ? tu as fini ?
- 178 Valentin : oui, fin, je pense
- 179 P : tu peux m'expliquer ?
- 180 Valentin : oui.
- 181 P : qu'est-ce que tu vas chercher ?
- 182 Valentin : la vitesse.
- 183 P : ok. Et tu travailles comment ? quelle est ta réflexion ? comment tu va avancer ?
- 184 Valentin : on va diviser par 2
- 185 P : pourquoi ?
- 186 Valentin : parce qu'on deux heures.
- 187 Amaury : 10 km/h c'est-à-dire pour une heure on a fait 10 km et pour deux heures on fait 20 km et en moyenne c'est 10 km/h.
- 188 P : c'est que je pense qu'Amaury c'est un peu plus clair dans sa tête parce qu'il comprend que pour calculer la vitesse, ce qu'on cherche, il faut savoir quelle est la distance parcourue et combien de temps. Ici sous-entendu, je te demande combien de km ai-je parcouru et pendant combien de temps ? combien de temps ce n'est pas très dur.
- 189 Valentin : c'est ... ?
- 190 P : oui, en total ça fait 3 h. dans le premier cas. Et quelle est la distance ? on est obligé de déterminer la distance qu'on a parcourue pour les deux premières heures et quelle est la distance parcourue pour la dernière heure ? comme ça tu auras la durée totale et la distance totale et ça te donneras la vitesse moyenne sur l'ensemble de parcours.
- 191 Es : ok.
- 192 P : ça va ? ça y ira ? là ça sera le travail sur le prochain chapitre et pas que sur la vitesse, la distance et le temps. Donc, la première chose à faire c'est .. ?
- 193 Valentin : au tableau ?
- 194 P : qu'est-ce que tu cherche vraiment dans le premier temps ? on veut que tu nous explique comment procéder.

195 Valentin : en fait, on va chercher la vitesse moyenne qu'on a parcourue pendant 3 heures.

196 P : ok, la durée totale c'est 3 heures, il n'y a pas que la durée totale, il faut aussi ?

197 Valentin : la distance parcourue.

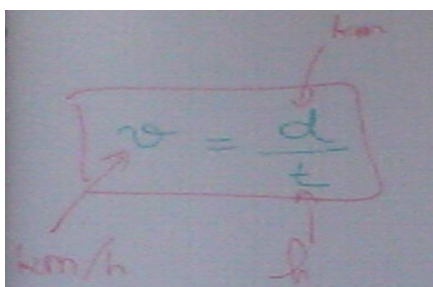
198 P : il faut aussi la distance parcourue. Ici, on va chercher la distance parcourue de deux premières heures, ça c'est la première étape, je vous laisse marquer.

199 Amaury : 20 km

200 Valentin : 10 divisé par 2

201 P : pourquoi 10 divisé par 2 ?

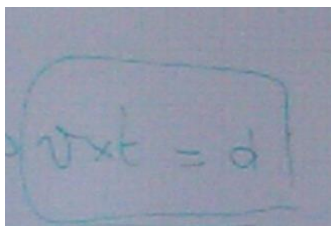
202 Valentin : parce qu'on cherche ça la vitesse



A handwritten equation $v = \frac{d}{t}$ is shown in blue ink on a white background. The equation is enclosed in a red rectangular box. A red arrow points from the word 'km/h' written below the box to the variable 'v'. Another red arrow points from the word 'h' written below the box to the denominator 't'. A red arrow points from the word 'km' written above the box to the numerator 'd'.

203

204 P : on va chercher la distance dans un premier temps ça



A handwritten equation $v \times t = d$ is shown in blue ink on a white background. The equation is enclosed in a blue rounded rectangular box.

205

206 Valentin : oh, mince. $10 \times 2 = 20$

207 P : là c'est bien 10 km/h fois 2 h et ça fait 20 quoi ?

208 Valentin : 20 km.

209 P : ce sont des kilomètres. On a bien parcouru 10 km/h pendant deux heures et ça fait 20 km. La première heure, on a fait 10 km et la deuxième heure, on a fait 10 km aussi.

210 Valentin : en deux heures, on fait 20 km.

211 P : par exemple.

212 Amaury : je fais la deuxième étape ?

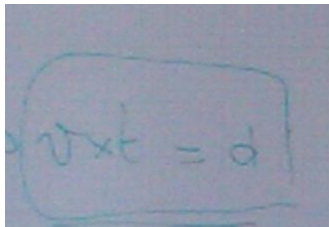
213 P : tu viens au tableau.

214 Amaury : oui.

215 P : donc pour les deux premières heures, on a calculé qu'on fait 20 km, maintenant, on va chercher en une heure pour la dernière heure combien de km on fait ?

216 Amaury : on roule 20km/h pour une heure donc 20×1

217 P : d'accord, tu étudies cette formule :



218

219 Amaury : oui.

220 P : 20 km/h pendant une heure, ça fait 20 km. Donc, pour la dernière heure, on a fait 20 km aussi. Donc, quelle est la distance qu'on a parcourue ?

221 Amaury : 40 km.

222 P : 40 km, on l'a fait dans combien de temps ?

223 Amaury : 3 heures. C'est ça qu'il nous demande ?

224 P : ce n'est pas tout à fait fini. On sait qu'on a fait /

225 Amaury : bah oui, il faut la vitesse moyenne.

226 P : oui, on sait qu'on a fait donc 40 km, ces 40 km on les a faits en 3 heures. Donc, la vitesse, on a une formule pour la vitesse c'est la distance divisée par temps. Donc on a 40

227 Amaury : on peut faire autrement pour calculer la vitesse moyenne.

228 P : pour calculer la vitesse moyenne c'est ce qu'on fait. Vous proposez quoi ?

229 Amaury : ça serait en fait de se dire qu'en 2 heures on fait 20 km en 10km/h et en une heure 20 km, ça ne peut pas être la moitié, ça ne peut pas être 15 ?

230 P : pourquoi 15 ?

231 Amaury : parce qu'on a roulé une heure à 20 km et deux heures à 10km.

232 P : en fait ça revient à ce qu'on avait dit dans le chapitre précédent.

233 Amaury : ça peut être entre 10 et 15

234 P : non.

235 Amaury : 12,5

236 P : non, c'est pareil. Ici, soit vous le voyez comme une moyenne pondérée (chapitre précédent), c'est-à-dire qu'on a 10 km/h et coefficienté par 2h, on fait 2h à 10 km/h, 10 coefficient 2 et 20 coefficient 1 ou alors vous allez calculer,

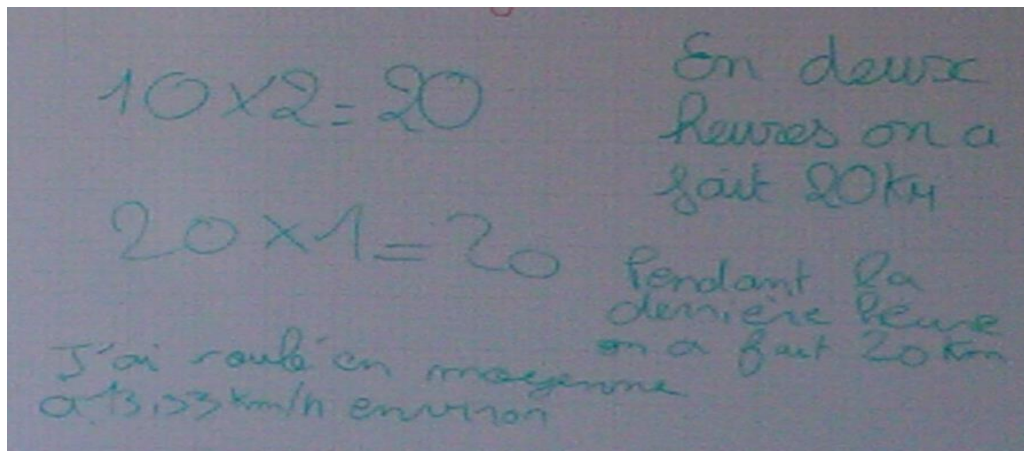
vous avez fait 40 km pendant 3 heures, 40 km en 3 h ça fait combien de km/h ?
je pense que tu aurais besoin d'une calculatrice.

237 Valentin : on ne peut pas diviser en tête ?

238 P : ça ne tombe pas juste.

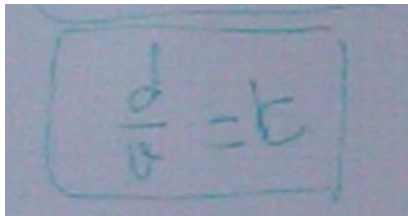
239 Valentin : 13, 33

240 P : donc, 13,33. Donc, en fait, on a fait 13,33 km/h de moyenne. Vous comprenez un peu le mécanisme, on cherche la distance totale parcourue, la durée totale pour faire le parcours et pour faire ça on a besoin de travailler par étapes, on ne peut pas déterminer directement la distance totale parcourue, fin, dans l'énoncé proposé en tout ce cas. J'ai roulé en moyenne à 13, 33 km/h environ ça a arrondi.



241

242 P : c'est juste pour revenir à la dernière formule qu'on a marqué :



243

244 P : on va juste vérifier que si on divise des km par des km/h, on trouve bien des heures. Par exemple, la distance nous donne en km.

245 Valentin : elle fait 40 km

246 P : on n'est plus dans l'exercice, on revient à cette formule.

247 Valentin : oui.

248 P : on la divise par une vitesse qu'elle est en km/h, $\frac{\frac{km}{km}}{h}$ comment je fais ce

calcul ?

249 Valentin : déjà, il faut ajouter un 1 au km.

250 P : où ça ? km au numérateur ou dénominateur ici ?

251 Amaury : numérateur

252 Valentin : dénominateur.

253 P : si on prend juste ça (*professeur cache par sa main le dénominateur* $\frac{km}{h}$)

254 Valentin : c'est le diviseur.

255 P : c'est le numérateur, là où c'est juste comme marquer km divisé par 1 c'est

pareil. $\frac{km}{1}$ comment on fait le calcul de cette fraction Amaury ! là on fait la

division de deux fractions, cette fraction-là ($\frac{km}{1}$) et cette fraction-là ($\frac{km}{h}$) allez les fractions au début d'année.

256 Valentin : $\frac{km}{1} \times \frac{h}{km}$

257 P : ça c'est des heures par kilomètres ?

258 Valentin : oui.

259 P : on simplifie par km

260 Valentin : ça fait une heure

261 P : ça reste des heures et trouve bien une durée, un temps. Cette formule, on l'a pas marquée encore c'est pour le prochaine chapitre mais si vous cherchez une vitesse : distance divisée par temps, si vous cherchez une distance : vitesse fois temps et si vous cherchez un temps : distance divisée par vitesse. Dans un premier instant ici, on va commencer à chercher quelle est la distance parcourue ici et puis la distance parcourue ici et ça nous donne la distance totale qu'on va diviser par le temps total. Donc, on a 20 km dans un premier temps et 20 km dans un deuxième temps dans durée totale 3 heures donc 40km en 3 heures et ça fait 13,33 km/h.

3. Entretien *a priori* et *a posteriori*

C : Est-ce que les élèves qui assistent aux cours d'aide sont des bons élèves, des moyens ou des élèves faibles ?

P : ça dépend, par exemple Amaury, il est en gros difficulté, toute l'année, il a un moyen autour de 2, 3. Par contre, Valentin est plutôt un bon élève. En fait, ça ne me dérange pas que les bons élèves viennent en aide du coup les élèves qui sont en gros difficulté et qui ne veulent pas travailler je ne les oblige pas, c'eux qui voient.

C : pourquoi tu n'as pas fait comme dans l'autre groupe d'aide ?

Ça dépend leurs questions c'est eux qui m'ont demandé de travailler sur la vitesse. De plus, eux, ils ont un cours de plus par rapport aux quatrièmes que tu as vu dans l'autre groupe. Du coup, la vitesse on n'en a pas parlé encore beaucoup avec eux. Donc, on va travailler tout à l'heure sur cet exercice avec la classe à laquelle appartient les élèves de première heure en aide.

1. Entretien *a priori*

C : quelles sont les erreurs à voir dans la classe à ton avis ?

P : là, il y aura un problème sur la vitesse, comment trouver la moyenne ? Dans un premier temps, je vais demander de calculer une moyenne, on pourrait calculer comme une vitesse A et une vitesse B puis on fait la moyenne directement de deux vitesses. Ça va nous donner la même réponse. Celle d'après ils ne vont pas faire pareil, du coup, ils vont se tromper. Ça va être une erreur je pense. Après, ça dépend de ce qu'on va faire, on va faire un peu de cours.

C : comment tu va traiter ces erreurs-là ?

P : je vais essayer soit de donner un contre-exemple, déjà je vais regarder si tout le monde s'est trompé ou pas parce que s'il y en a qui trouve bien, bah je vais essayer de l'interroger pour montrer son point de vue. Après, j'essaie de leur donner un exemple flagrant dans la même manière, ils vont trouver forcément c'est faux.

C : s'il y a une erreur imprévue, qu'est-ce que tu fais et comment tu réagis ?

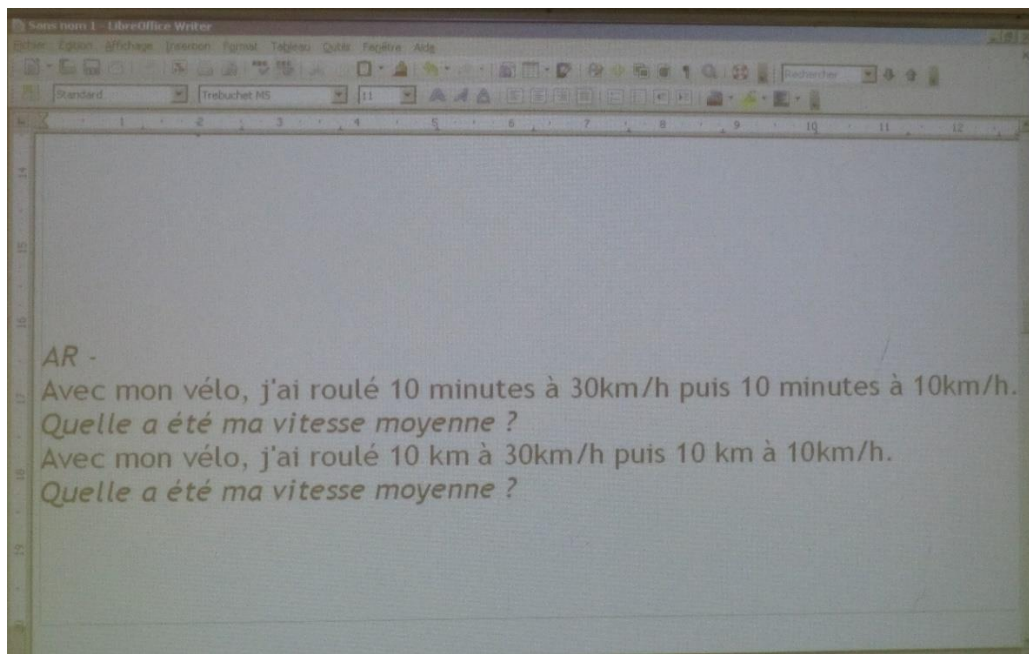
P : ça dépend de l'erreur, si c'est une grosse erreur catastrophique. Mais si c'est une petite erreur de style ne pas mettre le crochet au segment, je leur dis ça vous paraît correcte ? mais là, des fois, j'essaie de faire rebondir eux sur les erreurs marquées au tableau mais des fois je fais exprès des erreurs aussi. J'oublie de mettre des crochets, ça vous va ce qui est mis au tableau ? oui, non ça ne va pas.

C : tout à l'heure, tu as insisté pour que les élèves mette un chapeau sur le sommet ou le point M alors qu'il a été précédé par le mot angle, est-ce ça vaut le coup ?

P : oui parce que sinon, c'est-à-dire le mot angle suivi par un point.

2. Transcription de de la séance

- 1 P : sortez vos cahiers. Notez l'exercice. Allez au boulot. 2 :21



2

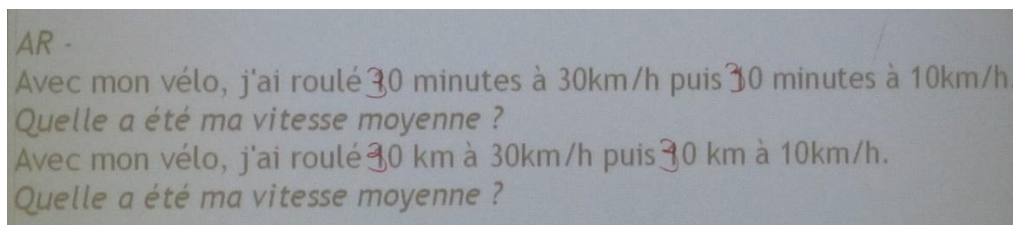
- 3 P : quelqu'un lit l'énoncé s'il vous plait. 3 :27

4 E : avec mon vélo, j'ai roulé 10 mn à 30 km/h puis 10 mn à 10 km/h. quelle a été ma vitesse moyenne ?

5 P : c'est la première question, la deuxième question.

6 E : Avec mon vélo, j'ai roulé 10 km à 30km/h puis 10km à 10km. Quelle a été ma vitesse moyenne ?

7 P : donc juste je vais changer un petit peu l'énoncé pour que le calcul soit plus facile.



8

9 P : vous constatez que les deux questions sont à peu près les mêmes. Allez à vous de jouer.

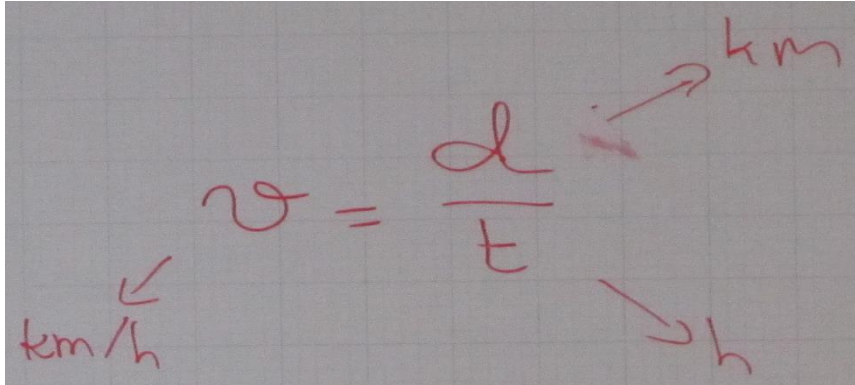
10 P : on se rappelle, qu'est-ce qu'on a dit hier ?

5 :39

Comment on peut calculer une vitesse ? Quelle est la formule qui permet de calculer la vitesse ?

11 E : distance divisée par temps $v = \frac{d}{t}$

12 P : très bien.



A photograph of a hand-drawn formula on a grid background. The formula is $v = \frac{d}{t}$ written in red ink. Three arrows point from the variables to their respective units: an arrow from 'v' points to 'km/h', an arrow from 'd' points to 'km', and an arrow from 't' points to 'h'.

13

14 P : un moyen technique pour s'en rappeler. La vitesse, on peut l'exprimer en km/h et la distance en km et le temps en heures. Le slash ici c'est bien pour présenter une barre de fraction.

15 E : du coup, pour trouver la vitesse moyenne, on additionne les 30 et 10 km/h ?

16 P : peut être ! moi, je vous suggère si on a une vitesse à calculer d'utiliser la formule. Maintenant, je veux que vous réfléchissiez 2, 3 minutes. / le travail n'est pas optionnel, vous êtes ici pour travailler, si vous ne travaillez pas vous ratez une heure d'école. .../ allez je vous écoute. On va prendre la première question d'abord. Je roule mon vélo 30 mn à 30km/h puis je roule 30 mn à 30km/h. donc, là, je vous rappelle pour déterminer la vitesse, il fallait savoir quelle est la distance qu'on a parcourue et dans combien de temps ? dans le premier calcul, on a roulé dans combien de temps ?

17 E1 : une demi-heure

18 P : ici, on a roulé une demi-heure ? (*il veut dire dans la première question*)

19 E2 : une heure

20 P : oui, d'abord, on a roulé 30 mn puis on roulé 30 mn après. Donc ça ce n'est pas très dur encore. Donc, dans le premier cas, on a roulé pendant une demi-heure. Je vous rappelle pour trouver la vitesse, il faut déterminer aussi quelle distance on a parcourue.

21 E : comme on a roulé 30mn c'est la moitié d'une heure donc la moitié de 30 km c'est 15 km. Donc, on a roulé 15km pour la première fois et 5 km pour la deuxième fois.

22 P : très bien. On a roulé une demi-heure à 30 km/h. donc, nécessairement si on fait une heure on fait 30 km, on a roulé deux fois moins le temps donc on a fait

deux fois moins de km. Dans la première phase, ici, on roulé 15km. Est-ce que ça va pour tout le monde ?

23 Es : non.

24 P : alors, une heure c'est 60 mn on est d'accord ? 1h =60 mn ça va ?

25 Es : oui.

26 P : pour une heure on a fait 30 km, on va avoir le temps t et pour avoir la distance d

t	1h = 60 min	30 min
d	30	15

27

28 P : On sait que c'est proportionnel donc, ici, j'ai 60 mn et là 30 mn quelle est la distance que j'ai parcourue ?

29 Es : 15.

30 P : c'est un tableau de proportionnalité ici

31 E : oui.

32 P : on a divisé par 2 la durée, donc nécessairement, ici on divise par 2 aussi. Selon la vitesse constante, en une heure on fait 30 km si on roule à la même vitesse deux fois moins le temps, on fait moins deux fois de km. Ça c'était pour la première phase.

t	1h = 60 min	30 min
d	30	15

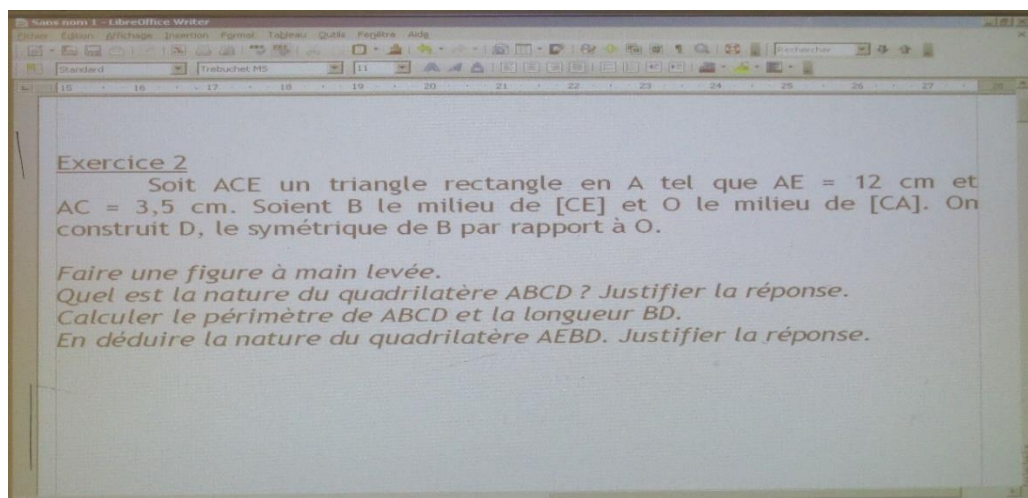
33

34 P : ensuite, on roule 30mn à 10 km/h. Mickael nous a dit ça fait 5km en utilisant le tableau de proportionnalité, est-ce que quelqu'un peut nous expliquer comment on a fait ? ici on a déterminé que si on roulait 30 mn à 30km/h, on fait 15 km. On fait la même expérience à 10 km/h et Mickael nous a dit 5 km. Avec un tableau de proportionnalité comment on peut trouver ces 5 km ?

35 E : on remplace 30.

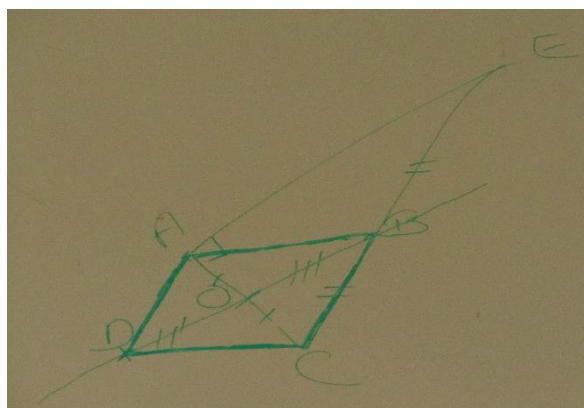
- 36 P : quel 30 ?
- 37 E : 30 km.
- 38 P : oui, 30 km. On remplace par.. ?
- 39 E : on remplace par 10.
- 40 P : exactement. Parce qu'ici à une heure soit soixante minutes, on aura fait 10 km par conséquent deux fois moins de temps on aura fait deux fois moins de km. Donc, ici, c'est clair pour tout le monde ? A 30km/h on a fait 15 km et 10 km/h on a fait 5 km. On se rend compte en roulant 3 fois moins vite pendant le même temps, pas forcément on fait trois fois moins de distance. Donc, en résumé, en une heure de temps, on a fait 20 km. Alors, c'est quoi la vitesse moyenne ? Mickael !
- 41 Mickael : 15 km divisé par 60, ah, 20 km divisé par 60 mn.
- 42 P : dans ce cas-là, tu voudrais la vitesse en km par minutes. Souvent km/h on divise par une heure. Donc, on utilise la formule qui nous dit la vitesse c'est la distance divisée par le temps. La vitesse est en km/h donc la distance est en km et le temps est en heures. Distance on a 20 km, le nombre d'heure c'est une heure donc $20/1$ c'est la vitesse moyenne. De la même manière vous faites la deuxième également. Est-ce qu'il y a des questions ici ? Maintenant, on fait celui-ci.
- 43 Emma : je n'ai pas compris.
- 44 P : les autres, vous continuez. Emma, tu es d'accord que là, on a roulé une demi-heure, une demi-heure ?
- 45 Emma : oui
- 46 P : bah oui, ça c'est le plus simple. On a calculé que pendant cette période-là de 30mn, on a fait 15 km, comment on a fait ? on a dit, en une heure je fais 30 km donc en une demi-heure je ferai la moitié de 30 km et ça fait 15 km. D'accord ? en deux fois moins de temps qu'une heure ça fait la moitié de 30 km, 30 divisé par 2 ça fait 15 km. De la même manière ici, je roule une demi-heure à 10km/h, si j'avais roulé une heure je fais 10 km, je ne roule qu'une demi-heure, j'ai fait deux fois moins de km et ça fait 5. D'accord ? au total, j'ai fait $15 + 5 = 20$ km, j'ai fait 20 km en une heure donc 20 km/h en moyenne.
- 47 P : circule entre les rangs. je vous écoute, on fait comment ? Mickael !
- 48 Mickael : comme la première fois, il a fait 30 km à 30 km/h, ça a duré une heure.
- 49 P : il y a 30 km à 30 km/h, ça a pris combien de temps ? bah ça a pris une heure.
- 50 Mickael : et la deuxième fois, il a fait 30 km à 10 km/h, ça veut dire 3 heures.
- 51 P : en une heure, il fait 10 km, en 2 heures, il aura fait 20 km et en 3 heures, il aura fait 30 km. Donc, ici, il faut une heure pour faire 30 km (premier cas) et ici il faudra 3 heures.
- 52 E : c'est bizarre.

- 53 P : Bah c'est normal, si tu vas moins vite, tu mets plus de temps pour faire quelque chose. Par exemple, tu as plus de temps pour faire ton exercice par rapport à ce qui était vraiment nul. Donc, à 30 km/h, j'ai fait 30 km, ça fait une heure donc au total cette petite escapade fait combien de temps ?
- 54 Es : non réponses
- 55 P : une heure, puis 3 heures. Donc, ça fait 4 heures. Ainée, j'ai roulé dans combien de temps ? non combien de km ?
- 56 Ainée : 40 km.
- 57 E : non, 60 km
- 58 P : oui, 60 km, comment je fais ici ?
- 59 E : il faut diviser la distance.
- 60 P : la vitesse c'est la distance divisée par le temps, c'est-à-dire la distance 60km, le temps est 4 heures $60 : 4$ ça donne ?
- 61 E : 4.
- 62 P : on se rappelle divisé par 4 c'est comme d'abord divisé par 2 puis divisé par 2. Donc en moyenne, dans cette partie-là, j'ai roulé à 15 km/h. Est-ce que vous avez des questions ? Donc, ce travail-là sera l'objet de prochain chapitre, on reviendra largement dessus. Pour aujourd'hui vous avez des exercices à faire ?
- 63 Es : non.
- 64 P : ah non c'est vraiment vous êtes partis rapidement hier. Sortez une feuille pour faire l'exercice 1. Sur cette petite feuille, vous avez une figure, donc on a fait l'exercice 1 et vous faites l'exercice 2. Vous avez de la chance, on a un exemplaire là sur l'ordinateur. Si je n'ai pas le silence dans 2sc, je vous le fais écrire sur une feuille et je la ramasse.



- 65
- 66 E : c'est quoi à main levée ?

