Modélisation physique de la dynamique des écoulements à bulles par remontée d'échelle à partir de simulations fines

Antoine Du Cluzeau

▶ **To cite this version:**

Antoine Du Cluzeau. Modélisation physique de la dynamique des écoulements à bulles par remontée d'échelle à partir de simulations fines. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Perpignan, 2019. Français. NNT : 2019PERP0012 . tel-02336611

HAL Id: tel-02336611

https://theses.hal.science/tel-02336611

Submitted on 29 Oct 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Collège Doctoral Languedoc-Roussillon

THÈSE

Pour obtenir le grade de

Docteur

Délivré par

UNIVERSITE DE PERPIGNAN VIA DOMITIA

Préparée au sein de l'école doctorale 305 :

Energie et environnement

Et de l'unité de recherche : **CEA-Saclay**

Spécialité : **Sciences de l'ingénieur**

Présentée par **Antoine du Cluzeau**

MODÉLISATION PHYSIQUE DE LA DYNAMIQUE DES ÉCOULEMENTS À BULLES PAR REMONTÉE D'ÉCHELLE À PARTIR DE SIMULATIONS FINES

Soutenue le 30 septembre 2019 devant le jury composé de

M. Adrien TOUTANT, MCF-HDR, PROMES-CNRS	Directeur de thèse
M. Guillaume BOIS, Ingénieur chercheur, CEA	Encadrant de thèse
M. Jean-Michel MARTINEZ, MCF, PROMES-CNRS	Co-directeur de thèse
M. Mickaël BOURGOIN, DR, Laboratoire de Physique	Examinateur
M. Stéphane MIMOUNI, Ingénieur-HDR, EDF R&D	Rapporteur
Mme. Aurore NASO, CR-HDR, LMFA	Examinatrice
M. Frédéric RISSO, PR, IMFT	Rapporteur
M. Stéphane ZALESKI, PR, ∂'Alembert	Examinateur

UNIVERSITÉ PERPIGNAN VIA DOMITIA

Remerciements

Je ne crois pas avoir ce que je mérite, et encore moins mériter ce que j'ai. Cette thèse en est la preuve. Bien que j'en sois l'auteur, il serait malhonnête de dire que je la dois à mon unique talent, à mon travail, et de manière générale, à mon petit moi. Je la dois, en tout premier lieu, et c'est bien naturel, à mes parents, et à leurs parents. De manière plus universelle, je la dois en réalité à toutes ces personnes qui ont fait l'histoire de ma famille et celle de la mécanique des fluides, et de ce fait l'histoire du monde tout entier. A ce titre, je remercierai ma mère, mon père et le maréchal Serrurier d'Etival aussi bien qu'Isaac Newton, Christophe Colomb et Gengis Khan.

Que je doive cette thèse à l'ensemble des hommes du passé est une évidence qui n'impressionne personne. Il serait donc temps de remercier ceux qui ont participé à cette réalisation, et qui se distinguent des premiers par leur volonté active. Il est bien évident que mes plus sincères remerciements iront d'abord à Guillaume Bois et à Adrien Toutant qui sont à l'origine du projet et qui l'ont suivi pendant plus de trois ans avec assiduité ; le tout avec une gentillesse et une délicatesse permanente qui les honore et qui m'oblige. A cause de leur encadrement si conciliant, Ils m'ont empêché de faire l'expérience la plus universelle du doctorant : le burn-out ; je ne suis pas sûr de leur pardonner cette perte de chance. Mes remerciements vont également à Jean-Michel Martinez qui a codirigé cette thèse depuis la lointaine Occitanie. Je veux aussi dire un grand merci à tous les membres de mon jury : M. Bourgoin, S. Mimouni, A. Naso, F. Risso et S. Zaleski. En particulier à Frédéric Risso et Stéphane Mimouni, qui ont accepté la charge de rapporteur et ont soulevé nombre de commentaires intéressants pour la suite de ces travaux. Je remercie Stéphane Zaleski pour avoir accepté de présider mon jury et pour son implication dans le master *fluids mechanics* qui m'a formé. Je veux également aller vers ceux qui, regardant les bulles de loin, ont tenu à les supporter pour que je vienne les étudier. Je pense à Anne Burbeau et Sylvie Naury qui ont soutenu le projet initialement, et à Nicolas Dorville qui a repris ce flambeau. A ce dernier j'aimerais surtout dédier un *ex-voto* pour le combat acharné qu'il a mené afin de m'offrir un avenir au CEA.

Et puis... Il y a les autres, disait Jacques Brel. Je pense d'abord au regretté Florian Muller, qui m'accompagna comme mon ombre pendant plus de deux ans. Il y a ensuite tous ceux avec qui j'ai partagé un de mes nombreux bureaux, Pierre-Alexandre, Emmanuel, Qing-Qing, Raksmy et Nicolas : tant de déménagements pour quelques chants. Et puis je verserais volontiers une larme pour les habitants de la salle café, le Nikos qui vit dans ma tête, Alan et l'hégémonie du déterminisme scientifique, Philippe et la quête du Graal, Nicolas le roi d'Ithaque et Monkey D. Raksmy, *J-B ou l'optimisme* de Voltaire, mais aussi les *misanthropes* de Molière, qu'on aime sans retour, et toutes ces

personnes dans les couloirs qu'on aime un peu sans le savoir, sans oublier l'incontournable Clarisse. En réalité, ce sont toutes les âmes du LMSF et du LGLS que je remercie et que je salue. Enfin, il y a ceux à qui je dois tout le reste. Il y a les inconnus : Alixe en premier lieu, puis Arnoux, Mathilde, Aloïs, Henry, Bertrand etc.. Et les autres, mes compagnons de bus : les inégalables J.R.R Tolkien et Eiichiro Oda, Marguerite Yourcenar et Chateaubriand, Umberto Eco et P-L d'Orbais, Bernard Werber et Ken Follet, John Irving et Jack London, Robert Van Gullik et José Frèches etc.

Table des matières

Remerciements iii

Table des matières v

Liste des figures vii

Liste des tableaux xi

Nomenclature xiii

Introduction générale 1

1 Remontée d'échelle pour les écoulements à bulles 3
- 1.1 Introduction . . . 4
- 1.2 Les écoulements à bulles . . . 5
- 1.3 Echelle locale . . . 11
- 1.4 Echelle moyennée . . . 17
- 1.5 La DNS au service de la remontée d'échelle . . . 22
- 1.6 Eléments de validation des DNS . . . 29
- 1.7 Conclusion . . . 34

2 Modélisation des forces interfaciales 35
- 2.1 Introduction . . . 36
- 2.2 Revue bibliographique sur les forces interfaciales . . . 37
- 2.3 Direct Numerical Simulations of bubbly channel flows . . . 53
- 2.4 Surface tension effect . . . 60
- 2.5 New definition of interfacial forces . . . 65
- 2.6 Modelling of the laminar dispersion force . . . 85
- 2.7 Conclusion . . . 95
- 2.8 Résumé du chapitre en Français . . . 96

3 Physique et modélisation de la turbulence diphasique 99
- 3.1 Introduction . . . 100
- 3.2 Physique de la turbulence monophasique . . . 101
- 3.3 Physique de la turbulence diphasique . . . 102
- 3.4 Modélisation de la turbulence monophasique . . . 118
- 3.5 Modélisation de la turbulence diphasique . . . 124

3.6 Proposition d'un modèle à trois équations . . . 133
3.7 Conclusion . . . 141

4 Turbulence dans un essaim de bulles 143
4.1 Introduction . . . 144
4.2 Méthode de remontée d'échelle . . . 144
4.3 Méthodes numériques et cas étudiés . . . 151
4.4 Analyse physique des essaims de bulles . . . 156
4.5 Analyse spectrale . . . 161
4.6 Modélisation de la turbulence dans un essaim de bulles . . . 167
4.7 Comparaison aux données expérimentales . . . 173
4.8 Conclusion et perspectives . . . 185

5 Turbulence en canal plan 187
5.1 Introduction . . . 188
5.2 Direct Numerical Simulations . . . 189
5.3 Analysis of SPT and BIF . . . 194
5.4 Analysis and modeling of the Reynolds stress transport equation . . . 200
5.5 Conclusion and prospects . . . 212
5.6 Résumé du chapitre en Français . . . 213

Conclusion générale & Perspectives 215

A From Euler-Euler RANS two-fluid formulation to continuous equations 231
A.1 Euler-Euler RANS two-fluid formulation . . . 231
A.2 Particle vs continuous equations . . . 233

B Analyse de la méthode de calcul de spectre 235

Résumé 239

Abstract 240

Liste des figures

1.1 Illustration du processus de remontée d'échelle par la simulation numérique. 5
1.2 Schéma des régimes d'écoulements diphasiques. 6
1.3 Résultats expérimentaux obtenus en vol $0g$ par Colin *et al.* [2012] . . . 7
1.4 Résultats expérimentaux obtenus par Colin *et al.* [2012] pour g=-9.81. . 8
1.5 Résultats expérimentaux obtenus par Colin *et al.* [2012] pour g=+9.81. 8
1.6 Profil de taux de vide moyen obtenus par Lu & Tryggvason [2008]. . . . 10
1.7 Illustrations des différentes méthodes de résolution DNS des écoulements diphasiques 14
1.8 Illustration de la méthode mixte FT/VoF de TrioCFD et TrioIJK. . . . 15
1.9 Décomposition schématique des fluctuations d'un écoulement diphasique à bulles. 20
1.10 Configuration numérique d'un écoulement à bulles en canal plan et en essaim. 23
1.11 Diagramme de Clift. 25
1.12 Illustration of part of the computational domain with Eulerian and Lagrangian meshes for case B127. 31
1.13 Single-phase validation : comparison between TrioCFD results and Vreman database [Vreman & Kuerten, 2014] 31
1.14 Two-phase validation : comparison of standard quantities between TrioCFD and the reference results of Lu & Tryggvason [2008]. 33

2.1 Résultats expérimentaux obtenus par Tomiyama *et al.* [2002]. 44
2.2 Nuage de poussière provoqué par dispersion turbulente. 46
2.3 Trajectoire d'une bulle déformable dans un environnement au repos [Riboux, 2007]. 47
2.4 Schéma représentant les mécanismes d'interaction entre deux bulles selon Bunner & Tryggvason [2002] 48
2.5 Écoulement autour de deux cylindres simulant une bulle glissant le long d'une paroi [Antal *et al.*, 1991]. 50
2.6 Effets non-euleriens dus à la présence de paroi et à la taille non nulle des bulles [Lubchenko *et al.*, 2017] 51
2.7 Instantaneous illustrations of the flows. 55
2.8 Statistical profiles of void fraction and Weber number from DNS. . . . 59
2.9 Statistical profiles of velocities and Reynolds stresses from DNS. 59

2.10 Contributions to the one-fluid equation (2.48) versus the wall-normal coordinate. . . . 61
2.11 Wall-normal positions of the 21 large bubbles in case D (a) ; and in case B (b) ; on a time interval of 100 seconds. . . . 62
2.12 Streamwise components of the two-fluid interfacial terms in equation (2.50) versus the wall-normal coordinate. . . . 64
2.13 Wall-normal components of the two-fluid interfacial terms in equation (2.50) versus the wall-normal coordinate. . . . 64
2.14 scheme of a single quasi-spherical bubble in a shear flow. . . . 68
2.15 Contributions to equation (2.56) projected on y-axis 76
2.16 Contributions to equation (2.56) projected on x-axis 79
2.17 Contributions to equations (2.88) and (2.90) in the wall-normal direction. 80
2.18 Visualisation of the surrounding pressure outside and inside a bubble in case D127. . . . 86
2.19 Validation of the averaged gas pressure closures with DNS results. Calibration of parameter C. . . . 88
2.20 Visualization of pressure isosurfaces in the liquid phase around a bubble in the near-wall region (a) and in the core of the flow (b). The drag of a bubble in the bulk is mainly due to an overpressure on the front of the bubble whereas, for a bubble in the near-wall region, it seems mainly linked to an under-pressure in its wake. . . . 90
2.21 Validation of the averaged liquid pressure closures with DNS results . . 91
2.22 Validation a priori of the laminar dispersion model for $C = 0.75$. . . . 94

3.1 La turbulence par Léonard de Vinci 100
3.2 Représentation des fluctuations spatiales et temporelles par Riboux *et al.* [2013]. . . . 106
3.3 Fluctuations spatiales dans les directions axiales et transverses en fonction du taux de vide [Bouche *et al.*, 2014] 107
3.4 pdfs expérimentales et reconstruction théorique des pdfs des fluctuations de vitesse liquide [Risso, 2016] 108
3.5 Vitesse ascendante liquide induite par une bulle en fonction de la distance à la bulle [Risso *et al.*, 2008]. . . . 110
3.6 Représentation des fonctions de densité de probabilité des fluctuations de vitesse normalisées [Riboux, 2007]. . . . 113
3.7 Evolution de l'échelle de longueur intégrale en fonction du nombre de Reynolds [Risso, 2018]. . . . 115
3.8 Schéma de l'équilibre de l'équation de transport des tensions de Reynolds 120
3.9 Confrontation du modèle de coefficient de diffusion avec les résultats expérimentaux [Alméras, 2014] 138
3.10 modèle de décroissance axiale et transverse de la vitesse dans un sillage 139

4.1 Schéma représentant les caractéristiques de l'indicatrice du fluide non perturbé 146
4.2 Répartition initiale des bulles dans l'essaim. . . . 154

4.3 Sensibilité au maillage de la vitesse relative et des tensions de Reynolds. 156
4.4 Représentations instantanées de l'essaim de bulles fixes. 157
4.5 Représentations instantanées de l'essaim de bulles libres. 158
4.6 Vitesse relative et tension de Reynolds normalisées pour les essaims de bulles fixes et libres. 159
4.7 Spectre d'énergie des fluctuations turbulentes 162
4.8 pdfs normalisés des fluctuations verticales de vitesse 164
4.9 Exemple d'une fonction d'autocorrelation d'un signal de vitesse 165
4.10 Echelle de temps intégrale en fonction du nombre de Reynolds. 167
4.11 Terme de production interfaciale pour les bulles fixes et libres. 168
4.12 Echelle de longueur intégrale en fonction du nombre de Reynolds. . . . 170
4.13 Terme de redistribution normalisé dans les trois directions. 171
4.14 Comparaison entre les résultats DNS et les prédictions du modèle complet WIT +WIF 172
4.15 Trajectoire des bulles isolées pour les différents cas [Riboux, 2007]. . . . 174
4.16 Comparaison des tensions de Reynolds transverses (WIT) avec les prédictions du modèle algébrique. 175
4.17 Schéma de principe représentant les transferts d'énergie menant à un équilibre entre les productions turbulentes. 176
4.18 Comparaison des tensions de Reynolds (WIT) avec les prédictions du modèle algébrique avec C_d^* au lieu de C_d. 179
4.19 Comparaison de C_d et C_d^* avec différentes corrélations de la littérature. 181
4.20 Comparaison des tensions de Reynolds (WIF) avec les prédictions du modèle algébrique. 184

5.1 Illustration of part of the computational domain with Eulerian and Lagrangian meshes for case B. 190
5.2 Instantaneous illustrations of the flows. 193
5.3 Sketch of the methodology for the study of interaction between SPT and BIF from cases B, Ss, D and SP. 195
5.4 Probability density function of the axial velocity. 196
5.5 (a) Relative and (b) liquid velocity versus wall-normal coordinate. . . . 198
5.6 SPT Reynolds stresses versus wall-normal coordinate 199
5.7 Contributions to the Reynolds stress budget (equation (5.12)). 202
5.8 Averaged terms of equation (5.12) projected on the (x, x) component. . 203
5.9 Averaged terms projected on the (x, x) component of (a) equation (5.13) ; (b) equation (5.14). 205
5.10 Comparison between the direct evaluation of redistribution and interfacial production to the correction. 208
5.11 Assessment of models in the purely WIF case 209
5.12 Assessment of dissipation relaxation time model in the purely WIF case. 210
5.13 Test of algebraic closure [equation (5.29) 211

B.1 Exemple de signal de vitesse et de fonction indicatrice de phase. 236
B.2 Distribution des segments liquide dans une simulation à bulles libres . . 237

B.3 Spectres d'énergie calculés en faisant varier les paramètres d'entrée s_{min} et s_l 237

Liste des tableaux

1.1 Nombres sans dimension principaux pour les différentes simulations. . . 24
1.2 Tableau des effets séparés pour les calculs DNS de type canaux à bulles. 27
1.3 Étude de la turbulence par effets séparés via la simulation numérique directe. 28
1.4 Mesh convergence tests on isolated bubble for Re_b from 20 to 128 compared to experimental data of Bertakis *et al.* [2010]. 30

2.1 Numerical and physical parameters for calculations at $Re_\tau = 127$ and $Re_\tau = 180$. 54
2.2 Local definitions of forces without the particle hypothesis versus models of interfacial forces from particle approach. Some identifications between the two visions have been demonstrated (for the lift force in particular). The closure identification for the turbulent dispersion force makes sense (except for the coefficient). For the others (drag and added-mass forces), nothing has been formally demonstrated but the identification seems physically consistent as discussed previously. 84

4.1 Paramètres communs à tous les calculs de bulles en essaim (fixes et libres) 153
4.2 Paramètres des simulations en essaims de bulles. Estimation de l'échelle de Kolmogorov η et de la résolution associée par diamètre de bulle. . . 155
4.3 Quantités moyennes de l'écoulement dans le cas des bulles fixes (homogène/inhomogène) et des bulles libres à $Re_b = 400$. 160
4.4 Tableau des constantes de normalisation des pdfs de fluctuations verticales de vitesse pour les différents cas. 163
4.5 Ensemble des données DNS et expérimentales à notre disposition pour la validation du modèle de turbulence en essaim de bulles. 173
4.6 Tableau des différentes corrélations de coefficients de traînée. 180

5.1 Numerical and physical parameters for calculations at $Re_\tau = 127$. . . . 191

A.1 Definitions of particle and continuous functions and phase averages. δ is a Dirac impulsion and H is the Heaviside function 233

Nomenclature

Propriétés physiques

$\mathbf{U}$	Vitesse	m/s
$\mathbf{u_i}$	Vitesse interfaciale	m/s
$\widetilde{\mathbf{U}}$	Vitesse non perturbée	m/s
$\mathbf{U_p}$	Vitesse particulaire de la bulle	m/s
$\mathbf{u} = (u, v, w)$	Fluctuations de vitesse du fluide basées sur la moyenne de phase	m/s
$\mathbf{u}^*$	Fluctuations de vitesse du fluide basées sur la moyenne non perturbée	m/s
$\mathbf{u}', \overline{\mathbf{u}}^T$	Fluctuations temporelles/spatiales de vitesse du fluide	m/s
$\mathbf{u}_\tau$	Vitesse pariétale	m/s
$\mathbf{u_d}$	Vitesse débitante	m/s
$\mathbf{u_r}$	Vitesse relative	m/s
P	Pression	N/m^2
$\widetilde{P}$	Pression non perturbée	N/m^2
P^0	Pression de référence	N/m^2
P^b	Pression due aux effets de tension de surface	N/m^2
P^{SP}	Pression en absence de bulles	N/m^2
P'	Pression dynamique	N/m^2
p	Fluctuations de pression basées sur la moyenne de phase	N/m^2
p^*	Fluctuations de pression basées sur la moyenne non perturbée	N/m^2
Δt_{ave}	Intervalle de temps de relevé statistique	s
μ	Viscosité dynamique	$Pa.s$
ν	Viscosité cinématique	m^2/s
ν_t	Viscosité turbulente	m^2/s
ρ	Masse volumique	kg/m^3
σ	Tension de surface	N/m
τ	Tenseur des contraintes	N/m^2
g	Constante gravitationnelle	m/s^2
l	Taille caractéristique des structures turbulentes	m
t	Temps	s
κ	Courbure	m^{-1}
κ'	Fluctuation de courbure	m^{-1}

κ^{max}	Courbure de Gauss maximale d'une ellipse 3D	m^{-1}
κ^{min}	Courbure de Gauss minimale d'une ellipse 3D	m^{-1}
κ^{sphe}	Courbure d'une bulle sphérique équivalente	m^{-1}
κ_l	Nombre d'onde correspondant à la longueur l	m^{-1}
κ_{2D}^{max}	Courbure maximale d'une ellipse 2D	m^{-1}
κ_{2D}^{min}	Courbure minimale d'une ellipse 2D	m^{-1}
(L_x, L_y, L_z)	Taille du domaine en x, y, z	m
η	Échelle de longueur de Kolmogorov	m
Λ	Échelle de longueur intégrale	m
A	Amplitude de la trajectoire de la bulle isolée	m
a	Demi-grand axe de la bulle	m
A_b	Surface projetée de la bulle	m^2
a_I	Aire interfaciale	m^{-1}
b	Demi-petit axe de la bulle	m
D_h	Diamètre hydraulique	m
e	Épaisseur du sillage	m
h	Demi-hauteur caractéristique de canal	m
L_w	Longueur de sillage	m
r_0	Rayon de la bulle sphérique équivalente	m
S_b	Surface de la bulle	m^2
V^*	Volume d'influence de la bulle	m^3
V_b	Volume de bulle	m^3
$\mathbf{F^{\Pi}}$	Flottabilité	$kg.m.s^{-2}$
$\mathbf{F^{D}}$	Force de traînée	$kg.m.s^{-2}$
$\mathbf{F^{Lift}}$	Force de portance	$kg.m.s^{-2}$
$\mathbf{F_{rap}}$	Force de rappel	$kg.m.s^{-2}$
$\mathbf{M^{\Pi}}$	Transfert de quantité de mouvement dû à la flottabilité	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M}^{\sigma}$	Transfert de quantité de mouvement dû à la tension de surface	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M^{D}}$	Transfert de quantité de mouvement dû à la traînée	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M^{L}}$	Transfert de quantité de mouvement dû à la portance	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M^{W}}$	Transfert de quantité de mouvement dû à la force de paroi	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M^{AM}}$	Transfert de quantité de mouvement dû à la masse ajoutée	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M^{extra}}$	Autre transfert de quantité de mouvement	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M^{LD}}$	Transfert de quantité de mouvement dû à la dispersion laminaire	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M^{P}}$	Transfert de quantité de mouvement dû à la pression interfaciale	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M^{Tchen}}$	Transfert de quantité de mouvement dû à la force de Tchen	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M^{TD}}$	Transfert de quantité de mouvement dû à la dispersion turbulente	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M^{tot}}$	Transfert de quantité de mouvement dû aux forces interfaciales	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M}_{\sigma}$	Terme source de tension de surface	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
$\mathbf{M_k^{RANS}}$	Transfert de quantité de mouvement RANS pour la phase $k \in [l, v]$	$kg.m^{-2}.s^{-2}$

$\mathbf{M_k}$	Transfert de quantité de mouvement pour la phase $k \in [l, v]$	$kg.m^{-2}.s^{-2}$
W^{Π}	Travail de la flottabilité	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
$W_{a\to b}$	Travail de la phase a vers la phase b	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
ϵ_{ij}	Dissipation	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
ϕ_{ij}	Redistribution	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
Π_{ij}	Production interfaciale	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
Π_{Re_b}	Production interfaciale liée à la vitesse relative des bulles	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
Π_{We}	Production interfaciale liée à la déformation des bulles	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
A_{ij}	Advection	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
D_{ij}^{mol}	Diffusion moléculaire	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
D_{ij}^{P}	Diffusion de pression	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
D_{ij}^{turb}	Diffusion turbulente	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
D_{ij}	Diffusion	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
E	Spectre d'énergie	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
E^{σ}	Énergie de surface d'une bulle	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
E_0^{σ}	Énergie de surface de la bulle sphérique	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
E_c^b	Énergie cinétique des bulles	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
E_c^{WIF}	Énergie cinétique du WIF	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
E_c^{WIT}	Énergie cinétique turbulente du WIT	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
k	Énergie cinétique turbulente	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
P_{ij}	Production	$kg.m^{-1}.s^{-3}$
R_{ij}	Tensions de Reynolds	$m^2.s^{-2}$
T	Transfert d'énergie	$kg.m^{-1}.s^{-3}$

Propriétés adimensionnelles

α_k	Taux de présence de la phase $k \in [l, v]$
χ_k	Fonction indicatrice de la phase $k \in [l, v]$
γ	Rapport d'aspect de bulle
$\widetilde{\chi_k}$	Fonction indicatrice de la phase $k \in [l, v]$ non perturbée
Eo, Eo_c	Nombre d'Eötvös (normal et critique)
Mo	Nombre de Morton
Re_τ	Nombre de Reynolds pariétal
Re_b, Re_b^c	Nombre de Reynolds de bulles (normal et critique)
Re_c	Nombre de Reynolds de canal
We, We_c	Nombre de Weber (normal et critique)
C	Coefficient de dispersion laminaire
C_Λ	Coefficient de dissipation du WIT
C_A	Coefficient de masse ajoutée
C_D	Coefficient de traînée
C_D^*	Coefficient de traînée de bulles sphériques

C_L	Coefficient de portance
C_V	Coefficient de volume de sillage
C_W	Coefficient de force de paroi
C_{TD}	Coefficient de dispersion turbulente
k^D	Coefficient de diffusion
N_b	Nombre de bulles

Indices, exposants et moyennes

X^{BIF}	Quantité liée aux fluctuations totales engendrées par les bulles
X^{SPT}	Quantité liée aux fluctuations turbulentes engendrées par le cisaillement
X^{WIF}	Quantité liée aux fluctuations non turbulentes engendrées par les bulles
X^{WIT}	Quantité liée aux fluctuations turbulentes engendrées par les bulles
X_B	Au dessous de la bulle
X_L	A gauche de la bulle
X_R	A droite de la bulle
X_T	Au dessus de la bulle
$X_{\nabla P}$	Partie de X faisant intervenir un gradient de pression
$\overline{X}$	Moyenne d'ensemble
$\dot{X}$	Quantité particulaire
$\overline{X}^i$	Moyenne sur l'interface
$\overline{X}^{pv}$	Moyenne sur la particule vapeur
$\overline{X}^k$	Moyenne sur la phase $k \in [v, l]$
$\overline{X}^X$	Moyenne spatiale
$\langle X \rangle$	Moyenne spatiale sur l'ensemble du domaine
$\overline{X}^T$	Moyenne temporelle
$\widetilde{X}$	Moyenne sur le domaine non perturbé
X_k	Indice de la phase $k \in [l, v]$

Mathématiques

δ^i	Impulsion de Dirac
δ_{ij}	Symbole de Kronecker
I	Matrice identité
n	Vecteur normal unitaire

Acronymes

ASM	Algebraic Stress Modeling
BIF	Bubble-Induced Fluctuations
CEA	Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives

DNS	Direct Numerical Simulation
LRR	Launder Reece Rodi
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
REP	Réacteur à Eau Préssurisée
RSM	Reynolds Stress Model
SPT	Single-Phase Turbulence
SSG	Speziale Sarkar Gatski
WIF	Wake-Induced Fluctuations
WIT	Wake-Induced Turbulence

Introduction générale

Les bulles bullent-elles ? On est en droit de se poser la question. La réponse est non, la bulle ne bulle pas, elle n'est pas un objet passif indolent qui se laisse emporter par son environnement. Elle n'est pas non plus un objet balistique furieux sur lequel l'environnement n'aurait aucun effet. Alors quoi ? Après réflexion, il me semble que la bulle est le miroir de l'homme. Comme lui, elle interagit avec son milieu. Comme lui, cet environnement le lui rend bien, et la fait valser, se briser, se réunir, et parfois mourir. Alors voilà, écoulement et bulles, c'est environnement et hommes, c'est un système couplé, dans lequel chaque membre peut agir sur tous les autres - Un système à dynamique complexe.

Pour le Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA), la compréhension de cette dynamique et sa modélisation sont des investissements importants qui pourraient permettre, à terme, d'optimiser les marges de sûreté des installations nucléaires. Dans un soucis de séparation des effets, les aspects thermiques ne sont pas abordés dans ce travail. Deux phénomènes physiques pilotent au premier ordre la dynamique des écoulements à bulles : les forces interfaciales et la turbulence. Ce sont des phénomènes couplés qui sont difficilement séparables. Les forces interfaciales sont responsables des inhomogénéités de répartition des bulles dans l'écoulement et de la vitesse relative entre les phases (qui pilote en partie la turbulence). La turbulence, quant à elle, agit sur l'ensemble des grandeurs physiques (y compris les forces interfaciales). Depuis les années 2000, le besoin de prédiction de phénomènes de plus en plus fins a provoqué une considérable augmentation de la recherche pour comprendre et modéliser ces deux phénomènes. Malgré la profusion des travaux, les modèles de forces interfaciales et de turbulence manquent encore de capacité de prédiction. Pour les forces interfaciales, les fermetures reposent aujourd'hui sur une agrégation de modèles disparates obtenus sur des cas particuliers (souvent obtenus isolément et pour des particules ponctuelles) ; il devient alors impossible de savoir si certains modèles se croisent, se compensent, si certaines forces sont négligées ou si d'autres sont prises en compte plusieurs fois. Pour la turbulence, les fermetures actuelles reposent principalement sur des modèles ayant fait leurs preuves pour des écoulements monophasiques, auxquels sont généralement ajoutés des termes sources pour modéliser la présence des bulles. Dans ce type de modèle, la physique particulière des écoulements à bulles est donc quasiment inexistante et les prédictions sont inégales. Dans les années 2010, des travaux ont permis d'améliorer considérablement notre connaissance physique des écoulements à bulles, si bien qu'aujourd'hui les modèles classiques ne sont plus à la hauteur de notre connaissance physique de ces écoulements. En s'appuyant sur la littérature et sur des simulations fines, cette thèse propose donc un premier pas vers une modélisation physique de la

dynamique des écoulements à bulles.

Notre capacité à proposer des modèles innovants et performants est nécessairement reliée à la qualité des données traitées pour les obtenir. Pour les écoulements à bulles, les données aux abords des interfaces ainsi que les termes de transferts, compliqués à obtenir expérimentalement, sont particulièrement importants. Cette thèse s'appuie donc sur des simulations numériques directes (DNS), utilisées comme "expériences numériques", pour produire des données statistiques de référence servant à la modélisation. Grâce à la croissance des capacités informatiques, la DNS autrefois cantonnée aux travaux académiques, est aujourd'hui capable de s'approcher de conditions industrielles. Grâce à la base de données d'écoulements à bulles réalisée lors de cette thèse dans différentes conditions, le travail consiste à améliorer les modèles à l'échelle moyennée RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) par un processus de remontée d'échelle. Des simulations de canaux à bulles dans des conditions variées de gravité, de tension de surface, de débit (etc.) permettent de travailler par effets séparés, de comprendre et de modéliser les forces interfaciales ainsi que la turbulence. Des simulations d'essaims de bulles permettent d'isoler certains phénomènes turbulents afin d'en améliorer la modélisation. Ainsi, une étude sur la caractérisation et la modélisation des forces interfaciales et de la turbulence dans les écoulements à bulles est proposée.

Le manuscrit est articulé en cinq chapitres. Le chapitre 1 est une grande introduction aux problématiques de la thèse. Y sont présentés les enjeux de l'étude des forces interfaciales, de la turbulence, ainsi que les méthodes numériques utilisées et les différents cas étudiés. Le chapitre 2 se focalise sur l'étude des forces interfaciales. Il propose une revue bibliographique des forces puis une nouvelle manière de les modéliser à partir de DNS de canaux à bulles. En particulier, le rôle de la tension de surface dans les phénomènes de dispersion est démontré par une décomposition innovante des efforts interfaciaux. Le chapitre 3 introduit ensuite les problématiques liées à la modélisation de la turbulence à travers une étude majoritairement bibliographique de la physique et des modèles de turbulence dans les écoulements à bulles. A la fin de ce chapitre, un nouveau type de modélisation est proposé. Cette nouvelle modélisation de la turbulence est ensuite développée dans le chapitre 4 à partir de DNS d'essaims de bulles et une ébauche de validation est proposée à partir de données expérimentales. Enfin, le chapitre 5 vient enrichir le modèle par l'étude de la turbulence dans des canaux plans. La conclusion rappelle les principales avancées de cette thèse.

Chapitre 1

Remontée d'échelle pour les écoulements à bulles

Sommaire

1.1 Introduction 4
1.2 Les écoulements à bulles 5
1.2.1 Problématique industrielle 5
1.2.2 Introduction à la dynamique des canaux à bulles 7
1.3 Echelle locale 11
1.3.1 Equations monofluides locales instantanées 11
1.3.2 Les différentes approches DNS 13
1.3.3 Solveurs TrioCFD et TrioIJK 14
1.4 Echelle moyennée 17
1.4.1 Equations de Navier-Stokes moyennées 18
1.4.2 Enjeu 1 : Rôle de la pression et modèles des forces interfaciales 19
1.4.3 Enjeu 2 : Modèle de turbulence 20
1.5 La DNS au service de la remontée d'échelle 22
1.5.1 Etude des forces par la DNS 26
1.5.2 Etude de la turbulence par la DNS 28
1.6 Eléments de validation des DNS 29
1.7 Conclusion 34

Ce premier chapitre détaille le processus de remontée d'échelle depuis les simulations numériques directes jusqu'à l'échelle moyennée. Les motivations et les enjeux scientifiques de la thèse y sont présentés. La base de données DNS est décrite et son aptitude à répondre aux enjeux ciblés est discutée.

1.1 Introduction

Dans le but de créer un réacteur numérique, le commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives (CEA) et en particulier le service de thermohydraulique et de mécanique des fluides (STMF) développent des outils numériques à différentes échelles pour la résolution des équations de la thermohydraulique. En effet, la résolution locale via simulations numériques directes (DNS) est inenvisageable à l'échelle d'un réacteur nucléaire à cause du manque de ressources informatiques. Dans le code système CATHARE qui représente l'ensemble d'un réacteur, une grande partie des phénomènes physiques est modélisée. Historiquement, ces modèles qui permettent de simplifier la résolution ont été obtenus expérimentalement, et présentent un degré d'empirisme élevé. Dans le but de se soustraire à certaines limitations expérimentales, les simulations aux petites échelles sont aujourd'hui capables de fournir des données de référence précises sur la physique des écoulements qui intervient au sein des réacteurs ; on parle alors "d'expérience numérique". Ainsi le CEA développe des codes de calculs DNS monophasique et diphasique comme TrioCFD ou TrioIJK. En étudiant les données statistiques issues de ces résolutions exactes, l'enjeu est de proposer des modèles prédictifs pour des codes à vision plus intégrale. On appelle ce processus la remontée d'échelle.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons à la première marche de ce processus qui consiste à faire le pont entre les simulations DNS exactes de TrioCFD et les simulations à l'échelle moyennée RANS de Neptune_CFD [1] dans le cadre des écoulements dispersés (i.e. écoulements diphasiques à bulles). De tels écoulements peuvent apparaître dans certains scenarios accidentels dans le cœur des réacteurs à eau pressurisée (REP) ou en fonctionnement nominal dans d'autres composants comme les générateurs de vapeur. En cas de chute de pression dans le circuit primaire, l'ébullition nucléée peut advenir au niveau des parois. Si le phénomène se poursuit jusqu'à l'assèchement complet de la paroi (i.e. création d'un film de vapeur entre la paroi et l'eau), l'ébullition peut avoir des conséquences désastreuses en dégradant considérablement les échanges thermiques au niveau des parois, ce qui peut entraîner une hausse locale des températures et une dégradation de la gaine pouvant aller jusqu'au relâchement de produits de fission. Pour comprendre ce scénario appelé crise d'ébullition et s'en protéger, le CEA cherche à développer la compréhension de la physique des écoulements dispersés. Dans cette thèse, nous nous intéressons uniquement aux aspects dynamiques (sans phénomène thermique ni changement de phase).

Ce chapitre commence donc par une brève introduction à la dynamique des écoulements à bulles (section 1.2). Vient ensuite une description plus détaillée du processus de remontée d'échelle avec la description de l'échelle locale et des méthodes numériques

1. Code de calcul CFD développé par les principaux acteurs de la filière nucléaire française : CEA, EDF, FRAMATOME, IRSN

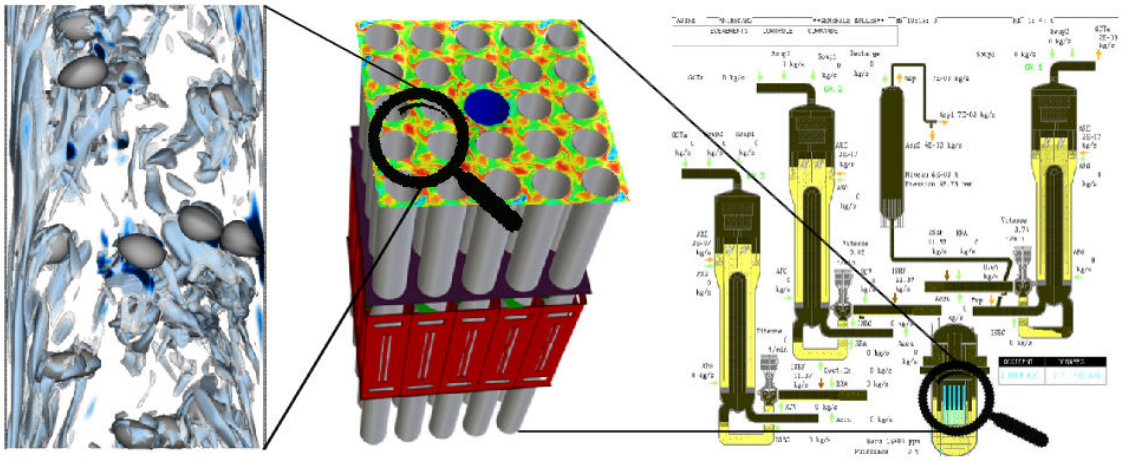


FIGURE 1.1 – Illustration du processus de remontée d'échelle par la simulation numérique. De gauche à droite : approche locale DNS (TrioCFD), approche moyennée RANS (Neptune_CFD), approche système (CATHARE). Plus on va vers la droite, plus l'effort de modélisation est important. Plus on va vers la gauche, plus les coûts de calcul sont importants.

utilisées pour la résolution des calculs DNS (section 1.3). Elle est suivie de la description du formalisme bifluide utilisé dans les modèles RANS (section 1.4). Dans cette section, les deux principaux enjeux de la thèse que sont la modélisation des forces interfaciales et celle de la turbulence sont mis en évidence. La section 1.5 détaille comment la DNS est utilisée dans ce travail pour réaliser nos objectifs. La base de données DNS est décrite et commentée.

1.2 Les écoulements à bulles

1.2.1 Problématique industrielle

Les écoulements en conduite verticale présents dans les réacteurs peuvent avoir plusieurs régimes (voir figure 1.2). Le premier régime diphasique qui suit l'ébulition nucléée est le régime dispersé (ou écoulement à bulles) qui se caractérise par des bulles de petites tailles relativement indépendantes les unes par rapport aux autres. Les bulles peuvent ensuite fusionner et former de grandes poches de gaz (arrondies à l'avant, aplaties à l'arrière), on parle alors d'écoulement à poches (ou slug flow). Dans certaines conditions de débit, ces poches ne sont pas stables, elles s'allongent et se fractionnent donnant lieu à un écoulement désordonné qu'on appelle pulsatile (ou churn flow). Lorsque le taux de présence de la phase gazeuse devient très important, on observe des écoulements annulaires caractérisés par un noyau central chargé de gouttelettes. Le régime d'écoulement dépend principalement du taux de changement de phase de l'ébullition. Pour

une production modérée de vapeur, l'écoulement est dispersé. Pour des productions importantes, on passe en écoulement à poche, puis en écoulement annulaire, jusqu'à l'assèchement complet de la conduite.

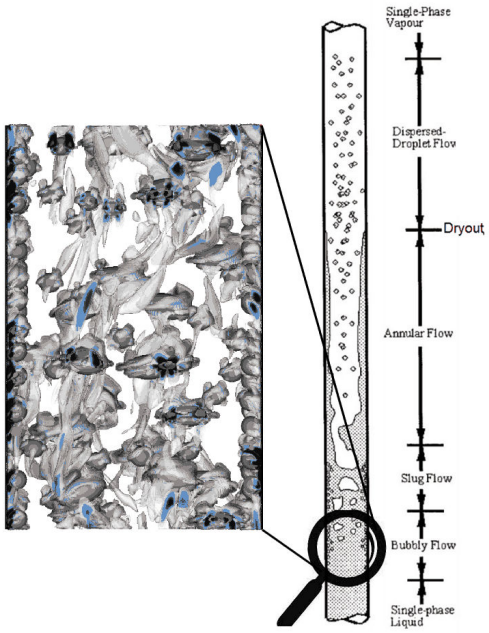


FIGURE 1.2 – Schéma des régimes d'écoulements diphasiques. Zoom sur les écoulements à bulles.

La caractérisation et la modélisation de l'ensemble des régimes diphasiques sont importantes. Dans cette thèse, on se concentre sur le régime d'écoulement à bulles uniquement. C'est donc la phase qui suit immédiatement l'ébullition nucléée qui nous intéresse. En effet, en fonction de la dynamique des bulles à leur création, le devenir du système peut varier. Par exemple, si les bulles restent collées à la paroi, elles réduisent considérablement les transferts de chaleur en formant des tâches sèches sur la paroi (la capacité calorifique du liquide étant plus importante que celle de la vapeur). Il s'en suit une augmentation locale de la température qui peut accroître l'asséchement de la paroi jusqu'à la fusion de celle-ci. Au contraire, si les bulles se détachent de la paroi et sont transportées au cœur de l'écoulement après leur création, elles ont plutôt tendance à augmenter le brassage dans la phase liquide et donc à augmenter les transferts de chaleur. On comprend donc ici que les phénomènes thermiques importants du point de vue industriel sont couplés aux effets dynamiques qui agissent sur les bulles. En effet, la migration des bulles dans la direction latérale de l'écoulement est un phénomène mêlant l'action des forces interfaciales, de la turbulence et des effets thermiques. Afin de mieux comprendre ces phénomènes et de les prédire, cette thèse fait un premier pas vers une compréhension plus complète en proposant une étude purement dynamique des écoulements à bulles.

1.2.2 Introduction à la dynamique des canaux à bulles

Nous avons vu dans la section précédente que la problématique de cette thèse est la dynamique des écoulements à bulles. Le sujet d'étude le plus adapté à nos besoins est le canal à bulles, c'est-à-dire l'étude d'une population de bulles plongée dans un écoulement entre deux parois infinies. Ce cas académique a l'avantage de s'approcher relativement près des conditions industrielles d'écoulement en conduite. Il permet d'étudier les effets collectifs de bulles et l'impact des parois sur leur répartition spatiale. De nombreux auteurs ont déjà étudié les écoulements à bulles en canaux via simulations numériques directes [Bois, 2017; Dabiri *et al.*, 2017; Ilic, 2006; Lu & Tryggvason, 2008; Santarelli *et al.*, 2016] ou via mesures expérimentales [Colin *et al.*, 2012]. Par rapport au canal plan monophasique, l'ajout de bulles dans le système le rend complexe. En effet, l'action des bulles ne se réduit pas à un impact unilatéral du liquide sur les bulles (*one-way coupling*) comme c'est le cas par exemple pour certaines particules solides. Les bulles agissent sur le liquide qui rétroagit sur la dynamique des bulles ; on parle alors de "*two-way coupling*". En ajoutant les mécanismes de coalescence et de fragmentation, certains auteurs parlent de "*three-way coupling*", mais ces mécanismes ne seront pas étudiés ici. Dans le contexte du "*two-way coupling*", estimer la dynamique des bulles nécessite de connaître la dynamique de l'écoulement liquide (dont la complexité est principalement liée à la turbulence). La dynamique d'un tel écoulement est donc riche de complexité. Elle est typique de la dynamique d'un système complexe où chaque paramètre peut influencer toutes les propriétés de l'écoulement, avec des phénomènes d'action, de rétroaction et d'équilibrage. Dans cette section sont présentés succinctement quelques caractéristiques de la dynamique de ces écoulements que la thèse a pour but d'éclaircir.

Classement des écoulements en canaux

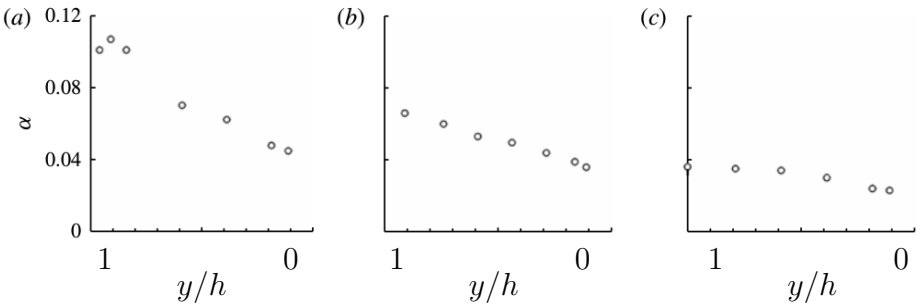


FIGURE 1.3 – Résultats expérimentaux obtenus en vol $0g$ par Colin *et al.* [2012]. Profils de taux de vide à différents nombres de Reynolds (a) $Re = 12000$, (b) $Re = 33040$, (c) $Re = 41120$. La paroi est à droite, le cœur du canal est à gauche.

Il existe plusieurs types de configurations pour les écoulements en canaux :

1. écoulements en canaux ascendants : le gradient de pression moteur de l'écoulement pousse dans le sens inverse de la gravité.
2. écoulements en canaux descendants : le gradient de pression moteur de l'écoulement pousse dans le sens de la gravité.

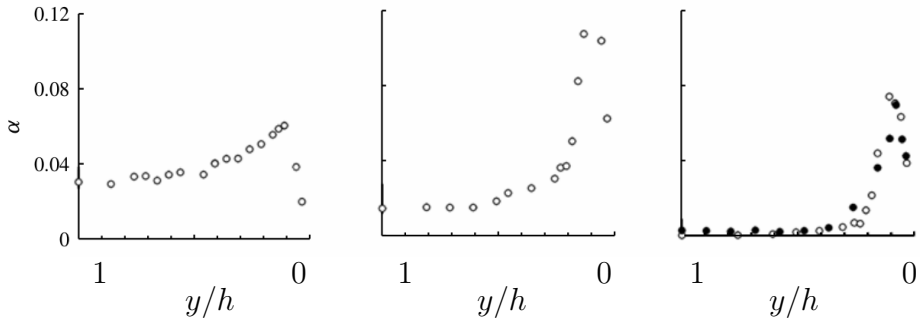


FIGURE 1.4 – Résultats expérimentaux obtenus par Colin *et al.* [2012] pour g=-9.81. Profils de taux de vide à différents nombres de Reynolds (a) $Re = 11700$, (b) $Re = 32640$, (c) $Re = 40920$. La paroi est à droite, le cœur du canal est à gauche.

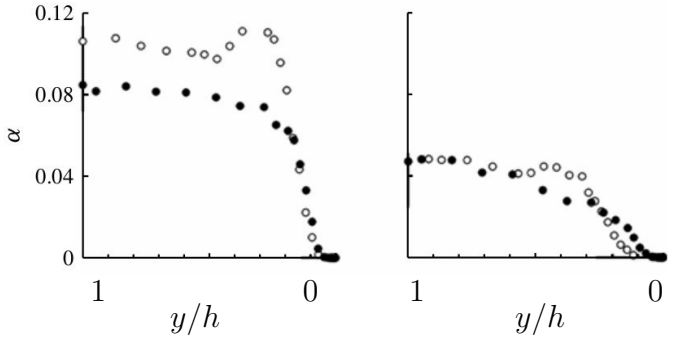


FIGURE 1.5 – Résultats expérimentaux obtenus par Colin *et al.* [2012] pour g=+9.81. Profils de taux de vide à différents nombres de Reynolds. (a) $Re = 32920$, (b) $Re = 40960$. La paroi est à droite, le cœur du canal est à gauche.

3. écoulements en canaux sans gravité (expérience numérique ou expérience en apesanteur).

Le comportement des bulles, et en particulier leur distribution spatiale, change en fonction du type d'écoulement dans lequel elles se trouvent. Les taux expérimentaux de présence de bulles de Colin *et al.* [2012] obtenus en vol $0g$ sont présentés sur la figure 1.3. Sur cette figure, les profils de taux de vide sont relativement uniformes, c'est-à-dire que les bulles n'ont pas spécialement tendance à migrer vers une zones préférentielle du canal (proche paroi ou cœur). Colin *et al.* [2012] expliquent les inhomogénéités de distribution par la gravité résiduelle de l'expérience. Ils observent que la présence de bulles en absence de gravité a un effet notable sur la structure des couches limites et sur la turbulence. Les migrations préférentielles des bulles sont donc un effet résultant de la vitesse relative entre les phases (due à la flottabilité en présence de gravité). Colin *et al.* [2012] réalisent la même expérience en condition normale de gravité pour un écoulement ascendant ($g = -9.81$) et descendant ($g = 9.81$). Les résultats pour l'écoulement ascendant sur la figure 1.4 sont en accord avec les observations réalisées en DNS par Bois [2017]; Dabiri *et al.* [2017]; Lu & Tryggvason [2008]. La vitesse relative (qui se manifeste par la présence d'un sillage à l'arrière des bulles) a pour conséquence de créer une force de portance lorsque les bulles se déplacent dans un écoulement cisaillé. Ainsi, la répartition des bulles n'est plus homogène car elles sont poussées contre la paroi (voir le taux de vide sur la figure 1.4). Pour un écoulement descendant, le phénomène est inversé et les bulles sont poussées vers le cœur du canal (voir le

profil de taux de vide sur la figure 1.5). Dans cette thèse, seuls les écoulements de type ascendants seront étudiés.

Choix des grandeurs caractéristiques pour les écoulements diphasiques

En mécanique des fluides monophasiques, un écoulement en canal est parfaitement décrit par son nombre de Reynolds que l'on peut définir à partir de quantités pariétales (Re_τ) ou des quantités moyennes de l'écoulement (Re_c).

$$Re_\tau = \frac{hu_\tau}{\nu_l} \tag{1.1}$$

$$Re_c = \frac{D_h u_d}{\nu_l} \tag{1.2}$$

où h est la demi-hauteur caractéristique du canal, $D_h = 4h$ est le diamètre hydraulique. $u_\tau = \sqrt{\mu_l/\rho_l \left(\partial \overline{U}/\partial y\right)|_{y=0}}$ est la vitesse pariétale et u_d la vitesse débitante. En monophasique, une valeur de Re_τ correspond à une valeur de Re_c et ces deux nombres sont redondants. La présence de bulles décorrèle ces deux nombres de Reynolds. En effet, en fonction de leurs positions dans l'écoulement et de leurs vitesses, on peut obtenir plusieurs valeurs de Re_c pour un même Re_τ. Par exemple, des bulles en proche paroi augmentent le cisaillement à la paroi en emportant du fluide dans leurs sillages et font augmenter Re_τ. Le même écoulement avec des bulles au cœur du canal aura un Re_τ bien plus faible. Ainsi, il apparaît que, dans les écoulements à bulles, le critère Re_τ n'est pas un bon critère pour fixer le débit. En plus de décorréler Re_c et Re_τ, l'apparition de nouvelles longueurs et vitesses caractéristiques permettent la définition d'un nouveau nombre de Reynolds lié aux bulles :

$$Re_b = \frac{d_b u_r}{\nu_l} \tag{1.3}$$

où u_r est la vitesse relative des bulles par rapport à la phase liquide et d_b le diamètre des bulles. L'apparition de ces nouvelles grandeurs caractéristiques complique la compréhension et *a fortiori* la modélisation des phénomènes physiques. Par exemple, on peut se demander quelles sont les vitesses et les distances caractéristiques de la turbulence dans de telles conditions. La turbulence est-elle caractérisée par les grandeurs attachées aux bulles ou celles attachées au canal ? Ces questions centrales seront largement discutées dans cette thèse. Le choix des nombres sans dimension caractéristiques des phénomènes n'est pas évident et les choix judicieux varient souvent en fonction des applications. Il n'est pas rare de voir apparaître des nombres sans dimension mixtes. Ainsi, Alméras *et al.* [2019] font intervenir la "bubblance" : ratio entre les fluctuations engendrées par les bulles proportionnelles à $\alpha_v u_r^2$ et les fluctuations engendrées par la turbulence de cisaillement classique ${u_0}^2$:

$$b = \frac{\alpha_v u_r^2}{{u_0}^2} \tag{1.4}$$

Colin *et al.* [2012] proposent un nombre sans dimension construit à l'image d'un nombre de Froude pour caractériser la turbulence diphasique :

$$Fr^* = \frac{\rho_l g \alpha_v d_b}{4\tau_c} \tag{1.5}$$

où τ_c est le cisaillement. Fr^* représente le ratio entre l'impact de la flottabilité (donc des bulles) sur le cisaillement provoqué par les parois. Avec de tels nombres, on peut reconstruire des comportements connus. Par exemple, dans le cas d'un canal où les bulles ont migré vers le centre [Lu & Tryggvason, 2008], la turbulence en proche paroi est principalement monophasique ($Fr^* \ll 1$ car $\alpha_v \approx 0$). Au cœur, là où le cisaillement provoqué par la paroi a disparu et où le taux de vide est important, la turbulence est avant tout créée par les bulles ($Fr^* \gg 1$). On s'approche alors d'un écoulement en essaim. On remarque cependant qu'il est difficile de dégager un nombre sans dimension principal qui piloterait majoritairement l'écoulement. Un éclaircissement des phénomènes physiques est nécessaire.

Ecoulement à bulles concentrées à la paroi / au cœur

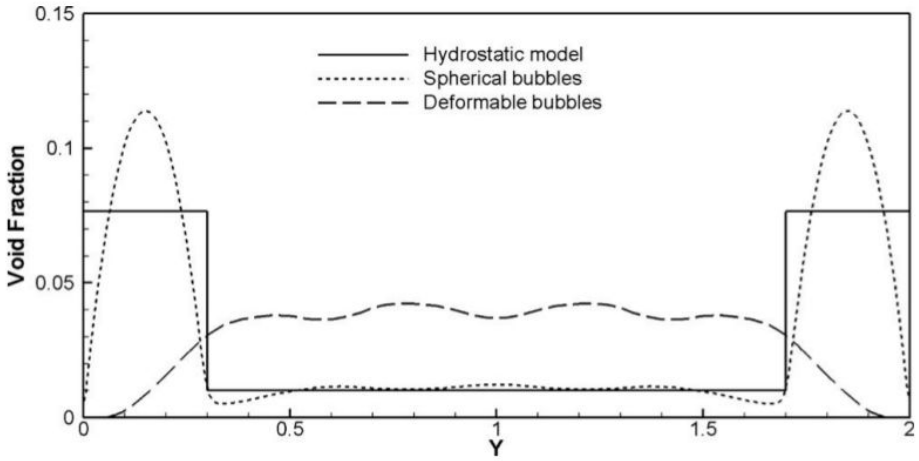


FIGURE 1.6 – Profils de taux de vide moyen le long d'un canal à l'équilibre statistique pour des bulles quasi-sphériques et déformables obtenus par Lu & Tryggvason [2008].

L'adimensionnement des équations de Navier-Stokes diphasiques fait apparaître un nombre sans dimension lié à la tension de surface. Il peut s'agir par exemple du nombre de Weber qui caractérise l'importance relative des effets de tension de surface par rapport aux effets inertiels :

$$We = \frac{\rho_l u_r^2 d_b}{\sigma} \tag{1.6}$$

où σ est la tension de surface. On peut également utiliser le nombre d'Eötvös, qui ne dépend pas de l'écoulement mais seulement des propriétés du fluide, et qui caractérise le rapport d'importance entre tension de surface et effets gravitationnels :

$$Eo = \frac{(\rho_l - \rho_v)\, g d_b^2}{\sigma} \tag{1.7}$$

L'effet de ces deux nombres ne se cantonne pas à la simple déformation des bulles. En faisant varier uniquement ces nombres, Lu & Tryggvason [2008] obtiennent par exemple des profils de taux de vide antagonistes (voir figure 1.6). Pour les écoulements ascendants, on parlera des sous catégories suivantes :

1. écoulement à bulles concentrées à la paroi (*wall peaking*).

2. écoulement à bulles concentrées au cœur (*core peaking*).
3. écoulement à bulles concentrées dans une zone intermédiaire (*intermediate peaking*).

En effet, la déformation des bulles agit sur les forces latérales qui pilotent le taux de présence des bulles dans les différentes zones de l'écoulement. Par réaction du système complexe, la déformation influe finalement sur toutes les grandeurs de l'écoulement (débit, vitesse relative, niveau de turbulence). La compréhension de ces phénomènes est donc indispensable.

Pour comprendre et modéliser ces phénomènes, nous proposons une démarche de remontée d'informations de l'échelle locale à l'échelle moyennée. Ces deux échelles sont présentées dans les sections suivantes.

1.3 Echelle locale

Dans la démarche de remontée d'information décrite en introduction de ce chapitre, l'échelle locale est la plus petite échelle de résolution. L'étude de cette échelle est généralement réservée à des travaux académiques car elle nécessite de réaliser des expériences numériques coûteuses (simulations numériques directes). Ces simulations reposent sur la formulation exacte des équations de la thermohydraulique (mécanique des milieux continus) détaillées dans la section 1.3.1. Ces équations peuvent être résolues par différentes méthodes numériques. Les méthodes de résolution utilisées par TrioCFD et TrioIJK sont présentées dans la section 1.3.3.

1.3.1 Equations monofluides locales instantanées

Les équations monofluides locales instantanées sont une manière d'unifier les équations de Navier-Stokes sur plusieurs phases. Ce sont ces équations qui sont résolues dans le cadre de DNS. Pour les obtenir, on utilise les hypothèses suivantes :

1. Hypothèse de milieu continu : le volume de la "particule fluide" contient un grand nombre de particule réelle (i.e. l'échelle de longueur des molécules est plus petite que l'échelle du champ de vitesse). Pour les mêmes raisons, le volume des particules fluides est suffisamment petit pour considérer un équilibre thermodynamique local et des propriétés physiques constantes ;
2. Les phases sont des fluides newtoniens ;
3. L'interface est une surface constituant une discontinuité entre les phases. Elle est donc purement 2D et ne contient pas de masse. La seule énergie qu'elle contient vient de la tension de surface ;
4. Les propriétés physiques (viscosité, masse volumique) sont constantes par phase. Chaque phase est incompressible.

Chaque phase, liquide et vapeur, doit satisfaire les équations de Navier-Stokes obtenues sur un volume monophasique. En notant $k = [l, v]$ l'indice de la phase, l'application des principes de conservation à des volumes quelconques contenant une phase

mène aux équations aux dérivées partielles de conservation de la masse et de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \nabla.(\rho_k \mathbf{U_k}) = 0 \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial \rho_k \mathbf{U_k}}{\partial t} + \nabla.(\rho_k \mathbf{U_k}\mathbf{U_k}) - \rho_k \mathbf{g} - \nabla.(-P_k \mathbf{I} + \tau_\mathbf{k}) = 0 \tag{1.9}$$

où ρ_k, p_k et $\mathbf{U_k}$ sont respectivement la masse volumique, la pression et la vitesse dans la phase k. $\mathbf{g}$ est l'accélération gravitationnelle. $\tau_k = \mu_k \left(\nabla \mathbf{U_k} + \nabla^T \mathbf{U_k}\right)$ est la partie déviatorique du tenseur des contraintes, avec μ_k la viscosité de la phase k. Les mêmes principes de conservation appliqués à des volumes quelconques contenant deux phases mènent à l'écriture des relations de saut aux interfaces. Dans le cas d'un écoulement adiabatique isotherme, on peut écrire :

$$[[\mathbf{U}]]_S = 0 \tag{1.10}$$

$$-\left[[(-P\mathbf{I} + \tau)]\right]_S .\mathbf{n} = \sigma \kappa \mathbf{n} + \nabla_S \sigma \tag{1.11}$$

où S désigne l'interface. σ est la tension de surface, $\kappa = -\nabla.\mathbf{n}$ est la courbure locale et $\mathbf{n}$ est la normale unitaire à l'interface définie comme $\nabla \chi_v = -\mathbf{n}\delta^i$ où δ^i est une impulsion de Dirac à l'interface i. Nos calculs se font à tension de surface constante sur toute l'interface ($\nabla_S \sigma = 0$). Dans la suite, ce terme responsable de l'effet de Marangoni sera négligé. Les conditions de saut sont donc, d'une part la continuité des vitesses à l'interface, et d'autre part le saut de vecteur contrainte égal à la force exercée par la tension de surface.

A partir des relations de saut et des équations bilans, on peut obtenir l'expression des équations de Navier-Stokes dans le formalisme monofluide. Pour cela, il faut multiplier les équations de bilan (1.8) et (1.9) par la fonction de Heaviside 3D χ_k telle que $\chi_k = 1$ si la phase k est présente et 0 sinon. Cette fonction, appelée indicatrice de phase, permet de définir les grandeurs monofluides telles que :

$$\phi = \sum_{k \in [l,v]} \chi_k \phi_k \tag{1.12}$$

Pour le bilan de masse, en multipliant l'équation (1.8) par χ_k, on obtient :

$$\frac{\partial \rho_k \chi_k}{\partial t} + \nabla.(\chi_k \rho_k \mathbf{U_k}) - \rho_k (\frac{\partial \chi_k}{\partial t} + \mathbf{U_k}.\nabla \chi_k) = 0 \tag{1.13}$$

Or $\frac{\partial \chi_k}{\partial t} + \mathbf{U_k}.\nabla \chi_k = 0$ est l'équation d'advection de la fonction χ_k (transport de l'interface par la vitesse locale). En sommant l'équation précédente sur les deux phases, on obtient finalement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.(\rho \mathbf{U}) = 0 \tag{1.14}$$

où ρ et $\mathbf{U}$ sont des variables monofluides.

Pour le bilan de quantité de mouvement, la même manipulation peut être faite. En multipliant l'expression (1.9) par χ_k, on obtient :

$$\frac{\partial \chi_k \rho_k \mathbf{U_k}}{\partial t} + \nabla.(\chi_k \rho_k \mathbf{U_k} \mathbf{U_k}) = -\nabla.(\chi_k P_k \mathbf{I} - \chi_k \tau_\mathbf{k}) + \chi_k \rho_k \mathbf{g} + (P_k \mathbf{I} - \tau_\mathbf{k}) \nabla \chi_k \quad (1.15)$$

En sommant l'équation (1.15) sur les deux phases, on obtient finalement :

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla.(\rho \mathbf{U}\mathbf{U}) = -\nabla.(P\mathbf{I} - \tau) + \rho \mathbf{g} + \sum_{k \in [l,v]} [(P_k \mathbf{I} - \tau_\mathbf{k}) \nabla \chi_k] \quad (1.16)$$

Le gradient de la fonction indicatrice (Heaviside 3D) est une impulsion de Dirac orientée dans la direction de la normale à l'interface ($\nabla \chi_k = \mathbf{n_k} \delta^i$). En utilisant cette expression et les relations de saut du vecteur contrainte et du vecteur vitesse, on obtient l'équation bilan de quantité de mouvement monofluide :

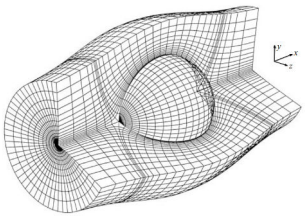
$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla.(\rho \mathbf{U}\mathbf{U}) = -\nabla.(P\mathbf{I} - \tau) + \rho \mathbf{g} + \sigma \kappa \mathbf{n} \delta^i \quad (1.17)$$

1.3.2 Les différentes approches DNS

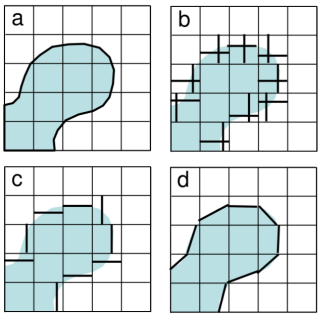
Pour résoudre les équations locales appliquées aux écoulements à bulles, plusieurs méthodes de résolution peuvent être utilisées. Chacune d'elles cherche à décrire précisément chaque phase ainsi que les interfaces des bulles. Numériquement, il existe des méthodes lagrangiennes, eulériennes et mixtes :

1. Méthodes lagrangiennes (à maillage mobile) : elles utilisent un unique maillage eulérien qui se déforme au passage des interfaces pour épouser leurs formes. Le traitement des conditions aux limites sur les interfaces est alors simplifié et précis mais certains phénomènes comme la coalescence et la fragmentation sont difficiles à appréhender du fait des modifications complexes de la structure du maillage (changement de topologie).
2. Méthodes eulériennes (Volume Of Fluid / level-set) : elles utilisent un unique maillage eulerien sur lequel tous les champs sont discrétisés (y compris les variables interfaciales). Les interfaces doivent alors être reconstruites de différentes manières. Dans les méthodes Volume Of Fluid (VoF), cette reconstruction est effectuée à partir du champ de masse volumique. Les méthodes level-set transportent une fonction qui s'annule aux interfaces. L'inconvénient principal de ces méthodes est la précision dans l'évaluation des quantités liées à l'interface (courbure etc.). Contrairement aux méthodes à maillage mobile, elles permettent la coalescence et la fragmentation.
3. Méthodes mixte Euler/Lagrange (Front-Tracking) : elles utilisent un maillage eulérien classique sur lequel sont discrétisées les grandeurs volumiques (vitesse, pression) et un maillage lagrangien surfacique mobile qui représente les interfaces et sur lequel sont discrétisées les grandeurs surfaciques (courbure, tension de surface). Un des inconvénients majeurs de cette méthode est la complexité algorithmique liée à la gestion du front. Le Front-Tracking apparaît cependant comme un bon compromis entre les approches eulériennes et lagrangiennes. Comme les

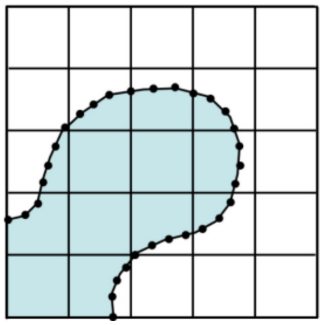
méthodes à maillage mobile, il permet une bonne évaluation des propriétés interfaciales. Comme les méthodes VoF, la coalescence et la fragmentation sont possibles.



(a) Représentation du maillage adaptatif des méthodes à maillage mobile (source :Legendre & Magnaudet [1998]).



(b) Représentation du maillage eulérien des méthodes VoF et des méthodes de reconstruction d'interface (source :Tryggvason *et al.* [2011]).



(c) Représentation du maillage fixe eulérien et du maillage mobile lagrangien des méthodes FT (source :Tryggvason *et al.* [2011]).

FIGURE 1.7 – Illustrations des différentes méthodes de résolution DNS des écoulements diphasiques

Les simulations DNS de cette thèse sont réalisées à partir du solveur TrioIJK développé au CEA qui utilise un algorithme mixte de Front-Tracking et de Volume-of-Fluid.

1.3.3 Solveurs TrioCFD et TrioIJK

TrioCFD est un code de calcul développé par le CEA pour la résolution des écoulements monophasiques et diphasiques. Pour les applications diphasiques, TrioCFD résout les équations monofluides dérivées dans la section 1.3.1 par différences finies avec des algorithmes mixtes de Front-Tracking (FT) et de Volume-of-Fluid (VoF). Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons exclusivement aux écoulements adiabatiques isothermes. Il faut cependant noter que TrioCFD permet la résolution de l'équation de la chaleur, du changement de phase etc.

Dans TrioCFD, Les méthodes numériques sont principalement basées sur la méthode de Front-Tracking qui propose de suivre les interfaces à travers un maillage lagrangien surfacique. Ce maillage lagrangien est la principale différence entre la méthode de FT et les autres méthodes de résolution des écoulements diphasiques (VoF, level set). La principale difficulté de la méthode de FT est la gestion de ce maillage Lagrangien en terme de stabilité. Il nécessite en effet l'action de remaillage et d'algorithme de lissage qui peuvent potentiellement modifier les propriétés des fluides en ajoutant par exemple une tension de surface artificielle. Pour garantir une bonne qualité du maillage lagrangien, une attention particulière doit être portée à ces différents algorithmes. L'algorithme de résolution de TrioCFD est également inspiré des méthodes VoF. En effet, à partir de l'interface, il est possible de fabriquer des variables VoF sur le

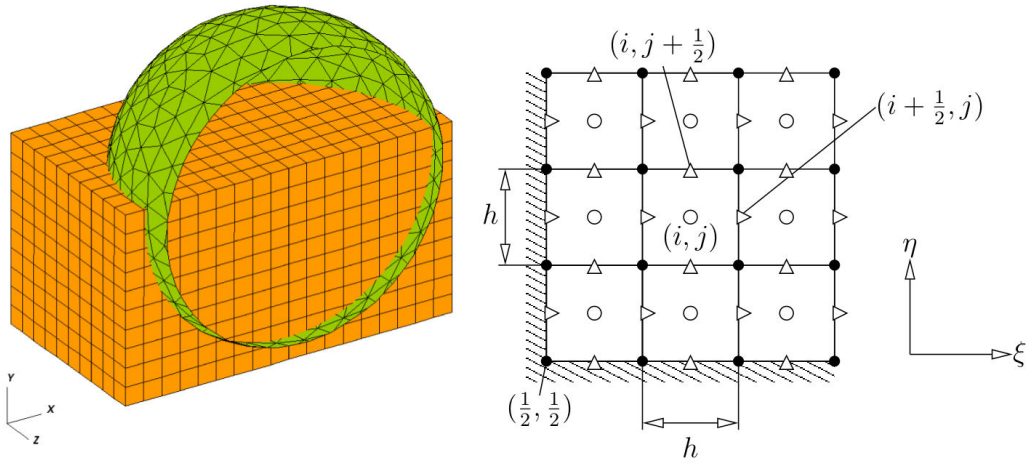


FIGURE 1.8 – Illustration de la méthode mixte FT/VoF de TrioCFD et TrioIJK (maillage lagrangien en vert et maillage eulerien en orange) ; structure décalée du maillage eulerien en 2D [Bois, 2011].

maillage classique eulérien. A partir de ces variables, TrioCFD utilise un algorithme de conservation de masse plus précis. En outre, pour l'étude des phénomènes thermiques, cette approche mixte FT/VoF permet une résolution précise du saut de flux thermique, du taux de changement de phase et de la discontinuité de vitesse induite.

Schéma en temps

Deux schémas en temps sont proposés dans TrioIJK : un schéma en temps de type Euler explicite et un schéma en temps d'ordre 3 de type Runge-Kutta (RK3). Une itération en temps (pour un schéma de type Euler-explicite) contient la succession d'événements suivants :

1. A partir de la solution au pas de temps $n-1$, l'étape de prédiction correction résout les champs de vitesse et de pression au pas de temps n.
2. Les interfaces sont transportées à partir de la vitesse interfaciale (interpolée à partir des vitesses stockées sur le maillage eulérien). Sans changement de phase, la vitesse de transport de l'interface est égale à la vitesse des phases ($\mathbf{U^i} = \mathbf{U_k}$). On a alors une condition de continuité des vitesses à l'interface.
3. Si les marqueurs qui composent le maillage lagrangien doivent être redistribués (par exemple si la distribution des marqueurs sur l'interface n'est pas homogène), alors on applique les algorithmes de remaillage et de lissage.
4. Les variables sont ensuite mises à jour avec la nouvelle position de l'interface (fonction indicatrice, densité, viscosité, normale à l'interface etc.).

Dans le cas du schéma RK3, le même type d'itération a lieu pour chaque sous pas de temps.

Etape de prédiction/correction

Les équations de Navier-Stokes sont résolues par une méthode de projection utilisant un schéma centré d'ordre 4 pour l'évaluation du terme de diffusion et un schéma

QUICK d'ordre 3 pour le terme de convection. La forme non conservative de l'équation d'évolution de la quantité de mouvement est utilisée (le terme source de tension de surface est déjà non conservatif). Ce choix se justifie par l'opportunité qu'il offre de gérer les courants parasites induits par le terme source de tension de surface. Il s'agit finalement d'un compromis entre conservatisme et précision de la prédiction du champ de vitesse proche des interfaces. L'étape de prédiction de l'incrément de vitesse $\delta\mathbf{u}$ s'écrit finalement en fonction de la solution du pas de temps précédent :

$$\delta\mathbf{U} = -\nabla\left(\mathbf{U}^n\mathbf{U}^n\right) + \frac{1}{\rho^n}\nabla.\left[\mu^n\left(\nabla\mathbf{U}^n + \nabla^T\mathbf{U}^n\right)\right] - \frac{1}{\rho^n}\left(\phi\left(\rho_v - \rho_l\right) + \kappa^n\sigma\right)\nabla\chi_v^n \tag{1.18}$$

$$\mathbf{U}^* = \mathbf{U}^n + \Delta t\delta\mathbf{U} \tag{1.19}$$

Ensuite, on résout l'équation elliptique sur la pression (équation de Poisson) de manière à imposer une solution de vitesse qui satisfait $\nabla.\delta\mathbf{U} = 0$. En combinant l'équation de conservation de la masse et celle sur la quantité de mouvement, on obtient :

$$\nabla.\left(\frac{1}{\rho^n}\nabla P^{n+1}\right) = -\frac{1}{\Delta t}\nabla.\mathbf{U}^* \tag{1.20}$$

La résolution de cette equation (solveur de type Jacobi) est habituellement responsable de l'essentiel des coûts de calcul (jusqu'à 80% du temps CPU total). C'est pour améliorer significativement les performances de TrioCFD dans la résolution de l'équation de Poisson que le module TrioIJK a été créé. Dans TrioIJK, la structure des données, ordonnées selon les trois indices (i,j,k), permet de meilleures performances. TrioIJK a aussi des avantages en terme de gestion de la mémoire cache et possède un solveur multigrille efficace qui permet de réduire (jusqu'à 10 fois) le temps de résolution de l'équation de Poisson.

Une fois le champ de pression calculé, on peut corriger la vitesse estimée :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^* - \frac{1}{\rho^n}\nabla P^{n+1}\Delta t \tag{1.21}$$

Discrétisation de la tension de surface et de la gravité

Un avantage important de la méthode numérique de TrioCFD et TrioIJK est sa capacité à supprimer entièrement les courants parasites générés par des effets numériques liés au terme de tension de surface et de gravité. TrioCFD propose une représentation alternative de la force engendrée par la tension de surface. Cette représentation repose sur un équilibre dans la formulation discrétisée entre gradient de pression, tension de surface et gravité [Mathieu, 2003]. On peut décomposer le terme de pesanteur en deux. Une partie peut alors être prise en compte via le terme de pression (i.e. pression hydrostatique) tandis que l'autre partie est une quantité interfaciale pouvant être ajoutée au terme source de tension de surface. Ainsi :

$$-\nabla P + \rho\mathbf{g} - \sigma\kappa\nabla\chi_v = -\nabla\underbrace{\left(P - \rho\mathbf{g}.\mathbf{x}\right)}_{P'}\underbrace{-\sigma\kappa\nabla\chi_v + \mathbf{x}\nabla\left(\rho\mathbf{g}\right)}_{\left(-\sigma\kappa + \Delta\rho\mathbf{g}.\mathbf{x}\right)\nabla\chi_v}$$

En définissant ϕ comme le potentiel de la force de gravitation $\nabla\phi = \mathbf{g}$ et en substituant cet équilibre dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement, on peut obtenir numériquement une solution qui ne produit aucun courant parasite si la quantité $\kappa^\phi = \sigma\kappa - \Delta\rho\phi$, discrétisée sur le maillage lagrangien, est constante. C'est cette quantité qui est ensuite interpolée sur le maillage eulérien pour l'évaluation du terme source de tension de surface. On appelle κ^ϕ le potentiel interfacial. Cependant nous avons rencontré des problèmes pour adapter cette méthode à des calculs périodiques. La plupart des calculs réalisés dans cette thèse ne l'utilise donc pas.

Gestion de l'interface

Dans le cadre du Front Tracking, l'interface est représentée grâce au maillage lagrangien surfacique fait de triangles. Pour préserver un maillage de qualité tout au long des simulations (après advection des marqueurs par le champ de vitesse), différents algorithmes sont utilisés :

1. Le remaillage contrôle la distance qui sépare les sommets des triangles, qui ne doit être ni trop courte ni trop longue. Il permet d'éviter l'apparition de mailles trop déformées ou de taille non adaptée à la résolution du système. En particulier, il est capable de supprimer ou d'ajouter des segments là où il le faut.
2. Le lissage permet de supprimer des aspérités trop importantes à la surface des bulles qui peuvent apparaître à des échelles non résolues. En pratique, on résout une équation de diffusion de la courbure sur l'interface pour rendre la courbure plus homogène. Cette étape peut ajouter artificiellement des effets non physiques dans la résolution. En particulier une augmentation artificielle de la tension de surface.
3. Le barycentrage permet de déplacer les sommets des mailles lagrangiennes au barycentre formé par les centres des mailles voisines. Cet algorithme permet d'obtenir un maillage équilibré.
4. L'advection des marqueurs et les étapes de gestion de l'interface peuvent créer une erreur sur le volume des bulles. L'algorithme de correction de volume déplace les marqueurs dans la direction normale à l'interface de manière homogène sur l'ensemble de la bulle pour corriger le différentiel de volume.

1.4 Echelle moyennée

On ne peut généralement pas réaliser de simulations numériques directes à l'échelle locale pour des écoulements industriels. Une première étape de la remontée d'échelle consiste donc à passer de la vision locale et instantanée des équations de Navier-Stokes à une formulation moyennée (RANS). Résoudre ces équations nécessite un certain effort de modélisation, mais permet d'étudier des écoulements plus complexes, plus turbulents et sur des temps plus longs. Cette section présente d'abord les équations moyennées du modèle bifluide, puis se focalise sur les enjeux de cette formulation en terme de modélisation et de compréhension physique.

1.4.1 Equations de Navier-Stokes moyennées

Soit $\overline{\Phi}$ la moyenne d'ensemble de Φ, on définit la moyenne de phase comme :

$$\overline{\Phi}^k = \frac{\overline{\chi_k \Phi}}{\alpha_k} \tag{1.22}$$

où $\alpha_k = \overline{\chi_k}$ est le taux de présence de la phase k. A partir de cette moyenne, on peut définir des fluctuations :

$$\phi = \Phi - \overline{\Phi}^k \tag{1.23}$$

où $\overline{\phi}^k = 0$. Soit la décomposition de Reynolds pour des corrélations d'ordre 2 :

$$\begin{aligned}
\overline{\Phi\Psi}^k &= \overline{\overline{\Phi}^k\overline{\Psi}^k}^k + \overline{\phi\overline{\Psi}^k}^k + \overline{\psi\overline{\Phi}^k}^k + \overline{\phi\psi}^k \\
&= \overline{\Phi}^k\overline{\Psi}^k + \overline{\phi}^k\overline{\Psi}^k + \overline{\psi}^k\overline{\Phi}^k + \overline{\phi\psi}^k \\
&= \overline{\Phi}^k\overline{\Psi}^k + \overline{\phi\psi}^k
\end{aligned} \tag{1.24}$$

Pour obtenir la formulation classique du modèle bifluide, on moyenne l'équation (1.15) [Ishii & Hibiki, 2006; Morel, 2015] :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{U_k}}^k}{\partial t} + \nabla.(\alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{U_k}}^k \overline{\mathbf{U_k}}^k) = -\nabla.(\alpha_k \overline{P_k}^k \mathbf{I} - \alpha_k \overline{\tau_\mathbf{k}}^k - \alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{u_k}\mathbf{u_k}}^k) \tag{1.25}$$

$$+ \alpha_k \rho_k \mathbf{g} + \underbrace{\overline{(P_k \mathbf{I} - \tau_\mathbf{k})\nabla\chi_k}}_{\mathbf{M_k}} \tag{1.26}$$

$\mathbf{M_k}$ est un terme de transfert de quantité de mouvement entre les phases. Le modèle bifluide néglige ensuite les effets de tension de surface, estimant que son impact est négligeable dans une approche moyennée. Cette approximation est justifiée par le fait que l'intégration du terme source de tension de surface sur une bulle entière donne zero (i.e. hypothèse particulaire). Ainsi, $\mathbf{M_l} + \mathbf{M_v} = \overline{\sigma\kappa\mathbf{n}\delta^i} = 0$ et le principe d'action-réaction entre les deux phases s'applique $\mathbf{M_l} = -\mathbf{M_v}$. Le modèle bifluide ne résout en outre qu'une seule pression $\overline{P_l}^l = \overline{P_v}^v = \overline{P}$ en négligeant le saut de pression engendré par la tension de surface à l'interface. Usuellement, le terme en gradient de pression est décomposé en deux pour qu'une partie soit intégrée au terme de transfert de quantité de mouvement entre les phases. En ajoutant l'équation de conservation de la masse, le système complet bifluide pour un mélange isotherme et sans résolution de l'équation d'énergie s'écrit :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{U_k}}^\mathbf{k}\right) = 0 \tag{1.27}$$

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{U_k}}^k}{\partial t} + \nabla.(\alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{U_k}}^k \overline{\mathbf{U_k}}^k) = -\alpha_k \nabla \overline{P} - \nabla.(\alpha_k \overline{\tau_\mathbf{k}}^k - \alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{u_k}\mathbf{u_k}}^k) \tag{1.28}$$

$$+ \alpha_k \rho_k \mathbf{g} + \underbrace{\mathbf{M_k} - \overline{P}\nabla\alpha_k}_{\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{k}}$$

$$\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{l} = -\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v} \tag{1.29}$$

$$\alpha_v + \alpha_l = 1 \tag{1.30}$$

Le système possède trois inconnues scalaires $\overline{P}$, α_v et α_l pour trois équations scalaires (equations (1.27) sur chaque phase et équation (1.30)) ; quatre inconnues vectorielles $\overline{\mathbf{U_v}}^{\mathbf{v}}$, $\overline{\mathbf{U_l}}^{\mathbf{l}}$, $\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{l}$ et $\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v}$ pour seulement trois équations vectorielles (equations (1.28) sur chaque phase et équation (1.29)), et deux inconnues tensorielles $\overline{\mathbf{u_l u_l}}^l$ et $\overline{\mathbf{u_v u_v}}^l$ sans aucune équation tensorielle.

Pour être résolu, il manque donc au système un modèle de turbulence pour fermer les termes $\overline{\mathbf{u_l u_l}}^l$ et $\overline{\mathbf{u_v u_v}}^l$, ainsi qu'un modèle de transfert de quantité de mouvement interfacial pour fermer $\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v}$.

1.4.2 Enjeu 1 : Rôle de la pression et modèles des forces interfaciales

Ainsi l'hypothèse particulaire permet au modèle bifluide de s'affranchir de sa dépendance à la pression dans la phase vapeur ainsi qu'à tous les effets liés à la tension de surface. Dès lors la pression résolue dans ce type de modèle s'apparente à une pression "non perturbée" par les bulles, c'est-à-dire une pression monophasique dans une situation analogue. On peut cependant s'interroger sur la validité de cette hypothèse particulaire, en particulier en ce qui concerne les forces qui agissent sur la phase gazeuse. Vérifier cette hypothèse et en comprendre les limites est un des enjeux principaux de cette thèse (voir chapitre 2).

Trouver des lois de fermeture adaptées pour le terme de transfert de quantité de mouvement est indispensable, car il dirige la prédiction de la vitesse relative des bulles (et donc de la turbulence), ainsi que la distribution spatiale des bulles (i.e. profil de taux de vide). Pour savoir de quoi est constitué le terme de transfert interfacial de quantité de mouvement $\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{k}$, on utilise classiquement une approche lagrangienne basée sur l'équation de la trajectoire d'une bulle (toujours dans le cadre de l'hypothèse particulaire) :

$$\rho_v \alpha_v \frac{d\mathbf{u_b}}{dt} = \underbrace{\mathbf{M^D} + \mathbf{M^L} + \mathbf{M^{TD}} + \mathbf{M^W} + \mathbf{M^{AM}}}_{\dot{\mathbf{M}}^\mathbf{k}} + \underbrace{\mathbf{M^\Pi} + \mathbf{M^{Tchen}}}_{\mathbf{M^0}} \tag{1.31}$$

avec $\mathbf{u_b}$ la vitesse moyenne des bulles. Ici, $\mathbf{M^0}$ est la résultante des forces déjà inclue dans l'écriture du modèle Euler-Euler [Colombet, 2014]. En effet, le bilan de quantité de mouvement sur la phase vapeur contient déjà un terme de flottabilité $\mathbf{M^\Pi}$, un terme instationnaire $\mathbf{M^{Tchen}}$, ainsi que d'autres termes qui sont habituellement négligés dans l'équation particulaire de la trajectoire (gradient de pression, termes turbulents et visqueux). Dans le chapitre 2, ces hypothèses sont remises en cause. En attendant, les seuls termes qui nécessitent une modélisation sont les résultantes des forces du champ perturbé par la présence des bulles, à savoir la force de traînée $\mathbf{M^D}$, la force de portance $\mathbf{M^L}$, la force de dispersion turbulente $\mathbf{M^{TD}}$, la force de répulsion à la paroi $\mathbf{M^W}$ et la force de masse ajoutée $\mathbf{M^{AM}}$. Ces forces interfaciales ont été abondamment étudiées depuis les 20 dernières années. Des expériences les ont d'abord mises en évidence. Des relations empiriques pour les modéliser ont été proposées. La force de portance [Tomiyama *et al.*, 2002] ou de traînée [Ishii & Zuber, 1979] ont été particulièrement étudiées pour différents types d'écoulements (laminaire, turbulent, transitoire ; pour des bulles sphériques ou déformables etc.). Malgré toutes ces études, certains phénomènes comme

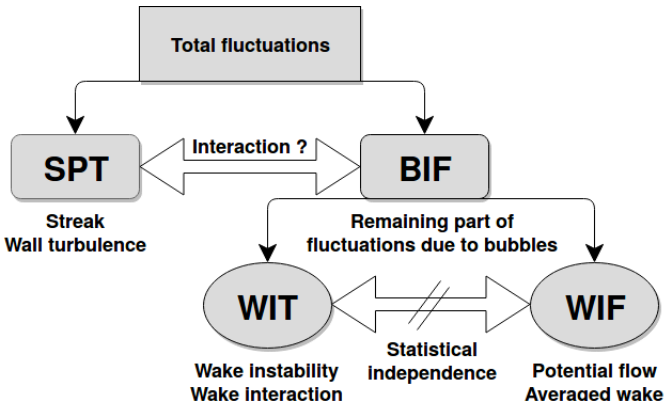


FIGURE 1.9 – Décomposition schématique des fluctuations d'un écoulement diphasique à bulles.

l'inversion de la force de portance sont encore grossièrement modélisés. Pour certaines forces, les fermetures classiques sont discutables. Par exemple, de nombreux débats persistent sur la fermeture adaptée de la force de dispersion turbulente et beaucoup de modèles coexistent [Chahed *et al.*, 2003; Laviéville *et al.*, 2015; Lopez de Bertodano, 1998]. L'abondance de relations de fermeture pour cette force suggère qu'il existe des variables cachées qui jouent un rôle dans la dispersion des bulles et que les fluctuations turbulentes ne sont pas les seules à gouverner la diffusion des bulles. En effet, pour des écoulements purement laminaires, le travail numérique de Smereka [1993] et les développements analytiques de Biesheuvel & Wijngaarden [1984] ont démontré que des bulles sphériques tendaient à créer des alignements horizontaux de bulles à cause de la modification du champ de pression par l'écoulement potentiel autour des bulles. On peut également parler des bulles déformables qui ont naturellement une trajectoire oscillante qui peut être vue comme un effet de dispersion du point de vue moyenné. Ces phénomènes qui ne sont pas associés aux fluctuations turbulentes, peuvent expliquer le manque de confiance dans la prédiction des modèles de dispersion turbulente. On verra en effet dans le chapitre 2 que certaines forces sont habituellement négligées. Un enjeu de la thèse est donc d'étudier ces forces pour compléter les modèles de dispersion turbulente.

1.4.3 Enjeu 2 : Modèle de turbulence

La formulation moyennée des équations de Navier-Stokes fait également apparaître un terme impliquant des tensions de Reynolds. Que ce soit en monophasique ou en diphasique, ce terme nécessite une grande attention dans sa modélisation. C'est un des enjeux majeurs de cette thèse. Les chapitres 3, 4 et 5 y sont largement consacrés. Sans entrer dans les détails, il est nécessaire d'introduire dès maintenant quelques notions clefs de la turbulence de bulles qui sont résumées sur le schéma 1.9.

Contrairement aux écoulements monophasiques, les fluctuations du champ de vitesse présentent dans un écoulement à bulles sont de différentes natures. Elles sont divisées en Bubble-Induced Fluctuations (BIF) et Single-Phase Turbulence (SPT). En suivant ce principe, les tensions de Reynolds peuvent être décomposées :

$$R_{ij} = R_{ij}^{SPT} + R_{ij}^{BIF}. \tag{1.32}$$

Le SPT vient du cisaillement moyen alors que le BIF représente la contribution aux fluctuations de vitesse apportée par les bulles [Lance & Bataille, 1991]. Il ne faut pas accorder trop de crédit aux acronymes utilisés (SPT et BIF) et bien comprendre les phénomènes qu'ils recouvrent car on trouve différents acronymes dans la littérature et aucun n'est vraiment idéal (y compris ceux utilisés dans cette thèse). A la place de SPT, on rencontre souvent SIT (*Shear-Induced Turbulence*). Cet acronyme est incorrect car la turbulence de bulles (BIF) est également générée par la présence d'un cisaillement local (et non moyen car les bulles se déplacent dans l'écoulement) autour des bulles. D'un autre côté, l'acronyme SPT utilisé ici n'est pas rigoureusement exact non plus. En effet, des bulles en proche paroi auront par exemple tendance a accentuer le cisaillement moyen à la paroi en emportant le fluide dans leur sillage. La turbulence supplémentaire qui en résulte fait intervenir les mêmes mécanismes de production que dans un écoulement monophasique et devra être prise en compte dans le SPT, alors que le cisaillement à son origine est issu des bulles. Même dans un écoulement en essaim de bulles sans paroi, on peut imaginer des configurations dans lesquelles le SPT pourrait apparaître. Si le taux de vide n'est pas homogène par exemple, il pourrait en résulter un cisaillement moyen de l'écoulement générant du SPT.

Aujourd'hui, cette décomposition de la turbulence en SPT et BIF est contestée car elle néglige les interactions entre les deux contributions qui ont été observées par exemple à travers le phénomène de réduction de la turbulence [Alméras *et al.*, 2017; Cisse *et al.*, 2015; Colin *et al.*, 2012; Mazzitelli *et al.*, 2003]. Concernant le BIF, Risso *et al.* [2008] ont proposé une décomposition en une partie turbulente et une partie non-turbulente. Il peut être déconcertant d'entendre parler de partie non-turbulente des tensions de Reynolds mais le lecteur devrait dès à présent se familiariser avec cette notion qui est utilisée tout au long de cette thèse. Dans ce travail, nous avons nommé cette partie non turbulente Wake-Induced Fluctuations (WIF). Physiquement, ces fluctuations sont reliées aux structures cohérentes autour des bulles comme le sillage moyen ou l'écoulement potentiel. Elles ne possèdent pas le caractère chaotique qui mène à des phénomènes de dissipation et de cascade d'énergie. Pour les qualifier, on parlera également de fluctuations spatiales. Ces notions sont décrites en détail dans le chapitre 3.

La partie turbulente du BIF est nommée Wake-Induced Turbulence (WIT). Ces fluctuations sont reliées aux instabilités des sillages (allée de Von Kármán par exemple) et aux interactions des sillages entre eux. Ainsi, en terme de tensions de Reynolds, on peut écrire :

$$R_{ij}^{BIF} = R_{ij}^{WIT} + R_{ij}^{WIF}. \tag{1.33}$$

Différentes études ont montré que le WIF et le WIT sont statistiquement indépendants, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'interactions entre eux [Amoura *et al.*, 2017; Riboux *et al.*, 2013, 2010; Risso, 2016, 2018]. Ces travaux ont apporté beaucoup de clarté sur la phénoménologie de la turbulence de bulles, mais des études complémentaires sont nécessaires pour proposer des modèles de turbulence à la hauteur de cette compréhension. En effet, la manière classique de modéliser la turbulence dans les écoulements diphasiques s'appuie seulement sur la séparation de la turbulence en SPT et BIF. Dans le but

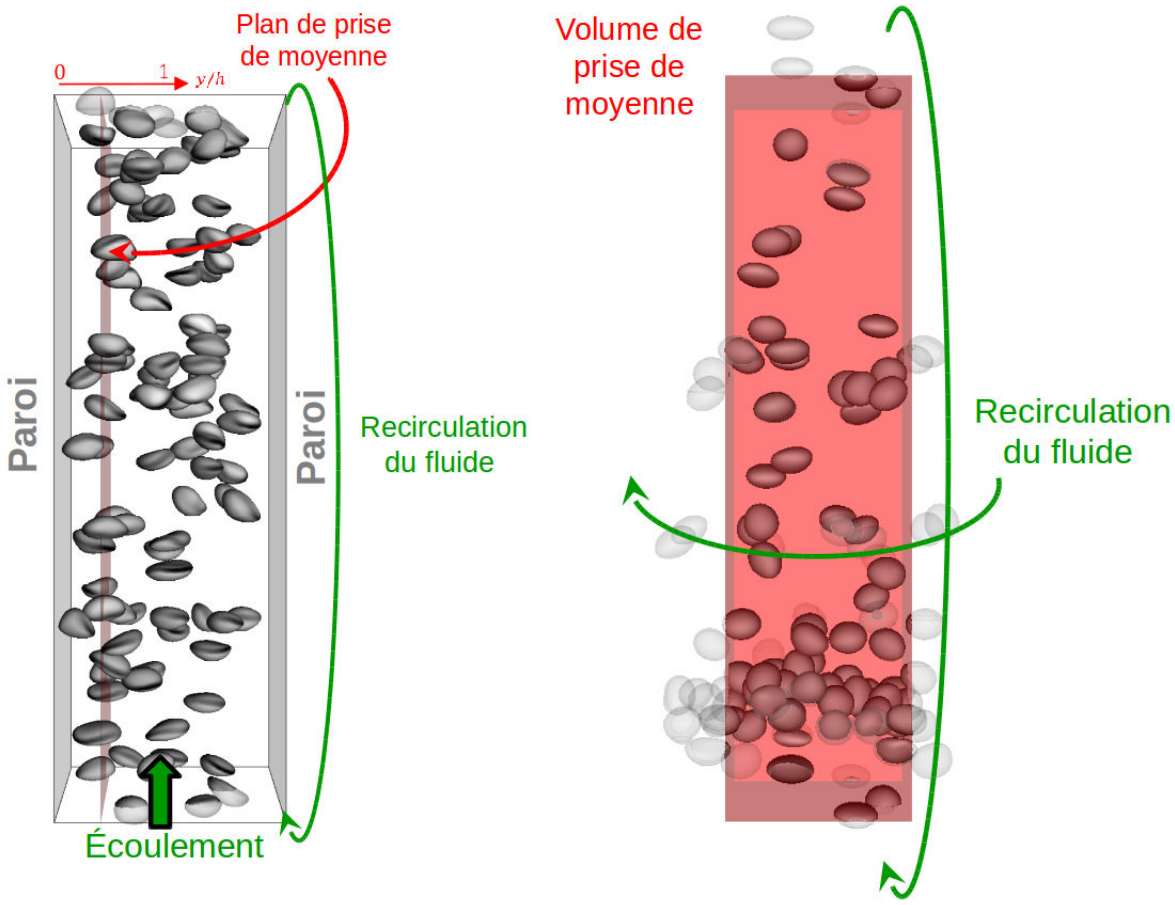
d'adapter les modèles monophasiques existants aux écoulements diphasiques, beaucoup d'auteurs ont implicitement considéré que le WIF et le WIT pouvaient être modélisés ensemble [Colombo & Fairweather, 2015; Hosokawa & Tomiyama, 2013; Vaidheeswaran & Hibiki, 2017]. Même s'il y a des attentes pour créer des modèles de turbulence en utilisant la connaissance physique de la turbulence de bulle, les modèles sont toujours basés sur une vision simplifiée des écoulements diphasiques (à l'exception du travail de Chahed *et al.* [2003] qui propose de séparer les tensions de Reynolds en une partie dissipative et une partie non-dissipative). Une raison pour laquelle ces modèles sont encore inexistants est qu'il est bien difficile de séparer le WIF et le WIT. Les seuls moyens connus sont l'étude d'un écoulement dans lequel le WIT n'apparaît pas (par exemple, Bouche *et al.* [2012] et Bouche *et al.* [2014] ont réussi à étudier le WIF seul dans une cellule de Hele-Shaw en empêchant l'émergence de WIT par un confinement fort) ou par des calculs ou expériences dans le référentiel attaché aux bulles (voir Riboux *et al.* [2013] et Amoura *et al.* [2017] pour plus de détails). Dans les chapitres 3, 4 et 5, ces principes sont utilisés pour proposer un nouveau modèle de turbulence diphasique.

1.5 La DNS au service de la remontée d'échelle

Dans la démarche de remontée d'échelle, la DNS est le premier maillon. Pour des écoulements isothermes, nous avons listé dans la section 1.4 les besoins des codes de calculs moyennés : l'étude des forces interfaciales, de la turbulence et de l'impact de la pression dans la phase vapeur (i.e. impact de la tension de surface). Pour traiter chacun de ces sujets, nous proposons les prémices d'une base de données DNS apte à renseigner les différents modèles de forces interfaciales, de turbulence, ainsi que les potentiels effets liés à la tension de surface. Cette base de données doit aussi respecter autant que faire se peut la portée industrielle de ce travail. Ces modèles ont pour ambition, à terme, d'être appliqués à des écoulements en conditions réelles (nombre de Reynolds élevé / géométrie complexe etc.). Le tableau 1.1 répertorie l'ensemble des simulations de canaux à bulles et d'essaims de bulles réalisé durant cette thèse, ainsi que les principaux nombres sans dimension auxquels elles correspondent. 8 simulations de canaux à bulles ont été réalisées. Les cas D127, Ss127, Sb127 et B127 sont présentés et analysés dans le chapitre 5 consacré à la turbulence dans les écoulements en canaux tandis que les cas D180, S180, S180g8 et D180g8 sont présentés dans le chapitre 2 et ont principalement servi à étudier les forces interfaciales. Les configurations numériques des écoulements en canaux et en essaims sont présentées sur les figures 1.10a et 1.10b.

10 simulations d'essaims de bulles ont également été réalisées (cas L et F dans le tableau 1.1). Elles sont décrites dans le chapitre 4 consacré à la turbulence dans les essaims de bulles. Toutes les simulations ont été dimensionnées pour s'approcher au maximum des conditions industrielles, pour isoler certains phénomènes physiques choisis et pour satisfaire les contraintes numériques de résolution liées à la limitation des ressources informatiques.

La coalescence des bulles n'étant pas considérée dans nos simulations, elles ont toutes été réalisées à des taux de vide inférieurs ou égaux à 6%. Au delà, on peut s'attendre à ce que cette hypothèse soit caduque. Différentes tailles de bulles peuvent



(a) Canal plan (b) Essaim

FIGURE 1.10 – Configuration numérique d'un écoulement à bulles en canal plan (a) et en essaim (b). On y voit les conditions aux limites et la manière dont sont recueillies les statistiques en fonction des directions d'homogénéité. Dans le canal, l'écoulement est en partie contrôlé par un terme source représentant le gradient de pression moyen tandis que, dans l'essaim, la circulation du liquide est entièrement libre.

cas	nom	détails	Re_b	Re_τ	Re_c	Eo	α_v
canaux	D127	section 5.2	136	127	7235	4.5	3%
	Ss127	section 5.2	50	127	3058	1.36	3%
	Sb127	section 5.2	263	127	4008	0.45	3%
	B127	section 5.2	50/136	127	3208	4.5/1.36	3%/3%
	SP127	section 5.2	-	127	7700	-	-
	D180	section 2.3	140	180	12100	3.6	3%
	D180g8	section 2.3	600	180	10300	3.6	3%
	S180	section 2.3	90	180	5400	0.45	3%
	S180g8	section 2.3	450	180	6700	0.45	3%
essaims	L100	section 4.3	74	-	-	0.63	6%
	L200	section 4.3	165	-	-	0.63	6%
	L400	section 4.3	365	-	-	0.63	6%
	L600	section 4.3	541	-	-	0.63	6%
	L800	section 4.3	682	-	-	0.63	6%
	F100	section 4.3	118	-	-	0.63	6%
	F200	section 4.3	229	-	-	0.63	6%
	F400	section 4.3	438	-	-	0.63	6%
	F600	section 4.3	630	-	-	0.63	6%
	F800	section 4.3	786	-	-	0.63	6%

TABLEAU 1.1 – Nombres sans dimension principaux pour les différentes simulations. Re_τ, Eo et α_v sont des paramètres d'entrée de la simulation. Re_b et Re_c sont un résultat de la simulation. La nomenclature suit la logique suivante : F pour des simulations à bulles fixes ; L pour des simulations à bulles libres ; SP, D, S et B renvoient respectivement à Single-Phase flow, bulles Déformables, bulles Sphériques, écoulement Bidisperse. Les cas Ss et Sb sont identiques sauf pour la taille de bulle (small et big). Les cas XXXg8 sont identiques aux cas XXX avec une gravité multipliée par 8.

