Etude du travail de l'enseignant autour de la simulation en classe de troisième et seconde : métamorphoses d'un problème au fil d'une formation en probabilité

Blandine Masselin

▶ **To cite this version:**

Blandine Masselin. Etude du travail de l'enseignant autour de la simulation en classe de troisième et seconde : métamorphoses d'un problème au fil d'une formation en probabilité. Education. Université Sorbonne Paris Cité, 2019. Français. NNT : 2019USPCC002 . tel-02318669

HAL Id: tel-02318669

https://theses.hal.science/tel-02318669

Submitted on 12 Apr 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat

de l'Université Sorbonne Paris Cité

Préparée à l'Université Paris Diderot

Savoirs scientifiques, épistémologie, histoire des sciences et didactique des disciplines ED400

LDAR

Étude du travail de l'enseignant autour de la simulation en classe de troisième et seconde : métamorphoses d'un problème au fil d'une formation en probabilité.

Par Blandine Verney Masselin

Thèse de doctorat de Didactique des Mathématiques

Co-dirigée par Alain Kuzniak et Laurent Vivier

Présentée et soutenue publiquement à Paris le 12 Juin 2019

Président du jury : Ouvrier Buffet, Cécile / PU / Université Paris Est Créteil

Rapporteurs : Gueudet, Ghislaine / PU / Université de Bretagne Occidentale

Regnier, Jean-Claude/ PU / Université Lyon 2

Examinateurs : Gómez-Chacón, Inés / PU / Universidad Complutense de Madrid, Espagne

Clivaz, Stéphane / Professeur/ HEP de Vaud, Suisse

Co-directeurs de thèse : Kuzniak, Alain / PU / Université Paris Diderot

Vivier, Laurent / HDR / Université Paris Diderot

Titre : Etude du travail de l'enseignant autour de la simulation en classe de troisième et seconde : métamorphoses d'un problème au fil d'une formation en probabilité.

Résumé :

Au collège, les probabilités ont été introduites en 2009 en relation avec la simulation d'expériences aléatoires. Des difficultés repérées chez les enseignants pour mettre en oeuvre des tâches pouvant inclure la simulation en troisième et seconde nous ont conduit à enquêter sur leur implémentation d'une de ces tâches, celle du lièvre et de la tortue.
Les trois questions de recherche que nous avons considérées portent sur la nature des liens entre expérience aléatoire, modèle et simulation, sur l'influence des d'artefacts matériels et numériques sur la simulation, et sur la question des liens entre simulation et preuve.

Pour caractériser le travail mathématique de l'enseignant sur la simulation, nous avons utilisé la théorie des Espaces de Travail Mathématique (ETM) (Kuzniak, Tanguay et Elia, 2016) qui permet de décrire et de comprendre la dynamique de la circulation du travail autour d'une tâche.
Nous avons développé une méthodologie originale, centrée sur la notion d'avatar, et qui consiste à suivre la trajectoire des couples constitués d'avatars et des ETM idoines associés à la suite d'une formation continuée basée sur une adaptation des Lesson Studies au contexte français.

Notre étude a mis en évidence des causes de rupture entre expérience aléatoire et modèles. Elle montre aussi que le choix des artefacts matériels et numériques ainsi que le rôle de l'enseignant influent sur la simulation. Par ailleurs, l'enseignant privilégie une preuve instrumentale ce qui n'est pas toujours l'intention de l'élève et peut créer un blocage dans l'ETM.

Mots clefs : Didactique des mathématiques, probabilité, simulation, Espace de Travail Mathématiques, trajectoire, formation, modélisation

Title : Study of the teacher's work around simulation in the third and second grade : metamorphoses of a problem during a probability training.

Abstract :

In college, probabilities were introduced in 2009 in relation to the simulation of random experiments. Difficulties identified among teachers in implementing work of tasks that could include simulation in third and second led us to investigate the implementation of one of these tasks ; that of the hare and the turtle.
The three research questions we considered focus on nature links between random experiments, models and simulations, on the influence of physical or numerical artefacts on simulation, and on the question of links between simulation and proof.
To characterize the teacher's mathematical work on simulation, we have used the theory of Mathematical Working Space (MWS) (Kuzniak, Tanguay and Elia, 2016) to describe and understand the dynamics of labour circulation around a task.
We have developed an original methodology, centered on the notion of avatar, and which consists in following the trajectory of couples made up of avatars and associated ETMs following a continuous training based on an adaptation of Lesson Studies to the French context.

Our study identified causes of the rupture between random experiments and models. It also shows that the choice of material and digital artifacts as well as the choice of the role of the teacher influences the simulation. In addition, the teacher favours instrumental evidence, which is not always the student's intention and can create a blocking in the ETM.

Keywords : Mathematical didactics, probability, simulation, Mathematical Working Space, trajectory, training course, modelization

Remerciements

Mes premiers remerciements s'adressent à Alain Kuzniak et Laurent Vivier. Ce fut un réel plaisir de travailler sous leur co-direction durant ces quatre années. Leur complicité a permis un encadrement agréable et efficace. Ils m'ont apporté des conseils ou m'ont aiguillé vers des lectures d'articles autour du café du vendredi matin. Leurs questionnements aiguisés m'ont guidé et ont permis d'éclairer ma réflexion. Ils répondaient toujours présents les nombreuses fois où je les ai sollicités et pour toutes ces raisons, je ne regrette en rien le choix de ce tandem scientifique.

Je remercie ensuite Ghislaine Gueudet et Jean-Claude Reigner. Ils ont accepté la tâche de rapporteurs et me font l'honneur de participer à ce jury. Leurs remarques me permettent de prolonger et d'approfondir la réflexion engagée dans ma thèse.

Je voudrais également remercier Cécile Ouvier Buffet qui me fait l'honneur d'avoir accepté d'être présidente de jury ainsi qu'Inés Gómez Chacón et Stéphane Clivaz d'avoir bien voulu faire partie du jury.

Trois chercheurs du LDAR m'ont donné goût à la didactique et ont insufflé la réalisation de ma thèse et je tiens ici à leur manifester toute ma gratitude.

Chronologiquement, Catherine Houdement fut la première. J'ai réalisé deux mémoires sous sa direction et elle m'a fait confiance dès mon entrée à l'IUFM en 1997. Ses retours m'ont beaucoup appris. Qu'elle en soit vivement remerciée.

"*Quels sont les leviers de la formation ? Les effets d'une formation n'ont jamais été analysés."* Telle fut la question d'Aline Robert en 2015 lors d'une soutenance de mémoire en Master Professionnel de didactique des mathématiques. Sans prétendre y répondre, cette question a indirectement orienté mes travaux. Merci Aline.

Un grand merci à Michèle Artigue pour ses apports sur la formation mise en oeuvre dans la thèse. Présente depuis 2016 (date de la première lesson study adaptée à Rouen), son expertise nourrit le dispositif dans sa co-construction. Sa présence permet une prise de hauteur scientifique et un regard réflexif. Michèle fait grandir cette innovation, l'accompagne tout en l'ayant partiellement impulsée.

Bien que mes travaux portent essentiellement sur la didactique des mathématiques, il a fallu savoir gérer le cadre administratif dans lequel ils s'inscrivent. Je remercie le laboratoire LDAR, par le biais de ses deux directrices (actuelle et précédente) Maha Abboud-Blanchard et Cécile de Hosson qui, malgré de nombreuses tâches, restent à l'écoute des doctorants. Le LDAR m'a permis la rencontre et l'appui de spécialistes : le laboratoire est le lieu de riches interactions entre jeunes chercheurs et chercheurs plus expérimentés.

Plus spécifiquement, merci à tous les membres du groupe ETM qui nourrissent ma réflexion en partageant cette même théorie. Merci aussi aux chercheurs croisés lors d'échanges fructueux aux différents séminaires ou colloques auxquels j'ai participé.

Par le biais de ses responsables actuels, Corentin et Soledad, je remercie le groupe des Jeunes Chercheurs du LDAR car sa dynamique contribue à construire une identité de chercheur lors des réunions.
Ce groupe, tout comme les collectifs formés à l'occasion des Wejch de l'ARDM, permet un retour de la communauté sur nos travaux. Ils sont des lieux essentiels pour un jeune chercheur.

Je veux aussi saluer le travail remarquable de Jérôme Barberon toujours réactif quand il s'agit de trouver une ressource précise et de me la scanner pour rentrer plus légère sur Rouen.
Un grand merci aussi à Evelyne Scaron qui rend les démarches administratives plus faciles pour nos missions diverses.

Merci aux membres du groupe "Activités" de l'IREM de Rouen pour leur confiance et le travail accompli depuis notre première rencontre : Hélène Declercq, Frédéric Hartmann et Sylvain Duthil. "Le pylône brisé" reste un moment unique qui a renforcé notre coopération et a sans doute irrigué la réalisation de cette thèse. Je remercie aussi Amandine Oney, Marion Guérin et Jordan Lorphelin qui nous ont rejoint dans l'aventure. J'ai une pensée toute particulière pour Michel Chevallier qui m'a initié à la didactique des mathématiques à travers ses formations de qualité. Hélène Colonna et lui sont à l'origine de ma réflexion sur le travail en groupe des élèves. Merci aussi aux directeurs de l'IREM de Rouen (Arnaud Lefebvre, Jean Yves Brua, Patrick Frétigné), soutiens actifs de ma recherche et de nos actions de formation.

Je remercie Charlotte Derouet qui a accepté le rôle de chercheur dans la formation liée à ma thèse mais aussi pour nos premiers écrits partagés. Ses remarques, ses conseils et ses encouragements sont précieux.
Merci également aux personnes venues endosser le rôle de chercheur dans la formation sur Rouen (Edith Petitfour, Assia Nechache entre autres).

L'adaptation des Lesson Studies dans l'académie de Rouen n'aurait pas vu le jour sans la contribution initiale d'autres acteurs : Jean Noel Taché, principal du collège de Duclair en 2015, Maxime Jeandel proviseur de la Cité scolaire Camille St Saëns de Rouen ainsi que ses adjoints administratifs. Tous ont été des pionners en acceptant la vie d'une lesson study insérant une classe dans leur établissement et ont su aider à sa mise en oeuvre. Jean-Marc Jegou a aussi facilité ma recherche en rendant mon emploi du temps compatible avec celle-ci.

Nicolas Gendreau, IA-IPR de mathématiques de l'académie de Rouen est un réel soutien administratif et logistique, merci pour cet accompagnement de l'ombre.

Je remercie également les collectifs d'enseignants stagiaires et d'élèves des classes étudiées dans ma thèse, avec une mention toute particulière pour Aurélien et Emilie qui ont accepté d'être enseignant-expérimentateurs.

La thèse c'est aussi la camaraderie, les rencontres. Je veux saluer ici tous ceux que j'ai croisé de Paris à Valparaiso ou ailleurs, et en particulier des doctorants avec qui j'ai eu l'occasion d'échanger (Macaréna, Soledad, Claudia, José, Léonard, Ratha,

Corentin, Sophie, Dominique, Jannick, Valérie, Karine, Julie) mais aussi des chercheurs expérimentés comme Annette, Kostas, Elizabeth, Philippe, Denis, Fabrice, Christophe, Zoé ....

Un remerciement tout à fait spécifique aux relecteurs de ce manuscrit qui ont eu pour tâche hardue de repérer des coquilles : Hervé et Myriam Vandenhaute et Lucien et Micheline Verney.

Une pensée spéciale pour Lison et Adrien, pour leur patience et leurs encouragements. Leur présence a contribué à me divertir et à rendre le travail plus léger. Un grand merci à eux.

Pour terminer, je tiens à remercier tout particulièrement Vincent pour ses multiples soutiens dans la gestion du quotidien mais aussi pour son expertise mathématique et ses connaissances techniques en Latex. Sans lui, cette thèse n'aurait très certainement pas vu le jour. Son idée de modéliser un pylône brisé par une paille est un battement d'aile de papillon ayant contribué à l'émergence d'une ingénierie de formation inspirée des Lesson Studies.

Table des matières

Table des figures **5**

Liste des tableaux **9**

Introduction générale **11**
Ma question de recherche 11
Le suivi d'une trajectoire 12
Organisation de la thèse 14

1 Simulation, recherche exploratoire et premières questions **17**
1.1 Une définition de la simulation d'expériences aléatoires 17
1.2 La place de la simulation dans les programmes de probabilités et statistiques 20
1.2.1 Liens entre statistiques et probabilités 21
1.2.2 L'enseignement des probabilités 23
1.3 Bilan des recherches sur ce thème 25
1.3.1 Les travaux de Gaydier 25
1.3.2 D'autres recherches sur la simulation 28
1.4 Le problème du lièvre et de la tortue 32
1.4.1 Une tâche emblématique 32
1.4.2 Le problème du lièvre et de la tortue et la recherche 34
1.5 Précision de mes questions 37
1.5.1 Un état des lieux : la formation donnée au Havre 37
1.6 Conclusion 44

2 Les questions de recherche, le cadre et la méthodologie de recherche **47**
2.1 Introduction : plan et objectifs de ce chapitre 47
2.2 Description du cadre théorique 48
2.2.1 La théorie des Espaces de Travail Mathématique 48
2.2.2 Le cycle de modélisation de Blum et Leiss 53
2.3 Précisions sur nos questions de recherche. 55
2.3.1 Retour sur notre question initiale de recherche 55
2.3.2 Expérience aléatoire, simulation et modèles mathématiques . . 55
2.3.3 Artefacts et simulation 56
2.3.4 Simulation et preuve 56
2.3.5 Conclusion sur nos questions de recherche 57

2.4 Outils méthodologiques pour l'étude d'une tâche emblématique 57
2.4.1 Présentation du problème du lièvre et de la tortue 57
2.4.2 Grille et éléments d'analyse épistémologique de la tâche 58
2.4.3 Itinéraire cognitif de la tâche dans les ETM 62
2.4.4 Description d'un ETM idoine attendu 62
2.4.5 Synergie didactique potentielle autour du travail de groupe . . 72
2.5 La méthodologie générale de recherche 73
2.5.1 La notion d'avatar 73
2.5.2 La trajectoire d'un problème 74
2.6 Les études prévues sur les différents couples 81
2.6.1 Avant la formation : précision de l'ETM idoine suggéré en formation (B_1) 81
2.6.2 Pendant la formation : itinéraires et circulations (B_2) 81
2.6.3 Après la formation : itinéraires et circulations (B_3) 82
2.7 Eléments de contexte de la formation 82
2.7.1 Précisions sur les acteurs dans la formation (B_2) 82
2.7.2 Le calendrier de la formation 83
2.7.3 Une dynamique de travail collectif-individuel des stagiaires en formation 84
2.7.4 Des précisions sur notre méthodologie 85
2.8 Conclusion 85

3 Première boucle (B_1) : étude de l'ETM idoine suggéré en formation 87
3.1 Introduction : plan et objectifs de ce chapitre 87
3.2 Présentation de la première boucle 89
3.2.1 Situation d'avatars 90
3.2.2 Eléments de contexte 91
3.3 Eléments de méthodologie complémentaires, spécifiques à la première boucle 92
3.3.1 Les analyses prévues à l'étape 1 de la première boucle 92
3.3.2 Le modèle des MTSK 93
3.3.3 Le cycle de modélisation de Blum et Leiss 95
3.3.4 Blocages, rebonds et confinements dans l'ETM 95
3.4 Données étudiées concernant la boucle avant la formation (B_1) 97
3.5 Le premier couple de l'étape $B_{1,1}$: caractérisation et rôle 98
3.5.1 L'avatar de Lucie, étape $B_{1,1}$ 98
3.5.2 Données concernant l'étape $B_{1,1}$ de Lucie 101
3.5.3 Description de la mise en oeuvre par Lucie 104
3.5.4 Apports des circulations étudiées des groupes 129
3.6 Le deuxième couple du collectif de formateurs ($B_{1,2}$) 134
3.6.1 Genèse d'un avatar pour la formation 135
3.6.2 Réflexions des formateurs sur l'étape $B_{1,1}$ 138
3.6.3 Conclusion des formateurs : naissance du couple de l'étape $B_{1,2}$ 141
3.6.4 Description du couple de $B_{1,2}$ 143
3.6.5 Eléments retenus par le collectif, pour la formation 146
3.6.6 Grilles : indices des $ETM_{personnel}$ des formateurs 147

3.7 Conclusion . . . 156
3.7.1 Premiers résultats sur nos questions de recherche . . . 156
3.7.2 Conclusion sur les itinéraires cognitifs et la circulation de l'étape 1 . . . 161
3.7.3 Les contours de l'ETM idoine suggéré en formation . . . 165
3.7.4 Un deuxième point sur nos questions de recherche . . . 166
3.7.5 Perspectives de recherche . . . 167

4 Deuxième boucle (B_2) : la formation 169
4.1 Introduction : plan et objectifs de ce chapitre . . . 169
4.2 Eléments méthodologiques spécifiques de la deuxième boucle . . . 170
4.2.1 Etapes 1 et 2 de la formation : articulation avec la boucle B_1 . 174
4.2.2 Etape 3 de la formation : description . . . 175
4.2.3 Spécificité de certains stagiaires . . . 176
4.3 Les analyses prévues sur la formation (B_2) . . . 176
4.3.1 Sur la préparation collective du scénario ($B_{2,1}$) . . . 176
4.3.2 Sur la mise en oeuvre du scénario par un enseignant-expérimentateur ($B_{2,2}$) . . . 177
4.3.3 Sur l'analyse collective *a posteriori* du scénario ($B_{2,3}$) . . . 178
4.4 Description de l'atelier Souris . . . 178
4.4.1 La préparation collective du scénario ($B_{2,1}$) . . . 178
4.4.2 La mise en oeuvre du scénario en formation ($B_{2,2}$) . . . 182
4.4.3 Apports des circulations étudiées ($B_{2,2}$) . . . 200
4.4.4 Analyse collective du scénario de formation ($B_{2,3}$) . . . 205
4.4.5 Alternatives au scénario vécu en formation ($B_{2,3}$) . . . 211
4.5 Description de l'atelier Poussins . . . 213
4.5.1 La préparation collective du scénario ($B_{2,1}$) . . . 214
4.5.2 La mise en oeuvre du scénario en formation ($B_{2,2}$) . . . 215
4.5.3 Apports des circulations étudiées ($B_{2,2}$) . . . 245
4.5.4 Analyse collective du scénario de formation ($B_{2,3}$) . . . 248
4.5.5 Alternatives au scénario vécu en formation ($B_{2,3}$) . . . 255
4.6 Evolutions observées en formation . . . 256
4.6.1 Le cas des Souris . . . 256
4.6.2 Le cas des Poussins . . . 263
4.6.3 Dénaturation simplificatrice . . . 266
4.7 Conclusion de la deuxième boucle . . . 269
4.7.1 Expérience aléatoire, modèle et simulation (QR1) . . . 269
4.7.2 Artefacts numériques et simulation (QR2) . . . 272
4.7.3 Simulation et preuve (QR3) . . . 274
4.7.4 Le travail en groupe, quelle pertinence ? . . . 275
4.7.5 Perspectives de questionnement . . . 275

5 Premiers effets de la formation : troisième boucle (B_3) 279
5.1 Introduction : plan et objectifs de ce chapitre . . . 279
5.2 Eléments méthodologiques spécifiques d'après formation (B_3) . . . 280
5.2.1 Une troisième journée de formation . . . 280

5.2.2 Les analyses prévues sur la boucle B_3 . . . 282
5.3 Absences d'avatars chez des stagiaires . . . 284
5.3.1 Parmi les stagiaires Poussins . . . 285
5.3.2 Parmi les stagiaires Souris . . . 285
5.3.3 Conclusion pour les deux ateliers . . . 285
5.3.4 Le cas de Malo : une tentative échouée . . . 286
5.4 Le cas de Mattéo : un avatar repris de la formation . . . 291
5.4.1 Couples étudiés de la boucle B_3 (étape 1) . . . 291
5.4.2 Données concernant l'étape 1 de Mattéo . . . 291
5.4.3 Caractérisation du travail de Mattéo . . . 294
5.4.4 Conclusion (Mattéo) . . . 300
5.5 Le cas de Christian : un avatar recomposé issu de la formation . . . 305
5.5.1 Données concernant l'étape 1 de Christian . . . 305
5.5.2 Caractérisation du travail de Christian . . . 307
5.5.3 Conclusion (Christian) . . . 322
5.6 Conclusion sur des effets de l'ETM suggéré . . . 325
5.6.1 Mise en perspective . . . 326
5.6.2 Les types de transformations opérées . . . 326
5.6.3 Conclusion . . . 327

Conclusion générale **329**
Originalité de nos travaux et apports théoriques . . . 329
Synthèse des résultats . . . 332
Limites de notre recherche . . . 341
Prolongements et perspectives . . . 344

Bibliographie **350**

Table des figures

1.1 Schéma ternaire Parzysz 19
1.2 Extrait BO Aménagement 2nde 2017 21
1.3 Le problème du lièvre et de la tortue (Gaydier) 34
1.4 La politique des naissances (Nechache) 36
1.5 Le problème du lièvre et de la tortue (Le Havre) 39

2.1 Diagramme de l'ETM (Kuzniak, 2011) 49
2.2 Cycle de modélisation de Blum et Leiss (2007) 53
2.3 Extrait (1) du cycle de modélisation 54
2.4 Extrait (2) du cycle de modélisation 54
2.5 Le lièvre et la tortue, énoncé de la formation (2017) 57
2.6 Grille d'analyse épistémologique 59
2.7 Exemples de parcours à six cases 59
2.8 Arbres et modèles 61
2.9 Circulation, Expl.1 (DéMan ou DéNum), $ETM_{attendu}$ 64
2.10 Circulation, Expl.1 (SansDé), $ETM_{attendu}$ 64
2.11 Dynamique de circulation, Expl.2, $ETM_{attendu}$ 65
2.12 Circulation, Expl.3, $ETM_{attendu}$ 66
2.13 Dynamique de circulation, Sim.1, $ETM_{attendu}$ 67
2.14 Dynamique de circulation, Sim.3, $ETM_{attendu}$ 68
2.15 Dynamique de circulation, Preuv.1 après Sim.2, $ETM_{attendu}$ 69
2.16 Dynamique de circulation, Preuv.1 sans Sim.2, $ETM_{attendu}$ 70
2.17 Dynamique de circulation, Preuv.3, $ETM_{attendu}$ 70
2.18 Codages des phases de l'$ETM_{attendu}$ 72
2.19 Trajectoire d'un problème (Kuzniak et al.) 75
2.20 Trajectoire d'avatars de la formation 79
2.21 Trajectoire d'avatars en deux ateliers 80
2.22 Trajectoire simplifiée d'avatars en deux ateliers 80

3.1 Modèle des MTSK, Carrillo et al.(2013) 94
3.2 Avatar 1 de Lucie, boucle 1 98
3.3 Codages des phases de l'$ETM_{attendu}$ 102
3.4 Déroulement prévu par Lucie (courriel) 103
3.5 Chronogramme de Lucie 107
3.6 Lecture d'un diagramme de circulation 109
3.7 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr1, B1 111
3.8 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr2, B1 113

3.9 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr3, B1 . . . 115
3.10 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr4, B1 . . . 117
3.11 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr6, B1 . . . 119
3.12 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr7, B1 . . . 121
3.13 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr8, B1 . . . 123
3.14 Tableur 1, Lucie, 9 Mai 2016 . . . 125
3.15 Formules (1) Test tableur 1, Lucie . . . 125
3.16 Formule (2) Test tableur 1, Lucie . . . 125
3.17 Tableur 2, Lucie, 9 Mai 2016 . . . 125
3.18 Formules Test tableur 2, Lucie . . . 126
3.19 Formule (2) Test tableur 2, Lucie . . . 126
3.20 Test tableur 3, Lucie . . . 127
3.21 Formules Test tableur 3, Lucie . . . 127
3.22 Extrait 1, Mail 9 Mai 2016 . . . 127
3.23 Extrait 2, Mail 9 Mai 2016 . . . 127
3.24 Chronogramme (rebonds), Lucie . . . 129
3.25 Circulation cycle de modélisation, Gr1, Lucie . . . 132
3.26 Circulation cycle de modélisation, Gr4, Lucie . . . 132
3.27 Circulation cycle de modélisation, Gr6, Lucie . . . 133
3.28 Avatar 1 de Lucie, boucle 1 . . . 136
3.29 Enoncé de l'élève E2 du Gr4, Lucie . . . 140
3.30 Avatar de l'étape $B_{1,2}$, 9 Décembre 2016 . . . 141
3.31 Deux simulations Tableur . . . 142
3.32 Itinéraires cognitifs, étape 2, boucle 1 . . . 143
3.33 Grille d'intervention de l'enseignant, 6 Janvier 2017 . . . 154
3.34 Extrait avatar Lucie . . . 158
3.35 Itinéraires cognitifs prévus par Lucie . . . 162

4.1 Enoncé étape 1 de B2, Souris . . . 179
4.2 Découpage en phases prévu, étape 1 de B2, Souris . . . 179
4.3 Itinéraires cognitifs prévus, étape 1, Souris . . . 180
4.4 Codages des phases de l'$ETM_{attendu}$ . . . 180
4.5 Circulation prévue, étape 1, Sr . . . 181
4.6 Photographie du tableau, étape 2, Sr . . . 182
4.7 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr1, B2, Sr . . . 184
4.8 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr2, B2, Sr . . . 186
4.9 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr3, B2, Sr . . . 188
4.10 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr4, B2, Sr . . . 190
4.11 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr5, B2, Sr . . . 192
4.12 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr6, B2, Sr . . . 194
4.13 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr7, B2, Sr . . . 196
4.14 Extrait Fiche Observateur S3, Sr . . . 197
4.15 Extrait Brouillon M, Sr . . . 197
4.16 Itinéraires cognitifs effectifs, étape 1, Souris . . . 201
4.17 Notes Augustin, étape 2, Sr . . . 202
4.18 Dimension instrumentale, étape 1, Sr . . . 204

4.19 Dimension instrumentale, étape 2, Sr 205
4.20 Notes de Lucie (1), J2 am, Sr 206
4.21 Notes de Lucie (2), J2 am, Sr 208
4.22 Notes de Lucie (3), J2 am, Sr 208
4.23 Notes de Lucie (4), J2 am, Sr 209
4.24 Notes de Lucie (5), J2 am, Sr 209
4.25 Notes de Lucie (6), J2 am, Sr 211
4.26 Itinéraire réajusté, étape 3, Sr 212
4.27 Découpage en phases, J1, Ps 214
4.28 Itinéraire cognitif prévu, étape 1, Ps 214
4.29 Enoncé, étape 2, Ps 216
4.30 Dé et vignettes, Ps 216
4.31 Vignettes et parcours, Ps 217
4.32 Script de l'algorithme de simulation, Ps 217
4.33 Affichage programme de simulation, Ps 218
4.34 Tableau à remplir, Ps 219
4.35 Extrait du graphique, Ps 219
4.36 Etat initial du tableau de classe, Ps 220
4.39 Extrait fiche d'observateur global, Ps 222
4.40 Tableau de la classe, Ps 223
4.41 Tableau de la classe, Ps 225
4.42 Tableau élève J Gr6, Ps 225
4.43 Réponse élève J Gr6, Ps 225
4.44 Extrait fiche d'obervateur, Mattéo, Ps 226
4.45 Graphiques inachevés, A et J, Gr6, Ps 227
4.46 Feuille tableau La Gr4, Ps 228
4.47 Extraits représentations graphiques, Ps 230
4.48 Simulation 15 courses puis 1000, Ps 230
4.49 Indication du mot "proba", Ps 230
4.50 Tableau en fin de séance, Ps 231
4.51 Représentation graphique, E et J, Ps 232
4.52 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr1, B2, Ps 234
4.53 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr2, B2, Ps 236
4.54 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr3, B2, Ps 238
4.55 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr4, B2, Ps 240
4.56 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr5, B2, Ps 242
4.57 Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr6, B2, Ps 244
4.58 Itinéraires cognitifs effectifs, Ps 245
4.59 Notes Gr3, Lucie, J2 am, Ps 249
4.60 Notes Gr5, Lucie, J2 am, Ps 249
4.61 Notes Gr6, Lucie, J2 am, Ps 250
4.62 Notes Gr4, Lucie, J2 am, Ps 250
4.63 Notes Vocabulaire, Lucie, J2 am, Ps 251
4.64 Dimension travail de groupe, Lucie, J2 am, Ps 251
4.65 Nouvelles phases, Lucie,étape 3,Ps 252
4.66 Prise en charge explication fichier de simulation, J2 am, Ps 252

4.67 Questions sur les fréquences, Lucie, J2 am, Ps 253
4.68 Fréquences et tableaux, Lucie, J2 am, Ps 254
4.69 Questions sur les tableaux et graphiques, Lucie, J2 am, Ps 254
4.70 Légitimité de 0,48, Lucie, J2 am, Ps 254
4.71 Itinéraire réajusté, étape 3, Ps 255
4.72 Evolution des itinéraires cognitifs en formation, Sr 257
4.73 Parcours du fichier Scratch, Réséda, Ps 259
4.74 Extrait document (S'7) pour bilan, Ps, Réséda 268
4.75 Tableau des idées, Ps, J1 269

5.1 Enoncé, avatar de Malo, B3 286
5.2 Itinéraire cognitif reconstitué, B3, Malo 290
5.3 Enoncé, avatar de Mattéo 291
5.4 Extrait, production d'élève, Mattéo 292
5.5 Extrait, représentation graphique d'élève, Mattéo 293
5.6 Itinéraire cognitif effectif reconstitué, B3, Mattéo 301
5.7 Evolution de B2 (Ps) à B3, Mattéo 303
5.8 Comparaison d'itinéraires de B1 à B3, Mattéo 304
5.9 Enoncé (1), Christian, B3 305
5.10 "Boîte de lancers", Christian, B3 307
5.11 Feuille de route,1ère séance, Christian, B3 308
5.12 Matériel à disposition, 1ère séance, Christian, B3 308
5.13 Dispositif avec caméra, Christian 308
5.14 Extrait document élève, Christian 309
5.15 Recueil des données et graphique, doc. élève, Christian 311
5.16 Résultats, Extrait, élève E Christian 312
5.17 Extrait de document élève (tableur) Christian 314
5.18 Document élève (Scratch), partie A, Christian 315
5.19 Document élève (Scratch), parties B et C, Christian 316
5.20 Extrait (1) document partie B (Scratch), Christian 316
5.21 Extrait (2) document partie B (Scratch), Christian 317
5.22 Extrait (2) de document élève (tableur) Christian 318
5.23 Fenêtre de gauche (Scratch), Christian 319
5.24 Instruction fréquence (Scratch), Christian 320
5.25 Itinéraires cognitifs effectués, Christian 323
5.26 Evolution des deux boucles B2 à B3 Christian 325
5.27 Trajectoire d'avatars du dispositif de formation 331

Liste des tableaux

1.1 Extrait BO Collège 2015 20

2.1 Tableau des probabilités 60
2.2 Dynamique de circulation dans l'$ETM_{attendu}$ 72
2.3 Calendrier de la formation 84
2.4 Dynamique du travail collectif-individuel 85

3.1 Calendrier de la boucle B_1 89
3.2 Répartition temporelle,interventions de Lucie 107
3.3 Synthèse des apports des groupes, Lucie 130
3.4 Grille itinéraires de l'étape 2, boucle 1 144
3.5 Etat initial, Grille d'amorce d'analyse a priori 148
3.6 Grille d'amorce d'analyse a priori 149
3.7 Grille d'intervention des formateurs (1), 6 Janvier 2017 154
3.8 Grille d'intervention des formateurs (2), 6 Janvier 2017 155
3.9 Grille d'intervention des formateurs (3), 6 Janvier 2017 155
3.10 Itinéraires cognitifs effectifs, étape 1, Lucie 162
3.11 Grille phases itinéraires, étape 1, Lucie 163

4.1 Calendrier associé à B_2 172
4.2 Grille relative à l'étape 1, B2, Sr 181
4.3 Synthèse Itinéraires cognitifs effectifs, étape 1, Souris 201
4.4 Apports des circulations, étape 2, Sr 203
4.5 Grille relative, étape 2, Sr 204
4.6 Itinéraire réajusté, étape 3, Sr 212
4.7 Grille relative l'étape 1, Ps 215
4.8 Données des différents groupes, Ps 223
4.9 Circulation du travail, groupes, Ps 245
4.10 Apports Questions recherche, Ps 247
4.11 Grille relative à $B_{2,2}$, Ps 248
4.12 Extrait Grille d'intervention de l'enseignant, Ps 250
4.13 Extrait ajout Grille d'intervention de l'enseignant, J2 am, Ps 252
4.14 Extrait Grille d'intervention de l'enseignant, Ps 253
4.15 Grille de l'étape 3, B2, Ps 255
4.16 Evolution : phase d'Exploration, Sr 258
4.17 Evolution : phase de Simulation, Sr 260
4.18 Evolution : phase de Preuve, Sr 262

4.19 Evolution des itinéraires cognitifs en formation, Ps 263
4.20 Evolution : phase d'Exploration, Ps 264
4.21 Evolution : phase de Simulation, Ps 264
4.22 Evolution : phase de Preuve, Ps 265

5.1 Calendrier de la boucle B_3 281
5.2 Extrait Grille d'intervention de l'enseignant 283
5.3 Grille relative à B3, Malo 290
5.4 Extrait, tableau d'élève, Mattéo 294
5.5 Extrait (1),Grille d'intervention des Ps, Mattéo 296
5.6 Extrait (2),Grille d'intervention des Ps, Mattéo 297
5.7 Extrait (3),Grille d'intervention des Ps, Mattéo 298
5.8 Extrait (4),Grille d'intervention des Ps, Mattéo 298
5.9 Extrait (5),Grille d'intervention des Ps, Mattéo 300
5.10 Grille relative à B3, Mattéo 302
5.11 Extrait Grille Intervention de l'enseignant, B2, Christian 315
5.12 Grille relative à B3, Christian 324
5.13 Dénaturations, boucle B3 327

Introduction générale

Ma question de recherche

Cette thèse est le fruit d'une réflexion personnelle menée parallèlement sur l'enseignement des probabilités et sur la formation des enseignants en Mathématiques. Nous nous sommes intéressées à l'enseignement des probabilités dès leur entrée dans le curriculum du collège (en 2008). Nous avons cherché à travailler l'approche fréquentiste en particulier avec des tâches pouvant inclure la simulation d'expériences aléatoires comme les documents institutionnels pour la classe de troisième le préconisent. Depuis 10 ans, en formation continue, nous avons proposé aux enseignants des tâches concernant les probabilités et permettant d'inclure la simulation d'expériences aléatoires. Pour autant, rien ne nous garantissait que ces tâches soient incluses dans des scénarios de classe par les stagiaires après la formation. Sondés à l'occasion de rencontres, certains stagiaires exprimaient souvent un certain malaise sur l'usage de ces ressources données en formation. C'est une première motivation qui nous a conduit à mener ces travaux de recherche. Notre idée initiale était de repérer et de comprendre l'origine des difficultés exprimées par des enseignants concernant le travail (pour et dans leur classe) quand il s'agissait d'enseigner les probabilités au niveau troisième et seconde. Notre question initiale étant trop vaste, nous l'avons recentrée sur le travail de l'enseignant quand il s'agit d'utiliser la simulation en probabilité dans une classe. Parallèlement à ce constat en formation, nous avons personnellement observé dans nos classes des confusions récurrentes entre les notions de fréquences et des probabilités qui nous laissaient imaginer que certains élèves n'étaient jamais confronté à la simulation d'expériences aléatoires. Cela nous laissait imaginer que la simulation n'était pas très répandue et que des enseignants éprouvaient des difficultés à mettre en place des tâches de probabilités pouvant convoquer la simulation dans leur classe.

Avec l'appui d'un collectif de formateurs, ces constats partagés nous ont amenée à imaginer une manière de mener mon enquête en scrutant le travail de l'enseignant sur la simulation en probabilité à différents moments entourant une formation.

De plus, en formation, si certains stagiaires tentaient de mettre en place des tâches de simulation proposées, nous n'avions aucun accès à la manière dont ces enseignants s'en emparaient et les faisaient vivre dans leur classe. Ceci restait une vraie question pour nous, en tant que formatrice pour évaluer notre action de formation. Il nous fallait donc inventer un dispositif nous permettant d'avoir accès au travail de l'enseignant et de repérer l'organisation du travail de l'enseignant en probabilité. Cette quête a motivé notre nouvelle stratégie de formation. De plus, en tant que

membre du groupe "Activités" de l'IREM de Rouen, nous avons ressenti des limites à proposer plusieurs tâches dans une même formation, tout comme d'autres formateurs du groupe. Cela nous a engagée à inventer une nouvelle stratégie de formation axée sur une seule tâche. Nous jugeions en effet plus approprié de centrer un travail de stagiaires concernant la simulation en probabilité sur un nombre restreint de tâches, jusqu'à considérer qu'une unique tâche serait sans doute plus pertinent.

La diversité visible des pratiques enseignantes existantes (dans le groupe des formateurs auquel nous appartenons), laissait aussi entrevoir qu'un énoncé sur un problème permettait une pluralité d'investigations et de mises en oeuvre dans les classes. Cela posait indirectement la question de la transférabilité d'un problème du formateur à un stagiaire pour sa classe. Aussi, notre question initiale peut être ainsi formulée :

Quelle influence une stratégie de formation peut-elle avoir sur la mise en oeuvre de la simulation dans les classes par les enseignants ?

Si notre enquête s'intéresse à la simulation d'expériences aléatoires en probabilité, il ne s'agit pas d'une recherche exclusivement portée sur l'aspect algorithmique de la simulation. Nous nous intéressons au travail de l'enseignant plus spécifiquement quand il met en place une tâche incluant de la simulation en probabilité. A ce titre, nous nous demanderons comment l'enseignant tisse des liens entre l'expérience aléatoire, le modèle probabiliste et la simulation (QR1). Nous questionnerons aussi le rôle de l'enseignant dans la gestion des artefacts matériels (petit matériel par exemple des dés) et numériques (logiciels comme par exemple le tableur ou Scratch) qui encadrent la simulation (QR2). Enfin, parce que la simulation d'expériences aléatoires conduit à extraire puis traiter des données avec une visée d'un certain type de preuve, nous nous demanderons comment l'enseignant gère cette preuve dans sa classe sur une tâche de probabilité (QR3). Ce sera l'occasion de questionner des décalages éventuels entre le travail de preuve souhaité par l'enseignant et celui réalisé par des élèves.

Le suivi d'une trajectoire

L'objectif premier de cette thèse est de circonscrire le travail de l'enseignant sur la simulation selon trois axes : expérience aléatoire, modèle et simulation ; simulation et artefacts numériques ; enfin simulation et preuve. Pour notre étude, nous avons retenu comme tâche emblématique (chapitre 1, pp.26-27) le problème de probabilité connu sous le nom du *"jeu du lièvre et de la tortue"*. Nous avons décidé de suivre l'évolution de cette tâche par le biais d'une formation, afin de repérer des évolutions à l'initiative d'enseignant (ou d'un collectif d'enseignants) avant, pendant et après formation. Notre objectif est d'appréhender au mieux le travail de l'enseignant sur la simulation d'expériences aléatoires. Mais avant de décrire cette méthodologie globale et son originalité, nous présentons succinctement le cadre théorique emprunté pour notre enquête.

Pour réaliser une première analyse *a priori* de notre tâche emblématique, nous avons mobilisé la théorie des Espaces de Travail Mathématiques (**?**) (notés ETM par la suite). Nous avons ainsi mené initialement une analyse épistémologique (chapitre 2, pp.50-54) en nous appuyant sur le modèle des ETM (présenté au chapitre 2, pp.40-

41). Ainsi, nous avons pu identifier diverses mises en oeuvre possibles de cette tâche emblématique dans une classe en considérant des itinéraires cognitifs dans l'ETM (chapitre 2, section 2.4.3 p.54).

Les ETM nous servent dans un deuxième temps pour analyser la dynamique de circulation du travail quand une tâche est mise en oeuvre dans une classe, afin de repérer si l'enseignant privilégie certains aspects (sémiotique, instrumental ou discursif). Pour cette étude du travail de l'enseignant, nous avons considéré les interactions en classe entre l'enseignant et des petits groupes d'élèves soumis à la résolution du problème du "jeu du lièvre et de la tortue" ($ETM_{attendu}$ décrit au chapitre 2, pp.54-64).
Notre méthodologie générale de recherche exposée au chapitre 2 (section 2.6, pp.64-71) s'inspire donc de la trajectoire d'un problème (**?**). Cette trajectoire est étudiée sous deux angles : nous suivons non seulement les métamorphoses d'un énoncé et de ses questions (ces éléments étant associés à la notion d'avatar défini au chapitre 2, pp.64-65) mais aussi les transformations des mises en oeuvre de l'avatar. Nous nous intéressons donc à l'évolution des couples constitués d'un avatar et de sa mise en oeuvre.

Notre méthodologie globale consiste à étudier la trajectoire de ces couples et se structure en trois boucles :

- la *première boucle d'élaboration de la formation* est effectuée par un collectif d'enseignants formateurs et de chercheurs dans la formation. Il s'agit, lors d'*une première étape*, d'analyser et de mettre en place un premier avatar dans une classe d'un formateur, puis d'analyser collectivement a posteriori des éléments de ce premier couple. *Une deuxième étape* consiste à considérer un nouveau scénario (en changeant éventuellement des composantes de l'avatar) testé alors dans une seconde classe de formateur. Il permet de repérer les enjeux de la tâche emblématique par les répercussions des modifications apportées sur la circulation du travail (chapitre 3, pp.122-143) ;
- la *deuxième boucle* est celle de *la formation elle-même*. Elle se décline en *trois étapes*. *La première étape* est celle du temps d'analyse par les stagiaires d'une première version d'un énoncé du problème donné en formation. Elle s'appuie en partie sur des éléments de la première boucle sélectionnés par l'équipe de formation (extraits vidéos choisis, productions d'élèves, ...). Les stagiaires préparent ensuite collectivement un scénario pour un énoncé modelé collectivement à leur guise. *La deuxième étape* correspond donc à la mise en oeuvre de ce scénario par un enseignant stagiaire volontaire dans une classe prêtée pendant la formation. Ce scénario est alors observé par l'ensemble du collectif (stagiaires, formateurs et chercheurs dans la formation). *La troisième étape* est l'analyse a posteriori de ce scénario partagé en formation : il est analysé grâce aux données recueillies par les stagiaires pendant la séance observée. Le collectif procède à des modifications éventuelles par rapport à ce qui a été conçu et partagé (énoncé et mise en oeuvre) aux étapes précédentes. Cette boucle est l'objet du chapitre 4 (pp.157-260) ;
- la *troisième boucle* interroge l'après-formation. Elle s'intéresse aux mises en oeuvre de d'avatars du jeu du lièvre et de la tortue élaborés par les stagiaires

dans leur propre classe (chapitre 5, pp. 261-307)

Organisation de la thèse

Le **Chapitre 1** est une enquête sur la simulation en probabilité. Après avoir donné une définition de la simulation d'expériences aléatoires, nous décrivons la simulation dans les documents curriculaires. Nous ferons ensuite un tour d'horizon des travaux réalisés sur la notion même de simulation d'expériences aléatoires avec des apports didactiques et épistémologiques. Ce chapitre fait aussi un état des lieux sur la place du problème du lièvre et de la tortue dans les documents curriculaires et thèses en didactique des mathématiques, avant de justifier ce choix de problème.

Une recherche exploratoire a été menée lors d'une formation continue et elle est relatée dans ce chapitre. Elle a permis de préciser nos questions de recherche. La recherche en formation a été réalisée sur le bassin du Havre, avec l'appui d'un questionnaire sur la simulation donné à des enseignants en formation continue. Des tendances se sont dégagées autour d'un travail des enseignants sur le problème du lièvre et de la tortue.

Dans le **Chapitre 2**, nous présentons successivement notre cadre théorique basé sur le modèle des Espaces de Travail Mathématiques (**?**), nos questions et la méthodologie de recherche associée. Notre enquête s'appuie sur des ETM idoines qui rendent compte de la manière dont le savoir est enseigné dans une institution. Nous distinguerons l'ETM idoine potentiel dans lequel un enseignant se projète en préparant un scénario pour une classe et l'ETM idoine effectif qui est celui de la mise en oeuvre d'une tâche dans une classe. Dans cette théorie, nous définirons la notion d'ETM idoine potentiel collectif. Des éléments complémentaires, comme le cycle de modélisation de **?** , s'insèrent dans notre cadre théorique afin de préciser le travail des enseignants sur la simulation, la simulation nécessitant une réflexion sur la modélisation. Cette étude nous a conduit à considérer trois grandes questions pour notre problématique dont la première porte sur la modélisation :
QR1 : Comment, lors d'une simulation l'enseignant encadre-t-il les liens entre expérience aléatoire et modèles mathématiques ?

Parce que la simulation numérique nécessite l'usage d'artefacts matériels et numériques, nous tenterons de répondre dans un second temps à la question suivante :
QR2 : Par un arbitrage sur le(s) artefact(s), comment l'enseignant influence-t-il la circulation du travail sur la simulation ?

Enfin, parce qu'un enseignant qui introduit de la simulation en probabilité a sans doute comme intention l'obtention d'une preuve dans sa classe, nous enquêterons sur ce dernier point avec l'interrogation suivante :
QR3 : Dans une classe, quelle relation est organisée par l'enseignant entre la simulation et la preuve ?

Nous décrirons des outils méthodologiques généraux développés dans notre étude pour une tâche emblématique : une analyse épistémologique puis des itinéraires cognitifs relatifs au problème du lièvre et de la tortue seront décrits avec la théorie

des ETM. Les itinéraires cognitifs précisent l'articulation du travail de l'enseignant quand il inclut du travail en groupe de ses élèves sur une tâche. Ainsi, nous effectuerons la description de différentes étapes qui peuvent apparaître au cours de ces itinéraires cognitifs pour cette tâche emblématique (description de ce que nous appellerons l'ETM idoine attendu chapitre 2, pp.54-63) .
L'élaboration de la formation (première boucle) est décrite dans le **Chapitre 3** avec une méthodologie qui lui est propre car cette préparation revêt des particularités. Nous caractériserons un premier couple constitué d'une tâche et de ses questions (avatar) mais aussi de sa mise en oeuvre (son ETM idoine associé, chapitre 2, pp.42-43) en précisant la circulation du travail dans la classe de l'enseignante Lucie. Lucie fait partie du collectif d'enseignants du groupe "Activités" qui animeront ensuite, avec des chercheurs, la formation étudiée dans la deuxième boucle (chapitre 3, pp.91-103). Du premier couple de Lucie discuté au sein du collectif des formateurs émane un deuxième couple incluant une nouvelle mise en oeuvre de l'avatar initial avec un changement de logiciel (le tableur est remplacé par le logiciel Scratch pour la simulation mais l'énoncé et les questions restent inchangés).
Les deux couples sur lesquels la préparation de la formation s'est appuyée nous permettent, par leur étude, de dégager des premières réponses à nos questions de recherche, en particulier concernant les liens entre expérience aléatoire, modèle et simulation entretenus dans une classe (QR1). L'élaboration de la formation nous offre aussi l'occasion de percevoir la manière dont l'enseignant envisage son rôle dans ses choix d'artefacts matériels et numériques pour la simulation d'expériences aléatoires pour sa classe (QR2). L'étude de la circulation du travail de différents groupes d'élèves (chapitre 3, pp.99-114) de la classe de Lucie nous livrent des premiers résultats concernant des rétroactions dans le cycle de modélisation (chapitre 3, pp.121-122). L'enseignante Lucie a rendu quasi uniforme le travail effectif des groupes dans la classe, en particulier en permettant à un seul modèle probabiliste de vivre lors de la simulation numérique. Nous ferons état des aspects du travail privilégiés par l'enseignante Lucie. L'étude des blocages, entre autres, a permis de repérer comment Lucie, en intervenant, contrôle le modèle probabiliste lors de la simulation des expériences aléatoires ou vise un seul type de preuve dans sa classe. Un chronogramme (chapitre 3, pp.96-97, puis p.118) a permis en particulier de remonter dans le temps, groupe après groupe, les interventions de l'enseignante Lucie.

Le deuxième couple (chapitre 3, pp.123-134), élaboré par le groupe "Activités" d'animateurs de l'IREM de Rouen avant la formation, apporte de nouvelles perspectives sur la manière dont ce collectif s'est emparé du premier couple pour bâtir la formation. La perspective d'une deuxième mise en oeuvre du problème a nécessité auparavant une analyse collective a posteriori de la première étape (celle de Lucie). Cette analyse provoque des changements d'artefacts et fait ressortir la perception des formateurs sur les questions de modèle, artefact ou preuve. Certains éléments du premier avatar, pour élaborer le suivant avant la formation, sont discutés (changement d'artefact numérique et simulation avec le tableur abandonnée pour une simulation avec le logiciel Scratch). Cette deuxième étape livre des connaissances sur la formation elle-même par les positionnements des formateurs quand ils sont exposés à deux mises en oeuvre de la tâche. Cette étape met en évidence des éléments retenus par les formateurs pour mener la formation (chapitre 3, section 3.6.5,

pp.134-144). Cette partie dresse ainsi les contours de la manière dont le collectif appréhende la mise en oeuvre du problème du lièvre et de la tortue en formation (l'ETM suggéré en formation qui est l'objet du chapitre 3, pp.77-155).

L'étude de la formation elle-même est l'objet du **Chapitre 4** (deuxième boucle). Elle contient des éléments méthodologiques spécifiques pour l'étude des couples d'avatar. Ces couples ont pour composantes un avatar et son ETM idoine associé, et sont issus du temps de formation (étapes 1, 2 et 3 de la formation). Deux ateliers de formation seront décrits et analysés avec notre cadre théorique. L'étape 1 de la formation correspond à la préparation par des stagiaires d'un scénario de classe sur un problème. L'étape 2 est celle du scénario effectivement mis en place dans une classe prêtée en formation. L'étape 3 est celle née d'une analyse collective a posteriori de la mise en oeuvre précédente.

Le **Chapitre 5** concerne la troisième boucle (B3). Ce chapitre relate des couples vécus dans trois classes de stagiaires après la formation. Nous mettons en évidence la manière dont les couples de la deuxième boucle ont été modifiés. Ces métamorphoses nous informeront sur des effets de la formation sur un problème. Ce chapitre sera l'occasion de reprendre nos trois questions de recherche sur la simulation sous l'éclairage du vécu des stagiaires en formation. Il nous permettra de préciser chacune des trois questions tout en soulignant des effets de formation, nous livrant ainsi des indicateurs sur la formation étudiée.

Après un retour sur les résultats obtenus à partir de nos travaux, nous conclurons sur notre méthodologie de recherche. Nous mènerons, une réflexion sur les trois boucles réunies et leurs limites. Nous proposerons des perspectives de recherche théoriques liées au cadre des ETM. Notre méthodologie de recherche offre des pistes pour la formation des enseignants en Mathématiques que nous présenterons. Nous reviendrons sur notre tâche d'étude et son caractère emblématique. Enfin nous dévoilerons d'autres perspectives de recherche liées à nos travaux sur la simulation dans le domaine des probabilités.

Chapitre 1

Simulation, recherche exploratoire et premières questions

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à la notion même de simulation d'expériences aléatoires et tenterons de la définir. Nous retracerons sa place dans les programmes actuels. Puis nous consacrerons une partie de ce chapitre aux liens suggérés entre les probabilités et la statistique dans les programmes.

Aussi, en tant que chercheur, a émergé une question naïve par rapport à l'incidence d'une formation chez des enseignants autour de la simulation.

Nous livrerons ensuite un état des recherches en didactique existantes sur le thème de la simulation en probabilité. Enfin, nous préciserons le problème du lièvre et de la tortue au coeur de notre recherche et déjà exploré dans des recherches en didactique des mathématiques.

1.1 Une définition de la simulation d'expériences aléatoires

Dans cette section, nous nous attacherons à dévoiler les différentes facettes de ce que recouvre la notion de simulation en probabilité. En nous appuyant sur les travaux de recherche existant, nous donnerons une définition de la simulation du point de vue expérimental et épistémologique, tout en liant cette notion avec celle de modèle probabiliste.

Lors de notre tour d'horizon des recherches existantes, Girard a initialement retenu notre attention car il pointe notre constat et indique *"un risque d'assimilation entre fréquences observées et probabilité"*

> *la méthode statistique permettant la reconstitution fictive de l'évolution d'un phénomène. C'est une expérimentation qui suppose la construction d'un modèle théorique présentant une similitude de propriétés ou de relations avec le phénomène faisant l'objet de l'étude.* (**?**)

Aussi, nous retiendrons comme axe d'étude le couple simulation-modèle. Nous pouvons dès lors imaginer qu'une certaine confusion entre modèle et réalité pourrait impacter la manière dont les enseignants appréhendent et mènent une tâche de simulation dans leur classe. Ce rapprochement entre modèle et simulation nous

semble être un premier axe à prendre en considération dans nos travaux.

Avant de poursuivre notre quête de définition de la simulation, nous faisons un pas de côté en considérant l'action de simuler. Simuler suppose de se référer à un modèle probabiliste, concept accessible uniquement en classe de première grâce au *"schéma d'expérience"*, au sens de **?** (2009a).

> *"Le repérage des analogies présentées par des expériences diverses, grâce à l'étude de procédures mises en oeuvre pour les simuler - notamment à l'aide du tableur qui se prête bien aux comparaisons - amène à la notion de schéma d'expérience préparant à celle de modèle probabiliste.(...) Simuler, c'est faire prendre conscience des points communs entre des expériences diverses, de l'existence d'un modèle d'expérience associée".* (Ibid, p.91)

Parzysz précise que cette démarche n'est pas simple pour les élèves, et considère en particulier le tableur comme pouvant aider à mettre sur la voie de la modélisation. Notre enquête, sur ce point, investiguera la question des artefacts numériques pour la simulation d'expériences aléatoires, sans restriction au tableur. Elle s'attardera aussi sur d'autres types d'artefacts matériels (dés à jouer, ...) et symboliques (arbres, ...) qui peuvent intervenir aux abords du travail de simulation. Nous situant en fin de collège, nous mentionnons une difficulté de chronologie des enseignements, au niveau du collège, relatif à la simulation et au modèle, soulignée par **?** (2010).

> *À propos de simulation, le point essentiel est que ce qui est simulé est un modèle probabiliste, ce qui pose théoriquement problème au début de l'enseignement, avant la mise en place de cette notion. Cette difficulté peut néanmoins être contournée si l'on recourt à des simulations qui présentent une congruence sémantique avec l'expérience réelle et en explicitant les hypothèses probabilistes sous-jacentes.* (Parzysz, 2010, p.137)

De l'étude des manuels de seconde, Parzysz dégage les quatre propriétés caractérisant le mot *Simuler* :

- une substitution de l'expérience par une simulation ;
- une analogie entre expérience et simulation, une sorte de remplacement qui n'indique pas comment être certain de la similitude des résultats ;
- une économie de moyens (avec l'idée de rapidité) ;
- une convocation d'un modèle théorique (c'est faire un choix de modèle).

En accord avec la définition du statisticien Dodge (1993), Parzysz synthétise ce qui précède en précisant la simulation comme suit :

> *Elle consiste à remplacer une expérience aléatoire qu'on se propose d'étudier par une autre expérience, plus facile et/ou plus rapide à mettre en oeuvre, mais qu'il faut pour cela s'assurer que cette simulation reflète statistiquement l'expérience initiale, l'adéquation entre les deux étant en quelque sorte assurée par la qualité du modèle probabiliste déterminant la simulation.* (Parzysz, 2009b, p.93)

Parzysz reprend le modèle *pseudo-concret* d'**?** (1999) et précise que c'est pour lui :

> *une sorte d'abstraction et de simplification de la réalité perçue dans sa complexité, dans la mesure où certains choix sont faits pour ne retenir que ce qui semble pertinent de cette situation vis à vis du problème étudié.* (Ibid, 2009a, p.95)

Il considère un lancer de pièce où sont associées, sous certaines hypothèses, des productions d'un générateur aléatoire : à chaque nombre x fourni par la machine, on associe une issue pour la pièce. Par exemple si $x < 0,5$, on associe «face» et sinon «pile». Cet exemple vient éclairer la correspondance entre expérience et simulation représentée par le schéma ternaire suivant :

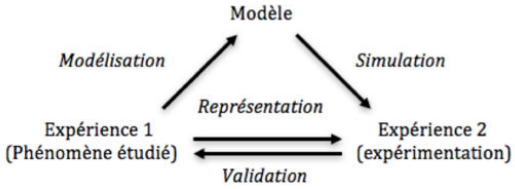


Figure 1.1 – Schéma ternaire, Parzysz, 2009, p.95

Nous reprendrons ultérieurement ce schéma (Fig.1.1) pour notre analyse a priori du problème au coeur de notre recherche, lui-même en lien avec la simulation. Il nous servira d'appui ensuite pour décrire le rôle de l'enseignant dans l'activation des liens entre les diverses expériences (1 et 2) et la notion de modèle.

Notre quête d'explications concernant des freins potentiels autour de la simulation dans le travail des enseignants est aussi éclairée par un obstacle épistémologique indiqué par**?** (2011). Ce dernier soulève relativement au jeu de *"Croix et pile"*, (Encyclopédie de d'Alembert) un obstacle autour des modèles probabilistes et de la simulation auquel les élèves pourraient être confrontés. Il propose des pistes de remédiation sans pour autant préciser ce qui est du ressort de l'enseignant. En effet, une procédure de comparaison de tableaux proposée nécessite en amont l'élaboration de simulations mais la répartition des rôles entre le travail de l'enseignant et celui des élèves est absente.
Selon Parzysz :

> *"Les registres de représentation sont à même de jouer un rôle fondamental dans les espaces de travail comparable à celui des "figures" en géométrie".* (Parzysz, 2011, p.139)

Il précise que cela pose les questions suivantes :

> *- celle de la traduction de la situation (concrète ou pseudo-concrète) dans la théorie ;*
> *- la double question du traitement (transformation au sein d'un registre donné) et de la conversion (passage d'un registre à un autre), (Duval, 1995)* (Ibid, p.139).

Dans notre recherche, la place du registre des arbres sera à questionner autour de la simulation. Est-il complémentaire ou au contraire éloigne-t-il de l'approche fréquentiste ? Peut-être pourrait-il jouer un rôle relatif dans la guidance vers un choix de modèle probabiliste. De plus, l'enseignant joue-t-il un rôle de régulateur dans l'usage des arbres autour de la simulation ?

Enfin, Girard et Parzysz considèrent tous les deux l'aspect statistique d'étude de liens étroits entre l'objet initial d'une expérience et celui de la simulation, et le rapprochement fait par un modèle. Mais Parzysz ajoute l'aspect pragmatique de ce changement semblant, selon lui, apporter une aisance d'étude par sa rapidité ou son aspect moins complexe. Nous allons interroger ce point quant au rôle de l'enseignant sur l'impulsion et l'élaboration de la simulation dans une classe. Nous avons fait le choix de mener notre enquête en formation car ce cadre nous parait propice aux échanges et au dévoilement de pratiques ordinaires d'enseignants.

1.2 La place de la simulation dans les programmes de probabilités et statistiques

Les programmes de Mathématiques de la classe de troisième datant de 2008 ont introduit pour la première fois la notion de probabilité au collège. Ils stipulent que l'introduction de la notion de probabilité se fait :

> *à partir d'expérimentations qui permettent d'observer des fréquences des issues des situations familières.* (MENCOL, 2009, p.34)
> Une référence aux *"pièces de monnaie, dés, roues de loterie, urnes"* est présente dans ces programmes. L'usage de la notion de probabilité permet de : *"modéliser des situations simples de la vie courante, les situations étudiées concernant les expériences aléatoires à une ou deux épreuves."* (Ibid, p.34)

Les programmes de 2015 concernant en particulier les années collège montrent une évolution en introduisant la notion de probabilité dès le début du cycle 4. Les éléments suivants (Tbl.1.1) concernant les probabililités sont mentionnés :

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités	
Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples. Calculer des probabilités dans des cas simples. » Notion de probabilité. » Quelques propriétés : la probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1 ; probabilité d'évènements certains, impossibles, incompatibles, contraires.	Faire le lien entre fréquence et probabilité, en constatant matériellement le phénomène de stabilisation des fréquences ou en utilisant un tableur pour simuler une expérience aléatoire (à une ou à deux épreuves). Exprimer des probabilités sous diverses formes (décimale, fractionnaire, pourcentage). Calculer des probabilités dans un contexte simple (par exemple, évaluation des chances de gain dans un jeu et choix d'une stratégie).

Table 1.1 – Extrait MENCycle 2,3,4, 2015, p.373

Pour ce qui est du programme de la classe de seconde (MENLYC, 2009), il s'inscrit dans la continuité de ce qui est envisagé pour le collège. Les capacités attendues indiquées sont *"Concevoir, mettre en oeuvre et exploiter des simulations de situations concrètes à l'aide du tableur ou d'une calculatrice."* (Ibid, p.8-10).

Quant à l'aménagement de ce programme de seconde effectif à la rentrée 2017 (MENLYC, 2017), il indique la disparition de la notion d'intervalle de confiance, la simulation étant elle, toujours présente comme en témoigne l'extrait présenté (Fig.1.2).

Objectifs visés par l'enseignement des statistiques et probabilités à l'occasion de résolutions de problèmes

dans le cadre des probabilités, rendre les élèves capables :

- d'étudier et modéliser des expériences relevant de l'équiprobabilité (par exemple, lancers de pièces ou de dés, tirage de cartes) ;
- de proposer un modèle probabiliste à partir de l'observation de fréquences dans des situations simples ;
- d'interpréter des événements de manière ensembliste ;
- de mener à bien des calculs de probabilité.

Les situations étudiées concernent des expériences à une ou plusieurs épreuves.

◊ La répétition d'expériences aléatoires peut donner lieu à l'écriture d'algorithmes (marches aléatoires).

Figure 1.2 – Extrait MENAmenagement 2nde, 2017, p.9

1.2.1 Liens entre statistiques et probabilités

Parce que la simulation nous parait pouvoir permettre une dialectique entre probabilités et statistiques, il nous apparait nécessaire, dans un premier temps, d'interroger la présence de liens entre ces deux domaines dans les documents curriculaires qui sont censés guider le travail des enseignants.

Au collège

Dans le programme actuel de Cycle 4, les liaisons entre probabilités et statistiques apparaissent peu explicitées. Tout d'abord, la structuration du thème B (*"Organisation et gestion de données, fonctions"*) regroupe dans un même tableau, sous l'entête *"Connaissances"* :

- *"Interpréter, représenter et traiter des données"* ;
- *"Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités"*.

Dans la première catégorie citée, nous trouvons :

> *Lire, interpréter ou construire un diagramme dans un contexte économique, social ou politique : résultats d'élections, (...), données issues de l'étude d'un jeu, d'une oeuvre d'art.* (MENCycles 2, 3, 4, 2015, p.373).

Si la mention *«jeu de hasard»* n'est pas précisée explicitement, nous pouvons ici l'évoquer comme un moyen d'envisager, via des parties de jeu, un recueil de données sur lesquelles s'appuyer pour travailler la notion de probabilité.
Des "repères de progressivité", faits pour guider l'enseignant, accompagnent les notions du programme en lui précisant une organisation des attendus.

> *On introduit et consolide petit à petit le vocabulaire lié aux notions élémentaires de probabilités (expérience aléatoire, issue, probabilité). Les élèves calculent des probabilités en s'appuyant sur des conditions de symétrie ou de régularité qui fondent le modèle équiprobable. Une fois ce vocabulaire consolidé, le lien avec les statistiques est mis en oeuvre en simulant une expérience aléatoire, par exemple sur un tableur. A partir de la 4ème, l'interprétation fréquentiste permet d'approcher une probabilité inconnue et de dépasser ainsi le modèle d'équiprobabilité mis en oeuvre en 5ème.* (MENCycles 2,3,4, 2015, p.374.)

Le cheminement des élèves autour de la notion de probabilité doit s'appuyer sur une première approche en lien avec des considérations de symétrie empruntant le modèle de la loi uniforme. L'enseignant doit dans un premier temps travailler la probabilité *a priori*. L'approche fréquentiste n'apparaît qu'ensuite en classe de quatrième où la simulation peut être alors incluse pour la probabilité *a posteriori* La loi faible des grands nombres n'y est pas explicitement présente mais l'approche fréquentiste, elle, y est mentionnée. Notons toutefois, que si la loi des grands nombres apparaissait dans les programmes des années 2000, elle a disparu au profit d'une approche plutôt heuristique. Les programmes de 2016 s'accompagnent aussi de potentialités nouvelles sur la simulation avec l'introduction de l'initiation à l'algorithmique et à la programmation. L'élève doit être capable en fin de cycle 4 *"d'écrire, mettre au point et exécuter un programme simple."* (MENCycles 2,3,4, 2015, p.378). Cette partie du programme ne fait pas mention explicite de liens possibles à tisser avec les probabilités, via la simulation.

Au début du lycée

Concernant le lycée, le document d'aménagement du programme de seconde de 2017 (MENLYC, 2017) présente une division de l'organisation du programme en quatre parties dont la troisième est *"Statistiques et probabilités"*. D'un point de vue formel, il est intéressant de noter l'introduction [1] de cette section. C'est via la notion d'échantillonnage qu'apparaissent des réalisations de simulations. Des commentaires de deux types y sont présents : ceux précisant des artefacts possibles (tableur, calculatrice) ou une entrée algorithmique, ainsi que l'objectif de développer un questionnement chez les élèves lors d'estimation d'une proportion inconnue p à partir d'un échantillon, ou encore la prise de décision à partir d'un échantillon. Il s'agit aussi de faire percevoir le sens de l'intervalle de fluctuation d'une fréquence au seuil de 95%.

Ce tour d'horizon nécessite de prendre en compte le document Ressource Probabilités et Statistiques (MENLYC, 2009, p.7) qui accompagne le programme de seconde de 2009. La mention du choix préalable d'un modèle avant toute simulation est présente. En cela, ce document semble plus précis que celui d'accompagnement des programmes de 2008 pour le collège. Il donne comme premier exemple celui de la somme de deux dés afin d'éclairer l'enseignant sur une mise en oeuvre possible en

1. *"Pour des raisons de présentation du programme, les cadres relatifs à l'enseignement des statistiques et des probabilités sont présentés séparément à la suite l'un de l'autre. Pour autant, ces enseignements sont en relation étroite l'un avec l'autre et doivent faire l'objet d'allers et retours."* (MENAmenagement seconde, 2017, p.8).

classe permettant de confronter un modèle proposé et des données d'expériences. Si le contenu reste implicite sur la manière dont la simulation est menée en classe (qui l'élabore, qui l'utilise ?), il précise un des rôles possibles de la simulation comme ressort d'invalidation de modèles préalablement choisis. Les auteurs de ce document préconisent une invalidation du modèle mais n'indiquent pas clairement si elle est réalisée par l'enseignant lui-même.

1.2.2 L'enseignement des probabilités

Notre étude porte sur le travail des enseignants qui suivent une formation continue. Les connaissances de ces stagiaires sur les probabilités sont diverses car les contenus d'enseignement qu'ils ont reçu en tant qu'étudiants et élèves varient suivant leur âge. En effet, leur nombre d'années d'enseignement oscille entre trois ans et une trentaine d'années pour les plus âgés. Ils ont donc vécu, en tant qu'élèves et étudiants, une ou deux approches concernant la notion de probabilité et n'ont connu pour certains qu'un usage des outils informatiques réduit à une calculatrice.
C'est pourquoi nous allons ici interroger les grandes lignes de l'évolution de l'enseignement des probabilités, pouvant considérer qu'elles ont un effet sur les connaissances des enseignants et ne sont sans doute pas neutres dans leur manière d'appréhender les probabilités avec les élèves, pour et dans leurs classes.
Henry (2010), quand il dresse un panorama de *l'évolution de l'enseignement secondaire français en statistiques et probabilités*, apporte des précisions sur son aspect dual. Il insiste sur cette double facette de la notion de probabilité à enseigner, en ajoutant, relativement aux formations autour de la notion de probabilité au collège :

> *Un des enjeux actuels de la formation des professeurs de collège est (...) de faire appréhender cette dualité de la probabilité selon Ian Hacking (2002), entre valeur issue d'un calcul a priori quand les conditions le permettent et estimation a posteriori par l'observation expérimentale des fréquences, quand celle-ci est possible.* (Henry, 2010, p.35-45)

Il livre des indications pour les formateurs d'enseignants concernant des ressources afin d'améliorer ce lien. Selon Henry :

> *sa clarification passe par une compréhension en profondeur de la loi des grands nombres sous sa forme élémentaire du théorème de Bernoulli.* (Ibid, p.36)

L'évolution de cet enseignement est en particulier dûe à la percée des outils de la statistique et à l'introduction de la pensée statistique dans l'enseignement secondaire.
De 1965 à 1991, l'enseignement des probabilités est restreint à celui de la combinatoire selon le premier principe de Laplace, à savoir *le rapport du nombre de cas favorables à celui du nombre de cas possibles.* Selon Henry, si *cette définition est adaptée aux situations d'équiprobabilité des jeux de hasard*, il en dénonce un biais :

> *Au niveau élémentaire, l'application directe de cette définition conduit à des problèmes de dénombrements. L'expérience a montré que bon nombre*

> *d'élèves conservaient un mauvais souvenir des exercices délicats de combinatoire, source d'échec de cet enseignement.* (Henry, 2010, p.36)

Ce dernier pointe ensuite, relativement à cette définition de la probabilité :

> *son côté restrictif, qui ne permet pas de considérer la plupart des situations aléatoires réelles* (Henry, 2010, p.37),

tout en faisant référence aux travaux de Meusnier (1987) concernant des propos de Bernoulli

Au lycée, dans les années 1990, la définition du concept de probabilité évolue ainsi :

> *La probabilité d'un événement est définie par addition de probabilités d'événements élémentaires.* (Ibid, p.37)

Dans sa forme générale, elle permet d'introduire les probabilités élémentaires (hypothèses de modèle, estimation fréquentiste, ...). Henry ajoute des remarques sur la mise en place de ces programmes des années 1990 à savoir :

- qu'elle suppose en particulier :

  > *la mise en oeuvre dans la classe d'expériences concrètes répétées, multipliées par l'accumulation des observations des élèves.* (Ibid, p.38)

- que l'équiprobabilité n'est pas le premier élément mis en avant cette fois.
- et aussi :

  > *que le vocalulaire ensembliste est cette fois appelé pour combiner formellement les événements sans références à leurs significations concrètes.* (Ibid, p.38)

Il souligne en particulier l'existence dans les classes :

> *d'une réelle disjonction entre l'introduction expérimentale de la notion de probabilité et les calculs théoriques qui sont ensuite demandés.* (Ibid, p.38)

Nous tenterons donc de repérer si l'enseignant favorise ou non une introduction expérimentale suivie de calculs théoriques dans la mise en oeuvre d'un problème de probabilités dans sa classe. Cela pose ici la question des liens entre fréquence et probabilité. L'approche fréquentiste ou objectiviste des années 1990 pourrait, selon Henry, *suggérer de définir la probabilité comme fréquence stabilisée.* (Henry, 2010, p.40). Il rappelle la définition fréquentiste d'une probabilité par Renyi(1966) donnée dans son cours universitaire comme suit (1966, p.26) à savoir :

> *Si la fréquence relative d'un événement aléatoire oscille autour d'un certain nombre, ce nombre est appelé la probabilité de l'événement considéré.* (Renyi, 1966, p.26)

Elle nous semble intéressante à prendre en considération tant les élèves ont des difficultés à discerner fréquence et probabilité, et nous pouvons tenter de rapprocher le discours des enseignants de cette dernière définition, dans le flou qu'elle engendre. Henry la critique en s'appuyant sur le théorème de Bernoulli (ou la loi faible des grands nombres) qu'il formalise ainsi :

Si F_n désigne les fréquences de réalisation d'un événement pour n répétitions d'une

expérience aléatoire, P la probabilité de cet événement : *Pour tout ε et α positifs, et tout entier n assez grand,*

$$P(F_n - \varepsilon < p < F_n + \varepsilon) > 1 - \alpha.$$

Pour lui, il faut distinguer clairement :

- *le domaine de la réalité où l'on observe les fréquences F_n de réalisations d'un événement au cours de n répétitions d'une même expérience aléatoire.*
- *le domaine théorique (mathématique) où les objets sont définis abstraitement.* (Ibid, p.41)

Quant à la loi faible des grands nombres, elle est présente de manière "vulgarisée" dans les programmes de Première S en 2000, sous la forme :

Pour une expérience aléatoire donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences obtenues sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.(MENLYC, Première S)

Cette loi incarne le lien empirique entre la valeur calculée *a priori* et une observation de la stabilisation de la fréquence dans une longue série d'expériences répétées de façon identique. Et Henry considère que cet énoncé confère de manière explicite un statut de modèle à une loi de probabilité. Pour autant, les lois de probabilité ne sont pas à la portée des élèves de classe de troisième et seconde, même si, pour certains, ils ont déjà fréquenté des lois comme la loi uniforme à travers des situations de jeu familières. Toute l'axiomatique des probabilités ne leur est pas accessible, mais la simulation bien présente dans les programmes de collège incite les enseignants à prendre appui sur elle pour travailler l'approche fréquentiste. L'entrée de la simulation informatique se fait en 2000 dans les programmes de lycée. Elle doit permettre :

> *de traiter des séries statistiques de grandes dimensions et de visualiser les effets de la loi des grands nombres.* (Girard et Henry, 2005, Schwartz, 2006)

L'arrivée tardive dans le cursus des élèves de l'introduction de loi de probabilités (au lycée, en classe de Première) pourrait ainsi expliquer des décisions prises par les enseignants pour leur classe autour de tâche de simulation mobilisant des modèles. Nous poursuivons désormais notre enquête sur les recherches disponibles sur la simulation en probabilités et statistiques.

1.3 Bilan des recherches sur ce thème

1.3.1 Les travaux de Gaydier

La thèse de Gaydier (2011) dont le titre est *"Simulations informatiques d'expériences aléatoires et acquisition de notions de probabilités au lycée."*, s'intéresse aussi à la simulation d'expériences aléatoires avec un objectif distinct. Elle établit un modèle pour décrire les liens entre simulation informatique et modélisation, avec

une étape de pré-modélisation commune aux tâches de simulation et de modélisation probabiliste. Pour cela, elle analyse le travail de l'élève, et non celui de l'enseignant comme nous le ferons. Certains éléments de sa recherche éclairent cependant ce qui se joue dans la mise en place de simulations.
L'auteur précise les liens entre expérience aléatoire, modélisations et simulations, et elle propose une modélisation de ceux-ci. Gaydier interroge ce qui est privilégié au lycée entre les approches laplacienne et fréquentiste et rappelle à cette occasion les deux courants (objectiviste et subjectiviste). Ces courants sont par ailleurs précisés par Nechache (2016) qui donne un éclairage épistémologique et didactique sur la probabilité (Ibid, pp.39-45).

Gaydier pointe des difficultés didactiques, non pas des enseignants, mais des élèves comme le biais d'équiprobabilité ou celui de la représentativité avec la loi des grands nombres étendue aux petits nombres. Elle souligne que la question du nombre de simulations est souvent posée mais sans interroger son but. Les mesures des probabilités des événements décrétées vraies ou fausses, pour être vérifiées, sont aussi soumises à validation. Cette validation porte sur les choix de l'espace probabilisé : il y a confrontation entre les calculs et des résultats empiriques.
La question : *"Combien d'épreuves seraient nécessaires pour valider/invalider le choix ?"* reste en théorie, hors de portée des élèves lycéens selon Gaydier. Elle note toutefois que :

> *"la validation du modèle dépend du choix des axiomes locaux liés à l'expérience, et qu'elle ne se ferait pas par une démonstration mathématique sur la règle du modus ponens. Ceci impliquerait des réticences de la part d'enseignants qui contesteraient l'appartenance des probabilités via l'approche fréquentiste aux mathématiques."* (Ibid, p.84)

Nous signalons que cette question a été plus largement traitée par Nechache(2016) qui a mené des travaux sur la question de la validation dans l'enseignement des probabilités au niveau secondaire. Son étude enrichit sur ce point les travaux de Gaydier.
Concernant les documents curriculaires, Gaydier pointe aussi une *définition circulaire de la simulation* où la simulation d'une expérience aléatoire est confondue avec celle de la loi de probabilité associée. Elle rejoint en cela la critique de Girard(2004) suivante qui parle de *"cercle didactique vicieux."* (Ibid, p.88) :

> *(...) pour simuler une expérience en seconde, il faut avoir un modèle, c'est à dire une loi de probabilité que l'on introduira en première seulement. Gaydier indique que cette définition est contredite par la pratique : la simulation précède la détermination de la loi de probabilité.*
> *Dans les classes, les lois de probabilité seront alors définies par analogie avec les distributions de fréquences obtenues dans la simulation.* (Girard, 2004, p.86)

Ceci nous semble important à mentionner ici car le travail des enseignants sur la simulation peut être impacté par une opacité dans les rapports entre simulation et modèles dans les documents de référence à leur portée.
Gaydier définit donc les contours de ce qu'elle appelle *une simulation acceptable*, c'est *une autre expérience aléatoire que l'on peut réaliser* (Ibid, p.109).

Nous avons en commun avec Gaydier une même tâche de probabilité pouvant

faire intervenir la simulation. Empruntant la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1999), Gaydier a réalisé une analyse initiale du problème du lièvre et de la tortue que nous partageons dans notre enquête. Au delà de ses apports sur la notion de simulation, certains des concepts qu'elle introduit nous aident à mieux appréhender dans un premier temps le travail des enseignants sur cette même tâche. Si notre cadre théorique est différent, nous avons pris appui sur ses travaux pour mener notre analyse épistémologique du problème du lièvre et de la tortue et décrire une mise en oeuvre attendue (chapitre 2, pp.48-61).

Des expériences aléatoires élémentaires et composées
Dans le cadre de l'enseignement secondaire, Gaydier énumère les trois définitions au programme de la Terminale (MENLYC, Terminale, 2000) sur la notion de modèle probabiliste, en incluant l'arbre de probabilité parmi ceux-ci, ce dont nous pourrons rediscuter. Elle explicite aussi ce qu'elle appelle des expériences aléatoires élémentaires, et précise comment elles peuvent être simulées informatiquement. Pour elle :

> *une expérience aléatoire composée, est l'enchaînement d'au moins deux expériences aléatoires élémentaires, non nécessairement indépendantes.* (Gaydier, 2011, p.149).

Cette catégorisation est liée aux artefacts employés et à leur potentiel. Une autre définition sur laquelle repose ce qu'elle nomme l'étape de pré-modélisation, est celle d'expériences aléatoires équivalentes [2]. Quand les univers sont finis, ceci est réalisé si les expériences ont le même nombre d'issues et la même loi de probabilité associée à celles-ci (à l'ordre des probabilités des issues près).

La simulation est aussi définie comme une expérience aléatoire équivalente à celle initiale et effective, pouvant être répétée et facilement mise en œuvre (tirage dans une urne ou ordinateur) et précise :

> *(...) qu'elle est conçue pour fournir des résultats expérimentaux (on parlera de données empiriques)* (Ibid, p.153)

En ce sens, Gaydier rejoint la définition de Parzysz (2009).
Un retour est effectué sur le problème du lièvre et de la tortue, pour illustrer la définition suivante :

> *simuler, c'est construire une simulation de l'expérience.* (Gaydier, 2011, p.153)

La simulation construite (à l'aide d'un des programmes envisagés) ayant même modèle probabiliste (en terme d'expérience aléatoire) que celui de l'expérience initiale, c'est bien une simulation au sens défini ci-dessus et non au sens restrictif des programmes.

Les hypothèses de modélisation
Nous rejoignons Gaydier pour qui la simulation et la modélisation sont les résultats des actions *simuler* et *modéliser.*

2. *Deux expériences aléatoires sont équivalentes si on peut leur associer un modèle probabiliste commun, à une bijection près sur l'ensemble des issues. La définition de ces modèles passe éventuellement par des hypothèses, ou des réductions, sur ces expériences telles que : "le dé est équilibré", "la pièce ne peut retomber que sur l'une de ses deux faces".*" (Gaydier, 2011, p.151)

> *Une simulation et un modèle probabiliste sont adossés à une ou plusieurs hypothèses qui détermineront l'élaboration d'un modèle probabiliste.* (Ibid, p.156)

Sa recherche oriente dans notre première question vers la recherche de la manière dont un enseignant envisage et gère les liens entre expérience aléatoire, modèle et simulation en classe.
A propos des hypothèses de modélisation, Gaydier ajoute que celles-ci vont *porter sur des expériences élémentaires qui composent l'expérience : elles déterminent la loi de probabilité de ces expériences élémentaires.*
Elles ne sont donc pas associées au modèle probabiliste attenant à l'expérience globale. Ce choix des hypothèses de modélisation précède la détermination du modèle probabiliste de l'expérience aléatoire, mais soutient aussi la construction d'une simulation.

Plusieurs choix d'hypothèses de modélisation peuvent être faits pour une expérience aléatoire, mais le choix préalablement retenu va déterminer une unique loi de probabilité pour l'expérience globale. Simuler une expérience aléatoire globale revient donc à composer les simulations des expériences aléatoires élémentaires.
Si Gaydier éclaire sur des choix sous-tendus à la simulation, rien n'est précisé concernant qui agit par rapport aux modèles probabilistes : sont-ils libres ou imposés, par qui ? Nous pouvons nous demander s'il n'y aurait pas une influence des artefacts embarqués pour la simulation dans ces choix ? Ce problème n'est pas soulevé par Gaydier qui impose le tableur dans son ingénierie didactique.

Relativement à notre enquête, la pré-modélisation, étape d'émission des hypothèses de modélisation nous paraît donc importante à observer dans la manière dont elle est négociée entre l'enseignant et les élèves. Elle se décompose ainsi : il y a d'abord le repérage des expériences aléatoires élémentaires, puis l'émission des hypothèses amenant à mathématiser les issues possibles de ces expériences élémentaires. Cette dernière phase est reliée à l'interprétation de certains éléments du dispositif (comme considérer l'indépendance de lancers).

Choisir les hypothèses de modélisation pour chaque expérience élémentaire est indispensable mais nous nous demandons si cette étape est identifiée par les élèves ou suffisamment éclairée par les enseignants pour permettre l'accès à une simulation. Cette pré-modélisation est commune et nécessaire aux deux activités de modélisation et simulation. Cependant, l'agencement entre les expériences élémentaires nous semble central concernant la simulation et ce point n'est pas explicité par Gaydier. Cette phase pourrait s'avérer problématique aussi en classe dans sa gestion par l'enseignant si elle n'est pas accompagnée par un travail spécifique du professeur.

1.3.2 D'autres recherches sur la simulation

Faisant un tour d'horizon de thèses portant sur la simulation d'expériences aléatoires, plusieurs références ont en commun ce thème de recherche mais exposent des objectifs différents que nous évoquons ici rapidement.

Pour Zaki (1990), la démarche expérimentale est favorisée chez ses étudiants. Dans un article intitulé *Démarches de résolution et de simulation face au problème de la ruine d'un joueur"* (Zaki et Pluvinage, 1991), les auteurs interrogent plus précisemment la place de la modélisation dans une partie du traitement de résolution de problèmes probabilistes. L'article précise les questions suivantes :
"La pratique de la simulation préconisée par certains est-elle une solution miracle ? Les étudiants sont-ils naturellement sensibles à une approche fréquentiste des probabilités ?"
Ce dernier questionnement est une préoccupation commune à notre recherche où nous tenterons de déceler si la simulation d'expériences aléatoire est insufflée par l'enseignant dans les classes ou si les élèves se tournent "naturellement" vers elle, et pour enclencher quel type de preuve.

Bordier (1991) considère la simulation comme un appui pour corriger des conceptions erronées d'élèves ou d'adultes. L'environnement informatique intervient dans son étude comme un laboratoire grâce auquel il est possible de résoudre des tâches probabilistes et de valider des idées, en définissant une expérience et en la simulant un grand nombre de fois (et en scrutant l'évolution des données issues de ces expériences simulées). Pour Bordier, il s'agit de compenser le manque d'expérience véritable que les individus ont des phénomènes aleatoires. La simulation est ici perçue comme un ressort pour travailler les intuitions et "misconceptions" liées à la notion de hasard.
Nous n'adopterons pas ce point de vue pour notre étude, mais pourrons toutefois rencontrer au fil de nos travaux des "misconceptions" entourant le travail de simulation. Il nous faudra les prendre en considération en terme d'impact sur le travail de l'enseignant.

Coutinho (2001) a conçu un processus d'apprentissage axé sur la modélisation de situations de la réalité, limitées au contexte probabiliste de Bernoulli. Les tâches qu'elle propose aux élèves de niveau collège mettent en oeuvre des simulations informatiques d'expériences aléatoires. Elles sont présentées dans un cadre géométrique avec l'environnement Cabri-géomètre II. Coutinho introduit dans ses travaux en particulier une étape intermédiaire avant la notion de probabilité (notion de préprobabilité).

Nechache (2016) s'intéresse dans sa thèse en partie à la simulation, en traitant de la question de la validation en probabilité ; elle y décrit des formes de validation dans l'Espace de Travail Mathématiques ou *ETM* (Kuzniak, 2011). Dans le cas du recours à un modèle probabiliste numérique, elle précise à propos des enseignants que :

> *Les styles argumentaires vont donner lieu à des formes de validation caractérisées par l'usage de la dimension instrumentale, où les traitements sont réalisés d'abord via une simulation informatique, puis via un recours aux outils théoriques du référentiel théorique tels que la loi des grands nombres, ou aux outils théoriques issus de la statistique tels que les intervalles de confiance.* (Nechache, p.356)

Notre étude en particulier s'attachera aussi à repérer des formes de validation

dans l'*ETM* dans un contexte de classe incluant la simulation d'expériences aléatoires et nous rechercherons les preuves privilégiées par les enseignants dans les classes. En cela, nous rejoignons la préoccupation de Gaydier (2011) :

> *Pourquoi un algorithme engendre-t-il une simulation d'une expérience aléatoire quand il n'a pas été construit à partir du modèle probabiliste de cette expérience ?* (Gaydier, 2011, p. 155)

Ce point sera interrogée du point de vue du travail de l'enseignant dans sa classe. Gaydier, pour y répondre, précise que si la simulation est incluse dans le modèle probabiliste de l'expérience aléatoire,

> *elle apportera peu de choses à l'étude de l'expérience aléatoire d'origine (...) elle pourra permettre une illustration de la loi des grands nombres ou de la notion d'intervalles de fluctuations* (Ibid, p.155)

Le problème de la construction d'une expérience aléatoire sans associer un modèle probabiliste questionne la notion de preuve qu'une simulation est bien ce qu'elle prétend être. Nous devrons prendre en considération les rapports entretenus par les enseignants entre simulation et preuve pour et dans leur classe.

Dans sa thèse, Kiet (2015) a intégré la simulation d'expériences aléatoires en considérant cinq tâches testées au Vietnamm. Il se distingue de ma recherche car son étude porte sur le travail de ses étudiants. Il a établi un parcours de cinq tâches (incluant le jeu du lièvre et de la tortue) avec un protocole encadrant la place et la manière de réaliser la simulation lors de la résolution de ces tâches :

> *In each situation, students first do some hands-on experiments to be familiar with the game. Then a discussion occurs about the probability of event(s). After that, students build a simulation and observe frequencies and fluctuation of these frequencies.The final step is the classical mathematical computation.* (Kiet, 2015, p.98)

Kiet justifie ce choix en partie pour rapprocher les deux approches de la notion de probabilité :

> *This implementation is assumed to put at stake tasks and techniques related to simulation, connecting the frequency approach and the classical approach (...)*, (Ibid, p.98)

Nous nous situerons, en tant que chercheur, dans une démarche moins dirigiste de mise en oeuvre d'une tâche dans une classe car notre enquête cherche à comprendre le travail des enseignants (et non des étudiants comme Kiet). Cependant, les approches fréquentistes et laplacienne feront aussi partie de notre étude : nous tenterons de repérer si l'enseignant favorise cette diversité d'approches quand il donne à ses élèves une tâche pouvant inclure de la simulation.

Enfin Laval (2018) s'intéresse au point de vue algorithmique de la simulation et choisit dans son ingénierie didactique, entre autres tâches, une tâche proche de celle retenue pour notre étude : le problème de la politique des naissances (présenté ensuite, pp.28-29). C'est une tâche étudiée aussi par Nechache (2016) où le chercheur s'est centré sur la simulation dans son enquête. Laval traite ce problème en envisageant un même modèle avec le langage de programmation Algobox au niveau lycée.

Le chercheur fixe l'artefact numérique de simulation dans son ingénierie didactique. Le travail algorithmique y est analysé pour un énoncé et ses questions imposés par le chercheur. Il s'appuie davantage sur une approche a priori de la probabilité. L'étude menée par Laval lui permet de définir l'Espace de Travail Algorithmique, en partant des Espaces de Travail Mathématiques (Kuzniak, 2011). Nous nous distinguons du positionnement de Laval car nous ne restreindrons pas notre étude de la simulation aux algorithmes qu'elle utilise. Nous chercherons à repérer quelle approche (statistique ou *a priori*) est privilégiée dans l'entourage de la simulation dans les classes, ainsi que les preuves entreprises avec la simulation numérique. Nous adopterons un spectre plus large sur la simulation pour notre enquête.

Notre passage en revue des recherches françaises sur la simulation d'expériences aléatoires est à compléter en considérant des travaux internationaux réalisés sur le sujet. Si nous ne prétendons pas traiter l'exhaustivité des recherches existantes, nous citons en référence deux HandBook consacrant deux chapitres de probabilités et de statistiques. Le livre intitulé "Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning" consacre le chapitre 20, "Research in Probability" (G.A. Jones et al., pp.909-955) à un état des recherches sur les probabilités. Ce chapitre indique des recherches sur les conceptions ou difficultés des étudiants à faire du lien entre probabilité empirique et théorique, dont fait partie l'étude de Stohl & Tarr (2002) et ces deux chercheurs se sont aussi intéressés à la simulation et aux environnements informatiques.

> *Simulation tools that give students control over designing experiments, running as many trials a they desire, and viewing graphical representations of results may help in the development of deeper understandings of how theorical probability, empirical probability and sample size can be used to make inferences.(Stohl & Tarr, 2002, p.322)*, (G.A. Jones et al., p.937).

Un paragraphe du "Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning " consacré aux probabilités (Graham A. Jones et al., pp.945-946) traite des recherches consacrées aux effets des logiciels informatiques. En particulier, il mentionne des recherches sur des micro-mondes en termes de potentialités de simulation, soulignant des études naissantes sur l'influence de la technologie sur les conceptions des étudiants en probabilité.

> *The most promising research involves the use of microworlds and their influence on changing and expanding students'probabilistic thinking (Konold, 1995a ; Paparistodemou et al., 2002 ; Pratt & Noss, 2002 ; Stohl, 1992-2002).*(G.A. Jones et al., p.945)

Si ces recherches concernent des étudiants, Stohl (2005) s'est aussi intéressé à l'enseignement des probabilités à l'école. [3]

Un lien entre statistiques et probabilités apparait dans ce handbook (p. 991) dans la section " Technology and Research on Learning Statistics où les travaux de Bielher (1993, 1994a , 1994b ,1997) sont cités.

3. *Probability in teacher education and devlopment. In G.A.Jones (Ed.), Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning (pp. 345-366). New York : Springer.* (G.A. Jones et al., p.954)

> *Over a decade ago, Bielher described aspects of technology needed to empower students to do interactive exploratory data analysis, using visualization and simulations tools to understand statistical concepts and methods.* (G.A. Jones et al., p.992)

Dans le livre "Third International Handbook of Mathematics Education", le chapitre 21, nommé "Technology for Enhancing Statistical Reansoning at the Scholl Level", fait état cette fois d'études statistiques réalisées dans un environnement informatique différent de celui de notre étude (menée en France avec des artefacts numériques différents). Les recherches mentionnées portent sur des logiciels spécifiques comme Fathom qui facilitent des jeux de représentation (pp.664-665). Ces logiciels sont utilisés dans une optique différente de la notre concernant la simulation : ils permettent de formuler des tests d'hypothèses. Dans cette section du Third Handbook of mathematics, il s'agit d'accompagner l'étudiant en le faisant cheminer, par la simulation, vers l'inférence statistique. Ces recherches insistent sur l'exploitation de la variabilité des données issues de simulations, ce qui ne sera pas le point de vue adopté dans notre étude.

En conclusion, cet état des lieux montre que beaucoup de recherches se sont intéressées à la simulation d'expériences aléatoires, mais principalement au travail spécifique des élèves ou étudiants et à leurs difficultés lors de la simulation. Elles ont peu pris en compte le travail de l'enseignant. Grace à cet état des recherches existantes, nous avons adopté un nouveau point de vue pour notre recherche, celui de nous intéresser au travail de l'enseignant quand il met en place une tâche de probabilité où simulation peut potentiellement avoir sa place dans une classe.

1.4 Le problème du lièvre et de la tortue

Cette partie est consacrée au problème du lièvre et de la tortue. Il est central dans notre recherche car une de ses spécificités est d'avoir fait le choix de traiter nos questions de recherche à partir d'une tâche. Après avoir motivé notre choix de cette tâche unique, nous dévoilerons la nature de cette tâche emblématique.

1.4.1 Une tâche emblématique

Avant de présenter la version initiale de l'énoncé du problème du lièvre et de la tortue au coeur de notre recherche, nous allons, dans cette partie, justifier certaines raisons qui nous ont poussés vers ce choix et son unicité.
Une tâche est considérée comme emblématique (Nechache & Kuzniak, actes ETM5) si elle vérifie les conditions suivantes :
- elle est présente dans des références institutionnelles ou de recherche ;
- elle est présente dans des manuels et des livres ;
- c'est une tâche riche (Nechache, 2016) car elle permet un travail complet dans l'Espace de Travail Mathématiques (Kuzniak, 2011).

Le problème du lièvre et de la tortue nous semble important car il figure dans le document Ressource algorithmique de la classe de seconde de 2009. Nous le rapprocherons d'un autre problème référencé actuellement dans le document Ressource sur

les probabilités de 2012 : celui dit de *"la politique des naissances"* qui a une approche identique avec la même loi, mais où l'intérêt est porté à l'impact sur la population. De plus, un tour d'horizon des manuels de lycée nous a permis de repérer la place récurrente de cette tâche. Ces manuels offrent une diversité de présentation de ce problème, engendrant potentiellement un travail très varié au sein des classes avec un rôle de l'enseignant non précisé. Le rôle assigné à l'élève se décline, selon les énoncés, entre un travailleur *tâcheron, technicien* ou *ingénieur* au sens de Nechache (2016, p.232). Si ce problème est plus présent dans les ouvrages scolaires de lycée, cette tâche a fait son apparition dans un manuel scolaire de collège, avec l'introduction de l'algorithmique en 2017. Ensuite, ce problème semble pouvoir offrir un fort potentiel concernant sa résolution, et en particulier permettre un usage de la simulation, son analyse *a priori* réalisée en ANNEXE 2.1 et partiellement présentée au Chapitre 2 (section 2.4, pp.49-53) en témoigne. Nous considérons que cette tâche, selon la catégorisation des tâches par Nechache (2016, pp.229-231), peut être qualifiée de *tâche complexe ou tâche riche*, selon la manière dont elle est menée en classe.
De plus, pour notre étude, tout comme *La politique des naissances*, le problème du lièvre et de la tortue appartient aux tâches proposées de 2008 à 2015 en formation continue à l'IREM de Rouen, au moment de l'introduction des probabilités au collège. Nous avons donc une première expérience de formateur concernant celle-ci. Et comme *Le lancer de punaises*, *La somme de deux dés* ou *Franc-carreau*, ce problème fait partie des tâches fréquemment exposées en formation en France. De plus, de nombreux écrits de recherche ou brochures existent sur ce dernier. Malgré son caractère emblématique, majoritairement les stagiaires en formation ne semblaient pas s'emparer de cette tâche pour leur classe, comme s'ils montraient une certaine réticence à la faire réaliser à leurs élèves. Ceci nous a interrogé sur ce que cette dernière engendre comme travail mathématique de l'élève mais aussi comme travail de l'enseignant tant au niveau mathématique que didactique.

Enfin, si nous nous restreignons à un unique problème, c'est pour mieux faciliter notre étude des adaptations de ce problème relativement à un panel d'enseignants. L'idée est de comprendre aussi ce qui motive certains choix d'enseignants autour de la tâche et de sa mise en oeuvre dans les classes (sa dévolution, des procédures en jeu retenues, des artefacts rendus accessibles ou pas etc ...).

Sa présence temporaire dans un document ressource

Le problème au coeur de notre recherche a fait partie de ceux proposés dans le document MENRES-SEC (2009, pp.27-29) intitulé "Ressource pour la classe de seconde, Algorithmique". Précédé de la mention :

> *Les algorithmes proposés ci-après s'insèrent dans le cadre de la simulation, et par conséquent de l'approche dite "fréquentiste" des probabilités.*,

où il est énoncé ainsi :
A chaque tour, on lance un dé. Si le 6 sort, alors le lièvre gagne la partie, sinon la tortue avance d'une case. La tortue gagne quand elle a avancé 6 fois.
Question : le jeu est-il à l'avantage du lièvre ou de la tortue ?

Enoncé du lièvre et de la tortue, MENRES-SEC, 2009, p.27

Ce problème est suivi d'une étude présentant trois algorithmes écrits en langage naturel puis traduits pour certains en langage machine. Le premier est intitulé *algorithme 1 : simulation d'une partie sans boucle*, le deuxième *algorithme 2 : cumuler un grand nombre d'expériences* et le troisième *algorithme 3 : avec une structure itérative conditionnelle*. Ces trois algorithmes sont accompagnés de commentaires, en particulier sur l'adaptation à prévoir suivant les fonctionnalités du logiciel choisi pour la programmation. Nous mentionnons la présence d'une remarque concernant le premier algorithme :

> *Il est possible de modifier un peu la modélisation du jeu, afin de simplifier sa mise en œuvre, en particulier sur tableur ; en effet, la partie est équivalente aux lancers de six dés. Le lièvre gagne s'il existe au moins un six parmi les résultats.* (MENRES-SEC, 2009, p.28)

Les auteurs semblent y voire une simple adaptation de modèle relativement transparente pour la simulation informatique, sans soupçonner une quelconque incidence potentielle sur la résolution de la tâche. Aujourd'hui, ce problème n'est plus référencé dans un document Ressource, et a été remplacé par *La politique des naissances*, qui joue à peu près le même rôle.

1.4.2 Le problème du lièvre et de la tortue et la recherche

Plusieurs recherches traitent du problème du lièvre et de la tortue. Cette section expose ces travaux et une mise à distance relative à notre propre enquête.

Les apports de Gaydier

Le problème du lièvre et de la tortue est choisi par Gaydier (2013) comme première tâche (Fig.1.3) pour dresser un état des lieux sur la simulation. Certains de ses éléments d'analyse du problème nous aident à préciser nos analyses *a priori* et *a posteriori* de la tâche. Il nous faut pour autant examiner l'énoncé et les questions retenues par ce chercheur car ils peuvent différer de ceux de notre étude :

Un lièvre et une tortue sont sur la même ligne de départ ; gagnera le premier qui franchira la ligne d'arrivée. Le lièvre atteint cette ligne en un bond, alors que la tortue ne l'atteint qu'après avoir fait six pas.
On lance un dé. Si le six sort, le lièvre fait un bond et a gagné, sinon, la tortue avance d'un pas.
Question : qui a le plus de chances de gagner ? Peut-on quantifier les chances de gagner du lièvre ?

Figure 1.3 – Le problème du lièvre et de la tortue, Gaydier, 2011, p.131

Les règles du jeu sont initialement décrites, en choisissant comme expérience aléatoire d'origine l'algorithme réalisé à la main avec un dé. Les algorithmes faisant

intervenir d'autres artefacts (calculatrice, logiciel de programmation, tableur) sont des simulations de cette expérience aléatoire.
Gaydier distingue 100 répétitions de l'expérience "une partie du jeu du lièvre et de la tortue" avec le lancer d'un dé supposé équilibré d'une simulation de cette répétition 100 fois de la même expérience aléatoire cette fois en tirant un carton parmi six, numérotés de 1 à 6. Elle précise que cela est équivalent à répéter 100 fois la simulation d'une partie sous l'hypothèse que les tirages de nombres pseudo-aléatoires sont des expériences indépendantes.
Deux alternatives sont envisagées ici, en considérant les événements T pour "la tortue gagne" et L pour "le lièvre gagne" :
- ou bien, en s'apppuyant sur un arbre, le calcul des probabilités $P(T) = \left(\frac{5}{6}\right)^6$ puis $P(L) = 1 - P(T)$,
- ou encore le calcul de P(T) sans arbre, les événements "ne pas obtenir 6 au $i^{ème}$ lancer" étant indépendants deux à deux."

Voici quelques éléments de sa conclusion sur ce problème.

- Ces différents algorithmes décrivent la même expérience aléatoire et sont donc différentes manières de présenter celle-ci.
- Ceux-ci sont plus ou moins adaptés à un choix d'artefact (tableur ou programmation dans un langage impératif).
- L'exécution de ces algorithmes (à la main ou avec machine) sont des simulations de l'expérience aléatoire d'origine.
- La répétition d'un grand nombre de simulations donne des résultats qui semblent compatibles avec l'expérience aléatoire "pour de vrai", aux fluctuations d'échantillonnage près.

Elle est amenée à approfondir ces points, en précisant des notions telles que l'imitation au plus près d'une expérience aléatoire, reprenant le concept de *procédure au plus proche* de Parzysz (2009). La pré-modélisation proposée consiste à repérer les expériences aléatoires élémentaires de l'expérience globale. Pour cela, elle s'appuie sur la définition suivante d'expérience aléatoire :

> *un enchaînement chronologique d'actions, certaines étant au résultat aléatoire.* (Gaydier, 2013, p.334)

La tâche de simulation doit alors *"coller au plus près"* de ces actions et assurer les liens entre elles, avec des enchaînements chronologiques selon le chercheur. Nous aurions pu choisir de repérer si l'enseignant oriente les élèves vers une simulation au plus près ou pas, et cette question est pour notre étude un prolongement possible.

L'étude de Gaydier se poursuit avec la mise en évidence d'un écart entre la demande (simuler une expérience aléatoire) et le programme (qui exécute cette simulation), par l'introduction d'un cahier des charges et une étude expérimentale autour d'un deuxième problème. Elle termine par une modélisation des liens entre simulation et modélisation.

L'étude de Kiet

Un autre chercheur, Kiet (2015), s'est aussi intéressé au problème du lièvre et de

la tortue. Mais tandis que Gaydier s'en est servi comme entrée en matière, Kiet le propose dans une ingénierie didactique pour des étudiants vietnamiens du supérieur, le situant dans un parcours de quatre tâches de simulation (dont "La somme de deux dés"). Kiet contraint la mise en place de ces tâches sur plusieurs plans. En effet, les artefacts utilisés pour la simulation sont fixés par le chercheur : il s'agit du tableur dans un premier temps, puis du logiciel R. Un nombre de simulations (10, 100, 1000 puis 10000) est imposé à l'enseignant (et aux élèves) dans son ingénierie didactique et ce schéma est repris pour chacune des quatre tâches successives.
Comparativement, Gaydier propose des mises en œuvre de l'algorithme "à la main", puis sur une calculatrice, et sur tableur, puis conclut avec un modèle pour une partie de jeu avec 100 simulations proposées. Elle semble introduire différents artefacts avec une chronologique imposée à l'élève, via l'enseignant. Elle s'appuie aussi sur des arbres de différente nature, précise une praxéologie avec cette technique pour traiter une expérience aléatoire composée. Son grain d'analyse est plus fin que celui de Kiet.

Cependant, les deux chercheurs se rejoignent sur ce problème en ne proposant pas l'usage de dés (les expériences manuelles ne sont pas présentes). Ils partagent le fait de ne pas offrir une certaine autonomie à l'enseignant côté choix d'artefacts. Enfin, ils focalisent tous deux leur étude sur le travail de l'élève, le travail de l'enseignant étant peu décrit. C'est par le prisme d'un cahier des charges que Gaydier propose de façon assez restrictive une description du rôle de l'enseignant. La simulation y est parfois rejetée en Devoir Maison. Aucune information n'apparaît concernant le travail de l'enseignant en amont des séances décrites. Quant à Kiet, il relate peu des interventions de l'enseignant concernant la dynamique des échanges entre ce dernier et les élèves lors de la mise en place du problème.

Une tâche analogue
Enfin, il nous semble pertinent de signaler l'étude d'une tâche analogue (Fig.1.4), celle dite de *"la politique des naissances"*. Cette tâche issue du document Ressource sur les probabilités (RESPRE-PROB, 2012, p.17) est mentionnée ici car elle est proche de celle du lièvre et de la tortue, d'un point de vue loi de probabilité, même si elle revêt des différences. En voici l'énoncé :

Pour limiter le nombre de filles dans un pays imaginaire, on décide que :
a) chaque famille aura au maximum 4 enfants ;
b) chaque famille arrêtera de procréer après la naissance d'un garçon.
On considère que chaque enfant a une chance sur deux d'être un garçon ou une fille et que, pour chaque couple de parents, le sexe d'un enfant est indépendant du sexe des précédents. Ce choix a-t-il la conséquence attendue, à savoir de diminuer le nombre de filles dans la population ?

Figure 1.4 – La politique des naissances, Nechache, 2016, p.247

Nechache (2016, pp.247-252) en fait une analyse à deux niveaux, celui du travail de la modélisation mais aussi du travail de la validation. Dans son premier niveau

d'analyse, elle distingue des *modèles probabilistes de type analytique ou numérique.* (Ibid, p.248)
Concernant les modèles de type numérique, dans son analyse *a priori*, le tableur est envisagé (Ibid, p.251) d'une unique manière. Cette tâche est qualifiée de tâche "riche" en classe de seconde et de tâche "complexe" en première scientifique. Testée dans deux classes de seconde et deux de première, le chercheur y montre des différences dans le travail de validation, portant son regard principalement sur le rôle des élèves. Relativement à la simulation, l'étude présente des enseignants qui fournissent le modèle numérique, et choisissent la calculatrice comme artefact numérique, certains parmi eux écartent la simulation (Ibid, pp.292-293). Cette tâche est reprise par Laval (2018) dans sa thèse mais il s'y intéresse cette fois d'un point de vue algorithmique. Le travail de l'élève est ici étudié à travers le modèle des Espaces de Travail Algorithmique (Laval, 2018), où le chercheur impose une certaine manière d'introduire cette tâche à l'enseignant. Ce point est selon nous à interroger chez plusieurs enseignants, sur leurs choix et rôles dans la résolution du problème du lièvre et de la tortue sur la simulation.
Concernant notre recherche, nous avons décidé de la mener en formation car ce lieu nous semble propice aux échanges et au dévoilement de pratiques ordinaires d'enseignants.

1.5 Précision de mes questions

Dans cette partie, nous exposerons une étude exploratoire importante car elle a contribué parallèlement à préciser nos questions de recherche et à élaborer notre cadre théorique avec une méthodologie associée.

1.5.1 Un état des lieux : la formation donnée au Havre

Nous relatons le contexte de notre première recherche. Elle s'appuie sur deux journées de formation continue ayant pour cadre une liaison collège-lycée d'un bassin d'enseignement sur Le Havre. Cette formation a été l'occasion de préciser ma problématique avec un échantillon de vingt-six enseignants.
Cette formation était à l'initiative d'enseignants de lycée et de collège qui cherchaient à construire une culture commune autour de ressources dans le domaine des probabilités. Elle s'est déroulée en deux temps et nous relatons des éléments de la deuxième partie où les enseignants se sont retrouvés un an après avoir suivi une formation. Cette formation était tournée vers un apport de problèmes pouvant impliquer de la simulation, dans le domaine des probabilités. Lors de la première journée en 2014, les stagiaires, aidés par deux formateurs ont, en particulier, élaboré des simulations avec des artefacts comme le tableur, sur des problèmes pour des classes de troisième et seconde. L'idée était que ces enseignants pourraient ensuite les intégrer dans leurs classes.
Ces stagiaires ont un nombre d'années d'enseignement et un niveau d'expertise variés. Ils n'ont pas été retenus pour notre recherche en fonction de critères particuliers. Notre enquête s'est construite en deux temps, avec tout d'abord un questionnaire.

Ensuite, les enseignants ont réalisé un travail autour du problème du lièvre et de la tortue où ils ont en partie travaillé en groupe. Nous livrons dans la suite les résultats de cette étude.

Le questionnaire

Un questionnaire préalable à destination des stagiaires portait sur l'intégration de simulation dans leurs propres classes de troisième ou seconde, un an après leur première journée de formation. Sur les 26 stagiaires concernés au total, 7 enseignent au lycée et 19 au collège. En recoupant les réponses des stagiaires avec leurs années d'enseignement et la nature de leur poste (collège ou lycée), nous avons dégagé des premières tendances.

Seulement la moitié d'entre eux a déclaré avoir intégré des simulations depuis un an. Sans rentrer dans le détail des réponses apportées, nous avons remarqué une proportion d'enseignants de lycée plus élevée que d'enseignants de collège intégrant la simulation. Il faut sans doute relier cet aspect aux contenus d'enseignement du lycée. Cependant, cette catégorie d'enseignants n'est pas négligeable parmi ceux qui n'en n'ont pas intégré.
La moitié de ceux qui déclarent ne pas faire de simulation dans leurs classes, sont censés avoir reçu un enseignement incluant l'approche fréquentiste de la probabilité dans leur parcours d'élève dans le secondaire. L'usage de la simulation par les enseignants dans leur classe ne semble pas uniquement dépendre des contenus d'enseignement que ceux-ci ont théoriquement eu au lycée. Il nous manque évidemment des informations concernant le cursus universitaire de chacun pour pouvoir étayer nos propos.

Les seize enseignants (parmi les vingt-six) n'ayant pas intégré la simulation dans leurs classes, ont évoqués de multiples raisons. Ces freins sont variés. Certains sont liés à l'environnement de l'enseignant comme le nombre d'élèves par classe, le type d'élèves, la maintenance informatique, les niveaux de classe. D'autres difficultés concernent directement la notion de probabilité, et sa place tardive dans une progression annuelle. La double question du temps est évoquée avec d'une part des situations incluant de la simulation qui sont jugées chronophages. D'autre part, le temps à investir par l'enseignant autour de la simulation est aussi mentionné.

Ceux qui intègrent la simulation citent des tâches variées telles que *"Franc-carreau", "le lancer de pièce", "la somme de deux dés"*. Nous en retrouvons qui ont été proposées en formation un an avant. Parmi ces enseignants, certains semblent confondre la réalisation d'une expérience aléatoire à la main et la notion même de simulation. Ils mentionnent au maximum l'usage de deux artefacts numériques pour la simulation, et leur choix semble unique pour chaque tâche. Ces enseignants précisent aussi des difficultés de diverses natures. Majoritairement, un souci lié aux logiciels embarqués apparaît et quatre enseignants mentionnent le tableur. Ils incriminent la méconnaissance de certaines fonctionnalités du tableur par les élèves et leur propre niveau de maîtrise de la programmation.
La gestion de la classe relativement à de la manipulation d'objets afin d'obtenir des données statistiques pose des difficultés à certains enseignants. Cette question de la

gestion de classe est essentielle car elle est mentionnée à plusieurs reprises. Globalement, les stagiaires renvoient la responsabilité des écueils rencontrés en classe aux élèves, et ne questionnent à aucun moment leur rôle autour de la manière d'introduire une tâche et sa dévolution. Ils n'envisagent pas les moyens qu'ils auraient pour débloquer des élèves en difficulté, ni des interventions possibles.

En conclusion, des connaissances variées semblent nécessaires à la mise en oeuvre de la simulation, de la part des enseignants. De plus, les réponses des enseignants au questionnaire viennent conforter un rapport existant de la Commission de Suivi du programme de mathématiques de la classe de seconde (2013) sur l'usage des TICE qui pointe :
- une utilisation occasionnelle de ces derniers ;
- un accès encore difficile pour certains enseignants au matériel informatique.
Ce dernier indique :

> *(...) qu'une utilisation plus régulière des logiciels par l'enseignant devant la classe pourrait permettre de s'affranchir de cette étape (d'appropriation des fonctionnalités des logiciels).* (MEN, 2013, p.10)

Un travail sur le problème du lièvre et de la tortue

Dans le but de préciser notre question initiale de recherche concernant la simulation, un travail autour du problème du lièvre et de la tortue a été donné aux enseignants stagiaires du Havre.

L'énoncé initial

L'énoncé initial (Fig. 1.5) de ce problème, proposé en formation au Havre, sert ici de point de départ pour notre étude.

> *Une course se passe entre un lièvre et une tortue : on dispose d'un parcours à 5 cases en ligne. On lance un dé équilibré à 6 faces.*
> *Si le 6 sort, le lièvre gagne, sinon la tortue avance d'une case.*
> *Le jeu continue jusqu'à ce qu'il y ait un gagnant.*

Figure 1.5 – Enoncé initial du lièvre et de la tortue, Le Havre, 2015

Cet énoncé des règles du jeu ne comporte aucune représentation du parcours, laissant la liberté aux enseignants d'en choisir une si besoin. Une ambiguïté volontaire est laissée dans la formulation *"on dispose d'un parcours à 5 cases en ligne."* La place du départ (à choisir entre une ligne avant la première case et la première case) ainsi que la place de l'arrivée (située dans la dernière case ou au delà) peuvent être diverses options envisagées qui auront un impact dans la résolution du problème.
Aucune question ne figurait dans cette présentation, celle-ci étant juste l'exposition du jeu et de ses règles, afin que les enseignants puissent choisir à leur guise la consigne à poser. Cette dernière resterait au choix des enseignants pour un niveau de classe visé.

Le travail demandé aux enseignants

Contraints par le choix du lièvre et de la tortue, nous avons imaginé que les enseignants commenceraient par fixer une question et résoudre pour eux-mêmes la tâche individuellement pendant 10 à 15 minutes. Assis à des tables déjà configurées en groupe de quatre personnes, les stagiaires ont reçu ensuite la consigne d'imaginer collectivement un scénario de classe pour un niveau de leur choix. Des dés, et une classe mobile avec des ordinateurs étaient à disposition à leur demande, ce qui avait été signalé dès le début de l'étude.

Le travail effectif des enseignants

La recherche du problème, qui devait s'effectuer en premier et individuellement s'est assez vite transformée en échanges, certains enseignants se trouvant en difficultés et cherchant de l'aide auprès de leurs pairs pour sa résolution. Assis par groupes de trois ou quatre comme ils le souhaitaient, les enseignants ont ensuite imaginé un scénario (avec consigne, artefacts engagés) pour un (ou plusieurs) niveau(x) de classe (pour certains groupes d'enseignants mixtes du lycée et du collège). Cette phase a duré environ 2h, phase où ils devaient produire un écrit sur les idées partagées et des fichiers numériques si besoin. Ensuite, une exposition à tous des productions de groupe s'est tenue, un enseignant venant communiquer à l'ensemble des stagiaires la production de son collectif. Les enseignants présents pouvaient alors librement intervenir et réagir à la communication présentée. Cette phase a duré autour de 40 minutes. Le document en ANNEXE 1.1 (pp.1-30) est la compilation des écrits des groupes.

Des précisions obtenues sur les enseignants

Nous avons repéré, à travers ces travaux, plusieurs éléments concernant les connaissances des enseignants sur les probabilités. Premièrement, les lois de probabilité étaient quasi absentes du discours des enseignants.

La loi géométrique tronquée n'a pas fait partie des connaissances mobilisées par les enseignants alors qu'elle figure dans le Document Ressources Probabilités et Statistiques du lycée (MEN-LYC, MEN-DGESCO).

Un seul enseignant de lycée a évoqué, à l'oral, la loi binomiale pendant le temps consacré à ce problème. Les fichiers tableurs pour faire des simulations qui ont été élaborés témoignent tous de l'usage de la loi binomiale, mais lors de leur présentation, aucun enseignant n'y a fait référence.

La notion d'indépendance de deux événements est une connaissance mathématique qui ne semblait partagée que par une minorité des stagiaires. Des erreurs dans la résolution de la tâche sont apparues comme $\frac{5}{6}+\frac{5}{6}+\frac{5}{6}$ au lieu de multiplier les probabilités des branches sucessives et d'effectuer $\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}$.

Nous avons aussi identifié un biais de linéarité dans le domaine des probabilités exposé par Van Dooren & al.(2003) comme *illusion of linearity*[4] qui cite plus largement

4. *The linear or proportional model is a key concept, which receives much attention in mathematics and science education, but several researchers and mathematics educators (e.g., Freudenthal, 1983) have warned that students might develop a tendency to think that every numerical relation is proportional. This tendency is called the illusion of linearity.*(Van Dooren& al, 2003, p.132)

ce phénomène dans d'autres domaines :

> *This phenomenon has been illustrated in different domains of mathematics and science education, such as elementary arithmetic, geometry, algebra, (pre)calculus, probability and physics (see e.g.,De Bock et al.,1999).* (Ibid, p.114)

La simulation élaborée comme refuge

En groupe, beaucoup d'enseignants ont exercé un repli vers l'usage d'un tableur, tentant d'élaborer une simulation, et simultanément abandonnant une esquisse d'arbre qu'ils n'arrivaient pas à construire et encore moins à exploiter. Ces tentatives de simulation, avec le tableur ou un logiciel de programmation, ont dévoilé chez les enseignants une genèse instrumentale ne leur permettant pas d'élaborer une simulation correcte et exploitable pour répondre à leur énoncé choisi. Nous imaginons que cette difficulté ne leur permettra ensuite pas d'envisager sereinement pour et dans leur classe la simulation comme milieu d'action et de réflexion. [5]

En conclusion, des éléments étaient sans doute prévisibles au regard de résultats déjà existants de travaux en didactique. Cette première exploration est en complète concordance avec des études déjà réalisées autour des difficultés liées à l'enseignement des probabilités. Celles-ci sont de différente nature et nous allons tenter d'en illustrer quelques unes à travers différents travaux existants.

Des difficultés pointées par la recherche

Nous ne cherchons pas ici à faire l'exhaustivité des résultats de recherche concernant des difficutés spécifiques à l'enseignement des probabilités.
Si de nombreux chercheurs se sont intéressés aux difficultés liées à l'enseignement de la notion de probabilités, Coutinho (2001) s'est attaché à celles d'ordre épistémologique, tout comme Girard (2001) ou Dheib (2009).

Girard nous renseigne sur des freins ou blocages potentiels entourant la simulation d'expériences aléatoires auxquels les enseignants auraient à faire face. Il souligne une rupture apparente concernant la loi des grands nombres qui découle de l'axiomatique de la théorie des probabilités. Il mentionne aussi la difficulté de discernement entre modèle et réalité concernant la simulation, et la confusion entre fréquence observée et probabilité.

> *Les fréquences (...) obtenues dans la simulation sont-elles des objets du modèle ou dans la réalité ? Dans le premier cas, on ne valide rien du tout puisqu'on ne sort pas du modèle, dans le deuxième cas comment les fréquences, objets du monde réel peuvent-elles "tendre" vers les probabilités mathématiques ? Il y a donc là une ambiguïté épistémologique qui fait*

5. *A. Un milieu d'action. Les fréquences et leurs fluctuations peuvent être considérées comme des rétroactions que les étudiants obtiennent lors de la construction et de l'exécution des simulations sur l'ordinateur, qui renforcent leur compréhension des relations entre fréquences et probabilités. B. Un milieu de réflexion (...) L'existence de plusieurs modèles devrait être l'occasion de discuter leur équivalence ; discuter la taille de l'échantillon, en relation avec la question posée devrait être une préparation à la statistique inférentielle.* (Lagrange et Kiet, 2016)

> *que l'on ne sait plus si on est dans le modèle ou dans la réalité (Girard, 2001 et 2003).* (Girard, 2004, p.89)

Girard emploie l'expression *Ambiguité de la simulation* quand il s'agit de l'enseignement des probabilités au lycée tout en soulignant que *cette difficulté fréquente (...) est présente au coeur de l'apprentissage.* (Girard, 2004, p.88)

Nous partageons la préoccupation de Girard suivante :

> *Comment garantir qu'une expérience aléatoire soit équivalente avec sa simulation incluant une autre expérience concrète ou pseudo-concrète sans avoir accès, au modèle probabiliste dont elles dépendent mais non référencés dans l'enseignement ?* (Girard, 2004, p.89)

Les travaux de Maury (1992) montrent que des freins sont liés par exemple à la représentation du savoir chez l'enseignant. Maury parle d'une *résistance du système éducatif à l'enseignement effectif des probabilités.* (Maury, 2011, p.2)
Elle identifie parmi deux facteurs freinant son développement un premier d'ordre épistémologique : l'enseignant ne sait identifier quelle approche, de la laplacienne ou fréquentiste, est préférable. Maury donne deux précisions à ce sujet [6]

De plus, les probabilités occupant une place prépondérante dans la vie du citoyen (Hacking & Dufour, 2004), le deuxième frein réside donc dans le fait que dans la vie courante, tout individu rencontre dès son plus jeune âge des phénonèmes aléatoires. Le jeune construit ainsi des *intuitions probabilistes* qui peuvent interférer, en particulier chez les enseignants avec leur manière d'agir. Maury précise :

> *les intuitions probabilistes sont en quelque sorte des modèles qui se développent en dehors de toute intention d'enseignement (...) ces modèles ont un "domaine de validité parfois étendu, en tout cas non vide, mais évidemment ne coincident pas, en général avec le modèle mathématique.* (Ibid, p.2)

Selon Maury, les intuitions erronées peuvent se trouver mobilisées chez des enseignants ayant une bonne maîtrise des probabilités. Et le décallage entre les prévisions associées et celles provenant de certaines intuitions erronées, induiraient :

> *un sentiment d'angoisse, angoisse elle-même amplifiée par l'incertitude relative aux fondements.* (Ibid, p.2)

Tout ceci crée selon le chercheur un frein à l'enseignement des probabilités.

Martin (2012) dans ses travaux sur les interventions didactiques d'un enseignant du primaire mises en place pour enseigner les probabilités au Québec, indique d'autres difficultés. En particulier, il relève le manque de formation des enseignants dans le domaine des probabilités, avec des enseignants qu'il qualifie de :

> *démunis en termes de connaissances et de compétences pour guider adéquatement les élèves dans le développement d'un raisonnement probabiliste éclairé.* (Martin, 2012, p.1122).

6. *Cette interrogation que l'on rencontre aussi chez des probabilistes professionnels (...) peut traduire un simple souci prédagogique. Cependant, (...) elle dissimule en fait une interrogation sur la légitimité de telle ou telle approche (légitimité par rapport au cadre des mathématiques) ou sur sa validité, c'est à dire sur sa capacité à représenter un certain aspect de la réalité.* (Ibid, p.2)

Selon lui, les défis à relever en formation sont liés à :

> *la maîtrise insuffisante des contenus probabilistes des enseignants, à leur concentration excessive sur l'approche théorique des probabilités, ainsi qu'à leur faible connaissance des conceptions probabilistes que présentent leurs élèves.* (Martin, 2012, p.1122)

Nous pouvons ajouter aux difficultés rencontrées par les élèves celles relevées par Gueye(2012) concernant :

- *la non maîtrise du vocabulaire ensembliste (Girard 2001, Henry 1999) ;*
- *de la logique ou du langage mathématiques (Girard 2001, Henry 1999, Coutinho 2001).* (Gueye, 2012, pp.1606-1607).

Gueye(2012) évoque plus largement une difficulté partagée chez les élèves et les enseignants autour du modèle. [7]

Conclusion intermédiaire

Au regard de cette recherche exploratoire faite au Havre, il se dégage la tendance assez claire que certains enseignants sont sans doute incapables de mettre en place le scenario porté par leur groupe, étant donné leur propre état de connaissances mathématiques ou didactiques sur les probabilités. De plus, l'usage de logiciels pour effectuer des simulations semble être un frein potentiel, comme l'ont exprimé certains enseignants du Havre lors de cette formation.
Du côté de la tâche de simulation du problème lièvre et de la tortue, la modélisation n'a pas été une dimension prioritairement prise en compte chez la plupart des enseignants stagiaires. Si elle apparaît de façon implicite dans les travaux réalisés par certains d'entre eux, beaucoup ne semblent pas conscients de son rôle, alors qu'elle va de paire avec toute simulation envisagée. Le tandem modélisation-simulation semble vivre en aveugle, sans conscientisation de la part des enseignants de la nécessité de prendre en compte cette articulation pour un scenario de classe.
Aussi, il nous semble pertinent d'analyser comment l'enseignant agit pour mais aussi dans une classe autour de la simulation afin de compléter notre état des lieux. Il nous parait nécessaire non seulement d'observer un déroulement effectif, mais aussi d'articuler notre analyse autour d'un cadre théorique qui reste à construire.
Une nouvelle question est soulevée sur la simulation concernant cette fois la formation. En effet, cette recherche exploratoire vient un an après une journée de formation sur des tâches proposées incluant de la simulation. Pour certains enseignants, cette première journée ne semble pas avoir porté ses fruits, des difficultés sur le lièvre et la tortue en attestent. Il est donc légitime de remettre en question la formation, en particulier du côté de la stratégie de formation employée (Houdement et Kuzniak, 1996). Elle privilégiait des stratégies d'homologie mais aussi de transposition, mixant ces deux dernières selon les problèmes proposés. La question d'une autre stratégie de formation qui pourrait s'avérer plus efficace se pose désormais.

