



**HAL**  
open science

# Modélisation du couplage mutuel présent dans un réseau d'antennes : étude théorique et applications au radar MIMO et à un contexte RFID

Ayichatou Gueye

## ► To cite this version:

Ayichatou Gueye. Modélisation du couplage mutuel présent dans un réseau d'antennes : étude théorique et applications au radar MIMO et à un contexte RFID. Electronique. Université Paris-Est, 2018. Français. NNT : 2018PESC1154 . tel-02371942

**HAL Id: tel-02371942**

**<https://theses.hal.science/tel-02371942v1>**

Submitted on 20 Nov 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UNIVERSITE PARIS-EST

ECOLE DOCTORALE Mathématiques, Sciences et Technologies de l'Information et de  
la Communication

## Thèse

Pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université Paris-Est**

**Spécialité : Electronique, Optronique et Système**

présentée et soutenue par :

**Ayichatou GUEYE**

**Modélisation du couplage mutuel présent dans un  
réseau d'antennes : étude théorique, applications au  
radar MIMO et à un contexte RFID**

**Thèse dirigée par Geneviève BAUDOIN et encadrée par Benoit POUSSOT et  
Florence NADAL**

Rapport pour la **soutenance de thèse**  
présentée le **20 décembre 2018**

### **Membres du Jury :**

Président :	<b>Pr Michel TERRE</b>	CEDRIC - Conservatoire National des Arts et Métiers - Paris
Rapporteur :	<b>Pr Christophe CRAEYE</b>	Université Catholique de Louvain Belgique
Rapporteur :	<b>Dr Cyril DECROZE</b>	XLIM - Université de Limoges
Encadrant :	<b>Dr Benoit POUSSOT</b>	ESYCOM - Université Paris-Est
Encadrante :	<b>Dr Florence NADAL</b>	ESYCOM - ESIEE Paris
Directrice de thèse :	<b>Pr Geneviève BAUDOIN</b>	ESYCOM - ESIEE Paris



## Résumé

### **Modélisation du couplage mutuel présent dans un réseau d'antennes : étude théorique, applications au radar MIMO et à un contexte RFID**

Le couplage mutuel est un phénomène électromagnétique susceptible de se produire dans les réseaux d'antennes. Il est dû aux interactions électromagnétiques qui se produisent entre les éléments d'un réseau d'antennes et induisent une modification des paramètres intrinsèques des antennes. Lorsque la distance inter-élément diminue, les effets du couplage mutuel augmentent. La prise en compte du couplage mutuel dans les réseaux d'antennes, lors de leur conception ou dans les algorithmes de traitement d'antennes, permet d'avoir accès aux caractéristiques de rayonnement réel de chaque élément du réseau ce qui peut par exemple permettre d'améliorer les performances de détection/localisation de cibles à l'aide d'un radar MIMO (Multiple Input Multiple Output). Dans un contexte RFID (Radio Frequency IDentification), modéliser le couplage mutuel permet de modéliser le système formé par un ensemble de tags et de statuer sur le comportement du système dans une configuration donnée.

Cette thèse porte sur la modélisation du couplage mutuel présent dans un réseau d'antennes. Nous avons d'abord proposé une nouvelle méthode de modélisation du diagramme de rayonnement de l'élément actif basée sur la résolution de problèmes d'optimisation au sens des moindres carrés pour trouver les pondérations complexes qui modélisent les interactions électromagnétiques entre les éléments du réseau. Ces pondérations complexes peuvent être utilisées comme des lois d'excitation à appliquer à une antenne isolée décrivant les positions des éléments du réseau, afin d'étudier expérimentalement le comportement d'un réseau d'antennes. Cette modélisation du couplage mutuel est ensuite appliquée dans un contexte radar MIMO où nous montrons qu'il est possible de synthétiser le diagramme de rayonnement de l'élément actif sur une plateforme expérimentale de radar MIMO composée d'une seule antenne émettrice et d'une seule antenne réceptrice qui se déplacent sur des rails en des positions prédéfinies. A la réception, la matrice des signaux reçus est obtenue en appliquant le principe de superposition. Nous avons également cherché à modéliser le couplage mutuel en proposant une formulation théorique de l'impédance mutuelle entre les éléments d'un réseau de dipôles fins aléatoirement répartis dans un plan afin d'appliquer cette modélisation du couplage mutuel à un contexte RFID, où les tags, représentés par les dipôles, sont éparpillés dans un plan et éclairés par un lecteur. Nous avons également proposé une formulation théorique de l'impédance d'entrée du dipôle environné et avons étudié les effets du couplage mutuel sur les deux paramètres intervenant dans le bilan d'une liaison RFID : l'adaptation (la bande passante) et le diagramme de rayonnement du dipôle environné. Nous avons montré qu'il était possible de synthétiser le diagramme de rayonnement du dipôle environné et de trouver la modification de l'adaptation du dipôle environné, ce qui, à terme, permettrait de statuer sur le taux et/ou la distance de lecture d'une communication RFID dans un contexte haute densité.



## Abstract

### **Modeling of the Mutual Coupling Present in an Antenna Array: Theoretical Study, Applications to MIMO Radar and to an RFID Context**

Mutual coupling is an electromagnetic phenomenon that can occur in antenna arrays. It is due to the electromagnetic interactions that occur between the elements of an antenna array and induce a modification of the intrinsic parameters of the antennas. Taking into account mutual coupling in antenna arrays, when designing them or in antenna processing algorithms, provides access to the real radiation characteristics of each array element which can, for example, improve target detection/localization performance using a Multiple Input Multiple Output (MIMO) radar. In an RFID (Radio Frequency IDentification) context, modeling mutual coupling makes it possible to model the system formed by a set of tags and to decide on the behavior of the system in a given configuration.

This thesis focuses on the modeling of the mutual coupling present in an antenna array. We first proposed a new method for the Active Element Pattern synthesis based on solving optimization problems in the least squares sense to find the complex weights that model electromagnetic interactions between network elements. These complex weights can be used as excitation laws to be applied to an isolated antenna describing the positions of the array elements, in order to experimentally study the behavior of an array of antennas. This mutual coupling modeling is then applied in a MIMO radar context where we show that it is possible to synthesize the radiation pattern of the active element on an experimental MIMO radar platform composed of a single transmitting and a single receiving antenna that moves on rails in predefined positions. The matrix of received signals is obtained by applying the superposition principle. We also sought to model mutual coupling by proposing a theoretical formulation of the mutual impedance between the elements of an array of thin dipoles randomly distributed in a plane in order to apply this mutual coupling modeling to an RFID context, where the tags, represented by the dipoles, are scattered in a plane and illuminated by a reader. We also proposed a theoretical formulation of the input impedance of the surrounded dipole and we studied the effects of mutual coupling on the two parameters involved in the balance of an RFID link: the adaptation (bandwidth) and the radiation pattern of the surrounding dipole. We have shown that it is possible to synthesize the radiation pattern of the surrounded dipole and to find the modification of the adaptation of the surrounded dipole, which, in the long term, would allow to decide on the read rate and/or the reading distance of an RFID communication in a high density context.

---

# Remerciements

Je tiens avant tout à remercier Christophe Craeye, Michel Terré, Cyril Decroze qui ont accepté de participer à mon jury de thèse. Leurs retours et commentaires ont été très constructifs.

J'aimerais également remercier mes encadrants Benoit Poussot et Florence Nadal ainsi que ma directrice de thèse Geneviève Baudoin pour leurs conseils, leur soutien et la minutie avec laquelle ils ont traité chaque aspect de ma thèse.

Mes remerciements vont également aux membres du laboratoire ESYCOM, spécialement à Shermila Mostarshedi et Marjorie Grzekowiak. Elles m'ont conseillée et soutenue. Les échanges que nous avons eus m'ont été très bénéfiques. Je remercie aussi les doctorants, spécialement Imad, Ariston, Wafa, Miyassa, Jean, Duc. Votre présence et votre soutien, vos conseils m'ont aidée à tenir pendant les moments difficiles. Les moments que nous avons partagés restent inoubliables.

Je remercie Aboubacar Thioune, mon ami et confident qui m'a beaucoup soutenue et encouragée.

Je ne saurais terminer sans remercier ma famille : mon père qui a toujours été de très bon conseil et m'a toujours poussée à aller plus loin ; il n'aura pas été là pour voir la fin de ma thèse, je lui dédie ce travail ; ma mère pour son soutien sans faille, ses conseils et encouragements ; toute ma famille, plus particulièrement Pape Moussa, Eumeu, Iba, Fa, Mouhammed, Mame, Gnagna. Je vous remercie pour tout.



# Table des matières

Résumé	iii
Abstract	v
Remerciements	vii
Liste des figures	xx
Liste des tableaux	xxii
Abréviations	xxiii
Symboles	xxiii
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Etat de l'art sur l'étude du couplage mutuel dans les réseaux d'antennes . . . . .	1
1.2 Objectif de la thèse . . . . .	3
1.3 Plan du manuscrit . . . . .	4
1.4 Publications . . . . .	5
<b>2 Modélisation du couplage mutuel dans un réseau d'antennes linéaire uniforme</b>	<b>7</b>
2.1 Détermination de la matrice impédance d'un réseau . . . . .	7
2.1.1 La méthode IEMF . . . . .	7
2.1.2 Extension de la méthode IEMF à un réseau linéaire de $N$ dipôles . . . . .	12
2.1.3 Résultats de simulations . . . . .	12
2.2 Modélisation du diagramme de rayonnement de l'élément actif par les matrices $\underline{\underline{Z}}$ et $\underline{\underline{S}}$	21
2.2.1 Modélisation par la matrice $\underline{\underline{Z}}$ . . . . .	22
2.2.2 Modélisation par la matrice $\underline{\underline{S}}$ . . . . .	23
2.2.3 Résultats théoriques et de simulations . . . . .	23
2.2.3.1 Résultats pour $N = 2$ dipôles . . . . .	25
2.2.3.2 Résultats pour $N = 3$ dipôles . . . . .	25
2.2.3.3 Résultats pour $N = 10$ dipôles . . . . .	26
2.3 Modélisation du diagramme de rayonnement de l'élément actif par une méthode d'optimisation . . . . .	29
2.3.1 Premier modèle proposé . . . . .	29
2.3.1.1 Prise en compte du couplage mutuel basée sur la théorie classique des réseaux . . . . .	29
2.3.1.2 Utilisation de la moyenne des pondérations $A_{21}(\psi)$ obtenues . . . . .	31
2.3.2 Méthode d'optimisation pour un réseau de deux éléments . . . . .	33
2.3.2.1 Détermination des valeurs optimales de $A_{21}$ et $A_{12}$ . . . . .	33

2.3.2.2	Introduction des coefficients $A_{11}$ et $A_{22}$ . . . . .	33
2.3.2.3	Limite du modèle proposé . . . . .	36
2.3.2.4	Modèle sphérique de rayonnement d'une antenne . . . . .	40
2.3.3	Généralisation du problème d'optimisation à un réseau de $N$ éléments . . . . .	45
2.3.4	Résultats de simulation . . . . .	46
2.3.4.1	Résultats pour $N = 2$ dipôles . . . . .	46
2.3.4.2	Résultats pour $N = 6$ dipôles . . . . .	52
2.3.4.3	Résultats pour $N = 10$ dipôles . . . . .	62
2.3.5	Alternative au modèle sphérique de rayonnement . . . . .	70
2.3.6	Extension aux réseaux d'antennes imprimées (patches) . . . . .	70
2.3.6.1	Résultats pour $N = 6$ patches . . . . .	75
2.3.6.2	Résultats pour $N = 10$ patches . . . . .	81
2.3.7	Conclusion . . . . .	88
<b>3</b>	<b>Application de la modélisation du couplage mutuel au radar MIMO</b> . . . . .	<b>91</b>
3.1	Introduction au radar MIMO . . . . .	91
3.1.1	Principe et intérêt du radar MIMO . . . . .	92
3.1.2	Types de radars MIMO . . . . .	92
3.1.3	Applications du radar MIMO . . . . .	92
3.2	Présentation du modèle des signaux reçus . . . . .	93
3.2.1	Modèle des signaux reçus sans prise en compte du couplage mutuel . . . . .	93
3.2.2	Modèle des signaux reçus avec prise en compte du couplage mutuel . . . . .	94
3.3	Plateforme expérimentale de radar MIMO à antennes colocalisées . . . . .	95
3.3.1	Fonctionnement de la plateforme expérimentale de radar MIMO à antennes colocalisées . . . . .	95
3.3.2	Limites de la plateforme expérimentale de radar MIMO à antennes colocalisées . . . . .	97
3.4	Reconstitution du diagramme de rayonnement de l'élément actif sur la plateforme expérimentale . . . . .	100
3.5	Conclusion . . . . .	103
<b>4</b>	<b>Applications de la modélisation du couplage mutuel à la technologie RFID</b> . . . . .	<b>105</b>
4.1	Introduction à la technologie RFID . . . . .	105
4.1.1	Définition et intérêt de la RFID . . . . .	105
4.1.2	Principe de fonctionnement de la RFID UHF passive . . . . .	106
4.1.2.1	Technologies RFID et fréquences de fonctionnement . . . . .	106
4.1.2.2	RFID passive et RFID active . . . . .	106
4.1.3	Problématique . . . . .	107
4.2	Calcul d'impédances dans un réseau de tags . . . . .	108
4.2.1	Impédances mutuelles . . . . .	108
4.2.1.1	Impédance mutuelle entre deux dipôles dont seul le deuxième est incliné . . . . .	108
4.2.1.2	Impédance mutuelle entre deux dipôles inclinés . . . . .	110
4.2.1.3	Résultats de simulation . . . . .	112
4.2.2	Impédance d'entrée . . . . .	118
4.2.2.1	Formulation théorique . . . . .	118
4.2.2.2	Résultats de simulation . . . . .	121
4.3	Diagrammes de rayonnement . . . . .	130
4.3.1	Formulation théorique . . . . .	131

4.3.2	Résultats de simulation . . . . .	133
4.3.2.1	Pour un réseau planaire de dipôles non inclinés . . . . .	134
4.3.2.2	Pour un réseau planaire de dipôles inclinés . . . . .	134
4.4	Conclusion . . . . .	135
<b>5</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>139</b>
	<b>Annexes</b>	<b>143</b>
<b>A</b>	<b>Relations entre les différents systèmes de coordonnées</b>	<b>143</b>
A.1	Relation de passage du système de coordonnées cartésiennes au système de coordonnées cylindriques . . . . .	143
A.2	Relation de passage du système de coordonnées cylindriques au système de coordonnées sphériques . . . . .	145
A.3	Relation de passage du système de coordonnées cartésiennes au système de coordonnées sphériques . . . . .	146
<b>B</b>	<b>Calcul du champ électrique dans la méthode IEMF</b>	<b>147</b>
B.1	Calcul du champ magnétique $\underline{H}$ en champ proche . . . . .	148
B.2	Calcul du champ électrique $\underline{E}$ en champ proche . . . . .	154
<b>C</b>	<b>Limite champ proche/champ lointain</b>	<b>157</b>
C.1	Erreur de phase associée à la limite champ proche/champ lointain . . . . .	158
C.2	Evolutions de $r_{limite}$ selon les distances inter-élément étudiées . . . . .	159
<b>D</b>	<b>Champ électromagnétique rayonné par un dipôle infiniment fin en zone lointaine</b>	<b>161</b>
D.1	Calcul du potentiel vecteur du champ magnétique . . . . .	162
D.2	Calcul du champ $\underline{H}$ . . . . .	163
D.3	Calcul du champ $\underline{E}$ . . . . .	164
<b>E</b>	<b>Modèle sphérique de rayonnement d'une antenne</b>	<b>167</b>
<b>F</b>	<b>Solutions théoriques des problèmes d'optimisation au sens des moindres carrés</b>	<b>173</b>
F.1	Résolution du problème d'optimisation basé sur le critère $LS_1$ . . . . .	174
F.2	Résolution du problème d'optimisation basé sur les autres critères . . . . .	176
F.2.1	Critère $LS_{2_{FF}}$ . . . . .	176
F.2.2	Généralisation du critère $LS_{2_{FF}}$ au cas d'un réseau de $N$ éléments . . . . .	178
F.2.3	Critère $LS_{2_{NF_3}}$ généralisé au cas d'un réseau de $N$ éléments . . . . .	179
F.2.4	Critère $LS_{2_{EM}}$ généralisé au cas d'un réseau de $N$ éléments . . . . .	180
<b>G</b>	<b>Comparaison entre les coefficients <math>S_{nm}</math> et les pondérations <math>A_{nm}</math></b>	<b>183</b>
<b>H</b>	<b>Calcul d'impédances sur des réseaux de dipôles inclinés</b>	<b>193</b>
H.1	Impédance mutuelle entre deux dipôles dont seul le deuxième est incliné . . . . .	193
H.2	Calcul de l'impédance d'entrée . . . . .	198
	<b>Bibliographie</b>	<b>209</b>



# Liste des figures

1.1	Plateforme expérimentale. . . . .	3
2.1	Système à $N$ ports caractérisé par sa matrice impédance $\underline{Z}$ . . . . .	8
2.2	Positionnement relatif de deux dipôles pour le couplage mutuel. . . . .	8
2.3	Réseau linéaire uniforme de $N$ dipôles. . . . .	12
2.4	Configuration de deux dipôles environnés par un troisième en circuit ouvert . . .	13
2.5	Parties réelles et imaginaires des impédances propres simulées et calculées par la méthode IEMF pour des dipôles de rayon $a = 10^{-3}\lambda$ . . . . .	14
2.6	Parties réelles et imaginaires des impédances mutuelles simulées et calculées par la méthode IEMF pour des dipôles de rayon $a = 10^{-3}\lambda$ . . . . .	14
2.7	Parties réelles et imaginaires des impédances propres simulées et calculées par la méthode IEMF pour des dipôles de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ . . . . .	15
2.8	Parties réelles et imaginaires des impédances mutuelles simulées et calculées par la méthode IEMF pour des dipôles de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ . . . . .	15
2.9	Parties réelles et imaginaires en $\Omega$ des impédances mutuelles simulées sur 4Nec2 pour deux dipôles de rayon $a = 10^{-3}\lambda$ environnés par un troisième de même rayon placé linéairement . . . . .	16
2.10	Parties réelles et imaginaires en $\Omega$ des impédances mutuelles simulées sur 4Nec2 pour deux dipôles de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ environnés par un troisième de même rayon placé linéairement . . . . .	17
2.11	Erreurs relatives $\tau_r$ commises sur l'impédance mutuelle entre deux dipôles, par effet de la présence d'un troisième en circuit ouvert . . . . .	18
2.12	Cartographie des erreurs relatives commises sur l'impédance mutuelle entre deux dipôles, par effet de la présence d'un troisième en circuit ouvert . . . . .	18
2.13	Cartographie de la valeur absolue de la différence en $\Omega$ de résistance et de réactance entre les impédances mutuelles simulées avec 4Nec2 et celles calculées théoriquement pour dix dipôles de rayon $a = 10^{-3}\lambda$ espacés de $d = 0.1\lambda$ . . . . .	19
2.14	Cartographie de la valeur absolue de la différence en $\Omega$ de résistance et de réactance entre les impédances mutuelles simulées avec 4Nec2 et celles calculées théoriquement pour dix dipôles de rayon $a = 10^{-3}\lambda$ espacés de $d = 0.5\lambda$ . . . . .	19
2.15	Valeur absolue de la différence de résistance et de réactance entre les impédances mutuelles simulées avec 4Nec2 et celles calculées théoriquement pour dix dipôles de rayon $10^{-3}\lambda$ . . . . .	20
2.16	Valeur absolue de la différence de résistance et de réactance entre les impédances mutuelles simulées avec 4Nec2 et celles calculées théoriquement pour dix dipôles de rayon $10^{-6}\lambda$ . . . . .	20
2.17	Géométrie du dipôle seul . . . . .	21
2.18	Géométrie de l'élément actif $m$ d'un réseau de $N$ dipôles . . . . .	22

2.19	Modules en dB et phases en $^{\circ}$ de $E_{1\theta}(\psi)$ suivant le nombre d'éléments $N$ du réseau ( $d = 0.3\lambda$ et $r = 3$ m) . . . . .	24
2.20	Champs $E_i^e(\psi)$ ( $i = 1, 2$ ) obtenus par simulation électromagnétique et synthétisés à partir de (2.26) pour $N = 2$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ et $r = 3$ m. . . . .	26
2.21	Champs $E_i^e(\psi)$ ( $i = 1, 3$ ) obtenus par simulation électromagnétique et synthétisés à partir de (2.26) pour $N = 3$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ et $r = 3$ m . . . . .	27
2.22	Champs $E_2^e(\psi)$ obtenu par simulation électromagnétique et synthétisé à partir de (2.26) pour $N = 3$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ et $r = 3$ m. . . . .	27
2.23	Champs $E_i^e(\psi)$ ( $i = 1, 10$ ) obtenus par simulation électromagnétique et synthétisés à partir de (2.26) pour $N = 10$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ et $r = 25$ m . . . . .	28
2.24	Champs $E_4^e(\psi)$ obtenu par simulation électromagnétique et synthétisé à partir de (2.26) pour $N = 10$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ et $r = 25$ m. . . . .	28
2.25	MSE obtenues sur les dix éléments du réseau avec la synthèse basée sur la matrice $\underline{\underline{Z}}$ théorique ou sur celle simulée pour $N = 10$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ et $r = 25$ m . . . .	29
2.26	Réseau linéaire uniforme de $N$ éléments identiques. . . . .	30
2.27	Module et phase en $^{\circ}$ de $A_{21}(\psi)$ . . . . .	31
2.28	Module en dB et phase en $^{\circ}$ des champs électriques simulés et estimés avec les valeurs moyennes pour $N = 2$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ et $r = 3$ m. . . . .	32
2.29	Module en dB et phase en $^{\circ}$ des champs électriques simulés et estimés avec le critère $LS_1$ pour $N = 2$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ et $r = 3$ m. . . . .	34
2.30	Module en dB et phase en $^{\circ}$ des champs électriques simulés et estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ pour $N = 2$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ et $r = 3$ m. . . . .	36
2.31	MSE obtenues avec le critère $LS_{2_{FF}}$ pour $N = 2$ dipôles et $r = 3$ m. . . . .	38
2.32	MSE obtenues avec le critère $LS_{2_{FF}}$ pour $N = 2$ dipôles et pour différentes valeurs de $r$ . . . . .	39
2.33	Evolution de la différence des MSE obtenues pour les dipôles 1 et 2 du réseau de $N = 2$ dipôles selon la valeur de $r$ . . . . .	40
2.34	Translation du dipôle élémentaire . . . . .	41
2.35	Translation du dipôle élémentaire dans le plan $(x, y)$ . . . . .	42
2.36	Différence de module en dB et de phase en $^{\circ}$ entre le diagramme de rayonnement de l'élément isolé translaté de $d = \lambda$ obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui synthétisé avec l'approximation champ lointain ou le modèle sphérique à $r = 0.5$ m . . . . .	42
2.37	Valeur absolue de la différence de module en dB et de phase en $^{\circ}$ entre le diagramme de rayonnement de l'élément isolé translaté d'une distance $d$ obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui synthétisé avec l'approximation champ lointain ou le modèle sphérique . . . . .	43
2.38	MSE obtenues avec la synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément isolé en utilisant l'approximation champ lointain ou le modèle sphérique à $r = 0.5$ m et $r = 3$ m . . . . .	44
2.39	Evolution des rapports $\frac{d}{r}$ et $\frac{d^2}{r^2}$ suivant la valeur de $r$ . . . . .	44
2.40	Modules en dB et phases en $^{\circ}$ des champs électriques simulés et estimés avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain, avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ ( $N = 2$ dipôles, $r = 0.5$ m, $d = \lambda$ ) . . . . .	47
2.41	Modules en dB et phases en $^{\circ}$ des champs électriques simulés et estimés avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain, avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ ( $N = 2$ dipôles, $d = \lambda$ , $r = 3$ m) . . . . .	47

2.42	Cartographie de la valeur absolue de la différence de modules en dB entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 2$ dipôles, $d = \lambda$ et $r = 0.5$ m) . . . . .	48
2.43	Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en $^\circ$ entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ , le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 2$ dipôles, $d = \lambda$ et $r = 0.5$ m) . . . . .	49
2.44	Cartographie de la valeur absolue de la différence de modules en dB entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 2$ dipôles, $d = \lambda$ et $r = 3$ m) . . . . .	50
2.45	Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en $^\circ$ entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ , le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 2$ dipôles, $d = \lambda$ et $r = 3$ m) . . . . .	51
2.46	MSE obtenues sur les champs synthétisés $E_{iLS_{2_{FF}}}^e(\psi)$ , $E_{iLS_{2_{NF3}}}^e(\psi)$ , $E_{iZ_{mat_{FF}}}^e(\psi)$ et $E_{iZ_{mat_{NF3}}}^e(\psi)$ ( $N = 2$ dipôles et $r = 0.5$ m) . . . . .	52
2.47	MSE obtenues sur les champs synthétisés $E_{iLS_{2_{FF}}}^e(\psi)$ , $E_{iLS_{2_{NF3}}}^e(\psi)$ , $E_{iZ_{mat_{FF}}}^e(\psi)$ et $E_{iZ_{mat_{NF3}}}^e(\psi)$ ( $N = 2$ dipôles et $r = 3$ m) . . . . .	53
2.48	Modules en dB et phases en $^\circ$ du champ rayonné par le quatrième élément actif simulé et estimé avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain, avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ ( $N = 6$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ , $r = 7$ m) . . . . .	54
2.49	Modules en dB et phases en $^\circ$ du champ rayonné par le quatrième élément actif simulé et estimé avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain, avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ ( $N = 6$ dipôles, $d = \lambda$ , $r = 7$ m) . . . . .	54
2.50	Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en $^\circ$ entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ , le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 6$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ et $r = 7$ m) . . . . .	55
2.51	Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en $^\circ$ entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ , le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 6$ dipôles, $d = \lambda$ et $r = 7$ m) . . . . .	56
2.52	Cartographie de la valeur absolue de la différence de modules en dB entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ , le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 6$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ et $r = 7$ m) . . . . .	57
2.53	Cartographie de la valeur absolue de la différence de modules en dB entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ , le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 6$ dipôles, $d = \lambda$ et $r = 7$ m) . . . . .	58
2.54	MSE obtenues avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ pour $N = 6$ dipôles et $r = 7$ m . . . . .	59
2.55	MSE obtenues avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique pour $N = 6$ dipôles et $r = 7$ m . . . . .	59

2.56	Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés en utilisant les critères $LS_{2_{FF}}$ ou $LS_{2_{NF3}}$ et celles obtenues sur les champs synthétisés avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau pour $N = 6$ dipôles et $r = 7$ m . . . . .	60
2.57	Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés avec le critère d'optimisation ou la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en utilisant le modèle sphérique et celles obtenues avec les mêmes méthodes de synthèse en utilisant l'approximation champ lointain pour $N = 6$ dipôles et $r = 7$ m . . . . .	60
2.58	MSE obtenues avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ pour $N = 6$ dipôles et $r = 15$ m . . . . .	61
2.59	MSE obtenues avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique pour $N = 6$ dipôles et $r = 15$ m . . . . .	61
2.60	Somme des MSE calculées sur les six éléments d'un réseau de dipôles pour $r = 7$ m et $r = 15$ m . . . . .	62
2.61	Modules en dB et phases en $^{\circ}$ du champ rayonné par le quatrième élément actif simulé et estimé avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant sur l'approximation champ lointain, avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ ( $N = 10$ dipôles, $d = \lambda$ , $r = 25$ m)	63
2.62	Cartographie de la valeur absolue de la différence de modules en dB entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ , le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 10$ dipôles, $d = \lambda$ et $r = 25$ m) . . . . .	64
2.63	Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en $^{\circ}$ entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ , le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 10$ dipôles, $d = \lambda$ et $r = 25$ m) . . . . .	65
2.64	MSE obtenues avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ pour $N = 10$ dipôles et $r = 25$ m . . . . .	66
2.65	MSE obtenues avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique pour $N = 10$ dipôles et $r = 25$ m . . . . .	66
2.66	Cartographie de la valeur absolue de la différence de modules en dB entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en utilisant le modèle sphérique à $r = 15$ m et $r = 7$ m ( $N = 10$ dipôles et $d = \lambda$ ) . . . . .	67
2.67	Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en $^{\circ}$ entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{NF3}}$ , ou avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en utilisant le modèle sphérique à $r = 15$ m et $r = 7$ m ( $N = 10$ dipôles et $d = \lambda$ ) . . . . .	68
2.68	MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère $LS_{2_{NF3}}$ et la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en utilisant le modèle sphérique pour $N = 10$ dipôles et $r = 15$ m . . . . .	69
2.69	MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère $LS_{2_{NF3}}$ (2.69a) et la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en utilisant le modèle sphérique (2.69b) pour $N = 10$ dipôles et $r = 7$ m . . . . .	69
2.70	MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère $LS_{2_{NF3}}$ , le critère $LS_{2_{EM}}$ ou la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en utilisant le modèle sphérique ou les champs $E_{isn}(\psi)$ issus des simulations électromagnétiques pour $N = 2$ dipôles et $r = 0.5$ m . . . . .	71
2.71	MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère $LS_{2_{NF3}}$ , le critère $LS_{2_{EM}}$ ou la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en utilisant le modèle sphérique ou les champs $E_{isn}(\psi)$ issus des simulations électromagnétiques pour $N = 10$ dipôles et $r = 7$ m . . . . .	72
2.72	MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère $LS_{2_{NF3}}$ , le critère $LS_{2_{EM}}$ ou la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en utilisant le modèle sphérique ou les champs $E_{isn}(\psi)$ issus des simulations électromagnétiques pour $N = 10$ dipôles et $r = 3$ m . . . . .	73
2.73	Géométrie de l'élément actif $m$ d'un réseau de $N$ patches . . . . .	74

2.74	Modules en dB et phases en $^{\circ}$ du champ rayonné par le quatrième élément actif simulé et estimé avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ ou avec la matrice $\underline{\underline{S}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain, avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou avec le critère $LS_{2_{NF3}}$ ( $N = 6$ patches, $s = 0.615\lambda$ , $r = 15$ m) . . . . .	75
2.75	Cartographie de la valeur absolue de la différence de modules en dB entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ , le critère $LS_{2_{NF3}}$ ou avec les matrices $\underline{\underline{Z}}$ ou $\underline{\underline{S}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 6$ patches, $s = 0.615\lambda$ et $r = 15$ m) . . . . .	76
2.76	Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en $^{\circ}$ entre les champs simulés et les champs estimés avec le critère $LS_{2_{FF}}$ , le critère $LS_{2_{NF3}}$ ou avec les matrices $\underline{\underline{Z}}$ ou $\underline{\underline{S}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique ( $N = 6$ patches, $s = 0.615\lambda$ et $r = 15$ m) . . . . .	77
2.77	MSE obtenues avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ pour $N = 6$ patches et $r = 15$ m . . . . .	78
2.78	MSE obtenues avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique pour $N = 6$ patches et $r = 15$ m . . . . .	79
2.79	MSE obtenues avec la matrice $\underline{\underline{S}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique pour $N = 6$ patches et $r = 15$ m . . . . .	79
2.80	Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés en utilisant le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ et celles obtenues avec les champs synthétisés avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau pour $N = 6$ patches et $r = 15$ m . . . . .	80
2.81	Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés en utilisant le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ et celles obtenues avec les champs synthétisés avec la matrice $\underline{\underline{S}}$ du réseau pour $N = 6$ patches et $r = 15$ m . . . . .	80
2.82	Modules en dB et phases en $^{\circ}$ du champ rayonné par le quatrième élément actif simulé et estimé avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ ou avec la matrice $\underline{\underline{S}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain, avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou avec le critère $LS_{2_{NF3}}$ ( $N = 10$ patches, $r = 40$ m, $s = 0.615\lambda$ ) . . . . .	81
2.83	MSE obtenues avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ pour $N = 10$ patches et $r = 40$ m . . . . .	82
2.84	MSE obtenues avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique pour $N = 10$ patches et $r = 40$ m . . . . .	82
2.85	MSE obtenues avec la matrice $\underline{\underline{S}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique pour $N = 10$ patches et $r = 40$ m . . . . .	83
2.86	Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés en utilisant le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ et celles obtenues avec les champs synthétisés avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau pour $N = 10$ patches et $r = 40$ m . . . . .	83
2.87	Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés en utilisant le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ et celles obtenues avec les champs synthétisés avec la matrice $\underline{\underline{S}}$ du réseau pour $N = 10$ patches et $r = 40$ m . . . . .	84
2.88	MSE obtenues avec le critère $LS_{2_{FF}}$ ou le critère $LS_{2_{NF3}}$ pour $N = 10$ patches et $r = 20$ m . . . . .	84
2.89	MSE obtenues avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique pour $N = 10$ patches et $r = 20$ m. . . . .	85
2.90	MSE obtenues avec la matrice $\underline{\underline{S}}$ du réseau en faisant l'approximation champ lointain ou en utilisant le modèle sphérique pour $N = 10$ patches et $r = 20$ m . . . . .	85

2.91	MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère $LS_{2_{NF3}}$ , le critère $LS_{2_{EM}}$ , les matrices $\underline{\underline{Z}}$ ou $\underline{\underline{S}}$ du réseau en utilisant le modèle sphérique ou les champs de chacun des éléments pris isolément obtenus à partir des simulations électromagnétiques pour $N = 6$ patches et $r = 7$ m . . . . .	86
2.92	MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère $LS_{2_{NF3}}$ , le critère $LS_{2_{EM}}$ , les matrices $\underline{\underline{Z}}$ ou $\underline{\underline{S}}$ du réseau en utilisant le modèle sphérique ou les champs de chacun des éléments pris isolément obtenus à partir des simulations électromagnétiques pour $N = 10$ patches et $r = 10$ m . . . . .	87
3.1	Principe du radar MIMO à antennes colocalisées. . . . .	92
3.2	Radar MIMO à antennes colocalisées . . . . .	95
3.3	Configuration de la plateforme expérimentale . . . . .	96
3.4	Architecture RF de la plateforme expérimentale . . . . .	97
3.5	Schéma de l’algorithme de fonctionnement de la plateforme expérimentale de radar MIMO à antennes colocalisées . . . . .	98
3.6	Modules en dB des diagrammes de rayonnement mesurés sur les six éléments actifs du réseau d’antennes imprimées ( $E_m^{mes.}(\theta)$ ) et des diagrammes de rayonnement mesurés lorsque l’antenne imprimée isolée se déplace sur la plateforme expérimentale ( $E_{ism}^{mes.}(\theta)$ ) ( $m = 1, \dots, N$ ) . . . . .	99
3.7	Modules en dB des diagrammes de rayonnement obtenus à partir des simulations électromagnétiques, synthétisés selon les critères décrits par (3.11) et (3.12) ou mesurés sur les six éléments actifs du réseau d’antennes imprimées . . . . .	102
4.1	Principe d’un système RFID. . . . .	105
4.2	Système RFID en champ lointain. . . . .	107
4.3	Positionnement relatif de deux dipôles : premier dipôle droit, deuxième dipôle incliné. . . . .	109
4.4	Positionnement relatif de deux dipôles inclinés dans le plan $(y, z)$ . . . . .	111
4.5	Deux dipôles disposés selon les configurations “côte à côte”, “en V”, “parallèle-en-échelon” ou “colinéaire” . . . . .	113
4.6	Parties réelles et imaginaires en $\Omega$ des impédances mutuelles simulées et calculées avec les formules (4.11) et (4.12) pour deux dipôles de longueur $L = 0.5\lambda$ et de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ disposés selon les configurations côte à côte (4.6a), en V (4.6b), parallèle en échelon (4.6c) ou colinéaire (4.6d) . . . . .	114
4.7	Représentation graphique des configurations n°1 (4.7a), n°2 (4.7b) et n°3 (4.7c) de dipôles inclinés étudiées et données dans le tableau 4.1. . . . .	115
4.8	Impédances mutuelles en $\Omega$ entre deux dipôles de longueur $L = 0.5\lambda$ et de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ obtenues à partir des simulations électromagnétiques et des formules théoriques (4.25) et (4.26) en faisant varier les paramètres $\theta_1, z_{02}, \theta_2, y_{02}$ (voir configurations décrites dans tableau 4.2) . . . . .	117
4.9	Répartitions aléatoires de dix dipôles très fins ( $L = 0.5\lambda, a = 10^{-6}\lambda$ ) dans le plan $(y, z)$ : cas n°1 (4.9a) et cas n°2 (4.9b) du tableau 4.3 . . . . .	118
4.10	Cartographie des résistances et réactances propres et mutuelles (en $\Omega$ ) obtenues par simulation pour le cas n°1 et le cas n°2 de répartition aléatoire de dix dipôles très fins ( $L = 0.5\lambda, a = 10^{-6}\lambda$ ) . . . . .	119
4.11	Cartographie de la valeur absolue de la différence (en $\Omega$ ) entre résistances et réactances propres et mutuelles obtenues par simulation et par calcul théorique pour une répartition aléatoire de dix dipôles très fins ( $L = 0.5\lambda, a = 10^{-6}\lambda$ ) telle que décrite par le cas n°1 du tableau 4.3 . . . . .	120

4.12	Cartographie de la valeur absolue de la différence (en $\Omega$ ) entre résistances et réactances propres et mutuelles obtenues par simulation et par calcul théorique pour une répartition aléatoire de dix dipôles très fins ( $L = 0.5\lambda, a = 10^{-6}\lambda$ ) telle que décrite par le cas n°2 du tableau 4.3 . . . . .	120
4.13	Réseau à $N$ ports . . . . .	121
4.14	Cartographie de la valeur absolue de la différence (en $\Omega$ ) entre résistances et réactances d'entrée obtenues par simulation et par calcul théorique pour un réseau linéaire uniforme de dix dipôles de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ et de longueur $L = 0.5\lambda$ avec des charges de $0\Omega$ pour le court-circuit, de $1000\Omega$ pour le circuit-ouvert ou de $(77 - 45.6j)\Omega$ pour la charge adaptée . . . . .	123
4.15	Résistances et réactances d'entrée (en $\Omega$ ) obtenues par simulation pour le cas n°1 et le cas n°2 de répartition aléatoire de dix dipôles de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ et de longueur $L = 0.5\lambda$ avec des charges de $0\Omega$ pour le court-circuit, de $1000\Omega$ pour le circuit ouvert ou de $(77 - 45.6j)\Omega$ pour la charge adaptée . . . . .	124
4.16	Valeur absolue de la différence (en $\Omega$ ) entre les impédances d'entrée simulées et celles calculées à partir des formules théoriques pour le cas n°1 et le cas n°2 de répartition aléatoire de dix dipôles de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ et de longueur $0.5\lambda$ avec des charges de $0\Omega$ , pour le court-circuit, de $1000\Omega$ pour le circuit ouvert ou de $(77 - 45.6j)\Omega$ pour la charge adaptée . . . . .	125
4.17	Coefficient de réflexion dans la bande 850 – 950 MHz d'un dipôle isolé de longueur $L = 0.5\lambda$ et de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ . . . . .	127
4.18	Coefficients de réflexion calculés théoriquement et obtenus à partir des simulations électromagnétiques pour les éléments 4 et 6 du cas n°1 et les éléments 3 et 1 du cas n°2 des distributions aléatoires de dipôles étudiées . . . . .	128
4.19	Coefficients de réflexion calculés théoriquement dans la bande 850 – 950 MHz d'un ensemble de dipôles de longueur $L = 0.5\lambda$ et de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ aléatoirement répartis dans le plan $(y, z)$ . . . . .	128
4.20	Fonctions de distribution cumulée du coefficient de réflexion d'un dipôle environné par des dipôles court-circuités ou sur charges adaptées. . . . .	131
4.21	Temps de calcul (en secondes) de la matrice impédance d'un réseau de dipôles avec les formules théoriques ou le simulateur électromagnétique 4Nec2 en fonction du nombre de dipôles ( $a = 10^{-6}\lambda$ ). . . . .	131
4.22	Distribution linéaire de $N$ dipôles non inclinés aléatoirement répartis . . . . .	132
4.23	Distribution planaire de $N$ dipôles non inclinés aléatoirement répartis . . . . .	133
4.24	Représentation de la différence de marche entre les ondes émises par deux dipôles en échelon . . . . .	133
4.25	Distribution planaire aléatoire de dix dipôles non inclinés. . . . .	134
4.26	Modules en V/m des champs rayonnés dans le plan $\varphi = 90^\circ$ par les dix éléments actifs d'une distribution aléatoire planaire de dipôles de longueur $L = 0.5\lambda$ et de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ simulés et estimés avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ calculée à partir des équations (4.25) et (4.26) et la formule (4.33). . . . .	136
4.27	Modules en V/m des champs rayonnés dans le plan $\varphi = 90^\circ$ par les dix éléments actifs du cas n°1 de distribution aléatoire de dipôles de longueur $L = 0.5\lambda$ et de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ simulés et estimés avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ calculée à partir des équations (4.25) et (4.26) et la formule (4.33). . . . .	137
4.28	Modules en V/m des champs rayonnés dans le plan $\varphi = 90^\circ$ par les dix éléments actifs du cas n°2 de distribution aléatoire de dipôles de longueur $L = 0.5\lambda$ et de rayon $a = 10^{-6}\lambda$ simulés et estimés avec la matrice $\underline{\underline{Z}}$ calculée à partir des équations (4.25) et (4.26) et la formule (4.33). . . . .	138

A.1	Systèmes de coordonnées cartésiennes (A.1a), cylindriques (A.1b), sphériques (A.1c).	144
A.2	Représentation géométrique des transformations entre les vecteurs unitaires cartésiens, cylindriques et sphériques. . . . .	145
B.1	Positionnement relatif de deux dipôles pour le couplage mutuel. . . . .	148
C.1	Géométrie de l'élément actif $m$ d'un réseau de $N$ dipôles . . . . .	157
C.2	Géométrie de l'élément actif $m$ d'un réseau de $N$ antennes imprimées . . . . .	157
C.3	Evolution de la valeur de $r_{limite}$ (en m) suivant la distance inter-élément $d$ pour des réseaux de deux, six et dix dipôles. . . . .	159
C.4	Evolution de la valeur de $r_{limite}$ (en m) suivant la distance inter-élément $d$ pour des réseaux de deux, six et dix antennes imprimées. . . . .	160
D.1	Géométrie du dipôle en coordonnées sphériques. . . . .	161
E.1	Translation du dipôle élémentaire. . . . .	167
G.1	Modules et phases en $^\circ$ des pondérations $A_{11opt_2}$ et des coefficients $(1 - S_{11})$ . . .	184
G.2	Modules et phases en $^\circ$ des pondérations $A_{21opt_2}$ et des coefficients $S_{21}$ . . . . .	184
G.3	Différence de phase en $^\circ$ entre les coefficients $S_{21}$ et les pondérations $A_{21opt_2}$ . . .	185
G.4	Modules et phases en $^\circ$ des pondérations $A_{22opt_2}$ et des coefficients $(1 - S_{22})$ . . .	185
G.5	Modules et phases en $^\circ$ des pondérations $A_{12opt_2}$ et des coefficients $S_{12}$ . . . . .	186
G.6	Différence de phase en $^\circ$ entre les coefficients $S_{12}$ et les pondérations $A_{12opt_2}$ . . .	186
G.7	Modules et phases en $^\circ$ des pondérations $A_{n1}$ ( $n = 1, 2, 3$ ) et des coefficients $(1 - S_{11})$ , $S_{21}$ et $S_{31}$ . . . . .	188
G.8	Modules et phases en $^\circ$ des pondérations $A_{n2}$ ( $n = 1, 2, 3$ ) et des coefficients $(1 - S_{22})$ , $S_{12}$ et $S_{32}$ . . . . .	189
G.9	Modules et phases en $^\circ$ des pondérations $A_{n3}$ ( $n = 1, 2, 3$ ) et des coefficients $(1 - S_{33})$ , $S_{13}$ et $S_{23}$ . . . . .	190
G.10	Différence de phase en $^\circ$ entre les coefficients $S_{12}$ , $S_{31}$ et $S_{23}$ et les pondérations $A_{12}$ , $A_{31}$ et $A_{23}$ . . . . .	191
H.1	Positionnement relatif de deux dipôles : premier dipôle droit, deuxième dipôle incliné. . . . .	194
H.2	Projection du champ électrique rayonné par le dipôle 1 excité au voisinage du dipôle 2 en circuit ouvert dans la méthode IEMF. . . . .	196
H.3	Réseau à deux ports . . . . .	198
H.4	Réseau à trois ports . . . . .	199
H.5	Réseau à $N$ ports . . . . .	204

# Liste des tableaux

2.1	Caractéristiques des dipôles demi-onde simulés. . . . .	13
2.2	Modules (en dB) des coefficients de transmission entre le premier et le $n^{\text{ième}}$ élément du réseau ( $n = 2, \dots, N$ ) suivant le nombre d'éléments $N$ du réseau ( $d = 0.3\lambda$ ). . . . .	24
2.3	Module et phase de $A_{21_{moy}}$ ( $N = 2$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ , $r = 3$ m). . . . .	32
2.4	Module et phase de $A_{12_{moy}}$ ( $N = 2$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ , $r = 3$ m). . . . .	32
2.5	Valeurs optimales $A_{21_{opt_1}}$ et $A_{12_{opt_1}}$ ( $N = 2$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ , $r = 3$ m). . . . .	33
2.6	Valeurs optimales $A_{11_{opt_2}}$ , $A_{21_{opt_2}}$ , $A_{22_{opt_2}}$ et $A_{12_{opt_2}}$ ( $N = 2$ dipôles, $d = 0.3\lambda$ , $r = 3$ m). . . . .	35
2.7	Pondérations optimales et MSE obtenues pour le dipôle 1 avec le critère $LS_{2_{FF}}$ (cas de deux dipôles, $r = 3$ m). . . . .	37
2.8	Pondérations optimales et MSE obtenues pour le dipôle 2 avec le critère $LS_{2_{FF}}$ (cas de deux dipôles, $r = 3$ m). . . . .	37
2.9	Caractéristiques des antennes imprimées simulées. . . . .	74
3.1	Modules des pondérations $A_{nm}$ solutions du problème d'optimisation décrit par (3.11). . . . .	101
3.2	Modules des pondérations $A_{nm}$ solutions du problème d'optimisation décrit par (3.12). . . . .	101
3.3	Phases en $^\circ$ des pondérations $A_{nm}$ solutions du problème d'optimisation décrit par (3.11). . . . .	103
3.4	Phases en $^\circ$ des pondérations $A_{nm}$ solutions du problème d'optimisation décrit par (3.12). . . . .	103
4.1	Impédances mutuelles théoriques et obtenues par simulation pour trois configurations de dipôles inclinés dans le repère $(x, y, z)$ ( $L = 0.5\lambda$ , $a = 10^{-6}\lambda$ ). . . . .	115
4.2	Configurations étudiées en faisant varier les paramètres $\theta_1$ (4.2a), $z_{02}$ (4.2b), $\theta_2$ (4.2c), $y_{02}$ (4.2d). . . . .	116
4.3	Répartitions aléatoires de dix dipôles très fins ( $L = 0.5\lambda$ , $a = 10^{-6}\lambda$ ) dans le plan $(y, z)$ . . . . .	118
4.4	Impédances d'entrée $Z_{in_1}$ théoriques et simulées pour un réseau de deux dipôles de même rayon $a$ et de même longueur $L = 0.5\lambda$ séparés d'une distance $d = y_{02} = 0.1\lambda$ et $d = y_{02} = 0.5\lambda$ pour différentes valeurs de la charge $Z_0$ . . . . .	122
4.5	Valeurs des impédances d'entrée simulées et théoriques sur chacun des dipôles des deux cas aléatoires étudiés pour une charge adaptée ( $Z_0 = (77 - 45.6j)\Omega$ ). . . . .	126
4.6	Paramètres d'adaptation des dipôles formant les deux cas aléatoires étudiés (fréquences de résonance $f_i$ , coefficients de réflexion $S_{ii}$ , bandes passantes relatives $BW_r$ ). . . . .	130
G.1	Caractéristiques des dipôles demi-onde simulés. . . . .	183



# Abréviations

<b>AWG</b>	<b>A</b> rbitrary <b>W</b> aveform <b>G</b> enerator
<b>CDF</b>	<b>C</b> umulative <b>D</b> ensity <b>F</b> unction
<b>CMIM</b>	<b>C</b> onventional <b>M</b> utal <b>I</b> mpedances <b>M</b> ethod
<b>DOA</b>	<b>D</b> irection <b>O</b> f <b>A</b> rrival
<b>IEMF</b>	<b>I</b> nduced <b>E</b> lectro <b>M</b> otive <b>F</b> orce
<b>INRS</b>	<b>I</b> nstitut <b>N</b> ational de la <b>R</b> echerche et de la <b>S</b> écurité
<b>LNA</b>	<b>L</b> ow <b>N</b> oise <b>A</b> mplifier
<b>LOS</b>	<b>L</b> ine <b>O</b> f <b>S</b> ight
<b>LS</b>	<b>L</b> east <b>S</b> quares
<b>MIMO</b>	<b>M</b> ultiple <b>I</b> nput <b>M</b> ultiple <b>O</b> utput
<b>MSE</b>	<b>M</b> ean <b>S</b> quared <b>E</b> rror
<b>PA</b>	<b>P</b> ower <b>A</b> mplifier
<b>QPSK</b>	<b>Q</b> uadrature <b>P</b> hase <b>S</b> hift <b>K</b> eying
<b>RADAR</b>	<b>R</b> adio <b>D</b> etection <b>A</b> nd <b>R</b> anging
<b>RCS</b>	<b>R</b> adar <b>C</b> ross <b>S</b> ection
<b>RF</b>	<b>R</b> adio <b>F</b> requency
<b>RFID</b>	<b>R</b> adio <b>F</b> requency <b>I</b> Dentification
<b>RMIM</b>	<b>R</b> eceiving <b>M</b> utal <b>I</b> mpedances <b>M</b> ethod
<b>SER</b>	<b>S</b> urface <b>E</b> quivalente <b>R</b> adar
<b>SPDT</b>	<b>S</b> ingle <b>P</b> ole <b>D</b> ouble <b>T</b> hrow
<b>ULA</b>	<b>U</b> niform <b>L</b> inear <b>A</b> rray
<b>VSA</b>	<b>V</b> ectorial <b>S</b> ignal <b>A</b> nalyzer



# Notations

## Scalars

$\alpha$	Angle entre l'axe du dipôle 1 et la droite passant par le point $T$ et le centre du dipôle 1 [°]
$\alpha_1$	Angle entre l'axe du dipôle 1 et la droite passant par le point $T$ et l'extrémité supérieure du dipôle 1 [°]
$\alpha_2$	Angle entre l'axe du dipôle 1 et la droite passant par le point $T$ et l'extrémité inférieure du dipôle 1 [°]
$\alpha_n(\theta)$	Différence de marche entre le champ rayonné par l'élément $n$ et celui rayonné par l'élément placé à l'origine du repère dans la direction $\theta$ ( $n = 1, \dots, N$ ) [m]
$\alpha_n(\psi)$	Différence de marche entre le champ rayonné par l'élément $n$ et celui rayonné par l'élément placé à l'origine du repère dans la direction $\psi$ ( $n = 1, \dots, N$ ) [m]
$\beta_k$	Coefficient de réflexion de la $k^{\text{ième}}$ cible à détecter ( $k = 1, \dots, K$ ) dans un contexte de radar MIMO
$\Gamma_{in_m}$	Coefficient de réflexion à l'entrée de l'élément $m$ ( $m = 1, \dots, N$ )
$\Delta\varphi_{max}$	Erreur de phase maximale sur le champ électrique [°]
$\Delta f_m$	Décalage fréquentiel du minimum du coefficient de réflexion sur le dipôle $m$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [Hz]
$\Delta R_{mn}$	Différence entre les parties réelles des impédances du réseau obtenues à partir des simulations électromagnétiques ou des formules théoriques ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ ) [ $\Omega$ ]
$\Delta X_{mn}$	Différence entre les parties imaginaires des impédances du réseau obtenues à partir des simulations électromagnétiques ou des formules théoriques ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ ) [ $\Omega$ ]
$\varepsilon$	Permittivité diélectrique du milieu [F/m]
$\varepsilon_0$	Permittivité diélectrique du vide [F/m]
$\varepsilon_r$	Permittivité diélectrique relative
$\eta$	Impédance caractéristique du vide [ $\Omega$ ]
$\theta$	Angle d'observation par rapport à l'axe $z$ [°]
$\theta'_2$	Angle d'inclinaison du dipôle 2 par rapport au dipôle 1 [°]
$\theta_{c_k}$	Direction angulaire de la $k^{\text{ième}}$ cible à détecter ( $k = 1, \dots, K$ ) dans un contexte de radar MIMO
$\theta_m$	Angle d'inclinaison du dipôle $m$ par rapport à l'axe $z$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [°]
$\lambda$	Longueur d'onde [m]

$\mu$	Perméabilité magnétique du milieu [H/m]
$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide [H/m]
$\mu_r$	Perméabilité magnétique relative
$\rho$	Distance entre le point $T$ et son projeté orthogonal sur l'axe du dipôle 1
$\tau_r$	Variation relative de l'impédance mutuelle entre deux dipôles en présence d'un troisième en circuit ouvert par rapport à l'impédance mutuelle entre les dipôles seuls
$\varphi$	Angle d'observation par rapport à l'axe $x$ dans le plan $(x, y)$ [°]
$\varphi_m$	Angle d'inclinaison du dipôle $m$ par rapport à l'axe $x$ dans le plan $(x, y)$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [°]
$\varphi_{max}$	Phase maximale associée au premier terme négligé lors du calcul de la limite champ proche/champ lointain [°]
$\psi$	Angle d'observation par rapport à l'axe $y$ dans le plan $(x, y)$ [°]
$\omega$	Pulsation d'une onde qui se propage [rad/s]
$a$	Rayon du conducteur formant les dipôles [m]
$A_{nm}$	Pondération complexe appliquée à l'élément $n$ du réseau pour obtenir sa contribution au champ rayonné par l'élément $m$ ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ )
$A_{nm}(\psi)$	Pondération complexe appliquée à l'élément $n$ du réseau pour obtenir sa contribution au champ rayonné par l'élément $m$ dans la direction $\psi$ ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ )
$A_{nm_{moy}}$	Moyenne sur la grille angulaire selon $\psi$ des pondérations complexes $A_{nm}(\psi)$ ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ )
$A_{nm_{opt1}}$	Pondération complexe $A_{nm}$ optimale obtenue après résolution du problème d'optimisation $LS_1$ ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ )
$A_{nm_{opt2}}$	Pondération complexe $A_{nm}$ optimale obtenue après résolution du problème d'optimisation $LS_{2_{FF}}$ ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ )
$BW_r$	Bande passante relative du dipôle environné par rapport au dipôle isolé
$c$	Célérité de l'onde [m/s]
$C$	Constante d'Euler ( $C = 0.5772156649$ )
$d$	Distance inter-élément [m]
$D$	Plus grande dimension du réseau sur l'axe de distribution de ses éléments [m]
$d_{12}$	Distance entre le premier et le deuxième élément du réseau [m]
$d_{23}$	Distance entre le deuxième et le troisième élément du réseau [m]
$d_m$	Distance entre l'origine du repère et le centre de l'élément $m$ du réseau ( $m = 1, \dots, N$ ) [m]
$d_R$	Distance inter-élément du réseau récepteur [m]
$d_T$	Distance inter-élément du réseau émetteur [m]
$E_{1\theta}(\psi)$	Composante suivant $\theta$ du champ électrique rayonné par l'élément actif 1 du réseau dans la direction $\psi$ [V/m]
$E_{21}$	Champ électrique rayonné par le dipôle 1 sur le dipôle 2 [V/m]
$E_{\theta}(\theta)$	Composante suivant $\theta$ du champ électrique rayonné dans la direction $\theta$ par l'élément isolé placé à l'origine du repère [V/m]
$E_{\theta}(\psi)$	Composante suivant $\theta$ du champ électrique rayonné dans la direction $\psi$ [V/m]
$E_{ground}$	Epaisseur du plan de masse [m]
$E_{is}(\theta)$	Champ électrique de l'élément isolé positionné à l'origine du repère dans la direction $\theta$ [V/m]

$E_{is}(\psi)$	Champ électrique de l'élément isolé positionné à l'origine du repère dans la direction $\psi$ [V/m]
$E_{is}^{mes.}(\theta)$	Champ électrique de l'élément isolé positionné à l'origine du repère dans la direction $\theta$ , fourni par les mesures [V/m]
$E_{ism}(\theta)$	Champ électrique rayonné par l'élément $m$ du réseau pris isolément dans la direction $\theta$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{ism}(\psi)$	Champ électrique rayonné par l'élément $m$ du réseau pris isolément dans la direction $\psi$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{ism}^{mes.}(\theta)$	Champ électrique rayonné par l'élément $m$ du réseau pris isolément dans la direction $\theta$ , fourni par les mesures ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{m\theta}(\theta)$	Composante suivant $\theta$ du champ électrique rayonné dans la direction $\theta$ par l'élément $m$ du réseau pris isolément ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{mr}(\theta)$	Composante suivant $r$ du champ électrique rayonné dans la direction $\theta$ par l'élément $m$ du réseau pris isolément ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_m^e(\theta)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\theta$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_m^e(\psi)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\psi$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_m^{EM}(\psi)$	Champ électrique rayonné par l'élément $m$ du réseau dans la direction $\psi$ obtenu à partir des simulations électromagnétiques ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_m^{mes.}(\theta)$	Champ électrique rayonné par l'élément $m$ du réseau dans la direction $\theta$ fourni par les mesures ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{mLS_1}^e(\psi)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\psi$ , calculé en utilisant les pondérations complexes optimales selon le critère $LS_1$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{mLS_{2FF}}^e(\psi)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\psi$ , calculé en utilisant les pondérations complexes optimales selon le critère $LS_{2FF}$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$\tilde{E}_{mLS_{2NF3}}^e(\theta)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\theta$ , calculé en utilisant les pondérations complexes optimales selon le critère $LS_{2NF3}$ où le champ de l'élément isolé est fourni par les mesures et les champs des éléments actifs du réseau sont obtenus à partir des simulations électromagnétiques ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$\check{E}_{mLS_{2NF3}}^e(\theta)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\theta$ , calculé en utilisant les pondérations complexes optimales selon le critère $LS_{2NF3}$ où les champs de l'élément isolé et des éléments actifs du réseau sont fournis par les mesures ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{mLS_{2NF3}}^e(\psi)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\psi$ , calculé en utilisant les pondérations complexes optimales selon le critère $LS_{2NF3}$ où les champs de l'élément isolé et des éléments actifs du réseau sont obtenus à partir des simulations électromagnétiques ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{mmoy}^e(\psi)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\psi$ , calculé en utilisant la moyenne des pondérations complexes obtenues ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]