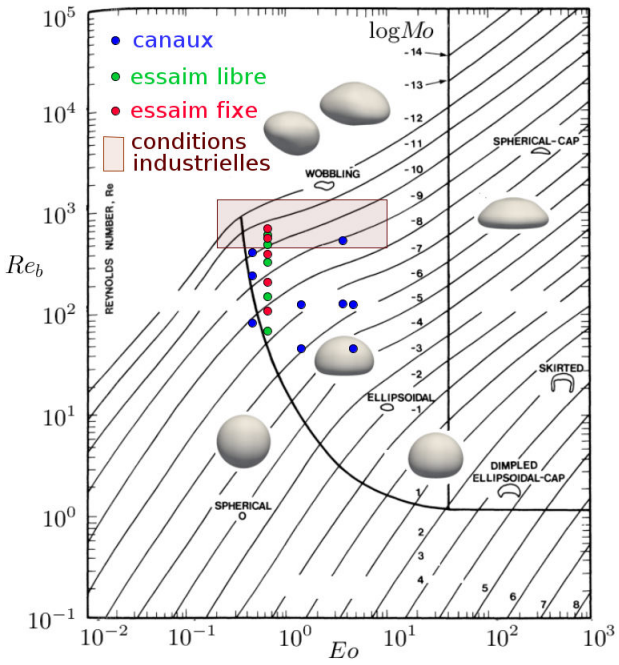


FIGURE 1.11 – Diagramme de Clift, R. ; Grace, J. R. ; Weber [1978]. Les calculs DNS y sont représentés en bleu pour les canaux, en vert pour les essaims de bulles libres et en rouge pour les essaims de bulles fixes. Les conditions industrielles sont estimées pour un écoulement eau/vapeur à 155 bar à température de saturation. La plupart des calculs est réalisée pour des bulles quasi-sphériques ou ellipsoïdales.

émerger dans des écoulements industriels (donc différents niveaux de déformation). Par exemple, pour un écoulement eau/vapeur à 155 bar à température de saturation (conditions d'un réacteur à eau pressurisée REP), on estime que le nombre d'Eötvös peut couvrir une large gamme de déformation, allant de bulles quasi-sphériques ($Eo = 0.1$ pour des bulles de $0.3mm$ créées au niveau des parois) à des bulles relativement déformables ($Eo = 4$ pour des bulles de $2mm$ résultant d'une augmentation du taux de vide et de phénomènes de coalescence). A noter qu'il n'existe pas de données précises sur la distribution réelle de taille de bulles dans de telles conditions. Il s'agit ici d'une estimation des conditions industrielles qui doit être prise avec souplesse. Quoi qu'il en soit, la base de données DNS reflète cette large gamme de nombre d'Eötvös (voir figure 1.11) en proposant des simulations de bulles quasi-sphériques et elliptiques. La déformation des bulles a cependant toujours été choisie pour éviter leur fragmentation ($Eo < 4.5$) et les formes plus complexes (bulles de Taylor etc.).

En conditions REP, le nombre de Reynolds de bulle peut également varier largement autour d'une valeur estimée à 800 pour des bulles de $1mm$ avec une vitesse relative de $0.1m/s$. Cette gamme de nombre de Reynolds est aujourd'hui atteignable par la DNS. Les cas du tableau 1.1 représentés sur la figure 1.11 ont des nombres de Reynolds de bulles allant de 50 à 782. Même si la valeur de 800 n'est qu'une estimation grossière, elle est de bonne augure pour l'utilisation future de la DNS dans des conditions REP.

Enfin, les nombres de Reynolds de canaux (représentatifs du débit de la phase liquide) restent relativement modestes ($\approx 10^4$) en comparaison des débits en jeu dans un REP en conditions nominales ($\approx 5.10^5$). Il faut cependant noter que l'étude des

écoulements diphasiques concerne les scénarios accidentels pour lesquels le débit est souvent grandement diminué (perte de pompe etc.). On peut estimer que la gamme basse des nombres de Reynolds de canaux présents en condition industrielle ($\approx 2.10^4$) est atteignable via la DNS. Les autres configurations restent à ce jour inatteignables à cause des limitations en terme de ressources informatiques. Malgré tout, les conditions simulées correspondent clairement à des régimes turbulents. Pour des écoulements monophasiques, plusieurs études de canaux à des nombres de Reynolds identiques ont déjà permis de comprendre et de modéliser des phénomènes turbulents.

1.5.1 Etude des forces par la DNS

Notre compréhension des écoulements diphasiques est limitée par notre capacité à décrire les phénomènes locaux comme la structure des sillages des bulles. La DNS, utilisée comme une expérience numérique, apparaît alors comme un outil puissant susceptible d'apporter des éclaircissements sur ces phénomènes. Le processus de remontée d'échelle [Bois, 2017] permet alors l'étude des écoulements diphasiques pour une amélioration des modèles de forces interfaciales et de turbulence. Ce processus dépend de la capacité à relier les équations exactes de Navier-Stokes résolues par la DNS à certaines notions comme la dispersion turbulente ou la force de portance qui viennent d'une vision moyennée et de l'hypothèse particulaire (assimilation des bulles à des particules ponctuelles). Séparer les forces interfaciales, comme il est classiquement fait dans l'approche particulaire (en portance, traînée, masse-ajoutée etc.), n'est pas évident en partant des équations locales instantanées pour lesquelles seule la force interfaciale totale est définie comme l'intégrale de la contrainte sur l'interface. Même si la force de traînée et la force de portance peuvent être séparées en projetant cette intégrale dans la direction axiale et transverse de l'écoulement, on ne peut pas obtenir de définition permettant de séparer des forces qui agissent dans la même direction, comme c'est le cas pour la force de portance et la force de dispersion turbulente, ou pour la force de traînée et la force de masse ajoutée.

Historiquement, ces forces ont été mises en évidence sur des cas simplifiés. Par exemple la force de portance peut être étudiée car elle apparaît seule (dans la direction transverse) dans le cas d'une bulle dans un écoulement cisaillé laminaire [Legendre & Magnaudet, 1998; Tomiyama *et al.*, 2002]. D'autres, comme la force de dispersion turbulente, ne peuvent pas être isolées des autres forces sur une expérience dédiée. Elles sont donc étudiées principalement de manière théorique. Enfin, la compilation de l'ensemble des forces mises en évidence donne une équation de trajectoire des bulles (voir par exemple Legendre *et al.* [1998]; Magnaudet & Eames [2002]) qui permet de bonnes prédictions dans de nombreuses études et applications industrielles. Avec la complexité croissante des écoulements étudiés, la communauté scientifique essaye aujourd'hui de caractériser des phénomènes de plus en plus complexes. Dans de telles configurations, il émerge des phénomènes couplés, qui dépendent de la turbulence, de la géométrie et des interactions entre les bulles. C'est dans cet objectif que cette thèse propose une étude des forces interfaciales sur le cas relativement complexe d'un canal à bulles turbulent. Pour caractériser les forces qui agissent sur les bulles dans un tel cas, il faut nous reposer sur des résultats statistiques. Un problème vient alors

cas / cas	D127	Ss127	Sb127	B127	SP127	D180	D180g8	S180	S180g8
D127		1	1	1	1	1	2	2	3
Ss127			1	1	1	3	4	2	3
Sb127				2	1	2	3	1	2
B127					1	2	3	2	3
SP127						2	2	2	2
D180							1	1	2
D180g8								2	1
S180									1
S180g8									

TABLEAU 1.2 – Tableau des effets séparés pour les calculs DNS de type canaux à bulles. Le chiffre inscrit à l'intersection de deux cas correspond au nombre de paramètres d'entrée du calcul qui varient entre les deux simulations. Pour les cas qui ne varient que d'un paramètre, le code couleur décrit ce qui les différencie. Rouge : taille de bulle. Jaune : tension de surface. Vert : population de bulle. Bleu : cisaillement à la paroi. Violet : gravité.

du fait que la valeur moyenne des forces qui s'exercent sur les bulles à l'équilibre statistique est nulle. La résultante totale des forces est donc nulle et il faut être capable de mesurer la résultante de forces distinctes (portance, dispersion etc.) pour pouvoir étudier quelque chose. A cause de cela, une étude statistique est inenvisageable tant que les forces interfaciales ne sont pas définies à partir de quantités locales. Le premier objectif de cette thèse concernant les forces interfaciales est donc de faire le lien entre la vision locale continue et les équations moyennées pour donner de nouvelles définitions aux forces correspondant au sens qu'on leurs donne classiquement dans les approches particulaires.

Une fois ceci éclairci, on s'intéressera à la modélisation des différentes forces. Pour isoler un phénomène physique, le moyen le plus simple est de procéder par effets séparés, c'est-à-dire comparer deux cas qui ne diffèrent entre eux que par un paramètre d'entrée. Par exemple, pour étudier l'impact de la tension de surface, il est naturel de réaliser deux cas identiques où seule la tension de surface varie. Afin d'isoler un maximum de phénomènes physiques, les simulations d'écoulements en canaux (voir figure 1.10a) ont été dimensionnées pour maximiser ce type de comparaisons 2 à 2. Le tableau 1.2 fait l'inventaire de ces comparaisons. Il montre qu'une quinzaine de comparaisons de ce type peuvent être réalisées permettant de mettre en évidence des effets variés allant de l'impact de la taille des bulles à l'effet de la gravité, en passant par l'action de la tension de surface, d'une population de bulle supplémentaire ou du cisaillement à la paroi. Pour l'étude des modèles de forces qui s'appliquent sur les bulles, la base de données permet donc de vérifier la robustesse des modèles dans des conditions physiques très différentes (microgravité, gravité, inertie faible ou importante, bulles déformables ou sphériques, écoulement plus ou moins turbulent etc.). En outre, ces différentes configurations permettent d'obtenir l'ensemble des profils de taux de vide

cas	nom	SPT/BIF	BIF seul	WIF seul	WIT seul	SPT seul
canaux	D127	Chap. 5				
	Ss127	Chap. 5				
	Sb127	Chap. 5				
	B127	Chap. 5				
	SP127					Chap. 5
	D180					
	D180g8					
	S180					
	S180g8					
essaims	L100		Chap. 4	Chap. 4		
	L200		Chap. 4			
	L400		Chap. 4			
	L600		Chap. 4			
	L800		Chap. 4			
	F100		Chap. 4	Chap. 4	Chap. 4	
	F200		Chap. 4	Chap. 4	Chap. 4	
	F400		Chap. 4	Chap. 4	Chap. 4	
	F600		Chap. 4	Chap. 4	Chap. 4	
	F800		Chap. 4	Chap. 4	Chap. 4	

TABLEAU 1.3 – Étude de la turbulence par effets séparés via la simulation numérique directe. Le rouge indique ce que le cas permet d'étudier comme type de turbulence et le chapitre dans lequel cette étude est réalisée.

que l'on observe en conditions industrielles (écoulement à bulles concentrées en paroi, au cœur ou dans une région intermédiaire). Un modèle restant valide sur l'ensemble de la base de données ainsi formée pourra être considéré comme robuste. C'est le cas pour le modèle de force de dispersion laminaire présenté dans le chapitre 2.

1.5.2 Etude de la turbulence par la DNS

Comme rapidement introduit dans la section 1.4.3, l'enjeu de la modélisation de la turbulence est la capacité à décomposer les phénomènes qui la composent à partir de nos expériences (réelles ou numériques). La base de données DNS a donc également pour but de permettre l'étude de chaque partie de la turbulence diphasique.

Sur le schéma 1.9 sont représentés les trois types de fluctuations présentes dans un écoulement à bulles. La base de données doit permettre d'étudier séparément chacune de ces fluctuations. Le tableau 1.3 fait le bilan des cas DNS et de ce qu'ils permettent d'étudier. Un seul calcul de canal monophasique a été réalisé (SP127). Le but de la thèse n'est pas d'améliorer les modèles de SPT qui ont été déjà beaucoup étudiés. Dans les canaux à bulles, tous les types de turbulence se côtoient. La présence de cisaillement aux parois provoque l'émergence de SPT et la présence des bulles induit du BIF. Pris une par une, les DNS de canaux ne permettent donc pas d'isoler le SPT d'un côté et le

BIF de l'autre. En plus des comparaisons "élémentaires" décrites dans le tableau 1.2, on peut cependant construire des systèmes de comparaison plus complexes pour mettre en évidence un effet en particulier. Dans le chapitre 5, les cas D127, Ss127, SP127 et B127 sont utilisés ensemble pour mettre en évidence les interactions entre les fluctuations induites par les bulles (BIF) et celles induites par le cisaillement moyen (SPT). Ce système de comparaison n'étant pas réalisable pour les cas à $Re_\tau = 180$, ceux-ci ne sont pas étudiés dans le cadre de la turbulence mais uniquement pour la problématique des forces interfaciales (chapitre 2).

A cause de leurs trois directions d'homogénéité, les écoulements en essaim de bulles ne sont pas intéressants du point de vue de l'étude des forces interfaciales transverses. C'est pour l'étude de la turbulence que ces calculs ont été faits. En effet, en l'absence de paroi et de cisaillement moyen, les écoulements en essaim n'ont pas de SPT. Ils sont constitués uniquement de BIF. Cependant le BIF est encore constitué de WIF et de WIT, respectivement les parties non-turbulentes et turbulentes des fluctuations induites par les bulles. Pour les étudier séparément, on peut réaliser des DNS à bulles fixes. En se plaçant alors dans le référentiel des bulles, on peut filtrer les fluctuations temporelles et les fluctuations spatiales et ainsi séparer le WIF du WIT (voir chapitre 3 pour plus d'information). Ainsi les calculs à bulles fixes permettent d'étudier séparément le WIF et le WIT. En outre, le cas L100 (bulles libres à $Re_b \approx 100$) permet également d'étudier le WIF seul. En effet, à ce nombre de Reynolds de bulles, les sillages ne sont pas encore instables et le WIT ne se développe pas. Les calculs DNS d'essaims sont utilisés dans le chapitre 4 pour modéliser le WIF et le WIT.

1.6 Eléments de validation des DNS

Cette section est rédigée en anglais. Elle fait partie d'un ensemble de résultats qui ont été publiés dans du Cluzeau *et al.* [2019]. La majeure partie de l'article en question constitue le chapitre 5. C'est pourquoi les calculs utilisés pour produire les résultats de cette section sont présentés dans la section 5.2. J'invite le lecteur à s'y référer avant d'entreprendre la lecture de cette section (bien que ce ne soit pas indispensable pour en comprendre le contenu).

Several elements of validation for the DNS resolution of TrioIJK are provided in this section. Others are presented throughout the manuscript. The validation is carried out by comparing statistical profiles from the DNS to single-phase [Vreman & Kuerten, 2014] and two-phase [Lu & Tryggvason, 2008] flows references of the literature. In order to study statistical profiles, the ensemble averaging has been assimilated to a temporal averaging, particularized to a space and time average by application of the ergodicity hypothesis to the periodic directions of the flow. For a channel (see figure 1.10a), we have :

$$\overline{\phi\,(y)} = \frac{1}{\Delta t_{\text{ave}} L_x L_z} \int_{t-\Delta t_{\text{ave}}/2}^{t+\Delta t_{\text{ave}}/2} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} \phi\,(x, y, z, \tau)\, dx\, dz\, d\tau, \tag{1.34}$$

where L_x and L_z are respectively the length and depth of the channel and Δt_{ave} is the time interval of the average expressed in time unit $t.u. = h/\langle U \rangle$. For a single-phase case at $Re_\tau = 180$, the results of TrioCFD are very close to those of Vreman & Kuerten [2014]. Reynolds stress tensor components are presented to illustrate this

Re_b	cells/d_b	u_r DNS (mm/s)	u_r EXP (mm/s)	error vs EXP	error vs ∞
20	6.4	23.4	27.6	15.2%	11.0%
..	12.8	25.2	..	8.6%	4.2%
..	25.6	25.9	..	6.1%	1.5%
..	∞	26.3	..	4.7%	0%
47	6.4	38.4	44	12.7%	7.0%
..	12.8	40.4	..	8.2%	2.2%
..	25.6	41.1	..	6.5%	0.5%
..	∞	41.3	..	6.1%	0%
81	6.4	49.1	57	13.9%	6.3%
..	12.8	51.5	..	9.6%	1.7%
..	25.6	52.2	..	8.4%	0.4%
..	∞	52.4	..	8.0%	0%
128	6.4	55.9	60	6.8%	2.4%
..	12.8	57.1	..	4.8%	0.3%
..	25.6	57.2	..	4.8%	0.2%
..	∞	57.3	..	4.5%	0%

TABLEAU 1.4 – Mesh convergence tests on isolated bubble for Re_b from 20 to 128 compared to experimental data of Bertakis *et al.* [2010]. ∞ is the exponential extrapolation as proposed by Richardson [1911] for an infinitely refined mesh.

validation in figure 1.13. For two-phase validation, the void fraction and the Reynolds stress tensor components are compared with the reference from Lu & Tryggvason [2008] in figure 1.14. The results are in good agreement and the differences can probably be explained mainly by the time interval used for averages. Lu & Tryggvason [2008] have averaged over a time interval of $\Delta t_{\text{ave}} = 150$ t.u. for the spherical case and $\Delta t_{\text{ave}} = 120$ t.u. for the deformable one. The results presented here have been averaged over a time interval of 140 t.u for the spherical case and 300 t.u for the deformable case. Indeed, our statistics are sufficiently converged to present higher-order statistics such as those of the Reynolds tensor transport equation (see §5.4). However, this explanation does not clarify the presence of the second peak in figure 1.14c. As in Lu & Tryggvason [2008], in the deformable case, some break-up have been artificially removed. In the averaging time interval, only one break-up occurs for the deformable case and none for spherical cases. The bidisperse case does not exhibit any break-up because of the slight decrease in turbulence. Thus, it can be concluded that the small amount of break-up does not disturb the statistics.

Initially, the mesh resolution has been chosen in order to be compatible with the assessment of the Kolmogorov lengthscale. For the SPT, the criterion $y^+ \lesssim \mathcal{O}(1)$ is used. For the BIF, an assessment of the Kolmogorov lengthscale is given by Risso [2018] : $\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ where ϵ is approximated by the work of buoyancy forces estimated by $\epsilon = \alpha_v g \langle u_r \rangle$. Considering the relative homogeneity of bubble repartition in the domain, a uniform mesh is preferred (figure 1.12). Confidence in this resolution has also been

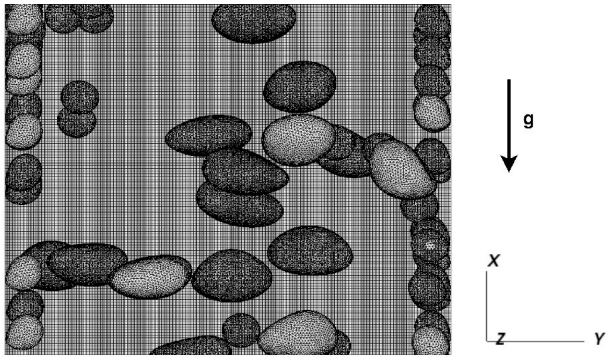


FIGURE 1.12 – Illustration of part of the computational domain with Eulerian and Lagrangian meshes for case B127.

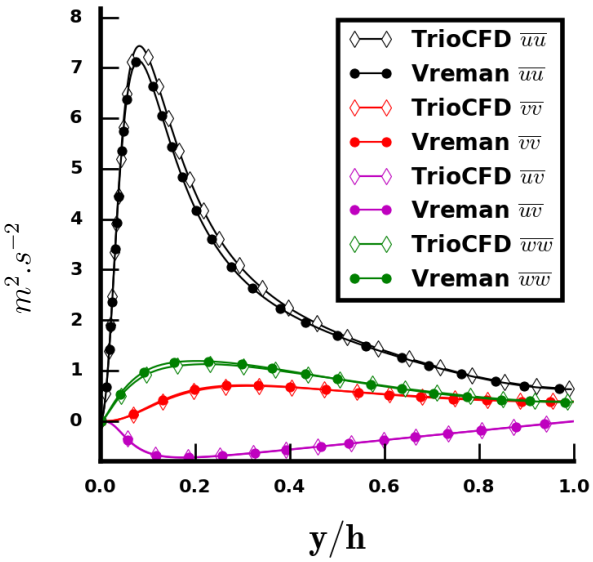


FIGURE 1.13 – Single-phase validation : comparison between TrioCFD results and Vreman database [Vreman & Kuerten, 2014] for single-phase channel flow at $Re_\tau = 180$.

strengthened by additional mesh convergence study on an isolated bubble in a periodic box of $20d_b \times 5d_b \times 5d_b$. Because the wake undergoes transition to turbulence, the resolution of the domain has to increase with the bubble Reynolds number ($Re_b = d_b\langle u_r \rangle / \nu_l$ where $\langle u_r \rangle$ is the relative velocity between bubbles and liquid). The mesh convergence study has been performed comparing DNS of isolated bubbles with the experimental results obtained by Bertakis *et al.* [2010] at different bubble Reynolds numbers. The results are presented in table 1.4. A strong convergence criterion based on the accurate prediction of the terminal velocity is chosen. Indeed, the terminal velocity is more difficult to capture than the Reynolds stresses or other second-order quantities. Table 1.4 shows that for bubble Reynolds numbers from 20 to 128, an error including numerical convergence and experimental uncertainty below 10% is reached for a resolution of 25 cells per diameter and it weakly depends on further mesh refinement. Further refinement is not necessary because DNS values converge towards slightly different values than experiments (∞ is the exponential extrapolation as proposed by Richardson [1911] for an infinitely refined mesh). It may be due to containment effects in our calculations or to interface contamination by surfactant in the experiment [Alves *et al.*, 2005]. This mesh convergence study is performed for $Re_b < 130$. It gives confidence in the following results concerning cases which are included in this range of bubble Reynolds numbers.

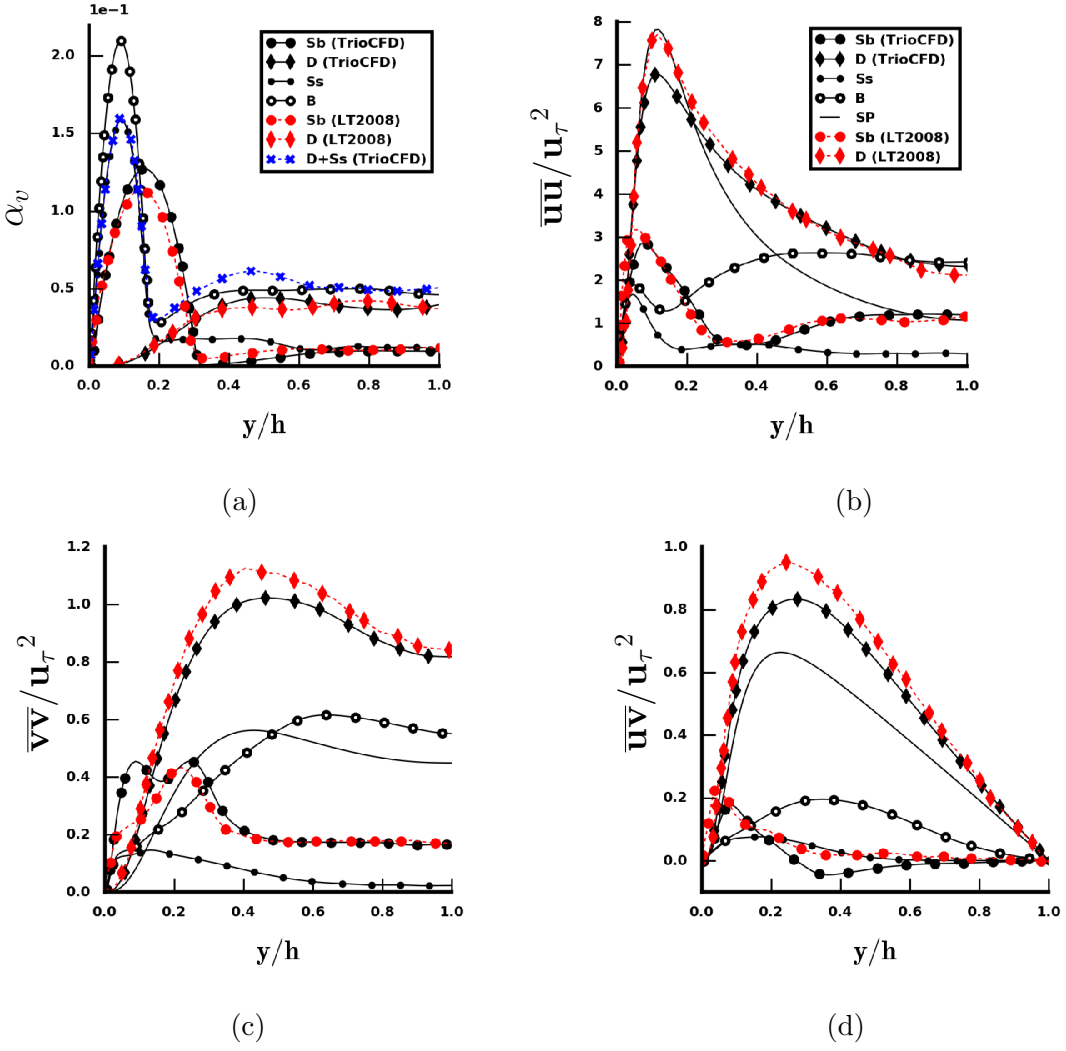


FIGURE 1.14 – Two-phase validation : comparison of standard quantities versus wall normal coordinate between TrioCFD and the reference results of Lu & Tryggvason [2008] as well as the results from our calculations (SP, Ss, Sb, D and B) at $Re_\tau = 127$: (a) void fraction ; (b) $\overline{uu}/u_\tau^2$; (c) $\overline{vv}/u_\tau^2$; (d) $-\overline{uv}/u_\tau^2$.

1.7 Conclusion

Les problématiques de la thèse ont été décrites dans ce premier chapitre. En premier lieu, il s'agit d'améliorer notre connaissance physique de la dynamique des écoulements à bulles. Un autre enjeu est de renseigner les modèles des codes de calcul CFD de type RANS Euler-Euler à partir d'expériences numériques réalisées à l'aide du code TrioCFD. Cette démarche de remontée d'échelle a été décrite et commentée dans le cadre des écoulements diphasiques à bulles. Une introduction à la dynamique de ces écoulements a été proposée et les principaux enjeux de la thèse ont été identifiés :

— Étude des forces interfaciales / des effets de la tension de surface et de l'hypothèse particulaire (assimilation des bulles à des particules ponctuelles).

— Étude de la turbulence par décomposition des phénomènes physiques (turbulence monophasique / turbulence engendrée par l'interaction et la déstabilisation des sillages / fluctuations non-turbulentes engendrées par le sillage moyen et l'écoulement potentiel autour des bulles).

Ce premier chapitre présente également le formalisme classique des deux échelles étudiées ainsi que les méthodes numériques utilisées pour la DNS. Des éléments de validation de la méthode de résolution ont également été donnés. Finalement, la base de données de référence produite a été décrite et sa capacité à répondre aux enjeux de la thèse a été démontrée.

Le chapitre suivant est consacré aux forces interfaciales ; il s'attache à faire la lumière sur les conséquences de l'hypothèse particulaire et propose la modélisation d'une nouvelle force de dispersion laminaire des bulles liée à la tension de surface. L'origine des autres forces est également étudiée. Les chapitres 3, 4 et 5 sont quant à eux réservés à l'étude de la turbulence dans les différentes conditions décrites ci-avant (écoulement en canal/ écoulement en essaim de bulles) afin de proposer un nouveau modèle de turbulence de bulles et d'améliorer notre connaissance physique des écoulements.

Chapitre 2

Modélisation des forces interfaciales

Sommaire

2.1 Introduction 36
2.2 Revue bibliographique sur les forces interfaciales 37
2.2.1 Force de traînée 38
2.2.2 Force de portance 43
2.2.3 Force de dispersion 46
2.2.4 Force de répulsion à la paroi 49
2.2.5 Force de masse ajoutée 52
2.2.6 Force d'histoire 53
2.2.7 Conclusion 53
2.3 Direct Numerical Simulations of bubbly channel flows . . 53
2.3.1 Numerical setup 53
2.3.2 General remarks 56
2.4 Surface tension effect 60
2.4.1 One-fluid averaged momentum equation 60
2.4.2 Two-fluid averaged momentum equation 63
2.5 New definition of interfacial forces 65
2.5.1 Equilibrium equation of interfacial forces 66
2.5.2 Lift force on an isolated bubble in a laminar shear flow . . . 68
2.5.3 Force identification 73
2.5.4 Lift force in complex flows 75
2.5.5 Dispersion forces 76
2.5.6 Drag force 78
2.5.7 RANS Euler-Euler application 80
2.5.8 Conclusion and discussion on interfacial forces 83
2.6 Modelling of the laminar dispersion force 85
2.6.1 Modelling of the interfacial pressure force $\mathbf{M^P}$ 85
2.6.2 Modelling of the surface tension force $\mathbf{M}^\sigma$ 93
2.6.3 Complete model of the laminar dispersion force 93
2.7 Conclusion 95
2.8 Résumé du chapitre en Français 96

En utilisant le processus de remontée d'échelle décrit dans le chapitre 1, on cherche dans ce chapitre à relier les équations exactes de Navier-Stokes aux forces interfaciales classiques qui viennent d'une vision moyennée et de l'hypothèse particulaire (assimilation des bulles à des particules ponctuelles). Ce faisant, ce chapitre propose une nouvelle manière d'étudier les forces interfaciales. Cette méthode permet en outre d'exhiber puis de modéliser une nouvelle force de dispersion laminaire à partir de DNS de canaux à bulles.

2.1 Introduction

Comme expliqué dans le chapitre 1, un des principaux enjeux du modèle à deux fluides est de définir le contenu du terme de transfert de quantité de mouvement entre les phases. Ce terme, dans le cadre des hypothèses classiques comprenant l'assimilation des bulles à des particules ponctuelles, peut être relié aux forces interfaciales agissant sur les bulles. Certaines propriétés de ce terme de transfert ont été démontrées par Geurst [1986] ou Wallis [1990]. Depuis ces travaux, on sait que le transfert de quantité de mouvement est constitué d'un terme de masse ajoutée et d'effets combinés de vitesse relative et de cisaillement moyen (force de portance et de traînée). Sur le cas simplifié de bulles sphériques, Drew & Passman [1999] proposent même une décomposition analytique de ces forces. Pour des cas industriels complexes, ces travaux donnent donc la forme de la fermeture du terme de transfert de quantité de mouvement mais pas sa véritable définition car ces modèles doivent alors être complétés par des coefficients inconnus (coefficient de traînée, de masse-ajoutée, de portance etc.). En se basant uniquement sur ces travaux, il est pas exemple impossible de mesurer des forces expérimentalement ou numériquement dans des configurations complexes tant qu'il n'existe pas de définitions tout-régimes pour les coefficients.

Pour des applications industrielles sur des écoulements complexes, il persiste donc un besoin de caractérisation et de modélisation des forces interfaciales (i.e. du terme de transfert de quantité de mouvement). En effet, ces forces pilotent des quantités de premier ordre de l'écoulement comme la vitesse relative entre les phases (force de traînée) ou le profil de taux de vide (force de portance, force de dispersion). Historiquement, les forces interfaciales ont été mises en évidence sur des cas isolés. Par exemple la force de portance peut être étudiée car elle apparaît seule dans le cas d'une bulle dans un écoulement cisaillé laminaire. D'autres, comme la force de dispersion turbulente, ne peuvent pas être isolées des autres forces sur une expérience dédiée et sont donc étudiées théoriquement. Enfin, la compilation de l'ensemble des forces donne une équation de trajectoire des bulles. Cependant, à cause de la construction de ces équations de trajectoire, il n'existe pas à notre connaissance de moyen de déterminer si l'ensemble des forces utilisées est cohérent, s'il ne présente pas de redondance, d'interaction négligées ou si certaines forces sont oubliées. En effet, une alternative pour dériver le contenu des forces consiste à s'appuyer sur les équations exactes de Navier-Stokes, et pas en compilant des phénomènes isolés dont on ne peut connaître les potentielles interactions. A long terme, une démarche de modélisation des forces interfaciales via les équations de Navier-Stokes permettrait de prévoir de plus en plus de phénomènes dans

des écoulements complexes comprenant des effets collectifs, des géométrie complexe etc.

On cherchera également dans ce chapitre à discuter la pertinence de l'hypothèse particulaire (assimilation des bulles à des particules ponctuelles) qui est généralement utilisée dans les modèles à deux fluides. A notre connaissance, des hypothèses fortes sont toujours faites dans les applications RANS sur la tension de surface et la pression dans la phase vapeur depuis le travail de Prosperetti & Jones [1984] repris ensuite par Ishii & Hibiki [2006]. En effet, ils démontrent que l'impact de la pression vapeur est systématiquement compensé par l'action de la tension de surface. Dans ce chapitre, nous montrons que les hypothèses sur lesquelles repose ce résultat ne sont pas toujours valables. En effet, les travaux théoriques sur le modèle à deux fluides considèrent toujours, plus ou moins directement, la taille des bulles comme négligeable. Par exemple, les résultats de Prosperetti & Jones [1984] nécessitent une loi de Laplace généralisée pour laquelle le saut de pression local à l'interface est étendu à la phase vapeur entière. Cette hypothèse semble cohérente pour de petites bulles, mais pas nécessairement pour des grosses. Pour des bulles de taille non négligeable, le terme de transfert de quantité de mouvement ne doit pas être relié aux forces interfaciales agissant sur la bulle entière mais à la force moyenne agissant sur un élément fluide de la phase vapeur. Ainsi, les effets locaux de tension de surface et de pression peuvent émerger.

Ce chapitre commence donc par un état de l'art de la compréhension physique et de la modélisation des différentes forces qui agissent sur les bulles (section 2.2). La section 2.3 présente les DNS utilisées pour l'étude des forces interfaciales. Des remarques générales sont faites sur la dynamique de l'écoulement et sur la répartition des bulles dans les canaux. En se basant sur des bilans de quantité de mouvement sur les DNS de canaux à bulles, on montre ensuite dans la section 2.4 que les phénomènes de dispersion ne sont pas uniquement reliés à la turbulence. La section 2.5 s'attache alors à faire le lien formel entre les équations de la vision particulaire et celles de la vision continue et présente une nouvelle formulation du terme de transfert de quantité de mouvement à partir des équations locales exactes. Le contenu de ce transfert y est longuement discuté. La section 2.5 met également en évidence une force de dispersion laminaire inexistante dans la littérature scientifique. Comme nous l'avons dit dans le chapitre 1, de nombreux débats persistent sur la fermeture adaptée de la force de dispersion et beaucoup de modèles coexistent. L'abondance de relations de fermeture pour cette force suggère qu'il existe des variables cachées qui jouent un rôle dans la dispersion des bulles et que les fluctuations turbulentes ne sont pas les seules à gouverner la diffusion des bulles. Dans la section 2.5, les phénomènes physiques de dispersion sont particulièrement explorés et une modélisation d'une nouvelle force de dispersion laminaire est proposée dans la section 2.6. La section 2.7 conclut ce chapitre.

2.2 Revue bibliographique sur les forces interfaciales

Cette première section est un état de l'art sur la compréhension de la physique et la modélisation des forces interfaciales. Dans la section 1.4.2, nous avons vu que les principales forces nécessitant une modélisation sont la force de traînée, la force de

portance, les forces de dispersion, la force de répulsion à la paroi et la force de masse ajoutée. Cette section reprend chacune de ces forces à partir de la littérature scientifique en prenant soin d'expliquer les phénomènes physiques décrits par les modèles. Certaines réflexions sont cependant le fruit du travail de cette thèse, en particulier l'interprétation énergétique de la force de traînée et l'assimilation de certains phénomènes physiques connus à des forces de dispersion.

2.2.1 Force de traînée

Pour l'explication de la force de traînée, nous proposons dans ce paragraphe un raisonnement énergétique qui permet d'éclaircir qualitativement le sens physique des différents effets qui agissent sur la traînée des bulles (ce raisonnement n'est pas tiré de travaux bibliographiques).

Soit un écoulement en essaim de bulles. Sur l'ensemble du système (liquide et gaz), la seule source d'énergie est le travail de la flottabilité W^{Π}. La dissipation de l'énergie dans les sillages (ϵ^{WIF}) et par la turbulence (ϵ^{WIT}) agit comme un puits d'énergie pour le système (figure 1.9 et section 1.4.3 pour voir l'introduction des notions de WIF et WIT). En transitoire, le déséquilibre entre la production et la dissipation d'énergie pendant la phase transitoire de l'écoulement produit l'énergie cinétique des bulles E_c^b, l'énergie cinétique contenue dans la phase liquide E_c^l (énergie des sillages E_c^{WIF} et énergie cinétique turbulente E_c^{WIT}), ainsi que l'énergie due à la déformation des bulles $(E^\sigma - E_0^\sigma)$ (= 0 si les bulles restent sphériques), soit :

$$W^{\Pi} - \epsilon^{WIT} - \epsilon^{WIF} = \frac{\partial \left(E_c^b + E_c^{WIF} + E_c^{WIT} + (E^\sigma - E_0^\sigma) \right)}{\partial t} \tag{2.1}$$

Le bilan sur le domaine gazeux s'écrit :

$$W^{\Pi} - W_{v \to i} = \frac{\partial E_c^b}{\partial t} \tag{2.2}$$

où $W_{v \to i}$ correspond au transfert d'énergie de la phase vapeur vers l'interface. Ce terme correspond aux travaux des forces interfaciales. On considère ici que la force de traînée est la plus importante en terme d'amplitude. On néglige en particulier la force de masse ajoutée qui doit jouer en réalité un rôle non-négligeable. Si cette hypothèse empêche une application quantitative, les équations obtenues peuvent permettre d'expliquer qualitativement les variations de la force de traînée. Au premier ordre, on peut donc considérer approximativement que $W_{i \to v} = -W_{v \to i} = W^D$ où W^D correspond au travail de la force de traînée .

Pour des bulles déformables, une part de l'énergie procurée par la force de traînée peut être conservée par l'interface et convertie en déformation. En effet, en faisant un bilan énergétique sur l'interface, on obtient :

$$W_{v \to i} - W_{i \to l} = \frac{\partial \left(E^\sigma - E_0^\sigma \right)}{\partial t} \tag{2.3}$$

Finalement, on peut donc écrire le bilan d'énergie dans la phase liquide :

$$W_{i \to l} - \epsilon^{WIT} - \epsilon^{WIF} = \frac{\partial \left(E_c^{WIF} + E_c^{WIT} \right)}{\partial t} \tag{2.4}$$

Soit, en utilisant l'équation (2.3) :

$$W_{v\to i} - \epsilon^{WIT} - \epsilon^{WIF} = \frac{\partial \left(E_c^{WIF} + E_c^{WIT} + (E^\sigma - E_0^\sigma) \right)}{\partial t} \tag{2.5}$$

On obtient alors deux expressions pour le travail de la force de traînée en utilisant au choix les équations (2.2) ou (2.5) :

$$W^D \approx W_{i\to v} = -\epsilon^{WIT} - \epsilon^{WIF} - \frac{\partial \left(E_c^{WIF} + E_c^{WIT} + (E^\sigma - E_0^\sigma) \right)}{\partial t} \tag{2.6}$$

$$W^D \approx W_{i\to v} = \frac{\partial E_c^b}{\partial t} - W^\Pi \tag{2.7}$$

En utilisant l'équation de transport de l'énergie cinétique intégrée sur l'ensemble du domaine (advection et diffusion nulles) : $\frac{\partial E_c^\phi}{\partial t} = P^\phi - \epsilon^\phi$ où P^ϕ est le terme de production d'énergie cinétique des fluctuations $\phi \in [WIF, WIT]$, on obtient :

$$W^D \approx W_{i\to v} = -P^{WIT} - P^{WIF} - \frac{\partial (E^\sigma - E_0^\sigma)}{\partial t} \tag{2.8}$$

$$W^D \approx W_{i\to v} = \frac{\partial E_c^b}{\partial t} - W^\Pi \tag{2.9}$$

On en déduit encore une équation d'évolution de l'énergie cinétique des bulles :

$$\frac{\partial E_c^b}{\partial t} = W^\Pi - P^{WIT} - P^{WIF} - \frac{\partial (E^\sigma - E_0^\sigma)}{\partial t} \tag{2.10}$$

Ces expressions sont utilisées par la suite pour comprendre l'évolution de la force de traînée dans différentes conditions.

Traînée d'une bulle sphérique

Considérons maintenant un objet sphérique isolé $E^\sigma - E_0^\sigma = 0$ en écoulement potentiel ($P^{WIT} = 0$). Ainsi les expressions (2.8) et (2.9) deviennent :

$$W^D \approx - P^{WIF} \tag{2.11}$$

$$W^D \approx \frac{\partial E_c^b}{\partial t} - W^\Pi \tag{2.12}$$

Dans ce cas particulier, la force de traînée apparaît donc comme la force permettant d'obtenir le bon niveau d'énergie cinétique des bulles E_c^b (i.e. vitesse relative). Ainsi, il est particulièrement pratique de modéliser la force de traînée à l'équilibre par la vitesse relative telle que :

$$\mathbf{F^D} = -\mathbf{F^\Pi} = \frac{1}{2}\rho_l A_b C_D |\mathbf{u_r}| \mathbf{u_r} \tag{2.13}$$

où A_b est la surface projetée dans le plan perpendiculaire au déplacement de la bulle : $V_b/A_b = 2d_b/3$. Ainsi la vitesse relative est directement donnée par l'équilibre entre force de traînée et flottabilité. Ce type de modélisation est corroboré par des résultats

analytiques qui montrent que le coefficient de traînée ainsi défini ne dépend que du nombre de Reynolds pour $Re_b \ll 1$[Hadamard, 1911].

$$C_D = \frac{16}{Re_b} \tag{2.14}$$

Les expressions (2.8) et (2.9) permettent ensuite de comprendre certains des mécanismes qui entrent en jeu dans les écoulements complexes, au moins qualitativement. En effet, la force de traînée est sensible à beaucoup de phénomènes. Elle dépend du nombre de Reynolds de bulle, de la déformation des bulles, de la contamination de l'interface et d'effets collectifs liés à l'interaction entres les bulles.

Ainsi, imaginons qu'une bulle sphérique soit initialement dans un état stationnaire, dans un régime laminaire. L'état initial du système est donné par l'expression (2.10) :

$$\frac{\partial E_c^b}{\partial t} = W_0^{\Pi} - P_0^{WIF} = 0 \tag{2.15}$$

Imaginons maintenant que, par un changement d'état du système, le sillage de la bulle se déstabilise et devienne turbulent. On a alors l'apparition d'une production d'énergie turbulente WIT $P^{WIT} > 0$ telle que l'expression (2.10) devient :

$$\frac{\partial E_c^b}{\partial t} = W_0^{\Pi} - P_0^{WIF} - P^{WIT} = -P^{WIT} \tag{2.16}$$

Pour satisfaire la conservation de l'énergie, il faut donc que l'énergie cinétique de la bulle diminue (à supposer que la production de WIF reste constante). Ainsi, l'énergie cinétique turbulente excédentaire, apparue avec la déstabilisation des sillages, doit être compensée par une diminution de l'énergie cinétique (i.e. vitesse relative de la bulle), et donc par une augmentation de la force de traînée. Une fois le transitoire passé, le système retrouve un état d'équilibre pour lequel $W^{\Pi} - P^{WIF} - P^{WIT} = 0$. Les modèles de coefficient de traînée pour tout nombre de Reynolds traduisent ce phénomène d'augmentation de la force de traînée avec l'émergence de turbulence (en s'éloignant du classique $16/Re_b$ des écoulements laminaires lorsque le nombre de Reynolds augmente). Par exemple, Mei *et al.* [1994] proposent :

$$C_D = \frac{16}{Re_b}\left(1 + \frac{Re_b}{8 + 0.5\left(Re_b + 3.315 Re_b^{0.5}\right)}\right) \tag{2.17}$$

On voit alors que le modèle de coefficient de traînée laminaire $16/Re_b$ doit être revu à la hausse à cause de l'apparition de phénomènes turbulents à hauts nombres de Reynolds.

Traînée d'une bulle déformable

Reprenons notre bulle sphérique isolée dans un écoulement laminaire et modifions sa tension de surface de sorte à rendre la bulle déformable. Juste après avoir modifié la tension de surface, l'expression (2.15) devient (d'après la relation (2.10)) :

$$\frac{\partial E_c^b}{\partial t} = W_0^{\Pi} - P_0^{WIF} - \delta P_{defo}^{WIF} - \frac{\partial (E^{\sigma} - E_0^{\sigma})}{\partial t} \tag{2.18}$$

La bulle va alors se déformer en fonction du nombre de Weber et $E^\sigma - E_0^\sigma$ va augmenter. Il est également probable que la production d'énergie WIF augmente du fait de l'augmentation de la surface apparente de la bulle (δP_{defo}^{WIF}). Physiquement, il s'agit du supplément d'énergie nécessaire au liquide pour contourner la bulle déformée. Il s'en suit alors mécaniquement une diminution de la vitesse relative de la bulle, et donc une augmentation de la force de traînée pour maintenir l'équilibre. Après un temps, l'écoulement retrouve un état stationnaire avec une vitesse relative plus faible.

Plusieurs modèles existent pour prendre en compte ces effets de déformation dans la fermeture de la force de traînée. Par exemple, le modèle de Moore [1965] traduit cet effet :

$$C_D = \frac{48G\left(\gamma\right)}{Re_b}\left(1 + \frac{H\left(\gamma\right)}{Re_b^{1/2}} + O\left(Re_b^{-1/2}\right)\right) \tag{2.19}$$

où γ est le rapport d'aspect des bulles et G et H des fonctions de γ. Certains par la suite, comme Tomiyama *et al.* [1998], estiment que cet effet devient dominant pour les bulles très déformées. Les modèles associés ne sont alors plus dépendant du nombre de Reynolds de bulle mais seulement du nombre d'Eötvös :

$$C_D = \frac{8}{3}\frac{Eo}{\left(4 + Eo\right)} \tag{2.20}$$

Pour être opérationnels, les modèles de force de traînée utilisent souvent des compositions des différents modèles ci-dessus. Par exemple, Tomiyama *et al.* [1998] proposent :

$$C_D = max\left\{min\left[\frac{16}{Re_b}\left(1 + 0.15Re_b^{0.687}\right), \frac{48}{Re_b}\right], \frac{8}{3}\frac{Eo}{\left(4 + Eo\right)}\right\} \tag{2.21}$$

Plus récemment, Dijkhuizen *et al.* [2010] recommandent l'utilisation de :

$$C_D = \sqrt{C_D\left(Re_b\right)^2 + C_D\left(Eo\right)^2} \tag{2.22}$$

où $C_D\left(Re_b\right)$ est une corrélation faisant apparaître uniquement le nombre de Reynolds de bulle et $C_D\left(Eo\right)$ le nombre d'Eötvös.

Impacts des agents tensio-actifs

D'autres phénomènes peuvent en outre modifier la force de traînée. Dans le cas des bulles isolées, on peut encore citer l'impact de la contamination de l'interface par des agents tensio-actifs. Cette contamination peut provoquer une modification des conditions de glissement à l'interface. En effet, les impuretés peuvent rigidifier l'interface (annulation de la vitesse tangentielle) par un effet de Marangoni solutal et changer ainsi la contrainte de l'interface sur le champ de vitesse. En outre, il existe des états intermédiaires dans lesquels les bulles sont partiellement contaminées. Tandis que la solution du coefficient de traînée à faible nombre de Reynolds pour une bulle est $C_D = 16/Re_b$, la solution analytique de Stokes pour une sphère solide est $C_D = 24/Re_b$ [Stokes, 1851]. En bloquant la vitesse tangentielle, l'énergie nécessaire à l'écoulement pour contourner la bulle est plus importante, cela produit des gradients locaux plus forts et un détachement des couches limites plus rapide, menant à une augmentation de la force de

traînée. Les agents tensio-actifs ont également un impact important sur la forme de la bulle et donc, indirectement, sur sa traînée. Cet effet n'est pas important dans le cadre de cette thèse, qui est principalement numérique, et donc exempte de contamination de ce genre, aussi on ne citera que la corrélation de Schiller & Naumann [1933] qui donne le coefficient de traînée pour des sphères solides pour un nombre de Reynolds quelconque :

$$C_D = \frac{24}{Re_b}\left(1 + 0.15 Re_b^{0.687}\right) \tag{2.23}$$

Pour plus de détails, voir la revue bibliographique proposée par Colombet [2014].

Effets collectifs

Les effets collectifs ont également une influence importante sur la force de traînée. En effet, de nombreux travaux observent une diminution de la vitesse terminale des bulles quand le taux de vide augmente [Garnier *et al.*, 2002; Riboux *et al.*, 2010]. Encore une fois, l'expression (2.10) peut aider à comprendre les mécanismes qui entrent en jeu. Reprenons notre bulle sphérique isolée à l'équilibre statistique et formons un état initial constitué de plusieurs bulles en supposant une simple superposition linéaire de bulles isolées. L'énergie contenue dans la phase liquide en présence de plusieurs inclusions n'est pas la superposition linéaire de la contribution de plusieurs bulles isolées. En effet, les sillages des bulles interagissent et provoquent l'émergence d'instabilités menant à la création d'énergie cinétique turbulente [Riboux *et al.*, 2013] (voir le chapitre 3 consacré à la turbulence). Juste après avoir formé l'état initial, l'expression (2.10) devient :

$$\frac{\partial E_c^b}{\partial t} = W_0^{\Pi} - P_0^{WIF} - P^{WIT} \tag{2.24}$$

où P^{WIT} est la production d'énergie cinétique turbulente due à l'interaction des sillages. Dans le cas de bulles sphériques, on comprend que cette production supplémentaire doit être compensée par une décroissance de l'énergie cinétique des bulles, et donc une diminution de la vitesse relative (i.e. augmentation de la force de traînée). Cette analyse est cohérente avec les travaux de Legendre *et al.* [2003] qui montrent que l'augmentation de la vorticité entre deux bulles est responsable de la diminution de leurs vitesses (ainsi deux bulles côte à côte se freinent l'une l'autre). Localement, les effets collectifs peuvent mener à une augmentation de la vitesse relative des bulles, en particulier pour des bulles se situant l'une derrière l'autre, alors la bulle située dans le sillage d'une autre peut être aspirée vers le haut comme dans une course de F1 ou dans un peloton de cycliste. Cependant, nous verrons dans la partie 2.2.3 que les alignements verticaux de bulles ne représentent pas une configuration stable de l'écoulement. Par conséquent, les effets d'accélération des bulles sont probablement moins importants que les effets de freinages. C'est ainsi qu'en moyenne, les bulles sont ralenties quand le taux de vide augmente. Il existe un certain nombre de corrélations empiriques permettant de prendre en compte ces effets (voir Colombet [2014]). On peut citer par exemple Richardson & Zaki [2008] qui proposent

$$\frac{C_D}{C_D^{\infty}} = (1 - \alpha_v)^{-2n} \tag{2.25}$$

où C_D^∞ est le coefficient de traînée de la bulle isolée et n un coefficient variant selon les auteurs (≈ 1). Plus récemment, on trouvera la corrélation de Roghair *et al.* [2011] :

$$\frac{C_D}{C_D^\infty} = 1 + \frac{18}{Eo}\alpha_v \tag{2.26}$$

2.2.2 Force de portance

Physique de la force de portance

Dans un canal plan vertical soumis à la gravité, le développement de couches limites provoque l'apparition d'un cisaillement que les bulles traversent. Une bulle évoluant dans un tel environnement, si elle possède une vitesse relative, peut migrer dans la direction normale à la paroi. On appelle la force responsable de cette migration force de portance. Cette migration, ressemblant à l'effet Magnus ($F \approx 0.5\rho_v V\,(\omega \times \mathbf{u_r})$ où ω est la rotation de la bulle) que l'on retrouve dans le cas de particules solides en rotation, est dépendante de beaucoup d'autres paramètres. Dans le cas de particules solides soumises à une force de flottabilité, la force de portance est induite par la différence de pression engendrée par la différence de vitesse du fluide de chaque côté de la particule [Saffman, 1965]. Dans un écoulement cisaillé, les particules solides migrent vers la zone à forte vitesse. Dans le cas de bulles sphériques, le changement de condition aux limites à l'interface (glissement au lieu d'adhérence), provoque une inversion de cette force de portance. Dès lors, l'interface de la bulle suit le champ de vitesse liquide local. La partie de la bulle soumise à une vitesse plus élevée devant alors parcourir une distance plus grande que celle soumise à une faible vitesse, la bulle se déplace vers la zone de vitesse plus faible (see Legendre & Magnaudet [1998]; Sugrue [2017]).

La seconde différence entre une bulle et une particule solide est la tension de surface qui permet à la bulle d'adapter sa forme aux contraintes extérieures. Lorsque la tension de surface est suffisamment faible, de nouveaux comportements apparaissent. A partir d'une certaine déformation, la force de portance agissant sur une bulle soumise à un gradient de vitesse s'inverse. Cette affirmation est corroborée par de nombreuses expériences physiques et numériques. Une des plus populaire est celle de Tomiyama *et al.* [2002] (voir figure 2.1, on y voit clairement l'inversion de trajectoire entre les bulles sphériques et déformables). Tomiyama *et al.* [2002] ont étudié les forces impactant des bulles isolées dans un écoulement cisaillé laminaire et ont découvert cette inversion de l'orientation à partir d'un certain niveau de déformation.

Depuis, la compréhension de l'inversion de la force de portance est devenue un enjeu majeur. La condition de continuité des vitesses à la surface des bulles provoque des écoulements à l'intérieur des bulles qui sont généralement constitués de deux tourbillons contra-rotatifs. Ervin & Tryggvason [1997] ont montré que la force de portance émergeait lorsque l'un de ces tourbillons prenait le dessus en intensité par rapport à l'autre. Ainsi, ils relient la force de portance à la circulation interne de la bulle. Ervin & Tryggvason [1997] ont également pu montrer que les tourbillons internes étaient impactés directement par la déformation de la bulle. En effet, une bulle dans un écoulement cisaillé a tendance à se déformer de manière asymétrique. La partie la plus proche de la paroi a tendance à être plus fine que la partie proche du cœur de l'écoulement. Ce confinement spatial atrophie le vortex responsable de la migration dans le cas des

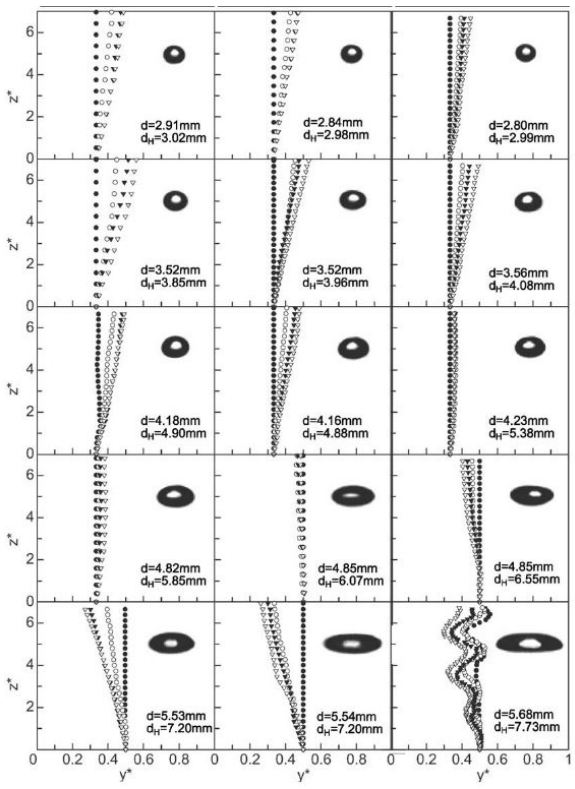


FIGURE 2.1 – Résultats expérimentaux obtenus par Tomiyama *et al.* [2002] pour des bulles isolées dans un écoulement cisaillé laminaire : Trajectoire des bulles en fonction de leur déformation.

bulles sphériques. Ainsi la circulation interne de la bulle change de signe et la portance d'orientation.

La vision défendue par Ervin & Tryggvason [1997] est compatible avec celle de Adoua *et al.* [2009]. Au lieu de s'intéresser au comportement interne de la bulle, Adoua *et al.* [2009] expliquent l'inversion de la force de portance par des mécanismes de sillage. Dans cette étude, il est montré que deux vortex contra-rotatifs sont induits par la vorticité produite à la surface des bulles et par la vorticité produite par l'écoulement cisaillé. De plus, ils montrent que ces deux phénomènes sont antagonistes, la vorticité induite par la surface des bulles favorisant le vortex positif tandis que la vorticité induite par le cisaillement favorise le vortex négatif. Ainsi, selon les niveaux de production de vorticité, la force de portance peut être positive ou négative. Or, la déformation des bulles provoque une augmentation importante de la vorticité à leurs surfaces, expliquant l'inversion de la force de portance. Des résultats DNS comme ceux de Feng & Bolotnov [2017] montrent clairement la rupture de symétrie des sillages lorsque les bulles deviennent déformables et viennent ainsi corroborer les analyses physiques de Adoua *et al.* [2009].

Malgré ces éléments de compréhension, les études de la force de portance sont pour le moment cantonnées à des bulles isolées dans des conditions de cisaillement laminaire ou très faiblement turbulent. Il existe finalement un réel besoin de caractérisation de la force de portance dans des conditions différentes (turbulence / géométrie / interactions entre bulles etc.) qui sera en partie traité dans la suite de ce chapitre.

Modélisation de la force de portance

La force de portance reflète les effets combinés d'un cisaillement (ou d'une rotation) et d'une vitesse relative [Auton, 1987; Drew & Lahey, 1987; Zun, 1980] :

$$F^{Lift} = C_L \rho_l \alpha_v \mathbf{u_r} \times \left(\nabla \times \overline{\mathbf{U_l}}^{\mathbf{l}} \right). \tag{2.27}$$

Les modélisations du coefficient de portance C_L sont moins nombreuses dans la littérature que celles du coefficient de traînée. En effet, la force de portance est souvent décrite comme "mineure" par rapport à la force de traînée. Il est vrai qu'en terme d'amplitude, la force de traînée est beaucoup plus importante. Il serait cependant erroné d'en conclure que la force de portance est négligeable, car elle est en partie responsable de la distribution spatiale des bulles, qui a son tour provoque d'importants effets sur l'écoulement (wall/core/intermediate peaking).

Pour des bulles sphériques, on peut citer le travail de Legendre & Magnaudet [1998] qui ont montré numériquement que :

$$C_L = \frac{1}{2} - \frac{6.5}{Re_b} \tag{2.28}$$

Cette expression est cohérente avec les développements analytiques de Auton [1987] qui avait montré que $C_L \to 1/2$ pour des écoulements à fort nombre de Reynolds $Re_b \to \infty$.

Une complexité supplémentaire de la modélisation de la force de portance réside dans sa dépendance à la déformation des bulles (i.e. dans la prédiction de son inversion). La complexité du phénomène n'ayant pas permis de développements analytiques, ce sont les modèles empiriques qui donnent les meilleurs résultats. Idéalement, comme nous l'avons vu dans la section précédente, les modèles de force de portance devraient prendre en compte deux phénomènes physiques distincts : la portance induite par le gradient de vitesse local et la portance générée par la déformation des bulles. C'est de cette idée que sont partis Tomiyama *et al.* [2002] pour proposer un modèle, dépendant à la fois du nombre de Reynolds de bulle et du nombre d'Eötvös :

$$C_L = \begin{cases} min\left[0.288 tanh\left(0.121 Re_b\right), f\left(Eo\right)\right], \text{ pour } Eo < 4 \\ f\left(Eo\right), \text{ pour } 4 < Eo < 10.7 \end{cases} \tag{2.29}$$

avec :

$$f\left(Eo\right) = 0.00105 Eo^3 - 0.0159 Eo^2 - 0.0204 Eo + 0.474 \tag{2.30}$$

Parmi leurs résultats, ils montrent que la force de portance des bulles déformables dépend majoritairement du nombre d'Eötvös et très peu du nombre de Reynolds (à l'inverse de bulles quasi-sphériques). A partir de ce modèle empirique, Tomiyama *et al.* [2002] montrent également l'existence d'une zone où les bulles sont piégées et ne possèdent plus de migration franche ni dans un sens ni dans l'autre. Cette modélisation est très largement utilisée pour les applications industrielles et donne des résultats plutôt satisfaisants. On peut cependant s'interroger sur certains choix, en particulier celui d'utiliser le nombre d'Eötvös et non le nombre de Weber comme marqueur de la déformation des bulles. En effet, la déformation de la bulle est caractérisée par son rapport d'aspect γ, qui semble d'avantage relié au nombre de Weber qu'au nombre

d'Eötvös. Adoua *et al.* [2009] proposent le modèle suivant :

$$C_L = C_L^{\infty} - \frac{3160\,(\gamma-1)^{2.75}}{Re_b^{3/2}} \text{ avec } C_L^{\infty} = 0.5 + 0.612\,(\gamma-1) \tag{2.31}$$

A priori, on doit pouvoir passer du modèle de Adoua *et al.* [2009] à celui de Tomiyama *et al.* [2002] par une loi reliant le nombre d'Eötvös au rapport d'aspect des bulles (cf Wellek *et al.* [1966] par exemple). Or le nombre d'Eötvös ne dépend pas de la vitesse relative des bulles. Autrement dit, le nombre d'Eötvös ne peut pas caractériser l'impact des effets dynamiques sur la déformation des bulles (turbulence, vitesse relative etc.). De ce point de vue là, le nombre de Weber paraît plus adapté (voir Moore [1965]).

2.2.3 Force de dispersion

Physique de la force de dispersion

On appelle force de dispersion tout phénomène menant à une diffusion de la distribution spatiale des bulles.

Héritière des études sur particules solides, la dispersion turbulente est de loin la plus connue des forces de dispersion. Elle correspond à la force de mélange induite par la turbulence de l'écoulement. Dans le cas de particules solides, c'est la seule force de dispersion. Elle est par exemple responsable de la dispersion d'un tas de poussière si l'on souffle dessus (voir image 2.2). Dans le cas de bulles, la turbulence est constituée de SPT, de WIF et de WIT (voir figure 1.9 et section 1.4.3 pour rappel sur les notions de WIF, WIT et SPT). Le SPT et le WIT ont toutes les deux les caractéristiques chaotiques permettant l'amélioration des performances de mélange. Ce n'est pas le cas du WIF (fluctuations spatiales résultantes de l'écoulement potentiel et du sillage moyen). *A priori,* le WIF ne participe donc pas au mécanisme de dispersion turbulente. Il est donc important que les modèles de force de dispersion puissent distinguer les différentes parties des fluctuations de vitesse.

FIGURE 2.2 – Nuage de poussière provoqué par dispersion turbulente. Image libre de droit

Cependant, la dispersion turbulente n'est pas la seule force de dispersion dans le cas d'écoulement à bulles. En présence de flottabilité (i.e. de vitesse relative entre les

phases) et de déformations, certains mécanismes émergents peuvent être considérés comme des forces de dispersion.

On peut noter en premier lieu que la trajectoire naturelle de bulles déformables dans un environnement au repos n'est pas la ligne droite mais l'hélicoïde (voir figure 2.3). En appliquant une moyenne en temps sur ce type de trajectoire, le taux de vide moyen sera diffusé. Ce premier phénomène lié à la surface déformable de la bulle, peut être considéré comme une force de dispersion du point de vue de l'écoulement moyen.

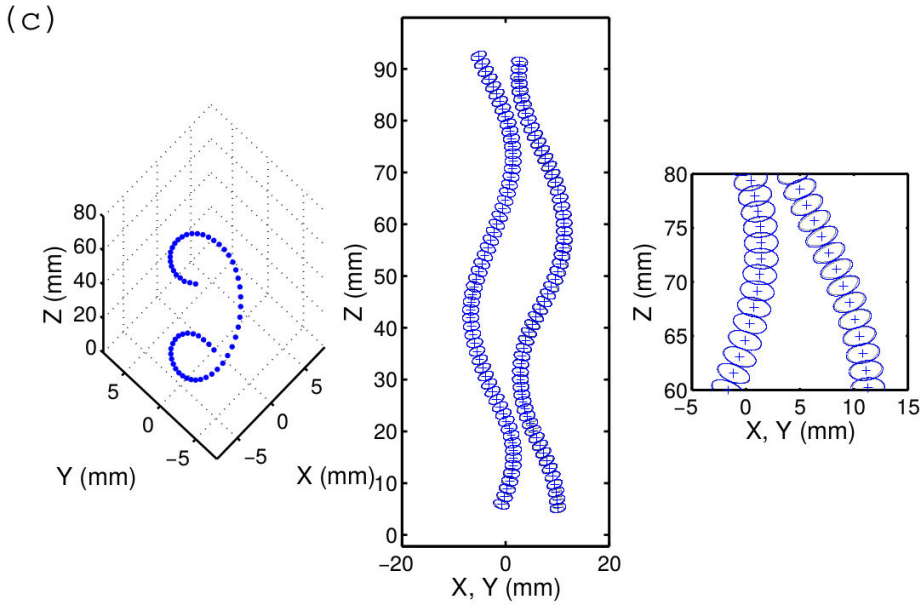


FIGURE 2.3 – Trajectoire d'une bulle déformable dans un environnement au repos [Riboux, 2007].

Mais c'est avant tout les mécanismes d'interaction entre plusieurs bulles qui sont responsables d'une dispersion importante. Hallez & Legendre [2011] ont étudié en détail l'interaction de deux bulles sphériques dans un environnement neutre. Ils ont notamment montré que la superposition verticale de deux bulles sphériques n'était pas une configuration stable alors qu'un alignement horizontal est une position d'équilibre. Ce résultat s'explique très bien à partir de la compréhension de la force de portance détaillée dans la section précédente. En effet, le sillage développé par une bulle provoque un cisaillement local. Par l'action de la force de portance, une bulle sphérique située dans un sillage est alors éjectée sur l'un des côtés de la bulle qui la précède (voir figure 2.4). Une fois côte à côte, si on considère $Re \to \infty$, les vorticités créées à l'interface de chacune des deux bulles interagissent et bloquent l'écoulement entre les bulles. Il s'en suit une augmentation de pression qui provoque la répulsion des deux bulles à l'infini. Si l'on considère au contraire la limite d'un écoulement potentiel, une fois côte à côte, les bulles sont attirées l'une par l'autre par effet Venturi. Ces deux cas limites laissent penser qu'il existe en réalité une certaine distance d'équilibre entre deux bulles sphériques en alignement horizontal. D'après la théorie proposée par Kok [1993] pour les écoulements potentiels et celle de Moore [1965] pour les écoulements à $Re \to \infty$, Yuan & Prosperetti [1994] ont réussi à décrire ces interactions et à trouver une corrélation reliant la distance de séparation des bulles à leur diamètre et au nombre de

Reynolds. Ainsi le mécanisme de stabilité bulle-bulle peut être vu comme une force de dispersion pour retrouver une position d'équilibre horizontal.

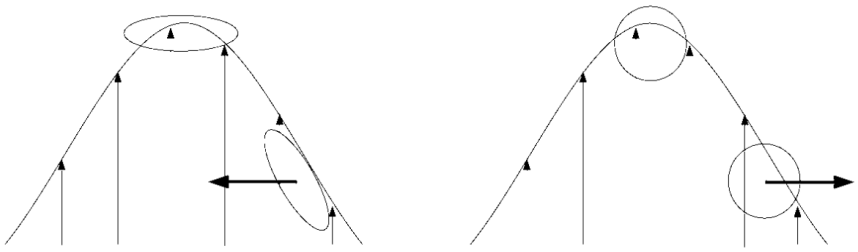


FIGURE 2.4 – Schéma représentant les mécanismes d'interaction entre deux bulles selon Bunner & Tryggvason [2002]

Il en va différemment pour des bulles déformables. En effet, l'inversion de la force de portance change l'approche qui vient d'être décrite. Ainsi une bulle déformable dans un sillage n'est pas éjectée sur un des bords mais aura justement tendance à rester dans son sillage (voir image 2.4). Ce mécanisme est expliqué par Tryggvason *et al.* [2003] qui montrent ainsi la tendance des bulles déformables à créer des collisions à l'inverse des bulles sphériques. En effet, en restant dans le sillage, la bulle est ensuite aspirée (à cause de la chute de pression dans le sillage) jusqu'à rencontrer celle qui la précède. Après la collision, Tryggvason *et al.* [2003] montrent que les bulles déformables s'alignent également horizontalement. La distance qui les sépare est régie par le même genre d'équilibre que pour les bulles sphériques. Cependant, deux bulles déformables seront plus éloignées l'une de l'autre que deux bulles sphériques. Ainsi, qu'elles soient sphériques ou déformables, les interactions binaires provoquent un retour à une position d'équilibre qui peut être vue comme une force de dispersion. Cette analyse sur deux bulles paraît robuste et est capable d'expliquer beaucoup de résultats expérimentaux et numériques, on pourrait donc supposer qu'elle est valable pour n bulles. Il convient cependant de mitiger cette interprétation car les récentes études de Esmaeeli & Tryggvason [2005] et Roghair *et al.* [2011] ne parviennent pas à observer les formations de clusters horizontaux ou verticaux. Ils montrent que la probabilité angulaire pour deux bulles est maximale pour des positions diagonales ($\pi/4$ et $3\pi/4$), ce qui correspond simplement à ce que l'on obtiendrait avec un remplissage de l'espace libre aléatoire. Cependant, ces résultats ne permettent pas de statuer sur la force de dispersion. Ils disent simplement qu'à n bulles, les interactions deviennent probablement plus complexes et ne mènent pas à la formation de cluster. On peut également imaginer que, dans leur configuration, les interactions binaires deviennent négligeables devant l'interaction entre les bulles et la turbulence par exemple.

De plus, selon Batchelor [1972] ou encore Wijngaarden & Kapteyn [1990], pour des écoulements à faible taux de vide ($< 5\%$, ce qui est le cas pour la majorité des cas étudiés dans cette thèse), il est probable que la dynamique des bulles soit dominée par des interactions binaires entre deux bulles. Dans le cas d'écoulements plus complexes, on peut également noter que les collisions ou la fragmentation des bulles agissent comme une force de dispersion.

L'ensemble de ces phénomènes (trajectoires oscillantes / interactions binaires / collisions / fragmentations) peut être considéré comme une force de dispersion laminaire.

Modélisation de la force de dispersion

La première chose à noter est qu'il n'existe pas, à notre connaissance, de modèle de dispersion laminaire, c'est-à-dire de modèle prédisant la dispersion engendrée par les interactions des bulles et/ou par leurs trajectoires non rectilignes. La seule force de dispersion modélisée est la force de dispersion turbulente.

La force de dispersion turbulente est toujours modélisée comme étant proportionnelle au gradient de taux de vide $\nabla\alpha_v$. Lopez de Bertodano *et al.* [1994] la relie empiriquement au niveau d'énergie turbulente de l'écoulement tel que :

$$\mathbf{M^{TD}} = -C_{TD}\rho_l k_l \nabla\alpha_v \tag{2.32}$$

où C_{TD} est le coefficient de dispersion turbulente qui peut être constant [Lopez de Bertodano *et al.*, 1994] ou une fonction de propriétés des bulles et/ou de l'écoulement [Lopez de Bertodano, 1998]. Cette expression est cohérente avec les travaux analytiques de Reeks [1991] qui montre que :

$$\mathbf{M^{TD}} = -\rho_d \frac{\tau_c}{\tau_d}\left(\frac{\tau_c}{\tau_c+\tau_d}\right) k_l.\nabla\alpha_v \tag{2.33}$$

En pratique, l'évaluation des constantes de temps τ_c et τ_d du modèle de Reeks est compliquée et nécessite toujours le recours à des modèles empiriques. Burns *et al.* [2004] proposent une nouvelle façon de voir la force de dispersion turbulente. Selon eux, elle serait la somme des contributions turbulentes des forces classiques (traînée, portance etc.). Considérant qu'au premier ordre, la traînée est la force la plus importante, ils dérivent le modèle suivant :

$$\mathbf{M^{TD}} = -\frac{3}{4}C_D\frac{\alpha_v}{d_b}|\mathbf{u_r}|\frac{\nu_l^T}{Pr^T}\left(\frac{1}{\alpha_v}+\frac{1}{1-\alpha_v}\right)\nabla\alpha_v \tag{2.34}$$

où C_D est le coefficient de traînée, ν^T la viscosité turbulente et $Pr^T \approx 1$ le nombre de Prandtl turbulent.

Dans l'optique de trouver une formulation encore plus générique de la force de dispersion turbulente, Laviéville *et al.* [2015] étend l'idée de Burns *et al.* [2004] à l'ensemble des forces interfaciales (portance, traînée, masse ajoutée et pression moyenne de l'écoulement). Laviéville *et al.* [2015] obtient alors un nouveau modèle :

$$\mathbf{M_{TD}} = -GTD\rho_l k_l \nabla\alpha_v$$

Ce modèle apparaît comme beaucoup plus général que les précédents en particulier parce que le coefficient GTD prend en compte les effets instationnaires de la force de masse ajoutée en plus des effets de traînée.

L'ensemble des modèles présentés ici relient la dispersion turbulente à l'énergie cinétique totale alors qu'*a priori*, le WIF ne contribue pas physiquement à la dispersion des bulles.

2.2.4 Force de répulsion à la paroi

Les mécanismes qui interviennent dans l'interaction des bulles avec la paroi sont les mêmes que ceux provenant de l'interaction entre deux bulles alignés horizontalement

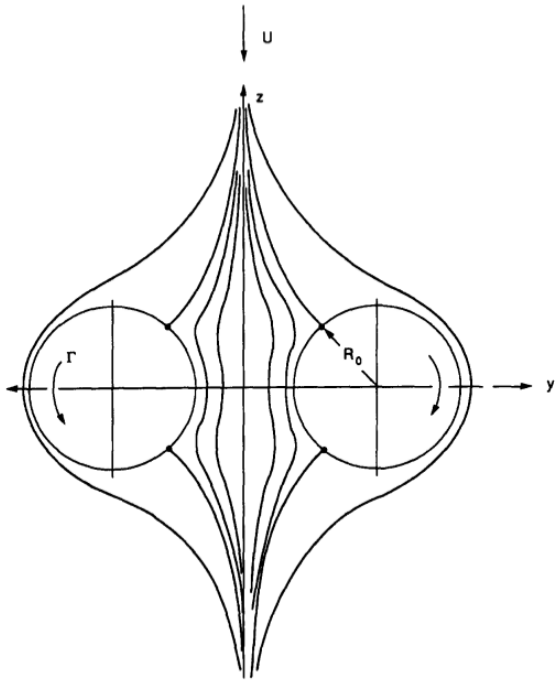


FIGURE 2.5 – Écoulement autour de deux cylindres sphériques, la symétrie en $y = 0$ permet d'assimiler cet écoulement à l'écoulement d'une bulle glissant le long d'une paroi [Antal *et al.*, 1991].

(mécanismes détaillés dans la section 2.2.3). Pour s'en convaincre, il suffit de remarquer que la condition de glissement de la bulle au niveau de la paroi peut être obtenue en se plaçant dans le repère lié à la bulle et en imposant au système une bulle fantôme symétrique par rapport au plan de la paroi (voir figure 2.5). Cette méthode classiquement utilisées pour déterminer le comportement d'un vortex aux abords d'une paroi, mène à une nouvelle force qu'il est coutume d'appeler force de lubrication à la paroi car, comme il a été décrit dans la section 2.2.3, il existe une distance d'équilibre entre deux bulles alignées horizontalement. L'idée de la bulle miroir est utilisée par Antal *et al.* [1991] puis par Takemura *et al.* [2002] dans le cadre des écoulements potentiels. L'assimilation entre effets de paroi et dipole de bulles permet également d'expliquer le mouvement de zig-zag des bulles en proche paroi, révélateur de la dualité entre l'effet venturi et la répulsion provoquée par la couche limite turbulente qui entoure la bulle. A partir de cette idée, Antal *et al.* [1991] développent analytiquement un modèle de force de repulsion à la paroi :

$$\mathbf{M^W} = C_W(y)\alpha_v\rho_l\frac{\mathbf{u_r^2}}{d_b}\mathbf{n_w} \tag{2.35}$$

où $\mathbf{n_w}$ est le vecteur normal à la paroi pointant dans le domaine fluide et C_W le coefficient de répulsion qui varie en fonction de la distance à la paroi. Antal *et al.* [1991] proposent :

$$C_W = max\left(-0.06\mathbf{u_r} - 0.104 + 0.147\frac{d_b}{2y}, 0\right) \tag{2.36}$$

D'autres jeux de coefficients existent dans la littérature (voir la revue de Lubchenko *et al.* [2017] pour plus de détails). Tomiyama *et al.* [1998] proposent une modification

du modèle de Antal *et al.* [1991] pour prendre en compte la déformation des bulles. Dans leurs cas, l'expression de la force de répulsion ne dépend plus du taux de vide et le coefficient évolue quadratiquement avec la distance à la paroi y :

$$\mathbf{M^W} = C_W(y)\rho_l \mathbf{u_r^2 n_w} \tag{2.37}$$

$$C_W(y) = \frac{d_b}{2}\left(\frac{1}{y^2} - \frac{1}{(d_b - y)^2}\right) \cdot \begin{cases} e^{-0.933Eo+0.179}, & 1 < Eo < 5 \\ 0.007Eo + 0.04, & 5 < Eo < 33 \end{cases} \tag{2.38}$$

Ces fermetures sont cependant assez constestables car elles ont toutes été dérivées à partir d'écoulements laminaires pour correspondre avec les données expérimentales. Comme l'expliquent Lubchenko *et al.* [2017], en cherchant à faire coïncider les modèles avec les données, les modèles prédisent souvent des répulsions importantes allant jusqu'à trouver 0% de taux de vide dans les mailles en proche paroi. C'est un comportement indésirable, notamment dans le cadre de la prise en compte de l'ébullition nucléée. C'est pourquoi bien des chercheurs n'incluent pas de forces de répulsion dans leurs simulations, ce qui produit une surestimation du taux de vide à la paroi. Lubchenko *et al.* [2017] montrent ensuite que cette surestimation est liée à des effets non-eulériens dus à la géométrie des bulles responsable du profil de taux de vide en proche paroi (voir figure 2.6). Le profil de taux de vide en proche paroi suggère que la force de répulsion à la paroi ne soit plus traitée comme une force réelle exercée sur la bulle mais comme une correction nécessaire pour annuler la force totale liée à la géométrie des bulles qui est perdue pendant la prise de moyenne du paradigme Euler-Euler. Pour essayer de prendre en compte ces effets, ils utilisent d'abord un modèle de force de portance proposé par Shaver & Podowski [2015] qui s'annule pour $y < d_b/2$ en prenant en compte la forme de la bulle. Ils annulent ainsi les effets non-eulériens provoqués par la force de portance.

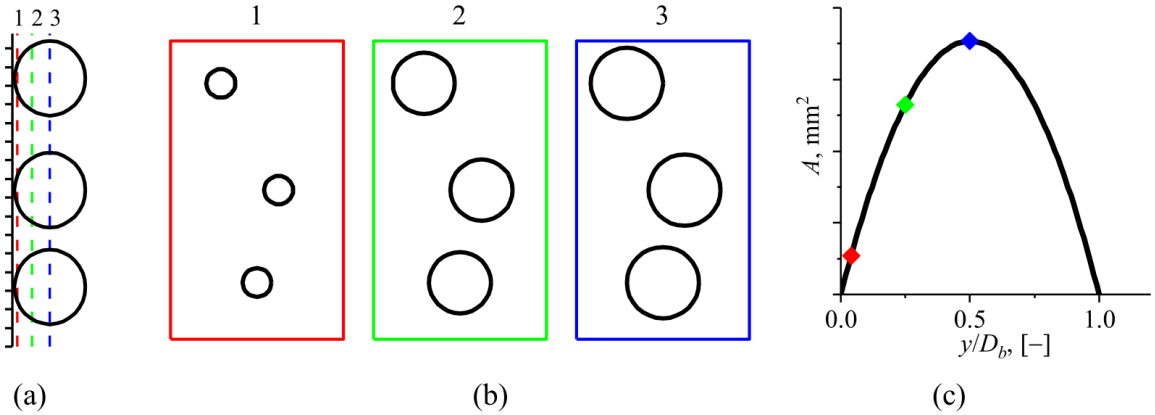


FIGURE 2.6 – Effets non-euleriens dus à la présence de paroi et à la taille non nulle des bulles [Lubchenko *et al.*, 2017] (a) Bulles glissants le long d'une paroi (vue de côté). (b) Représentation des sections à différentes distances de la paroi. (c) profil de taux de vide en fonction de la distance à la paroi.

Une fois la force de portance annulée au niveau des parois, le profil de taux de vide est déterminé par un équilibre entre force de dispersion turbulente et force de répulsion à la paroi ($\mathbf{M^W} = -\mathbf{M^{TD}}$). Cet équilibre doit mener à un profil de taux

de vide caractéristique parabolique prenant en compte la géométrie de la bulle (voir figure 2.6) :

$$\alpha_v = \alpha_{max}\left(1 - \left(1 - \frac{2y}{d_b}\right)^2\right) \tag{2.39}$$

En modifiant ainsi α_v dans l'expression de la force de dispersion turbulente, ils obtiennent un modèle de force de répulsion qui force le système à respecter la géométrie des bulles. Par exemple, avec le modèle de dispersion turbulente de Lopez de Bertodano [1998], ils obtiennent :

$$\mathbf{M^W} = \begin{cases} C_{TD}\rho_l k_l \alpha_v \dfrac{1}{y}\dfrac{d_b - 2y}{d_b - y}\mathbf{n}, & y < d_b/2 \\ \mathbf{0}, & y > d_b/2 \end{cases} \tag{2.40}$$

A priori, le même raisonnement peut être effectué avec n'importe quel type de modèle de dispersion turbulente, ou d'autres forces considérées.

2.2.5 Force de masse ajoutée

La force de masse ajoutée traduit l'emportement de la phase porteuse lors de la phase d'accélération instationnaire d'une bulle. La bulle "porte" alors un poids virtuel supplémentaire dû au volume de fluide qu'elle emporte avec elle. Ainsi la force de masse ajoutée s'exprime proportionnellement à la masse du volume fluide déplacé $C_A\alpha_v\rho_l$ où C_A est le coefficient de masse ajoutée qui caractérise le volume de la phase porteuse emporté dans le sillage de la bulle. *A priori*, il dépend de la forme et du taux de vide. Pour des bulles sphériques isolées à bas nombre de Reynolds, on peut montrer qu'il vaut $C_A = 0.5$. Classiquement, on exprime finalement la force de masse ajoutée comme :

$$\mathbf{M^{AM}} = C_A\alpha_v\rho_l\left(\frac{D\overline{u_l}^l}{Dt} - \frac{d\overline{u_v}^v}{dt}\right) \tag{2.41}$$

où d/dt est une dérivée particulaire par rapport à la vitesse moyenne de la particule alors que D/Dt est une dérivée particulaire par rapport à la vitesse locale. Il existe des travaux proposant de prendre en compte la forme ellipsoïdale des bulles. Par exemple, Adoua *et al.* [2009] proposent :

$$C_A = 0.5 + 0.621\,(\gamma - 1) \tag{2.42}$$

Zuber [1964] prend en compte l'effet collectif en proposant :

$$\frac{C_A}{C_A^\infty} = \frac{1 + 2\alpha_v}{1 - \alpha_v} \tag{2.43}$$

où $C_A^\infty = 0.5$ est le coefficient de masse ajoutée pour une bulle isolée. D'autres expressions existent (voir la thèse de Colombet [2014]). La force de masse ajoutée n'est cependant pas la seule force instationnaire. On peut également citer la force de Tchen qui s'écrit :

$$\mathbf{M^{Tchen}} = \alpha_v\rho_l\frac{d\overline{u_l}^l}{dt} \tag{2.44}$$

Cette force, en revanche, ne nécessite aucune modélisation.

2.2.6 Force d'histoire

Cette force traduit un effet de latence entre l'application d'une force dans l'écoulement et son effet sur la particule. Dans le cas des bulles, Magnaudet *et al.* [1995] a montré qu'elle était négligeable pour les nombres de Reynolds élevés.

2.2.7 Conclusion

Cette section majoritairement bibliographique a permis de déterminer certaines lacunes dans la compréhension physique des forces interfaciales et dans leurs modélisations. En particulier, on notera que la déformation des bulles implique des phénomènes complexes sur l'ensemble des forces connues (portance, traînée, dispersion) mais qu'elle n'est pas toujours bien prise en compte dans les modèles. La modélisation de la force de dispersion turbulente en fonction de l'énergie cinétique totale est également une piste d'amélioration car le WIF n'y contribue pas *a priori*. Cette piste demande cependant au préalable une amélioration des modèles de turbulence (voir chapitres 3, 4 et 5). Plus important, on a ici mis en évidence certains phénomènes physiques qui ne sont pas pris en compte dans les modèles de force, en particulier dans les modèles de force de dispersion. Ces phénomènes, souvent liés à la déformation des bulles et donc à la tension de surface (trajectoires oscillantes, interactions entres bulles), doivent être éclaircis (voir section 2.4).

2.3 Direct Numerical Simulations of bubbly channel flows

Toutes les sections suivantes de ce chapitre sont rédigées en anglais. Elles présentent des résultats soumis à plusieurs publications. La majorité du contenu de ce chapitre se suffit à lui-même et peut être lu directement. Cependant, la section 2.4 fait partie d'un ensemble de résultats qui ont été publiés dans du Cluzeau *et al.* [2019]. La majeure partie de l'article en question constitue le chapitre 5. C'est pourquoi les calculs utilisés pour produire les résultats de cette section sont présentés dans la section 5.2. J'invite donc le lecteur à s'y référer avant d'entreprendre la lecture de la section 2.4 bien que ce ne soit pas indispensable pour en comprendre le contenu et que les cas présentés dans la présente section sont très similaires à ceux de du Cluzeau *et al.* [2019]. Un résumé en français du contenu de ces sections est proposé en fin de chapitre.

In the following sections, statistical results from DNS are used to complete our understanding of interfacial forces. In the current section, the numerical setup of the DNS is described and some general characteristics of the flow are studied.

2.3.1 Numerical setup

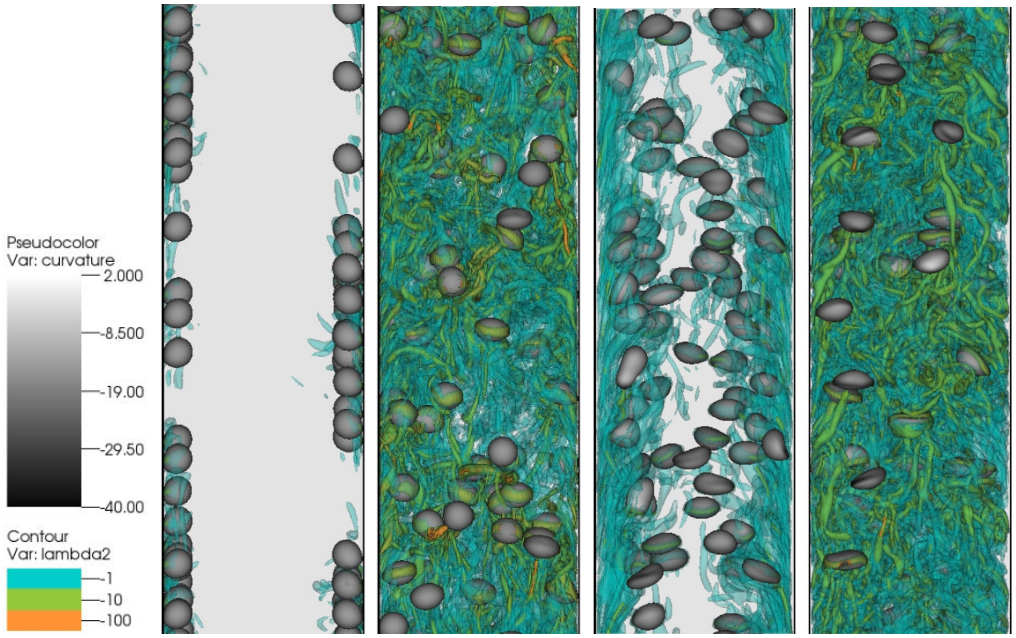
To complete our understanding of interfacial forces, five calculations are studied for different physical conditions. The computational domain is a $2h\pi \times 2h \times h\pi$ channel at $Re_\tau = 180$ except for the case D127 which is twice smaller in every direction (see table 2.1) between two vertical walls perpendicular to the direction 2 (y). The distance

Cases	Spherical $g = 0.1$ $Re_\tau = 180$	Spherical $g = 0.8$ $Re_\tau = 180$	Deformable $g = 0.1$ $Re_\tau = 127$	Deformable $g = 0.1$ $Re_\tau = 180$	Deformable $g = 0.8$ $Re_\tau = 180$
Terminology	S180	S180g8	D127	D180	D180g8
Resolution	$384 \times 1152 \times 192$		$256 \times 192 \times 128$	$384 \times 1152 \times 192$	
$\Delta x^+, y^+, z^+$	$2.9 \times 0.31 \times 2.9$		$1.5 \times 1.3 \times 1.5$	$2.9 \times 0.31 \times 2.9$	
Domain	$2\pi h \times 2h \times \pi h$		$\pi h \times 2h \times \pi h/2$	$2\pi h \times 2h \times \pi h$	
N_b	42		21	42	
α_v			3%		
d_b/h			0.3		
$\mu_l[m^2/s]$			0.00033		
$\rho_l[kg/m^3]$			1		
ρ_l/ρ_v			10		
μ_l/μ_v			1		
$\Delta t_{\text{ave}}[h/\langle U\rangle]$	21	15	298	38	46
$\Delta t^\tau_{\text{ave}}[h/u_\tau]$	2.9	1.7	21	2.3	3.2
Eötvös	0.45	0.45	4.5	3.6	3.6
$\sigma[N/m]$	0.02	0.16	0.002	0.0025	0.02
Re_c	5400	6700	7200	12100	10300
Re_b	90	450	140	140	600

TABLEAU 2.1 – Numerical and physical parameters for calculations at $Re_\tau = 127$ and $Re_\tau = 180$ for $h = 1m$ (the characteristic length scale of the channel). The bubble diameter is d_b, N_b is the number of bubbles, $\Delta x^+ = (L_x/N_x)Re_\tau/h$, where L_x and N_x are respectively the length and the number of cells in x direction. The Eötvös number is $Eo = \rho_l g d_b^2/\sigma$. The parietal Reynolds number is defined as $Re_\tau = hu_\tau/\nu_l$, with $u_\tau = \sqrt{(\mu_l/\rho_l)\left(\partial\overline{U}/\partial y|_{y=0}\right)}$. $Re_c = D_h\langle U\rangle/\nu_l$ is the channel Reynolds number, with the hydraulic diameter $D_h = 4h$. $Re_b = d_b\langle u_r\rangle/\nu_l$ is the bubble Reynolds number, with $u_r = \overline{U_v}^v - \overline{U_l}^l$, the mean upstream relative velocity of the bubbles. Δt_{ave}, Δt^τ_{ave} are the time intervals on which statistical results have been measured. They are expressed respectively in time unit $t.u. = h/\langle U\rangle$, $t.u.\tau = h/u_\tau$.

between the walls is $2h = 2m$ where h is the characteristic length of the channel. There are periodic conditions on the directions 1 (x, streamwise) and 3 (z, spanwise). The flow is driven upward by a mean pressure gradient calculated to satisfy an imposed mean velocity gradient at the wall, while the acceleration due to gravity acts downwards (along the x-axis). In all simulated cases, a population of bubbles ($d_b = 0.3h$) is added in the flow with a void fraction of 3%.

TrioCFD through its Front-Tracking algorithm [Mathieu, 2003] resolves the one-fluid equations of Kataoka [1986] as written for channel up-flow by Lu & Tryggvason [2008] :



S180 **S180g8** **D180** **D180g8**

FIGURE 2.7 – Instantaneous illustrations of the flows. Interfaces are colored to indicate the local curvature. The color scale represents isovalues of the λ_2 criterion [Jeong & Hussain, 1995] (see http://triocfd.cea.fr/recherche/modelisation-physique/ for movies).

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \tag{2.45}$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}\mathbf{U}) = -\nabla P' + (\rho - \langle\rho\rangle)\,\mathbf{g} - \beta \mathbf{e}_x + \nabla \cdot \left[\mu \left(\nabla \mathbf{U} + \nabla^T \mathbf{U}\right)\right] + \sigma\kappa \mathbf{n}_v \delta^i, \tag{2.46}$$

where each of the one-fluid variables is defined as a mixture of phase variables : $\phi = \sum_k \chi_k \phi_k$ where ϕ_k can be $\mathbf{U_k}$, ρ_k, μ_k or P_k, respectively the velocity, the density, the viscosity and the pressure in phase k. χ_k is the phase indicator function, which is equal to 1 in phase k and 0 otherwise. The transport equation is then $\partial\chi_v/\partial t + \mathbf{u}_i \cdot \nabla\chi_v = 0$, where $\mathbf{u}_i$ is the interfacial velocity of the front. Here, in the absence of phase change, the velocity is continuous across the interface and $\mathbf{u}_i = \mathbf{U}$. Following the proposal of Lu & Tryggvason [2008], the pressure gradient ∇P is split into mean $\langle\nabla P\rangle$ and fluctuating $\nabla P'$ parts ($\langle\phi\rangle$ is the space average of ϕ over the whole domain). β is a constant source term containing the spatially averaged weight of the mixture and the driving pressure gradient so that $\beta = \langle\nabla P\rangle - \langle\rho\rangle\mathbf{g}$. It corresponds to an imposed shear stress at the wall. σ is the surface tension, $\kappa = -\nabla_S \cdot \mathbf{n}_v$ is the local curvature usually negative for bubbles and $\mathbf{n}_v$ is the interface normal defined by $\nabla\chi_v = -\mathbf{n}_v\delta^i$, where δ^i is the Dirac impulse at the interface i.

Following the proposal of Tryggvason *et al.* [2003], a front-tracking method is used to solve this set of equations in the whole computational domain, including both the gas and liquid phases. The interface is followed by moving connected marker points. The Lagrangian markers are advected by the velocity field interpolated from the Eulerian grid.

In order to preserve the mesh quality and to limit the need for remeshing operations, only the normal component of the velocity field is used in the marker transport. After transport, the front is used to update the phase indicator function, the density, and the viscosity at each Eulerian grid point. The Navier–Stokes equations are then solved by a projection method [Puckett *et al.*, 1997] using fourth-order central differentiation for evaluation of the convective and diffusive terms on a fixed, staggered Cartesian grid. Fractional time stepping leads to a third-order Runge–Kutta scheme [Williamson, 1980] (see Toutant [2006]). In the two-step prediction–correction algorithm, a surface tension source is added to the main flow source term and to the evaluation of the convection and diffusion operators in order to obtain the predicted velocity (see Mathieu [2003] for further information). Then, an elliptic pressure equation is solved by an algebraic multigrid method to impose a divergence-free velocity field. TrioCFD has already been widely used for two-phase [Bois, 2017; Bois *et al.*, 2017, 2016; Toutant *et al.*, 2009, 2008, 2012] and single-phase [Chandesris *et al.*, 2013; Chandesris & Jamet, 2006, 2009; Dupuy *et al.*, 2018] flow studies.

Then, averaged information are extracted from DNS data. Because of the low void fraction in our simulations, break-up and coalescence are neglected. Since the present focus is on dynamical aspects (interfacial forces and bubble-induced turbulence), the channel is considered isothermal with no phase change nor boiling at the wall and constant properties within each phase. Physical and numerical setups are summarized in table 2.1. In order to study statistical profiles, the ensemble averaging has been assimilated to a temporal averaging, particularized to a space and time average by application of the ergodicity hypothesis to the periodic directions of the flow :

$$\overline{\phi\,(y)} = \frac{1}{\Delta t_{\text{ave}} L_x L_z} \int_{t-\Delta t_{\text{ave}}/2}^{t+\Delta t_{\text{ave}}/2} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} \phi\,(x,y,z,\tau)\,dx\,dz\,d\tau, \tag{2.47}$$

where L_x and L_z are respectively the length and depth of the channel and Δt_{ave} is the time interval of the average expressed in time unit $t.u. = h/\langle U \rangle$.

2.3.2 General remarks

On figure 2.7, instantaneous illustrations of the flows are shown for the 4 cases at $Re_\tau = 180$. Cases S180 and D180 are channel bubbly up-flows in low gravity conditions ($Re_b \in [90, 140]$), respectively with spherical ($Eo = 0.45$) and deformable ($Eo = 3.6$) bubbles. Cases S180g8 and D180g8 are similar cases with increased gravity representative of a more realistic range of bubble Reynolds number ($Re_b \in [450, 600]$) reflecting standard air/water conditions for $2mm$ bubbles as observed in reference experiments [Riboux *et al.*, 2013]. The fifth case introduced in chapter 5, is similar to case D180 but at a lower Reynolds number $Re_\tau = 127$. These cases have been especially designed for the study of the transversal migration of bubbles (i.e. the void fraction profiles). As can be seen from figure 2.7 and more precisely from figure 2.8a, all the typical void fraction profiles are represented. The void fraction profiles have two important features. The first one is the position of the void fraction peak related to the action of the lift force on bubbles. The second is its spreading due to the dispersion forces. By spreading, the authors mean the thickness of the transitional region between the void fraction peak and the low void fraction area.

Void fraction peak

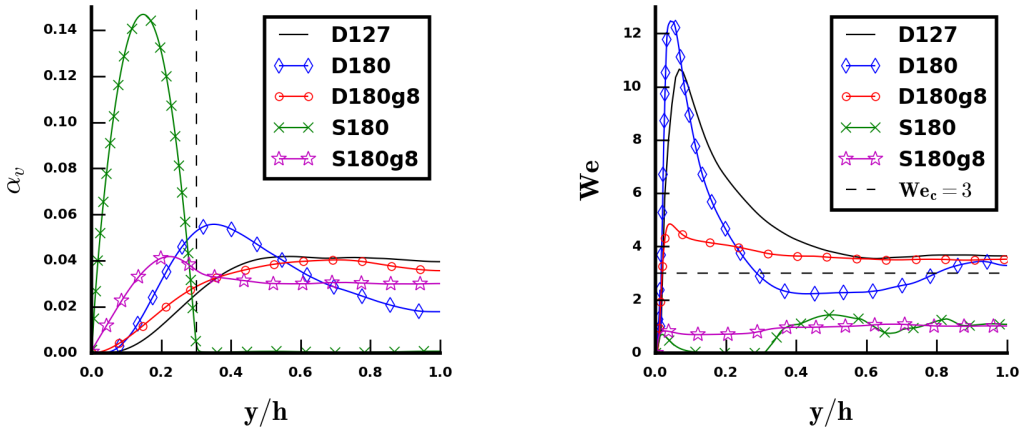
The strongest effect of an increasing Eötvös number is the reversal of the lift force starting from a critical value $Eo_c\,(Re_\tau = 127) \approx 2.5$ [Tryggvason *et al.*, 2013]. Because of the spherical shape of the bubbles in case S180 ($Eo = 0.45 < Eo_c$), the bubbles are pushed against the wall under the action of the lift force to reach a typical wall-peaked profile. Similarly, case S180g8 shows a wall-peaked profile but it also has the strongest diffusion of bubbles to the bulk. Actually, the diffusion is strong enough to strongly decrease the maximum of void fraction and almost reduce it to the constant value obtained in the core of the flow ($\alpha \backsimeq 3\%$ for $y/h > 0.4$). For the deformable cases D127 and D180g8 for which $Eo = 4.5 - 3.6 > Eo_c$, the lift force is reversed. Hence, the bubbles are pushed towards the bulk of the channel, and the flow reaches a classical core-peaked profile. However, the intermediate behaviour in case D180 needs further explanation. The intermediate peak of the void fraction profile in case D180 suggests that the Eo number is not sufficient to characterise the orientation of the lift force. Indeed, the Eötvös number is independent of the location whereas bubbles located at $y/h < 0.3$ are pushed to the right (away from the wall) when bubbles located in $y/h > 0.3$ are pushed to the left. The Eötvös number does not take into account the bubble relative velocity which may have an impact on the lift orientation [Adoua *et al.*, 2009]. In this context, the Weber number defined as $We = \rho_l u_r^2 d_b/\sigma$ seems more appropriate. The Weber profile is plotted on figure 2.8b. The value of the critical Weber number $We_c = 3$ is found at $y/h = 0.3$ for case D180. This new criterion can explain the intermediate peak of case D180 and agrees with the core peaked profile of cases D127 and D180g8 for which $We > We_c$ and with the wall peaked profile of cases S180 and S180g8 for which $We < We_c$. It clearly separates positive and negative lift forces for all simulated cases.

