



HAL
open science

Développement de méthodes ultrasonores en vue de la caractérisation des milieux à porosité multiple

Fatima Zahraa Kachkouch

► **To cite this version:**

Fatima Zahraa Kachkouch. Développement de méthodes ultrasonores en vue de la caractérisation des milieux à porosité multiple. Acoustique [physics.class-ph]. Normandie Université, 2019. Français. NNT : 2019NORMLH17 . tel-02336726

HAL Id: tel-02336726

<https://theses.hal.science/tel-02336726>

Submitted on 29 Oct 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

THÈSE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialités : Acoustique / Génie Civil

Préparée au sein de l'Université du Havre

Développement de méthodes ultrasonores en vue de la caractérisation des milieux à porosité multiple

Présentée et soutenue par
Fatima Zahraa KACHKOUCH

Thèse soutenue publiquement le 13 juin 2019
devant le jury composé de

M. DEPOLLIER Claude	Professeur Emérite, LAUM, Université du Mans	Rapporteur
M. BEAUDOUIN Anthony	Maître de conférences HDR, Institut Pprime (P')	Rapporteur
M. GRONDEL Sébastien	Professeur des universités, Université de Valenciennes	Examineur
M. RANGEARD Damien	Maître de conférences HDR, INSA de Rennes	Examineur
M. ALEM Abdellah	Maître de conférences, LOMC, Université du Havre	Encadrant
M. TINEL Alain	Maître de conférences HDR, LOMC, Université du Havre	Encadrant
M. WANG Huaqing	Professeur des universités, LOMC, Université du Havre	Encadrant
M. FRANKLIN Hervé	Professeur des universités, LOMC, Université du Havre	Directeur de thèse

Thèse dirigée par M. Hervé FRANKLIN, LOMC, UMR CNRS 6294



A mes parents Abdesslam et Souad,
mes sœurs Warda et Rim, mon frère Salah
et à la mémoire de ma grand-mère

Remerciements

Cette thèse a été réalisée au Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC) de l'Université du Havre. Nombreuses sont les personnes qui ont contribué à l'élaboration de ce travail de recherche de près ou de loin. Je tiens à remercier tout d'abord, mon directeur de thèse M. Hervé FRANKLIN pour la confiance qu'il m'a accordé, son soutien et ses précieux conseils par rapport aux travaux que nous avons menés ensemble. Outre sa rigueur scientifique et ses compétences, qu'il soit remercié pour sa gentillesse et son encouragement également.

J'exprime tous mes remerciements à mes encadrants Abdellah ALEM, Alain TINEL, et Huaqing WANG pour leurs compétences, leurs précieuses aides et connaissances partagées durant ces années de thèse, ainsi que leur soutien et leur gentillesse.

Je tiens à remercier M. Innocent MUTABAZI, le directeur du LOMC de m'avoir accueilli dans son laboratoire. Mes vifs remerciements vont également à M. Pascal PAREIGE, le directeur adjoint du LOMC pour sa disponibilité, son aide et son soutien.

J'adresse tous mes remerciements à M. Sébastien GRONDEL d'avoir accepté de présider le jury de ma soutenance de thèse. Je remercie également M. Anthony BEAUDOIN et M. Claude DEPOLLIER pour m'avoir fait l'honneur de rapporter ce manuscrit. Je présente mes remerciements également à M. Damien RANGEARD d'avoir accepté d'être examinateur.

J'exprime mes vifs remerciements à l'ensemble des membres de l'équipe Ondes Acoustiques, Mme. Francine LUPPE, Mme. Rebecca SAINIDOU, M. Pascal REMBERT, M. Pierre MARECHAL, M. Moncef ELKETTANI, M. Paul BENARD, M. Olivier LENOIR, M. Damien LEDUC, M. Bruno MORVAN, M. Jean DUCLOS, M. Hugues DUFLO, M. Simon BERNARD, M. Fernand LEON et M. Farid CHATI pour l'ambiance, les discussions chaleureuses, et les moments très agréables passés au sein du groupe qui m'ont permis de travailler dans de très bonnes conditions, je remercie également les membres de l'équipe Géo-environnement et Milieux Poreux : M. Nasredine AHFIR et M. Ahmed BENAMAR, et les membres de l'équipe Génie Civil : M. Tariq OUAHBI et M. Saïd TAIBI pour leur encouragement durant ces années de thèse.

Je tiens à remercier particulièrement Mme Anne PANTET, qui m'a initiée à la recherche durant mon stage de fin d'études et m'a prodigué ses précieux conseils. Mes remerciements vont également à M. Saber IMANZADEH avec qui j'ai travaillé durant mon stage, et qui m'a beaucoup encouragé. Je vous remercie tous les deux pour les magnifiques moments que nous avons passés ensemble.

Je voudrais remercier énormément M. Henri CAHINGT et M. Francis DUHAMEL qui m'ont beaucoup aidé à monter le dispositif expérimental. Je remercie également Mme. Faroudja HADJAZ pour son aide concernant les démarches administratives.

Un énorme merci à mes amis : Karim, Laila, Ferial, Soheil, Kun, David, Salma, Noura, Touria, Josette, Simon, Sara, Ruonan, Bouamama, qui m'ont beaucoup soutenue. Merci pour les encouragements et les meilleurs moments partagés avec vous.

Enfin, je remercie énormément mes parents Abdesslam et Souad, mes sœurs Warda et Rim, et mon frère Salah, pour leur amour, leur présence aux moments difficiles et leur soutien. Je tiens à vous dire que sans vous je n'en serais pas là aujourd'hui. Cette thèse est la vôtre.

Je termine ces remerciements par une très grande pensée à ma grand-mère qui nous a quittés et n'a pas vu l'aboutissement de mon travail mais je sais que tu en aurais été très fière de ta petite-fille.

Table des matières

Introduction générale

Partie A : Caractérisation acoustique des milieux à double porosité

Introduction à la partie A..... 3

Chapitre 1 : Rappels sur la propagation acoustique dans un milieu non borné à double porosité saturé par un fluide

1.1 Introduction 7

1.2 Description brève du modèle à simple porosité de Biot..... 7

1.2.1 Lois de comportement 7

1.2.2 Equations du mouvement 9

1.3 De la porosité simple à la double porosité..... 11

1.3.1 Equations constitutives de la théorie de la double porosité..... 11

1.3.2 Equations du mouvement d'une particule de milieu à porosité double..... 13

1.3.3 Expressions des coefficients d'inertie, de tortuosité et de frottement 15

1.3.3.1 Coefficients d'inertie 15

1.3.3.2 Coefficients de tortuosité 15

1.3.3.3 Coefficients de frottement 16

1.3.4 Données numériques..... 17

1.4 Propagation acoustique dans un milieu non borné à double porosité saturé par un fluide 19

1.4.1 Propagation et atténuation des ondes acoustiques 19

1.4.2 Etude des ondes longitudinales..... 23

1.4.3 Etude des ondes transversales..... 23

1.5 Caractéristiques acoustiques du Robu et de la Tobermorite..... 24

1.5.1 Vitesses de phase	24
1.5.2 Atténuations.....	26
1.6 Conclusion.....	27
 Chapitre 2 : Caractérisation acoustique d'une couche de grès de Berea	
2.1 Introduction	31
2.2 Description du modèle	32
2.3 Potentiels dans le fluide extérieur.....	33
2.4 Potentiels dans la couche à double porosité.....	33
2.5 Conditions de passage	34
2.5.1 Interface supérieure	35
2.5.2 Interface inférieure	36
2.6 Ecriture des contraintes, pressions et déplacements	36
2.7 Développement des conditions de passage	38
2.7.1 Etude de la condition de passage $\tau_{xz} = 0$	38
2.7.2 Etude des conditions de passage à l'interface inférieure	39
2.7.3 Résumé pour l'interface inférieure	44
2.7.4 Etude des conditions de passage à l'interface supérieure.....	45
2.7.5 Résumé pour l'interface supérieure.....	47
2.8 Calcul des coefficients de réflexion et de transmission.....	47
2.9 Discussion	49
2.10 Résultats numériques.....	50
2.10.1 Vitesses de phase	50
2.10.2 Atténuations.....	50
2.10.3 Coefficients de réflexion et de transmission.....	53

2.11 Etude des modes de vibration	54
2.11.1 Rappels sur les modes de Lamb dans une plaque élastique	54
2.11.2 Etude des modes de Lamb d'une plaque poreuse libre	55
2.11.3 Passage de la double porosité au modèle élastique	58
2.11.4 Fréquences de coupure	59
2.11.5 Développement basse fréquence pour des mouvements symétriques ou dilatatoires	62
2.12 Sensibilité des propriétés acoustiques aux paramètres mécanique du milieu à double porosité.....	64
2.12.1 Effet de la porosité intragranulaire (microporosité)	65
2.12.2 Effet de la porosité intergranulaire (macroporosité).....	68
2.12.3 Effet du module d'incompressibilité du squelette sec de la phase 1 (K_1)	71
2.12.4 Effet de la perméabilité de la phase 1 (k_{11})	74
2.13 Conclusion.....	77
 Partie B : Méthode non destructive et évaluation destructive de la filtration	
Introduction à la partie B	81
 Chapitre 3 : Mesures ultrasonores en transmission et en réflexion sur des matériaux poreux granulaires	
3.1 Introduction	85
3.2 Dispositif expérimental	86
3.3 Acquisition des signaux.....	88
3.3.1 Réponse impulsionnelle (bande passante des transducteurs)	88
3.3.2 Signal transmis	89
3.3.3 Signal réfléchi.....	90
3.4 Transmission des ondes acoustiques	90

3.4.1 Incidence normale.....	90
3.4.2 Incidence oblique.....	92
3.4.3 Vitesses et atténuations des ondes longitudinales rapides.....	94
3.5 Réflexion en quasi-harmonique	94
3.5.1 Signaux temporels en incidence oblique	94
3.5.2 Vitesses de phase expérimentales et théoriques	96
3.6 Comparaison théorie / expériences.....	98
3.6.1 Incidence normale.....	99
3.6.2 Incidence oblique à 10°	101
3.6.3 Incidence oblique à 25°	102
3.7 Conclusion.....	104
 Chapitre 4 : Confrontation entre évaluation non destructive et évaluation destructive du phénomène de colmatage dans des milieux granulaires à simple et double porosité	
4.1 Introduction	107
4.2 Rappels sur les procédés de filtration et du colmatage	108
4.2.1 Filtration	108
4.2.2 Filtration en profondeur.....	109
4.2.3 Transport et rétention de particules	109
4.2.4 Colmatage des milieux poreux	110
4.2.5 Modèle mathématique du transport	111
4.2.6 Modèle mathématique de la filtration des particules.....	113
4.3 Application des mesures ultrasonores au colmatage	115
4.3.1 Matériaux poreux.....	115
4.3.2 Particules en suspension injectées	117
4.3.3 Dispositif expérimental.....	118

4.3.4 Essais de filtration et techniques d'évaluation du dépôt.....	120
4.3.4.1 Courbes de restitution	121
4.3.4.2 Variation des perméabilités relatives	123
4.3.4.3 Variation des porosités totales	125
4.3.5 Détection ultrasonore du dépôt de particules	126
4.3.5.1 Signaux acoustiques temporels	126
4.3.5.2 Vitesses de phase	127
4.3.5.3 Energie acoustique	129
4.3.5.4 Atténuation des ondes ultrasonores	132
4.3.6 Discussion.....	135
4.3.6.1 Profil de dépôt et profil d'énergie acoustique.....	135
4.3.6.2 Vitesse de phase et porosité	137
4.3.6.3 Effets des conditions d'essais sur le comportement mécanique et acoustique du milieu	138
4.4 Conclusion.....	140
Conclusion générale	141
Annexe A	145
Références	149

Introduction générale

La caractérisation de la propagation des ondes acoustiques dans les milieux poreux est d'un grand intérêt dans différents domaines des sciences appliquées. En géophysique, l'étude de la propagation des ondes acoustiques dans les roches poreuses et sols permet d'obtenir des informations sur les sols saturés (Far et al., 2013 ; Wang et al., 2016). En médecine, l'os trabéculaire est considéré comme un milieu poreux, sa caractérisation acoustique permet de diagnostiquer des pathologies du tissu osseux telles que l'ostéoporose, qui se manifeste par la détérioration de la microarchitecture de l'os. Les mesures des vitesses de phase des ondes ont été utilisées lors d'exams cliniques afin d'estimer la solidité des os (Chen et al., 2014 ; Chen et Su., 2014). En isolation sonore, en aéronautique et industrie automobile, les recherches sur la propagation des ondes à travers les milieux poreux saturés d'air permettent d'optimiser les capacités de ces milieux à absorber le bruit, et à amortir les vibrations des structures avec lesquelles ils interagissent (Ou., 2015 ; Leinov et al., 2016). L'étude du colmatage et de l'érosion interne des milieux poreux est l'une des problématiques qui peut être caractérisée par les méthodes ultrasonores (Tran et al., 2012, Bai et al., 2019).

Dans notre thèse, l'étude de la propagation des ondes acoustiques dans un milieu à multiple porosités a pour objectif la détection du colmatage dans les systèmes aquifères. En effet, lors de l'écoulement d'un fluide chargé en particules fines, plusieurs phénomènes susceptibles de se produire, peuvent avoir des conséquences néfastes sur le bon fonctionnement de l'ouvrage : le dépôt de particules peut provoquer un colmatage du milieu poreux. Il a été montré par Moghadasi et al., (2004) que le colmatage des puits de récupération provient de la présence de particules fines dans l'eau. Dans le génie civil, on s'y intéresse pour vérifier le bon fonctionnement des ouvrages filtres pour une longue durée, dans l'environnement, afin de minimiser la pollution des nappes phréatiques, et dans le génie pétrolier pour la récupération secondaire d'hydrocarbures. L'arrachement de particules et leur transport (Lautrin 2002, Govindaraju et al., 1995) peut engendrer de l'érosion interne qui peut avoir des conséquences sur la stabilité hydraulique et mécanique des ouvrages de retenue d'eau en terre. Les deux phénomènes décrits précédemment sont difficilement détectables et peu visibles dans leurs premières manifestations ; c'est la raison pour laquelle un protocole de mesures ultrasonores permettant de détecter la présence de particules fines et leur transport dans les systèmes aquifères serait une méthode très intéressante pour la prédiction de ces deux phénomènes dès leur première apparition.

La très grande majorité des études au laboratoire, que ce soit sur (i) la propagation acoustique ou sur (ii) le transport et le dépôt de particules en suspension dans des milieux poreux se sont focalisées sur la caractérisation du comportement des milieux homogènes à simple porosité. Notre choix d'étudier un milieu à double porosité est basé sur le fait que dans la nature, les systèmes aquifères présentant une parfaite homogénéité sont très rares, qu'il s'agisse d'homogénéité granulométrique ou structurale. Les sols, naturels ou compactés montrent presque toujours différents types d'hétérogénéités selon l'échelle considérée. La mécanique des sols classique limite le niveau d'hétérogénéité aux différences entre les caractéristiques hydromécaniques des couches de sol, alors qu'à une échelle plus petite, l'hétérogénéité peut être définie par de plus petites unités structurales comme les divers pores, les grains, les fissures ou les agrégats. Les hétérogénéités presque toujours présentes dans les sols leur confèrent une organisation interne structurée. Ils ont en première approximation deux niveaux de porosité, l'une à l'échelle macroscopique (entre les agrégats) et l'autre à l'échelle microscopique (à l'intérieur des agrégats). Ils sont donc considérés comme des milieux à double porosité. Les milieux fracturés peuvent aussi présenter une double porosité : une porosité matricielle (microporosité) et une macroporosité accessible au niveau des fractures. Dans la nature, les principales formations présentant une double porosité sont les formations crayeuses : elles sont constituées de grains de tailles extrêmement petites entrecoupés d'un réseau de microfissures.

Depuis les travaux pionniers de Barenblatt et al. (1960) sur des réservoirs de pétrole ou des formations souterraines fissurées qui sont des milieux poreux présentant des hétérogénéités, la modélisation de la double porosité a suscité un intérêt croissant. Deux points de vue ont fait l'objet de beaucoup d'attention : les approches phénoménologiques décrivant le modèle à l'échelle macroscopique (Warren et Root, 1963), alors que les approches ascendantes dérivent le modèle macroscopique à partir de méthodes d'homogénéisation (Arbogast, 1990 ; Auriault et al., 1993 ; Boutin et Royer, 2015). Dans la théorie phénoménologique à double porosité (Berryman et Wang, 1995) considérée dans notre étude, les fractures qui forment la macroporosité occupent un faible volume par rapport aux micropores, mais provoquent des effets importants sur les propriétés du milieu; la perméabilité des macropores est supérieure à celle des micropores. Les deux réseaux de pores sont interconnectés et ce modèle est communément qualifié de milieu à double porosité. Selon Boutin et Royer (2015), la principale différence entre les modèles développés dans (Berryman et Wang, 1995) et dans (Boutin et Royer, 2015) (ce dernier dérivé d'une procédure

d'homogénéisation à deux échelles) est que, dans (Berryman et Wang, 1995), les domaines microporeux sont séparés des macropores par une couche mince de haute résistivité hydraulique. Néanmoins, une correspondance est produite à basse fréquence entre le modèle de Warren et Root (1963) et le modèle dérivé de Berryman et Wang (1995).

Cette thèse porte essentiellement sur une étude de la propagation des ondes acoustiques dans un milieu à double porosité, l'objectif étant de proposer une technique non destructive basée sur des mesures ultrasonores, pour la détection du colmatage lié au dépôt de particules dans le milieu poreux. Cette technique non destructive est confrontée à la méthode destructive couramment employée dans les études en laboratoire des problèmes de transfert en milieux poreux et qui consiste à détruire le matériau et à évaluer le dépôt, dans différentes couches du milieu, par pesées. Un modèle expérimental combinant les deux techniques est développé à cet effet.

Le mémoire de thèse est structuré en quatre chapitres :

Le chapitre 1 est un rappel des équations de base de la théorie de Berryman et Wang (2000) des milieux à double porosité développées. Il décrit également le passage de la simple à la double porosité, et présente brièvement deux des matériaux granulaires : Robu et Tobermorite qui seront étudiés dans les chapitres suivants. Il s'avère nécessaire de détailler à minima ces équations, car elles permettent dans le chapitre 2 de développer extensivement les propriétés de réflexion et de transmission des couches à double porosité. Les équations de propagation des ondes acoustiques dans les deux milieux à double porosité sont également décrites et permettent d'accéder aux équations de dispersion dont les résolutions fournissent les vitesses de phase et les atténuations des trois ondes longitudinales et de l'onde transversale. Ces vitesses de phase et atténuations seront comparées, dans le chapitre 3, aux mesures expérimentales. Le comportement acoustique n'est pas similaire entre les deux matériaux en raison de la différence de leur forme et de leur nature.

Le deuxième chapitre traite de la caractérisation acoustique d'une couche à double porosité consolidé (grès de Berea). Lors d'études appliquées sur certaines roches poreuses qui composent les réservoirs pétroliers, la présence de nombreuses fissures ou fractures ont été mises en évidence. Nous avons donc consacré ce chapitre à l'étude du grès de Berea. Nous avons étudié les modes de vibration se propageant dans un tel matériau considéré comme un milieu à double porosité. En particulier, nous examinons les particularités des deux modes de

Lamb fondamentaux (symétrique et antisymétrique) de la couche de double porosité par rapport à ceux des couches élastiques (Fiorito, 1979) et des couches à simple porosité (Belloncle et al., 2003 ; Franklin et al., 2010). Un comportement différent est mis en évidence, qui s'explique par la présence des micropores. Finalement, une étude paramétrique montre le lien existant entre certains paramètres mécaniques et certaines propriétés acoustiques.

Le chapitre 3 regroupe des études expérimentales, réalisées sur les matériaux granulaires décrits dans le chapitre 1. Ces matériaux préalablement saturés d'eau, sont placés dans une colonne dont les parois sont en aluminium qui permettent de retenir les grains du milieu. On utilise une excitation impulsionnelle pour une incidence normale et oblique en transmission et en réflexion. Les réponses aux impulsions transmises à travers la colonne remplie de matériaux, ont permis d'estimer, la vitesse de la première onde de compression seulement. C'est pourquoi, nous avons utilisé une excitation quasi-harmonique pour le matériau à double porosité Robu, permettant l'obtention de plusieurs échos temporels correspondant à la propagation des quatre ondes. Les vitesses, pour ce matériau, ont été donc estimées pour plusieurs fréquences dans la bande passante des transducteurs et pour différents angles d'incidence. Un bon accord a été observé entre la théorie et les expériences. Nous avons, par la suite, introduit un coefficient de comparaison afin de ne pas tenir compte de l'effet des deux plaques d'aluminium sur le comportement acoustique de l'ensemble, l'objectif étant de comparer les coefficients de transmission théoriques et expérimentaux.

Le chapitre 4 traite de l'utilisation combinée des méthodes destructive et non destructive afin d'évaluer le colmatage des matériaux granulaires à simple et à double porosité. Les procédés de filtration et du colmatage sont rappelés. Un suivi du colmatage dans l'espace et dans le temps est réalisé. L'évolution de la perméabilité du matériau caractérisant les deux phénomènes est analysée par le biais de la mesure de la chute de pression dans la colonne. L'évolution des propriétés acoustiques a été présentée avant et après injection de particules. Les profils de variation de l'énergie du signal et des mesures de l'atténuation correspondent parfaitement aux profils de dépôt. Un lien est fourni entre cette variation d'énergie et l'évolution de la porosité après injection d'une part, et entre l'évolution de la vitesse de la première onde de compression et la porosité également à la fin des injections d'autres parts. L'effet de certaines conditions d'essais mécaniques (volumes injectés et vitesses d'écoulement) sur les propriétés acoustiques a été mis en évidence. Les résultats obtenus montrent un bon accord entre les deux méthodes utilisées.

Nomenclature	
Symbol	
$\mathbf{u}, \mathbf{U}^{(1)}$ and $\mathbf{U}^{(2)}$	vecteur de déplacement du squelette solide, du fluide des micropores et du fluide des macropores
$\mathbf{w}^{(1)}, \mathbf{w}^{(2)}$	déplacement relative fluide-solide de la première phase, et de la deuxième phase
$\xi^{(j)}$	teneur en fluide dans les micropores et les macropores
$P^{(j)}$	pression du fluide dans les micropores et les macropores
$\sigma_{\alpha\beta}$	tenseur de contraintes
$B^{(j)}$	coefficient de Skempton pour l'augmentation de la pression interstitielle
C_{mn} (with $C_{nm} = C_{mn}$)	constantes liées aux propriétés du matériau et aux coefficients de dilatation et de stockage poroélastiques generalises (ils sont définis dans l'Eq. (27) de la Ref. 10).
$\mathcal{H}, \mathcal{C}^{(1)}$ and $\mathcal{C}^{(2)}$	constantes définissant les modules du milieu DDP considéré comme continu
$\varphi_s (\boldsymbol{\psi}_s)$	potentiel scalaire (vecteur) dans la phase solide
$\varphi_j (\boldsymbol{\psi}_j)$	potentiel scalaire (vecteur) dans la phase fluide relative à la microporosité ($j = 1$) et dans la phase fluide relative à la macroporosité ($j = 2$).
$\phi_0^I, \phi_0^R, \phi_0^T$	potentiels scalaires pour les ondes incidentes, réfléchies et transmises
A, B	amplitudes pour les potentiels
\mathbf{r}	vecteur position
k_m, k_t	vecteurs d'ondes complexes
θ	angle d'incidence
k_x	nombre d'ondes dans la direction des interfaces
γ_{jm} and γ_{jt}	coefficients de proportionnalité en fonction de la fréquence et des constantes caractérisant le milieu DPP

$\rho_{fm}^{(1)}, \rho_{fm}^{(2)}, \rho_{fm}^{(3)}, \rho_t$	densités de masse dépendantes de la fréquence
$C_{\bullet m}$	termes qui comptent pour les déformations du squelette élastique et expriment le couplage de chacune des ondes de dilatation (indice m) avec l'onde de cisaillement (ne contiennent aucune référence explicite aux phases fluides)
$C_{\bullet Fm}^{(j)}$	termes expliquant le jet et l'aspiration du fluide saturant dans les micropores et dans les macropores
τ_m	termes dépendant de plusieurs paramètres constituant le milieu comme la densité, ainsi que les propriétés acoustiques comme le nombre d'ondes (il s'agit d'une perturbation du Cs et du Ca)

Partie A : Caractérisation acoustique des milieux à double porosité

Introduction à la partie A

Le modèle de la propagation des ondes acoustiques à travers un milieu à simple porosité obéit à la théorie de Biot (1956, 1962a). Celle-ci, traite la propagation des ondes dans des milieux poreux saturés par un fluide et ne concerne que des domaines de basse fréquence où l'écoulement de Poiseuille est valide, elle permet de décrire le couplage entre la phase solide et la phase fluide. Les équations caractéristiques pour les plaques poreuses fines ont été développées par (Folkow et Johansson., 2009).

La majorité des géométries poreuses présentes dans la nature possèdent en plus des macroporosités, une discontinuité dans la phase solide. Néanmoins, quelques auteurs se sont mis à travailler sur le comportement acoustique d'un milieu à double porosité. Barrenblatt et al., (1960) ont proposé un modèle à double porosité pour étudier le transport des fluides dans les réservoirs d'hydrocarbures et les aquifères. Tuncay et Corapcioglu (1996) ont utilisé une technique de moyenne volumique pour étudier la propagation des ondes dans des milieux poreux fracturés saturés par deux fluides non miscibles. La dynamique des roches fissurées a été étudiée par Beskos (1989).

Le comportement acoustique dans de tels matériaux, dépend fortement de l'interaction entre les deux phases, et du contact entre les grains. Il a été démontré par Kimura (2013), qu'à partir d'une fréquence de 1 kHz et d'un diamètre de grains de 1 mm, des mécanismes de diffusion multiple doivent être considérés dans le modèle de Biot (par conséquent, l'extension de Berryman également) lorsqu'il s'agit du traitement des ondes transversales. Ses mécanismes dus principalement au contact entre les grains, Chotiros et Isakon (2014) ont proposé une modélisation de ce contact par des formes solides cylindriques entourés d'un film représentant le fluide. Kimura (2008, 2011) a développé un modèle appelé Biot Model with Gap Stiffness (BIMGS), montrant que la théorie de Biot reste valable tant que $k_0 b < 0.5$ (k_0 est le nombre d'ondes dans l'eau et b est le diamètre des grains). Lorsque cette condition n'est pas respectée, la diffusion multiple doit être prise en compte. C'est pourquoi, dans notre étude, les grains ayant un diamètre égal à 3.5 mm, nous travaillons dans un domaine de basse fréquence (bande passante des transducteurs comprise entre 30 et 60 kHz).

Cette première partie présente la théorie de la propagation des ondes acoustiques à travers deux types de milieux à double porosité :

- (i) granulaires (deux exemples Robu et Tobermorite de porosités différentes sont étudiés) et
- (ii) consolidé (grès de Berea).

L'étude analytique et numérique des coefficients de réflexion et de transmission à travers une couche de grès de Berea renseigne sur la nature des modes de vibration dans certains milieux comportant une double porosité. La caractérisation numérique des deux premiers milieux est utilisée, par la suite, pour évaluer le colmatage.

**Chapitre 1 : Rappels sur la
propagation acoustique dans un milieu
non borné à double porosité saturé par
un fluide**

1.1 Introduction

Dans cette étude, nous adopterons donc les équations linéaires phénoménologiques de Berryman et Wang (1995) dérivées du modèle à simple porosité de Biot (1955, 1962a) et établies pour le comportement d'un milieu à double porosité. Une conséquence de ce modèle, dans lequel l'isotropie est implicite, est l'augmentation du nombre de coefficients indépendants décrivant le milieu (inertiel, traînée et contrainte-déformation) par rapport à la théorie initiale de Biot. De plus, l'étude de la propagation des ondes montre que les milieux à double porosité saturés par le même fluide admettent trois ondes de dilatation ou de compression (ondes P) et une onde de cisaillement ou transversale (onde SV) (Berryman et Wang, 2000). Dans la simple porosité de Biot, il n'existe que deux ondes de dilatation en plus de l'onde de cisaillement.

Un milieu à porosité simple est un matériau constitué de deux phases de nature différente : un squelette solide élastique et un réseau de pores de même rayon moyen. Comme exemples, on peut citer les milieux granulaires non consolidés (sable, empilement de billes..., c'est le cas du Robu et de la Tobermorite utilisés pour les expériences de cette thèse), et les milieux poreux consolidés (roches, grès, bois..., c'est le cas du grès de Berea), les vides formés par l'arrangement des grains (soudés ou non) entre eux constituant alors la macroporosité.

1.2 Description brève du modèle à simple porosité de Biot

1.2.1 Lois de comportement

Soit un milieu contenant un seul réseau de pores (porosité simple) saturés d'eau et répartis dans une matrice élastique appelée *le squelette*. On désigne par \bar{U} et \vec{u} les déplacements moyens, respectivement de la phase fluide et de la phase solide. Chaque particule de ce milieu considéré comme continu contient à la fois du solide et du fluide. La loi de comportement reliant le tenseur des contraintes τ_{ij} et la pression P dans le fluide saturant au tenseur des déformations ε_{ij} est donnée par

$$\tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + [(H - 2\mu)\varepsilon_I - C\xi]\delta_{ij} \quad (1)$$

$$P = -C\varepsilon_I + M\xi, \quad (2)$$

où ε_I désigne la dilatation du solide (c'est la trace du tenseur ε_{ij}) et ξ une grandeur scalaire représentant l'opposé de la divergence du déplacement relatif \vec{w} du fluide par rapport au solide. Plus précisément, on a

$$\xi = -w_{i,i} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{w} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (4)$$

$$\varepsilon_I = u_{i,i} = \vec{\nabla} \cdot \vec{u}, \quad (5)$$

où $\vec{\nabla}$ désigne l'opérateur nabla et où

$$\vec{w} = \phi(\vec{U} - \vec{u}) \quad (6)$$

La constante μ représente le coefficient de Lamé de cisaillement du squelette. Les constantes H , M , C s'expriment en fonction des différents modules d'incompressibilité K_s , K et K_f (précisés ci-après) caractérisant la déformation du milieu (Stoll, 1985). On a :

$$H = \frac{(K_s - K)^2}{D - K} + K + \frac{4}{3}\mu = K_u + \frac{4}{3}\mu \quad (7)$$

$$M = \frac{K_s^2}{D - K}, \quad (8)$$

$$C = \frac{K_s(K_s - K)}{D - K} \quad (9)$$

où

$$D = K_s \left[1 + \phi \left(\frac{K_s}{K_f} - 1 \right) \right] \quad (10)$$

K_f est le module d'incompressibilité du fluide saturant, K_s le module d'incompressibilité des grains, K le module d'incompressibilité du squelette sec et ϕ la porosité du milieu.

1.2.2 Equations du mouvement

En se situant à des fréquences suffisamment basses, elles s'écrivent (un point placé au-dessus d'un vecteur signifie que l'on prend la dérivée partielle première par rapport au temps, deux points que l'on prend la dérivée partielle seconde, etc.)

$$\rho \ddot{\vec{u}} + \rho_f \ddot{\vec{w}} = (H - \mu) \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + C \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \vec{w}) + \mu \Delta \vec{u} \quad (11)$$

$$\rho_f \ddot{\vec{u}} + m \ddot{\vec{w}} = C \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + M \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \vec{w}) - \frac{\eta}{k} \dot{\vec{w}} \quad (12)$$

Ici, ρ_f désigne la masse volumique du fluide saturant tandis que

$$\rho = \phi \rho_f + (1 - \phi) \rho_s \quad (13)$$

désigne celle du milieu poreux saturé (avec ρ_s masse volumique du matériau constituant les grains et ρ_f masse volumique du fluide). La masse

$$m = \gamma \frac{\rho_f}{\phi} \quad (14)$$

a été introduite par Biot à la place du rapport ρ_f / ϕ afin de tenir compte du fait que la géométrie des pores imprime au fluide un mouvement qui n'a pas toujours la direction du gradient macroscopique, d'où une masse volumique apparente plus élevée que la masse volumique réelle. Le coefficient γ (toujours supérieur ou égal à 1) est appelé constante de structure. Ainsi, pour des pores circulaires uniformes parallèles au gradient de pression, $\gamma = 1$; dans les autres cas γ doit être déterminé expérimentalement. Les autres constantes apparaissant dans (12) c'est-à-dire η et k , désignent respectivement la viscosité du fluide saturant et la perméabilité du milieu poreux.

En résumé, le Tableau 1. 1 suivant récapitule les paramètres de base permettant de décrire le milieu poreux constitué de billes de verre.

Paramètres	Symboles et unités	Billes de verre
Module d'incompressibilité des grains	K_s (GPa)	36.6
Module d'incompressibilité du squelette sec	K (GPa)	2.2
Module de cisaillement du squelette sec	μ (GPa)	6.0
Masse volumique du solide	ρ_s (kg m ⁻³)	2471
Porosité	ϕ	0.39
Perméabilité	k (m ²)	8.85×10^{-10}
Tortuosité	τ	19
Module d'incompressibilité de l'eau saturante	K_f (GPa)	2.1
Densité de l'eau	ρ_f (kg m ⁻³)	1000
Viscosité de l'eau saturante	η (kg m ⁻¹ s ⁻¹)	10^{-3}

Tableau 1. 1: Paramètres à prendre en compte en vue de l'étude d'un milieu poreux et valeurs numériques correspondant aux billes de verre.

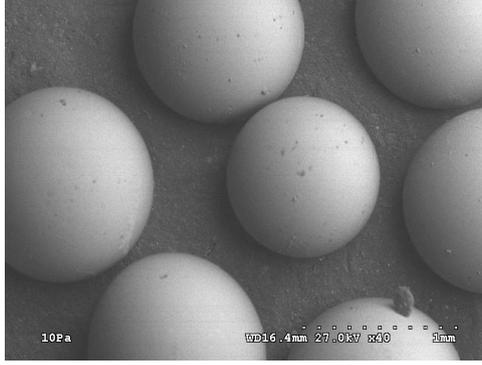


Figure 1. 1 : Photographie de billes de verres (BV) dont l'empilement en grand nombre forme un milieu à porosité simple - Image MEB

1.3 De la porosité simple à la double porosité

1.3.1 Equations constitutives de la théorie de la double porosité

Berryman et Wang ont étendu la théorie de Biot afin de décrire les propriétés mécaniques d'un milieu à double porosité. L'existence de deux échelles de porosité (micropores et macropores) conduit à supposer qu'au niveau macroscopique il existe deux phases (*cf.* tableau 1.2 pour la définition des grandeurs introduites)

- une matrice microporeuse définie comme la phase 1, de propriétés effectives $K^{(1)}$, $K_s^{(1)}$, $\mu^{(1)}$, et $\phi^{(1)}$ occupant la fraction de volume $V^{(1)}/V = v^{(1)}$ du volume total V de l'échantillon,

- un réseau connecté de macropores défini comme la phase 2 et occupant la fraction de volume restante, soit $V^{(2)}/V = v^{(2)} = 1 - v^{(1)}$.

Les phases se distinguent l'une de l'autre par leurs perméabilités (Berryman et Wang, 1995). Si $k^{(11)}$ est la perméabilité de la phase 1 et $k^{(22)}$ celle la phase 2, on a $k^{(11)} \ll k^{(22)}$. Il existe normalement une perméabilité de couplage $k^{(12)} = k^{(21)}$ caractérisant l'écoulement à l'interface entre les deux phases. Cependant, Berryman et Wang ont estimé que $k^{(12)} \simeq k^{(11)}$, réduisant ainsi le nombre de paramètres à prendre en considération.

Par ailleurs, soit V_ϕ le volume occupé par les pores dans la matrice. On définit le quotient $\phi^{(1)} = V_\phi/V_1$ ($\phi^{(2)} = V_2/V_2 = 1$, respectivement) comme étant la fraction de volume des pores

dans la matrice (la porosité des macropores, respectivement). Le coefficient $v^{(1)}\phi^{(1)} = V_\phi/V$ représente la porosité du milieu due aux micropores et $v^{(2)}\phi^{(2)}$ celle due aux macropores : la porosité totale est constituée de leur somme $v^{(1)}\phi^{(1)} + v^{(2)}\phi^{(2)} = \phi$. Les coefficients $v^{(1)}$ et $v^{(2)}$ ainsi introduits désignent les fractions de volume occupées par les micropores et les macropores, respectivement. Ils sont tels que $v^{(1)} + v^{(2)} = 1$ (Figure 1. 2). La fraction de volume occupée par la matrice solide est alors égale à $1 - \phi$.

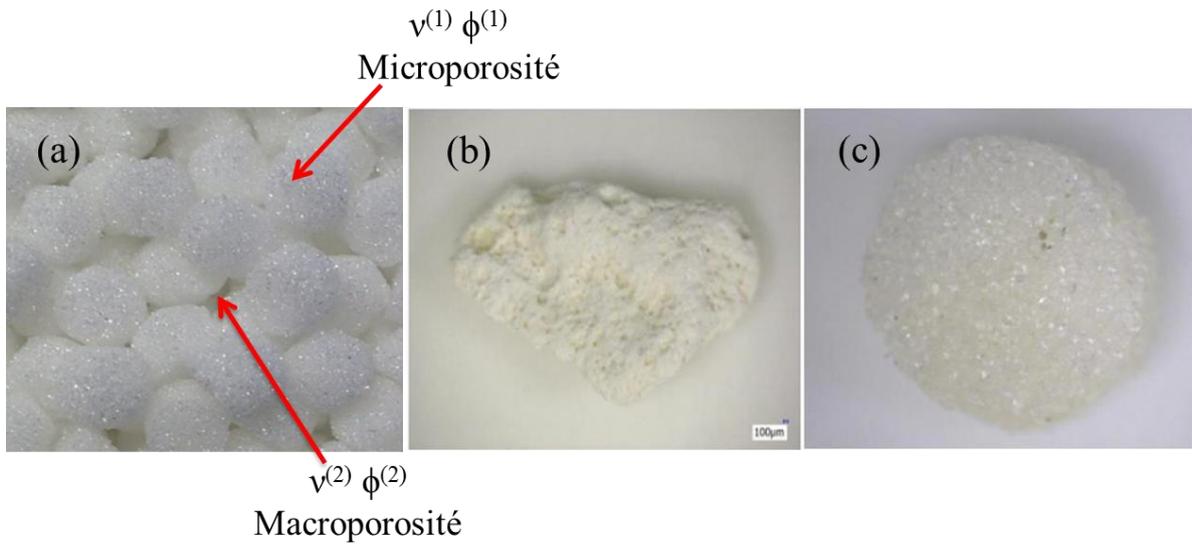


Figure 1. 2 : (a) Empilement de grains de Robu, (b) un grain poreux de Tobermorite 11 A n'a pas de forme particulière (la taille de grain retenue par tamisage pour former le milieu à double porosité variant de 2 à 3 mm) et (c) un grain quasi sphérique de ROBU (la taille régulière d'environ 3.5 mm).

Par ailleurs, l'étude d'un milieu à double porosité (notamment les gedanken experiments) impose un certain nombre de constantes mécaniques relatives à son comportement. On a d'abord les constantes définies à partir des modules d'incompressibilités (cf. Tableau 1. 2) :

$$K = \left[\frac{v^{(1)}}{K^{(1)}} + \frac{v^{(2)}}{K^{(2)}} \right]^{-1}, \quad K_s = \frac{K_s^{(1)}}{v^{(1)}}, \quad (15)$$

$$\alpha^{(1)} = 1 - \frac{K^{(1)}}{K_s^{(1)}}, \quad \alpha = 1 - \frac{K}{K_s}. \quad (16)$$

$$K_u = \frac{K}{1 - 3K \left[B^{(1)}\delta^{(1)} + B^{(2)}\delta^{(2)} \right]}. \quad (17)$$

Les constantes α et $\alpha^{(1)}$ sont les paramètres de Biot-Willis, les constantes $B^{(1)}$ et $B^{(2)}$ les coefficients de Skempton (1954) et K_u est le module d'incompressibilité du milieu non drainé

Soient \vec{u} le vecteur déplacement dans le solide et $\vec{U}^{(j)}$ le vecteur déplacement dans la phase j ($= 1$ ou 2). Le tenseur des contraintes dans un milieu à double porosité s'écrit

$$\tau_{ij} = \left(K_u - \frac{2}{3} \mu \right) u_{k,k} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} + K_u \left(-B^{(1)} \xi^{(1)} - B^{(2)} \xi^{(2)} \right) \delta_{ij} \quad (18)$$

où $\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$ représente le tenseur des déformations lié à la partie solide, δ_{ij} le tenseur unité et où $\xi^{(1)}$ et $\xi^{(2)}$ désignent les deux augmentations de teneur en fluide définies par

$$\xi^{(j)} = -\nu^{(j)} \phi^{(j)} \vec{\nabla} \cdot (\vec{U}^{(j)} - \vec{u}) \quad (19)$$

Les pressions au sein du milieu à double porosité s'écrivent

$$P^{(1)} = -C_{21}e + C_{22}\xi^{(1)} + C_{23}\xi^{(2)} \quad (20)$$

$$P^{(2)} = -C_{31}e + C_{23}\xi^{(1)} + C_{33}\xi^{(2)}, \quad (21)$$

les coefficients C_{ij} étant homogènes à des modules d'élasticité. Les équations que l'on vient d'introduire dans cette section ont un objectif double : d'une part écrire les relations de dispersion des ondes se propageant dans le milieu à porosité double, et d'autre part, exprimer les conditions de passage ou de continuité entre milieux ayant des comportements différents (par exemple, entre un solide élastique dont la loi de comportement est bien connue et un milieu à porosité double).

1.3.2 Equations du mouvement d'une particule de milieu à porosité double

Les équations du mouvement dans un milieu à double porosité (Berryman et Wang, 2000) peuvent être mises sous la forme suivante (il y a neuf équations au total car $i = 1, 2, 3$)

$$\vec{\chi}_i = R \ddot{\vec{W}}_i + B \dot{\vec{W}}_i \quad (22)$$

où les vecteurs \vec{W}_i et $\vec{\chi}_i$ sont définis par

$$\vec{W}_i = (u_i, U_i^{(1)}, U_i^{(2)}) \quad \text{et} \quad \vec{\chi}_i = (\tau_{ij,j}, -P_i^{(1)}, -P_i^{(2)}), \quad (23)$$

et où R désigne la *matrice d'inertie* et B la *matrice de dissipation*. Elles sont de taille 3x3 et données par

$$R = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & \rho_{22} & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & \rho_{33} \end{pmatrix}, \quad (24)$$

et

$$B = \begin{pmatrix} b_{12} + b_{13} & -b_{12} & -b_{13} \\ -b_{12} & b_{12} + b_{23} & -b_{23} \\ -b_{13} & -b_{23} & b_{13} + b_{23} \end{pmatrix}. \quad (25)$$

les coefficients ρ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) sont homogènes à des masses volumiques. Ils résultent du fait que l'écoulement relatif du fluide dans les micropores et dans les macropores n'est pas uniforme et que les mouvements de la partie solide en présence de fluide conduisent à des effets de masse induits. L'étude de l'énergie de dissipation montre que les dissipations dans le milieu proviennent non seulement du mouvement de frottement du fluide contre le solide dans les micropores et les macropores, mais aussi du mouvement de frottement du fluide contenu dans les micropores contre celui contenu dans les macropores. Les coefficients b_{12} et b_{13} peuvent être vus comme des constantes de Darcy pour chaque écoulement ; le coefficient b_{23} représente quant à lui un coefficient de couplage (de même unité que les autres). Ces coefficients et ρ_{ij} sont détaillés dans la section suivante.

Etant donné que l'équation (22) vaut pour chaque indice i , on peut penser à une forme vectorielle plus compacte de la forme

$$\vec{\chi} = R\ddot{\vec{W}} + B\dot{\vec{W}}, \quad (26)$$

où

$$\vec{W} = \left(\vec{u}, \vec{U}^{(1)}, \vec{U}^{(2)} \right), \quad \text{et} \quad \vec{\chi} = \left(\vec{\nabla}\vec{\tau}, -\vec{\nabla}P^{(1)}, -\vec{\nabla}P^{(2)} \right)^T. \quad (27)$$

Ici, $\vec{\tau}$ représente le tenseur des contraintes du milieu à porosité double. Compte tenu de (19-21), $\vec{\chi}$ prend la forme

$$\vec{\chi} = \begin{pmatrix} (K_u + \mu/3)\vec{\nabla}e + \mu\vec{\nabla}^2\vec{u} + K_u(-B^{(1)}\vec{\nabla}\xi^{(1)} - B^{(2)}\vec{\nabla}\xi^{(2)}) \\ C_{21}\vec{\nabla}e - C_{22}\vec{\nabla}\xi^{(1)} - C_{23}\vec{\nabla}\xi^{(2)} \\ C_{31}\vec{\nabla}e - C_{23}\vec{\nabla}\xi^{(1)} - C_{33}\vec{\nabla}\xi^{(2)} \end{pmatrix} \quad (28)$$

1.3.3 Expressions des coefficients d'inertie, de tortuosité et de frottement

Les analyses ayant conduit aux formules que nous donnons ci-dessous sont assez longs et complexes. Nous renvoyons aux références de base pour plus de détails.

1.3.3.1 Coefficients d'inertie

Berryman et Wang (2000) obtiennent les expressions suivantes des masses volumiques (coefficients d'inertie) ρ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) intervenant dans la matrice R :

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= (1 - \phi)\rho_s + (\tau - 1)\phi\rho_f, \\ \rho_{22} &= \tau^{(1)}(1 - v^{(2)})\phi^{(1)}\rho_f, \\ \rho_{33} &= \tau^{(2)}v^{(2)}\phi^{(2)}\rho_f, \\ 2\rho_{13} &= (\tau^{(1)} - 1)(1 - v^{(2)})\phi^{(1)}\rho_f - (\tau^{(2)} - 1)v^{(2)}\phi^{(2)}\rho_f - (\tau - 1)\phi\rho_f, \\ 2\rho_{23} &= (\tau - 1)\phi\rho_f - (\tau^{(1)} - 1)(1 - v^{(2)})\phi^{(1)}\rho_f - (\tau^{(2)} - 1)v^{(2)}\phi^{(2)}\rho_f, \\ 2\rho_{12} &= -(\tau - 1)\phi\rho_f - (\tau^{(1)} - 1)(1 - v^{(2)})\phi^{(1)}\rho_f + (\tau^{(2)} - 1)v^{(2)}\phi^{(2)}\rho_f. \end{aligned} \quad (29)$$

1.3.3.2 Coefficients de tortuosité

Les trois tortuosités $\tau^{(1)}$ (micropores), $\tau^{(2)}$ (macropores) et τ (globale) peuvent être estimées, soit par des mesures expérimentales (diélectriques par exemple). Toutefois, Berryman indique que l'on peut les calculer à l'aide de sa relation

$$\tau = 1 + r \left(\frac{1}{\phi} - 1 \right) \quad (30)$$

où $0 \leq r \leq 1$ est un facteur lié à la géométrie des grains. Dans ce dernier cas, ils ne précisent pas dans quelle mesure ce facteur r est modifié quand on passe d'un type de pores à un autre.

1.3.3.3 Coefficients de frottement

Berryman et Wang (2000) obtiennent les expressions suivantes des coefficients de frottement

$$b_{12} = \frac{\eta(1-\nu^{(2)})\phi^{(1)}\left[(1-\nu^{(2)})\phi^{(1)}k^{(22)} - \nu^{(2)}\phi^{(2)}k^{(21)}\right]}{k^{(11)}k^{(22)} - k^{(12)}k^{(21)}} \quad (31)$$

$$b_{23} = \frac{\eta\nu^{(2)}(1-\nu^{(2)})\phi^{(1)}\phi^{(2)}k^{(21)}}{k^{(11)}k^{(22)} - k^{(12)}k^{(21)}} \quad (32)$$

$$b_{13} = \frac{\eta\nu^{(2)}\phi^{(2)}\left[\nu^{(2)}\phi^{(2)}k^{(11)} - (1-\nu^{(2)})\phi^{(1)}k^{(12)}\right]}{k^{(11)}k^{(22)} - k^{(12)}k^{(21)}} \quad (33)$$

Les perméabilités de couplage $k^{(12)}$ et $k^{(21)}$ décrivent des effets plus importants sur les longues durées que sur les courtes durées (Berryman et Wang, 2000). Dans les études sur la propagation d'ondes, on néglige donc ces couplages ($k^{(12)} \simeq k^{(21)} \simeq 0$) ou bien encore $k^{(12)}, k^{(21)} \ll k^{(11)}$. Par ailleurs, il faut bien noter que $k^{(11)} \ll k^{(22)}$. Les équations (31) à (33) se simplifient pour prendre les formes données ci-dessous

$$b_{12} = \frac{\eta(1-\nu^{(2)})^2(\phi^{(1)})^2}{k^{(11)}} \quad (34)$$

$$b_{23} = 0 \quad (35)$$

$$b_{13} = \frac{\eta(\nu^{(2)}\phi^{(2)})^2}{k^{(22)}} \quad (36)$$

Nous venons d'identifier les coefficients inertiels ρ_{ij} et les coefficients de frottement b_{ij} correspondant à l'extension de la théorie de Biot des milieux à porosité unique aux milieux à porosité double.

1.3.4 Données numériques

On trouvera dans le Tableau 1.2 les valeurs numériques des paramètres utiles pour la description de deux milieux à double porosité du type *non consolidé* (car à base de grains poreux entassés). D'autres valeurs numériques seront données dans le chapitre 2 qui traite de la réflexion et de la transmission par une couche plane de grès de Berea qui est un autre exemple de milieu à double porosité, cette fois-ci du type *consolidé*.

Les paramètres α , $\alpha^{(1)}$, τ , $\tau^{(1)}$, $\nu^{(1)}$, K_2 , K_s et K_u sont calculés à partir des formules de Berryman et Wang (1995). Les modules d'incompressibilité $K_s^{(1)}$, K_l , K sont estimés à partir d'essais en compression et triaxiaux et le module de cisaillement μ à partir des travaux de Kimura (2006, 2013). La valeur de la perméabilité $k^{(22)}$ est proche de la perméabilité totale mesurée. La perméabilité $k^{(11)}$ pour le ROBU est fournie par l'industriel et celle pour la Tobermorite est estimée comme étant 10^4 fois plus petite que $k^{(22)}$. Les autres paramètres sont mesurés.

Paramètres	Symboles et unités	Robu	Tobermorite
Densité des grains	ρ_s (kg/m ³)	2230	2100
Module d'incompressibilité des grains de l'ensemble	K_s (GPa)	4.55	5.0
Module d'incompressibilité des grains de la phase matricielle (phase 1)	$K_s^{(1)}$ (GPa)	3.0	0.9
Porosité totale	ϕ	0.60	0.70
Porosité matricielle (microporosité)	$\phi^{(1)}$	0.36	0.50
Porosité des fractures (macroporosité)	$\phi^{(2)}$	1.0	1.0
Perméabilité matricielle (de la phase 1)	$k^{(11)}$ (m ²)	2.80×10^{-11}	2.00×10^{-13}
Perméabilité des fractures (de la phase 2)	$k^{(22)}$ (m ²)	2.50×10^{-9}	2.53×10^{-8}
Fraction de volume occupée par la matrice	$v^{(1)}$	0.62	0.61
Fraction de volume occupée par les fractures	$v^{(2)}$	0.38	0.40
Paramètre du Biot-Willis de l'ensemble	α	0.98	0.94
Paramètre du Biot-Willis de la matrice	$\alpha^{(1)}$	0.67	0.94
Paramètre du Biot-Willis des fractures	$\alpha^{(2)}$	1.0	1.0
Tortuosité globale	τ	1.4546	1.2478
Tortuosité matricielle	$\tau^{(1)}$	2.1667	1.5
Tortuosité des fractures	$\tau^{(2)}$	1.0	1.0
Module d'incompressibilité du squelette non drainé	K_u (GPa)	2.40	1.5
Module d'incompressibilité du squelette sec de la matrice	K_1 (GPa)	1.0	0.05
Module d'incompressibilité du squelette sec des fractures	K_2 (GPa)	0.03	0.09
Module d'incompressibilité du squelette sec	K (GPa)	0.085	0.082
Module de cisaillement du squelette sec	μ (GPa)	0.078	0.080

Tableau 1. 2 : Propriétés des matériaux à double porosité, Robu and Tobermorite.

1.4 Propagation acoustique dans un milieu non borné à double porosité saturé par un fluide

Dans cette section, on s'intéresse à la propagation d'ondes acoustiques dans les milieux à double porosité d'extension infinie (dans toutes les directions). Les travaux de Berryman et Wang (Berryman et Wang, 2000) dont une partie est détaillée ci-dessus ont montré que dans les milieux à double porosité saturés par un liquide, trois ondes longitudinales et une onde transversale, toutes dispersives sont susceptibles de se propager. Après avoir rappelé brièvement les principaux développements menant aux équations de dispersion qui montrent l'existence de ces quatre ondes, on présente une étude numérique de leurs vitesses de phase et de leurs atténuations pour les deux matériaux, ROBU® et Tobermorite 11Å, dont les descriptions et les propriétés physiques ont été données dans la section précédente.