$E_{mS_{mat_{FF}}}^e(\theta)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\theta$ , calculé en utilisant la matrice $\underline{S}$ du réseau et en faisant l'approximation champ lointain ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{mS_{mat_{EM}}}^e(\theta)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\theta$ , calculé en utilisant la matrice $\underline{S}$ du réseau et les champs des éléments isolés issus des simulations électromagnétiques ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{mS_{mat_{NF3}}}^e(\theta)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\theta$ , calculé en utilisant la matrice $\underline{S}$ du réseau et le modèle sphérique ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{mZ_{mat_{FF}}}^e(\theta)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\theta$ , calculé en utilisant la matrice $\underline{Z}$ du réseau et en faisant l'approximation champ lointain ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{mZ_{mat_{FF}}}^e(\psi)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\psi$ , calculé en utilisant la matrice $\underline{Z}$ du réseau et en faisant l'approximation champ lointain ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{mZ_{mat_{NF3}}}^e(\psi)$	Champ électrique rayonné par l'élément actif $m$ du réseau dans la direction $\psi$ , calculé en utilisant la matrice $\underline{Z}$ du réseau et le modèle sphérique ( $m = 1, \dots, N$ ) [V/m]
$E_{patch}$	Épaisseur des patches [m]
$E_r(\theta)$	Composante suivant $r$ du champ électrique rayonné dans la direction $\theta$ par l'élément isolé placé à l'origine du repère [V/m]
$E_{substrate}$	Épaisseur du substrat [m]
$E_{t,AC}(\psi)$	Champ électrique total rayonné par un réseau dans la direction $\psi$ , en prenant en compte le couplage mutuel [V/m]
$E_{t,SC}(\psi)$	Champ électrique total rayonné par un réseau dans la direction $\psi$ , en négligeant les effets du couplage mutuel [V/m]
$E_{z21}$	Composante suivant $z$ du champ électrique rayonné par le dipôle 1 sur le dipôle 2 [V/m]
$f$	fréquence de travail [Hz]
$F_0(\theta)$	Fonction caractéristique de rayonnement de l'élément isolé
$F(\psi)$	Facteur de réseau calculé en négligeant les effets du couplage mutuel
$F'(\psi)$	Facteur de réseau calculé en prenant en compte les effets du couplage mutuel
$f_m$	Fréquence correspondant au minimum du coefficient de réflexion sur le dipôle $m$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [Hz]
$f_{max_m}$	Fréquence maximale en-dessous de laquelle le coefficient de réflexion du dipôle $m$ est inférieur au critère d'adaptation choisi ( $-10$ dB ou $-6$ dB) ( $m = 1, \dots, N$ ) [Hz]
$f_{min_m}$	Fréquence minimale au-dessus de laquelle le coefficient de réflexion du dipôle $m$ est inférieur au critère d'adaptation choisi ( $-10$ dB ou $-6$ dB) ( $m = 1, \dots, N$ ) [Hz]
$g_{r,l}(\theta)$	Gain de la $l^{\text{ième}}$ antenne réceptrice dans la direction $\theta$ dans un contexte de radar MIMO
$g_{t,i}(\theta)$	Gain de la $i^{\text{ième}}$ antenne émettrice dans la direction $\theta$ dans un contexte de radar MIMO

$I_m(z')$	Distribution de courant sur le dipôle $m$ du réseau ( $m = 1, \dots, N$ ) [A]
$I_{m0}$	Amplitude de la distribution de courant sur le dipôle $m$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [A]
$I_{mi}$	Courant à l'entrée du dipôle $m$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [A]
$j$	Unité imaginaire
$k$	Nombre d'onde
$K$	Nombre de cibles dans un contexte radar MIMO
$L$	Longueur des dipôles étudiés [m]
$L_{ground}$	Largeur du plan de masse de l'antenne imprimée isolée [m]
$L_m$	Longueur du dipôle $m$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [m]
$L_{patch}$	Largeur du patch de l'antenne imprimée isolée [m]
$L_{substrate}$	Largeur du substrat de l'antenne imprimée isolée [m]
$MSE_m$	MSE entre le champ rayonné par l'élément actif $m$ du réseau obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui calculé en utilisant l'une des méthodes de synthèse ( $m = 1, \dots, N$ )
$MSE_m^{LS_{2FF}}$	MSE entre le champ rayonné par l'élément actif $m$ du réseau obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui calculé en utilisant les pondérations complexes solutions du problème d'optimisation $LS_{2FF}$ ( $m = 1, \dots, N$ )
$MSE_m^{LS_{2NF3}}$	MSE entre le champ rayonné par l'élément actif $m$ du réseau obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui calculé en utilisant les pondérations complexes solutions du problème d'optimisation $LS_{2NF3}$ ( $m = 1, \dots, N$ )
$MSE_m^{S^{matFF}}$	MSE entre le champ rayonné par l'élément actif $m$ du réseau obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui calculé en utilisant la matrice $\underline{S}$ du réseau et en faisant l'approximation champ lointain ( $m = 1, \dots, N$ )
$MSE_m^{S^{matNF3}}$	MSE entre le champ rayonné par l'élément actif $m$ du réseau obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui calculé en utilisant la matrice $\underline{S}$ du réseau et le modèle sphérique ( $m = 1, \dots, N$ )
$MSE_m^{Z^{matFF}}$	MSE entre le champ rayonné par l'élément actif $m$ du réseau obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui calculé en utilisant la matrice $\underline{Z}$ du réseau et en faisant l'approximation champ lointain ( $m = 1, \dots, N$ )
$MSE_m^{Z^{matNF3}}$	MSE entre le champ rayonné par l'élément actif $m$ du réseau obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui calculé en utilisant la matrice $\underline{Z}$ du réseau et le modèle sphérique ( $m = 1, \dots, N$ )
$N$	Nombre d'éléments du réseau
$N_\psi$	Nombre de points de la grille angulaire selon $\psi$
$N_R$	Nombre de positions de l'antenne réceptrice (sur la plateforme expérimentale)
$N_{rep}$	Nombre de répétitions dans une campagne de mesures
$N_s$	Nombre d'échantillons du signal
$N_T$	Nombre de positions de l'antenne émettrice (sur la plateforme expérimentale)

$r$	Distance du centre du dipôle 1 au point d'observation [m]
$R_1$	Distance de l'extrémité supérieure du dipôle 1 au point d'observation [m]
$R_{11m}$	Résistance propre calculée en considérant la valeur maximale de la distribution de courant sur les dipôles [ $\Omega$ ]
$r_2$	Distance du centre du dipôle 2 au point d'observation [m]
$R_2$	Distance de l'extrémité inférieure du dipôle 1 au point d'observation [m]
$R_{21i}$	Résistance mutuelle calculée en considérant le courant à l'entrée des dipôles [ $\Omega$ ]
$R_{21m}$	Résistance mutuelle calculée en considérant la valeur maximale de la distribution de courant sur les dipôles [ $\Omega$ ]
$r_{limite}$	Distance limite champ proche/champ lointain [m]
$R_{r,l}$	Distance de l'antenne réceptrice $l$ à la cible [m]
$R_{t,i}$	Distance de l'antenne émettrice $i$ à la cible [m]
$s$	Distance entre les bords de deux patches consécutifs [m]
$S_{mm}$	Coefficient de réflexion sur l'élément $m$ du réseau ( $m = 1, \dots, N$ )
$S_{nm}$	Coefficient de transmission de l'élément $m$ vers l'élément $n$ du réseau ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ )
$t$	Distance algébrique du centre du dipôle 2 à un point quelconque sur ce dipôle [m]
$T$	Point quelconque sur le dipôle 2
$t_{x_2}$	Abscisse du point $T$ dans le repère $(x_2, y_2, z_2)$ [m]
$t_{y_2}$	Ordonnée du point $T$ dans le repère $(x_2, y_2, z_2)$ [m]
$t_{z_2}$	Élévation du point $T$ dans le repère $(x_2, y_2, z_2)$ [m]
$V_0$	Tension d'alimentation du dipôle isolé positionné à l'origine du repère [V]
$V_{21}$	Tension induite sur le dipôle 2 par effet du rayonnement du dipôle 1 [V]
$V_m$	Tension d'alimentation de l'élément $m$ du réseau ( $m = 1, \dots, N$ ) [V]
$W_{ground}$	Longueur du plan de masse [m]
$W_{patch}$	Longueur des patches [m]
$W_{substrate}$	Longueur du substrat [m]
$x_{0m}$	Abscisse du centre du dipôle $m$ dans le repère de référence $(x, y, z)$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [m]
$x'_{0m}$	Abscisse du centre du dipôle $m$ dans le repère $(x_1, y_1, z_1)$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [m]
$X_{11m}$	Réactance propre calculée en considérant la valeur maximale de la distribution de courant sur les dipôles ( $m = 1, \dots, N$ ) [ $\Omega$ ]
$X_{21i}$	Réactance mutuelle calculée en considérant le courant à l'entrée des dipôles ( $m = 1, \dots, N$ ) [ $\Omega$ ]
$X_{21m}$	Réactance mutuelle calculée en considérant la valeur maximale de la distribution de courant sur les dipôles ( $m = 1, \dots, N$ ) [ $\Omega$ ]
$y_{0m}$	Ordonnée du centre du dipôle $m$ dans le repère $(x, y, z)$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [m]
$y'_{0m}$	Ordonnée du centre du dipôle $m$ dans le repère $(x_1, y_1, z_1)$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [m]
$Z_0$	Impédance de charge des antennes [ $\Omega$ ]
$z_{0m}$	Élévation du centre du dipôle $m$ dans le repère $(x, y, z)$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [m]
$z'_{0m}$	Élévation du centre du dipôle $m$ dans le repère $(x_1, y_1, z_1)$ ( $m = 1, \dots, N$ ) [m]
$Z_{11i}$	Impédance propre calculée en considérant le courant à l'entrée des dipôles [ $\Omega$ ]

$Z_{11m}$	Impédance propre calculée en considérant la valeur maximale de la distribution de courant sur les dipôles $[\Omega]$
$Z_{12}^{\text{perturbé}}$	Impédance mutuelle entre deux dipôles en présence d'un troisième en circuit ouvert $[\Omega]$
$Z_{12}^{\text{seul}}$	Impédance mutuelle entre deux dipôles seuls $[\Omega]$
$Z_{21i}$	Impédance mutuelle calculée en considérant le courant à l'entrée des dipôles $[\Omega]$
$Z_{21m}$	Impédance mutuelle calculée en considérant la valeur maximale de la distribution de courant sur les dipôles $[\Omega]$
$Z_{inm}$	Impédance d'entrée du dipôle $m$ ( $m = 1, \dots, N$ ) $[\Omega]$
$Z_{mm}$	Impédance propre du dipôle $m$ ( $m = 1, \dots, N$ ) $[\Omega]$
$Z_{nm}$	Impédance mutuelle entre les dipôles $m$ et $n$ ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1 \dots, N$ )

### Vecteurs

$\underline{A}$	Potentiel vecteur du champ magnétique
$\underline{a}_\theta$	Vecteur unitaire suivant $\theta$ dans le système de coordonnées sphériques
$\underline{a}_\rho$	Vecteur unitaire suivant $\rho$ dans le système de coordonnées cylindriques
$\underline{a}_\varphi$	Vecteur unitaire suivant $\varphi$ dans le système de coordonnées sphériques ou cylindriques
$\underline{a}_r$	Vecteur unitaire suivant $r$ dans le système de coordonnées sphériques
$\underline{a}_R$	Vecteur directionnel dans lequel les effets du couplage mutuel à la réception ne sont pas pris en compte
$\tilde{\underline{a}}_R$	Vecteur directionnel dans lequel les effets du couplage mutuel à la réception sont pris en compte
$\underline{a}_T$	Vecteur directionnel dans lequel les effets du couplage mutuel à l'émission ne sont pas pris en compte
$\tilde{\underline{a}}_T$	Vecteur directionnel dans lequel les effets du couplage mutuel à l'émission sont pris en compte
$\underline{a}_x$	Vecteur unitaire sur l'axe $x$ du système de coordonnées cartésiennes
$\underline{a}_y$	Vecteur unitaire sur l'axe $y$ du système de coordonnées cartésiennes
$\underline{a}_z$	Vecteur unitaire sur l'axe $z$ du système de coordonnées cartésiennes
$\underline{E}$	Vecteur champ électrique $[\text{V/m}]$
$\underline{E}^e(\theta)$	Vecteur des différents champs électriques rayonnés par les éléments actifs du réseau dans la direction $\theta$ $[\text{V/m}]$
$\underline{E}_{is}(\theta)$	Vecteur des différents champs électriques rayonnés par les éléments du réseau pris isolément dans la direction $\theta$ $[\text{V/m}]$
$\underline{E}_{is}(\psi)$	Vecteur des différents champs électriques rayonnés par les éléments du réseau pris isolément dans la direction $\psi$ $[\text{V/m}]$
$\underline{E}_{ism}(\theta)$	Vecteur champ électrique rayonné par l'élément $m$ du réseau pris isolément dans la direction $\theta$ ( $m = 1, \dots, N$ ) $[\text{V/m}]$
$\underline{E}_{ism}(\psi)$	Vecteur champ électrique rayonné par l'élément $m$ du réseau pris isolément dans la direction $\psi$ ( $m = 1, \dots, N$ ) $[\text{V/m}]$
$\underline{H}$	Vecteur champ magnétique $[\text{A/m}]$
$\underline{I}$	Vecteur des courants sur les différents éléments du réseau $[\text{A}]$
$\underline{k}_{r,l}$	Vecteur d'onde du signal incident sur l'antenne réceptrice $l$

$\underline{k}_{t,i}$	Vecteur d'onde du signal émis par l'antenne émettrice $i$
$\underline{t}$	Vecteur orienté entre le centre du dipôle 2 et un point quelconque sur ce dipôle [m]
$\underline{V}$	Vecteur des tensions d'alimentation des différents éléments du réseau [V]

### Matrices

$\underline{\underline{B}}$	Matrice du bruit à la réception
$\underline{\underline{C}}$	Matrice des signaux émis
$\underline{\underline{I}}_N$	Matrice identité de taille $N \times N$
$\underline{\underline{S}}$	Matrice des coefficients de répartition du réseau
$\underline{\underline{X}}$	Matrice des signaux reçus
$\underline{\underline{Z}}$	Matrice impédance du réseau [ $\Omega$ ]
$\underline{\underline{Z}}_L$	Matrice des charges terminales sur les éléments du réseau [ $\Omega$ ]
$\underline{\underline{Z}}^{norm}$	Matrice de normalisation [ $\Omega$ ]
$\underline{\underline{Z}}^{simu.}$	Matrice impédance du réseau obtenue à partir des simulations électromagnétiques [ $\Omega$ ]
$\underline{\underline{Z}}^{théo.}$	Matrice impédance du réseau obtenue à partir des formules théoriques [ $\Omega$ ]

### Problèmes d'optimisation

$LS_1$	Problème d'optimisation au sens des moindres carrés dans lequel les pondérations $A_{nm}$ ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ ) sont calculées en supposant que $A_{mm} = 1$ et en faisant l'approximation champ lointain
$LS_{2EM}$	Problème d'optimisation au sens des moindres carrés dans lequel les pondérations $A_{nm}$ ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ ) sont calculées en utilisant les champs des éléments isolés issus des simulations électromagnétiques
$LS_{2FF}$	Problème d'optimisation au sens des moindres carrés dans lequel les pondérations $A_{nm}$ ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ ) sont calculées en faisant l'approximation champ lointain
$LS_{2NF3}$	Problème d'optimisation au sens des moindres carrés dans lequel les pondérations $A_{nm}$ ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ ) sont calculées en utilisant le modèle sphérique
$LS_{2NF3,mes.}$	Problème d'optimisation au sens des moindres carrés dans lequel les pondérations $A_{nm}$ ( $m = 1, \dots, N$ , et $n = 1, \dots, N$ ) sont calculées en utilisant le modèle sphérique et les diagrammes de l'élément isolé et des éléments actifs du réseau fournis par les mesures

**Opérateurs mathématiques**

$\frac{\partial a}{\partial b}$	Dérivée partielle de $a$ par rapport à $b$
$\nabla$	Opérateur nabla
$\ \cdot\ _2$	Norme $L_2$
$\underline{a} \cdot \underline{b}$	Produit scalaire de $\underline{a}$ par $\underline{b}$
$\Re(\cdot)$	Partie réelle d'un nombre complexe
$\Im(\cdot)$	Partie imaginaire d'un nombre complexe

**Systèmes de coordonnées**

Dans ce document, les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques sont utilisés (voir annexe A). D'une façon générale, les coordonnées d'un vecteur  $\underline{G}$  s'écriront :

- $(G_x, G_y, G_z)$  dans le système de coordonnées cartésiennes,
- $(G_\rho, G_\varphi, G_z)$  dans le système de coordonnées cylindriques,
- $(G_r, G_\theta, G_\varphi)$  dans le système de coordonnées sphériques.



# Chapitre 1

## Introduction

Dans un réseau d’antennes, les éléments composant le réseau sont sujets à des interactions électromagnétiques. Ces interactions ont pour effet de créer un couplage mutuel dans le réseau et induisent une modification de la distribution de courant sur chacune des antennes, ce qui affecte le gain, le diagramme de rayonnement, l’impédance d’entrée ou la bande passante des antennes formant le réseau ([1], [2]). Le couplage mutuel dépend principalement de la géométrie du réseau (notamment de la distance inter-élément) et de ses éléments. Pour un réseau d’antennes donné, augmenter la distance inter-élément peut réduire les interactions électromagnétiques entre les antennes et donc le couplage mutuel. Or, pour minimiser l’apparition des lobes de réseau sur les diagrammes de rayonnement, l’espacement entre les éléments doit rester inférieur à la demi-longueur d’onde (on dit alors du réseau qu’il est dense) [3]. Cependant, avec un tel espacement entre les éléments, le comportement de l’antenne dans l’environnement du réseau diffère de plus en plus de celui de l’antenne isolée. Les effets du couplage mutuel peuvent conduire à des erreurs sur les modules et sur les phases des signaux effectivement transmis par les réseaux d’antennes [2]. La prise en compte du couplage mutuel dans les réseaux d’antennes, lors de leur conception ou dans les algorithmes de traitement d’antennes, permet d’avoir accès aux caractéristiques de rayonnement réel de chaque élément du réseau. La connaissance de ces caractéristiques peut par exemple permettre d’améliorer les performances de détection/localisation de cibles à l’aide d’un radar MIMO (Multiple Input Multiple Output). Dans un contexte RFID (Radio Frequency IDentification), modéliser le couplage mutuel permet de modéliser le système formé par un ensemble de tags pour statuer sur le comportement d’un tag environné. Au niveau du système, cette modélisation peut être utilisée pour estimer le taux de lecture qu’on peut atteindre dans une configuration donnée.

### 1.1 Etat de l’art sur l’étude du couplage mutuel dans les réseaux d’antennes

Plusieurs études ont été menées sur le couplage mutuel au cours des dernières années. Certaines d’entre elles consistent à réduire physiquement le couplage mutuel présent entre les éléments du réseau, par l’utilisation d’éléments parasites dans les réseaux d’antennes considérés. C’est le cas dans [4] où des lignes microruban sont utilisées comme éléments résonants pour réduire le couplage mutuel. Plus récemment, les résonateurs en anneau fendu (en anglais “Split Ring Resonators”) sont de plus en plus utilisés comme éléments parasites pour réduire le couplage mutuel dans les réseaux d’antennes imprimées. Les résonateurs en anneau fendu peuvent avoir une perméabilité négative à certaines fréquences et cette propriété est utilisée pour bloquer les champs électromagnétiques qui peuvent exister entre les éléments d’un réseau. C’est le cas dans

[5], [6], [7] et [8] où différentes variantes de résonateurs en anneau fendu sont gravées entre les éléments rayonnants d'un réseau d'antennes imprimées pour atteindre jusqu'à 37 dB de réduction du couplage mutuel [8] (contre 10 dB dans [5] par exemple). D'autres méthodes consistent à compenser le couplage mutuel par l'utilisation d'une matrice de découplage obtenue en calculant les impédances du réseau. Le calcul des impédances du réseau peut se faire grâce à une méthode dite conventionnelle (en anglais Conventional Mutual Impedance Method (CMIM)) résumée dans [9] et [3]. Avec la méthode conventionnelle, l'impédance mutuelle entre les éléments  $m$  et  $n$ , notée  $Z_{mn}$ , est calculée comme le rapport entre la tension en circuit ouvert aux bornes de l'élément  $m$  du réseau et le courant d'excitation de l'élément  $n$  du réseau. La méthode dite de la Force ElectroMotrice Induite (Induced ElectroMotive Force (IEMF)) est basée sur ce concept et a initialement été introduite par L. Brillouin dans [10]. Elle permet de déterminer l'impédance mutuelle entre deux dipôles linéaires suffisamment fins pour que leurs distributions de courant puissent être supposées sinusoïdales. C. A. Balanis, dans [11] et [12] reprend la méthode IEMF pour calculer l'impédance mutuelle entre deux dipôles fins, non inclinés et de même longueur en configuration parallèle (ou côte-à-côte), colinéaire ou parallèle en échelon. La méthode IEMF est ensuite utilisée dans [13], [14], [15] et [16] pour calculer l'impédance mutuelle entre deux dipôles dans d'autres configurations géométriques avec notamment la prise en compte de l'inclinaison du deuxième dipôle, ce dernier pouvant être de longueur différente du premier dipôle. Dans [17], A. M. Norun et al. reprennent la méthode IEMF pour calculer l'impédance mutuelle entre deux dipôles en prenant en compte la taille du gap pour l'excitation du dipôle. Notons que l'impédance mutuelle dans la méthode IEMF est calculée en considérant la tension en circuit ouvert alors qu'en pratique, les éléments du réseau sont généralement chargés. C. A. Balanis, dans [11] et [12], donne une relation entre l'impédance mutuelle obtenue lorsque les éléments sont chargés et celle obtenue lorsqu'ils sont en circuit ouvert. La méthode conventionnelle de calcul des impédances mutuelles a pendant longtemps été utilisée aussi bien dans les réseaux émetteurs que les réseaux récepteurs en utilisant la réciprocité entre les deux [18]. Toutefois, son utilisation dans les réseaux récepteurs a été remise en question dans [9], [19], [20], et [21], dans lesquels une méthode dite des impédances mutuelles en réception (en anglais Receiving Mutual Impedances Method (RMIM)) est proposée pour compenser le couplage mutuel sur un réseau récepteur. En effet, H. T. Hui a introduit la méthode RMIM [20] en considérant un réseau récepteur dont les éléments sont excités par une onde plane incidente, les charges terminales des éléments étant connues. Dans le cadre de notre travail, nous avons étudié le couplage mutuel sur des réseaux en émission; en considérant la méthode conventionnelle, cette étude faite sur les réseaux émetteurs est alors transposable sur des réseaux récepteurs en utilisant la réciprocité entre les deux réseaux.

La modélisation du couplage mutuel peut également se faire en calculant le diagramme de rayonnement d'un réseau dans lequel les effets du couplage mutuel sont pris en compte. Dans [22], le diagramme de rayonnement du réseau prenant en compte les effets du couplage mutuel est calculé en considérant le courant circulant sur chaque élément du réseau et prenant en compte le couplage mutuel inter-élément dans la détermination du facteur de réseau. Pour calculer le courant circulant sur chaque élément du réseau, la matrice des coefficients de répartition du réseau obtenue à partir des simulations électromagnétiques est utilisée pour calculer la matrice impédance du réseau prenant en compte les effets du couplage mutuel sur le réseau. Connaissant les tensions d'excitation sur chaque élément du réseau, le courant circulant sur chaque élément du réseau est alors obtenu en utilisant la relation tension-courant. Une autre méthode basée sur la résolution d'un problème d'optimisation au sens des moindres carrés est présentée dans [23] pour réduire les effets du couplage mutuel dans le diagramme de rayonnement d'un réseau. Les auteurs montrent qu'on peut trouver une loi d'excitation à appliquer au réseau pour que son diagramme de rayonnement tende vers celui qu'on aurait s'il n'y avait pas de couplage mutuel sur le réseau. Des études moins récentes montrent qu'il est possible de reconstituer le diagramme

de rayonnement d'un réseau linéaire constitué d'éléments identiques à partir du diagramme de rayonnement d'un élément isolé et des paramètres de couplage du réseau (matrice impédance ou matrice des coefficients de répartition). D. M. Pozar résume le concept de diagramme de rayonnement de l'élément actif dans [24] et [25] afin de calculer le diagramme de rayonnement d'un réseau en prenant en compte le couplage mutuel. Le diagramme de rayonnement de l'élément actif est le diagramme de rayonnement d'un réseau dans lequel un seul élément est alimenté alors que les autres sont chargés. Ainsi, D. M. Pozar montre qu'il est possible de reconstituer ce diagramme de rayonnement à partir du diagramme de rayonnement de l'élément isolé et des paramètres  $S$  du réseau. D'autres techniques de synthèse de ce diagramme sont données dans [3], [26] et [27]. Ces techniques utilisent la matrice impédance  $\underline{Z}$  du réseau ([3], [26]) ou les coefficients d'auto-induction entre les éléments du réseau [27].

## 1.2 Objectif de la thèse

Lors de précédents travaux [28], une plateforme expérimentale a été développée pour simuler le fonctionnement d'un réseau d'antennes pour un système MIMO (Multiple Input Multiple Output) (voir figure 1.1). Dans un véritable système MIMO, chaque antenne des réseaux émetteur et récepteur possède sa propre architecture RF. Un tel système est complexe à mettre en œuvre. Pour réduire cette complexité, la plateforme expérimentale qui a été développée est composée d'un seul émetteur/récepteur mobile. La matrice des signaux reçus par un vrai système MIMO peut ensuite être reconstruite en appliquant le théorème de superposition. Le nombre et le type d'éléments rayonnants, ainsi que la distance inter-élément sont reconfigurables, ce qui offre une grande flexibilité lors de la conception du réseau d'antennes. Cependant, le couplage mutuel normalement présent dans un vrai réseau d'antennes est inexistant sur cette plateforme.

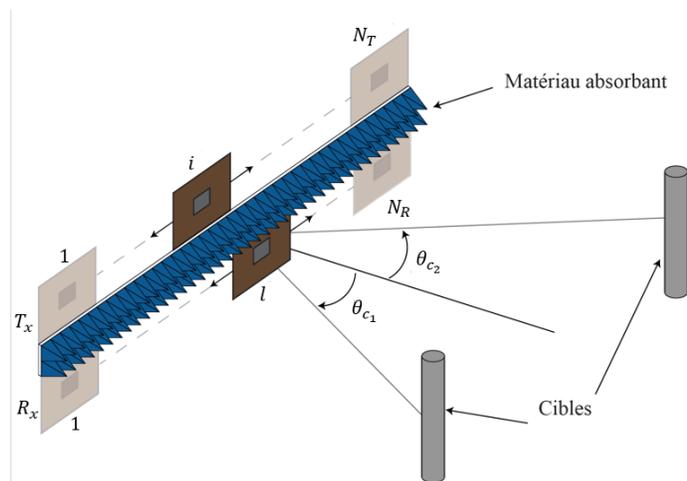


FIGURE 1.1 : Plateforme expérimentale.

L'objectif de cette thèse est de proposer une méthode permettant de modéliser le couplage mutuel présent dans un réseau d'antennes. De cette façon, les algorithmes de traitement de signal dans les réseaux d'antennes seront utilisés de manière plus réaliste en considérant les caractéristiques de rayonnement réel de chaque élément du réseau et leurs performances s'en trouveront améliorées. Ainsi, dans le cas du radar MIMO, l'utilisation des diagrammes de rayonnement dans lesquels les effets du couplage mutuel entre les éléments du réseau sont pris en compte conduira à plus de précision dans l'estimation des paramètres des cibles (distance, direction d'arrivée). En effet, les algorithmes d'estimation de direction d'arrivée ont généralement été développés en

considérant que les antennes formant le réseau émetteur (ou récepteur) n'interagissent pas entre elles et donc qu'elles ont chacune le même diagramme de rayonnement que celui de l'antenne prise isolément ([29], [30], [31], [32]). Ceci est une interprétation idéaliste des phénomènes qui se produisent entre les antennes émettrices ou réceptrices d'un radar MIMO. Si la distance inter-élément est de l'ordre de la demi-longueur d'onde, le phénomène de couplage mutuel est alors présent et les diagrammes de rayonnement des antennes sont différents de celui de l'antenne isolée. Ces diagrammes modifiés doivent donc être pris en compte dans la détermination des vecteurs directionnels utilisés dans les algorithmes d'estimation du radar MIMO pour avoir une estimation plus réaliste des paramètres des cibles. On peut également citer le cas de la technologie RFID où la connaissance du comportement d'un tag environné par d'autres peut servir à prédire et à terme améliorer le taux de lecture. En effet, le bilan de liaison entre lecteur et tag fait intervenir des paramètres tels que le diagramme de rayonnement du tag (et du lecteur) et l'adaptation du tag dans la bande de fréquence considérée. Lorsque le tag est environné, les interactions électromagnétiques qui se produisent modifient ces paramètres qui deviennent alors différents de ceux du tag isolé. En modélisant ces interactions électromagnétiques, on peut ainsi déterminer le diagramme de rayonnement ainsi que l'adaptation du tag environné et les prendre en compte dans le bilan de liaison d'une communication RFID.

### 1.3 Plan du manuscrit

Le présent manuscrit est organisé comme suit. Dans le chapitre 2, nous rappelons d'abord la méthode IEMF pour le calcul de l'impédance mutuelle entre deux dipôles [12] avant de l'étendre à un nombre quelconque de dipôles. Nous présentons des résultats de simulation qui valident cette extension de la méthode IEMF. Ensuite, nous présentons deux méthodes existantes de synthèse de diagramme de rayonnement de l'élément actif, l'une utilisant la matrice  $\underline{Z}$  ([3], [26]), l'autre la matrice  $\underline{S}$  ([24], [25]) du réseau. Nous montrons, par des résultats de simulation, qu'il est possible de synthétiser ce diagramme théoriquement pour un réseau linéaire uniforme de dipôles comprenant un nombre quelconque d'éléments en étendant la méthode IEMF. Puis, nous proposons une méthode pour synthétiser le diagramme de rayonnement de l'élément actif. Cette méthode est basée sur la résolution d'un problème d'optimisation au sens des moindres carrés. Nous proposons également un modèle sphérique pour le calcul du facteur de réseau; ce modèle permet de réduire considérablement les erreurs de phase commises lorsque l'approximation champ lointain est utilisée dans le facteur de réseau pour calculer le diagramme de rayonnement de l'élément actif. Les différentes méthodes de synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif sont ensuite étendues à des réseaux d'antennes imprimées.

Dans le chapitre 3, nous présentons une application de l'utilisation du diagramme de rayonnement de l'élément actif au radar MIMO. Après avoir rappelé le principe et l'intérêt du radar MIMO ainsi que ses applications, nous donnons le modèle des signaux reçus avec et sans la prise en compte du couplage mutuel présent entre les éléments. Ensuite, nous présentons la plateforme expérimentale de radar MIMO qui a été développée dans [28] ainsi que ses limites. Puis, en utilisant la méthode d'optimisation présentée dans le chapitre 2, nous synthétisons les diagrammes de rayonnement des éléments actifs constituant le réseau correspondant aux positions décrites par l'antenne qui se déplace sur la plateforme. Nous montrons par des résultats de mesure que cette synthèse peut se faire avec le diagramme de rayonnement mesuré de l'antenne qui se déplace et en utilisant des données de simulation pour résoudre le problème d'optimisation énoncé dans le chapitre 2.

Enfin, nous montrons dans le chapitre 4 des applications de notre modélisation du couplage mutuel liées à la technologie RFID. La méthode IEMF qui a été généralisée pour un nombre

quelconque d'éléments d'un réseau linéaire uniforme est ici étendue au cas d'un réseau planaire dont les éléments peuvent être inclinés (pour représenter un ensemble de tags RFID dispersés dans le plan). Les impédances mutuelles ainsi déterminées sont d'abord utilisées pour calculer l'impédance d'entrée d'un élément alimenté du réseau lorsque les autres éléments sont chargés. Ensuite, nous étudions les effets du couplage mutuel sur les deux paramètres intervenant dans le bilan d'une liaison RFID : l'adaptation (la bande passante) et le diagramme de rayonnement du dipôle environné.

## 1.4 Publications

Le travail effectué lors de cette thèse a fait l'objet des publications suivantes :

— Conférences internationales :

- A. GUEYE, B. POUSSOT, F. NADAL et G. BAUDOIN, « A Spherical Model of the Array Factor for Active Element Pattern Synthesis », in *12th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2018)*, Londres, Royaume-Uni, du 09 au 13 avril 2018.
- I. ADJALI, A. GUEYE, B. POUSSOT, S. MOSTARSHEDI, F. NADAL et J.-M. LAHEURTE, « Statistical Study of Coupling in Randomly Distributed Dipole Sets », in *12th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2018)*, Londres, Royaume-Uni, du 09 au 13 avril 2018.

— Conférences nationales :

- A. GUEYE, B. POUSSOT, F. NADAL et G. BAUDOIN, « Modélisation du couplage mutuel présent dans un radar MIMO utilisant des antennes colocalisées », in *19èmes Journées Nationales Microondes (JNM 2015)*, Bordeaux, France, du 02 au 05 juin 2015.
- A. GUEYE, B. POUSSOT, F. NADAL et G. BAUDOIN, « Modèle sphérique pour reconstituer le couplage mutuel présent dans un radar MIMO utilisant des antennes colocalisées », in *20èmes Journées Nationales Microondes (JNM 2017)*, Saint-Malo, France, du 16 au 19 mai 2017.
- A. GUEYE, I. ADJALI, B. POUSSOT, S. MOSTARSHEDI, F. NADAL et J.-M. LAHEURTE, « Modèle analytique du couplage entre dipôles aléatoirement répartis », in *20èmes Journées Nationales Microondes (JNM 2017)*, Saint-Malo, France, du 16 au 19 mai 2017.

— Workshop :

- I. ADJALI, A. GUEYE, B. POUSSOT, S. MOSTARSHEDI, F. NADAL et J.-M. LAHEURTE, « Statistical Study of Coupling in Randomly Distributed Dipole Sets », in *Uncertainty Modeling for Engineering Applications (UMEMA) 2017 Workshop*, Turin, Italie, du 23 au 24 novembre 2017.

Un article de revue a été soumis à *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* :

I. ADJALI, A. GUEYE, S. MOSTARSHEDI, B. POUSSOT, F. NADAL et J.-M. LAHEURTE, « Matching Evaluation of Highly Coupled Dipoles Quantified by a Statistical Approach ».



## Chapitre 2

# Modélisation du couplage mutuel dans un réseau d'antennes linéaire uniforme

Dans ce chapitre, nous étudions et proposons des méthodes de modélisation du couplage mutuel dans un réseau d'antennes linéaire uniforme. Comme nous l'avons indiqué dans le chapitre 1, l'idée est de trouver une loi d'excitation à appliquer à l'antenne à chacune de ses positions pour modéliser le couplage mutuel en utilisant le concept de diagramme de rayonnement de l'élément actif. Dans la section 2.1, nous présentons la méthode IEMF qui permet de calculer les impédances mutuelles entre deux dipôles linéaires fins avant de l'étendre à un nombre quelconque de dipôles. La section 2.2 rappelle les modélisations du diagramme de rayonnement de l'élément actif à l'aide des matrices  $\underline{Z}$  et  $\underline{S}$  décrites respectivement dans [26] et [25]. Les résultats obtenus en synthétisant les diagrammes de rayonnement avec les impédances calculées théoriquement ou à partir des simulations électromagnétiques y sont également présentés. Enfin, la section 2.3 décrit la technique semi-analytique que nous proposons pour reconstituer le diagramme de rayonnement de l'élément actif.

### 2.1 Détermination de la matrice impédance d'un réseau

On cherche à modéliser le couplage mutuel dans un réseau linéaire uniforme de  $N$  dipôles avec un système à  $N$  ports caractérisé par sa matrice impédance (voir figure 2.1). Dans un premier temps, on rappelle la méthode IEMF qui permet de modéliser la matrice impédance d'un réseau de deux dipôles. Nous proposons ensuite une extension de cette méthode à un réseau linéaire uniforme de  $N$  dipôles.

#### 2.1.1 La méthode IEMF

La notion de Force ElectroMotrice Induite a d'abord été développée par P. Carter dans [33] puis a été reprise par S. Schelkunoff et H. Friis dans [34] et par C. A. Balanis dans [12] pour calculer les impédances propres et mutuelles entre deux antennes linéaires très fines (diamètre inférieur à  $10^{-2}\lambda$ ). Cette dernière hypothèse permet de supposer que ces antennes sont parcourues par des distributions de courant sinusoïdales (voir figure 2.2).

Comme son nom l'indique, la méthode IEMF utilise la Force ElectroMotrice Induite (la tension induite) sur l'un des éléments en circuit ouvert par effet du rayonnement de l'élément alimenté parcouru par une distribution de courant  $I_1(z')$  donnée par :

$$I_1(z') = I_{10} \sin \left[ k \left( \frac{L_1}{2} - |z'| \right) \right], \quad (2.1)$$

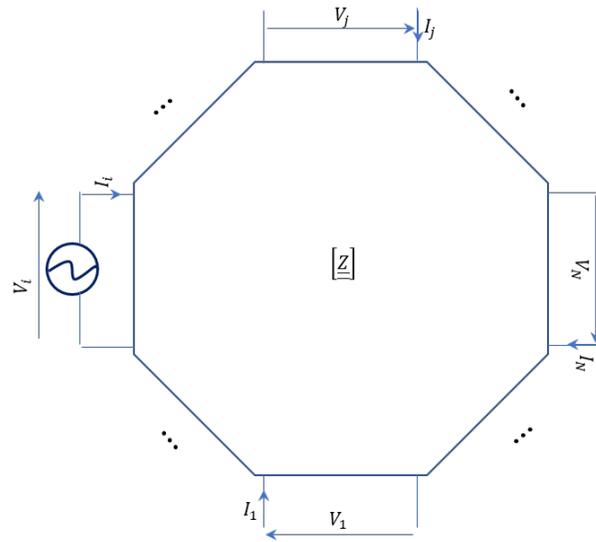


FIGURE 2.1 : Système à  $N$  ports caractérisé par sa matrice impédance  $\underline{Z}$ .

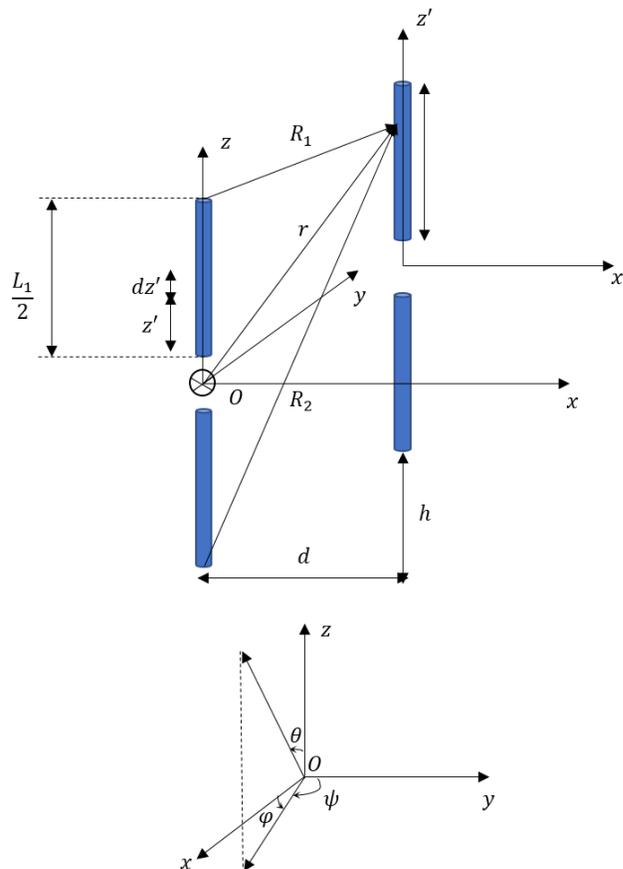


FIGURE 2.2 : Positionnement relatif de deux dipôles pour le couplage mutuel.

où  $I_{10}$  est l'amplitude de la distribution de courant,  $L_1$  est la longueur du dipôle 1 et  $k$  est le nombre d'onde donné par  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  étant la longueur d'onde. La tension induite, notée  $V_{21}$ , est donnée par :

$$V_{21} = -\frac{1}{I_{2i}} \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} I_2(z') E_{z21}(z') dz'. \quad (2.2)$$

Dans cette équation,  $L_2$  est la longueur du deuxième dipôle,  $I_2(z')$  est la distribution de courant sur le deuxième élément, d'amplitude  $I_{20}$  et dont l'expression, uniquement valable pour les dipôles très fins, est donnée par :

$$I_2(z') = I_{20} \sin \left[ k \left( \frac{L_2}{2} - |z'| \right) \right], \quad (2.3)$$

$I_{2i}$  est la valeur de  $I_2(z')$  à l'entrée du dipôle 2, c'est-à-dire en  $z' = 0$ ,  $E_{z21}$  est la composante suivant  $z$  du champ électrique rayonné par le dipôle 1 sur le dipôle 2 (donc en champ proche) donnée par (voir annexe B) :

$$E_{z21} = -\frac{j\eta I_{10}}{4\pi} \left[ \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2 \cos \left( \frac{kL_1}{2} \right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right], \quad (2.4)$$

avec  $\eta$  l'impédance caractéristique du vide ( $\eta \simeq 377 \Omega$ ),  $r$  la distance de l'origine du repère au point d'observation (sur le dipôle 2),  $R_1$  et  $R_2$  les distances des extrémités du dipôle 1 au point d'observation (voir figure 2.2). En utilisant l'expression de la composante suivant  $z$  du champ électrique (équation (2.4)) dans l'expression de la tension induite donnée par l'équation (2.2), on a :

$$\begin{aligned} V_{21} &= -\frac{1}{I_{2i}} \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \left[ I_{20} \sin \left[ k \left( \frac{L_2}{2} - |z'| \right) \right] \right. \\ &\quad \left. \times \left( -j \frac{\eta I_{10}}{4\pi} \left[ \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2 \cos \left( k \frac{L_1}{2} \right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right] \right) \right] dz'. \end{aligned} \quad (2.5)$$

L'impédance mutuelle peut être déterminée en considérant la valeur de la distribution de courant à l'entrée des dipôles ; elle est dans ce cas notée  $Z_{21i}$ . Soit  $I_{1i}$  la valeur de  $I_1(z')$  à l'entrée du dipôle 1 (en  $z' = 0$ ). On a alors :

$$\begin{aligned} Z_{21i} &= \frac{V_{21}}{I_{1i}} \\ &= \frac{j\eta}{4\pi \sin \left( k \frac{L_1}{2} \right) \sin \left( k \frac{L_2}{2} \right)} \\ &\quad \times \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \left[ \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2 \cos \left( k \frac{L_1}{2} \right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right] \sin \left[ k \left( \frac{L_2}{2} - |z'| \right) \right] dz'. \end{aligned} \quad (2.6)$$

L'impédance mutuelle peut également être calculée en considérant la valeur maximale de la distribution de courant sur les deux dipôles ; elle est dans ce cas notée  $Z_{21m}$  et est liée à l'impédance  $Z_{21i}$  par la relation :

$$\begin{aligned} Z_{21m} &= Z_{21i} \sin \left( k \frac{L_1}{2} \right) \sin \left( k \frac{L_2}{2} \right) \\ &= Z_{21i} \sin^2 \left( k \frac{L}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

si les deux dipôles sont de longueur identique  $L$ . Sous cette forme, les parties réelle et imaginaire de  $Z_{21m}$ , notées respectivement  $R_{21m}$  et  $X_{21m}$ , s'écrivent :

$$R_{21m} = \frac{\eta}{4\pi} \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \left[ \frac{\sin(kR_1)}{R_1} + \frac{\sin(kR_2)}{R_2} - 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\sin(kr)}{r} \right] \sin\left[k\left(\frac{L_2}{2} - |z'|\right)\right] dz' \quad (2.8)$$

$$X_{21m} = \frac{\eta}{4\pi} \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \left[ \frac{\cos(kR_1)}{R_1} + \frac{\cos(kR_2)}{R_2} - 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\cos(kr)}{r} \right] \sin\left[k\left(\frac{L_2}{2} - |z'|\right)\right] dz'. \quad (2.9)$$

La valeur de l'impédance mutuelle dépend du couplage mutuel qui, à son tour, dépend entre autres de la position relative des deux dipôles. Dans ce chapitre, nous considérons que les dipôles sont de longueur identique  $L$  et qu'ils sont toujours orientés parallèlement à l'axe  $z$ ; dans ce cas, la position relative des deux dipôles correspond à trois configurations [12] :

- La configuration “côte à côte” pour laquelle les deux dipôles sont placés de sorte que  $h = 0$  sur la figure 2.2. On a alors :

$$R_{21m} = \frac{\eta}{4\pi} [2\text{Ci}(u_0) - \text{Ci}(u_1) - \text{Ci}(u_2)] \quad (2.10)$$

et

$$X_{21m} = -\frac{\eta}{4\pi} [2\text{Si}(u_0) - \text{Si}(u_1) - \text{Si}(u_2)] \quad (2.11)$$

avec

$$\begin{aligned} u_0 &= kd, \\ u_1 &= k(\sqrt{d^2 + L^2} + L), \\ u_2 &= k(\sqrt{d^2 + L^2} - L). \end{aligned}$$

- La configuration “colinéaire” pour laquelle les deux dipôles sont placés de sorte que  $d = 0$  et  $h > L$  ou  $h < -L$  sur la figure 2.2. On a alors :

$$\begin{aligned} R_{21m} &= -\frac{\eta}{8\pi} \cos(v_0) [-2\text{Ci}(2v_0) + \text{Ci}(v_2) - \text{Ci}(v_1) - \ln(v_3)] \\ &+ \frac{\eta}{8\pi} \sin(v_0) [2\text{Si}(2v_0) - \text{Si}(v_2) - \text{Si}(v_1)] \end{aligned} \quad (2.12)$$

et

$$\begin{aligned} X_{21m} &= -\frac{\eta}{8\pi} \cos(v_0) [2\text{Si}(2v_0) - \text{Si}(v_2) - \text{Si}(v_1)] \\ &+ \frac{\eta}{8\pi} \sin(v_0) [2\text{Ci}(2v_0) - \text{Ci}(v_2) - \text{Ci}(v_1) - \ln(v_3)] \end{aligned} \quad (2.13)$$

avec

$$\begin{aligned} v_0 &= kh, \\ v_1 &= 2k(h + L), \\ v_2 &= 2k(h - L), \\ v_3 &= \frac{h^2 - L^2}{h^2}. \end{aligned}$$

- La configuration “parallèle-en-échelon” pour laquelle les deux distances  $h$  et  $d$  sont non nulles. On a alors :

$$\begin{aligned} R_{21m} &= -\frac{\eta}{8\pi} \cos(w_0) [-2\text{Ci}(w_1) - 2\text{Ci}(w'_1) + \text{Ci}(w_2) + \text{Ci}(w'_2) + \text{Ci}(w_3) + \text{Ci}(w'_3)] \\ &+ \frac{\eta}{8\pi} \sin(w_0) [2\text{Si}(w_1) - 2\text{Si}(w'_1) + \text{Si}(w_2) + \text{Si}(w'_2) - \text{Si}(w_3) + \text{Si}(w'_3)] \end{aligned} \quad (2.14)$$

et

$$\begin{aligned}
 X_{21m} = & -\frac{\eta}{8\pi} \cos(w_0)[2\text{Si}(w_1) + 2\text{Si}(w'_1) - \text{Si}(w_2) - \text{Si}(w'_2) - \text{Si}(w_3) - \text{Si}(w'_3)] \\
 & + \frac{\eta}{8\pi} \sin(w_0)[2\text{Ci}(w_1) - 2\text{Ci}(w'_1) - \text{Ci}(w_2) + \text{Ci}(w'_2) - \text{Ci}(w_3) + \text{Ci}(w'_3)] \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
 w_0 &= kh, \\
 w_1 &= k(\sqrt{d^2 + h^2} + h), \\
 w'_1 &= k(\sqrt{d^2 + h^2} - h), \\
 w_2 &= k[(\sqrt{d^2 + (h-L)^2} + (h-L))], \\
 w'_2 &= k[(\sqrt{d^2 + (h-L)^2} - (h-L))], \\
 w_3 &= k[(\sqrt{d^2 + (h+L)^2} + (h+L))], \\
 w'_3 &= k[(\sqrt{d^2 + (h+L)^2} - (h-L))].
 \end{aligned}$$

Dans les équations (2.10), (2.11), (2.12), (2.13), (2.14) et (2.15),  $\text{Si}(x)$  et  $\text{Ci}(x)$  représentent les fonctions sinus intégral et cosinus intégral de  $x$  définies par :

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin(\tau)}{\tau} d\tau \quad (2.16)$$

et

$$\text{Ci}(x) = -\int_x^\infty \frac{\cos(\tau)}{\tau} d\tau = \int_\infty^x \frac{\cos(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (2.17)$$

L'impédance d'entrée (ou impédance propre si l'élément est isolé)  $Z_{11}$ , généralement calculée à partir du vecteur de Poynting, peut également être déterminée en utilisant la méthode IEMF pour des dipôles fins. Il faut pour ce faire considérer la composante  $E_z$  du champ rayonné par le dipôle à la surface de ce dernier et la distribution de courant (supposée sinusoïdale) le long de ce dipôle. Les parties réelle (résistance propre  $R_{11m}$ ) et imaginaire (réactance propre  $X_{11m}$ ) de l'impédance d'entrée calculée par rapport à la valeur maximale du courant sont alors données par :

$$\begin{aligned}
 R_{11m} = & \frac{\eta}{2\pi} \left( C + \ln(kL) - \text{Ci}(kL) + \frac{1}{2} \sin(kL)(\text{Si}(2kL) - 2\text{Si}(kL)) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} \cos(kL) \left( C + \ln\left(\frac{kL}{2}\right) + \text{Ci}(2kL) - 2\text{Ci}(kL) \right) \right) \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
 X_{11m} = & \frac{\eta}{4\pi} \left( 2\text{Si}(kL) + \cos(kL) \left( 2\text{Si}(kL) - \text{Si}(2kL) \right) \right. \\
 & \left. - \sin(kL) \left( 2\text{Ci}(kL) - \text{Ci}(2kL) - \text{Ci}\left(\frac{2ka^2}{L}\right) \right) \right) \quad (2.19)
 \end{aligned}$$

où  $a$  est le rayon du dipôle et  $C$  est la constante d'Euler qui vaut :  $C = 0.5772156649$ . A l'entrée du dipôle, on a l'impédance d'entrée notée  $Z_{11i}$  :

$$Z_{11i} = \frac{Z_{11m}}{\sin^2\left(\frac{kL}{2}\right)}. \quad (2.20)$$

La méthode IEMF permet donc de calculer les impédances propres et mutuelles qui peuvent être utilisées pour modéliser le couplage mutuel. Il convient de noter que d'autres configurations peuvent être étudiées si on considère que les dipôles sont inclinés par exemple par rapport à l'axe  $z$  selon un angle  $\theta$ . Les expressions des résistances et réactances mutuelles dans ce cas seront déterminées dans le chapitre 4.

### 2.1.2 Extension de la méthode IEMF à un réseau linéaire de $N$ dipôles

L'extension de la méthode IEMF à plus de deux éléments va ici se faire en appliquant le principe de superposition : la méthode IEMF décrite dans la section précédente va être utilisée pour déterminer les différentes sous-matrices impédance entre deux éléments donnés du réseau (voir figure 2.3), puis les différentes sous-matrices obtenues vont former la matrice impédance du réseau après application du principe de superposition.

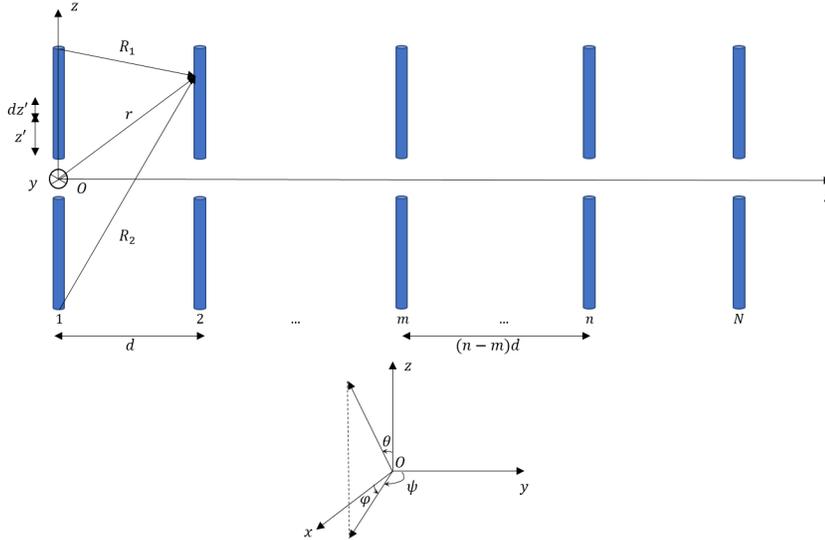


FIGURE 2.3 : Réseau linéaire uniforme de  $N$  dipôles.

Pour pouvoir appliquer le principe de superposition sur le réseau de dipôles, nous allons vérifier que la présence d'un élément en circuit ouvert en plus des deux dipôles en question ne modifie pas l'impédance mutuelle entre eux. Sous cette condition, la matrice impédance d'un couple de dipôles choisis parmi les éléments du réseau peut être déterminée grâce aux équations (2.10), (2.11), (2.18) et (2.19). Dans [35], Roscoe introduit la notion d'antennes à faible diffusion selon la matrice impédance du réseau (en anglais "minimum scattering antennas with respect to coupling parameters") : ce sont des antennes pour lesquelles le paramètre de couplage considéré (l'impédance mutuelle dans ce cas) entre deux éléments séparés par une distance  $d$  reste inchangé quelle que soit la position de ces éléments dans le réseau et quel que soit le nombre d'éléments du réseau, pourvu que la distance  $d$  reste constante. Les dipôles très fins peuvent être considérés comme des antennes de ce type car l'influence d'un dipôle en circuit ouvert sur son environnement peut être considérée comme négligeable. Pour le vérifier, nous avons étudié la configuration représentée sur la figure 2.4. On note  $d_{12}$  la distance entre les dipôles 1 et 2 et  $d_{23}$  la distance entre les dipôles 2 et 3. Nous allons montrer par simulations électromagnétiques que la présence du troisième élément en circuit ouvert n'apporte pas beaucoup de modifications sur l'impédance mutuelle des deux premiers dipôles en étudiant l'évolution de celle-ci pour différentes valeurs de  $d_{12}$  et  $d_{23}$ . La condition de "minimum scattering antennas" étant vérifiée pour les dipôles très fins, nous allons considérer deux rayons de dipôles lors des simulations.

### 2.1.3 Résultats de simulations

On se propose ici de vérifier à l'aide de simulations les équations qui ont été données pour calculer les impédances propre et mutuelle avec la méthode IEMF (équations (2.8), (2.9), (2.18) et (2.19)). Pour ce faire, nous avons simulé sous HFSS des dipôles demi-onde (en cuivre) dont la

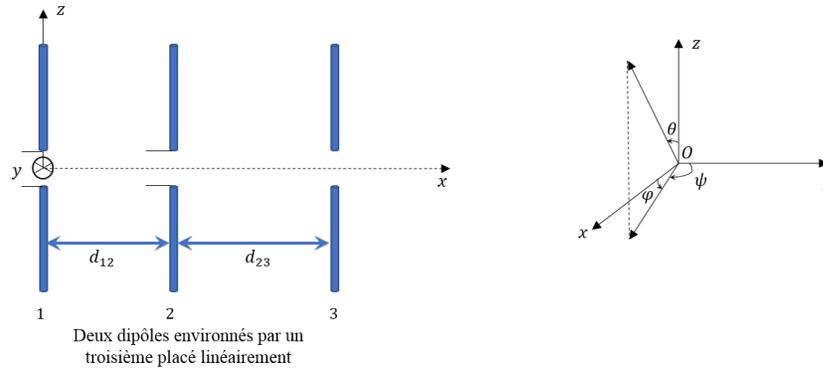


FIGURE 2.4 : Configuration de deux dipôles environnés par un troisième en circuit ouvert.

fréquence de travail est  $f = 5.8$  GHz (longueur d'onde :  $\lambda = 51.69$  mm) et dont les caractéristiques sont récapitulées dans le tableau 2.1.

Tableau 2.1 : Caractéristiques des dipôles demi-onde simulés.

Longueur d'onde $\lambda$	51.69 mm
Longueur de l'antenne $L$	$0.47\lambda$
Rayon du conducteur $a$	$10^{-3}\lambda$

Pour valider la méthode IEMF, on fait varier la distance inter-élément et on compare l'évolution des parties réelles et imaginaires des impédances propres et mutuelles obtenues par cette méthode à celles fournies par les simulations électromagnétiques (voir figures 2.5 et 2.6). Les impédances d'entrée (impédances propres ici) calculées théoriquement ne varient pas en fonction de la distance inter-élément  $d$  car les expressions (2.18) et (2.19) établies dans [11] ne dépendent pas de  $d$ . Les parties réelles et imaginaires des impédances d'entrée simulées varient d'environ  $4\Omega$  pour une distance inter-élément  $d$  inférieure à  $0.5\lambda$  et deviennent quasi constantes pour une distance inter-élément supérieure à  $0.5\lambda$ . En effet, la présence d'un autre élément en circuit ouvert a en réalité une influence sur le rayonnement de l'élément alimenté. Cette influence est d'autant moins importante que la distance inter-élément  $d$  est grande, ce qui explique que les valeurs d'impédances propres tendent vers une constante lorsque  $d$  est grand. Nous pouvons cependant remarquer que les valeurs théoriques d'impédance sont assez différentes de celles obtenues à partir des simulations électromagnétiques (plus de  $10\Omega$  de différence sur les valeurs des parties réelle et imaginaire). Rappelons que les dipôles simulés ont un rayon de  $10^{-3}\lambda$ ; les formules données pour le calcul de l'impédance propre dépendent de ce rayon et sont d'autant plus exactes que le rayon est faible. Sur la figure 2.6, nous pouvons voir qu'il y a une différence assez importante entre les impédances mutuelles données par les formules théoriques (2.10) et (2.11) et celles obtenues à partir des simulations électromagnétiques; cette différence (de l'ordre de  $10\Omega$  sur la partie réelle et sur la partie imaginaire) peut être due au rayon du dipôle. Pour simuler des dipôles plus fins (de rayon  $10^{-6}\lambda$ ), nous allons utiliser le logiciel de simulation 4Nec2 pour éviter les problèmes de maillage rencontrés avec HFSS. Les figures 2.7 et 2.8 montrent les résultats obtenus. On observe des différences moins importantes entre impédances (propres ou mutuelles) calculées théoriquement et impédances simulées. On peut également voir que les impédances propres simulées varient moins pour des petites valeurs de distance inter-élément : les dipôles étant plus fins, il y a moins d'interactions électromagnétiques et donc moins de perturbations de l'impédance propre de chaque dipôle.