Void fraction spreading

The void fraction spreading arises from a balance between the magnitudes of the lift force and the dispersion forces. For RANS applications, the dispersion forces are often considered as turbulent dispersion forces only. Indeed, the mixing induced by turbulence is an essential source of dispersion. Nevertheless, the present results suggest the presence of hidden variables responsible for other non-turbulent dispersion. In low gravity conditions (i.e. small bubble Reynolds numbers), the averaged bubbles wakes are stable for cases S180 and D180 so that turbulent structures (shown in figure 2.7) are mostly related to the turbulence induced near the wall by the local shear (see the elongated streaks on case D180). The flow rate in case S180 is strongly decreased because of the presence of bubbles against the wall in order to satisfy the criterion $Re_\tau = 180$. This effect explains the decrease from 12100 to 5400 of the channel Reynolds number between cases D180 and S180 and hence the little amount of turbulent structure in case S180 (see Dabiri *et al.* [2017], Lu & Tryggvason [2008] or the chapter 5 for additional explanation on the flow rate reduction). The small amount of wall-normal Reynolds stresses in case S180 (see figure 2.9b) may explain why bubbles are stuck to the wall. The slight increase of the wall-normal Reynolds stresses in case D180 and D127 in comparison with case S180 (because turbulence freely develops in the boundary

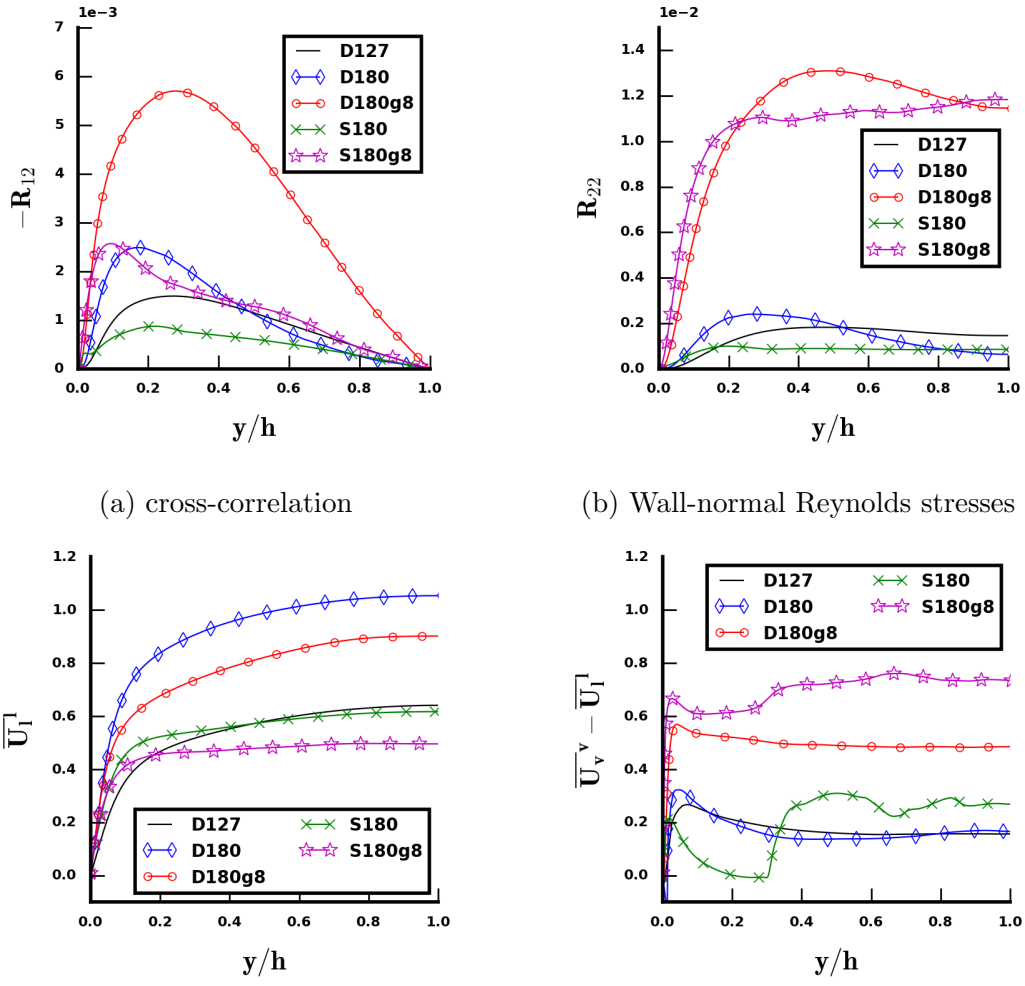
layer in the absence of bubble) allows a spreading of the void fraction.

A small difference of turbulent kinetic energy between cases S180 and D127 induces a significant difference of spreading. This fact can be explained by a modification of the lift force magnitude which is possibly stronger in case S180 due to a different wake structure. In normal conditions of gravity (i.e. for cases S180g8 and D180g8), turbulent structures related to the interaction and instabilities of the wakes are essential. This effect combined with an increase of bubbles relative velocity induces stronger Reynolds stresses in cases D180g8 and S180g8 (see figure 2.9b). Under the action of the turbulent dispersion force, this increase of the wall-normal Reynolds stresses could explain the substantial increase of spreading between cases S180 and S180g8. However, even if the wall-normal Reynolds stresses is six times larger for case D180g8 than for case D127, figure 2.8a shows that both cases have similar void fraction profiles. This observation suggests that the role of turbulence in the spreading process is overvalued and not alone. The Reynolds stresses magnitudes follow the same hierarchy on other components (not shown here). Furthermore, the spreading in case S180g8 may be explained by the strong kinetic energy of bubbles which bounce violently on walls and are ejected towards the bulk. This effect is visible on a movie of the flow (see supplementary material and statistical data on http ://triocfd.cea.fr/recherche/modelisation-physique/). The overrating of the role of turbulence in the dispersion process is in agreement with our previous findings in the section 2.4 and can be explained physically. For instance, in purely laminar flows, Biesheuvel & Wijngaarden [1984] demonstrates that spherical bubbles tend to create horizontal alignment due to the modification of the pressure field by the potential flow around bubbles. Bunner & Tryggvason [2002] show numerically that binary interaction between two bubbles induces an horizontal alignment of bubbles. Furthermore, for bubbly flows with low void fraction (as in our cases $< 5\%$), Batchelor [1972] and Wijngaarden & Kapteyn [1990] assume that the flow dynamic is dominated by those binary interactions. Otherwise, deformable bubbles have naturally an oscillating trajectory which can be seen as a dispersion mechanism. To the best of our knowledge, these effects are never taken into account in RANS models. Finally, in the section 2.4, we showed that an impact of the surface tension on dispersion forces is possible.



(a) Void fraction (b) Weber number

FIGURE 2.8 – Statistical profiles of void fraction and Weber number from DNS.



(a) cross-correlation (b) Wall-normal Reynolds stresses

(c) liquid velocity (d) relative velocity

FIGURE 2.9 – Statistical profiles of velocities and Reynolds stresses from DNS.

2.4 Surface tension effect

This section presents an analysis of two complementary formulations of the momentum balance in two-phase flows to understand the impact of surface tension on momentum budgets. With the first formulation, which employs a one-fluid averaged momentum equation, the study of the surface tension source term is possible because it appears directly in the equations (§2.4.1). The second formulation, which employs two-fluid averaged momentum equations, links the interfacial forces to the surface tension source term (§2.4.2). In this section, statistical results extracted from cases Ss (spherical), D (deformable), B (bidisperse) and SP (single-phase) at $Re_\tau = 127$ (presented in the chapter 5) are used.

2.4.1 One-fluid averaged momentum equation

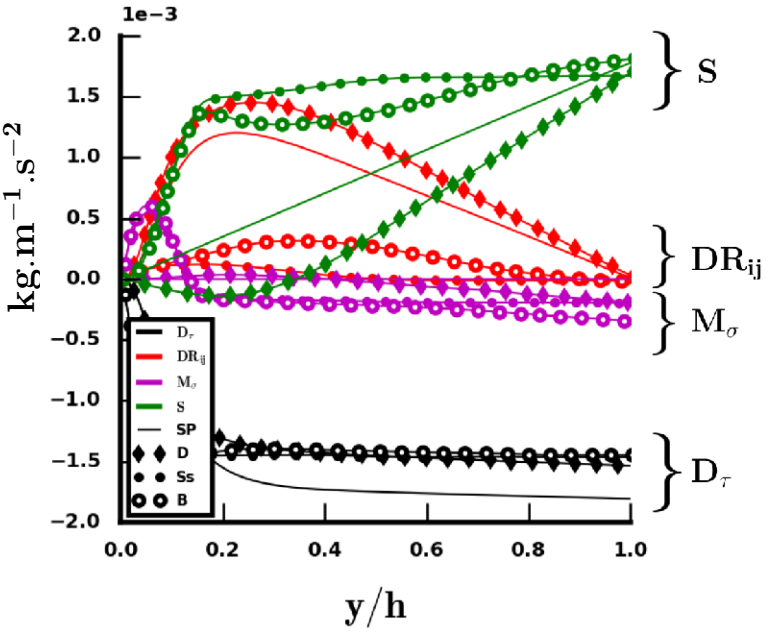
Averaging and integrating the one-fluid equation (2.46) with the Reynolds decomposition at statistical equilibrium gives the averaged stress equation :

$$\begin{aligned} 0 \;=\; & \underbrace{-\int_0^y \nabla\overline{P'}\,dy}_{DP} + \underbrace{\int_0^y \left[(\overline{\rho} - \langle\rho\rangle)\,\mathbf{g} - \beta\mathbf{e}_x\right] dy}_{S} + \underbrace{\int_0^y \nabla\cdot\overline{\tau}\,dy}_{D\tau} \\ & \underbrace{-\int_0^y \nabla\cdot(\overline{\rho\mathbf{u}\mathbf{u}})\,dy}_{DR_{ij}} + \underbrace{\int_0^y \overline{\sigma\kappa\mathbf{n}_v\delta^i}\,dy}_{\mathbf{M}_\sigma}. \end{aligned} \tag{2.48}$$

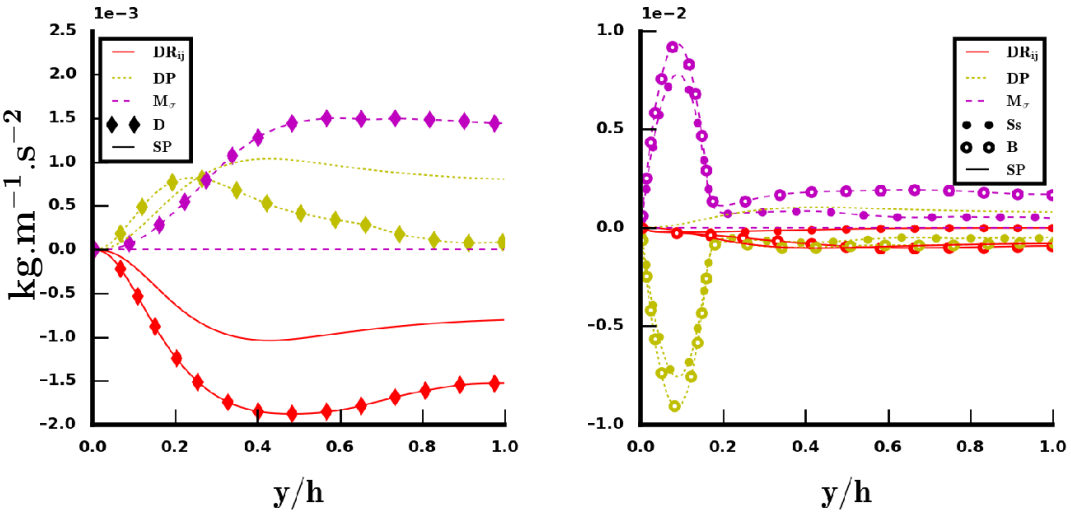
where $\overline{\phi}$ is the ensemble average of ϕ. Each term of equation (2.48) is plotted on figure 2.10 for the four comparable cases (namely SP, Ss, D and B). The results are presented as stresses. Obviously, for single-phase flow (SP), the term M_σ and the first term of S are removed from equation (2.48) and one-fluid variables become classical variables.

Surface tension and wall repulsion

At the wall, the interpretation of the forces changes. For instance, in figure 1.14a, the void-fraction peak at $y/h \approx 0.15$ for case Sb can easily be interpreted as the expression of a repulsive force from the wall (see, e.g., Antal *et al.* [1991]). However, this type of interpretation leads to a misunderstanding of the wall effect. Actually, the position of the void-fraction peak is determined by the finite size of bubbles and corresponds here to the location of the centre of gravity of wall-peaking bubbles. Thus, the apparent repulsive effect is not a hydrodynamic force but a manifestation of the surface tension force coming from the averaging operator and the use of a particle approach. In order to quantify the bubble size-induced repulsive force, Lubchenko *et al.* [2017] have proposed a new closure that is relevant to further investigations based on DNS data. This sort of consideration arises for any variable linked to interfacial position. In particular, the surface tension source term $\mathbf{M}^\sigma$ presents similar features with void fraction profiles in figure 2.10c. Further investigations are required to understand the consequences of this non-Eulerian effect.



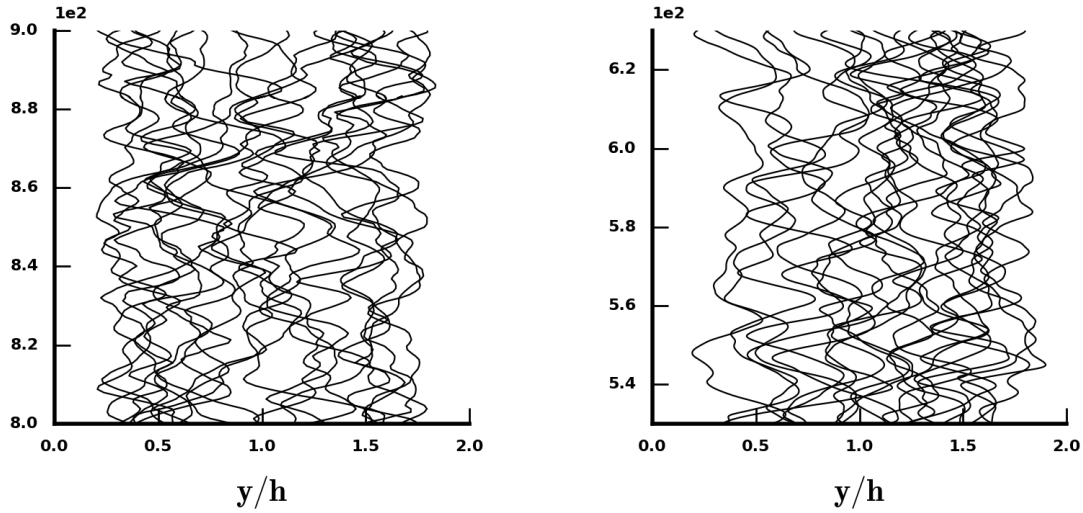
(a) streamwise



(b) wall-normal cases D and SP

(c) wall-normal cases Ss, B and SP

FIGURE 2.10 – Contributions to the one-fluid equation (2.48) versus the wall-normal coordinate : (a) streamwise momentum budget ; (b) wall-normal momentum budget for case D and SP ; (c) wall-normal momentum budget for cases Ss and B. The first part of the legends identifies the term of the momentum equation by a color and/or a linestyle (dashed or solid line). The second part (in black) identifies the case by a specific marker (only the SP is plotted without marker).



(a) (b)

FIGURE 2.11 – Wall-normal positions of the 21 large bubbles in case D (a) ; and in case B (b) ; on a time interval of 100 seconds.

Surface tension and dispersion

From the interaction forces point of view, the dispersion of bubbles in the wall-normal direction is usually assumed to be proportional to the turbulent kinetic energy [Reeks, 1991]. This force is called turbulent dispersion [Laviéville *et al.*, 2015; Lopez de Bertodano, 1998]. Figure 1.14c shows that cases D and B have very different levels of root-mean-square (RMS) velocity in the wall-normal component, which is a direct consequence of the lower flow rate for case B. Thus, most models will predict a large increase in the dispersion phenomenon in case D whereas figure 1.14a shows that the averaged void fractions are equally spread for both cases for $y/h > d_b$, hence suggesting similar levels of dispersion. Additionally, figure 2.11 shows the individual wall-normal positions of large bubbles over time in cases D and B. The bubbles present very similar oscillations of the trajectory in both cases with similar frequencies and magnitudes. Considering the wide difference of surrounding turbulence from the liquid phase between cases B and D, this oscillating trajectory can be associated with an inherent feature of the collective swarm of bubbles. Here, the oscillating trajectory of bubbles makes clear the presence of bubble interactions. For instance, a bubble located in the wake of another bubble is subjected to the local shear induced by the wake. The reaction of the bubble then depends on its deformation. For $Eo < Eo_c$, the bubble is expelled from the wake and Ervin & Tryggvason [1997] have shown that an horizontal alignment of bubbles is expected in this case. For the present case where $Eo > Eo_c$, the bubble preferentially stay in the wake and a vertical alignment is expected for a pair of bubbles in quiescent liquid. However, none of the two configurations is observed here. Consequently, a more complicated interaction of the collective swarm leads to the dispersion of bubbles. Hence, it is necessary to analyze thoroughly the momentum equation in order to understand the interfacial forces responsible for dispersion.

In the streamwise direction, the momentum budget for deformable bubbles on figure 2.10a shows similar trends to those seen in single-phase channel flow where the pressure gradient source term is compensated by viscous and turbulent shears alone. In the two-phase case, the modified source term (S) is also compensated for by these two contributions. In the axial direction, the surface tension term is negligible but the transverse component (figure 2.10b) brings other observations. Even if the surface tension energy is a particle-size effect, the averaged surface tension source term in the wall-normal direction is directly correlated with the averaged void fraction

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_\sigma \cdot \mathbf{e}_y = \int_0^y \overline{\sigma\kappa \mathbf{n}_v \delta^i} \cdot \mathbf{e}_y dy = -\int_0^y \overline{\sigma\kappa \partial_y \chi_v} dy &= \overline{\sigma\kappa}^i \left[\alpha_v(y) - \underbrace{\alpha_v(0)}_{=0}\right] + C_\kappa^n, \\ &\approx \overline{\sigma\kappa}^i \alpha_v(y), \end{aligned} \tag{2.49}$$

where $\overline{\phi}^i = \overline{\phi\delta^i}/\overline{\delta^i}$ is the interfacial average. C_κ^n is the cross-correlation term between the curvature and the normal to the interface. At first order, C_κ^n can be neglected because $\mathbf{M}_\sigma \cdot \mathbf{e}_y$ is proportional to α_v (see the shapes of the void fraction profile of case D in figure 1.14a and of $\mathbf{M}_\sigma$ in figure 2.10b). Even though the mean contribution of the surface tension source term on a whole bubble is zero, equation (2.49) shows that the surface tension source term of a bubble population is not cancelled at the bubble scale by the ensemble average and becomes significant in the wall-normal component of the momentum budget. Consequently, the question arises about the impact of the surface tension term (figure 2.10b) on bubble migration. Indeed, in the wall-normal component, the momentum equation is related to the migration phenomenon. The statistical equilibrium of the wall-normal component is a balance between surface tension, pressure and turbulence. For the single-phase case, turbulence DR_{ij} and pressure DP are opposed in figure 2.10b, but the surface tension source term M^σ adds an imbalance for two-phase flow. For less turbulent cases Ss and B (figure 2.10c), the pressure term DP balances the surface tension M^σ close to the wall, thus reflecting a strong increase of the pressure in the vapor phase related to the local Laplace law at the interfaces. For case D and in the bulk for case B, the balance deviates from the case SP to compensate for the surface tension term. Our results indicate that surface tension should be taken into account. This analysis is consistent with discussions on other mechanisms that may be implied in the dispersion process.

2.4.2 Two-fluid averaged momentum equation

Multiplying the Navier–Stokes equation in phase $k \in [l, v]$ by the indicator function χ_k and averaging it leads, at statistical equilibrium, to the integrated version of the phase momentum balance :

$$\begin{aligned} -\underbrace{\int_0^y \overline{P_i' \nabla\chi_k - \tau_i \cdot \nabla\chi_k}\, dy}_{M_k} &= \underbrace{-\int_0^y \nabla\left(\alpha_k \overline{P_k'}^k\right) dy}_{DP_k} + \underbrace{\int_0^y \left[\alpha_k\left(\rho_k - \langle\rho\rangle\right)\mathbf{g} - \alpha_k \beta \mathbf{e}_z\right] dy}_{S_k} \\ &+ \underbrace{\int_0^y \nabla \cdot \alpha_k \overline{\tau_k}^k\, dy}_{D\tau_k} \underbrace{- \int_0^y \nabla \cdot \left(\alpha_k \overline{\rho_k \mathbf{u_k}\mathbf{u_k}}^k\right) dy}_{DR_{ij}^k}, \\ \mathbf{M}_l + \mathbf{M}_v &= \mathbf{M}_\sigma. \end{aligned} \tag{2.50}$$

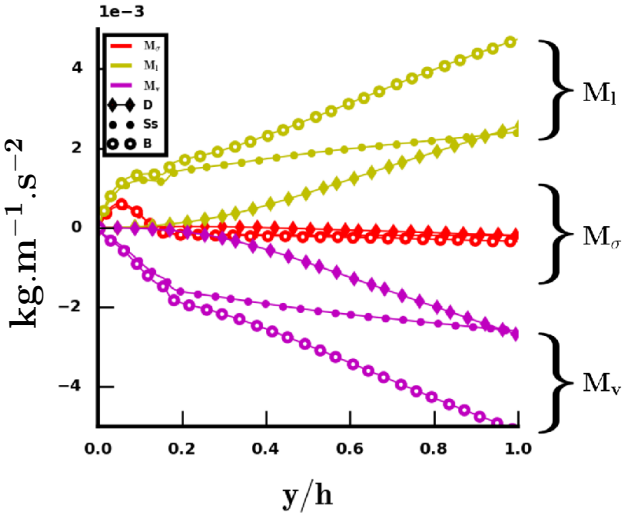
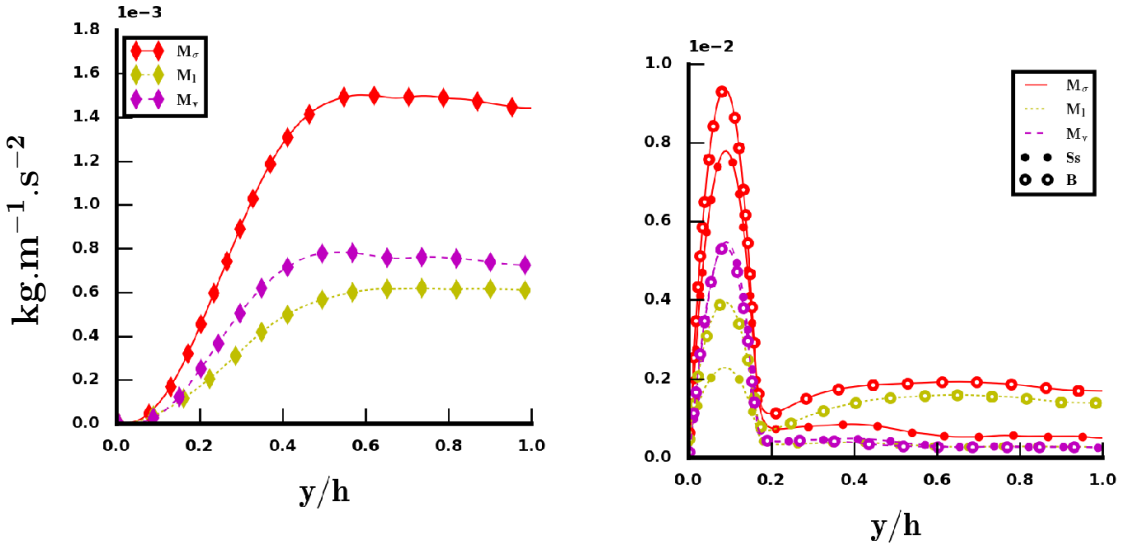


FIGURE 2.12 – Streamwise components of the two-fluid interfacial terms in equation (2.50) versus the wall-normal coordinate. The first three legends identifies the interfacial term by a color and/or a linestyle (dashed or solid line). The second part (in black) identifies the case by a specific marker.



(a) (b)

FIGURE 2.13 – Wall-normal components of the two-fluid interfacial terms in equation (2.50) versus the wall-normal coordinate : (a) case D ; (b) cases Ss and B. The first part of the legends identifies the interfacial term by a color and/or a linestyle (dashed or solid line). The second part (in black) identifies the case by a specific marker.

In this equation, $\overline{\phi_k}^k$ is the phase average defined as $\overline{\phi_k}^k = \overline{\chi_k \phi_k}/\overline{\chi_k}$. This formulation reveals the term $\mathbf{M}_k$ corresponding to the averaged force exerted by the interface on phase k. This formulation is linked to the one-fluid formulation by the jump conditions at the interfaces, at the origin of the relation $\mathbf{M}_l + \mathbf{M}_v = \mathbf{M}_\sigma$. $\mathbf{M}_k$ is classically modeled by the sum of different forces such as drag, lift and turbulent dispersion forces. From DNS, it is calculated as the residue of the right-hand side of equation (2.50), because its direct evaluation would rely on locally discontinuous fields evaluated at the interface and this would lead to significant interpolation errors.

Figures 2.12 and 2.13 show the results obtained for interfacial forces in the axial and wall-normal directions. The consistency of our results is verified because $\mathbf{M}_v + \mathbf{M}_l$ fits with the surface tension source term $\mathbf{M}_\sigma$ according to equation (2.50). In the streamwise direction, interfacial forces are compensated for by buoyancy. The one-fluid surface tension source term $\mathbf{M}_\sigma$ is negligible compared with $\mathbf{M}_k$ (the drag force) in figure 2.12. Thus, the surface tension contribution does not play a significant role in the prediction of the terminal bubble velocity in the x direction and the action / reaction principle is applicable ($\mathbf{M_l} = -\mathbf{M_v}$).

In the wall-normal direction, interfacial forces are responsible for bubble migration. Figures 2.13a and 2.13b show these forces for cases D, Ss and B. Both $\mathbf{M}_l$ and $\mathbf{M}_v$ have positive values for case D, Ss and B. This is allowed by the role of surface tension energy. However, giving a physical interpretation of the impact of surface tension on bubble migration is difficult ; its importance in the momentum budget in the direction of migration is clearly demonstrated and should exhort the research in this direction. Further complementary studies are necessary. They should involve the analysis of local instantaneous fields around the bubbles. In the following section, other DNS cases are presented in the purpose of interfacial force study.

2.5 New definition of interfacial forces

In this section, a new method of identifying forces is proposed. In section 2.5.1, the complete content of the momentum transfer term is defined from the Navier-Stokes equations. This definition differs from the classical one because it does not rely on the particle hypothesis. As mentioned in section 2.3.2, a non-turbulent dispersion force can come from pressure or surface tension effects. Hence, the derivation of the present formulation does not ressort to any hypothesis on the surface tension force nor on the pressure field. This section also links the momentum transfer definition to the trajectory equation of a fluid element of the vapour phase to make the connection with the forces acting on a bubble in the particle approach. The resulting trajectory equation is then studied in section 2.5.2 on an ideal laminar shear flow to demonstrate the link between the new local definition of the lift force and its classical closure in a particle approach. These analytical developments show that the new definitions can coincide with classical definitions by integrating on the volume of the bubbles. The trajectory equation is then profusely discussed and some forces are identified. In particular, a new laminar dispersion force is highlighted. Then, section 2.5.4 presents the study of the lift force in the complex configuration of a channel flow. Based on the DNS data

described in section 2.3, section 2.5.5 shows that the impact of the new non-turbulent dispersion force is tremendous in the migration process. Section 2.5.6 strengthens the definition of the drag force given in section 2.5.1 by comparing it with its most common closure. The lessons learned from previous sections are finally applied to RANS Euler-Euler formalism in section 2.5.7 to provide some insight towards an improvement of RANS models and computations. Section 2.5.8 concludes the study of the new balance equation of forces.

2.5.1 Equilibrium equation of interfacial forces

In this section, the averaged formulation of the Navier-Stokes equations is used to find a definition of the momentum transfer in a general case (without any hypotheses). Let's first consider the averaged Navier-Stokes equations in each phase

$$\mathbf{M_k} = \frac{D\left(\alpha_k\rho_k\overline{\mathbf{U_k}}^k\right)}{Dt} + \nabla\left[\alpha_k\left(\overline{P_k}^k - P_l^0\right)\right] - \alpha_k\rho_k\mathbf{g} - \nabla.\alpha_k\overline{\tau_k}^k + \nabla.\left(\alpha_k\rho_k\overline{\mathbf{u_k}\mathbf{u_k}}^k\right) \tag{2.51a}$$

$$\text{with} \quad k \in [l, v] \quad \text{and} \quad \mathbf{M_l} + \mathbf{M_v} = \overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} \tag{2.51b}$$

where $D\left(\alpha_k\rho_k\overline{\mathbf{U_k}}^k\right)/Dt = \partial\left(\alpha_k\rho_k\overline{\mathbf{U_k}}^k\right)/\partial t + \nabla.\left(\alpha_k\rho_k\overline{\mathbf{U_k}}^k\overline{\mathbf{U_k}}^k\right) = \alpha_k\rho_k d\overline{\mathbf{U_k}}^k/dt$ with d/dt the material derivative (see appendix A.1). Indices l and v are respectively related to the liquid and gas phases. The velocity $\mathbf{U_k}$ is decomposed into mean and fluctuating parts $\mathbf{U_k} = \overline{\mathbf{U_k}}^k + \mathbf{u_k}$ and $\overline{\phi_k}^k = \overline{\chi_k\phi_k}/\overline{\chi_k}$ is the phase average. The pressure p is defined relatively to a reference pressure P_l^0. $\overline{\tau_k}^k$ is the mean viscous stress. Then, considering equation (2.51b) and $\alpha_v\times(2.51a)|_{k=l}$-$\alpha_l\times(2.51a)|_{k=v}$, a more detailed content of the interfacial momentum transfer is found :

$$\begin{aligned}
\mathbf{M_v} = \overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} - \mathbf{M_l} =& \alpha_v\alpha_l\left(\rho_l - \rho_v\right)\mathbf{g} \\
&- \alpha_v\frac{D\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{U_l}}^l}{Dt} + \alpha_l\frac{D\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{U_v}}^v}{Dt} \\
&+ \alpha_v\nabla.\alpha_l\overline{\tau_l}^l - \alpha_l\nabla.\alpha_v\overline{\tau_v}^v \\
&- \alpha_v\nabla.\left(\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l\right) + \alpha_l\nabla.\left(\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v\right) \\
&+ \alpha_v\overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} \\
&- \alpha_v\nabla\left[\alpha_l\left(\overline{P_l}^l - P_l^0\right)\right] + \alpha_l\nabla\left[\alpha_v\left(\overline{P_v}^v - P_l^0\right)\right]
\end{aligned} \tag{2.52}$$

As explained in appendix A.1, $\mathbf{M_v}$ is an interfacial momentum transfer term and not the sum of external forces on the vapour phase. Therefore it has a non-zero mean value ($\mathbf{M_v} \neq 0$) even at statistical steady state. One of the challenges of the two-fluid approach is the modelling of this momentum transfer. As we saw in the introduction, it is classically composed of added-mass, drag and lift forces [Drew & Passman, 1999; Geurst, 1986; Wallis, 1990]. As it stands, classical expressions of these forces are not found in the equation (2.52) because it is in a different form, written with local variables. However, these classical terms are inevitably there, since equation (2.52) is exact. To determine if the classical terms can be identified and separated, we use in the following the trajectory equation of a fluid element of the vapour phase, in order to have all the

forces and to make the link with the trajectory equation of a particle. It must be kept in mind, however, that our goal is the modelling of the momentum transfer, and not of the forces acting on the bubbles.

$$\alpha_v\rho_v\frac{d\overline{\mathbf{U_v}}^v}{dt} = \mathbf{M_v^{tot}} \tag{2.53}$$

$$\begin{aligned}
=&\alpha_v\overline{\rho}\mathbf{g} - \alpha_v\nabla\left(\overline{P_l}^l - P_l^0\right) \\
&- \alpha_v\frac{D\left(\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{U_l}}^l\right)}{Dt} + \alpha_l\frac{D\left(\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{U_v}}^v\right)}{Dt} \\
&+ \alpha_v\left[\nabla.\left(\alpha_l\overline{\tau_l}^l\right) + \nabla.\left(\alpha_v\overline{\tau_v}^v\right)\right] \\
&- \alpha_v\left[\nabla.\left(\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l\right) + \nabla.\left(\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v\right)\right] \\
&+ \alpha_v\overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} - \alpha_v\nabla\left[\alpha_v\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)\right]
\end{aligned} \tag{2.54}$$

For additional clarity, the averaged weight of the mixture included in the pressure gradient (reflecting the hydrostatic equilibrium in the longitudinal direction) can be extracted :

$$\overline{P_l}^l = \overline{P_l'}^l - \langle\rho\rangle\mathbf{g}.\mathbf{x} \tag{2.55}$$

To understand the physical meaning of the different terms, divergence terms are split in order to discriminate dispersion forces ($\propto \nabla\alpha_v$) from other forces :

$$\alpha_v\rho_v\frac{d\overline{\mathbf{U_v}}^v}{dt} = \tag{2.56}$$

$\alpha_v\left(\rho_v - \langle\rho\rangle\right)\mathbf{g}$	Buoyancy $\mathbf{M^{\Pi}}$
$-\alpha_v\frac{D\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{U_l}}^l}{Dt} + \alpha_l\frac{D\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{U_v}}^v}{Dt}$	
$+\alpha_v\left[\overline{\tau_v}^v - \overline{\tau_l}^l\right].\nabla\alpha_v$	Viscous dispersion $\mathbf{M^{\tau D}}$
$+\alpha_v\left[\alpha_l\nabla.\overline{\tau_l}^l + \alpha_v\nabla.\overline{\tau_v}^v\right]$	Viscous force $\mathbf{M^{\tau}}$
$-\alpha_v\left[\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v - \rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l\right].\nabla\alpha_v$	Turbulent dispersion $\mathbf{M^{TD}}$
$+\alpha_v\overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} - \alpha_v\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)\nabla\alpha_v$	Laminar dispersion $\mathbf{M^{LD}} = \mathbf{M}^{\sigma} + \mathbf{M^{P}}$
$-\alpha_v\nabla\left(\overline{P_l'}^l - P_l^0\right) - \alpha_v^2\nabla\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)$	Pressure gradient
$+\alpha_v\alpha_l\left(\rho_l - \rho_v\right)\mathbf{g}$	Part of the drag force
$-\alpha_v\left[\alpha_l\nabla.\left(\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l\right) + \alpha_v\nabla.\left(\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v\right)\right]$	

Further decompositions are needed to name the last three terms of this equation. Expression (2.56) is a balance equation for continuous forces in the gas phase. For the purpose of giving a local definition to forces, it has to be noticed that this equation is not the trajectory equation of a point-particle (i.e. Newton second law in a particle approach) but the trajectory equation of an elementary volume of fluid in the gas phase. At the statistical steady state (added mass force is zero), the flow reaches a

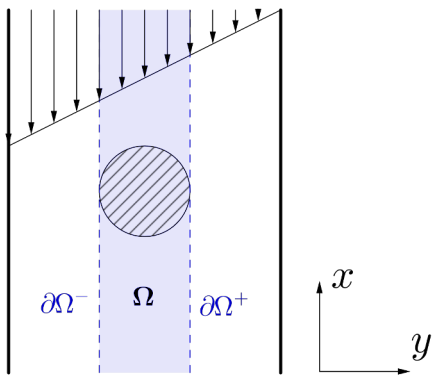


FIGURE 2.14 – scheme of a single quasi-spherical bubble in a shear flow.

spatial distribution of bubbles (i.e. void fraction and relative velocity profiles) for which there is an equilibrium between all the forces of the equation. In equation (2.56), several contributions are clearly identified. $\mathbf{M^{\Pi}}$ is the buoyancy force resulting from a density difference compensated by the drag force. The turbulent dispersion force $\mathbf{M^{TD}}$ (proportional to $\nabla\alpha_v$ and to the Reynolds stresses) also arises in equation (2.56). As discussed in section 2.5.5, the term $\mathbf{M^{TD}}$ coined as turbulent dispersion is not a purely turbulent contribution. Other forces $\mathbf{M^{LD}} = \mathbf{M}^{\sigma} + \mathbf{M^{P}} \propto \nabla\alpha_v$ are coined as "laminar dispersion forces". Viscous dispersion and viscous force are named $\mathbf{M}^{\tau\mathbf{D}}$ and $\mathbf{M}^{\tau}$. In the following, assessments of $\mathbf{M}^{\tau\mathbf{D}}$ and $\mathbf{M}^{\tau}$ from DNS show that they are negligible in comparison with the other forces. Therefore, they will not be considered in the subsequent analysis. The liquid pressure gradient appears as well : $-\alpha_v\nabla\left(\overline{P_l'}^l - P_l^0\right) - \alpha_v^2\nabla\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)$. In order to clarify the role of this pressure gradient and of the last term of equation (2.56), the simplified case of an isolated bubble in a laminar shear flow is considered.

2.5.2 Lift force on an isolated bubble in a laminar shear flow

In equation (2.56), terms related to dispersion process in the lateral direction are proportional to $\nabla\alpha_v$. The lift force, commonly expressed in terms of $\rho_l\alpha_v u_r\partial\overline{U_l}^l/\partial y$ in the particle approach, does not appear immediately in equation (2.56). In order to identify it, let's consider an isolated bubble at low bubble Reynolds number in a laminar shear flow. In these conditions, only the lift force M^L leads the lateral trajectory of the bubble (see Tomiyama *et al.* [2002]) :

$$\mathbf{M_v^{tot}}.\mathbf{e_y} = M^L \tag{2.57}$$

Let's consider an isolated bubble with $\Omega(t)$ the domain in which the void fraction is non-zero at a given time t (see figure 2.14). For the statistics of a channel flow, the statistical data defined as in equation (2.47) is relevant because each part of the finite-size bubble (right, left, central parts) passes through the plane $y/h = Cte$ if a sufficient averaging time is chosen (for $y > d_b/2$). Then, the statistical average is representative of the whole bubble and statistical quantities can be assimilated to particle quantities. For the present derivation, at a given time t, the statistical average representative of

the point-size bubble is

$$\overline{\overline{\phi\,(t)}} = \frac{1}{d_b L_x L_y} \int_{\Omega(t)} \phi dx dy dz \tag{2.58}$$

and the phase averages are thus redefined as $\overline{\phi}^k = \overline{\overline{\chi_k \phi_k}}/\overline{\overline{\chi_k}}$ (only for the present section). In this configuration, the dispersion forces in equation (2.56) are zero because a single quasi spherical bubble cannot be dispersed (there is no turbulent dispersion, oscillating path or swarm effects). The surface tension source term is zero by definition because it is integrated on the whole bubble. The viscous forces are neglected after observations of DNS statistics (see figure 2.15). Then equation (2.56) is reduced in the transversal direction to :

$$\begin{aligned} M^L \approx & -\frac{\alpha_v}{d_b} \int_{y\in\Omega} \frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{P_l'}^l - P_l^0 \right) dy \\ & - \frac{\alpha_v}{d_b} \left[\alpha_l \int_{y\in\Omega} \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_l \overline{v_l v_l}^l dy \right) + \alpha_v \int_{y\in\Omega} \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_v \overline{v_v v_v}^v dy \right) \right] \end{aligned} \tag{2.59}$$

All terms involving the Reynolds stresses could be misunderstood as having no laminar origin. For instance, equation (2.59) suggests that the lift force is partly proportional to the Reynolds stresses. Nevertheless, lift forces exist even for laminar or potential flows. In fact, this apparent contradiction is explained by the dual nature of fluctuations in two-phase flows. Indeed, a part of the Reynolds stresses in bubbly flows is induced by local inhomogeneity of the velocity field due to the presence of bubbles. Particularly, the averaged wakes of the bubbles and the potential flow around them are related to non-turbulent spatial fluctuations coined as WIF (Wake-Induced Fluctuations). Hence, a part of the Reynolds stresses is non-turbulent (see chapter 3 for further details). Following these works, the Reynolds stresses decomposition leads to a turbulent part (WIT+SPT) and a laminar part (WIF) :

$$\overline{u_k u_k}^k = \overline{u_k u_k}^k|_{turb} + \overline{u_k u_k}^k|_{lam} \tag{2.60}$$

$\overline{u_k u_k}^k|_{turb}$ is comprised of turbulent fluctuations related to shear-induced turbulence or to instabilities and interactions of bubble wakes. $\overline{u_k u_k}^k|_{lam}$ contains all the non-turbulent spatial fluctuations related to the potential flow around bubbles and to their averaged wakes. In the present case of laminar shear flow, equation (2.59) becomes :

$$\begin{aligned} M^L \approx & \underbrace{-\frac{\alpha_v}{d_b} \int_{y\in\Omega} \frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{P_l'}^l - P_l^0 \right) dy}_{M^L_{\nabla P}} \\ & \underbrace{- \frac{\alpha_v}{d_b} \left[\alpha_l \int_{y\in\Omega} \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_l \overline{v_l v_l}^l|_{lam} dy \right) + \alpha_v \int_{y\in\Omega} \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_v \overline{v_v v_v}^v|_{lam} dy \right) \right]}_{M^L_{\Re}} \end{aligned}$$

With this equation, the lift force seems comprised of a pressure gradient lift force $M^L_{\nabla P}$ and of a Reynolds stress lift force $M^L_{\Re}$. The following sections demonstrate that both $M^L_{\nabla P}$ and $M^L_{\Re}$ can be approximated by a classical lift force model proportional to $\alpha_v \rho_l u_r \frac{\partial \overline{U_l}^l}{\partial y}$.

Pressure gradient lift force

Applying the Green's theorem, $M^L_{\nabla P}$ becomes proportional to the pressure difference between $\partial\Omega^-$ and $\partial\Omega^+$:

$$M^L_{\nabla P} = \frac{\alpha_v}{d_b}\left(\overline{P_l}^l|_{\partial\Omega^-} - \overline{P_l}^l|_{\partial\Omega^+}\right) \tag{2.61}$$

Let's consider the averaged pressure in the liquid phase as a sum of a "single-phase pressure" $\overline{P_l^{SP}}^l$ in absence of bubble and of a pressure induced by the bubble through surface tension effects $\overline{P_l^b}^l$:

$$\overline{P_l}^l = \overline{P_l^{SP}}^l + \overline{P_l^b}^l \tag{2.62}$$

In a single-phase shear flow, there is no pressure gradient in the transversal direction ($\nabla\overline{P_l^{SP}}^l = 0$). Hence, the only possible pressure gradient in a shear flow is induced by the bubble itself through the action of surface tension. Indeed, a pressure difference between $\partial\Omega^-$ and $\partial\Omega^+$ can come from an asymmetrical shape of the bubble induced by the shear. In absence of shear, the pressure difference between $\partial\Omega^-$ and $\partial\Omega^+$ is zero by symmetry. Considering a constant pressure inside the bubble, one gets :

$$\overline{P_v}^v - \overline{P_l^b}^l|_{\partial\Omega^-} \propto \sigma\kappa|_{\partial\Omega^-} \tag{2.63}$$

$$\overline{P_v}^v - \overline{P_l^b}^l|_{\partial\Omega^+} \propto \sigma\kappa|_{\partial\Omega^+} \tag{2.64}$$

Then, we consider that $\kappa|_{\partial\Omega^-}$ and $\kappa|_{\partial\Omega^+}$ are given by the maximum Gauss curvature of a local osculating 3D-ellipsoid which fits with the bubble interface at right and left sides. Considering the properties of an ellipsoid, its maximal curvature can be linked to its aspect ratio γ (see section 2.6.1 for further details), then

$$\overline{P_v}^v - \overline{P_l^b}^l|_{\partial\Omega^-} \propto \sigma\kappa|_{\partial\Omega^-} = \frac{\sigma}{r_0}\left(\gamma^{-4}|_{\partial\Omega^-} + \gamma^5|_{\partial\Omega^-}\right) \tag{2.65}$$

$$\overline{P_v}^v - \overline{P_l^b}^l|_{\partial\Omega^+} \propto \sigma\kappa|_{\partial\Omega^+} = \frac{\sigma}{r_0}\left(\gamma^{-4}|_{\partial\Omega^+} + \gamma^5|_{\partial\Omega^+}\right) \tag{2.66}$$

where r_0 is the radius of the equivalent spherical bubble. γ is related to the local Weber number ($We = \rho_l u_r^2 d_b/\sigma$) where the relative velocity is defined as the difference between the local liquid velocity and the mean bubble velocity. A general law for the aspect ratio as a function of the Weber number has been proposed by Moore [1965] but in the purpose of analytical developments, the relation for small Weber numbers ($We \ll 1$) is chosen here. A Taylor expansion gives :

$$\gamma = 1 + \beta We + \mathcal{O}\left(We^2\right) \tag{2.67}$$

$$\gamma^{-4} + \gamma^5 = 2 + \beta We + \mathcal{O}\left(We^2\right) \tag{2.68}$$

where $\beta = 9/6.4$. Equations (2.61), (2.65), (2.66) and (2.68) give :

$$M^L_{\nabla P} \propto \frac{2\beta\alpha_v\sigma}{d_b^2}\left(We|_{\partial\Omega^+} - We|_{\partial\Omega^-}\right) \tag{2.69}$$

Then, the definition of the Weber number is used :

$$M^L_{\nabla P} \propto 2\rho_l \beta \alpha_v \left(u_r|_{\partial\Omega^+} + u_r|_{\partial\Omega^-}\right) \frac{\left(u_r|_{\partial\Omega^+} - u_r|_{\partial\Omega^-}\right)}{d_b} \tag{2.70}$$

The difference of relative velocity between $\partial\Omega^-$ and $\partial\Omega^+$ is equal to the difference of liquid velocity. Then, using $u_r|_{\partial\Omega^+} + u_r|_{\partial\Omega^-} = 2\overline{u_r}$:

$$M^L_{\nabla P} \propto 4\beta \rho_l \alpha_v \overline{u_r} \frac{\partial \overline{U_l}^l}{\partial y} \tag{2.71}$$

These developments show that the pressure disturbance induced by the bubbles leads to a classical formulation of the lift force closure in the presence of shear. We assume that this reasoning can be extended to other regimes of Weber number (for strongly deformable bubbles for instance) as long as the lift coefficient is adapted. For a more complex flow (channel flow for instance), the pressure gradient induced by bubbles ($\nabla \overline{P_l^b}^l$) and the classical pressure gradient ($\nabla \overline{P_l^{SP}}^l$) cannot be distinguished so that this result is difficult to check on complex configurations. The use of the Weber number instead of the Eötvös number has to be noticed. Indeed, based on the Eötvös number which is independent of the flow, an asymmetrical pressure cannot be obtained as it essentially comes from velocity gradients in conjunction with surface tension effects. The use of the Weber number is mandatory. This is in agreement with the observation made in section 2.3.2.

Reynolds stress lift force

The second remaining force in the case of a bubble in a shear flow relies on Reynolds stresses :

$$M^L_{\Re} = \frac{\alpha_v}{d_b}\left[\alpha_l \int_{y\in\Omega} \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho_l \overline{v_l v_l}^l|_{lam} dy\right) + \alpha_v \int_{y\in\Omega} \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho_v \overline{v_v v_v}^v|_{lam} dy\right)\right] \tag{2.72}$$

Then, because $\alpha_v \rho_v \ll \alpha_l \rho_l$, the last term is neglected and the Green's theorem is applied :

$$M^L_{\Re} \approx -\frac{\alpha_v \alpha_l \rho_l}{d_b}\left(\overline{v_l v_l}^l|_{\partial\Omega^+} - \overline{v_l v_l}^l|_{\partial\Omega^-}\right) \tag{2.73}$$

In the cross flow direction, the laminar Reynolds stresses induced by the bubbles are mainly related to the potential flow around them (see Amoura *et al.* [2017]; Risso [2016]). Biesheuvel & Wijngaarden [1984] have calculated the contribution of the potential flow to the Reynolds stresses in the case of spherical bubbles. In the transversal directions, they have found :

$$\overline{v_l v_l}^l|_{lam} = \frac{3}{20}\alpha_v u_r^2 \tag{2.74}$$

thus, using equations (2.73) and (2.74) with the definition of the relative velocity given in section 2.5.2 :

$$M^L_{\Re} = -\frac{3\alpha_v^2 \alpha_l \rho_l}{20}\left(u_r|_{\partial\Omega^+} + u_r|_{\partial\Omega^-}\right)\frac{\left(u_r|_{\partial\Omega^+} - u_r|_{\partial\Omega^-}\right)}{d_b} \tag{2.75}$$

$$= -\frac{6\alpha_v \alpha_l}{20}\alpha_v \rho_l \overline{u_r}\frac{\partial \overline{U_l}^l}{\partial y} \tag{2.76}$$

These developments show that the disturbance induced by the bubbles through the potential flow leads to a lift force in the presence of shear. Here, the part of the Reynolds stresses induced by the averaged wake of the bubble has been neglected because the development was focused on the transversal direction where the potential flow is larger. However, if the wake is slightly tilted (with respect to the liquid mean flow) due to the trajectory of the bubble, it may also contribute to the transversal Reynolds stresses. Finally, the total lift force is :

$$M^L = M^L_{\nabla P} + M^L_{\Re} \approx -\underbrace{\left(\frac{6\alpha_v\alpha_l}{20} - 4C_{\nabla P}\beta\right)}_{C_L} \alpha_v\rho_l\overline{u_r}\frac{\partial\overline{U_l}^l}{\partial y} \tag{2.77}$$

where $C_{\nabla P}$ is a parameter. Pressure gradient and Reynolds stress lift forces have opposite behaviours. With the previous derivation, the pressure gradient lift force is connected to the bubble deformation whereas the Reynolds stress lift force is linked to the flow dynamics induced by the shear. This behaviour is in agreement with the physical explanation given by Adoua *et al.* [2009]. In this study, a dual origin of the lift force has been demonstrated. A part of the lift force comes from the vorticity induced by the liquid shear (flow dynamics), whereas the other part is related to vorticity created at the bubble interface (bubble deformation). In the case of spherical bubbles, experiments show that C_L is always positive (Tomiyama *et al.* [2002]) because the contribution of the liquid dynamic is stronger than the vorticity production due to small bubble deformation. In equation (2.77), obtained for quasi-spherical bubbles, the coefficient C_L must be positive. The parameter $C_{\nabla P}$ must therefore satisfy : $C_{\nabla P} \leq \frac{6\alpha_v\alpha_l}{80\beta}$. It seems then that the coefficient $C_{\nabla P}$ is related to the void fraction. Indeed, the equations (2.65) and (2.66) reflect the local action of surface tension on the liquid pressure (around the interface). Far from the bubble (in most of the liquid phase at moderate void fraction), the pressure is not disturbed by the interface. On average, the pressure in the liquid phase is therefore much lower than the local pressure around the interface. The parameter $C_{\nabla P}$ reflects this effect and that is why it can be expected to be very small and related to the void fraction (it depends on the volume on which the pressure is disturbed by the interface and on the decrease of the pressure in this volume).

Extending this partial result to complex flows, the reversal of the lift force for deformable bubbles can be explained by an increase of the pressure gradient lift force (related to the Weber number). This result is also qualitatively in agreement with the observations made in section 2.3.2. These derivations serve a pedagogical purpose in order to confirm the new definition of the lift force but do not aim at a new model for the coefficient.We have identified the lift force in the simplified case of almost spherical bubbles in laminar shear flows. The authors expect that this definition of the lift force can be extended further to more complex flow regimes (turbulent channel flow etc.). This section dedicated to the lift force has given a local definition for the lift force and has confirmed that its common closure is adequate.

2.5.3 Force identification

Finally, using the pressure decomposition as in equation (2.62) and the Reynolds stresses splitting as in equation (2.60), the trajectory equation of a fluid element in the vapour phase (2.56) becomes :

$$
\begin{aligned}
\alpha_v\rho_v\frac{D\overline{\mathbf{U_v}}^v}{Dt} =& \mathbf{M_v^{tot}} && (2.78)\\
=& \alpha_v\left(\rho_v - \langle\rho\rangle\right)\mathbf{g} && \mathbf{M^{\Pi}}\\
&- \alpha_v\frac{D\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{U_l}}^l}{Dt} + \alpha_l\frac{D\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{U_v}}^v}{Dt} - \alpha_v^2\nabla\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right) && \mathbf{M^{AM}}\\
&+ \alpha_v\left[\overline{\tau_v}^v - \overline{\tau_l}^l\right]\nabla.\alpha_v && \mathbf{M^{\tau D}}\\
&+ \alpha_v\left[\alpha_l\nabla.\overline{\tau_l}^l + \alpha_v\nabla.\overline{\tau_v}^v\right] && \mathbf{M^{\tau}}\\
&- \alpha_v\left[\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v|_{turb} - \rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l|_{turb}\right]\nabla\alpha_v && \mathbf{M^{TD}}|_{turb}\\
&- \alpha_v\left[\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v|_{lam} - \rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l|_{lam}\right]\nabla\alpha_v && \mathbf{M^{TD}}|_{lam}\\
&+ \alpha_v\overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} - \alpha_v\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)\nabla\alpha_v && \mathbf{M^{LD}}\\
&- \alpha_v\nabla\left(\overline{P_l^{SP}}^l - P_l^0\right) && -\alpha_v\nabla\overline{P_l^{SP}}^l\\
&- \alpha_v\nabla\left(\overline{P_l^b}^l - P_l^0\right).\mathbf{e_x}\mathbf{e_x} + \alpha_v\alpha_l\left(\rho_l - \rho_v\right)\mathbf{g} && \mathbf{M^{D}_{\nabla P}}\\
&- \alpha_v\left[\alpha_l\nabla.\left(\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l|_{turb}\right) + \alpha_v\nabla.\left(\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v|_{turb}\right)\right].\mathbf{e_x}\mathbf{e_x} && \mathbf{M^{D}_{\Re}}|_{turb}\\
&- \alpha_v\left[\alpha_l\nabla.\left(\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l|_{lam}\right) + \alpha_v\nabla.\left(\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v|_{lam}\right)\right].\mathbf{e_x}\mathbf{e_x} && \mathbf{M^{D}_{\Re}}|_{lam}\\
&- \alpha_v\nabla\left(\overline{P_l^b}^l - P_l^0\right).\mathbf{e_y}\mathbf{e_y} && \mathbf{M^{L}_{\nabla P}}\\
&- \alpha_v\left[\alpha_l\nabla.\left(\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l|_{turb}\right) + \alpha_v\nabla.\left(\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v|_{turb}\right)\right].\mathbf{e_y}\mathbf{e_y} && \mathbf{M^{L}_{\Re}}|_{turb}\\
&- \alpha_v\left[\alpha_l\nabla.\left(\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l|_{lam}\right) + \alpha_v\nabla.\left(\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v|_{lam}\right)\right].\mathbf{e_y}\mathbf{e_y} && \mathbf{M^{L}_{\Re}}|_{lam}
\end{aligned}
$$

where $\mathbf{M^{\Pi}}$ and $\mathbf{M^{AM}}$ are respectively the buoyancy and the added-mass forces ; $\mathbf{M^{\tau D}}$ and $\mathbf{M^{\tau}}$ are the viscous dispersion and the viscous forces (both negligible). $\mathbf{M^{TD}}|_{turb}$ and $\mathbf{M^{TD}}|_{lam}$ are the turbulent and laminar parts of the abusively called turbulent dispersion ; $\mathbf{M^{LD}}$ is the new laminar dispersion force. The single-phase pressure gradient is simplified because the reference pressure P_l^0 is constant. The drag force $\mathbf{M^{D}}$ is comprised of a pressure contribution $\mathbf{M^{D}_{\nabla P}}$ and Reynolds stresses parts ($\mathbf{M^{D}_{\Re}}|_{lam}$ for the laminar fluctuations and $\mathbf{M^{D}_{\Re}}|_{turb}$ for the turbulent ones). Similarly, the lift force $\mathbf{M^{L}}$ is comprised of a pressure contribution $\mathbf{M^{L}_{\nabla P}}$ and Reynolds stresses parts ($\mathbf{M^{L}_{\Re}}|_{lam}$ for the laminar fluctuations and $\mathbf{M^{L}_{\Re}}|_{turb}$ for the turbulent ones).

$$
\begin{aligned}
\mathbf{M^{D}} =& \mathbf{M^{D}_{\nabla P}} + \mathbf{M^{D}_{\Re}}|_{lam} + \mathbf{M^{D}_{\Re}}|_{turb}\\
\mathbf{M^{L}} =& \mathbf{M^{L}_{\nabla P}} + \mathbf{M^{L}_{\Re}}|_{lam} + \mathbf{M^{L}_{\Re}}|_{turb}
\end{aligned}
$$

In addition to the lift force definition, equation (2.78) also presents a definition for the drag force comprised of pressure and turbulent parts. Validation elements for this definition are provided in section 2.5.6. In equation (2.78), the total liquid pressure $\overline{P_l'}^l$

is split into an equivalent single-phase pressure in the absence of bubbles $\overline{P_l^{SP}}^l$ and a pressure induced by the bubbles through surface tension effects $\overline{P_l^b}^l$. In practice, these two pressures are indistinguishable if $\overline{P_l^{SP}}^l \neq 0$; the decomposition of the Reynolds stresses into turbulent and laminar parts is not possible either because spatial and temporal fluctuations cannot be distinguished in the present configuration (see Amoura *et al.* [2017] for adapted configurations). These limits complicate the interpretation of the interfacial forces.

In equation (2.78), a new definition of the added mass force is given. Physically, this force is related to unsteady effects when both phases have different accelerations [Geurst, 1985]. Further investigations are necessary to analyse the link to the classical formulation of the added-mass force. However, we believe that a procedure similar to the analysis of the lift force can be performed. Firstly, part of the added-mass force may be related to the term $-\alpha_v^2 \nabla \left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l \right)$. Indeed, the acceleration of the liquid or vapour is necessarily related to a pressure gradient. Physically, the difference in the pressure gradients between liquid and vapour seems to be closely related to an added mass effect for an unsteady flow. The assimilation between a pressure difference and the added mass force has already been made by Prosperetti & Jones [1984] for instance. Note that connecting the liquid pressure gradient $-\alpha_v \nabla \overline{P_l^{SP}}^l$ to an acceleration can similarly be interpreted as a contribution to the Tchen force. Thus, by combining the unsteady terms involving material derivatives and the terms comprised of a pressure gradient, we believe that it is possible to recover the conventional added-mass force. Ultimately, the form of material derivatives will certainly remain a matter of debate because the classical formulation of the added mass force involves a convective derivative related to the mean bubble velocity (and not to the mean velocity of the fluid element as in equation (2.78)) [Magnaudet & Eames, 2002]. At this point, it should be noted that equation (2.78) is not the trajectory equation of the bubble itself but the trajectory equation of a fluid element in the vapour phase (there is no integration on the volume of a bubble). In doing so, the definition of the added-mass force in the particle approach and the definition proposed here could be slightly different while characterizing the same effect. In equation (2.78), some other forces as the history force are not directly observable. For instance, we can expect to find the history force in a term involving viscosity as $\mathbf{M}^{\tau}$ or $\mathbf{M}^{\tau \mathbf{D}}$ which are negligible here (as is the history force in the case of bubbles at high Reynolds numbers [Magnaudet *et al.*, 1995]).

We concede that the interpretation of equation (2.78) is not complete. In this paper, the work was focused on the lateral forces at the statistical steady state which drive the void fraction profile (lift and dispersion forces). However, all the classical terms are inevitably retrievable since equation (2.78) is exact. We further believe that these forces can be identified and separated. Further work is necessary to formally highlight unsteady forces (added-mass, Tchen and history forces) as has been done here for the lift force. Successfully identifying all the known forces on simplified cases in this equation could finally give them a more general definition without jeopardizing the previous work on the added mass or on the drag force and so on [Drew & Passman, 1999; Geurst, 1986; Wallis, 1990]. The advantages of this new formulation are multiple. It can be used, for example, to measure the different forces in complex situations and

to prevent the effects of error compensation or the shortcomings of models that simply assemble closures obtained from simple academic cases. Finally, a first definition of forces from local quantities is proposed here (see table 2.2 for a summary). Future adjustments may be necessary for local definitions to coincide with formulations proposed in the literature. This equation can become an effective tool to understand and model interfacial forces. The following sections give some insight of what this equation could provide.

2.5.4 Lift force in complex flows

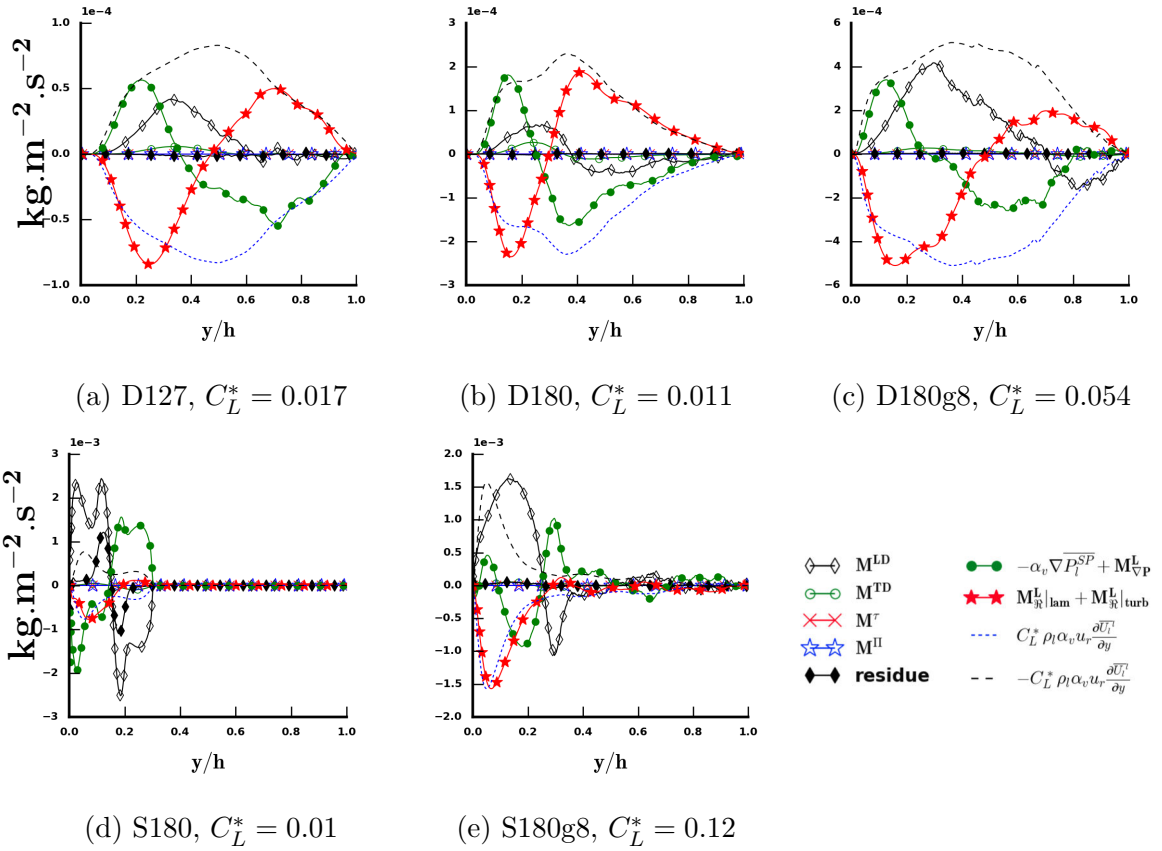
The previous section highlighted the content of the lift force $\mathbf{M^L}$ comprised of a pressure lift force $\mathbf{M^L_{\nabla P}}$ and a Reynolds stress lift force $\mathbf{M^L_{\Re}}$.

The inseparability of $\overline{u_l u_l}^l|_{lam}$ and $\overline{u_l u_l}^l|_{turb}$ complicates the interpretation of $\mathbf{M^L_{\Re}}$ in turbulent channel. Up to date, the only configurations found to study separately those fluctuations are fixed array of solid spheres (or bubbles), in which the gradient of Reynolds stresses $\mathbf{M^L_{\Re}}$ and the gradient of pressure $\mathbf{M^L_{\nabla P}}$ are zero if the distribution is spatially uniform. Figure 2.15 compares the lift definition introduced in equation (2.78) and the classical closure $C_L \alpha_v \rho_l u_r \dfrac{\partial \overline{U_l}^l}{\partial y}$ (normalized with an appropriate $C_L = \pm cte$ for each case). Case S180 is almost laminar (see figure 2.7). Figure 2.15d shows that $\mathbf{M^L_{\Re}}$ is non-zero due to the non-turbulent fluctuations. In that case, as expected from the theoretical development in section 2.5.2, the classical closure gives satisfactory results. For case S180g8, on figure 2.15e, $\mathbf{M^L_{\Re}}$ is bigger than in case S180 because of an increase of the relative velocity and of the turbulent part of the lift (turbulent fluctuations induced by interactions and instabilities of wakes are observable on figure 2.7). Even in presence of the turbulent lift force, the classical model works very well for case S180g8 with an appropriate C_L. Hence, the modelling of $\mathbf{M^L_{\Re}}$ can be generalized

$$\mathbf{M^L_{\Re}}.\mathbf{e_y} = \left(C_L^{\Re}|_{lam} + C_L^{\Re}|_{turb} \right) \rho_l \alpha_v u_r \frac{\partial \overline{U_l}^l}{\partial y} \tag{2.79}$$

where $C_L^{\Re}|_{lam}$ and $C_L^{\Re}|_{turb}$ are respectively the laminar and turbulent lift force coefficients. To complete the analysis, the role of the pressure lift force needs investigations. The inseparability of P_l^b and P_l^{SP} makes it very difficult to compare the pressure lift force to its adapted closure in the tubulent channel. The disturbance of the pressure gradient induced by the single-phase flow prevents doing a comparison with the classical lift model. This can explain why the pressure gradient is not proportional to $\alpha_v \rho_l u_r \partial \overline{u_l}^l / \partial y$ in spherical cases S180 and S180g8 on figures 2.15d and 2.15e.

For deformable bubbles (cases D127, D180 and D180g8), the lift force ($\mathbf{M^L_{\Re}} + \mathbf{M^L_{\nabla P}}$) changes its orientation (see section 2.3.2). The reversal of the total lift force is concurrent with the reversal of $\mathbf{M^L_{\Re}}$ and $\mathbf{M^L_{\nabla P}}$ (see figure 2.15). For $y/h < 0.2$, $C_L^{\Re} = C_L^{\Re}|_{lam} + C_L^{\Re}|_{turb} > 0$ whereas for $y/h > 0.7$, the result suggests that $C_L^{\Re} < 0$. In between these two regions, for $0.2 < y/h < 0.7$, the sign of $C_L^{\Re}$ changes. $\mathbf{M^L_{\nabla P}}$ works in the opposite direction to $\mathbf{M^L_{\Re}}$ (as shown by the theoretical development in the previous section). Nevertheless, the sum of $\mathbf{M^L_{\Re}}$ and $\mathbf{M^L_{\nabla P}}$ is not zero and constitutes the effective lift force. Then, the lift orientation is governed by the relative importance of



(a) D127, $C_L^* = 0.017$ (b) D180, $C_L^* = 0.011$ (c) D180g8, $C_L^* = 0.054$

(d) S180, $C_L^* = 0.01$ (e) S180g8, $C_L^* = 0.12$

FIGURE 2.15 – Statistical results from DNS : contributions to equation (2.56) projected on y-axis for all simulated cases. Comparison between the definition of the lift force from local quantities and its current model.

the lift coefficients $C_L^{\Re}|_{lam}$, $C_L^{\Re}|_{turb}$ and $C_L^{\nabla P}$ and their behaviours regarding the bubble deformability. For now, those complex behaviours of $\mathbf{M^L_{\Re}}$ and $\mathbf{M^L_{\nabla P}}$ for deformable bubbles are not explained. The present analysis is not sufficient to fully understand the effective mechanism. Pending new ways to separate physical phenomena on simplified cases, global studies of the lift force as done in section 2.3.2 or in Tomiyama *et al.* [2002] remain the only way to model it (with a particle approach). However, the new balance equation of forces is an alternative to this classical particle approach. It shows that only the Reynolds stress tensor and surface tension effects need models in the purpose of lift force prediction. Further researches (for instance on a non-uniform array of fixed bubbles) based on the local definitions given in equation (2.78) should be considered. It can become an effective tool to model the reversal of the lift force in complex flows.

2.5.5 Dispersion forces

Wall normal components of the interfacial forces given in equation (2.56) are plotted on figure 2.15 for all simulated cases at the statistical steady state ($\mathbf{M^{AM}} = \mathbf{0}$). First of all, the residue of the equation is negligible for all simulated cases except for case S180 for which slight variations remain. It means that the flow has reached a bubble distribution (i.e. a void fraction profile) for which there is a balance between all the forces of the equation. The void fraction profiles have two essential features. The first

one is the position of the void fraction peak resulting from the action of the lift force on bubbles. The second one is its spreading due to the dispersion forces.

Dispersion forces, comprised of laminar and turbulent parts, have been identified in section 2.5.1. In the interest of readability, the turbulent dispersion force refers in the following to its definition in table 2.2 even if it contains a part of laminar dispersion force due to the separation of the Reynolds stresses. Then, the laminar dispersion force is defined only by the difference between the interfacial pressure force $\mathbf{M^P}$ and the surface tension force $\mathbf{M}^\sigma$ (see equation (2.56)). Both laminar and turbulent dispersion forces have an impact on the spreading of the void fraction profile. On figure 2.15, the turbulent dispersion force ($\mathbf{M^{TD}}$) is always much smaller than the laminar dispersion force ($\mathbf{M^{LD}}$). This observation holds for all simulated cases whether bubbles are deformable or not. The relative importance of the turbulent dispersion, compared to the laminar part, does not increase significantly with the turbulence magnitude. Indeed, even for the most turbulent case (D180g8), its contribution is negligible (as in cases S180 and S180g8). At its maximum, for case D180, we have $\mathbf{M^{LD}} \approx 3\mathbf{M^{TD}}$.

In the following, "non-Eulerian effect" refers to a phenomenon which is difficult to describe in a point-particle formalism because it occurs at scales below the bubble diameter and it relies on the finite-size of bubbles. In the two cases which present non-Eulerian effects due to the presence of bubbles in the near-wall region (S180 and S180g8), the laminar dispersion force becomes stronger than pressure and lift forces. Nevertheless, the interpretation of the forces in this region changes. For instance, in figure 2.8a, the void-fraction peak at $y/h \approx 0.15$ for case S180 can easily be interpreted as the expression of a repulsive force from the wall (see, e.g., Antal *et al.* [1991]). However, this type of interpretation leads to a misunderstanding of the wall effect. Actually, the position of the void-fraction peak is determined by the finite size of bubbles and corresponds here to the location of the centre of gravity of wall-peaking bubbles (dotted line on figure 2.8a corresponds to the bubble diameter). Thus, the apparent repulsive effect is not a hydrodynamic force but a manifestation of the surface tension force. It comes from the averaging operator and the use of a particle approach. The bubble as a whole is not necessarily subjected to repulsive force from the wall. Surface tension acts to restore equilibrium and prevents high void fraction values below a bubble radius. The same kind of misunderstanding could happen for the laminar dispersion force in the wall region. For $y < d_b$, $\mathbf{M^{LD}}$ is a surface tension force related to a non-Eulerian effect due to the finite-size of bubbles.

As a conclusion, the non-turbulent dispersion force is one of the most important terms for the void fraction profile. Hence, it needs to be modeled whereas it is totally neglected in the most common models. The laminar dispersion force is comprised of two terms : the interfacial pressure force $\mathbf{M^P}$ and the surface tension force $\mathbf{M}^\sigma$. Concerning the interfacial pressure force, its definition is :

$$\mathbf{M^P} = -\alpha_v \left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l \right) \nabla \alpha_v \tag{2.80}$$

This force is related to an anti-dispersion process because it is proportional to $-\nabla\alpha_v$. This behaviour is quite uncommon. Indeed, $\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l > 0$ due to the increase of pressure inside the bubble (i.e. Laplace law). A similar force has already been studied by Stuhmiller [1977], Pauchon & Banerjee [1986] or more recently by Vaidheeswaran

& de Bertodano [2016] for ellipsoids within a potential flow. These authors have understood that pressure forces may be responsible for the dispersion process but they have neglected the pressure in the gas phase in their derivations. Thus, their models are not applicable in particular to turbulent flows considered here. An anti-dispersion process is a surprising result and no experiment has isolated this behaviour. However, the laminar dispersion force is also comprised of the surface tension term which is a dispersive force always larger than the interfacial pressure force. Hence, the combined effect of both of them is always dispersive. The surface tension force is defined as :

$$\mathbf{M}^{\sigma} = \alpha_v \sigma \kappa \overline{\nabla \chi_v} \tag{2.81}$$

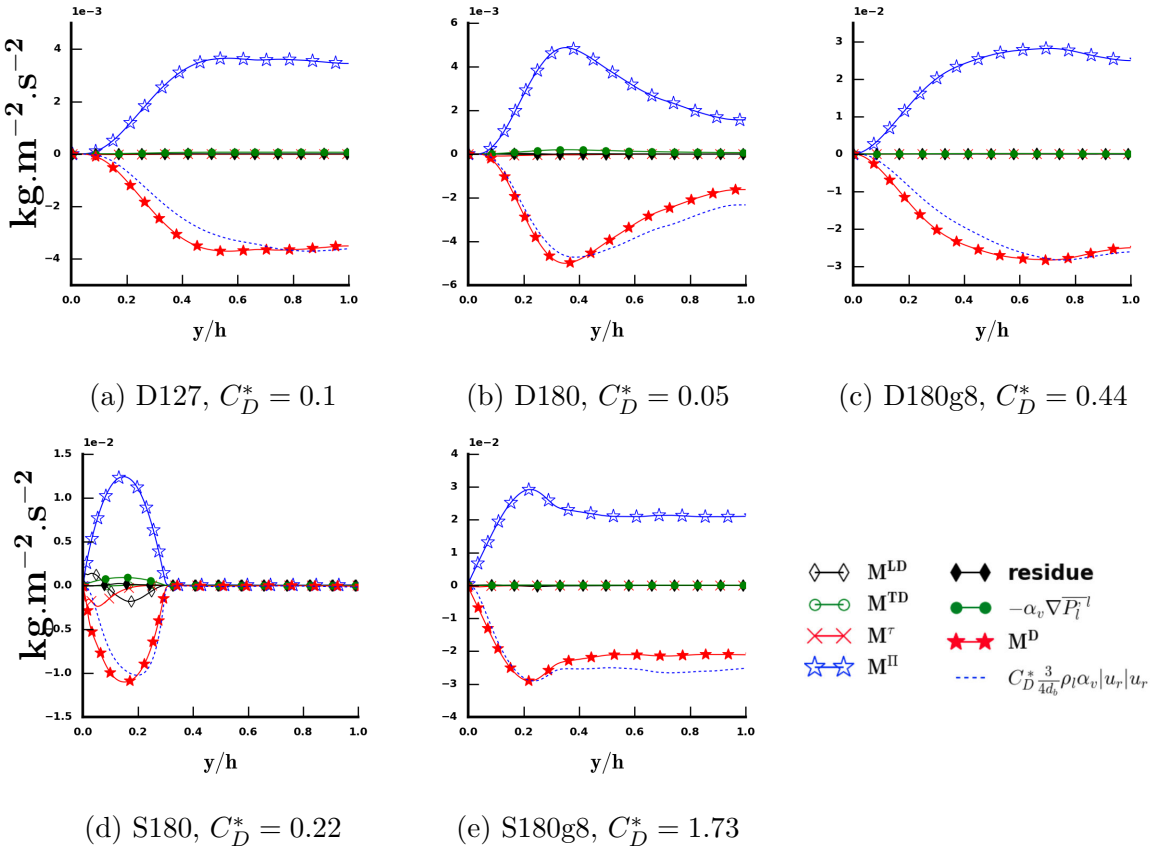
This force is related to a dispersion process and is partly reduced by the interfacial pressure force. Indeed, for monodispersed spherical bubbles at mechanical equilibrium, the curvature is constant. The pressure jump between the phases is locally dictated by the Laplace law : $P^+ - P^- = \sigma\kappa$ where P^+ is the pressure next to the interface in the vapour phase and P^- in the liquid phase. If the bubbles are sufficiently small and the liquid pressure field close to the interface can be assimilated to the pressure of the liquid phase ($\overline{P_l}^l = P^-$), the average pressure jump between the phases is dictated by a Laplace law generalized to the entire phase ($\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l = \sigma\kappa = Cte$). In these conditions we get a zero laminar dispersion force :

$$\mathbf{M^{LD}} = \mathbf{M^{P}} + \mathbf{M}^{\sigma} = \alpha_v \sigma \kappa \overline{\nabla \chi_v} - \alpha_v \sigma \kappa \nabla \alpha_v = 0 \tag{2.82}$$

The laminar dispersion force is not negligible. It can be explained by the fact that in our cases, the Laplace law cannot be generalized to the whole vapour phase when bubbles are of significant size. We therefore clearly observe a limitation of the particle hypothesis (or of the hypothesis of small bubbles). Our results show that the difference between $\mathbf{M^P}$ (comprised of liquid and vapour pressures) and $\mathbf{M}^{\sigma}$ is at the origin of a dispersion force. This conclusion constrasts with Prosperetti & Jones [1984] which show that surface tension effects are compensated by the pressure effects of the vapour phase, using an extended Laplace law, and that the bubble dynamics is entirely determined by the liquid phase. The work of Prosperetti & Jones [1984] is in agreement with the classical formulation of the interfacial pressure force described in Pauchon & Banerjee [1986] and Vaidheeswaran & de Bertodano [2016], which thus takes into account only the liquid pressure gradient. These studies therefore assume that vapour pressure has no influence on the bubbles dynamics. However, for large-sized bubbles in which the pressure is not constant, pressure effects generated by a stress on one side of the bubble can be transmitted on the other side via the pressure in the vapour phase. Thus, it appears that, even for negligible physical properties (density and viscosity) of the vapour, the flow dynamics is not entirely determined by the liquid phase. In our cases however, the physical properties seem large enough for the interfacial transfer to be affected by the pressure distribution within the bubble.

2.5.6 Drag force

On figure 2.16, all the streamwise forces of equation (2.56) projected in the axial direction have been plotted for all the DNS cases at the statistical steady state. The



(a) D127, $C_D^* = 0.1$ (b) D180, $C_D^* = 0.05$ (c) D180g8, $C_D^* = 0.44$

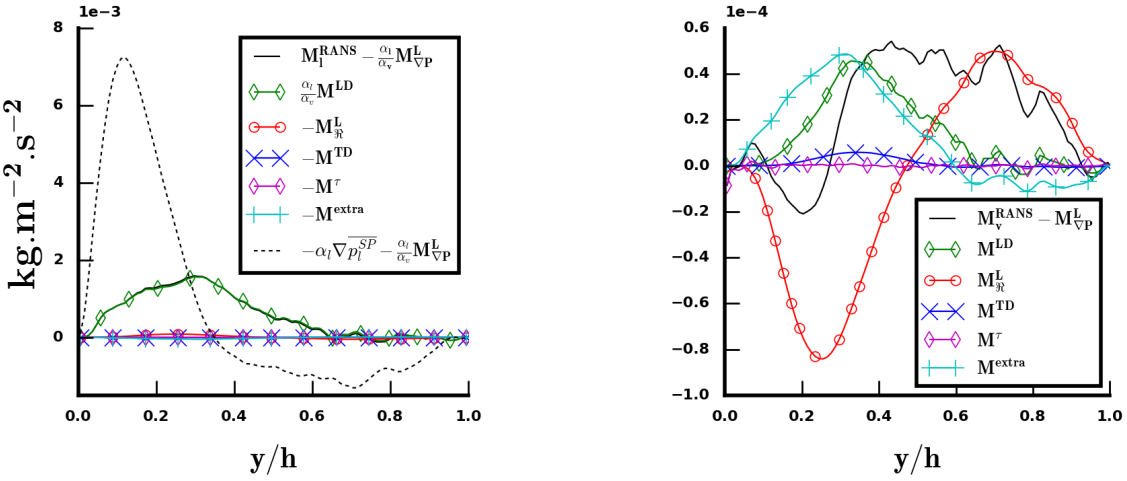
(d) S180, $C_D^* = 0.22$ (e) S180g8, $C_D^* = 1.73$

FIGURE 2.16 – Statistical results from DNS : contributions to equation (2.56) projected on x-axis for all simulated cases. Comparison between the definition of the drag force from local quantities and its current model.

residue of the equation is insignificant for all simulated cases. In absence of non-Eulerian effects (all cases except S180), the drag force is widely predominant and compensates the buoyancy of the gas phase. Classically, the drag force is related to the square of the relative velocity :

$$\mathbf{M^D} = -\frac{3}{4d_b}\alpha_v C_D \rho_l |\mathbf{u_r}| \mathbf{u_r} \tag{2.83}$$

where C_D is the drag coefficient. On figure 2.16, this kind of closure fits very well with the drag force for all simulated cases (with an adjusted coefficient C_D^* for each case). It confirms the definition given in equation (2.78).



(a) liquid : equation (2.90) (b) gas : equation (2.88)

FIGURE 2.17 – Contributions to equations (2.88) and (2.90) in the wall-normal direction for case D127. Comparison with the pressure gradient in the liquid phase ($-\alpha_l\nabla\overline{P_l}^l = -\alpha_l\nabla\overline{P_l^{SP}}^l - \frac{\alpha_l}{\alpha_v}\mathbf{M^L_{\nabla P}}$).

2.5.7 RANS Euler-Euler application

The averaged Navier-Stokes equations can be written in the Euler-Euler RANS formalism (see equations (A.20a) and (A.20b) from appendices A.1 and A.2) :

$$\frac{\partial\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{U_v}}^v}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{U_v}}^v\overline{\mathbf{U_v}}^v\right) = -\alpha_v\nabla\left(\overline{P_l^{SP}}^l - P_l^0\right) - \nabla.\left(\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v\right) + \alpha_v\rho_v\mathbf{g} + \mathbf{M_v^{RANS}} \tag{2.84a}$$

$$\frac{\partial\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{U_l}}^l}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{U_l}}^l\overline{\mathbf{U_l}}^l\right) = -\alpha_l\nabla\left(\overline{P_l^{SP}}^l - P_l^0\right) - \nabla.\left(\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l - \alpha_l\overline{\tau_l}^l\right) + \alpha_l\rho_l\mathbf{g} + \mathbf{M_l^{RANS}} \tag{2.84b}$$

$$\mathbf{M_l^{RANS}} = -\mathbf{M_v^{RANS}} + \overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} - \nabla\left[\alpha_v\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)\right] - \nabla\left(\overline{P_l^b}^l - P_l^0\right) \tag{2.84c}$$

Equations (2.84a) and (2.84b) are written in the Euler-Euler RANS two-fluid one pressure formalism (with a liquid pressure gradient in the gas momentum equation) respectively in the gas and liquid phases. In RANS Euler-Euler approach, the liquid pressure in absence of bubbles $\overline{P_l^{SP}}^l$ is included in the resolution of the system whereas the pressure inside the bubbles $\overline{P_v}^v$ and the liquid pressure induced by bubbles through surface tension effects $\overline{P_l^b}^l$ have to be closed. The interpretation of the resolved pressure field in a classical RANS Euler-Euler calculation is thus tricky. The part of pressure due to surface tension has an impact on the balance equation of forces (mainly in the lift force, see section 2.5.2). Thus, this part which is not directly solved is considered through the interfacial forces.

In this two-fluid model, the interface is not explicitly represented. It means that the presence of bubbles is accounted for by an averaged void fraction so that each bubble position has been lost during the averaging procedure. Despite this formalism, equations

(2.84a) and (2.84b) are equivalent to the exact averaged Navier-Stokes equations under conditions depicted in appendices A.1 and A.2. $\mathbf{M_v^{RANS}}$ and $\mathbf{M_l^{RANS}}$ are the interfacial momentum transfer terms in the gas and liquid phases respectively. Because of surface tension, the action-reaction principle cannot be applied in a straightforward fashion and $\mathbf{M_v^{RANS}} \neq -\mathbf{M_l^{RANS}}$ (equations (2.84c)). This disequilibrium is taken into account here through pressure and surface tension terms. Nevertheless, this formulation can tend to $\mathbf{M_v^{RANS}} = -\mathbf{M_l^{RANS}} - \nabla(\overline{P_l^b}^l - P_l^0)$ by assuming an extended Laplace law : $\sigma\overline{\kappa} = \overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l = Cte$ (but this classical approximation is a source of serious bias so that it will not be used in the following). In the limit of this local equilibrium, the interfacial pressure jump and the surface tension forces are balanced. If all surface tension effects are neglected, this formulation tends to the classical $\mathbf{M_v^{RANS}} = -\mathbf{M_l^{RANS}}$. Indeed, without surface tension effect, a local equilibrium between liquid and gas pressures is acceptable $\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l = 0$; the pressure induced by surface tension $\overline{P_l^b}^l$ is proportionnal to $\sigma\kappa$ and it vanishes wih the surface tension along with the source term $\overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v}$. Hence, the difference between phases is a pure surface tension effect which characterizes the impact of interfaces on the momentum budget. For instance, $\overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v}$ transfers the momentum from the region where $\nabla\alpha_v > 0$ ($\kappa < 0$ by definition) to the region where $\nabla\alpha_v < 0$ (but its integrated value over the whole domain is zero). Similar behaviours of $\nabla(\overline{P_l^b}^l - P_l^0)$ and $\nabla[\alpha_v(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l)]$ are expected. Thus the difference between phases can locally act as a momentum source or as a momentum sink. Removing this term from the momentum budget would result locally in a poor assessment of the velocity field.

In the previous section, we have shown that the total interfacial force is given by equation (2.56) which has a short form :

$$\mathbf{M_v^{tot}} = -\alpha_v\nabla\left(\overline{P_l^{SP}}^l - P_l^0\right) + \mathbf{M^{\Pi}} + \mathbf{M^{D}} + \mathbf{M^{AM}} + \mathbf{M^{TD}} + \mathbf{M^{LD}} + \mathbf{M^{L}} \tag{2.85}$$

The commonly used models to close equation (2.85) are given in table 2.2. The lift closure of Tomiyama *et al.* [2002] catches a part of the phenomenon due to the pressure $\overline{P_l^b}^l$ induced by surface tension (as discussed in section 2.5.2). Nevertheless, it does not take into account the turbulent part of the lift force. For the turbulent dispersion force, the closure proposed by Laviéville *et al.* [2015] has been chosen because it takes into account most of the turbulent contribution of the classical forces. Nevertheless, contrary to what the definition in table 2.2 suggests, the turbulent fluctuations in the gas phase are neglected in the model of Laviéville *et al.* [2015]. A lot of closures exist for the drag force in different configurations (spherical bubbles, deformable bubbles, highly turbulent flows, swarm effects...). For instance, Ishii & Zuber [1979] propose a generic model which predict the drag force accounting for all these phenomena. Finally, the main lessons of this table are the lack of model for the laminar dispersion force and the turbulent part of the lift force which have both a significant impact on the bubble lateral migration (see sections 2.5.4 and 2.5.5).

Furthermore, the interfacial momentum transfer in RANS Euler-Euler formalism ($\mathbf{M_v^{RANS}}$) is classically comprised of drag, lift, added-mass and turbulent dispersion forces. To check whether this common practice is adequate, the content of $\mathbf{M_v^{RANS}}$ is studied based on our DNS configurations. In order to rebuild $\mathbf{M_v^{RANS}}$ from $\mathbf{M_v}$, and

$\mathbf{M_l^{RANS}}$ from $\mathbf{M_l}$, relations are demonstrated in appendix A.2 :

$$\mathbf{M_v} = \mathbf{M_v^{RANS}} + \alpha_v \nabla \left(\overline{P_l^b}^l - P_l^0 \right) + \left(\overline{P_l}^l - P_l^0 \right) \nabla \alpha_v + \nabla \left[\alpha_v \left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l \right) \right] \tag{2.86}$$

$$\mathbf{M_l} = \mathbf{M_l^{RANS}} + \alpha_l \nabla \left(\overline{P_l^b}^l - P_l^0 \right) - \left(\overline{P_l}^l - P_l^0 \right) \nabla \alpha_v \tag{2.87}$$

Then, by using (2.52), (2.54) and (2.86), one gets :

$$\mathbf{M_v^{RANS}} = \mathbf{M^D} + \mathbf{M^{AM}} + \mathbf{M^{TD}} + \mathbf{M^{extra}} + \mathbf{M_{\Re}^L} + \mathbf{M_{\nabla P}^L} + \mathbf{M^{LD}} \tag{2.88}$$

$$= \mathbf{M_v^{tot}} + \alpha_v \nabla \left(\overline{P_l^{SP}}^l - P_l^0 \right) + \mathbf{M^{extra}} - \mathbf{M^{\Pi}} \tag{2.89}$$

where $\mathbf{M^{extra}} = \nabla . \left(\alpha_v \rho_v \overline{u_v u_v}^v \right)$ is related to the Reynolds stresses of the dispersed phase. For the liquid phase, by using equation (2.84c) and the definitions of the interfacial forces, one gets :

$$\mathbf{M_l^{RANS}} = -\mathbf{M^D} - \mathbf{M^{AM}} - \mathbf{M^{TD}} - \mathbf{M^{extra}} - \mathbf{M_{\Re}^L} + \frac{\alpha_l}{\alpha_v} \left(\mathbf{M_{\nabla P}^L} + \mathbf{M^{LD}} \right) \tag{2.90}$$

$\mathbf{M_v^{RANS}}$ and $\mathbf{M_l^{RANS}}$ are not the total interfacial forces applied on their phases. Their proper definitions are given by equations (2.88) and (2.90). In practice in the Euler-Euler framework, the hypothesis $\mathbf{M_v^{RANS}} = -\mathbf{M_l^{RANS}} = \mathbf{M_v^{tot}} - \mathbf{M^{\Pi}} + \alpha_v \nabla (\overline{P_l^{SP}}^l - P_l^0)$ is always assumed. By doing so, the impact of the additional term $\mathbf{M^{extra}}$ related to velocity fluctuations in the gas phase is neglected (see equation (2.89)) in the momentum budgets (necessary for the prediction of the velocity field). Even for $\mathbf{M_l^{RANS}}$, $\mathbf{M^{extra}}$ is related to the fluctuations in the gas phase while fluctuations in the liquid phase might have been expected. It happens because the forces have been defined with the balance equation of forces for the dispersed phase (and not for the liquid phase). This choice is in agreement with the literature on interfacial forces (the closure of interfacial forces in table 2.2 are proportional to the void fraction α_v because they are written for the gas phase). However, starting from the equilibrium equation of forces in the liquid phase, an formulation equivalent to equation (2.90) can be obtained. It involves fluctuations in the liquid phase instead of fluctuations in the gas phase for $\mathbf{M^{extra}}$. In this formulation, the forces must be corrected with a multiplicative factor α_l/α_v. The choice between these two equivalent formulations is based on our ability to model the fluctuations in the liquid or in the gas phase.

Equations (2.88) and (2.90) are plotted on figure 2.17 projected in the wall-normal direction for case D127. The balance between the forces depends on the phase because $\mathbf{M_l^{RANS}} \neq -\mathbf{M_v^{RANS}}$ due to the impact of surface tension. We have already said that we cannot distinguish $\overline{P_l^{SP}}^l$ and $\overline{P_l^b}^l$ in the present configuration. For this reason, $\mathbf{M^{RANS}}$ and $\mathbf{M_{\nabla P}^L}$ are plotted together on figure 2.17.

In the liquid phase, the budget is dominated by the difference between the phases attributed to the surface tension effect responsible for the laminar dispersion force $\mathbf{M^{LD}}$ and for the gradient of bubble pressure $\mathbf{M_{\nabla P}^L}$ (the other cases are not shown but have similar behaviour). Unfortunately, because we cannot distinguish $\mathbf{M_l^{RANS}}$

and $\mathbf{M}^{\mathbf{L}}_{\nabla \mathbf{P}}$, we cannot know whether $\mathbf{M}^{\mathbf{L}}_{\nabla \mathbf{P}}$ compensates the action of $\mathbf{M}^{\mathbf{LD}}$ or not. For comparison, the total lateral pressure gradient is plotted on figure 2.17 (dotted line). The order of magnitude of this term suggests that $\mathbf{M}^{\mathbf{L}}_{\nabla \mathbf{P}}$ may be in the same range as $\mathbf{M}^{\mathbf{LD}}$. If so, the difference between the phases due to the laminar dispersion and to the gradient of bubble pressure could possibly balance each other out. In such a case, we would recover $\mathbf{M}^{\mathbf{RANS}}_{\mathbf{l}} \approx -\mathbf{M}^{\mathbf{RANS}}_{\mathbf{v}}$ as classically stated in the RANS Euler-Euler framework and the surface tension effects could be neglected in the difference between phases in equation (2.84c) (but not in the definitions of the interfacial forces as already described in section 2.5.5). Pending new tools to separate the undisturbed pressure and the pressure induced by surface tension effects, this discussion cannot be concluded and we are far from being able to neglect this disequilibrium.

On the other hand, for the gas phase, $\mathbf{M}^{\mathbf{RANS}}_{\mathbf{v}}$ is a balance between lift, laminar and turbulent dispersion forces as well as $\mathbf{M}^{\mathbf{extra}}$ which is not negligible. For the other cases, the significance of $\mathbf{M}^{\mathbf{extra}}$ in the momentum budget is also confirmed (not shown here). This force has to be considered in the gas momentum equation. If neglected, the estimation of the momentum magnitude (and then of the mean velocity) could be inaccurate. To the best of our knowledge, $\mathbf{M}^{\mathbf{extra}}$ is classically neglected in all practical applications.

As a conclusion, the new terms $\mathbf{M}^{\mathbf{extra}}$ and $\mathbf{M}^{\mathbf{LD}}$, which are routinely passed over in RANS applications, should be considered for further debate and modelling.

2.5.8 Conclusion and discussion on interfacial forces

In conclusion, our objective is to step away from the paradigm of the particle hypothesis (assimilation of a bubble to a point-size particle or to a bubble of negligible size) which neglects in particular surface tension effects. For large-sized bubbles, the average momentum transfer term that requires closure is no longer directly derived from the average interfacial force acting on the bubbles. Instead, it is related to the mean force acting on a fluid element of the vapour phase. Then, we do not study here the trajectory equation of the entire bubble but of a fluid element of the vapour phase. This equation gives a local definition for all the forces acting on this element. Some of these definitions have been shown to reflect the usual meaning of interfacial forces (lift, drag, and turbulent dispersion) in the classical approach. Other forces, especially unsteady forces, still need work to be identified (added-mass, Basset or Tchen forces). New forces are introduced and their physical meaning are explained. They are particularly relevant for the prediction of the void fraction distribution. Furthermore, the new balance equation of forces is an alternative to the classical particle approach (without being in contradiction with it). In particular, based on this new splitting, it becomes possible to measure experimentally or numerically some of the forces in all cases (assuming we have access to the Reynolds stresses or the pressure decomposition for some terms). This balance equation also shows that only the Reynolds stress tensor for each phase and surface tension effects need models. Hence, several strategies are possible :

1. To do the link between the continuous and the particle approach and to benefit from the numerous literature on force modelling (classically based on particle hypothesis).

Force	DNS Definition	RANS Model
$\mathbf{M^{TD}}$	$-\alpha_v \left[\rho_v \overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v - \rho_l \overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l\right] \nabla\alpha_v$	$C^{TD}\rho_l k_l \nabla\alpha_v$ Laviéville *et al.* [2015]
$\mathbf{M^{D}}$	$\alpha_v\alpha_l\left(\rho_l - \rho_v\right)\mathbf{g} - \alpha_v\nabla\left(\overline{P_l^b}^l - P_l^0\right).\mathbf{e_x}\mathbf{e_x}$ $-\alpha_v\left[\alpha_l\nabla.\left(\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^{\mathbf{l}}\right) + \alpha_v\nabla.\left(\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^{\mathbf{v}}\right)\right].\mathbf{e_x}\mathbf{e_x}$	$-1/8 A_i\rho_l C_D\lvert\mathbf{u_r}\rvert\mathbf{u_r}$ Ishii & Zuber [1979]
$\mathbf{M^{AM}}$	$-\alpha_v\dfrac{D\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{U_l}}^l}{Dt} + \alpha_l\dfrac{D\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{U_v}}^v}{Dt} - \alpha_v^2\nabla\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)$	$-0.5\alpha_v\rho_l\left[\dfrac{D\overline{\mathbf{U_v}}^{\mathbf{v}}}{Dt} - \dfrac{D\overline{\mathbf{U_l}}^{\mathbf{l}}}{Dt}\right]$
$\mathbf{M^{L}}$	$-\alpha_v\left[\alpha_l\nabla.\left(\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^{\mathbf{l}}\right) + \alpha_v\nabla.\left(\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^{\mathbf{v}}\right)\right].\mathbf{e_y}\mathbf{e_y}$ $-\alpha_v\nabla\left(\overline{P_l^b}^l - P_l^0\right).\mathbf{e_y}\mathbf{e_y}$	$-C_L\alpha_v\rho_l u_r\dfrac{\partial\overline{U_l}^l}{\partial y}\mathbf{e_y}$ Tomiyama *et al.* [2002]
$\mathbf{M^{LD}}$	$\alpha_v\overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} - \alpha_v\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)\nabla\alpha_v$	no model for $\mathbf{M^{LD}}$
∇P_l^{SP}	$-\alpha_v\nabla\left(\overline{P_l^{SP}}^l - P_l^0\right)$	$\overline{P_l^{SP}}^l$ solved

TABLEAU 2.2 – Local definitions of forces without the particle hypothesis versus models of interfacial forces from particle approach. Some identifications between the two visions have been demonstrated (for the lift force in particular). The closure identification for the turbulent dispersion force makes sense (except for the coefficient). For the others (drag and added-mass forces), nothing has been formally demonstrated but the identification seems physically consistent as discussed previously.

2. To use solely the new local formulation as a whole without force splitting (lift, drag etc.). The closure problem would then be transferred from forces modelling to the developments of models for the Reynolds stresses of both phases and for pressures $\overline{P_l^b}^l$, $\overline{P_v}^v$ and $\overline{\kappa \nabla \chi_v}$.
3. To develop an intermediate approach by completing the existing models for interfacial forces with the understanding allowed by the new definitions. We could for instance benefit from the useful literature on the drag or added-mass force closure and propose an improvement of the lift force closure based on force definitions established in this paper. More generally, drag force, lift force and Reynolds stresses are linked by the new balance equation established in this paper. Equation (2.78) is then a compatibility constraint for the models which should be adjusted to satisfy this criterion.