1.4.1 Propagation et atténuation des ondes acoustiques

Il existe un potentiel scalaire φ_s (φ_j respectivement) et un potentiel vecteur $\vec{\psi}_s$ ($\vec{\psi}_j$ respectivement) relatifs aux déplacements dans le solide (dans la phase $j = 1$ ou 2 respectivement) tels que, d'après le théorème de Helmholtz, les vecteurs déplacements s'écrivent

$$\vec{u} = \vec{\nabla}\varphi_s + \vec{\nabla} \wedge \vec{\psi}_s, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{\psi}_s = 0, \quad (\text{dans le solide}) \quad (37)$$

et

$$\vec{U}^{(j)} = \vec{\nabla}\varphi_j + \vec{\nabla} \wedge \vec{\psi}_j, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{\psi}_j = 0 \quad (\text{dans la phase } j). \quad (38)$$

La combinaison des équations (37) et (38) permet de trouver l'expression suivante de l'augmentation de teneur en fluide dans la phase j

$$\xi^{(j)} = -v^{(j)} \phi^{(j)} \vec{\nabla}^2 (\varphi_j - \varphi_s). \quad (39)$$

L'application de l'opérateur divergence aux deux membres de (26) donne

$$\nabla^2 \begin{pmatrix} (K_u + 4\mu/3)\varphi_s + K_u (B^{(1)}\nu^{(1)}\phi^{(1)}(\varphi_1 - \varphi_s) + B^{(2)}\nu^{(2)}\phi^{(2)}(\varphi_2 - \varphi_s)) \\ C_{21}\varphi_s - C_{22}\nu^{(1)}\phi^{(1)}(\varphi_1 - \varphi_s) - C_{23}\nu^{(2)}\phi^{(2)}(\varphi_2 - \varphi_s) \\ C_{31}\varphi_s - C_{23}\nu^{(1)}\phi^{(1)}(\varphi_1 - \varphi_s) - C_{33}\nu^{(2)}\phi^{(2)}(\varphi_2 - \varphi_s) \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \ddot{\varphi}_s \\ \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_s \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{pmatrix}, \quad (40)$$

que l'on met sous la forme

$$-M\vec{\nabla}^2\vec{\varphi} + R\ddot{\vec{\varphi}} + B\dot{\vec{\varphi}} = 0 \quad (41)$$

avec

$$M = \begin{pmatrix} K_u + 4\mu/3 - K_u (B^{(1)}\nu^{(1)}\phi^{(1)} + B^{(2)}\nu^{(2)}\phi^{(2)}) & K_u B^{(1)}\nu^{(1)}\phi^{(1)} & K_u B^{(2)}\nu^{(2)}\phi^{(2)} \\ C_{21} + C_{22}\nu^{(1)}\phi^{(1)}\nu^{(1)} + C_{23}\nu^{(2)}\phi^{(2)} & -C_{22}\nu^{(1)}\phi^{(1)} & -C_{23}\nu^{(2)}\phi^{(2)} \\ C_{31} + C_{23}\nu^{(1)}\phi^{(1)} + C_{33}\nu^{(2)}\phi^{(2)} & -C_{23}\nu^{(1)}\phi^{(1)} & -C_{33}\nu^{(2)}\phi^{(2)} \end{pmatrix} \quad (42)$$

R et B étant des matrices 3x3 données (cf. sections précédentes). Noter que le vecteur $\vec{\varphi}$ est défini par

$$\vec{\varphi} = (\varphi_s, \varphi_1, \varphi_2)^T \quad (43)$$

De même, si l'on applique l'opérateur rotationnel aux deux membres de (26), il vient

$$-N\vec{\nabla}^2\vec{\psi} + R\ddot{\vec{\psi}} + B\dot{\vec{\psi}} = 0, \quad (44)$$

où N est la matrice

$$N = \begin{pmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (45)$$

et où

$$\vec{\psi} = (\psi_s, \psi_1, \psi_2)^T. \quad (46)$$

Considérant à partir d'ici des ondes planes harmoniques en temps et en espace, on peut écrire les potentiels sous les formes suivantes

$$\varphi_k = A_k e^{i(\vec{k}_\varphi \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad \vec{\psi}_k = \vec{C}_k e^{i(\vec{k}_\psi \cdot \vec{r} - \omega t)}, \quad (k = s, 1, 2) \quad (47)$$

où \vec{k}_φ et \vec{k}_ψ sont des vecteurs d'onde de composantes complexes dont les produits scalaires vérifient les relations

$$\vec{k}_\varphi \cdot \vec{k}_\varphi = k_\varphi^2, \quad \vec{k}_\psi \cdot \vec{k}_\psi = k_\psi^2 \quad (48)$$

dans lesquelles k_φ^2 et k_ψ^2 sont des nombres complexes. Compte tenu de (46), on a

$$\vec{\nabla}^2 \varphi_k = -k_\varphi^2 \varphi_k, \quad \vec{\nabla}^2 \vec{\psi}_k = -k_\psi^2 \vec{\psi}_k, \quad (49)$$

qui sont de fait les équations de Helmholtz valables dans un espace non borné. Les dérivées partielles par rapport au temps donnent quant à elles

$$\dot{\varphi}_k = -i\omega \varphi_k, \quad \ddot{\varphi}_k = -\omega^2 \varphi_k, \quad (50)$$

$$\dot{\vec{\psi}}_k = -i\omega \vec{\psi}_k, \quad \ddot{\vec{\psi}}_k = -\omega^2 \vec{\psi}_k. \quad (51)$$

La relation matricielle (40) peut donc être transformée en

$$T \vec{A} = 0 \quad (52)$$

avec T matrice 3x3 définie par

$$T = -k_\varphi^2 M + \omega^2 R + i\omega B \quad (53)$$

et d'éléments

$$\begin{aligned}
t_{11} &= -k_\varphi^2 \left[K_u + \frac{4}{3} \mu + K_u \left(B^{(1)} \nu^{(1)} \phi^{(1)} + B^{(2)} \nu^{(2)} \phi^{(2)} \right) \right] + i\omega(b_{12} + b_{13}) + \omega^2 \rho_{11} \\
t_{12} &= -k_\varphi^2 K_u B^{(1)} \nu^{(1)} \phi^{(1)} - i\omega b_{12} + \omega^2 \rho_{12} \\
t_{13} &= -k_\varphi^2 K_u B^{(2)} \nu^{(2)} \phi^{(2)} - i\omega b_{13} + \omega^2 \rho_{13} \\
t_{21} &= -k_\varphi^2 \left(C_{21} + C_{22} \nu^{(1)} \phi^{(1)} + C_{23} \nu^{(2)} \phi^{(2)} \right) - i\omega b_{12} + \omega^2 \rho_{12} \\
t_{22} &= k_\varphi^2 C_{22} \nu^{(1)} \phi^{(1)} + i\omega b_{12} + \omega^2 \rho_{22} \\
t_{23} &= k_\varphi^2 C_{23} \nu^{(2)} \phi^{(2)} + \omega^2 \rho_{23} \\
t_{31} &= -k_\varphi^2 \left(C_{31} + C_{23} \nu^{(1)} \phi^{(1)} + C_{33} \nu^{(2)} \phi^{(2)} \right) - i\omega b_{13} + \omega^2 \rho_{13} \\
t_{32} &= k_\varphi^2 C_{23} \nu^{(1)} \phi^{(1)} + \omega^2 \rho_{23} \\
t_{33} &= k_\varphi^2 C_{33} \nu^{(2)} \phi^{(2)} + i\omega b_{13} + \omega^2 \rho_{33}
\end{aligned}$$

Quant à l'équation (43) elle prend la forme

$$Q\vec{C} = 0 \quad (54)$$

avec Q matrice 3x3 définie par

$$Q = -k_\psi^2 N + \omega^2 R + i\omega B \quad (55)$$

Ses éléments s'expriment

$$\begin{aligned}
q_{11} &= -\mu k_\psi^2 + i\omega(b_{12} + b_{13}) + \rho_{11} \omega^2 \\
q_{12} &= q_{21} = \rho_{12} \omega^2 - i\omega b_{12} \\
q_{13} &= q_{31} = \rho_{13} \omega^2 - i\omega b_{13} \\
q_{23} &= q_{32} = \rho_{23} \omega^2 - i\omega b_{23} \quad (\equiv 0, \text{ si } \rho_{23} = 0 \text{ et } b_{23} = 0) \\
q_{33} &= \rho_{33} \omega^2 + i\omega b_{13} \\
q_{22} &= \rho_{22} \omega^2 + i\omega b_{12}
\end{aligned}$$

Les vecteurs \vec{A} et \vec{C} introduits dans (15) et (17) sont définis par

$$\vec{A} = (A_s, A_1, A_2)^T \quad (56)$$

$$\vec{C} = (\vec{C}_s, \vec{C}_1, \vec{C}_2)^T \quad (57)$$

Le système linéaire homogène (52) est relatif à la propagation d'ondes de compression appelées également *ondes longitudinales* (ou ondes P). Le système linéaire homogène (54) quant à lui, est relatif à la propagation d'ondes de cisaillement appelées aussi *ondes*

transversales (ou ondes SV). Au cours de leur propagation dans le milieu à double porosité non borné, on observe un découplage total entre les ondes longitudinales d'une part, et l'onde transversale d'autre part.

1.4.2 Etude des ondes longitudinales

Les solutions non triviales du système homogène (52) sont obtenues en résolvant l'équation

$$\det T = 0. \quad (58)$$

Le développement de ce déterminant conduit à une équation polynomiale de degré 3 en ℓ_φ^2 . Cette équation admet trois solutions complexes distinctes notées ℓ_1^2 , ℓ_2^2 et ℓ_3^2 . L'indice 1 indique l'onde la plus rapide, l'indice 2 l'onde de célérité intermédiaire et l'indice 3 l'onde la moins rapide. Les vitesses de phase $V_{P\varphi}$ de ces ondes ainsi que les atténuations $\alpha_{P\varphi}$ sont obtenues à partir de ℓ_φ de la façon suivante :

$$V_{P\varphi} = \frac{\omega}{\operatorname{Re} \ell_\varphi}, \quad \varphi = 1, 2, 3 \quad (59)$$

Les atténuations sont, quant à elles, données par, cf. Dai et Kuang (2006) :

$$\alpha_{P\varphi} = 2\pi \times 8.686 \times \operatorname{Im}(\ell_\varphi) / \operatorname{Re}(\ell_\varphi) \quad \varphi = 1, 2, 3 \quad (60)$$

voir par exemple Dai et Kuang (2006).

1.4.3 Etude des ondes transversales

Pour que le système linéaire homogène (54) admette des solutions non triviales, il est nécessaire que son déterminant soit égal à zéro :

$$\det Q = 0 \quad (61)$$

C'est une équation polynomiale de degré 1 en ℓ_t^2 . Il n'existe donc qu'une seule solution ℓ_t^2 l'indice t se rapportant au caractère transversal de cette onde. La vitesse de phase V_t et l'atténuation α_s de cette onde sont, respectivement,

$$V_t = \frac{\omega}{\text{Re } \ell_t} \quad (62)$$

et

$$\alpha_s = 2\pi \times 8.686 \times \text{Im}(\ell_t) / \text{Re}(\ell_t) \quad (63)$$

1.5 Caractéristiques acoustiques du Robu et de la Tobermorite

1.5.1 Vitesses de phase

Sur la Figure 1. 3, on présente les évolutions, en fonction de la fréquence, des vitesses de phase des trois ondes longitudinales et de l'onde transversale dans le milieu poreux à double porosité formé de ROBU. Sur la Figure 1. 4 on présente ces quatre vitesses pour la Tobermorite. Les valeurs numériques nécessaires au calcul sont fournies dans le chapitre 1 (*cf.* Tableau 1. 2). On peut observer sur les figures que les vitesses de phase sont dispersives pour les deux matériaux. La variation fréquentielle des vitesses pour le Robu est telle que celle-ci croît brusquement jusqu'à environ 5 kHz et reste quasi-constante le long du domaine fréquentiel étudié. En revanche, les vitesses de phase des ondes de la Tobermorite varient exponentiellement et continuent à augmenter avec la fréquence. La propagation des quatre ondes à travers le Robu est plus rapide qu'à travers la Tobermorite. Notons que, la troisième onde de compression P3 a un comportement différent pour les deux matériaux. Son augmentation est très accentuée par rapport aux autres ondes (une variation de 200 m/s pour le Robu, et de 400 m/s pour la Tobermorite, en allant de 1 à 100 kHz. En effet, la croissance des vitesses avec la fréquence, pour les quatre types d'ondes, est due à l'augmentation des forces d'inertie avec la fréquence. En effet, l'onde P3 est due au couplage entre la phase solide et la deuxième phase fluide, et en sachant que ce couplage affecte les forces d'inertie. C'est pourquoi, une croissance très marquée de l'onde P3 a été observée.

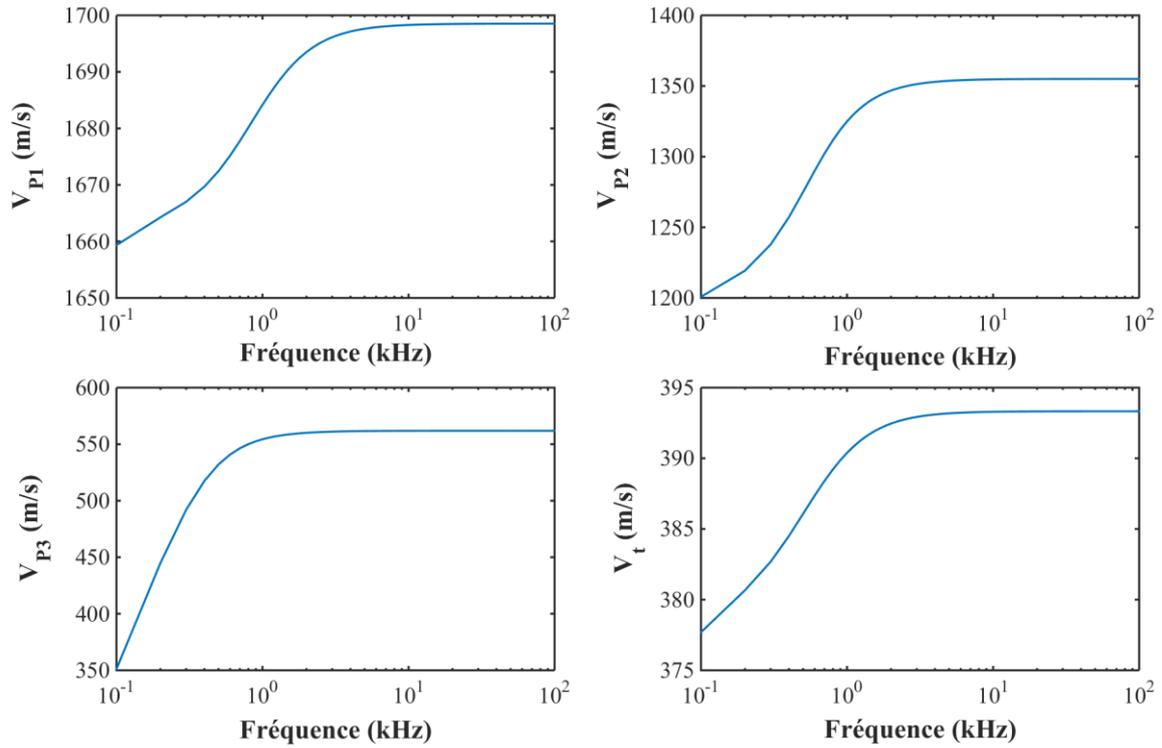


Figure 1.3 : Vitesses de phase dans le milieu poreux à double porosité formé de grains de ROBU.

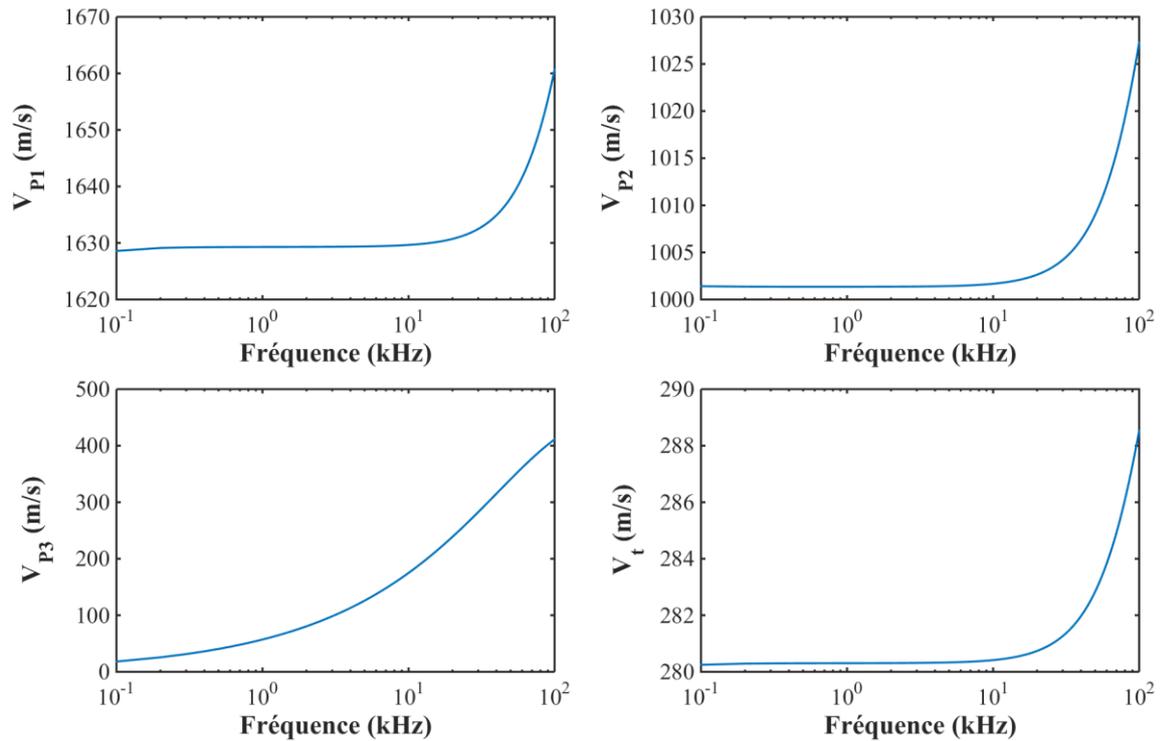


Figure 1.4 : Vitesses de phase dans le milieu poreux à double porosité formé de grains de Tobermorite.

1.5.2 Atténuations

L'atténuation dans les milieux poreux est introduite par les frictions visqueuses, les échanges thermiques et les mouvements différentiels entre le fluide et le solide. On présente l'atténuation de chacune des ondes en fonction de la fréquence, pour le Robu (Figure 1. 5) et pour la Tobermorite (Figure 1. 6). Deux comportements différents ont été observés. Pour le Robu, le mouvement différentiel engendre une dissipation décroissante avec la fréquence. A environ 100 kHz, les valeurs tendent vers zéro. Pour la Tobermorite, sauf pour l'onde P3, le comportement est inversé. En effet, l'atténuation suit la variation des vitesses pour ce cas. La seule explication possible est liée aux paramètres caractérisant ce milieu à savoir la porosité et les modules d'incompressibilité.

La forte atténuation de l'onde P3 pour les deux matériaux, est constatée. Celle-ci limite, par ailleurs, la croissance de la vitesse. Les valeurs des atténuations sont plus grandes pour la Tobermorite que pour le ROBU.

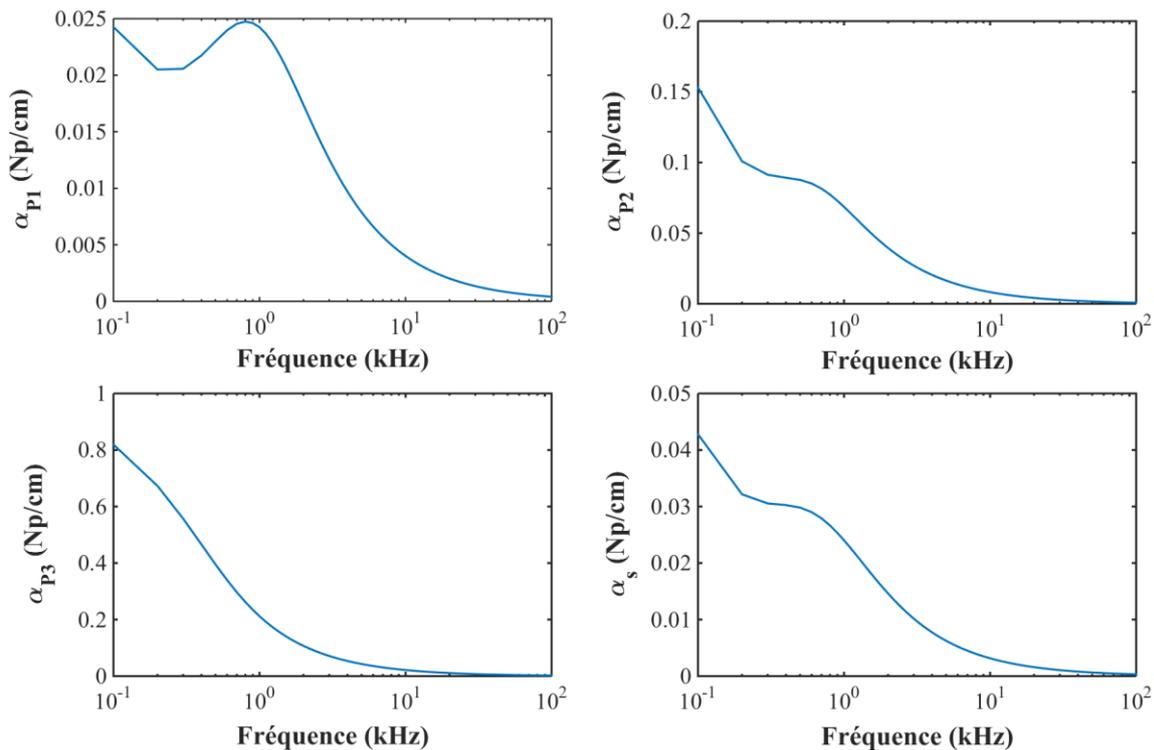


Figure 1. 5 : Atténuations dans le milieu poreux à double porosité formé de grains de ROBU

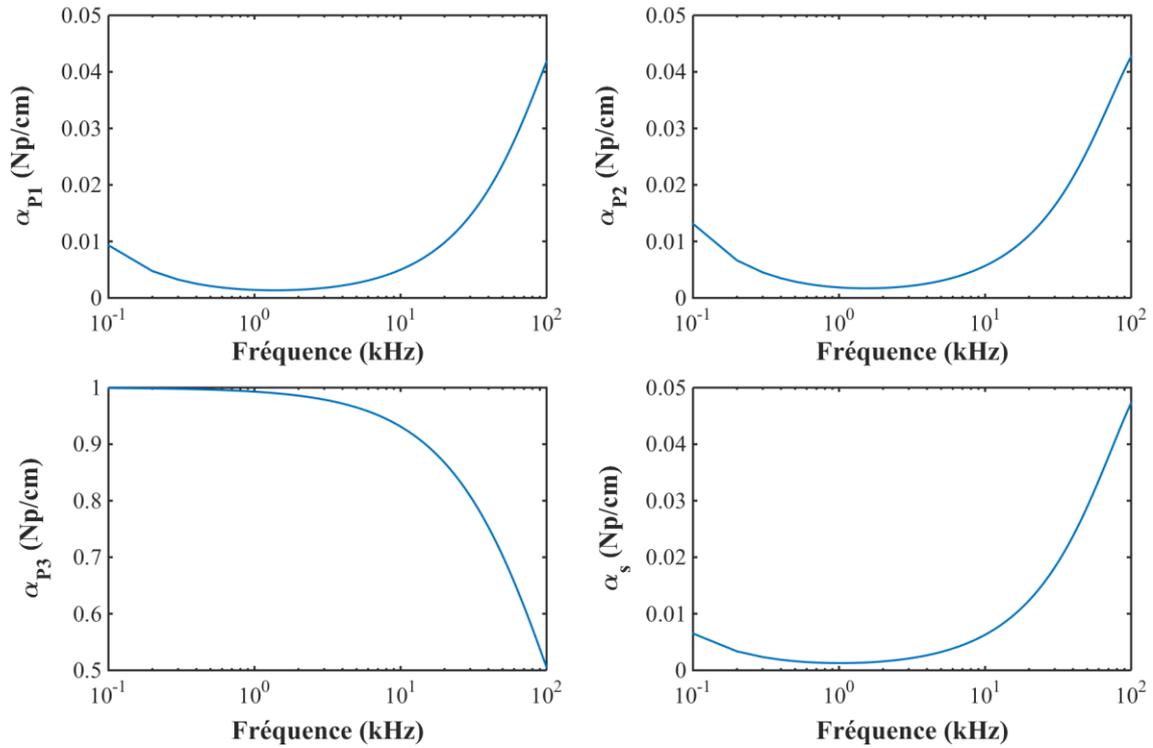


Figure 1.6 : Atténuations dans le milieu poreux à double porosité formé de grains de Tobermorite

1.6 Conclusion

Nous avons présenté un bref aperçu des théories de Biot (porosité simple) et de Berryman et Wang (porosité double). Les milieux sont saturés par un fluide. Les lois de comportement, les contraintes et les pressions en fonction de la déformation, les expressions des coefficients d'inertie et de frottement sont fournies. Cela permet d'obtenir les équations du mouvement d'une particule du milieu à double porosité conduisant aux équations de dispersion. La résolution des équations de dispersion montre que quatre ondes sont susceptibles de se propager dans le milieu à double porosité : trois longitudinales et une transversale, toutes dispersives et atténuées. Les valeurs numériques présentées ici pour le ROBU et la Tobermorite permettront, au chapitre 3, d'effectuer un travail de comparaison avec les mesures expérimentales.

Par ailleurs, certaines des équations présentées ici vont être utilisées dans le chapitre 2 qui traite de la réflexion et de la transmission par une couche plane en Grès de Berea considéré comme un milieu à double porosité. Bien que très succincte, cette présentation permet de se rendre compte de la complexité croissante des analyses et des équations avec le nombre de porosité pris en compte.

**Chapitre 2 : Caractérisation
acoustique d'une couche de grès de
Berea**

2.1 Introduction

Berryman-Wang (1995) ont étendu la théorie de Biot afin de prendre en compte la présence des micropores dans un milieu poreux *via* une généralisation à un modèle de double porosité / double perméabilité. Nous utilisons ce modèle théorique dans cette étude (cf. chapitre 1), et l'appliquons à une couche à double porosité en grès de Berea (ou BereaSandstone).

Les conditions de pores ouverts sont appliquées aux interfaces, une forme analytique des coefficients de réflexion et de transmission a été développée, ainsi une réécriture appropriée des conditions aux limites fournissant des expressions factorisées de ces coefficients, permet de distinguer, d'une part, les phases fluides et, d'autre part, les contributions des ondes. Ces factorisations sont issues de deux modèles de base : la couche fluide d'une part et la couche élastique d'autre part, toutes les deux immergées dans un fluide (Fiorito et Überall, 1979 ; Fiorito et al., 1979). Ces factorisations sont pertinentes car elles vont permettre : (i) d'expliquer plus simplement les particularités des courbes de dispersion telles que la distinction entre les branches symétriques et antisymétriques des modes de vibration, (ii) d'estimer le couplage de chaque onde de dilatation par rapport aux autres, et (iii) de procéder à tout développement analytique concernant le nombre d'onde chaque fois qu'une telle étude est nécessaire. On présente, ensuite, les résultats numériques pour la couche du grès de Berea. Les vitesses de phase et les atténuations des ondes de dilatation et de cisaillement sont calculées.

L'étude des coefficients de réflexion et de transmission puis des modes de propagation montre des différences avec les cas de couches élastiques (Fiorito, 1979) et à simple porosité (Belloncle et al., 2003 ; Franklin et al., 2010), à savoir l'absence du mode antisymétrique fondamental (ordre zéro), accompagné d'un comportement atypique pour le mode symétrique fondamental (ordre zéro). L'effet des paramètres mécaniques (porosité, perméabilité...) sur les propriétés acoustiques (vitesse, transmission...) à incidence normale est également examiné. L'approximation basse fréquence du mode symétrique fondamental est étudiée. Le fait d'avoir annulé dans un souci de simplicité le chargement par le fluide sur les faces externes n'affecte pas la validité du résultat comme le montre une comparaison avec le calcul numérique. Notons que des équations caractéristiques pour les plaques poreuses fines ont été développées par Folkow et Johansson (2009), toutefois dans une optique différente de la nôtre.

2.2 Description du modèle

Le modèle utilisé dans ce chapitre est représenté sur la Figure 2. 1. Il est infini le long de l'axe x , et borné suivant la direction z ($-d/2 \leq z \leq +d/2$). L'invariance suivant l'axe y est supposée. Le fluide extérieur chargeant les deux faces du milieu est supposé parfait, avec une masse volumique ρ_0 et une vitesse d'onde sonore c_0 . Concernant le fluide saturant la couche à double porosité, sa masse volumique est notée par ρ_f et sa vitesse d'onde sonore par c_f . On suppose dans cette étude que les deux fluides sont identiques et que $\rho_0 = \rho_f$ et $c_0 = c_f$. Nous considérons une onde plane générée à partir du fluide extérieur supérieur ($z \leq -d/2$). Elle est incidente sur la couche à double porosité avec un angle allant de 0 à 90° . Les potentiels décrivant la propagation de chaque onde dans ce modèle sont décrits en ce qui suit :

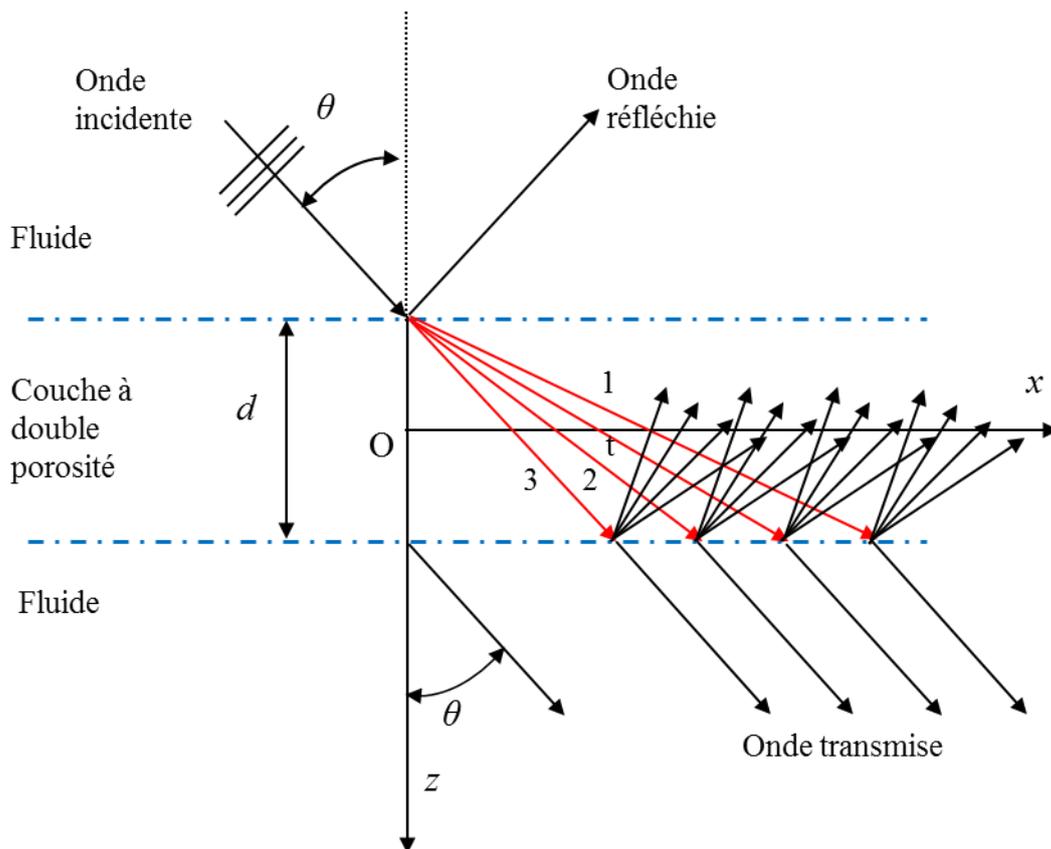


Figure 2. 1: Ondes incidentes réfléchies et transmises par une couche à double porosité.

2.3 Potentiels dans le fluide extérieur

On introduit les potentiels scalaires des déplacements φ_0^I , φ_0^R et φ_0^T pour les ondes incidentes, réfléchies et transmises respectivement qui sont reliés aux déplacements de particules par les relations suivantes :

Pour $z \leq -d/2$:

$$\varphi_0^I = A_0^I e^{i(k_x x + k_{0z} z - \omega t)} \quad (1)$$

$$\varphi_0^R = A_0^R e^{i(k_x x - k_{0z} z - \omega t)} \quad (2)$$

Pour $z \geq d/2$:

$$\varphi_0^T = A_0^T e^{i(k_x x + k_{0z} z - \omega t)} \quad (3)$$

où $k_x = k_0 \sin \theta$ (avec $k_0 = \omega/c_0$) est le nombre d'onde suivant la direction des interfaces (l'axe x), k_{0z} est la composante selon z de l'onde incidente et ω désigne la pulsation.

Les amplitudes A_0^I , A_0^R , A_0^T sont prises égales à 1.

Suivant la décomposition de Helmholtz, nous avons : $k_x^2 + k_{0z}^2 = k_0^2$

2.4 Potentiels dans la couche à double porosité

Nous rappelons la propagation de trois ondes longitudinales et une onde transversale dans un milieu ayant deux types de porosité. Dans cette étude le milieu est supposé délimité suivant l'axe z (Figure 2. 1). C'est la raison pour laquelle, les quatre ondes sont réfléchies dans le milieu en contact avec l'interface inférieure, ce qui permet d'écrire les potentiels φ_{sm} et ψ_s dans la phase solide, et les potentiels φ_{jm} ($m = 1, 2, 3$) et ψ_f sous la forme :

$$\varphi_{sm} = [\varphi_{sm}^+(z) + \varphi_{sm}^-(z)] e^{i(k_x x - \omega t)} \quad , \quad \varphi_{jm} = \gamma_{jm} \varphi_{sm} \quad , \quad (4)$$

$$\psi_s = [\psi_s^+(z) + \psi_s^-(z)] e^{i(k_x x - \omega t)} \quad , \quad \psi_j = \gamma_{jt} \psi_s \quad , \quad (5)$$

avec

$$\varphi_{sm}^+(z) = B_m^+ \cos(k_{mz} z) \quad , \quad \varphi_{sm}^-(z) = B_m^- \sin(k_{mz} z) \quad , \quad (6)$$

$$\psi_s^+(z) = B_s^+ \cos(k_{tz}z) \quad , \quad \psi_s^-(z) = B_s^- \sin(k_{tz}z) \quad , \quad (7)$$

et

γ_{jm} et γ_{jt} sont les relations de compatibilité entre les amplitudes (dépendent de la fréquence et les constantes caractérisant le milieu (Dai et al. 2008)).

2.5 Conditions de passage

Différents traitements de surface peuvent être appliqués aux interfaces de la couche à double porosité pour influencer les mouvements vibratoires :

- la continuité du volume de fluide :

$$u_{0z} = u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)} \quad (8)$$

- la continuité de la pression du fluide pour la phase 1 :

$$P_0 = P^{(1)} + i \frac{\omega}{\kappa_s^{(1)u,l}} w_z^{(1)} \quad (9)$$

- la continuité de la pression du fluide pour la phase 2 :

$$P_0 = P^{(2)} + i \frac{\omega}{\kappa_s^{(2)u,l}} w_z^{(2)} \quad (10)$$

- la disparition des contraintes tangentielles :

$$0 = \tau_{xz} \quad (11)$$

- la continuité des contraintes normales :

$$-P_0 = \tau_{zz} \quad (12)$$

avec $\vec{w}^{(j)} = \nu^{(j)} \phi^{(j)} (\vec{U}^{(j)} - \vec{u})$, ($j=1, 2$) est le déplacement relatif du fluide des deux phases par rapport au solide.

Ces conditions de passage ont été combinées afin d'obtenir de nouvelles conditions de passage permettant de mettre en place quelques symétries de la couche à double porosité, et permettant aussi de passer d'une matrice de résolution de 10 à 8 équations.

Dans le fluide supérieur, le déplacement et la pression s'écrivent comme suit :

$$u_{0z} = ik_{0z} (\varphi_0^I - \varphi_0^R) \quad (13)$$

$$P_0 = \rho_0 \omega^2 (\varphi_0^I + \varphi_0^R) \quad (14)$$

Dans le fluide inférieur :

$$u_{0z} = ik_{0z} \varphi_0^T \quad (15)$$

$$p_0 = \rho_0 \omega^2 \varphi_0^T \quad (16)$$

2.5.1 Interface supérieure

Les équations (13) et (14) sont multipliées respectivement par $\rho_0 \omega^2$ et ik_{0z} . Nous faisons ensuite la somme puis la différence de ce qui est obtenu en $z = -d/2$:

$$ik_{0z} p_0 + \rho_0 \omega^2 u_{0z} = 2ik_{0z} \rho_0 \omega^2 \varphi_0^I \quad (17)$$

$$-ik_{0z} p_0 + \rho_0 \omega^2 u_{0z} = -2ik_{0z} \rho_0 \omega^2 \varphi_0^R \quad (18)$$

En introduisant les premières et dernières relations des conditions de passage (8) et (12), on obtient :

$$\tau_{zz} + i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) = -2\rho_0 \omega^2 \varphi_0^I \quad (19)$$

$$\tau_{zz} - i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) = -2\rho_0 \omega^2 \varphi_0^R \quad (20)$$

La combinaison des équations (9), (10) et (12) permet d'obtenir le système d'équations suivant décrivant les conditions de passage à $z = -d/2$:

$$\left\{ \begin{array}{l} P^{(1)} + i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) = 2\rho_0 \omega^2 \varphi_0^R \\ P^{(2)} + i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) = 2\rho_0 \omega^2 \varphi_0^R \\ \tau_{zz} - i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) = -2\rho_0 \omega^2 \varphi_0^R \\ \tau_{zz} + i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) = -2\rho_0 \omega^2 \varphi_0^I \\ \tau_{xz} = 0 \end{array} \right. \quad (21)$$

2.5.2 Interface inférieure

De la même façon, nous obtenons pour $z = d/2$:

$$P_0 - i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} u_{0z} = 2\rho_0 \omega^2 \varphi_0^T \quad (22)$$

$$P_0 + i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} u_{0z} = 0 \quad (23)$$

Les nouvelles conditions de passage s'écrivent donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} P^{(1)} - i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) = 2\rho_0 \omega^2 \varphi_0^T \\ P^{(2)} - i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) = 2\rho_0 \omega^2 \varphi_0^T \\ \tau_{zz} + i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) = -2\rho_0 \omega^2 \varphi_0^T \\ \tau_{zz} - i \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) = 0 \\ \tau_{xz} = 0 \end{array} \right. \quad (24)$$

2.6 Ecriture des contraintes, pressions et déplacements

Les contraintes s'écrivent en termes de potentiels de la façon suivante :

$$\tau_{xz} = 2\mu \varepsilon_{xz} = \mu (u_{x,z} + u_{z,x})$$

En sachant que : $u_x = \varphi_{s,x} - \psi_{s,z}$ et $u_z = \varphi_{s,z} + \psi_{s,x}$

Nous obtenons :

$$\tau_{xz} = \mu (2ik_x (\varphi_{1,z} + \varphi_{1,2} + \varphi_{3,z}) + (k_t^2 - 2k_x^2) \psi_t) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \tau_{zz} &= [2\mu k_x^2 - (H + C\gamma_1)k_1^2] \varphi_1 + [2\mu k_x^2 - (H + C\gamma_2)k_2^2] \varphi_2 + [2\mu k_x^2 - (H + C\gamma_3)k_3^2] \varphi_3 + 2\mu ik_x \psi_{t,z} \\ &= \left[2\rho_t \omega^2 \frac{k_x}{k_t^2} - \rho_{h1} \omega^2 \right] \varphi_1 + \left[2\rho_t \omega^2 \frac{k_x}{k_t^2} - \rho_{h2} \omega^2 \right] \varphi_2 + \left[2\rho_t \omega^2 \frac{k_x}{k_t^2} - \rho_{h3} \omega^2 \right] \varphi_3 + 2i\rho_t \omega^2 \frac{k_x}{k_t^2} \psi_{t,z} \end{aligned} \quad (26)$$

$$P^{(1)} = \rho_{f1}^{(1)} \omega^2 \varphi_{s1} + \rho_{f2}^{(1)} \omega^2 \varphi_{s2} + \rho_{f3}^{(1)} \omega^2 \varphi_{s3} \quad (27)$$

$$P^{(2)} = \rho_{f1}^{(2)} \omega^2 \varphi_{s1} + \rho_{f2}^{(2)} \omega^2 \varphi_{s2} + \rho_{f3}^{(2)} \omega^2 \varphi_{s3} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} u_{sz} + w_z^{(1)} + w_z^{(2)} &= \varphi_{s,z} + \psi_{s,z} + \varphi_{f1,z} + \psi_{f1,z} + \varphi_{f2,z} + \psi_{f2,z} \\ &= (1 + \gamma_{11} + \gamma_{21}) \varphi_{s1,z} + (1 + \gamma_{12} + \gamma_{22}) \varphi_{s2,z} + (1 + \gamma_{13} + \gamma_{23}) \varphi_{s3,z} + ik_x (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t}) \psi_t \end{aligned} \quad (29)$$

avec $\varphi_{sm,z}$ et $\psi_{s,z}$ sont les dérivées des potentiels φ_{sm} et ψ_s par rapport à la variable z . Par souci de simplicité, les densités de masse dépendantes de la fréquence sont :

$$\rho_{fm}^{(1)} = (C_{21} + C_{22}\gamma_{1m} + C_{23}\gamma_{2m}) \frac{\ell_m^2}{\omega^2} \quad (30)$$

$$\rho_{fm}^{(2)} = (C_{31} + C_{32}\gamma_{1m} + C_{33}\gamma_{2m}) \frac{\ell_m^2}{\omega^2} \quad (31)$$

$$\rho_{hm} = (\mathcal{H} + \mathcal{C}^{(1)}\gamma_{1m} + \mathcal{C}^{(2)}\gamma_{2m}) \frac{\ell_m^2}{\omega^2} \quad (32)$$

$$\rho_t = \frac{\mu \ell_t^2}{\omega^2} \quad (33)$$

avec $\ell_m^2 = k_{mz}^2 + k_x^2$

Les potentiels indiqués sur les équations précédentes sont la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire de la variable z :

$$\varphi_1 = (A_1^+ \cos(k_{1z} z) + A_1^- \sin(k_{1z} z)) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (34)$$

$$\varphi_2 = (A_2^+ \cos(k_{2z} z) + A_2^- \sin(k_{2z} z)) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (35)$$

$$\varphi_3 = (A_3^+ \cos(k_{3z} z) + A_3^- \sin(k_{3z} z)) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (36)$$

$$\psi = (A_t^+ \cos(k_{tz} z) + A_t^- \sin(k_{tz} z)) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (37)$$

où les A_p^\pm ($p=1,2,3,t$) sont des constantes complexes. On pose dans la suite

$$\varphi_1^+ = A_1^+ \cos(k_{1z} z) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (38)$$

$$\varphi_1^- = A_1^- \sin(k_{1z} z) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (39)$$

$$\varphi_2^+ = A_2^+ \cos(k_{2z} z) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (40)$$

$$\varphi_2^- = A_2^- \sin(k_{2z} z) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (41)$$

$$\varphi_3^+ = A_3^+ \cos(k_{3z} z) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (42)$$

$$\varphi_3^- = A_3^- \sin(k_{3z} z) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (43)$$

$$\psi^+ = A_t^+ \cos(k_{tz} z) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (44)$$

$$\psi^- = A_t^- \sin(k_{tz} z) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (45)$$

2.7 Développement des conditions de passage

2.7.1 Etude de la condition de passage $\tau_{xz} = 0$

Les potentiels φ_1^+ , φ_2^+ , φ_3^+ et ψ^+ étant des fonctions paires, leur dérivées $\varphi_{1,z}^+$, $\varphi_{2,z}^+$, $\varphi_{3,z}^+$ et $\psi_{,z}^+$ sont impaires. De même, φ_1^- , φ_2^- , φ_3^- et ψ^- étant impaires, leur dérivées $\varphi_{1,z}^-$, $\varphi_{2,z}^-$, $\varphi_{3,z}^-$ et $\psi_{,z}^-$ sont paires. La composante τ_{xz} du tenseur des contraintes peut donc s'écrire :

$$\tau_{xz} = \tau_{xz}^+ + \tau_{xz}^- \quad (46)$$

Avec

$$\tau_{xz}^- = 2\mu i k_x (\varphi_{1,z}^+ + \varphi_{2,z}^+ + \varphi_{3,z}^+) + (k_t^2 - 2k_x^2) \psi^- \quad \text{impaire}$$

$$\tau_{xz}^+ = 2\mu i k_x (\varphi_{1,z}^- + \varphi_{2,z}^- + \varphi_{3,z}^-) + (k_t^2 - 2k_x^2) \psi^+ \quad \text{paire}$$

En $z = d/2$, la condition $\tau_{xz} = 0$ donne

$$\tau_{xz}^- \left(\frac{d}{2} \right) + \tau_{xz}^+ \left(\frac{d}{2} \right) = 0 \quad (47)$$

En $z = -d/2$, cette condition donne cette fois

$$\tau_{xz}^- \left(-\frac{d}{2} \right) + \tau_{xz}^+ \left(-\frac{d}{2} \right) = -\tau_{xz}^- \left(\frac{d}{2} \right) + \tau_{xz}^+ \left(\frac{d}{2} \right) = 0 \quad (48)$$

L'addition membre à membre de (47) et (48) conduit à

$$\tau_{xz}^+ \left(\frac{d}{2} \right) = 0 = 2i k_x (\varphi_{1,z}^- + \varphi_{2,z}^- + \varphi_{3,z}^-) + (k_t^2 - 2k_x^2) \psi^+ \quad (49)$$

De même, la soustraction membre à membre de (43) et (44) conduit à

$$\tau_{xz}^- \left(\frac{d}{2} \right) = 0 = 2i k_x (\varphi_{1,z}^+ + \varphi_{2,z}^+ + \varphi_{3,z}^+) + (k_t^2 - 2k_x^2) \psi^- \quad (50)$$

On en déduit que ψ^+ peut s'écrire en fonction de $\varphi_{1,z}^-$, $\varphi_{2,z}^-$ et $\varphi_{3,z}^-$; et ψ^- en fonction de $\varphi_{1,z}^+$, $\varphi_{2,z}^+$ et $\varphi_{3,z}^+$. Par conséquent, la condition de passage $\tau_{xz} = 0$ disparaît. Ce qui précède permet de réduire les systèmes de 5 équations (21) et (24) à des systèmes de quatre équations.

2.7.2 Etude des conditions de passage à l'interface inférieure

On peut mettre la somme de déplacements $u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}$ sous la forme

$$u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)} = (1 + \gamma_{11} + \gamma_{21})(\varphi_{1,z}^+ + \varphi_{1,z}^-) + (1 + \gamma_{12} + \gamma_{22})(\varphi_{2,z}^+ + \varphi_{2,z}^-) + (1 + \gamma_{13} + \gamma_{23})(\varphi_{3,z}^+ + \varphi_{3,z}^-) + (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t}) \left(\left(-\frac{2ik_x}{k_t^2 - 2k_x^2} \right) (\varphi_{1,z}^+ + \varphi_{1,z}^- + \varphi_{2,z}^+ + \varphi_{2,z}^- + \varphi_{3,z}^+ + \varphi_{3,z}^-) ik_x \right)$$

ou encore

$$\begin{aligned} u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)} = & \left[(1 + \gamma_{11} + \gamma_{21} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{1,z}^+ \\ & + \left[(1 + \gamma_{11} + \gamma_{21} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{1,z}^- \\ & + \left[(1 + \gamma_{12} + \gamma_{22} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{2,z}^+ \\ & + \left[(1 + \gamma_{12} + \gamma_{22} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{2,z}^- \\ & + \left[(1 + \gamma_{13} + \gamma_{23} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{3,z}^+ \\ & + \left[(1 + \gamma_{13} + \gamma_{23} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{3,z}^- \end{aligned} \quad (51)$$

avec (p = 1, 2,3)

$$\varphi_{p,z}^+ = -k_{pz} A_p^+ \sin(k_{pz} z) \quad (52)$$

$$\varphi_p^+ = -\frac{1}{k_{pz}} \cot(k_{pz} z) \varphi_{p,z}^+ \quad (53)$$

$$\varphi_{p,z}^- = k_{pz} A_p^- \cos(k_{pz} z) \quad (54)$$

$$\varphi_p^- = \frac{1}{k_{pz}} \tan(k_{pz} z) \varphi_{p,z}^- \quad (55)$$

Pour les pressions $P_f^{(j)}$ (j = 1, 2) et la composante τ_{zz} du tenseur des contraintes, on trouve

$$\begin{aligned}
P_f^{(j)} &= \frac{\rho_{f1}^{(j)} \omega^2}{k_{1z}} \left[-\cot\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{1,z}^+ + \tan\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{1,z}^- \right] \\
&+ \frac{\rho_{f2}^{(j)} \omega^2}{k_{2z}} \left[-\cot\left(k_{2z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{2,z}^+ + \tan\left(k_{2z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{2,z}^- \right] \\
&+ \frac{\rho_{f3}^{(j)} \omega^2}{k_{3z}} \left[-\cot\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{3,z}^+ + \tan\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{3,z}^- \right]
\end{aligned} \tag{56}$$

Et

$$\begin{aligned}
\tau_{zz} &= \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{1z} k_t^2} + \rho_{h1} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \cot\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \cot\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{1,z}^+ \\
&- \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{1z} k_t^2} + \rho_{h1} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \tan\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \tan\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{1,z}^- \\
&+ \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{2z} k_t^2} + \rho_{h2} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \cot\left(k_{2z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \cot\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{2,z}^+ \\
&- \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{2z} k_t^2} + \rho_{h2} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \tan\left(k_{2z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \tan\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{2,z}^- \\
&+ \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{3z} k_t^2} + \rho_{h3} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \cot\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \cot\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{3,z}^+ \\
&- \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{3z} k_t^2} + \rho_{h3} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \tan\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \tan\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{3,z}^-
\end{aligned} \tag{57}$$

Nous multiplions les équations (51), (56) et (57) par :

$$\frac{k_t^2}{\rho_t \omega^2} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z} \tag{58}$$

L'équation (51) devient alors

$$\begin{aligned}
& \frac{k_t^2}{\rho_t \omega^2} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z} \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) = \\
& \frac{\rho_0}{\rho_t} k_t^4 \frac{k_{1z}}{k_{0z}} \left[(1 + \gamma_{11} + \gamma_{21})(k_t^2 - 2k_x^2) + 2k_x^2(1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t}) \right] k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ \\
& + \frac{\rho_0}{\rho_t} k_t^4 \frac{k_{1z}}{k_{0z}} \left[(1 + \gamma_{11} + \gamma_{21})(k_t^2 - 2k_x^2) + 2k_x^2(1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t}) \right] k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^- \\
& + \frac{\rho_0}{\rho_t} k_t^4 \frac{k_{2z}}{k_{0z}} \left[(1 + \gamma_{12} + \gamma_{22})(k_t^2 - 2k_x^2) + 2k_x^2(1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t}) \right] k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^+ \\
& + \frac{\rho_0}{\rho_t} k_t^4 \frac{k_{2z}}{k_{0z}} \left[(1 + \gamma_{12} + \gamma_{22})(k_t^2 - 2k_x^2) + 2k_x^2(1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t}) \right] k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^- \\
& + \frac{\rho_0}{\rho_t} k_t^4 \frac{k_{3z}}{k_{0z}} \left[(1 + \gamma_{13} + \gamma_{23})(k_t^2 - 2k_x^2) + 2k_x^2(1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t}) \right] k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^+ \\
& + \frac{\rho_0}{\rho_t} k_t^4 \frac{k_{3z}}{k_{0z}} \left[(1 + \gamma_{13} + \gamma_{23})(k_t^2 - 2k_x^2) + 2k_x^2(1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t}) \right] k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^-
\end{aligned}$$

On pose ensuite

$$\tau_m^{(j)} = \frac{\rho_0}{\rho_t} k_t^4 \frac{k_{mz}}{k_{0z}} \left[(1 + \gamma_{1m} + \gamma_{2m})(k_t^2 - 2k_x^2) + 2k_x^2(1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t}) \right] \quad (59)$$

et

$$\tau_m = \tau_m + \tau_m^{(1)} + \tau_m^{(2)} \quad (60)$$

$$\tau_m^{(j)} = \tau_m \mathcal{O}_m^{(j)} \quad (61)$$

avec

$$\tau_m = \frac{\rho_0}{\rho_t} \ell_t^4 \frac{k_{mz}}{k_{0z}} \quad (62)$$

et

$$\mathcal{O}_m^{(j)} = \frac{\left[(k_t^2 - 2k_x^2) \gamma_{jm} + 2k_x^2 \gamma_{jt} \right]}{k_t^2} \quad (63)$$

Ce qui précède nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
& \frac{k_t^2}{\rho_t \omega^2} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z} \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) \\
& = \tau_1 k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ + \tau_1 k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^- + \tau_2 k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^+ + \tau_2 k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^- + \tau_3 k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^+ + \tau_3 k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^-
\end{aligned} \quad (64)$$

Par ailleurs, l'équation (56) s'écrit

$$\begin{aligned}
& \frac{k_t^2}{\rho_t \omega^2} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z} P_f^{(j)} = \\
& -k_t^2 \frac{\rho_{f1}^{(j)}}{\rho_t} (k_t^2 - 2k_x^2) \cot\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ \\
& +k_t^2 \frac{\rho_{f1}^{(j)}}{\rho_t} (k_t^2 - 2k_x^2) \tan\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^- \\
& -k_t^2 \frac{\rho_{f2}^{(j)}}{\rho_t} (k_t^2 - 2k_x^2) \cot\left(k_{2z} \frac{d}{2}\right) k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^+ \\
& +k_t^2 \frac{\rho_{f2}^{(j)}}{\rho_t} (k_t^2 - 2k_x^2) \tan\left(k_{2z} \frac{d}{2}\right) k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^- \\
& -k_t^2 \frac{\rho_{f3}^{(j)}}{\rho_t} (k_t^2 - 2k_x^2) \cot\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^+ \\
& +k_t^2 \frac{\rho_{f3}^{(j)}}{\rho_t} (k_t^2 - 2k_x^2) \tan\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^-
\end{aligned}$$

En posant

$$\begin{aligned}
C_{SFm}^{(j)} &= k_t^2 \frac{\rho_{fm}^{(j)}}{\rho_t} (k_t^2 - 2k_x^2) \cot\left(k_{mz} \frac{d}{2}\right) \\
C_{AFm}^{(j)} &= k_t^2 \frac{\rho_{fm}^{(j)}}{\rho_t} (k_t^2 - 2k_x^2) \tan\left(k_{mz} \frac{d}{2}\right)
\end{aligned} \tag{65}$$

on obtient

$$\begin{aligned}
& \frac{k_t^2}{\rho_t \omega^2} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z} P_f^{(j)} = \\
& -C_{SF1}^{(j)} k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ + C_{AF1}^{(j)} k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^- \\
& -C_{SF2}^{(j)} k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^+ + C_{AF2}^{(j)} k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^- \\
& -C_{SF3}^{(j)} k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^+ + C_{AF3}^{(j)} k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^-
\end{aligned} \tag{66}$$

De même, l'équation (57) devient

$$\begin{aligned}
& \frac{k_t^2}{\rho_t \omega^2} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z} \tau_{zz} = \\
& \left[4k_x^2 k_{1z} k_{tz} \cot\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) + \left(\frac{\rho_1}{\rho_t} k_t^2 - 2k_x^2\right) (k_t^2 - 2k_x^2) \cot\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) \right] k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ \\
& - \left[4k_x^2 k_{1z} k_{tz} \tan\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) + \left(\frac{\rho_1}{\rho_t} k_t^2 - 2k_x^2\right) (k_t^2 - 2k_x^2) \tan\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) \right] k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^- \\
& + \left[4k_x^2 k_{2z} k_{tz} \cot\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) + \left(\frac{\rho_2}{\rho_t} k_t^2 - 2k_x^2\right) (k_t^2 - 2k_x^2) \cot\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) \right] k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^+ \\
& - \left[4k_x^2 k_{2z} k_{tz} \tan\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) + \left(\frac{\rho_2}{\rho_t} k_t^2 - 2k_x^2\right) (k_t^2 - 2k_x^2) \tan\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) \right] k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^- \\
& + \left[4k_x^2 k_{3z} k_{tz} \cot\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) + \left(\frac{\rho_3}{\rho_t} k_t^2 - 2k_x^2\right) (k_t^2 - 2k_x^2) \cot\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) \right] k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^+ \\
& - \left[4k_x^2 k_{3z} k_{tz} \tan\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) + \left(\frac{\rho_3}{\rho_t} k_t^2 - 2k_x^2\right) (k_t^2 - 2k_x^2) \tan\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) \right] k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^-
\end{aligned}$$

et en introduisant les notations

$$\begin{aligned}
C_{Sm} &= 4k_x^2 k_{mz} k_{tz} \cot\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) + \left(\frac{\rho_m}{\rho_t} k_t^2 - 2k_x^2\right) (k_t^2 - 2k_x^2) \cot\left(k_{mz} \frac{d}{2}\right) \\
C_{Am} &= 4k_x^2 k_{mz} k_{tz} \tan\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) + \left(\frac{\rho_m}{\rho_t} k_t^2 - 2k_x^2\right) (k_t^2 - 2k_x^2) \tan\left(k_{mz} \frac{d}{2}\right)
\end{aligned} \tag{67}$$

puis en posant

$$N_m = \frac{\rho_{hm}}{\rho_t} k_t^2 - 2k_x^2, \quad M_m = 4k_x^2 k_{tz} k_{mz} \tag{68}$$

d'où

$$\begin{aligned}
C_{Sm} &= M_m \cot\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) + N_m (k_t^2 - 2k_x^2) \cot\left(k_{mz} \frac{d}{2}\right) \\
C_{Am} &= M_m \tan\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) + N_m (k_t^2 - 2k_x^2) \tan\left(k_{mz} \frac{d}{2}\right)
\end{aligned} \tag{69}$$

On obtient

$$\begin{aligned} \frac{k_t^2}{\rho_t \omega^2} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z} \tau_{zz} = \\ C_{S1} k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ - C_{A1} k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ \\ + C_{S2} k_{1z} k_{2z} \varphi_{1,z}^+ - C_{A2} k_{1z} k_{2z} \varphi_{1,z}^+ \\ + C_{S3} k_{1z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ - C_{A3} k_{1z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ \end{aligned} \quad (70)$$

2.7.3 Résumé pour l'interface inférieure

Des considérations précédentes, les conditions de passage données par l'équation (24) s'écrivent ainsi :

$$\left\{ \begin{aligned} & - (C_{SF1}^{(1)} + i\tau_1) \tilde{\varphi}_{1,z}^+ + (C_{AF1}^{(1)} - i\tau_1) \tilde{\varphi}_{1,z}^- - (C_{SF2}^{(1)} + i\tau_1) \tilde{\varphi}_{2,z}^+ \\ & + (C_{AF2}^{(1)} - i\tau_1) \tilde{\varphi}_{2,z}^- - (C_{SF3}^{(1)} + i\tau_1) \tilde{\varphi}_{3,z}^+ + (C_{AF3}^{(1)} - i\tau_1) \tilde{\varphi}_{3,z}^- = \xi_0 \varphi_0^T \left(\frac{d}{2} \right) \\ & - (C_{SF1}^{(2)} + i\tau_1) \tilde{\varphi}_{1,z}^+ + (C_{AF1}^{(2)} - i\tau_1) \tilde{\varphi}_{1,z}^- - (C_{SF2}^{(2)} + i\tau_1) \tilde{\varphi}_{2,z}^+ \\ & + (C_{AF2}^{(2)} - i\tau_1) \tilde{\varphi}_{2,z}^- - (C_{SF3}^{(2)} + i\tau_1) \tilde{\varphi}_{3,z}^+ + (C_{AF3}^{(2)} - i\tau_1) \tilde{\varphi}_{3,z}^- = \xi_0 \varphi_0^T \left(\frac{d}{2} \right) \\ & (C_{S1} + i\tau_1) \tilde{\varphi}_{1,z}^+ - (C_{A1} - i\tau_1) \tilde{\varphi}_{1,z}^- + (C_{S2} + i\tau_2) \tilde{\varphi}_{2,z}^+ \\ & - (C_{A2} - i\tau_2) \tilde{\varphi}_{2,z}^- + (C_{S3} + i\tau_3) \tilde{\varphi}_{3,z}^+ - (C_{A3} - i\tau_3) \tilde{\varphi}_{3,z}^- = -\xi_0 \varphi_0^T \left(\frac{d}{2} \right) \\ & (C_{S1} - i\tau_1) \tilde{\varphi}_{1,z}^+ - (C_{A1} + i\tau_1) \tilde{\varphi}_{1,z}^- + (C_{S2} - i\tau_2) \tilde{\varphi}_{2,z}^+ \\ & - (C_{A2} + i\tau_2) \tilde{\varphi}_{2,z}^- + (C_{S3} - i\tau_3) \tilde{\varphi}_{3,z}^+ - (C_{A3} + i\tau_3) \tilde{\varphi}_{3,z}^- = 0 \end{aligned} \right. \quad (71)$$

où

$$\tilde{\varphi}_{m,z}^\pm = k_{nz} \varphi_{m,z}^\pm \quad m = 1, 2, 3 ; n = 1, 2, 3 \quad (m \neq n)$$

$$\xi_0 = 2 \frac{\rho_0 k_t^2}{\rho_t} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z}$$

2.7.4 Etude des conditions de passage à l'interface supérieure

La démarche suivie pour étudier les conditions de passage à l'interface inférieure est utilisée pour l'interface supérieure. C'est pourquoi, nous présentons directement les équations obtenues.