7. *la difficulté de construire un modèle adéquat à partir de données réelles et de distinguer la réalité du modèle choisi pour la représenter (Girard 2001, Henry 1999, Coutinho 2001). Ces difficultés liées à la modélisation concernent autant les élèves que les professeurs.* (Gueye, 2012, p.1607)

1.6 Conclusion

Nous sommes partis de la question initiale :
Quelle influence une stratégie de formation peut-elle avoir sur la mise en oeuvre de la simulation dans les classes par les enseignants ?

La recherche de la définition de la simulation, sa place dans les programmes officiels, le bilan des recherches sur ce thème et sur le problème, forment un tout qui nous a permis de préciser notre question de recherche initiale. Nous l'avons ainsi restructurer suivant trois axes :

- expérience aléatoire-modèle-simulation ;
- artefacts-simulation ;
- simulation-preuve.

Si notre thème d'étude, la simulation d'expériences aléatoires, est commun à plusieurs recherches présentées dans ce chapitre, notre enquête revêt un caractère spécifique qui tient en plusieurs points que nous allons présenter.
Le problème du lièvre et de la tortue a été choisi car c'est une tâche emblématique et parce qu'au Havre, nous avons repéré chez certains enseignants, une prise en main non immédiate de cette tâche. Nous partons de l'hypothèse qu'en classe, certains enseignants éprouveraient des difficultés à utiliser le problème du lièvre et de la tortue et que la manière de conduire un travail collectif en formation sur ce problème pourrait favoriser sa mise en oeuvre dans les classes par les stagiaires après la formation.

Nous ne souhaitons pas prescrire dans notre méthodologie de recherche une tâche de manière entièrement contrôlée pour laisser s'exprimer une variété d'usage. De plus, parce que nous avons le sentiment que le travail en petit collectif (d'élèves ou de stagiaires en formation) permet de dévoiler des éléments au service de notre question, nous avons donc décidé de l'intégrer dans une méthodologie de recherche originale intégrant une formation.

Notre enquête nécessite un cadre théorique nous permettant non seulement d'étudier la première tâche élaborée en amont de la formation, mais aussi d'analyser des mises en oeuvre possibles de tâches construites en formation. Ce cadre nous sert aussi d'appui pour repérer la manière dont le travail de l'enseignant s'agence et évolue au fil de la formation, afin de détecter ce qui est privilégié par l'enseignant et ce qui est modifié au cours du temps. Les ETM (Kuzniak, 2011), qui feront l'objet d'une présentation au chapitre 2 (pp.40-43) nous semblent opportuns pour relever les dynamiques de circulation du travail, non seulement dans les classes mais aussi autour d'une formation quand il s'agit de se centrer sur les métamorphoses d'une tâche.

Notre question de recherche ne se restreint pas à celle des liens entre l'algorithme et la simulation. Notre préoccupation inclut la question des choix d'artefacts embarqués, et des preuves à travers l'analyse du travail de l'enseignant et de ses arbitrages entourant la simulation. Elle a aussi le soucis de l'étude de la place que consacre l'enseignant aux modèles lors de la simulation. Nous serons amenés à questionner aussi le rôle de l'enseignant dans la dialectique entre différentes approches possibles

du problème par les élèves. Nous tenterons d'apprécier les choix des enseignants concernant les deux approches possibles (fréquentiste ou laplacienne).

Chapitre 2

Les questions de recherche, le cadre et la méthodologie de recherche

2.1 Introduction : plan et objectifs de ce chapitre

Notre enquête exploratoire sur le problème du lièvre et de la tortue décrite au chapitre 1, nous a permis une première approche du travail d'enseignants (plus ou moins experts) concernant la simulation. Elle a révélé un certain nombre d'éléments aidant à préciser notre interrogation initiale à propos de la simulation. La recherche exploratoire (chapitre 1) a été réalisée dans une dynamique de stage, de ce fait elle pose naturellement la question des effets d'une formation sur les enseignants et sur leur manière d'appréhender la simulation à travers un problème.

Le chapitre 2 a un premier objectif qui est de préciser notre question initiale formulée ainsi :

Quelle influence une stratégie de formation peut-elle avoir sur la mise en oeuvre de la simulation dans les classes par les enseignants ?

Plus particulièrement pour notre recherche, nous retiendrons l'importance des artefacts, des registres et de la question de la modélisation concernant le travail de simulation. Nous préciserons nos questions de recherche à l'aide de notre cadre théorique, qui emprunte la théorie des ETM (Kuzniak, 2011) en nous focalisant sur des ETM idoines de différents types (pp.42-43). Le diagramme de l'ETM (Fig. 2.**1**), sur lequel est fondée cette théorie, est particulièrement favorable à un repérage de dynamiques d'évolutions du travail de l'enseignant quand il met en place une tâche en classe. En effet, ce modèle intègre trois dimensions (sémiotique, instrumentale et discursive) embarquées dans un travail de simulation. Il nous permettra donc de mener notre enquête sur ce qu'un enseignant privilégie dans sa classe sur une tâche propice à un travail de simulation.

Un deuxième objectif du chapitre 2 est de présenter des outils méthologiques d'analyse d'une tâche emblématique grâce à notre cadre théorique des ETM. Nous présenterons une grille et des éléments d'analyse épistémologique de la tâche (p.50-

54). Parce que nous suivrons conjointement une tâche et sa mise en oeuvre, nous définirons la notion d'initéraire cognitif d'une tâche dans les ETM. Ces itinéraires pourront permettre de représenter une variété de possibles mises en oeuvres d'une tâche dans des classes (p.63). Ces deux analyses dans l'ETM nous permettront de décrire ce que nous appelerons un ETM idoine attendu (pp.54-63).

Le dernier objectif de ce chapitre sera d'exposer notre méthodologie globale de recherche.

La question évoquée en introduction de ce chapitre (p.39) étant trop vaste pour être traitée dans son intégralité, il nous est apparu nécessaire de l'aborder en restreignant notre étude à certaines dimensions du travail de l'enseignant.
Comme la simulation suppose d'emploi d'artefacts divers, matériels ou symboliques, et qu'elle peut avoir un lien avec un discours de preuve, notre question globale nécessitait l'apport d'un cadre théorique qui englobe ces composantes afin d'y trouver des réponses. Ce qui suit détaille l'élaboration et les différents éléments de ce cadre théorique.

2.2 Description du cadre théorique

2.2.1 La théorie des Espaces de Travail Mathématique

Nous exposerons dans cette partie des éléments de notre cadre théorique susceptible d'être un appui pour analyser la circulation du travail imaginée par un enseignant et ce, autour d'une situation d'enseignement. Ce cadre doit permettre de repérer ce qui est privilégié dans les aspects sémiotique, instrumental ou discursif. Il doit ainsi aider à mettre en lumière le rôle de l'enseignant dans la mise en circulation effective du travail sur une situation donnée et éclairer sur les raisons des difficultés éventuelles des élèves et leur gestion par les enseignants.
Après avoir présenté la théorie des Espaces de Travail Mathématique, et précisé les éléments sur lesquels nous appuyerons notre recherche, nous détaillerons les adaptations réalisées sur cette théorie et liées à la spécificité de notre étude portant sur une formation d'enseignants.

Description du modèle des ETM

L'analyse de la forme du travail attendu par les enseignants et l'analyse de l'implémentation d'une séance en classe s'appuieront sur le cadre des Espaces de Travail Mathématique noté par la suite ETM (Kuzniak, 2011). Dans l'extension du modèle des Espaces de Travail Géométrique (Houdement et Kuzniak, 1999), l'ETM permet de décrire et de repérer la nature et la spécificité du travail mathématique quand des enseignants et des élèves sont effectivement engagés dans une tâche mathématique. L'ETM, qui peut être vu comme une structure d'accueil et de développement du travail mathématique, repose sur l'articulation de deux plans : le plan épistémologique et le plan cognitif. En cela, il permet une étude de l'articulation des aspects épistémologiques et cognitifs relatifs au travail mathématique.
Il s'agit pour nous de mettre en exergue des interactions entre un problème et des

protagonistes, qu'ils soient enseignants ou élèves comme le décrivent Montoya & Vivier (2014) :

> *dans le modèle des ETM, on conçoit la conceptualisation comme le fruit d'une interaction entre un individu et des problèmes mathématiques (géométriques, algébriques, etc) dans un environnement organisé pour et par le mathématicien (géomètre, algébriste, etc.) articulant deux plans*, (Montoya & Vivier, 2014, p.75).

Le plan épistémologique contient trois pôles qui sont le référentiel théorique (incluant propriétés, théorèmes et définitions), le representamen (les signes) et les artefacts (logiciel, instruments de dessin ou techniques de calcul).
Le plan cognitif, contient également trois processus de visualisation, de construction et de preuve.

Voici la représentation de l'*ETM* :

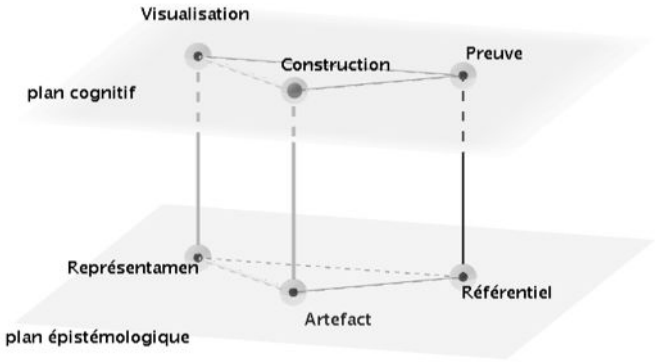


Figure 2.1 – Diagramme de l'Espace de Travail Mathématique (d'après Kuzniak, 2011)

Cet ensemble peut être représenté par un diagramme ayant la forme d'un prisme à bases triangulaires, dont les arêtes verticales font le lien entre les plans épistémologique et cognitif et définissent trois dimensions :

- la dimension sémiotique, qui relie les pôles representamen et visualisation ;
- la dimension instrumentale, qui relie artefact et construction ;
- la dimension discursive, lien entre référentiel et preuve.

Ces trois dimensions relient les deux plans (épistémologique et cognitif) via les genèses relatives qui sont les génèses sémiotique, instrumentale et discursive précisées par Nechache (2016, p.74) :

- la genèse sémiotique, qui *"donne aux objets tangibles de l'ETM leur statut d'objets"*mathématiques opératoires ;
- la genèse instrumentale : elle *"a pour fonction de rendre opératoire les artefacts"* dans le processus constructif.

- la genèse discursive *"qui permet de donner un sens aux propriétés pour les mettre en oeuvre dans le raisonnement mathématique".*

La théorie des ETM peut permettre d'identifier les dimensions activées par l'enseignant pendant un travail sur une tâche au regard de celles favorisées par les élèves. Nous analyserons aussi les plans activés dans le déroulement de la résolution de la tâche mathématique par les élèves et ceux encouragés par les enseignants.
Ce modèle offre en cela, la possibilité de repérer une dynamique de rôles partagés entre élèves et enseignants pour une même situation.
Nous nous focaliserons ici dans l'étude des plans verticaux définis par Kuzniak et Richard (2014) et tenterons de décrire la circulation des savoirs à travers les trois plans suivants :

- le plan sémiotico-instrumental, noté [Sem-Ins] qui comprend toute exploration visuelle, sémiotique et instrumentale, des représentations possibles émanant d'artefacts ;
- le plan sémiotico-discursif noté [Sem-Dis] où il s'agit d'aller-retours concernant l'exploitation de signes ou de représentations, leur transformation et un cheminement vers un discours de validation avec un rôle heuristique de ces signes ;
- le plan instrumental-discursif, noté [Ins-Dis] où un discours de validation (en lien avec un référentiel théorique) peut-être appuyé par un usage d'artefacts dans la dimension instrumentale.

Par l'étude du travail dans les plans [Sem-Dis], [Sem-Ins] et [Ins-Disc], notre intention est ici de repérer en quoi le travail organisé par l'enseignant serait complet (ou pourrait tendre vers un travail complet), au sens de Kuzniak et al.(2016) en ce qu'il assurerait une circulation dans les trois plans du modèle. Nos préoccupations sont de repérer en quoi certains plans de l'ETM ne seraient pas activés ou seraient peut-être évités, et à qui incomberait cette orientation de la circulation du travail.

Les différents ETM idoines du modèle

Pour le besoin de l'étude du travail mathématique, la théorie des ETM distingue différentes catégories d'ETM, nous concentrons notre étude sur les ETM dits idoines qui seront notés ETM par la suite. Un ETM idoine qualifie comment le savoir est enseigné dans une institution avec ses propres visées. C'est un environnement qui dépend non seulement de l'élève mais aussi de l'enseignant et de la mise en oeuvre de la situation étudiée. A la suite de la mise en place d'ETM idoine par un enseignant avec ses élèves, les élèves construisent petit à petit des $ETM_{personnel}$, incorporant des connaissances. Ces $ETM_{personnel}$ sont plus ou moins opérationnels, et incluent des croyances sur certaines des connaissances rencontrées dans des ETM idoines .
Notre étude portant plus spécifiquement sur le travail des enseignants pour et dans leur classe, nous préciserons par la suite des éléments au service de la spécificité de notre recherche autour d'un dispositif de formation d'enseignants.

L'ETM idoine potentiel

Chaque enseignant cherchant à résoudre une tâche, mobilise un travail sous l'influence de son propre $ETM_{personnel}$. Cet $ETM_{personnel}$ de l'enseignant sera particulièrement prégnant dans la conception et la mise en place d'un ETM idoine pour sa classe. Même si le modèle des ETM a été conçu en particulier pour étudier les $ETM_{personnel}$ des élèves, nous nous intéresserons tout particulièrement à l'ETM idoine élaboré par un enseignant pour une classe car notre étude porte sur l'organisation du travail du professeur autour d'une situation.
Pour déceler des éléments de l'influence de l'$ETM_{personnel}$ de l'enseignant, nous nous tournerons, autant que possible vers l'étude d'un ETM idoine particulier. Il s'agit de l'ETM idoine potentiel noté ensuite ETM_{pot} qui est l'ETM idoine dans lequel un enseignant se projète et qu'il élabore seul en amont de la mise en place d'une tâche dans une classe.

L'ETM idoine effectif

Nous rapprocherons ensuite des éléments de l' ETM_{pot} de la mise en oeuvre effective dans une classe de ce qui était prévu par un enseignant ou un collectif d'enseignants, c'est à dire de l'ETM idoine qualifié d'ETM idoine effectif et noté ensuite ETM_{eff}.

Nous émettons l'hypothèse que des écarts apparaissent et laissent voir des éléments répondant à notre question de recherche initiale, par des choix initiaux exposés et peut-être modifiés ou différés lors du travail en classe.

L'ETM idoine potentiel collectif

Le repérage de ce qu'un enseignant décide de privilégier ou d'exclure autour d'un problème relativement à la perspective de mener un travail en classe, nous parait important. Nous nous intéressons donc à l'ETM_{pot} d'un enseignant.
Ensuite, nous souhaitons repérer s'il existe des régularités ou de différences sur des aspects priviligiés ou écartés selon les enseignants. Réunir en formation plusieurs enseignants, proposer des modalités permettant un travail collectif sur le problème du lièvre et de la tortue, nous semblent favorables à l'observation des pratiques des enseignants, car cela permet de repérer des choix individuels justifiés au sein d'un collectif. Il est nécessaire d'instancier la théorie des ETM sur notre cas particulier d'étude d'une formation.
Notre étude portera sur un ETM idoine d'un collectif d'enseignants, réunissant ici plusieurs enseignants avec chacun leurs spécificités en terme de pratique. La structuration d'un ETM idoine pour une même classe, dans la formation devrait faire rejaillir des choix personnels à travers des débats et confrontations d'idées à propos de comment mettre en place cette tâche dans une classe. Nous appelerons ETM idoine potentiel collectif un ETM idoine négocié entre plusieurs enseignants, où sont réalisés des compromis entre les individus et où émergent des choix qui conduisent à son façonnage. Cet ETM idoine potentiel collectif, noté $ETM_{pot\ coll}$, revêt un caractère collectif contrairement à l'ETM_{pot}.
Nous faisons l'hypothèse que des échanges autour d'un scénario imaginé et observé collectivement ensuite dans une même classe seront de nature à pouvoir révéler des différences de pratiques d'enseignement et nous renseigner sur le travail de l'enseignant concernant la simulation. Nous nous questionnons sur la manière dont

l'$ETM_{pot\ coll}$ se construit à partir des $ETM_{personnel}$ de chaque enseignant du collectif de la formation.

La question des paradigmes en probabilité et de la validation

La résolution des problèmes probabilistes nécessite un regard en particulier sur les divers paradigmes (Kuhn, 1962), allant de pair avec la validation. Ces paradigmes permettent en effet d'assurer la conformité du travail mathématique. Ils jouent un rôle important dans la dimension discursive et influencent de manière consciente ou non les enseignants dans leur manière de concevoir et mener un scénario sur un problème. Kuzniak et Richard (2014) en donnent l'éclairage suivant :

> *A paradigm is instituted when a given community of individals agree to formulate problems and organier their solutions by prioritizing certain tools or certain forms of thinking. The "paradigmatic" workspace, such as it is defined by this community, will be called a reference MWS*, (Ibid, p.21).

Inspiré des travaux de Houdement et Kuzniak (1999) dans le domaine de la géométrie, Parzysz a défini initialement des paradigmes de trois types dans le domaine des probabilités :

- le paradigme P1 où est décrit un protocole expérimental précisant une expérience concrète, permettant sa reproductibilité dans des conditions identiques. Il s'appuie sur des représentations sémiotiques telles que les arbres, les tableaux à double entrée et autres diagrammes relevant de la statistique descriptive. Dans P1, sont émises des hypothèses en lien avec les résultats de l'expérience réelle, ce que Parzysz (2014) décrit comme :

  > *des conditions donnant lieu à des observations permettant d'attribuer une chance d'apparition à chacune des différentes issues*, (Ibid., p.68).

  Cela peut s'apparenter à *la recherche d'hypothèses de pré-modélisation* comme l'entend Gaydier, dans des tâches où une simulation serait conduite.
- le paradigme P2 où est définie une expérience aléatoire générique et la notion de probabilité. On fait alors ici appel à des modèles classiques comme par exemple les urnes et aux lois de probabilités usuelles. Cette fois, dans un système proto-axiomatique, des techniques de calcul sont associées aux registres de représentation et sont des outils de calcul des probabilités tout comme d'autres outils de la statistique descriptive (SD) ou inférentielle (SI) ;
- le paradigme P3 qui fait appel à une axiomatique rattachée à des propriétés (Kolmogorov), il présente un formalisme important. Du point de vue des probabilités, le paradigme P3 est plutôt réservé à l'université.

Dans la continuité, Nechache et Parzysz (2018) ont précisé le paradigme P1 comme suit :

> *qu'on se situe au départ de la démarche dans le paradigme SD de la statistique descriptive, en s'appuyant sur la notion de fréquence et sur les artefacts graphiques usuels (...) : partant de l'expérience pseudo-concrète (dans P1), on implémente son modèle dans la machine et on fait fonctionner la simulation pour en étudier les effets (dans SD). A ce stade,*

> *la validation du modèle s'appuie, soit sur l'expérimentation (réelle ou simulée), soit sur des outils graphiques (tableau, arbre) de P1.* (Ibid, p.9)

Pour la validation au niveau correspondant à notre enquête, les auteurs précisent des liens entre des plans particulier activés de l'*ETM* et les paradigmes :

> *Dans les plans [Sem-Dis] et [Ins-Dis] où il est question d'interpréter et de valider les résultats, la validation peut prendre appui sur les registres sémiotiques articulés avec des outils théoriques (référentiel théorique). Dans ce cas, ces validations sont soumises aux règles d'un paradigme articulant P1 et P2* (Ibid, p.9)

Nechache et Parzysz (2018) précisent que les validations ayant recourt à des outils théoriques sont soumises aux règles de P2. Si notre étude ne vise pas directement celle des paradigmes en probabilité, ceux-ci pourront éclairer le rôle de l'enseignant concernant la validation en lien avec la simulation. De plus, si les paradigmes assurent les conditions de validation admises, ces paradigmes pilotent la mise en ordre d'un problème par l'enseignant dans une classe, et ce, de façon consciente ou non. C'est en cela que nous avons ici consacré un point sur les paradigmes en probabilité, mais aussi relativement aux questions de recherche présentées ensuite.

2.2.2 Le cycle de modélisation de Blum et Leiss

Pour déceler le rôle de l'enseignant vis à vis de la circulation du travail dans l'*ETM* idoine pendant la phase de modélisation de la tâche, nous ferons appel au modèle de Blum et Leiss (2007) et ses différentes étapes traduites par Derouet (2016, p.230). Inspiré des travaux d'Henry (2001b) et de Coulange (1998), Derouet distingue des étapes d'actions et des états dans son cycle. Pour nos travaux, dans un premier temps, nous n'irons pas jusqu'à ce raffinement du cycle, mais nous empruntons la traduction des sept étapes d'actions de Derouet (Fig.2.2). Le cycle de modélisation comporte sept étapes d'actions :

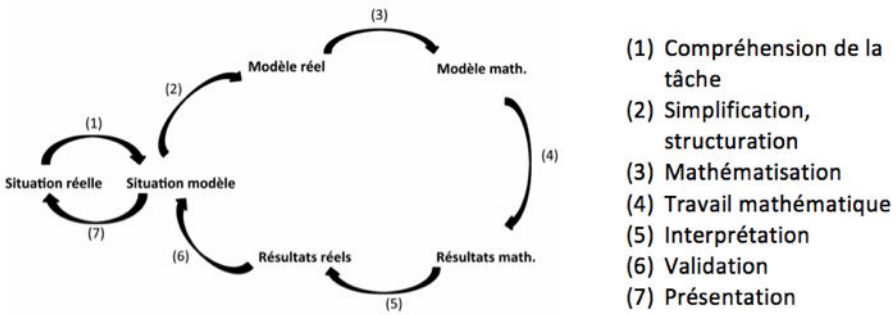


Figure 2.2 – Le cycle de modélisation de Blum et Leiss (2007), étapes traduites par Derouet (2016)

L'implémentation du problème du lièvre et de la tortue en classe sera décrite avec ce cycle de modélisation afin d'y repérer quels ajustements sont réalisés et en quoi

la responsabilité de l'enseignant est engagée. Des liens seront établis à ce sujet entre ce cycle et l'ETM idoine, autour de la simulation. La simulation, selon qu'elle est réalisée par les élèves ou par l'enseignant, intervient dans différentes étapes du cycle (Fig. 2.2). Nous envisageons de l'étudier dans la partie qui suit :

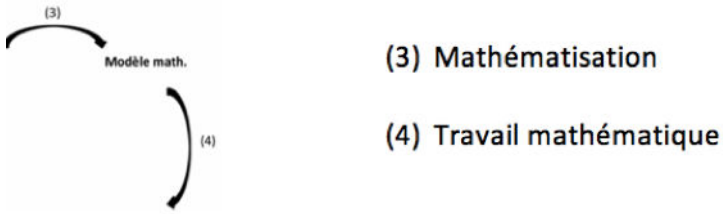


Figure 2.3 – Partie du cycle où la simulation peut intervenir

Cette partie (Fig. 2.3) n'est pas la seule où la simulation peut intervenir. Si la simulation est réalisée et exploitée en classe par l'enseignant, elle peut aussi être envisagée plus en aval dans le cycle afin d'invalider des modèles retenus par les élèves. Dans ce cas, nous nous situons ici (Fig. 2.4) dans le cycle :

Figure 2.4 – Autre partie du cycle où la simulation peut intervenir

La simulation peut permettre alors une prise de conscience d'un choix de modèle initial inadéquat et un nouveau cycle de Blum et Leiss est réactivé, impulsé par l'entrée d'une simulation via une intervention de l'enseignant ayant préparé celle-ci en amont.
Nous faisons l'hypothèse qu'en présence d'une situation pouvant inclure différents modèles probabilistes, des jeux de modèles pourraient surgir dans les classes, tout comme les changements de registres décrits par Duval (1995). Ces jeux pourraient être envisagés par l'enseignant autour de la simulation et impacter la circulation du travail dans l'ETM. C'est en cela que nous tenterons de relier le cycle de modélisation au modèle des ETM autour de la question des modèles. De plus pour notre étude initiale, nous n'envisagerons pas le cycle de modélisation précisé par Derouet (2016) mais y repérons ici un potentiel pour approfondir secondairement les liens entre ETM, tâche et paradigmes en probabilité.

2.3 Précisions sur nos questions de recherche.

2.3.1 Retour sur notre question initiale de recherche

Notre cadre théorique nous permet à présent de reconsidérer notre question initiale. Nous mettons en évidence dans cette partie comment la théorie des ETM, présentée et instanciée sur la notion d'ETM idoine, éclaire notre question initiale de recherche. L'étude d'ETM idoines mis en place en formation et après une formation sur un problème proposé aux stagiaires permettra de répondre à notre question initiale :

Comment une stratégie de formation influence-t-elle des enseignants dans leur classe sur la question de la simulation ?

Naturellement, traquer des évolutions dont les enseignants seraient responsables, nous amène à considérer des axes d'étude de ces ETM idoines qui soient en lien avec la simulation et repérés comme importants pour la tâche au coeur de notre étude. C'est pourquoi notre question initiale devient ainsi, sous l'angle de la théorie des ETM :

Dans les ETM idoines existants autour d'une formation en probabilité sur un problème relatif à la simulation, comment l'enseignant agence-t-il le travail sur :

- l'expérience aléatoire, la simulation et les modèles mathématiques ? ;
- les artefacts et la simulation ? ;
- la simulation et la preuve ?

Ces trois questions détaillées ensuite permettent une approche méthodologique de la connaissance des ETM idoines mis en place après la formation, relativement à ce qui aura été débattu et suggéré en formation. Notre question initiale est donc restructurée en trois grandes questions sur la simulation, elles font l'objet de ce qui suit.

2.3.2 Expérience aléatoire, simulation et modèles mathématiques

La phase d'exploration relatée dans le Chapitre 1 (pp.27-43) a révélé entre autres, chez beaucoup d'enseignants une certaine confusion entre la modélisation et la simulation, mais aussi des connaissances fragiles autour des modèles probabilistes en lien avec le problème du lièvre et de la tortue. Aussi nous émettons l'hypothèse que l'expérience aléatoire, la modélisation et la simulation, si elles sont importantes dans la mise en place d'un problème comme le lièvre et la tortue, sont parfois esquivées par l'enseignant. Aussi, trois sous-questions sont ici retenues :

QR1 : Comment l'enseignant encadre-t-il les liens entre expérience aléatoire et modèles mathématiques lors d'une simulation ?

QR1-1 : Quelle est la nature des relations entre expérience aléatoire et modèle mathématique en classe lors d'une simulation ?

QR1-2 : Quelle place est accordée à l'expérience aléatoire dans un ETM idoine lors d'une simulation ?

En cas de problème d'articulation entre expérience aléatoire, simulation et modèles mathématiques, nous allons donc nous intéresser aux sources de ces difficultés.

QR1-3 : Quelles sont les raisons liées à la simulation qui peuvent expliquer certaines difficultés rencontrées lors de cet enseignement ?

2.3.3 Artefacts et simulation

La deuxième question concerne les artefacts et la simulation parce que nous émettons l'hypothèse qu'un artefact introduit dans un ETM idoine impacte la nature du travail mathématique. Les questions suivantes émanent de cette dernière hypothèse :

QR2 : Par un arbitrage sur le(s) artefact(s), comment l'enseignant influence-t-il la circulation du travail entourant la simulation ?

Nous aborderons cette question à partir des trois sous-questions :

QR2-1 : Dans une classe, quelle est l'influence de l'introduction d'artefacts matériels classiques (comme des dés) sur la circulation du travail relative à la simulation ?

QR2-2 : Quelle incidence le choix d'un artefact numérique (logiciel) a-t-il sur le travail envisagé et conduit par un enseignant dans sa classe sur la tâche ?

Parce que nous pensons que des choix précis motivent l'enseignant à se tourner vers tel ou tel artefact, nous questionnerons le point suivant :

QR2-3 : Qu'est-ce qui influence l'enseignant dans ses choix d'artefacts pour sa classe ?

2.3.4 Simulation et preuve

Nous faisons l'hypothèse que peut exister une sorte de conflit pour l'enseignant entre faire travailler ses élèves sur une preuve expérimentale effectuée via la simulation et sur une preuve plus formelle. Ceci nous pousse ici à nous interroger ainsi :

QR3 : Dans une classe, quelle est la relation organisée par l'enseignant entre la simulation et la preuve ?

Cette dernière nous conduit à considérer les deux sous-questions suivantes afin de la préciser :

QR3-1 : Dans une classe, comment l'enseignant va-t-il jouer sur la circulation du travail entre simulation et preuve ?

QR3-2 : Quel type de relation(s) serai(en)t envisagé(s) entre simulation et preuve par les élèves et par les enseignants ?

2.3.5 Conclusion sur nos questions de recherche

En conclusion, les trois grandes questions (**QR1**, **QR2** et **QR3**) dégagées qui concernent la simulation visent à mieux connaitre l'ETM des stagiaires après la formation, alors qu'ils ont travaillé collectivement lors de celle-ci. Les réponses apportées à ces questions devraient nous permettre de décrire cet ETM. Elles nous permettent également de repérer l'influence d'une formation sur des ETM.

2.4 Outils méthodologiques pour l'étude d'une tâche emblématique

Notre méthodologie de recherche sera fondée sur un problème donné en formation à des enseignants. Nous préciserons dans cette partie son caractère emblématique, puis nous nous attacherons à son analyse. Un canevas d'analyse épistémologique puis des itinéraires cognitifs seront définis à propos du problème du lièvre et de la tortue.

2.4.1 Présentation du problème du lièvre et de la tortue

Nous partirons de l'énoncé suivant :

Le jeu du lièvre et de la tortue

Une course se passe entre un lièvre et une tortue :
on dispose d'un parcours à 6 cases en ligne.
On lance un dé équilibré à 6 faces.
Si le 6 sort, le lièvre gagne, sinon la tortue avance d'une case.
La tortue gagne quand elle arrive sur la 6ème case.
Qui a le plus de chances de gagner ?

Figure 2.5 – Enoncé de la Formation, Le lièvre et la tortue, 2017

Cette version du problème (Fig. 2.5) est celle proposée pendant la formation. Ce choix de problème permet de relier les intérets d'une formation d'enseignants et de notre recherche. Nous l'avons aussi retenu parce que cette tâche peut être considérée comme une tâche emblématique [8].

8. *Il s'agit de tâches spécifiques dont l'adaptabilité doit permettre de faciliter l'usage du modèle des ETM, tant en recherche que dans l'enseignement. Cette idée de tâche emblématique résulte*

Kuzniak et Nechache (2015) précisent que ces tâches doivent satisfaire trois critères :

- elles doivent être disponibles dans des $ETM_{Référence}$;
- prendre vie dans des ETM idoines de classe ;
- et permettre potentiellement d'effectuer un travail activant tous les plans de l'ETM et d'assurer un *travail mathématique complet (Kuzniak et al., 2016)*. Sur ce dernier point, *le travail complet pourra supposer des changements de domaines et de registres*, selon Montoya et Vivier (2014).

Nous avons retenu cette tâche car elle est viable dans les classes et qu'elle comporte de multiples possibilités d'adaptation dans différents contextes, tout en étant tâche support de recherche mais aussi de formation.
Une analyse sous différentes facettes est nécessaire afin de repérer ces potentialités d'adaptations par rapport à une tâche initialement proposée aux enseignants. Aussi, nous donnons à voir sur ce problème successivement :

- une première analyse *a priori* d'un point de vue épistémologique ;
- une analyse des différentes phases que devrait contenir, relativement à l'$ETM_{Référence}$, un ETM idoine autour de ce problème permettant d'inclure de la simulation.

La description des différentes phases n'a pas vocation de modèle mais présente des choix possibles dans des ETM idoines. Initialement, nous exposerons les grandes lignes d'une analyse épistémologique du problème en ANNEXE 2.1.

2.4.2 Grille et éléments d'analyse épistémologique de la tâche

Notre analyse épistémologique de la tâche doit rendre compte de potentialités de circulation suivant les trois dimensions du modèle des ETM. Pour cela, il nous semble nécessaire d'analyser :

- des solutions possibles et certains éléments dont elles dépendent (variables didactiques en jeu, règles du jeu, question posée) ;
- le rapport entre la tâche et différents modèles (leurs présences initiales ou les traitements dans ces derniers) ;
- les liens entre modèles et registres de représentation sémiotique.

Ce dernier point important nous incite à formuler l'hypothèse que certains registres facilitent l'accessibilité à un modèle probabiliste. Une grille établie a permi de mener une analyse épistémologique :

1 **Analyse *a priori* des solutions envisageables**
  Les variables didactiques
  Les règles du jeu
  La question posée
2 **Analyse *a priori* relative à la modélisation**
  Le modèle pseudo-réel et ses hypothèses

pour partie de l'adaptation du contexte scolaire de la notion de problèmes exemplaires de Kuhn (1966).(Kuzniak et Nechache, 2015)

Les modèles probabilistes et les traitements dans ces modèles

3 **Analyse *a priori* relative aux registres sémiotiques**
Un parcours sans case intermédiaire
Un parcours à une case intermédiaire
Un parcours à deux cases intermédiaires
Un parcours à n cases intermédiaires, avec $n \geq 3$

4 **Analyse *a priori* relative aux artefacts**
L'introduction d'un modèle numérique
Etude avec le tableur
Etude avec le logiciel Scratch

Figure 2.6 – Grille d'analyse épistémologique du problème du lièvre et de la tortue.

Grâce à cette grille nous pouvons dégager les enjeux de cette tâche dont l'intégralité de l'analyse épistémologique est située en ANNEXE 2.1. En voici un résumé :

1 L'analyse *a priori* des solutions envisageables
Les solutions dépendent :

- du nombre de cases du parcours ;
- de la probabilité que le lièvre gagne au $i^{ème}$ lancer (selon le type de dé, ou les règles du jeu).

2 L'analyse *a priori* relative à la modélisation :

Voici des exemples de modélisation du parcours :

Cas où 5 lancers de dé sans obtenir six sont nécessaires pour que la tortue gagne.

Départ					**Arrivée**

Cas où 6 lancers de dé sans obtenir six sont nécessaires pour que la tortue gagne.

Départ						**Arrivée**

Départ						**Arrivée**

Cas où 7 lancers de dé sans obtenir six sont nécessaires pour que la tortue gagne.

Départ							**Arrivée**

Figure 2.7 – Exemples de parcours modélisés à six cases

Le parcours, a minima, n'a aucune case intermédiaire et se résume à la case départ suivie immédiatement de la case d'arrivée. Et le nombre de cases du parcours influe sur les valeurs des probabilités. Il est aussi une variable didactique modifiable par

l'enseignant pour contrer des biais de linéarité ou d'équiprobabilité.
L'énoncé de la règle du jeu ou encore la question posée pourront avoir une influence sur les valeurs des probabilités recherchées et le travail à effectuer pour résoudre le problème. Des variantes sont proposées en ANNEXE 2.1 (pp.31-33) et illustrent ce point

La modélisation renvoie à l'émission d'hypothèses non précisées dans le problème de départ. Ces hypothèses doivent être faites (comme l'équiprobabilité d'obtenir chaque face du dé, ou encore la place du "départ" et de l'"arrivée" dans le parcours). Selon le nombre de cases intermédiaires, les valeurs des probabilités de gain de chaque animal sont plus ou moins proches. En imaginant que la question posée est : *Qui a le plus de chances de gagner ?*, la réponse n'est pas la même selon que le parcours a 3 cases ou 4 cases intermédiaires (Tbl. 2.1). L'impact de ces paramètres du parcours est résumé dans le tableau suivant :

Nombre de cases intermédiaires	**Valeur exacte de P(T)**	**Valeur approchée de P(T)**	**Valeur exacte de P(L)**	**Valeur approchée de P(L)**
0	$\frac{5}{6}$	$0,833$	$\frac{1}{6}$	$0,167$
1	$\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$	$0,694$	$\frac{11}{36}$	$0,306$
2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	$0,579$	$\frac{91}{216}$	$0,421$
3	$\left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}$	$0,482$	$\frac{671}{1296}$	$0,518$
4	$\left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{3125}{7776}$	$0,402$	$\frac{4651}{7776}$	$0,598$
5	$\left(\frac{5}{6}\right)^6 = \frac{15625}{46656}$	$0,335$	$\frac{31031}{46656}$	$0,665$
n grand	$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{6}\right)^n = 0$		$\lim_{n\to+\infty}\left(1-\left(\frac{5}{6}\right)^n\right) = 1$	

Table 2.1 – Probabilités selon le nombre de cases intermédiaires du parcours

Pour un nombre de cases intermédiaires inférieur ou égal à 2, la probabilité que la tortue gagne est supérieure à celle que le lièvre gagne. Pour 3 cases intermédiaires,

les valeurs respectives de ces probabilités sont proches, ce qui peut constituer un enjeu de travail sur l'approximation.
Notre étude épistémologique ne serait pas complète sans considérer les modèles probabilistes et le traitement dans ces modèles. Le problème peut être traité avec la loi géométrique tronquée ou bien être envisagé à l'aide d'un deuxième modèle probabiliste, la loi binomiale.
La loi géométrique tronquée correspond à un premier lancer puis des lancers suivants conditionnés à l'obtention d'un six. La loi binomiale elle correspond à six lancers de dé systématiques, même si un six est déjà sorti. Nous présentons de manière synthétique (Fig. 2.8) ces modèles avec deux arbres dont les notations sont détaillées dans l'ANNEXE 2.1 (pp.35-38) et nous rappelons juste que S désigne l'événement "Obtenir six".

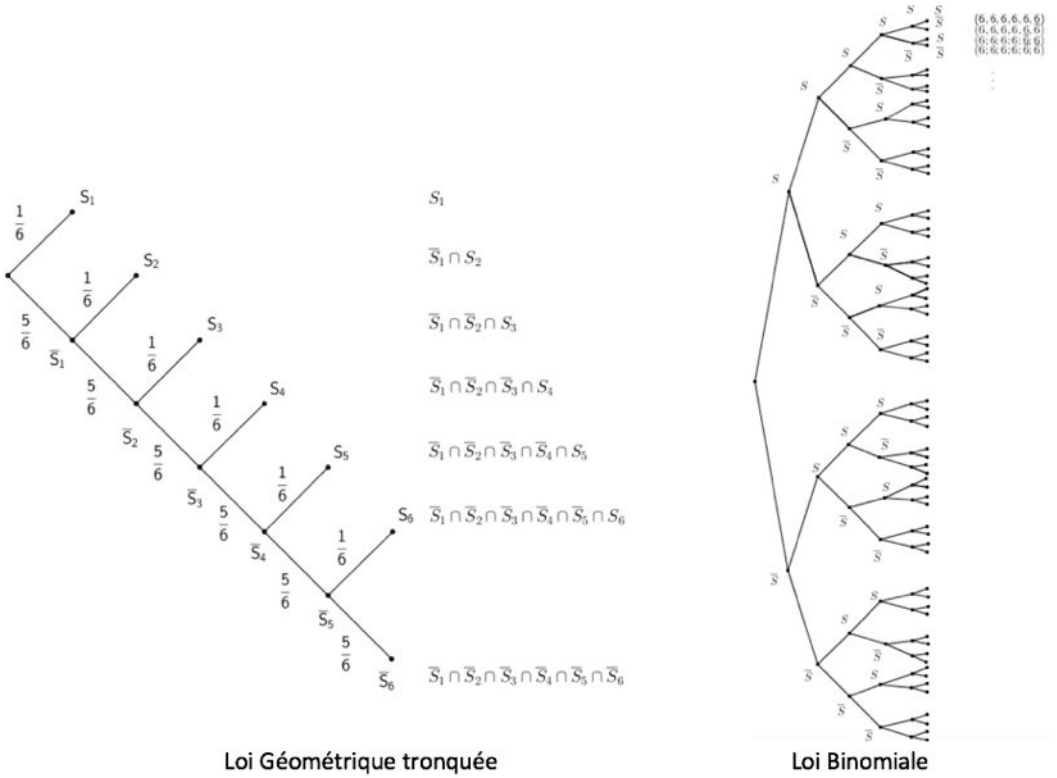


Figure 2.8 – Arbres associés aux deux modèles, Le lièvre et la tortue, 2017.

Nous verrons que l'usage de ce modèle est très lié à l'usage du logiciel.

3 L'analyse *a priori* du côté des registres

De façon complémentaire, cette analyse rend compte des variabilités de choix de registres sémiotiques selon le nombre de cases du parcours. Si le parcours n'a pas de case intermédiaire, le registre des tableaux peut être convoqué ou encore un arbre de dénombrement. Pour un parcours à une case intermédiaire, le choix de registre tel qu'un tableau oriente vers un modèle probabiliste. Pour un parcours plus long, le tableau ou l'arbre peuvent se révéler respectivement bloquants (car irréalisables) ou prenant trop de temps de réalisation ou d'espace physique (ANNEXE 2.1, pp.39-44).

4 L'analyse *a priori* relative aux artefacts
Les artefacts numériques sont introduits pour élaborer une simulation. Notre analyse *a priori* porte sur le tableur et sur le logiciel Scratch qui constituent en 2016-2017 deux des artefacts potentiellement utilisables dans l'enseignement en France en troisième. L'introduction d'un modèle numérique dépend du choix de l'artefact et de ses potentialités dégagées par l'enseignant. La simulation au plus près des règles du jeu (de l'énoncé choisi) est complexe en terme d'implémentation dans le tableur mais par contre, la simulation semble facilitée par la loi binomiale dans ce dernier. De l'analyse avec le logiciel Scratch ressortent des variantes possibles concernant la simulation (une course, plusieurs courses), ou des choix possibles sur les calculs et affichages de fréquences. L'ANNEXE 2.1 (pp.44-51) précise aussi des registres sémiotiques incorporés dans l'interface du logiciel Scratch.
Le canevas de notre étude s'appuie sur des axes d'analyse portés par les trois dimensions du modèle des ETM. Cependant, si ce canevas nous a permis d'élaborer une analyse sur le plan épistémologique, il n'est pas complet car il ne laisse pas apparaître les aspects cognitifs de notre problème. Aussi, il semble nécessaire d'ajouter la description d'un ETM idoine qui pourrait être attendu pour ce problème, sans pour autant représenter un idéal.

2.4.3 Itinéraire cognitif de la tâche dans les ETM

Nous appelons itinéraire cognitif d'une tâche un ensemble de phases visant à résoudre cette tâche et permettant de la traiter. Ces itinéraires revètent un caractère cognitif. Ils correspondent à une organisation prévue dans l'ETM par l'enseignant (pour une classe ou effective dans une classe) avec une visée d'apprentissage. L'enseignant possède en effet de multiples choix dans l'organisation de différentes phases de travail sur une tâche. Ces choix impactent les plans de circulation dans l'ETM idoine de la classe.
Dans un ETM idoine de classe, la circulation du travail revêt un caractère dynamique et elle se situe dans des plans ([Sem-Dis], [Dis-Ins] ou [Sem-Ins]) qui peuvent différer dans le temps, se succéder, tout en étant orientée par des individus en interaction (élève-élève et élève-enseignant). Notre étude portera sur les changements de plans verticaux relatifs au travail des élèves et de l'enseignant dans l'ETM.

Considérer ces itinéraires cognitifs et les décrire doit nous permettre de découvrir ce qui facilite la réussite de la tâche, ou au contraire ce qui bloque la circulation et empêche l'accès à une solution. Ces itinéraires comportent plusieurs phases qui correspondent ou bien à une organisation du travail d'un ETM_{pot} (et dans ce cas les phases sont prévues par l'enseignant) ou encore à celle dans un ETM_{eff}. Etudiés et comparés les uns aux autres, ces itinéraires cognitifs permettront de mettre en lumière certains choix d'enseignants.

2.4.4 Description d'un ETM idoine attendu

Pour le problème "du lièvre et la tortue" considéré dans le modèle des ETM, une diversité de choix d'itinéraires cognitifs a été dévoilée par notre étude faite au ni-

veau épistémologique (Chapitre 2, pp.54-63 et ANNEXE 2.1). Cette tâche, identifiée comme emblématique (Kuzniak & Nechache, 2015), permet de distinguer différentes phases d'un ETM idoine pour une classe. La description de ces différentes étapes suit ici un ordre par nécessité de présentation dans nos travaux. L'ensemble de cette description constitue ce que nous nommerons l'ETM idoine attendu sur le problème. Noté par la suite $ETM_{attendu}$, cet ETM sera utile dans notre méthodologie de recherche car il constitue un outil de référence élaboré par le chercheur concernant le problème du lièvre et de la tortue, contrairement à des ETM_{pot} bâtis par des enseignants. De plus, l'$ETM_{attendu}$, n'a pas de visée préparatoire à une mise en oeuvre de la tâche dans une classe mais est un élément de référence pour le chercheur. La description des phases qui constituent l'$ETM_{attendu}$ est exhaustive.

Nous avons identifié trois grandes phases (d'exploration et d'explicitation de l'aspect aléatoire du problème, de simulation et d'élaboration d'une preuve) que nous déclinons ensuite.

Expl. : Exploration et explicitation de l'aspect aléatoire du problème
Il s'agit d'une phase de dévolution et de compréhension d'une expérience aléatoire autour du problème du lièvre et de la tortue. Cette dernière peut être décomposée en trois éléments, qui sont la découverte du problème (Expl.1), une mise au point sur les règles du jeu (Expl.2) et l'explicitation de l'expérience aléatoire (Expl.3).

Expl.1 : Découverte du problème
Cette sous-phase peut-être envisagée, avec ou sans dé.

Avec un dé manuel Expl.1(DéMan) ou numérique Expl.1(DéNum)
Celle-ci est une phase d'action avec un dé à jouer (artefact matériel) mis à disposition des élèves (ou l'usage d'une calculatrice pour lancer un dé) pour effectuer des expériences aléatoires. Le dé à jouer est soumis aux lois de la physique et est ancré dans la réalité, tandis qu'un dé "numérique" emprunte un modèle qui a été attribué "au lancer de dé".
Idéalement, le professeur n'imposera pas un nombre de courses par élève mais pourra limiter le temps accordé à manipuler le dé, pour un recueil ultérieur de données.
Pour l'élève : le travail de l'élève aura lieu dans ce cas dans le plan [Sem-Ins].
Pour le professeur : il peut alors repérer des mauvaises interprétations de la règle du jeu (en lien avec des signes produits sur la dimension sémiotique). Ses interventions seront plutôt concentrées sur l'interprétation des résultats de lancers de dé (ici, la dimension instrumentale est activée).
Nous pouvons ainsi résumer la circulation (Fig. 2.9) en distinguant celle de l'élève (au niveau supérieur) et celle de l'enseignant (au niveau inférieur) qui sont ici situées dans le même plan [Sem-Ins] :

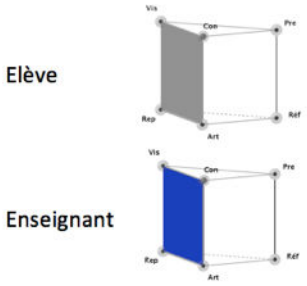


FIGURE 2.9 – Circulation, Expl.1 (DéMan ou DéNum), $ETM_{attendu}$.

Sans dé Expl.1(SansDé)
Des registres sémiotiques comme celui des arbres peuvent être envisagés et appuyer la recherche de compréhension des règles du jeu par les élèves. L'arbre est ici un outil de visualisation (dimension sémiotique) qui questionne dans sa réalisation l'expérience aléatoire en jeu et en cela active la dimension discursive.
Pour l'élève : le travail aura lieu dans ce cas dans le plan [Sem-Dis] avec un travail qui peut rester purement descriptif, et ne pas aboutir.
Pour le professeur : il peut ensuite accompagner l'élève dans son usage de représentation sémiotique avec un travail dans le plan [Sem-Dis] en précisant des éléments du référentiel théorique des probabilités (l'expérience aléatoire réalisée et les événements considérés sont des éléments situés sur la dimension discursive).

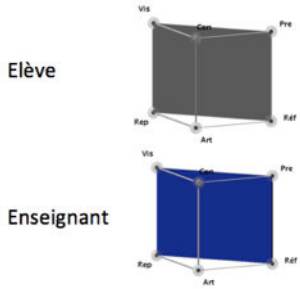


FIGURE 2.10 – Circulation, Expl.1 (SansDé), $ETM_{attendu}$

Expl.2 : Mise au point sur les règles du jeu (RdJ)
Cette phase peut être individuelle (Ind), faite dans des groupes d'élèves (Gr) ou réalisée avec la classe entière en plénière (Pl)
Pour l'élève : le but est de comprendre le jeu et ses règles, ou de se les faire expliciter par un pair ou l'enseignant.
Pour le professeur : il peut s'assurer que la règle du jeu est comprise par tous les élèves. L'enseignant en prenant appui sur la réalisation d'une (de plusieurs) course(s) (produisant des signes), peut illustrer et rendre explicite les règles (ou le faire faire par un élève) avec un dé (Ins) présent au départ (ou non) dans le milieu. Il peut, à partir d'un travail initié par un élève qui

tente des calculs de probabilités sans usage de dé (situé alors dans le plan [Sem-Ins]), introduire un artefact (matériel ou numérique) et réorienter le travail dans le plan [Sem-Ins].
Si un blocage survient à cause d'une mauvaise interprétation ou d'une non-compréhension des règles du jeu par un élève, une possibilité de circulation du travail peut être celle indiquée en Fig.2.11.

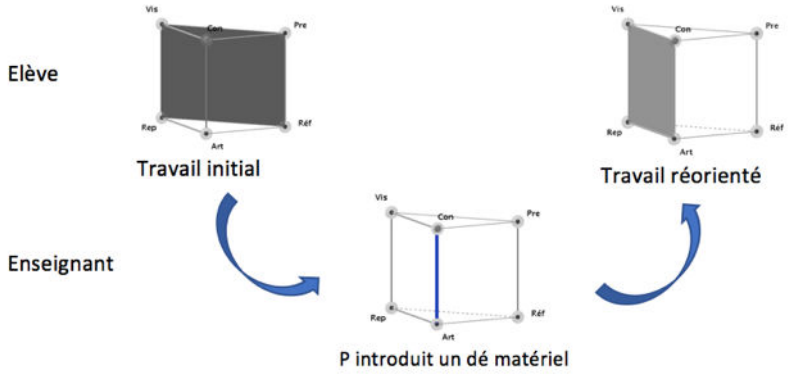


Figure 2.11 – Dynamique de circulation, Expl.2, $ETM_{attendu}$

Ce n'est pas parce que l'élève manipule des dés et fait des lancers que l'expérience aléatoire en jeu est explicitée. L'identification d'une course est nécessaire. Cette phase sera notée Expl.3.

Expl.3 : L'explicitation de l'expérience aléatoire

Il s'agit de préciser l'expérience aléatoire en jeu, avec un éclairage sur l'aléatoire, en prenant appui sur le référentiel théorique. Ici, plusieurs événements peuvent être considérés (dimension discursive activée), après un lancer de dé, à savoir :

- les événements élémentaires "Obtenir 1", "Obtenir 2", (...) "Obtenir 6" ;
- les événements : "la tortue avance d'une case", "le lièvre gagne".

Cette phase peut très bien arriver avant Expl.2 et participe de la dévolution de la situation. Elle peut être prise en charge par l'élève mais peut aussi nécessiter un travail de remédiation mené par l'enseignant.

Cette étape fait appel au référentiel théorique des probabilités (notion d'événements, événement contraire et d'équiprobabilité) et peut être portée par l'élève entièrement ou partiellement.
Pour l'élève : il s'agit d'identifier les événements en jeu dans la situation : par exemple, pour un parcours avec des cases intermédiaires, ne pas confondre l'événement contraire de "Obtenir six" et "La tortue gagne".
Pour le professeur : des enjeux de cette phase sont de décrire l'expérience aléatoire en explicitant les issues, les événements considérés en accord avec les règles du jeu. Une possibilité pour l'enseignant est de jouer sur le nombre de cases du parcours pour aider à cette clarification, comme indiqué dans l'ANNEXE 2.1.

Pour cette phase, nous distinguerons deux cas à savoir si la circulation du travail de l'élève a été initiée dans le plan [Sem-Dis] avec des calculs de probabilité tentés sans manipulation de dé ou dans le plan [Sem-Ins] sinon (signes produits par des lancers de dé interprétés avec les règles du jeu). L'enseignant pourra être amené à effectuer un travail dans le plan [Sem-Ins] pour soutenir cette phase Expl.3., avec la circulation suivante (Fig. 2.12) :

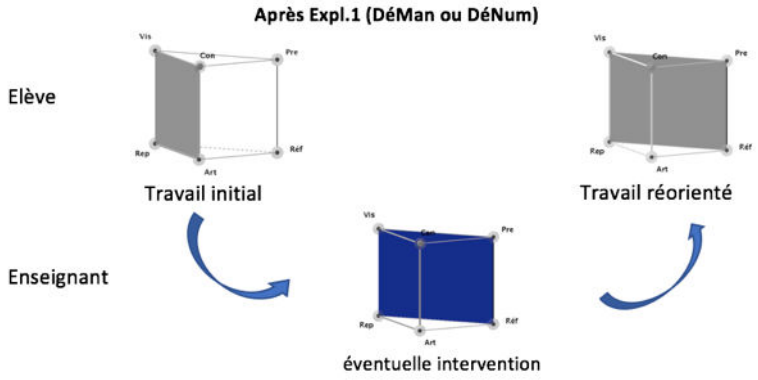


Figure 2.12 – Circulation, Expl.3, $ETM_{attendu}$

En conclusion

Les trois sous-phases Expl.1, Expl.2 et Expl.3 réunies correspondent à une grande phase de compréhension et de dévolution autour d'une expérience aléatoire : c'est une phase d'action au sens de Brousseau (1998) conduisant en particulier à une verbalisation des élèves sur ce qu'ils auront produit. Ils pourront par exemple indiquer qu'au regard de leur échantillon, le jeu est en faveur de l'un ou l'autre des deux animaux.

Dans cette dévolution de la tâche, une mise au point sur les règles du jeu constitue une étape à part entière.

Sim. : La simulation

Cette phase comporte trois sous-catégories qui sont la justification de la nécessité d'une simulation, la simulation effective et l'exploitation de la simulation pour avancer sur la résolution de la tâche. Une justification d'usage de la simulation peut éventuellement être envisagée par l'enseignant.

Sim.1 : Justification du recours à la simulation

Elle peut prendre appui sur un regroupement de plusieurs résultats d'échantillons de petite taille obtenus après des lancers de dés à la main ou instrumentés (discours produit par les élèves traitant des données recueillies sur des courses) et amenant à des conjectures contradictoires dans la classe.

La circulation pour cette phase est détaillée ensuite (elle est illustrée en Fig.2.13).

Pour l'élève : le travail se situe dans le plan [Dis-Ins] et prend appui sur des résultats issus de courses réalisées avec un dé (Ins) avec :

- l'émission de conjecture liée au traitement des résultats obtenus ;
- la mobilisation de la notion de fréquence (du référentiel théorique) pour la comparaison des données de la classe si le nombre de courses effectuées varie d'un échantillon à un autre.

Pour le professeur : sa visée globale est de faire mobiliser par les élèves la loi faible des grands nombres (dimension discursive) via le recours à la simulation. Le professeur peut faire visualiser (dimension sémiotique) la nécessité d'intégrer la simulation en s'appuyant sur une phase de découverte qui ne permet pas de conclure. Il situe le travail dans le plan [Sem-Dis] par sa prise en charge de l'exposition de tous les résultats de la classe contradictoires quant au vainqueur. Il s'appuie sur des valeurs qu'il juxtapose (des signes) qui seront ensuite déclencheurs de questionnement. Exposer des effectifs obtenus de courses gagnées par le lièvre ou la tortue, faire mobiliser la fréquence comme outil de comparaison avec comme visée de remettre en question des conjectures élèves. Voici la circulation représentée :

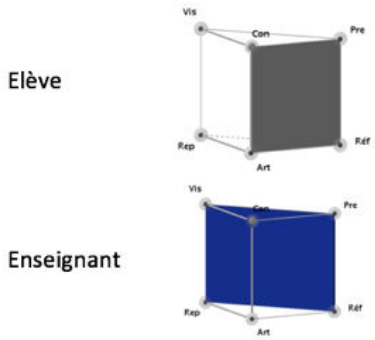


Figure 2.13 – Dynamique de circulation, Sim.1, $ETM_{attendu}$

Parce qu'une conclusion unique n'est alors pas possible dans la classe, la simulation peut être envisagée comme un outil pour avancer sur la résolution de la tâche, et la dimension instrumentale est alors réactivée.

Sim.2 : La simulation effective (Sim.2E/Sim.2P/Sim.2PE)

Les sigles Sim.2E ; Sim.2P et Sim.2PE signifient respectivement une simulation élaborée par un élève (Sim.2E), une simulation entièrement effectuée par le professeur (Sim.2P), et une simulation initiée par l'enseignant et à finir d'élaborer par l'élève (Sim.2PE). Cette phase de simulation effective peut se subdiviser en deux avec la création d'un outil de simulation et l'emploi d'un tel outil.

L'élaboration d'un outil de simulation avec un artefact numérique (avec le logiciel Scratch, un tableur ou autre) si elle est portée par l'élève (Sim.2E), renvoie un travail initial dans le plan [Sem-Ins] où il y a nécessité de créer des lancers de dé numériquement en empruntant un modèle. L'élève doit structurer la simulation d'une course, puis envisager la simulation de plusieurs courses, en intégrant un modèle probabiliste, plus ou moins facilité par l'artefact numérique employé.

On peut dans cette phase distinguer :

- un fichier outil de simulation préparé intégralement en amont par l'enseignant (Sim.2P) ou un collectif d'enseignants (Sim.2CollP) ;

- un fichier outil de simulation à élaborer entièrement par l'élève (Sim.2E) avec un travail algorithmique ;
- un fichier de simulation partiellement élaboré par l'enseignant mais qui reste à compléter par l'élève (Sim.2PE) : par exemple, le professeur construit un programme pour simuler une course et l'élève doit modifier ce programme pour qu'il simule plusieurs courses et renvoie différents affichages.

Sim.3 : L'exploitation de la simulation

L'exploitation de données issues de simulation via un artefact numérique (signes produits en lien avec la dimension instrumentale), permet d'estimer les probabilités en jeu via l'obtention des fréquences calculées pour un grand nombre de courses.

Le travail initié dans le plan [Sem-Ins] se déplace alors vers le plan [Dis-Ins], avec la mobilisation de la loi faible des grands nombres sous forme implicite, appelant en amont la mobilisation de la notion de fréquence. Les différentes fréquences obtenues peuvent être organisées dans un tableau ou encore représentées dans un repère via un nuage de points (selon l'artefact numérique).

L'organisation de ces données issues de la simulation peut (ou non) être prescrite aux élèves par l'enseignant afin d'en faire le traitement. Certains registres de représentation sémiotique peuvent alors être privilégiés, juste suggérés ou la manière de traiter ces données peut être insufflée par des tâches rencontrées en amont de la situation du lièvre et de la tortue, ayant impliqué de la simulation.

Des aller-retours (Fig. 2.14) peuvent alors avoir lieu dans la circulation du travail de l'élève entre [Dis-Ins] et [Sem-Ins], plus ou moins guidés par l'enseignant qui peut intervenir en s'appuyant sur la dimension instrumentale et les registres embarqués par le logiciel de simulation choisi. L'enseignant peut demander, par exemple, à l'élève d'effectuer de nouvelles courses et faire relancer la simulation afin d'amener à une visualisation de convergence des fréquences. Il peut aussi faire mobiliser la connaissance vulgarisée de la loi faible des grands nombres déjà rencontrée dans d'autres situations telles que par exemple la somme de deux dés.

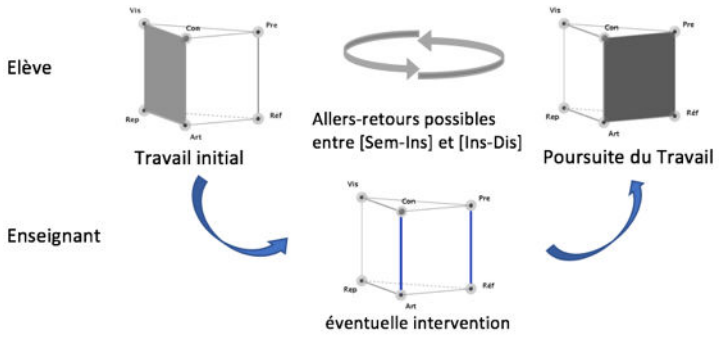


Figure 2.14 – Dynamique de circulation, Sim.3, $ETM_{attendu}$

Avant d'envisager la circulation du travail concernant la preuve, cet $ETM_{attendu}$

ne serait ici complètement précisé sans tenir compte de la question des modèles mathématiques. Dans la manière dont l'enseignant choisit d'énoncer la règle du jeu, plusieurs choix sont possibles :

- il peut permettre une liberté de choix de modèles mathématiques à l'élève (ModLib) ;
- il peut aussi choisir de réduire l'accès à un modèle unique (ModImp) ;
- il peut dans la phase de déroulement imposer un modèle, via des choix d'artefacts numériques ou symboliques.

De plus, au moment de la phase de simulation, les modèles mathématiques :

- peuvent être intégrés et imposés par l'enseignant directement dans le cas où il livre une simulation toute prête aux élèves (Sim.2P) ;
- peuvent être laissés libres a priori par l'enseignant dans le cas d'une simulation réalisée par l'élève (Sim.2E).

Preuv. : L'élaboration d'une preuve

Cette phase possède trois sous-catégories, les deux premières sont les preuves expérimentale et formelle, puis une dernière phase concerne un rapprochement entre ces deux preuves qui peut être envisagé dans un ETM idoine de classe.

Preuv.1 : Une preuve expérimentale

Un premier choix est pour l'élève d'utiliser la loi faible des grands nombres sous forme vulgarisée et de conclure grâce à un grand nombre de courses obtenu et à l'observation d'un phénomène de convergence. Son travail se situe initialement dans le plan [Sem-Ins] et il s'agit ici d'établir une conjecture grâce à l'instrument de simulation en augmentant le nombre de courses substentiellement. Cette preuve peut s'apparenter à une preuve expérimentale. Elle prend appui sur des registres de représentation mobilisés pour accéder à une visualisation d'une stabilisation des fréquences quand le nombre de courses réalisé augmente. Le travail réalisé se situe au final dans le plan [Ins-Dis] avec une mobilisation de la loi faible des grands nombres sous une forme iconique (le référentiel théorique est mobilisé).

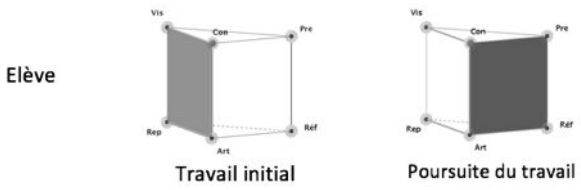


Figure 2.15 – Circulation du travail de l'élève, Preuv.1 après Sim.2, $ETM_{attendu}$

Preuv.2 : Une preuve sans simulation

Un travail d'élève peut avoir lieu sans simulation. Pour passer du modèle réel au modèle mathématique, l'élève peut calculer les probabilités en jeu dans le plan [Sem-Dis]. Il mobilisera alors l'approche laplacienne, en prenant appui

sur un outil sémiotique comme un arbre de dénombrement, ou encore un tableau (pour un nombre de cases intermédiaires du parcours inférieur ou égal à 1).
La circulation du travail de l'élève (Fig. 2.16) initialement située dans le plan [Sem-Ins] dans une phase Expl., bascule ensuite dans [Sem-Dis] comme suit :

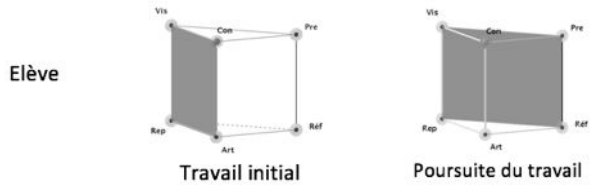


Figure 2.16 – Circulation du travail de l'élève, Preuv.1 sans Sim.2, $ETM_{attendu}$

Une autre possibilité est que l'élève change de point de vue et considère l'événement *"La tortue avance d'une case"*, attribue $\frac{5}{6}$ comme valeur de la probabilité de cet événement. L'élève peut alors conclure sur la valeur de la probabilité que la tortue gagne, en considérant de façon intuitive l'indépendance des lancers. Le travail de l'élève se situe dans le plan [Sem-Dis] sans utiliser la dimension instrumentale.

Preuv.3 : Institutionnalisation avec la preuve

Une dernière phase (Fig. 2.17) peut venir clore le travail autour de cette tâche. Elle peut permettre de rapprocher une preuve expérimentale (Preuv.1) obtenue par simulation et une preuve formelle (Preuv.2), ceci constituant une institutionnalisation réalisée à partir du problème donné.

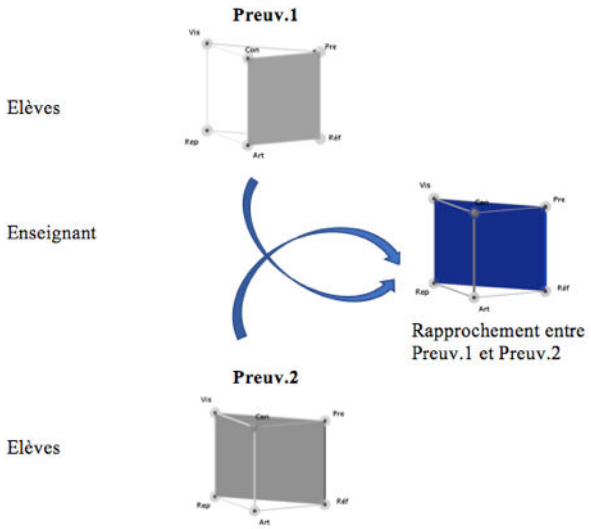


Figure 2.17 – Circulation du travail de l'élève, Preuv.3, $ETM_{attendu}$

Pour l'élève : il expose à la classe sa réponse et argumente autour du problème en se situant soit dans le plan [Sem-Dis] ou dans le plan [Dis-Ins], selon qu'il présente une preuve de type Preuv.1 ou de Preuv.2.

Pour le professeur : si ce n'est pas pris en charge par les élèves, l'enseignant peut confronter deux approches, celle fréquentiste et celle laplacienne, en rapprochant les conclusions trouvées via ces deux types de preuve. Pour cela, il est amené, en amont de cette phase, à prendre des indices relativement aux orientations prises par les élèves concernant la preuve. Il doit repérer et organiser de façon hiérarchisée les différentes procédures envisagées dans la classe. L'enseignant doit rapprocher différentes stratégies :

- le calcul des fréquences permettant une estimation des probabilités recherchées par traitement des données issues d'un fichier de simulation (recueillies en phase Sim.3)
- et le calcul des probabilités via un artefact symbolique.

Le travail est alors mené par l'enseignant dans le plan [Sem-Dis] et vise à renforcer chez l'élève le concept de probabilité en rapprochant des résultats numériques. Le travail se situe alors sur la dimension sémiotique (avec un jeu de changement de registres de représentation des nombres). L'enseignant pourra rapprocher des estimations en écriture décimale et des probabilités écrites sous forme fractionnaire. Ce sera l'occasion d'un enrichissement du référentiel théorique.

Bilan des circulations possibles dans l'ETM

Les tableaux Tbl. 2.2 (p.72 représentent une synthèse de la pluralité des choix entourant la simulation. Les plans (ou dimensions) de l'ETM qui apparaissent en **gras** sont activés par l'**enseignant** tandis que les autres sont relatifs au travail de l'élève. Si pour des questions de contrainte de présentation, cette synthèse semble hiérarchisée dans le temps, le lecteur ne doit pas y voir une chronologie imposée concernant les phases.

	Expl.		
	Expl. 1	Expl. 2	Expl. 3
DéMan ou DéNum	[Sem-Ins]→**[Sem-Ins]**	[Sem-Dis] →**Dim. Ins**→ [Sem-Ins]	[Sem-Ins] →**[Sem-Dis]**→ [Sem-Dis]
SansDé	[Sem-Dis]→**[Sem-Dis]**		[Sem-Dis]→**[Sem-Dis]**→[Sem-Dis]

Sim.		
Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3
[Dis-Ins]→ **[Sem-Dis]** → [Sem-Ins]	[Sem-Ins]→ **Dim. Sem, Ins, Dis** → [Sem-Ins]	[Sem-Ins]→ **Dim. Sem** → [Dis-Ins]

Preuv.		
Preuv. 1	Preuv. 2	Preuv. 3
[Sem-Dis]→ **Dim. Dis**	[Sem-Ins]→ **Dim. Dis** → [Sem-Dis]	**[Sem-Dis]**→Dim. Sem

Table 2.2 – Dynamique de circulation dans l'$ETM_{attendu}$
Le lièvre et la tortue

Cette synthèse s'appuie sur les codages suivants :

Expl. : Exploration et explicitation de la situation aléatoire
- **Expl.1** : La découverte du problème
- **Expl.2** : Une mise au point sur les règles du jeu
- **Expl.3** : L'explicitation de l'expérience aléatoire

Sim. : La simulation
- **Sim.1** : Justification du recours à la simulation
- **Sim.2** : La simulation effective
- **Sim.3** : L'exploitation de la simulation

Preuv. : L'élaboration d'une preuve
- **Preuv.1** : Une preuve expérimentale
- **Preuv.2** : Une preuve sans simulation
- **Preuv.3** : Institutionnalisation autour de la preuve

Figure 2.18 – Codages de l'$ETM_{attendu}$, Le lièvre et la tortue

2.4.5 Synergie didactique potentielle autour du travail de groupe

Dans l'$ETM_{attendu}$, la dynamique de circulation du travail de l'élève et de l'enseignant dévoile l'existence d'une pluralité de cheminements du travail. Cela nous invite

à considérer les potentialités de la mise en groupe des élèves dans une classe pour résoudre cette tâche. Nous faisons l'hypothèse que cette modalité d'organisation du travail peut enrichir le travail même si ce type d'organisation a lieu ponctuellement, et qu'elle permet au travail de se développer sur plusieurs plans de l'ETM. C'est par exemple ce que reflète la dynamique de circulation concernant la phase Preuv.3 ou encore Sim.1. Il semble en effet exister une synergie potentielle entre plusieurs facteurs comme la modalité de travail en groupe des élèves, le travail de l'enseignant et la tâche. Cette synergie que nous qualifions de didactique, pourrait garantir un travail activant plusieurs plans de l'ETM et faire tendre vers l'obtention d'un travail complet (Kuzniak & Nechache, 2017) dans l'ETM. Aussi, nous reviendrons ultérieurement sur le travail en petit collectif des élèves qui pourrait modifier le travail de l'enseignant et son rôle dans la dynamique de circulation. C'est une des raisons pour laquelle le travail en groupe des élèves sera intégré dans notre méthodologie générale exposée ensuite.

2.5 La méthodologie générale de recherche

Les outils méthodologiques développés dans la section précédente nous livrent toutes les potentialités de la tâche en terme de variété du travail mathématique. Ces variétés, pour qu'elles puissent s'exprimer, nécessitent une méthodologie de recherche qui puisse laisser la possibilité aux enseignants de s'emparer de la tâche emblématique en ayant des marges de manoeuvre et dans sa manière d'être énoncée et dans sa mise en oeuvre. Pour autant, considérer le travail d'un collectif d'enseignants, et pas seulement d'un seul enseignant nous donne accès sans doute plus fidèlement aux pratiques enseignantes quand le collectif a pour visée de mettre en place une tâche dans une classe.

Pour notre étude, la tâche emblématique du jeu du lièvre et de la tortue sera incluse dans la méthodologie afin de nous permettre de répondre à nos questions de recherche sur la simulation. Mais nous supposons que notre méthodologie de recherche choisie est indépendante de la tâche emblématique retenue.

2.5.1 La notion d'avatar

Notre méthodologie de recherche s'appuie sur une tâche emblématique suggérée par un chercheur à des formateurs et à laquelle les formateurs adhèrent. Notre méthodologie de recherche consiste à suivre une tâche et les diverses transformations qu'elle a subies à travers différentes institutions. Elle prend appui sur un outil méthodologique important qui est la notion d'avatar d'un problème.

Nous préciserons dans un premier temps ce que nous entendons par le mot *avatar*. Le dictionnaire donne, comme première signification *chacune des incarnations de Vichnu dans la religion hindoue.* En effet, le terme avatar trouve son origine en Inde (du sanskrit avatara : descente), et signifie *descente, incarnation divine.* Dans l'hindouisme, un avatar est une incarnation (sous forme d'animaux, d'humains, etc.) d'un dieu.

Par extension, ce mot est aussi défini comme un changement, une transformation ou métamorphose d'une personne ou d'une chose qui en a déjà subi d'autres (dans

l'aspect physique, les opinions etc).
Nous retiendrons pour nos travaux de recherche seulement une définition proche du premier sens d'avatar mentionné plus haut : il s'agit de l'incarnation d'un problème à un moment donné (sans son caractère divin), autrement dit l'énoncé du problème ainsi que les questions et instructions l'entourant et données par l'enseignant. Nous excluons de cette définition les modalités de mise en place du problème comme par exemple le choix du matériel disponible ou encore la mise en groupe des élèves, car ces éléments relèvent pleinement de l'ETM idoine potentiel ou effectif autour du problème. Ceci nous permet de cerner les contours de la notion d'avatar.
Le problème du lièvre et de la tortue, dans sa forme proposée au paragraphe précédent est un avatar.
Ainsi un avatar est une incarnation d'un problème vu ici comme le produit de diverses métamorphoses. Pour un avatar précis, nous pouvons envisager plusieurs ETM idoines qui dépendent de cet avatar. Le premier avatar est important car il va conditionner les suivants par des transformations qui feront naître d'autres avatars étudiés ensuite (par exemple en jouant sur des variables didactiques). Dans toute notre étude, par commodité nous noterons Av pour désigner un avatar.

2.5.2 La trajectoire d'un problème

Pour un avatar précis, nous avons plusieurs ETM idoines qui dépendent de cet avatar et que nous qualifierons d'associés. Il s'agit d'étudier la transformation des couples constitués d'un avatar et de son ETM idoine associé en regard des intentions d'un couple initial. Le produit des métamorphoses constitue ce qui est incarné et il nous faut un moyen de repérer une évolution autour de plusieurs couples portant sur un même avatar. Notre hypothèse de recherche est que l'influence d'une formation liée à un problème se mesure en particulier dans le cheminement d'un problème à travers l'évolution des avatars et de leurs ETM idoines associés.

Des modifications dans la trajectoire d'un problème (Kuzniak et al, 2013)

Nous empruntons le concept de *trajectoire d'un problème* à Kuzniak, Parzysz et Vivier (2013) qui nous permettra de suivre l'évolution d'un problème à travers différentes institutions scolaires (I_k) dont la première est celle de formation (I_0). Dans ce modèle, Kuzniak et al. considèrent des jeux de transformations des étudiants (S_k) de l'institution (I_k) en professeur (T_{k+1}) dans l'institution (I_{k+1}). Chaque problème connaît des avatars :

> *L'avatar 1 est le problème donné en formation (educator)*
> *L'avatar 2 est le problème imaginé par l'enseignant pour ses étudiants (trainees)*
> *L'avatar 3 est celui qui prend vie en classe et l'avatar 3 faisant l'objet d'une étude en formation peut alors subir d'éventuelles modifications et devient l'avatar 4* (Kuzniak et al, 2013, p.434)

Cette trajectoire est illustrée comme suit :

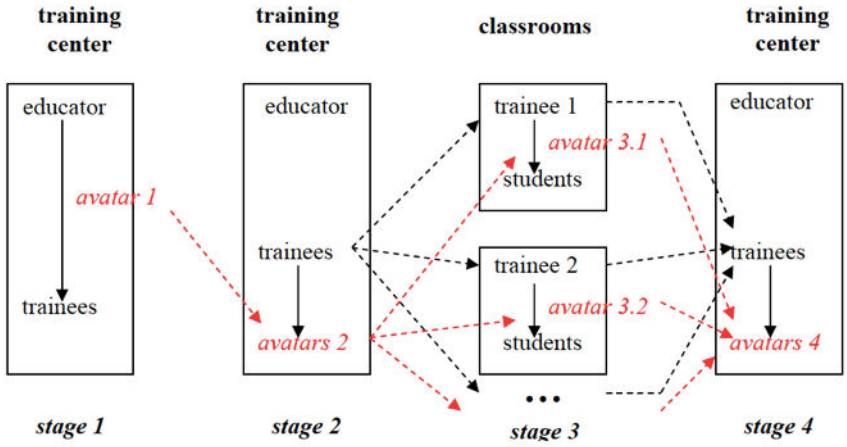


Figure 2.19 – Trajectoire du problème, Kuzniak et al., 2013, p.435

Ce modèle de trajectoire (Fig.2.19) ne semble pas complètement permettre de refléter la manière dont circule le travail autour des tâches, les avatars étant ici confondus avec les problèmes. Par conséquent, dans notre étude, nous considérons la trajectoire des couples formés d'avatar et d'ETM idoine associé [9] et pas seulement d'un problème. Nous l'appellerons par commodité la trajectoire d'un avatar mais il faut comprendre que notre étude porte sur les couples et non seulement sur l'avatar défini au paragraphe 2.5.1. En effet, les avatar autour d'un problème ainsi que les ETM idoines qui sont associés peuvent être amenés à varier. Nous envisageons la possibilité de voir se réaliser des couples ayant un même avatar mais associé à des ETM idoines distincts. Nous ajoutons des modifications tangibles à la trajectoire d'un problème de Kuzniak et al. en structurant la trajectoire d'un avatar en trois boucles (B_1, B_2 et B_3) et six étapes numérotées de 1 à 2 pour B_1 ($B_{1,1}$ et $B_{1,2}$), de 1 à 3 pour B_2 ($B_{2,1}$, $B_{2,2}$ et $B_{2,3}$) et numérotée 1 pour B_3 ($B_{3,1}$). Ces étapes seront détaillées par la suite.

Une trajectoire d'avatars en trois boucles

Nous allons ici justifier de l'introduction de trois boucles dans notre trajectoire d'avartars considérée relativement à notre dispositif de formation. Pour cela, il nous faut tout d'abord faire une description globale de notre dispositif de formation.

Eléments du dispositif de formation

Le contexte

En 2014, suite à une recomposition du groupe "Activités" de l'IREM de Rouen constitué d'enseignants du second degré, les nouveaux membres du groupe, aussi enseignants ont souhaité, dans un premier temps, mieux connaître les pratiques de

9. Nous nous intéressons aux interactions entre un problème et le milieu et nous rejoignons donc la notion de *situation didactique* définie par Brousseau

chacun pour mieux travailler ensemble pour ensuite élaborer des formations continues. Des membres du groupe qui avaient déjà conduit des formations s'appuyant principalement sur des stratégies de formation par homologie (Houdement et Kuzniak, 1996) ont ressenti des limites de ce type de formation sur l'appropriation par les stagiaires des problèmes présentés en formation (des éléments à ce sujet sont exposés dans le chapitre 1). Ceci, associé à un questionnement sur la manière de diffuser une ressource, a conduit le groupe vers la mise en place d'un nouveau dispositif de formation, inspiré des *lesson studies*, semblant plus adapté aux besoins des enseignants et aux contraintes temporelles de la formation continue en France. Dans notre cas, la formation s'est déroulée sur trois journées (J1, J2 et J3). Elle vise un public volontaire d'enseignants du secondaire (de collège et de lycée) pour une formation en probabilité, inscrite au Plan Académique de Formation de l'académie de Rouen sans être indiquée Lesson Study. Il s'agit donc de permettre de faire vivre aux formés une *lesson study* de façon accélérée. Contrairement aux *lesson studies* de Clivaz (2015), le point de départ n'est pas ici un questionnement des stagiaires lié à un problème d'enseignement exprimé par les stagiaires. Une tâche est choisie par l'équipe de formation et proposée aux stagiaires avec un premier avatar.

Une tâche mathématique de formation
Disposant d'un temps court (trois jours, espacés respectivement d'un mois puis de quatre mois), les formateurs ont choisi de proposer dès le premier jour une tâche mathématique initiale, riche du point de vue du travail en probabilité. Elle est le fil conducteur de toute la formation.

Les acteurs de la formation
L'équipe impliquée dans ce dispositif est constituée de trois types de personnes : des formateurs-enseignants (FE), des chercheurs en didactique des mathématiques qui ont un rôle de formateurs (CF) et les stagiaires (S) qui sont des enseignants de collège ou lycée.
Les formateurs et chercheurs peuvent intervenir à tout moment comme "experts" dans la formation, experts de terrain ou experts sur les questions didactiques. Les stagiaires sont divisés en deux ateliers lors de la formation.
Chaque atelier est prévu pour une douzaine de stagiaires et nécessite deux formateurs-enseignants et un chercheur. Pour notre étude, nous nous sommes située en tant que chercheur sur le dispositif de formation mais aussi chercheur dans la formation (pour un des ateliers de cette formation).

Les trois boucles du dispositif de formation

Nous allons dans cette section décliner l'articulation concernant notre ingénierie didactique (Artigue, 1989). Notre dispositif s'appuie sur un enchaînement de cycles au sens où l'entend Clivaz à propos d'un dispositif de lesson study (Clivaz, 2016, 2018) : chaque cycle comporte une phase d'analyse *a priori* de la tâche, de préparation d'un scénario, de mise en oeuvre du scnénario lors d'une séance menée par un stagiaire et observée en direct par les autres stagiaires en formation. Le cycle se termine par une analyse *a posteriori* collective de la séance en formation.
Nous pouvons résumer chaque cycle à l'étude d'un enchaînement de trois couples

ayant pour deuxième composante successivement un $ETM_{pot\ coll}$ suivi d'un ETM_{eff}, puis à nouveau un $ETM_{pot\ coll}$.
Cependant, ces cycles ne sont pas toujours pris en charge et menés par les mêmes acteurs, et ne vivent pas toujours dans les mêmes contextes. Aussi nous regroupons les cycles en trois boucles dans notre dispositif de formation :

- la première boucle B_1 correspond aux cycles ayant lieu en amont de la formation, et menés au sein de l'équipe des formateurs, en appui avec les chercheurs ;
- la deuxième boucle B_2, qui a lieu sur une période délimitée par les deux premières journées de la formation en présence des stagiaires. Elle correspond aux cycles menés par les stagiaires ;
- la troisième boucle B_3 correspond aux cycles effectués par les stagiaires de façon individuelle dans leur propre classe, après la deuxième journée de formation.

Les six étapes
Nous avons retenu six étapes réparties sur les trois boucles. Voici le détail de ces étapes associées aux boucles.
La boucle B_1 (élaboration de la formation) compte deux étapes.

- l'**étape 1** de l'élaboration de la formation ($B_{1,1}$), i.e. de la (**boucle** B_1) concerne le couple associé au problème suggéré à un formateur ;
- l'**étape 2** de la **boucle** B_1 ($B_{1,2}$) inclut le couple issu de l'étude du premier couple par l'équipe pilotant la formation. Elle peut décider (ou non) de modifier ce couple et redonner ce problème à une autre classe, avec par exemple des modalités différentes.

La boucle B_2 (la formation elle-même) est structurée en trois étapes.

- l'**étape 1** de la **boucle** B_2 de la formation elle-même ($B_{2,1}$), contient le couple qui correspond au problème imaginé par un collectif de stagiaires pour une classe spécifique inclue dans la formation et à sa projection de mise en oeuvre dans cette classe ;
- l'**étape 2** de la **boucle** B_2 ($B_{2,2}$) : le couple de l'étape précédente faisant l'objet d'une étude en formation, il peut être transformé. Le couple de l'étape 2 est celui qui prend vie dans une classe spécifique dans la formation. Cette classe est prêtée par un formateur. L'avatar est conçu par le collectif de stagiaires et le scénario prévu est mené par un enseignant dit "expérimentateur" parmi les stagiaires. Ce dernier (noté Profexp), est volontaire en fin de première journée de formation pour porter le projet collectivement imaginé lors de la deuxième journée de formation ;
- l'**étape 3** de la **boucle** B_2 ($B_{2,3}$) contient le couple né de l'étude par les stagiaires de l'étape 2 après l'expérimentation dans la classe spécifique de formation et son observation par le collectif en formation.

Quant à **la boucle B_3 d'après formation**, elle est réduite à une seule étape.

- l'**étape 1** de la **boucle** B_3 postérieure à la formation ($B_{3,1}$) : le couple, s'il existe, est celui qui prend vie pour la première fois dans une classe d'un

enseignant stagiaire, et ceci après la formation. B_3 est une boucle car un retour est prévu sur l'étape 1 lors du troisième jour de formation où l'ensemble des participants réagissent aux mises en oeuvre personnelles racontées par les stagiaires.

En résumé, notre méthodologie de recherche prend appui sur les couples d'avatar et d'ETM idoine associé produits autour d'un problème pendant et après une formation.

Un point sur les notations adoptées

Les différents couples étudiés seront notés par la suite ($Av^{B_{i,j},P}$, ETM) où :

- i varie entre 1 à 3 et B_i situe le couple dans une des trois boucles ;
- j varie entre 1 et 3 (selon la boucle) et en réfère à l'étape dans la boucle ;
- la lettre majuscule (ici un P [10]), par commodité, désigne l'enseignant qui mène le travail dans une classe.

Nous avons choisi de ne pas indicier le couple entier, ni la deuxième composante du couple, mais seulement l'avatar afin d'alléger la notation. Cependant, deux indices différents sur un même avatar peuvent pour autant représenter un même avatar (en terme d'énoncé et de questions) où seul diffère l'ETM.

Notre analyse privilégiera l'étude des ETM idoines et secondairement l'avatar dans la succession des couples. La trajectoire nous offre potentiellement un accès à des écarts entre des éléments d'$ETM_{pot\ coll}$ et d'ETM_{eff}. De plus, l'observation de la circulation du travail autour d'une tâche dans le modèle des ETM met en lumière des blocages éventuels ou des plans privilégiés par l'enseignant. La boucle B_2 suivant B_1, elle, y est intimement liée : les stagiaires sont par exemple confrontés, dans B_2, lors de l'analyse *a priori* du problème, à des couples ($Av^{B_{1,j},L}$, ETM) de la première boucle, via des extraits-vidéo sélectionnés en amont par l'équipe de formateurs et chercheurs. Des circulations du travail particulières, issues de B_i, leurs sont présentées. Elles permettent de questionner les pratiques enseignantes et d'en prévoir des alternatives.

Conclusion

En conclusion, la Fig. 2.20 représente notre méthodologie générale de recherche ; elle prend appui sur une trajectoire d'avatars dans un dispositif de formation.
Enfin, chaque boucle nécessitant une méthodologie de recherche spécifique associée, nous renvoyons le lecteur aux sections 3.3 du chapitre 3 (p.82) pour B_1, section 4.2 du chapitre 4 (p.158) pour B_2, et section 5.2 du chapitre 5 (p.262) pour B_3, qui les détaillent respectivement.
Deux ateliers sont réalisés en parallèle avec des groupes de stagiaires distincts travaillant sur le problème du lièvre et de la tortue. Cette structure est motivée par la question du positionnement du chercheur. Ce partage des formés en deux entités me permet d'intervenir en tant que chercheur dans un atelier, et d'être pleinement chercheur sur la formation dans l'autre atelier. Initialement il me semblait exclu

10. P pourra être remplacé par la dénomination anonyme des stagiaires, comme S_i ou S'_i selon l'atelier ou pourra représenter un collectif d'un des ateliers

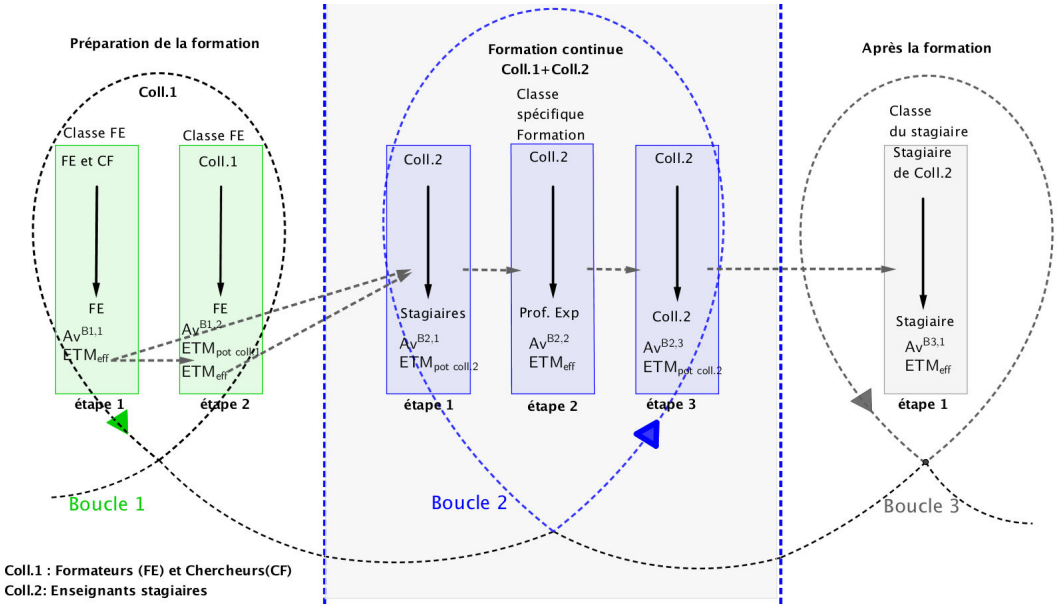


Figure 2.20 – *Trajectoire d'avatars du dispositif de formation*

d'intégrer l'atelier en agissant en tant que chercheur dans la formation. Mais au regard des éléments obtenus dans cet atelier, nous relaterons les deux cas car ils ont débouché sur des trajectoires différentes, permettant d'avancer sur nos questions de recherche. La méthodologie associée est précisée par la figure Fig.2.21 dans son contexte de notre étude, à Rouen :

dont la version simplifiée se présente ainsi :

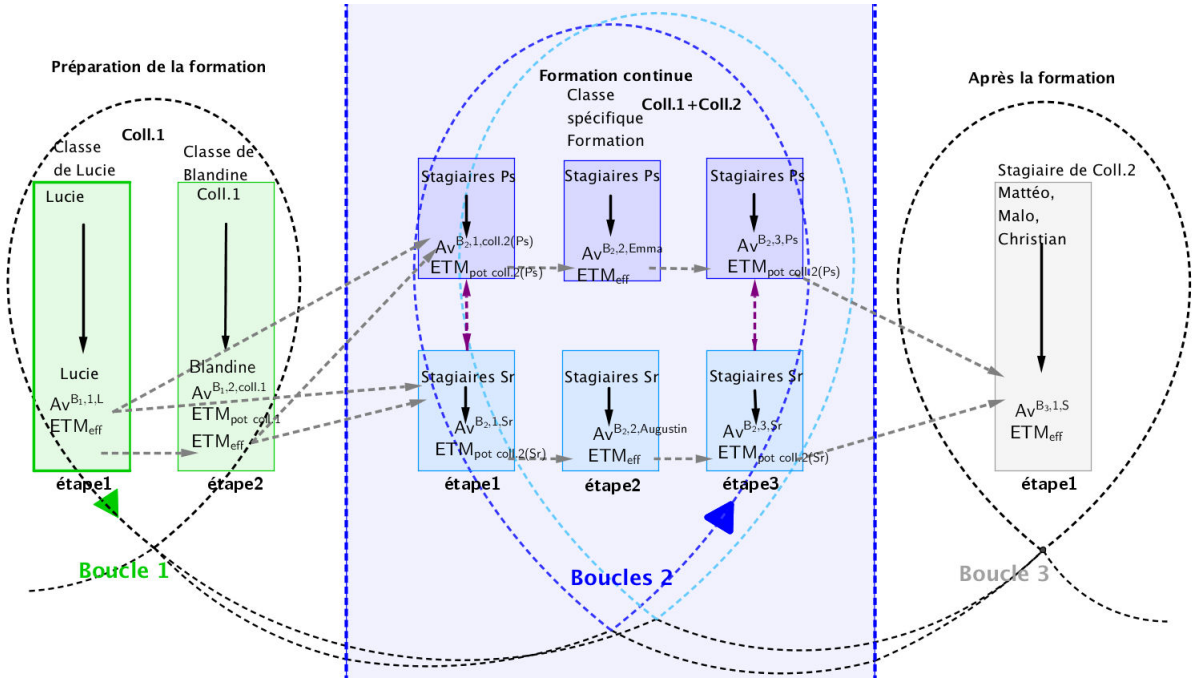


Figure 2.21 – *Trajectoire d'avatars en deux ateliers, Rouen, 2017*

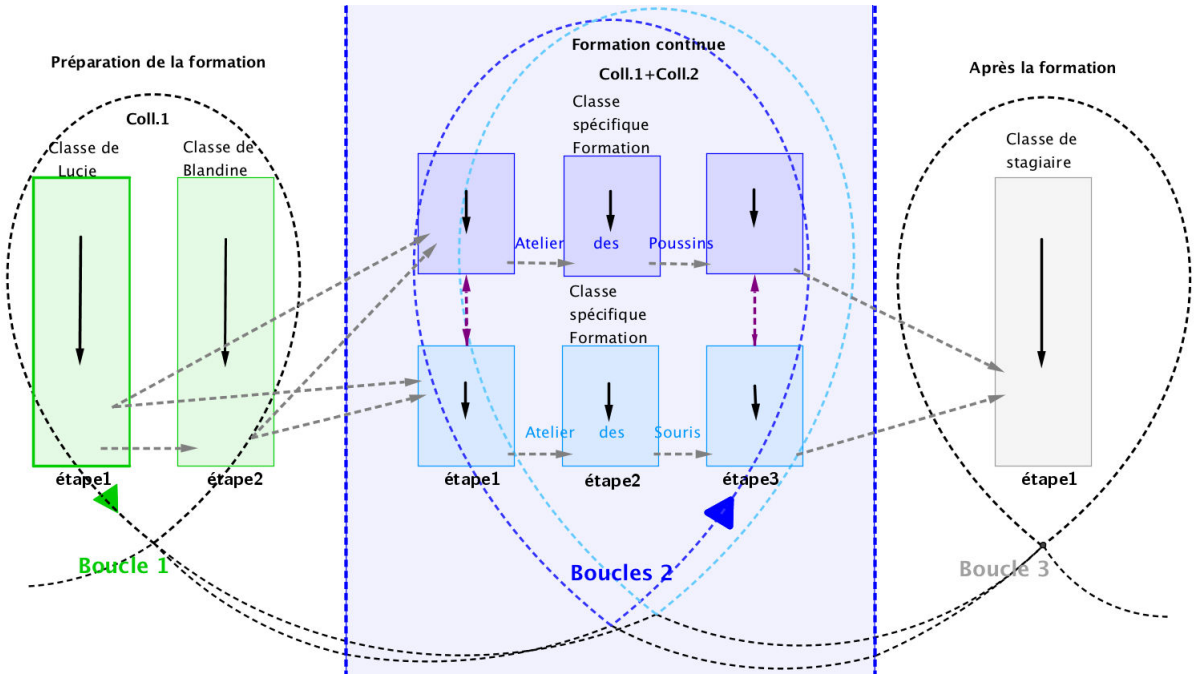


Figure 2.22 – *Trajectoire d'avatars en deux ateliers, version simplifiée, Rouen, 2017*

Le triplet d'étapes 1, 2 et 3 dans la formation (notées aussi $B_{2,1}$, $B_{2,2}$ et $B_{2,3}$) est parcouru dans chaque atelier. Deux classes d'expérimentation sont concernées. Des temps d'échanges sur les couples (matérialisés par des doubles flèches violettes)

entre ateliers sont réalisés à la fin de chaque journée de formation. Les enseignants ont aussi accès aux documents et échanges des deux ateliers sur la plateforme à distance.

Notre méthodologie de recherche globale présentée dans cette section nécessite d'être étudiée en empruntant des méthodologies associées et spécifiques à chacune de ses trois boucles. Nous décrirons dans la section suivante les études prévues sur les couples existants avant la formation (de B_1), ceux de la formation (de B_2) et ceux réalisés après la formation (de B_3).

2.6 Les études prévues sur les différents couples

Pour permettre de répondre à nos questions de recherche, plusieurs études seront mises en place relativement aux données des couples ($Av^{B_{i,j},P}$, ETM). Les voici présentées succintement, car elles seront reprises de façon détaillée dans chaque chapitre suivant. Dans la formation, étant en présence de plusieurs $ETM_{personnel}$ d'enseignants avec un travail collectif qui consiste à construire un $ETM_{pot\ coll}$, des négociations peuvent surgir au cours de cette élaboration. Ceci justifie un travail en amont, interne à l'équipe de formation, autour d'un ETM idoine suggéré. Il se définit comme l'ETM idoine qui correspond à la manière dont l'équipe de formation prépare, accueille, envisage et oriente un couple formé d'un avatar choisi par un collectif de stagiaires et de son ETM idoine associé (durant la première journée de formation).

2.6.1 Avant la formation : précision de l'ETM idoine suggéré en formation (B_1)

La boucle initiale est celle qui d'une certaine manière façonne un ETM proposé en formation autour du problème, à travers des premiers couples $(Av^{B_{1,j},S}, ETM)_{j=1,2}$ (j variant de 1 à 2) vécus en interne par l'équipe de formation-recherche. L'équipe pilotant la formation analysant puis sélectionnant des extraits des premiers couples de la boucle, elle initialise à sa manière des couples ($Av^{B_{2,j},S}$, ETM) autour du problème dans la formation. Aussi, nous le nommerons l'ETM idoine suggéré. Le Chapitre 3 (pp.77-156) permettra de circonscrire des éléments suggérés en formation et que nous appellerons l'ETM suggéré en formation. Il permettra de mettre en lumière, par comparaison à l'$ETM_{attendu}$ que nous avons élaboré en tant que chercheur, ce qui était mis en avant par l'équipe de formation relativement à nos questions de recherche.

2.6.2 Pendant la formation : itinéraires et circulations (B_2)

Dans chaque atelier, dans un premier temps, trois couples $(Av^{B_{2,j},S}, ETM)_{j=1,2,3}$ seront décrits, correspondant à trois nouvelles étapes numérotées 1, 2 et 3 dans cette boucle B_2. Ces couples seront étudiés à travers :

- des itinéraires cognitifs choisis dont les phases seront rapprochées de celles de l'$ETM_{attendu}$;

- la circulation dans les différents ETM.

Nous nous focaliserons sur l'étude successive d'$ETM_{pot\ coll}$, d'ETM_{eff} puis à nouveau d'$ETM_{pot\ coll}$ pour un même avatar dans la formation, en repérant si des changements ne s'opèrent pas aussi sur l'avatar lui-même.
Une comparaison sera menée ensuite entre les couples successifs des deux ateliers car ils concernent le même problème. Les questions de modèles, d'artefacts et de preuves autour de la simulation conduiront notre étude. Dans cette boucle, le façonnage de l'$ETM_{pot\ coll}$ sera précisé : des points de discussion ou de débat concernant la tâche seront exposés afin d'étudier les rapports entretenus entre des $ETM_{personnel}$ d'enseignants appartenant au collectif et l'$ETM_{pot\ coll}$.

2.6.3 Après la formation : itinéraires et circulations (B_3)

Cette partie explorera les couples effectués après la formation par trois stagiaires dans leurs classes. Elle retracera les itinéraires cognitifs empruntés dans leur classe. Ils seront rapprochés de l'$ETM_{attendu}$ ainsi que la circulation du travail décrite par les formés. Nous ferons une étude des liens avec l'ETM suggéré via la recherche d'effets de la formation sur la pratique des enseignants autour de la simulation. Pour cela, nous traiterons aussi des raisons exprimées par certains formés de non mise en place de cette situation dans leur propre classe. Pour ces trois stagiaires, l'ETM_{eff} relaté se mit en perspective avec l'$ETM_{pot\ coll}$ du collectif auquel ils appartiennent, mais aussi relativement à $ETM_{pot\ coll}$ de l'atelier qu'ils n'ont pas vécu en formation.
Ceci permettra d'illustrer, via le modèle des ETM, des résultats de formation sur des enseignants autour de la simulation.

2.7 Eléments de contexte de la formation

L'idée de réaliser une formation sur les probabilités s'appuyant sur le problème du lièvre et de la tortue est postérieure à la réalisation du couple de l'étape 1 par l'enseignante Lucie. Elle s'est décidée en octobre 2016. Aussi, des journée de travail (9 décembre 2016 et 6 janvier 2017) ont eu lieu entre tous les membres du groupe "Activités" de l'IREM de Rouen afin d'élaborer cette formation, ainsi que des échanges mail entre enseignants et chercheurs.

2.7.1 Précisions sur les acteurs dans la formation (B_2)

Notre choix se porte sur l'étude de couples existants avant, pendant et après une action de formation. Aussi, pour des raisons pratiques, nous distinguerons les acteurs de la formation continue incluse dans notre méthodologie de recherche comme suit. La première boucle (B_1), si elle a été travaillée par l'ensemble du collectif de formateurs et chercheurs, a été suivie de la boucle de la formation (B_2) structurée en deux ateliers et menée par deux équipes. L'atelier des Souris, dont les stagiaires sont notés S_i, était pilotée par les formateurs FE1, FE2 et le chercheur de la formation CF1. L'atelier des Poussins, stagiaires notés S'_i, était pris en charge par les formateurs FE3 et Lucie (de la boucle B_1) et par moi-même, Blandine, à la fois chercheur

dans l'atelier Poussins de la formation (CF2) et chercheur sur l'atelier Souris de la formation.

2.7.2 Le calendrier de la formation

Nous allons préciser la temporalité de l'élaboration des différents couples pendant et après la formation (B_2 et B_3).
La formation est prévue sur trois jours en présence des stagiaires dont les deux premiers sont dans le collège où est la classe d'expérimentation en formation. Un écart de deux mois est choisi entre les deux premières journées de formation en présence des stagiaires. Ce temps couplé à la structuration d'un groupe de travail à distance sur une plateforme à distance (Réséda) de l'Académie de Rouen, rend possible des échanges des stagiaires autour du travail sur l'avatar de l'étape 3. Ces échanges (par exemple en commentant les documents déposés) permettent des ajustements de choix par des interactions à distance. Le premier jour de formation en présentiel étant dense, il ne permet pas d'achever l'élaboration dans son intégralité d'un $ETM_{pot\ coll}$. L'équipe de formation a choisi un écart de temps de deux mois et demi entre les deuxième et troisième jours de formation en présentiel afin de permettre aux stagiaires d'expérimenter le problème dans leurs classes. Ceci leur est suggéré en fin de deuxième journée. Le tableau suivant (Tbl. 2.3, p.84) présente le calendrier global de la formation sans entrer dans le détail de chaque journée.

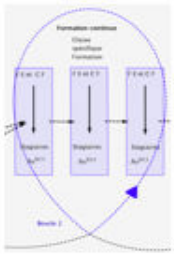
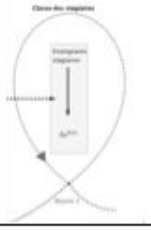
Boucle	Temporalité	Couples	Présentiel	Distanciel
B2 	**J1** (27/01/2017)	**Etape 1** Initialisation de **(Av ^{B2,1,S}, $ETM_{pot\ coll}$)**	Collège	Groupe à distance sur Plateforme Académique Réséda
	Plateforme à distance accessible **après J1** (29/01/2017)	Finalisation de **(Av ^{B2,1,S}, $ETM_{pot\ coll}$)**		
	J2 (03/04/2017)	**Etape 2** Le matin : **(Av ^{B2,2,S}, ETM_{eff})** **Etape 3** L'après-midi : **(Av ^{B2,3,S}, $ETM_{pot\ coll}$)**	Collège	
B3 	**Entre J2 et J3** (Du 03/04/2017 au 12/06/2017)	**Etape 1** Classes des stagiaires **(Av ^{B3,1,S}, ETM_{eff})**		
	J3 (12/06/2017)	Retour sur **(Av ^{B3,1,S}, ETM_{eff})**	IREM de Rouen	

Table 2.3 – Calendrier de la formation (2017)

2.7.3 Une dynamique de travail collectif-individuel des stagiaires en formation

La temporalité n'est pas le seul élément important à mentionner dans l'organisation de la formation. L'équipe de formation-recherche a couplé cette temporalité d'une dynamique d'alternance entre du travail individuel et collectif des stagiaires pour l'élaboration et la mise en place d'ETM idoine. L'équipe de formation mise sur cette dernière pour une meilleure appréhension de la tâche par les enseignants.

L'articulation prévue dans chaque atelier est décrite par le tableau Tbl. 2.4 situé en page 85. Par la suite, il nous faudra prendre en compte cette dynamique au vue des résultats liés à nos questions de recherche, car elle peut potentiellement avoir une influence sur ces derniers. C'est ce pourquoi nous l'avons mentionnée ici.

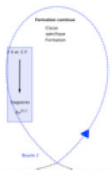
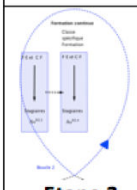
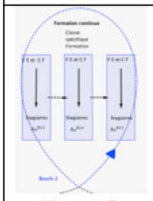
Etape de B2	Couple	Aspect collectif/individuel
 Etape 1	(Av ^{B2,1,S}, ETM$_{pot\ coll}$)	Travail collectif Stagiaires en présentiel (atelier)
		Travail collectif Stagiaires à distance (deux groupes sur Réséda accessibles à tous) Volontaires connectés
 Etape 2	(Av ^{B2,2,S}, ETM$_{eff}$)	Travail individuel Un enseignant-expérimentateur devant le collectif de stagiaires en présentiel
 Etape 3	(Av ^{B2,3,S}, ETM$_{pot\ coll}$)	Travail collectif Stagiaires en présentiel (atelier)

Table 2.4 – Dynamique prévue du travail collectif-individuel en formation, 2017

2.7.4 Des précisions sur notre méthodologie

Après avoir repéré des potentialités du travail de groupe sur la tâche emblématique du lièvre et de la tortue, l'équipe élaborant la formation, a décidé, dans la boucle B_1, de mettre en oeuvre cette tâche en faisant travailler en classe les élèves par groupe de trois ou quatre. Ce choix a aussi été reporté en formation dans chaque couple $(Av^{B_{2,j},S}, ETM)$, les formateurs laissant une part d'initiative aux stagiaires concernant cette modalité (temps consacré) mais imposant au moins une phase de bilan et institutionnalisation au cours de la mise en oeuvre en formation. Ceci questionne donc les rapports entre la circulation du travail des élèves au sein des groupes et des temps en plénière articulés autour de cette modalité de travail.
Nous pouvons par exemple penser que permettre des artefacts numériques distincts dans la classe pour la simulation enrichit le travail autour de la tâche mais nécessite un travail de l'enseignant spécifique. Nous émettons l'hypothèse que dans ce cas, l'enseignant joue un rôle important dans la dynamique des circulations du travail.

2.8 Conclusion

Lors de la préparation puis de la mise en œuvre du problème du lièvre et de la tortue dans des classes, nous tenterons de déceler comment s'organise le travail

de l'enseignant sur la simulation. Nous rappelons nos trois grandes questions de recherche avant de conclure :

QR1 : Comment, lors de la simulation, l'enseignant encadre-t-il les liens entre expérience aléatoire et modèles mathématiques ?
Nous nous questionnerons sur ...

QR2 : Par un arbitrage sur le(s) artefact(s), comment l'enseignant influence-t-il la circulation du travail entourant la simulation ?

QR3 : Dans une classe, quelle est la relation organisée par l'enseignant entre la simulation et la preuve ?

Notre cadre théorique emprunte principalement la théorie des Espace de Travail Mathématiques (Kuzniak, 2011). Son emploi nous a permis initialement de préciser nos questions de recherche tout en développant des outils méthodologiques pour l'étude d'une tache emblématique. Nous avons mis au point une grille d'analyse épistémologique (p.50) de la tâche qui s'appuie sur les trois dimensions du modèle des ETM et sur la modélisation. Cette grille, appliquée à notre étude du problème du lièvre et de la tortue, est facilement transférable à toute autre tâche emblématique. Cette analyse a été complétée par la description d'itinéraires cognitifs (p.54) de la tâche dans l'ETM, qui précisent les différentes manières d'agencer trois grandes phases identifiées spécifiques ici à notre tâche. Tout ceci nous a permis de décrire ce que nous avons défini comme l'ETM idoine attendu (p.54).

Nous avons précisé ensuite notre méthodologie de recherche structurée en trois boucles. Après avoir défini le concept d'avatar (p.64), nous avons défini la trajectoire d'avatars (p.65) qui consiste à suivre des couples formés d'avatars et d'ETM idoines associés. Cette méthodologie glolale de recherche est structurée en trois boucles et porte sur une formation intégrant ponctuellement une classe d'élèves. Nous avons détaillé les éléments de contexte spécifiques de cette formation (p.73) (calendrier, acteurs, dynamique de travail collectif-individuel).

Cette trajectoire d'avatars nous permet d'observer et d'analyser la circulation entre les plans activés respectivement par les élèves et par les enseignants quand ils mettent en place un travail sur la tâche du jeu du lièvre et de la tortue. Elle nous permettra de répondre à nos trois questions de recherche. Par la suite, nous tenterons de déceler quelle circulation du travail un enseignant (ou un collectif d'enseignants) favorise en classe sur cette tâche. Nous tenterons de repérer des modifications de circulation ou ce que ces enseignants privilégient au fil d'une formation.
Le travail en petits groupes des élèves sur un avatar sera intégré dans la classe en formation. Ce mode d'organisation permettra de repérer la circulation du travail dans l'ETM idoine effectif. Cette spécificité de notre recherche sera traitée dans l'appendice (pp.405-418). Tout ceci devrait mettre en lumière des pratiques enseignantes sur la simulation.

Chapitre 3

Première boucle (B_1) : étude de l'ETM idoine suggéré en formation

3.1 Introduction : plan et objectifs de ce chapitre

Ce chapitre a un double objectif : circonscrire l'*ETM* idoine suggéré en formation et apporter des réponses à nos deux premières questions de recherche.
Nous cherchons à répondre dans un premier temps à QR1 :

QR1 : Comment, lors de la simulation, l'enseignant encadre-t-il les liens entre expérience aléatoire et modèles mathématiques ?

Nous supposons que ces relations entre expérience aléatoire et modèles mathématiques sont plutôt difficiles, voire que ces relations s'apparentent à des ruptures pendant ou avant la simulation. Nous rechercherons la place accordée à l'expérience aléatoire dans un ETM idoine lors d'une simulation (QR1-2). Pour cela, nous reprendrons la distinction faite par Parzysz (Relime, 2014, p.80) entre trois types d'expériences aléatoires afin de préciser les ruptures pressenties dans la première boucle entre expérience aléatoire et modèles mathématiques. Parzysz distingue :

- *l'expérience réelle (lancers de dés matériels) ;*
- *l'expérience modélisée (en vue de la simulation) ;*
- *l'expérience simulée (réalisée par un logiciel).*

Parzysz précise :

> *qu'elles sont en interaction les unes avec les autres, et il importe de savoir à tout moment de laquelle il est question.* (Ibid, p.81)

Lucie ayant choisi le tableur pour la simulation, le premier couple (étape $B_{1,1}$) nous permet de repérer des premiers arbitrages de l'enseignante sur la circulation du travail et ses effets. C'est l'objet de notre deuxième question à laquelle nous tenterons de donner des premières réponses :

QR2 : Par un arbitrage sur le(s) artefact(s), comment l'enseignant influence-t-il la circulation du travail entourant la simulation ?

Nous émettons comme hypothèse que l'enseignant joue un rôle dans le développement du travail en classe quand il choisit des artefacts pour la mise en oeuvre de

la simulation. Nous rechercherons, dans sa classe l'influence de l'introduction d'artefacts matériels classiques (comme des dés) sur la circulation du travail (QR2-1). Nous tenterons aussi de repérer l'incidence d'un choix d'artefact numérique sur le travail de simulation envisagé et conduit par un enseignant dans sa classe (QR2-2). La première boucle a servi à l'élaboration de la formation au coeur de notre étude (Chapitre 3). Aussi, son étude nous parait nécessaire pour mieux appréhender les couples des boucles suivantes (la deuxième et la troisième) qui feront l'objet des chapitres suivants.

Pour l'étude des couples de la boucle B_1, nous décrirons en début de chapitre des éléments de méthodologie spécifiques.

L'enseignant possède personnellement des connaissances ou des croyances sur les probabilités qui pourraient en partie piloter la circulation du travail dans sa classe. C'est pourquoi, nous empruntons le modèle des Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (Carrillo, 2013) pour mieux cerner les connaissances des enseignants en jeu dans cette boucle. Il sera noté MTSK.
Nous ajoutons à notre méthodologie de la première boucle le cycle de modélisation de Blum et Leiss (2007) car il permettra d'appréhender les enjeux de la modélisation au coeur de la simulation pour notre tâche insérée dans la méthodologie.
Enfin, nous spécifierons ce que nous entendons par blocage et confinement dans l'ETM car nous émettons l'hypothèse que certains effets liés à la modélisation ou aux artefacts, prennent leur source dans des manques de connaissances des enseignants.

Nous étudierons un premier couple formé d'un avatar et de son ETM idoine associé réalisé par l'enseignante Lucie (de l'étape 1), sur le problème du lièvre et de la tortue. Après une description du travail prévu par Lucie, nous nous attacherons au déroulement effectif de son scénario en précisant la circulation du travail des groupes d'élèves et de l'enseignante. Ceci nous permettra de cerner, en cas de rupture entre simulation et modèle, des facteurs liés à cette relation difficile.

Nous exposerons ensuite un deuxième couple (étape 2), né de réflexions d'un collectif de formateurs sur la première étape de la boucle d'élaboration de la formation (B_1). Avec le même avatar que celui de l'étape 1, les élèves sont contraints, dans l'étape 2, d'utiliser le logiciel Scratch pour élaborer une simulation, et non plus le tableur (comme avec Lucie).

Le couple de l'étape 2 n'a pas le même rôle que le précédent car des éléments de son élaboration offrent des réponses complémentaires à QR1 et QR2. Ce deuxième couple nous donne accès à des éléments de l'$ETM_{personnel}$ des formateurs, en particulier sur la simulation et les modèles car il est discuté pour mettre en place la formation. L'objectif de l'étude de ce couple est de préciser les contours de l'ETM idoine suggéré en formation pour mieux cerner l'étude de la boucle de la formation ensuite.

Pour chaque étape (1 et 2) de cette première boucle, nous nous attarderons sur les différentes phases décrites dans l'$ETM_{attendu}$ (Chapitre 2, pp.54-63) : exploration, simulation, et preuve. Puis nous ferons une description des itinéraires cognitifs apparus en classe. Nous préciserons, dans les ETM idoines, la circulation du travail de l'enseignant et des élèves, parce qu'ils nous semblent indissociables.

En effet, du fait d'une organisation du travail des élèves en petits groupes, certains temps sont liés à un travail des élèves en autonomie, tandis que d'autres mo-

ments se caractérisent par la présence de l'enseignant qui intervient au sein du groupe. Son arrivée peut venir perturber la circulation du travail déjà présente.

S'agissant de notre troisième question de recherche :
QR3 : Dans une classe, quelle est la relation organisée par l'enseignant entre la simulation et la preuve ?

Ce chapitre ne prétend pas y répondre directement mais la description de la circulation du travail pourra mettre en lumière des premiers éléments de réponse à propos de la preuve en lien avec la simulation. Dans la première boucle, nous traquerons donc les moments où un enjeu existe entre simulation et preuve.

3.2 Présentation de la première boucle

La première boucle B_1 repose sur deux couples ($Av^{B_{1,1},L}$, ETM) et ($Av^{B_{1,2},B}$, ETM) d'un même avatar où diffèrent les ETM idoines associés et les enseignants (Lucie puis Blandine). Ils ont été produits successivement dans le temps comme le calendrier suivant l'indique :

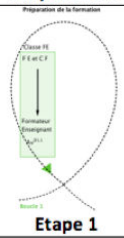
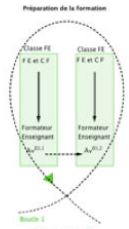
Etapes de B1	Couples	Personnes concernées	Date
 Etape 1	Mail sur **(Av ^{B1,1,L}, ETM$_{pot}$)**	L'enseignante Lucie Le chercheur Blandine	09/05/2016
	(Av ^{B1,1,L}, ETM$_{eff}$)	Lucie Blandine	10/05/2016
 Etape 2	Elaboration de la formation : **(Av ^{B1,2,B}, ETM$_{pot\ coll}$)** Prenant appui sur **(Av ^{B1,1,L}, ETM$_{eff}$)** Et **(Av ^{B1,1,L}, ETM$_{pot}$)**	L'équipe de formation-recherche Lucie, FE1, FE2, FE3 : formateurs-enseignants CF1, Blandine : chercheurs-formateurs dans la formation	09/12/2016 et 06/01/2017
	(Av ^{B1,2,B}, ETM$_{eff}$)	Blandine	12/01/2017
	Echanges à distance sur : - extraits vidéo de **(Av ^{B1,2,B}, ETM$_{eff}$)** - sur des fichiers d'élèves	Partage à distance dans l'équipe de formation-recherche. Lucie, Blandine, FE1, FE2, FE3, CF1	Du 13/01/2017 Au 27/01/2017

Table 3.1 – Calendrier de la boucle B_1

Ce calendrier précise la chronologie des différents couples en jeu sur lesquels la formation s'appuie dans son élaboration. Deux journées ont été consacrées en partie aux étapes 1 et 2 de la première boucle. Ces journées ont suscité des échanges entre formateurs et chercheurs mais aussi des échanges à distance de fichiers ou de mails.

3.2.1 Situation d'avatars

Nous désignons par situation d'avatars un ensemble de couples élaborés dans une boucle sur un même avatar. Définir une situation d'avatar n'a de cohérence que pour des avatars identiques d'un problème où des modifications mineures ne remettent pas en cause les valeurs des solutions et ne ferment pas de procédures de résolution aux élèves. Par la suite, nous adopterons comme notation Sav pour désigner une situation d'avatar.
Dans la première boucle, il s'agit de l'ensemble des couples des étapes 1 et 2 élaborés avant la formation, et qui sont successivement :

- $(Av^{B_{1,1},L}, ETM_{pot})$, imaginé par Lucie pour sa classe ;
- $(Av^{B_{1,1},L}, ETM_{eff})$, effectué dans sa classe par Lucie ;
- $(Av^{B_{1,2},coll}, ETM_{pot\ coll})$, imaginé par le collectif de formateurs (dont Lucie fait partie) pour une classe, dans la perspective d'une formation, et au regard du précédent couple ;
- $(Av^{B_{1,2},B}, ETM_{eff})$, effectué dans sa classe par Blandine, sur la base des intentions du collectif des formateurs.

Dans la première boucle, nous sommes en présence d'une Situation d'avatar, relative à l'avatar 1. Nous adopterons la notation Sav1, pour considérer l'ensemble des quatre couples listés précédemment, et effectués avant la formation.

Couple de l'étape 1
Un avatar initial est proposé en amont de la formation. L'étape 1 inclut la présence de chercheur qui observe, effectue des relevés afin de les analyser. Un premier couple $(Av^{B_{1,1},L}, ETM_{eff})$ est réalisé dans une classe par Lucie qui conçoit un ETM_{pot} en amont pour sa classe. Il a été construit par Lucie sans qu'elle n'ait l'intention initiale de former des enseignants sur les probabilités avec ce problème. Le couple $(Av^{B_{1,1},L}, ETM_{eff})$ de l'étape 1 n'a pas le même statut que celui de l'étape 2 $(Av^{B_{1,2},B}, ETM_{eff})$. En effet, le deuxième couple a une finalité d'étude par un collectif de formateurs au service d'une formation, ce que n'avait pas, initialement le premier couple réalisé spontanément par Lucie.

Couple de l'étape 2
Le couple $(Av^{B_{1,2},B}, ETM_{eff})$ de l'étape 2 associé à la classe de Blandine contient un avatar qui conserve globalement le même énoncé avec la (les) même(s) question(s) initiale(s) que celui de Lucie de l'étape 1. Il émane du positionnement d'un collectif de formateurs sur le couple $(Av^{B_{1,1},L}, ETM_{eff})$ concernant Lucie et recueilli à l'étape 1.

Ce nouveau couple de la deuxième étape a par exemple remis en question des choix d'artefacts relatifs à l'étape 1, après que les futurs formateurs aient été exposés partiellement (via des extraits vidéo, des verbatim, des productions d'élèves) aux éléments de l'étape 1. L'équipe de formation a réalisé des transformations ou ajustements avant de tester cet avatar dans une autre classe.
L'analyse d'un panel de possibles autour de la tâche en prévision d'imaginer ce qui pourrait surgir en formation, a conduit le collectif de formateurs à donner naissance

à l'étape 2. Nous pouvons imaginer à ce stade qu'il soit mis en place par plusieurs membres du collectif, ce qui n'a pas été le cas dans notre étude. Une seule enseignante, Blandine, a mis en oeuvre ce nouvel avatar collectivement construit dans sa classe pour l'élaboration de la formation.
Dans ce couple, des nouveaux positionnements s'expriment, opérés par exemple sur la modélisation, des artefacts, ou sur une sélection de registres sémiotiques. Une autre circulation du travail dans l'ETM_{eff} a été privilégiée par rapport à celle de l'étape 1.
Nous faisons ici l'hypothèse que ces modifications prennent leur source dans des ETM_{pot} mis en tension par rapport à un ETM_{eff} existant. Ils conduisent un collectif à mettre en place un $ETM_{pot\ coll}$, fruit de confrontations d'idées du collectif via des discussions autour de choix présentés sur un couple déjà là, tout en traduisant des éléments d'$ETM_{personnel}$ de chaque enseignant.
Ceci nous conduit naturellement à justifier ci-après le regroupement effectué par la première boucle, qui associe les avatars des étapes 1 et 2.

Nous allons préciser, dans les paragraphes suivants, les objectifs de recherche sur la simulation de l'étude de cette première boucle. Ces objectifs sont à rapprocher des objectifs liés aux formateurs et aux chercheurs de la formation. Nous évoquons par la suite ces derniers car ils nous éclairent en particulier sur la raison d'être de l'étape 2 dans la première boucle. Nous sommes en présence de couples composés d'un même avatar et d'ETM idoines distincts dans la situation d'avatar Sav1.

3.2.2 Eléments de contexte

Cette première boucle doit nous permettre de dégager des premiers résultats sur la nature des relations entre expérience aléatoire, simulation et modèle (QR1). Elle pourra aussi préciser le rôle des artefacts matériels, numériques ou symboliques (QR2) et nous indiquer une première tendance sur la manière d'organiser la preuve avec l'appui (ou sans) de la simulation (QR3) sur le problème du lièvre et de la tortue. Mais il nous semble nécessaire pour cela, en amont, de préciser des éléments de contexte qui pourront ensuite éclairer nos questions. Aussi, nous consacrons la partie suivante aux objectifs de cette boucle pour l'équipe encadrant la formation (enseignants-formateur puis chercheur dans la formation).

Les objectifs de la première boucle pour les formateurs
Si l'étape 1 a pour but de tester un avatar, pour les formateurs, elle permet d'enrichir l'analyse *a priori* d'un problème par une analyse *a posteriori* du déroulement dans une classe, ce avec un chercheur. Pour l'étape 2, il en est autrement. En effet, le projet de mettre une tâche au coeur d'une formation conduit l'équipe de formation, à réaliser en commun une analyse de l'étape 1. Elle est réalisée en amont de la formation via des observations directes ou différées de la tâche conduite dans une classe d'enseignants formateurs. Cette analyse s'appuie sur des données relevées de type extrait-vidéo, productions d'élèves, photos, verbatim.
Des éléments du premier couple ($Av^{B_{1,1},L}$, ETM_{eff}) sont retenus par le collectif de pilotage de la formation. Ils ont pour but, lors de la première journée de formation (J1), d'aider les stagiaires à préciser leur analyse *a priori* de la tâche en montrant des éléments liés à des mises en oeuvre dans les classes des formateurs. Cette boucle

B_1 a donc pour objectifs, pour les formateurs :

- d'enrichir l'analyse *a priori* des stagiaires ;
- d'exposer des blocages dans la circulation du travail dans des ETM_{eff} relatifs au couple de l'étape 1 et 2 non anticipés *a priori* par les stagiaires
- de viser une conscientisation des effets de certaines interventions de l'enseignant, en particulier sur la simulation
- de rechercher des interventions possibles de l'enseignant, alternatives à des confinements observés dans l'ETM_{eff}. Dans la variété proposée de modalités relatives à un même avatar initial, cet apport est construit pour susciter des positionnements et des choix personnels ou collectifs sur des variables possibles mises en avant.

Les objectifs de la première boucle pour le chercheur impliqué dans la formation

Les couples de l'élaboration de la formation ont aussi un rôle pour le chercheur dans la formation. Ils permettent de croiser le point de vue du chercheur de la formation et celui des formateurs qui sont enseignants du Secondaire, assurant ainsi une complémentarité d'apports à propos d'une tâche. Cela enrichit l'analyse *a priori* de cette tâche grâce aux variantes étudiées et au croisement des connaissances des différents acteurs qui pilotent la formation. La recherche en didactique, via des outils d'analyse et des résultats, donne accès à la compréhension de ce qui se joue dans la classe (ou de ce qui pourrait arriver). Cette boucle permet aussi une meilleure appréhension des éléments constitutifs de la formation, des transferts de types de connaissances des différents acteurs. Ainsi, des apports didactiques peuvent être ajustés en fonction de ce qui est pressenti à travers des ETM_{eff} partagés pendant la phase d'élaboration de la formation ou durant la formation.