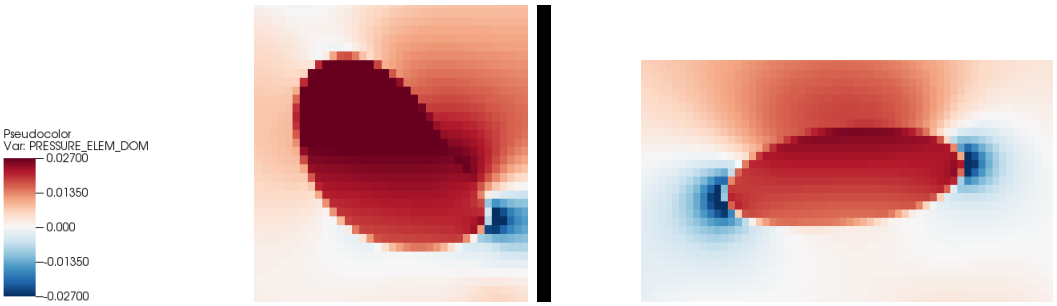
We also have shown that the new definition of the lift force is in agreement with its classical closure and it is naturally capable of transitioning from positive to negative values depending on the bubble deformability and background turbulence. The lift force can be split into a turbulent and a laminar contribution. In the literature, there is still a lack of reliability concerning the closure of what we have called the turbulent lift coefficient. The definition of the non-turbulent dispersion force has also been provided, and the DNS results indicate that its modelling is necessary. Indeed, the laminar dispersion force is much larger than the turbulent one in the flow conditions considered in our simulations. Except for the laminar dispersion and the turbulent lift force, all the terms of table 2.2 have been studied in the literature and some closures exist. The study of the turbulent lift force is complicated due to the inseparability of turbulent and non-turbulent Reynolds stresses. Future calculations with fixed bubbles [Amoura *et al.*, 2017; du Cluzeau *et al.*, 2019; Riboux *et al.*, 2013] could be considered to study the reversal of the lift force for instance. Hence, the following section is focused on the development of a closure relation for the laminar dispersion force.

2.6 Modelling of the laminar dispersion force

In equation (2.56) given in section 2.5, the laminar dispersion force $\mathbf{M^{LD}}$ is comprised of $\mathbf{M^P}$ and $\mathbf{M}^\sigma$ which require modelling. The difference of phase averaged pressures between the gas and the liquid phases ($\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l$) appears in $\mathbf{M^P}$. In a RANS Euler-Euler one-pressure framework, only the single-phase pressure P_l^{SP} in the absence of bubbles is solved. Thus the liquid and gas pressures induced by the bubbles through surface tension effect need closures. $\mathbf{M}^\sigma$ also needs a closure for the source term $\overline{\sigma \kappa \nabla \alpha_v}$. Sections 2.6.1 and 2.6.2 respectively present the modelling of $\mathbf{M^P}$ and $\mathbf{M}^\sigma$.

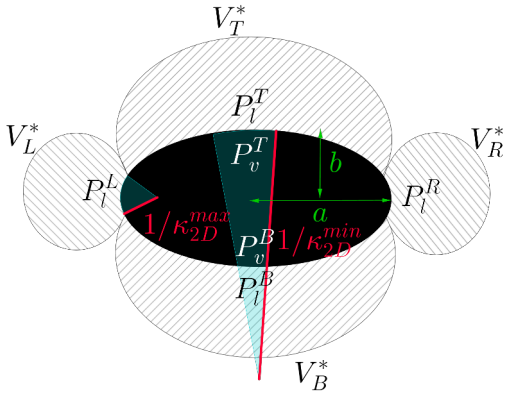
2.6.1 Modelling of the interfacial pressure force $\mathbf{M^P}$

The first part of this section proposes a modelling of the averaged gas pressure. Then, the averaged liquid pressure induced by the bubbles is investigated.



(a) at the wall (to the right)

(b) in the bulk



(c) Sketch and notations

FIGURE 2.18 – Visualisation of the surrounding pressure outside and inside a bubble in case D127. Sketch of pressure and curvature around an ellipsoid. In red, the maximum and minimum radii of curvature. The volume of influence are the hatched area. The pressures are the averaged values in their corresponding volume. The subscripts T, B, L, R refer respectively to Top, Bottom, Left and Right of the bubble. a is the semi major axis and b the semi minor axis.

Averaged gas pressure $\overline{P_v}^v$ modelling

Several physical observations are made to close the averaged gas pressure. Firstly, in the streamwise direction at the statistically steady state, the difference of pressure between the liquid upstream and downstream of the bubble is related to the drag force. Because of surface tension, the pressure field is locally disturbed around the bubble (see figure 2.18b). We assume that the resulting pressure field can be modelled as on the sketch 2.18c where P_l^ϕ is the averaged value of the pressure in the volume of influence V_ϕ^*, with $\phi \in [T, B, L, R]$ respectively for top, bottom, left and right. DNS observation shows the validity of this hypothesis for a bubble in the bulk of the channel (figure 2.18b), but the overpressure is more localised for a bubble close to the wall (figure 2.18a). Considering that the drag force on a single bubble is dominant in the axial direction, and that the viscous part of the drag is negligible, one gets :

$$F^D = 1/2\rho_l C_D A_b u_r^2 = \oint_{\partial V_b} P_l n_r dS \approx P_l^T S_T - P_l^B S_B \qquad ; \qquad n_r = \frac{\mathbf{n}.\mathbf{u_r}}{|\mathbf{u_r}|} \tag{2.91}$$

where A_b is the projected area of the bubble in the cross-flow direction, $\mathbf{u_r}$ is the relative velocity of the bubble and $\mathbf{n}$ the outward normal to the interface. S_T and S_B are respectively the top and bottom surfaces of the bubble. P_l^T and P_l^B are the liquid pressure at the bubble's top and bottom respectively. The first order assessment for S_B and S_T is $S_T = S_B = A_b = \pi a^2$.

Then, the top and bottom pressures deviate from the single-phase pressure in absence of bubble P_l^{SP} asymmetrically. This deviation may depend on lots of physical phenomena such as the boundary layer detachment, the size of the wake or the flow regime. Here, as a first step, this deviation is simply taken into account by a parameter C.

$$P_l^B - P_l^{SP} \approx (C-1)\frac{F^D}{A_b} \tag{2.92}$$

$$P_l^T - P_l^{SP} \approx C\frac{F^D}{A_b} \tag{2.93}$$

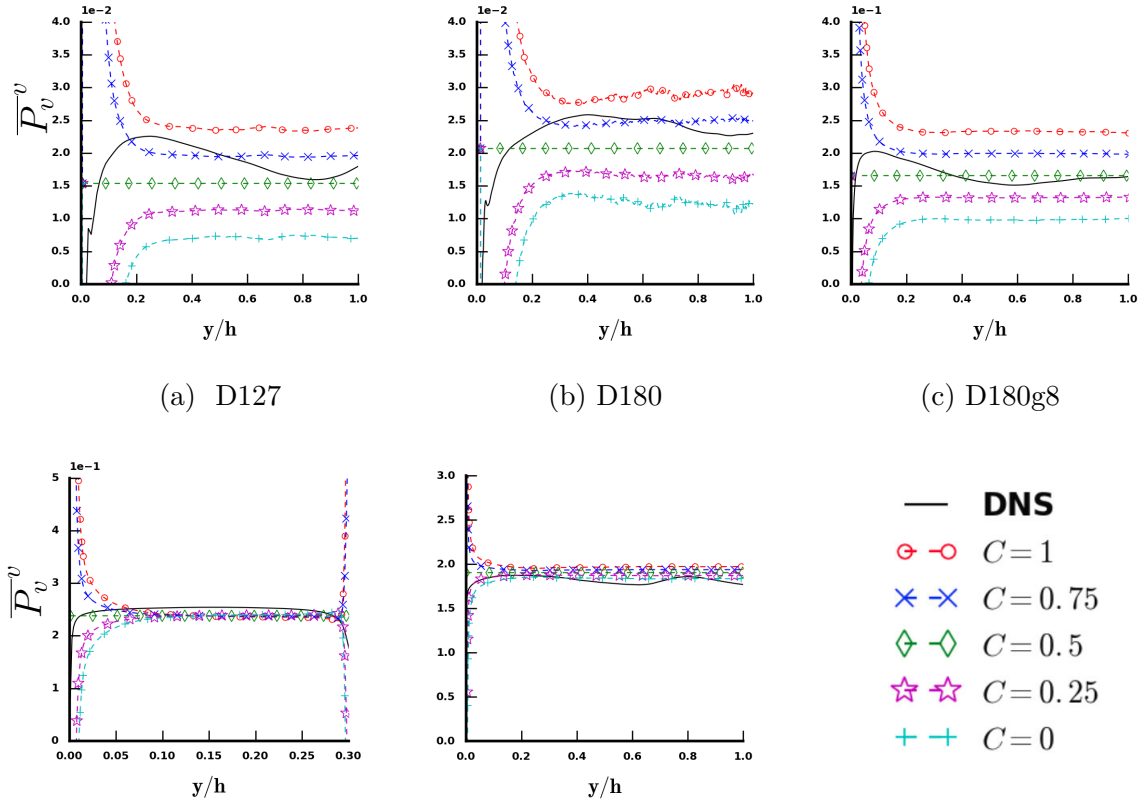
Besides, we assume that the Laplace law is locally satisfied ($P_v - P_l = \sigma\kappa = \sigma(\kappa_T + \kappa_B)$ where κ_T and κ_B are the tangential and the binomial curvature in the Frenet frame of reference).

Except for strongly inclined bubbles in the near-wall region, the curvature is the smallest at the top and the bottom of the bubble ($\kappa_T = \kappa_B = \kappa_{2D}^{min}$, see figure 2.18c) ; then, the pressure jump is written as :

$$P_v^T - P_l^T = 2\sigma\kappa_{2D}^{min} \tag{2.94}$$

$$P_v^B - P_l^B = 2\sigma\kappa_{2D}^{min} \tag{2.95}$$

Hence, the local curvature has to be estimated. Even if bubbles are strongly deformable, an ellipsoidal shape is a reasonable assumption for dispersed flows. The semi-major axis of the ellipsoid can be determined from the spherical equivalent radius



(a) D127 (b) D180 (c) D180g8

(d) S180 (e) S180g8

FIGURE 2.19 – Validation of the averaged gas pressure closures with DNS results. Calibration of parameter C.

$r_0 = d_b/2$ and the Eötvös number ($Eo = 4\rho_l g r_0^2/\sigma$) by the correlation proposed by Wellek *et al.* [1966] in weakly turbulent conditions :

$$a = r_0 \left(1 + 0.163 Eo^{0.757}\right)^{1/3} \tag{2.96}$$

A volume conservation criterion determines the semi-minor axis ; then, the theoretical value of the minimum Gauss curvature of a 3D ellipsoid is

$$\kappa^{min} = 2\kappa_{2D}^{min} = 2r_0^3/a^4 \tag{2.97}$$

and the maximal Gauss curvature is given by :

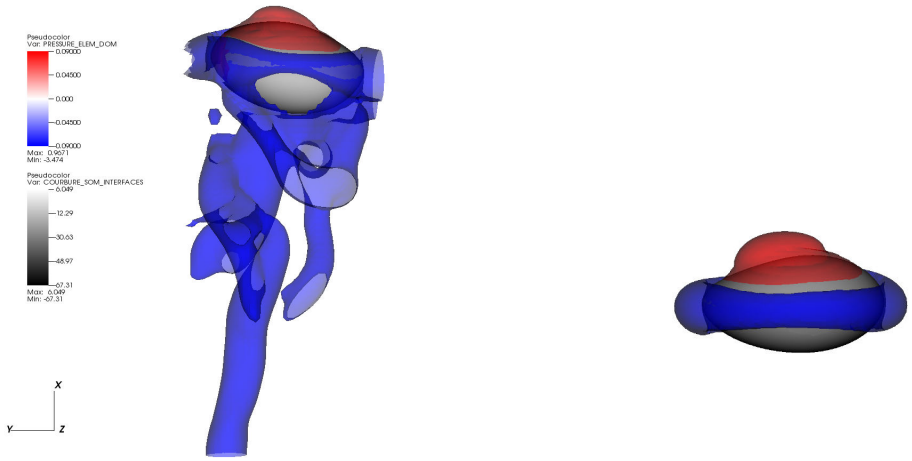
$$\kappa^{max} = \kappa_{2D}^{min} + \kappa_{2D}^{max} = r_0^3/a^4 + a^5/r_0^6 \tag{2.98}$$

where κ_{2D}^{min} and κ_{2D}^{max} are illustrated on the sketch 2.18c.

The DNS instantaneous pressure field in figure 2.18 shows that the gas pressure is roughly linear in the streamwise direction (hydrostatic equilibrium) so that the averaged pressure in all the gas may be assessed by the average between the top and bottom of the bubble. Using equations (2.92), (2.93), (2.94) and (2.95), a closure for $\overline{P_v}^v$ is obtained :

$$\begin{aligned} \overline{P_v}^v &= 1/2 \left(P_v^T + P_v^B\right) \\ &\approx \frac{F^D}{2A_b}\left(2C - 1\right) + \sigma\kappa^{min} + P_l^{SP} \end{aligned} \tag{2.99}$$

Where κ^{min} is given by equation (2.97). The model is developed here for a monodispersed bubbles. More generally for polydispersed cases, κ^{min} should be adapted to represent the distribution of the bubble size. Figure 2.19 shows the assessment of equation (2.99) for all simulated cases with different values of C. For spherical cases (S180 and S180g8), the parameter C does not have an important impact (except in the near-wall region) on the estimation of the gas pressure. Indeed, because of the large value of surface tension, one gets : $2\sigma\kappa^{min} \gg F^D/2A_b\left(2C - 1\right)$. The part of the pressure proportional to κ^{min} gives outstanding results in the core of the flow. For deformable cases (D127, D180, D180g8), where parameter C becomes important, the model gives acceptable results for $C = 0.75$ in the core region. $C > 0.5$ means that most of the drag is acting by overpressure on the front of bubbles. This value of the parameter C is consistent with the pressure structures observed via DNS in the core of the flow (see figure 2.20b). For bubbles in a potential flow (small Re_b), the analytical solution of the flow surrounding a bubble is symmetrical, meaning $C = 0.5$. In such a case, $\overline{p_v}^v$ is no longer dependent on the drag force but only on the curvature κ. In near wall regions, the value $C = 0.75$ no longer gives a good prediction and considerably deteriorates the quality of the model. On the other hand, the decrease of the vapour pressure in this region is captured by the model for parameter values lower than 0.5. This result suggests that, in the near wall region, the drag is mainly due to an underpressure in the wakes of bubbles. This change may be related to the deceleration of bubbles in the near wall region. This assumption is in agreement with the DNS results. The underpressure in the wakes of bubbles is wider when it approaches the wall (see figure 2.20a).



(a) Near-wall region (b) Bulk of the flow

FIGURE 2.20 – Visualization of pressure isosurfaces in the liquid phase around a bubble in the near-wall region (a) and in the core of the flow (b). The drag of a bubble in the bulk is mainly due to an overpressure on the front of the bubble whereas, for a bubble in the near-wall region, it seems mainly linked to an under-pressure in its wake.

The benefit of this modelling is that it links the vapour pressure to the drag force that has been extensively studied in all flow regimes [Ishii & Hibiki, 2006]. By applying the appropriate correlation for the drag coefficient in $F^D = \frac{1}{2}C_d\rho_l A_b \mathbf{u_r}^2$, the model proposed here could be generic. Even if a correct behaviour of the model in the near-wall region has been found for values of the parameter C lower than 0.5, differences persists where non-Eulerian effects have a strong impact ($y < d_b/2 = 0.15$). Indeed, following the Euler-Euler framework, the present model works for a whole bubble. For instance, in $y/h = 0.15$, the right part of a bubble of $d_b = 0.3$ will never be encountered because the bubbles cannot pass through the wall. In that condition, the consecutive hypotheses made in the model development no longer apply. Further developments have to be proposed to balance these non-Eulerian effects due to the bubble finite size and to the surface tension which prevents the crushing of bubbles against the wall (extending the proposal of Lubchenko *et al.* [2017] for instance).

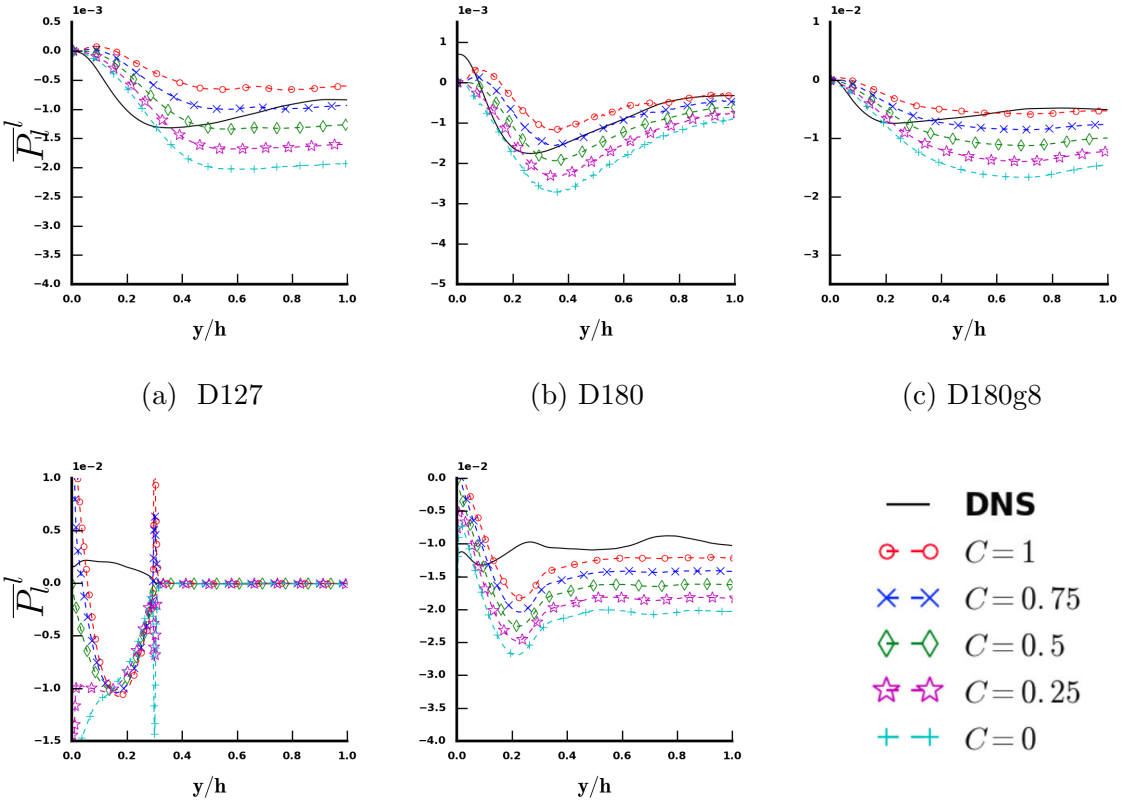
Averaged liquid pressure $\overline{P_l}^l$ modelling

To assess the liquid pressure more accurately, seeing the figure 2.18b, the assessment of the pressure at the right and left of the bubble may be necessary. Compared to the pressure inside the bubble, P_l^R and P_l^L are deduced by crossing the interface where the curvature is the highest. Then, assuming that the pressure jump is the dominant effect in the momentum jump condition we get :

$$P_l^R = P_l^L = \overline{P_v}^v - \sigma\kappa^{max} \tag{2.100}$$

Then, using equation (2.99), the relation becomes :

$$P_l^R = P_l^L \approx \frac{F^D}{2A_b}(2C-1) + \sigma\left(\kappa^{min} - \kappa^{max}\right) + P_l^{SP} \tag{2.101}$$



(a) D127 (b) D180 (c) D180g8

(d) S180 (e) S180g8

FIGURE 2.21 – Validation of the averaged liquid pressure closures with DNS results

Differences between P_l^R and P_l^L due to the lift force are neglected. Because of the relatively weak void fraction in our DNS calculations ($\alpha_v = 3\%$), the liquid pressure is weakly impacted by the presence of bubbles which disturbs the pressure only locally. Figure 2.18 allows us to fit the 'volume of influence' V. The volume of influence at the top or bottom is of the order of magnitude of the bubble volume. At the right and left, the impacted volumes are smaller due to the deformation of the bubble (see figure 2.18). For spherical bubbles, the 'impacted volumes' at the right and left are expected to be similar to those at the top and bottom. With an aspect ratio of the bubble $\gamma = a/r_0 > 1$ for a deformable bubble, we propose to model the dimensionless volume of influence as :

$$V_T^* = V_B^* = \frac{\alpha_v}{N_b}\gamma \tag{2.102}$$

$$V_R^* = V_L^* = \frac{\alpha_v}{N_b}(2-\gamma) \tag{2.103}$$

where N_b is the number of bubble. If $\gamma > 2$, the model should be adjusted to prevent negative volume. However, a bubble with $\gamma > 2$ probably does not maintain its ellipsoid shape. Thus, the strong deformability is probably apart from the validity domain of the model. Hence, for a bubble swarm, assuming a linear superposition of isolated bubbles and using equations (2.92), (2.93) and (2.101), one gets :

$$\overline{P_l}^l \approx \sum_\phi N_b V_\phi^* P_l^\phi + (1 - \sum_\phi N_b V_\phi^*) P_l^{SP} \quad \text{with } \phi \in [T, B, L, R] \tag{2.104}$$

$$\begin{aligned} &\approx \alpha_v \left[\gamma\left(P_l^T + P_l^B\right) + (2-\gamma)\left(P_l^R + P_l^L\right)\right] + (1-4\alpha_v)\, P_l^{SP} \\ &= \alpha_v \left[\frac{2F^D}{A_b}(2C-1) + 2(2-\gamma)\,\sigma\left(\kappa^{min} - \kappa^{max}\right)\right] + {P_l}^{SP} \end{aligned} \tag{2.105}$$

This expression logically tends to $\overline{p_l}^l = {p_l}^{SP}$ for $\alpha_v \to 0$. It is expected to be valid while the void fraction remains relatively small. For instance, bubble clustering is not taken into account. The model remains coherent for bubbles which are independent to others. The averaged pressure in the liquid phase may be smaller or greater than p_l^{SP}. In our case ($p_l^{SP} \approx 0$), $\overline{p_l}^l$ is always negative. Figure 2.21 shows the evaluation of the closure for all simulated cases. The coefficient C close to 0.75 gives a reasonable agreement with the DNS statistics showing the robustness of the modelling. In the near-wall regions, a gradual shift of the parameter C towards a value lower than 0.5 is observed again (see case D127, D180 and D180g8 in particular). The results of the model are therefore in agreement with the DNS observations. However, it has to be noticed that $\overline{p_l}^l = \mathcal{O}\left(\alpha_v \overline{p_v}^v\right)$ meaning that its model is of second interest as long as the void fraction remains small ($\alpha_v < 10\%$).

Modelling of $\overline{P_l}^l$ and $\overline{P_v}^v$ gives the interfacial pressure force closure. Equations (2.80), (2.97), (2.98), (2.99) and (2.105) give :

$$\mathbf{M^P} = -\alpha_v \left[\frac{F^D}{2A_b}(2C-1)(1-4\alpha_v) + \frac{\sigma}{r_0}\left[2\gamma^{-4} + 2\alpha_v(2-\gamma)\left(\gamma^5 - \gamma^{-4}\right)\right]\right]\nabla\alpha_v \tag{2.106}$$

We demonstrate in section 2.5 that this force is related to an anti-dispersion process proportional to $-\nabla\alpha_v$. This anti-dispersion force is always compensated by a bigger dispersion force caused by the surface tension source term. The following section proposes the corresponding model.

2.6.2 Modelling of the surface tension force $\mathbf{M}^\sigma$

In equation (2.56) given in section 2.5, $\mathbf{M}^\sigma$, expressed by equation (2.81), needs a closure for the source term $\overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v}$. Considering a constant surface tension, the cross correlation between the curvature variations and the normal to the interface is written with the Reynolds decomposition of curvature $\kappa = \overline{\kappa}^i + \kappa'$ where $\overline{\kappa}^i = \overline{\kappa\delta^i}/\overline{\delta^i}$ and the decomposition of the phase indicator function $\chi_v = \overline{\chi_v} + \chi_v' = \alpha_v + \chi_v'$ as :

$$\overline{\kappa'\nabla\chi_v'} = \overline{\kappa\nabla\chi_v} - \overline{\kappa}^i\nabla\alpha_v \tag{2.107}$$

The cross-correlation modelling requires a strong knowledge of the bubble shape. A first approximation is to assume that it is proportional to the void fraction gradient ($\overline{\kappa'\nabla\chi_v'} \propto \nabla\alpha_v$) and to assume that the factor of proportionality is given by a characteristic curvature. A typical curvature variation is given by the difference of the spherical equivalent curvature ($\kappa^{sphe} = 2/r_0$) to the minimum curvature on a 3D ellipsoid given by (2.97). Then, we found by DNS fitting that the characteristic curvature of the cross correlation is half the value of this typical curvature variation :

$$\overline{\kappa'\nabla\chi_v'} \approx \frac{1}{2}\left(\kappa^{sphe} - \kappa^{min}\right)\nabla\alpha_v \tag{2.108}$$

Even if the cross correlation is modeled coarsely, its importance in the total surface tension force is small in comparison with the averaged term $\overline{\kappa}^i\nabla\alpha_v$ which fit very well with the spherical equivalent curvature $\overline{\kappa}^i \approx \kappa^{sphe}$. Finally, we propose the following modelling :

$$\mathbf{M}^\sigma = \alpha_v\overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} \approx \frac{\alpha_v\sigma}{2}\left(3\kappa^{sphe} - \kappa^{min}\right)\nabla\alpha_v$$

Using equation (2.97) and $\kappa^{sphe} = 2/r_0$, one gets :

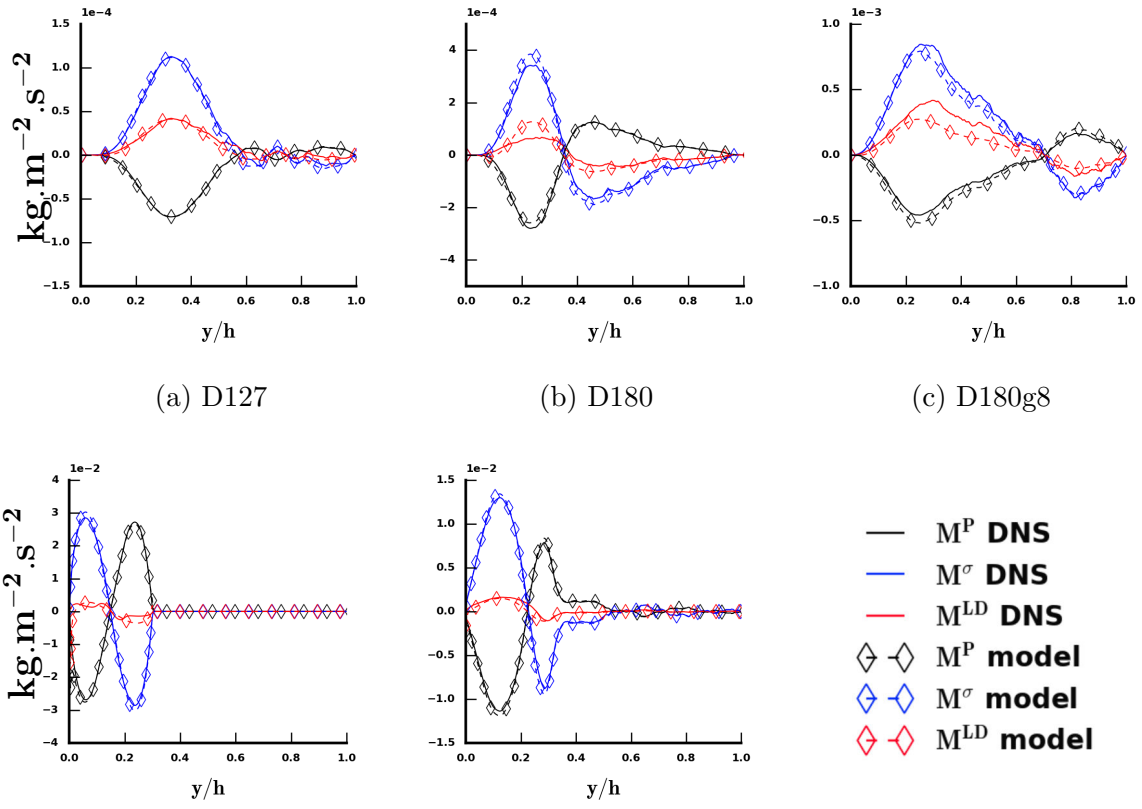
$$\mathbf{M}^\sigma \approx \frac{\alpha_v\sigma}{r_0}\left(3 - \gamma^{-4}\right)\nabla\alpha_v \tag{2.109}$$

2.6.3 Complete model of the laminar dispersion force

Finally, bringing together all the modelling we have developed, the laminar dispersion force is $\mathbf{M^{LD}}$ is given by the sum of equations (2.106) and (2.109) :

$$\mathbf{M^{LD}} = -\alpha_v\left[\frac{F^D}{2A_b}(2C-1)(1-4\alpha_v) + \frac{\sigma}{r_0}\left[3\left(1-\gamma^{-4}\right) + 2\alpha_v(2\gamma-1)\left(\gamma^5-\gamma^{-4}\right)\right]\right]\nabla\alpha_v \tag{2.110}$$

where $A_b = \pi a^2$, F_D is the drag force and $\gamma = a/r_0$ is the aspect ratio of bubbles. Figure 2.22 compares the laminar dispersion force from equation (2.80) to its closure



(a) D127 (b) D180 (c) D180g8

(d) S180 (e) S180g8

FIGURE 2.22 – Validation a priori of the laminar dispersion model for $C = 0.75$.

given by equation (2.110) for $C = 0.75$, F_D is computed from DNS using the relative velocity and γ from equation (2.96). The model assesses the laminar dispersion force with a nice accuracy for all simulated cases. Both $\mathbf{M^P}$ and $\mathbf{M}^\sigma$ are important. The drag force contribution, proportional to F^D in equation (2.110), tends to zero in the limit of potential flow ($C = 0.5$). The results presented in figure 2.22 have been obtained for $C = 0.75$. The interfacial contribution proportional to σ in equation (2.110), tends to 0 for spherical bubbles ($\gamma = 1$). Hence two different physical effects are caught by the model. Even for laminar flows, spherical bubbles tend to create horizontal clusters. The part of the model proportional to the drag force can capture this effect. Besides, deformable bubbles have a natural oscillating path which can be seen as a dispersion force. The model can catch this natural behaviour through the contribution proportional to the surface tension. This physical analysis shows the overall coherence of the model. A great strength of our proposal is to be able to link the modelling of a driving force of the lateral motion of bubbles to the drag force. Whereas the laminar dispersion force cannot be isolated from other competing forces (such as lift), the drag force connection to the relative velocity is straightforward and extensively studied. Consequently, the model discovered by DNS analysis benefits from the numerous literature on bubbly flows (it relies on quantities easier to access experimentally than the force itself). The domain of validity of the model has, however, to be assessed. As of now, the model has been tested for bubbles in low gravity conditions ($Re_b \approx 100$) and in gravity conditions encountered for air/water bubbly flows with $2mm$ bubbles ($Re_b \in [450, 600]$) for different amount of background turbulence ($Re_c \in [5000, 12000]$). It also seems to work for spherical and deformable bubbles ($Eo \in [0.45, 4.5]$). The mechanistic basis of the model leads to a large domain of application as long as a drag force closure is available. Eventually, the most limiting parameter is the void fraction. As explained before, the model is not expected to work for $\alpha_v > 10\%$ since bubbles are modelled as a sum of isolated bubbles. Only $\alpha_v = 3\%$ has been tested. Further investigations about this limitation are necessary. The model can readily be assessed on experimental data along with other classical closure relations. Measurements of the relative velocity can provide an evaluation of the drag force used in our model whilst the effect of the laminar dispersion force on void fraction distribution in channel flows can be assessed. Experiments with wall to core peak conditions (ideally including intermediate peaking conditions) would provide a very complete assessment of the model.

2.7 Conclusion

The role and the modeling of interfacial forces have been investigated in this chapter. The literature review demonstrates several weaknesses concerning the modeling of interfacial forces, particularly on dispersion phenomena. The role of the surface tension in the momentum budget is then highlighted from DNS and a plausible link between dispersion and surface tension is proposed. Then, transversal forces have been investigated from DNS data. Five DNS of turbulent bubbly flows have been designed for the study of bubble migration. Very different situations are discussed. Core, wall and intermediate peaking are depicted. A new criterion has been proposed for the reversal

of the lift force orientation which is classically based on the Eötvös number. Based on the DNS data, the Weber number seems more appropriate to describe this inversion. Based on the local and averaged formulations of the Navier-Stokes equations, a new splitting of the momentum transfer term is proposed. It gives a local definition for the lift, the drag, the added-mass and the turbulent dispersion forces. Some of these definitions have been shown to reflect the usual meaning of interfacial forces (lift, drag, and turbulent dispersion). Other forces, especially unsteady forces, still need work to be identified. The analysis also reveals a new force coined as laminar dispersion. Confidence in the new formulation has been strengthened by the comparison of the local definition of some forces with their current models and by analytical derivations under the simplified condition of an isolated bubble in a laminar shear flow. This formulation shows that only the Reynolds stress tensor and the surface tension effects need modelling. A physical modelling of interfacial forces through this formulation is a complementary alternative to the classical particle approach that could open the path for further investigation. To the best of our knowledge, the laminar dispersion force has never been studied whereas it is a significant contribution to the migration process. In comparison with this laminar dispersion force, the turbulent dispersion is always smaller, if not negligible in the configurations considered. Different known physical behaviours could be modelled via this laminar dispersion force : the horizontal clustering of spherical bubbles in laminar flows and the oscillating trajectories of deformable bubbles. This force is comprised of surface tension and interfacial pressure terms. The interfacial pressure term acts as an anti-dispersion process whereas the surface tension force acts as a stronger dispersion. The combined effect of both is hence a dispersion force. A physical analysis based on DNS observations and physical understanding has been made to propose a model. The resulting model, validated on our DNS database, has shown very positive results. It is expected to be relatively generic as long as the drag force closure is accurate. Nevertheless, limitations have been highlighted : the void fraction should be below 10%, and non-Eulerian effects are not taken into account in the near-wall region. Further investigations about these limitations are necessary.

2.8 Résumé du chapitre en Français

Dans ce chapitre, le rôle et les modèles de forces interfaciales ont été étudiés. Tout d'abord, la revue bibliographique a mis en évidence certaines limitations dans les modèles de forces, en particulier pour les forces de dispersion. La prédiction des forces de dispersion a ensuite été mise en lien avec la tension de surface. En étudiant les équations d'équilibre de quantité de mouvement, on peut montrer que l'action de la tension superficielle est un élément non négligeable dans les directions transverses de l'écoulement. Ce constat pousse à remettre en cause l'hypothèse de particule ponctuelle à la base des modèles de types Euler-Euler ; c'est ce qui est réalisé dans la suite du chapitre. Pour ce faire, les forces transverses sont étudiées à partir de données DNS. Cinq DNS de canaux turbulents à bulles sont construites pour l'étude de la migration des bulles. Chacune de ces simulations présente un comportement singulier (écoulement à bulles concentrées au cœur, en paroi ou dans une zone intermédiaire). En se basant sur ces résultats, un

nouveau critère pour l'inversion de la force de portance est proposé. Classiquement, le signe de la force de portance est déterminé par le nombre d'Eötvös. Ici, nous proposons plutôt de l'écrire en fonction du nombre de Weber, capable de prendre en compte la dynamique des bulles. En se basant ensuite sur les formulations locales et moyennées des équations de Navier-Stokes, une nouvelle formulation du terme de transfert de quantité de mouvement (et des forces associées) est proposée. Cette équation donne une définition locale pour les forces de portance, de traînée, de masse ajoutée et de dispersion turbulente. Une partie de ces définitions reflète le sens habituellement attribué aux forces interfaciales (force de portance, de traînée et de dispersion turbulente). D'autres forces, en particulier les forces instationnaires (forces de Tchen, de masse ajoutée et d'histoire), nécessitent encore du travail pour être identifiées formellement. En outre, cette expression révèle une nouvelle force appelée force de dispersion laminaire, reliée à des effets de tension de surface. Notre confiance dans l'interprétation de cette nouvelle équation est renforcée par la comparaison des nouvelles définitions des forces avec leurs modèles classiques. En particulier, des dérivations analytiques de la force de portance dans les conditions simplifiées d'une bulle isolée dans un écoulement cisaillé montrent que définitions et modèles coïncident. La formulation montre également que seuls les tensions de Reynolds et les effets de tension de surface doivent être modélisés. Une modélisation physique des forces interfaciales via cette nouvelle formulation est donc une alternative complémentaire à l'approche particulaire classique qui peut ouvrir la route vers un nouveau champ de recherche.

Par ailleurs, il n'existe pas, à notre connaissance, d'étude de la force de dispersion laminaire alors que sa contribution aux phénomènes de migration est importante (bien plus importante que celle de la dispersion turbulente). Physiquement, cette force peut représenter plusieurs phénomènes connus comme l'alignement horizontal des bulles sphériques dans un écoulement laminaire ou les trajectoires oscillantes des bulles déformables. La force de dispersion laminaire est constituée d'un terme de tension de surface et d'un terme de pression interfaciale. Le terme de pression interfaciale agit comme un processus anti-dispersif tandis que la force de tension de surface agit comme une dispersion plus forte. L'effet combiné des deux forces est donc toujours une dispersion. Une analyse basée sur les observations de la DNS et sur notre compréhension physique est ensuite réalisée pour proposer un modèle. Ce modèle est validé sur notre base de données. Il donne de très bons résultats. De plus, on s'attend à ce qu'il soit relativement générique si la fermeture de la force de traînée est adéquate. Néanmoins, certaines limitations ont été mises en évidence : le taux de vide doit être inférieur à 10% et les effets non-eulériens ne sont pas pris en compte dans les régions en proche paroi.

Ce chapitre conclut l'étude des forces interfaciales, la suite du manuscrit concerne la turbulence dans les écoulements à bulles.

Chapitre 3

Physique et modélisation de la turbulence diphasique

Sommaire

3.1 Introduction 100
3.2 Physique de la turbulence monophasique 101
3.3 Physique de la turbulence diphasique 102
3.3.1 Single Phase Turbulence (SPT) et Bubble Induced Fluctuations (BIF) 102
3.3.2 Wake Induced Fluctuations (WIF) et Wake Induced Turbulence (WIT) 105
3.3.3 Discussion 117
3.4 Modélisation de la turbulence monophasique 118
3.4.1 Modèles RSM 119
3.5 Modélisation de la turbulence diphasique 124
3.5.1 Fermeture algébrique 124
3.5.2 Modèle $k-\epsilon$ avec terme source 125
3.5.3 Modèle $R_{ij}-\epsilon$ avec terme source 129
3.5.4 Modèle de Chahed à deux équations 130
3.6 Proposition d'un modèle à trois équations 133
3.6.1 Structure du modèle 134
3.6.2 Equation de transport des tensions de Reynolds SPT 135
3.6.3 Equation de transport des tensions de Reynolds WIT 135
3.6.4 Fermeture algébrique des tensions de Reynolds WIF 137
3.7 Conclusion 141

Après l'étude des forces interfaciales, ce chapitre développe la problématique de la modélisation de la turbulence introduite dans le chapitre 1. Il s'agit majoritairement d'une revue bibliographique sur la physique et la modélisation de la turbulence de bulles qui se conclut sur la proposition d'un nouveau type de modélisation.

3.1 Introduction

La turbulence... Vaste sujet. Il faut avoir l'humilité d'admettre que nous n'y comprenons pas grand chose ! En effet, il n'existe pas de définition établie de la turbulence qui est une propriété des écoulements. Faute de pouvoir l'expliquer, nous pouvons trouver un certain réconfort à en décrire les effets comme Léonard de Vinci qui, dans un soucis purement contemplatif, se contentait de la dessiner - pour ne pas dire - de la modéliser (figure 3.1). En mécanique des milieux continus, le caractère chaotique de la turbulence naît de la non-linéarité des équations de Navier-Stokes. Son extrême sensibilité aux conditions initiales ou aux conditions aux limites engendre un caractère imprédictible (au sens local/instantané), responsable par exemple de l'inefficacité à long terme des prédictions météorologiques. Cependant, ses caractéristiques moyennes sont reproductibles et peuvent faire l'objet d'études statistiques. Ce chapitre a pour enjeu de compiler, de manière plus ou moins exhaustive selon les sujets, les études qui ont été faites sur la turbulence monophasique (section 3.2) et diphasique (section 3.3) afin d'en comprendre les caractéristiques physiques indispensables et d'en proposer une modélisation. En effet, la modélisation ne saurait se soustraire à la compréhension des phénomènes physiques. Après la section 3.4 consacrée aux modèles classiques de turbulence monophasique, une revue bibliographique des différents types de modélisation de la turbulence diphasique est proposée et interprétée à l'aune de la compréhension actuelle des écoulements à bulles (section 3.5). Les sections 3.2, 3.3, 3.4 et 3.5 comportent une majorité de résultats issus de la littérature mais une réelle valeur ajoutée est apportée à cette revue bibliographique via l'interprétation physique des modèles. De la formulation la plus simple vers des modèles complexes, l'idée est de donner un sens physique à la modélisation dans le but d'en améliorer le pouvoir prédictif par la proposition d'un modèle à trois équations (section 3.6). La section 3.7 conclut ce chapitre.

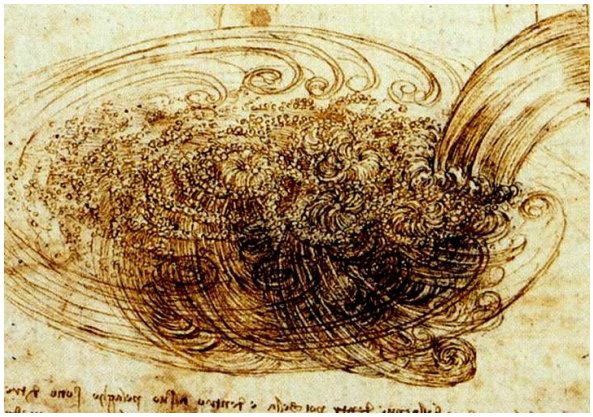


FIGURE 3.1 – Croquis de la turbulence par Léonard de Vinci

3.2 Physique de la turbulence monophasique

La turbulence est composée de vortex de différentes tailles. Un vortex a une taille l et un temps caractéristique associé $\tau(l) = l/u(l)$. On peut attacher à chaque vortex un nombre de Reynolds local. Plus le vortex sera grand, plus son nombre de Reynolds le sera également. Ainsi, aux grandes échelles, les effets de la viscosité sont négligeables. Cependant, sous les effets inertiels non-linéaires, les vortex sont instables et se cassent en vortex de plus petites tailles jusqu'à ce que la viscosité dissipe le vortex. Ce phénomène est couramment appelé "cascade d'énergie de Kolmogorov". Pour en déterminer les caractéristiques précises, Kolmogorov a eu recours à trois hypothèses :

— H1 : Les petites échelles de turbulence sont statistiquement isotropes.
— H2 : Les petites échelles de turbulence sont entièrement déterminées par la viscosité cinématique et le taux de dissipation.
— H3 : Toutes les échelles de turbulence sont auto-similaires.

Sous l'hypothèse H2, une analyse dimensionnelle mène à une unique définition de tailles, vitesses et temps caractéristiques pour les plus petites structures de la turbulence qu'on appelle les échelles de Kolmogorov. La cascade d'énergie conduit à une répartition bien particulière de l'énergie en fréquence résultant d'un équilibre entre production d'énergie aux grandes échelles, transfert d'énergie vers les plus petites échelles, et dissipation d'énergie aux échelles de Kolmogorov. Tracer un spectre d'énergie permet d'en observer la répartition. le nombre d'onde κ désigne dans l'espace des fréquences la taille de la structure $\kappa_l = 2\pi/l$. A partir des hypothèses de Kolmogorov, on peut montrer que l'énergie contenue à la fréquence κ_l suit la loi $E(\kappa_l) = C\epsilon^{2/3}\kappa_l^{-5/3}$ où C est une constante universelle. On est en droit de se demander d'où provient cette énergie turbulente qui ne peut apparaître *ex nihilo* sans briser les lois fondamentales de la physique. En réalité, l'énergie turbulente est extraite de l'énergie cinétique de l'écoulement moyen par le mécanisme dit de "production". Dans le cadre des écoulements en canaux, cette énergie provient du cisaillement de l'écoulement moyen. Quand le nombre de Reynolds croît et que le cisaillement devient important, une instabilité de Kelvin-Helmoltz apparaît pour créer les premières structures turbulentes. L'instabilité de Kelvin-Helmoltz crée des vortex primordiaux qui sont ensuite étirés par l'écoulement moyen. Cet étirement est extrêmement important, puisqu'à cause de la conservation du moment angulaire, il provoque une augmentation de la vorticité (voir Tennekes [1972]). La quantité d'énergie injectée par l'écoulement moyen dans les mouvements turbulents est déterminée par les grandes échelles, qui sont elles-mêmes fortement dépendantes de la géométrie du système étudié et/ou des conditions aux limites. Par exemple, un système qui possède une direction favorisée verra naître de grandes structures fortement anisotropes. Cependant, cette anisotropie courante aux grandes échelles est amenuisée au cours de la cascade jusqu'à disparaître complètement aux petites échelles.

Dans les zones où la production de turbulence est nulle, l'énergie cinétique décroît du fait des phénomènes de dissipation aux petites échelles. Cette dissipation est liée aux gradients du champ de vitesse instantanée, qui sont particulièrement forts dans les petites structures, et correspond à un transfert de l'énergie turbulente vers l'énergie interne. Ce transfert ne peut s'effectuer que dans ce sens sans quoi il briserait le second principe de la thermodynamique. C'est pourquoi l'on parle de dissipation.

Globalement, l'approche macroscopique (i.e. mécanique des milieux continus) reste correcte si l'on suppose que les échelles moléculaires sont bien plus petites que la plus petite structure turbulente. Dans ces conditions, la mécanique des milieux continus est une bonne approche. En effet, la turbulence peut être étudiée de différentes manières (turbulence moléculaire / turbulence quantique...). Nous considérerons dans cette étude que les hypothèses de milieux continus sont tout à fait appropriées pour l'étude de la turbulence et que, par conséquent, les équations de Navier-Stokes décrivent parfaitement bien le phénomène.

3.3 Physique de la turbulence diphasique

La turbulence en écoulement diphasique est généralement appelée "pseudoturbulence". La première chose à faire lorsque l'on parle de pseudoturbulence, c'est de comprendre de quoi elle est constituée afin de la définir convenablement. Cette partie est là pour cibler les phénomènes prépondérants de la pseudoturbulence qu'il conviendra par la suite de modéliser.

3.3.1 Single Phase Turbulence (SPT) et Bubble Induced Fluctuations (BIF)

Historiquement, Lance & Bataille [1991] ont proposé en premier la décomposition de la pseudoturbulence en deux parties qu'ils appelèrent SIT (Shear-Induced Turbulence) et BIT (Bubble-Induced Turbulence). Cet article, qui est un des plus cités dans la littérature sur le sujet, émet l'hypothèse que la pseudoturbulence est la superposition linéaire de deux contributions. La première, le SIT, est semblable à la turbulence monophasique qui provient de la production de vorticité dans les zones de cisaillement (ex : les couches limites aux abords des parois). La seconde, le BIT, englobe l'ensemble des autres phénomènes qui résultent de la présence des bulles. Cette première distinction est importante mais nous préférons dans cette étude les nommer différemment. En effet, le terme SIT laisse penser que le BIT n'est pas une conséquence d'un cisaillement alors que c'est précisément le cas (pour une partie tout au moins). Par exemple, une instabilité de type Von Karman peut se produire dans le sillage d'une bulle à cause d'un cisaillement important. Nous préférerons donc parler de SPT pour Single-Phase Turbulence. SPT fait dès lors référence à la turbulence dont le mécanisme de production est similaire à celui qui intervient dans le cadre d'écoulements monophasiques, c'est à dire une production issue d'un cisaillement de l'écoulement moyen. Cependant, cette dénomination n'est pas idéale pour autant car elle laisse penser que les bulles n'ont aucune influence sur le SPT. Hors, on peut imaginer des situations dans lesquelles les bulles génèrent un cisaillement moyen dans l'écoulement et donc, indirectement, du SPT. C'est le cas par exemple pour des bulles en proche paroi, ou encore dans un essaim si la distribution du taux de vide n'est pas homogène. Sur ce point, une réflexion à l'échelle de la communauté scientifique devrait être engagée pour trouver une dénomination correcte et partagée par tous.

Deuxièmement, nous ne parlerons pas de BIT qui fait expressément référence à

de la turbulence, mais nous parlerons de BIF (Bubble-Induced Fluctuations) car une partie de cette contribution n'a en réalité rien à voir avec de la turbulence (i.e. pas de caractère chaotique, voir section 3.3.2 pour plus de détails).

Si Lance & Bataille [1991] considèrent que le SPT et le BIF sont statistiquement indépendants, cette affirmation a depuis été remise en question par un certain nombre d'études. Historiquement, cette interaction a été étudiée en premier par la communauté scientifique s'intéressant aux écoulements à particules solides (sédimentation etc...). Malgré des configurations très différentes en terme de flottabilité, d'inertie, de masse et de taille, certains parallèles peuvent être faits et suggérer une interaction entre SPT et BIF. Les écoulements à particules sont un domaine extrêmement large dont la revue ne sera pas faite ici. Cependant, un certain consensus apparaît dans la littérature. Au début, avec une approche de "particules ponctuelles", les études avaient statué que de petites particules détruisaient de la turbulence tandis que les grandes en produisaient. Par la suite, cette vision extrêmement réductrice de la particule ponctuelle a été abandonnée pour s'approcher au plus près de la réalité. Par exemple, Ten Cate *et al.* [2004] ont étudié l'influence de particules de dimensions finies sur une turbulence isotrope classique forcée aux grandes échelles. Ils utilisent des particules lourdes pour étudier l'influence de leur inertie sur la turbulence (entre 1.4 et 1.7 fois la masse volumique du fluide porteur). La flottabilité n'est pas prise en considération et la fraction volumique varie de 2 à 6 %. Ils observent une grande augmentation du taux de dissipation autour de la particule liée à la vorticité importante des couches limites (dans ces zones, la dissipation atteint 1.5 fois la dissipation moyenne). Aux grandes échelles (c'est-à-dire supérieures à la taille des particules), l'énergie cinétique turbulente diminue d'autant plus que la fraction volumique est grande. Aux petites échelles (inférieures à la taille des particules), l'énergie cinétique est plus grande que dans le cas monophasique. Lucci *et al.* [2010] ont également étudié la modulation de la turbulence par des particules lourdes (2 à 10 fois plus lourdes que le fluide porteur). Leurs dimensions varient de 16 à 35 fois la longueur de Kolmogorov pour des fractions volumiques allant de 1 à 10% dans une turbulence homogène isotrope en décroissance libre. Dans ces conditions, ils montrent que l'énergie cinétique turbulente est systématiquement réduite par la présence des particules et que le principal responsable de cette diminution est l'augmentation de la dissipation dans les couches limites entourant les inclusions. Ils montrent que, par conséquent, la dissipation excédentaire apportée par les inclusions est plus forte que la production d'énergie à l'interface. Lucci *et al.* [2010] trouvent que des particules avec le même nombre de Stokes mais des tailles différentes ont des effets différents sur la turbulence et qu'il faut trouver des paramètres distincts pour décrire les effets d'inertie et les effets de taille. Globalement, ce type d'étude montre une interaction systématique entre SPT et particules allant dans le sens d'une réduction du SPT. Ce phénomène de modulation de la turbulence est démontré par l'augmentation de la dissipation à la surface des particules. Cela fait de l'aire interfaciale un paramètre essentiel pour la modélisation de ce phénomène.

Cependant, les conclusions obtenues sur des particules ne valent pas pour des bulles dont la densité est plus faible que le fluide porteur et qui présentent donc une vitesse relative par rapport au liquide (i.e. action de la flottabilité). Une des principales différences entre particules et bulles est pointée par M. Kuerten [2016]. Pour des particules

lourdes, seule la force de traînée est influente tandis que pour des bulles, toutes les autres le deviennent également. Dans le but de procéder par effets séparés, Yeo *et al.* [2010] font une simulation numérique homogène avec des bulles de dimensions finies de densité inférieure à celle du liquide porteur mais sans prendre en compte les effets de flottabilité. Ainsi, la différence liée à l'inertie des bulles par rapport aux particules solides est étudiée. Ils maintiennent la turbulence en injectant de l'énergie aux grandes échelles. Ils trouvent que l'énergie est amplifiée aux échelles inférieures à la taille de la bulle et légèrement diminuée pour les plus grandes structures (Selon Rensen *et al.* [2005], ce résultat fait consensus). Ils remarquent également que les bulles ont une tendance plus forte que les particules solides à se réunir en grappe (Calzavarini *et al.* [2008]) car elles sont poussées vers les zones tourbillonnaires à cause de leur faible inertie. A partir d'une idée similaire, Colin *et al.* [2012] réalisent une expérience de canaux à bulles en microgravité (vol $0g$). En supprimant de fait l'action de la flottabilité, ils observent également une réduction globale des fluctuations turbulentes par rapport à un cas similaire monophasique. Malgré tous ces phénomènes de réduction de turbulence, l'ajout des forces de flottabilité change radicalement le comportement de la pseudo-turbulence. La poussée d'Archimède provoque l'apparition de sillages plus importants et de fortes interactions hydrodynamiques. Dans des conditions de gravité "standard", le phénomène de réduction de la turbulence n'est quasiment jamais observé au niveau de l'énergie cinétique turbulente totale. Seuls de très rares cas en font état dans des conditions très particulières. Ainsi, Alméras *et al.* [2017] observe une réduction de la turbulence en proche paroi pour des proportions bien précises de SPT et de BIF. Si la réduction de la turbulence est si peu observée dans des conditions industrielles, c'est que la production d'énergie par l'action des forces de flottabilité est telle que l'énergie cinétique totale s'en trouve toujours augmentée. Ainsi, comme il est impossible de séparer SPT et BIF, la seule observation possible est celle de l'augmentation globale de la turbulence, et ce même si elle implique une part de destruction liée aux interactions entre SPT et bulles (voir Lakehal *et al.* [2017]; Lance & Bataille [1991]). Malgré tout, dans le cas de canaux plans pour lesquels les bulles ont migré en paroi, Ogasawara *et al.* [2009] observent expérimentalement une réduction de la turbulence par rapport au cas monophasique. Dans ce cas très particulier où les bulles nappent la surface de la paroi et forment une sorte de 'bouclier', ils déduisent que les bulles empêchent les mécanismes de transport et la turbulence d'atteindre le cœur de l'écoulement. Cet effet est d'autant plus important que la concentration de bulles est importante. Dans une configuration similaire, Dabiri *et al.* [2017] donnent également une explication pour la relaminarisation d'un écoulement avec des bulles sphériques en paroi. Ils montrent l'évolution de la dissipation visqueuse en proche paroi en fonction de la distance paroi/bulle. Lorsque les bulles touchent la paroi, la dissipation visqueuse est extrêmement importante à cause de la très forte production de vorticité à ce niveau. Dès que les bulles s'éloignent un peu de la paroi, cet effet disparaît. La présence de bulles dans la partie visqueuse de la couche limite conduirait ainsi à une sorte d'avortement des structures turbulentes qui sont immédiatement détruites. Enfin, Lance *et al.* [1991] ont observé un autre phénomène de modulation du SPT. Ils ont montré que les bulles ont un impact sur les phénomènes de redistribution en rendant le SPT plus isotrope en modifiant la structure tourbillonnaire des vortex turbulents. Malgré ces quelques travaux, il n'existe à notre

connaissance aucune expérience ou simulation numérique ayant permis une séparation rigoureuse du SPT et du BIF. De nombreux effets de modulation sont probablement encore à découvrir.

Récapitulatif

La séparation de la pseudoturbulence en SPT et BIF est naturelle et historique, mais SPT et BIF intéragissent :

- Action du SPT sur les bulles (force de dispersion, force de portance...).
- Action des bulles sur le SPT (altération des mécanismes de transport, modification de la répartition spectrale d'énergie).

En terme de modélisation, ces phénomènes de modulation de turbulence doivent être pris en compte. Avant de pouvoir les modéliser, il faut pouvoir les quantifier à partir d'expériences numériques ou réelles :

- La modulation de la turbulence n'est observée que lorsque le BIF est extrêmement faible et que l'énergie cinétique turbulente totale décroît par rapport au monophasique (microgravité, en proche paroi).
- A ce jour, aucune méthode pour quantifier les interactions n'existe dans des conditions normales de gravité.

3.3.2 Wake Induced Fluctuations (WIF) et Wake Induced Turbulence (WIT)

Jusque vers la fin des années 2000, les progrès dans la compréhension de la pseudoturbulence sont fastidieux car la communauté scientifique cherche à la comprendre dans son ensemble. Par exemple, Mazzitelli & Lohse [2009] remarquent que si les fluctuations engendrées par les essaims de bulles ne sont pas dissipées rapidement dans les sillages, elles sont parfois transmises aux grandes échelles et l'écoulement devient turbulent. Ils trouvent que cette énergie est conforme aux prédictions de théorie en écoulements potentiels (c'est-à-dire laminaires), mais que la distribution d'énergie selon les différentes composantes n'est pas identique. Dans le cas $Re \to \infty$, la théorie engendre $\langle uu \rangle / \langle vv \rangle \approx 4/3$ alors que Mazzitelli & Lohse [2009] trouvent un ratio de 15. Pour comprendre ces phénomènes, il est en réalité nécessaire de décomposer le problème comme l'avaient fait Lance & Bataille [1991] en séparant SPT et BIF. C'est pour la première fois en 2008 [Risso *et al.*, 2008] que l'on trouve une volonté de décomposer les fluctuations de vitesse en écoulement dispersé pour comprendre fondamentalement les mécanismes turbulents. Risso *et al.* [2008] observent alors qu'il n'est pas raisonnable de penser pouvoir décrire la turbulence générée par des bulles d'un seul bloc alors qu'elle est composée de deux types de fluctuations de nature tout à fait étrangère l'une à l'autre. Les premières fluctuations possèdent grossièrement les caractéristiques d'une turbulence classique : mouvement chaotique / cascade d'énergie / dissipation aux petites échelles etc... tandis que les autres sont reliées à la présence des sillages et d'un écoulement potentiel autour de chaque bulle (non chaotique / non turbulent). La

première expression de cette décomposition est décrite dans Riboux *et al.* [2013]. En plus d'essais expérimentaux sur une colonne à bulles, Riboux *et al.* [2013] développent un outil numérique permettant de résoudre un essaim de bulles dans le référentiel attaché aux bulles (c'est-à-dire un calcul à bulles fixes). Cette technique permet ensuite de séparer les fluctuations en deux parties :

$$u\left(x,t\right) = \overline{u}^{T}\left(x\right) + u'\left(x,t\right) \tag{3.1}$$

où $u\left(x,t\right) = U - \overline{U}$ sont les fluctuations liquides totales. Ils nomment $\overline{u}^{T}\left(x\right)$ fluctuations spatiales, obtenues à partir de la moyenne temporelle des fluctuations locales instantannées. Logiquement, $u'\left(x,t\right)$ sont appelées fluctuations temporelles et la variance des fluctuations de vitesse peut être ensuite décomposée :

$$\overline{uu} = \overline{\overline{u}^{T}\overline{u}^{T}}^{X} + \overline{u'u'} \tag{3.2}$$

où $\overline{u}^{X}$ est la moyenne spatiale de u telle que $\overline{\overline{u}^{T}}^{X} = \overline{u}$. La figure 3.2 représente

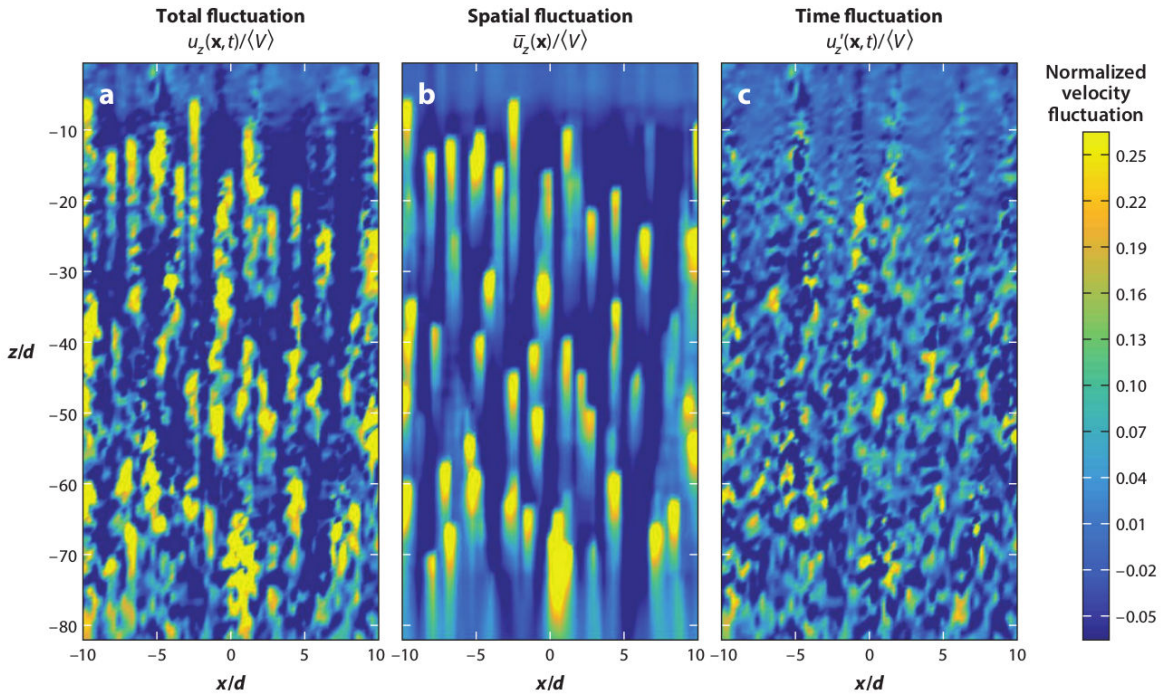


FIGURE 3.2 – Fluctuations totales, spatiales et temporelles par Riboux *et al.* [2013] obtenues à partir de simulations numériques LES à bulles fixes.

les deux types de fluctuations spatiales et temporelles. Cette décomposition permet de mettre en lumière deux contributions radicalement différentes l'une de l'autre. Les sous-sections suivantes s'attachent à en décrire les principales caractéristiques. Dès lors, dans un soucis de clarté, les fluctuations spatiales seront appelées WIF pour Wake-Induced Fluctuations tandis que les fluctuations temporelles seront appelées WIT pour Wake-Induced Turbulence.

Wake-Induced Fluctuations (WIF)

La figure 3.2 donne déjà beaucoup de renseignements sur le WIF. Tout d'abord, il est localisé derrière les bulles puisqu'il correspond au champ de vitesse moyen induit

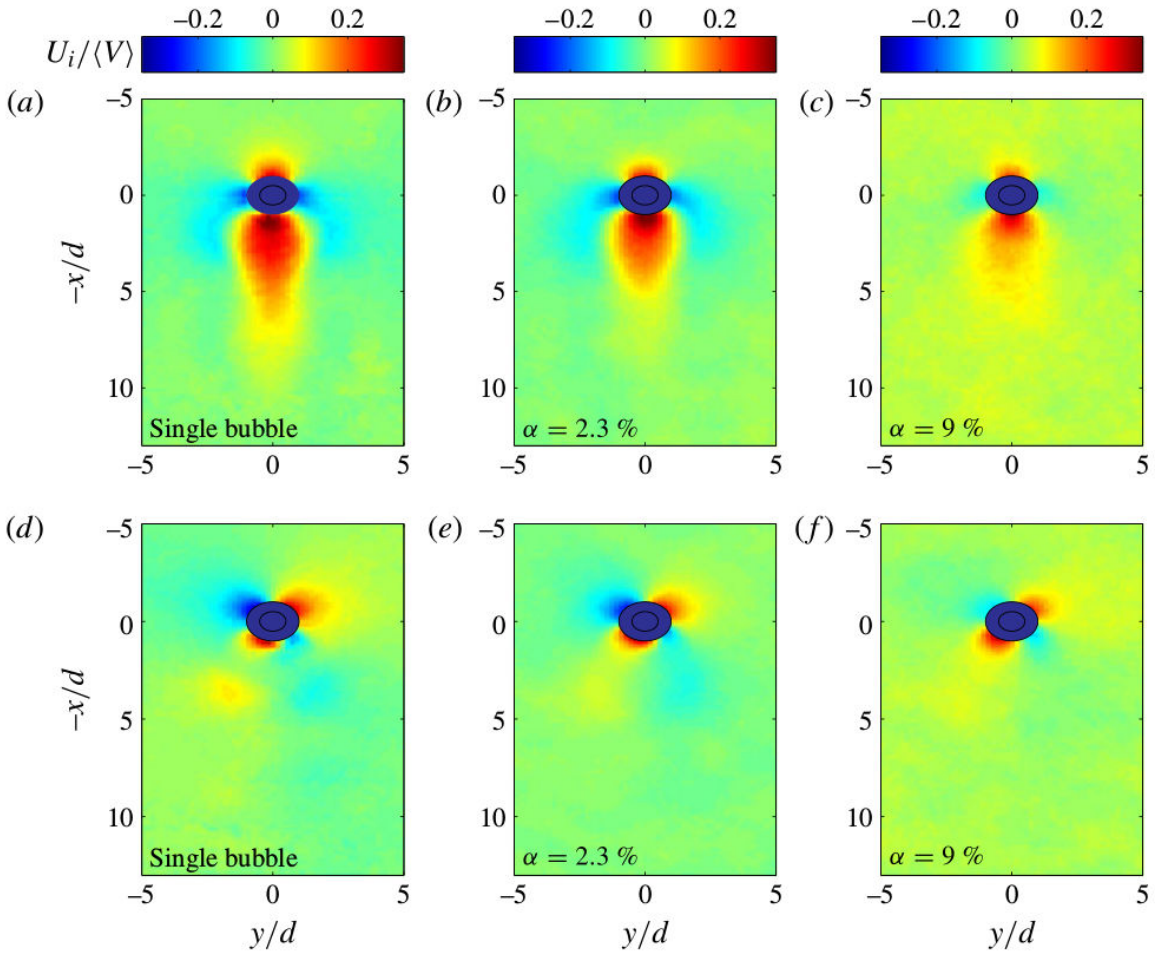


FIGURE 3.3 – Fluctuations spatiales dans les directions axiales (a-c) et transverses (d-f) en fonction du taux de vide [Bouche *et al.*, 2014] obtenues expérimentalement dans une cellule de Hele-Shaw.

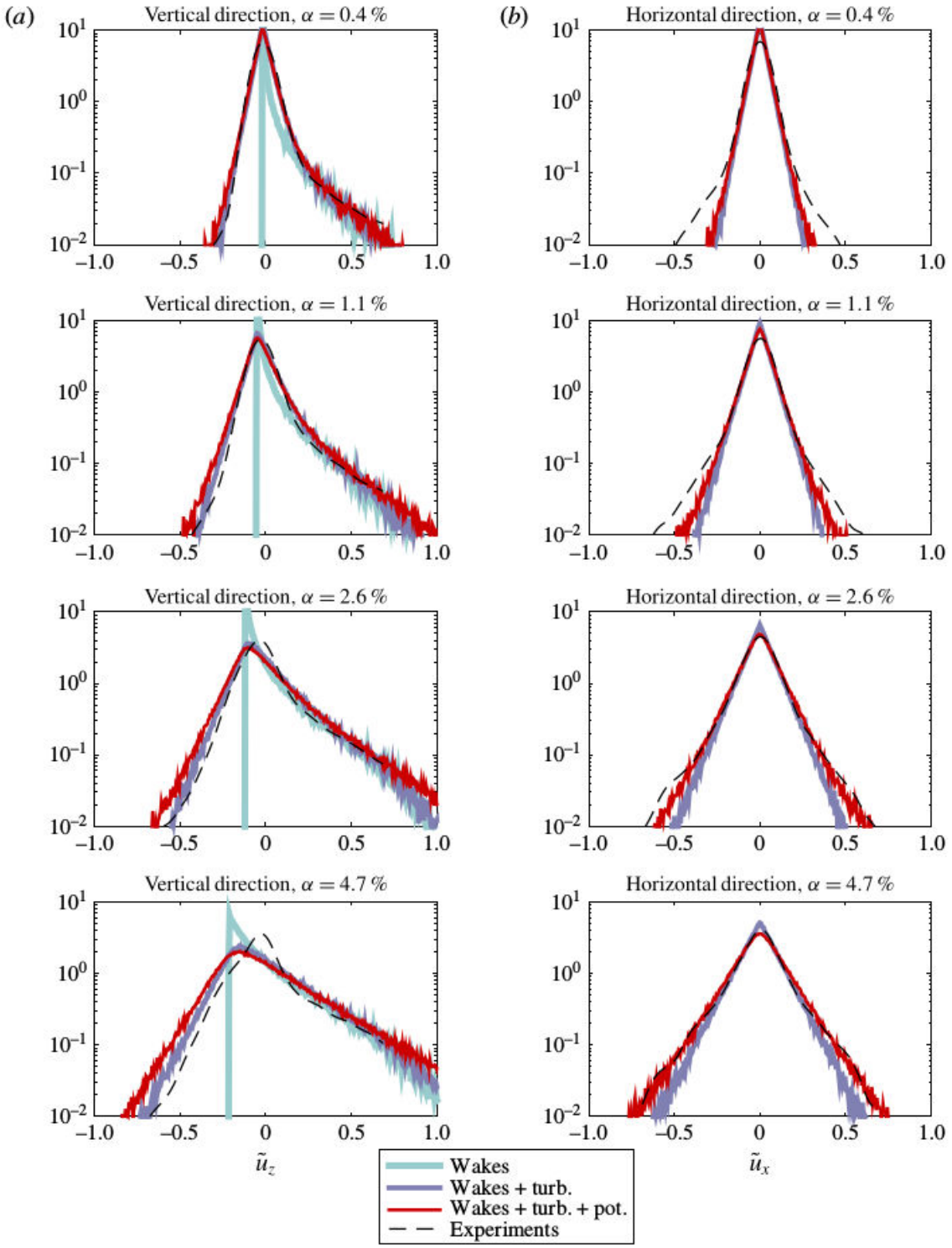


FIGURE 3.4 – pdfs expérimentales et reconstruction théorique des pdfs des fluctuations de vitesse liquide [Risso, 2016]. Wakes = WIF (partie sillage moyen), Wakes+turb=WIF (partie sillage moyen)+WIT, Wakes+turb+pot=WIF+WIT.

par les sillages. Dans le WIF, on trouve également une part reliée à l'écoulement potentiel autour de chaque bulle. Dans la direction axiale, cette contribution est négligeable devant l'importance du sillage, mais elle ne l'est plus dans les directions transverses qui ne sont pas montrées ici. Risso [2016] et par la suite Amoura *et al.* [2017] ont montré l'impact du WIF sur les fonctions de densité de probabilité (pdfs) des fluctuations de vitesse. Le décallage vers les valeurs positives des pdfs est entièrement relié au WIF et correspond au liquide entraîné dans le sillage des bulles. C'est donc le WIF qui est responsable du caractère fortement anisotrope des écoulements à bulles. Risso [2016] a également théorisé la structure des pdfs en prenant en compte séparemment la contribution du sillage moyen, de l'écoulement potentiel et du WIT (voir figure 3.4). Cette modélisation est détaillée dans la partie 3.6. Il convient de remarquer que les fluctuations WIF sont laminaires, et qu'elles ne sont le fait que du contournement du liquide autour des bulles et du développement de sillages moyens. Aussi il serait tentant de l'exclure dès à présent des discussions touchant à la turbulence. En effet, l'impact du WIF sur l'écoulement est encore à déterminer et semble, *a priori*, moins important que les effets des mouvements turbulents. Cependant, comme il est impossible de séparer le WIF du WIT autrement que par le jeu des moyennes dans une simulation (ou expérience) à bulles fixes, savoir le caractériser et le modéliser de manière prédictive est indispensable pour estimer correctement par la suite les fluctuations turbulentes totales. Cependant, étudier le WIF uniquement à partir de cas à bulles fixes, c'est-à-dire sans mouvements relatifs les unes par rapport aux autres, est très réducteur. En effet, l'homogénéité de la distribution des bulles, le passage de certaines dans les sillages de leurs partenaires, et d'autres effets dus à leurs mouvements relatifs peuvent avoir un impact fort sur les fluctuations. C'est pourquoi certaines études ont essayé d'étudier le WIF dans des configurations différentes. Contrairement au WIT, le WIF peut être étudié seul, dans des configurations où les sillages ne deviennent pas instables et où le WIT ne survient pas. Par exemple, Bouche *et al.* [2012] ou encore Bouche *et al.* [2014] ont étudié le WIF dans une cellule de Hele-Shaw. Dans cette cellule extrêmement fine, la friction avec les murs empêche le développement des instabilités et donc du WIT. L'écoulement est alors bidimensionnel. A petits taux de vide, les perturbations sont claires, mais lorsque des essaims se forment pour des taux de vide plus élevés, les fluctuations deviennent plus difficiles à identifier. La figure 3.3 montre la perturbation moyenne autour d'une bulle calculée comme la moyenne de la vitesse liquide conditionnée par sa position relative par rapport au centre de la bulle à différents taux de vide. Cette perturbation spatiale reste confinée dans le voisinage de la bulle. Sur le front des bulles, l'écoulement est potentiel alors que l'arrière décroît de manière exponentielle avec une longueur caractéristique dépendante de la friction à la paroi (exprimable en fonction de la distance caractéristique visqueuse) et du taux de vide. Quand le taux de vide augmente, le comportement au front reste potentiel, mais la décroissance des fluctuations spatiales dans le sillage est plus rapide à cause des interactions entre les bulles. Quand $\alpha_v > 5$, les fluctuations spatiales ont complètement disparu après $5d_b$ derrière la bulle. C'est la friction avec la paroi qui cause cette diminution. Les perturbations engendrées ne sont pas isotropes. Concernant leur dépendance au taux de vide, ils observent $\langle uu \rangle^{1/2} \sim \alpha^{0.46}$ contre $\langle vv \rangle^{1/2} \sim \alpha^{0.38}$. La déviation par rapport à l'exposant 1/2 est la signature d'interactions hydrodynamiques. La combinaison de sillages

proches semble plus efficace dans la direction axiale. Il y a également des différences sur les pdfs qui ne présentent plus de queues pour les fluctuations positives quand $\alpha > 12\%$ et tendent vers des gaussiennes comme en monophasique. Bouche *et al.* [2014] trouvent également que la signature spectrale du WIF est une pente en -3. Comme nous venons de le voir, il est difficile de conclure sur le WIF à partir de cette expérience car les milieux confinés changent grandement la structure et le comportement des sillages et il est donc nécessaire d'étudier des sillages loin des parois dans des conditions où seul le WIF est présent. Amoura *et al.* [2017] font une experience dans un réseau de sphères fixes pour des taux de vide de 2% et des nombres de Reynolds de bulle allant de 120 à 1040. Ils montrent que l'anisotropie de l'écoulement est dû au WIF et absolument pas au WIT. Amoura *et al.* [2017] se sont également intéressés aux ratios d'énergie entre WIT et WIF ; pour des nombres de Reynolds de bulle inférieurs à 150, les sillages demeurent stables et le WIT ne se développe pas. L'idée d'établir les caractéristiques du WIF à partir de bulles à faible flottabilité n'a encore jamais été exploitée à notre connaissance et représente donc un des enjeux de cette thèse (voir chapitre 5). Enfin, même si une telle étude pourrait porter des fruits, elle ne pourra se soustraire à une analyse des sillages pour des nombres de Reynolds de bulles plus importants. Risso

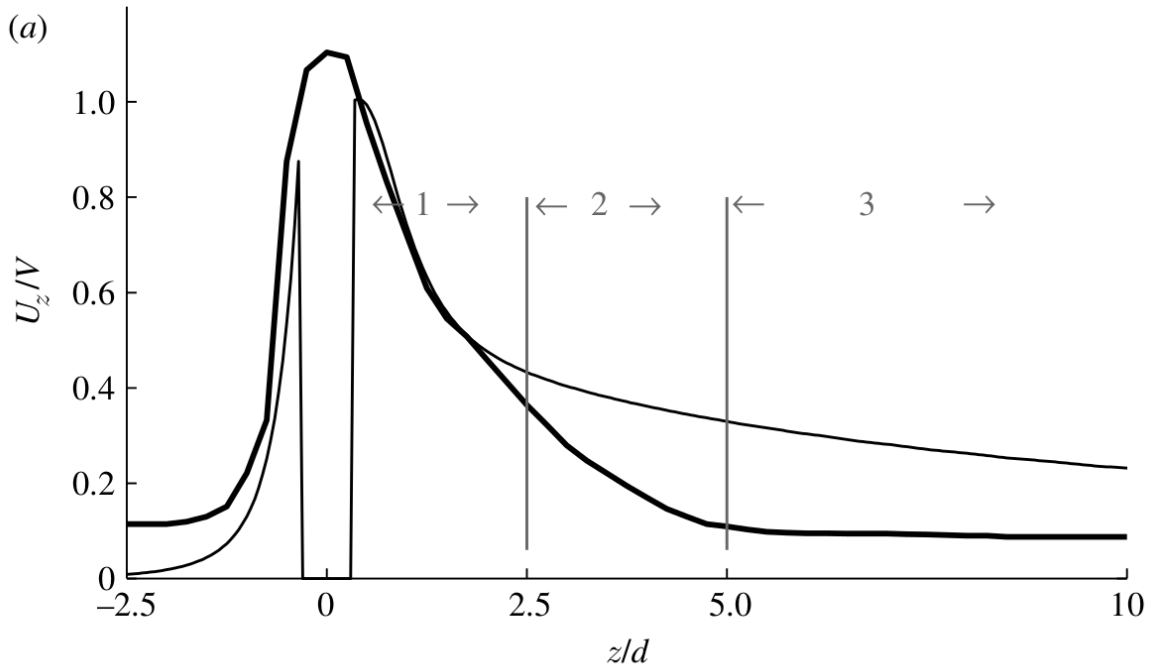


FIGURE 3.5 – Vitesse ascendante liquide induite par une bulle en fonction de la distance à la bulle pour une bulle isolée (trait fin) et pour une bulle au sein d'un essaim (trait épais) [Risso *et al.*, 2008].

et al. [2008] ont étudié les mécanismes d'atténuation de sillages et montrent les modifications engendrées par des essaims de bulles en comparaison de bulles isolées. Ils étudient des données expérimentales obtenues pour des nombres de Reynolds allant de 100 à 1000 à des taux de vide inférieur à 10%. Ils découpent le sillage en plusieurs zones. La première est une zone proche, quasi-stationnaire (zone 1 sur la figure 3.5). Cette zone est indépendante du taux de vide et de la présence d'autres bulles. Dès que l'on

s'éloigne un peu de la bulle ($z/d_b > 2.5$, zone 2 sur la figure 3.5), les interactions entres les sillages deviennent importantes et la vitesse du liquide décroît plus rapidement pour une bulle dans un essaim que pour une bulle isolée. Ils montrent alors que l'interaction des sillages implique une augmentation de la dissipation responsable de l'atténuation du sillage moyen. Cette interprétation est en accord avec les résultats de Riboux [2007] pour lequel ni le mouvement relatif des bulles, ni la description de l'écoulement proche des bulles ne sont nécessaires pour reproduire les statistiques des fluctuations de vitesse liquide. Pour lui, l'interaction des sillages (le WIT) est l'effet prédominant. Cet effet d'atténuation des sillages par le WIT est différent de l'effet d'atténuation visqueux observé par Bouche *et al.* [2012]. Ici, il s'agit d'un transfert entre l'énergie contenue dans les sillages (WIF) et l'énergie cinétique turbulente du WIT. Riboux [2007] montre aussi expérimentalement qu'après le passage d'un essaim de bulles, l'atténuation du sillage est exponentielle et indépendante de α_v bien qu'elle diffère du cas d'une bulle isolée. Ainsi il montre que l'atténuation du sillage due aux effets collectifs des bulles n'est pas la même que celle due à l'interaction des sillages avec une turbulence classique SPT (qui atténue aussi le sillage d'une bulle). Avec une turbulence classique SPT, le sillage décroît en z^{-2} au lieu de la décroissance exponentielle due aux interactions non-linéaires des sillages entre eux (WIT). La turbulence WIT semble donc plus efficace pour détruire les sillages que la turbulence SPT. Cela suppose que les mécanismes physiques en jeu sont différents (voir partie 3.3.2).

Roig & De Tournemine [2007] étudient l'évolution de la vitesse des bulles en essaim à des taux de vide allant jusqu'à 15%. Cette étude étend les résultats de Risso *et al.* [2008] à des taux de vide plus importants. Elle montre que la longueur caractéristique du sillage décroît avec le taux de vide. La longueur de la perturbation en amont de la bulle n'est en revanche pas dépendante du taux de vide. White & Nepf [2003] expliquent l'atténuation des sillages par leurs interactions non-linéaires. A noter que la force de portance peut aussi jouer un rôle dans cette atténuation car les oscillations transverses contribuent à la destruction rapide des sillages. Alméras *et al.* [2017] vont encore plus loin en étudiant la décroissance des sillages de bulles en essaim soumises à une turbulence SPT initialement présente. Comme pour la figure 3.5, ils décomposent le sillage en trois et montrent que la physique est très différente dans chacun de ces domaines. Dans les deux premières parties des sillages, la décroissance des fluctuations de vitesse suit une loi exponentielle. Comme Risso *et al.* [2008], ils observent que le premier sillage n'est pas modifié par la turbulence extérieure et ne dépend que de la bulle. La pdf du sillage lointain est presque parfaitement gaussienne et ne dépend donc pas des bulles. C'est dans le sillage secondaire que l'on retrouve la décroissance exponentielle.

Récapitulatif

Les caractéristiques principales du WIF sont :

- Fluctuations non turbulentes dues aux sillages moyens et à l'écoulement potentiel autour des bulles.
- Responsable de l'anisotropie de la pseudoturbulence (décallage des pdfs vers les valeurs positives).

Pour le quantifier, il faut le séparer du WIT, ce qui est impossible formellement sans négliger la vitesse relative des bulles les unes par rapport aux autres. On peut en revanche l'étudier dans :

- Un confinement fort (cellule de Hele-Shaw) où les structures turbulentes ne se développent pas.
- Pour un nombre de Reynolds de bulle inférieur à 150 où les instabilités menant à la production de WIT n'ont pas lieu (Cette possibilité n'a jamais été exploitée à notre connaissance).

L'étude des sillages est indispensable pour comprendre le WIF. En particulier l'étude de leur décroissance :

- La décroissance des sillages est plus rapide dans un essaim que pour une bulle isolée à cause de l'émergence du WIT.
- Il y a un transfert d'énergie du WIF vers le WIT lorsque les sillages se déstabilisent et intéragissent entres eux.
- En proche paroi, les sillages sont également raccourcis (mais par des effets visqueux cette fois).

Wake-Induced Turbulence (WIT)

En premier lieu, la figure 3.2 montre que les fluctuations temporelles sont un effet collectif des bulles. En effet, une bulle isolée dans les mêmes conditions aurait un sillage stable. Les fluctuations temporelles sont en outre réparties de manière très homogène dans l'écoulement si bien que la position des bulles est presque invisible. Ces fluctuations ont donc pour origine une instabilité collective impliquant des interactions non-linéaires entre sillages. Comme nous l'avons vu dans la partie WIF, lorsque les sillages se déstabilisent, apparaissent des fluctuations turbulentes ; leurs grandeurs caractéristiques dépendent de la vitesse, de la taille et du nombre de bulles. Riboux [2007] s'est intéressé à la question essentielle des échelles de longueur et de vitesse caractéristique du WIT. Les échelles naturelles de longueur et de vitesse sont respectivement la distance moyenne entre les bulles et la vitesse relative des bulles par rapport à la phase porteuse. Riboux [2007] montre que les pdfs des fluctuations de vitesse liquide sont auto-similaires lorsque la vitesse est normalisée par $(\alpha_v/\alpha_{v,0})^{0.4}u_{r,0}$ où $u_{r,0}$ est la vitesse relative d'une bulle en ascension à un taux de vide de $\alpha_{v,0}$. La variance évolue donc en $\propto \alpha_v^{0.8}$ ce qui traduit la présence d'interactions non-linéaires qui favorisent l'augmentation de la dissipation. En effet, en l'absence de telles interactions, on devrait

observer une variance $\propto \alpha_v$. Cette auto-similarité est valable jusqu'à des taux de vide de 13%. La figure 3.6 montre l'efficacité de cette normalisation. Pour les pdfs dans la direction axiale, le décallage vers les valeurs positives correspond à du WIF. Sur cette partie des pdfs, la normalisation ne fonctionne pas bien (les courbes ne se superposent pas pour les valeurs positives des fluctuations de vitesse), tandis que sur la partie à distribution gaussienne symétrique, les courbes se superposent (valeurs négatives des fluctuations de vitesse). Dans la direction latérale, l'écoulement potentiel a un impact sur les fortes fluctuations ($|u/u_{r,0}\,(\alpha/\alpha_0)^{0.4}| > 0.25$ sur la figure 3.6). Dans cette région, on observe que les courbes ne sont pas aussi bien superposées que pour les fluctuations WIT ($|u/u_{r,0}\,(\alpha/\alpha_0)^{0.4}| < 0.25$). Ainsi la contribution de l'écoulement potentiel qui fait partie du WIF ne suit pas bien la normalisation proposée par Riboux [2007] qui n'est valable que pour le WIT. Classiquement, on utilise les spectres d'énergie cinétique pour

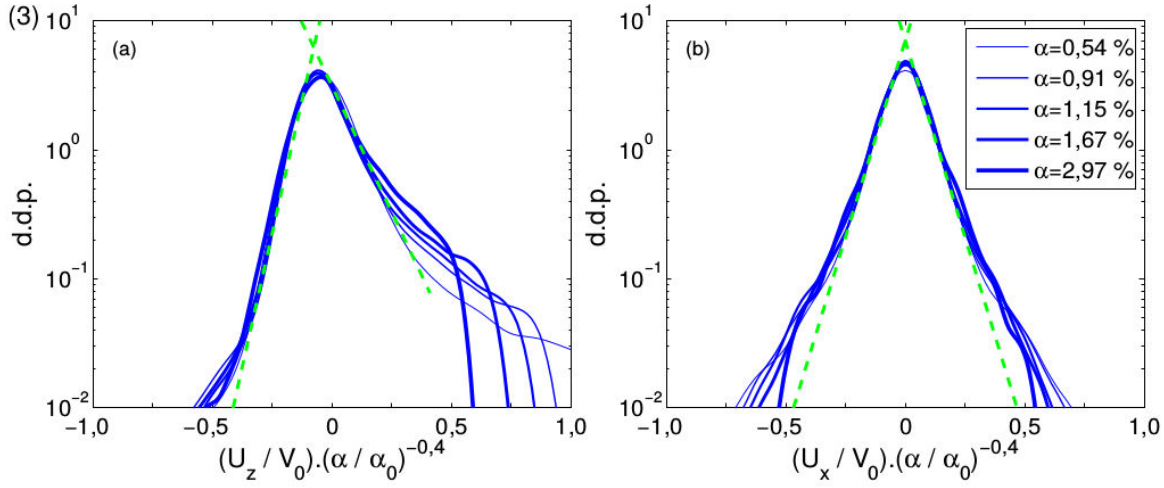


FIGURE 3.6 – Représentation semi-logarithmique des fonctions de densité de probabilité des fluctuations de vitesse normalisées verticales (a) et horizontales (b) du liquide pour différents taux de vide [Riboux, 2007]. Près des maximums, les fonctions de densité de probabilité suivent une décroissance en $exp(-ax)$ (pointillés verts).

étudier les échelles de longueur caractéristiques de la turbulence. L'analyse spectrale apporte beaucoup d'informations sur la physique de la turbulence diphasique : sur les échelles de production et de dissipation, sur les mécanismes de transfert d'énergie etc... Souvent, il est malheureusement complexe de l'interpréter et nous allons voir que les caractéristiques de la pseudoturbulence sont loin de faire consensus. Cependant, à la lumière des décompositions qui ont été faites ci-avant, nous serons en mesure de dicter certaines conclusions. Historiquement, la première théorisation du spectre d'énergie de la pseudoturbulence a été faite par Lance & Bataille [1991]. Ils écrivent l'équation de transport dans l'espace des fréquences. Soit E le spectre d'énergie turbulente, T l'énergie de transfert entre les fréquences, et Π la production, alors la transformée de Fourier de l'équation de transport de l'énergie cinétique donne :

$$\frac{\partial E}{\partial t} + 2\nu\kappa_l^2 E = T\left(\kappa_l, t\right) + \Pi\left(\kappa_l l, t\right) \tag{3.3}$$

Lance & Bataille [1991] supposent que si la production Π est localisée dans le spectre (c'est-à-dire que les bulles injectent leur énergie à une fréquence particulière proche de

la taille des bulles), alors on peut montrer par analyse dimensionnelle que :

$$\Pi \propto \kappa_l^{-1}\epsilon \tag{3.4}$$

Ces expressions permettent d'exprimer qu'aux fréquences où les transferts d'énergie n'ont pas le temps d'avoir lieu et où la production est immédiatement dissipée dans les sillages ($T = 0$), on obtient alors à l'équilibre statistique :

$$E \propto \frac{\epsilon\kappa_l^{-3}}{2\nu} \tag{3.5}$$

Ce genre de comportement est souvent retrouvé lorsqu'il existe un forcage externe qui impose son échelle comme par exemple pour la force de Coriolis en turbulence atmosphérique ou pour les vagues en turbulence de surface libre. Cette modélisation est cohérente avec les résultat observés par [Riboux, 2007]. En effet, que ce soit numériquement ou expérimentalement, l'énergie est concentrée autour d'une fréquence particulière $f_c = 0.14\langle u_r\rangle/d_b$. Après Lance & Bataille [1991], de nombreuses études ont cherché à retrouver les caractéristiques de la pseudoturbulence par différents moyens et à comprendre ce résultat. Les études récentes montrent souvent des spectres aux caractéristiques plus complexes suivant les parties de la turbulence qu'ils représentent (SPT, WIF et WIT). Par exemple, Prakash *et al.* [2016] ont conduit une expérience pour capturer la transition entre le régime turbulent à $-5/3$ aux grandes échelles et un régime en -3 aux petites échelles dans une colonne à bulles avec présence de SPT. Bouche *et al.* [2014] ont mené une expérience dans des conditions de WIF pur et ont trouvé un régime en -3. Riboux *et al.* [2013] ont mené une expérience dans un essaim de bulles (WIF et WIT) et ont trouvé un régime en -3 aux grandes échelles et un régime en $-5/3$ aux petites échelles. Alméras *et al.* [2017] rapportent les mêmes résultats que Riboux *et al.* [2013] pour un essaim de bulles : -3 aux grandes échelles, $-5/3$ aux petites échelles.

Ces résultats peuvent paraître contradictoires lorsque l'on cherche à déterminer des propriétés globales de la pseudoturbulence. Cependant, une fois les décompositions en SPT/BIF puis de BIF en WIT/WIF effectuées, ces résultats prennent une forme cohérente. Premièrement, d'après l'expérience de Bouche *et al.* [2014] où seul le WIF était présent, il semblerait que la pente en -3 soit une caractéristique inhérente aux sillages et à la dimension finie des bulles. Cette interprétation est confirmé par des simulations numériques sous l'hypothèse de "particule ponctuelle" qui mènent toutes à des pentes en $-5/3$ et non en -3 [Mazzitelli & Lohse, 2009]. Mendez-Diaz *et al.* [2013] affirment également que cette pente -3 est un mécanisme principalement lié aux sillages des bulles et donc mécaniquement à leurs dimensions finies. En présence de WIT, les études de Riboux *et al.* [2013] et Amoura *et al.* [2017] montrent que la pente en -3 est toujours présente mais qu'elle est accompagnée (pour les très fortes turbulences) par une pente en $-5/3$ aux petites échelles. Etant donné que ces études sont expérimentales, il n'est pas exclus que cette pente en $-5/3$ soit la conséquence du SPT résiduel créée au niveau des parois par le cisaillement. Quoi qu'il en soit, ce comportement n'est observé que pour les plus petites échelles de turbulence qui ne contiennent qu'une très faible partie de l'énergie cinétique turbulente totale. Autrement dit, la caractéristique principale du WIT est, comme le WIF, une pente en -3. Dès lors, lorsque l'on observe

comme Prakash *et al.* [2016] un essaim de bulles dans un écoulement turbulent en canal, il n'est pas surprenant de retrouver une transition entre un régime monophasique en $-5/3$ aux grandes échelles et un régime en -3 dicté par les bulles. Malgré tout, il existe des études qui ne sont pas compatibles avec ces interprétations. Hosokawa & Tomiyama [2013] n'observent qu'une pente en $-5/3$ dans le spectre alors qu'il n'y a pas de SPT mais seulement de la turbulence induite par les bulles. Rensen *et al.* [2005] expérimentent une colonne de bulles sphériques avec SPT pour y étudier la turbulence engendrée. Ils jugent que la pente du spectre transitionne progressivement de $-5/3$ jusqu'à -3 quand le SPT augmente et rejoint donc l'interprétation faite plus tard par Hosokawa & Tomiyama [2013] comme quoi la transition entre $-5/3$ et -3 est liée à l'interaction entre SPT et BIF. Ces résultats sont inconciliables avec les interprétations précédentes pour lesquelles la pente en -3 est une caractéristique du BIF seul. De nombreux biais peuvent être invoqués pour expliquer ces différences (influence des parois en expérimental / mesure expérimentale / méthode de traitement du signal). Pour conclure, il faudrait faire une analyse rigoureuse de tous ces biais potentiels. En l'état, il est bien difficile de conclure sur la forme du spectre d'énergie du WIT.

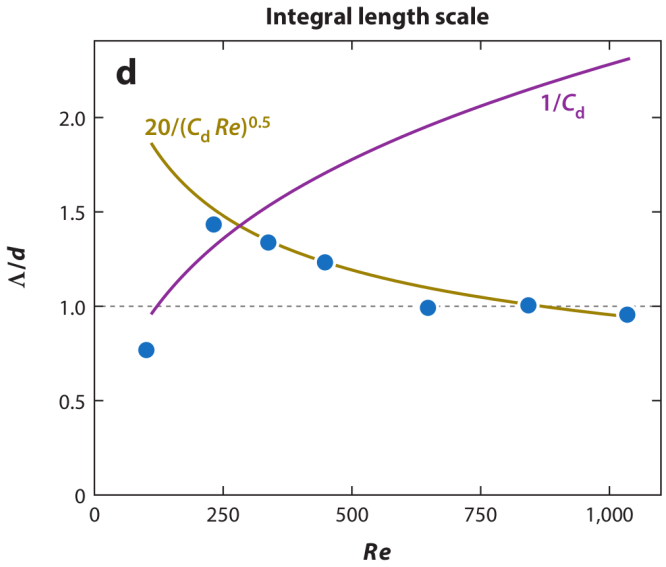


FIGURE 3.7 – Evolution de l'échelle de longueur intégrale en fonction du nombre de Reynolds. Comparaison entre les valeurs expérimentales obtenues sur un réseau de sphères fixes et la théorie [Risso, 2018].

Riboux [2007] s'est également penché sur la question des spectres d'énergie et a trouvé qu'une fois normalisé par la variance, le spectre d'énergie cinétique était indépendant du taux de vide. Ce résultat est intéressant puisqu'il signifie que l'échelle caractéristique du WIT n'est pas dépendante de α_v. Cette observation met à mal l'hypothèse d'une longueur caractéristique reliée à la distance moyenne entre les bulles puisqu'elle devrait dans ce cas dépendre du taux de vide. Riboux [2007] conclut que l'échelle de longueur $d_b/C_d \approx \Lambda/2 \approx L_w$ est une bonne candidate pour caractériser la turbulence. Formellement, la normalisation du spectre peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{E}{\langle uu \rangle \Lambda} \propto (\Lambda \kappa_l)^{-3} \tag{3.6}$$

Ainsi, les équations (3.5) et (3.6) mènent à :

$$\epsilon \propto \frac{\nu \langle uu \rangle}{\Lambda^2} \tag{3.7}$$

On retrouve ici une loi d'échelle courante. En monophasique, la dissipation est souvent considérée proportionnelle à la variance des fluctuations de vitesse en faisant intervenir l'échelle de Taylor. Ici, on trouve une relation semblable où l'échelle de Taylor est remplacée par l'échelle de longueur intégrale Λ. Risso [2018] propose une vérification de cette loi d'échelle en utilisant la relation obtenue pour la variance par Riboux [2007] : $\langle uu \rangle \propto \alpha_v^{0.8} \langle u_r \rangle \approx \alpha_v \langle u_r \rangle$. De plus, pour les échelles de dissipation, $\epsilon = \alpha_v g \langle u_r \rangle$ est une loi robuste qui permet d'estimer l'échelle de Kolmogorov en turbulence isotrope $\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$. Il en déduit que si l'ensemble des hypothèses est vérifié, alors l'échelle de longueur intégrale devrait suivre la loi suivante :

$$\Lambda \propto \sqrt{\frac{\nu \langle u_r \rangle}{g}} \propto \frac{d_b}{\sqrt{C_d Re}} \tag{3.8}$$

Cette expression lui permet de comparer ses résultats expérimentaux à la théorie sur la figure 3.7. Le résultat est valable pour une large gamme de nombre de Reynolds de bulles. Au passage, on remarque que la loi d'échelle basée sur la longueur des sillages proposée par Riboux [2007] semble fonctionner pour des nombres de Reynolds de bulles très faibles (pour du WIF). En effet, Amoura *et al.* [2017] montrent qu'il faut dépasser un nombre de Reynolds de bulle de 150 pour que les fluctuations temporelles apparaissent. De 150 à 650, ils observent une augmentation de l'énergie WIT et une décroissance de l'échelle de longueur intégrale de $1.5 d_b$ à d_b. Après 850, l'énergie des fluctuations temporelles converge ainsi que l'échelle de longueur intégrale (voir figure 3.7). Cependant, il faut noter que les échelles de longueur intégrale sont des quantités qui ne convergent pas facilement. D'ailleurs, la longueur intégrale Λ a été calculée dans cet article en modifiant sa définition pour obtenir un résultat convergeant (voir section 4.5.3). De plus, les données utilisées pour cette validation viennent d'une expérience en réseau de sphères fixes et ne prennent pas en compte les mouvements turbulents des bulles. Enfin, cette échelle n'est représentative que de la partie du spectre en -3. La partie en -5/3 observée aux plus petites échelles suit certainement une loi différente mais elle ne correspond qu'à une faible part de l'énergie cinétique turbulente totale. Malgré toutes les sources d'erreur envisageables, cette loi d'échelle basée sur l'échelle de longueur intégrale est à ce jour la meilleure pour décrire le WIT.

Récapitulatif

Les caractéristiques principales du WIT sont :

- Fluctuations turbulentes qui tirent leur énergie des instabilités et des interactions hydrodynamiques entre les sillages.
- Répartition spatiales de ces fluctuations relativement indépendante de la position des bulles.
- Fluctuations isotropes à distribution gaussienne. Similaire à de la turbulence classique par sa nature chaotique.

Le comportement spectral du WIT diffère de la turbulence classique :

- Pente du spectre d'énergie en -3 (-5/3 en turbulence classique).
- Loi d'échelle de dissipation reliée à l'échelle de longueur intégrale $\Lambda \propto \sqrt{\frac{\nu\langle u_r\rangle}{g}} \propto \frac{d_b}{\sqrt{C_d Re}}$ (échelle de Taylor en turbulence classique).

Pour le quantifier, il faut le séparer du WIF. Les seuls moyens connus pour le moment sont les expériences en réseau de sphères solides ou les simulations à bulles "fixes".