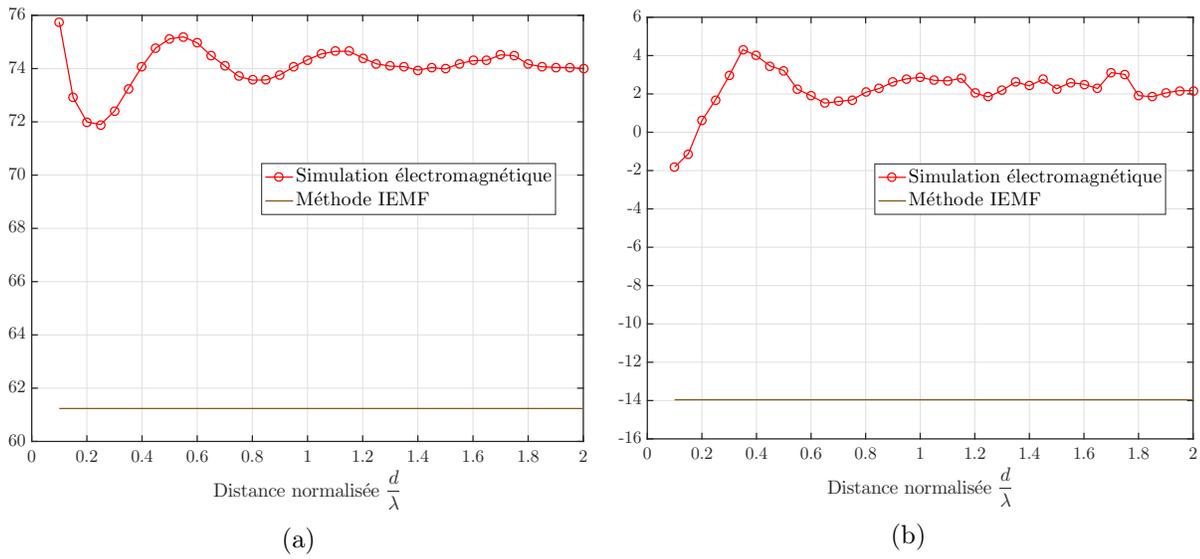


FIGURE 2.5 : Parties réelles (2.5a) et imaginaires (2.5b) en  $\Omega$  des impédances propres simulées et calculées par la méthode IEMF pour des dipôles de rayon  $a = 10^{-3}\lambda$ .

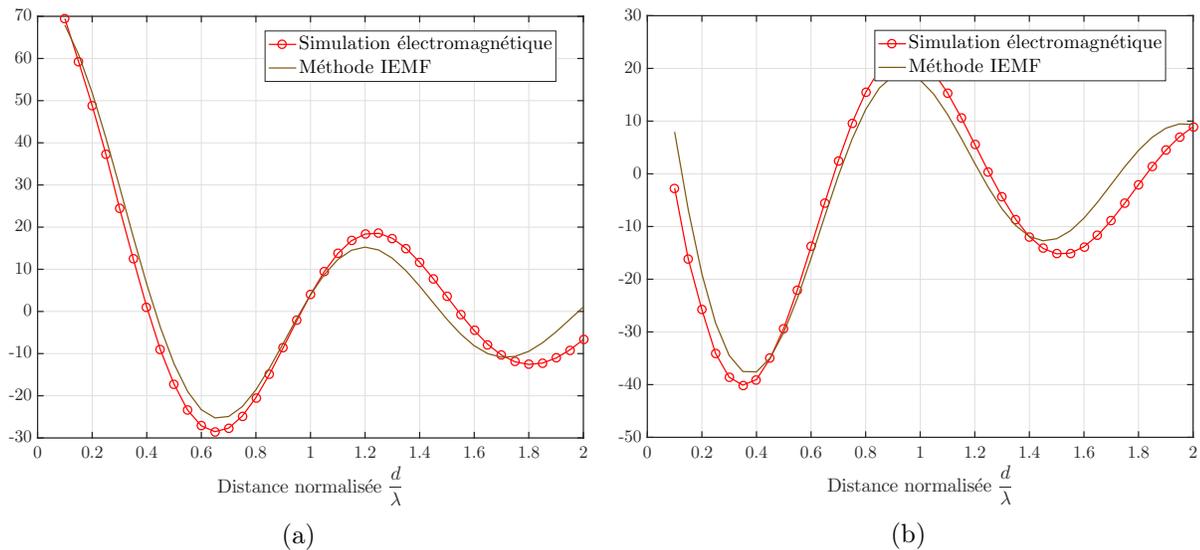


FIGURE 2.6 : Parties réelles (2.6a) et imaginaires (2.6b) en  $\Omega$  des impédances mutuelles simulées et calculées par la méthode IEMF pour des dipôles de rayon  $a = 10^{-3}\lambda$ .

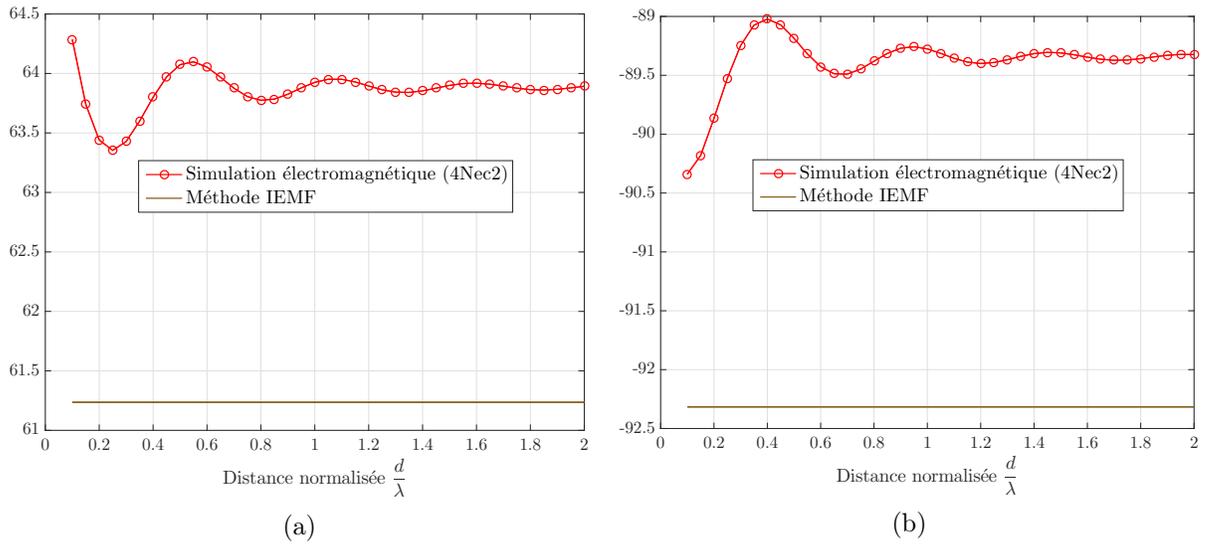


FIGURE 2.7 : Parties réelles (2.7a) et imaginaires (2.7b) en  $\Omega$  des impédances propres simulées et calculées par la méthode IEMF pour des dipôles de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$ .

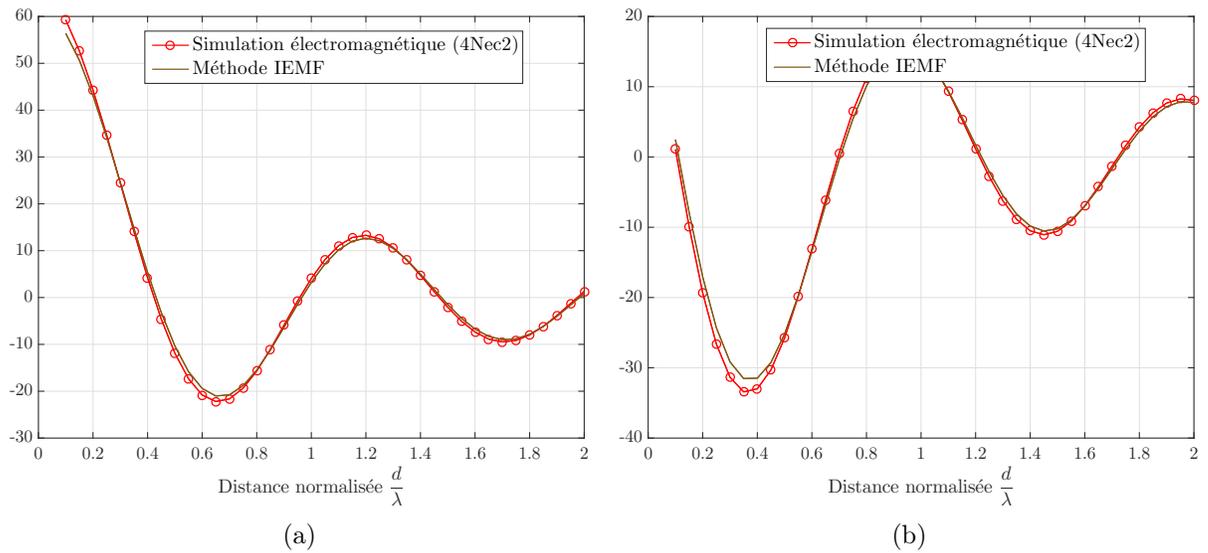


FIGURE 2.8 : Parties réelles (2.8a) et imaginaires (2.8b) en  $\Omega$  des impédances mutuelles simulées et calculées par la méthode IEMF pour des dipôles de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$ .

Pour valider l'extension de la méthode IEMF à un réseau comprenant  $N$  dipôles, nous allons d'abord regarder les évolutions des impédances mutuelles entre deux dipôles fins de rayon  $a = 10^{-3}\lambda$  environnés par un troisième en circuit ouvert (selon la disposition décrite par la figure 2.4). La figure 2.9 présente les résultats obtenus. Lorsqu'on fixe la distance  $d_{12}$  et qu'on fait varier  $d_{23}$ , on observe des fluctuations sur les parties réelle et imaginaire de l'impédance mutuelle entre les deux premiers dipôles, fluctuations qui diminuent lorsque la distance  $d_{23}$  augmente. La figure 2.10 représente les résultats obtenus en considérant des dipôles encore plus fins de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$ . On observe toujours des fluctuations sur les parties réelle et imaginaire de l'impédance mutuelle entre les deux premiers dipôles mais ces fluctuations sont moins importantes que pour les dipôles de rayon  $a = 10^{-3}\lambda$ . Pour statuer sur la distance  $d_{23}$  à partir de laquelle le troisième élément en circuit ouvert peut être considéré comme invisible pour les deux autres, nous calculons des erreurs relatives notées  $\tau_r$  et données par :

$$\tau_r = \frac{|Z_{12}^{\text{seul}} - Z_{12}^{\text{perturbé}}|}{|Z_{12}^{\text{seul}}|}, \quad (2.21)$$

$Z_{12}^{\text{seul}}$  étant l'impédance mutuelle entre les premier et deuxième éléments sans la présence du troisième et  $Z_{12}^{\text{perturbé}}$  l'impédance mutuelle entre ces deux éléments en présence du troisième en circuit ouvert. On se fixe une limite de 5% au-delà de laquelle nous considérerons que l'influence du troisième élément en circuit ouvert sur l'impédance mutuelle entre les deux premiers dipôles n'est plus négligeable. Les figures 2.11 et 2.12 présentent les résultats obtenus pour les deux rayons de dipôles considérés. On peut observer globalement que les niveaux d'erreurs sont beaucoup plus faibles lorsqu'on considère les dipôles de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$ . Les erreurs relatives sont plus faibles lorsque  $d_{23}$  est supérieure à  $d_{12}$ . La limite de 5% d'erreur que nous nous sommes fixée est respectée quelles que soient les valeurs de  $d_{12}$  et  $d_{23}$  pour les dipôles de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$ . Pour les dipôles de rayon  $a = 10^{-3}\lambda$ , elle est respectée lorsque la distance  $d_{23}$  est supérieure ou égale à  $0.2\lambda$  quelle que soit la valeur de  $d_{12}$ . Notons qu'en diminuant la limite de 5% à 2%, on a un critère plus contraignant qui est vérifié pour les dipôles de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  lorsque  $d_{23}$  est supérieure ou égale à  $0.07\lambda$ .

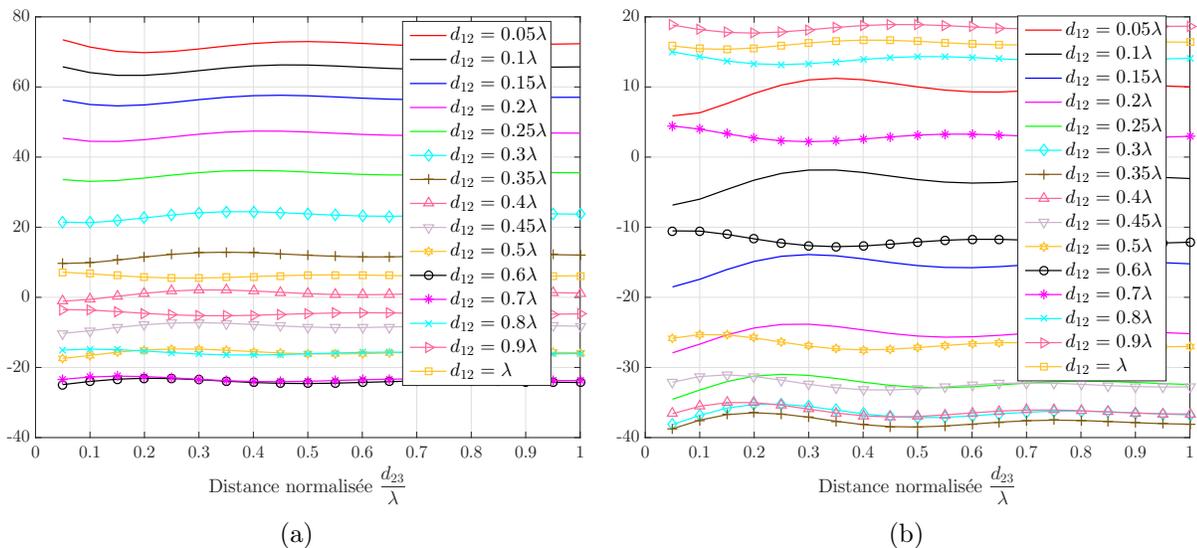


FIGURE 2.9 : Parties réelles (2.9a) et imaginaires (2.9b) en  $\Omega$  des impédances mutuelles simulées sur 4Nec2 pour deux dipôles de rayon  $a = 10^{-3}\lambda$  environnés par un troisième en circuit ouvert, de même rayon, placé linéairement.

L'influence du troisième élément en circuit ouvert est donc d'autant plus faible que les dipôles considérés sont fins.

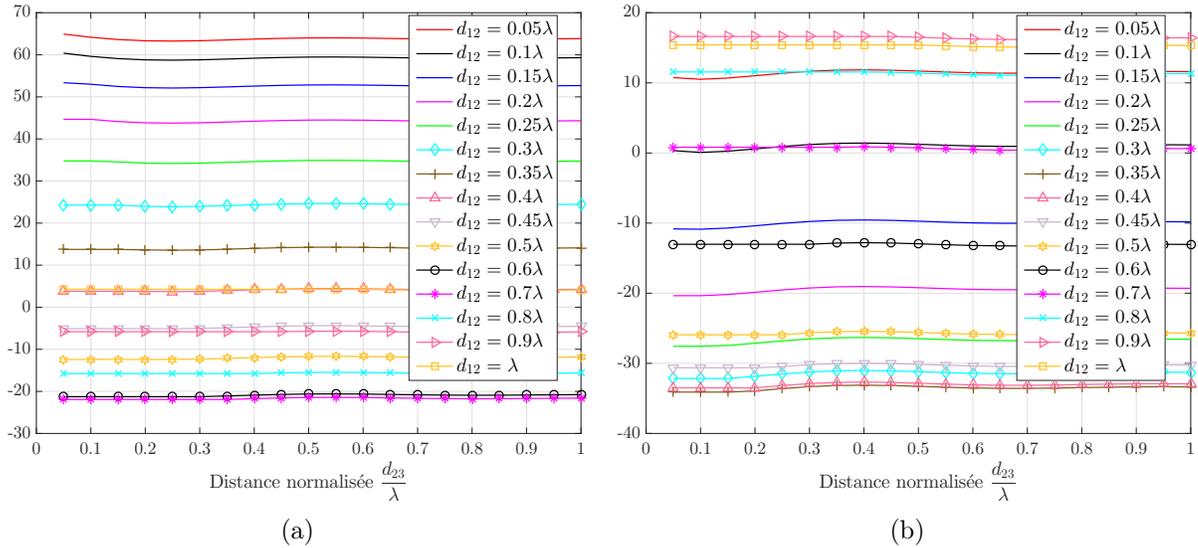


FIGURE 2.10 : Parties réelles (2.10a) et imaginaires (2.10b) en  $\Omega$  des impédances mutuelles simulées sur 4Nec2 pour deux dipôles de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  environnés par un troisième en circuit ouvert, de même rayon, placé linéairement.

Nous pouvons donc déduire que pour des dipôles fins, la présence d'éléments en plus de ceux dont on veut déterminer l'impédance mutuelle n'influe pas beaucoup sur les interactions électromagnétiques entre ces deux dipôles (erreurs relatives commises sur l'impédance mutuelle toujours inférieures à 7% pour les dipôles de rayons  $a = 10^{-3}\lambda$ ) ce qui fait des dipôles fins des éléments rayonnants de type "minimum scatterer" [35]. Le principe de superposition peut donc être appliqué dans le cas où les dipôles sont fins. L'extension de la méthode IEMF à  $N$  dipôles peut ainsi être faite sous la condition d'application du principe de superposition.

Pour valider l'extension de la méthode IEMF, nous avons simulé un réseau linéaire uniforme de 10 dipôles de rayon  $10^{-3}\lambda$ . Les figures 2.13 et 2.14 montrent la cartographie des erreurs absolues obtenues entre les impédances mutuelles simulées et celles calculées à partir des équations (2.10) et (2.11) pour deux valeurs de la distance inter-élément ( $d = 0.1\lambda$  et  $d = 0.5\lambda$ ). On peut voir que les erreurs sur les valeurs des résistances et réactances peuvent atteindre  $14\Omega$  pour  $d = 0.1\lambda$ . Pour  $d = 0.5\lambda$ , les valeurs approchées des erreurs maximales sont de  $6\Omega$  pour les résistances et les réactances mutuelles et de  $10\Omega$  pour les résistances et réactances propres. Les figures 2.15 et 2.16 représentent les différences entre les parties réelles et parties imaginaires des impédances propres ou mutuelles  $Z_{i1}$ , ( $i = 1, \dots, 10$ ) simulées et celles calculées théoriquement pour différentes valeurs de la distance inter-élément en considérant des dipôles de rayon  $a = 10^{-3}\lambda$  et  $a = 10^{-6}\lambda$  respectivement (on note  $\Delta R_{i1}$  la différence sur les parties réelles et  $\Delta X_{i1}$  la différence sur les parties imaginaires de ces impédances). Nous pouvons voir sur la figure 2.15 que ces différences sont très importantes pour de faibles valeurs de distance inter-élément  $d$  car le couplage mutuel est alors plus important. Lorsque  $d$  augmente, les erreurs sur les résistances et réactances mutuelles décroissent considérablement. Pour  $d \geq 0.5\lambda$ , elles sont inférieures à  $6.5\Omega$ . Ces erreurs sont nettement plus faibles sur la figure 2.16 (où elles restent inférieures à  $2.5\Omega$  pour  $d \geq 0.2\lambda$ ) où les dipôles considérés sont plus fins et donc interagissent moins entre eux. Nous pouvons aussi remarquer de manière générale que les impédances d'entrée (propres ici) sont moins précises avec des erreurs de l'ordre de  $10\Omega$  sur les résistances et réactances d'entrée pour les dipôles

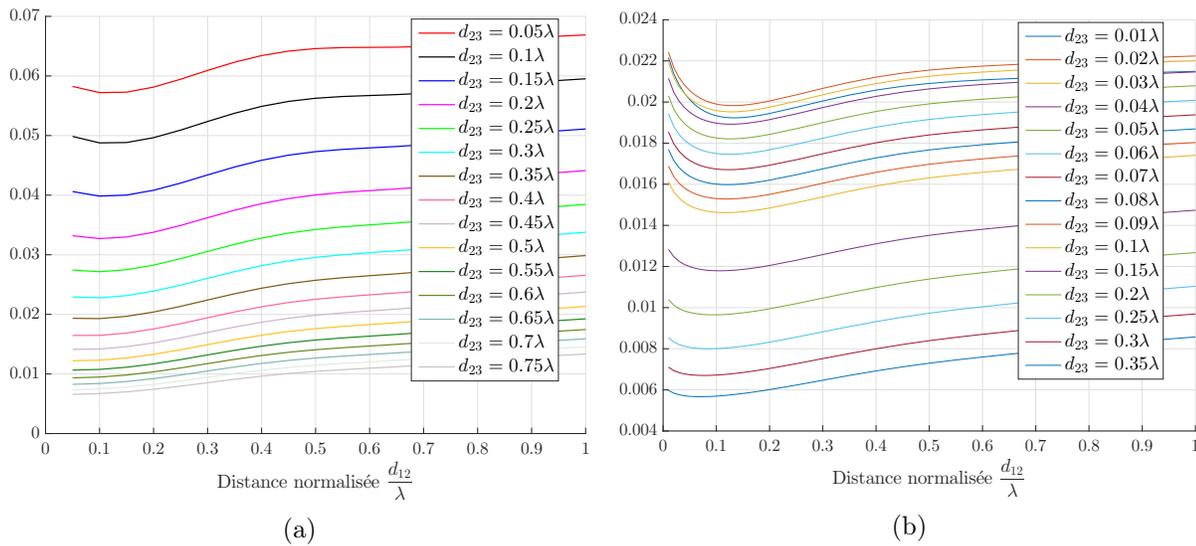


FIGURE 2.11 : Erreurs relatives  $\tau_r$  commises sur l'impédance mutuelle entre deux dipôles, par effet de la présence d'un troisième en circuit ouvert (rayon  $a = 10^{-3}\lambda$  (2.11a), rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  (2.11b)).

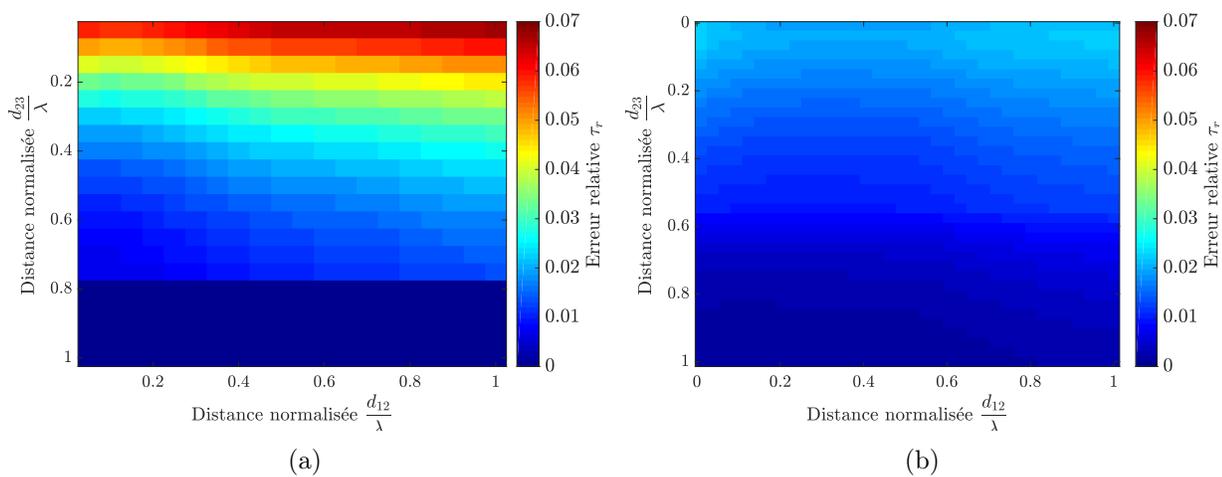


FIGURE 2.12 : Cartographie des erreurs relatives commises sur l'impédance mutuelle entre deux dipôles, par effet de la présence d'un troisième en circuit ouvert (rayon  $a = 10^{-3}\lambda$  (2.12a), rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  (2.12b)).

de rayon  $a = 10^{-3}\lambda$  et de l'ordre de  $3.5\Omega$  pour les dipôles de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$ . Ces erreurs varient cependant très peu lorsque  $d$  varie. Théoriquement, les valeurs sont indépendantes de la distance inter-élément : les impédances d'entrée sont calculées comme des impédances propres déterminées lorsque le dipôle est considéré isolé des autres ; la distance inter-élément n'intervient donc pas dans le calcul. En simulation par contre, la présence d'éléments environnants modifie l'impédance d'entrée qui n'est plus la même que l'impédance propre. Toutefois, avec les dipôles très fins utilisés ici (de rayon  $10^{-6}\lambda$ ), les impédances d'entrées simulées sont assez proches de celles calculées (erreurs inférieures à  $4\Omega$ ). Le principe de superposition peut donc effectivement être appliqué à un réseau constitué de dipôles assez fins pour lesquels la condition de "minimum scattering" est respectée.

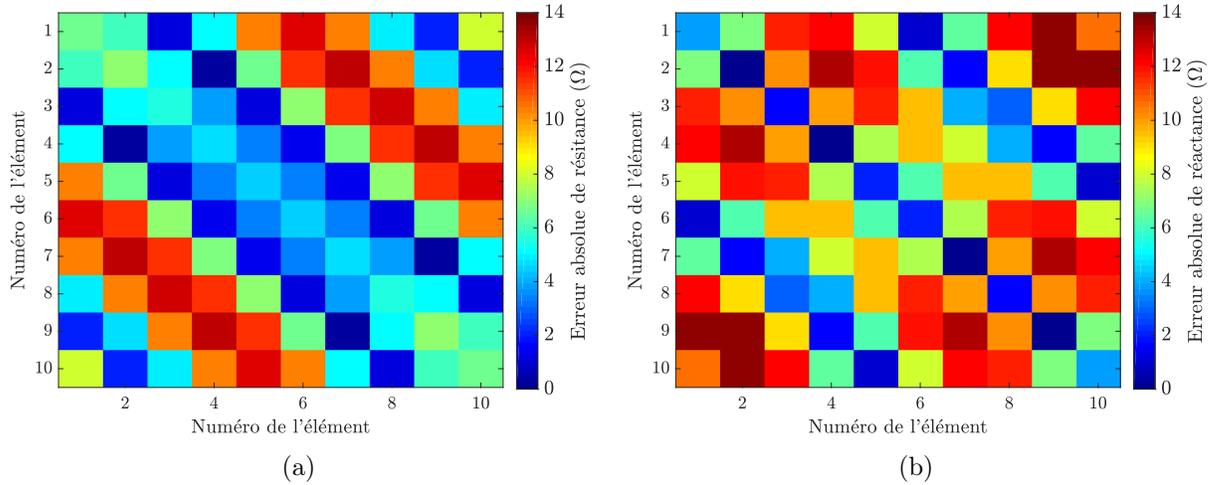


FIGURE 2.13 : Cartographie de la valeur absolue de la différence en  $\Omega$  de résistance (2.13a) et de réactance (2.13b) entre les impédances mutuelles simulées avec 4Nec2 et celles calculées théoriquement pour dix dipôles de rayon  $a = 10^{-3}\lambda$  espacés de  $d = 0.1\lambda$ .

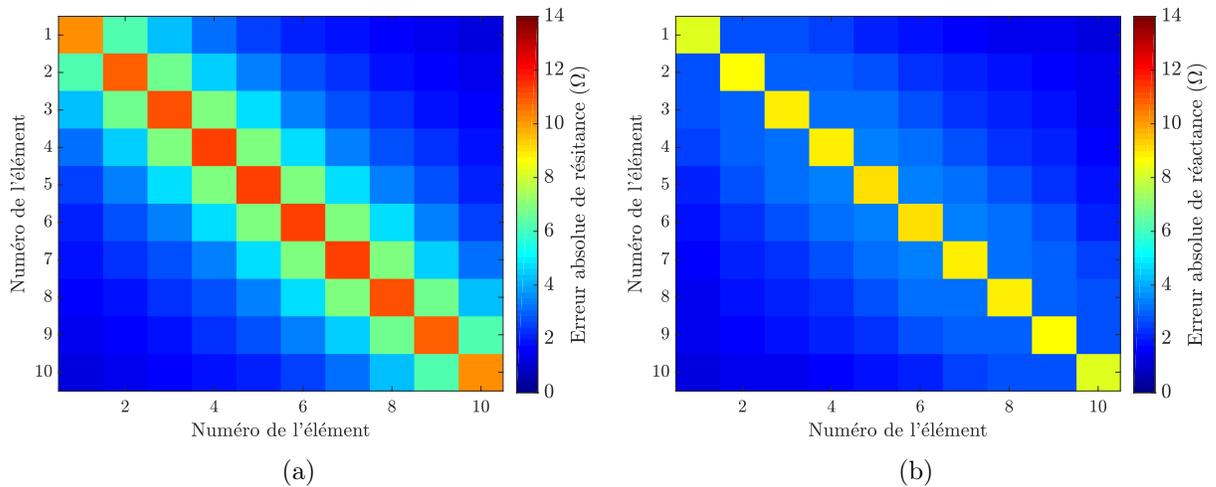


FIGURE 2.14 : Cartographie de la valeur absolue de la différence en  $\Omega$  de résistance (2.14a) et de réactance (2.14b) entre les impédances mutuelles simulées avec 4Nec2 et celles calculées théoriquement pour dix dipôles de rayon  $a = 10^{-3}\lambda$  espacés de  $d = 0.5\lambda$ .

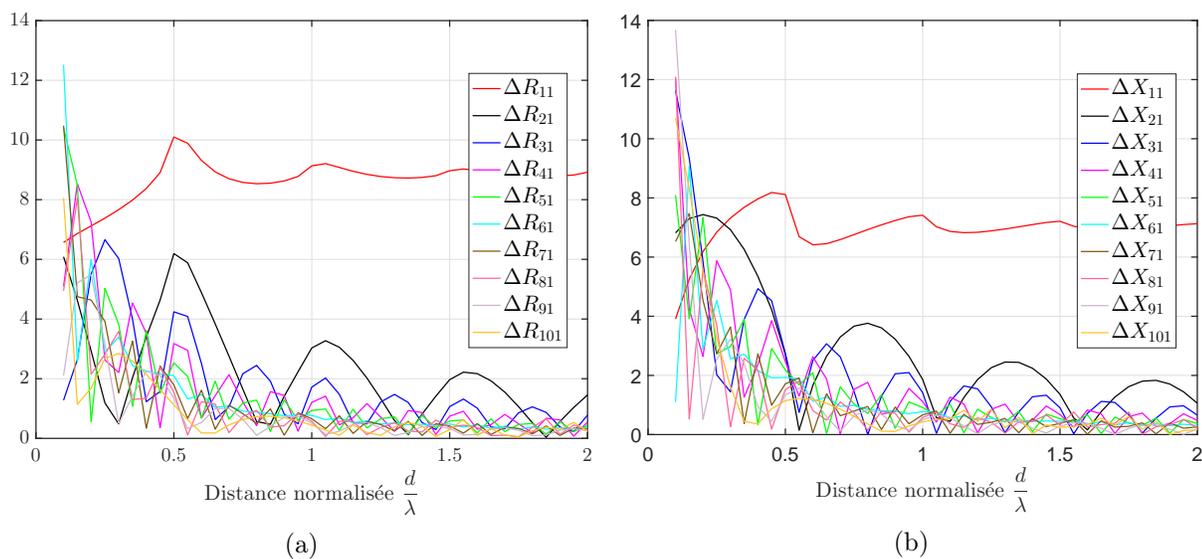


FIGURE 2.15 : Valeur absolue de la différence de résistance (2.15a) et de réactance (2.15b) entre les impédances mutuelles simulées avec 4Nec2 et celles calculées théoriquement pour dix dipôles de rayon  $10^{-3}\lambda$ .

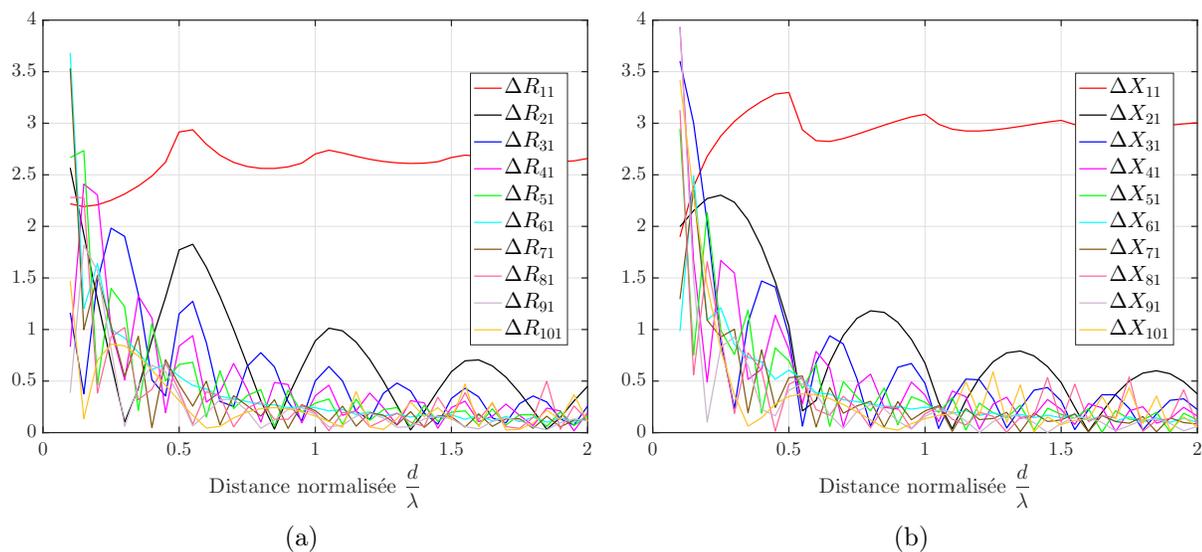


FIGURE 2.16 : Valeur absolue de la différence de résistance (2.16a) et de réactance (2.16b) entre les impédances mutuelles simulées avec 4Nec2 et celles calculées théoriquement pour dix dipôles de rayon  $10^{-6}\lambda$ .

## 2.2 Modélisation du diagramme de rayonnement de l'élément actif par les matrices $\underline{\underline{Z}}$ et $\underline{\underline{S}}$

Comme nous l'avons introduit dans la section 1.1, le diagramme de rayonnement de l'élément actif correspond au diagramme de rayonnement d'un réseau de  $N$  éléments tel qu'un seul élément est alimenté, les autres étant sur charges adaptées.

En premier lieu, nous allons définir le diagramme de rayonnement de l'élément isolé représenté par la figure 2.17. Nous avons représenté sur les figures des antennes dipôles mais il faut noter que les équations présentées ci-après restent valables quel que soit le type d'élément utilisé. Si l'élément est alimenté par une tension  $V_0$ , le champ électrique de l'élément isolé positionné à l'origine du repère ( $E_{is1}(\theta)$ ) que nous noterons dans la suite  $E_{is}(\theta)$ ) est donné par :

$$E_{is}(\theta) = V_0 F_0(\theta) \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad (2.22)$$

où  $F_0(\theta)$  est la fonction caractéristique de rayonnement de l'élément isolé et  $\frac{e^{-jkr}}{r}$  correspond au terme de propagation qui est fonction du nombre d'onde  $k$  et de la distance  $r$  entre l'origine du système de coordonnées et le point d'observation situé dans la direction  $\theta$ .

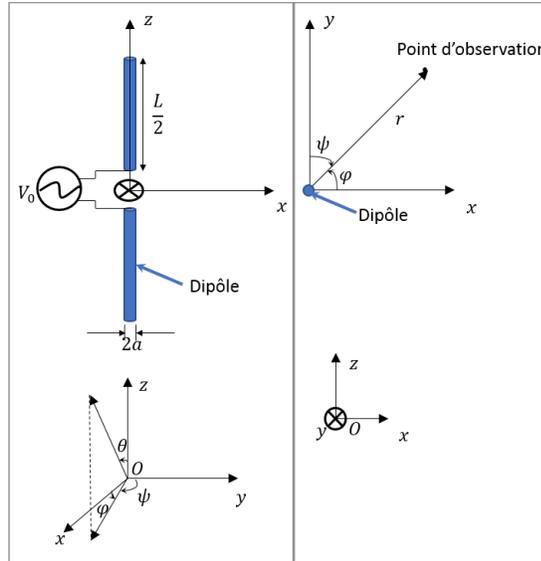


FIGURE 2.17 : Géométrie du dipôle seul.

La figure 2.18 représente un réseau de  $N$  éléments dans la configuration où l'élément  $m$  est actif et les autres sont sur charges adaptées. Cette configuration permet de calculer le diagramme de rayonnement de l'élément actif  $m$ .

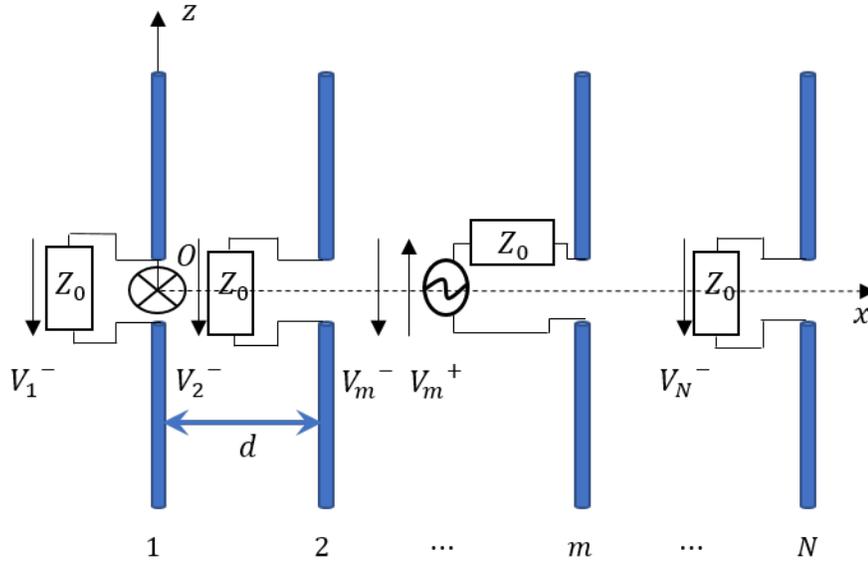
Dans ce qui suit, nous présenterons les modélisations du diagramme de rayonnement de l'élément actif à partir des matrices  $\underline{\underline{S}}$  ([24], [25]) et  $\underline{\underline{Z}}$  ([3], [26]) définies comme suit :

- La matrice  $\underline{\underline{S}}$  est la matrice des coefficients de répartition  $S_{nm}$  du réseau donnés par :

$$S_{nm} = \left. \frac{b_n}{a_m} \right|_{a_k=0 \text{ pour } k \neq m}$$

$$m = 1, \dots, N,$$

$$n = 1, \dots, N, \quad (2.23)$$


 FIGURE 2.18 : Géométrie de l'élément actif  $m$  d'un réseau de  $N$  dipôles.

où  $a_m$  et  $b_n$  sont respectivement l'onde incidente sur l'élément  $m$  et l'onde réfléchie sur l'élément  $n$ . Si  $m \neq n$ , on parle de coefficient de transmission de l'élément  $m$  vers l'élément  $n$ ; sinon c'est le coefficient de réflexion sur l'élément  $m$ . Pour un réseau symétrique, on a  $S_{mn} = S_{nm}$ .

— La matrice  $\underline{\underline{Z}}$  est la matrice des impédances  $Z_{nm}$  du réseau données par :

$$\begin{aligned} Z_{nm} &= \left. \frac{V_n}{I_m} \right|_{I_k=0 \text{ pour } k \neq m} \\ m &= 1, \dots, N, \\ n &= 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (2.24)$$

où  $I_m$  est le courant dans l'élément  $m$  et  $V_n$  la tension aux bornes de l'élément  $n$ . Si  $m \neq n$ , on parle d'impédance mutuelle entre les éléments  $n$  et  $m$ ; sinon c'est l'impédance d'entrée de l'élément  $m$ . Pour un réseau symétrique, on a  $Z_{mn} = Z_{nm}$ .

Notons que les matrices  $\underline{\underline{Z}}$  et  $\underline{\underline{S}}$  ne sont pas indépendantes. La relation de passage entre ces deux matrices est donnée par :

$$\underline{\underline{S}} = (\underline{\underline{Z}} - \underline{\underline{Z}}_L)^{-1} (\underline{\underline{Z}} + \underline{\underline{Z}}_L) \quad (2.25)$$

où  $\underline{\underline{Z}}_L$  est la matrice diagonale  $N \times N$  des impédances des charges terminales. Sauf indication contraire, on supposera dans tout le reste du document que les charges terminales sont les mêmes pour tous les éléments du réseau, autrement dit que  $\underline{\underline{Z}}_L$  est de la forme  $Z_0 \underline{\underline{I}}_N$  où  $Z_0$  désigne l'impédance de charge et  $\underline{\underline{I}}_N$  est la matrice identité de taille  $N \times N$ . Rappelons que pour avoir l'adaptation d'impédances, l'impédance d'entrée d'une antenne doit être égale à la valeur conjuguée de l'impédance de charge.

### 2.2.1 Modélisation par la matrice $\underline{\underline{Z}}$

Dans [3] et [26], C. Craeye et B. Clerckx montrent que le diagramme de rayonnement de l'élément actif peut être calculé à partir du diagramme de rayonnement de l'élément isolé suivant

la formule (2.26) :

$$\underline{E}^e(\theta) = \underline{Z}_{norm}(\underline{Z} + \underline{Z}_L)^{-1}\underline{E}_{is}(\theta). \quad (2.26)$$

Dans cette équation :

- $\underline{E}_{is}(\theta)$  est le vecteur  $N \times 1$  des différents champs électriques  $E_{is_i}(\theta)$  ( $i = 1, \dots, N$ ) où  $E_{is_i}(\theta)$  est le champ électrique rayonné par le  $i^{\text{ème}}$  élément du réseau, indépendamment des autres,
- $\underline{E}^e(\theta) = [E_1^e(\theta) \cdots E_N^e(\theta)]$  est le vecteur  $N \times 1$  des champs électriques rayonnés par tous les éléments actifs du réseau,
- $\underline{Z}$  est la matrice impédance du réseau,
- $\underline{Z}_{norm}$  est une matrice diagonale de normalisation donnée par :

$$\underline{Z}_{norm} = \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & Z_{NN} + Z_0 \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

Cette méthode est valide lorsque les éléments qui constituent le réseau vérifient la condition de “minimum scattering antennas” selon la matrice impédance du réseau. Comme cela a été vu dans la section 2.1.3, c’est le cas d’un réseau de dipôles fins (de rayon inférieur à  $10^{-2}\lambda$ ) dont la distance inter-élément est supérieure ou égale à  $0.2\lambda$ . Il convient de noter que le fait de normaliser par la somme de l’impédance de charge et de l’impédance d’entrée de l’élément actif considéré dans l’équation (2.26) permet de retrouver le diagramme de rayonnement de cet élément du réseau pris isolément, s’il n’y a pas de couplage dans le réseau.

## 2.2.2 Modélisation par la matrice $\underline{S}$

Dans [25], D. M. Pozar propose pour un réseau d’antennes imprimées, une expression du diagramme de rayonnement de l’élément actif donnée par la formule (2.28) (dans le cas d’un réseau linéaire uniforme de  $N$  éléments) :

$$E_m^e(\theta) = E_{is}(\theta) \left[ e^{jk(m-1)d\sin(\theta)} + \sum_{n=1}^N S_{nm} e^{jk(n-1)d\sin(\theta)} \right] \quad (2.28)$$

$m = 1, \dots, N,$

où  $d$  est l’espacement entre deux éléments consécutifs du réseau et  $S_{nm}$  est le coefficient  $(n, m)$  de la matrice  $\underline{S}$ . Quel que soit l’élément actif du réseau dont on veut synthétiser le diagramme de rayonnement, le champ isolé est calculé sur le premier élément du réseau ; ce champ est noté  $E_{is}(\theta)$ . Il faut noter que le repère est centré sur le premier élément du réseau (voir figure 2.18).

## 2.2.3 Résultats théoriques et de simulations

La méthode utilisant la matrice  $\underline{S}$  a été proposée pour des réseaux d’antennes imprimées pour lesquelles la distribution de courant, le diagramme de rayonnement ou les coefficients de couplage sont complexes à déterminer analytiquement. Nous allons donc uniquement vérifier ici la validité de la méthode de synthèse du diagramme de rayonnement de l’élément actif présentée dans la section 2.2.1. On réalise les simulations sur des réseaux de dipôles dont les caractéristiques sont celles présentées dans le tableau 2.1. Etant donné que l’approximation de réseau infini est souvent faite dans la littérature (par exemple dans [3], [26], [25]), nous avons simulé sous HFSS différentes

tailles de réseau ( $N = 2, 3, 4, 5, 6$ ) pour voir à partir de quelle taille cette approximation peut être considérée comme valide (la distance inter-élément étant fixée à  $d = 0.3\lambda$ ). La figure 2.19 représente les modules et phases des champs électriques rayonnés par le premier élément du réseau pour les différentes valeurs de  $N$  examinées. Dans le plan  $\theta = 90^\circ$ , soit dans le plan  $(x, y)$  en coordonnées cartésiennes, nous considérons la composante prépondérante  $E_\theta$  des champs électriques  $\underline{E}$  rayonnés ( $E_{1\theta}(\psi)$ ) pour visualiser l'influence des dipôles environnants. Lorsque  $N$  augmente, on peut remarquer que le champ électrique rayonné par le premier élément du réseau dans une direction  $\psi$  donnée (telle que définie par la figure 2.2) tend à être le même.

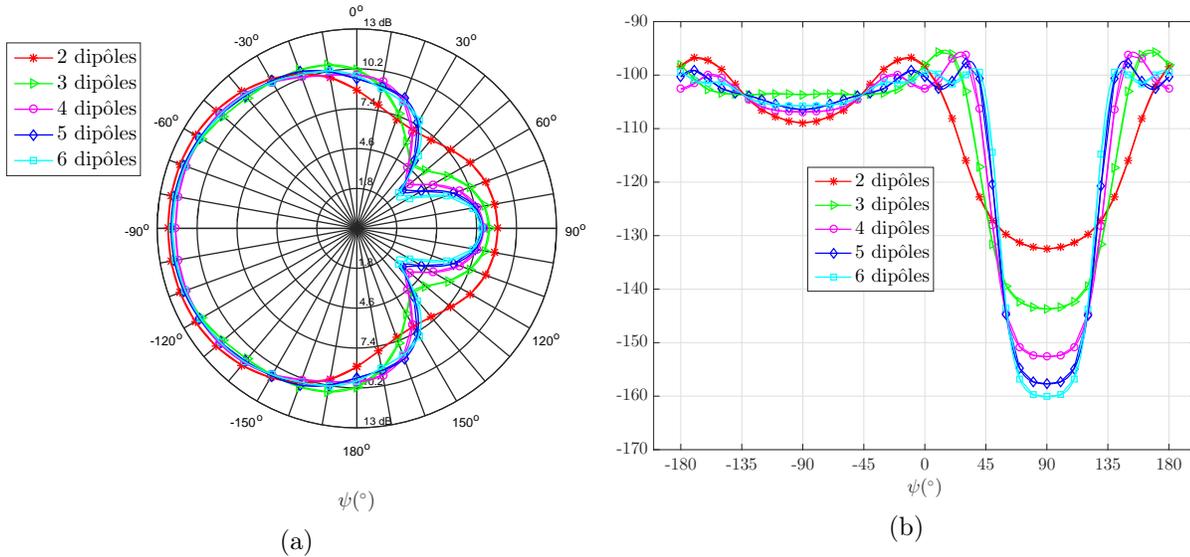


FIGURE 2.19 : Modules en dB (2.19a) et phases en  $^\circ$  (2.19b) de  $E_{1\theta}(\psi)$  suivant le nombre d'éléments  $N$  du réseau ( $d = 0.3\lambda$  et  $r = 3$  m).

Nous avons récapitulé dans le tableau 2.2 les valeurs des coefficients de transmission du premier au  $n^{\text{ième}}$  élément du réseau ( $n = 2, \dots, N$ ) (les caractéristiques de ces éléments sont données dans le tableau 2.1) pour chaque valeur de  $N$ . Comme on pouvait s'y attendre, on observe que lorsque le nombre d'éléments augmente, le coefficient de transmission entre le premier élément et le dernier élément du réseau décroît (dans la mesure où la distance inter-élément est fixée). En d'autres termes, lorsque le nombre d'éléments  $N$  du réseau augmente, le couplage mutuel diminue et le dernier élément du réseau a de moins en moins d'impact sur le premier élément (et inversement).

Tableau 2.2 : Modules (en dB) des coefficients de transmission entre le premier et le  $n^{\text{ième}}$  élément du réseau ( $n = 2, \dots, N$ ) suivant le nombre d'éléments  $N$  du réseau ( $d = 0.3\lambda$ ).

	$ S_{21} $	$ S_{31} $	$ S_{41} $	$ S_{51} $	$ S_{61} $
2 dipôles	-10.43				
3 dipôles	-8.97	-16.42			
4 dipôles	-9.19	-14.87	-20.87		
5 dipôles	-9.27	-15.26	-19.37	-25.45	
6 dipôles	-9.22	-15.23	-19.75	-23.81	-29.79

Dans la suite, nous présentons les résultats dans le cas d'un réseau de  $N$  dipôles ( $N = 2, 3, 10$ ). Lors des simulations, les champs électriques rayonnés sont calculés par rapport à l'origine du

repère (centré sur le premier élément du réseau) à une distance  $r = 3$  m pour les réseaux de deux et trois dipôles et  $r = 25$  m pour le réseau de dix dipôles. La condition champ lointain veut que le point d'observation soit situé à une distance  $r \geq r_{limite}$ , la valeur de  $r_{limite}$  étant donnée par [28] :

$$r_{limite} = \frac{5D^2}{\lambda}, \quad (2.29)$$

où  $D$  est la plus grande dimension du réseau d'antennes sur l'axe de distribution des éléments (pour un réseau de  $N$  dipôles par exemple, la plus grande dimension du réseau correspond à  $(N - 1)d$ ). Le lecteur pourra se référer à l'annexe C qui présente les valeurs de  $r_{limite}$  pour différentes tailles du réseau. La géométrie des réseaux simulés est celle représentée sur la figure 2.18. Dans tous les cas, nous ne représenterons que la composante  $E_\theta(\psi)$  du champ électrique  $E(\psi)$  (voir annexe D) qui est la composante principale de l'antenne dipôle. Nous rappelons que les caractéristiques des dipôles sont définies dans le tableau 2.1 et que les simulations sont faites sous HFSS. Les courbes suivantes sont tracées :

- la courbe “HFSS” issue des simulations électromagnétiques,
- la courbe “matrice  $\underline{\underline{Z}}^{simu.}$ ” correspondant à l'équation (2.26) dans laquelle la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  et le champ de l'élément isolé utilisés sont issus des simulations électromagnétiques,
- la courbe “matrice  $\underline{\underline{Z}}^{théo.}$ ” correspondant à l'équation (2.26) dans laquelle la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  est déterminée grâce à la méthode IEMF étendue à  $N$  éléments, et le champ de l'élément isolé est normalisé et vaut 1 dans le plan  $\theta = 90^\circ$  (le champ rayonné par un dipôle étant omnidirectionnel dans ce plan).

Dans la mesure où nous travaillons ici avec des dipôles, ces deux dernières courbes sont tracées en considérant une impédance de charge  $Z_0 = 73 \Omega$ .

### 2.2.3.1 Résultats pour $N = 2$ dipôles

La figure 2.20 représente les modules et phases des champs électriques  $E_i^e(\psi)$  ( $i = 1, 2$ ) des éléments actifs 1 et 2 obtenus à partir de la formule (2.26) comparés aux modules et phases des champs électriques des mêmes éléments actifs obtenus à partir des simulations électromagnétiques. Nous avons calculé pour chaque dipôle  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) l'erreur quadratique moyenne  $MSE_i$  (MSE pour Mean Squared Error) entre les champs simulé ( $E_i^{EM}(\theta)$ ) et calculé ( $E_i^e(\psi)$ ) comme suit :

$$MSE_i = \frac{1}{N_\psi} \sum_{\psi} |E_i^e(\psi) - E_i^{EM}(\psi)|^2, \quad (2.30)$$

$$i = 1, \dots, N,$$

où la somme porte sur une grille angulaire discrète comprenant  $N_\psi$  angles. Nous pouvons observer qu'avec la courbe “matrice  $\underline{\underline{Z}}^{simu.}$ ”, on a une assez bonne approximation des champs des différents éléments actifs avec des MSE de  $1.72 \cdot 10^{-3}$  et  $1.75 \cdot 10^{-3}$  pour les dipôles 1 et 2 respectivement. La courbe “matrice  $\underline{\underline{Z}}^{théo.}$ ” donne également une bonne approximation des diagrammes de rayonnement des deux éléments actifs du réseau (MSE de  $3.34 \cdot 10^{-3}$  pour le dipôle 1 et de  $3.10 \cdot 10^{-3}$  pour le dipôle 2). Même si on a des erreurs sur les résistance et réactance de l'ordre de  $10 \Omega$ , on observe que la synthèse théorique donne de bons résultats avec des MSE de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-3}$ .

### 2.2.3.2 Résultats pour $N = 3$ dipôles

Les figures 2.21 et 2.22 représentent les modules et phases des champs électriques  $E_i^e(\psi)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) des éléments actifs 1, 2 et 3 obtenus à partir de la formule (2.26) comparés aux modules et phases des champs électriques des mêmes éléments actifs obtenus à partir des simulations

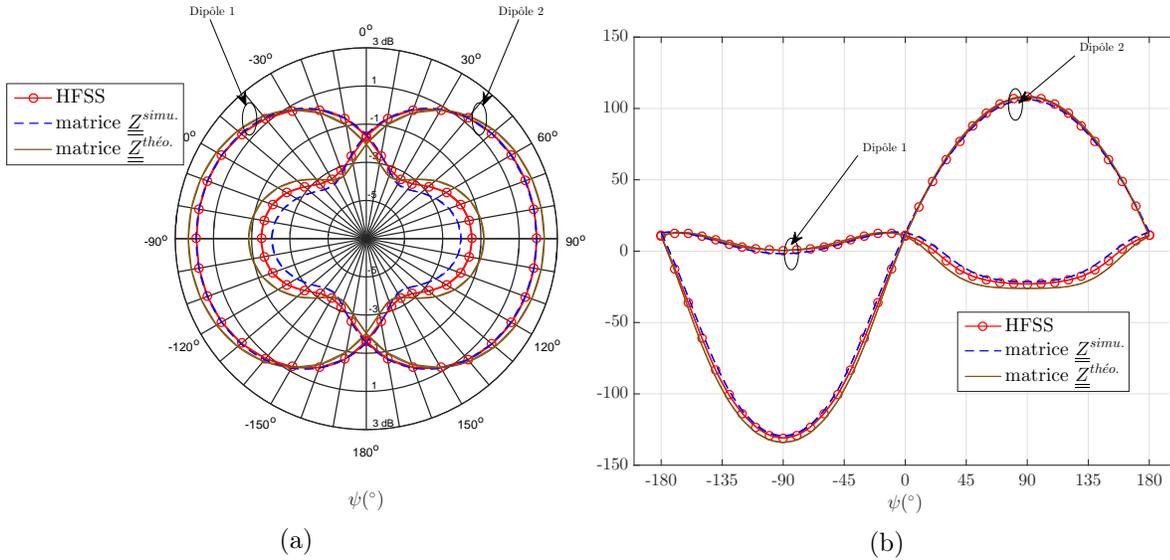


FIGURE 2.20 : Modules en dB (2.20a) et phases en  $^{\circ}$  (2.20b) des champs  $E_i^e(\psi)$  ( $i = 1, 2$ ) obtenus par simulation électromagnétique et synthétisés à partir de (2.26) pour  $N = 2$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$  et  $r = 3$  m.

électromagnétiques. Comme pour le réseau de deux dipôles, on peut remarquer que la courbe “matrice  $\underline{\underline{Z}}^{simu.}$ ” est voisine de la courbe “HFSS” avec des MSE de  $2.13 \cdot 10^{-3}$ ,  $2.74 \cdot 10^{-3}$  et  $2.39 \cdot 10^{-3}$  pour les dipôles 1, 2 et 3 respectivement. La courbe “matrice  $\underline{\underline{Z}}^{théo.}$ ” donne également une assez bonne synthèse des diagrammes de rayonnement avec des MSE de  $3.61 \cdot 10^{-3}$ ,  $7.02 \cdot 10^{-3}$  et  $3.31 \cdot 10^{-3}$  sur les dipôles 1, 2 et 3 respectivement.

### 2.2.3.3 Résultats pour $N = 10$ dipôles

Les figures 2.23 et 2.24 représentent les modules et phases des champs électriques  $E_i^e(\psi)$  ( $i = 1, 4, 10$ ) des éléments actifs 1, 4 et 10 obtenus à partir de la formule (2.26) comparés aux modules et phases des champs électriques des mêmes éléments actifs obtenus à partir des simulations électromagnétiques. D’après ces figures, on observe une nouvelle fois des résultats similaires en module et en phase entre les champs électriques simulés et ceux calculés à partir de l’équation (2.26).

