



HAL
open science

Contribution à l'analyse et à l'exploitation des singularités dans le cadre de l'amélioration en terme de précision des systèmes mécatroniques

Anas Hijazi

► **To cite this version:**

Anas Hijazi. Contribution à l'analyse et à l'exploitation des singularités dans le cadre de l'amélioration en terme de précision des systèmes mécatroniques. Automatique / Robotique. Normandie Université, 2017. Français. NNT : 2017NORMLH33 . tel-02341838

HAL Id: tel-02341838

<https://theses.hal.science/tel-02341838>

Submitted on 31 Oct 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

THESE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialité : AUTOMATIQUE, SIGNAL, PRODUCTIQUE, ROBOTIQUE

Préparée au sein de « Université du Havre »

Contribution à l'Analyse et à l'Exploitation des Singularités dans le cadre de l'Amélioration en terme de Précision des Systèmes Mécatroniques

**Présentée et soutenue par
HIJAZI Anas**

**Thèse soutenue publiquement le 09 Septembre 2016
devant le jury composé de**

M. BRETHER Jean-François	Professeur, Université du Havre	Codirecteur de thèse
M. LEFEBVRE Dimitri	Professeur, Université du Havre	Codirecteur de thèse
Mme. PERDEREAU Véronique	Professeur, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6	Rapporteur
M. WENGER Philippe	Directeur de recherches au CNRS, Université de Nantes	Rapporteur
M. ZEGHLOUL Said	Professeur, Université de Poitiers	Examineur

Thèse dirigée par M. Dimitri LEFEBVRE et M. Jean-François BRETHER , laboratoire GREAH au Havre



REMERCIEMENTS

C'est avec beaucoup d'émotion que j'écris ces lignes. Ces lignes qui sont très difficiles à écrire car elles marquent l'achèvement d'un rêve que j'ai effectué lors de mes premiers pas dans l'école d'ingénieurs en génie mécanique à Alep en Syrie en 2000. A l'époque j'avais rêvé d'être le major de promotion dans cette école car cette personne a la priorité de suivre son doctorat en France. Alors, j'ai terminé en 2005 l'école d'ingénieurs comme major de promotion et aujourd'hui, je réalise mon rêve d'être docteur en robotique.

Un grand merci à l'université d'Alep en Syrie. Ce pays qui m'a donné l'occasion d'accomplir mes rêves les plus chers. Je lui présente toute ma gratitude pour son soutien. Une pensée amicale et particulière pour le peuple syrien, pour leur souffrance et patience avec cette guerre déclenchée depuis cinq ans. J'espère vivement que la paix, la sérénité et la prospérité reviennent dans ce beau pays.

Je remercie aussi la France et son université du Havre pour m'avoir accueilli pendant plusieurs années. Ce pays dont j'ai appris la langue et la culture et dans lequel je vis avec beaucoup de plaisir.

Je voudrais exprimer toute ma reconnaissance à mon co-directeur de thèse Jean-François Brethé pour sa disponibilité, ses remarques scientifiques constructives et ses grandes qualités humaines. Je voudrais remercier amicalement aussi

mon co- directeur Dimitri Lefebvre, pour sa disponibilité et ses conseils scientifiques. Je tiens à remercier très sincèrement Jean-Yves Paredé, pour son soutien à rédiger ce mémoire de thèse, et pour toute ses remarques appréciables dans la langue française. C'est également avec un grand plaisir que je tiens à remercier tous les autres membres de l'équipe GREAH et tous mes collègues, les doctorants pour leur gentillesse, leurs soutiens au moments difficiles.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur Philippe Wenger, directeur de recherche CNRS et Madame Véronique Perdereau, professeur à l'université Pierre Curie d'avoir accepté la lourde tâche d'être rapporteurs de ma thèse, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux, et pour leurs critiques scientifiques. Je tiens à remercier Monsieur Said Zeghloul, professeur à l'université de Poitiers d'avoir accepté de participer à ce jury.

C'est également avec un grand plaisir que je tiens à remercier l'ami de master 2 en mécatronique à Rouen Pierre Rochon pour sa gentillesse et pour sa bonne humeur. Cette personnalité magnifique avec un cœur très blanc qui m'a donné toute la confiance malgré les connaissances plutôt légères que j'avais avec lui en 2011. Cher Pierre, j'espère que j'étais à la hauteur de ta confiance.

Je n'ose pas finir cette page sans exprimer mes remerciements les plus chaleureux à mes parents pour leur respect, leur amour et leur confiance. Mon papa, j'espère que tu es fier de ton fils! je n'oublie jamais ton soutien. Ma maman, tu étais toujours l'ange qui me surveille pour réussir. Je n'oublie surtout pas de remercier mon épouse Aya, c'est mon amie dans cette vie qui m'accompagne en permanence aux moments heureux comme difficiles ainsi que mes deux petits garçons Fisal et Karam qui sont la joie de la vie.

TABLE DES MATIÈRES

I	État de l'art	18
1	État de l'art : Robots manipulateurs et précision	19
1.1	Introduction	20
1.2	Terminologie et définitions générales	21
1.2.1	Mécanismes de type manipulateur	21
1.2.2	Chaîne cinématique simple	21
1.2.3	Chaîne cinématique fermée	23
1.2.4	Espace articulaire et espace opérationnel	24
1.2.5	Les modèles géométriques direct et inverse, la matrice jacobienne	25
1.2.6	Espace de travail	27
1.2.7	La Redondance cinématique	28
1.3	Caractérisation des performances des robots manipulateurs en terme de précision	29
1.3.1	Critères de performances en terme de précision	29
1.3.2	Facteurs d'influence des performances en terme de précision	32
1.4	Commande des robots à l'échelle micrométrique	33

1.4.1	Le paradigme de l'espace granuleux	34
1.4.2	Structure granulaire en deux dimensions	34
1.4.3	Calcul de l'erreur maximale	37
1.5	Conclusions	39
2	État de l'art : Robots manipulateurs et singularités	40
2.1	Introduction	41
2.2	Les singularités	42
2.2.1	Singularités des manipulateurs sériels	43
2.2.2	Singularités des manipulateurs parallèles	46
2.3	Branches de singularités	50
2.4	Propriétés des manipulateurs	50
2.4.1	Le concept d'aspects	51
2.4.2	Notion de parcourabilité	52
2.4.3	Manipulateurs de morphologie cuspidale	54
2.5	Singularités liées aux manipulateurs redondants	56
2.6	Conclusions	58
II	La table micrométrique	60
3	Amélioration des performances en terme de précision	61
3.1	Introduction	62
3.2	Principes d'amélioration de la précision	62
3.3	Structures innovantes à haute précision	65
3.3.1	Généralisation de l'invention	65
3.3.2	Quelques exemples plans	65
3.4	Table motorisée à commande micrométrique	66
3.5	Présentation et fonctionnement de la table micrométrique	67
3.5.1	Vue d'ensemble de la structure de la plate-forme	67

3.6	Dimensionnement et construction du prototype	71
3.6.1	Le bus CAN	72
3.6.2	Le module EPOS2 (24/5)	73
3.6.3	Les codeurs rotatifs	75
3.6.4	Le servomoteur	77
3.6.5	Le capteur de proximité	82
3.6.6	L'axe vertical et son moteur pas à pas	83
3.7	L'interface homme-machine	85
3.8	Modèle géométrique de la table micrométrique	87
3.8.1	Modèle géométrique direct	87
3.8.2	Modèle géométrique inverse	89
3.9	Conclusions	90
4	Caractérisation de la table micrométrique	91
4.1	Introduction	92
4.2	Estimation de la précision de la plate-forme en utilisant des comparateurs micrométriques	92
4.2.1	Acquisition des mesures	93
4.2.2	Caractérisation de la répétabilité en mode grossier	94
4.2.3	Caractérisation de la répétabilité en mode fin	96
4.2.4	Performances en résolution spatiale	98
4.3	Estimation de la précision de la plate-forme par métrologie optique	100
4.3.1	La caméra Basler	101
4.3.2	Réglage de la caméra pour estimer la position d'un objet .	102
4.3.3	Processus d'estimation de la répétabilité en position	103
4.3.4	Caractérisation de la répétabilité en mode grossier	104
4.3.5	Caractérisation de la répétabilité en mode fin	106
4.3.6	Performances en terme de résolution spatiale	109
4.3.7	Discussion et conclusion	112

III	Le problème cinématique au voisinage de singularités	115
5	Analyse des singularités de la plate-forme XY-Thêta	116
5.1	Introduction	117
5.2	Matrice jacobienne	117
5.2.1	Cas non redondant	118
5.2.2	Cas redondant	118
5.3	Lieux des singularités	119
5.3.1	Cas non redondant	119
5.3.2	Cas redondant	127
5.3.3	Discussion sur les contraintes de cinématiques induites par les singularités	130
5.4	Analyse de manipulabilité	132
5.4.1	Cas non redondant	133
5.4.2	Cas redondant	134
5.5	Conclusions	135
6	Gestion des singularités de la plate-forme micrométrique	137
6.1	Introduction	138
6.2	Influence des singularités sur les trajectoires	139
6.2.1	Trajectoires passant exactement par une singularité	139
6.2.2	Trajectoires passant à proximité d'une singularité	141
6.3	Stratégies de commande du robot	146
6.3.1	Exploitation de deux configurations d'intérêt	146
6.3.2	Méthodes et critères d'optimisation pour la commande d'un robot redondant	149
6.3.3	Implémentation d'une méthode d'optimisation	151
6.4	Conclusions	155

TABLE DES FIGURES

1.1	Manipulateur sériel.	22
1.2	Robot Staubli TP80 Fast Picker (à gauche) et bras Universal (à droite).	23
1.3	Structure fermée.	24
1.4	Le 5-DOF par Exechon (à gauche) et le 6-DOF avec précision de positionnement par SmarAct (à droite).	24
1.5	Robot à câble.	25
1.6	Matrice jacobienne d'un manipulateur planaire à trois degrés de liberté.	27
1.7	Robot redondant : Évitement d'un obstacle (à droite) ; augmentation de l'accessibilité (à gauche).	28
1.8	Représentation schématique de l'infinité de solutions possibles dans le cas d'un robot redondant.	29
1.9	L'exactitude et la répétabilité.	30
1.10	Histogrammes associés aux quatre consignes adjacentes.	35
1.11	Robot plan à deux articulations rotoïdes.	35
1.12	Maillage par les ellipsoïdes stochastiques sur les trois postures.	36
1.13	Résolution spatiale et disque de répétabilité.	38

2.1	La singularité d'un robot plan à deux degrés de liberté.	44
2.2	La variation des vitesses articulaires δq_1 et δq_2 par rapport à θ_2 . . .	46
2.3	Exemple de singularité parallèle.	48
2.4	Exemple de singularité sérielle.	48
2.5	Exemple de singularité structurelle.	49
2.6	Branches de singularités du robot plan à deux ddl sans butée. . .	51
2.7	Espace de travail du robot plan à deux ddl sans butée $L_1 > L_2$. . .	51
2.8	Détermination des aspects en présence de butées articulaires. . . .	53
2.9	Image des aspects dans l'espace opérationnel.	54
2.10	Manipulateur 3R cuspidal.	55
2.11	Deux solutions par aspect.	56
2.12	Manipulateur planaire à trois articulations.	57
2.13	Courbes singulières d'un manipulateur 3R selon Abdel-Malek [1].	58
2.14	Deux différentes configurations correspondant aux butées articu- laires.	59
3.1	Robot plan à très haute précision.	64
3.2	Robot 3D à très haute précision [2].	66
3.3	Robot plan à très haute précision obtenue par actionnement des axes 1 et 3.	66
3.4	Robot plan à très haute précision et zone d'intérêt élargie.	67
3.5	Vue schématique de la chaîne cinématique.	68
3.6	Le mode de placement fin.	70
3.7	Vue générale de la table.	71
3.8	Câblage du module EPOS2 (24/5) dans l'environnement de la table micrométrique.	75
3.9	Chaînage entre les variateurs via le bus CAN.	75
3.10	Représentation schématique d'un codeur incrémental.	76
3.11	Détermination du sens de rotation pour un codeur incrémental. . .	77

3.12	Le moteur FHA - Harmonic Drive.	79
3.13	Le moteur brushless, Maxon 40 W.	81
3.14	L'ensemble moteur, frein, codeur et réducteur CSF.	81
3.15	Le capteur de proximité.	82
3.16	Vue de l'axe vertical.	83
3.17	Le moteur pas à pas ST5918.	84
3.18	Le module SMCI47-S.	84
3.19	Vue de la page d'accueil de l'interface de commande.	85
3.20	Vue de l'interface de commande durant la prise d'origine.	86
3.21	Vue de l'interface de commande en mode JOG.	87
4.1	Les comparateurs micrométriques et le cube de mesure.	93
4.2	Schéma d'acquisition de mesure.	94
4.3	Trajectoire effectuée durant l'essai en mode grossier.	95
4.4	Analyse de la trajectoire temporelle en mode grossier.	95
4.5	Analyse de la trajectoire temporelle en mode fin.	96
4.6	La configuration cinématique du robot pour MP.	97
4.7	Cycle des consignes successives de l'essai de granularité.	99
4.8	Le concept du point d'harmonisation.	99
4.9	Moyenne des positions atteintes par une consigne fixée.	100
4.10	Vue générale de la table avec la caméra fixée sur l'axe vertical.	101
4.11	La caméra et la grille de la calibration.	102
4.12	Modèle choisi pour estimer la répétabilité.	103
4.13	Histogrammes des variations de position dans les directions X et Y évaluées sur un modèle fixe.	104
4.14	Localisation des points utilisés pour estimer la répétabilité.	105
4.15	Positions finales X et Y à P_6 en mode grossier.	106
4.16	Histogrammes des variations de position dans les directions X et Y en mode grossier.	106

4.17	Positions finales X et Y à T_8 en mode fin.	107
4.18	Mode fin. Histogrammes des variations de position dans les directions X et Y.	107
4.19	Mode grossier (à gauche) ; Mode fin (à droite) - Détermination des nuages de points.	109
4.20	Schéma représentatif du test de granularité.	110
4.21	Test de granularité des positions finales pour un côté du carré de $1\mu m$ (à gauche) et $2\mu m$ (à droite).	112
4.22	Calcul de l'erreur maximale de position.	113
5.1	Configurations des singularités lorsque $\theta_3 = 0$ (à gauche) et lorsque $\theta_3 = \pi$ (à droite).	120
5.2	La surface de singularité lorsque $\theta_3 = 0$ et la configuration du robot fixée au point K.	120
5.3	Courbe de singularité lorsque $\theta_3 = \pi$	121
5.4	Projection de la courbe de singularité dans les plans XY et YΩ.	121
5.5	Évolution de l'espace de travail lorsque L_2 et L_3 sont différents.	122
5.6	Une infinité de configurations correspondant au point F sur l'hélice de singularité.	123
5.7	Mouvement instantané au point terminal du robot pour F lorsque $\theta_2 = -\pi/4$	124
5.8	Mouvement instantané de l'effecteur au point F lorsque $\theta_2 = \pi/4$	125
5.9	La surface et la courbe de singularité lorsque le robot est non redondant.	125
5.10	Une projection de la surface et de la courbe de singularité dans le plan XY dans le cas non-redondant.	126
5.11	La configuration correspondante au rayon minimum R_1 (à gauche) et au rayon maximum R_2 (à droite).	126
5.12	La surface de singularités lorsque $S_3 = \{\theta_2 = 0, \theta_3 = 0\}$	127

5.13	La surface de singularités lorsque $S_4 = \{\theta_2 = \pm\pi, \theta_3 = 0\}$.	128
5.14	La surface de singularités lorsque $S_5 = \{\theta_2 = 0, \theta_3 = \pm\pi\}$.	129
5.15	La surface de singularités lorsque $S_6 = \{\theta_2 = \pm\pi, \theta_3 = \pm\pi\}$.	129
5.16	Surfaces de singularités lorsque le robot est redondant.	130
5.17	Une projection des surfaces de singularités dans le plan XY dans le cas redondant.	131
5.18	La configuration correspondante au rayon minimum R_5 (à gauche) et au rayon maximal R_6 (à droite) pour (S_4) .	131
5.19	Manipulabilité dans le cas non redondant dans l'espace articulaire θ_2 et θ_3 .	133
5.20	Cas redondant : minimum de l'indice manipulabilité dans l'espace articulaire (θ_2, θ_3) .	134
5.21	Cas non-redondant : performances de manipulabilité dans l'espace cartésien pour $\Omega = 2rad$.	135
6.1	Courbe de singularité lorsque $\theta_3 = \pi$ et les trajectoires privilégiées.	140
6.2	La variation articulaire le long de trois trajectoires passant exactement par la singularité.	141
6.3	Courbe de singularité lorsque $\theta_3 = \pi$ et les vecteurs privilégiés.	142
6.4	Vitesses articulaires en décalant la Trajectoire AB tangente à l'hélice de singularité dans le sens de \vec{N} .	142
6.5	Vitesses articulaires en décalant la trajectoire AB tangente à l'hélice de singularité dans le sens de \vec{O} .	143
6.6	Vitesses articulaires en décalant la trajectoire CD dans le sens positif de \vec{O} .	144
6.7	Vitesses articulaires en décalant la trajectoire CD dans le sens négatif de \vec{O} .	144
6.8	Vitesses articulaires en décalant la trajectoire EG dans le sens positif de \vec{N} .	145

6.9 Vitesses articulaires en décalant la trajectoire EG dans le sens négatif de \vec{N}	145
6.10 Variation de la courbe de singularité pour différentes valeurs de θ_1	147
6.11 Projection des courbes de singularités dans les plans XY et $X\Omega$ pour différentes valeurs de θ_1	147
6.12 Deux aspects dans le cas non-redondant.	148
6.13 Une infinité de solutions pour le cas redondant (S_5) sur le point O.	149
6.14 Représentation graphique de la partition de l'espace des solutions.	151
6.15 Vue de l'interface de commande durant la réalisation d'une trajectoire.	152
6.16 Simulation du mouvement de la plate-forme micrométrique en 3D.	153
6.17 La configuration initiale de la plate-forme micrométrique.	153
6.18 La configuration singulière sans optimisation (à droite) et la configuration non-singulière (à gauche) avec optimisation.	154
6.19 Indice de manipulabilité avec et sans optimisation.	155
6.20 La somme cumulée des variations angulaires quadratiques avec et sans optimisation.	155

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les robots manipulateurs industriels de type SCARA possèdent de bonnes performances en termes de répétabilité et résolution spatiale. Sur le plan de la répétabilité, la plupart des fabricants annoncent une efficacité proche de 10 microns. Cependant dans de nombreux domaines de la microtechnique tels que microélectronique, MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems), chirurgie et horlogerie, les exigences attendues en termes de performance et précision sont plus importantes (2 à 3 microns).

Des études menées par le laboratoire de recherche français GREAH situé au Havre appréhendent les facteurs d'influence de la répétabilité en rapport avec la localisation dans l'espace de travail. Ce critère de performance est extrêmement important pour les systèmes mécatroniques puisqu'il caractérise la dispersion des erreurs de placement du nuage des points atteints.

En 2008, le GREAH démontre que l'introduction d'un degré de mobilité supplémentaire dans la chaîne cinématique, avec une géométrie et une commande adaptée permet d'améliorer la répétabilité du robot d'un facteur 5. Cette invention brevetée donne lieu à une subvention Oséo afin de mettre en oeuvre un prototype de table motorisée à déplacements micrométriques. Cette table est supportée par une chaîne cinématique série comportant 4 axes de rotation. La table

micrométrique tire partie de la redondance et des positions proches de singularités afin d'obtenir une répétabilité inférieure à deux microns.

L'objectif général de ces travaux de thèse est de caractériser la précision de la table micrométrique dans le cadre de la répétabilité et de l'erreur maximale. Cette précision est obtenue au voisinage du lieu des singularités. Pour cela, une analyse approfondie des singularités intrinsèques à cette table sera minutieusement développée. L'objectif pratique de cette thèse est de manipuler la table micrométrique dans le cadre de trajectoires sécurisées à l'abri de lieux dits dangereux. Cependant, il est à noter que la précision des manipulateurs est meilleure à proximité de ces lieux.

La première partie de cette thèse s'attache à rappeler les différentes notions en terme de précision dans le domaine de la robotique. Elle explore également le cas des singularités des manipulateurs. Le premier chapitre présente une réflexion sur des notions connexes à la précision et qui sont à la base de notre analyse sur la table micrométrique telles que la répétabilité, l'exactitude et l'erreur maximale. Le chapitre 2 rappelle la définition de la singularité des manipulateurs sériels et parallèles. Plusieurs propriétés liées aux manipulateurs cuspidaux et non cuspidaux seront énoncées. Les notions de parcourabilité et d'aspects seront également abordées.

La seconde partie de la thèse sera consacrée à la table micrométrique. Le chapitre 3 éclaire sur les concepts brevetés proposés qui ont permis de réaliser une table de positionnement plan micrométrique XY-thêta ayant pour objectif d'obtenir une précision de placement de l'ordre de deux microns sur un espace de travail 300x300 mm. Le chapitre 4 présente une étude détaillée sur la caractérisation des performances en terme de répétabilité de la table micrométrique. Plusieurs types d'essais ont été mis en oeuvre pour collecter les informations nécessaires à cette étude. Deux méthodes de mesure seront mises en place afin d'étudier les performances en matière de précision de la table micrométrique. La première méthode

consiste à effectuer des mesures par contact mécanique à l'aide de deux comparateurs micrométriques possédant une résolution de l'ordre d'un micron. La seconde méthode évite les contacts mécaniques en recueillant des mesures issues d'un système de vision.

Dans la troisième partie, l'analyse des singularités de la plate-forme XY-Thêta sera effectuée sur la base de la jacobienne du manipulateur. Dans le chapitre 5, les lieux de singularité seront identifiés dans les deux cas suivants : non-redondant et redondant. De plus, la manipulabilité de la plate-forme sera calculée pour chaque point de l'espace de travail. Cet indice caractérise la distance entre le point terminal du robot et la singularité. Le chapitre 6 présente une étude qui apporte une solution afin que la plate forme micrométrique soit en mesure d'éviter les lieux de singularités lors d'un parcours de trajectoire.

Notations

EA_m : Espace articulaire

EO_n : Espace opérationnel

q ou θ : Vecteur des coordonnées articulaires associées aux liaisons articulaires motorisées

x : Coordonnées opérationnelles

ddl : Degré de liberté

J : Matrice Jacobienne

MGI : Modèle géométrique inverse

MGD : Modèle géométrique direct

DH Paramètres de Denavit et Hartenberg

W : Espace de travail opérationnel

A_i : Aspect

n : Nombre de degrés de liberté

m : Nombre d'articulations motorisées

R : Articulation

A : Matrice Jacobienne parallèle

B : Matrice Jacobienne sérielle

Première partie

État de l'art

CHAPITRE 1

ÉTAT DE L'ART : ROBOTS MANIPULATEURS ET PRÉCISION

1.1 Introduction

D'après l'Association Française de Normalisation (AFNOR) [3], la mécatronique est considérée comme étant une démarche visant l'intégration en synergie de la mécanique, l'électronique, l'automatique et l'informatique dans la conception et la fabrication d'un produit en vue d'augmenter et/ou d'optimiser sa fonctionnalité. Cette réflexion permet d'obtenir des performances supérieures aux solutions traditionnelles, de réaliser de nouvelles fonctionnalités, et de rendre les produits mécatroniques plus compacts. Elle nécessite la mise en place d'une approche coopérative inter disciplinaire. Le mot mécatronique (mechatronics en anglais) a été inventé au Japon en 1969 par les ingénieurs Etsuro Mori et Er. Jiveshwar Sharma employés à la compagnie Yaskawa.

La robotique peut être considérée comme étant la source spirituelle de la mécatronique. De nos jours, la mécatronique dépasse largement le cadre de la robotique et englobe de nombreuses applications dans des domaines aussi divers et variés que l'aérospatial (par exemple les systèmes de régulations anti-vibratoires des avions), l'automobile (exemple avec la direction assistée, l'ABS), la production (machines-outils, robots industriels), le médical (aussi bien dans le matériel que dans l'assistance ou le remplacement d'organes humains, on parle alors de biomécatronique), l'électroménager avec les machines à laver dites « intelligentes » etc. Cette thèse fait appel aux notions de robotique, discipline qui représente une branche essentielle de la mécatronique.

D'après l'Association Française de Normalisation (AFNOR), la définition d'un robot manipulateur est la suivante : "Manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent, à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il se présente souvent sous la forme d'un ou plusieurs bras se terminant par un poignet."

Dans ce chapitre, un certain nombre de définitions nécessaires pour décrire un robot seront explicitées. Par la suite, des critères en terme de performance et précision des robots manipulateurs utilisés seront abordés.

1.2 Terminologie et définitions générales

L'objet de ce paragraphe est de rappeler les définitions générales liées à la robotique. Ainsi, seront évoqués : les mécanismes de type manipulateur, les chaînes cinématiques simples ou fermées, l'espace articulaire et opérationnel, les modèles géométriques, direct et inverse, la matrice jacobienne, l'espace de travail et la redondance.

1.2.1 Mécanismes de type manipulateur

Un mécanisme de type manipulateur est un ensemble de corps rigides (ou souples) liés entre eux par des articulations rotoïdes, prismatiques ou sphériques destiné à manipuler des pièces ou un outil. Les articulations sont supposées idéales, sans jeu et sans élasticité.

On appelle degrés de liberté d'un système mécanique (qu'on note ddl) les mouvements indépendants qui restent possibles. Le ddl d'une liaison mécanique entre deux pièces correspond au nombre de translations et de rotations indépendantes entre ces deux pièces.

Un mécanisme de type manipulateur peut se présenter sous la forme d'une chaîne cinématique simple ou d'une chaîne cinématique fermée.

1.2.2 Chaîne cinématique simple

Dans le cas d'une chaîne cinématique simple, chaque membre possède un degré de connexion (nombre de liaisons mécaniques) inférieur ou égal à deux [4]. Un mécanisme de type manipulateur est sériel s'il est formé d'une chaîne cinématique

simple dont la base P et l'organe effecteur B possèdent un degré de connexion égal à un (donc chacun est relié à un seul corps) tandis que les autres éléments possèdent un degré de connexion égal à deux comme illustré à la figure 1.1. Ce type de manipulateurs est le plus utilisé en industrie au vu de l'importance de son espace de travail. La figure 1.1 montre un exemple de ce type de robot sériel représenté par un robot ABB possédant 6 ddl.

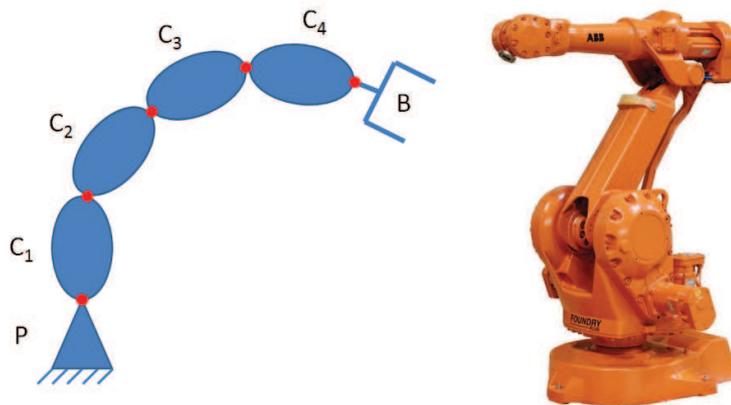


FIGURE 1.1: Manipulateur sériel.

On peut citer dans ce contexte le robot Staubli TP80 Fast Picker à 4 axes représenté à gauche de la figure 1.2. Ce robot est extrêmement rapide allant jusqu'à 200 coups/minute en fonctionnement continu et conçu pour des opérations de manutention de petites pièces légères (moins de un kg). Ce robot est particulièrement adapté pour des applications de packaging dans divers secteurs tels que : l'agro-alimentaire, le médical ou la cosmétique. On peut citer aussi le bras Universal à 6 degrés de liberté (ddl) qui peut être programmé en quelques minutes grâce à l'interface utilisateur intuitive par écran tactile. Ce bras collaboratif et sans risque est représenté à droite de la figure 1.2. Il est largement utilisé pour des applications de pick-and-place, de palettisation et de conditionnement, et ce couplé avec des organes à commande numérique.



FIGURE 1.2: Robot Staubli TP80 Fast Picker (à gauche) et bras Universal (à droite).

1.2.3 Chaîne cinématique fermée

Dans le cas d'une chaîne cinématique fermée, l'un des membres, différent de la base, possède un degré de connexion supérieur ou égal à trois [5]. La figure 1.3 illustre les deux types des chaînes, l'une sérielle et l'autre parallèle. Dans le cas de la figure 1.3 gauche, les corps C_1 , C_2 , C_3 et C_4 forment une chaîne cinématique fermée. Parmi les manipulateurs à chaîne cinématique fermée, on peut citer les manipulateurs parallèles et les robots à câble. Les avantages des manipulateurs à chaîne cinématique fermée résident dans la rigidité et la faculté de pouvoir transporter des charges lourdes. En terme d'inconvénients, on note essentiellement un espace de travail restreint et un modèle de commande plus complexe.

Les robots parallèles offrent la possibilité de concevoir de multiples architectures dotées chacune d'avantages mais aussi d'inconvénients. Certains robots parallèles sont particulièrement adaptés pour des tâches d'usinage ou de simulation de mouvement. C'est leur propriété de forte rigidité qui les prédestine de la sorte. La figure 1.4 illustre ce type de robot. D'autres types de robots offrent une large gamme de précision, tel que le 6-ddl fabriqué par la société SmarAct, et ce avec une répétabilité mesurée à 200 nm .

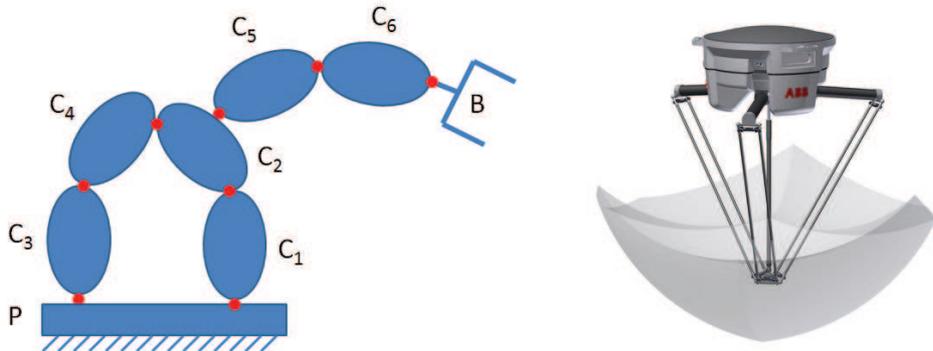


FIGURE 1.3: Structure fermée.



FIGURE 1.4: Le 5-DOF par Exechon (à gauche) et le 6-DOF avec précision de positionnement par SmarAct (à droite).

Le robot à câble de type parallèle illustré à la figure 1.5 représente le moyen idéal pour couvrir de grands espaces de travail, tel que celui délimité par un terrain de football.

1.2.4 Espace articulaire et espace opérationnel

Dans le cas d'un manipulateur à n degrés de liberté, on définit une relation entre les variables articulaires motorisées (les entrées) notées q et les coordonnées opérationnelles de position et d'orientation de l'effecteur (les sorties) notées x . Cette relation est définie par un opérateur géométrique F tel que :

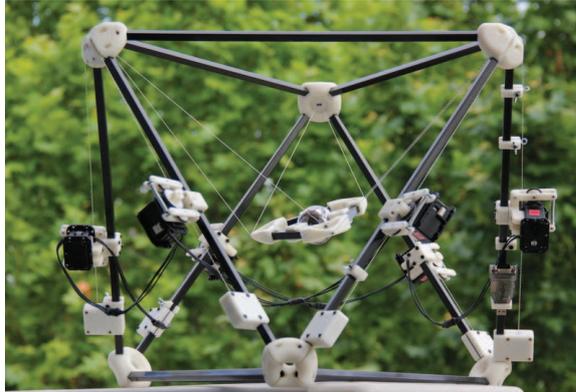


FIGURE 1.5: Robot à câble.

$$x = F(q) \tag{1.1}$$

On note :

- EA_m : Espace articulaire lié aux articulations motorisées q (m est le nombre d'articulations motorisées).
- EO_n : Espace opérationnel de dimension n lié à la position et à l'orientation de l'effecteur.

1.2.5 Les modèles géométriques direct et inverse, la matrice jacobienne

La résolution des modèles géométriques direct et inverse représente un problème majeur lors d'une étude liée aux manipulateurs. Le modèle géométrique direct d'un manipulateur sériel permet de trouver la position et l'orientation de l'effecteur x en fonction des paramètres articulaires donnés q . Le modèle géométrique inverse permet de trouver l'ensemble des configurations articulaires possibles q pour une position et une orientation données de l'effecteur x . Le modèle géométrique est la plupart du temps établi en utilisant les notations de Denavit-Hartenberg [4]. Dans l'architecture robotique, la commande fixe des valeurs de

consigne aux coordonnées articulaires q ce qui détermine les valeurs des coordonnées de l'extrémité terminale du robot x suivant l'équation 3.1 lorsque le mode d'assemblage est fixé. La détermination des mouvements qu'un robot doit effectuer dans son système de coordonnées articulaires représente la difficulté à résoudre afin que ce dernier réalise une trajectoire définie dans son repère opérationnel. La programmation d'une trajectoire quelconque nécessite d'effectuer l'étalonnage de la cellule. Les coordonnées cartésiennes des différents points situés dans le repère robot sont alors connues. Il reste à les traduire en coordonnées articulaires. Cette traduction induit l'utilisation du modèle géométrique inverse du robot.

La matrice jacobienne est l'outil de base utilisé afin de traiter le problème lié à la cinématique des robots. Elle représente un opérateur permettant de lier les vitesses des corps d'un robot exprimées dans différents espaces vectoriels. Un robot possède n "ddl" dans l'espace opérationnel décrit par $x = (x_1, \dots, x_n)$ et m degrés de mobilité dans l'espace de l'actionneur décrit par $q = (q_1, \dots, q_m)$. Pour les robots série, actionneurs et coordonnées opérationnelles sont liés par la fonction cinématique directe $x = f(q)$. La matrice jacobienne apparaît après la différentiation de cette relation : $dx = J.dq$ [4]. Le vecteur dx est une notation puisque ses composantes ne sont pas toujours les différentielles des composantes du vecteur x . La figure 1.6 représente schématiquement la composition de la matrice jacobienne J pour un robot simplifié.

La matrice possède trois lignes qui correspondent aux trois degrés de liberté de l'espace de la tâche, et trois colonnes correspondant aux trois degrés de liberté du robot plan. Les vecteurs de translation différentielle et de rotation différentielle sont respectivement notés d_n et δ_n . Dans le cas des robots sériels, la matrice jacobienne est facilement calculable car chaque articulation produit une influence directe sur l'organe terminal.

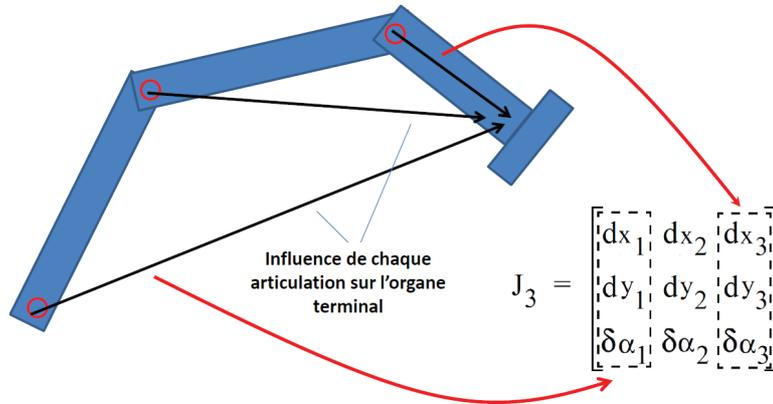


FIGURE 1.6: Matrice jacobienne d'un manipulateur planaire à trois degrés de liberté.

1.2.6 Espace de travail

Soit $q = [q_1, \dots, q_m]$ un élément de EA_m représentant une configuration articulaire donnée et soit $x = [x_1, \dots, x_n]$ l'élément de l'espace opérationnel EO_n correspondant. On note Q l'ensemble des configurations accessibles de EA_m compte tenu des butées articulaires. Par la suite, Q sera dénommé domaine articulaire :

$$Q = \{q \mid q_{imin} \leq q_i \leq q_{imax}, \forall i = 1, \dots, n\} \quad (1.2)$$

L'image de Q par le modèle géométrique direct f définit l'espace de travail W du robot. Cela se traduit par l'égalité suivante :

$$W = f(Q) \quad (1.3)$$

L'espace de travail est donc l'ensemble des positions et/ou orientations accessibles par l'organe terminal du robot. La géométrie de l'espace de travail dépend de la morphologie du robot. Ses frontières sont entièrement définies par les singularités et les butées articulaires.

1.2.7 La Redondance cinématique

Un robot est redondant lorsque le nombre de degrés de liberté n de l'organe terminal est inférieur au nombre d'articulations motorisées m dans l'espace articulaire. Le ou les degrés de liberté supplémentaires autorisent leur contournement. $r = m - n$ est le degré de la redondance. Les avantages liés à la présence d'une redondance intrinsèque au robot manipulateur peuvent être énumérés tels que :

1. La redondance permet l'évitement d'un obstacle [6], [7], [8], tel que le représente la figure 1.7.
2. Elle permet de contourner les configurations singulières [9].
3. Sa présence octroie un espace de travail supplémentaire.
4. En dernier lieu, elle autorise une augmentation de l'accessibilité telle que la figure 1.7 l'illustre.

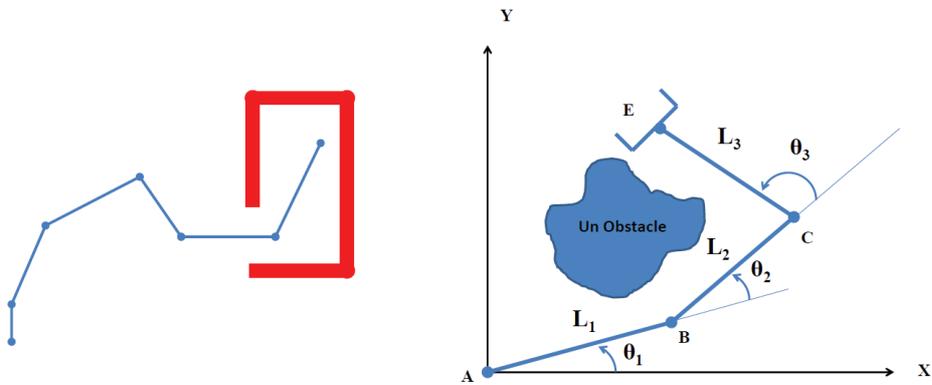


FIGURE 1.7: Robot redondant : Évitement d'un obstacle (à droite) ; augmentation de l'accessibilité (à gauche).

Un système redondant présente plus d'inconnues que d'équations. Dans le cas d'un robot à trois articulations qui travaille dans l'espace XY, le modèle géométrique inverse (MGI) possède une infinité de solutions telle que l'illustre la figure 1.8. La détermination d'une solution unique parmi l'infinité de solutions

possibles implique de favoriser l'un des critères d'optimisation. Cette partie de l'étude sera traitée dans le chapitre 6, en s'appuyant sur un exemple concret.

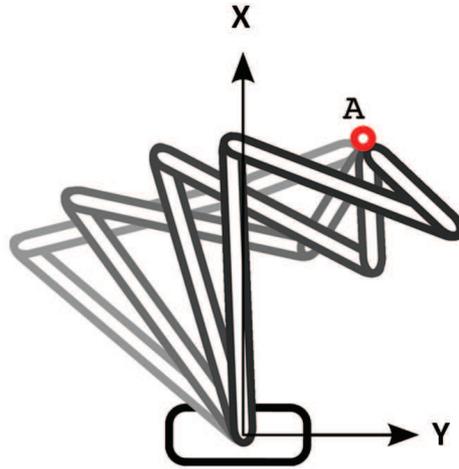


FIGURE 1.8: Représentation schématique de l'infinité de solutions possibles dans le cas d'un robot redondant.

1.3 Caractérisation des performances des robots manipulateurs en terme de précision

1.3.1 Critères de performances en terme de précision

La norme ISO9946 [10] incite les constructeurs à fournir pour chaque robot les caractéristiques des performances liées aux données suivantes : espace de travail, charge utile, durée de cycle (vitesses et accélérations maximales) ainsi que les mesures des critères de performance cités dans la norme ISO9283.

Les caractéristiques de pose représentent des indicateurs spécifiques estimant les performances d'un robot en terme de précision. Lorsqu'une consigne de position est transmise au robot, la position finale désirée n'est jamais réellement atteinte. La norme indique que cet écart peut être induit par plusieurs facteurs :

- Les définitions des commandes internes ;
- Les erreurs commises lors de la phase de transformation des coordonnées ;
- Les différences existantes entre les dimensions de la structure articulée et les données utilisées dans le modèle de commande du robot ;
- Les défauts mécaniques tels que les jeux, la présence de frottements ainsi que les influences externes telle que la température.

L'exactitude et la répétabilité

Les principaux indicateurs proposés pour estimer la précision d'un robot sont l'exactitude et la répétabilité, en position et en orientation. Dans ce cas, le robot doit rejoindre une pose commandée suivant la même direction et ce N fois de suite. Suivant la pose commandée, la norme ISO9946 [10] précise qu'il s'agit d'une pose spécifiée par apprentissage, ou par programmation par introduction manuelle de données ou par programmation hors-ligne. A chaque essai, la pose est mesurée par un dispositif externe et il apparaît un nuage de points illustré par la figure 1.9.

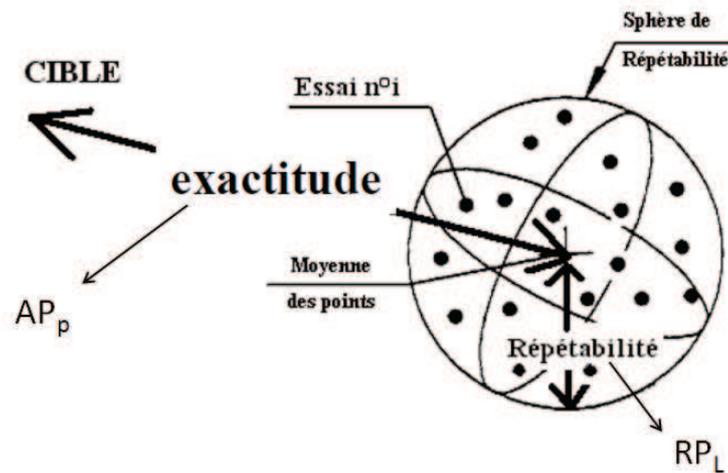


FIGURE 1.9: L'exactitude et la répétabilité.

Exactitude de pose

L'exactitude de pose exprime l'écart entre une pose commandée et la moyenne

des poses atteintes lorsque la pose commandée est atteinte suivant la même direction. Elle comprend : l'exactitude de positionnement et d'orientation. Dans ce document, on s'intéresse à l'exactitude de positionnement AP_p déterminée par la différence entre la position d'une pose commandée et le barycentre des positions atteintes.