3.3.3 Discussion

L'ensemble des travaux présentés dans cette section a permis d'établir les principaux mécanismes engendrant des fluctuations (turbulentes ou non) dans les écoulements à bulles. Tout d'abord une décomposition historique héritée des travaux de Lance & Bataille [1991] permet de séparer les fluctuations d'origine monophasique engendrées par le cisaillement aux parois (SPT pour Single-Phase Turbulence) et les fluctuations engendrées par l'action des bulles (BIF pour Bubble-Induced Fluctuations). Ensuite, sous l'impulsion de Risso *et al.* [2008], une décomposition supplémentaire a été proposée pour la partie BIF, en fluctuations spatiales et fluctuations temporelles. Les fluctuations temporelles, provenant de l'interaction et de l'instabilité des sillages, sont turbulentes (WIT pour Wake-Induced Turbulence) tandis que les fluctuations spatiales sont uniquement reliées à la structure du sillage de chaque bulle et à l'écoulement potentiel (WIF pour Wake-Induced Fluctuations). Ainsi, les fluctuations totales s'écrivent :

$$\mathbf{u_l} = \mathbf{u_l^{SPT}} + \underbrace{\mathbf{u_l^{WIT}} + \mathbf{u_l^{WIF}}}_{\mathbf{u_l^{BIF}}} \tag{3.9}$$

On peut en déduire une expression des tensions de Reynolds :

$$\begin{aligned}\overline{\chi_l \mathbf{u_l} \mathbf{u_l}} =& \overline{\chi_l \mathbf{u_l^{SPT}} \mathbf{u_l^{SPT}}} + \overline{\chi_l \mathbf{u_l^{WIT}} \mathbf{u_l^{WIT}}} + \overline{\chi_l \mathbf{u_l^{WIF}} \mathbf{u_l^{WIF}}} \\ &+ 2\overline{\chi_l \mathbf{u_l^{SPT}} \mathbf{u_l^{BIF}}} + 2\overline{\chi_l \mathbf{u_l^{WIT}} \mathbf{u_l^{WIF}}}\end{aligned} \tag{3.10}$$

Les tensions de Reynolds ont donc par construction une contribution exclusivement monophasique SPT, une contribution liée aux fluctuations temporelles WIT et une liée aux fluctuations spatiales WIF. Les termes croisés sont bien moins connus et traduisent de potentiels interactions entre les différents types de fluctuations. Cette section a

permis de montrer que les fluctuations WIT et WIF n'interagissent que par le biais d'un échange d'énergie cinétique lié à la déstabilisation des sillages. Lorsque le sillage moyen décroît, c'est qu'une partie de l'énergie cinétique moyenne du sillage s'est transformée en énergie cinétique turbulente via des interactions hydrodynamiques (production de WIT). Si les mécanismes de production du WIF et du WIT semblent corrélés, il apparaît en revanche que les caractéristiques des fluctuations engendrées (échelle de longueur, de temps...) sont moins liées. Par exemple, une bonne échelle de longueur du WIF est la longueur du sillage ; pour le WIT, l'échelle de longueur intégrale est plus adaptée, et ces deux échelles semblent indépendantes l'une de l'autre. Au premier ordre, on peut donc considérer que le WIF et le WIT n'interagissent pas ensemble si ce n'est à travers leur terme de production ($\overline{\chi_l \mathbf{u_l^{WIT}} \mathbf{u_l^{WIF}}} = 0$). La section 3.3.1 a mis en évidence que, bien qu'elle soit généralement négligée, l'interaction entre le SPT et le BIF est une réalité, mais qu'elle est complexe à observer, et encore plus à quantifier ($\overline{\chi_l \mathbf{u_l^{SPT}} \mathbf{u_l^{BIF}}} \neq 0$).

Pour la problématique industrielle de cette thèse, la modélisation de tous les termes de l'équation (3.10) est nécessaire dans une approche RANS Euler-Euler. La section suivante 3.4 propose une brève description des modèles monophasiques qui servent de socle à toute étude de ce type, puis une description plus exhaustive des modélisations de la turbulence diphasique est proposée dans la section 3.5. La section 3.5 propose une approche physique de la modélisation, où tout est analysé à l'aune de ce qui a été compris dans les deux sections 3.2 et 3.3 dédiées à la physique de la turbulence.

3.4 Modélisation de la turbulence monophasique

L'introduction de la cascade d'énergie permet d'ignorer le détail des petites structures turbulentes et de caractériser l'ensemble de la cascade à partir du taux de dissipation seulement. La viscosité du liquide ne détermine pas le taux de dissipation mais la longueur caractéristique des structures qu'elle dissipe. Plus le nombre de Reynolds est grand, plus les échelles sont petites. Cette énergie de dissipation est indépendante de la viscosité et s'adapte pour contre-balancer l'action des grandes structures. En conséquence, une théorie à un point est suffisante pour définir les connexions entre les grandes structures et les petites structures. Ces modèles couramment appelés RANS [1] doivent prédirent les quantités moyennes de l'écoulement. Il y a différents niveaux de complexité dans les modèles RANS. Globalement, un modèle doit prédire correctement deux grandeurs (par exemple une longueur et une vitesse caractéristiques). On peut estimer ces grandeurs directement ou bien à travers de nouvelles équations d'évolution. Il existe donc une grande variété de modélisation. Du plus simple au plus recherché, on a :

1. Modèle de viscosité turbulente : Il définit une viscosité turbulente à partir des échelles de longueur L et de vitesse V de la turbulence $\nu_t = LV$ mais demande une fermeture directe de ces échelles. Cette viscosité turbulente n'est pas une propriété du fluide mais de la turbulence elle-même. Cette approximation des tensions de Reynolds proportionnelle au gradient de vitesse néglige le temps de latence de la turbulence qui ne se conforme pas immédiatement aux gradients de

1. Reynolds Average Navier Stokes

vitesse qu'on lui impose (effet de latence). Pire, elle peut mener à des prédictions d'énergie cinétique négative dans certains types d'écoulements asymétriques.

2. Modèle algébrique sur les tensions de Reynolds (ASM[2]) : Il modélise les tensions de Reynolds directement à partir des grandeurs moyennes de l'écoulement.
3. Modèle avec une équation d'évolution : Il permette de prendre en compte l'effet de latence mais il demande toujours de renseigner algébriquement une longueur caractéristique qui dépend de la géométrie ou du régime d'écoulement.
4. Modèle du 1^{er} ordre avec deux équations d'évolution : Dans ces modèles, la longueur caractéristique peut être déterminée par une équation de transport ce qui rend ces méthodes bien plus génériques. La plus connue est sans conteste le modèle $k-\epsilon$ mais il existe beaucoup de variations ($k-\omega$ etc...).
5. Modèle du 2^{eme} ordre RSM[3] : C'est un modèle à deux équations dont l'une est tensorielle. Il est basé sur l'équation de transport des tensions de Reynolds et permet donc de déterminer des grandeurs caractéristiques de la turbulence dans les différentes directions de l'écoulement. Il est particulièrement adapté pour l'étude des écoulements anisotropes.

Nous ne détaillons pas ici toutes les façons de modéliser la turbulence monophasique, mais seulement le modèle d'intérêt dans le cadre de cette thèse, c'est-à-dire le modèle RSM. Parmi l'ensemble des modèles, il apparaît comme étant le plus à même d'estimer correctement l'anisotropie de l'écoulement.

3.4.1 Modèles RSM

C'est une des modélisations les plus adaptée car elle permet une description relativement générique d'une grande partie des phénomènes qui gouvernent la turbulence. Ce modèle est directement tiré des équations de Navier-Stokes à partir desquelles ont peut écrire l'équation de transport des tensions de Reynolds :

$$\underbrace{\frac{\partial R_{ij}}{\partial t}+\overline{U_m}\frac{\partial R_{ij}}{\partial x_m}}_{A_{ij}}=\underbrace{-R_{im}\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_m}-R_{jm}\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_m}}_{P_{ij}}+\underbrace{\overline{\frac{p}{\rho}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)}}_{\phi_{ij}}\underbrace{-\frac{\partial \overline{u_i u_j u_m}}{\partial x_m}}_{D_{ij}^{turb}} \tag{3.11}$$
$$\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_m}\left[\overline{\frac{p}{\rho}\left(u_i\delta_{jm}+u_j\delta_{im}\right)}\right]}_{D_{ij}^{P}}\underbrace{-2\nu\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_m}\frac{\partial u_j}{\partial x_m}}}_{\epsilon_{ij}}+\underbrace{\nu\frac{\partial^2 R_{ij}}{\partial x_m \partial x_m}}_{D_{ij}^{mol}}$$

Le terme A_{ij} est un terme d'advection comprenant une dérivée temporelle et une dérivée convective. D_{ij}^{turb}, D_{ij}^{mol} et D_{ij}^{P} sont respectivement la diffusion turbulente, moléculaire et de pression. Ce sont tous les trois des termes conservatifs qui ne créent ni ne détruisent d'énergie puisqu'ils sont écrits sous la forme de divergence. Le terme de redistribution ϕ_{ij} est également un terme qui ne crée ni ne détruit d'énergie globalement car sa trace est nulle mais il se comporte comme une source ou un puits d'énergie en fonction de la composante des tensions de Reynolds. Physiquement, c'est un terme de transfert

2. Algebraic Stress Modeling
3. Reynolds Stress Model

d'énergie entre les composantes. Le terme P_{ij} est un terme d'échange entre l'énergie cinétique moyenne de l'écoulement et l'énergie cinétique turbulente. Il est couramment appelé production car il va généralement dans le sens d'une création d'énergie turbulente. En particulier, dans le cas de canaux, cette production correspond à l'énergie turbulente créée par le cisaillement au niveau des parois. Sur la figure 3.8, il est donc logiquement représenté comme une source d'énergie. Enfin, le terme ϵ_{ij} est un terme de transfert entre énergie cinétique turbulente et énergie interne. Il est appelé dissipation car il va toujours dans le sens d'une destruction d'énergie cinétique turbulente en accord avec le second principe de la thermodynamique. Sur la figure 3.8, il est donc logiquement représenté comme un puits d'énergie. Sur l'ensemble de ces termes, certains sont déjà écrits en fonction des variables principales de l'écoulement et n'ont donc pas besoin d'être modélisés. C'est le cas de A_{ij}, P_{ij} et D_{ij}^{mol}. Les autres nécessitent une fermeture.

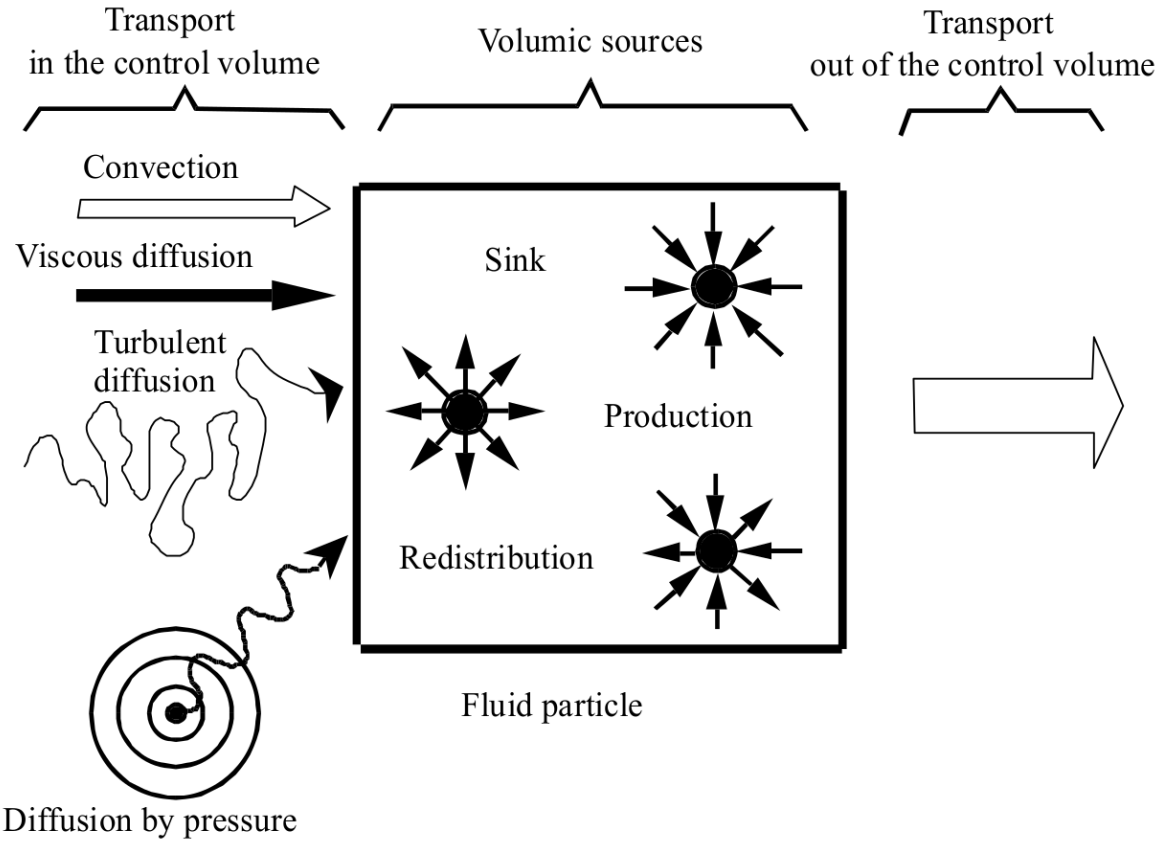


FIGURE 3.8 – Schéma de l'équilibre de l'équation de transport des tensions de Reynolds (source Roland [2008]).

Modèle pour $\mathbf{D_{ij}^{P}}$

On en sait très peu sur la diffusion de pression car cela reste à ce jour non mesurable directement par les moyens technologiques en notre possession. Launder *et al.* [1975] interprètent $\overline{pu_j}$ comme le travail des fluctuations de pression dans la direction j et en

déduisent qu'il est proportionnel au gradient d'énergie turbulente dans la direction j :

$$\frac{1}{\rho}\overline{pu_j} = \frac{k^2}{\epsilon}\frac{\partial R_{jm}}{\partial x_m} \tag{3.12}$$

D'autres variantes existent mais sont très rarement utilisées à cause du manque de données expérimentales. Dans la grande majorité des modèles, la diffusion de pression est tout simplement négligée. Nos simulations DNS corroborent cette hypothèse.

Modèle pour $\mathbf{D_{ij}^{turb}}$

En général, parmi les termes de diffusion, seule la corrélation triple de diffusion turbulente $\mathbf{D_{ij}^{turb}}$ est modélisée. Tout comme on peut écrire l'équation de transport de la corrélation de vitesse d'ordre 2, une équation de transport de la corrélation triple peut être écrite. Cependant, l'interprétation des termes qui la composent est extrêmement floue. Par récurrence, l'équation fait apparaître une corrélation de vitesse d'ordre 4... Et ainsi de suite. Bien qu'il soit important, $\mathbf{D_{ij}^{turb}}$ ne joue que rarement un rôle central dans la prédiction de la turbulence, aussi les efforts associés à sa modélisation sont "modestes". En partant de l'équation de transport de la corrélation triple, on peut obtenir une expression fonction des variables principales à partir des hypothèses suivantes :

- Ecoulement à fort nombre de Reynolds.
- Diffusion visqueuse négligeable (pour la corrélation triple).
- La corrélation quadruple s'écrit en fonction des corrélations d'ordre deux.
- D_{ij}^{turb} est relativement faible.
- Les termes de forme $\overline{u_i u_j u_k}\dfrac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_l}$ sont négligés (observations faites à partir de résultats expérimentaux).
- La corrélation de pression peut être estimée proportionnellement à $-\frac{\epsilon}{k}\overline{u_i u_j u_k}$.
- Le transport convectif de T_{ijk} est négligé (pour la corrélation triple).
- La dissipation visqueuse est négligée (pour la corrélation triple).

Certaines de ces hypothèses paraissent arrangeantes et non fondées d'un point de vue physique mais la diffusion n'est pas un phénomène de premier ordre. Dans le cadre des applications de cette thèse, cette modélisation est parfaitement viable. Sous les hypothèses précédentes, l'expression de D_{ij}^{turb} devient :

$$D_{ij}^{turb} = -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(-C_s\frac{k_l}{\epsilon_l}\left(R_{il}\frac{\partial R_{jk}}{\partial x_l} + R_{jl}\frac{\partial R_{ik}}{\partial x_l} + R_{kl}\frac{\partial R_{ij}}{\partial x_l}\right)\right) \tag{3.13}$$

où $C_s = 0.22$ est obtenu par Launder *et al.* [1975].

Modèle pour ϕ_{ij}

Le rôle du terme ϕ_{ij} est principalement la redistribution de l'énergie sur les différentes composantes du tenseur de Reynolds. C'est un terme d'une importance capitale dans l'équation de transport des tensions de Reynolds et qui doit faire l'objet d'une attention accrue en comparaison des termes précédents. ϕ_{ij} est une corrélation statistique entre la pression et le gradient de vitesse. Pour faire disparaître la pression de cette

expression, on peut utiliser l'équation de Poisson qui relie les fluctuations de pression aux fluctuations de vitesse. En utilisant la forme générale de la solution de l'équation de Poisson, on peut montrer (voir Roland [2008] pour plus de détails) que :

$$\phi_{ij} = \phi_{ij}^{(1)} + \phi_{ij}^{(2)} + \phi_{ij}^{(s)} \tag{3.14}$$

$\phi_{ij}^{(1)}$ est un terme provenant d'interactions turbulentes. C'est le seul mécanisme de redistribution qui agit lors de la décroissance d'une turbulence homogène isotrope. La turbulence a une tendance naturelle à retourner à l'isotropie à travers des interactions hydrodynamiques non-linéaires.

$$\phi_{ij}^{(1)} = - \underbrace{\tau_t}_{\text{temps caractéristique}} \left(\underbrace{R_{ij}}_{\text{état actuel}} - \underbrace{\frac{2}{3} k_l \delta_{ij}}_{\text{etat isotrope}} \right) \tag{3.15}$$

Dans le modèle de Rotta, $\tau_t = c_R \frac{\epsilon}{k}$ où $c_R = 1.8$ caractérise la vitesse de retour à l'isotropie et ϵ/k est le temps caractéristique.

$\phi_{ij}^{(2)}$ est un terme provenant d'interactions entre turbulence et gradient de vitesse moyen. C'est un mécanisme de retour à l'isotropie qui compense l'anisotropie provoquée par l'écoulement moyen au travers du terme de production. Par exemple, dans un écoulement en canal, la production d'énergie cinétique par les gradients de vitesse moyens n'a lieu que dans la direction axiale. $\phi_{ij}^{(2)}$ est modélisé selon la même idée que $\phi_{ij}^{(1)}$

$$\phi_{ij}^{(2)} = - \underbrace{\gamma}_{\text{temps caractéristique}} \left(\underbrace{P_{ij}}_{\text{production réelle}} - \underbrace{\frac{2}{3} P_{kk} \delta_{ij}}_{\text{production isotrope}} \right) \tag{3.16}$$

où le temps caractéristique vaut $\gamma = 3/5$.

$\phi_{ij}^{(s)}$ est une intégrale de surface qui a une influence seulement lorsque des parois sont présentes. Il existe des fermetures pour ce terme qui ne seront pas détaillées ici. En effet, en comparaison de $\phi_{ij}^{(1)}$ et $\phi_{ij}^{(2)}$, ce terme n'a d'importance que dans le premier quart des couches limites. Ce n'est pas un sujet d'importance pour cette étude. De plus, les modèles présentés ici pour $\phi_{ij}^{(1)}$ et $\phi_{ij}^{(2)}$ sont les plus simplistes, prenant en compte les deux effets les plus importants. Il existe des formulations plus complètes et probablement plus prédictives, mais qui n'apportent pas plus à la compréhension physique des modèles. Dans le but de l'adapter aux écoulements à bulles, cette vision simpliste est une première étape nécessaire et l'étude ci-présente n'a pas vocation à aller plus loin sur ce sujet. En outre, il existe d'autres modèles du terme de redistribution en monophasique (SSG ou EBRSM) qui ne sont pas présentés ici [Manceau & Hanjalić, 2002; Speziale *et al.*, 1991].

Finalement, le modèle de redistribution s'écrit :

$$\phi_{ij} = -\tau_t \left(R_{ij} - \frac{2}{3} k_l \delta_{ij} \right) - \gamma \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P_{kk} \delta_{ij} \right) \tag{3.17}$$

Modèle pour ϵ_{ij}

Pour compléter la fermeture de l'équation de transport des tensions de Reynolds, il faut modéliser une échelle de longueur l incarnée par le taux de dissipation ϵ : $l = k^{3/2}/\epsilon$.

Même dans un modèle RSM variable en fonction des différentes composantes, la dissipation peut-être considérée comme isotrope du fait qu'elle ne s'applique qu'aux petites échelles de turbulence (voir section 3.2 sur le retour à l'isotropie des petites structures). En réalité, le nombre de Reynolds étant fini, les petites structures demeurent légèrement anisotropes malgré tout, mais c'est une approximation tout à fait valable au premier ordre. Le taux de dissipation est souvent déterminé à partir d'une autre équation de transport. Cette équation possède une formulation exacte qui s'écrit :

$$\underbrace{\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \overline{U_j}\frac{\partial \epsilon}{\partial x_j}}_{\text{(a)}} = \underbrace{-2\nu\left(\overline{\frac{\partial u_k}{\partial x_j}\frac{\partial u_m}{\partial x_j}} + \overline{\frac{\partial u_j}{\partial x_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_m}}\right)\frac{\partial \overline{U_m}}{\partial x_k}}_{\text{(b)}} \underbrace{-2\nu\left(\overline{u_k\frac{\partial u_j}{\partial x_m}}\right)\frac{\partial^2 \overline{U_j}}{\partial x_k \partial x_m}}_{\text{(c)}}$$
$$\underbrace{-\nu\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\overline{u_k\frac{\partial u_j}{\partial x_m}\frac{\partial u_j}{\partial x_m}}\right)}_{\text{(d)}} \underbrace{-2\frac{\nu}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_m}\left(\overline{\frac{\partial u_m}{\partial x_j}\frac{\partial p}{\partial x_j}}\right)}_{\text{(e)}} \underbrace{+\nu\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x_j \partial x_j}}_{\text{(f)}}$$
$$\underbrace{-2\nu\overline{\frac{\partial u_j}{\partial x_m}\frac{\partial u_k}{\partial x_m}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}}}_{\text{(g)}} \underbrace{-2\nu^2\overline{\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_m}\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_m}}}_{\text{(h)}} \tag{3.18}$$

Encore une fois, les données expérimentales sont rares concernant certains termes de cette équation et les modèles ont donc un certain nombre d'hypothèses à leurs bases. Premièrement, l'hypothèse des petites structures isotropes est utilisée pour tous les termes. A haut nombre de Reynolds, une analyse des ordres de grandeur appliquée à l'équation (3.18) permet de négliger les termes (b), (c), (e) et (f). Le terme (d) fait apparaitre une corrélation triple de type $\overline{u_j \epsilon}$. Hanjalic & Launder [1972] ont montré que cette corrélation pouvait se modéliser sous la forme :

$$\overline{u_j \epsilon} = -C_\epsilon \frac{k}{\epsilon} R_{kl} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_l} \tag{3.19}$$

Il ne reste alors qu'à fermer les termes (g) et (h) qui sont respectivement les termes de production et de destruction de dissipation. Ces termes sont les plus importants de l'équation de transport de dissipation. (g) traduit la production de gradient de vitesse (et donc de la croissance de la dissipation) par le phénomène d'"étirement de vortex" (voir section 3.2). (h) est lié à la décroissance de ces gradients par effets visqueux (et donc à la décroissance de la dissipation). Hanjalic & Launder [1972] proposent une modélisation des deux termes ensembles telle que :

$$(g) + (h) = -C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \tag{3.20}$$

Mais la somme (g)+(h) représente un équilibre qui peut être positif ou négatif ; le modèle (3.20) ne permet pas un tel comportement. Dans le cas où le flux d'énergie augmente à un instant donné, (g) devrait être plus grand que (h) tant que la dissipation n'a pas augmenté pour compenser cette augmentation d'énergie, et inversement. Le temps caractéristique des vortex de dissipation est $\tau_d = \eta/\nu$. Pour une décroissance de turbulence homogène, le temps caractéristique de la cascade d'énergie contrôlé par "l'étirement de vortex" devrait être k/ϵ. Mais s'il y a une production d'énergie cinétique

turbulente P, on observe un nouveau temps caractéristique relié à cette énergie supplémentaire k/P. Certains comme Launder *et al.* [1975] ont alors proposé des formulations plus complètes prenant en compte ces effets

$$(g) + (h) = C_{\epsilon 1}\frac{P\epsilon}{k} - C_{\epsilon 2}\frac{\epsilon^2}{k} \tag{3.21}$$

avec $C_{\epsilon 2} \approx 1.9$ et $C_{\epsilon 1} \approx 1.44$ selon Launder *et al.* [1975]. Finalement, on a :

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \nabla.(\epsilon u) = C_{\epsilon 1}\frac{\epsilon}{k}P - C_{\epsilon 2}\frac{\epsilon^2}{k} + \nabla.\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}\nabla\epsilon\right) \tag{3.22}$$

Ici, $\nu_t = C_\mu k^2/\epsilon$ et $\sigma_\epsilon = \frac{C_\epsilon}{C_\mu}$ avec $C_\epsilon = 0.15$. Il faut noter que cette fermeture du taux de dissipation n'est pas exclusive au modèle RSM. En effet, puisque l'on suppose le taux de dissipation isotrope, on retrouve le même genre de fermeture dans un modèle $k-\epsilon$.

3.5 Modélisation de la turbulence diphasique

Cette section a pour but de faire un tour relativement exhaustif des différents moyens de modéliser la turbulence diphasique à bulles. Tout comme dans la section 3.4, on s'attache particulièrement au sens physique des différentes modélisations, à leurs capacités de prévoir les phénomènes physiques décrits dans la section 3.3. Les modèles sont présentés du plus simple au plus complexe. Enfin, la dernière section est consacrée à décrire les prémices d'un nouveau modèle développé dans cette thèse.

3.5.1 Fermeture algébrique

Ces modèles sont les plus simples existants et sont donc soumis à de très fortes hypothèses. Les plus courants sont les modèles à viscosité turbulente. Généralement, il est supposé que SPT et BIF sont indépendants (cf section 3.3.1) et la viscosité turbulente totale est alors la superposition linéaire des viscosités turbulentes des deux contributions :

$$\nu_t = \nu_t^{SPT} + \nu_t^{BIF} \tag{3.23}$$

En RANS, les modèles de longueurs de mélange pour fermer le terme ν_t^{SPT} sont souvent utilisés. Une première fermeture du terme ν_t^{BIF} est proposée par Sato & Sekoguchi [1975] :

$$\nu_t^{BIF} = C_\mu \alpha_l u_r d_b \tag{3.24}$$

où C_μ est empiriquement estimé à 0.6. Toujours de manière empirique, les études de Sato *et al.* [1981] et Michiyoshi & Serizawa [1986] ont étendu cette hypothèse pour des écoulements en canaux. Toujours à partir du même postulat d'indépendance entre SPT et BIF, Kataoka *et al.* [1993] proposent un modèle basé sur la superposition linéaire des longueurs caractéristiques et non plus des viscosités turbulentes :

$$\nu_t = C_\nu l\sqrt{k_l} \tag{3.25}$$

$$l = l^{SPT} + l^{BIF} \tag{3.26}$$

où chacun des termes l^{SPT}, l^{BIF}, C_μ et k_l est fermé par des méthodes semi-analytiques ou empiriques. Quoi qu'il en soit, et malgré leur extrême simplicité, ces modèles ont été utilisés et ont fourni de bons résultats pour de nombreuses applications (voir la review de Vaidheeswaran & Hibiki [2017] pour la liste des applications des modèles algébriques). Cependant, ces modèles négligent une large partie de la complexité de la turbulence de bulle et l'interprétation physique d'un modèle basé sur des fermetures empiriques est très limitée. Ils négligent l'intéraction entre SPT et BIF (réduction de la turbulence par l'action des bulles, interaction entre les structures SPT et les sillages) ; ils ne font pas de distinction entre WIF et WIT qui sont pourtant soumis à des mécanismes très différents et qui doivent être distingués pour une estimation correcte de l'écoulement et de la force de dispersion turbulente. Ils ne prennent pas en compte la déformation des bulles ni les effets d'essaim.

3.5.2 Modèle $k-\epsilon$ avec terme source

Les modèles les plus populaires pour l'étude des écoulements diphasiques sont basés sur des fermetures de type $k-\epsilon$. Dans ces modèles, on ne fait toujours pas de distinction entre WIT et WIF et les interactions entre SPT et BIF sont toujours négligées. Cependant, de par son écriture en équation de transport, les termes ajoutés aux modèles monophasiques ont un sens physique concret et une partie des pratiques empiriques utilisées pour les modèles algébriques n'est plus nécessaire.

En partant d'un modèle $k-\epsilon$ monophasique classique proposé par Pope [2000], on obtient

$$\frac{D\left(\alpha_l k_l\right)}{Dt} = P_l + D_l - \epsilon_l + \Pi_l \tag{3.27}$$

où P_l est le terme de production lié au cisaillement qui est généralement modélisé à partir de la viscosité turbulente ν_t tel que :

$$P_l = \nu_t \left(\nabla \overline{U_l}^l + \nabla^T \overline{U_l}^l\right) : \nabla \overline{U_l}^l \tag{3.28}$$

D_l est le terme de diffusion modélisé comme

$$D_l = \nabla . \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \nabla k_l\right) \tag{3.29}$$

et ϵ_l le taux de dissipation qui possède sa propre équation de transport (équation similaire à (3.22)) :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_l \rho_l \epsilon_l\right) + \nabla . \left(\alpha_l \rho_l \epsilon_l u_l\right) = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon_l}{k_l} P - C_{\epsilon 2} \alpha_l \rho_l \frac{\epsilon_l^2}{k_l} + \nabla . \left(\alpha_l \rho_l \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon_l\right) + S_\epsilon \tag{3.30}$$

Les constantes sont classiquement $C_{\epsilon 2} = 1.92$, $C_{\epsilon 1} = 1.44$, $\sigma_k = 1$ et $\sigma_\epsilon = 1.3$. ν_t est la viscosité turbulente généralement prise égale à $\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$ avec $C_\mu = 0.09$. Il existe de nombreuses variantes du modèle $k-\epsilon$ qui est ici réduit à sa forme la plus simple et la plus courante.

Pour les écoulements diphasiques, les modèles ajoutent à l'équation de transport de l'énergie cinétique (3.27) un terme source Π correspondant à la production d'énergie

cinétique turbulente induite par les bulles. Formellement, il s'agit d'un terme d'échange entre énergie cinétique turbulente, énergie de surface et énergie de la phase dispersée. On retrouve alors une forme proche de l'équation de transport de l'énergie cinétique dérivée de la formulation locale instantanée à deux fluides (voir Morel [2015]). Ils ajoutent également à l'équation de transport du taux de dissipation ϵ_l, un terme source proportionnel à Π tel que $S_\epsilon = \Pi/\tau$ où τ est un temps de relaxation. La seule différence entre un modèle $k-\epsilon$ monophasique et diphasique réside dans les termes Π et S_ϵ qui requièrent une attention particulière et qui sont détaillés dans les sous sections suivantes.

Production interfaciale

La définition du terme source de production interfaciale découlant de la dérivation des équations bifluides a été démontrée par Morel [2015] et s'écrit :

$$\Pi_l = -\frac{2}{\rho_l}\overline{\left(p_l u_{l,i} n_i\right)\delta^i} + \nu_l\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u_{l,j}u_{l,i}n_i\delta^i}\right) + \overline{\frac{\partial u_{l,i}u_{l,i}}{\partial x_j}n_j\delta^i}\right] \tag{3.31}$$

Cette définition fait apparaître des corrélations d'ordre élevé (3) exprimées à l'interface des bulles. En s'appuyant sur la relation de saut de contrainte à l'interface, Morel [2015] montre que :

$$\Pi_l \approx -\overline{\sigma\kappa\mathbf{n}.\mathbf{u_I}\delta^i} + \overline{\mathbf{F^D}.\mathbf{u_r}} + \Delta P\frac{\partial \alpha_v}{\partial t} \tag{3.32}$$

où ΔP est la différence de pression moyenne entre les phases. Le premier terme correspond au travail de la force de tension de surface. C'est un terme de transfert entre énergie de surface et énergie cinétique turbulente. Morel [2015] le définit comme :

$$\overline{\sigma\kappa\mathbf{n}.\mathbf{u_I}\delta^i} = -\sigma\gamma_s a_I \tag{3.33}$$

où a_I est l'aire interfaciale et γ_s le taux de variation d'aire interfaciale. Si l'aire interfaciale augmente (et donc que l'énergie contenue dans l'interface augmente), alors l'énergie cinétique turbulente doit diminuer par conservation de l'énergie (et inversement). Ce terme est important dans les écoulements instationnaires et/ou sous l'effet de coalescence et fragmentation. Dans notre cas, il peut être considéré comme nul. Le deuxième terme correspond au travail de la force de traînée. Il est important de noter ici que cette expression est une estimation basée sur le fait que la force de traînée est la force développant le plus de puissance dans le cas des écoulements à bulles. Dans l'absolu, les travaux des autres forces devraient également entrer en jeu. Enfin, le dernier terme est relié au travail de la différence moyenne de pression pendant la phase de dilatation. A l'équilibre statistique, ce terme disparaît également. Pour l'application à un écoulement de bulles en canal à l'équilibre statistique, la production interfaciale se réduit au travail de la force de traînée. On peut alors appliquer une décomposition de Reynolds :

$$\Pi \approx \overline{\mathbf{F^D}.\mathbf{u_r}} \tag{3.34}$$

$$\approx \mathbf{M^D}.\overline{\mathbf{u_r}} + \overline{\mathbf{F'^D}.\mathbf{u'_r}} \tag{3.35}$$

Cette expression comporte le travail de la force de traînée moyenne mais également celui de la force de traînée fluctuante. Le premier terme est positif, le second peut être négatif. Dans la plupart des applications, le terme turbulent est negligé et on observe un certain consensus sur la fermeture du terme de production qui est souvent pris égal au travail de la force de traînée moyenne (voir Ma *et al.* [2017]; Mimouni *et al.* [2010]; Rzehak & Krepper [2013]; Troshko & Hassan [2001]) :

$$\Pi = \mathbf{M^D}.\overline{\mathbf{u_r}} \tag{3.36}$$

Il existe en outre des variantes autour de l'expression (3.36). Il s'agit généralement de termes de correction ajoutés tel que : $\Pi = C_m \mathbf{M^D}.\overline{\mathbf{u_r}}$ où C_m varie en fonction des auteurs (voir Colombo & Fairweather [2015]). Ces modèles cherchent à compenser l'erreur introduite lors des hypothèses successives mais le sens physique des corrections est obscure puisqu'il s'agit la plupart du temps de correction empirique. Cependant certains auteurs comme de Bertodano & Saif [1997] ont dérivé l'expression du travail de la force de traînée turbulente. Cela nécessite un modèle du mouvement turbulent des bulles comme celui de Tchen pour des particules lourdes et solides (voir Morel [2015] pour plus de détails). En procédant ainsi, on obtient

$$\Pi = \mathbf{M^D}.\overline{\mathbf{u_r}} - 2\frac{\alpha_v \rho_v}{\tau_v} k_l \frac{\tau_v}{\tau_v + \tau_l} \tag{3.37}$$

où τ_v est le temps caractéristique de la particule lié à la force de traînée :

$$1/\tau_v = 3\rho_l C_D |u_r| / 4\rho_v d_b \tag{3.38}$$

et τ_l un temps caractéristique du liquide. Cette contribution négative peut donc être vue comme un terme source supplémentaire de dissipation. Cependant, ce terme additionnel est négligeable tant que les longueurs caractéristiques des structures turbulentes et des bulles sont similaires. En d'autres termes, cet effet ne vaut que pour des petites particules. Dans le cadre de nos travaux, il ne sera donc pas pris en compte. Enfin, on trouve quelques études comme celles de Lee *et al.* [1989] qui ne sont pas basées sur les mêmes idées. Ils proposent par exemple une modélisation du terme de production interfaciale pour les écoulements en canaux à l'équilibre statistique dépendant du gradient de pression moteur

$$\Pi = -C_1 \alpha_v \frac{\partial p}{\partial x} |u_r| \tag{3.39}$$

$$C_1 = 0.03 + \frac{(0.243 - 0.344.10^{-5} Re_b)}{1 + e^{\frac{Re_b - 60000}{2000}}} \tag{3.40}$$

Terme source de dissipation

Comme pour la production interfaciale, l'expression exacte du terme source de dissipation est donnée par Morel [2015] ou Lance & Bataille [1991] mais elle fait intervenir des corrélations d'ordre élevé exprimées à l'interface et aucune dérivation de cette équation ne mène à une expression simplifiée impliquant des mécanismes physiques clairs. En monophasique, une loi d'échelle extrêmement courante pour modéliser la dissipation est

$$\epsilon \propto \frac{\nu k}{\lambda^2} \tag{3.41}$$

où λ est l'échelle de Taylor, caractéristique de la dissipation. En diphasique, étant donné la nature des fluctuations de la turbulence induite par les bulles, il est difficile de faire la même chose, mais on peut introduire une nouvelle échelle de longueur (ou de temps), pour caractériser le taux de dissipation. On a vu dans la partie 3.3 qu'il existe une loi d'échelle pour caractériser le WIT. Dans un modèle de type $k-\epsilon$ avec terme source, il n'y a pas de distinction entre le WIF et le WIT et l'échelle de longueur recherchée doit être caractéristique des deux phénomènes. On définit donc :

$$\epsilon \propto \frac{k}{\tau} \tag{3.42}$$

où τ est un temps de relaxation. Ce raisonnement mène à exprimer le terme additionnel dans l'équation de dissipation comme $S_\epsilon = \Pi/\tau$. Rzehak & Krepper [2013] définissent le temps de relaxation comme le temps de vie des structures turbulentes avant qu'elles ne soient transformées en de plus petites structures (voir aussi Wilcox [1993]). En monophasique, l'analyse dimensionnelle mène rapidement à $\tau = k_l/\epsilon_l$. En diphasique, les grandeurs caractéristiques de l'écoulement sont multiples et mènent à différentes définitions de ce temps de relaxation. Notamment, τ peut être lié à la structure des sillages et à leurs interactions. Rzehak & Krepper [2013] relèvent quatre échelles de temps pertinentes. D'abord l'échelle de temps liée à la bulle $\tau = d_b/u_r$ et celle du liquide $\tau = k_l/\epsilon_l$ mais également des échelles de temps croisées qui n'ont pas été étudiées dans la littérature : $\tau = d_b/k_l$ ou $\tau = \lambda/u_r$ (où λ est la taille caractéristique des structures turbulentes). Ils montrent ensuite des résultats encourageants donnés par les temps caractéristiques croisés et particulièrement par $\tau = d_b/k_l$. Selon eux, les termes classiques sous-estiment systématiquement la turbulence. Cependant, aucun consensus n'a été trouvé sur cette question. Par exemple, Ma *et al.* [2017] suggèrent que le temps caractéristique le plus adéquat pour la dissipation de la turbulence soit $\tau = d_b/u_r$ à partir d'une analyse spectrale ; Troshko & Hassan [2001] ou encore Pakhomov & Terekhov [2015] proposent encore d'autres formulations pour le temps de relaxation et nous avons vu dans la section 3.3 que Riboux [2007] ou encore Risso [2018] en définissent de nouvelles. En réalité, cette incapacité à prévoir les processus de dissipation à travers un temps de relaxation n'a rien d'étonnant à la vue des caractéristiques physiques de la pseudoturbulence décrites dans la section 3.3. En effet le WIF et le WIT, étant de natures très différentes, doivent avoir nécessairement des temps de relaxation très différents. A minima, ce sont bien deux temps de relaxation qu'il faudrait pour décrire le comportement de la turbulence de bulles. Le premier, relié au WIF, serait le temps caractéristique du sillage basé sur la vitesse relative et sur sa longueur. Le second, pour le WIT, pourrait ressembler à un temps de relaxation monophasique (Risso [2018] suggère un temps caractéristique basé sur l'échelle de longueur intégrale). Les bons résultats des temps caractéristiques croisés de Rzehak & Krepper [2013] ne peuvent fonctionner que pour une répartition précise de WIF et de WIT. Pour une réelle amélioration de la prédiction des modèles, on peut envisager la définition d'un nouveau temps de relaxation tel que :

$$\tau = \frac{k_{WIT}\tau_{WIT} + k_{WIF}\tau_{WIF}}{k} \tag{3.43}$$

Un tel modèle suppose de nouvelles fermetures pour k_{WIT} et k_{WIF} et pour les deux

temps de relaxation.

Conclusion

L'adaptation d'un modèle monophasique pour les écoulements à bulles était une idée séduisante qui améliore la prédiction des modèles en comparaison des fermetures algébriques trop simplistes. En particulier, cette modélisation permet d'exprimer convenablement le terme de production interfaciale vu comme le travail des forces agissant sur les bulles. En revanche, l'interprétation physique des phénomènes de dissipation manque de clarté et on constate dans la littérature une grande diversité dans la façon de modéliser les termes additionnels de dissipation (voir Vaidheeswaran & Hibiki [2017] pour une revue exhaustive des différentes fermetures). On ne peut donc que constater l'incapacité de ce genre de modèle à prédire correctement les niveaux de turbulence. En effet, il est de plus en plus clair qu'un bon modèle de turbulence diphasique devra prendre en compte séparément les différentes contributions des tensions de Reynolds (SPT, WIT et WIF). De plus, un modèle $k-\epsilon$ a des limitations inhérentes à sa construction scalaire. L'anisotropie des écoulements diphasiques est une caractéristique primordiale qu'il convient de prendre en compte. L'étape suivante de modélisation est donc le modèle RSM.

3.5.3 Modèle $R_{ij}-\epsilon$ avec terme source

Le modèle RSM exploré dans la section 3.4.1 peut être adapté au diphasique. L'expression exacte à la base de ce modèle est donnée par l'équation de transport des tensions de Reynolds [Morel, 2015] :

$$\frac{DR_{ij}}{Dt} = D_{ij,P} + D_{ij,turb} + D_{ij,mol} + P_{ij} - \epsilon_{ij} + \phi_{ij} + \Pi_{ij} \tag{3.44}$$

La différence notable entre ce modèle et celui présenté en section 3.4 est la présence d'un terme supplémentaire Π_{ij} équivalent à une version tensorielle de la production interfaciale du modèle $k-\epsilon$ avec terme source. Concernant les autres termes, la plupart des fermetures présentées dans la section 3.4 reste valable. En particulier, l'impact des bulles sur la diffusion n'est généralement pas pris en compte. Seule la tentative de Chahed *et al.* [2003] propose une modification liée à l'action des bulles (voir section suivante). Le terme de redistribution est parfois modifié. Lance *et al.* [1991] ont montré que les structures turbulentes monophasiques sont impactées par les bulles. Globalement, les bulles rendent le SPT plus isotrope. Une modification du terme de redistribution doit donc être faite en prenant en compte un temps caractéristique de l'étirement des structures modifié par l'action des bulles. Dans le cadre du modèle LRR, la modification apportée par les bulles a été proposée par Lance *et al.* [1991]. Il s'agit seulement d'une modification du temps caractéristique de retour à l'isotropie qui s'écarte du modèle de Rotta pour prendre en compte l'action des bulles tel que :

$$\tau_t = \underbrace{C_R \frac{\epsilon_l}{k_l}}_{\text{modèle de Rotta}} + \underbrace{C_B \alpha_l \frac{|u_r|}{d_b}}_{\text{impact des bulles}} \tag{3.45}$$

Lance & Bataille [1991] déduisent la valeur de $C_B = 8$ à partir de résultats expérimentaux. Le problème de cette calibration est qu'elle prend en compte l'énergie cinétique totale et non seulement l'énergie SPT comme il était suggéré dans la construction du modèle puisque ici $k = k^{SPT} + k^{WIT} + k^{WIF}$.

Pour prendre en compte l'anisotropie des fluctuations BIF, Colombo & Fairweather [2015] ont étudié les modèles RANS euler-euler sur une base de données et ont montré l'efficacité de ces modèles pour différents types d'applications (écoulements à bulles concentrées à la paroi ou à cœur / écoulements ascendants / descendants etc...). Une revue complète permet de tirer des enseignements généraux sur les modèles utilisés dans les applications industrielles. Il propose la tensorialisation du terme source de pseudo-turbulence pour un modèle R_{ij} en rappelant que l'énergie produite par les bulles n'est pas isotrope et qu'il convient de privilégier la direction axiale tel que :

$$\Pi_{ij} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.5 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.5 \end{pmatrix} \Pi \tag{3.46}$$

Cette expression est retrouvée chez Hosokawa & Tomiyama [2013] qui font une étude expérimentale de pseudo-turbulence (BIF) sans turbulence monophasique (SPT). Ils montrent alors que les relations entre les composantes diagonales du tenseur de Reynolds sont telles que le préconise l'équation (3.46). Cependant, on trouve d'autres propositions comme dans Lopez de Bertodano *et al.* [1990] qui préconisait :

$$\Pi_{ij} = \begin{pmatrix} 4/5 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 3/5 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 3/5 \end{pmatrix} \Pi \tag{3.47}$$

Encore une fois, aucune distinction n'est faite entre WIT et WIF. Pourtant, étant donné la nature du WIF qui est lié à la structure des sillages, on s'attend à ce que l'anisotropie du WIF soit beaucoup plus grande que celle du WIT. En d'autres termes, selon le rapport WIT/WIF, les coefficients de la matrice de redistribution doivent changer. En conclusion, la modélisation $R_{ij} - \epsilon$ va un peu plus loin que la modélisation $k - \epsilon$.

Elle permet de déterminer le degré d'anisotropie de l'écoulement. Pour ce qui est de la physique des écoulements diphasiques, elle permet de prendre en compte l'altération des structures SPT par les bulles qui rendent ces fluctuations plus isotropes. En revanche, concernant la dissipation et la séparation WIT/WIF, ce modèle n'est toujours pas satisfaisant car il est similaire au modèle $k - \epsilon$ avec termes sources.

3.5.4 Modèle de Chahed à deux équations

Cette section présente une interprétation physique du modèle de Chahed *et al.* [2003] à l'aune de la compréhension des écoulements diphasiques obtenue dans le chapitre précédent.

Chahed *et al.* [2003] font pour la première fois dans un modèle Euler-Euler la distinction entre les fluctuations qui résultent d'une véritable turbulence soumise à des effets dissipatifs de ce qui résulte de la déformation du champ local autour des bulles. Là

où les analyses postérieures de Amoura *et al.* [2017]; Riboux *et al.* [2013]; Risso [2016] parlent de fluctuations spatiales et temporelles, Chahed *et al.* [2003] parlent de fluctuations dissipatives (c'est-à-dire turbulente) et de fluctuations non dissipatives (liées à l'écoulement potentiel autour des bulles). Chahed *et al.* [2003] décomposent donc la turbulence en deux. Cependant, en se basant sur les travaux de Lance & Bataille [1991], ils considèrent que la vorticité engendrée par les bulles est immédiatement dissipée dans les sillages par la viscosité avant que le transfert spectral n'ait lieu. Ils interprètent cela comme un équilibre permanent entre la production de WIT et la dissipation du WIT, si bien qu'ils ne modélisent ni l'un ni l'autre dans l'équation de transport dédiée à la turbulence et que le WIT est tout simplement négligé. Chahed *et al.* [2003] considèrent en définitive que la production interfaciale d'énergie due aux bulles se réduit au WIF (la partie non dissipative). Les récents travaux de Risso [2016] et Riboux *et al.* [2013] ont montré que le WIT est pourtant un phénomène de premier ordre dans les écoulements à bulles, pouvant engendrer des tensions de Reynolds importantes. Ces résultats invalident les hypothèses de Chahed *et al.* [2003] en particulier car la production de WIT est importante. Cependant, malgré cette hypothèse limitante sur le WIT, ces travaux sont les premiers à proposer une distinction entre les différentes formes de fluctuations (SPT et WIF). Ils proposent que chaque partie suive sa propre équation de transport sur la base des modèles RSM :

$$R_{ij} = R_{ij}^{SPT} + R_{ij}^{WIF} \underbrace{+R_{ij}^{WIT}}_{=0} \tag{3.48}$$

$$\frac{DR_{ij}^{SPT}}{Dt} = D_{ij,turb}^{SPT} + D_{ij,mol}^{SPT} + P_{ij}^{SPT} - \epsilon_{ij}^{SPT} + \phi_{ij}^{SPT} \tag{3.49}$$

$$\frac{DR_{ij}^{WIF}}{Dt} = D_{ij}^{WIF} - \epsilon_{ij}^{WIF} + \phi_{ij}^{WIF} + \Pi_{ij}^{WIF} \tag{3.50}$$

Ils proposent une équation de transport pour la partie WIF. Etant donnée la nature de ces fluctuations, le choix d'écrire une équation de transport est surprenant. En effet, les fluctuations engendrées par l'écoulement potentiel et le sillage moyen ne sont pas diffusées, ni dissipées, ni redistribuées. Elles sont simplement le fait de la déformation du champ de vitesse autour d'un obstacle et peuvent être modélisées de manière algébrique puisque des solutions analytiques du champ de vitesse autour d'un sillage ont été écrites par Biesheuvel & Wijngaarden [1984] pour la partie potentielle (voir partie 3.6.4 pour plus de détail sur cette modélisation) et par Risso [2016] pour la partie relative au sillage moyen. Cependant, le modèle de Chahed sous forme d'équation de transport est parfaitement équivalent puisqu'il mène à la même estimation que la fermeture algébrique de Biesheuvel & Wijngaarden [1984]. En revanche, il ne prend pas en compte dans sa modélisation du WIF la contribution du sillage moyen. Son modèle de WIF est donc limité aux cas où les fluctuations dues à l'écoulement potentiel sont bien supérieures à celles engendrées par le sillage. Chahed *et al.* [2003] négligent donc entièrement le WIT et une grande partie du WIF. L'avantage de son modèle réside surtout dans les termes d'interaction entre WIF et SPT car ils considèrent l'impact des bulles sur la turbulence monophasique, en particulier sur les opérateurs de diffusion et de redistribution. Comme Lance & Bataille [1991], ils modifient la constante de temps du modèle LRR pour caractériser l'étirement des structures SPT par l'action

des bulles. Grâce à cette décomposition, ils peuvent appliquer ce phénomène au SPT (et non à l'énergie cinétique totale comme c'était le cas pour Lance & Bataille [1991]). Cela rend le modèle cohérent avec l'interprétation physique qui en est faite (les bulles ne modifient que les structures SPT). En partant de l'équation (3.17), on obtient :

$$\phi_{ij}^{SPT} = \tau_t \left(R_{ij}^{SPT} - \frac{2}{3} k_l^{SPT} \delta_{ij} \right) - \gamma \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) \tag{3.51}$$

Ils proposent également un temps caractéristique légèrement différent de la proposition (3.45) :

$$\tau_t = -C_1 \left(\frac{\epsilon_l}{k_l} + \alpha \frac{|u_r|}{C_R d_b} \right) \tag{3.52}$$

où C_1 vaut 1.8. La décomposition en SPT-WIF rend ce modèle plus cohérent que celui de Lance & Bataille [1991]. Cette décomposition lui permet également pour la première fois de proposer un modèle de diffusion du SPT prenant en compte l'impact des bulles. Il ajoute à la diffusion turbulente classique une part de diffusion liée aux mouvements des bulles en se basant sur le modèle de Sato *et al.* [1981]. En réécrivant le premier terme de l'équation (3.13) et en décomposant, on obtient :

$$D_{ij}^{turb} = D_{ij,turb}^{SPT} + D_{ij,turb}^{WIF} \tag{3.53}$$

$$\begin{aligned} D_{ij,turb}^{SPT} = \frac{\partial}{\partial x_k} [& C_s \left(\frac{k_l}{\epsilon_l} R_{il}^{SPT} + \frac{k_l}{\epsilon_l} R_{il}^{WIF} \right) \frac{\partial R_{jk}^{SPT}}{\partial x_l} \\ & + C_s \left(\frac{k_l}{\epsilon_l} R_{jl}^{SPT} + \frac{k_l}{\epsilon_l} R_{jl}^{WIF} \right) \frac{\partial R_{ik}^{SPT}}{\partial x_l} \\ & + C_s \left(\frac{k_l}{\epsilon_l} R_{kl}^{SPT} + \frac{k_l}{\epsilon_l} R_{kl}^{WIF} \right) \frac{\partial R_{ij}^{SPT}}{\partial x_l}] \end{aligned} \tag{3.54}$$

$$\begin{aligned} D_{ij,turb}^{WIF} = \frac{\partial}{\partial x_k} [& C_s \left(\frac{k_l}{\epsilon_l} R_{il}^{SPT} + \frac{k_l}{\epsilon_l} R_{il}^{WIF} \right) \frac{\partial R_{jk}^{WIF}}{\partial x_l} \\ & + C_s \left(\frac{k_l}{\epsilon_l} R_{jl}^{SPT} + \frac{k_l}{\epsilon_l} R_{jl}^{WIF} \right) \frac{\partial R_{ik}^{WIF}}{\partial x_l} \\ & + C_s \left(\frac{k_l}{\epsilon_l} R_{kl}^{SPT} + \frac{k_l}{\epsilon_l} R_{kl}^{WIF} \right) \frac{\partial R_{ij}^{WIF}}{\partial x_l}] \end{aligned} \tag{3.55}$$

Cependant, physiquement, le WIF ne diffuse pas comme le suggère l'équation (3.55). Le WIF est composé de structures cohérentes non turbulentes autour de la bulle qui ne diffusent pas (ex : un sillage ne diffuse pas). Le WIF ne diffuse que par la dispersion des bulles. Quand le taux de vide α_v diffuse par l'action des forces interfaciales, alors la production de WIF diffuse également, mais ce n'est pas une diffusion des fluctuations WIF elles-mêmes. On peut donc supposer $D_{ij,turb}^{WIF} = 0$. En revanche, la présence de bulles peut avoir un impact sur la diffusion du SPT. Dans l'équation (3.54), $\frac{k_l}{\epsilon_l} R_{ij}^{SPT} + \frac{k_l}{\epsilon_l} R_{ij}^{WIF}$ est un coefficient de diffusion qui dépend des fluctuations de vitesse et du temps caractéristique associé à ces fluctuations (k_l/ϵ_l). La présence de R_{ij}^{WIF} dans le terme de diffusion de SPT traduit une interaction des deux types de turbulence. Or, le temps caractéristique k_l/ϵ_l n'est pas représentatif des fluctuations WIF (mais seulement de SPT). Chahed *et al.* [2003] propose alors l'écriture suivante en changeant le temps

caractéristique de diffusion pour les fluctuations WIF (caractéristique du temps de traversé d'un sillage d_b/u_r). Il introduit également dans son modèle une dépendance en α_l :

$$\begin{aligned} D_{ij,turb}^{SPT} =& \frac{C_s}{\alpha_l}\frac{\partial}{\partial x_k}(\alpha_l\left(\frac{k_l}{\epsilon_l}R_{il}^{SPT}+\frac{C_R d_b}{|u_r|}R_{il}^{WIF}\right)\frac{\partial R_{jk}^{SPT}}{\partial x_l} \\ &+\alpha_l\left(\frac{k_l}{\epsilon_l}R_{jl}^{SPT}+\frac{C_R d_b}{|u_r|}R_{jl}^{WIF}\right)\frac{\partial R_{ik}^{SPT}}{\partial x_l} \\ &+\alpha_l\left(\frac{k_l}{\epsilon_l}R_{kl}^{SPT}+\frac{C_R d_b}{|u_r|}R_{kl}^{WIF}\right)\frac{\partial R_{ij}^{SPT}}{\partial x_l}) \end{aligned} \tag{3.56}$$

En conclusion, le modèle de Chahed *et al.* [2003] est une véritable innovation car il recentre la modélisation sur la physique des écoulements à bulles. La décomposition en SPT-WIF permet d'ajouter au modèle des termes d'interaction entre les deux turbulences. Cependant, certaines lacunes doivent encore être comblées. Si l'on s'attend à ce que ce modèle prédise correctement la partie SPT, la turbulence induite par les bulles reste modélisée de manière très grossière. La contribution du sillage moyen n'est pas prise en compte ni même les interactions hydrodynamiques entre les sillages menant à des structures turbulentes (WIT). D'ailleurs, Chahed *et al.* [2003] en font eux-mêmes le constat et affirment que des termes de correction doivent être ajoutés.

Récapitulatif

Les modèles existants ont des lacunes et ne peuvent pas prédire l'ensemble des phénomènes physiques d'un écoulement à bulles.

- Modèle algébrique : pas de transport / pas d'interaction SPT-BIF / pas de distinction WIF-WIT
- Modèle $k-\epsilon$: pas d'interaction SPT-BIF / pas de distinction WIF-WIT / pas d'anisotropie
- Modèle $R_{ij}-\epsilon$: pas de distinction WIF-WIT
- Modèle de Chahed : Pas de WIT ni de contribution des sillages moyens dans le WIF / sens physique de l'équation de transport du WIF à préciser.

Pour améliorer la modélisation, on peut proposer un modèle en 3 parties (SPT/WIF/WIT); mais cela demande un effort de modélisation conséquent. Les enjeux de cette modélisation sont détaillés dans la section suivante.

3.6 Proposition d'un modèle à trois équations

Dans cette section, nous proposons un nouveau type de modélisation susceptible de rendre compte des phénomènes physiques observés dans la partie 3.3 et de combler les lacunes des modèles présentés dans la section précédente. Après la description de la structure du modèle en 3 parties (SPT/WIF/WIT) dans la section 3.6.1, chaque partie

du modèle est ensuite reprise afin de déterminer ce que la littérature propose pour la modéliser et les actions à envisager pour les termes qui n'ont jamais été étudiés.

3.6.1 Structure du modèle

On l'aura désormais compris, un bon modèle de turbulence diphasique se doit de prendre en compte toutes les sortes de fluctuations. En particulier, les fluctuations spatiales non turbulentes (WIF) doivent être exclues des mécanismes de transport de SPT. On peut écrire cette contribution comme Chahed *et al.* [2003] sous la forme d'une équation de transport indépendante mais la physique des opérateurs reste à préciser. On peut également prendre en compte le WIF sous la forme d'une fermeture algébrique (voir section 3.6.4). Dans le WIF, le modèle de Chahed ne prend en compte que l'écoulement potentiel. Une amélioration nécessaire est d'ajouter la contribution du sillage moyen (voir section 3.6.4). Enfin, le modèle de Chahed néglige les interactions hydrodynamiques des sillages et leurs instabilités (WIT). Cette partie des tensions de Reynolds, qui possède des caractéristiques turbulentes (dissipation etc...), est modélisable au premier ordre comme un terme source d'énergie cinétique Π_{ij}^{WIT} dans l'équation de SPT (comme pour les modèles $k-\epsilon$ avec terme source). Cette modélisation suppose en revanche que les mécanismes de redistribution, diffusion, dissipation, soient les mêmes pour le SPT et pour le WIT. Cette modélisation n'est donc pas idéale car nous avons vu dans la partie 3.3 que le WIT n'avait pas les mêmes échelles caractéristiques ni les mêmes spectres que la turbulence classique. Un tel modèle s'écrirait :

$$R_{ij} = R_{ij}^{SPT} + R_{ij}^{WIF} + R_{ij}^{WIT} \tag{3.57}$$

$$\frac{D\left(R_{ij}^{SPT} + R_{ij}^{WIT}\right)}{Dt} = D_{ij,turb}^{SPT/WIT} + D_{ij,mol}^{SPT/WIT} - \epsilon_{ij}^{SPT/WIT} + \phi_{ij}^{SPT/WIT} + P_{ij}^{SPT} + \Pi_{ij}^{WIT} \tag{3.58}$$

$$R_{ij}^{WIF} = \text{fermeture algébrique (potentiel + sillage moyen)} \tag{3.59}$$

Les opérateurs apparaissant dans l'équation (3.59) doivent prendre en compte l'effet des bulles. Les fermetures de Chahed *et al.* [2003] peuvent être utilisées. Pour que le modèle corresponde à la physique des écoulements à bulles, on peut envisager d'écrire une équation de transport indépendante pour le WIT :

$$\begin{aligned}
R_{ij} &= R_{ij}^{SPT} + R_{ij}^{WIF} + R_{ij}^{WIT} \\
\frac{DR_{ij}^{SPT}}{Dt} &= D_{ij,turb}^{SPT} + D_{ij,mol}^{SPT} + P_{ij}^{SPT} - \epsilon_{ij}^{SPT} + \phi_{ij}^{SPT} && (3.60)\\
\frac{DR_{ij}^{WIT}}{Dt} &= D_{ij,turb}^{WIT} + D_{ij,mol}^{WIT} + P_{ij}^{WIT} - \epsilon_{ij}^{WIT} + \phi_{ij}^{WIT} + \Pi_{ij}^{WIT} && (3.61)\\
R_{ij}^{WIF} &= \text{fermeture algébrique (potentiel + sillage moyen)} && (3.62)
\end{aligned}$$

Ce modèle est probablement plus prédictif mais demande un effort de modélisation plus conséquent et une compréhension plus poussée des mécanismes du WIT. Ce niveau de modélisation est nouveau et c'est cette approche que nous explorons dans cette thèse.

Les paragraphes suivants s'attachent à chacun des termes de cette modélisation pour mettre en évidence ceux dont la littérature permet déjà une fermeture et ceux qui nécessitent de notre part une action plus poussée en utilisant la DNS. Cette partie est donc divisée en trois sections pour chacune des équations (3.60), (3.61) et (3.62) qui correspondent respectivement aux équations de transport des tensions de Reynolds SPT, WIT et WIF.

3.6.2 Equation de transport des tensions de Reynolds SPT

La fermeture de l'équation de transport du SPT (3.60) est la plus abondement renseignée. La plupart des fermetures utilisées pour un modèle monophasique RSM classique peut être adaptée aux écoulements à bulles. Elle permet également de prendre en compte les phénomènes de modulation de turbulence en modifiant la redistribution et/ou la diffusion (voir chapitre 5). Le retour vers l'isotropie du SPT sous l'effet des bulles est bien renseigné dans la littérature. La modification de la constante de temps dans le modèle LRR suffit à modéliser cet effet (voir section 3.5). En dehors de cet effet, les interactions entre SPT et BIF sont méconnues (voir section 3.3), aucune étude à notre connaissance n'a permis de montrer une modulation de la production ou de la dissipation du SPT par l'action des bulles. La DNS nous permet d'en comprendre un peu plus à ce sujet, d'étudier notamment l'impact des bulles sur les phénomènes de diffusion ; elle pourra à terme permettre d'en proposer une modélisation.

3.6.3 Equation de transport des tensions de Reynolds WIT

Un bon modèle de turbulence doit prévoir correctement la contribution du WIT qui provient des interactions hydrodynamiques des sillages et de leurs instabilités (équation (3.61)). La construction d'une équation de transport du WIT suppose la modélisation de différents termes qui font l'objet des sous-parties suivantes.

Production interfaciale

Comme il a été dit dans la section 3.5.2, la production interfaciale correspond à l'énergie cinétique introduite par le mouvement relatif des bulles. Elle est souvent considérée comme étant le travail des forces de flottabilité ou de traînée. Un certain consensus basé sur des résultats expérimentaux et numériques montre que la production interfaciale totale correspond toujours à peu près au travail de la force de traînée moyenne :

$$\Pi_{ij}^{WIF} + \Pi_{ij}^{WIT} = \mathbf{M^D}.\mathbf{u_r} \tag{3.63}$$

Il semblerait qu'il existe donc une forme de conservation de la production d'énergie entre WIF et WIT. Lorsque l'un augmente, l'autre diminue. Cependant le rapport des deux $\Pi_{ij}^{WIF}/\Pi_{ij}^{WIT}$ évolue en fonction du nombre de Reynolds de bulle. Cette vision est cohérente avec les analyses sur la décroissance de sillage de la section 3.5. En effet, pour des nombre de Reynolds de bulle faibles (< 200), le WIT n'est pas présent et la décroissance de l'énergie des fluctuations en aval de la bulle est relativement lente. Lorsque le nombre de Reynolds de bulle augmente, les sillages deviennent instables et

on observe l'émergence de WIT. Avec l'apparition du WIT, on observe une décroissance plus rapide des sillages qui perdent donc de l'énergie cinétique au profit du WIT. Il semble donc exister un terme de transfert d'énergie cinétique entre le WIF et le WIT. D'un point de vue physique, il faudrait comprendre comment et quand l'instabilité des sillages se développe. Or, c'est un mécanisme fortement non-linéaire qui échappe pour le moment à notre compréhension. Pour étudier ce phénomène, et qui plus est pour le modéliser, il faut être capable de séparer Π_{ij}^{WIF} et Π_{ij}^{WIT}, par exemple avec l'aide de calculs DNS. C'est un des principaux enjeux détaillé dans le chapitre 4.

Dissipation

A propos de la dissipation dans le cadre du WIT, l'analyse menée dans la section 3.3 a conclu à son expression en fonction de l'énergie cinétique turbulente et de l'échelle de longueur intégrale qui correspond au temps de vie des structures turbulentes avant de se dissiper.

$$\epsilon \propto \frac{\nu \langle uu \rangle}{\Lambda^2} \tag{3.64}$$

Cette expression semble robuste. Néanmoins, contrairement aux travaux expérimentaux qui ne pouvaient que mesurer Λ, nos DNS permettent de mesurer directement ϵ. L'analyse de la relation ci-dessus est réalisée dans le chapitre 4.

Redistribution

L'équation (3.61) est un transport de tensions de Reynolds. Or, les quelques analyses qui ont été faites sur le WIT ont montré que le WIT était relativement isotrope et que le caractère anisotrope de la pseudoturbulence venait avant tout du WIF. La DNS viendra confirmer ou infirmer ce résultat. Si l'isotropie du WIT est confirmée, l'équation de transport des tensions de Reynolds WIT pourrait être changée par une équation de transport de l'énergie cinétique turbulente.

Diffusion

Nous n'avons trouvé qu'une seule étude récente faisant cas de l'étude de la diffusion dans un écoulement à bulles. Il s'agit du travail de Alméras [2014] qui a étudié expérimentalement la diffusion d'un scalaire passif dans un essaim de bulles (à l'aide d'une concentration de colorant). Pour utiliser ses résultats, il faut faire l'hypothèse que la diffusion d'un traceur par la turbulence équivaut à la diffusion de la turbulence elle-même. Cette étude montre que dans le cas d'un essaim de bulles, le mélange induit par les bulles est bien plus efficace que la diffusion moléculaire. Elle montre également que le mélange induit par le transport dans les sillages (WIF) n'est pas prépondérant par rapport au mélange induit par le WIT. La diffusion du traceur est dans cette étude de la forme :

$$D_{ij} = k_{ij}^D \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_j} \tag{3.65}$$

où k_{ij}^D est le coefficient de diffusion et c la concentration du traceur. Elle mesure k_{ij}^D et cherche ensuite à le modéliser. Par analogie avec la théorie de Taylor [1921], elle montre

que le coefficient de diffusion peut s'écrire sous la forme :

$$k_{ij}^D = k_s \sqrt{R_{ij}} \Lambda \tag{3.66}$$

où k_s est une constante d'ordre 1. Elle montre que cette fermeture est cohérente avec ses résultats expérimentaux pour des taux de vide relativement faibles ($< 6\%$, voir figure 3.9). A noter que ces résultats ont été obtenus en utilisant les valeurs de R_{ij} et Λ obtenus dans les expériences de Riboux [2007]. *A priori*, les données obtenues par Riboux [2007] sont transposables au montage expérimental très similaire utilisé dans Alméras [2014], mais cette hypothèse peut être source d'erreur importante, en particulier pour déterminer la valeur de la constante k_s. De plus, Alméras [2014] fait remarquer que l'échelle de longueur intégrale n'a été calculée par Riboux [2007] qu'à l'arrière de l'essaim dans un environnement sans bulles. Or l'échelle de longueur intégrale peut être grandement modifiée par la présence de bulles ce qui peut expliquer les mauvais résultats du modèle à fort taux de vide sur la figure 3.9. Alméras [2014] trouve cependant le moyen de corriger cette erreur en proposant un nouveau modèle de coefficient de diffusion. En présence de bulles, le mouvement des particules fluides est régulièrement décorrélé par le passage des bulles. Le temps entre deux perturbations de ce type ne correspond pas exactement au temps entre deux passages successifs de bulles en un point car les bulles perturbent une zone plus grande que leur volume propre. Ce volume perturbé est caractérisé par la distance δd_b (contient par exemple l'influence du sillage). Le temps entre le passage de deux structures de ce type est noté ΔT_m et le modèle de coefficient de diffusion s'écrit alors :

$$k_{ij}^D = R_{ij} \Delta T_m \tag{3.67}$$

$$\Delta T_m = \frac{2}{3} \frac{1}{\delta^3} \frac{d_b}{\gamma^{2/3} \alpha_v u_r} \tag{3.68}$$

où γ est le rapport d'aspect des bulles. La figure 3.9 montre que cette nouvelle corrélation fonctionne mieux pour les taux de vide élevés mais ne reproduit pas le bon comportement lorsque le taux de vide est faible. En particulier, ce modèle permet de reproduire la saturation du coefficient de diffusion observée expérimentalement pour les taux de vide important. Il semblerait donc que le coefficient de diffusion suive deux régimes différents en fonction du taux de présence des bulles. Ces travaux peuvent être utilisés comme base de réflexion pour la définition d'un coefficient de diffusion du R_{ij}^{WIT}.

3.6.4 Fermeture algébrique des tensions de Reynolds WIF

Une fermeture algébrique du WIF est proposée par Risso [2016]. Cette section retrace la façon de l'obtenir afin d'en comprendre les qualités et les limitations. Batchelor & Green [1972] définissent la moyenne d'ensemble d'une quantité attachée à la phase liquide comme :

$$\overline{A} = \frac{1}{N!} \int A\left(\mathbf{x}, t, C_N\right) f\left(C_N\right) dC_N \tag{3.69}$$

où N est le nombre de bulle et C_N une configuration donnée ($f\left(C_N\right)$ étant la probabilité de cette configuration). Lance & Bataille [1991] montrent que cette expression est très

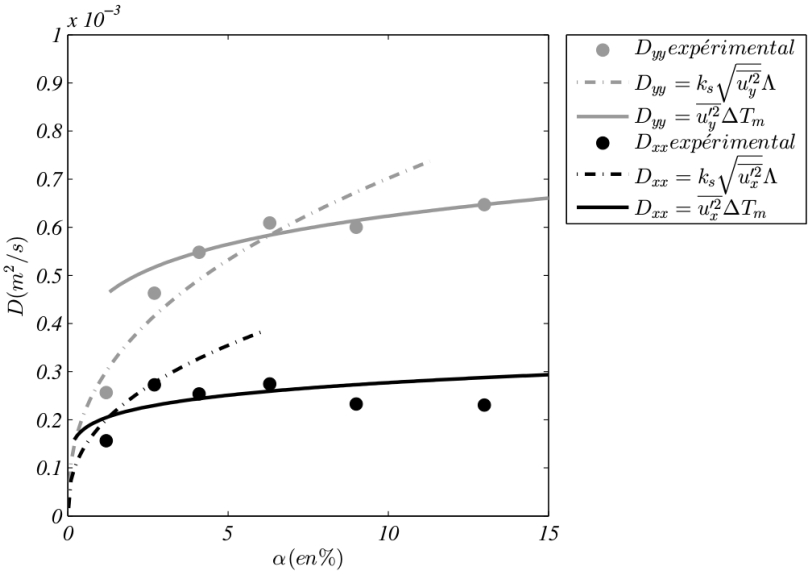


FIGURE 3.9 – Confrontation du modèle de coefficient de diffusion avec les résultats expérimentaux [Alméras, 2014].

fortement simplifiée dans le cas d'écoulements très dispersés où les interactions entres les bulles peuvent être négligées et où les bulles sont positionnées de manière aléatoire.

$$\overline{A} = \frac{6\alpha_v}{\pi d_b^3} \int_{\vartheta} A\left(\mathbf{x}, t\right) dv \tag{3.70}$$

où ϑ est le volume extérieur aux bulles. Pour connaître les tensions de Reynolds moyennes liées au WIF, on peut donc utiliser :

$$\overline{\left(\overline{\mathbf{u}}^T\right)^n} = \frac{6\alpha_v}{\pi d_b^3} \int_{\vartheta} \left(\overline{\mathbf{u}\left(x,y,z\right)}^T\right)^n d\vartheta \tag{3.71}$$

où $\overline{\Phi}^T$ est la moyenne en temps de Φ et où $n = 2$. Il faut donc connaître la structure du champ de vitesse $\overline{\mathbf{u}\left(x,y,z\right)}^T$. Il comprend deux principales contributions. La première est liée à l'écoulement potentiel autour d'une bulle. Des solutions analytiques autour d'obstacles sphériques et/ou ellipsoïdaux ont déjà été étudiées par le passé (voir Biesheuvel & Wijngaarden [1984]; Lamb [1932]; Lance & Bataille [1991]; Risso & Ellingsen [2002]). La deuxième contribution est celle du sillage moyen. La décroissance exponentielle de la vitesse dans les sillages a été étudiée dans le cadre d'une bulle isolée dans des régimes laminaires (voir Batchelor [1967]) ou turbulents (Tennekes [1972]). Ce n'est que recemment que les travaux de Risso *et al.* [2008] puis Risso [2016] ont permis de caractériser des sillages turbulents dans le cas d'essaims de bulles (voir section 3.3). Les sous-sections qui suivent séparent chacune des deux parties.

Contribution du sillage moyen

Dans le cas d'un essaim collectif de bulle, Risso *et al.* [2008] ont montré que le champ de vitesse engendré par le sillage moyen d'une bulle au point $(0,0,0)$ s'écrivait :

$$\overline{u\left(x,y,z\right)}^{T} = 0 \tag{3.72}$$

$$\overline{v\left(x,y,z\right)}^{T} = 0 \tag{3.73}$$

$$\overline{w\left(x,y,z\right)}^{T} = 0 \text{ pour } z < 0 \tag{3.74}$$

$$\overline{w\left(x,y,z\right)}^{T} = u_r \exp\left(-z/L_w\right) \exp\left(-r^2/e^2\right) \text{ pour } z \geq 0 \tag{3.75}$$

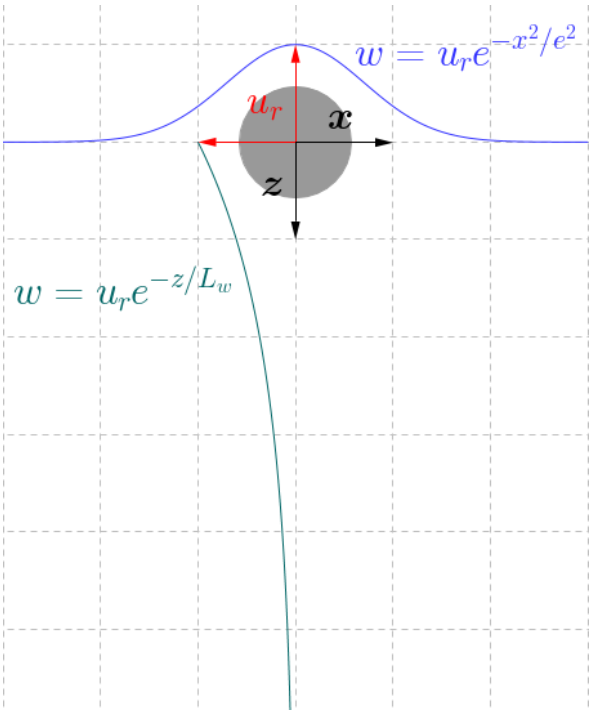


FIGURE 3.10 – Représentation graphique de l'équation (3.75) : modèle de décroissance axiale et transverse de la vitesse dans un sillage utilisé pour la construction d'une fermeture du WIF

où z est la direction parallèle au mouvement relatif de la bulle et x/y les directions latérales. En amont de la bulle ($z < 0$), le champ de vitesse n'est pas perturbé par la bulle. En aval ($z \geq 0$), le sillage déforme le champ moyen de vitesse dans la direction z. La décroissance exponentielle des sillages a été décrite dans la section 3.3. L_w correspond à la longueur caractéristique de la décroissance du sillage dans la direction axiale tandis que e représente la longueur caractéristique de décroissance dans les directions transverses. A l'emplacement de la bulle $(0,0,0)$, on retrouve $\mathbf{u} = u_r \mathbf{e_z}$ (voir figure 3.10). On peut ensuite utiliser l'équations (3.75) dans l'équation (3.71) pour déduire les tensions de Reynolds dues au sillage moyen. Etant donné que l'on étudie un essaim de bulles tri-périodique, l'intégration peut se faire sur un volume infini. Grâce à la décroissance rapide de la vitesse dans le sillage, les intégrales ne divergent pas :

$$\overline{\overline{w}^{T^n}} = \frac{6\alpha_v u_r^n}{\pi d_b^3} \int_0^{+\infty} \exp\left(-nz/L_w\right) dz \int_0^{+\infty} r \exp\left(-nr^2/e^2\right) dr \int_0^{2\pi} d\theta \tag{3.76}$$

$$= \alpha_v \frac{3u_r^n L_w e^2}{4n^2 r_0^3} \tag{3.77}$$

Soit, pour $n = 2$:

$$\overline{\overline{w}^T \overline{w}^T} = \alpha_v \frac{3u_r^2 L_w e^2}{16 r_0^3}$$

On peut estimer que le volume caractéristique du sillage $L_w e^2$ est proportionnel à d_b^3 tel que :

$$L_w e^2 = C_V\left(\alpha_v, Re_b, Eo\right) d_b^3 \tag{3.78}$$

En effet, il a été montré dans la section 3.3.2 que la décroissance des sillages dépend du taux de vide et du nombre de Reynolds de bulle. De plus, il paraît naturel de penser que la déformation des bulles caractérisée par le nombre d'Eötvös puisse avoir un impact sur la taille du sillage. C_V est donc une quantité caractéristique du volume de sillage qui peut dépendre de beaucoup de paramètres. Finalement, on a :

$$\overline{\overline{u_i}^T \overline{u_j}^T} = \alpha_v u_r^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3C_V}{2} \end{pmatrix} \tag{3.79}$$

Contribution de l'écoulement potentiel

Pour l'écoulement potentiel autour de la bulle, des solutions analytiques pour des inclusions ellipsoïdales ont été démontrées par Lamb [1932] mais ne décrivent que l'energie cinétique totale comme dans Lance & Bataille [1991]. Pour une expression tensorielle, Biesheuvel & Wijngaarden [1984] a utilisé la solution analytique pour inclusion sphérique dans l'expression (3.71) et en déduit :

$$\overline{\overline{u_i}^T \overline{u_j}^T} = \alpha_v u_r^2 \begin{pmatrix} 3/20 & 0 & 0 \\ 0 & 3/20 & 0 \\ 0 & 0 & 1/5 \end{pmatrix} \tag{3.80}$$

Cette expression est également reprise dans l'étude de Risso [2016].

Modélisation des tensions de Reynolds WIF

En combinant les équations (3.79) et (3.80) (contribution aux tensions de Reynolds du sillage moyen et de l'écoulement potentiel), on obtient une fermeture algébrique des fluctuations de type WIF :

$$\mathbf{R_{ij}^{WIF}} = \overline{\overline{u_i}^T \overline{u_j}^T} = \alpha_v u_r^2 \begin{pmatrix} 3/20 & 0 & 0 \\ 0 & 3/20 & 0 \\ 0 & 0 & 1/5 + 3C_V/2 \end{pmatrix} \tag{3.81}$$

Pour être utilisable, ce modèle nécessite une loi de fermeture pour C_V et une estimation de la vitesse terminale (modèle de coefficient de traînée). Nos calculs DNS permettent d'étudier ces deux paramètres (voir chapitre 4).

Récapitulatif

Dans le modèle proposé, certaines fermetures peuvent être développées à partir de travaux antérieurs :

- Modèle RSM pour l'équation de transport du SPT [Launder *et al.*, 1975]
- Modèle de Lance *et al.* [1991] pour la modulation de la redistribution

Certaines fermetures sont écrites mais nécessitent une validation, voir une amélioration :

- Modèle algébrique des fluctuations WIF [Risso, 2016]
- Modélisation de la dissipation et de la diffusion du WIT [Alméras, 2014; Risso, 2018]

Enfin, une fermeture nécessite une réelle innovation car la littérature reste muette à son sujet :

- Production interfaciale du WIT

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une revue bibliographique de la physique de la turbulence diphasique à bulles et des moyens de la modéliser. La séparation des fluctuations en SPT, WIF et WIT a été particulièrement détaillée. Physiquement, il a été montré que ces trois contributions caractérisent des phénomènes bien distincts. Le SPT est la turbulence issue du cisaillement moyen généré par exemple par les structures solides, le WIT est la turbulence issue de la déstabilisation et des instabilités collectives des sillages, et le WIF correspond aux fluctuations engendrées par le sillage moyen et l'écoulement potentiel autour des bulles. Nous avons également montré que le SPT, le WIF et le WIT possèdent des échelles caractéristiques et des propriétés physiques différentes. En partant de ce constat, une analyse des différents modèles de turbulence existants dans la littérature a montré qu'aucun n'est capable de décrire fidèlement la dynamique complexe des écoulements à bulles. Cependant, en s'inspirant du travail original de Chahed *et al.* [2003], nous avons proposé un modèle de turbulence à trois équations, où chaque contribution aux fluctuations totales possède sa propre fermeture (fermeture algébrique ou équation de transport). En l'état actuel des connaissances, ce modèle n'est pas utilisable car il est incomplet. Dans la dernière section de ce chapitre, nous avons identifié les lacunes de cette nouvelle proposition afin d'y répondre dans les chapitres suivants. Concernant la modélisation du WIT écrite sous la forme d'une équation de transport, il est nécessaire d'étudier les mécanismes de production. Dans le chapitre 4, ce travail est réalisé en plus de vérification sur les termes déjà étudiés comme la dissipation ou la redistribution. Un autre problème qui nécessite de plus amples études est la question de l'interaction entre le SPT et les bulles. Malgré l'existence de certains résultats, il n'existe pas encore de véritable consensus sur l'impact des bulles sur la diffusion ou la redistribution du SPT par exemple. Dans le chapitre 5, nous proposons une étude de cette interaction, ainsi qu'une potentielle alternative au

modèle de WIF décrit dans ce chapitre.

Chapitre 4

Turbulence dans un essaim de bulles

Sommaire

4.1 Introduction 144
4.2 Méthode de remontée d'échelle 144
4.2.1 Décomposition WIT/WIF 145
4.2.2 Bilan de quantité de mouvement non perturbée 147
4.2.3 Décomposition de l'équation de transport des tensions de Reynolds R_{ij} 148
4.3 Méthodes numériques et cas étudiés 151
4.3.1 Force de contrôle 151
4.3.2 Invariance galiléenne 152
4.3.3 Configurations physiques étudiées 153
4.3.4 Convergence en maillage 154
4.4 Analyse physique des essaims de bulles 156
4.4.1 Remarques générales 156
4.4.2 Différences bulles fixes/libres 159
4.5 Analyse spectrale 161
4.5.1 Spectre d'énergie 161
4.5.2 Fonction de densité de probabilité 162
4.5.3 Echelle de longueur intégrale 165
4.6 Modélisation de la turbulence dans un essaim de bulles . 167
4.6.1 Modélisation du WIT sur bulles fixes 167
4.6.2 Calibration du modèle complet sur bulles libres 172
4.7 Comparaison aux données expérimentales 173
4.7.1 Modèle de WIT 174
4.7.2 Modèle de WIF 183
4.8 Conclusion et perspectives 185

Dans le chapitre 3, il a été suggéré qu'une modélisation de la turbulence diphasique devait passer par une séparation des contributions SPT (Single-Phase Turbulence), WIT (Wake-Induced Turbulence) et WIF (Wake-Induced Fluctuations). Ce chapitre a pour but d'étudier et de modéliser le WIT à partir de DNS d'essaims de bulles.

4.1 Introduction

En se basant sur des calculs DNS en canaux, il est impossible d'étudier rigoureusement le WIT car celui-ci est dès lors inséparable du SPT. Dans la logique d'étude à effets séparés qui est le leitmotiv de cette thèse, nous avons cherché une configuration dans laquelle le WIT et le WIF puissent être étudiés plus rigoureusement que dans un canal plan. Ce sont les études de Riboux *et al.* [2013] et Amoura *et al.* [2017] qui ont orienté nos recherches vers les essaims de bulles, c'est-à-dire une distribution homogène de bulles soumises à la flottabilité dans un environnement initialement au repos. Sans paroi, le SPT disparaît et ces écoulements ne présentent alors que du WIT et du WIF. De plus, étudier un essaim dans le référentiel attaché aux bulles (DNS à bulles fixes) permet la séparation des fluctuations WIT et WIF (voir section 3.3.2). La section 4.2 présente en premier lieu la méthode de remontée d'échelle utilisée dans le cadre des essaims de bulles. En particulier, elle montre que la configuration en essaim de bulles fixes permet une écriture rigoureuse des équations de transport des tensions de Reynolds pour le WIF et pour le WIT, et donne ainsi une définition aux différents termes du modèle à trois équations proposé dans le chapitre 3. Ensuite, la section 4.3 présente les DNS réalisées et les méthodes numériques mises en place pour y parvenir, en particulier le forçage de la position des bulles. La section 4.4 analyse les principales caractéristiques des écoulements en essaim et s'attache à faire la comparaison entre les essaims de bulles libres et les essaims de bulles fixes. Cette analyse des caractéristiques principales de l'écoulement en essaim est suivie par une analyse spectrale dans la section 4.5. Cette étude a pour but de vérifier les propriétés statistiques des fluctuations turbulentes engendrées par les bulles et de vérifier que ces propriétés ne sont pas altérées par le fait de fixer les bulles. La section 4.6 utilise les essaims à bulles fixes et libres afin de présenter une première modélisation de l'équation de transport du WIT. Enfin, la section 4.7 teste les performances du nouveau modèle sur des données expérimentales issues de la littérature. Cette partie permet également de vérifier la bonne dépendance du modèle au taux de vide et à la déformation des bulles.

4.2 Méthode de remontée d'échelle

Dans le cas d'essaims de bulles fixes, la section 3.3.2 a montré que la décomposition des fluctuations WIT et WIF était possible. Le but de cette section est de détailler cette décomposition et de l'adapter aux équations de transport des tensions de Reynolds afin de donner une définition aux différents termes des équations (3.61) et (3.62).

4.2.1 Décomposition WIT/WIF

Avant de décomposer proprement les fluctuations, il faut au préalable introduire la vitesse de fluide dit 'non perturbé'. On peut également faire référence à la vitesse interstitielle, c'est à dire la vitesse "loin des bulles". Pour un écoulement de bulles en essaim, c'est-à-dire des bulles ajoutées dans un écoulement originellement au repos, la vitesse du fluide non perturbé, "en l'absence de bulles", est souvent considérée comme nulle, en invoquant l'équivalence avec la vitesse du fluide avant qu'on y ajoute les bulles. Pour les applications industrielles, on définit la vitesse non perturbée en un point où une bulle est présente comme la vitesse qu'aurait eu le champ de vitesse en l'absence de cette bulle (mais pas des autres). Dans la plupart des cas, il est très difficile de définir un "écoulement en absence de bulles" et toutes ces définitions sont approximatives.

Cette grandeur n'a donc pas, à notre connaissance, de définition rigoureuse mais on peut tenter de lui en donner une en utilisant les propriétés du WIF et du WIT développées dans le chapitre précédant. En particulier, nous avons vu que les pdfs de vitesses WIT sont symétriques tandis que les vitesses WIF ont des pdfs asymétriques (influence du sillage). On peut alors définir la vitesse "non perturbée" ou "interstitielle" comme la valeur moyenne des vitesses WIT. Ainsi, les fluctuations temporelles WIT définies à partir de cette grandeur oscillent symétriquement autour de la valeur moyenne, et les fluctuations spatiales WIF contiennent la totalité du décalage provoqué par les sillages.

Étant donné que la différence entre la vitesse de phase et la vitesse non perturbée est principalement liée à l'action des sillages, on peut approcher les vitesses non perturbées en excluant de la moyenne phasique les zones de sillage. La définition de la vitesse non perturbée ou interstitielle est alors :

$$\widetilde{\mathbf{U_1}} = \frac{\overline{\widetilde{\chi_l}\mathbf{U_1}}}{\overline{\widetilde{\chi_l}}} \tag{4.1}$$

où $\widetilde{\chi_l}$ est l'indicatrice du liquide non perturbé valant 0 là où les bulles perturbent la phase porteuse (voir figure 4.1).

Cette indicatrice doit principalement envelopper la bulle et son sillage. De nombreux auteurs ont étudié la structure des sillages (voir section 3.3.2). On peut admettre qu'après cinq diamètres de bulle, le sillage a généralement disparu. On pose alors $L_w^{max} = 5d_b$ la longueur majorée du sillage et on peut définir l'indicatrice de liquide non perturbé comme une ellipse à partir du centre du sillage (x_w, y_w, z_w) de la bulle dans le repère local orienté par la vitesse relative. Le centre du sillage est obtenu à partir du centre de la bulle (x_b, y_b, z_b) tel que : $x_b - d_b/2 < x_w < x_b - \left(L_w^{max} - d_b\right)/2$, $y_w = y_b$, $z_w = z_b$. On a alors $\widetilde{\chi_l} = 0$ lorsque les conditions suivantes sont remplies (voir figure 4.1) :

$$\left(\frac{x - x_w}{L_w^{max}/2}\right)^2 + \left(\frac{y - y_w}{e}\right)^2 + \left(\frac{z - z_w}{e}\right)^2 < 1 \tag{4.2}$$

Dans certaines conditions, la longueur L_w^{max} peut être raccourcie significativement. Par exemple, dans nos simulations DNS, on ne voit plus de sillage après $L_w^{max} = 2.5d_b$. Une bonne estimation de l'épaisseur du sillage est donnée par $e \approx d_b$.

Cette évaluation de la vitesse du fluide non perturbé ne peut fonctionner que pour des taux de vide relativement faibles. Il faut en effet que des zones où $\widetilde{\chi_l} = 1$ subsistent

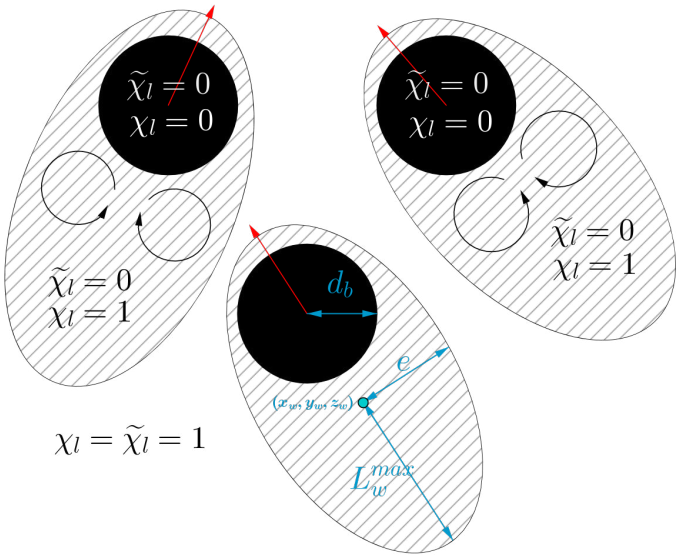


FIGURE 4.1 – Schéma représentant les caractéristiques de l'indicatrice du fluide non perturbé

pour estimer $\widetilde{\mathbf{U_l}}$ à partir de l'équation (4.1). En revanche, nous avons vérifié que choisir une trop grande zone d'exclusion autour de la bulle n'avait pas d'impact sur la valeur de $\widetilde{\mathbf{U_l}}$ (seulement sur la vitesse de convergence des statistiques). C'est pourquoi, par sécurité, on définit L_w^{max} comme la longueur majorée du sillage ($L_w^{max} = 5d_b$) afin d'être certain d'exclure en totalité l'influence du sillage. Une fois les grandeurs moyennes non perturbées relevées, les fluctuations de vitesse u_l^* et de pression p_l^* sont définies par rapport à elles

$$u_l^* = U_l - \widetilde{U_l} \tag{4.3}$$

$$p_l^* = P_l - \widetilde{P_l} \tag{4.4}$$

où $\widetilde{U_l}$ et $\widetilde{P_l}$ sont la vitesse et la pression du fluide non perturbé. Grâce à cette décomposition, les fluctuations de vitesse loin des bulles oscillent autour de la valeur moyenne $\widetilde{U_l}$. La distribution des fluctuations est symétrique et centrée en zéro. En revanche, dans les zones situées dans le voisinage des bulles, les fluctuations sont toujours décalées vers les valeurs positives à cause de l'entraînement du liquide provoqué par les bulles. Les fluctuations ainsi obtenues sont donc de deux natures différentes. Les unes, présentant une distribution symétrique, ont les caractéristiques chaotiques de la turbulence classique (WIT). Les autres fluctuations ne sont pas de nature turbulente mais résultent principalement du décalage de vitesse imposé par le sillage des bulles (WIF) ; voir section 3.3.2 pour plus de détails.

La moyenne statistique habituelle $\overline{\phi}$ est constituée, par application d'une hypothèse d'ergodicité, d'une moyenne spatiale $\overline{\phi}^X$ et d'une moyenne temporelle $\overline{\phi}^T$ telles que :

$$\overline{\phi} = \overline{\overline{\phi}^X}^T = \overline{\overline{\phi}^T}^X \tag{4.5}$$

Riboux *et al.* [2013] ont montré que dans le référentiel où les bulles sont fixes, ces contributions WIF et WIT sont facilement séparables et correspondent respectivement aux fluctuations spatiales $\overline{\chi_l u_l^*}^T(x)$ et aux fluctuations temporelles $\chi_l u_l^{*'}(x,t)$ où $\overline{\phi}^T$ est une moyenne en temps de ϕ :

$$\chi_l u_l^*(x,t) = \overline{\chi_l u_l^*}^T(x) + \chi_l u_l^{*'}(x,t) \text{ avec } \overline{\chi_l u_l^{*'}}^T = 0 \tag{4.6}$$

$$\chi_l p_l^*(x,t) = \overline{\chi_l p_l^*}^T(x) + \chi_l p_l^{*'}(x,t) \text{ avec } \overline{\chi_l p_l^{*'}}^T = 0 \tag{4.7}$$

Cette écriture permet également de séparer toute corrélation double de l'écoulement. Soit X_l et Y_l deux champs définis sur la phase liquide, alors :

$$\overline{\chi_l X_l Y_l} = \overline{\overline{\chi_l X_l}^T \overline{\chi_l Y_l}^T}^X + \overline{\chi_l X_l' Y_l'} + \overline{\overline{\chi_l Y_l'}^T \overline{\chi_l X_l}^T}^X + \overline{\overline{\chi_l X_l'}^T \overline{\chi_l Y_l}^T}^X \tag{4.8}$$

$$\overline{\chi_l X_l Y_l} = \overline{\overline{\chi_l X_l}^T \overline{\chi_l Y_l}^T}^X + \overline{\chi_l X_l' Y_l'} \tag{4.9}$$

En particulier pour $X_l = Y_l = u_l^*$, l'équation (4.9) permet d'écrire la décomposition du tenseur de Reynolds en fluctuations spatiales $\mathbf{R^{WIF}}$ et temporelles $\mathbf{R^{WIT}}$:

$$\underbrace{\overline{\chi_l u_l^* u_l^*}}_{\mathbf{R^{BIF}}} = \underbrace{\overline{\overline{\chi_l u_l^*}^T \overline{\chi_l u_l^*}^T}^X}_{\mathbf{R^{WIF}}} + \underbrace{\overline{\chi_l u_l^{*'} u_l^{*'}}}_{\mathbf{R^{WIT}}} \tag{4.10}$$

Il faut noter cependant que les corrélations triples ne se décomposent pas rigoureusement en deux. En particulier, la corrélation triple de vitesse apparaissant dans le terme de diffusion turbulente de l'équation de transport des tensions de Reynolds fait apparaître un troisième terme qui ne s'annule pas :

$$\overline{\chi_l u_l^* u_l^* u_l^*} = \underbrace{\overline{\overline{\chi_l u_l^*}^T \overline{\chi_l u_l^*}^T \overline{\chi_l u_l^*}^T}^X}_{WIF} + \underbrace{\overline{\chi_l u_l^{*'} u_l^{*'} u_l^{*'}}}_{WIT} + \underbrace{3\overline{\overline{\chi_l u_l^*}^T \overline{\chi_l u_l^{*'} u_l^{*'}}^T}^X}_{WIF/WIT\neq 0} \tag{4.11}$$

Le dernier terme est un terme d'interaction entre WIT et WIF qui apparaît dans le terme de diffusion de l'équation de transport des tensions de Reynolds.

4.2.2 Bilan de quantité de mouvement non perturbée

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, la décomposition physique des fluctuations nécessite que l'agitation soit définie à partir d'une référence sur le liquide "non perturbé" $\widetilde{\mathbf{U_l}}$ (équation (4.1)). Cette vitesse diffère cependant de celle utilisée dans l'écriture classique des modèles bifluides. Classiquement, la valeur de référence de la vitesse est la moyenne phasique $\overline{\mathbf{U_l}}^{\mathbf{l}} \neq \widetilde{\mathbf{U_l}}$. Pour les écoulements à faibles taux de vide ou à nombre de Reynolds de bulle peu intense, on peut considérer $\widetilde{U_l} \approx \overline{U_l}^l$. C'est également le cas pour les écoulements à forts débits pour lesquels la vitesse liquide est bien supérieure à la vitesse relative des bulles. En effet, le décalage des vitesses moyennes dans la phase liquide est fonction du taux de présence des bulles et de la

vitesse relative. Cependant, dans des cas industriels, cette approximation peut ne pas être vérifiée. La différence entre ces deux moyennes mène à ajouter un terme correctif à l'équation de quantité de mouvement du modèle bifluide. C'est ce terme que nous proposons de développer dans cette section. Pour cela, on part de l'équation de quantité de mouvement classique du modèle bifluide :

$$\frac{\partial \rho_l \alpha_l \overline{U_l}^l}{\partial t} + \nabla.\left(\rho_l \alpha_l \overline{U_l}^l \overline{U_l}^l\right) = -\nabla\left(\alpha_l \overline{P_l}^l\right) - \nabla.\left(\overline{\rho_l \chi_l u_l u_l}\right) + \nabla.\left(\alpha_l \mu_l \nabla \overline{U_l}^l\right) + \alpha_l \rho_l g + M_l \tag{4.12}$$

Il est nécessaire d'utiliser ici la moyenne de phase $\overline{U_l}^l$ et non la moyenne sur le liquide non perturbé $\widetilde{U_l}$ sans quoi M_l ne correspondrait plus aux efforts provoqués par le liquide sur les bulles mais à l'effort du liquide sur la zone englobée par $\widetilde{\chi_l}$. Dans cette équation bifluide (4.12), les fluctuations u_l sont donc définies à partir de la moyenne de phase. Ainsi :

$$u_l = U_l - \overline{U_l}^l \tag{4.13}$$

$$u_l^* = U_l - \widetilde{U_l} \tag{4.14}$$

$$u_l = u_l^* + \widetilde{\Delta U_l} \tag{4.15}$$

où $\widetilde{\Delta U_l}$ est le décalage entre la moyenne phasique et la moyenne du liquide non perturbé ($\widetilde{\Delta U_l} = \widetilde{U_l} - \overline{U_l}^l$ et $\widetilde{\Delta P_l} = \widetilde{P_l} - \overline{P_l}^l$). On peut alors écrire l'équation de bilan de quantité de mouvement sur la phase liquide sous une autre forme :

$$\frac{\partial \rho_l \alpha_l \widetilde{U_l}}{\partial t} + \nabla.\left(\rho_l \alpha_l \widetilde{U_l} \widetilde{U_l}\right) = -\nabla\left(\alpha_l \widetilde{P_l}\right) - \nabla.\left(\overline{\rho_l \chi_l u_l^* u_l^*}\right) + \nabla.\left(\alpha_l \mu_l \nabla \widetilde{U_l}\right) + \alpha_l \rho_l g + M_l + \widetilde{S} \tag{4.16}$$

dans laquelle apparaît le terme supplémentaire :

$$\widetilde{S} = -\left[\frac{\partial \rho_l \alpha_l \widetilde{\Delta U_l}}{\partial t} + \nabla.\left(\rho_l \alpha_l \widetilde{\Delta U_l} \widetilde{U_l}\right) + \nabla.\left(\rho_l \alpha_l \widetilde{U_l} \widetilde{\Delta U_l}\right) + \nabla.\left(\rho_l \alpha_l \widetilde{\Delta U_l} \widetilde{\Delta U_l}\right) + \nabla\left(\alpha_l \widetilde{\Delta P_l}\right) - \nabla.\left(\alpha_l \mu_l \nabla \widetilde{\Delta U_l}\right)\right] \tag{4.17}$$

Dans la majorité des cas, on peut considérer $\widetilde{\Delta U_l}$ comme un petit paramètre ϵ. Dans ce cas, le terme $\nabla.\left(\rho_l \alpha_l \widetilde{\Delta U_l} \widetilde{\Delta U_l}\right)$ peut être négligé. On notera que l'équation de conservation de la quantité de mouvement classique (4.12) et l'équation (4.16) se rejoignent lorsque $\overline{X}^l = \widetilde{X}$. Physiquement, cela correspond aux écoulements à faible taux de vide, à faibles vitesses relatives, ou à fort débit liquide. Ce sera le cas pour toutes les DNS traitées dans ce chapitre pour lesquelles les différences entre $\overline{U_l}^l$ et $\widetilde{U_l}$ sont toujours inférieures à 5%.