3.3 Eléments de méthodologie complémentaires, spécifiques à la première boucle

Nous tenterons dans cette section de trouver des premières réponses à nos questions de recherche énoncées précédemment, en nous concentrant tout d'abord sur la première question (QR1) concernant les relations entre expérience aléatoire, simulation et modèle. Pour cela, il est ici nécessaire de préciser des spécificités de la méthodologie de recherche de notre première boucle.

3.3.1 Les analyses prévues à l'étape 1 de la première boucle

Pour répondre à nos questions de recherche, et en tout premier lieu sur l'étude des relations entre expérience aléatoire, modèle et simulation (QR1), nous nous pencherons sur le premier couple de notre boucle (étape 1). A travers l'étude de ce couple entre formateurs, nous tenterons de repérer la nature de ces relations. Peut-on parler de liens ou de ruptures ?

Pour cela, nous partirons de l'analyse des couples ($Av^{B_{1,1},L}$, ETM_{pot}) et ($Av^{B_{1,1},L}$, ETM_{eff})

Nous consacrerons ensuite une section sur les artefacts et la simulation (QR2) et la place de la preuve (QR3) consacrée à l'étude de l'étape 2 de la première boucle. Nous nous attacherons alors aux choix effectués par le collectif de formateurs. Pour effectuer notre étude, nous nous intéresserons aux journées d'élaboration du stage et aux choix d'outils pour la formation effectués par le collectif des formateurs.
Préalablement, nous commencerons par spécifier certains éléments complémentaires ajoutés à notre cadre théorique, comme les blocages, rebonds et confinements dans l'ETM qui soutiendront notre étude et permettront d'éclairer le travail de l'enseignant. Nous emprunterons aussi le cycle de modélisation de Blum et Leiss (2007) déjà présenté au chapitre 2 (pp.53-54).

3.3.2 Le modèle des MTSK

L'étude d'ETM idoines potentiels et effectifs mis en place par des enseignants autour d'un problème nous permettra également de préciser partiellement certaines connaissances spécifiques nécessaires à l'enseignant. En effet, par le biais des connaissances manquantes, de blocages non désamorcés par l'enseignant dans l'ETM_{eff}, certaines connaissances de type mathématiques ou didactiques indispensables pour mener à bien cette tâche apparaîtront sans doute.
Aussi, des éléments de notre cadre théorique doivent rendre compte de ce qui, tangiblement, du côté des connaissances chez l'enseignant influence la circulation du travail vers tel ou tel plan [Sem-Ins], [Sem-Dis] ou encore [Ins-Dis]. L'étude préalable effectuée au Havre nous a permis d'observer des connaissances manquantes de différentes natures, qui ont vraissemblablement empêché ou freiné une entrée par exemple de la simulation dans les classes de certains enseignants.
Nous nous tournerons donc, secondairement vers le modèle des MTSK développé par Carrillo et al. (2013) qui permet de décrire et de distinguer différents types de connaissances. Il devrait nous permettre d'extraire non seulement les connaissances manquantes chez les enseignants, mais aussi celles mises en jeu et la manière dont elles s'articulent dans la classe.
Nous considérons que l'enseignant est responsable de ce qu'il génère et nous analyserons l'organisation de l'enseignement autour de ses connaissances. Le modèle des ETM nous servira d'outil méthodologique pour analyser des données. Par ailleurs, nous souhaitons aussi comprendre l'influence des connaissances des enseignants sur la circulation dans l'ETM, dans l'évolution d'ajustements, mais aussi sur la façon dont l'enseignant interprète l'$ETM_{Référence}$ avec ses incidences sur l'ETM.
Pour cela et de manière spécifique, nous utiliserons le modèle des MTSK de Carillo et al.(2013). Ce modèle s'appuie sur les recherches des spécificités des connaissances des enseignants en relation avec l'enseignement des mathématiques étudiées par Ponte et Chapman (2006). Plusieurs connaissances y sont distinguées dont les MKT qui signalent celles purement mathématiques spécifiques aux enseignants par rapport à d'autres professions (Ball, Thames, Phelps, 2008). Dans la version de Carrillo et al. (2013), ce modèle se présente sous forme d'un hexagone régulier, partagé en deux grands types de connaissances, les connaissances mathématiques de l'enseignant (KMT, KFLM,KMLS), ainsi que les connaissances mathématiques du contenu (KoT, KSM, KPM).

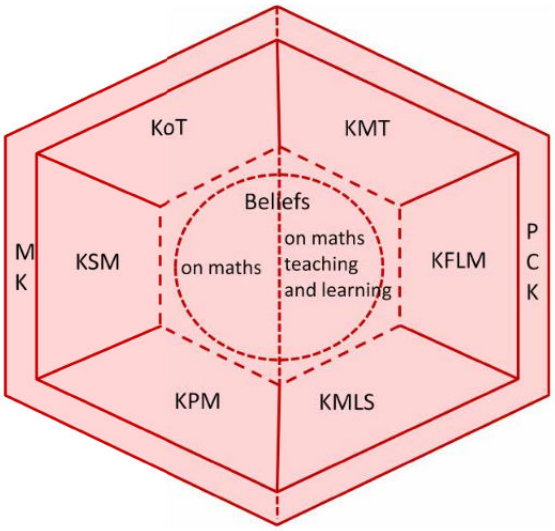


FIGURE 3.1 – *Modèle des MTSK, Carrillo et al.(2013)*

Si le modèle des ETM permet d'améliorer la compréhension des phénomènes didactiques sur le travail des individus avec les tâches mathématiques dans un contexte scolaire, l'apport du modèle des MTSK permet de mieux circonscrire ce qui sous-tend pour chaque enseignant, l'élaboration de l'ETM. La conception de l'ETM idoine dépend de l'enseignant, et de ses connaissances mathématiques et didactiques, qui vont conditionner l'ETM de la classe. Parfois même, les auteurs prétendent que l'ETM peut se voir altéré par des conditions locales. Concernant le modèle des MTSK, il contient en tout six catégories de connaissances détaillées en deux sous-groupes distincts :

- les connaissances mathématiques englobant celles des thèmes, de la structure et de la construction historique des concepts (KMT, KFLM,KMLS) ;
- les connaissances didactiques du contenu (KoT, KSM, KPM).

Flores-Medrano et al.(2016) ont déjà mis en relation leur modèle avec les ETM. Pour notre étude, l'hypothèse que des conceptions pourraient influencer certains interventions de l'enseignant en classe, nous nous attacherons tout particulièrement à ce qui figure au coeur de ce modèle, à savoir les croyances sur les connaissances. Ces croyances sur les connaissances mathématiques ou didactiques du contenu figurent au centre de ce modèle. Elles y sont représentées dans un cercle concentrique, s'incluant dans toutes les catégories de connaissances énoncées avant. Nous les mentionnons ici car notre hypothèse de travail est que certaines croyances ou conceptions erronées, sur les probabilités et leur enseignement, peuvent se retrouver aussi bien chez l'enseignant que chez les élèves et pourraient être à l'origine de blocages, rebonds ou confinements dans l'ETM.

Nous empruntons ce modèle pour tenter de déceler des manques de connexions entre certains types de connaissances (mathématiques et didactiques du contenu) pouvant justifier de décalages entre intentions initiales et choix effectifs de l'enseignant sur une tâche. Nous émettons comme hypothèse que certains effets de la

responsabilité de l'enseignant autour de la modélisation, des artefacts, prennent leur source dans des manques de connaissances des enseignants. Ces manques, s'ils existent chez l'enseignant en amont d'une séance de classe, pilotent la circulation du travail effectif.

Ce modèle est inclus dans notre cadre théorique afin de préciser les connaissances des enseignants relativement à la simulation. Nous tenterons de repérer si certaines parties sont connectées entre elles (sur des modèles et des artefacts) et pourquoi certaines d'entre elles sont privilégiées ou absentes dans la formation.

3.3.3 Le cycle de modélisation de Blum et Leiss

Notre première question de recherche porte sur l'articulation entre expérience aléatoire, simulation et modèles mathématiques. Aussi, le cycle de modélisation de Blum & Leiss (2007) est une composante de notre méthodologie de la première boucle, même si cet élément n'est pas spéficique à cette boucle. Ce dernier y est ici incorporé afin de permettre une analyse de la circulation du travail autour de la simulation et des modèles. Il permettra de caractériser la place des modèles probabilistes entourant la simulation. Nous tenterons de repérer dans ce cycle la manière dont le travail se déroule, et si certaines rétroactions existent liées à des changements de modèles probabilistes et dans ce cas, à qui elles incombent.

3.3.4 Blocages, rebonds et confinements dans l'ETM

Notre étude vise les ETM_{pot}, les $ETM_{pot\ coll}$ et ETM_{eff} articulés autour d'avatars. En utilisant le modèle des ETM, il s'agit de repérer dans la circulation du travail des blocages éventuels ou encore des rebonds autour de la simulation. L'idée est ici de préciser la dialectique entre des moments critiques qui se matérialisent dans la circulation du travail d'un groupe d'élève et des interventions de l'enseignant (et vice versa). Nous précisons ici ce que nous entendons par blocage et rebond.

Un blocage se caractérise par un refus, une incapacité apparente et provisoire de poursuivre une action, de réagir à une situation, selon la définition du dictionnaire Larousse. Pour notre étude, nous définirons un blocage dans l'ETM comme la manifestation d'un arrêt de la circulation du travail sur une tâche par l'élève empêché de le poursuivre.

Un rebond se définit comme le développement nouveau du travail d'un individu ou d'un collectif après un arrêt momentané. En cela il permet d'éviter que l'arrêt ne se transforme en blocage.

Nous définissons un confinement dans l'ETM comme la manifestation d'une restriction du travail de l'élève par un tiers (un autre élève ou l'enseignant) dans un plan, sur une unique dimension ou encore, dans une autre mesure sur un modèle donné.

Pour avancer sur nos questions de recherche, nous serons en quête de moments critiques observables au cours du travail des élèves, qui pourront se traduire par des blocages, rebonds ou encore confinements dans l'ETM.

La théorie de l'activité permet d'éclairer autrement ces notions. Dans une certaine mesure, les confinements dans l'ETM semblent pouvoir être rapprochés des notions de tensions et de perturbations issus de la Théorie de l'Activité. Abboud Blanchard

et Rogalski (2017) précisent que des tensions et perturbations existent. Ces chercheurs les mentionnent comme étant :

> *des manifestations de conflits entre la visée de l'enseignant de maintenir l'itinéraire cognitif voulu et la nécessité de s'adapter aux phénomènes qui surgissent et qui sont dus à la dynamique de classe.* (Ibid, p.170)

Selon Abboud Blanchard et Rogalski, certaines tensions sont prévisibles et prévues par l'enseignant avant la séance et ce dernier recherche alors à la manière de les contourner. Elles indiquent aussi que d'autres tensions non anticipées par l'enseignant surgissent et contraignent son activité, l'obligeant à s'adapter. Elles désignent des perturbations comme des conséquences de non gestion ou de mauvaise gestion des tensions [11]. Les élèves vont alors emprunter un autre itinéraire cognitif que celui prévu initialement par l'enseignant.

Nous partagerons dans notre étude le fait de chercher à comprendre la déviation dans les itinéraires cognitifs. Il s'agira pour nous de tenter de déceler dans le cadre de l'itinéraire cognitif spécifique à un problème décrit dans l'ETM_{pot}, les types de blocages et rebonds ayant joué un rôle dans la dynamique de circulation du travail mis en place autour de cette tâche dans l'ETM_{eff}.

A la différence d'Abboud Blanchard et Rogalski qui ont étudié l'activité de l'élève en train de réaliser une tâche seul avec un logiciel, l'aspect collectif du travail des élèves sur le problème du lièvre et de la tortue nous permettra d'envisager la dynamique de la circulation du travail impliquant potentiellement un logiciel et le rôle de l'enseignant dans ce cadre.

Nous émettons comme première hypothèse que certaines tensions seraient spécifiques à un ETM incluant du travail en groupe de trois ou quatre élèves. S'il permet une diversité de procédures dans une configuration de travail des élèves en petits collectifs, l'enseignant s'exposerait alors potentiellement à une diversité d'itinéraires cognitifs et pourrait être acteur d'introduction de blocages ou rebonds.

Pour repérer des sources de blocages, nous empruntons de façon complémentaire le modèle des MTSK. En effet, dans les interventions de l'enseignant dans sa classe, étudiées localement, nous accédons au repérage :

- d'une part, d'élements venant court-circuiter une circulation initiée par un travail d'élève,
- d'autre part, des plans de l'ETM_{eff} privilégiés par l'enseignant par des changements de plans qu'il induit,
- enfin, déceler des intentions plus profondément ancrées dans les connaissances ou croyances de l'enseignant, qui se traduirait par des ajustements effectués en cours de séance rapportés aux choix initiaux de l'ETM_{pot}.

Mais l'accès à la fois aux ETM_{pot} et ETM_{eff} n'est pas aisé. Ceci nous pousse à inclure le modèle des MTSK (Carrillo et al., 2013) pour le cas de l'enseignante

11. *Trois types de tensions sont répertoriées, en relation avec :*
- la dimension cognitive,
- conjointement les dimensions cognitive et pragmatique où l'enseignant considère par exemple comme suffisamment proche les objets mathématiques et opérations incrémentées dans les logiciels,
- une dimension temporelle liée à la durée prévue de l'achèvement de la tâche. (Abboud Blanchard et Rogalski, 2017)

Lucie car des éléments de son ETM_{eff} seront vraissemblablement transférés dans la formation.

3.4 Données étudiées concernant la boucle avant la formation (B_1)

Nous décrivons sommairement ici les éléments constitutifs de la préparation de la formation qui seront étudiés par la suite. Ayant retenu pour notre étude les différents avatars à partir d'une même tâche, nous nous focaliserons sur un premier couple de l'enseignante Lucie (étape 1), analysé pour pouvoir instruire nos questions de recherche. Il sera suivi d'un deuxième couple consécutif au premier et élaboré par le collectif de formateurs et mis en oeuvre par moi-même, Blandine, dans ma classe de troisième, pour préparer la formation.

Méthodologie de recueils de données pour la première boucle
Concernant l'étape 1 de la première boucle, après un entretien en décembre 2015 sur trois avatars distincts du jeu du lièvre et de la tortue, l'enseignante Lucie a choisi en Mai 2016 de mettre en oeuvre son propre avatar dans sa classe de troisième. Elle m'a invité à observer sa séance de classe sur deux heures non consécutives, après m'avoir envoyé par mail la veille le scénario prévu et des fichiers de simulation qu'elle avait préparés. J'ai filmé les interventions de l'enseignante dans les groupes d'élèves (en suivant l'enseignante qui circulait dans la classe) et j'ai procédé à des enregistrements audio en complément.
Pour l'étape 2, notre méthodologie de recueil de données est différente et s'appuie sur deux journées d'élaboration de la formation (B_1).
Deux réunions ont eu lieu pour élaborer la formation (9-12-2015 et 6-01-2016) réunissant formateurs et chercheurs. Ces réunions ont été enregistrées intégralement afin d'en recueillir des données audio. Nous disposons aussi d'échanges mail, de fichiers (tableur, Scratch, extraits-vidéo de classe) préparés en amont ou apportées par des membres de l'équipe de formation.
J'ai soumis au collectif certaines données de l'étape 1 (extraits vidéo, de verbatim) afin d'amorcer des réflexions et engendrer des choix de présentation de la tâche pour la formation. L'équipe de formateurs a mené cette étude afin de repérer une palette de possibles qui pourraient émerger en formation.
Des données sont issues en particulier de verbatim d'échanges entre formateurs, qui ont été recueillis lors de l'élaboration d'un diaporama, et d'une grille d'amorce d'analyse *a priori* pour la tâche proposée en formation.

Ce recueil nourrit notre travail et sera en partie étudié sous l'angle de nos questions de recherche afin de cerner l'ETM suggéré en formation sur le problème du lièvre et de la tortue. Le regard porté sur cette première boucle devrait nous éclairer sur nos questions à travers les enseignants concernés par les étapes 1 et 2.

3.5 Le premier couple de l'étape $B_{1,1}$: caractérisation et rôle

Après un entretien proposant trois versions du problème du lièvre et de la tortue (non détaillé ici), l'enseignante Lucie a mis au point un premier avatar pour sa classe sur la tâche emblématique du jeu du lièvre et de la tortue. L'étape 1 constitue le point de départ de notre étude et nous nous penchons sur des premiers choix relatifs de Lucie dans sa classe. Parce que cette première étape conditionne d'une certaine manière les couples des étapes suivantes et la formation indirectement, nous commençons par sa présentation suivie de son analyse. Nous tenterons de caractériser le premier couple dans un premier temps, puis ensuite, nous allons circonscrire le rôle qu'il aura dans la formation.

3.5.1 L'avatar de Lucie, étape $B_{1,1}$

Voici la version proposée par l'enseignante Lucie :

Une course du lièvre et de la tortue s'effectue avec un dé à 6 faces sur un parcours à 6 cases.

Cette course se déroule de la manière suivante.

- *A chaque manche de la course, on lance le dé :*
  - *Si le dé tombe sur 6, le lièvre atteint directement l'arrivée*
  - *Sinon, la tortue avance d'une case.*
- *Le premier à atteindre la case « Arrivée » gagne.*
- *On réalise autant de manche que nécessaire pour avoir un gagnant.*

Qui du lièvre ou de la tortue a le plus de chance de gagner cette course ?

FIGURE 3.2 – *Avatar 1 de Lucie, $B_{1,1}$, 10/05/2016*

Cet avatar est à resituer dans son contexte. L'énoncé choisi par Lucie fait appel, en particulier, au domaine de la logique, pour définir les règles du jeu. La recherche de la négation d'une assertion n'est pas usuellement travaillée en classe de troisième. La traduction de la condition pour que la tortue gagne ou encore de l'événement contraire de L_i "Le lièvre gagne au $i^{ème}$ lancer" peuvent jouer un rôle important dans la circulation du travail. Ces événements constituent une difficulté potentielle car des élèves pourraient considérer que : *si le lièvre ne gagne pas, c'est la tortue qui gagne*, ou encore que *si le dé ne tombe pas sur un 6, c'est la tortue qui gagne.*

Dans le contexte de la classe de Lucie, cette tâche porte sur des connaissances anciennes (Robert, 2005) qui sont les notions :

- d'expérience aléatoire, d'issue, d'événement, d'univers ;
- de fréquence et d'effectif pour l'approche fréquentiste, appelée par Lucie *la méthode fréquentiste* dans son cours ;

- de probabilité d'un événement dans le cas d'équiprobabilité des issues (loi uniforme sans le dire), appelée *la méthode théorique* par Lucie (approche laplacienne).

Lucie a mené plusieurs tâches de probabilité jusque là, impliquant de la simulation avec le tableur avec l'usage des fonctionnalités ALEA.ENTRE.BORNES(;) pour lancer un dé, NB.SI(plage ; critère), la somme SOMME(plage), et le test conditionnel SI(, ,). Les élèves ignorent l'instruction OU(;) qui un moyen de réaliser une simulation en incluant le modèle de la loi géométrique tronquée (sans être le seul).
Nous allons désormais préciser l'avatar de Lucie en considérant les registres sémiotiques présents. L'énoncé de Lucie contient deux registres, l'un graphique et l'autre langagier. L'enseignante a représenté le parcours avec six cases en ligne, dont la dernière est identifiée par la présence du mot "Arrivée". Lucie considère que cette représentation est une aide possible pour les élèves. Cependant, les arbres sont absents de cet énoncé par choix de Lucie qui les considère comme "des maths magiques" et refuse de les employer en classe de troisième.
Voici un extrait d'entretien où face à un avatar du même problème qui incluait un arbre pondéré, Lucie a déclaré :

Lucie : "Ça ne me parle pas du tout, ce n'est pas des outils que j'utilise, ce qui me gène aussi. C'est que je ne suis pas à l'aise dans tout ce qui est magique, et là expliquer, il me faudrait des événements, une probabilité d'une intersection qui est égale au produit des probabilités, et là pour moi en troisième, il manque du cours enfin. A part leur dire quand on passe d'une branche à l'autre il faut multiplier, mais pour moi j'ai pas les outils pour expliquer pourquoi on multiplie donc / je laisse ça aux professeurs des lycées pour avoir des arguments et un petit peu plus/, de sortir du cadre magique, d'une formule magique où tu fais ton arbre et tu multiplies à chaque fois que tu passes d'une branche de l'arbre à l'autre. Ca me plait pas trop. Je préfère la théorie ensembliste en fait là, en fait c'est la même chose mais au niveau de l'écriture, je trouve ça moins magique mais il faut de la théorie derrière/ l'indépendance des événements/ qu'on n'a pas au collège."

Le référentiel théorique de la classe de troisième ne lui permet pas de s'appuyer sur le registre des arbres pondérés qui nécessiteraient la connaissance de propriété autour d'événements indépendants. Cela renvoie à la conception de la preuve de Lucie. L'arbre est un registre que l'enseignante refuse d'employer ou de faire utiliser par ses élèves dans son enseignement, car pour elle, il ne lui permet par de justifier des calculs des probabilités. Elle renvoie son usage au lycée.

Lucie : "Le côté magique des arbres sans avoir la propriété de // qui est utilisée en dessous, moi ça me gêne. Enfin tout ce que je fais en mathématiques avec mes élèves, y a rien de magique, tout est expliqué, tout s'appuie sur un résultat qu'ils connaissent (. . .) j'avoue que là, j'ai pas du tout réfléchi aux arbres, euh c'est peut être un tort de ne pas leur faire faire en troisième , mais j't'avoue que moi, le programme je ne le connais pas suffisamment sur ce point-là, pour avoir été fouillé, mais en même temps, j'ai jamais franchement le temps d'aller jusque-là donc... c'est peut-être pas très bien."
Des indications sur des connaissances superficielles des contenus curriculaires relatifs aux arbres viennent ici ajouter une justification supplémentaire à leur absence.

Lucie ne semble pas connaître le document ressource sur les probabilités qui précise l'emploi des arbres.

Tâche et question posée par Lucie

Il s'agit d'une tâche non simple et isolée avec une question ouverte : *"Qui du lièvre ou de la tortue a le plus de chance de gagner cette course ?"*. Si le mot *"chance"* est présent dans la question et renvoie au hasard, les connaissances liées à la probabilité appellent à un fonctionnement de type disponible.

Cette question peut être traitée à plusieurs niveaux : le fait de ne pas demander de calculer explicitement les probabilités que le lièvre gagne (respectivement la tortue) permet une palette de procédures possibles.

- Certains resteront peut-être au stade de l'observation de résultats d'un certain nombre de courses effectuées à la main avec un dé. Nous entendons ici par "un certain nombre" une grande variabilité pouvant aller d'une seule course à une petite poignée (moins de cinq ou une dizaine) ou beaucoup plus (une centaine, mille, cinq mille)...
- Des élèves tenteront peut-être d'établir une conjecture liée à une approche fréquentiste via une simulation tableur ;
- D'autres pourront chercher à calculer les valeurs exactes des probabilités que le lièvre et/ou la tortue gagne, en tentant de dénombrer tous les cas favorables.

Pour la recherche du calcul des probabilités par la formule de Laplace, il s'agira de reconnaître les modalités d'application de l'équiprobabilité à la situation proposée. Cela peut s'avérer difficile car les deux animaux n'ont pas la même chance de gagner la course à chaque lancer de dé. Il y a ici seulement équiprobabilité que chaque face apparaîsse lors d'un lancer de dé. Un intermédiaire sera alors de trouver le nombre total d'issues possibles lors d'une course (6^6), si l'expérience aléatoire retenue consiste à réaliser *a priori* six lancers de manière systématique par course.

Accès aux artefacts matériels et numériques

Utiliser un (des) dé(s) à jouer et/ou un ordinateur sont envisageables, l'enseignante Lucie garantissant les conditions d'accès à tous ces artefacts durant la séance, avec une classe mobile dans sa classe et un pot rempli de dés à jouer.
Si l'élève choisit de faire une simulation, alors dans l'étape de pré-modélisation décrite par Gaydier (2011), il est amené à :

- identifier des expériences aléatoires ; élémentaires et les distinguer de l'expérience aléatoire globale ;
- émettre des hypothèses en particulier sur l'indépendance des lancers ;
- choisir des hypothèses de modélisation pour chaque expérience aléatoire élémentaire.

Avec le tableur, l'élève aura comme choix :

- ou bien de faire une simulation au plus près des règles du jeu avec des lancers qui s'arrêtent dès l'obtention d'un 6 ou dès que la tortue a atteint la case Arrivée. Dans ce cas, elle nécessite de connaitre les instructions OU(;) et SI(; ;) du tableur et de savoir les imbriquer ;

- ou encore de construire une simulation non congruente aux règles du jeu énoncées (avec le modèle de la loi binomiale) avec six lancers systématiques de dés. Cette simulation est plus facile techniquement à implémenter dans le tableur car elle mobilise des instructions NB.SI ou SOMME connues des élèves. Il s'agit alors pour chaque course de repérer le nombre de six obtenus. Le calcul de l'effectif de courses gagnées par la tortue se fait en sommant les courses ayant un nombre nul de six. On en déduit ensuite les fréquences relatives aux deux animaux.

Ces deux choix portent sur des modèles probabilistes différents, la loi géométrique tronquée ou la loi binomiale. Ces choix sont précisés globalement au Chapitre 2 (p.51-53) et dans le détail en ANNEXE 2.1 (pp.35-38).
Pour l'avatar de Lucie, nous repérons l'existence de plusieurs choix, à savoir :

- de considérer l'événement L "Le lièvre gagne" ou T "La tortue gagne" ;
- d'envisager d'élaborer ou pas une simulation ;
- si les élèves souhaitent élaborer une simulation, de l'envisager congruente sémantiquement ou pas aux règles du jeu ;
- d'utiliser l'approche laplacienne pour calculer les probabilités $P(T)$ et $P(L)$ des événements définis ci-dessus.

A minima, les élèves pourront jouer des courses, puis créer sur tableur une simulation d'une course. Peut-être s'arrêteront-ils au lancer d'un seul dé sur tableur ? A maxima, ils pourront faire une simulation au tableur, conjecturer en relançant leur fichier d'un encadrement des fréquences que le lièvre gagne et que la tortue gagne et/ou effectuer les calculs des probabilités $P(T)$ et $P(L)$, voire ensuite les comparer aux données empiriques observées.

L'étude de ce premier avatar ne serait pas complète si nous ne prenions en considération des données de l'ETM_{pot} précisées la veille de sa séance de classe par Lucie. C'est pourquoi nous allons dans un premier temps décrire ces éléments avant de présenter le couple ($Av^{B_{1,1},L}$, ETM_{eff}).

3.5.2 Données concernant l'étape $B_{1,1}$ de Lucie

Nous détenons plusieurs données concernant le couple ($Av^{B_{1,1},L}$, ETM_{pot}). Il nous aidera à comprendre les intentions de mis en oeuvre du problème par Lucie pour sa séance prévue le 10 mai 2016. Nous détenons :

- un courriel envoyé par Lucie la veille de sa séance de classe avec trois fichiers de simulation effectués au tableur et accompagnés de ses commentaires ;
- des éléments de contexte.

En complément, nous possédons sur sa séance de classe :

- des relevés de productions de groupes d'élèves (brouillons, synthèse de groupes, fichiers) issus de l'ETM_{eff} de l'étape 1 ;
- des éléments de réflexion de l'enseignante sur cette séance de classe livrés lors de l'élaboration collective d'une formation intégrant le problème du lièvre et de la tortue.

Eléments de contexte de la séance de Lucie

La classe de troisième de Lucie concernée par notre étude comporte 24 élèves *a priori* sans profil particulier. Lucie profite de l'absence programmée d'un enseignant de sa classe de troisième pour mettre en oeuvre la tâche du jeu du lièvre et de la tortue sur deux séances d'une heure. Ces deux séances sont entrecoupées par la pause méridienne (10-05-2016). L'enseignante Lucie me prévient la veille de cette mise en oeuvre et m'invite. Lucie a mentionné la veille par courriel qu'une heure aurait été trop juste en terme de durée.
Une classe mobile de 14 postes informatiques (régulièrement utilisée par ses élèves sans branchement des ordinateurs supposés chargés) est disponible dans sa salle de classe, et certains postes ont des problèmes de batteries (ne tiennent pas sur la durée).
Les élèves ont l'habitude de travailler en groupes (par trois ou quatre) et Lucie constitue ces collectifs suivant des critères spatiaux (rapprochement d'élèves de tables proches).

Le déroulement de séance prévu par Lucie

Dans cette section, des précisions de déroulement prévu, livrées par l'enseignante la veille de sa séance seront rapprochées des différentes phases identifiées de l'$ETM_{attendu}$ décrites au chapitre 2 (pp.62-72) afin de détecter le type d'itinéraire cognitif imaginé par l'enseignante sur l'avatar. Nous reprendrons dans cette partie les notations adoptées pour ses différentes phases sachant que certaines pourront être absentes ensuite :

Expl. : Exploration et explicitation de la situation aléatoire
- **Expl.1** : La découverte du problème
- **Expl.2** : Une mise au point sur les règles du jeu
- **Expl.3** : L'explicitation de l'expérience aléatoire

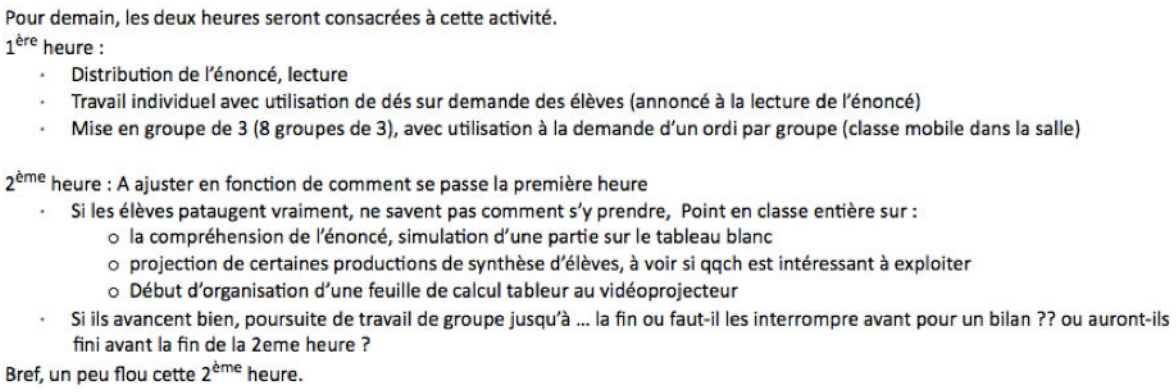
Sim. : La simulation
- **Sim.1** : Justification du recours à la simulation
- **Sim.2** : La simulation effective
- **Sim.3** : L'exploitation de la simulation

Preuv. : L'élaboration d'une preuve
- **Preuv.1** : Une preuve expérimentale
- **Preuv.2** : Une preuve sans simulation
- **Preuv.3** : Institutionnalisation autour de la preuve

FIGURE 3.3 – Codages de l'$ETM_{attendu}$, Le lièvre et la tortue

Jusqu'au dernier moment, l'ETM présente des incertitudes de structuration temporelle : des ajustements liés à l'état d'avancement d'un premier travail des groupes

semble être envisagé et pouvoir impacter le déroulement (introduction et dernier point de la 2ème heure décrite, Fig. 3.4) comme en témoigne le courriel envoyé la veille de la séance :



Pour demain, les deux heures seront consacrées à cette activité.
1ère heure :
- Distribution de l'énoncé, lecture
- Travail individuel avec utilisation de dés sur demande des élèves (annoncé à la lecture de l'énoncé)
- Mise en groupe de 3 (8 groupes de 3), avec utilisation à la demande d'un ordi par groupe (classe mobile dans la salle)

2ème heure : A ajuster en fonction de comment se passe la première heure
- Si les élèves pataugent vraiment, ne savent pas comment s'y prendre, Point en classe entière sur :
  - la compréhension de l'énoncé, simulation d'une partie sur le tableau blanc
  - projection de certaines productions de synthèse d'élèves, à voir si qqch est intéressant à exploiter
  - Début d'organisation d'une feuille de calcul tableur au vidéoprojecteur
- Si ils avancent bien, poursuite de travail de groupe jusqu'à ... la fin ou faut-il les interrompre avant pour un bilan ?? ou auront-ils fini avant la fin de la 2eme heure ?

Bref, un peu flou cette 2ème heure.

Figure 3.4 – *Déroulement prévu, courriel de Lucie envoyé la veille de séance*

Lucie anticipe avec deux phases d'action possibles la 2ème heure où le partage des rôles des uns et des autres (enseignant, élèves) est différent. La méconnaissance *a priori* des potentiels points de blocage des élèves semble gêner l'enseignante, qui parle de *flou.*
En cas de blocage, l'enseignante pense guider vers la simulation en projetant une feuille de calcul tableur vierge (phase de Sim.2P) et effectuer la *"simulation d'une partie sur le tableau blanc"* (Fig. 3.4, p.103) qui serait élaborée par elle-même devant les élèves. Lucie n'envisage pas, pour les élèves, l'émergence d'une approche du problème sans simulation.
Voici une description de l'ETM_{pot} associé à l'avatar de Lucie. La séance a été pensée sur deux heures et agencée *a priori* avec un temps de travail individuel, suivi d'un travail des élèves regroupés par trois, puis un bilan mentionné (Fig. 3.4) par la *"projection de certaines productions de synthèses d'élèves "*.

Phase d'exploration (Expl.) prévue

La phase initiale prévue par Lucie, de 10 minutes, est un premier temps de découverte du problème et correspond à la phase Expl.1 de l'$ETM_{attendu}$. Lucie attend une amorce individuelle de résolution de la tâche sur un brouillon. Pendant cette phase, sur son bureau, des dés seraient à disposition des élèves pour permettre des lancers de dés éventuels. La phase Expl.1 est ici envisageable avec ou sans dé et des élèves, s'ils en ressentaient le besoin, pourraient alors jouer quelques parties. Cette phase initie un travail qui devait prendre appui sur la dimension sémiotique (avec des signes produits sur la représentation que se font les élèves du jeu), puis se situer sur la dimension instrumentale pour certains élèves (utilisant des dés), tout en favorisant des échanges entre élèves regroupés par trois ou quatre ensuite.

Les élèves seraient ensuite regroupés par trois pour échanger et résoudre l'avatar selon un temps non fixé : entre 50 min et 1 h 50 min. Chaque groupe devrait restituer une production écrite avec un éventuel fichier numérique, à la fin de la séance (Fig.

3.4, fin de description de la 1ère heure).
L'enseignante avait imaginé, sans l'imposer, que quelques élèves individuellement ou des groupes d'élèves ensuite feraient des expériences aléatoires à la main, préalablement à une simulation numérique (phase Expl.1).

Phase de simulation (Sim.) Les conditions d'accès à un ordinateur d'une classe mobile ont été prévues par l'enseignante pensant qu'elles offriraient aux groupes la possibilité de créer une simulation numérique (phase Sim.2 E), s'ils le jugeaient utile. Les groupes souhaitant utiliser un ordinateur devraient en faire la demande auprès de Lucie et justifier ce choix en explicitant ce qu'ils envisageraient de faire avec. L'enseignante avait projeté que les groupes s'achemineraient vers un travail dans le plan [Sem-Ins], avec l'usage du tableur. Elle misait sur l'élaboration de simulations à partir de feuille de calcul vierge, sans autre consigne que celle donnée au départ. Privilégiant la dimension instrumentale, l'enseignante avait préparé les trois fichiers exposés en amont.
Ensuite, dans l'ETM_{pot}, les élèves en groupes devraient échanger des idées sur leur manière d'envisager la tâche et sur l'élaboration de procédures initiales. Lucie prévoyait de passer entre les groupes, de prendre des indices et d'intervenir si elle le jugeait utile. Ainsi ces diverses entités collectives seraient au service de l'ETM de la classe, en particulier lors de la mise en commun des différents travaux effectués par les groupes.

Absence de description de la phase de preuve (Preuv.)

Pour le bilan, Lucie a indiqué qu'elle prendrait appui sur une exposition à toute la classe de productions de groupes qu'elle jugerait *intéressantes* (sans préciser sa manière de les apprécier en amont de la séance, ni de les agencer). Pour l'enseignante, cette phase dépendrait du temps du déroulement effectif de la phase de travail en groupe et elle restait très vague dans son contenu éventuel (Preuv.1 ou Preuv.2 ou Preuv.3 non évoquées). Des porte-paroles de groupes viendraient exposer alors leur travail à toute la classe sur un temps limité et dans un ordre choisi par l'enseignante lors de sa sélection des productions.
En conclusion de cette prévision, des phases de l'ETM_{pot} sont privilégiées et comparativement à l'$ETM_{attendu}$, certaines semblent absentes (comme les phases Expl.3, Sim.1) ou non évoquées (Sim.3 ; Preuv.2, Preuv.3).

3.5.3 Description de la mise en oeuvre par Lucie

Avant de décrire le couple ($Av^{B_{1,1},L}$, ETM_{eff}) qui correspond à la mise en oeuvre effective du problème dans la classe de troisième de Lucie, nous présentons brièvement la méthodologie de recueil des données concernant cette séance de classe observée.

Méthodologie de recueil des données dans la classe

Le recueil des données est réalisé avec une caméra initialement installée sur pied au fond de la salle. Mais très vite, elle est rendue mobile pour pouvoir suivre le déplacement de l'enseignante dans les groupes. Dans quelques groupes, elle est

doublée d'un enregistrement audio afin de capter l'évolution du travail des élèves après une intervention de Lucie, une fois celle-ci partie du groupe.

Mise en oeuvre de l'avatar 1 par Lucie

Avant de préciser l'ETM_{eff} du premier avatar via l'étude de la circulation du travail, nous faisons une brève présentation du déroulement des deux séances. Les élèves ont été d'emblée mis par trois ou quatre ; ils ont été regroupés par proximité spatiale et non par niveau. Les élèves ont travaillé deux heures non consécutives. L'enseignante avait mis à leur disposition un grand nombre de dés sur son propre bureau dans un pot noir opaque, ainsi que des ordinateurs stockés dans une armoire ouverte (classe mobile). L'enseignante précise que les élèves ont l'habitude de se lever pour emprunter des dés. Lucie a demandé à chaque groupe une productions écrite de synthèse des travaux du groupe en fin de deuxième heure, comme usuellement dans ce cas-là. Les élèves disposaient dès le début de la première heure d'une feuille de brouillon et pouvaient poser des questions lors de la phase individuelle de prise en main du problème. Voici dans un premier temps une description globale de l'ETM_{eff} de classe, qui correspond à la mise en oeuvre de l'avatar 1 dans la classe de Lucie. Elle est reprise phase après phase.

Phase Expl.
La durée de l'étape de travail individuelle de 10 minutes a été respectée. Peu d'élèves ont utilisé un dé pour effectuer des expériences réelles, et la phase Expl.1 a pris moins d'ampleur que ce que Lucie appréhendait en amont de la séance. Des difficultés initiales de compréhension des règles du jeu sont apparues fréquemment avant même que les élèves mathématisent le problème. L'enseignante a passé beaucoup de temps à faire comprendre l'asymétrie de la règle d'avancement sur le parcours et la phrase *"sinon la tortue avance d'une case"*. Elle a fait vivre des phases Expl.2 de mise au point selon les élèves et la détection qu'elle faisait de règles mal interprétées. La compréhension de cette règle renvoie à la dimension discursive puisqu'il s'agit d'interpréter l'événement contraire de *"le lièvre atteint directement l'arrivée"*. Ainsi, le travail a débuté après un certain blocage dans le plan [Dis-Ins] lors de phases Expl.2 individuelles.

Phase Expl. ; Sim. et Preuv. durant le travail de groupe (incluant le bilan)
Le bilan et le travail de groupe, distingués dans les intentions de Lucie ont été réunis. L'enseignante a laissé les élèves travailler collectivement durant 1h50 min et a mené des bilans dans chaque groupe et non en plénière, contrairement à ses intentions. Nous relaterons par la suite la circulation du travail dans sept des huit groupes d'élèves (pp.99-114). Lors de phases de simulation Sim.2E, l'enseignante a dans certains groupes, imposé un retour à une phase d'exploration (Expl.1 DéMan, puis Expl.2) ce qui n'était pas prévu. Le bilan a été adapté par l'enseignante dans l'étape $B_{1,1}$. Au sein de la plupart des groupes, Lucie a pris appui sur le fichier tableur réalisé, en faisant relancer les simulations. Elle a fait observer le phénomène de stabilisation des fréquences pour 5000 courses au sein des groupes lorsque le fichier de

simulation réalisé par les élèves le permettait. La phase de type Preuv.1 était exclusivement menée par l'enseignante en s'appuyant sur le fichier existant de chaque groupe. Aucune réponse au problème initial n'a été partagée en classe entière (en plénière). Cette phase (preuv.1) a été répétée et confinée dans différents groupes, excepté pour le groupe Gr1 orienté par l'enseignante vers l'élaboration d'une preuve de type formelle (preuv.2).

Si l'intégralité du script des échanges relevés entre l'enseignante Lucie et certains groupes se trouve en ANNEXE 3.1, nous préciserons par la suite les travaux de sept des huit groupes d'élèves. Les synthèses des différents groupes se trouvent en ANNEXE 3.3. Cette annexe est accompagnée en ANNEXE 3.3.1 de détails concernant ces travaux de groupes.

Mais auparavant, nous revenons sur les outils méthodologiques sur lesquels s'appuie notre étude.

Chronogramme d'interventions de l'enseignante

Nous avons ressenti la nécessité de répertorier les interventions de l'enseignante pendant la séance filmée, et de les repérer chronologiquement. Nous distinguons tout d'abord des interventions destinées à un individu élève (en rouge), puis celles destinées spécifiquement à un groupe d'élèves (trois ou quatre individus) en bleu dans ce que nous appelons un chronogramme précisé ensuite.

Présentation de l'outil chronogramme

Le chronogramme est un outil méthodologique qui représente au fil d'une séance, les temps et durées d'interventions d'un enseignante dans différents groupes d'élèves. Ces interventions sont de deux sortes et matérialisées de manière distincte. Des points situés sur chaque ligne de groupe représentent une intervention de l'enseignant ponctuelle, isolée et courte (de l'ordre de 30 secondes), sans réponse de la part du groupe. Elle n'engage pas un dialogue précis sur le contenu des démarches existantes ou à suivre. Les interventions plus longues et significatives par rapport aux démarches figurent par des segments dessinés en traits pleins sur les segments horizontaux de chaque groupe. Les interventions de l'enseignant sont reliées par une(des) ligne(s) brisée(s), parfois coupée(s), qui illustre ainsi la chronologie de l'agencement de ces interventions de groupe en groupe. Le temps de travail en autonomie dans chaque groupe est ici repérable par les parties laissées en pointillé. Les temps sans intervention de l'enseignant correspondent aux interruptions de la ligne brisée.

Chronogramme des séances de Lucie

Un chronogramme précis des deux séances (matin et après-midi) lié à l'ANNEXE 3.2, est effectué dans le but de catégoriser les interventions de l'enseignante et de repérer comment elles affectent la circulation dans l'ETM_{eff}. Nous souhaitons ici repérer sur quels éléments ces interventions s'appuient et de quelle nature elles sont (plénière, en groupe, individuelle).

Ce chronogramme reflète la temporalité des interventions de l'enseignante tout au long des deux séances d'une heure coupées par la pause méridienne. Il permet de situer la dynamique du travail de l'enseignante dans l'ETM_{eff}, à travers son cheminement dans les différents groupes. Ce cheminement est matérialisé par la ligne brisée noire concernent la temporalité de passage d'un groupe à un autre.

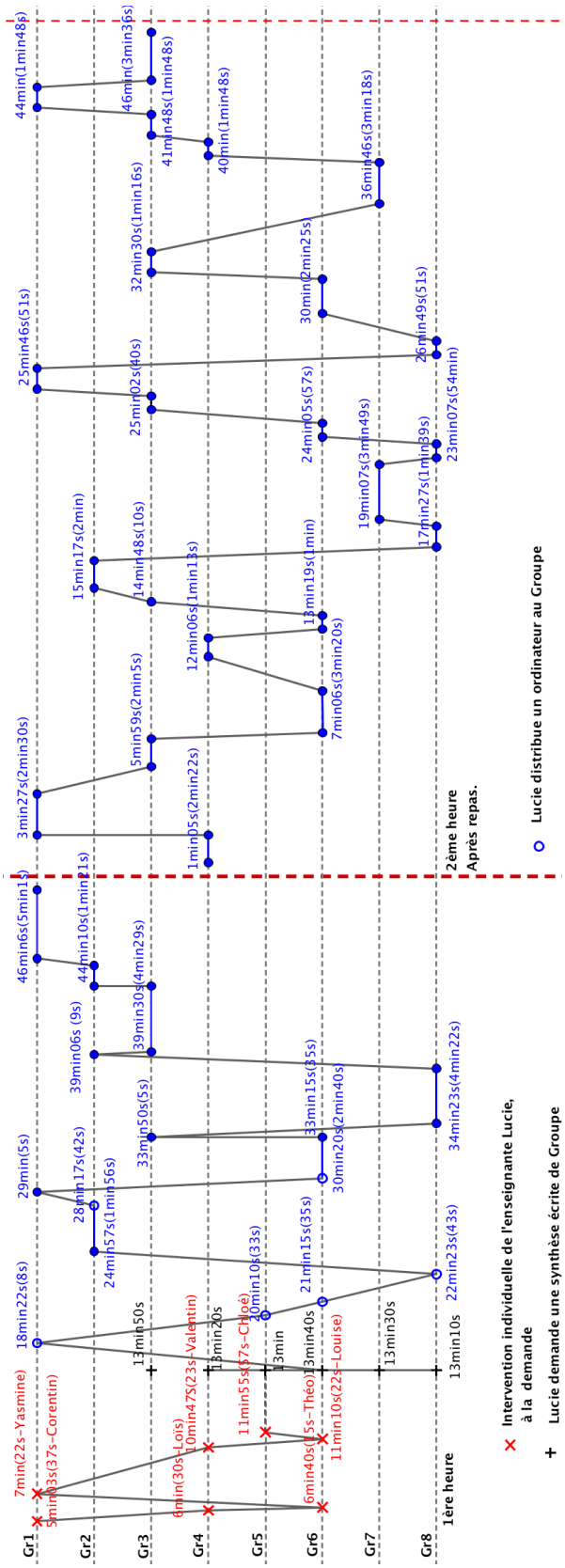


FIGURE 3.5 – *Chronogramme de l'étape $B_{1,1}$, Lucie*

Groupe	Gr1	Gr2	Gr3	Gr4	Gr5	Gr6	Gr7	Gr8
Nombre d'interventions	2 / 6	0 / 4	0 / 10	2 / 3	1 / ?	2 / 7	0 / 3	0 / 6
Indiv / Gr								
Temps total	59s	-	-	53s	57s	37s	-	-
Indiv	10min23s	5min8s	12min13s	5min23s	5min23s	11min36s	7min11s	8min43s
Gr								

TABLE 3.2 – *Répartition temporelle des interventions de Lucie*

Une première organisation de ce chronogramme nous permet d'observer une non équi-répartition temporelle, dans les différents groupes, des interventions de l'enseignante. Pour répondre à nos questions de recherche, cette répartition sera rapprochée des divers itinéraires cognitifs des groupes par la suite.

Les interventions de l'enseignant

La circulation dans l'ETM_{eff}

Dans l'étude de notre premier avatar, nous attachons une importance particulière aux interventions que l'enseignant effectue et à leur impact sur l'activité des groupes d'élèves. Ces activités nous semblent permettre de trouver des traces de connaissances pilotant certaines interventions de l'enseignant face à des blocages ou confinements. Ces connaissances semblent responsables en partie de la circulation dans l'ETM, dans le cycle de modélisation et indirectement influencent l'$ETM_{personnel}$ de l'enseignant sur cette tâche.
Aussi, nous nous intéressons dans un premier temps en particulier aux *aides à "fonction constructive"* ou *"à fonction procédurale"* (Robert & Vandebrouck, 2014) apportées par l'enseignante pendant la séance, via ses interventions.

Dans un premier temps, nous faisons le choix d'effectuer notre étude avec un niveau de granularité plus grossier. Nous nous contentons de repérer les interventions de l'enseignante dans chaque groupe, car elles peuvent nous renseigner sur la nature des liens entre expérience aléatoire, simulation et modèle (objet de QR1).

Nous nous attacherons désormais à examiner ce qui s'est passé dans les huit groupes d'élèves de la classe. Pour cela, dans l'ETM_{eff} , nous établirons des diagrammes de la circulation du travail relatant celle du groupe et de l'enseignant. Un axe situé en dessous précise la temporalité avec des segments de longueur proportionnelle au temps des différentes interventions de l'enseignant dans le groupe. Il permet de repérer les temps de travail autonome du groupe.

Plan d'étude de la circulation pour chaque groupe

Nous présenterons successivement pour chaque groupe un diagramme de la circulation du travail dans l'ETM_{eff} : il présente une analyse intégrant les interventions de l'enseignante Lucie. Elles y figurent et sont décrites au niveau inférieur, en gras, tandis que le travail des élèves est situé au niveau supérieur (en maigre). Ce diagramme fait état de ce qui se passe quand l'enseignant arrive dans un groupe et modifie le travail des élèves. Il présente la dynamique des échanges entre l'enseignant et le groupe, par des vignettes organisées suivant la temporalité présentée sur l'axe du temps en dessous. Nous ne numéroterons pas les vignettes pour ne pas surcharger ces diagrammes mais considérerons que la première est celle du Gr1 en haut à gauche, puis la deuxième est celle située au bout de la flèche (située sur la ligne de l'enseignant) etc...

Pour lire ce type de diagramme, il est nécessaire de le parcourir de gauche à droite, en suivant un cheminement, matérialisé dans l'exemple, par les flèches en pointillé :
Ces flèches ne seront pas indiquées par la suite pour ne pas surcharger nos dia-

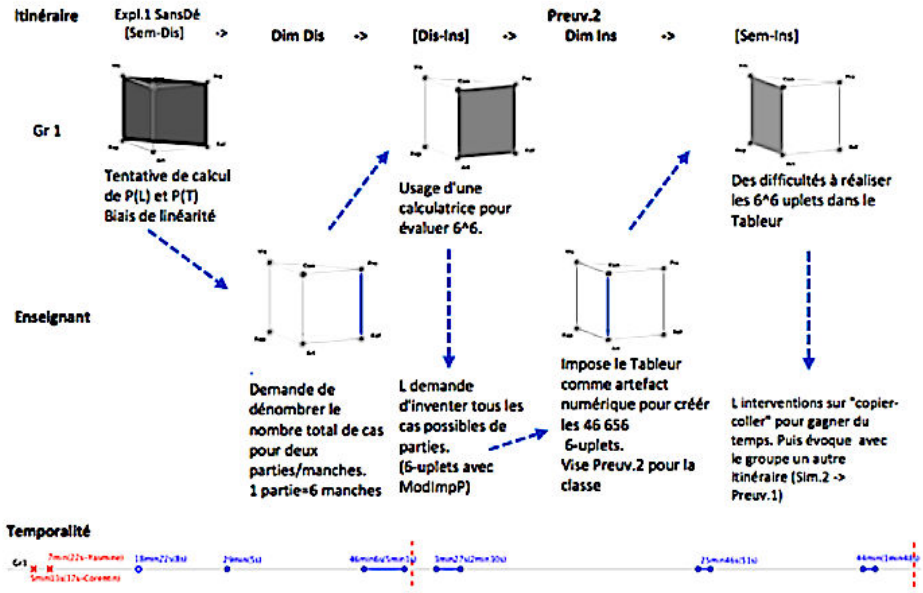


FIGURE 3.6 – *Lecture d'un diagramme de circulation dans l'ETM_{eff}*

grammes. Elles précisent pour le premier groupe pris en exemple ici, ce qui incombe à l'enseignant et ce qui est du ressort du groupe d'élèves concerné en terme de circulation du travail.

La circulation du travail sera encadrée au dessus par l'itinéraire cognitif emprunté (résumé de la circulation dans l'ETM) et au dessous par la temporalité des interventions de l'enseignant dans le groupe. Cette temporalité est matérialisée par des segments de longueur proportionnelle à la durée d'intervention de l'enseignant. Afin de réaliser cette analyse des circulations des groupes, nous avons utilisé des éléments de déroulement qui se trouvent en ANNEXE 3.3.1. Il s'agit de productions écrites des élèves, du groupe, ou de fichiers élaborés ainsi que des extraits d'échanges entre élèves ou entre les élèves et l'enseignante qui ont été transcrits (ANNEXE 3.1). Ces éléments ont été retenus car ils éclairent nos questions de recherche en précisant la circulation dans l'ETM, tout en ne pouvant pas figurer directement dans le diagramme de circulation, faute d'espace.

La circulation dans l'ETM_{eff}

Pour cinq des six groupes de la classe de Lucie, nous présentons par la suite la circulation du travail. Aussi, la manière de lire ce diagramme sur la circulation est précisé en Fig. 3.6. Après un résumé concernant chacun des groupes, nous présenterons leurs circulations respectives.

Le groupe Gr1

Le groupe Gr1 initie un travail situé dans le plan [Sem-Dis], en effectuant des calculs de probabilités qui présentent, pour une élève, un biais de linéarité. Lucie ne reconnaissant pas ce biais, gomme cette croyance en détournant le travail du groupe (en actionnant la dimension discursive). L'enseignante questionne alors sur le nombre de 6-uplets existants, imposant qu'une course soit associée à six lancers de dé systématiquement. Elle oriente alors le groupe vers le tableur afin qu'il représente les 46656 cas avec cet artefact numérique (4e vignette de Fig. 3.7, p.111). Ceci induit un confinement du travail dans le plan [Sem-Ins] car le groupe se heurte à des soucis techniques malgré une intervention de l'enseignante purement technique d'injonction d'utiliser le "copier-coller". L'état final du fichier tableur présente seulement 15 six-uplets au bout des deux séances. L'aspect long et fastidieux de la tâche crée une discorde finale au sein du groupe. Il n'achèvera pas son travail initié vers une preuve formelle, ce que l'enseignante regrette car Lucie espérait l'exploiter ensuite en classe entière lors du bilan. A aucun moment Lucie ne suggère au groupe l'emploi d'un arbre de dénombrement.

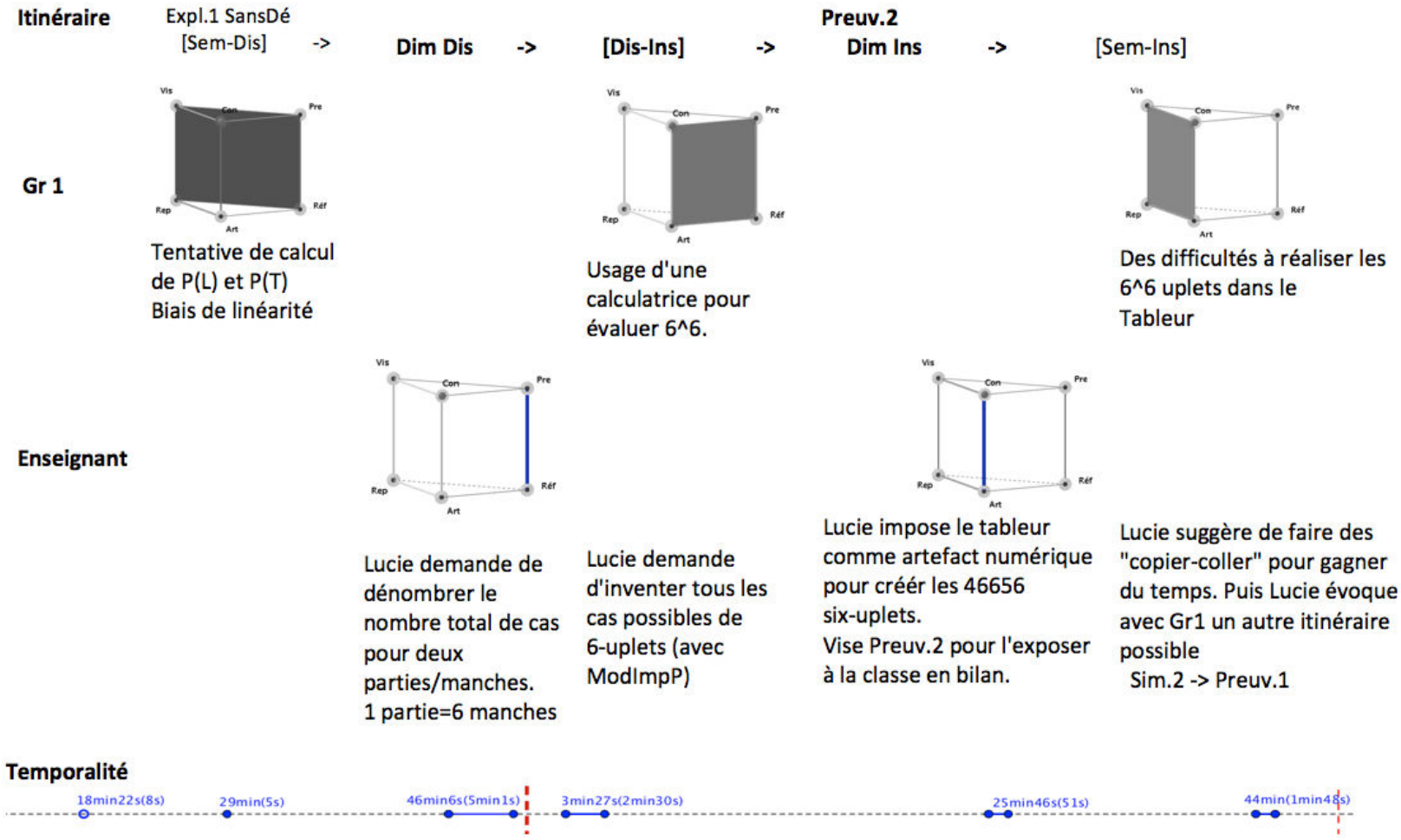


FIGURE 3.7 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr1, étape 1*

Le groupe Gr2

Le groupe présente deux types de démarches initiales, l'une avec des expériences réalisées à la main où le travail se situe dans le plan [Sem-Ins]. L'élève calcule pour 10 expériences réalisées la fréquence et conclut sur la valeur de la probabilité. Un autre élève, dont le travail se situe dans le plan [Sem-Dis], propose $\frac{1}{6}$ et $\frac{5}{6}$ comme valeurs des probabilités respectives de gain du lièvre et de la tortue. L'enseignante (Lucie) questionne la fraction $\frac{5}{6}$, puis considère ensuite le nombre de six-uplets existants, imposant au passage le modèle probabiliste de la loi binomiale. Elle suggère alors de ne pas rechercher manuellement les 46656 cas et fait renoncer à une démarche de preuve formelle. Pour cela, elle insiste sur la dimension instrumentale en réactivant des connaissances antérieures des élèves sur des instructions tableur pour la simulation. Le groupe tente d'élaborer une simuation au tableur, mais comme le montre la 6e vignette, l'expérience aléatoire simulée se restreint à un lancer de dé. Après avoir imposé six lancers par course au tableur (7e vignette, Fig. 3.8, p.113), l'enseignante incite à une validation dans le plan [Ins-Dis] en invoquant l'outil théorique de la loi des grands nombres par relances de la simulation. Elle le demande pour rafraîchir de manière répétée les valeurs générées aléatoirement par le fichier.

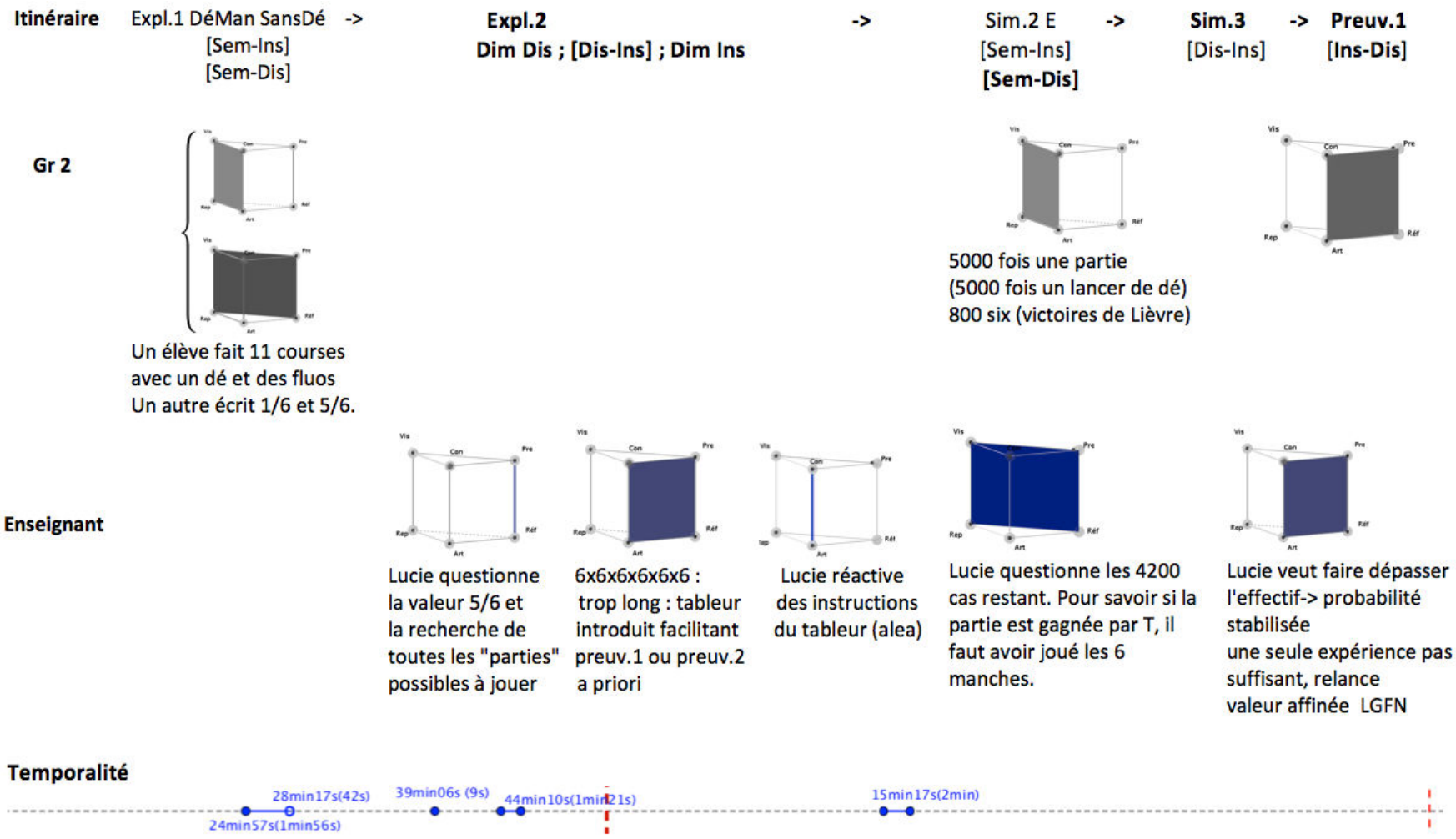


FIGURE 3.8 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr2, étape 1*

Le groupe Gr3

Le travail du groupe se situe d'emblée dans le plan [Sem-Ins] comme l'indique la 1ere vignette (Fig. 3.9, p.115). Face au blocage lié à l'expérience aléatoire simulée au tableur qui ne correspond qu'à un lancer de dé, l'enseignante (Lucie) insiste sur la distinction entre une "manche" et une "partie" tout en s'appuyant sur le contenu du tableur (1ère ligne), convoquant le plan [Sem-Ins]. Elle réorganise la feuille de calcul du groupe en imposant le modèle de la loi binomiale et une lecture horizontale de courses (de la 2e et 5e vignette). Située sur la dimension instrumentale, l'intervention de l'enseignante se concentre sur la réintroduction d'une phase d'exploration (avec un dé à jouer) lors de l'élaboration de la simulation. Ceci conduit le groupe à saisir manuellement le gagnant des six premières courses dans le tableur. Lucie demande une automatisation de l'affichage du résultat concernant le gagnant (par un traitement automatisé des lancers) et rappelle au groupe la notion de fréquence (confondue avec l'effectif), se situant alors dans le plan [Ins-Dis]. Dans ce groupe, la simulation reste inexploitée et la preuve expérimentale n'est pas aboutie.

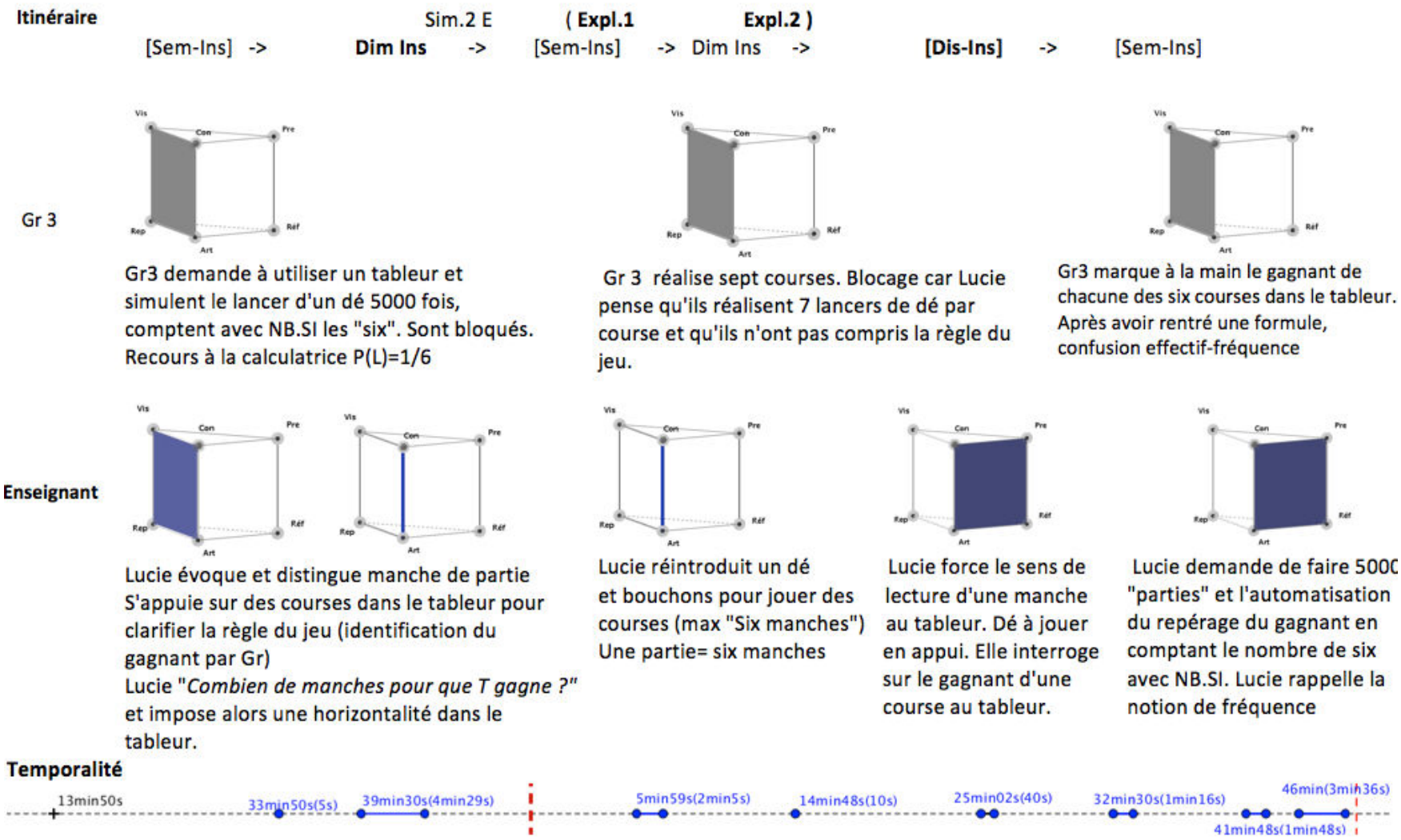


FIGURE 3.9 – *Circulation dans l'ETM$_{eff}$, Groupe Gr3, étape 1*

Le groupe Gr4

Le groupe Gr4 présente des travaux initiaux dans deux plans distincts (respectivement [Sem-Dis] et [Sem-Ins]), avec des amorces des deux types de preuve, formelle et expérimentale (1ère et 2e vignette de Fig. 3.10, p.117). Ils restent sans réponse de la part de l'enseignante sur l'affectation de l'équiprobabilité (1ère et 3e vignette), puis l'enseignante hiérarchise les deux approches en désignant un "leader" à suivre. Elle favorise un travail dans le plan [Sem-Ins] (4e et 8e) avec l'approche fréquentiste soutenue par la simulation au tableur, ignorant les calculs des probabilités réalisés par l'élève E2 (sans détailler sa preuve de type formelle). Les élèves rapprochent les valeurs estimées ou calculées des probabilités, mais ceci restera confiné dans le groupe (7e vignette). Ce groupe soulève le problème de l'indépendance des lancers, et le fait de pouvoir se permettre d'en abandonner, évoqué par Parzysz (2009) sur la correspondance entre Pascal et Fermat sur des lancers inutiles sur le problème des partis [12].

12. *Pascal : "Car si le premier gagne les deux premières parties de quatre, et qu'ainsi il ait gagné, refusera-r-il de jouer encore deux parties, vu que s'il les gagne il n'a pas mieux gagné ; et s'il les perd, il n'a pas moins gagné (...)"*, (Parzysz, 2009, p.98)

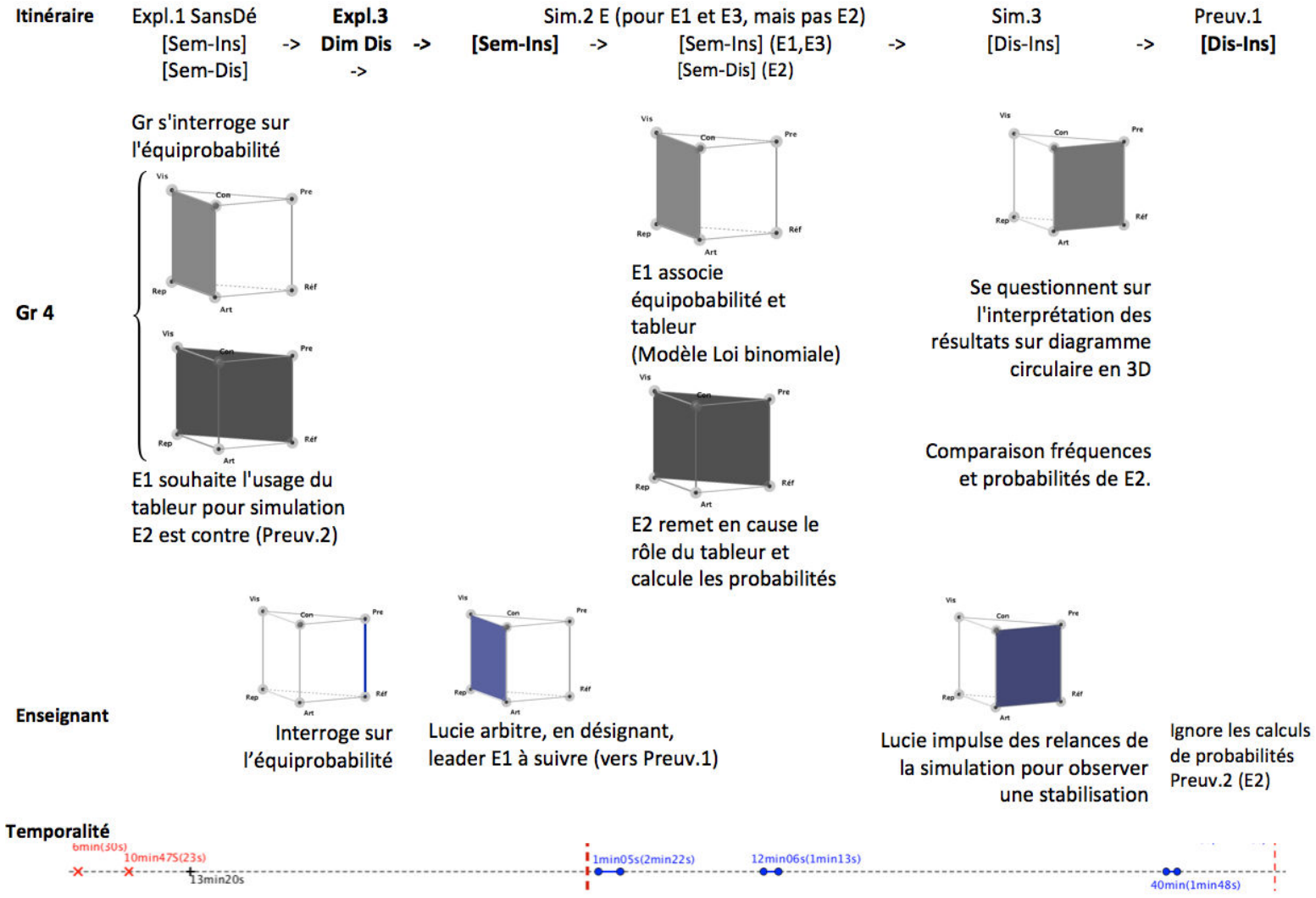


FIGURE 3.10 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr4, étape 1*

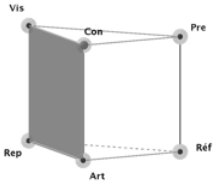
Le groupe Gr6

Le groupe tente d'élaborer une simulation au tableur, leur travail est initié dans le plan [Sem-Ins]. Après un premier lancer de dé au tableur, il se retrouve bloqué pour relancer de manière conditionnelle un deuxième dé. L'enseignante impose alors le modèle de la loi binomiale en faisant structurer le fichier tableur avec six colonnes, insistant sur la dimension instrumentale. Comme indiqué dans la 4e vignette (Fig. 3.11, p.119), ceci crée une résistance de la part d'une élève. L'élève en question, qui anticipe sur les résultats de la preuve expérimentale en se situant dans le plan [Ins-Dis], émet comme frein que cette modification changera les valeurs des probabilités. Lucie n'avait *a priori* pas imaginé une telle simulation avec la loi géométrique tronquée avant la séance. L'enseignante force le groupe à emprunter un modèle probabiliste lors de la simulation et elle intervient sur le fichier tableur pour aider ensuite à automatiser l'obtention du vainqueur (5e vignette), activant principalement la dimension instrumentale. Au final, l'enseignante incite à une validation dans le plan [Ins-Dis].

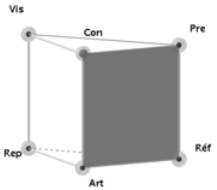
Itinéraire Sim.2 E Preuv.1

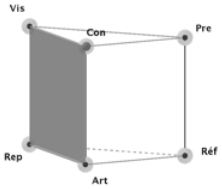
[Sem-Ins] -> **Dim Ins** -> [Dis-Ins] -> **Dim Ins** -> [Ins-Sem]

Gr 6



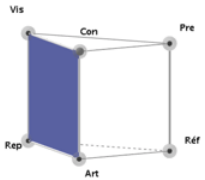
Gr6 demande à utiliser un tableur pour faire un grand nombre de fois l'expérience aléatoire.
Tentative (modèle de la loi géométrique tronquée), recours à la calculatrice pour simulation au plus près des règles du jeu

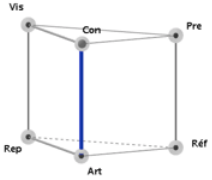




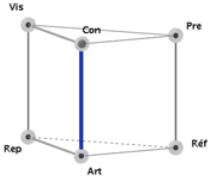
Une élève questionne sur le changement de modèle relativement à l'effet possible sur les résultats ("*ça change les probabilités*")
Mais Gr exécute la proposition de Lucie.

Enseignant

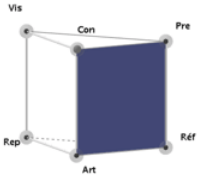




Lucie demande des explications, ce qui engendre des perturbations d'affichages.
Gr a un souci pour effectuer un 2ème lancer conditionné au 1er. Lucie impose la loi binomiale, en disant de "faire six colonnes". (ModImpP)



Lucie rappelle NB.SI, et fait considérer dans le tableur "nombre de parties gagnées par la tortue"



Lucie impulse des relances de la simulation pour observer une stabilisation de la fréquence

Temporalité

FIGURE 3.11 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr6, étape 1*

Le groupe Gr7

Des tentatives de dénombrement des cas de victoire de la tortue effectués initialement par l'un des membres ne sont pas relevées par l'enseignante. Il se ralie au groupe qui cherche à élaborer une simulation au tableur et qui évolue initialement dans le plan [Sem-Ins] avec pour finalité une preuve expérimentale. Face à l'expérience aléatoire simulée erronée, l'enseignante restructure la lecture horizontale d'une course dans le fichier en imposant le modèle de la loi binomiale tout en restant dans le plan [Sem-Ins]. Les 3e et 4e vignettes (Fig. 3.12, p.121) indiquent la difficulté du groupe à réaliser une identification automatisée du vainqueur de chaque course. L'enseignante qui prononce alors le mot "chance" (4e vignette) induit un déplacement du travail du groupe dans le plan [Ins-Dis]. Ils mobilisent des connaissances du référentiel théorique (5e vignette) des probabilités liées à l'approche laplacienne (et non fréquentiste), ce qui ne les fait pas avancer sur la preuve expérimentale. Leur simulation reste inachevée et inexploitée malgré un retour dans le plan [Sem-Ins] effectué par l'enseignante qui évoque le calcul des fréquences au tableur.

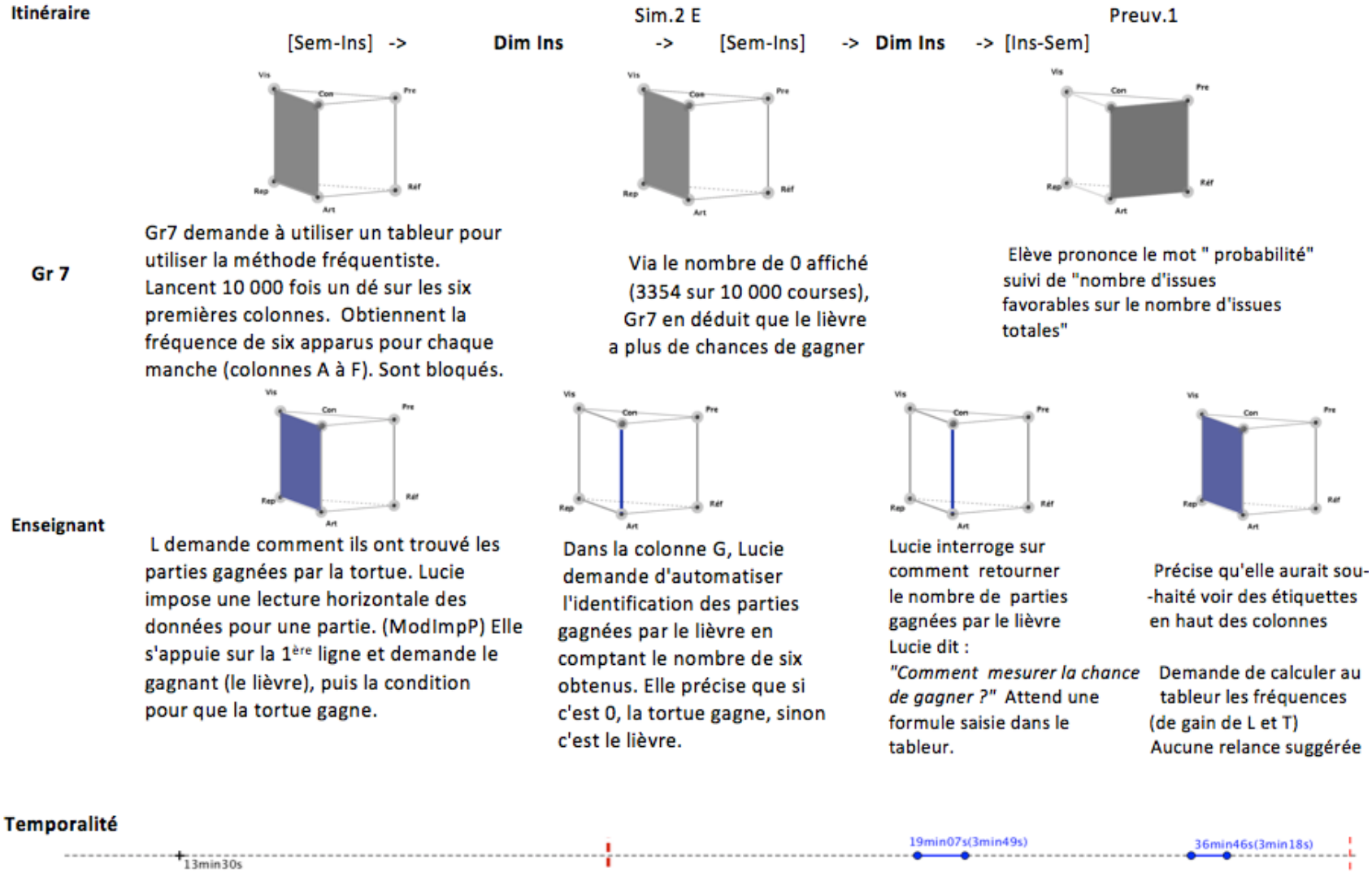


FIGURE 3.12 – *Circulation dans l'ET M_{eff}, Groupe Gr7, étape 1*

Le groupe Gr8

La circulation dans ce groupe est similaire à celle rencontrée dans le groupe Gr7. Nous y retrouvons l'agencement horizontal des courses imposé par l'enseignante (4e vignette, Fig. 3.13, p.123). Elle réintroduit une phase d'expérimentation avec des artefatcs matériels lors de la simulation et impose le modèle de la loi binomiale. Le groupe réalise 5000 courses au tableur et conclut relativement au premier affichage obtenu par comparaison des effectifs(sans faire intervenir la fonctionnalité FREQUENCE du tableur qu'ils ne savent pas utiliser). Le travail du groupe jusque là situé dans le plan [Sem-Ins] bascule alors dans le plan [Ins-Dis]. L'enseignante rappelle alors comment calculer une fréquence, elle a recourt à la dimension discursive en faisant appel à un élément du référentiel.

Nous présentons dans cette partie les diagrammes de circulation concernant sept groupes sur les huit formés par Lucie dans sa classe. Nous expliquerons ensuite les raisons pour lesquelles le Groupe 5 ne fait pas partie de cette session.

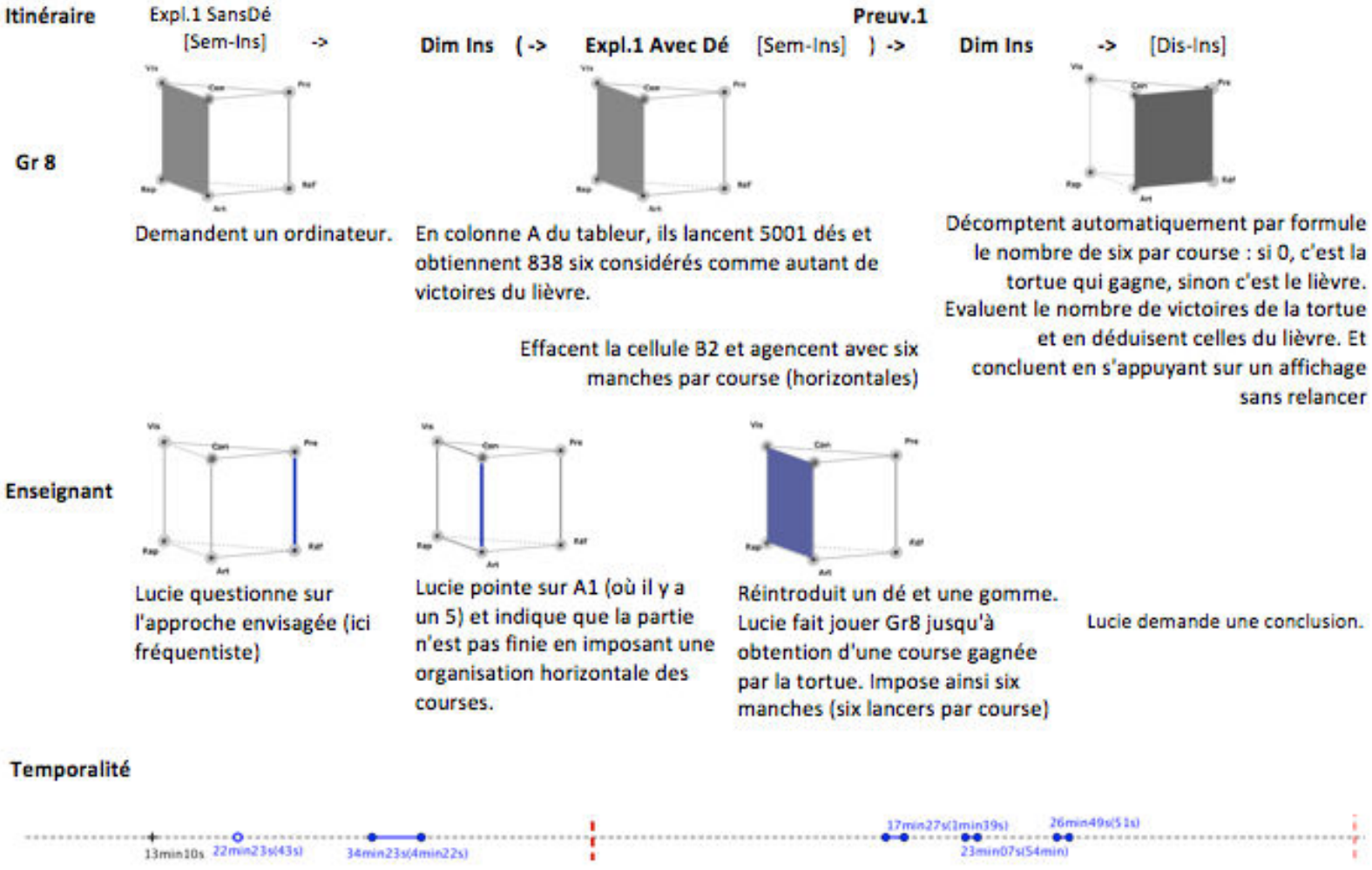


FIGURE 3.13 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr8, étape 1*

La circulation dans le Groupe 5

Nous ne sommes pas en mesure de présenter celle-ci car nous avons éprouvé des difficultés à couvrir le recueil de données de l'intégralité des groupes. Ceci remet en question notre manière d'opérer notre recueil des données pour notre deuxième boucle d'un point de vue méthodologique. Cependant, ce groupe montre une rupture observée qui répond à notre première question (QR1) sur laquelle nous nous attarderons à travers un brouillon d'élève.

Points communs à trois groupes

Nous pouvons noter une ressemblance dans l'intervention de l'enseignante concernant les groupes Gr3, Gr7 et Gr8. Quand l'enseignante repère des fichiers tableur élaborés avec construction "verticale", elle recentre le travail des élèves sur l'identification d'une course, opérant un retour sur la règle du jeu et la faisant repréciser comme si elle n'avait pas été comprise par le groupe. Il semble qu'un quiproquo ressemblant peut-être à un effet Jourdain (Brousseau, 1989, p.12) s'installe, lié au tableur lui-même, qui inhibe une identification verticale d'une course quand des lancers sont effectués sur une colonne. Cela permet alors à l'enseignante d'imposer six lancers systématiques pour chaque course moyennant deux possibilités :

- faire jouer des courses à la main jusqu'à ce que la tortue gagne (Gr3 et Gr8) ;
- faire interpréter une ligne particulière du tableur des élèves (Gr7) pour revenir à la condition que la tortue gagne.

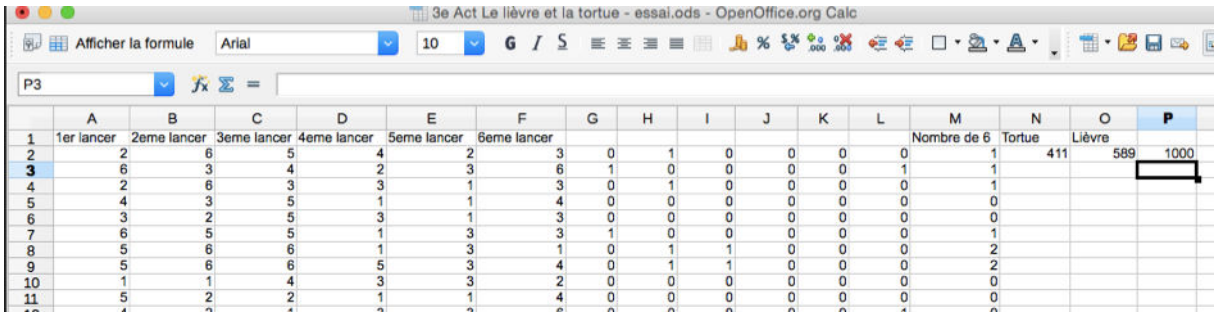
La phase d'exploration des règles du jeu est alors un ressort pour l'enseignante qui impose systématiquement le modèle de la loi binomiale lors de la simulation, via son intervention sur les lancers de six dés couplée aux fonctionnalités tableur apportées dans l'ETM de la classe antérieurement. Les élèves sont amenés à sommer les six obtenus par ligne via l'instruction SOMME() ou NB.SI() qu'ils sont censés connaître.

Retour sur les fichiers de simulation réalisés par Lucie la veille

Le couple ($Av^{B_{1,1},L}$, ETM_{pot}) a dévoilé des intentions de mise en oeuvre du problème par Lucie pour sa séance prévue le 10 mai 2016. Il nous éclaire, pour QR1, sur les agissements dans différents groupes relatifs aux modèles mathématiques imposés ou détournés par l'enseignante au coeur du travail d'élaboration de la simulation. Pour cela, nous prenons appui sur un mail qui comprend trois fichiers tableurs faits par Lucie la veille de la séance. Elle les a communiqués par mail au chercheur.

Des captures d'écran de ces fichiers de simulation, que Lucie nomme "des tests tableurs" sont ici présentées afin de mettre en lumière le modèle unique envisagé ainsi que les fonctionnalités que l'enseignante mobilise. Son fichier préparatoire comporte trois feuilles, avec des procédures de simulations différentes. Nous souhaitons rendre compte d'une certaine évolution recherchée par l'enseignante et respectons la chronologie des fichiers. De plus, l'accès donné aux formules des cellules permet de mieux appréhender sa manière d'élaborer ces simulations :

Feuille 1 : 1000 fois six "manches"



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	1er lancer	2eme lancer	3eme lancer	4eme lancer	5eme lancer	6eme lancer							Nombre de 6	Tortue	Lièvre	
2	2	6	5	4	2	3	0	1	0	0	0	0	1	411	589	1000
3	6	3	4	2	3	6	1	0	0	0	0	1	1			
4	2	6	3	3	1	3	0	1	0	0	0	0	1			
5	4	3	5	1	1	4	0	0	0	0	0	0	0			
6	3	2	5	3	1	3	0	0	0	0	0	0	0			
7	6	5	5	1	3	3	1	0	0	0	0	0	1			
8	5	6	6	1	3	1	0	1	1	0	0	0	2			
9	5	6	6	5	3	4	0	1	1	0	0	0	2			
10	1	1	4	3	3	2	0	0	0	0	0	0	0			
11	5	2	2	1	1	4	0	0	0	0	0	0	0			

Figure 3.14 – *Tableur 1, Lucie, 09/05/2016*

Ses formules utilisées sont :

	J	K	L	M	N
1				Nombre de 6	Tortue
2	=SI(D2=6;1;0)	=SI(E2=6;1;0)	=SI(F2=6;1;0)	=SOMME(G2:K2)	=NB.SI(M2:M1001;0)
3	=SI(D3=6;1;0)	=SI(E3=6;1;0)	=SI(F3=6;1;0)	=SOMME(G3:K3)	

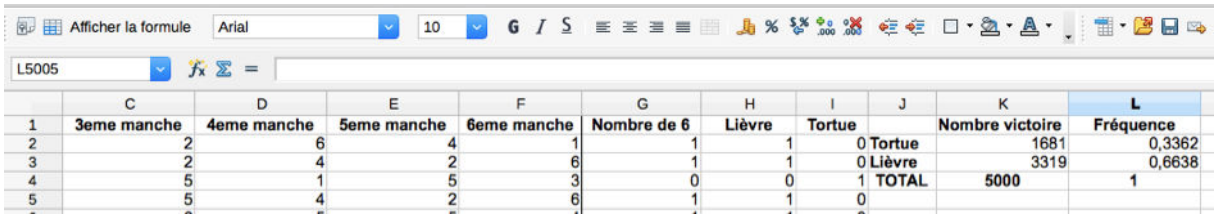
Figure 3.15 – *Formules Test tableur 1, Lucie, 09/05/2016*

et pour le lièvre dans les cellules O2 et P2 :

	O	P
1	Lièvre	
2	=NB.SI(M2:M1001;1)+NB.SI(M2:M1001;2)+NB.SI(M2:M1001;3)+NB.SI(M2:M1001;4)+NB.SI(M2:M1001;5)+NB.SI(M2:M1001;6)	=N2+O2
3		

Figure 3.16 – *Formule Test tableur 1, Lucie, 09/05/2016*

Feuille 2 : 5000 fois six «manches»



	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	3eme manche	4eme manche	5eme manche	6eme manche	Nombre de 6	Lièvre	Tortue		Nombre victoire	Fréquence
2	2	6	4	1	1	1	0	Tortue	1681	0,3362
3	2	4	2	6	1	1	0	Lièvre	3319	0,6638
4	5	1	5	3	0	0	1	TOTAL	5000	1
5	5	4	2	6	1	1	0			

Figure 3.17 – *Test tableur 1, Lucie, 09/05/2016*

	J	K	L	M	N
1				Nombre de 6	Tortue
2	=SI(D2=6;1;0)	=SI(E2=6;1;0)	=SI(F2=6;1;0)	=SOMME(G2:K2)	=NB.SI(M2:M1001;0)
3	=SI(D3=6;1;0)	=SI(E3=6;1;0)	=SI(F3=6;1;0)	=SOMME(G3:K3)	

FIGURE 3.18 – *Formules Test tableur 2, Lucie, 09/05/2016*

Comparaison de la Feuille 2 avec la Feuille 1

La Feuille 2 présente des similitudes avec la Feuille 1 dans le fait d'envisager d'emblée six lancers de dé, donc d'appeler une modélisation non congruente à l'expérience aléatoire manuelle. De plus, l'emploi de codages 0 et 1 respectivement si "le dé donne 6 au ième lancer" et si "le dé ne donne pas 6 au ième lancer", est présent dans les deux feuilles. Lucie envisage de faire automatiser le calcul des fréquences des deux animaux en commençant toujours par la tortue.

Des différences s'observent dépendant sur plusieurs points concernant ces fichiers de simulation. Tout d'abord, 5000 simulations sont envisagées en Feuille 2, contre 1000 dans la Feuille 1. Lucie y recherche peut-être une stabilisation des fréquences par l'étendue du nombre de simulations ?

Les étiquettes indiquant le contenu des cellules "1er lancer, 2ème lancer, ... " sont transformées en " 1ère manche, 2ème manche, ... " ce qui se retrouve dans l'énoncé qu'elle a choisi pour sa classe.

L'organisation des tests SI combinés avec l'usage de NB.SI présente des agencements différents :

- en Feuille 1 : chaque expérience élémentaire est "testée" avec un SI, puis le programme s'appuie sur l'effectif de parties gagnées par la tortue, obtenu avec NB.SI(plage appropriée, 0). Le calcul du nombre de parties gagnées par le lièvre n'est pas ici envisagé comme le complément à 1 de celui pour la tortue. Il est calculé à l'aide de la formule : Comme pour effectuer une auto-

2	=NB.SI(M2:M1001;1)+NB.SI(M2:M1001;2)+NB.SI(M2:M1001;3)+NB.SI(M2:M1001;4)+NB.SI(M2:M1001;5)+NB.SI(M2:M1001;6)

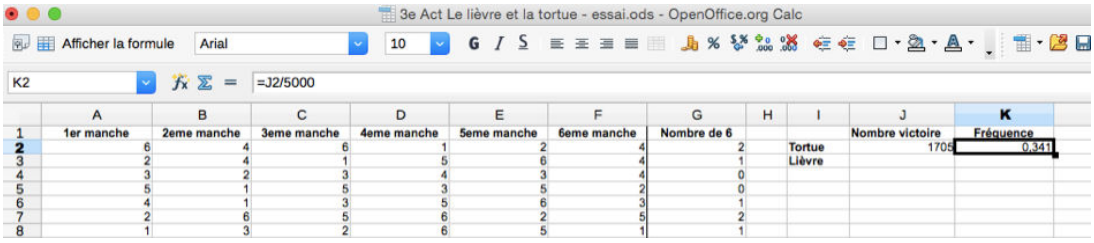
FIGURE 3.19 – *Formule (2) Test tableur 2, Lucie, 09/05/2016*

validation, dans la cellule P2, l'enseignante entre $= N2+O2$ et retrouve ainsi le nombre de simulations total.

- en Feuille 2 (Fig. 3.18) : il s'agit de dénombrer dans les répétitions des six expériences élémentaires, le nombre de faces six obtenu. Ensuite, l'enseignante teste parmi ces répétitions celles comportant au moins un six avec une formule de type $SI(G_i <> 0,1,0)$ (où le lièvre gagne) et celles ne comportant aucun six $SI(G_i = 0,1,0)$ (où la tortue gagne). Enfin, elle somme les effectifs obtenus pour chaque issue de l'expérience globale.

Feuille 3 : 5000 simulations avec six "manches"

Les formules proposées cette fois n'utilisent pas de test SI, elles s'appuient uniquement sur ALEA.ENTRE. BORNES et NB.SI (Fig. 3.21).



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	1er manche	2eme manche	3eme manche	4eme manche	5eme manche	6eme manche	Nombre de 6			Nombre victoire	Fréquence
2	6	4	6	1	2	4	2		Tortue	1705	0,341
3	2	4	1	5	6	4	1		Lièvre		
4	3	2	3	4	3	4	0				
5	5	1	5	3	5	2	0				
6	4	1	3	5	6	3	1				
7	2	6	5	6	2	5	2				
8	1	3	2	6	5	1	1				

Figure 3.20 – *Test tableur 3, Lucie, 09/05/2016*

	F	G	H	I	J	K
1	6eme manche	Nombre de 6			Nombre victoire	Fréquence
2	=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)	=NB.SI(A2:F2;6)		Tortue	=NB.SI(G2:G5001;0)	=J2/5000
3	=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)	=NB.SI(A3:F3;6)		Lièvre		

Figure 3.21 – *Formules Test tableur 3, Lucie, 09/05/2016*

L'enseignante semble petit à petit tenter d'opérer dans cette simplification (passage de la Feuille 1 à la Feuille 3) une transposition dans sa projection de simulations élèves possibles en partant de simulations pour elle-même. L'enseignante est aussi influencée par l'historique de l'*ETM* idoine (Fig. 3.21), extrait 1 de courriel de la veille de la séance) :

Les deux premières feuilles de calcul utilisent la fonction SI que mes élèves connaissent à peine, pas sur qu'ils pensent à l'utiliser.
La feuille 3 n'utilise que les fonctions ALEA.ENTRE.BORNES et NB.SI que mes élèves connaissent. Activité du coup faisable pour plusieurs élèves de la classe.

Figure 3.22 – *Extrait 1, Mail du 9/05/2016, Lucie*

Elle recherche aussi un moyen garantissant l'élaboration de la simulation par la plupart de ses élèves, et pour ce faire elle a examiné exclusivement la dimension instrumentale (Fig. 3.22).

Le premier, je l'ai fait pour moi. Pour m'approprier l'activité. Avec mes connaissances tableur.
Puis, j'ai essayé progressivement de me mettre dans le tête de mes élèves, de n'utiliser que leurs connaissances en tableur. Je pense que la dernière version doit être proche de ce qu'ils vont essayer faire, de ce qu'ils sont capables de faire avec la façon dont je les ai « formatés ».

Figure 3.23 – *Extrait 2, Mail du 9/05/2016, Lucie*

L'enseignante a déclaré rechercher une adéquation entre ses propres fichiers de simulation et ceux que les élèves sont censés élaborer au regard de tâches déjà traitées avec elle. Mais ce travail en amont de Lucie est aussi en partie commandé par sa genèse instrumentale et ses connaissances du tableur (Fig. 3.23). Aucune mention des lancers pour rien n'est faite ici, ni de modèle probabiliste emprunté pour ses simulations. Enfin, nous remarquons l'absence d'un fichier de simulation intégrant la loi géométrique tronquée, comme les élèves de Lucie ont tenté de faire pendant sa séance de classe.

Retour sur les blocages et rebonds

Notre étude offre une diversité de dynamiques de circulation du travail des différents groupes d'élèves et nous conduit à y rechercher des précisions d'articulation. Pour cela, nous nous appuyerons sur le chronogramme décrit dans ce chapitre (pp.106-107) Nous avons établi ce chronogramme suite à la détection de moments de réorientation par l'enseignant du travail des élèves. Ces moments surgissent parfois lors d'un blocage et les élèves ont recours à l'enseignant, mais pas toujours. Des rebonds ont eu lieu, provoqués par l'enseignante elle-même. Les points noirs matérialisent les interventions clefs modifiant la circulation engagée. Ils présentent un enjeu sur la simulation où l'enseignante fait dévier les élèves de ce qu'ils ont initialement entrepris comme type de preuve ou comme modèle probabiliste pour la simulation.

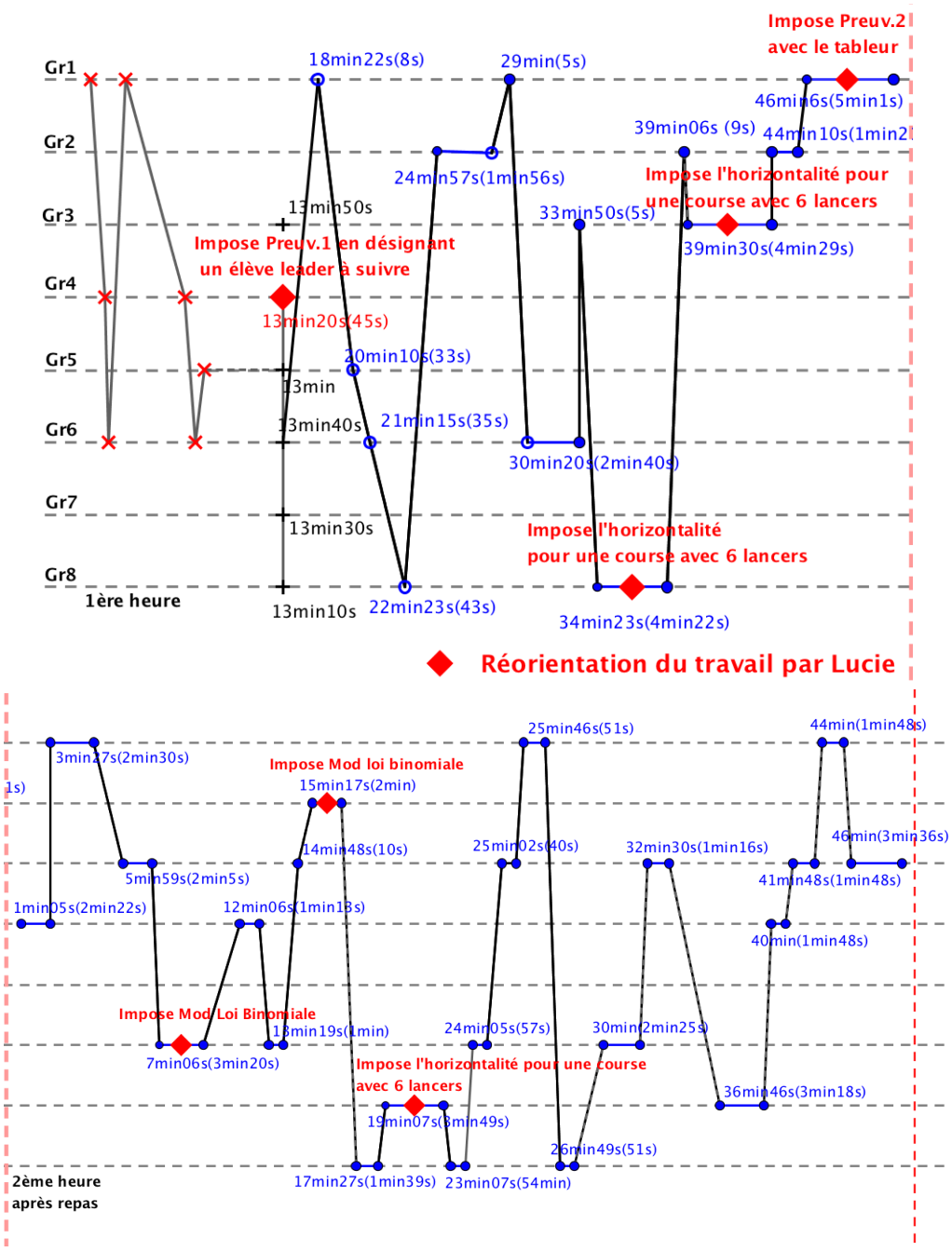


Figure 3.24 – *Rebonds, Chronogramme, 1ère et 2e heure, Lucie*

3.5.4 Apports des circulations étudiées des groupes

Grace aux diagrammes de circulation, nous avons repéré des premiers résultats concernant la question des relations entre expérience aléatoire et modèle (QR1), des artefacts et de la simulation (QR2) et sur l'organisation du travail entre la preuve et la simulation (QR3). Le tableau Tbl. 3.3 (p.130) synthétise la contribution de chaque groupe à nos trois questions de recherche, avec en italique les éléments sur lesquels notre analyse s'appuie et qui se trouvent en ANNEXE 3.1.1.

Groupe	Gestion de l'expérience aléatoire et des modèles (QR1)	Gestion des artefact (QR2)	Gestion de la preuve (QR3)	Eléments d'étude
Gr 1	Biais de linéarité non identifié et contourné par l'enseignante	L'enseignante aiguille vers un autre usage du *Tableur* pour représenter les 46656 six-uplets (six lancers par course)	Preuve formelle inachevée par le groupe (15 six-uplets faits)	*Tableur*
Gr 2	Courses manuelles avec calcul de *f(L)* pour un échantillon de taille 10 Confusion Une partie= un lancer de dé. Modèle de la loi binomiale utilisée dans le tableur (NB.SI)	L'enseignante insuffle une simulation tableur. Données des courses manuelles ignorées Pas de lien créé par l'enseignante entre l'exploration initiale (11 courses manuelles) et la simulation numérique	L'enseignante oriente vers une approche fréquentiste, en faisant verbaliser sur des fonctionnalités du tableur (Alea.entre. Bornes, Nb. Si)	*Brouillon E1* *Synthèse*
Gr 3	Pas d'identification de l'expérience aléatoire Confusion Une manche=un lancer de dé L'enseignante indique que "une partie= six manches"	L'enseignante imagine que les règles du jeu sont non comprises. Elle impose une organisation horizontale des courses avec 6 lancers par course		*Tableur*
Gr 4	La question de l'équiprobabilité reste en suspend, l'enseignante n'y répond pas.	L'enseignante désigne comme leader un élève qui souhaite faire une simulation tableur	L'enseignante favorise la preuve expérimentale, et écarte une preuve formelle	*Brouillon E2*
Gr 5	Règles du jeu mal interprétées par un élève			*Brouillon E3*
Gr 6	Modèle de la loi géométrique initialement choisi que l'enseignante fait abandonner	Simulation imposée au tableur avec le modèle de la loi binomiale.	Les lancers pour rien (qui pourraient impacter les valeurs des probabilités selon Gr6) créent un blocage	
Gr 7	Non identification du gagnant par course dans le tableur. L'enseignante impose le modèle de la loi binomiale	L'enseignante impose une organisation horizontale par course avec 6 lancers systématiques *Evolution du fichier tableur*	Hésitation entre les deux approches. Approche laplacienne initiale non relevée par l'enseignant	*Transcript* *Brouillon E4*
Gr 8		L'enseignante impose six colonnes pour six lancers (*six manches*) en réintroduisant un dé à jouer	L'obtention des fréquences par la formule existant dans le tableur bloque le groupe.	*Transcript*

TABLE 3.3 – *Synthèse des apports des groupes aux QR, Lucie*

Les modèles et les connaissances de Lucie

Les circulations du travail des groupes nous questionnent sur les connaissances de l'enseignante et sur leurs impacts sur les choix de modèles probabilistes lors de l'élaboration de la simulation par les élèves. Nous nous demandons dans quelle mesure ces connaissances ont joué un rôle dans l'évolution du travail des groupes aux abords de la simulation. C'est pour tenter de repérer les raisons en particulier des

ruptures entre expérience aléatoire et modèle lors de la simulation que nous rappelons ici une de nos sous-questions de recherche :

QR1-3 : Quelles sont les raisons qui peuvent expliquer certaines ruptures rencontrées qui sont liées à la simulation ?

En effet, nous avons pu repérer que les relations se passent mal entre expérience aléatoire, simulation et modèles mathématiques. Et les connaissances de Lucie ont opéré des changements de modèles dans des démarches initiées par des élèves à plusieurs reprises, brouillant leur travail initial. C'est l'objet du traitement plus particulier de trois groupes (Gr1, Gr4 et Gr6) : ces groupes nous permettent de dégager des premiers résultats sur l'influence de ces connaissances de l'enseignante. Ils nous éclairent sur notre question de recherche. Grâce au cycle de modélisation de Blum et Leiss (2007) et au modèle des MTSK (Carrillo et al., 2016) (p.94), nous allons présenter ces apports obtenus.

Groupe Gr1

Dans ce groupe, l'enseignante est intervenue lors d'un blocage, n'identifiant pas un biais de linéarité dans le travail initié par une élève du groupe. Son intervention est venue éluder cette difficulté rencontrée. En faisant entrer le groupe dans une approche laplacienne via le tableur, elle a fait quitter un travail initié par l'élève E1 sur la dimension discursive. L'artefact numérique a alors changé de rôle, devenant un registre support de représentation des 46656 cas possibles de six-uplets. L'enseignante a alors imposé à ce moment-là le modèle probabiliste de la loi binomiale, de façon implicite, avec les seules connaissances du tableur que ses élèves pouvaient mobiliser.

Cette intervention a créé un confinement dans le plan [Sem-Ins], malgré une tentative d'apport d'aides techniques dans la dimension instrumentale. Au bout des deux heures, le groupe a rendu un fichier inachevé, étant en difficulté face à la réalisation en un temps contraint de tous les cas à produire. Une tension de type pragmatique et cognitive est alors apparue, donnant l'illusion que les objets et opérations mathématiques mis en jeu avec le tableur étaient identiques à ceux papier/crayon. Or ici, l'élaboration des 46656 six-uplets doit être structurée dans un espace numérique avec des commandes connues des élèves. Les cellules cloisonnent les résultats de chaque lancer de dés et demandent une organisation particulière et méthodique.

Il s'agit aussi de traiter ces 46656 cas et de dénombrer parmi les six-uplets ceux qui conduisent à la victoire du lièvre ou de la tortue par une automatisation liée à un test sur chaque course. Ceci diffère du papier-crayon, en terme de connaissances embarquées. A cet effet, l'enseignante a envisagé pour elle-même l'usage de la fonctionnalité MAX (après la séance) sur la plage des six lancers constituant une course. Lucie a ainsi repéré, que si, lors des six lancers de dé, au moins un six était sorti, alors le lièvre gagne. Or, pendant la séance, les élèves du groupe 1 n'ont eu le temps que de réaliser des premières courses sans traiter les données et conclure quant au vainqueur de celles-ci. Suite à ce confinement, l'enseignante a finalement questionné le groupe sur une autre démarche de preuve possible avec la simulation. Ils ont décrit oralement la manière dont ils auraient pu s'y prendre (sans avoir le temps de le réaliser), réattribuant ainsi au tableur le rôle autour de la simulation que l'enseignante avait imaginé initialement.

Les figures Fig. 3.25, Fig. 3.26 et Fig. 3.27 présentent une flèche bleue. Elle corres-

pond à l'étape du cycle où il y une rétro-action exercée par l'enseignant qui intervient dans le groupe. Les flèches grises précisent l'articulation entre des connaissances de l'enseignant, son ETM personnel et l'ETM idoine quand il intervent. L (ou P) désigne Lucie.
La figure Fig. 3.25 présente le lien établi entre le cycle de modélisation et des connaissances de Lucie [13] au regard de la circulation du travail obtenue.

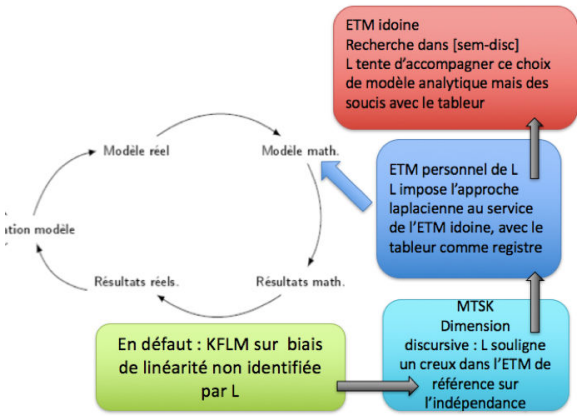


FIGURE 3.25 – *Circulation dans le cycle de modélisation, Groupe Gr1, étape 1*

Groupe Gr4
Après la mise en place de l'avatar, l'enseignante Lucie a témoigné d'un manque de discernement entre simulation et modélisation. Cette méconnaissance lui a fait choisir un élève "leader", instrumenté pour aller vers le type de preuve expérimentale que Lucie attendait. Les calculs des probabilités étaient présents chez un élève du groupe mais elle n'en a pris conscience qu'après la séance terminée. Les connaissances de l'enseignante opèrent une rétroaction dans le cycle de modélisation, (Fig. 3.26) pour le groupe Gr4 (où L désigne Lucie) :

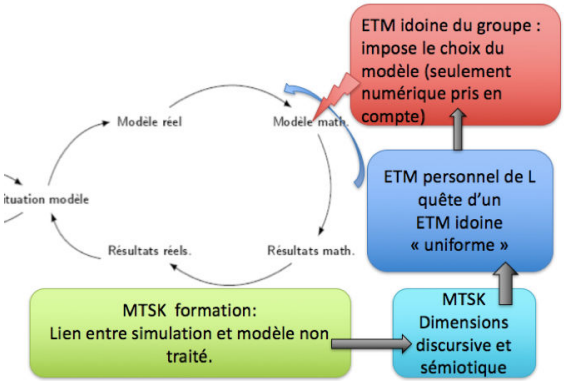


FIGURE 3.26 – *Circulation dans le cycle de modélisation, Groupe Gr4, étape 1*

13. KFLM (Knowledge of Features of Learning Mathematics) désigne les connaissances des caractéristiques de l'apprentissage des mathématiques dans le modèle des MTSK

Groupe Gr6

La discussion au sein du groupe Gr6 montre la résistance d'une élève à changer de modèle probabiliste. Ce débat est resté confiné dans le groupe, à l'écart de l'enseignante repartie vers d'autres groupes. Lucie a créé une tension au sein du groupe par ce changement de modèle qu'elle a imposé sans en être consciente.
L'enseignante n'a pu prendre connaissance de l'impact de son intervention sur les élèves qu'après analyse de sa séance, via un extrait-vidéo visionné de ce groupe et une discussion avec les chercheurs. Lucie a déclaré alors ne pas être convaincue elle-même de l'équivalence des deux modèles au regard d'un fichier tableur de simulation proposant l'emploi des deux modèles juxtaposés.
Si l'enseignante connait les différentes lois probabilistes (géométrique tronquée et binomiale), ceux sont ici ses connaissances didactiques du contenu qui font défaut (dans l'articulation entre simulation et modélisation, ou la non-distinction des types d'expériences aléatoires en jeu). Ces manques ou croyances créent des blocages de circulation liés à des rétroactions dans le cycle de modélisation.
La Fig. 3.27 illustre une nouvelle rétroaction produite dans le cycle de modélisation s'agissant du groupe Gr6.

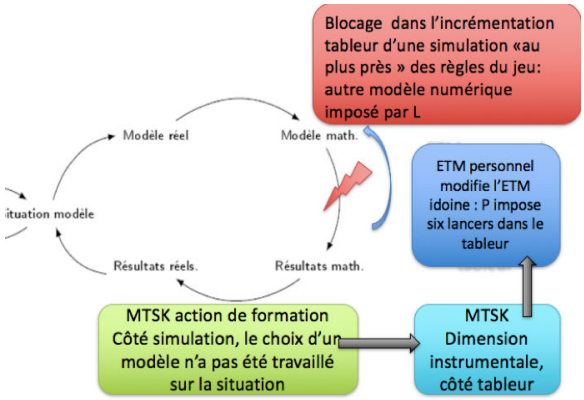


Figure 3.27 – *Circulation dans le cycle de modélisation, Groupe Gr6, étape 1*

Les trois circulations étudiées (Fig. 3.25, Fig. 3.26 et Fig.3.27) ont mis en lumière la dynamique existante entre les connaissances de l'enseignante et sa manière d'organiser le travail de modélisation dans l'ETM. Ses croyances ou non reconnaissances ont en partie été sources de difficultés dans la classe. Elles ont guidé l'enseignante quant à sa gestion du travail dans ces groupes. Si cette partie apporte des compléments à notre première question de recherche, nous ne retiendrons pas ce choix de grain d'étude pour les boucles ultérieures, en formation et après la formation dans un premier temps.

Nous allons désormais rendre compte de la manière dont ce premier couple a été modifié par un collectif de formateurs pour donner naissance à un nouveau couple. Dans la première boucle, l'étape 2 est le fruit d'une plus ample réflexion autour d'une formation au coeur de la deuxième boucle. Cette étape, dans les débats et décisions qu'elle a suscités, rend compte des intentions d'un collectif de formateurs concernant

la simulation, pour une formation intégrant le problème du lièvre et de la tortue. Ce couple participe de la trajectoire des couples d'avatar dans les éléments retenus pour la deuxième boucle (B_2). Il permettra de déceler comment une formation va faire évoluer des enseignants sur la question de la simulation. Ce couple fait donc l'objet de la session qui suit, tout en ayant un statut différent du premier couple étudié précédemment.

3.6 Le deuxième couple du collectif de formateurs ($B_{1,2}$)

Dans cette partie, nous préciserons la manière dont les formateurs envisagent les relations entre expérience aléatoire, modèle et simulation à travers divers éléments discutés lors de l'élaboration de la formation. Ces éléments nous fournissent des indices sur leur vision du rôle des artefacts et de la place de la preuve à travers leur analyse du couple de l'étape 1. Ceci motive notre présentation de l'étape 2 de la première boucle avant la formation, qui est adossé au travail de Lucie pour et dans sa classe. De façon complémentaire, les formateurs ont souhaité changer d'artefact numérique sans changer d'avatar pour repérer une possible incidence par rapport à l'étape 1. Le deuxième couple n'ayant pas le même statut que le précédent, il ne sera pas décrit de manière analogue et de façon aussi précise. Les productions des six groupes d'élèves de la classe sont détaillées en ANNEXE 3.4 (pp.110-121).
Dans l'étape 1, nous avons repéré la circulation du travail des élèves et de l'enseignante en ayant cependant peu accès à l'$ETM_{personnel}$ des élèves. Dans l'étape 2, il s'agit désormais de nous focaliser d'avantage sur le point de vue des formateurs concernant le travail des élèves et de l'enseignante, sur ce qu'ils envisagent sur la simulation, afin de répondre à la problématique de QR2. Le rôle de ce couple est décisif car il apporte une nouvelle perspective avec l'introduction du logiciel Scratch. Il permet en particulier de dégager ce que l'équipe de formateurs a envisagé dans son analyse de l'étape 1 pour préciser l'ETM suggéré ensuite en formation. Ce couple revêt la particularité d'avoir été élaboré par un collectif d'enseignants formateurs et de chercheurs à partir de la première étape de B_1, bâtie individuellement par Lucie et sans intention initiale de servir pour une formation future.
Pour notre étude, nous nous focaliserons sur ce qui a été retenu et discuté par les formateurs pour être potentiellement injecté en formation (B_2).
Dans l'ETM associé à l'avatar de Lucie, le choix du tableur comme artefact numérique a fortement orienté la phase de simulation et a contraint la circulation du travail des élèves dans l'ETM, en particulier sur la question des modèles probabilistes. Ce constat partagé a, en partie, amené les formateurs à considérer l'emploi d'un nouvel artefact numérique pour la simulation, comme le logiciel Scratch qui répond à l'introduction du thème "Algorithmique et de programmation" au Cycle 4 (MENCycle 2, 3, 4, 2015).
Pour répondre à notre deuxième question de recherche (QR2) concernant l'influence de choix d'artefacts pour la simulation, nous proposons une deuxième mise en oeuvre de l'avatar avec le logiciel Scratch. Cette mise en oeuvre a été décidée et élaborée par l'équipe des formateurs dans la première boucle. Notre but est de cerner ce que

les formateurs voudraient faire passer autour de la simulation lors de leur formation. Lucie fait partie de l'équipe des formateurs, et son expérience de scénario porté dans sa classe (étape 1) a servi de base pour élaborer la formation. En effet, en concertation avec les chercheurs, l'équipe a choisi de proposer le problème du lièvre et la tortue en formation. Certaines données de l'étape 1 sont présentées afin de :

- faire faire une analyse *a posteriori* de cette étape au collectif de futurs formateurs avant la formation ;
- dégager, pour notre recherche, des connaissances mathématiques et didactiques présentes ou absentes lors de l'élaboration de la formation ;
- déceler des tendances avant la formation qui, indirectement se retrouveraient dans la formation, en particulier la circulation du travail envisagée par les formateurs sur la tâche.

Nous rendrons compte, par la suite, tout d'abord de la genèse d'un deuxième couple, au travers de discussions sur l'énoncé du problème pour les stagiaires. Ensuite, nous préciserons le regard porté par les formateurs sur des éléments de l'étape 1, car il nous renseigne sur leur motivation à changer d'artefact numérique pour la simulation. Ensuite, nous relaterons des échanges visant à arrêter un choix d'énoncé à proposer en formation avant de nous intéresser aux discussions autour de grilles. Elaborées par l'équipe de formation-recherche, ces grilles nous renseigneront sur la manière dont les enseignants formateurs appréhendent le problème personnellement. Elles nous permettront d'obtenir ainsi des éléments concernant nos questions de recherche grâce au travail collectif d'enseignants ayant pour visée la mise en place d'une formation. Toutefois, il ne s'agit pas ici d'étudier la formation en jeu, qui concernerait une autre recherche. L'intégralité des échanges à ce sujet est proposée en ANNEXE 3.5. Il s'agit pour nous d'en extraire des morceaux pour avancer sur nos questions de recherche.

3.6.1 Genèse d'un avatar pour la formation

Dans la suite, différents points discutés entre formateurs sur l'avatar à proposer en formation sont explicités : le choix du type d'artefact matériel, des règles du jeu, l'utilité d'une représentation d'un parcours sur l'énoncé, celle de son nombre de cases, du vocabulaire et de la question à poser sont exposés car ils permettent de repérer quels types de phases de l'$ETMattendu$ (défini au chapitre 2, pp.62-72) l'équipe de formateurs va ensuite privilégier.

La question du type dé et des règles du jeu pour la formation

Initialement, nous avons proposé l'énoncé (Fig. 3.28) de l'enseignante Lucie (de $B_{1,1}$), comme base de discussion.
Cet avatar n'a pas fait consensus immédiatement dans le collectif.
Le formateur FE1 préférait garder un dé à six faces avec un parcours à six cases avec l'argument suivant :

FE1 : "Mais tu enlèves l'ambiguïté du six, alors que ce qui est rigolo dans cet exercice, c'est les six : tu as les six cases, tu as un dé à six faces ; le lièvre, il gagne s'il

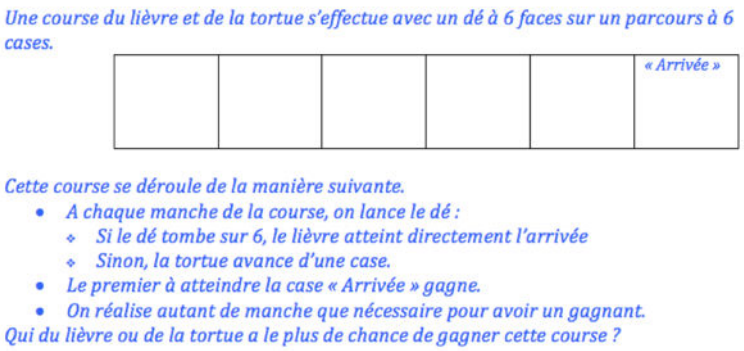


FIGURE 3.28 – *Avatar 1 de Lucie, étape 1*

fait un six, donc tu as un mélange des six qui jouent différents rôles."