Pour quantifier les différences entre ces champs électriques, la figure 2.25 montre les MSE obtenues sur les dix éléments du réseau pour  $d = 0.3\lambda$ . Les champs sont rayonnés à  $r = 25$  m. Les MSE restent inférieures à  $16 \cdot 10^{-3}$  aussi bien pour la synthèse utilisant la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  simulée que celle utilisant la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  théorique, ce qui montre que les champs rayonnés sont assez bien synthétisés pour  $d = 0.3\lambda$ . Les MSE obtenues avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  théorique sont presque symétriques. Cela est dû au fait que la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  théorique est déterminée en utilisant le principe de superposition pour calculer  $Z_{nm}$  ( $m = 1, \dots, N$  et  $n = m, \dots, N$ ) puis en utilisant les propriétés de symétrie de la matrice impédance ( $Z_{nm} = Z_{mn}$ ). Malgré les erreurs obtenues sur les impédances théoriques en appliquant le principe de superposition (figure 2.15), les diagrammes de rayonnement des éléments actifs du réseau de dix dipôles utilisant la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  théorique correspondent assez bien aux diagrammes obtenus à partir des simulations électromagnétiques.

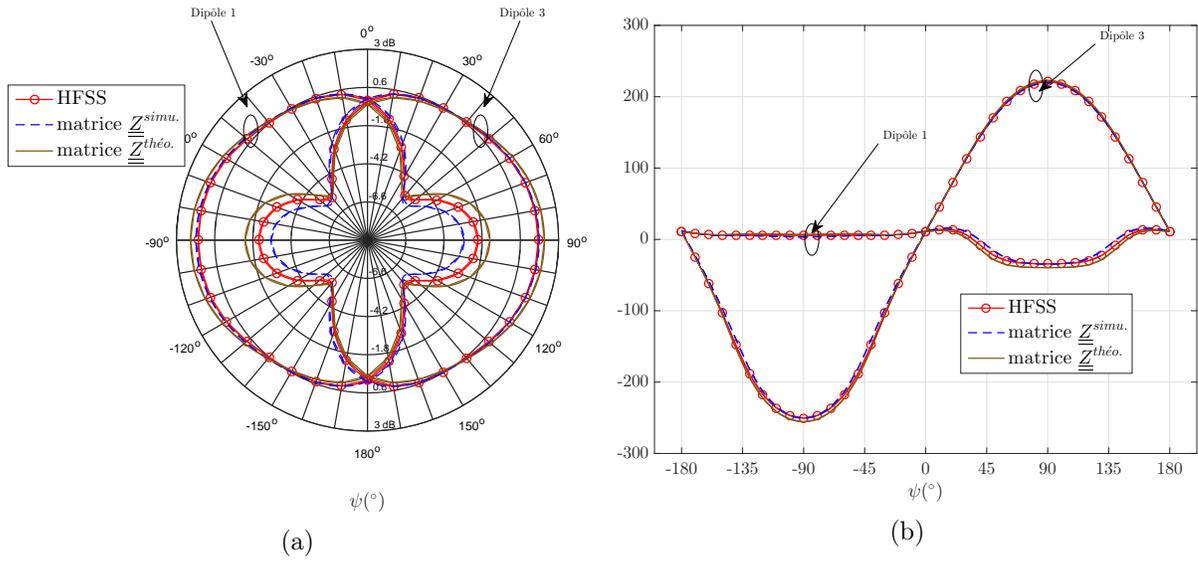


FIGURE 2.21 : Modules en dB (2.21a) et phases en  $^\circ$  (2.21b) des champs  $E_i^e(\psi)$  ( $i = 1, 3$ ) obtenus par simulation électromagnétique et synthétisés à partir de (2.26) pour  $N = 3$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$  et  $r = 3$  m.

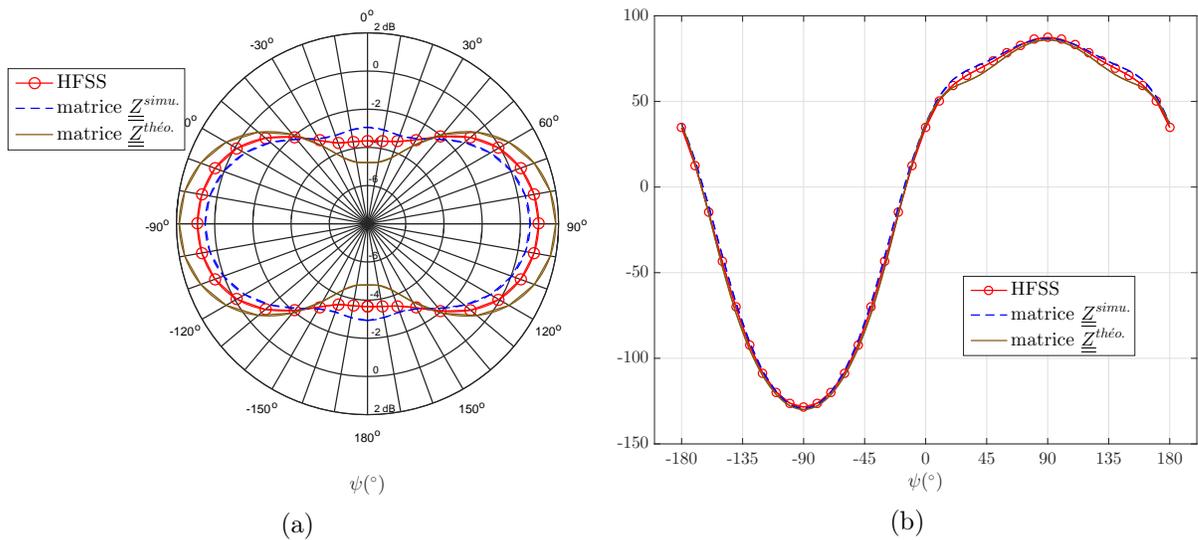


FIGURE 2.22 : Modules en dB (2.22a) et phases en  $^\circ$  (2.22b) des champs  $E_2^e(\psi)$  obtenu par simulation électromagnétique et synthétisés à partir de (2.26) pour  $N = 3$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$  et  $r = 3$  m.

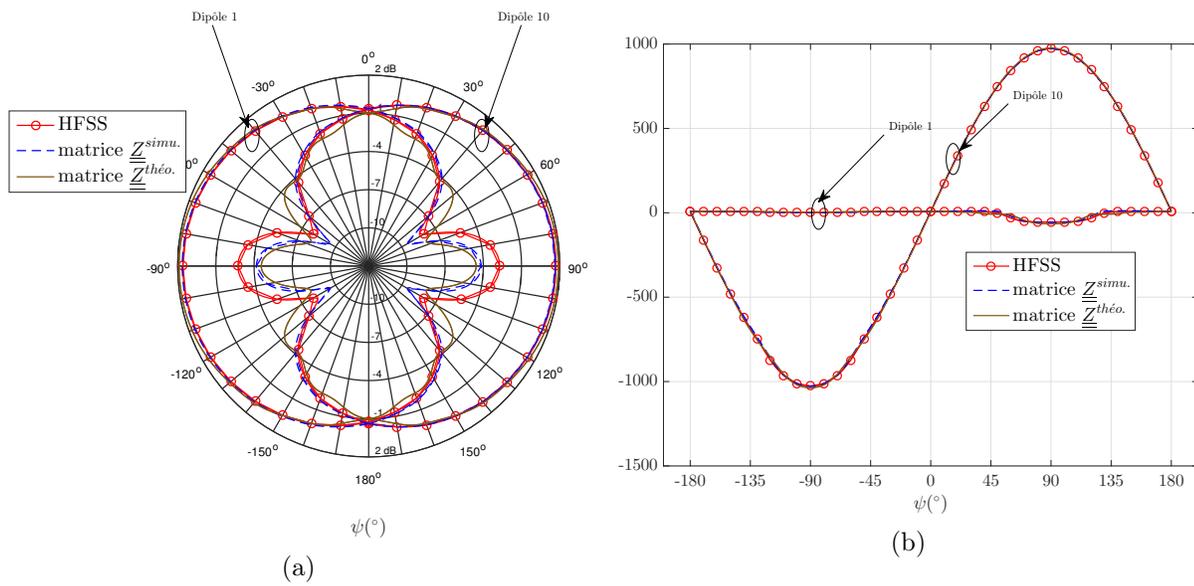


FIGURE 2.23 : Modules en dB (2.23a) et phases en  $^\circ$  (2.23b) des champs  $E_i^e(\psi)$  ( $i = 1, 10$ ) obtenus par simulation électromagnétique et synthétisés à partir de (2.26) pour  $N = 10$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$  et  $r = 25$  m.

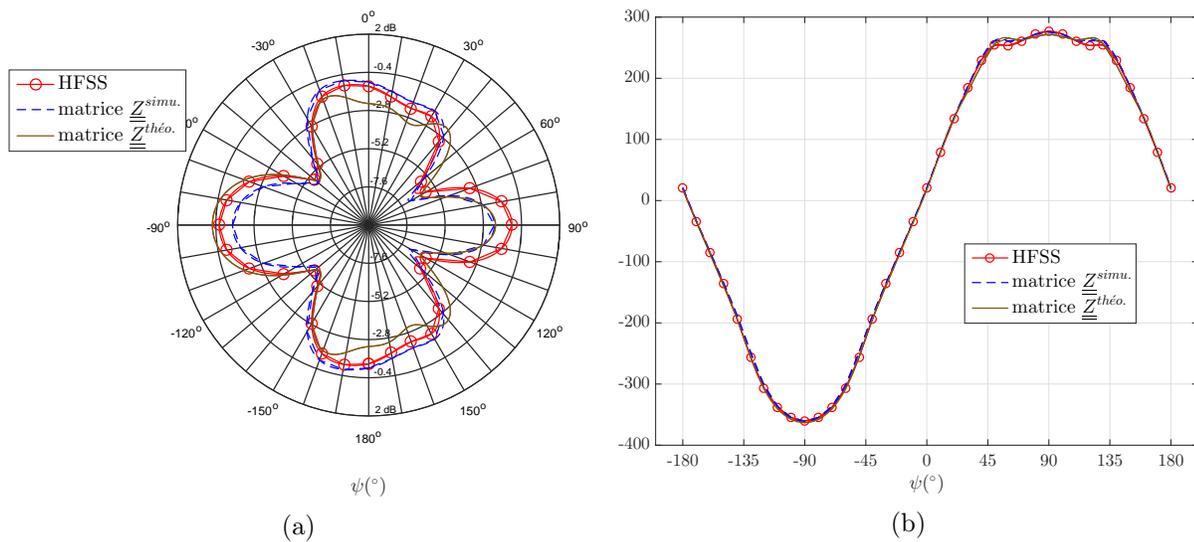


FIGURE 2.24 : Modules en dB (2.22a) et phases en  $^\circ$  (2.24b) des champs  $E_4^e(\psi)$  obtenu par simulation électromagnétique et synthétisés à partir de (2.26) pour  $N = 10$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$  et  $r = 25$  m.

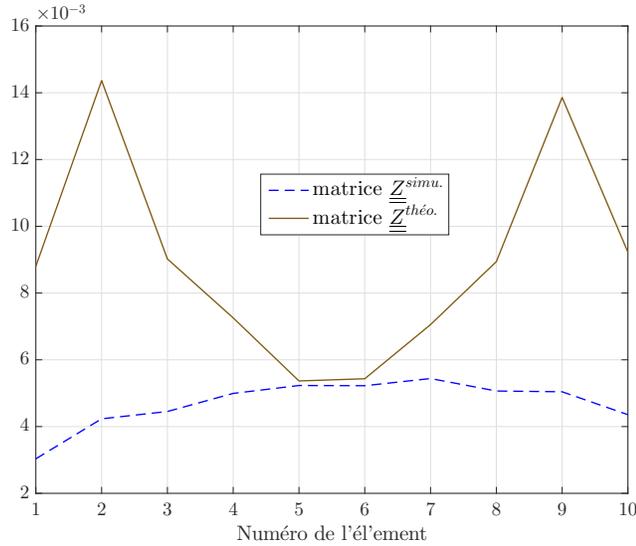


FIGURE 2.25 : MSE obtenues sur les dix éléments du réseau avec la synthèse basée sur la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  théorique ou sur celle simulée pour  $N = 10$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$  et  $r = 25$  m.

Ainsi, les résultats de simulation montrent que l'expression (2.26) donnée par C. Craeye et B. Clerckx permet d'avoir une bonne estimation des champs des éléments actifs comme le montrent les erreurs d'estimation obtenues dans le cas d'un réseau constitué de 2, 3 ou 10 dipôles. Afin de réduire encore les erreurs d'estimation, nous allons à présent repartir de la théorie classique des réseaux pour proposer une nouvelle méthode de synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif à partir du diagramme de rayonnement de l'élément isolé.

## 2.3 Modélisation du diagramme de rayonnement de l'élément actif par une méthode d'optimisation

### 2.3.1 Premier modèle proposé

#### 2.3.1.1 Prise en compte du couplage mutuel basée sur la théorie classique des réseaux

On considère la figure 2.26 qui représente un réseau linéaire uniforme de  $N$  éléments identiques.

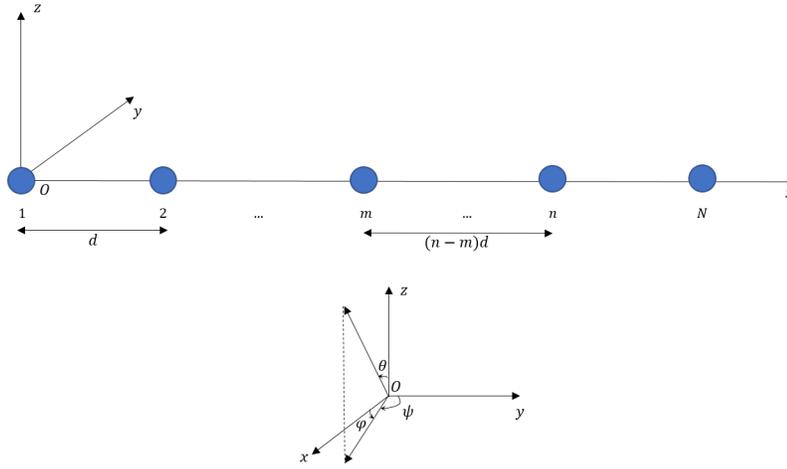
En négligeant les effets du couplage mutuel, le champ électrique  $E_{t,SC}(\psi)$  rayonné par ce réseau peut être exprimé en fonction du champ électrique rayonné par un élément isolé du réseau  $E_{is}(\psi)$  et du facteur de réseau  $F(\psi)$  :

$$E_{t,SC}(\psi) = E_{is}(\psi) \frac{e^{-jkr}}{r} F(\psi), \quad (2.31)$$

où  $r$  est la distance de l'origine du repère au point d'observation et

$$F(\psi) = \sum_{i=1}^N e^{jk(i-1)d \sin(\psi)}. \quad (2.32)$$

Ces équations sont valables en champ lointain, dans le cas où il n'y a pas de couplage mutuel entre les éléments du réseau.


 FIGURE 2.26 : Réseau linéaire uniforme de  $N$  éléments identiques.

En présence de couplage mutuel, nous utilisons la définition du diagramme de rayonnement de l'élément actif pour modéliser le champ rayonné en zone lointaine par chacun des éléments actifs du réseau, en faisant abstraction du terme de propagation :

$$E_m^e(\psi) = E_{is}(\psi) \sum_{\substack{n=1 \\ m=1, \dots, N}}^N \left( A_{nm}(\psi) e^{jk(n-1)d \sin(\psi)} \right), \quad (2.33)$$

où  $E_m^e(\psi)$  est le champ électrique du  $m^{\text{ième}}$  élément actif du réseau et le coefficient  $A_{nm}(\psi)$  est la pondération complexe appliquée au  $n^{\text{ième}}$  élément du réseau pour obtenir la contribution de cet élément au champ rayonné par le  $m^{\text{ième}}$  élément. Le champ total  $E_{t,AC}(\psi)$  rayonné par un réseau en présence de couplage mutuel peut alors s'écrire :

$$E_{t,AC}(\psi) = E_{is}(\psi) F'(\psi), \quad (2.34)$$

où  $F'(\psi)$  est le facteur de réseau en présence de couplage mutuel donné par :

$$F'(\psi) = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N A_{nm}(\psi) e^{jk(n-1)d \sin(\psi)}. \quad (2.35)$$

Pour valider ce modèle que nous proposons, nous allons d'abord considérer un réseau comprenant deux éléments dont les diagrammes de rayonnement des éléments actifs s'écrivent :

$$E_1^e(\psi) = E_{is}(\psi) [A_{11}(\psi) + A_{21}(\psi) e^{jkd \sin(\psi)}], \quad (2.36)$$

$$E_2^e(\psi) = E_{is}(\psi) [A_{12}(\psi) + A_{22}(\psi) e^{jkd \sin(\psi)}]. \quad (2.37)$$

Pour simplifier, nous allons d'abord supposer que la contribution de l'élément alimenté au diagramme de rayonnement de l'élément actif correspond au diagramme de rayonnement de l'élément isolé ( $A_{11}(\psi)$  et  $A_{22}(\psi)$  valent 1 dans ce cas). Nous pouvons alors écrire :

$$E_1^e(\psi) = E_{is}(\psi) [1 + A_{21}(\psi) e^{jkd \sin(\psi)}], \quad (2.38)$$

$$E_2^e(\psi) = E_{is}(\psi) [A_{12}(\psi) + e^{jkd \sin(\psi)}]. \quad (2.39)$$

D'après (2.38), le coefficient  $A_{21}(\psi)$  peut être calculé comme suit :

$$A_{21}(\psi) = \left( \frac{E_1^e(\psi)}{E_{is}(\psi)} - 1 \right) e^{-jkd \sin(\psi)}. \quad (2.40)$$

Le coefficient  $A_{12}(\psi)$  s'obtient de la même façon en partant de l'équation (2.39). Ce sont ces coefficients  $A_{21}(\psi)$  et  $A_{12}(\psi)$  que nous devons déterminer pour pouvoir modéliser le couplage mutuel dans ce réseau.

Un réseau de deux dipôles demi-onde séparés par une distance  $d = 0.3\lambda$  est simulé sous HFSS (simulation électromagnétique). En utilisant les champs  $E_{is}(\psi)$  et  $E_1^e(\psi)$  fournis par le simulateur électromagnétique en champ lointain ( $r = 3$  m), on calcule  $A_{21}(\psi)$  dont le module et la phase sont représentés sur la figure 2.27 (à l'aide de (2.40)). Pour valider la méthode que nous proposons de façon expérimentale, nous aurons besoin d'appliquer la pondération  $A_{21}(\psi)$  (respectivement  $A_{12}(\psi)$ ) à l'excitation de l'élément 1 (respectivement de l'élément 2), ce qui n'est pas faisable avec la dépendance en  $\psi$ . Il nous faut donc chercher les valeurs optimales (notées  $A_{21}$  et  $A_{12}$ ) de  $A_{21}(\psi)$  et  $A_{12}(\psi)$  permettant de faire la synthèse des diagrammes de rayonnement des éléments actifs du réseau selon le modèle ci-dessous (en champ lointain) :

$$E_1^e(\psi) = E_{is}(\psi)[1 + A_{21}e^{jkd \sin(\psi)}], \quad (2.41)$$

$$E_2^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{12} + e^{jkd \sin(\psi)}]. \quad (2.42)$$

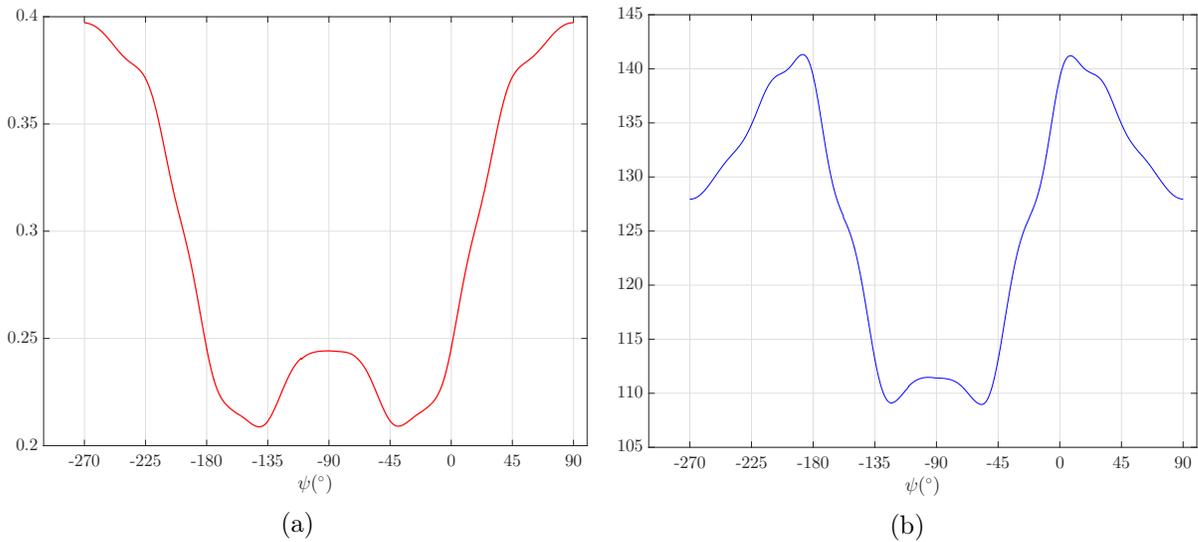


FIGURE 2.27 : Module (2.27a) et phase en  $^\circ$  (2.27b) de  $A_{21}(\psi)$ .

### 2.3.1.2 Utilisation de la moyenne des pondérations $A_{21}(\psi)$ obtenues

On utilise d'abord une méthode très simple consistant à calculer la moyenne des valeurs  $A_{21}(\psi)$  obtenues précédemment (et représentées sur la figure 2.27) :

$$A_{21_{moy}} = \frac{1}{N_\psi} \sum_{\psi} \left[ \left( \frac{E_1^e(\psi)}{E_{is}(\psi)} - 1 \right) e^{-jkd \sin(\psi)} \right],$$

où la somme porte sur une grille angulaire discrète comprenant  $N_\psi$  angles. Le tableau 2.3 donne la valeur de  $A_{21_{moy}}$  obtenue dans le cas d'un réseau de deux dipôles espacés de  $d = 0.3\lambda$  ( $r = 3$  m).

Tableau 2.3 : Module et phase de  $A_{21_{moy}}$  ( $N = 2$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$ ,  $r = 3$  m).

$ A_{21_{moy}} $	0.29
$\arg(A_{21_{moy}})$	$126.70^\circ$

De la même façon, on obtient la valeur :

$$A_{12_{moy}} = \frac{1}{N_\psi} \sum_\psi \left( \frac{E_2^e(\psi)}{E_{is}(\psi)} - e^{jkd \sin(\psi)} \right)$$

indiquée dans le tableau 2.4.

 Tableau 2.4 : Module et phase de  $A_{12_{moy}}$  ( $N = 2$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$ ,  $r = 3$  m).

$ A_{12_{moy}} $	0.29
$\arg(A_{12_{moy}})$	$126.54^\circ$

La figure 2.28 permet de comparer les champs électriques rayonnés par les deux éléments actifs obtenus par simulation électromagnétique (que nous noterons dans la suite  $E_i^{EM}(\psi)$  pour  $i = 1, 2$ ) avec ceux estimés à partir des équations (2.41) et (2.42) en utilisant les valeurs  $A_{21_{moy}}$  et  $A_{12_{moy}}$  ( $E_{imoy}^e(\psi)$ ). Avec les champs électriques estimés  $E_{1moy}^e(\psi)$  et  $E_{2moy}^e(\psi)$ , on obtient des MSE de  $8.33 \cdot 10^{-2}$  et  $8.98 \cdot 10^{-2}$  respectivement. Toutefois, les valeurs de  $A_{21}$  et  $A_{12}$  trouvées par cette méthode des moyennes ( $A_{21_{moy}}$ ,  $A_{12_{moy}}$ ) ne sont pas forcément celles permettant d'avoir les plus petites erreurs d'estimation. Pour trouver les valeurs de  $A_{21}$  et de  $A_{12}$  pour lesquelles les MSE sont minimales, nous proposons d'utiliser la méthode d'optimisation décrite ci-après.

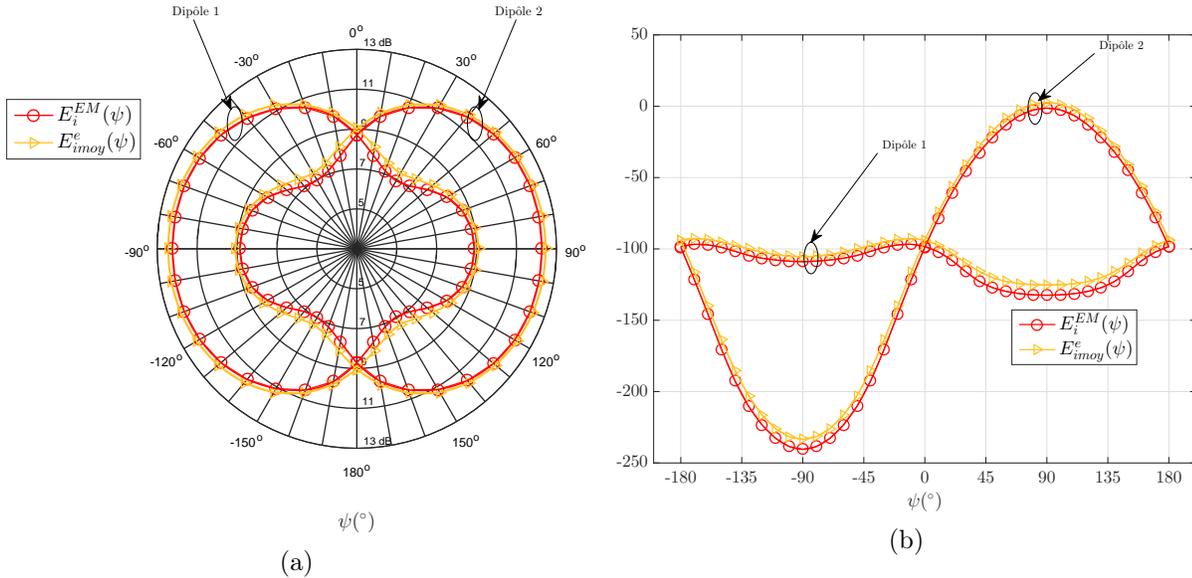


FIGURE 2.28 : Module en dB (2.28a) et phase en  $^\circ$  (2.28b) des champs électriques simulés ( $E_i^{EM}(\psi)$ ) et estimés avec les valeurs moyennes ( $E_{imoy}^e(\psi)$ ) pour  $N = 2$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$  et  $r = 3$  m.

## 2.3.2 Méthode d'optimisation pour un réseau de deux éléments

### 2.3.2.1 Détermination des valeurs optimales de $A_{21}$ et $A_{12}$

On détermine les pondérations  $A_{12}$  et  $A_{21}$  solutions du problème d'optimisation  $LS_1$  (équations (2.43) et (2.44)) au sens des moindres carrés ( $LS$  : Least Squares) valable en champ lointain et défini comme suit :

$$LS_1 : \min_{A_{21}} \left( \sum_{\psi} |E_1^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[1 + A_{21}e^{jkd\sin(\psi)}]|^2 \right), \quad (2.43)$$

$$\min_{A_{12}} \left( \sum_{\psi} |E_2^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[A_{12} + e^{jkd\sin(\psi)}]|^2 \right). \quad (2.44)$$

Le problème d'optimisation  $LS_1$  admet comme solutions (voir annexe F) :

$$A_{21opt_1} = \frac{\sum_{\psi} \left( E_1^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) e^{-jkd\sin(\psi)} \right) - \sum_{\psi} \left( |E_{is}(\psi)|^2 e^{-jkd\sin(\psi)} \right)}{\sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2} \quad (2.45)$$

et

$$A_{12opt_1} = \frac{\sum_{\psi} \left( E_2^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) \right) - \sum_{\psi} \left( |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd\sin(\psi)} \right)}{\sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2}. \quad (2.46)$$

Les valeurs de ces solutions théoriques sont données dans le tableau 2.5 dans le cas d'un réseau de deux dipôles espacés de  $d = 0.3\lambda$  ( $r = 3$  m). Avec les valeurs optimales  $A_{21opt_1}$  et  $A_{12opt_1}$ , on estime les champs électriques ( $E_{iLS_1}^e(\psi)$ ,  $i = 1, 2$ ) (voir figure 2.29) avec une MSE de  $8.25 \cdot 10^{-2}$  pour  $E_1^e(\psi)$  et de  $8.88 \cdot 10^{-2}$  pour  $E_2^e(\psi)$ .

Tableau 2.5 : Valeurs optimales  $A_{21opt_1}$  et  $A_{12opt_1}$  ( $N = 2$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$ ,  $r = 3$  m).

$ A_{21opt_1} $	0.28
$\arg(A_{21opt_1})$	$128.13^\circ$
$ A_{12opt_1} $	0.28
$\arg(A_{12opt_1})$	$127.97^\circ$

### 2.3.2.2 Introduction des coefficients $A_{11}$ et $A_{22}$

Dans l'équation (2.41) (respectivement (2.42)), le rayonnement passif de l'élément non alimenté est modélisé à l'aide du coefficient  $A_{21}$  (respectivement  $A_{12}$ ) qu'on applique au rayonnement de l'élément isolé ( $E_{is}(\psi)$ ) en tenant compte de la position de l'élément par rapport à l'origine du repère. Jusqu'ici, nous avons supposé que le rayonnement de l'élément actif du réseau correspondait au rayonnement de l'élément isolé. Cependant, la présence d'un autre élément modifie le comportement de cet élément actif dont le rayonnement ne correspond plus forcément à celui de l'élément isolé. Ceci nous conduit à réécrire les équations des champs électriques des éléments actifs. Ainsi, pour le calcul de  $E_1^e(\psi)$ , nous introduisons une pondération  $A_{11}$  à appliquer à l'élément 1 (l'élément actif). L'équation (2.41) devient alors :

$$E_1^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{11} + A_{21}e^{jkd\sin(\psi)}]. \quad (2.47)$$

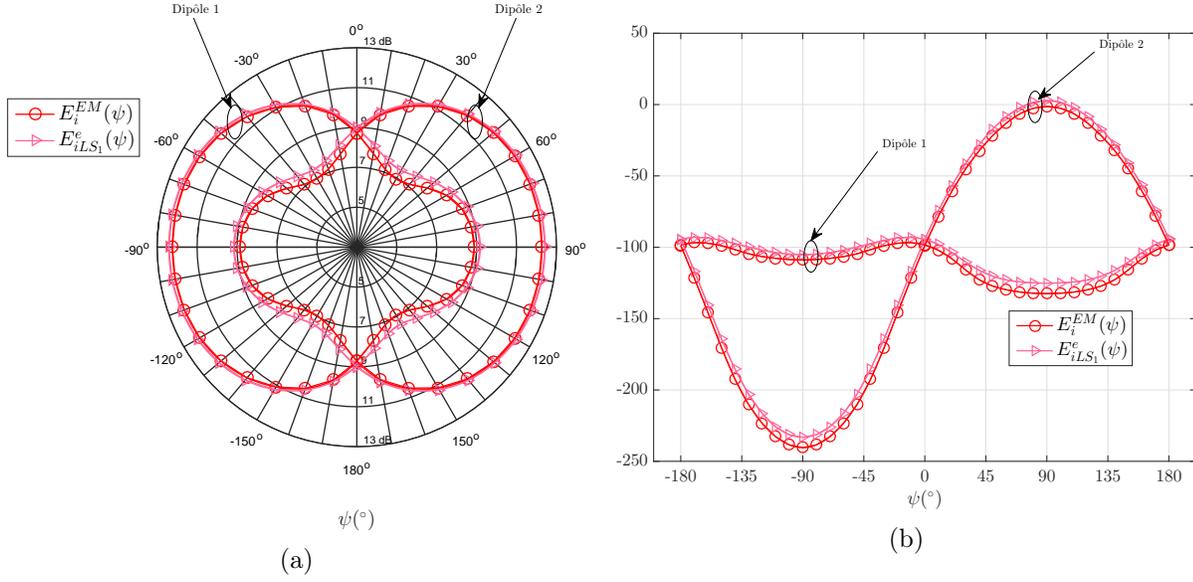


FIGURE 2.29 : Module en dB (2.29a) et phase en  $^\circ$  (2.29b) des champs électriques simulés ( $E_i^{EM}(\psi)$ ) et estimés avec le critère  $LS_1$  ( $E_{iLS_1}^e(\psi)$ ) pour  $N = 2$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$  et  $r = 3$  m.

De façon similaire, l'équation (2.42) peut être réécrite comme suit :

$$E_2^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{12} + A_{22}e^{jkd\sin(\psi)}]. \quad (2.48)$$

Les pondérations  $A_{11}$  et  $A_{21}$  sont déterminées en résolvant un nouveau problème d'optimisation que nous noterons  $LS_{2FF}$  (le modèle donné en (2.47) et (2.48) étant valable en champ lointain (FF)) :

$$LS_{2FF} : \min_{A_{11}, A_{21}} \left( \sum_{\psi} |E_1^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[A_{11} + A_{21}e^{jkd\sin(\psi)}]|^2 \right), \quad (2.49)$$

$$\min_{A_{22}, A_{12}} \left( \sum_{\psi} |E_2^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[A_{12} + A_{22}e^{jkd\sin(\psi)}]|^2 \right). \quad (2.50)$$

Le problème d'optimisation  $LS_{2FF}$  admet comme solutions (voir annexe F) :

$$A_{11opt_2} = \frac{\sum_{\psi} \left( E_1^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) \right) \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd\sin(\psi)} \right|^2} - \frac{\sum_{\psi} \left( E_1^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) e^{-jkd\sin(\psi)} \right) \sum_{\psi} \left( |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd\sin(\psi)} \right)}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd\sin(\psi)} \right|^2}, \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned}
 A_{21opt_2} &= \frac{\sum_{\psi} \left( E_1^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) e^{-jkd \sin(\psi)} \right) \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2} \\
 &\quad - \frac{\sum_{\psi} \left( E_1^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) \right) \sum_{\psi} \left( |E_{is}(\psi)|^2 e^{-jkd \sin(\psi)} \right)}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\theta} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2}, \tag{2.52}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{12opt_2} &= \frac{\sum_{\psi} \left( E_2^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) \right) \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2} \\
 &\quad - \frac{\sum_{\psi} \left( E_2^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) e^{-jkd \sin(\psi)} \right) \sum_{\psi} \left( |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right)}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2}, \tag{2.53}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{22opt_2} &= \frac{\sum_{\psi} \left( E_2^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) e^{-jkd \sin(\psi)} \right) \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2} \\
 &\quad - \frac{\sum_{\psi} \left( E_2^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) \right) \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{-jkd \sin(\psi)}}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2}. \tag{2.54}
 \end{aligned}$$

Les valeurs de ces solutions théoriques sont données dans le tableau 2.6 dans le cas d'un réseau de deux dipôles espacés de  $d = 0.3\lambda$  ( $r = 3\text{ m}$ ). On voit que les pondérations  $A_{11}$  et  $A_{22}$  ont des modules légèrement différents de 1 et des phases non nulles.

Tableau 2.6 : Valeurs optimales  $A_{11opt_2}$ ,  $A_{21opt_2}$ ,  $A_{22opt_2}$  et  $A_{12opt_2}$  ( $N = 2$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$ ,  $r = 3\text{ m}$ ).

$ A_{11opt_2} $	0.97
$\arg(A_{11opt_2})$	$-5.04^\circ$
$ A_{21opt_2} $	0.30
$\arg(A_{21opt_2})$	$123.86^\circ$
$ A_{12opt_2} $	0.30
$\arg(A_{12opt_2})$	$123.65^\circ$
$ A_{22opt_2} $	0.98
$\arg(A_{22opt_2})$	$-5.29^\circ$

La contribution de l'élément excité au diagramme de rayonnement de l'élément actif est donc différente du diagramme de rayonnement de l'élément pris isolément. Les champs électriques des éléments actifs estimés avec ces valeurs optimales (notés  $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$ ,  $i = 1, 2$ ) sont comparés aux champs obtenus à partir des simulations électromagnétiques ( $E_i^{EM}(\psi)$ ,  $i = 1, 2$ ) sur la figure 2.30. On note une correspondance quasi parfaite entre champs simulés et estimés avec les pondérations calculées avec le critère  $LS_{2FF}$ , confirmée par les MSE obtenues qui sont de  $12.99 \cdot 10^{-4}$  et  $91.01 \cdot 10^{-5}$  pour les dipôles 1 et 2 respectivement.

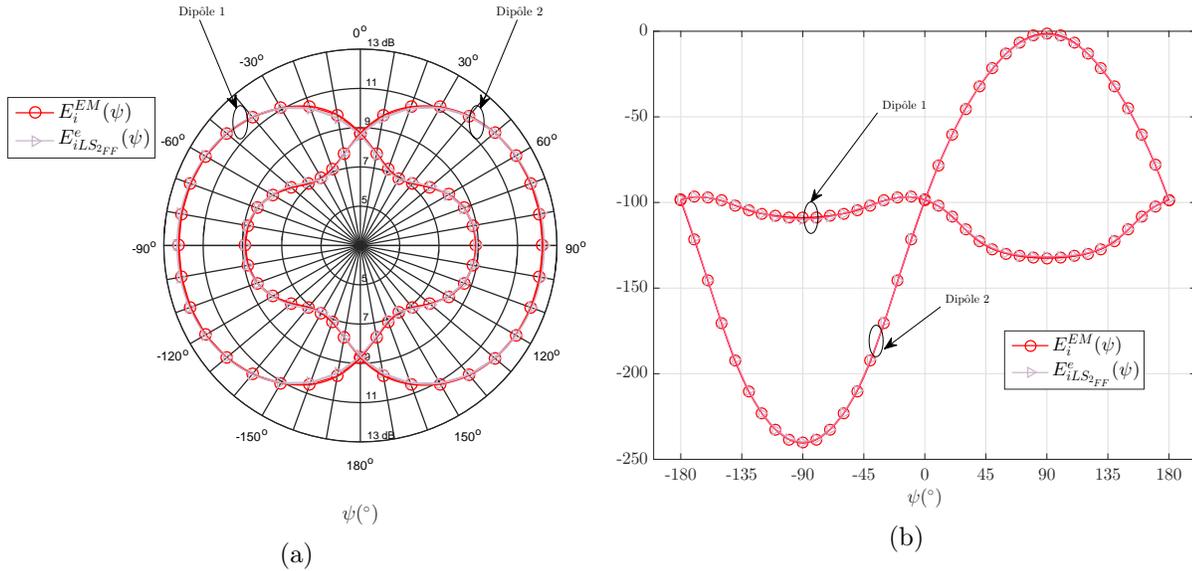


FIGURE 2.30 : Module en dB (2.30a) et phase en  $^\circ$  (2.30b) des champs électriques simulés ( $E_i^{EM}(\psi)$ ) et estimés avec le critère  $LS_{2FF}$  ( $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$ ) pour  $N = 2$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$  et  $r = 3$  m.

Nous allons à présent résoudre le problème d'optimisation  $LS_{2FF}$  pour différentes valeurs de distance inter-élément et nous allons voir comment varie l'erreur d'estimation. Les tableaux 2.7 et 2.8 donnent les valeurs optimales et les valeurs de MSE obtenues pour différentes valeurs de  $d$  (comprises entre  $0.1\lambda$  et  $\lambda$ ). La figure 2.31 représente le tracé des MSE obtenues suivant les valeurs de l'espacement  $d$ . On constate que les MSE sont très faibles; elles restent inférieures à  $7 \cdot 10^{-3}$  sur les deux dipôles pour toutes les distances inter-élément étudiées, ce qui valide la méthode d'optimisation proposée pour modéliser le couplage mutuel.

Pour évaluer les différences entre la méthode proposée et celle basée sur une approche utilisant la matrice des coefficients de diffraction, une étude comparative sur les pondérations  $A_{nm}$  et les coefficients  $S_{nm}$  du réseau a été menée dans l'annexe G. En considérant des réseaux de  $N = 2$  et  $N = 3$  éléments, il apparaît qu'en champ lointain,  $A_{nn} \simeq 1 - S_{nn}$ , et que pour  $n \neq m$ ,  $A_{nm} \simeq -S_{nm}$ .

### 2.3.2.3 Limite du modèle proposé

Sur la figure 2.31, on note une légère différence entre les MSE obtenues pour les dipôles 1 et 2. Rappelons que jusqu'ici, les champs électriques rayonnés par les dipôles sont calculés à une distance  $r = 3$  m de l'origine du repère. Nous allons augmenter la valeur de  $r$  pour voir si les tracés des MSE pour les dipôles 1 et 2 tendent à se rapprocher ou non. La figure 2.32 montre les tracés des MSE obtenues pour différentes valeurs de  $r$  (comprises entre 3 m et 20 m). Sur cette figure, on remarque que pour les grandes valeurs de  $r$ , l'écart entre les erreurs d'estimation obtenues pour

Tableau 2.7 : Pondérations optimales et MSE obtenues pour le dipôle 1 avec le critère  $LS_{2FF}$  (cas de deux dipôles,  $r = 3$  m).

$\frac{d}{\lambda}$	$ A_{11opt_2} $	$\arg(A_{11opt_2})(^\circ)$	$ A_{21opt_2} $	$\arg(A_{21opt_2})(^\circ)$	$MSE(10^{-4})$
0.1	1.26	2.33	0.58	-173.30	11.12
0.15	1.19	-3.10	0.49	168.93	3.88
0.2	1.11	-5.88	0.41	152.97	11.33
0.25	1.02	-6.43	0.35	137.65	5.03
0.3	0.97	-5.04	0.30	123.86	12.99
0.35	0.94	-3.45	0.27	109.82	19.62
0.4	0.93	-0.96	0.24	96.37	17.35
0.45	0.95	1.00	0.23	81.54	13.78
0.5	0.96	2.28	0.22	66.26	10.03
0.55	0.99	2.65	0.22	51.12	3.20
0.6	1.02	2.23	0.22	34.30	12.52
0.65	1.03	1.34	0.21	17.19	7.37
0.7	1.03	0.13	0.20	1.01	11.42
0.75	1.03	-0.92	0.19	-16.07	13.00
0.8	1.01	-1.58	0.18	-32.31	17.40
0.85	0.99	-1.53	0.17	-48.69	10.37
0.9	0.98	-1.22	0.16	-64.76	12.42
0.95	0.97	-0.55	0.15	-80.22	12.67
1	0.97	0.19	0.15	-95.86	9.60

 Tableau 2.8 : Pondérations optimales et MSE obtenues pour le dipôle 2 avec le critère  $LS_{2FF}$  (cas de deux dipôles,  $r = 3$  m).

$\frac{d}{\lambda}$	$ A_{22opt_2} $	$\arg(A_{22opt_2})(^\circ)$	$ A_{12opt_2} $	$\arg(A_{12opt_2})(^\circ)$	$MSE(10^{-4})$
0.1	1.26	2.19	0.58	-173.72	9.30
0.15	1.19	-3.02	0.49	168.87	5.08
0.2	1.11	-6.04	0.41	152.85	9.36
0.25	1.03	-6.79	0.35	137.60	16.22
0.3	0.98	-5.29	0.30	123.65	9.10
0.35	0.94	-3.38	0.27	109.88	10.13
0.4	0.93	-1.16	0.24	96.47	13.71
0.45	0.94	0.66	0.23	82.14	16.05
0.5	0.97	1.88	0.22	66.97	21.78
0.55	0.99	2.15	0.21	51.74	19.40
0.6	1.01	1.74	0.21	34.03	20.54
0.65	1.03	0.40	0.20	16.77	23.54
0.7	1.03	-0.68	0.20	0.35	29.69
0.75	1.03	-1.89	0.19	-16.78	29.86
0.8	1.01	-2.58	0.18	-32.78	38.86
0.85	1.00	-2.85	0.17	-48.96	46.28
0.9	0.98	-2.46	0.16	-64.27	63.82
0.95	0.97	-1.98	0.15	-78.67	52.62
1	0.97	-1.41	0.14	-93.94	56.29

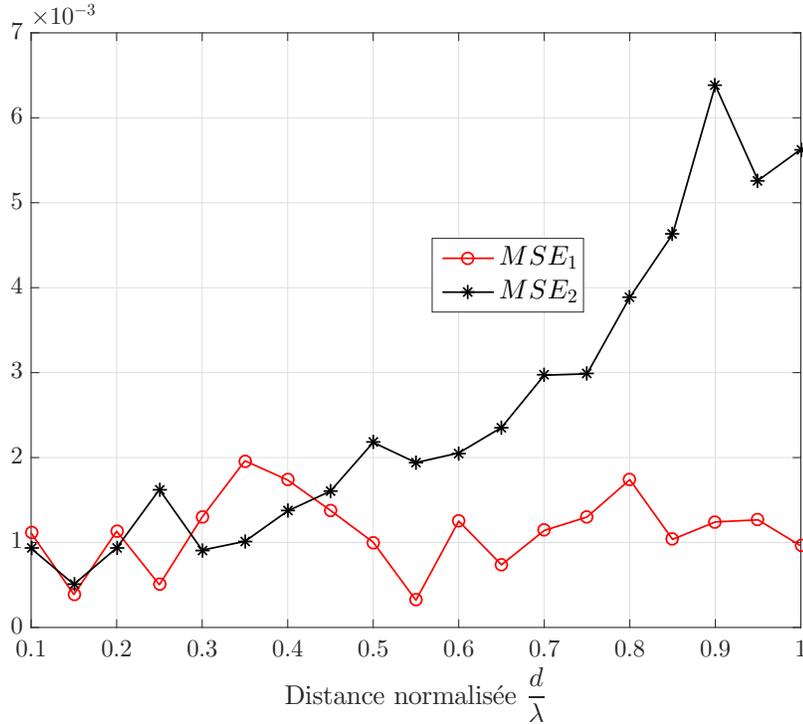


FIGURE 2.31 : MSE obtenues avec le critère  $LS_{2_{FF}}$  pour  $N = 2$  dipôles et  $r = 3$  m.

les dipôles 1 et 2 diminue. Cette observation peut également être faite grâce à la figure 2.33 qui montre l'évolution de la valeur absolue de la différence entre les MSE obtenues pour les dipôles 1 et 2 lorsque la valeur de  $r$  augmente. On note clairement sur cette figure que plus la valeur de  $r$  augmente, plus les erreurs d'estimation faites pour les dipôles 1 et 2 tendent vers les mêmes valeurs bien que la condition champ lointain donnée par (2.29) soit déjà vérifiée à  $r = 3$  m (voir annexe C). Toutefois, les tracés des figures 2.32 et 2.33 montrent que la méthode d'optimisation proposée donne de meilleurs résultats en termes de MSE pour des valeurs de  $r$  plus grandes. Notons que le réseau étudié pour le diagramme de rayonnement de l'élément actif est un réseau symétrique : la perturbation du diagramme de rayonnement du premier élément actif du réseau due à la présence du deuxième élément chargé est la même que celle du diagramme de rayonnement du deuxième élément actif due à la présence du premier chargé. Par conséquent, les MSE sur les deux éléments du réseau devraient être voisines. Or, les tracés de MSE ne respectent cette symétrie que lorsque la distance  $r$  est très grande. Cela peut être dû au fait que lorsqu'on calcule le diagramme de rayonnement du  $n^{\text{ième}}$  élément actif du réseau, on utilise l'approximation champ lointain (facteur  $e^{jk(n-1)d\sin(\psi)}$ ) pour prendre en compte le déphasage dû à la position de cet élément par rapport à l'origine du réseau. En considérant la limite champ proche/champ lointain donnée par (2.29), l'approximation champ lointain se fait en admettant une erreur de phase  $\Delta\varphi_{max} = \pi/20$  rad lors du calcul du diagramme de rayonnement d'une antenne (voir annexe C). Cependant, nous pouvons voir sur les figures 2.32 et 2.33 que cette hypothèse ne permet pas d'avoir une assez grande précision dans la détermination du diagramme de rayonnement pour respecter la symétrie du réseau dans les calculs de MSE. Nous allons donc proposer un modèle sphérique pour le calcul du diagramme de rayonnement d'une antenne. Ce modèle sphérique est basé sur une expression en champ proche du facteur de réseau.

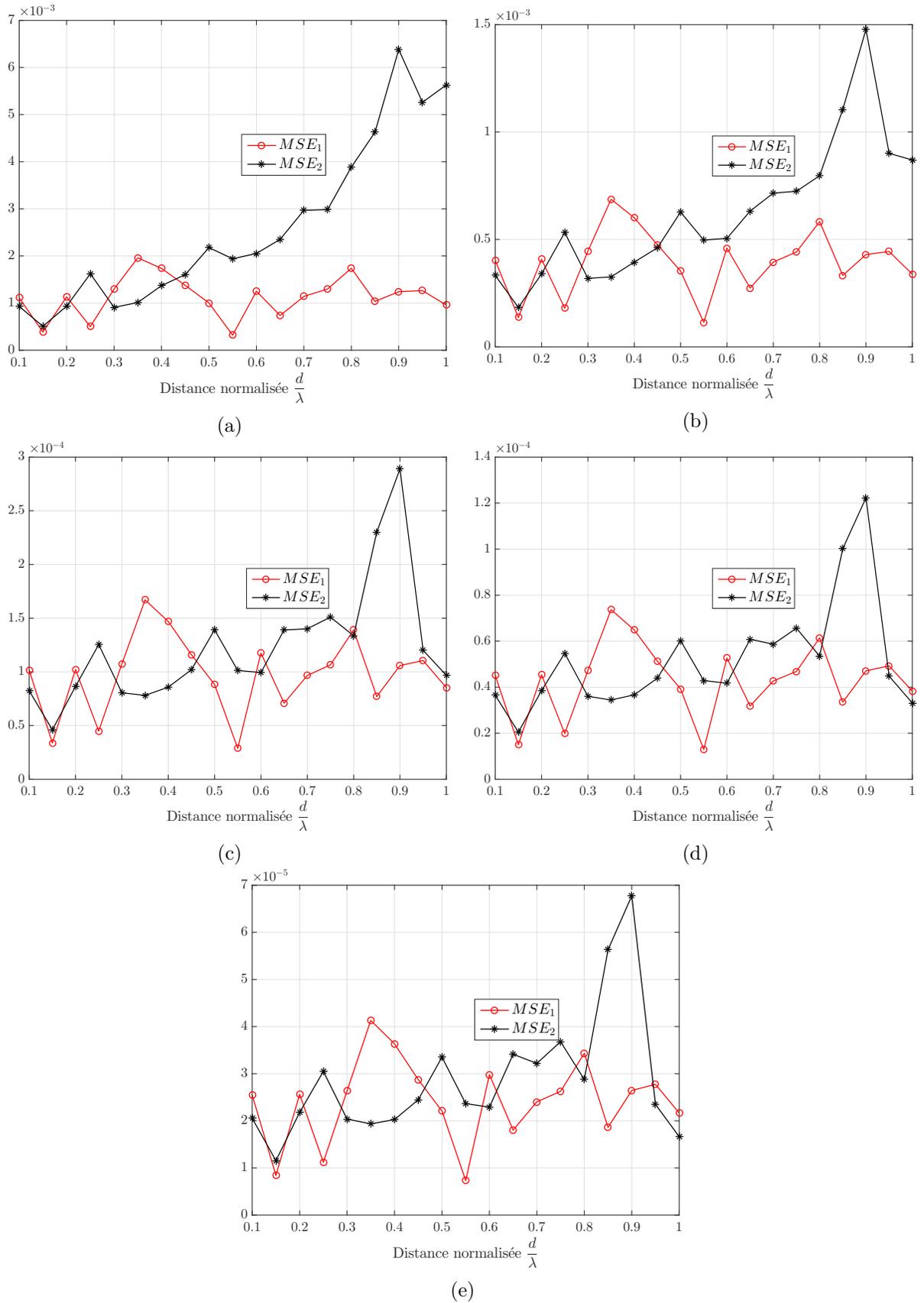


FIGURE 2.32 : MSE obtenues avec le critère  $LS_{2FF}$  pour  $N = 2$  dipôles et pour différentes valeurs de  $r$  :  $r = 3$  m (2.32a),  $r = 5$  m (2.32b),  $r = 10$  m (2.32c),  $r = 15$  m (2.32d),  $r = 20$  m (2.32e).

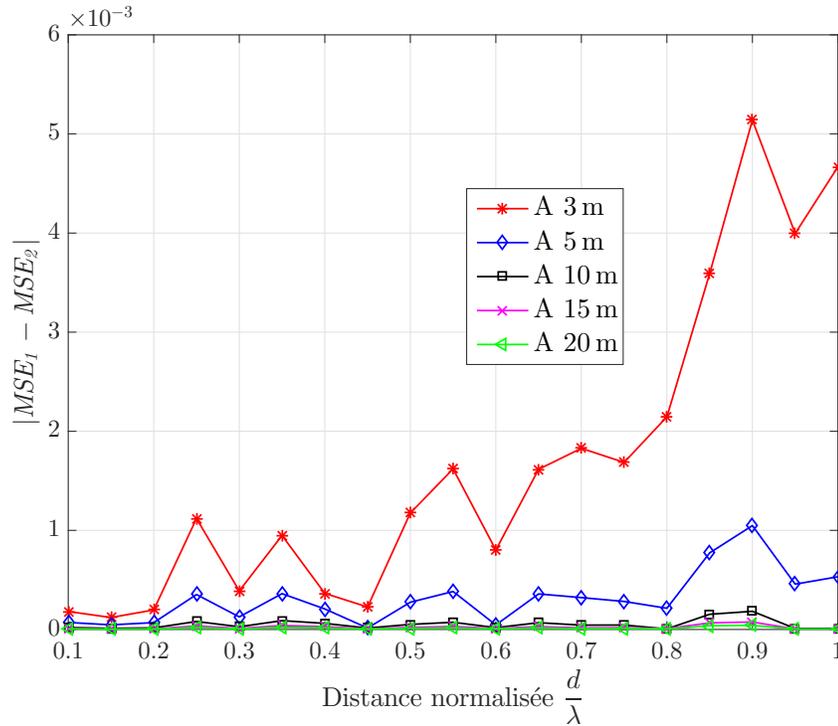


FIGURE 2.33 : Evolution de la différence des MSE obtenues pour les dipôles 1 et 2 du réseau de  $N = 2$  dipôles selon la valeur de  $r$ .

### 2.3.2.4 Modèle sphérique de rayonnement d'une antenne

Étant donné que le rayonnement d'un dipôle isolé est omnidirectionnel dans le plan  $(x, y)$ , c'est-à-dire indépendant de  $\psi$ , nous allons considérer l'expression du diagramme de rayonnement en fonction de  $\theta$ . Afin de réduire la complexité de calcul du diagramme de rayonnement, nous allons considérer un dipôle élémentaire de longueur  $L$  très petite devant la longueur d'onde de fonctionnement (figure 2.34). Le courant qui parcourt ce dipôle peut donc être supposé constant :  $\underline{I}(z) = I_0 \underline{a}_z$ , où  $\underline{a}_z$  est le vecteur unitaire sur l'axe  $z$ . Pour ce dipôle élémentaire, les deux composantes  $E_r(\theta)$  et  $E_\theta(\theta)$  du champ électrique rayonné  $\underline{E}_{is}(\theta)$  sont données par (cf. annexe E) :

$$E_r(\theta) = C_0 \cos(\theta) \left( \frac{ke^{-jkr}}{r^2} - j \frac{e^{-jkr}}{r^3} \right) \quad (2.55)$$

$$E_\theta(\theta) = \frac{C_0}{2} \sin(\theta) \left( \frac{ke^{-jkr}}{r^2} + j \left( \frac{k^2 e^{-jkr}}{r} - \frac{e^{-jkr}}{r^3} \right) \right), \quad (2.56)$$

avec

$$C_0 = 2 \frac{I_0 L}{4\pi\omega\epsilon_0},$$

$\omega = 2\pi f$  étant la pulsation de l'onde et  $\epsilon_0$  étant la permittivité diélectrique du vide ( $\epsilon_0 \simeq 8.85 \cdot 10^{-12}$  F/m). Si on considère maintenant le même dipôle translaté selon l'axe  $y$  d'une distance  $d$  de l'origine du repère (voir figure 2.34), on peut déduire de (2.55) et (2.56) que les deux

composantes du champ  $\underline{E}_{is_2}(\theta)$  rayonné par le dipôle élémentaire translaté sont :

$$E_{2r}(\theta) = C_0 \cos(\theta) \left( \frac{ke^{-jkr_2}}{r_2^2} - j \frac{e^{-jkr_2}}{r_2^3} \right) \quad (2.57)$$

$$E_{2\theta}(\theta) = \frac{C_0}{2} \sin(\theta) \left( \frac{ke^{-jkr_2}}{r_2^2} + j \left( \frac{k^2 e^{-jkr_2}}{r_2} - \frac{e^{-jkr_2}}{r_2^3} \right) \right), \quad (2.58)$$

où  $r_2$  est la distance du point d'observation au centre du dipôle élémentaire translaté donnée par :

$$r_2 = r \sqrt{1 + \frac{d^2}{r^2} - 2 \frac{d}{r} \sin(\theta)}, \quad (2.59)$$

En faisant un développement limité au voisinage de zéro de cette expression de  $r_2$ , on peut exprimer les deux composantes  $E_{2r}(\theta)$  et  $E_{2\theta}(\theta)$  comme suit (cf. annexe E) :

$$E_{2r}(\theta) = C_0 \cos(\theta) \left( \frac{ke^{-jkr}}{r^2} - j \frac{e^{-jkr}}{r^3} \right) e^{jk\alpha_2(\theta)} \quad (2.60)$$

$$E_{2\theta}(\theta) = \frac{C_0}{2} \sin(\theta) \left( \frac{ke^{-jkr}}{r^2} + j \left( \frac{k^2 e^{-jkr}}{r} - \frac{e^{-jkr}}{r^3} \right) \right) e^{jk\alpha_2(\theta)}, \quad (2.61)$$

où

$$\alpha_2(\theta) = d \sin(\theta) - \frac{1}{2} \frac{d^2}{r} \cos^2(\theta) - \frac{1}{2} \frac{d^3}{r^2} \sin(\theta) \cos^2(\theta) + \frac{1}{8} \frac{d^4}{r^3} (1 - 6 \sin^2(\theta)). \quad (2.62)$$

Des équations (2.60) et (2.61), on peut exprimer  $\underline{E}_{is_2}(\theta)$  en fonction de  $\underline{E}_{is}(\theta)$  :

$$\underline{E}_{is_2}(\theta) = \underline{E}_{is}(\theta) e^{jk\alpha_2(\theta)}. \quad (2.63)$$

Notons que l'expression de  $E_{is_2}(\theta)$  en approximation champ lointain peut être retrouvée en ne considérant que le premier terme de  $\alpha_2(\theta)$ .