- 67 P : c'est sans instruments./donc vous avez gagné tout le monde sort une feuille.
- 68 E : et qu'est-ce qu'on fait ?
- 69 P : justement tu ne fais rien. Allez vous sortez une feuille.dans 5 mn, j'envoie quelqu'un au tableau pour le faire.
- 70 Mickael : est-ce que je peux utiliser l'équerre ?
- 71 E : c'est à main levée.
- 72 P : oui, c'est à main levée.fais moi voir, ta figure est bien à main levée. *Le professeur circule entre les rangs et donne des conseils aux élèves pour bien dessiner la figure.* Mickael, relis bien la phrase. D est symétrique par rapport à O. Allez Roman. Aller pour l'instant tu commence par la figure.
- 73 Romain : Monsieur, est-ce que c'est bon ?
- 74 P : allez, vous asseoir merci. Est-ce que vous êtes d'accord avec la figure qu'a faite Romain ?
- 75 Es1 : oui.
- 76 Es2 : il manque quelque chose.
- 77 P : il manque un truc, tu nous dis où ça ?
- 78 *Un élève complète la figure de Romain ...* 40 :44



- 79
- 80 P : je vous écoute, le parallélogramme ABCD, quelle est sa nature ?
- 81 Es : ce n'est pas un parallélogramme. Un quadrilatère.
- 82 P : quelle est la nature de quadrilatère ABCD ?
- 83 Mickael : un losange.
- 84 P : pourquoi c'est un losange ?
- 85 Mickael : parce qu'.....(inaudible)
- 86 P : je n'arrive pas à entendre qu'est-ce qu'il a dit. Ici, on a un parallélogramme et les diagonales se coupent en leur milieu,

- 87 Mickael : c'est perpendiculaire l'une à l'autre.
- 88 P : en plus, elles sont perpendiculaires. Est-ce qu'on est sûr qu'elles sont perpendiculaires ?
- 89 Mickael : bah oui.
- 90 P : pourquoi ? aller, il y a une raison.
- 91 E : parce qu'il y a un angle droit.
- 92 P : oui, c'est un angle droit très bien. Pourquoi c'est un angle droit parce que c'est perpendiculaire pourquoi c'est perpendiculaire parce qu'il y a un angle droit.
- 93 Mickaël : comme c'est un angle droit, AC c'est forcément droit donc c'est perpendiculaire à DB, non ?
- 94 P : pas forcément. Il y a une raison ici. Qu'est-ce qu'on sait sur le point B ?
- 95 E : c'est le milieu de [EC].
- 96 P : qu'est-ce qu'on sait du point O ?
- 97 E : c'est le milieu de [OC], non, [AC].
- 98 P : ça ne vous rappelle rien ! d'une hypothèse ?
- 99 E : ... inaudible.
- 100 P : parlez très fort.
- 101 E : le théorème de la droite des milieux.
- 102 P : qu'est-ce que nous dit le théorème de la droite des milieux ? il dit deux choses.
- 103 Mickaël : il y a une égalité des rapports
- 104 P : c'est la généralisation.
- 105 Mickael : oui, si/
- 106 P : si on a deux milieux ici/
- 107 Mickael : si on a deux milieux ici ça sera forcément parallèle
- 108 P : ces deux droites-ci ?
- 109 Mickael : forcément parallèles.
- 110 P : elles seront parallèles. On a une information en plus, on sait que cette longueur-là OB c'est la moitié de cette longueur-là AE . Comme on a des milieux, on en déduit un parallélisme ici. Et ce parallélisme-là comme là on a un angle droit, la droite (AE) est perpendiculaire à la droite (AC) et comme (AE) et (DB) sont parallèles, c'est ça qui va nous donner cet angle droit ici. Donc, on a deux diagonales qui se coupent en leur milieu et il y a un angle droit donc c'est bien un losange. Rapidement, on ne va pas faire ça, on va faire directement la dernière

question. Vous vous rappelez ce que j'ai dit par rapport à ce segment [AE] et ce segment [BO]?

111 E : ils sont parallèles.

112 P : oui, ils sont parallèles, autre chose.

113 Mickael : $BO \times 2 = AE$

114 P : très bien. $BO \times 2$, en fait on sait que si on coupe ce segment [AE] en deux donne la moitié on va voir ça. Donc, on sait que AE et BD, ils sont de même longueur. Là, on a deux segments parallèles et de même longueur.

115 E : c'est un parallélogramme.

116 P : oui, c'est un parallélogramme. Pour demain, vous faites l'exercice 3 de la feuille.

3. Entretien *a posteriori*

C : pourquoi tu as modifié les chiffres dans l'énoncé ?

P : pour faciliter le calcul. Ça leur évite de faire des calculs plus complexe, divisé par 6 surtout, ils vont travailler avec la calculatrice, j'essaie de les entrainer un peu au calcul mental.

C : est-ce que tu t'intéresses à la recherche des origines des erreurs de tes élèves ?

P : oui, c'est un peu plus flagrant quand on fait la correction des copies comme on a vu tout à l'heure, $2x$ et x^2 , c'est tout quand on voit régulièrement les copies, c'est bon si Romain comprend pourquoi il y a des erreurs. Ce que je trouve fréquemment, oui

C : les nombres décimaux, comparer deux nombres décimaux ?

P : ça, ça va, pas très dur pour eux. Le fait que je refasse recalculer tout de tête, ils voient finalement ce n'est pas de nombres décimaux, souvent quand ils ont des calculs, par exemple si ça avait été $70 \frac{1}{3}$, je leur dis $70 \frac{1}{3}$ c'est la valeur exacte.

C : dans le cours d'aide, j'ai remarqué que tu t'appuies plus sur les nombres entiers pas de décimaux pourquoi ?

P : ça dépend parce qu'avec le cosinus, je sais que je l'ai appris par cœur, 37° , 53° donc 5, 4, 3 les mesures des longueurs de cotés d'un triangle. Ça tombe à peu près juste. 53,1 et 36,9

C : combien de genres d'erreurs tu connais ?

P : en fait, c'est bizarre, mais c'est souvent les mêmes erreurs qui apparaissent par exemple tout à l'heure avec les cinquièmes, j'ai refait calculer l'aire d'un carré d'un côté qui faisait de 20 mètres, l'erreur classique, calculer l'aire, ils vont me répondre 80 m, parce qu'ils confondent avec le périmètre. C'est le problème type de définition, ils ne savent pas qu'est-ce que c'est une aire et un périmètre, c'est ça leur erreur typique. Est-ce qu'on met l'unité m ou m^2 .

C : comment tu fais pour corriger cette erreur typique, la confusion aire/périmètre ?

P : de mémoire, ce genre d'erreur, on voit en primaire pour moi c'est assez vieux, je pense qu'on n'aura pas suffisamment montré des exemples concrets, il y a un exemple typique qui circule pas mal dans les salles des professeurs : j'ai tant de mètres de grillages et tant de graines de pelouse à mettre dans mon jardin, combien il faut de graines, en sachant qu'on donne d'où ils partent. Et pas mal d'erreurs ça sort. Je n'ai pas de reculs pour t'expliquer.

C : comment corrige-t-on une erreur ?

P : ce qui est intéressant d'autant préférable que soient les élèves qui corrigent les autres élèves parce que déjà ils comprennent, fin, l'élève qui s'est trompé comprend que ce n'est pas insurmontable pour le faire parce qu'un autre élève a réussi. Et ça se passe peut-être mieux avec des mots d'enfants.

C : est-ce qu'il y a un genre d'erreurs que tu laisses passer sans corriger ?

P : en règle générale pas trop. La plupart de temps c'est moi qui les corrige, c'est un défaut que j'ai. Mais je ne les laisse pas passer ou c'est moi qui ne l'ai pas vue. C'est possible, honnêtement, je ne dis pas que c'est impossible, je ne laisse pas passer sans faire exprès. Par exemple, tout à l'heure, Etienne, tu as pris une photo de son cahier. Justement, elle a fait 60 divisé par 4, elle imagine 20, je n'ai pas capté tout de suite, et je me dis : attends, ce n'est pas la réponse qui n'était pas... pour moi la réponse juste, ce n'était pas la même que la première question. Je me disais que c'est bizarre. Je l'ai interrogée après, elle se rend compte qu'elle s'est trompée, je lui dis : tu es sur ?

C : selon la typologie d'Astolfi, cette erreur due à une notion mal installée.

P : oui ça peut être ça, parce qu'en fait il ne sait même pas qu'est-ce que c'est une aire.

C : est-ce que tu as déjà entendu d'un problème qui s'appelle l'âge de capitaine ?

P : oui. Un énoncé qui n'a rien à voir avec la réponse, je me rappelle bien.

C : Astolfi dit que cette erreur relève d'un problème de contrat didactique, est-ce que tu en as déjà entendu parler ?

P : oui, il y a longtemps, je me rappelle plus.

C : en fait, c'est intéressant, parce que Astolfi dit que cette erreur due à un mauvais décodage de contrat didactique c'est-à-dire que les élèves inventent des règles, notamment l'utilisation des toutes les données, il y a une seule réponse, etc.

P : oui, effectivement, les élèves, ils attendent à avoir une réponse grâce aux informations données. J'ai déjà fait un problème avec plein d'information, une quinzaine et j'avais deux informations utiles pour trouver la réponse. Ça les a perturbés quoi !

C : comment tu prépares le cours par rapport aux erreurs ?

P : la plupart de temps, je pense que ça vient avec l'expérience. On repère mieux les erreurs. Par exemple, en M1 et en M2 on avait des cours de type didactique des mathématiques, notamment sur l'analyse *a priori* des exercices. On a travaillé pas mal sur ça. Analyser le problème, d'où peut venir l'erreur ? Par exemple comme l'histoire d'emploi de cosinus, pour nous on sait où il faut utiliser le cosinus mais pour les élèves sont deux choses distinguées. Mais là au final sont deux choses qu'on résout pratiquement pareil quand on a les reculs nécessaires. On apprenait aussi en cours à bien guider les élèves à repérer les erreurs, par exemple quand un élève marque qu'un

cosinus = $\frac{5}{4}$. Il sait bien et il a marqué ça dans son cahier que le cosinus est compris entre 0 et 1, en quatrième on apprend que le cosinus d'un angle aigu c'est tout.

C : normalement on distingue trois responsables de l'erreur, erreur due à un élève, à un enseignant et à un savoir, si je te pose une question, on a un triangle 6, 8, 14 déterminer l'angle ?

P : ce n'est pas un triangle rectangle.

C : ce n'est même pas un triangle.

P : je n'étais pas capable de voir qu'il n'était pas triangle.

C : même les enseignants se trompent des fois.

Annexe 3 : Documents du chapitre VII

Les cours du F_p

1. Séance 1

2nde A - Lundi 26 Novembre 2012 - **Mathématiques DS03** - NOM : _____
Durée : 1h

NB : L'usage de la calculatrice est autorisé. Les exercices peuvent être abordés dans n'importe quel ordre à condition d'être clairement numérotés. Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.

NE PAS OUBLIER DE REMETTRE L'ENONCE AVEC LA COPIE

Exercice 1 QCM (4 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est correcte.

Entourez-la clairement. Bonne réponse: 1 pt. Pas de réponse: 0 pt. Autres cas: -0,25 pt .

Question 1 : Quelle est la moyenne de la série statistique suivante

Valeurs	10	20	30	40
Fréquences	0,1	0,4	0,2	0,3

- a) 25 b) 26 c) 27 d) 28

Question 2 : Quelle est le premier quartile de la série de valeurs suivante : 1 - 2 - 4 - 4 - 4 - 5 - 5 - 6 - 10

- a) 2,25 b) 2,5 c) 3 d) 4

Question 3 : 18 des 30 élèves d'une classe sont des filles. Si l'on trace un diagramme circulaire pour représenter la répartition filles-garçons dans la classe, quelle va être la mesure du secteur angulaire représentant les garçons ?

- a) 72° b) 108° c) 144° d) 216°

Question 4 : Après un contrôle, un professeur de mathématiques établit le tableau des effectifs cumulés croissants associé à certaines des notes obtenues

Notes	0	...	5	..	10	...	15	...	20
Effectifs cumulés	2		8		13		19		25

Que peut-on affirmer ?

- a) 25 élèves ont obtenu 20
b) Exactement 10 élèves ont obtenu une note inférieure à 13
c) 6 élèves ont obtenu une note comprise dans l'intervalle $]10 ; 15]$
d) Les élèves qui ont obtenu 15 sont plus nombreux que ceux qui ont obtenu 5

Exercice 2 (8,5 points)

Deux machines (A) et (B) fabriquent des tiges en fer de diamètre théorique 25 mm. On contrôle le fonctionnement de chaque machine en prélevant un échantillon de 100 pièces au hasard dans la fabrication.

1) Pour la machine(A) , on a obtenu les mesures suivantes :

Diamètre (en mm)	24,1	24,3	24,5	24,7	24,9	25,1	25,3	25,5	25,7	25,9
Effectif	1	4	13	24	19	14	10	8	5	2
Effectif cumulé										

- Compléter le tableau ci-dessus, sans justifications
- Déterminer le mode, la moyenne, la médiane et les quartiles de cette série. Justifier.
- On estime que la machine fonctionne normalement si au moins 95% des diamètres des pièces sont dans l'intervalle $[\bar{x}-0,8; \bar{x}+0,8]$. Le fonctionnement de la machine A est-il normal ?

2) Certaines caractéristiques de l'échantillon de la machine B sont indiquées ci-dessous

	mode	moyenne	Min	Q1	Médiane	Q3	Max	Ecart interquartile	étendue
A									
B	25	25,1	24	24,5	25,1	25,3	26,5		

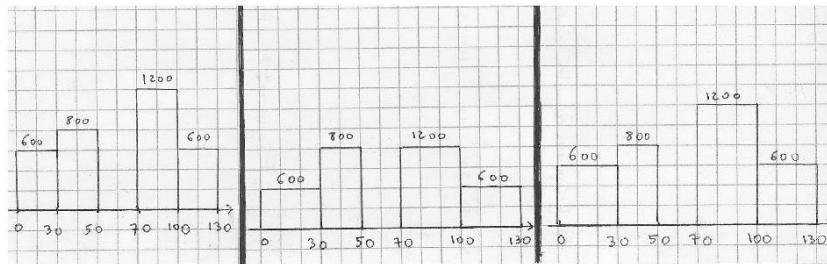
- Compléter le tableau. Aucune justification n'est demandée.
- Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
Justifier en utilisant dans chaque cas le ou les indicateurs statistiques les plus appropriés
 - Le diamètre le plus fréquent parmi les tiges produites par la machine A est inférieur au diamètre le plus fréquent parmi les tiges produites par la machine B
 - Les diamètres des tiges produites par B varient moins que ceux des tiges produites par A
- Laquelle des deux machines vous paraît la plus fiable ? Justifier.

Exercice 3 (7,5 points)

Sur une route on a relevé la vitesse en km/h de 5000 automobilistes.

Vitesse (km/h)]0 ; 30]]30 ; 50]]50 ; 70]]70 ; 100]]100 ; 130]
Effectif	600	800		1200	600
Fréquence	0,12				

- Compléter le tableau. (Aucune justification n'est demandée)
- On propose ci - après trois histogrammes (incomplets) pour représenter cette série statistique



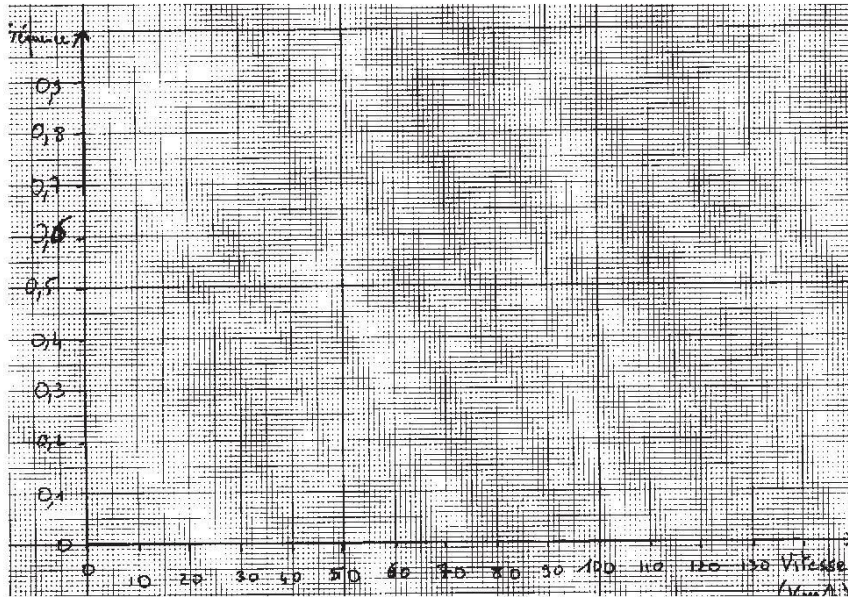
- Un seul des histogrammes est correct. Lequel ? Pourquoi ?
- Compléter cet histogramme.

3. Calculer la vitesse moyenne des automobilistes.

4. a) Remplir le tableau des fréquences cumulées croissantes ci-dessous

Vitesse	0	30	50	70	100	130
fréquence cumulée	0	0,12				1

b) Tracer dans le repère ci-dessous la courbe des fréquences cumulées croissantes



c) En utilisant le graphique (et en laissant apparaître les traits de construction), compléter les phrases suivantes

- i) La vitesse médiane des automobilistes est environ
- ii) Environ 25% des automobilistes ont une vitesse inférieure ou égale à
- iii) Si la vitesse est limitée à 90km/h sur cette route, il y a environ % des automobilistes qui sont en infraction.

Bonus

- a) Trouver une série statistique contenant cinq valeurs telles que mode = médiane = moyenne = étendue = 2
- b) Dans une entreprise de 12 salariés, le salaire moyen est de 1200€. On embauche 2 nouveaux employés ; le salaire moyen dans l'entreprise augmente alors de 2%. Quel est le salaire moyen des 2 nouveaux employés ?

2. Séance 2

2.1. Exercices travaillés

Dans les 4 premiers exercices, vous préciserez le type de démonstration que vous faites (directe, par l'absurde, contre exemple)

Exercice 1

Les 2 propositions suivantes sont-elles vraies?

$\forall x_1 \in \mathbb{R}, \forall x_2 \in \mathbb{R} \quad x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 < x_2^2$? Justifier.

$\forall x_1 \in]-\infty; 0[, \forall x_2 \in]-\infty; 0[\quad x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$? Justifier.

Exercice 2

Nous avons admis en cours le théorème suivant :

Si une fonction est dérivable sur un intervalle I (de \mathbb{R}) alors elle est continue sur I

Donner la proposition réciproque. Est-elle vraie? Justifier

Exercice 3

La proposition suivante est-elle vraie ? (justifier la réponse)

Si une suite numérique $u_n, n \in \mathbb{N}$ est strictement croissante, alors $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$

Donner la proposition réciproque. Est-elle vraie? Justifier

Exercice 4

La proposition suivante est-elle vraie ? (justifier la réponse)

une suite numérique est convergente équivaut à cette suite est bornée.

Justifier

Exercice 5

On veut résoudre l'équation différentielle (E) $y' + 2y = e^x + 3$

1. Résoudre l'équation différentielle (E') $y' + 2y = 0$

2. Déterminer a et b ($a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$) tels que $g(x) = a.e^x + b$ soit solution de (E)

3. Montrer que f est solution de (E) si et seulement si $f - g$ est solution de (E')

4. En déduire les solutions de (E)

Exercice 6

Démontrer que pour tout nombre entier naturel $n > 0$.

$$\frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \frac{3 \times 5}{4^2} \times \dots \times \frac{n \times (n+2)}{(n+1)^2} = \frac{n+2}{2 \times (n+1)}$$

Exercice 7

Soit la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_0 = 6$ et $v_{n+1} = 1,4 v_n - 0,05 (v_n)^2$

1. Étudier les variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $x \mapsto f(x) = 1,4x - 0,05x^2$ sur $[0; 8]$

2. Démontrer par récurrence que $0 \leq v_n < v_{n+1} \leq 8$

3. En déduire que la suite (v_n) est convergente et déterminer sa limite

2.2. Productions d'élèves

Élève 1 :

Ex 1 :

• On ne peut pas écrire $\forall x_1 \in \mathbb{R}, \forall x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 < x_2^2$, car
si, $x_1 = -2$ et $x_2 = 2$
pour $x_1 < x_2$

$$\text{on } (-2)^2 = 4 \text{ et } 2^2 = 4 \\ 4 < 4 \text{ ?}$$

D'où x_1^2 n'est pas supérieur à x_2^2 , car $x_1^2 > x_2^2$.

Mais, $\forall x_1 \in \mathbb{R}^+, \forall x_2 \in \mathbb{R}^+, x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 < x_2^2$

et $\forall x_1 \in \mathbb{R}^-, \forall x_2 \in \mathbb{R}^-, x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 > x_2^2$

• On ne peut pas écrire $\forall x_1 \in]-\infty; 0[, \forall x_2 \in]-\infty; 0[, x_1 < x_2$
 $\Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$

Soit, $\forall x_1 \in]0; +\infty[, \forall x_2 \in]0; +\infty[, x_1 < x_2$.

d'où $x_1 < x_2$

$$\Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x_2} < \frac{1}{x_1}$$

$$\Leftrightarrow (-1) \frac{1}{x_2} < (-1) \frac{1}{x_1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x_1} < \frac{1}{x_2}$$

Donc, $\forall x_1 \in]-\infty; 0[, \forall x_2 \in]-\infty; 0[, x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_2} > \frac{1}{x_1}$

Ex 2:

La proposition réciproque: Si une fonction est dérivable sur un intervalle I (de \mathbb{R}), alors elle est continue sur I .

$f(x) = \sqrt{|x|}$ est définie sur \mathbb{R}^+ , mais elle est dérivable \mathbb{R}^{+*} .

Donc, cette proposition réciproque n'est pas vraie.

Ex 3:

Si une suite numérique $U_n, n \in \mathbb{N}$ est strictement croissante, elle n'a pas forcément $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = +\infty$.

Par exemple, si $U_n = 3 - \frac{1}{n}$

$U_n, n \in \mathbb{N}$ est strictement croissante, mais $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = 3$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{car } \lim_{n \rightarrow \infty} 3 = 3 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \end{array} \right\} \text{d'où } \lim_{n \rightarrow \infty} U_n = 3$$

La proposition réciproque: si une suite numérique $U_n, n \in \mathbb{N}$ a pour $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = +\infty$, alors elle est strictement croissante.

Ex 5:

1/ $y' + 2y = 0 \Leftrightarrow y' = -2y$. D'après le cours $y = Ke^{-2x} \Leftrightarrow y = Ke^{2x}$,
avec $K \in \mathbb{R}$.

2/ $y' + 2y = e^x + 3 \dots (E)$

$\Rightarrow g'(x) + 2g(x) = e^x + 3$

$\Leftrightarrow a \cdot e^x + 2ae^x + 2b = e^x + 3$

$\Leftrightarrow 3ae^x + 2b = e^x + 3$

$\begin{cases} 3a = 1 \\ 2b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$

D'où, on a $g(x) = \frac{1}{3}e^x + \frac{3}{2}$.

3/ Si $f-g$ est solution de (E')

$(f-g)' + 2(f-g) = 0$

$\Leftrightarrow f' - g' + 2f - 2g = 0$

$\Leftrightarrow f' - \frac{1}{3}e^x + 2f - 2\left(\frac{1}{3}e^x + \frac{3}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow f' + 2f - \frac{1}{3}e^x - \frac{2}{3}e^x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow f' + 2f - \frac{3}{3}e^x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow f' + 2f - e^x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow f' + 2f = e^x + 3$. Alors f est solution de (E) .

4/ On sait d'après les questions précédentes que Ke^{2x} et $(f-g)$
sont solutions de l'équation (E')

D'où $y = Ke^{2x}$

$\Leftrightarrow f-g = Ke^{2x}$

$\Leftrightarrow f = Ke^{2x} + g$

$\Leftrightarrow f = Ke^{2x} + \frac{1}{3}e^x + \frac{3}{2}$

$$\text{d'où, } f' + 2f = e^x + 3$$

$$\Leftrightarrow Ke^{2x} + \frac{1}{3}e^x + 2Ke^{2x} + \frac{2}{3}e^x + 3 = e^x + 3$$

$$\Leftrightarrow 4Ke^{2x} + e^x + 3 = e^x + 3$$

$$\Leftrightarrow 4Ke^{2x} = 0$$

$$\text{or, } e^{2x} \neq 0, \text{ donc } 4Ke^{2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow K = 0$$

$$\text{d'où, } f = \frac{1}{3}e^x - \frac{3}{2} = g$$

Donc, les solutions de (E) sont $f(x) = g(x) = \frac{1}{3}e^x - \frac{3}{2}$.

Ex 6:

$$\text{Initialisation: } n=1 \quad \frac{1 \times 3}{(n+1)^2} = \frac{3}{4} \quad \frac{n+2}{2(n+1)} = \frac{3}{4} \text{ vrai pour } n=1$$

$$\text{Hérédité: Supposons: } \frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \dots \times \frac{n \times (n+2)}{(n+1)^2} = \frac{n+2}{2(n+1)}$$

$$\frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \frac{3 \times 5}{4^2} \times \dots \times \frac{n \times (n+2)}{(n+1)^2} \times \frac{(n+1)(n+3)}{(n+2)^2}$$

$$= \frac{(n+2)}{2(n+1)} \times \frac{(n+1)(n+3)}{(n+2)^2}$$

$$= \frac{(n+2)(n+1)(n+3)}{2(n+1)(n+2)(n+2)}$$

$$= \frac{(n+3)}{2(n+2)} \quad \text{c'est vrai au rang } (n+1)$$

$$\text{Conclusion: donc, pour } \forall n \geq 0 \quad \frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \frac{3 \times 5}{4^2} \times \dots \times \frac{n \times (n+2)}{(n+1)^2} = \frac{n+2}{2(n+1)}$$

Ex 7:

1° f est dérivable sur $]\alpha; \beta[$

$$f'(\alpha) = 1, 4 = 0, 1 \text{ or}$$

$$\text{or, } 1, 4 = 0, 1 \text{ or } \alpha$$

$$\Leftrightarrow \alpha \leq 1, 4$$

Donc, $f'(\alpha) > 0$ sur $]\alpha; \beta[$.

Elève 2 :

* Exercice 1

1/ La proposition est fautive. On peut en tirer un contre exemple:

si $x_1 = -2$ et $x_2 = -1$ alors $x_1 < x_2$

Or, $x_1^2 = 4$ et $x_2^2 = 1$ donc $x_1^2 > x_2^2$.

Ainsi, $\forall x_1 \in \mathbb{R}$ et $\forall x_2 \in \mathbb{R}$ et $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 < x_2^2$ est faux.

2/ La proposition est vraie. On le démontre par une démonstration directe.

La fonction inverse renverse l'ordre car elle est décroissante sur \mathbb{R}^* .

donc $\forall x_1$ et $\forall x_2$ si $x_1 < x_2 < 0$ alors $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$.

* Exercice 2

La proposition réciproque est :

Si une fonction est continue sur I elle est dérivable sur ce même intervalle.

Cette réciproque est fautive, prouvée par le contre exemple $f(x) = \sqrt{x}$.

En effet, $f(x)$ est définie sur $I =]0, +\infty[$ or, $f(x)$ n'est pas dérivable en $x=0$.

* Exercice 3

La proposition est fautive. En effet, si u_n est croissante et majorée

alors elle converge vers une limite donc $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ peut être finie ou non.

Un contre exemple de la proposition est : $u_n = 1 - \frac{1}{n}$

$$u_{n+1} - u_n = 1 - \frac{1}{n+1} - 1 + \frac{1}{n} = \frac{-n+1+1}{n^2+n} = \frac{1}{n^2+n}$$

1/4

(E₂)

$u_{n+1} - u_n > 0$ donc $u_{n+1} > u_n$ puisque $1 > 0$ et $n^2 > n$ donc $n^2 + n > 0$
 $\forall n$.

Ainsi, u_n est croissante et $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$.

La proposition réciproque est :

Si une suite u_n , $n \in \mathbb{N}$ a pour limite $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$ alors elle est strictement croissante.

La réciproque est fautive, ce qu'on démontre par un contre exemple :

Soit la suite (u_n) telle que $u_n = n + (-1)^n$ alors $u_{n+1} = n+1 + (-1)^{n+1}$

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= n+1 + (-1)^{n+1} - n - (-1)^n \\ &= 1 + (-1)^{n+1} - (-1)^n \end{aligned}$$

\rightarrow Si n est pair alors $(-1)^n = 1$ et $(-1)^{n+1} = -1$

$$\text{alors } u_{n+1} - u_n = -1$$

\rightarrow Si n est impair alors $(-1)^n = -1$ et $(-1)^{n+1} = 1$

$$\text{alors } u_{n+1} - u_n = 1.$$

(u_n) n'est ni croissante ni décroissante mais $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$ ce qui réfute la proposition réciproque.

* Exercice 4

La proposition est une équivalence, on peut donc la décrire en deux propositions :

\rightarrow Si une suite numérique est convergente alors elle est bornée.

Cette proposition est vraie par définition de la convergence.

\rightarrow Si une suite est bornée alors elle converge.

Cette proposition est fautive, en admet un contre-exemple :

Soit la suite (u_n) telle que $u_n = \cos n$ avec $n \in \mathbb{N}$

$$-1 \leq u_n \leq 1, (u_n) \text{ est donc bornée par } (-1) \text{ et } 1$$

Or, $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ puisqu'elle n'existe pas.

La suite est donc bornée mais ne converge pas.

2/4

Ainsi, la proposition de l'énoncé est fautive car l'équivalence n'est pas vérifiée.

* Exercice 5

1/ (E') $y' + 2y = 0$

$$y' = -2y$$

$$y = Re^{-2x} \text{ où } R \text{ est une constante réelle.}$$

Ainsi, les fonctions du type $x \mapsto Re^{-2x}$ sont solutions de (E').

2/ $g(x)$ est solution de (E) si $g'(x) + 2g(x) = e^x + 3$.

$$g'(x) = ae^{2x}$$

$$2g(x) = 2ae^{2x} + 2b$$

$$g'(x) + 2g(x) = ae^{2x} + 2ae^{2x} + 2b$$

$$= e^{2x}(a + 2a) + 2b$$

$$= e^{2x}(3a) + 2b.$$

Par identification des termes de même degré:

$$\begin{cases} 3a = 1 \\ 2b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Ainsi, $g(x) = \frac{1}{3}e^{2x} + \frac{3}{2}$.

3/ * On suppose que $f(x)$ est solution de (E)

$$(f-g)' + 2(f-g) = f' - g' + 2f - 2g$$

$$\Rightarrow = (f' + 2f) - (g' + 2g)$$

$$\Rightarrow = e^x + 3 - e^{2x} - 3$$

$$\Rightarrow = 0$$

On en déduit que $(f-g)$ est solution de (E')

* On suppose que $(f(x) - g(x))$ est solution de (E')

$$(f-g)' + 2(f-g) = 0$$

$$\Rightarrow f' - g' + 2f - 2g = 0$$

$$\Rightarrow (f' + 2f) - (g' + 2g) = 0$$

$$\Rightarrow f' + 2f = g' + 2g$$

$$\Rightarrow f' + 2f = e^x + 3$$

On en déduit que $f(x)$ est solution de

(E)

Mais, + solution de (E) \Leftrightarrow (f-g) est solution de (E')

4) On sait que si $f(x)$ est solution de (E) alors $(f(x) - g(x))$ est solution de (E').