La répétabilité de pose

La répétabilité de pose exprime l'étroitesse de l'accord entre les poses atteintes pour la même pose commandée, répétée N fois suivant la même direction. Pour une pose donnée, elle s'exprime par la répétabilité de positionnement et d'orientation. On s'intéresse à la répétabilité de positionnement RP_L représentée par le rayon de la sphère dont le centre est le barycentre du nuage de points et qui est solution de l'égalité suivante :

$$RP_L = \bar{L} + 3S_L \quad (1.4)$$

où \bar{L} et S_L sont respectivement la valeur moyenne et l'écart-type d'échantillon de la variable aléatoire "L distance de la pose au barycentre "

$$\bar{L} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N L_j$$

$$L_j = \sqrt{(x_j - \bar{x})^2 + (y_j - \bar{y})^2 + (z_j - \bar{z})^2}$$

$$S_L = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (L_j - \bar{L})^2}$$

La norme ANSI [11] est un peu différente de la norme ISO puisque le nombre d'essais menés doit être supérieur à 500. L'indicateur global de répétabilité est une moyenne des valeurs obtenues sur les différents points choisis sur la ligne de référence.

1.3.2 Facteurs d'influence des performances en terme de précision

L'amélioration des performances en terme de précision des robots manipulateurs nécessite de connaître les facteurs qui influencent les deux caractéristiques de pose principales que sont l'exactitude et la répétabilité.

En ce qui concerne l'erreur d'exactitude, elle est fortement réduite après la phase dite d'étalonnage ou de calibration du robot [12], [13] qui permet de prendre en compte différents niveaux de correction :

- Correction en un point particulier de l'espace de travail en déterminant les erreurs d'offsets ;
- Correction globale sur l'espace de travail en ajustant les paramètres géométriques ;
- Correction globale sur l'espace de travail en ajustant les paramètres géométriques et en introduisant des paramètres non-géométriques.

En ce qui concerne la répétabilité, les facteurs d'influence relevés sont plutôt liés à la charge transportée, à la localisation et à la vitesse du robot. Des études statistiques sont menées par Ramsli [14] et Edan [15]. Riemer [16] s'intéresse particulièrement à l'influence de la localisation dans l'espace de travail. Offodile et Ugwu se focalisent sur l'influence de la charge et de la vitesse [17]. Cependant les travaux sur le sujet restent encore insuffisants. D'où l'intérêt des études menées par le GREAH sur les robots industriels afin de mesurer l'impact de plusieurs facteurs d'influence sur la répétabilité de pose. Après une dizaine d'années de recherche dans ce domaine au laboratoire GREAH [18], [19], [20], [21], [22], il a été mis en évidence que le facteur prédominant pour les robots à articulations rotoïdes réside dans la localisation de la cible dans l'espace de travail.

1.4 Commande des robots à l'échelle micrométrique

La précision des robots s'appuie sur deux concepts-clés qui sont l'exactitude de pose et la répétabilité de pose. Mais, ces deux concepts ne suffisent pas pour déterminer l'erreur maximale de position de l'effecteur. Aujourd'hui certaines applications industrielles nécessitent une précision de positionnement finale proche des performances en répétabilité du robot. Par exemple, l'effecteur peut être amené à saisir et déplacer une pièce pour la déposer avec une tolérance de positionnement de quelques microns. Cela implique la calibration locale du robot en corrigeant l'erreur dans l'espace opérationnel à partir de capteurs extéroceptifs. Ces capteurs peuvent être des micromètres, des dispositifs de vision ou des systèmes de tracking laser. Cette calibration locale est différente de la calibration globale qui consiste à corriger le modèle géométrique en essayant d'estimer par exemple les vraies longueurs et offset. La calibration globale vise à minimiser l'erreur dans tout l'espace de travail. La calibration locale vise à minimiser l'erreur sur une toute petite partie de l'espace de travail. Alors que les processus basés sur une calibration locale sont de plus en plus répandus, aucun modèle ne permet de calculer l'erreur maximale après calibration. En effet, dans ce cadre, l'erreur maximale ne peut pas être obtenue simplement en sommant l'erreur d'exactitude et la répétabilité.

Une partie de ce paragraphe traite du paradigme de l'espace granuleux développé au GREAH, qui prend en compte simultanément la résolution spatiale et la répétabilité afin de prédire les zones de confiance associées aux différentes consignes articulaires.

1.4.1 Le paradigme de l'espace granuleux

L'espace granuleux repose sur deux notions fondamentales : la résolution spatiale et la répétabilité. La répétabilité a déjà été présentée, reste à définir ce qu'est la résolution spatiale. La résolution spatiale correspond à la distance existante dans l'espace opérationnel entre les espérances des distributions associées aux différentes consignes adjacentes de la commande articulaire.

La densité de la distribution normale décroissant fortement lorsque le point considéré s'éloigne de l'espérance, un phénomène de granularité émerge plus ou moins marqué suivant les valeurs relatives de σ l'écart-type et Δ la résolution spatiale. Il est intéressant de dresser une typologie de la structure stochastique de l'espace articulaire en définissant le taux de granularité comme étant le rapport $\tau = \frac{\sigma}{\Delta}$. Le concept d'espace granuleux est détaillé dans [23].

Il est possible d'associer à chaque distribution normale, un intervalle de confiance à 99,7% correspondant à une largeur de 6σ . En se basant sur cette distribution de référence, nous obtenons la typologie décrite sur la figure 1.10 :

- Si $\tau < \frac{1}{6}$, la plus grande partie de l'espace ne peut pas être atteint à part quelques zones très restreintes dénommées grains ou points chauds.
- Si $\tau > \frac{1}{6}$, la même zone peut être atteinte avec des consignes différentes : il y a apparition d'un phénomène de redondance "stochastique".
- Si $\tau = \frac{1}{6}$, les intervalles de confiance forment une partition de la droite.

1.4.2 Structure granulaire en deux dimensions

Ce paragraphe se propose d'étudier le moyen utilisé par le modèle granulaire afin de structurer l'espace pour un espace opérationnel de dimension 2. Pour cela, le taux de granularité est fixé égal à $\tau = \frac{1}{6}$, l'écart-type est arbitrairement fixé à $0,01rad$. Dans [24], un robot plan possédant deux articulations rotoïdes

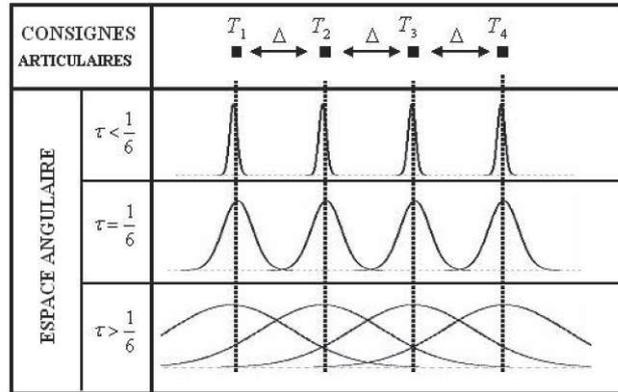


FIGURE 1.10: Histogrammes associés aux quatre consignes adjacentes.

motorisées a été étudié comme schématisé sur la figure 1.11.

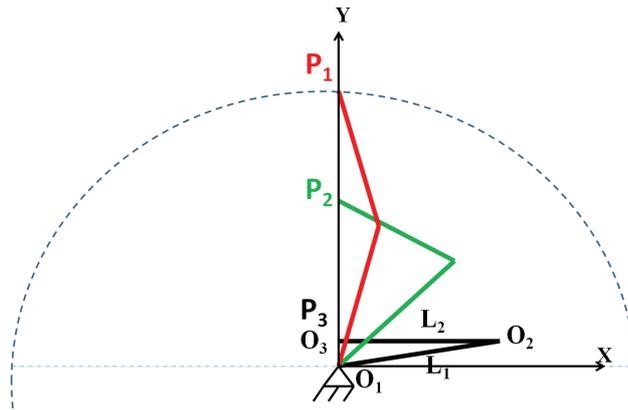


FIGURE 1.11: Robot plan à deux articulations rotoïdes.

Les articulations sont repérées par les angles (q_1, q_2) , les longueurs des bras sont identiques. La structure micrométrique résultante est tracée sur la figure 1.12 pour trois positions particulières dans l'espace de travail P_1 , P_2 et P_3 issus de la figure 1.11. L'échelle de représentation graphique est identique dans les trois cas.

Nous remarquons que la taille, la disposition et l'excentricité des ellipses changent considérablement en fonction de la position dans l'espace de travail. Une analyse peut être développée concernant les propriétés micrométriques au voisinage des différents points P_1 , P_2 et P_3 .

Au niveau du point P_1 , la surface des ellipses stochastiques est beaucoup

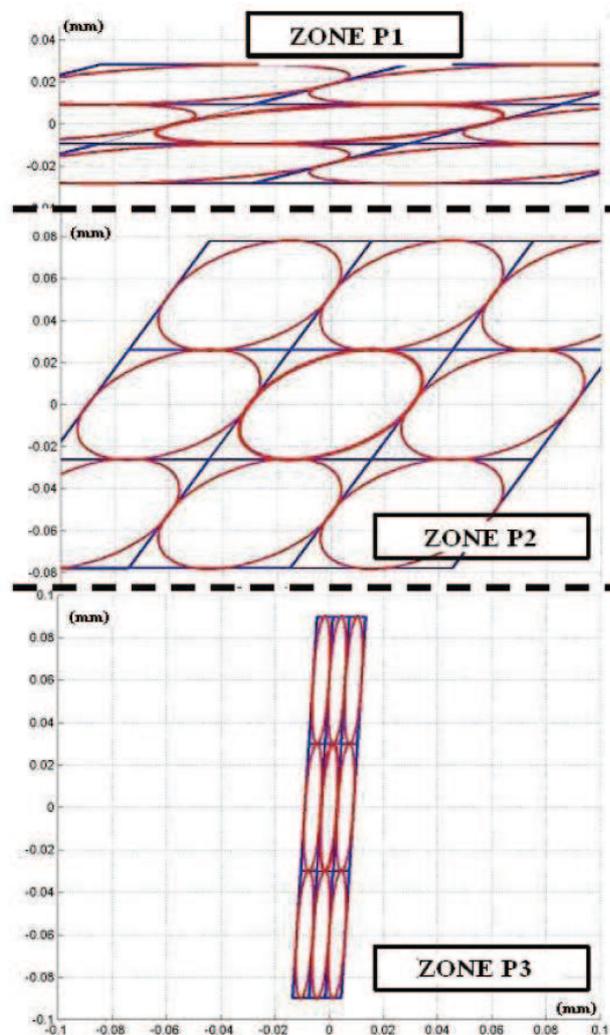


FIGURE 1.12: Maillage par les ellipsoïdes stochastiques sur les trois postures.

plus faible que pour les points P_2 et P_3 . Les ellipses ont une excentricité élevée proche de 10 et s'inscrivent dans un maillage rectangulaire. Il est possible de corriger une erreur de positionnement de manière beaucoup plus fine dans la direction x que dans la direction y . La résolution spatiale est meilleure dans la direction horizontale x : un incrément de $(\Delta_1, 0)$ sur la consigne articulaire provoque un déplacement moyen de 6 microns selon x alors que dans le sens vertical, le déplacement moyen est beaucoup plus élevé de l'ordre de 60 microns.

Au niveau du point P_2 , l'excentricité prend la valeur 2 et les ellipses s'ins-

crivent dans un maillage constitué de parallélogrammes. L'incrément minimal des coordonnées articulaires provoque un déplacement moyen de 60 microns. Ce déplacement peut être obtenu en x de manière indépendante de y , alors qu'un déplacement suivant y , implique aussi un déplacement en x de 30 microns. Il y a un couplage entre les deux déplacements induit par le maillage des parallélogrammes.

Au niveau du point P_3 , l'excentricité augmente à nouveau pour atteindre la valeur 6 et les ellipses sont imbriquées de telle sorte que les déplacements fins deviennent plus difficiles à gérer. En effet, le déplacement minimum moyen en x pour garder y constant, est de 0,12 mm. Pour un déplacement de 0,06 mm en x , il faut accepter un déplacement moyen en y de l'ordre de 0,02 mm.

Ces schémas illustrent bien la nature granulaire de l'espace. Entre les ellipses apparaissent des zones que l'effecteur ne peut atteindre, en quelque sorte des trous dans l'espace de travail. Ceci va à l'encontre de la notion classique d'espace de travail, qui est un espace pour lequel tous les points sont atteignables. A l'échelle micrométrique, le fait que l'espace de commande des actionneurs soit un espace discret a changé la nature même de l'espace de travail opérationnel. Certaines zones peuvent être atteintes facilement tandis que la probabilité d'atteindre d'autres zones est très faible.

1.4.3 Calcul de l'erreur maximale

Dans [25], Brethé a démontré que l'erreur maximale ne dépend pas uniquement de la répétabilité, mais qu'il est nécessaire de prendre aussi en compte la résolution spatiale [23], [26]. Pour cela, il a étudié à nouveau le robot SCARA2 et considéré quatre consignes T_1 à T_4 dans l'espace articulaire associé à quatre disques de répétabilité notés (D_1) à (D_4) représentés sur la figure 1.13, de centres respectifs G_1 à G_4 . Les positions finales de l'effecteur seront obligatoirement à l'intérieur du disque de répétabilité associé à la consigne définie.

Si les positions relatives du maillage et de la cible P_0 étaient connues, une

erreur pourrait facilement être corrigée par le choix d'une consigne donnant une position finale plus proche. Par exemple, si le premier point atteint est P_1 appartenant au disque (D_1) , alors le choix de la consigne adéquate permet de placer le point suivant à l'intérieur du disque (D_2) et l'erreur de position diminue.

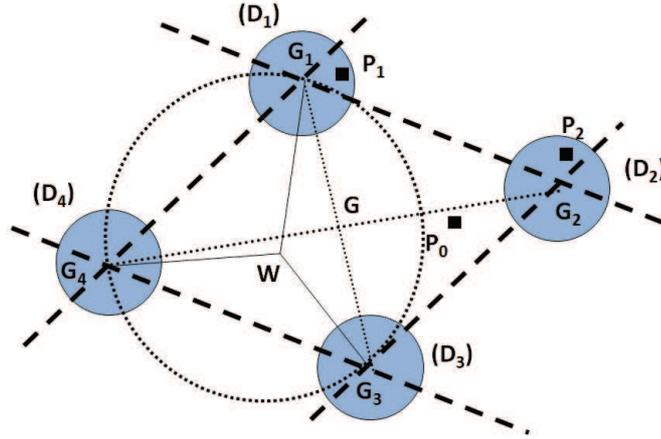


FIGURE 1.13: Résolution spatiale et disque de répétabilité.

Pour une cible P_0 dans l'espace opérationnel, l'erreur maximale de position s'exprime de la façon suivante : $\varepsilon_{\max}(P_0) = \{d(P_0; G_i)/i \in \mathbb{N}\} + Rad(D_i)$ où $d(P_0; G_i)$ représente la distance entre les points P_0 et G_i , alors que $Rad(D_i)$ mesure le rayon du disque de répétabilité (D_i) associé à la consigne optimale.

L'erreur maximale de position $\varepsilon_{\max}(P)$ est obtenue lorsque P se trouve au centre W du cercle passant par les points O_1, O_3, O_4 et correspond à $\varepsilon_{\max}(P) = \varepsilon_{\max}(W) = WG_1 + Rad(D_i)$.

Pour conclure, cette méthode permet d'optimiser l'erreur maximale. La commande optimale exposée s'applique dans un contexte bien particulier :

- Dans un premier temps, il faut disposer des informations de position relatives entre la dernière position atteinte et la nouvelle cible ;
- Dans un second temps, la consigne finale est corrigée afin que l'erreur maximale de position commise soit minimale. Les calculs développés ont permis de déterminer l'erreur maximale de position à l'échelle micrométrique.

1.5 Conclusions

Dans ce chapitre nous avons présenté le contexte théorique général et les termes utilisés en robotique. Les notions de base de la robotique qui seront utilisées dans ce mémoire ont été rappelées. Quelques méthodes permettant d'analyser les propriétés géométriques et cinématiques des manipulateurs ont été citées. La deuxième partie du chapitre a présenté les définitions de la précision et des critères de performance d'un robot qui sont l'exactitude et la répétabilité ainsi que leurs facteurs d'influence.

Dans le prochain chapitre, les singularités des robots manipulateurs seront définies et présentées pour les cas série et parallèle. Les propriétés des manipulateurs liées à la singularité seront détaillées en s'appuyant sur des exemples concrets dans le but d'intégrer la compréhension de ces propriétés et leur relation avec la singularité.

CHAPITRE 2

ÉTAT DE L'ART : ROBOTS MANIPULATEURS ET SINGULARITÉS

2.1 Introduction

L'analyse des singularités s'inscrit comme étant un thème important de la cinématique des robots. Elle représente une étude récurrente dans le domaine de la robotique. Ce thème a intéressé de nombreux scientifiques qui l'ont mis en oeuvre sur toute sorte de manipulateurs [27], [28], [29], [30]. L'objectif fixé consiste à définir certaines configurations, dites "configurations singulières", pour lesquelles d'importants changements de comportement du robot apparaissent au cours de l'évolution des trajectoires. Ces dérives comportementales peuvent influencer sur la commande du robot en mouvement, voire modifier ses aptitudes en terme de dextérité. L'étude des singularités a pour but d'éviter au manipulateur de se retrouver dans des situations conduisant à une perte de contrôle. Il est à noter qu'un robot peut évoluer à la limite de singularités dans des cas tels que la manipulation d'objets lourds, ou lors d'une phase de positionnement fin [31], [32] qui nécessitent d'opérer des mouvements pour lesquels les rapports de forces sont souvent très importants. A la limite de configurations singulières, les algorithmes de commande d'un robot peuvent conduire à l'obtention de vitesses articulaires importantes, mais aussi aboutir à la perte instantanée d'un ou plusieurs degrés de liberté (ddl) [5].

Il existe sur le marché quelques manipulateurs conçus pour ne pas inclure de singularités dans leur espace de travail. Pour tous les autres, il est intéressant de disposer d'outils généraux capables d'apporter une réponse en terme de programmation liée à l'analyse des singularités. Dans ce contexte, la capacité à identifier toutes les configurations singulières représente un défi crucial à résoudre. La solution à ce problème permettrait de planifier les mouvements du robot tout en évitant les singularités existantes sur le parcours.

Il est très compliqué de mettre en oeuvre une méthode d'analyse des singularités, tant le spectre de topologie en matière de robots est large. Pour certains cas simples, des solutions analytiques peuvent être facilement développées [4], [33].

Cependant, la plupart du temps, il est nécessaire de faire appel à une résolution de type numérique telle que décrite en [34], [35].

L'objet de ce chapitre est de rappeler la définition de la singularité des manipulateurs sériels et parallèles. Il sera alors possible d'énoncer plusieurs propriétés des manipulateurs tels que manipulateurs cuspidaux, non cuspidaux, notion de parcourabilité et notion d'aspects.

2.2 Les singularités

Pour tous les robots, qu'ils soient redondants ou non, il se peut que dans certaines configurations dites singulières, le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal soit inférieur à la dimension de l'espace opérationnel [4]. En ce qui concerne les robots non-redondants, une singularité est définie par l'ensemble des configurations qui annulent le déterminant de la matrice jacobienne $J(q)$.

Tous les manipulateurs qu'ils soient parallèles ou sériels, présentent des configurations où le nombre de degrés de liberté du manipulateur est différent de celui des autres configurations. Ces configurations sont appelées configurations singulières, et les manipulateurs qui y sont confrontés peuvent alors gagner ou perdre certains degrés de liberté. Gosselin et Angeles [30] ont défini les singularités dites "Séries" et "Parallèles" et ont proposé une classification de ces dernières en trois types en fonction de la topologie du robot.

Ces configurations peuvent se situer à la frontière de l'espace de travail (cas des robots sériels). Elles peuvent aussi se rencontrer à l'intérieur de l'espace de travail (cas des robots parallèles).

Mathématiquement, dans le cas d'un robot série non-redondant, une perte d'un ou plusieurs ddl est caractérisée par une baisse dans le rang de la jacobienne impliquant $\det(J) = 0$.

Pour les robots parallèles, la dérivation du modèle géométrique $g(x, q) = 0$ qui

relie les coordonnées articulaires aux coordonnées opérationnelles fait apparaître deux matrices A et B telles que : $A(x, q)dx + B(x, q)dq = 0$. Gosselin [30] a défini les singularités séries et parallèles. Il a proposé une classification des singularités en trois types en fonction de la topologie du robot. Ces types seront analysés plus en détails dans la suite de ce chapitre.

2.2.1 Singularités des manipulateurs sériels

Pour les manipulateurs sériels non redondants, la détermination des singularités se fait le plus souvent à partir de la matrice jacobienne J, en recherchant les configurations pour lesquelles cette matrice n'est plus de rang plein (son déterminant est nul $\det(J)=0$).

Les configurations singulières des manipulateurs sériels peuvent être de type position, dans ce cas, l'effecteur ne peut exécuter certaines translations, de type orientation où l'effecteur ne peut exécuter n'importe quelle rotation, ou bien de type mixte s'il s'agit d'une combinaison des deux précédentes où l'effecteur ne peut exécuter n'importe quel mouvement hélicoïdal [36].

Identifier les singularités du manipulateur représente une démarche importante pour plusieurs raisons :

1. Les singularités représentent des configurations à partir desquelles certaines directions de mouvement peuvent être inaccessibles.
2. Dans la singularité, la vitesse de l'effecteur peut engendrer des valeurs illimitées des vitesses articulaires.
3. Dans la singularité, le couple de l'effecteur peut correspondre à des couples maximaux des couples articulaires.
4. Les singularités correspondent habituellement (mais pas toujours) à des points sur la frontière de l'espace de travail du manipulateur, qui correspondent à la portée maximale du manipulateur.

Les problèmes induits par les singularités ne découlent pas seulement des configurations choisies. L'augmentation des vitesses articulaires à l'approche des singularités représente l'un des problèmes pouvant survenir traité par Khatib [37].

Soit le robot plan à deux degrés de liberté d'axes rotoïdes représenté sur la figure 2.1. Les coordonnées X et Y de l'extrémité du robot peuvent être définies telles que :

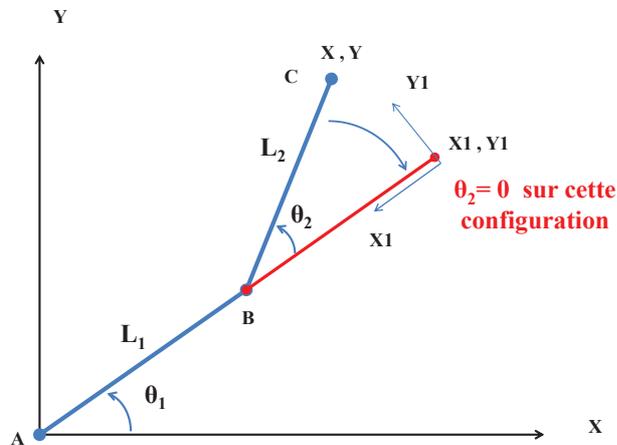


FIGURE 2.1: La singularité d'un robot plan à deux degrés de liberté.

$$X = L_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.1)$$

$$Y = L_1 \cdot \sin(\theta_1) + L_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.2)$$

La matrice jacobienne de ce manipulateur est :

$$J = \begin{pmatrix} -(L_1 \cdot \sin \theta_1 + L_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2)) & -L_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \cdot \cos \theta_1 + L_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

La position singulière est obtenue lorsque le déterminant de la jacobienne est

$$\text{nul} : \det(J) = L_1 \cdot L_2 \cdot \sin(\theta_2) = 0$$

Le manipulateur est en configuration singulière pour $\theta_2 = Z \cdot \pi$ où Z est un nombre entier relatif quelconque. Lorsque $\theta_2 = 0$, le manipulateur perd un degré de liberté sur l'axe X_1 . Par contre, il garde la possibilité de se déplacer sur l'axe Y_1 . Les petits déplacements sur les deux axes X_1 et Y_1 peuvent être écrits tels que $\delta X_1 = 0$ et $\delta Y_1 = (L_1 + L_2) \cdot \delta \theta_1 + L_2 \cdot \delta \theta_2$.

Pour comprendre l'influence de la singularité sur les vitesses dans une zone proche des singularités, l'approximation de Gauss sur le déplacement du bras 2 est effectuée. Cette approximation permet d'écrire que : $\sin(\theta_2) = \theta_2$ et $\cos(\theta_2) = 1$. Les vitesses articulaires sont calculées à partir de l'équation suivante : $\delta q = J^{-1} \cdot \delta X$ où δX représente la vitesse cartésienne qui comprend δx et δy . L'inverse de la matrice jacobienne peut être calculé comme suit :

$$J^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1 \cdot \theta_2} & \frac{1}{L_1} \\ -\frac{L_1 + L_2}{L_1 \cdot L_2 \cdot \theta_2} & -\frac{1}{L_1} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Les vitesses articulaires calculées ont pour expression :

$$\delta q_1 = \frac{\delta x}{L_1} \cdot \frac{1}{\theta_2} + \frac{\delta y}{L_1} \quad (2.5)$$

$$\delta q_2 = -\frac{(L_1 + L_2) \cdot \delta x}{L_1 \cdot L_2} \cdot \frac{1}{\theta_2} - \frac{\delta y}{L_1} \quad (2.6)$$

En traçant la variation des vitesses articulaires du premier et du second bras représentée sur la figure 2.2, force est de constater que les vitesses articulaires δq_1 et δq_2 tendent vers l'infini lorsque l'angle $\theta_2 = 0$, ce qui correspond à une configuration singulière.

Il est intéressant de constater dans cet exemple que la singularité influence les vitesses articulaires à proximité de cette configuration lorsque la valeur de θ_2

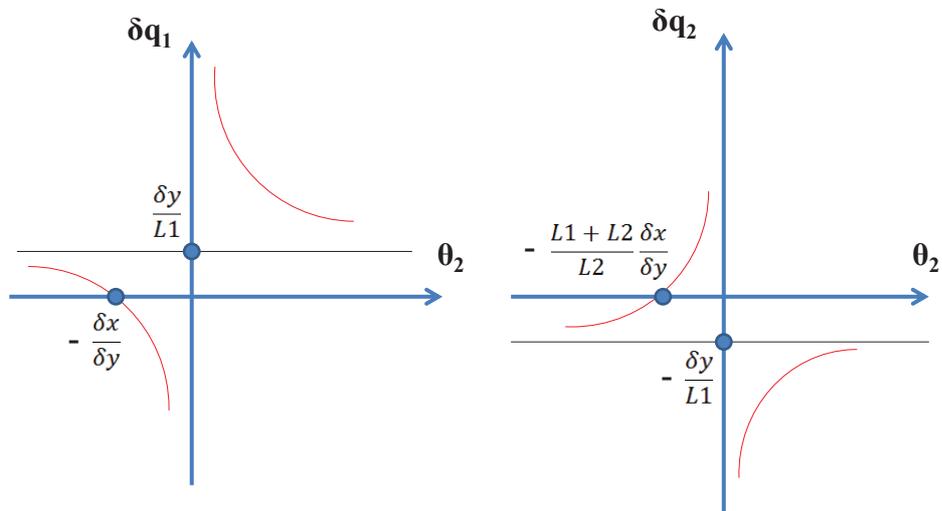


FIGURE 2.2: La variation des vitesses articulaires δq_1 et δq_2 par rapport à θ_2 .

est faible. La commande des robots dans l'espace de travail nécessite d'avoir une bonne connaissance des lieux de singularités.

2.2.2 Singularités des manipulateurs parallèles

Les configurations singulières des manipulateurs parallèles peuvent être abordées selon deux approches :

2.2.2.1 La méthode analytique

La méthode analytique repose sur l'étude de l'équation qui relie l'actionneur avec les coordonnées opérationnelles : $g(x, q) = 0$. L'approche retenue par [30] sera utilisée afin de les identifier. Une dérivation au premier ordre permet d'obtenir l'équation suivante :

$$A(x, q)dx + B(x, q)dq = 0 \quad (2.7)$$

Si la matrice A est inversible, la matrice jacobienne J peut s'écrire en fonction de A et B comme suivant :

$$J = A^{-1}.B \quad (2.8)$$

A représente la matrice jacobienne parallèle et B la matrice jacobienne sérielle. L'analyse des matrices A et B permet de détecter les singularités. On dénombre trois types de singularités dont l'existence est liée à une perte de rang des matrices jacobiniennes.

1. Les singularités parallèles : ces singularités sont induites par la perte de rang de la matrice jacobienne parallèle A, c'est-à-dire lorsque $\det(A) = 0$. Dans ce cas, il est possible de déplacer la plate-forme mobile de manière infinitésimale tout en bloquant les actionneurs. Ces singularités, propres aux manipulateurs parallèles, existent à l'intérieur de l'espace de travail, ce qui est extrêmement gênant lors de la planification de trajectoire. Ces positions sont à éviter car elles impliquent une perte de contrôle du manipulateur.

La figure 2.3 schématise un manipulateur à cinq articulations dans une configuration où les pivots C, D, et P sont alignés. Lorsque les articulations A et B sont mécaniquement bloquées, il est possible d'obtenir un déplacement infinitésimal du point P suivant une direction perpendiculaire à l'axe C,D.

2. Les singularités sérielles : ces singularités sont induites par la perte de rang de la matrice jacobienne sérielle B, c'est-à-dire lorsque $\det(B) = 0$. Dans ce cas, certaines vitesses de la plate-forme ne peuvent pas être atteintes. Ces singularités sont présentes sur les limites de l'espace de travail.

La figure 2.4 schématise un manipulateur à cinq articulations dans une

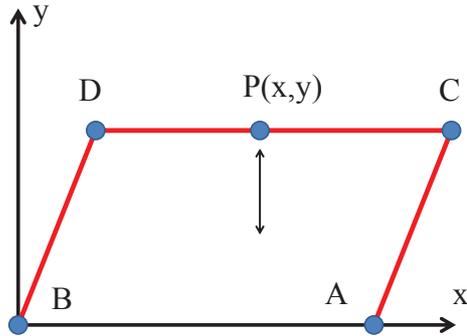


FIGURE 2.3: Exemple de singularité parallèle.

configuration où les pivots A, C et P d'une part et B, D et P d'autre part peuvent être alignés. Dans ce cas, il est impossible d'établir une vitesse non nulle suivant l'axe A,P. Ce type de singularité est dite "singularité sérielle" par comparaison aux manipulateurs sériels qui présentent ce même phénomène.

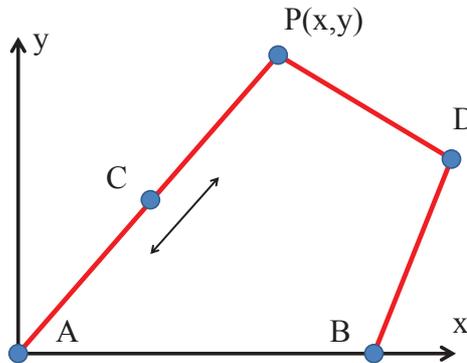


FIGURE 2.4: Exemple de singularité sérielle.

3. Les singularités parallèles/sérielles : ces singularités découlent d'une perte de rang simultanée des matrices jacobiniennes A et B, c'est-à-dire lorsque $\det(A) = 0$, $\det(B) = 0$. Dans ce cas il est possible de déplacer la plate-

forme mobile tout en bloquant les actionneurs. Dans ce cas, certaines vitesses de la plate-forme ne peuvent être atteintes.

La figure 2.5 schématise un manipulateur à cinq articulations dans une configuration où les pivots C et D coïncident alors que les articulations A et B sont bloquées. Dans ce cas, le point P peut décrire un mouvement continu alors que les actionneurs sont bloqués.

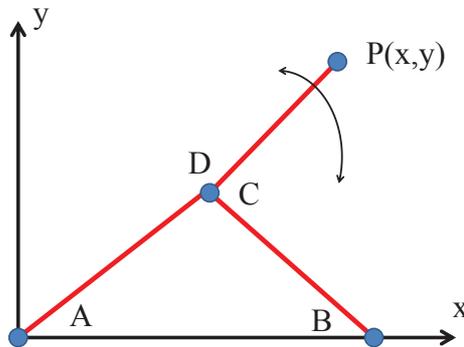


FIGURE 2.5: Exemple de singularité structurelle.

Certaines singularités ne peuvent pas être détectées par la formule de Gosselin [30], en particulier les singularités de contrainte. Zlatanov [38] a émis l'idée que le rôle joué par les vitesses articulaires passives n'était pas complètement pris en compte, ce qui l'a amené à analyser le problème d'une manière plus générale. Il a présenté les problèmes cinématiques instantanés directs (FLIP) et inverses (IIKP) pour un robot doté de vitesses articulaires passives. La complexité des expressions rend l'écriture symbolique des matrices Jacobiennes très difficile à mettre en oeuvre. L'introduction par Zlatanov [38] du "C-space singularity" a permis de mieux comprendre ce qu'était le phénomène de singularité de contrainte [39]. Ce travail a clairement mis en évidence les limitations de la formule de Gosselin [30].

2.2.2.2 La méthode Géométrique

Les limites de la méthode analytique découlent de la complexité à résoudre la matrice jacobienne parallèle lorsque l'on étudie des mécanismes spatiaux à 6 degrés de liberté. Pour palier à ce problème, Merlet utilise la géométrie de Grassmann qui repose sur l'utilisation des vecteurs de Plücker. Dans [40], Merlet propose une nouvelle méthode basée sur l'emploi d'une ligne géométrique afin de détecter les singularités. Dans [41], Merlet fournit un algorithme géométrique permettant de déterminer l'espace de travail pour différentes plates-formes parallèles de type planaire et dans [42], il détaille un formalisme d'approche numérique utilisé pour la détection des singularités.

2.3 Branches de singularités

Les branches de singularités sont les composantes connexes de l'ensemble des configurations singulières. Dans le cas d'un robot non-redondant, elles sont définies par l'équation $\det(J) = 0$. Les singularités étant indépendantes de la première articulation [33], on peut se contenter de les représenter dans l'espace articulaire privé de son premier axe.

Pour le robot plan à deux degrés de liberté comme illustré dans la figure 2.1, dont le déterminant de la matrice jacobienne est égal à $L_1.L_2.S_2$ ou $S_2 = \sin(\theta_2)$, les branches de singularités en l'absence de butées sont définies par les droites $\theta_2 = 0$ et $\theta_2 = \pm\pi$ comme illustré dans la figure 2.6. L'espace de travail correspondant est présenté à la figure 2.7.

2.4 Propriétés des manipulateurs

Les concepteurs de robots sont sans cesse amenés à proposer des modèles innovants répondant à des critères aussi variés que la diversité des tâches à réaliser,

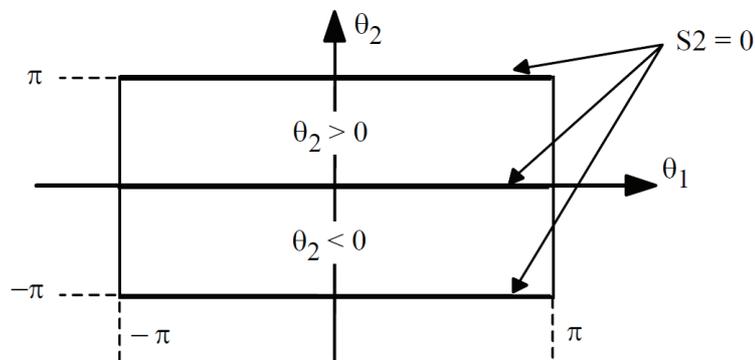


FIGURE 2.6: Branches de singularités du robot plan à deux ddl sans butée.

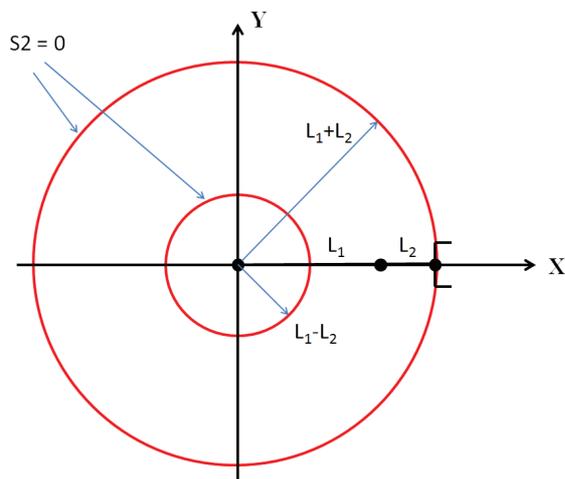


FIGURE 2.7: Espace de travail du robot plan à deux ddl sans butée $L_1 > L_2$.

ou la minimisation des coûts de production. Cette innovation n'est pas automatique puisqu'elle exige d'acquérir la connaissance globale de leurs propriétés. Ce paragraphe décrit les généralités et les propriétés importantes des manipulateurs qu'un concepteur doit maîtriser afin de satisfaire à un cahier des charges donné.

2.4.1 Le concept d'aspects

Le concept d'aspects a été introduit par Paul Borrel en 1986 [43] dans le but de faire face à l'existence de multiples solutions cinématiques inverses dans le

cas des manipulateurs séries. Les aspects sont les domaines connexes de l'espace articulaire à l'intérieur desquels aucun des mineurs d'ordre M extrait de la matrice jacobienne J n'est nul, sauf si ce mineur est nul partout sur le domaine. Dans le cas d'un robot manipulateur non redondant, le seul mineur d'ordre M est la matrice jacobienne elle-même. Les aspects sont donc limités par les branches de singularités et les butées articulaires.

Borrel a affirmé aussi qu'un aspect est associé à une posture. Cependant, les limites de ce résultat se sont clarifiées avec des manipulateurs appelés par la suite cuspidaux et qui peuvent avoir plus d'une solution au MGI pour un même aspect.

2.4.2 Notion de parcourabilité

L'espace de travail permet d'analyser les performances globales d'accessibilité. Cette notion reste limitée si le manipulateur doit exercer des tâches de type soudage à l'arc ou de découpe. En effet, le manipulateur ne peut pas toujours suivre une trajectoire continue entre deux points P_1 et P_2 même s'il peut les atteindre [44].

Selon la trajectoire suivie entre deux points donnés de l'espace opérationnel, il existe deux niveaux de parcourabilité. L'analyse de la parcourabilité de l'espace de travail conduit à définir les différentes trajectoires possibles dans l'espace opérationnel.

1. La trajectoire discrète : c'est une trajectoire définie par la donnée de n points de l'espace de travail sans spécifier un chemin entre ces n points.
2. La trajectoire continue : c'est une trajectoire de longueur finie entre une origine et une extrémité. Elle est envisageable si l'effecteur peut la suivre de manière continue.

La figure 2.8 montre les deux aspects d'un robot plan à deux articulations rotoïdes avec butées. Le premier aspect est associé à la posture coude haut, le

second correspond aux configurations de la posture : coude bas. La droite $\theta_2 = 0$ décompose l'espace articulaire accessible en deux aspects correspondant aux deux solutions $\theta_2 > 0$ et $\theta_2 < 0$.

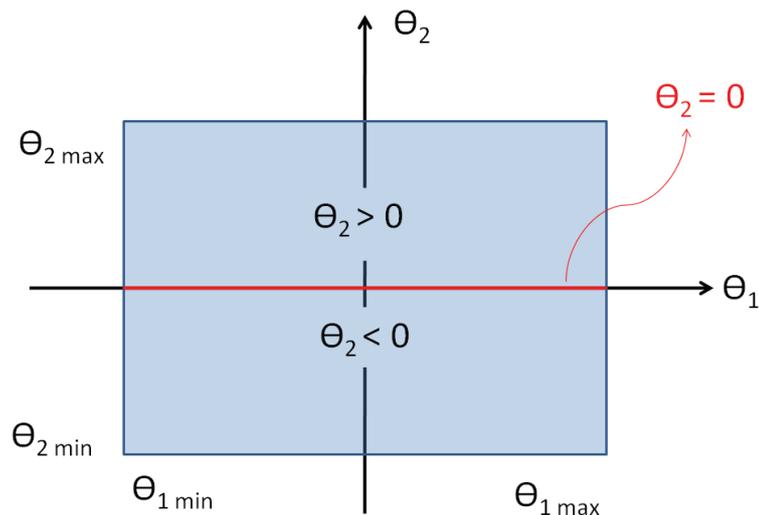


FIGURE 2.8: Détermination des aspects en présence de butées articulaires.

La figure 2.9 montre les images de ces deux aspects dans l'espace cartésien pour $L_1 = L_2 = 120mm$ et $-\pi/3 \leq \theta_1 \leq \pi/3$ et $-\pi/2 \leq \theta_2 \leq \pi/2$.

Il est important de noter que les images de ces aspects dans l'espace opérationnel sont confondues si le domaine de variation de chaque articulation est égal à 2π .

Les zones hachurées et non hachurées dans la figure 2.9 représentent respectivement les lieux des points accessibles pour $\theta_2 > 0$ et $\theta_2 < 0$. La trajectoire P_1P_2 indiquée sur cette figure se trouve dans l'aspect $\theta_2 < 0$: elle n'est donc réalisable que si le robot part d'une configuration initiale avec $\theta_2 < 0$.

Nous rappelons les définitions de deux notions relatives à la parcourabilité dans l'espace de travail des manipulateurs [44], [28] :

1. La n-parcourabilité : un domaine de l'espace de travail sera dit n-parcourable si toute trajectoire discrète de ce domaine est réalisable.

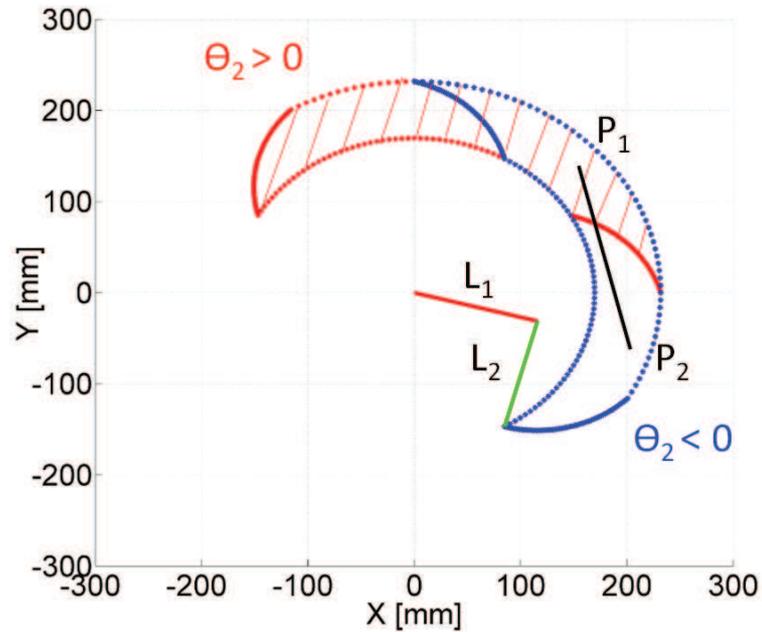


FIGURE 2.9: Image des aspects dans l'espace opérationnel.

2. La t-parcourabilité : un domaine de l'espace de travail sera dit t-parcourable si toute trajectoire continue de ce domaine est réalisable.

2.4.3 Manipulateurs de morphologie cuspidale

Pour changer de posture, un manipulateur non cuspidal doit franchir une singularité. Ce résultat a été démontré théoriquement par [43] en utilisant la notion d'aspects. Il existe cependant d'autres types de manipulateurs appelés manipulateurs cuspidaux qui peuvent changer de posture sans passer par une singularité [27], [45]. Ceci veut dire que le changement de posture peut s'effectuer au sein d'un même aspect [46]. Un manipulateur cuspidal doit avoir des singularités évitables [4].