Equation (29)

$$\begin{aligned}
 u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)} = & - \left[(1 + \gamma_{11} + \gamma_{21} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{1,z}^+ \\
 & + \left[(1 + \gamma_{11} + \gamma_{21} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{1,z}^- \\
 & - \left[(1 + \gamma_{12} + \gamma_{22} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{2,z}^+ \\
 & + \left[(1 + \gamma_{12} + \gamma_{22} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{2,z}^- \\
 & - \left[(1 + \gamma_{13} + \gamma_{23} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{3,z}^+ \\
 & + \left[(1 + \gamma_{13} + \gamma_{23} + \frac{2k_x^2}{k_t^2 - 2k_x^2} (1 + \gamma_{1t} + \gamma_{2t})) \right] \varphi_{3,z}^-
 \end{aligned} \tag{72}$$

Equations (27) et (28)

$$\begin{aligned}
 P_f^{(j)} = & \frac{\rho_{f1}^{(j)} \omega^2}{k_{1z}} \left[-\cot\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{1,z}^+ - \tan\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{1,z}^- \right] \\
 & + \frac{\rho_{f2}^{(j)} \omega^2}{k_{2z}} \left[-\cot\left(k_{2z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{2,z}^+ - \tan\left(k_{2z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{2,z}^- \right] \quad (j = 1, 2) \\
 & + \frac{\rho_{f3}^{(j)} \omega^2}{k_{3z}} \left[-\cot\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{3,z}^+ - \tan\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) \varphi_{3,z}^- \right]
 \end{aligned} \tag{73}$$

$$\begin{aligned}
\tau_{zz} = & \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{1z} k_t^2} + \rho_{h1} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \cot\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \cot\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{1,z}^+ \\
& - \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{1z} k_t^2} + \rho_{h1} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \tan\left(k_{1z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \tan\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{1,z}^- \\
& + \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{2z} k_t^2} + \rho_{h2} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \cot\left(k_{2z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \cot\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{2,z}^+ \\
& - \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{2z} k_t^2} + \rho_{h2} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \tan\left(k_{2z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \tan\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{2,z}^- \\
& + \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{3z} k_t^2} + \rho_{h3} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \cot\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \cot\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{3,z}^+ \\
& - \left[\left[-2\rho_t \frac{\omega^2 k_x^2}{k_{3z} k_t^2} + \rho_{h3} \frac{\omega^2}{k_{1z}} \right] \tan\left(k_{3z} \frac{d}{2}\right) + \frac{4\rho_t \omega^2 k_x^2 k_{tz}}{k_t^2 (k_t^2 - 2k_x^2)} \tan\left(k_{tz} \frac{d}{2}\right) \right] \varphi_{3,z}^-
\end{aligned} \tag{74}$$

Nous multiplions, par la suite, ces équations par :

$$\frac{k_t^2}{\rho_t \omega^2} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z}$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
& \frac{k_t^2}{\rho_t \omega^2} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z} \frac{\rho_0 \omega^2}{k_{0z}} (u_z + w_z^{(1)} + w_z^{(2)}) \\
& = -\tau_1 k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ + \tau_1 k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^- - \tau_2 k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^+ + \tau_2 k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^- - \tau_3 k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^+ + \tau_3 k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^-
\end{aligned} \tag{75}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{k_t^2}{\rho_t \omega^2} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z} P_f^{(j)} = \\
& - C_{SF1}^{(j)} k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ - C_{AF1}^{(j)} k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^- \\
& - C_{SF2}^{(j)} k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^+ - C_{AF2}^{(j)} k_{1z} k_{3z} \varphi_{2,z}^- \\
& - C_{SF3}^{(j)} k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^+ - C_{AF3}^{(j)} k_{1z} k_{2z} \varphi_{3,z}^-
\end{aligned} \tag{76}$$

et

$$\begin{aligned}
& \frac{k_t^2}{\rho_t \omega^2} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z} \tau_{zz} = \\
& C_{S1} k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ + C_{A1} k_{2z} k_{3z} \varphi_{1,z}^- \\
& + C_{S2} k_{1z} k_{2z} \varphi_{1,z}^+ + C_{A2} k_{1z} k_{2z} \varphi_{1,z}^- \\
& + C_{S3} k_{1z} k_{3z} \varphi_{1,z}^+ + C_{A3} k_{1z} k_{3z} \varphi_{1,z}^-
\end{aligned} \tag{77}$$

2.7.5 Résumé pour l'interface supérieure

En résumé pour cette interface, on a le système suivant

$$\left\{ \begin{array}{l}
 (C_{SF1}^{(1)} + i\tau_1)\tilde{\varphi}_{1,z}^+ + (C_{AF1}^{(1)} - i\tau_1)\tilde{\varphi}_{1,z}^- + (C_{SF2}^{(1)} + i\tau_1)\tilde{\varphi}_{2,z}^+ \\
 + (C_{AF2}^{(1)} - i\tau_1)\tilde{\varphi}_{2,z}^- + (C_{SF3}^{(1)} + i\tau_1)\tilde{\varphi}_{3,z}^+ + (C_{AF3}^{(1)} - i\tau_1)\tilde{\varphi}_{3,z}^- = -\xi_0\phi_0^R \left(-\frac{d}{2}\right) \\
 (C_{SF1}^{(2)} + i\tau_1)\tilde{\varphi}_{1,z}^+ + (C_{AF1}^{(2)} - i\tau_1)\tilde{\varphi}_{1,z}^- + (C_{SF2}^{(2)} + i\tau_1)\tilde{\varphi}_{2,z}^+ \\
 + (C_{AF2}^{(2)} - i\tau_1)\tilde{\varphi}_{2,z}^- + (C_{SF3}^{(2)} + i\tau_1)\tilde{\varphi}_{3,z}^+ + (C_{AF3}^{(2)} - i\tau_1)\tilde{\varphi}_{3,z}^- = -\xi_0\phi_0^R \left(-\frac{d}{2}\right) \\
 (C_{S1} + i\tau_1)\tilde{\varphi}_{1,z}^+ + (C_{A1} - i\tau_1)\tilde{\varphi}_{1,z}^- + (C_{S2} + i\tau_2)\tilde{\varphi}_{2,z}^+ \\
 + (C_{A2} - i\tau_2)\tilde{\varphi}_{2,z}^- + (C_{S3} + i\tau_3)\tilde{\varphi}_{3,z}^+ + (C_{A3} - i\tau_3)\tilde{\varphi}_{3,z}^- = -\xi_0\phi_0^R \left(-\frac{d}{2}\right) \\
 (C_{S1} - i\tau_1)\tilde{\varphi}_{1,z}^+ + (C_{A1} + i\tau_1)\tilde{\varphi}_{1,z}^- + (C_{S2} - i\tau_2)\tilde{\varphi}_{2,z}^+ \\
 + (C_{A2} + i\tau_2)\tilde{\varphi}_{2,z}^- + (C_{S3} - i\tau_3)\tilde{\varphi}_{3,z}^+ + (C_{A3} + i\tau_3)\tilde{\varphi}_{3,z}^- = -\xi_0\phi_0^I \left(-\frac{d}{2}\right)
 \end{array} \right. \quad (78)$$

Il est rappelé que

$$\tilde{\varphi}_{m,z}^\pm = k_{nz}\varphi_{m,z}^\pm \quad m = 1, 2, 3; \quad n = 1, 2, 3 \quad (m \neq n)$$

$$\xi_0 = 2 \frac{\rho_0 k_t^2}{\rho_t} (k_t^2 - 2k_x^2) k_{1z} k_{2z} k_{3z}$$

2.8 Calcul des coefficients de réflexion et de transmission

Les systèmes obtenus pour les deux interfaces supérieure et inférieure permettent de former, en les regroupant, un système de huit équations à huit inconnues :

$$[M](P) = (S) \quad (79)$$

Où

$$[M] = \begin{pmatrix} C_{SF1}^{(1)} + i\tau_1 & C_{AF1}^{(1)} - i\tau_1 & C_{SF2}^{(1)} + i\tau_2 & C_{AF2}^{(1)} - i\tau_2 & C_{SF3}^{(1)} + i\tau_3 & C_{AF3}^{(1)} - i\tau_3 & \xi_0 & 0 \\ C_{SF1}^{(2)} + i\tau_1 & C_{AF1}^{(2)} - i\tau_1 & C_{SF2}^{(2)} + i\tau_2 & C_{AF2}^{(2)} - i\tau_2 & C_{SF3}^{(2)} + i\tau_3 & C_{AF3}^{(2)} - i\tau_3 & \xi_0 & 0 \\ C_{S1} + i\tau_1 & C_{A1} - i\tau_1 & C_{S2} + i\tau_2 & C_{A2} - i\tau_2 & C_{S3} + i\tau_3 & C_{A3} - i\tau_3 & \xi_0 & 0 \\ C_{S1} - i\tau_1 & C_{A1} + i\tau_1 & C_{S2} - i\tau_2 & C_{A2} + i\tau_2 & C_{S3} - i\tau_3 & C_{A3} + i\tau_3 & 0 & 0 \\ -(C_{SF1}^{(1)} + i\tau_1) & C_{AF1}^{(1)} - i\tau_1 & -(C_{SF2}^{(1)} + i\tau_1) & C_{AF2}^{(1)} - i\tau_1 & -(C_{SF3}^{(1)} + i\tau_1) & C_{AF3}^{(1)} - i\tau_3 & 0 & -\xi_0 \\ -(C_{SF1}^{(2)} + i\tau_1) & C_{AF1}^{(2)} - i\tau_1 & -(C_{SF2}^{(2)} + i\tau_1) & C_{AF2}^{(2)} - i\tau_1 & -(C_{SF3}^{(2)} + i\tau_1) & C_{AF3}^{(2)} - i\tau_3 & 0 & -\xi_0 \\ C_{S1} + i\tau_1 & -(C_{A1} - i\tau_1) & C_{S2} + i\tau_2 & -(C_{A2} - i\tau_2) & C_{S3} + i\tau_3 & -(C_{A3} - i\tau_3) & 0 & \xi_0 \\ C_{S1} - i\tau_1 & -(C_{A1} + i\tau_1) & C_{S2} + i\tau_2 & -(C_{A2} + i\tau_2) & C_{S3} - i\tau_3 & -(C_{A3} + i\tau_3) & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(P) = \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{1,z}^+ \\ \tilde{\varphi}_{1,z}^- \\ \tilde{\varphi}_{2,z}^+ \\ \tilde{\varphi}_{2,z}^- \\ \tilde{\varphi}_{3,z}^+ \\ \tilde{\varphi}_{3,z}^- \\ \varphi_0^R \left(-\frac{d}{2} \right) \\ \varphi_0^T \left(\frac{d}{2} \right) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad (S) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\xi_0 \varphi_0^I \left(-\frac{d}{2} \right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

La résolution de ce système permet d'obtenir les coefficients de réflexion et de transmission, qui s'écrivent comme suit :

$$R = \frac{\varphi_0^R(-d/2)}{\varphi_0^I(-d/2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta_{S+}}{\delta_{S-}} + \frac{\delta_{A-}}{\delta_{A+}} \right) \quad (80)$$

$$T = \frac{\varphi_0^T(d/2)}{\varphi_0^I(-d/2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta_{S+}}{\delta_{S-}} - \frac{\delta_{A-}}{\delta_{A+}} \right) \quad (81)$$

avec :

$$\begin{aligned} \delta_{S\pm} &= (C_{S1} \pm i\tau_1) \mathcal{X}_{S23}^\pm + (C_{S2} \pm i\tau_2) \mathcal{X}_{S31}^\pm + (C_{S3} \pm i\tau_3) \mathcal{X}_{S12}^\pm = \sum_{cyc} (C_{S1} \pm i\tau_1) \mathcal{X}_{S23}^\pm \\ \delta_{A\pm} &= (C_{A1} \pm i\tau_1) \mathcal{X}_{A23}^\pm + (C_{A2} \pm i\tau_2) \mathcal{X}_{A31}^\pm + (C_{A3} \pm i\tau_3) \mathcal{X}_{A12}^\pm = \sum_{cyc} (C_{A1} \pm i\tau_1) \mathcal{X}_{A23}^\pm \end{aligned} \quad (82)$$

Le symbole \sum_{cyc} indique la somme cyclique utilisé pour simplifier quelques expressions (soit

les signes + ou -). Les facteurs \mathcal{X}_{Snm}^{\pm} et \mathcal{X}_{Amn}^{\pm} sont représentés par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\mathcal{X}_{Snm}^{\pm} &= \left(C_{SFm}^{(1)} \pm i\tau_m\right)\left(C_{SFn}^{(2)} \pm i\tau_n\right) - \left(C_{SFm}^{(2)} \pm i\tau_m\right)\left(C_{SFn}^{(1)} \pm i\tau_n\right) \\ &\quad (m \neq n) \quad (83) \\ \mathcal{X}_{Amn}^{\pm} &= \left(C_{AFm}^{(1)} \pm i\tau_m\right)\left(C_{AFn}^{(2)} \pm i\tau_n\right) - \left(C_{AFm}^{(2)} \pm i\tau_m\right)\left(C_{AFn}^{(1)} \pm i\tau_n\right)\end{aligned}$$

2.9 Discussion

On note que les indices S et A correspondent aux deux types de modes, symétrique et antisymétrique, qui se propagent dans une couche isotropique d'épaisseur constante, quel que soit le matériau constituant, fluide, élastique, simple ou double porosité. Les modes symétriques (antisymétriques) sont des modes, pour lesquels les déplacements des faces opposées de la couche sont en phase opposée (en phase). Les formes données dans les équations (80) et (81) aux coefficients de réflexion et de transmission permettent d'avoir une décomposition en parties symétrique et antisymétrique et de généraliser les expressions introduites initialement pour l'étude de la diffusion par résonance de couches submergées (Fiorito et Überall. 1979) et (Fiorito et al. 1979).

La signification physique de chaque terme décrivant les coefficients de réflexion et de transmission est :

Les termes $C_{SFm}^{(j)}$ et $C_{AFm}^{(j)}$ représentent le jaillissement et l'aspiration du fluide saturant dans les micropores ($j=1$) et dans les macropores ($j=2$) sous l'effet des déformations de compression et de cisaillement du squelette élastique. Les termes $C_{SFm}^{(j)}$ et $C_{AFm}^{(j)}$ existent pour chacune des trois ondes longitudinales ($m=1, 2 \text{ or } 3$) se propageant dans le milieu à double porosité. Comme indiqué dans l'équation (65), ces termes dépendent notamment de l'onde de cisaillement.

Nous pouvons alors conclure que $C_{SFm}^{(j)}$ décrit les vibrations symétriques des phases fluides et $C_{AFm}^{(j)}$ décrit leur vibrations antisymétriques.

Suivant l'équation (67), les termes C_{Sm} et C_{Am} ne contiennent pas des références explicites des phases fluides. Ils correspondent aux déformations du squelette élastique et exprime le couplage entre les ondes longitudinales (indice m) et l'onde transversale. Ce couplage se produit de la même manière pour les trois ondes.

Les coefficients de réflexion et de transmission d'une couche à simple porosité avec des interfaces à pores ouverts (Franklin et al. 2010), peuvent être dérivés à partir des équations (80 – 82). Les deux phases fluides sont supposées être les mêmes, ce qui veut dire que $C_{SFm}^{(2)} = C_{SFm}^{(1)}$, $C_{AFm}^{(2)} = C_{AFm}^{(1)}$ et $\tau_m = \tau_m + 2\tau_m^{(1)}$ pour $m = 1, 2$ indépendamment du cas $m = 3$.

2.10 Résultats numériques

2.10.1 Vitesses de phase

Les vitesses de phase des ondes se propageant dans le BereaSandstone sont données par l'équation (cf. 2.22) et calculée suite aux données représentées sur le tableau 3.1.

La Figure 2. 2 permettent de suivre l'évolution fréquentielle des quatre ondes se propageant dans le milieu. Les vitesses de phase de la première, deuxième et troisième onde de compression sont approximativement 3193 ms^{-1} , 525 ms^{-1} and 34 ms^{-1} pour $f = 100 \text{ kHz}$. La vitesse de phase de l'onde de cisaillement est égale à 1696 ms^{-1} . On constate que pour les quatre types d'ondes, la vitesse de phase croit avec la fréquence. Ceci est dû à l'augmentation des forces d'inertie avec la fréquence. La différence des forces d'inertie entre le fluide et la partie solide engendre un mouvement différentiel entre le fluide et le solide, ce qui entraîne moins de fluide dans le déplacement de l'ensemble. Par conséquent, la masse dans le déplacement de l'ensemble devient de moins en moins importante lorsque la fréquence croit, la vitesse augmente donc avec cette dernière.

2.10.2 Atténuations

L'atténuation dans les milieux poreux est introduite par les frictions visqueuses et les échanges thermiques entre le fluide et le solide. Le comportement fréquentiel de la première onde de compression et de l'onde de cisaillement est le même avec une légère différence dans les valeurs (l'onde de cisaillement est plus atténuée). En effet, le mouvement différentiel engendre une dissipation croissante avec la fréquence jusqu'à environ 3 kHz. A partir de cette valeur, l'atténuation diminue. Pour la deuxième et troisième ondes de compression, leurs atténuations diminuent avec l'augmentation de la fréquence. Ces ondes sont plus atténuées par rapport aux autres (Figure 2. 3).

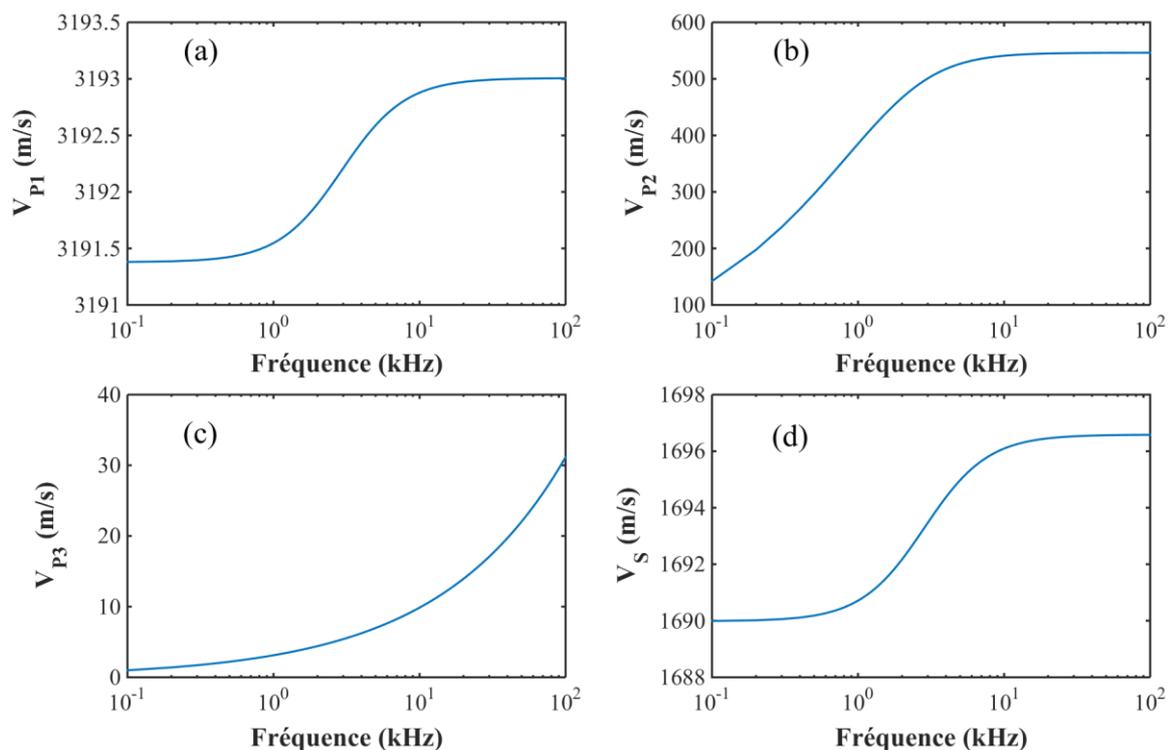


Figure 2. 2 : Vitesses des ondes de compression V_{P1} (a), V_{P2} (b), V_{P3} (c) et de cisaillement V_S (d) dans le grès de Berea.

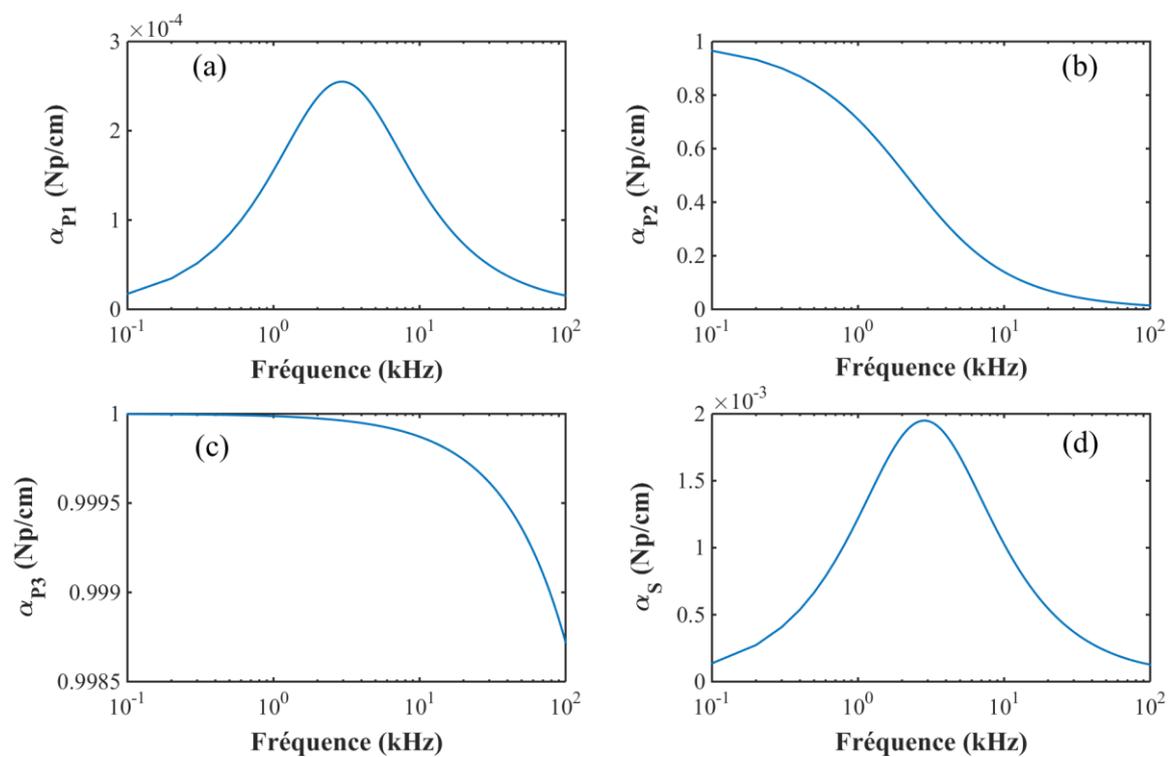


Figure 2. 3 : Atténuations des ondes de compression V_{P1} (a), V_{P2} (b), V_{P3} (c) et de cisaillement V_S (d) dans le grès de Berea.

Paramètres	Symboles et unités	Berea sandstone
Densité des grains	ρ_s (kg/m ³)	2600
Module d'incompressibilité des grains de l'ensemble	K_s (GPa)	39
Module d'incompressibilité des grains de la phase matricielle (phase 1)	$K_s^{(1)}$ (GPa)	38.306
Porosité totale	ϕ	0.1926
Porosité matricielle (microporosité)	$\phi^{(1)}$	0.178
Porosité des fractures (macroporosité)	$\phi^{(2)}$	1
Perméabilité matricielle (de la phase 1)	$k^{(11)}$ (m ²)	10 ⁻¹⁶
Perméabilité des fractures (de la phase 2)	$k^{(22)}$ (m ²)	10 ⁻¹²
Fraction de volume occupée par la matrice	$v^{(1)}$	0.9822
Fraction de volume occupée par les fractures	$v^{(2)}$	0.0178
Paramètre du Biot-Willis de l'ensemble	α	0.8462
Paramètre du Biot-Willis de la matrice	$\alpha^{(1)}$	0.7389
Paramètre du Biot-Willis des fractures	$\alpha^{(2)}$	1
Tortuosité globale	a	2.946
Tortuosité matricielle	$a^{(1)}$	3.309
Tortuosité des fractures	$a^{(2)}$	1
Module d'incompressibilité du squelette non drainé	K_u (GPa)	15.2
Module d'incompressibilité du squelette sec de la matrice	K_1 (GPa)	10
Module d'incompressibilité du squelette sec des fractures	K_2 (GPa)	0.108
Module d'incompressibilité du squelette sec	K (GPa)	6
Module de cisaillement du squelette sec	μ (GPa)	5.478

Tableau 2. 1 : Propriétés du BereaSandstone (Berryman et Wang, 2000).

2.10.3 Coefficients de réflexion et de transmission

La Figure 2. 4 montre la variation des modules de réflexion (R) et de transmission (T) à travers la couche du Berea Sandstone en fonction de la fréquence pour deux angles d'incidence (0° et 20°). La position des creux (pour R) et des pics (pour T) dépend de la valeur de l'angle d'incidence. La Figure 2. 5 présente les modules R et T en fonction de l'angle d'incidence pour deux fréquences (50 kHz and 75 kHz). En s'approchant de l'angle 30° , des variations rapides sont observées en réflexion et en transmission. Les amplitudes de R et T diminuent avec l'augmentation de l'angle d'incidence. A environ 90° , on remarque une absence quasi-totale de la transmission quel que soit la fréquence. Cela s'explique par la propagation d'une onde rasante provoquant la réflexion totale des ondes.

La couche du milieu poreux étant absorbante (nombre d'ondes k_m et k_t sont des valeurs complexes), l'inégalité $|R|^2 + |T|^2 \leq 1$ est vérifiée quel que soit la variable, fréquence ou angle.

Les informations obtenues à partir des courbes présentées dans les Figures 2. 4 et 2. 5 sont différentes. Dans la Figure 2. 4, des oscillations sont observées autour des valeurs maximum (minimum) de R (de T). Tandis que, sur la Figure 2. 5, ces oscillations ne sont pas présentes. Les raisons de ces différences seront expliquées clairement dans la représentation 3D de R et T (paragraphe 2.11).

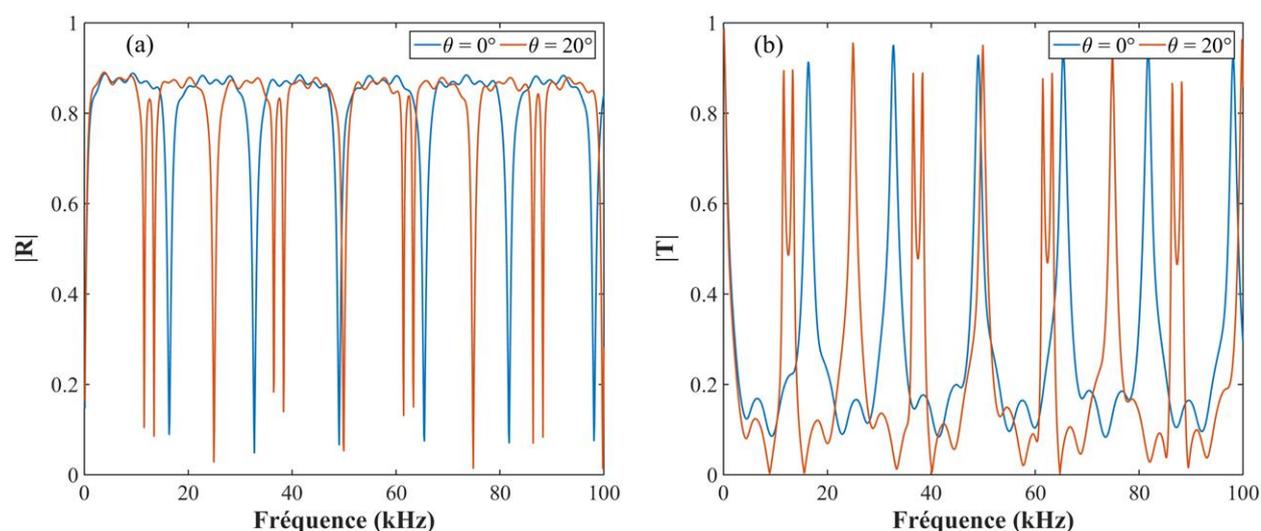


Figure 2. 4 : Les modules des coefficients de réflexion (a) et de transmission (b) par une couche de grès de Berea d'épaisseur $d = 10$ cm, obtenus à partir des données du tableau 2.1.

Les angles d'incidence sont de 0° (courbe bleue) et 20° (courbe rouge).

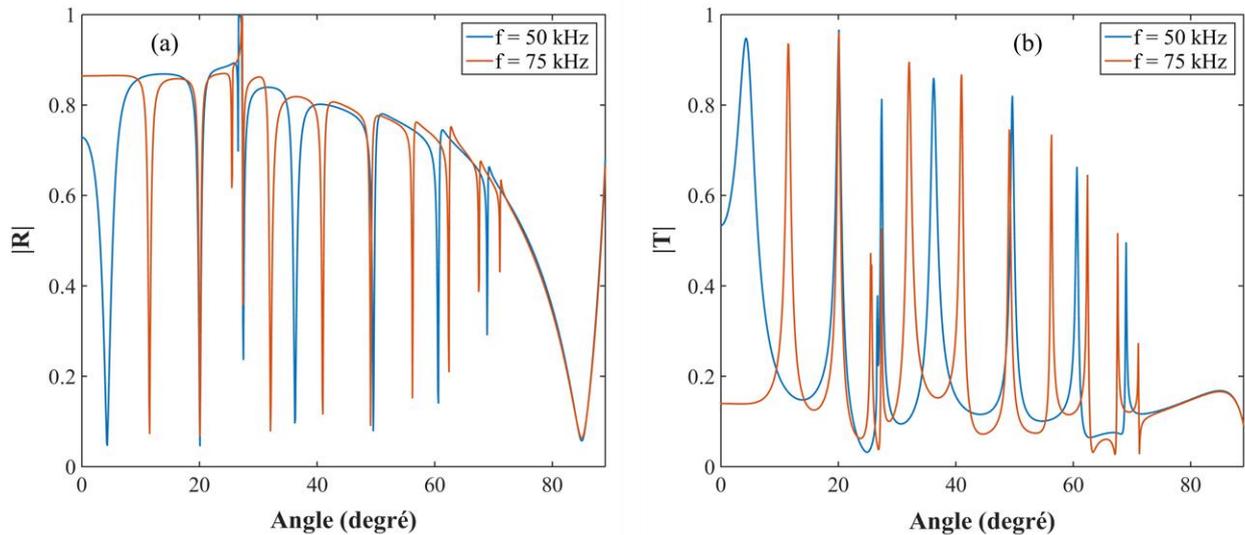


Figure 2. 5 : Les modules des coefficients de réflexion (a) et de transmission (b) par une couche de grès de Berea d'épaisseur $d = 10$ cm, obtenus à partir des données du tableau 2.1. Les fréquences sont de 50 kHz (courbe bleue) et 75 kHz (courbe rouge).

2.11 Etude des modes de vibration

2.11.1 Rappels sur les modes de Lamb dans une plaque élastique

Les ondes de Lamb (nommées également modes normaux) se définissent comme étant des perturbations élastiques se propageant le long d'une plaque d'épaisseur finie, dues à la mise en vibration de cette plaque.

Dans une plaque élastique, seul un nombre fini d'ondes de Lamb symétriques ou antisymétriques peut se propager. Elles se différencient par leurs vitesses de phase et de groupe, et la distribution des déplacements et contraintes le long de l'épaisseur de la plaque. Les équations régissant la propagation des ondes de Lamb dans une plaque élastique ont été établies par Lamb (1917) et étudiées par de nombreux auteurs dont Viktorov (1967), Royer (1996) et Auld (1973). Il existe deux méthodes d'excitation des ondes de Lamb : la création de perturbations sur la surface de la plaque ou bien la création de perturbations à l'intérieur de la plaque ou sur la face d'une des extrémités. La première est la plus utilisée, et elle se réalise de différentes manières, toutes détaillées par Viktorov (1967).

2.11.2 Etude des modes de Lamb d'une plaque poreuse libre

Il a été montré que deux familles d'ondes guidées peuvent se propager dans une couche poreuse : les modes portés par le squelette et les modes portés par le fluide saturant. Les modes de structure ont pour vitesses limites à haute fréquence la vitesse du mode de Rayleigh et la vitesse de l'onde transversale alors que les modes dans le fluide ont pour vitesse limite l'onde de Biot de seconde espèce. La perte d'énergie des ondes guidées se propageant dans un milieu poreux provient de deux phénomènes : la réémission vers l'extérieur et l'absorption due à la viscosité du fluide saturant. Cette dernière a des effets importants sur le comportement du milieu poreux dans le domaine des basses fréquences.

Nous définissons les ondes guidées pouvant se propager dans un milieu à double porosité consolidé, selon la direction x (Figure 2. 1). Il existe deux types d'ondes guidées : les ondes de Scholte-Stoneley (leur amplitude diminue en s'éloignant des interfaces la plaque), et les ondes de Lamb généralisées (leur amplitude croît en s'éloignant des interfaces de la plaque). Les ondes guidées se propagent dans le milieu suite à un couplage d'ondes hétérogènes rapide, lente et transverse. La représentation 3D de R et T permet d'avoir une meilleure compréhension des ondes se propageant dans le milieu à double porosité. Elle est donnée sur la Figure 2. 6.

La Figure 2. 6 est une vue de dessus (dans le plan (f, θ)) d'une représentation 3D, avec les modules R et T comme troisième axe. Sur la Figure 2. 6 (a), la position des creux des coefficients de réflexion pour les deux variables f et θ donnent des courbes continues qui sont en lien avec celles observées sur les Figures 2. 4 et 2. 5. Nous pouvons constater une absence totale de la réflexion autour de 75° et 90° pour des fréquences allant de 15 à 100 kHz. En examinant la Figure 2. 6 (b), nous remarquons tout d'abord, que la couleur de fond dans les deux figures est inversée puisque la réflexion (la transmission) se manifeste par des creux (pics). La position des pics pour les coefficients de transmission donne des courbes continues à partir desquelles on en distingue deux familles. La première ayant une grande similitude avec les modes de Lamb (cf paragraphe 3.8.1) rencontrés dans l'étude des couches élastiques (du jaune au rouge indiquant les grandes valeurs du coefficient de transmission). Avec l'augmentation de la fréquence, ces modes deviennent des branches horizontales parallèles à l'axe de fréquence. La deuxième famille des courbes occupant le plan (f, θ) entier, se comporte différemment des modes de Lamb. Ce sont des branches verticales parallèles à l'axe des angles et qui correspondent aux pics secondaires ayant une faible amplitude observés sur

la Figure 2. 4 (b) pour des angles précis. Ces branches verticales sont observées notamment dans la Figure 2. 6 (a) de la réflexion, qui sont plus faciles à voir seulement dans la gamme angulaire 40°-80°, mais beaucoup plus étroites, et produites par les petites oscillations près du maximum du coefficient de réflexion sur la Figure 2. 4 (a).

Une analyse plus poussée nécessite de faire la distinction entre les modes symétriques et antisymétriques. Pour cela, nous avons tracé en 3D le module des termes de transition $T_A = (\delta_{A-}/\delta_{A+} - 1)/2i$ et $T_S = (\delta_{S+}/\delta_{S-} - 1)/2i$ (Belloncle et al., 2003) et (Franklin et al., 2010). Une vue de dessus (dans le plan (f, θ)) est présentée à la Figure 2. 7 (a) pour T_A et à la Figure 2. 7 (b) pour T_S . Des lignes droites indiquant les positions approximatives des angles critiques ($\theta_1 \simeq 26^\circ$ pour la première onde de dilatation et $\theta_l \simeq 72^\circ$ pour l'onde de cisaillement) ont été ajoutées. Les résultats montrent les mêmes modes de Lamb que sur la Figure 2. 6 qui sont classés en deux ensembles : antisymétrique définis par T_A et symétrique définis par T_S . Les branches verticales (parallèles à l'axe des angles) obtenues à l'aide des opérateurs de transition sont différentes de celles des coefficients de réflexion et de transmission. En outre, ils semblent "non perturbés" lorsqu'ils croisent des modes de Lamb, contrairement à ce que l'on peut observer sur la Figure 2. 6 b où un passage des modes de Lamb produit un décalage.

La situation étant clarifiée en ce qui concerne la composition des modes, nous examinons les particularités des deux modes de Lamb fondamentaux de la couche de double porosité par rapport aux méthodes classiques des couches élastiques (Fiorito et Überall, 1979 ; Fiorito et al., 1979) (marquées avec S_0 et A_0 et existant quelle que soit la fréquence) et des couches à simple porosité (Belloncle et al., 2003) et (Franklin et al., 2010). Il est bien connu dans la présentation choisie ici pour les axes que A_0 est de facto un mode décroissant avec la fréquence et S_0 un mode ascendant.

Tout d'abord, sur la Figure 2. 7 (a), la présence d'un mode DP_A^0 décroissant de type Lamb est normalement attendue et localisée dans la plage angulaire de 72 à 90°. L'absence d'une telle branche signifie que, dans la gamme de fréquences considérée, le squelette de la couche à double porosité ne subit pas d'ondes de flexion similaires aux ondes A_0 bien connues.

Deuxièmement, sur la Figure 2. 7 (b), le mode appelé DP_S^0 ayant une branche de basse fréquence (située près de l'angle 30° et pratiquement parallèle à l'axe des fréquences) commence de la même manière que le mode S_0 classique d'une couche élastique (Figure 2. 8). Cependant, avec l'augmentation de la fréquence, il s'écarte de ce mode classique. Plutôt que

d'adopter un comportement similaire au mode DP_S^n ($n > 0$) lorsque la fréquence augmente et donc de s'approcher de la ligne $\theta_i \approx 72^\circ$ par le bas, ce mode devient une branche parallèle à l'axe des angles et disparaît donc après 13 kHz. Un tel comportement devrait s'expliquer par l'existence des deuxième et troisième ondes de dilatation pour lesquelles il n'existe aucun angle critique. Chacun des modes DP_A^n et DP_S^n (avec $n > 0$) a une fréquence de coupure, c'est-à-dire une valeur de la fréquence à laquelle il coupe l'axe (incidence normale). Ces fréquences de coupure sont calculées en sec. 3.11.3.

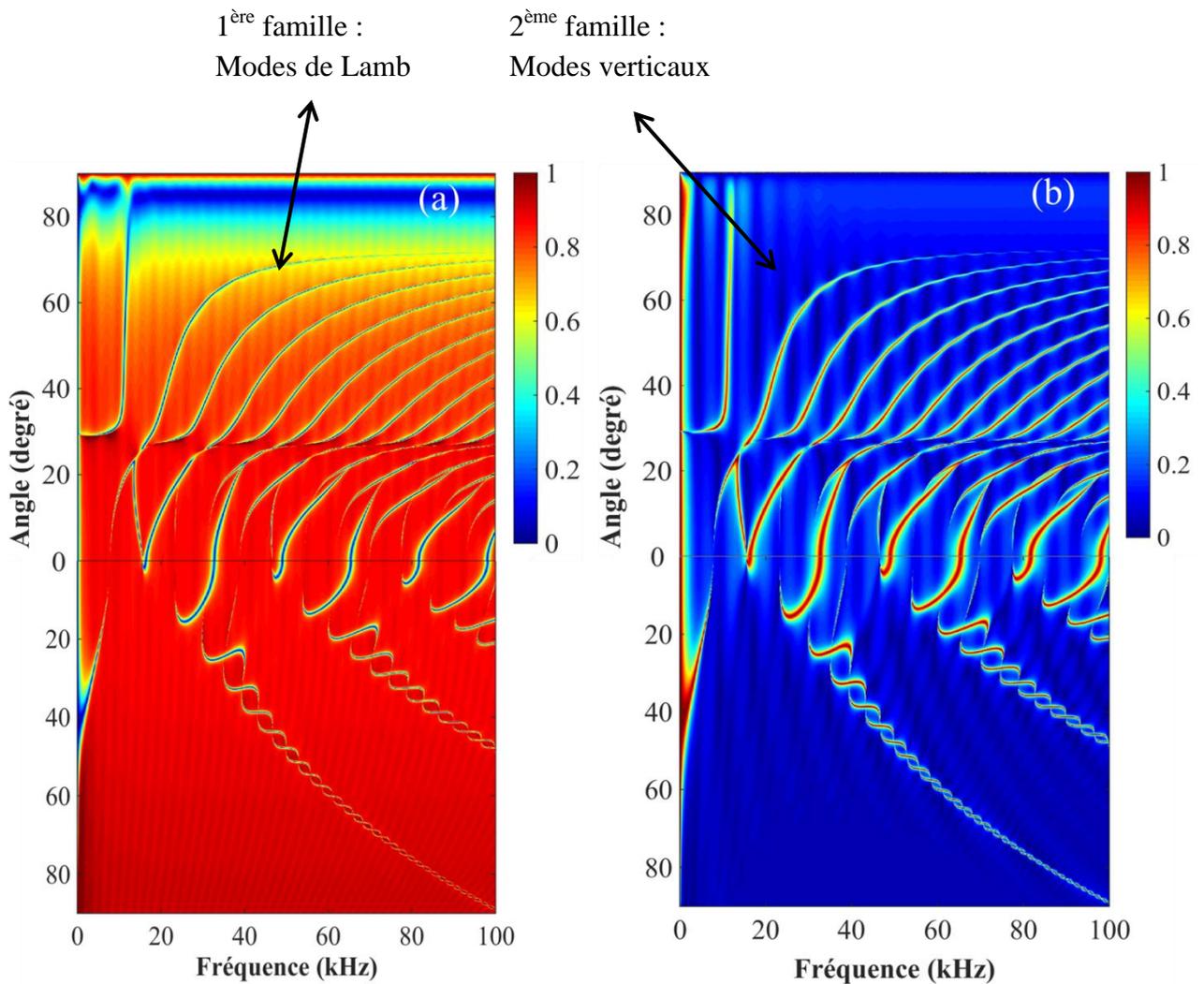


Figure 2. 6 : Module des coefficients de réflexion (a) et de transmission (b) par une couche de grès de Berea d'épaisseur $d = 10$ cm dans le plan fréquence-angle d'incidence. D'après les données du tableau 1.

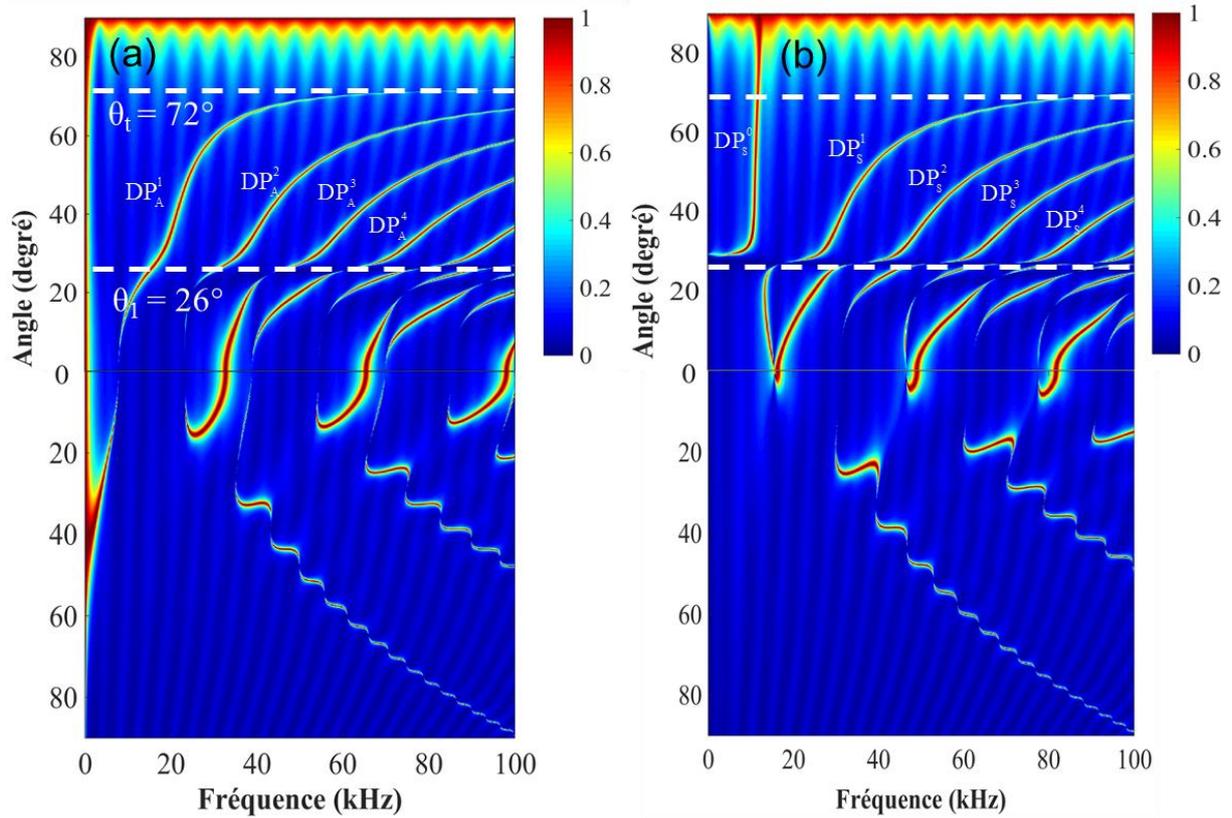


Figure 2. 7 : Courbes de dispersion de la couche de grès de Berea d'épaisseur $d = 10$ cm obtenues en traçant le module des opérateurs de transition. Modes antisymétriques (a) et symétriques (b). D'après les données du tableau 2.1.

2.11.3 Passage de la double porosité au modèle élastique

Afin de valider nos résultats, on se place dans le cas d'un milieu élastique. Les coefficients d'inertie de couplage $\rho_{12}, \rho_{13}, \rho_{23}, \rho_{22}, \rho_{33}$ seront ainsi égaux à zéro, et on remplace ρ_{11} par ρ_s . Les coefficients b_{12} et b_{13} et les porosités seront également nuls. Le reste des paramètres étant fixe, nous obtenons les courbes de dispersion antisymétriques et symétriques d'une couche élastique.

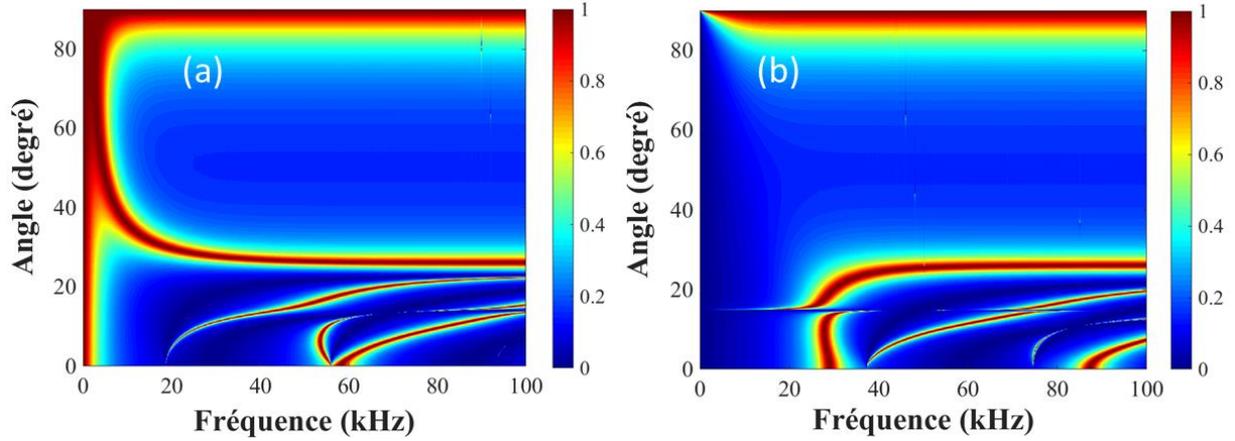


Figure 2. 8 : Courbes de dispersion de la couche de grès de Berea d'épaisseur $d = 10$ cm obtenues en traçant le module des opérateurs de transition. Modes antisymétriques (a) et symétriques (b). D'après les données du tableau 2.1.

2.11.4 Fréquences de coupure

De manière similaire aux couches élastique et poroélastique, les modes se propageant dans une couche à double porosité doivent présenter des fréquences de coupure. Nous les définissons dans le but de classer les modes par ordre d'apparition de ces fréquences, et de s'assurer également des calculs numériques.