Or, les solutions de (E') sont de la forme $x \mapsto Re^{-2x}$.

$$f(x) - g(x) = Re^{-2x}$$

$$\Rightarrow f(x) = Re^{-2x} + g(x)$$

$$\Rightarrow f(x) = Re^{-2x} + \frac{1}{2}e^x + \frac{3}{2} \text{ sont les solutions de (E).}$$

* Exercice 6

Démontrons par récurrence que \forall nombre entier naturel $n > 0$:

$$\frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \frac{3 \times 5}{4^2} \times \dots \times \frac{n \times (n+2)}{(n+1)^2} = \frac{n+2}{2 \times (n+1)}$$

Initialisation: Si $n=1$ $\frac{1 \times 3}{2^2} = \frac{1+2}{2 \times (1+1)}$

L'égalité est vérifiée au rang $n=1$.

Hérédité: Supposons $\frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \dots \times \frac{n \times (n+2)}{(n+1)^2} = \frac{n+2}{2(n+1)}$

Démontrons $\frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \dots \times \frac{n \times (n+2)}{(n+1)^2} \times \frac{(n+1)(n+3)}{(n+2)^2} = \frac{n+3}{2(n+2)}$

$$\begin{aligned} \frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \dots \times \frac{n \times (n+2)}{(n+1)^2} \times \frac{(n+1)(n+3)}{(n+2)^2} &= \frac{n+2}{2(n+1)} \times \frac{(n+1)(n+3)}{(n+2)^2} \\ \frac{n+2}{2(n+1)} \times \frac{(n+1)(n+3)}{(n+2)^2} &= \frac{(n+2)(n+1)(n+3)}{2(n+1)(n+2)^2} \\ &= \frac{n+3}{2(n+2)} \end{aligned}$$

Ainsi, \forall entier naturel $n \geq 1$,

$$\frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \dots \times \frac{n \times (n+2)}{(n+1)^2} = \frac{n+2}{2(n+1)}$$

Exercice 2.

"Si une fonction f est continue sur un intervalle I alors elle est dérivable sur I "

La réciproque est fautive, si $f(x) = |x|$ continue sur I en $x=0$, $f'(0)$ n'est pas dérivable.

Exercice 3.

"Si une suite numérique $u_n, n \in \mathbb{N}$, a pour limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$, alors elle est strictement croissante !!

La réciproque est fautive, Soit $u_n = 1 + (-1)^n$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

$$u_{n+1} - u_n = 1 + (-1)^{n+1} - (1 + (-1)^n)$$

$$\begin{aligned} n \text{ pair : } & \begin{aligned} (-1)^n &= 1 & u_{n+1} - u_n &= -1 \\ (-1)^{n+1} &= -1 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n \text{ impair : } & \begin{aligned} (-1)^n &= -1 & u_{n+1} - u_n &= 3 \\ (-1)^{n+1} &= 1 \end{aligned} \end{aligned}$$

Donc u_n est ni croissante ni décroissante.

La proposition est fautive

Soit la suite (u_n) , et $u_0 = \frac{1}{3}$.

$$u_{n+1} = u_n + (2 - u_n) \quad \text{avec } n \in \mathbb{N}$$

La suite l_{n+1} est strictement croissante, avec $l_0 = \frac{1}{2}$.
or $\lim_{n \rightarrow +\infty} l_n = 1$

Donc d'après ce contre-exemple, la proposition est bien fautive.

Exercice 4.

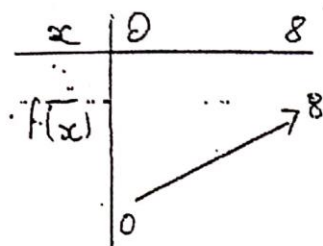
La proposition est fautive.

Soit $u_n = \cos n$ ($n \in \mathbb{N}$)

$-1 \leq \cos n \leq 1$ or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \cos n = \varphi$ n'existe pas.

La suite est bornée mais ne converge pas, donc d'après ce contre-exemple, la proposition est bien fautive.

Ex 7



$$\begin{aligned}f(0) &= 0 \\f(8) &= 8\end{aligned}$$

Démontrons par récurrence $0 \leq x_n \leq 8 \quad n \in \mathbb{N}$

Initialisation : $x_0 = 6$ et $0 \leq 6 \leq 8$

Hérédité : Supposons $0 \leq x_n \leq 8$ est vraie...
Démontrons $0 \leq x_{n+1} \leq 8$.

$$0 \leq x_n \leq 8 \Leftrightarrow 0 \leq f(x_n) \leq 8 \Leftrightarrow 0 \leq x_{n+1} \leq 8$$

Donc $0 \leq x_n \leq 8$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Démontrons que x_n est croissante.

$$\begin{aligned}x_{n+1} - x_n &= 1,4x_n - 0,05(x_n)^2 - x_n \\&= 0,4x_n - 0,05(x_n)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Soit } h(x) &= 0,4x - 0,05(x)^2 \\&= 0,4x - 0,05x^2\end{aligned}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0,16$$

$$x_1 = \frac{0,4 - \sqrt{0,16}}{-0,1} = 0$$

$$x_2 = \frac{0,4 + \sqrt{0,16}}{-0,1} = 8$$

5/8
7

x	$-\infty$	0	8	$+\infty$
		-	+	-

Sur $[0, 8]$ $h(x) \geq 0$, or $\forall n \in \mathbb{N}$
donc $V_{n+1} - V_n \geq 0$

3) (V_n) est croissante et majorée, donc $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = l$.

la suite (V_n) converge vers l et continue sur $[0, 8]$ | donc l vérifie $f(l) = l$.

$$1,4x - 0,05x^2 = x$$

$$-0,05x^2 = -0,4x$$

$$x = \frac{0,4}{0,05}$$

$$x = 8$$

2.3. La transcription de la séance 2

F : Avant de commencer, je peux mettre un but, parce que c'est votre dernière ligne avant les écrits, est-ce que vous avez des questions à poser ?.../Allez voir les copies, il y a un temps de recherche pour tous les exercices sauf 5 et 6. Regardez les exercices et devinez pourquoi je ne vous demande pas de les traiter !/La question c'est quoi ? C'est toujours pareil, analyse de tâche par rapport à cet exercice. Vous pouvez aussi poser des questions : c'est vrai ou faux ? quel théorème ? Quelle notion ? Votre rigueur à vous ! Ce qui m'intéresse : vous faites les exercices, puis vous analysez les copies des élèves..../ Pourquoi je vous ai dit de ne pas regarder les exercices 5 et 6 ?
Jean-Marc : parce qu'il s'agit de calcul et les autres de raisonnement.

F : mauvaises réponses

E : parce qu'ils se ressemblent

F : mauvaise réponse

Amaury : ex5, ce n'est plus au programme

F : plus fort Amaury. Qu'est-ce qui n'est plus au programme ?

Amaury : les équations différentielles, il y a un changement de programme

F : ex6, programme, pas programme ? méthode ?

Cindy c'est une suite ...

F : réglons déjà le problème, est-ce que c'est dans le programme de Ts ?

Jean-Marc : oui !

F : Ouiiiiii, dans quel chapitre ?

E : spé

F : quel est le programme de spé en Ts ?

Es⁴⁴ : arithmétiques et des exercices liés aux matrices

F : d'accord. C'est une démonstration par récurrence, on la travaille pour l'oral 2. Au niveau d'analyse *a priori*, un des exercices qui vous a apparu plus difficile que les autres pour les élèves, si oui lequel ? et pourquoi ?

E⁴⁵ : le 4, c'est dans le deux sens

Cindy : le 3 pour trouver le contre-exemple.

F : bon, ex 1, qu'est-ce que vous avez remarqué ?

⁴⁴ Étudiants ou élèves

⁴⁵ Étudiant ou élève

2) ~~Amour~~ ELEVE, CONSCIENCEUSE REUSSISSANT DANS DES EXERCICES TRES BORDES

Mardi 20 Mars 2018 Ts.
Niveha Mathématiques

Ex 1:

On ne peut pas écrire $\forall x_1 \in \mathbb{R}, \forall x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 < x_2^2$, car
si $x_1 = -2$ et $x_2 = 2$
pour $x_1 < x_2$
 $-2 < 2$
on a $(-2)^2 = 4$ et $2^2 = 4$
 $4 \ngtr 4$

D'où x_1^2 n'est pas supérieur à x_2^2 , car $x_1^2 > x_2^2$

Mais, $\forall x_1 \in \mathbb{R}^+, \forall x_2 \in \mathbb{R}^+, x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 < x_2^2$
et $\forall x_1 \in \mathbb{R}^-, \forall x_2 \in \mathbb{R}^-, x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 > x_2^2$

On ne peut pas écrire $\forall x_1 \in]-\infty; 0[, \forall x_2 \in]-\infty; 0[, x_1 < x_2$
 $\Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$

Soit, $\forall x_1 \in]0; +\infty[, \forall x_2 \in]0; +\infty[, x_1 < x_2$

d'où $x_1 < x_2$

$$\Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x_2} < \frac{1}{x_1}$$

$$\Leftrightarrow (-1) \frac{1}{x_2} < (-1) \frac{1}{x_1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x_1} < \frac{1}{x_2}$$

Donc, $\forall x_1 \in]-\infty; 0[, \forall x_2 \in]-\infty; 0[, x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$

Amaury : l'élève 1, 1^{er} proposition, il a bien pensé au contre-exemple, 2^e proposition, il a fait une grosse erreur, il n'a pas pensé au produit par des nombres négatifs. Il a multiplié l'inéquation par un nombre négatif sans changer de sens.

Cindy : il ne prend pas le même intervalle, il change d'intervalle

Achik : il multiplie par le (-1), c'est pour ça, il change

Es : ah oui.

F : en effet, on peut se faire piéger avec ce que fait cet élève, quand on passe dans les rangs, il faut être vigilant et lire les lignes attentivement. Comment corriger cette erreur ? J'aimerais que l'un d'entre vous vienne au tableau faire la correction. J'ai cet élève devant moi et je vais lui montrer ses erreurs. Essayer de lui faire comprendre. Est-ce que cela vous apparait normal qu'un élève de Ts fait ce genre des erreurs ?

E : oui

F : pour nous, c'est inconcevable.

Jean-Marc : ils peuvent se tromper à n'importe quel moment.

F : ça c'est bien, ils ont droit à faire toutes les erreurs et après où on en trouve ?

Jean-Marc : c'est ma correction, après comment lui démontrer, je ne sais pas.

F : relisez bien la consigne. La proposition suivante est-elle vraie ou fausse ?

Justifier la réponse

Jean-Marc : c'est vrai.

Es : tu as fait des erreurs

Jean-Marc : oui, c'est vrai

Amaury : l'élève a multiplié l'inéquation par (-1) sans changer de sens, puis, il a divisé par (-1) sans changer, il a commis deux erreurs consécutives donc il a beau

(L'élève a changé de sens et (-1) l'état avant la multiplication, d'où on voit qu'il a également transmis x_2 dans l'autre côté, si c'était un pb de sens, il laisse x_2 à sa place)

F : il faut quand même préciser ici pourquoi c'est vrai, en Ts, il faut le préciser : la fonction inverse est strictement décroissante et sur quel intervalle ? Il faut noter la réponse et la copie de l'élève et pourquoi c'est faux, sinon, il ne va pas comprendre.

C'est votre responsabilité. Jonathan !

Jonathan : c'est vrai par démonstration directe, soit $x_1, x_2 \in [-\infty, 0]$ tel que $x_1 < x_2$ et la fonction inverse est strictement décroissante sur l'intervalle $[-\infty, 0]$.

F : germain ! si on regarde ce qu'a fait l'élève 2 sur l'exercice 1, 2^e proposition, est-ce c'est suffisant ?

Axelle ... : TSS
Bonne élève
intéressée
demandant
un peu de
prépa

(E2)

20/03/12

Dm de maths n°

* Exercice 1

1/ La proposition est fautive. On peut en tirer un contre exemple:

Si $x_1 = -2$ et $x_2 = 1$ alors $x_1 < x_2$

Or, $x_1^2 = 4$ et $x_2^2 = 1$ donc $x_1^2 > x_2^2$.

Ainsi, $\forall x_1 \in \mathbb{R}$ et $\forall x_2 \in \mathbb{R}$ et $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 < x_2^2$ est faux.

2/ La proposition est vraie. On le démontre par une démonstration directe.

La fonction inverse renverse l'ordre car elle est décroissante sur \mathbb{R}^* .

donc $\forall x_1$ et $\forall x_2$ si $x_1 < x_2 < 0$ alors $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$.

* Exercice 2

La proposition réciproque est:

Si une fonction est continue sur I elle est dérivable sur ce même intervalle.

Cette réciproque est fautive, prouvée par le contre exemple $f(x) = \sqrt{x}$.

En effet, $f(x)$ est définie sur $I = [0; +\infty[$ or, $f(x)$ n'est pas dérivable en $x=0$.

* Exercice 3

La proposition est fautive. En effet, si u_n est croissante et majorée

alors elle converge vers une limite donc $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ peut être finie ou non.

Un contre exemple de la proposition est: $u_n = 1 - \frac{1}{n}$

$$u_{n+1} - u_n = 1 - \frac{1}{n+1} - 1 + \frac{1}{n} = \frac{-n+1+1}{n^2+n} = \frac{1}{n^2+n}$$

Germain : non ça marche pas parce que

F : au niveau de rédaction ce n'est pas bon

E : mais la fonction est décroissante sur \mathbb{R}^* , c'est bon ?

F : non, f strictement décroissante sur chacun d'intervalle (il faut bien donner un contre-exemple pour clarifier l'idée : $x_1 = -2$, $x_2 = 3$ cet exemple peut faire sauter cette erreur : la fonction inverse est strictement décroissante sur \mathbb{R}^*). L'élève 3, Lamia

Lamia : pareil que l'élève 2.

1/4

F : on n'a pas répondu à la 1^o proposition, élève 1, vraie ou fausse, Virginie
Virginie : fausse et il a donné un contre-exemple.

F : ok et l'élève 3 ?

E3

152

ELEVE REDIGEANT A MINIMA en HOPE SNS

19/03/12

Devoir Maison

Exercice 1.

La première proposition est fausse.

Soit $x_1 = -5$ et $x_2 = 4$
 $-5 < 4$ or $25 > 16$
 $x_1^2 > x_2^2$

Donc d'après ce contre-exemple, la proposition est bien fausse.

La 2^{ème} proposition est vraie car la fonction inverse est décroissante sur \mathbb{R}^+ donc pour tout $x \in \mathbb{R}^+$ $x_1 < x_2$
 $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$

E : oui également.

F : une petite remarque, ça apparaît évident aux élèves pour démontrer qu'une réciproque est fausse, ils ont bien l'outil, contre-exemple. S'il n'apparaît pas, il faut insister dans notre correction. 2h4'

F : On passe à l'ex2 élève 1.

Clément : ce n'est pas la proposition réciproque mais plutôt la proposition initiale. En fait, son exemple est bon pour la proposition non réciproque, son exemple est bon pour ce qu'il a écrit, sauf, c'est juste pour la proposition qu'elle est vraie, il démontre

ce qu'il a écrit. C'est curieux sur toutes les lignes il y a, il fait une erreur d'inattention en écrivant la même proposition et non la réciproque.

F : est-ce que l'exemple correspondrait à un contre-exemple ?

Clément : non

Es : bah si

Clément : pour ce qu'il a écrit ?

F : oui

Clément : oui, s'il a écrit la bonne proposition réciproque mais ça sera mal rédigé

F : pourquoi ça sera mal rédigé ?

Clément : parce que A est vrai et B est faux, il dit $f(x) = \sqrt{x}$ est définie sur \mathbb{R}^+ , mais elle est dérivable sur \mathbb{R}^{+*} , il me manque le pourquoi dérivable.

F : saviez-vous qu'est-ce qu'elle dit la propriété de départ ?

Clément : oui, si une fonction est dérivable sur un intervalle I, elle est continue sur I. la réciproque : si elle est continue sur I, alors elle est dérivable sur I.

F : la réciproque sera ça. Est-ce que le contre-exemple ($f(x) = \sqrt{x}$) est continue et dérivable ?

Clément : le contre-exemple, il est continu sur I mais n'est pas dérivable sur I

F : est-ce qu'il parle de continuité ?

Clément : il dit qu'elle est définie sur \mathbb{R}^+

F : pas tout de fait pareil

Clément : en terminal, toutes fonctions définies sur intervalle sont continues sur le même intervalle.

F : bah oui, en l'occurrence, on travaille sur des fonctions continues sur l'intervalle de définition. Mais en l'occurrence, les élèves doivent être capables de vérifier que la fonction « racine carrée » est continue sur \mathbb{R}^+ .

Clément : ok, je vois sur les copies, beaucoup d'élèves qui disent définie mais pas continue

F : oui, même il y a des élèves qui vous écrivent en Ts, la fonction est définie sur cet ensemble donc dérivable sur l'ensemble, pour eux c'est comme ça. C'est une faiblesse dans notre programme, les fonctions sont gentilles, elles sont définies, sont continues, sont dérivables, tout ce qu'on veut. Quand on ne présente pas un contre-exemple, à part, la fonction valeur absolue qu'on a besoin, sinon ça marche toujours, d'où le souci. Finalement c'est l'enseignant qui a induit ce type de confusion dans la tête de l'élève. Vous allez me dire : ce n'est pas l'enseignant c'est le programme. Mais comme ça peut induire ceci et cela il faut changer notre méthodologie. Bon, dans la copie de l'élève 2, j'ai trouvé quelque chose qui m'a chagriné

Es : f et f(x)

F : confusion des objets mathématiques, f et f(x) ne sont pas la même. Pour l'élève 3 qu'est-ce que vous direz ?

Cindy : il prend un exemple bizarre, mais il dit qu'elle est continue.

F : il nous a cité la bonne réciproque mais il n'était pas capable de justifier. Ex 3, si une suite numérique est strictement croissante, sa limite est +l'infini, quelle est la réciproque, vraie ou fausse ? Jérémy !

Jérémy : si une suite numérique a pour limite +l'infini, ce sera strictement croissante. Les élèves 1, 2 et 3 ont marqué la bonne réciproque. L'élève 1 démontre que la proposition initiale est fausse

F : l'élève 1 ne répond pas à la question « vrai ou faux » hein ! Il ne dit pas, il ne prend pas position.

Jérémy : mais il dit que ce n'est pas forcément + l'infini

F : il ne le dit pas clairement.
 Cindy : il faut prouver par contre-exemple et pas par exemple.
 E : on pourrait penser qu'il démontre l'invalidité de la proposition initiale
 F : pour l'élève 1, dans la rédaction vous direz quoi ?
 Es : il ne dit pas vraie ou fausse
 F : déjà répondre à la question posée « vraie ou fausse » quoi d'autres ?
 Cindy : n n'appartient pas à N, mais à N*
 F : ok, quelque chose, un peu plus gros que j'aimerais que vous me disiez. Qu'il apparait 2 fois.
 Clément : il ne met pas Un entre parenthèses
 F : objets mathématiques (rigueur mathématique), quels sont qui ont donnés les bons exemples ? L'élève 2, est-ce qu'il a une suite croissante ?
 Es : oui,
 F : il donne une suite croissante et n'a pas pour limite + l'infini. Ah oui, ceci c'était l'élève 1 qui a donné le contre-exemple. L'élève 2 a donné $n+(-1)^n$ comme contre-exemple. Elève 3 ?
 E : il donne un autre contre-exemple.
 F : est-ce que son contre-exemple est satisfaisant ?
 E : oui.
 F : pour l'exercice 4 maintenant. Amaury !
 Amaury : l'élève 1 je pense qu'il n'a rien compris. 0 n'appartient pas aux nombres entiers naturels
 F : oui on ne comprend pas, si on essaie de comprendre son erreur de la $\lim U_n = -\infty$ quand n tend vers 0, elle vient d'où son erreur à votre avis ?
 Amaury : *a priori*, il ne connaît pas la définition de la suite bornée
 E : je pense que l'erreur vient de l'ensemble. Il ne pense pas qu'il soit dans les entiers naturels mais il est dans les réels.
 F : je ne vois pas ça, regarde ce qu'il a écrit : cette suite a donc une limite finie pour $n \rightarrow +\infty$, mais n'admet pas de limite pour $n=0$, il mélange suite et fonction 2h22'
 Amaury : pour lui, il pense qu'une suite bornée a une limite à droite et à gauche.
 E : mais la suite n'est pas définie en 0
 F : oui, on voit bien que la suite ne convenait pas. Pour cette la difficulté, c'est qu'est-ce que c'est une suite bornée ? visiblement l'élève n'est pas très clair là-dessus. Elève 2 exo 4 ? Par rapport à ce que vous aviez, remarquez cette copie, il y a une équivalence, l'élève 2 qu'est-ce qu'il remarque ? il distingue les deux sens : direct et retour ou sens réciproque. Il dit que si la suite est convergente, elle est bornée.
 Silence ...
 F : oui ou non ?
 Es : oui.....
 F : oui, le sens réciproque, là c'est facile on donne un contre-exemple. $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \Phi$
 ça s'écrit ou pas ?
 Es : non
 F : non, on écrit jamais ça, on écrit en toutes lettres, la suite n'a pas de limite. Qu'est-ce que j'ai noté aussi, le 7 est délicat aussi, il s'agit d'une équivalence. Je vous donne la feuille après, c'est juste je fais un petit topo (exposé) sur à quel moment on travaille l'histoire de logique.

Le formateur parle de l'histoire de raisonnement (document en collège qui s'appelle raisonnement et logique)

Les étudiants citent les types de raisonnement en collège et en lycée.

En collège : raisonnement déductif et inductif ça veut dire je pars de ma conclusion pour remonter et rechercher quelles sont les données qui peuvent être nécessaires. On regarde les différents exercices, quand on ne sait pas comment s'y prendre, on réfléchit aux différentes pistes. Par l'absurde, contraposé. Il faut institutionnaliser ces types de raisonnement. Il faut insister sur la mode d'écrit et d'oral des élèves. les arguments légitimes, les outils d'argumentation. Problèmes ouverts par lesquels on peut déboucher sur des pistes que l'enseignant n'a pas pensées. Par exemple, si on demande à un élève de trouver le dernier chiffre de 2 puissances 50, comment on peut trouver ? si je vais faire un pb ouvert, il faut que mon pb soit bien choisi, que les élèves aient la possibilité de plusieurs pistes, la situation de travail en groupe (émaner plusieurs pistes de procédures (conflit socio cognitif). Je vous liste la possibilité de raisonnement, quelles stratégies, quelle prise des initiatives, qu'est-ce que je laisse à la charge des élèves ? par exemple, tout à l'heure avec la vidéo que je vous ai montrée sur la situation ouverte de pyramide, le colloque a fait travailler les élèves en binôme et pas en groupe, au lieu de les laisser développer la situation tous seuls, il a pris une grande responsabilité en guidant les élèves.

3. Séance 3

3.1. Transcription de la séance 3

F : Aujourd'hui on va travailler comme suit :

1^{er} temps : analyse de copies d'élèves : réfléchir en amont sur la position de l'enseignant

2^e temps : on a pu filmer un enseignant. Alors, on va analyser les pratiques de l'enseignant.

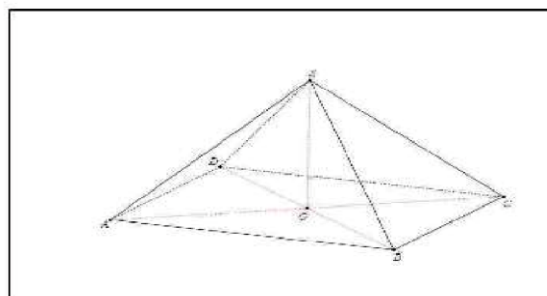
Le document (grandeur et mesures) sur lequel je veux que vous travailliez est un exercice de l'oral 2 qu'on a pu récupérer. A l'IREM. Notre point de départ sera sur des sujets d'exercice tel qu'ils sont proposés en oral 2 mais souvent on propose en plus une analyse de copies d'élèves qu'on appelle des fausses copies d'élèves. C'est-à-dire des erreurs qui sont fabriquées par les membres du jury. Comme les écrits, il y a de la didactique, on peut vous proposer une analyse de situations ou de copies. C'est un sujet de CAPES 2012 de 3^e concours. Le formateur explique la forme de l'examen : le texte ; extraits de programmes ; copies d'élèves dans le but de préparer le travail devant le jury. Pour entrer dans l'exercice : analyser les difficultés éventuelles pour les élèves ; différentes procédures ou méthodes possibles pour répondre aux questions posées ; les erreurs envisageables.

10' de recherche individuelle

A. L'exercice proposé au candidat

La pyramide du Louvre schématisée ci-contre est une pyramide régulière de hauteur 21 mètres et de base carrée de 35 mètres de côté.

1. Calculer le volume de cette pyramide.
2. Calculer la superficie de verre nécessaire pour construire les faces latérales de cette pyramide (on convient que les faces sont totalement recouvertes de verre)



F : Il faut que vous fassiez les exercices pour savoir comment faire. Ce n'est pas marqué mais c'est implicite. C'est un exercice de 3^e. Dans 3-4', on fait le bilan de vos analyses *a priori*. On passe à la synthèse. Qui a terminé la question 2 ? Concrètement, quelle analyse vous faites sur les difficultés éventuelles.

Es : Formule de volume ; Calculer l'aire de la pyramide sans soustraire la base : aire totale au lieu de celle latérale ;

F : J'aimerais qu'on revienne sur la question 1, est-ce qu'il y a une autre erreur que la formule ?

Es : Aire de la base peut-être, ne pas bien identifier les éléments de la formule (hauteur de différents polygone ou confusion). On peut lui proposer une alternative : préciser la hauteur SO. En tant qu'enseignant j'ai les choix, lors de préparation de l'énoncé soit je rajoute cette précision, soit je laisse à la charge de l'élève (*le formateur ne parle pas de variable didactique*).

Différentes procédures pour la question 2

Comme les étudiants ont du mal à faire les exercices eux-mêmes, le formateur leur demande leurs propres difficultés.

E : on a du mal « à se projeter dans l'espace »

F : une piste : faire un patron (changement de cadre), est-ce quelqu'un a-t-il cette idée ?

Es : non

F : est-on en mesure de faire un patron ?

Es : il faut déjà calculer les longueurs.

F : on peut rajouter aux erreurs envisageables : la précision de la nature des faces latérales (triangles), c'est une des difficultés importantes chez les élèves de 3^e.

Formateur parle de connaissances disponibles : prérequis

Le formateur fait un peu de maths sur la définition de pyramide.

Cindy : visualisation dans l'espace, isoler des faces latérales (changement de cadre ici, il précise ce terme). Il y a également les valeurs approchées (arrondis)

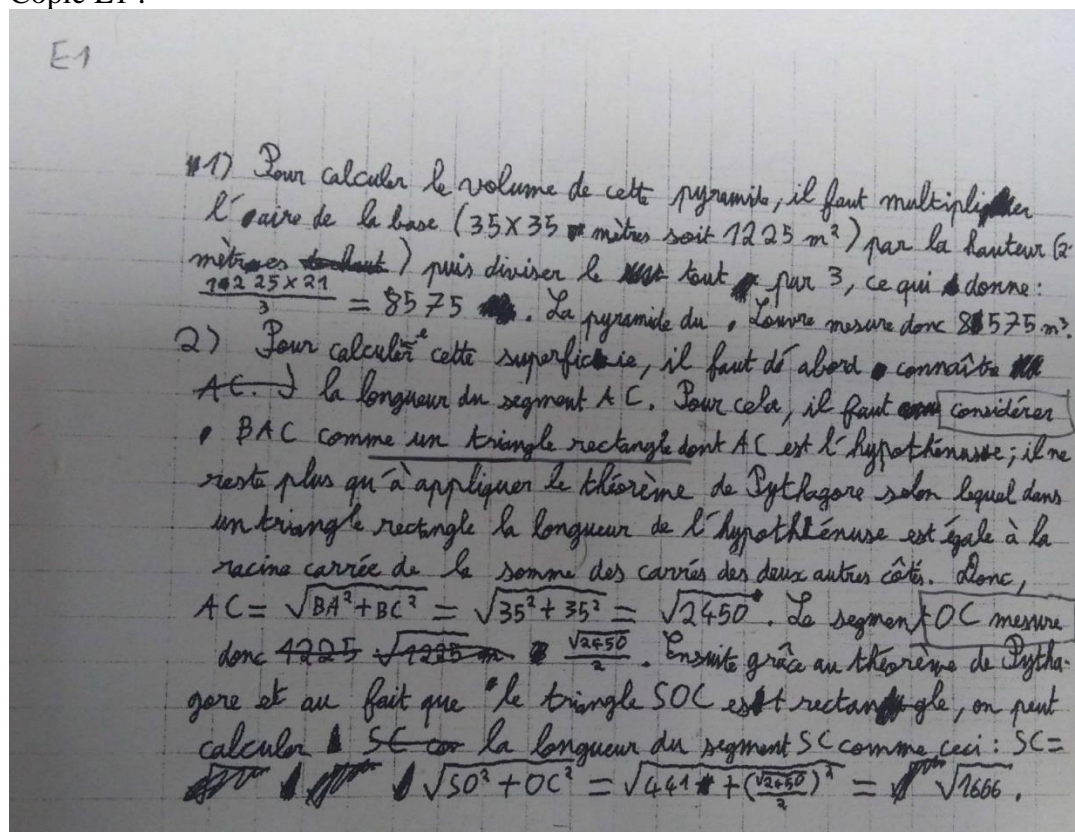
F : Regardez les copies des élèves ; les éventuelles erreurs ; les interventions de professeur. Faites en parallèle avec votre analyse *a priori* avec ce que vous avez envisagé. Quelle cohérence entre votre analyse *a priori* et les copies d'élèves

Le formateur répète la consigne autrement plusieurs fois

Travail en groupe sur l'analyse des copies d'élèves ayant travaillé le sujet de capes de 2012, il s'agit de 18 élèves avec un guidage fort de la part de l'enseignant

F : Je vous propose un travail en groupe de 20' et ça débouche sur un étudiant du groupe, il vient corriger au tableau. Il faut analyser les erreurs des élèves ; pourquoi ils les font ? pour ne pas les refaire. Il faut regarder le 7 barré dans la copie d'élève, il faut comprendre le fonctionnement de l'élève. La vidéo va compléter la réponse si on ne l'a pas dans les copies.