Un manipulateur non cuspidal qui suit une trajectoire continue (lors de la réalisation d'une tâche de soudage à l'arc, par exemple) doit quitter la trajectoire pour changer de posture en allant sur la frontière de son espace de travail. Ce qui

n'est pas forcément le cas pour un manipulateur cuspidal si toutes les postures le long de la trajectoire appartiennent à un même aspect. La figure 2.10 représente un exemple d'un manipulateur 3R cuspidal.

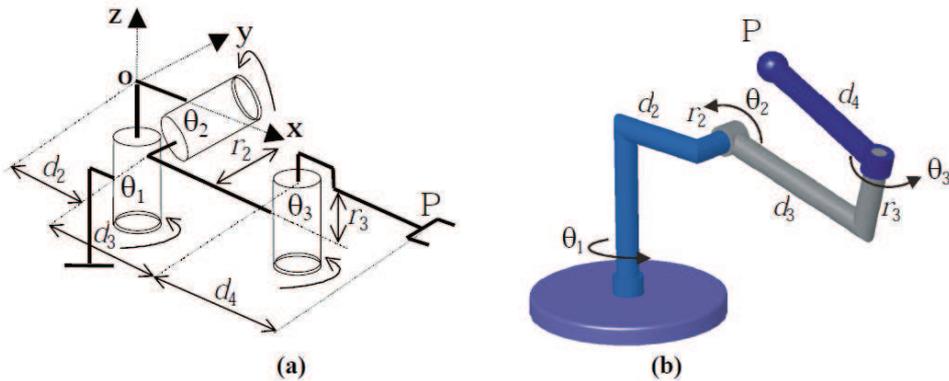


FIGURE 2.10: Manipulateur 3R cuspidal.

Exemple : Soit un manipulateur à trois articulations rotoïdes à axes orthogonaux : $\alpha_2 = -90^\circ$ et $\alpha_3 = 90^\circ$. Les paramètres de DH sont : $d_2 = 1$, $d_3 = 2$, $d_4 = 1,5$, $r_2 = 1$, $r_3 = 0$. L'effecteur est représenté par le point P qui est repéré par ses 3 coordonnées cartésiennes x , y et z dans le repère de référence (o, x, y, z) lié à la base du manipulateur. Le point X de coordonnées : $x = 2,5$, $y = 0$, $z = 0,6$ est accessible selon les 4 postures suivantes (valeurs exprimées en degrés) : $q^{(1)} = (-101, 52, -158, 19, 104, 88)^T$, $q^{(2)} = (-50, 92, -46, 17, 141, 16)^T$, $q^{(3)} = (-164, 56, -170, 02, -12, 89)^T$ et $q^{(4)} = (10, 13, -22, 33, -106, 28)^T$.

En référence à la figure 2.11 et en l'absence de butées articulaires, les singularités divisent le domaine articulaire de ce manipulateur en deux aspects (dont l'un comprend toute la zone non hachurée). Il est visible que les configurations $q^{(2)}$ et $q^{(3)}$ (respectivement $q^{(1)}$ et $q^{(4)}$) appartiennent au même aspect. Par conséquent, le passage de $q^{(2)}$ et $q^{(3)}$ (respectivement $q^{(1)}$ et $q^{(4)}$) se fait sans franchissement de singularités.

Le paragraphe suivant est dédié à la description des singularités dans le cas

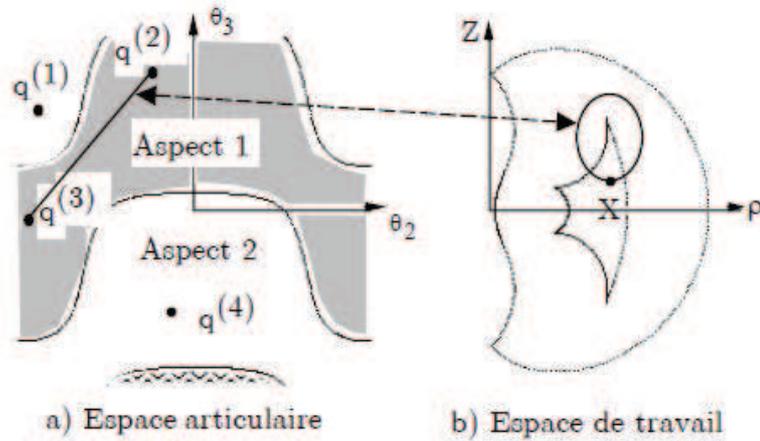


FIGURE 2.11: Deux solutions par aspect.

des manipulateurs redondants.

2.5 Singularités liées aux manipulateurs redondants

Dans le cas d'un robot redondant $m > n$, la matrice jacobienne $J(\theta)$ n'est pas carrée. Les singularités correspondent à $\det(J(\theta) \times J(\theta)^T) = 0$ [4], [33]. Cette équation peut être étendue en utilisant la formule de Cauchy-Binet [47] et en introduisant les p mineurs Q_k de taille maximale extraits de la matrice J :

$$\det(J(\theta) \times J(\theta)^T) = \sum_{k=1}^p (\det(Q_k)) \times (\det(Q_k^T)) = \sum_{k=1}^p (\det(Q_k))^2 \quad (2.9)$$

$$\det(J(\theta) \times J(\theta)^T) = 0 \Rightarrow (\forall k = 1 : m), \det(Q_k) = 0 \quad (2.10)$$

Cette équation ne peut s'exprimer que si le robot série redondant se trouve en configuration singulière, et si et seulement si tous les mineurs de taille maximale extraits de la matrice jacobienne J sont nuls. Malheureusement, certains

auteurs qui ont travaillé sur des manipulateurs redondants, n'ont pas correctement interprété les conséquences induites par certaines configurations singulières lorsqu'elles provoquent une perte de degrés de liberté.

Dans [48], Nitu a étudié un manipulateur planaire muni de quatre articulations et qui travaille dans l'espace XY avec deux degrés de redondance. Pour étudier les singularités de ce manipulateur redondant, Nitu [48] a considéré chaque mineur de taille maximum de la matrice jacobienne afin d'illustrer séparément chaque singularité. Cette analyse ne correspond pas à une vraie singularité expliquée dans ce paragraphe où il faut que tous les mineurs de taille maximale extraits de la matrice jacobienne J soient nuls.

Abdel-Malek a étudié les singularités pour les robots non redondants [49], [50], [51] ainsi que pour les robots redondants [1]. Dans le cas des robots redondants [1], son étude a porté sur les surfaces des singularités en présence des butées articulaires d'un robot planaire à trois articulations dans l'espace XY comme illustré dans la figure 2.12. Le robot possède alors un degré de redondance.

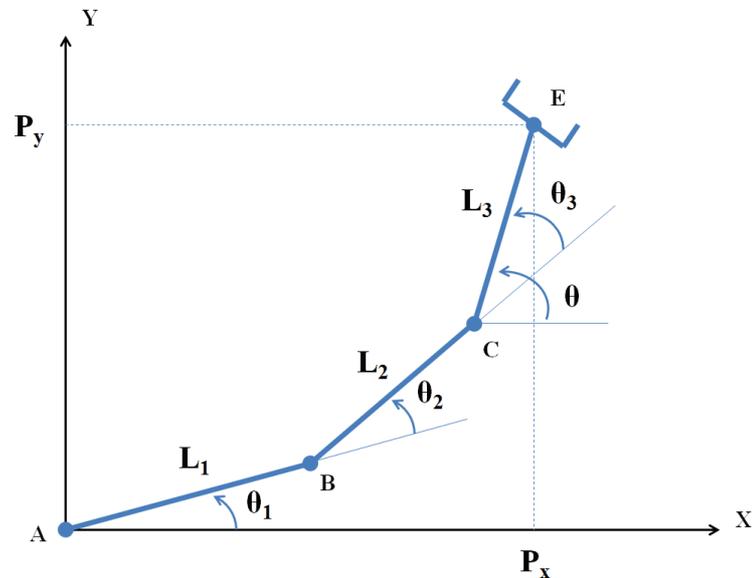


FIGURE 2.12: Manipulateur planaire à trois articulations.

Les courbes des singularités de ce manipulateur ont été analysées dans le cadre de la figure 2.13 pour $L_1 = 80mm$, $L_2 = 40mm$ et $L_3 = 20mm$. Les butées articulaires pour les trois articulations sont : $-\pi/3 \leq \theta_i \leq \pi/3$.

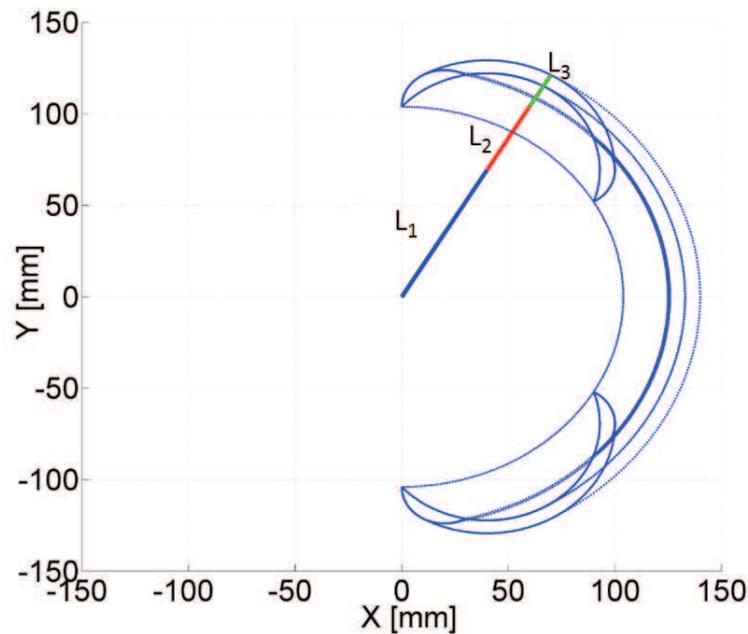


FIGURE 2.13: Courbes singulières d'un manipulateur 3R selon Abdel-Malek [1].

L'analyse des résultats démontre l'existence de plusieurs configurations dénommées singulières selon l'auteur alors elles ne correspondent pas des singularités définies par la communauté des roboticiens. La figure 2.14 représente deux configurations différentes liées à la présence de butées articulaires.

2.6 Conclusions

Ce chapitre a permis de présenter les singularités des manipulateurs sériels et parallèles. Différentes propriétés caractérisant ces manipulateurs et des notions importantes en forte relation avec les singularités ont été évoquées : la notion d'aspects, la parcourabilité, les manipulateurs cuspidaux.

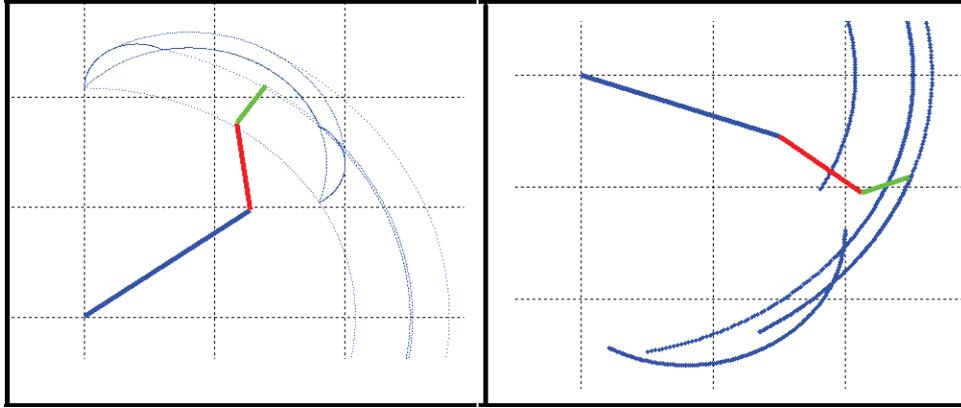


FIGURE 2.14: Deux différentes configurations correspondant aux butées articulaires.

Lorsque le point terminal du robot se trouve près d'une singularité, les actionneurs peuvent subir des couples très importants et ce à des vitesses élevées et entraîner une perte de degré de liberté. Les singularités sont évoquées la plupart du temps comme étant nuisibles au système, cependant, en contre-partie, elles possèdent des propriétés intéressantes en particulier dans le domaine de la précision [31], [32]. Dans [23], il a été prouvé que la résolution spatiale et la répétabilité d'un robot série planaire à deux bras est accrue lorsque le point terminal du robot se situe au centre de l'espace de travail, c'est-à-dire près d'une singularité. Dans cette situation, le bras de levier entre le point terminal du robot et le centre est faible. L'incertitude angulaire n'est pas amplifiée. Cette propriété est utilisée afin de concevoir des architectures ainsi que des commandes cinématiques permettant d'accroître les performances du robot en terme de précision [52]. Cette propriété importante sera utilisée au chapitre 3.

Deuxième partie

La table micrométrique

CHAPITRE 3

AMÉLIORATION DES PERFORMANCES EN TERME DE PRÉCISION

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, de nouvelles architectures et procédés de commande sont proposés afin d'améliorer de manière significative les performances en précision des robots manipulateurs. Ces propositions concluent l'étude menée dans le cadre du premier chapitre. Le paradigme de l'espace granuleux démontre que l'erreur maximale de position dépend simultanément de la résolution spatiale du robot ainsi que de la répétabilité. Les travaux effectués et présentés dans le second chapitre ont permis d'étudier les performances en matière de précision à proximité des zones singulières situées dans l'espace de travail. Ces études préliminaires ont participé à la mise au point des robots innovants dans le cadre de travaux de recherche menés au laboratoire GREAH (Groupe de Recherche en Électrotechnique et Automatique du Havre). C'est ainsi qu'un brevet [2] a été déposé en France, suivi d'une extension PCT [53].

3.2 Principes d'amélioration de la précision

La description granulaire de l'espace de travail, a mis en évidence l'intérêt de travailler dans une zone proche du point central de l'espace de travail. Généralement ces zones sont évitées par les roboticiens car elles sont proches des singularités. L'observation des performances en répétabilité dans cette zone centrale a montré qu'il était possible de corriger une erreur de position de manière très fine dans une direction définie. Cette observation s'appuie sur le fait que la répétabilité et la résolution spatiale présentent d'excellentes performances dans la direction perpendiculaire au rayon.

L'étape suivante consiste à obtenir le même niveau de performance dans la direction du rayon. La figure 3.1 illustre la démarche à effectuer. La résolution spatiale dans la direction perpendiculaire au rayon est très réduite. Cela découle essentiellement du fait que le bras de levier entre l'axe 1 et l'extrémité terminale

du robot est minime. Afin d'acquérir le même résultat que celui obtenu dans la direction du rayon, il suffit de positionner l'axe 2 au voisinage du point terminal. Cette action offre la possibilité de régler précisément et de manière découplée la position du robot suivant deux axes perpendiculaires. En contre partie, deux critères contraignants doivent être pris en considération :

1. La première contrainte concerne le réglage fin qui ne sera obtenu qu'au voisinage du point qui sera dénommé "point d'intérêt". En s'éloignant de ce point, les déplacements deviennent couplés. La surface de travail intéressante n'est certes pas très importante mais suffit largement pour certaines applications.
2. La seconde contrainte découle de la réduction de taille du deuxième bras. Dans ce cas, l'espace de travail deviendrait extrêmement faible, si la chaîne cinématique venait à être fermée directement. Pour pouvoir saisir les objets dans un espace de travail plus large, il est indispensable de rajouter un troisième axe. Le robot devient redondant et peut alors se déplacer dans une enveloppe de travail beaucoup plus importante.

L'ajout de ce troisième axe influe considérablement sur la résolution spatiale au voisinage du point d'intérêt. Cette précision pourra être obtenue en déplaçant les axes 1 et 2 par incrémentations avec un pas de faible amplitude. Lorsque le robot devient redondant, l'erreur finale de positionnement est surtout fonction de la répétabilité. Or la redondance ajoute un axe supplémentaire et dégrade donc la répétabilité en raison de l'ajout du troisième axe.

Pour résoudre ce problème, il faut proposer une démarche en deux étapes :

1. Dans un premier temps, un positionnement grossier est mis en œuvre. Dans cette démarche, tous les bras du robot sont actionnés simultanément afin d'approcher l'extrémité du robot au plus près du point d'intérêt.
2. Dans un second temps, l'axe 3 du robot est mécaniquement bloqué. Seuls les

axes 1 et 2 sont sollicités afin de procéder au positionnement final. La notion de blocage mécanique de l'articulation 3 permet effectivement d'atteindre l'objectif visé. Ce blocage peut être obtenu par une action de freinage mécanique.

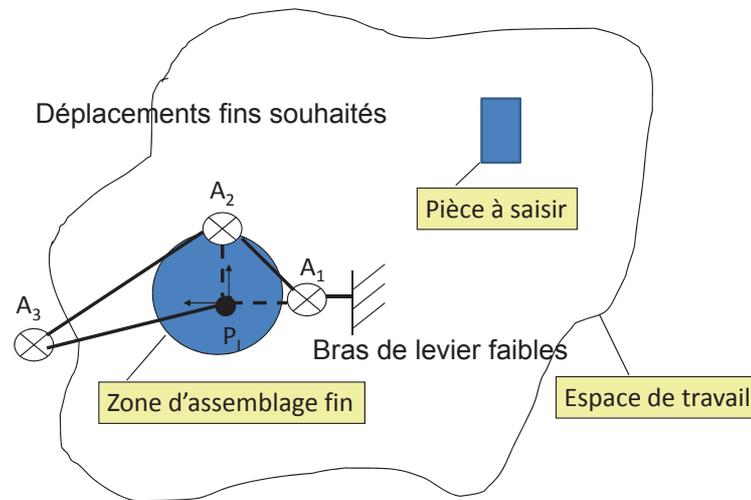


FIGURE 3.1: Robot plan à très haute précision.

Afin d'obtenir un positionnement précis à l'instant (t_i) , il est nécessaire de mesurer la position du point terminal du robot à l'instant (t_{i-1}) , c'est-à-dire juste après le blocage mécanique. Cette contrainte produira probablement une baisse de cadence sauf si une calibration "en vol" après le blocage mécanique est techniquement possible. Il s'agit d'une stratégie d'essai-mesure-correction classique. Afin d'obtenir un positionnement fin, l'axe 3 doit être bloqué durant la phase de repositionnement.

3.3 Structures innovantes à haute précision

3.3.1 Généralisation de l'invention

Les principes proposés précédemment se généralisent sans difficulté au cas tridimensionnel [2]. Pour ce faire un point particulier de l'espace de travail dit "point d'intérêt" est défini. Dans la zone proche de ce point, la résolution spatiale doit être fine et découplée, ce qui exige d'implanter trois articulations rotoïdes dans la chaîne cinématique. En outre, les dimensions des bras de levier entre le point d'intérêt et les axes des articulations sont faibles. On notera que les axes des articulations rotoïdes appartiennent à trois plans orthogonaux d'intersection. L'ensemble de ces principes est représenté par l'illustration de la figure 3.2. Lors de la première phase de déplacement qui doit aboutir à un positionnement grossier, tous les axes peuvent être sollicités. Dans la seconde phase qui privilégie un positionnement fin, seuls les axes dits secondaires et vérifiant les propriétés décrites précédemment peuvent être activés. Les autres axes sont alors bloqués mécaniquement.

3.3.2 Quelques exemples plans

Dans le plan, outre l'exemple développé précédemment, la figure 3.3 illustre le fait que les axes rotoïdes dit secondaires ne sont pas nécessairement les deux premiers axes, mais peuvent se trouver n'importe où dans la chaîne cinématique. Ainsi dans ce cas particulier, le positionnement fin est acquis en actionnant les axes 1 et 3.

Pour répondre à certaines applications spécifiques qui nécessitent un espace de positionnement fin plus important, dénommé aussi "zone d'intérêt", des structures redondantes telles que celle proposée dans le cadre de la figure 3.4 peuvent être imaginées. Ce type de structures permet d'obtenir un réglage fin sur un disque qui possède un rayon égal à la somme des longueurs des bras 1 et 2.

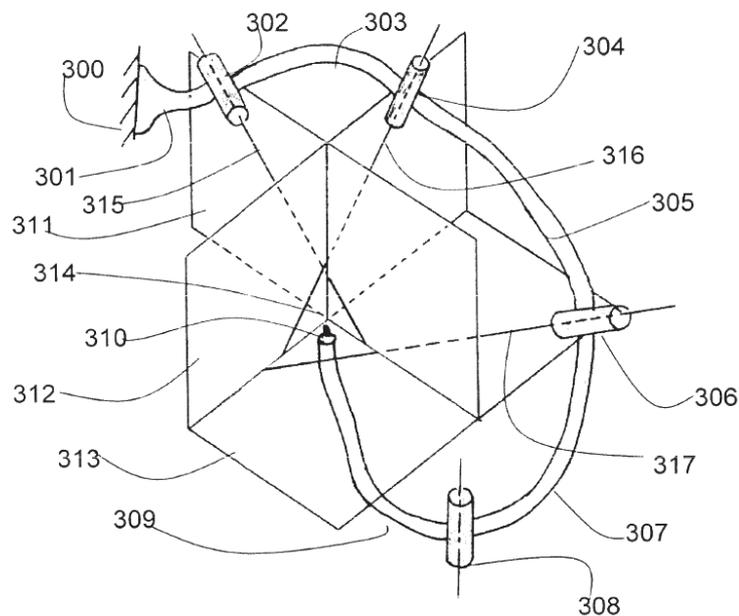


FIGURE 3.2: Robot 3D à très haute précision [2].

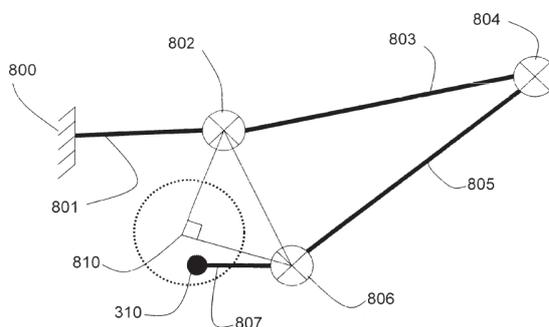


FIGURE 3.3: Robot plan à très haute précision obtenue par actionnement des axes 1 et 3.

3.4 Table motorisée à commande micrométrique

Le brevet [2] concernant le robot manipulateur et sa commande associée déposé par le GREAH a été entériné au niveau national dans le courant du mois d'avril 2008. Une phase de valorisation a ensuite été mise en œuvre dans le but d'orienter les travaux à venir du laboratoire au regard des besoins spécifiques du monde industriel. C'est dans ce cadre que des contacts ont été initiés avec les in-

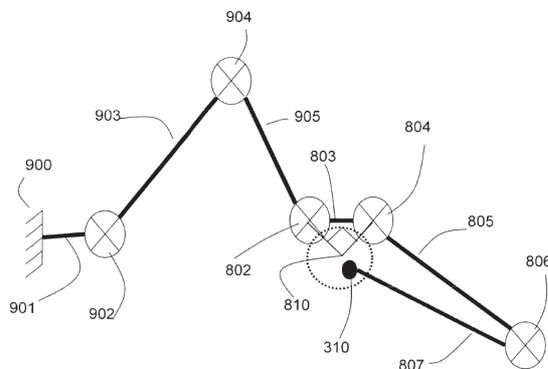


FIGURE 3.4: Robot plan à très haute précision et zone d'intérêt élargie.

tervenants du secteur (fabricants de robots, intégrateurs, utilisateurs). L'idée de développer une application pour le secteur de la productronique s'est faite jour. Elle a pris la forme d'une table motorisée de dimensions 300×300 mm permettant de positionner un objet de taille millimétrique selon les axes (X, Y, Ω) . Le plus de cette application en comparaison des solutions existantes est d'obtenir une erreur finale de positionnement inférieure à deux microns. Cette table aurait les performances requises pour effectuer les micro-assemblages que l'on peut trouver dans le secteur de l'horlogerie. Un soutien financier de l'organisme "Oséo" a permis de développer un prototype au sein du laboratoire. Suite à la phase de conception, les premiers essais et mesures ont été lancés afin de quantifier les performances de ce robot manipulateur.

3.5 Présentation et fonctionnement de la table micrométrique

3.5.1 Vue d'ensemble de la structure de la plate-forme

La table micrométrique est constituée d'un plateau de dimensions 300×300 mm supporté par une chaîne cinématique série constituée de quatre articulations

rotoïdes motorisées $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et θ_4 comme illustré schématiquement dans la figure 3.5.

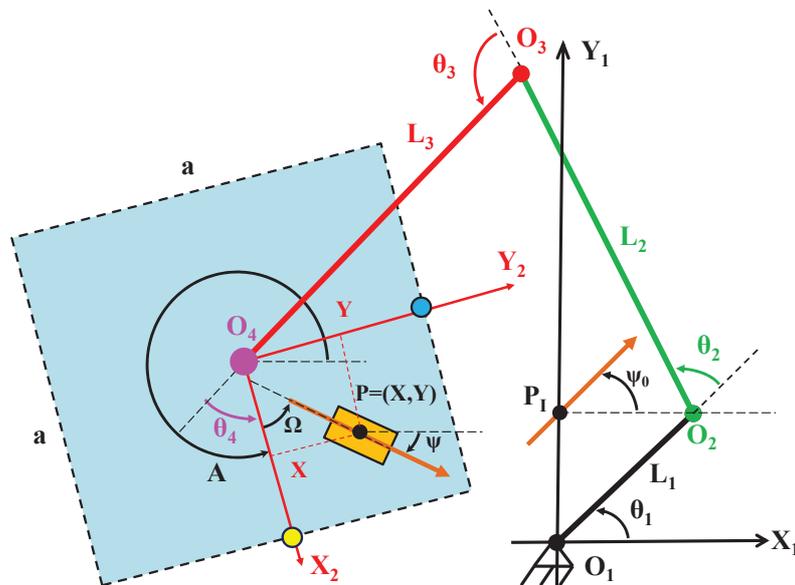


FIGURE 3.5: Vue schématique de la chaîne cinématique.

Les longueurs des bras sont de 30 mm pour le premier, 120 mm pour les deux autres. Les axes 3 et 4 sont munis de moto-réducteurs couplés à des freins mécaniques à manque de courant. Ce robot est conçu pour atteindre un positionnement précis dans le voisinage d'un point de l'espace de travail dénommé "point d'intérêt" spécifique P_I . $O_1P_I O_2$ devient un triangle isocèle lorsque $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$. Le choix de cette valeur angulaire a pour but de réduire au minimum les longueurs de bras de levier entre les axes O_1P_I et O_2P_I .

Le calcul de ces longueurs découle de la relation suivante :

$O_1P_I = O_2P_I = L_1 \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{30}{\sqrt{2}} = 21.21mm$ ce qui correspond à une réduction d'un rapport avoisinant le coefficient 6 au regard des bras les plus longs. En outre, les micro-mouvements induits par une micro-rotation d'amplitude angulaire θ_1 et θ_2 sont orthogonaux. Les pièces déposées sur la table micrométrique

sont transportées sous l'axe vertical portant l'outil. Cet axe sera commandé afin de se rendre vers le point d'intérêt désiré P_I . Les pièces seront ensuite saisies, usinées ou mesurées en fonction de la tâche à accomplir.

Soit A l'angle de la plate-forme dans le repère absolu :

$$A = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 \quad (3.1)$$

Soit Ψ l'angle de la pièce dans le repère absolu :

$$\Psi = A + \Omega \quad (3.2)$$

La pince fixée sur l'axe vertical peut saisir une pièce P lorsque le centre de celle-ci se trouve en P_I avec l'orientation spécifique Ψ_0 , esquissée par la flèche de teinte marron dans la figure 3.5. Il en découle la relation suivante :

$$A + \Omega = \Psi_0 \Rightarrow A = -\Omega + \Psi_0$$

La table peut être utilisée avec deux gammes de précision [52], [54] :

1. Un mode grossier permet de placer les pièces en orientation et en position en actionnant les quatre moteurs de la chaîne cinématique. Dans ce cas, les performances en position sont du même ordre de grandeur que les répétabilité des robots SCARA ayant des portées de 300 mm c'est-à-dire autour d'une dizaine de microns.
2. Un mode fin permet de positionner la pièce en actionnant uniquement les axes 1 et 2. Dans ce mode de fonctionnement, la pièce est solidaire du plateau, les axes 3 et 4 sont bloqués mécaniquement. Avec cette disposition, la pièce, le plateau et les deux derniers bras ne forment qu'un seul solide. La finalisation du déplacement jusqu'à son terme est réalisée avec les axes 1 et 2. La figure 3.6 illustre les mouvements incrémentaux des axes 1 et 2 lors de faibles déplacements selon les axes X et Y.

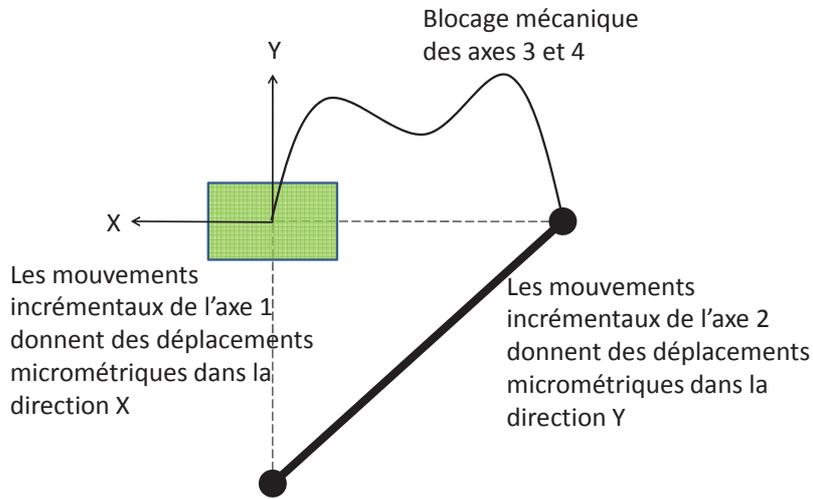


FIGURE 3.6: Le mode de placement fin.

Les bras de levier entre le centre de la pièce et les axes 1 et 2 mesurent 20 mm. Les bras 3 et 4 présentent une longueur six fois plus importante, soit 120 mm. Les codeurs incrémentaux utilisés afin de numériser les déplacements de l'ensemble des axes sont identiques. Donc, à résolution égale, les déplacements induits au niveau des bras de levier sont six fois plus faibles que ceux obtenus au niveau des bras 3 et 4. La résolution spatiale obtenue est de l'ordre de 1 à 2 microns. La répétabilité doit en principe être affectée du même rapport de réduction mais ceci ne pourra être vérifié que lors de la phase de caractérisation.

La figure 3.7 illustre la structure de la table micrométrique qui se compose d'un axe vertical motorisé solidaire du bâti, de la chaîne cinématique série ainsi que du plateau.

Une interface de commande a été développée à l'aide du logiciel Matlab. Le matériel nécessaire à l'échange des données entre l'unité de commande et la table

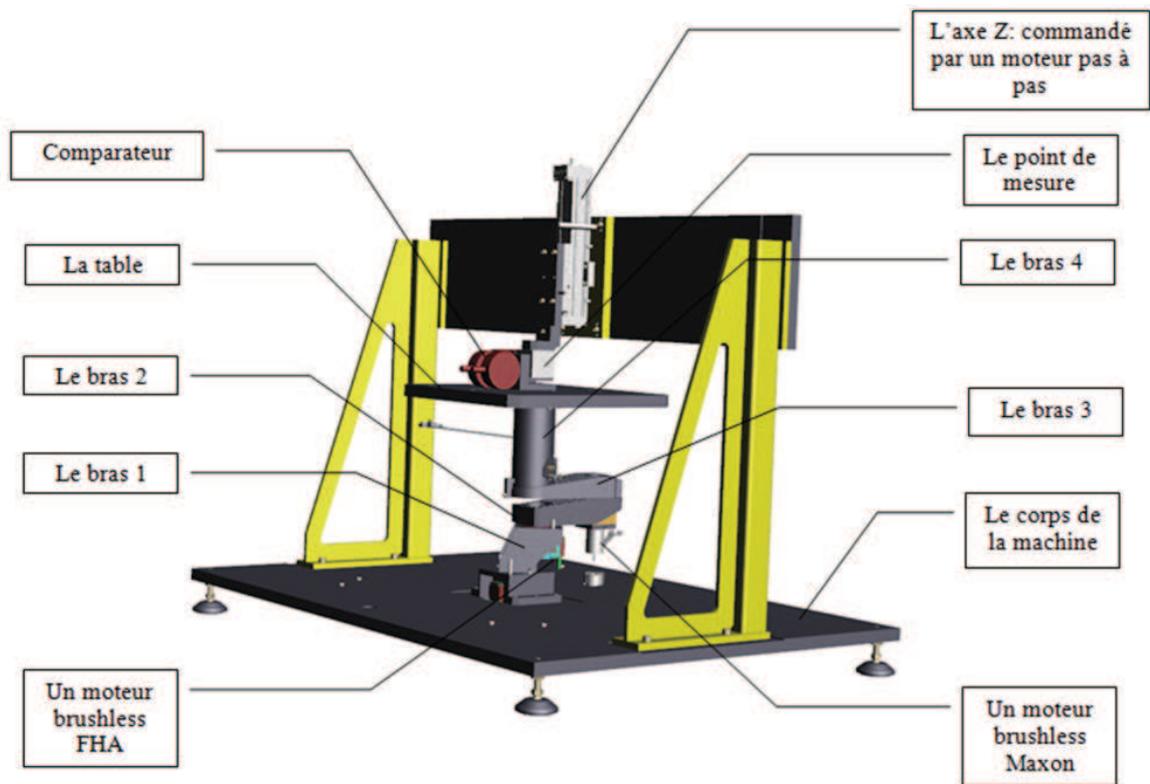


FIGURE 3.7: Vue générale de la table.

micrométrique ainsi que le bus de liaison sont présentés dans la section suivante.

3.6 Dimensionnement et construction du prototype

Introduction

Le plateau est constitué d'un carré d'aluminium d'épaisseur 10 mm mesurant 300 mm de côté. Ce choix a été finalisé à la suite d'une analyse marketing menée dans le domaine des robots manipulateurs. La surface délimitée par le plateau est adaptée à des applications du type "Pick and Place", qui permettent de saisir par exemple des composants électroniques disposés sur une palette et de les placer à l'endroit désiré sur une carte électronique.

Les performances des codeurs incrémentaux ainsi que le dimensionnement des bras doivent être en adéquation avec la résolution spatiale désirée fixée à deux microns autour du point d'intérêt. Les longueurs des bras 2 et 3 sont calculées de telle sorte que l'outil puisse se déplacer sur l'intégralité des points définis sur la surface du plateau. Les rapports dimensionnels entre les bras 1, 2 et 3 doivent aboutir à l'obtention d'un gain significatif sur la valeur de la répétabilité. C'est au regard de cette volonté d'atteindre ce résultat que la longueur du bras 1 a été calculée à 30 mm, les bras 2 et 3 sont mesurés à 120 mm.

Un déplacement de $1\mu m$ à l'extrémité d'un bras de levier mesurant 20 mm nécessite d'obtenir une résolution angulaire proche de $5.10^{-5}rad$ au niveau des codeurs incrémentaux fixés sur les axes 1 et 2. En tenant compte du rapport de réduction, un rapide calcul nous impose une production de 125600 impulsions par tours.

Le cahier des charges relatif aux contraintes à lever est maintenant finalisé suite aux calculs mis en œuvre dans ce processus de réflexion . Il devient nécessaire à présent de trouver sur le marché de l'instrumentation les différents organes électriques et mécaniques qui permettent lors de leur intégration sur la platine d'expérimentation d'atteindre les performances fixées dès le départ.

Nous allons à présent détailler chaque élément intervenant dans la mise en œuvre de la table micrométrique, à savoir : le bus CAN, le module EPOS2, le codeur incrémental, le servo-moteur, le moteur FHA, le moteur ECMAX30, le moteur pas à pas ST5918, le codeur émetteur d'impulsions, le module SMCI47-S, le capteur de proximité.

3.6.1 Le bus CAN

Le CAN (Controller Area Network, réseau local à contrôleur) est un protocole de communication série développé à la fin des années 1980 par l'entreprise allemande Robert Bosch. L'objectif était de fournir à l'industrie automobile un bus

peu coûteux pour l'électronique embarquée des véhicules, comme alternative aux encombrants et complexes câbles des modèles de l'époque. On pouvait compter en 2005 par véhicule jusqu'à cent contrôleurs de gestion séparés, deux mille mètres de câbles pour un poids de cent kilogrammes. Il devenait nécessaire et urgent de se conformer aux lois de réduction de la pollution de la consommation de plus en plus drastiques mais aussi de satisfaire les exigences des clients en matière de confort et de sécurité. C'est dans ce but que de nombreux systèmes électroniques ont été développés tels que : l'anti-patinage, le contrôle électronique du moteur, de l'air climatisé, la fermeture centralisée des portes, etc. Qui plus est, le nombre sans cesse croissant de connexions et câbles pour mettre en œuvre ces matériels posait de sérieux problèmes de fiabilité et entraînait de fréquentes réparations. Afin de palier à ces inconvénients, l'entreprise Bosch a défini le protocole CAN tout en autorisant de nombreux autres fabricants à développer des composants compatibles CAN qui permettent aux capteurs et actionneurs de communiquer entre eux sur deux fils à une vitesse pouvant aller jusqu'à 1 Mbits/s avec un très faible taux d'erreur. Aujourd'hui, l'efficacité et la robustesse de ce protocole l'ont amené à être utilisé dans de nombreuses autres applications industrielles dans des domaines aussi variés que l'agriculture, la marine, le matériel médical, les machines textiles. Il remplace avantageusement la boucle de courant analogique 20 mA.

3.6.2 Le module EPOS2 (24/5)

Le projet de la table micrométrique nécessite l'utilisation de quatre modules EPOS2 dans le contexte de la commande des moteurs de type brushless. Ce module s'articule autour d'un contrôleur numérique de position adapté à la commande de moteurs continus et brushless munis d'encodeurs incrémentaux. Les performances de ces modules compacts évoluent dans une gamme allant de quelques watts, jusqu'à 700 W. Une grande variété de modes opératoires permet de mettre

en œuvre toutes sortes de commandes de systèmes automatiques qui utilisent une régulation de vitesse, de courant ou un asservissement de position. Le module EPOS peut également être piloté par des données numériques de position. Dans ce cas, un codeur incrémental est utilisé afin de produire les signaux digitaux à destination du contrôleur tout comme pourrait le faire un générateur d'impulsions.

Parmi l'ensemble des caractéristiques générales de ce module on peut citer les suivantes :

- Contrôle point à point (1 axe).
- Interpolated Position Mode (PVT).
- Combinaison de plusieurs entraînements par le bus CAN.
- Protocole de communication CAN.
- 6 entrées numériques.
- 4 sorties numériques.
- 2 entrées analogiques.

La commande de chacun des quatre axes motorisés de la table micrométrique sera gérée par un module EPOS dans un contexte de liaison par bus CAN sous un environnement logiciel Matlab. La figure 3.8 illustre le câblage de ce module dans l'environnement de la table micrométrique.

La figure 3.9 illustre le chaînage de quatre modules EPOS destinés à la conduite des moteurs couplés aux différents axes de la table micrométrique. Le module NANOTEC présent sur cette figure est destiné à la commande du moteur pas à pas couplé à l'axe vertical et qui sera présenté ultérieurement dans ce document.

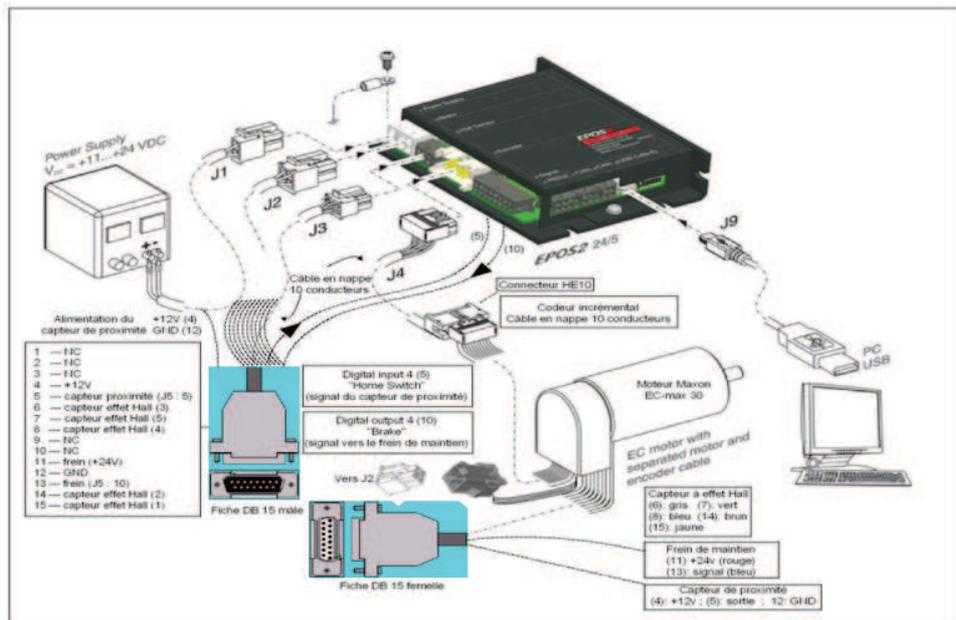


FIGURE 3.8: Câblage du module EPOS2 (24/5) dans l'environnement de la table micrométrique.

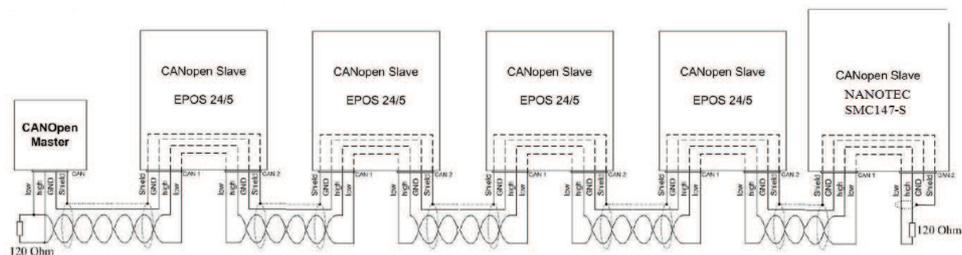


FIGURE 3.9: Chaînage entre les variateurs via le bus CAN.

3.6.3 Les codeurs rotatifs

Le contrôle du déplacement et de la position d'un mobile est un problème couramment rencontré sur un grand nombre de systèmes automatisés. Le codeur rotatif est un capteur de position angulaire. Lié mécaniquement à un arbre de transmission, la rotation de son axe fait tourner un disque qui lui est solidaire. Ce disque comporte une succession de parties opaques et transparentes. Une source de lumière émise par des Diodes Electro-Lumineuses, (DEL) traverse les fentes de ce disque et crée sur les photodiodes réceptrices un signal analogique. Une

interface électronique inclue dans le codeur amplifie ce signal puis le convertit en un signal binaire qui est alors transmis à un système de traitement.

Principe de fonctionnement du codeur incrémental

Les codeurs incrémentaux sont destinés à des applications de positionnement et de contrôle de déplacement d'un mobile par comptage et décomptage des impulsions qu'ils délivrent. Le disque d'un codeur incrémental tel que celui illustré à la figure 3.10 comporte deux types de voie en quadrature dénommés A et B. La piste extérieure du codeur est divisée en « n » intervalles égaux, alternativement opaques et transparents. La quantité « n » est dénommée résolution ou nombre de périodes. Elle constitue le nombre d'impulsions qui seront délivrées par le codeur pour un tour complet de son disque. Elle représente une portion angulaire d'un tour équivalent à 360° .