4.2.3 Décomposition de l'équation de transport des tensions de Reynolds R_{ij}

A partir de l'équation (4.16), on peut obtenir l'équation de transport des fluctuations de vitesse non perturbée, puis l'équation de transport des tensions de Reynolds non perturbées.

$$\frac{\widetilde{D}\alpha_l\overline{u^*_{l,i}u^*_{l,j}}^l}{Dt} + \underbrace{\alpha_l\overline{u^*_{l,i}u^*_{l,b}}^l\frac{\partial\widetilde{U_{l,j}}}{\partial x_b} + \alpha_l\overline{u^*_{l,j}u^*_{l,b}}^l\frac{\partial\widetilde{U_{l,i}}}{\partial x_b}}_{-P_{ij}} - \widetilde{P_{ij}} = \tag{4.18}$$

$$\underbrace{\alpha_l\overline{\frac{p^*_l}{\rho_l}\left(\frac{\partial u^*_{l,i}}{\partial x_j}+\frac{\partial u^*_{l,j}}{\partial x_i}\right)}^l}_{\phi_{ij}} \underbrace{-2\,\alpha_l\frac{\mu_l}{\rho_l}\overline{\frac{\partial u^*_{l,i}}{\partial x_b}\frac{\partial u^*_{l,j}}{\partial x_b}}^l}_{\epsilon_{ij}}$$

$$\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_b}\left(\alpha_l\overline{u^*_{l,i}u^*_{l,j}u^*_{l,b}}^l - \nu_l\frac{\partial\alpha_l\overline{u^*_{l,i}u^*_{l,j}}^l}{\partial x_b} + \frac{\alpha_l}{\rho_l}\left(\overline{p^*_l u^*_{l,i}}^l\delta_{bj} + \overline{p^*_l u^*_{l,b}}^l\delta_{ib}\right)\right)}_{D_{ij}}$$

$$\underbrace{-\frac{1}{\rho_l}\overline{\left(p^*_l u^*_{l,j}n_i + p^*_l u^*_{l,i}n_j\right)\delta^i}^l + \nu_l\left[\frac{\partial}{\partial x_b}\left(\overline{u^*_{l,i}u^*_{l,j}n_j\delta^i}^l\right) + \overline{\frac{\partial u^*_{l,i}u^*_{l,j}}{\partial x_b}n_b\delta^i}^l\right]}_{\Pi_{ij}}$$

avec :

$$\widetilde{P_{ij}} = -\left(\widetilde{\Delta U_{l,j}}\widetilde{S_i} + \widetilde{\Delta U_{l,i}}\widetilde{S_j}\right) \tag{4.19}$$

L'équation (4.18) est identique à l'équation classique lorsque $\overline{X}^l = \widetilde{X}$. L'équation (4.18) décrit l'évolution des tensions de Reynolds totales (WIT + WIF) définies relativement à la vitesse non perturbée. En appliquant à l'équation (4.18) la décomposition des corrélations doubles (4.9) et triples (4.11), on peut séparer chaque moyenne statistique en moyenne spatiale et temporelle, excepté pour la corrélation triple du terme de diffusion qui contient un terme d'interaction (voir équation (4.11)). Si les bulles sont fixes, cette décomposition sépare le WIF et le WIT. A l'exception des termes $\widetilde{P_{ij}}$, Π_{ij} et D_{ij}, tous les termes de l'équation (4.18) peuvent être décomposés en deux. Les résultats d'indépendance entre WIT et WIF (section 3.3) permettent ensuite de séparer l'égalité en deux égalités distinctes.

Le terme de production interfaciale ne peut pas être écrit pour chacune des équations de transport. On définit Π_{ij}^{WIF} comme étant respectivement la production interfaciale générant les inhomogénéités spatiales des sillages et Π_{ij}^{WIT} comme la production turbulente liée à l'interaction entre sillages, tels que :

$$\Pi_{ij}^{WIF} + \Pi_{ij}^{WIT} = \Pi_{ij} \tag{4.20}$$

On pourrait donner une définition aux termes Π_{ij}^{WIF} et Π_{ij}^{WIT} en faisant intervenir de nouvelles moyennes sur les interfaces. Dans notre cas, ces termes seront calculés comme les résidus des équations de transport du WIF et du WIT. Le terme $\widetilde{P_{ij}}$, qui est lié au décalage de la moyenne du fluide non perturbé par rapport à la moyenne phasique, correspond à un terme de production de fluctuations spatiales, donc uniquement présent dans l'équation du WIF :

$$\widetilde{P_{ij}}^{WIF} = \widetilde{P_{ij}} \tag{4.21}$$

$$\widetilde{P_{ij}}^{WIT} = 0 \tag{4.22}$$

Le terme croisé d'interaction entre le WIF et le WIT, lié à la décomposition de la corrélation triple du terme de diffusion turbulente est considéré comme négligeable :

$$\overline{\chi_l u_l^* u_l^* u_l^*} \gg 3\overline{\overline{\chi_l u_l^*}^T \overline{\chi_l u_l^{*'} u_l^{*'}}^T}^X \tag{4.23}$$

Finalement, on obtient une formulation des deux équations de transport séparées.

Equation de transport des fluctuations spatiales $R_{ij}^{WIF} = \frac{\overline{\overline{\chi_l u_{l,i}^*}^T \overline{\chi_l u_{l,j}^*}^T}^X}{\alpha_l}$

$$\begin{aligned}
&\frac{\widetilde{D}\alpha_l R_{ij}^{WIF}}{Dt} + \alpha_l R_{ib}^{WIF}\frac{\partial \widetilde{U_{l,j}}}{\partial x_b} + \alpha_l R_{jb}^{WIF}\frac{\partial \widetilde{U_{l,i}}}{\partial x_b} - \widetilde{P_{ij}} = \\
&\quad \overline{\frac{\chi_l p_l^{*T}}{\rho_l}\left(\chi_l\frac{\partial u_{l,i}^{*T}}{\partial x_j} + \chi_l\frac{\partial u_{l,j}^{*T}}{\partial x_i}\right)}^X - 2\frac{\mu_l}{\rho_l}\overline{\chi_l\frac{\partial u_{l,i}^{*T}}{\partial x_b}\chi_l\frac{\partial u_{l,j}^{*T}}{\partial x_b}}^X \\
&\quad - \frac{\partial}{\partial x_b}\left(\overline{\overline{\chi_l u_{l,i}^{*T}}\overline{\chi_l u_{l,j}^{*T}}\overline{\chi_l u_{l,b}^{*T}}}^X - \nu_l\frac{\partial \alpha_l R_{ij}^{WIF}}{\partial x_b}\right) \\
&\quad - \frac{\partial}{\partial x_b}\left(\frac{1}{\rho_l}\left(\overline{\overline{\chi_l p_l^{*T}}\overline{\chi_l u_{l,i}^{*T}}}^X\delta_{bj} + \overline{\overline{\chi_l p_l^{*T}}\overline{\chi_l u_{l,b}^{*T}}}^X\delta_{ib}\right)\right) + \Pi_{ij}^{WIF}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Cette équation est rigoureuse mais les termes qui la constituent n'ont pas le sens qu'ils ont habituellement. En effet, comme il a été dit dans la section 3.3.2, les fluctuations WIF n'ont rien à voir avec de la turbulence. Elles correspondent aux sillages moyens et à l'écoulement potentiel autour des bulles. Les notions de diffusion, redistribution etc. doivent être adaptées pour ce type de fluctuations non turbulentes. Cette équation peut être réduite à la forme suivante :

$$\frac{D\alpha_l R_{ij}^{WIF}}{Dt} = P_{ij}^{WIF} + \phi_{ij}^{WIF} - 2\epsilon_{ij}^{WIF} + D_{ij}^{WIF} + \Pi_{ij}^{WIF} + \widetilde{P_{ij}} \tag{4.25}$$

Cette équation peut servir comme support à la modélisation du WIF comme cela est réalisé dans le chapitre précédent. A noter que par la suite, aucune distinction ne sera faite entre $\overline{U_l}^l$ et $\widetilde{U_l}$ car la différence entre les deux est négligeable dans tous les cas que nous étudions. En particulier, ce résultat implique $\widetilde{P_{ij}} = 0$ et $u^* = u$. Pour plus de lisibilité, on utilisera donc la notation u au lieu de u^* et $\overline{U_l}^l$ au lieu de $\widetilde{U_l}$.

Equation de transport des fluctuations temporelles $R_{ij}^{WIT} = \frac{\overline{\chi_l u_{l,i}^{*'} u_{l,j}^{*'}}^{TX}}{\alpha_l}$

$$\begin{aligned}
&\frac{D\alpha_l R_{ij}^{WIT}}{Dt} + \alpha_l R_{ib}^{WIT}\frac{\partial \widetilde{U_{l,j}}}{\partial x_b} + \alpha_l R_{jb}^{WIT}\frac{\partial \widetilde{U_{l,i}}}{\partial x_b} = \\
&\quad \overline{\frac{\chi_l p_l^{*'}}{\rho_l}\left(\frac{\partial u_{l,i}^{*'}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{l,j}^{*'}}{\partial x_i}\right)}^{TX} - 2\frac{\mu_l}{\rho_l}\overline{\chi_l\frac{\partial u_{l,i}^{*'}}{\partial x_b}\frac{\partial u_{l,j}^{*'}}{\partial x_b}}^{TX} \\
&\quad - \frac{\partial}{\partial x_b}\left(\overline{\chi_l u_{l,i}^{*'} u_{l,j}^{*'} u_{l,b}^{*'}}^{TX} - \nu_l\frac{\partial \alpha_l R_{ij}^{WIT}}{\partial x_b}\right) \\
&\quad - \frac{\partial}{\partial x_b}\left(\frac{1}{\rho_l}\left(\overline{\chi_l p_l^{*'} u_{l,i}^{*'}}^{TX}\delta_{bj} + \overline{\chi_l p_l^{*'} u_{l,b}^{*'}}^{TX}\delta_{ib}\right)\right) + \Pi_{ij}^{WIT}
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Cette equation donne la définition des différents termes constituant l'équation (3.61) dans le cas d'un essaim de bulles fixes. Dans cette configuration, le post-traitement statistique de ces termes est donc possible via les résultats DNS, et peut servir de support à la modélisation de l'équation de transport. Dans la suite, cette expression sera réduite à la forme :

$$\frac{D\alpha_l R_{ij}^{WIT}}{Dt} = P_{ij}^{WIT} + \phi_{ij}^{WIT} - 2\epsilon_{ij}^{WIT} + D_{ij}^{WIT} + \Pi_{ij}^{WIT} \tag{4.27}$$

4.3 Méthodes numériques et cas étudiés

Dans la section précédente, on a vu que dans le cas de simulations d'essaims à bulles fixes, on pouvait post-traiter chaque terme des équations (4.24) et (4.26) dans le but d'en proposer une modélisation. Cette section présente les différents essaims de bulles simulés, leurs paramètres physiques et numériques, ainsi que les méthodes numériques utilisées pour fixer les bulles et trouver les débits correspondant aux états statistiquement stationnaires. Elle se termine par une convergence en maillage pour le cas $Re_b = 400$.

4.3.1 Force de contrôle

Pour une simulation à bulles fixes, une force de contrôle artificielle est implémentée pour que les bulles restent localisées à leurs positions initiales. Cet outil est inspiré des travaux de Thomas *et al.* [2015] qui implémentent une force de contrôle $\mathbf{F}$ permettant la mesure des efforts interfaciaux sur les bulles ($-\mathbf{F}$). Ils en déduisent par exemple les forces de portance dans des écoulements fortement cisaillés. Cette force est appliquée comme une force volumique sur l'ensemble de la bulle. Pour juger son impact, son intensité peut donc être comparée à celle de la gravité. Thomas *et al.* [2015] ont noté une plus forte tendance à la déformation des bulles qui peut être quantifiée par le nombre d'Eötvös modifié : $Eo_{fixed} = \Delta\rho d_b^2 \left(g + F\left(t\right)\right)/\sigma$. A un instant donné, une bulle fixe soumise à des mouvements turbulents importants risque de subir une force importante (de l'ordre de grandeur de g) pouvant mener à une déstabilisation de son interface. En prévision de cet effet, dans les simulations présentées ci-dessous, la tension de surface a été revue à la hausse pour éviter les fragmentations ou de trop fortes déformations induites par la force artificielle supplémentaire. Étant donné que F varie, la tension de surface corrigée correspond approximativement à $\left(g + F\right)\sigma/g$. La force de contrôle s'écrit au pas de temps n pour la bulle i :

$$\mathbf{F}_{rap,i}^{n} = k_1\left(\mathbf{x}_i^n - \mathbf{x}_i^0\right) + k_2\frac{\mathbf{x}_i^n - \mathbf{x}_i^{n-1}}{\Delta t} \tag{4.28}$$

où $\mathbf{x}^n$, $\mathbf{x}^{n-1}$ et $\mathbf{x}^0$ sont respectivement les vecteurs positions du centre de masse de la bulle i au pas de temps n, $n-1$ et au temps initial. k_1 est une constante de raideur caractéristique de la capacité à rappeler la bulle vers sa position initiale. k_2 est une constante d'amortissement pouvant atténuer les oscillations du système oscillant. Les valeurs appropriées de ces deux paramètres sont calibrées à partir du système physique étudié pour que la force $\mathbf{F}_{rap}$ agisse comme un oscillateur amorti. Dans nos calculs, les valeurs $k_1 = 1.9e^7$ et $k_2 = 3e^3$ ont été retenues.

4.3.2 Invariance galiléenne

Entre un calcul à bulles fixes et à bulles libres, il s'effectue un changement de référentiel via une transformation de Galilée. La quantité conservée lors de cette transformation est la vitesse relative entre la phase liquide et la phase vapeur. Numériquement, la façon de l'obtenir diffère en fonction des cas. Cette partie présente donc les méthodes utilisées pour satisfaire ce critère d'invariance galiléenne.

Bulles libres

Sur l'ensemble du domaine, l'intégration en espace et en temps de l'équation bilan de quantité de mouvement monofluide donne (pour un essaim libre tri-périodique sans force de rappel) :

$$\frac{\partial \langle \rho \mathbf{U} \rangle}{\partial t} = \langle \rho \rangle \mathbf{g} + \epsilon_{\mathbf{conserv}} + \mathbf{S} \tag{4.29}$$

Si l'erreur due à la non conservativité des opérateurs $\epsilon_{conserv}$ est nulle, alors pour éviter que le débit soit uniformément accéléré par la gravité, il convient d'ajouter à l'équation de quantité de mouvement un terme source $\mathbf{S} = -\langle \rho \rangle \mathbf{g}$ compensant le poids du mélange. Dans ces conditions, le débit total n'évolue plus en temps et garde la valeur donnée par les conditions initiales de vitesse. Dans les simulations à bulles libres, la vitesse initiale est $\langle \mathbf{U} \rangle = 0$. Ainsi, poussées par la flottabilité, les bulles se déplacent selon $-\mathbf{g}$ alors que le liquide tombe suivant $\mathbf{g}$ pour contre-balancer le débit induit par les bulles : $\langle \alpha_v \rho_v U_v \rangle = -\langle \alpha_l \rho_l U_l \rangle$. Cela suppose cependant que l'ensemble des termes de l'équation de quantité de mouvement soit conservatif ($\epsilon_{conserv} = 0$). Dans les faits, on observe une déviation très lente du débit qui augmente de manière constante. Cette déviation vient potentiellement du non-conservatisme dans l'implémentation du terme source de tension de surface qui présente une erreur numérique suffisante pour faire lentement dévier la vitesse de mélange. L'origine du biais systématique reste pour l'instant inexpliquée. Une étude plus poussée de son implémentation serait nécessaire. En attendant, cette déviation est corrigée par l'ajout d'une équation d'évolution du terme source approchant $\partial \mathbf{S}/\partial t = k_3 \left(0 - \langle \rho \mathbf{U} \rangle\right)$ telle que :

$$S^{n+1} = S^n - k_3 \Delta t \langle \rho \mathbf{U} \rangle^n \tag{4.30}$$

Ainsi, dès que de débit s'écarte de $\langle \rho \mathbf{U} \rangle = 0$, le terme source compense pour le ramener vers la solution théorique. Le coefficient k_3 est choisi de manière à minimiser les fluctuations de débit. Dans nos simulations, il est fixé à $k_3 = 2e^4$.

Bulles fixes

Dans le cas des bulles fixes ($\mathbf{U_v} = 0$), l'équation (4.29) n'est plus valide et doit prendre en compte la force de contrôle. L'équilibre de l'équation doit être atteint lorsque la force moyenne de contrôle sur les bulles vaut 0. En effet, si $\langle \mathbf{F}_{rap} \rangle = 0$, c'est que force de traînée et flottabilité se compensent dans la direction axiale, ainsi la vitesse relative moyenne entre la phase liquide et la phase gazeuse lorsque $\langle \mathbf{F}_{rap} \rangle = 0$ correspond à

la vitesse terminale moyenne des bulles. Pour ces simulations à bulles fixes, le terme source est donc asservi à la force de contrôle tel que :

$$S^{n+1} = S^n - k_4 \Delta t \langle \mathbf{F}_{rap} \rangle^n \tag{4.31}$$

Le coefficient k_4 est choisi de manière à minimiser les fluctuations de débit. Dans nos simulations, il est fixé à $k_4 = 2e^4$.

4.3.3 Configurations physiques étudiées

On considère donc un essaim de bulles ascendantes dans un écoulement initialement au repos. Les deux phases sont supposées incompressibles, et les transferts de masse et de chaleur ne sont pas résolus. Les propriétés physiques du liquide et du gaz répertoriées dans le tableau 4.1 sont inspirées de l'expérience DEBORA [Manon, 2000] dans laquelle du fréon $R12$ à 15 bar et à température de saturation permet de simuler un écoulement réacteur eau/vapeur à 100 bar [1]. En particulier, ce fluide simulant permet une conservation approchée du ratio de densité entre les phases d'un écoulement réacteur. La tension de surface est modifiée dans le but d'empêcher toute fragmentation des bulles (y compris par l'effet de la force de contrôle) et la coalescence des bulles n'est pas rendue possible.

g $[m/s^2]$	d_b $[mm]$	N_b	ρ_l/ρ_v $[kg/m^3]$	α_v	u_r $[m/s]$	σ $[N/m]$	μ_v $[Pa/s]$	domaine $(\times 10^{-2} m)$
9.81	1	57	1171/87	6%	≈ 0.1	0.018	$1.35.10^{-5}$	$2 \times 0.5 \times 0.5$

TABLEAU 4.1 – Paramètres communs à tous les calculs de bulles en essaims (fixes et libres). La vitesse relative u_r est un résultat du calcul qui varie donc légèrement. $u_r \approx 0.1 m/s$ pour les bulles libres, $u_r \approx 0.13 m/s$ pour les bulles fixes. Cette différence est discutée dans la partie 4.4.1.

Les bulles sont initialement réparties aléatoirement dans un domaine tripériodique parallélépipédique (voir figure 4.2). Elles sont de formes sphériques et possèdent toutes le même diamètre. On étudie ensuite deux configurations différentes :

— Simulations à bulles fixes : les bulles sont maintenues à leurs positions initiales. C'est la phase liquide qui crée la vitesse relative. Ces simulations négligent donc le mouvement turbulent des bulles, c'est-à-dire leurs mouvements les unes par rapport aux autres. De plus, elles supposent une distribution relativement homogène des bulles dans l'essaim.

— Simulations à bulles libres : les bulles sont libres de se mouvoir sous l'action de la flottabilité et des autres forces interfaciales. Aucune hypothèse n'est faite sur la distribution ou le mouvement des bulles. La séparation WIT/WIF est alors impossible.

Dans un essaim de bulles, plusieurs paramètres indépendants existent :

— Le nombre de Reynolds de bulle : $Re_b = \frac{\rho_l d_b u_r}{\mu_l}$

1. voir gaz R12 sur le site du NIST (https ://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/)

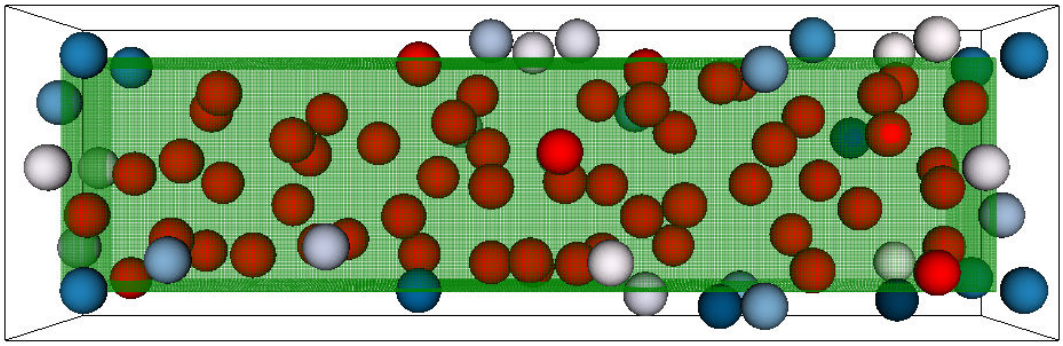


FIGURE 4.2 – Répartition initiale des bulles dans l'essaim. Représentation du maillage eulerien (en vert), lagrangien (en rouge) et de clones des bulles pour la gestion de la périodicité (en bleu/gris).

— Le nombre de Morton : $Mo = \frac{g\mu_l^4 \Delta\rho}{\rho_l^2 \sigma^3}$
— Le nombre d'Eötvös : $Eo = \frac{g d_b^2 \Delta\rho}{\sigma}$
— Le taux de vide : α_v

En principe, l'ensemble de ces quatre nombres pourrait avoir un impact sur la turbulence induite par les bulles. Cependant, du fait de la limitation en temps et en capacité de calcul, balayer l'espace 4D des nombres précédents est exclu. S'agissant de turbulence, le nombre de Reynolds de bulle et le taux de vide sont les paramètres les plus importants à étudier *a priori*. Cependant, l'influence du taux de vide a déjà beaucoup été étudiée par Riboux *et al.* [2013] et les auteurs ont accepté de partager leurs résultats expérimentaux (voir section 4.7). Ces raisons nous ont poussés à réaliser en premier lieu une analyse paramétrique en fonction du nombre de Reynolds de bulles. Pour observer des tendances exploitables dans les résultats, 5 calculs sont proposés entre $Re_b = 100$ et $Re_b = 800$. En deçà de $Re_b = 100$, l'écoulement est entièrement laminaire. Au delà de $Re_b = 800$, Amoura *et al.* [2017] ont montré que l'ensemble des statistiques converge vers une limite asymptotique ; de plus, les ressources informatiques nécessaires pour réaliser de tels calculs sont trop importantes. Pour faire varier, le nombre de Reynolds de bulle, on choisit de modifier la viscosité de la phase liquide de $1.5.10^{-3} Pa.s$ jusqu'à $1.8.10^{-4} Pa.s$ (voir tableau 4.2 pour plus de précisions). Par choix, la viscosité vapeur reste constante ($\mu_v = 1.35.10^{-5} Pa/s$). Le nombre de Morton et d'Eötvös sont déterminés par les conditions en fréon à 15 bar et à température de saturation. Le taux de vide est fixé à 6%.

4.3.4 Convergence en maillage

La résolution du maillage doit idéalement permettre de résoudre les plus petites échelles de la turbulence engendrée par les bulles. Pour des écoulements en canaux, on utilise le critère y^+. Pour les essaims, on peut estimer l'échelle de Kolmogorov en utilisant la relation : $\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ où ϵ est estimé par le travail de la force de flottabilité : $\epsilon = \alpha_v g \langle u_r \rangle$ [Risso, 2018]. Selon ce critère, plus le nombre de Reynolds de bulle est grand, plus la résolution doit être importante (voir tableau 4.2) car le sillage

Re_b	118	229	438	630	786
$\mu_l[Pa.s]$	$1.578.10^{-3}$	$7.058.10^{-4}$	$3.5289.10^{-4}$	$2.379.10^{-4}$	$1.886.10^{-4}$
$\eta[m]$	$7.25.10^{-5}$	$3.96.10^{-5}$	$2.35.10^{-5}$	$1.75.10^{-5}$	$1.47.10^{-5}$
mailles/diamètre	13.75	25.2	42.35	56.95	67.8

TABLEAU 4.2 – Paramètres des simulations en essaims de bulles. Estimation de l'échelle de Kolmogorov et de la résolution associée par diamètre de bulle. Pour chaque colonne, un calcul à bulles fixes et un calcul à bulles libres ont été réalisés. La résolution utilisée dans tous les calculs est 25.6 mailles par diamètre.

des bulles devient de plus en plus turbulent. Les résolutions nécessaires sont cependant trop coûteuse en terme de ressources numériques. Ainsi, la résolution utilisée dans l'ensemble des calculs est 25.6 mailles par diamètre et des erreurs sont donc attendues pour les cas $Re_b = 630$ et $Re_b = 786$ qui demandent *a priori* des ressources plus importantes.

Dans le but de réaliser une étude paramétrique de l'évolution d'un essaim de bulles en fonction du nombre de Reynolds, certaines erreurs peuvent être tolérées. Ce qui nous intéresse avant tout est de capturer les tendances de l'écoulement. Pour vérifier que les erreurs introduites par la sous-résolution des calculs sont acceptables, nous réalisons une convergence en maillage sur le cas $Re_b = 438$ en réalisant des calculs avec des résolutions allant de 12 à 52 mailles par diamètre de bulle. Que ce soit sur les quantités statistiques de premier ordre comme la vitesse relative, ou sur celles du second ordre comme les tensions de Reynolds, on observe une convergence des résultats (voir figure 4.3). Pour le cas avec 25.6 mailles par diamètre, la vitesse relative diffère de moins de 3% par rapport au cas à 52 mailles par diamètre, alors que les tensions de Reynolds varient au maximum de 10%. Ces écarts sont acceptables au premier ordre. Ils nous donnent confiance dans les analyses physiques entreprises dans les sections suivantes car ils nous permettent d'avancer que les résolutions choisies pour nos calculs sont suffisantes pour capturer les phénomènes principaux.

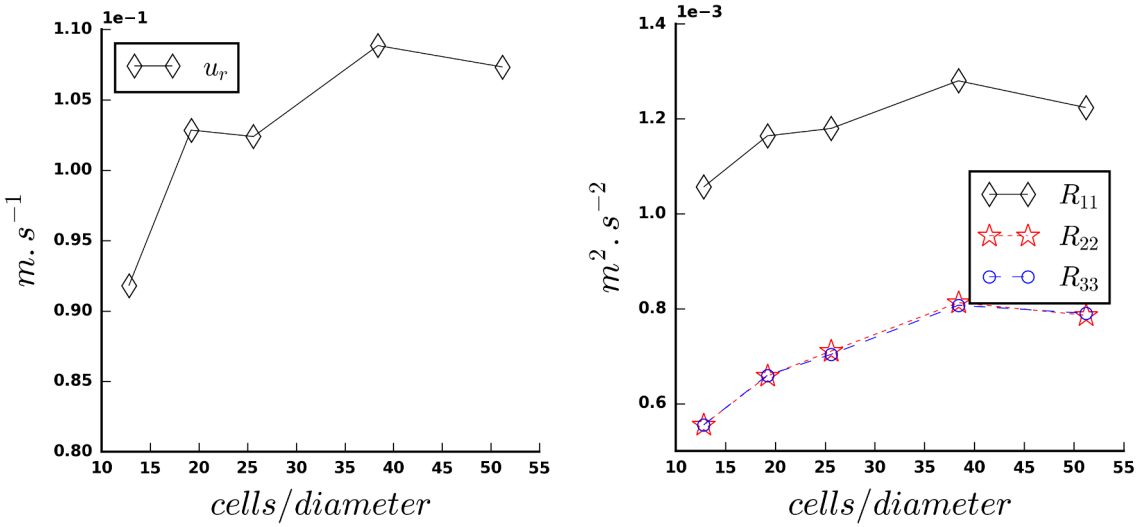


FIGURE 4.3 – Sensibilité au maillage de la vitesse relative et des tensions de Reynolds en fonction du nombre de mailles par bulle pour le cas $Re_b = 438$. Le temps de relevé statistique est de une seconde après l'établissement de l'état permanent.

4.4 Analyse physique des essaims de bulles

Cette section a pour but de décrire les principaux mécanismes physiques présents dans un essaim de bulles ascendantes et d'étudier les différences entre les essaims de bulles libres et de bulles fixes. Dans la partie 4.4.1, quelques principes généraux sont formulés avant d'étudier des effets plus spécifiques dans la partie 4.4.2.

4.4.1 Remarques générales

Les champs instantanés des figures 4.4 et 4.5 donnent beaucoup d'informations sur la dynamique des essaims de bulles. Évidemment, la première chose notable est une augmentation du nombre de structures turbulentes quand le nombre de Reynolds de bulles augmente. Plus le nombre de Reynolds est grand, plus les structures sont nombreuses, et plus on observe des tourbillons de petites tailles. Cette observation est valable aussi bien pour les bulles fixes que pour les bulles libres.

Dans le cas des bulles libres (figure 4.5), on observe une tendance assez forte des bulles à se regrouper en grappe. Visuellement, cette tendance semble très forte pour les faibles nombres de Reynolds de bulle et elle s'atténue légèrement en augmentant le nombre de Reynolds. On peut interpréter cette atténuation du phénomène par une augmentation de l'importance de la dispersion turbulente qui vient brasser l'ensemble de l'essaim de manière plus forte lorsque le nombre de Reynolds augmente. Aux faibles nombres de Reynolds, les bulles forment des grappes en alignement horizontal. C'est un phénomène bien connu relatif aux effets de pression générés par l'écoulement potentiel autour de bulles sphériques. Dans un écoulement réel, on observe très rarement de tels alignements car les bulles ne restent pas suffisamment sphériques. En observant la dynamique des bulles, on voit très bien que les bulles se comportent à la manière de véhicule dans une circulation en accordéon. On observe beaucoup de chocs entre les bulles (rebonds) qui entraînent un ralentissement très important des bulles situées dans

les grappes. Outre les chocs, des effets purement hydrodynamiques viennent ralentir les bulles. On sait que le taux de vide influence nettement la vitesse moyenne des bulles. Ici, le taux de vide moyen "vu par les bulles" (dans les alignements) est très élevé ($> 10\%$) et l'on observe donc une chute de la vitesse relative par rapport aux bulles fixes qui "voient" un taux de vide moyen de 6% (voir figure 4.6). On pourrait s'attendre à ce que les effets provoqués par cette répartition non homogène soient plus faibles pour des taux de vide moins importants, de la même manière que la circulation en accordéon disparaît lorsque le taux de véhicule diminue. Ce phénomène peut engendrer de grosses différences au niveau des résultats statistiques, et pas seulement sur les vitesses relatives. Par exemple, les sillages des bulles se situant dans une grappe n'ont pas la place de se développer et l'on peut s'attendre à une diminution importante des fluctuations WIF (voir figure 4.6). En diminuant la vitesse relative des bulles, c'est également la production de turbulence qui est diminuée (WIT). Un autre phénomène

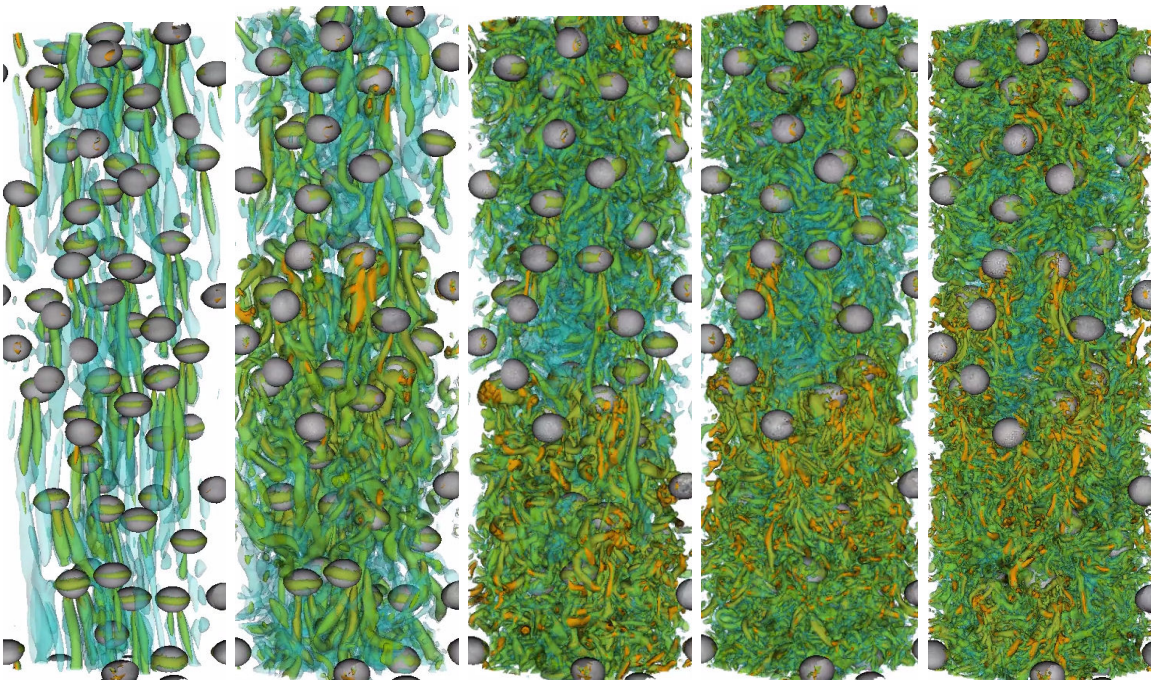


FIGURE 4.4 – Représentations instantanées de l'essaim de bulles fixes pour $Re_b \approx 100$, 200, 400, 600 et 800 de gauche à droite. Les structures tourbillonnaires sont des iso-valeurs du critère λ_2 de différentes intensités (faibles en bleu, moyennes en verte, fortes en orange)[Jeong & Hussain, 1995] (voir http://triocfd.cea.fr/recherche/modelisation-physique/ pour les films).

est particulièrement visible en comparant les figures 4.4 et 4.5 pour le nombre de Reynolds le plus bas. Dans le cas des bulles fixes, les structures tourbillonnaires qui suivent les bulles sont très bien alignées et très longues. En observant leurs évolutions au cours du temps, on s'aperçoit même qu'elles sont quasiment stationnaires (c'est-à-dire entièrement faites de fluctuations WIF). La longueur des sillages peut alors atteindre 3 ou 4 fois le diamètre des bulles. Dans le cas des bulles libres, ce comportement disparaît au profit d'un écoulement beaucoup plus chaotique. Les structures ne sont plus stationnaires et sont beaucoup plus courtes que dans le cas des bulles fixes (WIF beaucoup moins important et émergence de WIT). Cet effet collectif de déstabilisation

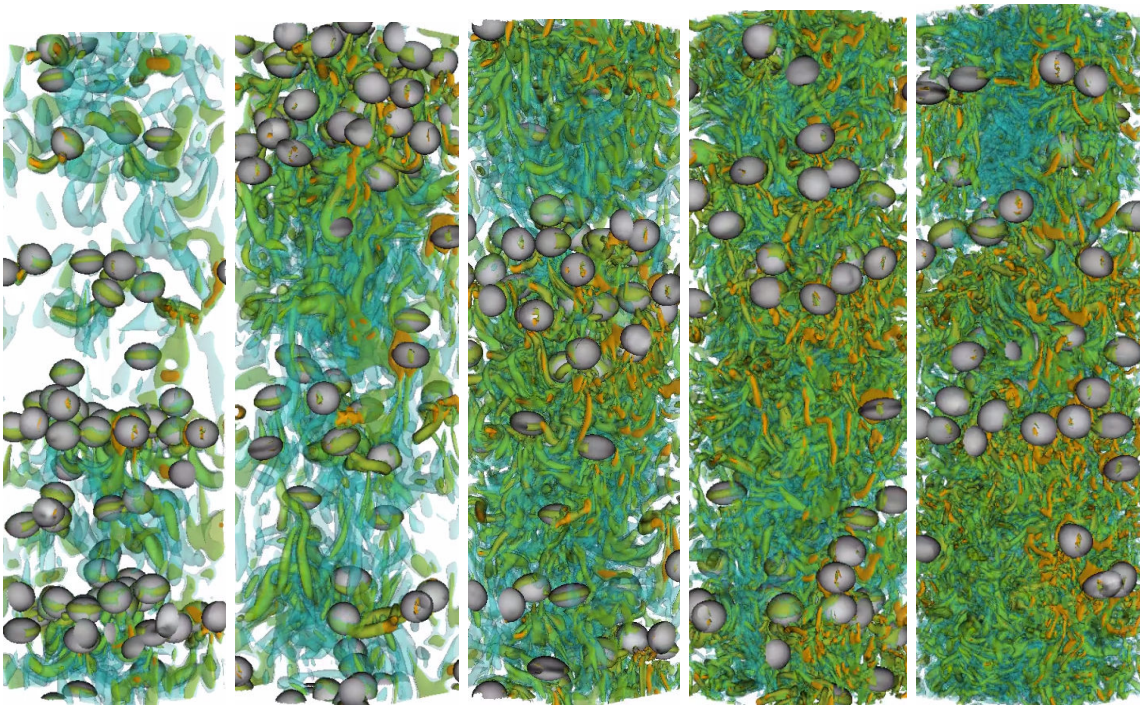


FIGURE 4.5 – Représentations instantanées de l'essaim de bulles libres pour $Re_b \approx 100$, 200, 400, 600 et 800 de gauche à droite. Les structures tourbillonnaires sont des iso-valeurs du critère λ_2 de différentes intensités (faibles en bleu, moyennes en verte, fortes en orange)[Jeong & Hussain, 1995] (voir http://triocfd.cea.fr/recherche/modelisation-physique/ pour les films).

est probablement dû aux mouvements turbulents des bulles. En s'agitant, en traversant les sillages de leurs voisines, en ayant des vitesses relatives les unes par rapport aux autres, elles déstabilisent l'écoulement pour des nombres de Reynolds plus faibles que dans le cas de bulles fixes. A faible nombre de Reynolds, on observe donc une répartition WIT/WIF très différente en fonction du cas étudié (libre ou fixe). De plus, il est probable que cet effet demeure pour des nombres de Reynolds plus élevés mais qu'il soit plus difficile à observer à partir de champs instantanés. L'impact des mouvements turbulents des bulles semble donc être également un sujet d'importance.

La plupart des observations faites ci-dessus sont confirmées par la figure 4.6 où la vitesse relative et les tensions de Reynolds sont comparées entre les essaims fixes et libres. Concernant la vitesse relative, on observe qu'elle est quasi-constante dans le cas des bulles libres avec une légère tendance à augmenter. Cette augmentation peut être reliée à l'amoindrissement de l'écoulement en accordéon observé sur les champs instantanés. Pour $Re_b \to \infty$, on peut supposer que les deux courbes se rejoignent si la répartition des bulles libres devient homogène. Pour les bulles fixes, la vitesse relative est plus élevée traduisant l'impact de leur distribution ; elles se gênent beaucoup plus les unes les autres dans les cas libres. Contrairement aux bulles libres, la vitesse relative des bulles fixes diminue avec le nombre de Reynolds. On peut supposer que ce résultat est la trace d'un transfert de l'énergie cinétique moyenne des bulles vers l'énergie cinétique turbulente du liquide (voir chapitre 2). On observe d'ailleurs que les tensions de Reynolds adimensionnées augmentent lorsque la vitesse relative baisse. Ainsi les écarts entres les vitesses relatives des bulles fixes et des bulles libres semblent

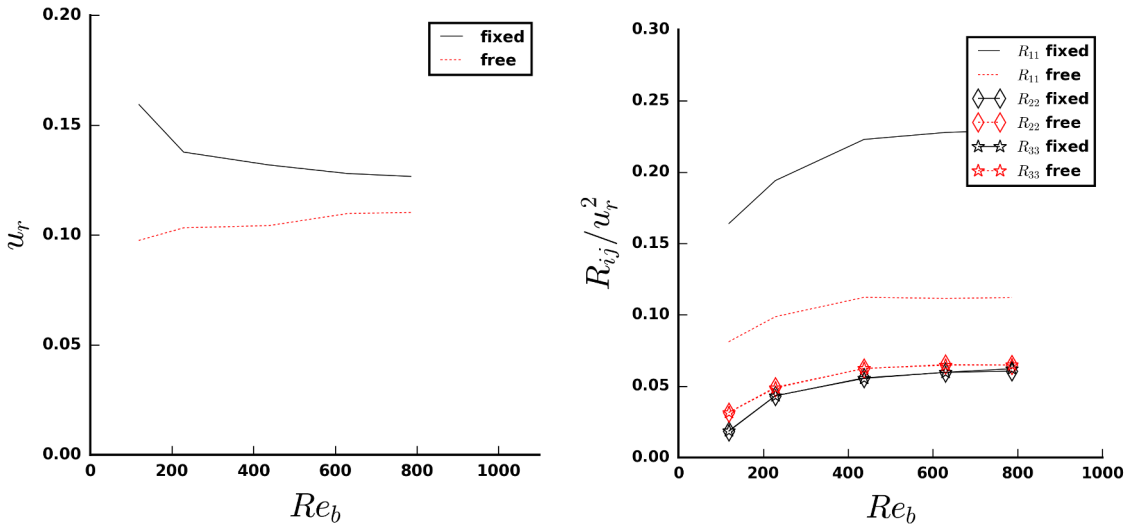


FIGURE 4.6 – Vitesse relative et tensions de Reynolds normalisées en fonction du nombre de Reynolds de bulle pour les essaims de bulles fixes et de bulles libres.

principalement dus aux différences de répartition spatiale des bulles. Concernant les tensions de Reynolds, on notera les comportements très similaires entre bulles fixes et bulles libres sur les composantes transverses (R_{22} et R_{33}). Sur ces composantes, le WIF est très faible. Ce résultat laisse penser que le WIT ne varie pas beaucoup entre les deux configurations dans les directions transverses. Par extension, on peut alors supposer que les caractéristiques du WIT dans la direction axiale sont également conservées. Bien que rien ne permette de le prouver formellement, cette conclusion parait vraisemblable. C'est un résultat primordial car l'intérêt majeur de ces simulations réside dans leur capacité à aider à la modélisation de l'équation de transport du WIT. En revanche, sur la composante axiale, les tensions de Reynolds sont deux fois plus importantes dans le cas de bulles fixes. Le WIF dans le cas des bulles fixes est beaucoup plus important grâce à une répartition plus homogène des bulles dans le canal et à l'absence des mouvements turbulents des bulles qui favorisent l'établissement de sillages importants. Malgré ces différences, le WIF évolue de manière similaire pour les bulles fixes et pour les bulles libres en fonction du nombre de Reynolds.

4.4.2 Différences bulles fixes/libres

A l'équilibre, la force de traînée et de flottabilité se compensent et la force de maintien des bulles oscille autour de zero. D'un point de vue énergétique, le travail de la force de maintien est donc négligeable devant l'ensemble des forces qui agissent sur les bulles. Deux effets peuvent donc être invoqués pour expliquer les différences observées entre calculs à bulles fixes et à bulles libres :

— Impact de la répartition des bulles dans l'essaim.
— Impact du mouvement relatif des bulles.

Afin de mieux comprendre les effets respectifs de ces deux phénomènes, un calcul à bulles fixes a été réalisé avec une distribution inhomogène de bulles provenant de la résolution d'un essaim libre. La fonction indicatrice de phase du cas libre à $Re_b = 400$ a

	fixe homogène	fixe inhomogène	libre	erreur relative homogène	erreur relative inhomogène
u_r	0.132	0.118	0.105	26%	12%
R_{11}	0.0036	0.0031	0.00125	188%	148%
R_{22}	0.0009	0.000756	0.00075	20%	1%
R_{33}	0.00085	0.00075	0.000749	13%	0%
Π_{11}	0.135	0.105	0.075	80%	40%

TABLEAU 4.3 – Quantités moyennes de l'écoulement dans le cas des bulles fixes (homogène/inhomogène) et des bulles libres à $Re_b = 400$, ainsi que les erreurs relatives aux cas des bulles libres.

été extraite à un instant de l'état d'équilibre stationnaire puis a été utilisée en condition initiale d'un calcul à bulles fixes. Le tableau 4.3 regroupe les résultats principaux de cette étude. Dans l'ensemble, on observe une meilleur prédiction de toutes les variables dans le cas de bulles réparties de manière inhomogène. En particulier, l'erreur sur la vitesse relative passe de 26% à 12%. La diminution de la vitesse s'explique par l'influence du taux de vide local comme expliqué dans la section précédente. L'erreur sur les tensions de Reynolds transverses passe de $13 - 20\%$ à 1%. Ce résultat est extrêmement encourageant dans la perspective d'étudier le WIT. En effet, dans les directions transverses, les fluctuations sont majoritairement de type WIT, et ce résultat montre que le fait de fixer les bulles n'altère pas ou très peu l'évaluation du WIT dans ces directions. On peut faire l'hypothèse qu'il en est de même pour le WIT dans la direction axiale. Cependant, force est de constater qu'il aurait été plus adéquat de réaliser toutes les simulations avec des distributions inhomogènes de taux de vide.

En revanche, l'erreur commise sur les tensions de Reynolds dans la direction axiale est considérable dans les deux situations (entre 150 et 190% d'erreur). Dans cette direction, à vitesse relative donnée, les fluctuations sont majoritairement liées à la taille des sillages moyens. Ainsi le fait de fixer les bulles augmente la taille des sillages ainsi que la vitesse relative et ce indépendamment de la répartition des bulles. Cet effet peut être expliqué par une approche énergétique. Quand elles sont libres, une partie de l'énergie est portée par les mouvements relatifs de la phase gazeuse (ou de la bulle). En fixant les bulles, cette énergie est de fait transmise au liquide via le terme de production interfaciale Π. On voit d'ailleurs que l'erreur commise sur ce terme est importante également. Cette production d'énergie excédentaire se manifeste ensuite dans le liquide par une augmentation de la taille des sillages et donc du WIF. Ainsi, étudier directement le WIF via un calcul en essaim de bulles fixes est compromis étant donné que la taille des sillages est fortement influencée par le maintien des bulles. Un modèle de WIF basé sur de tels résultats ne saurait donc être crédible. En revanche, le WIT ne semble pas impacté outre mesure par le maintien des bulles. Les données peuvent donc être exploitées dans le but d'une modélisation de l'équation de transport du WIT. Le WIF pourra ensuite être déduit des simulations à bulles libres en soustrayant la contribution du WIT modélisé des fluctuations totales.

4.5 Analyse spectrale

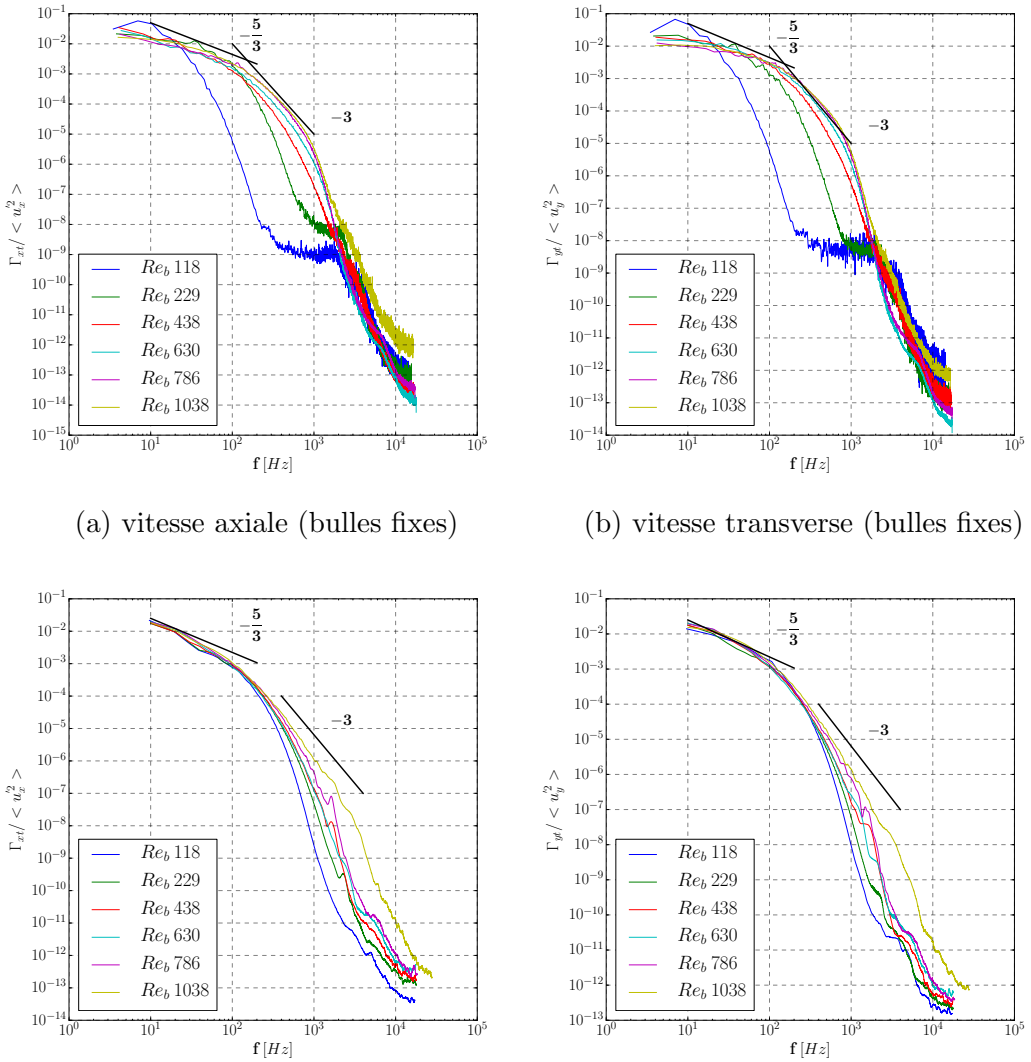
Dans cette section, des méthodes statistiques sont utilisées pour retrouver les caractéristiques principales de la turbulence de bulles. La première partie est consacrée aux spectres d'énergie. La seconde section présente des fonctions de densité de probabilité des fluctuations de vitesse ; enfin on étudiera les échelles de longueur intégrales.

4.5.1 Spectre d'énergie

La méthode de calcul des spectre d'énergie utilisée pour les essaims de bulles est présentée en annexe de la thèse (B). La précision de la méthode y est discutée. Des analyses de sensibilité aux paramètres d'entrée sont proposées afin d'utiliser la méthode de traitement dans des conditions optimales.

Les spectres d'énergie de la vitesse longitudinale (normalisés par R_{11}) et les spectres d'énergie de la vitesse transverse (normalisés par R_{22}) sont tracés sur la figure 4.7 pour les bulles fixes et libres. On observe un comportement assez net en fonction du nombre de Reynolds. Plus le nombre de Reynolds est grand, plus l'énergie à haute fréquence est élevée, traduisant les effets de la cascade d'énergie. Hormis le spectre obtenu sur le cas des bulles fixes à $Re = 118$ (où l'écoulement est quasi-laminaire et où il n'y a par conséquent quasiment pas d'énergie aux petites échelles), les autres spectres se superposent sur la plage de fréquence inférieure à 100 Hz. Sur cette gamme de fréquence, les spectres présentent une pente en $-5/3$. Par ailleurs, quand on augmente le nombre de Reynolds, les spectres semblent se rapprocher asymptotiquement d'une pente en -3 sur la plage de fréquence $f \in [100\text{Hz}; 1000\text{Hz}]$. Ce comportement des spectres est en accord avec les observations de Prakash *et al.* [2016] qui observent une pente en $-5/3$ aux grandes échelles suivie d'une pente en -3 aux petites échelles (voir section 3.3.2).

On n'observe pas de différence notable entre les spectres de vitesses axiales et transverses. Pour les calculs à bulles fixes, les spectres sont bruités à hautes fréquences. Ce résultat peut être la conséquence de la force de maintien des bulles qui oscille faiblement à des fréquences relativement élevées. La fréquence caractéristique des bulles peut être calculée comme $f_s = u_r/d_b \approx 120Hz$. Sur les spectres, cette fréquence correspond à la transition entre la pente $-5/3$ et -3. Cette transition entre une pente en $-5/3$ et une pente en -3 à la fréquence caractéristique des bulles correspond au comportement observé dans des écoulements à bulles avec SPT (voir Prakash *et al.* [2016] et Alméras *et al.* [2017]). Dans la section 3.3.2, nous avions observé que la présence d'une pente en $-5/3$ aux basses fréquences pouvait résulter de la présence de SPT et que seule la présence d'une pente en $-5/3$ aux hautes fréquences pouvait être la conséquence de la présence de bulles. Nos résultats (ou nos interprétations) semblent ici montrer le contraire. Nous n'avons pas d'explication satisfaisante à ce résultat. Comme il a été dit dans la section 3.3.2, il est difficile de dégager un consensus sur les propriétés des spectres d'énergie dans les écoulements à bulles. On peut invoquer beaucoup de sources d'incertitude pour justifier cette incompréhension : les méthodes d'acquisition, les différences entres spectres spatiaux et temporels, la présence de paroi en expérimental, l'interprétation des spectres. Malgré tout, les présents résultats permettent de vérifier deux choses absolument nécessaires. La première, c'est que le WIT n'a pas les mêmes



(a) vitesse axiale (bulles fixes)

(b) vitesse transverse (bulles fixes)

(c) vitesse axiale (bulles libres)

(d) vitesse transverse (bulles libres)

FIGURE 4.7 – Spectre d'énergie des fluctuations turbulentes

propriétés que le SPT, qu'il contient une pente en -3, et que par conséquent il ne peut pas être modélisé de la même manière que le SPT. Cette conclusion est cependant à modérer car l'interprétation des pentes des spectres est difficile. La seconde, c'est que les comportements des spectres normalisés libres et fixes sont tout à fait similaires et qu'il semble que les caractéristiques fondamentales du WIT ne soient pas altérées par le fait de fixer les bulles. Par conséquent, les résultats DNS à bulles fixes peuvent être utilisés pour la modélisation du WIT.

4.5.2 Fonction de densité de probabilité

Les fonctions de densité de probabilité (pdfs) des fluctuations de vitesse sont obtenues en relevant sur chaque cellule du domaine la vitesse instantanée sur plusieurs pas de temps à l'équilibre statistique. Ce traitement est réalisé dans le logiciel VisIt [2]

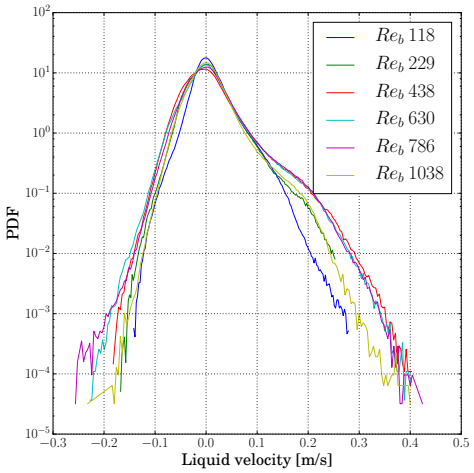
2. Open-source, disponible sur https://wci.llnl.gov/simulation/computer-codes/visit

à partir de champs de vitesse instantanée. Dans le cas des bulles fixes, on peut séparer les contributions WIF et WIT et tracer les pdfs correspondant à chaque partie indépendamment. Dans le cas des bulles libres, seul les pdfs totales peuvent être tracées. L'ensemble de ces résultats est réuni sur la figure 4.8. Que ce soit dans le cas libre ou fixe, on observe sur les pdfs totales que la distribution des fluctuations n'est pas symétrique. Comme il a été expliqué dans la partie 3.3.2, le décalage vers les valeurs positives est le fait du sillage moyen correspondant à l'entraînement du liquide derrière les bulles (WIF). On remarque un décalage plus prononcé pour les bulles fixes. Ce résultat est cohérent avec le fait que les bulles fixes engendrent beaucoup plus de WIF que les bulles libres (voir section 4.4). Contrairement à la turbulence homogène isotrope qui suit une distribution gaussienne, on retrouve ici que les pdfs décroissent exponentiellement comme décrit dans la partie 3.3.2. Ces résultats sont donc en accord avec les travaux expérimentaux de Riboux *et al.* [2013]. Une fois normalisées, on observe bien que les pdfs sont relativement indépendantes du nombre de Reynolds (compris entre 100 et 1000). Les caractéristiques des pdfs décrites dans la partie 3.3.2 sont retrouvées. Ces résultats sont à la fois un gage de la qualité des simulations et une nouvelle garantie que la structure même de la turbulence n'a pas été altérée par le fait de fixer les bulles.

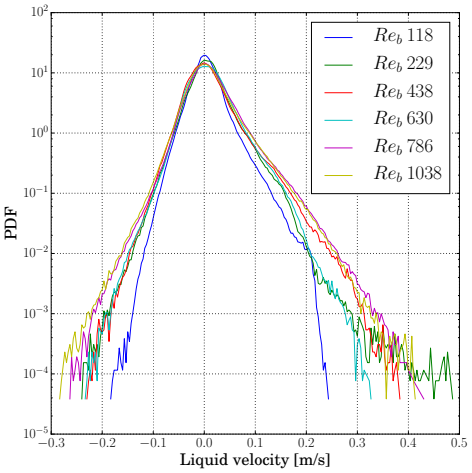
Tracer les pdfs des contributions WIT et WIF permet, en plus de vérifier les propriétés de la turbulence, d'estimer l'erreur commise lors de la décomposition WIF/WIT. En effet, la décomposition n'est rigoureusement exacte que dans le cas d'interfaces parfaitement fixes dont les sillages sont toujours orientés dans la même direction. Évidemment, ce n'est pas rigoureusement le cas dans nos simulations où les interfaces ont de légers mouvements et surtout où les sillages sont oscillants. Dans ces conditions, une partie du WIF se retrouve dans le terme de WIT. Par exemple, sur la figure 4.8d qui représente les pdfs du WIT, on observe qu'à $Re = 100$, la pdf est asymétrique. Ce cas est un écoulement quasi-laminaire où les fluctuations sont majoritairement du WIF ; ce que l'on voit sur la figure 4.8d est le WIF résiduel qui n'a pas été capté par la moyenne en temps à cause de l'oscillation des sillages (la contribution semble grande car les pdfs sont normalisées, en réalité cette pdf à $Re = 100$ ne contient que 6.8% de l'énergie totale ; voir tableau 4.4). Ainsi la symétrie des pdfs WIT donne une estimation de l'erreur commise lors de la décomposition. Pour tous les autres nombres de Reynolds, les pdfs WIT sont assez symétriques et la quasi-totalité du décalage vers les valeurs positives est absorbée par les pdfs WIF de la figure 4.8c.

	L100	L200	L400	L600	L800	F100	F200	F400	F600	F800
$R_{11}^{tot}(10^{-3})$	0.77	1.05	1.22	1.34	1.36	4.16	3.68	3.87	3.73	3.67
$R_{11}^{WIF}[\%]$						93.2	88.7	77.7	76.2	73
$R_{11}^{WIT}[\%]$						6.8	11.3	22.3	23.8	23

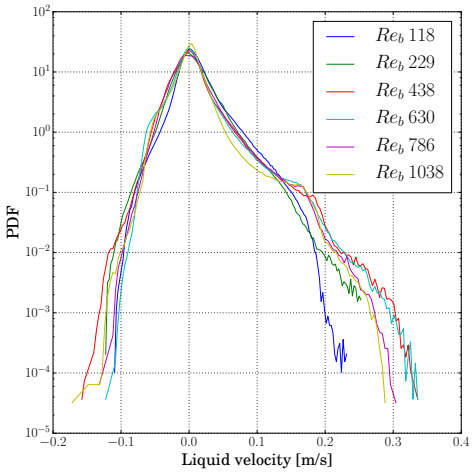
TABLEAU 4.4 – Tableau des constantes de normalisation des pdfs de fluctuations verticales de vitesse pour les différents cas. Les constantes pour R_{11}^{WIF} et R_{11}^{WIT} sont exprimées en pourcentage de l'énergie totale R_{11}^{tot}.



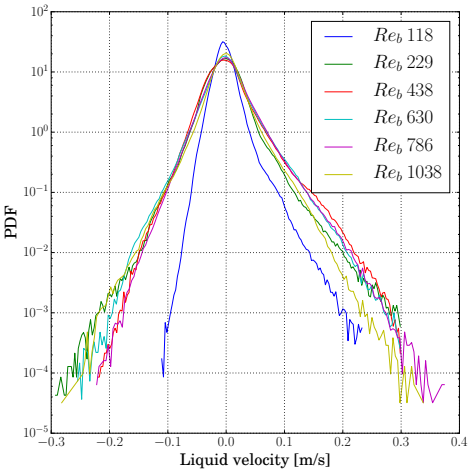
(a) totales (bulles fixes)



(b) totales (bulles libres)



(c) WIF (bulles fixes)



(d) WIT (bulles fixes)

FIGURE 4.8 – pdfs normalisés des fluctuations verticales de vitesse. Voir tableau 4.4 pour les constantes de normalisation utilisées.

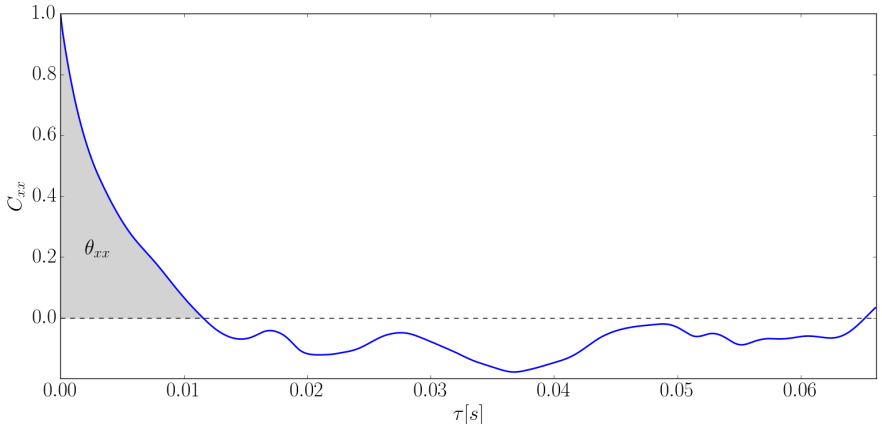


FIGURE 4.9 – Exemple d'une fonction d'autocorrelation d'un signal de vitesse

4.5.3 Echelle de longueur intégrale

Parmis les propriétés importantes décrites dans la partie 3.3.2, on trouve la loi d'échelle reliant dissipation et échelle de longueur intégrale (équation (3.7)). Il existe une vérification expérimentale de cette loi réalisée par Amoura *et al.* [2017]. Cette validation expérimentale n'est cependant pas suffisante car elle est unique à ce jour et qu'elle a été faite sur des sphères fixes solides et non sur des bulles. C'est pourquoi il est important de pouvoir mesurer l'échelle de longueur intégrale.

Méthode

Les fluctuations de vitesse peuvent être modélisées comme un processus aléatoire dans lequel l'échelle de temps intégrale des signaux θ peut être interprétée comme "le temps nécessaire à l'écoulement pour s'oublier lui-même". A partir d'une hypothèse de Taylor (ergodicité), on peut transformer l'échelle de temps intégrale en échelle de longueur intégrale Λ qui donne la taille typique des structures cohérentes formées par la turbulence (taille des tourbillons).

En suivant les exemples de Lance & Bataille [1991] et Amoura *et al.* [2017], la fonction d'auto corrélation entre deux signaux de vitesse u_i and u_j est définie comme la moyenne temporelle de leur produit, mesurée au même point à deux temps différents : $\overline{u_i(t)\,.\,u_j(t+\tau)}$. Le coefficient de corrélation est donné par la normalisation de ce signal par son écart type :

$$C_{ij}(t,\tau) = \frac{\overline{u_i(t)u_j\,(t+\tau)}}{\sqrt{\left(\overline{u_i^2 u_j^2}\right)}} \tag{4.32}$$

A l'équilibre statistique, C_{ij} dépend uniquement du temps de latence τ entre les signaux : $C_{ij}(t,\tau) = C_{ij}(\tau)$. Mathématiquement, $C_{ij}(\tau = 0) = 1$, et pour un processus aléatoire, les conditions suivantes sont satisfaites : $C_{ij}(\tau) \underset{\tau\to\infty}{\to} 0$. L'échelle de temps intégrale est définie comme l'intégrale du coefficient de corrélation :

$$\theta_{ij} = \int_0^\infty C_{ij}(\tau)\,\mathrm{d}\tau. \tag{4.33}$$

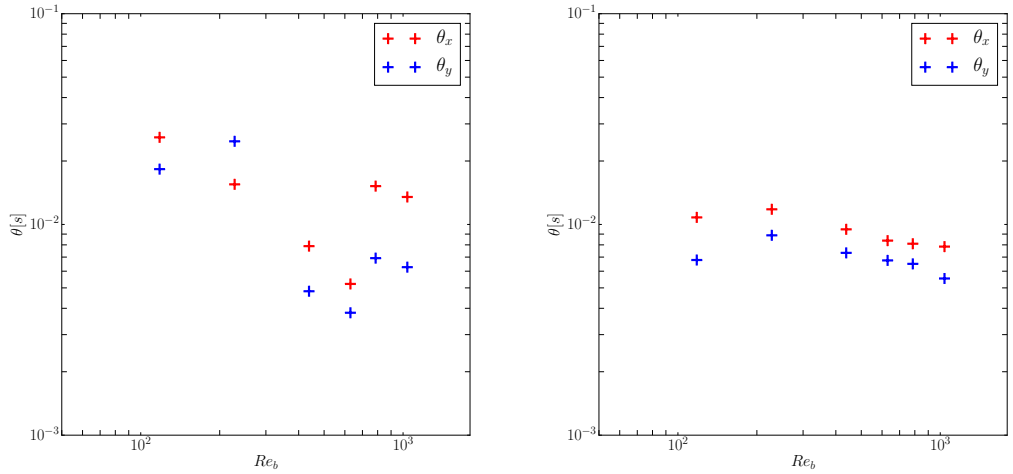
Malheureusement, le coefficient de corrélation converge difficilement. Dans nos DNS, on observe qu'il ne tend pas toujours vers 0 à l'infini (voir figure 4.9). Dans ce cas, l'équation (4.33) diverge et n'est donc pas un moyen robuste de déterminer l'échelle de temps intégrale. En se basant sur les travaux de O'Neill *et al.* [2004], nous utiliserons la méthode qui consiste à intégrer le coefficient de corrélation jusqu'à ce qu'il croise l'axe des abscisses au point τ_1 ($C_{ij}(\tau_1) = 0$, voir figure 4.9) :

$$\theta_{ij} \approx \int_0^{\tau_1} C_{ij}(\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{4.34}$$

Cette méthode est contestable. C'est cependant un moyen d'estimer Λ à partir du coefficient de corrélation sur la base des données fournies ici [Amoura, 2008].

Resultats

Les échelles de temps intégrales trouvées à partir de la fonction d'autocorrélation sont tracées sur la figure 4.10. Quand le nombre de Reynolds augmente, une décroissance de cette échelle de temps est attendue car de petites structures turbulentes émergent dans l'écoulement. On trouve ce comportement dans le cas des simulations libres, mais la méthode d'évaluation ne semble pas être assez robuste pour obtenir un comportement monotone dans le cas des bulles fixes. Globalement, on retrouve bien que les structures sont plus grandes dans la direction axiale à cause de l'influence des sillages. En appliquant l'hypothèse de Taylor, les échelles de temps sont transformées en échelles de longueur via la vitesse relative des bulles. On obtient $\Lambda_x \in [0.6\,\mathrm{mm}; 3.2\,\mathrm{mm}]$ pour les bulles fixes et $\Lambda_x \in [0.8\,\mathrm{mm}; 0.9\,\mathrm{mm}]$ pour les bulles libres ($d_b = 1mm$). Dans la littérature (Amoura *et al.* [2017], Lance & Bataille [1991], Shawkat *et al.* [2007]), les échelles de longueur intégrales sont de l'ordre du diamètre de bulle. A noter que l'hypothèse de Taylor ne peut pas être utilisée dans les directions transverses sans vitesse caractéristique dans cette direction. Les échelles de longueur mesurées sont du même ordre de grandeur pour les bulles fixes et libres. Cependant, l'estimation de l'échelle de longueur intégrale dans le cas des bulles fixes ne semble pas assez précise pour vérifier la relation liant la dissipation et Λ. Heureusement, on peut contourner cet obstacle grâce aux ressources de la DNS (voir section 4.6.1).



(a) bulles fixes (b) bulles libres

FIGURE 4.10 – Echelle de temps intégrale en fonction du nombre de Reynolds.

4.6 Modélisation de la turbulence dans un essaim de bulles

Grâce à la décomposition de l'équation de transport des tensions de Reynolds présentée dans la section 4.2, nous pouvons dans le cas des essaims de bulles fixes, décomposer chaque terme de l'équation pour en extraire la partie liée au WIT et la partie liée au WIF. Ceci fait, cette section s'attache à construire un modèle de WIT basé sur son équation de transport. Concernant le WIF, il a été montré dans la partie 4.4 que le fait de fixer les bulles altérait considérablement son estimation. La construction du modèle de WIF ne se fera donc qu'à partir des résultats obtenus par les calculs de bulles libres. A partir de l'ensemble des simulations, l'ébauche d'un modèle complet de pseudoturbulence est donc proposée en fin de section.

4.6.1 Modélisation du WIT sur bulles fixes

Dans un essaim de bulles, l'équation de transport WIT se simplifie énormément. En effet, l'écoulement non perturbé a une vitesse $\widetilde{\mathbf{U}}_\mathbf{l} = \mathbf{Cte}$ et les trois directions sont homogènes donc $\partial\overline{\phi}^l/\partial x_i = \partial\overline{\phi}^T/\partial x_i = \partial\overline{\phi}^X/\partial x_i = 0\ \forall i$. L'équation (4.27) se réduit à un équilibre entre production, redistribution et dissipation :

$$\frac{DR_{ij}^{WIT}}{Dt} = \phi_{ij}^{WIT} - 2\epsilon_{ij}^{WIT} + \Pi_{ij}^{WIT} = 0 \tag{4.35}$$

Le but de cette partie est d'étudier chacun de ces termes afin de proposer l'ébauche d'un modèle pour les fluctuations WIT. Dans le cas de calculs à bulles fixes, la DNS permet de mesurer chacun de ces termes via leurs définitions (équation (4.26)).

Production

Le terme de production a déjà été largement discutée dans la partie 3.5.2. En règle générale, la production interfaciale totale (WIF + WIT) est considérée égale au travail

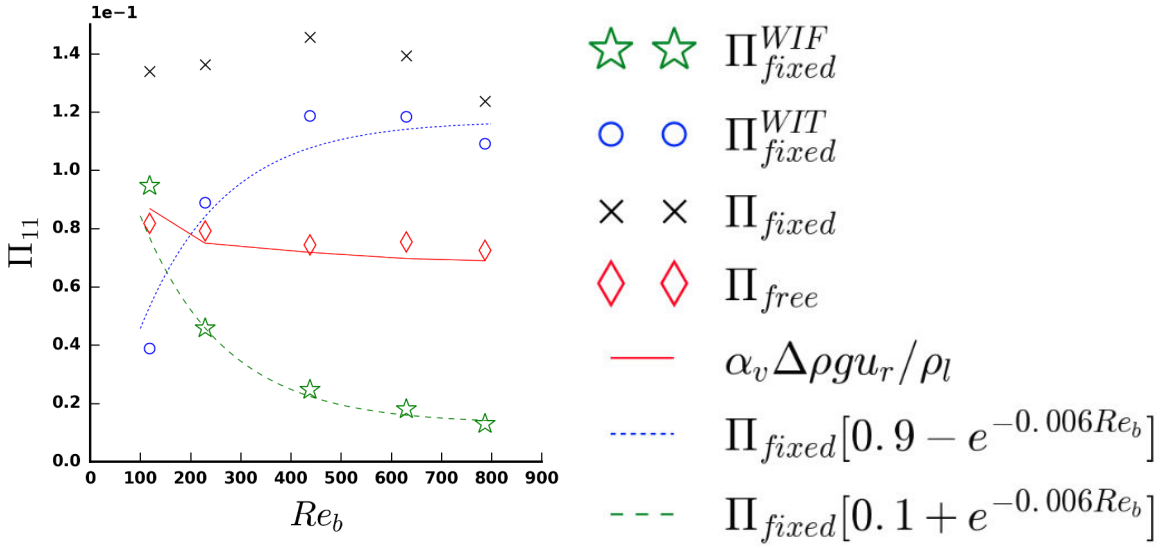


FIGURE 4.11 – Terme de production interfaciale en fonction du nombre de Reynolds pour les bulles fixes et libres. Pour les bulles fixes, décomposition de la production WIT et de la production WIF.

de la force de traînée. Ce résultat est assez robuste dans la littérature et constitue donc une bonne base pour la suite. La présente étude est la première à notre connaissance qui permet d'évaluer la production WIT et la production WIF séparément. Sur la figure 4.11 sont tracées les différentes productions de WIT, de WIF et totale pour les bulles fixes ainsi que la production totale pour les bulles libres. On observe une différence entre la production totale des bulles libres et celle des bulles fixes. Cette différence a été discutée dans la partie 4.4.2. Quoi qu'il en soit, la figure 4.11 montre que la production dans le cas des bulles libres correspond au travail de la force de traînée donné par $\alpha_v \frac{\Delta\rho}{\rho_l} g u_r$, tandis que le fait de fixer les bulles rend la corrélation obsolète. Encore une fois, on fait l'hypothèse que les travaux des autres forces interfaciales (portance, dispersion turbulente...) sont négligeables. Cette hypothèse est corroborée par les résultats de la DNS (Π_{22} et Π_{33} négligeables devant Π_{11}).

Ce qui nous intéresse dans le cas des bulles fixes, c'est la répartition de cette production totale entre WIF et WIT. Physiquement, à faible nombre de Reynolds, les sillages des bulles sont stables et ne provoquent pas l'émergence de WIT, il n'y a que de la production de WIF. Avec l'augmentation du nombre de Reynolds, les sillages se déstabilisent et on observe des interactions entre les sillages des différentes bulles menant à la création de WIT. Cet échange d'énergie entre le WIF et le WIT est caractérisé sur la figure 4.11 par la chute de la production de WIF avec le nombre de Reynolds et par l'augmentation de la production de WIT. Ces deux variations se compensent l'une l'autre de sorte à garder la production totale constante. Ce comportement est typique d'un échange d'énergie entre énergie cinétique moyenne (WIF) et énergie cinétique turbulente (WIT).

Le phénomène de déstabilisation des sillages implique des interactions fortement non linéaires qui sont difficiles à décrire formellement. Aussi on choisit ici de décrire ces interactions avec une méthode empirique et une loi de puissance en nombre de

Reynolds de bulles. En se basant sur ces résultats, on peut écrire :

$$\Pi_{fixed}^{WIT} = \Pi_{fixed}\left(0.9 - e^{-\frac{Re_b}{Re_b^c}}\right) \tag{4.36}$$

$$\Pi_{fixed}^{WIF} = \Pi_{fixed}\left(0.1 + e^{-\frac{Re_b}{Re_b^c}}\right) \tag{4.37}$$

avec $Re_b^c = 170$. Le nombre de Reynolds critique ainsi défini est un nombre de Reynolds caractéristique de l'émergence de l'instabilité collective des sillages provoquant l'apparition des fluctuations turbulentes WIT. La valeur de 170 est par ailleurs en accord avec l'émergence d'instabilités observées expérimentalement par Riboux *et al.* [2013] et Amoura *et al.* [2017]. Comme décrit par Amoura *et al.* [2017], on remarque une convergence asymptotique de la production avec le nombre de Reynolds. Pour $Re_b \to \infty$, le WIF n'a pas complètement disparu (les sillages ne disparaissent jamais entièrement, ni l'écoulement potentiel). On estime à partir de la DNS que la production de WIF tend vers $0.1\Pi_{fixed}$ tandis que la production de WIF tend vers $0.9\Pi_{fixed}$ pour $Re_b \to \infty$. Ce comportement asymptotique explique la forme de la fermeture empirique choisie.

En supposant que la répartition entre WIF et WIT ne dépende pas du niveau de production, on peut extrapoler ce comportement à n'importe quelle production qui vérifie : $\Pi = \alpha_v \Delta\rho g u_r/\rho_l$. Ainsi, le modèle de production du WIT retenu est :

$$\Pi_{ij}^{WIT} = \alpha_v \frac{\Delta\rho}{\rho_l} g u_r \left(0.9 - e^{-\frac{Re_b}{Re_b^c}}\right) \delta_{i1}\delta_{j1} \tag{4.38}$$

Dissipation

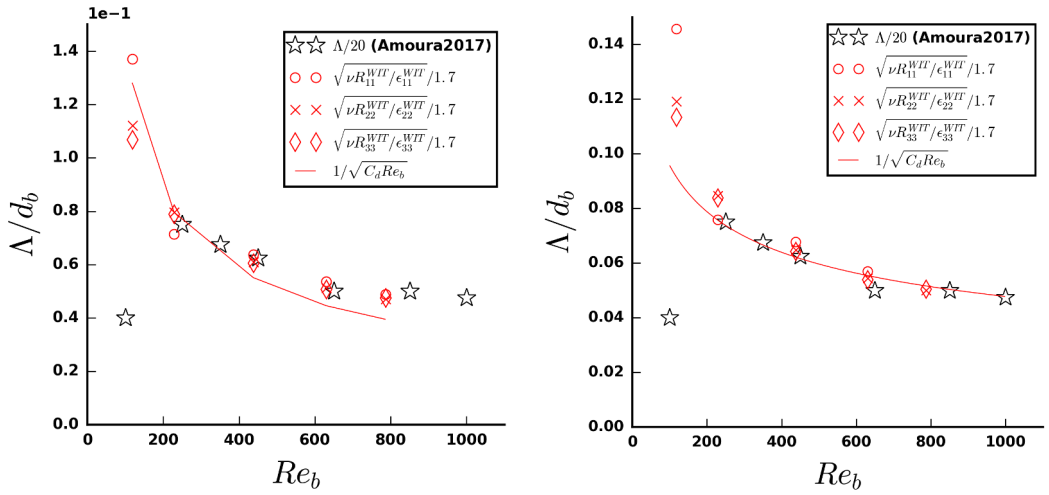
Dans la section 3.6.3, les travaux de Amoura *et al.* [2017] et Risso [2018] ont été présentés. Ils permettent de conclure que le taux de dissipation peut s'écrire sous la forme $\epsilon \propto \frac{\nu\langle uu\rangle}{\Lambda^2}$. De plus, dans la partie 3.3.2, nous avons détaillé le raisonnement proposé par Risso [2018] pour exprimer l'échelle de longueur intégrale en fonction du coefficient de traînée, du diamètre de bulle et du nombre de Reynolds : $\Lambda \propto \sqrt{\frac{\nu\langle u_r\rangle}{g}} \propto \frac{d_b}{\sqrt{C_d Re}}$. Enfin, dans la section 4.5, nous avons montré que la mesure directe de l'échelle de longueur intégrale à partir du signal d'auto-corrélation (méthode utilisée par Amoura *et al.* [2017]) mène à des erreurs importantes. Pour la modélisation de la dissipation, nous cherchons donc ici à vérifier l'expression suivante, sans passer par l'échelle de longueur intégrale :

$$\sqrt{\nu\frac{k^{WIT}}{\epsilon}} \propto \frac{d_b}{\sqrt{C_d Re_b}} \tag{4.39}$$

Nous souhaitons également vérifier si cette expression se généralise à chaque composante du tenseur de Reynolds séparément telle que :

$$\sqrt{\nu\frac{R_{ij}^{WIT}}{\epsilon_{ij}^{WIT}}} \propto \frac{d_b}{\sqrt{C_d Re_b}} \tag{4.40}$$

La DNS nous permet de mesurer directement R_{ij}^{WIT} et ϵ_{ij}^{WIT} grâce à la méthodologie développée dans la partie 4.2. La figure 4.12 compare les deux membres de l'expression (4.40), à partir des résultats DNS et des résultats expérimentaux de Amoura *et al.*



(a) C_d DNS (b) C_d [Schiller & Naumann, 1933]

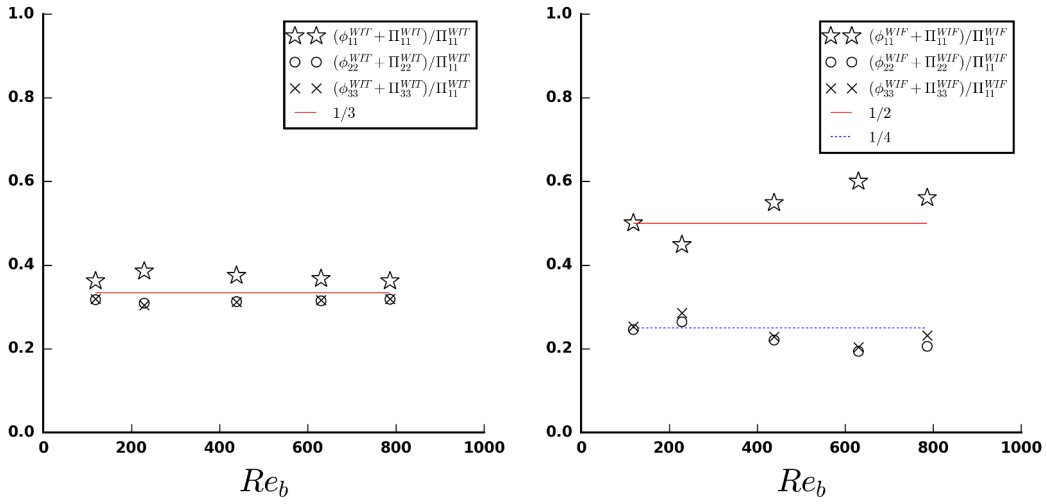
FIGURE 4.12 – Echelle de longueur intégrale en fonction du nombre de Reynolds. Noir : mesure directe à partir du signal d'auto-corrélation expérimental. rouge : mesure à partir du taux de dissipation et des tensions de Reynolds numériques issus de la DNS. Trait continu : modèle faisant intervenir un coefficient de traînée. Le coefficient de proportionnalité 1.7 a été estimé à partir des données.

[2017]. En utilisant le coefficient de traînée issu de la DNS (obtenu à partir de l'équilibre entre force de traînée et flottabilité), on obtient une très bonne adéquation entre les deux expressions. En utilisant l'expression (2.23) [Schiller & Naumann, 1933] pour le coefficient de traînée, le modèle conserve son efficacité. Ces résultats sont appuyés par la validation expérimentale et par la théorie développée dans la partie 3.3.2. De plus, cette expression fonctionne pour chaque composante des tensions de Reynolds séparément. La constante de proportionnalité baptisée C_Λ est d'environ 1.7. On écrit donc le modèle de dissipation sous la forme :

$$\epsilon_{ij}^{WIT} = \frac{\nu C_d Re_b R_{ij}^{WIT}}{C_\Lambda^2 d_b^2} \tag{4.41}$$

Redistribution

On cherche ici à montrer le degré d'isotropie du WIT pour savoir si un modèle de type $R_{ij} - \epsilon$ est nécessaire ou si un modèle de type $k - \epsilon$ serait aussi efficace. Le phénomène de redistribution prend de l'énergie produite sur la composante axiale (xx) et la redistribue sur les composantes transverses. Ainsi, pour mesurer le degré d'anisotropie de l'écoulement, il faut comparer les composantes diagonales de la somme de la production et de la redistribution $(\Pi_{ij} + \phi_{ij})$. Sur la figure 4.13, cette somme normalisée par la production axiale est tracée sur les différentes composantes diagonales du tenseur de Reynolds pour le WIF et pour le WIT. L'écart par rapport à 1/3 montre le degré d'anisotropie. Même si le WIT est sensiblement plus énergétique sur la composante axiale, le phénomène de redistribution est extrêmement efficace et tend vers une isotropie très marquée du WIT. La différence est flagrante avec l'anisotropie du WIF. Cette observation confirme que l'anisotropie de la pseudoturbulence est très majoritairement



(a) WIT (b) WIF

FIGURE 4.13 – Représentation de l'isotropie des fluctuations (redistribution+production normalisées dans les trois directions). L'écart à 1/3 mesure le degré d'anisotropie.

due à l'anisotropie du WIF. Au premier ordre, on peut donc considérer le WIT comme isotrope :

$$\phi_{ij}^{WIT}+\Pi_{ij}^{WIT}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}&0&0\\0&\frac{1}{3}&0\\0&0&\frac{1}{3}\end{pmatrix}\Pi_{11}^{WIT} \tag{4.42}$$

Modèle complet pour essaims de bulles

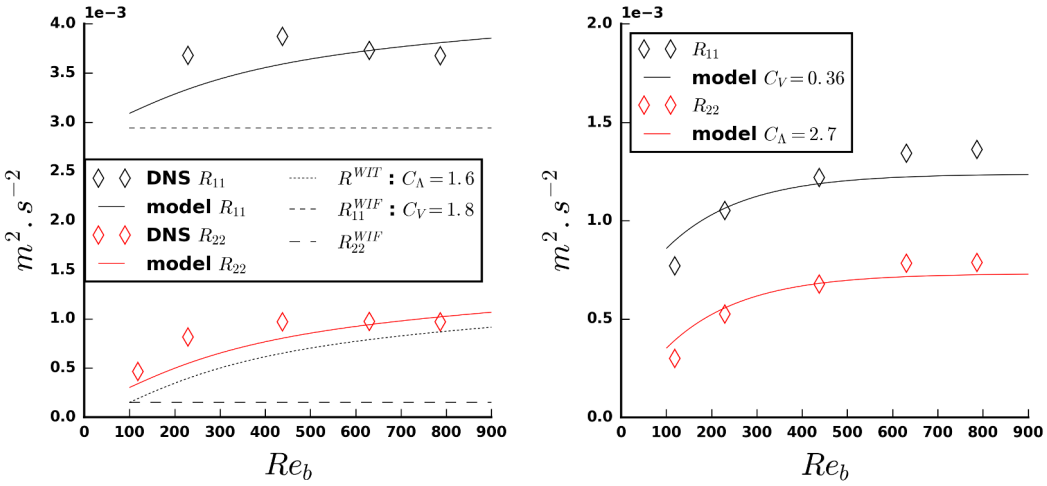
En réunissant les équations (4.35), (4.38), (4.41) et (4.42) on obtient une solution analytique pour les tensions de Reynolds WIT, à l'équilibre statistique :

$$0 = \frac{1}{3}\delta^{ij}\alpha_v\frac{\Delta\rho}{\rho_l}gu_r\left(0.9-e^{-\frac{Re_b}{Re_b^c}}\right)-2\frac{\nu C_d Re_b R_{ij}^{WIT}}{C_\Lambda^2 d_b^2} \tag{4.43}$$

$$R_{11}^{WIT} = R_{22}^{WIT}=R_{33}^{WIT}=\frac{C_\Lambda^2}{6C_d}\frac{\Delta\rho}{\rho_l}\alpha_v g d_b\left(0.9-e^{-\frac{Re_b}{Re_b^c}}\right) \tag{4.44}$$

Cette expression n'est valable que dans un essaim de bulles où la diffusion est réduite à zero à cause des trois directions d'homogénéité. Pour obtenir un modèle complet de la turbulence en essaims de bulles, il faut également un modèle de WIF donné par la fermeture algébrique (3.81). Ce modèle fait intervenir la contribution aux fluctuations de l'écoulement potentiel autour des bulles et du sillage moyen. Le sillage moyen n'a d'influence que sur la composante axiale des tensions de Reynolds et est pris en compte via un coefficient de volume de sillage C_V. Sur les composantes transverses, la contribution de l'écoulement potentiel est très faible, les tensions de Reynolds sont alors largement dominées par la contribution du WIT et par le coefficient C_Λ.

Ces deux équations (4.44) et (3.81) forment un modèle complet de pseudoturbulence pour les essaims de bulles qui peut être testé sur différents cas. La figure 4.14a présente la comparaison entre les tensions de Reynolds issues des DNS à bulles fixes et celles



(a) bulles fixes (b) bulles libres

FIGURE 4.14 – Comparaison entre les résultats DNS et les prédictions du modèle complet WIT +WIF

obtenues grâce au modèle complet. La constante C_V, caractéristique du volume des sillages moyens dans l'expression (3.81) vaut ici 1.8. La tendance des composantes transverses R_{22} et R_{33} en fonction du nombre de Reynolds est bien reproduite. En revanche, on observe $R_{11} \approx Cte$ via la DNS alors que le modèle prédit une augmentation de R_{11} si $C_V = Cte$. Dans l'absolu, C_V peut dépendre de beaucoup de paramètres, mais on a vu que le fait de fixer les bulles avait un impact important sur la structure des sillages, aussi l'analyse du modèle de WIF sur les cas à bulles fixes ne serait pas représentatif d'un écoulement réel et ne présente donc pas d'intérêt. Pour calibrer correctement le modèle de WIF, il faut comparer les prédictions du modèle sur le cas à bulles libres. C'est ce qui est fait dans la section suivante.

4.6.2 Calibration du modèle complet sur bulles libres

L'étape suivante est de tester le modèle complet sur les résultats des calculs DNS à bulles libres. Les différences notables entre bulles libres et fixes ont été développées dans la section 4.4.2. Majoritairement, elles concernent l'inhomogénéité de la répartition dans l'écoulement réel à bulles libres et les mouvements turbulents relatifs des bulles. Ces différences ont pour principales conséquences une modification assez nette de la structure des sillages. Sur la figure 4.14b, on observe cependant que le modèle se comporte toujours correctement à condition de changer les constantes C_Λ (2.7 au lieu de 1.6), caractéristique de la dissipation, et C_V (0.36 au lieu de 1.8), caractéristique du volume des sillages. En outre, la bonne évolution en fonction du nombre de Reynolds montre que l'hypothèse adoptée pour la modélisation du terme de production est relativement correcte, à savoir que la répartition du WIT et du WIF est la même dans le cas des bulles fixes et des bulles libres. De plus, l'utilisation d'une constante C_V indépendante de Re_b suffit à reproduire les résultats numériques. En d'autres termes, ce résultat signifie que le volume caractéristique des sillages ne dépend pas du nombre de Reynolds. Par un raisonnement énergétique, on s'attend à ce que l'augmentation

du WIT cause une diminution du WIF. Cette diminution du WIF ne semble pas venir du raccourcissement des sillages mais de la diminution de la vitesse relative des bulles quand Re_b augmente. On peut désormais s'interroger sur la nouvelle valeur de la constante C_Λ ($C_\Lambda = 2.7$ dans le cas des bulles libres contre 1.7 pour les bulles fixes). L'augmentation de C_Λ signifie une diminution de la dissipation. Dans ce cas, elle peut raisonnablement être imputée aux différences notables entres bulles fixes et libres.

4.7 Comparaison aux données expérimentales

Cette section a pour but de valider le modèle développé dans les sections précédentes sur des données expérimentales provenant des travaux de Riboux [2007]. En particulier, il s'agit de vérifier la dépendance des paramètres du modèle par rapport au taux de vide et à la déformation des bulles. La thèse de Riboux [2007] avait principalement étudié des essaims de bulles en ascension. Les niveaux de turbulence ont été relevés sur une large gamme de taux de vide et pour différentes tailles de bulles (voir les différents cas sur le tableau 4.5). La mesure expérimentale de la variance de la vitesse (tension de Reynolds) est cependant délicate. En effet, le niveau de turbulence engendré par les fluctuations WIF est grandement impacté par la structure du champ de vitesse au voisinage de l'interface (queue exponentielle des pdfs). Dans ces zones très localisées de l'écoulement se cache une grande part de l'énergie du WIF qu'il est très difficile de mesurer expérimentalement. En revanche, la contribution du WIT qui est homogène dans tout l'écoulement est *a priori* évaluée correctement. On s'attend donc à ce que les tensions de Reynolds WIT soient bien mesurées tandis que les tensions de Reynolds WIF puissent être sous-estimées expérimentalement. Concrètement, cette étude ne fait pas de décomposition entre le WIT et le WIF, mais elle mesure les niveaux de turbulence pour les composantes diagonales du tenseur de Reynolds. Dans les directions transverses où le WIT est prédominant, on s'attend donc à une mesure convenable des tensions de Reynolds. Les conclusions qui pourront être tirées de l'analyse de ces résultats concernant la modélisation du WIT devraient donc être solides. Dans la direction axiale où le WIF (difficile à mesurer) devient important, on s'attend à une sous-estimation des tensions de Reynolds dans les sillages et les conclusions seront donc à relativiser.

	$d_b(mm)$	γ	A (mm)	Re_b	Mo (10^{-12})	Eo	$\alpha_v(\%)$
DNS	1	1.2	0	$\in [100, 800]$	$\in [1.7, 8400]$	0.54	6
EXP	1.6	1.4	0	540	25	0.33	$\in [0.1 - 10]$
EXP	2.1	1.7	4.9	670	25	0.57	$\in [0.1 - 10]$
EXP	2.5	2.0	5.2	760	25	0.8	$\in [0.1 - 10]$

TABLEAU 4.5 – Ensemble des données DNS et expérimentales à notre disposition pour la validation du modèle de turbulence en essaim de bulles. La DNS couvre des Reynolds de bulles allant de 100 à 800, les expériences couvrent des taux de vide allant de 0.1 à 10%. Ces expériences ont été faites avec différentes tailles de bulles impliquant différentes déformabilités. γ est le rapport d'aspect des bulles mesuré expérimentalement, A l'amplitude des oscillations de trajectoire de la bulle isolée, et Eo le nombre d'Eötvös. Mo est le nombre de Morton.

Une fermeture algébrique des tensions de Reynolds WIF et WIT a été proposée dans

la section 4.6 pour des essaims de bulles. Ces fermetures font intervenir deux constantes C_Λ et C_V qui caractérisent respectivement la dissipation et le volume de sillage. A partir des calculs DNS, aucune dépendance de ces constantes avec Re_b n'a été observée, C_Λ est fixée à 2.7, tandis que C_V vaut 0.43. Le modèle dépend en outre du coefficient de traînée C_d, de la vitesse relative u_r et des propriétés physiques du fluide et des bulles. Toutes les quantités dont dépend le modèle ont été mesurées expérimentalement et sont utilisées sur les figures 4.16 (pour le WIT, composante transverse des tensions de Reynolds) et 4.20 (pour le WIF, composante axiale des tensions de Reynolds) pour comparer le modèle aux mesures expérimentales des tensions de Reynolds. Les légendes des figures 4.16 et 4.20 indiquent les valeurs utilisées pour les constantes du modèle pour que celui-ci estime correctement les résultats expérimentaux.

Sur les figures 4.16 et 4.20, les résultats DNS ne font que reproduire ce qui a déjà été commenté dans la section précédente. En revanche, la comparaison du modèle aux résultats expérimentaux est riche d'enseignements.

4.7.1 Modèle de WIT

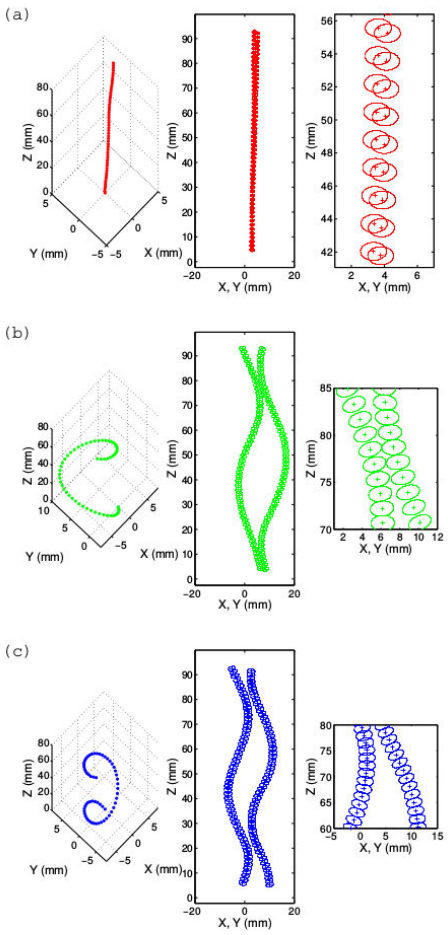
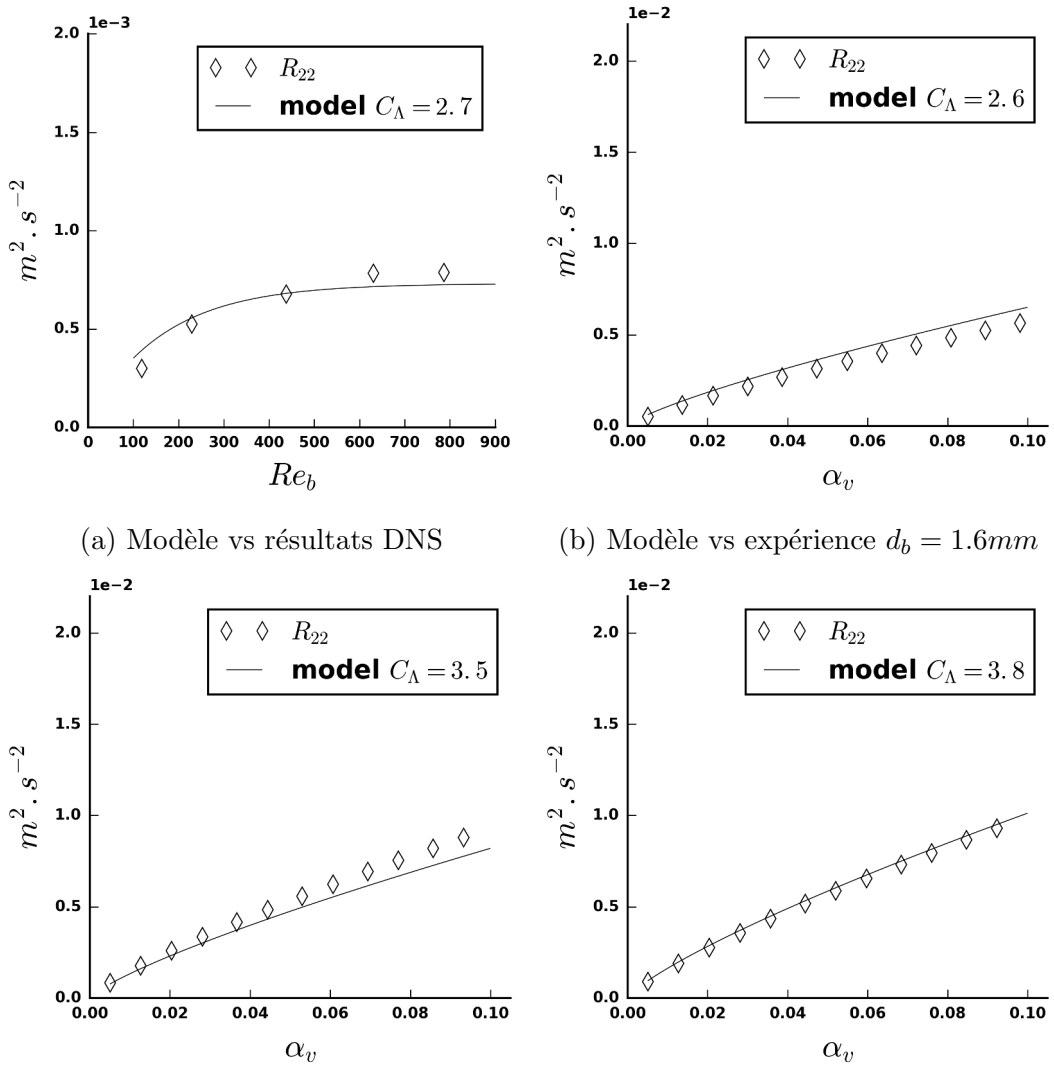


FIGURE 4.15 – Trajectoire des bulles isolées pour les différents cas (a) $d_b = 1.6mm$ (b) $d_b = 2.1mm$(a) $d_b = 2.5mm$ [Riboux, 2007].