Copie E1 :



F : La présentation de la copie est mauvaise, on a du mal à lire ; Le problème n'est pas fini. A travers les copies il faut ressentir les moments de synthèse faits par l'enseignant. Est-ce qui est fait est juste ou pas ?

Jean-Marc : oui

F : quelle est sa procédure à lui ? quel triangle isole-t-il ?

Es : ABC

F : pourquoi ABC ?

Jean-Marc : pour calculer la longueur OC

F : OC correspond à quoi ?

E : il essaie de calculer la longueur SC

F : il passe par l'idée de la diagonale AC pour se placer dans le triangle rectangle OSC. Est-ce que c'est une procédure que nous avons envisagée tout à l'heure ?

ES : non, lui il cherche à déterminer la longueur SC

Est-ce l'élève précise le triangle où il est rectangle ?

Es : Non

F : est-il capable de le dire ?

E : parce que dans la pyramide régulière la hauteur est perpendiculaire au centre de la base. (*Autrement l'élève a défini l'hypoténuse*)

F : mais ils ne peuvent pas justifier parce qu'ils n'ont pas encore appris la notion de perpendicularité (droite/ plan). Ce que vous n'avez pas vu en analyse *a priori*, les élèves ont besoin d'isoler plusieurs parties de la figure, c'est un intermédiaire qu'ils doivent trouver tous seuls. A quel moment il y a une prise d'initiative ? Imaginez que vous êtes enseignant, vous circulez dans les rangs, quelles aides vous proposez ? est-ce que vous anticipez les besoins ? ce qui nous surprend de la copie de l'élève ? c'est quoi ? il y a aucune figure ! il va falloir qu'on lui explique qu'il visualise des choses. Est-ce qu'il y a qqch à rajouter sur la copie N°1.

E : l'élève n'a pas introduit un autre point que ceux indiqués dans l'énoncé

Le formateur improvise parce qu'il s'appuie sur les propos des étudiants pour faire la synthèse et c'est rare qu'il rajoute un propos à lui. Par exemple, ici, après avoir analysé la copie d'élève 1, il n'a pas encore trouvé la bonne explication pourquoi l'élève n'a pas fini son travail. Il voulait passer à la copie d'élève 3, donc il a demandé si les étudiants veulent rajouter quelque chose et là la bonne explication vient de l'étudiante ci-avant.

F : ça va être un intermédiaire ou une étape à l'initiative de l'élève, calculer la longueur de la hauteur dans le triangle SAB est une initiative de l'élève.

E : ou peut-être n'a pas besoin de calculer la hauteur parce qu'il peut faire $SC \cdot BC / 2$, c'est pour ça il n'a pas calculé la hauteur.

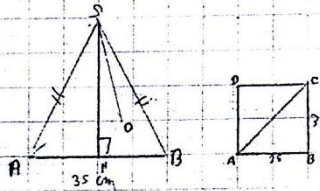
F : ça on ne sait pas hein !

Analyse de la copie de l'élève 3

E3

1) Volume pyramide : $A_{\text{base}} \times h$
 Volume pyramide : $c \times c \times h$
 Volume pyramide : $35 \times 35 \times 21$
 Volume pyramide : 257925
 Volume pyramide : 85975 m^3

2) Aire : $\frac{b \times h}{2}$



On sait que le triangle SHB est rectangle en H car SH est la hauteur de la pyramide donc d'après le théorème de Pythagore.

$SO^2 + OH^2 = SH^2$
 $21^2 + 17,5^2 = SH^2$
 $441 + 306,25 = SH^2$
 $747,25 = SH^2$

Aire de triangle = formule $\frac{b \times h}{2}$

$SH = \sqrt{747,25}$
 $SH = 27,3$

ce est une et de base

$A_{SAB} = \frac{b \times h}{2}$

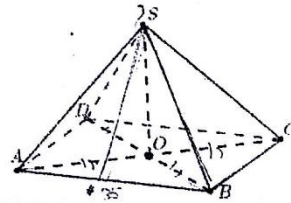
$A_{SAB} = \frac{35 \times 27,3}{2} =$

$A_{SAB} = \frac{955,5}{2}$

$A_{SAB} = 477,75$

$A_{SAB} = 477,75 \text{ m}^2 = 4911 \text{ m}^2$

= pour aide (on ouvre de



erreurs

Amaury : il a mis (:) au lieu de mettre (=) , dans la question 2, il marque $A_{SAB} = (b \times h) / 2$, je ne sais pas d'où vient-il b

E : c'est la définition de l'aire de triangle

F : la définition de l'aire de triangle ? C'est la formule. Là par exemple, en classe de 5^e est-ce que vous donnez la formule de cette manière-là (la formule de cours) ? Ou vous avez une autre idée ?

E : normalement, on l'applique avec des lettres. Sinon ça reste abstrait !

Jean-Marc : on fait un carré, on prend la diagonale, puis c'est la moitié d'un carré.

F : tu veux dire un rectangle, bon, on peut justifier de cette manière. Mais, une formule donnée comme ça, elle peut générer des erreurs. Par contre, cette formule, vous la trouvez partout, comme on peut la modifier pour « limiter » les erreurs ? nous en tant que prof on peut induire des erreurs à long terme chez les élèves, il faut être conscient de ça, c'est de notre responsabilité à nous

E : on peut dire base * hauteur associée / 2

F : c'est une bonne idée. Insistez bien, ça donne du sens. En terme de procédure, qu'est-ce qu'il fait ? est-ce qu'il calcule l'aire d'une face latérale ? 1h44'

Es : oui

F : est-ce qu'il correspond au résultat qu'on avait ?

ES : Pat tout à fait

F : pas tout à fait, mais ça ressemble au 1^{er}.

Le formateur fait le point sur le résultat d'une valeur exacte et de celle approchée, il répète qu'il faut être rigoureux.

F : quel est le plus difficile pour un élève de trouver une valeur approchée ou exacte ?

Nadia : une valeur approchée

F : Ah, là on a les deux ! Pourquoi les élèves donnent souvent une valeur approchée.

Jean-Marc : grâce à la calculette.

F : exactement, il faut injecter l'arrondi à la dernière étape. Là, on va également que l'élève a mis (=) puis il a corrigé, je pense que le professeur à moment donné a corrigé au tableau, alors l'élève passer le stylo au-dessus pour faire (\approx), on verra la vidéo tout à l'heure. Pour regardant maintenant la copie de l'élève /

Es : il y a une erreur dans la production.

F : oui, pardon excusez-moi, je vous écoute

(une erreur importante dans la copie de l'élève à exploiter a été ignorée de la part du formateur, une sorte d'improvisation ?)

Es : l'élève a justifié que le triangle SHB est rectangle et non SOH. Puis, en dernière étape, $A_{SAB}=477,75$, $A_{SAB}=477,5*4=1911 \text{ m}^2$.

F : il y a une incohérence en effet. Il y a une rédaction qui n'est pas de tout rigoureuse avec l'utilisation de signe (=). Là, on est typiquement dans l'erreur d'un élève de primaire, c'est-à-dire, dans sa tête il fait la procédure : calculer l'aire d'une face latérale, on lui demande tout, il l'écrit fois 4. Il faut expliquer à nos élève de 5^e, on écrit ce qu'on calcule à chaque fois. Vous avez raison, il part de triangle SHB puis il passe et travaille sur le triangle SOH pourquoi ? on ne sait pas ? est-ce que vous avez une idée pourquoi ? pourquoi il change de triangle comme ça ?

Nadia : une intervention de prof peut-être !

F : oui peut-être

Jean-Marc : il est parti de triangle SHB pour calculer SH, il s'est rendu compte qu'il manque une mesure.

F : oui peut-être mais pourquoi il ne justifie pas pourquoi SOH est rectangle. Est-ce que quelqu'un a une autre idée à rajouter sur la copie de l'élève 3 ?

E : il nous a pas expliqué pourquoi $OH=17,5$

(là, une fois de plus, le formateur improvise et ce sont les étudiants qui ont trouvé la bonne explication de l'erreur concernant le changement de triangle)

Est-ce vous êtes capable de dire pourquoi $OH=17,5$? on verra lorsque quelqu'un vient corriger au tableau. On passe à la copie de l'élève 6.

E6

Exercice de la pyramide du Louvre

1) $A_{\text{base carrée}} = 35 \times 35 = 1225 \text{ m}^2$

$V_{\text{pyramide}} = (1225 \times 21) \div 3 = 25725 \div 3 = 8575 \text{ m}^3$
 Le volume de cette pyramide est 8575 m^3 .

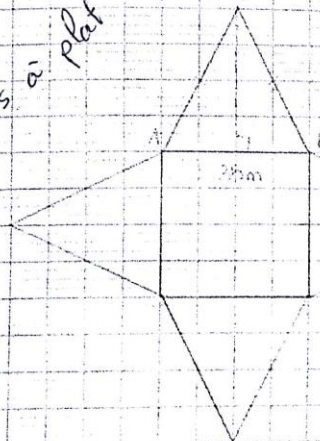
2) $A_{\text{d'une face latérale}} = (35 \times 21) \div 2 = 367,5 \text{ m}^2$

Aire d'une face latérale.

$367,5 \times 4 = 1470 \text{ m}^2$

X La superficie nécessaire est 1470 m^2

- il a mis à plat



Le triangle SOH est rectangle en O. $SO = 21 \text{ m}$, $OH = 17,5 \text{ m}$

$SH^2 = SO^2 + OH^2$

$SH^2 = 21^2 + 17,5^2$

$SH^2 = 441 + 306,25$

$SH = \sqrt{747,25} = 27,335$
87384

Aire triangle = $\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$

$= \frac{35 \times 27,3357537}{2} = 478,3777$
927 m²

2) 4 faces = $478,3777927 \times 4 = 1913,5111 \text{ m}^2$

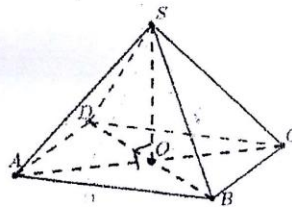
La superficie nécessaire est $1913,5111 \text{ m}^2$

C'est pas une vol exacte.

La pyramide du Louvre schématisée ci-contre est une pyramide régulière de 21 mètres de hauteur et de base carrée de 35 mètres de côté.

1) Calculer le volume de cette pyramide.

2) Calculer la superficie de verre nécessaire pour construire les faces latérales de cette pyramide (on convient que les faces sont totalement recouvertes de verre).



F : est-ce qu'on voit quelque chose qu'on n'a pas vu dans les autres copies ?

Es : oui, le patron.

F : est-ce qu'il a un intérêt de dessiner un patron ou pas ? de passer du 3D au 2D ? après qu'est-ce qu'il a fait cet élève ?

E : il a confondu la hauteur de la pyramide et celle de triangle SAB. Puis, il y a l'intervention du professeur (correction au tableau).

F : à votre avis, $SH = \sqrt{747,25} = 27,335$ correspond à quoi ?

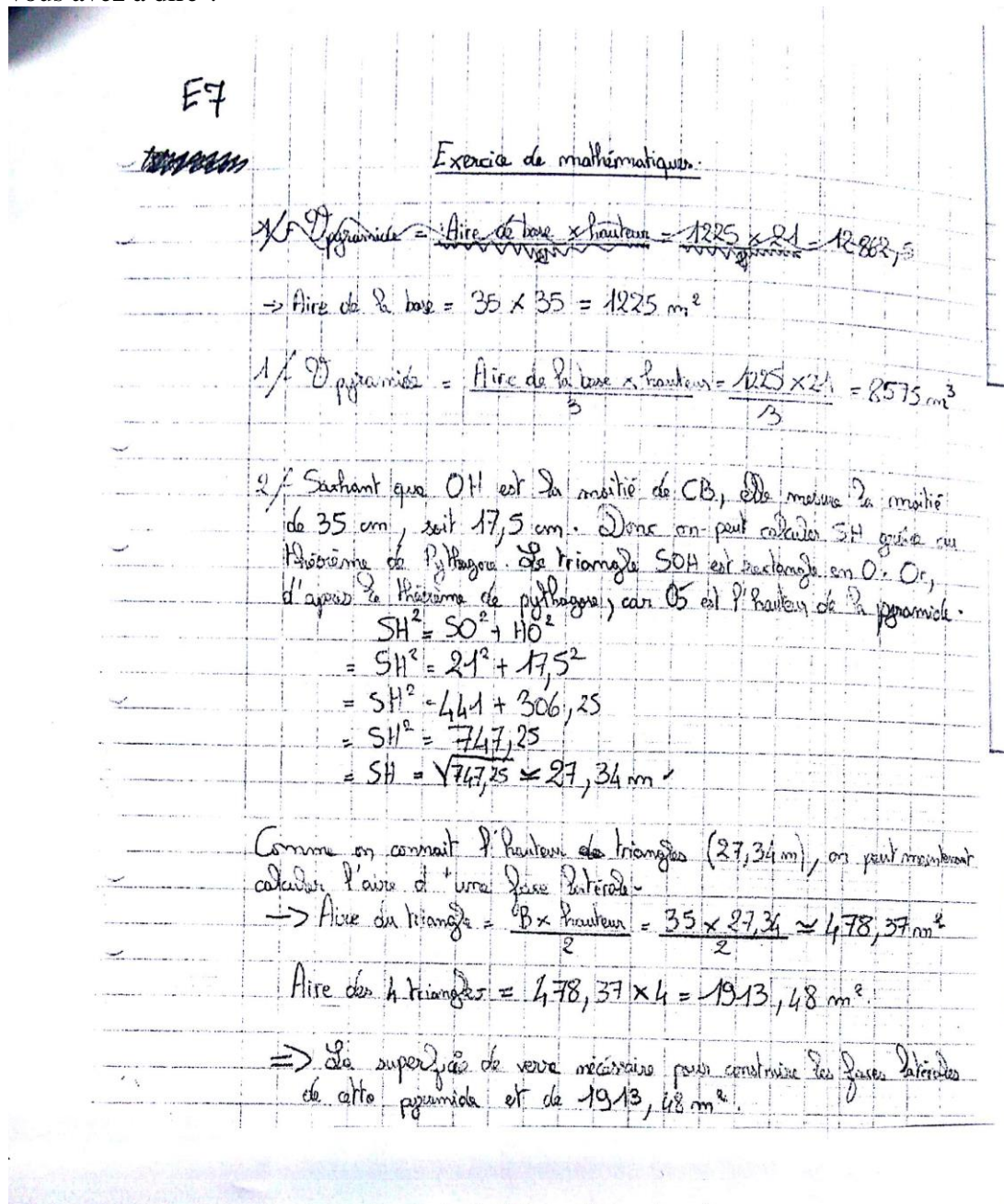
87384

Es : les chiffres qui suivent sur la calculatrice.

F : en plus, on voit le signe (=), parce qu'il pense s'il écrit tous les chiffres affichés à l'écran de la calculatrice, il s'agit d'une valeur exacte. Il faut insister là-dessus. Par rapport à l'histoire des valeurs approchées, qu'est-ce qu'on peut se dire explicitement comme alternative dans l'énoncé ? qu'est-ce qu'il faut rajouter ? Il faut préciser soit une valeur approchée ou valeur exacte, si approchée à quel chiffre ?

(Les élèves pensent que tous les chiffres affichés à l'écran représentent une valeur approchée, il faut alors éclairer cette confusion)

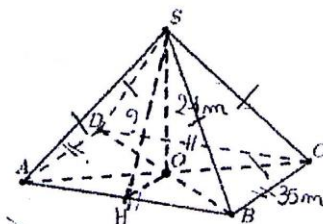
F : avez-vous des choses à rajouter sur la copie 6, non ? ok, copie 7, qu'est-ce que vous avez à dire ?



La pyramide du Louvre schématisée ci-contre est une pyramide régulière de 21 mètres de hauteur et de base carrée de 35 mètres de côté.

1) Calculer le volume de cette pyramide.

2) Calculer la superficie de verre nécessaire pour construire les faces latérales de cette pyramide (on convient que les faces sont totalement recouvertes de verre).



Es : aire de la base = $35 \times 35 = 1225 \text{ m}^2$, il a confondu la formule.

F : lisez bien, c'est la formule de l'aire de la base de carré, des fois, on a le même mot mais de sens différents. Il ne faut pas rester dans l'implicite dans le côté des élèves. Après, est-ce qu'on a d'autres choses à rajouter. C'est intéressant de dire aux élèves de faire la figure.

Un étudiant a été envoyé au tableau pour faire la correction en tant que professeur (préparation à l'oral)

(pourquoi n'a pas été envoyé avant de faire l'analyse *a priori*, je ne sais pas, quel intérêt de l'envoyer après l'analyse et avant de projeter la vidéo de professeur de la classe, je ne sais pas pour le moment, mais ce que je peux dire que le formateur est dans une situation ou stratégie de monstration, parce qu'il essaie de montrer aux étudiants comme fait un enseignant exemple)

L'étudiant fait presque la procédure des élèves 3 et 7. Il n'est pas rigoureux au niveau mathématique. L'étudiant n'était pas capable de justifier pourquoi $OH=17,5$ cm.

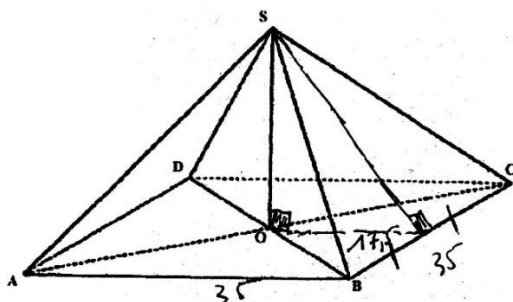
Le formateur intervient pour insister sur l'isolation des figures.

Avant de projeter la vidéo du professeur le formateur demande aux étudiants de regarder les documents suivants : sujet de brevet DNB 2000 ; autre prolongement DNB 2013 Pondichéry ; Situation 3 : tâche complexe.

Comparaison avec sujet DNB 2000 :

PARTIE A :

Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisée en verre feuilleté au centre de la cour intérieure du Louvre. Cette pyramide régulière a une base carrée ABCD de côté 35 mètres et pour hauteur le segment [SO] de longueur 22 mètres.



- 1) Calculer la valeur arrondie au mètre près de la longueur de la diagonale du carré ABCD.
- 2) Calculer la longueur de l'arête [SA] ; en donner une valeur arrondie au mètre près.
- 3) Réaliser un patron de cette pyramide à l'échelle 1/1000.

F : en quoi ça prolonge ? est-ce qu'il y a des difficultés supplémentaires ? Qu'est-ce que vous pensez en termes d'analyse de tâche ? est-ce ça correspond à ce que nous avons fait ? qu'est-ce qui change ?

Nadia : c'est un exercice guidé

F : tout à fait, par exemple, l'exercice que je vous ai présenté, la question 2 était une question ouverte. Ici, on est complètement tenu par la main. Il demande le patron explicitement, mais tout à l'heure était implicitement. Est-ce tout le monde sait faire un patron ?

E : une fois, on a l'arrête, c'est bon.

F : de quoi on a besoin pour faire le patron ? on a un carré et des triangles isocèles, au milieu de côté carré je fais une perpendiculaire. Regardez le sujet DNB 2013. Vous comparez ces trois exercices, je vous distribue l'exercice qui a été donné à l'oral 2 :

1^{er} exercice : ouvert

2^e exercice : guidé

3^e exercice : 1^{er} question est guidée, l'objectif est de faire travailler la valeur exacte.

2^e question est un exercice de réduction.

Autre prolongement : DNB 2013 Pondichéry

Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré ABCD telle que son volume V est égal à 108 cm^3 .

Sa hauteur [SH] mesure 9 cm.

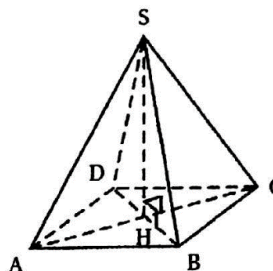
Le volume d'une pyramide est donné par la relation :

$$\text{Volume d'une pyramide} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

1. Vérifier que l'aire de ABCD est bien 36 cm^2 .

En déduire la valeur de AB.

Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal à $12 + 6\sqrt{2} \text{ cm}$.



2. SMNOP est une réduction de la pyramide SABCD.

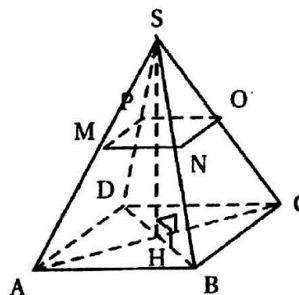
On obtient alors la pyramide SMNOP telle que l'aire du carré MNOP soit égale à 4 cm^2 .

a. Calculer le volume de la pyramide SMNOP.

b. Pour cette question toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Elise pense que pour obtenir le périmètre du triangle MNO, il suffit de diviser le périmètre du triangle ABC par 3.

Êtes-vous d'accord avec elle?



Situation 3 :

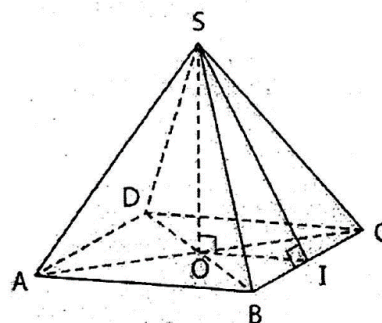
Amaury : j'étais perplexe par rapport au rapport 0.1 de la pyramide

F : je me suis pas posé la question, c'était claire de ma tête, une réduction de 0,1, il s'agit d'une réduction de dimensions. En tout cas, là, on a un exercice complètement ouvert, qu'est-ce qu'il y a à la charge des élèves ?

E : les dimensions de la pyramide

F : bah oui, ils ont d'abord un travail documentaire à effectuer. Chercher les dimensions, l'aire latérale. Y a beaucoup d'initiative à la charge des élèves. Pour terminer, je veux reprendre l'analyse de l'énoncé initial dans le but de faire une synthèse.

Situation 3 : tâche complexe



On envisage d'installer dans la cours du collège une pyramide en verre. Celle-ci doit être la réduction de rapport 0,1 de la pyramide du Louvre. L'intendant a prévu un budget de 7000€.

Le prix du verre étant de 350 € le m^2 , ce budget est-il suffisant ?

Vous rédigerez un compte rendu présentant le raisonnement suivi pour répondre à cette question.

(Situation observée au collège de Brannes, groupe de travail de 4 élèves)

Synthèse :

F : Pour la 1^o question : il semble que l'application de la formule de la pyramide soit requise, on peut s'attendre à des erreurs sur cette formule par exemple les élèves oublient le $\frac{1}{3}$. Une confusion avec l'aire de triangle et le facteur de 4 pour calculer l'aire latérale. On remarque aussi une polysémie (plusieurs sens pour un même mot) (terme : base et hauteur). Pour la 2^o question : il y a 2 procédures : celle de demie diagonale (1) et celle de centre de carré (2). Les choix de procédures, on reconnaît des étapes, des intermédiaires, un choix de la face de travail et la reconnaissance de modalité d'application du théorème de Pythagore. Il s'agit d'une connaissance mobilisable (requis) de 4^{em}, ces connaissances sont attendues de la part des élèves sans intervention de l'enseignant. Néanmoins, le choix de triangle et le passage du 3D au 2D est inadaptation qui demande l'accompagnement de l'enseignant et cela où je peux apporter une aide. Ces deux procédures ont le même objectif, c'est de calculer l'aire latérale. On remarque que les procédures nécessitent deux connaissances différentes de la pyramide régulière mais de manière légèrement différente et sous des formes différentes. On pense que la procédure 1 est majoritaire parce que le triangle SAO est déjà tracé sur la figure donnée aux élèves, ce n'est le cas de OSH. Pour nous, c'était le contraire, la procédure 2 est majoritaire. Cependant la 1^o procédure nécessitent plusieurs pas, calcul de OA, SA, SH. Par contre, la 2 ne nécessite qu'un seul pas le calcul de SH, la dernière procédure fait intervenir 2 connaissances sur la pyramide régulière. Or, dans la première, ces connaissances sont en quelque sorte découpées. En tant qu'enseignant, avant de donner l'exercice, il faut repérer les procédures possibles et quelles sont les pistes pour que je puisse les guider. En tant qu'étudiant, est-ce que je peux faire l'exercice ? on peut considérer des procédures

erronées, en supposant que les triangles sont équilatéraux. Il s'agit d'un problème de connaissance sur la pyramide régulière.

Le formateur se concentre sur les procédures de résolution et les étapes et les difficultés que les élèves peuvent rencontrer. Il s'appuie beaucoup sur l'institutionnalisation formative et il finit par faire une synthèse générale, il improvise sur les erreurs et s'appuie sur les propos des étudiants.

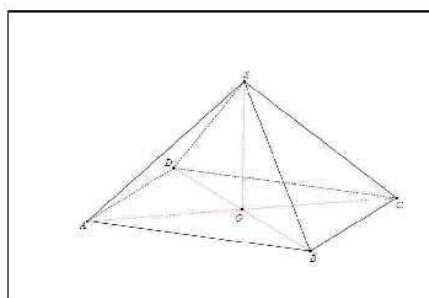
ESD 2012 –3v01 : Grandeurs et mesures

1. Le sujet

A. L'exercice proposé au candidat

La pyramide du Louvre schématisée ci-contre est une pyramide régulière de hauteur 21 mètres et de base carrée de 35 mètres de côté.

1. Calculer le volume de cette pyramide.
2. Calculer la superficie de verre nécessaire pour construire les faces latérales de cette pyramide (on convient que les faces sont totalement recouvertes de verre)



B. La réponse d'un élève à la question 2

<p>On utilise Pythagore : $OA = \sqrt{17,5^2 + 17,5^2} = \sqrt{612,5}$</p> <p>On utilise à nouveau Pythagore : $AS = \sqrt{612,5^2 + 21^2} = \sqrt{1053,5}$</p> <p>On appelle I le milieu de $[AB]$: $IS^2 = AS^2 - AI^2$ donc $IS \approx 27,33$</p> <p>On a quatre faces donc $4 \times \frac{35 \times 27,33}{2} \approx 1913,1 \text{ m}^2$</p>	
---	--

C. Le travail à exposer devant le jury

1. Analysez la production de l'élève en particulier la prise d'initiative, la capacité de s'engager dans une démarche, à exposer un raisonnement, à mener des calculs.
2. Proposez une démonstration aboutie en complétant ou en modifiant la démarche de l'élève telle que vous l'exposeriez devant une classe.
3. Présentez plusieurs exercices à différents niveaux (collège et lycée) sur le thème « **grandeurs et mesures** ».

2. Éléments de correction

L'exercice s'appuie sur une situation empruntée à la vie courante et propose des calculs de grandeurs (aire et volume) relatifs à une pyramide.

L'étude de la pyramide est abordée en classe de quatrième : « *Les activités sur les pyramides exploitent des situations simples. L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace (...). Ces travaux permettent de consolider les images mentales relatives à des situations d'orthogonalité* » précisent les commentaires.

Les deux questions de l'exercice sont indépendantes, la première étant une application directe des capacités exigibles à ce niveau de classe, la deuxième faisant appel à des « situations d'orthogonalité » et nécessitant un niveau de réflexion plus approfondi.

1. Analyse de la production d'élève

Cet élève a une bonne vision de l'espace et a des images mentales assez performantes relatives à des situations d'orthogonalité. Sa démarche est pertinente, sa résolution est certes « non aboutie » comme l'indique le dossier mais néanmoins recevable. Au niveau des calculs, sa dernière opération est à corriger (l'usage du nombre 27,33 n'est pas licite).

S'engager dans une démarche <small>g2013</small>	Cet élève a mis en œuvre une « analyse remontante » : pour calculer l'aire d'une face, par exemple SAB , il faut connaître une hauteur. Le calcul de cette hauteur l'amène à calculer la longueur de l'arête, calcul qui l'amène à considérer les triangles SAO puis OAB . Bien que sa démarche ne soit pas optimale, elle est pertinente.
Prendre des initiatives	Cet élève utilise à bon escient des figures planes extraites de la figure de l'espace. Il définit correctement un point qui lui est utile non donné par l'énoncé (le point I).
Exposer un raisonnement	Cet élève a su ordonner correctement et logiquement son exposé (inverser le sens de l'analyse remontante). Cependant, selon lui, la réalisation de ses figures planes fait office de justification.
Mener des calculs	Cet élève a changé son mode de calcul, tout d'abord exact puis ensuite approché. On peut penser qu'il a confié les calculs à sa calculatrice, au moins lors du calcul de IS . Il en a relevé la troncature au centième (27,33). Dans ses calculs ultérieurs, il utilise cette troncature, option incorrecte qui amplifie l'écart entre la valeur qu'il obtient et la valeur attendue.

Cet élève a bien vu sur la perspective que les triangles OAB et SAO étaient des triangles rectangles. Il n'a pas vu que OSI en était un aussi, peut-être parce que sur la figure en perspective proposée aux élèves ce triangle apparaît très aplati, et aussi parce que l'élève n'a certainement pas matérialisé le segment $[IO]$ (il n'y a aucune raison de le faire *a priori*).

2. Une correction inspirée de la production d'élève

De la démarche de cet élève, on peut extraire quelques idées clefs :

- Les faces de la pyramide sont des triangles isocèles isométriques.
- Pour calculer leur aire, il faut calculer la hauteur issue de S de l'une d'entre elles (IS par exemple).
- Pour calculer IS , il est utile de considérer des triangles rectangles dont $[IS]$ est l'un des côtés.

Cependant, l'élève a négligé quelques justifications. Principalement, il a négligé de justifier pourquoi SOA est-il un triangle rectangle en O : S et O sont tous deux équidistants des quatre points A , B , C , et D , ils appartiennent aux plans médiateurs des côtés du carré. Ces quatre plans ont une intersection commune, la droite (OS) , perpendiculaire en O au plan de base de la pyramide. Cette droite étant perpendiculaire au plan (ABC) , elle est perpendiculaire à toutes les droites de ce plan passant par O , en particulier à (OA) .

La question se pose maintenant : SIA est-il le seul triangle rectangle remarquable de la figure dont $[IS]$ est un côté ? Il s'agit d'attirer l'attention sur le triangle SIO : il est rectangle en O lui aussi car (OI) est, au même titre que (OA) , une droite du plan (ABC) passant par O . L'hypoténuse en est $[IS]$. La longueur de $[OS]$ est

une donnée de l'énoncé et celle de $[IO]$ est facile à calculer à l'aide du théorème des milieux appliqué au triangle ABC . On peut appliquer le *théorème de Pythagore* (et non « Pythagore ») dans le triangle SIO .