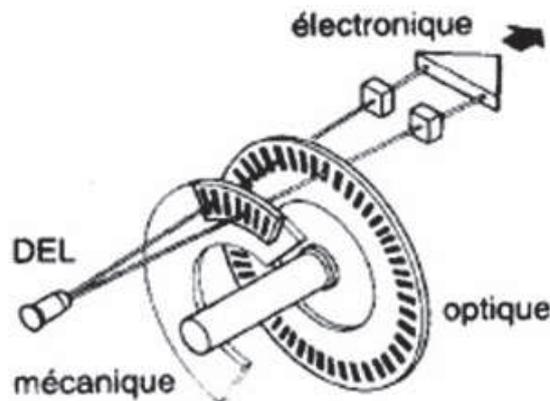


FIGURE 3.10: Représentation schématique d'un codeur incrémental.

Détermination du sens de rotation

Le déphasage de 90° des signaux de type binaire A et B permet de déterminer le sens de rotation tel que le représente la figure 3.11.

- Dans le sens horaire, le signal A est en avance sur le signal B.
- Dans le sens trigonométrique, le signal B est en avance sur le signal A.

La piste intérieure est constituée d'une unique fenêtre transparente. Celle-ci ne

délivre donc qu'un seul signal par tour. Ce signal Z appelé «top zéro» correspond à un déphasage angulaire de 90° entre les voies A et B. Il est synchrone des signaux A ou B. Ce «top zéro» détermine une position de référence et permet d'effectuer une réinitialisation à chaque tour.

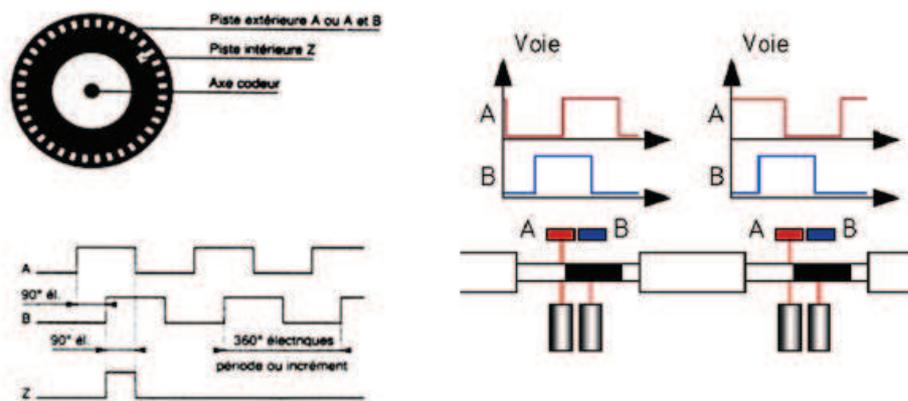


FIGURE 3.11: Détermination du sens de rotation pour un codeur incrémental.

3.6.4 Le servomoteur

Un servomoteur est un moteur à courant continu ou un moteur sans balai (brushless en anglo saxon), dont la position est vérifiée en continu et corrigée en fonction de la mesure. C'est donc un système asservi. Ce système motorisé est capable d'atteindre des positions prédéterminées, puis de les maintenir. La notion de position représente dans le cas d'un moteur rotatif une valeur angulaire, et dans le cas d'un moteur linéaire une distance. Afin obtenir un ajustement précis de la position, la commande du moteur est dotée d'un système de mesure qui détermine la position courante. Ce peut être par exemple, l'angle de rotation parcouru relatif à une position de départ du moteur. Cette mesure peut être effectuée par un résolveur, un codeur incrémental ou obtenue par l'intermédiaire d'un codeur absolu.

Dans une certaine mesure, ces moteurs peuvent être remplacés par des moteurs

pas à pas qui occasionnent moins de dépenses. Mais ces derniers peuvent toutefois, dans certaines conditions, donner naissance à des erreurs de mise en position, autrement dit sauter des pas. De plus, les servomoteurs équipés généralement de boîte de vitesse, peuvent délivrer des couples plus élevés et être actionnés avec des vitesses de rotation plus importantes. Ces deux aspects prédestinent les servomoteurs à être employés dans le cadre d'applications dynamiques qui exigent une sécurité de travail élevée ou des temps d'ajustage rapides. Un moteur électrique à courant alternatif ou continu est jumelé à un train d'engrenages démultipliant qui entraîne un axe avec une grande force de torsion.

Des composants électroniques détectent la position réelle de l'axe et contrôlent la rotation du moteur électrique tant que la position de l'axe ne se conforme pas à celle requise par la commande externe. Un servomoteur est principalement caractérisé par :

- Sa vitesse de rotation exprimée en rad/s, critère important pour se rendre rapidement sur une consigne de position.
- Son couple exprimé en N/m qui signifie la force que le servomoteur peut dégager pour garder la position souhaitée.

Les signaux de commande

Contrairement aux moteurs classiques, le servomoteur est commandé par un signal numérique. Il suffit de lui faire parvenir une impulsion logique dont la durée varie entre 1ms et 2ms. La durée de l'impulsion définit la position du servo. Si l'impulsion dure 1ms, le servo se déplacera à gauche toute et si l'impulsion dure 2ms se rendra. De ce fait, pour une impulsion de durée 1,5ms, le servo se rendra à la position (0°) du cercle axial trigonométrique.

Un servomoteur est composé des éléments suivants :

1. Un moteur électrique à courant continu.
2. Un organe de réduction permettant d'augmenter le couple moteur.

3. Un potentiomètre lié mécaniquement à l'axe du moteur, et qui permet d'obtenir un signal image de la position angulaire.
4. Un asservissement électronique dédié au contrôle de la position angulaire.

Le moteur FHA

Le projet de la table micrométrique utilise deux moteurs FHA de marque Harmonic Drive destinés à la commande des axes 1 et 2 et présentés sur la figure 3.12.

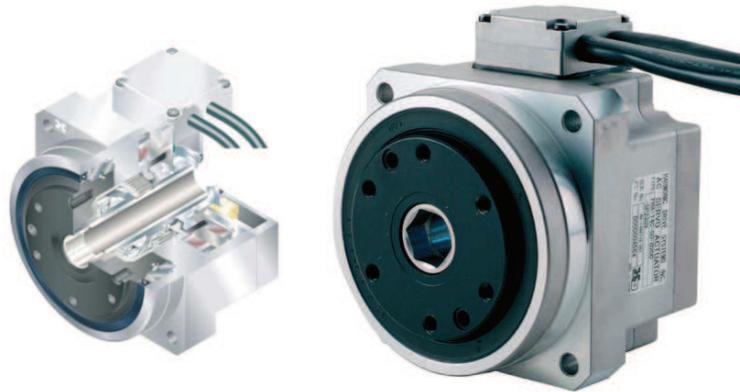


FIGURE 3.12: Le moteur FHA - Harmonic Drive.

Les blocs moto-réducteurs Harmonic Drive de type FHA intègrent d'un seul tenant moteur, réducteurs et codeur ce qui les rend intéressants en ce qui concerne la commande des axes de la table micrométrique. Ils présentent une facilité de montage due à la présence de flasques intégrés. De plus l'adaptation d'un roulement à double rangée de billes offre un couple de réversibilité dynamique très important. Ce type de moteurs a été retenu pour agir sur la commande en position des axes 1 et 2. L'acquisition d'un moyen adapté afin d'obtenir un blocage mécanique des axes représente la problématique majeure à résoudre. Lors de l'étude des déplacements du robot Epson, démonstration a été apportée que l'asservissement des axes 3 et 4 ne pouvait pas être considéré comme étant une solution de blocage mécanique [19].

1. Une première hypothèse qui permettrait d'obtenir un blocage mécanique des axes serait de compter sur la capacité du couple de réversibilité du réducteur afin de contrecarrer les efforts dynamiques. En effet, avec un rapport de réduction égal à 100, il est à penser que ce couple soit élevé. Cependant, les blocs moto-réducteurs Harmonic Drive n'offrent pas la possibilité de choisir une certaine valeur du couple de réversibilité. Il ne délivrent qu'une valeur maximum. Une valeur minimum aurait été plus adaptée car elle aurait permis la mise en œuvre d'une gestion de la commande cinématique afin d'induire des efforts dynamiques ne dépassant pas le couple minimum.
2. A la suite de cette réflexion, il devient évident que l'utilisation d'un frein afin d'assurer le blocage mécanique devient incontournable. Une nouvelle recherche de solution auprès des fabricants a permis de trouver chez le distributeur Maxon de petits moteurs munis de freins et de codeurs, mais sans réducteur adjoint. Ces moteurs pourraient assurer la commande en position des axes 3 et 4.

Cependant, ce choix présente deux inconvénients.

- En premier lieu, l'encombrement géométrique important de ces moteurs conduit au repositionnement vertical du plateau à une hauteur supérieure à celle prévue initialement.
- En second lieu, le type de réducteur CSF Harmonic drive retenu pour s'incorporer facilement au montage supporte un couple de réversibilité dynamique beaucoup plus faible que la version FHA, ce qui peut constituer le maillon faible du mécanisme, notamment au niveau de l'axe 3.

En dépit de ces inconvénients, les moteurs Maxon ont été retenus au détriment des moteurs FHA car ils possèdent la possibilité d'installer un frein mécanique sur l'axe de rotation ce qui n'est pas le cas en ce qui concerne les moteurs FHA.

Le moteur brushless, EC-MAX30, 40 W

Le moteur brushless est présenté sur la figure 3.13. Son emploi dans le projet est motivé par les nombreux avantages liés à sa conception. Ces moteurs présentent une puissance de sortie élevée par rapport à leur taille et leur poids. Ils offrent des couples élevés et peuvent accélérer rapidement les charges. Ils sont silencieux tout au long de leur utilisation.



FIGURE 3.13: Le moteur brushless, Maxon 40 W.

Le montage des moteurs brushless avec intégration d'un système freinage-codeur incrémental est illustré à la figure 3.14.

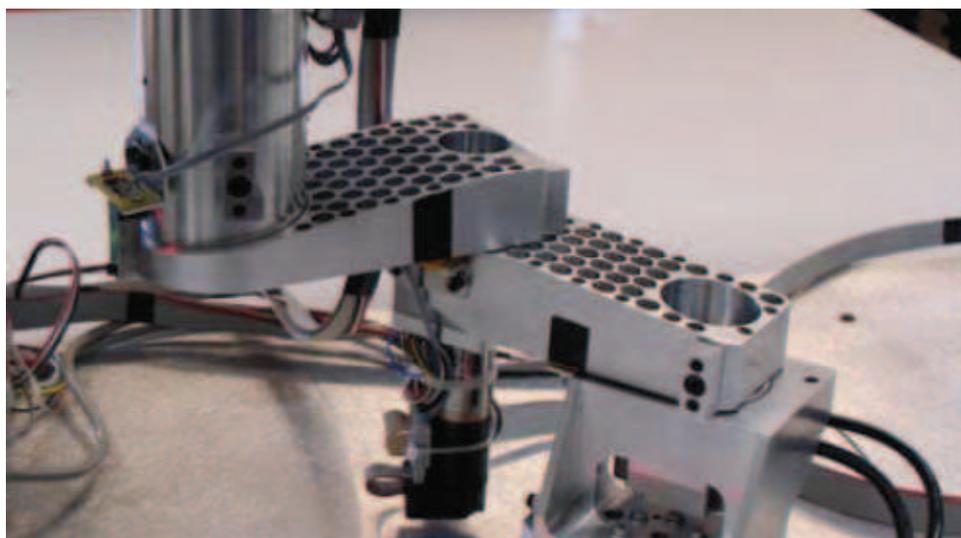


FIGURE 3.14: L'ensemble moteur, frein, codeur et réducteur CSF.

3.6.5 Le capteur de proximité

Un problème se pose en ce qui concerne la détermination des différents points d'origine. Des codeurs incrémentaux renseignent à chaque instant la position des différents axes. Cependant, à la mise sous tension, aucune position n'est connue. La solution consiste à procéder lors de chaque initialisation à une prise d'origine. Afin de réaliser cette fonction, chaque bras du robot est équipé d'un capteur de proximité représenté à la figure 3.15. Ce capteur est chargé de détecter le passage du bras considéré en un point défini comme étant la prise d'origine. Son fonctionnement est basé sur l'emploi d'un opto-coupleur à réflexion et d'une électronique de commande axée sur l'utilisation d'un comparateur de seuil. La carte électronique développée au laboratoire GREAH utilise des composants de type CMS, indispensables au vu de l'emplacement très réduit alloué au détecteur. La position de chaque capteur fait l'objet d'une calibration par rapport à des butées mécaniques installées lors de la conception de la table.

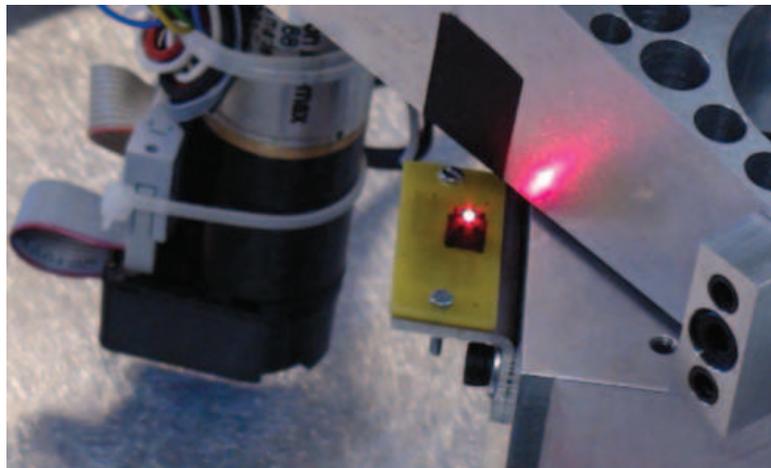


FIGURE 3.15: Le capteur de proximité.

3.6.6 L'axe vertical et son moteur pas à pas

Un moteur pas à pas transforme des impulsions de commande en une rotation de "n" pas du rotor, il permet donc un positionnement précis sans boucle d'asservissement, via un potentiomètre et un codeur. Ce type de moteur a été retenu pour la commande de l'axe vertical. Il présente une résolution de 0.01 mm. La mécanique qui lui est adjointe doit permettre de positionner et stabiliser un cube de mesure. Ces fonctions sont assurées par l'intermédiaire d'une liaison glissière de haute précision conçue autour d'un procédé vis écrou. Cette solution évite la réversibilité du mouvement et pallie l'emploi d'un dispositif de maintien de type frein. La figure 3.16 propose une vue de l'axe vertical couplé au moteur pas à pas.

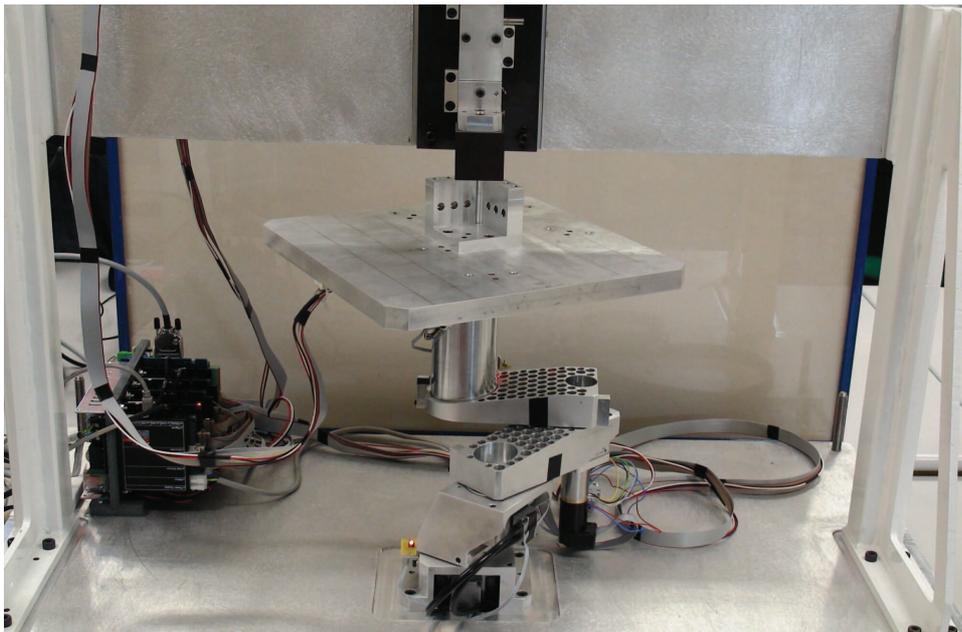


FIGURE 3.16: Vue de l'axe vertical.

La figure 3.17 représente le moteur pas à pas ST5918 destiné à la commande de l'axe Z.

Le module NANOTECH SMCI47-S

Le module NANOTECH SMCI47-S est utilisé afin assurer la commande du moteur pas à pas selon le protocole CANOpen. Il est représenté avec son plan de



FIGURE 3.17: Le moteur pas à pas ST5918.

câblage sur la figure 3.18. Il apparaît en dernière position du chaînage sur le bus CAN à la figure 3.9.

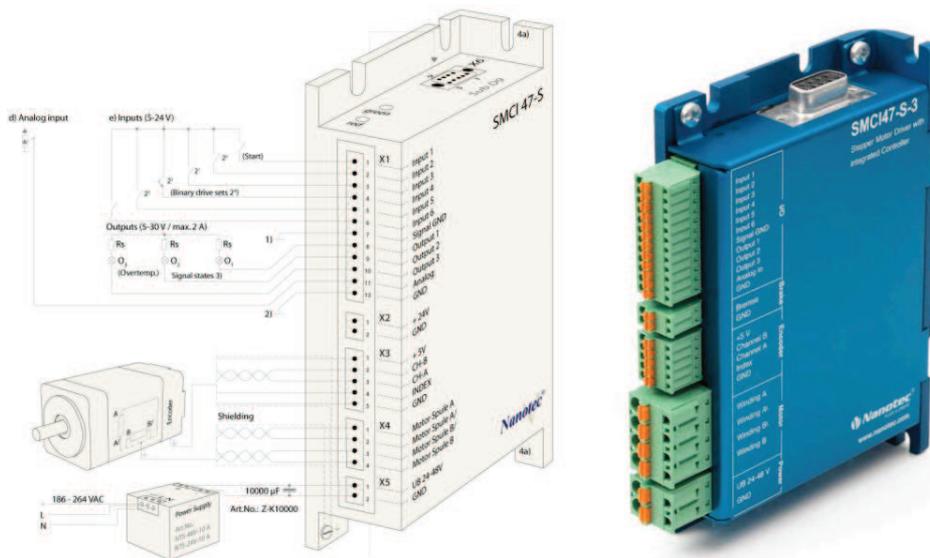


FIGURE 3.18: Le module SMC47-S.

Parmi les caractéristiques générales de ce module on peut citer les suivantes :

- Contrôle point à point (1 axe).
- Interpolated Position Mode (PVT).
- Combinaison de plusieurs entraînements par le bus CAN.

- Protocole de communication CAN.
- 6 entrées numériques.
- 3 sorties numériques.
- 1 entrée analogique.

3.7 L'interface homme-machine

Dans le but d'intervenir sur différents aspects se référant à la programmation des contrôleurs numériques, une interface de commande a été développée sous le logiciel Matlab. Une vue de la page d'accueil du logiciel est représentée à la figure 3.19.

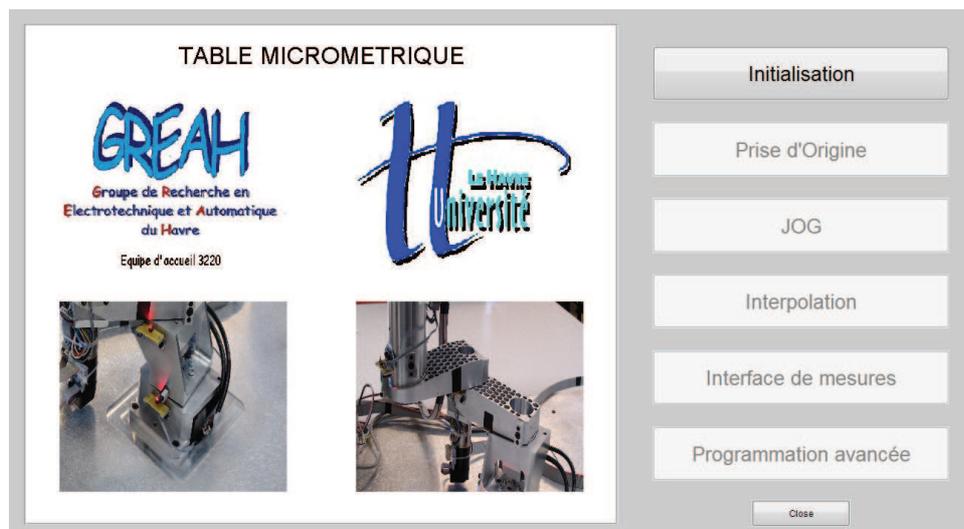


FIGURE 3.19: Vue de la page d'accueil de l'interface de commande.

Cet interface permet d'offrir à l'utilisateur tout un ensemble de fonctionnalités.

1. Initialisation : cet utilitaire permet à l'utilisateur de faire varier les paramètres de commande dynamique des différents moteurs installés sur la platine.

2. La prise d'origine : cette fonctionnalité permet de commander chaque moteur séparément afin de positionner les axes dans la configuration requise pour effectuer une prise d'origine. Une photo du système prise dans cette configuration a été intégrée à l'intérieur de la fenêtre de travail pour permettre à l'utilisateur de gérer les commandes afin de parvenir à cette situation. Une vue de cette page du logiciel est représentée à la figure 3.20.

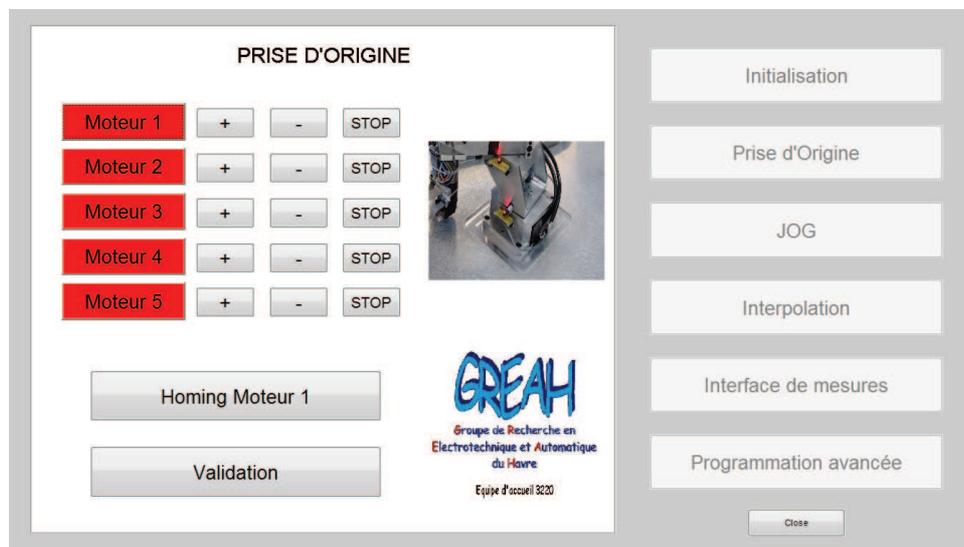


FIGURE 3.20: Vue de l'interface de commande durant la prise d'origine.

3. Mode JOG (Jogging) : ce type de fonctionnement permet d'obtenir un déplacement soit en mode articulaire θ_1 à θ_4 , soit en mode cartésien. Le mode cartésien se subdivise en deux sous-modes : le réglage grossier en $x = (X, Y, \Omega)$, et le réglage fin (X, Y) . Une vue de cette page du logiciel est représentée à la figure 3.21.
4. Le mode interpolation : ce mode autorise un déplacement d'un point à un autre en utilisant le procédé d'interpolation linéaire.
5. La commande avancée : ce mode qui n'est pas encore programmé est dédié aux futurs développements, notamment dans le cadre de la prise de mesure et du traitement des données destinées à caractériser les performances de

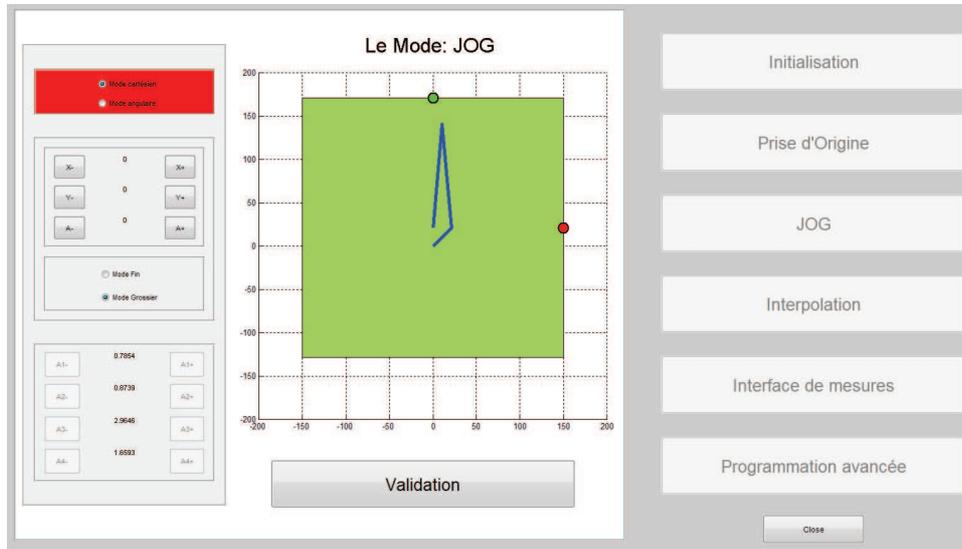


FIGURE 3.21: Vue de l'interface de commande en mode JOG.

la table.

3.8 Modèle géométrique de la table micrométrique

3.8.1 Modèle géométrique direct

Le repère absolu $[WL]$ et mobile $[PT]$ sont ici pris en compte.

Le modèle géométrique direct relie les coordonnées de l'actionneur $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)^T$ avec les coordonnées opérationnelles $\mathbf{x} = (X, Y, \Omega)^T$. Les équations sont les suivantes :

$$\overrightarrow{O_1P} = \overrightarrow{O_1P_I} = \overrightarrow{O_1O_4} + \overrightarrow{O_4P_I} \quad (3.3)$$

$$\overrightarrow{O_1O_4}_{[WL]} = B(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \quad (3.4)$$

avec :

$$\overrightarrow{O_4 P_{I[PT]}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$B(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \begin{bmatrix} L_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ L_1 \cdot \sin(\theta_1) + L_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Les coordonnées du point d'intérêt P_I sont :

$$P_I = \begin{bmatrix} 0 \\ L_1 \times \sin(\theta_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ L_1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\overrightarrow{O_4 P_{I[WL]}} = \begin{bmatrix} \cos(A) & -\sin(A) \\ \sin(A) & \cos(A) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_{[PT]} \quad (3.8)$$

$$\Omega = \Psi_0 - A \quad (3.9)$$

Dès lors que les angles $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ sont définis, les équations possèdent une solution unique.

Les Eq. 3.3 et 3.7 peuvent être utilisées pour définir les conditions suivantes :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ L_1/\sqrt{2} \end{bmatrix} = B(\theta_1, \theta_2, \theta_3) + \begin{bmatrix} \cos(A) & -\sin(A) \\ \sin(A) & \cos(A) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

L'Eq. 3.10 peut être facilement résolue pour trouver les coordonnées (X, Y, Ω) :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(A) & \sin(A) \\ -\sin(A) & \cos(A) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ L_1/\sqrt{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos(A) & \sin(A) \\ -\sin(A) & \cos(A) \end{bmatrix} \times B(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \quad (3.11)$$

$$\Omega = -A = -(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \quad (3.12)$$

3.8.2 Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse est utilisé pour calculer les coordonnées articulaires θ en fonction des coordonnées opérationnelles x . Le robot est redondant, il y a une infinité de solutions.

Étudions la fonction cinématique inverse lorsque θ_1 est fixé à $\pi/4$ de telle sorte que le robot n'est plus redondant .

Les coordonnées de O_4 peuvent d'abord être calculées en utilisant l'angle $A = \Psi_0 - \Omega$ qui est connu.

$$O_4 = P_I + \begin{bmatrix} \cos(A) & -\sin(A) \\ \sin(A) & \cos(A) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Les coordonnées de O_2 pour $\theta_1 = \pi/4$ peuvent facilement être calculées. Ensuite θ_2 et θ_3 sont les solutions d'un problème géométrique habituel, consistant à relier O_2 et O_4 avec deux bras et deux joints rotoïdes (le modèle géométrique inverse d'un robot série plan 2R).

A ce stade, θ_1, θ_2 et θ_3 sont connus et l'orientation souhaitée de la plate-forme Ω est également connue, donc θ_4 peut être déduit :

$$\theta_4 = \Psi_0 - \Omega - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 \quad (3.14)$$

Afin d'obtenir $\Psi_0 = 0$, il est nécessaire d'avoir $\Omega = -(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$.

Le modèle géométrique calculé ci-dessus sera utilisé afin de conduire la plate-forme le long de trajectoires à l'intérieur de son espace de travail. Le chapitre suivant est consacré à l'étude des caractéristiques de la plate-forme en terme de précision.

3.9 Conclusions

Dans ce chapitre, de nouvelles architectures et procédés de commande ont été proposés afin d'améliorer les performances en terme de précision des robots manipulateurs planaires et spatiaux. Ensuite, la table micrométrique constituée d'un plateau de dimensions 300×300 mm et composée de quatre articulations a été présentée. Cette table a été développée au sein de GREAH. L'architecture mécanique, les moteurs, les capteurs, les variateurs et le bus de communication CAN ont été rappelés. Enfin, l'interface homme-machine pour commander la table par l'ordinateur a été présentée. Cette table micrométrique sera étudiée dans le chapitre suivant pour caractériser des performances de précision.

CHAPITRE 4

CARACTÉRISATION DE LA TABLE

MICROMÉTRIQUE

4.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la caractérisation des performances en répétabilité de la table micrométrique. Trois types d'essais vont être mis en œuvre pour collecter les informations nécessaires à cette étude.

1. Pour le premier essai qualifié "d'essai en mode grossier", l'ensemble des quatre axes est activé lors d'un déplacement significatif.
2. Le second essai dénommé "essai en mode fin" permet d'étudier le comportement du système lorsque les axes 1 et 2 sont sollicités, alors que les axes 3 et 4 sont quant à eux bloqués.
3. Le dernier essai portera sur un test de granularité.

Deux méthodes de mesure vont être mises en œuvre afin d'étudier les performances en matière de précision de la table micrométrique. La première méthode consiste à effectuer un flot de mesures par contact mécanique entre un cube dimensionné et de deux comparateurs micrométriques possédant une résolution de l'ordre d'un micron. La seconde méthode s'affranchit des contacts mécaniques en recueillant des mesures issues d'un système de vision mettant à contribution une caméra et un logiciel spécifique.

4.2 Estimation de la précision de la plate-forme en utilisant des comparateurs micrométriques

Dans le cadre de la première méthode, un cube usiné dans un bloc d'acier trempé est fixé à l'extrémité de l'axe vertical. Sur le plateau, deux comparateurs montés en quadrature sur deux flancs distincts d'un trièdre fixe mesurent en permanence la position du cube mobile. La figure 4.1 illustre le montage réalisé. Les moteurs agissant sur le déplacement du plateau de la table micrométrique vont être sollicités afin que ce dernier effectue cent déplacements aller-retour

séparés par une distance donnée. A l'issue du cycle aller-retour, la position finale est mesurée. L'ensemble de ces mesures s'effectue dans un contexte dit "dur", à savoir que la température de la salle d'expérimentation n'est pas régulée et qu'aucun dispositif anti vibratoire n'est mis en œuvre. Ces mesures effectuées dans des conditions industrielles non optimales permettront de démontrer ou non par leurs qualités en matière de précision la robustesse du dispositif.

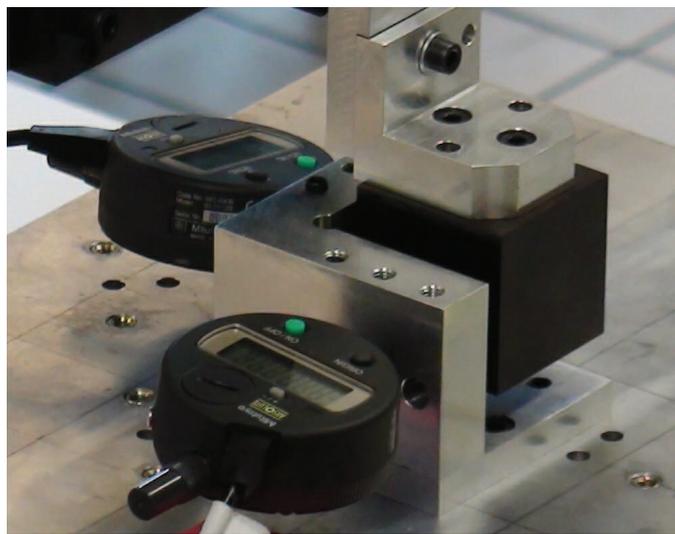


FIGURE 4.1: Les comparateurs micrométriques et le cube de mesure.

4.2.1 Acquisition des mesures

Les mesures issues des comparateurs sont transmises via le port série vers une unité centrale qui en opère l'acquisition en vue d'un traitement élaboré par le logiciel Matlab comme indiqué sur la figure 4.2.

La vitesse de déplacement du plateau est adaptée afin d'éviter des chocs violents lors de la phase de contact entre le cube et les comparateurs qui restent des organes de mesure fragiles.

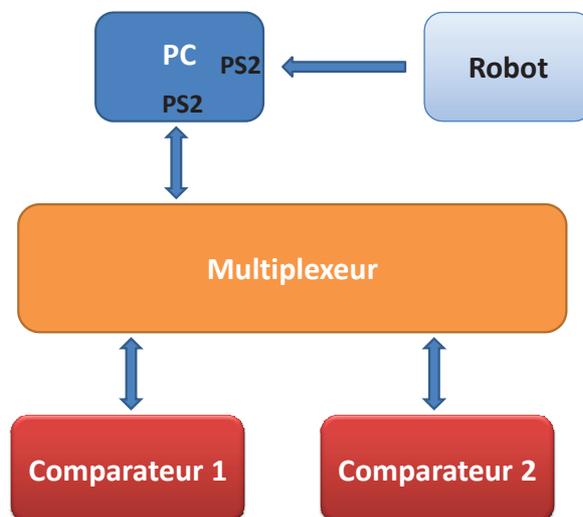


FIGURE 4.2: Schéma d'acquisition de mesure.

4.2.2 Caractérisation de la répétabilité en mode grossier

Dans le mode grossier, les quatre axes sont sollicités afin que le plateau effectue une trajectoire orientée Nord Ouest entre le point de mesure dénommé "MP" et le point d'harmonisation dénommé "HP". La distance "R" entre ces deux points est évaluée à 1,700 mm tel que l'illustre la figure 4.3.

Les coordonnées relevées XY de la trajectoire sont reportées sur la figure 4.4. Les mesures font apparaître au point d'harmonisation "HP" une variation en X et en Y égale à 8 micromètres, ce qui signifie que la répétabilité se situe dans une gamme de 4 micromètres. La répétabilité ISO basée sur un relevé de cent échantillons de mesures conduit à une performance équivalente à $4.7\mu m$. Cette performance est excellente, cependant, la distance parcourue est faible.

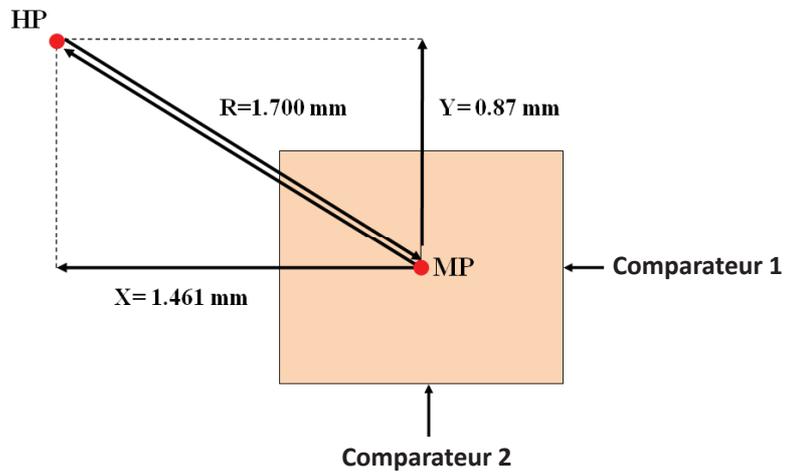


FIGURE 4.3: Trajectoire effectuée durant l'essai en mode grossier.

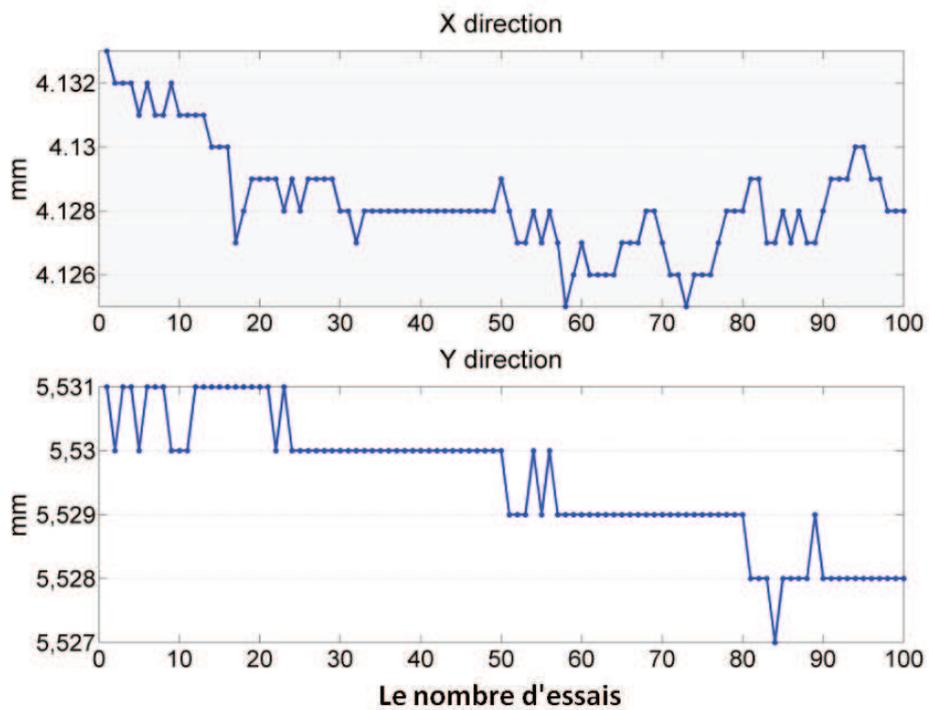


FIGURE 4.4: Analyse de la trajectoire temporelle en mode grossier.

4.2.3 Caractérisation de la répétabilité en mode fin

Pour cette série de mesures, le point d'harmonisation HP est situé à une distance de 1,385 mm du point de mesure MP. La position du point "cible" est mesurée au centre du cube. L'essai consiste à déplacer le point d'harmonisation jusqu'au centre du cube. Cette trajectoire est répétée jusqu'à obtenir un cycle de cent mesures. Lors de cette expérimentation, seuls les axes 1 et 2 sont mobiles. Les axes 3 et 4 sont bloqués. Les résultats recueillis lors du parcours de cette trajectoire sont retranscrits sur la figure 4.5.

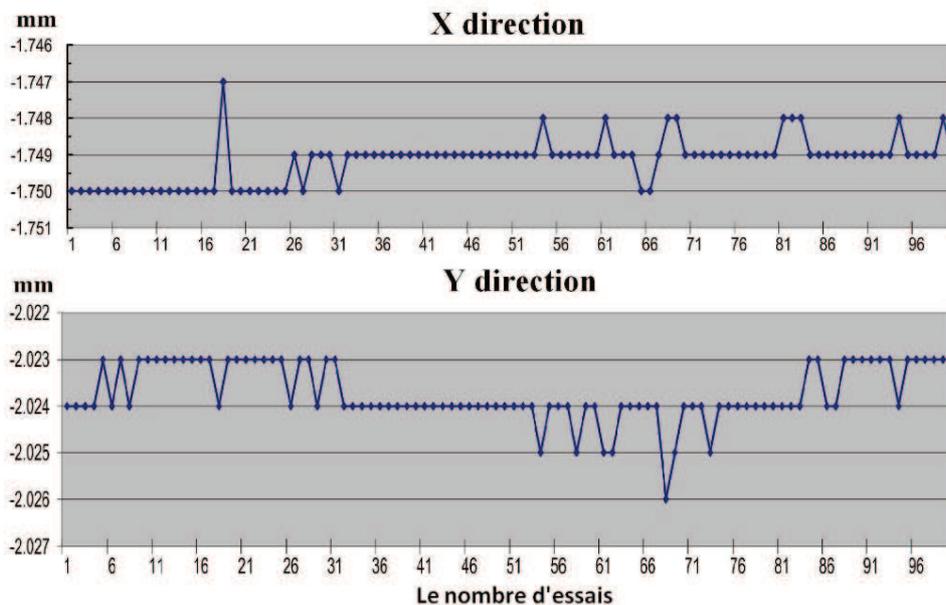


FIGURE 4.5: Analyse de la trajectoire temporelle en mode fin.

Les mesures font apparaître au point "cible" une largeur d'intervalle XY équivalente à 4 micromètres, ce qui signifie que la répétitivité se situe dans une gamme de 2 micromètres. La répétabilité ISO basée sur un relevé de cent échantillons de mesures conduit à une performance équivalente à $2.1\mu m$. Il est à noter que dans ce cas de figure, la résolution du dispositif de mesure n'est pas assez élevée. Toutefois, cet essai permet de donner un ordre de grandeur en ce qui concerne la répétabilité.

Les performances en terme de précision sont plus élevées dans la direction Y que dans la direction X. Ce phénomène peut facilement s'expliquer par l'étude de la configuration cinématique du robot au point MP illustrée à la figure 4.6. Les incertitudes de position les plus importantes sont dues aux troisième et quatrième axes. L'influence des axes 1 et 2 peut être négligée. Les déplacements cartésiens induits par le mouvement des axes 3 et 4 sont plus importants dans la direction X que dans la direction Y. L'ellipsoïde stochastique esquissée sur la figure 4.6 correspond à la zone de confiance de répétabilité résultant de la covariance des quatre matrices de liaisons rotoïdes. L'échelle utilisée pour représenter l'ellipsoïde stochastique est différente de celle utilisée pour représenter la plate-forme.