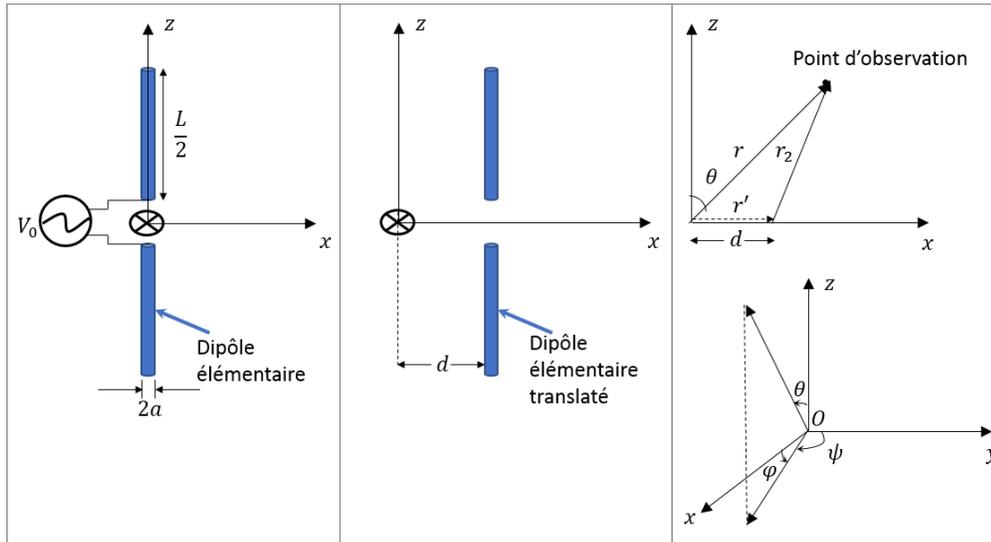


FIGURE 2.34 : Translation du dipôle élémentaire.

Pour retrouver de façon similaire l'expression de  $E_{is_2}(\psi)$  en fonction de  $E_{is}(\psi)$ , on considère la figure 2.35.

On a alors :

$$r_2 = r \sqrt{1 + \frac{d^2}{r^2} - 2 \frac{d}{r} \sin(\psi)}, \quad (2.64)$$

ce qui permet d'écrire :

$$\underline{E}_{is_2}(\psi) = \underline{E}_{is}(\psi)e^{jk\alpha_2(\psi)}. \quad (2.65)$$

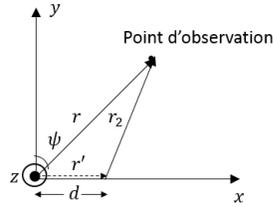


FIGURE 2.35 : Translation du dipôle élémentaire dans le plan  $(x, y)$ .

Pour tester la validité de ce modèle, nous avons considéré un dipôle demi-onde dont les caractéristiques sont données dans le tableau 2.1. Nous avons d'abord translaté ce dipôle isolé de  $d = \lambda$  par rapport à l'origine du repère. Nous comparons son diagramme de rayonnement obtenu à partir des simulations électromagnétiques à ceux calculés en utilisant l'approximation champ lointain ou le modèle sphérique. Pour ce faire, nous calculons d'une part la différence entre les modules en dB des champs rayonnés simulés et calculés, et d'autre part, la différence entre les phases en degrés de ces champs simulés et calculés. La figure 2.36 représente le tracé des erreurs obtenues pour une distance inter-élément  $d = \lambda$  et pour des champs rayonnés à  $r = 0.5$  m. Nous pouvons remarquer que sur les modules, le fait d'utiliser le modèle sphérique pour calculer le champ de l'élément translaté n'apporte pas d'amélioration sur le champ calculé. Cela tend à valider l'hypothèse selon laquelle le module du champ rayonné est moins sensible que la phase du champ rayonné à la précision sur la valeur de  $r_2$  (hypothèse qui a permis d'exprimer le champ de l'élément isolé translaté en fonction de celui de l'élément isolé positionné à l'origine du repère (voir annexe E)).

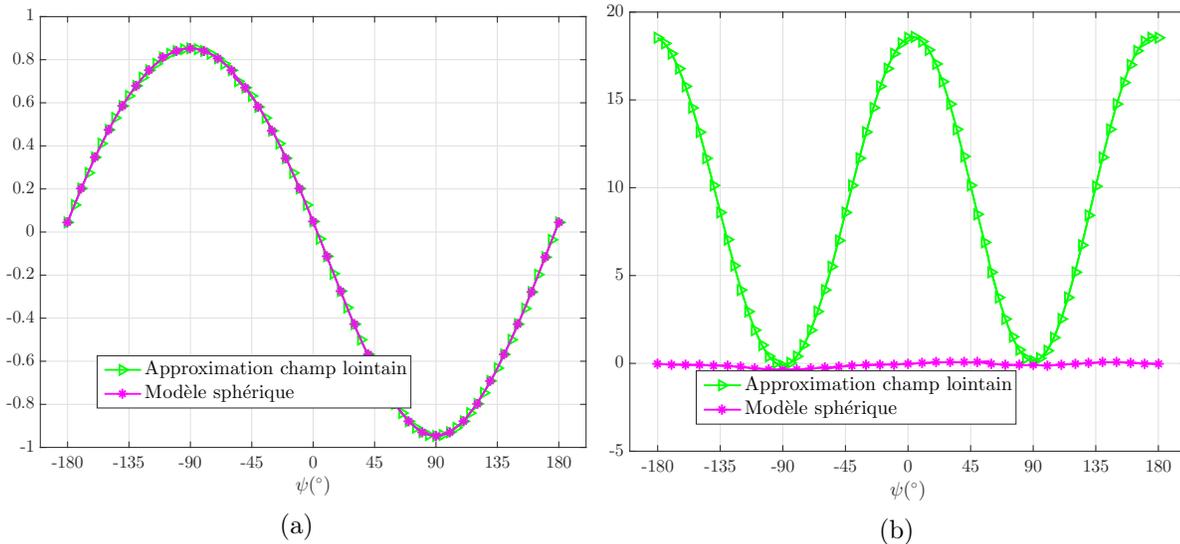


FIGURE 2.36 : Différence de module en dB (2.36a) et de phase en  $^\circ$  (2.36b) entre le diagramme de rayonnement de l'élément isolé translaté de  $d = \lambda$  obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui synthétisé avec l'approximation champ lointain ou le modèle sphérique à  $r = 0.5$  m.

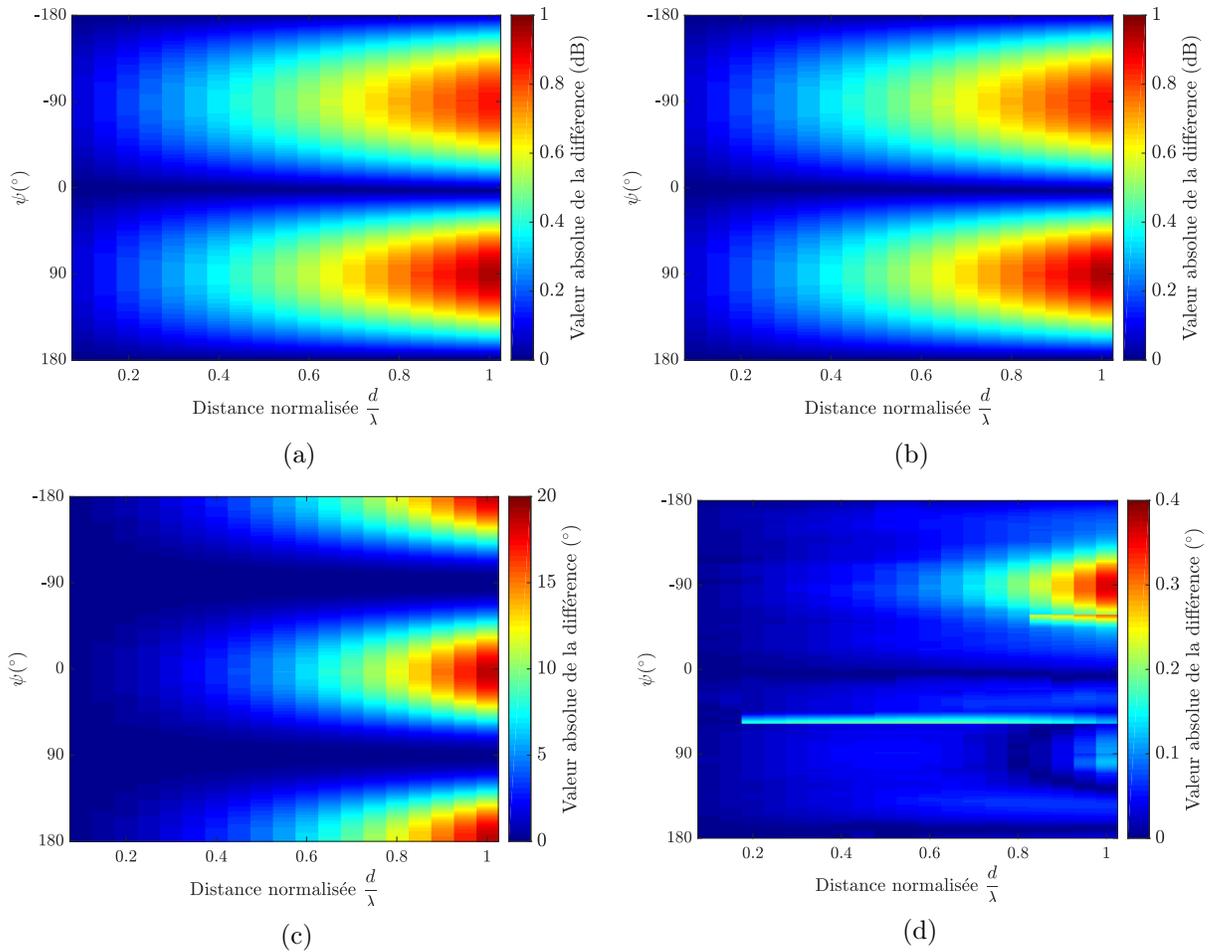


FIGURE 2.37 : Valeur absolue de la différence de module en dB ((2.37a), (2.37b)) et de phase en  $^{\circ}$  ((2.37c), (2.37d)) entre le diagramme de rayonnement de l'élément isolé translaté d'une distance  $d$  obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui synthétisé avec l'approximation champ lointain ((2.37a), (2.37c)) ou le modèle sphérique ((2.37b), (2.37d)).

Sur les phases, on voit qu'à la distance  $d = \lambda$  (distance la plus défavorable d'après le tracé des MSE), on retrouve bien une erreur de phase inférieure à la limite de  $\pi/20$  rad (soit  $9^{\circ}$ ) admise avec la limite champ proche/champ lointain que nous avons considérée. Nous pouvons remarquer que l'utilisation du modèle sphérique réduit fortement ces erreurs qui sont voisines de  $0^{\circ}$  pour des champs rayonnés à  $r = 0.5$  m et pour une distance inter-élément  $d = \lambda$ . D'après les cartographies des erreurs sur les modules et sur les phases représentées sur la figure 2.37, ces conclusions peuvent être étendues à toutes les distances inter-élément. On peut observer que sur toutes les distances inter-élément étudiées, la valeur absolue de la différence de module entre les champs simulés et calculés (avec l'approximation champ lointain ou le modèle sphérique) reste inférieure à 1 dB. L'utilisation du modèle sphérique permet de réduire fortement les erreurs de phases (qui restent inférieures à la limite imposée par l'approximation champ lointain).

Pour les mêmes valeurs de la distance inter-élément  $d$  ( $0.1\lambda \leq d \leq \lambda$ ), nous avons ensuite calculé les MSE entre le champ rayonné obtenu à partir des simulations électromagnétiques et celui obtenu à partir des équations (2.65) et (2.62). Ces MSE sont comparées à celles obtenues en utilisant l'approximation champ lointain :  $E_{is_2}(\psi) = E_{is}(\psi)e^{jkd\sin(\psi)}$  sur la figure 2.38.

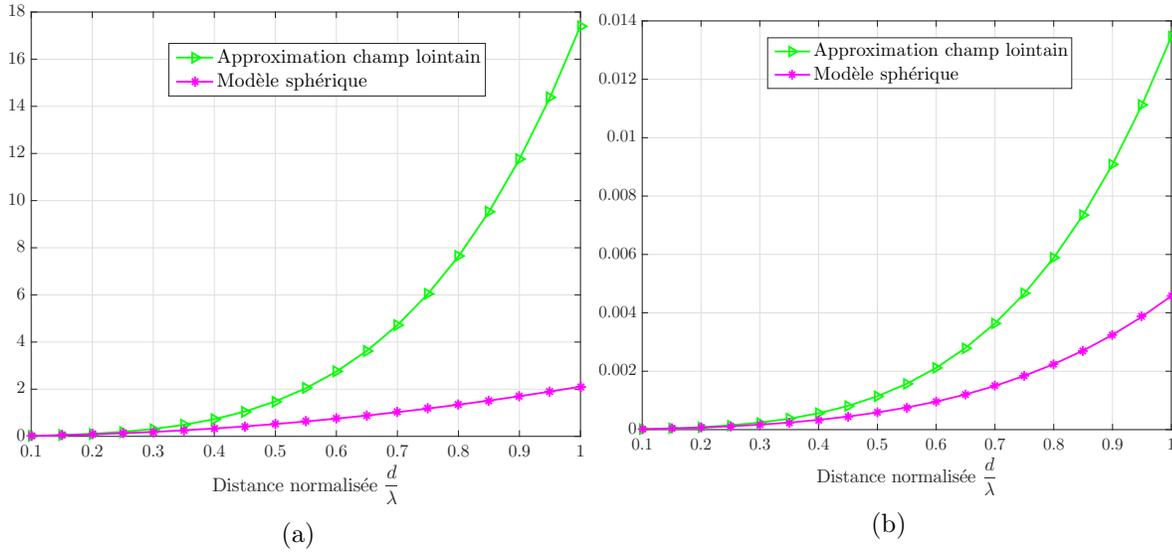


FIGURE 2.38 : MSE obtenues avec la synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément isolé en utilisant l'approximation champ lointain ou le modèle sphérique à  $r = 0.5$  m (2.38a) et  $r = 3$  m (2.38b).

Nous constatons que le modèle sphérique offre plus de précision que l'approximation champ lointain lors de la synthèse du diagramme de rayonnement. Nous pouvons également noter qu'avec le modèle sphérique, les valeurs de MSE diminuent considérablement lorsqu'on passe d'une petite valeur de  $r$  ( $r = 0.5$  m) à une valeur plus grande ( $r = 3$  m), alors que ces deux valeurs sont bien dans le champ lointain du dipôle isolé, même translaté de  $\lambda$ . Cela peut s'expliquer par le fait que dans le modèle sphérique, les angles  $\theta$  et  $\psi$  sont supposés être les mêmes pour le dipôle isolé placé à l'origine du repère et pour celui translaté. En réalité, ces angles sont quasiment les mêmes lorsque la valeur de  $r$  est grande, d'où l'utilisation de l'approximation d'onde plane. Néanmoins, lorsque  $r$  diminue, la direction d'observation change lorsqu'on translate le dipôle.

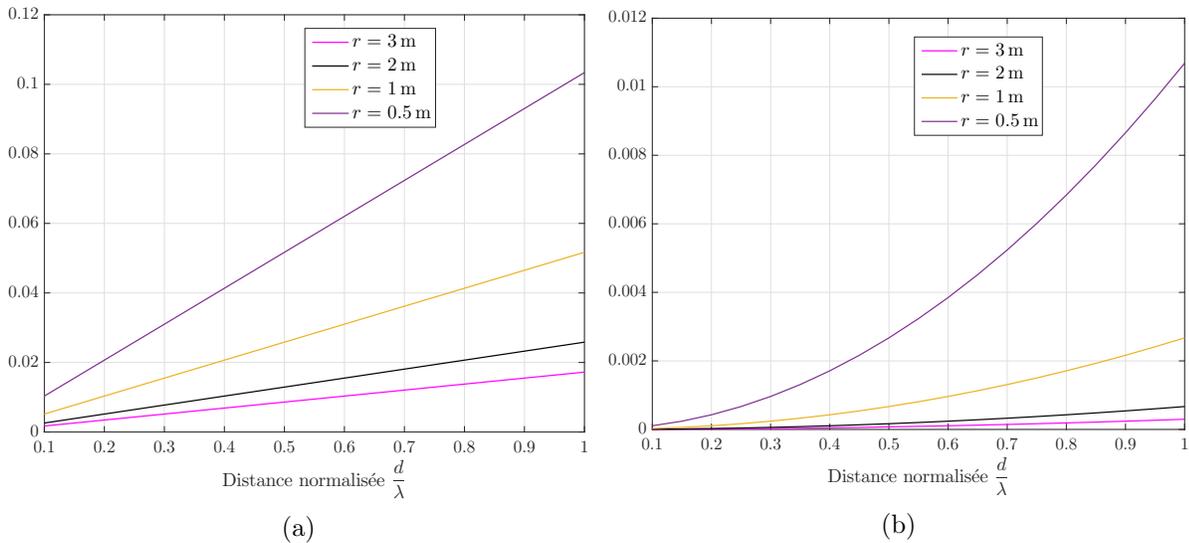


FIGURE 2.39 : Evolution des rapports  $\frac{d}{r}$  (2.39a) et  $\frac{d^2}{r^2}$  (2.39b) suivant la valeur de  $r$ .

Cependant, si on veut prendre en compte les variations de  $\theta$  (ou  $\psi$ ) dues à la position du dipôle, il sera impossible de déterminer le facteur de réseau permettant de synthétiser le diagramme de rayonnement de l'élément actif en fonction du diagramme de rayonnement de l'élément isolé.

Il faut aussi noter que le modèle sphérique a été établi sous certaines hypothèses (voir annexe E); lorsque la valeur de  $r$  diminue, les rapports  $\frac{d}{r}$  et  $\frac{d^2}{r^2}$  ne sont plus assez faibles devant 1 pour justifier l'utilisation du développement limité au voisinage de 0 qui a été fait pour l'expression de  $r_2$ . La figure 2.39 montre l'évolution de ces rapports lorsqu'on translate le dipôle d'une distance  $d$  comprise entre  $0.1\lambda$  et  $\lambda$ . On voit que les rapports  $\frac{d}{r}$  et  $\frac{d^2}{r^2}$  sont relativement importants à  $r = 0.5$  m et décroissent rapidement si on augmente  $r$ , ce qui explique la différence notée entre les MSE de la figure 2.38, bien que les deux valeurs de  $r$  considérées soient dans le champ lointain de l'antenne.

### 2.3.3 Généralisation du problème d'optimisation à un réseau de $N$ éléments

Dans (2.49) et (2.50), le problème d'optimisation est posé en utilisant les champs lointains calculés pour un réseau de deux dipôles. Pour un réseau de  $N$  dipôles, ce problème d'optimisation, toujours valable en champ lointain, devient :

$$LS_{2FF} : \min_{\{A_{nm}\}_{n=1,\dots,N}} \left( \sum_{\psi} |E_m^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi) \sum_{n=1}^N A_{nm} e^{jk(n-1)d \sin(\psi)}|^2 \right), \quad (2.66)$$

$$m = 1, \dots, N.$$

Dans le cas où on considère le  $n^{\text{ième}}$  élément du réseau pris isolément, le modèle sphérique généralisé devient :

$$\underline{E}_{is_n}(\psi) = \underline{E}_{is}(\psi) e^{jk\alpha_n(\psi)} \quad (2.67)$$

où

$$\begin{aligned} \alpha_n(\psi) = & (n-1)d \sin(\psi) - \frac{1}{2} \frac{(n-1)^2 d^2}{r} \cos^2(\psi) \\ & - \frac{1}{2} \frac{(n-1)^3 d^3}{r^2} \sin(\psi) \cos^2(\psi) \\ & + \frac{1}{8} \frac{(n-1)^4 d^4}{r^3} (1 - 6 \sin^2(\psi)). \end{aligned} \quad (2.68)$$

Ce modèle sphérique va dans la suite être pris en compte dans la résolution du problème d'optimisation décrit par (2.69) :

$$LS_{2NF3} : \min_{\{A_{nm}\}_{n=1,\dots,N}} \left( \sum_{\psi} |E_m^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi) \sum_{n=1}^N A_{nm} e^{jk\alpha_n(\psi)}|^2 \right), \quad (2.69)$$

$$m = 1, \dots, N.$$

Les pondérations  $A_{nm}$  trouvées après résolution du problème d'optimisation (voir annexe F) vont être utilisées pour synthétiser le diagramme de rayonnement de l'élément actif comme suit :

$$E_m^e(\psi) = E_{is}(\psi) \sum_{n=1}^N A_{nm} e^{jk\alpha_n(\psi)}. \quad (2.70)$$

## 2.3.4 Résultats de simulation

### 2.3.4.1 Résultats pour $N = 2$ dipôles

Considérons un réseau de  $N = 2$  dipôles espacés de  $d = \lambda$ . Les figures 2.40 et 2.41 permettent de comparer, pour  $r = 0.5$  m et  $r = 3$  m respectivement, les diagrammes de rayonnement des deux éléments actifs du réseau obtenus à partir des simulations électromagnétiques à ceux synthétisés comme suit :

- avec les pondérations  $A_{nm}$  obtenues en faisant l'approximation champ lointain ( $E_{iLS_2FF}^e(\psi)$ ) ou en utilisant le modèle sphérique ( $E_{iLS_2NF_3}^e(\psi)$ ),
- avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain pour construire le vecteur  $\underline{E}_{is}(\theta)$  dans (2.26); si on se ramène dans le plan  $(x, y)$ , on a :  $E_{is_i}(\psi) = E_{is}(\psi)e^{jk(i-1)d\sin(\psi)}$  ( $E_{iZmatFF}^e(\psi)$ ).

Nous ferons également référence dans la suite aux champs synthétisés avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en utilisant le modèle sphérique pour construire le vecteur  $\underline{E}_{is}(\theta)$  dans (2.26); si on se ramène dans le plan  $(x, y)$  on a :  $E_{is_i}(\psi) = E_{is}(\psi)e^{jk\alpha_i(\psi)}$  ( $E_{iZmatNF_3}^e(\psi)$ ).

A  $r = 3$  m, les champs électriques estimés correspondent assez bien à ceux simulés mais à  $r = 0.5$  m on peut observer quelques différences selon la méthode de synthèse utilisée. Pour mieux déceler ces différences, nous avons représenté sur les figures 2.42 et 2.44 la cartographie de la valeur absolue de la différence entre les modules en dB des champs simulés et estimés pour  $r = 0.5$  m et  $r = 3$  m respectivement. Les figures 2.43 et 2.45 représentent la cartographie de la valeur absolue de la différence entre les phases en degrés de ces champs pour  $r = 0.5$  m et  $r = 3$  m respectivement. La distance inter-élément est fixée à  $d = \lambda$ . Nous pouvons remarquer que le modèle sphérique n'agit pas sur le module des champs rayonnés, les valeurs absolues des différences de modules sont inférieures à 0.98 dB à  $r = 0.5$  m et 0.23 dB à  $r = 3$  m. L'intérêt du modèle sphérique est davantage visible sur les phases : les phases des champs synthétisés  $E_{iLS_2NF_3}^e(\psi)$  (respectivement  $E_{iZmatNF_3}^e(\psi)$ ) sont plus proches des phases des champs simulés  $E_i^{EM}(\psi)$ , comparées aux phases des champs synthétisés  $E_{iLS_2FF}^e(\psi)$  (respectivement  $E_{iZmatFF}^e(\psi)$ ). On constate que la valeur maximale de l'erreur de phase est obtenue autour de  $\psi = \pm 90^\circ$  qui correspond à l'axe où sont alignées les antennes et donc à la direction où les effets du couplage mutuel sont les plus importants.

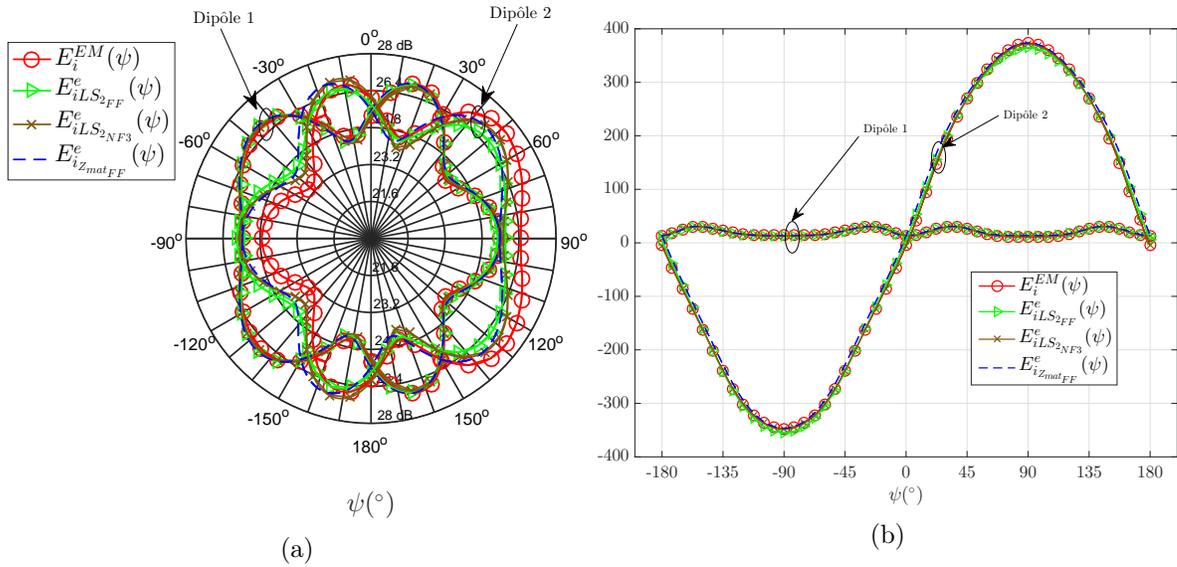


FIGURE 2.40 : Modules en dB (2.40a) et phases en  $^{\circ}$  (2.40b) des champs électriques simulés ( $E_i^{EM}(\psi)$ ) et estimés avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain ( $E_{iZ_{matFF}}^e(\psi)$ ), avec le critère  $LS_{2FF}$  ( $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$ ) ou le critère  $LS_{2NF3}$  ( $E_{iLS_{2NF3}}^e(\psi)$ ) ( $N = 2$  dipôles,  $d = \lambda$ ,  $r = 0.5$  m).

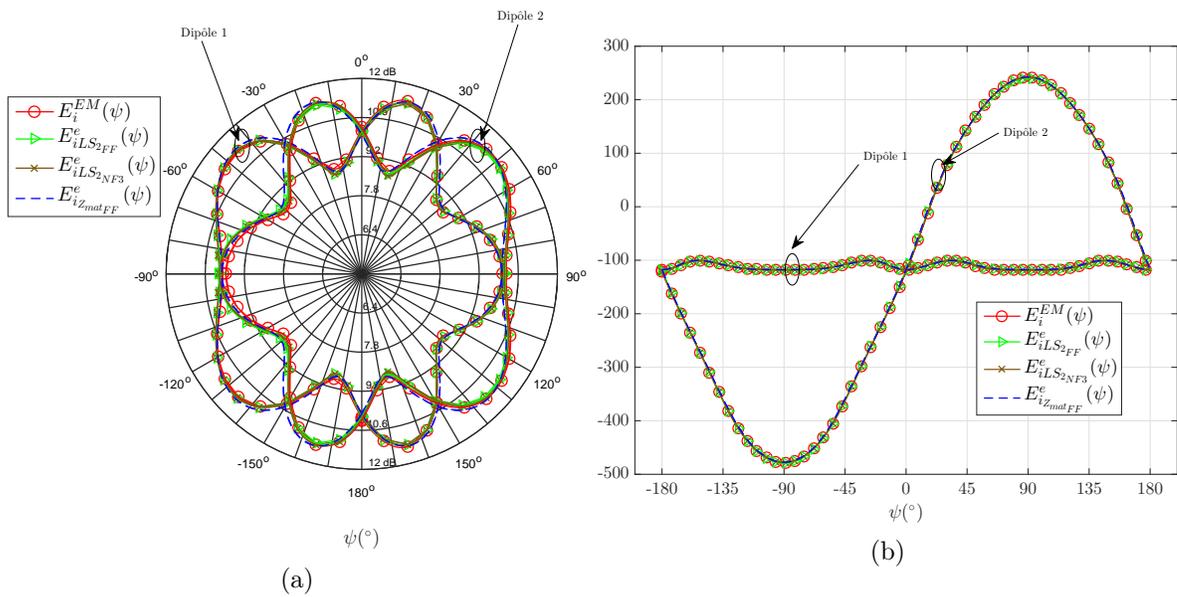


FIGURE 2.41 : Modules en dB (2.41a) et phases en  $^{\circ}$  (2.41b) des champs électriques simulés ( $E_i^{EM}(\psi)$ ) et estimés avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain ( $E_{iZ_{matFF}}^e(\psi)$ ), avec le critère  $LS_{2FF}$  ( $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$ ) ou le critère  $LS_{2NF3}$  ( $E_{iLS_{2NF3}}^e(\psi)$ ) ( $N = 2$  dipôles,  $d = \lambda$ ,  $r = 3$  m).

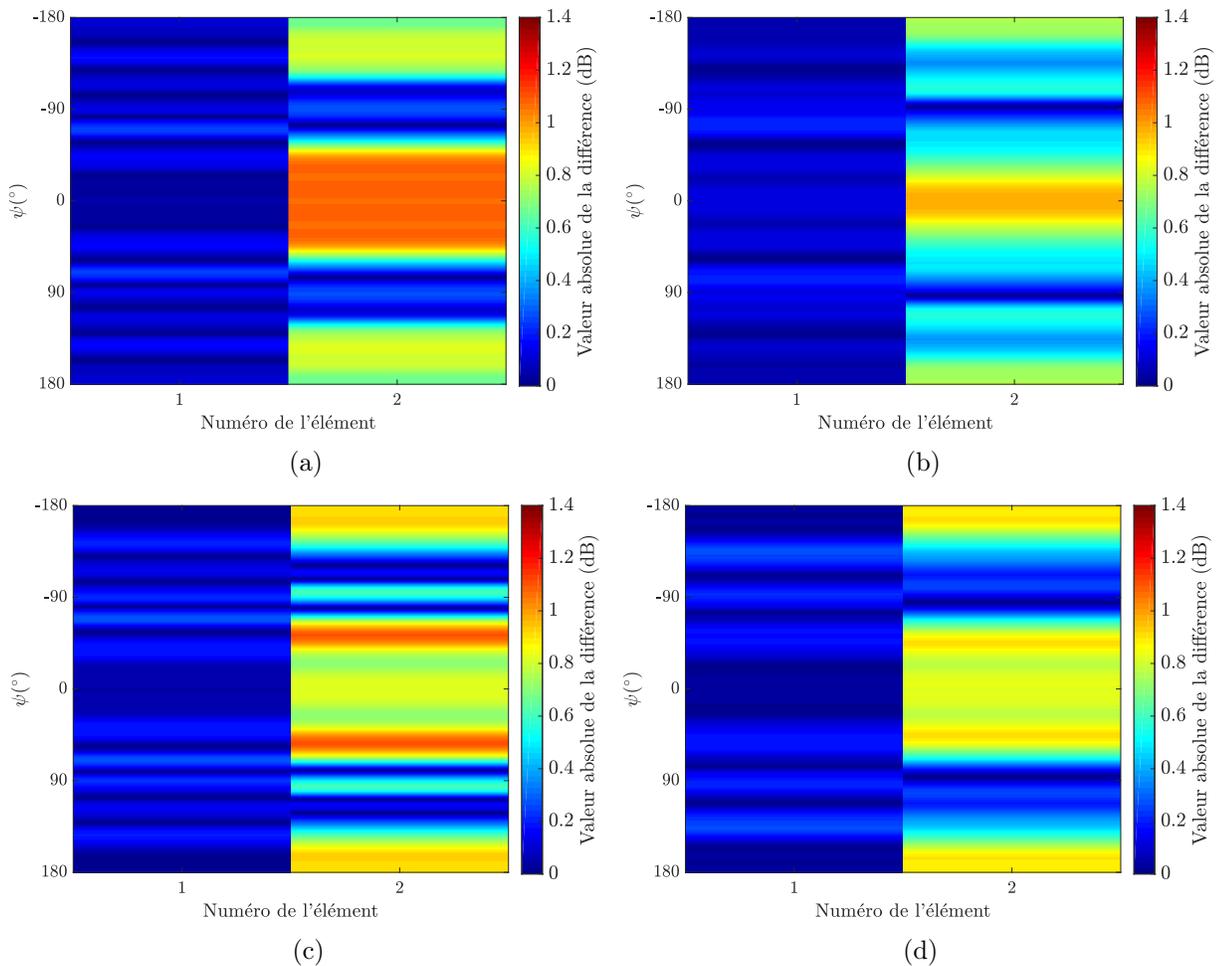


FIGURE 2.42 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de module en dB entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS2FF}^e(\psi)$  (2.42a),  $E_{iLS2NF3}^e(\psi)$  (2.42b),  $E_{iZmatFF}^e(\psi)$  (2.42c),  $E_{iZmatNF3}^e(\psi)$  (2.42d) ( $N = 2$  dipôles,  $d = \lambda$  et  $r = 0.5$  m).

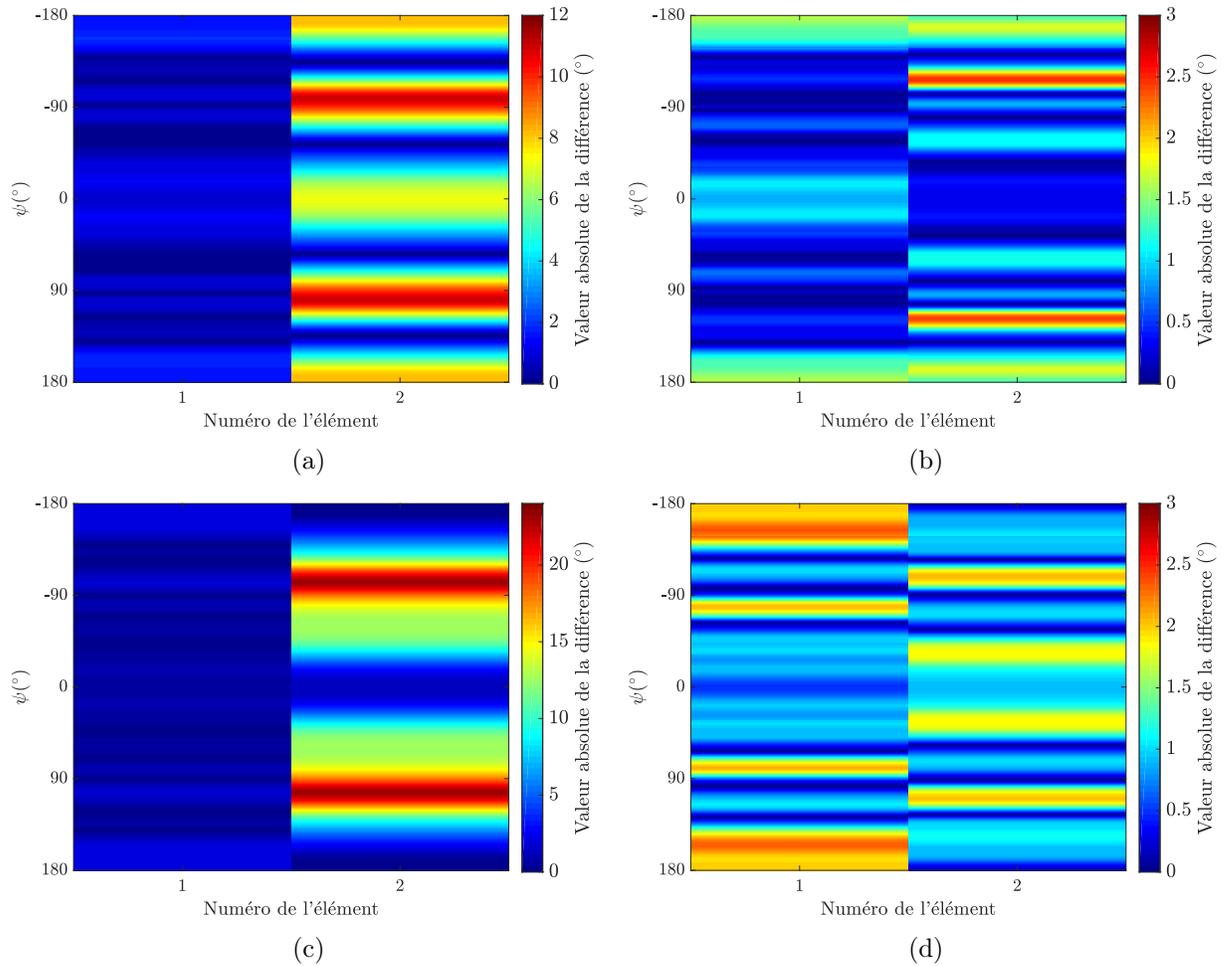


FIGURE 2.43 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en  $^{\circ}$  entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$  (2.43a),  $E_{iLS_{2NF3}}^e(\psi)$  (2.43b),  $E_{iZ_{matFF}}^e(\psi)$  (2.43c),  $E_{iZ_{matNF3}}^e(\psi)$  (2.43d) ( $N = 2$  dipôles,  $d = \lambda$  et  $r = 0.5$  m).

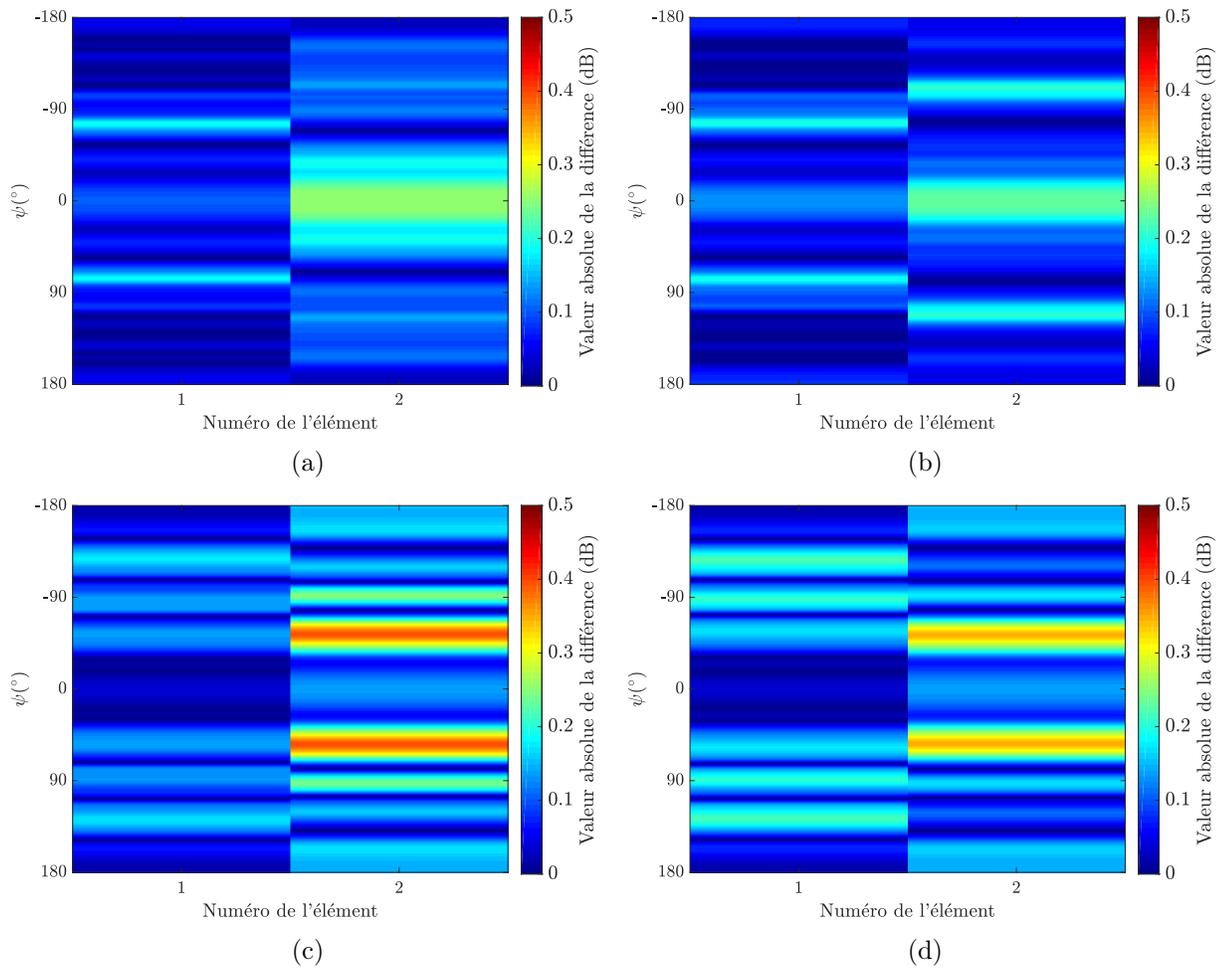


FIGURE 2.44 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de module en dB entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$  (2.44a),  $E_{iLS_{2NF3}}^e(\psi)$  (2.44b),  $E_{iZmat_{FF}}^e(\psi)$  (2.44c),  $E_{iZmat_{NF3}}^e(\psi)$  (2.44d) ( $N = 2$  dipôles,  $d = \lambda$  et  $r = 3$  m).

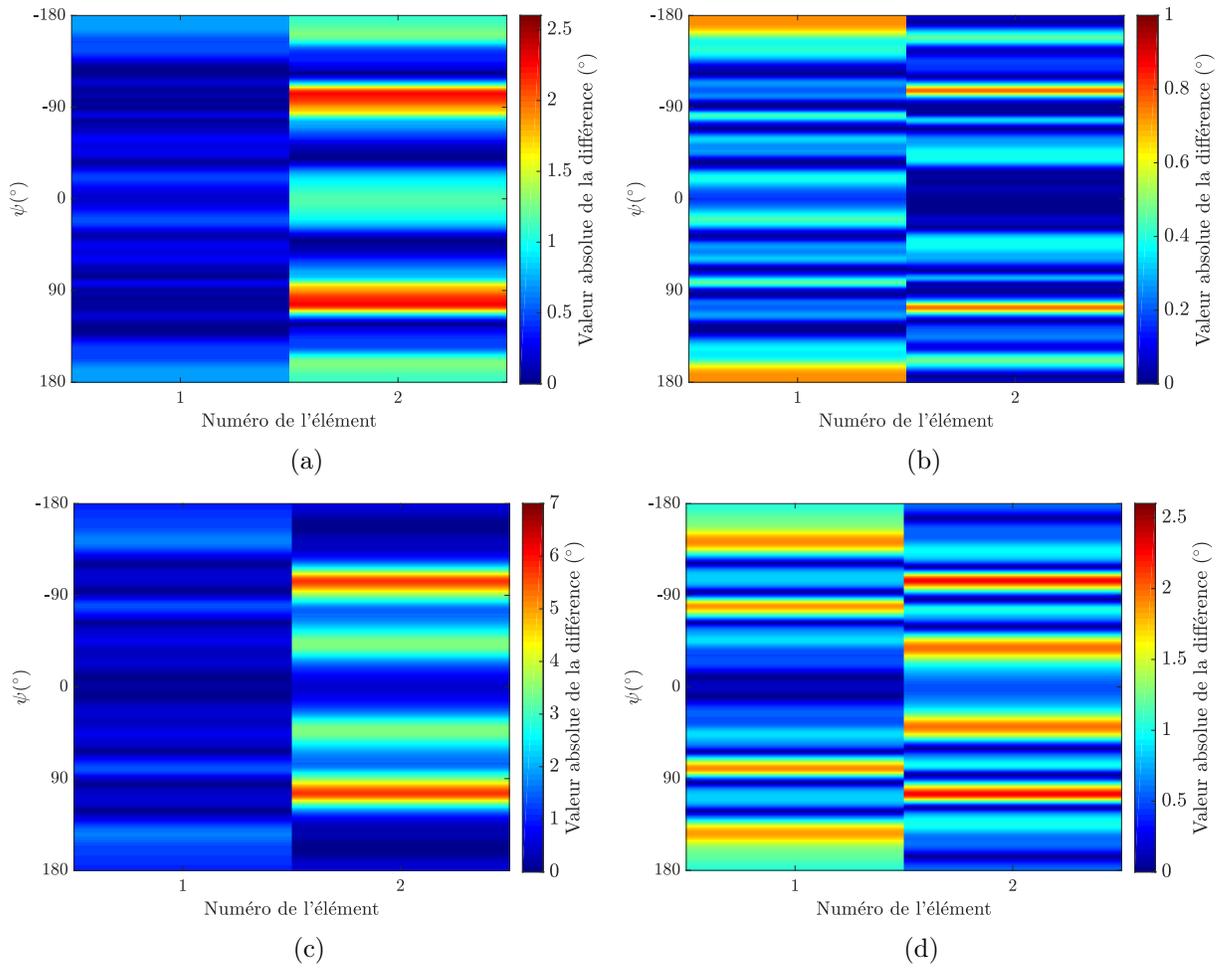


FIGURE 2.45 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en  $^{\circ}$  entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS2_{FF}}^e(\psi)$  (2.45a),  $E_{iLS2_{NF3}}^e(\psi)$  (2.45b),  $E_{iZ_{mat_{FF}}}^e(\psi)$  (2.45c),  $E_{iZ_{mat_{NF3}}}^e(\psi)$  (2.45d) ( $N = 2$  dipôles,  $d = \lambda$  et  $r = 3$  m).

Les figures 2.46 et 2.47 montrent les MSE obtenues pour le réseau de deux dipôles à  $r = 0.5$  m et à  $r = 3$  m respectivement, sur les champs synthétisés  $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$ ,  $E_{iLS_{2NF3}}^e(\psi)$ ,  $E_{iZ_{matFF}}^e(\psi)$  et  $E_{iZ_{matNF3}}^e(\psi)$ . On observe l'amélioration apportée par l'utilisation du modèle sphérique par rapport au modèle champ lointain : les valeurs de MSE obtenues sur le deuxième dipôle avec ce modèle sont plus proches de celles obtenues sur le premier dipôle. On peut également voir que le critère  $LS_{2NF3}$  offre la meilleure synthèse des diagrammes de rayonnement parmi celles examinées.

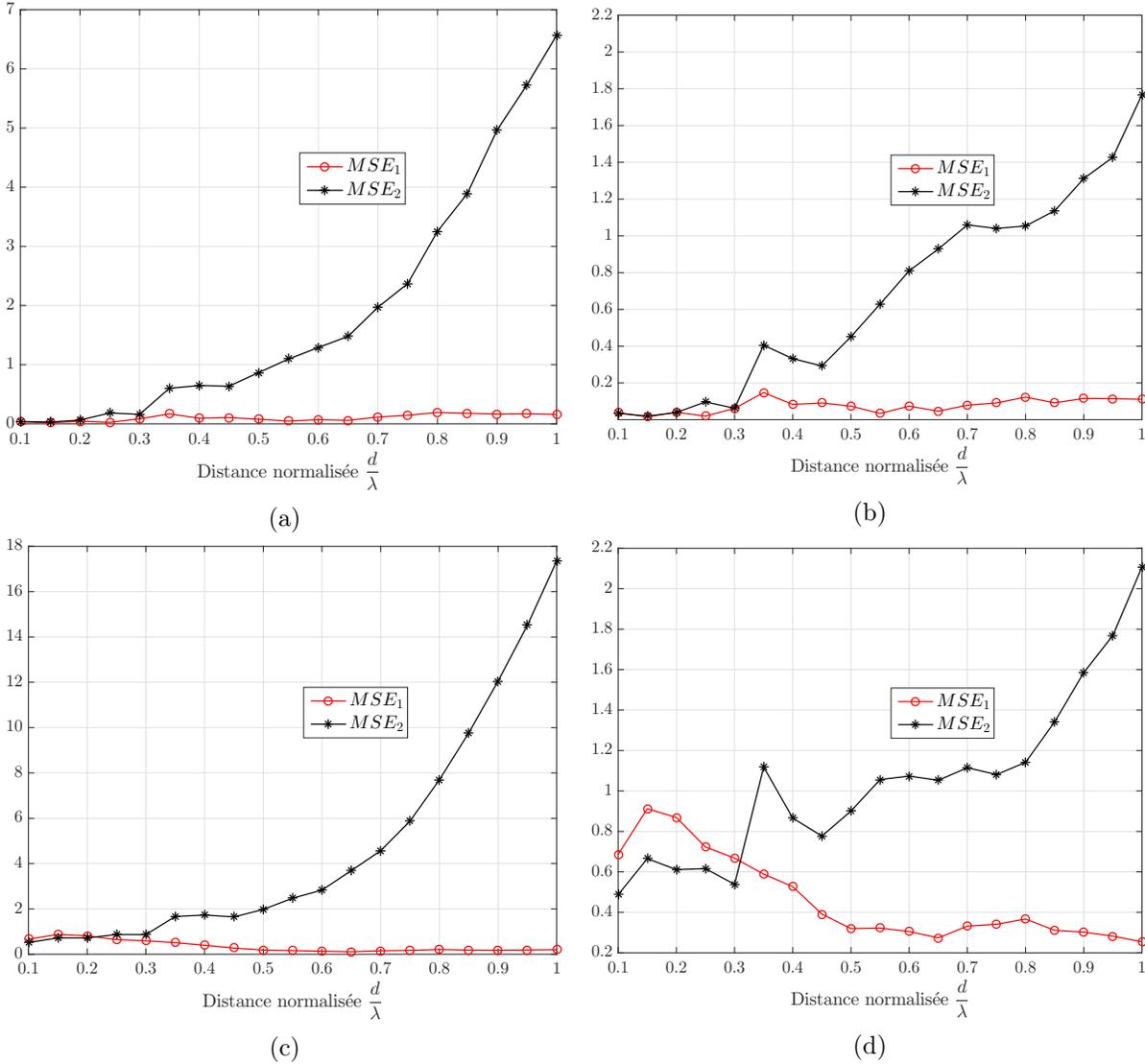


FIGURE 2.46 : MSE obtenues sur les champs synthétisés  $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$  (2.46a),  $E_{iLS_{2NF3}}^e(\psi)$  (2.46b),  $E_{iZ_{matFF}}^e(\psi)$  (2.46c) et  $E_{iZ_{matNF3}}^e(\psi)$  (2.46d) ( $N = 2$  dipôles et  $r = 0.5$  m).

### 2.3.4.2 Résultats pour $N = 6$ dipôles

Nous allons à présent examiner les résultats obtenus pour un réseau de  $N = 6$  dipôles. Les figures 2.48 et 2.49 permettent de comparer le diagramme de rayonnement du quatrième élément actif du réseau de six dipôles obtenu par simulation, à celui obtenu après résolution des problèmes

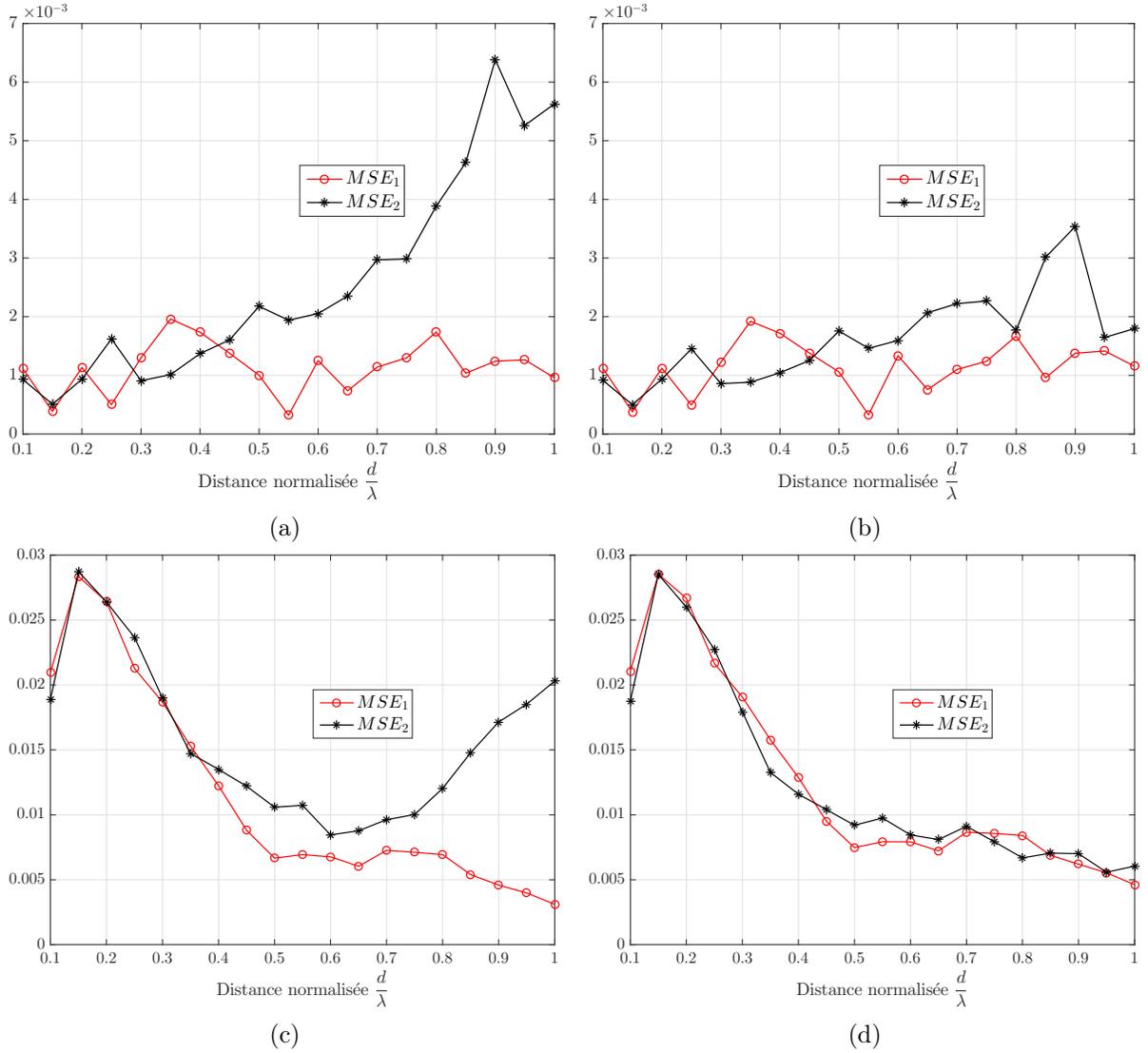


FIGURE 2.47 : MSE obtenues sur les champs synthétisés  $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$  (2.47a),  $E_{iLS_{2NF3}}^e(\psi)$  (2.47b),  $E_{iZmat_{FF}}^e(\psi)$  (2.47c) et  $E_{iZmat_{NF3}}^e(\psi)$  (2.47d) ( $N = 2$  dipôles et  $r = 3$  m).

d'optimisation  $LS_{2FF}$  et  $LS_{2NF3}$  ou avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau (en faisant l'approximation champ lointain). Les champs considérés sont calculés à une distance  $r = 7$  m de l'origine du réseau pour deux valeurs de la distance inter-élément ( $d = 0.3\lambda$  sur la figure 2.48 et  $d = \lambda$  sur la figure 2.49). On peut voir que la correspondance entre champs simulé et synthétisés est meilleure lorsqu'on considère une distance inter-élément  $d = 0.3\lambda$  puisqu'on est largement en champ lointain à  $r = 7$  m ( $r_{limite} = 0.58$  m) ce qui n'est pas le cas si on considère  $d = \lambda$  ( $r_{limite} = 6.46$  m).

Les figures 2.50 et 2.51 montrent les erreurs de phase entre champs simulé et synthétisés pour les deux valeurs de la distance inter-élément. Elles illustrent assez bien la remarque qui a été faite sur les diagrammes de rayonnement : à  $d = 0.3\lambda$ , on voit bien que les erreurs de phase commises avec une méthode de synthèse donnée (critère d'optimisation ou matrice  $\underline{Z}$ ) sont les mêmes, qu'on utilise l'approximation champ lointain ou le modèle sphérique. Pour cette distance  $d$ , on est loin de la limite champ proche/champ lointain en considérant le rayonnement à  $r = 7$  m ( $r_{limite} \simeq 0.58$  m); l'approximation champ lointain étant d'autant plus exacte que la distance

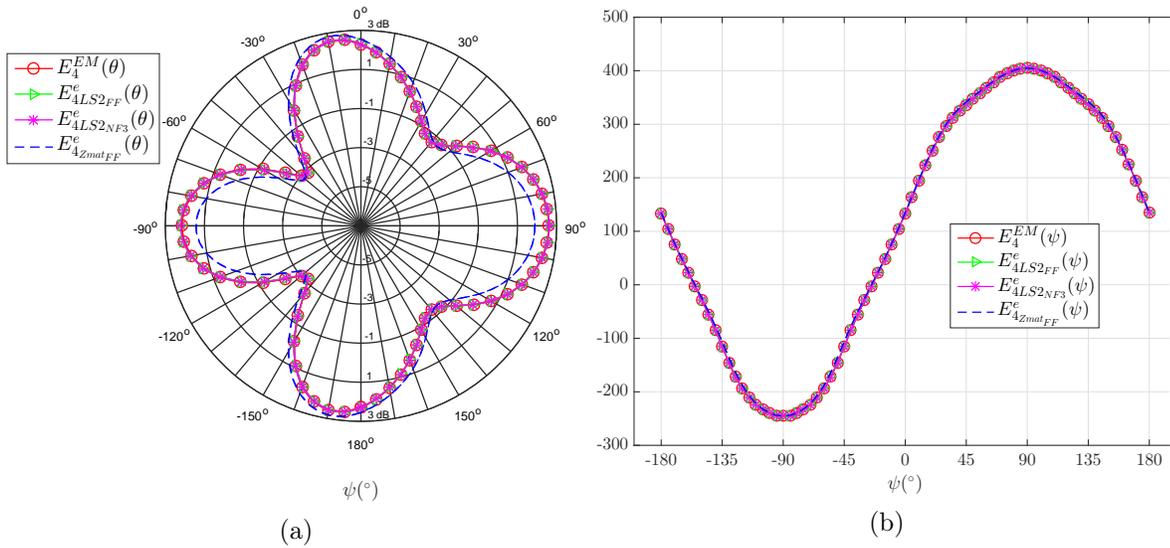


FIGURE 2.48 : Modules en dB (2.48a) et phases en  $^\circ$  (2.48b) du champ rayonné par le quatrième élément actif simulé ( $E_4^{EM}(\psi)$ ) et estimé avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain ( $E_{4ZmatFF}^e(\psi)$ ), avec le critère  $LS_{2FF}$  ( $E_{4LS2FF}^e(\psi)$ ) ou le critère  $LS_{2NF3}$  ( $E_{4LS2NF3}^e(\psi)$ ) ( $N = 6$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$ ,  $r = 7$  m).