Les équations de dispersion permettant de trouver le nombre d'ondes $\bar{k}_x = k_x/k_0 = \sin \theta$, supposé prendre des valeurs complexes, en fonction de la fréquence f sont données par :

$$\delta_{S^-} = 0, \quad \delta_{A^+} = 0 \quad (84)$$

Le calcul des racines des équations (84) dans le plan $(f, \text{Re} \bar{k}_x)$ donne les courbes de dispersion (avec $0 \leq \text{Re} \bar{k}_x < +\infty$), dont une partie a été obtenue à l'aide des termes de transition. Pour surmonter les difficultés de certains développements analytiques des équations de dispersion, une hypothèse courante consiste à négliger la charge du fluide externe (donc à le considérer comme un phénomène du second ordre). Dans une approximation grossière, la densité de masse $\rho_0 = 0$ est imposée, ce qui implique $\tau_m = 0$ pour $m = 1, 2, 3$ dans les équations (84). C'est une approximation légitime pour trouver, par exemple, les fréquences de coupure qui sont des fréquences particulières auxquelles les modes

coupent l'axe $\theta = 0$. En effectuant les substitutions, nous dérivons à partir de $\delta_{s-} = 0$ et $\delta_{A+} = 0$ les équations de dispersion simplifiées :

$$\sum_{cyc} \left(LN_1 \cot\left(\frac{k_{1z}d}{2}\right) + M_1 \cot\left(\frac{k_{tz}d}{2}\right) \right) \left(C_{SF2}^{(1)} C_{SF3}^{(2)} - C_{SF2}^{(2)} C_{SF3}^{(1)} \right) = 0 \quad (85)$$

et

$$\sum_{cyc} \left(LN_1 \tan\left(\frac{k_{1z}d}{2}\right) + M_1 \tan\left(\frac{k_{tz}d}{2}\right) \right) \left(C_{AF2}^{(1)} C_{AF3}^{(2)} - C_{AF2}^{(2)} C_{AF3}^{(1)} \right) = 0 \quad (86)$$

respectivement. On généralise aux couches à double porosité les équations permettant de trouver les fréquences de coupure dans les couches élastiques libres (voir les équations (6.78-6.79) de (Achenbach, 1973)). En considérant le cas où $\theta = 0$ (ou $\bar{k}_x = 0$) et ensuite effectuant les calculs, nous dérivons à partir des équations (85) et (86) les deux équations suivantes :

$$\left(\sum_{cyc} \rho_{h1} \rho_{f23} \right) \tan\left(\frac{\ell_t d}{2}\right) \prod_{m=1}^3 \cot\left(\frac{\ell_m d}{2}\right) = 0 \quad (87)$$

et

$$\left(\sum_{cyc} \rho_{h1} \rho_{f23} \right) \cot\left(\frac{\ell_t d}{2}\right) \prod_{m=1}^3 \tan\left(\frac{\ell_m d}{2}\right) = 0 \quad (88)$$

avec

$$\rho_{fmn} = \rho_{fm}^{(1)} \rho_{fn}^{(2)} - \rho_{fm}^{(2)} \rho_{fn}^{(1)} \quad (m \neq n) \quad (89)$$

Puisque la somme cyclique $\sum_{cyc} \rho_{h1} \rho_{f23}$ ne disparaît pas en général, les solutions aux équations (87 – 88) sont trouvées en égalisant à zéro les fonctions tangentes et cotangentes. Indiquant par $j=1, 2, 3$ le type de l'onde de dilatation et par k tout entier positif, nous obtenons les fréquences de coupure attendues f_{jk} et f_{tk} (en Hz).

Pour les modes symétriques, Eq. (87), $f_{jk} = \left(k + \frac{1}{2}\right) c_j / d$ et $f_{tk} = k c_t / d$. Pour $j=1$,

$c_1 = 3270.25 \text{ ms}^{-1}$ et $c_t = 1552 \text{ ms}^{-1}$, nous avons :

$$f_{10} = 16351, \quad f_{11} = 49053, \quad f_{12} = 81756, \dots \text{ etc,}$$

$$f_{t0} = 15520, \quad f_{t1} = 31040, \quad f_{t2} = 46560, \quad f_{t3} = 62080, \dots \text{ etc.}$$

Pour les modes antisymétriques, Eq. (88), $f_{jk} = k c_j / d$ et $f_{tk} = \left(k + \frac{1}{2}\right) c_t / d$. Pour $j=1$, nous avons :

$$f_{10} = 0, \quad f_{11} = 32702, \quad f_{12} = 65405, \quad f_{13} = 98107, \dots \text{etc},$$

$$f_{t0} = 7760, \quad f_{t1} = 23280, \quad f_{t2} = 38800, \quad f_{t3} = 54320, \dots \text{etc},$$

On peut vérifier sur la Figure 2. 9 que les fréquences f_{jk} et f_{tk} reproduisent les points d'intersection des modes DP_A^n et DP_S^n ($n \geq 0$) avec l'axe. A la fois dans les séquences symétriques et antisymétriques, l'alternance entre onde de cisaillement pure et onde de dilatation pure rencontrée pour une couche élastique est à nouveau vérifiée. Les résultats fournis par les opérateurs de transition montrent que les branches dont l'extrémité correspond à des ondes de cisaillement pures sont beaucoup plus fines que les autres. C'est la raison pour laquelle, sur la Figure 2. 9 (a), seules des ondes de dilatation apparaissent. Pour indiquer la position des fréquences de coupure, des lignes droites sont superposées à la figure. Cependant, si l'approximation d'une couche non chargée fonctionne bien pour trouver les coupures en relation avec les ondes longitudinales et transversales, ce n'est plus le cas pour la seconde onde de dilatation et encore moins pour la troisième. Sur la Figure 2. 9 (b), la séquence symétrique (antisymétrique) des fréquences de coupure f_{2k} est indiquée par des lignes droites continues (en pointillés). On peut constater que les hauteurs des pics secondaires dans les termes de transition ne coïncident plus précisément avec les positions de coupure f_{2k} lorsque la fréquence augmente.

Dans les résultats numériques ci-dessus, on peut voir que la troisième onde de dilatation ne joue aucun rôle. Cela est dû à sa faible vitesse de phase et son atténuation trop élevée par rapport aux autres ondes. Elle est hautement diffusive dans la gamme de fréquences considérée dans cette étude et ne se propage donc pas. En conclusion, la couche à double porosité se comporte acoustiquement d'une manière très similaire à une couche poroélastique à simple porosité.

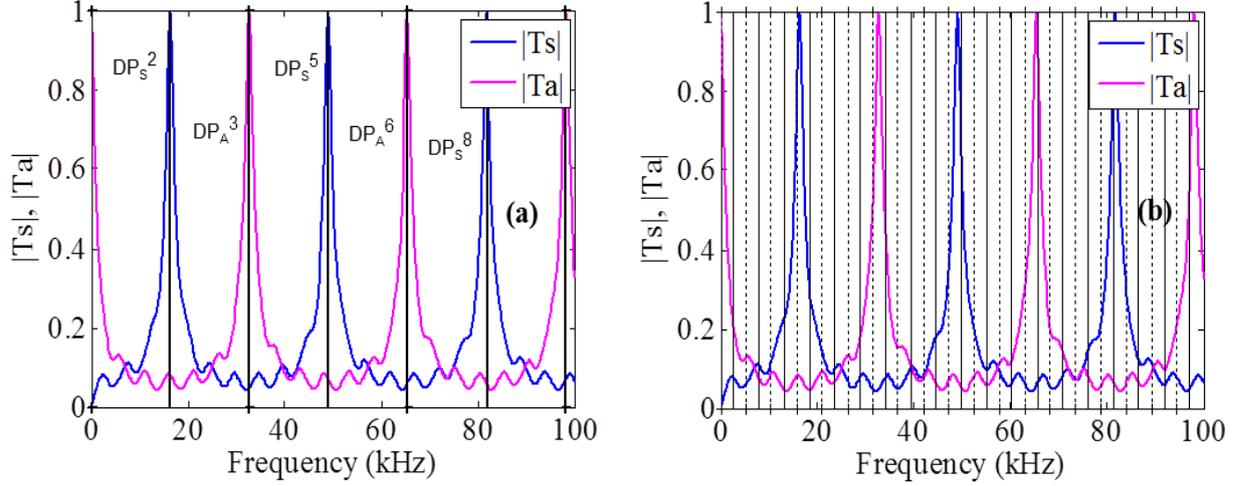


Figure 2. 9 : Module des opérateurs de transition en fonction de la fréquence de l'angle d'incidence $\theta = 0^\circ$. Les lignes droites verticales indiquent les positions des fréquences de coupure (a) pour f_{1k} (première onde de dilatation) et (b) pour f_{2k} (deuxième onde de dilatation).

2.11.5 Développement basse fréquence pour des mouvements symétriques ou dilatatoires

Dans cette section, nous utiliserons par commodité les quantités sans dimension $\Omega = k_0 d/2$, $\bar{k}_x = k_x/k_0$ (définies ci-dessus), $n_m = \ell_m/k_0$ et $\bar{k}_{mz} = k_{mz}/k_0$ ($m=1, 2, 3, t$) dans les équations (80). De plus, \bar{k}_x est considéré comme une variable complexe avec, selon l'équation (1) par exemple, $\text{Re}(\bar{k}_x) \geq 0$ et $\text{Im}(\bar{k}_x) \geq 0$ (les ondes disparaissent au fur et à mesure qu'elles se propagent dans le sens des valeurs croissantes de x). À basse fréquence ($\Omega \ll 1$), nous supposons que $|\bar{k}_x| \Omega \ll 1$ et recherchons les solutions $|\bar{k}_x| \ll \Omega^{-1}$. Cette hypothèse ne permet nullement d'exclure le fait que \bar{k}_x ce soit trop important. Si c'est le cas, donc $\bar{k}_{mz} = O(\bar{k}_x)$ sinon $\bar{k}_{mz} = O(1)$. Dans ce qui suit, seul le mode DP_S^0 existant pour les petites valeurs de Ω (Figure 2. 7), est concerné. Par conséquent, nous sommes dans le champ des valeurs non grandes pour \bar{k}_x . L'expansion des fonctions cotangentes dans l'équation (85) jusqu'au premier ordre de Ω conduit à la solution :

$$\bar{k}_x^2 = \frac{n_t^4 (\rho_{f23} \tilde{\rho}_{h1} + \rho_{f31} \tilde{\rho}_{h2} + \rho_{f12} \tilde{\rho}_{h3})}{2(\rho_{f23} [(1 + \tilde{\rho}_{h1}) n_t^2 - 2n_1^2] + \rho_{f31} [(1 + \tilde{\rho}_{h2}) n_t^2 - 2n_2^2] + \rho_{f12} [(1 + \tilde{\rho}_{h3}) n_t^2 - 2n_3^2])} + O(\Omega^2) \quad (90)$$

où $\tilde{\rho}_{hm}$ représente ρ_{hm}/ρ_t . Cette approximation ne dépend pas de l'épaisseur de la couche. Puisque toutes les quantités apparaissant dans le côté droit de l'équation (90) ont une valeur complexe, il en va de même pour \bar{k}_x^2 . Ainsi, l'atténuation du mode DP_S^0 commence à l'ordre zéro de Ω (en effet, de nombreux paramètres de l'équation (86) dépendent de la fréquence).

Il a été vérifié numériquement que $|\rho_{f12}/\rho_{f23}| \ll 1$ et $|\rho_{f31}/\rho_{f23}| \ll 1$. De là, l'équation (90) se réduit à :

$$\bar{K}_x^2 = \frac{n_t^4 \tilde{\rho}_{h1}}{2(1 + \tilde{\rho}_{h1}) n_t^2 - 4n_1^2} + O(\Omega^2) \quad (91)$$

ce qui est une approximation plus faible où les deuxième et troisième ondes de dilatation sont absentes. Une comparaison entre les deux approximations est effectuée à la Figure 2. 10. A basse fréquence, on observe que $\text{Re}(\bar{k}_x)$ obtenue avec l'équation (86) correspond bien au mode DP_S^0 présenté à la Figure 2. 9(b) (la valeur $\text{Re}(\bar{k}_x) \simeq 0.5$ correspond à l'angle $\theta \simeq 30^\circ$). Par conséquent, le fait que le chargement par le fluide extérieur soit négligé, n'a que peu d'influence sur la partie réelle de \bar{k}_x .

Avec l'équation (91), $\text{Re}(\bar{k}_x)$ s'écarte de manière importante de la première approximation (maintenant $\text{Re}(\bar{k}_x) \simeq 0.6$ ou $\theta \simeq 37^\circ$), indiquant que les deuxième et troisième ondes ont un impact certain sur les vibrations à basse fréquence de la couche. La différence apparaît également pour les parties imaginaires de la Figure 2. 10 (b).

D'après les équations (32 – 33), l'équation (91) peut être réécrite :

$$\bar{K}_x^2 = \frac{n_t^2 n_1^2 (\mathcal{H} + \mathcal{C}^{(1)} \gamma_{11} + \mathcal{C}^{(2)} \gamma_{21}) / \mu}{2(n_t^2 + n_1^2 (\mathcal{H} + \mathcal{C}^{(1)} \gamma_{11} + \mathcal{C}^{(2)} \gamma_{21}) / \mu) - 4n_1^2} + O(\Omega^2) \quad (92)$$

Dans la limite où les porosités micro et macro disparaissent dans le milieu à double porosité ($\phi^{(1)} \rightarrow 0$, $\nu^{(1)} \rightarrow 0$ et $\nu^{(2)} \rightarrow 0$), nous avons $\mathcal{C}^{(1)} \rightarrow 0$, $\mathcal{C}^{(2)} \rightarrow 0$, $\mu \rightarrow \mu_s$, $\mathcal{H} \rightarrow K_s + 4\mu_s/3 = \lambda_s + 2\mu_s$ tandis que $n_1 \rightarrow n_L = c_0/c_L$ et $n_t \rightarrow n_T = c_0/c_T$, avec $c_T = \sqrt{\mu_s/\rho_s}$ et $c_L = \sqrt{(\lambda_s + 2\mu_s)/\rho_s}$.

En d'autres termes, le milieu à double porosité se transforme en un milieu élastique avec des paramètres physiques ρ_s (densité de masse), c_L (vitesse de l'onde dilatée) et c_T (vitesse de l'onde de cisaillement). En substituant les limites ci-dessus dans l'équation (91), on obtient :

$$\bar{k}_x^2 = \frac{n_T^4}{4(n_T^2 - n_L^2)} + O(\Omega^2) \quad (93)$$

Cette dernière formule est équivalente à l'équation. (6.82) de Achenbach (1973) et représente le nombre d'onde de plaque bien connu (valeur réelle) pour les couches élastiques libres (mode S_0). Cela dépend uniquement des vitesses de phase contrairement au nombre d'ondes pour une couche de double porosité, équation (90), qui dépend à la fois des vitesses de phase et des densités de masse définies dans les équations (30 – 33). Ainsi, en présence de porosité, les effets inertiels jouent un rôle dans la propagation des ondes, même à basse fréquence.

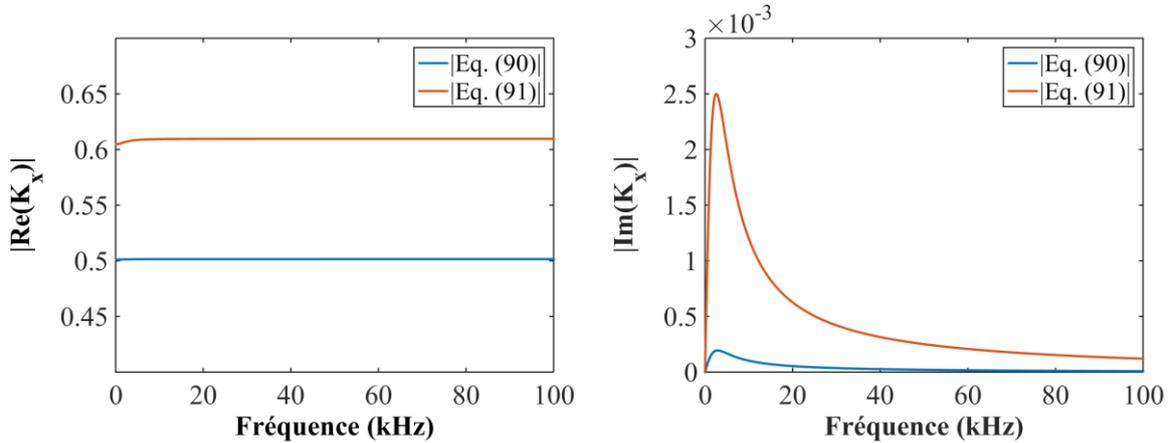


Figure 2. 10 : Comparaison des approximations basse fréquence du nombre d'onde. (a) : parties réelles, (b) : parties imaginaires

2.12 Sensibilité des propriétés acoustiques aux paramètres mécanique du milieu à double porosité

L'effet des paramètres mécaniques sur les propriétés acoustiques a été étudié préalablement sur des matériaux à simple porosité (T. Bourbié, 1986). Celui-ci a été peu étendu pour la double porosité et concernait principalement les milieux infinis. Nous proposons, ici, d'étudier la sensibilité de certaines propriétés acoustiques à savoir la vitesse et la transmission, aux paramètres mécaniques les plus importants d'un corps poreux tels que les deux porosités, la perméabilité et le module d'incompressibilité. Les valeurs de ces paramètres sont choisies arbitrairement, l'étude est ensuite entamée dans le domaine

fréquentiel, en fixant le reste des paramètres. Toutes les représentations fréquentielles dans ce chapitre sont faites dans un domaine où $0 < f < 100$ kHz.

Les valeurs de chaque paramètre pour le Berea étudié sont : $\phi_1 = 0.178$, $\nu_2 = 0.0178$, $K_1 = 10$ GPa, $k_{11} = 10^{-16} \text{ m}^2$.

2.12.1 Effet de la porosité intragranulaire (microporosité)

La Figure 2. 11 présente la variation des Vitesses des ondes de compression V_{P1} (a), V_{P2} (b), V_{P3} (c) et de cisaillement V_S (b) dans le plan fréquence-microporosité ϕ_1 . Le domaine de variation de ϕ_1 est choisi entre 0.2 et 0.9. La vitesse V_{P1} change de comportement en fonction de ϕ_1 . A faibles microporosités ($\phi_1 = 0.2$ à 0.4), la vitesse diminue légèrement et continue d'augmenter par la suite. En effet, à partir d'une certaine valeur de la microporosité, l'augmentation du réseau poreux avec des cavités plus grandes a un effet inverse sur la vitesse V_{P1} . Le fluide contenu dans les micropores sera donc plus facile à extraire et la vitesse augmente ainsi avec la microporosité. Notons que la variation de ϕ_1 n'a quasiment aucun effet sur V_{P2} . Pour la vitesse des ondes de compression V_{P3} . Celle-ci diminue avec la croissance de la porosité. Cet effet est prépondérant principalement à des fréquences suffisamment hautes. Concernant l'onde de cisaillement (qui arrive en 2ème position), la tortuosité diminue avec l'augmentation de la porosité, la masse ajoutée par effet de tortuosité est donc moins importante, expliquant la croissance du V_S .

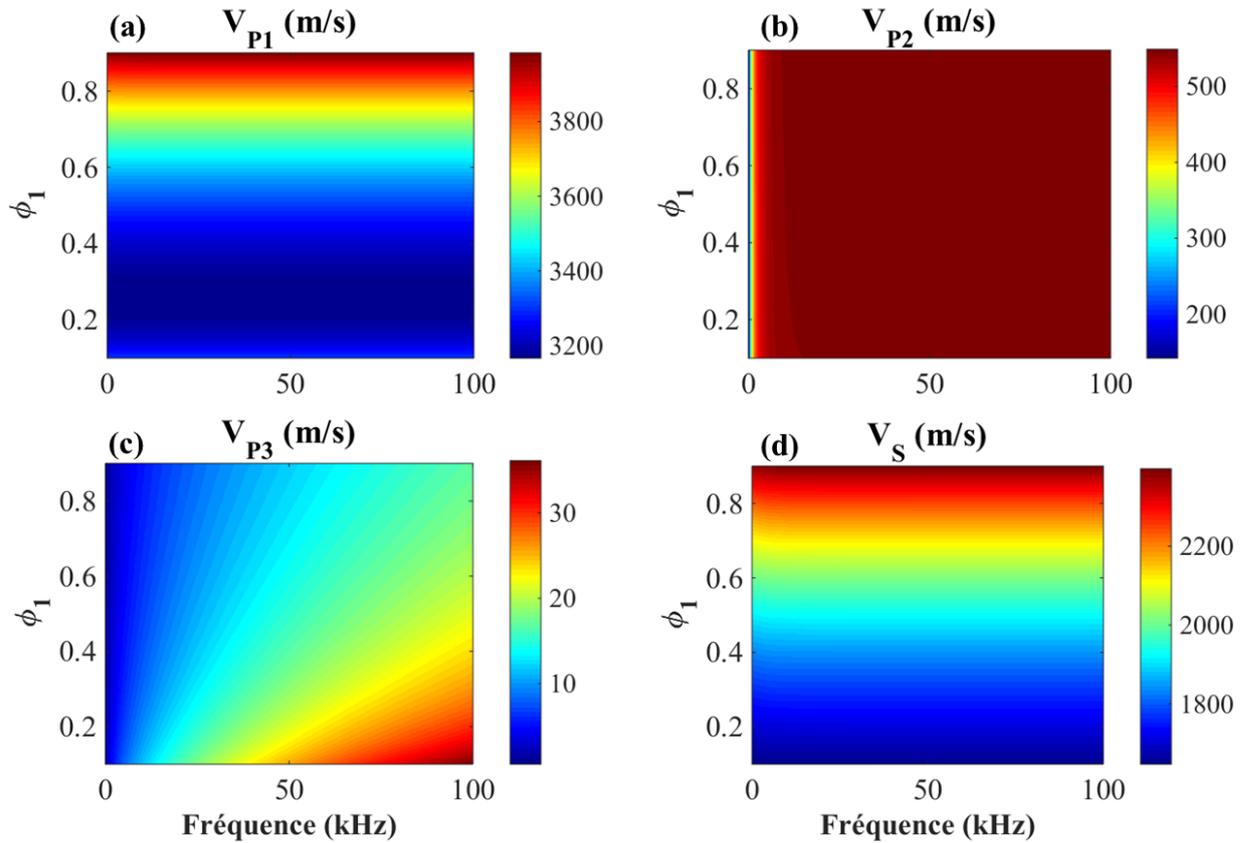


Figure 2. 11 : Evolution des vitesses des ondes de compression V_{P1} (a), V_{P2} (b), V_{P3} (c) et de cisaillement V_S (d) dans le plan fréquence-microporosité ϕ_1 . (La barre des couleurs est en m/s).

La variation de la microporosité affecte également les atténuations des différentes ondes se propageant dans le milieu. Nous constatons sur la Figure 2. 12 qui présente la variation fréquentielle des atténuations des quatre ondes en fonction de la microporosité, que pour les basses fréquences ($f < 10$ kHz), l'atténuation de l'onde de compression rapide α_{P1} est importante pour de très grandes valeurs de ϕ_1 . Elle est quasi-constante, pour le reste des fréquences et le reste des microporosités. Lorsque la microporosité croît, la taille des espaces poreux, permettant la circulation du fluide, augmente, entraînant une masse du fluide de plus en plus importante dans le mouvement de l'ensemble. Ceci accentue les différences d'inertie qui sont à l'origine des dissipations d'énergie. L'atténuation est donc plus importante. En raison du caractère fortement atténuée de la troisième onde de compression, l'effet de la microporosité est quasi absent (Figure 2. 12 c). Concernant l'onde de cisaillement, comme indiqué précédemment (effet sur les vitesses), la tortuosité diminuant avec la porosité, la

masse ajoutée par effet est donc moindre, provoquant une atténuation plus croissante mais seulement en basse fréquence. A partir de $f = 10$ kHz, ϕ_1 n'a plus aucun effet sur V_S .

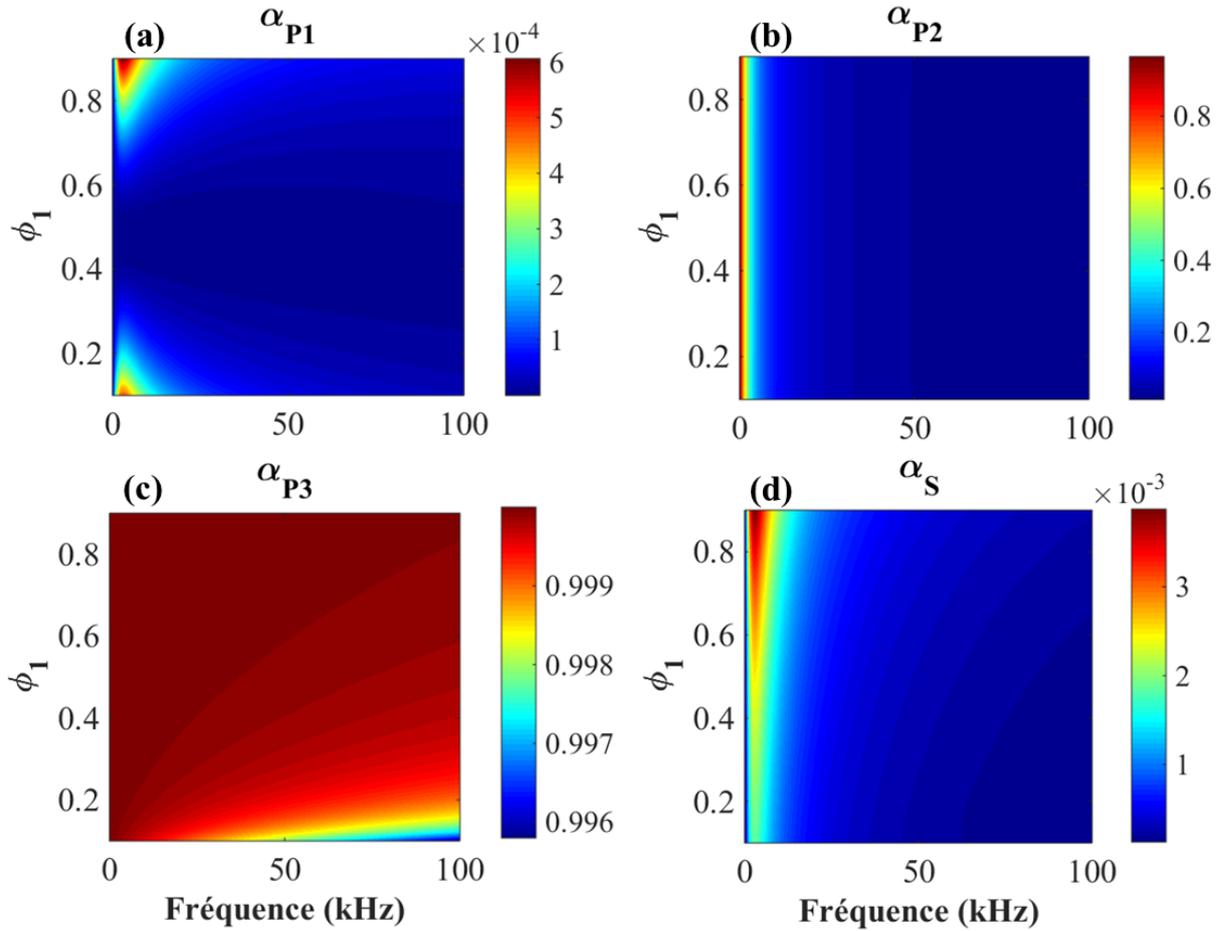


Figure 2. 12: Evolution des atténuations des ondes de compression V_{P1} (a), V_{P2} (b), V_{P3} (c) et de cisaillement V_S (d) dans le plan fréquence-microporosité ϕ_1 .

Nous présentons, ensuite, la Figure 2. 13 du coefficient de transmission lorsque la microporosité est modifiée. Lorsque celle-ci augmente, les pics du module du coefficient de transmission $|T|$ se déplacent légèrement vers les hautes fréquences.

Les observations montrent également que les largeurs des pics à mi-hauteur varient en fonction de la valeur du paramètre ϕ_1 . Plus celle-ci est grande, plus la largeur à mi-hauteur est étroite. Cette largeur est directement liée aux propriétés de rayonnement acoustique de la couche poreuse. Aux faibles valeurs de ϕ_1 , la porosité totale est $\phi = \phi^{(2)}v^{(2)}$ et donc le milieu à double porosité tend vers un milieu de simple porosité connu pour être absorbant, d'où les grandes largeurs. Notons que jusqu'à $\phi_1 = 0.6$, il n'y a aucun effet sur l'amplitude du coefficient de transmission. A partir de cette valeur, l'amplitude augmente avec la microporosité.

Cependant, suivant la Figure 2. 13, puisque les atténuations augmentent avec ϕ_1 , nous nous attendons à une diminution des ondes transmises. Or, on peut expliquer la croissance de l'amplitude de T qui traverse le milieu par l'augmentation de l'amplitude des ondes de compression 2 et 3. En effet, celles-ci sont favorisées par la diminution de la fraction du solide dans l'ensemble du milieu poreux, lorsque la porosité est très élevée. Le couplage entre le fluide-solide favorise, donc, les deux ondes lentes en augmentant leurs amplitudes transmises.

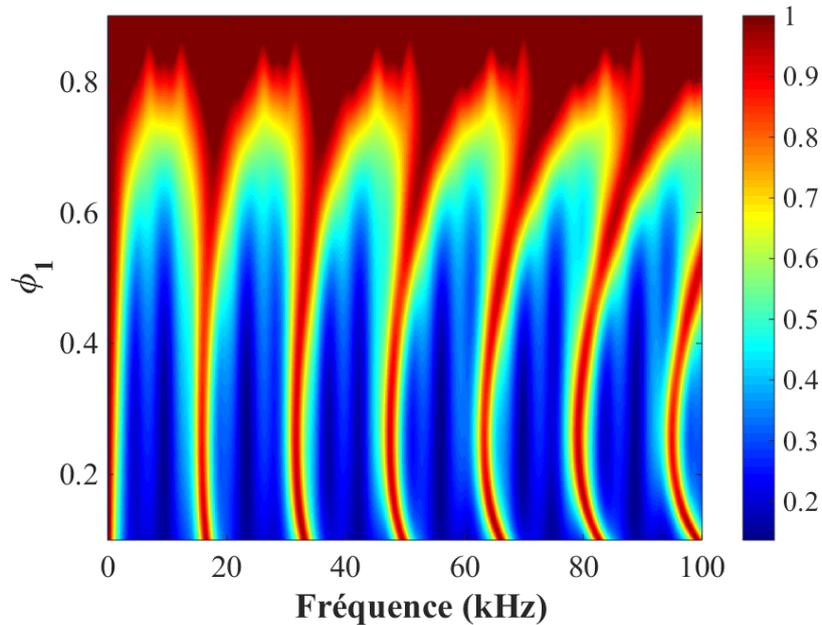


Figure 2. 13 : Transmission en incidence normale des ondes dans le plan fréquence-microporosité ϕ_1 . (La valeur de ϕ_1 pour le Berea est 0.178).

2.12.2 Effet de la porosité intergranulaire (macroporosité)

La valeur de la macroporosité étant très faible ($v_2 = 0.0178$), nous l'avons varié entre 0.01 et 0.5. La Figure 2. 14 présente la variation des vitesses des ondes des ondes de compression V_{P1} (a), V_{P2} (b), V_{P3} (c) et de cisaillement V_S (b) dans le plan fréquence-macroporosité v_2 . L'influence de v_2 sur V_{P1} et V_S est quasiment la même que celle de la variation de ϕ_1 . En revanche, la variation de v_2 affecte considérablement V_{P2} . Celle-ci subit une forte augmentation avec la macroporosité v_2 notamment à partir d'une fréquence de 10 kHz. Les courbes de la troisième onde de compression V_{P3} (Figure 2. 14 c) sont disposées à l'inverse de celles obtenues en variant ϕ_1 (Figure 3. 11 c). En effet, V_{P3} augmente avec v_2 .

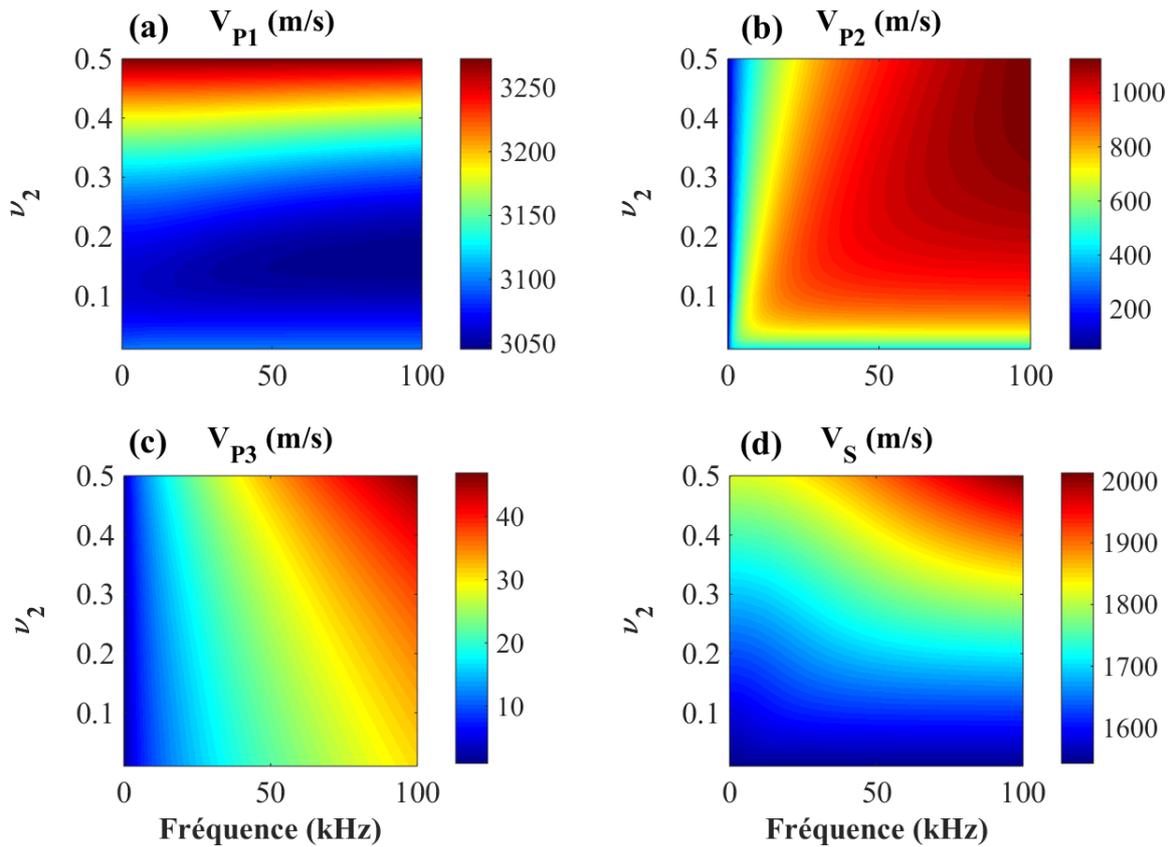


Figure 2. 14 : Vitesses des ondes de compression V_{P1} (a), V_{P2} (b), V_{P3} (c) et de cisaillement V_S (d) dans le plan fréquence-macroporosité ν_2 . (La barre des couleurs est en m/s).

La Figure 2. 15 présente la variation fréquentielle des atténuations des quatre ondes en fonction de la macroporosité ν_2 . Contrairement à la variation de $\phi^{(1)}$, l'effet de ν_2 se manifeste spécialement en haute fréquence. Un comportement très variable est noté (Figure 2. 15 a), l'atténuation α_{P1} augmente jusqu'à environ $\nu_2 = 0.4$, et continue à diminuer par la suite. La variation de α_{P1} dépend fortement de la fréquence. L'atténuation α_{P1} est stable pour des macroporosites d'environ 0.15   0.35, et pour un domaine fréquentiel de 10 à 100 kHz. Sur la Figure 2. 15 b, on note que α_{P2} croît avec ν_2 . Cette croissance est d'autant plus marquée en haute fréquence. L'atténuation de la troisième onde α_{P3} diminue avec la macroporosité. Pour l'onde de cisaillement, la variation de α_S suit les courbes des vitesses (Figure 2. 14 d), ce qui s'explique par l'effet de la tortuosité qui diminue avec l'augmentation de la macroporosité, induisant moins de masse ajoutée, ainsi une atténuation plus croissante.

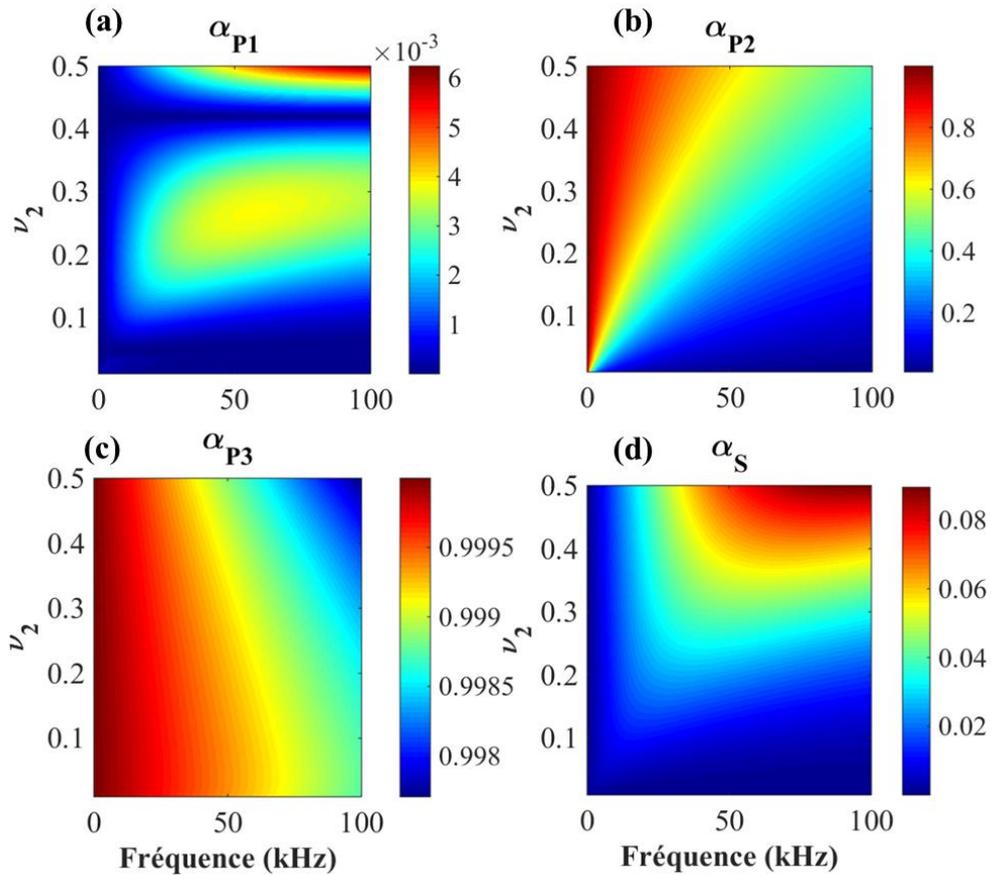


Figure 2. 15 : Atténuations des ondes de compression V_{P1} (a), V_{P2} (b), V_{P3} (c) et de cisaillement V_S (d) dans le plan fréquence-macroporosité ν_2 .

La Figure 2. 16 présente la variation fréquentielle du coefficient de transmission avec la macroporosité. Lorsque celle-ci augmente, les pics du module du coefficient de transmission $|T|$ se déplacent légèrement vers les hautes fréquences. Les pics sont élargis et l'amplitude augmente avec ν_2 .

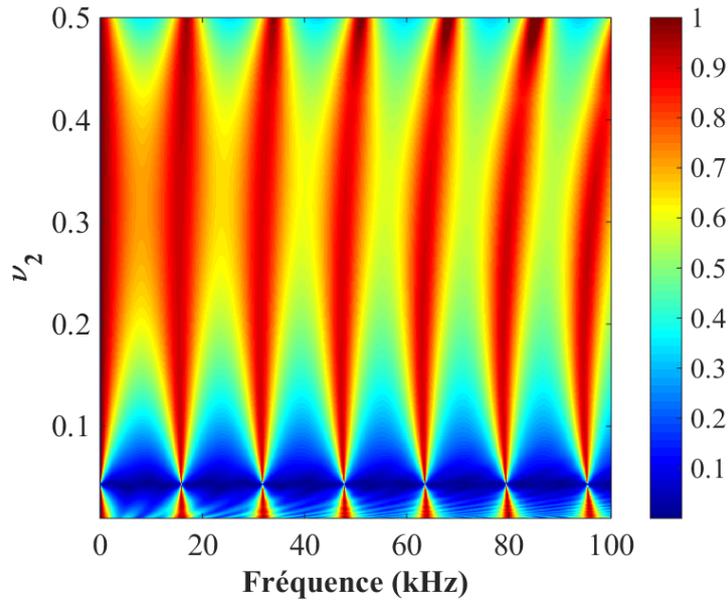


Figure 2. 16 : Transmission en incidence normale des ondes dans le plan fréquence-macroporosité ν_2 . (La valeur de ν_2 pour le Berea est 0.0178).

2.12.3 Effet du module d'incompressibilité du squelette sec de la phase 1 (K_1)

Le module d'incompressibilité a un effet non négligeable sur les propriétés acoustiques d'un milieu poreux. L'influence du module d'incompressibilité des grains solides a déjà été étudiée dans la littérature (Berger, 2004). C'est pourquoi, dans cette étude, nous nous intéressons seulement à l'effet du module d'incompressibilité du squelette sec de la phase 1. L'augmentation de K_1 engendre la diminution de V_{P1} . V_{P2} est également modifiée par une variation de K_1 , mais dans une proportion plus élevée. En augmentant K_1 , le gradient de pression diminue. Par conséquent, l'échange de fluide entre les deux milieux est moins important, ainsi la contribution des deux premières ondes P1 et P2 est moindre. Ce qui explique la réduction de leurs vitesses. Cependant, en sachant que le squelette de la phase 1 est l'élément principal contribuant à la propagation de la troisième onde, la vitesse de cette dernière augmente légèrement avec une forte dépendance de la fréquence. K_1 n'a aucun effet sur V_S .

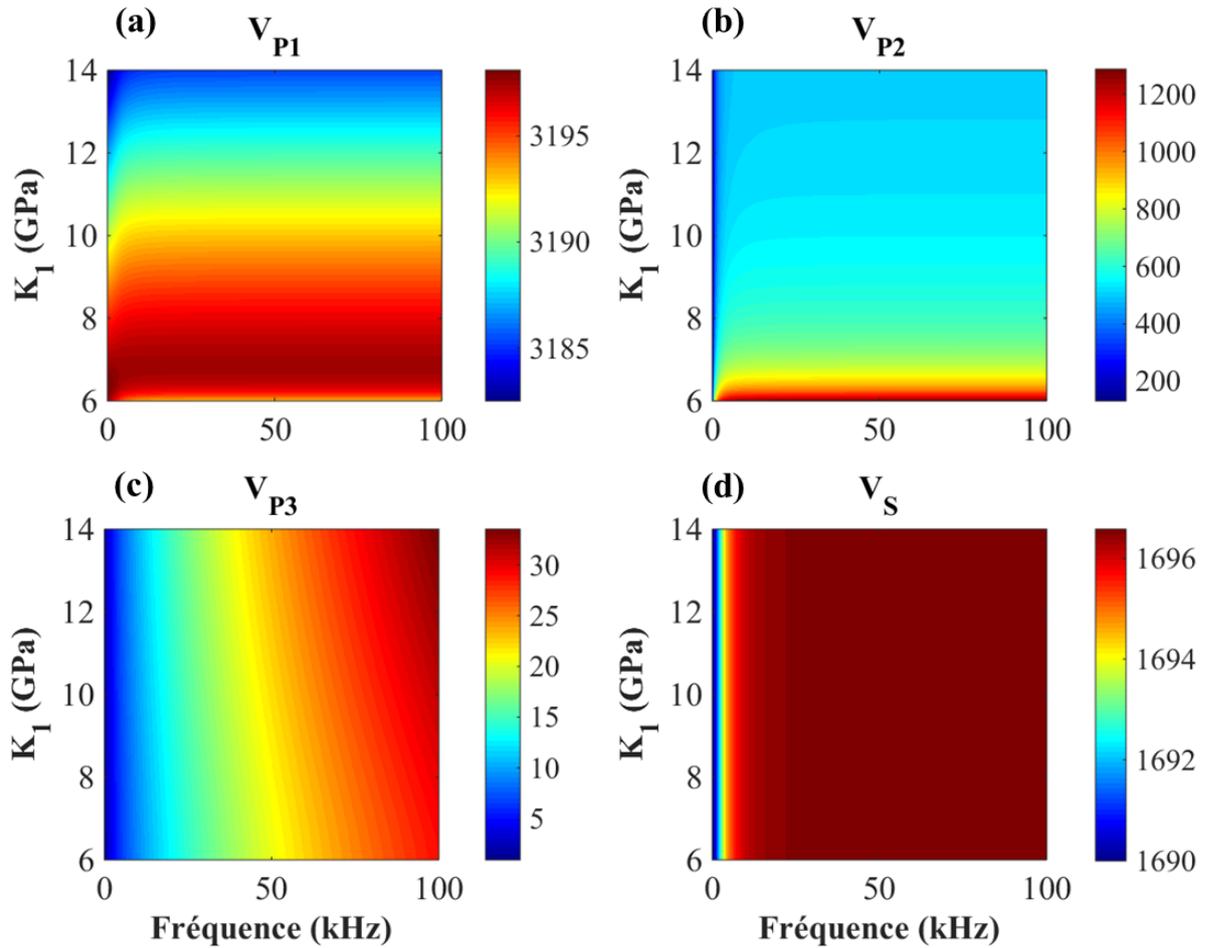


Figure 2. 17 : Vitesses des ondes de compression V_{P1} (a), V_{P2} (b), V_{P3} (c) et de cisaillement V_S (d) dans le plan fréquence-module d'incompressibilité K_1 . (La barre des couleurs est en m/s).

La variation du module d'incompressibilité du squelette sec de la phase 1 n'a quasiment pas d'effet sur les atténuations (Figure 2. 18). Notons, en outre, une légère croissance au niveau des basses fréquences avec K_1 (Figure 2. 18 a). Celle-ci peut être expliquée par les mouvements différentiels entre le fluide et le solide qui augmente avec K_1 , engendrant des différences de phase par effets d'inertie. Ce qui entraîne, par conséquent, une dissipation d'énergie plus prononcée, ainsi une grande atténuation. La Figure 2. 19 montre une variation fréquentielle du coefficient de transmission en fonction de K_1 . Plus celle-ci est grande, plus la largeur des pics est grande (même effet pour la microporosité).

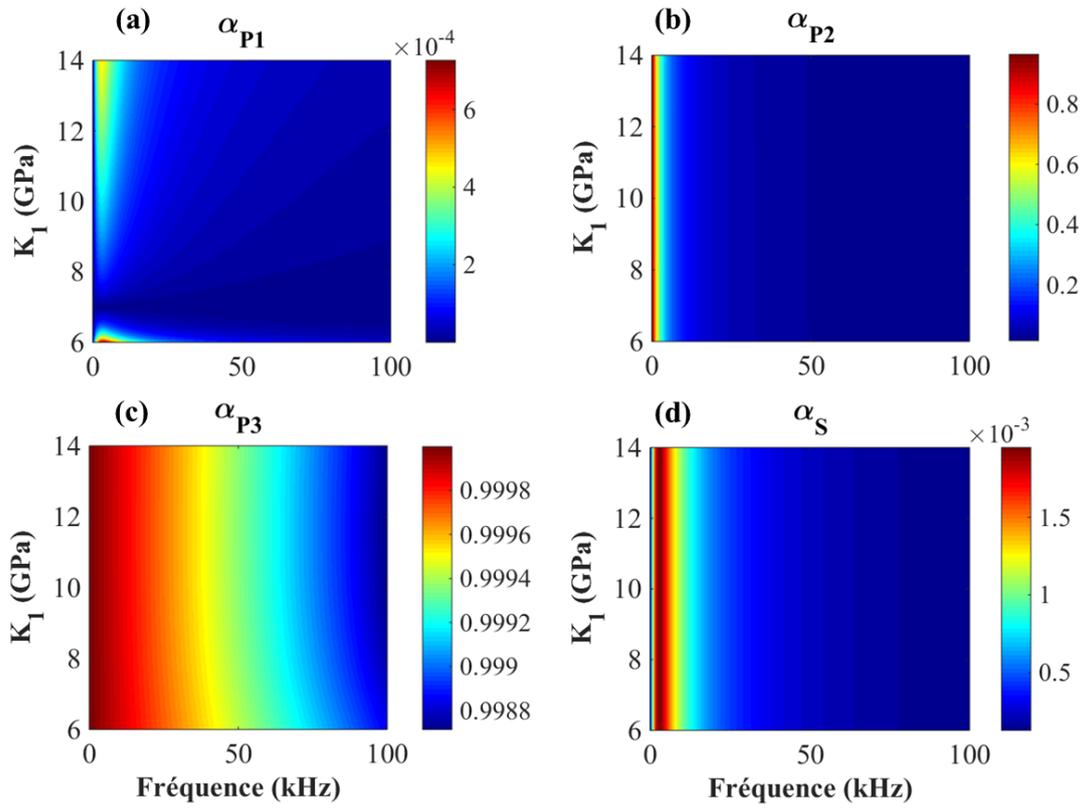


Figure 2. 18 : Atténuations des ondes de compression V_{P1} (a), V_{P2} (b), V_{P3} (c) et de cisaillement V_S (d) dans le plan fréquence - module d'incompressibilité K_1 .

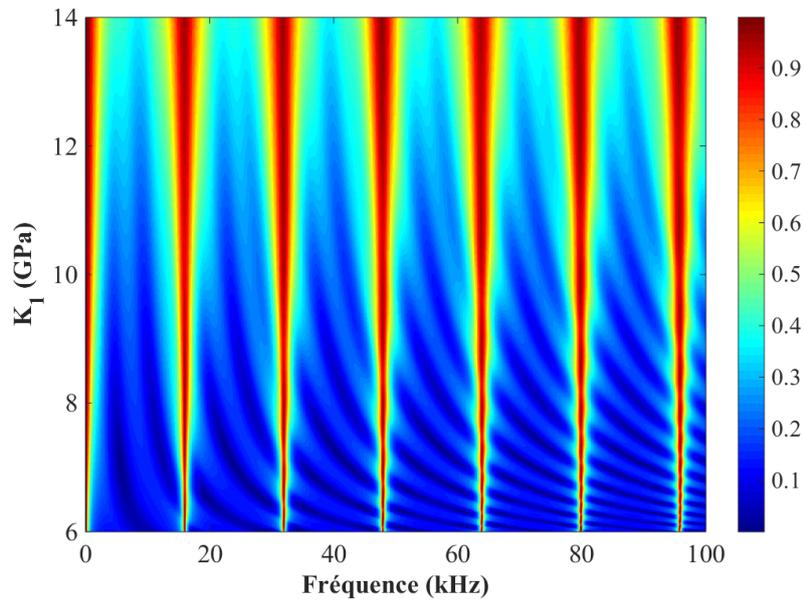


Figure 2. 19: Transmission à incidence normale des ondes dans le plan fréquence - module d'incompressibilité K_1 .

2.12.4 Effet de la perméabilité de la phase 1 (k_{11})

Nous présentons l'effet de la variation de la perméabilité intragranulaire sur les vitesses (Figure 2. 20), sur l'atténuation (Figure 2. 21) et sur le coefficient de transmission (Figure 2. 22). On remarque que les vitesses correspondantes aux quatre ondes se propageant dans le milieu augmentent avec k_{11} . Cette croissance est d'autant plus marquée en haute fréquence. Cependant, la variation est très prononcée (470 m/s de plus par rapport à la valeur initiale) pour la vitesse de la troisième onde de compression V_{P3} . Ceci est expliqué par le fait que cette dernière est due au couplage entre le fluide des micropores et le solide.

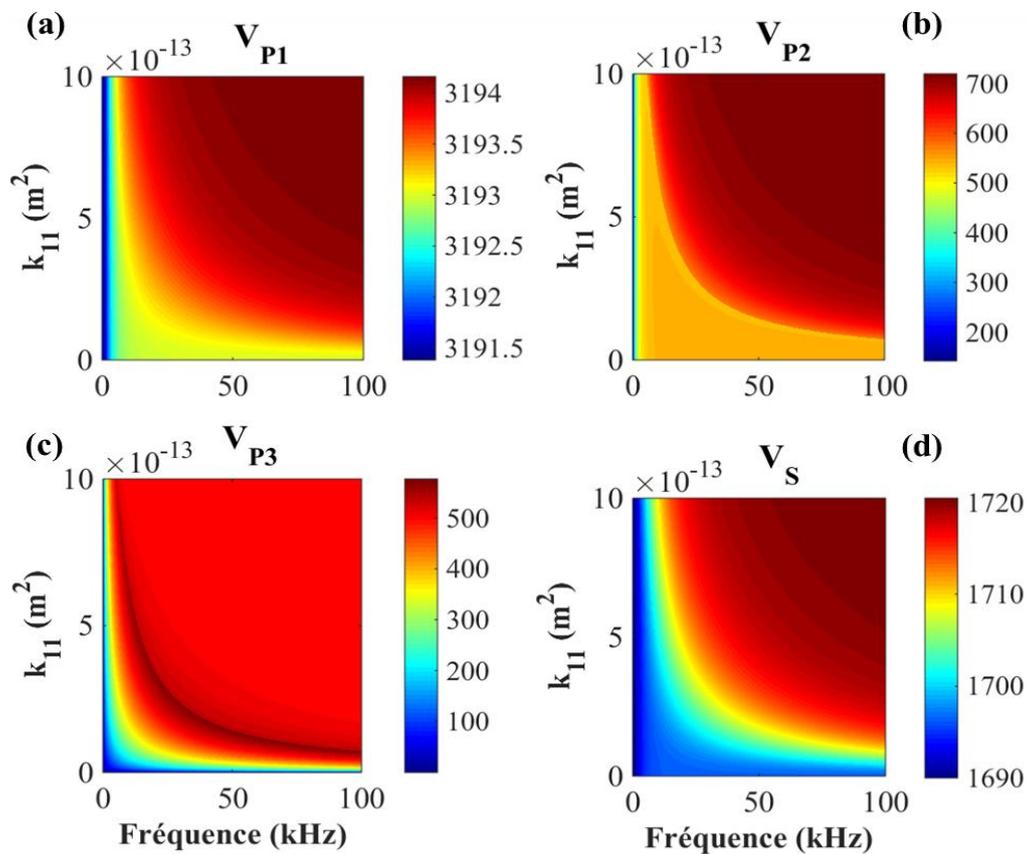


Figure 2. 20: Vitesses des ondes de compression V_{P1} (a), V_{P2} (b), V_{P3} (c) et de cisaillement V_S (d) dans le plan fréquence-perméabilité k_{11} . (La barre des couleurs est en m/s).

Les courbes de la Figure 2. 21 permettent d'analyser l'effet de la perméabilité k_{11} sur les atténuations des quatre ondes. En effet, comme pour la vitesse, k_{11} affecte principalement la troisième onde de compression (Figure 2. 21 c). L'atténuation α_{P3} diminue avec l'augmentation de la perméabilité k_{11} à partir de $f = 10$ kHz. L'augmentation de la

perméabilité facilite le mouvement du fluide dans les macropores. Ainsi le couplage empêchant les mouvements différentiels entre le fluide et le solide est plus important. La dissipation est donc moindre.

L'effet sur les atténuations étant très faible. La transmission totale à travers le milieu n'est quasiment pas affectée par la variation de k_{11} (Figure 2. 22).