Un deuxième formateur, FE2, a remis en cause le fait d'induire le modèle de la loi uniforme implicitement. Il proposait comme alternative un dé avec des gommettes : cinq faces tortue "T" et une face lièvre "L" où la face "L" pourrait avoir une probabilité de sortie double des autres faces. Il conçoit le logiciel Scratch comme permettant une variabilité de modèles autour du lancer de dé. L'élève pourrait être amené à réfléchir et à élaborer ses propres règles du jeu. FE2 suggère que *"les élèves se mettent d'accord pour les établir."*

Lucie oppose aux arguments de FE2 ceci : selon elle, la tâche serait infaisable car les élèves ont une genèse instrumentale trop fragile. Lucie préfère induire un modèle et fixer des règles du jeu identiques pour tous les élèves. Elle déclare en particulier son attachement au double fait que *"les règles soient comprises par tout le monde, et que ce soit les mêmes(...)"*. Selon Lucie, il faut que ces règles *"soient déjà là, et que le jeu existe en tant que tel."*

Un troisième formateur, FE3, est aussi favorable au fait de donner au départ une seule règle du jeu aux stagiaires.
L'idée du dé avec des faces "T" et "L", jugée intéressante par Lucie, sera cependant abandonnée par le collectif quand un chercheur évoquera l'usage du tableur pour des simulations. En effet, le formateur FE3 indiquera alors qu'il est plus simple de simuler le lancer d'un dé à six faces numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6 avec le tableur. Son argument trouvera écho dans celui de FE1 qui voit dans ce choix de dé avec des faces "L" et "T" une perte de réflexion potentielle à propos des différents rôles du six (si la face six n'existe plus).

L'attachement de Lucie à des règles identiques et déjà fixées est à rapprocher de sa propre expérience du premier avatar. Cette dernière a déclaré *a posteriori* qu'elle n'avait pas soupsçonné de telles difficultés par rapport aux règles du jeu. L'enseignante s'est dite surprise d'avoir été confrontée dans beaucoup de groupes d'élèves à des écueils d'identification d'une course avec des confusions entre *"une manche"*, *"un lancer"* ou *"une partie"*.

Aucune trace du modèle de la loi uniforme n'est présente dans les échanges au sein

du collectif de formateurs. Et l'impact d'un changement de type de dé sur les probabilités de gain du lièvre ou de la tortue n'est jamais évoqué par ce collectif.

La question d'une représentation d'un parcours pour la formation

Des échanges se sont poursuivis sur l'idée d'intégrer ou non une représentation d'un parcours à cinq ou six cases. Sur cette question, il y a débat. Seul le formateur FE2 aurait proposé un énoncé sans parcours tandis que Lucie a insisté pour qu'il soit présent. FE2 a alors suggéré un parcours laissant un flou concernant le positionnement de la case "départ" permettant ainsi de faire vivre dans différents groupes d'élèves un parcours effectif à six cases et parallèlement à cinq cases. La contrainte du temps est évoquée par un chercheur impliqué dans la formation. Lucie revendique alors l'idée de donner une *"ressource clef en main aux stagiaires"* modifiable à souhait lors de la formation par les stagiaires. Le collectif finit par décider de fixer un parcours représenté sur l'énoncé pour la formation.

La question du nombre de cases du parcours pour la formation

Si le formateur FE1 préfère garder une ambiguïté autour du six et conserver six cases pour le parcours, au fil des échanges, FE3 prend conscience des valeurs des probabilités en jeu pour un parcours à trois ou quatre cases. Selon ce dernier, le ratio des probabilités que le lièvre et que la tortue gagnent dans ce cas lui semble plus pertinent.

FE3 : "Et ça fait 48 pour cent environ, c'est ça ? Parce que par rapport aux variables, ce serait plus intéressant que ce soit 48-52 que 33-67. Si c'est plus proche il y a plus d'enjeux. Tu préfères qu'on mette cinq cases ?"

Le formateur FE3, de toute évidence préfère un choix de quatre cases où $P(L)$ et $P(T)$ sont proches, ce qui n'est pas le cas, ni du formateur FE1, ni de Lucie. FE1 y voit une manière de justifier l'entrée de la simulation dans ce cas mais l'idée d'abaisser le nombre de cases du parcours ne sera pas retenue pour l'énoncé de la formation.
Nous repérons au passage que le formateur FE3 n'a pas calculé les probabilités respectives que chaque animal gagne au moment de l'échange avec le collectif des formateurs. Il est le seul à défendre une version du problème présentant presque un équilibre des valeurs des probabilités des deux animaux. FE3 y voit un moyen de questionner les stagiaires sur cette variable didactique, et il repère l'intérêt d'une phase d'introduction de la simulation (Sim.1). Mais aucune justification s'agissant d'un tel choix n'est explicitée plus précisément au delà de la perspective d'un enjeu dans le collectif de formateurs.

Quelle question et vocabulaire dans l'énoncé pour la formation ?

La question à poser dans l'énoncé a suscité des échanges et plusieurs propositions ont successivement vu le jour. Les voici répertoriées :

FE3 : "Qu'en pensez-vous ? ou "Qui va gagner le plus souvent ?" ou "pas de question."
Lucie : "Qui a le plus de chance de gagner ?"

FE2 réfute cette proposition en déclarant que des réponses spontanées vont alors voir le jour. Il propose alors :

FE2 : "Le lièvre affirme qu'il va gagner à tous les coups."

Les enseignants FE1 et FE3 lui opposent comme argument que la réponse sera immédiate. La réflexion se poursuit sur le sens de "gagner à chaque fois" ou "gagner à coups sûrs". Ce point ne sera pas tranché avant la fin de la deuxième journée d'élaboration de la formation. La question est finalement restée identique à celle choisie par Lucie dans l'avatar 1 (Fig. 3.28, p. 136).
Par contre, des modifications relatives au vocabulaire ont été enlevées comme le mot "manche", jugé perturbant par Lucie.
Le dessin du parcours a aussi disparu et la phrase : *"La tortue gagne quand elle arrive sur la 6e case."* remplace le dernier point de l'énoncé de Lucie : *"Le premier à atteindre la case "Arrivée" gagne."*

3.6.2 Réflexions des formateurs sur l'étape $B_{1,1}$

Le collectif d'enseignants, incluant Lucie, et par la suite formateurs dans la boucle B_2, a réagi lors d'un travail s'appuyant sur des extraits-vidéo visionnés concernant l'expérience de Lucie. Il s'agissait d'éléments de l'étape 1. Une réflexion s'est alors amorcée conduisant l'élaboration de la formation incluant "le jeu du lièvre et de la tortue". Ces échanges nous livrent des indices concernant les $ETM_{personnel}$ de ces enseignants sur la simulation, à travers les échanges dans le collectif. L'ANNEXE 3.9 présente l'intégralité des propos tenus par le collectif au regard des extraits présentés.

Réactions des formateurs sur le groupe Gr6 de l'étape 1

Un premier extrait-vidéo de l'avatar $Av^{B1,1,L}$ montre le groupe Gr6 avec l'intervention de Lucie, puis la réaction du groupe une fois qu'elle a quitté le groupe. Nous rappelons sommairement le contenu de cet extrait dont le script est en ANNEXE 3.1 (pp.71-78). Il présente une résistance des élèves à changer de modèle au moment de l'élaboration de la simulation au tableur. L'enseignante impose au groupe de faire six lancers systématiques alors que le groupe tente une simulation avec la loi géométrique tronquée.
Le formateur FE3 réagit ainsi à propos de l'élève qui résiste au changement de modèle imposé par Lucie pour la simulation :

FE3 : "Elle ne veut pas relancer quand elle a déjà eu un six. En fait, c'est un autre jeu qui a les mêmes probabilités que celui du lièvre et de la tortue.
Lucie : Intéressant, est-ce que du coup, on change l'énoncé et on lance le dé/ ?
FE3 : Non, c'est important, pour soulever la modélisation, ça me fait penser quand tu résous une équation, que tu as un décimal comme solution et que tu veux un nombre entier. Scratch fait / colle plus aux règles par rapport à ce problème d'énoncé ? On lance le dé tant qu'il n'y a pas de 6."

Lucie semble vouloir contrôler le choix de modèle dès l'énoncé, mais elle sera freinée par le formateur FE3 qui juge ici opportun de questionner un changement de mo-

dèle.
La dernière réponse de l'enseignant formateur FE3 éclaire en partie sur sa propre appréciation des potentialités de différents artefacts numériques. Il prend partie de l'usage de Scratch, qui lui semble plus pertinent pour effectuer une simulation au plus près des règles du jeu.
La question des écarts entre différents tableurs à disposition (Excel ou Geogebra) est levée par le formateur FE2. Lucie résiste à la proposition de FE2 d'intégrer GeoGebra comme artefact numérique en formation, arguant que ses élèves n'y seront pas préparés alors qu'ils feront partie de la formation. FE2 commence alors à élaborer une simulation avec Excel au plus près des règles du jeu (accessible visuellement à tous car vidéo-projetée), puis il finit par capituler en déclarant au collectif :

FE2 : "Donc, tu arrêtes tes bêtises, tu relances six fois."
Il juge la tâche bien plus simple à élaborer avec le modèle de la loi binomiale, et imagine le changement de modèle transparent pour les élèves. En effet, s'il propose une alternative technique avec un test SI, le formateur FE2, expert en TICE semble penser que lancer six fois un dé n'est pas un obstacle pour les élèves. Ce point de vue n'est pas partagé par Lucie, ni par les autres formateurs FE1 et FE3 qui poursuivent :

FE3 : "Lorsque le lièvre gagne, il peut continuer à lancer le dé, ça ne change rien, c'est comme aux petits chevaux quand il y en a un qui a gagné.
Lucie : Oui, mais ils ne lancent pas chacun leur tour.
FE3 : Oui mais on peut continuer de lancer le dé.
FE1 : On peut continuer à jouer quand même.
FE3 : Si, elle aura perdu quand même, il suffit d'expliquer.
Lucie : C'est des coups pour rien, expliquer que/ mais ce n'est pas si évident que ça, que tu fais le même jeu. Tu joues des parties pour rien en fait. Et pourquoi elles ne changent pas ta probabilité ? Parce qu'elle ne peut plus gagner la tortue à partir du moment où le lièvre a gagné. Il suffirait peut-être de lui dire ça à Louise pour qu'elle comprenne ?"

Si Lucie recherche une alternative au blocage qu'elle a insufflé en classe lors du changement de modèle dans le groupe Gr1, FE3 suggère un parallèle avec un problème réel en prenant l'exemple du jeu des petits chevaux, ce qui ne convainc pas Lucie. Le formateur FE3 souhaite de plus conserver cet énoncé des règles du jeu et voit en Scratch un logiciel facilitant la simulation ici par rapport au tableur.

Aucune allusion au domaine des probabilités, et en particulier aux différentes expériences aléatoires en jeu avec les modèles de la loi binomiale et de la loi géométrique n'apparait ici dans le débat.

Réactions des formateurs sur le groupe Gr1 de l'étape 1

L'extrait-vidéo est relatif au groupe Gr1 de la classe de Lucie (étape 1). Face au biais de linéarité explicité par Blandine, le formateur FE3 réagit ainsi :

FE3 : "Mais attention des fois les élèves ils disent on fait fois 6 alors qu'ils pensent fois 6 au numérateur et au dénominateur.

FE1 : Et puis sur pile ou face elle aurait fait pareil tu le fais trois fois, elle te trouverait $\frac{3}{6}$*."*

Momentanément, FE3 incrimine le fait d'être dans un jeu où le dé n'est pas lancé par un des animaux. Il pense que l'élève a interprété les règles du jeu de façon erronée sur ce point. Ce formateur a d'ailleurs dessiné un parcours avec deux lignes en parallèle, une pour le lièvre, une pour la tortue sur sa feuille personnelle. Lucie relance alors la question de représenter un plateau de jeu avec deux lignes de cases. Lucie interprète le calcul de son élève comme suit :
Lucie : "Elle l'a fait comme ça, car c'est plus cohérent car sinon elle obtient 1 et ça la gêne. Je pense que c'est pour obtenir 6/36 une proba qui soit valide."

Son intuition est que l'erreur de calcul est pilotée par le domaine de validité de la probabilité qui ne peut être qu'entre 0 et 1.

Réactions des formateurs sur le groupe Gr4 de l'étape 1

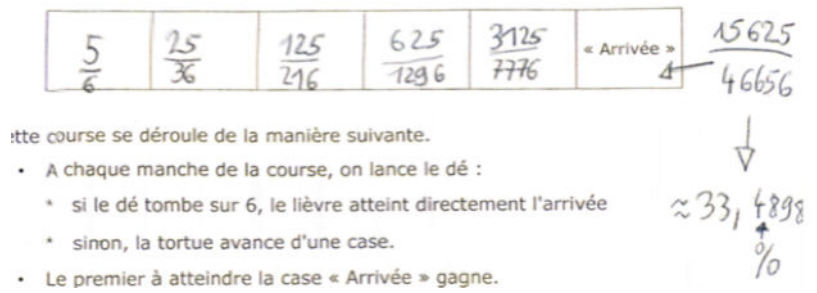


FIGURE 3.29 – *Enoncé de l'élève E2 du Gr4, étape 1, Lucie*

Les calculs des probabilités d'un élève du groupe (Fig. 3.29) exposés au collectif provoquent un débat sur la procédure employée par l'élève E2 :

Lucie : "Non non non, pour qu'ils puissent le faire, il faut qu'ils connaissent l'approche fréquentiste, parce que comment il fait pour obtenir le 25 sur 36 ?
FE1 : Il n'a pas fait d'arbre mais il a multiplié.
FE3 : C'est des fractions, 5 fois sur 6 il arrive là, 25 fois sur 36 il arrive là.
Lucie : Oui dans 25 cas sur 36 ? Oui en fait c'est ce que je voulais que fasse le groupe en question."

Le travail de l'élève de ce groupe est décrypté et analysé par le collectif alors que Lucie n'avait pas relevé cette procédure. Les formateurs FE1 et FE3 tentent d'expliquer comment l'élève a obtenu ces résultats. Nous avons relaté cet échange car il favorise un élargissement de la vision du travail sur la preuve de type formelle de Lucie par le collectif des autres enseignants-formateurs.

3.6.3 Conclusion des formateurs : naissance du couple de l'étape $B_{1,2}$

L'analyse des formateurs relative au premier couple s'est soldée par une reconsidération de l'artefact numérique. Si le couple de l'étape 1 a servi de fondations à l'élaboration de la formation, les deux journées de travail ont permis de stabiliser une version d'énoncé de l'avatar à injecter en début de formation (étape $B_{1,2}$).
L'avatar de l'étape 2 est aussi celui donné initialement aux enseignants en formation ensuite et se trouve en Fig. 3.30.

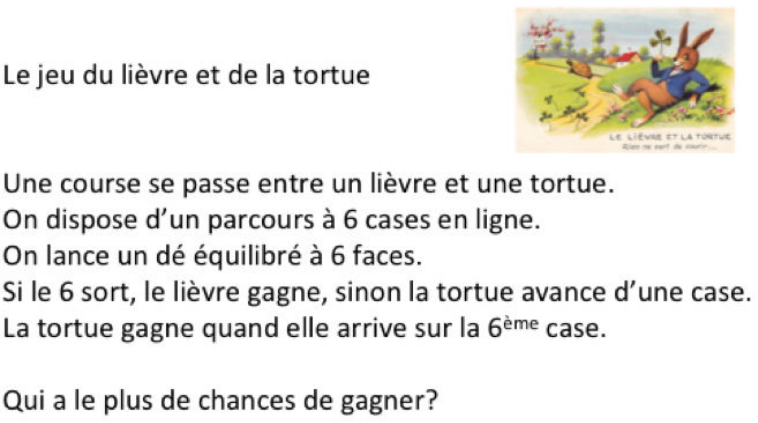


Figure 3.30 – *Avatar de l'étape $B_{1,2}$, 9/12/2016*

La question de l'artefact numérique employé pour la simulation à l'étape $B_{1,1}$ a aussi :

- fait prendre conscience à certains d'entre eux du rôle non neutre de ce choix d'artefact au regard des modèles probabilistes ;
- a permis de considérer les deux modèles probabilistes en jeu en les juxtaposant dans un même fichier tableur.

En effet, CF2, chercheur de la formation a élaboré un fichier tableur (dont une capture d'écran se trouve en Fig. 3.31) où les deux modèles co-existent simultanément avec des simulations réalisées au tableur. Ce chercheur partage ce fichier par mail aux formateurs avant la formation.

Ce fichier propose une représentation de l'évolution de la fréquence que le lièvre gagne. Chacune des simulations envisagées utilise un registre tableau et graphique dans le tableur.
Les formateurs jugent ce fichier utile, en tant qu'apport didactique à présenter en formation. Selon eux, il permet de faire voir la question des modèles relatifs à la simulation par les stagiaires, et peut être exposé à l'étape $B_{2,3}$ (d'analyse a posteriori du scénario mené en classe pendant la formation). Par contre, aucun formateur n'a évoqué l'usage d'un tel fichier dans une classe avec des élèves.

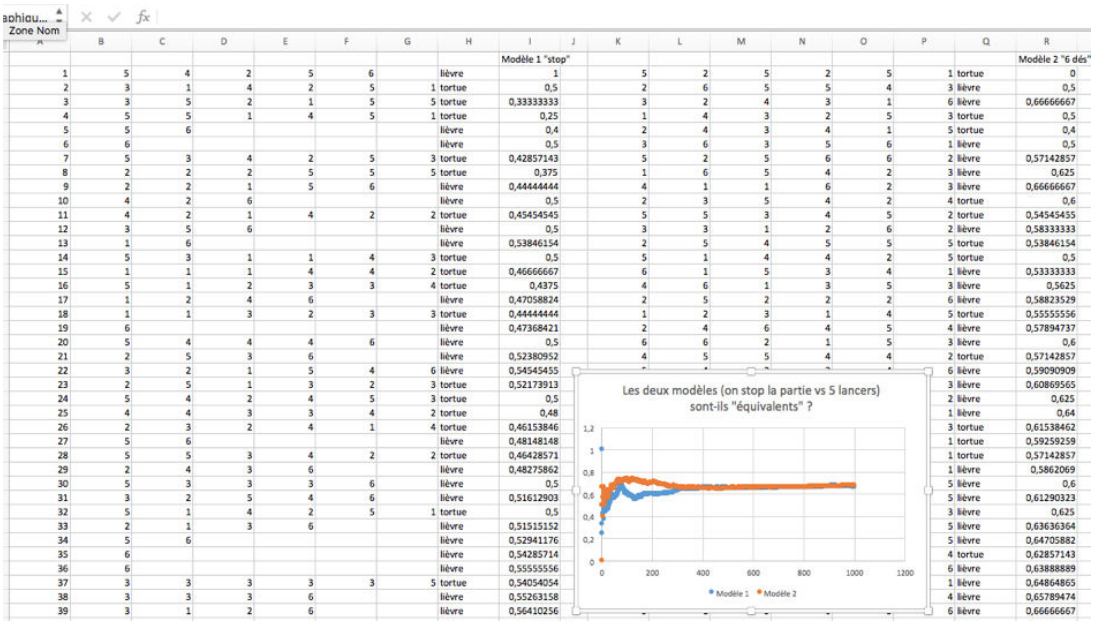


FIGURE 3.31 – *Deux simulations Tableur, CF1, 9/12/2016*

Un nouvel avatar à l'étape 2, incluant le logiciel Scratch

Revenons sur le contexte de la formation en ce qu'il a influencé l'équipe organisatrice. Le calendrier de celle-ci s'inscrit dans la réforme du collège où entre la programmation au collège avec le logiciel Scratch pour la première année en 2017. Aussi, l'équipe évoque la nécessité d'une expérimentation de la situation du lièvre et de la tortue testée dans la boucle B1 avec Scratch en amont de la formation.
Ainsi l'avatar $Av^{B_{1,1},L}$ dont un ETM_{eff} a été partiellement exposé au collectif a fait naître un nouveau couple avec un changement d'artefact numérique (étape $B_{1,2}$). Ce couple inclut un avatar dont l'énoncé a été revisité par le collectif de formateurs.

La question du choix de l'enseignant pour $B_{1,2}$
En tant qu'enseignante, j'ai moi-même été contrainte à mener cet avatar dans ma classe durant une heure (le 12/01/2017). Plusieurs raisons m'ont contrainte à ce choix car parmi l'équipe des formateurs :

- Lucie allait ensuite prêter sa classe comme classe spécifique pour la formation donc ne pouvait pas faire de test ;
- le formateur FE2 enseignant au lycée, n'utilise pas Scratch ;
- le formateur FE1 n'a pas réussi à effectuer une simulation avec le logiciel Scratch lors de la première journée d'élaboration de la formation, et il a déjà testé le problème dans sa classe de troisième ;
- le formateur FE3, qui potentiellement pourrait le faire, n'a pas encore abordé la notion de probabilité dans sa classe. Il a juste testé le problème avec un excellent élève en lui imposant Scratch.

3.6.4 Description du couple de $B_{1,2}$

Sa description est réalisée partiellement en ANNEXE 3.6. Elle comprend la méthodologie de recueil des données, suivie de celle de l'ETM_{eff} associé à $Av^{B_{1,2},B}$. La circulation concernant le travail de trois groupes d'élèves y est relatée car les formateurs les ont sélectionnés et retenus pour la formation.

Les itinéraires cognitifs et la circulation à l'étape $B_{1,2}$

Voici les différents itinéraires empruntés par les élèves (Fig.3.32) où apparaissent en gras les interventions de Blandine. Ces derniers représentent ce qui s'est passé pendant la première séance d'une heure en salle informatique, mais aussi après, jusqu'à la séance suivante espacée de trois jours. Via l'Espace Numérique de Travail, Blandine a relancé les élèves sur les fichiers Scratch initiés afin de les faire évoluer. Une majorité de fichiers Scratch n'ont pas abouti. Différents types de preuves ont été exposés et partagés ensuite en classe entière, s'appuyant sur un travail effectué en dehors de la classe par certains groupes d'élèves. La phase Preuv.3 menée par l'enseignante a consisté à présenter les différentes preuves de l'ETM_{eff} à la classe. Un fichier de simulation préparé par Blandine a servi de support à la preuve expérimentale (Preuv.1), tandis que la feuille de synthèse du groupe Gr3 a permis de discuter de la preuve incluant les calculs de probabilité (Preuv.2).

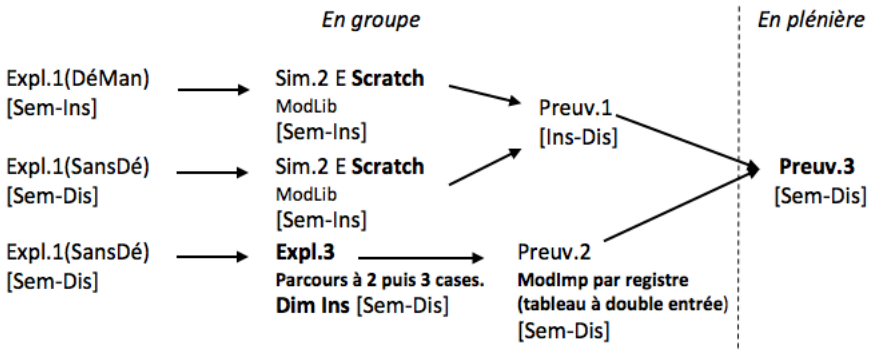


Figure 3.32 – *Itinéraires cognitifs effectifs, ($Av^{B_{1,2},B}$, ETM_{eff}), Blandine, B1*

Pour compléter ces itinéraires, nous présentons la grille des différentes phases de l'ETM_{eff} synthétisées dans un tableau (Tbl.3.4 p.144).
Dans ce couple, une phase d'explicitation sur l'expérience aléatoire eu lieu dans certains groupes. Aucune introduction de la simulation n'a été effectuée (tout comme dans l'étape 1 de Lucie). Les modèles probabilistes envisageables ont été laissés au choix des groupes d'élèves. Ces derniers ont utilisé Scratch pour créer une course, mais la preuve expérimentale Preuv.1 a pris appui sur un fichier de simulation élaboré par l'enseignant. Les deux types de preuve ont été présents dans l'ETM_{eff} et ont été partagés à la classe entière. La preuve formelle a été soutenue par l'enseignante dans un groupe, en privilégiant la dimension sémiotique. La circulation de ce groupe se situe dans les trois plans de l'ETM, tandis qu'une majorité de groupes,

utilisant le logiciel Scratch, a mené un travail dans les plans [Sem-Ins] puis [Ins-Dis], et un blocage a eu lieu sur la dimension instrumentale.

		Expl.		
	Avatar	Expl. 1 Découverte de la situation	Expl. 2 Mise au point sur les règles du jeu	Expl. 3 Explicitation autour de l'expérience aléatoire
B1	$Av^{B1,2,B}$	Expl. 1 DéMan ou Expl. I SansDé Nombre de courses libre Expl. 1 SansDé	Ind et Gr (P)	Oui dans certains Gr

		Sim.			
	Avatar	Sim. 1 Introduction de la simulation	Sim. 2 Simulation effective		Sim. 3 Exploitation de la simulation
			Artefact numériques	Choix de modèle mathématique inclus dans S2	
B1	$Av^{B1,2,B}$	Aucune	Scratch, sauf pour un groupe (Gr Léo)	Sim. 2 E ModLib	Oui, fichier Sim. 2 P montré

		Preuv.		
	Avatar	Preuv. 1	Preuv. 2	Preuv. 3
B1	$Av^{B1,2,B}$	Présente, appui sur Sim. 2 P Scratch car Sim.2 E non abouties	Existe dans un groupe (Gr Léo)	Oui

TABLE 3.4 – *Grille relative à ($Av^{B_{1,2},B}$, ETM_{eff}), Blandine, B1*

Analyse de l'étape 2 par les formateurs

Globalement, via des extraits vidéos des trois groupes Gr3, Gr4 et Gr5 les formateurs ont constaté, contre leurs attentes, qu'aucun programme Scratch des élèves n'avait permis de simuler correctement plusieurs courses afin d'amener vers une preuve de type Preuv.1. Ils se sont donc accordés sur les points suivants :

- avec le logiciel Scratch, laisser entièrement construire une simulation (et en particulier ne pas imposer de variables informatiques) ne semble pas faciliter le travail des élèves ;
- il serait sans doute préférable d'imposer certaines variables ou de donner le script d'une course afin de faciliter la gestion de la phase de simulation par l'enseignant.

Le fait d'imposer des variables "L" et "T" en fin de séance pour rapprocher les élèves de la simulation (en les guidant indirectement vers des calculs automatisés de fréquences ou d'effectifs de courses gagnées) a, selon le collectif de formateurs, ensuite facilité le travail des élèves, sans pour autant garantir l'achèvement de la tâche initiale. Cette réflexion sur des alternatives a été partagée dans l'équipe de formation dans la boucle B_1 confortée par l'appréhension de chacun de la programmation avec le logiciel Scratch nouvellement au programme du collège.

Conclusion et avancée sur la question des artefacts

En conclusion, concernant la circulation dans l'ETM_{eff}, l'avatar de l'étape $B_{1,2}$ (mené par Blandine dans sa classe) met en lumière plusieurs itinéraires impactés par le logiciel lui-même, et non anticipés par le collectif de formateurs. Imposée indirectement par ce collectif, l'entrée par la programmation avec Scratch a éloigné beaucoup de groupes de la simulation. En créant un outil sémiotique de description du jeu permettant de résoudre le problème, les élèves n'ont pas ressenti la nécessité de répéter des courses. Si l'enseignant n'y prend garde, un potentiel effet "Jourdain" [14] (Brousseau, 1987) peut alors se produire autour de la simulation et les élèves peuvent s'éloigner de l'enjeu probabiliste de celle-ci.
Les programmes ici réalisés sont à rapprocher des arbres, en ce qu'ils jouent ici un double rôle d'outil sémiotique et d'outil technologique, ce dernier pouvant produire des résultats. Cependant, comparativement à l'arbre, une fois réalisé, après relance, le programme fournit des résultats immédiats à condition de le lancer, tandis que l'arbre nécessite des traitements. Le ressort d'obtention de beaucoup de données via le programme réalisé n'a pas été perçu comme nécessaire dans une majorité de groupes sur le temps imparti. La phase de simulation s'est achevée pour beaucoup dès l'obtention du programme d'une seule course.
Des relances du programme, si elles ont été réalisées par les élèves, étaient effectuées quasi exclusivement pour faire valider (ou invalider) par l'enseignant le bon fonctionnement du jeu ou en percevoir les erreurs. Elles n'ont pas été mises à profit d'une approche fréquentiste. Quant à ce constat, nous pouvons questionner la manière dont l'enseignant doit envisager les différentes fonctionnalités du logiciel Scratch, comme "stop tout" qui fait sortir du programme ou encore " dire... pendant ... secondes". Il serait opportun d'interroger la pertinence de la présence de lutins liée aux confinements de la circulation du travail mathématique observé dans certains groupes (comme le groupe Gr4).
Enfin, ce couple interroge sur la nature des liens entre l'Espace de Travail Algorithmique défini par Laval (2018) et l'ETM des probabilités, ainsi que le rôle de l'enseignant dans cette relation au travers de ses interventions.

Conclusion sur la question des preuves

Les itinéraires empruntés ont montré une richesse dans la diversité des preuves initiées par les élèves. Parce que cette étape 2 ne revêt pas le même statut que la précédente, nous n'avons pas effectué un relevé précis, chronogramme à l'appui, des interventions de l'enseignant dans chaque groupe. Cependant, le groupe Gr3 a échangé avec Blandine plus que les autres groupes pour mener à bien ses calculs de probabilités sans se tourner vers la simulation. Menée à son terme en dehors du temps de classe, la preuve de type Preuv.2 a permis à l'enseignante ensuite d'exposer ces deux types de preuves à toute la classe ensuite. Pour cette phase Preuv.3, elle a utilisé une simulation réalisée par ses soins avec le logiciel Scratch, puis a mis

14. *"Le professeur, pour éviter le débat de connaissance avec l'élève et éventuellement le constat d'échec, admet de reconnaître l'indice d'une connaissance savante dans les comportements ou dans les réponses de l'élève bien qu'elles soient en fait motivées par des causes et des significations banales."* (Brousseau, 1987, p.5)

en relation les résultats affichés des fréquences avec les calculs des probabilités du groupe Gr3.

3.6.5 Eléments retenus par le collectif, pour la formation

L'avatar de l'étape 2 mis en oeuvre dans ma propre classe a fourni des éléments complémentaires à l'équipe de formation. Nous ne présenterons pas leur intégralité. Il s'agit d'exposer ici ceux sélectionnés ensuite par les enseignants pour la formation car ils nous permettront de mieux appréhender ultérieurement la circulation du travail suggérée par l'équipe en formation, en stage dans la deuxième boucle (Chapitre 4). Les formateurs ont analysé des travaux des groupes issus de l'étape 2. Pour cela, ils ont observé trois extraits vidéo dont les scripts sont dans l'ANNEXE 3.7 :

- un extrait-vidéo du groupe Gr5 (étape $B_{1,2}$) sur les difficultés liées à la compréhension des règles du jeu, ces difficultés étant déjà présentes à l'étape $B_{1,1}$;
- un extrait-vidéo du groupe Gr3 (étape $B_{1,2}$) sur l'approche laplacienne avec la présence de calculs de probabilités sans simulation ;
- un extrait vidéo du groupe Gr4 (étape $B_{1,2}$) effectuant le jeu sous Scratch avec le lutin déclarant le gagnant ;
- différents brouillons offrant une variété de représentations du jeu et des calculs erronés, dont le biais de linéarité (déjà présent dans le groupe Gr1 de $B_{1,1}$) ;
- différentes captures d'écran de programmes Scratch plus ou moins aboutis.

Les enseignants élaborant la formation ont sélectionné des éléments de la première boucle pour la formation. Il s'agit de fichiers de simulation, d'extraits vidéo de classe, ou des brouillons d'élèves, catégorisés ainsi par l'enseignante Lucie :

- "les règles du jeu et leur compréhension" ;
- le "tableur Fréquentiste" ou avec "Scratch" ;
- des éléments sur le "Théorique".

Chacun est accompagné d'un commentaire guidant le formateur à proposer un élément en adéquation avec ce qui est évoqué ou manque durant l'analyse *a priori* réalisée par les stagiaires.
Ces éléments sont résumés par Lucie qui a fait un listing pour l'équipe de formation, dans la "feuille de route du formateur" (ANNEXE 3.8). Pour chaque fichier nommé, l'enseignante développe un résumé illustrant ce qu'il permet de viser en formation. Etant donnée la quantité de données potentielles, nous nous concentrerons uniquement sur celles choisies réellement par les formateurs et portées à la connaissance des stagiaires. Ceci se justifie par le fait que celles non partagées ne pourront influencer qu'indirectement les stagiaires par les interventions de l'équipe de formation.

Conclusion intermédiaire sur les choix des formateurs

Dans sa structuration en quatre rubriques ("Compréhension du jeu", "Tableur Fréquentiste","Scratch", "Théorique"), ce choix des formateurs (structuré par l'enseignante Lucie de la boucle B_1) nous renseigne sur certaines de nos questions de

recherche, en particulier sur l'influence des artefacts autour de la simulation. En effet, ce document témoigne d'éléments de la première boucle (B_1) analysés par les enseignants de l'équipe de formation et sélectionnés pour une éventuelle exploitation durant la formation (dans la boucle B_2).
La place des éléments relatifs à l'emploi d'artefact (matériel ou numérique) et sur la simulation est conséquente. Elle concerne uniquement le tableur et le logiciel Scratch. Geogebra n'est pas présent,la calculatrice non plus. Des ruptures sont ici soulignées de compréhension des règles du jeu sur plusieurs points précis (compréhension de la condition d'arrêt du jeu, du "sinon"). Une manipulation de dés est jugée utile (Expl.1).

Pour la phase de Simulation, elle est présente dans les rubriques "Tableur Fréquentiste" et "Scratch". A l'intérieur de la sous-rubrique "Tableur Fréquentiste" s'entremèlent des questions relatives au modèle mathématique mais aussi à la compréhension de la règle du jeu et à l'identification d'une course. La séparation des artefacts numériques montre une absence de mention explicite de la question des modèles probabilistes sous Scratch. Lucie distingue des "réussites" ou "difficultés" en terme d'instructions concernant la simulation.
Quant à la rubrique "Théorique" qui sous-entend la phase de Preuv.2, il est question en particulier du biais de linéarité (difficulté), mais aussi de fichiers montrant des productions abouties avec des calculs des probabilités, ou encore de jeu sur les variables didactiques par l'enseignant pour aider les élèves à avancer dans cette preuve formelle.

Enfin, à propos de l'$ETM_{attendu}$, rien ne figure concernant les phases désignées Expl.3, Sim.1, ni Preuv.3 qui n'étaient déjà pas présentes, pour certaines dans l'avatar de l'étape 1 ni dans celui de l'étape 2. Mais concernant les outils des formateurs retenus de B_1 pour B_2, nous constatons que les extraits autour de circulations des ETM_{eff} de B_1 semblent *a priori* largement représentés autour de la dimension instrumentale et des plans [Sem-Ins] et [Ins-Dis]. Les artefacts matériels privilégiés dans B_1 sont le dé à jouer. Concernant les artefacts numériques pour la simulation, le Tableur et le logiciel Scratch ont été conservés contrairement au logiciel Geogebra ou Algobox (utilisé au lycée l'année de la formation). Tout type d'arbre, comme artefact symbolique est écarté de cette sélection de formateurs. Nous recherchons par la suite ce qui a mené les enseignants formateurs à faire ces choix au travers des outils mis en place pour la formation.

3.6.6 Grilles : indices des $ETM_{personnel}$ des formateurs

Des grilles, élaborées pour la formation, prennent ici toute leur place dans notre étude car elles permettent un éclairage complémentaire indirect sur nos questions de recherche. Grâce aux échanges lors de la stabilisation de ces grilles pour la formation, nous avons relevé des indices de conceptions des enseignants sur la simulation. Ils précisent l'$ETM_{personnel}$ de ces enseignants. Nous allons pour cela décrire leur élaboration et relater des extraits de verbatim des formateurs sur ces grilles.

Nous faisons ici l'hypothèse que ces outils produits pour la formation vont influer sur l'ETM qui sera suggéré en formation sur le problème du lièvre et de la tortue. Aussi nous y consacrerons une place à part entière.

Une première grille d'amorce d'analyse *a priori* sera précisée puis étudiée dans son contenu au profit de la question QR2. Une autre grille suivra, relative à des interventions possibles de l'enseignant autour du problème. Elle a été construite en amont de la formation, son contenu nous renseigne sur nos questions de recherche, à travers le point de vue des formateurs.

Grille d'amorce d'analyse *a priori* du problème

Une grille support d'analyse *a priori* du problème a été élaborée en amont de la formation. Elle est apparue nécessaire à l'équipe pilotant la formation, au regard de ce qui s'est passé au Havre (Chapitre 1, pp.37-43) afin de sérier les temps de formation. Cette phase de découverte permet aux formateurs et chercheurs de déceler chez les stagiaires d'éventuelles difficultés à résoudre le problème en amont de toute projection dans un scénario de classe.
L'équipe a retenu divers critères afin de permettre aux stagiaires de s'emparer du problème. Ces critères sont présents dans une grille dite "d'amorce d'analyse *a priori*". Selon les formateurs, elle permet :

- de dégager différents choix possibles d'enseignants autour d'un premier avatar (proposé en formation) ;
- de les confronter pour enrichir l'analyse initiale du problème proposé par les stagiaires ;
- d'introduire des premiers questionnements autour du problème tels que ceux présents dans notre analyse épistémologique (voir ANNEXE 2.1).

Différents éléments constituent les rubriques de cette grille. Nous nous focaliserons ici sur les discussions autour de ces critères car ils nous renseignent sur les $ETM_{personnel}$ des formateurs.
Une grille initiale (Fig. 3.5) a été suggérée par Blandine comme base de travail au collectif de formateurs lors de la réunion de préparation de la formation (le 9/12/2016). Si elle émane d'une autre formation partagée dans ce collectif, nous avons volontairement introduit les rubriques "Modélisation" puis "Dimension TICE simulation" afin de recueillir des renseignements sur les conceptions des formateurs concernant les relations entre expérience aléatoire, simulation et modèles mathématiques. Cette grille a été transformée par le collectif de formateurs et stabilisée pour la formation (le 12/01/2017) (Fig. 3.6, p.149). Nous rendons compte de son évolution ci-dessous :

	Groupe 1
Connaissances mathématiques en jeu	
Dimension vie quotidienne	
Modélisation	
Dimension TICE Simulation	
Place dans la progression	
Démarches possibles des élèves	
Difficultés et erreurs possibles	

TABLE 3.5 – *Etat initial de la Grille d'amorce d'analyse a priori*

	Groupe 1
Connaissances mathématiques en jeu	
Dimension vie quotidienne	
Place dans la progression	
Dimension TICE	
Démarches possibles des élèves	
Difficultés et erreurs possibles	

Table 3.6 – *Grille d'amorce d'analyse a priori retenue pour la formation*

Les débats sur la stabilisation de ces critères fournissent des indices sur notre première question de recherche (QR1).

Modélisation et simulation : positionnements des formateurs

La rubrique *"Modélisation"* a disparu ainsi que *"Dimension TICE simulation"* au profit d'une seule rubrique *"Dimension TICE"*. Voici un extrait d'un débat entre formateurs qui éclaire cette transformation :

FE3 : "Moi personnellement, je ne saurai pas quoi mettre dans "modélisation" et "simulation". On attend quoi d'eux ? (...) Je ne suis pas au clair avec la simulation, en fait, je confondais l'expérience en vrai et la simulation avant la dernière fois.
FE1 : Moi c'est pareil.
FE3 : D'ailleurs, c'est toujours avec des TICE une simulation ?
Lucie : Pour modélisation, moi j'y verrais la modélisation autour du jeu, par exemple, comme avec le dé à six faces ou faces Lièvre et Tortue, comme FE2 avait évoqué le 9 décembre."
Lucie fait référence au modèle de la loi uniforme et à la manière dont les règles sont énoncées où implicitement, la description du dé fait appel à un modèle initial. Le verbatim précédent laisse apparaître des confusions entre des expériences aléatoires réalisées à la main et la simulation, ainsi qu'entre modélisation et simulation.

D'autres échanges nous renseignent sur la relation entre expérience aléatoire, modèle et simulation chez les enseignants pilotant la formation. L'intégralité de ces échanges se trouve en ANNEXE 3.9 (pp. 168-187). Au sein de ce collectif, la modélisation questionne et différentes conceptions apparaissent telles que :

- le formateur FE2 qui ne la dissocie pas de la simulation. Cette confusion est présente dans ses propos :
  FE2 : "Il n'y a pas de modélisation s'il n'y a pas de mise en oeuvre TICE par exemple. Quelle modélisation on modélise, on incrémente moi je dirais avec quel TICE, quel programme ?" ;
- le formateur FE3 qui se questionne sur l'associer à *" utiliser un arbre "* tout en considérant que la modélisation fait partie des connaissances mathématiques. Il s'interroge ainsi :
  FE3 : "Est-ce que utiliser un arbre c'est une modélisation ? Je sais que ça ne peut pas arriver en 3ème, mais/" ;

- Lucie pose la question "des différents niveaux de modélisations" et de leur rapport à la simulation. Elle suggère d'ajouter séparément dans la grille une rubrique *"dimension Modélisation"*, la justifiant par la présence d'une "dimension TICE". Sans certitude, elle se demande si *"la modélisation n'est pas englobée dans les TICE ?"*. Elle poursuit son propre questionnement par :
  Lucie : "Quand est-ce qu'elle arrive la modélisation dans cette activité, quand est-ce que les élèves font de la modélisation ? Si on prend l'énoncé où il y a le dé avec les gommettes, là, il y a une modélisation à faire, et je ne sais pas, sans/ simulation." ;
- Le formateur FE1 ne se prononce pas sur ce point.

Ces échanges montrent un flou dans les connaissances des enseignants. Ils révèlent une non prise de conscience qu'une élaboration de simulation numérique engendre un choix de modèle probabiliste. Il y a comme un malaise sur l'identification des modèles probabilistes en jeu. La rubrique "modélisation" n'a pas fait apparaître de façon explicite les différents modèles probabilistes possibles concernant le problème du lièvre et de la tortue, et ne permet pas de questionner les hypothèses de modélisation et les protocoles liées aux diverses expériences aléatoires en jeu.
De plus, nous évoquons l'échange suivant entre le formateur FE3 et Lucie sur l'activité de lancer de punaises car il instruit sur une confusion réelle chez FE3 concernant la simulation.

FE3 : "Par rapport à la punaise, on le fait vraiment à la main parce qu'on n'a pas d'outil de simulation.
Blandine : Mais tu te rends compte que si tu regroupes toutes tes données/.
FE3 : Alors voilà, par rapport aux simulations, le fait que lancers des punaises, ou une soixantaine de punaises, ça s'appelle comment ça ?
Lucie : Tu effectues l'expérience aléatoire, tu crées un échantillon, mais tu ne fais pas une simulation.
FE3 : Ce n'est pas une simulation ?
Blandine : De quoi, lancer des punaises ? Bah non.
FE3 : Une simulation, c'est forcément dynamique ?"

Son interrogation montre qu'il ne cerne pas la notion de simulation et confond cette dernière avec une expérience aléatoire réalisée à la main. L'échange se poursuit :

Lucie : "Tu réalises l'expérience aléatoire, tu la réalises, tu ne la simules pas.
FE3 : Par exemple Mururoha, c'était une expérimentation et quand ils l'ont fait sur ordinateur, c'est devenu de la simulation. Donc l'expérimentation avec la punaise, déjà là on parle de fréquence."

En conclusion, la relation entre modèle et simulation semble peu claire pour plusieurs formateurs et il est probable que ce noeud ne sera pas clarifié par ces derniers lors de la formation. Un entretien (non décrit ici) avec Lucie a dévoilé et certifié sa connaissance mathématique effective des modèles probabilistes. Cependant, la place des modèles dans la simulation, nécessite des connaissances didactiques supplémentaires qui semblent fragiles concernant cette enseignante. Nous pouvons

émettre l'hypothèse que des confusions entre modélisation et simulation sont ici des croyances qui risquent d'influencer la formation ensuite.

Artefacts numériques : positionnements des formateurs

Si le logiciel GeoGebra est écarté par l'équipe des formateurs , deux autres logiciels sont potentiellement retenus pour la formation : le tableur et Scratch avec le souci évoqué par Lucie :

Lucie : " Le problème, là que je vois c'est qu'on se heurte à deux difficultés, la difficulté de la "Lesson Study" et celle des probabilités, de ceux qui n'y connaissent rien aux probabilités, en particulier les méthodes fréquentistes et l'utilisation des TICE. On va leur demander un scénario où il va falloir intégrer des TICE pour lesquels ils ne seront pas outillés. "

A ces propos, le formateur FE2 imagine que certains enseignants stagiaires refuseront l'usage de variables ou de listes avec le logiciel Scratch et que cela pourra constituer des freins d'utilisation. Le formateur FE1 acquiesse en indiquant qu'il n'arrive pas lui-même à réaliser la simulation d'une course avec Scratch, bloqué par le test d'arrêt. Nous exposons ici le point de vue de FE3 quant à l'usage de Scratch car il est différent.

FE3 : "Moi je le vois plus comme un projet à la maison, peut être plus tard, car en une heure, tu ne peux pas le faire."

Le collectif imagine alors proposer en formation des trames de programmes déjà faits ou à modifier légèrement par les stagiaires.
Enfin, à la question posée de l'usage de plusieurs artefacts numériques pour la simulation qui apparaîtrait en formation (tableur et Scratch) posée par le chercheur CF2, Lucie rétorque ceci :

Lucie : "Et bien les professeurs qui disent, "Nous, on voudrait partir sur du Scratch, mais on n'a jamais essayé", leur dire que ça met beaucoup de temps à le faire et, on peut leur en donner un déjà fait, on ne va pas les laisser commencer à programmer comme FE1 et y passer trop de temps, on n'a pas le temps.

Lucie éclipse la question de la double gestion par l'équipe de la formation du tableur et de Scratch et ne répond que partiellement sur l'emploi potentiel du logiciel Scratch. Elle élude la question de l'influence de l'artefact numérique sur la simulation. Cette comparaison entre tableur et Scratch pour la simulation trouve écho chez le formateur FE1 :

FE1 : "Je pense qu'il y a quand même une différence, il y a une grosse différence, que ce soit GeoGebra, tableur, et Scratch, qui est complétement différent, c'est que GeoGebra et tableur tu peux le faire en 1h, tu peux faire une simulation tableur en 1h, je l'ai fait moi avec mes élèves, on a simulé sur tableur en 1h, alors qu'avec Scratch tu ne peux pas le finir en 1h."

La deuxième journée d'élaboration dévoile une différence de point de vue entre FE1 et FE3 sur l'usage du logiciel Scratch autour de la simulation. Si FE1 a recherché à faire progresser des lutins (incarnant le lièvre et la tortue) dans la fenêtre graphique,

devant les propositions de simulation du chercheur CF2, voici les échanges :

FE1 : "Ah je comprends pourquoi j'ai eu du mal l'autre fois, toi tu ne t'es pas placé dans la peau d'un élève qui veut faire un jeu avec deux lutins.
FE3 : Non, elle a enlevé ce que j'appelle les fioritures, c'est d'ailleurs ce que j'ai demandé à mon élève fort. Moi je fais « cacher » le chat, tu peux le faire disparaître.
Lucie : Ah oui, j'ai bien aimé ton compte-rendu dessus.
FE3 : Moi je crois qu'en 4e et 3e il faut s'affranchir de la partie ludique pour faire des maths.
FE1 : Du coup c'est plus facile comme tu as fait Blandine. Mais moi ils sont habitués à jouer avec les lutins donc (...)"

Le logiciel Scratch semble ici, par le biais de sa fenêtre graphique de gauche, contenir des éléments influant sur la simulation. Deux optiques de simulation se dessinent entre l'enseignant qui souhaite conserver les animaux pour la visualisation de courses, et celui qui réduit l'affichage autour de la simulation de courses à des lancers de dés (en cachant tous les lutins, et en utilisant par exemple des listes).

Simulation et preuve : positionnements des formateurs

Dans le débat collectif entre formateurs, un glissement s'est opéré : partant des modèles, une discussion a dévié sur les arbres et leur emploi en classe. Il permet de mettre en lumière certaines conceptions sur l'usage de ce registre de représentation et nous guide ainsi vers d'éventuelles conceptions autour de preuves jugées envisageables en formation. Le formateur FE3 questionne à propose d'arbre :

FE3 : "C'est quoi, c'est un modèle parce que, une fois qu'on a établi l'arbre, // tu te dis : on va calculer en faisant ça fois ça plus (...) Moi l'arbre, il me permet de faire des calculs, c'est ça.(...) Oui, je ne me pose plus de questions, je sais que je suis les branches et puis voilà."

Ce formateur semble avoir développé des schèmes d'usage autour de l'emploi des arbres, qu'il semble avoir naturalisés. A la question de la justification avec les élèves, il répond :

FE3 : "Ah, non, mais là, en troisième, non, je ne fais pas.(...) Parce que si on suit les branches de l'arbre, que si on répète 1000 fois, et qu'on parcourt l'arbre, on arrive à obtenir les fréquences, non, non, mais c'est plutot artificiel."

Ce positionnement est partagé par Lucie, alors que FE1 s'autorise à employer des arbres avec ses élèves de Troisième et calcule des probabilités le long des branches. L'emploi du registre des arbres ne fait pas l'unanimité dans l'équipe de formateurs pour une classe de troisième : certains y renoncent quand d'autres l'utilisent. Ils ne mentionnent à aucun moment, qu'un choix de modèle probabiliste est aussi embarqué dès lors qu'est réalisé un arbre. Enfin, l'$ETM_{Référence}$ est perçu comme limitant la possibilité de justifier des calculs s'appuyant sur ce registre de représentation.

De même, lors d'échanges autour des artefacts numériques, l'enseignante Lucie

indique qu'elle a réalisé les 46656 six-uplets au tableur afin d'accéder à une preuve de type Preuv.2 (comme elle l'attendait dans le groupe Gr1 de l'avatar de l'étape 1). A sa proposition, FE3 réagit ainsi :

FE3 : "C'est quoi l'intérêt je vois pas trop, tu as dû y passer du temps dis donc. Moi je ne suis pas tableur en fait c'est pas un outil fait pour les maths à la base."

Pour lui, le tableur est exclu de la preuve formelle pour une double raison de temporalité et de mauvaise adaptation aux mathématiques. Il indique par ailleurs que jusqu'à ce jour, il ne faisait pas de simulation en traitant les notions de probabilité, mais pense en introduire avec l'entrée de Scratch.

Au regard de l'échantillon d'enseignants étudiés que constituent les formateurs, nous faisons ici l'hypothèse que les différents points de vue sur l'emploi des arbres, en lien avec l'$ETM_{personnel}$ des formateurs, pourrait influer sur les types de preuves qui pourraient émerger, voir être jugées acceptables lors d'avatars dans la boucle B_2.
A notre question de recherche autour de la simulation et la preuve (QR3), il est à parier que certains enseignants pourraient ignorer des preuves prenant appui sur des arbres initiés par des élèves.
Cette hypothèse est renforcée ici par la volonté déclarée par l'enseignante Lucie au sein des formateurs de faire entrer la simulation dans les scénario élaborés en formation. Ceci est inscrit dans le verbatim :

Lucie : "Pour moi, ce qui est visé, c'est vraiment la modélisation du problème et / la mise en place d'une simulation pour répondre au problème parce que tu ne peux pas le faire avec les mathématiques, tu n'as pas la théorie mathématique qui permet de répondre à la question. Tu es obligé de passer par la modélisation pour répondre au problème."
Cette enseignante élimine ici d'office la preuve formelle tout comme cela s'est produit dans $B_{1,1}$.

Grille d'intervention des enseignants

Nous présentons ici comme outil de formation une grille dite "d'interventions possibles de l'enseignant" pour sa classe, proposée vierge lors de la première journée de formation (Fig. 3.33, p.154). Le collectif encadrant la formation a choisi ce support afin de faire, dans un premier temps, et en amont de la formation, une analyse collective fine du problème. Ici, du point de vue de notre recherche, ce tableau illustre comment des enseignants prennent en considération des blocages dans la circulation du travail pour le "jeu du lièvre et de la tortue". S'il permet de faire s'interroger les enseignants sur des interventions possibles pour faire face à des blocages identifiés du travail des élèves (déclencheur d'intervention), nous avons ici accès à certaines des relances choisies par le collectif encadrant la formation afin de fluidifier la circulation dans l'ETM_{eff}. Nous présentons cette grille imaginée par l'équipe car elle complète nos réponses de notre enquête :

Éléments d'interventions possibles en Phase (pendant le travail de groupes)

phases	Déclencheur	Interventions	Effets attendus

FIGURE 3.33 – *Grille d'intervention pour les stagiaires, pour J1, 6/01/2017*

Les comptes-rendus des journées d'élaboration de la formation écrits par Lucie sont mis en ANNEXE 3.10 (pp.189-192). Des "Difficultés/Erreurs" des élèves y sont listées ; elles sont rapprochées d'extraits vidéo issus des étapes 1 et 2 illustrant ces difficultés. Les formateurs ont imaginé collectivement des relances au regard des éléments bloquants repérés dans la première boucle. Dans la première colonne du document, des procédures vraies ou erronées sont identifiées, puis les éléments choisis de B_1 y sont juxtaposés pour permettre de sensibiliser les stagiaires à certaines difficultés rencontrées. Cette grille d'intervention du formateur, proche de celle d'intervention des enseignants est structurée en trois parties par Lucie après la journée d'élaboration de la formation :

Difficultés/Erreurs :

	Difficultés / Erreurs	Documents d'appui pour stagiaires	Relance pour élèves
Compréhension consigne	**Parcours de 6 cases :** • où se situe le départ ? Sur la 1ère case ? En dehors du plateau ? • Où se situe l'arrivée ? Sur la 6ème case ? En dehors ? → consigne floue : plusieurs interprétations possibles, on laisse la possibilité que les élèves n'utilisent pas tous le même nombre de case (variable didactique qui modifie les probabilités obtenues et enrichit l'activité) → consigne à préciser : pour ne pas laisser place au doute et fixer clairement le nombre de manche à gagner par la tortue.		
	« Si .... alors ... sinon ... » : • que se passe-t-il lorsque le dé ne donne pas 6 ? est-ce que le lièvre avance aussi ?	Brouillon Mandy (groupe 4)	
	Déroulement du jeu : • Qui joue en premier ? Le lièvre et la tortue jouent-ils en même temps ? Chacun leur tour ? • Qui gagne ? Quand la course s'arrête-t-elle ? • Qui lance le dé ? La tortue ? Le lièvre ? • Qui joue ? Quel est le rôle de celui qui lance le dé ?		
	Jouer une partie avec le matériel à disposition : dé fourni, • faut-il aussi fournir un plateau de jeu ? • Des pions pour le lièvre et la tortue ?	Vidéo Inès (groupe 3)	

TABLE 3.7 – *Grille d'intervention pour des formateurs, 1ère partie, 6/01/2017*

Cette première partie (Tbl. 3.7), quantitativement, est la plus importante. Elle concerne la phase exploratoire (Expl.) et traite :

- du type de parcours (avec une appréciation sur le fait de le fixer ou non pour une classe) ;
- de la structure logique "Si alors sinon" présente dans l'énoncé ;

- des règles du jeu (à travers son déroulement) ;
- de la place des artefacts matériels tels que le dé ou autre.

Voici la deuxième partie sur la phase de Simulation (Sim.) :

	Difficultés / Erreurs	Documents d'appui pour stagiaires	Relance pour élèves
Déterminer probabilité : méthode fréquentiste	Utiliser un échantillon trop petit	Vidéo surligneurs + Brouillon Kévin (groupe 2) Vidéo du groupe 2 avec tableur	Renvoyer au cours sur méthode fréquentiste
	Simuler avec le tableur une partie en lançant un seul dé, de une à six fois → très difficile à réaliser, utilise le résultat du lancer précédent, test conditionnel Comprendre que effectuer 6 lancers avec un seul dé ou 1 lancer de 6 dés revient au même ici → plus facile à simuler avec le tableur	Vidéo Louise Gloria (groupe 6)	Orienter vers la simulation « lancers 6 dés une fois » ??? Utiliser le fichier tableur de Charlotte lors de la synthèse en classe entière
	Simuler avec le tableur une partie en lançant 6 dés : • savoir qui gagne la partie : 6 manches suffisent à déterminer un gagnant	Vidéo Ines (groupe 3)	Faire jouer une partie réelle avec un dé
	Fichier tableur qui résiste à la relance de la feuille de calcul (bonne utilisation du référencement des cellules)		

Table 3.8 – *Grille d'intervention des formateurs, 2ème partie, 06/01/2017*

Le tableau Tbl. 3.8 montre l'intention de questionner les modèles en formation par l'extrait vidéo du Gr6 de l'étape $B_{1,1}$. La troisième partie concernant la phase de Preuv.2 :

	Difficultés / Erreurs	Documents d'appui pour stagiaires	Relance pour élèves
Déterminer probabilité : méthode théorique	Tentative d'un calcul théorique des probabilités avec pseudo linéarité (1/6 fois 6 = 6/36)	Brouillon Yasmine (groupe 1)	Faire calculer probabilité « tortue gagne » avec un plateau à une case, puis avec un plateau à deux cases, et ainsi de suite
	Difficultés à trouver le nombre de parties possibles au total, le nombre de parties gagnées par le lièvre, par la tortue		Faire calculer probabilité « tortue gagne » avec un plateau à une case, puis avec un plateau à deux cases, et ainsi de suite

Table 3.9 – *Grille d'intervention des formateurs, 3ème partie, 06/01/2017*

Cette grille (Tbl.3.9) ne reflète pas tous les choix du collectif. Par exemple, l'enseignante Lucie ne relate aucun traitement de simulations avec le logiciel Scratch, pourtant évoqué lors de la journée d'échanges entre formateurs et chercheurs. Ceci est dû au fait que la journée de préparation (où a été élaborée cette grille) précède la mise en oeuvre de l'avatar de $B_{1,2}$ en classe. Cependant, nous notons une évolution dans la prise de conscience et l'appréhension des conceptions erronées ou croyances des élèves par les formateurs. Ceci est présent dans les propositions de relance correspondant à des alternatives proposées pour dénouer des tensions qui pourrraient surgir dans la circulation du travail. Nous pouvons y voir un effet du traitement collectif de l'étape $B_{1,1}$. Sur la question des modèles et concernant le tableur, en réponse à QR1, la présence de trois points d'interrogation montre une frilosité de l'enseignant à exposer plusieurs modèles probabilistes. Lucie indique comme relance *"orienter vers la simulation"* ou *"lancer 6 dés une fois"*, mais ceci n'a pas été réellement partagé par le collectif dans son ensemble.

3.7 Conclusion

Dans notre conclusion, nous synthétiserons des éléments relatifs à la circulation du travail de l'ETM associé à l'étape 1, en précisant les itinéraires cognitifs et la circulation du travail en jeu. Ensuite, nous préciserons les contours de l'ETM idoine suggéré en formation grâce à l'étape $B_{1,2}$ et au regard porté par le collectif de formateurs dessus. Enfin, nous reviendrons sur nos questions de recherche afin de présenter des perspectives de recherche pour la deuxième boucle qui est celle de la formation.

3.7.1 Premiers résultats sur nos questions de recherche

Au regard des éléments du premier couple de l'étape $B_{1,1}$, nous obtenons des résultats partiels sur nos questions de recherche. Nous allons en rendre compte en reprenant chaque question.

Expérience aléatoire, simulation et modèle

Le premier avatar et son ETM idoine associé de l'étape 1 a permis de préciser des ajustements effectués par l'enseignant dans le cycle de modélisation de Blum & Leiss (Masselin, 2017). Il ressort que la prise en charge par l'enseignant d'explication de la compréhension de la règle du jeu, a été nécessaire avant toute modélisation. Si, *a priori*, la présentation et la gestion du problème faites par Lucie semblent favoriser l'émergence de divers modèles, des travaux d'élèves initiés sur un modèle ont été parfois stoppés par l'enseignante, par manque d'anticipation dans l'ETM_{pot}. De plus, la circulation du travail est sensible aux éléments sélectionnés par l'enseignant qui constituent l'avatar lui-même.

Relativement à notre première question de recherche sur la simulation, nous nous attacherons aux relations constatées entre expérience aléatoire et modèle mathématique en classe. Celles-ci s'apparentent plus à une rupture qu'à un lien entre expérience aléatoire et modèle. Des fractures sont apparues dans l'ETM que nous allons exposer.

- La première, la plus prégnante est celle relative à une interprétation erronée des règles du jeu par certains élèves, les menant alors à l'exploitation d'expériences aléatoires éloignées du problème donné. En effet, ce problème a fait écho, pour certains élèves, à d'autres tâches de probabilité travaillées en amont, qui impliquaient aussi des lancers de dé. Ils ont alors imaginé que l'expérience aléatoire en jeu était réduite à lancer un seul dé à six faces. L'identification d'une course a posé problème d'autant que certains ont tenté de calquer une expérience aléatoire rencontrée dans une tâche précédente. Pour d'autres, les événements "Obtenir un six" et "Le lièvre gagne" ont été largement confondus : des élèves ont attribué $\frac{1}{6}$ à la probabilité que le lièvre gagne, ce qui est uniquement vrai pour un parcours sans case intermédiaire (ANNEXE 2.1, pp.39-40) ;
- Une autre rupture a eu lieu quand certains élèves, à partir de la probabilité

d'obtenir six quand on lance un dé. Ils ont multiplié la fraction $\frac{1}{6}$ par le nombre de cases du parcours, et en ont conclu que la probabilité que le lièvre gagne était de $\frac{6}{36}$;

- Lors de l'élaboration de la simulation, certains élèves ont fait face à la difficulté d'implémenter une course dans le tableur avec les fonctionnalités qu'ils connaissent. S'ils arrivaient à effectuer un lancer de dé numérique, et s'ils souhaitaient réaliser un autre lancer conditionné au premier, cela leur a posé des problèmes d'ordre instrumental. Ceci constitue d'ailleurs un élément de réponse à notre deuxième question (QR2).

Pour répondre à notre sous-question (QR1-2) concernant la place accordée à l'expérience aléatoire dans un ETM, nous aborderons tout d'abord le point de vue des élèves, puis celui de l'enseignante.

Les dés étaient accessibles dans un pot sur le bureau de l'enseignante et les élèves, grâce au contrat didactique en place, connaissaient la possibilité d'en emprunter. Ceci n'était donc, *a priori*, pas un frein à ce qu'une phase exploratoire avec manipulation de dés à jouer apparaisse dans des itinéraires cognitifs. Certains groupes (Gr3 et Gr8) ont réalisé des expériences aléatoires avec un dé à jouer après une amorce de la phase de simulation. Les résultats de ces courses effectuées de façon éparse dans la classe lors d'une phase individuelle, n'ont pas été soumis au collectif classe. Ils sont restés confinés dans les groupes où les élèves les avaient obtenus. Dans certains groupes, cette démarche est entrée en concurrence avec la simulation (brouillon de E1, Gr2). L'enseignante a rendu obligatoire des courses manuelles. Son objectif était alors de soutenir l'élaboration de la simulation avec une organisation unique (attendue) : six lancers de dés pour une course et chaque course se présente en ligne. Si l'enseignante pensait alors apporter une aide, elle a parfois brouillé la stratégie initiale du groupe en réorganisant leur simulation au tableur. Simultanément, Lucie a alors imposé un modèle probabiliste.

Nous dévoilons des raisons expliquant en partie certaines ruptures et qui permettent de répondre à notre question QR1-3.

- La non-intervention de l'enseignante pour valider (ou invalider) l'interprétation des règles du jeu peut ensuite bloquer temporairement la circulation du travail des élèves dans l'ETM. Le partage du temps de l'enseignante entre les huit groupes d'élèves l'a mené à ne pas intervenir de manière équilibrée dans chaque groupe, ce qui est visible dans le chronogramme établi (p.118). Lucie intervient peu et tardivement dans le Gr7 contrairement au Gr3.
- L'expérience aléatoire réalisée avec des dés à jouer est parfois en conflit avec celle que les élèves tentent d'intégrer dans un tableur pour la simulation. Elle l'est d'autant plus que l'enseignant est à l'initiative d'un modèle différent de celui choisi initialement par les élèves, et fait lancer six dés horizontalement pour une course. Le passage du modèle de la loi géométrique tronquée à celui de la loi binomiale joue comme un perturbateur au coeur de la simulation ;
- La non-identification d'expériences aléatoires ("lancer un dé à six faces" et "faire une course") peut poser des problèmes de compréhension ou d'attribu-

tion de l'équiprobabilité à des issues non explicitées. Il s'agit là de l'absence d'une phase Expl.3 décrite dans l'$ETM_{attendu}$;

- Le vocabulaire présent dans l'énoncé "manche" et "partie" a amené des confusions et s'est révélé peu adéquat par rapport au sens courant de ces mêmes mots. Dans le domaine du sport, une partie peut se jouer en plusieurs manches, comme au tennis. Si le mot "manche" était choisi par Lucie (Fig. 3.34) et employé dans l'énoncé donné aux élèves, il a très certainement contribué à accentuer une rupture entre expérience aléatoire et simulation.

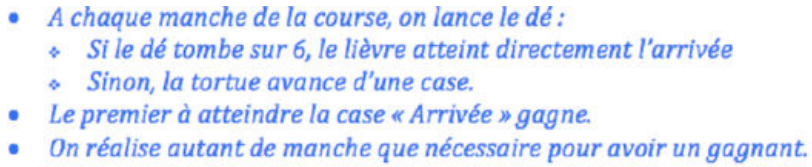


FIGURE 3.34 – *Extrait de l'énoncé de Lucie,* $Av^{B_{1,1},L}$

Avec la formulation initiale, beaucoup d'élèves ont interprété le mot "manche" par "un lancer de dé". Il est sous-entendu qu'une course peut comporter plusieurs manches dans le dernier point. Le vocabulaire a brouillé l'identification par les élèves de l'expérience aléatoire en jeu relativement à une course ;

- Indirectement la non-identification du biais de linéarité (Gr1) par l'enseignante l'a poussée à demander au groupe une preuve formelle avec les 46656 six-uplets à incorporer dans le tableur. Cette réalisation demandée dans l'ETM_{eff} par Lucie ne figure pas dans son ETM_{pot}. Elle l'a effectuée, bien après sa séance de classe pour préparer la formation étudiée ensuite dans notre deuxième boucle.

Si *a priori*, la présentation et la gestion du problème semble favoriser l'émergence de divers modèles, des travaux initiés par des élèves avec un modèle probabiliste ont été parfois stoppés par l'enseignante, par manque d'anticipation. Des blocages dans la circulation d'ETM_{eff} ont eu lieu, ne favorisant pas un travail complet.

La question sur les artefacts et simulation

Nous rappelons ici notre première question concernant les artefacts et la simulation et tenterons ensuite de trouver des premières réponses à ces dernières. La question initiale porte sur l'influence de l'introduction d'artefact(s) matériel(s) tels que des dés sur la circulation du travail entourant la simulation.

Lors de la phase d'exploration (Expl.), des élèves ont lancé des dés positionnés en accès libre sur le bureau de Lucie. Cette dernière n'avait pas souhaité systématiser ces réalisations d'expériences à la main. Ces manipulations n'ont pas toujours permis de décrypter et de donner accès à l'expérience aléatoire en jeu dans notre problème.

Certains élèves n'ont pas réalisé de courses initialement, ce qui parfois les a bloqués par la suite car ils avaient mal interprété la règle du jeu. Cependant, la phase d'élaboration de la simulation a fait revenir vers une phase d'exploration et de manipulation de dés dans deux groupes. Elle a permis de faire invalider une ébauche de simulation ou de la faire modifier. L'enseignante s'est alors servie des dés à jouer pour imposer une ergonomie dans le tableur avec une lecture horizontale pour chaque course. Le parcours sur l'énoncé, présenté comme un alignement de six cases horizontales, fut un support de jeu de courses réalisées avec une gomme, un bouchon, ou des marqueurs fluorescents matérialisant les animaux. Lucie s'y est référée dans certains groupes en appui à la réalisation d'expériences aléatoires pour effectuer des aller-retours entre le plateau de jeu et une course simulée dans le tableur.
Ainsi, les dés ont eu un rôle de médiation entre l'expérience aléatoire et les règles du jeu, aidant parfois à comprendre ces dernières. Mais ils ont aussi été un outil de réorganisation de la feuille de calcul tableur pour l'enseignante. Lucie a alors systématisé un renvoi vers une course à six lancers de dé.
Conjointement à la représentation du parcours, les dés ont aussi parfois enfermé certains élèves dans un biais de linéarité, les élèves prenant un sixième et le multipliant par le nombre de cases du parcours pour avoir la probabilité que le lièvre gagne.

Les expériences faites avec des lancers de dés manuels n'ont pas conduit l'enseignante à relever des données issues de ces courses. A aucun moment, elle n'a fait un traitement de ces dernières au profit d'une phase justifiant l'entrée de la simulation dans un itinéraire cognitif (Sim.1, décrite au chapitre 2, pp.58-59). Pendant son élaboration (Sim.2 E), la simulation au tableur est un objet d'étude au sens de Douady (1984) pour le groupe. Puis mis au profit d'une preuve expérimentale, le fichier tableur change de statut et devient un outil (Douady, 1984) au service de la loi faible des grands nombres. Bien souvent, l'enseignante a été à l'initiative d'une relance de la simulation par les élèves, opérant alors une bascule de l'objet vers l'outil au profit d'une phase Sim.3. conduisant vers une preuve expérimentale.
Concernant la question de l'incidence d'un choix d'artefact numérique (logiciel) sur le travail envisagé et conduit par un enseignant dans sa classe, peu d'éléments de comparaison sont apparus puisqu'un seul choix était ici présent.
Cependant, relativement au tableur, voici notre conclusion partielle. Si le modèle probabiliste le plus congruent aux règles du jeu est majoritairement choisi initialement par les élèves, l'enseignante impose un changement de modèle, en lien avec le tableur et aux connaissances supposées du tableur. Ceci est motivé par le fait que l'enseignante a repéré une plus grande facilité à élaborer la simulation avec la loi binomiale. Lors de la création de la simulation par les élèves, elle ne débloquera aucun groupe qui tentait de relancer un deuxième dé seulement si un six n'était pas déjà sorti. L'ETM_{pot} ne laisse voir aucune trace d'un tel fichier de simulation et l'enseignante ne l'a pas envisagé dans sa préparation.
De plus, une tension a conduit l'enseignante dans un groupe, à reconsidérer le rôle du tableur, non plus comme logiciel pour élaborer une simulation , mais comme support de dénombrement (six-uplets). Elle a alors conduit un groupe sur un itinéraire cognitif non anticipé en amont.

Parce que nous pensons que des choix précis motivent l'enseignant à se tourner

vers tel ou tel artefact, nous nous interrogerons sur ce qui influence l'enseignant dans ses choix d'artefacts pour sa classe.

Nous ne pouvons répondre que partiellement à cette question. Lucie a fait le choix d'un artefact numérique unique, le tableur et des dés ou petits objets de la classe pour les artefacts matériels. Mais un entretien nous renseigne sur ce point : Lucie y déclare ne pas utiliser Geogebra pour les probabilités. Geogebra est écarté pour la simulation par Lucie pour deux raisons déclarées. D'une part ses élèves sont habitués à l'utiliser uniquement dans le domaine géométrique ou fonctionnel et d'autre part, elle indique que sa propre genèse instrumentale n'est pas suffisante concernant les probabilités. Ceci montre que le tableur est ici un choix pris par défaut. Cela nous amène à nous demander ce qu'il en serait avec un autre artefact numérique envisagé.

La question sur la simulation et la preuve

Concernant les huit groupes, les interventions de l'enseignante sur ces choix de modèles se sont révélés importants dans la dynamique de circulation du travail autour des deux types de preuve que l'on peut attendre sur le problème.
Dans le groupe Gr1, un modèle probabiliste (loi binomiale) est imposé avec le tableur comme soutien à l'approche laplacienne. Ce collectif d'élèves montre que, malgré la volonté apparente de l'enseignante de laisser le choix aux élèves de s'orienter vers l'approche laplacienne ou l'approche fréquentiste, la suggestion de réalisation des 46656 six-uplets au tableur constitue un enfermement dans un travail long et techniquement difficile en le temps imparti. Ce groupe finit par être réorienté vers la verbalisation de ce que serait une preuve de type expérimentale. Relativement au fait qu'elle ait imposé le tableur comme support de preuve formelle, l'enseignante n'avait pas anticipé cette réalisation, et l'avait sous-estimé en temps.
Dans le groupe Gr4, deux preuves co-émergent et l'enseignante mène un arbitrage en ignorant des résultats de calculs de probabilités effectués par l'un des élèves. Elle joue alors sur l'organisation du travail en groupe qui lui permet d'écarter une preuve formelle au profit d'une preuve expérimentale. Ce choix est traduit par la désignation d'un "leader à suivre" dans le groupe et cela corrobore le fait qu'elle privilégie une unique preuve avec simulation. De même, dans le groupe Gr7, des tentatives de démarrage de preuve formelle sont ignorées par Lucie.

Nous observons qu'un cheminement conduit par les différentes interventions de Lucie (à l'étape 1) a rendu relativement homogène le travail autour du problème. L'enseignante, avait cependant une volonté initiale de permettre plusieurs approches du problème et laisser vivre diverses procédures dans la classe. En effet, l'entretien mené sur un avatar du problème où l'élève était considéré comme tâcheron, au sens de Nechache(2016), avec une simulation tableur incluant six lancers par course, ne semblait pas lui convenir. Elle l'a vivement critiquée ainsi cinq mois avant sa séance de classe :

Lucie : "On incite clairement à utiliser le tableur. Ce que je n'aime pas trop, c'est que / tout est déjà //. La feuille de calcul, la feuille de calcul est déjà pré-remplie. On oriente vers une démarche. Donc moi, j'aurais plutôt laissé, quitte à dire Oui, on va utiliser le tableur pour simuler un grand nombre de fois, la page est vierge, à

vous d'organiser la feuille comme vous l'entendez."
Lucie refuse à l'époque une orientation vers une simulation où un modèle est déjà imposé, puis elle répond la question :
Blandine : "Y-a-t-il des choses qui te gênent dans cette démarche ?
Lucie : Oui, parce qu'on voit là, quelle formule taper dans la case si il faut simuler un lancer et quelle formule noter en J2, donc on leur dit qu'il faut compter si on donne 6 lancers, je trouve ça un peu trop orchestré, trop guidé. Je ne l'aurai pas présenté comme ça."

Cependant, dans sa classe, Lucie a finalement rendu uniforme la circulation du travail, comme pour tenter d'atteindre une sorte d'ETM moyen, malgré des orientations de travail différentes entre les groupes. Plusieurs itinéraires cognitifs ont été empruntés par les élèves au gré des tensions rencontrées par l'enseignante, qui se sont parfois transformées en perturbations. Enfin, nous repérons ici que diverses tensions ont conduit cette homogénéisation de la circulation dans l'ETM autour de la preuve et du modèle, l'enseignante ayant à gérer des procédures variées. Si son but était de comprendre initialement le travail entrepris dans chaque groupe, l'enseignante a eu pour rôle de considérer ces itinéraires cognitifs, de les apprécier, de les étayer ou d'en élaguer des composantes (comme certains modèles). Enfin pour compléter notre étude, il serait souhaitable de repérer, au sein des groupes, comment les élèves réagissent individuellement par rapport au contournement de leur choix personnel par l'enseignant.

Question en suspens

Un élève d'un groupe à l'initiative d'un choix de modèle non concordant avec celui de Lucie, résistera-t-il ensuite au nouveau modèle imposé par l'enseignante ? Cette question reste entière car notre méthodologie de recueil des données ne nous a pas permis cette analyse et nous en déplorons ici une des limites. En effet, le suivi des différents groupes sur l'intégralité de la séance de deux heures n'a pu être réalisé aussi finement. Cette question est en lien avec les arbitrages de l'enseignante lors du passage du travail individuel au travail collectif pour répondre au problème. Elle renvoie à une étude plus fine d'$ETM_{personnel}$ de groupes défini par Derouet (2016) à mener dans les avatars de la deuxième boucle.

3.7.2 Conclusion sur les itinéraires cognitifs et la circulation de l'étape 1

Nous exposons dans cette partie les différents itinéraires cognitifs, soit imaginés par Lucie (Fig. 3.35, p.162), soit apparus réellement (Tbl. 3.10) dans sa classe à l'étape $B_{1,1}$. L'ETM_{pot} montre que Lucie imaginait que ses élèves emprunteraient l'itinéraire cognitif suivant :

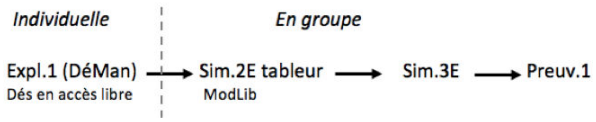


FIGURE 3.35 – *Itinéraire cognitif prévu par Lucie avant l'étape 1*

En réalité, dès le départ et de leur propre initiative, les groupes ont suivi des itinéraires cognitifs variés. Pendant le travail de groupe, Lucie est intervenue et a orienté le travail des élèves de façon tangible. Ses interventions figurent en gras dans le tableau récapitulatif (Tbl. 3.10).

Gr1	Expl.1 SansDé [Sem-Dis] -> **Dim Dis** -> **[Dis-Ins]** -> **Dim Ins** -> [Sem-Ins] **Preuv.2**
Gr2	Expl.1DéMan/SansDé [Sem-Ins] [Sem-Dis] -> **Expl.2** **Dim Dis [Dis-Ins] Dim Ins** -> Sim.2 E [Sem-Ins] **[Sem-Dis]** -> **Sim.3** **Dim Dis Dim Ins** -> **Preuv.1**
Gr3	Sim.2 E [Sem-Ins] -> **Dim Ins** -> **(Expl.1AvecDé** [Sem-Ins] -> Dim Ins -> **Expl.2)** **[Dis-Ins]** -> [Sem-Ins]
Gr4	Expl.1 SansDé [Sem-Ins] -> **Dim Dis** [Sem-Dis] (E2) -> **Expl.3** **[Sem-Ins]** -> Sim.2 E (E1 et E3, pas E2) [Sem-Ins] (E1, E3) [Sem-Dis] (E2) -> Sim.3 -> [Dis-Ins] -> Preuv.1 **[Dis-Ins]**
Gr6	Sim.2 E [Sem-Ins] -> **Dim Ins** -> [Dis-Ins] -> **Dim Ins** -> Preuv.1 [Sem-Ins]
Gr7	Sim.2 E [Sem-Ins] -> **Dim Ins** [Sem-Dis] (E1) -> **(Expl.1DéNum** [Sem-Ins] -> **Dim Ins** -> **Expl.2)** Preuv.1 [Sem-Ins]
Gr8	Sim.2 E [Sem-Ins] -> **Dim Ins** -> **(Expl.1AvecDé** [Sem-Ins] -> **Dim Ins** -> **Expl.2)** Preuv.1 [Dis-Ins]

TABLE 3.10 – *Itinéraires cognitifs effectifs de l'étape 1, Lucie*

Pour compléter ces itinéraires, nous présentons la grille (Tbl. 3.11, p.163) précisant les différentes phases de l'ETM_{eff} en reprenant la dénomination effectuée dans l'$ETM_{attendu}$ pour chaque phase :

		Expl.		
	Avatar	Expl. 1 Découverte de la situation	Expl. 2 Mise au point sur les règles du jeu	Expl. 3 Explicitation autour de l'expérience aléatoire
B 1	Av ^{B1,1,L}	Expl. 1 DéMan ou Expl. 1 SansDé Nombre de courses libre, Dés à volonté dans un pot Expl. 1 SansDé	Absente dans Expl., présente dans Sim. 2	Absente

		Sim.			
	Avatar	Sim. 1 Introduction de la simulation	Sim. 2 Simulation effective		Sim. 3 Exploitation de la simulation
			Artefact numériques	Choix de modèle mathématique inclus dans S2	
B 1	Av ^{B1,1,L}	Aucune	Tableur	Sim. 2 E ModLib, Puis Sim. 2 E ModImpP	Relance du fichier de simulation (par E ou P) et observation des valeurs affichées dans chaque groupe

		Preuv.		
	Avatar	Preuv. 1	Preuv. 2	Preuv. 3
B 1	Av ^{B1,1,L}	Présente, dans la majorité des groupes	Existe dans un groupe (Gr 4)	Non

Table 3.11 – *Grille relative au couple de l'étape 1, Lucie*

En rapprochant les itinéraires obtenus (Tbl. 3.10) et la grille concernant les grandes phases Expl., Sim. et Preuv. (Tbl. 3.11, p.163), nous en tirons des conclusions intermédiaires exposées ensuite.
L'enseignante Lucie de l'étape 1 a consacré du temps à la phase Expl.2, une fois la phase de simulation engagée par plusieurs groupes, ce qu'elle a déclaré *a posteriori* ne pas avoir anticipé suffisamment. Elle imaginait que la règle du jeu serait comprise facilement. Percevant le contraire, elle est intervenue dans plusieurs groupes en réintroduisant des lancers de dés pour s'assurer de la bonne compréhension du jeu.

Cependant, l'enseignante n'a jamais introduit de phases de type Expl.3, ni Sim.1 détaillées dans l'$ETM_{attendu}$. Concernant la phase Exploratoire, le caractère aléatoire du problème n'a pas été perçu comme un levier par l'enseignante pour mener un débat au sein de la classe sur le gagnant potentiel. Ce ne fut jamais l'occasion de revenir sur la dimension discursive, en décrivant l'expérience aléatoire, l'univers, les événements... Les parties de jeu effectuées dans certains groupes y sont restées confinées et restreintes à peu de courses, sans être partagées à la classe pour un traitement. Ceci explique en partie l'absence de phase d'introduction de la simulation, alors que la phase Sim.2 est arrivée précocément dans l'ETM. Dans plusieurs groupes, l'enseignante Lucie a aussi largement soutenu, par ses interventions l'exploitation de la simulation une fois celle-ci élaborée, tentant de ramener alors le travail des élèves dans le plan [Ins-Dis].
Le logiciel choisi n'est pas neutre et influe sur la circulation du travail mathématique

à travers un cycle de modélisation non linéaire. Dans les groupes, les circulations, *a priori* différentes ont été rendues homogènes par les interventions de l'enseignante. Si elle a semblé favoriser l'émergence de diverses procédures de résolution, elle n'a retenu que l'approche fréquentiste. Les simulations ont été ajustées, avec un modèle imposé (l'enseignante le considérant plus aisé dans le tableur).
La phase de Preuv.3 aurait pu permettre de confronter les valeurs observées par approche fréquentiste et les calculs exacts des probabilités obtenus dans un groupe. Mais l'enseignante n'a pas exploité ces calculs, privilégiant un travail dans les plans [Sem-Ins] et [Ins-Dis]. La preuve de type formel n'a pas trouvé sa place dans l'ETM_{eff} même si les calculs de probabilités ont été réalisés par un élève dans la classe.

Types d'interventions entourant la simulation

Nous avons repéré dans l'étape $B_{1,1}$ de notre première boucle, des interventions de l'enseignant qui pourraient s'apparenter à des aides, mais qui, pour certaines, rapprochées de connaissances d'éléments de l'ETM_{pot}, cachent une autre réalité.
En voici quelques-unes, dont nous exposons l'influence, son niveau dans l'ETM et le traitement du blocage qui a parfois suivi cette intervention :

- une restriction à une approche d'un seul type : si deux approches sont envisagées au sein d'un groupe, l'enseignante s'interpose entre les deux et oriente vers l'approche fréquentiste. Le fait que, lors de la phase de simulation, elle privilégie un modèle probabiliste, impose un changement de plan [Sem-Dis] vers [Sem-Ins] de certains des membres du groupe. Elle nécessite l'abandon d'une approche au profit d'une autre, ou un affaiblissement de la cohésion du travail de groupe ;

- une régulation du modèle initialement choisi par les élèves dans la simulation : réorientation avec un autre modèle mathématique, jugé plus simple à implémenter dans le tableur par l'enseignante. Elle peut influencer le travail d'un groupe et créer un blocage en particulier dans la dimension discursive (lancers pour rien à accepter). Le traitement du blocage par l'enseignante s'est fait en convoquant la dimension instrumentale, ce qui a créé un malentendu entre elle et le groupe.

Nous pouvons constater que ces diverses interventions de l'enseignante ont rapproché l'ETM_{eff} de ce que nous connaissons de l'ETM_{pot}. Elles ont rendu relativement uniforme le travail des différents groupes au bout des deux heures sur la question du modèle lors de la phase de simulation et du type de preuve (Preuv.1). Ces constats nous ouvrent de nouvelles perpectives de questionnement sur la manière dont un enseignant gère un travail d'élèves mis en groupe dans l'ETM pour résoudre une tâche pouvant impliquer de la simulation. Il s'agit de comprendre comment un enseignant exerce un contrôle sur des itinéraires cognitifs empruntés par des élèves sur une tâche probabiliste pouvant inclure de la simulation ? Ce point constitue une perspective nouvelle de notre recherche non abordé dans cette thèse.

3.7.3 Les contours de l'ETM idoine suggéré en formation

Nous pouvons, au regard des éléments précédents constituer les grandes lignes de l'ETM idoine suggéré en formation sur le problème du lièvre et de la tortue. L'importance des discussions portant sur la simulation laisse entrevoir des itinéraires multiples mais incluant majoritairement la simulation. Comparé à l'$ETM_{attendu}$, des phases n'ont pas été réinterrogées. C'est le cas de l'exploration et l'explicitation de l'aspect aléatoire du problème où une tentative individuelle d'un formateur d'introduire un autre type de dé (permettant des phases Expl.2 ou Expl.3) n'a pas trouvé écho dans le collectif de formateurs. Le formateur FE2 a indirectement soulevé (p.136) un artefact matériel alternatif (dé ayant des vignettes "L" et "T") et des règles du jeu construites par les élèves qui auraient alors inclus une phase Expl.3 dans l'itinéraire cognitif. Mais cette idée n'a pas été retenue par la suite. De même, les transitions entre les phases exploratoires, de simulation et de preuve n'ont pas été privilégiées par l'équipe.

Il semble qu'un travail dans la première boucle a questionné les plans [Sem-Ins] et [Ins-Dis] concernant des blocages sur les règles du jeu ou des croyances d'élèves survenus dans les ETM_{eff}.

L'avatar pour la formation, s'il n'est pas modifié par les stagiaires, pourrait induire des tensions, voir des blocages de circulation homologues à ceux rencontrés avant la formation comme dans la phase Expl.2 (sur le vocabulaire employé, les règles du jeu, la multitude de six jouant des rôles distincts dans l'avatar).

De plus, pour les formateurs, la simulation a tenu une place prépondérante dans les échanges sur l'élaboration de la formation. Elle pourrait de ce fait l'être aussi durant la formation. Lucie, auteure du premier couple, semble influencer le collectif dans l'élaboration de cette formation. Cette force s'exerce à travers ses prises de position sur des extraits vidéo de sa propre expérimentation partagés pour l'étude. A plusieurs reprises, malgré des différences exprimées, Lucie a tenté d'orienter l'équipe de formation vers un choix d'avatar pour la formation, par rapport à son vécu personnel (étape 1). Le collectif des autres formateurs a cependant exercé un contrepoids, en particulier sur la conservation de la pluralité des modèles pour la simulation ou encore sur des choix d'artefacts numériques (même s'ils ont été réduits à deux).

Ce collectif a révélé des connaissances fragiles dans le domaine des probabilités : l'absence de réflexion sur les diverses expériences aléatoires envisageables, sur des hypothèses de modélisation et sur la simulation semble traduire un manque de connnaissances théoriques dans ce domaine. De plus, concernant les connaissances didactiques, globalement, celles sur la simulation ou encore celles des croyances des élèves en particulier se sont révélées confuses chez des enseignants parmi les formateurs concernés par la future boucle B_2 (chapitre 4, pp.169-278).

Notre prospection laisse entrevoir que la circulation la plus probablement suggérée sera située dans les plans [Sem-Ins] et [Ins–Dis]. Le plan [Sem-Dis] minimisé en terme de circulation dans l'avatar de l'étape 1 risque aussi de l'être dans la formation, par ricochet. La question d'émergence de preuve formelle, en particulier, est restée relativement en suspens malgré la considération des valeurs trouvées par un élève dans l'étape $B_{1,1}$. En particulier, la place accordée à l'usage des arbres en classe de troisième, questionné par la boucle B_1 est apparue non homogène par l'équipe de formation, et sera sans doute soulevée en formation.

Nous faisons ici l'hypothèse que les deux couples de la boucle avant la formation vont orienter sensiblement les couples élaborés par les stagiaires concernant la simulation. La deuxième boucle de la formation pourrait être guidée par l'$ETM_{personnel}$ des formateurs. Leurs conceptions propres sur les relations entre expérience aléatoire, modèle et simulation, ou encore le rôle des artefacts matériels et numériques et la place de la preuve pourraient rejaillir en formation.

3.7.4 Un deuxième point sur nos questions de recherche

Grâce à cette première boucle, nous relatons des premières avancées sur nos questions de recherche.
Comme nous l'avions supposé (H1), il existe des ruptures de différentes natures entre expérience aléatoire et modèle mathématique (QR1). Voici les sources de ces difficultés détectées dans cette première boucle :

- l'énoncé en lui-même avec en particulier la manière dont les règles du jeu sont explicitées par l'enseignant ;
- l'enseignant lui-même qui ne questionne pas l'aspect aléatoire, ou l'indépendance lors de réalisations manuelles d'expériences aléatoires ;
- l'artefact numérique utilisé qui peut exercer des blocages entre autre relatifs aux modèles mathématiques en lien avec ses potentialités ;
- l'usage des connaissances de l'artefact numérique ;
- l'absence de connaisssances mathématiques et/ou didactiques des enseignants sur la question de la simulation et des modèles mathématiques.

Sur la question des artefacts et de la simulation (QR2), l'enseignant exerce des choix qui ne sont pas neutres (hypothèse H2) :

- l'usage du dé ne garantit pas l'élaboration de la simulation ;
- l'enseignant peut le réintroduire pour mieux imposer un modèle dans la phase de simulation ;
- l'usage d'un dé autre qu'équilibré est évoqué mais une frilosité à l'utiliser existe chez les enseignants ;
- l'usage du tableur dans ce contexte contraint fortement le choix du modèle probabiliste, au profit de la loi binomiale. Il occasionne des rétroactions dans le cycle de modélisation ;
- l'usage du logiciel Scratch peut créer un éloignement concernant la résolution de la tâche avec un arrêt du travail, une fois une course simulée.

Concernant ce qui influence l'enseignant dans ses choix d'artefacts, sa maitrise personnelle est décisive et constitue un argument principal. Un changement de curriculum avec un nouveau logiciel préconisé a aussi une influence forte sur le choix des enseignants formateurs. L'usage proposé est restreint à un ou deux artefacts.

Sur la question de la simulation et de la preuve (QR3), nous avons ici observé deux types d'accueil relativement à une preuve sans simulation. Des éléments de cette preuve ont été niés par l'enseignante Lucie (de l'étape 1) surprise de son existence dans sa classe. Mise en avant dans l'étape 2, cette preuve a suscité un débat entre

formateurs sur la place à lui réserver et sur des outils sémiotiques l'entourant comme la légitimité à employer des arbres en classe de troisième.
Un réel décalage existe entre ce que l'enseignante Lucie et les futurs formateurs acceptent comme type de preuves et ce que les élèves naturellement entreprennent relativement aux calculs des probabilités. Le biais de linéarité peut permettre d'accéder progressivement à une preuve formelle (Preuv.2), à condition qu'il soit identifié par l'enseignant et que ce dernier accompagne à son dépassement. Une stratégie consiste pour l'enseignant, à augmenter le nombre de cases du parcours et à faire observer son incidence pour invalider le raisonnement ou encore de repartir d'un parcours sans case intermédiaire puis d'augmenter d'une case à chaque fois en calculant systématiquement la probabilité obtenue. C'est ce que Blandine a soumis aux formateurs en les exposant à la production du groupe Gr3 ($B_{1,2}$) avant la formation. Les élèves tournés vers une preuve expérimentale (Preuv.1) ont tendance à la considérer achevée dès lors qu'ils ont terminé un fichier simulant directement un grand nombre de courses. Relancer leur fichier en faisant varier le nombre de courses à partir d'un petit nombre (en considérant par exemple 10 courses, 100 courses puis 1000) ne va pas de soi pour obtenir plusieurs fréquences et repérer une stabilisation. Pour eux, la première fréquence obtenue affichée suffit. De plus, certains font afficher des effectifs au tableur quand l'enseignante Lucie souhaitait des fréquences. Il semble alors y avoir un décalage entre les attentes de l'enseignante et les réalisations des élèves.

3.7.5 Perspectives de recherche

Au regard de la première boucle, il nous reste à préciser à quels moments, des enjeux existent dans la circulation du travail entre la simulation et la preuve. Si les deux premières étapes ont livré des premiers résultats sur des choix d'artefact en particulier, la deuxième boucle de la formation devrait permettre, relativement aux blocages repérés et existants, de déceler qui, de l'enseignant ou des élèves, provoque un rebond dans la circulation du travail. Aussi, cela nécessite une plus ample prise en considération des travaux individuels des élèves (à travers leurs brouillons) avant leur mise en groupe. Nous émettons l'hypothèse que cette étude plus précise nous aidera à mieux cerner nos trois questions de recherche en appréhendant la manière dont l'enseignant gère les différents travaux et les réoriente. Par conséquent, par la suite, nous traquerons, relativement aux itinéraires cognitifs déjà rencontrés avant la formation, les phases privilégiées dans les itinéraires cognitifs prévus et vécus en formation, tout en repérant des modifications opérées.

Chapitre 4

Deuxième boucle (B_2) : la formation

4.1 Introduction : plan et objectifs de ce chapitre

Ce chapitre est consacré à l'étude de couples constitués d'avatar et d'ETM idoine associés sur le problème du lièvre et de la tortue réalisés pendant une formation. Deux collectifs de stagiaires ont conçu ces couples dans deux ateliers distincts. Chaque groupe de stagiaires a collectivement élaboré un scénario puis l'un de ses membres l'a mis en oeuvre dans une classe de troisième prêtée dans l'atelier de formation. Ces couples font l'objet de cette partie.

Avant de traiter chaque atelier en décrivant et en analysant les travaux réalisés, nous préciserons des éléments de méthodologie spécifiques à la deuxième boucle. Cette boucle est structurée en trois étapes. L'étape $B_{2,1}$ correspond à l'analyse *a priori* de l'avatar proposé par les formateurs. Cette première étape inclut ensuite la préparation collective d'un scénario sur un avatar retenu par le collectif (avatar potentiellement différent de celui exposé par l'équipe de formation). L'étape $B_{2,1}$ débute en présence du collectif encadrant la formation, le premier jour de formation. Elle se poursuit à distance par le biais d'une plateforme académique jusqu'au deuxième jour de formation (en présentiel avec des classes d'élèves).
Pour notre étude, nous nous focaliserons dans un premier temps sur les étapes 2 et 3 de la boucle B_2 (notées $B_{2,2}$ et $B_{2,3}$). L'étape $B_{2,2}$ correspond à la mise en oeuvre du scénario du collectif dans une classe "neutre" sur le lieu de la formation. Nous qualifions de "neutre" une classe incluse dans le dispositif de formation qui n'appartient à aucun enseignant de la formation. L'étape $B_{2,3}$ est l'analyse *a posteriori* collective de ce scénario en formation. L'étude de la circulation du travail dans les ETM idoines et les différents itinéraires cognitifs seront précisés pour les étapes de la boucle de formation. Ces données permettront de rapprocher l'ETM_{eff} de l'$ETM_{attendu}$ (Chapitre 2, pp.62-72) afin de repérer les phases privilégiées ou absentes dans cet ETM_{eff}.

Dans un deuxième temps, nous traiterons des évolutions opérées au fil de la formation sur les couples de chaque atelier, afin de déceler des premières tendances concernant la trajectoire de la situation d'avatar. Nous devrions ainsi progresser sur nos questions de recherche, qui sont :

QR1 : Comment l'enseignant encadre-t-il les liens entre expérience aléatoire et modèles mathématiques lors d'une simulation ?

QR2 : Par un arbitrage sur le(s) artefact(s), comment l'enseignant influence-t-il la circulation du travail sur la simulation ?

QR3 : Dans une classe, quelle est la relation organisée par l'enseignant entre la simulation et la preuve ?

Dans le Chapitre 3, nous avons constaté des ruptures entre expérience aléatoire et modèle mathématique en étudiant la circulation du travail dans l'ETM. Nous avons vu apparaître une tendance de l'enseignant à sélectionner, dans des groupes, un travail d'élève en visant certaines finalités relatives à la simulation et la preuve. Nous avons donc pour objectif dans cette boucle, de clarifier le rôle de l'enseignant, dans l'articulation entre le travail initial d'un élève et celui produit par son groupe à plus long terme. La gestion par l'enseignant de telles séances semble revêtir des spécificités qui orientent le travail sur la simulation. Nous émettons donc deux hypothèses :
H1 : Confronté à une variété de travaux de groupes dans sa classe, l'enseignant joue un rôle majeur dans sa manière de conduire les artefacts (matériels ou numériques) pour la simulation.
Par l'observation d'un scénario de classe en formation suivi de son analyse par le collectif de stagiaires, nous devrions avoir accès aux enjeux de choix d'artefacts numériques et nous aider à répondre à QR2.
Notre deuxième hypothèse est la suivante :
H2 : L'enseignant, par ses choix de gestion du travail de groupe, engendre des modifications de circulation dans l'ETM impactant le type de preuve qui prend vie dans la classe.
L'étape $B_{2,2}$ de la formation correspond au scénario mené dans une classe en formation, et intègre une phase de travail en groupe des élèves. L'étape $B_{2,3}$ correspond à l'analyse *a posteriori* de la mise en oeuvre du scénario par le collectif en formation. L'étude des étapes 2 et 3 de la formation nous permet donc une description de la circulation du travail dans l'ETM, grâce aux données issues des observateurs positionnés dans les différents groupes d'élèves de la classe en formation. Les relevés des stagiaires observateurs mettront en lumière des premiers éléments de réponse concernant le type de preuve privilégié. Nous repèrerons ainsi les moments où un enjeu existe entre simulation et preuve, afin de répondre à notre question QR3.

4.2 Eléments méthodologiques spécifiques de la deuxième boucle

Ce chapitre présente des éléments méthodologiques spécifiques relatifs à la boucle de la formation et nous reviendrons sur les trois étapes constituant la deuxième boucle. Pour chacun des deux ateliers de la formation, notre étude suivra un plan

identique en décrivant successivement :

- **la préparation collective du scénario (étape** $B_{2,1}$: elle fera l'objet d'un retour succint sur ses éléments afin d'aider à la compréhension des étapes suivantes (avatar retenu par le collectif, déroulement de scénario prévu, ...) ;
- **la mise en oeuvre du scénario en formation** ($B_{2,2}$) menée par un enseignant-expérimentateur : nous décrirons l'avatar arrêté pour cette étape 2, la place des artefacts matériels ou numériques. Nous procéderons à une analyse de la circulation du travail dans l'ETM de la classe en formation ;
- **les apports des circulations étudiées** ($B_{2,2}$) : il s'agit de présenter les itinéraires cognitifs relevés dans la classe de la formation, puis de relever les apports des circulations étudiées dans l'ETM pour nos questions de recherche, et enfin de comparer l'ETM_{eff} à l'$ETM_{attendu}$;
- **l'analyse collective du scénario de formation** ($B_{2,3}$) : c'est une analyse *a posteriori* qui s'appuie sur des éléments exposés par les observateurs de la séance de classe en formation. Des modifications envisagées par le collectif *a posteriori* y seront pointées.
- **les alternatives au scénario en formation** : elles nous indiquerons des tendances relatives de positionnement des enseignants, après observation de la classe en formation, sur les trois questions que nous nous posons concernant la simulation.

Pour chaque atelier de la formation, notre étude consiste à dégager les évolutions observées au fil de trois ETM successifs. Ainsi, nous retracerons dans un premier temps les itinéraires cognitifs prévus ou effectifs de chaque étape de la boucle de formation avec l'ETM considéré ($ETM_{pot\ coll}$ pour $B_{2,1}$, ETM_{eff} pour $B_{2,2}$ et $ETM_{pot\ coll}$ pour $B_{2,3}$). Ainsi, nous serons en mesure de pointer les évolutions des itinéraires cognitifs au fil de la formation. Nous présenterons l'évolution des écarts entre l'ETM_{eff} et l'$ETM_{attendu}$ (décrit au chapitre 2, pp.62-72) en revenant sur les trois phases de l'$ETM_{attendu}$ (exploratoire, de simulation et de preuve). Nous soulignerons :

- l'absence de phases de l'$ETM_{attendu}$ dans les $ETM_{pot\ coll}$ et ETM_{eff} ;
- l'apparition de phase de l'ETM_{eff} imprévue dans l'$ETM_{pot\ coll}$.
- la disparition de phase de l'ETM_{eff} prévue dans l'$ETM_{pot\ coll}$.

Ces évolutions observées en formation seront enrichies par l'exposition de dénaturations relevées dans les deux ateliers de formation. L'ensemble de cette étude sera mis à profit pour nos trois questions de recherche.

Mais avant cette description, il nous paraît nécessaire de décrire aussi les différents éléments constituant la deuxième boucle (B_2). Ce calendrier expose l'articulation des deux premières journées de formation (J1 et J2). Elles sont importantes car elles permettent de se repérer dans notre méthodologie globale de recherche.

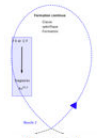
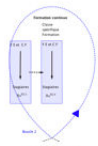
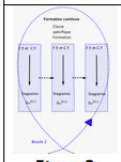
Etapes de B2	Temporalité	Couples	Présentiel - Distanciel
 Etape 1	**J1 journée** (27/01/2017)	Début d'élaboration de **(Av ^{B2,1,Coll}, ETM$_{pot\ coll}$)**	En présentiel, en atelier, en Collège Equipe de formation-recherche et stagiaires
	Entre J1 et J2 du 28/01/2017 au 03/04/2017	Poursuite du façonnnage de **(Av ^{B2,1,Coll}, ETM$_{pot\ coll}$)**	A distance : Groupe Réséda unique sur la plateforme à distance Equipe de formation-recherche et stagiaires
 Etape 2	**J2 Matin** (03/04/2017)	**(Av ^{B2,2,S}, ETM$_{eff}$)** S est l'enseignant - expérimentateur	En présentiel, en atelier, en Collège Equipe de formation-recherche et stagiaires Deux classes d'expérimentation de troisième (une par atelier)
 Etape 3	**J2 Après-midi** (03/04/2017)	**(Av ^{B2,3,Coll}, ETM$_{pot\ coll}$)**	En présentiel, en atelier, en Collège Equipe de formation-recherche et stagiaires en atelier

TABLE 4.1 – *Calendrier associé à la boucle B_2*

Cette deuxième boucle comprend, pour chaque atelier de stagiaires, l'étude de trois couples ($Av^{B_{2,j},L}$, ETM) où j varie de 1 à 3. Ces couples s'articulent suivant les trois étapes suivantes :

- l'étape 1 : ($Av^{B_{2,1},S}$, $ETM_{pot\ coll}$)
  Le travail du collectif de stagiaires consiste, dans cette première étape, à choisir collectivement un avatar $Av^{B_{2,1},S}$ à partir d'un avatar initial de B_1, et de projeter une mise en oeuvre de ce dernier pour une classe. Dans notre étude, un travail est commencé pendant la première journée de formation. Cette étape, initiée en formation se poursuit sur une plateforme à distance (Réséda pour l'académie de Rouen). Tout ceci constitue ce que nous appelons l'étape 1. La partie à distance peut potentiellement opérer des modifications dans $ETM_{pot\ coll}$ associé à l'$Av^{B_{2,1},S}$;
- l'étape 2 : ($Av^{B_{2,2},ProfExp}$, ETM_{eff})
  C'est celle où le projet collectif de l'étape 1 prend vie dans une classe prêtée pour la formation par un enseignant non stagiaire exerçant sur le lieu de la formation. L'$ETM_{pot\ coll}$ élaboré par le collectif de stagiaires est porté par un enseignant-expérimentateur qui s'est porté volontaire en fin de J1 et est observé par le collectif ;
- l'étape 3 : ($Av^{B_{2,3},S}$, $ETM_{pot\ coll}$)
  Elle comprend le couple, issu des observations et analyses *a posteriori* effectuées collectivement par les stagiaires sur l'étape précédente ($Av^{B_{2,2},ProfExp}$, ETM_{eff}).

Nous revenons sur le choix de numéroter ces étapes 1, 2 et 3 qui se justifie pour deux raisons. D'une part, durant l'élaboration de la formation (B_1), le premier collectif d'enseignants est restreint aux futurs formateurs et au chercheur de la formation (Coll 1. de Fig. 2.20 du Chapitre 2, p.79). Dans la boucle B_2, le collectif

est élargi. Durant la formation, l'étape 1 d'élaboration d'un scénario et l'étape 2, qui correspond à la mise en oeuvre de ce dernier, traduisent des choix d'un autre collectif (Coll.2 de Fig.2.20 du Chapitre 2, p.79), distinct du premier et constitué de stagiaires, encadrés par le collectif initial. Le premier collectif (Coll.1) accompagne dans ses choix le collectif de stagiaires, et peut être amené à se prononcer ou aider à faire des choix s'il n'y a pas consensus. D'autre part, une fois notre trajectoire de situation d'avatar terminée, il nous sera plus aisé de rapprocher les étapes en considérant chaque boucle comme un nouveau départ dans un tout chronologique. Enfin, comme la boucle précédente, la boucle de la formation (B_2) pourrait ne pas se restreindre à trois étapes mais en contenir plus.

Méthodologie de recueil de données sur la formation

Temps de formation en présentiel

Nous allons consacrer ci-après une partie aux différents temps de formation qui correspondent à la deuxième boucle. Les première et deuxième journées (J1 et J2) ainsi que la période entre ces deux journées nous semblent importantes à indiquer car elles structurent les étapes $B_{2,1}$, $B_{2,2}$ et $B_{2,3}$ de notre méthodologie de seconde boucle.

Détails pour J1
Les enseignants de lycée et de collège ont été répartis de façon équilibrée dans deux ateliers appelés respectivement "Souris" et "Poussins" et notés Sr et Ps ensuite pour les distinguer.
Les équipes pilotant ces ateliers sont respectivement :

- pour les "Poussins" : deux formateurs (FE3 et Lucie) et un chercheur dans la formation (moi-même, Blandine, aussi notée CF2). Me positionner dans cet atelier en tant que "chercheur dans la formation" me permet d'étudier l'autre atelier en tant que chercheur sur la formation cette fois ;
- pour les "Souris" : deux formateurs (FE1 et FE2) et un chercheur dans la formation (CF1).

L'équipe de formation a organisé différentes rencontres entre ces ateliers, celles-ci ne feront pas l'objet de notre étude, dans un premier temps. Lors de la matinée de la première journée (J1), dès la mise en atelier, un enregistrement audio de chaque groupe de stagiaires a permis de recueillir leurs intentions sur le problème proposé.

En fin de première journée, deux enseignants-expérimentateurs se sont portés volontaires pour mener ensuite le scénario préparé. Dans l'atelier Souris, l'enseignant-expérimentateur se nomme Augustin, il enseigne en lycée, et dans l'atelier Poussins, elle se nomme Emma, c'est une enseignante de collège. Ces deux stagiaires ont moins de 10 ans d'expérience d'enseignement.

Détails pour J2
Lors de la deuxième journée (J2), les séances de classe ont été filmées avec une caméra fixe positionnée en fond des salles de classe. Les élèves étant mis par groupe, leur travail a été relaté par écrit dans une grille d'observation remplie par un sta-

giaire. A titre d'exemple, l'intégralité des grilles d'observations de l'atelier Souris se trouve en ANNEXE 4.1 (pp.193-208). Pour l'étape 2 de chaque atelier de B_2, chaque observateur de groupe prenait en note tout ce qui s'y déroulait dans une grille. Elle permet de relever des données sur le travail des élèves avant, pendant et après le passage de l'enseignant dans le groupe, avec une indication horaire. Nous avons imaginé ce dispositif après avoir perçu une difficulté à relever des données sur plusieurs groupes d'élèves à la fois (à l'étape 1 de la première boucle).
Ce dispositif de formation présente certaines limites car l'observateur n'est pas neutre. Il peut faire des relevés partiels, se focaliser sur certaines données, ou interpréter des propos avant de les relater. Son $ETM_{personnel}$ peut influencer sa prise de notes, à travers des commentaires écrits ou des interprétations de ce qui est vu.
Deux autres observateurs font une observation globale de la classe et ont une grille à remplir (un exemple est mis en ANNEXE 4.1, pp.209-215). Elle a été produite par l'équipe de formateurs avant le stage.

Temps de formation à distance
Dès la fin de la première journée de formation, un groupe Réséda structuré est ouvert par l'équipe de formateurs. Il vise la poursuite d'échanges de documents, de commentaires, de dépôts de fichier afin de poursuivre le travail amorcé en présentiel et achever l'élaboration du scénario pour la séance de classe du deuxième jour. L'équipe de formation a créé deux sous-groupes nommés "Souris" et "Poussins" dans le même groupe Réséda, invitant les membres des deux ateliers à le rejoindre dès la fin du premier jour de formation. Une prise en main de la plateforme a été faite, accompagnée d'un tutoriel, le matin de J1. Les membres avaient tous les mêmes droits et pouvaient modifier à souhait les documents déposés par les autres stagiaires. L'équipe de formation a choisi de se permettre d'intervenir sur ce groupe à distance, afin d'interroger des choix ou tenter de réguler le travail à distance si nécessaire. Les données concernant le groupe Réséda ont été recueillies au fur et à mesure dans un "journal de bord" pour chaque atelier, relaté respectivement en ANNEXE 4.2 (pour les Souris, pp.216-224) et ANNEXE 4.3 (pour les Poussins, pp.225-238).

4.2.1 Etapes 1 et 2 de la formation : articulation avec la boucle B_1

Des éléments issus des couples de la première boucle sont injectés par les formateurs avec l'intention de faire émerger un nouveau couple (avatar, ETM) sur le problème du lièvre et de la tortue. Ces éléments sont partagés dans l'étape initiale ($B_{2,1}$) de la deuxième boucle, au fil des échanges sur le futur scénario. A la fin de la première journée (J1) de formation, un premier couple en cours d'élaboration et issu du collectif de l'atelier (noté Coll), reste inachevé faute de temps. Son ETM idoine est qualifié de potentiel collectif car il émane d'un collectif et non pas d'un individu et nous noterons ce couple ($Av^{B_{2,1},Coll}$, $ETM_{pot\ coll}$).
Un temps assez long (environ 2 mois) sépare les deux journées de formation en présentiel. Ce calendrier de formation offre la possibilité au collectif de stagiaires de reconsidérer des choix de l'étape 1 initiés en présentiel (J1), de les préciser, de les

négocier et de les faire évoluer au sein du collectif par le biais de la plateforme à distance Réséda. Cette temporalité rend possible des échanges entre stagiaires sur ce que le collectif a imaginé dans un premier temps en présentiel.
Le scénario co-construit est ensuite réalisé dans une classe "neutre" d'un enseignant du lieu de la formation. Cette classe n'appartient pas à l'un des stagiaires, ce choix est réalisé par l'équipe de formation pour faire se questionner les enseignants sur l'insertion de la tâche dans une progression. Le couple de l'étape $B_{2,2}$ est celui qui servira ensuite de support d'analyse lors de l'après-midi de la deuxième journée de formation. Sur le lieu de formation, ce scénario sera conduit par un enseignant stagiaire qui se porte volontaire à la fin de la première journée de formation. Il est l'enseignant-expérimentateur et est amené à conduire le scénario collectif dans une classe dont il n'a pas la charge. La mise en oeuvre sera observée par le reste de l'équipe de la formation dans la classe.
Les échanges en direct à propos de la conception du premier couple de l'étape 1 ou les écrits et dépôts sur la plateforme à distance offrent la possibilité de recueillir des données concernant les $ETM_{personnel}$ des enseignants. Ils nous renseignent en particulier sur :

- des raisons de rupture entre expérience aléatoire, simulation et modèles mathématiques (QR1) ;
- ce qui motive l'enseignant dans ses choix d'artefacts (QR2) ;
- la manière dont les enseignants envisagent de relier simulation et preuve (QR3).

4.2.2 Etape 3 de la formation : description

Le deuxième jour, après l'expérimentation en classe du couple de l'étape 2 en formation (de $B_{2,2}$), le collectif de chaque atelier recherchera des alternatives à partir des relevés d'observations du travail des différents groupes et des interventions de l'enseignant. Un nouvel avatar pourra naître, issu d'une analyse collective du déroulement effectif dans la classe spécifique : c'est celui de l'étape $B_{2,3}$. Nous émettons l'hypothèse que le collectif tentera de mieux cerner la circulation dans l'ETM accompagnant la simulation. Les stagiaires rechercheront collectivement des réponses à des blocages éventuels observés dans la classe spécifique. Des interventions possibles d'enseignants seront imaginées par le collectif de la formation pour éviter des confinements.
Nous désirons repérer qui produit, de l'élève ou de l'enseignant, certains blocages ou des rebonds sur les trois éléments de nos questions de recherche. Notre intention est ici de repérer les manques de connaissances des stagiaires qui peuvent avoir empêché une certaine circulation, en particulier sur les modèles et les artefacts et la preuve. L'étape 3 a pour but, pour les chercheurs, de constituer un corpus d'apports de connaissances pour la dernière journée de stage.
Pour notre recherche, l'étape $B_{2,3}$ nous permet de recueillir des données sur les éléments reconsidérés de l'étape $B_{2,2}$. Elle mettra certainement en avant des choix privilégiés, abandonnés ou reconsidérés par les stagiaires sur l'avatar et sa mise en oeuvre. Des réactions et échanges entre observateurs, professeur-expérimentateur et équipe de formation sur le scénario vécu et partagé collectivement, permettront un

éclairage sur l'$ETM_{personnel}$ des stagiaires et les types de connaissances qui sous-tendent certaines transformations. Nous émettons l'hypothèse que des écarts entre l'$ETM_{pot\ coll}$ et l'ETM_{eff} seront alors repérés.

4.2.3 Spécificité de certains stagiaires

Pour l'étude de la boucle de formation, nous anonymerons les stagiaires sous la forme S_i ou S'_i excepté ceux qui ont mis en oeuvre des avatars en formation, dans l'étape 2 (Augustin et Emma) mais aussi après la formation (B_3). Nous les présentons dès à présent car cela permet de suivre leurs réactions en formation ainsi que leurs transformations effectuées *a posteriori* pour leur classe, après la formation. Trois enseignants sont concernés : il s'agit de Christian, Malo et Mattéo que nous retrouverons au chapitre 5 (pp.279-327) en nous intéressant à leur mise en oeuvre du problème du lièvre et de la tortue dans leur propre classe.

4.3 Les analyses prévues sur la formation (B_2)

Pour chaque atelier, nos analyses s'appuient sur l'étude de différents couples issus de l'ETM suggéré en formation. Si chaque couple de la boucle B_2 est stratifié en trois étapes (1, 2 et 3), nous nous focaliserons sur l'étape 2 afin d'y repérer des plans privilégiés de l'ETM en jeu. Comme en classe des échanges ont lieu entre l'enseignant et les élèves, nous tenterons de déceler comment l'enseignant gère ces interventions au profit de quel type de preuve en particulier. Cela permet d'étudier le travail dans la classe et son évolution. Nous y traquerons d'éventuels blocages ou confinements dont l'enseignant serait responsable par ses interventions aux abords ou pendant la simulation. Il s'agit aussi de comparer des analyses faites par les stagiaires des deux ateliers. Nous exposons brièvement des choix collectifs de l'étape 1 permettant d'expliquer les étapes suivantes et éclairant certains résultats sur nos questions de recherche. Pour chaque atelier, une annexe (pour les Souris ANNEXE 4.4, pp.239-263 et ANNEXE 4.5 pour les Poussins, pp.264-327) précise la manière dont les enseignants stagiaires ont préparé un avatar et sa mise en oeuvre pour la classe observée en formation ($Av^{B_{2,1},S}$, $ETM_{pot\ coll}$).

4.3.1 Sur la préparation collective du scénario ($B_{2,1}$)

Nous distinguerons deux types de données sur l'étape 1 en formation (couple ($Av^{B_{2,1},coll}$, $ETM_{pot\ coll}$)) : celles réalisées pendant le premier jour de formation, puis celles issues des échanges à distances réalisés entre J1 et J2 (jour de mise en oeuvre du scénario collectif par l'un des stagiaires).

Les données de la séance du premier jour de formation (J1)

L'élaboration d'un couple de l'étape 1 en formation ($Av^{B_{2,1},coll}$, $ETM_{pot\ coll}$) sera étudiée à travers les données suivantes réalisées le premier jour de la formation :

- leur grille d'amorce d'analyse *a priori* ;

- les interventions des stagiaires au regard des éléments des couples des étapes 1 et 2 issus de la préparation de la formation (de B_1) et réinjectés par l'équipe encadrant la formation (extraits vidéo, productions d'élèves) ;
- des éléments (s'ils existent) d'une grille d'intervention pour l'enseignant construite par le collectif de stagiaires en formation.

Les données issues de la plateforme Réséda (entre J1 et J2)

Une plateforme à distance Réséda permet un prolongement du travail des stagiaires sur l'élaboration du couple ($Av^{B_2,1,coll}$, $ETM_{pot\ coll}$). Des échanges peuvent avoir lieu entre stagiaires, mais aussi avec l'équipe de formation. C'est un endroit non seulement de dépôt de fichiers, mais aussi d'échanges de commentaires ou des discussions entre utilisateurs.
Les traces de travail des deux collectifs de stagiaires sur la plateforme Réséda sont présentées sommairement dans l'ANNEXE 4.2 (Souris, pp.216-224) et l'ANNEXE 4.3 (Poussins, pp.225-238).

4.3.2 Sur la mise en oeuvre du scénario par un enseignant-expérimentateur ($B_{2,2}$)

Les deux couples ($Av^{B_2,2,coll}$, ETM_{eff}) de chaque atelier correspondent à la mise en oeuvre de l'avatar dans une classe prêtée en formation. Pour cette double étude, nous emprunterons un canevas identique d'analyse. Notre regard sur l'enseignant en tant qu'individu au sein d'un groupe sera différent de celui porté dans le chapitre précédent afin d'affiner notre recherche. Nous préciserons autant que possible le travail initié par les élèves, en les considérant en tant qu'individus dans un groupe, sans voir le groupe comme une entité. Cette dynamique d'étude centrée sur l'élève, nous semble intéressante car nous faisons l'hypothèse qu'elle permet de mettre en lumière certains blocages qui surviennent dans un groupe. La variété du travail dans chaque groupe sera prise en considération pour repérer la manière dont l'enseignant oriente le travail.

Notre analyse de la circulation du travail des groupes s'appuie sur :

- des brouillons d'élèves et des productions écrites de groupes d'élèves ;
- des fichiers de simulation ;
- la grille de l'observateur global ;
- les grilles d'observation des groupes d'élèves par les stagiaires.

Au delà d'une description de ce qui s'est passé, le diagramme de la circulation dans l'ETM nous livre une première analyse du travail effectué. Il sera suivi de compléments d'analyse (comme au chapitre 3). Deux chronogrammes, comme celui réalisé pour l'enseignante Lucie de la boucle B_1 (chapitre 3, p. 107), sont situés dans l'Appendice (p.411 pour les Souris et p.413 pour les Poussins). Ils ont permis, en partie, la constitution de ces diagrammes de circulation.
Le découpage du scénario diffère d'un atelier à l'autre. C'est pourquoi nous envisagerons la circulation du travail de plusieurs groupes dans les phases où elle diffère

d'un groupe à un autre. A contrario, dans des phases où tous les groupes agissent de la même manière (atelier Poussins, étape $B_{2,1}$), nous étudierons la circulation d'un seul d'entre eux, considérant qu'il représente le travail des autres groupes de la classe.

4.3.3 Sur l'analyse collective *a posteriori* du scénario ($B_{2,3}$)

Le couple ($Av^{B_2,3,coll}$, $ETM_{pot\ coll}$) sera précisé à travers :

- la synthèse du collectif de stagiaires après analyse *a posteriori* de l'expérimentation dans la classe spéficique de formation ;
- des éléments ajoutés ou modifiés d'une grille d'intervention pour le professeur.

4.4 Description de l'atelier Souris

Dans cette partie, nous traiterons uniquement de l'atelier "Souris" noté Sr. Le couple de l'étape 1, dont l'élaboration a été initiée le premier jour de formation, et poursuivi à distance, est noté $Av^{B_2,1,Sr}$. Ce collectif a imaginé un avatar et une mise en oeuvre pour une classe spécifique de troisième, dite expérimentale, prêtée en formation. Cette classe est celle de Lucie. L'élaboration du couple de l'étape $B_{2,1}$ est explicitée par les étapes suivantes dans l'ANNEXE 4.4 (pp.239-263). Nous y avons regroupé successivement :

- l'initialisation du couple ($Av^{B_2,1,Sr}$, $ETM_{pot\ coll}$) ;
- son modelage et sa cristallisation (éléments arrêtés par le collectif) ;
- son état en fin de première journée ;
- l'évolution à distance de ce dernier entre les deux premiers jours de formation.

Cette construction a pris initialement appui sur une mise en commun de la grille d'amorce d'analyse *a priori* (chapitre 3, Tbl.3.6, p.149), en fin de matinée de la première journée de formation. Elle s'est poursuivie par des échanges concernant la construction collective d'un plan structurant un scénario de classe. Un stagiaire volontaire a mené ce scénario observé par le reste du collectif le matin de J2. Cette structuration nous renseigne sur le couple ($Av^{B_2,1,Sr}$, $ETM_{pot\ coll}$). Nous nous appuirons donc sur des verbatim issus de la formation et nous reviendrons en particulier sur des réactions de stagiaires à propos d'éléments de la première boucle présentés pendant la formation (dans la boucle B_2). Ces réactions pourront fournir des explications *a posteriori* éclairant certains résultats de notre recherche.

4.4.1 La préparation collective du scénario ($B_{2,1}$)

Voici l'énoncé retenu et la feuille de brouillon distribuée à chaque élève où est présente une photographie de dé à jouer.

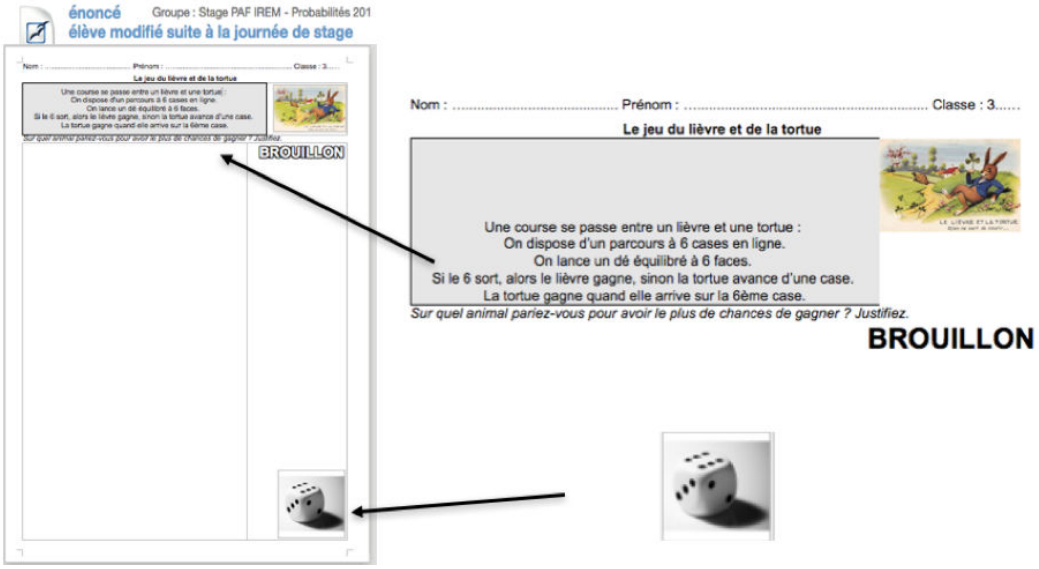


Figure 4.1 – *Enoncé, Feuille de "BROUILLON", Sr*

L'avatar de l'étape 1 de la formation est précisé en ANNEXE 4.4. Pour l'expérimentation en formation, voici le déroulement arrêté par le collectif de stagiaires, il est structuré en trois phases :

Souris - Rappel des différentes phases du déroulement de la Lesson
Phase 1 : (15 min) Appropriation de l'énoncé, expérimentation • Distribution de l'énoncé, lecture individuelle • Travail en groupe (dés disponibles,...)
Phase 2 : (environ 50 min) Modélisation TICE • Tableur ou Scratch • Travail en groupe
Pause : (10 min) Récupération des fichiers, scan des productions des groupes
Phase 3 : Institutionnalisation

Figure 4.2 – *Découpage en phases prévu, Sr*

Les itinéraires cognitifs suivants prévus par le collectif de Souris émanent des préparatifs de l'avatar de l'étape $B_{2,1}$:

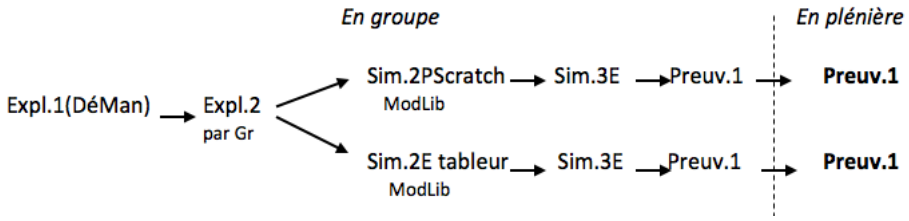


FIGURE 4.3 – *Itinéraires cognitifs prévus à l'étape 1, Sr*

Nous rappelons ici les codages présentés dans le chapitre 2 qui font référence à l'$ETM_{attendu}$:

Expl. : Exploration et explicitation de la situation aléatoire
Expl.1 : La découverte du problème
Expl.2 : Une mise au point sur les règles du jeu
Expl.3 : L'explicitation de l'expérience aléatoire (non prévue ici)

Sim. : La simulation
Sim.1 : Justification du recours à la simulation
Sim.2 : La simulation effective (**Sim.2 P**ou **Sim.2 E**) [15] [16]
Sim.3 : L'exploitation de la simulation

Preuv. : L'élaboration d'une preuve
Preuv.1 : Une preuve expérimentale
Preuv.2 : Une preuve sans simulation (non prévue ici)
Preuv.3 : Institutionnalisation avec la preuve

FIGURE 4.4 – *Codages de l'$ETM_{attendu}$, Le lièvre et la tortue*

Comparativement aux phases de l'$ETM_{attendu}$, le tableau qui suit (Fig. 4.2) synthétise les différentes phases anticipées et celles absentes :

15. **Sim.2 P** indique un fichier de simulation élaboré par le professeur alors que **Sim.2 E** indique celui construit entièrement par l'élève.
16. L'abréviation **ModLib** indique que l'élève est libre lors de l'élaboration de la simulation d'emprunter un modèle probabiliste de son choix.