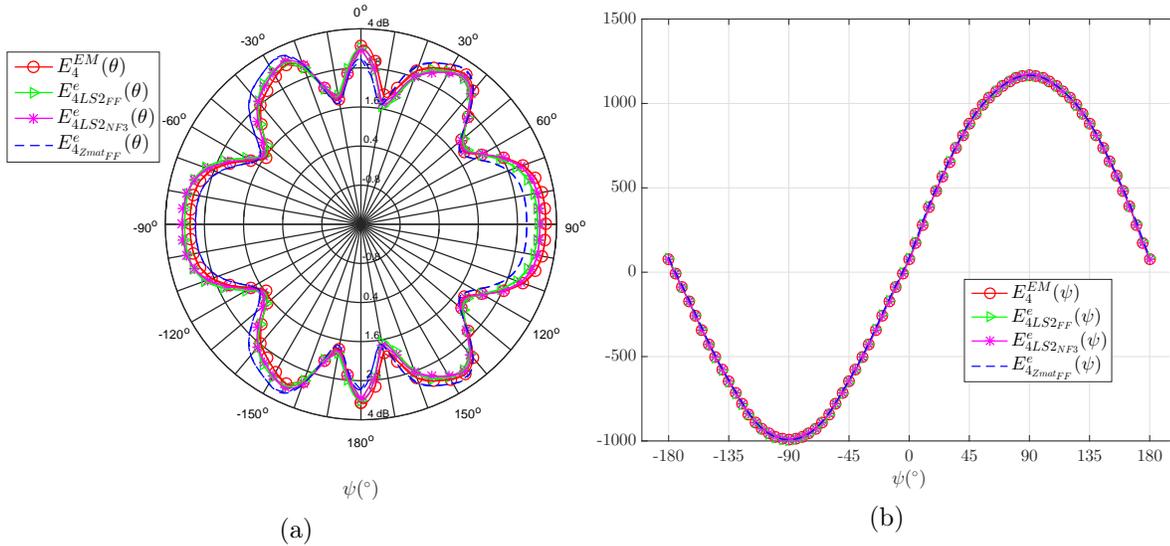


FIGURE 2.49 : Modules en dB (2.49a) et phases en  $^\circ$  (2.49b) du champ rayonné par le quatrième élément actif simulé ( $E_4^{EM}(\psi)$ ) et estimé avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain ( $E_{4ZmatFF}^e(\psi)$ ), avec le critère  $LS_{2FF}$  ( $E_{4LS2FF}^e(\psi)$ ) ou le critère  $LS_{2NF3}$  ( $E_{4LS2NF3}^e(\psi)$ ) ( $N = 6$  dipôles,  $d = \lambda$ ,  $r = 7$  m).

de rayonnement est grande par rapport à  $r_{limite}$ , le modèle sphérique n'apporte dans ce cas presque aucune amélioration. Si on regarde maintenant les erreurs faites à  $d = \lambda$ , on voit bien que l'utilisation de l'approximation champ lointain conduit à des erreurs de phase importantes (jusqu'à  $40.45^\circ$  avec la synthèse avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$ ). Pour cette valeur de  $d$ , bien qu'on soit en champ lointain à  $r = 7$  m, l'erreur de phase maximale de  $\pi/20$  rad ( $9^\circ$ ) n'est bien entendu pas respectée à cause des effets du couplage mutuel. Puisque les champs considérés sont calculés quasiment à  $r_{limite}$ , l'utilisation du modèle sphérique corrige bien les imprécisions sur les phases des champs synthétisés avec l'approximation champ lointain (d'une erreur de phase de  $40.45^\circ$  à une erreur de phase de  $3.48^\circ$  pour la synthèse avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  et d'une erreur de phase de  $22.24^\circ$  à une erreur de phase de  $1.02^\circ$  pour la synthèse basée sur le critère d'optimisation). Il convient de noter que même si l'approximation champ lointain ou le modèle sphérique ne modifient en eux-mêmes que la phase calculée, le champ rayonné par l'élément actif calculé comme recombinaison des champs rayonnés par les différents éléments du réseau (actifs et passifs) peut voir son amplitude impactée par l'utilisation de l'approximation champ lointain ou du modèle sphérique.

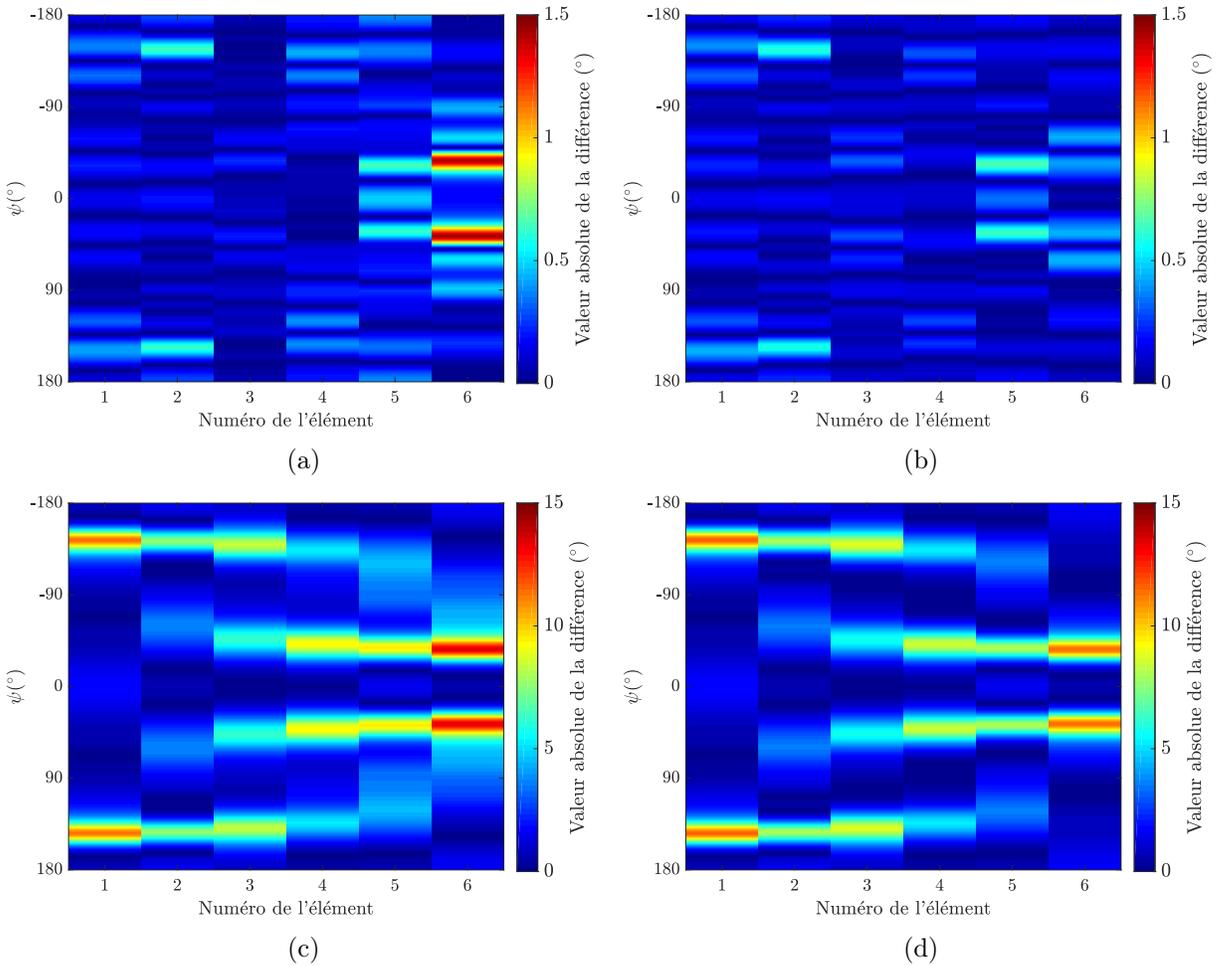


FIGURE 2.50 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en  $^\circ$  entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS2_{FF}}^e(\psi)$  (2.50a),  $E_{iLS2_{NF3}}^e(\psi)$  (2.50b),  $E_{iZ_{mat_{FF}}}^e(\psi)$  (2.50c),  $E_{iZ_{mat_{NF3}}}^e(\psi)$  (2.50d) ( $N = 6$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$  et  $r = 7$  m).

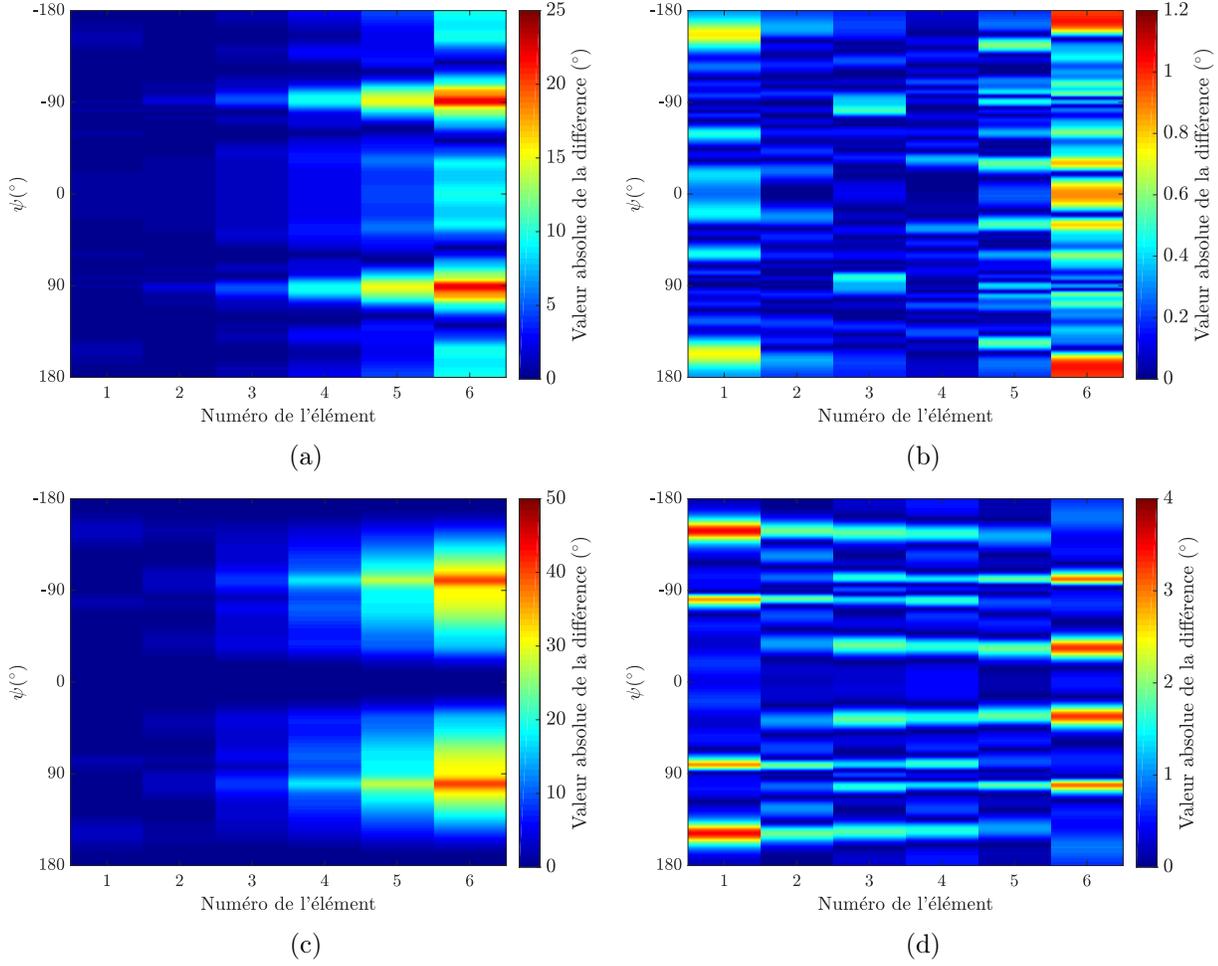


FIGURE 2.51 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en  $^{\circ}$  entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$  (2.51a),  $E_{iLS_{2NF3}}^e(\psi)$  (2.51b),  $E_{iZ_{matFF}}^e(\psi)$  (2.51c),  $E_{iZ_{matNF3}}^e(\psi)$  (2.51d) ( $N = 6$  dipôles,  $d = \lambda$  et  $r = 7$  m).

Les figures 2.52 et 2.53 montrent les erreurs commises entre les modules des champs simulés et synthétisés (on a calculé les différences de modules en dB) pour les deux valeurs de  $d$  ( $d = 0.3\lambda$  et  $d = \lambda$ ), avec  $r = 7$  m. Pour  $d = 0.3\lambda$ , on ne voit pas de différence puisque l'approximation champ lointain est déjà bien assez précise pour cette valeur de  $r$ , mais si on regarde les cartographies à  $d = \lambda$ , on voit que la valeur absolue de la différence de module entre les champs simulés et synthétisés passe de 1.25 dB lorsque l'approximation champ lointain est utilisée à 0.36 dB lorsque le modèle sphérique est utilisé pour résoudre le problème d'optimisation ; cette différence passe de 1.04 dB avec l'approximation champ lointain à 0.61 dB lorsque le modèle sphérique est utilisé pour la synthèse basée sur la matrice  $\underline{Z}$ . Avec l'approximation champ lointain, la synthèse avec la matrice  $\underline{Z}$  a conduit ici à une valeur absolue de la différence de module légèrement moins importante que celle basée sur le critère d'optimisation (1.04 dB contre 1.25 dB).

Cependant, on peut voir sur les tracés de MSE des figures 2.54 et 2.55 ainsi que sur la figure 2.56 qui représente la différence entre les MSE obtenues avec les différentes méthodes de synthèse sur les six éléments du réseau ( $MSE_i^{LS_{2FF}} - MSE_i^{Z_{matFF}}$  et  $MSE_i^{LS_{2NF3}} - MSE_i^{Z_{matNF3}}$ ) que la méthode basée sur le critère d'optimisation donne une meilleure synthèse des champs rayonnés par les six éléments actifs du réseau que la méthode de synthèse utilisant la matrice  $\underline{Z}$ . Nous

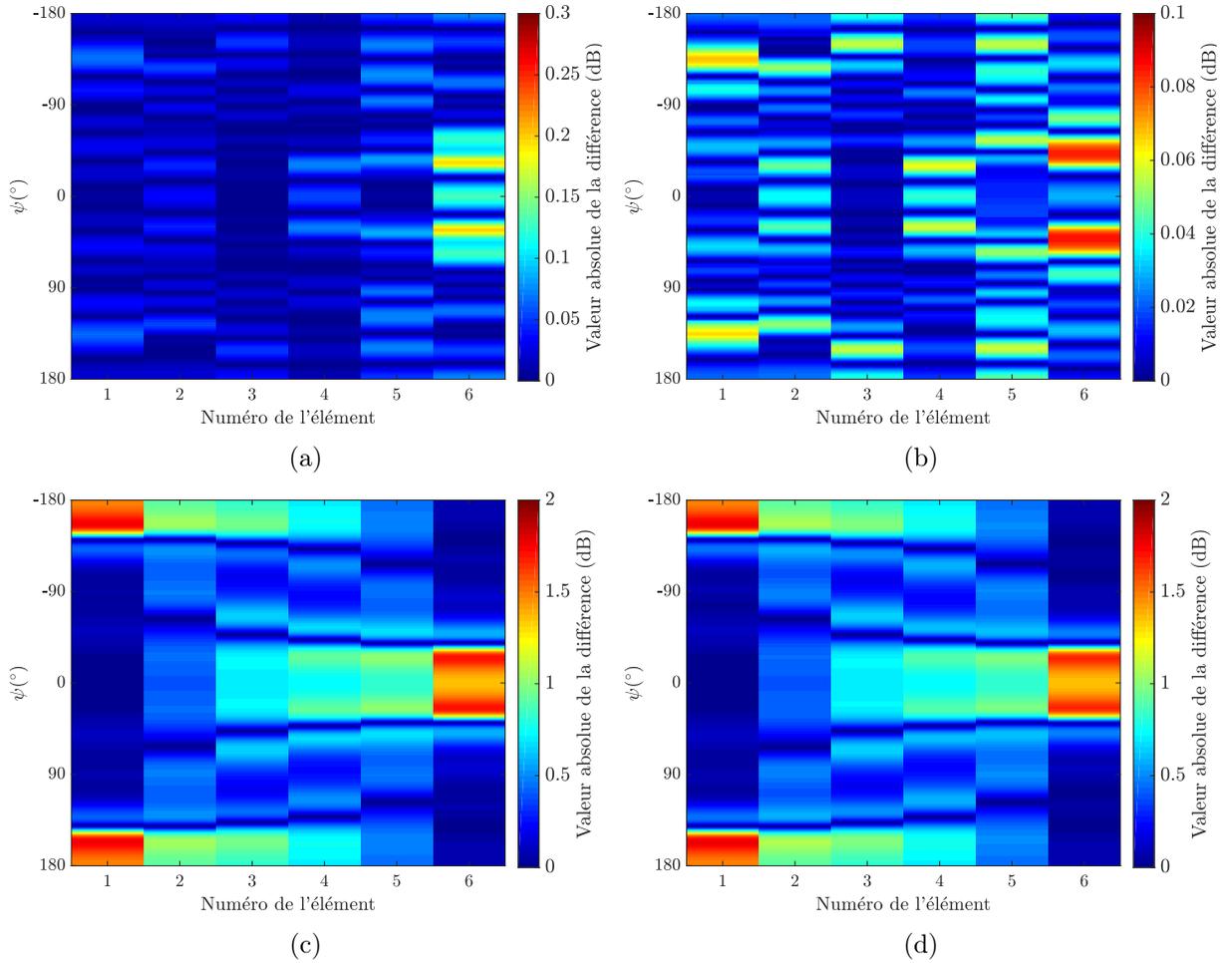


FIGURE 2.52 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de module en dB entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$  (2.52a),  $E_{iLS_{2NF3}}^e(\psi)$  (2.52b),  $E_{iZ_{matFF}}^e(\psi)$  (2.52c),  $E_{iZ_{matNF3}}^e(\psi)$  (2.52d) ( $N = 6$  dipôles,  $d = 0.3\lambda$  et  $r = 7$  m).

pouvons également faire une autre observation sur ces tracés de MSE. Si on considère un réseau linéaire uniforme de  $N$  éléments tel que celui représenté sur la figure 2.26, les éléments  $m$  et  $N - m + 1$  subissent les effets du couplage mutuel de la part des autres éléments du réseaux de façon symétrique. Cela doit se traduire par des MSE semblables sur ces éléments. Si tel est le cas, on dira dans la suite que la symétrie du réseau est respectée. Sur les figures 2.54 et 2.55, nous pouvons voir qu'avec l'approximation champ lointain, cette symétrie n'est plus respectée lorsque la distance inter-élément augmente. Avec le modèle sphérique par contre, nous pouvons remarquer que les MSE sur les éléments  $m$  et  $N - m + 1$  du réseau suivent cette symétrie.

La figure 2.57 représente les différences  $MSE_i^{LS_{2NF3}} - MSE_i^{LS_{2FF}}$  et  $MSE_i^{Z_{matNF3}} - MSE_i^{Z_{matFF}}$  : ce sont les différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés en utilisant le modèle sphérique et celles obtenues avec les champs synthétisés en utilisant l'approximation champ lointain, pour une méthode de synthèse donnée (basée sur le critère d'optimisation ou utilisant la matrice  $\underline{Z}$  du réseau). Elle tend à confirmer la conclusion qui a été faite sur les figures 2.52 et 2.53 : plus la distance inter-élément  $d$  augmente, plus la valeur de  $r_{limite}$  se rapproche du point d'observation situé ici à  $r = 7$  m (voir annexe C) et plus le modèle sphérique apporte une amélioration significative en termes de MSE par rapport à l'approximation champ lointain : ainsi,

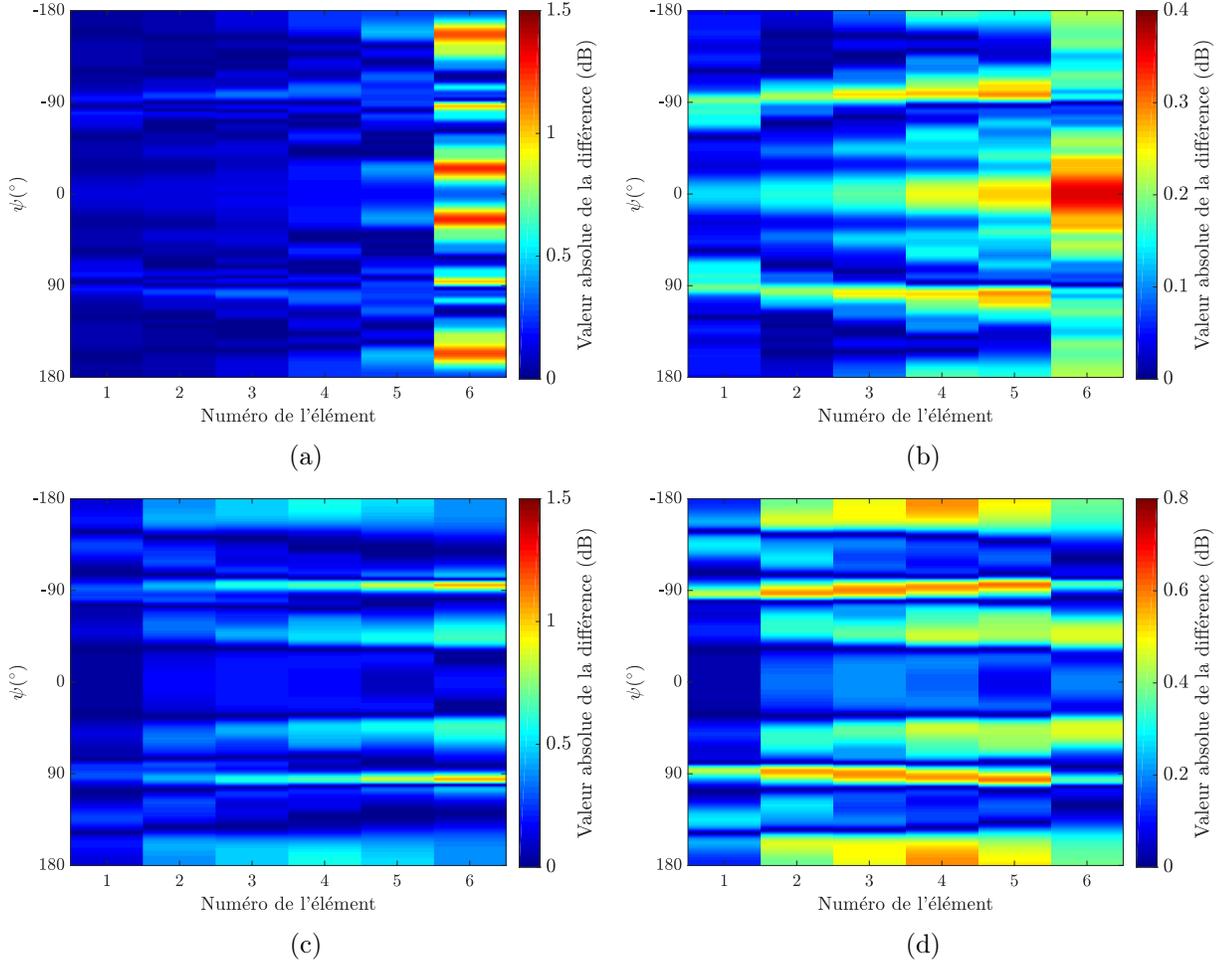


FIGURE 2.53 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de module en dB entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS2_{FF}}^e(\psi)$  (2.53a),  $E_{iLS2_{NF3}}^e(\psi)$  (2.53b),  $E_{iZ_{mat_{FF}}^e}(\psi)$  (2.53c),  $E_{iZ_{mat_{NF3}}^e}(\psi)$  (2.53d) ( $N = 6$  dipôles,  $d = \lambda$  et  $r = 7$  m).

$r_{limite} = 6.46$  m pour  $d = \lambda$ .

Considérons maintenant une valeur de  $r$  plus grande ( $r = 15$  m) et comparons les MSE obtenues sur les champs synthétisés avec le critère d'optimisation ou la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en utilisant l'approximation champ lointain ou le modèle sphérique (voir figures 2.58 et 2.59). On observe les mêmes tendances que dans le cas où  $r = 7$  m.

Une autre observation peut être faite en comparant les figures 2.58 et 2.59 aux figures 2.54 et 2.55 : on peut voir que les MSE calculées pour  $r = 15$  m sont plus faibles que celles obtenues pour  $r = 7$  m, ce qui traduit une meilleure précision dans la synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif. Une comparaison plus globale des MSE obtenues pour  $r = 7$  m et  $r = 15$  m est faite sur la figure 2.60 qui représente la somme sur les six éléments du réseau des MSE obtenues avec les différentes méthodes de synthèse. Lorsque  $r$  augmente, on voit bien la diminution des MSE cumulées calculées sur les six dipôles pour une méthode de synthèse donnée. En effet, l'hypothèse selon laquelle la direction d'observation  $\theta$  (ou  $\psi$ ) est la même quel que soit l'élément du réseau considéré est d'autant plus exacte que le point d'observation est éloigné et donc que la valeur de  $r$  est grande.

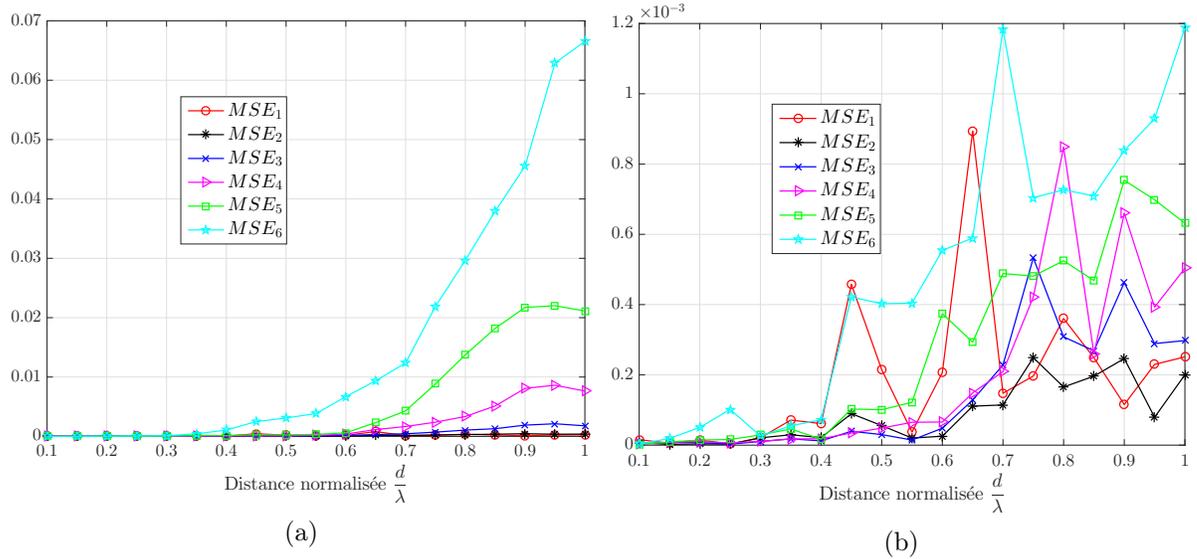


FIGURE 2.54 : MSE obtenues avec le critère  $LS_{2FF}$  (2.54a) ou le critère  $LS_{2NF3}$  (2.54b) pour  $N = 6$  dipôles et  $r = 7$  m.

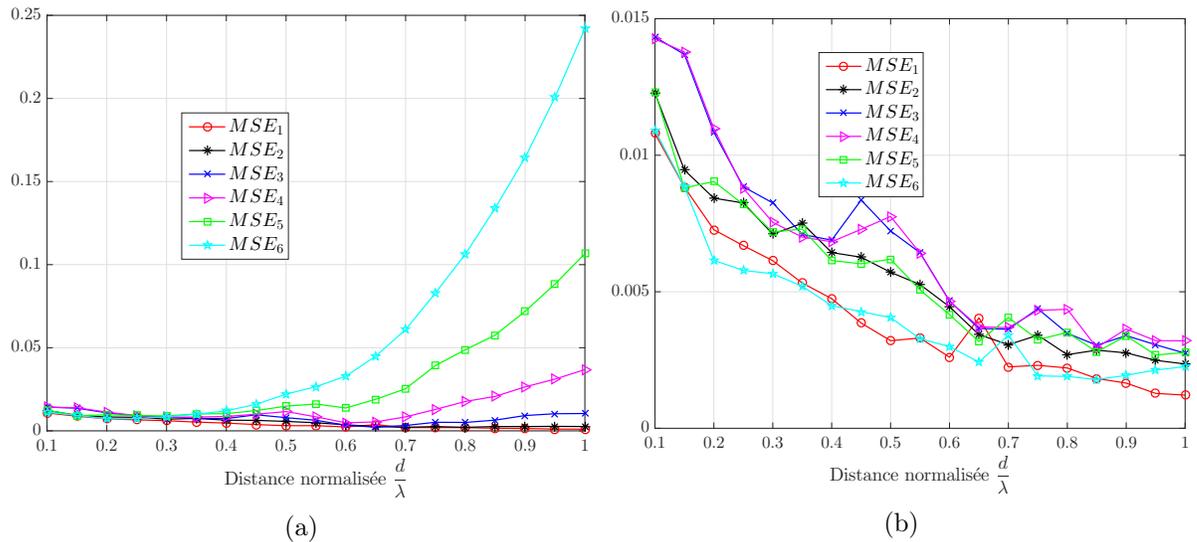


FIGURE 2.55 : MSE obtenues avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain (2.55a) ou en utilisant le modèle sphérique (2.55b) pour  $N = 6$  dipôles et  $r = 7$  m.

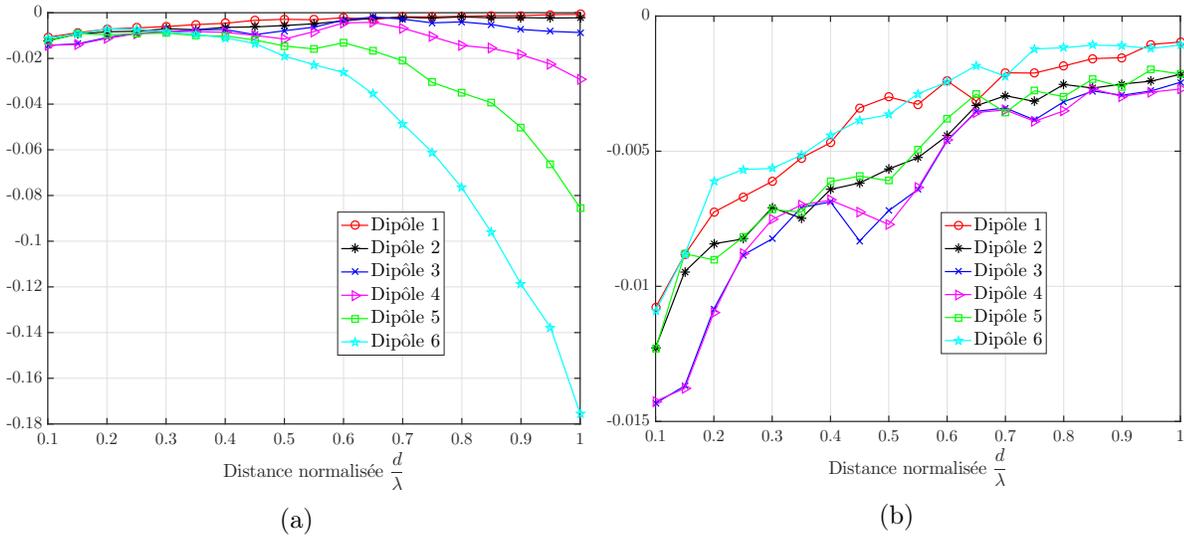


FIGURE 2.56 : Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés en utilisant les critères  $LS_{2_{FF}}$  ou  $LS_{2_{NF3}}$  et celles obtenues sur les champs synthétisés avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau pour  $N = 6$  dipôles et  $r = 7$  m (approximation champ lointain (2.56a), modèle sphérique (2.56b)).

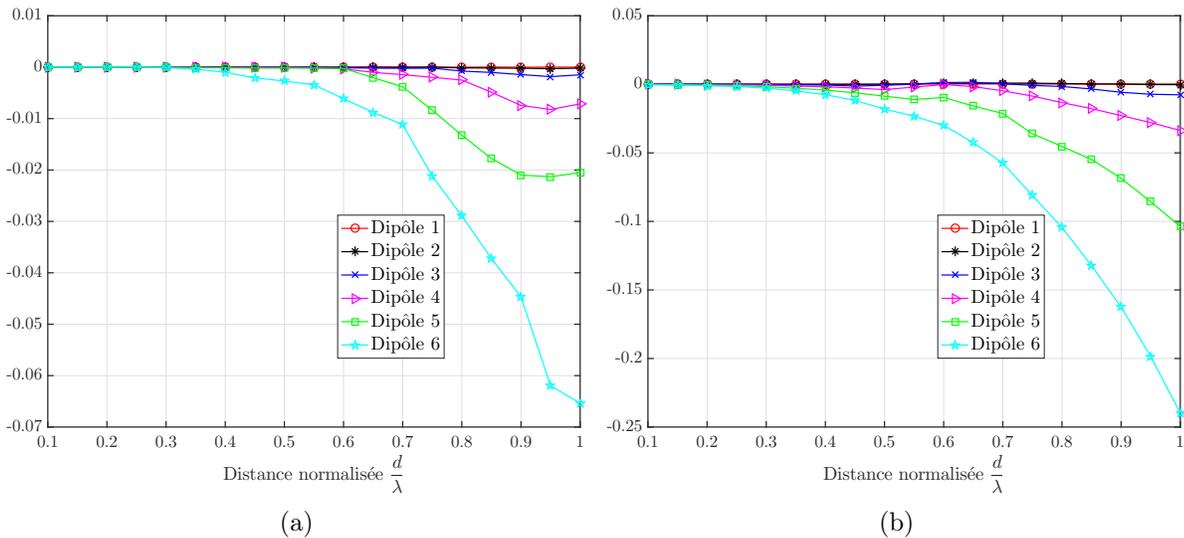


FIGURE 2.57 : Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés avec le critère d'optimisation ou la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en utilisant le modèle sphérique et celles obtenues avec les mêmes méthodes de synthèse en utilisant l'approximation champ lointain pour  $N = 6$  dipôles et  $r = 7$  m ((2.57a) critère d'optimisation, (2.57b) matrice  $\underline{Z}$  du réseau).

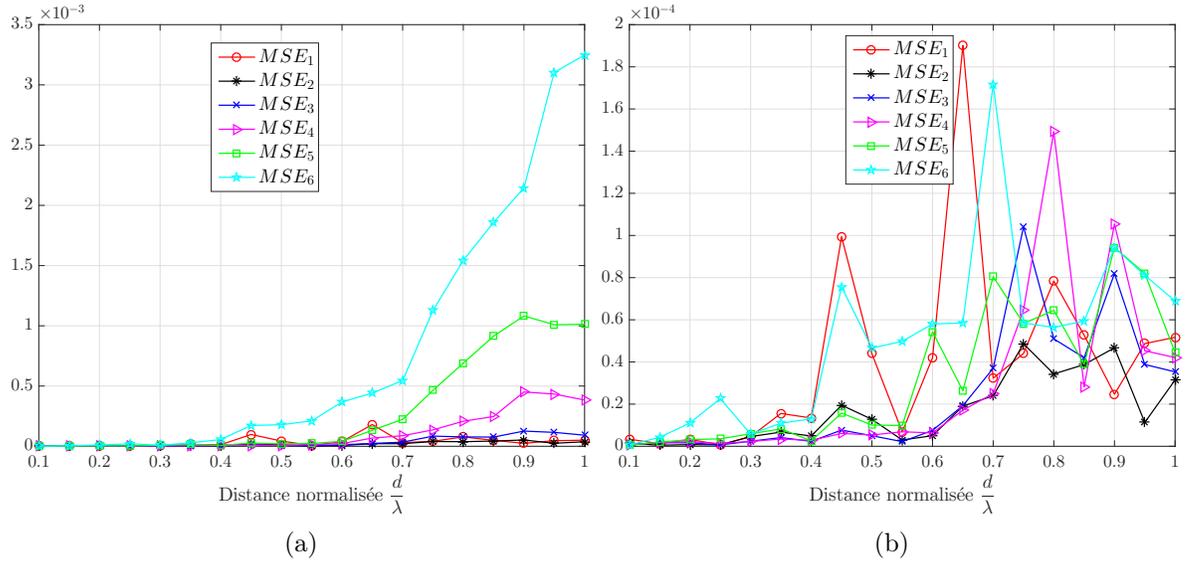


FIGURE 2.58 : MSE obtenues avec le critère  $LS_{2_{FF}}$  (2.58a) ou le critère  $LS_{2_{NF3}}$  (2.58b) pour  $N = 6$  dipôles et  $r = 15$  m.

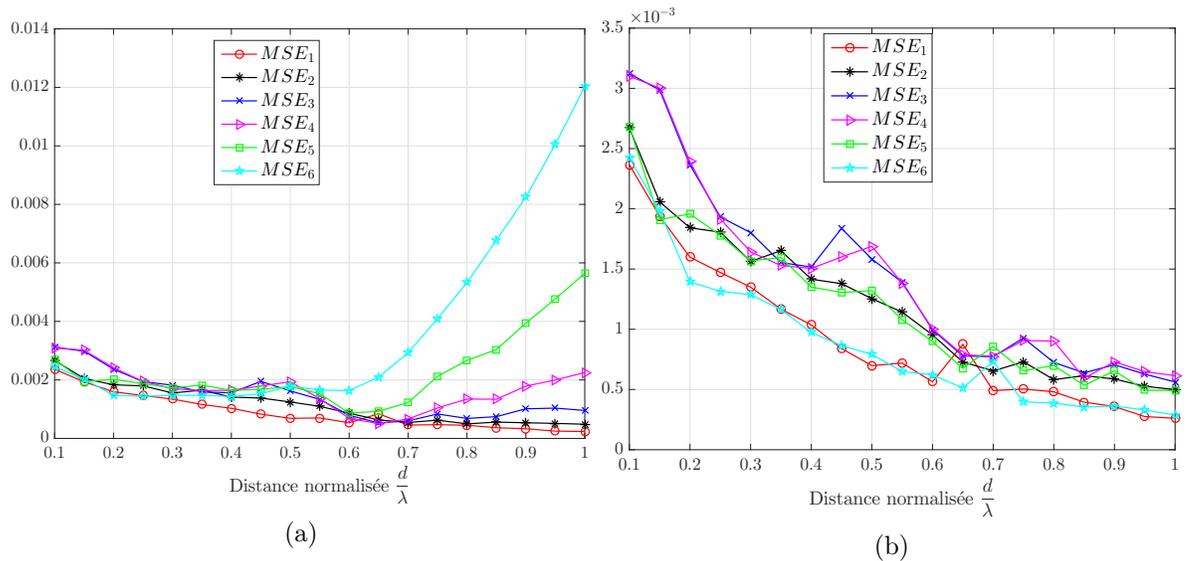


FIGURE 2.59 : MSE obtenues avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain (2.59a) ou en utilisant le modèle sphérique (2.59b) pour  $N = 6$  dipôles et  $r = 15$  m.

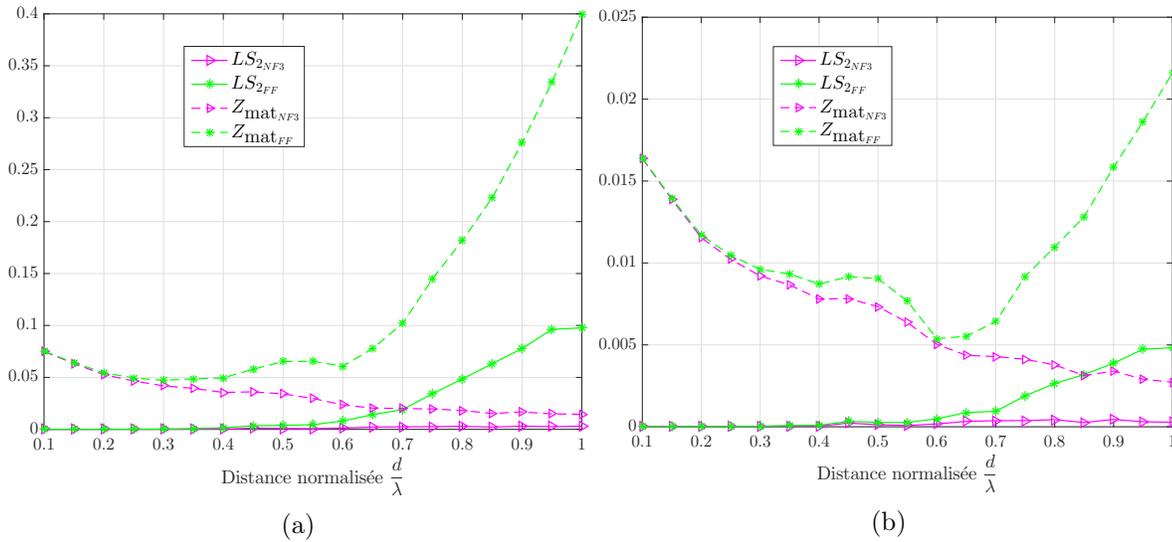


FIGURE 2.60 : Somme des MSE calculées sur les six éléments d'un réseau de dipôles pour  $r = 7$  m (2.60a) et  $r = 15$  m (2.60b).

Pour un nombre d'éléments donné du réseau, nous avons donc vu que lorsque le point d'observation est situé à une distance très grande devant la limite champ proche/champ lointain, le modèle sphérique et l'approximation champ lointain donnent quasiment la même précision dans la synthèse des champs rayonnés. En revanche, si le point d'observation est situé à une distance voisine de la distance limite champ proche/champ lointain, l'utilisation du modèle sphérique apporte une amélioration significative dans la synthèse des diagrammes de rayonnement des éléments actifs du réseau.

### 2.3.4.3 Résultats pour $N = 10$ dipôles

Considérons maintenant un réseau de  $N = 10$  dipôles. On calcule d'abord les champs à  $r = 25$  m. Pour une distance inter-élément  $d = \lambda$  (on a alors  $r_{limite} = 20.93$  m), on compare sur la figure 2.61 le champ électrique rayonné par un élément environné du réseau (ici le quatrième élément) obtenu par simulation électromagnétique à ceux synthétisés. On voit que champs simulé et synthétisés sont similaires (sauf dans le cas de la synthèse avec la matrice  $\underline{Z}$ ) bien qu'on soit dans le champ lointain du réseau. Les erreurs de module et de phase commises selon la méthode de synthèse utilisée sont représentées sur les figures 2.62 et 2.63. On voit mieux avec ces deux figures la différence entre champs simulés et synthétisés : on observe notamment des erreurs de phase qui peuvent atteindre  $34.88^\circ$  avec la synthèse utilisant la matrice  $\underline{Z}$  en faisant l'approximation champ lointain. Pour la synthèse basée sur le critère  $LS_{2_{FF}}$ , les erreurs restent inférieures à  $21.62^\circ$ . Il faut noter encore une fois que ces pics d'erreurs se retrouvent essentiellement sur l'axe du réseau ( $\psi = \pm 90^\circ$ ) où les effets du couplage mutuel sont les plus importants. Si on regarde les erreurs de phase commises avec les deux méthodes de synthèse mais en utilisant cette fois-ci le modèle sphérique, on voit que ces erreurs ont fortement diminué et restent inférieures ou égales à  $3.14^\circ$  pour la synthèse avec la matrice  $\underline{Z}$  et à  $0.73^\circ$  pour la synthèse basée sur le critère  $LS_{2_{NF3}}$ . La même remarque peut être faite sur la figure 2.62 représentant la cartographie des erreurs sur les modules des champs synthétisés. On voit bien comment l'utilisation du modèle sphérique diminue ces erreurs.

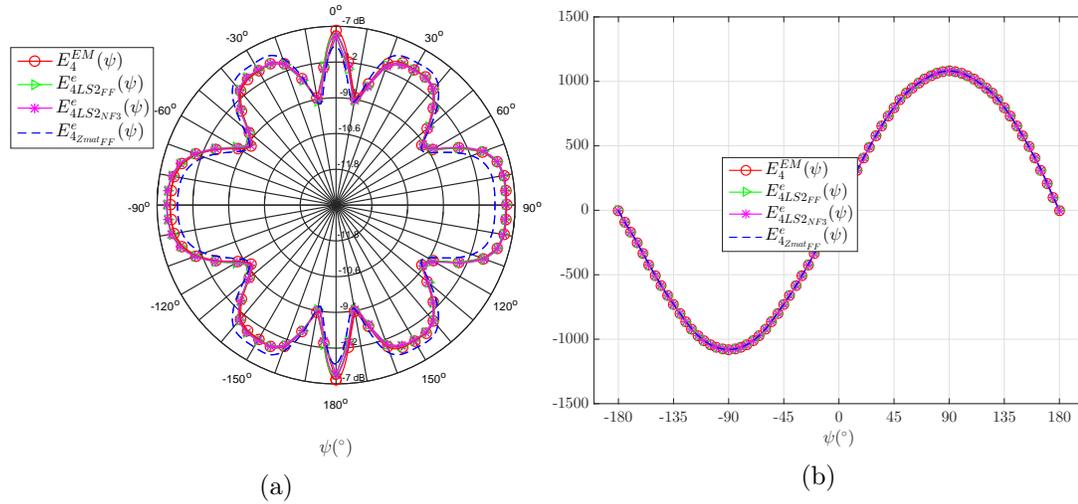


FIGURE 2.61 : Modules en dB (2.61a) et phases en  $^\circ$  (2.61b) du champ rayonné par le quatrième élément actif simulé ( $E_4^{EM}(\psi)$ ) et estimé avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain ( $E_{4ZmatFF}^c(\psi)$ ), avec le critère  $LS_{2FF}$  ( $E_{4LS2FF}^c(\psi)$ ) ou le critère  $LS_{2NF3}$  ( $E_{4LS2NF3}^c(\psi)$ ) ( $N = 10$  dipôles,  $d = \lambda$ ,  $r = 25$  m).

De manière générale, les MSE obtenues sur les champs rayonnés par les différents éléments actifs du réseau après utilisation des deux méthodes de synthèse avec l'approximation champ lointain ou le modèle sphérique sont représentées sur les figures 2.64 et 2.65. Comme pour le réseau de six dipôles, nous pouvons remarquer d'une part que les MSE obtenues en utilisant le modèle sphérique pour une méthode de synthèse donnée sont plus petites qu'avec l'approximation champ lointain. D'autre part, nous pouvons observer que la méthode de synthèse basée sur le critère d'optimisation donne toujours une meilleure précision dans la synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif, comparée à celle utilisant la matrice  $\underline{Z}$  du réseau.

Nous allons à présent considérer les champs rayonnés à  $r = 15$  m et  $r = 7$  m (distances d'observation déjà considérées sur le réseau de six dipôles). Rappelons que pour une distance inter-élément  $d = \lambda$ , la limite champ proche/champ lointain est  $r_{limite} = 6.46$  m pour  $N = 6$  dipôles et  $r_{limite} = 20.93$  m pour  $N = 10$  dipôles ; un point d'observation à  $r = 15$  m (ou  $r = 7$  m) est donc situé dans le champ proche du réseau de dix dipôles. Les figures 2.66 et 2.67 montrent les cartographies des erreurs sur les modules et phases des champs synthétisés pour  $r = 15$  m et  $r = 7$  m. Compte tenu des distances  $r$  considérées, les erreurs restent acceptables, notamment avec la synthèse basée sur le critère d'optimisation.

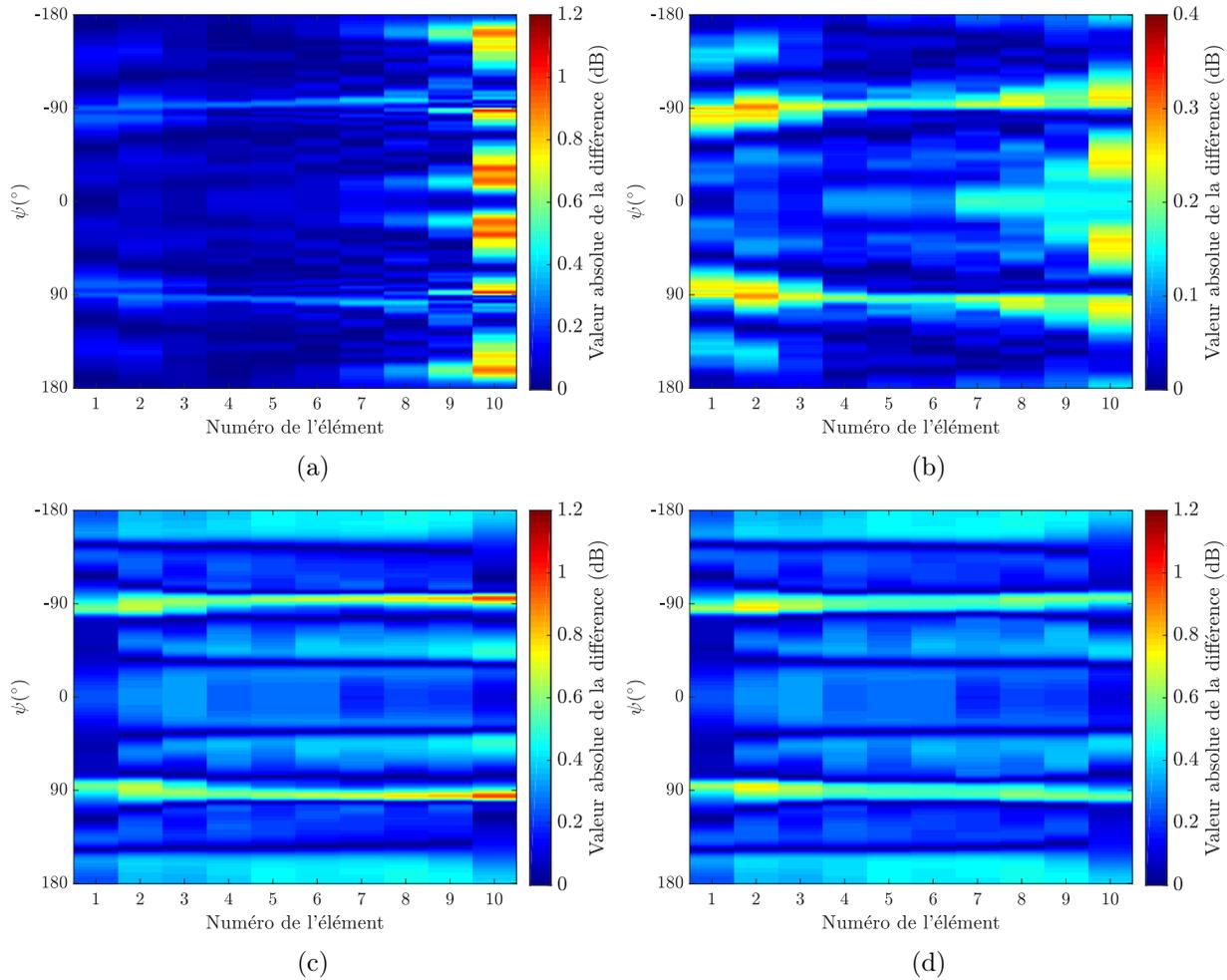


FIGURE 2.62 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de module en dB entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS2_{FF}}^e(\psi)$  (2.62a),  $E_{iLS2_{NF3}}^e(\psi)$  (2.62b),  $E_{iZ_{mat_{FF}}}^e(\psi)$  (2.62c),  $E_{iZ_{mat_{NF3}}}^e(\psi)$  (2.62d) ( $N = 10$  dipôles,  $d = \lambda$  et  $r = 25$  m).

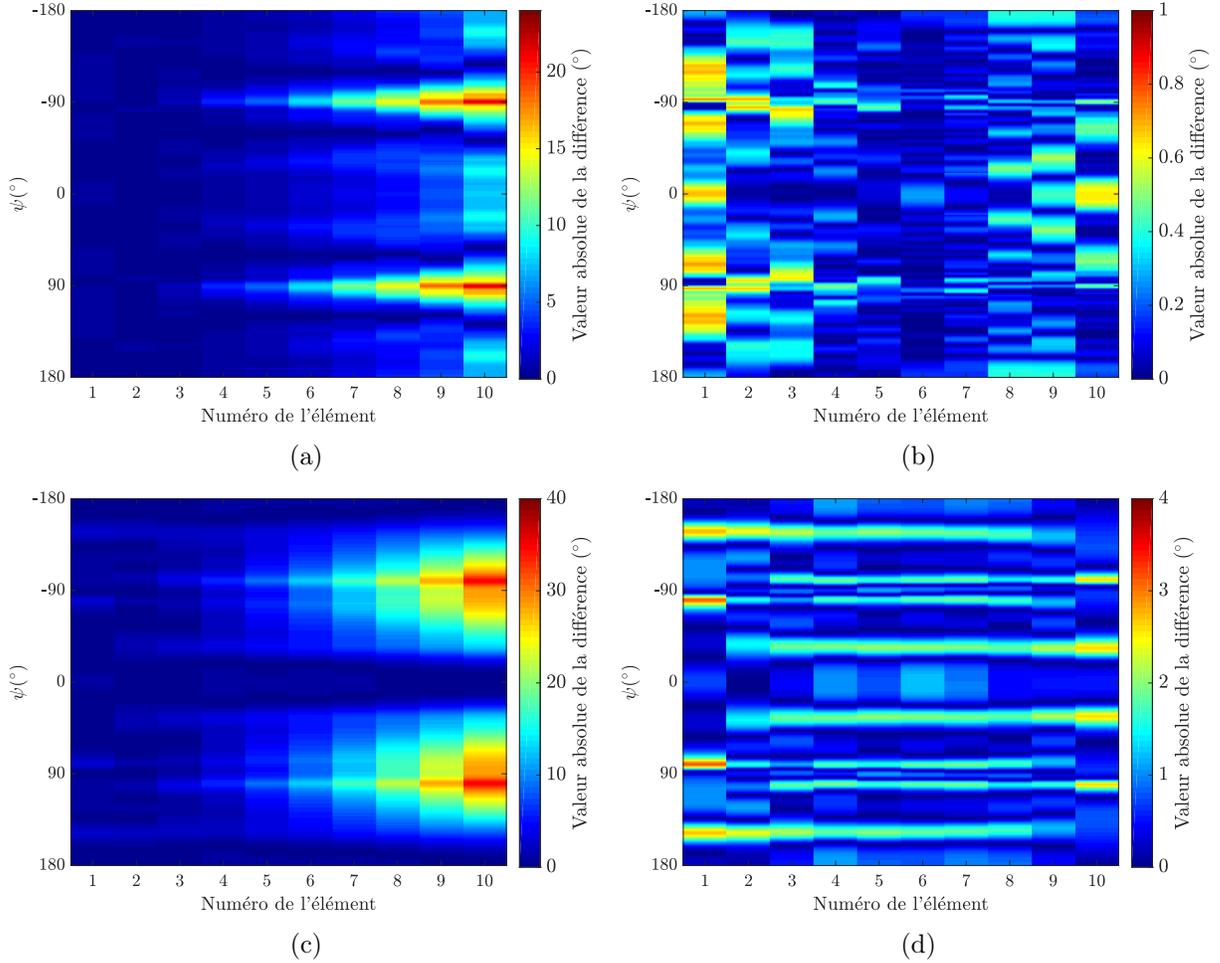


FIGURE 2.63 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en  $^{\circ}$  entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS_{2FF}}^e(\psi)$  (2.63a),  $E_{iLS_{2NF3}}^e(\psi)$  (2.63b),  $E_{iZmat_{FF}}^e(\psi)$  (2.63c),  $E_{iZmat_{NF3}}^e(\psi)$  (2.63d) ( $N = 10$  dipôles,  $d = \lambda$  et  $r = 25$  m).

Les figures 2.68 et 2.69 montrent les MSE obtenues avec les deux méthodes de synthèse en utilisant le modèle sphérique pour  $r = 15$  m et  $r = 7$  m respectivement. Elles montrent qu'en plus d'améliorer la synthèse des diagrammes de rayonnement des éléments actifs du réseau lorsqu'on est en champ lointain, le modèle sphérique permet également d'avoir une assez bonne synthèse des diagrammes de rayonnement des éléments actifs avec le critère d'optimisation ( $LS_{2NF3}$ ) lorsque le point d'observation considéré se rapproche de la valeur de  $r_{limite}$ .

Nous avons donc proposé une méthode de synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif basée sur la résolution d'un problème d'optimisation au sens des moindres carrés et qui, comparée à la méthode de synthèse utilisant la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau, donne des MSE bien plus faibles. Nous avons remarqué que ces MSE ne reflétaient pas forcément la symétrie du réseau étudié si l'approximation champ lointain était utilisée ; nous avons donc proposé un modèle sphérique de rayonnement qui réduit considérablement les erreurs sur les champs synthétisés lorsque les éléments considérés sont éloignés de l'origine du repère. Ce modèle sphérique permet également d'avoir une assez bonne synthèse des diagrammes de rayonnement des éléments actifs du réseau même lorsqu'on réduit la distance d'observation si le réseau considéré compte beaucoup d'éléments. Notons toutefois que ce modèle sphérique a des limites liées au fait que la direction

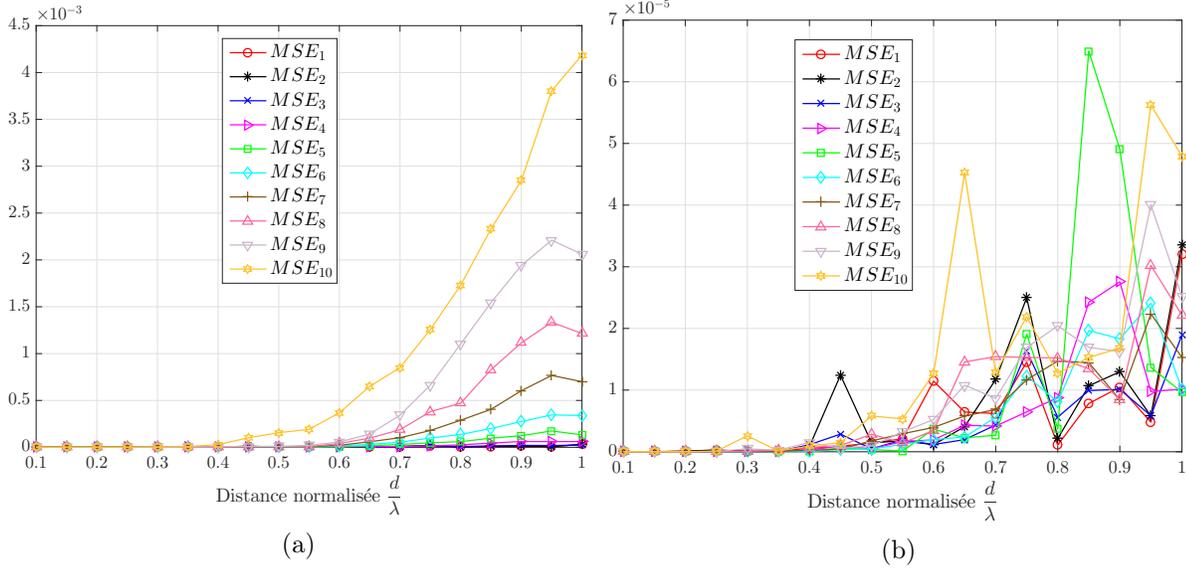


FIGURE 2.64 : MSE obtenues avec le critère  $LS_{2FF}$  (2.64a) ou le critère  $LS_{2NF3}$  (2.64b) pour  $N = 10$  dipôles et  $r = 25$  m.