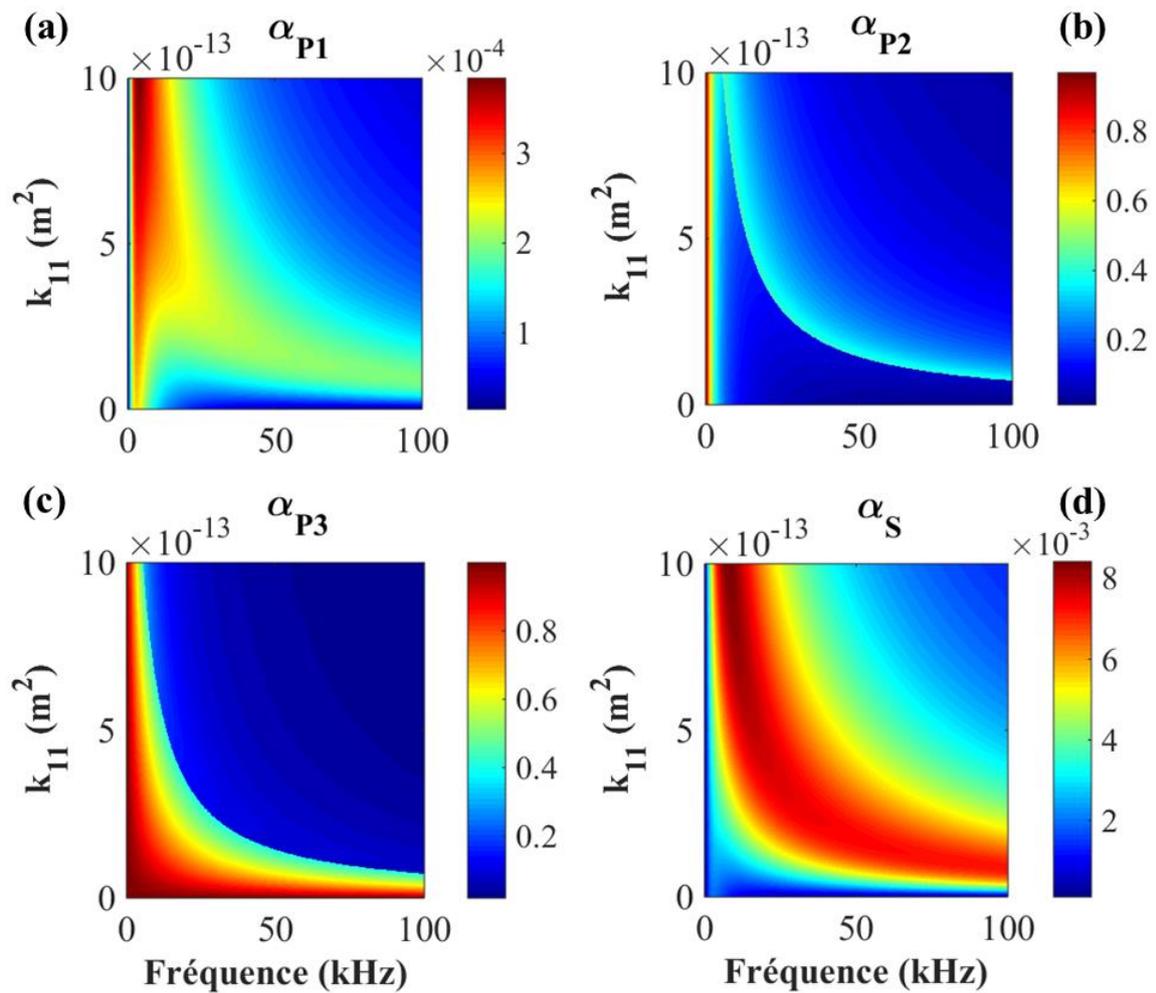


Figure 2. 21: Atténuations des ondes de compression VP1 (a), VP2 (b), VP3 (c) et de cisaillement V_S (d) dans le plan fréquence-perméabilité k_{11} .

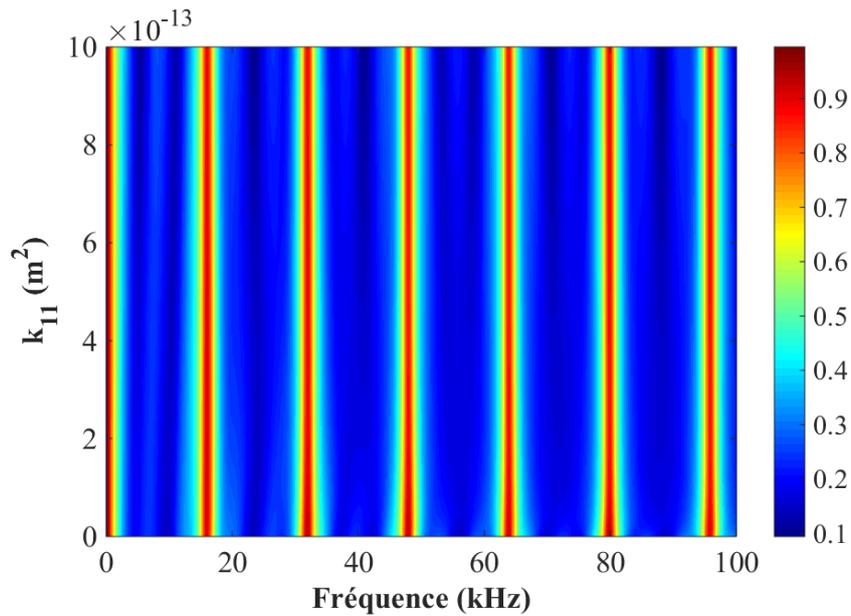


Figure 2. 22: Transmission à incidence normale des ondes dans le plan fréquence-perméabilité k_{11} .

Des considérations précédentes, on peut conclure que la variation de chaque paramètre affecte les propriétés acoustiques. Cependant, l'influence diffère d'un paramètre à un autre. Par exemple, une influence très marquée de la microporosité sur l'onde de compression rapide et l'onde de cisaillement. Remarquons en outre, l'absence d'effets sur le comportement de la deuxième onde de compression. Le module d'incompressibilité du squelette sec de la phase 1 (K_1) et la porosité intergranulaire influent spécialement sur la deuxième onde de compression. La variation de la perméabilité des micropores (k_{11}) affecte principalement la troisième onde de compression. Ce qui se comprend aisément, vu que la propagation de cette onde est due au couplage du fluide dans les macropores au solide.

2.13 Conclusion

Compte tenu des conditions aux limites des pores ouverts pour une couche poroélastique à double porosité, des formes factorisées pour les coefficients de réflexion et de transmission ont été trouvées, exposant clairement la manière dont (i) chacune des trois ondes de dilatation est associée à l'onde de cisaillement, (ii) les deux phases fluides participent. L'intérêt d'utiliser ces formes réside dans la simplicité pour expliquer les particularités des courbes de dispersion, par exemple, la distinction entre les branches symétriques et antisymétriques des modes de vibration, les fréquences de coupure, les approximations basse fréquence...

Les résultats numériques sont effectués pour une couche du Berea sandstone saturée d'eau. Les vitesses de phase et les atténuations des ondes de dilatation et de cisaillement sont calculées. Les courbes de dispersion obtenues à partir de l'étude des coefficients de réflexion et de transmission montrent des particularités concernant les modes fondamentaux : absence totale du mode antisymétrique et présence partielle du mode symétrique uniquement à basse fréquence. Ces résultats contrastent avec ceux obtenus pour une couche élastique classique ou même une couche de simple porosité.

L'étude présentée dans ce chapitre peut être généralisée à des milieux tels que les solides à double porosité saturés par deux fluides visqueux non miscibles (Tuncay et al., 1997). Cela peut également être intéressant en tant que première approche pour comprendre le comportement acoustique des os spongieux qui sont un milieu composé d'un os trabéculaire (milieu à porosité multiple) rempli de moelle osseuse (Fujita et al., 2013).

L'étude paramétrique sur les propriétés acoustiques a mis en évidence l'importance de chacun des paramètres mécaniques constituant le milieu à double porosité. En effet, il est difficile de lier un paramètre à une mesure ultrasonore. D'après les résultats, cette dernière peut être influencée par plusieurs paramètres à la fois. En sachant que les dissipations provoquant l'atténuation, considérées dans la théorie de Biot, sont les mouvements différentiels (mouvement du fluide par rapport au solide) et non le mouvement absolu du fluide. Cela ne fait que confirmer le fait que les propriétés acoustiques dépendent d'une combinaison de paramètres. Cependant, comme nous l'avons constaté, certaines propriétés sont plus sensibles à certains paramètres. C'est pourquoi, cela permettra par la suite, d'accéder à des paramètres mécaniques par le biais de mesures ultrasonores sur les propriétés les plus affectées par ces paramètres.

Partie B : Méthode non destructive et évaluation destructive de la filtration

Introduction à la partie B

Cette partie comporte la combinaison des deux méthodes expérimentales utilisées : destructive et non destructive. La caractérisation acoustique du colmatage des deux matériaux granulaires précédemment décrits est l'objectif de cette partie. Ainsi, il est très important de comprendre le processus du dépôt de particules pouvant provoquer un colmatage par la méthode destructive, et ses différentes applications.

La présence des macropores et micropores jouent des rôles différents dans la déformation des milieux poreux soumis à des sollicitations mécaniques et/ou hydriques ainsi que dans les transferts de solutés ou de matières en suspension. Ceci a été confirmé par Toran et Palumbo (1992), qui ont réalisé des expériences sur un milieu à simple porosité constitué de grains de sable. En y rajoutant des petits tubes, ce milieu est considéré à double porosité (le réseau créé par l'ensemble des tubes constitue des fractures). Ils ont constaté que les particules transportées empruntent des chemins préférentiels par rapport à un sable seul, ceci a été indiqué une diminution du facteur de retard des courbes de restitution. Niehren et Kinzelbach (1998) ont réalisé des traçages avec des suspensions de colloïdes et d'un traceur dissous, dans un milieu poreux constitué de sable entrecoupé de micro-cylindres de petits diamètres, et ont montré que, la macroporosité était la seule accessible aux deux traceurs, lorsque la vitesse d'écoulement est grande. En effet, le faible temps de séjour n'a pas permis les interactions des injections avec les grains du milieu. Toutefois, Les résultats avec de faibles vitesses d'écoulement, montrent un temps de retard de la courbe de restitution du traceur dissous, par rapport à celle des colloïdes. Ceci a été expliqué par la capacité de diffusion du traceur dissous dans la zone d'eau immobile, où les vitesses de circulation sont plus lentes. La différence entre le comportement de transport des colloïdes et celui du traceur dissous est un indicateur des chemins d'écoulement préférentiels. A cause de leur taille et leur faible coefficient de diffusion comparé au traceur dissous, les colloïdes peuvent être exclus d'une partie de la porosité du milieu poreux et suivent des chemins moins tortueux pour arriver plus vite à la sortie du milieu poreux.

Martin (2000) a mis en évidence deux comportements différents de transfert d'un traceur dissous et des colloïdes dans un milieu à double porosité (Tobermorite). Le temps de transfert du traceur dissous était supérieur à celui des colloïdes. En effet, la petite taille des molécules du traceur dissous leur permet l'accès à la microporosité du milieu, contrairement aux colloïdes, qui à cause de leur grande taille, ne sont pas transportées par la microporosité. De ce fait, les proportions des deux types de porosité ont été caractérisées.

L'ensemble des études réalisées sur des milieux à simple porosité, transformés en double porosité par ajouts artificiels des hétérogénéités ont montré que l'écoulement est modifié par rapport à l'état initial. En effet, la fraction d'eau mobile diminue.

Des considérations précédentes, nous avons appliqué les ultrasons à la caractérisation du colmatage des milieux à double porosité. Pour cela, le lien existant entre les paramètres mécaniques du milieu et les propriétés acoustiques (confirmé également au chapitre 2), été un appui à notre étude. En effet, diverses études acoustiques ont été réalisées sur différents types de milieu poreux dans le but d'extraire certains paramètres poroélastiques et/ou élastiques (Fellah et al., 2007). Kohout et al., (2013) ont montré que les vitesses de propagation des ondes acoustiques dépendent inversement de la porosité du matériau. Basés sur la vitesse de l'onde de compression lente, la tortuosité a été déterminée à haute fréquence (Allard et al., 1994 ; Melon et Castagnède, 1995) et la perméabilité à basse fréquence (Fellah et al., 2004, 2007). Le passage des ondes à travers ce type de matériau permet également d'extraire certains paramètres poroélastiques et/ou élastiques (Jocker et Smeulders, 2009). Lauriks et al., (2005) ont utilisé des techniques de détermination des paramètres physiques et des propriétés élastiques du milieu poreux à haute fréquence. De ce fait, le couplage entre les méthodes d'injection et celles ultrasonores peut donc se faire aisément.

Dans cette partie, nous présentons dans un premier lieu, la méthode non destructive par le biais de plusieurs essais sur les deux matériaux poreux. Dans un second lieu, l'application de cette méthode combinée à la méthode destructive (décrite ci-dessus), à la caractérisation du colmatage, est traitée.

Chapitre 3 : Mesures ultrasonores en transmission et en réflexion sur des matériaux poreux granulaires

3.1 Introduction

Jusqu'à présent, nous avons développé un modèle analytique permettant de caractériser la propagation des ondes dans un milieu à double porosité. L'étude théorique des modes de vibration et l'étude paramétrique ont concerné un matériau consolidé appelé le grès de Berea (ou Berea Sandstone) dont nous maîtrisons les paramètres. Toutefois, les mesures ultrasonores ont été faites uniquement sur les matériaux granulaires décrits dans le chapitre 1. Les raisons sont multiples, dont voici les trois principales :

- (i) nous n'avons pas pu acquérir le grès de Berea sous quelque forme que ce soit.
- (ii) un des objectifs était la caractérisation de milieux granulaires ayant des grains de nature et de forme différentes, tels que le Robu et la Tobermorite dont les paramètres non complètement maîtrisés devant être précisés à l'aide de mesures expérimentales.
- (iii) l'étude du colmatage des pores dans des matériaux granulaires est traité au chapitre 4.

Ce chapitre porte sur les mesures ultrasonores de la propagation des ondes dans les deux milieux à double porosité : Robu et Tobermorite, et dans les billes de verre à simple porosité. L'objectif est de valider les résultats théoriques obtenus. Nous présentons, les signaux temporels impulsionnels transmis à travers la colonne remplie de matériaux, accompagnée d'une représentation spectrale obtenue par des transformées de Fourier en incidence normale et oblique. L'excitation impulsionnelle n'a pas permis l'accès aux différentes ondes se propageant dans le milieu. Néanmoins, l'onde de cisaillement dans les billes de verre a été détectée en incidence oblique. Ce n'était pas le cas pour les milieux à double porosité où la vitesse de cisaillement est très faible pour être observée, c'est pourquoi, nous avons opté pour l'excitation en quasi-harmonique, dans le but de détecter la propagation des quatre ondes se propageant dans un matériau à double porosité (l'exemple des billes de Robu a été étudié). Suite à cela, les vitesses expérimentales ont été comparées avec les vitesses théoriques (chapitre 1). L'écart relatif, entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées, se situe entre 1 et 2,5 %. Pour finir, nous avons introduit un coefficient de comparaison en transmission dans le but de considérer seulement le comportement des milieux poreux, et de négliger l'effet des plaques d'aluminium servant de support pour les grains. L'évolution des coefficients de comparaison en fonction de la fréquence a montré un bon accord entre la théorie et les expériences.

3.2 Dispositif expérimental

L'objet d'étude est un milieu à simple ou à double porosité préalablement saturé et contenu dans une colonne de dimension $10 \times 10 \times 45 \text{ cm}^3$. Le choix de ces dimensions est basé sur le fait que nous voulions étudier le colmatage en profondeur. La colonne est un caisson d'aluminium dont les parois font 2 mm d'épaisseur. Une telle épaisseur faible est choisie de façon à ne pas tenir compte de l'effet des plaques d'aluminium. La colonne est immergée dans une grande cuve remplie d'eau, et posée sur un support permettant de la maintenir horizontale et parallèle aux surfaces des transducteurs émetteurs et récepteurs. La Figure 3. 1 présente une vue de dessus du dispositif expérimental pour les études en réflexion et en transmission. Contrairement au dispositif expérimental développé par Bai (2016) qui était positionné verticalement, ce nouveau dispositif est équipé de deux systèmes de rotation permettant le réglage de la position des transducteurs. Le premier est une rotation dans le plan vertical (Oyz) appelé « le gîte », le deuxième est une rotation dans le plan horizontal (Oxz) permettant de varier l'angle d'incidence.

Puisque le colmatage ne se manifeste pas de la même manière le long d'une structure (à l'entrée, où la pression d'écoulement est élevée, il est plus important), un système permettant la translation de transducteurs le long de la colonne contenant les matériaux poreux (de l'entrée à la sortie de l'écoulement) a été mis en œuvre. Ce système de translation est lié au transducteur E de sorte qu'il puisse, en plus des deux types de rotation, traduire selon l'axe (Ox) parallèlement à la colonne. Le transducteur récepteur R1 est utilisé pour la réflexion, et R2 pour la transmission. Ces deux derniers ne traduisent pas suivant x et sont munis seulement des deux systèmes de rotation. La Figure 3. 2 est une configuration 3D de la Figure 3. 1 schématisant les différents axes. Trois études ont été réalisées, séparément, suivant les deux schémas : transmission et réflexion en impulsif, et réflexion en quasi-harmonique. Dans les deux premiers cas, un générateur Sofranel (modèle 5058 PR) délivre des impulsions d'amplitude 300V et de durée 200ns ; le signal de synchronisation de l'oscilloscope est également délivré par le générateur. L'impulsion électrique est envoyée au transducteur émetteur, qui la convertit en onde acoustique. Celle-ci, dans le milieu, se transforme en trois ou quatre ondes (cela dépend du type de milieu étudié), qui sont captées et converties de nouveau en un signal électrique par le transducteur récepteur. Les signaux reçus sont numérisés et moyennés sur 200 acquisitions par un oscilloscope numérique de marque Lecroy 9310 AL (400 MHz de bande passante). Ils sont ensuite stockés dans un ordinateur relié à l'oscilloscope. Dans le troisième cas (réflexion en quasi-harmonique), le générateur utilisé est

de marque HP 33120 A ayant une bande passante de 15 MHz, reliés au même oscilloscope décrit précédemment. Les transducteurs à immersion utilisés dans cette étude, ont un diamètre de 5 cm et une bande passante comprise entre 30 et 60 kHz, de fréquence centrale 44 kHz. Ils doivent être orientés avant le début de chaque essai. Le réglage du gîte et de la profondeur est important pour que les deux surfaces des transducteurs soient parallèles entre elles et parallèles au grand axe de la colonne afin de relever l'amplitude optimale du signal. L'angle d'incidence doit également être réglé dans le cas de l'incidence oblique. L'étude en transmission, ainsi qu'en réflexion, est réalisée indépendamment sur la colonne remplie des deux matériaux à double porosité (Robu et Tobermorite), des billes de verre de simple porosité, et sur la colonne remplie d'eau seulement. Cette dernière est prise comme référence pour pouvoir comparer les résultats expérimentaux avec les théoriques.

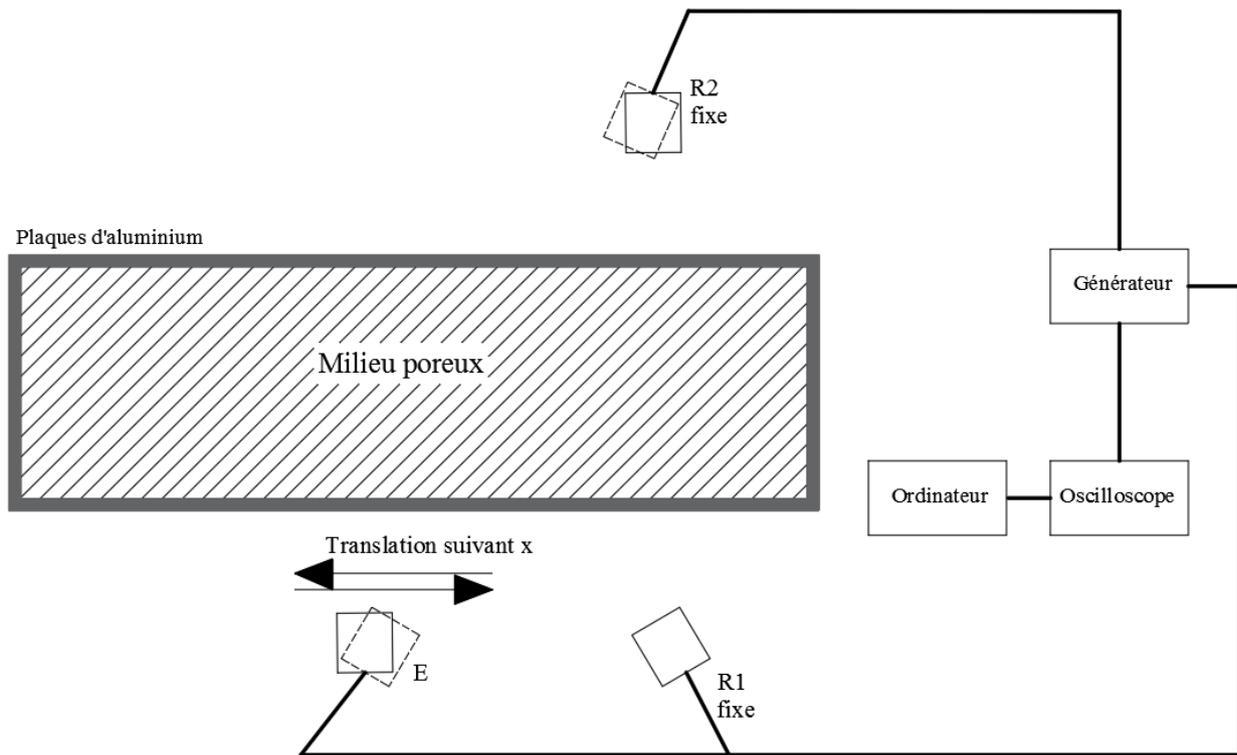


Figure 3. 1 : Configuration expérimentale de la transmission et de la réflexion.

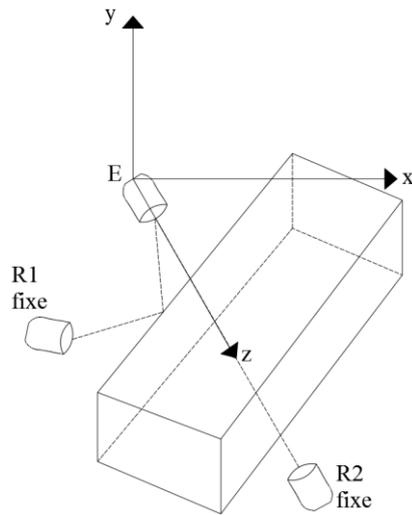


Figure 3. 2 : Schéma 3D du dispositif avec représentation des axes.

3.3 Acquisition des signaux

3.3.1 Réponse impulsionnelle (bande passante des transducteurs)

La réponse impulsionnelle de chaque transducteur a été relevée indépendamment en émission/réception sur une plaque d'aluminium, la réponse impulsionnelle de l'ensemble (émetteur/récepteur), quant à elle, est réalisée dans une configuration de type « bi-statique » (les deux transducteurs étant disposés face à face). En transmission et en incidence normale, les transducteurs E et R2 sont espacés de 18 cm. La réponse impulsionnelle de la chaîne de mesure est présentée sur la Figure 3. 3 (a). Sa représentation spectrale est donnée sur la Figure 3. 3 (b) indiquant la décomposition en fréquence du signal temporel, sa bande passante, et sa fréquence centrale. Comme nous l'avons souligné dans la section 3. 2, la bande passante des transducteurs utilisés est comprise entre 30 et 60 kHz avec une fréquence centrale de 44 kHz.

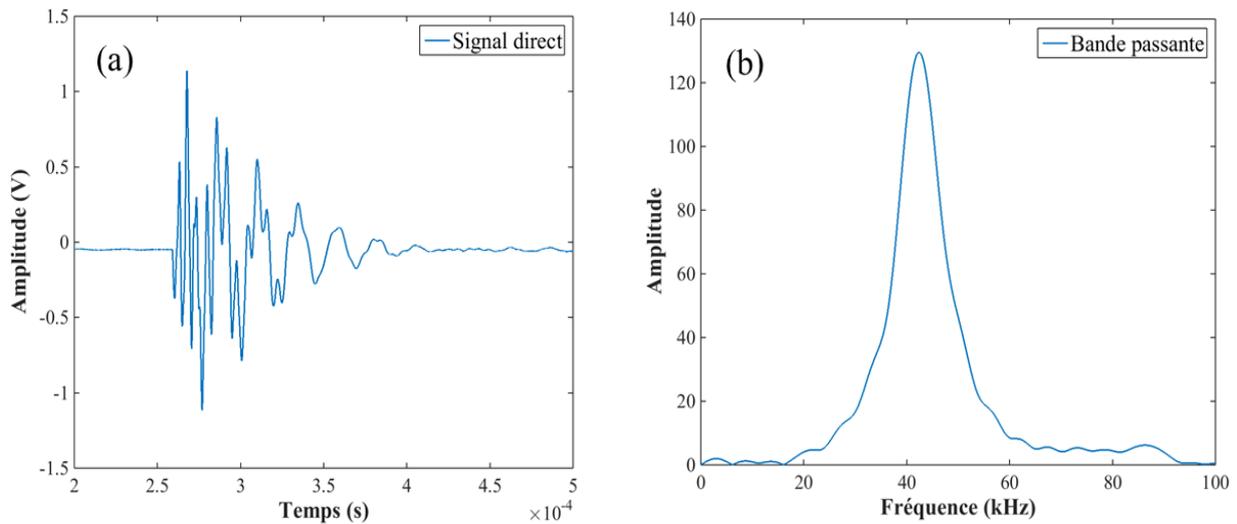


Figure 3. 3 : (a) Réponse impulsionnelle de la chaîne de mesure en incidence normale, (b) Transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle en incidence normale.

3.3.2 Signal transmis

Les transducteurs E et R2 sont positionnés en face à face. Entre les deux, la colonne remplie d'eau ou du milieu poreux, est disposée tel que son grand axe soit perpendiculaire à l'axe émetteur/récepteur. La distance totale entre l'émetteur et le récepteur est de 30 cm, comprenant la distance entre le transducteur E et la colonne (8.4 cm), entre le transducteur R2 et la colonne (11.5 cm) et la largeur de la colonne (10 cm). En incidence oblique, les deux transducteurs peuvent tourner selon le plan (Oxz). L'émetteur, quant à lui, peut translater suivant l'axe x, quel que soit l'incidence (Figure 3. 1). Le schéma de la transmission pour les incidences normale et oblique est représenté sur la Figure 3. 4.

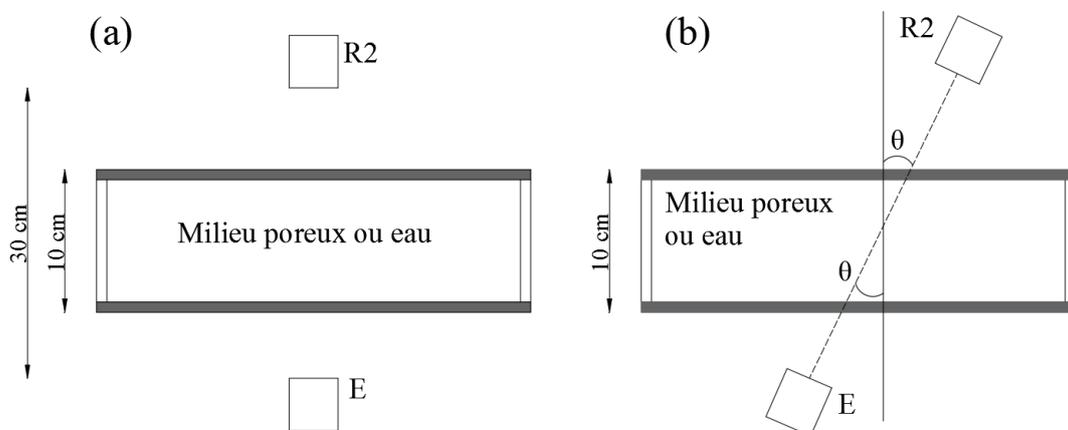


Figure 3. 4 : Représentation du dispositif expérimental de la transmission en incidence normale (a) et en incidence oblique (b)

3.3.3 Signal réfléchi

Les transducteurs E et R1 sont disposés côte à côte (Figure 3. 5). La distance verticale entre la colonne et les transducteurs est de 56 cm. Une telle distance a été choisie de façon à pouvoir atteindre un angle d'incidence de 25° . La procédure détaillée dans la section 4.3.2 est la même en réflexion.

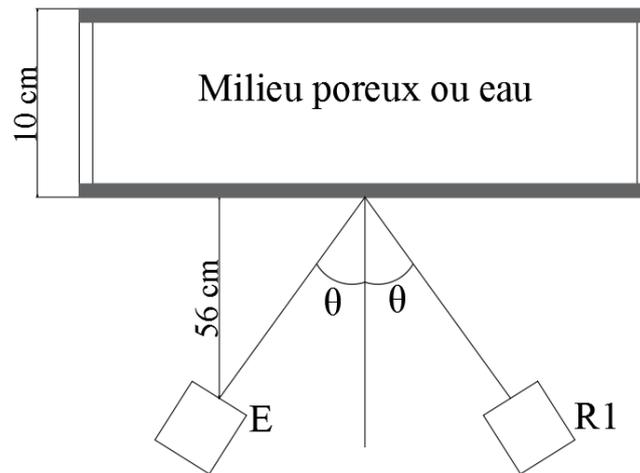


Figure 3. 5 : Représentation du dispositif expérimental pour la réflexion en incidence oblique

3.4 Transmission des ondes acoustiques

Le dispositif expérimental décrit précédemment permet de mesurer la transmission des ondes acoustiques à travers la colonne remplie d'eau, de Robu, de Tobermorite ou de billes de verre de simple porosité. La colonne remplie d'eau est prise comme référence pour comparer les résultats expérimentaux à la théorie (section 4.7). L'étude impulsionnelle permet de visualiser tous les signaux temporels transmis à travers la colonne durant une fenêtre temporelle choisie.

3.4.1 Incidence normale

La Figure 3. 6 présente les signaux temporels pour les trois matériaux étudiés et pour la colonne remplie d'eau (milieu référence) en incidence normale. Les signaux arrivent à des temps différents. Le premier écho qui traverse la colonne est considéré (tous les premiers échos se situent entre environ 150 et 300 microsecondes). Nous observons, respectivement, l'arrivée des échos correspondants aux billes de verre, au Robu et à la Tobermorite. Ces différents temps d'arrivée sont directement liés à la vitesse de propagation de la première

onde de compression. Cette différence entre les trois matériaux peut être expliquée par la porosité et la forme des grains de chaque matériau (Figure 3. 8). La variation du temps d'arrivée entre les trois matériaux et la colonne remplie d'eau est donnée sur le Tableau 3. 3 en fonction de la porosité. Lorsque la porosité est élevée, la variation de temps d'arrivée est faible, car on s'approche d'un milieu fluide.

Les signaux temporels étant relevés directement de l'oscilloscope (sans aucun traitement préalable), ils ne renseignent pas sur l'amplitude exacte du signal. C'est pourquoi, nous avons calculé les transformées de Fourier (FFT) des échos issus de chaque milieu en tenant compte des atténuations. La Figure 3. 7 représente la FFT des trois matériaux et du milieu référence. Les atténuations sont moindres lorsque l'impulsion traverse une colonne remplie d'eau uniquement, d'où l'amplitude élevée de sa FFT. La présence d'un solide ou d'un poreux engendre des pertes d'énergie et donc des atténuations importantes. La Tobermorite est la plus atténuée parmi les matériaux présentés, en raison de sa grande porosité ainsi que de la forme de ses grains.

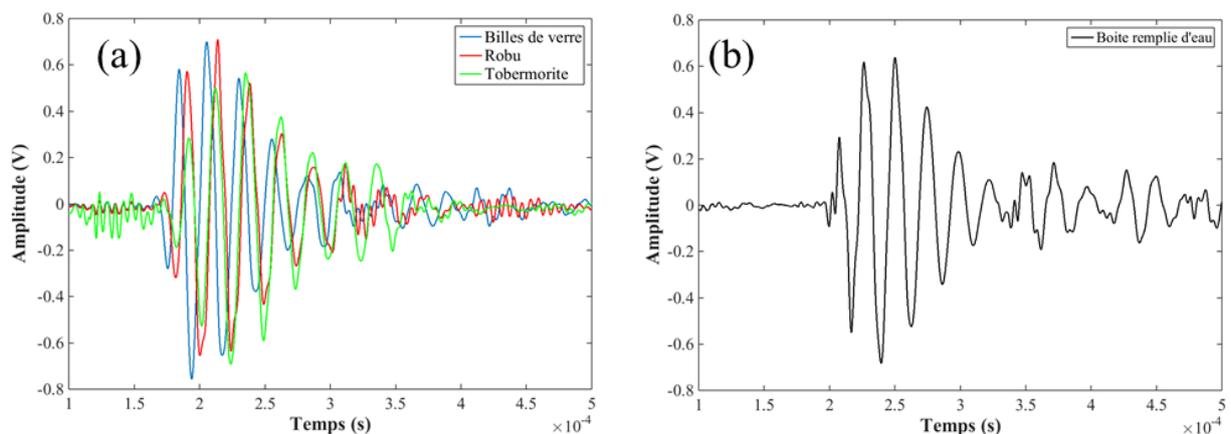


Figure 3. 6 : Réponse impulsionnelle transmise en incidence normale, pour les trois matériaux poreux (a) et pour le milieu de référence (b).

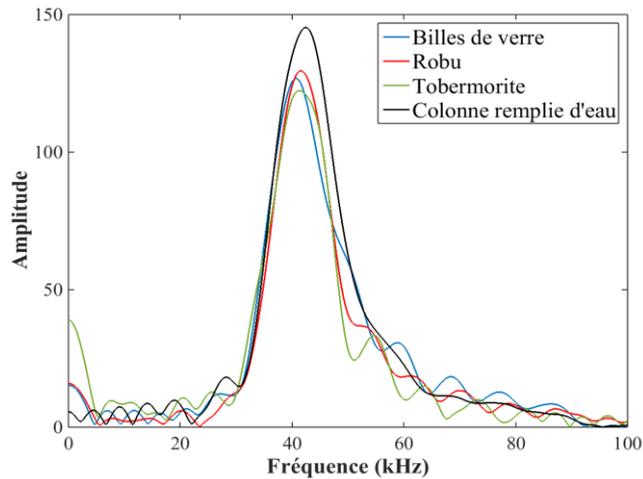


Figure 3. 7 : Représentation spectrale de la réponse impulsionnelle, en incidence normale, des trois matériaux poreux et du milieu référence.



Figure 3. 8 : (a) Un grain de Tobermorite, (b) un grain de Robu et (c) des grains des billes de verre.

Mesures \ Matériaux	Billes de verre	Robu	Tobermorite
$t_{\text{colonne vide}} - t_{\text{poreux}} \text{ (s)}$	2.51×10^{-5}	1.87×10^{-5}	1.68×10^{-5}
Porosité totale (%)	39	60	70

Tableau 3. 1 : Mesure de la variation du temps d'arrivée entre les trois matériaux et la colonne remplie d'eau en fonction de la porosité totale pour les trois matériaux poreux.

3.4.2 Incidence oblique

Dans le but de suivre l'évolution des signaux temporels en fonction de l'angle d'incidence, nous avons étudié les incidences de 0 à 25° par pas de 5°. On présente, sur la Figure 3. 9 les signaux temporels uniquement pour des angles d'incidences de 0, 10, 15 et 25° pour le Robu, la Tobermorite et pour les billes de verre à simple porosité. En dépit du grand diamètre des transducteurs, et en raison des dimensions de la colonne (45 cm de longueur), les bords de

cette dernière empêchent de faire des relevés pour des angles d'incidence supérieurs à 25°. On observe un décalage dans le temps, dû à l'augmentation de l'angle d'incidence. Les valeurs de ce décalage sont données dans le Tableau 3. 2.

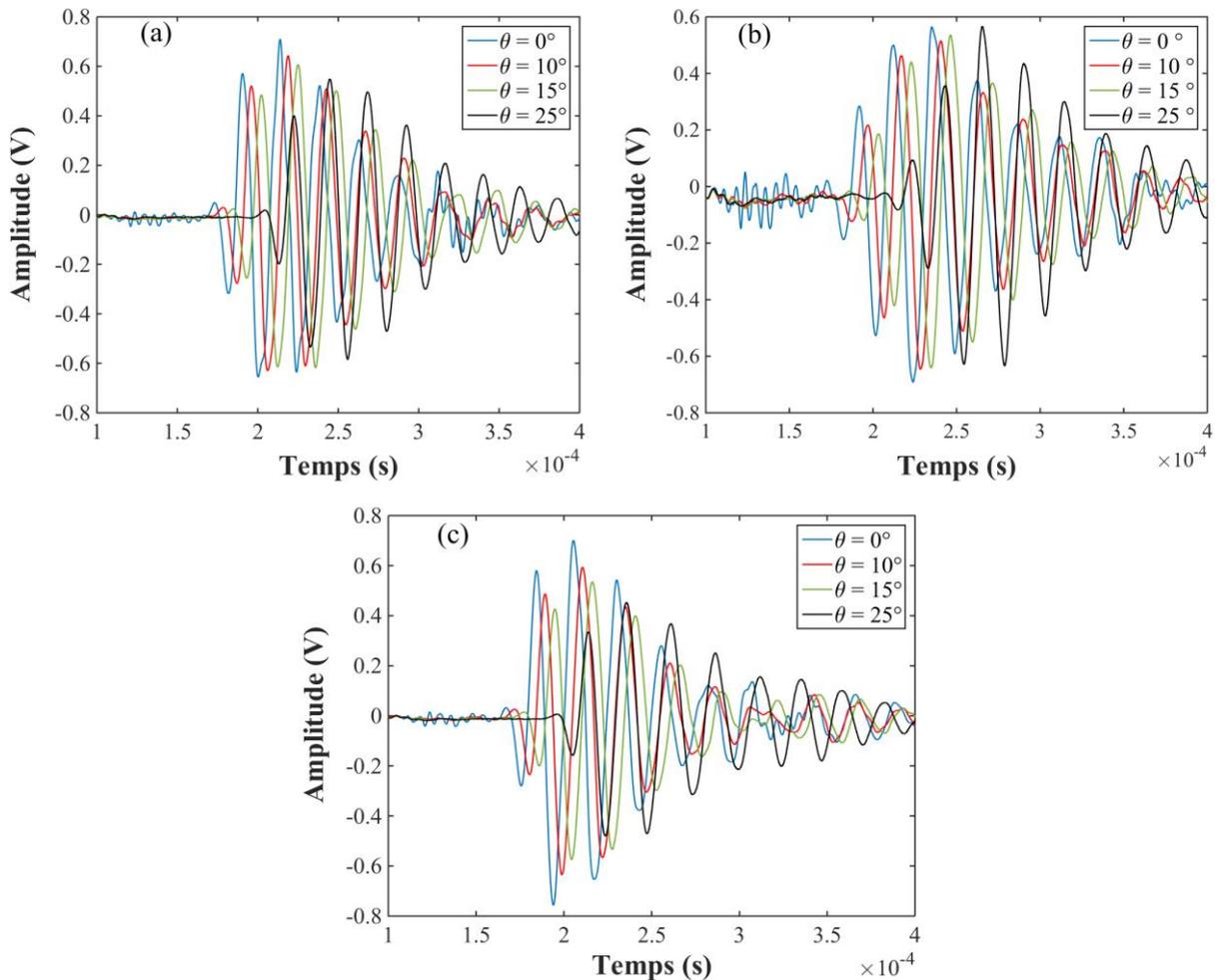


Figure 3. 9 : Réponse impulsionnelle, en transmission pour différents angles d'incidence, pour (a) Robu, (b) Tobermorite et (c) les billes de verre.

Matériaux	Angle d'incidence (°)	0	5	10	15	20	25
Robu	Temps d'arrivée (s) $\times 10^{-4}$	1.82	1.826	1.87	1.92	2.018	2.12
Tobermorite		1.825	1.827	1.875	1.946	2.032	2.149
Billes de verre		1.754	1.772	1.809	1.859	1.937	2.047

Tableau 3. 2 : Mesure des temps d'arrivée des signaux temporels en fonction de l'angle d'incidence pour les trois matériaux poreux.

3.4.3 Vitesses et atténuations des ondes longitudinales rapides

Le temps de vol des échos observés sur la Figure 3. 6 correspondent à la première onde de compression. Ce temps de vol permet de calculer la vitesse de propagation pour chaque matériau (Tableau 3. 3). La vitesse de l'eau est également vérifiée et est égale à 1478 m/s. La distance entre l'émetteur et le récepteur est de 30 cm (Figure 3. 4). L'atténuation a été calculée en utilisant la colonne remplie d'eau comme référence.

Mesures \ Matériaux	Billes de verre	Robu	Tobermorite
Porosité totale (%)	39	60	70
Vitesse (m/s)	2296.23	1710.37	1704.54
Atténuation (Np/cm)	0.0038	0.0045	0.0057

Tableau 3. 3 : Mesure des vitesses et des atténuations pour les trois matériaux poreux à une fréquence de 45 kHz.

3.5 Réflexion en quasi-harmonique

3.5.1 Signaux temporels en incidence oblique

Compte tenu des résultats de la réponse impulsionnelle qui offrent uniquement, par rapport au signal d'entrée, un signal de sortie ayant une certaine durée (résultats en annexe A), nous avons réalisés des essais en quasi-harmonique. Ceux-ci ont été réalisés sur un matériau à double porosité (Robu) dans le but d'extraire les vitesses, de suivre l'évolution des signaux temporels et leurs spectres pour différentes fréquences et angles d'incidence, de caractériser et détecter la présence des quatre ondes se propageant dans un matériau à double porosité. Le générateur impose un signal quasi-harmonique limité (10 pulses dans notre cas) pour une fréquence et un angle fixés. Celles-ci ont été choisies dans la bande passante des transducteurs : 35, 40, 45, 50, 55 et 60 kHz. Pour une fréquence fixe, les angles d'incidence valent 5, 10, 15, 20 et 25°. Pour chaque angle d'incidence, nous relevons les signaux temporels réfléchis pour les différentes fréquences indiqués précédemment. En se basant sur les lois de Snell-Descartes, l'angle de réflexion correspond à l'angle d'incidence. Nous définissons ainsi les distances inclinées séparant les transducteurs et la colonne. On note que la configuration expérimentale est la même qu'en impulsionnel. Contrairement à la réponse impulsionnelle qui permet d'obtenir un seul écho correspondant à l'onde de compression rapide, l'étude en quasi-harmonique permet la détection de plusieurs échos (Figure 3. 9,

Figure 3. 10 et Figure 3. 11). Chaque écho correspond à la propagation d'une ou plusieurs ondes dans le Robu. Pour une meilleure lisibilité, nous présentons trois cas seulement pour trois fréquences différentes (d'autres cas sont présentés dans l'annexe A). Pour chaque fréquence, deux angles d'incidence ont été présentés : un exemple du signal temporel réfléchi obtenu pour $f = 55 \text{ kHz}$ dans lequel les ondes sont clairement séparées (Figure 3. 10), le second et le dernier, pour $f = 45 \text{ kHz}$ et $f = 35 \text{ kHz}$ (Figure 3. 11) dans lesquels les ondes présentes sont mélangées, notamment pour les trois ondes de compression. En comparant les signaux de la Figure 3. 9 (a) à ceux de Figure 3. 9 (b), nous remarquons, que pour la même fréquence, l'angle d'incidence a un effet, quoique faiblement, uniquement sur l'amplitude de l'onde de cisaillement. Celle-ci augmente avec l'angle. Cet effet est plus prononcé pour $f = 35 \text{ kHz}$ (Figure 3. 11) et plus pour $f = 45 \text{ kHz}$ (Figure 3. 12). Pour un angle d'incidence fixe, la fréquence a également un effet sur les signaux temporels, l'amplitude étant plus élevée pour une fréquence proche de la fréquence centrale du transducteur (44 kHz). Sur la Figure 3. 10 (b), la propagation des quatre ondes dans le Robu a été plus ou moins détectable. En dépit de sa grande atténuation, la troisième onde longitudinale a été détectée. La présence de la deuxième et de la troisième onde longitudinale a été détectée seulement en haute fréquence ($f = 55 \text{ kHz}$). Ceci peut être expliqué par un terme appelé « profondeur de peau » (Bourbié et al., 1986). Celle-ci doit être beaucoup plus faible que le rayon d'accès des pores. En sachant qu'elle est inversement proportionnelle à la fréquence, cette dernière doit être suffisamment élevée pour observer les ondes lentes. Il ne faut pas négliger l'effet de l'angle incident. En effet, à $\theta = 5^\circ$, la 3^{ème} onde n'est pas tout à fait détectable et son amplitude est plus atténuée.

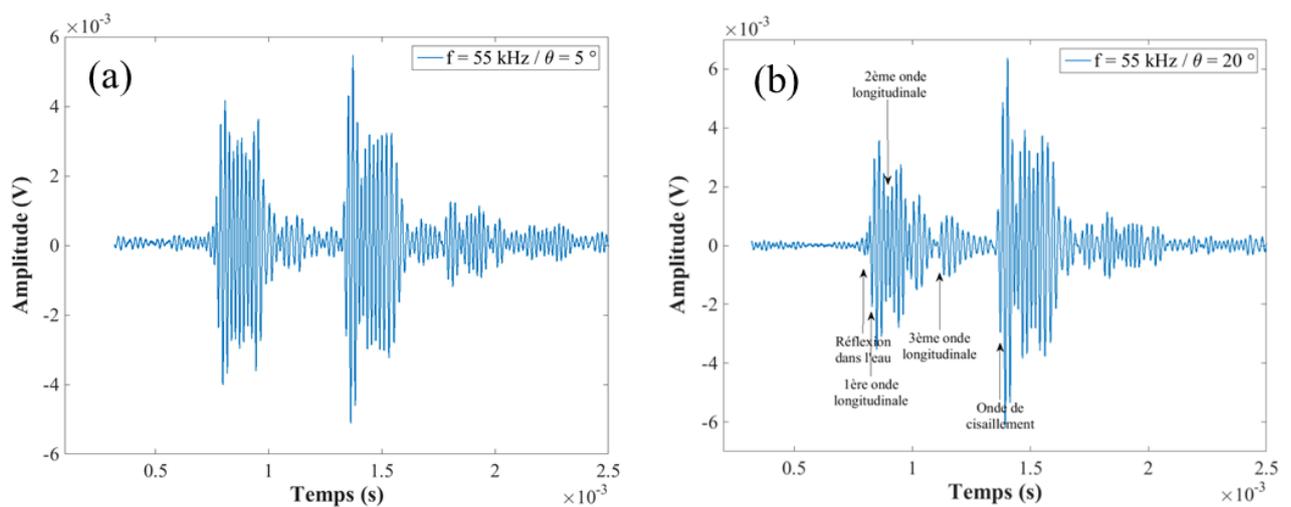


Figure 3. 10 : Signal temporel de la réflexion en quasi-harmonique pour $f = 55 \text{ kHz}$, $\theta = 5^\circ$ (a) et $\theta = 20^\circ$ (b).

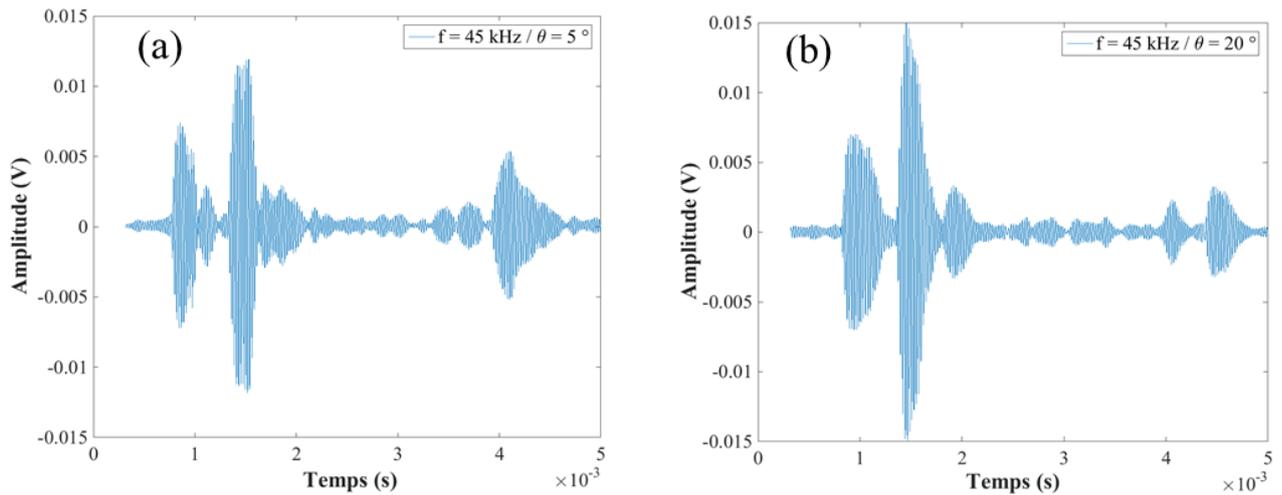


Figure 3. 11 : Signal temporel de la réflexion en quasi-harmonique pour $f = 45 \text{ kHz}$, $\theta = 5^\circ$ (a) et $\theta = 20^\circ$ (b).

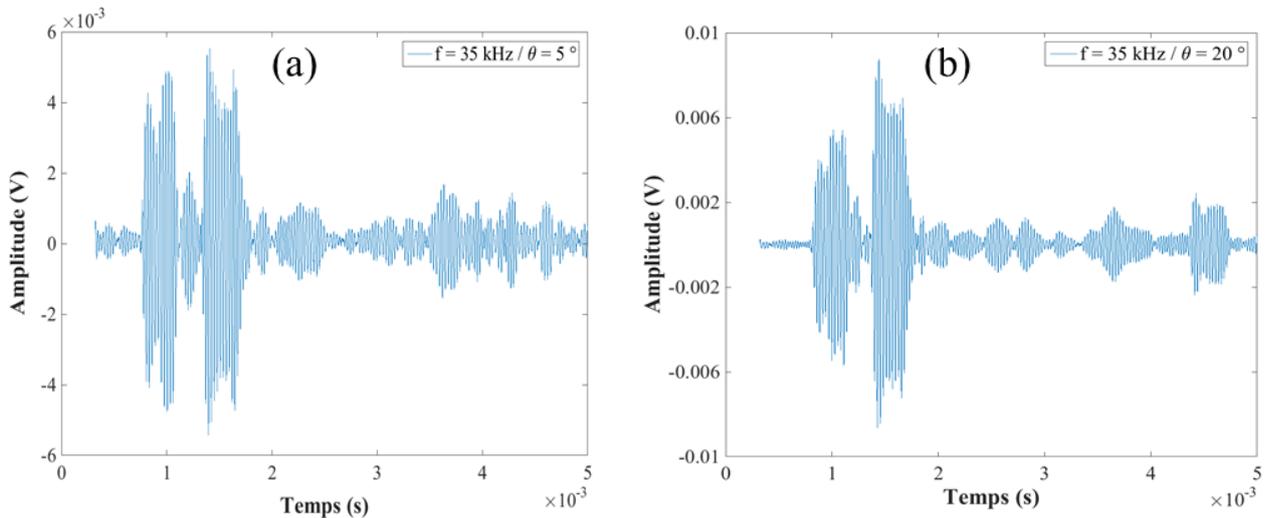


Figure 3. 12: Signal temporel de la réflexion en quasi-harmonique pour $f = 35 \text{ kHz}$, $\theta = 5^\circ$ (a) et $\theta = 20^\circ$ (b).

3.5.2 Vitesses de phase expérimentales et théoriques

Le temps de vol est déterminé à partir des signaux temporels présentés dans la section 4.5.1. Il n'a pas été évident de retrouver les temps correspondants à certaines ondes. En effet, pour certaines fréquences, les ondes se mélangent et leur séparation devient plus compliquée. C'est la raison pour laquelle, nous nous sommes basés sur les signaux présentant moins de mélange d'ondes (Figure 3. 10 b), pour estimer, dans un premier temps, les temps de vol correspondant à chaque onde. Suite à cette première estimation, nous avons pu relever les temps de vol pour

chaque fréquence et angle donnés. Toutefois, pour une meilleure lisibilité des résultats, seulement deux angles d'incidence sont présentés et les vitesses expérimentales sont comparées avec les vitesses théoriques (Figure 3. 13).

Sur la Figure 3. 10 (b), le premier écho correspond à la réflexion dans l'eau, l'onde incidente touche la colonne et est réfléchi, ce qui donne une vitesse égale à environ 1480 m/s qui correspond à la vitesse de propagation des ondes dans l'eau. La première onde longitudinale arrive avant la fin des pulsations correspondantes au signal dans l'eau. Il est difficile donc de relever le temps d'arrivée de cette onde. C'est pourquoi, nous avons utilisé les temps de vol en transmission pour définir la vitesse de l'onde longitudinale rapide. Les trois ondes restantes sont, par la suite, aisément définies et sont indiquées sur la Figure 3. 10 (b). Sur la Figure 3. 13, sont présentées les quatre vitesses de propagation dans le Robu en fonction de la fréquence pour deux angles d'incidence ($\theta = 10^\circ$ et $\theta = 20^\circ$). Théoriquement, l'angle d'incidence n'a aucun effet sur la variation fréquentielle des vitesses. Toutefois, en expérimental, nous observons quelques petites différences pour les deux angles définis. Ceci s'explique par le fait qu'en incidence normale, il est difficile d'observer les ondes lentes, d'autant plus que l'onde de cisaillement n'existe pas dans ce cas. De ce fait, on peut déduire que l'angle d'incidence affecte le temps d'arrivée des ondes réfléchies (ceci est confirmé dans le paragraphe suivant).

L'écart relatif entre les vitesses expérimentales et théoriques a été calculé en fonction de la fréquence pour les deux angles d'incidence $\theta = 10^\circ$ et $\theta = 20^\circ$, et est proposé en annexe A. Les écarts ne dépassent pas 1.5% pour les deux premières ondes de compression et l'onde de cisaillement, et 2.5% pour la troisième onde de compression. L'écart dépend aussi bien de la fréquence que de l'angle d'incidence. On constate que lorsqu'on s'approche de la fréquence centrale du transducteur (entre 40 et 45 kHz), pour les deux ondes longitudinales, l'écart est moindre. La mesure expérimentale est donc beaucoup plus proche de la valeur théorique (les vitesses sont fixes sur le domaine fréquentiel étudié expérimentalement (30 à 60 kHz)). Ceci est vrai pour la 3^{ème} onde longitudinale mais seulement pour $\theta = 10^\circ$. En effet, pour de très grandes et très faibles fréquences, l'écart est plus faible pour $\theta = 20^\circ$. Cependant, pour l'onde de cisaillement, l'écart est faible pour $f = 55 \text{ kHz}$ et $\theta = 20^\circ$. Ceci ne fait que renforcer (cf. section 4.6.1), les conclusions précédemment indiquées. En effet, pour une bonne détection de la 3^{ème} onde longitudinale ainsi que l'onde de cisaillement, nous devons se placer à haute fréquence avec un angle incident élevé, tandis que pour les deux premières ondes de

compression, choisir la bonne fréquence, et un angle d'incidence suffisant (dans le cas de la 2^{ème} onde) suffirait.