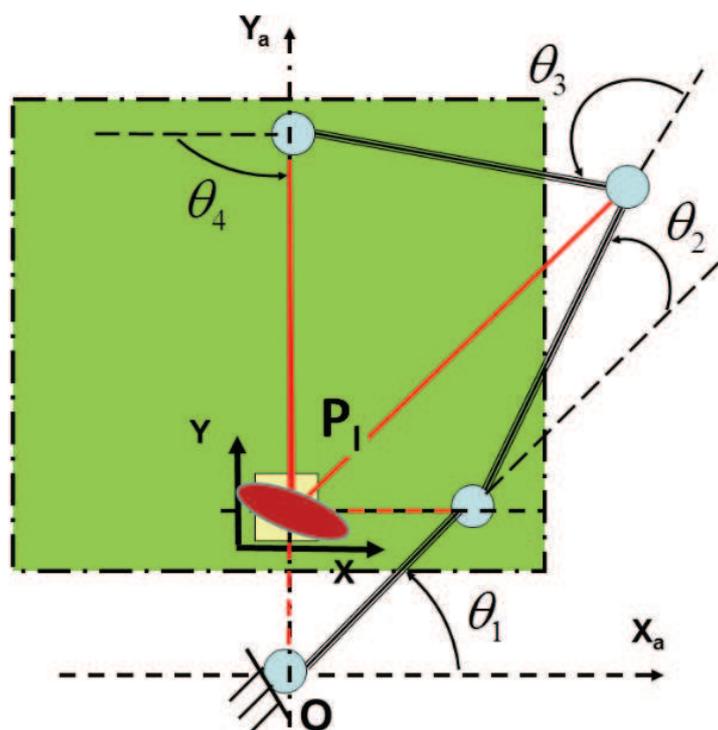


FIGURE 4.6: La configuration cinématique du robot pour MP.

4.2.4 Performances en résolution spatiale

1. Description de l'essai de granularité

L'essai de granularité permet d'estimer les performances de la table micrométrique dans le cadre d'une résolution spatiale à deux dimensions. Dix points espacés de $1 \mu m$ selon les axes X et Y sont disposés sur une grille de forme carrée mesurant $1 \mu m$ de côté. Ces points représentés sur la figure 4.7 constituent des cibles à visiter successivement mais entre deux visites, il est nécessaire de repasser par un point externe à la grille appelé point d'harmonisation. En effet, si la distance $G_i G_{i+1}$ est inférieure à la résolution du codeur incrémental utilisé pour transcrire numériquement les déplacements, les tentatives de positionnement seront infructueuses. Les phénomènes d'hystérésis peuvent également contrarier la certitude que le déplacement observé est bien en relation avec le résultat initialement prévu. Dans ce cas, plusieurs tentatives pourraient se révéler infructueuses en raison des non-linéarités observées sur ce type de comportement micrométrique.

Une autre stratégie illustrée à la figure 4.8 consiste à se rendre sur la cible G_i , puis à revenir sur un point d'harmonisation dénommé HP pour repartir vers une autre destination G_{i+1} . La distance entre le point HP et la cible doit évidemment dépasser la zone de non-linéarités déterminée expérimentalement.

Une expérimentation va être mise en œuvre sur la base de cette stratégie. L'extrémité du robot va être déplacée sur un point d'harmonisation dénommé "HP" situé à une distance de 1,385 mm par rapport au point central G_1 . Cette position correspond à l'initialisation du processus. A partir de cet instant, une trajectoire aller-retour va être décrite selon un plan bien établi. Le cycle consiste à se déplacer de "HP" vers le point G_1 , puis à revenir au point "HP" pour repartir vers la cible G_2 d'où l'on repartira pour accéder de nouveau au point "HP", et ainsi de suite jusqu'à atteindre

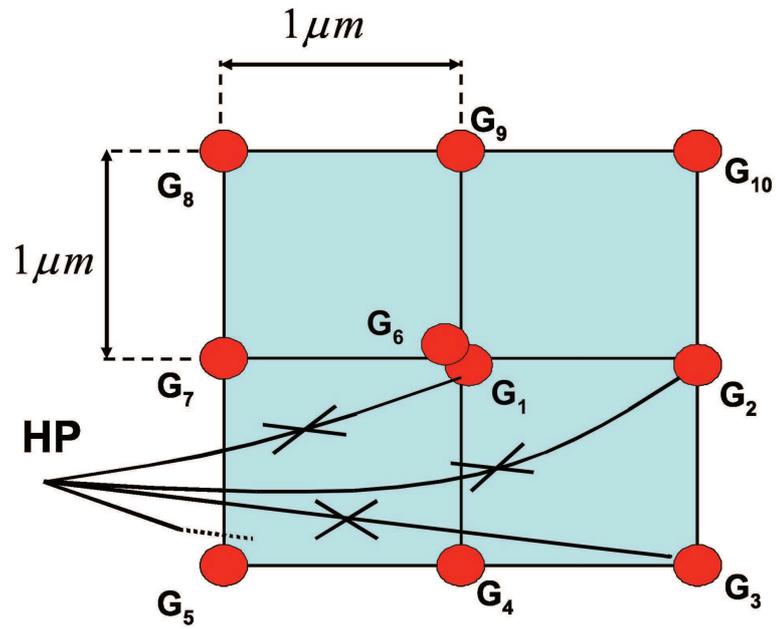


FIGURE 4.7: Cycle des consignes successives de l'essai de granularité.

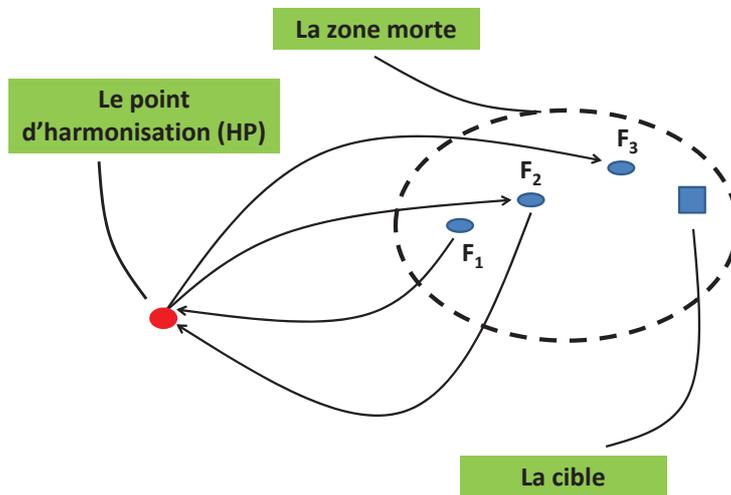


FIGURE 4.8: Le concept du point d'harmonisation.

le point G_{10} . Ce cycle est répété dix fois. L'écart fixé à $1 \mu m$ entre les cibles voisines de la grille correspond à 6 QC (Quad Counts) de la résolution incrémentale.

2. Résultats expérimentaux

Le cycle est répété dix fois de suite. Les positions moyennes associées à chaque cible apparaissent sur la figure 4.9. L'analyse des résultats montre que le schéma général du cycle est bien respecté et qu'en moyenne, les déplacements observés sont bien de l'ordre du micron. Il y a évidemment des écarts qu'il faut pondérer, notamment en prenant en compte la résolution insuffisante des micromètres qui n'est que de 1 micron.

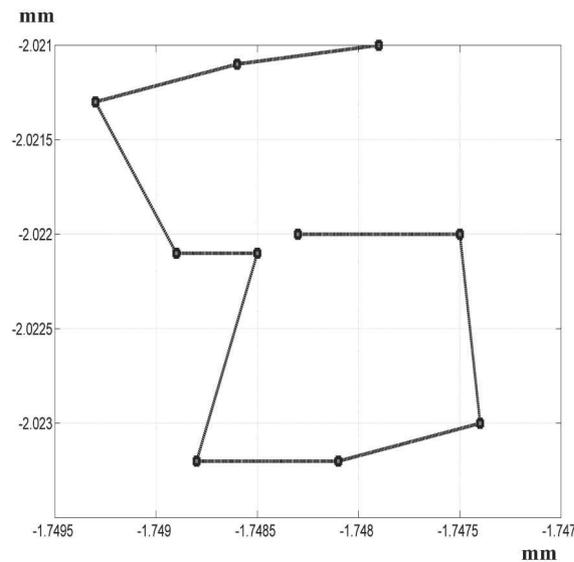


FIGURE 4.9: Moyenne des positions atteintes par une consigne fixée.

4.3 Estimation de la précision de la plate-forme par métrologie optique

Les essais précédents ont produit des résultats à partir de mesures réalisées après contact mécanique. Afin de vérifier les résultats par une autre méthode, une

expérimentation basée sur l'emploi d'une caméra couplée à un système d'acquisition va être mis en œuvre. Les résultats issus d'une captation vidéo qui s'affranchit de tout contact mécanique seront comparés aux précédents.

4.3.1 La caméra Basler

La figure 4.10 illustre le montage de la caméra sur l'axe vertical dans le but d'opérer des mesures en vue d'évaluer les performances de la table micrométrique.

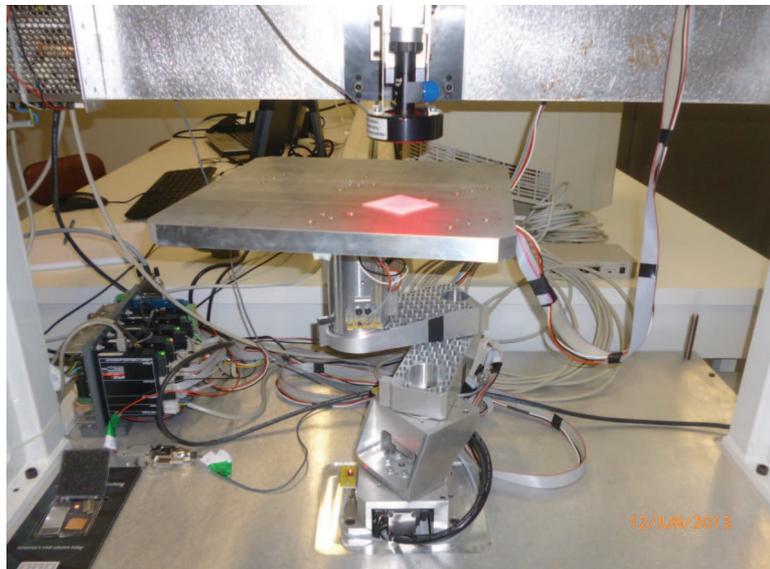


FIGURE 4.10: Vue générale de la table avec la caméra fixée sur l'axe vertical.

La caméra utilisée est de marque "BASLER", type "ACA1600-20 G/GC". Cette caméra possède une résolution de 1628×1236 pixels allié à une faible dimension du champ de vision estimée à 7.1×5.4 mm. La taille de chaque pixel est évaluée à $4.4\mu\text{m} \times 4.4\mu\text{m}$. La connexion du système d'acquisition vidéo à l'unité centrale est réalisée selon le protocole Ethernet. La caméra est initialement positionnée à une distance de 65 mm au dessus de la plate-forme comme illustré à la figure 4.11.

Une grille de dimensions de $25\text{mm} \times 25\text{mm}$ est utilisée pour calibrer la caméra. La grille étant plus grande que le champ de vision, seul un sous-ensemble des

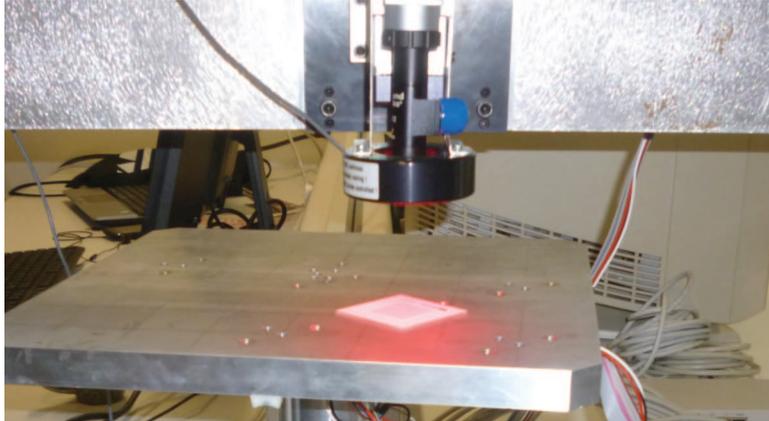


FIGURE 4.11: La caméra et la grille de la calibration.

points de cette grille est utilisé dans le processus de la calibration.

4.3.2 Réglage de la caméra pour estimer la position d'un objet

Quatre étapes sont nécessaires pour utiliser l'appareil comme outil de métrologie afin d'estimer la position d'un modèle. Ces étapes sont les suivantes :

1. Acquisition et traitement de l'image à l'intérieur du logiciel Matrox Imaging Library (MIL) [55].
2. Autofocus du système de vision [12] : Afin d'obtenir un contraste optimal, une procédure d'autofocus utilisant les fonctions MIL est développée dans le but d'acquérir automatiquement la distance optimale entre la caméra et la mire.
3. Calibration de la caméra : Nous utilisons une grille de calibration d'épaisseur 2 mm qui possède une multitude de points caractérisés par un diamètre de 0,0625 mm et distants les uns des autres de 0,125 mm dans un repère orthogonal. Après cette calibration, nous pourrions déterminer la position du centre de gravité d'un objet à l'intérieur de l'espace de travail [56], [57], [58].

4. La reconnaissance des objets est effectuée à l'aide d'une boîte à outils dénommée GMF (Geometric Model Finder). Le modèle choisi dans le cadre de l'expérimentation sera la lettre de l'alphabet "e" de dimensions $1mm \times 1mm$, gravée sur une plaque de métal, tel que l'illustre la figure 4.12.

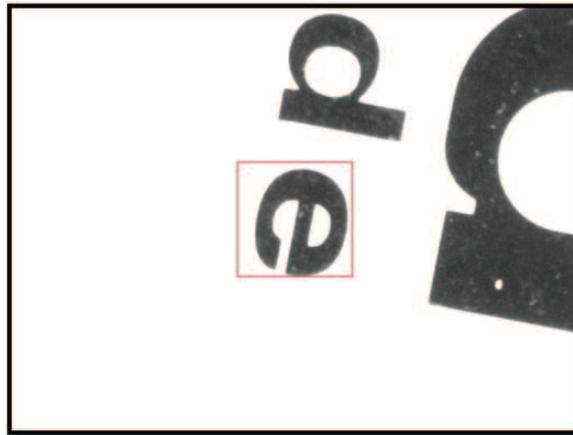


FIGURE 4.12: Modèle choisi pour estimer la répétabilité.

4.3.3 Processus d'estimation de la répétabilité en position

Le processus de mesure peut être influencé par plusieurs facteurs externes aussi différents que les variations de luminosité, les micros déplacements mécaniques de la caméra ou l'incertitude du modèle de reconnaissance. Le niveau de précision attendu doit être inférieur à la taille d'un pixel qui rappelons le a été évaluée à $4.4\mu m \times 4.4\mu m$. Afin de parvenir à ce résultat, le processus de mesure va s'appuyer sur la prise de 300 images dans une fenêtre temporelle de 1200 secondes tout en gardant la plate-forme immobile. L'étude de cet ensemble de clichés permet d'estimer la position du modèle. Les histogrammes reflétant les variations de position selon les axes X et Y apparaissent sur la figure 4.13.

Les histogrammes font apparaître une variation importante. Cette variation est inattendue dans la mesure où l'ensemble des pièces mécaniques intervenant dans la fabrication du robot est censé être invariable en dimensions. L'hypothèse

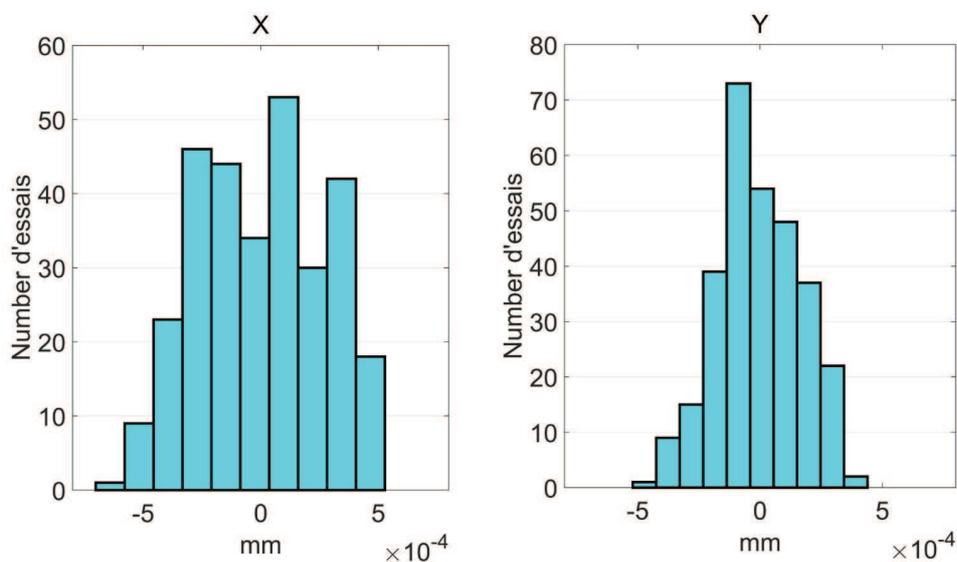


FIGURE 4.13: Histogrammes des variations de position dans les directions X et Y évaluées sur un modèle fixe.

émise serait que la dérive pourrait être induite par la dilatation des bras durant la phase de fonctionnement. En effet, durant l'expérimentation, les moteurs couvrent un cycle alternatif de chauffe et de refroidissement successifs qui peut aboutir à une dilatation lente des bras au cours du temps. L'écart type calculé lors de cet essai est de 0,00026 mm dans la direction X et 0,00016 mm dans la direction Y. Ces résultats confirment que la répétabilité de l'outil de mesure est suffisante pour notre application. En effet, la répétabilité mesurée a posteriori est plus importante lorsque la plate-forme se déplace.

4.3.4 Caractérisation de la répétabilité en mode grossier

Les performances de répétabilité en mode grossier sont estimées lors d'une phase expérimentale qui va conduire la plate-forme à décrire une trajectoire répétitive au cours de laquelle les quatre axes sont sollicités. Le parcours est initialisé sur le point d'harmonisation (HP), pour se terminer sur un point cible de mesure dénommé (MP). Lors de cet essai le point HP est fixé à une distance de 300 mm

du point MP dans le cadre d'une trajectoire à décrire $P_3 - P_6$. La figure 4.14 illustre la localisation des points utilisés afin d'estimer la répétabilité. Cette trajectoire aller-retour est répétée 100 fois. Les résultats en X et Y au point terminal P_6 sont représentés à la figure 4.15.

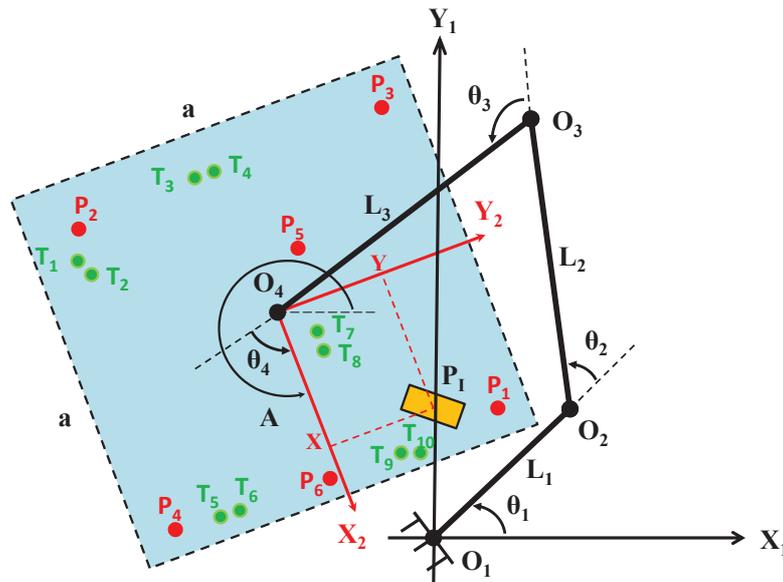


FIGURE 4.14: Localisation des points utilisés pour estimer la répétabilité.

Les histogrammes des variations de position dans les directions X et Y en mode grossier sont affichés dans la figure 4.16. Les écarts types sont également calculés : 0,0022 mm dans la direction X et 0,0011 mm dans la direction Y.

La variation de la position finale est de $11\mu m$ selon la direction X et de $6\mu m$ selon la direction Y. La répétabilité est calculée à partir de la formule suivante : $RP_L = \bar{L} + 3.S_L$ [10]. L est la variable aléatoire qui traduit la distance entre chaque point et le barycentre ; \bar{L} représente la moyenne et S_L représente l'écart-type. La moyenne de la répétabilité calculée à partir d'un lot de 100 échantillons est de $6,5\mu m$. Les résultats démontrent que les performances en terme de répétabilité sont plus élevées selon la direction Y que dans la direction X.

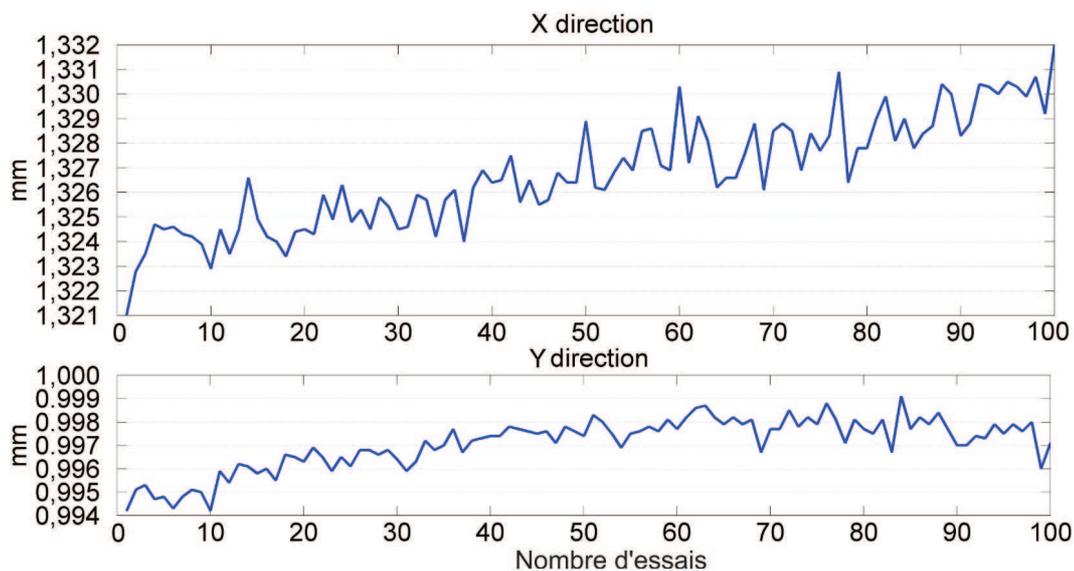


FIGURE 4.15: Positions finales X et Y à P_6 en mode grossier.

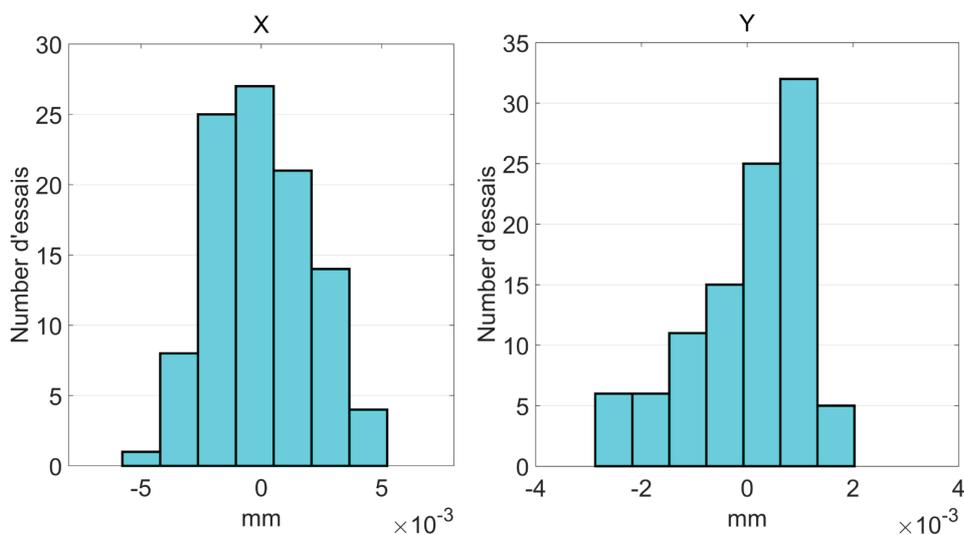


FIGURE 4.16: Histogrammes des variations de position dans les directions X et Y en mode grossier.

4.3.5 Caractérisation de la répétabilité en mode fin

Dans le mode fin, seuls les axes 1 et 2 sont mobiles. Les axes 3 et 4 sont bloqués mécaniquement. Cette contrainte induit une faible distance entre le point d'harmonisation HP et le point de mesure MP. Dans le cas de la trajectoire T_7-T_8

illustrée dans la figure 4.14, cette distance est mesurée à 1,011 mm. Les résultats en X et Y pour ce parcours aller-retour répété 100 fois sont représentés en figure 4.17.

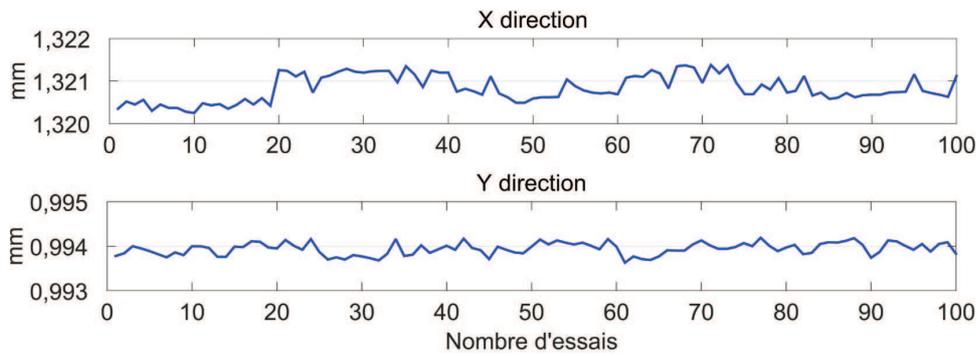


FIGURE 4.17: Positions finales X et Y à T_8 en mode fin.

Les histogrammes des variations en mode fin selon les axes X et Y sont illustrés sur la figure 4.18. Les écarts-types calculés sont de 0,00031 mm pour l'axe X et 0,00014 mm pour l'axe Y.

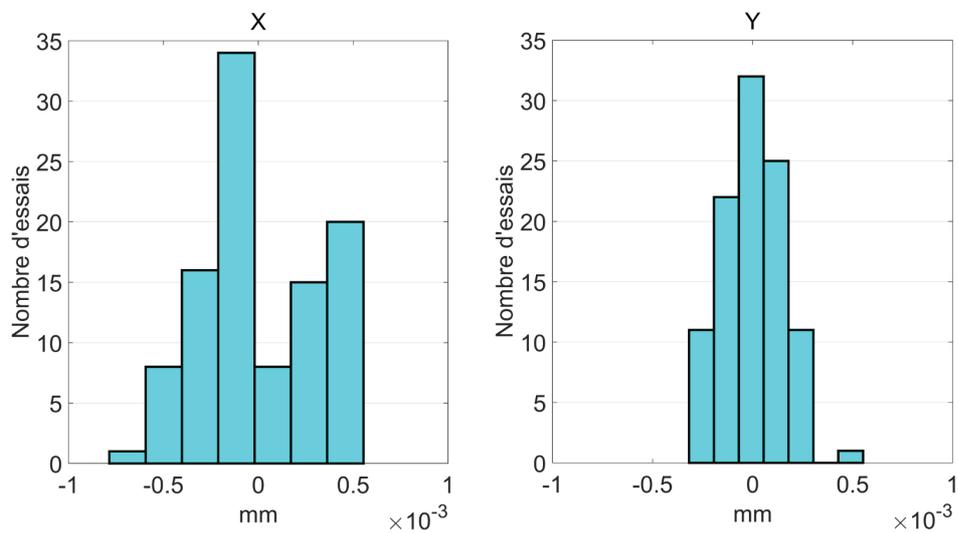


FIGURE 4.18: Mode fin. Histogrammes des variations de position dans les directions X et Y.

La variation de la position finale en X et en Y est de $1\mu m$. Le calcul de la répétabilité sur un lot de 100 échantillons conduit à obtenir une performance

de $1,4\mu m$. En mode fin, les résultats concernant le critère de répétabilité sont supérieurs d'un coefficient 4 à ceux obtenus en mode grossier. Les données issues de l'expérimentation sont proches des attentes théoriques.

Les résultats collectés dans le cadre de l'étude des performances de répétabilité dans les deux modes ont été obtenus à partir de mesures effectuées sur l'ensemble de l'espace de travail. D'autres études ont été menées en mode grossier qui ont conduit à l'obtention de résultats similaires affichés dans le tableau 4.1 pour les points P_1 à P_6 . En mode fin, l'utilisation des points T_1 à T_{10} débouche sur une série de résultats édités dans le tableau 4.2.

Trajectoire	Echantillon : 1-100	Echantillon : 1-100
$P_1 - P_2$	0.0060	0.0074
$P_3 - P_4$	0.0080	0.0075
$P_1 - P_5$	0.0038	0.0058
$P_3 - P_6$	0.0065	0.0068
$P_2 - P_5$	0.0069	0.0072

TABLE 4.1: Répétabilité évaluée en mm en mode grossier.

Trajectoire	Echantillon : 1-100	Echantillon : 1-100
$T_1 - T_2$	0.0005	0.0011
$T_3 - T_4$	0.0027	0.0007
$T_5 - T_6$	0.0008	0.0011
$T_7 - T_8$	0.0014	0.0013
$T_9 - T_{10}$	0.0032	0.0011

TABLE 4.2: Répétabilité évaluée en mm en mode fin.

Une variabilité statistique déjà remarquée et modélisée en [59] apparaît de nouveau entre deux lots de 100 échantillons au même endroit de l'espace de travail. En mode grossier, la moyenne de la répétabilité calculée sur la base de 10 séries de 100 échantillons est évaluée à $6.5\mu m$. Dans les mêmes conditions de mesure, le mode fin dégage une réponse de $1.4\mu m$. Le calcul du rapport de

proportionnalité entre ces deux modes affiche un résultat de 4.64, ce qui révèle une nette amélioration des performances en répétabilité dans le cadre du mode fin. La figure 4.19 illustre les résultats des mesures dans le plan X Y effectuées pour les deux modes sous forme de nuage de points. Cette représentation confirme à l'évidence que les dimensions les plus réduites de la zone d'incertitude concernent le mode fin.

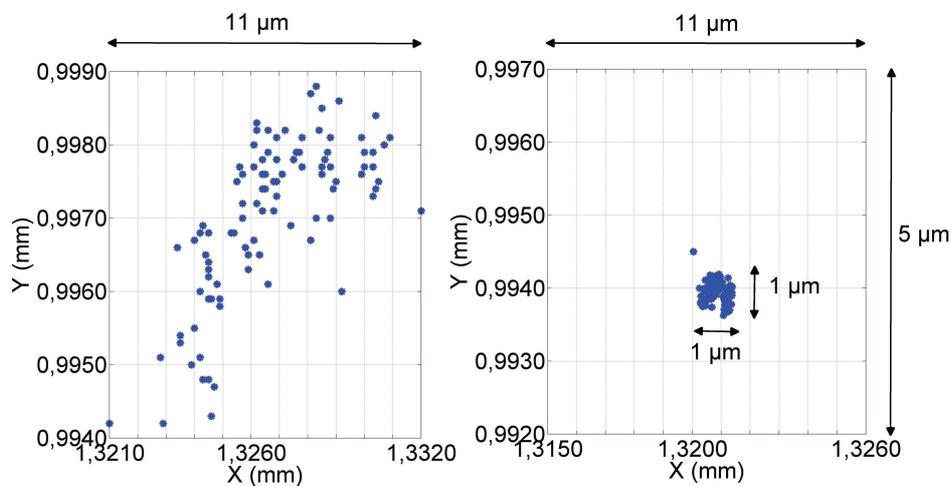


FIGURE 4.19: Mode grossier (à gauche) ; Mode fin (à droite) - Détermination des nuages de points.

4.3.6 Performances en terme de résolution spatiale

1. L'essai de granularité

Le test de granularité effectué en mode vidéo permet d'évaluer la résolution spatiale autour du point d'intérêt P_I . Cette résolution est définie par le maillage des centres de l'ellipsoïde de confiance associé aux cibles définies dans le panneau de contrôle de l'interface graphique. Un repositionnement de la cible équivalent à la valeur minimum incrémentale permet de déplacer le point terminal du robot très légèrement autour du point d'intérêt P_I . Cette action a pour but de réduire l'erreur de position. Ce test donne l'occa-

sion de vérifier l'aptitude du robot à atteindre quatre cibles différentes G_1 , G_2 , G_3 , G_4 situées sur une grille rectangulaire dans l'espace opérationnel.

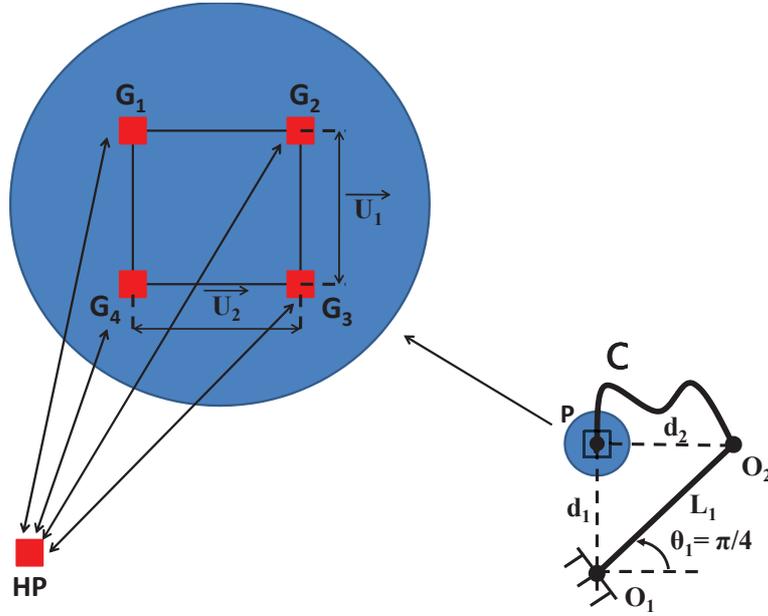


FIGURE 4.20: Schéma représentatif du test de granularité.

La chaîne cinématique C esquissée entre les points O_2 et P est considérée comme étant d'un seul tenant dans la mesure où les axes 3 et 4 sont bloqués mécaniquement. Le couple de vecteurs \vec{U}_1, \vec{U}_2 représenté à la figure 4.20 caractérise la résolution spatiale par rapport aux axes 1 et 2.

L'évaluation de la résolution spatiale consiste à définir une trajectoire itérative allers-retours entre le point d'harmonisation HP et les cibles successives G_1, G_2, G_3, G_4 . On pourrait penser que la simple mesure de la distance entre les points G_1 et G_2 suffirait à caractériser la résolution spatiale, or ce n'est pas le cas. D'une part cette distance ne correspond pas à un facteur entier de la résolution incrémentale, et d'autre part, la réalisation d'un tel déplacement direct n'est guère envisageable en raison du phénomène d'hystérésis déjà évoqué dans ce chapitre. L'ensemble de ces paramètres a donc conduit

à adopter une trajectoire indirecte passant par le point d'harmonisation afin de corriger l'erreur de position.

Dans le cadre de l'essai, le point d'harmonisation HP est situé à une distance de 1,156 mm du point cible G_1 . La commande du robot est adaptée afin de mettre en œuvre la trajectoire itérative décrite précédemment. Le cycle sera répété 10 fois. Lors d'un premier essai, les quatre cibles G_i sont positionnées sur la grille de telle sorte que les distances vérifient $U_1 = U_2 = 2\mu m$, ce qui correspond à $\delta\theta_1 = \delta\theta_2 = 12qc$. Cette valeur incrémentale représente la donnée transmise aux axes des coordonnées angulaires pour lesquelles $G_1G_2 = d_1\delta\theta_1 = 2\mu m$ et $G_1G_4 = d_2\delta\theta_2 = 2\mu m$. Au cours d'un second essai, la distance entre les cibles est réduite à $1\mu m$, ce qui correspond à une incrémentation angulaire équivalent à 6 qc .

2. Résultats de l'essai de granularité

L'expérimentation consiste à mesurer la position de chaque cible G_i . Une moyenne H_i est déduite à partir de ces données. La figure 4.21 affiche les résultats obtenus pour deux situations différentes. Dans un premier temps l'écart entre deux points alignés de la cible est de $1\mu m$; dans un second temps, cet écart passe à $2\mu m$. L'analyse de ces résultats débouche sur le calcul de l'erreur maximale en position. Sur la figure 4.22 apparaissent les quatre disques de répétabilité. Le centre de chaque cercle correspond à l'une des quatre cibles qui forment ainsi une maille carrée caractérisée par la résolution spatiale.

En référence à la figure 4.22, dans le cas où la cible choisie correspond au cercle de couleur jaune, l'erreur de position maximale sera mesurée en W_1 . Le cas le plus critique se présente lorsque la cible choisie se trouve en W_3 , dont les coordonnées correspondent au centre du carré formé par les cibles G_1 à G_4 . Dans cette situation, l'erreur maximum de position sera égale à : $U \times \frac{\sqrt{2}}{2} + rep$. Le rayon "rep" se calcule en effectuant la moyenne de

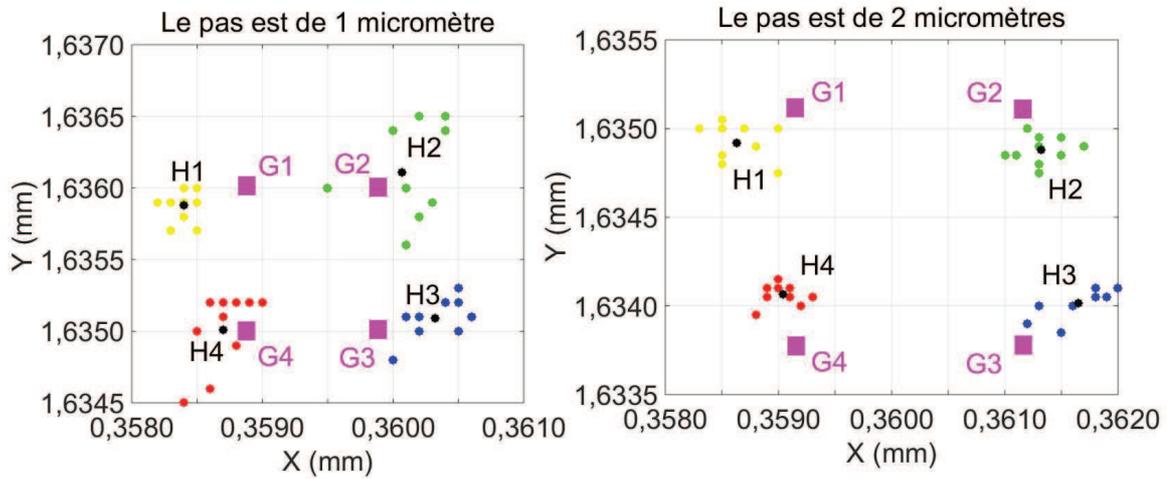


FIGURE 4.21: Test de granularité des positions finales pour un côté du carré de $1\mu m$ (à gauche) et $2\mu m$ (à droite).

la répétabilité en mode fin pour dix séries de lots de 100 échantillons. Le résultat issu des mesures du tableau 4.2 est $rep = 1.4\mu m$.

Pour $U = 2\mu m$, l'erreur maximale sera égale à : $2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1.4 = 2.8\mu m$. Pour $U = 1\mu m$, l'erreur maximale sera égale à : $1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1.4 = 2.1\mu m$.

4.3.7 Discussion et conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude des performances de la table micrométrique qui ont pu être évaluées à partir de deux méthodes de mesure totalement différentes. La première méthode dite à contact mécanique basée sur l'utilisation d'un cube et de deux comparateurs a permis de quantifier une répétabilité de $4\mu m$ en mode grossier et $2\mu m$ en mode fin. La seconde méthode articulée autour d'une saisie vidéo de l'information a fourni en mode grossier une répétabilité de $6.5\mu m$, et $1.4\mu m$ en mode fin.

La comparaison entre les deux méthodes nous conduit aux conclusions sui-

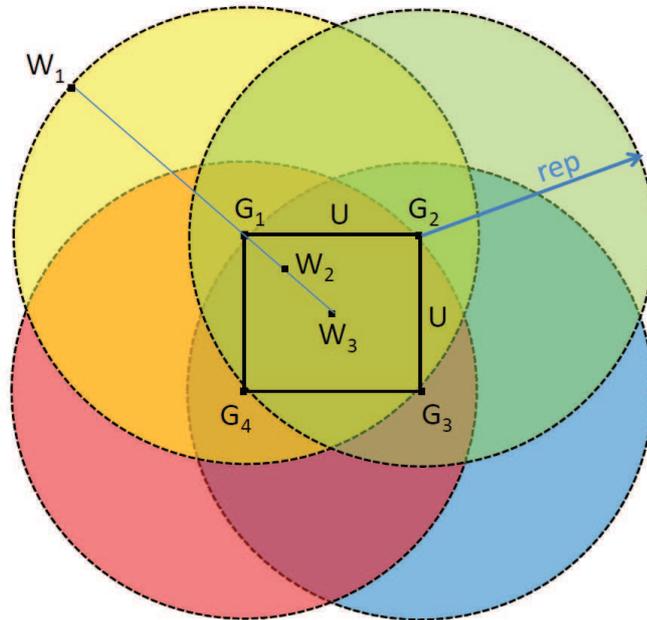


FIGURE 4.22: Calcul de l'erreur maximale de position.

vantes : les performances de la répétabilité estimées dans le mode fin sont presque identiques. D'autre part, en ce qui concerne le mode grossier, il existe une différence statistiquement significative : la valeur de la répétabilité estimée par le système à contact mécanique est inférieure à celle estimée par le système de vision. Ceci peut être expliqué par la procédure expérimentale mise en œuvre. Afin d'éviter la libération des contacts mécaniques entre le cube de mesure et les micromètres, la longueur de la trajectoire a été réduite à 5 mm entre les points HP et MP dans le mode grossier, tandis que cette trajectoire peut être aussi longue que 300 mm lors de l'utilisation du système de vision. Bien sûr, si la trajectoire est plus longue, les incertitudes de positionnement peuvent de ce fait être plus importantes. L'étude menée au cours de ce chapitre a débouché sur le calcul de l'erreur maximale de positionnement. En utilisant une résolution spatiale de $1\mu m$, l'erreur de position maximale peut être maintenue en dessous de $2.1\mu m$. Les résultats de ce chapitre ont été publiés dans [60].

Le prochain chapitre sera consacré à l'analyse en détail des singularités. Lorsque

le robot parcourt une trajectoire à l'intérieur de l'espace de travail, il peut passer par une configuration singulière induisant des contraintes cinématiques mises en évidence au cours du chapitre 2. Par conséquent, il est indispensable d'identifier ces configurations. L'analyse des singularités sera traitée dans deux situations différentes. En premier lieu, la première articulation θ_1 du robot sera fixe, le robot n'est alors plus redondant. En second lieu, les quatre articulations sont sollicitées, et dans ce cas, le robot est redondant.

Troisième partie

Le problème cinématique au voisinage de singularités

CHAPITRE 5

ANALYSE DES SINGULARITÉS DE LA
PLATE-FORME XY-THÊTA

5.1 Introduction

La présence de singularités peut contrarier l'évolution du point terminal à l'intérieur des trajectoires définies par l'utilisateur. A proximité de ces zones, le robot peut adopter un comportement instable induit par des vitesses et des couples élevés produits par les actionneurs motorisés. Il est donc impératif de définir les lieux des singularités afin d'adapter la stratégie de commande aux contraintes existantes.