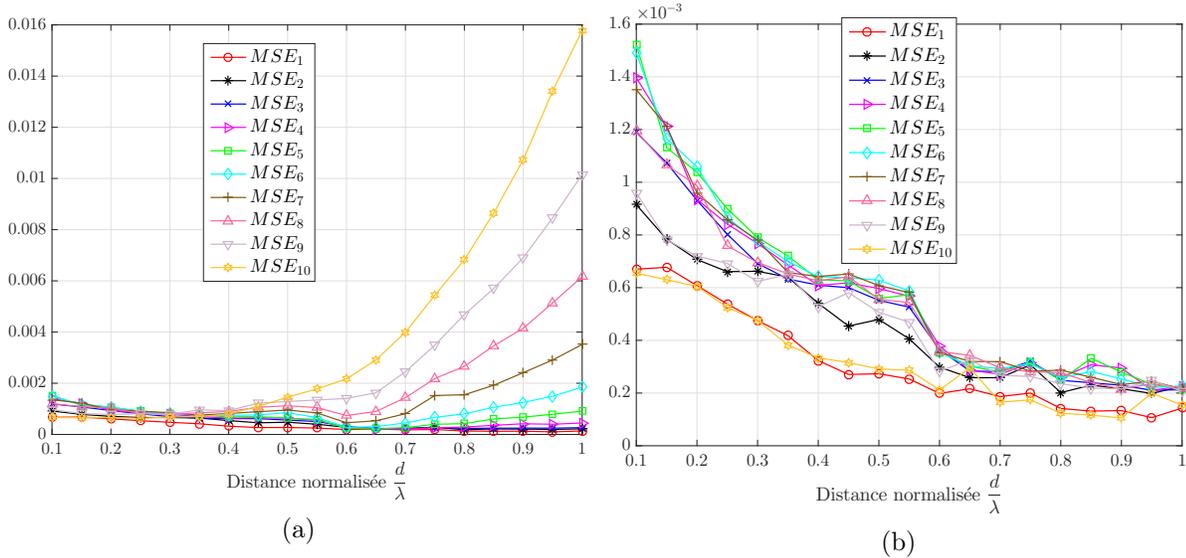


FIGURE 2.65 : MSE obtenues avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain (2.65a) ou en utilisant le modèle sphérique (2.65b) pour  $N = 10$  dipôles et  $r = 25$  m.

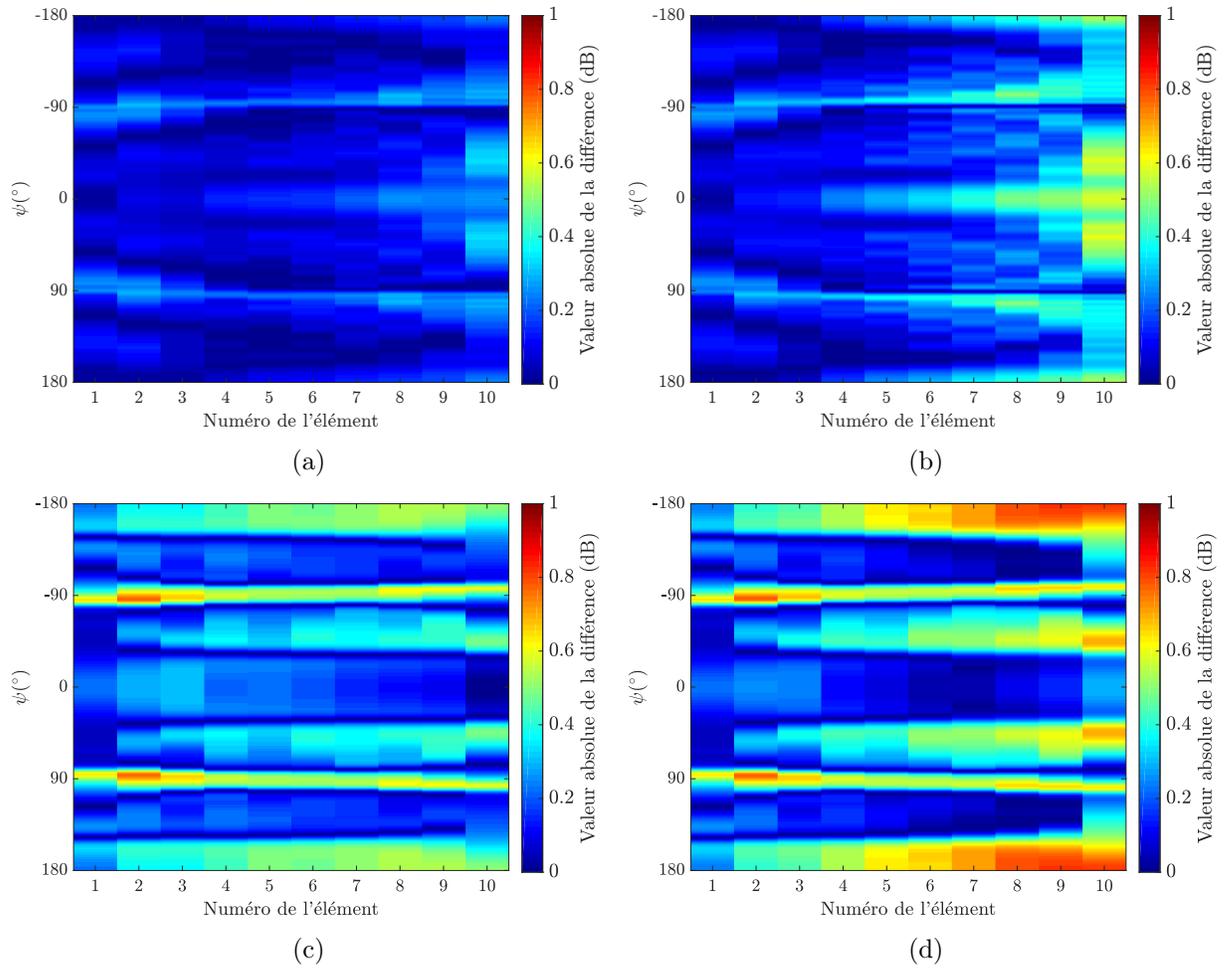


FIGURE 2.66 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de modules en dB entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS2NF3}^e(\psi)$  ((2.66a), (2.66b)) ou  $E_{iZmatNF3}^e(\psi)$  ((2.66c), (2.66d)) à  $r = 15$  m ((2.66a), (2.66c)) et  $r = 7$  m ((2.66b), (2.66d)) ( $N = 10$  dipôles et  $d = \lambda$ ).

d'observation est en fait différente d'un élément du réseau à un autre, ce qui induit des erreurs lors de la synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif, erreurs qui sont d'autant plus importantes que le nombre d'éléments du réseau et la distance d'observation  $r$  sont petits.

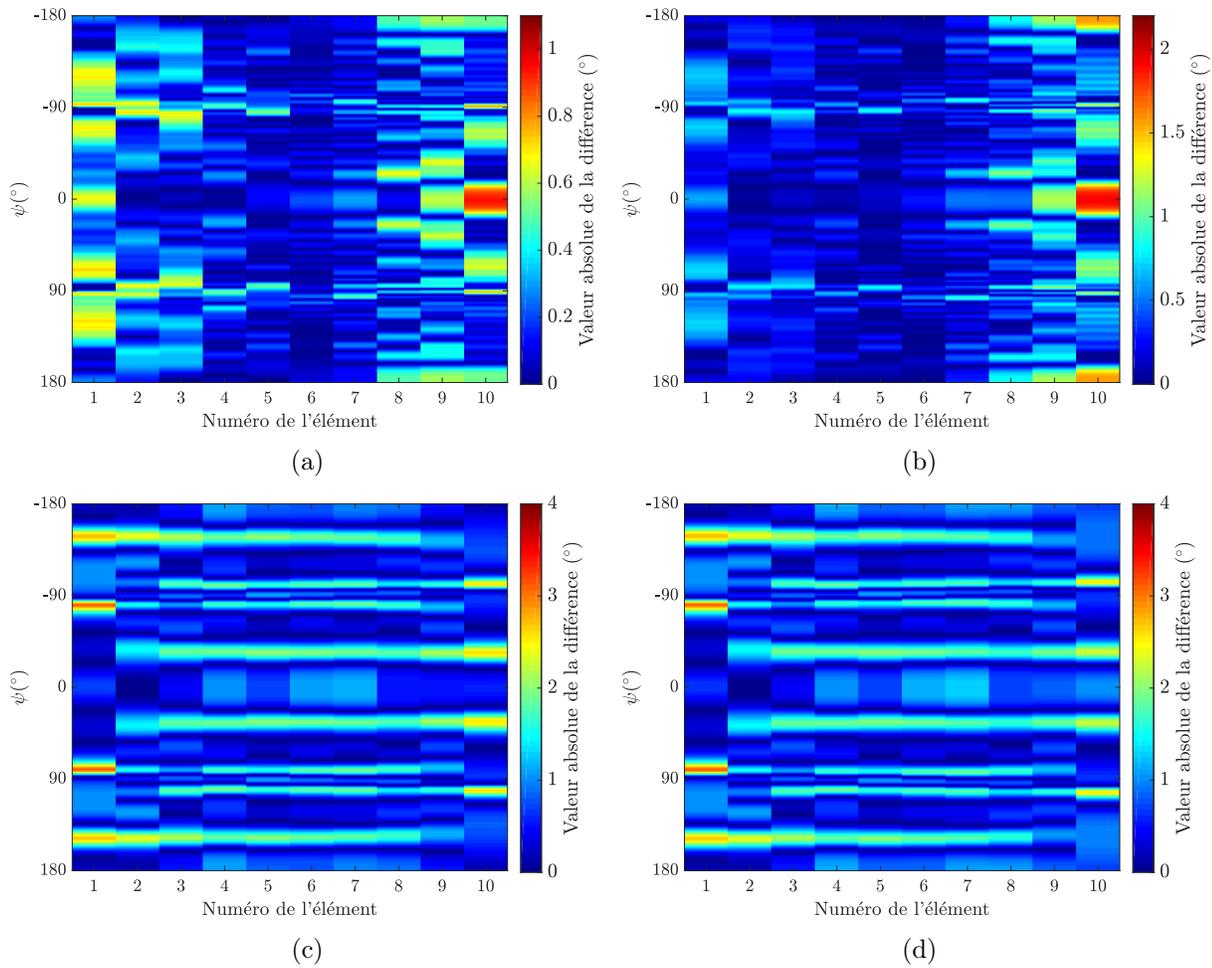


FIGURE 2.67 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en  $^{\circ}$  entre les champs  $E_i^{EM}(\psi)$  et les champs  $E_{iLS_{2NF3}}^e(\psi)$  ((2.67a), (2.67b)) ou  $E_{iZ_{matNF3}}^e(\psi)$  ((2.67c), (2.67d)) à  $r = 15$  m ((2.67a), (2.67c)) et  $r = 7$  m ((2.67b), (2.67d)) ( $N = 10$  dipôles et  $d = \lambda$ ).

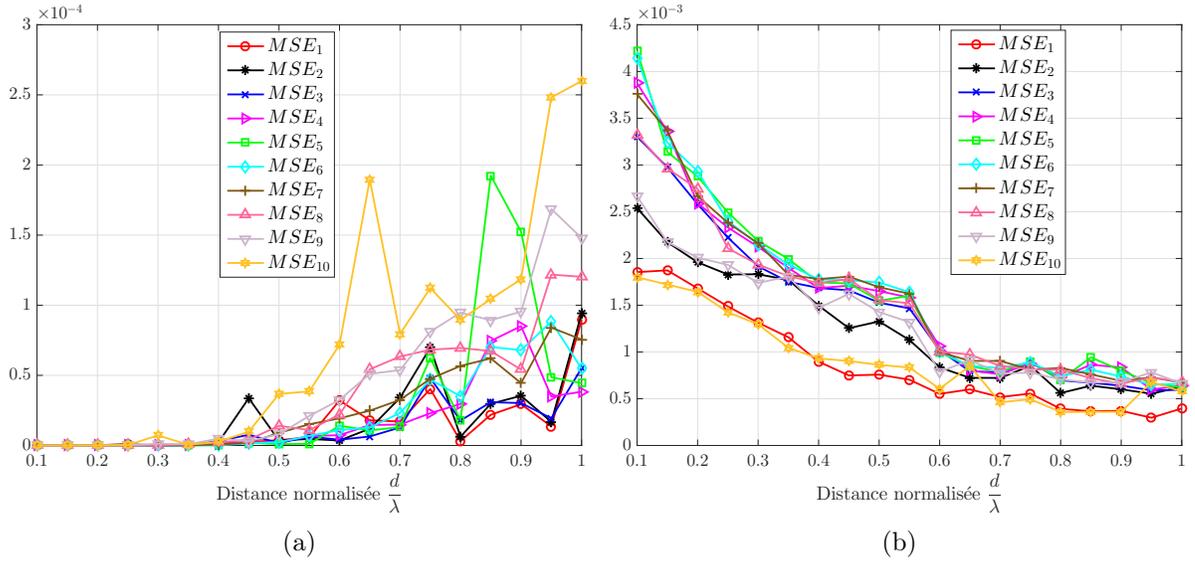


FIGURE 2.68 : MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère  $LS_{2NF3}$  (2.68a) et la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau en utilisant le modèle sphérique (2.68b) pour  $N = 10$  dipôles et  $r = 15$  m.

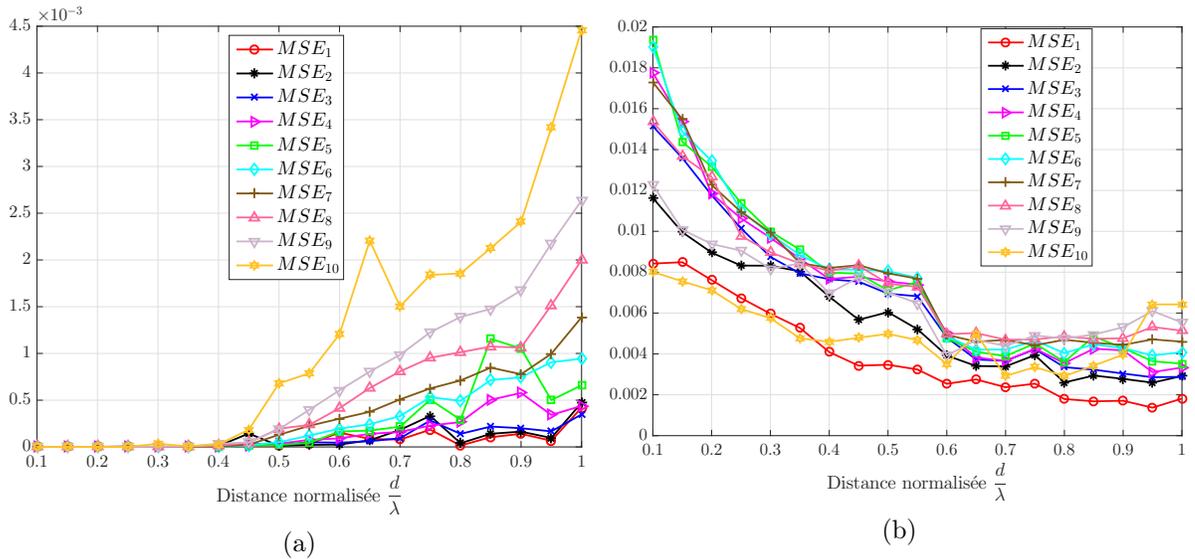


FIGURE 2.69 : MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère  $LS_{2NF3}$  (2.69a) et la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau en utilisant le modèle sphérique (2.69b) pour  $N = 10$  dipôles et  $r = 7$  m.

### 2.3.5 Alternative au modèle sphérique de rayonnement

Pour contourner ou s'affranchir de ces limites du modèle sphérique de rayonnement, nous pouvons calculer les champs des éléments actifs du réseau en considérant le champ de chacun des dipôles translaté et pris isolément issu des simulations électromagnétiques. Le diagramme de rayonnement ainsi synthétisé s'écrit :

$$E_m^e(\psi) = \sum_{n=1}^N A_{nm} E_{is_n}(\psi), \quad (2.71)$$

où  $E_{is_n}(\psi)$  est le champ du  $n^{\text{ième}}$  dipôle translaté pris isolément, issu des simulations électromagnétiques et où les pondérations  $A_{nm}$  sont obtenues après résolution du problème d'optimisation :

$$LS_{2EM} : \min_{\{A_{nm}\}_{n=1, \dots, N}} \left( \sum_{\psi} \left| E_m^{EM}(\psi) - \sum_{n=1}^N A_{nm} E_{is_n}(\psi) \right|^2 \right), \quad (2.72)$$

$$m = 1, \dots, N.$$

Le modèle donné pour la synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau peut aussi être utilisé en considérant que dans (2.26),  $\underline{E}_{is}(\psi) = [E_{is_1}(\psi), \dots, E_{is_N}(\psi)]$  où  $E_{is_n}(\psi)$ , ( $n = 1, \dots, N$ ) est obtenu directement des simulations électromagnétiques. Cette nouvelle formulation va permettre de faire une synthèse plus précise des diagrammes de rayonnement des éléments actifs à des distances d'observation  $r$  très proches.

Les figures 2.70, 2.71 et 2.72 représentent les MSE obtenues avec les champs synthétisés avec la méthode d'optimisation ou la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau en utilisant le modèle sphérique ou les vrais champs rayonnés  $E_{is_n}(\psi)$  pour  $N = 2$  dipôles à  $r = 0.5$  m et pour  $N = 10$  dipôles à  $r = 7$  m et  $r = 3$  m. On peut remarquer une nette amélioration des valeurs de MSE lorsqu'on utilise les champs rayonnés par chacun des éléments du réseau pris isolément en comparaison avec celles obtenues lorsque le modèle sphérique est utilisé. En effet, le fait d'utiliser les champs  $E_{is_n}(\psi)$  donnés par les simulations électromagnétiques permet de réduire considérablement les erreurs dues à la translation des éléments du réseau, notamment avec la valeur de l'angle d'observation  $\psi$ . Sur la figure 2.71 par exemple, on voit que pour les éléments les plus éloignés de l'origine du repère (et pour les grandes valeurs de la distance inter-élément  $d$ ), les MSE sur les éléments  $m$  et  $N - m + 1$  du réseau respectent davantage la symétrie du réseau lorsque les champs  $E_{is_n}(\psi)$  issus des simulations électromagnétiques sont utilisés.

Dans la section suivante, nous allons étendre les méthodes de synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif (avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  ou avec la résolution de problèmes d'optimisation) étudiées jusqu'ici pour des réseaux de dipôles au cas de réseaux d'antennes imprimées.

### 2.3.6 Extension aux réseaux d'antennes imprimées (patches)

Pour étudier les différentes méthodes de synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif avec des antennes imprimées, nous avons simulé des réseaux de  $N = 6$  et  $N = 10$  antennes imprimées (voir figure 2.73) dont les caractéristiques sont données dans le tableau 2.9.

Nous allons comparer la méthode de synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif utilisant la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau à la méthode que nous avons proposée, basée sur les critères d'optimisation au sens des moindres carrés que nous avons énoncés dans les sections précédentes ( $LS_{2FF}$ ,  $LS_{2NF3}$ ,  $LS_{2EM}$ ). Nous allons également la comparer à la méthode de synthèse utilisant la matrice  $\underline{\underline{S}}$  du réseau qui a été présentée dans [24] et [25] pour le cas de réseaux d'antennes imprimées.

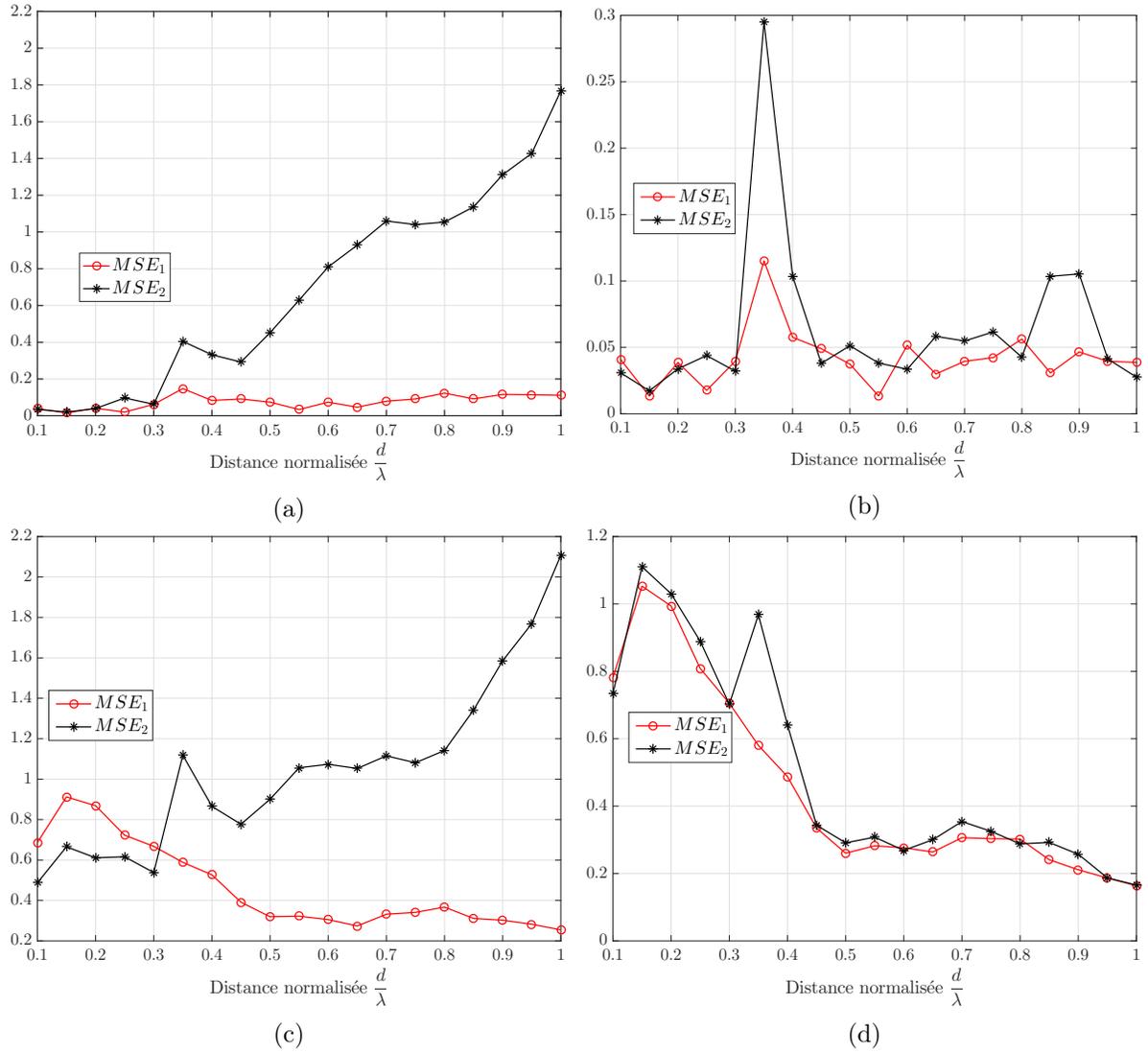


FIGURE 2.70 : MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère  $LS_{2_{NF3}}$  (2.70a), le critère  $LS_{2_{EM}}$  (2.70b) ou la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau en utilisant le modèle sphérique (2.70c) ou les champs  $E_{is_n}(\psi)$  issus des simulations électromagnétiques (2.70d) pour  $N = 2$  dipôles et  $r = 0.5$  m.

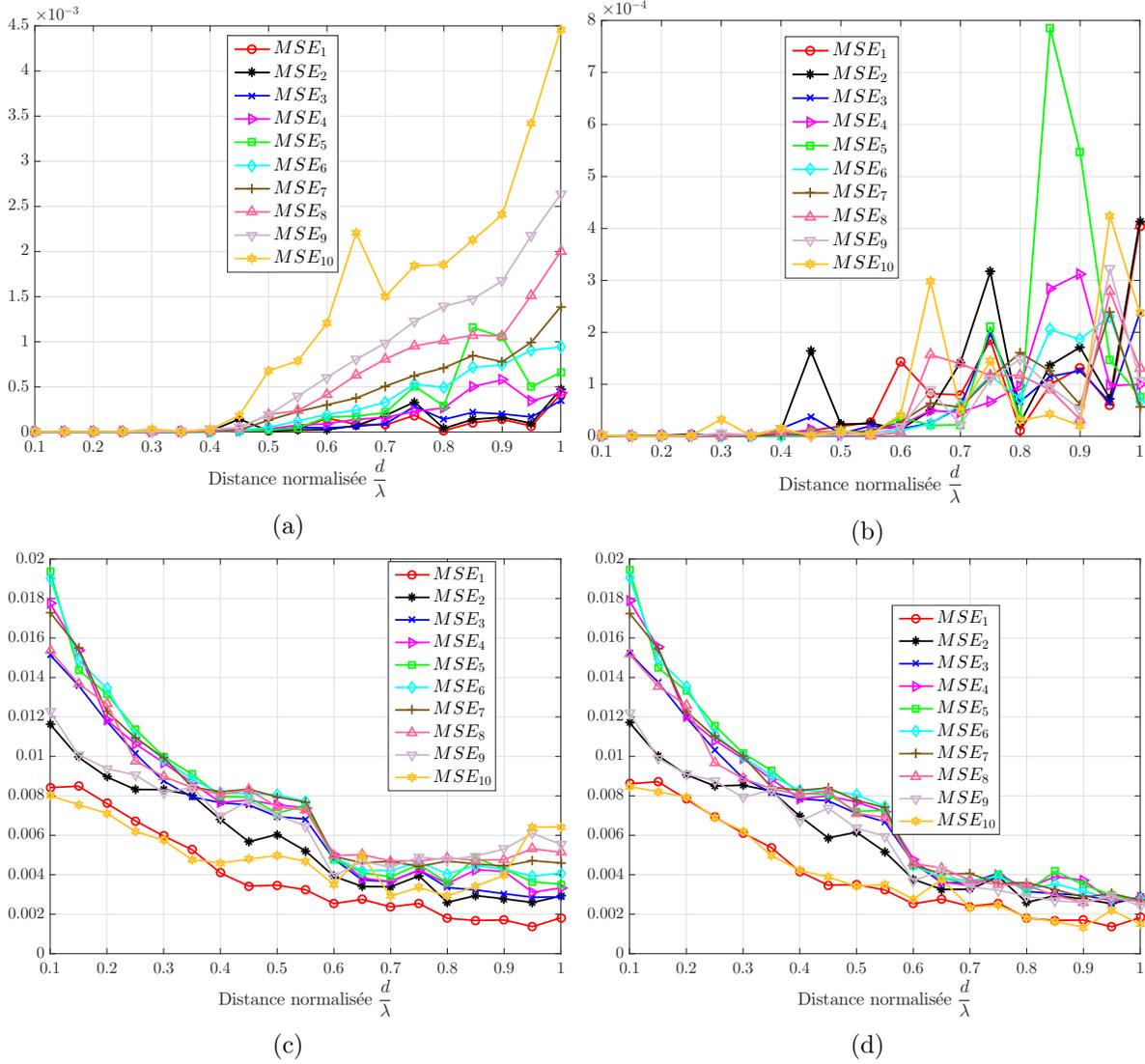


FIGURE 2.71 : MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère  $LS_{2_{NF3}}$  (2.71a), le critère  $LS_{2_{EM}}$  (2.71b) ou la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en utilisant le modèle sphérique (2.71c) ou les champs  $E_{is_n}(\psi)$  issus des simulations électromagnétiques (2.71d) pour  $N = 10$  dipôles et  $r = 7$  m.

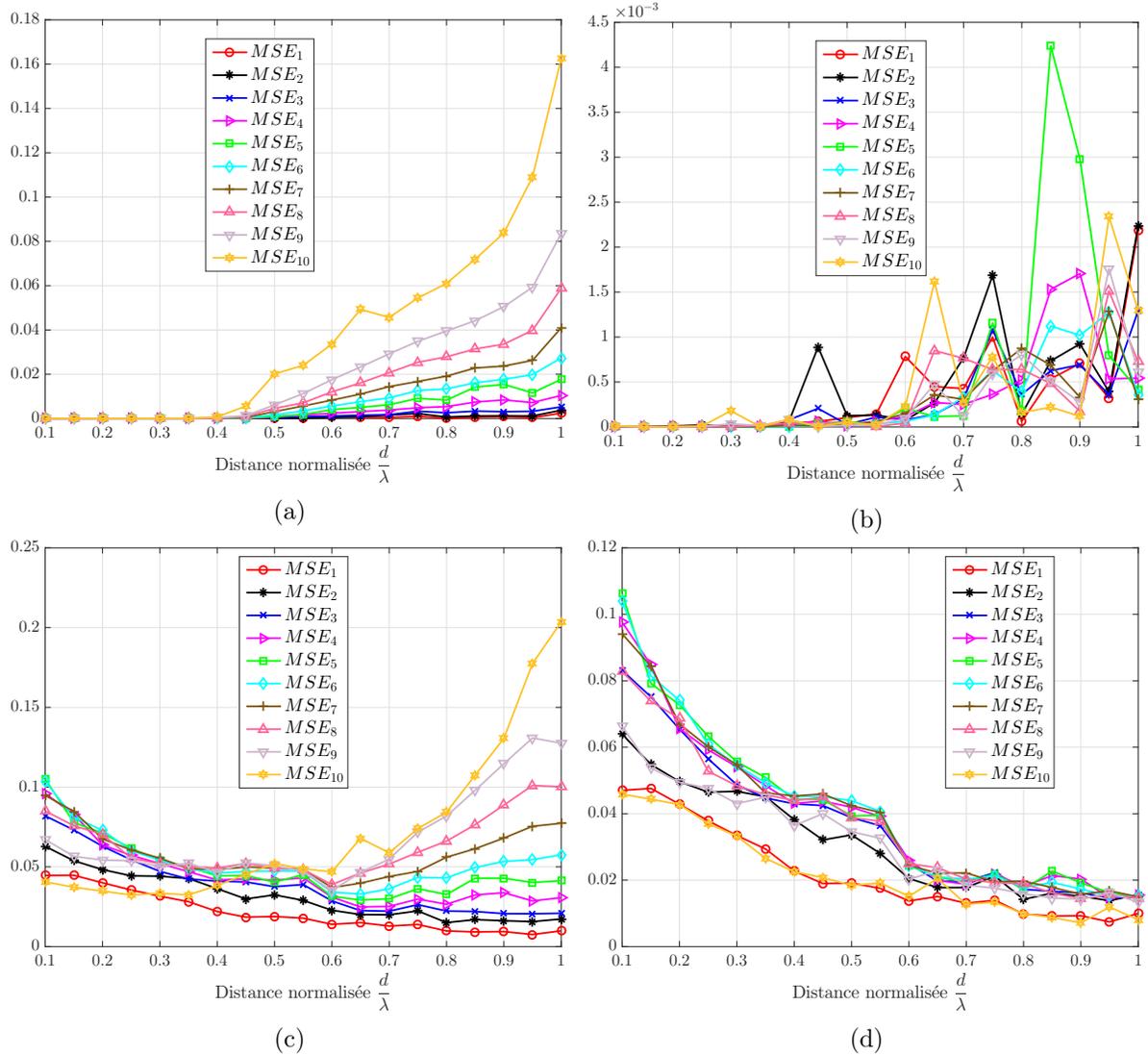


FIGURE 2.72 : MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère  $LS_{2_{NF3}}$  (2.72a), le critère  $LS_{2_{EM}}$  (2.72b) ou la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau en utilisant le modèle sphérique (2.72c) ou les champs  $E_{isn}(\psi)$  issus des simulations électromagnétiques (2.72d) pour  $N = 10$  dipôles et  $r = 3$  m.

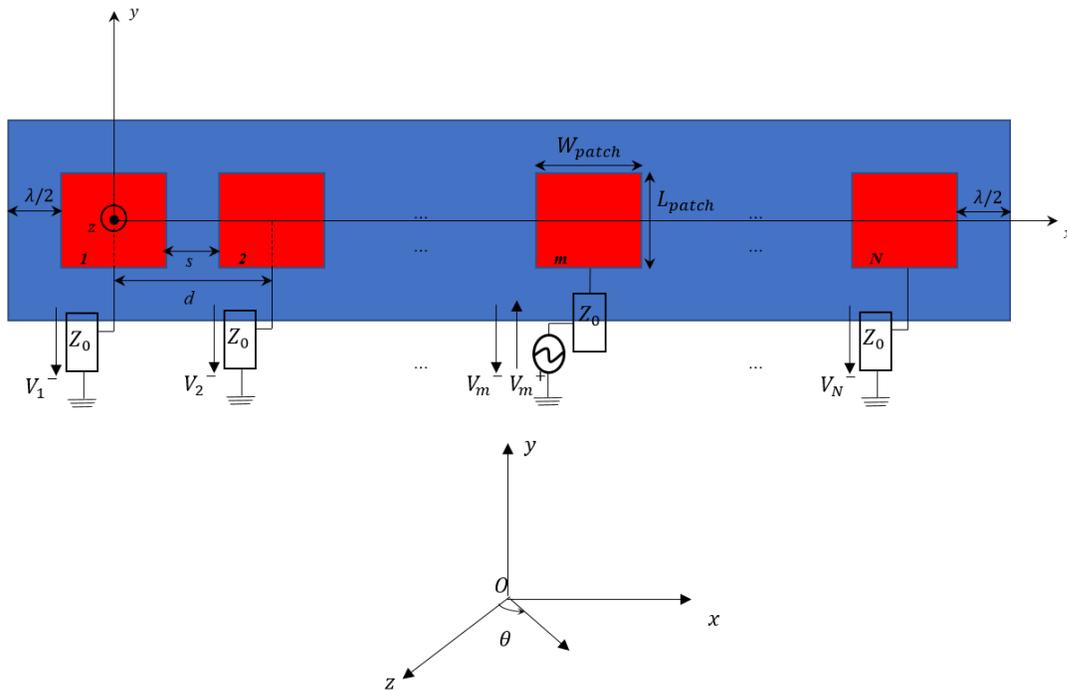


FIGURE 2.73 : Géométrie de l'élément actif  $m$  d'un réseau de  $N$  patches.

Tableau 2.9 : Caractéristiques des antennes imprimées simulées.

Longueur d'onde $\lambda$	51.69 mm
Longueur du patch $W_{patch}$	20 mm
Largeur du patch $L_{patch}$	15.8 mm
Épaisseur du patch $E_{patch}$	17.5 $\mu\text{m}$
Longueur du substrat $W_{substrate}$	55 mm
Largeur du substrat $L_{substrate}$	55 mm
Épaisseur du substrat $E_{substrate}$	1.575 mm
Matériau pour le substrat	Rogers RT5880
Tangente de perte du substrat $\tan\delta$	0.0009
Permittivité diélectrique relative du substrat $\epsilon_r$	2.2
Longueur du plan de masse $W_{ground}$	55 mm
Largeur du plan de masse $L_{ground}$	55 mm
Épaisseur du plan de masse $E_{ground}$	17.5 $\mu\text{m}$

### 2.3.6.1 Résultats pour $N = 6$ patches

La figure 2.74 représente le champ électrique rayonné par le quatrième élément actif du réseau de six patches et les champs synthétisés par les différentes techniques que nous venons de citer. Dans la suite, nous utiliserons les notations suivantes :

- $E_{i_{S_{mat_{FF}}}^e}^e(\theta)$  pour désigner les champs synthétisés avec la matrice  $\underline{\underline{S}}$  du réseau en utilisant (2.28),
- $E_{i_{S_{mat_{NF3}}}^e}^e(\theta)$  pour faire référence aux champs synthétisés avec la matrice  $\underline{\underline{S}}$  du réseau en remplaçant les termes  $e^{jk(m-1)d\sin(\theta)}$  de (2.28) par  $e^{jk\alpha_m(\theta)}$  (modèle sphérique),
- $E_{i_{S_{mat_{EM}}}^e}^e(\theta)$  pour parler des champs synthétisés avec la matrice  $\underline{\underline{S}}$  du réseau et en utilisant les champs  $E_{is_n}(\theta)$  obtenus directement des simulations électromagnétiques :

$$E_m^e(\theta) = E_{is_m}(\theta) + \sum_{n=1}^N E_{is_n}(\theta) S_{nm}.$$

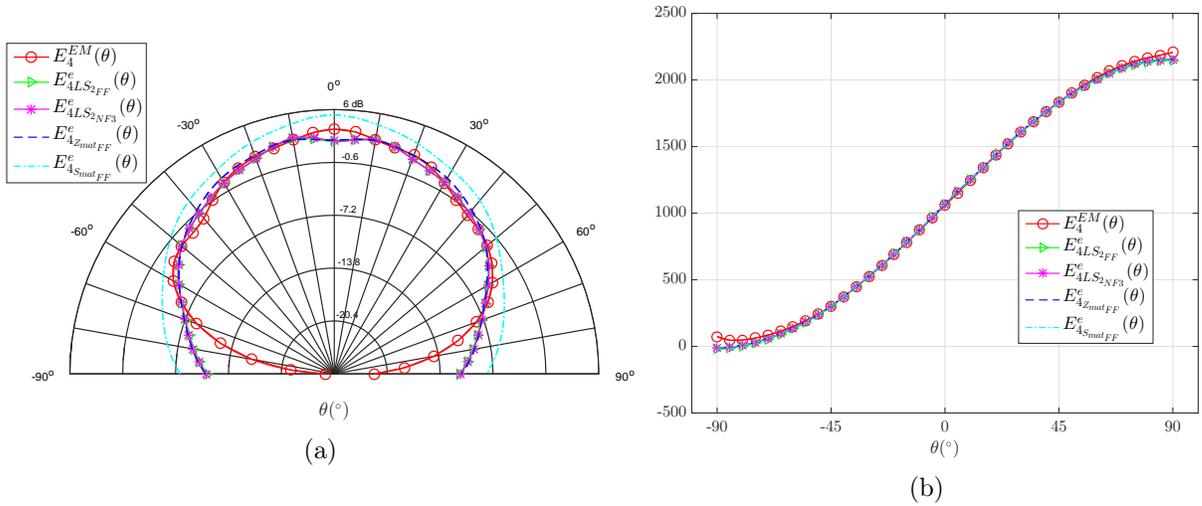


FIGURE 2.74 : Modules en dB (2.74a) et phases en  $^\circ$  (2.74b) du champ rayonné par le quatrième élément actif simulé ( $E_4^{EM}(\theta)$ ) et estimé avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain ( $E_{4Z_{mat_{FF}}}^e(\theta)$ ), avec la matrice  $\underline{\underline{S}}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain ( $E_{4S_{mat_{FF}}}^e(\theta)$ ), avec le critère  $LS_{2FF}$  ( $E_{4LS_{2FF}}^e(\theta)$ ) ou avec le critère  $LS_{2NF3}$  ( $E_{4LS_{2NF3}}^e(\theta)$ ) ( $N = 6$  patches,  $s = 0.615\lambda$ ,  $r = 15$  m).

On voit une assez bonne correspondance entre champs simulés et synthétisés (sauf pour le champ  $E_{4S_{mat_{FF}}}^e(\theta)$ ), une correspondance qui se dégrade lorsqu'on considère les directions d'observations proches de l'axe du réseau de patches ( $\theta = \pm 90^\circ$ ). La limite champ proche/champ lointain pour  $N = 6$  patches avec  $s = 0.615\lambda$  est  $r_{limite} \simeq 10.57$  m (voir annexe C).

Les erreurs commises sur les modules et phases des différents champs synthétisés sont représentés sur les figures 2.75 et 2.76 pour  $s = 0.615\lambda$  (soit  $d \simeq \lambda$ ) et  $r = 15$  m.

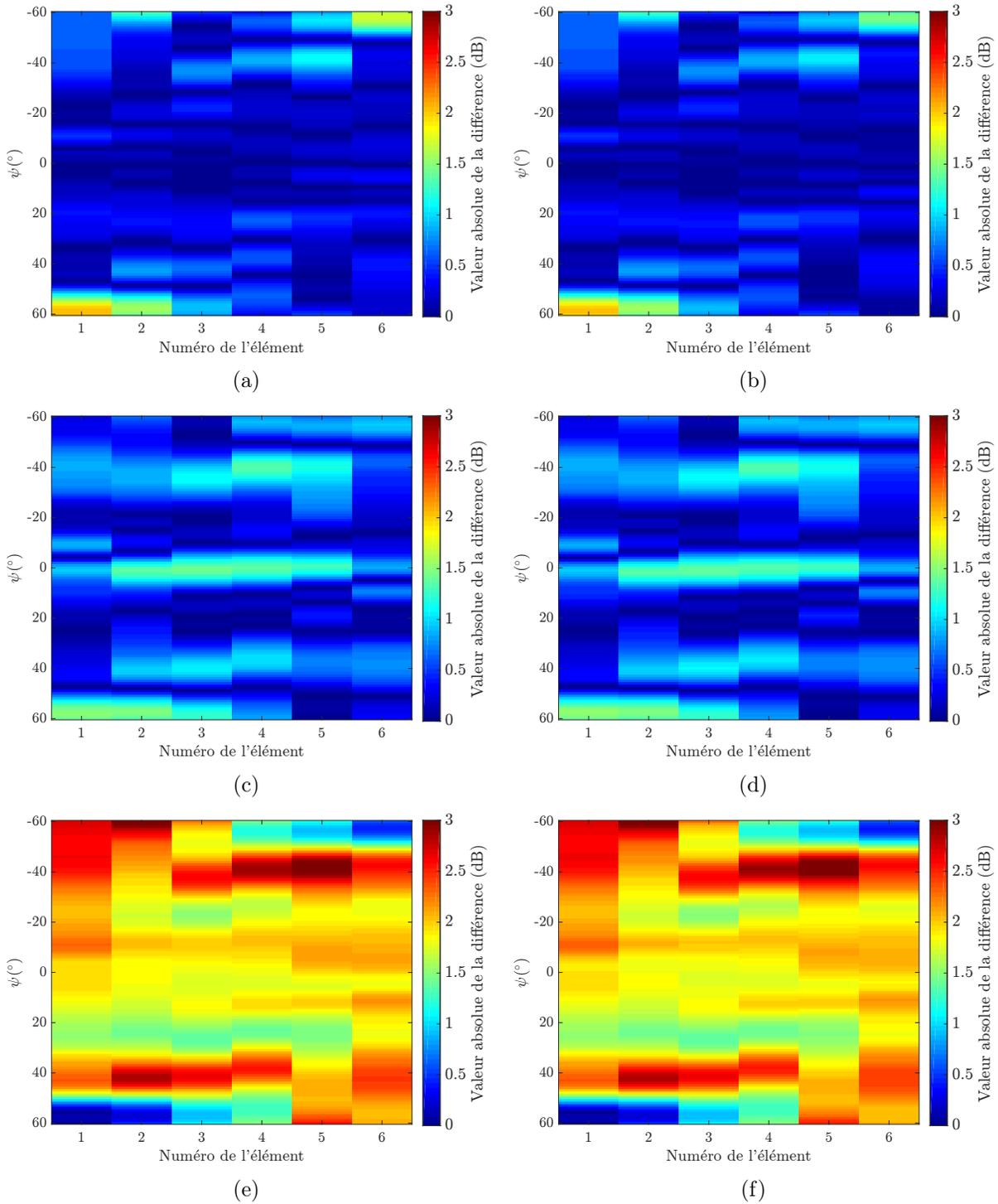


FIGURE 2.75 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de module en dB entre les champs  $E_i^{EM}(\theta)$  et les champs  $E_{iLS2FF}^e(\theta)$  (2.75a),  $E_{iLS2NF3}^e(\theta)$  (2.75b),  $E_{iZmatFF}^e(\theta)$  (2.75c),  $E_{iZmatNF3}^e(\theta)$  (2.75d),  $E_{iSmatFF}^e(\theta)$  (2.75e),  $E_{iSmatNF3}^e(\theta)$  (2.75f) ( $N = 6$  patches,  $s = 0.615\lambda$  et  $r = 15$  m).

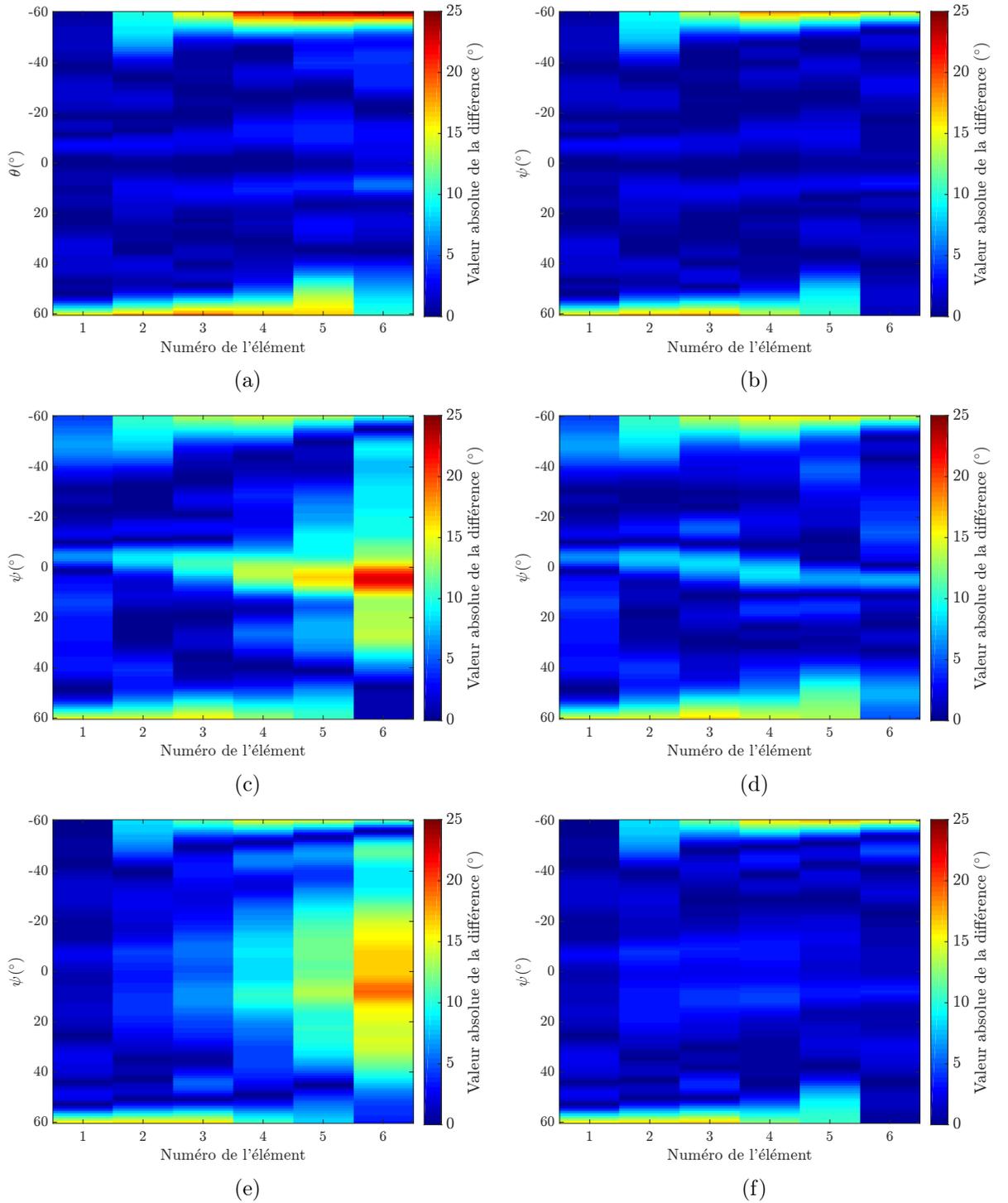


FIGURE 2.76 : Cartographie de la valeur absolue de la différence de phase en  $^{\circ}$  entre les champs  $E_i^{EM}(\theta)$  et les champs  $E_{iLS2FF}^e(\theta)$  (2.76a),  $E_{iLS2NF3}^e(\theta)$  (2.76b),  $E_{iZmatFF}^e(\theta)$  (2.76c),  $E_{iZmatNF3}^e(\theta)$  (2.76d),  $E_{iSmatFF}^e(\theta)$  (2.76e),  $E_{iSmatNF3}^e(\theta)$  (2.76f) ( $N = 6$  patches,  $s = 0.615\lambda$  et  $r = 15$  m).

Etant donné qu'avec les antennes imprimées, le champ rayonné sur l'axe  $[-90^\circ, +90^\circ]$  est très faible et peut conduire à des niveaux d'erreurs élevés mais physiquement peu significatifs (comme nous l'avons vu sur la figure 2.74), nous avons appliqué la méthode d'optimisation ainsi que les méthodes de synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif par les matrices  $\underline{Z}$  et  $\underline{S}$  en restreignant les angles d'observation de  $-60^\circ$  à  $+60^\circ$ . Bien que la distance  $r = 15$  m considérée soit dans le champ lointain du réseau de six patches, nous pouvons voir qu'en faisant l'approximation champ lointain, les erreurs de phase obtenues avec les différentes méthodes de synthèse étudiées atteignent des niveaux bien supérieures à la limite admise par l'approximation champ lointain. L'utilisation du modèle sphérique n'apporte pas d'amélioration visible sur les cartographies puisqu'à  $r = 15$  m, on est déjà en champ lointain. Nous pouvons voir sur les tracés de MSE des figures 2.77, 2.78 et 2.79 que les champs rayonnés par les éléments actifs du réseau sont synthétisés avec des MSE relativement importantes avec les méthodes de synthèse utilisant la matrice  $\underline{Z}$  ou  $\underline{S}$  surtout lorsque la distance inter-élément est faible. La méthode basée sur les critères d'optimisation ( $LS_{2_{FF}}$  ou  $LS_{2_{NF3}}$ ) reste bien celle qui donne la meilleure précision de synthèse à toutes les distances  $d$  étudiées comme le montrent les figures 2.80 et 2.81 qui représentent les différences :

- $(MSE_i^{LS_{2_{FF}}} - MSE_i^{Z_{mat_{FF}}})$  et  $(MSE_i^{LS_{2_{NF3}}} - MSE_i^{Z_{mat_{NF3}}})$  (figure 2.80),
- $(MSE_i^{LS_{2_{FF}}} - MSE_i^{S_{mat_{FF}}})$  et  $(MSE_i^{LS_{2_{NF3}}} - MSE_i^{Z_{mat_{NF3}}})$  (figure 2.81).

En effet, ces différences sont toujours négatives.

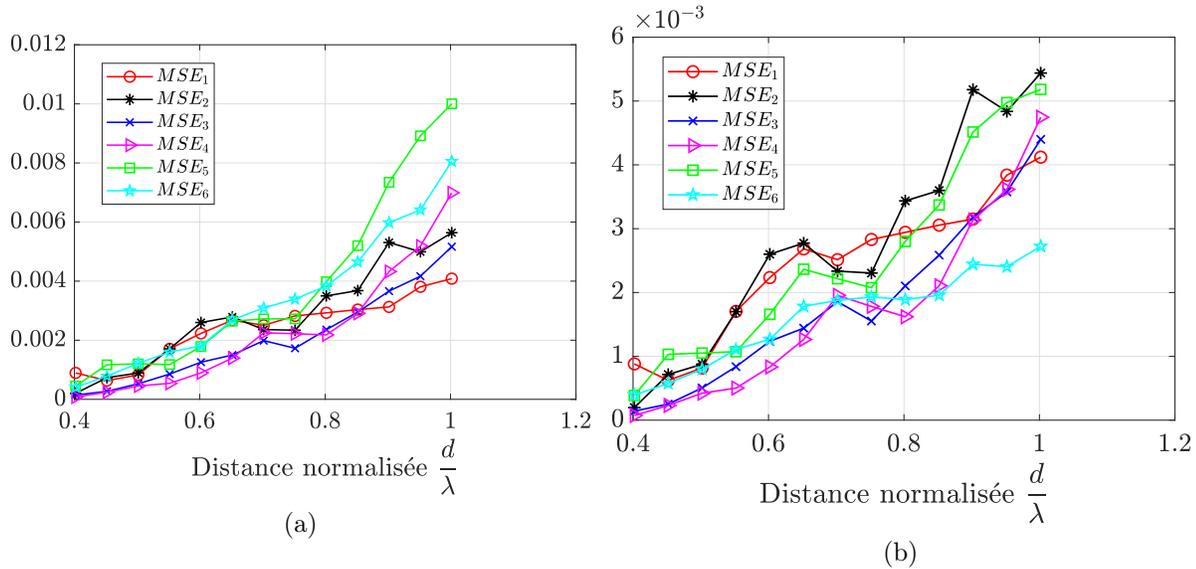


FIGURE 2.77 : MSE obtenues avec le critère  $LS_{2_{FF}}$  (2.77a) ou le critère  $LS_{2_{NF3}}$  (2.77b) pour  $N = 6$  patches et  $r = 15$  m.

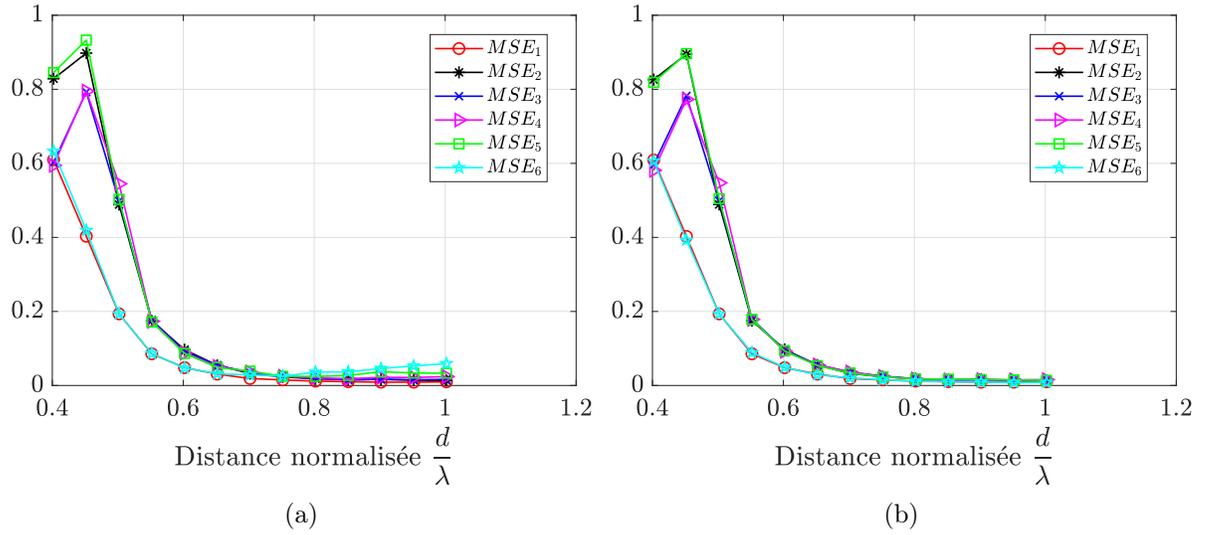


FIGURE 2.78 : MSE obtenues avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain (2.78a) ou en utilisant le modèle sphérique (2.78b) pour  $N = 6$  patchs et  $r = 15$  m.

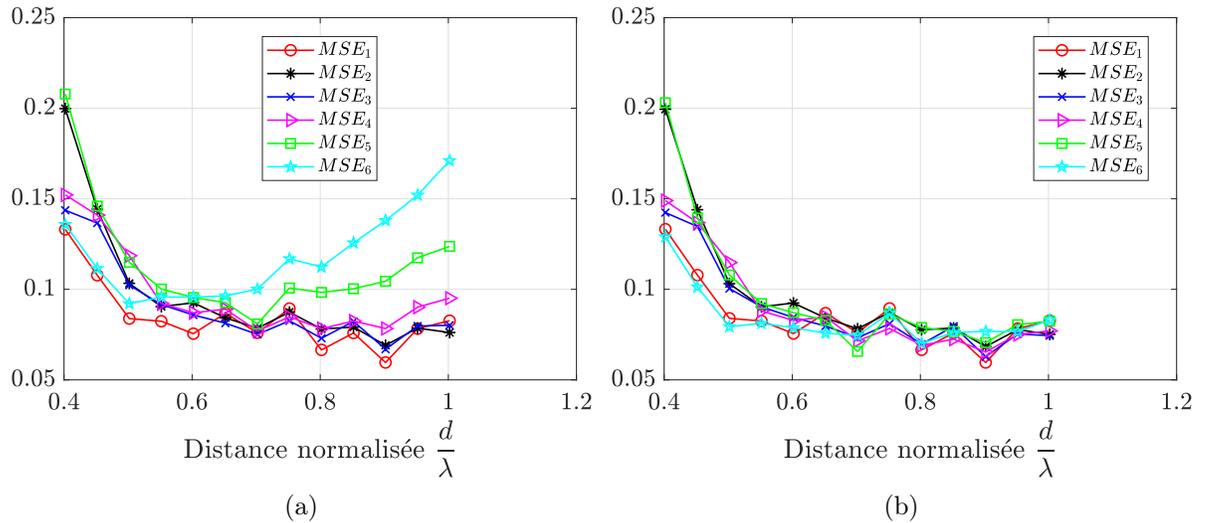


FIGURE 2.79 : MSE obtenues avec la matrice  $\underline{S}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain (2.79a) ou en utilisant le modèle sphérique (2.79b) pour  $N = 6$  patchs et  $r = 15$  m.