Il faut noter qu'en plus des considérations précédentes, les conditions expérimentales (la translation des transducteurs, le réglage manuel du gîte...) jouent un rôle important dans les mesures et peuvent également affecter les résultats. Toutefois, les écarts n'étant pas très élevés, nous pouvons confirmer la reproductibilité de notre protocole expérimental.

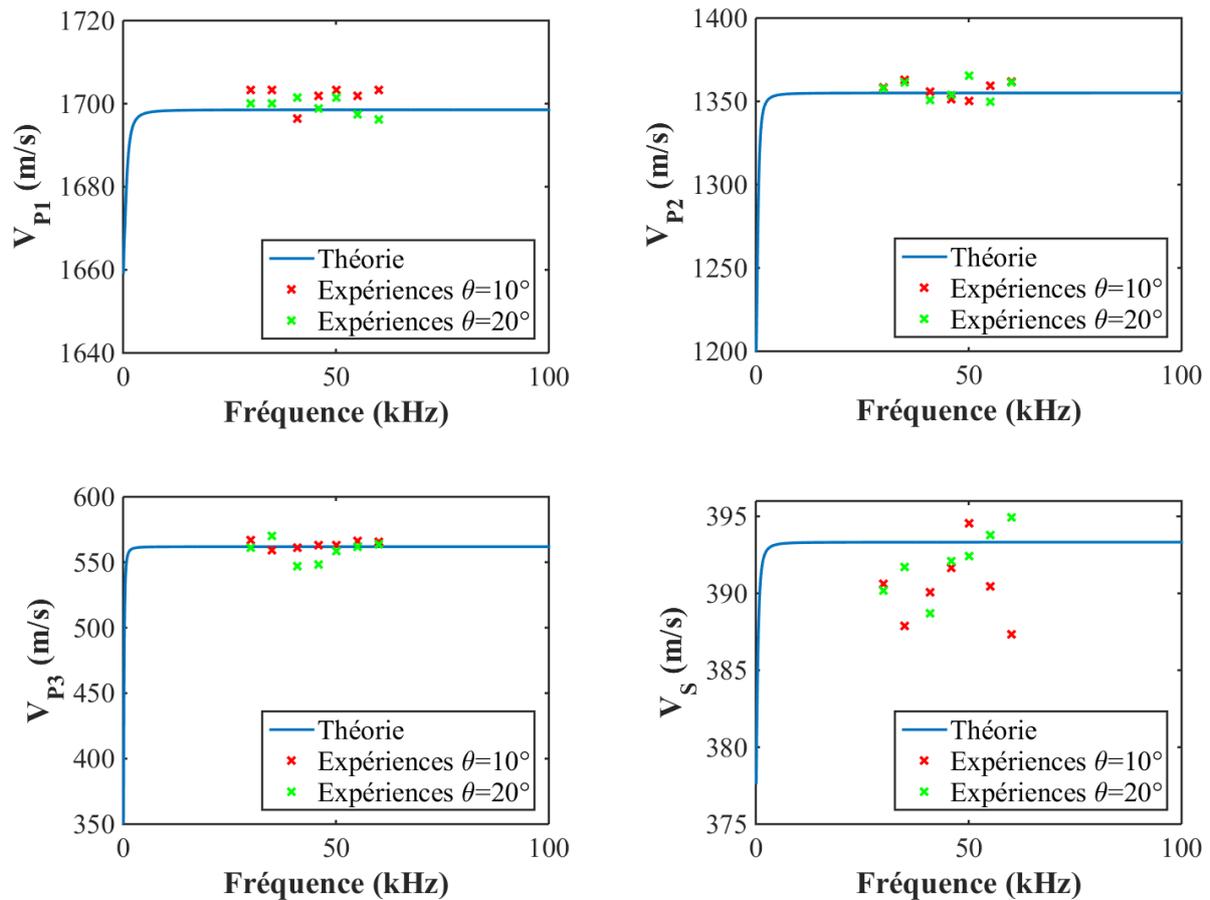


Figure 3.13 : Vitesses théoriques et expérimentales du Robu

3.6 Comparaison théorie / expériences

Pour ne pas tenir compte de l'effet des deux plaques d'aluminium qui maintiennent les matériaux granulaires dans la colonne, des coefficients de comparaison expérimentaux et théoriques ont été introduit. Ceux-ci, donnés par les équations 4.1 et 4.2 respectivement, ont servi de comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux pour les trois matériaux étudiés en incidence normale et en incidence oblique.

Il est défini, expérimentalement, comme étant le rapport de la FFT du signal temporel transmis à travers la colonne remplie de matériau poreux, et de la FFT de la colonne remplie d'eau seulement servant de référence. Théoriquement, il est calculé par le rapport du coefficient de transmission de la colonne remplie du milieu poreux et du coefficient de transmission de la colonne remplie d'eau.

$$C_{\text{exp}} = \frac{FFT(A_{\text{poreux}})}{FFT(A_0)} \quad (1)$$

$$C_{\text{théo}} = \frac{T_{\text{poreux}}}{T_0} \quad (2)$$

Le coefficient de comparaison est calculé à partir des FFT représentés sur la Figure 3. 7. Les FFT des signaux en incidence oblique (θ allant de 5° à 25° par pas de 5) sont également calculées mais on a représenté seulement les coefficients à $\theta = 10^\circ$ et $\theta = 25^\circ$.

La bande passante est entre 30 et 60 kHz. Les représentations sont entre 30 et 70 kHz.

Tous les coefficients de comparaison représentés dans ce qui suit, sont des représentations des signaux issus de la première onde de compression.

3.6.1 Incidence normale

La Figure 3. 14 (respectivement la Figure 3. 15) représente les coefficients de comparaison expérimentaux et théoriques, pour les deux matériaux à double porosité (respectivement pour les billes de verre à simple porosité) en incidence normale. Une bonne concordance théorie – expériences est observée. Toutefois, On note quelques petites différences : pour les deux matériaux à double porosité, et pour la plupart des fréquences, les pics théoriques sont plus grands par rapport aux pics expérimentaux. Cela est expliqué par le fait que les pertes d'énergie sont généralement plus significatives en expérience qu'en théorie. Ces pertes étant généralement dues aux forces de couplage fluide-solide, et au mouvement relatif du fluide par rapport au solide, la différence des pics est plus accentuée dans la Tobermorite que dans le Robu, contrairement aux billes de verre (Figure 3. 15), où les pics théoriques sont plus faibles. En effet, et en raison de la présence d'une simple porosité, les mouvements différentiels ne sont pas très grands comparés à un milieu présentant une double porosité, c'est pourquoi la différence entre pics théoriques et expérimentaux est faible. Contrairement aux modules de transmission, la valeur du coefficient de comparaison peut être supérieure ou inférieure à 1. En effet, la FFT des trois milieux poreux est inférieure à la FFT du milieu référence. Nous

nous attendons alors à un C_{exp} inférieur à 1. Cela est vrai pour la Tobermorite seulement (Figure 3. 14 b). Néanmoins, pour le Robu et les billes de verre, le coefficient de comparaison est supérieur à 1, car lors du traitement des signaux, plusieurs paramètres sont à prendre en considération, à savoir, l'atténuation du milieu étudié et du milieu de référence. Celles-ci ont été prises en compte durant les essais, de façon à ne pas atteindre la saturation des signaux. La largeur de bande qui est légèrement différente entre les milieux affecte également les résultats obtenus.

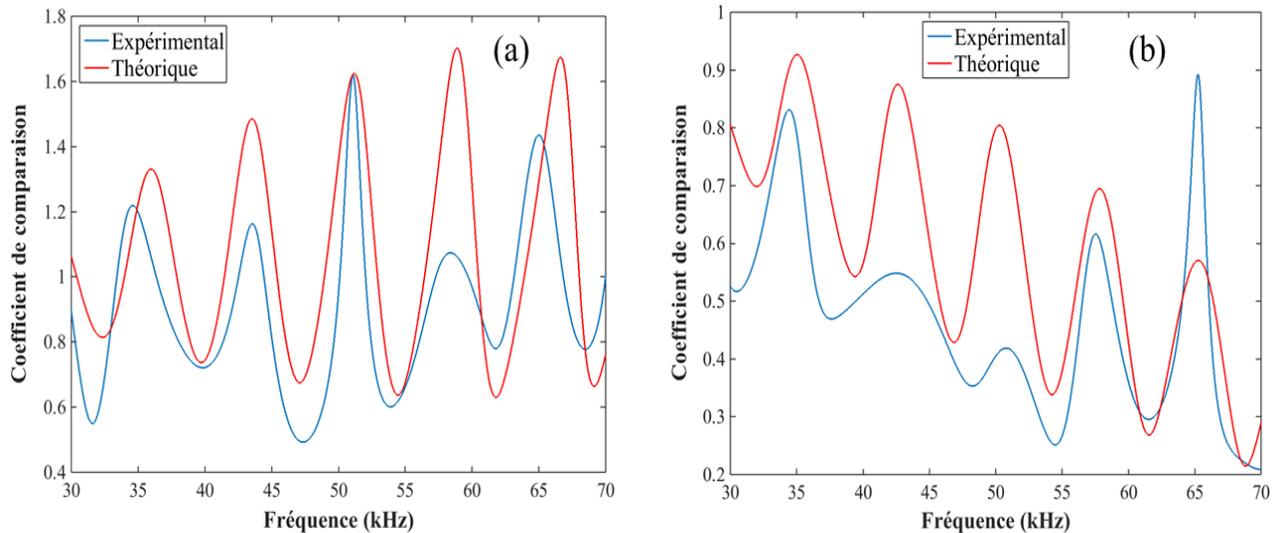


Figure 3. 14 : Coefficients de comparaison expérimental et théorique des deux matériaux à double porosité : Robu (a) et Tobermorite (b) en incidence normale.

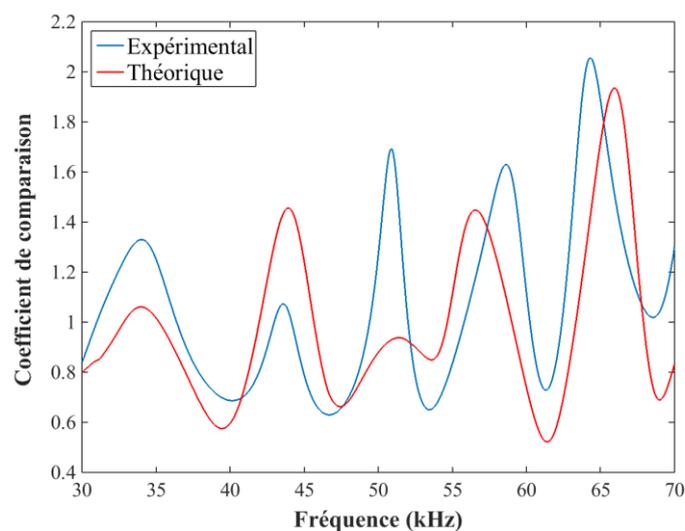


Figure 3. 15 : Coefficients de comparaison expérimental et théorique des billes de verre à simple porosité en incidence normale.

3.6.2 Incidence oblique à 10°

La Figure 3. 16 (respectivement la Figure 3. 17) représente les coefficients de comparaison expérimentaux et théoriques, pour les deux matériaux à double porosité (respectivement pour les billes de verre à simple porosité) pour un angle d'incidence $\theta = 10^\circ$. La position et la valeur des pics et des minimas des coefficients de comparaison sont légèrement décalées vers les hautes fréquences, par rapport à l'incidence normale. On remarque que la différence entre les pics théoriques et expérimentaux varie d'une fréquence à une autre, car en plus de la présence des micropores qui engendrent plus de pertes d'énergie, la forme du signal lui-même et la largeur de bande, ainsi que les paramètres des milieux poreux, peuvent affecter également la valeur des pics. Cependant, il y a un bon accord entre la théorie et les expériences concernant la position des pics.

Concernant les billes de verre (Figure 3. 17), des minimas très accentués apparaissent dans le coefficient de comparaison théorique. Ceux-ci sont dus à la propagation de l'onde de cisaillement favorisée par l'incidence oblique. Malgré l'absence de ces minimas accentués expérimentalement, nous présentons, sur la Figure 3. 20, les deux signaux temporels à $\theta = 0^\circ$ et à $\theta = 25^\circ$ qui confirme cette hypothèse. En effet, à $\theta = 25^\circ$, l'impulsion est élargie. Elle passe de 0.127 ms à 0.20 ms. De ce fait, nous déduisons la présence de l'onde de cisaillement qui se mélange avec l'onde de compression rapide.

La valeur de la vitesse de l'onde de cisaillement étant faible pour les deux matériaux à double porosité, ces minimas n'y sont pas observés.

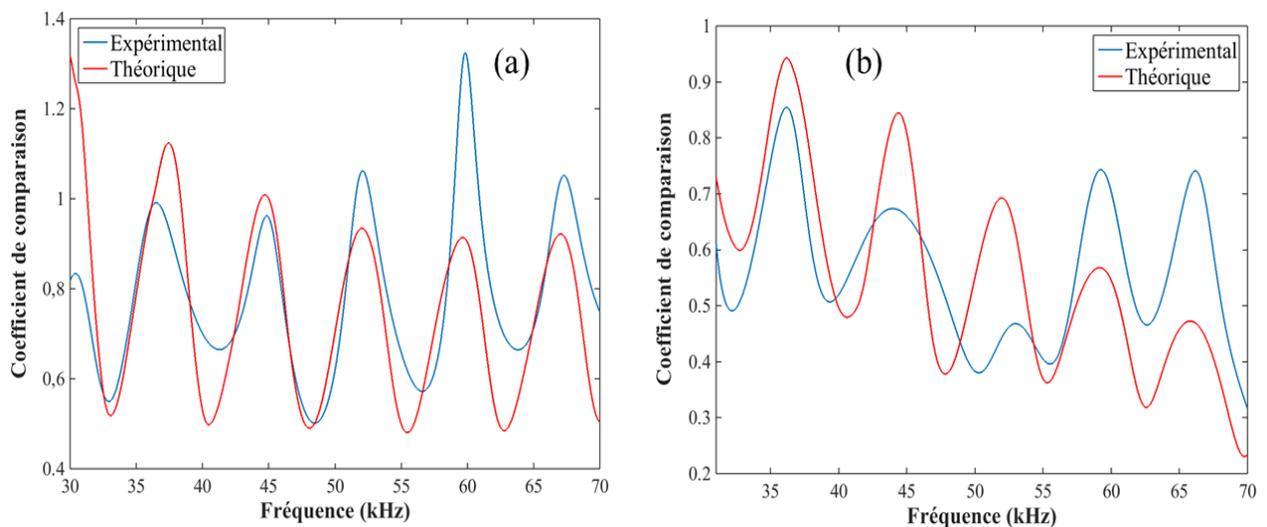


Figure 3. 16 : Coefficients de comparaison expérimental et théorique des deux matériaux à double porosité : Robu (a) et Tobermorite (b) pour $\theta = 10^\circ$.

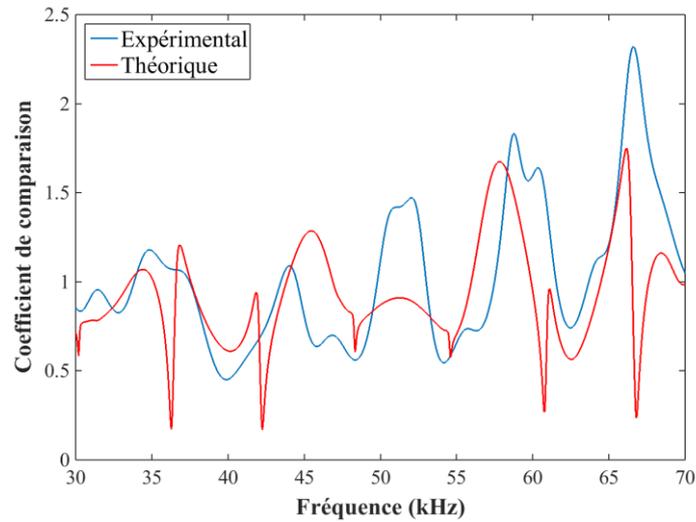


Figure 3. 17 : Coefficients de comparaison expérimental et théorique des billes de verre à simple porosité pour $\theta = 10^\circ$.

3.6.3 Incidence oblique à 25°

La Figure 3. 18 (respectivement la Figure 3. 19) représente les coefficients de comparaison expérimentaux et théoriques, pour les deux matériaux à double porosité (respectivement pour les billes de verre à simple porosité) pour un angle d'incidence $\theta = 25^\circ$. Le décalage des positions des pics vers les hautes fréquences est toujours observé avec l'augmentation de l'angle d'incidence. Ce décalage affecte la position de la valeur maximale des pics, qui n'est pas la même dans les trois configurations ($\theta = 0^\circ$, $\theta = 10^\circ$, $\theta = 25^\circ$).

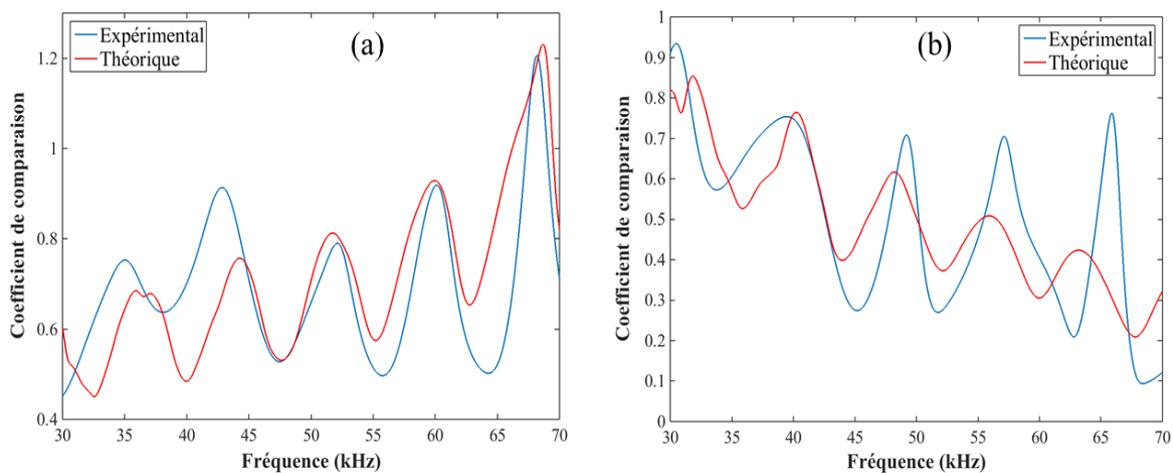


Figure 3. 18 : Coefficients de comparaison expérimental et théorique des deux matériaux à double porosité : Robu (a) et Tobermorite (b) pour $\theta = 25^\circ$.

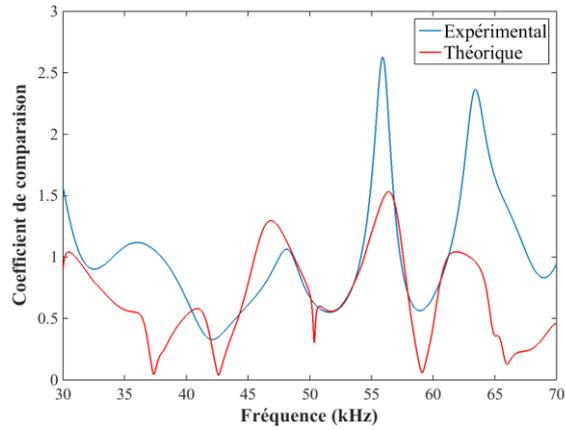


Figure 3. 19 : Coefficients de comparaison expérimental et théorique des billes de verre à simple porosité pour $\theta = 25^\circ$.

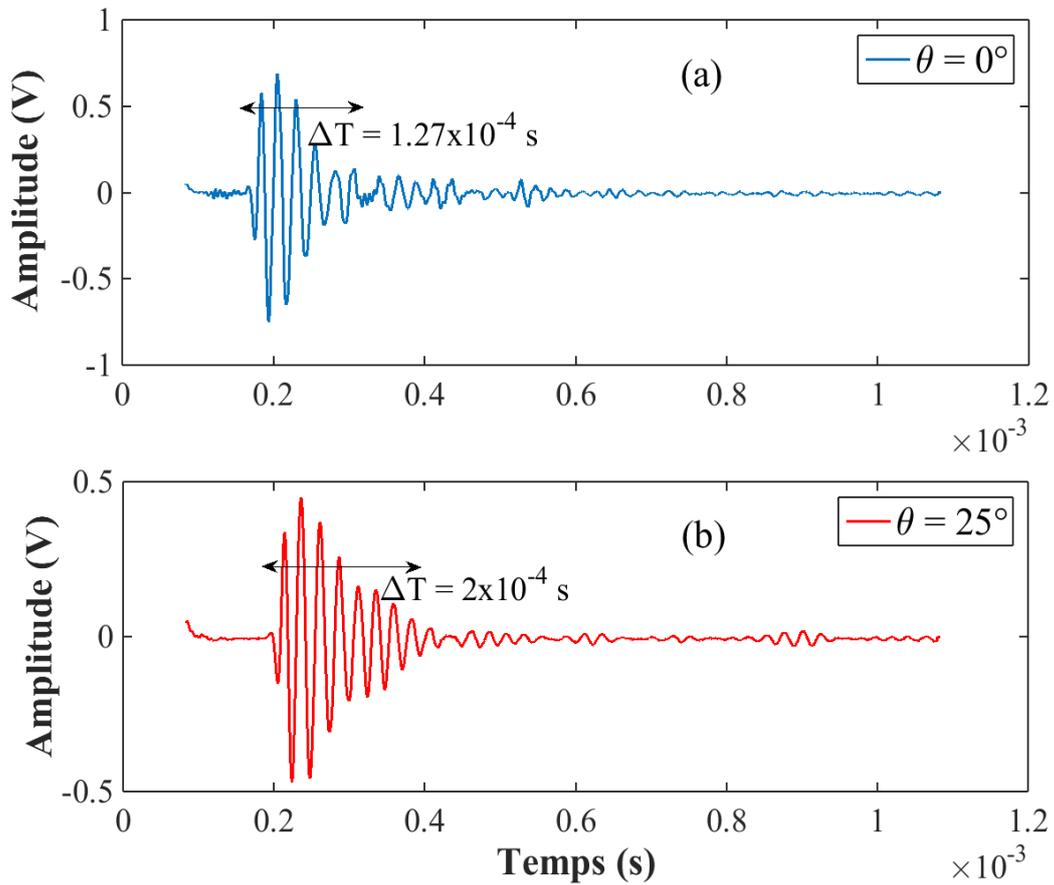


Figure 3. 20 : Réponse impulsionnelle en transmission à $\theta = 0^\circ$ (a) et à $\theta = 25^\circ$ (b) pour les billes de verre.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, l'ensemble des études a été réalisé sur deux matériaux granulaires à double porosité : Robu et Tobermorite, et des billes de verre à simple porosité : La première partie a concerné l'étude de la transmission en excitation impulsionnelle des ondes à travers les trois matériaux en incidence normale et en incidence oblique. Le premier écho transmis correspond uniquement à l'onde de compression rapide. Néanmoins, en incidence oblique, et seulement pour les billes de verre, la propagation de l'onde de cisaillement est également observée et détectée par un élargissement du premier écho dû à l'interférence des deux ondes. Pour les milieux à double porosité, l'onde de cisaillement n'est pas détectable en raison de sa faible valeur de vitesse. Les temps de vol ont été ainsi relevés en transmission, et les transformées de Fourier ont été calculées, dans le but d'estimer les vitesses et les atténuations expérimentales.

La deuxième partie a porté sur l'étude de la réflexion en quasi-harmonique. Pour chaque angle fixe, nous avons varié la fréquence. Les signaux temporels ont ainsi été relevés et ont montré un comportement acoustique riche d'informations. En effet, plusieurs échos ont été relevés à différents angles et différentes fréquences dans la bande passante des transducteurs. Certaines fréquences et angles présentent des interférences des ondes, ce qui a rendu plus compliqué leur observation. Les quatre ondes se propageant dans le Robu ont été clairement observées et distinguées. Leurs vitesses correspondent parfaitement aux vitesses théoriques, avec des écarts relatifs ne dépassant pas 2.5%. La troisième partie a consisté à comparer la transmission théorique à l'expérimentale par le biais d'un coefficient de comparaison. Les résultats de celui-ci ont montré un très bon accord théorie/expériences.

Les résultats de l'étude paramétrique (chapitre 2), accompagné de la comparaison théorie – expériences dans laquelle un bon accord a été observé, serviront, pour des perspectives, à accéder aux paramètres assez complexes caractérisant les matériaux à double porosité.

**Chapitre 4 : Confrontation entre
évaluation non destructive et
évaluation destructive du phénomène
de colmatage dans des milieux
granulaires à simple et double porosité**

4.1 Introduction

Le principe de la méthode de caractérisation d'un matériau par ultrasons consiste à l'exciter par une source vibratoire (un transducteur) qui transforme l'énergie électrique en énergie acoustique, et réciproquement. L'analyse, d'une part, des simulations numériques de la sensibilité des propriétés acoustiques aux paramètres mécaniques (cf. chapitre 2), et d'autres parts, des résultats expérimentaux (cf. chapitre 3) a conduit à une réflexion sur la sensibilité des méthodes ultrasonores vis-à-vis de la caractérisation du phénomène de colmatage subit par les milieux poreux traversés par une suspension de matières solides. Cette réflexion a été mise en place par deux techniques d'investigation destructive et non destructive. L'évaluation de ce dernier se fait généralement par le suivi de l'évolution du profil de dépôt le long de la maquette. La méthode la plus utilisée dans les laboratoires consiste à réaliser des injections d'écoulement turbide dans le milieu dans le but de suivre l'évolution du dépôt de particules fines dans les pores du matériau dans le temps et dans l'espace. La masse restituée à la sortie de la maquette est également déterminée par un turbidimètre. En effet, cette méthode est utilisée dans cette étude en complément avec une méthode d'évaluation ultrasonore de la présence des particules dans le milieu.

Ce chapitre est structuré comme suit : Premièrement, nous définissons brièvement les procédés de la filtration et du transport ainsi que les mécanismes du dépôt. Par la suite, nous décrivons les trois matériaux utilisés pour cette étude et les particules injectées. Enfin, en combinant les deux méthodes de caractérisation citées précédemment, des signaux acoustiques temporels transmis à travers la maquette avant et après certaines heures d'injection ont été relevés au cours des injections de la solution turbide en étant dans les mêmes conditions d'essai ($T = 18^{\circ}\text{C}$). La différence entre l'amplitude du signal avant et après injection permet de se renseigner sur le changement dans les caractéristiques mécaniques du milieu.

Dans un premier temps, les signaux temporels obtenus ont permis d'accéder à plusieurs propriétés acoustiques :

- L'énergie de l'ensemble du signal a été calculée et a été comparée au signal de référence (signal transmis avant injection de particules). Ceci a permis de tracer un profil acoustique comparable au profil de dépôt.
- En utilisant le temps de vol, les vitesses de propagation de l'onde de compression rapide ont été définies avant et pendant l'injection et comparées à celles obtenues théoriquement.

- Les atténuations des ondes ont été également définies par le calcul du spectre du signal transmis en utilisant la transformée de Fourier (FFT).

Dans un second temps, un lien entre les vitesses de phase et les porosités, et entre les variations de l'énergie et les porosités après dépôt de particules, a été établi.

4.2 Rappels sur les procédés de filtration et du colmatage

La présence de particules dans l'eau peut engendrer plusieurs phénomènes. Le transport de ces particules est l'une des problématiques qui affecte plusieurs domaines. Lors de leur transport au sein d'un milieu poreux, certaines particules peuvent se déposer provoquant un blocage des pores. En effet, la filtration, qui est définie comme étant le processus de séparation des particules du fluide, engendre un transport des particules et donc leur dépôt dans certains endroits du milieu, et provoque par conséquent, un colmatage sur de longues durées. La filtration est donc accompagnée du phénomène de colmatage qui peut être plus ou moins sévère dans le milieu poreux. C'est la raison pour laquelle, nous définissons brièvement cette dernière et ses différents types en ce qui suit.

4.2.1 Filtration

Le processus de rétention de particules fines transportées par un fluide en écoulement dans un milieu poreux est appelé filtration. Le milieu joue donc le rôle d'un filtre pour les particules. La filtration dépend principalement :

- Des paramètres du milieu poreux appelé filtre : porosité, taille et forme des grains (Ahfir et al., 2009).
- Des particules en suspension : concentration, taille et densité (Todd et al., 1984).
- De l'écoulement et des conditions d'essais : viscosité, densité, pH, la salinité, la température et le débit d'écoulement (Baghdikian et al., 1989). Les essais d'injection de particules peuvent se faire de différentes manières, en continu à débit constant (Moghadasi et al., 2004), (Alem et al., 2013), (Herzig et Goff, 1972a), ou bien par injection de petite quantité par de courtes impulsions (Kretzschmar et al., 1997), (Compère et al., 2000).

Il existe quatre types de filtration selon Leclerc (1988), Ghidaglia (1994) et Nadji (1998) : filtration moyenne, filtration transverse, filtration avec formation de cake et filtration en profondeur. Nous nous intéressons dans cette étude à cette dernière.

4.2.2 Filtration en profondeur

Lors de la filtration en profondeur, pour des concentrations inférieures ou égales à 0.5 g/l (Tien et Payatakes, 1979), les particules de taille inférieure à 30 μm et inférieure à la taille des pores circulent dans les pores suivant les lignes d'écoulement en formant des « ponts ». Une partie de ces particules se dépose à différentes profondeurs, sous l'effet de deux types de forces (Herzig et al., 1970) et Gohr Pinheiro et al. (1999) :

- Les forces hydrodynamiques et mécaniques : forces de gravité, de traînée, d'inertie et de lubrification. Ces forces sont dominantes dans le transport et la rétention de particules supérieurs à 10 μm .
- Les forces physico-chimiques qui se composent des forces de Van der Waals (Spielman et Cukor, 1973), des forces électrostatiques (McDowell-Boyer et al., 1986), (Elimelech et al., 1995), des forces chimiques et des forces dues aux mouvements browniens. Ces forces dominent le comportement de transport et rétention des particules de tailles très petites inférieurs au μm .

Pour les particules de tailles entre 1 et 10 μm , les deux types de forces interviennent.

4.2.3 Transport et rétention de particules

Trois mécanismes entrent en jeu dans le procédé du transport : la convection, la dispersion cinématique, et la diffusion moléculaire.

Les forces citées précédemment permettent le transport des particules vers les sites de rétention. Lors de son transport dans les pores saturés d'un matériau granulaire, une particule peut subir un ou plusieurs procédés de capture. En effet, sa collision avec une partie de la surface du milieu appelé « collecteur », peut entraîner la capture de la particule suivant certains mécanismes. Pour faciliter la compréhension de ces procédés, Delanchambre (1966) a présenté quatre procédés de capture des particules qui consiste en : la sédimentation, l'interception directe, la diffusion brownienne, les effets hydrodynamiques, le blocage mécanique. Deux autres mécanismes de rétention des particules sont définis par Nadji (1998) et Ghidaglia (1994) : blocage des particules dans un volume mort, dépôt par effet des forces électrostatiques. Chaque particule subissant un ou plusieurs de ces mécanismes de dépôt se dépose dans des horizons du milieu poreux appelé site de rétention. Delanchambre (1966) et Herzig (1970) ont défini quatre sites de rétention. Les sites de surface, les sites de crevasse, les sites de caverne et les sites de restreint.

4.2.4 Colmatage des milieux poreux

Le colmatage des sols par la présence de particules fines est un phénomène qui affecte généralement les ouvrages de rétention d'eau (barrages, digues...). Les particules transportées par un écoulement peuvent se déposer à différents horizons et provoquer le colmatage du milieu poreux (Alem et al., 2013, 2015). La conséquence la plus problématique du colmatage est une chute progressive, parfois dramatique, de la porosité et surtout de la perméabilité du milieu dans le temps qui peut conduire à une réduction de la vie active de l'ouvrage. Dans les milieux poreux naturels, il est souvent observé une diminution progressive de la perméabilité des berges lors de l'exploitation du champ captant, dans les sites de réalimentation artificielle de nappe ou dans les filtres des dispositifs de traitement des eaux sales. Le colmatage est une des préoccupations majeures lors de la conception des ouvrages d'infiltration d'eaux pluviales. Le colmatage de ces types d'ouvrage est dû au dépôt de particules transportées par les eaux pluviales dans les pores du milieu poreux. Les particules les plus grosses s'accumulent en surface ou dans les premiers centimètres du milieu poreux et les particules les plus fines pénètrent plus profondément dans le sol (Alem *et al.*, 2013; 2015). A des phénomènes physico-chimiques (Mays et Hunt, 2007) s'ajoute aussi le développement de bactéries qui contribue au colmatage.

Plusieurs paramètres affectent le dépôt des particules et contrôlent la dynamique de colmatage d'un milieu poreux : la distribution granulaire du milieu poreux (El Kawafi, 2010 ; Moghadasi et al., 2004), la géométrie et l'état de surface des grains du milieu (El Kawafi, 2010; Tong et Johnson, 2006), les conditions hydrauliques (Lakshmi et al., 2005 ; Ahfir et al., 2009 ; Alem et al., 2013, 2015), la taille des particules en suspension et leur concentration (Alem et al., 2015; Moghadasi et al., 2004) ainsi que la salinité des influents (Compère et al., 2001 ; El Kawafi, 2010). Les particules déposées et ayant engendré un colmatage, peuvent être relarguées et détachées des pores par plusieurs facteurs tel que l'augmentation du débit d'écoulement par exemple. En effet lorsque celui-ci augmente, les forces hydrodynamiques augmentent jusqu'à devenir capable de détacher les particules déposées préalablement et les transporter vers d'autres horizons (Bradford et Bettahar, 2006) ; (Harter et al., 2000) ; (Wang, 2001) ; (Kaplan et al., 1993). Le dépôt de particules entraîne une réduction de la taille des pores, ceci engendre une augmentation de la vitesse de pore et donc des forces hydrodynamiques agissant sur les particules, qui peut mener à leur arrachement et leur transport et donc au décolmatage local du milieu poreux. Le colmatage et le décolmatage sont ainsi des phénomènes très liés.

Alem et al. (2013; 2015) ont réalisé des essais expérimentaux de filtration pour la caractérisation du processus de filtration en suivant de l'évolution spatiale et temporelle du dépôt et du colmatage dans le milieu poreux mais aussi les conséquences en terme d'endommagement dans l'espace et dans le temps du milieu poreux. L'endommagement du milieu était apprécié par la réduction dans l'espace et dans le temps de sa porosité et surtout de sa perméabilité. Il a observé une diminution spatiale de la perméabilité et de la porosité dans le milieu. Le milieu initialement homogène devient très fortement hétérogène après l'injection des particules en suspension. La perméabilité et la porosité diminuent fortement à l'entrée, là où le dépôt est important, puis augmentent avec la profondeur. À une profondeur donnée, la diminution de la porosité dépend des conditions d'essais (vitesse et charge d'écoulement, milieu poreux, concentration de particules en suspension...). Elle est plus élevée lorsque la vitesse d'écoulement est plus faible. La partie très influencée par les modifications significatives de la porosité et de la perméabilité et donc par le colmatage diminue avec l'augmentation de la vitesse d'écoulement, et croît avec le temps d'injection et la concentration en particules de la solution injectée.

4.2.5 Modèle mathématique du transport

Pour des volumes d'injection de particules en suspension faibles (par exemple au début d'un essai de filtration tant que le volume injecté reste inférieur à $3V_p$ (volume de pores)), les caractéristiques du milieu ne sont pas modifiées par le dépôt, et le relargage des particules peut être négligé. Le modèle décrivant le transport des particules dans ce domaine d'injection, où le milieu saturé est considéré encore homogène, est donné par l'équation de convection–dispersion avec une cinétique de dépôt du premier ordre (Corapcioglu et Jiang ; 1993 ; Kretzschmar et al. ,1997) :

$$D_L \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - U_p \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial t} + K_{dep} \cdot C \quad (1)$$

D_L est le coefficient de dispersion, C est la concentration des particules dans le liquide, U_p la vitesse moyenne des particules et K_{dep} est le coefficient cinétique du dépôt. Ce dernier caractérise la vitesse de dépôt de particules.

Pour une injection continue dans un milieu semi-infini, nous décrivons les conditions aux limites comme suit :

$$\begin{aligned}
C(t=0, z) &= 0 \\
C(t, z=0) &= 0 \\
C(t, z \rightarrow \infty) &= 0
\end{aligned} \tag{2}$$

Une solution analytique de l'équation (1) associée à l'équation (2) existe (Wang et al., 2000) et (Van Genuchten, 1981). Elle s'écrit comme suit :

$$C(z, t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \exp\left(\frac{U_{p,z}(1-\varphi)}{2D_L}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{z-U_p\varphi t}{\sqrt{4D_L t}}\right) + \exp\left(-\frac{U_{p,z}(1+\varphi)}{2D_L}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{z+U_p\varphi t}{\sqrt{4D_L t}}\right) \right\} \tag{3}$$

Avec $\varphi = \sqrt{1 + \frac{4K_{dep}D_L}{U_p^2}}$ et erfc est la fonction d'erreur complémentaire.

Les conditions aux limites prises en compte correspondent au cas d'un milieu semi-infini et sont données par :

Dans l'équation (3), $\frac{U_{p,z}}{D_L}$ correspond au nombre du Péclet P_e qui permet de comparer le

transport par diffusion et le transport par convection, et $\frac{z}{U_p}$ définit le temps de transport par

convection t_c . Ceci implique que l'équation (3) devient :

$$C(t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \exp\left(\frac{P_e}{2}(1-\varphi)\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{\frac{P_e}{4t_c}}(t_c-\varphi t)}{\sqrt{t}}\right) + \exp\left(\frac{P_e}{2}(1+\varphi)\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{\frac{P_e}{4t_c}}(t_c+\varphi t)}{\sqrt{t}}\right) \right\} \tag{4}$$

L'équation (10) subit plusieurs simplifications en se basant sur certaines conditions :

- Le deuxième terme de l'équation (4) est négligeable devant le premier, lorsque le nombre de Péclet est important (≥ 10). L'équation est donc simplifiée et devient :

$$C(t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \exp\left(\frac{P_e}{2}(1-\varphi)\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{\frac{P_e}{4t_c}}(t_c-\varphi t)}{\sqrt{t}}\right) \right\} \tag{5}$$

- Lorsque le temps d'injection est très important ($t \rightarrow \infty$), la concentration C atteint le palier désigné par C_p . L'équation (5) devient alors :

$$C_p = C_0 \exp\left(\frac{P_e}{2}(1-\varphi)\right) \tag{6}$$

- Le palier de la concentration restitué est atteint, pratiquement, lorsque le volume injecté est de 2 à 3 fois le volume de pores (2 à 3 V_p). En divisant l'équation (5) par l'équation (6), nous obtenons :

$$\frac{C(t)}{C_p} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{P_e}{4t_c}} \frac{(t_c - \varphi t)}{\sqrt{t}} \right) \quad (7)$$

L'équation (7) sera utilisée pour l'interprétation des courbes de restitution expérimentales, dans le cas où le palier est atteint et le milieu poreux n'est pas colmaté.

A partir des courbes de restitution expérimentales, et suivant le modèle graphique linéaire de Wang et al., (1987), la courbe de restitution peut être modélisée analytiquement, et les paramètres de transport, à savoir, le temps de convection pure t_c , la dispersivité longitudinale α_L , le nombre de Péclet P_e et le coefficient cinétique de dépôt K_{dep} , peuvent ainsi être extraits.

4.2.6 Modèle mathématique de la filtration des particules

Lorsque la quantité des particules en suspension injectée devient importante, le dépôt peut modifier les propriétés du milieu (la porosité par exemple) et, si la quantité déposée est suffisante, le colmatage du milieu aura lieu. Dans certaines conditions hydrauliques, il peut y avoir aussi un relargage à cause de l'augmentation de la vitesse porale. Le milieu devient donc fortement hétérogène et l'écoulement n'est plus uniforme. Il est nécessaire de recourir aux méthodes numériques pour simuler le transport dans un tel milieu. Dans ces conditions, les résultats expérimentaux sont analysés en recourant à la théorie de la filtration. La théorie de la filtration consiste à considérer l'équation de conservation de la masse et l'équation cinétique qui décrit le taux de rétention des particules dans le milieu. Les modèles développés à partir de cette théorie ne se basent pas sur une modélisation physique des mécanismes de dépôt des particules. Ils se contentent de déterminer des lois phénoménologiques de rétention et d'évolution des pressions, qui sont conformes avec les résultats expérimentaux.

L'équation de conservation de la masse et l'équation cinétique sont ainsi définies :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} + U_p \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

D'après l'équation cinétique :

$$\frac{\partial C}{\partial z} = -\lambda C \quad (9)$$

La loi d'évolution de la rétention s'écrit alors :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = U_p \lambda C \quad (10)$$

σ correspond à la rétention de particules définie comme étant la masse déposées sur la masse totale, τ est l'âge de la rétention défini par $t - (\phi \times L) / U_p$. Celle-ci étant quasiment proche de t , la différence entre t et τ devient rapidement négligeable pour des temps d'injection élevés, C est la concentration de particules.

λ est un paramètre caractérisant la capacité de filtration d'un matériau. Il est appelé coefficient de filtration et dépend de plusieurs paramètres du milieu et peut évoluer avec le dépôt. Il est défini par :

$$\lambda = \lambda_0 F(\sigma) \quad (11)$$

λ_0 est le coefficient de filtration initial (milieu propre), et $F(\sigma)$ est une fonction qui décrit l'évolution de λ avec la rétention.

Le coefficient de filtration initial λ_0 du milieu poreux est calculé par la relation :

$$\lambda_0 = -\frac{1}{L} \ln \left(\frac{C}{C_0} \right) \quad (12)$$

L est la longueur du milieu et $\frac{C}{C_0}$ est la concentration relative au palier de la courbe de restitution.

Cette théorie est établie pour des concentrations de particules en suspensions faibles.

Pour certaines fonctions $F(\sigma)$, des solutions analytiques existes. En considérant le modèle phénoménologique donné par :

$$F(\sigma) = \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_{\max}} \right) \quad (13)$$

σ_{\max} est la capacité de rétention maximale du milieu.

Les profils de la concentration et de rétention, dans ce cas, sont donnés par (Alem et al., 2013) :

$$\frac{C(z, \tau)}{C_0} = \frac{\exp\left(\frac{U \lambda_0 C_0 \tau}{\sigma_{\max}}\right)}{\exp\left(\frac{U \lambda_0 C_0 \tau}{\sigma_{\max}}\right) + \exp(\lambda_0 z) - 1} \quad (14)$$

$$\sigma(z, \tau) = \sigma_{\max} \frac{\exp\left(\frac{U\lambda_0 C_0 \tau}{\sigma_{\max}}\right) - 1}{\exp\left(\frac{U\lambda_0 C_0 \tau}{\sigma_{\max}}\right) + \exp(\lambda_0 z) - 1} \quad (15)$$

4.3 Application des mesures ultrasonores au colmatage

Dans ce travail, nous proposons une analyse permettant une prise en compte du dépôt des particules dans le milieu poreux saturé, lorsque celui-ci est soumis à un écoulement de suspensions. Le phénomène de colmatage en profondeur du milieu est quantifié par les mesures ultrasonores en transmission. Des traçages par injection continue sur une colonne contenant le milieu poreux sont réalisés afin d'étudier la rétention des particules. Les mesures ultrasonores sont effectuées parallèlement et les résultats de mesure du dépôt et mesures ultrasonore sont confrontés, l'objectif étant de mettre en évidence l'influence du dépôt des particules sur les comportements mécanique et acoustique du milieu.

4.3.1 Matériaux poreux

Nous avons utilisé trois milieux poreux (cf. chapitre 1). Deux milieux à double porosité de natures et formes de grains différentes, et un milieu à simple porosité servant de référence et permettant de mettre en évidence l'influence de la présence de la porosité matricielle (porosité intragranulaire) d'un milieu poreux sur le comportement de transport et dépôt dans les milieux poreux. Le premier milieu à double porosité est constitué de billes de verres borosilicate 3.3 noté par la suite « ROBU » de 3,5 mm de diamètre commercialisées par l'entreprise ROBU® Glasfilter-Geraete GmbH. Le verre borosilicate 3.3 contient principalement du sable, du carbonate de calcium et du carbonate de sodium. Sa composition chimique est la suivante : SiO_2 (80.60%), B_2O_3 (12.60%), Na_2O (4.20%), Al_2O_3 (2.20%), MgO (0.04%), Fe_2O_3 (0.04%), CaO (0.10%), Cl (0.10%). Il est largement utilisé dans la recherche scientifique en raison de sa résistance à la chaleur, à la corrosion et aux chocs thermiques. Le deuxième milieu à double porosité est constitué d'un empilement de grains de Tobermorite 11 Å de formule chimique $Ca_5(OH)_2 Si_6 O_{16} 4(H_2O)$. Il est noté par la suite « Tobermorite ». Les grains de Tobermorite sont tamisés de façon à ne garder que la fraction comprise entre 3,15 et 4 mm. Les deux matériaux ROBU et Tobermorite possèdent une porosité totale répartie selon deux types : une porosité intergranulaire et une porosité intragranulaire (Figure 4. 1). Le milieu à

simple porosité est constitué d'un empilement de billes de verres de 4 mm de diamètre et sera noté par la suite (BV).

Pour les trois matériaux, la porosité totale est mesurée avec le pycnomètre à air (Controlab D0450). Celle-ci est égale à 39% pour les billes de verre (BV) à simple porosité. Elle est de 60% pour le matériau ROBU. Cette valeur est conforme à la valeur donnée par le fabricant. Elle est de 70% pour le matériau Tobermorite et est conforme à celle obtenue par d'autres auteurs (Delay *et al.*, 1997).

Les profils de la distribution des porosités matricielles (intraporosité) ont été obtenus par le porosimètre à mercure. Des échantillons des grains de 8 mm de diamètre ont été utilisés pour la Tobermorite, et des échantillons constitués d'un disque de 8 mm de diamètre et 3 mm d'épaisseur ont été utilisés pour le Robu. Les profils de distribution des pores obtenus pour les deux matériaux sont représentés sur la Figure 4. 2 (a) (Tobermorite) et sur la Figure 4. 2 (b) (Robu). Les tailles des pores matriciels du Robu sont comprises entre 6 μm et 147 μm avec $d_{50} = 54 \mu\text{m}$ et $d_{90} = 100 \mu\text{m}$. (d_{50} et d_{90} représentent les diamètres des particules qui correspondent respectivement à 50% et 90% de la distribution granulométrique cumulative). La porosité matricielle (microporosité) mesurée est autour de 37%. Pour la Tobermorite, la distribution porale matricielle est entre 0,08 μm et 100 μm avec une allure bimodale avec un premier mode autour de 0,2 μm et un deuxième mode autour de 10 μm . La porosité matricielle est autour de 48%. De ces mesures, nous en déduisons que le milieu Robu à une porosité intergranulaire (macroporosité) autour de 39% et une porosité intragranulaire (microporosité) de 21%. Le milieu Tobermorite à une porosité intergranulaire autour de 39% et une porosité matricielle (intraporosité) d'environ 29 %.

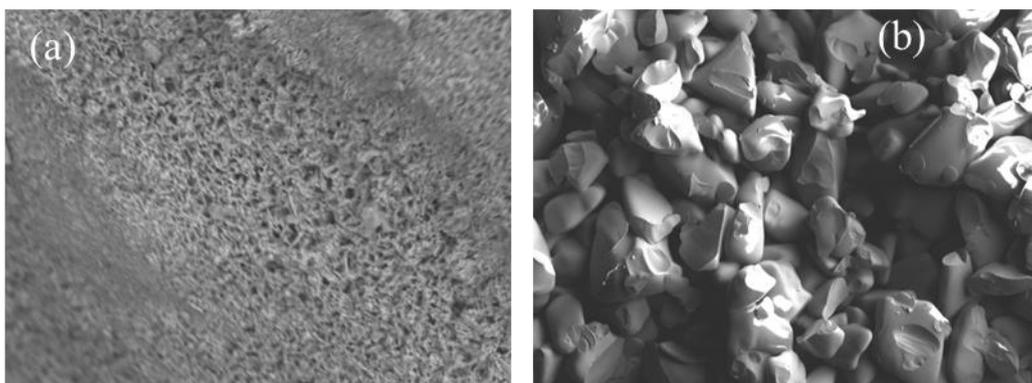


Figure 4. 1 : Un grain de Tobermorite 11 A (taille de 2 mm à 3 mm) (a), un grain de ROBU (taille de grain de 3,5 mm) (b) vues au MEB.

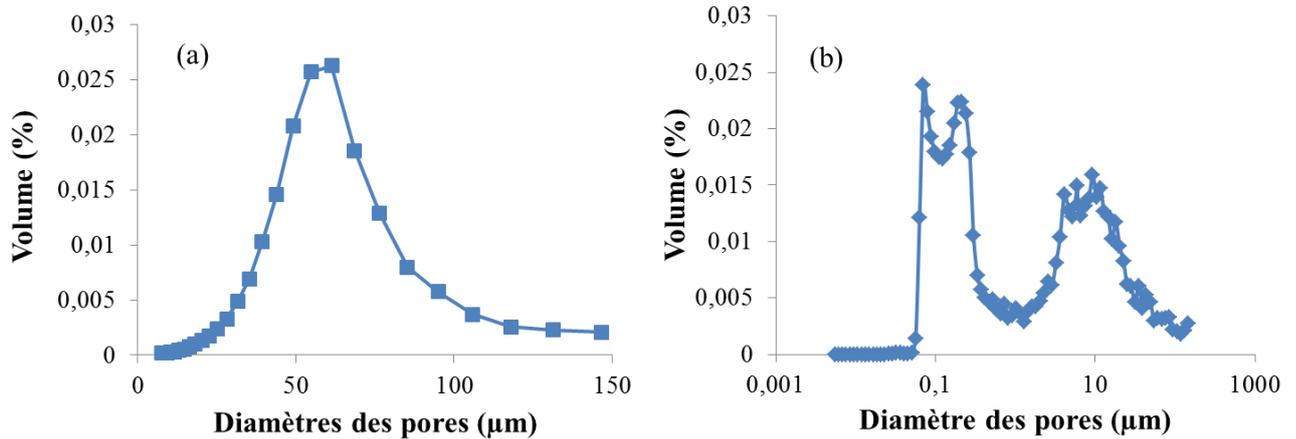


Figure 4. 2 : Profils de distribution des tailles des pores dans un grain ROBU (a) et dans un grain Tobermorite (b).

4.3.2 Particules en suspension injectées

Les particules utilisées dans cette étude sont des particules d'argiles kaolinite Portland qui se présente sous forme de poudre jaune sèche. Ayant un pH acide, la kaolinite se forme dans les sols drainés en climat tropical. Sa composition chimique est : $\text{Al}_2\text{O}_3, 2 \text{SiO}_2, 2\text{H}_2\text{O}$. Sa distribution granulométrique obtenue par mesure en granulométrie laser et donnée sur la Figure 4. 3, donne une taille de particules comprise entre 0.5 μm et 100 μm avec un d_{50} égal à 15 μm .

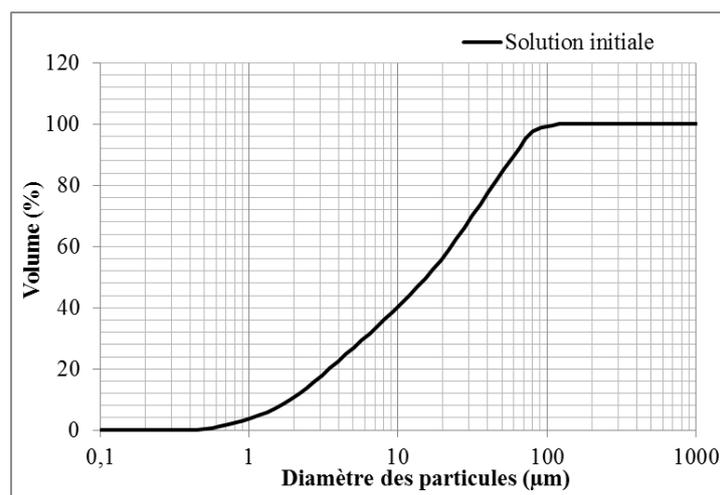


Figure 4. 3 : Courbe granulométrique de la kaolinite Portland.

4.3.3 Dispositif expérimental

Le protocole expérimental se compose d'un couplage de deux types de matériels différents. Le premier permettant d'effectuer des mesures acoustiques, et le second consistant à faire des mesures de la rétention des particules pour évaluer le colmatage. Les matériaux testés sont placés dans une colonne rectangulaire de dimensions $10 \times 10 \times 45 \text{ cm}^3$ immergée dans une grande cuve remplie d'eau. Elle est constituée par assemblage de quatre plaques d'aluminium de 2 mm d'épaisseur (Figure 4. 4). La colonne est remplie soit de matériau à simple ou de matériau à double porosité préalablement saturés d'eau. Le remplissage s'effectue en position verticale couche par couche en homogénéisant le milieu par vibration manuelle. La colonne est ensuite placée horizontalement afin d'éviter un tassement éventuel lié à la longueur de la colonne et qui peut provoquer une hétérogénéité du milieu poreux constitué. L'eau saturant le milieu poreux est identique à l'eau dans laquelle la colonne est immergée.

Afin d'effectuer des mesures ultrasonores, deux transducteurs à immersion de 5 cm de diamètre ayant une fréquence centrale de 44 kHz, positionnés l'un en face de l'autre (sans contact avec les parois métalliques), ont été utilisés. A l'aide d'un système mécanique de translation, ces transducteurs peuvent se déplacer le long de l'axe horizontal de la maquette, dans le but de recueillir les signaux temporels transmis aux différents endroits du milieu (8 positions sont définies). Un signal électrique quasi-harmonique (10 pulses de sinusoïde de fréquence égale à 44 kHz) est générée par un générateur d'impulsion et est convertie en onde acoustique par le transducteur émetteur situé d'un côté de la plaque. Celle-ci, dans le milieu, se transforme en trois ou quatre ondes (cela dépend du type de milieu étudié), qui sont captées et converties de nouveau en un signal électrique par le transducteur récepteur identique au premier, qui est enregistré, par la suite, par un oscilloscope numérique (cf. chapitre 3 sec 3.2).