Dans ce chapitre, l'analyse des singularités de la plate-forme XY-Thêta est effectuée, sur la base de la jacobienne du manipulateur. La plate-forme XY-Thêta constitue une chaîne cinématique caractérisée par un ensemble d'entrées correspondant au vecteur $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ de dimension 4 lié aux articulations actionnées, et par un ensemble de sorties correspondant au vecteur $\mathbf{x} = (X, Y, \Omega)$ de dimension 3. La relation entre les coordonnées de l'entrée et la sortie est la suivante :

$$x = f(\theta) \quad (5.1)$$

5.2 Matrice jacobienne

En différenciant l'équation 5.1 par rapport au temps, puis en définissant la matrice jacobienne telle que $J = df/d\theta$, on obtient la relation suivante :

$$\dot{x} = J(\theta) \times \dot{\theta} \quad (5.2)$$

Par conséquent, dans le cas général, la matrice jacobienne se compose de quatre colonnes :

$$J = \left[\vec{J}_1 \ \vec{J}_2 \ \vec{J}_3 \ \vec{J}_4 \right] \quad (5.3)$$

5.2.1 Cas non redondant

Afin de bénéficier des performances de haute précision pour le mode fin de positionnement, l'angle θ_1 doit être fixé à une valeur angulaire égale à $\pi/4$. Dans un but de simplification, cet angle peut être considéré comme étant constant tout au long de l'évolution de la trajectoire qui conduit le robot jusqu'à sa configuration finale. Dans ce cas, le robot est non redondant et la jacobienne découle de la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = J^{(1)}(\theta) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$J^{(1)}(\theta) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_2}(X) & \frac{\partial}{\partial \theta_3}(X) & \frac{\partial}{\partial \theta_4}(X) \\ \frac{\partial}{\partial \theta_2}(Y) & \frac{\partial}{\partial \theta_3}(Y) & \frac{\partial}{\partial \theta_4}(Y) \\ \frac{\partial}{\partial \theta_2}(\Omega) & \frac{\partial}{\partial \theta_3}(\Omega) & \frac{\partial}{\partial \theta_4}(\Omega) \end{pmatrix} = [\vec{J}_2 \ \vec{J}_3 \ \vec{J}_4] \quad (5.5)$$

5.2.2 Cas redondant

Si la trajectoire traverse une configuration singulière, il est recommandé alors d'utiliser les quatre bras du robot afin d'éviter la singularité. Dans ce cas, le robot est redondant et la matrice jacobienne s'écrit ainsi :

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = J^{(2)}(\theta) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$J^{(2)}(\theta) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_1}(X) & \frac{\partial}{\partial \theta_2}(X) & \frac{\partial}{\partial \theta_3}(X) & \frac{\partial}{\partial \theta_4}(X) \\ \frac{\partial}{\partial \theta_1}(Y) & \frac{\partial}{\partial \theta_2}(Y) & \frac{\partial}{\partial \theta_3}(Y) & \frac{\partial}{\partial \theta_4}(Y) \\ \frac{\partial}{\partial \theta_1}(\Omega) & \frac{\partial}{\partial \theta_2}(\Omega) & \frac{\partial}{\partial \theta_3}(\Omega) & \frac{\partial}{\partial \theta_4}(\Omega) \end{pmatrix} = J = [\vec{J}_1 \vec{J}_2 \vec{J}_3 \vec{J}_4] \quad (5.7)$$

5.3 Lieux des singularités

5.3.1 Cas non redondant

Dans ce cas, le manipulateur série présente des singularités de type I dénommées singularités "extérieures" ou "intérieures" [33], [4]. Les singularités extérieures apparaissent lorsque le manipulateur est entièrement tendu. Les singularités intérieures apparaissent lorsque le manipulateur est replié sur lui-même. Les singularités extérieures et intérieures peuvent donc être déterminées à partir de l'expression analytique du déterminant présentée ci-dessous :

$$\det(J^{(1)}(\theta)) = 0 \quad (5.8)$$

Les solutions de cette équation sont : $S_1 = \{\theta_3 = 0\}$, $S_2 = \{\theta_3 = \pm\pi\}$ où S_2 correspond à deux solutions identiques.

Ces configurations singulières sont représentées schématiquement sur la figure 5.1. Dans le cas où $\theta_3 = 0$, le bras L_3 est complètement tendu. Par contre lorsque $\theta_3 = \pi$, le bras L_3 est totalement replié sur lui-même.

Les surfaces de singularités représentées à la figure 5.2 sont tracées pour $\theta_3 = 0$ dans les conditions suivantes : $\theta_1 = \pi/4$, $-\pi \leq \theta_2 \leq \pi$, $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$.

Afin d'illustrer la configuration de la plate-forme au regard de la figure 5.2, un point K est choisi sur la surface de singularité. Les coordonnées de ce point dans l'espace articulaire sont les suivantes : $\{\theta_1 = \pi/4, \theta_2 = 1.57, \theta_3 = 0, \theta_4 = 2.51\}$. Elles correspondent à la solution suivante :

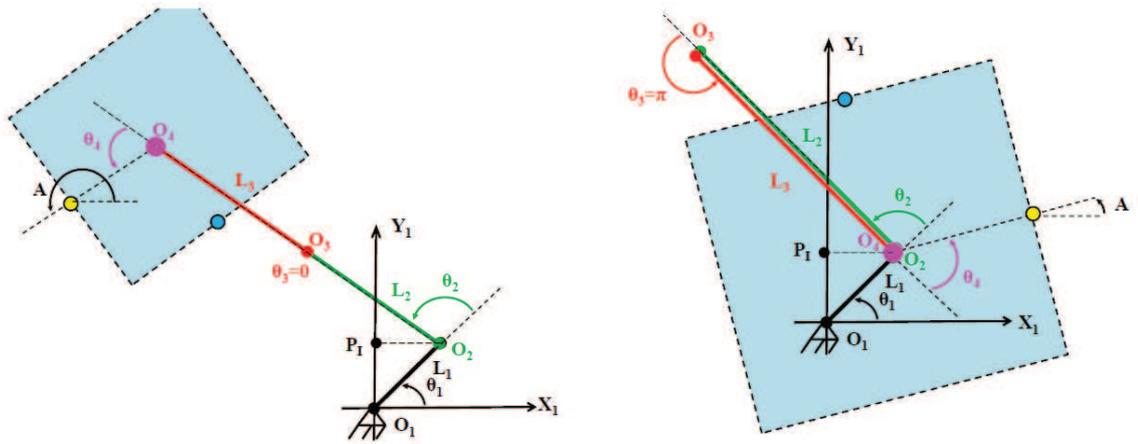


FIGURE 5.1: Configurations des singularités lorsque $\theta_3 = 0$ (à gauche) et lorsque $\theta_3 = \pi$ (à droite).

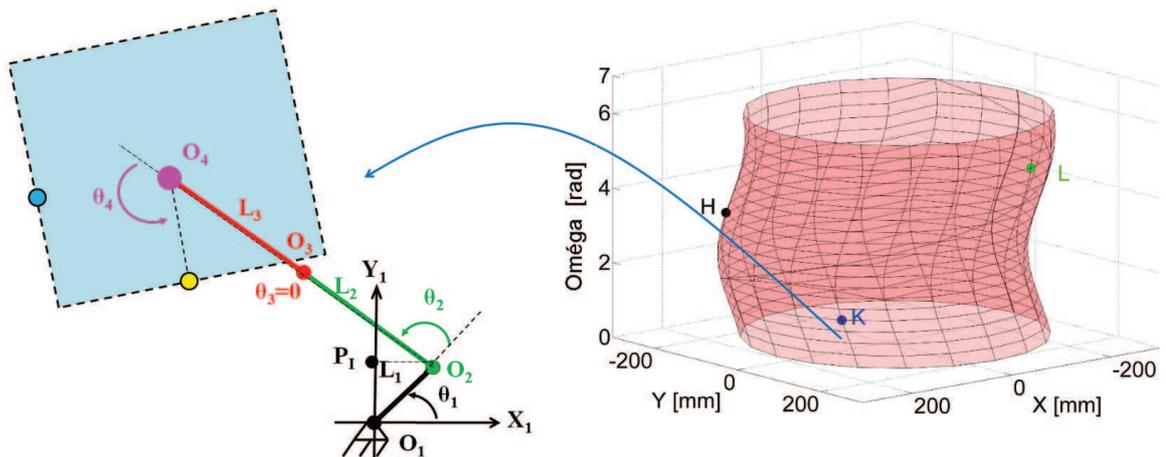


FIGURE 5.2: La surface de singularité lorsque $\theta_3 = 0$ et la configuration du robot fixée au point K.

$$\{X = 190.70mm, Y = 120.35mm, \Omega = 1.41rad\}.$$

La surface de singularité représentée aux figures 5.3 et 5.4 est tracée pour $\theta_3 = \pi$ dans les conditions suivantes : $\theta_3 = \pi$, $-\pi \leq \theta_2 \leq \pi$ et $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$.

Dans ce cas, le lieu de singularité n'est plus assimilé à une surface, mais à une hélice de rayon $O_4P_I = L_1 \times \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{30}{\sqrt{2}} = 21.21mm$ présentant une amplitude de 2π . L'origine de ce cas inhabituel ainsi que les problèmes cinématiques qui lui sont liés présentent un réel intérêt de développement.

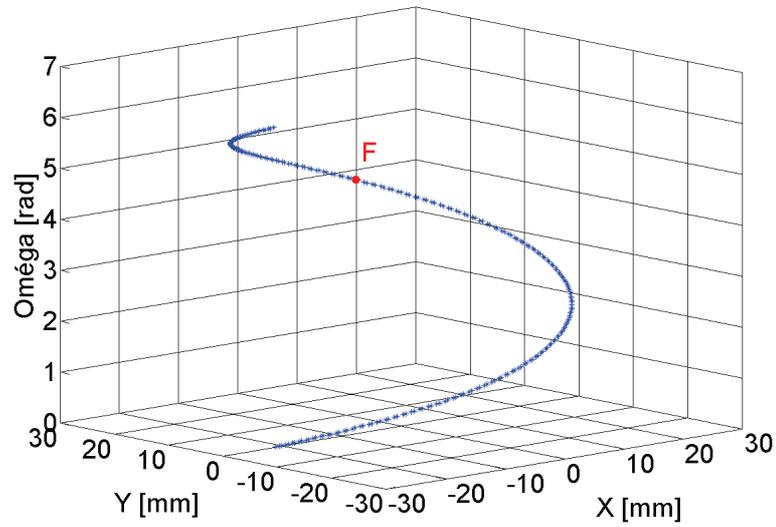


FIGURE 5.3: Courbe de singularité lorsque $\theta_3 = \pi$.

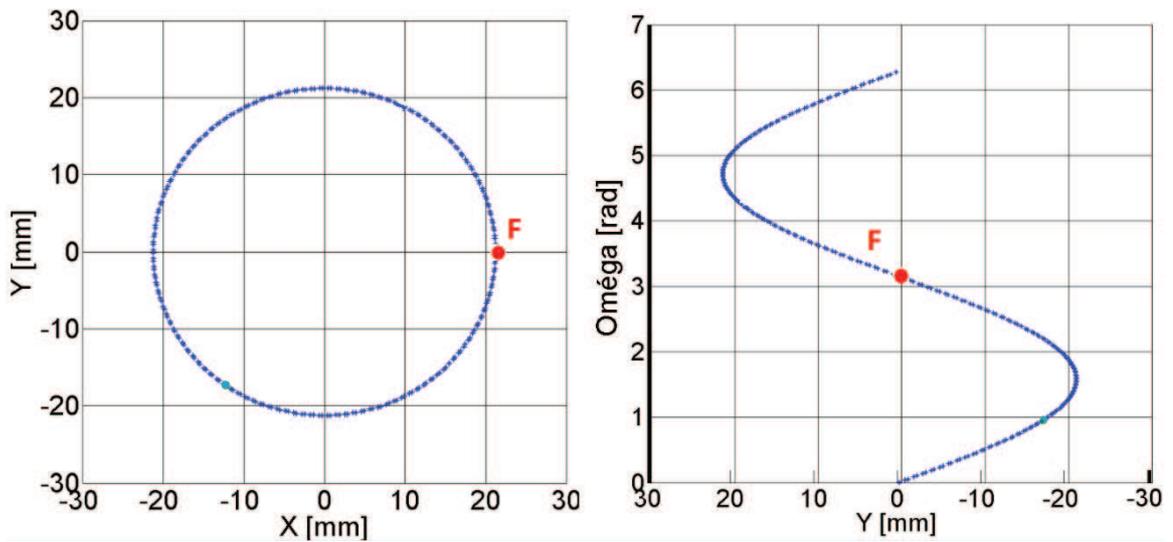


FIGURE 5.4: Projection de la courbe de singularité dans les plans XY et $Y\Omega$.

Habituellement, à l'intérieur d'un espace opérationnel 3D, le lieu de singularité est défini par une surface. Dans le cas présent ce lieu se réduit à une ligne hélicoïdale. Ce phénomène est lié au fait que les bras 2 et 3 possèdent une longueur identique de 120 mm pour ce robot. Si ces bras étaient de longueurs différentes, le lieu de singularité serait représenté par une surface délimitant un cylindre hélicoïdal. La figure 5.5 représente le tracé de deux cylindres hélicoïdaux obtenus pour

deux longueurs différentes de L_3 , avec L_2 constante à 120 mm. A l'intérieur du plan XY, le rayon de la section du cylindre est égal à la différence des longueurs $|L_3 - L_2|$. Comme vu précédemment, lorsque $L_2 = L_3$, le cylindre dégénère en une ligne hélicoïdale. Cette ligne est de mesure nulle dans l'espace de travail et ne doit pas en principe poser problème. Cependant, à proximité de l'hélice, certains problèmes de commande sont susceptibles d'apparaître. La suite de ce chapitre va être consacrée à l'étude de ces problèmes.

Lorsque $L_2 = L_3$ et $\theta_3 = \pi$, les centres des 2ème et 4ème axes se trouvent confondus sur le même point, donc les vecteurs vitesses \vec{J}_2 et \vec{J}_4 sont identiques. Le vecteur vitesse \vec{J}_3 est toujours différent de \vec{J}_2 . Pour chaque point de l'hélice, il y a une infinité de solutions à la fonction cinématique inverse vérifiant $\theta_2 + \theta_4 = \text{constante}$.

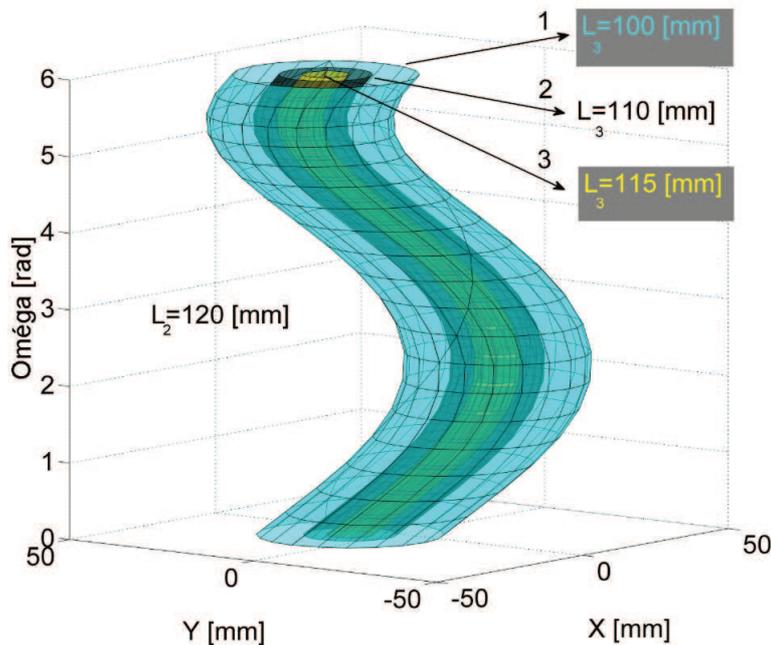


FIGURE 5.5: Évolution de l'espace de travail lorsque L_2 et L_3 sont différents.

Soit le point F situé sur l'hélice, et dont les valeurs articulaires sont les suivantes : $\{\theta_1 = \pi/4, \theta_2 = -\pi/4, \theta_3 = \pi, \theta_4 = 0\}$.

Les coordonnées de F dans l'espace opérationnel sont :

$\{X = 21.21mm, Y = 0mm, \Omega = \pi rad\}$. Toutes les combinaisons $\theta_2 + \theta_4 = -\pi/4$ auront pour lieu de localisation le point F tel que l'illustre la figure 5.6.

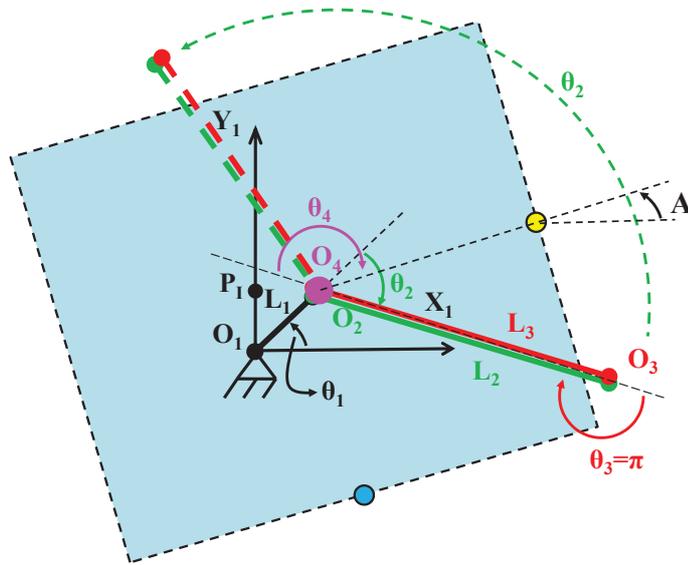


FIGURE 5.6: Une infinité de configurations correspondant au point F sur l'hélice de singularité.

Au point F, l'expression de \vec{J}_2 est indépendante des valeurs articulaires θ_2 et θ_4 . Ce n'est pas le cas de l'expression de \vec{J}_3 qui dépend explicitement de θ_2 et θ_4 . Il se démontre sans difficulté que \vec{J}_2 est toujours tangent à l'hélice, alors que la dimension de \vec{J}_3 et sa direction sont directement dépendantes de θ_2 .

Lorsque $\theta_2 = -\pi/4$, le vecteur vitesse est inclus à l'intérieur du plan $Y\Omega$. Ce dernier se construit autour des combinaisons linéaires de \vec{J}_2 et \vec{J}_3 tel que l'indique la figure 5.7.

Pour $\theta_2 = \pi/4$, les combinaisons linéaires des vecteurs \vec{J}_2 et \vec{J}_3 définissent un plan différent représenté sur la figure 5.8. Dans ce cas, le plan n'est plus vertical. Seul un déplacement à l'intérieur du périmètre défini par ce plan est possible. Théoriquement, une évolution dans toutes les directions à partir du point singulier F est envisageable. Cependant, un déplacement instantané n'est

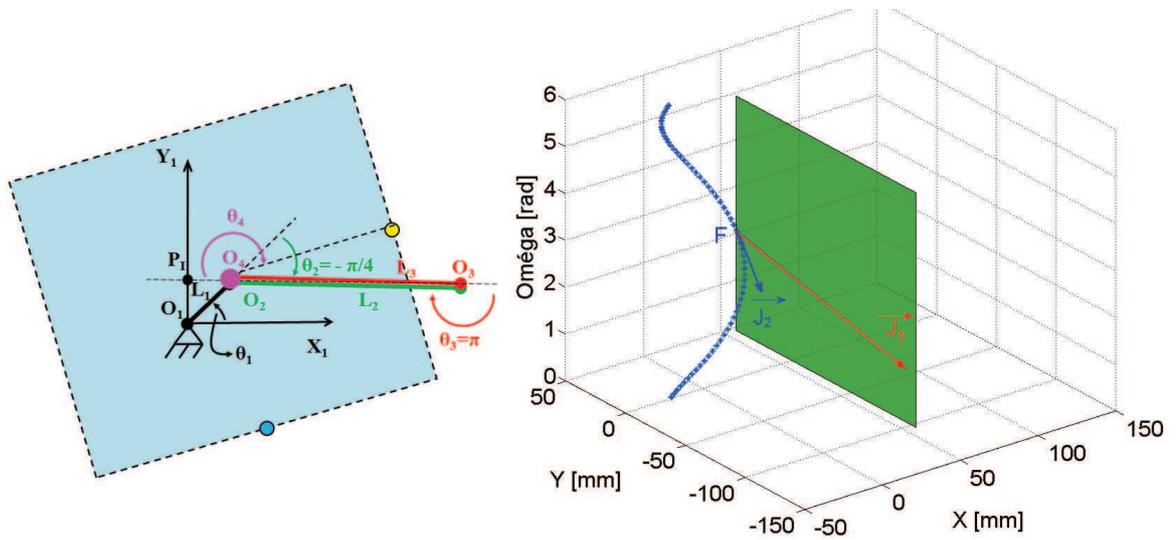


FIGURE 5.7: Mouvement instantané au point terminal du robot pour F lorsque $\theta_2 = -\pi/4$.

pas toujours possible à réaliser. Si la direction souhaitée n'est pas incluse dans le plan résultant des combinaisons linéaires des vecteurs \vec{J}_2 et \vec{J}_3 , le robot devra manœuvrer afin de modifier les valeurs angulaires θ_2 et θ_4 , tout en conservant l'égalité suivante : $\theta_2 + \theta_4 = -\pi/4$. Ainsi, le point terminal du robot se retrouvera situé sur le point F, la direction du vecteur \vec{J}_3 sera modifiée pour autoriser un déplacement du point terminal à l'intérieur du plan.

La figure 5.9 représente simultanément les lieux des singularités intérieures et extérieures dans le cas du robot non redondant.

Une projection orthogonale de la surface et de la courbe de singularité dans le plan XY est présentée à la figure 5.10. La distance $R_3 = O_4P_I = 21,21mm$ est déjà connue. La figure 5.11 affiche les deux configurations utilisées pour calculer les rayons minimum R_1 et maximum R_2 de la surface projetée. Les résultats obtenus à partir de la figure 5.11 sont les suivants :

$$R_1 = D_1 + D_2 = L_2 + L_3 - O_2P_I = 120 + 120 - 21.21 = 218.79mm$$

$$R_2 = D_4 + D_3 = L_2 + L_3 + O_2P_I = 120 + 120 + 21.21 = 261.21mm.$$

L'espace de travail a été conçu dans le but d'éviter les singularités extérieures.

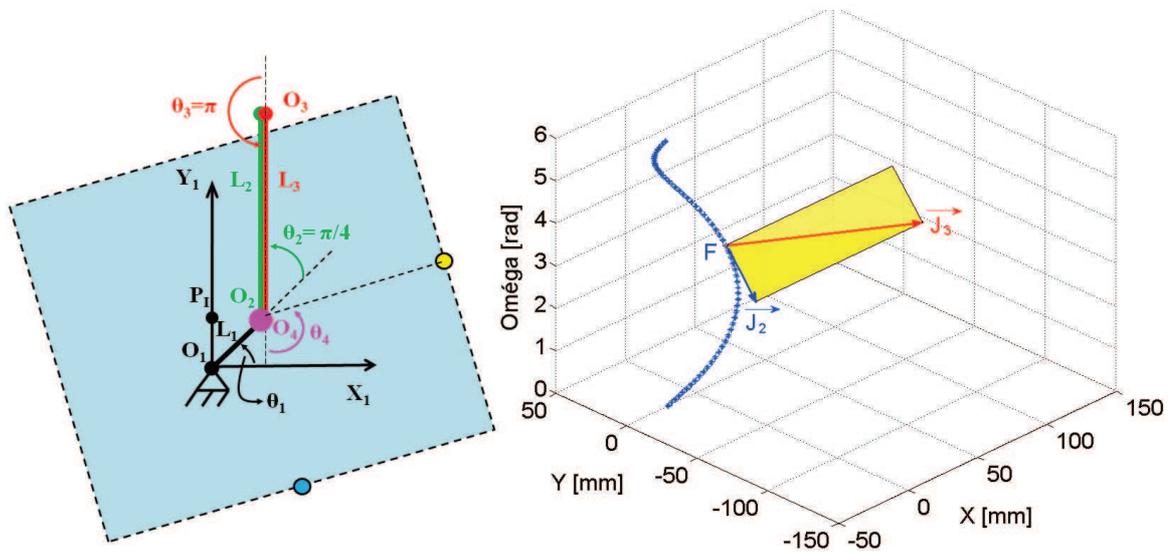


FIGURE 5.8: Mouvement instantané de l'effecteur au point F lorsque $\theta_2 = \pi/4$.

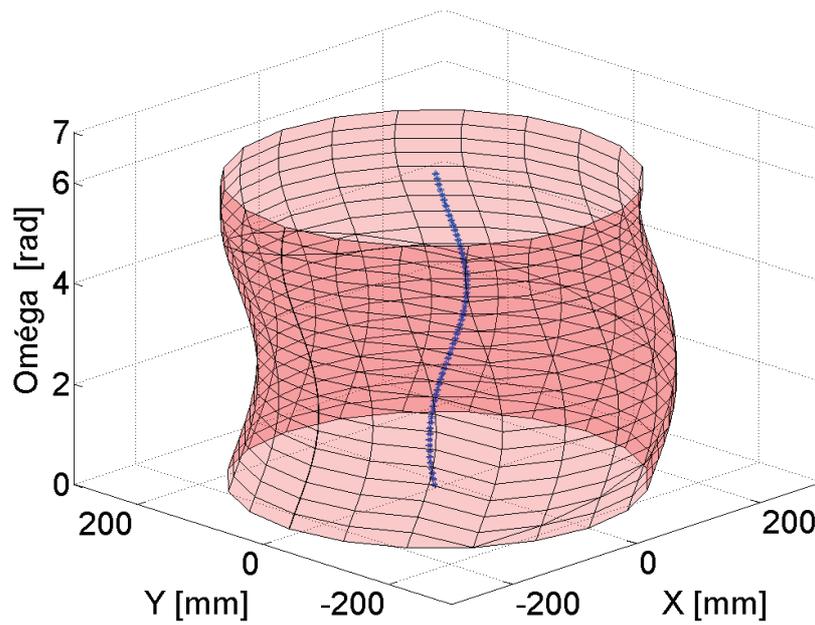


FIGURE 5.9: La surface et la courbe de singularité lorsque le robot est non redondant.

La figure 5.10 représente la projection de l'espace de travail de la plate-forme de dimensions $300\text{mm} \times 300\text{mm}$. Il est probable que l'hélice de singularité se trouve

à l'intérieur de l'espace de travail et il faut alors tenir compte de cet inconvénient majeur.

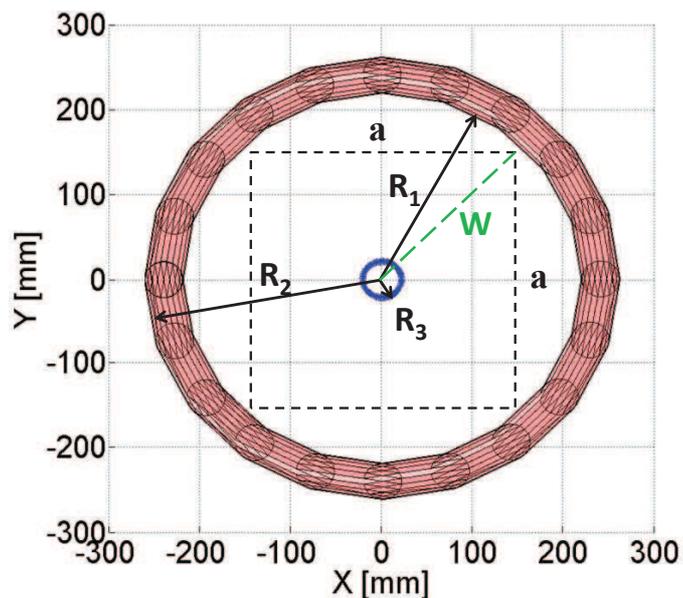


FIGURE 5.10: Une projection de la surface et de la courbe de singularité dans le plan XY dans le cas non-redondant.

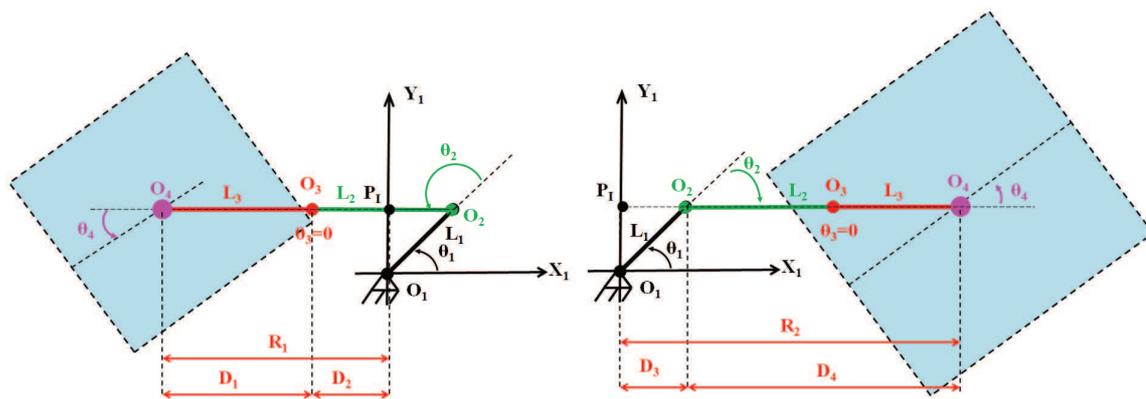


FIGURE 5.11: La configuration correspondante au rayon minimum R_1 (à gauche) et au rayon maximum R_2 (à droite).

5.3.2 Cas redondant

Dans le cas d'un robot redondant $m > n$, la matrice jacobienne $J^{(2)}(\theta)$ n'est pas carrée. Les singularités correspondent à $\det(J^{(2)}(\theta) \times J^{(2)}(\theta)^T) = 0$. Cette équation peut être étendue en utilisant la formule de Cauchy-Binet [47] et en introduisant les p mineurs Q_k de taille maximale extraits de la matrice J :

$$\det(J^{(2)}(\theta) \times J^{(2)}(\theta)^T) = \sum_{k=1}^p (\det(Q_k)) \times (\det(Q_k^T)) = \sum_{k=1}^p (\det(Q_k))^2 \quad (5.9)$$

Dans notre cas : $m = 4$, $n = 3$, et $p = 4$:

$$\det(J^{(2)}(\theta) \times J^{(2)}(\theta)^T) = 0 \Rightarrow (\forall k = 1 : 4), \det(Q_k) = 0 \quad (5.10)$$

La résolution de ces équations conduit à un ensemble de quatre solutions :

1) $S_3 = \{\theta_2 = 0, \theta_3 = 0\}$:

Les deuxième et troisième bras sont complètement tendus. La surface de singularités représentée à la figure 5.12 est obtenue pour : $-\pi \leq \theta_1 \leq \pi$ et $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$.

La configuration de la plate-forme pour le point M où $\{\theta_1 = -1.88, \theta_2 = 0, \theta_3 = 0, \theta_4 = -0.31\}$ et appartenant à cette surface de singularités est également affichée.

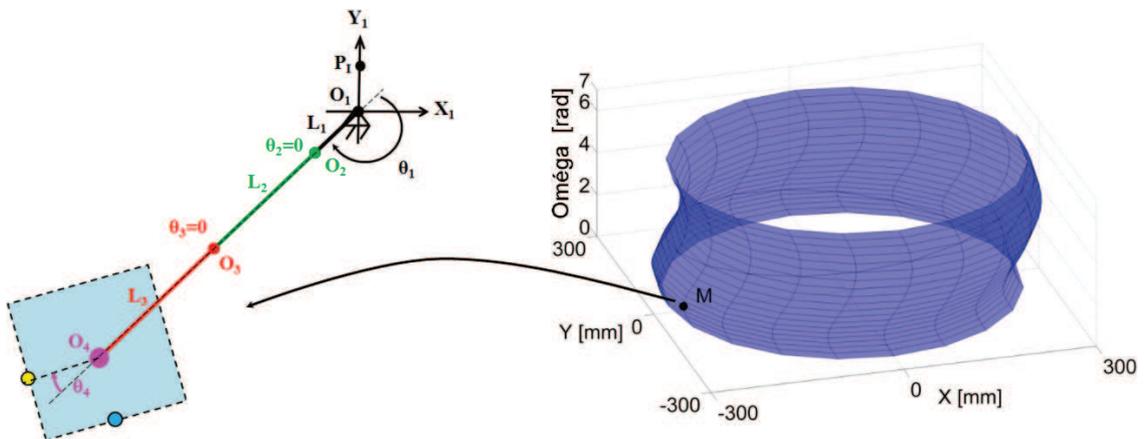


FIGURE 5.12: La surface de singularités lorsque $S_3 = \{\theta_2 = 0, \theta_3 = 0\}$.

2) $S_4 = \{\theta_2 = \pm\pi, \theta_3 = 0\}$:

Le second bras est complètement replié sur lui-même et le troisième bras est complètement tendu. La surface de singularités représentée à la figure 5.13 est obtenue pour $-\pi \leq \theta_1 \leq \pi$ et $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$. La configuration de la plate-forme pour le point N où $\{\theta_1 = 1.25, \theta_2 = \pi, \theta_3 = 0, \theta_4 = 1.88\}$ et appartenant à cette surface de singularités est également affichée.

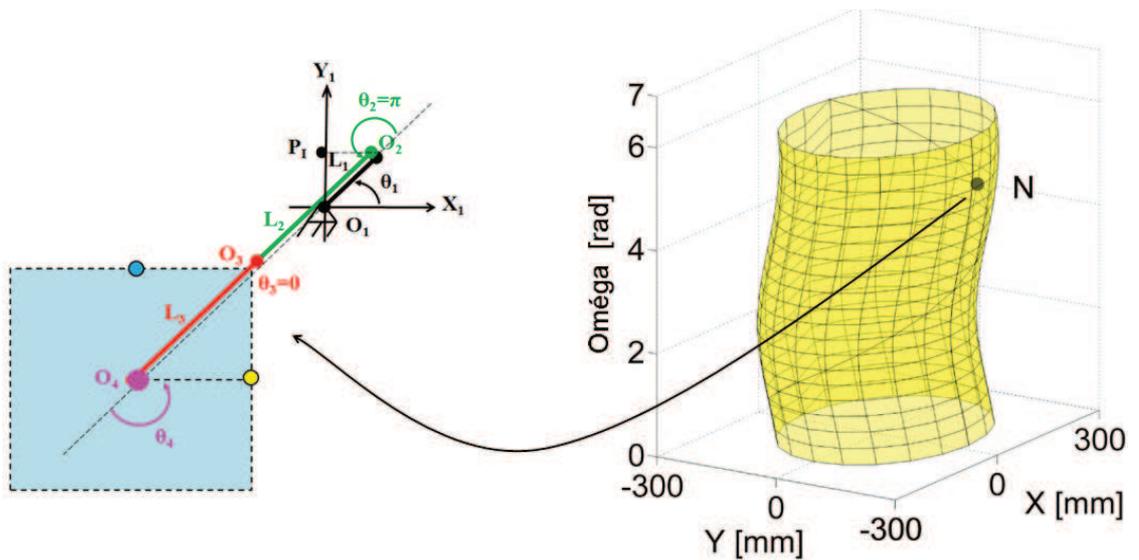


FIGURE 5.13: La surface de singularités lorsque $S_4 = \{\theta_2 = \pm\pi, \theta_3 = 0\}$.

3) $S_5 = \{\theta_2 = 0, \theta_3 = \pm\pi\}$:

Le second bras est complètement tendu et le troisième bras est complètement replié sur lui-même. La surface de singularités représentée à la figure 5.14 est obtenue pour : $-\pi \leq \theta_1 \leq \pi$ et $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$. La configuration de la plate-forme pour le point O $\{\theta_1 = -2.88, \theta_2 = \pi, \theta_3 = 0, \theta_4 = 1.25\}$ et appartenant à cette surface de singularités est également affichée.

4) $S_6 = \{\theta_2 = \pm\pi, \theta_3 = \pm\pi\}$:

Les second et troisième bras sont entièrement repliés sur eux-mêmes. La surface de singularités représentée à la figure 5.15 est obtenue pour : $-\pi \leq \theta_1 \leq \pi$ et $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$. La configuration de la plate-forme pour le point P où

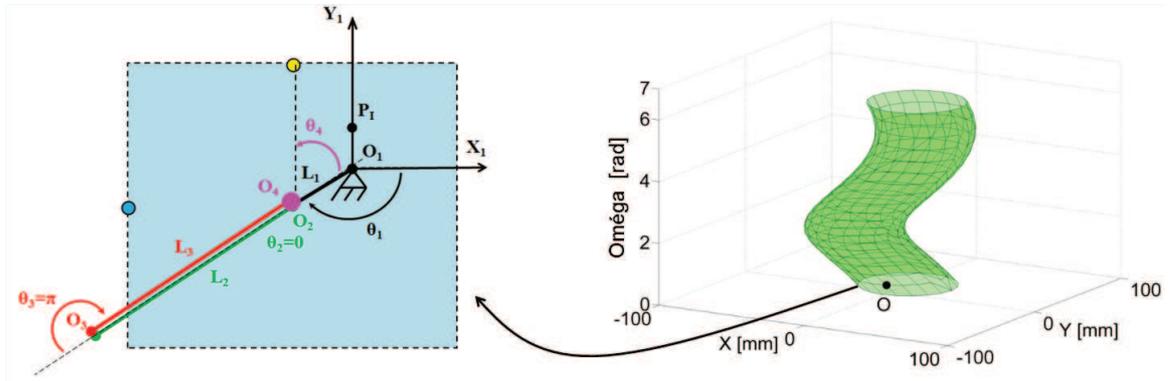


FIGURE 5.14: La surface de singularités lorsque $S_5 = \{\theta_2 = 0, \theta_3 = \pm\pi\}$.

$\{\theta_1 = -1.57, \theta_2 = \pi, \theta_3 = \pi, \theta_4 = 1.25\}$ et appartenant à cette surface de singularités est également affichée.

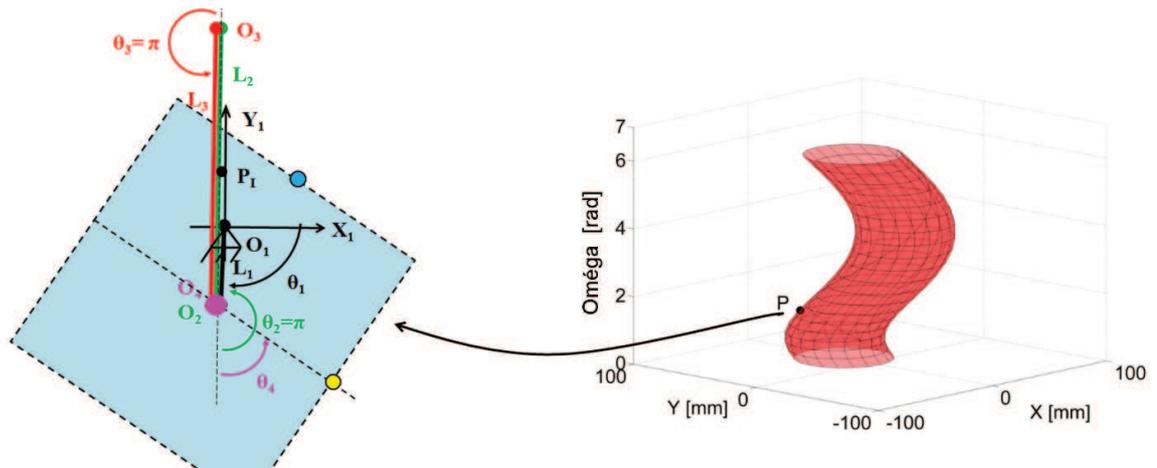


FIGURE 5.15: La surface de singularités lorsque $S_6 = \{\theta_2 = \pm\pi, \theta_3 = \pm\pi\}$.

La figure 5.16 affiche toutes les surfaces de singularités pour le cas redondant. La figure 5.17 représente l'espace de travail de la plate-forme $300mm \times 300mm$. Les rayons minimum et maximums R_4 , R_5 et R_6 de la projection de la surface sur le plan (XY) ont été calculés. Les résultats sont les suivants : $R_4 = 51.21mm$, $R_5 = 218.79mm$ et $R_6 = 291.21mm$. Une illustration est présentée sur la figure 5.18 pour le cas (S_4).

Une trajectoire peut être amenée à entrer en contact avec une surface de

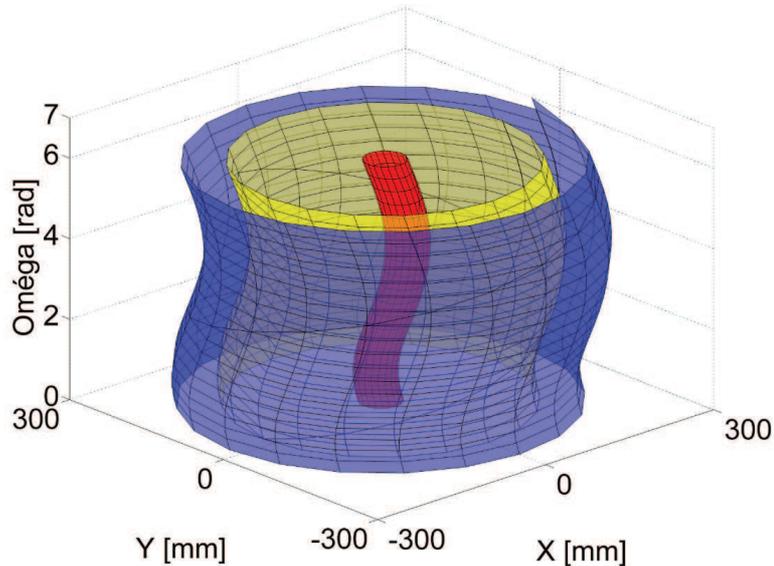


FIGURE 5.16: Surfaces de singularités lorsque le robot est redondant.

singularités liée au cas (S_4) à l'intérieur de l'espace XY , à proximité des sommets du carré. Une attention toute particulière doit être apportée aux surfaces de singularités (S_5) et (S_6) dans la mesure où elles sont entièrement contenues dans l'espace de travail.

Il est à noter que dans le cas de la redondance, ces surfaces pourraient être évitées. En ce qui concerne la fonction cinématique, il existe une infinité de solutions pour chaque point situé à l'intérieur de l'espace de travail.