<table>
<tr><th colspan="4">Expl.</th></tr>
<tr><td>Expl. 1
Découverte de la situation</td><td colspan="2">Expl. 2
Mise au point sur les règles du jeu</td><td>Expl. 3
Explicitation autour de l'expérience aléatoire</td></tr>
<tr><td>Expl. 1 DéMan possible</td><td colspan="2">Absente en plénière, supposée autogérée dans chaquegroupe</td><td>Absente</td></tr>
<tr><th colspan="4">Sim.</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Sim. 1
Justification du recours à la Sim.</td><td colspan="2">Sim. 2
Simulation effective</td><td rowspan="2">Sim. 3
Exploitation de la simulation</td></tr>
<tr><td>Artefact numériques</td><td>Choix de modèle mathématique inclus dans Sim. 2</td></tr>
<tr><td>Absente</td><td>Sim. 2 E
Tableur ou Scratch (sans imaginer les deux dans une même séance par un même groupe d'élèves)</td><td>Sim. 2 E ModLib</td><td>Répondre à la question du pari</td></tr>
<tr><th colspan="4">Preuv.</th></tr>
<tr><td>Preuv. 1</td><td>Preuv. 2</td><td colspan="2">Preuv. 3</td></tr>
<tr><td>Envisagée</td><td>Exclue, $ETM_{Référence}$ jugé limitant en classe de troisième</td><td colspan="2">Non</td></tr>
</table>

Table 4.2 – *Grille relative à ($Av^{B_2,1,Sr}$, $ETM_{pot\ coll}$), Sr*

En résumé, le collectif de stagiaires a imaginé la circulation dans l'$ETM_{pot\ coll}$ exclusivement dans les plans [Sem-Ins] puis [Ins-Dis]. Pour les différents groupes d'élèves, le collectif a envisagé la simulation avec parallèlement l'emprunt d'un des deux artefacts numériques parmi le logiciel Scratch ou le tableur. Nous résumons, en Fig. 4.5 (p.181) la circulation semblant privilégiée et qui peut être considérée comme plurielle selon l'artefact numérique en mettant une accolade pour matérialiser cet aspect.

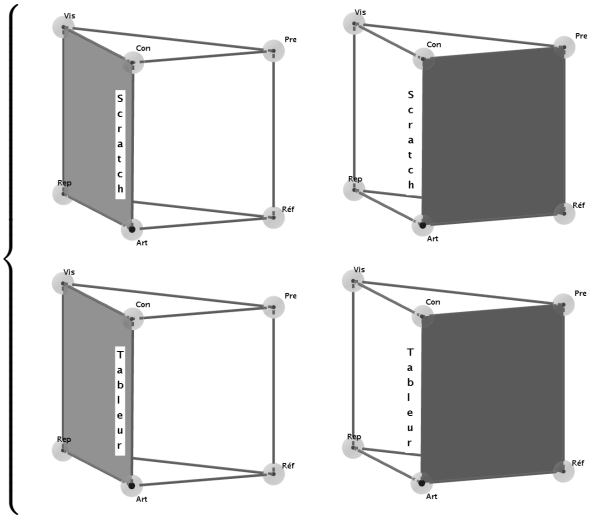


Figure 4.5 – *Circulation prévue, ($Av^{B_2,1,Sr}$, $ETM_{pot\ coll}$), Sr*

4.4.2 La mise en oeuvre du scénario en formation ($B_{2,2}$)

Nous allons dans cette section préciser le couple ($Av^{B_{2,2},Sr}$, ETM_{eff}) qui correspond à la mise en oeuvre de l'avatar par un enseignant-expérimentateur dans la classe intégrée dans la formation. Nous commencerons par l'avatar choisi, puis nous nous intéresserons à la place des dés qui précisera QR2.1.

L'avatar de la formation ($B_{2,2}$)

Cet avatar est celui déposé sur la plateforme à distance par le stagiaire Christian avec la question " Sur qui pariez-vous ? ". Son énoncé et ses questions sont conformes au choix du collectif du premier jour de formation. Le parcours possède six cases sans être représenté dans l'énoncé.

Description et analyse de la circulation du travail ($B_{2,2}$)

La phase d'exploration (Expl.)

Nous relatons cette première phase qui s'est trouvée transformée par rapport à ce que le collectif avait imaginé. Après avoir déclaré d'entrée de jeu *"On va faire une séance sur les probabilités."*, l'enseignant-expérimentateur, Augustin, a demandé aux élèves de lire individuellement l'énoncé, puis il a circulé dans la classe sans intervenir. Les dés, présents dans un pot opaque situé sur le bureau de l'enseignant, étaient en accès libre comme souhaité par le collectif des stagiaires. Aucun élève n'a demandé un dé pour jouer quelques courses à la main, cet artefact matériel n'étant pas visible des élèves. Aucune phase de manipulation de dés à jouer n'a eu lieu dans la classe. La phase de découverte du problème était donc de type Expl.1(SansDé) en référence à l'$ETM_{attendu}$.

Au bout de huit minutes, Augustin a fait un point en faisant expliquer la règle du jeu par une élève qui l'avait comprise. Lors de cette phase, Expl.2, réalisée sans manipulation par une élève de la classe, l'enseignant a alors représenté au tableau le schéma du parcours suivant (Fig. 4.6), en indiquant oralement que la tortue avance à chaque fois d'une seule case.

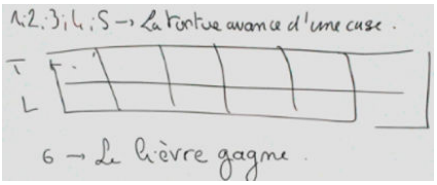


FIGURE 4.6 – *Photographie du tableau, phase Expl.2*

Cette représentation, avec un rectangle de deux fois six cases alignées pour chaque animal ressemble à celle incluse dans des fichiers de simulation sous Scratch élaborés par un stagiaire (S2) du groupe des Poussins et par un stagiaire (S6) de l'atelier Souris. Ceux-ci étaient à disposition des stagiaires sur la plateforme académique Réséda avant le deuxième jour de formation. Comparativement à cette représentation de l'enseignant, l'avatar *a priori* ne précise aucun bond pour le lièvre mais seulement

un déplacement d'une case pour la tortue.

La circulation dans l'ETM_{eff}

Nous présentons par la suite la circulation du travail pour les sept groupes de la classe d'expérimentation en formation. Nous l'avons effectué de manière identique pour l'étude de l'ETM_{eff} du couple de Lucie dans sa classe avant la formation (étape $B_{1,1}$). La manière de lire ce diagramme sur la circulation est précisée dans le chapitre 3 (3.6, p.109). Après un résumé concernant chacun des groupes (phases 1 et 2 du déroulement prévu, Tbl. 4.2, p.179), nous présenterons leur circulation respective. Nous avons pris appui sur des éléments (fichier, verbatim, productions écrite d'élèves) précisés en ANNEXE 4.7 (pp.341-353).

Le groupe Gr1

Ce groupe a initié un travail dans le plan [Sem-Dis] en calculant des probabilités (cf Fig. 4.7, trois premières vignettes p.184). Face à leur première démarche, l'enseignant Agustin, repérant la probabilité que la tortue gagne de $\frac{5}{6}$, a ensuite interrogé le groupe sur un lancer dé donnant "cinq", se situant dans le plan [Sem-Ins] en se référant à son parcours dessiné au tableau. La valeur "cinq" a alors créé un confinement car le groupe a divisé par cinq $\frac{5}{6}$ (la tortue ayant cinq fois moins de case a parcourir). Restant dans le plan [Sem-Dis], le groupe a alors trouvé une valeur égale à $\frac{1}{6}$ pour le gain des deux animaux. Le choix du " cinq" a confiné le groupe dans le biais de linéarité initial. Couplé à l'absence d'une nouvelle intervention d'Augustin (qui aurait pu questionner ces probabilités), cela a conduit à un blocage de circulation. Au bout de 37 min, le travail du groupe a basculé dans le plan [Sem-Ins] avec une tentative d'élaboration d'une simulation sous Scratch (5e vignette de Fig. 4.7, p.184). Ce blocage a eu pour conséquence un abandon de la recherche des probabilités qui aurait pu conduire à l'élaboration d'une preuve formelle (Preuv. 2) et a fait émerger l'amorce d'une preuve expérimentale (Preuv.1). Le travail de l'enseignant s'est concentré sur la dimension instrumentale exclusivement dans le groupe Gr1.

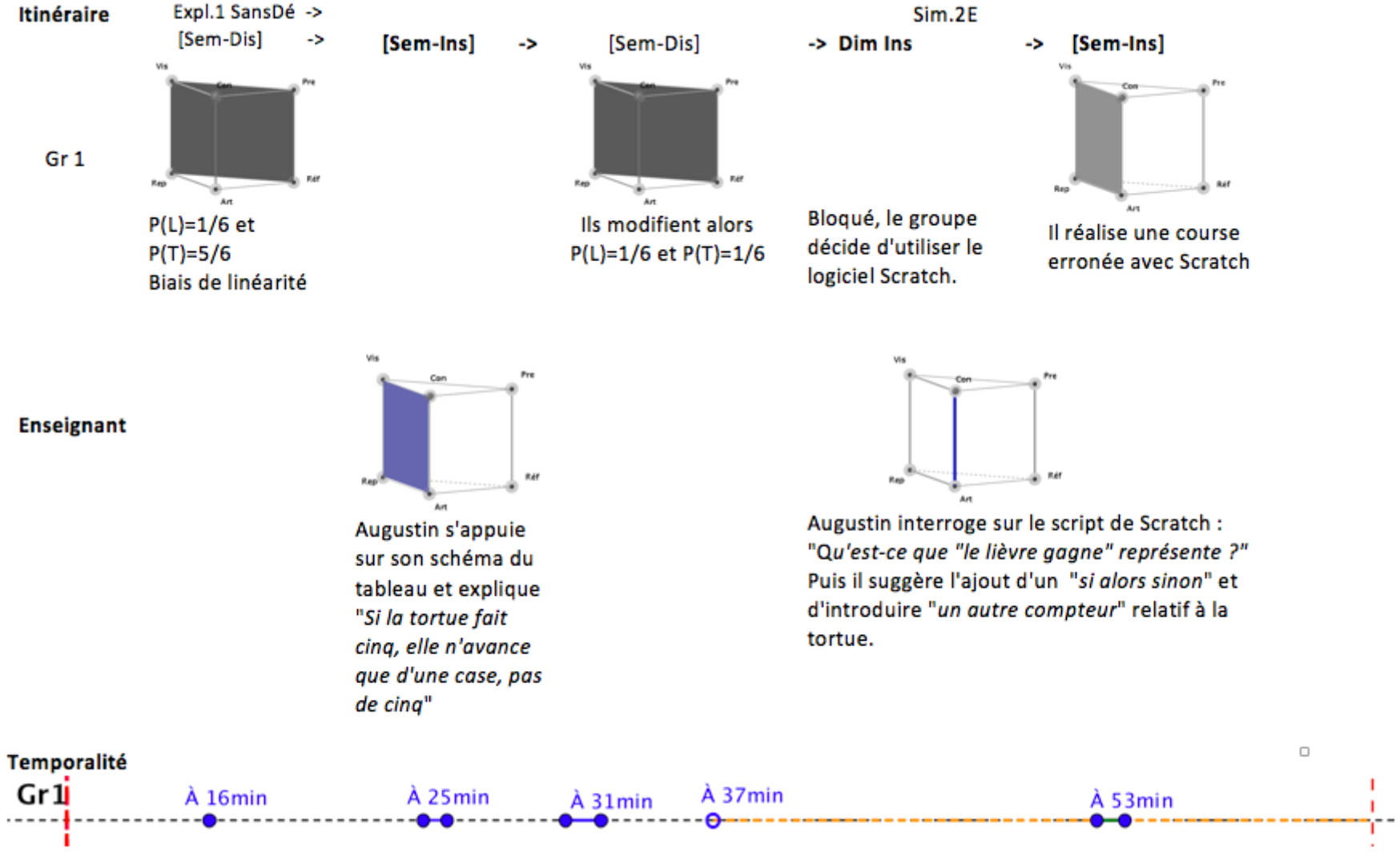


FIGURE 4.7 – *Circulation dans l'ET M_{eff}, Groupe Gr1, étape 2, Sr*

Le groupe Gr2

Le groupe 2 initie un travail dans le plan [Sem-Dis] et l'enseignant se situe dans le plan [Sem-Ins] quand il explique la règle du jeu dans le groupe. Le collectif bascule ensuite dans le plan [Sem-Ins], en s'inspirant d'une tâche vue antérieurement. L'absence d'intervention de l'enseignant a favorisé un mimétisme de cette tâche traitée avec la simulation. Si le groupe évoque la loi faible des grands nombres et envisage une approche fréquentiste dans le plan [Sem-Dis] quand il n'a plus accès à l'ordinateur, l'identification de l'expérience aléatoire pour la tâche à traiter fait défaut. L'enseignant revient tardivement dans le groupe (pour la deuxième fois à 48 min) et impose alors l'emprunt de la loi binomiale avec six lancers de dé pour une course dans le tableur. L'enseignant agit sur la dimension instrumentale sans convoquer la dimension discursive pour par exemple convoquer des éléments du référentiel théorique des probabilités. La confusion initiale (2e vignette de Fig. 4.8, p.186) entre une course et un lancer de dé entraîne un traitement des données issues de simulation erroné : ceci est visible dans la dernière vignette (Fig. 4.8) où le travail des élèves se situe dans le plan [Ins-Dis]. La simulation effectuée et relancée ne permet pas un accès à une preuve expérimentale valide.

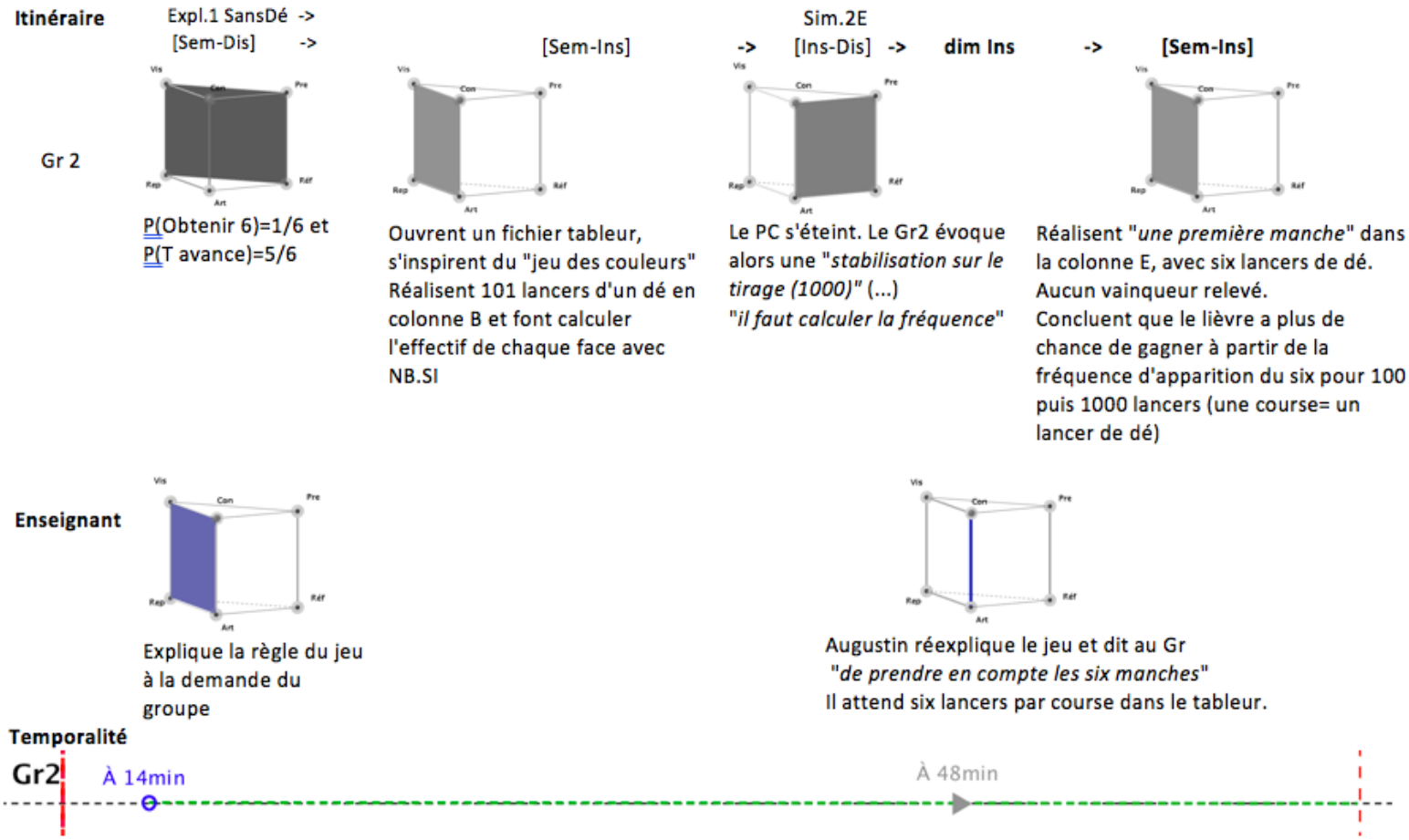


FIGURE 4.8 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr2, étape 2, Sr*

Le groupe Gr3

Ce groupe amorce des calculs de probabilités et des arbres, se situant dans le plan [Sem-Dis] en se dirigeant vers une preuve formelle. Puis ils se tournent vers l'élaboration d'une simulation. Ce changement de démarche s'explique en partie par l'absence d'intervention de l'enseignant à ce moment-là. Augustin n'intervient que tardivement, comme l'indique l'axe du temps (Fig. 4.9, p.188). Le travail du groupe se poursuit dans le plan [Sem-Ins], avec un changement d'artefact numérique (passage du tableur au logiciel Scratch sans demande à l'enseignant). Quand l'enseignant intervient sur le fichier de simulation déjà avancé, il indique juste une instruction permettant d'accélérer les lancers de dés, sans s'assurer de la validité d'une course simulée. Son intervention se concentre sur les fonctionnalités du logiciel et donc sur la dimension instrumentale. Il occulte le domaine des probabilités et cela confine le groupe dans l'illusion d'une preuve expérimentale valide, alors que ce n'est pas le cas.

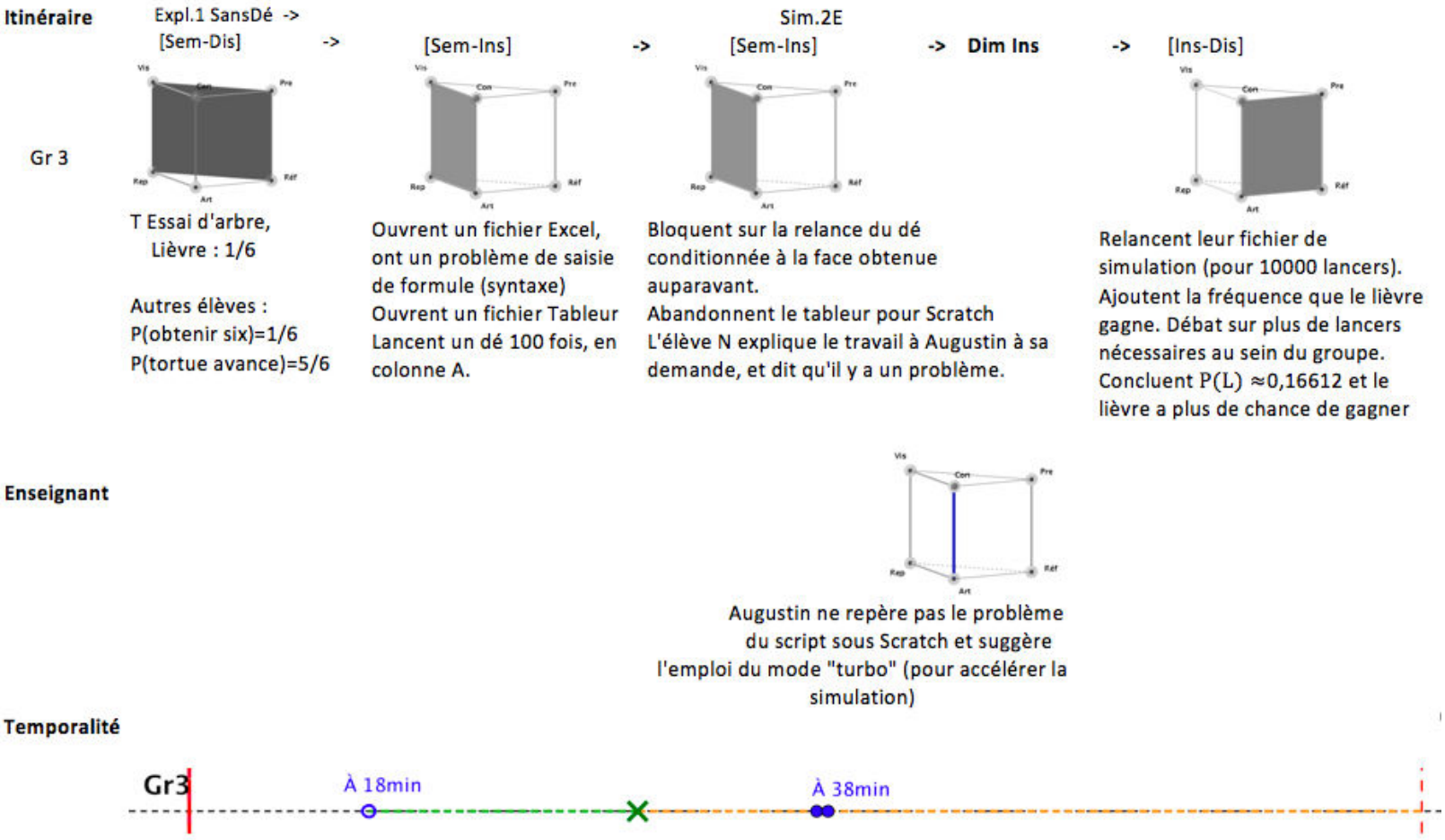


FIGURE 4.9 – *Circulation dans l'ETM$_{eff}$, Groupe Gr3, étape 2, Sr*

Le groupe Gr4

L'enseignant laisse le groupe 4 en autonomie pendant 43 minutes, comme c'est mentionné sur l'axe du temps de Fig. 4.10 (p.190). Ce groupe agit au départ dans le plan [Sem-Dis] et fait appel à un cahier de cours. Puis par mimétisme du groupe 2 voisin, dans les mêmes temps (au bout de 15 min) il choisit d'élaborer une simulation au tableur. Le travail change alors de plan et se situe dans le plan [Sem-Ins]. L'expérience aléatoire, reprise d'une tâche simulée en classe, ne permet pas d'établir une preuve valide. L'enseignant Augustin, contrairement au groupe Gr2, verbalise le constat d'une non identification de l'expériene à considérer, en observant le fichier tableur. Son intervention se situe à la fois sur la dimension discursive et instrumentale, son discours est réalisé sur le fichier tableur du groupe. Ceci a pour effet de confiner les élèves dans une identification manuelle coûteuse en temps (5e vignette de Fig. 4.10, p.190). Le groupe, situé alors dans le plan [Sem-Ins], souhaite changer d'artefact numérique pour la simulation et évoque l'emploi de Scratch alors que l'enseignant demande tardivement le maximum de parties existant dans leur tableur,tout en restant situé sur la dimension instrumentale.

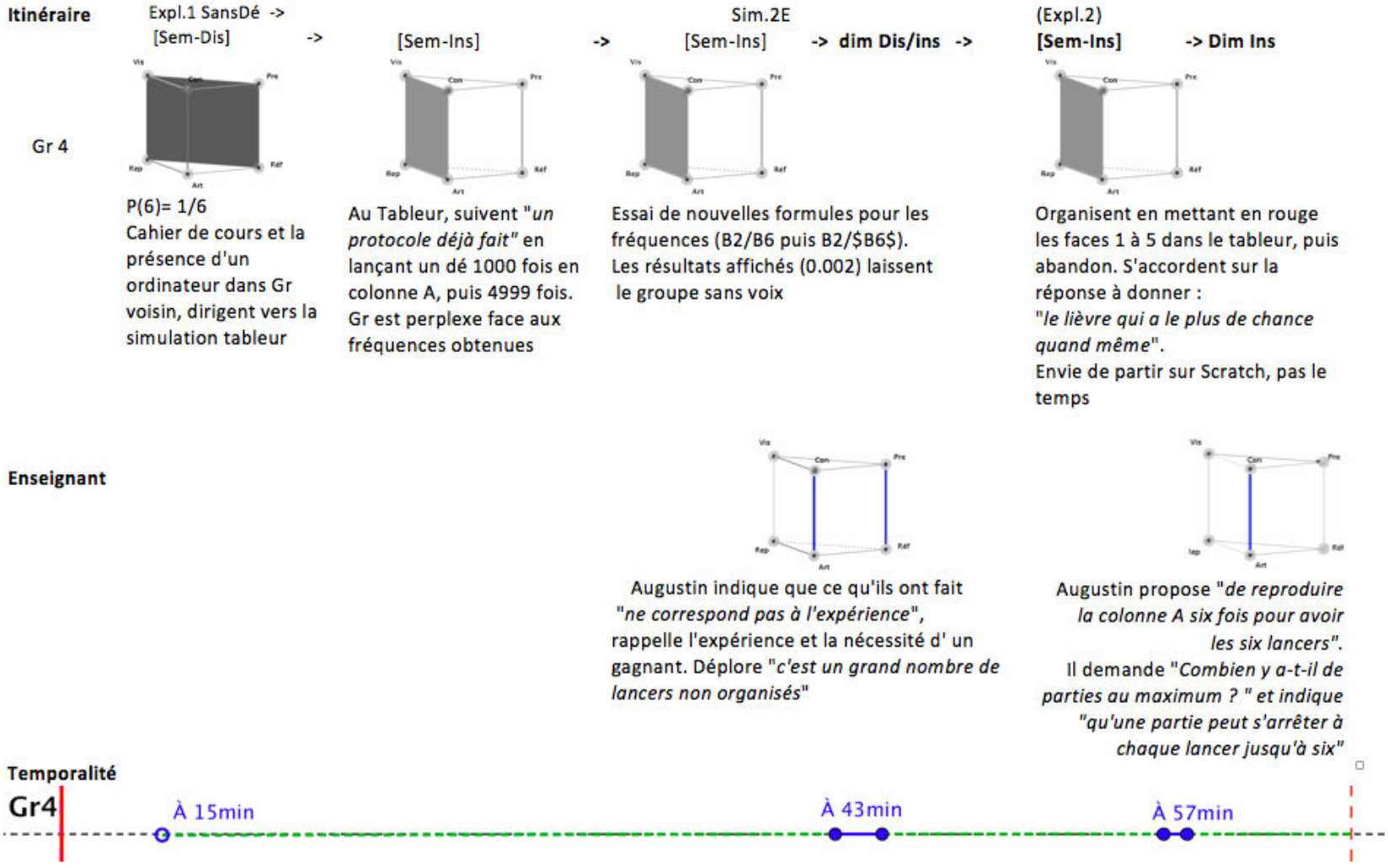


FIGURE 4.10 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr4, étape 2, Sr*

Le groupe Gr5

Le travail des membres du groupe est situé initialement dans le plan [Sem-Dis] et offre une variété de réponses (comme l'indique la première vignette du groupe en Fig. 4.11,p.192). L'enseignant suggère l'usage d'un ordinateur mais le groupe ne le prendra que 9 minutes plus tard, lors de la deuxième incitation de l'enseignant. En insistant sur l'usage de l'ordinateur, Augustin provoque une fracture dans le groupe. Un élève poursuit son travail avec des arbres dans le plan [Sem-Dis] tandis que les autres élaborent un fichier de simulation au tableur. Les 2e et 3e vignettes concernant l'enseignant de la Fig. 4.11 (p.192) montrent un biais de linéarité déjà présent avant simulation, et qui persiste ensuite dans la phase d'élaboration de la simulation au tableur. Ceci nous permet de repérer un blocage lié aux propos de l'enseignant qui n'ont pas permis un dépassement de ce biais. Il fait osciller le groupe entre les deux types de preuves, montrant ainsi des travaux situés sur deux plans selon les individus [Sem-Dis] et [Sem-Ins]. N'obtenant pas de fréquences exploitables avec le tableur, et ayant recours à leur cahier de cours, le groupe abandonne le fichier initial pour une simulation avec le logiciel Scratch d'un lancer de dé. Ce changement de logiciel se fait sans contrôle de l'enseignant, absent du groupe à partir de la 43ème minute.

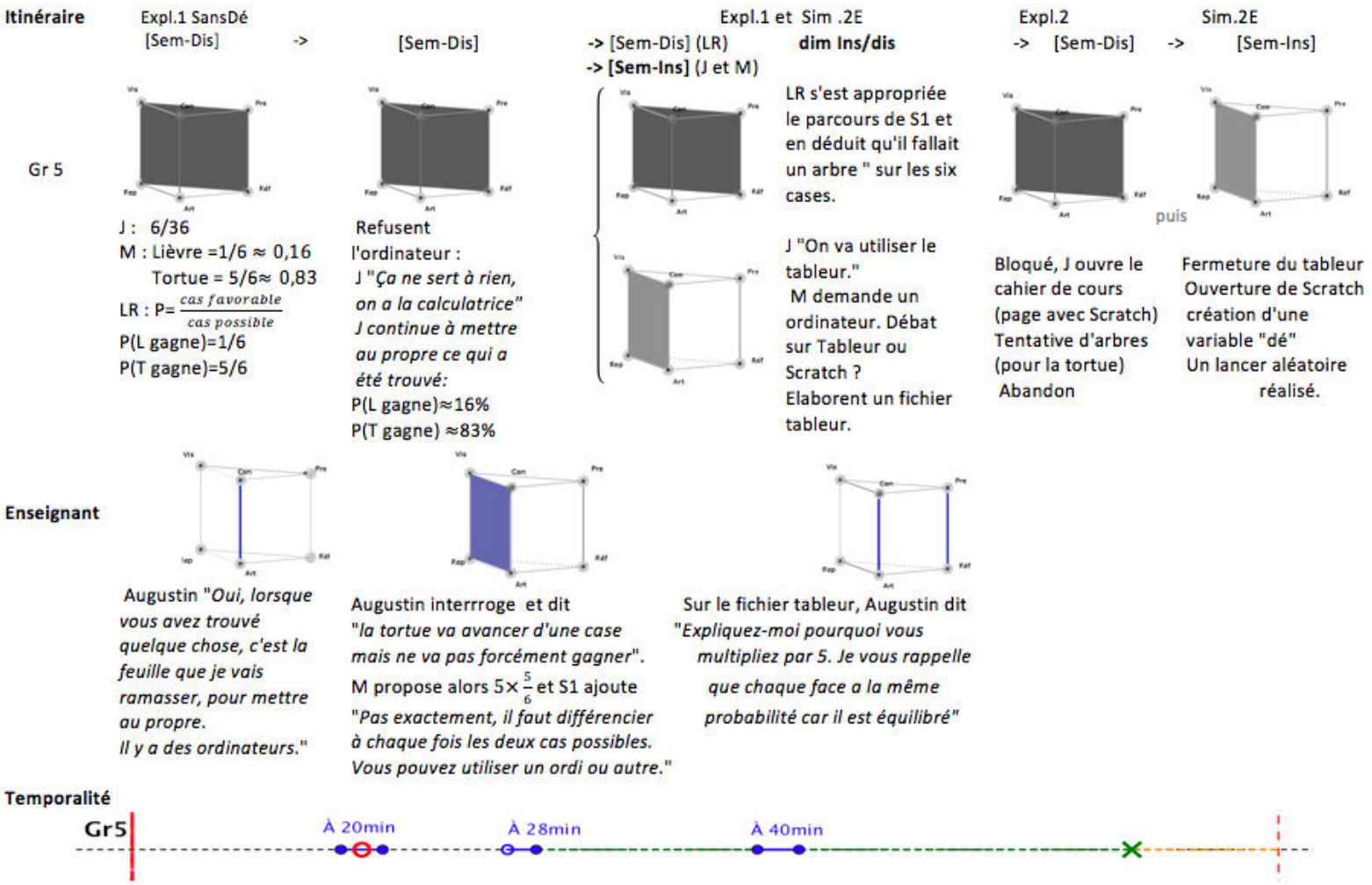


FIGURE 4.11 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr5, étape 2, Sr*

Le groupe Gr6

Le groupe initie un travail dans le plan [Sem-Dis] puis, à la vue des valeurs des fractions évaluées à la calculatrice, il se tourne vers l'approche fréquentiste. 5000 lancers de dés sont mentionnés dès la première vignette de la Fig. 4.12 (p.194). L'enseignant autorise l'accès au cahier de cours dans le groupe, ce qui entraîne une imitation d'une tache de simulation portant sur une autre expérience aléatoire. Il crée d'autant plus un confinement dès cet instant qu'il ne revient que très tardivement dans le groupe en se situant exclusivement sur la dimension instrumentale, sans questionner l'expérience réalisée dans la simulation. La conclusion de la preuve expérimentale du groupe, bien qu'erronée, n'est pas invalidée par l'enseignant.

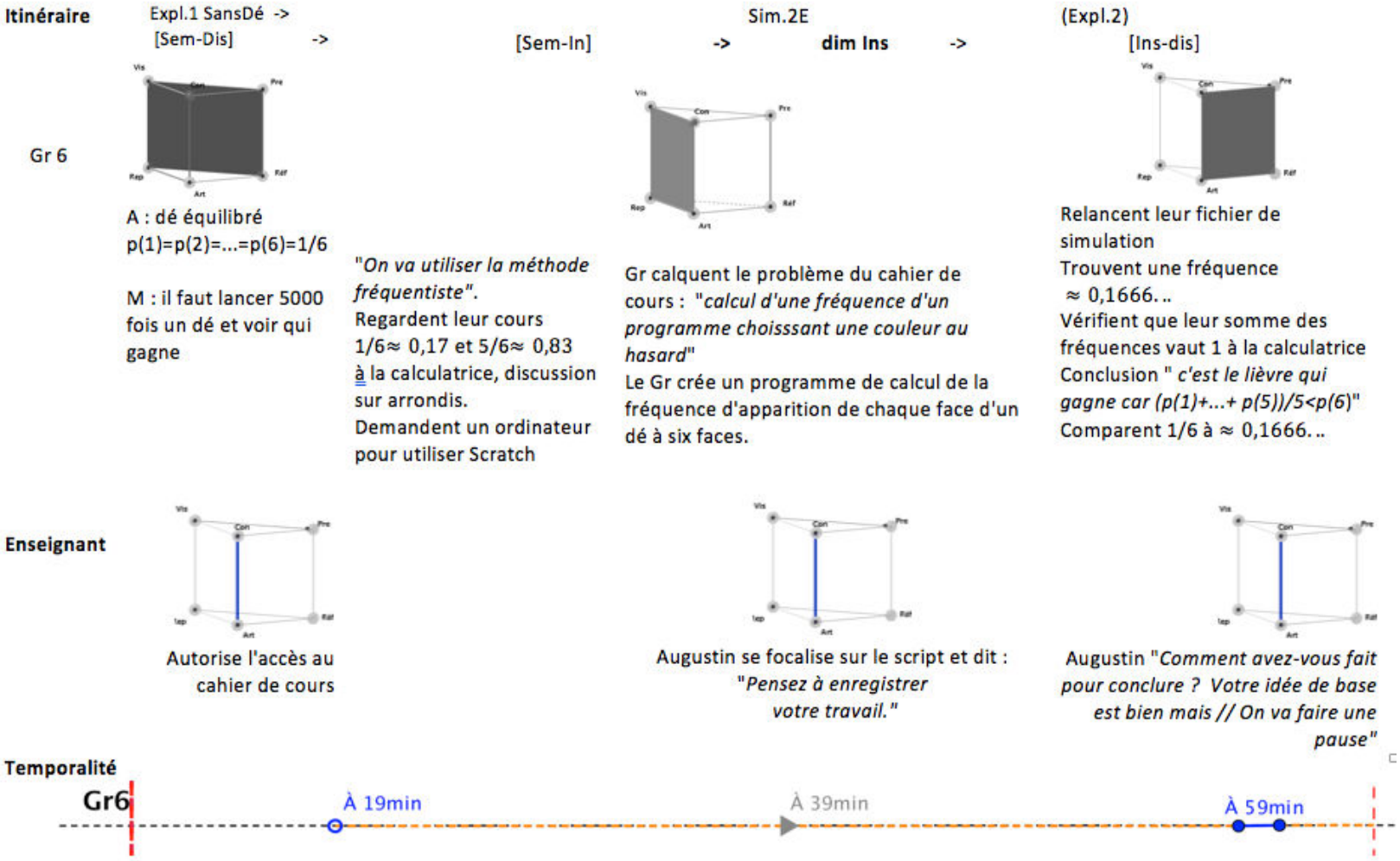


FIGURE 4.12 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr6, étape 2, Sr*

Le groupe Gr7

Le travail du groupe, situé dans le plan [Sem-Dis] présente, dès le départ le biais de linéarité. L'évaluation de $\frac{5}{6}$ fois 6 pour la probabilité que la tortue gagne, effectuée à la calculatrice donne 5. Ce résultat est alors invalidé par un des élèves grâce à une connaissance du référentiel théorique. Le travail situé alors dans le plan [Ins-Dis] s'oriente dans le plan [Sem-Ins] car l'invalidation interne au groupe le conduit à reconsidérer la démarche de preuve initiale (preuve formelle). Après suggestion de l'usage de dés ou d'un ordinateur, le groupe tente d'élaborer une simulation par rejet de la valeur $\frac{5}{6}$. L'enseignant tente alors d'orienter vers l'approche fréquentiste. La probabilité que le lièvre gagne, évaluée à $\frac{1}{6}$ par le groupe, est retenue et sa validation interne est confortée ensuite par une simulation au tableur qui affiche 0.16 (3ème vignette de la Fig. 4.13, p.196). L'enseignant intervient tardivement (à 55 min) sur les dimensions instrumentale et discursive en questionnant le jeu simulé.

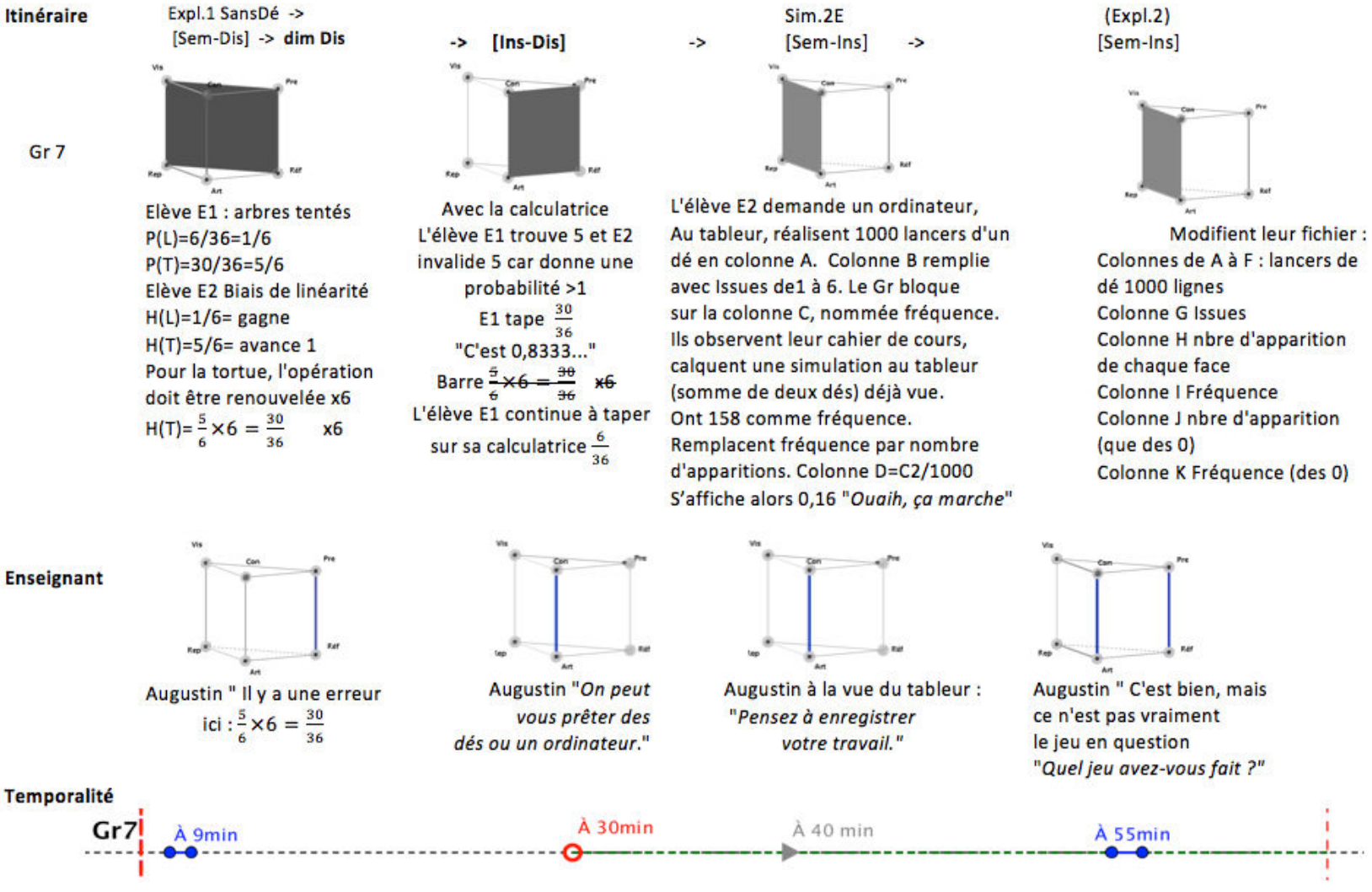


FIGURE 4.13 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr7, étape 2, Sr*

Avant de livrer les apports des circulations dans l'ETM_{eff} pour chaque groupe , nous consacrerons un paragraphe à la phase de bilan afin de préciser son déroulement. Il permettra ensuite un éclairage plus précis en particulier sur la preuve (QR3) et son articulation avec la simulation.

L'absence de phase de preuve (Preuv.)

Le bilan du travail de groupe a été structuré par Augustin pendant la pause, en 15 minutes. En classe, l'enseignant commence par un retour sur des erreurs repérées lors de la séance. L'observateur stagiaire S3 relate ces points dans sa fiche (colonne de droite de Fig. 4.14, p.197) :

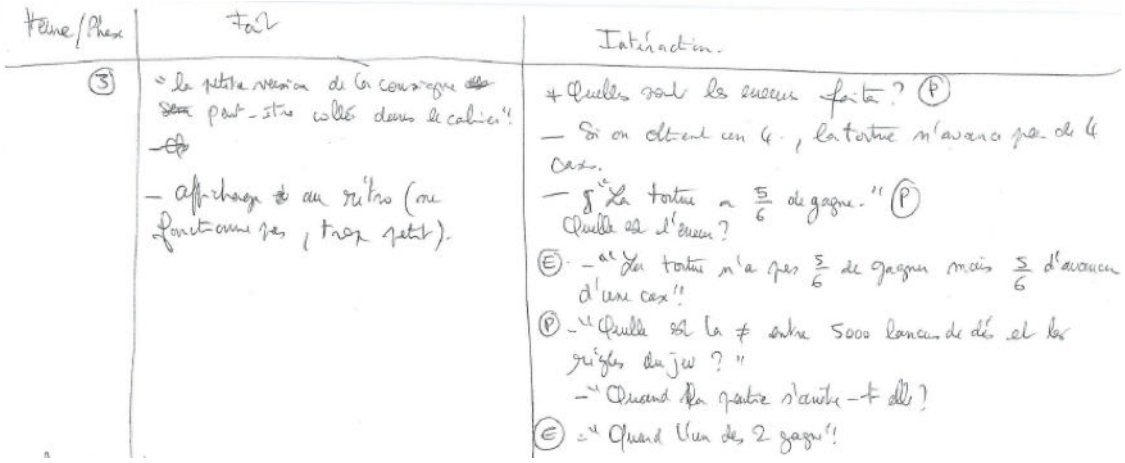


Figure 4.14 – *Extrait Fiche Observateur S3, Phase 3, Sr, J2*

Augustin appuie son discours sur le brouillon de l'élève M du groupe Gr1 (Fig. 4.15), qui est projeté à la classe mais qui est inaccessible aux élèves car la lampe du vidéoprojecteur est trop faible.

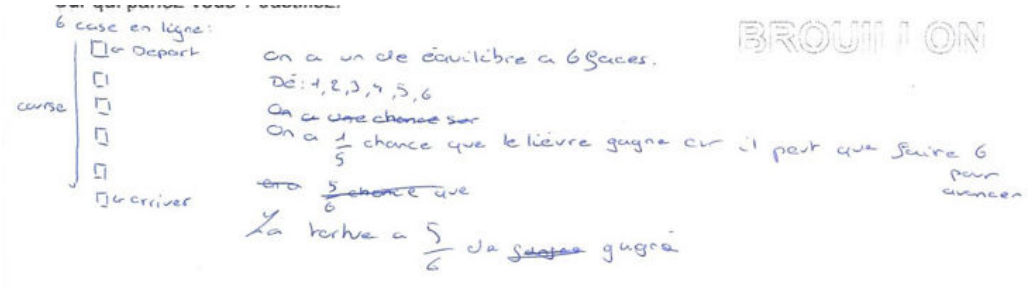


Figure 4.15 – *Extrait Brouillon M projeté lors du bilan, Sr*

Augustin ne revient ni sur les événements considérés, ni sur l'expérience aléatoire choisie par l'élève. L'enseignant considère que l'erreur provient d'interprétations erronées de la règle du jeu, en particulier concernant le mode de déplacement de la tortue, ou encore la condition d'arrêt d'une partie.

L'extrait du verbatim entre Augustin et la classe qui suit témoigne de la manière dont l'enseignant va conduire la classe vers un unique modèle probabiliste pour la

simulation :

Augustin : "La tortue a $\frac{5}{6}$ *de gagner, quelle est l'erreur ici ?*
E : La tortue n'a pas $\frac{5}{6}$ *de gagner mais* $\frac{5}{6}$ *d'avancer d'une case.*
Augustin : Qu'est-ce qui se passe si quand on jette un dé, on obtient un 1, un 2, un 3, un 4 ou un 5 ? Quelle est l'erreur dans le raisonnement ici, qu'est-ce que vous en pensez ?"
Face au silence de la classe, l'enseignant poursuit :
Augustin : "Si on fait entre 1 et 5 au premier lancer, la tortue ne gagne pas. Quelle est la différence entre vos 5000 lancers de dés et la règle du jeu ?/ Vous ne modélisez pas une partie entière mais simplement un lancer de dé. Donc il y a une différence par rapport à la règle où on relance le dé à chaque fois. Vous voyez la différence ?"

La classe reste silencieuse ensuite. La dernière déclaration d'Augustin montre qu'il questionne la modélisation tout en articulant son discours sur deux types d'expériences aléatoires, celle simulée et celle réelle, sans pour autant discuter d'hypothèses de modélisation. Il semble suggérer une relance systématique et peut être suggérer par cette question l'emploi du modèle probabiliste de la loi binomiale.

L'enseignant projette le fichier tableur du groupe Gr4 qui présente 5000 lancers de dés en colonne A. Ce dernier est illisible car la lampe du vidéoprojecteur est de trop faible intensité.

L'observateur S3, qui confond "modéliser" et "simuler", relate dans sa fiche qu'Augustin tente de relancer la simulation tandis que le tableur ne répond pas. Augustin questionne alors sur la simulation de "1000 parties" du tableur du groupe Gr7 projeté. Il demande aux élèves comment faire pour "utiliser les résultats des 1000 parties". Sans réponse, il tente de modifier ce fichier. L'extrait qui va suivre montre une confusion entre les expériences aléatoires "lancer un dé" et "faire une course". L'opposition faite par Augustin entre une " partie entière " et " simplement un lancer de dé " peut prêter à confusion car une partie peut se réduire à un lancer de dé avec le lièvre comme gagnant si le six sort au premier lancer. Le questionnement initié par Augustin est tourné vers la dimension instrumentale avec une attente sur des tests conditionnels à implémenter dans le fichier du tableur. Par rapport aux interrogations précédentes, Augustin crée une rupture en demandant d'une manière globale cette fois à la classe :
Augustin : *"Sur qui pourrait-on parier ?"*
Nous exposons l'extrait suivant car il souligne l'impact sur la circulation du travail, de l'absence d'une phase d'explicitation (Expl.3 de l'$ETM_{attendu}$) sur l'expérience aléatoire et les événements considérés. N'étant pas explicités, une confusion s'opère au sein des groupes et se poursuit dans les échanges entre la classe et l'enseignant.

L'extrait d'échanges suivant porte sur le fichier tableur du Gr4 et montre comment l'enseignant Augustin, par un jeu de questions-réponses, fait apparaître la notion de fréquence dans le fichier de simulation du groupe. L'échange suivant relate de la manière dont l'enseignant fait émerger la fréquence sans pour autant que la réponse de l'élève (E) corresponde à ses attentes :

Augustin : "Quel critère pouvons-nous donner au tableur pour savoir qui a gagné ?
E : On peut prendre la plus grande valeur ou le max ?

Augustin : Si on a un 6, c'est le lièvre qui gagne. Qu'est-ce qu'on devait faire ?"
La classe ne répond pas et Augustin poursuit :
Augustin : "Comment peut-on utiliser les résultats de mes 1000 parties ?
E : Il faut regarder l'apparition des 6 dans chaque partie.
Augustin : Et sur qui pourrait-on parier ?
E : S'il y en a la moitié, sur les lièvres.
Augustin (qui le fait en direct dans le fichier tableur) *: On calcule la // ?*
E : fréquence, la fréquence d'apparition des 6.
Augustin : Non, celle du lièvre et celle de la tortue./ Plus l'échantillon est grand, plus on se rapproche de la probabilité, il faut répéter l'expérience plein de fois."

Augustin conclut son bilan par un discours sur l'approche fréquentiste et évoque la loi faible des grands nombres, sans expliciter les expériences aléatoires et en restant flou sur les événements considérés : quand il évoque la "fréquence de tortue", il ne mentionne pas si c'est l'événement "la tortue avance d'une case" ou "la tortue gagne". Cette difficulté rencontrée dans différents groupes n'est pas levée lors du bilan. L'enseignant a initié un questionnement sur la phase d'exploitation de la simulation (Sim.3 de l'$ETM_{attendu}$) sans pour autant la réaliser de manière effective en classe.

L'échange qui suit témoigne de l'embarras de l'enseignant qui évoque le tennis, en souhaitant effleurer la question de ce qu'est une partie, lors de la projection à la classe du fichier de simulation Scratch du groupe Gr3. Comme pour échapper à des incompréhensions persistantes dans la classe, l'enseignant livre, sans aucune preuve, le résultat attendu en décrétant le lièvre vainqueur. Il ne laisse pas aux élèves le temps de questionner sur le contenu du fichier de simulation Scratch qu'il a projeté à la classe.

Augustin : "Est-ce que tout le monde a bien compris le programme ?"
La classe est silencieuse.

Augustin : "Au niveau de l'algo, est-ce que c'est clair pour tout le monde, au niveau de l'algo ? Ici le programme s'arrête dès qu'un personnage gagne."
Les élèves restent silencieux.
Augustin : "Vous avez créé des variables, c'est bien, on a "casePourTortue" mais pas pour le lièvre. C'est comme au tennis// Il y a des questions, pas de questions ? Au final sur qui devait-on parier pour arriver à notre résultat ? //Au final, sur qui doit-on parier ?"

A ce moment précis, l'affichage du fichier Scratch projeté à la classe indiquait les valeurs respectives suivantes : freq lièvre 0,1652 et freq tortue 0,13908.
Augustin attendait alors une réponse de la classe et en l'absence de celle-ci, voici le descriptif de ce qui s'est passé alors et qui exprime un certain malaise de l'enseignant :

Augustin : "Si on regarde au niveau des probas, Lièvre ça donne 0.1652 Tortue ça donne 0.13908. Sur qui pourrions-nous parier ?// Obtient-on 1 ? Je ne comprends

pas ces valeurs, c'est le lièvre qui obtient le plus// Est-ce que j'obtiens bien 1 ou une valeur approchée ?// Il y a une erreur sur les quotients, vous avez divisé par le nombre de jets au lieu du nombre de parties, mais ce n'est pas très grave."

Après avoir réouvert le fichier de simulation tableur, l'enseignant change de nouveau et projette le fichier Scratch, montrant ici une hésitation. Il détecte à ce moment précis une erreur sur les fréquences du fichier Scratch qu'il verbalise oralement. Mais il conclut cependant en déclarant et en notant au tableau :
Augustin : "Le lièvre a plus de chances de gagner."

Concernant le choix de preuve par l'enseignant, nous détenons un indice lié au tout dernier échange entre un élève (du groupe observé par Christian) et l'enseignant :
E : "Mais ça, c'est la méthode fréquentiste, mais en utilisant l'équiprobabilité, ça donne quoi ?
Augustin : En utilisant l'équiprobabilité, on aurait pu utiliser des arbres mais c'est un peu plus compliqué, je peux vous expliquer juste après mais// c'est des notions qui ne sont pas vues en troisième. Donc vous pouvez ranger vos affaires."

Dans ce bilan effectué par Augustin, la circulation du travail est restée principalement confinée dans le plan [Ins-Dis], l'enseignant prenant appui sur la dimension instrumentale avec deux fichiers erronés élaborés par des élèves. Si aucun de ces fichiers de simulation ne permettait de départager le gagnant du jeu, l'enseignant a cependant annoncé le lièvre comme vainqueur, sans aucune justification valable (pas de phase de preuve en soutien à la réponse). Des tentatives d'arbres par des élèves sont passées inaperçues dans la classe, l'enseignant ne les a pas mentionnés alors qu'ils sont inclus dans son $ETM_{personnel}$ (Fig.4.17, p.202). Si un dernier élève a offert l'opportunité d'un travail dans le plan [Sem-Dis] en fin de bilan, l'enseignant s'y est refusé et aucune preuve n'a été établie.

4.4.3 Apports des circulations étudiées ($B_{2,2}$)

Nous allons dans cette session présenter ce que notre étude des circulations du travail dans les groupes d'élèves a permis de dévoiler pour notre enquête. Ces études ont mis en évidence le "design" de l'ensemble des divers itinéraires cognitifs empruntés dans la classe. Présentés de manière regroupée (et non plus individuellement comme en haut de chaque diagramme de circulation de groupe), nous faisons l'hypothèse qu'ils nous permettront de mettre en évidence des tendances de l'enseignant à privilégier ou contraindre la circulation dans certains plans de l'ETM tout en situant le travail des groupes dans l'ETM.

Ensuite, nous synthétiserons les apports de l'étude des sept circulations pour nos trois questions de recherche. Enfin, nous établirons une comparaison entre l'ETM attendu (décrit au chapitre 2, pp.68-78) et l'ETM_{eff} en pointant une à une les phases présentes ou absentes concernant l'exploration, la simulation, et la phase de preuve. Ceci nous permettra ultérieurement (au chapitre 5) de synthétiser les phases présentes ou absentes tout au long de la trajectoire étudiée, afin de traiter de la manière dont l'enseignant articule le travail entre l'$ETM_{Probabilités}$ et ETM_{SD}.

Les itinéraires cognitifs ($B_{2,2}$)

L'étude de la circulation du travail dans chaque groupe, a permis de préciser les itinéraires effectifs empruntés comme suit :

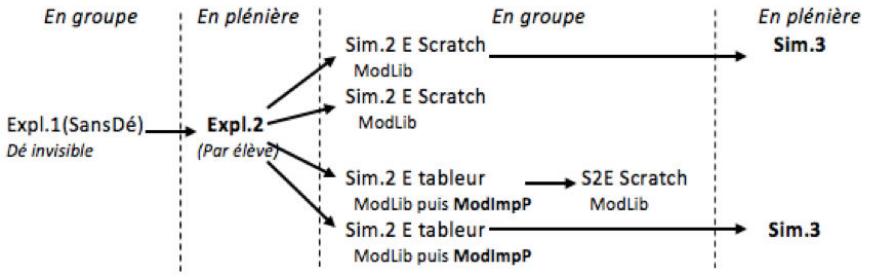


Figure 4.16 – *Itinéraires cognitifs effectifs à l'étape 1, Sr*

Il se dégage de l'ensemble une tendance de l'enseignant à privilégier certains plans au détriment d'autres, ce qui confirme ce qui était prévu en terme de circulation dans l'ETM potentiel. Les différents plans de l'ETM activés lors du travail de groupe seront détaillés après la vue d'ensemble de ces itinéraires empruntés, regroupés (Tbl. 4.3) pour mieux les comparer :

La circulation du travail des élèves a été initiée dans le plan [Sem-Dis], en parti-

Gr1	Expl.1 SansDé Sim.2E [Sem-Dis] -> **Dim Ins** -> [Sem-Dis] -> **Dim Ins** -> **[Sem-Ins]**
Gr2	Expl.1SansDé Sim.2E [Sem-Dis] -> [Sem-Dis] -> [Ins-Dis] **-> dim Ins** **[Sem-Ins]**
Gr3	Expl.1SansDé Sim.2E [Sem-Dis] -> [Sem-Ins] -> [Sem-Ins] **-> dim Ins** [Ins-Dis]
Gr4	Expl.1SansDé Sim.2 E [Sem-Dis] -> [Sem-Dis] -> [Sem-Ins] **-> dim Dis/Ins -> [Sem-Ins] -> Dim Ins**
Gr5	Expl.1SansDé Expl.1 et Sim.2E Expl.2 Sim.2E [Sem-Dis] -> [Sem-Dis] **-> dim Dis/Ins** -> [Sem-Dis] -> [Sem-Ins] -> [Sem-Ins]
Gr6	Expl.1SansDé Sim.2E [Sem-Dis] -> [Sem-Ins] -> **dim Ins** -> [Ins-Dis]
Gr7	Expl.1 SansDé Sim.2E (Expl.2) [Sem-Dis] -> **Dim Dis** -> **[Ins-Dis]** -> [Sem-Ins] -> [Sem-Ins]

Table 4.3 – *Circulation du travail des sept groupes, étape 2, Sr*

culier en l'absence de dés à jouer visibles. Elle s'est ensuite poursuivie dans ce plan ou dans le plan [Sem-Ins]. Concernant la phase de simulation, plusieurs tentatives d'élaboration de fichier de simulation par l'emploi d'un artefact numérique ont été réalisées sans jamais permettre un accès à une preuve. Les groupes ont effectué des changements d'artefacts pour la simulation lors d'un confinement de la circulation

non régulé par l'enseignant. Un glissement cognitif s'est opéré dans le domaine algorithmique au détriment d'un travail dans le domaine des probabilités.

Apports sur nos questions de recherche

L'examen de la circulation de chaque groupe nous a permis de déceler et de mettre en évidence plusieurs résultats dont nous présentons une synthèse pour nos trois questions de recherche. Ces circulations diverses apportant des éléments pour chacune de nos questions, nous les présentons dans un tableau. Ce choix de regroupement nous permet, par juxtaposition, de souligner des ressemblances, des écarts ou des complémentarités entre les groupes.

Le tableau (Tbl. 4.3) regroupant les itinéraires cognitifs empruntés recoupé avec la Fig. 4.4 permettent d'identifier des premiers constats :

- le fait que le biais de linéarité ne soit pas reconnu et pris en charge par l'enseignant conduit les groupes à réagir de différentes manières (Gr1 et Gr5) ;
- l'influence d'une ancienne tâche sur les procédures des groupes (Gr4, Gr2, Gr6, Gr7) ;
- l'emploi d'arbres par les élèves non pris en considération par l'enseignant (Gr5, Gr7) ;
- une majorité des interventions de l'enseignant se concentrent sur la dimension instrumentale.

La comparaison de l'ETM_{eff} avec l'$ETM_{attendu}$

Les choix des différentes phases ont été les suivants relativement à l'$ETM_{attendu}$ du chercheur :

Certaines phases sont absentes telles que l'Expl.3 ou la Sim.1 comme dans l'avatar de l'étape 1 de la première boucle. Aucune preuve valide n'est effectuée, ni par les élèves, ni exposée par l'enseignant à la classe. Des notes écrites durant la phase de travail en groupe des élèves par l'enseignant-expérimentateur Augustin nous renseignent sur son $ETM_{personnel}$:

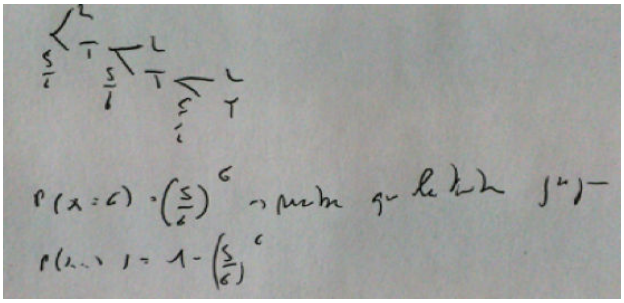


FIGURE 4.17 – *Notes écrites par Augustin lors du travail en groupe des élèves, étape 2, Sr*

Groupe	Gestion de l'expérience aléatoire et des modèles (QR1)	Gestion des artefacts (QR2)	Gestion de la preuve (QR3)
Gr1	Le parcours de l'enseignant au tableau change leur propre représentation. Biais de linéarité, suivi d'un blocage créé par l'exemple de la face 5 (règles du jeu et événements confus) où l'enseignant induit P(T)=P(L).	Premier blocage détourné par l'entrée du logiciel Scratch pour simulation d'une course. Aides instrumentales de l'enseignant (variables, test conditionnel).	Impossible car simulation d'une course erronnée.
Gr2	Difficulté de compréhension des règles du jeu. Calquent le problème "Couleurs au hasard" déjà vécu dont l'expérience aléatoire diffère.	Soucis d'ordinateur (perte du fichier) puis simulation tableur calquée sur "Couleurs au hasard". Organisation verticale de lancers que l'enseignant fait fragmenter en courses de six lancers chacunes	Simulation inachevée, pas de traitement d'une course
Gr3	Blocage pour implémenter une course avec la loi géométrique tronquée Règles du jeu non comprises par tous. Confusion entre le nombre de lancers et de courses dans la simulation	Passage à Scratch pour détourner le blocage au tableur lié au modèle choisi. Elève N qui pilote seul le Gr3, et programme sous Scratch (course simulée valide)	Preuve expérimentale qui n'aboutit pas, erreur sur les formules des fréquences non détectée par l'enseignant
Gr4	Calquent le problème "Couleurs au hasard", déjà vécu dont l'expérience aléatoire diffère. Confusion "partie"et "lancer", accentuée par l'enseignant	Identification du vainqueur attendue par l'enseignant : mise en couleur manuelle des cellules sans six bloquante Simulation tableur où modèle de la loi binomiale imposé par l'enseignant	Simulation inachevée
Gr5	Confusion entre "lancer un dé" et "faire une course" Règles du jeu non comprises par tous. Le parcours de l'enseignant au tableau conduit une élève à faire des arbres. Confusion entre numéro de case et face du dé	Biais de linéarité non reconnu : l'intervention de l'enseignant bloque les élèves qui se tournent vers leur cahier de cours. Ils abandonnent l'idée d'une simulation tableur pour Scratch	Pas de simulation correcte, manque de temps Pas de mention par l'enseignant des arbres tentés
Gr6	Calquent le problème "Couleurs au hasard", déjà vécu dont l'expérience aléatoire diffère	Simulation Scratch imitant celle sur "Couleurs au hasard", en autonomie	Fréquences erronées (moyenne pour f(T))
Gr7	Biais de linéarité, et blocage sur P(T)= 5/6 *6= 30/36 non dépassé par un élève : l'argument de l'enseignant ne convainc pas. Non identification de l'expérience aléatoire en jeu.	Ordinateur suggéré par l'enseignant, calculatrice quittée difficilement. Imitent la simulation de "la somme de deux dés" sans finir	Simulation inachevée Arbres ignorés par l'enseignant

Table 4.4 – *Apports de l'étude des circulations à QR1,QR2 et QR3, étape 2, Sr*

La preuve qu'il choisit pour lui-même s'appuie sur un arbre de probabilité et la loi géométrique tronquée, elle est de type Preuv.2 (cf Fig. 4.17, p.202). Il calcule la probabilité que la tortue gagne $P(T)$ puis celle que le lièvre gagne $P(L)$ comme $1 - P(T)$ en convoquant une variable aléatoire X. L'enseignant n'a pas de fichier de simulation prêt à être utilisé dans la dernière phase, produit par le collectif de stagiaires. Ce point n'a pas été envisagé en amont de la séance. A 10h41, l'enseignant-expérimentateur relève le nombre de groupes qui a choisi un tableur (5)

Expl.		
Expl. 1 **Découverte de la situation**	**Expl. 2** **Mise au point sur les règles du jeu**	**Expl. 3** **Explicitation autour de l'expérience aléatoire**
Expl. 1 SansDé	En plénière, par un élève désigné par l'enseignant-expérimentateur	Absente
Sim.		
Sim. 1 **Justification du recours à la Sim.**	**Sim. 2** **Simulation effective**	**Sim. 3** **Exploitation de la simulation**
	Artefact numériques / **Choix de modèle mathématique inclus dans Sim. 2**	
Absente	Sim. 2 E Scratch Sim.2 E tableur Sim. 2 E tableur-puis-Scratch / Sim. 2 E ModLib puis Sim. 2 E ModImpP	Répondre à la question du pari
Preuv.		
Preuv. 1	**Preuv. 2**	**Preuv. 3**
Non, car toutes Sim. 2 E erronées	Tentatives dans des groupes reboutées par l'enseignant-expérimentateur (Augustin)	Vainqueur déclaré sans Preuv. 1 ni Preuv.2 en appui

TABLE 4.5 – *Grille relative à ($Av^{B_{2,2},Sr}$, ETM_{eff}), Sr*

et le logiciel Scratch (1) pour la simulation. Initialement la circulation était prévue avec la dimension instrumentale suivante :

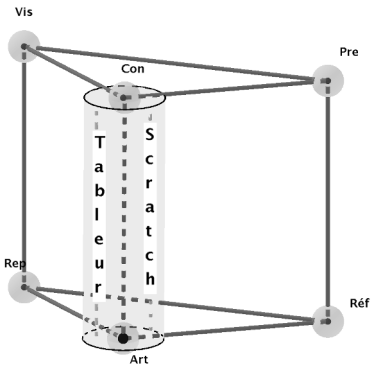


FIGURE 4.18 – *Dimension instrumentale prévue à l'étape 1, Sr*

Si deux groupes d'élèves ont changé d'artefact numérique, passant du tableur au logiciel Scratch, la circulation du travail s'est trouvée modifiée sur la dimension instrumentale par rapport à celle prévue en amont par le collectif. Au premier abord, ce changement est à l'initiative des élèves. Cependant, nous repérons que si l'enseignant ne l'a pas directement encouragée, la bascule s'est opérée suite à un blocage avec le tableur. Lors d'une tentative de simulation congruente aux règles du jeu, ce fait incombe indirectement à l'absence d'accompagnement par l'enseignant sur la question des modèles mathématiques. Permis par l'enseignant, l'accès au cahier de cours des élèves a influencé le travail. En effet, ce cahier présente des problèmes traités antérieurement avec des simulations effectuées à la fois sous tableur et avec

le logiciel Scratch. La dimension instrumentale dans l'$ETM_{pot\ coll}$ a été modifiée dans l'ETM_{eff} par rapport à celle prévue (Fig.4.18, p. 204) et nous pouvons la représenter ainsi :

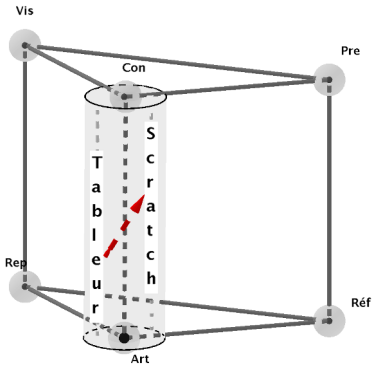


Figure 4.19 – *Dimension instrumentale effective à l'étape 2, Sr*

Nous pouvons repérer (Fig. 4.19) l'existence de fibrations internes (Richard et al., 2016) dans l'ETM_{eff} à travers le changement d'artefacts numériques opéré par des groupes d'élèves. Ce changement prend sa source dans la difficulté à implémenter le modèle de la loi géométrique tronquée dans le tableur et dans la gestion des groupes par l'enseignant lors de l'élaboration de la simulation. Cette reconsidération d'un autre artefact numérique est à l'initiative des élèves et n'a pas été anticipée par le collectif d'enseignants. Nous émettons comme hypothèse que ce phénomène a généré des difficultés chez l'enseignant, dans sa prise d'indices sur des simulations ébauchées dans les groupes et dans sa gestion de classe, d'autant plus que ces changements d'artefacts se sont produits sans questionner l'enseignant.

4.4.4 Analyse collective du scénario de formation ($B_{2,3}$)

Cette étape présente des intentions de modifications du collectif de stagiaires au regard de leur analyse *a posteriori* du couple de l'étape 2 qui a eu lieu en formation. Elle livre des éléments pouvant constituer une impulsion de transformations à venir, dressant ainsi les contours du nouveau couple ($Av^{B_{2,3},Sr}$, $ETM_{pot\ coll}$).

Eléments exposés par les observateurs

Nous allons présenter ici des éléments d'analyse des stagiaires Souris sur la séance partagée en classe en formation (concernant le couple ($Av^{B_{2,2},Sr}$, ETM_{eff} de l'étape 2). Voici ce qui est ressorti de la phase 1 :

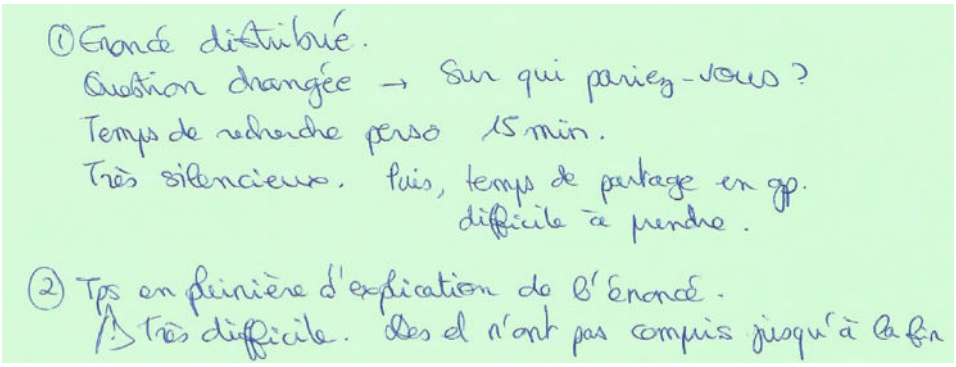


FIGURE 4.20 – *Notes de Lucie, J2 après-midi, Sr*

Les stagiaires ont souligné que certains élèves n'avaient pas compris la règle du jeu durant l'intégralité de la séance comme indiqué dans la fin de l'extrait des notes de Lucie (Fig. 4.20). Le formateur FE2 a pointé et questionné le collectif sur la représentation du parcours sur deux lignes d'Augustin :

S2 : "Ça peut laisser penser que c'est/ qu'ils jouent deux parties séparées, le lièvre qui joue, la tortue qui joue.
S8 : Moi, ils ont changé le schéma. Ils avaient fait un premier schéma avec une seule ligne et pas celle du lièvre. Et du coup, l'élève qui dirigeait la table, il a effacé le schéma pour faire celui-là.
FE2 : Et le fait qu'il y ait six cases pour le lièvre et la tortue ?
S8 : Pour le lièvre surtout
FE2 : Ça a influencé du coup ?
S8 : Oui parce que du coup, s'il y avait 5, du coup, ils pensaient que le lièvre avançait de cinq, c'était le fameux groupe qui n'avait pas compris.
Malo : Non, parce que moi, ils n'ont pas compris qu'il y avait six cases, en fait ils sont restés juste à un lancer de dé. s'il y a un 6 le lièvre a gagné sinon la tortue a 5 chances sur 6 de gagner."

Comme le confirment les observateurs des groupes d'élèves, le parcours dessiné par l'enseignant au tableau est venu perturber la représentation des élèves de certains groupes. L'observateur S3 suggère donc un temps de manipulation avec la réalisation de courses :
S3 : "A la fin de la séance, quand j'ai vu le groupe s'enfermer et ne jamais s'en sortir, je me dis "est-ce que les choses auraient été différentes si au moment où tu as demandé à un élève d'expliquer les règles, on lui avait proposé de faire le jeu à ce moment-là, pour qu'ils voient qu'il n'y avait qu'un seul dé. Ils se posaient encore des questions à la fin de la séance : Sur les cases numérotées de 1 à 5 le lièvre n'a pas de chance de gagner ? Ils se posaient des questions quant aux cases pour le lièvre, qui ne servent à rien."

De plus, des observateurs ont noté que certains élèves ont cru qu'il y avait deux jeux et non un seul, ils avaient numéroté les cases du parcours dessiné. L'extrait qui suit relate ces faits et pointe finalement une reconsidération de l'avatar et en

particulier de l'énoncé des règles du jeu par le collectif de stagiaires :
S3 : "C'est pareil, dans mon groupe, ils avaient fait ce que tu as dit, et sans se regarder, ils avaient eu le même réflexe de faire une seule ligne, et avaient numéroté leurs cases. Il y avait des confusions dans leur esprit entre la face du dé obtenue et le numéro de la case. A un moment donné, tu es venu voir mon groupe et tu as expliqué la consigne. Et ils ont compris que si la face du dé était 4, la tortue n'allait pas sur la case 4. Mais ce n'était pas bien clair, ils s'étaient mis tout seuls dans cette problématique en ayant numéroté leurs cases.
FE1 : C'est dans ton groupe où j'ai entendu dire à un moment "C'est le lièvre qui lance le dé, le lièvre ne fait pas six donc il ne bouge pas. La tortue, elle lance le dé, elle fait six, donc elle ne bouge pas". En fait, ils n'avaient pas compris pour eux qu'il y a /
S3 : Pour eux, il y avait deux jeux.
FE1 : Ils se sont empêtrés là-dedans, il y avait deux jeux, le "On" de la consigne a disparu de leur tête.
FE1 : "On lance le dé", c'est peut-être pas ?
S3 : Du coup "on" c'était peut-être trop vague ? Il aurait fallu dire "le joueur", "un élève", ça aurait été différent."

Partant de confusions observées, les stagiaires ont envisagé de remplacer le pronom personnel *"On"* de l'énoncé donné par *"Un joueur"*, souhaitant éliminer ainsi des croyances sur le fait que les animaux lancent chacun un dé.
Les dés posés sur le bureau de l'enseignant n'ont pas été du tout empruntés et cela a questionné les stagiaires comme le montre l'échange suivant au sein du collectif.
S7 : "Mais qu'est-ce qui nous a poussé à dire " On ne parle pas de dé ?
S6 : En fait, on a pensé que certains en resteraient là ?
CF1 à Augustin : A un moment, j'ai eu l'impression que tu voulais leur faire dire qu'on pouvait le faire en vrai, et puis hop, "Bah, on peut avoir des ordinateurs".
S3 : A un moment donné, ils ont vu que les autres avaient un ordinateur. Un autre a dit "Ce n'est pas la peine, nous, on a notre calculatrice."
FE2 : C'est vrai qu'ils ont tous sorti la calculatrice, que les dés soient là-bas, ce n'est donc pas à disposition des élèves.
S2 : Oui
FE2 : Il y en a qui ont parlé du dé ?
Augustin : Mm ?
FE2 : On ne peut pas jouer à partir du moment où il n'y a pas de dé. Honnêtement, il y a peu-être des dés sur le bureau du professeur, et en plus tu as vu ce qu'il y a autour ?
FE1 : Et c'est vrai que tu as voulu rester relativement vague dès le début parce que le premier truc que tu as dit c'est "tout est à disposition, tout est disponible", tu es resté très vague, sans préciser le "tout". Du coup, est-ce qu'ils ont compris cette phrase ?"

Un effet de changement de contrat est ici visible, mais la non manipulation de dé est sans doute liée au fait que l'enseignant a encouragé l'usage d'artefacts numériques. Ceci est relevé par le chercheur (CF1) dans la formation qui pointe que l'enseignant a suggéré l'emploi d'un ordinateur sans mentionner des dés.

Pour la phase 2, incluant la création par les élèves d'une simulation au tableur ou avec le logiciel Scratch, les stagiaires ont relié les difficultés rencontrées par les élèves à la dimension instrumentale mais pas seulement. La compréhension en particulier des règles du jeu, ou le dépassement de la simulation d'un lancer de dé (Fig. 4.21) sont repérés comme ayant créé des blocages.

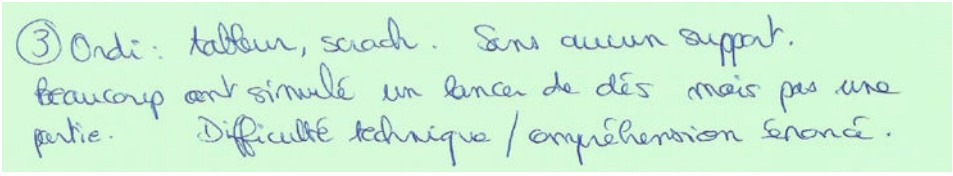


FIGURE 4.21 – *Notes de Lucie, J2 après-midi, Sr*

Pour la phase 3, voici les commentaires du collectif synthétisés par Lucie :

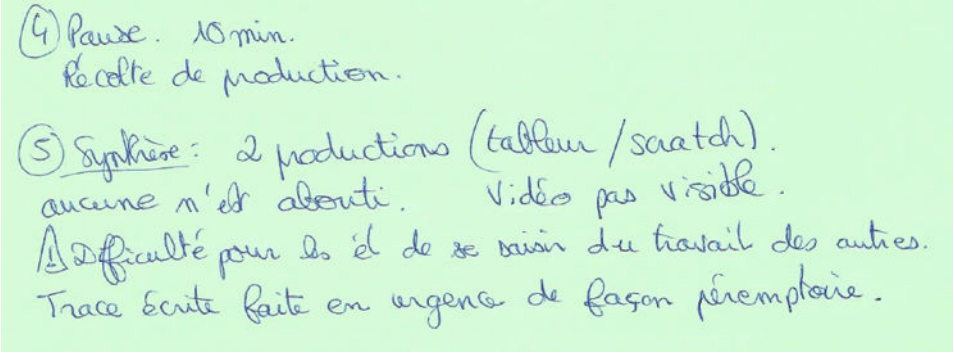


FIGURE 4.22 – *Notes de Lucie, J2 après-midi, Sr*

Le collectif a souligné le fait que l'enseignant-expérimentateur Augustin, en référe à deux fichiers non aboutis de groupes créés avec deux artefacts numériques distincts. L'ensemble des stagiaires souligne la difficulté de rendre ces fichiers de simulation compréhensibles par les autres élèves (Fig. 4.22, p.208, partie "Synthèse"). Le collectif a aussi soulevé les conditions matérielles défavorables quant à la faible intensité de la lampe du vidéoprojecteur de la salle de classe. Elle a, selon les stagiaires, potentiellement constitué un frein au bon déroulement de cette phase car la projection n'offrait pas une visibilité suffisante. Le collectif s'est attardé sur l'aspect rapide de cette phase avec une conclusion d'Augustin s'appuyant sur des résultats faux, soulignant la nécessité d'une meilleure anticipation de la part de l'enseignant (Fig. 4.22, dernière ligne).

Modifications envisagées par le collectif

Concernant l'énoncé, une modification mineure concernant "On" remplacé par "Un joueur" est souhaitée.

Le collectif a aussi jugé préférable que l'enseignant ne dévoile pas le domaine des probabilités dès le début du travail des élèves, comme ce fut le cas avec Augustin.

S2 : "Au tout début, quand tu leur as donné l'activité, tu as dit "On va faire une séance de probabilité". Je me demandais si ça n'a pas orienté un peu, on aurait pu dire un problème".
Par contre, Lucie relate ainsi les transformations à réaliser avec une phase de manipulation qui semble indispensable au collectif des stagiaires :

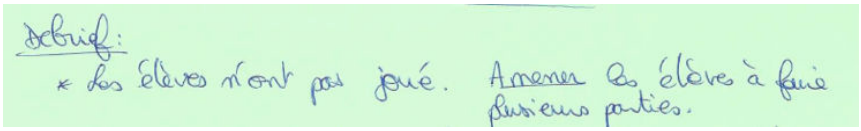


Figure 4.23 – *Notes de Lucie, J2 après-midi, Sr*

Pour palier le fait que les élèves n'aient pas eu accès au dé, des stagiaires ont fait des propositions, jugeant une phase de manipulation nécessaire :
S10 : "Il faut le montrer, sans le dire, il y a un dé à disposition. Nous-mêmes, professeurs, si on lit l'énoncé, on lance le dé sur le bureau. On a vu un dé qui a été lancé , on le pose sur le bureau. On a dit " Tiens regardez, il y a un dé qui est pour vous (...)"
S3 : Non, moi je trouve que la première phase, elle est super. C'est au moment où tu dis que tu as interrogé un élève qui explique. Eventuellement, on s'est fait la remarque que la consigne à l'oral n'avait pas été faite mais que/ On dit à l'élève " Est-ce que tu peux relire la consigne, est-ce que tu peux l'expliquer avec tes mots ?" Et, ou avec un autre élève : "Est-ce que tu veux bien lancer le dé ?"
S2 : Faire une partie.
S3 : Et là, à ce moment-là, on fait le jeu."
La présence de dés, d'une manière ou d'une autre, doit être signalée et suivie d'une manipulation à un certain moment devant toute la classe. Pour la phase 2, voici des changements évoqués :

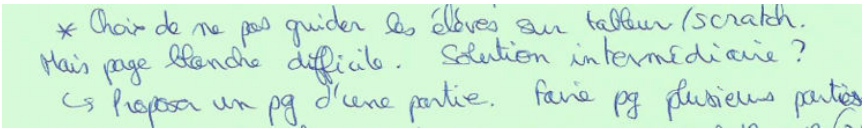


Figure 4.24 – *Notes de Lucie, J2 après-midi, Sr*

Si les stagiaires ont constaté que demander à l'élève de partir de rien et ne pas le guider était une difficulté, ils n'ont pas pour autant évoqué de rupture potentielle entre les modèles probabilistes et la simulation.
Des difficultés de gestion de l'enseignant sont pointées sur la phase d'élaboration de la simulation par les groupes. Les stagiaires notent l'absence d'interventions dans certains groupes, et le stagiaire Malo évoque une alternative.

Malo : "Cela aurait été nécessaire que tu passes dans certains groupes qui ne demandaient pas."
Ceci fait débat et le collectif recherche une stratégie d'équilibre. Un stagiaire évoque ses blocages personnels rencontrés avec Scratch.

S9 : " Malheureusement, quand on fait du Scratch, j'essaie de comprendre ce que les groupes font, on reste scotché parfois 10 à 15 minutes dans des groupes à essayer de comprendre. On ne peut pas faire des maths comme d'habitude et je ne sais pas comment régler le problème. "

La gestion des aides et la nature des relances d'Augustin réalisées pendant l'élaboration de la simulation (phase Sim.2) sont questionnées par le collectif.

Augustin : "Le groupe au fond avait des problèmes de compréhension avec le fait de numéroter les cases. Ils étaient deux ou trois groupes à avoir des soucis avec les règles, et du coup, moi ça m'avait l'air important d'aider ceux qui en avaient le plus besoin.
S9 : Comment tu as fait du coup pour les aider ? Tu as une heure, tu as des élèves sur tableur et sur Scratch.
S3 : Il ne sait pas, c'est nous qui avions //"(rire de S3)

Le collectif, par le biais du stagiaire S3, reconnaît une certaine responsabilité dans la gestion de plusieurs artefacts simultanément, incombant à la préparation du scénario à l'étape 1 en formation.

S9 : "Comment fait-on pour donner un coup de pouce sans donner //
S2 : Moi, j'aimais bien, quand tu allais voir les groupes, tu disais : "expliquez-moi". Je trouvais que ce n'était pas mal, et c'était plutôt le raisonnement qui semblait t'intéresser. Après la mise en oeuvre, tu aurais sans doute répondu s'il y avait des questions, mais je trouvais ça pas mal.
S9 : Oui, leur demander ce que fait leur programme."

Pour cette phase (Sim.2), l'observateur Christian relève la difficulté d'une double boucle avec le logiciel Scratch, et pointe qu'elle n'existait pas dans les simulations sur des tâches déjà rencontrées par les élèves.

Christian : "La classe avait bien compris qu'il fallait répéter plein de fois. La difficulté dans cet énoncé, c'est qu'il y a une double boucle en fait. Il y a la boucle de répéter en termes d'échantillonnage 5000 fois, et à l'intérieur, il y a une petite boucle répéter pour la tortue si elle avance. Et c'est ça qui// où ils ont eu du mal en fait. Parce qu'ils ont fait la somme de deux dés, ou simplement lancé un dé, c'était avec une seule boucle " répéter 1000 fois".
FE2 : Ici ils se sont lancés dans la double boucle imbriquée d'en bas ?
Christian : Oui, non, pour les lancers, en faire une seule, ils n'ont pas pu, parce qu'il n'ont pas vu ça, et c'est ça pour moi la difficulté.
FE2 : L'idée majeure, c'est d'abord de simuler une course avant d'essayer d'en faire plusieurs.
Christian : Voilà, oui."

Jugeant trop difficile cette double boucle, le collectif propose, comme alternative, de donner aux élèves un programme avec déjà une "partie" (course) intégrée. L'élève serait alors amené à partir de ce programme constitué, à le transformer pour simuler plusieurs courses. Mais rien n'est précisé quant au type de course initialement donné et au modèle probabiliste inclu dans ce programme. Ce dernier point n'a pas été discuté entre stagiaires.

Concernant la phase 3 d'institutionnalisation, le collectif s'est demandé s'il fallait se cantonner à l'approche fréquentiste alors que des élèves auraient souhaité une preuve formelle. Il se questionne sur comment agir autrement face à une telle demande.

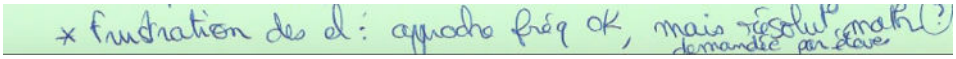


Figure 4.25 – *Notes de Lucie, J2 après-midi, Sr*

Le collectif semble regretter le fait qu'Augustin ait occulté des arbres initiés par des élèves dans des groupes, comme Lucie l'a relevé (Fig. 4.25). Les stagiaires reviennent sur l'idée que ceux-ci auraient pu sans doute donner un accès à une preuve autre qu'expérimentale, issue de choix collectifs de l'étape 1, étape initiale en formation.

Augustin : "C'est lui qui a posé la question à la fin sur mathématiquement comment faire. Il avait commencé un arbre.
S2 : Et c'est vrai que d'une certaine manière on a un peu bloqué ça parce qu'il aurait peut-être pu aller sur ce terrain-là.
S6 : Je suis sûre qu'il aurait pu y aller.
S2 : Je ne sais pas ce qu'il faisait avec son arbre ?
S6 : Son arbre de probabilité.
S2 : Ça n'aurait pas été bête qu'il aille jusqu'à un certain point. On ne s'est pas rendu compte, peut-être qu'il aurait pu aller jusqu'à un certain point, je ne sais pas ?
S6 : Il était bien parti en tout cas. Parce qu'après, il a fait du tableur, il a trouvé 0, c'était leur problème."

Il semble de même pour S9 qu'une preuve (de type Preuv.2) aurait pu aboutir, via des arbres initiés venant en même temps réfuter un biais de linéarité dans un même groupe, selon son témoignage :

S9 : "C'était la fille qui avait trouvé $\frac{5}{6} \times 6$ *et le garçon qui est parti sur l'arbre des probabilités, et en fait, à eux deux, en fait, je pense qu'ils auraient pu trouver parce qu'il était parti dans son arbre et qu'elle était sur/ et quand tu leur as dit ça, du coup, ils ont trouvé 5 et puis ils se sont dit "Bah du coup, c'est impossible", donc ils ont pris la réponse du garçon."*

Cette preuve émergente a été détournée au profit d'une simulation au tableur par l'enseignant dans son intervention, et le collectif semble le regretter.

4.4.5 Alternatives au scénario vécu en formation ($B_{2,3}$)

Suite à la séance en classe durant la formation, des modifications ont été apportées. Menées par le collectif, elles semblent orienter le travail vers un itinéraire cognitif comme suit :

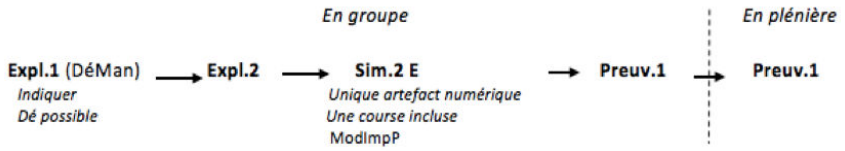


FIGURE 4.26 – *Itinéraire réajusté, étape 3, Sr*

Comparativement aux phases décrites dans l'$ETM_{attendu}$ (chapitre 2, pp.68-78), le tableau (Tbl. 4.6, p.212) synthétise les nouveaux choix proposés par le collectif à l'étape $B_{2,3}$ en formation comme alternatives :

Expl.		
Expl. 1 **Découverte de la situation**	**Expl. 2** **Mise au point sur les règles du jeu**	**Expl. 3** **Explicitation autour de l'expérience aléatoire**
Expl. 1 DéMan où l'enseignant doit expliciter le matériel disponible Plusieurs courses attendues (non fixé)	Nécessité de faire faire une course en plénière par l'élève qui explicite les règles	Différencier unne course/partie mentionnée
Sim.		
Sim. 1 **Justification du recours à la Sim.**	**Sim. 2** **Simulation effective**	**Sim. 3** **Exploitation de la simulation**
	Artefact numériques / **Choix de modèle mathématique inclus dans Sim. 2**	
Absente	Sim. 2 PE Un seul artefact en même temps dans une séance, avec une course donnée / Sim. 2 PE ModImpP dans une course (mais non discuté)	Répondre à la question du pari
Preuv.		
Preuv. 1	**Preuv. 2**	**Preuv. 3**
Envisagée avec Sim.2 P à prévoir	Rediscuté sans trancher	Non

TABLE 4.6 – *Grille relative à l'étape 3 de B_2*

Si une évolution concerne la phase d'exploration Expl.3, absente jusqu'ici, sa description n'est pas explicitée par les stagiaires et elle reste peu précisée. La phase de justification du recours à la simulation adossée à des données issues de courses réalisées à la main n'est pas envisagée. L'exploitation de la simulation reste floue comme dans les deux étapes précédentes. Enfin, le collectif ne s'est pas positionné de manière tranchée sur la preuve formelle, certains stagiaires la refusant quand d'autres hésitent et s'interrogent sur la manière de l'envisager.

Nouvelle circulation envisagée ($B_{2,3}$)

En conclusion de cette description, voici la circulation du travail dans l'ETM repensée par le collectif. Initialement, le travail se situe dans le plan [Sem-Ins] avec des artefacts matériels (dés à jouer...) signalés par l'enseignant qui vise la réalisation par les élèves de courses produisant des premiers résultats (Expl.1 (DéMan)). Une course jouée devant la classe entière est prévue pour produire des résultats de lancers interprétés avec les règles du jeu. L'identification du gagnant ou perdant de la course explicité (appelant au registre langagier sur l'expérience réelle) et la validation de la concordance du gagnant annoncé avec les règles du jeu prolonge le travail dans le plan [Sem-Ins]. La course réalisée en plénière est un outil qui génère comme signe un gagnant et donne accès à une explication des règles du jeu. La justification du recours à la simulation (phase Sim.1) s'appuie ensuite sur des résultats de courses manuelles récoltés dans la classe et fait alors appel à des registres de représentation utilisés pour l'organisation et le traitement de ces résultats de courses(phase Sim.3). Le recours à la simulation prolonge le travail dans le plan [Sem-Ins] (utilisation du fichier de simulation comme artefact numérique et production de résultats de courses). L'exploration prévue du fichier de simulation par les élèves s'achèvera dans le plan [Sem-Ins]. En effet, le traitement des données permet un accès à une visualisation de l'animal pour lequel l'effectif de gain est le plus élevé pour un nombre de courses effectuées. Le travail de l'élève s'achèvera alors en mobilisant la loi faible des grands nombres (du référentiel théorique) pour estimer la probabilité de gain de chaque animal, avec éventuellement un fichier de simulation prévu par l'enseignant. Seule une preuve expérimentale est visée par le collectif de stagiaires (phase de type Preuv.1 et absence de phase de type Preuv.2).

4.5 Description de l'atelier Poussins

Le collectif de stagiaires (Poussin) a décidé d'un découpage en quatre phases du déroulement prévu pour la classe de formation (Fig.4.27) :

Rappel des différentes phases du déroulement de la Lesson
Phase 1: (10 à 15 min) Compréhension de la règle du jeu • Distribution de l'énoncé, lecture individuelle • Dés présents sur les tables. • Manipuler les dés (5 parties), compter, résultats au brouillon • Plénière: Faire des lancers au tableau avec des cases et des aimants et un dé «mousse».
Phase 2: (5 min) Débat pour introduire l'approche fréquentiste basé sur ce que les groupes ont obtenu.
Phase 3: (30 min) Mise en place de la simulation en groupe • Classe mobile: Scratch • On attends des groupes un graphique et une phrase réponse.
Pause: (10 min) Scan des productions des groupes
Phase 4: Institutionnalisation

FIGURE 4.27 – *Description du découpage en phases, Ps, J1*

4.5.1 La préparation collective du scénario ($B_{2,1}$)

L'étape 1 de la formation est détaillée dans l'ANNEXE 4.5. Nous présentons (Fig. 4.28) l'unique itinéraire cognitif prévu quant au couple ($Av^{B_{2,1},Ps}$, $ETM_{pot\ coll}$) :

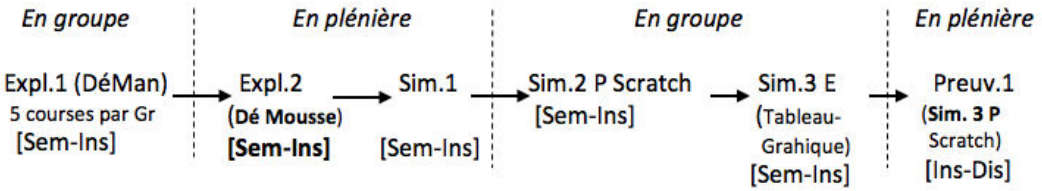


FIGURE 4.28 – Itinéraire cognitif prévu à l'étape 1, Ps

Il s'appuie sur les choix suivants qui montrent une absence des phases Expl.3, Preuv.2 et Preuv.3 :

<table>
<tr><th colspan="4">Expl.</th></tr>
<tr><th>Expl. 1
Découverte de la situation</th><th colspan="2">Expl. 2
Mise au point sur les règles du jeu</th><th>Expl. 3
Explicitation autour de l'expérience aléatoire</th></tr>
<tr><td>Expl.1 DéMan
5 courses imposées</td><td colspan="2">Plénière (gros dé en mousse)</td><td>Absente</td></tr>
<tr><th colspan="4">Sim.</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Sim. 1
Justification du recours à la Sim.</th><th colspan="2">Sim. 2
Simulation effective</th><th rowspan="2">Sim. 3
Exploitation de la simulation</th></tr>
<tr><th>Artefact numériques</th><th>Choix de modèle mathématique inclus dans S2</th></tr>
<tr><td>A partir des données de 5 courses à la main par groupe.</td><td>Scratch</td><td>S2PModImpP</td><td>Sim. 3 E Construction d'un tableau et graphique par élève</td></tr>
<tr><th colspan="4">Preuv.</th></tr>
<tr><th>Preuv. 1</th><th colspan="2">Preuv. 2</th><th>Preuv. 3</th></tr>
<tr><td>Envisagée</td><td colspan="2">Exclue, $ETM_{\text{Référence}}$ jugé limitant en classe de troisième</td><td>Non</td></tr>
</table>

Table 4.7 – Grille relative à ($Av^{B_{2,1},Ps}$, $ETM_{pot\ coll}$), Ps

Lors de la phase d'exploration (Expl.), les élèves sont censés réaliser cinq courses à la main par groupe. Une phase de mise au point, en plénière, est prévue sur les règles du jeu : l'enseignant-expérimentateur utilisera pour cela un gros dé en mousse, comme mentionné dans la Fig. 4.27 (p.214). Aucune phase d'explicitation des expériences aléatoires n'est prévue par le collectif. Le relevé des résultats des différents groupes est envisagé et sera réalisé par l'enseignant-expérimentateur au tableau. Il devra permettre de justifier de l'intérêt du recours à la simulation. Le fichier de simulation déjà prêt sera ensuite imposé par l'enseignant aux élèves, et le logiciel Scratch est retenu à cet effet. L'exploitation du fichier de simulation se fera par un relevé dans un tableau et les élèves auront ensuite à réaliser un graphique sur un support donné. Seule la preuve expérimentale est attendue.

4.5.2 La mise en oeuvre du scénario en formation ($B_{2,2}$)

Nous traiterons dans cette partie du couple ($Av^{B_{2,2},Ps}$, ETM_{eff}).

L'avatar de l'étape 2 en formation

Voici l'avatar (Fig. 4.29) stabilisé après plusieurs propositions entre stagiaires déposées et discutées sur la plateforme à distance Réséda (ANNEXE 4.3, pp.225-238) :

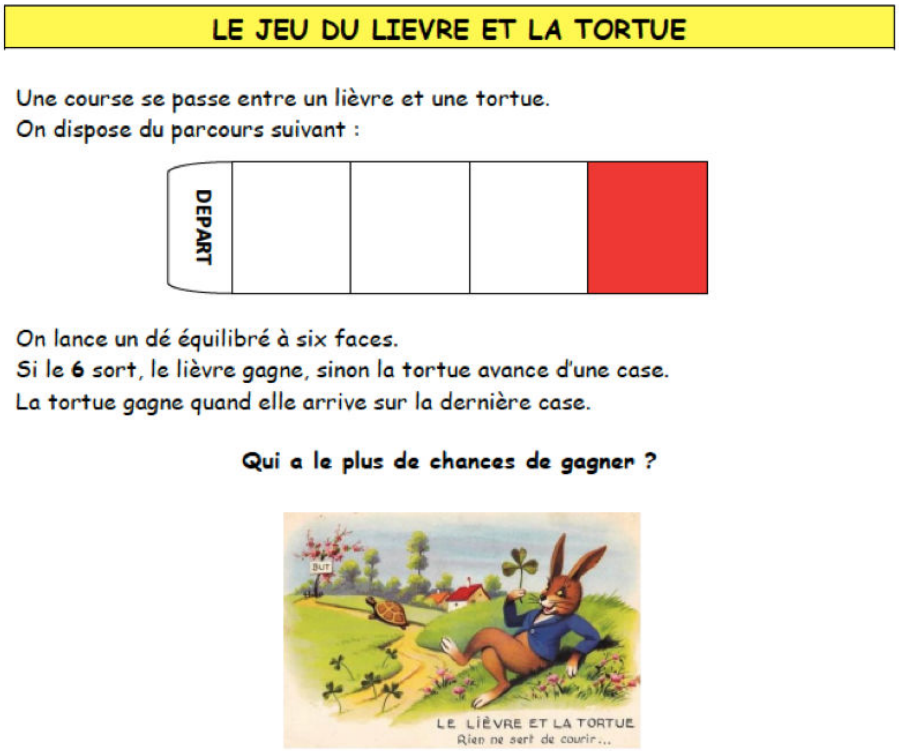


FIGURE 4.29 – *Avatar de l'étape $B_{2,2}$, Ps, J2*

Les artefacts matériels pour Expl.1 et Expl.2 ($B_{2,2}$)

Le petit matériel prévu par le collectif de stagiaires est le suivant :

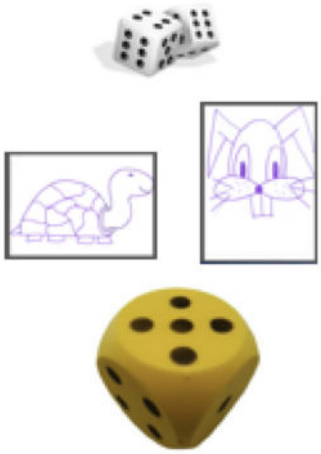


FIGURE 4.30 – *Dés et vignettes, Ps, J2*

Dès l'entrée des élèves dans la classe, deux dés, de taille normale sont mis à disposition de chaque groupe, posés en évidence sur leur table (deux dés pour quatre élèves). Ce choix de quantité (deux), non discuté en J1, a été imposé par un oubli

de dés par un formateur. Par conséquent, il a fallu partager une vingtaine de dés de Lucie entre les deux classes d'expérimentation, pour les deux scénario menés simultanément.
Un gros dé en mousse, appartenant à une stagiaire, a été volontairement caché sous le bureau durant la recherche individuelle. Les stagiaires Poussins ont décidé de le sortir lors du travail de groupe et ce, au bout de 15 minutes. Si le dessin du parcours (Fig. 4.31) était présent au tableau avant l'entrée en classe des élèves ainsi que les vignettes d'un lapin et d'une tortue, ils ont été mis en place pour le travail des élèves en groupes.

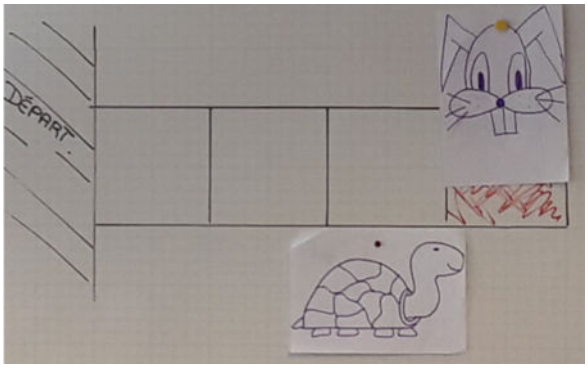


Figure 4.31 – *Vignettes et parcours au tableau, Ps, J2*

Fichier Scratch pour Sim.3 ($B_{2,2}$)

La Fig. 4.33 présente le script de l'algorithme de simulation mis sur les ordinateurs de la classe mobile à disposition des élèves lors de l'étape 2.

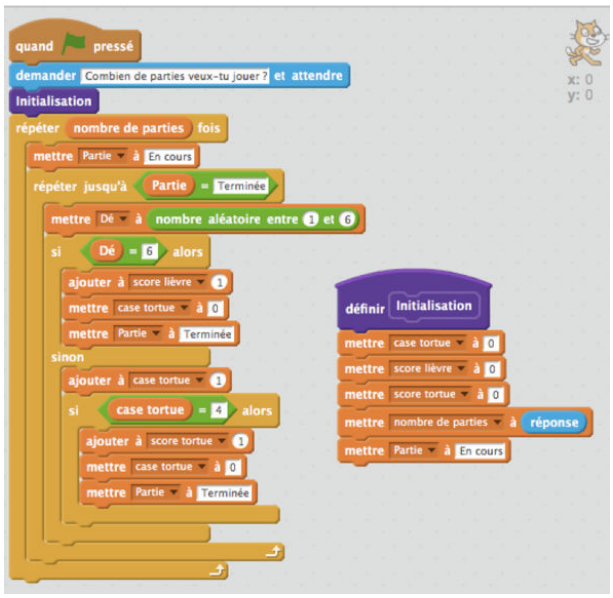


Figure 4.32 – *Script de l'algorithme de simulation de l'étape 2, Ps*

Différentes variables sont incluses dont "case tortue", "score lièvre", "score tortue", "Partie" et "nombre de parties" dans le bloc d'initialisation.
La structure du script (Fig. 4.32) est basée sur le modèle probabiliste de la loi géométrique tronquée, avec un "répéter jusqu'à..." et une boucle "Si ... sinon" elle-même contenant une boucle "Si...". Une course s'arrête conformément aux règles présentées dans l'énoncé, c'est à dire si un six sort ou si la variable informatique nommée "case tortue" vaut 4. Ce programme permet à l'utilisateur de rentrer un nombre de parties souhaitées (un nombre de courses). Il renvoie le type d'affichage de Fig. 4.33 dans la fenêtre de gauche :

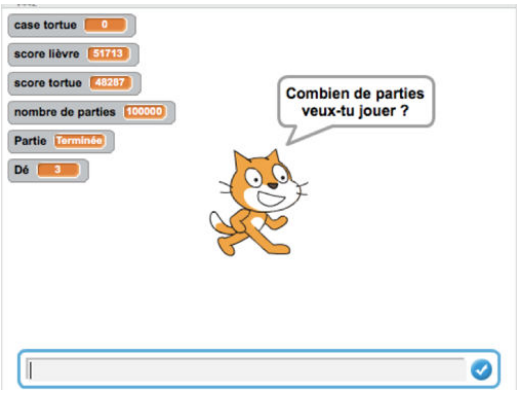


FIGURE 4.33 – *Affichage du programme de $B_{2,2}$, Ps*

Le lutin, incarné par un chat, présent dans cette fenêtre, questionne ainsi l'utilisateur : *"Combien de parties veux-tu jouer ?"*.
Les stagiaires ont choisi de privilégier l'affichage des effectifs de courses gagnées par les deux animaux (via les scores) et non leur fréquence de courses gagnées. Aucune discussion n'a eu lieu concernant ce point sur la plateforme à distance.

Une photocopie du script est prévue par groupe le jour-même ; cette version papier est là afin d'éviter des transformations. En réalité, l'enseignante-expérimentatrice (Emma) omettra de la donner. Emma distribue simultanément, lors du travail de groupe, deux documents à chaque élève (Fig. 4.34 et Fig. 4.35) qui servent de support au traitement des données de la simulation (phase Sim.3). Le premier est un tableau à compléter à l'aide du fichier mis à disposition sur chaque ordinateur de la classe mobile.

Le tableau de la Fig. 4.34 impose un nombre de parties ainsi qu'un pas variable selon le nombre de parties comme suit :

- de 10 à 100 parties : pas de 10 ;
- de 100 à 500 parties : pas de 50 ;
- de 500 à 1000 parties : pas de 100 ;
- de 1000 à 2000 parties : pas de 500.

Ce support pour les élèves est ambigu concernant le passage de la colonne 10 (nombre de partie jouées égale à 10 à la suivante (nombre de parties jouées égale à 20). Il ne précise pas pour 20, si les données sont attendues en ajoutant 10 parties jouées au résultat de la colonne 10 précédente (option 1), ou si l'élève doit procéder à la relance

Le lièvre et la tortue.

À l'aide du fichier Scratch fourni, complète le tableau ci-dessous.

Nombre de parties jouées	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200	250	300	350
Nombre de parties gagnées par la tortue															
Nombre de parties gagnées par le lièvre															
Fréquence de parties gagnées par la tortue															
Fréquence de parties gagnées par le lièvre															

Nombre de parties jouées	400	450	500	600	700	800	900	1 000	1 500	2 000
Nombre de parties gagnées par la tortue										
Nombre de parties gagnées par le lièvre										
Fréquence de parties gagnées par la tortue										
Fréquence de parties gagnées par le lièvre										

Qui a le plus de chances de gagner ? .....

Pourquoi ?

Figure 4.34 – *Tableau à remplir, Ps*

de 20 parties lors de la simulation (option 2). L'axe des abscisses du graphique (Fig. 4.35) nous permet de repérer que le collectif attendait plutôt sans doute l'option 1. Le document sert de support pour la construction du nuage de points attendu. La partie basse du support graphique (Fig. 4.35) montre le choix d'échelle sur l'axe des abscisses opéré par le collectif des stagiaires.

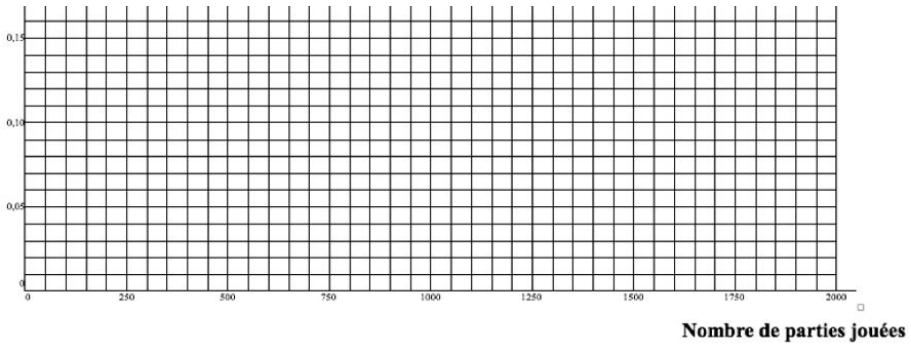


Figure 4.35 – *Extrait du support pour graphique, Ps*

Un deuxième fichier Scratch pour la phase de bilan et la Preuv.1

Conçu par le stagiaire S'2, un fichier de simulation Scratch a été retenu par le collectif des Poussins. Il offre la possibilité d'une visualisation de la stabilisation des fréquences de gain du lièvre (avec un crayon jaune comme Lutin). Ce fichier est conçu pour une utilisation par l'enseignant devant toute la classe afin de permettre

une phase de preuve expérimentale (Preuv.1) .

Description et analyse initiale du déroulement de la séance ($B_{2,2}$)

Notre méthodologie de recueil des données par groupe s'appuie sur les fiches d'observations remplies par les stagiaires postés dans chaque groupe ainsi que celle de l'observateur global et du chercheur qui pouvait se déplacer dans la classe pendant la séance. Nous retraçons la circulation du travail en nous focalisant sur les interventions d'Emma dans certains groupes durant les différentes phases .

La phase d'exploration (Expl.)

FIGURE 4.36 – *Etat initial du tableau de la classe, Phase Expl., Ps*

Avant l'entrée des élèves en classe, Emma, de sa propre initiative, a représenté le parcours au tableau avec trois cases blanches, une ligne de départ et une case rouge d'arrivée. Le choix de la représentation de ce parcours n'avait pas été discuté en amont par le collectif. Ce parcours est similaire à celui de l'énoncé papier distribué aux élèves sous une version en noir et blanc.
Les élèves sont mis par groupes de trois ou quatre et ils font une lecture de l'énoncé individuelle. Cinq *"parties"* (vocabulaire employé pour désigner des courses et repris dans le logiciel Scratch) sont imposées dans les groupes. L'enseignante Emma demande aux élèves d'utiliser les dés présents sur leur table. Parmi eux, certains n'auront pas le temps de réaliser cinq courses quand d'autres en feront plus.
La circulation du travail des six groupes d'élèves de la classe se trouve détaillée ultérieurement dans ce chapitre (pp.234-244).
En conclusion sur la phase Expl, le registre des arbres, bien présent spontanément a été confisqué par des interventions de l'enseignante-expérimentatrice Emma faisant table rase de procédures initiées à l'aide de ce registre de représentation. L'assymétrie de l'arbre est présente dans un brouillon (brouillon 1 de L2, Annexe 4.8, pp.3), mais le travail n'est pas repris par Emma. L'enseignante fait le choix de ne pas les relever dans ses interventions, et cette sélection du travail semble réalisée au profit d'une phase d'expériences aléatoires à la main comme attendu (Expl.1 (Dé-Man)). Emma impose cinq courses manuelles à tous les groupes. Il y a une tentative de mise en conformité de ETM_{eff} avec l'$ETM_{pot\ coll}$ de la part de l'enseignante-expérimentatrice.

La phase de mise au point sur les règles du jeu (Expl.2)
Comme le montrent les notes (Fig. 4.37, p.221) d'un observateur global de la séance, Emma stoppe le travail des différents groupes en demandant de poser le stylo. Elle s'appuie sur des données statistiques recueillies dans les groupes pour introduire une mise au point sur les règles du jeu (Expl.2) en questionnant le nombre de cases du parcours, le nombre d'acteurs et ce qu'il faut pour jouer pour introduire la phase Expl.2 qu'elle dirige. Emma fait alors entrer en scène le gros dé en mousse initialement caché sous son bureau (Fig. 4.38, p.222).

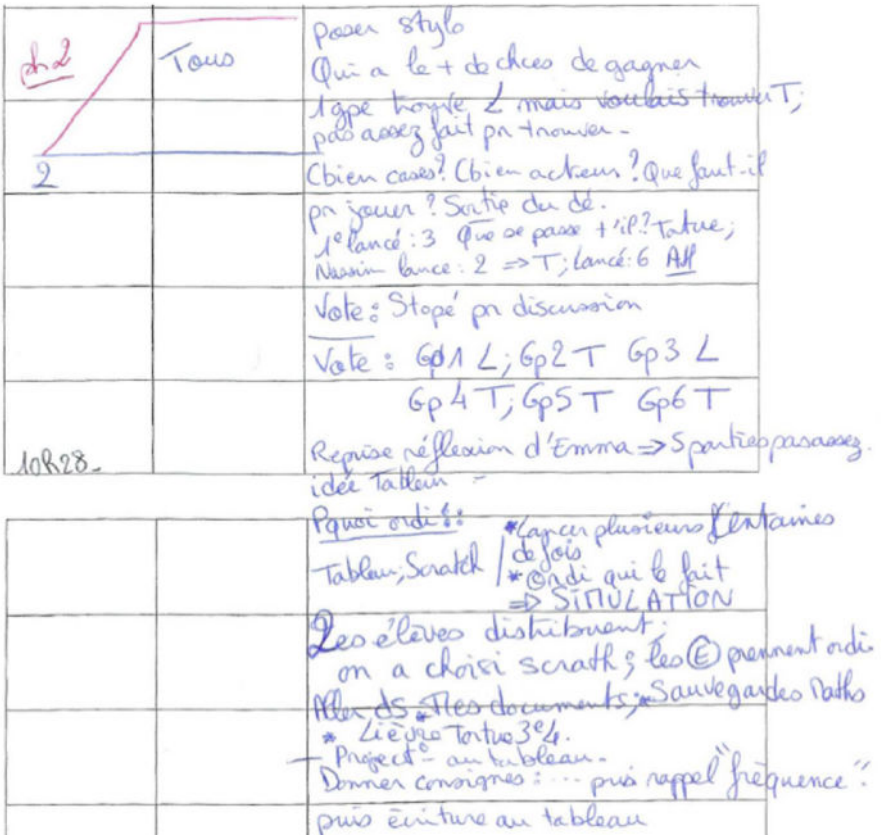


Figure 4.37 – *Extrait fiche observateur global, Ps, J2*

Emma a situé, au tableau, les vignettes des deux animaux sur une ligne matérialisant le départ d'un parcours. La dernière case est hachurée en rouge, reprenant la couleur de l'énoncé. Emma lance une première fois le dé en mousse puis le fait faire par différents élèves ensuite. Après chaque lancer, elle questionne le collectif, et se charge elle-même, à chaque résultat de lancer, du déplacement de la vignette correspondante présente au tableau.

Dans le déroulement de la phase de mise au point sur les règles du jeu (Expl.2), Emma ne se donne pas les moyens d'invalider des interprétations erronées de ces règles. En effet, tant que le lancer du dé en mousse donne une valeur différente de six, elle interroge comme suit la classe :
Emma : "Qu'est-ce qui se passe ?"
Puis, quand un élève oralise que la tortue avance d'une case, elle avance elle-même

FIGURE 4.38 – *Déplacement des vignettes, Phase 2, Ps, J2*

au tableau la vignette " tortue" d'une case, comme c'est visible sur la photo de droite de Fig. 4.38. Mais une fois un premier six apparu, elle déclare :
Emma : "Qui pense que le lièvre a gagné ?"
Elle clot personnellement alors la course sans pouvoir questionner le protocole en repérant si les élèves auraient eu la même manière de jouer, de stopper le jeu, ou la même interprétation de l'identification du(des) gagnant(s). Emma réalise une seule course avec le gros dé. Ceci est relaté et noté par la fiche d'un observateur global (Fig. 4.39), qui s'étonne (par un point d'exclamation) de sa gestion de cette phase. Le collectif des stagiaires avait prévu cette mise au point des règles du jeu sans réellement en définir la manière de la conduire en classe et les rôles respectifs de l'enseignant et des élèves à cet effet.

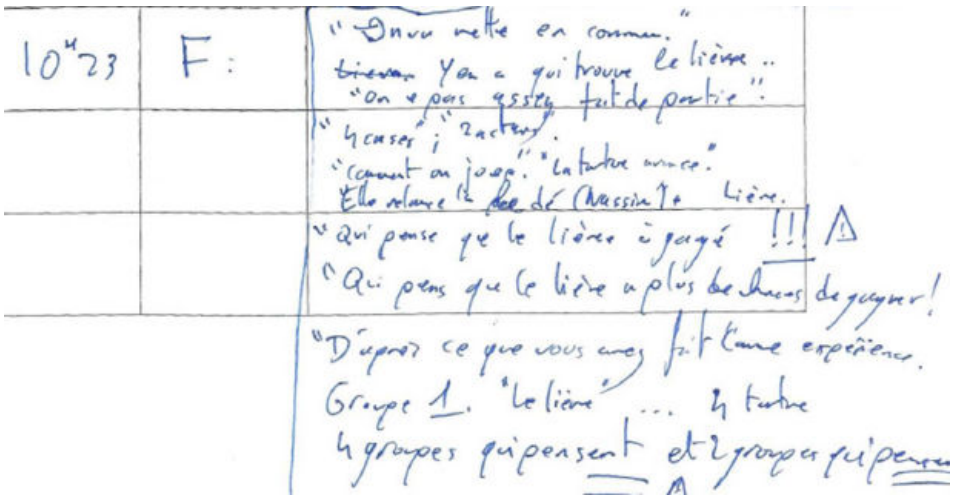


FIGURE 4.39 – *Extrait fiche observateur global, Phase Expl.2, Ps*

La phase de justification du recours à la simulation (Sim.1)

Emma relève ensuite les réponses de l'ensemble des groupes au tableau, et l'observateur S'2 rend compte d'un "vote" relativement aux courses censées être faites manuellement. Emma ne se soucie pas ici de la validité des résultats obtenus. En effet, Emma n'a pas pris en compte l'interprétation erronée des règles du jeu quand elle a recueilli les données du groupe Gr6.
L'enseignante évoque enfin différents choix de logiciels envisageables pour effectuer la simulation. Des élèves ont proposé des choix inscrits au tableau : le tableur a été initié par l'élève U (Gr1) : il souhaitait dès le départ l'utiliser car selon lui, *"il permet de lancer plusieurs centaines de fois."* Sur proposition d'un autre élève, Emma note aussi Scratch au tableau. L'enseignante expérimentatrice fait distribuer un ordinateur par groupe et indique que le choix s'est porté sur le logiciel Scratch. Elle donne alors le chemin d'accès au fichier imposé. Elle distribue les feuilles de consigne contenant le tableau et le support graphique à chaque élève.
Voici le tableau à la fin de la phase Sim.1.

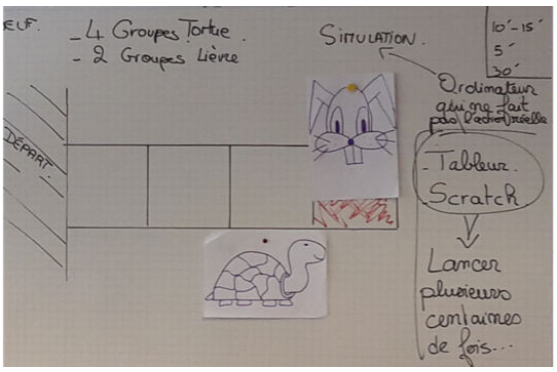


Figure 4.40 – *Tableau de la classe, Ps, J2*

Le recueil des données est résumé en haut du tableau (Fig. 4.41) par l'enseignante qui s'est limitée à inscrire le nombre de groupes déclarant le même animal gagnant (4 pour la tortue, 2 pour le lièvre).

En conclusion sur la phase d'introduction de la simulation, nous présentons dans le tableau Tbl. 4.8 le relevé des données des différents groupes car il nous permet de préciser le travail de l'enseignante Emma dans le domaine statistique :

	Groupe	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	N°6
Effectif de courses gagnées par le (la) ...	**Lièvre**	4	2	2	2	3	1
	Tortue	2	3	7	3	2	3
Effectif total de courses		6	5	9	5	5	4
Annonce du groupe		L	T	T*	T	L	T**

*règles mal appliquées au départ
** tableau avec cases de trois en trois (influence du Craps et case rouge)

Table 4.8 – *Tableau de la classe, Ps, J2*

Les groupes Gr1 et Gr3 ont tenté beaucoup plus de courses en réalité que prévu par le collectif de stagiaires à l'étape $B_{2,1}$ en formation. Ils ont fait plus de cinq courses attendues. A ce stade, les élèves ne mobilisent pas la notion de fréquence. Et si Emma avait opéré un relevé des valeurs obtenues présentées ci-dessus, elle aurait eu l'occasion d'introduire les fréquences pour comparer des échantillons de taille différente, ce qu'elle n'a pas fait. Cependant, comme attendu dans le couple ($Av^{B_{2,1},Ps}$, $ETM_{pot\ coll}$), l'emploi de la simulation est justifié par des résultats expérimentaux contradictoires mis en évidence dans la classe par Emma.

La phase d'exploitation de la simulation (Sim.3)
Dans cette phase, l'enseignante-expérimentatrice (Emma) distribue un ordinateur par groupe, puis elle interroge la classe en demandant ce qu'est la fréquence et note alors sa définition au tableau.
Afin de mieux cerner le travail dans cette phase, nous l'associons pour chaque groupe à ce qui a été réalisé en amont. Aussi, nous relatons la circulation du travail concernant les trois premières phases du scénario. Elle nous permet de comprendre l'articulation entre des interventions de l'enseignante destinées à la classe (plénière) et celles spécifiques à chaque groupe.

Analyse de la circulation, groupe Gr6, phase Sim.3
Nous retenons cet unique groupe pour décrire de manière plus détaillée la phase d'exploitation de la simulation (Sim.3) car il nous semble représentatif de ce qui est apparu globalement en classe. En effet, le travail a été rendu relativement uniforme, du point de vue de la circulation avec un découpage en sous-tâches de la tâche initiale. Les élèves devaient :

- relancer plusieurs fois le logiciel de simulation ;
- remplir le tableau imposé ;
- calculer des fréquences ;
- faire une représentation graphique des points (n, f_n) dans un repère imposé.

Des blocages sont apparus dans la plupart des groupes et sont spécifiés dans les circulations décrites précédemment.
L'observateur Mattéo décrit le travail du Gr6 en phase Sim.3. Il relate que, concernant l'usage du fichier de simulation imposé, les élèves n'ont pas compris les attendus d'Emma. Le groupe veut dans un premier temps réécrire le programme et pour cela, il recherche, une fois un fichier vierge Scratch ouvert, un bloc "initialisation" (comme ils ont eu l'habitude de faire avec leur enseignant). Emma leur indique d'aller chercher le programme.
L'enseignante-expérimentatrice Emma annonce comme objectif à la classe *"la construction du graphique"*. Les élèves manipulent le fichier Scratch en fixant leur attention sur la fenêtre de gauche, se passant de la lecture du script écrit à droite. Ils interagissent avec ce programme en cliquant plusieurs fois sur le "drapeau vert" tout en modifiant le nombre de parties. Quand le chercheur leur demande d'expliquer ce que fait ce programme, ces élèves indiquent ne pas avoir saisi son sens. Ils le font fonctionner, le relançant afin de relever des effectifs reportés ensuite dans le tableau. Une fois les nombres de parties gagnées par le lièvre relevés, dans un deuxième temps l'élève E suggère de calculer les fréquences. Une discussion sur les nombres inter-

vient entre les élèves, qui notent des fréquences sous forme fractionnaire dans leur tableau (comme dans la Fig. 4.42). Ils verbalisent alors la nécessité de trouver des valeurs décimales aprochées pour certaines fréquences pour placer ensuite les points correspondants sur leur graphique.