(a) Modèle vs résultats DNS

(b) Modèle vs expérience $d_b = 1.6mm$

(c) Modèle vs expérience $d_b = 2.1mm$

(d) Modèle vs expérience $d_b = 2.5mm$

FIGURE 4.16 – Comparaison des tensions de Reynolds transverses (WIT) avec les prédictions du modèle algébrique (4.44) pour essaims de bulles. Toutes les quantités dont dépend le modèle ont été directement mesurées expérimentalement (ou numériquement pour la figure 4.16a). Pour correspondre aux résultats expérimentaux (et numériques), la constante C_Λ est adaptée pour chaque cas (voir les légendes).

Influence du taux de vide

Premièrement, Riboux [2007] avait observé que les R_{ij} suivent une loi en $\alpha_v^{0.8}$. L'écart de l'exposant par rapport à l'unité est attribué à des effets non-linéaires. Ici, on observe sur les trois figures 4.16b, 4.16c et 4.16d que le modèle (équation (4.44)) reproduit parfaitement l'évolution des tensions de Reynolds par rapport au taux de vide pour tous les R_{22}. Cette réussite suppose tout de même une prédiction parfaite du coefficient de traînée dont le modèle dépend. Pour chaque expérience, C_Λ est donc indépendante du taux de vide. Ce premier résultat est extrêmement encourageant quant à la robustesse du modèle.

Influence de la déformation des bulles

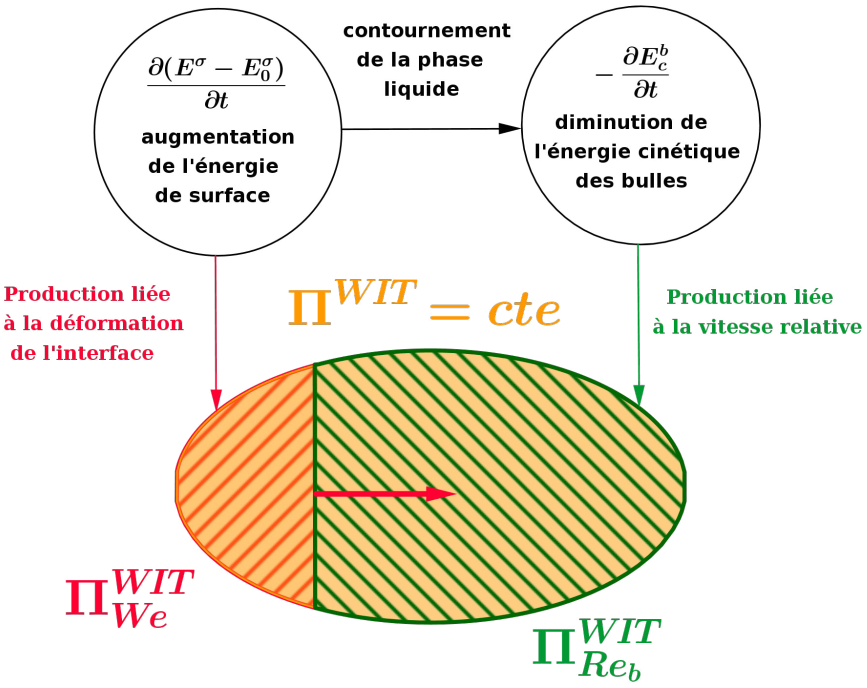


FIGURE 4.17 – Schéma de principe représentant les transferts d'énergie menant à un équilibre entre production turbulente liée à la déformation des bulles (Π_{We}^{WIT}) et production turbulente liée à la vitesse relative des bulles ($\Pi_{Re_b}^{WIT}$). La flèche rouge indique le déplacement de la frontière entre $\Pi_{Re_b}^{WIT}$ et Π_{We}^{WIT} pour trouver un équilibre

Si C_Λ est indépendante de α_v, elle varie en revanche selon les cas. Pour les simulation DNS et l'expérience avec les bulles de diamètre $d_b = 1.6mm$, C_Λ est relativement constante autour de $2.6 - 2.7$, mais pour les bulles de diamètre $d_b = 2.1mm$ et $d_b = 2.5mm$, C_Λ augmente respectivement à 3.5 et 3.8. Sachant que le modèle dépend de C_Λ^2, c'est une différence importante. Le seul paramètre qui varie suffisamment entre ces cas pour expliquer une telle différence est la déformation des bulles. Les deux cas qui présentent des C_Λ similaires ont été réalisés avec des bulles quasi-sphériques tandis qu'à $d_b = 2.1mm$ et $d_b = 2.5mm$, les bulles deviennent suffisamment déformables pour que leurs trajectoires isolées soient oscillantes (voir figure 4.15 et tableau 4.5). Pour

comprendre l'impact de la déformation des bulles sur le WIT, on peut s'aider de la relation (2.10) proposée dans le chapitre 2 :

$$\frac{\partial E_c^b}{\partial t} = W^{\Pi} - P^{WIT} - P^{WIF} - \frac{\partial (E^\sigma - E_0^\sigma)}{\partial t} \tag{4.45}$$

où E_c^b est l'énergie cinétique des bulles , W^{Π} le travail de la force de flottabilité, P^{WIT} et P^{WIF} les termes de production de WIT et de WIF et $(E^\sigma - E_0^\sigma)$ l'écart d'énergie due à la déformation des bulles entre la bulle déformée et la bulle sphérique (= 0 si la bulle est sphérique).

Dans le modèle algébrique, l'augmentation de C_Λ peut être interprétée comme une diminution de la dissipation ou comme une augmentation de la production P^{WIT}. D'après l'expression précédente, lorsque les bulles se déforment (et si le travail de la flottabilité est égal à la production d'énergie $W^{\Pi} = P^{WIT} + P^{WIF}$), on observe une réduction de l'énergie cinétique laissant supposer un transfert d'énergie depuis l'énergie cinétique vers l'énergie de déformation des interfaces. En effet, les mouvements de contournements du liquide occasionnés par la plus large section apparente des bulles expliquent pourquoi des bulles déformées ont une vitesse relative moindre que des bulles sphériques de volumes équivalents. L'équation (4.45) se réduit alors à :

$$\frac{\partial E_c^b}{\partial t} = -\frac{\partial (E^\sigma - E_0^\sigma)}{\partial t} \tag{4.46}$$

Cette equation traduit la baisse de l'énergie cinétique des bulles lorsque l'énergie de surface augmente. Cette diminution s'accompagne d'une augmentation du coefficient de traînée et de la diminution du nombre de Reynolds de bulle. Lorsque le nombre de Reynolds de bulle diminue et que la traînée augmente, le modèle de WIT prédit une diminution de l'intensité turbulente du WIT (voir fermeture algébrique (4.44)) due à une production moins importante. On voit ici apparaître une limitation du modèle tel qu'il est présenté dans l'expression (4.44). En effet, la déformation des bulles provoque l'émergence d'une nouvelle source de WIT par l'élargissement de la section apparente des bulles et les mouvements turbulents de l'interface (ou des bulles elles-mêmes) qui peuvent engendrer des tourbillons et des structures turbulentes. Pour séparer les différentes sources de production de WIT, on propose

$$\Pi^{WIT} = \Pi^{WIT}_{Re_b} + \underbrace{\Pi^{WIT}_{We}}_{f(We-We^S)} \tag{4.47}$$

où $\Pi^{WIT}_{Re_b}$ est la production de WIT qui dépend du nombre de Reynolds de bulles (et donc du coefficient de traînée) et Π^{WIT}_{We} est la production de WIT engendrée par la déformation de l'interface qui dépend principalement du nombre de Weber (We^S est le nombre de Weber d'une bulle sphérique pour laquelle $\Pi^{WIT}_{We} = 0$ par définition). L'expression algébrique des tensions de Reynolds (4.44) ne tient compte que de $\Pi^{WIT}_{Re_b}$. En principe, on pourrait essayer de modéliser (empiriquement a minima) le terme de production supplémentaire Π^{WIT}_{We}. Cependant, la transmission de l'énergie entre l'interface et le liquide est sans doute difficile à caractériser.

Pour la modélisation, on peut faire l'hypothèse que la production turbulente $\Pi^{WIT}_{Re_b}$ perdue via le ralentissement de la bulle est compensée par l'augmentation de la production turbulente Π^{WIT}_{We} via la déformation des interfaces. Ainsi, on peut écrire

$$\Pi^{WIT}_{defo} = \Pi^{WIT}_{Re^D_b} + \Pi^{WIT}_{We^D} = \Pi^{WIT}_{Re^S_b} = \Pi^{WIT}_{sphe} \tag{4.48}$$

où Re^D_b, Re^S_b sont respectivement le nombre de Reynolds de bulles déformées et de bulles sphériques de volume équivalent. En faisant cette hypothèse forte, on obtient que la production totale de WIT pour des bulles déformables Π^{WIT}_{defo} est égale à la production de WIT pour des bulles sphériques de volume équivalent Π^{WIT}_{sphe}.

Ainsi, la seule chose qui varie d'une bulle sphérique à une bulle déformable, c'est le chemin que suit l'énergie pour devenir de la turbulence dans la phase liquide (voir schéma 4.17). Autrement dit, concernant le niveau de turbulence dans le liquide, tout se passe comme si les bulles étaient restées sphériques et que leurs vitesses terminales n'avaient pas chuté du fait de la déformation des bulles. Ainsi, en terme de modélisation de la turbulence WIT, on peut assimiler les bulles déformables à des bulles sphériques de volume équivalent. Dans la fermeture algébrique du WIT (4.44), l'hypothèse selon laquelle la production turbulente $\Pi^{WIT}_{Re_b}$ perdue via le ralentissement de la bulle est compensée par l'augmentation de la production turbulente Π^{WIT}_{We} via la déformation des interfaces se manifeste comme un pré-facteur devant le terme de production :

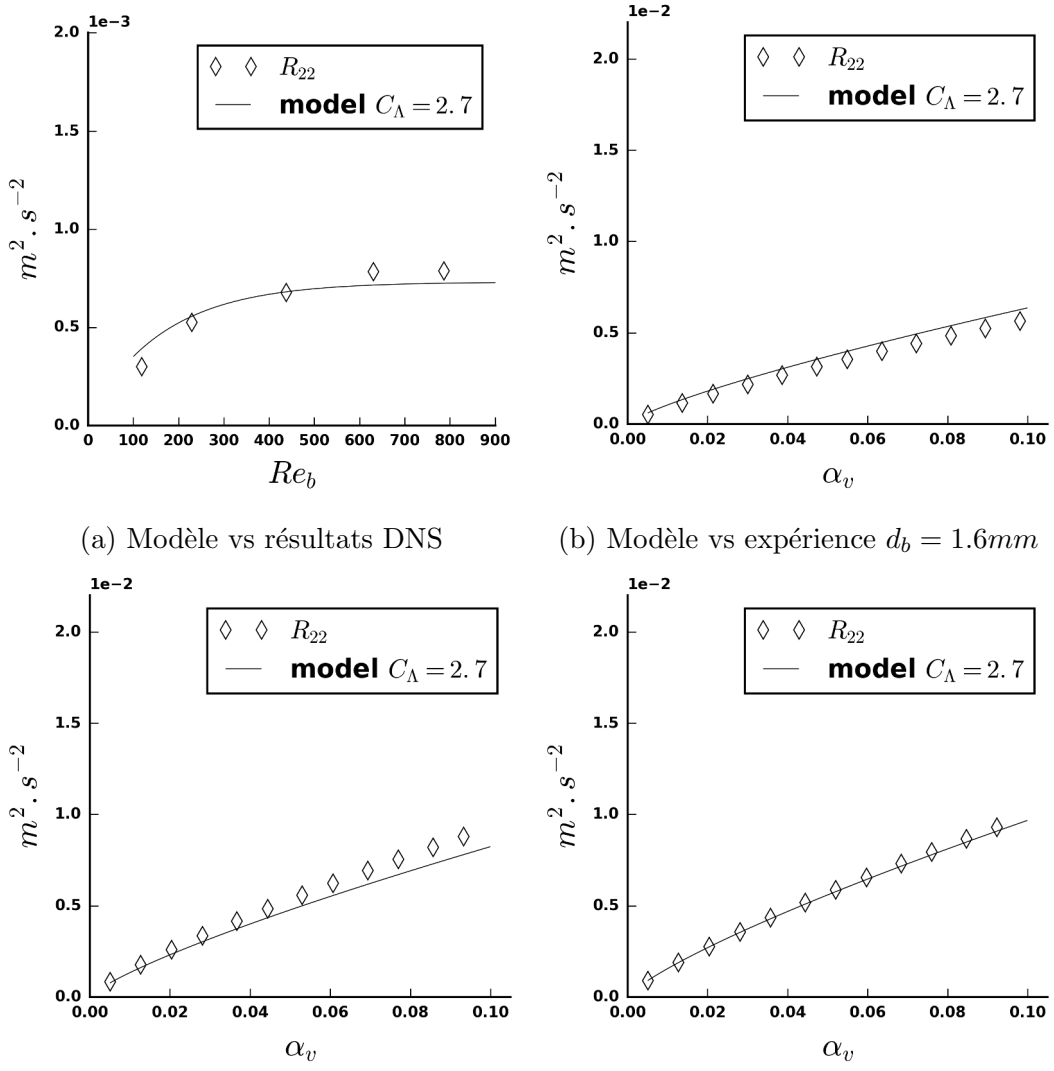
$$0 = \frac{C_d}{C^*_d}\frac{1}{3}\delta^{ij}\alpha_v\frac{\Delta\rho}{\rho_l}gu_r\left(0.9 - e^{-\frac{Re_b}{Re^c_b}}\right) - 2\frac{\nu C_d Re_b R^{WIT}_{ij}}{C^2_\Lambda d^2_b} \tag{4.49}$$

où C_d est le coefficient de traînée réel et C^*_d le coefficient de traînée fictif dans une situation où les bulles seraient sphériques. Le choix de ce pré-facteur permet de s'affranchir de la dépendance du modèle avec C_d dans le cas d'un essaim. En effet, la solution à l'équation précédente est alors :

$$R^{WIT}_{11} = R^{WIT}_{22} = R^{WIT}_{33} = \frac{C^2_\Lambda}{6C^*_d}\frac{\Delta\rho}{\rho_l}\alpha_v g d_b\left(0.9 - e^{-\frac{Re_b}{Re^c_b}}\right) \tag{4.50}$$

Dans le cas des simulations DNS, les bulles sont sphériques donc $C^*_d = C_d$ (idem pour le cas expérimental à $d_b = 1.6mm$). Pour les cas à $d_b = 2.1mm$ et $d_b = 2.5mm$ où les bulles sont suffisamment déformables pour faire apparaître des instabilités de sillage sur la bulle isolée, on a $C^*_d < C_d$. Dans ce cas précis où l'on possède les données pour le faire, C^*_d peut être approché par C_d dans le cas à $d_b = 1.6mm$, et ce même s'il existe une légère différence de volume entre les bulles (et donc de nombre de Reynolds). Ainsi, on fixe $C^*_d = C^{1.6mm}_d$ pour les cas $d_b = 2.1mm$ et $d_b = 2.5mm$. La figure 4.18 représente les résultats du modèle en utilisant C^*_d à la place de C_d et en recalibrant C_Λ par rapport à la figure 4.16.

On observe alors que la valeur optimale de C_Λ ne dépend plus de la déformation des bulles (Figure 4.18). Pour tous les cas, $C_\Lambda \approx 2.7$ permet de prédire les bons niveaux de turbulence WIT. On a alors un modèle dont le paramètre ne dépend ni du taux de vide, ni du nombre de Reynolds de bulles, ni de la déformation des bulles. Ce modèle prédit les bons niveaux de turbulence obtenus par DNS et par mesures expérimentales sur



(a) Modèle vs résultats DNS

(b) Modèle vs expérience $d_b = 1.6mm$

(c) Modèle vs expérience $d_b = 2.1mm$

(d) Modèle vs expérience $d_b = 2.5mm$

FIGURE 4.18 – Comparaison des tensions de Reynolds transverses (WIT) avec les prédictions du modèle algébrique (4.44) pour essaims de bulles avec C_d^* au lieu de C_d. Cette fois, la constante C_Λ est la même pour tous les cas.

une large gamme de nombres sans dimension (Re, Eo et α_v). Ces résultats valident en partie nos hypothèses. On peut donc en conclure que, dans le cas de bulles déformables, la production turbulente $\Pi^{WIT}_{Re_b}$ perdue via le ralentissement de la bulle est compensée par l'augmentation de la production turbulente Π^{WIT}_{We} via la déformation des interfaces.

Pour intégrer ce modèle à un code CFD, il devra cependant être couplé à un modèle de prédiction de C_d^*. Cette modélisation possède *a priori* beaucoup d'avantages car elle ne nécessite pas la modélisation de la déformation des bulles ni des interactions complexes entre interface et turbulence, et elle remplace l'estimation du coefficient de traînée réel par l'estimation d'un coefficient de traînée de bulles sphériques qui est plus simple à modéliser. A noter que, pour déterminer la vitesse relative entre les phases, le modèle bifluide aura toujours besoin de modéliser un coefficient de traînée pour bulles déformables.

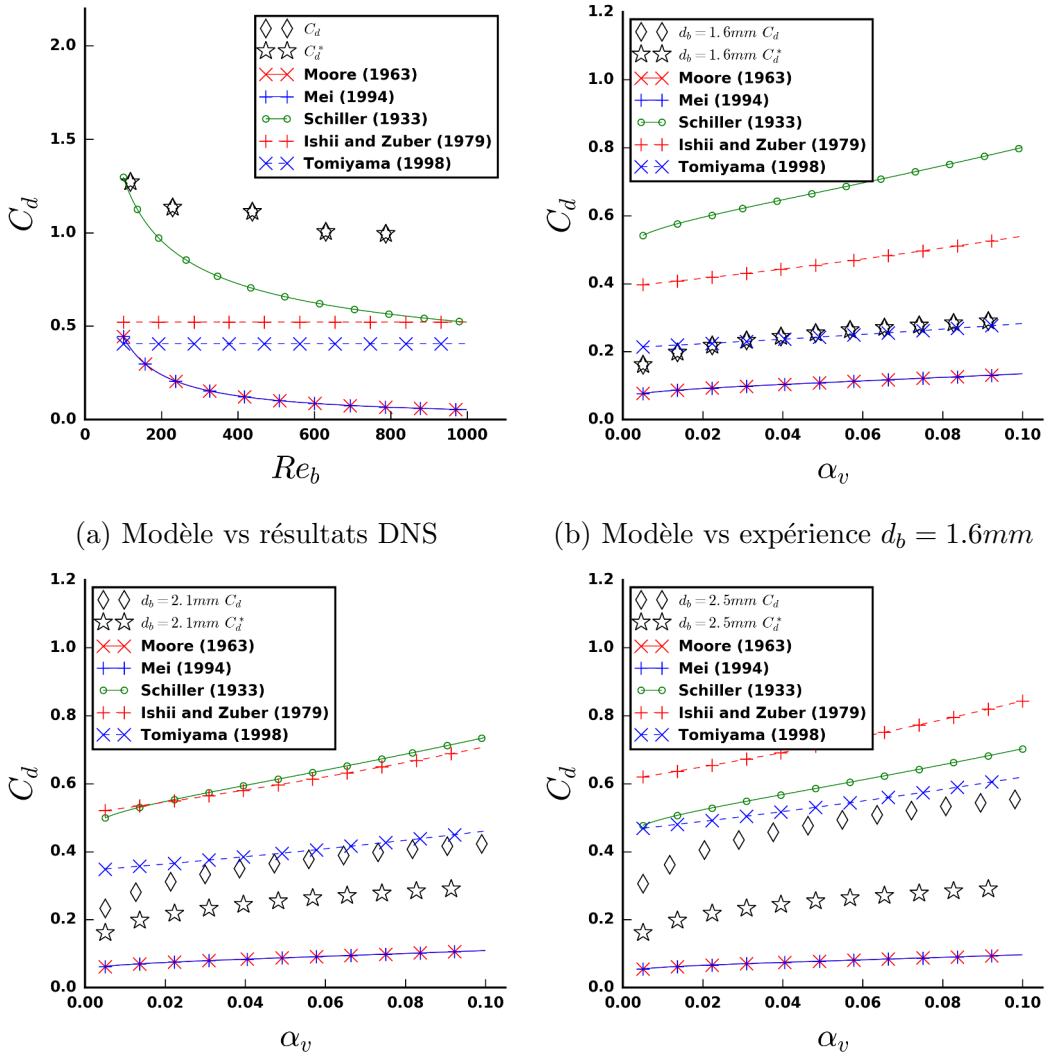
Discussion sur C_d et C_d^*

Pour que le modèle de turbulence induite soit complet, il est donc nécessaire de posséder une corrélation qui prédit correctement C_d^*, le coefficient de traînée d'un essaim équivalent de bulles sphériques. Les coefficients C_d et C_d^* extraits de la DNS et des essais expérimentaux sont tracés et comparés à différentes corrélations de la littérature sur la figure 4.19 (voir tableau 4.6). Pour les DNS et l'expérience à $d_b = 1.6mm$ où les bulles sont déjà sphériques, on a $C_d = C_d^*$. Pour les deux autres expériences où les bulles sont déformables, on a $C_d > C_d^*$.

domaine de Validité	Corrélation de C_d	Auteurs
$We \ll 1$, $Re_b > 50$ bulles propres	$\frac{48}{Re_b}\left(1 - \frac{2.221}{Re_b^{0.5}}\right)$	Moore [1963]
$We \ll 1$, tous Re_b bulles propres	$\frac{16}{Re_b}\left(1 + \frac{Re_b}{8+0.5\left(Re_b+3.315Re_b^{0.5}\right)}\right)$	Mei *et al.* [1994]
$We \ll 1$, $Re_b \leq 800$ bulles contaminées	$\frac{24}{Re_b}\left(1 + 0.15Re_b^{0.687}\right)$	Schiller & Naumann [1933]
tout We en partie contaminées	$\frac{8}{3}\frac{Eo}{(4+Eo)}$	Tomiyama *et al.* [1998]
tout We, tout Re_b en partie contaminées	$\frac{4}{3}r_b\sqrt{\frac{g(\rho_l-\rho_v)}{\sigma}}\left(\frac{1+17.67f(\alpha_v)^{6/7}}{18.67f(\alpha_v)}\right)^2$	Ishii & Zuber [1979]

TABLEAU 4.6 – Tableau des différentes corrélations de coefficients de traînée utilisés et de leur domaine de validité.

Concernant les résultats expérimentaux, certaines corrélations dépendent de la déformation des bulles, et permettent de déterminer C_d avec une précision correcte. La corrélation de Tomiyama *et al.* [1998] est la plus efficace pour déterminer C_d. En comparaison, Ishii & Zuber [1979] surestiment systématiquement C_d. Il existe également



(a) Modèle vs résultats DNS

(b) Modèle vs expérience $d_b = 1.6mm$

(c) Modèle vs expérience $d_b = 2.1mm$

(d) Modèle vs expérience $d_b = 2.5mm$

FIGURE 4.19 – Comparaison de C_d et C_d^* avec différentes corrélations de la littérature corrigées pour la dépendance au taux de vide par l'expression (4.51) de Richardson & Zaki [2008] (sauf pour Ishii & Zuber [1979] qui en possède déjà une). Moore [1963] et Mei *et al.* [1994] sont des modèles de traînée pour bulles sphériques propres. Schiller & Naumann [1933] est un modèle pour bulles sphériques à 100% contaminées. Ishii & Zuber [1979], et Tomiyama *et al.* [1998] sont des modèles pour bulles déformées.

certaines corrélations qui ne dépendent pas de la déformation des bulles et qui sont écrites uniquement pour des bulles sphériques. Moore [1963] et Mei *et al.* [1994] ont proposé des corrélations de ce type qui ne dépendent que du nombre de Reynolds pour des bulles sphériques propres (sans aucune contamination par des agents tensio-actifs). Tout comme C_d^*, les estimations de ces deux modèles ne varient pas en fonction des cas expérimentaux mais elles sous-estiment systématiquement C_d^* d'un facteur 2 (≈ 0.1 au lieu de ≈ 0.2). Dans les conditions de l'expérience de Riboux *et al.* [2013], des substances tensio-actives peuvent venir modifier la tension de surface et rigidifier l'interface ou réduire le glissement des bulles. Ces changements peuvent mener à une augmentation importante du coefficient de traînée. Il existe en outre une corrélation qui prédit le coefficient de traînée pour des bulles sphériques complètement contaminées (Schiller & Naumann [1933]). Celle-ci se comporte à peu près comme celles de Moore [1963] et Mei *et al.* [1994], sauf qu'elle augmente considérablement C_d. Ici, la correlation de Schiller & Naumann [1933] surestime C_d^*. Ces résultats laissent supposer que l'expérience a été réalisée dans des conditions engendrant une contamination partielle des bulles, menant à un C_d^* compris entre les deux extrêmes (bulles propres et contaminées). Il est cependant impressionnant de voir à quel point la contamination des bulles peut modifier l'écoulement. En acceptant ce constat, il faut admettre que sans connaître le niveau de contamination des bulles, il peut être difficile de déterminer les grandeurs moyennes de l'écoulement.

Lorsque le niveau de contamination est connu, comme en DNS par exemple, l'exercice est plus simple. Dans nos DNS, les interfaces sont parfaitement propres et les bulles sont quasi-sphériques dans les conditions choisies. On s'attend donc à ce que les corrélations de Moore [1963] et Mei *et al.* [1994] produisent de bons résultats. Sur la figure 4.19a, on observe au contraire qu'aucun des modèles présentés ne parvient à prédire correctement le coefficient de traînée évalué à partir des résultats DNS à bulles libres. En effet, il faut noter que les corrélations utilisées ici ont été obtenues pour des bulles isolées. Pour prendre en compte les effets collectifs présents dans les essaims, la correction proposée par Richardson & Zaki [2008] est appliquée :

$$\frac{C_D}{C_D^{cor}} = (1 - \alpha_v)^{-2} \tag{4.51}$$

où C_D^{cor} est le coefficient de traînée donnée par les corrélations sur bulle isolée. Cependant, même si les calculs ont été réalisés à un taux de vide moyen de 6%, nous avons vu dans la section 4.4.1 que la répartition des bulles dans l'essaim est fortement inhomogène. On peut observer par endroit des taux de vide "vus par les bulles" allant jusqu'à 20% (en ordre de grandeur) ou au contraire des endroits à presque 0% de taux de vide. Évidemment, la plupart des bulles réunies en grappe sont extrêmement ralenties par les effets hydrodynamiques liés à l'augmentation du taux de vide local et par les collisions multiples qui coupent leur élan (voir section 2.2.1 pour plus de détails sur l'augmentation de la force de traînée par effet collectif de bulles). Tous ces effets liés à l'inhomogénéité de répartition des bulles mènent à une augmentation très importante du coefficient de traînée moyen, expliquant l'incapacité des modèles à le prédire. Les modèles actuels d'effets collectifs sur le coefficient de traînée ne sont donc pas suffisants car ils ne prennent pas en compte le degré d'homogénéité de l'écoulement. En

plus de prendre en compte le taux de vide moyen, il faudrait ajouter une correction à l'expression de Richardson & Zaki [2008] telle que :

$$\frac{C_D}{C_D^{cor}} = (1-\alpha_v)^{-2} f(\Delta\alpha_v) \tag{4.52}$$

où $\Delta\alpha_v$ est une mesure de l'inhomogénéité de l'écoulement (en définissant par exemple un taux de vide local 'vu par les bulles').

On ne peut donc pas conclure réellement sur la qualité des modèles de coefficient de traînée, à cause de la contamination des interfaces en conditions expérimentales et à cause des effets collectifs en DNS. Des études plus poussées doivent être menées pour vérifier la capacité des modèles de bulles sphériques (Moore [1963], Mei *et al.* [1994] et Schiller & Naumann [1933]) à prédire correctement C_d^*. De cette prédiction dépend la qualité du modèle de turbulence.

4.7.2 Modèle de WIF

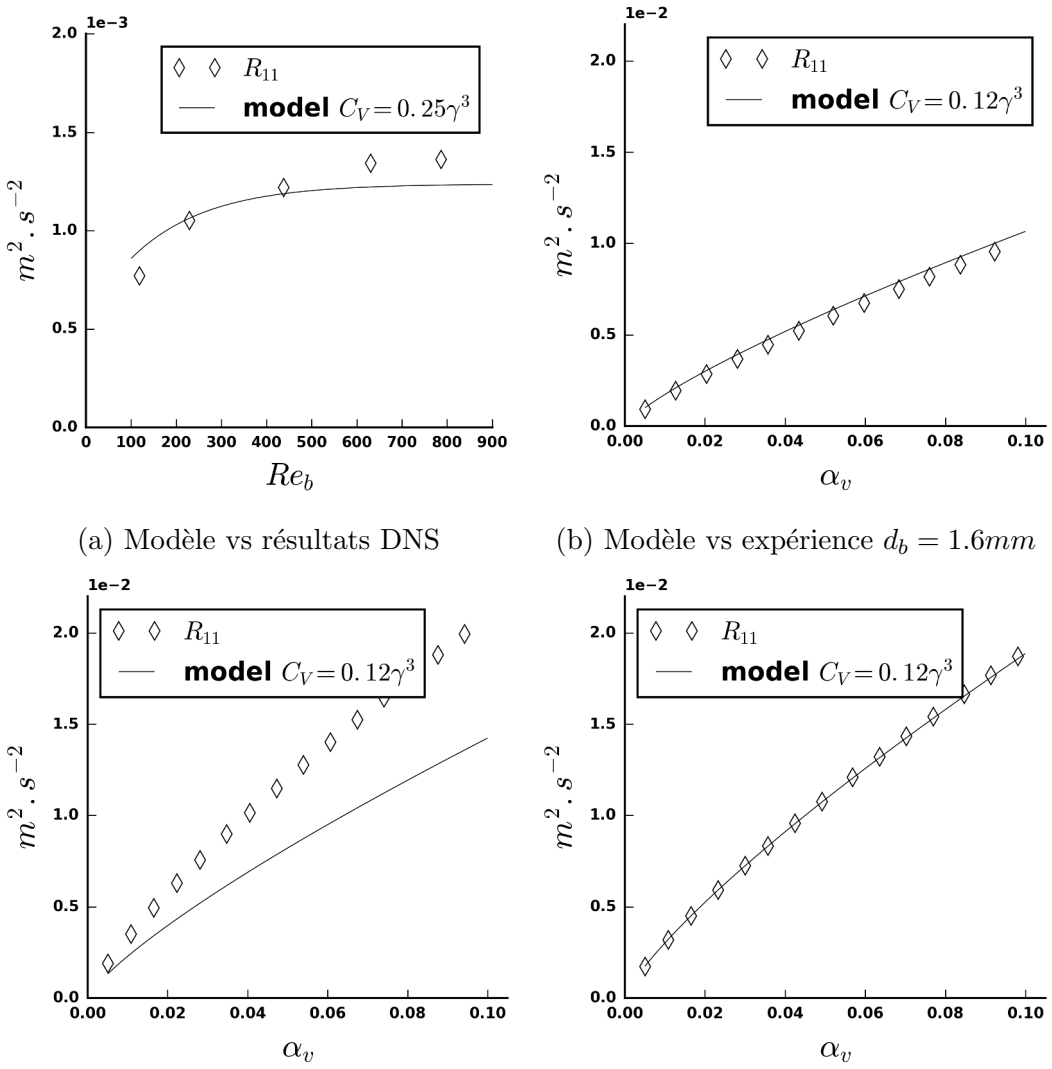
Comme introduit au début de cette section, la mesure expérimentale du WIF est très délicate du fait de l'énergie contenue dans les zones très proches des interfaces (où les techniques de mesure sont mises en défaut). Quoi qu'il en soit, même si les niveaux de turbulence sont imprécis, on peut tout de même observer les tendances entres les cas et l'évolution en fonction du taux de vide par l'analyse des composantes R_{11} des tensions de Reynolds sur la figure 4.20. Le coefficient C_V caractérise un volume de sillage. Les résultats DNS ont montré que C_V pouvait s'affranchir de la dépendance au nombre de Reynolds de bulles.

Influence du taux de vide

Sur les figures 4.20b et 4.20d, on observe que C_V correspond à $0.12\gamma^3$ où γ est le rapport d'aspect moyen des bulles. Pour un cas donné, C_V est donc constant et aucune dépendance au taux de vide ne semble nécessaire pour reproduire convenablement les résultats expérimentaux. Encore une fois, même si la valeur de la constante est contestable du fait de la méthode de mesure, l'évolution en fonction du taux de vide devrait être captée par le modèle.

Influence de la déformation des bulles

Concernant l'influence de la déformation des bulles, le volume du sillage est nettement impacté par le rapport d'aspect des bulles. Outre la largeur du sillage que l'on relie naturellement au diamètre déformé de la bulle γd_b, sa longueur aussi paraît dominée par γ. Il parait donc assez naturel de relier C_V et γ tel que $C_V = C_{V3}\gamma^3$. Sur les figures 4.20b et 4.20d, on observe que la loi d'échelle $C_V = C_{V3}\gamma^3$ permet de prédire relativement correctement les résultats expérimentaux. En revanche, cette fermeture donne de moins bons résultats sur la figure 4.20c où R_{11} est sous estimé de 25% par le modèle. Les niveaux de turbulence WIF étant probablement sous-estimés, la calibration de la constante se fait sur les simulations DNS où C_{V3} vaut environ 0.25 contre 0.12 pour les expériences. A la vue de ce chiffre, c'est potentiellement la moitié de la



(a) Modèle vs résultats DNS

(b) Modèle vs expérience $d_b = 1.6mm$

(c) Modèle vs expérience $d_b = 2.1mm$

(d) Modèle vs expérience $d_b = 2.5mm$

FIGURE 4.20 – Comparaison des tensions de Reynolds axiales (WIF) avec les prédictions du modèle algébrique pour essaims de bulles. Toutes les quantités dont dépend le modèle ont été directement mesurées expérimentalement (ou numériquement pour la figure 4.20a). Pour correspondre aux résultats expérimentaux (et numériques), la constante C_V est adaptée pour chaque cas (voir les légendes).

turbulence WIF qui n'a pas pu être mesurée par la méthode expérimentale. Finalement, il est relativement difficile de conclure sur la fermeture adaptée de la constance C_V car les hypothèses ne sont pas vérifiables (défaut de mesure). Pour déterminer avec plus de précision ce facteur, il faudrait finalement étendre notre base de données DNS à différentes configurations tant que les méthodes expérimentales ne progressent pas suffisamment pour mesurer les quantités aux abords des interfaces. Ainsi des modèles plus précis pourraient être proposés.

4.8 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons étudié des DNS d'essaims de bulles en ascension pour améliorer notre compréhension de la dynamique et surtout pour compléter le modèle de turbulence présenté dans le chapitre 3. Il a d'abord été montré que l'équation de transport des tensions de Reynolds peut être décomposée pour former deux équations de transport distinctes pour le WIT et pour le WIF. La méthode utilisée pour fixer les bulles a ensuite été décrite puis une convergence en maillage sur l'un des cas a été réalisée. La dynamique des essaims a été longuement discutée afin de comprendre, en particulier, les différences observées entre simulations à bulles fixes et à bulles libres. Par ce biais, il a été montré que le fait de fixer les bulles a une influence non négligeable sur le WIF tandis que le WIT est très similaire entre les cas à bulles libres et ceux à bulles fixes. L'analyse spectrale est venue renforcée l'idée que les propriétés du WIT ne sont pas altérées par le fait de fixer les bulles. Les simulations ont donc ensuite été utilisées pour proposer une fermeture algébrique du WIT en se basant sur les différents termes de son équation de transport. Ce modèle a ensuite été calibré sur les résultats DNS et sur des données expérimentales. Les résultats sont très positifs et permettent de prédire toutes nos données numériques et expérimentales sur une large gamme de nombre sans dimension (nombre de Reynolds, nombre d'Eötvös, taux de vide).

Dans le cas des essaims tri-périodiques, l'équation de transport du WIT se réduit à un équilibre entre production, dissipation et redistribution. Plus généralement, on peut écrire le modèle de turbulence à trois équations présenté dans le chapitre 3 en ajoutant un terme de diffusion comme celui de Alméras [2014] (voir section 3.6.3). Le modèle complet s'écrit alors :

$$
\begin{aligned}
R_{ij} &= R_{ij}^{SPT} + R_{ij}^{WIF} + k^{WIT}\frac{2\delta^{ij}}{3} \\
\frac{DR_{ij}^{SPT}}{Dt} &= D_{ij,turb}^{SPT} + D_{ij,mol}^{SPT} + P_{ij}^{SPT} - \epsilon_{ij}^{SPT} + \phi_{ij}^{SPT} && (4.53)\\
\frac{Dk^{WIT}}{Dt} &= C^D\nabla^2 k^{WIT} + \alpha_v\frac{\Delta\rho}{\rho_l}gu_r\left(0.9 - e^{-\frac{Re_b}{Re_b^c}}\right) - \frac{2\nu C_d^* Re_b}{C_\Lambda^2 d_b^2}k^{WIT} && (4.54)\\
R_{ij}^{WIF} &= \alpha_v u_r^2\begin{pmatrix} 3/20 & 0 & 0 \\ 0 & 3/20 & 0 \\ 0 & 0 & 1/5+3C_V/2 \end{pmatrix} && (4.55)\\
C_\Lambda &= 2.7 \quad , \quad C_V = 0.25\gamma^3 \quad , \quad Re_b^c = 170 && (4.56)
\end{aligned}
$$

où le coefficient de diffusion C^D est explicité dans la section 3.6.3. Les opérateurs de

l'équation de transport du SPT sont définis par le modèle RSM (voir chapitre 3 pour plus de détails). Le modèle ainsi écrit est complet et peut être utilisé dans un code de calcul moyenné. Cependant, on peut encore noter certaines lacunes.

— Besoin d'une corrélation adaptée pour C_d^* (traînée de bulles sphériques). A noter que cette corrélation ne remplace pas le coefficient de traînée classique pour la détermination de la vitesse relative entre les phases, mais seulement pour le niveau de turbulence dans la phase liquide.

— Le modèle de WIT a été créé à partir de calculs de bulles en essaims tri-périodiques. Les composantes non diagonales des tensions de Reynolds WIT sont donc nulles. Il est en réalité fort probable que la présence de paroi redistribue une partie de l'énergie hors de la diagonale. Ceci est en revanche extrêmement complexe à étudier, car cela nécessite d'étudier le WIT dans le cas d'un canal dans lequel il est impossible de séparer le SPT et le WIT dans l'état actuel des connaissances.

— Nous avons vu dans ce chapitre que la fermeture algébrique du WIF ne fonctionne pas parfaitement et qu'il est difficile de calibrer le coefficient de volume de sillage C_V. Dans le chapitre 5, nous proposons une alternative à cette expression.

— Dans le chapitre 3, nous avons montré que les termes de l'équation de transport du SPT devaient prendre en compte la présence des bulles (en particulier celui de redistribution et de diffusion). Dans le chapitre 5, nous proposons une étude pour essayer de comprendre comment la présence de bulles impacte le SPT.

Chapitre 5

Turbulence en canal plan

Sommaire

5.1 Introduction 188

5.2 Direct Numerical Simulations 189

5.2.1 Definition of simulations 189

5.2.2 General remarks 190

5.3 Analysis of SPT and BIF 194

5.3.1 Methodology to identify SPT and BIF 194

5.3.2 Discussion 198

5.4 Analysis and modeling of the Reynolds stress transport equation 200

5.4.1 Transport equation for the Reynolds stress tensor 200

5.4.2 Interaction between SPT and BIF 204

5.4.3 WIF modeling 206

5.5 Conclusion and prospects 212

5.6 Résumé du chapitre en Français 213

Ce chapitre est rédigé entièrement en anglais. Il est constitué de la partie de l'article du Cluzeau *et al.* [2019] qui traite de turbulence. Dans le chapitre 3, nous avons proposé un modèle de turbulence à trois équations qui nécessite la modélisation du SPT, du WIF et du WIT séparément. Dans le chapitre 4, une attention particulière a été portée à la modélisation du WIT. Ce chapitre a pour but de compléter ce travail en étudiant l'impact des bulles sur le SPT et la modélisation du WIF à partir de DNS de canaux à bulles. Un résumé des résultats en Français est proposé à la fin du chapitre.

5.1 Introduction

The aim of this chapter is to deepen our physical understanding of velocity fluctuations in bubbly channel flows. As suggested by Hosokawa *et al.* [2012]; Ilic [2006]; Santarelli *et al.* [2016], budgets of averaged equations can be used in order to understand the physics of two-phase flows and to bring to light first-order phenomena. For second-order quantities, the kinetic energy budget originally proposed by Kataoka & Serizawa [1989] has been generalized into a tensorial transport equation [Morel, 2015]. In addition to the classical terms of production, dissipation, redistribution and diffusion, this equation also contains interfacial transfer related to the kinetic energy exchanged with bubble interfaces. Many studies already addressed these terms, numerically or experimentally, in order to propose an improved modeling of turbulence based on the kinetic energy equation ($k-\epsilon$ model, $R_{ij}-\epsilon$ model, $k-\omega$ model). Even with optical methods, the measurement of several terms of these equations involving interfacial pressure or interfacial velocity are complicated at least, if not impossible with the state-of-the-art measuring techniques [Fujiwara *et al.*, 2004; Shawkat & Ching, 2011]. These limitations complicate the analysis of the results whose experimental uncertainty is also difficult to estimate. On the other hand, the careful treatment with numerical tools of the interfacial quantities can lead to smaller errors [Santarelli *et al.*, 2016] ; the assessment of the kinetic energy budget is then simpler. Previous studies have already succeeded in measuring the terms of the kinetic energy equation, leading to an improvement of turbulence model [Hosokawa *et al.*, 2012; Ilic, 2006; Santarelli *et al.*, 2016].

Turbulent fluctuations in two-phase flows are divided into Bubble-Induced Fluctuations (BIF=WIT+WIF) and Single-Phase Turbulence (SPT). Following this idea, the Reynolds stresses can be written as :

$$R_{ij} = R_{ij}^{SPT} + R_{ij}^{BIF}. \tag{5.1}$$

SPT arises from the local shear not produced directly by the wakes. It is frequently seen as "turbulence in the absence of bubbles" whereas BIF represents the contribution added by the bubbles [Lance & Bataille, 1991]. Nowadays, this vision is questionable because it neglects the interaction between SPT and BIF which has been observed for instance through the phenomenon of turbulence reduction [Alméras *et al.*, 2017; Cisse *et al.*, 2015; Colin *et al.*, 2012; Mazzitelli *et al.*, 2003]. In most cases, the total kinetic energy is increased by BIF in regard to single-phase equivalent. If so, the added part of turbulence is always considered as BIF without considering the possibility of SPT reduction. The main aim of this chapter is to perform the analysis of this possible

interaction. To do so, SPT and BIF have to be separated. In the present study, different cases are specifically designed for such a decomposition.

An other purpose of the chapter is to propose an alternative closure for the WIF. For a channel flow of freely evolving bubbles, WIT and WIF cannot be separated. However, for small bubble Reynolds numbers encountered for instance in low gravity conditions, BIF is expected to be comprised of WIF exclusively which allows the study of WIF through the analysis of the Reynolds stresses transport equations. Thus, in the cases of this chapter, we use low gravity conditions.

The chapter is organized as follows. Our simulations are described in section 5.2. Sections 5.3 and 5.4 deal with two-phase turbulence phenomenology and modeling. In section 5.3, an in-depth analysis of BIT and SPT interactions is performed. Section 5.4 presents an analysis of the second-order statistics of two-phase turbulence, a discussion on numerical issues for a better estimation of the Reynolds stress budget and the proposal of models for WIF.

5.2 Direct Numerical Simulations

Our numerical confgurations are described in this section. §5.2.1 introduces the numerical setup of the different cases. Then, a general description of the results in §5.2.2 gives the main mechanisms of turbulent two-phase channel flows.

5.2.1 Definition of simulations

The computational domain is a $h\pi \times 2h \times h\pi/2$ channel at $Re_\tau = 127$ (see table 5.1) between two vertical walls perpendicular to the direction 2 (y).The distance between the walls is $2h = 2$ where h is the characteristic length of the channel (see figure 1.10a). There are periodic conditions on the direction 1 (x, streamwise) and direction 3 (z, spanwise). The flow is driven upward by a mean pressure gradient calculated to satisfy an imposed velocity gradient at the wall, while the acceleration due to gravity acts downwards (along the x-axis). Different populations of bubbles travel in this domain (as listed in table 5.1). For the smallest bubbles, the cell size of the mesh is decreased to maintain the bubble resolution at approximately 30 cells per bubble diameter in the wall-normal direction.

TrioCFD resolves the one-fluid equations of Kataoka [1986] as written for channel up-flow by Lu & Tryggvason [2008] (see 2.3.1 for additional details). Following the proposal of Tryggvason *et al.* [2003], a front-tracking method is used to solve this set of equations in the whole computational domain, including both the gas and liquid phases. The interface is followed by connected marker points (see figure 5.1). The Lagrangian markers are advected by the velocity field interpolated from the Eulerian grid. In order to preserve the mesh quality and to limit the need for a smoothing algorithm, only the normal component of the velocity field is used in the marker transport. After transport, the front is used to update the phase indicator function, the density, and the viscosity at each Eulerian grid point. The Navier–Stokes equations are then solved by a projection method [Puckett *et al.*, 1997] using fourth-order central differentiation for evaluation of the convective and diffusive terms on a fixed, staggered Cartesian grid. Fractional time

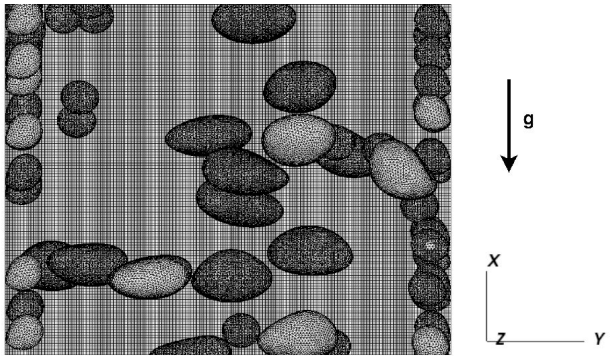


FIGURE 5.1 – Illustration of part of the computational domain with Eulerian and Lagrangian meshes for case B.

stepping leads to a third-order Runge–Kutta scheme [Williamson, 1980]. In the two-step prediction–correction algorithm, a surface tension source is added to the main flow source term and to the evaluation of the convection and diffusion operators in order to obtain the predicted velocity (see Mathieu [2003] for further information). Then, an elliptic pressure equation is solved by an algebraic multigrid method to impose a divergence-free velocity field. TrioCFD has already been used for two-phase [Bois, 2017; Bois *et al.*, 2017, 2016; Toutant *et al.*, 2009, 2008, 2012] and single-phase [Chandesris & Jamet, 2006; Dupuy *et al.*, 2018] flow studies.

The flow is governed by dimensionless numbers (see table 5.1) such as the Eötvös number $Eo = \rho_l g d_b^2/\sigma$ and the parietal Reynolds number $Re_\tau = hu_\tau/\nu_l$. Five cases are studied ; Sb and Ss refer to Spherical cases with big and small bubbles respectively ; D denotes the Deformable case and B corresponds to the Bidisperse case. Finally, SP is the Single-Phase case. The Eötvös number takes different values in the simulations with quasi-spherical bubbles ($Eo = 0.45$ for case Sb, $Eo = 1.36$ for case Ss) or with strongly deformable bubbles (case D, $Eo = 4.5$). The bidisperse case (case B) combines bubbles from cases D and Ss. Cases D and Sb are identical to those of Lu & Tryggvason [2008] in order to perform the following code verification. Cases Ss and B have been especially designed to study separately SPT and BIF. Continuity of the viscosity at the interface and incompressibility of the flow allow us to neglect the transposed velocity gradient in the viscous operator. The density ratio of 10 with a dynamic viscosity ratio of 1 is in agreement with a kinematic viscosity ratio of 1/10 between liquid and gas, as encountered in air/water flows. The viscosity ratio is taken as unity for convenience. The low void fraction of 3% for monodisperse cases (6% for case B) justifies not to consider bubble coalescence and the Eötvös numbers have been chosen such that break-up is not encountered [Lu & Tryggvason, 2008].

5.2.2 General remarks

Figure 5.2 shows the instantaneous fields for cases B, D, Ss and SP. Turbulent streaks and wakes are materialized by values near zero of the λ_2 criterion [Jeong & Hussain, 1995]. These results are in accordance with those of Lu & Tryggvason [2008] and explain the differences in bulk Reynolds number between cases (see table 5.1). The strongest effect of an increasing Eötvös number is the reversal of the lift force

Cases	Spherical $d_b = 0.3$	Spherical $d_b = 0.165$	Deformed	Bidisperse	One-phase
Nomencl	Sb (big)	Ss (small)	D	B	SP
Resolution	$256 \times 192 \times 128$	$256 \times 384 \times 128$	$256 \times 192 \times 128$	$256 \times 384 \times 128$	$256 \times 192 \times 128$
$\Delta x^+, y^+, z^+$	$1.5 \times 1.3 \times 1.5$	$1.5 \times 0.66 \times 1.5$	$1.5 \times 1.3 \times 1.5$	$1.5 \times 0.66 \times 1.5$	$1.5 \times 1.3 \times 1.5$
$\Delta t_{\text{ave}}[h/\langle U\rangle]$	165	138	298	119	228
$\Delta t^{\tau}_{\text{ave}}[h/u_\tau]$	21	23	21	19	15
$\Delta t^{\nu}_{\text{ave}}[h^2/\nu_l]$	0.17	0.18	0.17	0.15	0.11
Domain	$\pi h \times 2h \times \pi h/2$				
Eötvös	0.45	1.36	4.5	4.5/1.36	
α	3%	3%	3%	3%/3%	
d_b	0.3	0.165	0.3	0.3/0.165	
N_b	21	126	21	21/126	
$\sigma[N/m]$	0.02	0.002	0.002	0.002	
$\mu_l[kgm^{-1}s^{-1}]$	0.00033				0.00033
$\rho_l[kg.m^{-3}]$	1				1
ρ_l/ρ_v	10				
μ_l/μ_v	1				
g	0.1				0.1
Re_c	4008	3058	7235	3208	7700
Re_b	263	50	136	50/136	

TABLEAU 5.1 – Numerical and physical parameters for calculations at $Re_\tau = 127$ for $h = 1$ (the characteristic length scale of the channel). The bubble diameter is d_b, N_b is the number of bubbles, L_x and N_x are respectively the length and the number of cells in x direction and $\Delta x^+ = (L_x/N_x)Re_\tau/h$. The Eötvös number is $Eo = \rho_l g d_b^2/\sigma$. The parietal Reynolds number is defined as $Re_\tau = hu_\tau/\nu_l$, with $u_\tau = \sqrt{(\mu_l/\rho_l)\left(\partial\overline{U}/\partial y|_{y=0}\right)}$. $Re_c = D_h\langle U\rangle/\nu_l$ is the channel Reynolds number, with the hydraulic diameter $D_h = 4h$. $Re_b = d_b\langle u_r\rangle/\nu_l$ is the bubble Reynolds number, with $u_r = \overline{U_v}^v - \overline{U_l}^l$, the mean upstream relative velocity of the bubbles. Δt_{ave}, Δt^{τ}_{ave}, Δt^{ν}_{ave} are the time intervals on which statistical results have been measured. They are expressed respectively in time unit $t.u. = h/\langle U\rangle$, $t.u.\tau = h/u_\tau$, $t.u.\nu = h^2/\nu$.

starting from a critical value $Eo_c\,(Re_\tau = 127) \approx 2.5$ [Tryggvason *et al.*, 2013]. The two cases $Eo = 0.45$ and $Eo = 1.36$ do not present significant differences, because they are both below Eo_c. For bubbly flows, the preservation of a parietal Reynolds number $Re_\tau = hu_\tau/\nu_l$ corresponds to very different channel Reynolds numbers $Re_c = D_h\langle U\rangle/\nu_l$ depending on the bubble distribution (see table 5.1). For case D, the channel Reynolds number $Re_c \approx 7200$ is rather close to the reference single-phase flow (at $Re_c \approx 7700$) whereas it is strongly reduced to $Re_c \approx 3000$ for case Ss. In the case of bigger spherical bubbles (case Sb), it has an intermediate value of $Re_c \approx 4000$. Lastly, the bidisperse case (B) is strongly influenced by the smallest bubbles at the wall, but a small increase in flow rate is created by the large bubbles in the core region of the flow hence leading to a slightly higher value than case Ss, $Re_c \approx 3200$ (averaged liquid velocity profiles are also shown on figure 5.5b). From figure 5.2, the length of the domain is satisfactory with respect to the size of turbulent structures. Indeed, bubble disturbance usually tends to decrease the length of turbulent structures, so that a two-phase periodic channel can be slightly shorter than the single-phase equivalent. It is indeed the case for simulations B and Ss. However, for a typical core-peaking flow (case D), the boundary layer is free of bubbles ; turbulent structures are not disturbed by bubbles and the channel length is comparable to the largest turbulent structure developing. Lu & Tryggvason [2008] show from equation (2.46) that the shear stresses are balanced in a statistical steady state by the local-to-average difference in mixture weight and the mean pressure gradient β :

$$\frac{d\left(\tau_\mu + \tau_{\text{turb}}\right)}{dy} - \beta - \left(\overline{\rho\left(y\right)} - \langle\rho\rangle\right) g = 0, \tag{5.2}$$

where $\tau_\mu = \mu_l \partial\overline{U}/\partial y$ and $\tau_{turb} = -\overline{\rho uv}$. For case Ss, the bubble distribution is in agreement with the hydrostatic model proposed in Lu *et al.* [2006] (not shown here) ; the shear-induced lift force creates bubble clustering at the wall by a kind of Magnus effect until the average weight of the mixture in the core flow compensates for the pressure gradient. Then, the bubble distribution reaches hydrostatic equilibrium. When the averaged mixture weight compensates for the pressure gradient (as in cases Ss and Sb), Lu & Tryggvason [2008] as well as Dabiri & Bhuvankar [2017] observed an overall reduction in turbulent structures because of the shear-stress balance in a statistical steady state ($d\tau_{\text{turb}}/dy \approx 0$). In that case, all the flow complexity is restricted to the thin layer between the wall and the bubbles where dissipation is the greatest. The proximity between wall and bubbles combined with the relative velocity caused by buoyancy create strong local shear at the wall easily satisfying the criterion $Re_\tau = 127$, thus explaining the equilibrium between mixture weight and pressure gradient in the bulk.

The core-peaked profile of the void fraction for case D in figure 1.14a shows the reversal of the lift force caused by bubble deformability. Ervin & Tryggvason [1997] explain this phenomenon by a reversal of the total vorticity inside the bubble caused by the flattened shapes of deformable bubbles. Thus, the mean void fraction reveals a typical core-peaking distribution. In order to reach $Re_\tau = 127$, the turbulent boundary layer then freely develops in the absence of bubbles (figure 5.2 shows that the classical streaks of the wall-induced turbulence in case D are similar to the streaks of case SP).

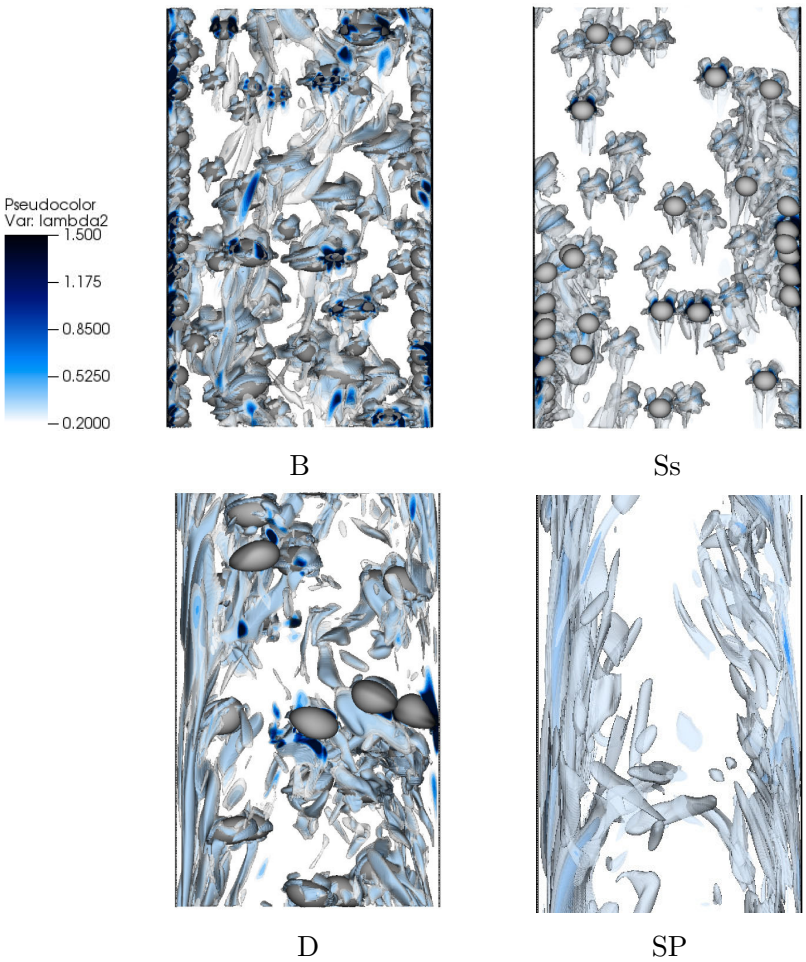


FIGURE 5.2 – Instantaneous illustrations of the flows. Interfaces are colored to indicate the local curvature and the blue-scale represents isovalues of the λ_2 criterion [Jeong & Hussain, 1995] (video online : http://triocfd.cea.fr/recherche/modelisation-physique/).

5.3 Analysis of SPT and BIF

As already mentioned in the introduction, the total fluctuations of the flow are comprised of SPT and BIF [equation (5.1)], but to the best of our knowledge, there is no methodology that allows to identify properly SPT and BIF. In this section, a procedure to achieve this distinction is proposed ; then, we begin to analyze the interaction between SPT and BIF from the comparison of the different Reynolds stress profiles. Further understanding of the mechanisms involved are presented with the analysis of the Reynolds stress equation in §5.4. The methodology used for cases comparison is presented first and then applied to the Reynolds stresses. Further discussions are added at the end of this section. The same methodology is also applied in §5.4 to the Reynolds stress transport equation. Based on the classical decomposition of the Reynolds stresses into SPT and BIF, we introduce the following notations for the total Reynolds stress tensor in cases B, Ss and D :

$$R_{ij,B} = R_{ij,B}^{SPT} + R_{ij,B}^{BIF} + R_{ij,B}^{bif}, \tag{5.3}$$

$$R_{ij,Ss} = R_{ij,Ss}^{SPT} + R_{ij,Ss}^{bif}, \tag{5.4}$$

$$R_{ij,D} = R_{ij,D}^{SPT} + R_{ij,D}^{BIF}, \tag{5.5}$$

where the subscripts refers to the case considered. The exponent *bif* denotes the impact of small bubbles whereas *BIF* refers to big bubbles contribution hence the bidisperse case B has one contribution of bubble induced fluctuations for each population of bubbles (bif+BIF).

5.3.1 Methodology to identify SPT and BIF

From cases B, Ss, D and SP, the study of interactions between SPT and BIF is allowed. A three step analysis pictured on figure 5.3 is proposed in order to quantify the impact of the deformable bubbles on the SPT. The methodology is the following :

1. Extract from cases Ss and B the BIF induced by deformable bubbles $R_{ij,B}^{BIF}$ ((a) on figure 5.3) ;
2. Justify the assumption of equality between BIF induced by deformable bubbles in case D ($R_{ij,D}^{BIF}$) and in case B ($R_{ij,B}^{BIF}$) (transition between (a) and (b) on figure 5.3) ;
3. Extract $R_{ij,D}^{SPT}$ in case D ((b) on figure 5.3) and compare it to SPT in the reference single-phase flow ((c) on figure 5.3).

The results of this approach are presented in figure 5.6 and discussed in §5.3.2.

1. **Extract from cases Ss and B the BIF induced by deformable bubbles $\mathbf{R_{ij,B}^{BIF}}$:** BIF increases with bubble spreading and with increasing relative velocity. Figures 1.14b, 1.14c, and 1.14d show that case Ss is less turbulent than case Sb and strongly less turbulent than case SP. The decrease of the Reynolds stresses in comparison with the case SP is in agreement with the flow-rate reduction. Thus, it cannot be interpreted as a turbulence reduction phenomenon, because

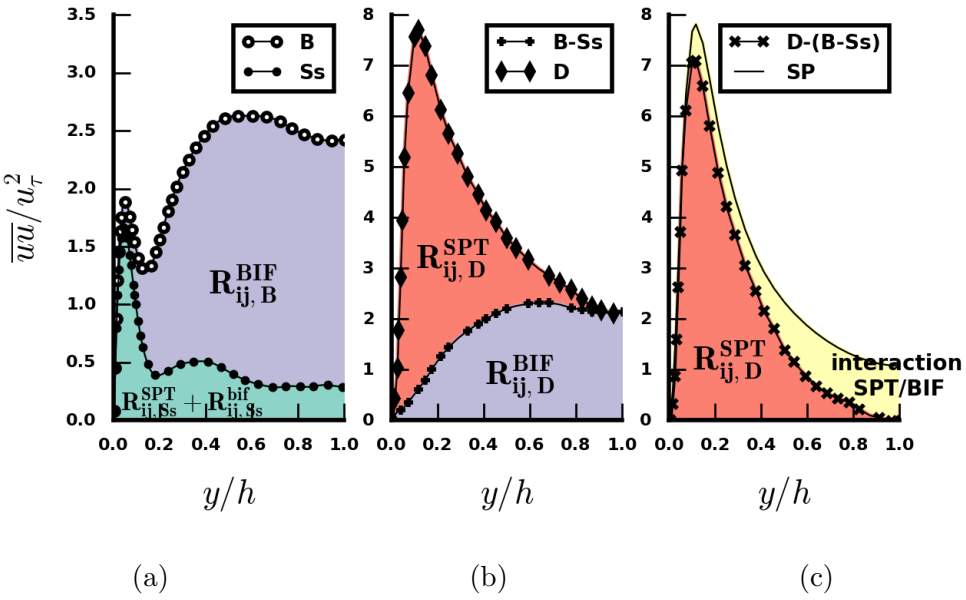
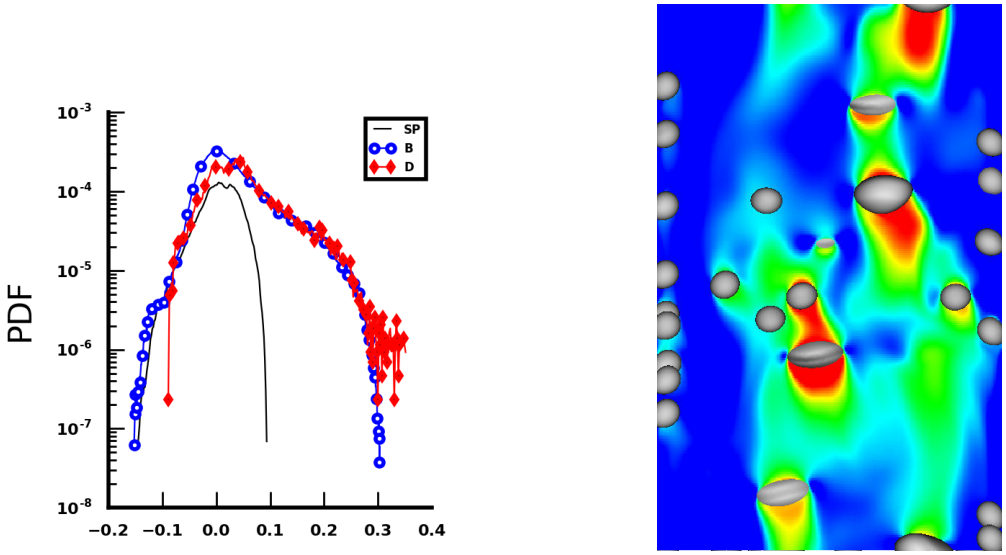


FIGURE 5.3 – Sketch of the methodology for the study of interaction between SPT and BIF from cases B, Ss, D and SP.

both cases have very different flow rates. Concerning the difference between Ss and Sb, an increased amount of wall surface is lined with bubbles in case Ss, so the transmission of turbulence between the wall and the bulk is even more complicated than for case Sb. Eventually, case Ss is almost laminar in the centre of the channel (see §2.4.1), and thus case B is almost purely BIF ; indeed, the bulk is then a kind of bubble swarm without any impact of the wall, because spherical bubbles act as a shield ($R_{ij,Ss}^{SPT} \approx 0$). Then, case B allows the study of BIF in the core region without influence of SPT, which is suppressed by the layer of small bubbles at the wall. Figure 1.14a shows that the migrations of spherical and deformable bubbles are rather independent ($\alpha_D + \alpha_{Ss} \approx \alpha_B$) justifying to separate their independent contribution to the BIF in equation (5.3). Thus, spherical bubbles move toward the wall and case B (Bidisperse) is similar to case Ss (small Spherical bubbles) with deformable bubbles added to the bulk. This interpretation is reinforced by figure 5.5b where the liquid velocity profiles close to the wall ($y/h < 0.3$) of cases B and Ss are almost identical. For $y/h > 0.3$, a slight increase of the liquid velocity (compared to case Ss) is observed due to the presence of the deformable bubbles in case B. This increase is small because of the low gravity conditions ($u_r < \overline{U_l}^l$) combined with moderate void fraction. In such configurations, the mean liquid velocity is not sensitive to the evolution of the relative velocity or of the void fraction. Other cases (Ss, Sb and B) show rather similar and flat profiles in the centre of the channel. A sharp increase in the relative velocity of case Sb is observed on figure 5.5a at $y/h = 0.3$ (corresponding to the diameter of the bigger bubbles). It is due to the sudden transition between the large majority of bubbles sliding against the wall and the few others which rise faster, further away from the wall (the same non-eulerian effect is seen for



(a) pdf of u (b)

FIGURE 5.4 – Probability density function of the axial velocity obtained for cases B, D and SP in the centre of the channel ($0.9 < y/h < 1.1$). (b) Instantaneous axial velocity field of case B.

instance on figure 5.8). Formally, we can identify :

$$R^{SPT}_{ij,Ss} = R^{SPT}_{ij,B}, \tag{5.6}$$

$$R^{bif}_{ij,Ss} = R^{bif}_{ij,B}. \tag{5.7}$$

Bringing together equations (5.3), (5.4), (5.6) and (5.7), the fluctuations induced by deformable bubbles in case B are :

$$R^{BIF}_{ij,B} = R_{ij,B} - R_{ij,Ss}. \tag{5.8}$$

This equation is illustrated by (a) on figure 5.3 where $R^{BIF}_{ij,B}$ is shown by the purple area.

2. **Justify the assumption of equality between BIF induced by deformable bubbles in case D ($\mathbf{R^{BIF}_{ij,D}}$) and in case B ($\mathbf{R^{BIF}_{ij,B}}$) :** In order to discuss this assumption, the physical nature of BIF in cases B and D has to be understood. Additional knowledge are provided by the probability density function (pdf) of the axial velocity fluctuations plotted on figure 5.4a. Those pdfs have been calculated on cells in the centre of the channel ($0.9 < y/h < 1.1$) for the three cases SP, B and D at a random timestep of the steady state. As expected, the distribution of the velocity fluctuations in case SP follows a Gaussian distribution. In contrast, pdfs of cases B and D present an offset towards positive values. This behavior of the pdf has been widely studied by Risso [2016] and corresponds to the impact of WIF due to the liquid dragged in the bubble path. The shape of the pdf in cases B and D indicates that BIF is almost entirely comprised of WIF. As said in the introduction, in the present low gravity conditions, the WIF is expected to be the biggest contribution in BIF Reynolds stresses. This interpretation is confirmed on figure 5.4b where velocity fluctuations in case B are mostly related to the wake behind each bubble. Then, the following conclusions can be drawn :

(a) the repartitions of deformable bubbles are similar between cases B and D (see figure 1.14a). In case B, small bubbles are mainly located at the wall and deformable bubbles mainly in the bulk. Then, the probability of interaction between the two kinds of wakes is low.

(b) For a given Eötvös number, the WIF magnitude is only related to the bubble Reynolds number and therefore to the relative velocity of bubbles. Figure 5.5a shows that cases D and B have the same relative velocity in the bulk of the channel ($y/h > 0.5$), so that the RMS velocities related to WIF are expected to be equal in that part of the flow.

(c) The only difference between deformable bubbles in case B and D is the surrounding SPT. In case B, as it was already said, the SPT is missing because of the small bubbles at the wall. At this point, the only convincing reason for WIF in case D to be different from WIF in case B would be a modulation of the WIF by the SPT but the hypothesis of a modulation of the SPT by the bubbles is far more convincing. Indeed, the fact that cases D and B have exactly the same level of turbulence in the bulk of the channel could suggest that all the SPT has disappeared for $y/h > 0.8$. The SPT would have had an impact on the averaged wake of the bubbles and on the potential flow around them. Then the physical interpretation of the turbulence reduction could have come from a reduction of the wake length due to turbulent structures crossing them or to a stronger exponential decay of the wake. But such a phenomenon is not observed in our simulations nor in the literature whereas modulation of SPT by the presence of bubbles is a known phenomenon [Alméras *et al.*, 2017; Colin *et al.*, 2012]. On figure 5.4a, the right tails of the pdfs, linked to the decrease of the wakes, almost perfectly overlap between cases B and D. It suggests that the exponential decay of the wake is not impacted by the surrounding SPT and is then very similar in both cases, hence leading to the same amount of WIF in both cases.

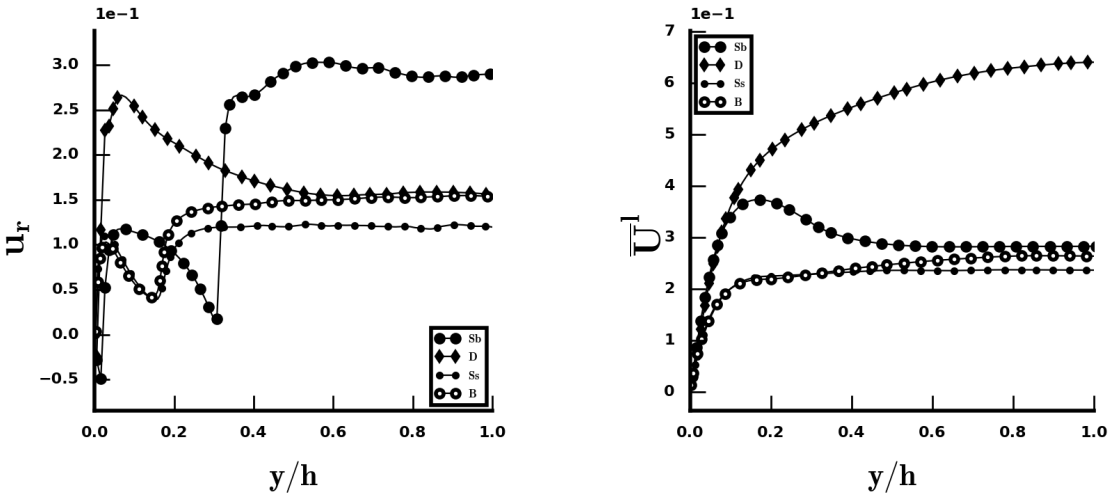
Based on these statements, there is no reason for WIF in case D to be different from WIF in case B. Thus, with the equation (5.8), one gets an estimate for the BIF generated by deformable bubbles in cases D and B :

$$R_{ij,D}^{BIF} = R_{ij,B}^{BIF} = R_{ij,B} - R_{ij,Ss}. \tag{5.9}$$

3. **Extract the SPT in presence of deformable bubbles in case D and compare it to SPT without bubbles (case SP) :** The SPT Reynolds stresses of case D are estimated by removing the BIF contribution given by equation (5.9) from the total Reynolds stresses :

$$\begin{aligned} R_{ij,D}^{SPT} &= R_{ij,D} - R_{ij,D}^{BIF}, & (5.10)\\ &= R_{ij,D} - (R_{ij,B} - R_{ij,Ss}). & (5.11) \end{aligned}$$

This equation is illustrated by the scheme (b) on figure 5.3. $R_{ij,D}^{SPT}$ is shown by the red area. Then, the comparison between $R_{ij,D}^{SPT}$ and the SPT from case SP gives a quantitative assessment of the interaction between SPT and BIF (i.e. the turbulence modulation due to the presence of bubbles).



(a) relative velocity

(b) liquid velocity

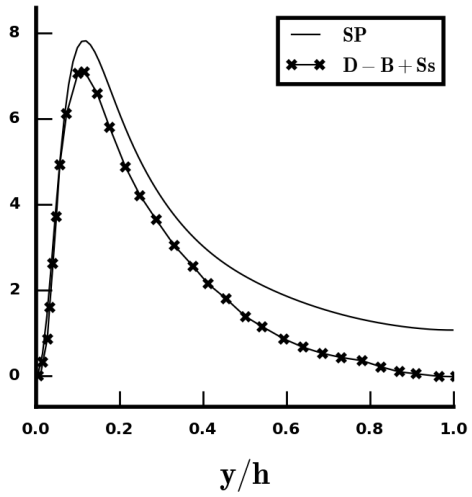
FIGURE 5.5 – (a) Relative and (b) liquid velocity versus wall-normal coordinate.

As previously mentioned in introduction, the interaction between SPT and BIF is classically neglected [Lance & Bataille, 1991] even if several phenomena such as the turbulence reduction are in contradiction with this hypothesis. In the case of turbulence increase, to the best of our knowledge, no methodology before this one has been proposed to assess the impact of a possible interaction. If SPT and BIF do not have interactions, finding $R_{ij,D}^{SPT}$ equal to the total Reynolds stresses of case SP is expected.

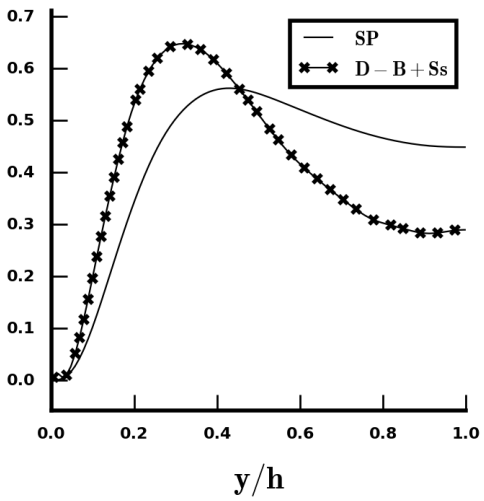
5.3.2 Discussion

Figures 5.6a to 5.6c present the comparison between equation (5.11) and case SP. For the streamwise component in figure 5.6a, it is shown that close to the wall, the shear-induced turbulence is freely developed and the two curves are rather similar. However, a slight decrease of the Reynolds stresses is noticeable at the peak. For the wall-normal component in figure 5.6b, the opposite effect is visible. Close to the wall, the Reynolds stresses are increased by the presence of bubbles and the same trend is shown for the cross-correlation $\overline{uv}$ on figure 5.6c and for the spanwise component $\overline{ww}$ (not shown here). This effect comes from the enhancement of the redistribution process which helps SPT to become more isotropic under the influence of bubbles, taking energy in the streamwise direction and giving it to transverse components. This effect has already been observed by Lance *et al.* [1991]. They show that bubbles reinforce the tendency towards SPT isotropy because the liquid eddies are stretched by the bubbles.

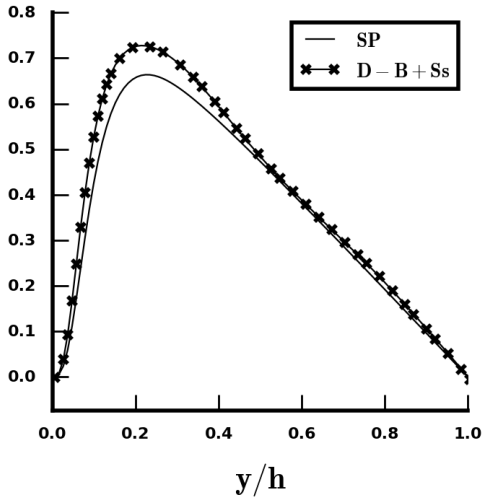
For the streamwise component on figure 5.6a, moving from the wall to the bulk of the channel, a reduction of the Reynolds stresses from 10% to total destruction is observed. Indeed, case SP reaches a finite value at the centre of the channel whereas the SPT in presence of bubbles reaches zero for case $D-B-Ss$. A relatively similar process happens on figure 5.6b where the reduction of the wall-normal component of SPT in the bulk is clearly apparent for $\overline{vv}$ (the same trend is observed for $\overline{ww}$). This strong reduction of the Reynolds stresses in the bulk can be interpreted as a modulation of the diffusion process



(a) $\overline{uu}/u_\tau^2$



(b) $\overline{vv}/u_\tau^2$



(c) $\overline{uv}/u_\tau^2$

FIGURE 5.6 – SPT Reynolds stresses versus wall-normal coordinate (a) $\overline{uu}/u_\tau^2$; (b) $\overline{vv}/u_\tau^2$; (c) $\overline{uv}/u_\tau^2$. D-B+Ss denotes the reconstructed SPT Reynolds stresses for case D.

by bubbles acting as a shield. However, this hypothesis requires a deeper analysis of turbulent statistics (see §5.4) in order to adjudicate on the modulation of SPT. On the other hand, the cross-correlation shown on figure 5.6c behaves differently from diagonal components with almost identical profiles for $y/h > 0.4$ indicating that the cross-correlation is not affected by the presence of bubbles.

5.4 Analysis and modeling of the Reynolds stress transport equation

In §5.3, we saw that our cases are especially suitable to study BIF and SPT. After the forces, turbulence is the second model required to accurately predict momentum and velocities in two-phase flows. Turbulence predictions are highly empirical because of the lack of knowledge about BIF. Many authors use single-phase modeling extended to two-phase flows by the addition of a specific source term for turbulent kinetic energy and/or dissipation, suggesting that BIF and SPT are statistically independent and that WIF and WIT have features similar to SPT itself [Colombo & Fairweather, 2015; Hosokawa & Tomiyama, 2013; Vaidheeswaran & Hibiki, 2017]. Besides, there is no consensus about the modeling of those additional terms. As more applications have appeared, a greater variety of models has emerged (see table 5 in the review by Vaidheeswaran & Hibiki [2017]). Thanks to bubble swarm studies [Amoura *et al.*, 2017; Riboux *et al.*, 2013; Risso, 2018], the features of BIF are better understood so that one of the most important question remaining is the interaction between BIF and SPT. In this section, in addition to the observations made in §5.3, the impact of SPT on BIF is investigated. Moreover, in agreement with the demonstration of §5.3, BIF in our cases is exclusively comprised of WIF. Several features of WIF are then studied for the purpose of turbulence modeling.

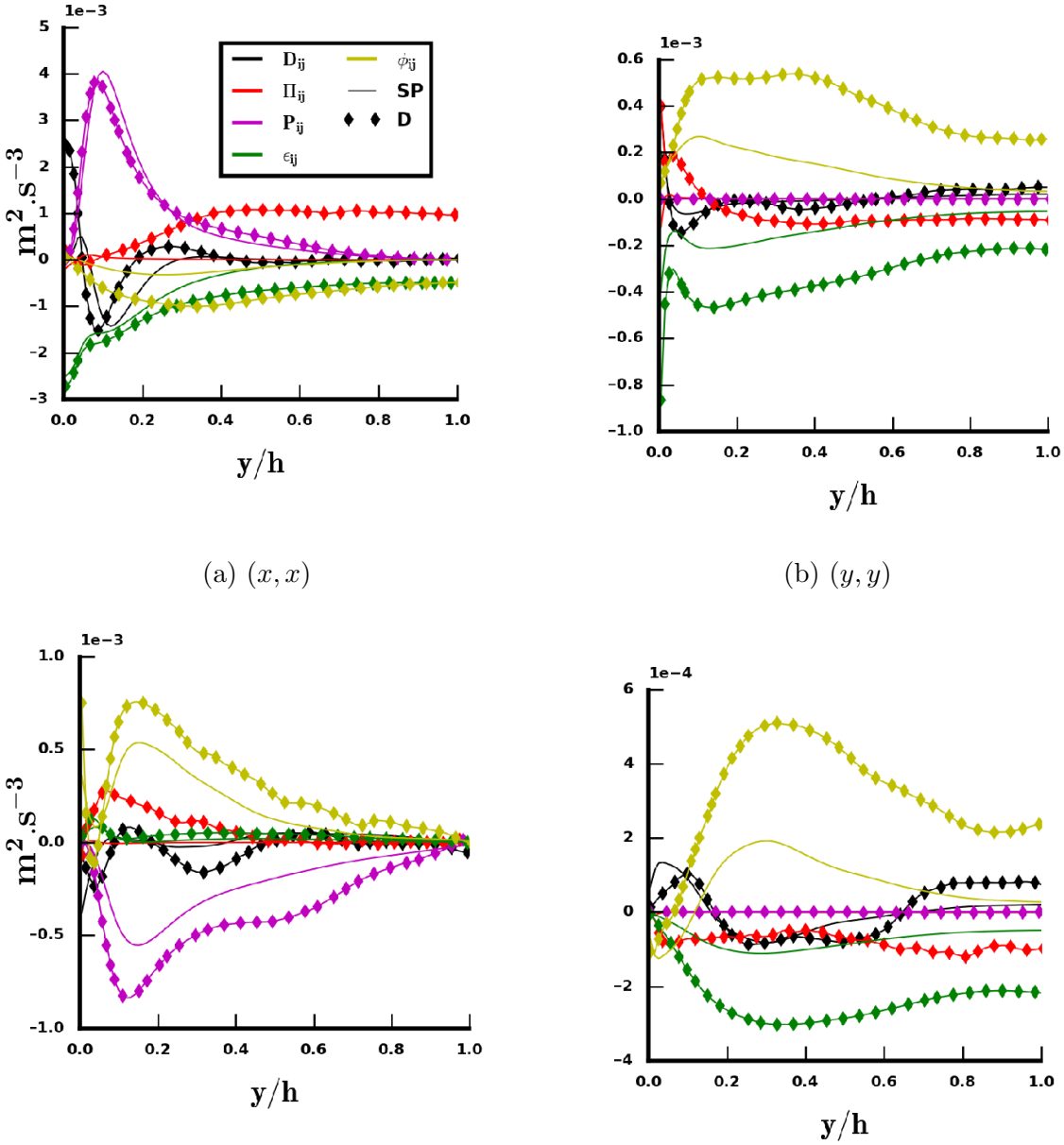
5.4.1 Transport equation for the Reynolds stress tensor

Physical meaning of the equations

One important characteristic of BIF is the strong anisotropy of the phenomenon. Then, the study of the transport equation for the Reynolds stress tensor is essential and standard $k - \epsilon$ models, linear eddy viscosity or Boussinesq approximation are not enough to model two-phase flows. At statistical equilibrium, this transport equation is [Morel, 2015] :

$$\underbrace{\alpha_l R_{l,ib}\frac{\partial \overline{U_{l,j}}^l}{\partial x_b} + \alpha_l R_{l,jb}\frac{\partial \overline{U_{l,i}}^l}{\partial x_b}}_{-\mathbf{P}_{ij}} = \underbrace{\alpha_l \overline{\frac{p_l}{\rho_l}\left(\frac{\partial u_{l,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{l,j}}{\partial x_i}\right)}^l}_{\phi_{ij}} \underbrace{-2\alpha_l \frac{\mu_l}{\rho_l}\overline{\frac{\partial u_{l,i}}{\partial x_b}\frac{\partial u_{l,j}}{\partial x_b}}^l}_{\epsilon_{ij}}$$
$$\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_b}\left(\alpha_l \overline{u_{l,i}u_{l,j}u_{l,b}}^l - \nu_l \frac{\partial \alpha_l R_{l,ij}}{\partial x_b} + \frac{\alpha_l}{\rho_l}\left(\overline{p_l u_{l,i}}^l \delta_{bj} + \overline{p_l u_{l,b}}^l \delta_{ib}\right)\right)}_{\mathbf{D}_{ij}}$$
$$\underbrace{-\frac{1}{\rho_l}\overline{\left(p_l u_{l,j} n_i + p_l u_{l,i} n_j\right)\delta^i}^l + \nu_l \left[\frac{\partial}{\partial x_b}\left(\overline{u_{l,i}u_{l,j}n_b\delta^i}^l\right) + \overline{\frac{\partial u_{l,i}u_{l,j}}{\partial x_b}n_b\delta^i}^l\right]}_{\mathbf{\Pi}_{ij}}, \quad (5.12)$$

Previously, Ilic [2006] or Santarelli *et al.* [2016] have already conducted studies for the kinetic energy transport equation. On the basis of their works, the present study is, to the best of our knowledge, the first attempt to leverage DNS data of two-phase flow in order to access the transport equation of the full Reynolds stresses. The production term P_{ij} corresponds to an energy transfer between the mean kinetic energy and the turbulent kinetic energy. In the context of single-phase channel flows, it is the energy injected at large scales owing to local shear. In two-phase flows, it is expected to exhibit a behavior similar to that of single-phase flows even if the presence of bubbles can lead to a stronger shear due to the flattening effect (see Colin *et al.* [2012]). D_{ij} is a conservative operator known to diffuse the energy in the flow. Classically, it is splitted into turbulent, pressure and molecular diffusions. The impact of bubbles on these terms is still unknown by the community. The redistribution term ϕ_{ij} corresponds to a turbulent energy transfer which redistribute energy between the components through fluctuations in pressure. Lance *et al.* [1991] show that the redistribution is impacted by the bubbles which reinforce the tendency towards SPT isotropy by stretching the liquid eddies. The dissipation ϵ_{ij} corresponds to an energy transfer from turbulent kinetic energy to internal energy. This mechanism is also affected by the presence of bubbles, because of the wake structure. Indeed, close to the interface, dissipation strongly increases. Lastly, the interfacial production Π_{ij} (which does not exist in single-phase flow) corresponds to an energy transfer between the liquid turbulent kinetic energy and interfacial energy. Classically, it is interpreted as the energy injected at the bubble scale due to the work of the drag force (see Morel [2015]). It is responsible for the strong anisotropy of two-phase flow turbulence. All these physical mechanisms require a detailed analysis. The aim of this section is to show the complexity of BIF and its interaction with the classical SPT. Except for Π_{ij}, all the terms of equation (5.12) are directly measured numerically. As already argued for the interfacial forces, the interfacial production Π_{ij} is also linked to interfacial quantities so that its direct evaluation would lead to significant numerical errors. Instead, Π_{ij} is evaluated as the residue of equation (5.12). Validation of the numerical evaluation of the other terms is achieved by computing the residual of equation (5.12) on the reference single-phase flow simulation. The numerical residue is below 2% of the maximal production.



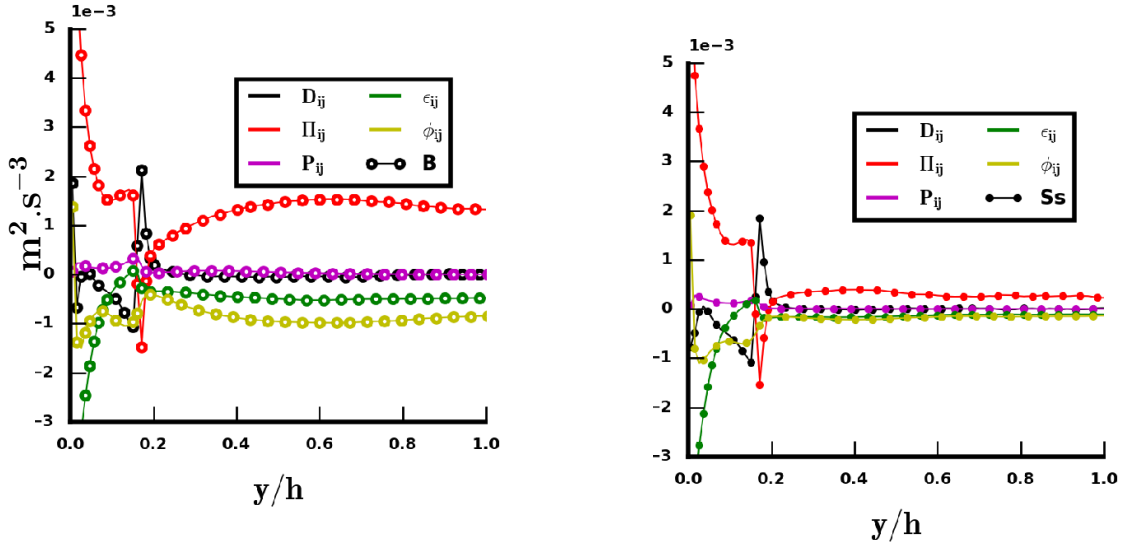
(a) (x, x)

(b) (y, y)

(c) (x, y)

(d) (z, z)

FIGURE 5.7 – Contributions to the Reynolds stress budget [equation (5.12)] for cases D and SP versus the wall-normal coordinate. The color identifies the terms of the Reynolds stress transport equation (see electronic version). Solid line refers to the single-phase case and markers corresponds to the deformable case.



(a) (b)

FIGURE 5.8 – Averaged terms of equation (5.12) projected on the (x, x) component : (a) case B ; (b) case Ss. The color identifies the terms of the Reynolds stress transport equation (see electronic version). Empty circles refer to case B whereas small discs correspond to case Ss.

Analysis of the total Reynolds stresses transport equation

The terms of equation (5.12) are shown in figure 5.7 for cases D and SP and in figure 5.8 for cases B and Ss. First of all, the zero residue of case SP validates the implementation of statistical measurement. The comparison of cases D and SP on figure 5.7a for the streamwise component shows remarkably well two different areas in the flow. Close to the wall, production P_{ij}, dissipation ϵ_{ij} and diffusion D_{ij}(but not redistribution ϕ_{ij}) are rather similar between the two cases so that physical mechanisms are essentially similar to SPT. On the contrary, in the bulk of the channel, single-phase operators tend to zero while interfacial production increases to reach a plateau. At $y/h = 1$, the interfacial production is balanced solely by dissipation and redistribution. On the other components of the Reynolds stress tensor, differences are more pronounced. Even close to the wall, terms in case D are larger than for SP. Indeed, a larger amount of turbulent fluctuations is redistributed from component (x, x) to other components (as shown by the negative value of ϕ_{ij} in figure 5.7a and its positive value in figure 5.7b or 5.7d). Even though the magnitude of ϕ_{ij} or ϵ_{ij} are different between SP and D in figures 5.7b, 5.7c and 5.7d, tendencies across the channel are similar.

For cases B and Ss, only the axial component has been plotted on figures 5.8a and 5.8b because other components behave similarly. The very strong variations observed around $y/h = 0.165$ located at the end of the small bubbles layer are due to the very sharp transition between the two regimes. To the left of this transition, figure 5.8a and 5.8b are very similar confirming almost identical flow properties. For case B whose fluctuations are purely due to BIF, figure 5.8a confirms that the interfacial production of turbulent kinetic energy and the redistribution process play an important role in determining the magnitude of R_{ij} whereas the diffusion is negligible.

5.4.2 Interaction between SPT and BIF

In §5.3, an interaction between SPT and BIF has been brought to light. Furthermore, an innovative methodology has been proposed in §5.3 for an analysis of this interaction based on cases Ss (small Spherical bubbles), B (Bidisperse), D (Deformable bubbles) and SP (Single-Phase). This process allows to compare the case SP with the SPT part of case D [equation (5.11)] and a reduction of the turbulent kinetic energy has been found. The goal of the section is to use this methodology to understand the governing mechanisms involved in this reduction through the analysis of the Reynolds stress transport equation. The decomposition of the Reynolds stresses into SPT and BIF implies the decomposition of the Reynolds stress transport equation such as, at the statistical steady state

$$0 = \phi_{ij}^{SPT} + \epsilon_{ij}^{SPT} + D_{ij}^{SPT} + P_{ij}^{SPT} + \Pi_{ij}^{SPT}, \tag{5.13}$$

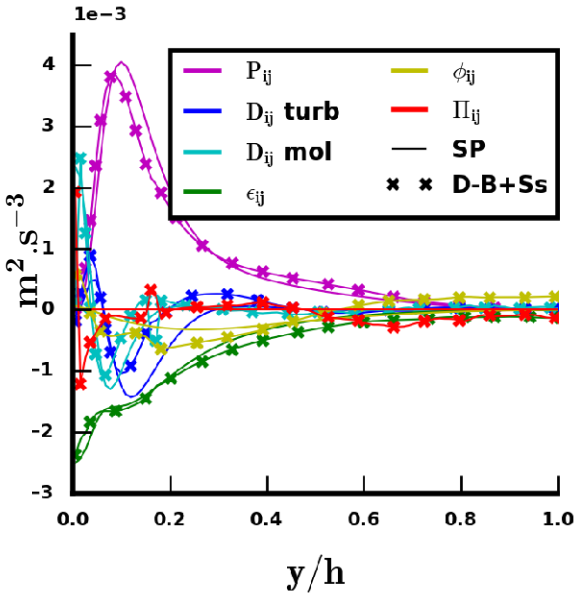
$$0 = \phi_{ij}^{BIF} + \epsilon_{ij}^{BIF} + D_{ij}^{BIF} + P_{ij}^{BIF} + \Pi_{ij}^{BIF}, \tag{5.14}$$

where $\psi^{SPT} + \psi^{BIF} = \psi$ with $\psi \in [\phi, \epsilon, D, P, \Pi]$. The methodology presented in §5.3 has been formulated for the Reynolds stresses but it is applicable to each term of equation (5.12). Thus, the equivalent of equation (5.9) and equation (5.11) for $\psi \in [\phi, \epsilon, D, P, \Pi]$ is :

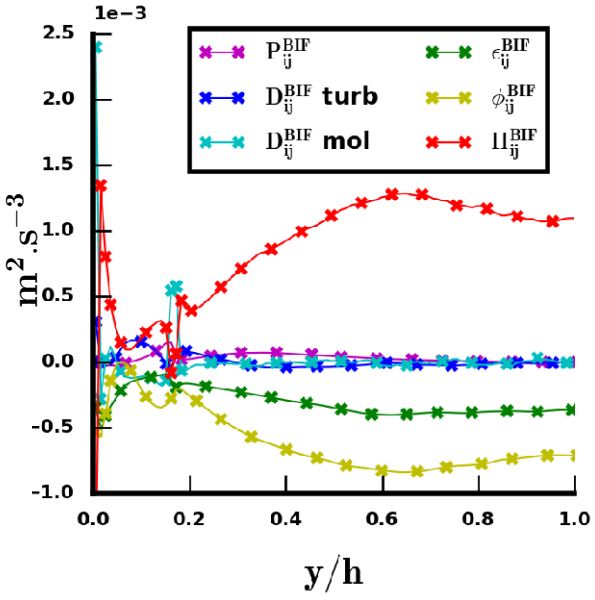
$$\psi_D^{BIF} = \psi_B - \psi_{Ss}, \tag{5.15}$$

$$\psi_D^{SPT} = \psi_D - (\psi_B - \psi_{Ss})\,. \tag{5.16}$$

Some of these terms are negligible. For instance, no interfacial production of SPT Π_{ij}^{SPT} and no classical production of BIF P_{ij}^{BIF} are expected. On figure 5.9, the terms of equations (5.13) and (5.14) are plotted and the deviation from zero of P_{ij}^{BIF} and Π_{ij}^{SPT} gives an estimate of the error of this methodology which appears to be really satisfactory. On figure 5.9a, the comparison between ψ_D^{SPT} given by equation (5.16) and ψ_{SP} is shown in order to understand the impact of bubbles on SPT. Owing to the remarkable similarity between the production terms (P_{ij}) on this figure, the difference in turbulent kinetic energy cannot be linked to the flattening effect of the velocity profile due to bubbles (as identified in some experiments by Colin *et al.* [2012]) because mean velocity gradients are essential in the construction of the production term. In addition, dissipation (ϵ_{ij}) is rather similar in both cases hence showing no significant modulation by the bubbles even though some effect could be expected due to an increased dissipation in the wakes as in any boundary layer. On the other hand, diffusion presents substantial differences. Both turbulent (D_{ij} turb) and molecular (D_{ij} mol) diffusions are stronger in the SP case (pressure diffusion is negligible). It means that the bubbles act as a screen on turbulence streaks and prevent the diffusion of the turbulent structures to the bulk of the channel. This interpretation is aligned with the results presented in §5.3 where differences between the two cases have been found to be smaller close to the wall. Indeed, the turbulence in the wall boundary layer is ruled by the balance between production and dissipation whereas in the bulk, the diffusion impact becomes significant. Bubbles also act for an increase of the redistribution (ϕ_{ij}) leading to a more isotropic SPT. This result explains the SPT increase with the presence of bubbles in the wall region for the



(a) equation (5.13)



(b) equation (5.14)

FIGURE 5.9 – Averaged terms projected on the (x, x) component of (a) equation (5.13) and single-phase equivalent ; (b) equation (5.14). The color identifies the terms of the Reynolds stress transport equation (see electronic version). Markers refer to the reconstructed SPT or BIF for figures (a) and (b) respectively.

wall-normal component on figure 5.6b. As previously mentioned, this effect has already been observed by Lance *et al.* [1991]. They show that bubbles reinforce the tendency of SPT towards isotropy because the liquid eddies are stretched by the bubbles. This physical coherence between several analyses presented in this paper gives a good confidence in these results. For future work, based on DNS data and theoretical aspects, diffusion and redistribution models for single-phase turbulence will be investigated to take into account the presence of bubbles. For the redistribution, Lance *et al.* [1991] have already proposed a model to take into account this effect, but to the best of our knowledge, no study has been performed on the modulation of the diffusion.

5.4.3 WIF modeling

The previous section focused on the analysis of the SPT reduction based on equations (5.13) and (5.16). This section proposes to study BIF through equations (5.14) and (5.15). The interpretation of equation (5.14) is not straightforward. In the present case, BIF is comprised of WIF only which corresponds to non-turbulent fluctuations due to coherent structures around bubbles. WIF does not present the chaotic features leading to an energy cascade and thus the interpretation of terms such as dissipation or redistribution should be taken carefully and the understanding of those notions should evolve in order to break free from the single-phase paradigm. The Reynolds stresses transport equation for case B (figure 5.8a) shows that WIF proceeds from the balance between interfacial production, redistribution and dissipation. Even for locations where $\nabla\alpha_v \neq 0$, the diffusion does not occur (see figure 5.9b). This observation is in agreement with WIF features. Indeed, a wake does not "diffuse" into the flow ; it always remains located behind a bubble because the dissipation acts quickly so that fluctuations do not have time to diffuse. As long as bubbles are distributed rather homogeneously ($\nabla\alpha_v \approx 0$), the gradient of the mean liquid velocity remains small ($\nabla\overline{u_l} \approx 0$) and the classical production term is then negligible. Eventually, the transport equation (5.14) for WIF reduces to (see figure 5.9b) :

$$0 = \Pi_{ij}^{WIF} + \phi_{ij}^{WIF} + \epsilon_{ij}^{WIF}. \tag{5.17}$$

The following sections provide some insight into the contributions to this equation and propose models for them.