Les calculs menés par l'élève doivent être modifiés. Il s'agit de s'interroger : à quel moment est-il opportun d'abandonner une valeur exacte pour retenir une valeur approchée ?

Les calculs sont effectués avec les résultats gardés en mémoire par la calculatrice, et non avec un arrondi au centième. On peut voir ci-contre d'ailleurs que l'arrondi au centième de $\sqrt{747,25}$ est 27,34 et non 27,33.

Une valeur approchée n'est retenue qu'après la dernière opération (l'arrondi au centième est pertinent puisque le résultat est la mesure d'une aire en m^2)

La résolution alternative plus directe issue de l'application du théorème de Pythagore dans le triangle SIO amène aux calculs ci-contre. Le réglage adopté est le mode de calcul **Exact** (alors que c'est **Auto** dans l'écran précédent). Les affichages décimaux ont été forcés (réglage **Flottant 6**)

Calcul de OA^2	
$(19,5)^2 - (19,5)^2$	0
Calcul de OS^2	
$612,5 - 21^2$	1059,5
Calcul de IS^2	
$19,5^2 - 19,5^2$	0
Calcul de IS^2	
$\sqrt{747,25}$	27,3359
Calcul de la surface à conserver de papier	
$4 \times 35 \times \sqrt{747,25}$	245,761
$\frac{1}{2}$	
$4 \times 35 \times \sqrt{747,25}$	1914,05
$\frac{1}{2}$	
	957,025

$612,5 - 21^2 + 0$	
$19,5^2 - 19,5^2$	0
$\frac{1}{2} \times 4 \times 35 \times 27,3359$	1914,05
Calcul de IS^2	
$19,5^2 - 19,5^2$	0
$\sqrt{747,25}$	27,3359
$\frac{1}{2}$	
Suppression de zéro	
$4 \times 35 \times \sqrt{747,25}$	245,761
$\frac{1}{2}$	
$4 \times 35 \times \sqrt{747,25}$	1914,05
$\frac{1}{2}$	
	957,025

3. Voir REDCM pages 58 à 62. L'exercice proposé par le jury étant du niveau d'une classe de quatrième, cibler d'autres niveaux de classe, en sélectionnant au moins un exercice niveau lycée.

F : Là, on va voir un extrait d'une vidéo. Le prof distribue le sujet, il l'explique, puis, il y a un moment de mise au travail, ensuite, un moment de mise en commun s'intervient. Ce qui m'intéresse la phase après la mise en commun où il reprend la parole et les allers retours entre questionnement d'élèves et enseignant. Qu'est-ce que vous avez à dire comme analyse de cette vidéo au regard de travail ce que vous avez fait ?

E : on trouve les choses qu'on a dit tout à l'heure (travail sur la pyramide)

F : qu'on a dites, le COD passe devant, rigueur langagière.

E : il cite l'aire de triangle et le volume de pyramide

F : c'est-à-dire qu'il l'anticipe, ce n'est pas venu des élèves.

E : oui

F : est-ce que parce que lui l'anticipé dans sa préparation ? Ou parce qu'il a vu la phase de productions des élèves (lors de la mise en action) ? il a vu sur certains cahiers à votre avis ?

E1 : c'est possible qu'il l'ait vu avant

E2 : il a vu sur un élève, il le dit à un moment.

E3 : il a certainement anticipé

F : j'espère qu'il a anticipé

E4 : il dit : la solution c'est ça, il demande à un élève qui a fait une erreur de donner sa réponse, il lui explique.

F : est-ce à votre avis la façon dont il a expliqué, ça va être suffisant pour que les élèves comprennent bien la différence ou pas ?

E : on n'attend pas bien, mais j'ai l'impression qu'à la fin, il y a un élève qui pose une question, je crois que c'était par rapport à la formule, il lui a répondu : on y revient tout à l'heure.

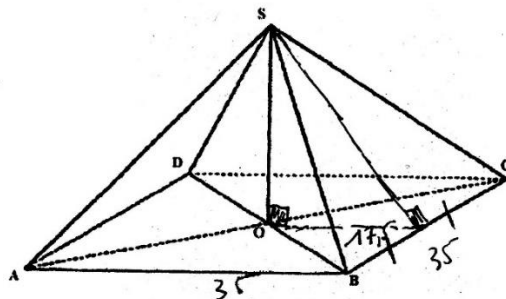
F : oui exactement. On a l'impression que ça reste un petit peu évasif. La si vous étiez chargé de la classe, comment vous faites pour que le doute ne se persiste pas dans la tête de certains élèves ?

E : travailler avec les unités, ça peut être pas mal, parce quand ils font $(b \cdot h)/2$ dans un triangle, c'est des cm et des cm, ils savent que l'aire en cm^2 , alors que avec la pyramide, c'est de m^3 .

Comparaison avec sujet DNB 2000 :

PARTIE A :

Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisée en verre feuilleté au centre de la cour intérieure du Louvre
Cette pyramide régulière a une base carrée ABCD de côté 35 mètres et pour hauteur le segment [SO] de longueur 22 mètres.



- 1) Calculer la valeur arrondie au mètre près de la longueur de la diagonale du carré ABCD.
- 2) Calculer la longueur de l'arête [SA] ; en donner une valeur arrondie au mètre près.
- 3) Réaliser un patron de cette pyramide à l'échelle 1/1000.

F : ça, il me semble que c'est une piste pour donner du sens. Quand il sent qu'un élève n'a pas bien compris, on reviendra dans la question suivante, à quoi pense-t-il ?

E : il pense à une face latérale

F : tout à fait. Justement, qu'est-ce que vous avez à dire par rapport à ça ? si on prend sur la face SAB

E : sur la hauteur

F : le questionnement sur quelle hauteur dans un triangle et ça rappelez-vous qu'on a soulevé plus haut (la hauteur associée). Quand le professeur dit que SO est la hauteur de la pyramide, est-ce que c'est clair pour les élèves ? Bah, non, normalement dans

quelle figure on se place. Comment vous auriez pu faire percevoir que la hauteur SO n'intervenait pas dans le triangle SAB.

E : on fait une vraie pyramide et on montre aux élèves la différence entre la hauteur d'une face triangle et celle de pyramide.

F : Comment vous faites, vous venez avec quoi dans votre séance ? Avec des allumettes ?

E : des tubes en plastique qui s'emboitent, je ne sais pas moi.

F : une idée pour trouver des moyens pour faire des arrêtes, des sommets, etc. pour faire visualiser

Jean-Marc : faire un patron

Cindy : faire la figure avec géogébra pour faire la distinction

F : est-ce qu'il y a une autre idée. Pour moi, il faut placer visuellement la hauteur SO. Est-ce que vous avez fait attention à ce que dit le prof à la fin ? si ma mémoire est bonne,il est parti d'idée que les triangles sont isocèles, est-ce qu'il a anticipé l'erreur des élèves, je ne suis pas convaincu moi. Admettons que les élèves se disent que les triangles sont équilatéraux et le prof précise qu'ils sont tout simplement isocèles, est-ce que les élèves vont être convaincus sur le coup ? Là il n'a pas bien anticipé l'erreur, il peut perdre en route certains élèves. Est-ce que vous avez d'autres choses à dire ? est-ce que vous avez le sentiment que les élèves travaillent ?

E : oui

F : oui, ils sont calme, ils ont 18, on est en ZEP. Le collègue a de l'expérience. Par contre, les élèves ont l'habitude de travailler sur des problèmes ouverts, ça se voit sur la vidéo, si c'était la première fois, ça ne déroule pas bien comme ça. En tant qu'observateur on voit bien quand les élèves décrochent, quand ils papotent, ils font un petit coucou à la caméra. Alors, ça peut être un signe pour moi en tant que prof de la classe quand il peut avoir des flottements, ah, là, je les perds, il faut que je prenne la main

Il faut que je me remette en situation en relançant mon activité.

Le formateur continue la vidéo.....

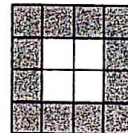
F : il y a quelques points sur lesquels je vais vous sensibiliser : le rôle de l'enseignant qui reste à la charge de l'élève, est-ce que vous êtes rendus compte dans l'analyse des copies qu'à un moment donné qu'il y a souvent une rupture dans ce qui a été fait par les élèves et que c'était tous à parler de triangle SOH à résoudre ou à faire etc. ? en fait le prof va guider complètement, il précise sur quelle face ils vont travailler, il la dessine au tableau mais il dit pas clairement quand on change de cadre, il faut le dire aux élèves c'est important. Il faut pas rester dans l'implicite pour ne pas perdre les élèves. On ne voit pas d'élève qui corrige au tableau, il n'y a pas beaucoup de tâches à la charge des élèves. il y a une mauvaise d'anticipation de gestion de temps.

4. Séance 4 : le carré bordé

Le carré bordé en cinquième

Les gâteaux de Marie

Marie est pâtissière d'un grand restaurant de Paris. Elle doit confectionner des gâteaux pour « Black and White » et des personnalités de la Jet Set. Le dessus de ces gâteaux doit être recouvert de chocolat noir et chocolat blanc comme indiqué ci-dessous.



Q1. Pour chacun des gâteaux ci-dessus, compter sur un dessin le nombre de carrés de chocolat noir pour un carré de chocolat blanc de côté un carré, puis de côté deux carrés.

Q2. Dessiner un tel gâteau avec un carré de chocolat blanc de 5 carrés de côté.

Q3. **Les gâteaux doivent être beaucoup plus grands**

Sans faire de dessin, est-il facile de dire combien de plaques noires seraient nécessaires pour entourer un gâteau central de 8 plaques blanches de côté.

Q4. **Marie doit passer ses commandes de chocolat**

Marie cherche un moyen (sans compter) de connaître le nombre de plaques noires nécessaires pour entourer un gâteau central quel que soit le nombre de plaques blanches sur le côté du carré.

Rédiger un moyen avec vos propres mots.

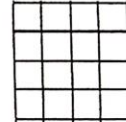
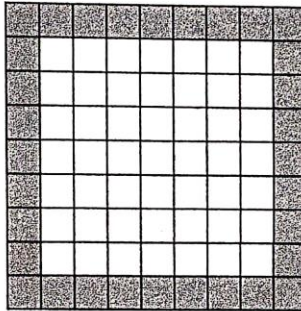
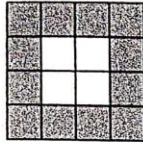


Q5. Marie n'a qu'un petit post-it de ce format :
pour laisser la consigne de fabrication à son second de cuisine. Imaginer le moyen mathématique et synthétique d'écrire la consigne.

Le carré bordé- Classe de 3°

Énoncé de l'exercice

1) Déterminer dans chaque cas le nombre de carreaux bordant le carré blanc.



2) Quel est le nombre de carreaux bordant un carré blanc de 56 carreaux de côté ?

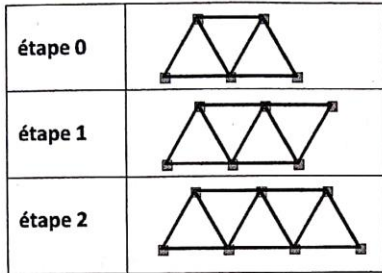
3) Déterminer une méthode permettant d'exprimer le nombre de carreaux bordant un carré blanc dont on connaît le nombre de carreaux par côté, en langage naturel.

3 bis) Donner une méthode mathématique pour calculer ce même nombre.

L'Outil Algébrique : lui donner du sens

Ces énoncés ont des objectifs divers. Ils peuvent être utilisés pour remédier à des difficultés diagnostiquées ou en amont dès la sixième ou la cinquième en algèbre élémentaire au collège. Leur efficacité dépendra du contexte dans lequel les place le professeur (déroulement, objectif, place dans la progression, niveau...); le travail en groupe est souvent à privilégier pour ces exercices.

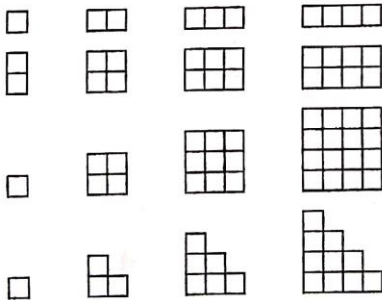
Exercice 1 : Avec des allumettes



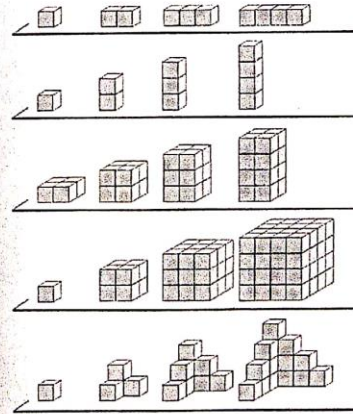
- a. Combien d'allumettes sont utilisées pour l'étape 0 ? Pour l'étape 1 ? Pour l'étape 2 ?
- b. Combien d'allumettes sont utilisées pour l'étape 3 ? Pour l'étape 8 ?
- c. Combien d'allumettes sont utilisées pour l'étape 100 ? Pour l'étape 1000 ?
- d. Trouver le nombre d'allumettes utilisées pour n'importe quelle étape...
- e. Quelle est l'étape (si elle existe) pour laquelle on utilise 423 allumettes ? 585 allumettes ? Et 386 allumettes ?

A chaque étape, des triangles sont construits avec des allumettes...
On peut reprendre chacune des questions a, b, c, et d de l'exercice précédent dans les situations suivantes :

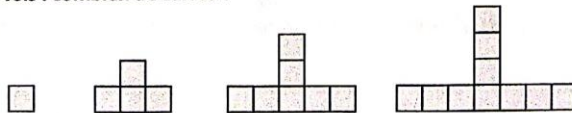
Et maintenant : combien de carrés ?



Et combien de cubes ?



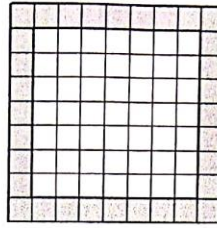
Encore une fois : combien de carrés ?



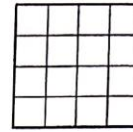
Exercice 2 : Le fameux carré bordé !



Carré 2



Carré 7



Carré 4 (à compléter)

1. Sur chaque figure, quel est le nombre de carreaux en bordure ?
2. Quel est le nombre de carreaux en bordure pour le carré 56 ?
3. Existe-t-il un carré qui ait 404 carreaux en bordure ? Si oui, lequel ?
4. Existe-t-il un carré qui ait 486 carreaux en bordure ? Si oui, lequel ?

Exercice 3 : Programmes de calcul

Alice et Bertrand choisissent un même nombre de départ puis opèrent leur programme à l'aide de calculatrices. Ils trouvent le même résultat. Quel était le nombre de départ ?

Version 1

Programme d'Alice

- Choisir un nombre.
- Multiplier le nombre choisi par 7.
- Ajouter 9 au produit obtenu.

Programme de Bertrand

- Choisir un nombre.
- Ajouter 1.
- Multiplier la somme obtenue par 8.
- Soustraire 1 au produit obtenu.

Version 2

Programme d'Alice

- Choisir un nombre.
- Multiplier le nombre choisi par 3.
- Ajouter 5 au produit obtenu.

Programme de Bertrand

- Choisir un nombre.
- Ajouter 2.
- Multiplier la somme obtenue par 5.
- Ajouter le nombre de départ.
- Soustraire 7 à la somme obtenue.

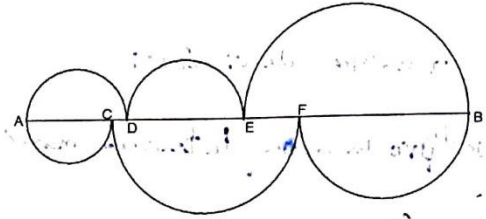
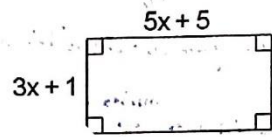
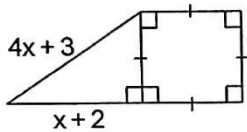
Exercice 3 : In English

- Think of two whole numbers under 10.
Take one of them and add 1. Multiply by 5.
Add 1 again.
Double your answer. Subtract 1.
Add your second number. Add 2.
Double again. Subtract 8
Halve this number and tell me your answer.
From your answer I can work out both your numbers very quickly. How?

Exercice 4 : Expressions équivalentes:

Prouver que l'aire du carré est égale à l'aire du rectangle :

Pour aller de A à B, on peut suivre le segment [AB] ou passer par les demi-cercles de diamètres indiqués sur la figure. Lequel des trois chemins est le plus long ? Et si on change la position des points C, D, E et F ?

**Exercice 5 : Calcul d'Aires****Exercice 6 : Travail sur les entiers**

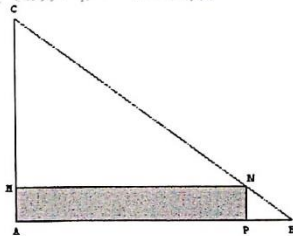
Montrer que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3.

Exercice 6' :

Montrer que la somme de deux entiers impairs consécutifs est la différence de deux carrés.

Exercice 7 : Encore un calcul d'aire

ABC est un triangle rectangle en A, tel que AB mesure 4 cm et AC mesure 3 cm. M est un point qui décrit le segment [AC]. On construit le rectangle AMNP, où N est un point de [BC] et P un point de [AB].



1. Calculer l'aire de AMNP lorsque AM vaut 0,6.
2. On pose $AM = x$. Exprimer l'aire du rectangle AMPN en fonction de AM.
3.
 - a. A votre avis, quelle est la position du point M sur [AC] telle que l'aire du rectangle AMNP soit maximale ?
 - b. Retrouver la réponse envisageable à la question précédente grâce à un logiciel de géométrie dynamique.
 - c. Montrer que l'aire de AMNP s'exprime en fonction de x par $-\frac{4}{3}(x^2 - \frac{3}{2})^2 + 3$. En déduire l'aire maximale et déterminer la valeur de AM correspondante.

L'entretien avec F_p

Parcours professionnel :

- CAPES :
- AGREGATION :
- MASTER PROFESSIONNEL :
- INTERVENTION A L'ORAL 2 :
- FORMATEUR A TEMPS PARTAGE :
- CORRECTEUR ENQUETE PISA :
- CHARGE DE CLASSE 1^{ER} S ET TS

J'ai des bons reculs des programmes et pratiques des enseignants.

C : quelle est l'erreur en mathématiques pour toi et à ton niveau ? comme définir l'erreur ?

F : Ce sont des formules mal appliquées, ça correspond à un défaut dans l'apprentissage de l'élève. Soit, dans la façon dans on lui a présenté les choses. Après comment il a été digéré par l'élève, ce sont les deux aspects-là.

C : qui le responsable de l'erreur ?

F : l'enseignant avec sa façon de faire et l'élève comment il digère les choses.

C : le savoir ?

F : oui, le savoir peut engendrer des erreurs comme la rupture entre le calcul numérique et latéral.

C : quelles sont les origines des erreurs ? ça vient d'où les erreurs des élèves ? y a-t-il une typologie ou des erreurs classiques ?

F : j'ai jamais lu un article sur les erreurs, je me base seulement sur mon expérience et les formations que j'avais reçues. Mais j'ai jamais vu des éléments théoriques là-dessus, dans la formation il y avait une part non négligeable sur le statut de l'erreur mais moi je suis jamais allé lire des articles en dehors de formation. Pour l'origine de l'erreur revient à joindre l'idée qui est le responsable. Je peux dire aussi le passage à l'abstraction (l'élève qui n'arrive pas à visualiser la figure dans l'espace c'est une source d'erreur. Aussi, l'usage de TICE peut amener à des risques d'erreurs, autrement, l'implicite peut engendre des erreurs.

C : pour le problème de l'âge de capitaine, quelle est l'origine à ton avis ?

F : les élèves retiennent des nombres qu'ils disent pour eux des opérations pour avoir un résultat en oubliant de donnant de sens à ce problème, donc je dois répondre à la demande de l'enseignant.

C : Astolfi appelle cette situation un mauvais décodage de contrat didactique où les élèves ont des règles erronées (pour résoudre un problème, faire des opérations, utiliser toutes les données, trouver une réponse unique, etc.), il y a également l'utilisation de la dernière notion installée.

C : est-ce c'est utile de se tromper ?

F : oui, pour repérer ceux qui ont pas assimilé et si ce n'est pas repéré, analysé et éradiqué. Si une erreur n'est pas repérée et n'est pas vue, elle reste toujours. Quelque soit le corrigé quelque soit fait le prof.

C : Quelles grandes idées que tu veux faire passer aux stagiaires sur la question de l'erreur ?

F : justement, je veux leur faire passer l'idée de s'appuyer sur l'erreur, parce que l'erreur d'un élève peut présenter l'erreur de plusieurs élèves soit dans le papier soit dans leur tête. Si l'erreur n'est pas pointée de doigt et analysée par celui qui l'a faite via l'intervention de l'enseignant, bah, cette erreur restera. Il y a deux aspects :

supposons qu'un élève a fait une erreur et que l'enseignant ne la prend pas en compte, il y a un discrédit de l'enseignant qui peut se généraliser dans d'autres moments dans le cours. Je dis toujours à mes stagiaires ne pas faire comme si on a rien entendu quand il y a une erreur. C'est vrai, les jeunes collègues ou les étudiants ils sont pas bien armés pour savoir pourquoi l'élève fait cette erreur, donc ils sont démunis pour outiller les élèves à passer le cap.

C : a ton avis, est ce est utile de proposer aux étudiants un cours sur la liste des erreurs classiques ou la typologie d'erreur ?

F : oui, pour moi c'important, mais c'est cohérent avec le manque de mes connaissances théoriques là-dessus. Moi, ce que je vais faire, ça va être le travail autour de l'erreur des élèves et éventuellement comment l'enseignant réagit face à l'erreur dans les vidéos ou avec le travail sur les copies des élèves. Parfois, on travaille sur les copies et à la fin les étudiants viennent me voir pour faire une synthèse ce n'est pas systématique. Là, sur l'erreur je ne me sens pas en mesure de faire quelque chose plus structuré. Mais, je suis consciente de ce manque par exemple. Mais je parle du statut de l'erreur, l'origine de l'erreur et corriger, il y a un sens derrière mais ça nous échappe des fois. L'année dernière, j'ai travaillé sur la réalisation d'un QCM en prenant en compte les erreurs des élèves dans les réponses, donc c'est plus simple pour un professeur expert de préparer un QCM qu'un jeune professeur. Je les ai fait chercher sur les erreurs éventuelles et comparer avec les copies des élèves, puis faire le bilan avec la réalisation de la séance filmée.

C : quand on parle des savoirs de formation, on en parle de 3 : mathématiques, didactique et pédagogique, comment on peut distinguer didactique de pédagogique ?

F : didactique : analyse de tâches : connaissances mobilisables, disponibles, initiatives des élèves. Pédagogique : enchainement des tâches, gestion de temps, déroulement.

C : tu parles de contrat didactique aux étudiants ?

F : non

C : quelles stratégies tu mets en œuvre entre ces trois : homologie, monstration, transposition ?

F : je n'ai pas une seule stratégie, je m'appuie sur plusieurs, je m'appuie beaucoup sur l'analyse de vidéo, une chose que j'ai retenue dans les formations. Ca peut dépendre également des situation que je propose. Proposer des vidéos des collègues qui traitent ou non les erreurs, ça peut amener les étudiants à se poser des questions et penser aux différentes pistes possibles.

C : est ce tu veux transmettre ta pratique ou ta façon de faire aux étudiants ? c'est une sorte d'homologie.

F : non pas de tout, donc je me situe entre monstration et transposition. J'essaie de leur montrer différents savoirs faire, différentes stratégies de collègues (monstration) et faire une analyse de pratiques. Ce qui m'intéresse est de transmettre aux étudiants la rigueur mathématique et réfléchir à des alternatives, *a posteriori* et s'interroger dans le but de côtoyer plusieurs pratiques et écouter les pratiques des uns des autres.

C : tu parles de la rigueur mathématique, s'agit-il pas d'une rigueur didactique plutôt ?

F : c'est un peu confondu dans ma tête, oui les deux quand on parle de la démonstration par exemple.

C : normalement, il y a trois modèles d'apprentissage : transmissif, behavioriste et constructiviste, tu optes pour quel modèle ?

F : je suis constructiviste, je m'appuie sur les petites marches parfois, l'apprentissage par étapes.

C : quelles étapes pour traiter une erreur ?

F : donne-moi un exemple.

C : l'âge de capitaine

F : Il y a toujours l'idée de partir de problème (la consigne), faire relire le problème, stabiliser les données, mettre en évidence la question, si on voulait connaître l'âge de capitaine, de quoi on a besoin ? (sa date de naissance, etc.) puis ramener les élèves à une impasse (on a aucune donnée), on ne peut pas répondre à la question. Peut être ça ne marche pas comme ça, les élèves vont utiliser des données numériques, il faut mettre en évidence le nombre avec son contexte.

C : est ce que tu as des retours des stagiaires sur le traitement des erreurs des élèves qui ont rencontrées lors de stage ?

F : en dehors des séances de formation, les étudiants ne m'ont jamais contacté. Normalement, ils traitent le problème avec leur professeur référent dans l'école.

C : quelles sont les ressources sur lesquelles tu t'appuies pour préparer tes cours ?

F : Repères IREM de paris Diderot, cahier pédagogique et brochures.

C : est-ce que les stagiaires peuvent mettre en œuvre ce qu'ils ont appris lors de formation en stage ?

F : oui, mais pas autant qu'on veut.

Réponses des étudiants du F_p au questionnaire

	Origines	Préparation	Traitement	Formation	Stage
Etu1	Erreur de raisonnement, de logique, de calcul. Culturelle, passé scolaire de l'élève, manquement dans l'apprentissage, le professeur	Avec l'expérience et les documents pédagogiques de chercheurs. Prévoir les notions difficiles,	Traiter la source avec les exercices de remédiation, reprendre ou reformuler l'énoncé ou la question ou même le cours. Corriger=avoir des bases solides et construire d'autres savoirs. L'intervention est un peut tôt le plus possible ou lors de soutien Détecter l'erreur> chercher la source > remédiation> vérification	Techniques de remédiation. Détection des erreurs en amont avec une vérification des acquis. en dehors de la formation. Attentes : détecter l'erreur et trouver la source. Moyennement	Expérience et un petit peu de recul.
Etu2	Ne pas se servir des bons outils au bon endroit. Résultat incorrect. Manque de confiance, de prof, mauvaise compréhension de l'énoncé ou du cours.	Il faut s'interroger sur chaque point où les élèves pourraient rencontrer des difficultés. Mon expérience me permet de connaître les erreurs redondantes. Histoire d'ancien élève commis pas mal d'erreur, je devine bien. Une erreur imprévue peut me sécher. Préparer des outils pour aider les élèves.	Mettre bien l'accent dessus, ne pas la mettre de côté mais au contraire l'exploiter dans le but de ne pas retomber dedans. Corriger pour qu'elle ne se répercute pas et s'ancre dans les habitudes de l'élève. Trouver d'où vient-elle>écouter les élèves>interpréter>guider pour « remettre sur les rails ». pas très tôt intervenir et laisser le temps à l'élève. Lorsqu'il y du bruit	M1 alternance avec des erreurs corrigées directement par la tutrice, un bon profit. Pas toutes les erreurs prévisibles, une bonne prépa en amont permet de prévoir. Alternance, observation. Pas réfléchi. Pas ciblée sur l'erreur	Concrétiser. Rencontrer des situations attendues.
Etu3	Erreur d'inattention (erreur de calcul), erreur de compréhension. Savoir, prof, élève.	L'expérience au fil des années permet de repérer plus facilement les notions qui vont apporter des difficultés. Il faut prendre du recul, avoir un regard nouveau, voir se faire relire par une autre personne. Anticiper permet de proposer des exemples et contre-exemples.	Demander à l'élève d'interpréter ce qu'il a voulu dire. Travailler en groupe.		Cas concrets et situations réelles
Etu4	Qqch de faux. Manque d'inattention, de travail, de fatigue, de stress. Le professeur s'il n'est pas assez claire.	Seule l'expérience peut aider à mieux connaître ou prévoir les erreurs. Je n'ai pas assez d'expérience pour les anticiper. En connaissant les difficultés passées des élèves, il est plus simple de prévoir les erreurs. Une erreur imprévisible peut déstabiliser le prof. Une préparation est un meilleur recul vis-à-vis de l'erreur	Donner des contre-exemples, des références du cours. Corriger pour ne plus la commettre. Etapes : reprendre l'erreur devant les élèves>faire une référence au cours ou des contre-exemples>corriger l'erreur Intervenir une fois l'erreur est commise pour la corriger plutôt que d'aider l'élève (voire lui donner rapidement la solution).		N'apporte de justement connaître les erreurs rencontrées le plus fréquemment par les élèves.
Etu5	Se tromper dans son raisonnement mathématique ou dans une partie. Pb de compréhension de la consigne, étourderie (faire ex trop rapidement), manque de	Pas forcément avoir les connaissances, le fait d'anticiper permet d'y remédier.	Corriger en comprenant le raisonnement de l'élève. Corriger pour éviter qu'elle se reproduise.il faut d'abord comprendre son origine pour pouvoir la traiter. Le prof intervenir lors de la correction d'un exercice.	On étudie beaucoup les compétences (procédures) attendues et connaissances d'un élève dans un exercice demandé ce qui aide pour anticiper son erreur	