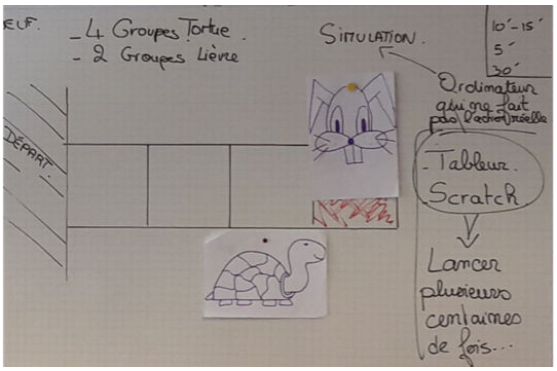


Figure 4.41 – *Tableau de la classe, Ps, J2*

Le lièvre et la tortue.

À l'aide du fichier Scratch fourni, complète le tableau ci-dessous.

Nombre de parties jouées	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200	250	300	350
Nombre de parties gagnées par la tortue	4	10	13	11	24	31	33	39	45	42	59	92	97	140	171
Nombre de parties gagnées par le lièvre	9	10	17	19	26	29	37	41	45	58	91	108	153	160	179
Fréquence de parties gagnées par la tortue	4/10	10/20	13/30	11/40	24/50	31/60	33/70	39/80	45/90	42/100	59/150	92/200	97/250	140/300	171/350
Fréquence de parties gagnées par le lièvre	9/10	10/20	17/30	19/40	26/50	29/60	37/70	41/80	45/90	58/100	91/150	108/200	153/250	160/300	179/350

Nombre de parties jouées	400	450	500	600	700	800	900	1 000	1 500	2 000
Nombre de parties gagnées par la tortue	203	203	260	298	318	375	444	487	733	968
Nombre de parties gagnées par le lièvre	197	247	250	302	382	425	456	513	767	1032
Fréquence de parties gagnées par la tortue	203/400	203/450	260/500	298/600	318/700	375/800	444/900	487/1000	733/1500	968/2000
Fréquence de parties gagnées par le lièvre	197/400	247/450	250/500	302/600	382/700	425/800	456/900	513/1000	767/1500	1032/2000

Figure 4.42 – *Tableau élève J Gr6, Ps,J2*

Qui a le plus de chances de gagner ? Le lièvre à le plus de chance de gagner

Pourquoi ? Le lièvre gagne plus de la moitier des parties.

Figure 4.43 – *Réponse élève J Gr6, Ps*

Les élèves n'ont pas obtenu les résultats des colonnes indépendamment les unes des autres sans cumul des résultats des colonnes précédentes (option 1 décrite p.

219). Emma encourage le groupe Gr6 à réaliser le graphique qu'elle attend. Pour cela, elle suggère que deux élèves le fassent pendant que les autres recueilleraient les données de simulations. Le problème des points d'abscisse inférieure ou égale à 250 est soulevé par les élèves J et A qui sont les membres du groupe en charge de la réalisation du graphique (Fig. 4.44). Emma questionne alors le groupe sur l'échelle en demandant :
Emma : "Un petit carreau, ça fait combien ?"

Ceci est relaté dans l'extrait de la fiche de l'observateur du groupe :

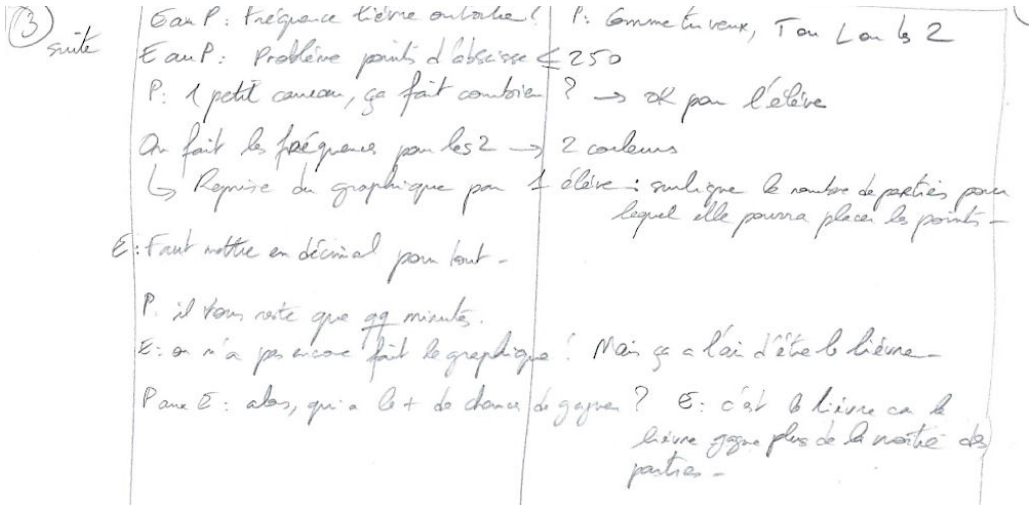


FIGURE 4.44 – *Extrait , Fiche observateur, Mattéo, Phase 4, Ps*

Les élèves de ce groupe n'iront pas au bout de cette tâche de représentation de l'évolution des fréquences car ils se heurtent à l'échelle choisie sur l'axe (Ox), comme le montrent leurs productions (Fig.4.45, p.227) et le zoom effectué autour de (0 ;0) :

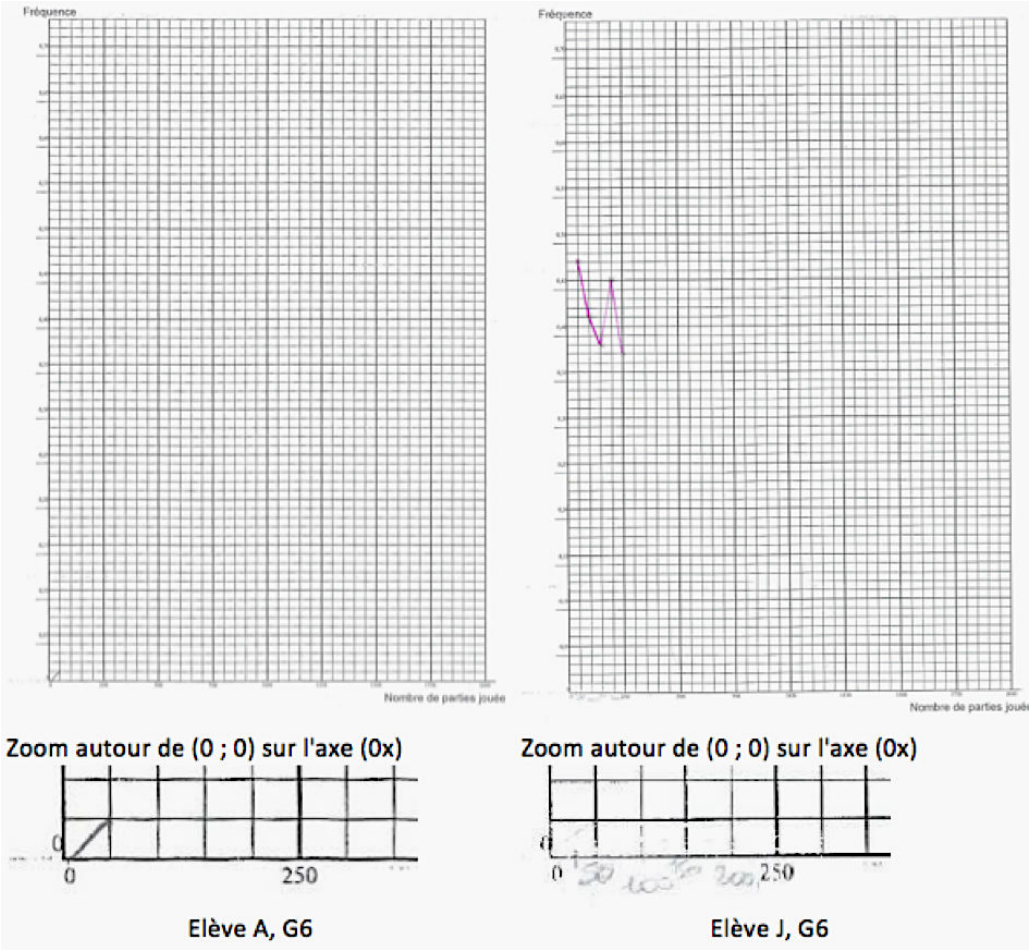


Figure 4.45 – *Graphiques inachevés des élèves A et J du Gr6, Phase 4, Ps*

Sur deux graphiques amorcés (Fig.4.45), aucun élève du groupe Gr6 n'achève le sien mais une réponse est apportée :
E : "On n'a pas eu le temps de faire le graphique, mais ça a l'air d'être le lièvre."

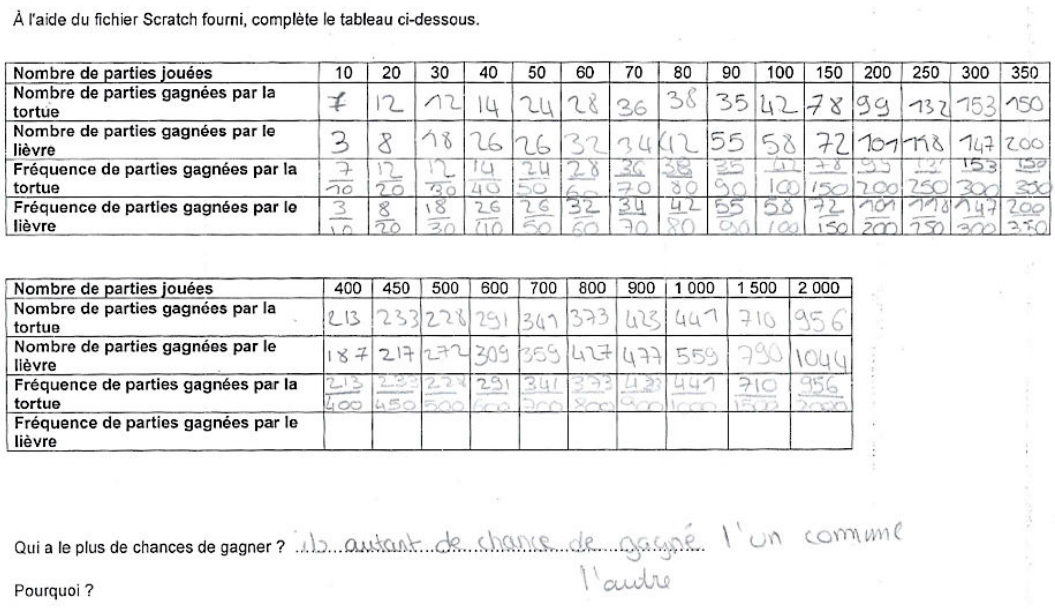
L'élève J valide cette idée avec les résultats des effectifs de courses gagnées comparées dans son tableau pour 2000 courses.

Conclusion sur la phase Sim.3
Le travail effectué était divisé principalement en plusieurs sous-tâches qui consistaient à :

- relancer plusieurs fois l'outil de simulation en exécutant le programme Scratch. Un certain nombre de "parties" est fixé par le tableau donné ;
- remplir le tableau des effectifs relatifs attendus ;
- évaluer les fréquences attendues dans le tableau ;
- placer graphiquement les points dans le repère imposé.

Remplir le tableau attendu ou calculer des fréquences, ne garantit pas une réponse valide des élèves au problème donné, comme en atteste la production d'une élève du

groupe Gr4 (Fig. 4.46) :



À l'aide du fichier Scratch fourni, complète le tableau ci-dessous.

Nombre de parties jouées	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200	250	300	350
Nombre de parties gagnées par la tortue	7	12	12	14	24	28	36	38	35	42	78	99	132	153	150
Nombre de parties gagnées par le lièvre	3	8	18	26	26	32	34	42	55	58	72	101	118	147	200
Fréquence de parties gagnées par la tortue	7/10	12/20	12/30	14/40	24/50	28/60	36/70	38/80	35/90	42/100	78/150	99/200	132/250	153/300	150/350
Fréquence de parties gagnées par le lièvre	3/10	8/20	18/30	26/40	26/50	32/60	34/70	42/80	55/90	58/100	72/150	101/200	118/250	147/300	200/350

Nombre de parties jouées	400	450	500	600	700	800	900	1 000	1 500	2 000
Nombre de parties gagnées par la tortue	213	233	228	291	341	373	423	447	710	956
Nombre de parties gagnées par le lièvre	187	217	272	309	359	427	477	559	790	1044
Fréquence de parties gagnées par la tortue	213/400	233/450	228/500	291/600	341/700	373/800	423/900	447/1000	710/1500	956/2000
Fréquence de parties gagnées par le lièvre										

Qui a le plus de chances de gagner ? Ils autant de chance de gagné l'un comme l'autre

Pourquoi ?

FIGURE 4.46 – *Feuille tableau et réponse de l'élève La, Gr4, Phase Sim.3, Ps*

De même, la feuille d'observation de ce groupe mentionne un débat entre les élèves N et La, et atteste de difficultés à relier l'outil de simulation Scratch apporté par Emma et le problème. L'extrait qui suit met en évidence que, si l'enseignante-expérimentatrice (Emma) est préoccupée par le format des fréquences, les élèves, eux, ne comprennent pas toujours le sens des calculs qu'ils sont amenés à faire :

N : "Comment tu peux répondre alors qu'on n'a pas fait tous les calculs ?
La : Bah, ça change, donc il y a autant de chances.
N : Non, est-ce qu'il faut calculer après ?
Emma : Moi je veux savoir qui a le plus de chances de gagner.
N : Mais il faut calculer.
Emma : Ce nombre, on peut l'avoir sous une autre forme.
N : On l'a déjà déjà calculé en classe.
L : Il faut calculer car ce sont des 0.5 ; 0.55 ... "

L'observateur du groupe indique alors que l'élève L recopie la fréquence mais N lui explique que c'est facile en montrant sur la feuille ce qu'il faut mettre au numérateur et au dénominateur.
Emma reprend le mot *"chance"* de l'énoncé et indique :
Emma : "Ce nombre, on veut l'avoir sous une autre forme."
Emma ne relève pas l'expression de l'élève La : *"Bah, ça change, donc il y a autant de chances."*.
Dans ce groupe, personne n'a réalisé le graphique ; les élèves N et D n'ont pas de réponse écrite au problème. Questionnné par le chercheur dans la formation sur ce à quoi sert le programme Scratch de simulation, aucun élève du groupe n'a su expliquer son rôle.

En conclusion, de nombreuses difficultés sont apparues au moment de l'élaboration de la représentation graphique . Comme évoqué *a posteriori* à l'étape 3 en formation ($Av^{B_{2,3},Ps}$, $ETM_{pot\ coll}$), l'échelle imposée a bloqué les élèves pour les premières données du tableau. Certains ont placé partiellement les premiers points (n, f_n), d'autres n'ont pas démarré ce graphique, n'en percevant pas toujours la nécessité.

La phase de Preuve

Le bilan des travaux des groupes a été préparé pendant une pause de 15 minutes durant laquelle Emma aidée d'autres stagiaires du collectif, a sélectionné des productions de différents groupes. Elle structure ce bilan en deux temps avec un premier travail sur des tableaux, puis sur des graphiques réalisés lors de la phase Sim.3. Différents tableaux sont initialement exposés à tous et Emma pointe alors :

- le fait que chaque groupe n'a pas les mêmes valeurs et elle pointe l'aspect aléatoire de la situation ;
- différentes écritures des fréquences (sous forme fractionnaire, en pourcentage, ou en écriture décimale).

L'échange qui suit termine l'étude des valeurs obtenues par différents groupes en initiant une phase de preuve expérimentale. L'enseignante compare les valeurs de différents groupes qui sont contradictoires pour 2 000 courses aux résultats déjà anoncés par une élève (pour 2000 parties réalisées ; son groupe avait 924 parties gagnées par la tortue et 1076 par le lièvre). Emma pose alors la question :

Emma : "Comment peut-on être certain des résultats obtenus ? Pour 2000, y a-t-il un autre groupe qui a autre chose ?"

Puis Emma note successivement sous la dictée les résultats de trois groupes au tableau :

- " 1044 L pour 956 T " ;
- " 968 L pour 1032 T " ;
- " 959 L pour 1041 T. "

L'idée de l'enseignante est peut-être de suggérer de faire davantage de courses avec le fichier Scratch donné, mais le tableau à remplir par les élèves a imposé de s'arrêter à 2 000 dans la dernière colonne.

Cette phase se poursuit avec la projection de certains graphiques d'élèves. Nous avons repris des graphiques (Fig. 4.47, p.230) présentés à la classe et nous en avons zoomé des parties montrant des difficultés liées à l'échelle. Dans le premier graphique, un point d'interrogation relate une difficulté de l'élève à placer les premiers points. Dans le deuxième, l'élève tente de placer les premiers points et divise les carreaux pour 10 20 30 ...100 courses. Le troisième a fait une erreur de lecture d'échelle sur l'axe des ordonnées ce qui impacte la place des points tous concentrés dans une même zone du plan.

Emma a terminé cette projection par un graphique des élèves E et J (Gr5) où il est possible de lire que la valeur de la fréquence que le lièvre gagne semble se stabiliser vers 0.52 (0.48 respectivement pour la tortue). Nous le mentionnons ici car ce choix de graphique d'Emma est important pour la fin de la preuve expérimentale et la

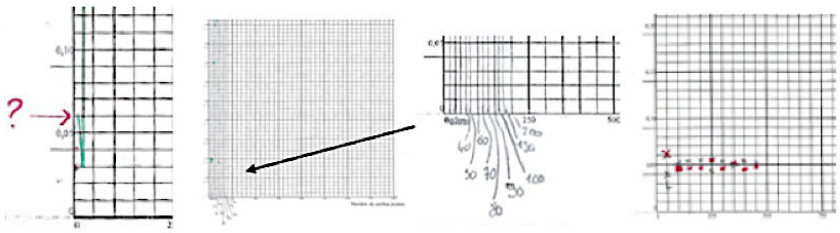


FIGURE 4.47 – *Extraits de représentations graphiques d'élèves, Ps*

manière dont elle la mène.
Emma a ensuite ouvert un deuxième fichier Scratch pour l'enseignant préparé par le collectif de stagiaires. Elle lance alors la simulation de 15 parties (qui correspondent à 15 courses) puis de 1000 parties (Fig. 4.48) et obtient les affichages suivants au tableau :

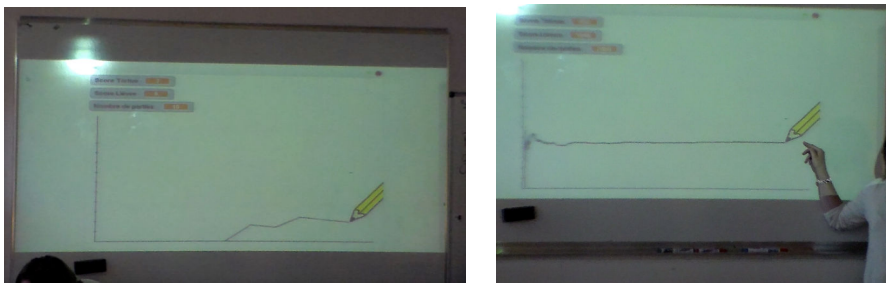


FIGURE 4.48 – *Simulation 15 courses puis relance de 1000, Ps*

Après un jeu de questions-réponses avec les élèves, elle trace une droite avec un feutre rouge en partant du crayon et en allant de droite à gauche jusque l'axe des ordonnées (photo de gauche, Fig. 4.49) et elle marque le mot *"Proba"* (photo de droite, Fig. 4.49).

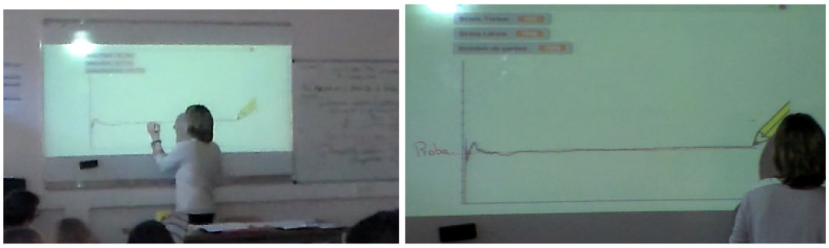


FIGURE 4.49 – *Indication du mot "proba" en rouge, Ps*

Elle conclut par une phrase dite et écrite au tableau par superposition à la projection déjà présente comme suit :

Emma : "Plus on simule l'expérience, plus les fréquences observées s'approchent

d'une valeur : probabilité."
Elle ajoute entre parenthèse "Loi des Grands Nombres" à côté. puis effectue un retour sur les valeurs des fréquences de gain des animaux. L'enseignante ajoute alors au tableau :

- la fréquence que le lièvre gagne f(lièvre gagne)⟶0,52 ;
- la fréquence que la tortue gagne f(tortue gagne)⟶0,48.

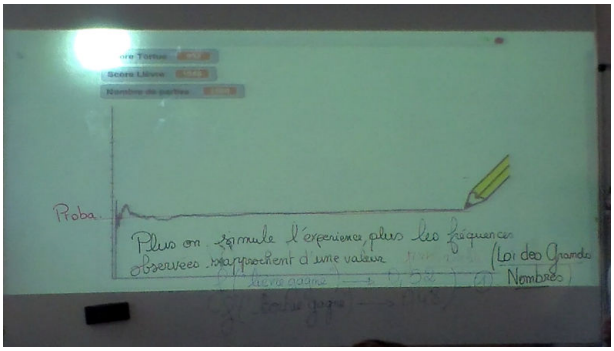


Figure 4.50 – *Tableau en fin de séance, Ps*

La valeur (0,52) demandée par l'enseignante-expérimentatrice (Emma) et a été donnée oralement par l'élève E de la classe dont Emma avait préalablement projeté le graphique. L'enseignante-expérimentatrice était alors dans l'impossibilité de s'appuyer directement sur le graphique dessiné par le lutin "crayon jaune" et projeté à la classe. En effet, l'axe des ordonnées ici (Fig. 4.50) ne présente pas d'échelle de graduation.
Emma a fait verbaliser ce qui lui semblait être une bonne estimation (repérée chez les élèves E et J du groupe Gr5) sur leur représentation graphique réalisée conjointement. En réalisant 2000 courses (Fig. 4.51, p.232), ces élèves ont obtenu respectivement 0,52 comme fréquence que le lièvre gagne (en rouge) et 0,48 pour celle de la tortue (en noir).

D'autres alternatives s'offraient à l'enseignante-expérimentatrice Emma et sont exposées ensuite. Emma aurait pu faire appel au calcul de la fréquence via les affichages des effectifs disponibles en haut à gauche de la fenêtre graphique de Scratch à la vue de tous. Elle avait la possibilité d'envisager la simulation pour un nombre de courses très supérieur à 2 000, ce qu'elle n'a pas réalisé.

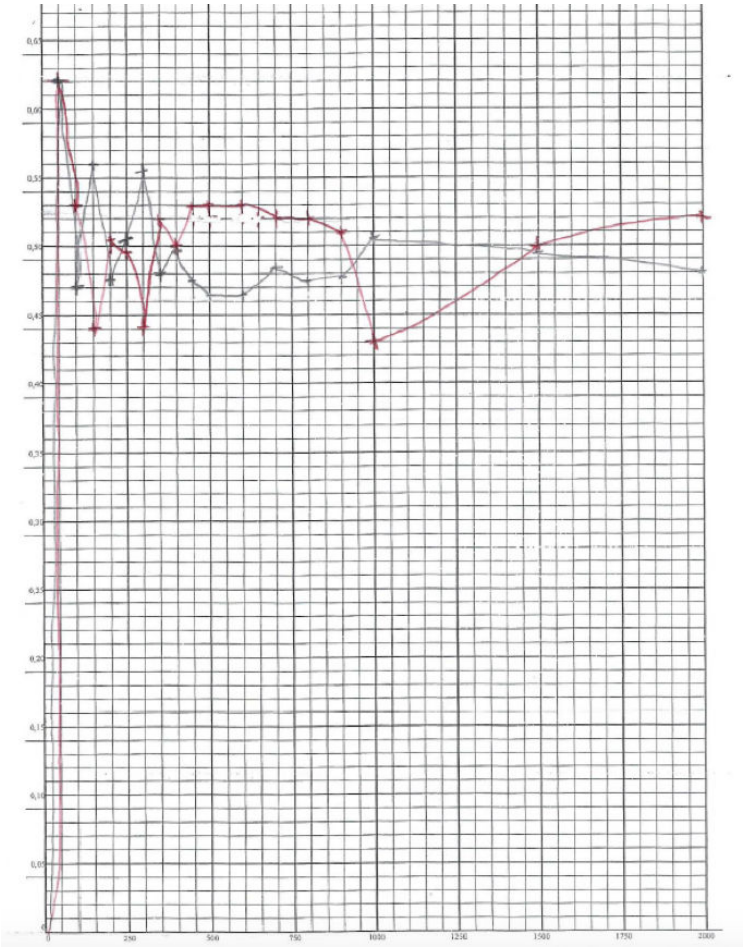


FIGURE 4.51 – *Représentation graphique des élèves E et J, Phase Sim.3, Ps*

Analyse par groupe de la circulation du travail

La circulation dans l'ETM_{eff}

Nous allons dans cette partie présenter la circulation du travail dans les différents groupes de la classe en formation à l'étape $B_{2,2}$). Nous avons pris appui sur des éléments (fichier, verbatim, productions écrite d'élèves) précisés en ANNEXE 4.8. (pp.354-360).

Le groupe Gr1

Le groupe exprime initialement le souhait d'utiliser un tableur pour faire beaucoup de courses (plus de 10), le travail s'engageant dans le plan [Sem-Ins] avec une approche fréquentiste souhaitée. Mais l'accès à l'artefact numérique est empêché par l'enseignante qui demande de réaliser 5 courses manuelles. Ceci est visible dans la 3e vignette de Fig. 4.52(p. 234) où le groupe revient sur son idée de courses simulées au tableur après celles réalisées à la main. Les élèves sont alors forcés d'utiliser le fichier de simulation avec le logiciel Scratch imposé par l'enseignante-expérimentatrice. Le travail du groupe se poursuit dans le plan [Sem-Ins] avec l'artefact numérique Scratch puis il bascule dans le plan [Ins-Dis] (7e vignette de Fig. 4.52) lors d'échanges entre élèves sur des calculs de fréquences. Une fois le tableau réalisé, le groupe se heurte

à des problèmes d'échelle et leurs deux graphiques resteront inachevés. La dernière vignette rend compte de la prise de conscience par l'enseignante du blocage pour placer les premiers points sur le graphique. Un glissement s'opère alors dans le domaine des nombres et l'intervention de l'enseignante se situe dans le plan [Sem-Ins] tout en s'éloignant du domaine des probabilités visé. Questionnant initialement sur les couleurs choisies pour représenter les nuages de points des deux animaux, Emma doit gérer le soucis d'échelle.

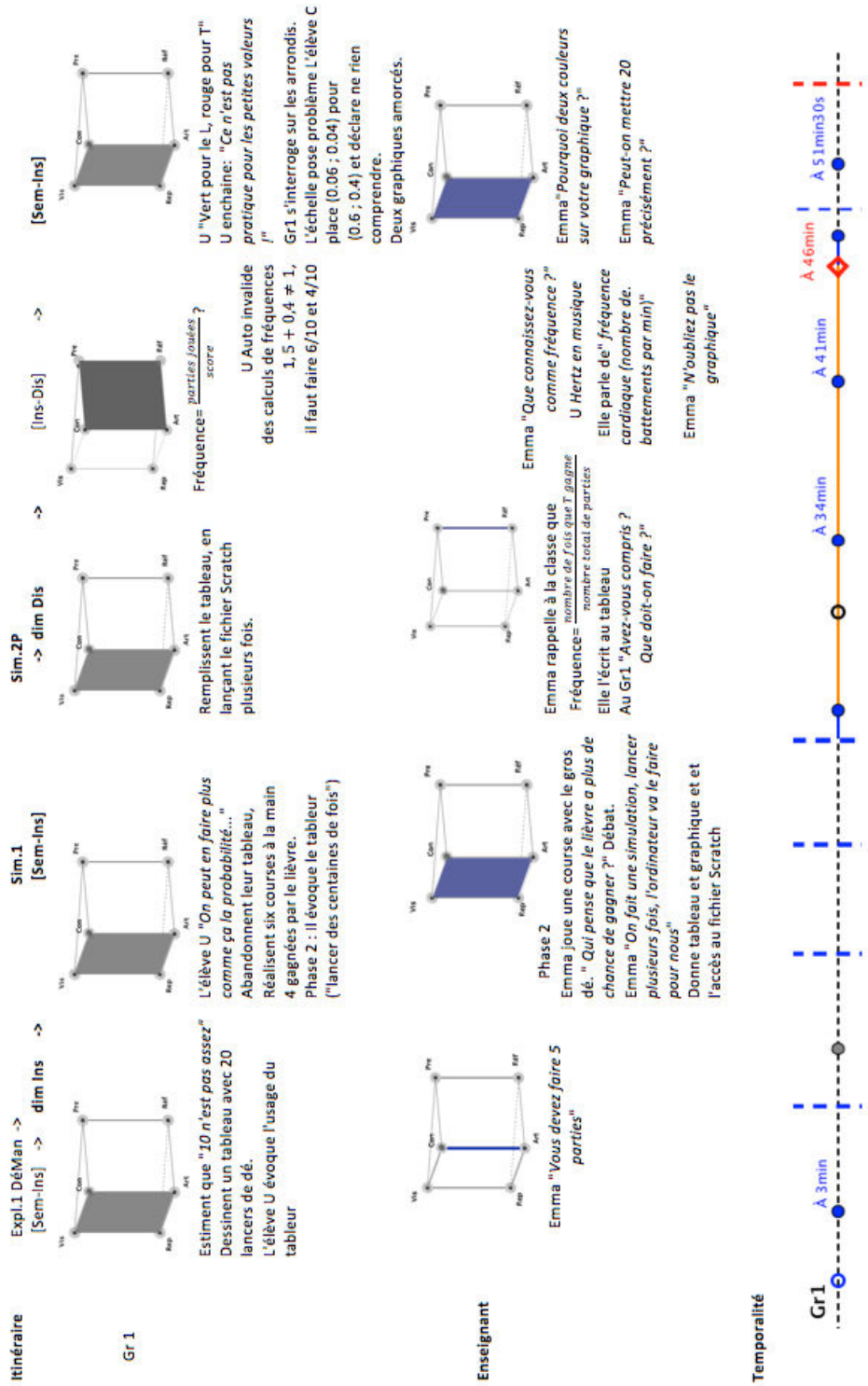


FIGURE 4.52 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr1, étape 2, Ps*

Le groupe Gr2

Le travail du groupe est situé initialement dans le plan [Sem-Dis]. L'enseignante Emma questionne alors le groupe sur les règles du jeu ce qui réoriente le travail dans le plan [Sem-Ins]. L'enseignante interroge les conditions d'achèvement d'une partie face aux premières propositions du groupe (2e vignette de Fig. 4.53) puis impose cinq courses manuelles en privilégiant la dimension instrumentale avec l'emploi de dé à jouer. Si le groupe souhaite dans un premier temps modifier le script du fichier de simulation Scratch, il l'exécute et tente de remplir le tableau (Fig.4.34, p.219) tout en étant bloqué sur la compréhension de la fréquence et du rôle du fichier de simulation (10e vignettes de Fig. 4.53). Malgré un travail sur la dimension discursive de l'enseignante qui rappelle cette notion du référentiel théorique à la classe, le blocage persiste dans le groupe (9e et 11e vignettes de Fig. 4.53). Un confinement est ensuite visible : il est lié aux trois phénomènes suivants : les élèves ont obtenu des fréquences supérieures à 1 et ont cumulé les résultats des expériences précédentes (pour 10, 20, 30 courses etc...) ayant interprété l'énoncé avec l'option 2 (décrite p.204). L'écriture fractionnaire des fréquences inhibe le passage à la représentation graphique. La stratégie de l'enseignante consiste alors à créer un débat sur la fraction $\frac{13}{30}$ en visant une approximation décimale des fréquences. Mais le groupe est freiné parallèlement par le choix d'échelle. Emma finit par placer elle-même un point sur le graphique pour tenter de remédier à cette difficulté rencontrée (11e et 12e vignettes de Fig. 4.53). Le travail s'achève dans le plan [Sem-Ins], sans réelle exploitation ni des fréquences ni du graphique tout juste amorcé. Une élève du groupe répond en comparant les effectifs obtenus de victoire du lièvre et de la tortue pour 2000 courses.

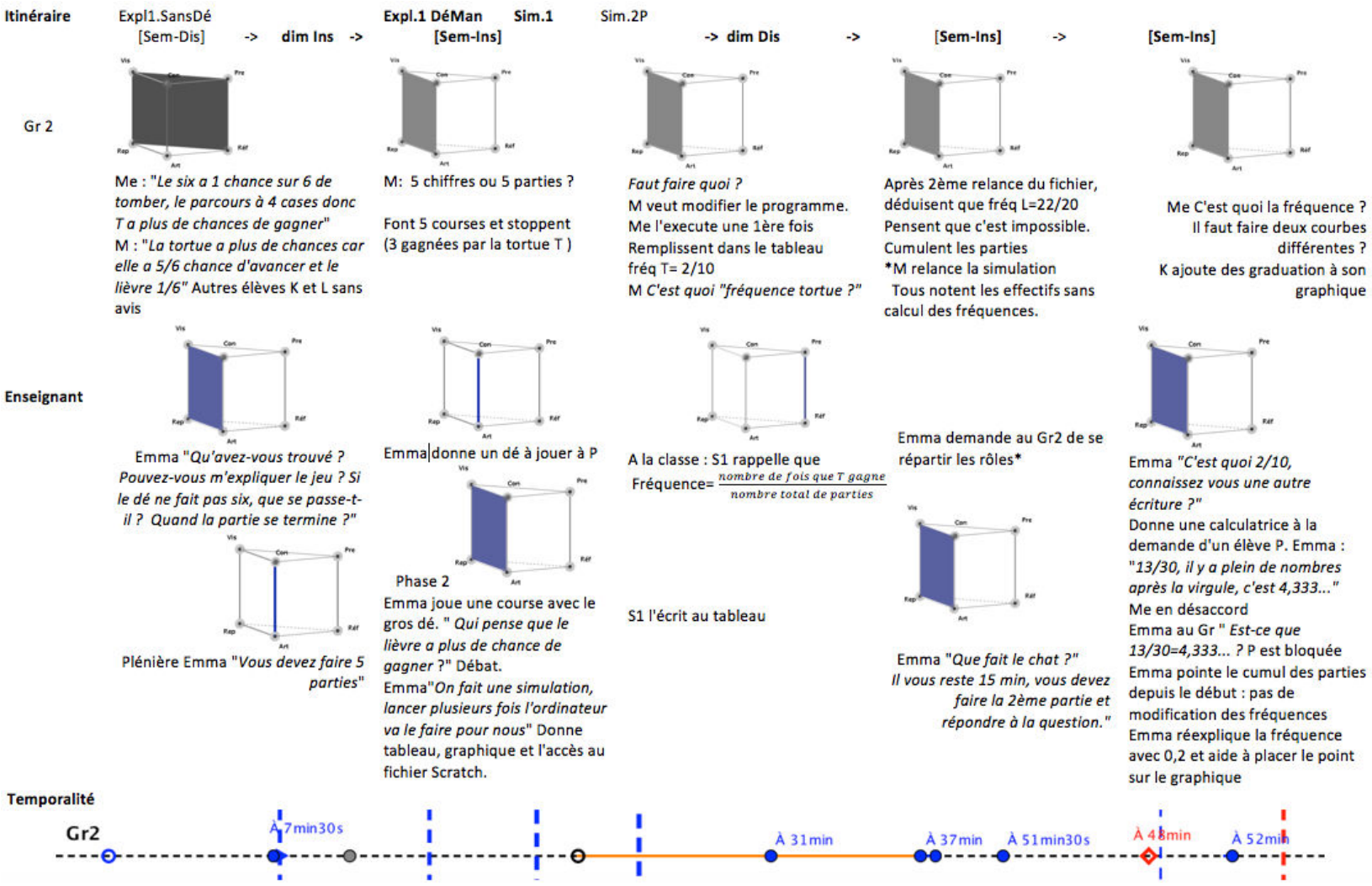


FIGURE 4.53 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr2, étape 2, Ps*

Le groupe Gr3

Le groupe amorce un travail dans le plan [Sem-Dis] en présentant des ébauches d'arbres pour l'élève T et des calculs de probabilités erronés (biais de linéarité). A la vue de ces démarches, l'enseignante Emma demande une preuve et insiste sur la présence de dés. Si son intervention se situe sur la dimension instrumentale, les 3e, 6e et 9e vignettes de Fig. 4.54 (p.236) montrent une résistance au sein du groupe à quitter des arbres (élève T pendant une demi-heure au moins). La quête d'une preuve formelle n'est pas prise en considération par l'enseignante qui, dans ses interventions se concentre sur la notion de fréquence et suggère l'emploi de la calculatrice pour estimer les fréquences obtenues (travail sur la dimension discursive, puis instrumentale). Deux élèves du groupe ont fait face à une difficulté d'échelle pour situer le point d'abscisse 50 sur le graphique et l'enseignante suggère l'usage d'arrondis (dernière vignette). Leur travail se situe dans le plan [Sem-Ins].

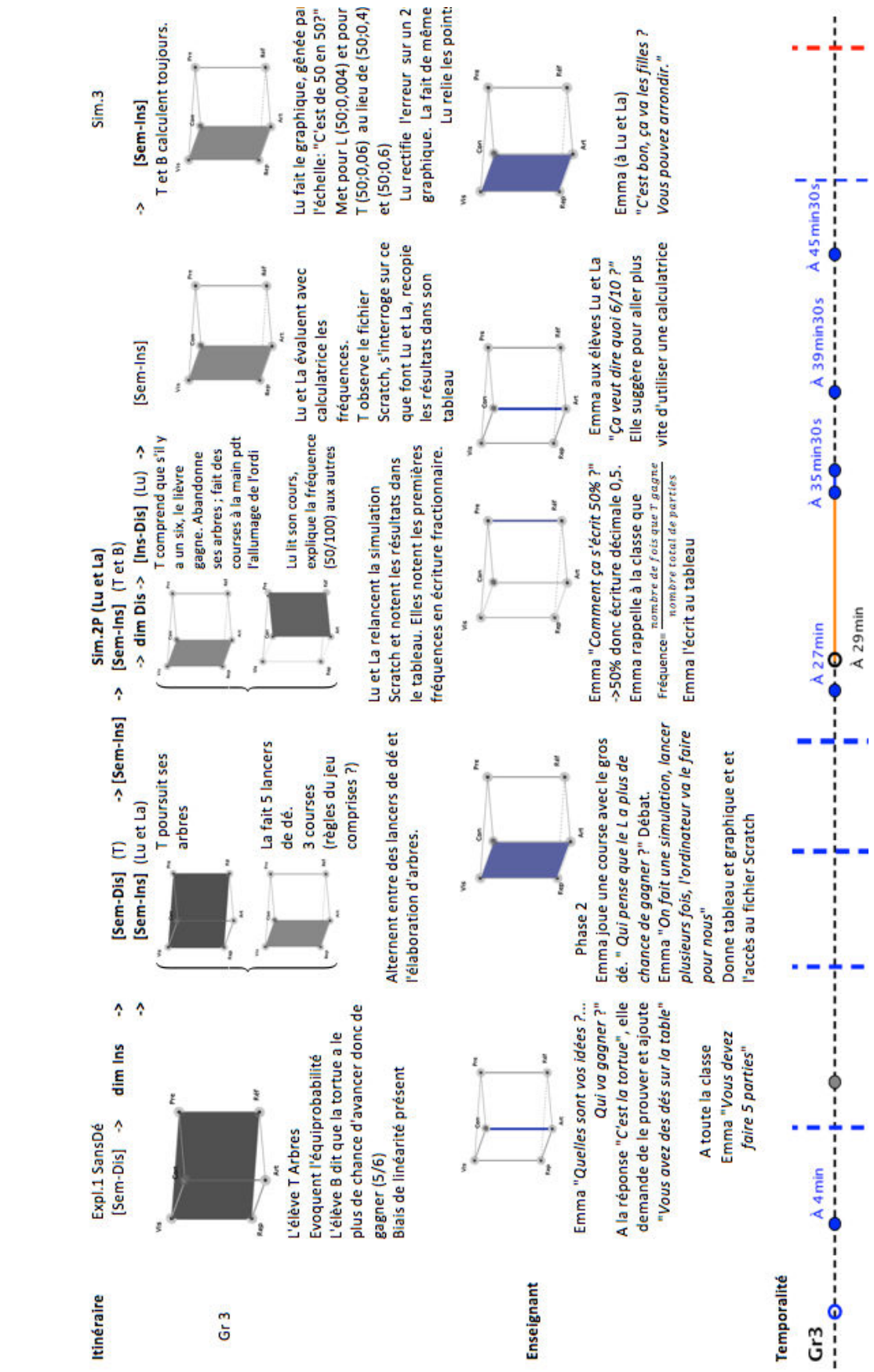


FIGURE 4.54 – *Circulation dans l'ET M_{eff}, Groupe Gr3, étape 2, Ps*

Le groupe Gr4

Le groupe 4 après des premiers calculs de probabilités, fait des expériences avec un dé à jouer, basculant ainsi du plan [Sem-Dis] dans le plan [Sem-Ins] à la suite de la demande de l'enseignante-expérimentatrice de réaliser cinq courses manuellement. Le groupe évoque alors le hasard et le vocabulaire "manche" inclus dans l'énoncé est confus (3e vignette, Fig. 4.55, p.240). Les élèves poursuivent ensuite le travail dans le plan [Sem-Ins] avec une première approche fréquentiste à la main (pour l'élève La qui poursuit des courses à la main) et une autre effectuée avec le fichier de simulation imposé (élève N). Un troisième élève est bloqué et travaille par mimétisme (5e vignette, Fig. 4.55). L'enseignante rappelle alors le concept de fréquence à la classe. Elle questionne le groupe sur la manière d'obtenir le résultat et initie un débat au sein du groupe. L'élève La ne perçoit pas la nécessité de réaliser des calculs, l'alternance du vainqueur liée au hasard lui fait dire qu'il y a équiprobabilité de gain (8e vignette). L'enseignante insiste sur les différents types de représentation des nombres, elle recommande au groupe d'exploiter le graphique puis mentionne le tableau. Le groupe ne perçoit pas l'intérêt de convoquer des fréquences et s'appuie sur les effectifs de victoires qu'il juge égaux (956 et 1044). Les interventions de l'enseignante (9e vignette), n'ont pas fait dépasser l'intuition d'équiprobabilité ni le recours au fichier de simulation. Le travail s'est stoppé dans le plan [Sem-Ins] avec une réponse erronée basée sur des résultats arrondis.

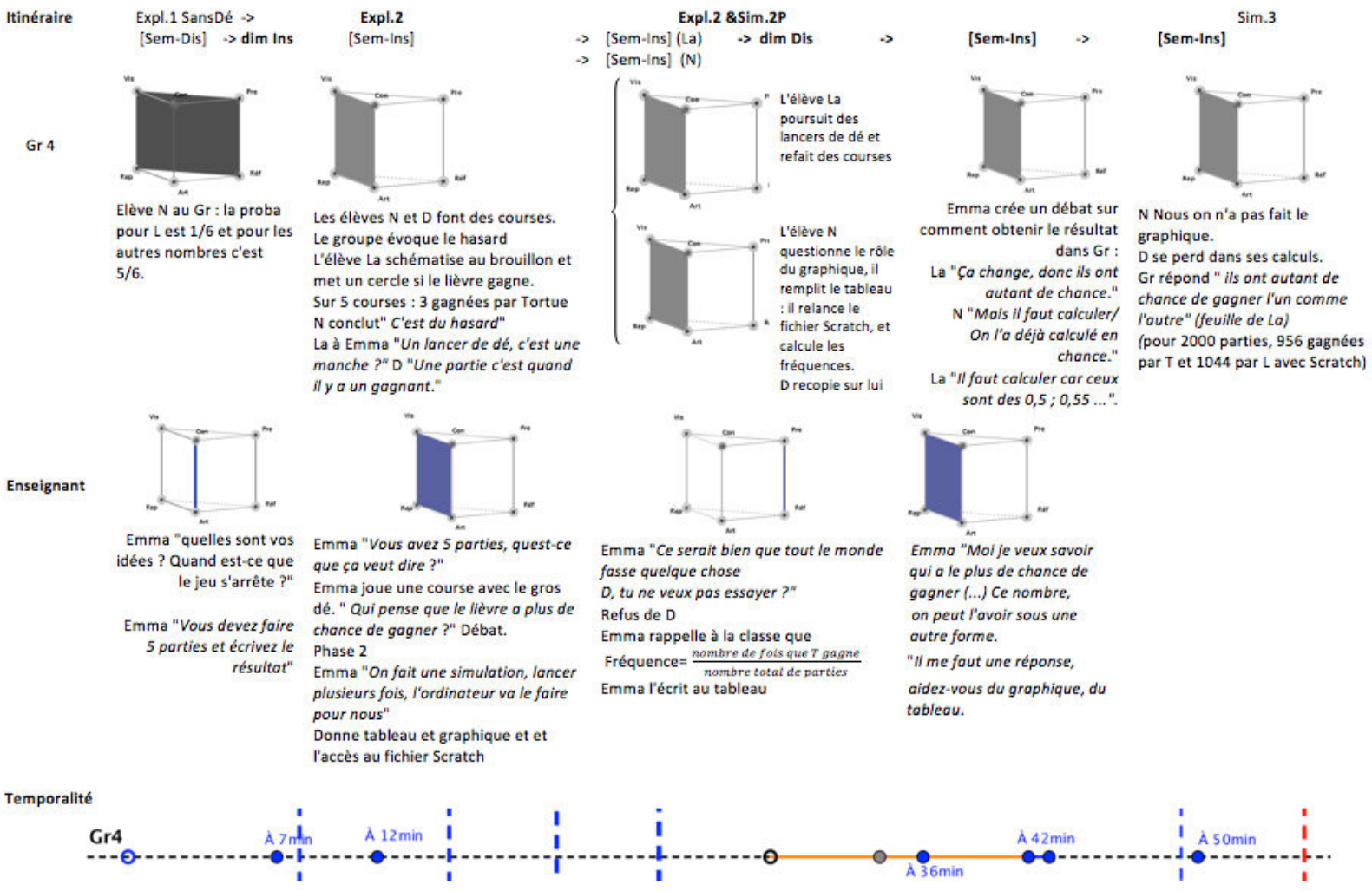


FIGURE 4.55 – *Circulation dans l'ETM_{eff}, Groupe Gr4, étape 2, Ps*

Le groupe Gr5

Face à un débat initial au sein du groupe, placé dans le plan [sem-Dis] sur l'affectation de la valeur $\frac{5}{6}$ à la probabilité que la tortue gagne, l'enseignante préconise des lancers de dé à la main. La 3e vignette (Fig. 4.56, p.242) indique que cette préconisation de l'enseignante qui oriente le travail dans le plan [Sem-Ins], ne permet pas à tous les élèves du groupe de mettre du sens sur cette phase d'expérimentation. Le groupe questionne alors les résultats de ses cinq courses car il va à l'encontre de son intuition que le lièvre a une probabilité plus grande de gagner. Faire plus de courses à l'aide d'un tableur est alors évoqué par un des élèves. Suite à la phase 2, le groupe est conduit à utiliser le fichier Scratch de simulation prêt à l'emploi. La 6e vignette montre que l'élève N, s'il s'exécute dans les tâches attendues par Emma, ne comprend pas le but des tâches attendues (remplir le tableau et faire le graphique), ce qui le conduira, avec l'élève Lu, à abandonner le travail (8e vignette de Fig. 4.56). Les deux autres élèves du groupe réalisent le graphique et finissent par l'exploiter en travaillant au final dans le plan [Ins-Dis] (9e vignette de la même figure).

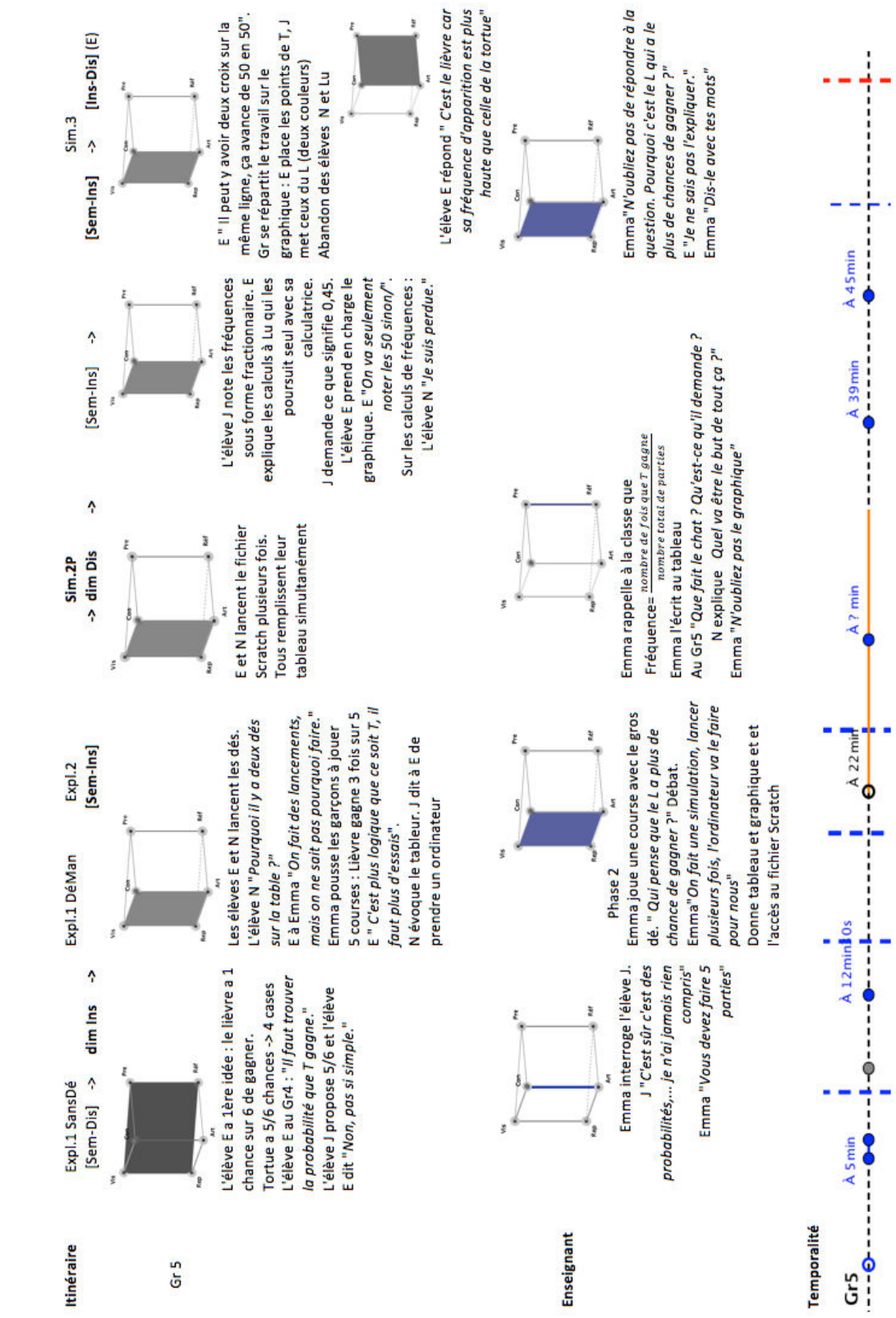


FIGURE 4.56 – *Circulation dans l'ET M_{eff}, Groupe Gr5, étape 2, Ps*

Le groupe Gr6

Ce groupe montre un confinement lié à la présence des deux dés mis à disposition sur leur table. Leur procédure est initiée dans le plan [Sem-Ins] avec la construction de tableaux de 20 colonnes. Malgré un questionnement sur les cases de la part d'Emma (insistant sur la dimension instrumentale), le groupe continue à procéder par mimétisme en référence au Craps (3e vignette, Fig. 4.57, p.244). Le groupe, dans son interprétation de la règle du jeu, est gêné par la couleur rouge de la dernière case du parcours, l'imaginant comme une case interdite. Comme en atteste les 5e et 6e vignettes (Fig. 4.57), le groupe ne comprend pas qu'il s'agit d'exploiter un fichier de simulation déjà créé. Une fois attelé à cette tâche, le groupe est confronté au souci d'échelle (9e vignette) pour les points d'abscisse inférieure à 250. Le groupe se passe alors du graphique et s'appuie sur le tableau exclusivement pour donner une réponse dans le plan [Ins-Dis] tandis que l'enseignante semble attendre une preuve expérimentale soutenue par une représentation graphique attendue. Elle questionne le groupe sur l'échelle, alors qu'il a déjà livré une réponse grâce au tableau.

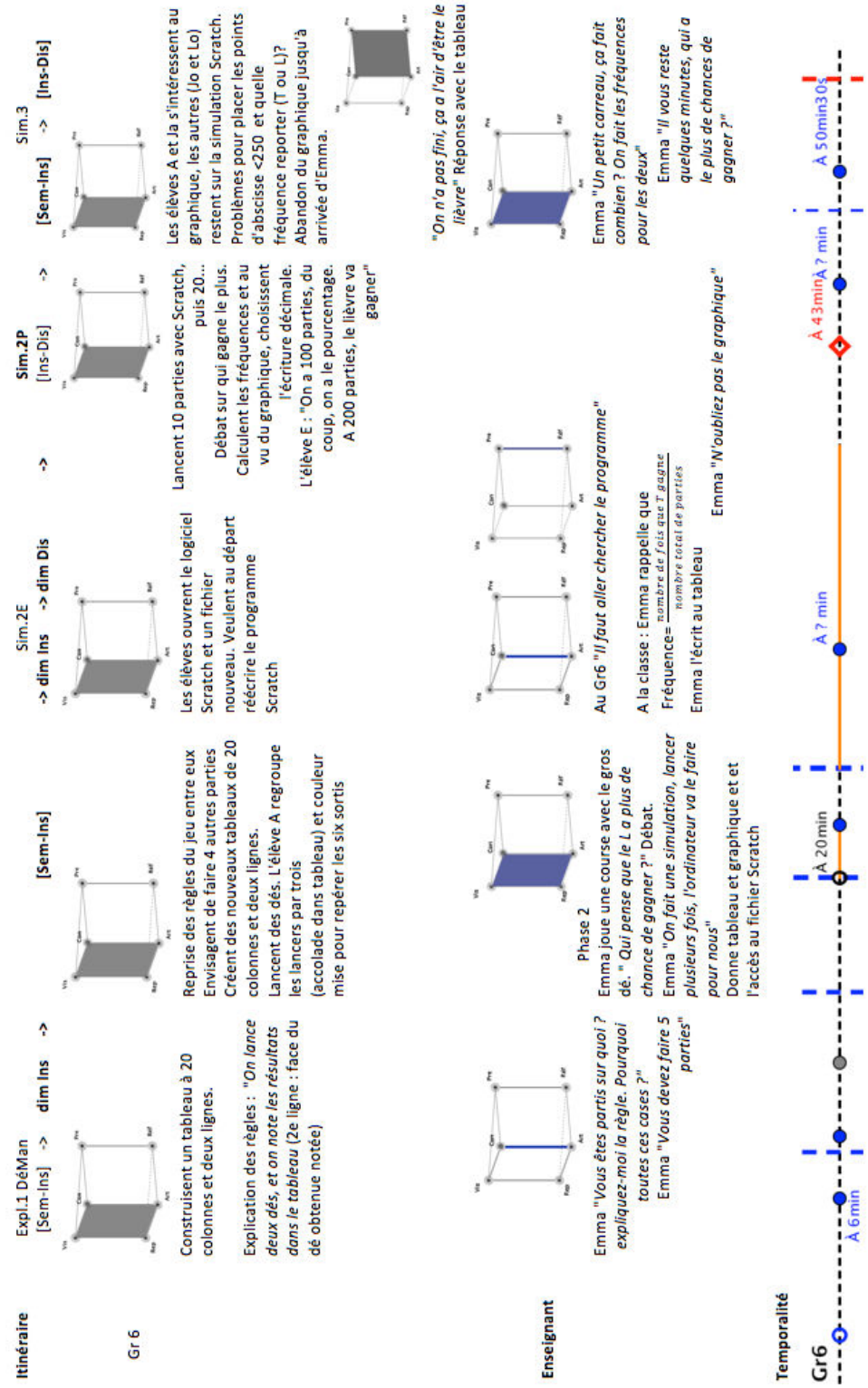


FIGURE 4.57 – *Circulation dans l'ETM$_{ejf}$, Groupe Gr6, étape 2, Ps*

4.5.3 Apports des circulations étudiées ($B_{2,2}$)

Les itinéraires cognitifs ($B_{2,2}$)

Nous avons représenté de manière synthétique (Fig. 4.58) les itinéraires cognitifs empruntés. Des interventions de l'enseignant apparues lors du déroulement en classe y figurent en gras. Ces interventions n'ont pas été prévues dans l'$ETM_{pot\ coll}$ dans l'étape $B_{2,1}$ en formation.

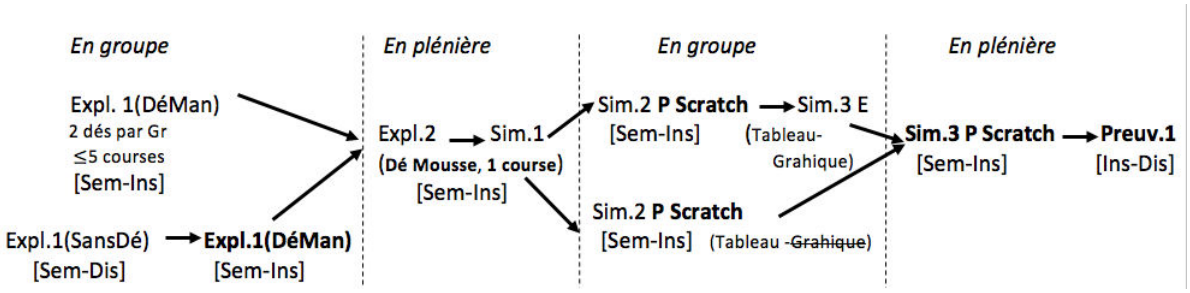


FIGURE 4.58 – *Itinéraires cognitifs effectifs, ($Av^{B_{2,2},Ps}$, ETM_{eff}), Ps*

La circulation du travail peut être précisée pour chaque groupe grâce à l'étude de la circulation des six groupes (pp.234-244). Les différents plans de l'ETM_{eff} convoqués sont mentionnés et ceux convoqués par l'enseignant figurent en gras :

Gr1	Expl.1 DéMan **Sim.1** **Sim.2P** [Sem-Ins] **-> dim Ins -> [Sem-Ins]** -> **dim Dis** -> [Ins-Dis] -> **[Sem-Ins]**
Gr2	Expl.1 SansDé **Expl.1 DéMan Sim.1** **Sim.2P** [Sem-Dis] **-> dim Ins -> [Sem-Ins]** -> **dim Dis** -> [Sem-Ins] -> **[Sem-Ins]**
Gr3	Expl.1 SansDé Expl.1 DéMan (La) **Sim.1** **Sim.2P** (Expl.1 DéMan (T)) **Sim.3** [Sem-Dis] **-> dim Ins -> [Sem-Dis]** (T et B) -> [Sem-Ins] -> **[Sem-Ins]** **-> [Sem-Ins]** (Lu et La) **-> Dim Dis -> [Ins-Dis]** (Lu) -> [Sem-Ins] **->[Sem-Ins]**
Gr4	Expl.1 DéMan **Sim.1** **Expl.2** **Expl.2 et Sim.2P** **Sim.3** [Sem-Ins] **-> dim Ins** -> [Sem-Ins] -> [Sem-Ins] (La) -> **dim Dis** -> [Sem-Ins] -> **[Sem-Ins]** -> [Sem-Ins] (N)
Gr5	Expl.1 SansDé Expl.1 DéMan **Sim.1** **Sim.2P** **Sim.3** [Sem-Dis] **-> dim Ins -> [Sem-Ins]** -> **dim Dis** -> [Sem-Ins] -> **[Sem-Ins]** -> **[Ins-Dis]** (E)
Gr6	Expl.1 DéMan **Sim.1** Sim.2E **Sim.2P** **Sim.3** [Sem-Ins] **-> dim Ins -> [Sem-Ins]** -> **dim Ins** -> **dim Dis** -> [Ins-Dis] -> **[Sem-Ins]** -> **[Ins-Dis]**

TABLE 4.9 – *Circulation du travail, six groupes, étape 2, Ps*

L'ensemble présenté dans le tableau Tbl.4.9 montre que le travail initial des groupes s'est situé pour moitié dans le plan [Sem-Dis] avec des tentatives de calculs de probabilités, et pour moitié dans le plan [Sem-Ins] quand ils ont initié un travail en lançant des dés. L'enseignante a imposé de faire cinq courses avec l'usage des dés mais n'a pas vérifié la fiabilité des résultats apportés par les groupes (certains résultats étant issus d'une interprétation erronée des règles du jeu). Le travail s'est

poursuivi dans le plan [Sem-Ins] lors de l'utilisation du fichier de simulation. L'enseignante a ensuite réintroduit la notion de fréquence en effectuant une intervention en plénière lors du travail de groupe, convoquant alors la dimension discursive. Un glissement est apparu, induit par l'avatar concernant le domaine de résolution : l'enseignant a du intervenir en questionnant les différentes écritures des fréquences (passage de l'écriture fractionnaire à celle décimale) mais aussi concernant la géométrie analytique et les coordonnées de points. En effet, dans plusieurs groupes, un confinement est lié à une mauvaise adéquation entre le nombre de courses imposées dans le tableau de l'énoncé et l'échelle du support de la représentation graphique. Enfin, concernant la preuve expérimentale, un seul groupe a exploité sa représentation graphique pour l'achever tandis qu'un autre groupe s'est servi des données du tableau, ces deux groupes travaillant finalement dans le plan [Ins-Dis].

Apports sur nos questions de recherche

De manière similaire à l'étude de l'atelier Souris (Fig. 4.4, p.203) plusieurs résultats sont ensuite synthétisés dans un tableau sur nos trois questions de recherche (Tbl.4.10, p.247). Ce choix de regroupement nous permet, par juxtaposition, de souligner des ressemblances, des écarts ou des complémentarités entre les groupes.

Groupe	Gestion de l'expérience aléatoire et des modèles (QR1)	Gestion des artefacts (QR2)	Gestion de la preuve (QR3)
Gr1	Règles du jeu non comprises. Calquent le jeu du Craps avec deux dés (comme sur leur table de Gr). Expérience aléatoire différente mais ceci n'est pas identifié. Emma impose "cinq parties "	Les élèves souhaitent manipuler deux dés de couleur différente (comme au Craps) mais n'y ont pas accès. Gr empêché de faire une simulation au tableur par l'enseignante Emma qui impose Scratch	Envisagent 20 courses à la main (20 comme au Craps)
Gr2	Confusion entre probabilité de gagner/d'avancer. Confusion entre "parties" et "lancers" après l'intervention d'Emma d'imposer " cinq parties"	Emma donne un dé à jouer à un élève du groupe, ils font 5 parties Gr2 tente de modifier le script du fichier Ignorent la notion de fréquence	Preuve formelle initiée puis abandonnée avec le fichier imposé au profit de preuve expérimentale Graduations et échelle qui freinent la réalisation du graphique attendu. Fréquences obtenues posent problème car fractions supérieures à 1
Gr3	Biais de linéarité Confusion entre probabilité de gagner/d'avancer. Equiprobabilité évoquée sans précision	Arbres spontanément réalisés puis abandonnés. Courses manuelles imposées. Emma suggère de prouver leur résultat "La Tortue va gagner" avec les dés à disposition du Gr	Tentative de preuve formelle avortée, approche fréquentiste imposée par Emma Preuve expérimentale amorcée et inachevée, freinée par les graduations de 50 en 50 et l'échelle. (2 essais).
Gr4	Biais de linéarité Confusion entre un lancer de dé et une course, génés par le vocabulaire de l'énoncé "manche"	Courses réalisées à la main par un élève, fichier de simulation relancé par un autre	Conclusion d'égalité des chances de gagner relative au fait que le gagnant change. Ne perçoivent pas l'intérêt de faire des calculs, ni un graphique. Fractions freinent pour placer les points, puis la graduation et l'échelle gènent.
Gr5	Biais de linéarité, puis doute. Emma impose "cinq parties " Les résultats des 5 courses manuelles vont contre leur intuition que la Tortue a plus de chance de gagner.	Le nombre de dés (deux) à disposition perturbe le Gr. Il souhaite utiliser un tableur et se voit imposé Scratch. Utilisent une calculatrice pour changer les fractions en écriture décimale	Preuve expérimentale Répartition des tâches et réalisation du graphique à deux. Conclusion liée à la comparaison des fréquences représentées.
Gr6	Règle du jeu erronée sous l'influence de la présence des deux dés et de la case rouge d'arrivée interprétée comme interdite	Gr souhaite écrire son propre programme Scratch	Graduations qui font abandonner momentanément l'élaboration du graphique. Emma tente de débloquer en questionnant le choix d'échelle sur l'axe des abscisses

Table 4.10 – *Apports de l'étude des circulations à QR1,QR2 et QR3, étape 2, Ps*

Le contenu du tableau Tbl. 4.10 rapproché de celui du tableau Tbl. 4.11 révèle certains aspects du travail entourant la simulation.

- le biais de linéarité (visible à travers des premiers calculs de probabilités) n'est pas pris en charge par l'enseignant. Cette difficulté n'est pas traitée jusqu'à la fin de la séance, les groupes étant amenés par l'enseignante à changer de démarche en faisant 5 courses ;
- l'influence d'une ancienne tâche sur les procédures des groupes (Gr1, Gr6) ;
- trois groupes sur six (Gr1, Gr5 et Gr6) auraient souhaité élaborer eux-mêmes une simulation à l'aide d'un artefact numérique (le tableur pour deux d'entre eux). Ils en ont été empêchés par l'enseignante ; qui a restreint le travail de simulation à un seul artefact numérique et une exploitation d'un fichier prêt

à l'emploi (comme prévu dans l'étape 1).

- aucune intervention de l'enseignante n'a concerné le script du programme de simulation Scratch.

La comparaison de l'ETM_{eff} avec l'$ETM_{attendu}$

Relativement à l'$ETM_{attendu}$, voici la grille précisant les différentes phases enclanchées lors de la mise en oeuvre de l'avatar dans la classe par Emma :

Expl.		
Expl. 1 **Découverte de la situation**	**Expl. 2** **Mise au point sur les règles du jeu**	**Expl. 3** **Explicitation autour de l'expérience aléatoire**
Expl.1 DéMan Deux dés par groupe (posés sur leur table) de 0 à 5 courses Expl.1 SansDé dans certains groupes où Emma impose Expl.1 DéMan	Plénière (gros dé en mousse) 1 course réalisée par l'enseignante Emma, dialogue en plénière	Absente
Sim.		
Sim. 1 **Justification du recours à la Sim.**	**Sim. 2** **Simulation effective**	**Sim. 3** **Exploitation de la simulation**
	Artefact numériques / **Choix de modèle mathématique inclus dans Sim.2**	
A partir des données recuillies des courses à la main par groupe	Scratch pour E Scratch pour P / Sim.2P ModImpP	Sim. 3 E Construction d'un tableau et graphique par élève Sim. 3 P fluctuation des fréquences à partir de Sim.2 P
Preuv.		
Preuv. 1	**Preuv. 2**	**Preuv. 3**
Présente	Tentatives dans des groupes reboutées par l'enseignante-expérimentatrice Emma	Non, bilan avec seulement Preuv.1

TABLE 4.11 – *Grille relative à ($Av^{B_{2,2},Ps}$, ETM_{eff}), Ps*

La grille (Tbl. 4.11) permet de repérer des démarches initiales émergentes, sans lancer de dés qui auraient pu conduire vers une preuve formelle (dès la phase Expl.1). La prise en charge d'une mise au point sur les règles du jeu par l'enseignante expérimentatrice, telle qu'elle l'a menée, n'a pas garanti la compréhension de tous les élèves. Aucun retour sur différentes expériences aléatoires pouvant être confondues (comme "lancer un dé" et "faire une course") n'a été sujet à discussion dans une phase de type Expl.3. avec l'enseignant. Imposer cinq courses manuelles a certes permis de justifier le recours à la simulation avec un logiciel numérique (Sim.1), mais a aussi inhibé toute autre preuve que celle de type expérimental. Certains, pour cette preuve, n'ont pas perçu l'utilité d'élaborer un graphique.

4.5.4 Analyse collective du scénario de formation ($B_{2,3}$)

Il s'agit dans cette partie d'exposer comment, après le scénario partagé en formation, les stagiaires envisagent un nouveau couple ($Av^{B2,3,Ps}$, $ETM_{pot\ coll}$). Nous

suivrons les modifications envisagées à travers l'analyse collective de l'étape $B_{2,2}$ réalisée l'après-midi du deuxième jour de formation.

Eléments exposés par les observateurs, relevés par Lucie

Nous étayerons nos propos d'éléments figurant dans le compte-rendu écrit par Lucie (formatrice dans B2 et enseignante de l'étape $B_{1,1}$). Ce compte-rendu est intégralement indiqué dans l'ANNEXE 4.6 (pp.338-340) et relate les analyses du couple ($Av^{B_{2,2},Ps}$, ETM_{eff}) par les stagiaires. Il nous renseigne sur des points considérés comme importants à conserver ou à modifier par rapport au scénario partagé en classe en formation (étape $B_{2,2}$). Sur les travaux de groupes, des observateurs (stagiaires) ont relevé des difficultés de compréhension des règles du jeu.
L'observateur du Gr3 souligne que l'arbre est associé à une situation d'équiprobabilité chez les élèves. De plus, pour ce groupe, non seulement jouer une partie est synonyme de lancer un dé, mais encore si le dé donne 6, alors le lièvre avance d'une case. L'observateur souligne l'impact de la partie de gros dé en mousse sur le Gr3, moment où les élèves prennent conscience de leur mauvaise interprétation des règles.

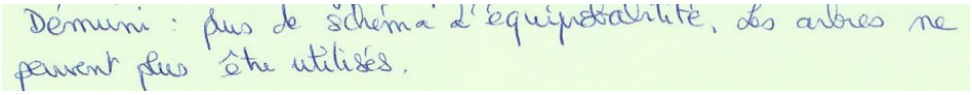


Figure 4.59 – *Notes Gr3, Lucie, J2 après-midi, Ps*

Pour le Gr5, l'observateur relate qu'un seul élève (E) a compris les règles du jeu.

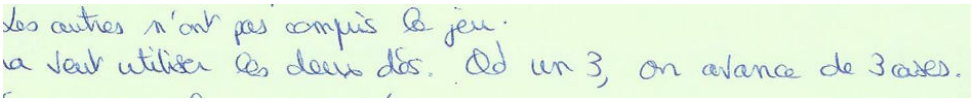


Figure 4.60 – *Notes Gr5, Lucie, J2 après-midi, Ps*

Un autre biais est pointé et n'a pas été anticipé par le collectif à l'étape 3 sur l'avancée des animaux. Il était pourtant présent en fin d'extrait-vidéo "Stabilos" sur le brouillon final montré le premier jour de formation. Le collectif ne l'identifie pas ici et ne cherche pas de relance afin d'y remédier. Ici la présence de deux dés d'emblée sur les tables des groupes semble avoir gêné les groupes Gr5 et Gr6. Le nombre de dés à laisser aux élèves est questionné une deuxième fois par le collectif de stagiaires quand Mattéo témoigne des réalisations du Gr6. Ce groupe s'est inspiré du jeu de Craps, qui se joue aussi avec deux dés et qu'ils avaient travaillé avec leur professeur avant la formation.

Le stagiaire Mattéo (que nous retrouverons dans le chapitre 5) souligne aussi le rôle de la couleur de la dernière case, rouge, qui n'avait pas le statut de case d'arrivée dans le Gr6. Mattéo indique comme effet l'apparition de paquets de trois lancers de dés (matérialisés par des accolades) dans des tableaux de 20 lancers (Fig 4.61).

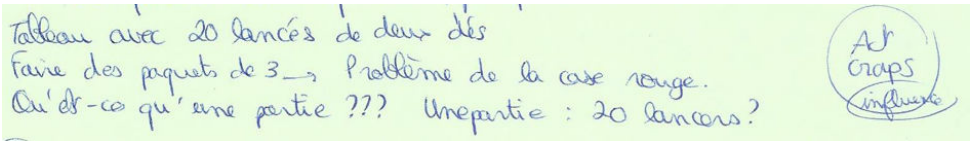


FIGURE 4.61 – *Notes Gr6, Lucie, J2 après-midi, Ps*

Il dévoile au collectif de stagiaires que chaque élève du Gr6 a assimilé une partie à 20 lancers en s'inspirant du travail effectué sur le Craps avec leur enseignant. Il souligne l'influence d'une autre tâche de probabilité vécue en amont par les élèves. Concernant le Gr4, l'élève N est pointé par l'observateur du groupe car il s'est arrêté très vite :

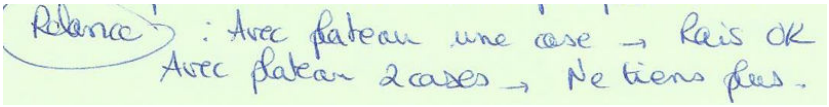


FIGURE 4.62 – *Notes Gr4, Lucie, J2 après-midi, Ps*

Le collectif a trouvé une relance (Tbl.4.12) qui, selon lui, permettrait de dépasser cette croyance chez cet élève. Sa stratégie est celle exposée dans l'extrait vidéo de Léo de l'étape 2 (couple ($Av^{B1,2,B}$, ETM_{eff})) de l'élaboration de la formation (boucle B1). Il la formalise ainsi dans une grille d'intervention de l'enseignant (présentée au chapitre 3, Tbl. 3.33 p.154) et enrichie au fur et à mesure de la boucle B_2 :

Phases	Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
1	Réponse intuitive sans réelle réflexion telle que 1/6 et 5/6	Diminuer le nombre de cases du parcours à une case, puis ajouter petit à petit une case de plus au parcours etc. Questionner sur laprobabilité que le lièvre gagne si le parcours avait un nombre infini de cases intermédiaires.	Faire prendre conscience que la taille du parcours influe sur le résultat et invalider le fait que pour un parcours donné, les résultats soient 1/6 et 5/6

TABLE 4.12 – *Extrait Grille d'intervention de l'enseignant, étape 3, Ps*

Modifications envisagées par le collectif

Des modifications sont imaginées dans le choix du vocabulaire employé, l'organisation des phases du point de vue de la temporalité mais aussi du travail individuel ou en groupe, ou encore de l'organisation de sous-tâches, et du rôle de l'enseignant à certains moments. Une phase individuelle d'appropriation du problème (qui existait en groupe dans ($Av^{B2,2,Ps}$, ETM_{eff})) est jugée nécessaire, elle est ajoutée. Lors de

la phase Expl.2 avec le dé en mousse, le collectif mentionne que les élèves doivent être acteurs des déplacements des animaux, et non pas l'enseignant, afin de vérifier s'ils mettent en oeuvre le jeu en conformité avec ses règles. De plus, le collectif juge préférable de ne pas se restreindre à une seule course mais d'en faire faire plusieurs. Ceci est motivé par la confusion repérée entre partie et lancer. Les mots "parties" et "manches" sont bannis au profit de "course" et "lancer" (Fig. 4.63)
Prévoir plus de temps pour la découverte du jeu est mentionné pour la phase 1, et était déjà indiqué sur Réséda par les stagiaires S'2 et S'5 qui l'avaient constaté dans leurs propres classes de seconde.

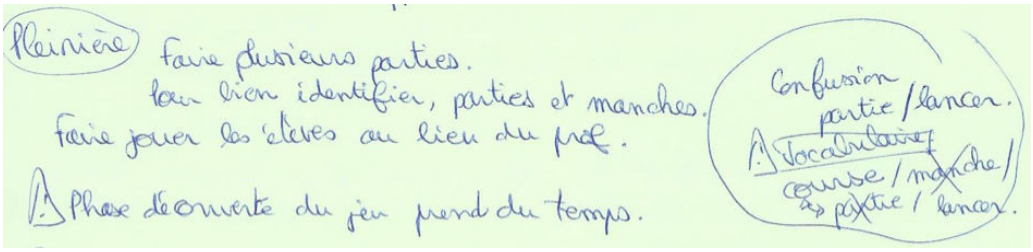


Figure 4.63 – *Vocabulaire, Lucie, J2 après-midi, Ps*

Concernant le travail en groupe et l'avatar, une réflexion a eu lieu dans le collectif (Fig. 4.64), initiée par un formateur :

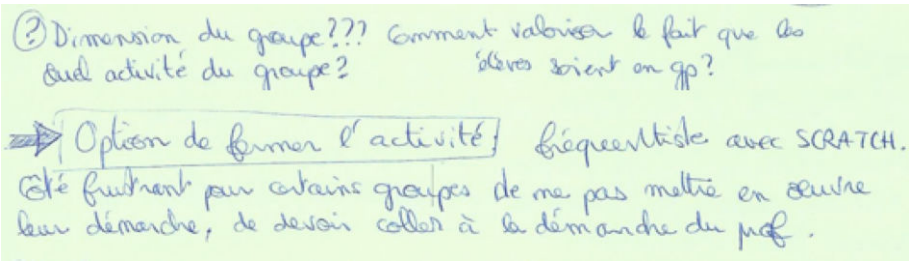


Figure 4.64 – *Dimension travail de groupe, Lucie, J2 après-midi, Ps*

Ce questionnement a mené le collectif à proposer un nouveau découpage en quatre phases (Fig. 4.65) par rapport au déroulement initial choisi initialement avant l'expérimentation à l'étape $B_{2,1}$ (Tbl. 4.27,p.214) :

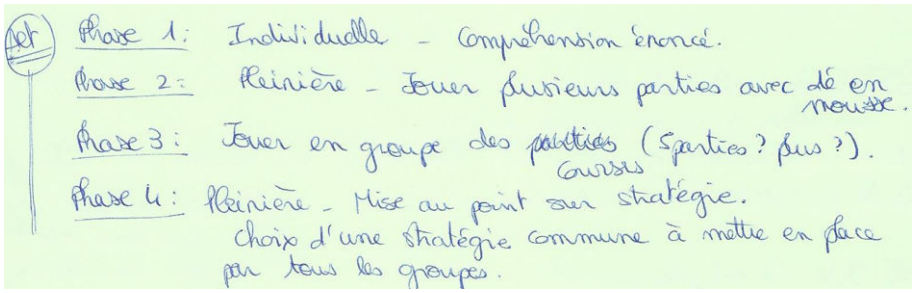


FIGURE 4.65 – *Nouvelles phases, Lucie, $B_{2,3}$, Ps*

Nous y repérons le maintien d'une seule *"stratégie"* dans la nouvelle phase 4 qu'il faut traduire comme étant un travail orientant les élèves vers une seule preuve (de type expérimentale, Preuv.1).

Après constat collectif d'une rupture dans la compréhension du rôle du programme par les élèves (phase Sim.3), les stagiaires suggèrent que l'enseignant intervienne comme suit (Tbl.4.13) ajoutant à la grille d'intervention pour l'enseignant :

3	Les élèves ne font rien à part appuyer sur le drapeau vert	Questionner sur le sens du programme. En référer au script préalablement imprimé avec repères et aides. Questionner sur des lignes ciblées du script *	Compréhension informatique du script et relier ce script à la règle du jeu.

TABLE 4.13 – *Extrait ajout grille d'intervention de l'enseignant, J2 après-midi, Ps*

L'ensemble des stagiaires désire ajuster l'*ETM* en prévoyant une "phase 5" à un moment donné (non fixé ici mais implanté) qui consisterait à décrypter le script du programme de simulation avec la classe (mentionné Fig. 4.66).

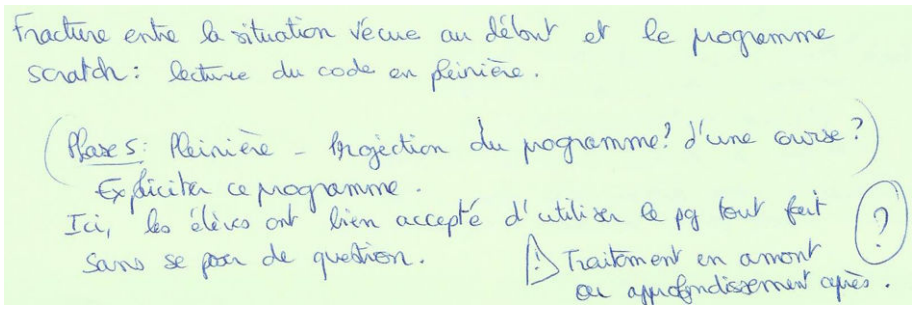


FIGURE 4.66 – *Prise en charge d'une explication du fichier de simulation, Lucie, J2 après-midi, Ps*

Les fréquences ont aussi été objet de reconsidération par le collectif (Fig. 4.67).

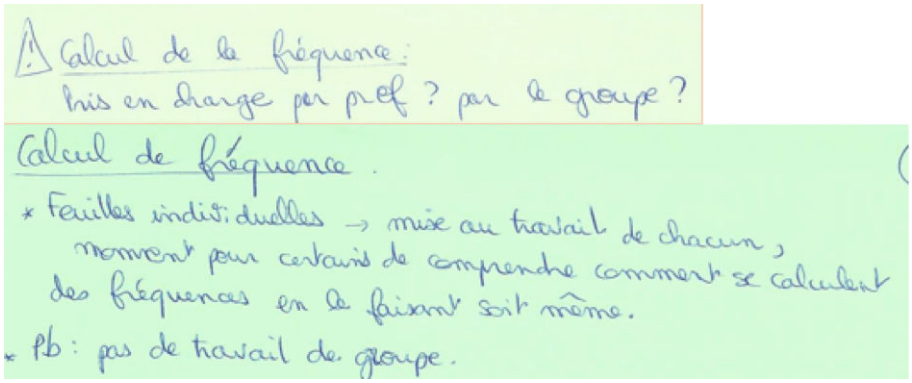


Figure 4.67 – *Questions sur les fréquences, Lucie, J2 après-midi, Ps*

Le collectif s'est démarqué de l'intervention d'Emma qui a fait surgir la notion de fréquence en demandant ce que c'était à la classe. Une alternative prévue est de laisser une certaine autonomie aux élèves pour mobiliser cette connaissance "théoriquement" ancienne décrite dans le tableau Tbl. 4.14.

3	L'élève ne mobilise pas la notion de fréquence.	1) Essayer de faire émerger la fréquence en récoltant au tableau des données sur des échantillons de taille différente 2) Questionner sur comment comparer ces échantillons	Faire réinvestir la connaissance ancienne de fréquence.

Table 4.14 – *Extrait (2) Grille d'intervention de l'enseignant, étape 3, Ps*

Il a aussi pointé que des fréquences cumulées (Fig. 4.68) étaient apparues dans certains groupes, sans remettre en cause l'avatar choisi qui présentait une ambiguité avec deux options (détaillées p.219).

Concernant les différents formats des fréquences apparus, le collectif de stagiaires interroge les lignes du tableau à la charge des élèves et se demande s'il ne faudrait pas ajouter une sous-tache ou modifier la demande en précisant un format attendu qui permette de faciliter la représentation graphique.

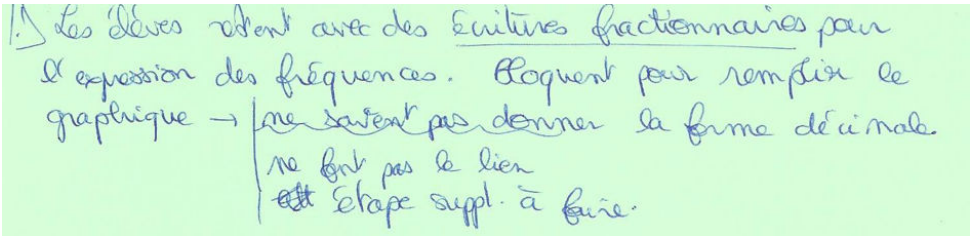


FIGURE 4.68 – *Fréquences et tableaux, Lucie, J2 après-midi, Ps*

Les stagiaires se sont interrogés sur le graphique et le tableau, pointant les problèmes d'échelle rencontrés, et jugeant que certains élèves avaient trouvé cette tâche trop longue. Ils remettent alors en question le nombre de valeurs à choisir.

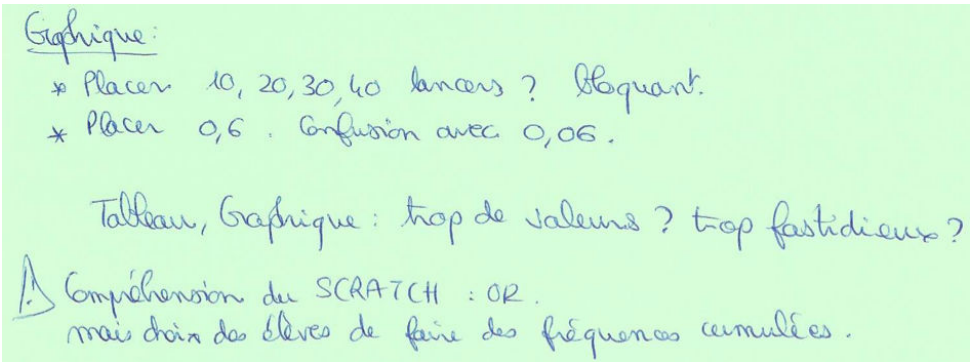


FIGURE 4.69 – *Questions sur les tableaux et graphiques, Lucie, J2 après-midi, Ps*

Enfin, lors du bilan, la manière dont la fréquence 0,48 a été imposée comme celle valide par l'enseignante a été critiquée. Le fait qu'Emma prenne appui sur une élève "motrice" lors du travail de groupe est remis en question par le collectif de stagiaires, quant à la légitimité de cette valeur.

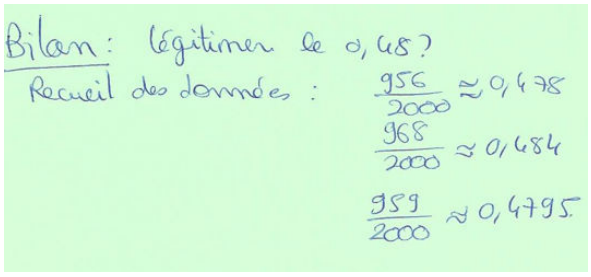


FIGURE 4.70 – *Légitimité de 0,48, Lucie, J2 après-midi, Ps*

Une alternative est proposée de conclure en recueillant et en traitant les valeurs obtenues pour 2000 courses dans chaque groupe.

4.5.5 Alternatives au scénario vécu en formation ($B_{2,3}$)

L'itinéraire cognitif repensé par le collectif à l'étape $B_{2,3}$ s'orienterait vers ceci :

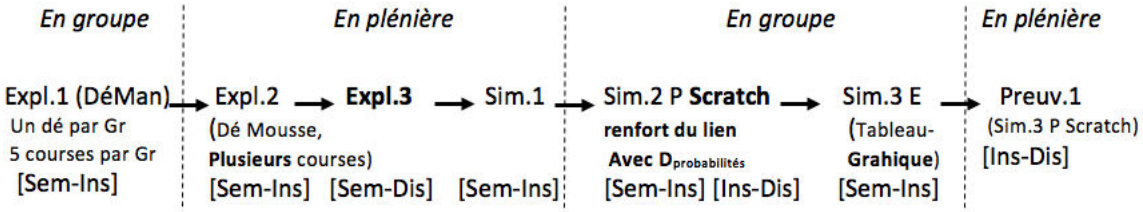


Figure 4.71 – *Itinéraire réajusté, étape 3, Ps*

Cet itinéraire est constitué d'un "chemin" unique, présentant par deux fois une alternance de phases de travail en groupes des élèves (Expl.1, puis Sim.2 et Sim.3) et de phases de travail en plénière (Expl.2, Expl.3, Sim.1 et Preuv.1). Les choix sont les suivants , comparativement aux phases décrites dans l'$ETM_{attendu}$:

Expl.		
Expl. 1 **Découverte de la situation**	**Expl. 2** **Mise au point sur les règles du jeu**	**Expl. 3** **Explicitation autour de l'expérience aléatoire**
Expl.1 DéMan Un seul dé par groupe (posé sur leur table) 5 courses ou plus ?	Plénière (gros dé en mousse) avant Expl. 1 DéMan par l'enseignant (plusieurs courses) Au moment de Sim.	Différencier une course/partie mentionnée dans la grille d'intervention
Sim.		
Sim. 1 **Justification du recours à la Simulation**	**Sim. 2** **Simulation effective**	**Sim. 3** **Exploitation de la simulation**
	Artefact numériques / **Choix de modèle mathématique inclus dans Sim. 2**	
Prévue	Scratch pour E Scratch pour P / Sim. 2 P ModImpP	Construction d'un tableau et graphique par groupe
Preuv.		
Preuv. 1	**Preuv. 2**	**Preuv.3**
Envisagée	Non rediscuté	Non rediscuté

Table 4.15 – *Grille relative à ($Av^{B2,3,Ps}$, $ETM_{pot\ coll}$), Ps*

Le contrôle par le collectif de stagiaires du travail des élèves mis en groupes est prégnant. Le collectif souhaite imposer :

- un nombre de courses à la main (environ cinq) ;
- un outil de simulation, avec une course intégrée donc un modèle probabiliste imposé ;
- deux registres de représentation successifs pour le traitement des données issues de la simulation (tableau et graphique).

Si la question de la pertinence de faire travailler les élèves en groupes pour la phase Sim.2 a suscité des doutes par l'équipe de formation, elle n'a pas été modifiée pour

autant par les stagiaires après l'étape 2 en formation ($B_{2,2}$). Une répartition initiale des rôles des quatre élèves au sein des groupes, proposée par Emma sur Réséda, avait été critiquée par l'équipe de formation pour $B_{2,2}$, qui la jugeait non pertinente. Le groupe organisé comme une entité où la tâche initiale était subdivisée en sous-tâches, a été de nouveau débattu. Ceci a fait ressurgir en fin de boucle la restriction de la production demandée par groupe (un seul tableau, un seul graphique).
Concernant la preuve, l'enseignante a privilégié celle de type expérimental, comme au début de la deuxième boucle.

4.6 Evolutions observées en formation

Nous nous intéressons aux évolutions des couples d'avatar et d'ETM idoine associé au fil de la formation. Un même canevas d'étude des groupes d'élèves des deux ateliers nous a permis de détecter des enjeux concernant la simulation et les pratiques des enseignants. Ceci constitue l'objet de cette partie.

4.6.1 Le cas des Souris

Evolution des itinéraires cognitifs dans la formation

Les différents itinéraires envisagés et réalisés témoignent d'une volonté du collectif de stagiaires de transformer des éléments et modalités du problème. Nous précisons ces évolutions successives, en surlignant en couleur (Fig. 4.72), les différences d'une étape à la suivante (de la 1 jusqu'à la 3 de B2) de notre méthodologie de recherche.

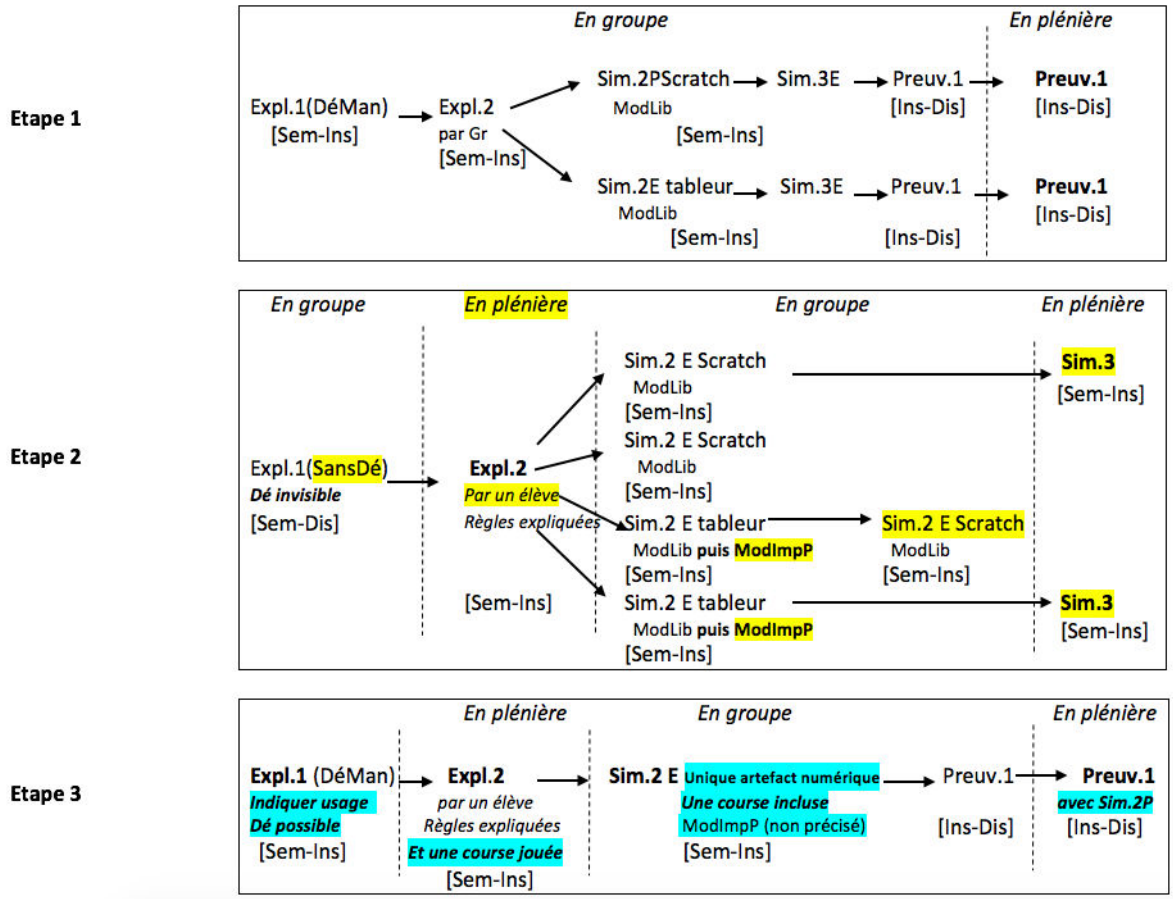


FIGURE 4.72 – *Evolution des itinéraires cognitifs en formation, Sr*

D'une manière globale, le collectif de stagiaires considère que des courses à la main sont nécessaires, et imagine inciter les élèves à utiliser des dés en indiquant leur existance dans la classe. La phase d'explicitation sur les règles du jeu est toujours présente. Elle est suivie d'une phase de simulation à partir d'un fichier contenant une course déjà élaborée par l'enseignant. Aucune précision sur la course incluse dans le fichier de simulation n'est apportée concernant le modèle probabiliste qui serait retenu. Le collectif souhaite restreindre les élèves à un unique artefact numérique sans préciser lequel. Le travail est envisagé dans le paradigme P1 des probabilités et les phases Expl.3 et Sim.3, qui pourraient assurer un lien entre le domaine de la statistique descriptive et des probabilités, sont absentes.
Nous allons désormais détailler les évolutions de chacune des trois grandes phases de l'$ETM_{attendu}$: la phase d'exploration (Expl. en Tbl. 4.16, p.258), la phase de simulation (Sim. en Fig. 4.17 p.260) et de preuve (Preuv. en Tbl. 4.18 p.262) tout au long de la boucle de formation. Ceci nous permet de rendre compte d'éléments explicatifs de la trajectoire de la situation d'avatar entre l'étape $B_{2,1}$ et l'étape $B_{2,3}$ durant la formation.

		Expl.		
	Étape	Expl. 1 Découverte de la situation	Expl. 2 Mise au point sur les règles du jeu	Expl. 3 Explicitation autour de l'expérience aléatoire
B2	Étape 1	Expl. 1 DéMan possible	Absente en plénière, supposée autogérée dans chaque groupe	Absente
	Étape 2	Expl. 1SansDé	En plénière, par un élève repéré par l'enseignante	Absente
	Étape 3	Expl. 1 DéMan où l'enseignant explicite le matériel disponible Plusieurs courses attendues (non fixé)	Non discuté ?	Différencier une course/partie est mentionné

TABLE 4.16 – *Evolution de la phase d'Exploration, Sr*

Evolution des différentes phases Expl., Sim. et Preuv. dans la formation

Le collectif en formation, a réagi à l'absence de courses prévues et non réalisées à la main par les élèves. Les stagiaires considèrent l'accessibilité aux dés importante, car la réalisation de courses à la main est incontournable selon eux dans cette première phase (Expl.1). Ce choix initial (étape 3) est renforcé par l'expérimentation partagée en formation : celle-ci a mis en évidence que lancer physiquement des dés pour jouer des courses n'allait pas de soi chez les élèves. Ce point avait initialement fait débat au sein des stagiaires lors de l'élaboration du scénario pour la classe (ANNEXE 4.4, p.246) :

S3 : " On met un pot de dés par table. "
FE3 : Par table ?
Christian : Tu bloques leur/
S2 : Je trouve que le mettre sur le bureau de façon visible, c'est comme si on le mettait sur la table.
Christian : C'est un message subliminal.
S2 : Oui/ Je crois que c'est juste pour pousser des coudes si personne ne le demande à un moment donné, on/
S6 : Oh, il y en aura toujours un pour en demander non ?"

C'est le point de vue partagé par les stagiaires S2, S3 et S6 qui l'a emporté pour l'étape 2 en formation.
Concernant l'exploitation de résultats de ces courses, elle n'est pas discutée, ni le nombre de courses à réaliser. Les premières courses semblaient permettre aux différents groupes de confronter leur compréhension des règles du jeu et pourraient dégager l'enseignant de la responsabilité de cette tâche. Le collectif comptait sur les échanges dans les groupes d'élèves, comme en témoigne ceci :

S2 : "En tout cas, entre eux, déjà ils peuvent se questionner sur les règles et donc se mettre d'accord entre eux. Et puis ensuite, c'est vrai que c'est important que ça puisse être validé parce que toute l'activité, s'ils sont à l'ouest sur les règles (...)
Christian : Mais c'est ce que S2 disait, c'est que s'ils pratiquent en groupe, ils vont

se rendre compte s'ils ont une compréhension commune ou pas.
S3 : Dans ce cas, s'il n'y a pas de débat, c'est vrai qu'autant les mettre en groupe directement.
FE2 : Il n'y a pas de débat ?"

Un débat en plénière sur la compréhension des règles du jeu avait été évoqué initialement, puis retiré après l'idée émise par le stagiaire S2 d'une auto-gestion par groupe.
Le collectif a remis en cause les éléments de la phase Expl.2 de l'étape 2 où l'enseignant a dessiné un parcours à deux rangées de six cases . Ce dessin du parcours a été insufflé lors de l'étape 1 par l'échange entre le formateur FE2 et Malo :

Malo : "Est-ce qu'on peut demander à un élève de venir présenter le jeu ?
FE2 : Alors il présenterait quoi par exemple au tableau ?
Malo : Il dessinerait six cases, et puis, si j'ai un, c'est la tortue qui avance, et si j'ai le six/"

Cette constitution du parcours en deux rangées de six cases superposées par Aurélien prend sa source dans les parcours intégrés dans les fichiers Scratch déposés par un stagiaire (S'2) de l'autre atelier (Poussins). Accessible à l'ensemble des stagiaires sur la plateforme à distance, il a pu influencer l'enseignant-expérimentateur Augustin dans ses choix de représentation au tableau du parcours (Fig. 4.**7**, p.170).

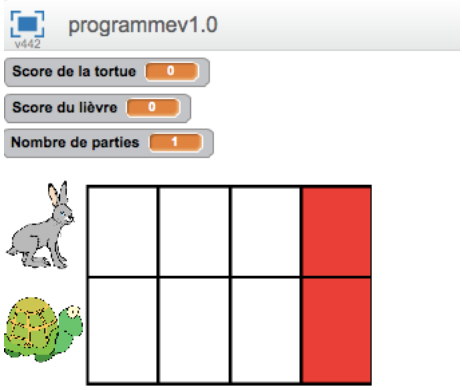


Figure 4.73 – *Parcours du fichier Scratch déposé par S'2 sur Réséda, Ps*

La représentation avec une double rangée de cases (Fig. 4.6, p.182) réalisée par Augustin au tableau est jugée par le collectif comme ayant perturbé des groupes relativement à l'accès à la règle du jeu. La phase Exp.2 est repensée avec l'ajout de la réalisation d'une course par un élève au moment de l'explication orale à toute la classe des règles du jeu par l'enseignant.

La phase Expl.3 reste très peu investie par le collectif. Elle est effleurée par la distinction à réaliser entre une course et une partie mentionnée au regard de l'étape 2 en formation. Mais aucune phase de clarification explicitant l'expérience aléatoire n'est prévue en fin de boucle B_2. Il y a comme un malaise des enseignants sur cette phase.

		Sim.			
	Étape	**Sim. 1 Justification du recours à la sim.**	**Sim. 2 Simulation effective**		**Sim. 3 Exploitation de la simulation**
			Artefact numériques	**Choix de modèle mathématique inclus dans Sim. 2**	
B2	**Étape 1**	Absente	Sim.2 E Tableur ou Scratch (sans imaginer les deux dans une même séance par un même groupe d'élèves)	Sim. 2 E ModLib	Répondre à la question du pari
	Étape 2	Absente	Sim.2 E Scratch Sim.2 E tableur Sim.2 E tableur-puis-Scratch	Sim.2 E ModLib Puis Sim.2 E ModImpP	Répondre à la question du pari
	Étape 3	Absente	Sim. 2 PE Un seul artefact numérique en même temps dans une séance, avec une course donnée	Sim.2 PE ModImpP dans une course (mais non discuté)	Répondre à la question du pari

TABLE 4.17 – *Evolution de la phase de Simulation, Sr*

La justification de l'entrée de la simulation (phase Sim.1) est absente sur les trois étapes, le collectif ne l'a jamais évoquée comme cela est noté dans le tableau Tbl. 4.17, colonne Sim.1). Pour l'ensemble des stagiaires, les conditions matérielles (accès donné à un ordinateur) garantissent l'entrée des élèves dans l'élaboration d'un fichier de simulation. De plus, suite au témoignage de Lucie [17] sur les tâches rencontrées en amont par ses élèves, les stagiaires imaginent la mobilisation de tâches routinisées naturelle. Voici leur réaction lors de l'étape $B_{2,3}$, après l'intervention de Lucie dans la formation :

S7 : "Est-ce que d'après ce qu'elle dit, Lucie n'a pas déjà initié la procédure complète ?
S3 : Ah oui.
S7 : On lit, on communique, après on va sur l'ordi pour des/ ensuite après elle jette un dé, elle jette deux dés, donc pour eux, le sillon est tracé.
S3 : Oui, de toute façon, ils vont tous lancer le dé, ils vont tous soit choisir le tableur, soit Scratch (...)"

Nous repérons ici comme source indirecte de blocage le discours de Lucie au sein des stagiaires sur les tâches déjà rencontrées par les élèves. Le collectif a initialement fait preuve d'une grande confiance sur la capacité des élèves de Lucie à mobiliser des connaissances sur la simulation. Il s'est avéré que ces tâches antérieures ont fait émerger des confinements dans l'étape 2 (en formation), pointés *a posteriori* par le collectif et non anticipés.
Dans la phase exploratoire, aucun recueil statistique de courses à la main n'est pensé comme un outil de rebond pour justifier de l'entrée de la simulation. Pourtant, dans la classe en formation (étape $B_{2,2}$), certains élèves ont montré une résistance à l'usage d'un ordinateur, mais cela n'a pas provoqué de modification *a posteriori* par les stagiaires sur ce point.

17. Lucie est l'enseignante de la classe prêtée en formation à l'étape $B_{2,2}$, pour l'atelier Souris.

Dans cette boucle, le collectif de stagiaires passe d'une auto-gestion de cette phase de simulation effective par les élèves à un triple contrôle par l'enseignant avec :

- une partie de son élaboration avec une course intégrée sans précision autour du modèle probabiliste embarqué ;
- l'artefact numérique utilisé est choisi par l'enseignant (parmi Scratch ou un tableur) ;
- son choix est identique pour tous les groupes dans la classe.

Pour expliquer ce positionnement, nous revenons sur l'historique de ce couple. Initialement dans la formation, à l'étape $B_{2,1}$, deux cas de figure avaient été évoqués concernant l'élaboration de la simulation :

FE1 : "La modélisation, elle est faite sur tableur du coup ? Vous êtes ?
S3 : On est parti sur les pistes qu'on laisse le libre choix aux élèves de modéliser.(...) "Allez sur Scratch et faites-nous la résolution". Ils sont incapables de faire ça.
S7 : Par contre, sur tableur, vu ce que Lucie a dit, c'est envisageable."

Cet épisode d'échanges a fait pencher le collectif initialement vers une simulation à faire élaborer entièrement par les élèves, avec cependant des réticences exprimées. Ce point a été reconsidéré au vu de l'expérimentation en classe de formation de l'étape $B_{2,2}$. La visée de cette élaboration est la réponse à la question du pari. La manière d'exploiter ensuite ce fichier de simulation a été discutée uniquement lors de la co-construction du scénario (dans l'étape 1 de la formation). Des échanges se sont portés sur un diagramme des fréquences d'un des groupes de stagiaires qu'ils ont intégré dans leur fichier tableur de simulation et qu'ils appellent entre eux "l'électrocardiogramme" (ANNEXE 4.4, p.252) :

S3 : "Tu vas jusqu'où sur le tableur ? Parce que nous, on est allé jusqu'au graphique, mais en plus, on s'est trompé dans un premier temps.
S7 : Ah non non juste la fréquence de (...) sans aller vers l'électrocardiogramme, sans faire l'électrocardiogramme.
S3 : C'est sympa quand même d'avoir l'électrocardiogramme.
S7 : Oui, c'est sympa, ça éclaire mais ça ne vaut pas la peine qu'ils le fassent parce qu'ils ont déjà compris que ça se stabilise à/.
S3 : Ils ont fait le chapitre, leur enseignante Lucie l'a dit."

La simulation a été considérée comme pouvant s'arrêter à l'observation des fréquences avant l'étape $B_{2,2}$ en formation. Quand ils ont appris l'exposition antérieure des élèves à un diagramme représentant un nuage de points (nombre de courses, fréquence), les stagiaires ont alors enlevé cette possible exploitation des données. Déjà traitée antérieurement en classe, ils l'ont jugée inutile d'autant qu'eux-mêmes ont eu des difficultés à la réaliser avec le tableur. Par suite, le collectif n'est pas revenu sur cette phase d'exploitation de la simulation (Sim.3) qui reste floue en particulier en ce qui concerne les données : effectifs ou fréquences, intégrés ou pas par un calcul automatisé dans la simulation. Beaucoup d'éléments restent en suspens et le partage de ce qui incombe à l'enseignant et aux élèves n'est pas établi concernant la simulation. Après l'étape $B_{2,2}$ de la formation, le collectif n'a pas reconsidéré cette phase (Sim.3).

Une autre explication sur la phase de simulation tient sans doute au peu d'interactions dans le collectif sur des fichiers de simulation des stagiaires qui avaient été postés sur la plateforme Réséda. Des propositions de simulation au tableur ou avec le logiciel Scratch sont restées sans réaction du collectif dans son ensemble. Ceci questionne les raisons de cette absence d'implication sur la plateforme et les limites de la formation. Ce point est exposé dans l'ANNEXE 4.4 (pp.255-263). Les fichiers déposés sur la plateforme n'ont pas été débattus ensuite en présence du collectif avec les formateurs. Concernant la place de la preuve, le tableau ci-après (Tbl. 4.18) résume son évolution de l'étape $B_{2,1}$ à l'étape $B_{2,3}$ en formation.

		Preuv.		
	Étape	**Preuv. 1**	**Preuv. 2**	**Preuv. 3**
B2	**Étape 1**	Envisagée	Exclue, $ETM_{Référence}$ jugé limitant en classe de troisième	Non
	Étape 2	Non envisagée, car toutes les Sim. E sont erronées	Tentatives dans des groupes reboutées par l'enseignant	Non Vainqueur déclaré sans aucune preuve en appui
	Étape 3	Envisagée et Sim. 2 P à prévoir	Rediscuté sans trancher	Non

TABLE 4.18 – *Evolution de la phase de Preuve, Sr*

Le collectif, s'il avait envisagé un seul type de preuve (Preuv.1) à l'étape $B_{2,1}$, ne l'a pas obtenu lors de la séance de classe en formation. Une alternative est envisagée afin d'y accéder avec un fichier de simulation prévu par l'enseignant. Ce fichier permettrait de mener une preuve expérimentale si aucun fichier d'élève n'est exploitable à l'issue du travail de groupe. La manière de conduire cette preuve, l'artefact numérique en jeu, les registres sémiotiques utilisés, le nombre de courses réalisées sont des points non discutés par le collectif. De plus, l'existence d'éléments d'ébauche de preuve formelle dans l'étape $B_{2,2}$, non exploités en classe, a interrogé le positionnement de l'enseignant-expérimentateur. Pour autant, le collectif n'a pas trouvé de consensus pour la prise en charge d'une preuve formelle. Elle semble majoritairement écartée, et nous émettons l'hypothèse que cela provient :

- de l'absence de Expl.3 nécessaire en amont de la simulation ;
- des arbres n'ayant pas un statut reconnu dans l'$ETM_{Référence}$ chez certains stagiaires ;
- d'une incapacité de certains stagiaires à réaliser eux-mêmes cette preuve par manque de connaissances mathématiques.

Par conséquent, la phase de rapprochement des deux types de preuves (Preuv.3) n'a pas été envisagée.

4.6.2 Le cas des Poussins

Les différents itinéraires cognitifs

De même que pour les Souris, voici la succession des itinéraires choisis et empruntés dans l'atelier des Poussins :

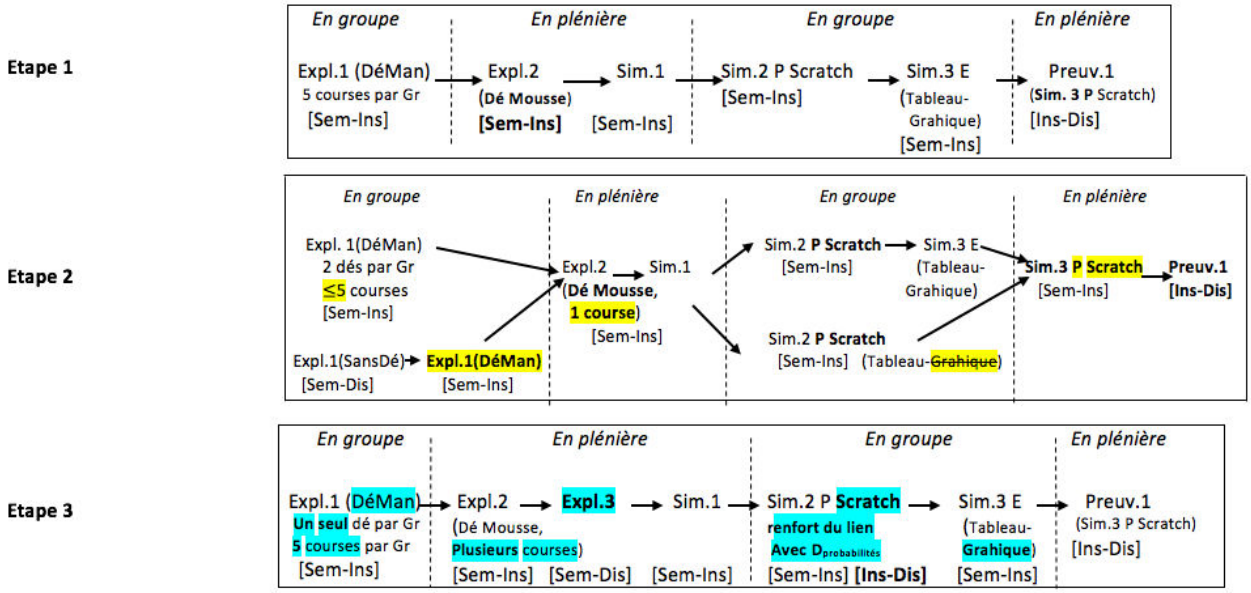


Table 4.19 – *Evolution des itinéraires cognitifs en formation, Ps*

Les éléments colorés du tableau (Tbl. 4.19) font apparaître les modifications apportées d'une étape à la suivante. Structurellement, une stabilité s'observe dans la présence d'une double alternance entre des phases de travail en groupe et en séance plénière. Les moments en classe entière semblent un outil de régulation du travail des élèves par l'enseignant.

Les différentes phases Expl., Sim. et Preuv.

L'historique (Fig. 4.20) concernant la phase d'exploration dévoile les modifications suivantes :

- un unique dé est prévu par groupe pour éviter toute interférence entre le problème du lièvre et de la tortue et une autre tâche vue antérieurement ;
- cinq courses imposées par groupe (comme initialement mais dont le nombre était parfois inférieur dans l'étape 2 de la formation) ;
- un usage du gros dé en mousse (Expl.2) maintenu pour réaliser plusieurs courses jugées nécessaires mais un rôle de l'enseignant à repenser en terme d'action.

		Expl.		
	Étape	**Expl. 1 Découverte de la situation**	**Expl. 2 Mise au point sur les règles du jeu**	**Expl. 3 Explicitation autour de l'expérience aléatoire**
B2	**Étape 1**	Expl. 1 DéMan 5 courses imposées	Plénière (gros dé en mousse)	Absente
	Étape 2	Expl. 1 DéMan Deux dés par groupe (posés sur leur table) de 0 à 5 courses Expl. 1 SansDé dans certains groupes L'enseignant impose Expl. 1 DéMan	Plénière (gros dé en mousse) 1 course réalisée par l'enseignant, dialogue en plénière	Absente
	Étape 3	Expl. 1 DéMan Un seul dé par Gr (posé sur leur table) 5 courses ou plus ?	Plénière (gros dé en mousse) avant Expl. 1 DéMan par P (plusieurs courses) Au moment de Sim.	Différencier une course/partie mentionnée dans la grille d'intervention

TABLE 4.20 – *Evolution de la phase d'Exploration, Ps*

La phase Expl.2 pourrait se situer au moment de l'entrée de la simulation, avec un fichier préparé en amont par l'enseignant plutôt qu'un gros dé en mousse. Concernant la phase Expl.3, le collectif veut discerner une partie d'une course, mais cette phase reste quasi-inexistante dans la formation.

		Sim.			
	Étape	**Sim. 1 Justification du recours à la sim.**	**Sim. 2 Simulation effective**		**Sim. 3 Exploitation de la simulation**
			Artefact numériques	**Choix de modèle mathématique inclus dans Sim. 2**	
B2	**Étape 1**	A partir des données de 5 courses à la main par Gr	Scratch	Sim. 2 P ModImpP	Sim. 3 E Construction d'un tableau et graphique par E
	Étape 2	A partir des données recuillies des courses à la main par groupe	Scratch pour élèves Scratch pour l'enseignant	Sim. 2 P ModImpP	Sim. 3 E Construction d'un tableau et graphique par les élèves Sim. 3 P fluctuation des fréquences à partir de Sim.2 P
	Étape 3	Prévue	S2P Scratch pour E S2P Scratch pour P	Sim. 2 P ModImpP	Construction d'un tableau et graphique par groupe

TABLE 4.21 – *Evolution de la phase de Simulation, Ps*

Comme cela apparaît dans la Fig. 4.21, la phase de simulation (Sim.) ne subit pas de changement majeur lors de la formation, excepté dans :

- l'ajout dès l'étape 2 d'un fichier de simulation Scratch pour l'enseignant ;

- l'articulation jugée nécessaire entre le programme de simulation du fichier donné par l'enseignant aux élèves et le problème initial. L'enseignant doit prendre un temps pour s'assurer de la compréhension du script de ce programme afin de le relier au problème initial. C'est un élément noté comme manquant dans l'étape $B_{2,2}$, et qui était déjà pensé par le collectif de stagiaires avant celle-ci dans la grille d'interventions de l'enseignant imaginée (ANNEXE 4.5, p.310).

Le logiciel Scratch choisi est unique et identique sur les trois étapes. L'unicité de l'artefact numérique de type logiciel est choisie depuis l'étape $B_{2,1}$, et est motivée par une gestion imaginée plus aisée de la phase de bilan (ANNEXE 4.5, p.293).
Lors de la réflexion sur des choix de modèles probabilistes, le tableur a été écarté pour effectuer la simulation relativement aux difficultés rencontrées dans B_1 et exposées via un extrait-vidéo. Le tableur est perçu commme ne facilitant pas le lien avec les probabilités. Si le logiciel Geogebra a été proposé, il a été écarté car son usage par les élèves de la classe d'expérimentation a été restreint au domaine de la géométrie.
Le collectif choisit le logiciel Scratch qui lui semble plus facile pour programmer une course au plus près des règles du jeu. La course déjà intégrée provient d'une réaction du collectif après avoir été exposée à des éléments de l'avatar de l'étape $B_{1,2}$ de la première boucle.
La programmation complètement laissée à l'élève a été jugée trop complexe. (ANNEXE 4.5, p.301). Le fichier déjà préparé est aussi vu comme un outil de différenciation sur lequel l'enseignant peut prendre appui (ANNEXE 4.5, pp.304-305).

		Preuv.		
	Étape	**Preuv. 1**	**Preuv. 2**	**Preuv. 3**
B2	**Étape 1**	Envisagée	Exclue, $ETM_{Référence}$ jugé limitant en classe de troisième	Non
	Étape 2	Présente	Tentatives dans des groupes reboutées par l'enseignant	Non, bilan avec Seulement Preuv. 1
	Étape 3	Envisagée	Non rediscuté	Non rediscuté

Table 4.22 – *Evolution de la phase de Preuve, Ps*

La preuve expérimentale est majoritairement envisagée (de type Preuv.1), et malgré la survenue d'amorces de Preuv.2 chez certains élèves (en particulier dans l'étape 2 de la formation). Le collectif de stagiaires maintient son choix et privilégie cette preuve expérimentale tout en ayant pointé des amorces de calculs de probabilités (cf colonne Preuv.2, Tbl. 4.22). La place des arbres est questionnée, et ceci est relaté dans l'ANNEXE 4.5 (p.277 et p.287). Le collectif abandonne toute idée de travail avec des arbres de dénombrement ce qui réduit les chances de voir émerger une preuve formelle en classe. Ce positionnement est conservé (cf Etape 3 de Tbl. 4.22) par l'ensemble des stagiaires malgré le constat de travaux de certains élèves à l'étape 2 empruntant des arbres.

4.6.3 Dénaturation simplificatrice

Dans cette deuxième boucle, nous rapprochons l'évolution des couples obtenus de la notion de dénaturation simplificatrice d'une tâche définie par Kuzniak (1994). Il s'agit,

> *pour le stagiaire, de transformer des situations qui lui ont été proposées par les formateurs ou qu'il rencontre dans les livres, pour les adapter à son niveau de compétence mathématique et pédagogique.* (Kuzniak, 1994, p.262)

Cette dénaturation simplificatrice *résulte d'un appauvrissement des situations en jeu et porte également sur la fermeture des consignes.* (Ibid, p.263)
Si Kuzniak définit ce concept relativement à une tâche, au regard des couples recueillis en formation, il nous semble possible de l'étendre à la dénaturation simplificatrice d'une situation d'avatar, car cette dénaturation peut non seulement survenir dans l'énoncé et le questionnement initial, mais aussi dans l'ETM idoine.

Dénaturation chez les Souris

Dans l'atelier Souris, si l'énoncé et les questions de l'avatar semblaient permettre un travail riche autour du problème, une dénaturation de l'avatar s'est opérée, prenant sa source dans la manière d'intervenir de l'enseignant-expérimentateur où des confinements n'ont pas été levés, ou ont été engendrés par l'enseignant lui-même dans l'ETM_{eff}. La gestion du travail de groupe par l'enseignant semble ici en partie responsable de certains blocages dans la circulation du travail des élèves. La résolution de la tâche en a été fortement impactée jusqu'à l'exposition d'une preuve erronée de la part de l'enseignant en plénière. Aussi, s'est produite une dénaturation simplificatrice de l'avatar car l'ETM_{eff} ne contient pas de preuve valide. Cette dénaturation incombe à l'$ETM_{personnel}$ de l'enseignant-expérimentateur mais aussi peut-être à la projection de cet enseignant dans un $ETM_{pot\ coll}$ en formation ne faisant pas l'unanimité dans son contenu ou restant inachevé en J2. La prise en charge d'une classe qui n'est pas la sienne, est peut-être un facteur influant sur le contrôle de la circulation du travail par l'enseignant. Le couple de l'étape 1 de la formation a subi des modifications issues aussi de la personnalité de l'individu qui a mené l'expérimentation sans chercher à apporter de l'aide dans le travail entamé par les élèves. Sans fermer la consigne de la tâche prévue par le collectif, cette dénaturation simplificatrice peut aussi s'expliquer par des interventions restées superficielles sur les connaissances mathématiques sous-jascentes au problème. L'enseignant a parfois fait preuve de questions peu précises. Il n'a mené aucun contrôle des artefacts embarqués pour la simulation, de leur changement par les élèves en cours de séance, ni du contenu des fichiers de simulation élaborés. Ceci a engendré une dérive concernant une preuve tentée par l'enseignant appuyée par les fichiers de simulation erronés qu'il avait sélectionnés. Aucun contrôle ni des formateurs ni des observateurs n'a eu lieu lors de la sélection des éléments pour l'institutionnalisation. Nous soulignons ici une des limites (en partie liée au temps) dans l'ETM suggéré en formation relativement à l'élaboration de la phase d'institutionnalisation. Le collectif avait en réalité un quart d'heure pour effectuer le tri des productions des groupes et repérer

éventuellement des fichiers de simulation élaborés par les élèves et qu'ils jugeaient utiles ensuite.
De plus, si une preuve expérimentale était envisagée, des fichiers de simulation de stagiaires postés sur la plateforme à distance n'ont pas été considérés par le collectif de stagiaires. Un manque de communication à distance peut en être à l'origine, ou encore le manque d'implication des stagiaires entre les deux journées. De plus, la plateforme elle-même n'est pas simple à appréhender par un utilisateur. Concernant cet environnement :

- repérer des fichiers déposés par autrui nécessite de cliquer sur "Voir tout" ;
- aucune notification n'est envoyée au collectif lors d'un dépôt excepté si son auteur ajoute simultanément un commentaire.

La difficulté rencontrée dans le décryptage du programme Scratch utilisé par Augustin lors de la phase d'institutionnalisation peut aussi s'expliquer par le fait qu'il enseigne au lycée et non au collège et donc ne maîtrise pas le logiciel Scratch. Cette dénaturation simplificatrice est multifactorielle mais elle questionne l'investissement de l'enseignant expérimentateur pendant la formation.

Dénaturation chez les Poussins

Pour l'atelier Poussin, c'est dans les tâches liées à l'énoncé introduites lors de la phase de simulation (compléter un tableau et réaliser un graphique) que la dénaturation simplificatrice s'est opérée. Le travail avec un outil de simulation prêt à l'emploi a été conduit par l'enseignant via des sous-tâches couplées à un balisage d'interventions en plénière, quand les élèves travaillaient en groupe. Deux problèmes d'échelle ont surgi :

- l'échelle, sur l'axe des abscisses était inadaptée aux premiers points à placer dans le support de représentation graphique des élèves ;
- l'échelle sur l'axe des ordonnées choisie dans le fichier de simulation de l'enseignant pour la phase d'institutionnalisation.

Ce dernier souci est déjà présent dans le document (Fig. 4.74) déposé par un stagiaire (S'7) pour le bilan sur la plateforme à distance mais aucun stagiaire ne l'a alors mentionné (à l'étape $B_{2,1}$).