Interfacial production

On figures 5.7b and 5.7d, negative interfacial production terms are found. This result is unexpected. Indeed, turbulence modulation usually manifests itself through dissipation or diffusion terms but a negative interfacial production was not expected. Moreover, the interfacial production is often related to the work of the drag force which is zero in the cross-flow directions so that :

$$\Pi_{ij} \quad = \quad \Pi_{11}\delta_{1i}\delta_{1j}. \tag{5.18}$$

However, one may wonder whether the difference between the direct evaluation of Π_{ij} and this classical assumption comes from the assumption itself or from a numerical

error. Indeed, as mentioned previously, the interfacial production is estimated as the residue of equation (5.12) excluding Π_{ij} but measurement of the redistribution term leads to an error which is propagated to the residue. Redistribution is calculated on all cells weighted by the liquid indicator function. The pressure on interfacial cells is an average between liquid and vapor pressures weighted by the phase indicator function. Because of the pressure jump at the interface, the measurement of interfacial terms involving pressure is biased. Thus, the same error can happen on the pressure diffusion term, but in the present case, its global contribution is negligible. A specific procedure could be investigated in future work to prevent numerical errors due to the estimation of redistribution (see Santarelli *et al.* [2016]). Meanwhile, the separation of numerical and modeling errors in the estimate of Π_{ij} is impossible. As a consequence, the equation (5.18) will be admitted in the following sections as a modeling hypothesis. Then, it is necessary to identify the interfacial production Π_{ij} and the redistribution ϕ_{ij} without resorting to their definitions. The redistribution will not be estimated directly for the following results but a theoretical reconstruction will be used. The sum of interfacial production and redistribution is estimated at the statistical steady state by :

$$\phi_{ij} + \Pi_{ij} = -P_{ij} - D_{ij} - \epsilon_{ij}. \tag{5.19}$$

Then, $\phi_{kk} = 0$ (Einstein summation convention) because redistribution does not create nor destroy energy. Thus we have :

$$\Pi_{kk} = -P_{kk} - D_{kk} - \epsilon_{kk}. \tag{5.20}$$

Following the idea of equation (5.18), Π_{11} can be estimated as Π_{kk} so that :

$$\Pi_{ij} = (-P_{kk} - D_{kk} - \epsilon_{kk})\,\delta_{1i}\delta_{1j}. \tag{5.21}$$

Finally, with equation (5.19), the redistribution is given by :

$$\phi_{ij} = -P_{ij} - D_{ij} - \epsilon_{ij} + (P_{kk} + D_{kk} + \epsilon_{kk})\,\delta_{1i}\delta_{1j}. \tag{5.22}$$

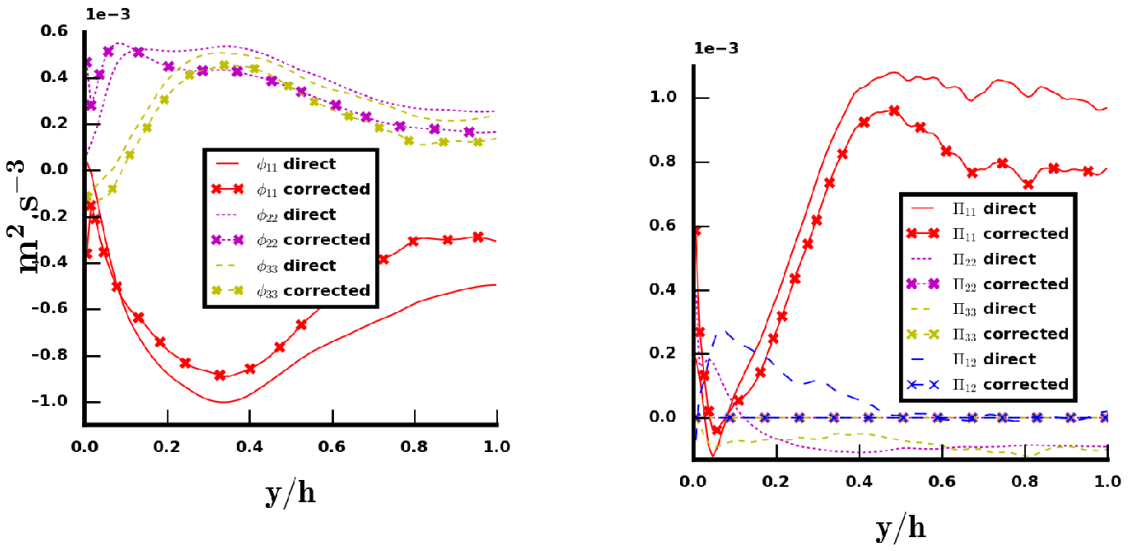
Thus, Π and ϕ are modeled from P, D and ϵ. The comparison between the direct evaluation of redistribution and interfacial production to the model proposed in equations (5.21) and (5.22) is shown on figure 5.10 for the three diagonal components of the operators and for the cross-correlation (12). There is no major differences to notice but this model is more convenient for the following physical analysis.

Consensus has been reached in the literature concerning the interfacial production. It is often taken as the work of the drag force such that :

$$\Pi_{ij} = \frac{3}{4d_b}\alpha_l C_D |u_r|^2 u_r \delta_{1i}\delta_{1j}. \tag{5.23}$$

Based on this idea, several variations exist [Olmos *et al.*, 2003; Pfleger & Becker, 2001]. The drag coefficient C_D depends on the flow regime but an exact expression is given by the balance of drag with buoyancy force :

$$C_D = \frac{4}{3}\frac{\alpha_v d_b\,(\rho_v - \rho_l)\,g}{\rho_l u_r^2}. \tag{5.24}$$



(a) redistribution (b) interfacial production

FIGURE 5.10 – Comparison between the direct evaluation of redistribution and interfacial production to the correction proposed in equations (5.21) and (5.22) (a) redistribution (b) interfacial production.

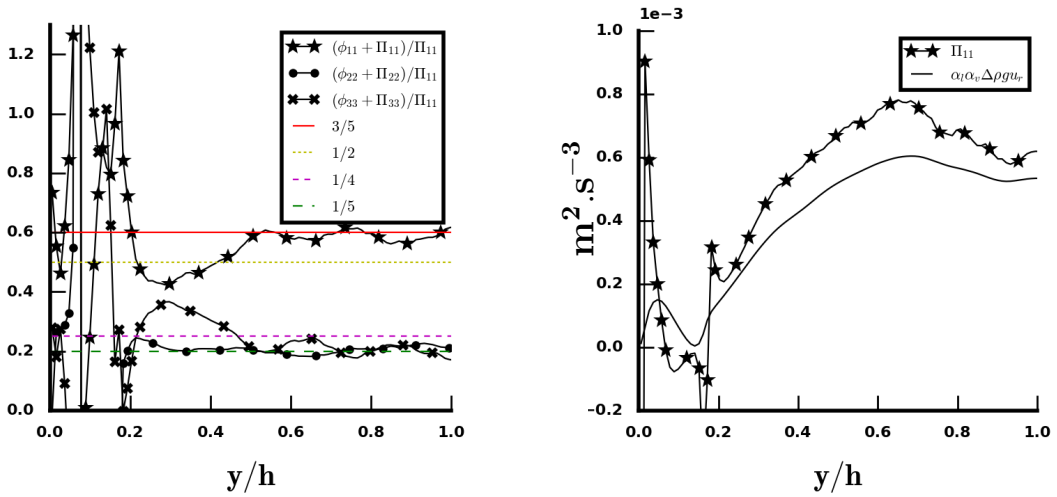
In figure 5.11b, this model is compared to DNS results. It slightly underpredicts the interfacial production with an error inferior to 10%. The differences between the work of the drag force and the DNS interfacial source term is caused by equation (5.23) which derives from equation (5.12) under several hypotheses (see Morel [2015]).

Redistribution

WIF is known for being strongly anisotropic because of the averaged contribution of wakes which occurs principally in the longitudinal direction [Amoura *et al.*, 2017]. The bubble velocity is not purely axial because bubbles are disturbed by transverse forces so that the instantaneous wakes show a slight inclination with respect to the x axis (see wakes on figure 5.4b). However, this inclination is so small that a huge anisotropy of the flow is expected. The redistribution process is the phenomenon responsible for the energy repartition between components. Basically, the energy is created by the interfacial production on the (x,x) component and then a part of this energy is equally redistributed to other directions (see figures 5.7b and 5.7d for instance). This observation led Hosokawa & Tomiyama [2013] and Colombo & Fairweather [2015] to propose a modeling of the redistribution such as :

$$\phi_{ij}^{BIF} + \Pi_{ij}^{BIF} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \Pi_{11}. \tag{5.25}$$

This expression has been proposed for BIF in a general sense. For reasons developed previously, a generic model cannot exist for both WIF and WIT together. Based on a purely WIF case, the model is tested on figure 5.11a. This figure shows that the redistribution model is satisfactory even if it slightly underpredicts the anisotropy of



(a) redistribution

(b) interfacial production

FIGURE 5.11 – Assessment of models in the purely WIF case (**B** – **Ss**) : (a) redistribution model [equation (5.25)], (b) interfacial production model [equation (5.23)] where the statistical quantities α_l, α_v and u_r are computed with case D results.

WIF. Actually, this model has been fitted on cases with additional WIT, expected to be less anisotropic than WIF. This could be part of the reasons for the slight differences. Eventually, for purely WIF conditions, our DNS suggests the following model :

$$\phi_{ij}^{WIF} + \Pi_{ij}^{WIF} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \Pi_{11}. \tag{5.26}$$

For a case entirely comprised of WIF, a larger amount of energy is carried by the streamwise component ($3/5\Pi_{11}$ against $1/2\Pi_{11}$). In the model of Colombo & Fairweather [2015], the addition of WIT is responsible for a more isotropic repartition of energy. The variation of the redistribution (matrix 5.26) in the region where there is a gradient of void fraction ($0.2 < y/h < 0.5$) suggests an impact of the void fraction gradient not included in the model. Nevertheless, the variation of this redistribution matrix with the void fraction is weak (from 0.5 to 0.6 for a void fraction increasing from 0% to 4%). This observation is in agreement with the literature where the redistribution matrix is often taken as a constant.

Dissipation

The most challenging part for the modeling of WIF is the dissipation term. The most popular method is to define a relaxation time τ :

$$\tau = \frac{R_{ij}}{\epsilon_{ij}}. \tag{5.27}$$

The ratio R_{ij}/ϵ_{ij} is rather independent from the component ij (see figure 5.12) so that τ can be regarded as a scalar. Rzehak & Krepper [2013] define the relaxation time as the lifetime of turbulent structures (see also Wilcox [1993]). Thus, in the context of

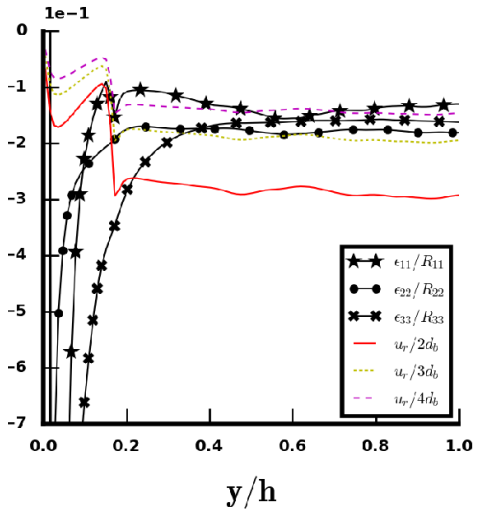


FIGURE 5.12 – Assessment of dissipation relaxation time model in the purely WIF case (**B** – **Ss**)[equation (5.27)].

pure WIF, the relaxation time can be seen as the time needed to cross the wake. In Rzehak & Krepper [2013], several definitions are proposed based on different quantities of the flow for BIF in a general sense. They argued that relaxation time can be linked to averaged quantities of bubbles ($\tau = d_b/u_r$) or to averaged quantities of the liquid phase ($\tau = k/\epsilon$). Cross-definitions have also been proposed but the appropriate relaxation time is still an open question. More definitions are found in Troshko & Hassan [2001] or Pakhomov & Terekhov [2015] for instance. The profusion of models for the relaxation time comes from the fact that a generic model cannot exist for both WIF and WIT together. WIF and WIT are subject to two different relaxation times because of their different natures. Therefore, the model must be adapted, depending on the ratio between WIF and WIT. However, based on the definition of "time needed to go through the wake", the relaxation time for a pure WIF case can be defined as

$$\tau = \frac{L_w}{u_r}, \tag{5.28}$$

where u_r is the relative velocity of bubbles and L_w is the length of the wake taken as a function of the bubble diameter. In figure 5.12, diagonal components of the normalized dissipation are plotted and compared to this relaxation time with different values of the wake length from $2d_b$ to $4d_b$. First of all, it confirms that the normalization component per component presents rather similar relaxation times for all the components. No physical explanation could be gathered from our results. Then, a good agreement is found for $L_w = 3$ or $4d_b$. On figure 5.4b, instantaneous structures of wakes in case B are shown. The length of $3d_b$ is found to be aligned with the observations. Indeed, on figure 5.4b, wakes of large bubbles disappears (transition between green and blue) after approximately $3d_b$. Nevertheless, the wake length depends on dimensionless numbers such as the bubble Reynolds number ; thus the present value is illustrative but is not expected to be generic. This length should also depend on the void fraction. Indeed, Risso & Ellingsen [2002] have shown that the decrease of a wake is faster for bubbles in a collective swarm than for an isolated bubble (see also Amoura *et al.* [2010]). It

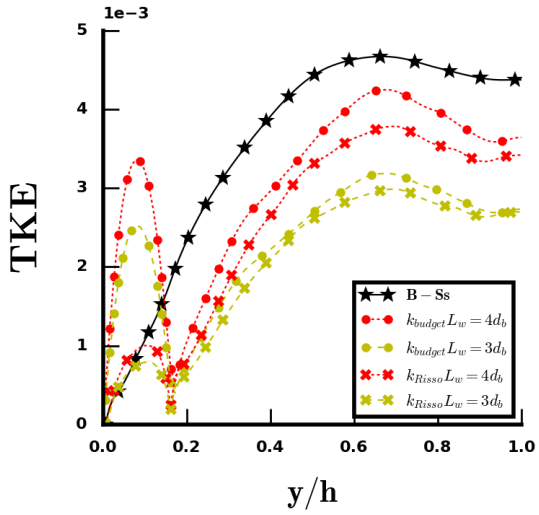


FIGURE 5.13 – f

or the total kinetic energy (TKE) of BIF.] Test of algebraic closure [equation (5.29)] for the total kinetic energy (TKE) of BIF for deformable bubbles (case **B − Ss**) in purely WIF conditions.

has to be noticed that the present wake length does not fit with the classical scaling $L_w = d_b/C_d$ [Risso *et al.*, 2008]. Thus, this wake length estimate is a shortcoming of the present analysis. It should be alleviated by future work dedicated to the quest for a more generic closure.

Algebraic models for WIF

Bringing together equations (5.17), (5.23), (5.24), (5.26), (5.27) and (5.28), an algebraic closure for the WIF Reynolds stresses is found :

$$R_{ij}^{WIF} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \alpha_l \alpha_v \frac{\Delta\rho}{\rho_l} g L_w. \tag{5.29}$$

Another algebraic closure has been proposed by Risso [2016]. The reasoning of Risso [2016] is not based on budget of turbulent kinetic energy but on wake structure and potential flow around bubbles. Performing the integration of the velocity field induced by the averaged wake in an infinite domain, he shows that the corresponding Reynolds stress is :

$$R_{ij}^{wake} = \alpha_v \frac{3u_r^2 L_w e^2}{16 r_b^3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{5.30}$$

where e is the semi-width of the wake ($e \approx 0.2 = 1.3 r_b$ in our cases). Then, using the results of Biesheuvel & Wijngaarden [1984], he shows that the Reynolds stress induced by the potential flow around a spherical bubble is :

$$R_{ij}^{potential} = \alpha_v u_r^2 \begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 0 \\ 0 & 3/20 & 0 \\ 0 & 0 & 3/20 \end{pmatrix}. \tag{5.31}$$

The total Reynolds stress $R_{ij}^{Risso} = R_{ij}^{wake} + R_{ij}^{potential}$ [equations (5.30+5.31)] is expected to be applicable for bubbles with a purely vertical trajectory. To compare to our case where bubbles are also disturbed by transverse forces, only turbulent kinetic energies ($k = tr\,(R_{ij})$) are compared. The trace of R_{ij}^{Risso} is called k_{Risso}. The trace of equation (5.29) is called k_{budget} and both are compared to the WIF kinetic energy produced by the deformable bubbles (case B-Ss) on figure 5.13. Both models underpredict the same kinetic energy for a given L_w. This is due to the modeling of the interfacial production based on the work of the drag force (see figure 5.11b). For $y < 0.2$, the model shows a peculiar behavior due to the void fraction reconstruction as $\alpha_D = \alpha_B - \alpha_{Ss}$ which should not be included in the discussion. Further away from the wall, the two models give reasonable results. Besides, the validity of this new model is currently limited to specific physical configurations (drag-buoyancy driven flow, small gravity conditions). It has been developed only for $y/h > 0.2$ so there is no evaluation of its capabilities in the near-wall region where the wakes could be disturbed by the no-slip boundary condition or by the large amount of SPT. More importantly, the model depends on a wake length L_w which in turns possibly evolves with the Eötvös number, the bubble Reynolds number and the void fraction. Finally, further analyses are needed in different conditions to extend the closure validity. Explicit testing and validation of the model against experimental or numerical data are also necessary.

5.5 Conclusion and prospects

Five DNS calculations have been performed for a vertical bubbly flow at $Re_\tau = 127$ and analyzed through budget equations of Reynolds stresses in order to improve our understanding of such flows. Cases have been studied in low gravity conditions such that bubble induced fluctuations (BIF) are related only to wake-induced fluctuations (WIF). Concerning the budget of Reynolds stresses, the four complementary cases (small spherical bubbles, large deformable bubbles, bidisperse and single-phase cases) are well suited to study the modulation of SPT (Single-Phase Turbulence) and WIF mechanisms. A statistical dependence between BIF and SPT has been observed, revealing weaknesses in the classical way in which pseudoturbulence and perturbations to standard single-phase turbulence are modeled. Moreover, it has been shown that this SPT reduction is due to an alteration of the diffusion from the wall to the bulk of the channel because of the presence of bubbles. An increase of the redistribution leading to a more isotropic SPT has been observed as well. In the future, SPT modeling should take into account these phenomena. Finally, a physical interpretation of the WIF transport equation has been proposed through the investigation of interfacial production, redistribution and dissipation. The relaxation time responsible for the dissipation was found to be related to the wake length. Two algebraic closures based on physical assertions for the Reynolds stresses have then been tested. The results are encouraging,

further analyses are needed at different bubbles Reynolds numbers or void fractions to extend the closure validity (in particular to assess the possible dependency of the characteristic length scale of the wake) ; further efforts are required to actually estimate the capabilities of the model. In addition, investigations of mechanisms in the near-wall region would be valuable to improve the applicability of the model. Otherwise, the DNS database is now available for further analysis [1].

After carrying out these analyses on SPT modulation and on WIF transport equation, a thorough analysis of the turbulence has been completed and the three-equation turbulence model can be sketched as follows :

$$R_{ij} = R_{ij}^{SPT} + R_{ij}^{WIF} + k^{WIT}\frac{2\delta^{ij}}{3} \tag{5.32}$$

$$\frac{DR_{ij}^{SPT}}{Dt} = D_{ij,turb}^{SPT} + D_{ij,mol}^{SPT} + P_{ij}^{SPT} - \epsilon_{ij}^{SPT} + \phi_{ij}^{SPT} \tag{5.33}$$

$$\frac{Dk^{WIT}}{Dt} = C^D\nabla^2 k^{WIT} + \alpha_v\frac{\Delta\rho}{\rho_l}gu_r\left(0.9 - e^{-\frac{Re_b}{Re_b^c}}\right) - \frac{2\nu C_d^* Re_b}{C_\Lambda^2 d_b^2}k^{WIT} \tag{5.34}$$

$$\text{With } R_{ij}^{WIF} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \alpha_l\alpha_v\frac{\Delta\rho}{\rho_l}gL_w, \tag{5.35}$$

$$\text{or } R_{ij}^{WIF} = \alpha_v u_r^2 \begin{pmatrix} 1/5 + 3C_V/2 & 0 & 0 \\ 0 & 3/20 & 0 \\ 0 & 0 & 3/20 \end{pmatrix} \tag{5.36}$$

$$C_\Lambda = 2.7 \quad , \quad C_V = 0.25\gamma^3 \quad , \quad Re_b^c = 170 \tag{5.37}$$

where R_{ij}^{SPT} is the single-phase turbulence classically modelled with a Reynolds Stress Model [Launder *et al.*, 1975; Speziale *et al.*, 1991]. The present study has shown that the redistribution tensor ϕ_{ij}^{SPT} is disturbed by the presence of bubbles in accordance with the study of Lance *et al.* [1991]. Additionally, diffusion is reduced by the near-wall bubble layer. In the long term, the characteristic scale in the modeling of D_{ij}^{SPT} should also be modified in order to take into account the impact of bubbles. The diffusion coefficient C^D is spelled out in the section 3.6.3. Concerning the bubble-induced fluctuations, the present study was focused on finding an algebraic closure for the WIF as proposed on equation (5.35). However, equation (5.35) needs an additional closure for wake length L_w. As things currently stand, only closure (5.36) can be used for industrial purpose but further study are conceivable to improve the new model for the WIF.

5.6 Résumé du chapitre en Français

Dans ce chapitre, cinq simulations de canaux à bulles ont été réalisées à $Re_\tau = 127$. Ces DNS permettent d'étudier l'interaction entre le SPT et les bulles ainsi que le WIF. En effet, en se plaçant dans des conditions de faible gravité, alors les sillages des bulles ne provoquent aucune instabilité et le BIF est entièrement constitué de WIF.

1. see http://triocfd.cea.fr/recherche/modelisation-physique/

Un impact du BIF sur le SPT est observé montrant une modulation de la diffusion et de la redistribution monophasique par les bulles. Ces observations mettent en évidence les limitations quant à l'utilisation d'un modèle de turbulence classique pour le SPT. La réduction du SPT est ensuite identifiée. Les résultats permettent d'affirmer que, dans certaines conditions, les bulles altèrent certains mécanismes de transport, et notamment la diffusion des fluctuations depuis la paroi vers le cœur de l'écoulement. La redistribution de l'énergie est également modifiée par les bulles. En effet, il a été observé par Lance *et al.* [1991] que les bulles rendaient le SPT plus isotrope. Cette observation est corroborée par nos résultats.

A partir de l'équation de transport du WIF (production, dissipation, redistribution), une nouvelle modélisation du WIF est proposée. Le temps de relaxation caractéristique de la dissipation est relié à la longueur des sillages. Le modèle proposé semble fonctionner aussi bien que celui proposé par Risso [2016] décrit dans le chapitre 3. Il nécessite une modélisation de la longueur des sillages. Cependant, il n'a été vérifié que sur le cas étudié ici. De nouvelles études sont à envisager.

Enfin, le chapitre conclut en compilant l'ensemble des résultats obtenus dans le modèle de turbulence à trois équations pour les différentes tensions de Reynolds (équations (5.32) à (5.37)). Dès lors, on peut écrire une liste de perspectives intéressantes :

— Étudier la longueur des sillages dans différentes configurations pour en proposer une modélisation.

— Proposer un nouveau modèle de coefficient de diffusion pour le SPT, en faisant par exemple intervenir une grandeur caractéristique liée aux bulles.

— Réaliser des tests quantitatifs pour vérifier que le modèle de redistribution de Lance *et al.* [1991] est conforme aux observations.

— Explorer une potentielle interaction entre SPT et WIT. En effet, ce chapitre étudie la modulation du SPT par le WIF. Rien ne garantie que l'interaction entre SPT et WIT soit identique. Cependant, comme il n'existe à ce jour aucune méthode pour distinguer SPT et WIT, une analyse précise de ce genre de phénomène paraît complexe. De nouvelles méthodes, s'inspirant éventuellement de celle proposée dans ce chapitre, devront être développées.

Conclusion générale & Perspectives

Dans le cadre de la politique de remontée d'échelle du CEA qui aspire à la création d'un réacteur numérique, il existe un fort besoin de compréhension et de modélisation des écoulements de tous types. Dans le but d'améliorer, à terme, notre compréhension de scenarios accidentels pour les réacteurs à eau pressurisée, nous avons étudié dans cette thèse la dynamique des écoulements à bulles dans le but de la modéliser. Cette dynamique est complexe, constituée d'une multitude de phénomènes couplés interagissant de manière fortement non-linéaire. Tout au long de ce travail, nous nous sommes efforcés de séparer les effets, de mettre les phénomènes en boîte pour pouvoir les étudier et faire remonter l'information statistique depuis des simulations fines jusqu'aux modèles utilisés dans les approches RANS Euler-Euler. Les principaux enjeux de la thèse étaient les suivants :

— Étudier et modéliser les forces interfaciales responsables de la migration des bulles.

— Proposer un modèle de turbulence à la hauteur de la connaissance actuelle des phénomènes.

Afin d'atteindre ces objectifs, une base de données statistique a été réalisée à partir d'expériences numériques (simulations numériques directes) d'essaims et de canaux à bulles (voir http://triocfd.cea.fr/recherche/modelisation-physique/). En plus de mettre en évidence des phénomènes d'intérêt, la pertinence de ces données est justifiée vis-à-vis des besoins industriels.

Physique et modélisation des forces interfaciales

La méthode de modélisation proposée pour les forces interfaciales est un des résultats majeurs de cette thèse car elle peut potentiellement ouvrir un nouveau champ de recherche. Jusqu'à aujourd'hui, l'ensemble des travaux de modélisation des forces interfaciales était réalisé sur des cas simplifiés, isolés, sur lesquels on pouvait mettre en évidence un phénomène particulier. Par exemple, on étudiait la force de portance dans un écoulement cisaillé laminaire sur une bulle isolée. Comment dès lors juger de l'efficacité du modèle pour une population de bulles dans un environnement turbulent ? Il faut alors superposer des modèles de forces (dispersion turbulente, portance, traînée, force de lubrication etc..), et il devient quasiment impossible de déterminer les erreurs d'un modèle en particulier. Les jeux de modèles sont alors en proie à la compensation d'erreur et les capacités de prédiction sur de nouveaux cas plus complexes en dehors de la base de validité sont contestables. Dans le but de limiter ces problèmes, une équation de la trajectoire d'un élément fluide de la phase gazeuse a été écrite, non pas en

se basant sur une somme de modèles obtenus sur des cas particuliers, mais en utilisant les équations de Navier-Stokes directement. Dans cette démarche, les bulles ne sont pas considérées comme des particules ponctuelles et les effets locaux à l'intérieur de la bulle ou sur sa surface sont considérés. L'équation obtenue donne une définition locale pour les forces de portance, de traînée et de dispersion turbulente s'appliquant sur cet élément fluide de la phase gazeuse. Bien que ces forces aient été définies, un travail d'identification des autres forces classiques de la vision particulaire (forces de masse ajoutée, d'histoire, de Tchen) reste à faire et devra faire l'objet de futures études. En plus des forces classiques, cette formulation révèle une nouvelle force, reliée à des effets de tension de surface, baptisée force de dispersion laminaire.

Une grande confiance dans l'interprétation de cette nouvelle équation a été acquise par des développements analytiques sur la force de portance. En effet, la nouvelle définition de la force de portance (comprenant des termes de pression et des tensions de Reynolds), se réduit à sa fermeture classique dans le cas d'un écoulement cisaillé laminaire. Comme nous l'avions envisagé, cette démonstration est compliquée à réaliser pour des écoulements complexes. Il est possible que la fermeture classique de la force de portance ne soit plus valable pour des écoulements de type industriel. Cette interprétation a été corroborée par l'analyse des DNS de canaux à bulles dans lesquels la force de portance a un comportement difficile à caractériser. C'est donc un secteur de recherche potentiellement prometteur qui pourrait permettre de véritables progrès dans les modèles utilisés. En outre, nous avons distingué plusieurs manières d'envisager ces futurs travaux car la nouvelle formulation montre également que seuls les tensions de Reynolds et les effets de tension de surface doivent être modélisés. Ainsi, on peut imaginer :

1. Faire le lien entre l'approche continue et l'approche classique particulaire pour bénéficier de la littérature abondante sur la modélisation des forces.
2. Utiliser uniquement la nouvelle formulation. On transfert alors le problème de la modélisation des forces interfaciales vers un problème de modélisation des tensions de Reynolds, de pression et de tension de surface.
3. Développer une démarche intermédiaire en complétant les modèles existants par la compréhension donnée par la nouvelle formulation.

Concernant les modèles eux-mêmes, nous avons proposé en premier lieu un nouveau critère d'inversion de la force de portance en fonction du nombre de Weber, et non du nombre d'Eötvös. Dans un deuxième temps, une fermeture de la nouvelle force de dispersion laminaire a été développée car sa contribution aux phénomènes de migration est très importante (beaucoup plus importante dans nos cas que la force de dispersion turbulente qui est systématiquement négligeable). Physiquement, cette force représente des phénomènes connus comme l'alignement horizontal des bulles sphériques dans un écoulement laminaire ou les trajectoires oscillantes des bulles déformables. Elle peut s'écrire en fonction de la force de traînée et du rapport d'aspect des bulles γ comme :

$$\mathbf{M^{LD}} = -\alpha_v \left[\frac{F^D}{S_b} (2C-1)(1-4\alpha_v) + \frac{\sigma}{r_0} \left[3\left(1-\gamma^{-4}\right) + 2\alpha_v (2\gamma-1)\left(\gamma^5-\gamma^{-4}\right) \right] \right] \nabla\alpha_v \quad (5.38)$$

Ce modèle est validé sur cinq cas de canaux à bulles très différents. En effet, en ne faisant varier que deux paramètres (la tension de surface et la gravité), nous avons réussi à obtenir des transitions simples entre écoulements à bulles concentrées à la paroi, à cœur ou dans une zone intermédiaire. Sur l'ensemble de ces configurations, le modèle de force de dispersion laminaire donne de très bons résultats. De plus, on s'attend à ce qu'il soit relativement générique si la fermeture de la force de traînée est adéquate. Certaines perspectives sont néanmoins nécessaires :

1. Étudier les limites du modèle en terme de taux de vide. On s'attend à ce qu'il ne soit plus valide pour des taux de vide supérieurs à 10% environ.
2. Ajouter au modèle les effets non-eulériens pour corriger le comportement en proche paroi.
3. Réaliser des tests a posteriori dans un code RANS Euler-Euler.

Physique et modélisation de la turbulence

Tous les travaux de cette thèse concernant la turbulence sont basés sur la décomposition de la turbulence en SPT (*Single Phase Turbulence*), WIT (*Wake Induced Turbulence*) et WIF (*Wake Induced Fluctuations*). Ces trois contributions caractérisent des phénomènes bien distincts. Le SPT est la turbulence issue du cisaillement moyen pouvant provenir des éléments solides comme les parois mais également des bulles. Le WIT est la turbulence issue de la déstabilisation et des instabilités collectives des sillages, et le WIF caractérise les fluctuations engendrées par le sillage moyen et l'écoulement potentiel autour des bulles. Des travaux antérieurs ont montré que ces trois contributions possèdent des échelles caractéristiques distinctes. Dès lors, la modélisation en un bloc de la turbulence diphasique devient inenvisageable, et l'étude bibliographique montre qu'aucun modèle actuel ne peut décrire fidèlement la turbulence dans les écoulements à bulles. La modélisation n'étant donc pas à la hauteur de notre compréhension physique des écoulements, nous proposons une nouvelle forme de modélisation à trois équations, inspirée des travaux de Chahed *et al.* [2003], où chaque contribution aux fluctuations totales possède sa propre fermeture.

Sur des DNS d'essaims de bulles en ascension, nous avons étudié les propriétés du WIT et proposé une fermeture algébrique. Pour ce faire, nous avons dû réaliser des calculs à bulles fixes pour lesquels la décomposition en WIF et WIT de l'équation de transport des tensions de Reynolds pouvait être réalisée. Afin d'utiliser les statistiques obtenues avec les calculs à bulles fixes, nous avons montré que les grandeurs caractéristiques du WIT n'étaient pas altérées par le fait de fixer les bulles (via par exemple une analyse spectrale). Les simulations ont donc été utilisées pour proposer une fermeture algébrique du WIT, calibrée ensuite sur les résultats à bulles libres et sur des données expérimentales. Pour que le modèle coïncide avec les données expérimentales, nous avons conjecturé que le niveau de turbulence produit par un essaim de bulles déformables était égal au niveau de turbulence produit par un essaim similaire de bulles sphériques de volume équivalent. Cela signifierait que l'énergie turbulente perdue par le ralentissement des bulles (à cause de leurs déformations) est compensée par une augmentation de la turbulence liée à l'oscillation de l'interface et à l'augmentation de son diamètre apparent. Cette conjecture doit cependant encore faire l'objet

d'études pour être validée. En attendant, les résultats sont très positifs et permettent de prédire toutes nos données numériques ainsi que des données expérimentales de la littérature sur une large gamme de nombres sans dimension (nombre de Reynolds de bulles, nombre d'Eötvös, taux de vide).

Dans le dernier chapitre enfin, cinq simulations de canaux à bulles sont réalisées pour étudier l'interaction entre le SPT et les bulles ainsi que pour proposer une fermeture au WIF. Afin d'éliminer la contribution du WIT liée aux instabilités collectives qui ne surviennent qu'à des nombres de Reynolds de bulles élevés, ces simulations ont été réalisées dans des conditions de faible gravité pour lesquelles les sillages des bulles ne développent aucune instabilité. Ainsi, le BIF est entièrement constitué de WIF. Une nouvelle méthode de traitement des données basée sur une décomposition des phénomènes physiques a permis de mettre en évidence une dépendance statistique entre le BIF et le SPT montrant une modulation de la redistribution et de la diffusion par les bulles. En effet, les bulles empêchent en partie les structures turbulentes de diffuser depuis les parois jusqu'au cœur des canaux et une tendance vers un écoulement plus isotrope en présence de bulles est observée.

En ce qui concerne la modélisation, une alternative au modèle de Risso [2016] pour la modélisation du WIF est proposée en se basant sur son équation de transport. L'échelle de distance caractéristique du WIF est reliée à la longueur des sillages. Le modèle ainsi produit montre des résultats encourageants mais de futures études sont encore à envisager en ce qui concerne :

1. La modélisation de la longueur des sillages
2. Le domaine de validité du modèle
3. Les tests a posteriori en conditions industrielles

Finalement, Les résultats obtenus sur la turbulence dans les écoulements à bulles peuvent être regroupés dans le modèle à trois équations :

$$R_{ij} = R_{ij}^{SPT} + R_{ij}^{WIF} + k^{WIT}\frac{2\delta^{ij}}{3} \tag{5.39}$$

$$\frac{DR_{ij}^{SPT}}{Dt} = D_{ij,turb}^{SPT} + D_{ij,mol}^{SPT} + P_{ij}^{SPT} - \epsilon_{ij}^{SPT} + \phi_{ij}^{SPT} \tag{5.40}$$

$$\frac{Dk^{WIT}}{Dt} = C^D\nabla^2 k^{WIT} + \alpha_v\frac{\Delta\rho}{\rho_l}gu_r\left(0.9 - e^{-\frac{Re_b}{Re_b^c}}\right) - \frac{2\nu C_d^* Re_b}{C_\Lambda^2 d_b^2}k^{WIT} \tag{5.41}$$

$$\text{Avec } R_{ij}^{WIF} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \alpha_l\alpha_v\frac{\Delta\rho}{\rho_l}gL_w, \tag{5.42}$$

$$\text{ou } R_{ij}^{WIF} = \alpha_v u_r^2 \begin{pmatrix} 1/5 + 3C_V/2 & 0 & 0 \\ 0 & 3/20 & 0 \\ 0 & 0 & 3/20 \end{pmatrix} \tag{5.43}$$

$$C_\Lambda = 2.7 \quad , \quad C_V = 0.25\gamma^3 \quad , \quad Re_b^c = 170 \tag{5.44}$$

où R_{ij}^{SPT} sont les tensions de Reynolds monophasiques classiquement modélisées par un modèle RSM [Launder *et al.*, 1975; Speziale *et al.*, 1991]. La modulation de

la redistribution du SPT par les bulles observée dans nos DNS va dans le sens de la loi proposée par Lance *et al.* [1991]. Il n'existe cependant pas à notre connaissance de modèle permettant de prendre en compte la modulation de la diffusion du SPT par les bulles observée dans cette thèse. Les tensions de Reynolds turbulentes issues de l'instabilité et de l'interaction des sillages sont représentées par R_{ij}^{WIT}. Dans le cas d'essaims de bulles, l'expression (5.41) se réduit à la fermeture algébrique utilisée dans le chapitre 4 car l'opérateur de diffusion devient nul. Pour des écoulements en canaux, la diffusion du WIT est décrite dans la section 3.6.3. L'applicabilité aux fluctuations WIT de cette fermeture développée pour un scalaire passif reste à évaluer.

Concernant la fermeture algébrique des tensions de Reynolds non turbulentes R_{ij}^{WIF} issues des inhomogénéités spatiales (sillages moyens, écoulements potentiels), il existe désormais deux expressions qui peuvent être utilisées. Cependant, l'équation (5.42) nécessite encore une fermeture pour la longueur de sillage L_w. Dans l'état actuel des choses, seule la fermeture (5.43) peut être utilisée pour des applications industrielles.

Le modèle ainsi écrit est complet et peut dès aujourd'hui être utilisé dans un code de calcul moyenné. Cependant, on peut encore noter certaines limitations pouvant faire l'objet de futures études :

- Besoin d'une corrélation adaptée pour C_d^* (traînée de bulles sphériques). A noter que cette corrélation ne remplace pas le coefficient de traînée classique pour la détermination de la vitesse relative entre les phases, mais seulement pour le niveau de turbulence dans la phase liquide.
- La modélisation algébrique du terme de dissipation du WIT pourrait également être mise à l'écart pour proposer une équation de transport dédiée.
- Les fermetures algébriques du WIF ne fonctionnent pas parfaitement. Une fermeture plus avancée du coefficient C_V pourrait faire l'objet de futures recherches ainsi que l'étude de la longueur des sillages dans différentes configurations pour en proposer une modélisation.
- La diffusion du SPT étant modifiée par les bulles, il faudrait maintenant proposer un nouveau modèle de coefficient de diffusion pour le SPT, en faisant par exemple intervenir une grandeur caractéristique liée aux bulles.
- Réaliser des tests quantitatifs pour vérifier que le modèle de redistribution de Lance *et al.* [1991] est conforme aux observations.
- Le modèle de WIT a été créé à partir de calculs de bulles en essaims tri-périodiques. Les composantes non diagonales des tensions de Reynolds WIT sont donc nulles. Il est en réalité fort probable que la présence de paroi redistribue une partie de l'énergie hors de la diagonale. Ceci est en revanche extrêmement complexe à étudier, car cela nécessite d'étudier le WIT dans le cas d'un canal dans lequel il est impossible de le séparer du SPT dans l'état actuel des connaissances.
- La modulation du SPT par le WIF a été étudiée. Rien ne garantie que l'interaction du SPT et du WIT soit identique. Cependant, comme il n'existe à ce jour aucune méthode pour distinguer SPT et WIT, une analyse précise de ce genre de phénomène paraît complexe. De nouvelles méthodes, s'inspirant éventuellement de celle proposée dans cette thèse, devront être développées.

J'écrivais en introduction de ce travail qu'écoulement et bulles forment un système à dynamique complexe. Les résultats de cette thèse ont confirmé cette intrication des phénomènes, à tel point que les forces interfaciales ont été définies par des tensions de Reynolds, et les tensions de Reynolds par un coefficient de traînée. Je conclue donc en écrivant que comprendre cet équilibre complexe ne pourra advenir qu'en refusant le cloisonnement entre force interfaciale et turbulence car il s'agit en réalité d'un seul et même sujet.

Bibliographie

Adoua R, Legendre D & Magnaudet J 2009 Reversal of the lift force on an oblate bubble in a weakly viscous linear shear flow. *J. Fluid Mech.* **628**, 23–41. 44, 46, 52, 57, 72

Alméras E 2014 Etude des propriétés de transport et de mélange dans les écoulements à bulles. PhD thesis. viii, 136, 137, 138, 141, 185

Alméras E, Mathai V, Lohse D & Sun C 2017 Experimental investigation of the turbulence induced by a bubble swarm rising within incident turbulence. *J. Fluid Mech.* **825**, 1091–1112. 21, 104, 111, 114, 161, 188, 197, 236

Alméras E, Mathai V, Sun C & Lohse D 2019 Mixing induced by a bubble swarm rising through incident turbulence. *Int. J. Multiph. Flow* **114**, 316–322. 9

Alves SS, Orvalho SP & Vasconcelos JM 2005 Effect of bubble contamination on rise velocity and mass transfer. *Chem. Eng. Sci.* **60** (1), 1–9. 32

Amoura Z 2008 Etude hydrodynamique de l'écoulement traversant un réseau aléatoire de sphères fixes. PhD thesis, Université de Toulouse. 166

Amoura Z, Besnaci C & Risso F 2017 Velocity fluctuations generated by the flow through a random array of spheres : a model of bubble-induced agitation. *J. Fluid Mech.* **823**, 592–616. 21, 22, 71, 74, 85, 109, 110, 114, 116, 131, 144, 154, 165, 166, 169, 200, 208

Amoura Z, Roig V, Risso F & Billet Am 2010 Attenuation of the wake of a sphere in an intense incident turbulence with large length scales. *Phys. Fluids* **22**, 055105. 210

Antal SP, Lahey RT & Flaherty JE 1991 Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow. *Int. J. Multiph. Flow* **17** (5), 635–652. vii, 50, 51, 60, 77

Auton TR 1987 The lift force on a spherical body in a rotational flow. *J. Fluid Mech.* **183**, 199–218. 45

Batchelor GK 1967 An Introduction to Fluid Dynamics, arXiv : 9780471202318. 138

Batchelor GK 1972 Sedimentation in a dilute dispersion of spheres. *J. Fluid Mech.* **52**, 245–272. 48, 58

Batchelor GK & Green JT 1972 The determination of the bulk stress in a suspension of spherical particles to order c2. *J. Fluid Mech.* **56** (3), 401–427. 137

Bertakis E, Gross S, Grande J, Fortmeier O, Reusken A & Pfennig A 2010 Validated simulation of droplet sedimentation with finite-element and level-set methods. *Chem. Eng. Sci.* **65** (6), 2037–2051. xi, 30, 32

de Bertodano ML & Saif A 1997 Modified k-epsilon model for two-phase turbulent jets. *Nucl. Eng. Des.* **172** (1-2), 187–196. 127

Biesheuvel A & Wijngaarden LV 1984 Two-phase flow equations for a dilute dispersion of gas bubbles in liquid. *J. Fluid Mech.* **148**, 301–318. 20, 58, 71, 131, 138, 140, 211

Bois G 2011 Transferts de masse et d'énergie aux interfaces liquide / vapeur avec changement de phase : proposition de modélisation aux grandes échelles des interfaces. PhD thesis, Université de Grenoble. 15

Bois G 2017 Direct numerical simulation of a turbulent bubbly flow in a vertical channel : Towards an improved second-order reynolds stress model. *Nucl. Eng. Des.* **321**, 92–103. 7, 8, 26, 56, 190

Bois G, du Cluzeau A, Toutant A & Martinez JM 2017 DNS of turbulent bubbly flows in plane channels using the Front-Tracking algorithm of TrioCFD. In *Fluids Eng. Div. Summer Meet. Multiph. Flow Tech. Comm.*. ASME. 56, 190

Bois G, Fauchet G & Toutant A 2016 DNS of a turbulent steam/water bubbly flow in a vertical channel. In *9th Int. Conf. Multiph. Flow*. 56, 190

Bouche E, Roig V & Risso F 2012 Homogeneous swarm of high-Reynolds-number bubbles rising within a thin gap . Part 1 : Bubble dynamics. *J. Fluid Mech.* **704**, 211–231. 22, 109, 111

Bouche E, Roig V & Risso F 2014 Homogeneous swarm of high-Reynolds-number bubbles rising within a thin gap . Part 2 : Liquid dynamics. *J. Fluid Mech.* **758**, 508–521. viii, 22, 107, 109, 110, 114

Bunner B & Tryggvason G 2002 Dynamics of homogeneous bubbly flows part 1. Rise velocity and microstructure of the bubbles. *J. Fluid Mech.* **466**, 17–52. vii, 48, 58

Burns AD, Frank T, Hamill I & Shi JMM 2004 The Favre Averaged Drag Model for Turbulent Dispersion in Eulerian Multi-Phase Flows. In *Fifth Int. Conf. Multiph. Flow, ICMF-2004*. 49

Calzavarini E, Kerscher M, Lohse D & Toschi F 2008 Dimensionality and morphology of particle and bubble clusters in turbulent flow. *J. Fluid Mech.* **607**, 13–24, arXiv : 0710.1705. 104

Chahed J, Roig V & Masbernat L 2003 Eulerian – Eulerian two-fluid model for turbulent gas – liquid bubbly flows. *Int. J. Multiph. Flow* **29**, 23–49. 20, 22, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 141, 217

Chandesris M, D'Hueppe A, Mathieu B, Jamet D & Goyeau B 2013 Direct numerical simulation of turbulent heat transfer in a fluid-porous domain. *Phys. Fluids* **25**, 125110. 56

Chandesris M & Jamet D 2006 Boundary conditions at a planar fluid-porous interface for a Poiseuille flow. *Int. J. Heat Mass Transf.* **49** (13-14), 2137–2150. 56, 190

Chandesris M & Jamet D 2009 Derivation of jump conditions for the turbulence k - epsilon model at a fluid/porous interface. *Int. J. Heat Fluid Flow* **30**, 306–318. 56

Cisse M, Saw EW, Gibert M, Bodenschatz E & Bec J 2015 Turbulence attenuation by large neutrally buoyant particles. *Phys. Fluids* , arXiv : 1501.00700. 21, 188

Clift, R. ; Grace, J. R. ; Weber ME 1978 *Bubbles, Drops and Particles*. 25

du Cluzeau A, Bois G & Toutant A 2019 Analysis and modeling of Reynolds stresses in turbulent bubbly up-flows from direct numerical simulations. *J. Fluid Mech.* **866**, 132–168. 29, 53, 85, 188

Colin C, Fabre J & Kamp A 2012 Turbulent bubbly flow in pipe under gravity and microgravity conditions. *J. Fluid Mech.* **711**, 469–515. vii, 7, 8, 9, 21, 104, 188, 197, 201, 204

Colombet D 2014 Modélisation de réacteurs Gaz-Liquide de type colonne à bulles en conditions industrielles. PhD thesis. 19, 42, 52

Colombo M & Fairweather M 2015 Multiphase turbulence in bubbly flows : RANS simulations. *Int. J. Multiph. Flow* **77**, 222–243. 22, 127, 130, 200, 208, 209

Dabiri S & Bhuvankar P 2017 Scaling law for bubbles rising near vertical walls. *Phys. Fluids* **062101** (2016). 192

Dabiri S, Lu J & Tryggvason G 2017 Transition between regimes of a vertical channel bubbly upflow due to bubble deformability. *Phys. Fluids* **25**, 102110. 7, 8, 57, 104

Delhaye JM 2008 *Thermohydraulique des réacteurs*, adp scienc edn. ADP sciences. 233

Dijkhuizen W, Roghair I, Van Sint Annaland M & Kuipers JA 2010 DNS of gas bubbles behaviour using an improved 3D front tracking model-Drag force on isolated bubbles and comparison with experiments. *Chem. Eng. Sci.* **65** (4), 1415–1426. 41

Drew DA & Lahey RT 1987 The virtual mass and lift force on a sphere in rotating and straining inviscid flow. *Int. J. Multiph. Flow* **13** (1), 113–121. 45

Drew DA & Passman SL 1999 *Theory of Multicomponent Fluids*, springer edn. springer. 36, 66, 74

Dupuy D, Toutant A & Bataille F 2018 Turbulence kinetic energy exchanges in flows with highly variable fluid properties. *J. Fluid Mech.* **834**, 5–54. 56, 190

Ervin EA & Tryggvason G 1997 The rise of bubbles in a vertical shear flow. *J. Fluids Eng. Asme* **119** (2), 443–449. 43, 44, 62, 192

Esmaeeli A & Tryggvason G 2005 A direct numerical simulation study of the buoyant rise of bubbles at O(100) Reynolds number. *Phys. Fluids* **17** (9), 1–19. 48

Feng J & Bolotnov IA 2017 Evaluation of bubble-induced turbulence using direct numerical simulation. *Int. J. Multiph. Flow* **93**, 92–107. 44

Fujiwara A, Minato D & Hishida K 2004 Effect of bubble diameter on modification of turbulence in an upward pipe flow. *Int. J. Heat Fluid Flow* **25** (3), 481–488. 188

Garnier C, Lance M & Marié JL 2002 Measurement of local flow characteristics in buoyancy-driven bubbly flow at high void fraction. *Exp. Therm. Fluid Sci.* **26** (6-7), 811–815. 42

Gatignol R 1983 The faxen formulae for a rigid particle in an unsteady non-uniform stokes flow. *J. Mec. Theor. Appl.* **2** (2), 143–160. 232

Geurst JA 1985 Virtual mass in two-phase bubbly flow. *Phys. A Stat. Mech. its Appl.* **129** (2), 233–261. 74

Geurst JA 1986 Variational principles and two-fluid hydrodynamics of bubbly liquid/gas mixtures. *Phys. A Stat. Mech. its Appl.* **135** (2-3), 455–486. 36, 66, 74

Hadamard J 1911 Mouvement permanent lent d'une sphere liquide et visqueuse dans un liquide visqueux. *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* **152**, 1735–1738. 40

Hallez Y & Legendre D 2011 Interaction between two spherical bubbles rising in a viscous liquid. *J. Fluid Mech.* **673**, 406–431. 47

Hanjalic K & Launder BE 1972 A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows. *J. Fluid Mech.* **52** (4), 609–638. 123

Hosokawa S, Suzuki T & Tomiyama A 2012 Turbulence kinetic energy budget in bubbly flows in a vertical duct. *Exp. Fluids* **52** (3), 719–728. 188

Hosokawa S & Tomiyama A 2013 Bubble-induced pseudo turbulence in laminar pipe flows. *Int. J. Heat Fluid Flow* **40**, 97–105. 22, 115, 130, 200, 208

Ilic M 2006 Statistical Analysis of Liquid Phase Turbulence Based on Direct Numerical Simulations of Bubbly Flows. PhD thesis. 7, 188, 201

Ishii M & Hibiki T 2006 *Thermo-fluid dynamics of two-phase flow*, springer edn. Springer. 18, 37, 90

Ishii M & Zuber N 1979 Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows. *AIChE J.* **25** (5), 843–855. 19, 81, 84, 180, 181

Jeong J & Hussain F 1995 On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.* **285**, 69–94. 55, 157, 158, 190, 193

Kataoka I 1986 Local instant formulation of two-phase flow. *Int. J. Multiph. Flow* **12** (5), 745–758. 54, 189

Kataoka I & Serizawa A 1989 Basic equations of turbulence in gas-liquid two-phase flow. *Int. J. Multiph. Flow* **15** (5), 843–855. 188

Kataoka I, Serizawa A & Besnard DC 1993 Prediction of turbulence suppression and turbulence modeling in bubbly two-phase flow. *Nucl. Eng. Des.* **141** (1-2), 145–158. 124

Kok JBW 1993 Dynamics of a Pair of Gas-Bubbles Moving through Liquid .1. Theory. *Eur. J. Mech. B-Fluids* **12** (4), 515–540. 47

Lakehal D, Métrailler D & Reboux S 2017 Turbulent water flow in a channel at Re $\tau = 400$ laden with 0 . 25 mm diameter air-bubbles clustered near the wall. *Phys. Fluids* **065101**, 0–15. 104

Lamb SH 1932 *Hydrodynamics*. 138, 140

Lance M & Bataille J 1991 Turbulence in the liquid phase of a uniform bubbly air-water flow. *J. Fluid Mech.* **222** (1358), 95–118. 21, 102, 103, 104, 105, 113, 114, 117, 127, 130, 131, 132, 137, 138, 140, 165, 166, 188, 198, 236

Lance M, Marie JL & Bataille J 1991 Homogeneous Turbulence in Bubbly Flows. *J. Fluids Eng.* **113** (2), 295–300. 104, 129, 141, 198, 201, 206, 213, 214, 219

Launder BE, Reece GJ & Rodi W 1975 Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.* **68**, 537–566. 120, 121, 124, 141, 213, 218

Laviéville J, Mérigoux N, Guingo M, Baudry C & Mimouni S 2015 A Generalized Turbulent Dispersion Model for bubbly flow numerical simulation in NEPTUNE _ CFD. In *NURETH-16*, pp. 4167–4181. 20, 49, 62, 81, 84

Lee SL, Lahey RT & Jones OC 1989 The Prediction of Two-Phase Turbulence and Phase Distribution Phenomena Using a k-epsilon Model. *Japanese J. Multiph. Flow* **3** (4), 335–368. 127

Legendre D, Borée J & Magnaudet J 1998 Thermal and dynamic evolution of a spherical bubble moving steadily in a superheated or subcooled liquid. *Phys. Fluids* **10**, 1256–1272. 26

Legendre D & Magnaudet J 1998 The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. *J. Fluid Mech.* **368**, 81–126. 14, 26, 43, 45

Legendre D, Magnaudet J & Mougin G 2003 Hydrodynamic interactions between two spherical bubbles rising side by side in a viscous liquid. *J. Fluid Mech.* **497**, 133–166. 42

Lhuillier D, Morel C & Delhaye JM 2000 Bilan d'aire interfaciale dans un mélange diphasique : approche locale vs approche particulaire. *Académie des Sci.* **4620** (00), 143–149. 233

Lopez de Bertodano M, Lahey RT & Jones OC 1994 Turbulent bubbly two-phase flow data in a triangular duct. *Nucl. Eng. Des.* **146** (1-3), 43–52. 49

Lopez de Bertodano M, Lee SJ, Lahey Jr. R & Drew D 1990 The Prediction of two-phase turbulence and phase distribution phenomena using a Reynolds stress model. *J. Fluids Eng* **112** (1), 107–113. 130

Lopez de Bertodano MA 1998 Two fluid model for two-phase turbulent jets. *Nucl. Eng. Des.* **179** (1), 65–74. 20, 49, 52, 62

Lu J, Biswas S & Tryggvason G 2006 A DNS study of laminar bubbly flows in a vertical channel. *Int. J. Multiph. Flow* **32** (6), 643–660. 192

Lu J & Tryggvason G 2008 Effect of Bubble Deformability in Turbulent Bubbly Upflow in a Vertical Channel. *Phys. Fluids* **20**, 040701. vii, 7, 8, 10, 29, 30, 33, 54, 55, 57, 189, 190, 192

Lubchenko N, Magolan B, Sugrue R & Baglietto E 2017 A More Fundamental Wall Lubrication Force from Turbulent Dispersion Regularization for Multiphase CFD Applications. *Int. J. Multiph. Flow* **98**, 36–44. vii, 50, 51, 60, 90

Lucci F, Ferrante A & Elghobashi S 2010 Modulation of isotropic turbulence by particles of Taylor length-scale size. *J. Fluid Mech.* **650**, 5–55. 103

M. Kuerten JG 2016 Point-Particle DNS and LES of Particle-Laden Turbulent flow - a state-of-the-art review. *Flow, Turbul. Combust.* **97** (3), 689–713. 103

Ma T, Santarelli C, Ziegenhein T & Lucas D 2017 Direct numerical simulation–based Reynolds-averaged closure for bubble-induced turbulence. *Phys. Rev. FLUIDS* **034301**, 1–11. 127, 128

Magnaudet J & Eames I 2002 The Motion of High-Reynolds-Number Bubbles in Inhomogeneous Flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **32**, 659–708. 26, 74

Magnaudet J, Fabre J & Rivero M 1995 Accelerated Flows Past a Rigid Sphere or a Spherical Bubble. Part 1. Steady Straining Flow. *J. Fluid Mech.* **284**, 97–135. 53, 74

Manceau R & Hanjalić K 2002 Elliptic blending model : A new near-wall Reynolds-stress turbulence closure. *Phys. Fluids* **14** (2), 744–754. 122

Manon E 2000 Contribution à l'analyse et à la modélisation locale des écoulements bouillants sous-saturés dans les conditions des Réacteurs à Eau sous Pression. PhD thesis, Ecole Centrale Paris. 153

Mathieu B 2003 Etudes physique, expérimentale et numérique des mécanismes de base intervenant dans les écoulements diphasiques en micro-fluidique. PhD thesis. 16, 54, 56, 190

Mazzitelli IM & Lohse D 2009 Evolution of energy in flow driven by rising bubbles. *Phys. Rev. E - Stat. Nonlinear, Soft Matter Phys.* **79**, 066317, arXiv : 0902.0394. 105, 114

Mazzitelli IM, Lohse D & Toschi F 2003 The effect of microbubbles on developed turbulence. *Phys. Fluids* **15**, L5–L8. 21, 188

Mei R, Klausner JF & Lawrence CJ 1994 A note on the history force on a spherical bubble at finite Reynolds number. *Phys. Fluids* **6**, 418–420. 40, 180, 181, 182, 183

Mendez-Diaz S, Serrano-García JC, Zenit R & Hernández-Cordero JA 2013 Power spectral distributions of pseudo-turbulent bubbly flows. *Phys. Fluids* **25**, 043303. 114

Michiyoshi I & Serizawa A 1986 Turbulence in two-phase bubbly flow. *Nucl. Eng. Des.* **95**, 253–267. 124

Mimouni S, Archambeau F, Boucker M, Lavieville J & Morel C 2010 A second order turbulence model based on a Reynolds stress approach for two-phase boiling flow . Part 1 : Application to the ASU-annular channel case. *Nucl. Eng. Des.* **240** (9), 2233–2243. 127

Moore DW 1963 The boundary layer on a spherical gas bubble. *J. Fluid Mech.* **16** (2), 161–176. 180, 181, 182, 183

Moore DW 1965 The velocity of rise of distorted gas bubbles in a liquid of small viscosity. *J. Fluid Mech.* **23**, 749–766. 41, 46, 47, 70

Morel C 2015 *Mathematical Modeling of Two-Phase Flow*. Springer. 18, 126, 127, 129, 188, 200, 201, 208

Ogasawara T, Takagi S & Matsumoto Y 2009 Influence of local void fraction distribution on turbulent structure of upward bubbly flow in vertical channel. In *J. Phys. Conf. Ser.*. 104

Olmos E, Gentric C & Midoux N 2003 Numerical description of flow regime transitions in bubble column reactors by a multiple gas phase model. *Chem. Eng. Sci.* **58** (10), 2113–2121. 207

O'Neill PL, Nicolaides D, Honnery DR & Soria J 2004 Autocorrelation Functions and the Determination of Integral Length with Reference to Experimental and Numerical Data. In *Proc. 15th Australas. Fluid Mech. Conf.*, arXiv : 0801.3390. 166

Pakhomov MA & Terekhov VI 2015 Modeling of Turbulent Structure of an Upward Polydisperse Gas-Liquid Flow. *Fluid Dyn.* **50** (2), 229–239. 128, 210

Pauchon C & Banerjee S 1986 Interphase momentum interaction effects in the averaged multifield model. Part I : Void propagation in bubbly flows. *Int. J. Multiph. Flow* **12** (4), 559–573. 77, 78

Pfleger D & Becker S 2001 Modelling and simulation of the dynamic flow behaviour in a bubble column. *Chem. Eng. Sci.* **56** (4), 1737–1747. 207

Pope S 2000 *Turbulent flows*, cambridge edn. 125

Prakash VN, Martínez-mercado J, Wijngaarden LV, Mancilla E, Tagawa Y, Lohse D & Sun C 2016 Energy spectra in turbulent bubbly flows. *J. Fluid Mech.* **25**, 174–190, arXiv : arXiv :1307.6252v2. 114, 115, 161, 235

Prosperetti A & Jones AV 1984 Pressure forces in disperse two-phase flow. *Int. J. Multiph. Flow* **10** (4), 425–440. 37, 74, 78

Puckett EG, Almgren AS, Bell JB, Marcus DL & Rider WJ 1997 A High-Order Projection Method for Tracking Fluid Interfaces in Variable Density Incompressible Flows. *J. Comput. Phys.* **130**, 269–282. 56, 189

Reeks MW 1991 On a kinetic equation for the transport of particles in turbulent flows. *Phys. Fluids A Fluid Dyn.* **3** (3), 446–456. 49, 62

Rensen J, Luther S & Lohse D 2005 The effect of bubbles on developed turbulence. *J. Fluid Mech.* **538**, 153–187. 104, 115, 236

Riboux G 2007 Hydrodynamique d ' un essaim de bulles en ascension. PhD thesis. vii, viii, ix, 47, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 128, 137, 173, 174, 176

Riboux G, Legendre D & Risso F 2013 A model of bubble-induced turbulence based on large-scale wake interactions. *J. Fluid Mech.* **719**, 362–387. viii, 21, 22, 42, 56, 85, 106, 114, 131, 144, 146, 154, 163, 169, 182, 200

Riboux G, Risso F & Legendre D 2010 Experimental characterization of the agitation generated by bubbles rising at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **643**, 509–539. 21, 42

Richardson J & Zaki W 2008 Sedimentation and fluidisation : Part I. *Chem. Eng. Res. Des.* **75**, S82–S100. 42, 181, 182, 183

Richardson LF 1911 The Approximate Arithmetical Solution by Finite Differences of Physical Problems Involving Differential Equations, with an Application to the Stresses in a Masonry Dam. *Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.* **210**, 459–470. 30, 32

Risso F 2016 Physical interpretation of probability density functions of bubble-induced agitation. *J. Fluid Mech.* **809**, 240–263. viii, 21, 71, 108, 109, 131, 137, 138, 140, 141, 196, 211, 214, 218

Risso F 2018 Agitation, Mixing, and Transfers Induced by Bubbles. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **50**, 25–48. viii, 21, 30, 115, 116, 128, 141, 154, 169, 200

Risso F & Ellingsen K 2002 Velocity fluctuations in a homogeneous dilute dispersion of high-Reynolds-number rising bubbles. *J. Fluid Mech.* **453**, 395–410. 138, 210

Risso F, Roig V, Amoura Z, Riboux G & Billet AM 2008 Wake attenuation in large Reynolds number dispersed two-phase flows. *Philos. Trans. R. Soc.* **366**, 2177–2190. viii, 21, 105, 110, 111, 117, 138, 139, 211

Roghair I, Lau YM, Deen NG, Slagter HM, Baltussen MW, Van Sint Annaland M & Kuipers JA 2011 On the drag force of bubbles in bubble swarms at intermediate and high Reynolds numbers. *Chem. Eng. Sci.* **66** (14), 3204–3211. 43, 48

Roig V & De Tournemine AL 2007 Measurement of interstitial velocity of homogeneous bubbly flows at low to moderate void fraction. *J. Fluid Mech.* **572**, 87–110. 111

Roland S 2008 *Modeling and Simulation of Turbulent Flows*. ISTE. 120, 122

Rzehak R & Krepper E 2013 Bubble-induced turbulence : Comparison of CFD models. *Nucl. Eng. Des.* **258**, 57–65. 127, 128, 209, 210

Saffman PG 1965 The lift on a small sphere in a slow shear flow. *J. Fluid Mech.* **22** (2), 385–400. 43

Santarelli C, Roussel J & Fröhlich J 2016 Budget analysis of the turbulent kinetic energy for bubbly flow in a vertical channel. *Chem. Eng. Sci.* **141**, 46–62. 7, 188, 201, 207

Sato Y, Sadatomi M & Sekoguchi K 1981 Momentum and heat transfer in two-phase bubble flow-I. Theory. *Int. J. Multiph. Flow* **7** (2), 167–177. 124, 132

Sato Y & Sekoguchi K 1975 Liquid velocity distribution in two-phase bubble flow. *Int. J. Multiph. Flow* **2** (1), 79–95. 124

Schiller L & Naumann A 1933 Uber die Grundlegenden Berechnungen bei der Schwerkraftaufbereitung. *Z. Ver. Dtsch. Ing.* **77**, 318–326. 42, 170, 180, 181, 182, 183

Shaver D & Podowski MZ 2015 Modeling and Validation of Forced Convection Subcooled Boiling. In *NURETH-16,*, pp. 4112–4125. 51

Shawkat ME & Ching CY 2011 Liquid Turbulence Kinetic Energy Budget of Co-Current Bubbly Flow in a Large Diameter Vertical Pipe. *J. Fluids Eng.* **133** (9), 091303. 188

Shawkat ME, Ching CY & Shoukri M 2007 On the liquid turbulence energy spectra in two-phase bubbly flow in a large diameter vertical pipe. *Int. J. Multiph. Flow* **33**, 300–316. 166

Simonin O 2000 Statistical and continuum modelling of turbulent reactive particulate flows Part I : Theoretical derivation of dispersed phase eulerian modelling fromprobability density function kinetic equation. *Lect. Ser. Kareman Inst. fluid Dyn.* **6**, 1–42. 231

Smereka P 1993 On the motion of bubbles in a periodic box. *J. Fluid Mech.* **254**, 79–112. 20

Speziale CG, Sarkar S & Gatski TB 1991 Modelling the pressure-strain correlation of turbulence : An invariant dynamical systems approach. *J. Fluid Mech.* **227**, 245–272. 122, 213, 218

Stokes GG 1851 For creeping flow around an object of arbitrary shape. *Trans. Cambridge Philos. Soc.* **9** (part2), 8. 41

Stuhmiller JH 1977 The influence of interfacial pressure forces on the character of two-phase flow model equations. *Int. J. Multiph. Flow* **3** (6), 551–560. 77

Sugrue R 2017 A Robust Momentum Closure Approach for Multiphase Computational Fluid Dynamics Applications. PhD thesis, Massachussets Institute of Technology. 43

Takemura F, Takagi S, Magnaudet J & Matsumoto Y 2002 Drag and lift forces on a bubble rising near a vertical wall in a viscous liquid. *J. Fluid Mech.* **461**, 277–300. 50

Taylor G 1921 Diffusion by Continuous Movement. In *Proc. R. Soc.*, pp. 196–211. 136

Ten Cate A, Derksen JJ, Portela LM & Van den Akker HE 2004 Fully resolved simulations of colliding monodisperse spheres in forced isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.* **519**, 233–271. 103

Tennekes H 1972 *A First Course in Turbulence*, massachuss edn. Massachussetts Institute of Technology, arXiv : 1011.1669. 101, 138

Thomas AM, Fang J, Feng J & Bolotnov IA 2015 Estimation of Shear-Induced Lift Force in Laminar and Turbulent Flows. *Nucl. Technol.* **190** (3), 274–291. 151

Tomiyama A, Kataoka I, Zun I & Sakagushi T 1998 Drag Coefficients of Single Bubbles under Normal and Micro Gravity Conditions. *JSME Int. J. Ser. B* **41**, 472–479, arXiv : arXiv :1011.1669v3. 41, 50, 180, 181

Tomiyama A, Tamai H, Zun I & Hosokawa S 2002 Transverse migration of single bubbles in simple shear flows. *Chem. Eng. Sci.* **57** (11), 1849–1858. vii, 19, 26, 43, 44, 45, 46, 68, 72, 76, 81, 84

Toutant A 2006 Modélisation physique des interactions entre interfaces et turbulence. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse. 56

Toutant A, Chandesris M, Jamet D & Lebaigue O 2009 Jump conditions for filtered quantities at an under-resolved discontinuous interface. Part 1 : theoretical development. *Int. J. Multiph. Flow* **35** (12), 1100–1118. 56, 190

Toutant A, Labourasse E, Lebaigue O & Simonin O 2008 DNS of the interaction between a deformable buoyant bubble and a spatially decaying turbulence : A priori tests for LES two-phase flow modelling. *Comput. Fluids* **37** (7), 877–886. 56, 190

Toutant A, Mathieu B & Lebaigue O 2012 Volume-conserving mesh smoothing for front-tracking methods. *Comput. Fluids* **67**, 16–25. 56, 190

Troshko AA & Hassan YA 2001 A two-equation turbulence model of turbulent bubbly flows. *Int. J. Multiph. Flow* **27** (11), 1965–2000. 127, 128, 210

Tryggvason G, Bunner B, Esmaeeli A & Al-Rawahi N 2003 Computations of Multiphase Flows. *Adv. Appl. Mech.* **39** (C), 81–120. 48, 55, 189

Tryggvason G, Dabiri S, Aboulhasanzadeh B & Lu J 2013 Multiscale considerations in direct numerical simulations of multiphase flows. *Phys. Fluids* **25**, 031302. 57, 192

Tryggvason G, Scardovelli R & Zaleski S 2011 *Direct numerical simulations of Gas-Liquid multiphase flows*, cambridge edn. Cambridge university press. 14

Vaidheeswaran A & de Bertodano ML 2016 Interfacial pressure coefficient for ellipsoids and its effect on the two-fluid model eigenvalues. *J. Fluids Eng.* **138** (8), 081302. 77, 78

Vaidheeswaran A & Hibiki T 2017 Bubble-induced turbulence modeling for vertical bubbly flows. *Int. J. Heat Mass Transf.* **115**, 741–752. 22, 125, 129, 200

Vreman AW & Kuerten JGM 2014 Comparison of direct numerical simulation databases of turbulent channel flow at Re=180. *Phys. Fluids* **26** (1), 015102. vii, 29, 31

Wallis G 1990 *Two phase Flow in Waves*, springer-v edn. Springer-Verlag. 36, 66, 74

Welch PD 1967 The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra : A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms. *IEEE Trans. Audio Electroacoust.* **15** (2), 70–73. 236

Wellek RM, Agrawal AK & Skelland AHP 1966 Shape of liquid drops moving in liquid media. *AIChE J.* **12** (5), 854–862. 46, 89

White BL & Nepf HM 2003 Scalar transport in random cylinder arrays at moderate Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **487**, 43–79. 111

Wijngaarden LV & Kapteyn C 1990 Concentration waves in dilute bubble/liquid mixtures. *J. Fluid Mech.* **212**, 111–137. 48, 58

Wilcox D 1993 *Turbulence modeling for CFD*. DCW Industries. 128, 209

Williamson JH 1980 Low-storage Runge-Kutta schemes. *J. Comput. Phys.* **35** (1), 48–56. 56, 190

Yeo K, Dong S, Climent E & Maxey MR 2010 Modulation of homogeneous turbulence seeded with finite size bubbles or particles. *Int. J. Multiph. Flow* **36** (3), 221–233. 104

Yuan H & Prosperetti A 1994 On the In-Line Motion of Two Spherical Bubbles in a Viscous Fluid. *J. Fluid Mech.* **278**, 325–349. 47

Zuber N 1964 On the dispersed two-phase flow in the laminar flow regime. *Chem. Eng. Sci.* **19** (11), 897–917. 52

Zun I 1980 The transvers migration of bubbles influenced by walls in vertical bubbly flow. *Int. J. Multiph. Flow* **6** (6), 583–588. 45

Annexe A

From Euler-Euler RANS two-fluid formulation to continuous equations

A.1 Euler-Euler RANS two-fluid formulation

This appendix presents the derivation of the two-fluid model with specific care to preserve all interfacial forces responsible for momentum transfer. Our goal is to clarify the definitions of the total force applied on the gas phase and the interfacial momentum transfer term in the momentum equations. The classical two-fluid model can be derived from a particle approach. It considers the bubble as a point-size particle of mass m_p on which different forces are applied. The trajectory of a bubble is then driven in a Lagrangian vision by the trajectory equation (A.1)

$$m_p \frac{D\mathbf{U_p}}{Dt} = m_p \mathbf{g} + \mathbf{F^{S_b}} \quad , \quad \mathbf{F^{S_b}} = \oint_{S_b} \left(-P_l \mathbf{n} + \tau.\mathbf{n}\right) dS \tag{A.1}$$

where $\mathbf{F^{S_b}}$ are the surface forces. $\mathbf{F^{S_b}}$ is comprised of particle forces such as lift, drag, added-mass, pressure and viscous forces. Surface tension forces are classically neglected arguing that their integrated value over a closed surface is equal to zero. In order not to neglect several crucial quantities from the outset, $\mathbf{F^{S_b}}$ is considered as an unknown in the following.

Simonin [2000] shows the following transport equation for any variable $\mathbf{\Phi}$:

$$\frac{\partial \dot{\alpha}_v \rho_v \overline{\mathbf{\Phi}}^{pv}}{\partial t} + \nabla.\left(\dot{\alpha}_v \rho_v \overline{\mathbf{U_p}\mathbf{\Phi}}^{pv}\right) = \dot{\alpha}_v \rho_v \overline{\frac{D\mathbf{U_p}}{Dt}\frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial \mathbf{U_p}}}^{pv} \tag{A.2}$$

$\dot{\alpha}_v$ is the averaged void fraction, $\overline{\mathbf{\Phi}}^{pv}$ is the particle phase average of $\mathbf{\Phi}$ (see table A.1 for definitions, all the variables with a dot are linked to the point-size particle). For $\Phi = \mathbf{U_p}$ (the particle velocity), the right hand side of equation (A.2) is given by $\rho_v \overline{\dot{\chi}(A.1)/m_p}$. Then, with the decomposition $\mathbf{U_p} = \overline{\mathbf{U_p}}^{pv} + \mathbf{u_p}$, equation (A.2) gives the averaged momentum equation of the "particle phase" (A.3) in an Eulerian vision

$$\frac{\partial \dot{\alpha}_v \rho_v \overline{\mathbf{U_p}}^{pv}}{\partial t} + \nabla.\left(\dot{\alpha}_v \rho_v \overline{\mathbf{U_p}}^{pv} \overline{\mathbf{U_p}}^{pv}\right) = \underbrace{\underbrace{-\nabla.\left(\dot{\alpha}_v \rho_v \overline{\mathbf{u_p u_p}}^{pv}\right)}_{\mathbf{M^{\Re}}} + \underbrace{\dot{\alpha}_v \rho_v \mathbf{g}}_{\mathbf{M^{g}}} + \underbrace{\dot{\alpha}_v \rho_v \overline{\left(\frac{\mathbf{F_v^{S_b}}}{m_p}\right)}^{pv}}_{\mathbf{M^{S_b}}}}_{\mathbf{M^{tot}}} \tag{A.3}$$

where :

$$\frac{D\alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{U_k}}^{k}}{Dt} = \frac{\partial \alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{U_k}}^{k}}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{U_k}}^{k} \overline{\mathbf{U_k}}^{k}\right) \tag{A.4}$$

$$= \alpha_k \rho_k \left[\frac{\partial \overline{\mathbf{U_k}}^{k}}{\partial t} + \overline{\mathbf{U_k}}^{k}.\nabla \overline{\mathbf{U_k}}^{k}\right] + \overline{\mathbf{U_k}}^{k} \underbrace{\left[\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{U_k}}^{k}\right)\right]}_{=0} \tag{A.5}$$

$$= \alpha_k \rho_k \left[\frac{\partial \overline{\mathbf{U_k}}^{k}}{\partial t} + \overline{\mathbf{U_k}}^{k}.\nabla \overline{\mathbf{U_k}}^{k}\right] = \alpha_v \rho_k \frac{d\overline{\mathbf{U_k}}^{\mathbf{k}}}{dt} \tag{A.6}$$

with d/dt the material derivative. Hence, equation (A.3) is a trajectory equation of a set of particle in the Eulerian formalism, comparable to Newton's second law. $\mathbf{M^{tot}}$ is the sum of external forces applied on particles. At the statistical steady state, $\mathbf{M^{tot}} = 0$. Equation (A.3) also looks like the averaged Navier-Stokes equation on the gas phase without pressure and viscous terms. Because of the particle approach, the viscous term inside the "particle" does not exist. To approach the Navier-Stokes equation on the gas phase (A.17), a pressure gradient can be extracted from the surface force $\mathbf{F^{S_b}}$ (see Gatignol [1983]).

Then, equation (A.3) can be reformulated to introduce a pressure gradient :

$$\frac{\partial \dot{\alpha}_v \rho_v \overline{\mathbf{U_p}}^{pv}}{\partial t} + \nabla.\left(\dot{\alpha}_v \rho_v \overline{\mathbf{U_p}}^{pv} \overline{\mathbf{U_p}}^{pv}\right) = -\dot{\alpha}_v \nabla\left(\overline{P_l}^{i} - P_l^0\right) - \nabla.\left(\dot{\alpha}_v \rho_v \overline{\mathbf{u_p u_p}}^{pv}\right) + \dot{\alpha}_v \rho_v \mathbf{g} + \underbrace{\mathbf{M^{tot}} - \mathbf{M^{g}} - \mathbf{M^{\Re}} + \dot{\alpha}_v \nabla\left(\overline{P_l}^{i} - P_l^0\right)}_{\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v}} \tag{A.7}$$

Equation (A.7) now looks like the continuous Navier-Stokes equation of the gas phase with particle quantities (see equation (A.17) in A.2 for comparison between the two formulations). In the two-fluid formulation, $\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v}$ is often abusively named "total interfacial force". Previous equations show that this current appellation is misleading. The real "total interfacial force" is given by the RHS of the trajectory equation (A.3). Thus,

$$\mathbf{M^{tot}} = \dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v} + \mathbf{M^{g}} + \mathbf{M^{\Re}} - \dot{\alpha}_v \nabla\left(\overline{P_l}^{i} - P_l^0\right) \tag{A.8}$$

where $\mathbf{M_v^{tot}}$ is the total interfacial force and $\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v}$ is the interfacial momentum transfer term between phases. The paper proposes a clarification of the content of $\mathbf{M_v^{tot}}$ and $\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v}$.

	Particle		Continuous	
Phase indicator	$\dot{\chi}_k = \sum_N \delta\left(x - R_N\right)$	$[m^{-3}]$	$\chi_k = \sum_N H\left(d_b - \lvert x - R_N \rvert\right)$	$[-]$
Void fraction	$\dot{\alpha}_k = V_b \overline{\dot{\chi}_k}$	$[-]$	$\alpha_k = \overline{\chi_k}$	$[-]$
Phase average	$\overline{\phi}^{pv} = \frac{\overline{\dot{\chi}_k \dot{\phi}_k}}{\overline{\dot{\chi}_k}}$	$[\phi]$	$\overline{\phi}^{v} = \frac{\overline{\chi_k \phi_k}}{\overline{\chi_k}}$	$[\phi]$

TABLEAU A.1 – Definitions of particle and continuous functions and phase averages. δ is a Dirac impulsion and H is the Heaviside function

A.2 Particle vs continuous equations

From the local balance equations, the two-phase exact formulation of the gas and liquid phases momentum equations without phase change is [Delhaye, 2008] :

$$\frac{\partial \alpha_v \rho_v \overline{\mathbf{U_v}}^v}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_v \rho_v \overline{\mathbf{U_v}}^v \overline{\mathbf{U_v}}^v\right) = -\nabla\left[\alpha_v\left(\overline{P_v}^v - P_l^0\right)\right] - \nabla.\left(\alpha_v \rho_v \overline{\mathbf{u_v u_v}}^v\right) + \alpha_v \rho_v \mathbf{g} + \mathbf{M_v} + \nabla.\left(\alpha_v \overline{\tau_v}^v\right) \tag{A.9}$$

$$\frac{\partial \alpha_l \rho_l \overline{\mathbf{U_l}}^l}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_l \rho_l \overline{\mathbf{U_l}}^l \overline{\mathbf{U_l}}^l\right) = -\nabla\left[\alpha_l\left(\overline{P_l}^l - P_l^0\right)\right] - \nabla.\left(\alpha_l \rho_l \overline{\mathbf{u_l u_l}}^l\right) + \alpha_l \rho_l \mathbf{g} + \mathbf{M_l} + \nabla.\left(\alpha_l \overline{\tau_l}^l\right) \tag{A.10}$$

$$\mathbf{M_k} = \overline{\left(-P_k \mathbf{I} + \tau_k\right).\nabla \chi_k} \tag{A.11}$$

$$\mathbf{M_l} + \mathbf{M_v} = \overline{\sigma \kappa \nabla \chi_v} \tag{A.12}$$

where $\tau_k = \mu_k\left(\nabla \mathbf{U_k} + \nabla^T \mathbf{U_k}\right)$ and P_l^0 is the reference pressure. In order to compare the formulation (A.7) (written for particles) with the continuous and exact two-phase formulation (equation (A.9)), the formal link between particle and continuous vision has to be established. Even if the relation between the two columns of table A.1 is not obvious, a Taylor expansion is proposed by Lhuillier *et al.* [2000]. It can be written for all volume variable ϕ if this variable has a typical length scale bigger than the diameter of a bubble :

$$\overline{\chi_k \phi} = \overline{\dot{\chi}_k \int \phi dv} - \nabla.\left(\overline{\dot{\chi}_k \int \mathbf{r} \phi dv}\right) + \frac{1}{2}\nabla.\left[\nabla.\left(\overline{\dot{\chi}_k \int \mathbf{rr} \phi dv}\right)\right] - ... \tag{A.13}$$

With this relation one gets, at first order :

$$\dot{\alpha}_k = \alpha_k \tag{A.14}$$

$$\overline{\phi}^{pv} = \overline{\phi}^{v} \tag{A.15}$$

$$\overline{\phi}^{i} = \overline{\phi}^{l} \tag{A.16}$$

Then, expressions (A.14), (A.15) and (A.16) applied to equation (A.7) gives, at first order, the two fluid equation written for the gas phase (A.17) :

$$\frac{\partial \alpha_v \rho_v \overline{\mathbf{U_v}}^v}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_v \rho_v \overline{\mathbf{U_v}}^v \overline{\mathbf{U_v}}^v\right) = -\alpha_v \nabla\left(\overline{P_l}^l - P_l^0\right) - \nabla.\left(\alpha_v \rho_v \overline{\mathbf{u_v u_v}}^v\right) + \alpha_v \rho_v \mathbf{g} + \dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v} \tag{A.17}$$

The comparison between equations (A.17) and (A.9) confirms the physical meaning of the particle hypothesis and allows to express $\mathbf{M_v}$ as a function of $\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v}$ (the viscous effect inside bubbles $\alpha_v\overline{\tau_v}^v$ is neglected). The relation between the two visions is then, at first order, by assimilation between equations (A.17) and (A.9) :

$$\mathbf{M_v} = \dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v} + \left(\overline{P_l}^l - P_l^0\right)\nabla\alpha_v + \nabla\left[\alpha_v\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)\right] \tag{A.18}$$

Taking equation (A.18) in the averaged Navier-Stokes equation (A.10) on the liquid phase gives with equation (A.12) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{U_l}}^l}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{U_l}}^l\overline{\mathbf{U_l}}^l\right) = &-\alpha_l\nabla\left(\overline{P_l}^l - P_l^0\right) - \nabla.\left(\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l + \alpha_l\overline{\tau_l}^l\right) + \alpha_l\rho_l\mathbf{g} \\ &\underbrace{-\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v} + \overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} - \nabla\left[\alpha_v\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)\right]}_{\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{l}}\end{aligned} \tag{A.19}$$

In addition to classical terms of the two-fluid formulation, equation (A.19) presents a surface tension part $\overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v}$ and a pressure term $-\nabla\left[\alpha_v\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)\right]$. They are essential to our analysis ; they are at the origin of the laminar dispersion force introduced in this work. This formulation tends to the classical relation $\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{l} = -\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{v}$ assuming that the interfacial jump condition in the momentum equation is lead, at first order and for averaged quantities, by the pressure jump only in a form of averaged Laplace law $\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l = \sigma\overline{\kappa}$. In this case, the pressure jump at the interface compensates exactly the surface tension term and $\overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} - \nabla\left[\alpha_v\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)\right] = 0$.

In practice, for RANS Euler-Euler computations, only the undisturbed liquid pressure in the absence of bubbles $\overline{P_l^{SP}}^l$ is solved. It means that the part of the liquid pressure induced by the surface tension $\overline{P_l^b}^l$ is accounted as a momentum source term responsible for interfacial forces. Thus, equations (A.17) and (A.19) become :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{U_v}}^v}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{U_v}}^v\overline{\mathbf{U_v}}^v\right) = &-\alpha_v\nabla\left(\overline{P_l^{SP}}^l - P_l^0\right) - \nabla.\left(\alpha_v\rho_v\overline{\mathbf{u_v}\mathbf{u_v}}^v\right) \\ &+ \alpha_v\rho_v\mathbf{g} + \mathbf{M_v^{RANS}}\end{aligned} \tag{A.20a}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{U_l}}^l}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{U_l}}^l\overline{\mathbf{U_l}}^l\right) = &-\alpha_l\nabla\left(\overline{P_l^{SP}}^l - P_l^0\right) - \nabla.\left(\alpha_l\rho_l\overline{\mathbf{u_l}\mathbf{u_l}}^l - \alpha_l\overline{\tau_l}^l\right) \\ &+ \alpha_l\rho_l\mathbf{g} + \mathbf{M_l^{RANS}}\end{aligned} \tag{A.20b}$$

$$\mathbf{M_l^{RANS}} = -\mathbf{M_v^{RANS}} + \overline{\sigma\kappa\nabla\chi_v} - \nabla\left[\alpha_v\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)\right] - \nabla\left(\overline{P_l^b}^l - P_l^0\right) \tag{A.20c}$$

with $\mathbf{M_k^{RANS}} = \dot{\mathbf{M}}_\mathbf{k} - \alpha_k\nabla\left(\overline{P_l^b}^l - P_l^0\right)$. Thus, the relations between the DNS and the RANS visions are given by equations (A.18) :

$$\mathbf{M_v} = \mathbf{M_v^{RANS}} + \alpha_v\nabla\left(\overline{P_l^b}^l - P_l^0\right) + \left(\overline{P_l}^l - P_l^0\right)\nabla\alpha_v + \nabla\left[\alpha_v\left(\overline{P_v}^v - \overline{P_l}^l\right)\right] \tag{A.21}$$

$$\mathbf{M_l} = \mathbf{M_l^{RANS}} + \alpha_l\nabla\left(\overline{P_l^b}^l - P_l^0\right) - \left(\overline{P_l}^l - P_l^0\right)\nabla\alpha_v \tag{A.22}$$

Annexe B

Analyse de la méthode de calcul de spectre

Cette annexe présente la méthode de calcul de spectre utilisée dans le chapitre 4 pour les essaims de bulles. La précision de la méthode y est discutée. Des analyses de sensibilité aux paramètres d'entrée sont proposées afin d'utiliser la méthode de traitement dans des conditions optimales.

Comme il est impossible de sauvegarder toutes les données simulées à chaque pas de temps, à cause de l'espace disque et du temps d'écriture, des sondes numériques ont été ajoutées dans le domaine de calcul. Au total 225 sondes sont utilisées et réparties aléatoirement dans le domaine de manière à relever des données représentatives de l'ensemble des zones de l'écoulement (proche ou loin des bulles). Les résultats justifieront *a posteriori* le nombre de sondes utilisées. 4 champs scalaires sont mesurés par ces sondes : les trois composantes de la vitesse et la fonction indicatrice de phase. Les quantités statistiques que nous voulons étudier sont celles de la phase liquide. La méthode utilisée pour filtrer les signaux en fonction de leur phase joue donc un rôle crucial et doit être étudiée avec attention. Pour des bulles fixes, une sonde reste en permanence dans la même phase en fonction de sa position initiale (les quelques sondes suffisamment proches des bulles pour changer de phase en fonction de leur déformation ont été supprimées des statistiques). Ainsi le filtrage est évident, on supprime simplement des relevés statistiques les sondes qui se situent au même emplacement que les bulles fixes. Pour des bulles libres, le signal de vitesse doit être traité en supprimant les segments de signaux correspondant à la phase gazeuse. Un exemple typique de signal de vitesse est montré sur la figure B.1 où le signal bleu est la mesure de vitesse et le signal rouge la fonction indicatrice de phase. Sur la figure, on peut discerner 3 segments à supprimer. Pour traiter le signal de vitesse, on le découpe lorsque la fonction indicatrice de phase de la phase liquide vaut zero. On obtient alors des segments de différentes tailles. Cet algorithme est appliqué à toutes les sondes et les segments sont triés par taille pour simplifier le traitement des données. Comme proposé par Prakash *et al.* [2016], les segments trop courts sont supprimés du calcul des spectres d'énergie parce qu'ils ne contiennent pas assez d'information aux basses fréquences et qu'ils biaisent les résultats en ajoutant de l'énergie artificielle aux hautes fréquences. On note cette longueur de signal minimale s_{min}.

Dans la littérature, différentes approches permettent de calculer un spectre d'énergie

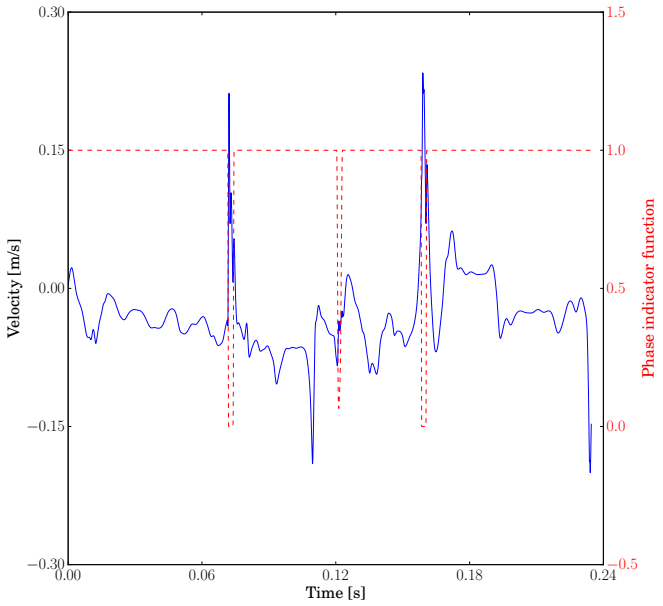


FIGURE B.1 – Exemple de signal de vitesse et de fonction indicatrice de phase.

à partir d'un signal de vitesse. Par exemple, Lance & Bataille [1991] utilisent une fenêtre de type Laplace-Gauss pour filtrer le signal. Une autre méthode présentée par Rensen *et al.* [2005] utilise une interpolation linéaire pour remplacer le signal de la phase gazeuse. Cette méthode est cependant une source d'erreur dans l'évaluation des spectres d'énergie à hautes fréquences. Enfin, on trouve chez les expérimentateurs, des méthodes qui traitent chaque segment de manière indépendante [Alméras *et al.*, 2017]. Ce sont ces méthodes que nous avons choisi d'utiliser. L'algorithme de Welch donne une estimation du spectre d'énergie d'un signal continu [Welch, 1967]. Chaque segment est d'abord filtrée par une fenêtre de Hanning et une FFT [1] calcule le spectre. Le procédé est répété sur chaque segment et les spectres sont moyennés. s_l est la longueur de la fenêtre utilisée par la méthode. Necessairement, cette longueur est plus petite que la longueur d'un segment de signal liquide : $s_l < s_{min}$. L'avantage de cette méthode est de lisser le bruit couramment rencontré aux hautes fréquences. Cependant, l'utilisation de la méthode est délicate ; si les sections sont trop courtes, on perd l'information aux basses fréquences. Si les sections sont trop longues, on perd l'intérêt de la méthode et on tend vers une FFT classique directe et le bruit n'est pas réduit.

Une analyse a été réalisée pour trouver les valeurs appropriées des longueurs s_l et s_{min}. Concernant s_{min}, une faible valeur permet de conserver un maximum de données mais crée un biais, alors qu'une valeur haute permet de choisir un s_l plus important et d'avoir une résolution en fréquence plus large. La figure B.2 représente la distribution de taille des segments liquides en sortie de simulation à bulles libres ($Re_b = 600$). On peut voir que la plupart des segments liquides ont une longueur comprise entre 10^{-2}s et $10^{-0.5}$s ($= 0.32$s). Environ 300 segments ont une longueur minimale d'à peu près $10^{-4.74}$s ($= 1.8 \times 10^{-5}$s) qui correspond au pas de temps de simulation ; ces données

1. Fast Fourier Transform

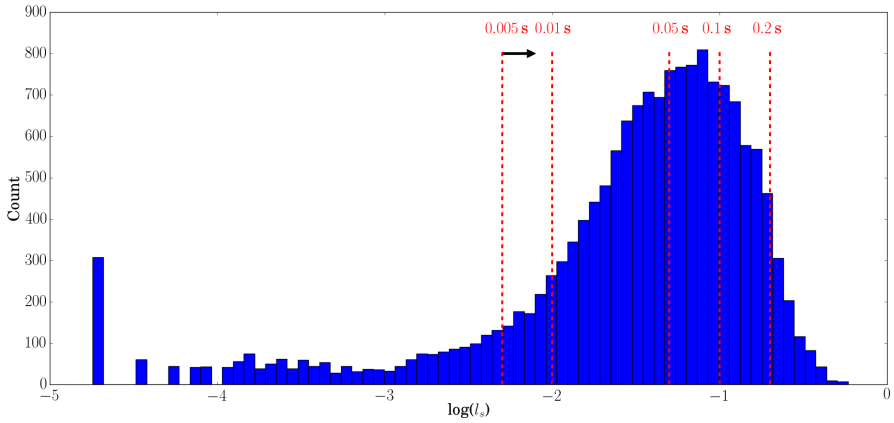
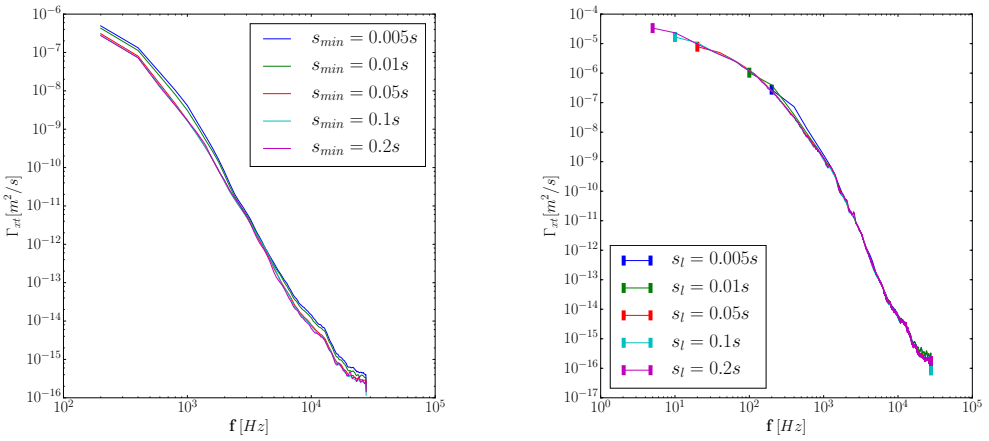


FIGURE B.2 – Distribution des segments liquide dans une simulation à bulles libres ($Re_b = 600$)



(a) s_{min} (b) s_l

FIGURE B.3 – Spectres d'énergie calculés en faisant varier les paramètres d'entrée s_{min} et s_l

sont supprimées. Les pointillés verticaux rouges représentent différents s_l choisis pour le fenestrage. Pour chacun d'eux, toutes les données à droite sont conservées pour l'analyse. En considérant la longueur totale des segments, on peut montrer que pour $s_l = 0.2$ s, 21% des données initiales sont utilisées. Pour $s_l = 0.1$ s, c'est 59% des données, et pour $s_l = 0.05$ s, c'est 84%. Sur la figure B.3a, on peut voir des spectres calculés avec différents s_{min}. On voit alors l'impact de ce paramètre sur la forme du spectre. La variance du signal, qui est l'intégrale sous le spectre, est plus grande quand s_{min} est plus petit. Pour la suite, la valeur $s_{min} = 0.1s$ est conservée.

Une analyse est réalisée pour le paramètre s_l sur la figure B.3b. Les bornes du spectre sont marquées par des barres verticales à basses et hautes fréquences. La fréquence minimale résolue est naturellement $1/s_l$. A haute fréquence, le bruit est légèrement réduit quand la section est plus courte. Cependant on est plus intéressé par élargir la gamme de fréquence observée que par la réduction du bruit, la valeur $s_l = 0.1s$ est retenue par la suite. On peut avoir confiance dans les pentes des spectres qui ne semblent pas dépendre des constantes de la méthode. Ces résultat sont rassurants quant

à la robustesse de la méthode et permettent d'aborder l'analyse physique des spectres d'énergie.

Résumé

Le CEA aspire à la création d'un réacteur nucléaire numérique qui nécessite une grande connaissance des écoulements monophasiques et diphasiques. Dans le but d'améliorer notre compréhension des scenarios accidentels pour les réacteurs à eau pressurisée, cette thèse s'attache à étudier la dynamique complexe des écoulements à bulles dans le but de la modéliser. Les principaux enjeux de la thèse sont d'étudier et de modéliser les forces interfaciales responsables de la migration des bulles ainsi que de proposer un modèle de turbulence à la hauteur de la connaissance actuelle des phénomènes. Afin d'atteindre ces objectifs, une base de données statistique est réalisée à partir d'expériences numériques (simulations numériques directes) d'essaims et de canaux à bulles. Jusqu'à aujourd'hui, les forces interfaciales étaient étudiées sur des cas simplifiés, sur lesquels on pouvait mettre en évidence des phénomènes particuliers. En procédant ainsi, rien ne garantit que les forces soient bien définies ou qu'elles représentent l'ensemble des phénomènes ayant lieu dans des situations complexes. Dans cette thèse, une nouvelle méthode pour la modélisation des forces interfaciales est développée, non pas en se basant sur des modèles obtenus dans des cas particuliers, mais en utilisant les équations de Navier-Stokes directement. L'équation de trajectoire d'un élément fluide de la phase gazeuse obtenue donne alors une définition locale et générique aux forces. Elle révèle en outre une nouvelle force baptisée force de dispersion laminaire qui provient d'effet de tension de surface et de pression. Cette force a un rôle important dans la migration des bulles. Physiquement, elle représente des phénomènes connus comme l'alignement horizontal des bulles sphériques ou les trajectoires oscillantes des bulles déformables. Cette force est ensuite modélisée et validée sur cinq simulations de canaux à bulles. Concernant la turbulence dans les écoulements à bulles, elle est constituée de SPT (*Single Phase Turbulence*), de WIT (*Wake Induced Turbulence*) et de WIF (*Wake Induced Fluctuations*) qui caractérisent des phénomènes bien distincts. Le SPT est la turbulence issue du cisaillement moyen, le WIT représente les fluctuations temporelles turbulentes issue de la déstabilisation et des instabilités collectives des sillages, et le WIF est fait de fluctuations spatiales engendrées par le sillage moyen et l'écoulement potentiel autour des bulles. Dès lors, la modélisation en un bloc de la turbulence diphasique devient inenvisageable, et aucun modèle actuel ne parvient à décrire fidèlement la turbulence dans les écoulements à bulles. Dans cette thèse, nous proposons une nouvelle forme de modélisation à trois équations, où chaque contribution de la turbulence possède sa propre fermeture. Des simulations d'essaims de bulles sont utilisées pour proposer un modèle de WIT. Les résultats du modèle sont très positifs et permettent de prédire des données numériques et expérimentales sur une large gamme de nombre sans dimension. L'interaction entre SPT et bulles est également étudiée via des simulations dans des conditions de faible gravité. Une nouvelle méthode de traitement des données basée sur une décomposition des phénomènes physiques permet de mettre en évidence une modulation de la redistribution et de la diffusion par les bulles. Une alternative à la modélisation du WIF est également proposée. Le modèle à trois équations tensorielles ainsi écrit est complet et peut être dès aujourd'hui utilisé dans un code de calcul moyenné.

Abstract

The CEA aspires to create a numerical nuclear reactor which requires a great knowledge of single-phase and two-phase flows. In order to improve our understanding of accidental scenarios for pressurized water reactors, this thesis focuses on studying the complex dynamics of bubbly flows in order to model them. The main challenges of the thesis are to study and model the interfacial forces responsible for the migration of bubbles as well as to propose a model of turbulence in agreement with the current knowledge of the phenomena. In order to achieve these objectives, a statistical database is produced from numerical experiments (direct numerical simulations) of swarms and bubble channels. Until today, the interfacial forces were studied on simplified cases, on which particular phenomena could be highlighted. By doing so, forces are not necessarily well defined and all the phenomena occurring in complex situations are not taken into account. In this thesis, a new method for interfacial forces modeling is developed using the Navier-Stokes equations directly instead of models obtained in specific cases. The resulting trajectory equation for a fluid element in the gas phase gives a local and generic definition to the interfacial forces. It also reveals a new force coined as laminar dispersion force related on surface tension and pressure effects. This force has an important role in bubble migration. Physically, it represents classical phenomena such as the horizontal alignment of spherical bubbles or the oscillating trajectories of deformable bubbles. This force is then modeled and validated on five simulations of bubble channels. Concerning turbulence in bubbly flows, it is comprised of SPT (*Single Phase Turbulence*), WIT (*Wake Induced Turbulence*) and WIF (*Wake Induced Fluctuations*) which characterize distinct phenomena. The SPT is the turbulence produced by the averaged shear, the WIT represent the temporal and turbulent fluctuations due to destabilizations and collective instabilities of wakes, and the WIF reflect the spatial fluctuations generated by the averaged wake and the potential flow around the bubbles. Therefore, a direct model for the total two-phase turbulence is hardly feasible. To the best of our knowledge, no current model is able to accurately describe turbulence in bubbly flows. In this thesis, we propose a tensorial three-equations modeling of turbulence, where each contribution (SPT,WIF and WIT) has its own closure. Bubble swarm simulations are used to propose a WIT model. The results of the model are very positive and allow us to predict numerical and experimental data over a wide range of dimensionless numbers. The interaction between SPT and bubbles is also studied via simulations under low gravity conditions. A new method of data processing based on a decomposition of the physical phenomena makes it possible to highlight a modulation of redistribution and diffusion phenomena by the bubbles. An alternative to WIF modeling is also proposed. The tensorial three-equation model is complete and can be assessed as of now in an averaged calculation code.