5.3.3 Discussion sur les contraintes de cinématiques induites par les singularités

Dans le mode non redondant, la trajectoire du point terminal du robot peut traverser l'hélice de singularités sans causer de dommage particulier, à condition que cette trajectoire soit différentiable et que l'on accepte que le robot change de posture. En effet, si l'on considère le point d'intersection de la trajectoire et de l'hélice, le calcul de la dérivée en ce point va définir le vecteur vitesse. Ce vecteur sera inclus à l'intérieur du plan tangent caractérisé par les vecteurs \vec{J}_2 et \vec{J}_3 , ce

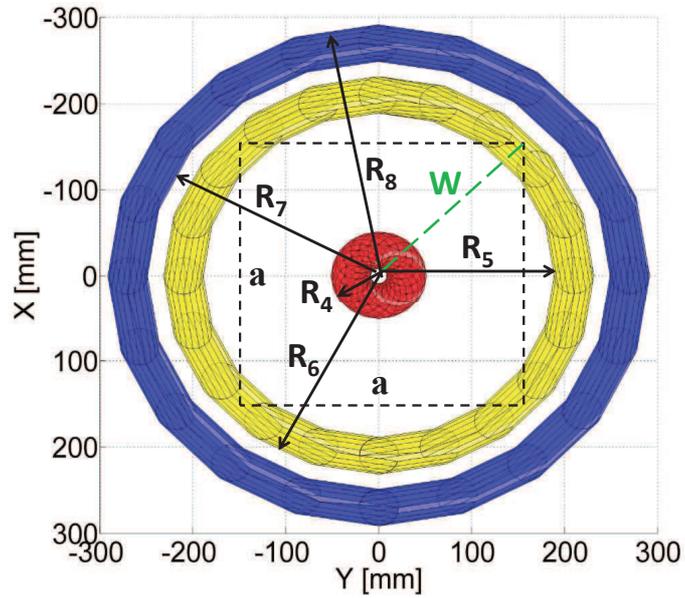


FIGURE 5.17: Une projection des surfaces de singularités dans le plan XY dans le cas redondant.

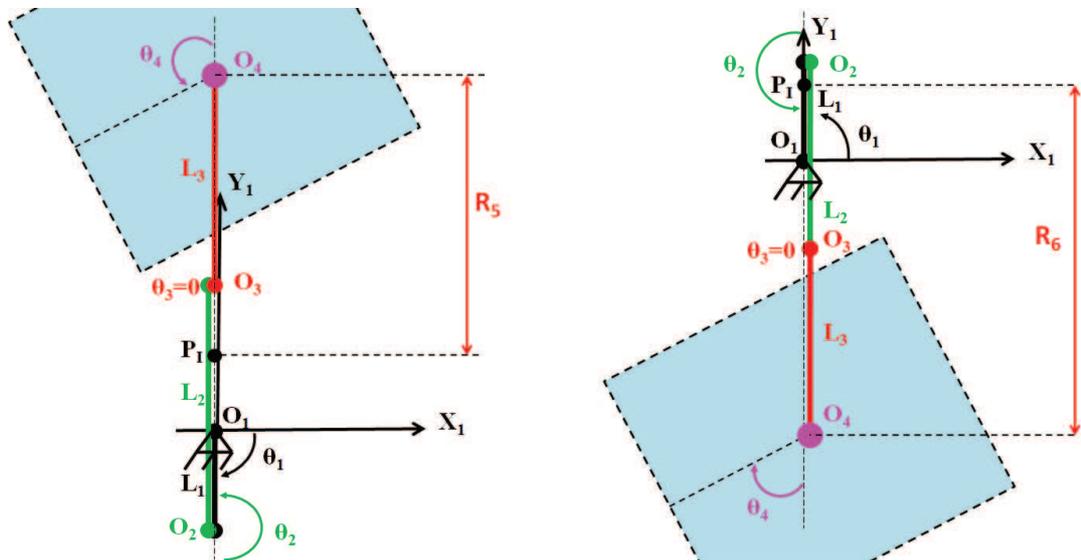


FIGURE 5.18: La configuration correspondante au rayon minimum R_5 (à gauche) et au rayon maximal R_6 (à droite) pour (S_4) .

qui permet d'éviter la singularité.

Dans le cas redondant, l'analyse est différente. Les surfaces de singularités

peuvent être évitées car la fonction cinématique inverse conduit à une infinité de solutions pour chaque point à l'intérieur de l'espace de travail. L'évolution dans le mode redondant laisse la possibilité de choisir un ensemble de coordonnées $(\theta_1, \dots, \theta_4)$ ce qui permet d'éviter de créer une trajectoire traversant une configuration singulière. Cette contrainte doit être prise en compte lors de la définition de la boucle de commande. L'utilisation de l'indice de manipulabilité peut être une solution dans ce contexte. Si le point terminal du robot atteint la surface de singularité lors du parcours d'une trajectoire, le vecteur vitesse doit être maintenu dans le plan tangent à cette surface. Le robot perd alors un ddl dans l'espace (X, Y, Ω) . Cette configuration peut être source de problèmes qui peuvent contraindre le point terminal à se dérouter de sa trajectoire initiale. Que se passe-t-il lorsque la trajectoire traverse la surface de singularités sans parvenir à proximité du plan tangent ? Si la commande dans l'espace $(\theta_1, \dots, \theta_4)$ a été correctement étudiée, les configurations singulières sont évitées, et tout se déroule comme si ces surfaces n'existaient pas. Si pour une raison ou une autre, la commande ne parvient pas à éviter une singularité, le point terminal du robot doit quitter promptement le point critique sur la base d'un vecteur de vitesse émis dans le plan tangent à cette surface. Le robot ne sera alors plus en mesure de suivre la trajectoire initiale.

Il est intéressant de définir un indice capable d'estimer la distance séparant le point terminal du robot de la singularité. Habituellement, les roboticiens utilisent l'indice de manipulabilité afin de caractériser cette mesure.

5.4 Analyse de manipulabilité

Le concept de manipulabilité a été introduit par Yoshikawa [61]. L'indice de manipulabilité caractérise la distance entre le point terminal du robot et la singularité. Lorsque l'organe de manipulation se trouve dans une configuration singulière, la manipulabilité est nulle [4]. L'indice de manipulabilité est dépendant

de la structure de l'organe de manipulation. En [62], Merlet étudie les domaines qui offrent des débouchés pour l'utilisation de la manipulabilité, en particulier dans le cas des robots parallèles, et ceux où ce concept est moins pertinent.

5.4.1 Cas non redondant

Lorsque le premier actionneur est configuré pour $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$, l'indice de manipulabilité est défini de la façon suivante [9] :

$$M_1 = \det(J(\theta))^{(1)} \quad (5.11)$$

La figure 5.19 affiche la variation de l'indice de manipulabilité pour $-\pi \leq \theta_2 \leq \pi$ et $-\pi \leq \theta_3 \leq \pi$. L'indice de manipulabilité est nul dans deux cas : $S_1 = \{\theta_3 = 0\}$, $S_2 = \{\theta_3 = \pm\pi\}$ qui ont été identifiés précédemment comme des configurations singulières.

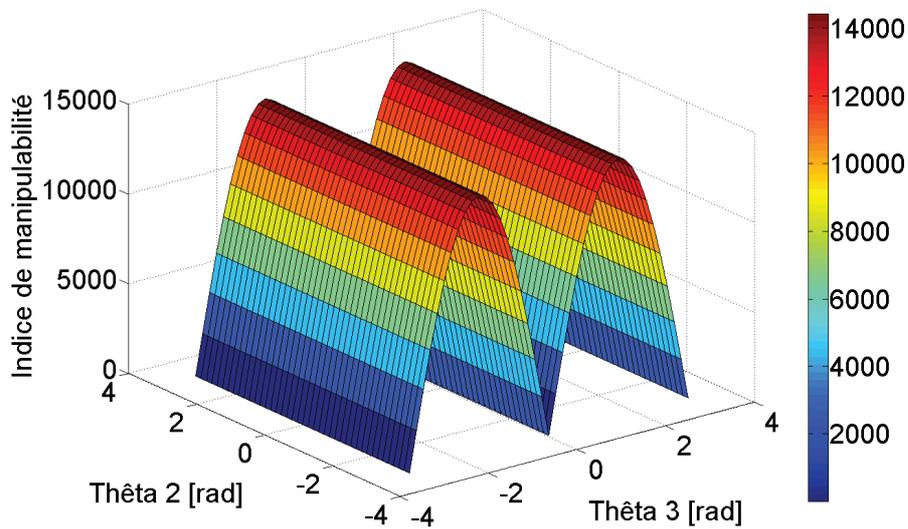


FIGURE 5.19: Manipulabilité dans le cas non redondant dans l'espace articulaire θ_2 et θ_3 .

5.4.2 Cas redondant

Le concept de manipulabilité est appliqué également aux manipulateurs redondants. Il est utilisé pour la planification de trajet [63], [64], [65]. Dans ce cas, la matrice jacobienne $J(\theta)$ n'est pas carrée et la manipulabilité se calcule ainsi :

$$M_2 = \sqrt{\det(J(\theta) \times J(\theta)^T)} \quad (5.12)$$

Dans le cas $J^{(2)}$, la figure 5.20 représente le minimum de la manipulabilité dans l'espace (θ_2, θ_3) .

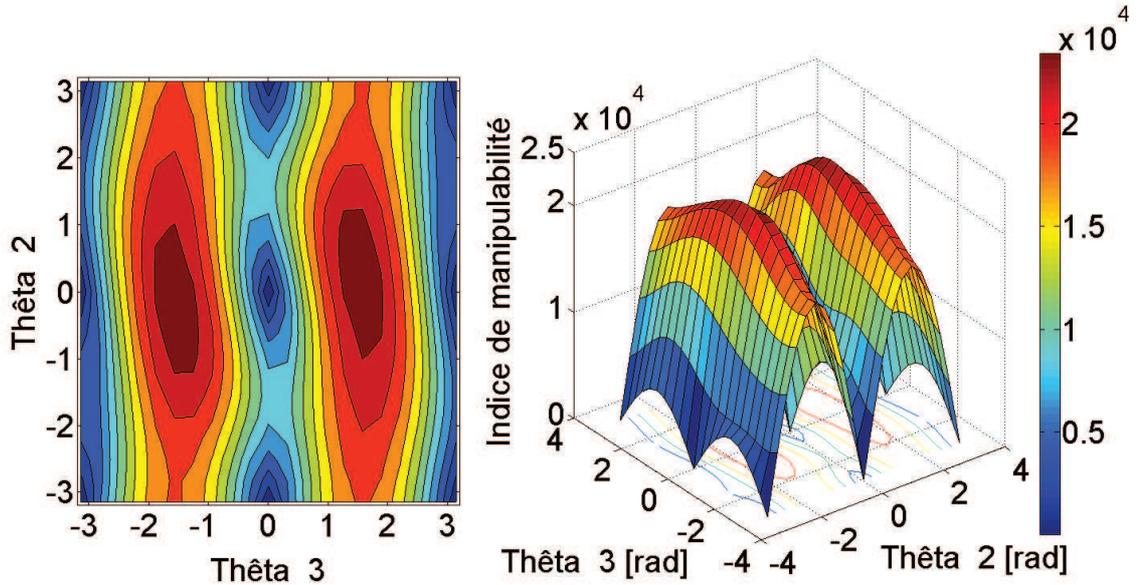


FIGURE 5.20: Cas redondant : minimum de l'indice manipulabilité dans l'espace articulaire (θ_2, θ_3) .

La figure 5.20 permet de constater que la manipulabilité est nulle dans quatre cas : $S_3 = \{\theta_2 = 0, \theta_3 = 0\}$, $S_4 = \{\theta_2 = \pm\pi, \theta_3 = 0\}$, $S_5 = \{\theta_2 = 0, \theta_3 = \pm\pi\}$, $S_6 = \{\theta_2 = \pm\pi, \theta_3 = \pm\pi\}$.

Ce résultat confirme l'étude théorique précédemment menée et concernant les singularités dans le cas des robots redondants.

La figure 5.21 représente une visualisation de la distribution de manipulabilité

de la plate-forme XY-Thêta dans l'espace de travail dans le cas non-redondant considérant $\Omega = 2rad$. Les domaines pour lesquels la manipulabilité est nulle correspondent aux lieux des singularités.

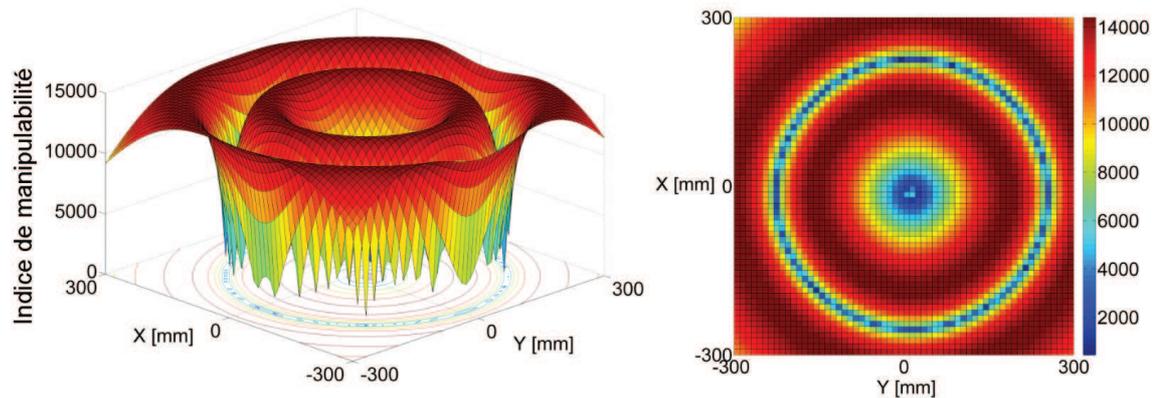


FIGURE 5.21: Cas non-redondant : performances de manipulabilité dans l'espace cartésien pour $\Omega = 2rad$.

La manipulabilité de la plate-forme XY-Thêta a été étudiée dans cette section et a confirmé l'identification des lieux des singularités représentés précédemment dans ce chapitre.

La manipulabilité peut être utilisée dans l'algorithme de commande afin de caractériser la distance séparant le point terminal du robot et la singularité. Cet indice permet d'éviter les zones de singularité.

5.5 Conclusions

La plate-forme XY-Thêta présentée dans le chapitre 3 de ce document affiche des performances élevées dans le domaine de la précision. L'erreur de position finale est maintenue sous les $2\mu m$. Ces performances sont mises à profit à proximité des singularités.

Les lieux des singularité de la plate-forme XY-Thêta ont été identifiés dans les deux cas suivants :

1. Pour un angle $\theta_1 = \pi/4$, et en présence d'un robot non redondant, les lieux des singularités identifiés sont d'une part les surfaces habituelles correspondantes aux limites extérieures, et d'autre part une hélice qui se trouve à l'intérieur de l'espace de travail. L'existence d'une hélice de singularité est assez inhabituelle, ce qui a conduit à détailler les contraintes cinématiques attachées à cette courbe.
2. Lorsque le robot est redondant, les lieux des singularités sont identifiés en résolvant l'équation $\det(J \times J^T) = 0$. Si la commande du robot est bien gérée, ces surfaces n'apparaîtront pas dans l'espace de travail. Dans le cas contraire, la présence de ces surfaces produisent des instabilités induites par des augmentations incontrôlables des vitesses et couples liés aux actionneurs motorisés.

La manipulabilité de la plate-forme représente l'ultime caractéristique de cette étude. Les résultats présentés dans cette section ont confirmé l'identification des lieux des singularités définis précédemment. Lorsque le point terminal du robot doit suivre une trajectoire, une première approche simplificatrice consiste à fixer $\theta_1 = \pi/4$ et à vérifier si la trajectoire traverse les lieux des singularités. Si c'est malheureusement le cas, alors la contrainte sur θ_1 est libérée et la redondance sera utilisée pour garder le robot loin des singularités en utilisant l'indice de manipulabilité et la redondance. Les résultats de ce chapitre ont été publiés dans [66].

Le prochain chapitre présentera une stratégie permettant d'éviter les singularités.

CHAPITRE 6

GESTION DES SINGULARITÉS DE LA
PLATE-FORME MICROMÉTRIQUE

6.1 Introduction

Le chapitre précédent a traité de l'analyse des singularités de la plate-forme XY-Thêta pour les cas non-redondant et redondant. Cependant, si la trajectoire déterminée n'a pas été analysée, le robot peut rencontrer des singularités susceptibles d'occasionner d'importants changements de comportement de ce dernier. Ces changements de comportement peuvent dégrader les performances du robot et modifier ses aptitudes en terme de dextérité. L'étude des singularités traitées dans le cadre du chapitre 5 offre à l'utilisateur la possibilité de déterminer leur positions dans l'espace de travail.

Ce chapitre présente une étude détaillée pour comprendre l'influence des singularités sur les vitesses articulaires du robot si la trajectoire passe exactement par un point singulier ou très proche d'un tel point. Ensuite, il présente une étude permettant de trouver une solution afin que la plate forme micrométrique soit en mesure d'éviter les lieux des singularités lors d'un parcours de trajectoire. Les cas redondants et non redondants seront étudiés différemment. Une stratégie sera élaborée afin que le robot puisse se détourner des configurations à risque. La première étape de l'étude consiste à déterminer une trajectoire. Dans un second temps, l'influence de la position du premier bras initialement fixée sur un angle θ_1 de valeur $\pi/4$ sera testée sur les lieux de singularités. L'étude se propose de faire évoluer la position angulaire initiale vers d'autres valeurs afin de mesurer l'impact de ces changements. Cette série de tests a pour but d'initier une méthode d'optimisation qui permettra de s'éloigner des configurations à risque.

6.2 Influence des singularités sur les trajectoires

6.2.1 Trajectoires passant exactement par une singularité

Lorsqu'une trajectoire passe par la singularité, la vitesse articulaire peut subir une discontinuité si la posture du robot (Righty/lefty) doit être maintenue. Dans ce paragraphe, plusieurs trajectoires passant par une singularité seront étudiées pour comprendre ce qui se passe au niveau des vitesses articulaires. Cette étude sera faite sur la courbe de singularité présentée précédemment à la figure 5.3 pour le cas $\theta_3 = \pi$. Le point particulier F, étudié dans le chapitre précédent, est considéré sur l'hélice. Trois directions d'approches seront étudiées.

1- AB : Tangent à l'hélice au point F pour une longueur de 8 mm.

2- CD : Perpendiculaire à l'hélice au point F dans le plan osculateur ADBC pour une longueur de 7 mm.

3- EG : Perpendiculaire au plan osculateur ADBC qui passe par F pour une longueur de 3.25 rad.

Ces trois trajectoires sont illustrées sur la figure 6.1. Elles sont réalisées pendant 100 sec.

Dans cette étude, chaque trajectoire est une trajectoire rectiligne dans l'espace opérationnel et chacune sera parcourue à vitesse constante. Plusieurs scénarios peuvent être rencontrés :

- Cas 1 : Supposons que l'angle θ_3 a des butées articulaires pour $\theta_3 = \pi$ et $\theta_3 = -\pi$, alors il y a une discontinuité de π sur l'angle θ_2 au franchissement de la singularité. Dans ce cas là, la singularité ne peut être franchie qu'à vitesse opérationnelle nulle et le franchissement de la singularité nécessite une certaine durée pour que la manœuvre de l'angle θ_2 puisse être effectuée de 0 à π .
- Cas 2 : Soit l'angle θ_3 a des butées articulaires pour $\theta_3 = 0$ et $\theta_3 = 2\pi$. Dans ce cas là, une discontinuité sur l'angle θ_2 au franchissement de la singularité

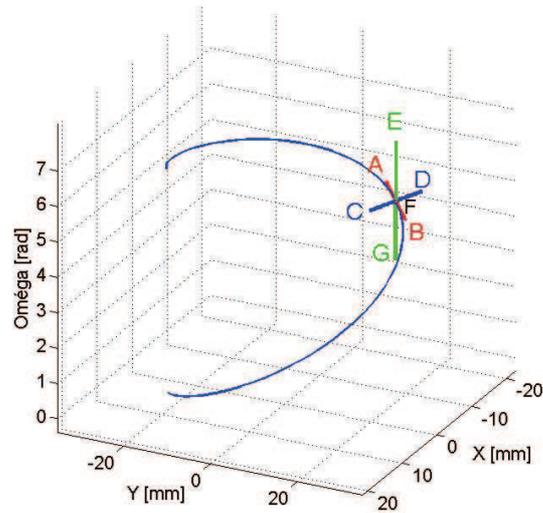


FIGURE 6.1: Courbe de singularité lorsque $\theta_3 = \pi$ et les trajectoires privilégiées.

sera aussi présente si la posture du robot est la même. Pour résoudre ce problème, un changement de posture sera mis en place ce qui conduit au cas 3.

- Cas 3 : Soit l'angle θ_3 a des butées articulaires pour $\theta_3 = 0$ et $\theta_3 = 2\pi$. Alors si on accepte que le robot puisse changer de posture au franchissement de la singularité, la discontinuité de vitesse articulaire dépend de la position de la trajectoire et de sa direction par rapport à l'hélice de singularité. Des trajectoires articulaires continues peuvent être réalisables en passant par la singularité. La stratégie proposée dans ce cas là sera illustrée pour les trois trajectoires AB, CD et EG présentées sur la figure 6.1.

La variation articulaire le long de ces trois trajectoires découpées en 100 morceaux identiques passant exactement par la singularité est présentée à la figure 6.2. Ce résultat montre bien que les franchissements par la singularité ne posent pas de problème.

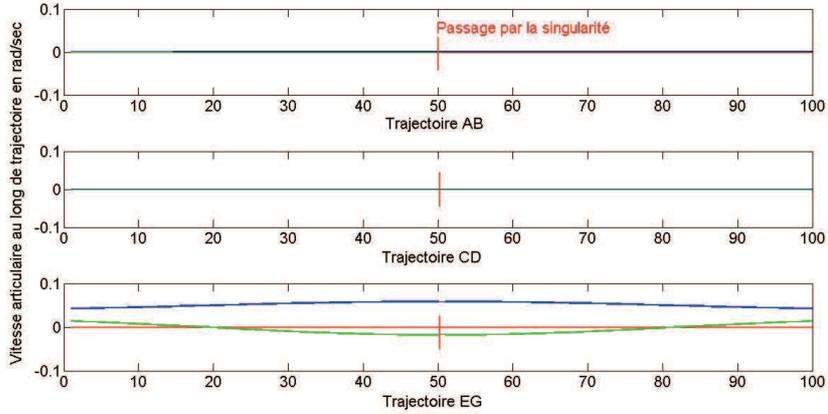


FIGURE 6.2: La variation articulaire le long de trois trajectoires passant exactement par la singularité.

6.2.2 Trajectoires passant à proximité d'une singularité

Dans ce paragraphe, plusieurs trajectoires seront étudiées passant à proximité d'une singularité pour la configuration précédente de la plateforme micrométrique. Lorsque la trajectoire passe à proximité de la singularité et comme le changement de posture n'est plus possible, une forte variation angulaire est observée sur l'angle θ_2 . Pour cela, nous reprenons les trois trajectoires précédentes en les décalant d'une petite quantité selon plusieurs directions. Dans la figure 6.3, le sens des trois vecteurs privilégiés est présenté. Le premier \vec{T} est le vecteur unitaire tangent à l'hélice au point F, le deuxième \vec{N} est le vecteur unitaire perpendiculaire à l'hélice au point F dans le plan osculateur ADBC et le troisième \vec{O} est un vecteur unitaire perpendiculaire au plan osculateur ADBC.

Pour étudier la variation articulaire de la plate-forme micrométrique avec des trajectoires à proximité d'une singularité, plusieurs décalages seront effectués sur AB, CD et EG.

- Petite variation de la Trajectoire AB tangente à l'hélice de singularité : deux cas ont été analysés. Le premier cas en étudiant les vitesses articulaires pour cette trajectoire et en décalant cette trajectoire dans le sens positif de \vec{N} et

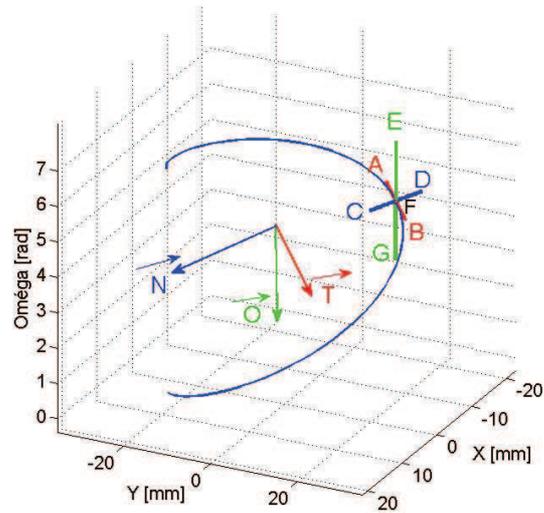


FIGURE 6.3: Courbe de singularité lorsque $\theta_3 = \pi$ et les vecteurs privilégiés.

dans le sens négatif de \vec{N} avec la distance $d1$. Le résultat de cette analyse est présenté dans la figure 6.4.

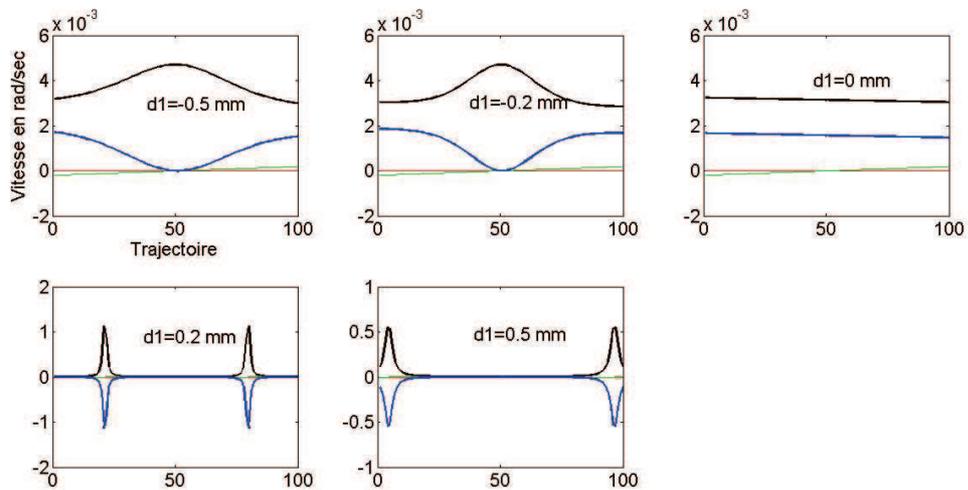


FIGURE 6.4: Vitesses articulaires en décalant la Trajectoire AB tangente à l'hélice de singularité dans le sens de \vec{N} .

La courbe en rouge concerne l'axe 1 qui est fixe pour notre cas, celle en noire appartient à l'axe 2, celle en verte représente l'axe 3 et enfin celle en bleu

concerne l'axe 4. Ce code de couleur sera le même pour toute l'étude dans ce paragraphe. La distance $d1$ représente un décalage de la trajectoire. Lorsque $d1 = 0$, la trajectoire AB n'est pas décalée. Lorsque $d1$ est positif, deux discontinuités de la vitesse articulaire sont présentées car la trajectoire passe à proximité de la courbe de la singularité. Par contre, quand $d1$ est négatif, la trajectoire s'éloigne de l'hélice, aucune variation articulaire importante n'est présente.

De la même manière, l'influence de décalage de la trajectoire AB a été étudiée mais cette fois dans le sens EG pour une distance $d2$. Le décalage $d2$ a été fait dans le sens positif et négatif de \vec{O} . Le resultat est illustré dans la figure 6.5.

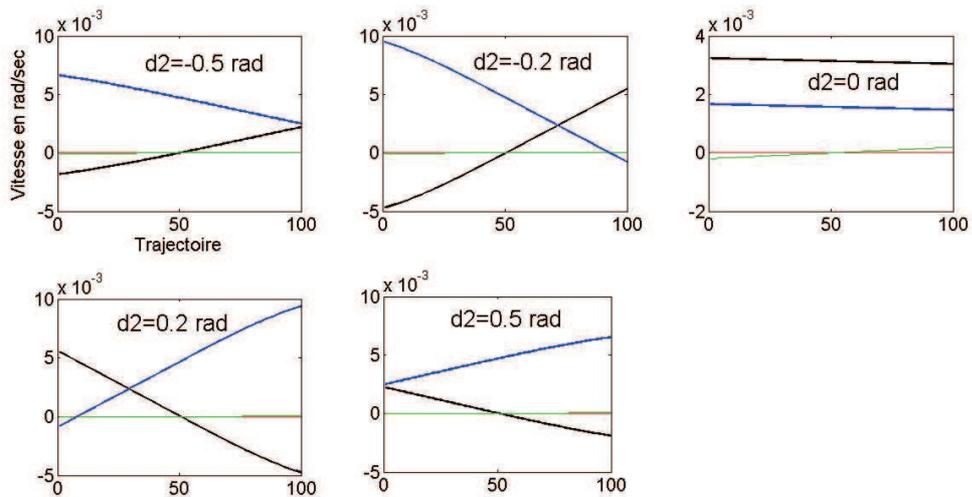


FIGURE 6.5: Vitesses articulaires en décalant la trajectoire AB tangente à l'hélice de singularité dans le sens de \vec{O} .

- Petite variation de la trajectoire CD du plan osculateur perpendiculaire à l'hélice de singularité : l'étude est faite pour un décalage $d3$ dans le sens positif de \vec{O} et pour un décalage $d4$ dans le sens négatif de \vec{O} . Les résultats de cette étude sont illustrés dans les figures 6.6 et 6.7.

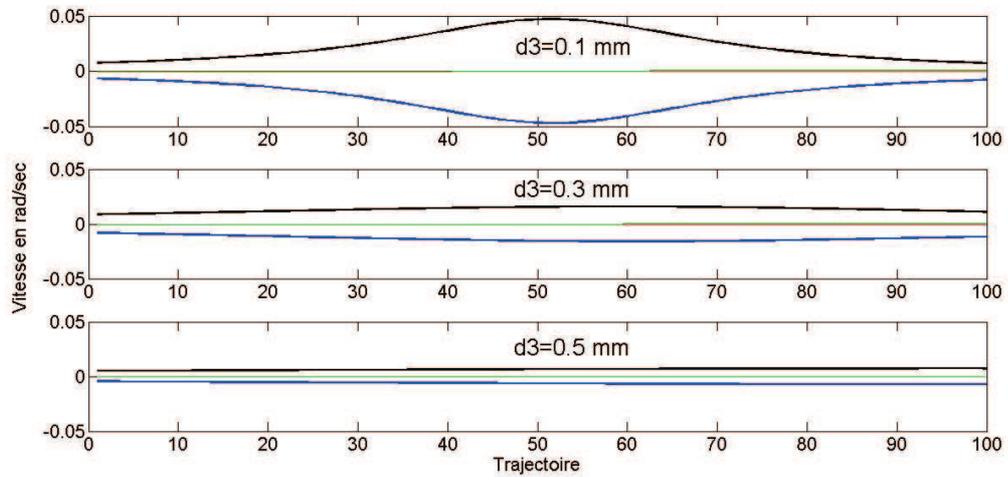


FIGURE 6.6: Vitesses articulaires en décalant la trajectoire CD dans le sens positif de \vec{O}_i .

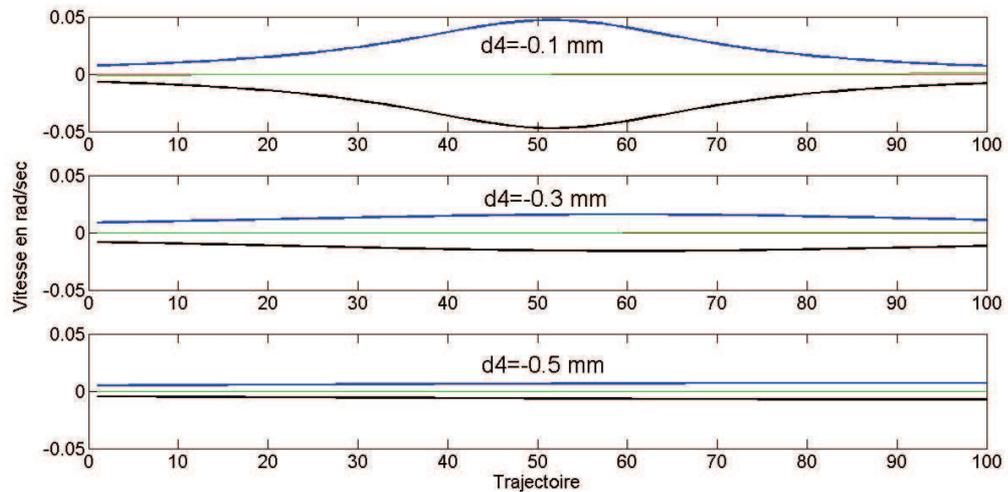


FIGURE 6.7: Vitesses articulaires en décalant la trajectoire CD dans le sens négatif de \vec{O}_i .

Cette analyse montre que plus la trajectoire est loin de la singularité, moins les variations des vitesses articulaires sont importantes.

- Petite variation de la trajectoire EG perpendiculaire au plan osculateur de l'hélice de singularité : ici, un décalage d_5 de cette trajectoire a été mis en

place dans le sens de \vec{N} dans le plan CEDG. Un autre décalage d_6 a été fait dans le sens négatif de \vec{N} . Les résultats de cette étude sont illustrés dans les figures 6.8 et 6.9.

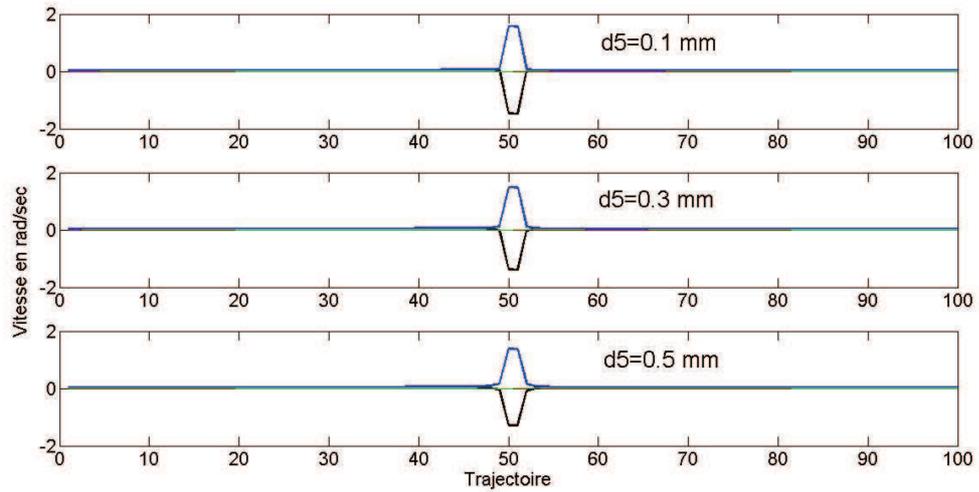


FIGURE 6.8: Vitesses articulaires en décalant la trajectoire EG dans le sens positif de \vec{N} .

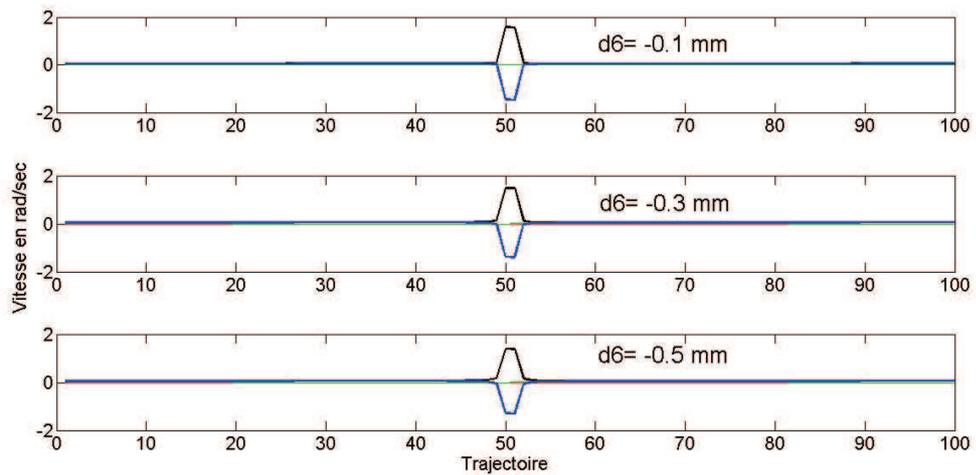


FIGURE 6.9: Vitesses articulaires en décalant la trajectoire EG dans le sens négatif de \vec{N} .

Les résultats de cette analyse montrent bien que proche des singularités, une variation de vitesse est importante ce qui peut provoquer un dépassement de la vitesse maximale du bras articulaire concerné et donc endommager son moteur ou bien le mécanisme du robot.

6.3 Stratégies de commande du robot

6.3.1 Exploitation de deux configurations d'intérêt

Le cas non redondant a permis de mettre en évidence des surfaces de singularités pour une valeur angulaire de $\theta_1 = \pi/4$. L'approche simplificatrice consiste à fixer $\theta_1 = \pi/4$ et à vérifier si la trajectoire traverse les lieux des singularités. Si cela s'avère exact, il s'agit alors de savoir si ces lieux sont modifiés lorsque l'angle θ_1 varie. Dans l'affirmative, la contrainte θ_1 est libérée afin de prendre une valeur différente et de permettre à la trajectoire d'éviter les lieux des singularités.

Après avoir analysé les courbes des singularités pour différentes valeurs de θ_1 , cinq cas seront présentés à partir de la valeur de $\theta_1 = \{0, \pi/4, \pi/2, 2\pi/3, \pi\}$ qui correspondent respectivement aux points A, B, C, D et E illustrés sur la figure 6.10.

La courbe correspondant au cas B illustre la singularité évoquée dans le chapitre 5 pour le cas non-redondant avec $\theta_1 = \pi/4$. Les projections des courbes de singularités dans les plans XY et $X\Omega$ pour différentes valeurs de θ_1 sont illustrées sur la figure 6.11.

Les rayons R_3 , R_9 et R_{10} qui apparaissent sur la figure 6.10 ont été calculés. Le rayon R_3 a déjà été calculé dans le chapitre 5. Il est équivalent à la distance BP_I de valeur 21,21mm. $R_9 = CP_I = 30 - 21,21 = 8,79mm$. $R_{10} = AP_I = \sqrt{(30)^2 + (21,21)^2} = 36,74mm$.

En conclusion, il apparaît que les lieux des singularités dépendent de l'angle θ_1 . Les cas B et D qui sont idéaux correspondent à ceux évoqués dans le brevet [2]. La

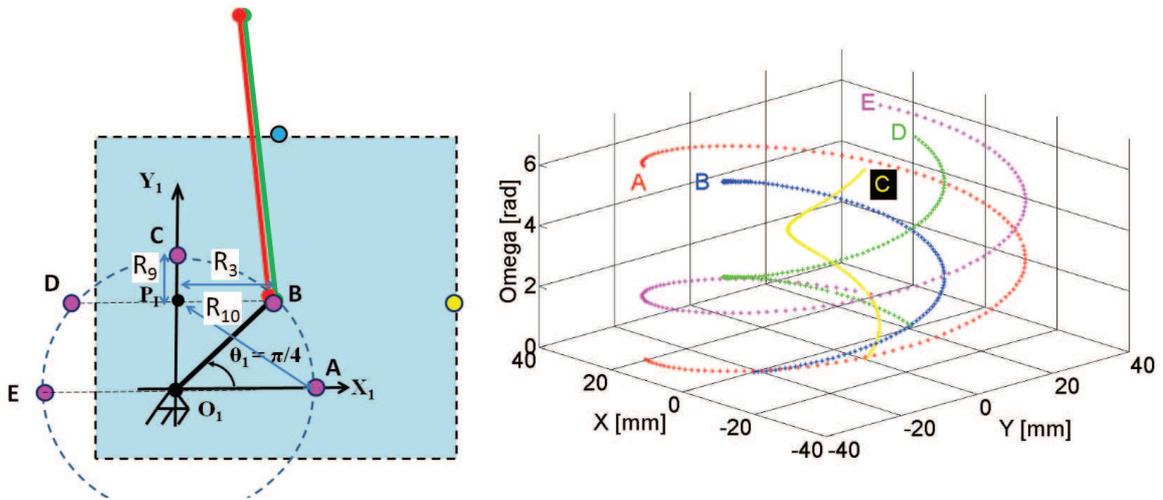


FIGURE 6.10: Variation de la courbe de singularité pour différentes valeurs de θ_1 .

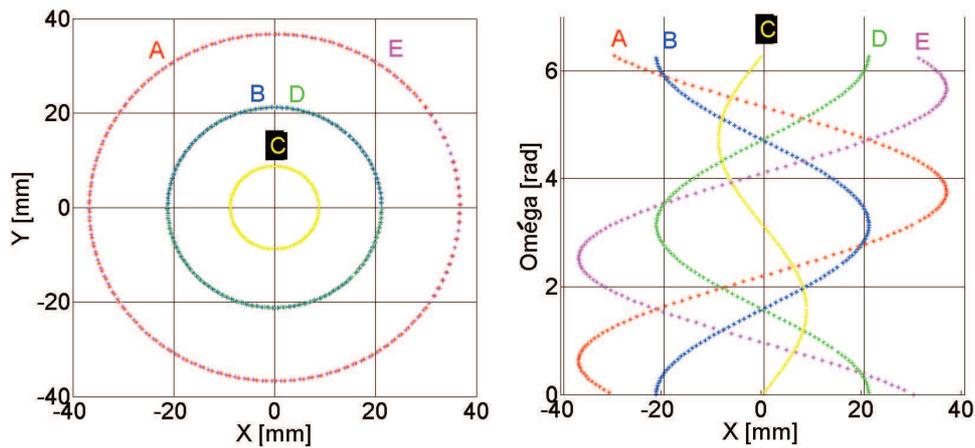


FIGURE 6.11: Projection des courbes de singularités dans les plans XY et $X\Omega$ pour différentes valeurs de θ_1 .

stratégie adoptée afin d'éviter qu'une trajectoire ne coupe la courbe de singularités dans l'espace de travail est la suivante :

- Le premier axe est positionné à sa valeur initiale $\theta_1 = \pi/4$ représenté par le cas B. On vérifie alors si la trajectoire calculée est proche de la courbe de singularités.
- Dans l'affirmative, le premier axe est repositionné à une nouvelle valeur

angulaire $\theta_1 = 2\pi/3$ représenté par le cas D.

- Si la trajectoire persiste à couper la courbe de singularités, l'angle θ_1 est modifié tel que $\theta_1 = 0, \pi/2, \pi$, ce qui correspond aux cas A, C et E. Dans l'un de ces cas, le robot évite les singularités mais s'éloigne un peu du point d'intérêt.

Lorsque les aspects sont définis, il faut choisir une position idéale d'un robot série parmi la multiplicité de solutions offertes par MGI. La connaissance des courbes et surfaces de singularités permet de définir une configuration initiale du robot manipulateur qui permettra de parcourir la totalité d'une trajectoire d'un seul trait. La réalisation d'une trajectoire continue nécessite de connaître la posture du manipulateur, righty ou lefty, afin de vérifier qu'elle appartient au même aspect. Bien entendu, sur cette frontière, une certaine perte de mobilité est à prévoir et le rang de la matrice jacobienne diminue. Dans le cas non-redondant, les images de ces aspects dans l'espace opérationnel sont confondues telles que présentées sur la figure 6.12 car le domaine de variation de chaque articulation est égal à 2π .