Deux réservoirs placés en amont pour l'alimentation de la colonne. Un réservoir est rempli d'eau et l'autre contient soit la solution de la suspension de particules en suspension préparée préalablement. La suspension est préparée avec une concentration $C_0=1 \text{ g/L}$ de particules d'argile et elle est maintenue durant la durée de l'injection sous agitation mécanique permanente pour assurer son homogénéité et éviter le dépôt de particules sur les parois du réservoir. Les deux réservoirs sont reliés par une vanne à deux voies permettant le passage d'un réservoir à l'autre sans arrêter l'écoulement. Une pompe péristaltique avec un débitmètre intégré permet d'assurer un débit constant du fluide chargé de particules en suspension

circulant dans le milieu poreux. Les essais d'injection sont réalisés avec plusieurs débits d'écoulement et des temps d'injection différents sont prospectés pour mettre en évidence l'influence de la vitesse d'écoulement et la durée de la filtration sur le processus du colmatage. Le système de détection des particules en suspension dans l'effluent à la sortie de la colonne est constitué d'un turbidimètre qui permet, après un étalonnage de l'appareil (courbe d'étalonnage est donnée en annexe A) d'obtenir en continu la concentration de particules en suspension dans l'effluent à partir de la turbidité en NTU mesurée par le turbidimètre. Six piézomètres sont disposés le long de la colonne permettent de suivre l'évolution des pressions porales dans le milieu poreux durant l'injection.

A la fin de chaque essai d'injection l'échantillon de matériau contenu dans la colonne est récupéré soigneusement puis découpé en plusieurs tranches pour quantifier la quantité de particules déposées à différentes profondeurs dans le milieu poreux. Chaque tranche de matériau récupérée, et séchée puis pesée pour être lavée, par la suite, dans un tamis qui laisse passer les particules fines et pas les grains du matériau. L'eau de lavage est récupérée dans un récipient. Ensuite, et après séchage et pesage du matériau propre, on déduit la masse de particules déposées dans chaque tranche, qui se calcule comme étant la différence des masses sèches avant et après lavage. Un contrôle de ces mesures est effectué en mesurant la turbidité des eaux de lavage. La concentration et par conséquent la masse de particules en suspension déposée dans chaque tranche est obtenue en se basant sur l'étalonnage préalable du turbidimètre. La masse de particules déposée dans chaque tranche est déduite en considérant la concentration et le volume des eaux de lavage.

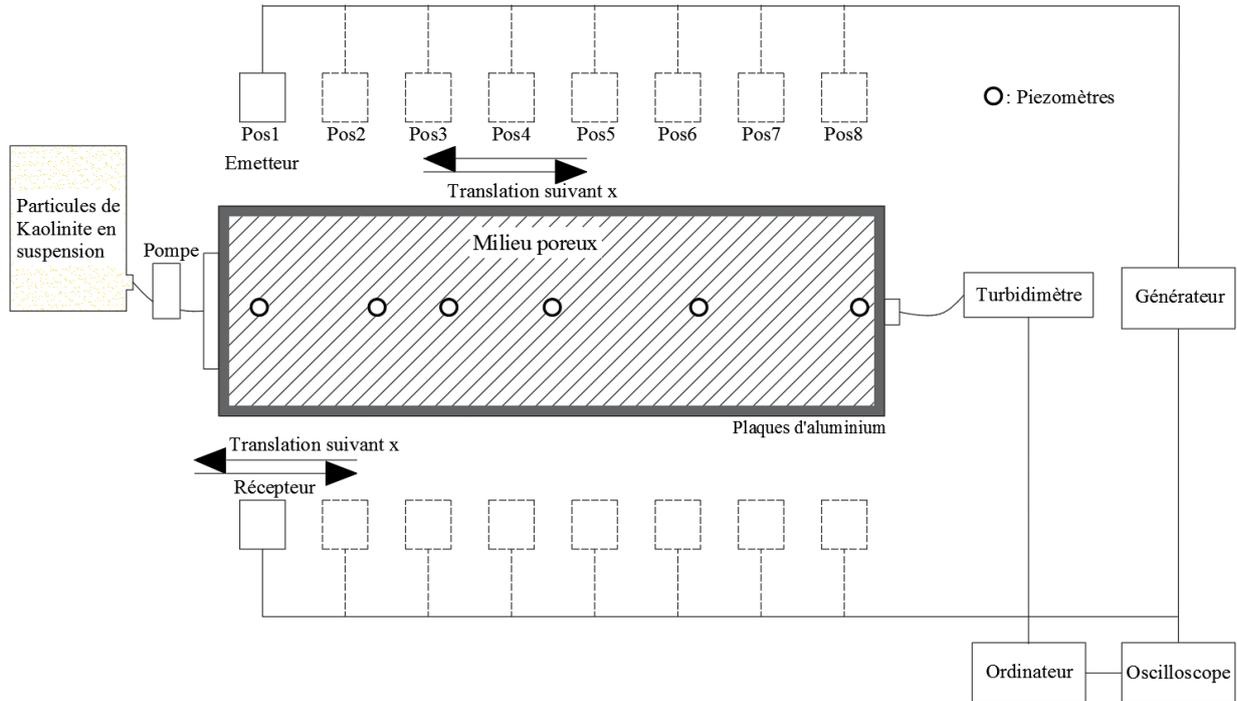


Figure 4. 4 : Schéma du dispositif expérimental pour la détection du dépôt dans le milieu

4.3.4 Essais de filtration et techniques d'évaluation du dépôt

Pour caractériser la filtration dans un matériau poreux, des essais d'injection longs terme par lesquels on recherche le colmatage du milieu poreux sont réalisés. Deux techniques sont utilisées pour suivre le processus du colmatage. Une méthode destructive qui passe la quantification, dans le temps et dans l'espace du milieu poreux, du dépôt et de la perméabilité. Cette méthode est celle utilisée classiquement dans les études en laboratoire des problématiques liées transport de masse en milieux poreux tel que le colmatage ou l'érosion interne. Une méthode non destructive basée sur la détection ultrasonore de la présence des particules dans le milieu et qui consiste à relever les signaux acoustiques transmis à travers la maquette avant et après injection. La variation de ces signaux temporels permet de renseigner sur les changements des caractéristiques acoustiques du milieu poreux suite au dépôt de particules.

4.3.4.1 Courbes de restitution

Des essais d'injection ont été réalisés sur les trois matériaux, avec les mêmes paramètres (débit, volume injecté...), dans le but de comparer leur réponse. Une concentration de particules en suspension de 1 g/L a été utilisée pour une vitesse d'écoulement de 0.0133 cm/s. Les courbes de restitution des trois matériaux sont représentées sur la Figure 4. 5.

Jusqu'à un certain temps (et donc un certain volume injecté critique), les courbes de restitution présentent un palier ($C/C_0 = 0$). Cette allure correspond à un milieu propre. A partir de ce volume critique, les courbes de restitution, surtout pour le milieu à simple porosité, croit quasi linéairement avec le volume injecté. Trois différentes phases sont observées. La première, correspond à un milieu dans lequel la rétention est maximale et quasi-constante. La seconde, où la croissance de la restitution des particules vers la sortie est très accentuée due principalement à l'augmentation de la capacité de rétention du milieu avec la quantité de particules injectées. On note également une autre raison qui consiste en la possibilité de relargage des particules préalablement déposées, suite à la croissance de la pression causée par le dépôt lui-même. Cette phase est la phase de saturation des sites de rétention, surtout pour les billes de verre. En effet, lorsque le milieu atteint une capacité de rétention maximale, les particules sont de nouveau restituées, ce qui provoque une diminution de la capacité du milieu à capturer les particules.

Pour les deux milieux à double porosité, la très faible variation de la restitution jusqu'à la fin de l'expérience suggère une abondance de sites de rétention et une efficacité de rétention qui reste maximale durant le temps de l'expérience. La valeur de la concentration relative au palier est la plus faible pour les milieux ROBU et Tobermorite et elle est la plus forte pour le milieu BV. Cela signifie que les milieux à double porosité sont plus filtrants que le milieu BV à simple porosité. Ceci s'explique par la présence de la microporosité, dans les deux milieux à double porosité, qui prévoit des sites supplémentaires permettant la capture des particules en suspension par rapport au milieu à simple porosité BV. Les tailles des micropores sont tel que les particules en suspension peuvent accéder à une partie, difficile à quantifier, de ces pores pour les milieux à double porosité, augmentant ainsi leur capacité de rétention des particules. Le milieu ROBU est le plus filtrant des trois milieux testés, pour tous les volumes injectés.

Le calage des courbes de restitution expérimentales (Figure 4. 5) avec la solution analytique (équation 5.14) permet d'estimer les paramètres de transport initiaux des trois milieux. Un très bon accord entre les courbes calculées et celles expérimentales permet de mettre en évidence

la capacité du modèle mathématique à simuler correctement le transport de particules en suspension dans les milieux poreux.

Le paramètre caractérisant la rétention des particules (donnée par l'équation 12) appelé coefficient de filtration initial λ_0 , peut être déterminé. Le coefficient de filtration initial du ROBU est le plus élevé ($\lambda_0 = 0.041 \text{ cm}^{-1}$); il est légèrement plus faible pour la Tobermorite ($\lambda_0 = 0.039 \text{ cm}^{-1}$) et il est par contre le plus faible pour le milieu BV ($\lambda_0 = 0.018 \text{ cm}^{-1}$). Ce résultat confirme encore une fois que le milieu ROBU est le plus filtrant grâce à sa porosité matricielle partiellement accessible et qui participe à la capture des particules.

La variation de la porosité après injection est définie par le suivi du dépôt dans l'espace. L'accumulation des particules dans un milieu poreux filtrant engendre une diminution de sa porosité, provoquant ainsi une chute de sa perméabilité. Le dépôt ne se fait pas de manière homogène dans le milieu. La porosité ainsi que la perméabilité varient en fonction de la profondeur. Le dépôt se fait principalement dans les premiers centimètres du milieu. La méthode utilisée pour le suivi du dépôt le long de la colonne, pour les trois milieux, est le découpage des échantillons contenus dans la colonne à la fin de l'injection, en huit tranches. Ainsi, la masse de particules retenues dans chaque couche est déterminée. La rétention est ensuite déterminée comme étant le rapport entre le volume de particules déposées dans chaque tranche et le volume total de la tranche. La Figure 4. 6 reporte les profils de dépôt de particules dans les trois milieux poreux étudiés. Pour les trois matériaux, on constate que le dépôt n'est pas uniforme sur toute la colonne. Celui-ci est très important à l'entrée et diminue avec la profondeur.

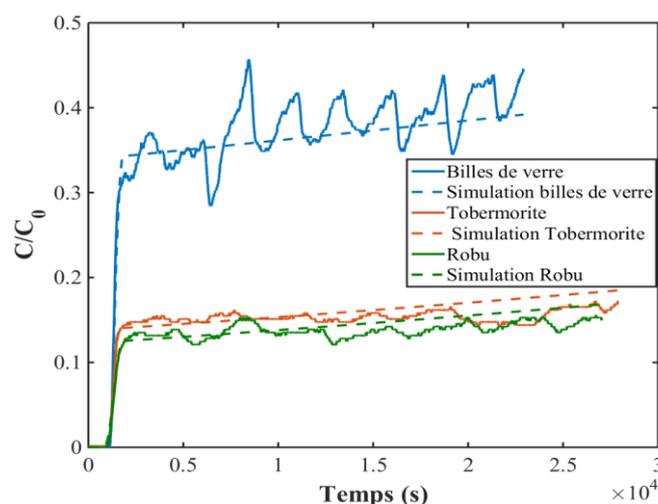


Figure 4. 5 : Courbes de restitution des trois matériaux.

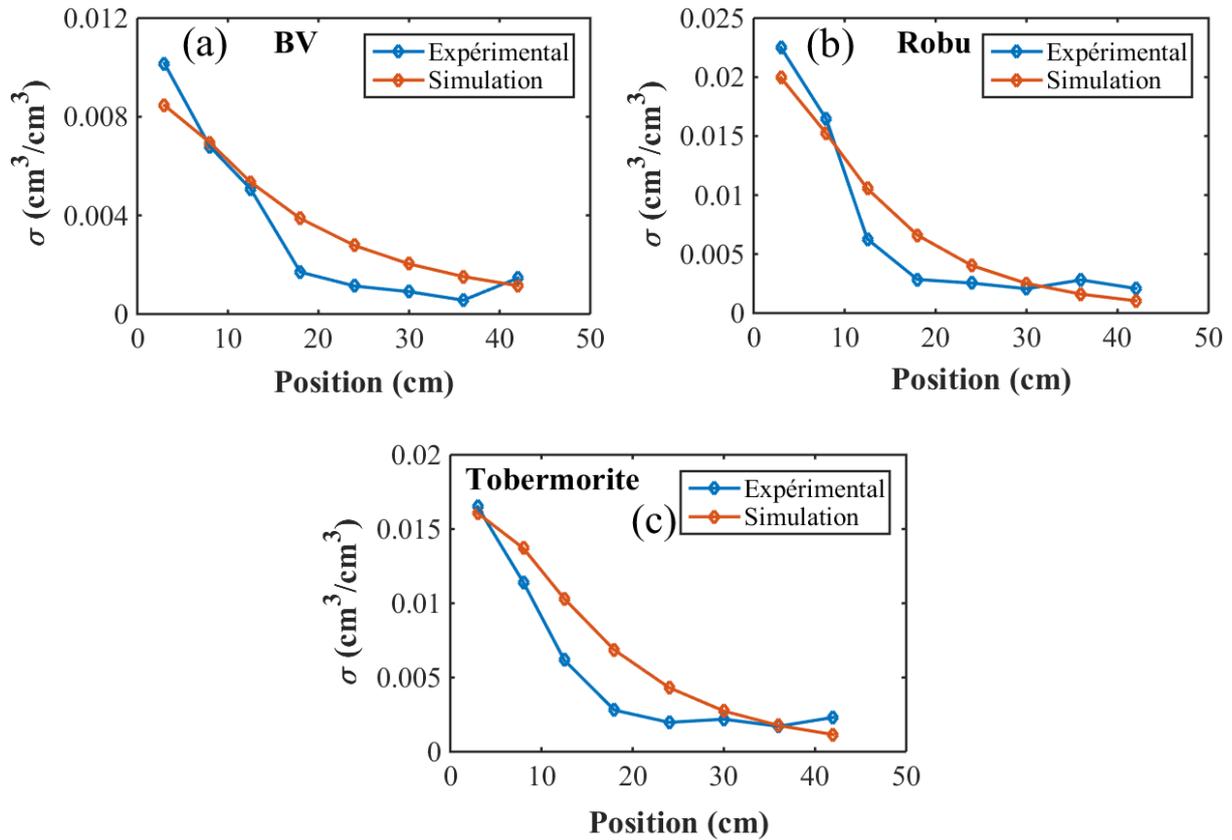


Figure 4. 6 : Profils de dépôt expérimental et expérimental des trois matériaux.

4.3.4.2 Variation des perméabilités relatives

Le phénomène du colmatage affecte principalement la perméabilité du milieu poreux. Il peut provoquer une chute très importante de cette dernière (Alem et al, 2013, 2015). Raison pour laquelle, le suivi de l'évolution de ce paramètre est nécessaire pour l'évaluation du colmatage. La mesure des pressions dans le milieu permet, en se basant sur la loi de Darcy, de suivre l'évolution spatiale et temporelle de la perméabilité du milieu en cours d'injection (Figure 4. 7 et Figure 4. 8). La chute de perméabilité avec le temps, pour les trois milieux, est similaire malgré que des dépôts plus importants dans les deux milieux à double porosité comme il a été indiqué précédemment. Cette évolution de la perméabilité des deux milieux double porosité confirme l'apport de chemins d'écoulements supplémentaires par la microporosité. Cette dernière offre plus de chemin d'écoulement et plus de sites de rétention. Pour illustrer les conséquences du dépôt sur les modifications des caractéristiques hydrauliques du milieu nous avons représenté l'évolution du rapport de perméabilité (K/K_0) du milieu poreux en fonction de la rétention pour les trois milieux testés (Figure 4. 8) (K est la perméabilité après injection

des MES et K_0 la perméabilité initiale). Il est évident que la perméabilité du milieu diminue lorsque la rétention augmente. Cependant la Figure 4. 8 montre clairement que la chute de la perméabilité du milieu dépend surtout de la masse de particules déposées, ceci indépendamment du milieu. Pour les trois milieux, la chute de perméabilité globale du milieu est simulée de manière très satisfaisante par la relation suivante :

$$\frac{K}{K_0} = \frac{1}{1 + \beta\sigma} \quad (16)$$

Où $\beta = 264$ est un coefficient d'endommagement du milieu.

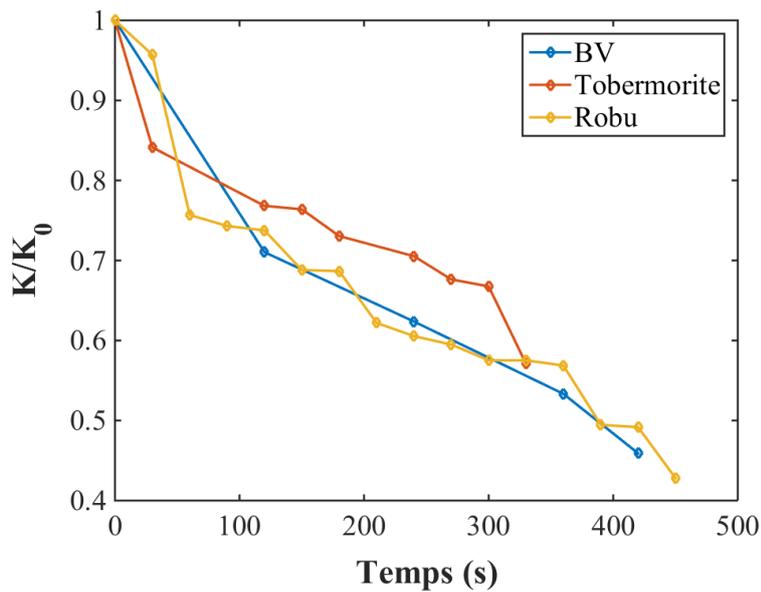


Figure 4. 7 : Perméabilités relatives des trois milieux en fonction du temps

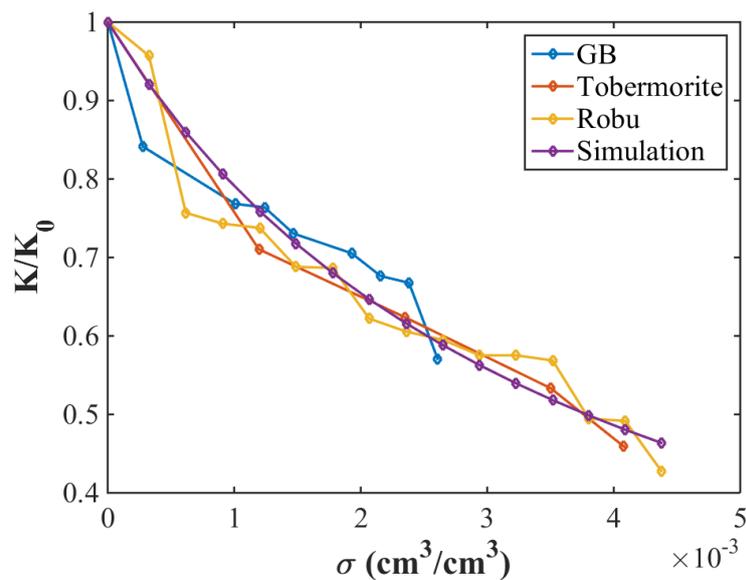


Figure 4. 8 : Perméabilités relatives des trois milieux en fonction de la rétention.

4.3.4.3 Variation des porosités totales

Le dépôt de particules réduit l'espace poral. La porosité est l'un des paramètres caractéristiques du milieu poreux, avec la perméabilité, qui évolue à cause du dépôt de particules qui réduit l'espace poral. Les variations dans l'espace et dans le temps de la porosité constituent aussi un facteur important de l'évaluation du colmatage du milieu poreux. Des études antérieures ont montré que le colmatage dépend non seulement de la quantité de particules déposées dans le milieu poreux mais aussi de la distribution du dépôt dans ce dernier (Alem et al. 2013, 2015). Les volumes de particules déposées mesurées à la fin de l'injection permettent d'estimer les porosités à différentes positions par la relation suivante :

$$\phi = \phi_0 - n\sigma \quad (17)$$

ϕ est la porosité totale déterminée après un temps d'injection donnée, ϕ_0 est la porosité totale initiale du milieu avant injection des particules, σ est la rétention (Figure 4. 7) et n est le facteur de compaction du matériau déposé.

La Figure 4. 9 présente les profils de porosité dans les trois milieux poreux à la fin de l'injection. On constate que le milieu initialement homogène devient fortement hétérogène après l'injection des particules en suspension. La porosité chute fortement à l'entrée où le dépôt est important puis croît avec la profondeur.

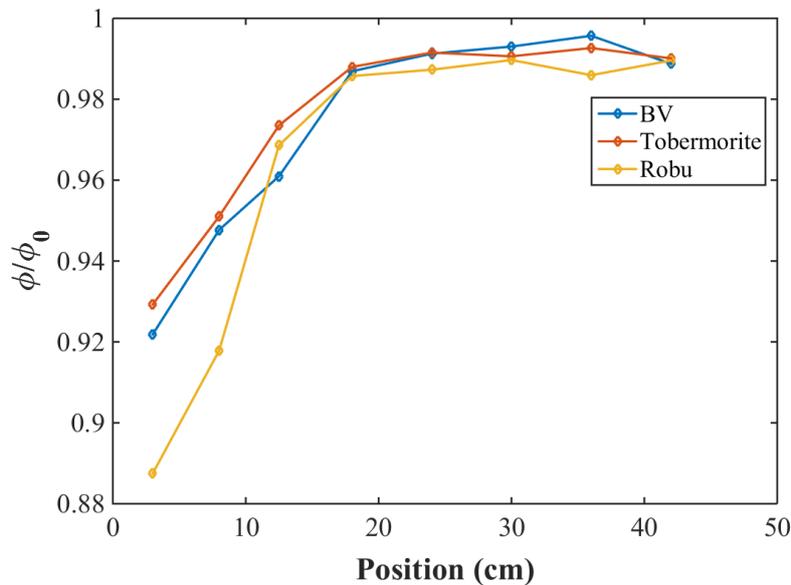


Figure 4. 9 : Porosités totales relatives.

4.3.5 Détection ultrasonore du dépôt de particules

4.3.5.1 Signaux acoustiques temporels

L'étude de la transmission des ondes acoustiques à travers les milieux poreux nous permet de tracer l'évolution des signaux temporels dans une bande passante déterminée en fonction de la fréquence centrale du transducteur. La translation des transducteurs suivant l'axe horizontal x , permet de relever les signaux acoustiques sur huit positions différentes. Les matériaux n'étant pas tout à fait disposés de la même façon le long de la colonne (remplissage manuel), les signaux reçus sur chaque position sont légèrement différents, ce qui s'avère être normal vu que le positionnement de grains se fait aléatoirement. Les Figures (4. 10 – 4. 12) montrent les variations des signaux temporels (en Volts) avant et après 2h et 6h, 7h ou 8h d'injection pour la position 1 (la plus proche de l'entrée) et la position 8 (la plus proche de la sortie) des trois milieux poreux. On remarque que l'amplitude du signal diminue après injection, pour les deux positions. La présence des particules dans le milieu engendre plus de frottement entre la partie solide et la partie fluide, ceci provoque des pertes d'énergie et par conséquent une diminution de l'amplitude. Cependant cette chute est moins prononcée dans la position 8. Ceci est expliqué par le fait que le dépôt de particules diminue avec la profondeur et il est par conséquent très faible dans la section du milieu qui correspond à la position 8 (sortie de la boîte). Le phénomène de dépôt et sa détection ultrasonore sont détaillés dans les paragraphes suivants.

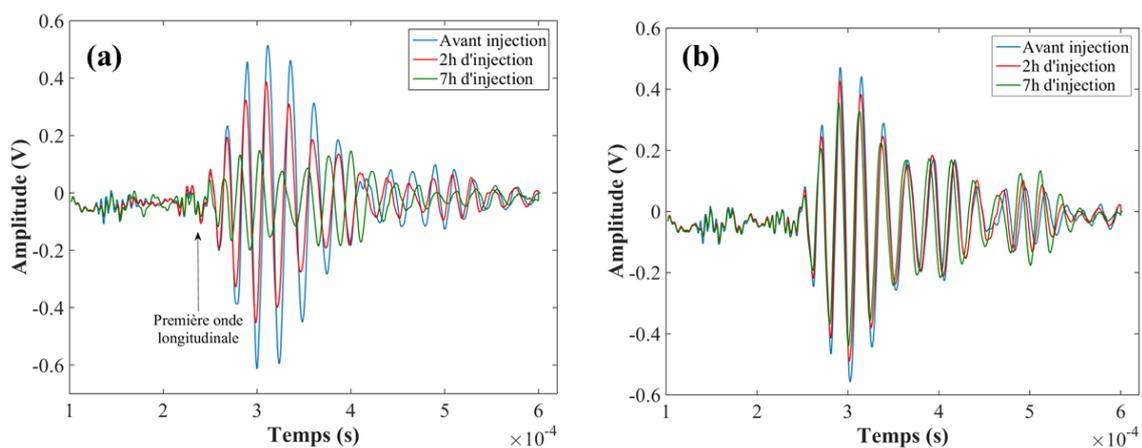


Figure 4. 10 : Signaux temporels du Robu avant et après injection pour la position 1 (a), pour la position 8 (b).

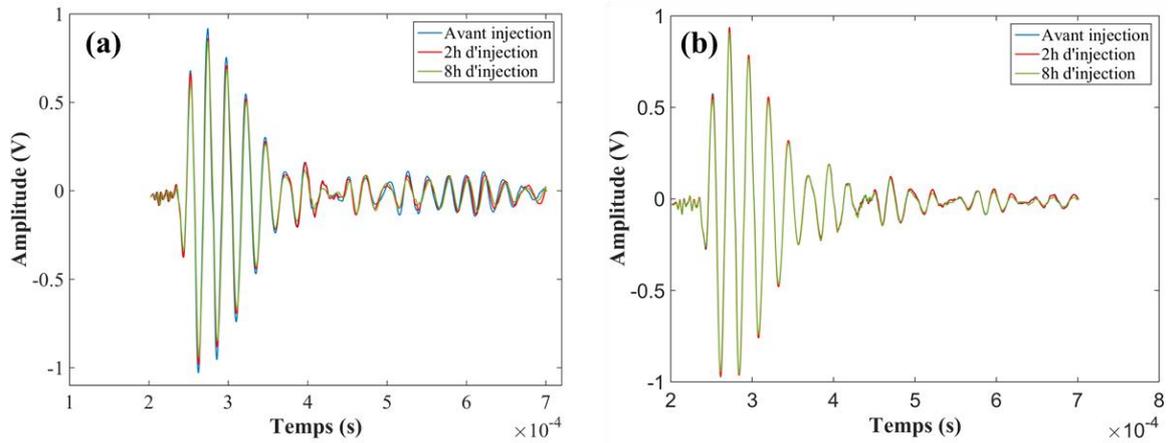


Figure 4. 11 : Signaux temporels de la Tobermorite avant et après injection pour la position 1 (a), pour la position 8 (b).

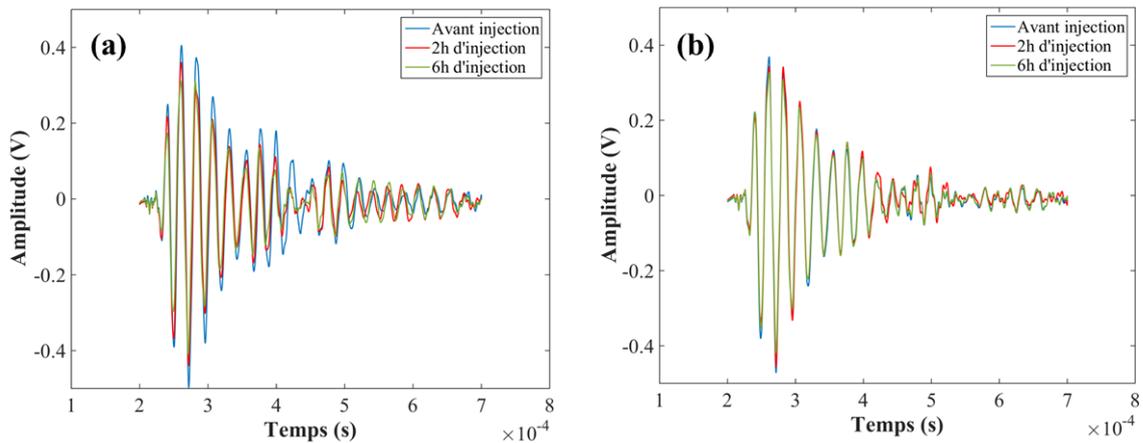


Figure 4. 12 : Signaux temporels des billes de verre avant et après injection pour la position 1 (a), pour la position 8 (b).

4.3.5.2 Vitesses de phase

L'impulsion observée sur les signaux temporels correspond à l'arrivée de la première onde de compression dans le milieu. L'arrivée de cette onde varie après dépôt des particules et un décalage des signaux temporels vers la basse fréquence est constaté. En effet, après le dépôt des particules, certains espaces poreux sont occupés par les particules formant un squelette solide, la différence des forces d'inertie entre le fluide et la partie solide est moins importante, ce qui explique une arrivée plus rapide de l'impulsion. Suite à cela, et connaissant la distance séparant les deux transducteurs qui est égale à 36 cm, ainsi que la vitesse de propagation des ondes dans l'eau et en se basant sur le temps de vol, les vitesses de propagation de l'onde rapide dans les trois matériaux sont déterminées dans chaque position de la boîte en fonction

du temps (Figure 4. 13). Nous constatons, pour les trois milieux, une croissance de la vitesse de phase en fonction du temps d'injection pour les huit positions, qui peut être expliquée par le dépôt qui augmente avec le temps. Une diminution de la vitesse est remarquée en allant de la première position vers la huitième (de l'entrée vers la sortie de la boîte), qui s'explique par un dépôt de moins en moins important des particules lorsqu'on s'éloigne de l'entrée.

Afin de valider les résultats expérimentaux, les vitesses de phase théoriques correspondantes à la première onde de compression dans les milieux poreux en fonction de la fréquence ont été calculées (Figure 4. 14). La variation fréquentielle de la vitesse pour les BV ainsi que pour le Robu est telle que celle-ci croît brusquement jusqu'à environ 5 kHz et reste quasi-constante le long du domaine fréquentiel. A $t = 0$ (avant injection), les valeurs sont identiques aux valeurs expérimentales avec une différence de quelques m/s. En revanche, la vitesse de phase de la Tobermorite varie exponentiellement et continue à augmenter avec la fréquence. La valeur correspondante à la fréquence centrale ($V \approx 1635 \text{ m/s}$) confirme celle obtenue expérimentalement avant injection (Figure 4. 13 b).

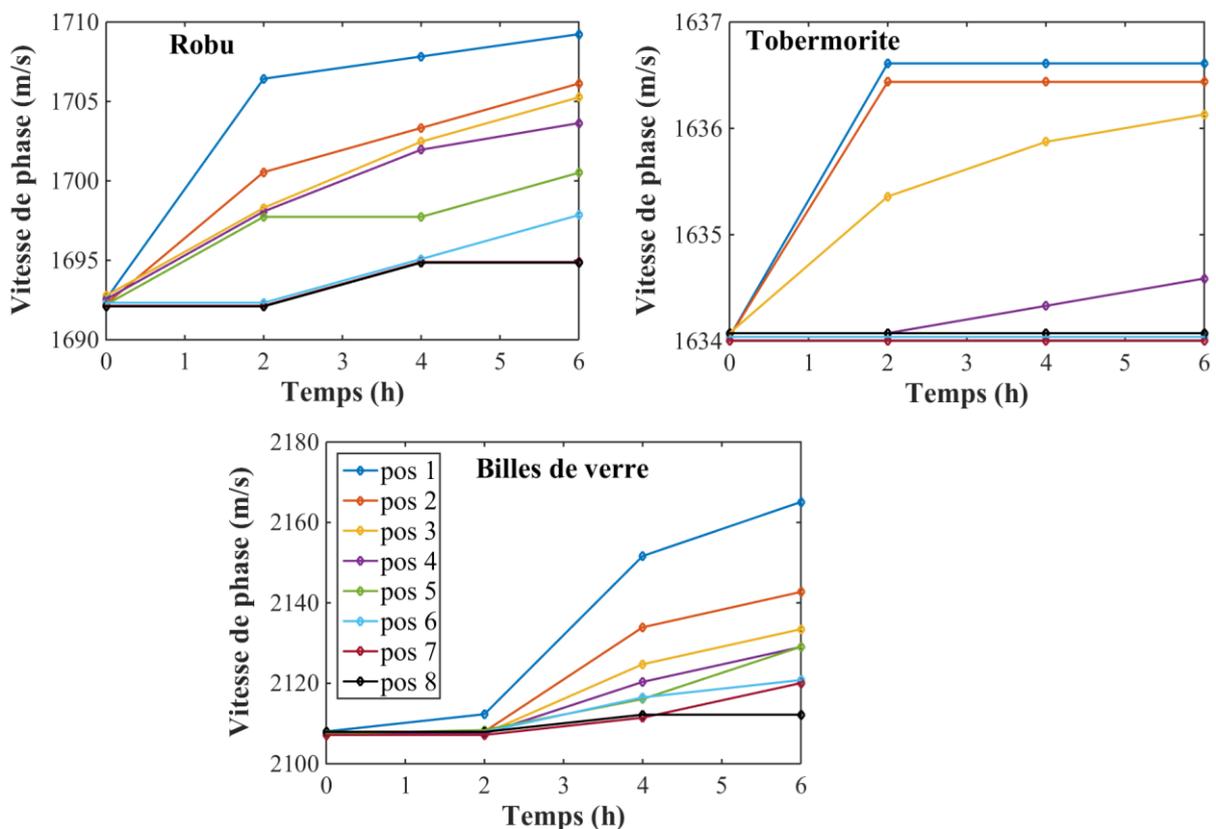


Figure 4. 13 : Vitesses de phase mesurées dans le Robu (a), la Tobermorite (b) et BV (c) avant ($t = 0 \text{ h}$) et durant l'injection pour les 8 positions sur l'axe horizontal. Vitesses de phase théoriques pour le Robu, Tobermorite et BV (d).

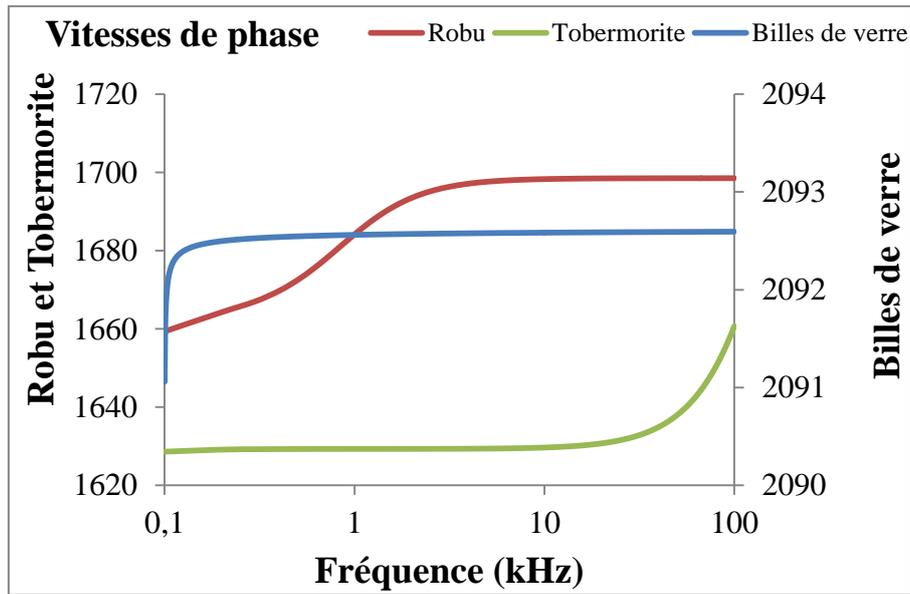


Figure 4. 14 : Vitesse de phase longitudinale rapide théorique du Robu, Tobermortie et des billes de verre.

4.3.5.3 Energie acoustique

Les signaux temporels transmis à travers les milieux poreux étudiés ont été interprétés de façon à modéliser un phénomène concret qui est le colmatage. Les signaux renseignent dans ce cas sur l'énergie à laquelle les ondes ont été transmises à travers les milieux poreux. Sur les Figures (4. 10 – 4. 12), une variation des signaux avant et après injection de particules est visualisée, et est expliquée par une perte d'énergie transmise à travers le milieu après injection. Pour cela, l'interprétation a été faite en se basant sur l'énergie du signal. Cette quantité physique est liée à l'ensemble image de la fonction représentant le signal. L'énergie totale d'un signal se définit comme étant le module de la mesure réalisée mis au carré au cours du temps. Dans notre cas, c'est le module de l'amplitude du signal transmis au carré au cours du temps :

$$E = \int |x(t)|^2 dt \quad (18)$$

Comme nous l'avons précisé précédemment, les signaux sur chaque position le long de l'axe horizontal de la maquette diffèrent légèrement à cause du remplissage manuel du matériau. Raison pour laquelle, le calcul de l'énergie a été fait en se référant au signal relevé à chaque position avant injection (milieu propre), et donc l'évaluation du dépôt correspond à la différence des signaux avant et après injection de particules :

$$\Delta E = E_{av} - E_{ap} \quad (19)$$

La Figure 4. 15 présente la variation de ΔE en fonction de la position x pour les trois matériaux. La valeur de ΔE à l'entrée est très importante et diminue avec la profondeur. A la sortie, la différence d'énergie devient presque nulle. Cette évolution de ΔE avec la profondeur est similaire aux courbes des profils de dépôt mesurées. Cette similarité indique que l'évolution spatio-temporelle du phénomène de colmatage dans le milieu poreux peut ainsi être suivie à partir des mesures ultrasonores. A une position donnée, la variation ΔE est plus prononcée dans le Robu qui indique une plus forte rétention liée à la présence de l'intraporosité qui offre des sites de rétention supplémentaires pour les particules en suspension. Ce constat est plus marqué pour les premières positions proches de l'entrée du milieu où le dépôt est plus important.

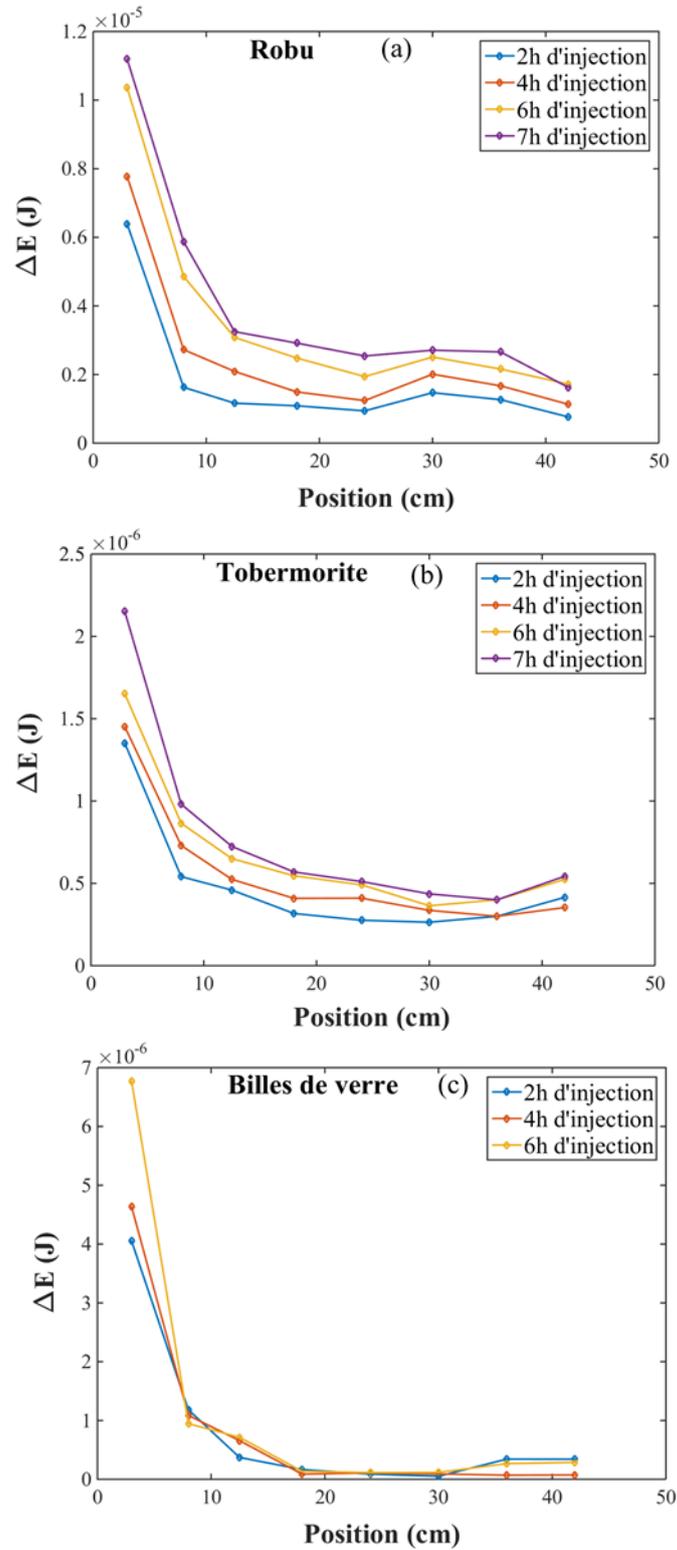


Figure 4. 15 : Energie des signaux transmis à travers le Robu (a), la Tobermorite (b), et les BV (c) après injection pour les 8 positions sur l'axe horizontal.

4.3.5.4 Atténuation des ondes ultrasonores

L'influence du dépôt de particules sur les modifications des propriétés acoustiques du milieu poreux peut être aussi évaluée en considérant l'atténuation des ondes transmises définie par l'équation suivante :

$$\alpha = \frac{1}{L} \ln \left(\frac{A_0}{A_x} \right) \quad (20)$$

L est la distance séparant les deux transducteurs.

A_0 est l'amplitude de référence, du spectre du signal transmis, prise ici comme étant l'amplitude du signal avant injection à $t = 0$.

A_x est l'amplitude du signal après injection.

L'atténuation des ondes ultrasonores dans les milieux poreux est introduite par les frictions visqueuses et les échanges thermiques entre le fluide et le solide. On présente l'atténuation de la première onde de compression en fonction du temps (Figure 4. 16) et en fonction de la position (Figure 4. 17). On constate une croissance de cette dernière dans le temps, et une chute dans l'espace (de la position 1 vers la position 8). La présence des particules dans les pores engendre un mouvement différentiel entre la phase solide et la phase fluide plus important, provoquant une dissipation croissante d'énergie et donc une augmentation de l'atténuation dans le temps. Dans la position 1, et comme expliqué précédemment, la majorité des particules qui se propagent dans le milieu, est coincé dans les premiers centimètres du milieu (Figure 4. 16). C'est pourquoi, une croissance très prononcée de l'atténuation y est observée. Ceci est confirmé également dans les résultats de la Figure 4. 17.

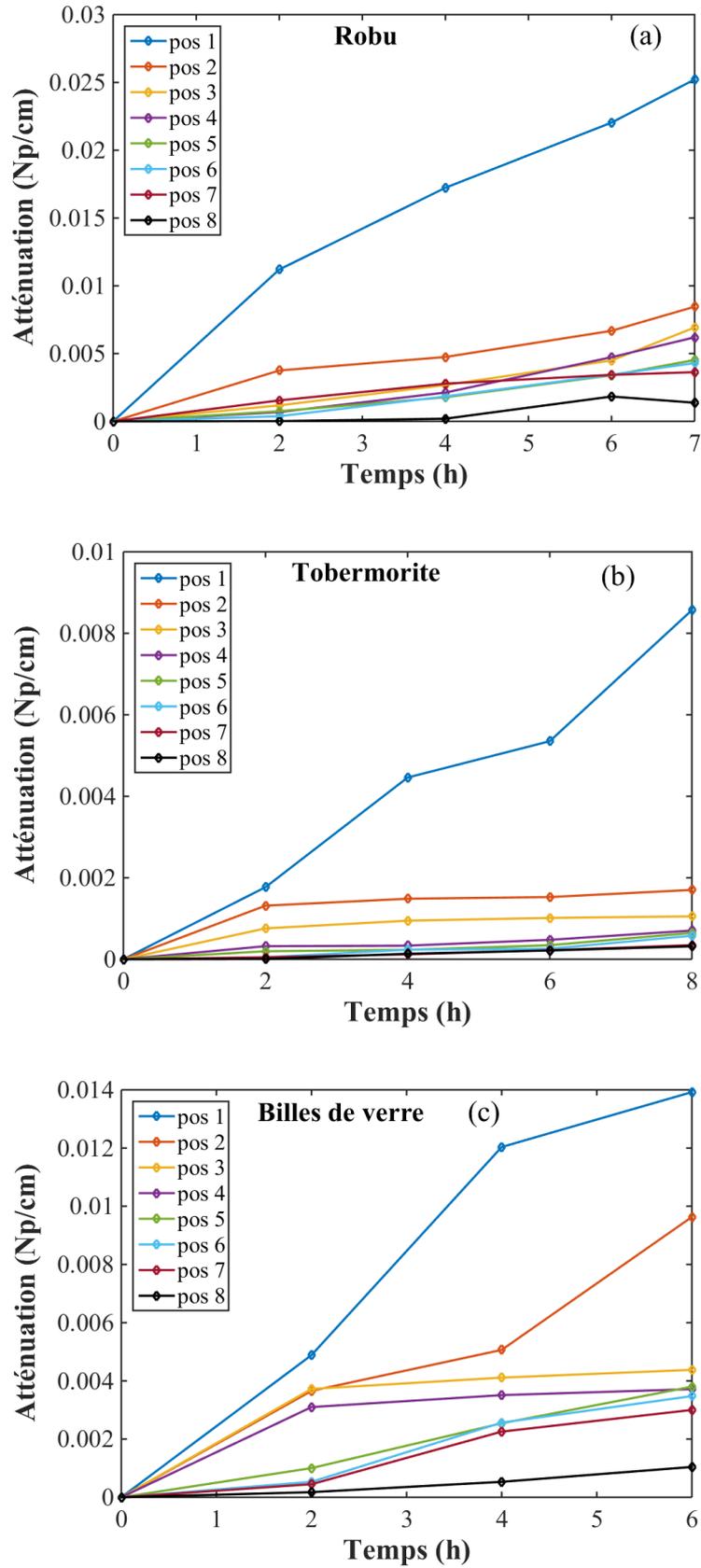


Figure 4. 16 : Atténuation des signaux transmis à travers le Robu (a), la Tobermorite (b), et les BV (c) avant ($t = 0$ h) et durant l'injection pour les 8 positions sur l'axe horizontal.

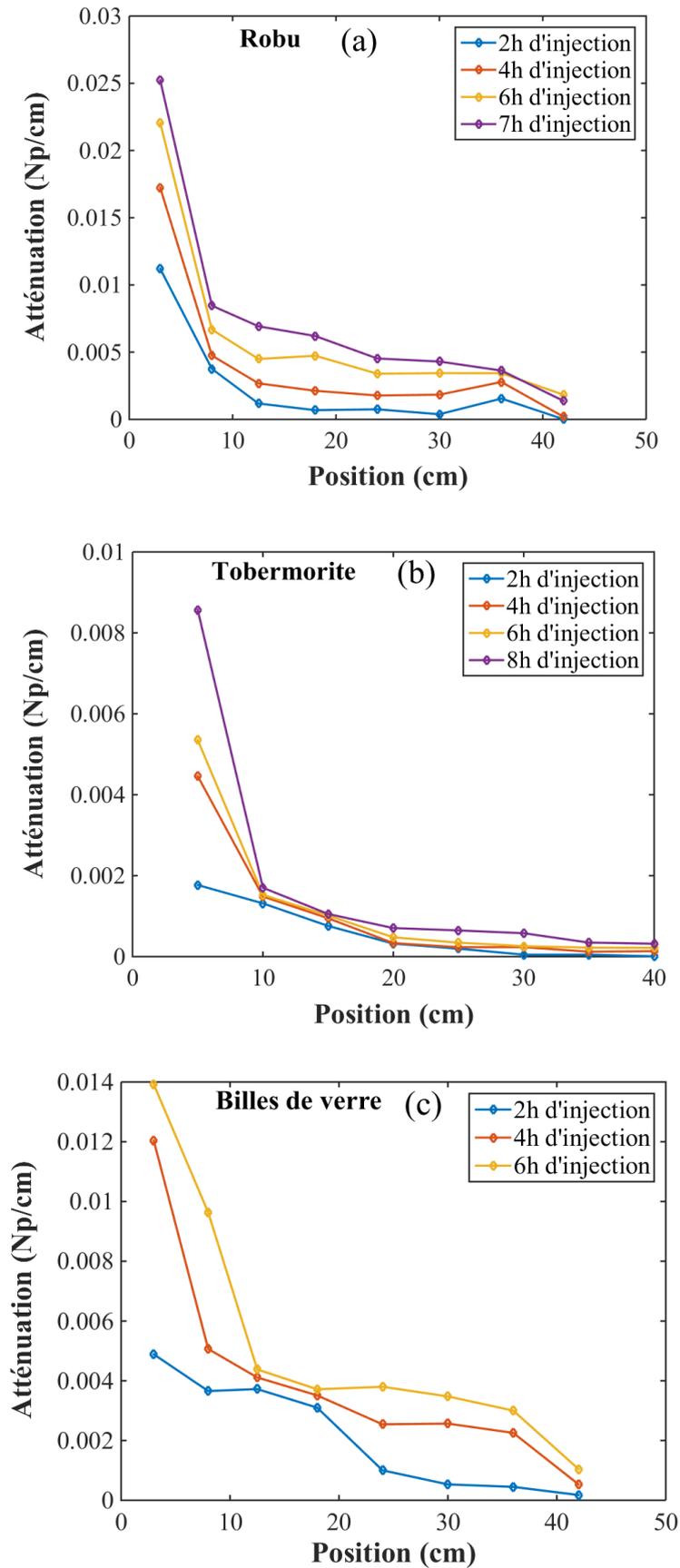


Figure 4. 17 : Atténuation des signaux transmis à travers le Robu (a), la Tobermorite (b), et les BV (c) après injection pour les 8 positions sur l'axe horizontal.

4.3.6 Discussion

4.3.6.1 Profil de dépôt et profil d'énergie acoustique

Dans un but de rechercher une corrélation entre le dépôt et la variation de l'énergie nous avons représenté les deux profils, dans l'espace, du dépôt et de l'énergie sur les mêmes graphiques pour les trois milieux testés (Figures 4. 18 (a) – 4. 20 (a)). Ces figures montrent que les deux profils sont similaires. Le dépôt et la variation de ΔE sont importants à l'entrée et diminuent avec la profondeur. Ce comportement est observé pour les trois milieux. Ce résultat montre que cette technique ultrasonore peut être un outil intéressant pour la détection de l'évolution des caractéristiques mécaniques d'un milieu dû au dépôt ou à l'érosion dans le temps. Notons que cette technique ultrasonore présente l'avantage d'être non destructive.

L'évolution de la variation de l'énergie acoustique avec la porosité après injection est représentée sur les Figures (4. 18 (b) – 4. 20 (b)). Pour tous les essais, la variation de l'énergie acoustique du milieu est simulée de manière très satisfaisante par la relation empirique suivante :

$$\Delta E = b e^{-a \phi}$$

ΔE : la variation de l'énergie acoustique du milieu

ϕ : est la porosité au temps t du milieu poreux

a et b sont des coefficients de calage qui dépend des caractéristiques du milieu.

Le coefficient a est un indicateur de la vitesse d'altération des caractéristiques acoustiques du milieu poreux par le dépôt. Il constitue un bon indicateur de la vitesse de colmatage du milieu poreux.

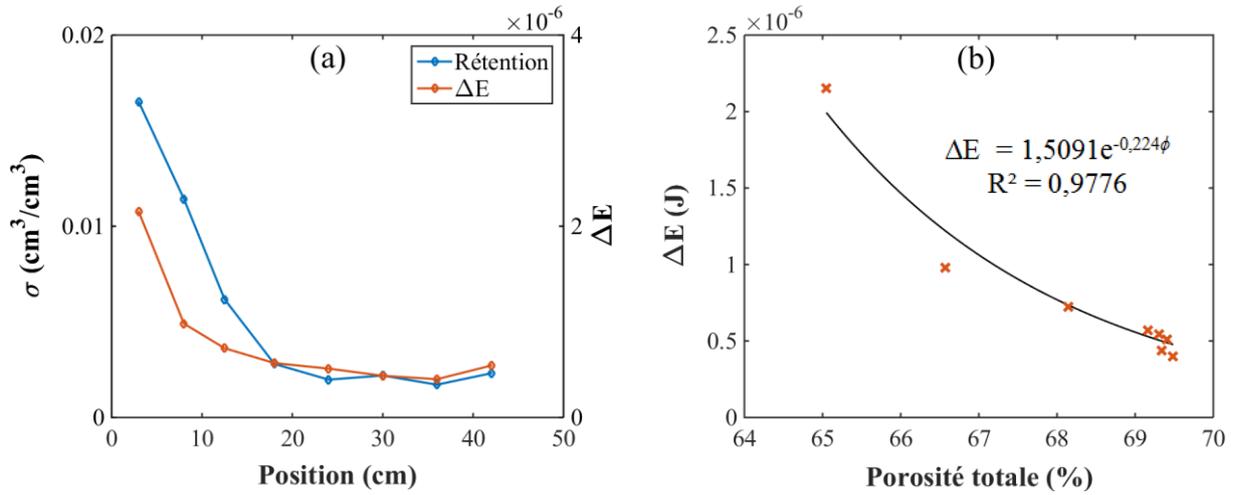


Figure 4. 18 : Comparaison entre le profil du dépôt et le profil de la variation d'énergie (a) et évolution de l'énergie acoustique en fonction de la variation de la porosité totale (b) pour le Robu après injection pour les 8 positions dans l'axe horizontal.