	concentration. Ne plus la reproduire			dans la réalisation de l'exercice. Anticiper les erreurs des élèves.	
Etu6	Qqch de faux ou ne correspond pas à la consigne. Erreur formative (en train d'apprendre qqch), erreur d'étourderie, erreur d'indifférence (les enfant chante), erreur due à une déconnexion des automatismes de la règle ($3x=5 \Leftrightarrow x=5-3=2$). L'erreur n'est pas nécessaire pour apprendre	L'imagination des erreurs dépasse notre capacité, il vaut mieux faire construire aux élèves leur réseau mental puis évaluer cette construction progressivement pour y détecter des erreurs en vue de les corriger que d'espérer construire une ligne Maginot autour des erreurs. Il faut être attentif et très réactif pour découvrir une erreur.	La première chose à faire est de demander à l'élève comment il a trouvé son résultat (sans dire qu'il s'agit d'une erreur). Il faut que le prof construise le réseau des points et les liens qui servent de base de connaissance à l'élève. Donc, il faut le faire parler, lui faire parcourir le maximum de ces liens, évaluer leur solidarité, il faut au minimum y injecter notre réseau ou vouloir le calquer sur le nôtre. C'est un monde vierge à découvrir sans <i>a priori</i> ; quand on a pu avoir une vision suffisamment précise de ce monde, il faut trier ce qui est correct et ce qui ne l'est pas. Il faut relier le point de l'élève au reste de réseau pour créer un nouveau point de solidement. Ex : $3^2=6$, il faut l'amener à distinguer x^2 de $2x$ (2^2 ; 10^2)	Les formulations et les façons d'introduire des notions qui ont fait leur preuve, fruit de l'expérience des enseignants pour nous éviter de refaire les mêmes erreurs, avoir un langage, des attendus, des normes de présentation identiques	Comprendre pour suivre le chemin des élèves de différents rythmes et non imposer nos repères et notre cadence.
Etu7	Mauvaise utilisation des notions et objets, mauvaise rédaction (rigoureux), professeur très implicite dans ses explications, mauvaise apprentissage de la notion, pas assez de pratique. Se tromper permet d'avoir une idée plus claire de la notion.	Le traitement se prépare en amont pour être prêt à toutes les explications et aider tous les élèves. Avec le temps, j'apprends à me poser suffisamment des questions. Non, pas capable, manque d'expérience avec les élèves.	Il faut expliquer l'erreur et donner des exercices pour voir s'il a vraiment compris ou non. L'erreur sert à maîtriser les notions et à pouvoir les utiliser plus tard dans un autre contexte. Préparation en amont> noter les questions des élèves sur la notion> apprendre à y répondre> proposer des exercices. Intervenir dès qu'il apparait	Faire une préparation en amont de la leçon avec une analyse de tâche/compétence/connaissances mobilisées. Faire ses exercices avant d'aller en classe. Il faut apprendre à les (éléments de formation) mettre en pratique. Attentes : correction des copies, analyse de vidéos. Satisfait	Etre confronté à l'erreur et avec le maître de stage, il nous explique les erreurs des élèves. il faut du temps pour appliquer ce qu'on a appris.
Etu8	Un résultat faux, une erreur de calcul, un raisonnement faux. Elèves : inattention, manque de travail, manque d'intérêt, mauvaise interprétation ou compréhension Prof : erreur de langage, erreur de substitution d'un mot par un autre.	On se prépare à certaines erreurs et jamais toutes. Il faut savoir l'historique, comment les notions ont été développées (<i>épistémologie</i>). Mais on ne maîtrise pas tout. Je divine certaines, pas toutes, surtout avec mes propres pbs et mes expériences. Préparer permet de faire moins d'erreurs	Erreur de calcul : on refait le calcul en mettant l'accent sur l'endroit où se trouve l'erreur. Pour le raisonnement, il faut faire comprendre la notion et revoir cela avec lui pour découvrir ce qui n'a pas été compris. Détecter l'erreur > décomposer tout le raisonnement de l'élève> reformuler le problème pour qu'il comprenne pourquoi il y a une erreur >l'accompagner dans le raisonnement. Intervenir à n'importe quel moment quand on sent que l'élève est perdu. Plus la notion est nouvelle, plus il y a des erreurs.	Se poser des questions : comment gérer les erreurs, puis, il faut trouver la stratégie à adopter pour chaque élève et chaque erreur. Ma femme est une prof des écoles, et s'est posée beaucoup de questions à ce niveau. Attentes : sujet très vaste, je n'attendais pas une simple réponse, le traitement se varie d'une erreur à autre et d'un élève à un autre, l'adaptation est le mot principal.	
Etu9	Le résultat d'un raisonnement erroné, souvent intuitif. Pb d'acquisition des notions et donc de retransmission lors d'erreurs ? manque de recul sur ce qui est fait, raisonnement inapproprié. Se tromper crée des schémas chez l'élève qui lui permet de s'autocorriger par la suite. $(a+b)^2 = a^2+b^2$ est du pain	Il faut bien repérer les points « délicats » par les élèves. la majorité des erreurs sont « anticipable » à notre niveau. Je devine en me basant sur mon expérience d'élève (histoire d'ancien élève), cela demande de la mémoire. En général, je sais m'adapter aux erreurs imprévues. Préparer est de savoir où fixer le gras du travail de la séance, sur quel point/notion insister.	Lisser l'élève travailler lui-même son erreur, lorsqu'il y arrive (50% des cas) et les guider le plus possible. Il faut l'accompagner jusqu'à sa correction, dans la mesure de possible. On corrige pour faire comprendre à l'élève que son raisonnement n'était pas attendu, afin qu'il saisisse d'où vient son erreur pour ne plus la reproduire ensuite. Détecter l'erreur>Mise de l'élève en face de son erreur (il nous explique son raisonnement)>mise en évidence des contradictions>accompagner ou prise en main vers la correction. On intervient quand il a un réel manque de connaissances ou qu'il applique les mauvaises méthodes.	Le travail en amont de la séance, les compétences requises pour effectuer les exercices. Chaque erreur est unique et a des origines diverses. Une erreur cache souvent une lacune ou un pb plus important. La formation nous donne des méthodes pour détecter les erreurs, une fois face aux élèves on est seuls et doit s'adapter en suivant les conseils des autres enseignants. Des stratégies	La mise en situation et en pratique immédiate des différentes pistes données durant la formation. On peut aussi voir ce qui fonctionne et ne fonctionne pas.

	béni (aubaine) pour les prof qui peuvent ainsi marquer le coup.			d'approche pour mener à bien l'accompagnement de l'élève vers le chemin de la compréhension. sur ce qui est de la détection oui et le traitement peut-être à venir.	
Etu10	Faute de calcul, ou due à l'incompréhension d'une définition ou d'une propriété. Utile de se tromper pour apprendre. Cela joue sur le souvenir de l'élève.	Des exercices préparés. Il se fier aux lacunes des élèves et donc connaitre les programmes des années antérieures. Il est parfois difficile de deviner les erreurs des élèves. Beaucoup d'erreurs sont dues à des lacunes ou à des manques d'entraînement. La préparation apporte une bonne anticipation.	Prévoir 2 façons au moins de traiter l'erreur. Cela peut se faire lorsqu'un élève est au tableau. Le traitement d'une erreur d'aujourd'hui est la suppression d'une lacune de demain. Traiter : Révisions. Il faut attendre l'affirmation de l'élève, s'il est au tableau	Elle apporte une consolidation des compétences en matière d'anticipation des erreurs des élèves lors de la préparation des séances. L'appréhension et révision des programmes des années précédentes et la classe actuelle de l'élève est une des idées requises relatives au traitement des erreurs des élèves. le témoignage des collègues a pu m'apporter des éléments de réponse sur l'erreur. J'attendais l'anticipation des erreurs des élèves. oui satisfait.	Il apporte des conseils et une véritable mise à l'épreuve de ma propre capacité d'anticipation à faire comprendre l'erreur de l'élève. Avec du temps, je peux mettre en application.
Etu11	Erreur de signe, de vocabulaire, des lacunes et de calcul avec trop de termes. Utile de se tromper pour ne pas refaire les fautes des lacunes.	Certaines erreurs de compréhension peuvent s'éviter en avant. On anticipe certaines pas toutes. On peut deviner des erreurs qu'on a pues faire dans le passé ou que des camarades ont fait. On va dans le passé se rappeler des erreurs (histoire ancien élèves).	Devant la classe car si un élève la fait un autre peut la faire. Traiter veut dire éviter. Corriger dès que possible.		
Etu12	Faute commise en croyant vrai ce qui est faux. C'est un passage obligé qui révèle l'existence d'un savoir incomplet, mal assimilé ou mal consolidé. Origines : de la consigne ; mauvais décodage de contrat didactique, notion précédente mal assimilée, opération intellectuelle ; démarches adoptées par les élèves, surcharge cognitive. L'utilité dépend de l'élève, certains peuvent retenir mieux lorsqu'ils se trompent et ils ne le reproduisent pas	En anticipant mieux les éventuelles erreurs, on arrive à mieux gérer et aborder les erreurs faites par les élèves. Avec l'expérience, on arrive à mieux les anticiper. Je devine en me posant la question des éventuelles erreurs afin de mieux aborder mon cours et ma séance. Cependant, on ne pense pas toujours à toutes les erreurs possibles. Elle apporte de l'assurance et de la confiance en soi.	Il faut savoir comment réfléchissent les élèves pour ensuite passer à l'étape de remédiation. Corriger sert à renforcer la compréhension d'une erreur pour qu'elle ne soit pas reproduite. Il faut pouvoir se mettre à la place de l'élève pour comprendre leur gêne. Dès le début, l'enseignant doit intervenir pour traiter l'erreur. Ils font plus d'erreurs lorsqu'ils sont stressés, démotivés et inattentifs.	Corriger les erreurs collectivement. Non pas toujours propose des éléments de réponse. J'attendais qu'on soit plus confronté à des exemples d'erreur rencontrés et qu'on en discute. Non pas satisfait, sans votre intervention, on ne retient pas grand-chose sur l'erreur.	Sur le terrain, on se retrouve face aux erreurs des élèves et c'est à nous de les gérer. On arrive à mieux préparer notre cours pour les fois prochaines. Cette année, non, je n'arrive pas, l'an dernier en alternance, les cours étaient en parallèle. Je trouve que c'était plus formateur et intéressant.
Etu13	Une erreur est de ne pas connaître assez bien une notion, elle peut être également une erreur d'inattention. D'une notion non comprise, non	Le professeur doit travailler en amont sur l'erreur de l'élève et prévoir ces erreurs possibles. Quelques connaissances nécessaires en m'appuyant sur mon histoire d'ancien élève, mais surement pas l'expérience suffisante. Je devine certaines erreurs lors de la préparation mais pas toutes, en	Expliquer à l'élève pourquoi c'est une erreur et quelle est la connaissance nécessaire afin de ne plus la reproduire. Intervenir pendant la correction d'un exercice.	Il faut toujours rebondir sur les erreurs des élèves et leur fournir une explication. J'attendais qu'on m'explique comment réagir face à l'erreur. Satisfait à peu près.	

	assimilée ou non apprise. Il est utile de se tromper pour apprendre car c'est en se trompant qu'on se rend compte de ce qui n'est pas acquis.	se mettant à la place de l'élève. Je ne pense pas avoir la capacité pour traiter chaque erreur, une erreur imprévue ne me pose pas de difficultés en général. Elle porte l'anticipation des erreurs possibles.			
Etu14	Un raisonnement erroné conduisant à un résultat faux. Mauvaise compréhension de l'objectif aussi bien que d'une simple erreur de calcul. Elles peuvent aussi d'une mauvaise explication de la part du professeur. Ce n'est pas nécessaire de se tromper, celui qui ne se trompe jamais est un excellent mathématicien, il aura donc forcément déjà beaucoup appris.	Il est possible d'anticiper un grand nombre d'erreurs lors de la préparation, il est plus difficile d'y répondre. J'estime maîtriser le programme de 5 ^e et les erreurs que commettent mes élèves proviennent surtout de leur retard scolaire global qui est inquiétant. Oui, je devine en me demandant quels sont les différents raisonnements possibles, bons ou mauvais, que l'on pourrait utiliser dans la résolution d'un problème. J'en ai les capacités car je m'en donne dans la préparation des mes cours. Une erreur inattendue donne souvent lieu à un débat dans la classe et en 5 ^e rien n'est surmontable. La préparation apporte une meilleure connaissance des difficultés rencontrées par l'élève.	L'important est de faire comprendre pourquoi, il a fait cette erreur. On corrige pour ne pas la reproduire. On corrige avant tout pour indiquer la bonne méthode. Étapes : une solution serait de faire reprendre le raisonnement de l'élève en vérifiant rigoureusement chaque étape pour isoler l'erreur. On intervient dès qu'elle est constatée.	Rien de spécial. Je n'ai requis aucune idée en particulier. Je n'attendais rien de particulier. Oui je suis satisfait.	De l'expérience pratique. Oui, j'arrive pour la plupart des choses.
Etu15	Se tromper sur le sens d'une question ou d'un mot et arriver à un résultat incorrect ou ne pas utiliser une propriété correctement. Il est utile de se tromper, la démarche pour corriger l'erreur permet d'encrener les choses pour ne plus refaire cette erreur.	On doit anticiper un maximum de leurs erreurs afin d'y remédier au plus vite et anticiper le moyen d'y remédier. Certaines pas toutes. Il y a des erreurs qui paraissent quasi inévitables au début d'apprentissages (comparaison de 2 nombres relatifs) que j'arrive à anticiper. Il faut se demander à quel(s) moment(s) l'erreur peut être commise et pourquoi (notions antérieures qui les conduiraient à se tromper en faisant un amalgame). Une erreur imprévue peut poser un problème si l'élève n'arrive pas à formuler ce qu'il n'a pas compris et que je ne le vois pas non plus. À partir de la préparation, j'essaie d'anticiper au mieux pour trouver des solutions en amont.	Expliquer le bon raisonnement, donner des exemples concrets (ou non) ; pour certaines notions on peut aussi leur apprendre des moyens mnémotechniques. Traiter sert à conduire l'élève à une bonne compréhension, à des résultats justes. On la corrige afin d'éviter qu'ils ne la refassent pas et qu'ils en fassent d'autres liées à celle-ci. On intervient le plus possible à la source, dès qu'il détecte l'erreur.	Je n'attends rien en particulier, je savais déjà (bon sens) qu'il ne fallait pas laisser une question sans réponse ou laisser un élève s'enliser dans son erreur et ensuite, le traitement de celle-ci dépend de contexte de la notion et de l'élève.	De l'expérience afin d'arriver petit à petit à traiter les erreurs, les corriger au mieux.

Annexe 4 : Documents du chapitre VIII

1^{ière} séance : séance corrective sur les puissances

1. Entretien *a priori*

C : Quelles sont les erreurs à prévoir dans la classe ?

P : On n'a pas toujours la même chose. D'abord, on va corriger le contrôle de ce qu'on a fait hier. Ce n'était pas vraiment réussi, et comme ils font certaines erreurs assez répétitives, on va essayer de ranger ça, je vais essayer une formule où les élèves se corrigent eux-mêmes. Des erreurs qu'ils ont faites, juste j'envoie l'élève au tableau. On n'aura pas beaucoup de participation, c'est une classe pas trop dynamique. J'ai en gros tout ce côté (gauche) qui dort, ce côté (droit) qui travaille un peu plus et au milieu c'est entre deux.

C : Quel est le niveau moyen de la classe ?

P : Pas très bon, et la moyenne générale, premier semestre 9 et quelque et 10,3 pour le deuxième semestre et là ça descend entre 9 et quelque. Au niveau de devoir c'est catastrophique, ils ne travaillent pas beaucoup, on a toujours un ou deux qui dorment. Par contre, il y en a quand même qui suit surtout dans ce côté-là.

C : Normalement comment tu corriges, les erreurs au tableau, à l'oral ?

P : Très souvent au tableau si une erreur ponctuelle d'un élève, si je la vois, l'explique. Si toute la classe a bien fait l'exercice et il y a une petite question individuelle, soit elle concerne tout le monde ; sur un signe par exemple ou quel que soit, je mets au tableau et je pose la question pourquoi il y a un moins là ? Je laisse toute la classe réfléchir, si un de la classe n'a pas compris, je fais d'une manière individuelle. Sinon, je reste tout à fait global.

C : Est-ce que des fois tu laisses passer l'erreur ?

P : J'essaie d'intervenir dessus mais selon l'action si elle est utile ou pas.

C : Est-ce que tu laisses les élèves se corriger entre eux ?

P : Si ça ne gêne pas le bon déroulement de la classe oui,

C : Dans la préparation du cours, est-ce que tu cherches les origines des erreurs des élèves ?

P : J'essaie de réfléchir un petit peu surtout les erreurs classiques.

2. Transcription de la séance

- 1 **P** : Bonjour à tous, assez-vous ! je vous rends les copies de contrôle corrigé. Ce n'est pas trop mal., ce n'est pas mal. /Le **P** répartit le tableau en quatre, dans chaque partie il écrit un exercice, puis il envoie quatre élèves au tableau pour faire la correction./

$$A = \frac{7^4 \times 7^3}{7^1} \quad B = \frac{12^3 \times 12^7}{12^7} \quad C = \frac{(-3)^4}{(-3)^5 \times (-3)^4} \quad D = (0,7^2) \times (0,7^7)$$

- 2
- 3 **P** : il y avait 10 calculs, ça serait bien qu'on arrive à les voir au moment de cours. **Daniely**, tu fais C. Arthur tu fais A. Fabien tu fais B. Lina tu fais D. essayez de détailler les différentes étapes. Arthur fait un détail plus que ça ! Notez bien la correction sur votre cahier en stylo vert. Donc pour le premier.
- 4 **P** : pour le A,

- 5
- 6 **P** : le calcul est fait. $\frac{7^4 \times 7^3}{7^1}$. Alors quand je demande un détail, je me rends compte comment je cadrais mes exposants. **Arthur** !
- 7 **Arthur** : inaudible
- 8 **P** : c'est ça que je te demande en fait de détailler. Ici on aura bien cette puissance, on additionne les deux exposants au numérateur et au dénominateur on ne touche pas parce qu'on ne peut rien ranger pour l'instant, d'accord ? Deuxième étape, on obtient ce calcul-là $\frac{7^7}{7^1}$; $4+3 = 7$. en fait, ici j'ai une division, une fraction plus précisément qu'est-ce que je dois faire, je dois faire une soustraction des

exposants $7-1=6$. Donc il n'y pas de souci, c'est bon mais il faut faire attention aux détails. D'accord ?

- 9 **P** : les erreurs qu'on peut commettre là-dessus c'est quoi ?
- 10 **Karima** : ne pas confondre l'addition et la ..!
- 11 **P** : c'est ça, de ne pas confondre, quand on a une multiplication on fait une addition des exposants et après quand on a une division, on fait une soustraction.
- 12 **P** : Pour le B.

$$B = \frac{12^3 \times 12^7}{12^7} = 12^{7-7-3} = 12^3$$

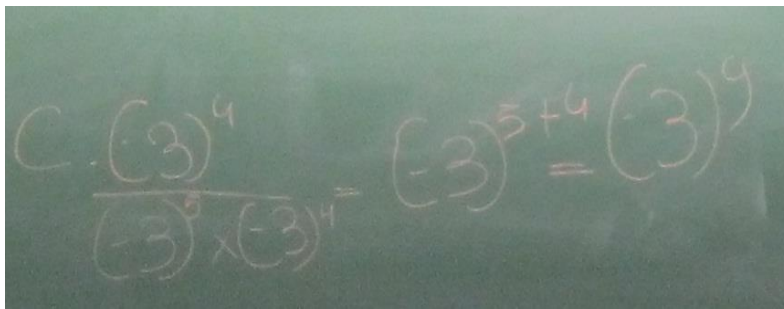
- 13
- 14 **P** : c'est malheureusement ce qui a été fait ici, le résultat n'est pas bon pourquoi ? que c'est faux ?
- 15 **Es** : le résultat est bon
- 16 **P** : oui, le résultat n'est pas bon
- 17 **Karima** : ah bon ! si
- 18 **P** : si pardon, le résultat est bon, ce que je disais pardon. Je ne sais pas quand je calcule $7-7-3$ ça me donne -3 . Fabien !
- 19 **Fabien** : $3 \times 7 - 7$
- 20 **P** : 3×7 d'accord mais il y a un truc qui manquait dans ta phrase.
- 21 **Fabien** : il n'y a pas de phrase.
- 22 **P** : il n'y a pas de .. ?
- 23 **Fabien** : phrase
- 24 **P** : dans la phrase que tu viens de me dire à l'oral. Ce n'est pas forcément ce qui est écrit au tableau. Moi tu m'as dit juste une histoire avec les nombres qui sont

les exposants. Je suis d'accord, ce que tu dis c'est vrai mais pour que ça soit claire et vrai, il faut que tu fasses quelque chose. **Karima** tu peux peut-être l'aider ?

25 **Karima** : il faut d'abord additionner les puissances au numérateur et ensuite on peut laisser calculer après on soustrait.

26 **P** : on peut faire comme ça, ça marche très bien, c'est un peu exactement ce que j'ai fait ici (ex :A) d'accord. Sauf que là ce n'est pas la même valeur mais je peux faire un peu plus directement comme nous disait **Fabien** sauf que **Fabien** a oublié une chose. C'est qu'il ne parle que des exposants, il ne parlait pas forcément bah ici, la valeur numérique qui va avec. Ici, c'est bien douze exposants quelque chose. En faisant quoi ? $3 + 7 - 7$ d'accord ? tu as bien compris ? tu ne parlais que des exposants. Là ce n'est pas bon. Par contre là c'est bon, on pense qu'on avait une multiplication, on va additionner les exposants, pas de multiplication des puissances évidemment. D'accord ? ici on a bien ça et le résultat final c'est de l'exposant, il se faisait calculer les exposants qu'on a là. Quand on ajoute $3 + 7$ ça nous donne 10 et $10 - 7$ ça donne 3. Ici le résultat était bon sauf que les détails n'étaient pas nets. Il y avait juste une erreur de signe qui est faite ici ($12^{7-7-3} = 12^3$) d'accord, tu sais corriger l'erreur maintenant ?

27 **P** : alors le C maintenant.



The image shows a chalkboard with handwritten mathematical work. On the left, the letter 'C' is written. Next to it is the fraction $\frac{(3)^4}{(-3)^3 \cdot (-3)^4}$. To the right of this, the expression $(-3)^{5+4} = (-3)^9$ is written, showing the simplification of the denominator's exponents.

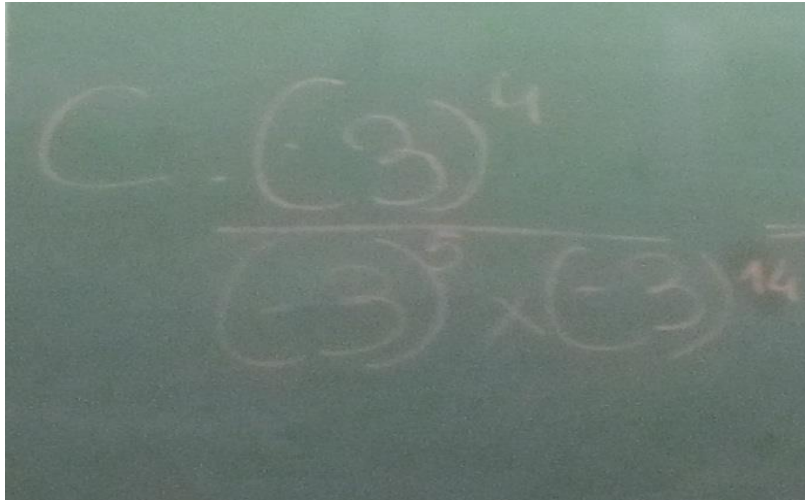
28

29 **P** : Là, c'est un peu plus compliqué. **Daniely**, est-ce que tu pourras m'expliquer ce que tu as fait pour passer de là à là ?

30 **Daniely** :

31 **P** : qu'est-ce que tu as fait ?

32 **Daniely** : en fait, ce n'est pas 4 c'est 14.



33

34 **P** : oui c'était 14 ici. Une erreur dans l'énoncé. Donc comment tu as fait pour passer là ?

35 **Daniely** : on a additionné les puissances.

36 **P** : oui, lesquelles ?

37 **Daniely** : dénominateur et numérateur.

38 **P** : d'accord mais moi c'est ce que je vois, tu as oublié le numérateur, c'est ce que tu as fait, tu as mis 4 au lieu de 14 c'est autre chose mais tu as additionné c'est deux-là. C'est ça. Bah oui, mais du coup il n'y a rien dessus ?

39 **Daniely** : si

40 **P** : il y a quoi au dessus ?

41 **Daniely** : -3 puissance 4

42 **P** : oui, faut-il demander en gardant 14, essaie de corriger maintenant, viens au tableau. Non, on ne va pas demander à son camarade ou à sa camarade. Laissez-la toute seule. Regarde un petit peu les autres exemples qu'on a faits. Surtout le premier qui est détaillé exactement comme il faut. Comme ça tu ne vas pas te tromper. La première étape qu'est-ce qu'on a fait ?

43 **Daniely** : on a additionné 7 puissance 4 avec 7 puissance 3.

44 **P** : on a additionné les exposants de puissances parce qu'il y a une multiplication. Bien et après qu'est-ce qu'on a fait avec le dénominateur ?

45 **Daniely** : on soustrait.

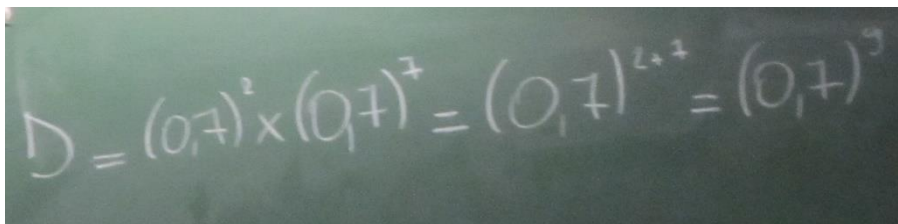
46 **P** : non, il n'est pas touché, regarde juste la première étape. Plus tard on va soustraire parce qu'on aura un bon calcul. Bien, regarde ton calcul ! tu as fait

presque la même chose./ **P** envoie un autre élève au tableau pour faire la correction à la place de **Daniely** qui reste à côté.

- 47 **Daniely** : c'est la même chose ce qu'il écrira.
- 48 **P** : ah bah voilà. Oui, très bien.... Hop, j'arrête tout de suite. Les autres, pourquoi je l'arrête. Yassine !
- 49 **Yassine** : il faut faire un moins.
- 50 **P** : pourquoi faire un moins ?
- 51 **Yassine** : parce que c'est une division.
- 52 **P** : oui. Quand est-ce qu'on met un plus Yassine ?
- 53 **Yassine** : quand il y a une multiplication.
- 54 **P** : exactement lors que c'est une multiplication. On met un plus quand il y a une multiplication de la même valeur numérique. Si les multipliés par exemple 12,2 et 12 ce n'est pas exactement la même chose. Très bien.

$$\begin{aligned}
 C \cdot \frac{(3)^4}{(-3)^5 \times (-3)^{14}} &= \frac{(-3)^4}{(-3)^{5+14}} \\
 &= \frac{(-3)^4}{(-3)^{19}} \\
 &= (-3)^{4-19} \\
 &= (-3)^{-15}
 \end{aligned}$$

- 55
- 56 **P** : C'est compris **Daniely**. Ce n'est pas difficile mais ce n'est pas grave.
- 57 **P** : Pour le petit D.



$$D = (0,7)^2 \times (0,7)^7 = (0,7)^{2+7} = (0,7)^9$$

58

59 **P** : ce n'est pas un nombre entier, c'est un nombre avec une virgule mais on a vu que ça fonctionne de même manière. Ici (**P** parle de 12 et 12.2), je n'ai pas additionné parce que les puissances n'ont pas la même valeur. Mais ici (*Petit D*) j'ai additionné 2+7 et je mets la même puissance. D'accord ? qui avait bon sur ces quatre premiers ?

60 **Es** : (7 lever la main)

61 **P** : qui avait une erreur ?

62 **E** : à voir

63 **P** : copiez bien la correction. On va passer aux quatre suivants, c'est bon je peux effacer ? les quatre suivants on a besoin de 4 volontaires. **Saïd**, tu fais le E. Ferial, tu fais le F, **Karima**, tu fais H.....

64

$$\frac{(10,7)^3 \times (10,7)}{(10,7)^3} \quad \left| \quad F = \frac{\cancel{12} \times \cancel{12} \times 7 \times 7}{\cancel{12} \times \cancel{12}} \quad \left| \quad G = \frac{12 \times 12^3}{12 \times 12} \quad \left| \quad H = \frac{12^4 \times 12^3}{12^7}$$

65 **P** : oh. Une faute de français. On ne peut pas écrire comme ça « on ne peut pas simplifier » c'est à l'oral qu'on dit ça. On revient à ça maintenant.

66 **P** : Pour le E. il y a une petite erreur là, c'est qui a fait ça ?

67

$$\frac{(10,7)^3 \times (10,7)}{(10,7)^3} = (10,7)^{3-3+1} = (10,7)^{29}$$

68 **Es** : **Saïd**.

69 **P** : **Saïd**, il y a une petite erreur, laquelle ? à votre avis. Yassine, vas-y !

70 **Yassine** : la soustraction

71 **P** : oui, la soustraction qui a été faite, mais ce n'est rien de tout c'est une faute de frappe avec ce 31 ce n'est pas grave. Mais ce n'est pas ça qui renverse peut-être ?

72

$$\frac{(10,7)^3 \times (10,7)}{(10,7)^3} = (10,7)^{3-3+1}$$

- 73 **E** : il faut additionner le 10,7 au ca../ avec le 3 là/
 74 **P** : au cube.
 75 **E** : avec le 10,7 qui a la puissance 1
 76 **P** : exactement, ici comme si j'avais la puissance 1, et je vois à mon numérateur, qu'est-ce que j'ai ? j'ai eu une multiplication et quand j'ai une multiplication, je dois additionner les exposants. Bah là, qu'est-ce qu'il manque en fait ? **Saïd**, tu viens corriger s'il te plait ! le temps que je regarde là. Vas-y **Saïd**, comment se corriger ? on a expliqué l'erreur que tu as faite. Essaie de revoir ! on a dit que tu as oublié l'exposant 1 sur le deuxième terme du numérateur. **Karima** nous a dit $7 + 1$ qu'est-ce qui le plus ?
 77 **Saïd** : $3+1$.
 78 **P** : pourquoi ?
 79 **Saïd** : parce que c'est une multiplication.
 80 **P** : quand j'ai une multiplication, je vais additionner les exposants exactement. Pourquoi tu a mis 31 là ?
 81 **Saïd** : on a le droit.
 82 **P** : bien sur, on a le droit, on a déjà vu ça tout à l'heure. Pourquoi pas. Et en faisant le calcul, ça nous donne quoi ?
 83 **Saïd** : -28
 84 **P** : bah non.
 85 **E** : - 22
 86 **Es** : - 27
 87 **P** : - 27

$$E = \frac{(10,7)^3 \times (10,7)^1}{(10,7)^{3+1-31}} = (10,7)^{3+1-31} = (10,7)^{-27}$$

- 88
 89 **P** : merci **Saïd**.
 90 **P** : Bien, pour le petit F,

$$F = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7} = 7^2$$

91

92 **P** : on fait exactement cette bagarre-là. Très bien, il n'y a aucun problème. Ça marche parfait, c'est le plus simple qu'on a vu au départ hein.