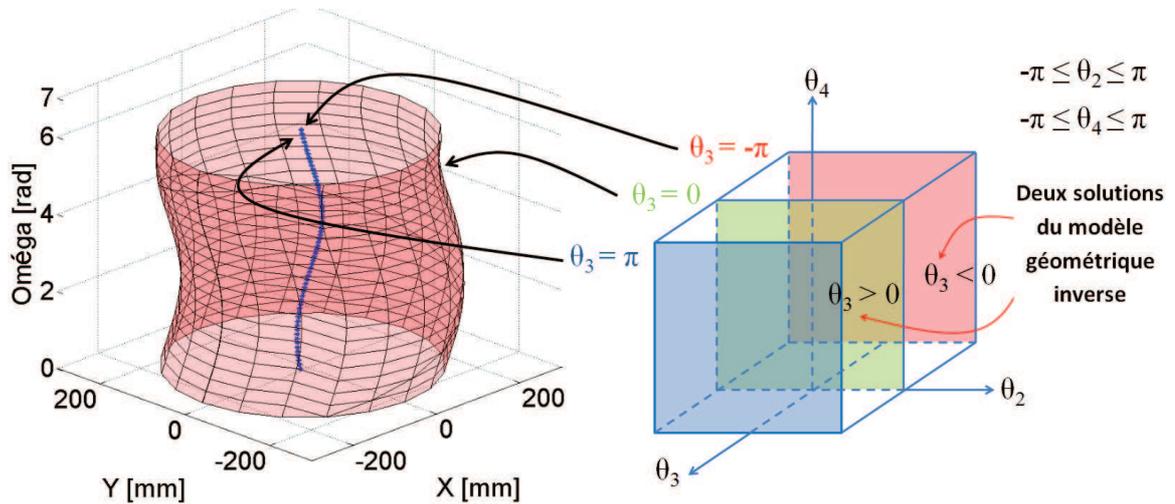


FIGURE 6.12: Deux aspects dans le cas non-redondant.

6.3.2 Méthodes et critères d'optimisation pour la commande d'un robot redondant

Les surfaces des singularités pour le cas redondant ont été traitées dans le chapitre précédent. Il s'agit de quatre surfaces représentées par S_3 , S_4 , S_5 et S_6 . A proximité du sommet des carrés, une trajectoire peut rencontrer dans l'espace opérationnel l'une des surfaces de singularités liées à des cas de type S_4 dans l'espace X, Y . Une attention particulière doit être apportée aux surfaces de singularités liées à des cas de types S_5 et S_6 , car ces derniers sont entièrement contenus à l'intérieur de l'espace opérationnel. Les surfaces de singularités contenues à l'intérieur de l'espace de travail (et qui ne correspondent pas à la frontière) peuvent être évitées en tirant parti de la redondance du robot. Sur les lieux des singularités, une infinité de solutions pour le MGI existe. Parmi cet ensemble, certaines solutions peuvent être choisies pour lesquelles la matrice jacobienne n'est pas singulière. La figure 6.13 propose quatre solutions différentes parmi une infinité qui définissent le lieu du point O dans la cas S_5 .

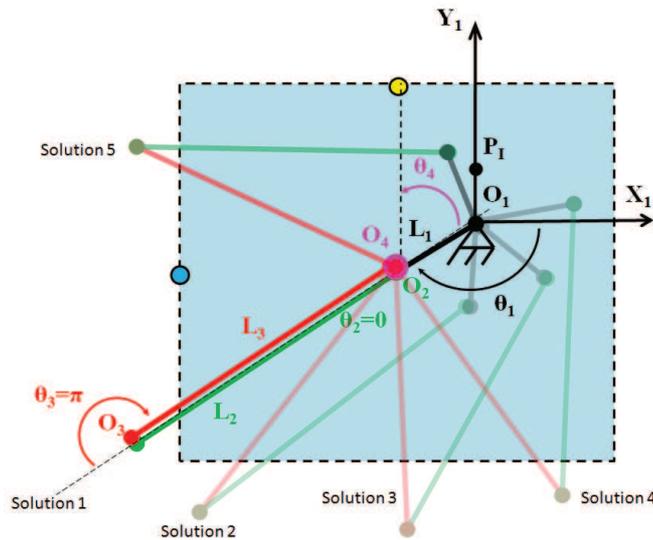


FIGURE 6.13: Une infinité de solutions pour le cas redondant (S_5) sur le point O.

Un système redondant présente plus d'inconnues que d'équations. Cette liberté permet d'optimiser un critère. Une méthode d'optimisation consiste à déterminer les valeurs minimisant le critère à un instant t . On se déplace alors d'un pas, puis on renouvelle la même démarche à partir de cette position. Dans un premier temps, plusieurs méthodes de calcul dédiées à ce type d'optimisation seront présentées. Dans un second temps, un test réalisé à partir de la plate-forme micrométrique sera développé. On y montre le robot qui s'éloigne des singularités en maximisant la manipulabilité discutée dans le cadre du chapitre 5.

La littérature propose différentes méthodes de calcul d'optimisation pour traiter la redondance d'un robot. Dans ce contexte, on peut citer la méthode de la jacobienne étendue. Cette méthode consiste comme son nom l'indique à accroître la matrice jacobienne [67]. Le calcul du modèle inverse se trouve simplifié, il suffit d'effectuer une inversion de matrice carrée. Le revers de cette méthode est la limitation du degré de redondance à l'unité.

On peut citer également la méthode de l'optimisation sous contraintes [68] qui utilise les multiplicateurs de Lagrange. Il existe aussi la méthode de projection du gradient sur l'espace nul de J [69], [70], [71]. La forme générale de la solution découle de l'équation suivante :

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{X} + (I - J^+ J) \frac{\partial H}{\partial \theta} \quad (6.1)$$

La première partie de l'équation correspond à la pseudo-inverse de la matrice jacobienne qui minimise la somme quadratique des vitesses angulaires : $\sum \dot{\theta}_i^2$. La deuxième partie représente la projection du gradient de la fonction $H(\theta)$ sur l'espace nul (noyau) de J donné par $I - J^+ J$. Cette forme est la plus fréquente dans les articles, probablement en raison de sa facilité de mise en œuvre [72].

Ce problème est solutionné par une droite qui représente l'espace nul de la matrice jacobienne dans un espace de dimension 2 : θ_1 et θ_2 en considérant que ce système est redondant d'ordre 1. La figure 6.14 montre la solution de norme

minimale des vitesses $\Delta\theta_1$ et $\Delta\theta_2$ obtenues avec l'intersection d'une droite passant par l'origine et orthogonale à l'ensemble des solutions calculées par le noyau de la jacobienne $N(J)$.

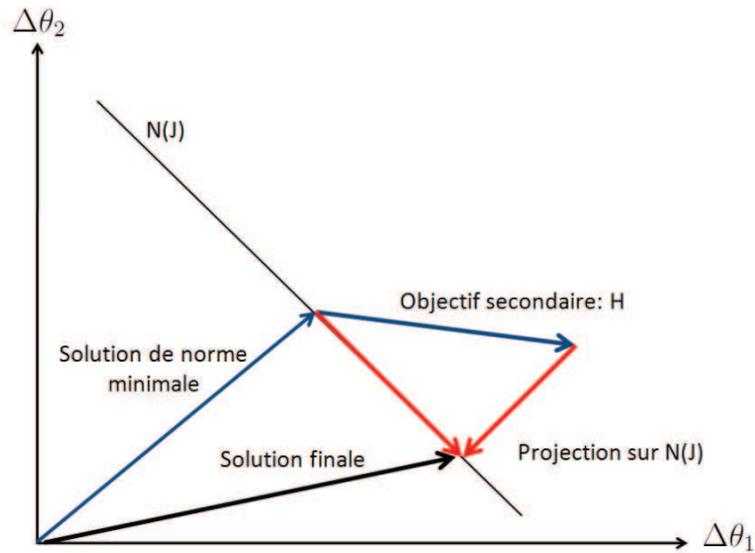


FIGURE 6.14: Représentation graphique de la partition de l'espace des solutions.

Cette figure représente aussi la fonction de l'objectif secondaire H . De nombreuses fonctions de coût ont été proposées pour l'optimisation des postures en utilisant cette méthode [73], [72], [6], [74].

6.3.3 Implémentation d'une méthode d'optimisation

Dans le chapitre 5, il a été vu que lorsque l'organe de manipulation se trouve dans une configuration singulière, la manipulabilité est nulle [4]. En ce qui concerne le cas redondant, la matrice jacobienne $J(\theta)$ n'est pas carrée et la manipulabilité se calcule selon [9] :

$$H(\theta) = M_2(\theta) = \sqrt{\det(J(\theta) \times J(\theta)^T)} \quad (6.2)$$

Cette fonction est à maximiser afin de s'assurer que le manipulateur s'éloigne

des singularités. Ce paragraphe présente le résultat de l'optimisation par la méthode de maximisation de la manipulabilité. Sur l'interface homme-machine présentée dans le chapitre 3, une vue permettant de voir la simulation de mouvement des trajectoires désirées par l'utilisateur est développée comme représentée sur la figure 6.15. Sur cette figure, A1 et A2 représentent respectivement Ω_1 et Ω_2 . Une trajectoire de $\{0, 0, 0\}$ à $\{100, 100, 0.7\}$ dans le repère cartésien (X, Y, Ω) est exécutée sur une durée de dix secondes. Cet outil permet à l'utilisateur de commander le robot d'une manière simple, et de simuler les déplacements.

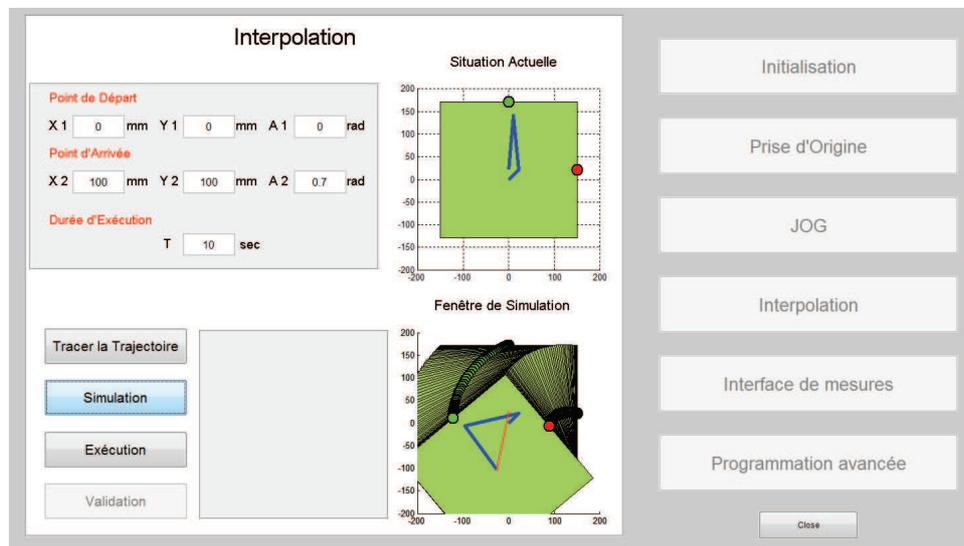


FIGURE 6.15: Vue de l'interface de commande durant la réalisation d'une trajectoire.

Un modèle développé en trois dimensions et représenté à la figure 6.16 permet de visualiser la simulation du mouvement de la plate-forme micrométrique.

Par exemple, une trajectoire dans l'espace opérationnel (X, Y, Ω) est effectuée de $\{0, 0, 0\}$ à $\{-100, -90, 0\}$ pour deux cas. Dans un premier temps, seule la première partie de l'équation 6.1 sera appliquée, ce qui revient à ne pas optimiser la manipulabilité. Dans un second temps, les deux parties de l'équation 6.1 sont considérées, ce qui revient à prendre en compte la maximisation de la manipulabilité. La figure 6.17 représente la configuration initiale du robot définie pour

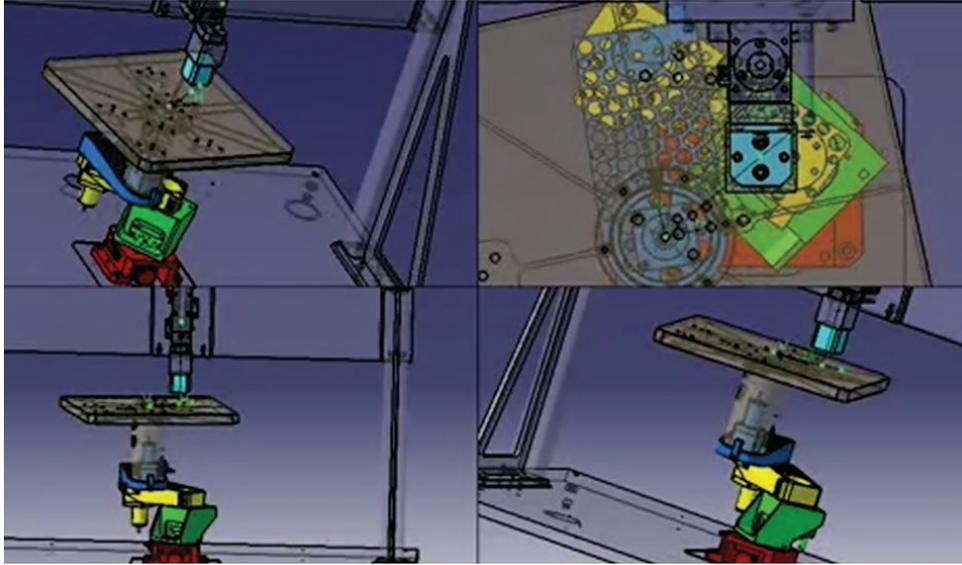


FIGURE 6.16: Simulation du mouvement de la plate-forme micrométrique en 3D.

effectuer la trajectoire.

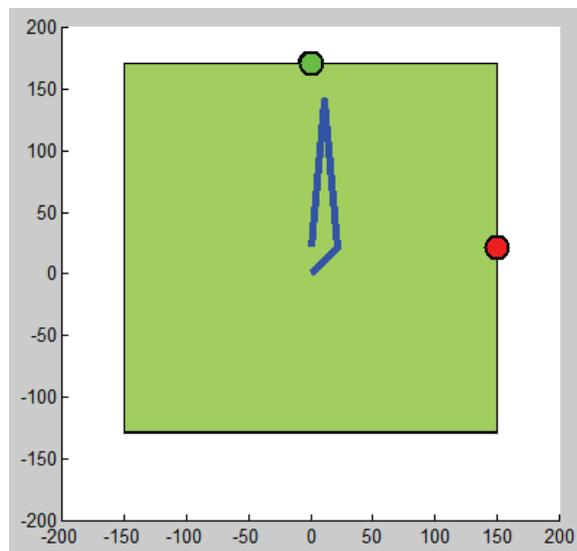


FIGURE 6.17: La configuration initiale de la plate-forme micrométrique.

La partie droite de la figure 6.18 représente la configuration singulière obtenue sans algorithme d'optimisation. Il s'agit d'une singularité de type S_5 . La partie gauche de la figure 6.18 représente la configuration au même point de la

trajectoire en considérant l'optimisation. Cet algorithme d'optimisation assure au robot l'évitement des lieux des singularités.

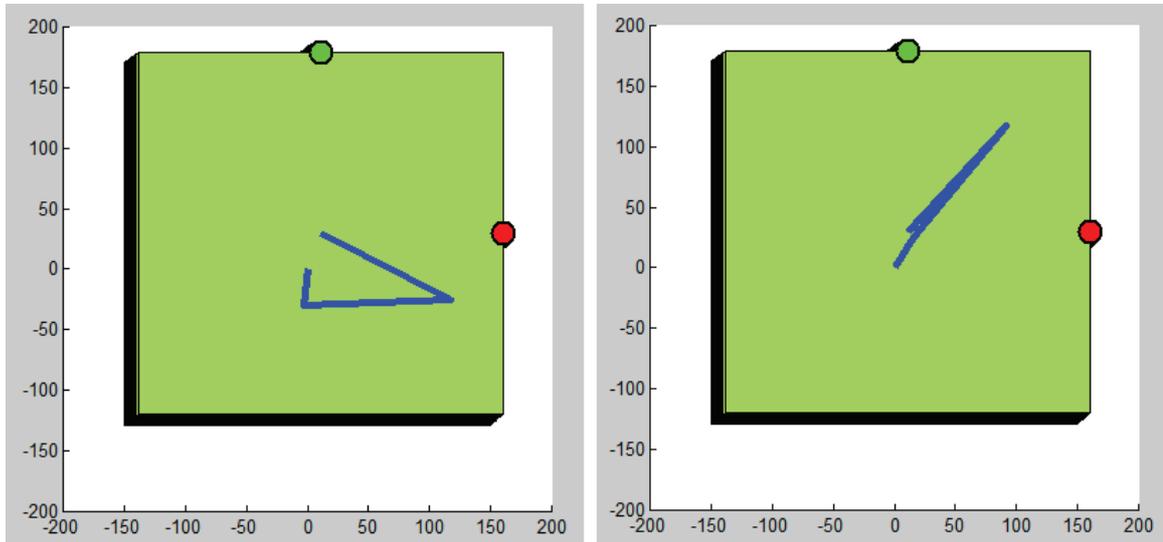


FIGURE 6.18: La configuration singulière sans optimisation (à droite) et la configuration non-singulière (à gauche) avec optimisation.

Cette trajectoire est segmentée en plusieurs points. La manipulabilité est calculée pour chaque segment. La figure 6.19, représente la manipulabilité avec et sans optimisation dans le cas d'une trajectoire effectuée sur un espace temps de dix secondes.

La courbe rouge représente la manipulabilité proche de zéro au voisinage de la singularité. La courbe verte démontre les performances du critère d'optimisation lorsqu'il s'agit de s'éloigner des singularités. La somme des variations angulaires quadratiques avec et sans optimisation est représentée sur la figure 6.20. Cela donne un aperçu du coût de l'optimisation. Dans ce test, l'énergie dépensée pour s'éloigner des singularités est deux fois et demie supérieure à l'énergie nécessaire pour réaliser la même trajectoire sans optimisation.

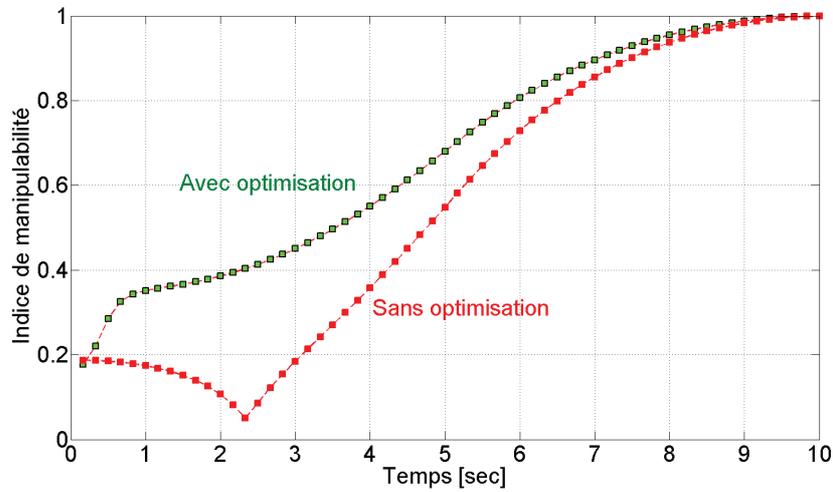


FIGURE 6.19: Indice de manipulabilité avec et sans optimisation.

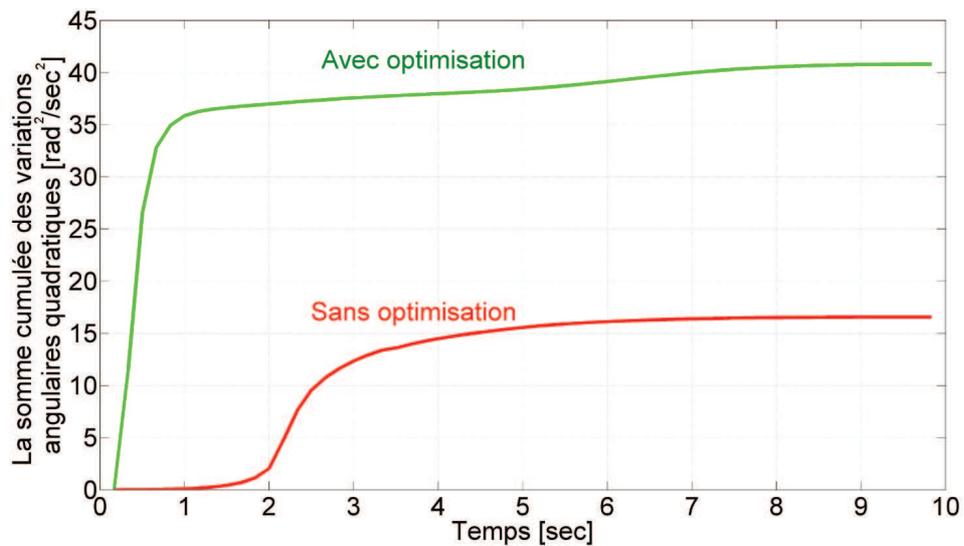


FIGURE 6.20: La somme cumulée des variations angulaires quadratiques avec et sans optimisation.

6.4 Conclusions

Dans ce chapitre, une étude détaillée a été mise en place pour comprendre l'influence des singularités sur les vitesses articulaires si la trajectoire passe exactement par les singularités ou reste dans leur voisinage. Trois directions privilégiées

ont été étudiées : tangente à l'hélice de singularité, perpendiculaire à la tangente et perpendiculaire au plan osculateur. Ce chapitre a permis de comprendre l'influence de la singularité pour des trajectoires qui passent par les singularités et pour celle qui passe dans leur voisinage. En plus, cette variation importante des vitesses articulaires ne dépend pas seulement de la distance de singularité, mais aussi de la direction de la trajectoire : tangente, perpendiculaire ...etc.

En ce qui concerne le cas non redondant, lorsque la trajectoire désirée coupe ou bien se situe très proche de la courbe de singularité, la solution d'évitement consiste à modifier la position angulaire θ_1 . Cela permet de changer la position de la courbe de singularité dans l'espace opérationnel (X, Y, Ω) et donc d'éviter une rencontre avec la trajectoire.

Pour le cas redondant, il existe une infinité de solutions pour le MGI. Cela permet d'optimiser une position selon un critère. La méthode de projection du gradient a été choisie pour s'éloigner des singularités en maximisant l'indice de manipulabilité. Un exemple a été présenté dans ce chapitre qui montre que la plate-forme s'éloigne de la singularité. Il faut noter que la projection du gradient de la fonction $H(\theta)$ sur l'espace nul (ou noyau) de J ne correspond pas forcément à la solution idéale pour cette application. Il serait intéressant de tester un grand nombre de trajectoires afin d'étudier les points faibles de cet algorithme dans le but d'apporter des améliorations si nécessaire.

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

La table micrométrique présente une avancée technologique par rapport aux systèmes existants à l'heure actuelle. Les essais réalisés dans le cadre de cette thèse nous ont permis de mesurer une répétabilité inférieure à deux microns en mode fin selon deux méthodes. La première méthode dite à contact mécanique basée sur l'utilisation d'un cube et de deux comparateurs a permis de quantifier une répétabilité de $4\mu m$ en mode grossier et $2\mu m$ en mode fin. La seconde méthode s'est appuyée sur l'emploi d'une caméra délivrant un signal d'analyse vidéo. La répétabilité mesurée par cette méthode en mode grossier est de $6.5\mu m$ et de $1.4\mu m$ en mode fin.

Les résultats issus des deux méthodes peuvent être analysés de la manière suivante : les performances de la répétabilité estimées dans le mode fin sont presque identiques quelque soit le procédé utilisé. D'autre part, en ce qui concerne le mode grossier, il existe une différence significative. Ceci peut être expliqué par la procédure expérimentale mise en œuvre. Afin d'éviter les contacts mécaniques entre le cube de mesure et les micromètres, la longueur de la trajectoire a été réduite à 5 mm entre les points HP et MP dans le mode grossier, tandis que cette trajectoire peut être aussi longue que 300 mm lors de l'utilisation du système de vision. Bien sûr, si la trajectoire est plus longue, les incertitudes de positionnement

peuvent de ce fait être plus importantes. L'erreur maximale de positionnement a été aussi calculée. En utilisant une résolution spatiale de $1\mu m$, l'erreur de position maximale peut être maintenue en dessous de $2.1\mu m$. Ces performances sont mises à profit à proximité des singularités.

Par la suite, les lieux des singularités de la plate-forme XY-Thêta ont été identifiés dans les deux cas suivants :

1. Pour un angle $\theta_1 = \pi/4$ pour le cas non redondant, les lieux des singularités identifiés sont d'une part les surfaces habituelles correspondant aux limites extérieures, et d'autre part une hélice qui se trouve à l'intérieur de l'espace de travail. Un des résultats fondamentaux de notre recherche réside dans l'existence de cette hélice de singularité à la place d'une surface pour un robot à trois dimensions (X, Y, Ω) . Ce résultat a conduit à détailler les contraintes cinématiques attachées à cette courbe.
2. Lorsque le robot est redondant, les lieux des singularités sont identifiés en résolvant l'équation $\det(J \times J^T) = 0$. Si la commande du robot est bien gérée, ces surfaces n'apparaîtront pas dans l'espace de travail.

Le concept de la manipulabilité de la plate-forme a été abordé. Les résultats obtenus dans le cadre de l'étude de la manipulabilité ont confirmés l'identification des lieux des singularités définis par la matrice de la jacobienne. En tout état de cause, la manipulabilité représente un indice concret capable de mesurer la distance à la singularité.

Une stratégie a été élaborée pour les cas redondants et non redondants qui permet l'évitement de singularités lors du parcours d'une trajectoire. Lorsque la trajectoire coupe la courbe de singularité dans les cas non redondants, la solution d'évitement consiste à modifier la position angulaire θ_1 . Cela permet de modifier la position de la courbe de singularités dans l'espace opérationnel (X, Y, Ω) et donc d'éviter une rencontre avec la trajectoire. Pour le cas redondant, il existe une infinité de solutions pour le modèle géométrique inverse (MGI). Cela permet

d'optimiser une position selon un critère. La méthode de projection du gradient a été choisie pour s'éloigner des singularités en maximisant l'indice de manipulabilité.

Evolutions futures

La prochaine étape de notre travail sera de mettre en œuvre un système de commande pour éviter les singularités lors du parcours d'une trajectoire. En effet, nous avons proposé dans le chapitre six une stratégie pour les cas redondants et non redondants. Cette stratégie n'a pas été implémentée dans un algorithme de commande et donc il sera important de finaliser la commande pour que la table travaille de manière plus autonome. Cette commande pourra être intégrée dans l'interface homme-machine que l'on a commencé à développer dans la partie « Programmation avancés ».

Dans le dernier chapitre, une étude détaillée a été réalisée pour comprendre l'influence des singularités sur les vitesses articulaires si la trajectoire passe exactement par les singularités ou reste dans leur voisinage pour le cas non redondant. Ce serait intéressant de prolonger cette étude pour le cas redondant ou la situation est plus complexe. Toujours dans le même chapitre, il s'avère que la méthode utilisant la projection du gradient sur le noyau de la matrice de la Jacobienne ne conduit pas toujours à la solution idéale. En effet, cette méthode peut conduire à une solution incluant des vitesses qui dépassent les vitesses maximales autorisées pour chacun des axes. Pour cela, un système de commande particulier doit être mise en place pour optimiser les caractéristiques dynamiques de la trajectoire sans dépasser les vitesses autorisées des axes.

Enfin, ce projet inclut la construction d'un prototype de robot incluant tous les aspects industriels, modélisations géométriques, programmations, analyses... etc. Il sera utile de rédiger un document pédagogique qui explique en détails les étapes pour construire ce robot. Ce document pourrait être très utile pour créer des travaux pratiques et mettre les étudiants d'écoles d'ingénieurs ou de

master en situation pour découvrir concrètement les étapes importantes lors de la construction d'un robot.

Le laboratoire GREAH noue des contacts avec des fabricants de robots susceptibles d'intégrer la table micrométrique dans leur offre commerciale. Des applications dans le cadre de travaux pratiques à caractère pédagogique sont également envisagées.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Z. Mi, J. Yang, J. Kim, and K. A. Malek, “Determining the initial configuration of uninterrupted redundant manipulator trajectories in a manufacturing environment,” *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 27, pp. 22–32, 2011.
- [2] J. F. Brethé, “Robot manipulateur et commande associée pour un positionnement fin de l’extrémité terminale,” Patent, FR2008/52750, Apr. 2008.
- [3] *Mécatronique*, Norme française homologuée, NF E 01-010, 2008 Std.
- [4] W. Khalil and E. Dombre, *Modeling, Identification and Control of Robots*, H. P. Ltd, Ed., 2002.
- [5] J.-P. Merlet, *Parallel Robots*. 2nd Ed. Springer, 2006.
- [6] A. A. Maciejewski and C. A. Klein, “Obstacle avoidance for kinematically redundant manipulators in dynamically varying environments,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 4, no.3, pp. 109–117, 1985.
- [7] J. Baillieul, “Avoiding obstacles and resolving kinematic redundancy,” in *Intl. Conf. on Robotics And Automation, San Francisco, USA*, 1986.

- [8] S. Yahya, M. Moghavvemia, and H. A. Mohamed, "Singularity avoidance of a six degree of freedom three dimensional redundant planar manipulator," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 64, pp. 856–868, 2012.
- [9] T. Yoshikawa, "Analysis and control of robot manipulators with redundancy," *Robotics Research : The First International Symposium. Cambridge, Mass*, pp. 735–747, 1984.
- [10] ISO9946, *Manipulating Industrial Robots - Presentation of characteristics*. ISO, 1999.
- [11] A. N. S. Institute, *American National Standard for Industrial Robots and Robot Systems - Point-to-Point and Static Performance Characteristics - Evaluation, R15.05-1-1990*. ANSI, 1990.
- [12] R. Bernhardt and S. Albright, *Robot calibration*. Chapman and Hall, 1993.
- [13] J. F. Quinet, *R7800 - Evaluation des performances des robots industriels*. Techniques de l'Ingénieur, 1995, pp. 1–10.
- [14] E. Ramsli, "Probability distribution of repeatability of industrial robots," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 10, pp. 276–283, 1991.
- [15] Y. Edan, L. Friedman, A. Mehrez, and L. Slutski, "A three-dimensional statistical framework for performance measurement of robotic systems," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 14, pp. 307–315, 1998.
- [16] R. Riemer and Y. Edan, "Evaluation of influence of target location on robot repeatability," *Robotica*, vol. 18, pp. 443–449, 2000.
- [17] O. F. Offodile and K. Ugwu, "Evaluating the effect of speed and payload on robot repeatability," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 8, pp. 27–33, 1991.
- [18] J.-F. Brethé, E. Vasselín, D. Lefebvre, and B. Dakyo, "Modelling of repeatability phenomena using the stochastic ellipsoid approach," *Robotica*, vol. 24, pp. 477–490, 2006.

- [19] D. Dandash, “Modélisation et évaluation des performances à l’échelle micrométrique des robots manipulateurs,” Ph.D. dissertation, Université du Havre, 2012.
- [20] J. F. Brethé and D. Lefebvre, “Risk ellipsoids and granularity ratio for industrial robots,” *International Journal of Factory Automation, Robotics and Soft Computing*, no. 2, pp. 93–101, 2007.
- [21] R. Michel, “Etude de la répétabilité des robots manipulateurs parallèles,” Ph.D. dissertation, Université du Havre, 2012.
- [22] J. F. Brethé and B. Dakyo, “A stochastic ellipsoid approach to repeatability modelisation of industrial robots,” in *IROS*, 2002, pp. 1608–1613, Lausanne, Switzerland.
- [23] J. F. Brethé, “Granular stochastic space modeling of robot micrometric precision,” in *IROS*, 2011, pp. 4066–4071, San Francisco, USA.
- [24] J. F. Brethé, “Contribution à la modélisation de la répétabilité des robots manipulateurs par les ellipsoïdes stochastiques,” Ph.D. dissertation, Université du Havre, 2004.
- [25] —, “Caractérisation, dimensionnement et commande des robots manipulateurs industriels pour une meilleure précision,” in *HDR*, 2012.
- [26] J. F. Brethé, “Innovative kinematics and control to improve robot spatial resolution,” in *IROS*, 2010, pp. 3495–3500, Taipei, Taiwan.
- [27] P. Wenger, “Cuspidal and noncuspidal robot manipulators,” *Robotica*, vol. 25, pp. 717–724, 2007.
- [28] D. Chablat and P. Wenger, “Working modes and aspects in fully parallel manipulators,” *Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 1964–1969, 1998.
- [29] G. Yang, W. Chen, and I.-M. Chen, “A geometrical method for the singularity analysis of 3-rrr planar parallel robots with different actuation schemes,” in *Conference : Intelligent Robots and Systems*, 2002, Lausanne, Switzerland.

- [30] C. Gosselin and J. Angeles, “Singularity analysis of closed-loop kinematic chains,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 6, pp. 281–290, 1990.
- [31] C.-C. Kao, S.-L. Wu, and R.-F. Fung, “The 3rps parallel manipulator motion control in the neighborhood of singularities,” in *Proceedings of the International Symposium on Industrial Electronics, Mechatronics and Applications*, vol. 1, pp. 165–179, 2007.
- [32] S. Ronchi, O. Company, S. Krut, F. Pierrot, and A. Fournier, “High resolution flexible 3-rrr planar parallel micro-stage in near singular configuration for resolution improvement (part i),” *IROS*, pp. 547–552, 2005, Edmonton, Canada.
- [33] L.-W. Tsai, *Robot Analysis : The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. John Wiley & Sons, 1999.
- [34] O. Bohigas, D. Zlatanov, L. Ros, M. Manubens, and J. M. Porta, “Numerical computation of manipulator singularities,” in *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2012.
- [35] O. Bohigasa, M. Manubensa, and L. Rosa, “Singularities of non-redundant manipulators : A short account and a method for their computation in the planar case,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 68, pp. 1–17, 2013.
- [36] J. Burdick, “A classification of 3r regional manipulator singularities and geometries,” *Mechanism and machine theory*, vol. 30, No.1, pp. 71–89, 1993.
- [37] O. Khatib, “introduction to robotics,” in *lecture notes by internet*, 2008.
- [38] D. Zlatanov, R. G. Fenton, and B. Benhabib, “A unifying framework for classification and interpretation of mechanism singularities,” *Transactions of the ASME*, vol. 117, pp. 566–572, 1995.
- [39] D. Zlatanov, I. Bonev, and C. Gosselin, “Constraint singularities of parallel mechanisms,” in *ICRA : international conference on robotics and automation*, 2002, Saint Paul, Minnesota, USA.

- [40] J. P. Merlet, “Singular configurations of parallel manipulators and grassmann geometry,” *International Journal of Robotics Research*, vol. 8(5), pp. 45–56, 1989.
- [41] J.-P. Merlet, C. M. Gosselin, and N. Mouly, “Workspaces of planar parallel manipulators,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 33, pp. 7–20, 1998.
- [42] J. P. Merlet, “A formal-numerical approach for robust in-workspace singularity detection,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 23,no.3, pp. 393–402, 2007.
- [43] P. Borrel and A. Liegeois, “A study of multiple manipulator inverse kinematic solutions with applications trajectory planning and workspace determination,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1180–1185, 1986, Philadelphia, USA.
- [44] P. Wenger and P. Chedmail, “Ability of a robot to travel through its free workspace in an environment with obstacles,” *The International Journal of Robotics Research*, pp. 214–227, 1991.
- [45] E. Ottaviano, M. Ceccarelli, and M. Husty, “Workspace topologies of industrial 3r manipulators,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 4, pp. 355–364, 2007.
- [46] P. Wenger, “Uniqueness domains and regions of feasible paths for cuspidal manipulators,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 20(4), pp. 745–750, 2004.
- [47] J. Broida and S. Williamson, *A Comprehensive Introduction to Linear Algebra, 4.6 Cauchy-Binet theorem*. Addison-Wesley, 1989.
- [48] C. S. Ion NITU, Wladimir RACOVITA, “Detection of singular positions for a planar redundant manipulator,” in *SISOM, Robotics-Mechatronics Group*, 2005, Bucharest, Romania.

- [49] K. Abdel-Malek and H.-J. Yeh, "Crossable surfaces of robotic manipulators with joint limits," *ASME, Journal of Mechanical Design*, vol. 122, No. 1., pp. 52–61, 2000.
- [50] K. Abdel-Malek, H.-J. Yeh, and S. Othman, "Interior and exterior boundaries to the workspace of mechanical manipulators," *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, vol. 16, pp. 365–376, 2000.
- [51] K. Abdel-Malek and H.-J. Yeh, "Path trajectory verification for robot manipulators in a manufacturing environment," *IMechE, Journal of Engineering Manufacture*, vol. 211, part B, pp. 547–556, 1997.
- [52] J. F. Brethé, A. Hijazi, and D. Lefebvre, "Innovative xy-theta platform held by a serial redundant arm," in *Proc. IEEE International Workshop of Electronics, Control, Measurement, Signals and their application to Mechatronics*, pp. 146–151, 2013, Toulouse, France.
- [53] J. F. Brethé, "Robot manipulateur et commande associée pour un positionnement fin de l'extrémité terminale," Patent, PCT/FR2009/00459, Apr. 2009.
- [54] A. Hijazi, J. F. Brethé, and D. Lefebvre, "Characterization of repeatability of xy-theta platform held by robotic manipulator arms using a camera," *ICINCO*, pp. 421–427, 2014, Vienna, Austria.
- [55] *Matrox Imaging Library (MIL)*, October 20, 2008.
- [56] B. Tamadazte, S. Dembele, and N. L.-F. Piat, "A multiscale calibration of a photon video microscope for visual servo control," *Application to MEMS Micromanipulation and Microassembly, In Sensors and Transducers Journal (special issue in Robotic and Sensors Environments)*, vol. 5, pp. 37–52, March, 2009.
- [57] M. Ammi, V. Fremont, and A. Ferreira, "Flexible microscope calibration using virtual pattern for 3-d telemicromanipulation," in *IEEE International Conference Robotics and Automation*, April, 2005, Barcelona, Spain.

- [58] Y. Zhou and B. J. Nelson, “Calibration of a parametric model of an optical microscope,” *Optical Engineering*, vol. 38 (12), September, 1999.
- [59] J. F. Brethe, E. Vasselin, D. Lefebvre, and B. Dakyo, “Determination of the repeatability of a kuka robot using the stochastic ellipsoid approach.” in *ICRA*. IEEE, 2005, pp. 4339–4344, Barcelona, Spain.
- [60] A. Hijazi, J. F. Brethé, and D. Lefebvre, “Design of an xy-theta platform held by a planar manipulator with four revolute joints and evaluation of its precision,” *Robotica*, vol. 1, pp. 1–14, 2015.
- [61] T. Yoshikawa, “Manipulability of robotic mechanisms,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 4, pp. 3–9, 1985.
- [62] J.-P. Merlet, “Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots,” *Journal of Mechanical Design*, pp. 199–206, 2006.
- [63] M. J. Tsai and Y. H. Chiou, “Manipulability of manipulators,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 25, pp. 575–585, 1990.
- [64] S. Yahya, M. Moghavvemi, and H. A. Mohamed, “Geometrical approach of planar hyper-redundant manipulators : inverse kinematics, path planning and workspace,” *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 19, pp. 406–422, 2011.
- [65] N. Vahrenkamp, T. Asfour, G. Metta, G. Sandini, and R. Dillmann, “Manipulability analysis,” in *In Proceedings of IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, 2012, Osaka, Japan.
- [66] A. Hijazi, J. F. Brethé, and D. Lefebvre, “Singularity analysis of a planar robotic manipulator : Application to an xy-theta platform,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 100, pp. 104–119, 2016.
- [67] J. Baillieul, “Kinematic programming alternatives for redundant manipulators,” in *Robotics and Automation. Proceedings, IEEE International Conference*, 1985, Boston, USA.

- [68] P. Chang, “A closed-form solution for the control of manipulators with kinematic redundancy,” *IEEE Conf on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 9–14, 1986, San Francisco, USA.
- [69] H. Varma and M. Huang, “Analytic minimum-norm solution for rate coordination in redundant manipulators,” *Journal of robotic systems*, vol. 9, pp. 1001–1021, 1992.
- [70] D. Huberson, “Etude cinématique de la jambe du cycliste lors du pédalage,” in *D.E.A. de Mécanique Industrielle, L.M.P.M*, 1993.
- [71] H. Seraji, “Task-based configuration control of redundant manipulators,” *Journal of robotics systems*, vol. 9, pp. 411–451, 1992.
- [72] A. Liégeois, “Automatic supervisory control of the configuration and behaviour of multibody mechanisms,” *IEEE, Man and Cybernetics, SMC-7*, vol. 12, pp. 868–871, 1977.
- [73] T. Yoshikawa, “Manipulability of robotic mechanisms,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 4, pp. 3–9, 1985.
- [74] D. Whitney, “The mathematics of coordinated control of prosthetic arms and manipulators,” *ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 94, pp. 303–309, 1972.

TITRE :

Contribution à l'Analyse et à l'Exploitation des Singularités dans le cadre de l'Amélioration en terme de Précision des Systèmes Mécatroniques

RESUME :

Cette thèse porte sur l'analyse de la singularité d'un manipulateur plan pour l'application d'une XY-Théta plate-forme. Cette plate-forme possède une cinématique brevetée, conçue pour garder l'erreur finale de position en dessous de $2\mu\text{m}$ dans son espace de travail de dimensions $300\text{ mm} \times 300\text{ mm}$. Ces performances de haute précision s'expliquent par la proximité des singularités. Certains inconvénients peuvent survenir lorsque la trajectoire se rapproche des singularités, notamment si une vitesse articulaire élevée est atteinte. Par conséquent, l'objectif principal de cette thèse est d'identifier les lieux des singularités. Habituellement, quand un robot non-redondant se déplace dans un espace à trois dimensions, le lieu de singularité est défini par une surface. Une contribution majeure de ce travail de thèse réside dans l'identification d'une ligne hélicoïdale pour définir le lieu de la singularité au sein de l'espace de travail. Une autre partie du travail réalisé a consisté à prendre en compte la redondance du robot à identifier les lieux des singularités et dans ce cas à analyser les problèmes de contrôle liés à la traversée de surfaces de singularités. En dernier lieu, une attention a été portée sur l'indice de maniabilité afin d'évaluer la distance entre le manipulateur et la singularité.

MOTS CLES :

Précision des robots, Répétabilité, Exactitude, Résolution spatiale, Erreur maximale de position, Analyse des singularités, Surfaces des singularités, Manipulabilité, Matrice de la jacobienne, Manipulateur redondant, Plate-forme XY-Théta.

TITLE :

Contribution to the Analysis and Exploitation the Singularities to Improve the Precision of Mechatronic Systems

ABSTRACT :

This thesis deals with the singularity analysis of a planar robotic manipulator for the application of an XY-Theta platform. This XY-Theta platform has a patented kinematics designed to keep the final position error below $2\mu\text{m}$ in its $300\text{ mm} \times 300\text{ mm}$ workspace. But as the high precision performances are due to the proximity of singularities, some drawbacks may also appear when the trajectory is too close to singularities, such as large joint velocities, high forces and torques. Therefore, the main objective of this thesis is to identify the singularity loci. Usually, when a non-redundant robot operates in a 3D space, the singularity locus is represented by a surface. Here, one contribution is the identification of an helicoidal line for the singularity locus within the workspace. Another contribution is to take into account the redundancy of the robot, identify the singularity loci in this case and analyze the control problems linked to the crossing of singularity surfaces. Finally, the manipulability index is calculated to show how far the manipulator is from the singularity configuration.

KEY WORDS :

Robot Precision, Repeatability, Accuracy, Spatial Resolution, maximum Position Error, Singularity Analysis, Singular Surfaces, Manipulability, Jacobian Matrix, Redundant Manipulator Arm, XY-Theta Platform.

CONTACTS : GREAH, UFR Sciences, Université du Havre, BP540 76058 LE HAVRE
enganashejazi@hotmail.com