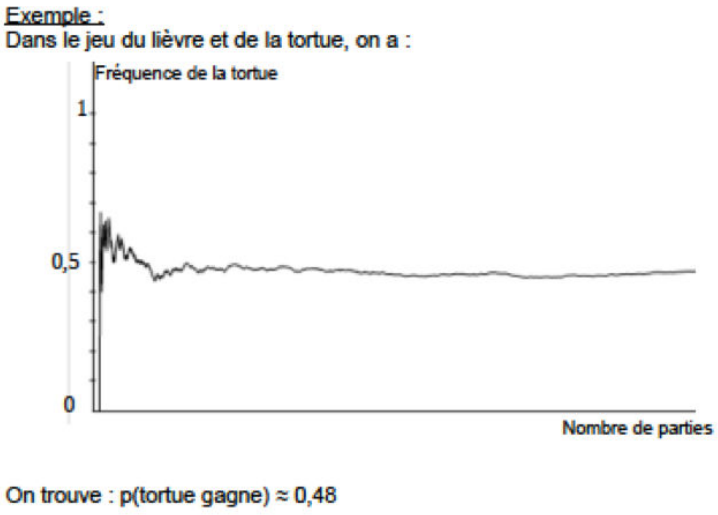


FIGURE 4.74 – *Extrait du document de S'7 pour le bilan, Ps, Réséda*

Ces choix ont eu un impact sur la nature des interventions de l'enseignante expérimentatrice Emma de l'étape 2.
La première, lors du travail en groupe des élèves a fait opérer un glissement des interventions sur le domaine des nombres. Les représentations graphiques absentes ou tentées mais inachevées n'ont pas permis un accès à une preuve expérimentale.
Le recours à un fichier de simulation préparé par le collectif et géré par l'enseignante-expérimentatrice devait permettre de visualiser une stabilisation des fréquences par relance. Cependant, il n'offrait pas la possibilité de départager les deux animaux étant donnée l'échelle de graduation dans la fenêtre graphique du fichier Scratch. La stabilisation semblait s'opérer vers la valeur 0,5. Si les formateurs ont relevé ce point et ont trouvé des alternatives possibles entre les journées de formation, aucune n'a été discutée pendant la formation. Cette dénaturation simplificatrice est doublement liée à des questions d'échelle. Le premier choix pour l'axe des abscisses incombe indirectement sans doute à la photo du tableau de fin de journée J1 (Fig. 4.75, p.269). Lucie l'a déposée sur la plateforme à distance et les stagiaires pouvaient y voir une ébauche d'une feuille pour les élèves avec un tableau et un nombre de courses :

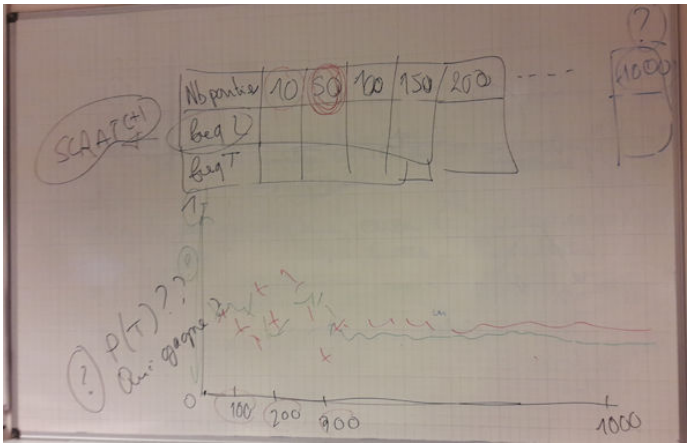


Figure 4.75 – *Tableau des idées (3), Ps, J1*

La difficulté de l'échelle a été soulevée en fin de première journée de formation (ANNEXE 4.5, pp.309-310) mais les documents pour les élèves restaient à élaborer pour J2 par le collectif en s'accordant à distance.

4.7 Conclusion de la deuxième boucle

Notre conclusion sera structurée pour répondre à nos trois questions de recherche. Nous prendrons appui sur les couples successifs obtenus lors de la formation dans les deux ateliers, qui nous livrent des résultats de recherche intermédiaires.

4.7.1 Expérience aléatoire, modèle et simulation (QR1)

Notre étude de la deuxième boucle est venue confirmer l'existence de ruptures entre expérience aléatoire et modèle aux abords de la simulation. Ces ruptures étaient déjà présentes dans l'avatar mis en oeuvre dans la classe de Lucie (étape $B_{1,1}$). Nous allons cette fois répondre aux deux sous-questions :

QR1.2 : Quelle est la place accordée à l'expérience aléatoire dans un ETM idoine aux abords de la simulation ?
et à :
QR1-3 : Quelles sont les raisons qui peuvent expliquer certaines ruptures rencontrées qui sont liées à la simulation ?
Pour cela, nous éprouvons préalablement le besoin de préciser les différents types d'expériences aléatoires pour pouvoir y répondre.

Réponses à QR1.2 et QR1.3

Nous répondrons dans cette partie non seulement à QR1.2 mais aussi à QR1.3 en distinguant les deux ateliers. Pour cela, nous prenons appui sur l'analyse de la circulation du travail ainsi que sur les itinéraires cognitifs et leur transformation au gré de la formation.

Le cas des Souris

Dans l'$ETM_{pot\ coll}$, l'expérience aléatoire réelle était prévue et semblait relever d'un processus naturel concernant la dévolution.
Ce type d'expérience tient donc une certaine place et reste à l'initiative des élèves, l'enseignant mettant à disposition des dés. Mais l'absence d'expériences aléatoires réalisées manuellement n'a pas été anticipée par le collectif de stagiaires et de formateurs. Elle est multifactorielle.
Nous notons des éléments incombant à l'ETM suggéré en formation :

- le changement de contrat lié au changement d'enseignant ;
- le changement de salle de classe (salle de technologie) avec un accès au bureau de l'enseignant moins aisé qu'en salle de mathématiques. La circulation des élèves dans la classe n'a pas été facilitée par les tables des élèves regroupées par quatre et la présence des observateurs dans chaque groupe ;
- l'opacité du bol noir contenant les dés qui a été choisi car c'est celui utilisé par l'enseignante de la classe (effet de routine) ;
- à certains stagiaires qui ne souhaitent pas la présence d'emblée de dés sur les tables des élèves.

Certains facteurs exposés ensuite sont liés aux interventions dans la classe entre les individus :

- l'absence de demande de dés de la part de tous les élèves ;
- le mot "probabilités" prononcé dès le début de la séance par l'enseignant-expérimentateur : il a incité des élèves à se tourner vers des calculs de probabilités plutôt que vers la manipulation de dés ;
- la non explicitation du matériel disponible par l'enseignant (il n'a rien dit, rien distribué, rien montré) ;
- par sa représentation iconique, un dé présent en bas de la feuille d'énoncé qui a pu inhiber la manipulation de vrais dés par les élèves ;
- le choix binaire proposé par l'enseignant dans certains groupes entre "dé ou ordinateur", qui semble "opposer" deux types d'expériences aléatoires (rélle ou simulée).

Le travail attendu des élèves se situe dans le paradigme des probabilités P1. Il se crée un décalage entre l'orientation du travail attendu par l'enseignant, et le paradigme P2 vers lequel certains élèves tentent de se diriger quand ils calculent des probabilités.
Lors de la phase de travail en groupe des élèves, l'expérience aléatoire modélisée est inexistante. Son absence est aussi multifactorielle et nous en avons relevé différentes causes parmi lesqelles :

- la non compréhension des règles du jeu et la manière peu appropriée dont l'enseignant-expérimentateur a pris en charge celle-ci ;
- l'expérience aléatoire modélisée a été sous-estimée dans son étude lors de la préparation du scénario ;
- le collectif de stagiaires exposé au biais de linéarité, n'a pas trouvé d'alternative par lui-même (grille d'intervention de l'enseignant non remplie), l'enseignant expérimentateur a du y faire face sans anticipation ;

- la manière de mener la phase Expl.2 minimisée par l'enseignant où seule une élève verbalise les règles du jeu sans manipulation.
- l'absence de travail sur les différents événements à considérer (absence de phase Expl.3) ;
- l'accès toléré par l'enseignant-expérimentateur au cahier de cours qui, s'il peut être source d'apprentissage pour les élèves, ici a entraîné un agissement de certains groupes sous l'influence d'une tâche vécue antérieurement. Les élèves ont alors repris à l'identique l'expérience aléatoire simulée de cette tâche déjà vécue en la transférant au problème du lièvre et de la tortue alors qu'elle est inadaptée ;
- un malaise de l'enseignant-expérimentateur relatif aux connaissances mathématiques et didactiques du contenu en classe de troisième. Nous émettons l'hypothèse qu'enseignant en lycée, son $ETM_{personnel}$ est influencé par l'$ETM_{Référence}$ des probabilités au lycée et non par celui du collège ;
- l'absence d'explicitation des agencements d'expériences aléatoires simples composant l'expérience aléatoire globale et de questionnement sur l'indépendance ou non des lancers de dés.

L'expérience aléatoire simulée est prépondérante concernant le travail des élèves. Sa place est induite par la circulation privilégiée par l'enseignant qui incite les groupes à utiliser un ordinateur. Les groupes, majoritairement, se heurtent à son élaboration. Son implémentation est contrainte par l'artefact numérique et par l'enseignant qui, parfois, tente d'imposer un choix de modèle en particulier avec le tableur, sous-couvert d'une demande de réorganisation spatiale de la feuille de calcul au tableur. Cette expérience aléatoire simulée fait l'objet de tentatives multiples conduisant au changement d'artefacts numériques pour certains groupes, en l'absence d'interventions de l'enseignant à propos de l'expérience aléatoire modélisée.
Les raisons suivantes expliquent aussi en partie des ruptures et l'absence d'un réel travail sur la preuve de type expérimental (preuv.1) :

- la présence d'expériences aléatoires simulées inadaptées au problème et dont la raison n'a pas été toujours décelée et verbalisée par l'enseignant-expérimentateur ;
- l'absence d'une expérience aléatoire simulée qui convient. Elle existait pourtant, élaborée par quelques stagiaires et postée à distance sur Réséda, mais elle n'a pas été négociée pour être utilisée dans l'expérimentation en classe ;
- la multiplicité des artefacts numériques utilisés en classe.

Cette multiplicité est à rapprocher du manque d'interaction au sein du collectif des Poussins lors des essais de simulation en parallèle sur tableur et Scratch (J1 après-midi et Réséda). Cette multiplicité est aussi liée aux artefacts numériques non partagés entre tous les stagiaires (de collège et lycée), comme le logiciel Scratch uniquement préconisé au collège. L'absence de consensus est en partie sans doute à l'origine de ce laisser-faire de la part de l'enseignant-expérimentateur censé porter le choix du collectif.
Nous pouvons ajouter à cela le peu de guidance de la part de l'enseignant-expérimentateur face au travail réalisé par les élèves, avec une prise d'indice dans les groupes restée superficielle. L'$ETM_{pot\ coll}$ est donc en partie responsable de la prépondérance de

l'expérience aléatoire simulée et de la variété des artefacts numériques utilisés en classe.

Le cas des Poussins

Dans l'$ETM_{pot\ coll}$ comme dans l'ETM_{eff}, l'expérience aléatoire réelle est la plus apparente. Elle est imposée par l'enseignant qui tente de contrôler sa réalisation, et le nombre de courses effectué manuellement. Par le biais d'une phase de recueil des résultats concernant le vainqueur dans chaque groupe, la simulation est introduite comme outil permettant de réaliser un plus grand nombre de courses. Mais dans cette phase d'introduction de la simulation, la transition de l'expérience réelle à l'expérience aléatoire simulée est restée opaque. Son implémentation dans le logiciel Scratch n'a pas été explicitée dans un premier temps. Le collectif de stagiaires semble avoir sciemment choisi d'occulter en classe tout ce qui concernel'expérience aléatoire modélisée, en ôtant tout dialogue sur les hypothèses concernant les modèles, dialogue pourtant occasionné par la simulation. Ce point est reconsidéré *a posteriori* par le collectif qui le juge finalement nécessaire. Le non-choix du tableur pour la simulation est un indicateur du désir de choisir un modèle "congruent" aux règles énoncées, après avoir pris conscience de difficultés rencontrées dans la première boucle par l'enseignante Lucie (étape $B_{1,1}$). L'extrait-vidéo du groupe Gr6 (Chapitre 3, pp.108-109) a peut-être joué un rôle de réducteur par rapport à l'artefact numérique inséré dans le scénario et au choix fait d'une simulation prête à l'emploi. Le fichier de simulation Scratch a servi ici de tremplin pour évacuer les questions liées à l'expérience aléatoire modélisée. Chez les élèves, si cette expérience aléatoire simulée était accessible dans le script, les élèves ne s'en sont pas emparés. Ils ont utilisé ce fichier comme une boîte noire pour remplir le tableau et exécuter la sous-tâche attendue. De manière immédiate, cela ne les a pas empêchés de poursuivre leur travail, mais cela a eu un impact ultérieur sur leur traitement et interprétation des données. A aucun moment, le collectif de stagiaires et de formateurs n'a relevé cet aspect et n'a suggéré comme alternative une phase de type Expl.3 avec un éclairage sur l'expérience aléatoire en jeu, des événements considérés et la question des modèles probabilistes. La confusion entre *modéliser* et *simuler* chez les stagiaires Poussins, a contribué à ne pas envisager de travailler les hypothèses de modélisation avec les élèves. Elle a été repérée par les formateurs (ANNEXE 4.5). L'$ETM_{Référence}$ de la classe de troisième ne mentionne pas les lois de probabilité concernées par le jeu du lièvre et de la tortue et cela a certainement aussi orienté le choix du collectif des stagiaires sur ce point.

4.7.2 Artefacts numériques et simulation (QR2)

Réponses à QR2-1

Nous allons répondre à la sous-question suivante :

QR2-1 Dans une classe, quelle est l'influence de l'introduction de dés sur la circulation du travail relative à la simulation ?

Le nombre de dés, leur place physique dans la classe, la manière dont l'enseignant signale leur présence, la temporalité de leur usage, la manière de les utiliser ou encore ceux qui les utilisent, sont autant de facteurs qui ont influencé la circulation du travail des élèves dans l'ETM. Pour certains groupes, les dés à jouer ont révélé, par leur usage, des difficultés de compréhension de la règle du jeu, sous-estimées par certains stagiaires.
Parfois, ces dés ont eu un effet secondaire non attendu par les enseignants de par leur nombre (deux chez les Poussins) ou leur représentation iconique sur l'énoncé (Souris). Les dés physiquement présents ou représentés sur l'énoncé ont parfois inhibé l'identification de l'expérience aléatoire en jeu car les élèves ont calqué leur action sur une tâche antérieure qui incluait des lancers de dés avec une expérience aléatoire non identique.
Les deux scénarios menés en formation (étape $B_{2,2}$) ont révélé que la circulation du travail est très sensible à la manière dont l'enseignant introduit les dés dans le milieu et aux tâches antérieures ayant déjà convoqué des lancers de dé. Le recours au dé ne peut être considéré sans un rapprochement avec le mode de gestion de la séance par l'enseignant. Et la présence de dés à jouer accessibles ne garantit pas une circulation fluide, des blocages peuvent apparaître.

Réponses à QR2-2

Voici la deuxième sous-question traitée ici :

QR2-2 : Quelle incidence un choix d'artefact numérique (logiciel) a-t-il sur le travail envisagé et conduit par un enseignant dans sa classe sur la tâche ?

Deux manières d'organiser le travail sur la simulation sont présents dans la classe en formation ($B_{2,2}$) : soit des élèves devaient l'élaborer en partant de rien (scénario de l'atelier Souris), soit un fichier déjà prêt leur était imposé par l'enseignant (scénario de l'atelier Poussins).
Dans le premier cas, le travail où plusieurs artefacts numériques sont autorisés simultanément a montré qu'il nécessite, de la part de l'enseignant, des prises d'indice fines et rapprochées dans le temps sur les travaux des différents groupes. La gestion par l'enseignant a conduit à un épaississement de la dimension instrumentale (p.191) avec une fibration et cet épaississement s'est produit au détriment de la preuve expérimentale.
Dans le deuxième cas, le fichier tout prêt de simulation n'a pas pris sens chez une majorité d'élèves : une rupture entre le programme Scratch fourni et le travail de probabilité attendu était réelle. Aucun travail algorithmique n'a vu le jour avant de considérer la programmation pour la simulation. Les registres sémiotiques privilégiés par le collectif d'enseignants pour exploiter les données issues de la simulation ont conduit à un glissement dans le domaine numérique, éloignant les élèves du domaine source (Montoya-Delgadillo & Vivier, 2014).

Réponses à QR2-3

QR2-3 : Qu'est-ce qui influence l'enseignant dans ses choix d'artefacts pour sa classe ?

A cette question il y a deux niveaux de réponses dans notre deuxième boucle. Des choix individuels de stagiaires en formation (étapes $B_{2,1}$ et $B_{2,2}$) ont émergé et se sont exprimés mais aussi des choix collectifs ($B_{2,1}$ et $B_{2,3}$), sur des artefacts numériques. Ces choix n'ont pas toujours fait consensus au sein du collectif.
Des échanges ont eu lieu sur les deux expérimentations en classe de formation entre les deux ateliers. Les discussions sur le scénario en amont et après l'observation collective ont joué un rôle dans le positionnement des stagiaires.

En fin de deuxième journée de formation, l'ensemble des stagiaires a, conclu à la nécessité d'un juste milieu pour la phase de simulation entre les deux sénarios vécus en formation. Ils ont finalement adopté le même choix de donner aux élèves un fichier de simulation avec un unique artefact numérique, en y intégrant une seule course. Pour autant, ils n'ont pas précisé le modèle probabiliste utilisé à cet effet (loi géométrique tronquée ou loi binomiale). Ils n'ont pas non plus évoqué, durant la formation, la manière de valider des valeurs des probabilités estimées par des fréquences obtenues par simulation.

4.7.3 Simulation et preuve (QR3)

Nous rappelons notre première sous-question sur la preuve et la simulation.

QR3-1 : Dans une classe, comment l'enseignant va-t-il jouer sur la circulation du travail entre simulation et preuve ?

Les deux ateliers nous livrent les éléments suivants concernant cette question. Si des brouillons initient un travail qui pourrait faire émerger la preuve par des calculs de probabilités, l'enseignant-expérimentateur a systématiquement réorienté le travail vers l'approche fréquentiste. Pour encourager un travail s'appuyant sur la simulation l'enseignant a employé différentes interventions comme :

- donner un fichier tout prêt ;
- obliger à faire des courses manuelles et montrer que réaliser peu de courses en lançant des dés physiques ne suffit pas pour répondre ;
- ou encore proposer un ordinateur ;
- ignorer des productions individuelles au profit d'autres traces écrites.

Dans un cas, l'enseignante-expérimentatrice, Emma, a conclu avec une preuve expérimentale prenant appui sur un fichier préparé en amont, représentant le nuage de points (n, f_n) en insistant au départ sur le chaos obtenu pour peu de courses effectuées. Puis l'enseignante a augmenté la taille de l'échantillon en relançant le fichier de simulation pour voir s'opérer une stabilisation autour d'un nombre qui était illisible. Cela n'a pas empêché l'enseignante de conclure en interrogeant une élève dont elle savait qu'elle avait la valeur attendue. Aucun calcul des probabilités

n'a été proposé par l'enseignant- expérimentateur dans les deux ateliers, même à la demande d'un élève.

Réponses à QR3-2

QR3-2 : Quel type de relation(s) serai(en)t envisagé(s) entre simulation et preuve par les élèves et par les enseignants ?

Dans certains groupes des deux scenarios effectués en formation, des élèves ont initié un travail sans souhaiter employer la simulation. Ils ont tenté des calculs de probabilité, et se sont parfois heurté à un biais de linéarité que les enseignants n'ont pas réussi à leur faire dépasser. Les enseignants ont alors détourné le travail initié vers une preuve formelle et l'ont orienté vers l'approche fréquentiste appuyée par la simulation.

Dans cette boucle, deux couples sont nés et ont subi des transformations au fil de l'avancée de la formation. Une influence de la formation se dégage en fin de boucle incarnée par des modifications évoquées à l'étape .

4.7.4 Le travail en groupe, quelle pertinence ?

La mise en groupe des élèves n'est pas toujours apparue pertinente lors des deux mises en oeuvre des avatars dans les deux classes durant la formation.
Chez le collectif des Poussins, l'articulation pensée pour la phase d'introduction de la simulation (Sim.1) semble justifier pleinement cette modalité de mise en groupe initiale. Elle s'appuie sur des résultats de courses effectuées à la main. Cette pertinence du regroupement des élèves n'est plus là au moment de l'exploitation du fichier de simulation de l'enseignant quand il s'agit de remplir un tableau et de réaliser un graphique (phase Sim.2P et Sim.3).
Le couple de l'étape $B_{2,2}$ en formation ($Av^{B_{2,2},coll}$, ETM_{eff}) a fait émerger une nouvelle question qui constitue une des perspectives de notre recherche :

Quelles phases de l'$ETM_{attendu}$ auraient une pertinence mathématique pour la preuve, à être articulées avec du travail en groupe d'élèves ?
Le cadre théorique des ETM nous offre la potentialité d'étudier les enjeux du travail en groupe d'élèves associé à un avatar. En particulier, il semble permettre de repérer des choix de plans priviligiés par l'enseignant quand il intervient dans un groupe. Si ce questionnement supplémentaire a surgi durant notre enquête, nous ne le traiterons pas dans un premier temps. Nous effleurerons ce point en consacrant un appendice à la dimension particulière du travail en groupe des élèves car elle est une spécificité commune aux différents ETM_{eff} considérés dans notre trajectoire.

4.7.5 Perspectives de questionnement

Les dénaturations d'avatar ou d'ETM idoine observées dans la trajectoire de notre situation d'avatar pose la question de l'engagement d'un enseignant en formation et notre étude ne peut en faire l'économie. Nous ouvrons donc une parenthèse

utile à notre étude sur ce que Remillard appelle un mode d'engagement (Remillard, 2010) afin d'élargir ce concept à notre étude.

Les modes d'engagement possibles en formation

Les stagiaires du Havre (Chapitre 1, pp.37-43) avaient partagé un travail en 2014 sur des tâches de probabilités contenues dans une brochure [18] non détaillée ici.
Au regard de notre analyse des données, nous émettons l'hypothèse que le processus d'usage qu'un enseignant fait de problèmes émanant d'une formation n'est pas direct, tout comme le prétend Remillard (2010) sur les ressources curriculaires qui décrit des *"modes d'engagements"*.
Il s'agit pour Remillard de comprendre :

> *" ce que font les professeurs dans leurs transactions avec une ressource curriculaire particulière (...) "* (Ibid, p.208)

Elle suppose l'existence d'interactions entre les ressources et l'enseignant.
Remillard s'est en effet attachée aux relations développées par les enseignants avec des ressources, la manière dont elles se constituent, comment elles réorientent les pratiques. Son hypothèse est la suivante :

> *" les enseignants sont situés par et à travers leurs rencontres avec le matériel curriculaire comme des utilisateurs d'un type particulier. "* (Ibid, p.202)

Remillard fait un rapprochement avec l'analyse filmique où :

> *" celui qui parle fait des hypothèses sur ceux qui l'écoutent selon Ellsworth (1997) "* (Ibid, p.202)

Elle reprend le concept de :

> *" mode de destination comme l'entrée en relation entre le professeur et les ressources curriculaires "* (Ibid, p.203).

et précise que ces modes sont multiples pour des textes.
Parce que nous considérons une action de formation comme, en particulier, un lieu et moyen de rencontre avec du matériel curriculaire (mais pas seulement), nous étendrons ici le concept de ressource curriculaire à toute forme de ressource, en particulier tout problème, proposé en formation en lien avec un changement de programme curriculaire.

Le matériel curriculaire inclut des formes de destination, et les enseignants interagissent avec ce dernier à travers différentes postures identifiables, que Remillard nomme les modes d'engagement. Elle distingue différentes formes de destinations [19]

18. Masselin,B., Mondragon,F.(2015), *Probabilités statistiques, cinq scénario (3ème/2nde)*, IREM, Université de Rouen

19. *" plusieurs formes de destinations, ie ce que les enseignants voient, examinent, manipulent quand ils utilisent une ressource curriculaire, à savoir sa structure, son apparence, sa voix, son medium et enfin son genre. Ces formes sont des puissants médiateurs de l'engagement sachant que ces ressources qu'elle considère sont des produits de l'évolution socio-culturelle. "* (Remillard, 2010, p.203)

La formation de notre étude semble aussi relever de ce type, car elle est ancrée dans un contexte d'après réforme, avec une entrée institutionnelle de demande de mise en place de *" tâches complexes "* dans les classes relevant du domaine des probabilités ainsi que de l'algorithmique au collège.
Remillard précise aussi concernant ces ressources que :

> *" Le lecteur s'engage et interagit avec l'artefact qui a été développé, pas avec son auteur. "* (Ibid, p.208)

Nous élargissons ses propos aux formations et à ses constituants. En effet, il peut exister des interactions à court ou à plus long terme entre le milieu de formation et l'enseignant, provoquées par des échanges du collectif sur des contenus. Les couples constitués d'avatar et de leur ETM idoine associé sont au coeur de ces interactions.

En plus de sa propre genèse instrumentale, un enseignant agit donc selon un mode d'engagement dans une formation. Des variantes de degré d'implication des stagiaires dans le dispositif de formation sont apparues d'un atelier à l'autre, et concernent en particulier l'enseignant-expérimentateur.

Au long terme, nous émettons l'hypothèse qu'il existe des interactions entre les tâches proposées, les activités individuelles et collectives engendrées (constituant un vécu de formation) et l'enseignant stagiaire.
Notre troisième boucle devrait nous renseigner sur ces interactions et leur dynamique, elle fera l'objet du chapitre 5 (pp.259-305) La constitution de couple(s) (avatar et ETM idoine associé) après la formation, s'ils contiennent certaines données de couples initiaux de la formation, nous semblent être des témoins potentiels de ces interactions avec la situation d'avatar.

Nous nous intéresserons aux modes d'engagement : ils sont la façon dont *"les enseignants rencontrent les ressources et s'engagent avec les formes de destination du texte"*, en quelque sorte leur transaction, leur façon d'interpréter ce qui est proposé, leur manière d'y mettre du sens. Les formes de destination entrent ici en jeu et Remillard en décrit quatre. Nous empruntons les quatre formes élémentaires à la lecture que l'enseignant fait de la ressource [20] pour les décliner sur une formation à travers les premières questions suivantes :

- Pourquoi l'enseignant utilise une tâche proposée en formation ? Quels éléments de couples d'avatar auxquels il a été exposé conserve-t-il ou modifie-t-il ?
- Quand l'utilise-t-il ?
- Quel "usager des couples partagés en formation" est l'enseignant ?

Nous faisons l'hypothèse que des effets d'une formation se mesurent par un processus d'usage négocié portant sur des problèmes proposés en formation (certains passeraient du statut d'outil ou objet d'étude en formation à instrument pour la classe).

20. *" - Pourquoi il lit ? Pour les activités, les idées essentielles, les objectifs ?*
- Quelles parties il lit ?
- Quand il lit ? A différents moments d'enseignement, le "quand" étant lié au "pourquoi"
- Quel lecteur est-il ? Forme de positionnement, comme une attitude influencée par son point de vue sur l'enseignement, par le rôle qu'il attribue aux ressources curriculaires.", (Remillard, 2010, p.208)

Ces modes d'engagements sont à prendre en compte, entre autres, dans l'influence des choix, en particulier, d'artefacts numériques pour la simulation. La cohésion (ou son absence) des groupes de stagiaires et le rôle des formateurs y sont des facteurs déterminants. Nous avons repéré, lors de notre enquête, une plus forte cohésion chez les stagiaires Poussins que chez les Souris sur les choix de logiciels pour la simulation. Chez les Souris, les enseignants de Lycée utilisaient le tableur tandis que ceux de collège s'orientaient vers le logiciel Scratch. Pour l'autre atelier, le changement curriculaire a orienté vers l'emploi de Scratch avec l'arrivée de l'algorithmique au collège. La personnalité de l'enseignant-expérimentateur, son mode d'engagement, sa gestion ou son expérience personnelle du travail de groupe influencent aussi les divers couples observés.

Nouvelles questions

Si la deuxième boucle laisse entrevoir des changements de positionnement des stagiaires au fur et à mesure des étapes successives (analyse *a priori*, expérimentation en formation, analyse *a posteriori*), nous pouvons, à plus long terme, nous questionner sur le devenir de notre situation d'avatars dans les classes des stagiaires. Quel avatar vont-ils ou non élaborer pour leur classe après avoir relevé en particulier des blocages ou confinements, et tenté d'y remédier tout en recherchant collectivement des alternatives possibles d'enseignants ?
Nous rechercherons de quelle manière les stagiaires envisagent le problème du lièvre et de la tortue dans leur classe autour des questions sur :

- l'expérience aléatoire, les modèles et la simulation ;
- les artefacts et la simulation ;
- la simulation et la preuve.

Pour cela nous étudierons les retours des stagiaires sur des expérimentations effectuées dans leur classe. Cela devrait nous permettre de repérer des éléments de réponse à ceci :
Si la formation a engendré de nouvelles dénaturations simplificatrices, et de quel type seraient alors ces dénaturations ?

Les stagiaires n'ayant pas mis en place le problème dans leur classe feront partie intégrante de notre réflexion. Nous tenterons de rapprocher les boucles B_3 des modes d'engagement des stagiaires en formation et nous poserons la question suivante :
A propos de la simulation, quels liens existe-il entre la circulation du travail dans un ETM idoine associé à un avatar né après formation par un stagiaire et son mode d'engagement en formation ?

Chapitre 5

Premiers effets de la formation : troisième boucle (B_3)

5.1 Introduction : plan et objectifs de ce chapitre

? .
? .
?

Ce chapitre a pour objectif de préciser nos trois questions de recherche à travers les transformations opérées par les enseignants stagiaires sur le problème du lièvre et de la tortue après la formation. Il s'agira d'étudier des couples, composés d'un avatar et de son ETM idoine associé, nés à la suite de la formation dans des classes de stagiaires des deux ateliers. Ces couples permettront de mieux cerner des effets de la formation à travers le repérage des modifications apportées sur ce qui y a été collectivement construit et analysé. Des mises en oeuvre du problème du lièvre et de la tortue par des enseignants dans leur classe nous serviront de support d'analyse de leur travail sous le prisme de nos trois axes de recherche, à savoir :

QR1 : Comment l'enseignant encadre-t-il les liens entre expérience aléatoire et modèles mathématiques lors d'une simulation ?

QR2 : Par un arbitrage sur le(s) artefact(s), comment l'enseignant influence-t-il la circulation du travail entourant la simulation ?

QR3 : Dans une classe, quelle est la relation organisée par l'enseignant entre la simulation et la preuve ?

Nous ne rappelons pas ici les sous-questions associées à ces questions de recherche majeures (détaillées au chapitre 2).

Pour poursuivre notre enquête, nous nous sommes intéressés aux retours effectués par les stagiaires sur leur propre expérimentation du "jeu du lièvre et de la tortue", lors d'une troisième journée de formation. Nous n'avons pas observé personnellement les classes des stagiaires au moment où ceux-ci ont mis en oeuvre leur scénario. En cela, ce chapitre n'est pas une étude directe de la troisième boucle,

mais un reflet de celle-ci par le prisme de la dernière journée de formation. Pour faciliter notre recherche et avancer sur nos questions, nous avons imaginé que des traces de l'ETM suggéré en formation. Cet ETM est défini comme l'ensemble des couples successifs d'avatar et d'ETM potentiels collectifs ou effectif associés inclus dans la formation. Des traces de cet ETM suggéré seraient visibles par des retours de stagiaires sur leur propre vécu dans leur classe. Elles devraient nous permettre de repérer la nature du travail de l'enseignant à travers le type de modifications apportées et nous permettre d'atteindre des éléments expliquant la dynamique des transformations opérées par les enseignants après la formation. Dans un premier temps, nous rendons compte d'outils spécifiques de méthodologie pour l'étude de cette boucle.
Ensuite, nous nous attarderons sur des stagiaires n'ayant pas mis en oeuvre d'avatar du problème dans leur classe, ou n'ayant pas réussi à le mettre en place. Des justifications de cette absence (ou échec) pourraient apporter un éclairage supplémentaire à nos questions de recherche. Ainsi le collectif de stagiaires pourrait mettre en avant des conditions plus ou moins favorables à la mise en place de la simulation dans les classes.
Dans un troisième temps, nous étudierons deux couples formés d'un avatar et d'ETM_{eff} associé de l'étape 1, mis en place volontairement par deux stagiaires dans leur classe après avoir vécu la formation. Dans ce chapitre, nous avons fait le choix d'écarter l'étude de boucles "sauvages" réalisées par trois stagiaires dans leur propre classe entre le premier et deuxième jour de la formation. Ces boucles ne nous semblent pas se situer au même niveau d'étude car elles ont été effectuées avant l'expérimentation en classe intégrée dans la formation et donc sans l' analyse collective *a posteriori* qui a suivi (après l'étape 1 et avant l'étape 2 de la formation). Aussi, les stagiaires qui les ont réalisées n'avaient pas vécu en entier la deuxième boucle. Ils ont indiqué des éléments de cette boucle sur la plateforme à distance Réséda. Par conséquent, il nous semble difficile alors d'apprécier des effets de formation sur leurs couples.

En conclusion, dans ce chapitre, il s'agira en particulier d'observer les composants des nouveaux couples et de repérer, en particulier si la formation n'a pas provoqué la naissance de dénaturations simplificatrices (Kuzniak, 1994) similaires ou distinctes de celles déjà détectées dans la formation.

5.2 Eléments méthodologiques spécifiques d'après formation (B_3)

5.2.1 Une troisième journée de formation

Le tableau Tbl.5.1 (p.281) décrit le calendrier de la troisième boucle. Un délai de deux mois et demi sépare la deuxième journée de formation de la troisième journée en présentiel. Un temps assez long est laissé aux stagiaires pour leur permettre de tester le problème dans leur propre classe. Un temps court pourrait en effet empêcher la naissance d'expérimentations dans les classes des stagiaires (étape 1 de boucle B_3). Le fait que les couples de la boucle B_2(en formation) aient été collectivement construits, permet une visibilité des écarts entre ces couples et ceux choisis

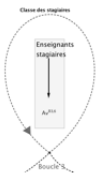
Boucle 3	Temporalité	Couples	Présentiel-Distanciel
 **Etape 1**	**Entre J2 et J3** du 03/04/2017 au 12/06/2017	$(Av^{B3,1,S}, ETM_{eff})$	Couples réalisés dans les classes des stagiaires dont le récit est fait en formation

TABLE 5.1 – *Calendrier de la boucle B_3*

individuellement après la formation.

Notre choix de réinterroger en journée de formation et collectivement les stagiaires sur leur propre expérience de classe nous permettait de repérer des premières transformations entre les deuxième et troisième boucles. Nous avions imaginé que le collectif de stagiaires et formateurs pourrait réinterroger les écarts entre les couples collectivement partagés et ceux individuels. C'est ce qui nous a motivé, en partie, à procéder à une organisation de la dernière journée de formation en présentiel permettant ainsi un recueil de données indirect sur la troisième boucle. Lors du troisième jour de formation, tous les stagiaires étaient donc réunis pour exposer et croiser des expérimentations menées dans leurs classes sur le jeu du lièvre et de la tortue.
Ces recueils ont eu lieu avec l'équipe de formation et le groupe de stagiaires dès le début de la journée et les stagiaires s'exprimaient sur leur propre expérimentation dans leur classe. Ils avaient l'occasion de partager au collectif leur avatar et des éléments de leur scénario de classe. Cette phase de la troisième journée de formation a duré deux heures. Nous avons transcrit l'intégralité des échanges du collectif dont certains extraits seront mentionnés par la suite. Ils sont issus d'échanges réalisés entre les stagiaires et l'équipe de formation. La séance a été filmée intégralement.

5.2.2 Les analyses prévues sur la boucle B_3

La troisième journée de formation a permis un recueil de données sur des scénarios vécus dans les classes des stagiaires. L'intégralité des échanges de cette phase est en ANNEXE 5.1. Ces données étant le fruit du retour des stagiaires sur leur propre expérience, notre étude a sans doute ses limites dans ce qui est livré (interprétations possibles) ou dans ce qui est dévoilé au collectif (retour partiel). Nous avons recueilli des données sur :

- l'absence d'implémentation d'avatar dans les classes de certains stagiaires et l'échec du couple de Malo (du collectif des "Souris", ($Av^{B_{3,1},Malo}$, ETM_{eff}) ;
- le couple de Mattéo, un stagiaire du collectif des "Poussins" ($Av^{B_{3,1},1,Mattéo}$, ETM_{eff}) ;
- le couple de Christian appartenant au collectif "Souris", ($Av^{B_{3,1},Christian}$, ETM_{eff}).

Les trois couples ont pris vie dans les classes de stagiaires et nous avons un accès partiel à leur ETM_{pot}, via en particulier l'ETM vécu en formation (décrit dans le chapitre 4, pp.157-258).
Le collectif a débattu sur ces présentations de couples durant la troisième journée de stage, et des extraits d'échanges témoignent de justifications de choix de la part des enseignants. Nous commencerons notre analyse par la présentation des arguments d'une majorité de stagiaires, justifiant de l'absence de mise en oeuvre de la tâche dans leur classe. Les données recueillies sur B_3 seront rapprochées dans un premier temps des couples construits collectivement puis analysés en formation (B_2), en tenant compte de la perméabilité des échanges entre les deux ateliers permis par des temps d'échanges communs ou la plateforme Réséda.

D'un point de vue méthodologique, notre analyse s'appuie sur les données suivantes :

- des verbatim des stagiaires sur leur couple (avatar et éléments d'ETM idoine associé décrits) ;

- des échanges au sein du collectif de la formation ;
- des extraits d'une grille d'intervention de l'enseignant élaborée dans la boucle B_2. Nous tenterons de repérer si les stagiaires se sont appropriés et ont réinvesti des éléments de cette grille d'intervention de l'enseignant élaborée collectivement en formation avant la boucle B_3.

La grille d'intervention de l'enseignant
De manière complémentaire, notre étude sera soutenue par un rapprochement entre les éléments livrés des couples de B3 et la grille d'interventions pour l'enseignant élaborée en amont dans la formation.

Dans la boucle B_2 en formation, les stagiaires ont imaginé des interventions possibles afin de faire face à des blocages ou confinements, par anticipation ou *a posteriori* de l'étape $B_{2,2}$. Ces interventions de l'enseignant visent à rendre plus fluide la circulation du travail dans l'ETM idoine. Dans l'atelier Poussins, cette grille a été initiée dès le premier jour, à l'étape $B_{2,1}$, avant la classe d'expérimentation. Dans l'atelier Souris, cette grille n'a été amorcée qu'après la classe d'expérimentation à l'étape 3 de la formation. Un extrait (Fig. 5.2) présente la structure de cette grille :

Phases	Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
1	L'élève pense que chacun joue à son tour	Qui lance le dé ? Qui commence la partie ? Le lièvre ou la tortue ?	Compréhension de la règle Manipulation professeur vient jouer dans un groupe en interne ou en plénière.
1	1/6 * 4 (ou nombre de cases du circuit)	1) Et s'il y avait 7 cases 2) Utilisation de la calculatrice	Compréhension de la règle
1	Chances du lièvre divisées par 4 (le nombre de cases) : 1/6*1/4=1/24. Idem pour la tortue : 5/6*1/4=5/ (suivant le nombre de cases).	Renvoyer vers la somme des probabilités égale 1	Problèmes calculatoires avec les probabilités
1	L'élève pense que la tortue avance malgré un 6	Revenir au sens du si ...sinon en revenant clairement sur le dé (partir dans l'exemple de la vie quotidienne).	Compréhension de la règle Manipulation professeur vient jouer dans un groupe en interne ou en plénière.

Table 5.2 – *Extrait Grille d'intervention de l'enseignant*

Elle reprend les phases du plan du scénario (1ère colonne), mentionne l'élément qui ferait déclencher une intervention (2e colonne), son contenu (3e colonne) et enfin sa(ses) visée(s) concernant le travail des élèves. L'intégralité et la fusion des deux grilles co-construites dans chaque atelier en formation se trouvent dans un *"Cahier de Lesson Study n◦3, Le jeu du lièvre et de la tortue, une situation, plusieurs scenarii."*, (Masselin et al., 2017, pp.16-21) [21].

Cette grille élaborée avec l'objectif de rendre plus fluide la circulation du travail dans l'ETM idoine, nous informe indirectement dans B_3 sur la manière dont les stagiaires se sont emparés du travail entourant la simulation et nous permet de mieux appréhender les données pour notre enquête. Les trois couples ($Av^{B3,1,S}$, ETM_{eff}) seront observés sous l'angle de l'impact de la circulation du travail engendrée par les choix des stagiaires. Notre visée est de compléter les résultats déjà obtenus aux chapitres 2 et 3 concernant nos questions de recherche sur les relations entre :

- expérience aléatoire et modèle ;
- artefacts et simulation ;
- preuve et simulation.

Pour conduire notre analyse, nous reconstituerons à partir des verbatims les itinéraires cognitifs empruntés en nous basant sur les différentes phases (d'exploration, de simulation et de preuve) définies dans l'$ETM_{attendu}$ (chapitre 2, pp.54-63). Nous consacrerons initialement une section aux stagiaires n'ayant pas mis en oeuvre d'avatar du "jeu du lièvre et de la tortue" ou ayant vécu un échec dans une tentative de mise en oeuvre (cas de Malo).

5.3 Absences d'avatars chez des stagiaires

Les formés présents le troisième jour de formation ont tous rapporté oralement s'ils avaient ou non conduit des avatars dans leur propre classe. S'ils ne l'avaient pas fait, ils étaient amené à justifier des raisons de non mise en place du problème du lièvre et de la tortue dans leur propre classe. Leur témoignage se trouve en ANNEXE 5.1 (pp.24-30)

Le troisième jour de formation 19 stagiaires étaient présents en tout (9 Poussins et 10 Souris). Seule une stagiaire de l'atelier Souris était absente ce jour (S3). Le nombre de stagiaires ayant réalisés (ou tentés) une mise en oeuvre de la tâche dans leur classe après la deuxième journée de formation varie selon l'atelier :

- 2 stagiaires Souris sur les 10 présents ;
- 4 stagiaires Poussins sur les 9 présents.

Parmi les quatre stagiaires Poussins, nous concentrerons notre étude sur les travaux de l'unique enseignant ayant vécu la totalité de la boucle de formation (B_2) avant sa mise en oeuvre dans sa classe. En effet, les trois autres enseignants stagiaires ont réalisé des boucles "sauvages" qui se sont intercalées entre les étapes 1 et 2 durant la formation (entre $B_{2,1}$ et $B_{2,2}$). Aussi, dans un premier temps, nous excluons ces boucles de notre étude car les couples de ces boucles "sauvages" sont indépendants

21. $http://irem.univ-rouen.fr/sites/default/files/u87/LSProbas2017_BrochureVSite.pdf$

du contenu de la deuxième journée de formation, leur avatar et mise en oeuvre ayant eu lieu avant les étapes 2 et 3 de la formation. La suite détaille succintement les raisons livrées par les stagiaires de non transfert dans leur classe d'un avatar de la situation proposée en formation.

5.3.1 Parmi les stagiaires Poussins

La stagiaire S1 déclare des problèmes d'organisation (classes de quatrième en voyage, un retour de congé maternité et des soucis de réservation de la salle informatique).
L'enseignante S6 évoque être en attente de l'arrivée d'une classe mobile dans son établissement, qui, selon elle, lui permettra de ne pas imposer la simulation par le simple fait de se rendre en salle informatique. Elle semble attendre un matériel jugé plus adéquat et le fera avec une simulation sous Scratch.
Le stagiaire S9 indique que le chapitre des probabilités est traité en dernier et le sera début juillet, donc ce problème ne sera pas fait faute de temps.

5.3.2 Parmi les stagiaires Souris

La stagiaire S'6 est en congé parental, donc sans classe mais elle évoque avoir imaginé emprunter une classe d'une collègue avec qui elle échange. Cependant, le temps lui a manqué entre le deuxième et le troisième jour de formation.
L'enseignante S'7 évoque comme frein une question de temps et comme pour S9, la place des probabilités dans la progression de l'année en cours qui est rejetée aux quinze derniers jours de l'année. De plus, S'7 indique un positionnement différent de ce qu'elle a observé en formation, où les élèves étaient trop libres selon elle. Cette enseignante évoque un travail d'"agencement à revoir" par rapport à l'étape $B_{2,2}$.
Pour l'enseignant S'8 de lycée, la raison évoquée est un engorgement de l'unique salle informatique réservée très fréquemment par un enseignement de technologie.
S'9, enseignant au lycée indique un problème de retard dans le programme avec la suppression des modules de mathématiques en demi-groupes qui existaient l'année antérieure.

5.3.3 Conclusion pour les deux ateliers

Les raisons évoquées par des stagiaires des deux ateliers sur leur non mise en oeuvre d'un avatar restent majoritairement des raisons "classiques" (déjà entendues) de soucis de programmation des probabilités, de manque de temps. Nous faisons l'hypothèse que certains de ces prétextes cachent en réalité un manque de connaissances de certains enseignants sur les probabilités, et révèlent un certain malaise non réglé par la formation. Des raisons évoquées liées au matériel informatique sous-entendent que certains stagiaires ne pourraient envisager un avatar pour leur classe sans simulation avec un ordinateur. Cela sous-entend qu'ils favoriseraient alors dans ce cas la simulation d'expériences aléatoires et sans doute une preuve de type Preuv.1. Certains leviers ne sont pas apparus pour dépasser ces freins tels que l'usage d'une calculatrice pour la simulation d'expériences aléatoires plutôt qu'un ordinateur. De

même, une simulation réalisée avec l'ordinateur de l'enseignant devant la classe n'a pas été évoqué comme marge de manoeuvre. Nous relevons cependant qu'un stagiaire, S'9, se pose la question d'un aménagement relatif à l'observation de l'étape $B_{2,2}$. Cela pourrait sous-entendre que ce stagiaire envisagerait dans sa classe une boucle B_3 en 2018-2019. Nous n'avons pas interrogé les stagiaires au delà de la fin de l'année scolaire 2017 et ceci constitue une des limites de notre étude.

5.3.4 Le cas de Malo : une tentative échouée

Il s'agit de rendre compte du couple ($Av^{B_{3,1},Malo}$, ETM_{eff}) tenté par Malo dans sa classe. Malo est un stagiaire de l'atelier Souris qui a eu la volonté de mettre en place un avatar dans sa classe de troisième, mais cette tentative s'est soldée par un échec, les élèves ne s'étant pas mis au travail.

Données concernant l'étape 1 de Malo

Le stagiaire Malo, qui a participé à l'atelier Souris, a conservé pour sa classe à l'identique l'avatar collectivement élaboré :

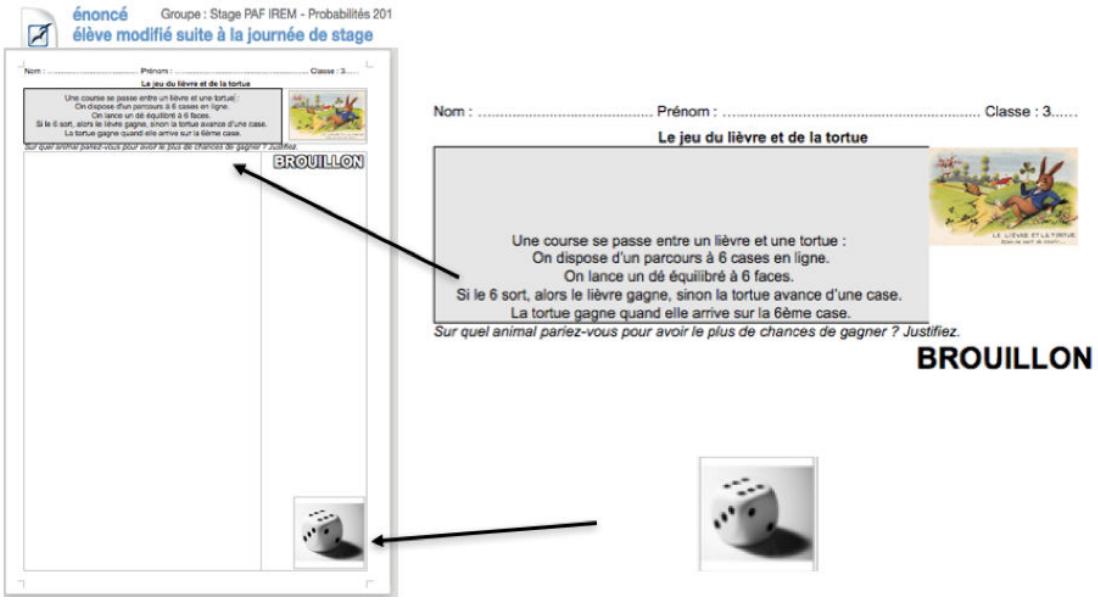


FIGURE 5.1 – *Enoncé, Feuille de "BROUILLON", Sr*

Cet avatar, décrit au Chapitre 4, a été repris par Malo pour sa classe tel qu'il avait été proposé aux élèves dans l'atelier de formation où Malo était stagiaire.

Caractérisation du travail de Malo

La phase d'exploration et d'explicitation de l'aspect aléatoire (Expl.) Malo indique des difficultés de mise en oeuvre de l'avatar dans sa classe de troisième, qui l'ont conduit à arrêter le travail sur le jeu du lièvre et de la tortue au bout de

30 minutes, ce qui n'était pas prévu initialement.
Malo : "Une demi-heure en activité, pas plus parce que de toute façon, les élèves ne sont pas rentrés dedans. "C'est un exercice, c'est n'importe quoi un lièvre et une tortue quand on est en troisième, on ne va pas jouer avec ça, c'est de la maternelle. Jouer au dé, vous nous avez déjà fait le coup où il fallait lancer 50 fois le dé, c'est bon, on en a eu assez." Voilà.//".

La séance a été écourtée par l'enseignant, car selon lui, les élèves ont refusé de s'intéresser à un jeu jugé infantilisant (avec un lièvre et une tortue).
Il précise alors le contexte social et le profil de sa classe de troisième :
Malo : "Voilà, il y en a trois qui vont passer en seconde, pour les autres ce sera apprentissage ou arrêt des études. Les week-ends, c'est des week-ends de fête dans lesquelles il y a beaucoup d'alcool certainement// voilà. (...) Ils n'ont pas voulu rentrer dedans parce qu'un lièvre, une tortue, c'est pour les petits."

Il indique qu'un certain nombre de ses élèves sont en décrochage scolaire dans sa classe de troisième en cette fin d'année scolaire (juin).
Contrairement au couple de l'étape $B_{2,2}$ de la formation, mais aussi conformément à ce que le collectif des Souris a prévu comme modifications *a posteriori*, Malo avait mis des dés en évidence et en accès direct sur la table des élèves afin d'impulser une phase de découverte du problème avec des dés (**Exp.1 (DéMan)**). Nous trouvons ici une réponse à notre sous-question QR2-3 car l'enseignant Malo est influencé dans ses choix d'introduction de dés à jouer par les confinements repérés dans la circulation du travail dans la classe incluse en formation (atelier Souris). Malo, interrogé sur le fait que les élèves aient ou non manipulé des dés, précise ceci :

Lucie : "Ils ont quand même joué des courses ?
Malo : Non, pas une seule, pas un seul n'a manipulé le dé.(...)
Blandine : Les dés étaient où, sur leur bureau ?
Malo : Sur la table, sur la table, sur leur table.
Lucie : D'accord, ils ne se sont pas saisi des dés, personne ?
Malo : Non "

Concernant l'énoncé et ses questions, l'avatar de Malo demandait aux élèves de mobiliser des connaissances et positionnait l'élève dans un rôle d'ingénieur (Nechache, 2015). Malo considère que le blocage est venu de l'avatar lui-même.

Malo : "Alors, ça aussi ce qui est surprenant, c'est que la lettre et tout ça, et bien dans la notion de fonction ou calculer des images, ça ils rentrent à fond, c'est la calculatrice, je remplace, je/. (...) Dès qu'il faut réfléchir et imaginer, non."

L'enseignant évoque des difficultés plus générales des élèves de sa classe quand ils sont confrontés à des tâches mathématiques contextualisées et relate le constat suivant :

Malo : "Là, je vois, on commence à travailler sur Pondichéry[22] *ce n'est même pas la peine, quand on voit ce qui est demandé/ bah là une page de texte, c'est// Le Téra Watt-heure, mais qu'est-ce que c'est que ça, quoi ? Alors que la première question*

22. Exercice 5, DNB Pondichéry, 2 Mai 2017

c'est simplement quoi ? Une somme de CM1 quoi.
Lucie : Oui, mm, il faut rentrer dans l'énoncé.
Malo : C'est juste ça, il faut rentrer dans l'énoncé, mais ça bloque quoi."

Par ces éléments, l'enseignant exprime une sorte de mauvaise adéquation entre les couples élaborés et observés par le collectif en formation et ce qu'il peut transposer dans sa propre classe. Il semble avoir tenté de transférer l'avatar vécu en formation de manière analogue dans sa classe de troisième qu'il décrit de niveau faible.

De plus, la tâche "somme de deux dés" vécue par ses élèves antérieurement a conduit au refus d'entrer dans le problème du lièvre et de la tortue.

Blandine : "Ils étaient mieux rentrés dans "somme de deux dés" ?
Malo : Somme de deux dés, oui. Là, il y avait des dés sur la table, ils se sont dits : "on va perdre une heure à faire des lancers, on va faire des gros tableaux, pour copier des données, ça va être encore long, il va falloir noter", voilà.
FE3 : Donc ils ont vu clair à travers tout ça, mais je ne comprends pas pourquoi le lièvre et la tortue, ça poserait plus de problème que /.
Malo : C'est maternel."

Le formateur FE3 déclare ne pas percevoir d'écarts entre "la somme de deux dés" et "le jeu du lièvre et la tortue", tandis que Malo accuse la présence de deux animaux. Des différences existent pourtant. La "somme de deux dés" inclut des expériences aléatoires facilement réalisables à la main, car la règle est transparente, ce qui n'est pas le cas pour le jeu du lièvre et de la tortue. Cette deuxième tâche contient des règles en elles-mêmes qui peuvent créer des premiers confinements de circulation, comme relevé en formation. Avec le tableur, l'expérience aléatoire simulée pour la "somme de deux dés" est techniquement abordable alors qu'elle n'est pas immédiate et dépend du choix de modèle probabiliste pour l'expérience aléatoire simulée dans le jeu du lièvre et de la tortue. Malo a été exposé à des blocages liés au modèle dans la formation (à l'étape $B_{2,1}$), et y a été personnellement confronté lors d'essais de simulation au tableur (ANNEXE 4.2, p.220, ANNEXE 4.4, pp.255-256). Pour autant, ce n'est pas ici la question des modèles qui est identifiée par Malo comme ayant créé des confinements de circulation sur la dimension instrumentale. Le refus du travail des élèves peut aussi prendre sa source dans le fait de réaliser beaucoup d'expériences aléatoires réelles, selon les dires de Malo. L'apport de dés a ici bloqué tout travail sur la simulation en ravivant le souvenir d'une tâche fastidieuse avec des lancers de dés imposés pendant une heure par l'enseignant en amont d'un travail sur le jeu du lièvre et de la tortue. C'est un nouvel élément de réponse à notre question sur l'influence de l'introduction d'artefacts matériels classiques sur la circulation du travail relative à la simulation (QR2-1).

Phase de simulation (Sim.) et de preuve (Preuv.)
En l'absence de circulation du travail dans l'ETM sur le lièvre et la tortue, Malo a mené lui-même une correction rapide dont il a livré succintement le contenu :

Malo : "Au bout de 25 minutes, voyant qu'il n'y avait rien, j'ai dit "Bon, bah, on s'arrête là, en 5 minutes, je fais une brève correction, je vous explique le jeu, je le fais au tableur", et puis voilà, terminé quoi/ 30 minutes pliées et on reprend, on avance tranquille, on arrête là.""

L'enseignant a indiqué avoir montré un fichier tableur de simulation déjà prêt pour sa classe (**Sim.2 P**), permettant un accès à une estimation des fréquences relatives de gain du lièvre et de la tortue. C'est donc l'enseignant seul qui a travaillé dans le plan [Ins-Dis] pour conclure tout en accélérant et en menant la fin du travail sur son avatar. Concernant la question de la simulation et la preuve (QR3), l'enseignant n'a pas mentionné sa manière d'exploiter son fichier de simulation, nous supposons que son intention était d'exposer lui-même une preuve de type Preuv.1. L'absence d'autre preuve est sans doute à rapprocher du fait que l'enseignant n'avait pas de scénario alternatif qui aurait pu faire rebondir les élèves et les faire poursuivre un itinéraire avec des phases de l'$ETM_{attendu}$.

Conclusion (Malo)

Ne possédant aucune trace matérielle de travaux d'élèves, nous ne pouvons que faire des hypothèses sur la circulation du travail, initiée par Malo dans [Sem-Ins] (élèves en salle informatique). La circulation du travail dans l'ETM_{eff} a été interrompue par l'enseignant. Il est possible que les élèves aient eu un blocage concernant la compréhension de la règle du jeu du lièvre et de la tortue, ou que Malo ait lui-même créé un confinement sur la dimension instrumentale avec une séance antérieure où une phase de manipulation aurait été trop longue ("la somme de deux dés"). L'itinéraire cognitif reconstitué est présenté à la figure (Fig.5.2, p.290).

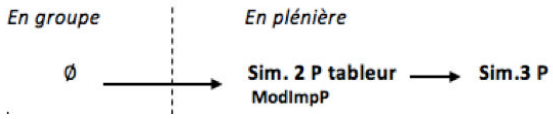


FIGURE 5.2 – *Itinéraire cognitif reconstitué,* $(Av^{B3,1,Malo}, ETM_{eff})$

Cet itinéraire unique débute par un refus de travail des élèves suivi d'un relai pris par l'enseignant pour réaliser ce qui était attendu. Les choix effectués relativement à l'$ETM_{attendu}$ sont synthétisés dans le tableau Tbl.5.3 (p.290).

Expl.			
Expl. 1 Découverte de la situation	**Expl. 2 Mise au point sur les règles du jeu**		**Expl. 3 Explicitation autour de l'expérience aléatoire**
Expl. 1 DéMan prévue par P Refus de jouer des E	Pas d'information		Absente
Sim.			
Sim. 1 Justification du recours à la Sim.	**Sim. 2 Simulation effective**		**Sim. 3 Exploitation de la simulation**
	Artefact numériques	**Choix de modèle mathématique inclus dans S2**	
Aucune	Tableur ou Scratch prévue ~~Sim. 2 E~~ Au final Sim. 2 P tableur	~~Sim. 2 E~~ ~~ModLibre~~ Sim. 2 P ModImp (via tableur)	S2P montrée, relancée et réponse au pari par P
Preuv.			
Preuv. 1	**Preuv. 2**		**Preuv. 3**
Absente côté E Faite par P	Absente		Non

TABLE 5.3 – *Grille relative à* $(Av^{B3,1,Malo}, ETM_{eff})$

Si nous manquons d'informations précises sur le déroulement effectif en classe, certaines phases sont absentes (**Expl.3, Sim.1**) et d'autres sont entièrement prises en charge par l'enseignant (**Sim.2, Sim.3** et **Preuv.1**) dont les interventions sont venues se substituer au travail initialement attendu des élèves. S'agissant de notre question QR2, Malo a conservé l'idée de la fin de boucle (étape $B_{2,3}$) de n'utiliser qu'un unique artefact numérique, le tableur, pour la simulation.

5.4 Le cas de Mattéo : un avatar repris de la formation

5.4.1 Couples étudiés de la boucle B_3 (étape 1)

Cette section s'intéresse désormais au couple ($Av^{B_{3,1},Mattéo}$, ETM_{eff}) mis en oeuvre par Mattéo qui est un stagiaire de l'atelier des Poussins.

5.4.2 Données concernant l'étape 1 de Mattéo

L'avatar choisi par l'enseignant Mattéo (Fig.5.4, p.292) pour sa classe est identique dans son contenu à celui de l'étape $B_{2,2}$ de l'atelier Poussins auquel il a participé. C'est un point qu'il partage avec l'enseignant Malo qui était dans l'autre atelier (Souris). Dans l'avatar de Mattéo, la case d'arrivée du parcours de l'énoncé, initialement rouge, est grise, par effet de photocopie noire et blanche. Le fichier Scratch de simulation (déjà prêt) donné aux élèves est aussi celui de l'étape $B_{2,2}$ de la formation, et il conserve en particulier la couleur rouge pour la case d'arrivée.

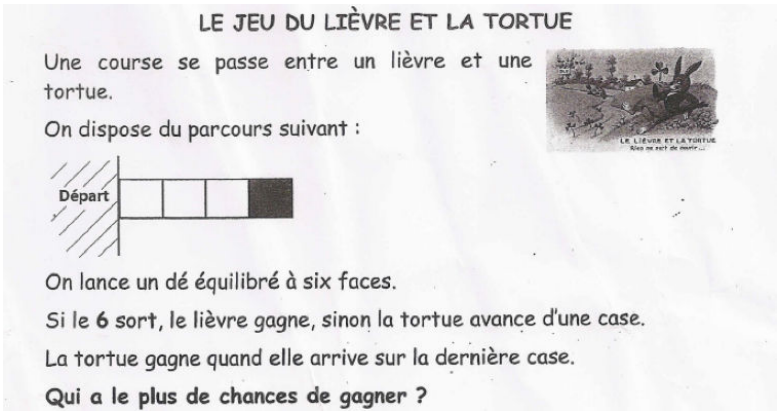


Figure 5.3 – *Enoncé de* $Av^{B_{3,1},Mattéo}$

La couleur de cette case avait été indiquée comme bloquante par Mattéo pour le groupe Gr6 qu'il avait observé en formation à l'étape $B_{2,3}$ (chapitre 4, Fig. 4.57, p.244). L'enseignant n'a pas modifié cette couleur pour sa classe. *A posteriori*, Mattéo a renvoyé des productions de certains de ses élèves qui se trouvent en ANNEXE 5.2 (pp.390-404). Elles nous donnent accès aux documents supports accompagnant la mise en oeuvre du problème dans sa classe de quatrième.

Le lièvre et la tortue.

À l'aide du fichier Scratch fourni, complète le tableau ci-dessous.

Nombre de parties jouées	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200	250	300	350
Nombre de parties gagnées par la tortue	5	14	13	18	22	24	32	44	50	45	72	105	128	156	177
Nombre de parties gagnées par le lièvre	5	6	17	22	28	36	38	36	40	55	78	95	126	144	173
Fréquence de parties gagnées par la tortue	0,5	0,7	0,43	0,45	0,44	0,4	0,45	0,55	0,55	0,45	0,48	0,53	0,5	0,52	0,51
Fréquence de parties gagnées par le lièvre	0,5	0,3	0,57	0,55	0,56	0,6	0,55	0,44	0,35	0,55	0,52	0,47	0,5	0,48	0,49

Nombre de parties jouées	400	450	500	600	700	800	900	1 000	1 500	2 000
Nombre de parties gagnées par la tortue	215	219	251	298	338	375	425	495	738	965
Nombre de parties gagnées par le lièvre	185	231	249	302	362	425	475	505	762	1095
Fréquence de parties gagnées par la tortue	0,54	0,48	0,50	0,50	0,48	0,47	0,47	0,50	0,50	0,48
Fréquence de parties gagnées par le lièvre	0,46	0,51	0,50	0,50	0,52	0,53	0,53	0,50	0,50	0,52

Qui a le plus de chances de gagner ? C'est le lièvre car la fréquence à 2000 placé est supérieur à celle de la tortue

Pourquoi ?

FIGURE 5.4 – *Extrait de production d'élèves de Mattéo*

Mattéo, participant à toutes les étapes de la formation dans l'atelier Poussins, a conservé l'énoncé de l'avatar de l'étape $B_{2,2}$ pour sa classe. Cet énoncé possède un tableau qui est celui collectivement construit durant la formation. Mattéo l'a repris à l'identique, le collectif n'étant pas revenu sur ce tableau en fin formation. Le tableau est à remplir par l'élève, et nous notons que le mot *"partie"* est toujours présent malgré une discussion du collectif de stagiaires sur sa non pertinence à l'étape $B_{2,3}$ en formation. De plus, pour sa classe, Mattéo a maintenu les choix initiés dans l'avatar de l'étape $B_{2,1}$ en formation (dans l'atelier Poussins) concernant le *"nombre de parties"* malgré des critiques du collectif après l'expérimentation observée en formation.

Au moment de représenter le nuage de points, des blocages ont eu lieu en formation dans l'ETM_{eff} associé à l'avatar de l'étape $B_{2,2}$. Des élèves ont eu des difficultés en particulier pour placer les points d'abscisses 10, 20, 30, 40 ou 50 à cause de l'échelle sur l'axe des abscisses du support graphique. Ceci avait été pointé comme un obstacle potentiel lié au support initial choisi par le collectif de stagiaires. Mattéo a conservé ce support (Fig. 5.5, p.293).
La difficulté pour représenter les premiers points pour 10, 20, 30 ou 40 courses, discutée en formation, a sans doute été levée par l'enseignant Mattéo lui-même. L'accolade ajoutée sur le tableau de l'énoncé (Tbl. 5.4, p.294) semble être une trace d'une gestion effective du travail par l'enseignant sur une difficulté non prise en compte dans l'avatar.

Nous ignorons exactement l'intervention de l'enseignant ici mais cette accolade, par son existence, témoigne d'une influence de la formation (étapes 2 et 3 de B_2) sur l'ETM idoine d'après formation.

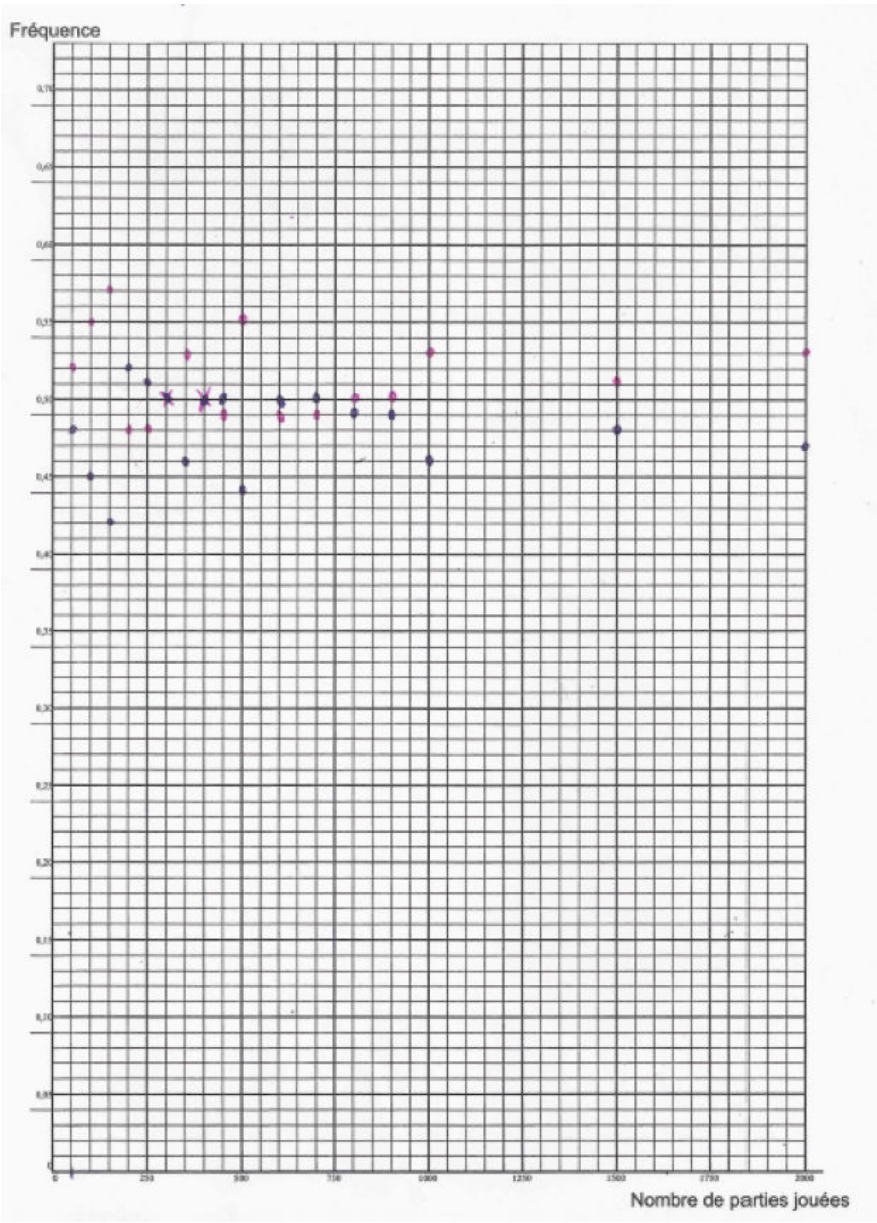


Figure 5.5 – *Extrait de représentation graphique d'élève de Mattéo*

Quant à la fiche de support graphique (Fig. 5.4), elle a conservé les mêmes choix d'échelle sur les axes qu'en formation (étape $B_{2,2}$).

La sélection de productions d'élèves transmise par Mattéo montre des tableaux remplis avec des fréquences toutes exprimées avec une écriture décimale et arrondies au centième près. Cette uniformité n'était pas effective en formation (étape $B_{2,2}$) où la professeur-expérimentatrice Emma était intervenue à ce sujet auprès des élèves. De plus les représentations graphiques fournies présentent systématiquement des nuages de points de deux couleurs correspondants aux fréquences de gain pour chaque animal. Il semble que, contrairement à l'étape $B_{2,2}$, l'enseignant ait souhaité rendre homogène rapidement le format des nombres pour tous. Des attentes de l'enseignant ont été apportées oralement sur la représentation graphique.

À l'aide du fichier Scratch fourni, complète le tableau ci-dessous.

Nombre de parties jouées	10	20	30	40	50	60	70
Nombre de parties gagnées par la tortue	8	8	16	21	22	30	38
Nombre de parties gagnées par le lièvre	2	12	14	19	28	30	32
Fréquence de parties gagnées par la tortue	0,8	0,8	0,53	0,52	0,44	0,5	0,54
Fréquence de parties gagnées par le lièvre	0,2	0,6	0,47	0,47	0,56	0,5	0,46

TABLE 5.4 – *Extrait de tableau d'élève avec accolade, Mattéo*

Nous pouvons noter une conservation exacte des fichiers donnés en formation. Ces données techniques déposées sur la plateforme à distance n'ont pas été retravaillées dans le temps imparti entre la fin de la formation et la troisième boucle.

5.4.3 Caractérisation du travail de Mattéo

Parmi les éléments relatés par Mattéo, dont l'intégralité des écrits se trouve en ANNEXE 5.2, certains points sont relevés car ils précisent nos questions de recherche. L'enseignant visait par cette tâche un réinvestisssement de l'approche fréquentiste déjà rencontrée par ses élèves lors d'un travail sur des lancers de bouchons et de dés.

La phase d'exploration (Expl. [23]**)**

Concernant l'appropriation des règles du jeu par les élèves, elle s'est faite individuellement. Cette première phase de manipulation s'appuie sur un contrat didactique entre Mattéo et la classe. En effet, selon Mattéo, ses élèves avaient déjà effectué des lancers de dés sur des tâches antérieures. Après demande à l'enseignant, les élèves ont eu accès à un dé à jouer et ne se sont pas vus imposer deux dés sur leur table comme ce fut le cas dans la classe d'expérimentation en formation. L'enseignant Mattéo avait mentionné la difficulté engendrée par la présence de deux dés d'emblée sur les tables du groupe qu'il observait. Dans sa classe, il a visiblement modifié le protocole d'accès aux dés par rapport à celui de la classe en formation.

Si cette phase a été initiée en classe durant 10 minutes, Mattéo l'a ensuite renvoyée à la maison. Contrairement à Malo, il n'y a pas une durée excessive de phases de manipulation de dés qui peut induire un échec dans la mise en oeuvre.

La consigne que l'enseignant Mattéo a choisie contient le mot *"courses"* et non *"parties"*. Ce changement de vocabulaire avait été jugé nécessaire par le collectif de stagiaires dans l'étape $B_{2,3}$ pour éviter des confusions observées en classe d'expérimentation. De plus, Mattéo n'impose pas le nombre de courses contrairement à l'étape $B_{2,2}$ en formation où cinq courses étaient attendues. Malo a sous estimé ce choix de nombre de courses et cela a porté préjudice à son scénario. Pour sa classe,

23. **Expl. : Exploration et explicitation de l'aspect aléatoire du problème** est décrite dans l'*ETM* attendu, chapitre 2, section 2.4.4, (pp. 62-72)

l'enseignant Mattéo en demande *"plusieurs"* comme décrit dans l'extrait suivant :

Mattéo : "Donc certains élèves m'ont demandé les dés/ et ont commencé à faire quelques courses. Etonnement, l'énoncé a été globalement compris par l'ensemble des élèves. Il y a seulement trois quatre élèves qui ont bloqué, soit rien compris, soit qui ont eu des difficultés à comprendre ce que c'était qu'une course qui pouvait être plusieurs lancers de dés du coup, des difficultés qu'on avait rencontrées en J2. Et donc à la fin du cours, ils avaient comme consigne à la maison de faire plusieurs courses, chez eux. Mais je n'avais pas rééexpliqué la règle avec eux. Donc le cours suivant, on était sur des retours de leurs courses, mise en commun."

La phase de découverte du problème (**Expl.1** [24] est initiée en classe en fin de séance, puis les élèves doivent poursuivre cette étape à la maison. La mise au point sur les règles du jeu (phase **Expl.2** [25] est absente dans cette mise en oeuvre alors qu'elle avait sa place dans la formation avec le gros dé en mousse (étapes 1, 2 et 3 de B_2). Pour autant, Mattéo n'a pas agi pour débloquer certains de ses élèves en difficultés sur les règles du jeu dès le premier jour de travail sur le "jeu du lièvre et de la tortue". La phase d'explicitation de l'expérience aléatoire (**Expl.3** [26] n'est pas mentionnée par l'enseignant et n'appparait pas dans le retour sur le déroulement effectif du scénario de Mattéo.

Le verbatim précédent de Mattéo montre que l'enseignant a justifié le recours à la simulation (**Sim.1** [27] en procédant à un recueil des données comme dans son atelier en formation. Pour autant, Mattéo ne s'est pas assuré de la conformité des résultats annoncés par ses élèves avec les règles énoncées. C'est pourtant un biais que cet enseignant a lui-même observé (chapitre 4, circulation du travail dans le Gr6 pp.226-227). Ce fait avait fait réagir Mattéo à l'étape 3 de la formation en tant qu'observateur du groupe Gr6, dans la classe d'expérimentation en formation. Quand Emma, l'enseignante-expérimentatrice a conduit le scénario collectivement pensé, elle a recueilli (avant de les traiter) des données issues d'expériences aléatoires réelles qui ne correspondaient pas toutes aux règles du jeu initiales. Le groupe d'élèves observé par Mattéo en formation avait alors calqué le jeu du Craps et était perturbé par la présence d'une case rouge. Les valeurs annoncées par ce groupe qu'il observait n'étaient pas valides du point de vue de l'expérience aléatoire réalisée.
L'absence d'explication des règles du jeu dans la classe de Mattéo se distingue des choix faits en formation (dans l'atelier Poussins) où une phase avec un gros dé en mousse a été conservée jusqu'en fin de boucle B_2 tout en étant réajustée.

Mattéo : "Le cours suivant, certains, comme j'ai dit, trois, quatre élèves n'avaient pas du tout compris l'énoncé, donc n'ont pas fait de courses. J'avais ce jour-là quinze élèves (...)

Pour 15 élèves, il a recueilli un échantillon de 22 courses au total dans la phase

24. **Expl.1 : Découverte du problème**, décrite dans l'ETM attendu, chapitre 2, p.64)
25. **Expl.2 : Mise au point sur les règles du jeu**, décrite dans l'ETM attendu, chapitre 2, p.65)
26. **Expl.3 : L'explicitation de l'expérience aléatoire**, décrite dans l'ETM attendu, chapitre 2, p.66)
27. **Sim.1 : Justification du recours à la simulation**, décrite dans l'ETM attendu, chapitre 2, p.67)

Expl.1 initiée en classe, et renvoyée comme travail à faire à la maison. Mattéo précise ensuite :

Mattéo : "Certains élèves, le jour d'avant, pendant les recherches individuelles, avaient déjà proposé sans faire de course, des réponses du type "C'est la tortue qui a le plus de chance de gagner", donc j'ai revu le $\frac{5}{6}$ *et* $\frac{1}{6}$*."*

Nous y repérons un effet de formation car Mattéo reconnait une croyance d'élève (attribution de $\frac{1}{6}$ et $\frac{5}{6}$ aux probabilités de gagner à chaque animal). Mattéo a visiblement mobilisé une connaissance didactique sur ce biais pointé et travaillé en formation. Cependant son seul traitement visible réside dans le fait qu'il ait été dépassé par la réalisation du graphique dont le support est identique à celui de la formation. Rien n'a été indiqué par Mattéo sur sa manière de gérer des premiers calculs erronés de probabilités. L'enseignant mentionne juste l'avoir reconnu. Pourtant, à l'étape 3, le collectif de stagiaires des Poussins l'avait mentionné dans la "grille d'intervention de l'enseignant" comme indiqué dans l'extrait Tbl.5.5.

Phases	Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
1	Réponse intuitive sans réelle réflexion telle que 1/6 et 5/6	Diminuer le nombre de cases du parcours à une case, puis ajouter petit à petit une case de plus au parcours etc. Questionner sur laprobabilité que le lièvre gagne si le parcours avait un nombre infini de cases intermédiaires.	Faire prendre conscience que la taille du parcours influe sur le résultat et invalider le fait que pour un parcours donné, les résultats soient 1/6 et 5/6

Table 5.5 – *Extrait (1) Grille d'intervention des Poussins de* B_2

Nous pouvons émettre l'hypothèse que la prise en considération et la gestion de blocages par l'enseignant a été facilitée et a été plus rapide par des reminiscences de la formation.

La phase de simulation (Sim. [28]**)**

L'enseignant a justifié l'entrée de la simulation (**Sim.1** [29]), dans la deuxième séance, par la mise en avant de l'équilibre des résultats obtenus : 11 courses gagnées par le lièvre et 11 par la tortue. Mattéo a précisé que plusieurs élèves avaient fait trois courses à la maison sans qu'il impose ce nombre. Il a recueilli 22 courses en tout réalisées par des élèves de sa classe et précise :

Mattéo : "La séance suivante, mise en commun des résultats des différentes courses et puis proposition de réponses des élèves à la question posée. Et ce qui était intéressant c'est que quand on avait mis en commun tous les résultats, il y avait autant de courses gagnées par le lièvre que de courses gagnées par la tortue, donc forcément ça a permis de lancer un peu le débat, et donc de confronter les propositions de réponses de chaque élève. Et donc est venue la question : " comment on pourrait faire pour affirmer/ avoir une idée plus précise de la réponse ?". Donc d'eux-mêmes, ils ont

28. **Sim. : La simulation**, décrite dans l'*ETM* attendu, chapitre 2

29. **Sim.1 : Justification du recours à la simulation**, décrite dans l'*ETM* attendu, chapitre 2, p.67

pensé à la simulation sur ordinateur (...)"

Concernant la phase de simulation effective (**Sim.2** [30]) chaque élève de la classe de Mattéo avait un fichier de simulation Scratch et devait l'utiliser. Ce fichier est celui de l'atelier Poussin, il est issu de la formation et l'enseignant ne l'a pas modifié. Mattéo l'a présenté aux élèves comme un outil permettant de départager le gagnant après la phase Sim.1.

L'utilisation du fichier Scratch s'est déroulée en salle informatique, tandis qu'elle s'était déroulée en salle de classe avec une classe mobile d'ordinateurs en formation. L'enseignant a fait travailler ses élèves de manière individuelle dans cette phase, ce qui diffère de l'étape $B_{2,2}$ en formation. Cette différence peut être en partie liée au fait qu'après l'expérimentation en classe intégrée dans la formation, le collectif avait rediscuté de la pertinence d'un travail de groupe pour cette phase.
La phase d'exploitation de la simulation (**Sim.3** [31]) montre des différences avec ce que Mattéo a vécu en formation. S'il a conservé à l'identique les mêmes supports de relevé et traitement des données des courses simulées, nous repérons des transformations. Contrairement à l'étape 2 de la formation, les tableaux remplis par ses élèves et présentés au collectif en formation (en J3) présentent une harmonisation dans le format des fréquences calculées. Questionné par la formatrice Lucie sur l'existence de blocages sur l'écriture du nombre pour le calcul de la fréquence dans sa classe, Mattéo répond :

Mattéo : "Certains ont utilisé des écritures fractionnaires, donc j'ai soumis, enfin, je leur ai posé la question du coup, de l'objectif. Un des objectifs c'est de construire le graphique/ donc "Comment construire le graphique, comment tu vas placer les points avec une écriture fractionnaire ?" Donc j'ai eu le cas pour deux élèves, et très rapidement, les élèves sont passés à une valeur approchée de l'écriture décimale."

Ce blocage de la circulation existait en classe dans la formation et avait été soulevé par les membres de l'atelier Poussins de Mattéo (à l'étape $B_{2,3}$). Le collectif des stagiaires avait imaginé comment éviter ce blocage par une intervention de l'enseignant (Tbl. 5.6 p.297) :

Phases	Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
3	L'élève a des difficultés pour choisir le format de la fréquence.	Discuter de ce que l'élève veut faire de ces fréquences (valeur exacte ou arrondie).	Faire prendre conscience que la visée guide le format des fréquences (si graphique, écriture décimale, si tableau seul, écriture fractionnaire peut suffire)

Table 5.6 – *Extrait (2) Grille d'intervention des Poussins, B_2*

Mattéo s'est ici saisi d'éléments (Tbl. 5.6) de la grille d'intervention réalisée en formation pour éviter un confinement lié au format des fréquences. De plus, l'enseignant vise une preuve incluant l'appui sur une représentation graphique systématique dans ses déclarations. Concernant des blocages repérés à la fin de la boucle B_2

30. **Sim.2 : La simulation effective**, décrite dans l'*ETM* attendu, chapitre 2, p.**??**
31. **Sim.3 : L'exploitation de la simulation**, décrite dans l'*ETM* attendu, chapitre 2, p.68

en formation, nous avons personnellement questionné Mattéo sur ses choix d'échelle.

Blandine : "Est-ce que tu as bougé l'histoire du grahique, enfin, là on a eu un problème d'échelle ?
Mattéo : Non, je l'ai laissé tel quel.
Blandine : D'accord tu n'as pas bougé de ?
Mattéo : Ça a posé problème pour deux élèves le fait de/ alors c'est peut-être une lecture un peu trop rapide justement de l'axe des abscisses sur le graphique, donc ces élèves-là ont commencé à placer des points pour 10 lancers, 20 lancers, et puis se sont rendus compte après, ils ont vu 250 et bah, ils ont vu qu'il y avait un problème, donc / bon après."

La préconisation de la grille d'intervention était la suivante en fin de B_2 :

Phases	Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
3	L'élève n'arrive pas à placer les premiers points dans le graphique au vu de l'échelle et des nombres de parties dans le tableau	1) Questionner sur abscisse, ordonnée si nécessaire pour voir si confusion bloquante 2) Lui demander l'échelle de l'axe des abscisses (si elle est imposée par l'enseignant). 3) Ne pas placer les quatre premiers points-> échelle inadaptée	Problèmes graphiques

Table 5.7 – *Extrait (3) Grille d'intervention des Poussins, B_2*

Aucune modification de support pour les élèves n'avait été évoquée en fin de formation dans cette grille, ce qui a pu conforter Mattéo dans son choix d'avatar avec un tableau identique. Afin d'éviter des difficultés de représentation déjà rencontrées dans l'étape $B_{2,2}$ en formation, Mattéo est intervenu dès le début du remplissage du tableau. Il a imposé un choix d'écriture décimale et a ainsi rendu homogène le format des fréquences dans les tableaux des différents élèves. Le verbatim précise qu'il visait une représentation graphique achevée (comme le collectif "Poussins" le souhaitait à l'étape $B_{2,1}$ en formation, mais qui ne s'est pas toujours produit en classe d'expérimentation). Pour faire face aux élèves souhaitant se passer d'une représentation graphique, la grille d'intervention des Poussins élaborée en formation mentionne :

Phases	Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
3	L'élève ne voit pas l'intérêt du graphique ... il interprête seulement les résultats du tableau	A accepter par l'enseignant, relancer vers le calcul des probabilités	Concept : l'enseignant peut choisir de changer de registre de représentation des nombres (aller vers écriture décimale, abandonner les fractions)

Table 5.8 – *Extrait (4) Grille d'intervention des Poussins, B_2*

Mattéo semble avoir induit l'élaboration par tous ses élèves de cette représentation sans autre alternative. Nous repérons une influence de l'observation de la classe

d'expérimentation en formation et de l'étape d'analyse *a posteriori* qui a suivi, en particulier sur la prise en charge et l'anticipation de difficultés des élèves pour la construction du graphique. Mattéo est intervenu pour contourner au plus vite ces difficultés qu'il connaissait, tout en ne modifiant pas les supports de représentation critiqués pourtant en formation. Les soucis d'échelle n'ont pas été réglés en amont par un changement d'avatar (fin de l'échange, p.276).

L'élaboration d'une preuve (Preuv. [32]**)**
L'enseignant a privilégié une orientation du travail vers une preuve expérimentale (**Preuv.1** [33]). Pour donner une réponse à l'énoncé, Mattéo rapporte que la moitié des élèves a conclu grâce au graphique réalisé :
Mattéo : "Donc on est allé en salle informatique, je leur ai proposé le fichier de simulation Scratch, ils ont complété le tableau, les calculs de fréquences, et puis construction du graphique des fréquences point par point. Et tous les élèves ont quasiment eu le temps de le finir pendant l'heure suivante, et puis environ la moitié des élèves ont répondu à la question " Bah, on constate que quand le nombre de parties est important, la fréquence du lièvre est plus importante que celle de la tortue"."

L'emploi de l'expression *"on constate que"* ne précise pas qui, des élèves ou de l'enseignant a agi à ce moment précis de la mobilisation en acte de la loi faible des grands nombres. A l'identique de ce qui s'est produit dans la classe en formation, la réalisation du graphique ne garantit pas ensuite une mobilisation de cette loi pour conclure. Le travail des élèves semble, pour la moitié d'entre eux, s'être arrêté une fois le graphique accompli et la preuve expérimentale n'a pas abouti. Il semblerait que cette représentation attendue coûteuse en temps de réalisation inhibe l'accès à l'estimation des probabilités par les fréquences, tout en éloignant les élèves du domaine des probabilités.

Le travail de Mattéo nous donne des éléments complétant des réponses apportées à notre question QR1 sur l'articulation entre expérience aléatoire modélisée et simulée. Interrogé sur sa manière d'organiser une liaison entre un travail algorithmique et le domaine des probabilités, l'enseignant a déclaré :
Mattéo : "Alors, oui, quand ils ont été en salle informatique au début, le fichier leur a été donné, on a pris deux à trois minutes pour, non pas décortiquer, mais étudier les grandes lignes du programme, donc voilà."
Ce que déclare Mattéo ne permet pas de connaitre la teneur exacte de ses interventions sur l'articulation entre le travail algorithmique et celui des probabilités. C'est ici une des limites de notre méthodologie de recueil des données sur la boucle B_3. Cependant, les propos de Mattéo témoignent de son intention d'initier une alternative relative à une fracture soulignée dans l'étape $B_{2,3}$ (de l'atelier Poussins) entre l'outil de simulation et la tâche à réaliser. Ce point est mentionné dans la grille d'intervention des Poussins (Extrait Tbl. 5.9) et a été ajouté lors de l'analyse *a posteriori* de l'expérimentation en classe dans la formation (étape $B_{2,3}$) :

L'enseignant déclare avoir tenté de rapprocher l'algorithme de l'$ETM_{Probabilités}$ avant toute exploitation du fichier de simulation. Il souhaite éviter un blocage ob-

32. **Preuv. : L'élaboration d'une preuve**, décrite dans l'ETM attendu, chapitre 2, pp.62-72
33. **Preuv.1 : Une preuve expérimentale**, décrite dans l'ETM attendu, chapitre 2, p.69

Phases	Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
3	Les élèves ne font rien à part appuyer sur le drapeau vert	Questionner sur le sens du programme. En référer au script préalablement imprimé. Questionner sur des lignes ciblées du script	Compréhension informatique du script et relier ce script à la règle du jeu.

Table 5.9 – *Extrait (5) Grille d'intervention des Poussins, B_2*

servé chez certains élèves dans la classe en formation qui n'avaient pas compris à quoi servait le fichier de simulation et ne l'avaient pas relié à l'avatar.
Nous notons le rejet par l'enseignant Mattéo d'une preuve théorique (Preuv.2 [34]) dans le scénario qu'il décrit.
Ceci est très net dans les propos exprimés par Mattéo sur le calcul des probabilités :

Mattéo : "A la fin de l'heure, les élèves avaient quasiment tous fini leur graphique donc début du cours suivant, mise en bilan avec ce qu'avaient répondu les élèves. Le bilan, ça a été : " pour répondre à cette partie, il fallait faire un grand nombre de parties et puis/" Alors je leur ai expliqué qu'on pouvait calculer de manière théorique les probabilités, mais qu'ils verraient ça peut-être en troisième.(...) Donc là, on s'est limité en bilan à l'approche fréquentiste."

Mattéo nous livre un élément de réponse à QR3 en rejetant l'idée d'un accès des élèves à une preuve par des calculs de probabilités en classe de quatrième. Il déclare cela envisageable à partir de la classe de niveau supérieur (en troisième) alors que le collectif des stagiaires Poussins la renvoyait à la classe de seconde.
L'emploi d'arbres, même intuitifs, n'est pas imaginé par Mattéo qui déclare ne pas l'avoir présenté en amont de la séance aux élèves.

Mattéo : "Non, non mais il n'y a pas eu d'arbre.
Lucie : Ils sont partis dans l'expérimentation, ça a été la seule piste ?
Mattéo : Oui
Blandine : Et est-ce qu'ils ont les arbres, est-ce que tu as déjà parlé d'arbre en quatrième ?
Mattéo : Non."

L'enseignant a appauvri le potentiel initial de travail sur différentes preuves dans sa mise en oeuvre de l'avatar dans sa classe. Il ne relate pas sa phase de bilan et ne mentionne pas d'éléments d'institutionnalisation. Cette dernière phase semble être absente.

5.4.4 Conclusion (Mattéo)

Cette conclusion s'attache à la circulation du travail dans l'ETM mais aussi aux dynamiques des boucles (entre celle de formation ou entre celle d'avant la formation (B_1 et B_3 la boucle de Mattéo). Nous relatons ainsi l'influence de la formation sur le stagiaire Mattéo exprimée à travers la métamorphose du problème par cet ensei-

34. **Preuv.2**, décrite dans l'ETM attendu, chapitre 2, p.**??**

gnant pour sa classe.
L'avatar élaboré par Mattéo est quasi identique à celui observé dans la classe d'expérimentation en formation ($B_{2,2}$). Pour la simulation, nous retrouvons l'emploi du même fichier Scratch livré par l'enseignant aux élèves. L'enseignant a pris du temps dans sa classe pour mettre en relation le script du programme et les règles du jeu énoncées dans l'avatar ; il a ainsi opéré un rapprochement entre l'expérience aléatoire modélisée et l'expérience aléatoire simulée. L'enseignant n'a pas utilisé un deuxième fichier Scratch de simulation incorporant un graphique comme ce fut le cas dans la phase de bilan et d'institutionnalisation à l'étape $B_{2,2}$ de l'atelier Poussins (chapitre 4, p.230).
Mattéo est influencé par un confinement sur la dimension instrumentale observé en formation (Gr6 dans la classe en formation) induit par la présence de deux dés (Chapitre 4, p.244). Il met en place dans sa classe l'alternative soulevée en fin de formation qui consiste à ne proposer qu'un seul dé aux élève pour l'expérience aléatoire réelle. Dans sa classe, l'enseignant a fait face à des blocages sur la compréhension des règles du jeu qui avaient déjà été pointés en formation.
Mattéo est intervenu assez rapidement en classe à la reconnaissance de certaines croyances ou face à des blocages attendus car déjà rencontrés dans la classe de formation (c'est par exemple le cas s'agissant de la représentation graphique). Cependant, cet enseignant fournit peu de détails de ses interventions et nous ne sommes pas en mesure de les reconstituer. Mais un retour sur la grille d'intervention élaborée en formation par l'atelier Poussins (étapes $B_{2,1}$ et $B_{2,3}$) nous permet d'établir des liens entre ses retours sur sa boucle (B_3) et la formation (B_2).

En conclusion sur la circulation du travail, elle semble avoir été similaire à celle du couple de l'étape $B_{2,2}$ de l'atelier Poussins (auquel l'enseignant participait). Cette circulation contient des modifications discutées par le collectif *a posteriori* à l'étape $B_{2,3}$ en formation mais les mêmes plans sont privilégiés. Ces plans de l'ETM sont [Sem-Ins] puis [Ins-Dis] comme lors de l'atelier en formation. L'enseignant, dans ses choix déclarés, n'a pas permis un réel travail sur la dimension discursive. L'essentiel du travail a été développé sur la phase de simulation qui reste privilégiée.

Voici l'itinéraire cognitif reconstitué du couple ($Av^{B3,1,Mattéo}$, ETM_{eff}) :

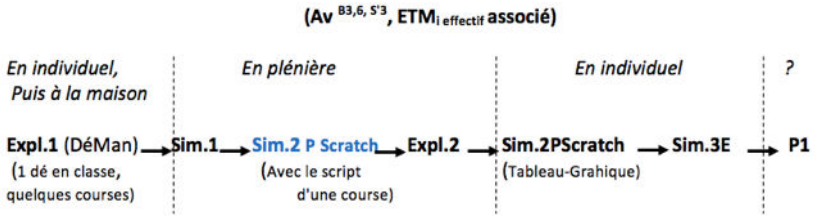


Figure 5.6 – *Itinéraire cognitif effectif reconstitué, ($Av^{B3,1,Mattéo}$, ETM_{eff})*

Les choix ont été les suivants relativement à l'$ETM_{attendu}$:

<table>
<tr><th colspan="4">Expl.</th></tr>
<tr><th>Expl. 1
Découverte de la situation</th><th colspan="2">Expl. 2
Mise au point sur les règles du jeu</th><th>Expl. 3
Explicitation autour de l'expérience aléatoire</th></tr>
<tr><td>Expl. 1 DéMan 1dé
Nombre de courses libre (à la maison)</td><td colspan="2">Quand introduction de Sim. 2 P, sur script d'une course</td><td>Absente</td></tr>
<tr><th colspan="4">Sim.</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Sim. 1
Justification du recours à la Sim.</th><th colspan="2">Sim. 2
Simulation effective</th><th rowspan="2">Sim. 3
Exploitation de la simulation</th></tr>
<tr><th>Artefact numériques</th><th>Choix de modèle mathématique inclus dans Sim. 2</th></tr>
<tr><td>A partir de courses faites à la maison par E au nombre non imposé.</td><td>Scratch</td><td>Sim. 2 P
ModImpP</td><td>Construction d'un tableau et graphique par E</td></tr>
<tr><th colspan="4">Preuv.</th></tr>
<tr><th>Preuv. 1</th><th colspan="2">Preuv. 2</th><th>Preuv. 3</th></tr>
<tr><td>Présente</td><td colspan="2">Exclue, $ETM_{\text{Référence}}$ jugé limitant en 3ème</td><td>Non</td></tr>
</table>

Table 5.10 – *Grille relative à ($Av^{B3,1,Mattéo}$, ETM_{eff})*

En ce qui concerne l'$ETM_{attendu}$, la phase d'Exploration n'est que partiellement prise en charge durant la classe, ce qui diffère des avatars précédents. La phase de mise au point des règles du jeu s'appuie sur le script d'une course présent dans le fichier de simulation. Ce point constitue une alternative souhaitée dans l'étape $B_{2,3}$ de l'atelier Poussins. Aucune phase Expl.3 n'apparaît. La phase Sim.1 prend appui sur un nombre de courses réalisé et non rendu homogène pour tous les élèves. Aucun nombre de courses à la main n'est imposé par l'enseignant. L'exploitation de la simulation reprend à l'identique celle de l'avatar de l'étape $B_{2,2}$ de l'atelier suivi par l'enseignant en formation. L'enseignant exclut toute tentative de calculs de probabilité et de preuve sans simulation, et motive ce choix par un travail mené en classe de quatrième.

La dynamique entre les boucles de B_2 à B_3 chez Mattéo

L'enseignant stagiaire Mattéo a fait évoluer des avatars de l'atelier qu'il a suivi en formation, sans s'inspirer de l'existence d'une autre deuxième boucle (B_2 de l'atelier auquel il n'a pas participé). Nous retraçons (Fig. 5.7, p.303) des modifications effectuées par Mattéo de la boucle de formation qu'il a vécu (B_2) à celle de sa classe (B_3).

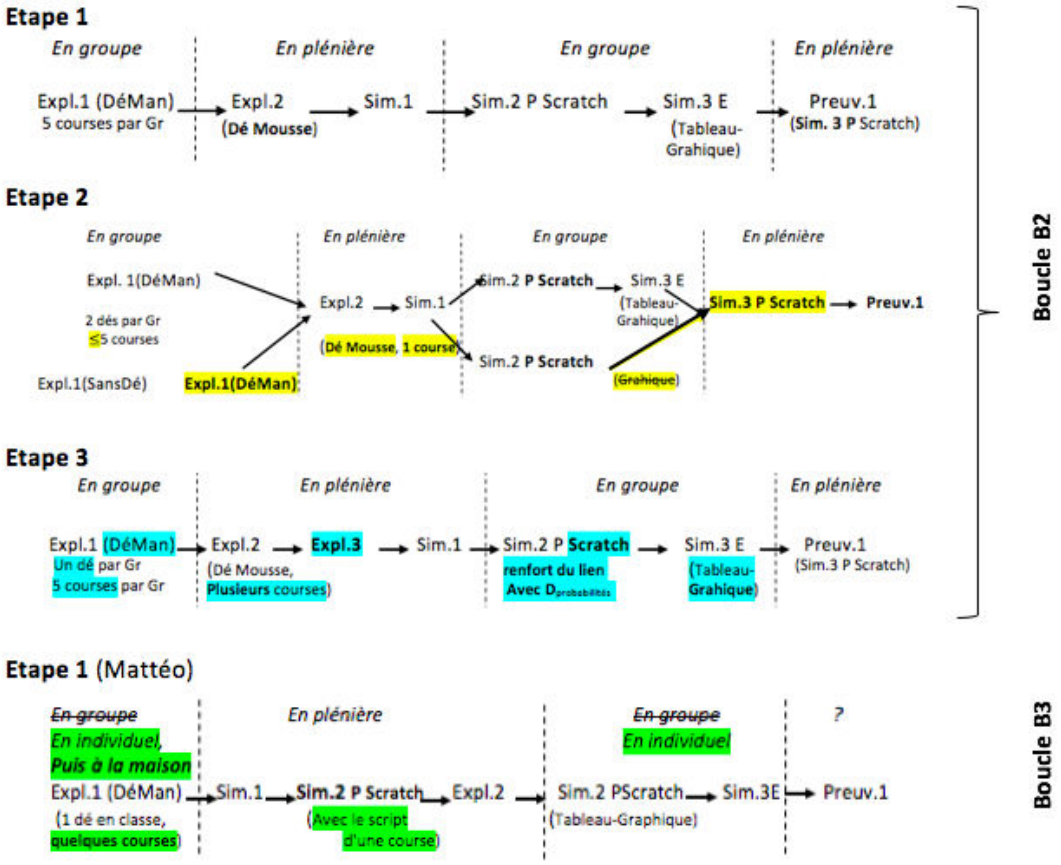


Figure 5.7 – *Evolution de B_2 (Ps) à B_3 (Mattéo)*

Les jeux de couleur permettent de souligner les changements successifs apportés d'un avatar au suivant. Nous repérons que si la question de la pertinence du travail des élèves en groupe entourant la simulation a été soulevée dans le collectif en fin de formation (B_2), l'enseignant a tranché ce point pour sa classe. Il a fait réaliser un travail individuel lors des phases d'exploration et de simulation. Mattéo est à l'initiative de la fiche "énoncé" comportant un tableau et un graphique à réaliser comme l'atteste le journal de bord du Réséda (ANNEXE 4.3, p.230). Il a maintenu ce choix de représentation concernant la phase d'exploitation des données de la simulation malgré certaines difficultés ou résistances des élèves visibles en formation à l'étape $B_{2,2}$ sur l'élaboration du graphique.

La mise en groupe des élèves pour réaliser cette tâche a disparu, cette modification est à rapprocher de sa pertinence soulevée à l'étape $B_{2,3}$ (chapitre 4, section 4.5.4, p.252). Le travail attendu est relativement similaire à celui observé en classe d'expérimentation dès la phase de simulation. L'enseignant a ajouté une phase de lien entre l'outil de simulation et le problème, comme cela avait été relevé et souhaité à l'étape 3 en formation. Il semble qu'une quête de meilleure articulation entre l'$ETM_{Probabilités}$ et l'ETM_{SD} (ETM de la statistique descriptive) a ici motivé un changement. La phase de preuve n'est que très peu détaillée par Mattéo et ne permet pas de la comparer à ce qui s'est passé en formation.

La dynamique entre les extraits vidéo de la boucle B_1 dans B_2 et B_3 chez Mattéo

Nous traitons par la suite (Fig. 5.8) des écarts dans les itinéraires entre les éléments de couples de la première boucle (B_1) qui ont été injectés en formation dans B_2 et le couple de Mattéo dans sa classe (B_3).

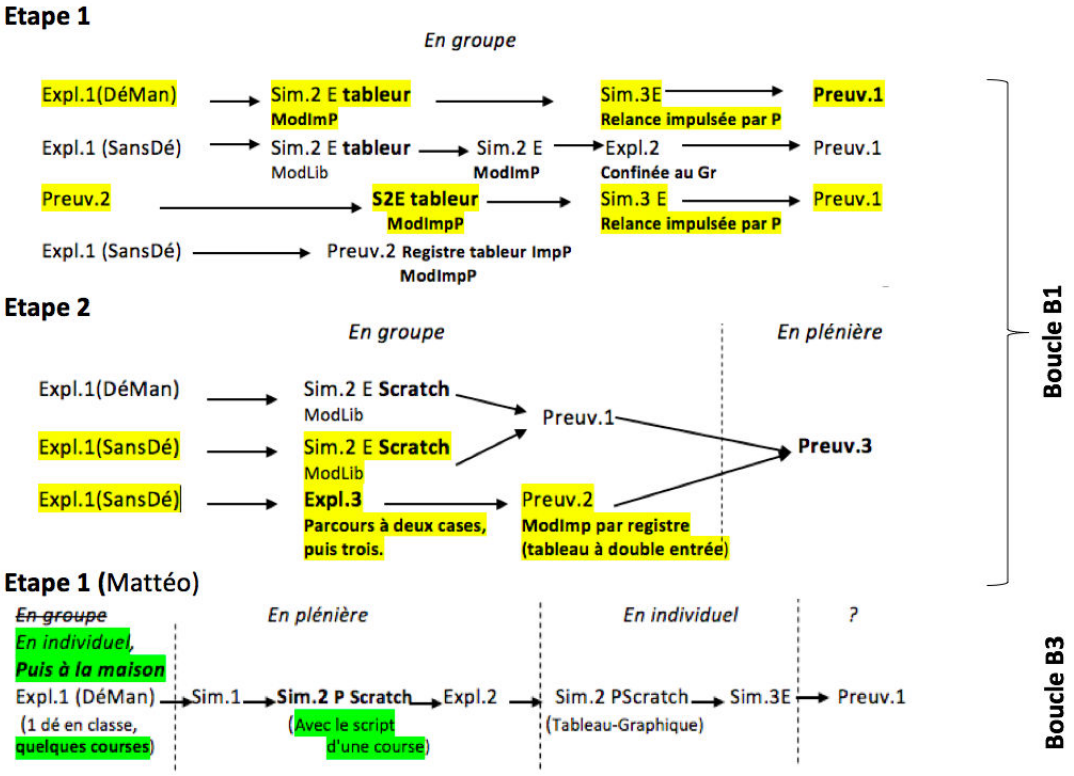


FIGURE 5.8 – *Comparaison d'itinéraires, de B_1 à B_3 : le cas Mattéo*

Le choix d'orienter le travail vers une preuve expérimentale est maintenu malgré une présentation de travaux d'un élève du groupe Gr4 de l'étape $B_{1,2}$ effectuant une preuve formelle sans simulation (chapitre 3, Fig. 3.29, p.140). Nous en concluons que la première boucle a eu une influence sur le travail de Mattéo et le collectif de stagiaires auquel il appartenait. Indirectement les choix effectués collectivement en formation (dans B_2) sur le type de preuve attendue ont ensuite été reportés après la formation (dans B_3), sans repositionnement de l'enseignant sur d'autre preuve que celle expérimentale. De même il n'a pas requestionné ni les choix de logiciels ni les fichiers co-construits pour la simulation. Si Mattéo a été exposé à un extrait-vidéo d'un groupe de B_1 montrant un confinement du travail avec la simulation tableur (en lien avec la question des modèles), cet enseignant n'a pas reconsidéré personnellement cet artefact numérique pour sa classe, le tableur ayant été abandonné par le collectif en formation. Ainsi la circulation du travail privilégiée par cet enseignant dans sa classe est similaire à celle repérée en formation et est plus éloignée de certaines composantes de l'étape $B_{1,2}$. La caractérisation du travail de Mattéo a ainsi permis de mettre en évidence des premiers effets de la formation,

par le biais de l'$ETM_{potcoll}$, sur l'$ETM_{personnel}$ de l'enseignant exprimé par ses choix effectués dans son couple ($Av^{B_{3,1},Mattéo}$, ETM_{eff}) produit après la formation. Les "données techniques" (fichiers de simulation, ou énoncé déposés sur la plateforme à distance) ont été reprises identiquement malgré des difficultés engendrées par leur contenu, avec une stabilité qui a marqué son empreinte dans l'avatar. Cependant, l'influence de la formation apparaît dans des éléments de gestion lors de la mise en oeuvre par l'enseignant de l'avatar.

5.5 Le cas de Christian : un avatar recomposé issu de la formation

Nous traiterons dans cette section du couple de B_3 ($Av^{B_{3,1},Christian}$, ETM_{eff}) effectué par Christian dans sa classe de troisième. Christian a participé à l'atelier Souris.

5.5.1 Données concernant l'étape 1 de Christian

Voici l'avatar choisi par Christian ; il présente des changements radicaux par rapport aux couples précédents étudiés dans notre trajectoire :

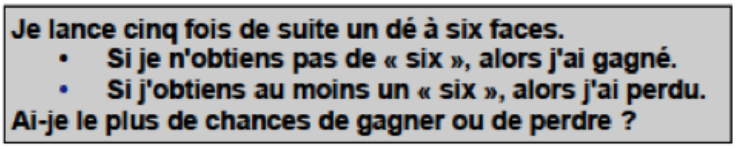


Figure 5.9 – *Enoncé (1), Christian, B3*

Christian rend compte de ce qui a motivé les transformations qu'il a effectuées par rapport aux avatars de la formation :

Christian : "On a dit, en J2 qu'on pouvait reformuler un petit peu, c'est ça ?
Lucie : Oui, oui, oui.
Christian : Donc, je n'ai plus parlé de lièvre ni de tortue.(...) C'est dans un collège rural, moi// des élèves gentils, assez volontaires mais pas de travail à la maison, enfin pas beaucoup, donc il faut plutôt miser sur le travail en classe. Donc les parties, on les a plutôt faites en classe parce que si je leur avais proposé à la maison, je pense que je n'en aurais pas eu quatre. Alors je leur ai fait trois séances donc trois séances, contrairement à la formation, j'ai fait ce que je voulais // je ne le sentais pas sur une seule heure."

Christian motive le fait de consacrer trois heures à cette tâche par sa connaissance du peu d'implication de ses élèves en dehors de la classe. Il a intégré une phase de manipulation sur la première heure.
Pour l'énoncé de la règle du jeu, le lièvre et la tortue ont disparu et le pronom personnel (première personne du singulier) est employé (*"Je lance (...)"*). Christian

justifie ce choix en nous indiquant des effets observés en formation sur la simulation au tableur :

Christian : "Et le jeu, je l'ai complètement modifié. J'ai dit que je lance 5 fois de suite un dé à 6 faces, c'est par rapport à l'expérience qu'on avait fait en J2[35]*, en fait. J'ai trouvé que modéliser le/ le jeu comme il était proposé, c'était assez dur, surtout que des fois, quand on lançait trois fois, si ça tombait sur 6, on n'avait pas besoin de continuer.*
Lucie : Oui tout à fait.
Christian : Et à modéliser sur le tableur, c'était compliqué alors du coup, là je leur ai dit " on lance 5 fois de suite, comme ça pour qu'ils aient au tableur/."
L'enseignant contraint ici l'artefact numérique au regard de l'expérience aléatoire simulée tout en se libérant de la pluralité des modèles probabilistes de l'avatar de formation. Christian justifie les modifications apportées par des difficultés chez les élèves qu'il a observées dans le scénario partagé dans une classe en formation (étape $B_{2,2}$ des Souris) sur :

- comprendre la règle du jeu ;
- "modéliser" [36] le jeu avec les régles choisies dans les avatars précédents.

Christian nous livre ainsi des réponses complémentaires à notre question de recherche (QR1) qui concerne l'articulation entre expérience aléatoire, modèle et simulation. Cet enseignant a été influencé par la boucle de formation et l'avatar mené par l'enseignant-expérimentateur Augustin (Chapitre 4, pp.166-197).
Les difficultés rencontrées dans l'atelier Souris en formation ($B_{2,2}$) avec les artefacts numériques et les modèles probabilistes ont poussé Christian à rendre unique le choix du modèle mathématique. Il déclare à ce propos vouloir par ses nouvelles règles faciliter le travail des élèves :
Christian : "Je leur ai dit " si on n'obtient pas un 6 alors j'ai gagné, si je tire au moins un 6 alors j'ai perdu. " J'ai trouvé que c'était plus facile alors après. // Moi je préfère dans cette forme, car c'est "pile ou face". C'est beaucoup plus simple pour commencer parce que là, il y a un énoncé plus lourd, alors si on met ça, ça complique l'appropriation de/."
L'enseignant modifie l'énoncé pour rendre visible l'épreuve de Bernoulli pour ses élèves : il évoque *Pile ou Face* pour les événements "Gagné" ou "Perdu" relatifs à son énoncé des règles du jeu. La manière d'énoncer ses règles gomme l'asymétrie du jeu du lièvre et de la tortue donné en formation. En effet, à l'étape $B_{2,2}$ en formation, Christian avait fait le constat avec son collectif que si les élèves associaient les événements "Obtenir 6" et "Le lièvre gagne", ils assimilaient ensuite de façon erronée "Ne pas obtenir 6" à l'événement "La tortue gagne". Les élèves proposaient alors $\frac{1}{6}$ et $\frac{5}{6}$ comme probabilités respectives que le lièvre gagne et que la tortue gagne.

35. J2 : deuxième journée de formation en présentiel où le scénario est mis en place dans une classe en formation et analysé *a posteriori* (étapes $B_{2,2}$ et $B_{2,3}$)
36. Pour Christian, "modéliser" désigne en fait l'action de simuler.

5.5.2 Caractérisation du travail de Christian

Concernant la mise en oeuvre de l'avatar, Christian a consacré trois séances d'une heure de travail dans sa classe de troisième. Nous rendons ici compte des éléments du couple ($Av^{B3,1,Christian}$, ETM_{eff}).

La phase d'exploration (Expl. [37])
La première phase d'exploration qui consiste à découvrir le problème (**Expl.1**) est envisagée pour chaque équipe de deux élèves avec un dé à jouer et une "boîte de lancers" disponibles sur la table. La "boîte de lancers" (Fig. 5.10), déjà utilisée antérieurement par les élèves, fait partie du milieu.

Figure 5.10 – *"Boîte de lancers", Christian, B3*

Cette boîte et un dé à jouer à six faces étaient présents dès le départ sur les tables des élèves, ils sont donc visibles et accessibles. L'enseignant a, par la présence de cette boîte, imposé une phase d'exploration avec un dé manuel dans chaque équipe. Par la même occasion, Christian a empêché une phase exploratoire sans dé (**Expl.1 (SansDé)**) au profit d'une phase **Expl.1 (DéMan)** imposée par le tableau à remplir du document de la Fig. 5.14 (p.309).
Christian, pour cette phase, a opéré un décalage par rapport au scénario qu'il a observé en formation où les dés mis dans un pot opaque sur le bureau d'Augustin (enseignant-expérimentateur) n'avaient pas suscité de réalisation de courses "à la main" par les élèves. De plus, nous pouvons émettre l'hypothèse que la prise de connaissance par Christian du rôle du dé en mousse dans l'atelier Poussins l'a influencé dans le fait d'envisager l'usage de sa caméra. Faire un point sur la règle du jeu lui semblait indispensable et fait partie des alternatives envisagées par le collectif des Souris à l'étape $B_{2,3}$ en fin de formation (chapitre 4, section 4.4.4, p.209).
Si les élèves de Christian avaient le matériel placé sur leur table, cette phase a été précédée par trois courses menées par l'enseignant devant sa classe avec un système de caméra.
Christian : "En fait, comme j'ai une caméra dans ma salle, pour présenter le jeu, j'ai joué, j'ai fait trois parties, moi, pour voir comment le jeu marchait."

Contrairement à l'enseignante-expérimentatrice Emma (qui a réalisé une unique course avec un gros dé en mousse en classe en formation dans l'atelier Poussin), Christian a choisi de réaliser trois courses dans sa classe. Ce nombre de course est à rapprocher de l'analyse *a posteriori* en formation (étape $B_{2,3}$ de l'atelier Poussins)

37. **Expl. : Exploration et explicitation de l'aspect aléatoire du problème** est décrite dans l'ETM attendu, chapitre 2, section 2.4.4

Avant de distribuer une feuille par équipe :

- Faire des équipes de 2 (ou une de 3 s'il y a un nombre impair d'élèves dans la classe).
- Avec la caméra, montrer deux ou trois parties pour expliquer la règle du jeu.

Figure 5.11 – *Feuille de route, première séance, Christian*

de la phase d'explication des règles du jeu. Le collectif de stagiaires avait alors reconsidéré cette phase et indiqué qu'il serait préférable de "jouer plusieurs parties avec le dé en mousse" (chapitre 4, Fig. 4.65, p.252).

Christian a précisé par écrit les artefacts matériels prévus de sa première séance :

Pré-requis :

- Une boite de lancés par équipe déjà fabriquée.
- Un dé de six faces par équipes.
- Photocopies

Figure 5.12 – *Matériel mis à disposition, première séance, Christian*

Christian décrit le dispositif (Fig. 5.13) qu'il a utilisé afin de montrer aux élèves comment le jeu fonctionne en rendant des lancers visibles à tous dès le début de la première séance.

Figure 5.13 – *Dispositif avec caméra de l'enseignant, Christian*

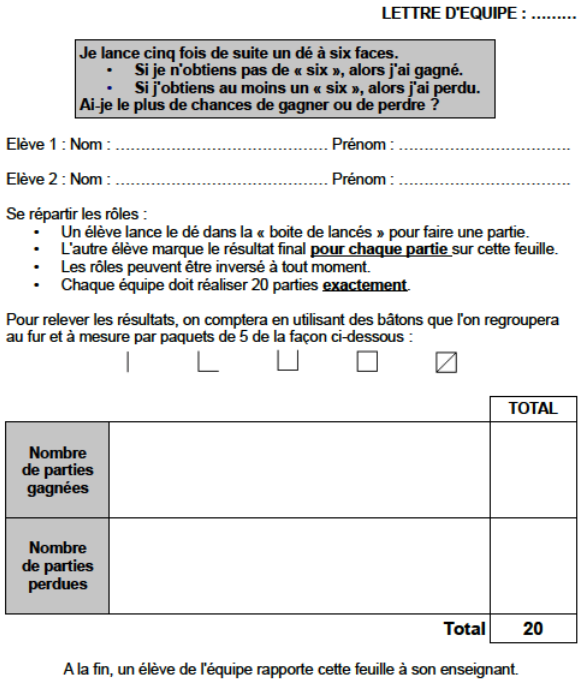
Ce dispositif matériel et son exploitation par Christian rappellent le couple de l'étape $B_{2,2}$ de la formation de l'atelier des Poussins. En effet, l'emploi d'un gros dé en mousse utilisé par Emma décrit au chapitre 4 (section 4.5.2, p.222) est remplacé par trois courses effectuées sous la caméra de Christian dans une boite avec un dé de taille normale. L'enseignant a jugé nécessaire de faire un point sur la compréhension de la règle du jeu (**Expl.2**) en prenant personnellement en charge devant sa classe la réalisation de trois courses. Il fait ce point dès le départ devant toute la classe et non après quelques temps d'appropriation du jeu ou de manipulation par les élèves, ce qui diffère par rapport aux couples de l'étape $B_{2,2}$ de la formation. L'enseignant Christian a déclaré avoir peu l'habitude de laisser les élèves jouer par deux, jugeant le travail collectif bruyant. Il s'est inquiété de ce fait d'ailleurs auprès de ses collègues

après sa première séance.

Christian : "Je ne suis pas top habitué à ça, au travail en équipe des élèves, comme ça, là où il y a du bruit ou aux effets sonores./ C'est aussi une expérience justement.
S2 : C'est ce que tu m'avais dit la dernière fois, c'est ça, que finalement tu avais plutôt envie de diriger entièrement, et puis de voir cette expérience, ça t'a donné une autre voie.
Christian : Voilà, c'est ça, il y a un peu un lacher-prise, c'était bizarre parce qu'en fait, une fois que les élèves avaient fini, enfin les groupes, ils ne finissent pas en meme temps, donc ils venaient me voir. Ils me donnaient leurs résultats etc pendant que les autres continuaient. (...) Justement, comme il y avait des dés ou des choses comme ça/ (...), c'est passé."

La boucle de la formation a permis un lâcher-prise de Christian sur des lancers de dés dans sa classe, par rapport à la question du bruit généré par la manipulation de dés à jouer. Cependant, s'il autorise une phase d'exploration avec des lancers de dés, cette phase est personnalisée. Mis en binômes, les élèves ont chacun une tâche distincte : l'un doit lancer le dé et le deuxième doit relevé le résultat de chaque partie. Ce point reprend d'ailleurs à l'identique la ressource *"Lancer de bouchons de bouteilles"* évoquée ensuite.

L'enseignant Christian a imposé 20 parties par équipe de deux élèves et a organisé le recueil des données de ces parties dans un tableau à remplir :



LETTRE D'EQUIPE : .....

Je lance cinq fois de suite un dé à six faces.
- **Si je n'obtiens pas de « six », alors j'ai gagné.**
- **Si j'obtiens au moins un « six », alors j'ai perdu.**

Ai-je le plus de chances de gagner ou de perdre ?

Elève 1 : Nom : ..... Prénom : .....

Elève 2 : Nom : ..... Prénom : .....

Se répartir les rôles :
- Un élève lance le dé dans la « boite de lancés » pour faire une partie.
- L'autre élève marque le résultat final **pour chaque partie** sur cette feuille.
- Les rôles peuvent être inversé à tout moment.
- Chaque équipe doit réaliser 20 parties **exactement**.

Pour relever les résultats, on comptera en utilisant des bâtons que l'on regroupera au fur et à mesure par paquets de 5 de la façon ci-dessous :

	TOTAL
Nombre de parties gagnées	
Nombre de parties perdues	
Total	**20**

A la fin, un élève de l'équipe rapporte cette feuille à son enseignant.

Figure 5.14 – *Extrait document élève, Christian*

La fiche de recueil des données de Christian pour ses élèves (Fig. 5.14) s'inspire

d'éléments d'une tâche *"Lancers de bouchons de bouteilles"* de la brochure [38] mise à disposition le premier jour de la formation et achetée par Christian.
La mise en équipe des élèves, la manière de recueillir les données statistiques, de les organiser, la répartition des rôles sont similaires à cet énoncé dans l'avatar de Christian. Nous retrouvons comme similitude qu'un élève effectue le protocole quand un deuxième élève relève les résultats des expériences aléatoires réalisées manuellement simultanément.

La phase d'explicitation de l'expérience aléatoire (**Expl.3**) est absente tout comme cela était déjà le cas en formation.

La phase de simulation (Sim.)
La justification du recours à la simulation (Sim.1)
Le tableau distribué par Christian aux équipes (Fig. 5.15) pour le traitement des données de la classe présente des choix qui montrent des différences par rapport à celui de la formation de l'atelier Poussin (chapitre 4, Fig. 4.34, p.219). Les dix équipes doivent compléter lors de cette première séance dans le premier tableau les résultats de leurs 20 parties, 20 étant un nombre imposé par l'enseignant. Ce premier tableau, pour n fixé à 20 (n correspond au nombre de parties), permet un travail sur la fluctuation d'échantillonnage, qui est accessible à tous par la présentation au vidéoprojecteur de ce tableau rempli par l'enseignant qui recueille au fur et à mesure les données des différents groupes d'élèves. En cela, cette étape participe de la phase d'introduction de la simulation. Les deux tableaux suivants, où n augmente, orientent le travail vers la convergence des fréquences, par cumul des résultats des

38.

Lancers de bouchons de bouteilles

Cette activité s'effectue par groupe de deux élèves ; lettre du groupe : .....
- Nom / Prénom du 1er élève : .....
- Nom / Prénom du 2ème élève : .....

Matériel :
- Cette feuille pour le groupe.
- Un bouchon de bouteille ; précise la couleur du bouchon : .....

Commencer par se répartir les rôles :
- Un élève lance le bouchon de bouteille.
- Un élève effectue les relevés statistique sur cette feuille

Ces rôles peuvent être inversés à tout moment.
Chaque groupe doit réaliser 200 lancers (pas plus afin de faciliter les calculs postérieurs).

Conseil : les relevés statistiques seront réalisés à l'aide de petits bâtons que tu regrouperas au fur et à mesure par paquets de 5 selon ce modèle :

	Relevés statistiques	TOTAL
	Nombre total de lancers :	200

Extrait Brochure Masselin, B., Mondragon, F., Probabilités-statistiques, cinq scenarios (3ème/2nde), 2015, p.46

équipes de la classe. En modifiant le tableau utilisé en formation dans l'atelier Poussin, et en créant ses propres tableaux, Christian a levé l'ambiguité existant dans le tableau de l'avatar en formation.

Résultats équipe par équipe :

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
Gagnée															
Perdue															
Nombre de lancés	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Cumul successif des résultats :

	B	+C	+D	+E	+F	+G	+H	+I	+J	+K	+L	+M	+N	+O	+P
Gagnée															
Perdue															
Nombre de lancés	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300

Cumul successif des **fréquences :**

	B	+C	+D	+E	+F	+G	+H	+I	+J	+K	+L	+M	+N	+O	+P
Gagnée															
Perdue															
Nombre de lancés	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300

Cumul successif des fréquences pour les « **parties gagnées** » :

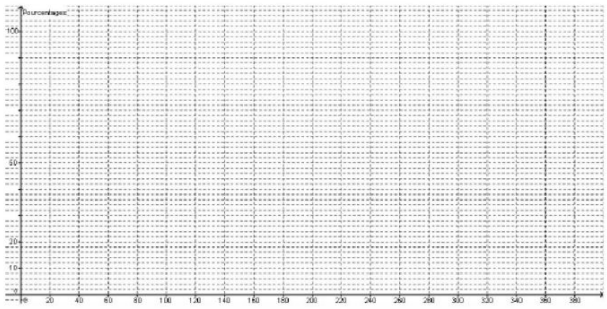


Figure 5.15 – *Recueil des données et graphique, document élève, Christian*

Christian, à l'aide d'un fichier tableur vidéoprojeté à la classe, a rempli de façon dynamique au fur et à mesure les cellules, cumulant ainsi les résultats des différentes équipes. Il a ordonné la récolte des données de la classe (par cumul du groupe B au groupe P dans l'ordre alphabétique) et ainsi imposé une unique représentation du nuage de points. L'enseignant a projeté un fichier avec une présentation identique au document précédent (Fig. 5.15) distribué aux élèves. Le recueil des valeurs obtenues par équipe du premier tableau a ensuite servi de ressort à l'enseignant pour introduire la simulation.
Comme pour les couples de l'atelier des Poussins (des étapes $B_{2,1}$, $B_{2,2}$ et $B_{2,3}$), Christian a eu le soucis d'introduire la simulation en exprimant la nécessité de départager les élèves sur la question initiale grâce à des premiers résultats obtenus pour 20 lancers.

Christian : "Donc ce tableau était affiché au vidéoprojecteur et puis au fur et à mesure que les équipes avaient fini, j'écrivais au vidéo-projecteur, donc ils voyaient apparaître l'équipe/ ils ont gagné douze fois donc/ Et c'était intéressant car il y avait 50 50 : sur 20 parties, il y a des fois plus de "gagné" que de "perdu" et puis inversement, il y avait plus de "perdu" que de "gagné". Donc on a bien montré que

sur 20 parties, on ne pouvait pas avoir de conclusion."