93 **P** : pour le petit G,

$$G = \frac{12 \times 12^3}{12 \times 12} = \frac{12^1 \times 12^3}{12^1 \times 12^1} = \frac{12^{1+3}}{12^2} = \frac{12^4}{12^2} = 12^{4-2} = 12^2$$

94

95 **P** : c'est qui a fait le G ? C'est-ce que tu m'as fait c'est exactement ça, c'est juste pour écrire proprement. Pour ce calcul-là, j'ai des valeurs numériques sans exposant, c'est sur la ligne, il y a quoi ? là ? **Karima** !

96 **Karima** : il y a 1

97 **P** : il y a un exposant 1, je peux écrire tout ça en mettant $12^1 \times 12^3$ divisé par $12^1 \times 12^1$.

98 **E** : si on fait comme ça, c'est faux ?

99 **P** : mais là, je détaille beaucoup plus. Bien, maintenant, je sais faire tout ça, j'ai un numérateur avec lequel je peux travailler et un dénominateur avec lequel je peux travailler. Soit je les fais en même temps, soit je les fais séparément. Le plus simple c'est de les faire séparément. En haut, au numérateur j'additionne la puissance 1+ la puissance 3 j'aurais donc avoir 12 puissance

100 **E** : 2 / 4

101 **P** : ah non 4 parce que 3+1 ça fait 4 et au dénominateur je vais avoir 12 puissance

102 **E** : 2

103 **P** : exactement. Et là on a une fraction, donc l'étape suivante 12^{4-2} et au final 12^2 , on dirait également 12 au carré et puissance 3 au cube et après puissance 4 etc.

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{12 \times 12^3}{12 \times 12} = \frac{12^1 \times 12^3}{12^1 \times 12^1} \\
 &= \frac{12^4}{12^2} \\
 &= 12^{4-2} \\
 &= 12^2
 \end{aligned}$$

104

105 **P** : le petit H.

$$H = \frac{12,2^4 \times 12^3}{12^7}$$

On ne peut pas simplifier

106

107 **P** : $(12,2)^4 \times 12^3$ le tout divisé par 12^7 l'erreur à commettre c'est quoi là ?

108 **E** : de tout faire.

109 **P** : c'est exactement de pouvoir simplifier. On a 12,2 et 12 on ne peut pas appliquer les règles qu'on connaît, on ne peut pas additionner les exposants, on ne peut pas simplifier ce n'est pas vrai. Par contre, on peut améliorer mais on ne peut pas le rendre aussi assez facile comme les autres. D'accord ? La seule simplification qu'on pourrait faire c'était.. / ça j'ai accepté. $(12,2)^4 \times \frac{12^3}{12^7}$ là on peut simplifier un petit peu en simplifiant uniquement ce terme-là $(\frac{12^3}{12^7})$. Je vais donc avoir $(12,2)^4 \times 12^{-4}$. Ce n'était pas exactement demandé mais ceux qui l'ont fait vous avez eu un petit demi-point.

$$= 12,2^4 \times \frac{12^3}{12^7}$$

$$= 12,2^4 \times 12^{-4}$$

110

111 **Karima** : mais la barre de fraction est sous tout le numérateur.

112 **P** : oui quel est le problème ?

113 **Karima** : c'est-à-dire qu'il y a un problème de calcul.

114 **P** : et comment se corriger tout ça ? elle dit quand on a une fraction et que la barre prend tout ce qu'il y a en haut et ce qui est en bas s'applique à tout ce qui est en haut.

115 **Es** : non.

116 **P** : je suis d'accord avec elle mais ce que j'ai mis c'est aussi bon.

117 **Karima** : on a changé le calcul.

118 **P** : bien sur que non.

119 **Karima** : bah si.

120 **P** : je m'explique, regarde bien, quand j'ai une fraction, tu l'as multipliée par un nombre parce ça c'est un nombre. qu'est-ce que je vais faire ? est-ce que je vais multiplier par tout. Bah non, on ne multiplie que le numérateur. On a déjà vu ça en fraction tu sais maintenant pourquoi et les autres ? je dis oui, pas trop. Donc, quand j'ai une fraction comme ça, je multiplie par un nombre c'est comme si je mettais à la multiplication au numérateur. Ça on l'a vu, c'est une bagarre un peu particulière, je suis d'accord mais avec des valeurs un peu plus simple. Je fais l'exemple ici, lors que je fais $2 \times \frac{3}{5}$ par exemple ça fait combien ?

121 **E** : 5 cinquième.

122 **P** : ça ne fait pas 5 cinquième mais $2 \times 3 = 6$ divisé par 5, vous vous rappelez de ça quand même. Ça fait plusieurs mois d'accord mais attention. Ça c'est la règle que j'ai appliquée là-bas, j'ai le droit de le faire, en tous cas la simplification n'était pas demandée donc ce n'est pas grave pour ceux qui ne l'ont pas faite mais

ceux qui l'ont faite ont bien un bonus. Vous prenez bien la correction de ces quatre également. Qui a eu les quatre bons ?

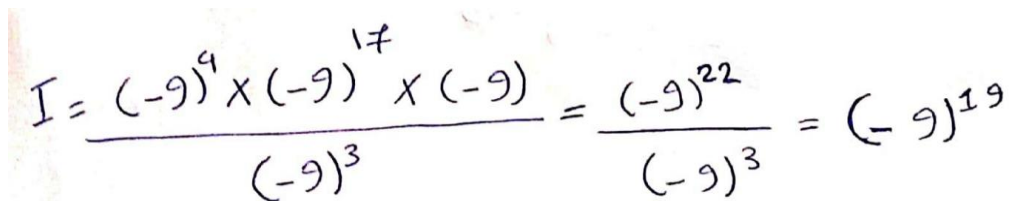
123 Es : lèvent la main à voir ma note sur l'observation de la classe

124 P : qui a eu une erreur ?

125 Es : lèvent la main à voir ma note sur l'observation de la classe

126 P : d'accord, il y a quand même pas mal qui ont fait plusieurs erreurs, on a tous les corrections. Et je voudrais 2 derniers volontaires pour les 2 exercices. Alors, 2 qui ne sont pas déjà passés. Je peux effacer ces deux avant de corriger les deux derniers.

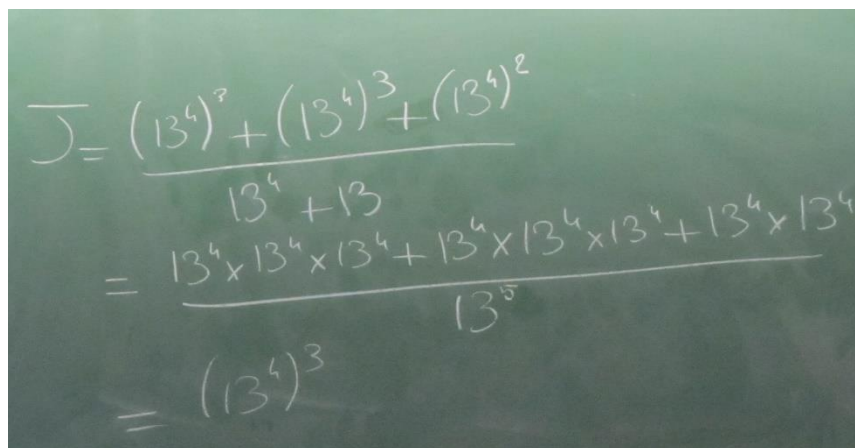
127 P : Donc le petit I.


$$I = \frac{(-9)^4 \times (-9)^{17} \times (-9)}{(-9)^3} = \frac{(-9)^{22}}{(-9)^3} = (-9)^{19}$$

128

129 P : **Karima**, tout à fait correcte, ce qu'elle a fait, elle a d'abord travaillé avec le numérateur puis elle a travaillé avec le dénominateur. En haut, ou dénominateur, j'ai que des multiplications donc je peux additionner tous les exposants parce que j'ai la même valeur ; 4 + 17 + ici il n'y a rien et si comme j'avais 1, ça me fait donc bien 22 et au dénominateur j'ai que la puissance 3 donc je reste comme ça pour le moment. Je fais la soustraction 22 - 3 ça fait 19. Super.

130 P : En revanche le petit J


$$\begin{aligned} J &= \frac{(13^4)^2 + (13^4)^3 + (13^4)^2}{13^4 + 13} \\ &= \frac{13^4 \times 13^4 \times 13^4 + 13^4 \times 13^4 \times 13^4 + 13^4 \times 13^4}{13^5} \\ &= (13^4)^3 \end{aligned}$$

131

132 P : qui dans la classe n'a pas de tout fait comme ça ?

133 Es : lèvent la main à voir aussi.

134 P : qui a donné un autre résultat que ça? toi **Daniely** par exemple ?

135 **Daniely** : on ne peut pas simplifier.

136 P : pourquoi ? quelle raison ?

137 **Daniely** : parce que c'est 13 au carré et 13

138 **P** : pas exactement ça **Karima**

139 **Karima** : moi, j'ai fait, j'ai multiplié par 3, ça m'a fait 12 puis par 3 ça m'a fait 12 ensuite par 2 ça m'a fait 8 et en bas de fraction j'ai mis $13^4 + 13$

140 **P** : d'accord, je suis d'accord.

141 **Karima** : bah ça y est.

142 **P** : bah oui, c'est exactement ça. On ne peut pas aller plus loin que ça, je m'explique, ici ce que j'ai fait en rouge, c'est quoi ?

$$\begin{aligned} J &= \frac{(13^4)^2 + (13^4)^3 + (13^4)^2}{13^4 + 13} \\ &= \frac{13^4 \times 13^4 \times 13^4 + 13^4 \times 13^4 \times 13^4 + 13^4 \times 13^4}{13^4} \\ &= (13^4)^3 \end{aligned}$$

143

144 **Es** : des plus

145 **P** : des additions, est-ce qu'il y a une règle avec les puissances qui s'additionnent ?

146 **E** : non

147 **P** : bah non. Je ne vous ai pas donné, on n'en a jamais vu. Donc là, on ne peut pas simplifier quand on a des additions.

148 **E** : c'est bête

149 **P** : c'est faux, Il n' y a aucune erreur qui est bête. Juste tu n'as pas de conseil quand on a une addition, on ne peut pas simplifier, on n'a pas une règle de calcul. Ça marche quand on a des puissances de puissance qui est ici ou quand il y aura des multiplications et des divisions. Là, on ne peut pas appliquer une règle de calcul, donc ici ça ce n'est pas bon. Par contre, ce que nous a dit **Karima**. Je remarque qu'il y a des additions, je ne peux pas appliquer la règle mais je peux faire quelque chose. Ici, j'ai puissances de puissance, quand j'ai 13 puissance 4 et le tout puissance 3 : $(13^4)^3$. J'ai une multiplication des exposants c'est 4×3 . Donc, je vais avoir 13^{12} exactement ce que nous a dit **Karima** + la même chose

c'est la même valeur $13^{12} + 13^8$. Je peux avoir une forme plus simple avec un sens.

The image shows a chalkboard with the following handwritten work in red chalk:

$$S = \frac{(13^4)^3 + (13^4)^3 + (13^4)^2}{13^4 + 13}$$

$$= \frac{13^{12} + 13^{12} + 13^8}{13^4 + 13}$$

150

151 **Daniely** : mais monsieur le $13^4 + 13$ ça ne fait pas 13^5 ?

152 **P** : qu'est-ce qui fait 13^5 ?

153 **Karima** : c'est une multiplication

154 **P** : c'est quand j'ai une multiplication ici. Il y a beaucoup de chose qui se transfèrent en 13^5 mais en particulier ici, si j'avais une multiplication je pourrais le faire, mais avec une addition, ça ne fonctionne pas. Ok. Prenez la correction !.../est-ce que vous avez des questions sur la correction que je viens de faire ?

155 **E** : il y aura d'autres ?

156 **P** : des petites interrogations ? si on a le temps, on va probablement avoir des interrogations./ Hier, vous vous rappelez, on a complété le tableau de conversion, tout les préfixes de puissance de 10, c'est également un moyen de les voir, un petit peu dur aujourd'hui./ allez s'il vous plait, on se concentre ! ... bref, tout le monde y est ? dans ce tableau, on a commencé à remplir quelques valeurs, on avait dit que par exemple, si je prends un exemple, 10 mégas mètres, j'avais combien de mètres ? il se suffit de placer correctement dans le tableau et on va directement. Également, on peut faire dans l'autre sens, j'avais un micro mètre, combien ça faisait en mètres ? et si on regarde au tableau, on a directement la réponse. Ça c'est pour se souvenir.

157 **E** : c'est quoi le μ ?

158 **P** : le petit μ comme ça. C'est un sigle pour donner le 10^{-6} , il se lit Micro et en grec la lettre mu. Une petite remarque à la suite du tableau. Vous laissez un petit

espace après le tableau et vous mettez remarque. si une puissance de 10 possède un exposant supérieur à zéro, alors le nombre qu'elle représente est supérieur à 1

159 **Daniely** : monsieur c'est qui elle ?

160 **P** : c'est une puissance. De même lors qu'une puissance de 10 possède un exposant inférieur à zéro, qu'est-ce qu'on va avoir ?

161 **Saïd** : un nombre inférieur à 1

162 **P** : inférieur à 1 et en particulier surtout/

163 **E** : nul.

164 **P** : est-ce que ça peut être nul ?

165 **E** : non.

166 **P** : de même si une puissance de 10 possède un exposant inférieur à zéro, alors le nombre qu'elle représente est compris entre 0 et 1. Il est compris entre 0 et 1 mais ça ne peut pas être zéro. C'est 1 dans quel cas ?

167 **E** : s'il y a le même chiffre.

168 **P** : il y a le même chiffre ?

169 **E** : comme (inaudible)

170 **P** : comme ?

171 **E** : comme (inaudible)

172 **P** : oui, on se dit que l'exposant sera égal ? à zéro. Enfin, si la puissance de 10 porte l'exposant 0, alors le nombre est égal à 1. En tous cas, n'importe quel nombre a une puissance zéro c'est égale à 1 par exemple $6^0=1$ et $10^0=1$ aussi. Tout le monde y est ? On va commencer par la puissance 0, $10^0=1$ vous le connaissez. Je vais donner une puissance plus petite que zéro, un nombre négatif, 10^{-3} par exemple, c'est quoi comme nombre ? ça représente quoi comme nombre ? parce que ce que tu dis ce n'est pas un nombre, mais on peut l'écrire en forme décimale.

173 **Karima** : on met 10 et avant le 10 on met virgule et on met 3 zéros.

174 **P** : comment ça ?

175 **Karima** : on met 000,10

176 **P** : bah non, si je mets ça, attention, ce que j'écris, vous n'écrivez pas 000,10 comme ça tu veux dire ?

177 **Karima** : oui,

178 **P** : moi, je peux te dire qu'il y a des zéros qui ne servent à rien là.

179 **Karima** : lesquels ?

- 180 **P** : les deux premiers et le dernier après le 1 donc ça fait 0,1. Ce n'est pas ça.
- 181 **E** : 10,97
- 182 **P** : non
- 183 **E** : 10,3
- 184 **P** : non plus.
- 185 **E** : - ..(inaudible)
- 186 **P** : 10^{-3} ça sera un nombre positif. Là je ne comprends pas quand tu me dis – quelque chose. C'est compliqué ! quand je parle de 10^{-3} je parle de ?
- 187 **E** : milli
- 188 **Es** : Rire
- 189 **P** : de millième. C'est exactement ça, on parle de milli quelque chose, des millimètres, milligrammes, etc. c'est pas faux mais il faut un contexte. On parle de millième, le millième c'est quoi quand on écrit un nombre, c'est ? par rapport à la virgule ? c'est où ? c'est ?
- 190 **E** : à droite
- 191 **E** : 0,001
- 192 **P** : voilà.
- 193 **E** : et le 10 est parti où ? *bonne question*
- 194 **P** : le 10 est sous-entendu de la virgule. Si on regarde bien, c'est bien plus grand que zéro mais c'est plus petit que 1 donc il est compris entre 0 et 1.
- 195 **E** : monsieur, le résultat aura toujours 1 et zéro dedans ?
- 196 **P** : quand on n'a que de puissance de 10 oui. On verra après que ça ne peut pas être tout le temps ça.
- 197 **E** : est-ce qu'il y a une règle sur le plus ?
- 198 **P** : sur le plus c'est-à-dire ? la règle de calcul avec les additions ?
- 199 **E** : oui,
- 200 **P** : ah non. 10^4
- 201 **Karima** : 4 zéros derrière le 1
- 202 **P** : oui. Et ça donne ?
- 203 **E** : je ne sais pas
- 204 **P** : 1 et 4 zéro derrière. Bah, tu vas me répondre. Ça fait 10000 c'est bien ça. Attention n'explique pas comme ça mais c'est juste en gros 1 et 4 zéros. En vrai $10 \times 10 \times 10 \times 10$ et quand on fait ce calcul, ça nous donne bien 10000, essayez pas tout le temps c'est 1 et 4 zéros derrière parce que mathématiquement ce n'a aucun

sens. Petite remarque également, regardez ici 10^{-3} ça veut dire quoi ? quand la virgule est ici, imaginons qu'il y a un 1, la virgule va se déplacer une place, deux place, trois place vers la gauche. Ici 1, 2, 3, 4

205 **E** : quand il est positif ?

206 **P** : quand il est négatif on va déplacer la virgule vers la gauche et quand il est positif vers la droite. D'accord ? c'est un petit moyen de technique pour vous.

207 **Karima** : pourquoi le 10 est disparu en fait ?

208 **P** : le 10 est bien ici, mais le zéro ça ne sert à rien. La vérification, on va la comprendre avec la notation scientifique, on verra ça dans la deuxième heure

3. Entretien *a posteriori*

C : Est-ce que ça a roulé comme tu veux ?

P : C'était un peu plus long que prévu en fait. Le temps d'échange Par rapport à ce qu'on fait comme d'habitude entre 15 et 20 mn mais comme ils n'étaient pas dynamiques, il n'y a que 5-6 qui ont participé. Donc, ce n'est pas évident

C : Le petit H avec Karima à ton avis c'est quoi l'origine de cette erreur ?

P : On voit que dans le numérateur il n'y a pas la même valeur numérique ; 12,2 puissance et 12 puissance, il n'y a pas de règle qui nous donne le droit de faire le calcul.

C : en fait, je parle d'autre erreur ; tu as changé la forme de la fraction et là elle ne comprend pas. P : Bah en fait, cette élève est toujours dans l'idée ; un chapitre est indépendant des autres et là c'est de fraction, elle est valable juste pour faire la soustraction des exposants. C'est très souvent ils confondent avec des autres matières, un chapitre n'est pas lié aux autres. Elle n'arrive pas à faire la transition entre les deux. Donc, là elle s'est rappelée après.

C : Peut-être elle a mélangé la multiplication et l'addition ?

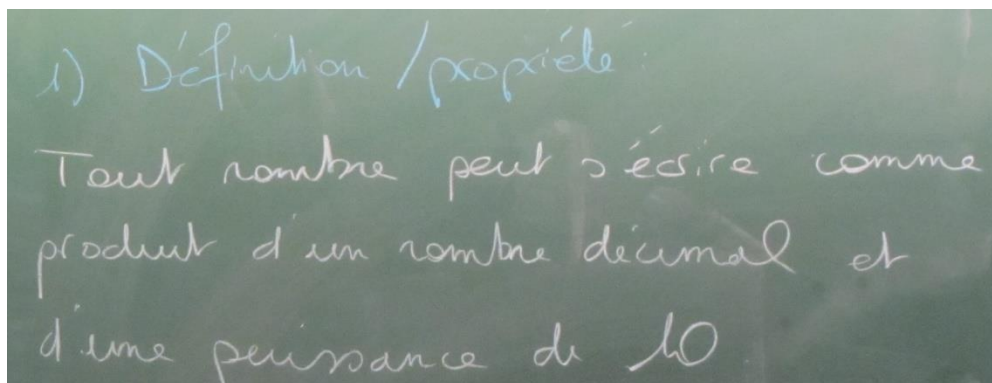
P : Oui c'est possible aussi, je n'ai pas pensé à ça.

C : Parce que normalement si on fait l'addition on est obligé de mettre au même numérateur.

P : Dans ce cas-là, elle n'est pas bien la distinction en toute façon, on va revenir dessus.

1. Transcription de la séance

- 1 **P** : on va continuer le cours, on ouvre bien les yeux sur ce qui est écrit au tableau. On note la notation scientifique. On ne va pas passer le cours à écrire comme ça et après c'est vous qui travaillez. Est-ce que quelqu'un parmi vous a déjà entendu parler de la notation scientifique d'un nombre ?
- 2 **E** : avec des puissances ?
- 3 **P** : avec des puissances.
- 4 **E** : avec une virgule.
- 5 **P** : on va utiliser les nombres avec virgule également.
- 6 **E** : c'est un nombre comme 312 et on va le transformer
- 7 **P** : on va le transformer en quoi ?
- 8 **E** : en notation scientifique.
- 9 **P** : oui mais bon.
- 10 **E** : on va mettre une virgule et on aura des nombres comme euros.
- 11 **P** : ce n'est pas des euros
- 12 **Karima** : ce n'est pas le truc des racines carré là ?
- 13 **P** : ce n'est pas parce qu'il y a des symboles mathématiques ça sera une écriture scientifique. Moi je peux te dire que ce nombre (0.001) est écrit en écriture scientifique. Ce n'est pas forcément parce que c'est écrit d'une manière symbolique c'est une écriture scientifique, je dirais au contraire. On va commencer par une définition. Elle est également une propriété et je dis que tout nombre peut s'écrire comme produit d'un nombre décimal et d'une puissance de 10. Ça c'est une définition qui est aussi une propriété.



14

- 15 **P** : est ce que vous vous rendez compte déjà tout de suite ?
- 16 **E** : pas encore
- 17 **P** : forcément, pas encore je m'en doute. On va faire un exemple pour que vous puissiez mieux comprendre. On va prendre un gros nombre je ne sais pas moi. 123456. On peut l'écrire comme produit d'un nombre décimal et d'une puissance de 10. Est-ce que vous pouvez me donner un exemple pour tout ça.
- 18 **E** : de quoi ?
- 19 **P** : bah ici j'ai 123456 ça peut être n'importe quelle façon, on a la définition qui est également une propriété dit que tu peux écrire ce nombre comme étant un nombre décimal multiplié par une puissance de 10.
- 20 **E** : $(12,3456)^4$
- 21 **P** : puissance 4 ?
- 22 **E** : oui
- 23 **P** : c'est vrai ? pas vrai ? est-ce que c'est vrai c'est ce que j'ai écrit au tableau ?
- 24 **Karima** : ah non.
- 25 **P** : regarde un petit peu la propriété !
- 26 **Karima** : il faut 10
- 27 **P** : il faut la puissance de 10 surtout c'est un produit. Donc, la définition n'est pas appliquée ici. Tu peux essayer hein. La notation ce n'est pas de tout la même chose. Mais tu peux multiplier par une puissance de 10 et là tu avais la bonne idée et j'ai déplacé quatre crans.
- 28 **Karima** : pourquoi quatre ?
- 29 **P** : pourquoi quatre à votre avis ? où tu as trouvé cette valeur-là ? comment tu l'as trouvée ? **Fabien** !
- 30 **Fabien** : trois chiffres après la virgule.
- 31 **P** : il n'y pas trois chiffres.
- 32 **Fabien** : quatre chiffres.
- 33 **P** : oui, il y a 4 chiffres après la virgule sauf que tu as déplacé vers où ?
- 34 **Fabien** : à gauche
- 35 **P** : oui vers la gauche.
- 36 **Fabien** : on a divisé par 10
- 37 **P** : oui, on peut considérer, je vous rappelle que ce n'est pas un vari raisonnement mathématique de multiplier ou diviser par 10. Quand on divise par 10 on déplace

la virgule d'un cran et quand on multiplie par 10, on déplace la virgule d'un cran de l'autre côté. Ici, la virgule était ici.

- 38 **Karima** : pourquoi par 4 ?
- 39 **P** : regarde bien on arrive à 12 et quelque, 1 cran, 2 crans, 3 crans, 4 crans.
- 40 **Karima** : en prenant la puissance 3 par exemple.
- 41 **P** : on peut dire 123,456 mais la puissance va changer, c'est combien ici ?
- 42 **Es** : 3
- 43 **P** : puissance 3. Allez au moins encore 2. Je prends celui-là 0,123456
- 44 **E** : puissance 6.
- 45 **P** : ah oui, quel est celui-là 12345600 ?
- 46 **E** : puissance moins
- 47 **Karima** : c'est une division là.
- 48 **P** : c'est que j'ai là par rapport à ça c'est quoi ?
- 49 **E** : au moins ça va décaler la virgule à gauche.
- 50 **P** : exactement.
- 51 **E** : il n'y a pas de virgule.
- 52 **P** : elle est où la virgule là ? avant elle était là.
- 53 **E** : il n'y a pas de virgule.
- 54 **P** : bien sur que si. *Le P met la virgule à la fin puis il ajoute un zéro.*
- 55 **Karima** : mais comme ça, ça change.
- 56 **P** : qu'est-ce que ça change ?
- 57 **Karima** : bah ça change
- 58 **P** : oui mais qu'est-ce que ça change ?
- 59 **Karima** : bah il n'a pas fait une multiplication
- 60 **P** : si j'ai toujours 10 fois quelque chose. C'est ma définition exacte mais puissance quoi ?
- 61 **Es** : moins
- 62 **P** : moins ?
- 63 **Karima** : mais vous nous avez dit quand on déplace la virgule à droite c'est une division et quand c'est à gauche c'est une multiplication.
- 64 **P** : ici regarde, j'ai 10^{-2} pour obtenir ce résultat-là (123456) qu'est-ce que je dois faire ? je vais diviser, je vais mettre ma virgule un cran à gauche, deux crans à

gauche, j'ai le même résultat ou celui-là 6, on a dit que j'avais déplacé vers la droite d'accord ? je vais obtenir ce résultat-là (123456) bah regard 1, 2, 3, 4, 5, 6 j'obtiens le résultat. Vous voyez que j'ai changé tout le temps, tout le temps depuis le départ de mon 123456 et je l'ai écrit de 5 manières différentes.

Exemple : $123456 = 12,3456 \times 10^4$
 $= 123,456 \times 10^3$
 $= 0,123456 \times 10^6$
 $= 123456,00 \times 10^{-2}$

65

66 **P** : petite remarque ici, quand j'écris ça, remarque, 123456 /c'est égale à quoi ? si je veux mettre ma puissance particulière ici, tu peux dire 123456 fois 10 puissance combien

67 **E** : 1

68 **P** : 1 ?

69 **E** : A

70 **P** : A ?

71 **Karima** : 0

72 **P** : A et B ça vaudra quoi ?

73 **Karima** : c'est zéro.

74 **P** : c'est zéro, oui parce que je déplace ma virgule de combien crans ?

75 **E** : 0

76 **P** : maintenant on passe à la notation scientifique, qu'est-ce qu'on a en particulier ? on va s'en servir de toutes ses définitions-là mais on va voir un truc extrêmement particulier. Est-ce que je peux effacer là-bas. Ok c'est très bien.

77 **Le P écrit au tableau** Petit 2. Notation scientifique. On y est ! définition, un nombre est écrit sous sa forme ou (notation) scientifique lorsqu'il est écrit comme suit : $a \times 10^n$ avec a ; un nombre compris entre 1 et 10 mais sans être 10. Et n est un nombre relatif.

78 **E** : c'est quoi entre parenthèse ?

79 **P** : notation, ou écriture scientifique. Ça y est pour tout le monde ça ? on va donner un exemple classique.

80 **Karima** : monsieur sans être 10

81 **P** : je vais l'expliquer mais j'attends que tout le monde écoute ça parce que c'est hyper important. Bon, tout le monde y est ? qu'est-ce que ça veut dire un nombre compris entre 1 et 10 et n'est pas 10 ? **Karima** nous a dit du coup c'est de 1 à 9. Si c'était de 1 à 9, je dois écrire de 1 à 9 là, il y a un truc un peu particulier pour bien comprendre, vous vous rappelez c'est quoi ça ? on appelle ça la droite des réels. ça veut dire que là je vais écrire tous les nombre possible entre 0 et 10. Moi je dis que nos valeurs sont entre 1 et 10, moi ce qui m'intéresse toutes les valeurs qui sont ici. Quelles sont les valeurs entre 1 et 10 ?

82 **E** : 5

83 **P** : oui, très bien 5

84 **E** : 9

85 **P** : oui 9

86 **E** : 7

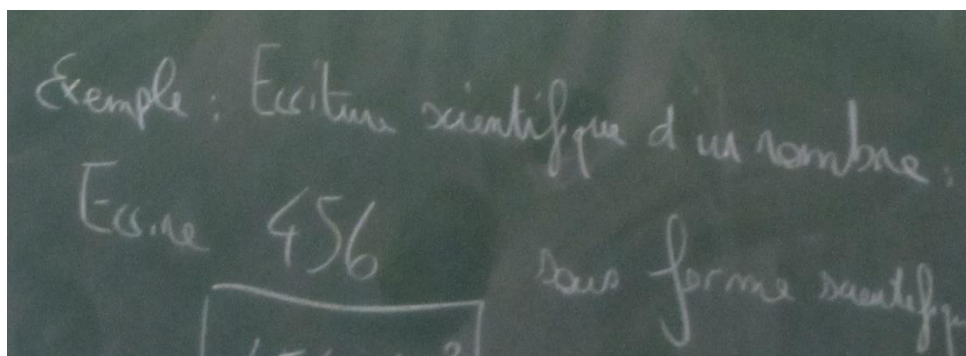
87 **P** : oui 7, il n'y a que des valeurs entières ?

88 **E** : non, 7, .../

89 **P** : oui il y a la virgule, 7,2 qui est ici par exemple. Mais en particulier quand je dis entre 1 et 10 mais n'est pas 10 ça veut dire quoi ?