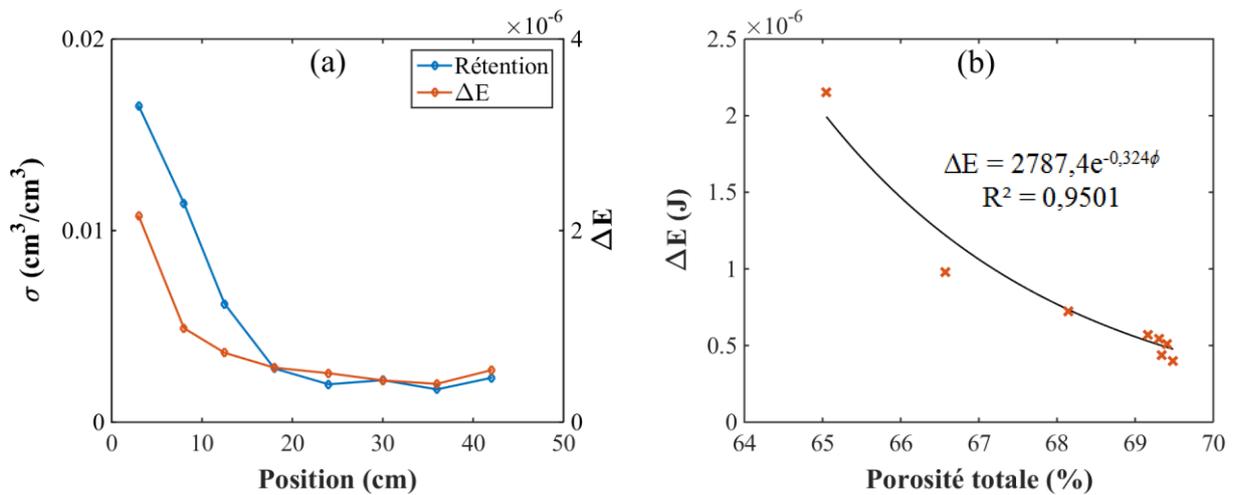


Figure 4. 19 : Comparaison entre le profil du dépôt et le profil de la variation d'énergie (a) et évolution de l'énergie acoustique en fonction de la variation de la porosité totale (b) pour la Tobermorite après injection pour les 8 positions dans l'axe horizontal.

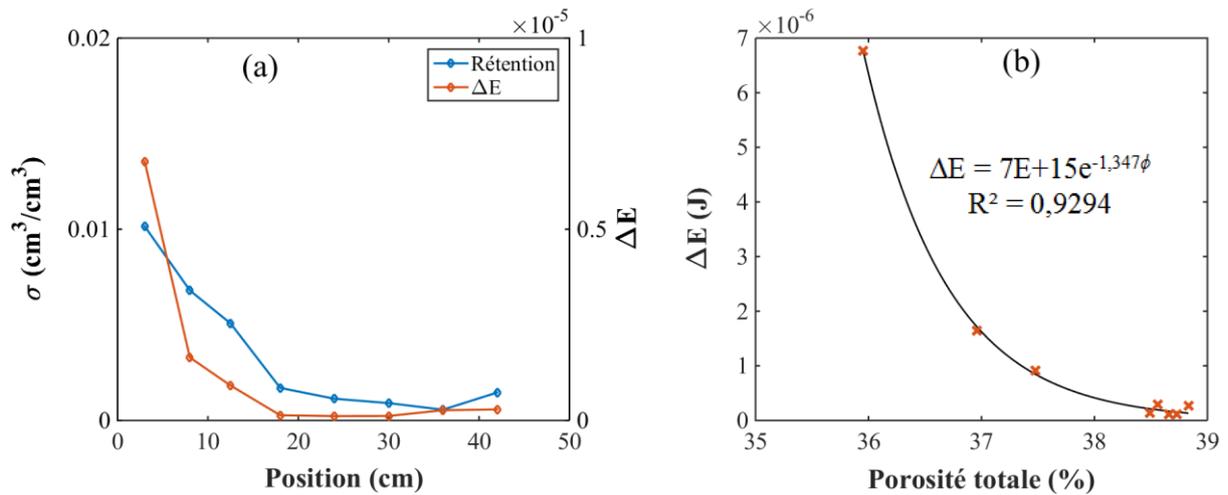


Figure 4. 20 : Comparaison entre le profil de dépôt et le profil de la variation d'énergie (a) et évolution de l'énergie acoustique en fonction de la variation de la porosité totale (b) pour les billes de verre après injection pour les 8 positions dans l'axe horizontal.

4.3.6.2 Vitesse de phase et porosité

La variation de la vitesse de phase ultrasonore est affectée par le changement de la porosité du milieu après dépôt de particules. Une corrélation entre cette vitesse de propagation ultrasonore et la porosité du milieu après le dépôt peut être recherchée.

La Figure 4. 21 montre les corrélations entre les vitesses des ultrasons et la porosité dans les milieux poreux testés. Une très bonne corrélation entre la vitesse de l'onde longitudinale et la porosité est obtenue pour les trois milieux poreux. La vitesse de l'onde longitudinale diminue linéairement avec l'augmentation de la porosité. La diminution de la vitesse des ultrasons en fonction de l'augmentation de la porosité s'explique par l'influence du dépôt dans les pores du milieu poreux sur la vitesse du son. Le matériau de dépôt présente une vitesse de son et des constantes élastiques inférieures à celles du matériau du milieu poreux. Le coefficient directeur de la corrélation linéaire entre la vitesse et la porosité est aussi un très bon indicateur de la vitesse de dégradabilité du milieu à cause de dépôt. Ce coefficient est très faible pour les deux milieux à double porosité, il est par contre très élevé pour le milieu à simple porosité. Ces mesures peuvent aussi nous renseigner sur l'évolution des caractéristiques du milieu, et donc dans cette étude du colmatage.

La méthode par ultrasons pour déterminer la porosité des échantillons solides semble prometteuse dans la zone des porosités testées. Après un calibrage approprié avec, il devrait être possible de l'utiliser pour déterminer la porosité d'un milieu poreux quelconque. La mesure est rapide et la méthode est non destructive.

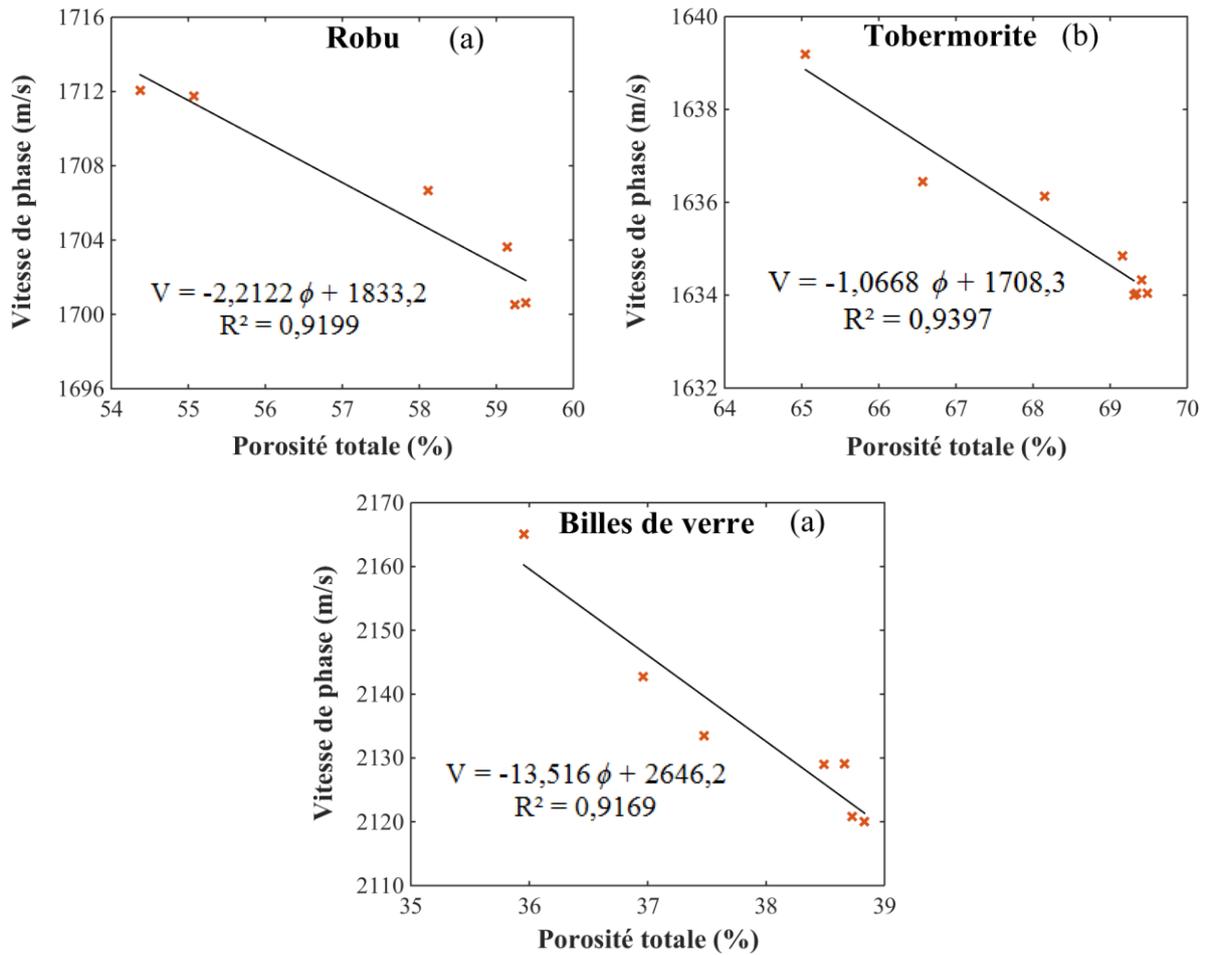


Figure 4. 21 : Evolution, après injection de particules, de la porosité totale vs. la vitesse de phase de l'onde longitudinale rapide pour différentes positions : Robu (a), Tobermorite (b) et billes de verre (c).

4.3.6.3 Effets des conditions d'essais sur le comportement mécanique et acoustique du milieu

Plusieurs paramètres affectent le colmatage des milieux poreux (cf. 5.2.1) qu'ils soient liés au milieu poreux, aux particules injectées ou aux conditions d'essais. Des essais complémentaires ont été réalisés afin d'une part, (i) rendre compte de l'influence de la vitesse et du temps d'injection sur le colmatage et d'autre part (ii) vérifier la sensibilité des techniques d'investigations ultrasonores développées de ce phénomène. Deux vitesses d'écoulement et plusieurs essais arrêtés après différents volumes de solution injectée ont été réalisés sur les milieux Robu et BV. La Figure 4. 22 présente la variation des profils acoustique et la rétention en fonction de la position pour trois volumes de pores. Globalement, on remarque que le profil de ΔE suit le profil de rétention. A une position donnée, ΔE augmente avec le

dépôt qui augmente avec le volume injecté. La vitesse d'écoulement a un effet inverse (Figure 4. 23). L'augmentation de la vitesse d'écoulement engendre une diminution de la rétention. L'effet de la vitesse d'écoulement sur le transport et dépôt de particules en suspension a fait l'objet de plusieurs études (Alem et al. 2013; Ahfir et al. 2017). A forte vitesse d'écoulement, les forces hydrodynamiques sont suffisamment pour transporter une grande partie des particules jusqu'à la sortie du milieu poreux, ils sont aussi suffisamment fortes pour entrainer l'arrachement et le transport de particules préalablement déposées. La diminution de la rétention, à une position donnée du milieu, lorsque la vitesse d'écoulement augmente, est corrélée de manière très satisfaisante à la diminution de la variation de l'énergie acoustique mesurée.

L'ensemble des résultats montre que les ultrasons sont capables de détecter les évolutions dans l'espace et dans le temps des caractéristiques mécaniques d'un milieu poreux suite à un colmatage ou à une érosion interne.

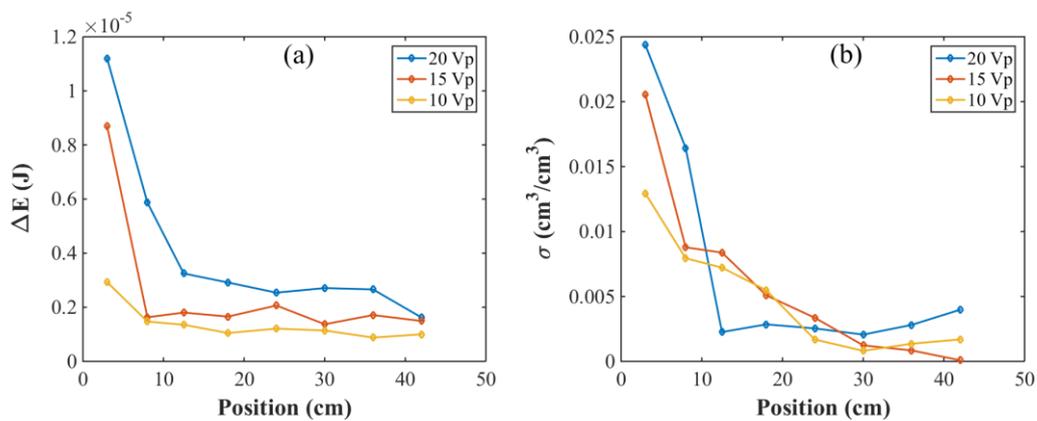


Figure 4. 22 : Variation du profil d'énergie acoustique (a), et du profil de dépôt (b) en fonction des 8 positions pour trois Vp (volume de pores), du Robu.

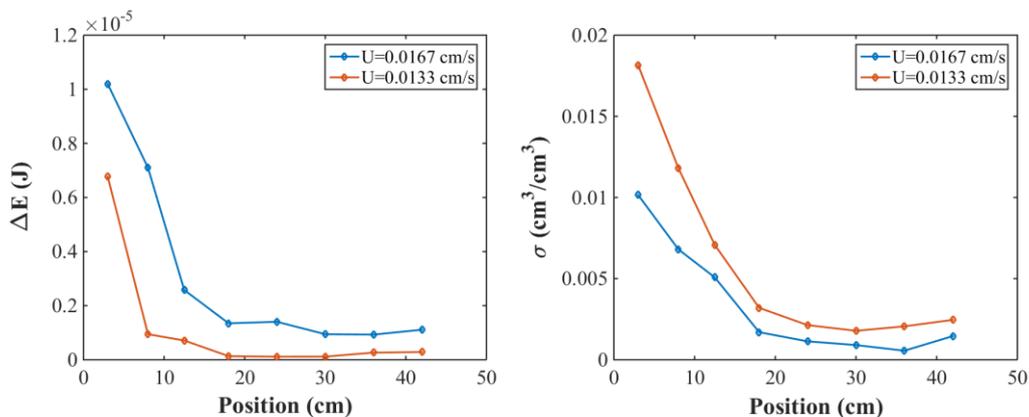


Figure 4. 23 : Variation du profil d'énergie acoustique (a), et du profil de dépôt (b) en fonction des 8 positions pour deux vitesses d'écoulement, des billes de verre.

4.4 Conclusion

Le phénomène du colmatage des milieux poreux est assez compliqué par les différents processus qui le décrivent. L'objectif de notre étude est de permettre, dans l'avenir, sa détection in-situ par les ultrasons. Le dépôt affecte principalement la porosité et la perméabilité qui sont les paramètres les plus importants dans les milieux poreux notamment dans les ouvrages hydrauliques. L'augmentation du dépôt au cours du temps engendre une chute de la perméabilité qui peut avoir des conséquences néfastes sur le bon fonctionnement d'un milieu.

Plusieurs paramètres affectent le dépôt de particules fines dans un milieu poreux saturé. La comparaison de trois matériaux différents (deux ayant une double porosité mais deux formes et porosités différentes, et un de simple porosité) a permis de déduire la grande importance de la structure du milieu dans le dépôt de particules. Pour la Tobermorite, la présence des micropores n'a quasiment aucun effet sur la capacité de rétention du milieu. Cependant, le Robu contient des micropores qui forment des sites de rétention assez larges permettant la capture des particules.

Un bon accord est observé entre l'évaluation destructive du colmatage généralement utilisée dans les laboratoires, et sa détection ultrasonore à travers la transmission des ondes se propageant dans le milieu. La variation des propriétés acoustiques (vitesse de phase, énergie du signal transmis et atténuation d'ondes) avec le dépôt a été mise en évidence. En effet, les courbes des atténuations et des variations de l'énergie des signaux transmis correspondent parfaitement au profil de dépôt. La vitesse de compression estimée par le temps de vol varie dans le temps et dans l'espace également. Une variation linéaire de la vitesse avec la porosité obtenue après injection est observée. Ce qui est attendu parce que la vitesse dépend fortement de la densité du milieu, et donc de sa porosité. Nous avons également observé une dépendance exponentielle de la variation de l'énergie avec la porosité totale.

De ces résultats, nous en déduisons la sensibilité des méthodes acoustiques au phénomène du colmatage, et que le colmatage peut être évalué et détecté par les ultrasons.

Conclusion générale

Le comportement mécanique et acoustique des milieux à double porosité a été mis en évidence à travers l'examen de trois milieux : grès de Berea, ROBU et Tobermorite. Le milieu formé à partir de l'entassement de billes de verres est un milieu à simple porosité utilisé à des fins de comparaison.

Nous avons utilisé le ROBU, la Tobermorite et les billes de verre dans le but de caractériser le dépôt de particules à l'intérieur d'un milieu à double porosité. En effet, lors de l'écoulement de d'un fluide chargé de particules en suspension, on sait que le colmatage ne se manifeste pas de la même manière au fur et à mesure que l'on pénètre en profondeur dans le milieu poreux. Nous avons étendu le travail de (Bai et al., 2019) par la mise en place d'un système permettant la translation des transducteurs le long d'une colonne remplie de matériaux poreux granulaires maintenus par deux plaques d'aluminium. L'étude cette fois-ci a été réalisée avec des transducteurs de 44 kHz de fréquence centrale, plus adaptés à notre problématique, et conformes à l'utilisation correcte de la théorie de Berryman et Wang. Ces transducteurs ne sont plus en contact avec la colonne afin de permettre les mouvements du fluide et du solide et de détecter les effets relatifs aux ondes lentes. En se plaçant dans le cadre de la théorie de Berryman et Wang, nous avons déterminé les vitesses et les atténuations pour les quatre ondes se propageant dans le Robu et la Tobermorite. Celles-ci sont toutes dispersives et atténuées. Notons que la différence des résultats obtenus avec les résultats de Bai (2016) est due aux paramètres que nous avons ajustés par rapport aux résultats expérimentaux des coefficients de comparaison.

Dans le chapitre 2 consacré à l'étude du grès de Berea, nous avons écrit les coefficients de réflexion et de transmission d'une couche à double porosité sous une forme analytique factorisée. L'objectif de cette écriture est, en effet, la mise en évidence et l'interprétation des modes de Lamb d'une couche constituée du grès de Berea. On observe que le réseau des modes de Lamb se distingue nettement de celui d'une couche à simple porosité par sa plus grande complexité montrant bien que l'on arrive à distinguer les effets de la seconde porosité. Aux basses fréquences, nous donnons des formules analytiques d'estimation des nombres d'onde à partir des équations de dispersion. Elles permettent de mettre en évidence la manière dont les ondes de Lamb dépendent du milieu à double porosité. Des particularités concernant les modes fondamentaux ont été constatées : absence totale du mode antisymétrique et présence partielle du mode symétrique uniquement à basse fréquence.

Cette étude peut servir à la compréhension du comportement acoustique des os spongieux qui sont un milieu composé d'un os trabéculaire. Elle peut également être validée par des mesures expérimentales qui peuvent servir à détecter les défauts dans des splques à double porosité par la propagation des modes de Lamb.

Nous avons présenté également à la fin de chapitre, une étude de sensibilité de quelques paramètres mécaniques à certaines propriétés acoustiques. Ces dernières peuvent être influencées par plusieurs paramètres à la fois. Toutefois, certaines propriétés sont plus sensibles à des paramètres que d'autres. Ceci facilitera, par la suite, l'accès à un paramètre du milieu à travers la propriété acoustique la plus affecté par la variation de ce paramètre.

Dans le chapitre 3, nous avons réalisé des mesures ultrasonores sur le Robu, la Tobermorite et un milieu à simple porosité à base de billes de verre. Ces mesures ont été faites en excitation impulsionnelle et en quasi-harmonique. La transmission en impulsionnel a servi de comparaison entre les signaux temporels à différents angles d'incidence et à la détection uniquement de la première onde de compression pour les deux milieux à double porosité. Nous avons pu détecter la propagation des quatre ondes dans le Robu pour la réflexion en quasi-harmonique.

Le chapitre 4 est une application des ultrasons, combinée à la méthode d'injection généralement utilisée au laboratoire, afin de détecter le dépôt de particules. Des essais d'injection sur de longues durées par lesquels on recherche le colmatage du milieu poreux sont réalisés. Deux techniques sont utilisées pour suivre ce processus de colmatage. Une méthode destructive utilisée classiquement dans les études en laboratoire sur les problématiques liées au transport de masse dans les milieux poreux. Une méthode non destructive basée sur la détection ultrasonore de la rétention des particules dans le milieu et qui consiste à relever les signaux acoustiques transmis à travers la maquette avant et après injection. La variation de ces signaux temporels permet de renseigner sur les changements des caractéristiques acoustiques du milieu poreux suite au dépôt de particules. Un bon accord a été observé entre les vitesses théoriques et les vitesses mesurées par les temps de vol, pour certains angles et certaines fréquences dans la bande passante des transducteurs. Un coefficient de comparaison expérimental et théorique a été introduit pour comparer la transmission théorique et expérimentale. Il a montré un bon accord théorie – expériences malgré quelques petites différences qui sont dues aux erreurs de mesures.

De ces résultats qui offrent un bon accord entre l'évaluation destructive du colmatage généralement utilisée dans les laboratoires, et la détection ultrasonore via la transmission des ondes, nous en déduisons que les méthodes acoustiques sont sensibles au phénomène du

colmatage. C'est pourquoi, une étude similaire pour quantifier l'érosion interne ou le degré de pollution ou d'envahissement des sols soumis à des écoulements (par exemple les eaux de pluie chargées en particules) qui sont parmi les principales raisons de la détérioration des ouvrages de rétention d'eau, serait très intéressante.

La combinaison des chapitres 2 et 4 peut donner lieu à une étude de la détection ultrasonore des défauts ou des phénomènes cités précédemment, affectant les milieux poreux, par la caractérisation de la propagation des modes de Lamb dans des couches à double porosité.

Annexe A

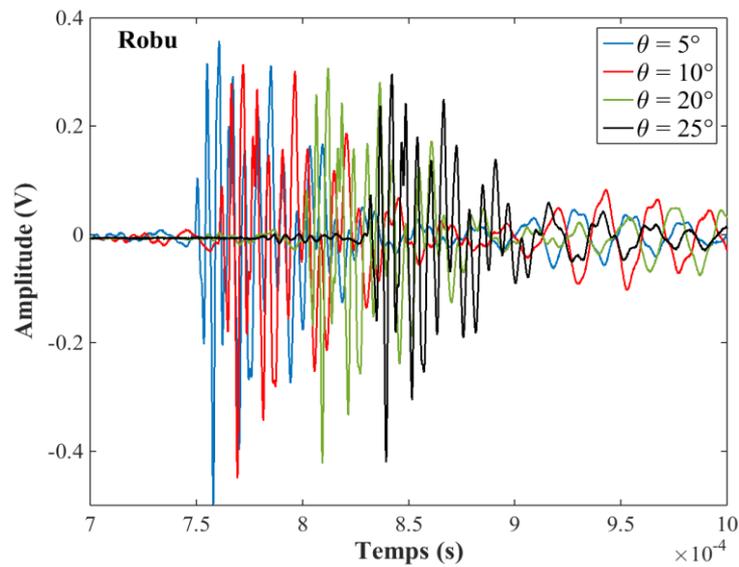


Figure A.1 : Réponse impulsionnelle, en réflexion pour différents angles d'incidence, pour le Robu.

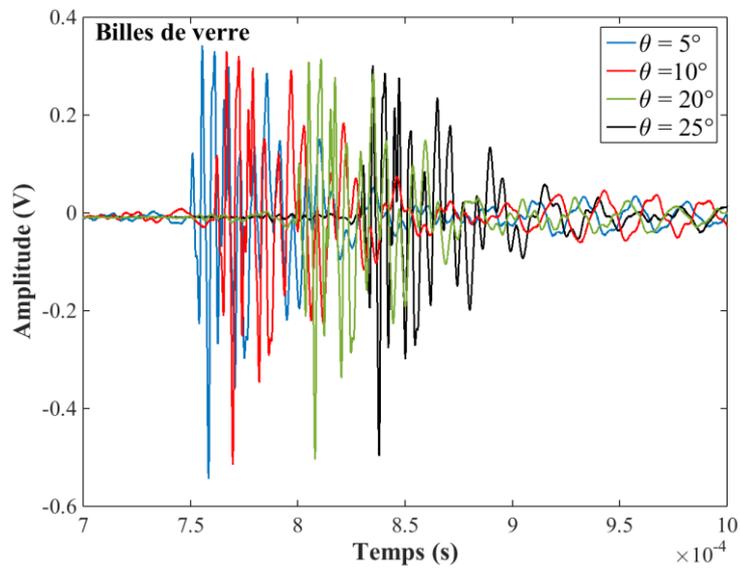


Figure A.2 : Réponse impulsionnelle, en réflexion pour différents angles d'incidence, pour les billes de verre.

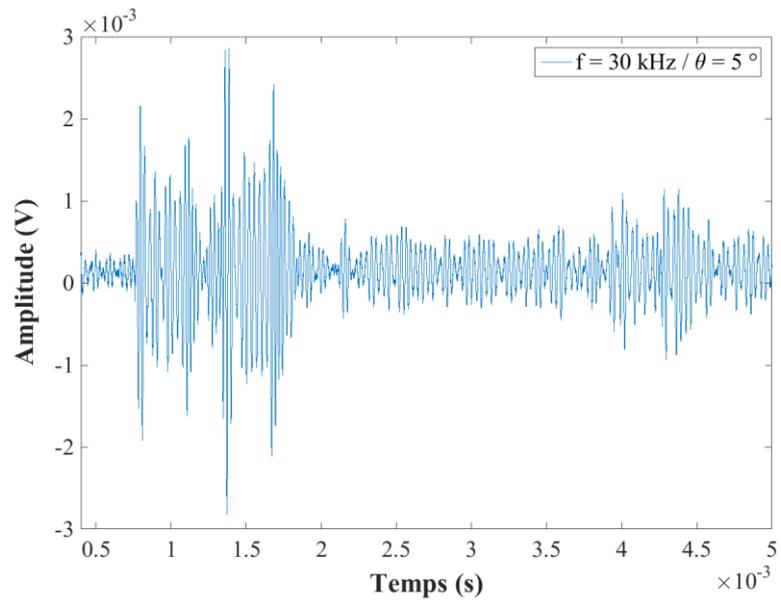


Figure A.3 : Signal temporel de la réflexion en quasi-harmonique pour $f = 30 \text{ kHz}$ et $\theta = 5^\circ$.

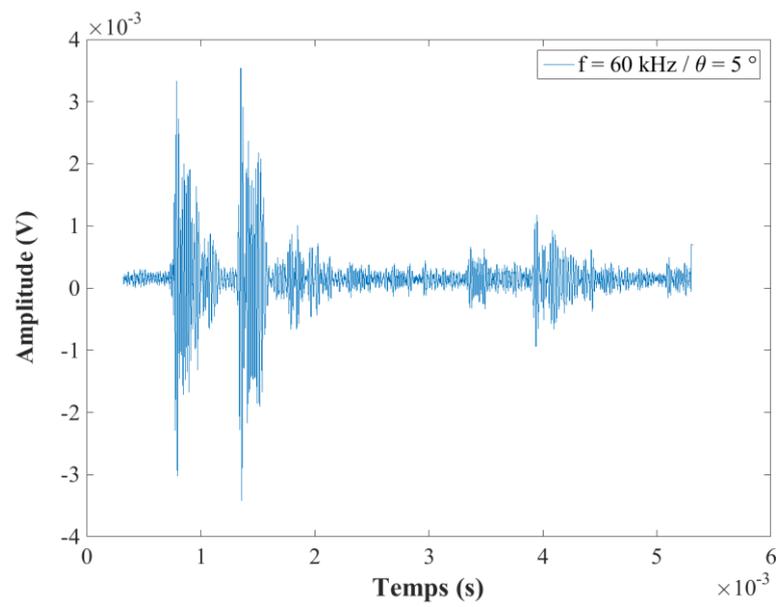


Figure A.4 : Signal temporel de la réflexion en quasi-harmonique pour $f = 60 \text{ kHz}$ et $\theta = 5^\circ$.

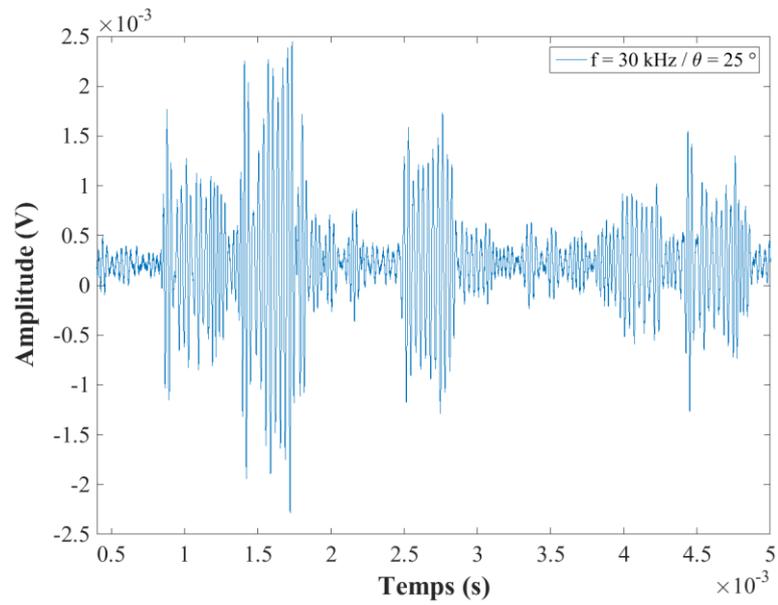


Figure A.5 : Signal temporel de la réflexion en quasi-harmonique pour $f = 30 \text{ kHz}$ et $\theta = 25^\circ$.

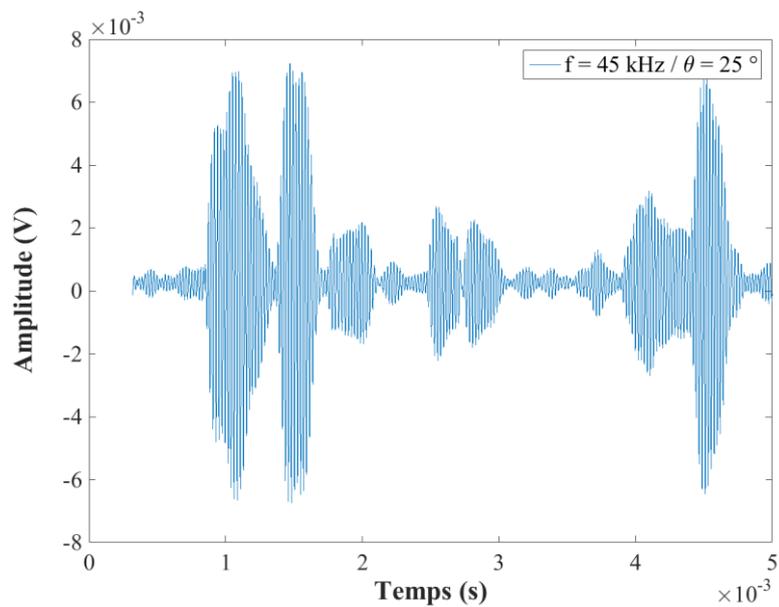


Figure A.6 : Signal temporel de la réflexion en quasi-harmonique pour $f = 45 \text{ kHz}$ et $\theta = 25^\circ$.

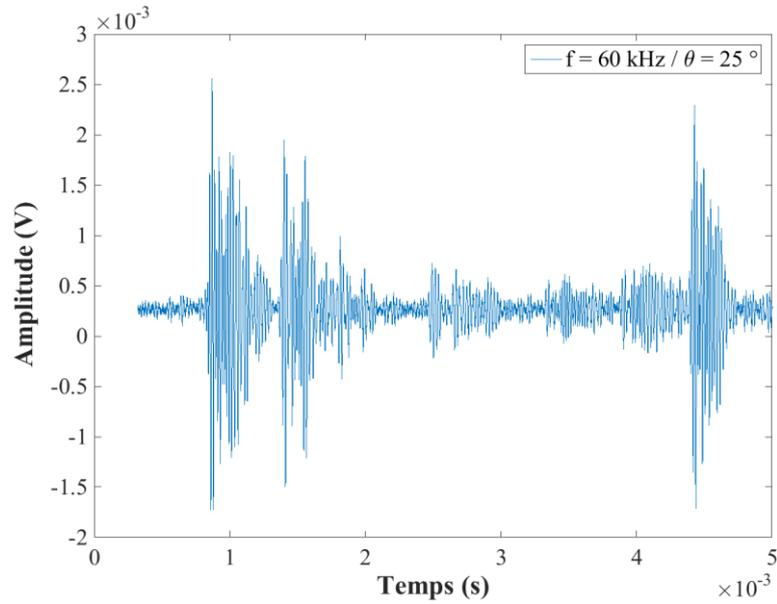


Figure A.7 : Signal temporel de la réflexion en quasi-harmonique pour $f = 60 \text{ kHz}$ et $\theta = 25^\circ$.

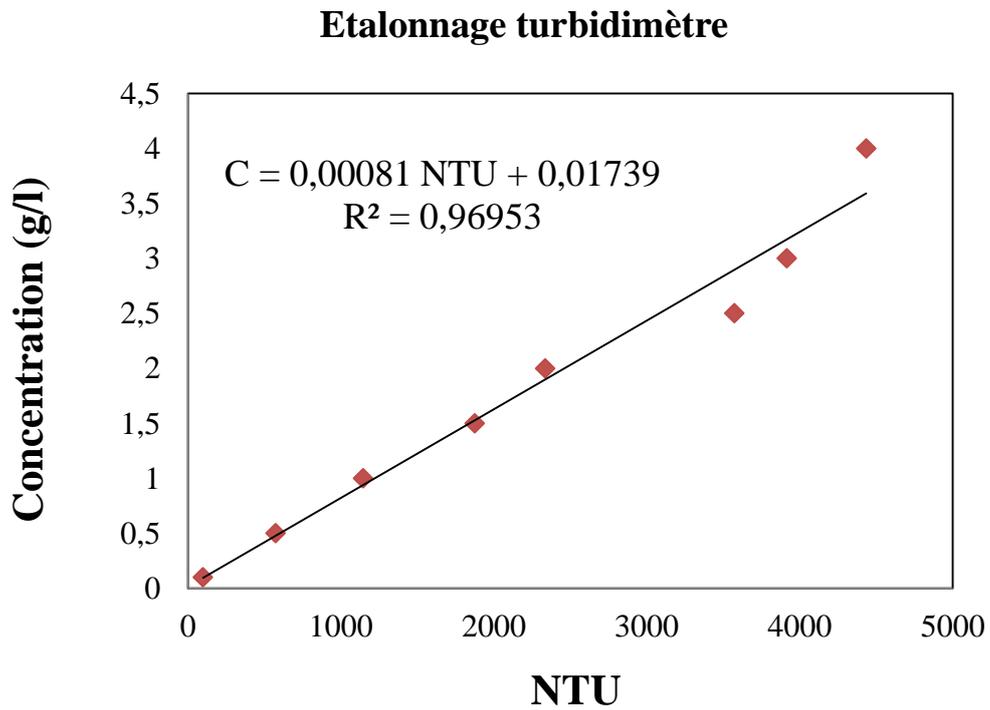


Figure A.8 : Courbe d'étalonnage du turbidimètre.

Références

Achenbach J. D. (1973), "Wave propagation in elastic solids, North-Holland publishing company".

Ahfir N. D., Benamar A., Alem A. and Wang H. Q. (2009), "Influence of internal structure and mediumlength on transport and deposition of suspended particles: a laboratory study," *Transp Porous Med.* 76, 289–307.

Ahfir N. D., Hammadi A., Alem A., Wang H., LeBras G., Ouahbi T. (2017), "Porous media grain size distribution and hydrodynamic forces effects on transport and deposition of suspended particles," *Journal of Environmental Sciences.* Vol. 53, March 2017, Pages 161-172.

Alem A., Ahfir N. D., Elkawafi A. and Wang H. Q. (2015), "Hydraulic operating conditions and particle concentration effects on physical clogging of a porous medium," *Transp Porous Med.* 106, 303-321.

Allard J., Castagnède B., Henry M. and Lauriks W. (1994), "Evaluation of tortuosity in acoustic porous materials saturated by air," *Rev. Sci. Instrum.* 65; 754–755.

Alem A., Elkawafi A., Ahfir N.D. and Wang H.Q. (2013), "Filtration of kaolinite particles in a saturated porous medium: hydrodynamic effects," *Hydrogeology Journal*, 21, 573-586.

Arbogast T., Douglas J. and Hornung U. (1990), "Derivation of the double porosity model of single phase flow via homogenization theory," *SIAM J. Math. Anal.* 21, 823-836.

Auld B. A. (1990), "Acoustic Fields and Waves In Solids - Volume 1 and II - 2nd," ed. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida.

Auriault J.-L. and Boutin C. (1993), "Deformable porous media with double porosity," III. *Acoustics, transp. Por. Media* 14, 143-162.

Baghdikian S., Sharma M. and Handy L. (1989), "Flow of clay suspensions through porous media," *SPE Reservoir Engineering.* Vol. 4, no 2, p. 213–220.

Bai R.N (2016), “Caractérisation de milieu poreux hétérogènes par approche acoustique,” Thèse de l'Université du Havre, Le Havre.

Bai R. N., Tinel A., Alem A., Franklin H. and Wang H. Q. (2016), “Estimating frame bulk and shear moduli of two double porosity layers by ultrasound transmission,” *Ultrasonics*, 70, 211–220.

Bai R. N., Alem A., Franklin H., Tinel A., Wang H. Q., Kachkouch F., Taibi S. and Bizet L. (2019), “Ultrasonic characterisation of particle retention by a double porosity medium,” *Environmental Technology*, 40:9, 1166-1177.

Barenblatt GI., Zheltow IP. and Kochina TN. (1960), “Basic concepts in the theory of seepage homogeneous liquids in fissured rocks,” *J Appl Math Mech* ; 24:1286–303.

Belloncle G., Franklin H., Luppé F. and Conoir J.-M. (2003). “Normal modes of a poroelastic plate and their relation to the reflection and transmission coefficients,” *Ultrasonics* 41(3) 207-216.

Berger S. (2004). “Contribution à la caractérisation des milieux poreux par des méthodes acoustiques : estimation des paramètres physiques,” Thèse de l'Université du Maine, Le Mans.

Berryman J. G. and Wang H. F. (1995), “The Elastic Coefficients of Double-Porosity Models for Fluid Transport in Jointed Rock”. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 100, No. B12, 1995, pp. 24611-24627. doi:10.1029/95JB02161.

Berryman J. G. and Wang H. F. (2000), “Elastic wave propagation and attenuation in a double-porosity dual-permeability medium,” *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 37, 63–78.

Beskos DE. (1989), “Dynamics of saturated rocks. I: Equations of Motions,” *J Eng Mech ASCE* ;115:983–95.

Biot M.A. (1955), “Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *Journal of Applied Physics*,” 26 (2), 182–185.

Biot M.A. (1956), “Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. I. Low-Frequency Range,” The Journal of the Acoustical Society of America, 28 (2), 168.

Biot M.A. (1962a), “Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media,” J. Appl. Phys. 33, 1482– 1498.

Bourbié T., Coussy O. and ZinsZner B. (1986), “Acoustique des milieux poreux, Publications de l’institut français du pétrole,” Collection « science et technique du pétrole » n° 27.

Boutin C. and Royer P. (2015), “On models of double porosity poroelastic media,” Geophys. J. Int. 203 1694-1725.

Bradford S. A. and Bettahar M. (2006), “Concentration dependent transport of colloids in saturated porous media,” Journal of Contaminant Hydrology, 82, 99-117.

Brown R. J. S. and Korringa J. (1975), “On the dependence of the elastic properties of a porous rock on the compressibility of the pore fluid,” Geophysics, 40 (4), 608–616.

Carroll M. M. (1980), “Mechanical response of fluid-saturated porous materials,” Proc. 15th International Congress on Theoretical and Applied Mechanics, F. P. J. Rimrott and B. Tabarrok eds., North-Holland, NY, pp 251–262.

Chen J.G., Cheng L., Su Z.Q. and Qin L. (2014), “Modeling elastic waves in coupled media: Estimate of soft tissue influence and application to quantitative ultrasound,” Ultrasonics, 53 350–362.

Chen J.G. and Su Z.Q. (2014), “On ultrasound waves guided by bones with coupled soft tissues: A mechanism study and *in vitro* calibration”. Ultrasonics, 54, 1186–1196.

Chotiros N.P. and Isakson M.J. (2014), “Shear wave attenuation and micro-fluidics in water saturated sands and glass beads,” J. Acoust. Soc. Am. 135 (6) 3264–3279.

Compère F., Porel G. and Delay F. (2001), "Transport and retention of clay particles in saturated porous media. Influence of ionic strength and pore velocity," *Journal of Contaminant Hydrology*. Volume 49, Issues 1–2, Pages 1-21.

Corapcioglu M. Y. and Jiang S. (1993), "Colloid-facilitated groundwater contaminant transport," *Water Resour. Res.* 29 2215–2226.

Dai Z.J., Kuang Z.B. and Zhao S.X. (2006 a), "Reflection and transmission of elastic waves at the interface between an elastic solid and a double porosity medium. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*," 43(6), 961–971.

Dai Z.J., Kuang Z.B. and Zhao S.X. (2006 b), "Reflection and transmission of elastic waves from the interface of fluid- saturated porous solid and a double porosity solid," *Transp. Porous Med.* 65, 237–264.

Dai Z.J. and Kuang Z.B. (2008), "Reflection and transmission of elastic waves at the interface between water and a double porosity solid," *Transp. Porous Med.* 72, 369-392.

Dechesne M. (2002), "Connaissance et modélisation du fonctionnement des bassins d'infiltration d'eaux de ruissellement urbain pour l'évaluation des performances techniques et environnementales sur le long terme, " *Thèse de l'Institut national des sciences appliquées de Lyon*.

Delanchambre Y. (1966), "Contribution à l'étude de l'écoulement d'une suspension à travers un milieu poreux et du mécanisme de la filtration," *Thèse de doctorat, Université de Nancy, France*.

Delay F., Porel G. and De Marsily G. (1997), "Predicting solute transport in heterogeneous media from results obtained in homogeneous ones: an experimental approach," *Journal of Contaminant Hydrology*, 25, 63-84.

Elimelech M., Gregory J., Jia X. and Williams R. A. (1995), "Particle Deposition and Aggregation: Measurement, Modeling, and Simulation," *Butterworth-Heinemann, Oxford*.

El Kawafi A. (2010), “Colmatage d'un milieu poreux saturé soumis à un écoulement chargé de particules,” Thèse de doctorat de l'université du Havre.

Far M. E., Sayers C. M., Thomsen L., Han D.H. and Castagna, J.P. (2013). “Seismic characterization of naturally fractured reservoirs using amplitude versus offset and azimuth analysis,” *Geophysical Prospecting*, 61, 427–447.

Fellah Z., Chapelon J., Sebaa N., Lauriks W., Depollier C. and Fellah M. (2004), “Measuring permeability of porous materials via acoustic transmitted waves,” in: *IEEE International Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Joint 50th Anniversary Conference*, pp. 658–755.

Fellah Z., Fellah M., Mitri F., Sebaa N., Depollier C. and Lauriks W. (2007), Measuring permeability of porous materials at low frequency range via acoustic transmitted waves, *Rev. Sci. Instrum.* 78; 114902-1–114902-10.

Fiorito R. and Überall H. (1979), “Resonance theory of acoustic reflection and transmission through a fluid layer,” *J. Acoust. Soc. Am.* 65 (1), 9-14.

Fiorito R., Madigosky W. and Überall H. (1979), “Resonance theory of acoustic waves interacting with an elastic plate,” *J. Acoust. Soc. Am.* 66, 1857-1866.

Folkow P. D. and Johansson M. (2009), “Dynamic equations for fluid-loaded porous plates using approximate boundary conditions,” *J. Acoust. Soc. Am.* 125, 2954–2966.

Franklin H., Derible S. and Popa C. (2010), “Expansions of reflected-transmitted signals to estimate the slow wave strength in fluid-saturated porous layers,” *J. Acoust. Soc. Am.* 128 (3) 1073-1086.

Fujita F., Mizuno K. and Matsukawa M. (2013), “An experimental study on the ultrasonic wave propagation in cancellous bone : Waveform change during propagation,” *J. Acoust. Soc. Am.* 134 (6), Pt. 2, 4775-81.

Gassmann F. (1951), “Über die Elastizität poroser Medien,” *Mitteilungen aus dem Institut für Geophysik*, 96 (1-51), 1–21.

Ghidaglia C. (1994), "Filtration en profondeur de particules," Thèse de Doctorat de l'Université de Paris VI. 172.

Gohr Pinheiro I., Schmitz P. and Houi D. (1999), "Particle capture in porous media when physicochemical effects dominate," *Chemical Engineering Science*, vol. 54, no 17, p. 3801–3813.

Govindaraju R. S., Reddi L. N., and Kasavaraju S. K. (1995), "A physically based model for mobilization of kaolinite particles under hydraulic gradients," *J. Hydrol.*, 172: 331-350.

Harter T., Wagner S. and Atwill E. R. (2000), "Colloid transport and filtration of *Cryptosporidium parvum* in sandy soils and aquifer sediments," *Environ. Sci. Technol.* 34. 1, 62-70.

Herzig J. P. (1970), "Etude de l'écoulement de suspension à travers les milieux poreux," Thèse de Doctorat, Faculté des Sciences de Nancy.

Herzig J. and Goff P. L. (1972a), "Filtration dans les lits épais. I. résultats expérimentaux sur le colmatage et décolmatage," *Powder Technology*, vol. 5, no 3, p. 195–200.

Jocker J. and Smeulders D. (2009), "Ultrasonic measurements on poroelastic slabs: Determination of reflection and transmission coefficients and processing for Biot input parameters," *Ultrasonics* 49, 319–330.

Kaplan D. I., Bertsch P. M., Adriano D. C. and Miller W. P. (1993), "Soil-borne mobile colloids as influenced by water flow and organic carbon," *Environ. Sci. Technol.* 27. 6, 1193-1200.

Kimura M. (2008), "Experimental validation and applications of a modified gap stiffness model for granular marine sediments," *J. Acoust. Soc. Am.* 123, 2542–2552.

Kimura M. (2011), "Velocity dispersion and attenuation in granular marine sediments: Comparison of measurements with predictions using acoustic models," *J. Acoust. Soc. Am.* 129, 3544.

Kimura M. (2013), "Shear wave speed dispersion and attenuation in granular marine sediments," *J. Acoust. Soc. Am.* 134 (1), 144–155.

Kohout T., Karlqvist R., Eskelinen J., Hortling A., Pesonen L. J. and Hæggström E. (2013), "Ultrasonic Determination of Porosity in Homogeneous Ceramic Samples", *Geophysica*, 49 (1–2), 25–32.

Kretzschmar R., Barmettler K., Grolimund D., Yan Y., Borkovec M. and Sticher H. (1997), "Experimental determination of colloid deposition rates and collision efficiencies in natural porous media," *Water Resources Research*, vol. 33, no 5, p. 1129–1137.

Lamb H. (1917), "On Waves in an elastic plate," *Proc. Roy. Soc. (London), Ser. A*, 93 : 114.

Lamy E.M. (2009), "Ecoulement et transfert colloïdal dans des matrices hétérogènes et stratifiées : Application à des milieux poreux modèles," Thèse de doctorat de l'université de Nantes, France.

Lauriks W., Boeckx L. and Leclaire P. (2005), "Characterization of porous acoustic materials," *SAPEM Symposium on the Acoustics of Poro-Elastic Materials*, Dec Lyon, France.

Lautrin D. (2002), "Vieillissement et réhabilitation des petits barrages en terre", Cemagref éditions, p. 239.

Leclerc D. (1988), "Vingt-cinq ans de contribution à l'étude de la filtration," Thèse présentée à l'Institut National Polytechnique de Lorraine. Spécialité : Sciences. 109.

Leinov E., Lowe M. J.S. and Cawley P. (2016), "Ultrasonic isolation of buried pipes. *Journal of Sound and Vibration*," Volume 363, 17 February 2016, Pages 225-239.

Martin C. (2000), "Transport de soluté et de particules argileuses colloïdales en milieu poreux saturé à double porosité, " DEA Hydrologie, Hydrogéologie, Géostatistique et Géochimie, Filière Hydrologie et Hydrogéologie Quantitatives, Université de Poitiers.

Mays D. C. and Hunt J. R. (2007), "Hydrodynamic and chemical factors in clogging by montmorillonite in porous media," *Environ Sci Technol.* 41, 5666–5671.

McDowell-Boyer L. M., Hunt J. R. and Sitar N. (1986), "Particle transport through porous media," *Water Resources Research* 22, No. 13, 1901 -1921.

Melon M. and Castagnède B. (1995), "Correlation between tortuosity and transmission coefficient of porous media at high frequency," *J. Acoust. Soc. Am.* 98; 1228–1230.

Moghadas J., Müller-Steinhagen H., Jamialahmadi M. and Sharif A. (2004), "Model study on the kinetics of oil field formation damage due to salt precipitation from injection," *J Pet Sci Eng.*; 43 (3–4): 201–217.

Nadji D. (1998), "Colmatage d'un milieu modèle par une suspension d'argile : application au colmatage des chaussées poreuses," Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France.

Niehren S. and Kinzelbach W. (1998), "Artificial colloid tracer tests: development of a compact on-line microsphere counter and application to soil column experiments," *J. Contam. Hydrol.* 35, 249–259.

Ou D.Y. (2015), "Low frequency sound insulation analysis and evaluation of stiffened building structures," *Building and Environment*, 94, 802–809.

Reddi L. N., Xiao M., Hajra M. G. and Lee I. M. (2005), "Physical clogging of soil filters under constant flow rate versus constant head," *Can. Geotech. J.* 42, 804-811.

Royer D. and Dieulesaint E. (1996), "Ondes élastiques dans les solides - Tome 1 Propagation libre et guidée," Ed. Masson, Paris.

Skempton A.W. (1954), "The Pore-Pressure Coefficients A and B," *Géotechnique*, 4 (4), 143–147.

Spielman L. (1977), "Particle capture from low-speed laminar flows," *Ann. Rev. Fluid Mech.* 9, 297-319.

Stoll R. D. (1985), "Marine sediment acoustics," *J. Acoust. Soc. Am.*, **77**, 1789–1799.

Tien C. and Payatakes A. (1979), "Advances in deep bed filtration," American Institute of Chemical Engineers Journal, vol. 25, no 5, p. 737–759.

Todd A., J Somerville., Scott G. and Heriot-Watt U. (1984), "The application of depth of formation damage measurements in predicting water injectivity decline," Society of Petroleum Engineers.

Toran L. E. and Palumbo A. V. (1992), "Transport of bacteria-sized particles through fractured and unfractured laboratory sand columns," Journal of Contaminant Hydrology. 9, 289–303.

Tong M. and Johnson W. P. (2006), "Excess colloid retention in porous media as a function of colloid size, fluid velocity, and grain angularity," Environ. Sci. Technol. 40, 7725-7731.

Tran D.H., Derible S., Franklin H., Benamar A. and Wang H.Q. (2012), "Ultrasonic measurements of particle retention by a porous medium," Ultrasonics, 52 (1), 62–68.

Tunky K. and Corapcioglu MY. (1996), "Wave propagation in fractured porous media," Transport Porous Media ; 23: 237–58.

Tunky K. and Corapcioglu MY. (1996), "Body waves in fractured porous media saturated by two immiscible Newtonian fluids," Transport Porous Media ; 13: 259–73.

Tuncay K. and Corapcioglu M. Y. (1997), "Wave propagation in poroelastic media saturated by two fluids," J. Appl. Mech. 64, 313-319.

Van Genuchten M.T. (1981), "Analytical solutions for chemical transport with simultaneous adsorption, zero-order production and firstorder decay," J. Hydrol. 49, 213–233.

Viktorov I. A. (1967), "Rayleigh and Lamb waves. Physical Theory and Applications," Library of Congress Catalog Card Number 67-10537.

Wang D., Wang L. and Ding Pinbo. (2016), "The effects of fracture permeability on acoustic wave propagation in the porous media: A microscopic perspective," Ultrasonics, 70, 266–274.

Wang H. Q., Crampon N., Garnier J. M. and Huberson S. (1987), "A linear graphical method for determining hydrodispersive characteristics in tracer experiments with instantaneous injection," *J. Hydrol.* 95, 143-154.

Wang H. Q., Lacroix M., Massei N. and Dupont J-P. (2000), "Transport des particules en milieu poreux : détermination des paramètres hydrodispersifs et du coefficient de dépôt," *C. R. Acad. Sci. Paris, Sciences de la Terre et des planètes.* 331, 97-104.

Wang H. Q. (2001), "Transferts de matières en milieu saturé : Outils mathématiques et modélisation numérique," *Habilitation à diriger des recherches (H.D.R.), Université de Rouen,* 88.

Warren J. E. and Root P.J. (1963), "The behavior of naturally fractured reservoirs," *J. Soc. Pet. Eng.* 3, 245-255.

Wilson R. K. and Aifantis E. C. (1984), "A double porosity model for acoustic wave propagation in fractured porous rock," *Int. J. Eng. Sci.* 22, 1209-1217.

Résumé

L'objectif de cette thèse est d'étudier la propagation des ondes acoustiques dans un milieu à double porosité. La caractérisation analytique des modes de vibration d'une plaque à double porosité a été mise en évidence. L'étude théorique a été validée par des mesures ultrasonores expérimentales, sur deux matériaux granulaires à double porosité et des billes de verre à simple porosité, *via* la détermination d'un coefficient de comparaison théorie-expérience. Ces mesures ont également permis la détection des quatre ondes se propageant dans un matériau à double porosité. Un dispositif expérimental a été développé dans le but de caractériser le phénomène de colmatage qui affecte les milieux poreux lorsqu'ils sont traversés par un fluide chargé de matières en suspension. Ce phénomène affecte par exemple les filtres utilisés dans la clarification des eaux sales. La méthode ultrasonore non destructive a été combinée avec la méthode destructive généralement utilisée dans les laboratoires, pour le suivi du dépôt dans le temps et dans l'espace des trois milieux poreux soumis à l'injection de solutions turbides pendant une longue durée. Des corrélations entre les propriétés acoustiques (vitesse de phase et énergie du signal transmis) et la variation de la porosité du milieu en conséquence du dépôt sont obtenues. L'ensemble des résultats montre un bon accord entre les deux méthodes.

Abstract

The aim of this thesis is to study the propagation of acoustic waves in a double porosity medium. The analytical characterization of the vibration modes of a double porosity plate has been studied. The theoretical study was validated by experimental ultrasonic measurements, on two granular materials with double porosity and single porosity glass beads, by the determination of a theory-experiment comparison coefficient. These measurements also allowed the detection of the four waves propagating in a double porosity medium. An experimental device has been developed for the purpose of characterizing the clogging phenomenon which affects the porous media when traversed by a fluid loaded with suspended particles. This phenomenon affects for example the filters used in the clarification of dirty waters. The non-destructive ultrasonic method was combined with the destructive method generally used in laboratories, for monitoring the deposition in time and space of the three porous media subjected to the injection of turbid solutions for a long time. Correlations between the acoustic properties (phase velocity and energy of the transmitted signal) and the variation of the porosity of the medium as a consequence of the deposition are obtained. All results show a good agreement between the two methods.