Voici les résultats obtenus dans la classe :

Résultats équipe par équipe :

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
Gagnée	10	4	8	10	5	10	7	3	8	4					
Perdue	10	16	12	10	15	10	13	17	12	16					
Nombre de lancés	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Cumul successif des résultats :

	B	+C	+D	+E	+F	+G	+H	+I	+J	+K	+L	+M	+N	+O	+P
Gagnée	10	14	22	32	37	47	54	57	65	69					
Perdue	10	26	38	48	63	73	83	103	115	131					
Nombre de lancés	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300

Cumul successif des **fréquences :**

	B	+C	+D	+E	+F	+G	+H	+I	+J	+K	+L	+M	+N	+O	+P
Gagnée	50	35	37	40	37	39	39	36	36	35					
Perdue	50	65	63	60	63	61	61	64	64	65					
Nombre de lancés	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300

Cumul successif des fréquences pour les « **parties gagnées** » :

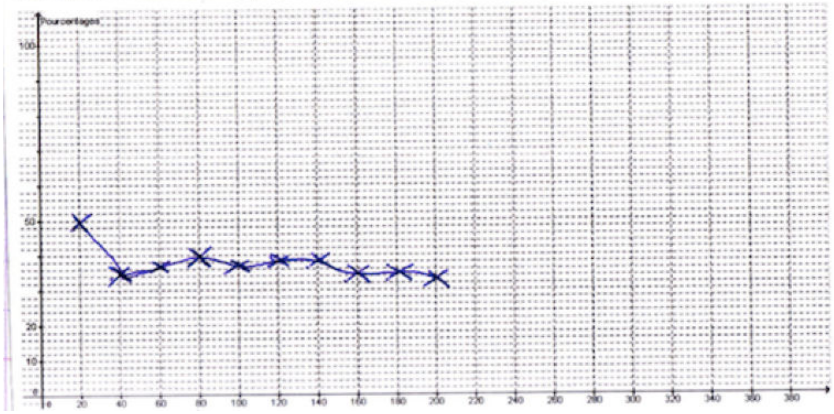


FIGURE 5.16 – *Résultats des parties, Extrait d'élève E, étape 1, Christian*

Comme dans la classe d'expérimentation en formation de l'atelier Poussin, Christian a fait représenter par les élèves les fréquences (exprimées en pourcentage) en fonction du nombre de parties (allant de 20 en 20 jusqu'à 200). Cependant, il s'est appuyé sur des données obtenues par des lancers de dé à la main. Ceci est un écart par rapport au couple de l'étape B_2 de la formation qui s'appuyait sur des résultats issus d'une simulation prête à l'emploi effectuée avec le logiciel Scratch. Ce document (incluant des tableaux puis une représentation graphique) fait partie d'une routine concernant des tâches de simulation comme le mentionne Christian. Il succède à un travail similaire réalisé par ses élèves sur des "lancers de bouchons" et la "somme de deux dés". Il répond à Lucie :

Lucie : "Et le calcul des fréquences ; ça n'a pas posé de problèmes ça ?

Christian : Non, on en avait déjà fait, on avait fait le lancer de bouchons, la somme de deux dés, donc c'était le même formalisme en fait. Cette feuille-là, elle est /, ils sont habitués à faire ça. Après ils font le graphique."

Christian privilégie des fréquences exprimées en pourcentage, car selon lui, cela permet de rendre cette notion plus compréhensible par les élèves, en rapprochant ces calculs de ceux déjà vécus en classe auparavant. Nous percevons ici des traces de l'ETM personnel de l'enseignant qui impactent le couple de $B_{3,1}$.

Christian : "Parce que quand on avait fait le lancer de bouchons, c'était déjà en pourcentages en fait. On en avait fait pleins et pour la somme de deux dés aussi. Je trouve ça plus facile pour comparer. (...) Pour avoir une probabilité à la fin, je trouve ça bien que, quand on trouve des fois sur 33% je dis " bah ça correspond à une fraction de $\frac{1}{3}$ *ou quelque chose comme ça" et on se ramène après à la même chose. (...) je pense que pour les élèves, 0,5 ou 50% je pense qu'ils comprennent mieux 50%."*

Ce choix a déjà été opéré dans l'ETM idoine de sa classe sur deux tâches de probabilités ("lancer de bouchons" et "somme de deux dés"). L'enseignant joue sur la représentation des nombres en préférant partir des pourcentages pour revenir sur des écritures fractionnaires. Selon Christian, 50% est plus accessible aux élèves que 0,5.

La simulation effective (Sim.2)

Concernant les artefacts numériques pour la simulation, Christian impose à tous ses élèves d'élaborer une simulation en premier avec le tableur, puis ensuite avec Scratch. Il conserve ici des choix de logiciels déjà rencontrés en formation dans l'étape $B_{2,2}$ de l'atelier Souris. Cependant, il organise le travail de simulation sur deux séances successives et sépare temporellement ces artefacts numériques : l'emploi du tableur pour simuler 2000 parties précède celui du logiciel Scratch. L'emploi de ce deuxième logiciel semble répéter un travail déjà accompli la séance précédente avec le tableur car il s'agit à nouveau de faire mobiliser l'approche fréquentiste et la simulation. Christian justifie en partie ce nouveau choix en faisait référence à la phase de bilan faite par l'enseignant-expérimentateur Augustin à l'étape $B_{2,2}$ de la formation (chapitre 4, section 4.4.4).

Christian : "Et d'essayer et le tableur et Scratch, ça a compliqué les choses parce que les élèves qui se sont investis dans le tableur ne sont pas rentrés dans Scratch, donc ils n'ont pas réfléchi et tout, là, c'était/ ce n'était pas possible."

Voici un extrait du document fourni aux élèves par Christian à la deuxième séance, afin que les élèves réalisent une simulation avec le tableur.

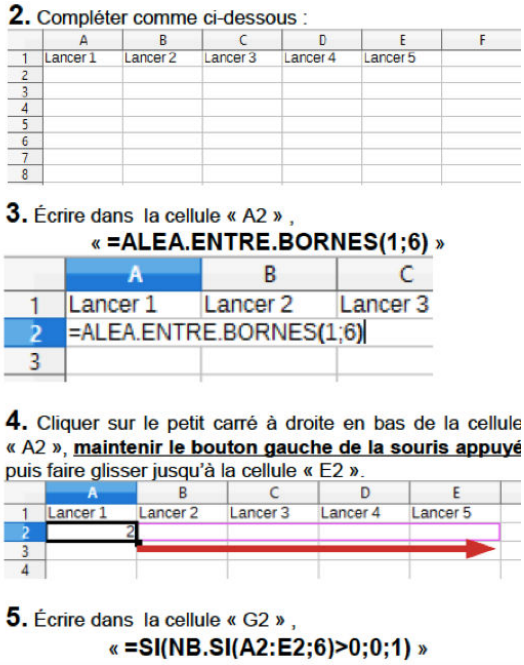


FIGURE 5.17 – *Extrait Document des élèves, tableur, Christian*

Cet extrait (Fig. 5.11) permet d'observer le rôle de l'élève réduit à celui de tâcheron au sens de Nechache (2015) concernant l'élaboration de la simulation au tableur. L'enseignant ne laisse que peu d'initiative à l'élève lors de cette phase (**Sim.2**). Christian justifie ce choix par des habitudes de classe.
Christian : Mais je ne me sentais pas de les laisser comme ça faire/(...) Les élèves, quand c'est des choses comme ça, ils savent très bien faire, ça marche bien, recopier ce qu'on a mis, de dire / Donc ils ont tous réussi à faire les questions. Alors c'est pareil, j'ai expliqué un peu le NB.SI() qu'ils ne connaissaient pas trop. La formule, là, la possibilité de / ce que ça faisait en fait.

Des flèches rouges du document (Fig. 5.11) viennent soutenir une structuration de la feuille de calcul pour simulation. Les cinq lancers sont présents avec des étiquettes "Lancer 1, Lancer 2, ..., Lancer 5" inscrites dans les colonnes A1, B1, (...), E1 et une course est organisée et lue horizontalement. Christian tente de rendre le plus homogène possible l'organisation de la feuille de calcul des élèves lors de la simulation dans le tableur, ce qui n'était pas le cas dans la classe qu'il a observée en formation. Cette structuration émane de l'extrait de la grille d'intervention élaborée en fin de J2 par l'atelier auquel Christian a participé :

Nous percevons ici un effet de cette intervention imaginée en fin de formation ($B_{2,3}$) sur la pratique de l'enseignant dans sa classe après la formation (en $B_{3,1}$). Cet effet est confirmé par l'existence de flèches rouges et du test donné aux élèves à la question 5 (Fig. 5.11) où l'enseignant impose la correspondance 1 pour une partie gagnée et 0 pour une partie perdue (avec une variable aléatoire de Bernoulli). De plus, le problème de modélisation dans le tableur pointé dans cette grille a eu pour effet de supprimer dès l'énoncé deux modèles probabilistes initialement sous-jascents

3 bis Tableur	L'élève n'arrive pas à simuler « correctement » une course	1) Donner une feuille avec mise en forme imposée 2) Fiche technique d'organisation spatiale ?	Problème de modélisation dans le tableur Problème d'organisation spatiale dans le tableur pour exploitation des données

Table 5.11 – *Extrait Grille Intervention de l'enseignant, B2*

aux règles du jeu.
Les élèves les plus rapides ont alors un document (Fig. 5.18) afin d'effectuer une simulation avec le logiciel Scratch durant cette même séance.

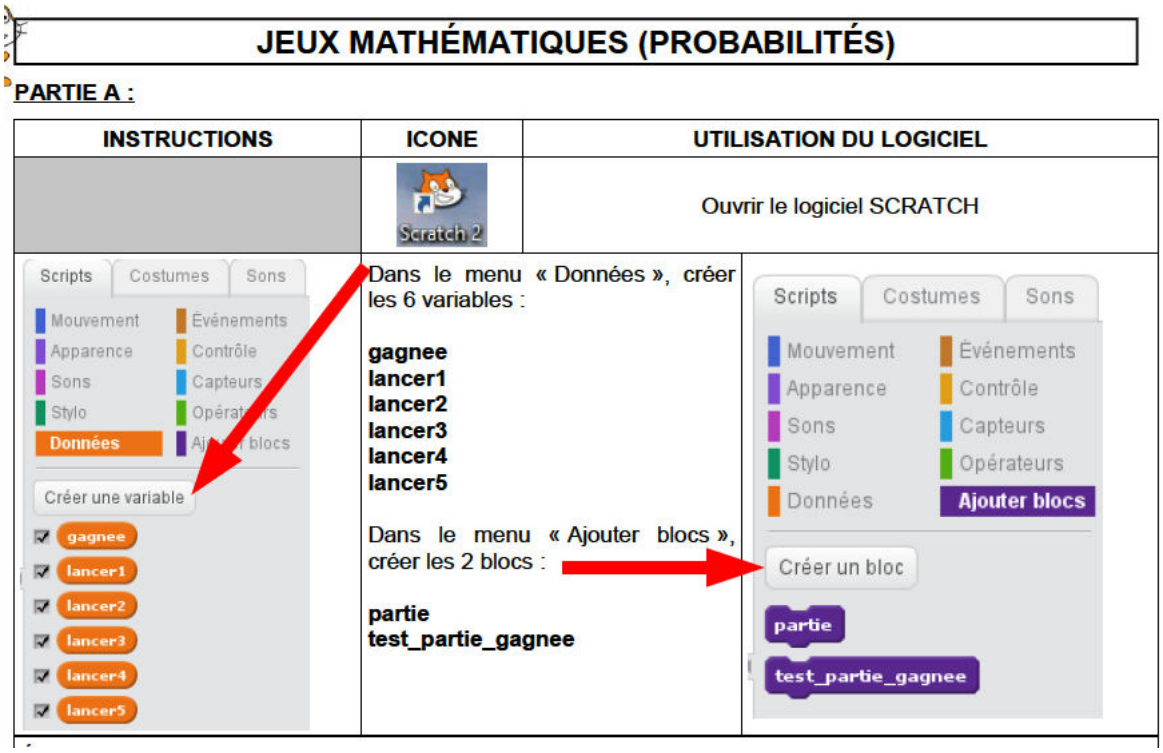
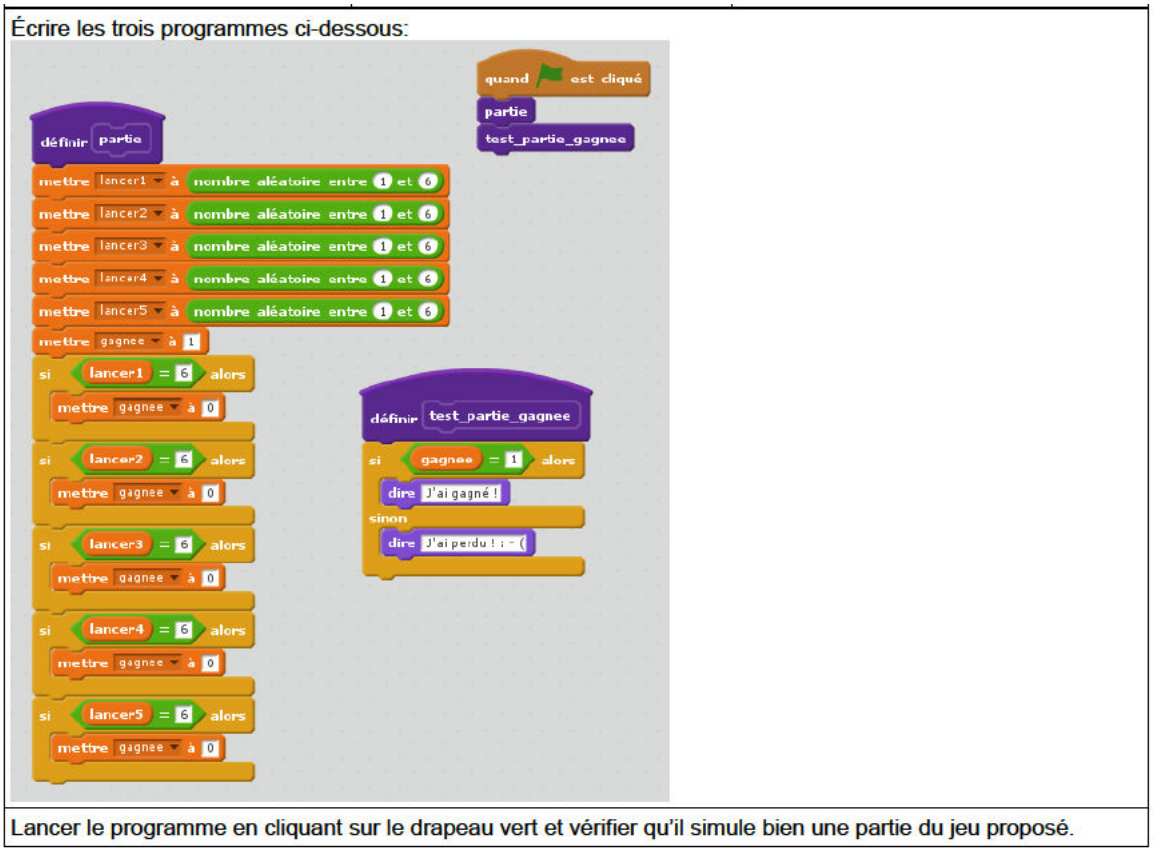


Figure 5.18 – *Document Elèves, Scratch, Partie A, Christian*

La première partie de ce document (Partie A) contient :

- l'icône du logiciel à utiliser ;
- mentionne les variables informatiques à créer en présentant une capture d'écran de la rubrique *"donnée"* ;
- précise à droite la fonctionnalité *"Ajouter bloc"* mise en surbrillance avec les deux blocs à créer avec les noms imposés *"partie"* et *"test_partie_gagnée"*.

Des flèches rouges indiquent à l'élève un cheminement à suivre comme pour l'accompagner à se repérer dans l'environnement du logiciel Scratch.



PARTIE B : *Compléter le programme ci-dessus pour répéter 2 000 parties et compter combien de fois la partie est gagnée puis donner la probabilité (en %) de parties gagnées obtenue avec ces 2 000 parties.*

PARTIE C : *(BONUS) Optimiser ce programme pour avoir moins de données à utiliser et moins de lignes de code...*

FIGURE 5.19 – *Document Elèves, Scratch, Parties B et C, Christian*

Le programme Scratch intitulé "Définir partie" (Fig. 5.19, p.316) présente cinq variables et cinq instructions conditionnelles, ce qui n'est pas optimal en terme de programmation. Nous présenterons dans la suite de ce chapitre la motivation de l'enseignant par rapport à de tels choix. Dans la partie B, un programme et deux blocs détaillés reprennent des éléments décrits dans la partie A (Fig. 5.18). Christian, dans le bloc *"partie"* fait faire cinq lancers de dés puis pour chacun, il met cinq tests conditionnels identiques comme suit :

FIGURE 5.20 – *Extrait (1) Document Elèves, Scratch, Partie B, Christian*

Le bloc *"test_partie_gagnée"* emprunte un test conditionnel de type cette fois "si...alors...sinon" :

Figure 5.21 – *Extrait (2) Document Elèves, Scratch, Partie B, Christian*

Ce test conditionnel s'appuie sur la condition *"gagnée=1"*, ce qui correspond à aucun six obtenu sur les cinq lancers. Le programme qui reprend les deux blocs permet de simuler une partie puis de tester celle-ci pour savoir si elle est gagnée ou perdue. Christian demande dans la partie A de recopier, sous Scratch, les deux blocs et le programme. Ensuite les élèves doivent l'exécuter afin de valider qu'il simule une partie du jeu proposé.

Dans un deuxième temps, 2000 parties sont envisagées et Christian demande aux élèves de modifier (en le complétant) le programme initial. La tâche demandée à l'élève consiste dans cette partie B à ajouter une unique boucle "répéter" en créant un compteur de parties gagnées. Cette unique boucle est à rapprocher de la réflexion de Christian lors d'un échange avec un formateur à l'étape 3 en formation (chapitre 4, section 4.4.4, p. 209). Il concernait un fichier de simulation recueilli en classe en formation par l'enseignant-expérimentateur Augustin :

FE2 : "Ici ils se sont lancés dans la double boucle imbriquée d'en bas ?
Christian : Oui, non, pour les lancers, en faire une seule, ils n'ont pas pu, parce qu'il n'ont pas vu ça, et c'est ça pour moi la difficulté."
Cette identification en formation d'une difficulté avérée a sans doute motivé Christian dans sa mise en oeuvre de la simulation.
L'incorporation du calcul de la fréquence de parties gagnées n'est pas indiqué par Christian dans le document donné à sa classe. La partie C consiste à "optimiser" ce programme d'un point de vue complexité et rapidité de l'algorithme.
Le document pour l'élève (Fig. 5.18 et Fig. 5.19) est très détaillé et accompagne l'élaboration d'une simulation par l'élève avec Scratch. Il diffère des avatars de la formation (B_2) pour des raisons distinctes :

- ceux du collectif des Souris (auquel Christian appartenait) n'ont pas inclus de fiche support pour une simulation Scratch en plus de l'énoncé initial ;
- ceux du collectif des Poussins où un constat partagé de rupture entre le travail algorithmique (emploi d'un fichier de simulation Scratch comme boite noire) et le travail sur des probabilités a fait émerger la nécessité de rapprochement, pointé en fin de boucle B_2 (étape $B_{2,3}$).

Dans les deux documents élèves pour la simulation (avec tableur et Scratch), Christian confond dans ses énoncés les mots *fréquence* et *probabilité*. Si l'élève est amené à recueillir des fréquences par des simulations avec le tableur ou le logiciel

Scratch, l'enseignant attend pour un certain nombre de parties les fréquences avec une formulation empruntant le mot *"probabilité"* (document élève avec le tableur, question 11 et 12 Fig. 5.22, p.318) et partie B du document élève Scratch (Fig. 5.19, p.316). Le calcul effectué dans la cellule nommée J2 (auquel l'extrait du document(3) fait référence) est un calcul de fréquence, mais il est pourtant écrit *Probabilité de gagner (en pourcentages)* dans la cellule J1. Christian confond ici le résultat obtenu dans la cellule J2 (ici une fréquence) avec ceux obtenus par relances successives du fichier tableur et qui permettent, par la loi faible des grands nombres, d'en déduire une estimation de la probabilité recherchée par des fréquences obtenues. A deux reprises, dans ses documents écrits pour ses élèves, le mot probabilité est employé à la place du mot fréquence.

Christian a aussi soulevé la nécessité de réaliser des adaptations pour sa classe liées à ses conditions matérielles concernant les TICE, différentes de celles de la formation (étape 2) et au contexte de son établissement :

Christian : "On a une salle multimédia. Ce n'était pas complètement les mêmes ordinateurs qu'en formation mais là, ils étaient deux pour un ordinateur.(...) Là, c'est la première fois que je le faisais ici par deux. Et bien, c'est intéressant parce que justement il y a de la communication, (...) c'est vrai que quand ils sont tout seul, qu'ils ont un petit problème, il ne savent pas trop/, que là, justement il y a un échange qui se créée. C'est un peu plus bruyant aussi, mais j'ai trouvé ça pas mal que/ enfin j'ai l'impression qu'ils ont peut-être plus progressé en échangeant.(...) En fait, en troisième, on a des demi-classes tous les 15 jours, donc ça c'est plutôt là que je fais de l'info (...) Et puis là, le fait d'être en salle info tout en étant deux par ordinateur, ça marche, on n'est pas obligé d'attendre d'être en demi-classe.(...) Peut-être que je pourrais le refaire en classe entière."

Jusqu'à sa participation à la formation, Christian était habitué à associer un ordinateur pour un seul élève, mais il opère un changement et semble être convaincu qu'allier un ordinateur à plusieurs élèves peut bénéficier à l'avancée du travail sur la simulation. Cela lève dans son cas la contrainte de réserver la salle informatique en programmant la séance très en amont.

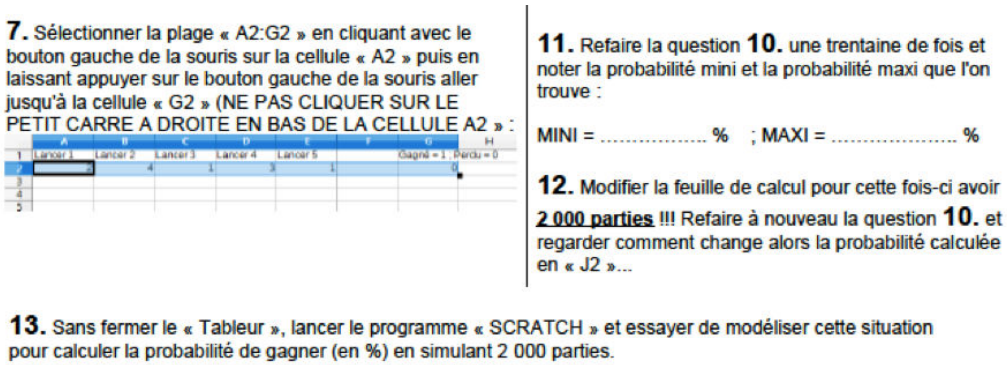


FIGURE 5.22 – *Document (3) élève, tableur, Christian*

Concernant la simulation demandée sous Scratch en 3ème séance, l'enseignant fait recopier un programme déjà donné avec des captures d'écran. Une des justifica-

tions de ce choix est la suivante :

Christian : "Il y a une recherche de confort, il y a aussi pour les élèves vraiment très faibles, pour moi, ils sont quand même dans la réussite parce qu'ils savent faire ça, s'ils savent prendre des blocs, ils ont quand même l'impression de faire des choses. Moi, mes élèves qui sont assez faibles, arrivés en troisième, si je le laisse totalement ouvert, je pense qu'ils ne font rien, qu'ils n'arrivent à rien, c'est aussi pour ces élèves-là."

Selon Christian, avant que l'élève crée des sous-programmes, un préalable est de lui faire agencer des blocs déjà construits. Cette tâche lui paraît plus simple pour des élèves faibles. Il en réfère au contexte de sa classe et au niveau de ses élèves pour fermer davantage la tâche de simulation que ce qui a été produit à l'étape 2 par l'enseignant-expérimentateur Augustin. Christian souhaite mettre ses élèves en réussite quitte à rendre les élèves tâcherons.
Une des visées de Christian concernant la troisième séance est alors de faire travailler dans le domaine algorithmique en faisant ajouter des boucles et compteurs afin de simuler non plus une course, mais 2000 courses.

Christian : "C'est surtout que là, il n'y a qu'une partie et après, eux comme objectif, ils avaient de faire une série de 2000 parties, donc là c'est à eux d'intégrer des boucles, tu vois ? Et puis d'intégrer une donnée qui comptait le nombre de parties gagnées et le nombre de parties perdues."
Nous percevons dans ses déclarations un glissement cognitif opéré vers l'algorithmique.

Concernant la simulation, Christian nous livre, à travers ses deux fichiers la manière dont il envisage les affichages des résultats avec le logiciel Scratch. Dans le fichier présenté par Christian (de la partie B, Fig. 5.19, p.316), la fenêtre de gauche (Fig. 5.23) renvoie le nombre de parties gagnées et le nombre de parties effectuées comme suit :

Figure 5.23 – *Fenêtre de gauche sous Scratch, Christian*

De plus, le lutin (chat) annonce la fréquence avec l'instruction "Dire" ajoutée dans le programme suivant :

Figure 5.24 – *Instruction de déclaration de la fréquence en pourcentage par le lutin, Christian*

Le calcul de la fréquence en pourcentage de parties gagnées est intégré dans une instruction "Dire" du lutin : Christian n'a pas intégré de variable informatique pour la fréquence. Cela empêche d'intégrer les fréquences obtenues dans une liste pour repérer leur évolution.

La preuve (Preuv.) ou sa conception par Christian

Christian est aussi sensible au fait de valider ou d'invalider les résultats trouvés par ses élèves. Nous pouvons y repérer un point radicalement opposé à l'enseignant-expérimentateur Augustin de l'atelier suivi par Christian :

Christian : "Ce qui m'a un peu embêté en J2 aussi, c'est que comme les élèves avaient fait un peu tous des choses différentes, enfin mon groupe que je surveillais, en fait il n'a pas eu trop la correction de ce qu'il avait fait. Il n'a pas compris si ce qu'il avait fait, c'était bon ou pas bon etc. Et c'est difficile quand il y a plein de chiffres différents de dire " toi untel tu as peut-être faux" parce qu'il n'y a pas de correction commune, ça m'embête un peu, ça, ce côté/."

C'est un point qui a motivé en partie le contenu du document pour la simulation donné par Christian à ses élèves. L'enseignant a cherché à se donner personnellement des moyens de corriger rapidement et aisément les programmes de simulation modifiés par ses élèves. Sa manière de contrôler l'aspect valide du travail des différents groupes d'élèves se distingue par rapport au vécu de ce stagiaire en classe en formation. A aucun moment il envisage une possible auto-validation des résultats de la part des élèves.

Christian : "(...) donc là, ils avaient une partie, enfin, je leur donnais une partie. Après, ils avaient dans la partie B, c'était "compléter le programme ci-dessous pour 2000 parties." Et puis là, ils faisaient des calculs, donc là ils étaient libres, ils devaient chercher. Mais bah là, au bout d'un quart d'heure, on regardait les erreurs qu'ils avaient commises. (...) Et/ en fait, il n'y avait pas grand chose à compléter, et ce qui est bien, c'est que pour corriger, ça va assez vite parce qu'on n'a qu'une boucle "répéter" à mettre, on n'a que " nombre de parties gagnées" à faire, et puis "dire" la fréquence."

Christian cherche à conforter les valeurs estimées des probabilités par le tableur avec un autre artefact numérique, Scratch. De plus, Christian se positionne par rapport à une simulation Scratch ou au tableur :

Lucie : "Donc comment conclus-tu ? Ils ont travaillé et ta conclusion , le bilan tu ? Christian : J'ai préféré Scratch que le tableur. Il y a beaucoup plus de sens pour les élèves, ils sont mieux rentrés dedans, ils ont/ (...) Donc si je devais le faire en pas plus de deux heures, ce serait avec Scratch, et c'est le tableur que je supprimerais."

Interrogé par Lucie sur sa manière de mener une phase de bilan dans sa classe, Christian répond sur un autre sujet qui est sa préférence en terme d'artefact de simulation (le logiciel Scratch qu'il juge plus facile à relier à la tâche initiale). Christian laisse entrevoir ce qui a motivé la construction de son algorithme sous Scratch avec l'introduction des cinq variables "lancer i" (i allant de 1 à 5). Il a recherché une proximité entre les deux simulations effectuées avec des artefacts numériques différents, ce qui avait été impossible dans l'expérimentation menée en formation par Augustin et qu'il avait observé. Nous pouvons y repérer un effet indirect de la formation sur ce rapprochement de structuration opéré par l'enseignant sur les simulations envisagées avec ces deux artefacts.

La preuve expérimentale (Preuv.1)

L'approche fréquentiste et la loi faible des grands nombres ont été dirigées par l'enseignant. Christian s'est initialement appuyé sur la mise en perspective des résultats obtenus pour différents échantillons de taille 20 (fluctuation d'échantillonnage), comparant les 20 parties à la main de chaque équipe. Puis il a fait considérer toutes les parties de la classe (220) et ensuite il a fait simuler 2000 parties au tableur :

Christian : "Pour voir si c'était la bonne, non en fait, ils ont voulu voir pour 2000 parties si ça correspondait aux petits nombres. Et puis de faire le lien entre lancer des dés c'est très physique en fait, et faire des liens entre l'informatique et le coté concret, non ça ne les a pas/ ça n'a pas posé de problème.(...) Pour 2000, on arrivait à 40% sur 2000 parties, ça correspondait à ça. Du coup, il y avait un peu de différences entre 220 lancers où on était à 45/55. Donc là, on était à 40, on a vu là que/ on a montré que 220 ce n'était pas assez suffisant, 2000 c'était beaucoup mieux, donc ça c'était la deuxième heure."

L'enseignant a fait basculer d'expériences aléatoires réelles à des expériences aléatoires simulées. Il précise que le glissement s'est opéré sans blocage, ce qui diffère de la classe en formation où deux modèles pouvaient surgir lors de l'élaboration de la simulation. Ici, l'enseignant s'est arrangé dans son énoncé pour qu'un seul modèle soit envisagé lors de la simulation. Une partie déjà intégrée dans l'outil de simulation a rendu transparents la modélisation et le passage d'un type d'expérience aléatoire à un autre. Cette partie intégrée dans les deux simulations (tableur et Scratch) a été structurée avec une intention de rapprochement par des choix de variables identiques, comme Christian l'indique à Augustin :

Augustin : "Le fait que tu aies mis tes variables, est-ce qu'ils ont fait un lien entre le tableur et le Scratch ? Est-ce qu'ils ont fait le lien ?
Christian : Ah je pense, oui.
Augustin : C'était un peu dirigé le fait que ...
Christian : Ah, ça ressemble beaucoup.
Augustin : Donc est-ce qu'ils ont vraiment fait le lien ou alors ?
Christian : En fait je ne sais pas, je pense que oui. Si j'avais dû le faire moi le programme, je n'aurais jamais créé les données "lancer 1, lancer 2..., je n'avais pas besoin de ça mais vraiment pour la compréhension des élèves, c'est pour ça que j'ai voulu le créer plus long, mais/
Lucie : Plus transparent pour l'élève."

Nous repérons un guidage fort de l'enseignant dans cette phase de simulation qui est centrale dans le travail attendu des élèves (deux heures sur les trois consacrées à son avatar).

Esquisse de preuve sans simulation (Preuv.2)
Dans la formation, à l'étape $B_{2,3}$, Christian avait noté que le groupe qu'il observait avait été empêché de développer un travail s'appuyant sur l'approche laplacienne (Preuv.2). Il l'avait évoqué avec regret car un élève de son groupe était resté sans réponse à la fin de la phase de bilan. Le collectif n'avait ensuite pas tranché sur l'utilité d'une preuve formelle. Dans sa classe, Christian a consacré 5 minutes à la fin des trois séances sur l'approche laplacienne et de façon assez superficielle :
Christian : "Et tout à la fin, justement, on a parlé du $\frac{5}{6}$ *exposant 5, je leur ai expliqué, mais je leur ai dit que c'était au lycée/*
Lucie : Mais tu leur a expliqué avec des arbres et/ ?
Christian : Alors très très rapidement, je leur ai dit : "Le nombre de parties totales, le nombre de possibilités de parties combien il y en avait. Et c'est peut-être là comme j'ai pris 5 minutes, comme ça/"

La valeur $\left(\frac{5}{6}\right)^5$ a été apportée par l'enseignant sans justification. Le travail réalisé sur une preuve formelle est uniquement à la charge de l'enseignant. Christian, dès la conception de l'avatar, a organisé le travail de manière à ce que l'élève réalise une preuve expérimentale (Preuv.1) (deux fois de suite avec deux artefacts distincts), confisquant ainsi des initiatives d'élèves sur une preuve sans simulation (Preuv.2).

5.5.3 Conclusion (Christian)

Cette conclusion s'attache à la circulation du travail dans l'ETM et aux dynamiques des boucles (entre les deux boucles B_2 des ateliers de la formation et la boucle de Christian $B_{3,1}$). La circulation dans l'ETM idoine effectif associé à son avatar a globalement été privilégiée dans les plans [Sem-Ins] et [Ins-Dis] par Christian, qui a opéré diverses modifications des différents couples de la boucle B_2. Ce qui semble avoir piloté les transformations des règles du jeu et du déroulement chez Christian sont :

- des blocages observés lors de l'élaboration de la simulation d'une course au tableur et de Scratch dans l'étape 2 en formation (atelier Souris) ;
- des alternatives proposées à l'étape 3 en formation par le collectif des Souris ;
- des points repérés dans l'étape 3 en formation par l'enseignant comme facilitant le travail.

Christian a beaucoup plus cadré le travail des élèves sur la tâche, la découpant en micro-tâches par moment, en particulier sur le travail algorithmique qui est prépondérant. Il s'est inspiré du travail réalisé par le collectif des Poussins en formation, plus en conformité avec son $ETM_{personnel}$.

Lucie : "Tu étais en Poussins ?
Christian : En Souris en fait, on les avait laissés beaucoup plus libres, mais après,

avec ce qu'on a vu en J2, vous, les Poussins, vous aviez plus structuré.
Aurélien : Oui
Christian : Moi, j'étais plus dans cette structure-là, donc j'avais trouvé bien de faire comme les Poussins."

La manière d'énoncer les règles du jeu où le joueur incarne la tortue (sans le dire) ainsi que les documents sur la simulation laissent la place à un unique modèle probabiliste. Ici, c'est la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{5}{6}$ qui est choisie par Christian, avec cinq lancers systématiques. La simulation est contrainte relativement aux artefacts choisis par l'enseignant : les élèves doivent travailler sous tableur puis dans un deuxième temps ave le logiciel Scratch. Le script du programme y est imposé. Le modèle mathématique est unique alors que les artefacts numériques pour simuler sont pluriels mais successifs et non envisagés simultanément.

Du côté des artefacts symboliques, aucun arbre n'a été mentionné par Christian mais l'organisation choisie et la règle n'y ont laissé aucune place. En cela nous pouvons nous questionner sur l'impact produit par l'extrait vidéo du groupe Gr4 (chapitre 3, $B_{1,2}$, Gr4) sur Christian quant à l'exploration rendue impossible dans le plan [Sem-Dis] dès le départ. Les aménagements faits par l'enseignant après la formation ont fourni des conditions n'amenant pas les élèves à travailler eux-mêmes dans ce plan.
En résumé, l'itinéraire cognitif suit la description suivante :

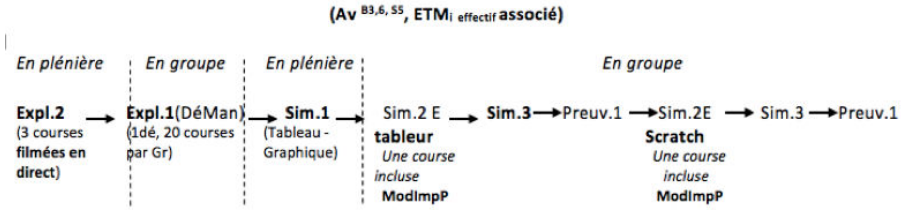


Figure 5.25 – *Itinéraires cognitifs effectués, Christian*

A travers l'énoncé proposé et ses questions, l'avatar a perdu de sa richesse dans les choix effectués par l'enseignant en ce qui concerne la modélisation. Il a par contre donné plus d'importance à la simulation et au travail algorithmique. L'itinéraire cognitif reconstitué (Fig. 5.25) montre un chemin unique, balisé par l'enseignant à chaque phase. La personnalité de ce dernier influe aussi sur le choix d'une gestion étroitement contrôlée du travail des élèves. Les choix ont été les suivants dans l'$ETM_{attendu}$:

<table>
<tr><th colspan="4">Expl.</th></tr>
<tr><th>Expl. 1
Découverte de la situation</th><th colspan="2">Expl. 2
Mise au point sur les règles du jeu</th><th>Expl. 3
Explicitation autour de l'expérience aléatoire</th></tr>
<tr><td>Expl. 1DéMan 1dé dans une boite à lancer
20 Courses par Gr</td><td colspan="2">Trois courses faites par P sous caméra au départ, en plénière</td><td>Absente</td></tr>
<tr><th colspan="4">Sim.</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Sim. 1
Justification du recours à la Sim.</th><th colspan="2">Sim. 2
Simulation effective</th><th rowspan="2">Sim. 3
Exploitation de la simulation</th></tr>
<tr><th>Artefact numériques</th><th>Choix de modèle mathématique inclus dans Sim. 2</th></tr>
<tr><td>A partir des données de 20 courses par Gr</td><td>Tableur puis Scratch</td><td>Sim. 2 ModImp dès l'énoncé des règles du jeu</td><td>Construction d'un tableau et graphique par E</td></tr>
<tr><th colspan="4">Preuv.</th></tr>
<tr><th>Preuv. 1</th><th colspan="2">Preuv. 2</th><th>Preuv. 3</th></tr>
<tr><td>Présente</td><td colspan="2">Absente, même si pointé par S5 comme un manque dans $Av^{B2,5,Sr}$</td><td>Non</td></tr>
</table>

Table 5.12 – *Grille relative à* ($Av^{B3,1,Christian}$, ETM_{eff})

L'enseignant Christian s'est inspiré des deux ateliers pour construire son scénario. Il a imposé 20 courses initialement par groupe avec un dé présent sur la table des élèves dans une boite. Il a ainsi imité au nombre près la phase Expl.1 de l'étape $B_{2,2}$ des Poussins (de la formation) ce qui lui a ensuite permis, par les données statistiques recueillies, de justifier le recours à la simulation (comme chez les Poussins). L'enseignant a ensuite réintégré une phase de mise au point des règles du jeu (Expl.2) cette fois avec sa caméra. A l'identique des couples de la formation, aucune phase d'explicitation sur l'expérience aléatoire n'a eu lieu. L'enseignant a privilégié une preuve de type expérimental uniquement avec deux artefacts de simulation. Il n'a pas consacré de temps à la preuve formelle alors que ce même enseignant avait dénoncé ce manque en fin de formation (B_2).

Dynamique de recomposition s'appuyant sur les deux boucles B_2 chez Christian

L'enseignant stagiaire Christian a puisé des éléments des deux boucles menées en parallèle en formation sur le problème du lièvre et de la tortue. Il a opéré, dans son choix d'avatar, des modifications importantes qui prennent leur source dans les deux ateliers. Un jeu de couleurs (Fig. 5.26, p.325) met en lumière l'historique de ces modifications à travers l'itinéraire cognitif reconstitué :

L'itinéraire cognitif qu'il décrit est rythmé par des phases que l'enseignant a soigneusement ordonnées et pour cette raison, nous le qualifierons de séquencé. Nous ajouterons de plus à son nom (itinéraire cognitif séquencé) la qualité d'unidirectionnel, car il ne permet qu'une approche fréquentiste et conduit à un unique type de preuve (ici une preuve expérimentale, Preuv.1).

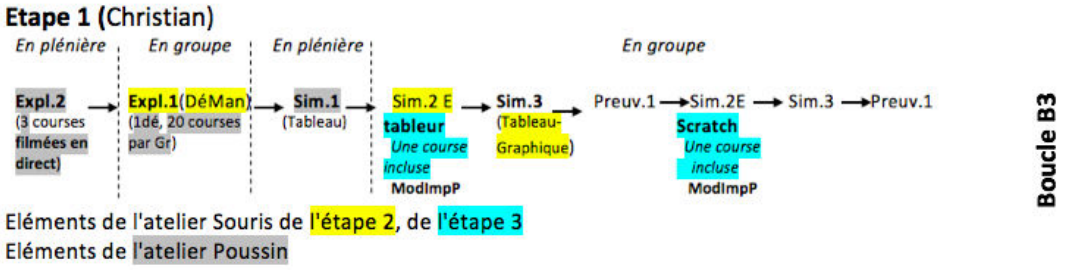


Figure 5.26 – *Des deux boucles B_2 à la boucle B_3 (Christian)*

Nous avons mis en évidence de nouveaux effets de la formation en particulier sur la question (QR1) des liens entre expérience aléatoire, modèle et simulation car l'enseignant a restreint les potentialités initiales de l'avatar suggéré en formation en imposant un unique modèle probabiliste. Le cas de Christian pose ici la question des limites de dénaturation d'un avatar. De plus, une des limites de la formation est peut être ici visible dans une incompréhension liée aux artefacts numériques et la simulation (QR2). Christian a tenté de rapprocher les algorithmes de simulation tableur et Scratch, sans optimisation initiale des algorithmes imposés (ce qui est une nécessité non explicitée aux élèves). L'enseignant a recherché à les calquer sans s'adapter à chaque artefact numérique. De l'étape $B_{2,3}$, Christian a retenu qu'il était préférable de ne pas faire utiliser pour la simulation le tableur et le logiciel Scratch en même temps dans une classe. Il aurait été pourtant intéressant de comparer les artefacts numériques par rapport aux résultats obtenus et aux moyens de contrôler ces résultats par les outils dans une même séance. Ceci aurait permis de repérer si la simulation rend bien compte de la situation aléatoire en liant simulation et preuve expérimentale (QR3). Enfin, la formation a eu des effets de lâcher-prise concernant la pratique enseignante de Christian, comme par exemple le fait qu'il ose réaliser un travail en groupe avec ses élèves. Cependant, ce lâcher-prise couplé au contrôle recherché par Christian sont sans doute à l'origine du fait que les élèves aient eu un rôle de tâcheron. L'ETM suggéré en formation a, sur ce point, influencé son $ETM_{personnel}$. Afin de contrôler certains blocages repérés tels que la question du modèle probabiliste, Christian s'est servi de la grille d'intervention élaborée en formation d'une manière distincte de celle de Mattéo. Il y a une inversion de l'idée d'intervention car toutes les médiations prévues sont incorporées dans l'avatar initial, de sorte que l'enseignant n'ait pas ensuite à intervenir sur certains blocages. Nous percevons ici une autre incidence du dispositif de la boucle B_2 élaboré sous la forme d'une lesson-study adaptée (Masselin et al., 2018).

5.6 Conclusion sur des effets de l'ETM suggéré

Malgré sa volonté déclarée de ne pas imposer d'itinéraire(s) cognitif(s) privilégié(s), l'équipe de formation, via l'ETM suggéré en formation, a influencé la boucle B_3 par les ETM successifs auxquels les stagiaires ont été exposés directement ou indirectement. C'est ce que nous allons développer dans notre conclusion de cette

boucle après avoir mis en perspective les éléments de boucle B_3 obtenus.

5.6.1 Mise en perspective

Lors de la formation, les enseignants stagiaires ont perçu que les élèves étaient plus portés sur l'emploi de la loi géométrique tronquée pour la simulation d'expériences aléatoires. Les stagiaires, eux, préféraient la loi binomiale plus facile à implémenter dans le tableur, mais ce point n'était pas perceptible par les élèves. La boucle B_2 a ainsi soulevé une complexité de gestion par l'enseignant des deux modèles probabilistes lors de la simulation pour les avatars de B_2. La formation a aussi montré la complexité à relier ces deux modèles quand ils émergent dans une classe. Des blocages ou confinements ont incité des stagiaires à affaiblir l'aspect "double modèle" (permis par l'avatar de B_2) dans l'avatar pour leur propre classe (B_3). Christian a ainsi réalisé un avatar n'incluant qu'un seul modèle, privilégiant un travail tourné vers l'algorithmique avec un modèle imposé dès l'avatar.

Concernant la grille d'interventions de l'enseignant créée en formation par les collectifs de stagiaires, elle a été diversement employée ensuite. Soit elle a été directement intégrée dans l'ETM idoine par l'enseignant pour fluidifier la circulation (Mattéo), soit il s'en est servi pour modifier l'avatar en gommant toute difficulté connue qui aurait pu se reproduire (Christian).

S'agissant de la preuve, le choix des stagiaires après la formation s'est porté majoritairement sur une preuve expérimentale (pour les boucles B_3 réalisées mais aussi celles sauvages apparues entre les deux journées de formation). Seul Christian indique une esquisse de dialogue sur une preuve formelle. Aucun stagiaire ne mène une preuve par calcul des probabilités en adoptant le point de vue de la tortue (ANNEXE 2.1, p.44), qui pourtant est accessible aux élèves de troisième en jouant sur le nombre de cases du parcours. Faut-il y voir un effet de la boucle B_2 où cette preuve n'est pas apparue au sein des deux collectifs ou une limite de la formation ?

Nous pouvons nous questionner sur le devenir de l'avatar de Chritian s'il avait été réalisé par Malo dans sa classe. Aurait-il permis aux élèves d'entrer dans un travail mathématique ? L'expérience de la boucle B_3 relatée par Malo soulève l'importance du contexte d'enseignement et de la nécessité de l'adaptation du couple de B_3 au contexte de travail de l'enseignant.

5.6.2 Les types de transformations opérées

Dans cette boucle, les couples rencontrés témoignent de transformations de diverses natures. Le couple formé d'un avatar et de son ETM_{eff} a subi des changements :

- soit dans l'ETM_{eff} (cas du couple de Mattéo et de Malo) ;
- soit à la fois dans l'avatar et l'ETM_{eff} (cas du couple de Christian).

Ces modifications ont parfois été anticipées par l'enseignant, en particulier comme la gestion du travail des élèves (cas de Mattéo) ou pas (cas de Malo).

Le tableau Tbl.5.13 (p.327) résume ces dénaturations obtenues :

Enseignant	Dénaturation de l'avatar	Dénaturation de l'ETM associé
Mattéo (B_3)		Glissement cognitif vers le domaine des nombres lié au graphique attendu (comme dans $B_{2,2}$ de l'atelier Poussins)
Malo (B_3)		Profil social de la classe, refus des élèves d'entrer dans le problème du lièvre et de la tortue. Effet d'une tâche antérieure avec 50 lancers de dés vécue en classe. L'enseignant fait tout à la place des élèves en 25 minutes
Christian (B_3)	Enoncé qui contient : - un unique modèle avec des règles du jeu modifiées ; - des artefacts numériques de simulation organisés séparément sur deux séances consécutives.	

Table 5.13 – *Dénaturations observées dans les boucles B_3*

Christian se distingue des autres enseignants en éloignant son avatar de celui initialement proposé en formation. Il recompose un nouvel avatar et le transforme au niveau des tâches, l'algorithmique étant plus présente dans ses choix. De plus l'élève dans l'ETM idoine est tâcheron et non ingénieur comme dans l'atelier Souris auquel Christian a participé. C'est une autre dénaturation de l'ETM.

5.6.3 Conclusion

En conclusion, notre étude de la boucle B_3 a permis de déterminer divers impacts de la formation sur des pratiques des enseignants. Nous avons mis en évidence des traces de l'ETM suggéré en formation présentes dans cette troisième boucle. Cette boucle nous permet de mieux appréhender comment des enseignants négocient, à partir d'un avatar, le travail entourant la simulation par la dynamique des transformations relevées. Nous avons révélé des liens entre les boucles B_2 et B_3 pour deux enseignants étudiés dans la troisième boucle (Mattéo et Christian) par le biais de l'étude dans B_2 de divers itinéraires cognitifs de la première boucle (B_1) d'avant la formation et celle postérieure à la formation (B_3). Cela nous a permis de caractériser le travail de ces enseignants sur la simulation.

Si les stagiaires Mattéo et Christian n'ont pas suivi le même atelier, pour autant, leurs couples mis en oeuvre se rejoignent en terme de circulation globale privilégiée ([Sem-Ins] puis [Ins-Dis]). Ces deux enseignants :

- attendent des élèves la réalisation d'expériences aléatoires avec un dé ;
- ne font intervenir qu'un seul artefact numérique à la fois pour la simulation ;
- intègrent des tableaux et graphiques comme registres de représentation pour traiter les données issues de la simulation et faire cheminer tous les élèves vers une preuve expérimentale ;
- rejettent, dans leur classe, une preuve sans simulation réalisée par des élèves,

preuve qu'ils jugent réalisable au niveau scolaire suivant (en classe de troisième pour Mattéo et de seconde pour Christian).

Le travail est situé majoritairement dans le paradigme P1, et les deux enseignants ont eu le souci de lier plus fortement l'algorithme de simulation à la tâche probabiliste. Cette volonté avait été exprimée par le collectif en formation après l'analyse *a posteriori* de l'expérimentation dans une classe ($B_{2,3}$).

Mattéo, qui a utilisé l'avatar de l'atelier Poussins pour sa classe, a semble-t-il réinvesti des éléments d'interventions co-construits en formation afin de fluidifier la circulation du travail dans l'ETM idoine. La grille d'interventions de l'enseignant lui a permis, sur certains poins, d'anticiper et d'éviter des blocages ou des confinements relevés dans B_2.
Christian, exposé en formation à un couple avec une tâche ouverte et une mise en oeuvre peu contrôlée, a refermé considérablement la tâche pour sa classe (en terme de modèle et d'artefact numérique). Il s'est inspiré des deux boucles menées en parallèle dans la formation et a eu aussi recours à la grille d'intervention de l'enseignant. Des traces de l'$ETM_{personnel}$ sont particulièrement visibles dans le cas de Christian et font aussi partie des composantes qui ont influencé l'étape $B_{3,1}$, tout comme le mode d'engagement du stagiaire. Christian s'est aussi appuyé sur des éléments de la grille d'interventions de l'enseignant réalisée collectivement en formation.
Malo, contrairement à Christian, n'a pas opéré de changement d'avatar. La mise en oeuvre de cet avatar présentant une tâche ouverte avec deux modèles possibles pour la simulation a conduit à un refus de travail de la part de ses élèves en grande difficulté.
De nouvelles dénaturations apparues dans cette troisième boucle et l'absence de couples concernant certains stagiaires questionnent l'aspect emblématique de la tâche proposée en formation. Elles interrogent aussi les limites de la formation ou de la temporalité de notre étude. Tous ces aspects seront reconsidérés dans notre conclusion de thèse.

Conclusion générale

Notre objectif initial était de caractériser le travail de l'enseignant sur la simulation d'expériences aléatoires en classe de troisième et seconde dans le domaine des probabilités. Nous avons centré notre question sur son travail quand il propose une tâche de probabilité dans une classe.

Une première investigation en formation continue (chapitre 1) nous a conduit à imaginer un dispositif de recherche intégrant une formation pouvant elle-même apporter des réponses à nos questions. Nous avons donc mis en place des outils théoriques et méthodologiques, tout en créant une ingénierie de formation de type Lesson Study adaptée (Masselin & Derouet, 2018). Nous entendons par la suite pour le terme "Lesson Study" une Lesson Study adaptée (Masselin & Derouet, 2018). Dans une première partie, nous présenterons en quoi nos travaux sont originaux et leurs apports. Nous préciserons notre méthodologie de recherche globale et reviendrons sur la dialectique entre notre recherche et le dispositif de Lesson Study. Dans une deuxième section, nous exposerons nos résultats sur nos questions de recherche et nos avancées concernant le cadre théorique en lien avec notre enquête. Dans la section suivante, nous traiterons des limites dues à la formation présente dans nos travaux. Enfin, dans la dernière partie, nous envisagerons divers prolongements et perspectives de recherche.

Originalité de nos travaux et apports théoriques

De nouveaux outils théoriques

La théorie des Espaces de Travail Mathématiques (Kuzniak et al., 2011) nous a permis de caractériser le travail de l'enseignant sur la simulation en probabilité à propos d'une tâche, en nous focalisant sur trois types d'ETM idoines (chapitre 2, section 2.2.1) :

- l'ETM idoine potentiel (ETM_{pot}) qui est l'ETM idoine dans lequel un enseignant se projette et qu'il élabore seul en amont de la mise en place d'une tâche dans une classe ;
- l'ETM potentiel collectif ($ETM_{pot\ coll}$) : c'est un ETM idoine négocié entre plusieurs enseignants, où des compromis sont réalisés entre les individus et où des choix émergent et conduisent à son façonnage ;
- l'ETM idoine effectif (ETM_{eff}) qui qualifie la mise en oeuvre effective dans une classe de ce qui était prévu.

Une première spécificité de notre enquête est l'intégration de collectifs variés. Un premier collectif (Coll 1.) se compose d'enseignants formateurs et de chercheurs en didactique. Un second (Coll.2) réunit le précédent (Coll.1) et des enseignants stagiaires (de collège et de lycée) dans une Lesson Study. Une classe d'élèves (de troisième) est intégrée dans chaque Lesson Study et constitue le troisième type de collectif. Dans ces classes, des groupes d'élèves réunis par trois ou quatre ont été considérés.

Originalité de notre méthodologie de recherche

Notre enquête est centrée sur une tâche emblématique (Kuzniak & Nechache, 2015) de probabilité, celle du jeu du lièvre et de la tortue (chapitre 1, section 1.4.1). Pour suivre son devenir au fil d'une formation, nous avons réalisé une analyse *a priori* épistémologique de cette tâche avec l'ETM. L'analyse initiale s'est révélée insuffisante car elle n'incluait pas la diversité des mises en oeuvre possibles offertes à l'enseignant en classe. Ce manque nous a amené à définir et considérer le concept d'avatar d'un problème comme étant constitué de l'énoncé et des questions choisies par un enseignant ou un collectif d'enseignants à un certain moment (chapitre 2, section 2.5.1). De manière complémentaire, nous avons décrit un ETM idoine attendu ($ETM_{attendu}$) relatif à un avatar. Pour un avatar donné du jeu du lièvre et de la tortue, nous avons distingué trois phases (Exploration, Simulation et Preuve). Pour chacune des phases et sous-phases associées, nous avons précisé la dynamique de circulation du travail dans l'ETM et sa répartition entre l'élève et l'enseignant par les plans (ou dimensions) activés. L'$ETM_{attendu}$ (chapitre 2) est un outil de référence sans visée préparatoire à une mise en oeuvre dans une classe. Il nous a conduit à envisager ensuite un ensemble d'itinéraires cognitifs dans l'ETM comme canevas de référence. Pour un avatar donné, un itinéraire cognitif est un agencement prévu, effectif ou reconstitué de phases de l'$ETM_{attendu}$ pour ou dans une classe. Le concept de couple formé d'un avatar et de son ETM associé, intégré dans notre méthodologie de recherche, est un concept théorique qui permet l'accès à une diversité de mises en oeuvre du jeu du lièvre et de la tortue et montre indirectement des effets de formation.

Notre méthodologie globale de recherche revêt un caractère original car nous avons suivi une tâche au fil de deux Lesson Studies réalisées en parallèle par deux groupes de stagiaires en étudiant le travail de l'enseignant par le biais du travail effectué par des élèves de plusieurs classes (classes de formateurs, classes incluse en formation et classe des stagiaires). Nous avons pu ainsi repérer différentes métamorphoses à différents temps encadrant une formation.
Notre étude est basée sur l'évolution de couples ayant pour composantes un avatar et son ETM idoine associé. Nous avons suivi la trajectoire d'avatars (chapitre 2, section 2.5.2), structurée en trois boucles avec un dispositif de formation hybride de Lesson Study adaptée (Masselin & Derouet, 2018) dans B_2.

Chaque boucle a nécessité une méthodologie de recherche spécifique associée. [39].

39. Nous renvoyons le lecteur aux différentes sections qui détaillent respectivement les méthodologies spécifiques des trois boucles (3.3, chapitre 3 pour B_1, 4.2, chapitre 4 pour B_2, et 5.2, chapitre 5 pour B_3)

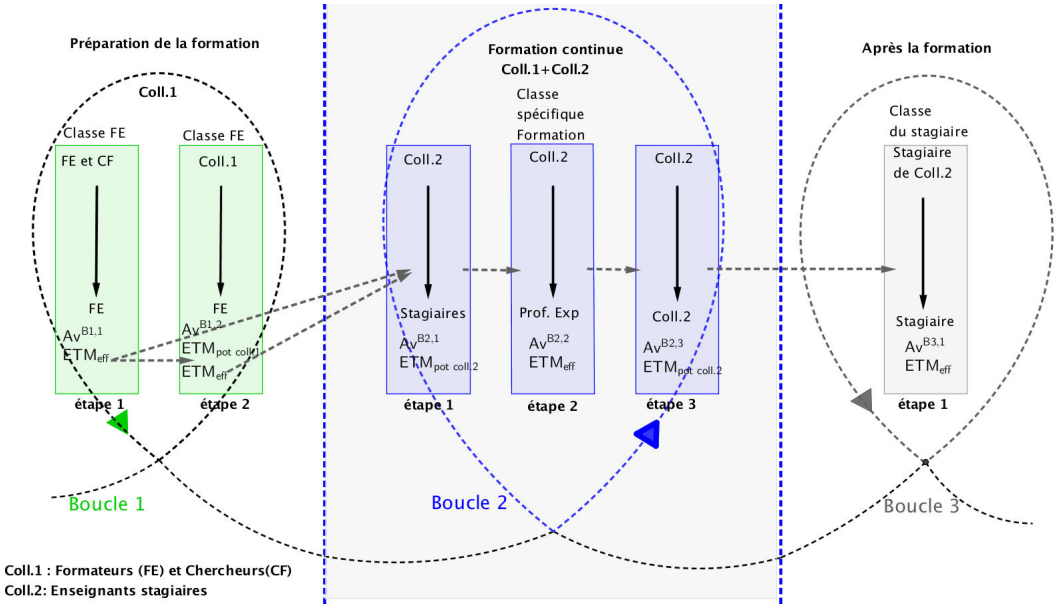


FIGURE 5.27 – *Trajectoire d'avatars du dispositif de formation (Fig. 2.20, p.79, chapitre 2)*

Les boucles B_1 et B_2 ont été étudiées sous la focale des blocages, rebonds ou confinements de circulation du travail dans l'ETM (concepts définis au chapitre 2). Ces trois concepts théoriques nous ont permis de repérer des malaises observables au cours du travail des élèves dans l'ETM et nous en avons recherché l'auteur et/ou la cause.
Des premiers effets de la formation sont relatés au chapitre 5 (sur B_3) et nous ont permis de caractériser le travail d'enseignants sur la simulation dans une classe (par l'étude de leurs interventions).

Dialectique entre formation et recherche

Les premières difficultés concernant la simulation repérées en formation (chapitre 1) nous ont incité à enquêter sur une formation continue, considérée comme un outil méthodologique de recherche. Elle s'est révélée propice pour caractériser le travail des enseignants sur la simulation. Nous avons fait un double usage du cadre théorique des ETM pour décrire l'$ETM_{attendu}$, et pour cerner l'ETM suggéré en formation. Notre méthodologie de recherche contient des outils partagés entre formateurs et chercheurs de la formation (grilles d'observations des élèves ou d'interventions de l'enseignant). Dans le dispositif Lesson Study, le chercheur a un rôle clef et peut avoir plusieurs postures le mettant en tension. Tel fut notre cas personnel en agissant à la fois comme chercheur dans la formation mais aussi sur la formation. Cette tension ressentie a été d'autant plus vive que nous avons endossé le rôle de l'enseignante ($B_{1,2}$) à la demande du collectif de formateurs lors de l'élaboration de la formation. En tant que chercheur sur la formation, nous étions plus à notre aise pour traiter les données de l'atelier auquel nous n'avions pas participé comparativement à celui où nous agissions en qualité de chercheur dans la formation. Si notre intention initiale

était d'enquêter uniquement sur le premier atelier, la prise en compte des deux Lesson Studies s'est révélée riche. Elle permet une comparaison des travaux de deux collectifs d'enseignants en formation sur une même tâche et dévoile la façon dont un enseignant recompose un avatar (chapitre 5, $B_{3,1}$, Christian).

Synthèse des résultats

Notre questionnement s'est fait selon trois questions rappelées ici (chapitre 1, pp.8-38) :
QR1 : Comment l'enseignant encadre-t-il les liens entre expérience aléatoire et modèles mathématiques lors d'une simulation ?
La deuxième question concerne les artefacts et la simulation :
QR2 : Par un arbitrage sur le(s) artefact(s), comment l'enseignant influence-t-il la circulation du travail entourant la simulation ?
et :
QR3 : Dans une classe, quelle est la relation organisée par l'enseignant entre la simulation et la preuve ?
Notre analyse s'appuie sur les différents ETM idoines successifs (ETM_{pot} ou $ETM_{pot\ coll}$, ETM_{eff} puis $ETM_{pot\ coll}$). S'agissant des ETM_{eff} partagés en formation, l'étude de la circulation du travail dans les différents groupes d'élèves a permis de déceler et de mettre en évidence des blocages, confinements ou rebonds dans l'ETM et des causes ou auteurs de ces derniers.
La boucle B_1 d'élaboration de la formation et celle de la formation elle-même ont apporté des réponses à nos premières questions (QR1 et QR2). Ensuite, nous avons reconsidéré ces trois questions sous l'éclairage des témoignages d'enseignants sur leur propre expérimentation après formation (B_3), relevant des effets de formation sur le travail de simulation.

Résultats et précisions concernant QR1

Un raffinement de notre première question nous a conduit à considérer la nature des relations entre expérience aléatoire et modèle mathématique en classe aux abords de la simulation (QR1-1)

Nous avons mis en évidence des relations difficiles entre expérience aléatoire, simulation et modèles mathématiques. Si l'expérience aléatoire est convoquée naturellement par l'enseignant, elle est très peu explicitée et n'est jamais distinguée parmi celle réelle, celle modélisée et celle simulée (au sens de Parzysz (2009)). Les enseignants tendent à en privilégier une seule, sans chercher à lier ces trois types d'expériences aléatoires lors d'une tâche de simulation.
S'agissant de l'expérience aléatoire modélisée, nos travaux confirment ce que Parzysz (2009) pressentait déjà à propos du jeu de "Croix-Pile" et de lancers pour rien préférés par d'Alembert, en parlant *"d'entorse aux conditions d'expériences (...) qui risque de poser problème aux élèves."* La trajectoire d'avatars a révélé que ces "lancers pour rien" font obstacle quand le modèle probabiliste implémenté dans la machine

pour la simulation n'est pas congruent sémantiquement à l'énoncé des règles du jeu de l'avatar. Cet obstacle issu d'une rupture entre l'expérience aléatoire réelle et celle simulée peut se traduire par un blocage, voir un confinement de la circulation du travail dans l'ETM.
Concernant la place accordée à l'expérience aléatoire dans un ETM idoine lors d'une simulation (objet de QR1-2), les enseignants de notre étude privilégient l'expérience aléatoire simulée sans questionner ou discuter en classe de l'expérience aléatoire modélisée. En formation, un groupe de stagiaires a initié des expériences réelles tandis que l'autre collectif a mis l'accent sur l'expérience aléatoire simulée. A l'image de la boucle d'élaboration de la formation (B_1), les deux groupes de stagiaires n'ont pas discuté de l'expérience aléatoire modélisée et ne lui ont pas laissé d'espace de vie dans les scenarii prévus et réalisés dans les classes en formation. Ils ont montré des confusions entre la modélisation et la simulation ce qui peut expliquer qu'ils n'ont jamais mentionné d'hypothèses de modélisation ni pour eux, ni en classe.
Notre étude renseigne sur des raisons liées à la simulation qui peuvent expliquer certaines difficultés rencontrées lors de cet enseignement (QR1-3) :

- l'absence de verbalisation par les enseignants sur les trois types d'expériences aléatoires en jeu (réelle, modélisée et simulée). Cette absence peut induire un amalgame et entrainer des difficultés, voir des blocages dans la circulation du travail en classe si l'enseignant reste dans l'implicite sur le type d'expérience aléatoire ciblé par son intervention ;
- un choix de modèle non congruent sémantiquement à l'énoncé des règles du jeu et imposé par l'enseignant : il peut créer un blocage selon l'artefact numérique de simulation ($B_{1,1}$) ;
- la restriction à un artefact numérique (pour l'élaboration de la simulation) où des affichages peuvent éloigner de l'enjeu initial de la tâche ($B_{1,2}$).

Résultats et précisions concernant QR2

Nous rappelons notre deuxième question de recherche :
QR2 : Par un arbitrage sur le(s) artefact(s), comment l'enseignant influence-t-il la circulation du travail entourant la simulation ?
Nous avons repéré dans une classe l'influence de l'introduction d'artefacts matériels classiques (comme des dés) sur la circulation du travail relative à la simulation (QR2-1).

La boucle B_2 de la formation a permis de repérer que l'usage du dé en classe ne garantit pas un travail complet sur la tâche dans l'ETM. Concernant les dés, les collectifs d'enseignants n'ont pas suivi l'idée d'introduire un dé non équilibré : c'est un choix suggéré par un formateur, discuté en collectif, mais non retenu pour la classe en formation, et non réinterrogé par les enseignants pour leur propre classe ensuite.

L'absence d'usage d'artefact matériel (comme des dés) induit une circulation du travail initiée dans le plan [Sem-Dis] et oriente le travail vers des calculs de probabilités avec l'approche laplacienne.

Le nombre de dés, leur place physique dans la classe, la manière dont leur présence est signalée, le moment de leur usage, la manière dont l'enseignant les intègre dans un scénario, le temps consacré aux lancers, ou le moment d'introduction de ces dés dans la séance sont autant de facteurs qui impactent fortement la circulation du travail des élèves et peuvent entraîner des blocages ou confinements dans l'ETM.

L'emploi de dés à jouer pour effectuer des courses est révélateur de confinements liés par exemple à une interprétation erronée des règles du jeu qui peut par la suite impacter l'élaboration d'une simulation par les élèves. Cette réalisation de lancers par les élèves n'est pas utilisée comme un levier par l'enseignant pour discuter de l'expérience aléatoire en jeu. La réalisation de courses à la main nécessite de la part de l'enseignant une identification de l'expérience aléatoire réelle jouée par les élèves, afin de repérer son adéquation avec les règles du jeu énoncées, s'il veut s'appuyer sur des données valides pour introduire la simulation, ce qui n'était pas le cas dans le scénario partagé dans une classe en formation ($B_{2,2,Poussins}$). Comme le montre cette étape, la mise à disposition de deux dés à jouer peut conduire à un confinement dans l'ETM lié à la mémoire d'une tâche antérieure vécue par les élèves (ici la somme de deux dés). Ne convoquant pas la même expérience aléatoire, ce mimétisme réalisé par des élèves a impacté durablement la phase d'élaboration de la simulation. Après un temps de travail sans dé dans plusieurs groupes, la réintroduction de dés à jouer par l'enseignant a réorienté le travail dans le plan [Sem-Ins] puis éventuellement dans le plan [Ins-Dis], sans un retour dans le plan initial [Sem-Dis] (plan du travail initié par des élèves). Cela a conduit à détourner des élèves de leur intention de preuve formelle. La dimension instrumentale activée par l'enseignant a opéré un déplacement vers une preuve incluant la simulation.
D'une manière générale, l'apport par l'enseignant de dés à jouer a perturbé la circulation initiale et l'a éloigné d'un travail sur la dimension discursive en inhibant par exemple un questionnement sur les événements considérés. L'apport de dés physiques a souvent appauvri la dimension sémiotique et fait quitter des choix de registres (tels que des arbres) initiés par des élèves.

Les scénarii des deux ateliers de formation menés en classe ont révélé que la circulation du travail dans l'ETM est très sensible à la manière dont l'enseignant introduit les dés dans le milieu. Le recours au dé ne peut être considéré sans un rapprochement avec le mode de gestion de la séance par l'enseignant. Et la présence de dés à jouer accessibles ne garantit pas une circulation fluide : des blocages peuvent apparaître ou persister sur la compréhension des règles du jeu. Le nombre de courses réalisées, la personne qui les réalise (enseignant ou élève) sont autant de facteurs déterminants pour la circulation du travail ensuite. Les collectifs de stagiaires ont repéré des blocages ou confinements, ils ont déclaré avoir sous-estimé la compréhension des règles du jeu par les élèves. Ils ont proposé (étape $B_{2,3}$) des interventions possibles pour éviter ces blocages, imaginant des interventions avec des effets attendus (qui complétaient celles déjà proposées à l'étape $B_{2,1}$).

Concernant l'incidence d'un choix d'artefact numérique (logiciel) sur le travail envisagé et conduit par un enseignant dans sa classe sur la tâche (QR2-2), voici nos résultats.

L'outil numérique de simulation choisi et l'enseignant ne sont pas neutres pour la simulation. Les deux réunis peuvent amener des confinements ou blocages dans la

circulation du travail dans l'ETM idoine. La boucle B_1 a révélé ce premier aspect avec le tableur choisi par l'enseignant ($B_{1,1,L}$, chapitre 3, pp. 87-121). Cette boucle a aussi dévoilé que le logiciel de programmation Scratch peut créer un éloignement concernant la résolution de la tâche avec un arrêt du travail, une fois une course simulée (le lutin avec la fonctionnalité "dire" peut déclarer le gagnant de la course, ce qui inhibe la création de variables informatiques et la mathématisation de la tâche).

Dans l'étape $B_{2,2}$, deux façons d'organiser le travail sur la simulation ont été retenues par les collectifs de stagiaires : soit des élèves devaient élaborer la simulation en partant de rien ($B_{2,2,Souris}$, chapitre 4, pp.169-197), soit un fichier déjà prêt était imposé aux élèves par l'enseignant ($B_{2,2,Poussins}$, chapitre 4, pp.200-230).
Dans le premier cas ($B_{2,2,Souris}$), le travail où plusieurs artefacts numériques sont autorisés simultanément a montré qu'il nécessite, de la part de l'enseignant, des prises d'indice fines et rapprochées dans le temps sur les différents types de simulation existant dans les groupes d'élèves. La gestion délicate par l'enseignant-expérimentateur de plusieurs artefact numériques dans une même séance a induit un épaississement de la dimension instrumentale lors de l'élaboration de la simulation par les élèves. Cela a conduit à un arrêt de l'itinéraire cognitif avant la preuve et à un glissement vers l'algorithmique.
Dans le deuxième cas ($B_{2,2,Poussins}$, chapitre 4), un fichier de simulation Scratch préparé par l'enseignant était à exploiter par les élèves, mais il n'a pas toujours été compris par les élèves. Une rupture entre le programme Scratch et le travail attendu était réelle lors de la phase d'exploitation des données de la simulation. Le collectif des stagiaires n'a jamais envisagé, durant la formation, un travail algorithmique en amont de la programmation pour la simulation, alors qu'il permet d'interroger pour une course des hypothèses de modélisation. Les registres sémiotiques privilégiés par ce collectif d'enseignants pour relever et traiter les données issues de la simulation (tableau et graphique) ont conduit à un glissement cognitif éloignant les élèves du domaine source des probabilités (Montoya Delgadillo et Vivier, 2014).
A la fin de la boucle de formation (B_2), les stagiaires des deux ateliers, tous réunis, ont échangé sur les deux glissements opérés dans les classes en formation. Ils ont imaginé collectivement des modifications de la phase de simulation en suggérant dans l'$ETM_{pot\ coll}$ un fichier de simulation avec une course déjà intégrée. Ils ont imaginé, à l'étape $B_{2,3}$, des interventions complémentaires de l'enseignant en classe pour éviter des blocages ou confinements observés dans $B_{2,2}$, espérant provoquer des rebonds de circulation dans l'ETM par ces interventions.

L'étude de retours sur des boucles B_3 montre que des enseignants, après formation, ont réalisé des nouveaux choix concernant les artefacts numériques pour la simulation dans leur classe. Les trois enseignants stagiaires (Malo, Mattéo et Christian) ont envisagé dans leur classe la simulation avec un unique artefact numérique pour une même séance intégrant une course simulée dans le fichier pour les élèves. Ces choix ont eu pour incidence dans leur classe d'anéantir tout travail de réflexion sur la question des modèles que la tâche proposée en formation permettait. Le choix d'incorporer un modèle dans l'expérience aléatoire simulée est conforme à l'idée du collectif de stagiaires en fin de formation (B_3) de proposer aux élèves de compléter un fichier de simulation avec une course déjà incorporée (mais où le type de course

était resté en suspens dans la discussion en fin de formation).

Par rapport à ce qui influence l'enseignant dans ses choix d'artefacts pour sa classe (QR2-3), l'étape $B_{1,1}$ a révélé que ces choix sont liés au degré d'instrumentalisation de l'enseignant ou à un changement curriculaire. Pour notre part, le choix de Scratch a été induit par une commande collective des formateurs pour préparer la Lesson Study ($B_{1,2}$).

Lors de la formation les stagiaires ont eu deux attitudes distinctes concernant l'usage d'artefact(s) numérique(s) pour la simulation :

- soit une obligation des élèves à l'emploi d'un unique artefact numérique avec un modèle probabiliste déjà présent dans une course simulée ($B_{2,2}$ de l'atelier Poussins) ;

- soit au contraire, des élèves étaient libres d'élaborer une simulation à partir d'un fichier vierge, en employant un artefact de leur choix parmi le tableur et le logiciel Scratch ($B_{2,2}$, Souris). L'emploi simultané de deux types d'artefacts dans une même séance demande alors pour l'enseignant une double maîtrise, celle des artefacts numériques et celle de la gestion de la diversité des différentes simulations.

Lors de l'étape $B_{2,2}$ (atelier Souris), les itinéraires cognitifs ont été stoppés à la phase de simulation, sans atteindre la phase de preuve. Ceci est lié au fait que des groupes d'élèves, bloqués pour élaborer une simulation avec le tableur, ont basculé vers un autre artefact (le logiciel Scratch) en cours de séance en l'absence d'intervention de l'enseignant. Après la séance de classe en formation ($B_{2,3}$), les stagiaires ont opté *a posteriori* pour un outil de simulation unique par séance, intégrant une course simulée (non précisée collectivement en formation) et imposant ainsi un modèle probabiliste. L'observation de la classe d'expérimentation et son analyse collective *a posteriori* ont eu pour effet d'influencer ensuite des stagiaires dans leurs choix d'artefacts pour leur classe. Christian (chapitre 5, pp.283-302) sépare dans le temps l'usage des artefacts de simulation (le tableur dans une première séance puis Scratch dans une deuxième séance), et Malo (chapitre 5, pp.265-268) a l'intention de faire travailler ses élèves avec le tableur uniquement . Les enseignants de l'atelier Poussin maintiennent le choix du logiciel Scratch présent en formation et l'outil de simulation prêt à l'emploi pour un usage des élèves n'est pas remis en cause en fin de formation. Le collectif juge nécessaire de prendre du temps en classe pour expliquer l'expérience aléatoire simulée en décryptant le script du programme. La preuve expérimentale effectuée par l'enseignante-expérimentatrice (Emma) à l'aide d'un deuxième fichier de simulation Scratch a soulevé la question des signes embarqués par cet outil de simulation numérique ($B_{2,2,Poussins}$, chapitre 4) comme l'axe des ordonnées non gradué qui pose la question de la légitimité de la valeur de la probabilité annoncée. Ce deuxième fichier Scratch de simulation pour l'enseignant n'a pas été repris après la formation par Mattéo pour sa classe ($B_{3,1}$, chapitre 5). Il a stoppé le travail avant cette phase de preuve dans sa classe et ses élèves ont utilisé le même fichier de simulation que celui des élèves de la classe de la formation ($B_{2,2}$).

Résultats et précisions concernant QR3

Les deux ateliers de la formation et l'étape $B_{1,1}$ nous livrent les résultats sur (QR3-1) concernant le rôle de l'enseignant dans l'évolution du travail entre la simulation et la preuve en classe.

Si des élèves initient un travail de calculs de probabilités ou tentent des arbres, l'enseignant a systématiquement réorienté le travail vers l'approche fréquentiste avec un logiciel. Pour encourager un travail s'appuyant sur la simulation l'enseignant a employé différents types d'interventions comme :

- imposer l'emploi d'un dé à jouer ($B_{2,2,Poussins}$) ;
- obliger par la suite à faire un certain nombre de courses manuelles et montrer que réaliser ainsi peu de courses ne suffit pas pour répondre ($B_{2,2,Poussins}$) ;
- imposer un fichier de simulation tout prêt aux élèves ($B_{2,2,Poussins}$) ;
- suggérer l'emploi d'un ordinateur ($B_{2,2,Souris}$) ;
- ignorer certaines productions individuelles orientées vers la preuve formelle, les contourner au profit d'autres traces écrites (dans $B_{1,1}$ et $B_{2,2}$).

Les rebonds sont parfois effectués volontairement par l'enseignant par des interventions ciblées visant à rapprocher l'ETM_{eff} de l'ETM_{pot}, au détriment d'un modèle probabiliste choisi initialement par des élèves mais distinct de celui appréhendé par l'enseignant ($B_{1,1}$).
Dans l'atelier Poussins, l'enseignante-expérimentatrice a conclu avec une preuve expérimentale prenant appui sur un fichier préparé en amont, représentant le nuage de points (n, f_n) en insistant au départ sur le chaos obtenu pour peu de courses effectuées. Puis l'enseignante a augmenté la taille de l'échantillon en relançant le fichier de simulation pour faire voir s'opérer une stabilisation autour d'un nombre. Le fait que ce nombre soit illisible n'a pas empêché l'enseignante de conclure en interrogeant oralement une élève dont elle savait qu'elle avait la valeur attendue. La validation a été réduite à la réponse d'une élève repérée comme d'un très bon niveau. Aucun calcul des probabilités n'a été exploré dans les deux ateliers ($B_{2,2}$), même à la demande d'un élève. A l'étape $B_{2,1}$, les stagiaires avaient été pourtant sensibilisés au fait qu'une preuve formelle pouvait émerger par un retour sur des éléments de la boucle B_1 montrant des productions d'élèves la réalisant. Mais certains stagiaires (du collectif Souris) ne savaient pas résoudre cette tâche pour eux-mêmes avec l'approche laplacienne lors de cette étape. Ceci peut expliquer le fait que les stagiaires l'aient collectivement délaissée, même si la solution a été apportée par l'équipe de formateurs en présentiel le premier jour.

Concernant le type de relation(s) qui serai(en)t envisagé(s) entre simulation et preuve par les élèves et par les enseignants (objet de QR3-2), voici nos résultats.

Malgré une potentialité de deux types de preuves pour résoudre la tâche et une présentation (en formation) aux stagiaires de preuves formelles réalisées par des élèves, une majorité d'enseignants privilégie une unique preuve, celle expérimentale.

A plusieurs reprises, nous avons repéré que l'enseignant ignore ou étouffe des initiatives d'élèves vers une preuve formelle. La preuve expérimentale liée à l'approche fréquentiste est souvent inachevée. Elle est parfois interrompue ou empêchée par des blocages sur les modèles au moment de la simulation. L'enseignant peut lui-même éloigner l'élève de la preuve en le contraignant avec des supports de registres de représentation inadaptés par rapport aux données issues de la simulation (cas de l'atelier Poussins). Même conscient de certains glissements cognitifs observés en formation, un enseignant peut le reproduire dans sa classe après la formation (Mattéo, chapitre 5). La preuve formelle n'a pas trouvé sa place dans les différents couples étudiés, au détriment de certaines procédures d'élèves allant vers l'approche laplacienne. L'enseignant semble éviter tout travail dans le plan [Sem-Dis] de l'ETM ou le réduire à minima (Christian, chapitre 5).
Pour un même avatar de cette tâche, les enseignants semblent considérer les deux approches, fréquentiste et laplacienne, comme non exploitables ensemble au sein d'une même séance de classe. Nous avons montré des décalages entre les preuves amorcées par les élèves et celles visées par l'enseignant qui se traduisent par des interventions de l'enseignant pouvant parfois créer des blocages par un détournement d'une procédure engagée.

Avancées théoriques

Une analyse double pour une tâche

La théorie des ETM empruntée pour nos travaux s'est révélée propice à l'étude du suivi de la trajectoire d'une situation d'avatars à travers une formation. Notre recherche contribue à raffiner ce cadre en proposant un double canevas d'analyse d'une tâche à destination d'une formation. Ce canevas d'analyse est constitué d'une grille d'analyse de tâche suivant les trois dimensions sémiotique, instrumentale et discursive, et permettant ainsi de préciser en particulier des éléments d'analyse épistémologique. Cette grille non spécifique à notre tâche, peut servir pour l'analyse *a priori* d'une tâche de modélisation.
Ce canevas repose aussi sur un ETM idoine que nous désignons l'$ETM_{attendu}$ [40] : réalisé par le chercheur, il permet de spécifier des phases clé de mises en oeuvre de la tâche et préciser, pour chacune des phases, la circulation du travail de l'élève et de l'enseignant dans l'ETM. L'$ETM_{attendu}$ permet aux formateurs d'anticiper un ensemble de choix pouvant émerger d'un collectif d'enseignants stagiaires sur une tâche proposée en formation lorsque les stagiaires doivent préparer un scénario pour une classe. C'est donc en quelque sorte un ETM "théorico-pratique" d'ingénierie de formation. L'$ETM_{attendu}$ enrichit ainsi l'analyse épistémologique de la tâche [41] en décrivant des itinéraires cognitifs possibles. [42] Il donne ainsi accès à l'ETM suggéré en formation en mettant en lumière les phases (et sous-phases) (exploration, simulation et preuve) qui sont privilégiées par des enseignants en formation ou après une formation.

40. L'$ETM_{attendu}$ est précisé au chapitre 2, section 2.4.4, pp.54-63
41. L'analyse épistémologique de la tâche du lièvre et de la tortue est précisée au chapitre 2, pp. et en Annexe 2.1
42. Les itinéraires cognitifs possible pour cette tâche sont au chapitre 2, section 2.4.3, pp.54.

Pour la recherche, la notion d'$ETM_{attendu}$ distingue différentes phases (et sous-phases) tout en dévoilant les rôles respectifs de l'enseignant et de l'élève dans la circulation du travail dans l'ETM. Notre étude nous a permis de décrire un grand nombre d'itinéraires cognitifs concernant notre tâche emblématique initiale. L'ensemble des couples formés d'avatar et d'ETM idoine associé obtenus au fil de la trajectoire étudiée a révélé une diversité d'agencements de phases entourant la simulation pour la tâche initialement proposée en formation. L'étude des couples élaborés pour, pendant et après la formation, fait ressortir des phases non explorées par les enseignants, mais permettant de rapprocher l'$ETM_{Probabilités}$ et l'ETM_{SD}. Les enseignants semblent ne pas être tous conscients du rôle qu'ils ont à jouer à articuler certaines phases de l'itinéraire cognitif pour créer du lien entre les deux ETM (comme le recueil ou la gestion des données issues de diverses expériences aléatoires des élèves). Sous l'angle de nos questions de recherche, la théorie des ETM a permis d'analyser *a priori* et *a posteriori* une formation grâce à l'$ETM_{attendu}$ et aux ajustements observés dans la trajectoire sur les couples successifs via les différents itinéraires cognitifs obtenus.

Des dénaturations simplificatrices obtenues

Les itinéraires cognitifs reconstitués des boucles B_3 nous ont permis d'identifier des dénaturations simplificatrices (Kuzniak, 1995) opérées par l'enseignant sur l'avatar ou sur l'ETM idoine associé ou bien sur les deux à la fois.
La formation (étape $B_{2,2}$, atelier Souris) a dévoilé une dénaturation simplificatrice de l'ETM idoine associé à l'avatar avec un couple incluant une preuve non valide et un épaississement de la dimension instrumentale. Une perte de contrôle de la valeur épistémologique s'opère au fil de la séance par l'enseignant-expérimentateur dont $ETM_{personnel}$ n'est pas assez consistant dans le domaine des probabilités. Cette dénaturation questionne les types de connaissances à injecter en formation (en relation avec celles précisée par le modèle des MTSK (Carrillo et al., 2016) et la façon de les injecter. A l'étape $B_{2,2}$, atelier Poussins, un glissement cognitif vers le domaine des nombres lié au graphique attendu est, cette fois, une dénaturation simplificatrice de l'ETM opérée avec un éloignement du travail du domaine source.

De manière différente, après la formation et par sa modification des règles du jeu, l'enseignant Christian diminue indirectement les qualités de la tâche en éliminant le choix de modèle probabiliste. Cette dénaturation relative à la modélisation et incorporée directement dans l'avatar, côté énoncé, est une dénaturation simplificatrice de l'avatar liée à ETM personnel de l'enseignant qui n'est pas assez fort pour lui permettre de gérer deux modélisations en même temps.

L'enseignant Malo ($B_{3,1}$) s'est substitué aux élèves, en effectuant le travail qui leur était demandé. Son action est une *"une négociation à la baisse"* (Butlen, 2005) et est liée au souvenir des élèves d'une longue phase de manipulation de dés sur une tâche antérieure. Cette dénaturation de l'ETM idoine associé à l'avatar s'est avérée bloquante quant à la circulation du travail.

Après la formation, des enseignants stagiaires ont fait un usage varié de la grille d'interventions de l'enseignant, qu'ils avaient co-construit en formation. Cet outils de formation a eu un impact sur les pratiques des enseignants Mattéo et Christian (chapitre 5). Mattéo a levé des blocages identifiés en formation quand ils surgissaient dans sa classe travaillant sur un avatar identique à celui de formation. Christian s'est appuyé sur des éléments de la grille d'interventions pour recomposer son propre avatar avec un unique modèle et en modifiant les règles du jeu. Un résultat inattendu de nos travaux est cette inversion de l'emploi de la grille d'interventions possibles par l'enseignant, qui visait l'ETM mais a engendré des transformations radicales sur l'avatar.

Chronogramme et monitoring didactique

Une des spécificités de notre recherche est d'inclure des scénarii de classe avec du travail en groupes des élèves. La formation a livré des résultats imprévus sur cette caractéristique partagée dans les boucles. Des chronogrammes (chapitre 3, pp.95-98) élaborés nous ont renseigné sur les temps de travail autonome et les interventions d'un enseignant dans chaque groupe tout en précisant leur enchainement lors d'une séance. Ces chronogrammes ont révélé différents modes de gestion du travail de groupe par l'enseignant et leur répercussion sur la résolution de la tâche (uniformisation du travail sur un seul modèle, $B_{1,1}$, chapitre 3). Nous avons ainsi mis en évidence des rétroactions dans le cycle de modélisation de Blum & Leiss (2009) provoquées par l'enseignante et reliées à ses connaissances (chapitre 3, pp. 121-122). Cela nous a permis de définir divers types de monitoring didactique sur le modèle probabiliste. Le monitoring didactique est une action de contrôle par l'enseignant du travail en classe, qui consiste à surveiller, en continu ou à intervalles rapprochés, par mesure d'indices, des procédures élèves ou des observations de phénomènes divers. Il est appparu que l'enseignant gère ainsi des écarts entre un ETM_{eff} et un ETM_{pot} et s'est opéré sur un modèle probabiliste lors de la simulation, un emploi d'artefact numérique, ou encore sur un registre de représentation. Deux types de monitoring sont présents dans notre étude : un monitoring indirect du modèle mathématique prenant sa source dans l'ETM_{pot} ($B_{1,1,Lucie}$, chapitre 3) et un monitoring direct du modèle mathématique contenu dans le fichier de simulation imposé aux élèves, décidé dans l'$ETM_{pot\ coll}$ ($B_{2,1,Poussins}$, chapitre 4), et ou encore implanté dans l'avatar ($B_{3,1,Christian}$, chapitre 5). Comme outil méthodologique, le chronogramme paraît très prometteur dans sa mise en évidence de liens entre des connaissances et des interventions de l'enseignant. Cet axe constitue une perspective de nos travaux en terme de dynamique entre l'ETM idoine et les connaissances de l'enseignant.

Tension entre l'$ETM_{pot\ coll}$ et les ETM_{pot} du collectif

Notre étude a mis en évidence un conflit entre l'$ETM_{pot\ coll}$ et ETM_{pot} du professeur, l'$ETM_{pot\ coll}$ étant le fruit de négociations, de tensions et de compromis, la prise en compte de la manière dont cet $ETM_{pot\ coll}$ s'est constitué semble essentielle. La Lesson Study intègre plusieurs ETM_{pot} d'enseignants. Comme le travail est collectif, des tractations se réalisent et la cristallisation de l'ETM_{pot} des individus

du collectif en un $ETM_{pot\ coll}$ n'est pas aisée. Cela a justifié un ETM suggéré en formation relativement à la méthodologie basée sur un travail collectif de stagiaires. Cette tension s'est en particulier exprimée dans la mise en oeuvre du scénario collectivement imaginé. Pour contrôler le travail des élèves, des enseignants stagiaires ont divisé le travail au sein des groupes d'élèves en le personnalisant dans l'ETM (pour Emma, chapitre 4, $B_{2,2,Poussins}$) ou dans l'avatar (pour Christian, chapitre 5). Les élèves étaient alors tâcherons (Nechache, 2016). En formation, dans l'ETM_{eff}, ce choix a été décidé personnellement par l'enseignante-expérimentatrice (Emma) malgré une tentative de régulation à distance de la part des formateurs (l'$ETM_{pot\ coll}$ n'incluait pas cette division du travail initialement).

Ce mode de gestion qui consiste à diviser la tâche soulève la problématique suivante : pour une tâche donnée, il s'agit de repérer dans quelles phases de $ETM_{attendu}$ une mise en groupe des élèves pourrait s'avérer fructueuse pour l'articulation des domaines lors de sa résolution. Notre étude a fait apparaitre des phases de l'$ETM_{attendu}$ plus pertinentes que d'autres où le fait de faire travailler des élèves en groupe serait profitable à une meilleure articulation entre l'$ETM_{Probabilité}$ et l'ETM_{SD}.

Limites de notre recherche

Notre étude a mis en avant l'importance des étapes de fin de boucles avant et pendant la formation ($B_{1,2}$ et $B_{2,3}$) qui donnent du sens à celles-ci et peuvent impacter les couples suivants. Si B_3 a livré des dénaturations simplificatrices, les enseignants stagiaires ont été mis en situation d'observation et d'analyse de leur propre pratique à travers celle de l'enseignant-expérimentateur. De multiples enjeux de la Lesson Study non exposés dans cette thèse ont contribué à enrichir leur pratique[43] et seraient à mesurer en choisissant d'autres questionnements sur les couples d'avatars et ETM associés.

Des limites liées à la formation

Sur l'élaboration de la formation, boucle B_1

Le couple formé du premier avatar et de son ETM idoine associé joue un rôle déterminant car l'analyse de ses données par le collectif de formateurs et chercheurs motive des modifications apportées à l'étape 2 de la préparation de la formation par ricochet. La première étape ($B_{1,1}$) a questionné le collectif de formateurs et de chercheurs (Coll.1) sur les modèles probabilistes et les a conduit à s'interroger sur l'impact du choix du tableur pour la simulation. Les enseignants formateurs ont envisagé d'autres artefacts numériques et ont clarifié certaines de leurs connaissances (comme distinguer la simulation et la modélisation) grâce à l'appui de la recherche. Ils ont repéré des blocages ou confinements dans la circulation du travail, souhaitant les partager avec les stagiaires ensuite en formation afin qu'ils appréhendent mieux le travail de l'enseignant sur la tâche. Cette première boucle aurait pû contenir d'autres avatars avec une modification de l'énoncé et des règles du jeu ou l'emploi

43. Ingénierie de formation en Mathématiques au collège et au lycée : des réalisations inspirées des Lesson Studies, à paraître, Purh (Partie 1, Lesson Study, p.5-6)

d'autres artefacts. Elle a servi de formation aux formateurs, et tout en nourrissant conjointement notre recherche en didactique, elle a impacté ensuite la formation et ce qui a suivi.

Pour la simulation, l'équipe de formation a restreint son étude à deux artefacts numériques (le tableur et le logiciel Scratch), écartant le logiciel Geogebra ou la calculatrice. Ces deux artefacts numériques sont pourtant partagés au collège et au lycée, ce qui aurait peut-être évité une fracture du collectif liée aux artefacts numériques dans l'atelier Souris.

C'est une des limites du travail dans cette boucle (et donc de nos travaux) qui concerne le contexte institutionnel car notre recherche est intervenue lors d'un changement curriculaire (année de l'introduction de l'algorithmique et du logiciel Scratch au collège).
Les effets de ce changement ont été les suivants :

- en préparant la formation (boucle B_1), les formateurs ont introduit le logiciel Scratch afin de le suggérer ensuite en formation, ils avaient peu de recul sur leurs connaissances de ce logiciel ;

- pendant la formation (B_2), l'ETM suggéré a induit l'usage de Scratch (simulation fournie par l'enseignant, ou entièrement à élaborer) à l'étape 1. L'emploi de Scratch ($B_{2,1,Poussins}$) a été renforcé par un extrait montrant un blocage de circulation dans un ETM_{eff} lors de la simulation tableur par des élèves (Gr 6, $B_{1,1}$, chapitre 3, p.108). Des connaissances instables chez les stagiaires ont aussi impacté l'$ETM_{pot\ coll}$.

Des amorces de preuve formelle recueillies lors de la préparation de la formation et exposées en formation n'ont pas pour autant eu comme conséquence de laisser vivre des tentatives de preuves de ce type dans les ETM_{eff} qui ont suivi.
En conclusion, la question de la caractérisation du premier avatar s'est avérée cruciale dans notre méthodologie tant ce premier couple, dans son initialisation, semble influencer ensuite la trajectoire d'avatars. Ce point était attendu.

Sur la formation, boucle B_2

Des contraintes associées à notre méthodologie de recherche ne sont pas neutres relativement aux couples successivement recueillis dans notre étude. La Lesson Study adaptée (Masselin & Derouet, 2018) a une temporalité courte fixée à deux journées de 6h en présentiel pour les étapes 1, 2 et 3 de B_2 (un mois sépare $B_{2,1}$ et $B_{2,2}$). L'achèvement de la préparation du scénario repose sur un travail collaboratif avec des échanges supposés sur une plateforme à distance qui s'est avérée difficile d'utilisation, ce qui n'a sans doute pas facilité la dynamique des échanges au sein du collectif.
Notre dispositif de recherche s'est révélé sensible à la cohésion des collectifs et aux personnalités des individus les composant. A l'étape $B_{2,1,Souris}$, il y a eu peu

d'entraide sur l'élaboration d'une simulation. Ce constat, lié aux artefacts numériques usuellement préconisés dans les deux $ETM_{Référence}$ distincts, incombe sans doute aussi à la gestion des deux types d'enseignants par les formateurs. Ils se sont regroupés naturellement par institution. Indirectement cela a joué un rôle dans la gestion des artefacts numériques en classe d'expérimentation par l'enseignant-expérimentateur livré à un non-choix. Une telle boucle B_2 où les formateurs auraient imposé des groupes mixtes d'enseignants de lycée et de collège aurait sans doute favorisé des échanges au sein des deux institutions.
En formation, des éléments de contexte (conditions météorologiques en J1, classe d'expérimentation en formation, lieu du déroulement du scénario, observateurs) ont aussi impacté la circulation du travail.
Notre étude est aussi sensible au mode d'engagement en formation des enseignants constituant le collectif de stagiaires et en particulier à celui de l'enseignant expérimentateur qui met en oeuvre le scénario collectivement élaboré. Ce mode d'engagement en formation est décrit au chapitre 4 (section 4.7.5)et prolonge la notion de mode d'engagement dans une ressource de Remillard (2010). Nos travaux confirment que des effets d'une formation se mesurent par un processus d'usage négocié portant sur des tâches proposées en formation. Le mode d'engagement en formation a eu une influence relative sur la Lesson Study et sur les boucles après la formation. Avant même la formation, Emma (atelier Poussins) s'était déjà projetée dans le rôle d'enseignant-expérimentateur en le verbalisant, contrairement à Augustin (atelier Souris). Il s'est proposé comme enseignant-expérimentateur in extremis en fin de première journée de formation car aucun stagiaire ne souhaitait endosser ce rôle dans l'atelier. Il a cherché à résoudre pour lui-même la tâche pendant la mise en oeuvre du scénario en classe en formation et n'a pas interagi avec le collectif de stagiaires sur la plateforme à distance avant la mise en oeuvre du scénario.

Des apports sur les modes d'engagements en formation sont montrés dans nos travaux grâce à la comparaison des deux boucles B_2 (chapitre 4) mais aussi aux retours sur l'absence ou la présence de boucles B_3 après la formation (chapitre 5).

Sur l'après-formation, boucle B_3

Notre mode de recueil des données des boucles ayant eu lieu après la formation est une des limites de notre étude. Une alternative aurait été d'aller dans les classes des stagiaires volontaires pour observer la mise en oeuvre de l'avatar. Le calendrier de la formation a aussi joué en défaveur de retours d'expérimentation. Sans reprendre le jeu du lièvre et de la tortue, des stagiaires, après la formation, ont indiqué avoir mis en oeuvre dans leur classe des tâches de simulation. D'autres ont tenté l'année scolaire suivante de mettre en place un avatar du jeu du lièvre et de la tortue.

Le choix du jeu du lièvre et de la tortue

Si au début de notre étude, nous l'avons mentionnée comme étant emblématique, la tâche au coeur de nos travaux s'est révélée problématique pour certains enseignants dans la gestion de la simulation : les différentes boucles de notre méthodologie de recherche en attestent. Aussi, nous pourrions imaginer une modification de l'avatar comme considérer un dé non équilibré afin qu'il n'enferme pas les élèves

dans l'équiprobabilité et le $\frac{1}{6}$ si souvent rencontré dans les classes lors de notre étude ? Une autre piste serait de modifier le parcours ou de prendre appui sur une tâche avec une formulation des règles qui ne poserait pas de problème de compréhension. Nous pensons au paradoxe du chevalier de Méré, tâche où l'intuition cette fois peut être contredite par la simulation. [44] Cette tâche peut être amorcée par la simulation.
Des recherches concernant le travail des élèves sur "la politique nataliste" (Nechache, 2015, Laval, 2018) dégagent d'autres intérêts de travailler ces tâches en formation. Notre étude rend compte *a posteriori* du triple domaine dans lequel le lièvre et la tortue permet de travailler, celui de l'algorithmique, des probabilités et des statistiques. La fin de boucle B_2 concernant la formation dévoile la difficulté des enseignants à articuler le travail entre ces domaines. Elargir notre étude à un panel de tâches pourrait enrichir notre enquête et confirmer nos premiers résultats sur la simulation d'expériences aléatoires. Ce serait l'occasion, en formation, de mieux mettre en avant les différents rôles possibles de la simulation d'expériences aléatoires identifiés dans le cycle de modélisation de Blum & Leiss (2007)et dont les enseignants n'ont pas pleinement conscience d'après nos travaux. Si elle peut se situer entre la mathématisation et un travail mathématique, la simulation peut aussi jouer un rôle d'invalidation d'un modèle retenu par des élèves (chapitre 2, pp.45-46). C'est en cela que considérer un ensemble de tâche permettrait d'enrichir la pratique des enseignants sur la simulation d'expériences aléatoires.

Prolongements et perspectives

Dans cette section, nous évoquerons des perspectives de recherche en probabilités et relatives au cadre développé dans nos travaux. Des prolongement concerneront notre méthodologie de recherche et des pistes théoriques plus larges.

Prolongements sur les probabilités

Si notre étude montre que, pour notre tâche emblématique, le travail de preuve envisagé par l'enseignant est majoritairement tourné vers une preuve expérimentale dans le paradigme P1 [45] (Parzysz, 2014), nous avons montré que l'enseignant évite majoritairement, pour cette tâche, l'approche laplacienne et une preuve formelle en classe de troisième. Ce constat interroge la présentation, dans le curriculum français, des deux approches (fréquentiste et laplacienne), envisagées de façon concurrente dans les classes des enseignants de notre étude.

44. *Il s'agit de comparer la probabilité d'obtenir au moins un six en lançant 4 fois un dé avec celle d'obtenir au moins un double six en lançant 24 fois deux dés. Les probabilités en jeu ici sont très proches (*$1-\left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0,5177...$ *pour la première et* $1-\left(\frac{35}{36}\right)^{24} \approx 0,4914...$ *pour la deuxième probabilité.*

45. *" On associe à l'expérience concrète une liste des issues prises en compte et un protocole expérimental précis (expérience pseudo-concrète), assurant que l'expérience pourra être répétée dans les mêmes conditions, la répétition donnant lieu à des observations permettant d'attribuer une chance d'apparition à chacune des différentes issues.* (Parzysz, 2014, p. 68)

La notion d'indépendance (ici des lancers) reste un point à questionner dans l'enseignement des probabilités en France, tant elle apparaît au coeur de certains blocages dans les classes de notre étude et joue un rôle dans la distinction des modèles probabilistes.

Notre étude montre des interventions imaginées ou réalisées par les enseignants (à propos du biais de linéarité) se situent sur le domaine source ou de résolution (Montoya Delgadillo & Vivier, 2014). Certaines de ces interventions ont été effectuées dans un domaine différent de celui où le travail des élèves se situait à ce moment précis, créant un confinement tandis que l'enseignant souhaitait provoquer un rebond. La question des domaines et des interventions de l'enseignant en lien avec les blocages, confinements et rebonds constitue un autre prolongement possible à nos travaux. L'étude de la façon dont les enseignants envisagent des tâches où la simulation permettant de travailler un domaine mathématique autre que les probabilités constitue une autre piste de recherche.

Perspectives sur le travail collectif d'élèves et l'$ETM_{attendu}$

Notre étude montre, à plusieurs reprises, que la cohésion d'un travail collectif d'élèves est très sensible aux interventions de l'enseignant dans le groupe (qui peut n'avoir qu'une réalité physique) par la mise à l'écart ou la valorisation de certaines démarches individuelles. Privilégiant une circulation du travail dans l'ETM, l'enseignant peut initier des blocages ou des confinements.
Notre enquête montre la nécessité d'une analyse par l'enseignant de l'articulation entre les différentes phases de l'$ETM_{attendu}$ pour un avatar. L'apport d'un travail collectif des élèves en dépend. Aussi, nous avons indirectement contribué à apporter des éléments de réponse à la question concernant la façon dont l'enseignant peut encourager un groupe d'élèves à tendre vers un travail complet sur une tâche.
Des phases de l'$ETM_{attendu}$ semblent propices à un travail en groupe pour permettre d'établir des liens entre l'$ETM_{Probabilités}$ et l'$ETM_{Statistiques}$. [46]. Leur absence récurrente tout au long de la trajectoire d'avatars souligne l'importance de la boucle B_1 où la recherche peut éclairer les formateurs sur l'$ETM_{attendu}$ en amont de la formation. La collaboration entre chercheurs et formateurs permet de repérer et d'analyser des connaissances à apporter pour améliorer la circulation du travail dans l'ETM suggéré en formation à partir de la circulation obtenue dans B_1.

Compléments sur notre méthodologie de recherche

Si nos travaux détiennent une originalité par le suivi d'avatars, notre trajectoire contient une formation de type Lesson Study adaptée (Masselin & Derouet, 2018), ingénierie de formation qui a vu le jour conjointement lors de notre recherche. Notre cadre théorique met en lumière la dynamique de circulation du travail de l'élève et de l'enseignant pour un avatar donné. Il permet une conscientisation du rôle de l'enseignant dans l'évolution du travail entourant la simulation en probabilité, quand il inclut des phases de travail en groupe des élèves. La théorie des ETM a permis une analyse *a posteriori* d'une formation, tout en livrant des indicateurs des effets

46. Les phases absentes (Sim.1, Sim.3 et Preuv.3) sont détaillées dans le Chapitre 2 (pp.58-62)

de celle-ci sur le devenir d'un avatar. Présentée pour une formation continue, notre méthodologie de recherche semble transférable, avec des adaptations, à une Lesson Study qui serait réalisée en formation initiale d'enseignants. Notre méthodologie de recherche inclut une formation où la boucle B_1 de préparation de celle-ci permet un accès enrichi à une analyse *a priori* d'un avatar pour des stagiaires en les exposant à des éléments de couples formés d'avatar et d'ETM idoine déjà vécus par les formateurs et étudiés avec le chercheur. La classe d'expérimentation nécessite chez les stagiaires un questionnement sur l'avatar prévu et sur le milieu ($ETM_{personnel}$ des élèves, historique de tâches vécues ou à réaliser en amont). Si la classe prêtée peut déstabiliser les stagiaires par certaines composantes inconnues, elle nécessite des questionnements liés au vécu de classe antérieur, dans une perpective de réalisation d'un avatar collectivement construit.
De plus, notre méthodologie soulève une question particulière : celle du rôle du chercheur en didactique dans la formation. Si nous avons amorcé une réflexion collective sur cette question, ce point important reste à traiter. Ce rôle est à rapprocher des connaissances du modèle des MTSK (Carrillo et al., 2016) qui se manifestent par des manques ou des croyances relevées pendant l'élaboration et le déroulement de la formation (dans les deux premières boucles). Le chercheur apporte aussi son éclairage aux formateurs en amont de B_2 sur les phases de l'$ETM_{attendu}$, les circulations possibles de l'ETM_{pot} défini pour la recherche. Le chercheur peut accompagner, décrypter des blocages de circulation dans les ETM apparus dans les classes en partageant ses connaissances didactiques aux divers collectifs (formateurs durant B_1, stagiaires durant B_2) afin de mieux les appréhender et les surmonter ensuite.

Collectifs et formation

A travers notre étude, nous avons montré des tensions entre l'$ETM_{pot\ coll}$ et l'ETM_{pot} des enseignants constituant le collectif de stagiaires. L'équipe pilotant la formation (coll.1) n'est pas neutre pour l'$ETM_{pot\ coll}$. Quand il s'agit de réguler en formation un aspect non tranché de l'ETM en construction, un monitoring de formateur semble s'exercer de façon d'autant plus prégnante que ce formateur a expérimenté un avatar en amont dans une boucle B_1. Ce point serait à confirmer par des travaux approfondis sur notre corpus. De plus, d'autres facteurs liés à la formation (comme la partie à distance et la façon dont le collectif coll.2 s'en empare ou celle dont le coll.1 agit sur la plateforme) orientent vers la production d'un avatar plutôt qu'un autre, ce qui constitue aussi une des limites de nos travaux.
Enfin, le collectif peut aussi être perçu comme une force dans la diversité des connaissances des individus sur lesquelles les avatars s'élaborent. La prise en considération d'$ETM_{personnel}$ des enseignants dans le collectif et leur influence sur la trajectoire d'avatars constituent un axe de recherche porteur et accessible grâce à notre méthodologie.

Des boucles "sauvages" inattendues

Dans notre méthodologie de recherche, des boucles "sauvages" ont été initiées par des stagiaires. Elles sont de même type que celles attendues après la formation (dans B_3). Entre la première et la deuxième journée de formation ($B_{2,1,Poussins}$)

deux stagiaires ont testé l'avatar du collectif dans leur propre classe de seconde, en déposant ensuite sur cette plateforme à distance leurs fichiers de simulation. Ils ont alors alerté le collectif sur des difficultés auxquelles ils ont fait face dans leur classe. Ces boucles se sont pas neutres : elles ont eu une portée sur les avatars successifs (chapitre 4, atelier Poussins). Elles nécessitent sans doute un controle.

Ces boucles ont montré l'importance des éléments numériques déposés sur une plateforme à distance en formation, et l'impact durable qu'ils peuvent produire sur les boucles successives de la trajectoire d'avatars (chapitre 5 $B_{3,1}$, Mattéo). Les boucles "sauvages" seront donc à prendre en considération pour nos futures études en lien avec notre méthodologie.

Des perspectives sur le mode d'engagement en formation

Considérant qu'une formation est une ressource, nous avons défini le mode d'engagement d'un enseignant en formation. Ce concept s'inspire du le mode d'engagement dans une ressource défini par Remillard (2010, p.208).
Le mode d'engagement en formation peut se décliner sur une formation à travers les premières questions suivantes :

- Pourquoi l'enseignant utilise une tâche proposée en formation ? Quels éléments de couples d'avatar auxquels il a été exposé conserve-t-il ou modifie-t-il ?
- Quand l'utilise-t-il ?
- Quel "usager des couples partagés en formation" est l'enseignant ?

Il reste à préciser fortement à travers d'autres recherches incluant des formations, ce qui constitue une perspective de nos travaux.

Des perspectives liées au corpus

Notre moyen d'investigation original nous a permis de recueillir un corpus important et riche dans sa variété. Nos données concernent non seulement des enseignants stagiaires, mais aussi des élèves (à travers les travaux réalisés dans les classes incluses dans la trajectoire d'avatars). Nous possédons aussi un corpus sur les formateurs d'enseignants en amont et tout au long de l'élaboration de la formation (sur B_1 mais aussi sur les journées de travail des formateurs entre les jours de formation en présentiel). Ce corpus reste à explorer dans mes recherches futures et il devrait éclairer sur le travail à distance dans un dispositif de Lesson Study adaptée[47] (Masselin & Derouet, 2018).

Des prolongements pour la formation et la recherche

Notre méthodologie de recherche offre un réel potentiel de thèmes d'étude de recherche tels que les transitions (école-collège ou collège-lycée). La boucle B_2 peut inclure une formation de liaison inter-degré ou inter-cycles. Des expérimentations

47. Par la suite, nous appelerons Lesson Study une Lesson Study adaptée

sont menées actuellement dans l'Académie de Rouen [48] depuis 2016. Dans cette variante de trajectoire, la boucle d'élaboration de la formation (B_1) est plurielle : une même tâche est mise en oeuvre dans des classes de niveaux ciblés par la formation. Nos premières expériences menées montrent que les boucles B_2 et B_3 dévoilent des adaptations des couples réalisées par des stagiaires de chaque institution. Une telle Lesson Study permet de renforcer les liens entre différentes institutions, tout en visant une meilleur articulation des pratiques des enseignantes pour les apprentissages. Deux tâches distinctes peuvent aussi être mises au coeur de deux boucles B_2 menées en parallèles à condition qu'elles permettent de travailler des préoccupations didactiques communes sur un thème. Un tel dispositif de formation a été mis en oeuvre dans l'Académie de Rouen au cycle 4 en lien avec le document Ressource Eduscol "Mathématiques et quotidien". Des cahiers de Lesson Study le concernant sont décrits dans l'ouvrage *Masselin et al.(2019), Ingénieries de formation en Mathématiques au collège et au lycée : des réalisations inspirées des Lesson Studies, PURH, A paraitre.*

Les modifications possibles de la trajectoire d'avatars montrent une certaine adaptabilité de notre méthodologie globale. Elle offre de nombreuses potentialités de recherche en faisant varier les thèmes d'étude au coeur de la formation ou la nature du public visé (enseignants en formation initiale ou continue). La transposition d'une partie de nos travaux à l'enseignement se réalise dans l'ingénierie didactique de formation de type Lesson Study adaptée (Masselin & Derouet, 2018). Cette ingénierie de formation imbriquée dans une ingénierie didactique de recherche semble prometteuse en terme de recherche sur le développement professionnel des enseignants, tout en visant les apprentissages des élèves.

Conclusion

Nos résultats de recherche sur la simulation en probabilité permettent de mieux caractériser le travail de l'enseignant dans une classe, mais aussi de repérer ce qui le motive dans son choix d'avatar pour une classe et pour sa mise en oeuvre. Notre recherche a permis, de façon incidente, d'avancer sur la question des paradigmes en probabilité grâce au suivi des interventions de l'enseignant et la façon dont celles-ci sont intégrées dans la circulation du travail de preuve dans l'ETM. Nous avons développé simultanément des outils théoriques pour l'étude du travail en groupe d'élèves.

En conclusion, nos travaux offrent de nombreuses perspectives de recherche dans le champ des probabilités et de la stratégie de formation des enseignants de type Lesson Study. Ils traitent indirectement de la question de l'évaluation de la formation quand un collectif d'enseignant prend en charge une tâche dans une Lesson Study. Par l'étude de la trajectoire d'avatars, nous avons développé un indicateur qui mesure des transformations opérées par des enseignants sur une tâche au fil d'une formation. Si nos travaux sont sensibles à des paramètres liés à la formation, notre double analyse d'une tâche d'enseignement pour la formation (analyse épistémologique d'un avatar

48. Ces formations sont menées par le groupe "Activités" de l'IREM de Rouen et des chercheurs en didactique du LDAR et du LISEC

et $ETM_{attendu}$) constitue une innovation avec une certaine robustesse liée au cadre théorique construit pour nos travaux. Ce nouveau point de vue élargit aussi le champ des recherches sur les tâches en didactique des mathématiques.

Bibliographie

Abboud-Blanchard, M., & Rogalski, J. (2017). Des outils conceptuels pour analyser l'activité de l'enseignant ordinaire utilisant des technologies en classe. *Recherches en didactique des mathématiques*, *37*(2), 161–216.

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, *9*(3), 281–308.

Banakas, P., Kerboul, C., Mailloux, F. Masselin, B. (2015) *Le thon rouge en Méditerranée sauvé par les quotas ?*, Mémoire de Master 2, Université Paris Diderot.

Bautier, É., Crinon, J., Delarue-Breton, C., & Marin, B. (2012). Les textes composites : des exigences de travail peu enseignées ? *Repères. Recherches en didactique du français langue maternelle*, *45*, 63–79.

Biehler, R. (1997). Software for learning and for doing statistics. *International Statistical Review*, *65*(2), 167–189.

Biehler, R., & Prömmel, A. (2010). Developing students' computer-supported simulation and modelling competencies by means of carefully designed working environments. In C. Reading (Ed.), *Proceedings of the Eight International Conference on Teaching Statistics*, Voorburg, The Netherlands : International Statistical Institute.

Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems. In G.- P. B. W. Haines & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling. Education, Engineering and Economics* (pp. 222–231). Chichester : Horwood Publishing.

Bordier, J. (1991). *Un modèle didactique, utilisant la simulation sur ordinateur, pour l'enseignement de la probabilité*, These de doctorat, Université Paris 7.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathematiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, *7*(2), 33-115.

Brousseau, G., & de Bordeaux, I. (1990). Utilité et intérêt de la didactique pour un professeur de collège. *Publications mathématiques et informatique de Rennes*, *1989*(5), 1–22.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*. La pensée sauvage.

Butlen, D., & Pezard, M. (1997). Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté.*IREM Paris VII, Actes du stage national de Rennes organisé par la COPIRELEM–Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques*, *5*, 9–21.

Carrillo, J., & Contreras, L. C. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. *Educación matemática*, *7*(3), 79–92.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. del C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. In *Proceedings of the CERME 8*, Antalya (pp. 2985–2994).

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *19*(2), 221–266.

Clements, M. K., Bishop, A., Keitel-Kreidt, C., Kilpatrick, J., & Leung, F. K.-S. (2012). *Third international handbook of mathematics education* (Vol. 27). Springer Science & Business Media.

Clerc-Georgy, A., & Clivaz, S. (2016). Evolution des rôles entre chercheurs et enseignants dans un processus lesson study : quel partage des savoirs ? In F. Ligozat, M. Charmillot & Muller (Eds) *Le partage des savoirs dans les processus de recherche en éducation* (pp. 189–208). Série Raisons Educatives, n° 20. Bruxelles : De Boeck.

Clivaz, S. (2015b). Les Lesson Study : Des situations scolaires aux situations d'apprentissage professionnel pour les enseignants. *Revue des HEP et institutions assimilées de Suisse romande et du Tessin*, *19*, 99-105.

Clivaz, S. (2018). Lesson study as a fundamental situation for the knowledge of teaching. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, *7*(3), 172–183.

Coulange, L. (1998). Les problèmes "concrets" à "mettre en équation" dans l'enseignement. *Petit x*, *47*, 33–58.

Coutinho, C. (2001). *Introduction aux situations aléatoires dès le Collège : de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II.* These de doctorat, Université de Grenoble, France.

De Bock, D., Verschaffel, L., & Janssens, D. (1999). Some reflections on the illusion of linearity. In *History and Epistemology in Mathematical Education. From play school to university. Proceedings of the 3rd European Summer University on History and Epistemology in Mathematical Education* (Vol. 1, pp. 153–167). Louvain, Université Catholique.

Derouet, C. (2016). *La fonction de densité au carrefour entre probabilités et analyse. Etude de la conception et de la mise en oeuvre de tâches d'introduction articulant lois à densité et calcul intégral*, These de doctorat, Université Paris Diderot.

Dupuis, C., & Rousset-Bert, S. (1996). Arbres et tableaux de probabilités : analyse en termes de registres de representation. *Repères-IREM*, *22*, 51–72.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *5*, 37–65.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *10*, 5–53.

Flores-Medrano, E. et al. (2016). The Role of MTSK as Model of Teachers Knowledge in the Relation' Ship between Mathematical Working Spaces,*Bolema[online]*,Vol.30, *54* pp.204-221.http ://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a10

Gaydier, F. (2011). *Simulation informatique d'expérience aléatoire et acquisition de notions de probabilité au lycée*, These de doctorat, Université Paris 5.

Girard, J.-C. (2001). Un exemple de confusion modèle-réalité. *Commission inter-IREM Statistique et Probabilités : Autour de la modélisation en probabilités, coordination Michel Henry*(pp. 145-148). Université de Franche-Comté.

Girard, J.-C. (2004). La liaison statistique-probabilité dans l'enseignement. *Repères-IREM*, *57*, 83–91.

Girard, J. C., & Henry, M. (2005). Modélisation et simulation en classe : quel statut didactique ? In APMEP (Ed.) *Statistique au lycée*, vol.1, brochure 156 (pp. 147-159). Paris : APMEP.

Gueye, K. (2012). Difficultés de l'enseignement et de l'apprentissage des probabilités dans le secondaire. In *Actes du colloque EMF 2012*(pp.1604–1615). UCAD. Dakar, Sénégal.

Hacking, I. (2002). L'émergence de la probabilité, *Paris, Seuil.*

Henry, M. (1999). L'introduction des probabilités au lycée : un processus de modélisation comparable à celui de la géométrie. *Repères-IREM*, *36*, 15–34.

Henry, M. (2001a). *Autour de la modélisation en probabilités.* Besançon : Presses Universitaires Franc-Comtoises.

Henry, M. (2010). Evolution de l'enseignement secondaire français en statistique et probabilités, contributions des IREM à la formation continue des enseignants. In *Statistique et Enseignement*, Vol.1 (pp. 35–45). Société Française de Statistique.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, *16*(3), 289–322.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (1999). Un exemple de cadre conceptuel pour l'étude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics*, *40*(3), 283–312.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *11*, 175–193.

Kaiser, G., Blum, W., Ferri, R. B., & Stillman, G. (2011). *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling : ICTMA 14*, New York. Springer Science & Business Media.

Kiet, B.A. (2015). *Apports de la simulation et de l'utilisation de logiciels pour l'enseignement/apprentissage des probabilités et des stastistiques en première année d'Université au Vietnam dans un cursus non mathématique*, These de doctorat, Université Paris Diderot.

Kuhn, T. S. (1962 ; 2nde édition 1970). *The structure of scientific revolutions*. University of Chicago press. Trad. La structure des révolutions scientifiques, 1983. Paris : Flammarion.

Kuzniak, A. (1994). *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs des maîtres du premier degré*. Thèse de doctorat, Université de Paris VII, Paris.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *16*, 9–24.

Kuzniak, A., Parzysz, B., & Vivier, L. (2013). Trajectory of a problem : a study in Teacher Training. *The Mathematics Enthusiast*, *10*(1), 407–440.

Kuzniak, A., & Richard, P. R. (2014). Espaces de Travail Mathématique. Points de vue et perspectives. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Especial 2* (Tome I), 29–40.

Kuzniak, A., Nechache, A., & Drouhard, J. P. (2016). Understanding the development of mathematical work in the context of the classroom. *ZDM - Mathématics Education*, *48*(6), 861–874.

Kuzniak, A., & Vivier, L. (2011). La modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Mise en perspective critique. *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz, 3.*

Lagrange, J.-B., & Bui, A. K. (2016). Une approche fréquentiste des probabilités et statistiques en première année d'Université au Vietnam dans un cursus non mathématique. In *First conference of International Network for Didactic Research in University Mathematics*. Montpellier.

Laval, D. (2018). *L'algorithmique au lycée entre développement de savoirs spécifiques et usage dans différents domaines mathématiques*, These de doctorat, Université Sorbonne Paris Cité.

Lester, F. K. (2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. USA : IAP 2007 (Eds) : Franck K. Lester, Jr.

Loewenberg Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching : What makes it special ? *Journal of teacher education*, *59*(5), 389–407.

Masselin, B., Vivien, F. (2009) *Une initiation aux probabilités par le jeu*, IREM, Université de Rouen Haute Normandie.

Masselin, B., Mondragon, F. (2015). *Probabilités-Statistiques, cinq scenarios (3ème/2nde)*, IREM, Université de Rouen Haute Normandie.

Masselin, B. (2018). Comment interpréter le cycle de modélisation avec l'Espace de Travail Mathématique ? Etude de la trajectoire d'un problème. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics), 27, Supplemento n° 2*, G.R.I.M., 261–265.

Masselin, B. (à paraître), *Lesson Study en Mathématiques, une ingénierie de formation innovante de l'école au lycée.*, Rouen : Presses Universitaires de Rouen et du Havre.

Masselin, B., Derouet, C. (2018), *Sur la mise en évidence des effets d'une formation courte sur les pratiques d'enseignants autour de la simulation en probabilité en classe de troisième*, In, Abboud, M. (2018). Mathématiques en scènes, des ponts entre les disciplines – Pré-actes du colloque EMF 2018 (pp. 90-98). Université de Cergy Pontoise, France, 2018

Masselin, B., Derouet, C., et al. (2018), *Cahier de Lesson Study n ° 3, Le jeu du lièvre et de la tortue, une situation, plusieurs scenarii.* IREM, Université de Rouen Haute Normandie.

Maury, S. (1992). La représentation du savoir chez l'enseignant, source de difficultés dans l'enseignement de certaines connaissances. *Tréma*, (1), 75–80.

MENCOL, MEN-DGESCO, (03-2008, mise à jour 10-2011). *Document Ressources pour les classes de collège*, Mathématiques, Probabilités.

MEN-DGESCO, (06-2009). *Document Ressources pour la classe de Seconde*, Mathématiques, Probabilités-statistiques.

MEN-DGESCO, (01-2014). *Rapport de la Commission de suivi de la mise en oeuvre des programmes de Mathématiques.*

MENLYC, MEN-DGESCO, (07-2009). Mathématiques, Classe de Seconde, 8-9.

MENLYC, MEN-DGESCO, (07-2000). Mathématiques, Classe de Terminale.

MENLYC, MEN-DGESCO, (05-2017), Aménagement du programme de mathématiques, Seconde, 8-10.

Meusnier, N. (1987). Jacques Bernoulli et l'ars conjectandi. *IREM, Université de Rouen Haute Normandie*.

Montoya-Delgadillo, E., & Vivier, L. (2014). Les changements de domaine de travail dans le cadre des Espaces de Travail Mathématiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *19*, 73–101.

Muñoz Catalán, M. C., Flores Medrano, E., Carrillo, J., Liñán, M., Montes, M. Á., & Contreras, L. C. (2016). El Papel del MTSK como Modelo de Conocimiento del Profesor en las Interrelaciones entre los Espacios de Trabajo Matemático. *Bolema*, *30*(54), 204–221.

Nechache, A. (2016). *La validation dans l'enseignement des probabilités au niveau secondaire*, These de doctorat, Université Sorbonne Paris Cité.

Parzysz, B. (2007). Expérience aléatoire et simulation : le jeu de croix ou pile. Relecture actuelle d'une expérimentation déjà un peu ancienne. *Repères-IREM*, *66*, 27–44..

Parzysz, B. (2009). De l'expérience aléatoire au modèle, via la simulation. *Repères-IREM*, *74*, 91–103..

Parzysz, B. (2011). Quelques questions didactiques de la statistique et des probabilités. *Annales de didactique et des sciences cognitives*, *16*, 127–147.

Parzysz, B. (2014). Espaces de travail en simulation d'expérience aléatoire au lycée : une étude de cas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *17*(4), 65–82.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education : Past, present and future (pp. 461–494)*. Roterdham :Sense.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies ; approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Remillard, J. (2010). Modes d'engagement : comprendre les transactions entre professeurs et ressources curriculaires en mathématiques. In G. Gueudet & L. Trouche (Eds.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (pp. 201–216). Rennes / Lyon : Presses Universitaires de Rennes / INRP.

Renyi, A. (1992). Calcul des probabilités [Probability calculus] (L. Félix, Trans.) Paris : Jacques Gabay (Original work published 1966) Ruelle, D.,(1991). *Hasard et chaos*.

Richard, P. R., Marcén, A. M. O., & Seguí, V. M. (2016). The concept of proof in the light of mathematical work. *ZDM - Mathématics Education*, *48*(6), 843–859.

Robert, A. (1999). Pratique des enseignants de mathématiques. In *Didaskalia*, n° 15 (123–157), De Boeck & Larcier : Louvain-la-Neuve.

Robert, A. (2005). Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré. *Recherche & formation*, *50*(1), 75–89.

Robert, A. (2007). Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse, des inférences en formation. *Recherches en didactique des mathématiques*, *27*(3), 271–312.

Robert, A. (2008a). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 59–68). Toulouse : Octarès Editions.

Robert, A., & Rogalski, M. (2002). Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe. *Petit x*, *60*, 6–25.

Robert, A., & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *2* (4), 505–528.

Robert, A., & Vandebrouck, F. (2013). Proximités en acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : Analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en didactique des mathématiques*, *34*, 239–285.

Schwartz, C., & Raoult, J.-P. P. (2006). *Pratiques de la statistique : expérimenter, modéliser et simuler*. Paris : Vuibert.

Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. In *Exploring probability in school* (pp. 345–366). N.Y. : Springer.

Vandebrouck, F. (2008). La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants. Toulouse : Octarès Editions.

Villani, C., Torossian, C., & Dias, T. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. Paris, France : Ministère de l'Education Nationale.