90 **E** : ça veut dire 9,9

91 **P** : ça veut dire prendre toutes les valeurs à virgule avec 9 virgule quelque chose jusqu'à presque 10 mais n'est pas 10. En gros là, très proche, 9,999 au tant qu'on veut mais je ne peux pas être au dessus, je ne peux pas être 10. On va voir tout à l'heure pourquoi, justement parce qu'on aura une puissance de 10 et ça qui va être embêtent. Si vous voulez, vous pouvez présenter ça aussi. On peut aller jusqu'à une certaine valeur sans l'atteindre. C'est exactement ce que ça veut dire de 1 à 10 sans être 10. On va faire un petit exemple.



92

93 **P** : Je vous ai donné une valeur numérique, et je vous demande l'écriture sous forme scientifique. L'écriture scientifique et la notation scientifique c'est la même chose...../ comment je peux écrire le 456 sous forme scientifique ?
Karima !

94 **Karima** : 456×10^0

- 95 **P** : tu m'as dit 456×10^0 , on regarde si ça correspond à la définition de la notation scientifique, il faut que je sois le produit d'un nombre et d'une puissance de 10, j'ai un nombre et une puissance de 10 et jusqu'à la tout va bien sauf que là le nombre est compris entre 1 et 10 et n'est pas 10. Est-ce que 456 est compris entre 1 et 10.
- 96 **Karima** : on fait 4,56
- 97 **P** : on fait 4,56
- 98 **Karima** : multiplié par 10 puissance 2
- 99 **P** : exactement voilà. **Karima** pour que tout le monde comprenne essaie de nous expliquer comment tu as trouvé ça.
- 100 **Karima** : le nombre doit être compris entre 1 et 10 et comme 456 n'est pas entre 1 et 10. donc on place une virgule. Si on a mis 45,6 c'est trop grand, si on a mis 4,56 ça rentre, on prend ça après on multiplie par 10 puissance 2 parce qu'il y a deux chiffres après la virgule.
- 101 **P** : toi, tu l'expliques comme ça, très bien. Ça peut fonctionner. Est-ce que tu peux faire ça également avec le nombre ici (244,56) c'est comme j'étais persuadé que tu aies un détail exactement ça, je vois que là tu as déjà une virgule, ça va être ... (inaudible) ce que tu viens de me dire.
- 102 **Karima** : on bouge la virgule.
- 103 **P** : comment tu fais ?
- 104 **Karima** : on la bouge
- 105 **P** : bah dis moi !
- 106 **Karima** : on la bouge une place, je fais 2, 4456
- 107 **P** : est-ce que ce nombre-là (2,4456) c'est la même que celui-là (244,56) ?
- 108 **Karima** : mais non on a bougé la virgule. Puis on fait multiplier par 10 puissance 4
- 109 **E** : 2
- 110 **P** : j'ai 4 et j'ai 2, qui dit mieux ? qui dans la classe aura la tendance à dire que 10 puissance 2 ? qui dira 10 puissance 4 ? **Fabien** assume ta réponse. Qui dira autre chose ?
- 111 **E** : aucune idée
- 112 **E** : on met un zéro
- 113 **P** : puissance zéro
- 114 **E** : non on met un zéro après à la fin
- 115 **P** : non ce n'est pas ça, c'est inutile

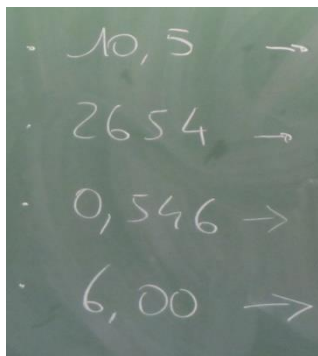
- 116 **E** : devant le 5
- 117 **P** : ça ne change pas beaucoup
- 118 **E** : après le 4, 2,44,56
- 119 **P** : est-ce que vous êtes d'accord avec votre camarade ?
- 120 **Karima** ; oui
- 121 **P** : ait deux virgules est-ce que c'est possible ?
- 122 **Karima** : oui
- 123 **P** : ceux qui ont une calculette, vous la prenez et vous tapez 2,44,56
- 124 **E** : ça fait erreur,
- 125 **P** : ça fait erreur, ça n'existe pas. Un nombre ne peut avoir qu'une seule virgule et il aura une partie entière et une partie décimale. Et là tu m'as dit qu'il y a une partie entière et une partie décimale et une partie décimale à la partie décimale ce n'existe pas deux virgules, on oublie. On n'y pensera tout jamais. À votre avis 10 puissance 4, 10 puissance 2 ou autre chose ? moi tout de suite, je vous dis que ce n'est pas de 10 puissance 4, pourquoi ? parce que si je mets 10 puissance 4, je vais déplacer de 4 crans la virgule, d'accord ? vers là et ça sera $2,4456 \times 10^4 = 24456$
- 126 **Es** : on fait 10^{-4}
- 127 **P** : -4, c'est-à-dire que je vais dans l'autre côté. Et je mets 0,00 et tout le reste.
- 128 **E** : si on fait apparaitre un moins
- 129 **P** : ah non est-ce qu'ajouter un moins ça nous résolvait le problème.
- 130 **E** : bah oui, ça fait -24.. ça ne dépasse pas 10
- 131 **P** : on va savoir si on un moins devant, on va changer le signe, on va changer complètement la valeur de nombre.
- 132 **E** : c'est 2 parce que le chiffre de départ(*inaudible*)
- 133 **P** : oui c'est 2, je vais juste déplacer ma virgule de deux crans, notre virgule est là, il faut la déplacer un cran, deux crans. Donc ici, notre résultat ça sera $2,4456 \times 10^2$. Je vous conseille de vous focaliser là-dessus. Je ne fais pas que de déplacer ma virgule. Par contre, on essaie de comprendre les choses, ça peut vous aider, c'est un peu plus visuel qu'un simple calcul mais mathématiquement ce n'est pas de tout ce que je fais. Je multiplie par 10 et j'utilise un certain nombre de fois.
- 134 **E** : mais monsieur dans l'exemple vous nous avez donné tout à l'heure, ce n'était pas entre 1 et 10.
- 135 **P** : bah justement, parce qu'on n'était pas encore en écriture scientifique. Là, on a le nombre 123456, en écriture scientifique c'est quoi ?

136 **E** : *inaudible*

137 **P** : bah non, c'est entre 1 et 10 mais ce n'est pas 10.

138 **E** : $1,23456 \times 10^5$

139 **P** : 1,23456 multiplié par 10 puissance 5, ça donne signe à 5 crans, en fait, ici j'ai multiplié par 10 fois 10 fois 10 fois 10 fois 10 ; 5 fois. Est-ce que c'est un peu ou bien compris ou pas de tout ? alors on va faire quelques exercices. Donc exercice 5. Déterminer l'écriture scientifique des nombres suivants : 10,5 ; 2654 ; 0,546 ;
6 31 :00



140

141 **P** : faites l'exercice ! *le P se déplace entre les rangs et répond aux questions des élèves lors de la recherche individuelle.* Alors, on va corriger **38 :30** . je vais faire les deux premiers, est-ce que ma valeur est comprise entre 1 et 10

142 **Es** : non

143 **P** : bah non, je suis au-dessus de 10 qu'est-ce que je fais ?

144 **E** : déplacer la virgule

145 **P** : entre guillemet je vais déplacer la virgule, je dis bien que ce n'est pas exactement ça ce que je fais mais c'est comme ça qu'on arrive à mieux voir les choses. On va diminuer la valeur, je vais diviser par 10, ça sera comment mon écriture scientifique ?

146 **Es** : 1,05 multiplié par 10 puissance 1

147 **P** : exactement

148 **E** : est-ce qu'on peut faire directement ?

149 **P** : c'est-à-dire ?

150 **E** : on met 1,05 sans mettre la puissance 1

151 **P** : si je ne mets pas la puissance 1 qu'est-ce que j'obtiens ?

152 **E** : 10.

153 **P** : si j'enlève la puissance de 10 est-ce que j'obtiens la même valeur ?

154 **E** : non.

155 **P** : bah non, parce que si je fais la puissance de 10, c'est comme si je multiplie par 10. Imaginons, je vous donne une pièce d'un euro, est-ce que ça parait la même si je vous donne 10 fois plus.

156 **E** : non.40 :30

157 **P** : Vous voyez, pas de problème c'est pareil, non ce n'est pas pareil mais c'est justement, ça ne donnera pas le même résultat. Attention, la puissance de 10 ici c'est hyper importante et comme le fait d'écrire un nombre est compris entre 1 et 10 et n'est pas 10.

158 **E** : monsieur ! si on met $10,5 \times 10^1$

159 **P** : $10,5 \times 10^1$ ça fais 105 du coup ça n'a rien avoir avec la valeur que j'ai au départ.

160 **E** : mais la virgule là ?

161 **P** : mais il faut que t'aies la bonne puissance ! tu ne peux pas faire là ou justement. Sinon, tu change la valeur de nombre d'accord ? bien ! le deuxième : 2654 le chiffre entier de cette valeur qu'est-ce que c'est ?

162 **E** : 2

163 **P** : vas-y dis moi !

164 **E** : $2,654 \times 10$ trois

165 **P** : 10 puissance 3 ou 10 au cube, ou 10 exposant 3 également ça marche. Comment tu as trouvé ça ?essaie d'expliquer à tes camarades !

166 **E** : parce que comme si, elle est à la fin la virgule.

167 **P** : c'est ça, comme si j'avais la virgule ici.

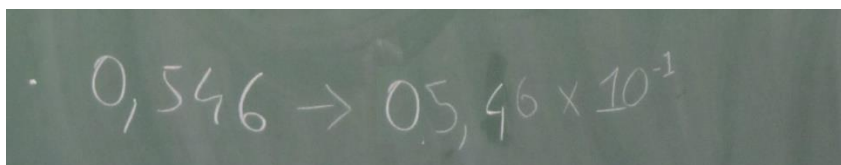
168 **E** : après, j'ai décalé la virgule pour que 2 soit entre 1 et 10

169 **P** : d'accord, tu décalé la virgule à gauche pour obtenir le bon résultat. Est-ce que c'est difficile les deux premiers ?

170 **E** : non

171 **P** : est-ce qu'on sait comment faire ? quelqu'un peut me faire les deux d'après ?.....

172 *Élève au tableau faire l'exercice.*



0,546 → 05,46 × 10⁻¹

173

174 **P** : on va tous lever la main ! qui pense que ces résultats sont les bons ou pas ?

175 **Es** : oui

176 **P** : il y en a 13 qui sont d'accord c'est une majorité, et vous, vous n'êtes pas d'accord ? qu'est-ce qui ça ne va pas alors ?

177 **E** : zéro ça fait zéro cinq c'est pas entre ./ ah si si !

178 **P** : le résultat est bon sauf que le zéro qui est inutile, le zéro devant là, il ne sert à rien au tant de ne pas le mettre. Si vous le mettez ce n'est pas faux hein mais attention, le nombre 05 ça n'a pas franchement le sens donc le zéro-là, je l'enlève.

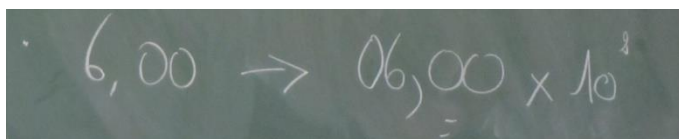
179 **E** : pourquoi -1 ?

180 **P** : pourquoi -1 ?

181 **E** : en fait, comme je suis parti à droite, ça fait moins.

182 **P** : c'est ça, au lieu de déplacer la virgule à gauche comme elle a fait **Saïd** au début, on va déplacer à droite vers l'autre sens et donc ça fait moins.

183 **P** : Ok, tu me fais celui-là. Vas-y !



The image shows a chalkboard with the handwritten expression $6,00 \rightarrow 06,00 \times 10^0$. The number 6,00 is written on the left, followed by an arrow pointing to the right. On the right, the number 06,00 is written, followed by $\times 10^0$.

184

185 **P** : qui dans la classe pense que ça n'est bon ? ce n'est pas bon pourquoi ?

186 **E** : 10 puissance 1

187 **P** : comment ça 1 ?

188 **E** : non

189 **P** : non 2

190 **E** : mais je rajoute un zéro,

191 **Yassine** : mais ça sert à rien

192 **P** : le zéro que tu as mis ici, comme il a dit **Yassine**, il sert à rien plutôt il n'est pas utile.

193 **E** : vous nous avez dit qu'on peut ajouter un seul zéro.

194 **P** : j'ai dit que le zéro est utile quand on a 0,3. Celui-là n'a aucun sens. D'accord, il faut que je dise une unité. Là, tu n'avais pas, tu en es obligé d'avoir une, le zéro qui est là sert à une autre chose. Par contre, le deuxième et le troisième que je vois ici, ils ne servent à rien de tout. Donc les zéros que tu as mis ici ils ne servent à rien

195 **E** : ça veut dire que le zéro que j'ai mis devant le 6 j'oublie alors.

196 **P** : exactement, les deux zéros après la virgule ne donnent pas beaucoup d'information, donc ils ne servent à rien également. Et je reviens à 6,

197 **E** : mais non on met un zéro.

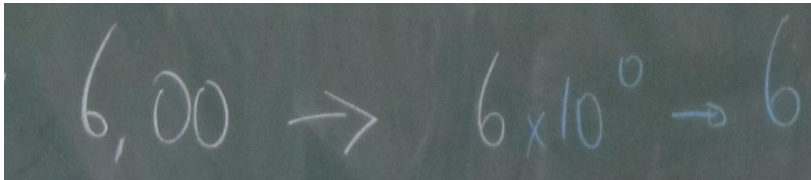
198 **P** : chut, un peu de silence le 6 virgule est-ce que ça s'écrit ?

199 **Es** : non, on met soit 6 soit 6, ../

200 **P** : nous, on va mettre juste 6 et la puissance de 10 qui irait avec c'est serait ?

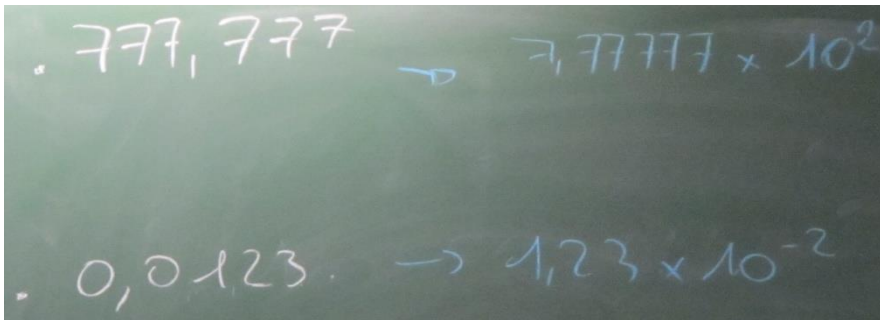
201 **Es** : 0

202 **P** : 6 fois 10 puissance 0. Pour l'écriture scientifique, 10^0 est égale à 1 donc ça sert à rien d'écrire 6 fois 1 donc on met 6 tout seul.



203

204 **P** : Les deux derniers, comme il ne reste pas beaucoup de temps c'est moi qui les fais. Pour celui là,



205

2. Entretien *a posteriori*

C : Si on a $10,7 = 1,07 \times 10$, on déplace toujours comme ça

P : Oui, dans le sens. En fait, je me suis posé la question, tout à l'heure, est-ce que je le refais dans le sens ou pas ? Là, je vais refaire une petite activité lundi. Uniquement, là-dessus

C : parce qu'en fait quand on fait apparaître un 10 ce n'est pas comme ça c'est le contraire c'est l'inverse. C'est pour ça, ils se trompent.

P : l'année dernière quand je l'ai donné exactement comme ça, c'est bien passé sauf un élève sur 27 qui n'a pas compris c'était super. Cette année, je me dis pourquoi pas.

C : parce qu'en fait, une façon de faire c'est qu'on met le contre-exemple et c'est là le contre-exemple.

P : oui, j'ai réfléchi rapidement là, je pense que lundi je ferai une activité ou un exercice un petit peu guide pour faire ça. La, je pense qu'une bonne moitié d'élèves ont bien compris. Après, il faut se mettre derrière c'est ça peut-être la difficulté. Pour les autres, en général, c'est ce que je fais des petits groupes et je mélange ceux qui ont compris et ceux qui n'ont pas compris. Ce qui est général plus délicat ou il y a plus des échanges d'idées. Ça me plaît de faire ça et là du coup j'ai les échanges que je cherche à voir. Au moins ceux qui ne comprennent pas arrive à simuler des choses, c'est pour ça je ne me suis pas trop inquiété là-dessus parce que c'est assez classique, il faut toujours une première main ou la moitié comprend et une deuxième reprise c'est un peu plus général. C'est comme ils ne travaillent pas suffisamment à la maison, on va le faire dehors. En fait, il y a toujours les mêmes personnes qui participent 6-7. Et les autres ne font rien. Tant pis pour eux.

C : si tu as une erreur imprévue, qu'est-ce que tu fais ?

Si je la remarque déjà, je ne sais pas moi si je n'ai pas prévu, je demande à la classe, je fais intervenir les autres et je vois si eux la voient aussi et du coup ça m'aide pour réfléchir aussi. Ça fait réfléchir quelques-uns pas toute la classe parce que certains ne savent faire rien, tu as 4 et 5 qui ont fait rien toutes les deux heures. Mais ça aide à se concentrer.

Annexe 5 : Résultats des élèves français
en mathématiques dans l'enquête PISA du
2000 au 2012

Profils des performances des élèves de 15 ans

Sur l'échelle de culture mathématique, la performance des élèves de 15 ans en France se situe au niveau de la moyenne des pays de l'OCDE avec un score de 495 points (494 en moyenne OCDE). La Corée (554) est en tête de l'OCDE, suivie du Japon (536) et de la Suisse (531). Parmi les pays qui devancent la France, on peut mentionner les Pays-Bas (523), la Finlande (519), le Canada (518 points), la Belgique (515) et l'Allemagne (514). Le Royaume-Uni (494) et l'Islande (493) sont à égalité avec la France, et, en dessous, on remarque l'Italie (485), l'Espagne (484), les États-Unis (481) et la Suède (478). Le score de la France en mathématiques a diminué de 16 points entre PISA 2003 (511) et PISA 2012 (495). Cette baisse s'observe en fait dès 2006, sans évolution depuis. Elle est plus marquée dans les bas niveaux : plus de vingt points de baisse au premier décile, sept points au neuvième décile : rappelons que le premier décile est la valeur de l'échelle au-dessous de laquelle se situent 10 % des élèves et est un indicateur du niveau des élèves faiblement performants ; le neuvième décile, au-dessous duquel se situent 90 % des élèves, indique le niveau des élèves performants. En 2003, les élèves français étaient au milieu de l'OCDE, à la fois au premier et au neuvième décile. En 2012, sur les 34 pays de l'OCDE, la France est 24^e au premier décile et 15^e au neuvième.

En compréhension de l'écrit, la France obtient en 2012 un résultat moyen de 505, au-dessus de la moyenne de l'OCDE (496) qui est égal à celui de 2000, après avoir baissé sensiblement en 2003 et 2006 (496, puis 488) et commencé à remonter en 2009 (496). Cependant les écarts de performance se sont accentués. Entre 2000 et 2012, le premier décile a baissé de 23 points tandis que le neuvième décile a augmenté de 20 points. En 2012, au premier décile la France se classe 26^e sur 34 pays de l'OCDE, alors qu'elle est 5^e au neuvième décile. L'écart inter-décile est le deuxième le plus grand des pays de l'OCDE, derrière Israël. L'accroissement des écarts est surtout dû à la baisse des bas niveaux entre 2000 et 2006, puis à une hausse des hauts niveaux entre 2006 et 2012. En sciences, la France atteint 499, pour une moyenne OCDE de 501 points. Dans ce domaine, il y a eu peu d'évolution depuis 2006.

Influence du milieu social

À partir des renseignements issus du questionnaire de contexte, PISA élabore depuis 2000 un indice de statut économique, social et culturel (SESC, ou ESCS en anglais). Cet indice agrège des éléments divers : biens matériels ou culturels, niveau d'études et profession des parents. L'indice SESC est calculé à partir des réponses des élèves, ce qui peut s'accompagner d'imprécision, mais c'est un outil précieux pour permettre des analyses sur le niveau d'équité des systèmes éducatifs.

L'indicateur le plus couramment utilisé est la « pente », c'est-à-dire la différence de score associée à l'augmentation d'une unité de l'indice SESC. Cette pente, pour l'évaluation en mathématiques, vaut 39 points en moyenne dans l'OCDE et atteint 57 points en France, soit la valeur la plus grande de tous les pays de l'OCDE, seulement devancée hors OCDE par Taïwan. Elle est

PISA

SAVOIRS ET SAVOIR-FAIRE DES ÉLÈVES : PERFORMANCE DES ÉLÈVES EN MATHÉMATIQUES, EN COMPRÉHENSION DE L'ÉCRIT ET EN SCIENCES

Synthèse de la performance des pays et économies en mathématiques, en compréhension de l'écrit et en sciences

- Pays/économies dont le score moyen/le pourcentage d'élèves très performants sont supérieurs à la moyenne de l'OCDE
- Pays/économies dont le pourcentage d'élèves peu performants est inférieur à la moyenne de l'OCDE
- Pays/économies dont le score moyen et les pourcentages d'élèves très performants/peu performants ne s'écartent pas de la moyenne de l'OCDE dans une mesure statistiquement significative
- Pays/économies dont le score moyen/le pourcentage d'élèves très performants sont inférieurs à la moyenne de l'OCDE
- Pays/économies dont le pourcentage d'élèves peu performants est supérieur à la moyenne de l'OCDE

	Mathématiques				Compréhension de l'écrit		Sciences	
	Score moyen lors de l'évaluation PISA 2012	Pourcentage d'élèves peu performants (sous le niveau 2)	Pourcentage d'élèves très performants en mathématiques (niveau 5 ou 6)	Variation annualisée (en points de score)	Score moyen lors de l'évaluation PISA 2012	Variation annualisée (en points de score)	Score moyen lors de l'évaluation PISA 2012	Variation annualisée (en points de score)
Moyenne OCDE	494	23.0	12.6	-0.3	496	0.3	501	0.5
Shanghai (Chine)	613	3.8	55.4	4.2	570	4.6	580	1.8
Singapour	573	8.3	40.0	3.8	542	5.4	551	3.3
Hong-Kong (Chine)	561	8.5	33.7	1.3	545	2.3	555	2.1
Taipei chinois	560	12.8	37.2	1.7	523	4.5	523	-1.5
Corée	554	9.1	30.9	1.1	536	0.9	538	2.6
Macao (Chine)	538	10.8	24.3	1.0	509	0.8	521	1.6
Japon	536	11.1	23.7	0.4	538	1.5	547	2.6
Liechtenstein	535	14.1	24.8	0.3	516	1.3	525	0.4
Suisse	531	12.4	21.4	0.6	509	1.0	515	0.6
Pays-Bas	523	14.8	19.3	-1.6	511	-0.1	522	-0.5
Estonie	521	10.5	14.6	0.9	516	2.4	541	1.5
Finlande	519	12.3	15.3	-2.8	524	-1.7	545	-3.0
Canada	518	13.8	16.4	-1.4	523	-0.9	525	-1.5
Pologne	518	14.4	16.7	2.6	518	2.8	526	4.6
Belgique	515	19.0	19.5	-1.6	509	0.1	505	-0.9
Allemagne	514	17.7	17.5	1.4	508	1.8	524	1.4
Vietnam	511	14.2	13.2	m	508	m	528	m
Autriche	506	18.7	14.3	0.0	490	-0.2	506	-0.8
Australie	504	19.7	14.8	-2.2	512	-1.4	521	-0.9
Irlande	501	16.9	10.7	-0.6	523	-0.9	522	2.3
Slovenie	501	20.1	13.7	-0.6	481	-2.2	514	-0.8
Danemark	500	16.8	10.0	-1.8	496	0.1	498	0.4
Nouvelle-Zélande	500	22.6	15.0	-2.5	512	-1.1	516	-2.5
République tchèque	499	21.0	12.9	-2.5	483	-0.5	508	-1.0
France	495	23.4	12.9	-1.5	505	0.0	499	0.0
Royaume-Uni	494	21.8	11.8	-0.3	499	0.7	514	-0.1
Islande	493	21.5	11.2	-2.2	483	-1.3	478	-2.0
Lettonie	491	19.9	8.0	0.5	489	1.9	502	2.0
Luxembourg	490	24.3	11.2	-0.3	488	0.7	491	0.9
Norvège	489	22.3	9.4	-0.3	504	0.1	495	1.3
Portugal	487	24.0	10.6	2.0	488	1.6	489	2.5
Italie	485	24.7	9.9	2.7	490	0.5	494	3.0
Espagne	484	23.6	8.0	0.1	488	-0.3	496	1.3
Fédération de Russie	482	24.0	7.8	1.1	475	1.1	486	1.0
République slovaque	482	27.5	11.0	-1.4	463	-0.1	471	-2.7
États-Unis	481	25.8	8.8	-0.3	498	-0.3	497	1.4
Lituanie	479	26.0	8.1	-1.4	477	1.1	496	1.3
Suède	478	27.1	8.0	-3.3	483	-2.8	485	-3.1
Hongrie	477	28.1	9.3	-1.3	488	1.0	494	-1.6
Croatie	471	29.9	7.0	0.6	485	1.2	491	-0.3
Israël	466	33.5	9.4	4.2	486	3.7	470	2.8
Grèce	453	35.7	3.9	1.1	477	0.5	467	-1.1
Serbie	449	38.9	4.6	2.2	446	7.6	445	1.5
Turquie	448	42.0	5.9	3.2	475	4.1	463	6.4
Roumanie	445	40.8	3.2	4.9	438	1.1	439	3.4
Chypre ¹	440	42.0	3.7	m	449	m	438	m
Bulgarie	439	43.8	4.1	4.2	436	0.4	446	2.0
Émirats arabes unis	434	46.3	3.5	m	442	m	448	m
Kazakhstan	432	45.2	0.9	9.0	393	0.8	425	8.1
Thaïlande	427	49.7	2.6	1.0	441	1.1	444	3.9
Chili	423	51.5	1.6	1.9	441	3.1	445	1.1
Malaisie	421	51.8	1.3	8.1	398	-7.8	420	-1.4
Mexique	413	54.7	0.6	3.1	424	1.1	415	0.9
Monténégro	410	56.6	1.0	1.7	422	5.0	410	-0.3
Uruguay	409	55.8	1.4	-1.4	411	-1.8	416	-2.1
Costa Rica	407	59.9	0.6	-1.2	441	-1.0	429	-0.6
Albanie	394	60.7	0.8	5.6	394	4.1	397	2.2
Bésil	391	67.1	0.8	4.1	410	1.2	405	2.3
Argentine	388	66.5	0.3	1.2	396	-1.6	406	2.4
Tunisie	388	67.7	0.8	3.1	404	3.8	398	2.2
Jordanie	386	68.6	0.6	0.2	399	-0.3	409	-2.1
Colombie	376	73.8	0.3	1.1	403	3.0	399	1.8
Oman	376	69.6	2.0	9.2	388	12.0	384	5.4
Indonésie	375	75.7	0.3	0.7	396	2.3	382	-1.9
Pérou	368	74.6	0.6	1.0	384	5.2	373	1.3

1. Note de la Turquie : les informations figurant dans ce document qui font référence à « Chypre » concernent la partie méridionale de l'île. Il n'y a pas d'autorité unique représentant à la fois les Chypriotes turcs et grecs sur l'île. La Turquie reconnaît la République Turque de Chypre Nord (RTCN), jusqu'à ce qu'une solution durable et équitable soit trouvée dans le cadre des Nations Unies, la Turquie maintiendra sa position sur la « question chypriote ».

2. Note de tous les États de l'Union européenne membres de l'OCDE et de l'Union européenne : la République de Chypre est reconnue par tous les membres des Nations Unies sauf la Turquie. Les informations figurant dans ce document concernent la zone sous le contrôle effectif du gouvernement de la République de Chypre.

La variation annualisée correspond à la variation annuelle moyenne du score d'un pays/économie aux épreuves PISA entre sa première participation à l'enquête PISA et l'évaluation PISA 2012. Elle est calculée en prenant en compte toutes les participations d'un pays/économie à l'enquête PISA.

Remarque : les pays/économies où la variation annualisée de la performance est statistiquement significative sont indiqués en gras.

Les pays et économies sont classés par ordre décroissant de leur score moyen en mathématiques lors de l'évaluation PISA 2012.

Source : OCDE, Base de données PISA 2012, tableaux I.2.1a, I.2.1b, I.2.3a, I.2.3b, I.4.3a, I.4.3b, I.5.3a et I.5.3b.

Titre : Le traitement des erreurs des élèves dans la formation des enseignants des mathématiques du second degré

Mots clés : Formation des enseignants ; didactique des mathématiques ; erreurs des élèves

Résumé : La formation des enseignants est toujours un sujet d'actualité du fait que les besoins des élèves comme des enseignants ne cessent d'évoluer. De plus, les erreurs des élèves notamment en mathématiques se multiplient au fil de temps et le traitement de ces erreurs nécessite une bonne formation. La thèse a pour objectif de savoir comment former ou mieux former le futur enseignant de mathématiques à traiter les erreurs des élèves et par la suite étudier les effets d'une formation sur les pratiques des stagiaires. En effet, nous nous intéressons à différents éléments primordiaux dans la formation : les connaissances de base ou savoirs de formation

transmis aux formés, les stratégies ou situations mises en œuvre, etc. Pour étudier ces éléments, nous avons établi différentes grilles d'analyse en vue de les mettre en œuvre auprès des formateurs, des formés et des stagiaires en classe. Ces outils d'analyse nous ont permis de conclure que les effets de formations observées sur les pratiques de stagiaires sur la question de l'erreur ne sont pas significatifs.

Title : Dealing with students' errors in the training program of mathematics teachers in secondary schools

Keywords : Pre-service training of teachers; teaching mathematics; errors of students;

Abstract : Teachers training is still a crucial and persistent topic since the needs of students and teachers are constantly growing day by day. In addition, students' errors especially in mathematics increase over time and dealing with these errors requires acquiring efficient competence through teacher training. The aim of the thesis is to investigate how to train future mathematics teachers on dealing with students' errors and how to improve this training in trainee practices environment. Consequently, we are interested in different essential elements in the training, such as the primary knowledge or training knowledge transmitted by the trainers to the trainees, and the strategies or situations implemented and so forth. In order to study these elements, different analysis grids are established to be implemented by trainers and trainees in classroom settings.

These analysis tools displayed the conclusion that the effects of training observed on trainee practices concerning the question of errors are not significant.