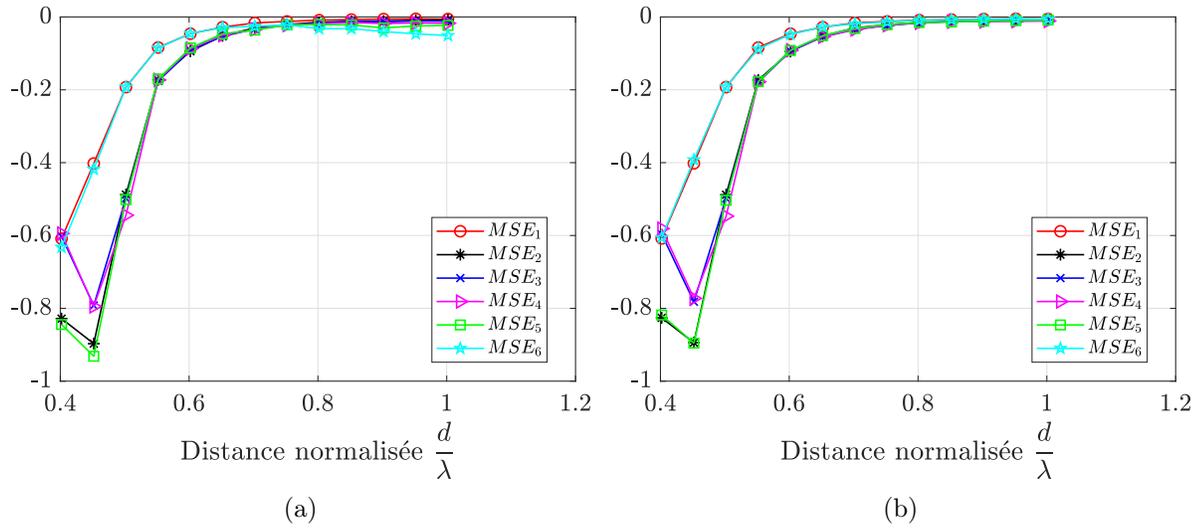


FIGURE 2.80 : Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés en utilisant le critère  $LS_{2_{FF}}$  ou le critère  $LS_{2_{NF3}}$  et celles obtenues avec les champs synthétisés avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau pour  $N = 6$  patches et  $r = 15$  m (approximation champ lointain (2.80a), modèle sphérique (2.80b)).

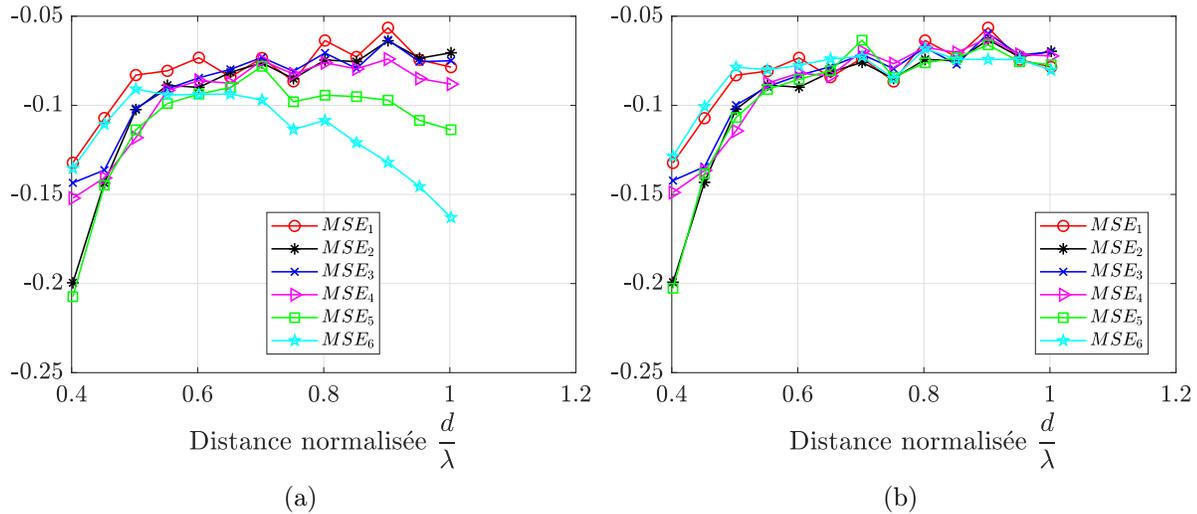


FIGURE 2.81 : Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés en utilisant le critère  $LS_{2_{FF}}$  ou le critère  $LS_{2_{NF3}}$  et celles obtenues avec les champs synthétisés avec la matrice  $\underline{\underline{S}}$  du réseau pour  $N = 6$  patches et  $r = 15$  m (approximation champ lointain (2.81a), modèle sphérique (2.81b)).

### 2.3.6.2 Résultats pour $N = 10$ patches

Pour le réseau de dix patches avec  $s = 0.615\lambda$ , nous avons considéré les champs rayonnés à  $r = 40$  m (la limite champ proche/champ lointain est  $r_{limite} \simeq 27.98$  m pour  $s = 0.615\lambda$ ). La figure 2.82 permet de comparer le champ rayonné par le quatrième élément actif du réseau à ceux synthétisés avec les différentes méthodes. La même observation que sur la figure 2.74 peut être faite : les champs synthétisés avec les différentes méthodes citées correspondent assez bien (sauf  $E_{4SmatFF}^e(\theta)$ ) aux champs simulés lorsqu'on n'est pas sur l'axe du réseau (axe  $\theta = \pm 90^\circ$ ).

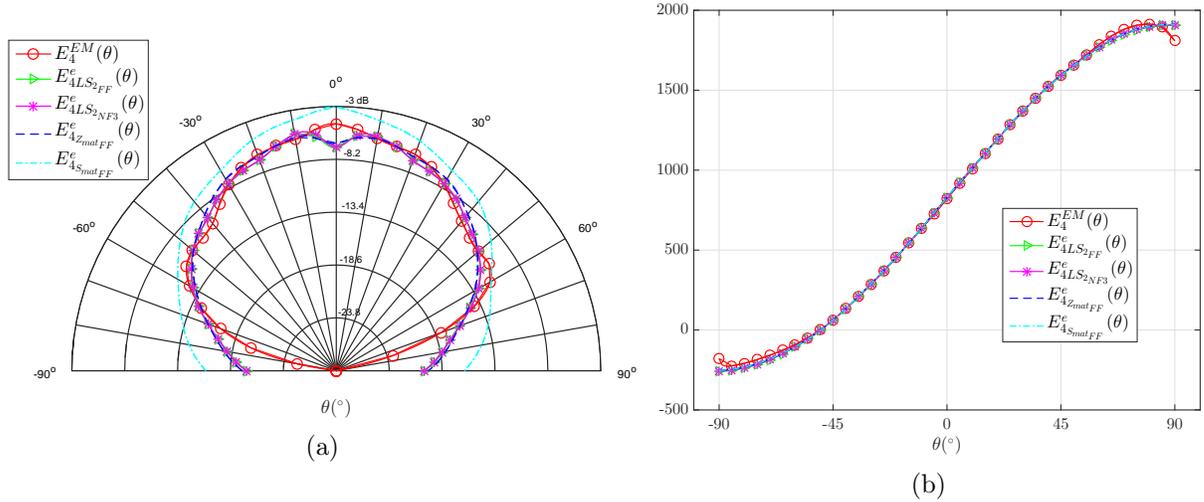


FIGURE 2.82 : Modules en dB (2.82a) et phases en  $^\circ$  (2.82b) du champ rayonné par le quatrième élément actif simulé ( $E_4^{EM}(\theta)$ ) et estimé avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain ( $E_{4ZmatFF}^e(\theta)$ ), avec la matrice  $\underline{S}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain ( $E_{4SmatFF}^e(\theta)$ ), avec le critère  $LS_{2FF}$  ( $E_{4LS2FF}^e(\theta)$ ) ou avec le critère  $LS_{2NF3}$  ( $E_{4LS2NF3}^e(\theta)$ ) ( $N = 10$  patches,  $r = 40$  m,  $s = 0.615\lambda$ ).

Comme avec le réseau de  $N = 6$  patches, nous allons également restreindre le champ d'observation à  $[-60^\circ, +60^\circ]$ . Les MSE calculées sur les champs synthétisés selon les critères  $LS_{2FF}$  ou  $LS_{2NF3}$  sont les plus faibles (inférieures à  $82 \cdot 10^{-3}$  avec le critère  $LS_{2FF}$  et à  $8 \cdot 10^{-3}$  avec le critère  $LS_{2NF3}$ ), comme le montrent les figures 2.83, 2.84 et 2.85 qui représentent les MSE obtenues avec les différentes méthodes de synthèse, pour différentes valeurs de la distance inter-élément. Sur les figures 2.86 et 2.87, nous avons représenté les différences ( $MSE_i^{LS_{2FF}} - MSE_i^{ZmatFF}$ ), ( $MSE_i^{LS_{2NF3}} - MSE_i^{ZmatNF3}$ ), ( $MSE_i^{LS_{2FF}} - MSE_i^{SmatFF}$ ) et ( $MSE_i^{LS_{2NF3}} - MSE_i^{SmatNF3}$ ). Nous pouvons remarquer que la méthode d'optimisation reste celle qui permet de faire la synthèse des diagrammes de rayonnement des éléments actifs du réseau avec le moins d'erreurs.

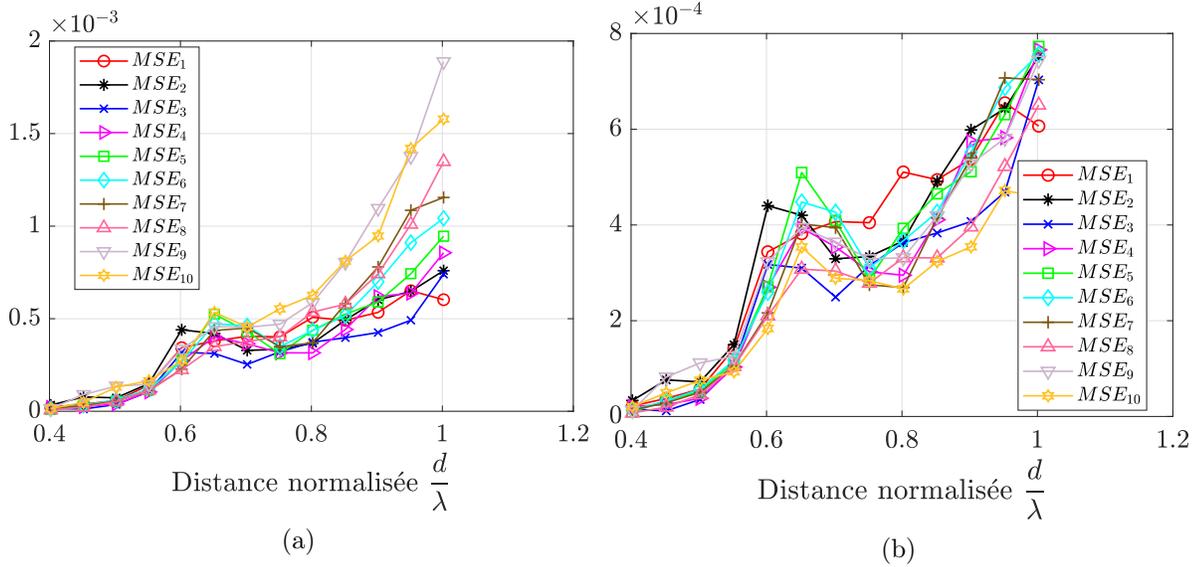


FIGURE 2.83 : MSE obtenues avec le critère  $LS_{2_{FF}}$  (2.83a) ou le critère  $LS_{2_{NF_3}}$  (2.83b) pour  $N = 10$  patches et  $r = 40$  m.

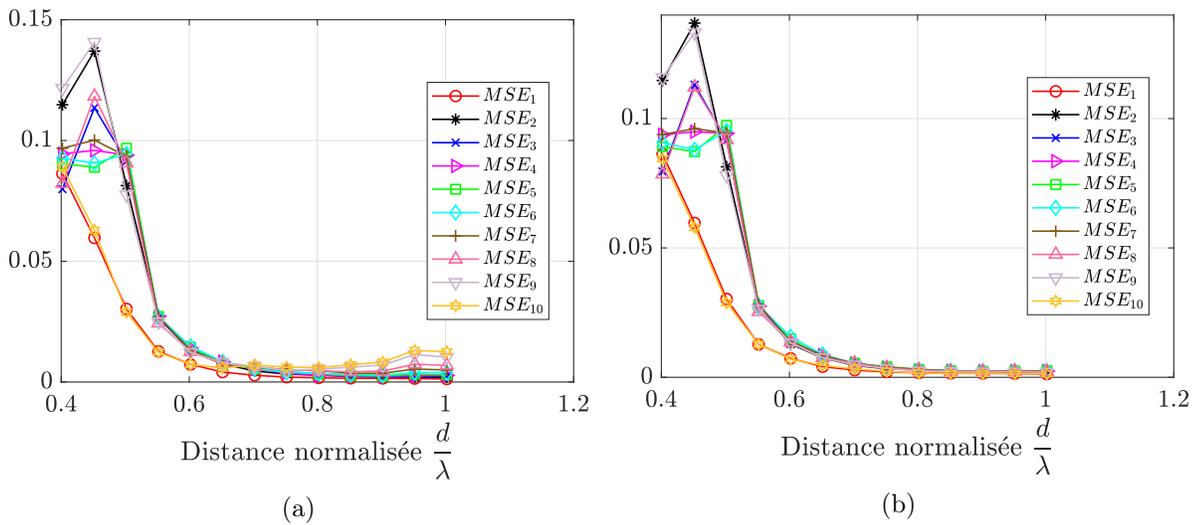


FIGURE 2.84 : MSE obtenues avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain (2.84a) ou en utilisant le modèle sphérique (2.84b) pour  $N = 10$  patches et  $r = 40$  m.

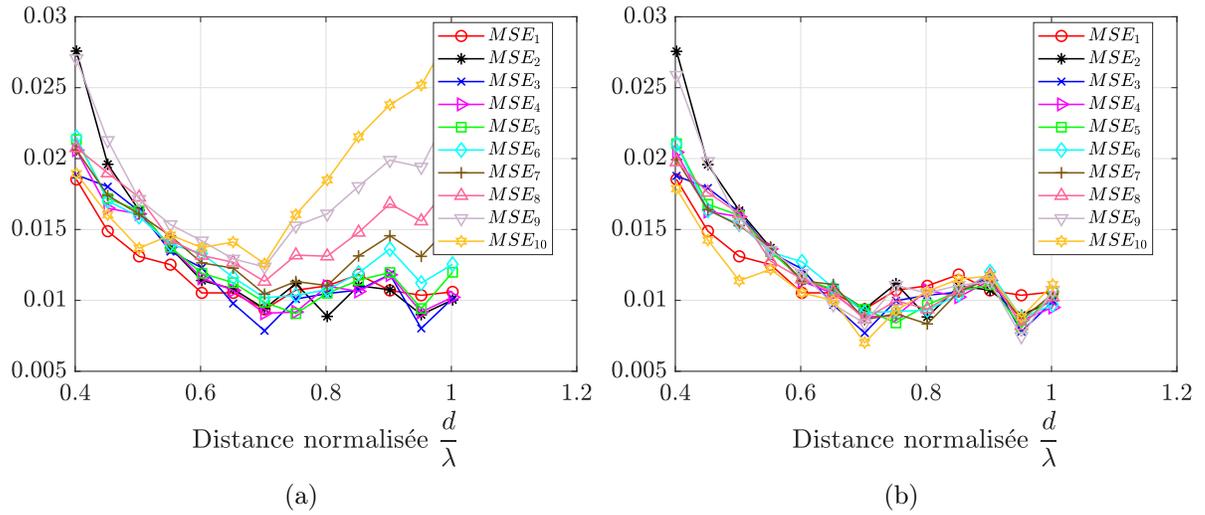


FIGURE 2.85 : MSE obtenues avec la matrice  $\underline{S}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain (2.85a) ou en utilisant le modèle sphérique (2.85b) pour  $N = 10$  patches et  $r = 40$  m.

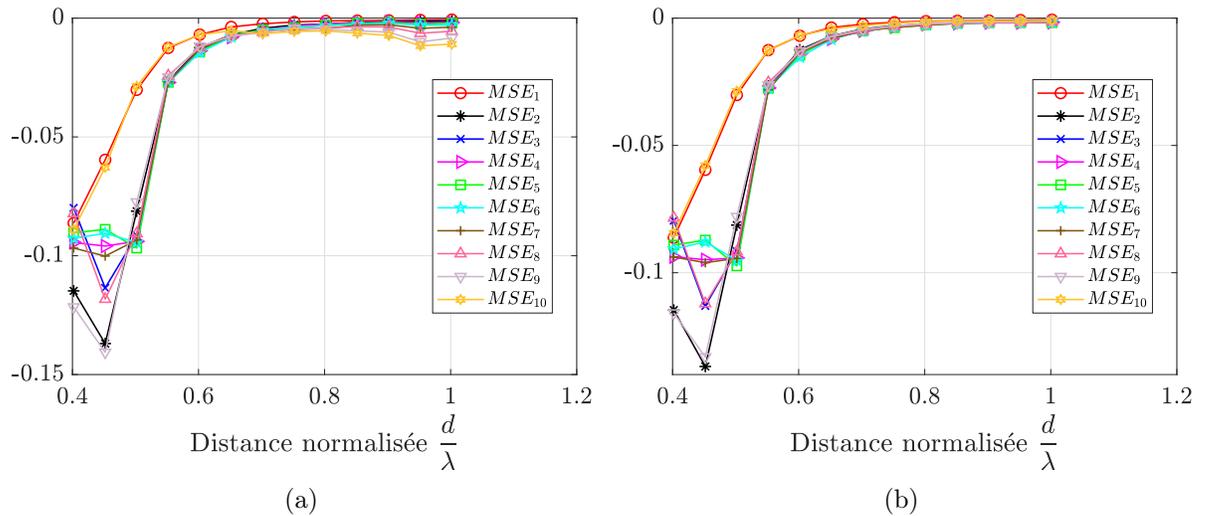


FIGURE 2.86 : Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés en utilisant le critère  $LS_{2_{FF}}$  ou le critère  $LS_{2_{NF3}}$  et celles obtenues avec les champs synthétisés avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau pour  $N = 10$  patches et  $r = 40$  m (approximation champ lointain (2.86a), modèle sphérique (2.86b)).

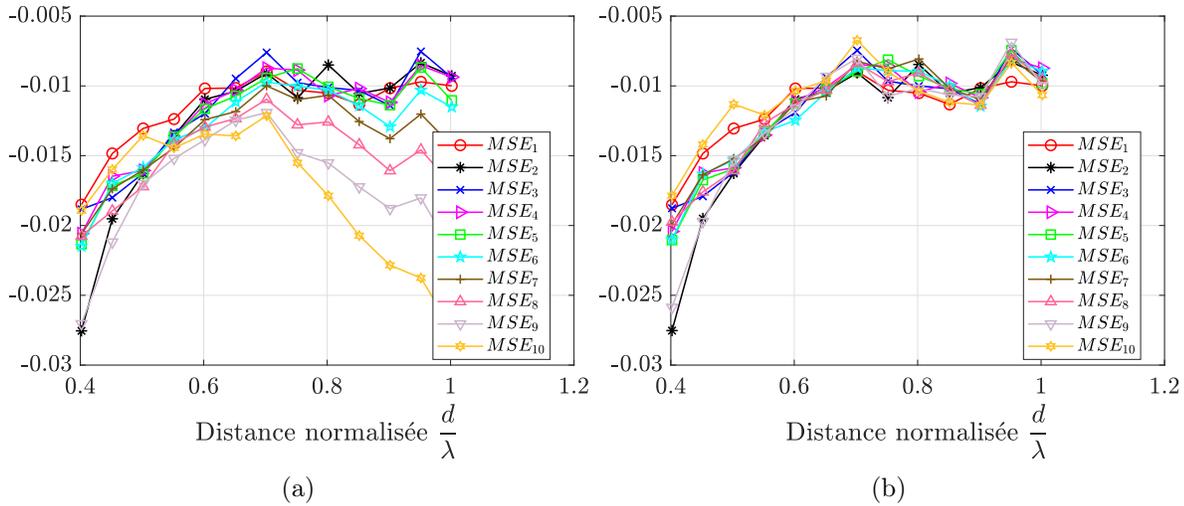


FIGURE 2.87 : Différences entre les MSE obtenues avec les champs synthétisés en utilisant le critère  $LS_{2FF}$  ou le critère  $LS_{2NF3}$  et celles obtenues avec les champs synthétisés avec la matrice  $\underline{S}$  du réseau pour  $N = 10$  patchs et  $r = 40$  m (approximation champ lointain (2.86a), modèle sphérique (2.86b)).

Considérons maintenant un point d'observation situé à  $r = 20$  m (notons que ce point d'observation se situe en champ lointain pour de petites valeurs de  $d$  et en champ proche pour de grandes valeurs de  $d$  : voir annexe C) et comparons les MSE obtenues avec les différentes méthodes de synthèse en utilisant l'approximation champ lointain à celles obtenues avec ces mêmes méthodes en utilisant le modèle sphérique. Les figures 2.88, 2.89 et 2.90 présentent les résultats obtenus. Nous pouvons voir que le modèle sphérique apporte bien une amélioration dans la synthèse des diagrammes de rayonnement des différents éléments actifs du réseau. Plus particulièrement, lorsque la distance inter-élément  $d$  augmente, les résultats reflètent mieux la symétrie du réseau si on utilise le modèle sphérique plutôt que l'approximation champ lointain.

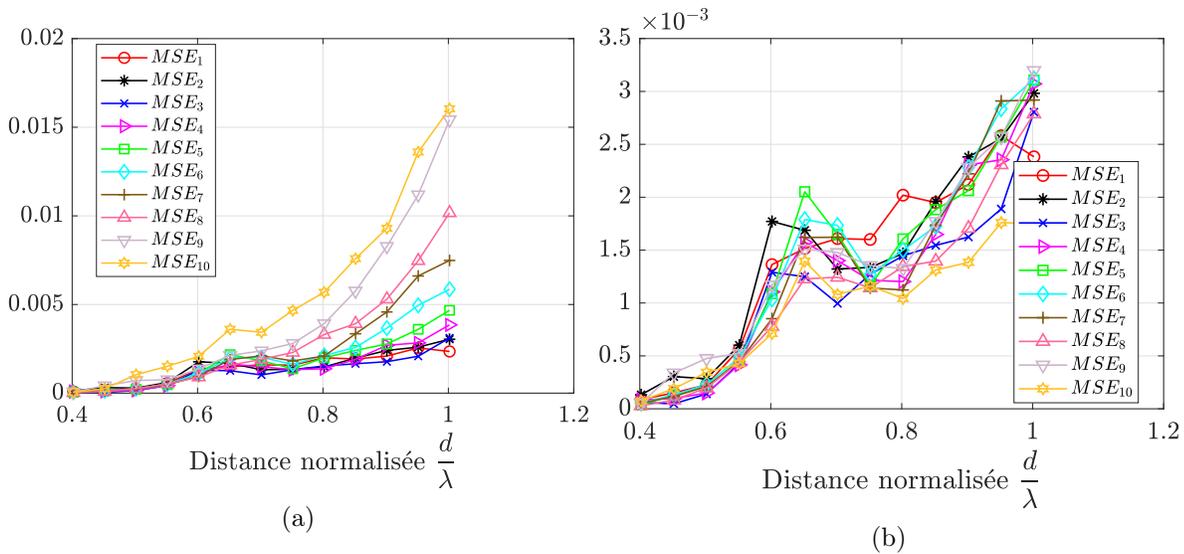


FIGURE 2.88 : MSE obtenues avec le critère  $LS_{2FF}$  (2.88a) ou le critère  $LS_{2NF3}$  (2.88b) pour  $N = 10$  patchs et  $r = 20$  m.

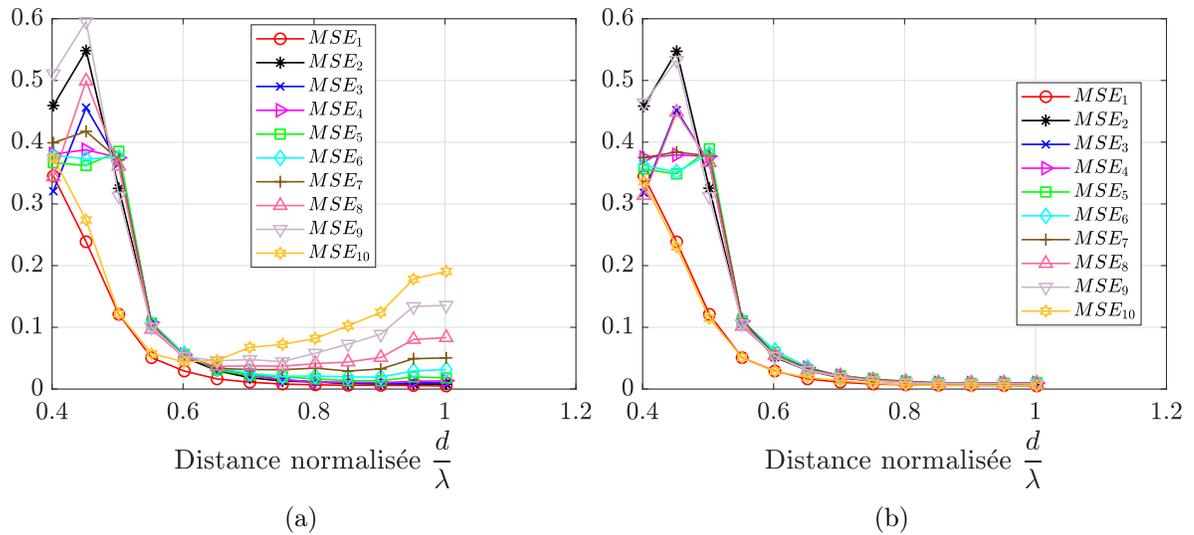


FIGURE 2.89 : MSE obtenues avec la matrice  $\underline{Z}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain (2.89a) ou en utilisant le modèle sphérique (2.89b) pour  $N = 10$  patches et  $r = 20$  m.

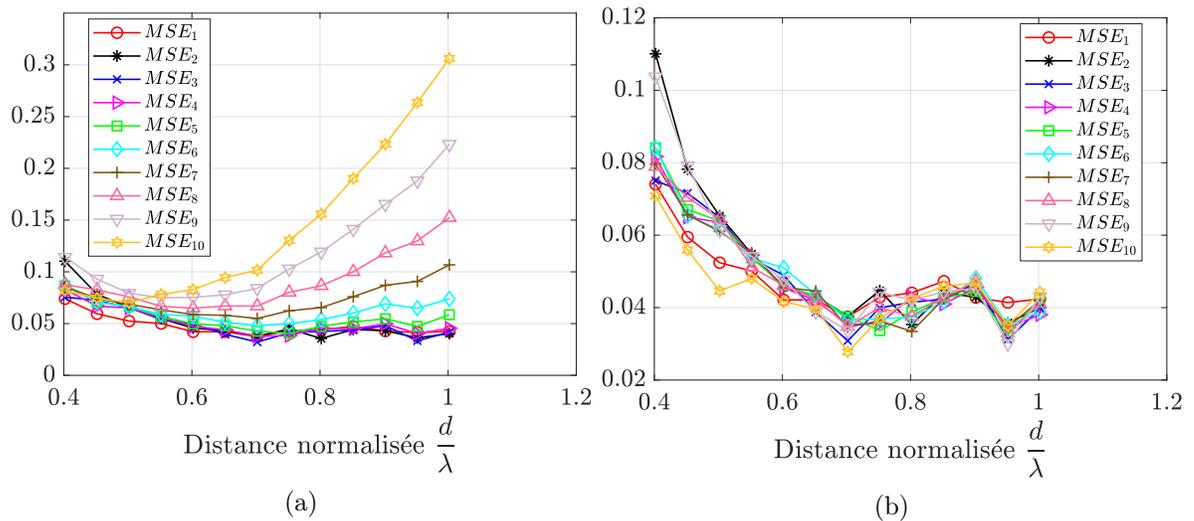


FIGURE 2.90 : MSE obtenues avec la matrice  $\underline{S}$  du réseau en faisant l'approximation champ lointain (2.90a) ou en utilisant le modèle sphérique (2.90b) pour  $N = 10$  patches et  $r = 20$  m.

Pour étudier l'intérêt de l'utilisation des champs des éléments isolés  $E_{is_n}(\theta)$  dans la synthèse des diagrammes de rayonnement des éléments actifs sur les réseaux de patches, nous considérons les mêmes réseaux de  $N = 6$  et  $N = 10$  patches et les champs rayonnés à  $r = 7$  m et  $r = 15$  m respectivement. Les figures 2.91 et 2.92 permettent de comparer les MSE obtenues avec les différentes méthodes en utilisant le modèle sphérique ou les champs des éléments isolés  $E_{is_n}(\theta)$  respectivement pour  $N = 6$  et  $N = 10$  patches. Nous pouvons voir que, pour une méthode de synthèse donnée, les MSE sont globalement les mêmes, qu'on utilise le modèle sphérique ou les champs  $E_{is_n}(\theta)$ .

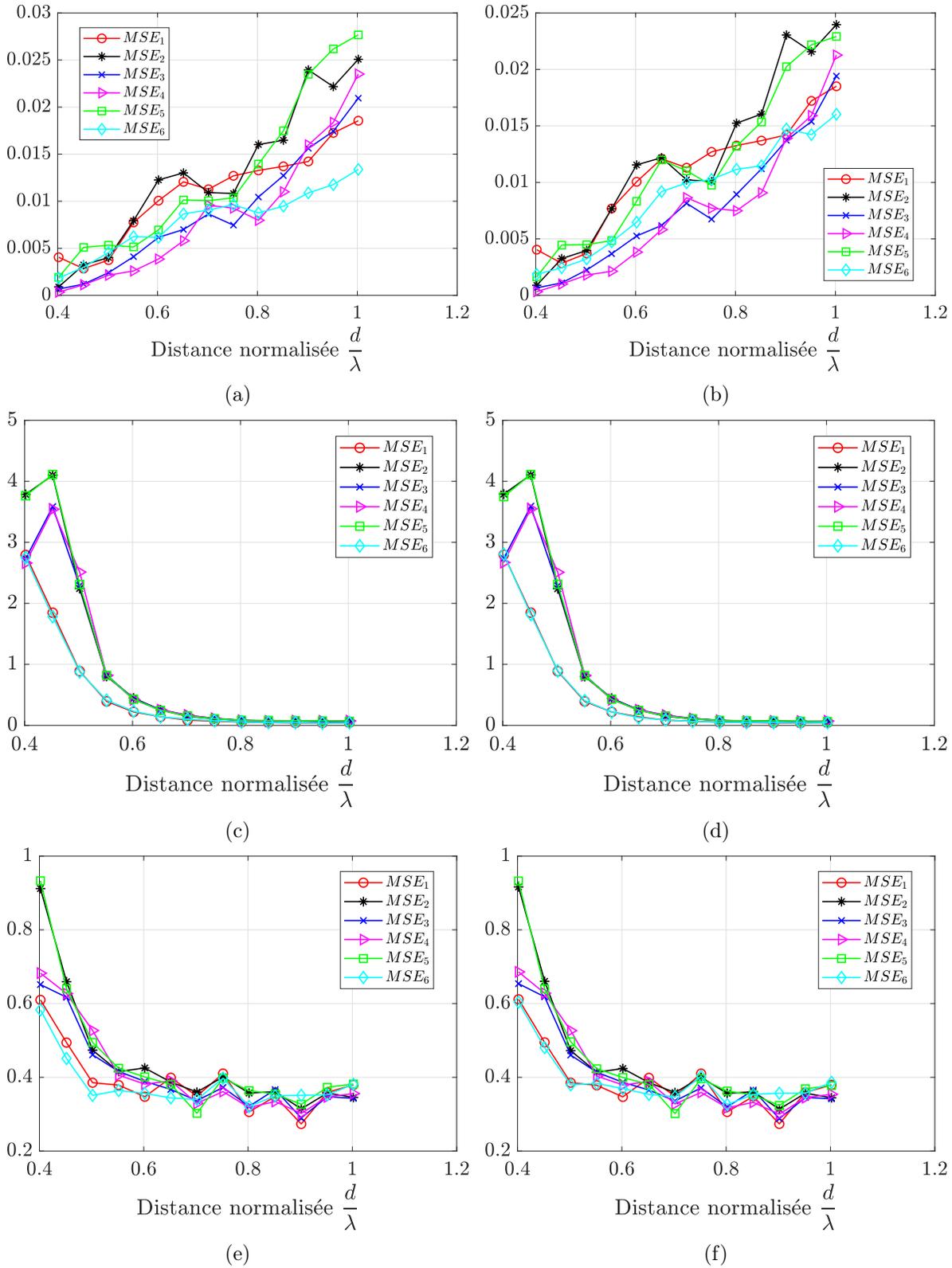


FIGURE 2.91 : MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère  $LS_{2_{NF3}}$  (2.91a), le critère  $LS_{2_{EM}}$  (2.91b) ou les matrices  $\underline{Z}$  ((2.91c), (2.91d)) ou  $\underline{S}$  ((2.91e), (2.91f)) du réseau en utilisant le modèle sphérique ((2.91c), (2.91e)) ou les champs de chacun des éléments pris isolément obtenus à partir des simulations électromagnétiques ((2.91d), (2.91f)) pour  $N = 6$  patches et  $r = 7$  m.

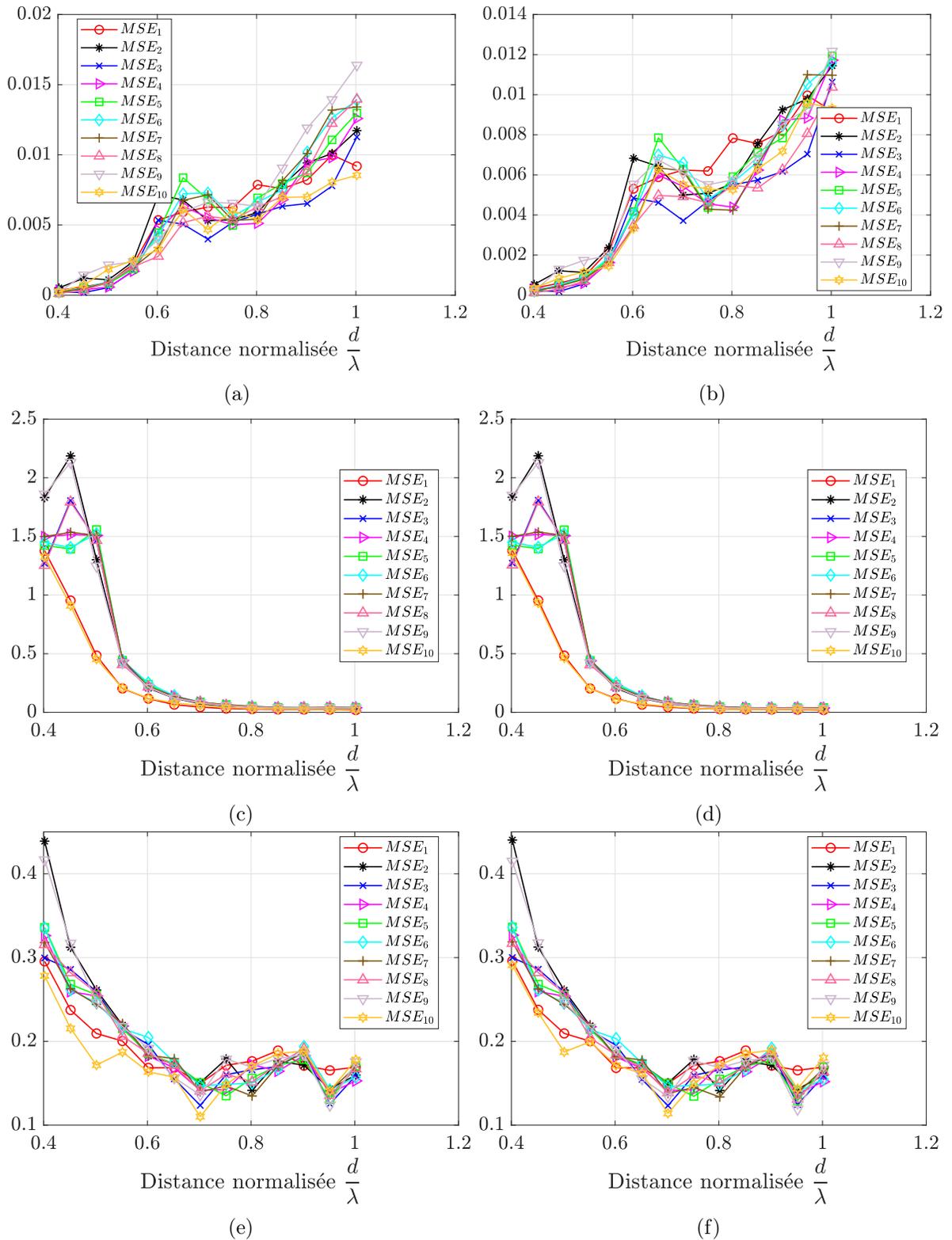


FIGURE 2.92 : MSE obtenues avec la synthèse basée sur le critère  $LS_{2_{NF3}}$  (2.92a), le critère  $LS_{2_{EM}}$  (2.92b) ou les matrices  $\underline{Z}$  ((2.92c), (2.92d)) ou  $\underline{S}$  ((2.92e), (2.92f)) du réseau en utilisant le modèle sphérique ((2.92c), (2.92e)) ou les champs de chacun des éléments pris isolément obtenus à partir des simulations électromagnétiques ((2.92d), (2.92f)) pour  $N = 10$  patches et  $r = 10$  m.

Avec le réseau de dipôles, nous avons pu observer que pour des valeurs de  $r$  proches de la distance limite champ proche/champ lointain du réseau considéré, le modèle sphérique apportait une grande amélioration lors de la synthèse des diagrammes de rayonnement, en comparaison avec l’approximation champ lointain. En revanche, sur les réseaux de patchs étudiés, l’utilisation du modèle sphérique donne des résultats très proches de ceux obtenus en utilisant l’approximation champ lointain lors de la synthèse du diagramme de rayonnement de l’élément actif. La méthode d’optimisation en elle-même ne donne pas d’aussi bons résultats, avec autant de précision de synthèse, que ce qui a été noté sur les réseaux de dipôles étudiés. En fait, les dimensions du plan de masse de l’élément rayonnant changent selon que cet élément est pris isolément ou intégré au sein d’un réseau. Ce changement d’environnement non pris en compte dans la méthode d’optimisation est une hypothèse d’explication des différences de précision observées.

### 2.3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons repris la méthode IEMF qui a été développée pour déterminer l’impédance mutuelle entre deux dipôles linéaires et fins. Nous avons montré qu’il est possible d’étendre la méthode IEMF au cas d’un réseau linéaire uniforme de  $N$  éléments pour déterminer l’impédance mutuelle entre les différents éléments du réseau. Cette extension de la méthode IEMF s’est faite sous la condition que les éléments constituant le réseau soient de type “minimum scatterers”, c’est-à-dire à faible diffusion. Nous avons vu que les dipôles très fins (de rayon  $10^{-6}\lambda$  par exemple) respectaient parfaitement cette condition (il faut respecter une distance inter-élément d’au moins  $0.07\lambda$  si on tolère une erreur de 2 % sur les impédances mutuelles calculées en considérant que les autres dipôles environnants sont en circuit ouvert). Lorsqu’on considère des dipôles moins fins (de rayon  $10^{-3}\lambda$ ), nous avons vu que la condition de “minimum scatterers” est respectée lorsque la distance inter-élément  $d$  est supérieure à  $0.25\lambda$  (en tolérant une erreur de 5 % sur les impédances mutuelles calculées en minimisant l’influence des dipôles environnant).

Nous avons ensuite présenté la méthode de l’élément actif ainsi que les méthodes de synthèse utilisant les matrices  $\underline{Z}$  ou  $\underline{S}$  du réseau telles que données dans la littérature. Nous avons montré qu’il était possible de synthétiser analytiquement le diagramme de rayonnement de l’élément actif d’un réseau constitué d’un nombre quelconque d’éléments simples (jusqu’à 10 dipôles) dont la matrice impédance et le diagramme de rayonnement de chacun des éléments pris isolément peuvent être calculés analytiquement.

Pour des éléments plus complexes pour lesquels la condition de “minimum scatterer” n’est pas forcément respectée et/ou dont les expressions analytiques sont difficiles à déterminer pour calculer les impédances mutuelles ou le diagramme de rayonnement de l’élément isolé, nous avons proposé une méthode d’optimisation au sens des moindres carrés pour synthétiser le diagramme de rayonnement de l’élément actif d’un réseau linéaire uniforme de  $N$  dipôles. Nous avons d’abord utilisé l’approximation champ lointain pour prendre en compte la position des différents éléments du réseau. Nous avons vu qu’elle ne permet pas de respecter ce que nous avons appelé la symétrie du réseau : les éléments  $n$  et  $(N - m + 1)$  du réseau devraient avoir les mêmes erreurs de synthèse conduisant aux mêmes MSE. Or, l’approximation champ lointain donne des MSE d’autant plus disparates que l’élément considéré est loin de l’origine du repère. Cette disparité est due au fait que la direction d’observation supposée être la même sur tous les éléments du réseau est en fait différente d’un élément à l’autre. Les erreurs sur la direction d’observation sont cependant d’autant plus faibles que la distance d’observation  $r$  est grande. Mais plus la valeur de  $r$  est voisine de la limite champ proche/champ lointain du réseau, plus ces erreurs vont être importantes même si on est encore en champ lointain. Nous avons vu qu’avec les effets du couplage mutuel, ces erreurs sur la direction d’observation pouvaient conduire à des erreurs de phase sur les champs synthétisés supérieures à la limite de  $\pi/20$  rad ( $9^\circ$ ) associée à la limite champ proche/champ lointain que

nous avons utilisée. Nous avons donc proposé un modèle sphérique de rayonnement qui a permis de réduire les erreurs de phase (et aussi de module) sur les champs synthétisés, et ainsi de réduire le non-respect de la symétrie sur les MSE des éléments du réseau les plus éloignés de l'origine du repère. L'intérêt du modèle sphérique se note donc davantage lorsqu'on se rapproche du champ proche du réseau. Pour des réseaux comprenant beaucoup d'éléments, ce modèle sphérique permet de faire une bonne synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif dans le champ proche du réseau. Notons toutefois que la détermination de ce modèle sphérique n'a été possible que sous l'hypothèse que l'angle d'observation  $\psi$  reste aussi le même quel que soit l'élément du réseau considéré. Cela constitue une limite pour ce modèle sphérique, limite qui a pu être contournée par l'utilisation des champs rayonnés par chacun des éléments du réseau considéré pris isolément issus des simulations électromagnétiques. Néanmoins, malgré ces limites, l'intérêt du modèle sphérique réside dans le fait qu'il permet d'avoir, en première approximation, une assez bonne synthèse des champs rayonnés sans devoir passer par le simulateur électromagnétique. L'obtention des champs rayonnés par les éléments du réseau pris isolément à partir des simulations électromagnétiques peut en effet prendre un certain temps si le réseau comprend beaucoup d'éléments et si on veut étudier plusieurs valeurs de distance inter-élément. La méthode de synthèse que nous avons proposée a par ailleurs été comparée à la méthode de synthèse utilisant la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  du réseau ([3], [26]) et a donné à chaque fois de meilleurs résultats en termes de MSE.

Nous avons finalement étendu les différentes méthodes de synthèse étudiées au cas de réseau constitués de patchs. Nous avons vu qu'en général, la méthode d'optimisation fournissait la meilleure synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif parmi les différentes méthodes étudiées. Cependant, nous avons vu qu'en termes de MSE, les diagrammes de rayonnement synthétisés sur les réseaux de patchs étudiés sont moins précis que ceux synthétisés sur les réseaux de dipôles. En plus de l'effet du couplage mutuel entre les éléments du réseau, les effets de bord sur le plan de masse viennent introduire des erreurs supplémentaires. Ces effets, non pris en compte lors de la synthèse des diagrammes de rayonnement des différents éléments actifs du réseau de patchs, font que cette dernière est moins précise que la synthèse des diagrammes de rayonnement des éléments actifs du réseau de dipôles, que cela soit avec les méthodes conventionnelles basées sur les matrices  $\underline{\underline{Z}}$  ou  $\underline{\underline{S}}$  ou avec la méthode d'optimisation que nous avons proposée.



## Chapitre 3

# Application de la modélisation du couplage mutuel au radar MIMO

Les algorithmes de détection du radar MIMO sont généralement développés en supposant que les éléments des réseaux émetteur et récepteur ont les mêmes caractéristiques (même gain, même diagramme de rayonnement,...) ([29], [30], [31], [32]). En réalité, ce n'est pas le cas. Par effet du couplage mutuel, les caractéristiques intrinsèques des éléments des réseaux émetteur et récepteur sont modifiées. La non prise en compte de cette modification dans les algorithmes d'estimation de direction d'arrivée du radar MIMO peut altérer les performances de ces algorithmes, d'où la nécessité de prendre en compte les effets du couplage mutuel dans les algorithmes de détection, mais aussi dans les techniques de synthèse de formes d'onde du radar MIMO.

Dans ce chapitre, nous présentons le radar MIMO ainsi que le modèle des signaux reçus avec et sans la prise en compte du couplage mutuel présent entre les éléments des réseaux émetteur et récepteur du radar MIMO. Dans un vrai système MIMO, chaque antenne des réseaux émetteur et récepteur possède sa propre architecture RF (générateur de signaux, amplificateur, analyseur de signaux,...). Pour réduire la complexité d'un tel système, une plateforme expérimentale de radar MIMO à antennes colocalisées, composée d'une seule antenne émettrice et d'une seule antenne réceptrice qui se déplacent en des positions prédéfinies (et donc d'une seule architecture d'émission et d'une seule architecture de réception), a été développée lors de précédents travaux [28]. Nous présentons cette plateforme dans la section 3.3, son fonctionnement ainsi que ses limites. Dans le souci de retrouver expérimentalement les signaux reçus par un vrai radar MIMO sur lesquels les algorithmes d'estimation de direction d'arrivée sont appliqués, nous proposons de reconstituer le couplage mutuel sur la plateforme expérimentale. Pour ce faire, nous utilisons la méthode de synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif que nous avons proposée dans le chapitre 2 et qui est basée sur la résolution de problèmes d'optimisation au sens des moindres carrés, pour synthétiser ce diagramme de rayonnement à chacune des positions de l'antenne qui se déplace sur la plateforme expérimentale.

### 3.1 Introduction au radar MIMO

Un radar (RAdio Detection And Ranging) est un système qui émet des ondes électromagnétiques et analyse l'écho réfléchi par un objet (une cible) pour donner des informations sur sa position (distance et direction) et sa vitesse. La capacité de rétrodiffusion d'un signal radar par une cible est liée à la Surface Equivalente Radar (SER) (en anglais Radar Cross Section (RCS)). Elle mesure la partie de l'énergie du faisceau réfléchi vers le radar par rapport à l'énergie totale arrivant sur la cible. Elle dépend entre autres de la nature de l'objet, du rayonnement de l'onde

émise par le radar et des angles d'incidence et de réflexion de l'onde.

### 3.1.1 Principe et intérêt du radar MIMO

Un radar MIMO (Multiple Input Multiple Output) est une architecture radar qui utilise un réseau de multiples antennes émettrices et réceptrices, dans lequel les formes d'ondes émises peuvent être indépendantes (voir figure 3.1). Un tel système permet d'améliorer les performances de détection et de localisation par rapport à celles obtenues avec un radar à réseau phasé dans lequel la même forme d'onde est émise par chacun des éléments du réseau. Le radar MIMO permet également la détection simultanée de plusieurs cibles. De plus, la technique MIMO offre la possibilité de synthétiser le diagramme de rayonnement désiré par une définition judicieuse des formes d'ondes émises [36]. Il offre une meilleure résolution que le radar à réseau phasé et une grande capacité à rejeter les interférences [37].

### 3.1.2 Types de radars MIMO

Il existe deux types de radars MIMO : le radar MIMO à antennes distribuées et le radar MIMO à antennes colocalisées. Dans un système de radar MIMO à antennes distribuées, la séparation entre les éléments du réseau est grande par rapport à la longueur d'onde, ce qui permet d'exploiter la diversité spatiale de la surface équivalente radar de la cible ([38], [39], [40]). Le radar MIMO à antennes colocalisées utilise des réseaux dans lesquels les éléments sont proches les uns des autres (de l'ordre de la demi longueur d'onde). Il offre une grande flexibilité pour la synthèse de diagrammes de rayonnement désirés. En effet, les diagrammes de rayonnement peuvent être synthétisés de façon à vérifier un gabarit prédéfini, par exemple tel qu'un ou plusieurs lobes principaux soient dirigés vers la ou les cibles et que les lobes secondaires soient fortement atténués [41]. Ce type de radar permet également d'avoir une bonne résolution grâce à un traitement cohérent des signaux reçus ([39], [37]).

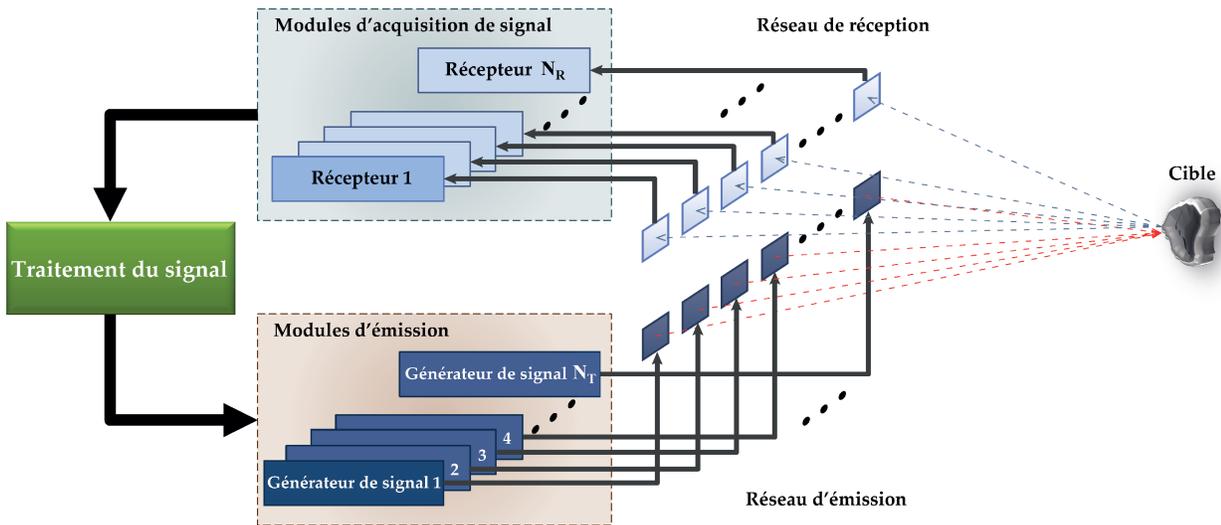


FIGURE 3.1 : Principe du radar MIMO à antennes colocalisées.

### 3.1.3 Applications du radar MIMO

Les applications du radar MIMO sont diverses. On peut citer :

- les applications terrestres pour la détection de mines anti-personnel [42] ou de survivants lors de catastrophes naturelles,
- les applications pour la surveillance maritime [43] ou la détection de tsunamis [44],
- les applications aériennes pour la surveillance et le contrôle du trafic aérien [45],
- les applications pour la météorologie,
- les applications médicales pour la détection de cancer [46].

## 3.2 Présentation du modèle des signaux reçus

### 3.2.1 Modèle des signaux reçus sans prise en compte du couplage mutuel

On considère un radar MIMO bande étroite à antennes colocalisées dont les éléments des réseaux émetteur et récepteur sont identiques et de gain unité (voir figure 3.2). Le modèle bande de base des signaux reçus (sur lequel seront appliqués les algorithmes de détection) est décrit par [28] :

$$\underline{\underline{X}} = \sum_{k=1}^K \beta_k \underline{\underline{a}}_R^*(\theta_{c_k}, r) \underline{\underline{a}}_T^H(\theta_{c_k}, r) \underline{\underline{C}} + \underline{\underline{B}} \quad (3.1)$$

où

- $\underline{\underline{X}} = [\underline{x}(1) \cdots \underline{x}(N_s)]$  est la matrice  $N_R \times N_s$  des signaux reçus avec  $\underline{x}(n) = [x_1(n) \cdots x_{N_R}(n)]^T$  le vecteur des échantillons des signaux reçus sur toutes les antennes réceptrices à temps discret<sup>1</sup>,  $N_R$  le nombre d'éléments du réseau récepteur et  $N_s$  le nombre d'échantillons du signal,
- $K$  est le nombre de cibles,
- $\theta_{c_k}$  est la direction angulaire de la  $k^{\text{ième}}$  cible ( $k = 1, \dots, K$ ),
- $\beta_k$  est le coefficient de réflexion de la  $k^{\text{ième}}$  cible ( $k = 1, \dots, K$ ),
- $\underline{\underline{a}}_T(\theta, r)$  est le vecteur directionnel sphérique à l'émission défini par :

$$\underline{\underline{a}}_T(\theta, r) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\|\underline{\underline{R}}_{t,1}\|} e^{jk_{t,1}^T \underline{\underline{R}}_{t,1}} \\ \vdots \\ \frac{1}{\|\underline{\underline{R}}_{t,N_T}\|} e^{jk_{t,N_T}^T \underline{\underline{R}}_{t,N_T}} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

avec  $\underline{k}_{t,i} = \frac{2\pi}{\lambda} [\sin(\theta) \cos(\theta)]^T$  qui est le vecteur d'onde du signal émis par la  $i^{\text{ième}}$  antenne émettrice et

$$\|\underline{\underline{R}}_{t,i}\| = \sqrt{H^2 + [D - (i-1)d_T]^2} \quad (3.3)$$

$$i = 1, \dots, N_T,$$

qui est la distance de la  $i^{\text{ième}}$  antenne émettrice à la cible,  $d_T$  étant la distance entre les éléments du réseau émetteur et

$$H = r \cos(\theta),$$

$$D = r \sin(\theta)$$

étant respectivement l'abscisse et l'ordonnée de la cible (voir figure 3.2) (on pose  $\underline{\underline{R}}_{t,1} = r$ , la distance de l'origine du repère à la cible),

---

1. Les signaux  $\{x_l(n)\}_{l=1, \dots, N_R}$  sont obtenus en échantillonnant les signaux reçus  $\{x_l(t)\}_{l=1, \dots, N_R}$  à la fréquence symbole  $F_s$ , i.e.  $x_l(n) \triangleq x_l(t = \frac{n}{F_s})$  pour  $n = 1, \dots, N_s$  et  $l = 1, \dots, N_R$ .

—  $\underline{a}_R(\theta, r)$  est le vecteur directionnel sphérique à la réception défini par :

$$\underline{a}_R(\theta, r) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\|\underline{R}_{r,1}\|} e^{jk_{r,1}^T \underline{R}_{r,1}} \\ \vdots \\ \frac{1}{\|\underline{R}_{r,N_R}\|} e^{jk_{r,N_R}^T \underline{R}_{r,N_R}} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

avec  $\underline{k}_{r,l} = \frac{2\pi}{\lambda} [\sin(\theta) \cos(\theta)]^T$  qui est le vecteur d'onde du signal incident sur la  $l^{\text{ième}}$  antenne réceptrice et

$$\|\underline{R}_{r,l}\| = \sqrt{H^2 + [D - (l-1)d_R]^2} \\ l = 1, \dots, N_R, \quad (3.5)$$

qui est la distance de la  $l^{\text{ième}}$  antenne réceptrice à la cible,  $d_R$  étant la distance entre les éléments du réseau récepteur,

- $\underline{C} = [\underline{c}(1) \cdots \underline{c}(N_s)]$  est la matrice  $N_T \times N_s$  des enveloppes complexes des signaux émis avec  $\underline{c}(n) = [c_1(n) \cdots c_{N_T}(n)]^T$  le vecteur des échantillons des enveloppes complexes des signaux émis sur toutes les antennes émettrices et  $N_T$  le nombre d'éléments du réseau émetteur,
- $\underline{B}$  est la matrice  $N_R \times N_s$  du bruit à la réception.

### 3.2.2 Modèle des signaux reçus avec prise en compte du couplage mutuel

Dans un cas réel, il a été démontré dans [28] que les vraies caractéristiques de rayonnement des antennes des réseaux émetteur et récepteur du radar MIMO devaient être prises en compte dans les algorithmes d'estimation des paramètres des cibles pour ne pas fausser cette estimation. Dans ce cas, le modèle bande de base des signaux reçus est décrit par :

$$\underline{X} = \sum_{k=1}^K \beta_k \tilde{\underline{a}}_R^*(\theta_{c_k}, r) \tilde{\underline{a}}_T^H(\theta_{c_k}, r) \underline{C} + \underline{B} \quad (3.6)$$

où

$$\tilde{\underline{a}}_T(\theta, r) = \begin{bmatrix} g_{t,1}^*(\theta) \frac{1}{\|\underline{R}_{t,1}\|} e^{jk_{t,1}^T \underline{R}_{t,1}} \\ \vdots \\ g_{t,N_T}^*(\theta) \frac{1}{\|\underline{R}_{t,N_T}\|} e^{jk_{t,N_T}^T \underline{R}_{t,N_T}} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

et

$$\tilde{\underline{a}}_R(\theta, r) = \begin{bmatrix} g_{r,1}^*(\theta) \frac{1}{\|\underline{R}_{r,1}\|} e^{jk_{r,1}^T \underline{R}_{r,1}} \\ \vdots \\ g_{r,N_R}^*(\theta) \frac{1}{\|\underline{R}_{r,N_R}\|} e^{jk_{r,N_R}^T \underline{R}_{r,N_R}} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

sont les vecteurs directionnels des réseaux émetteur et récepteur respectivement avec  $g_{t,i}(\theta)$  et  $g_{r,l}(\theta)$  qui sont les diagrammes de rayonnement des éléments actifs des réseaux émetteur et récepteur ( $i = 1, \dots, N_T$  et  $l = 1, \dots, N_R$ ).

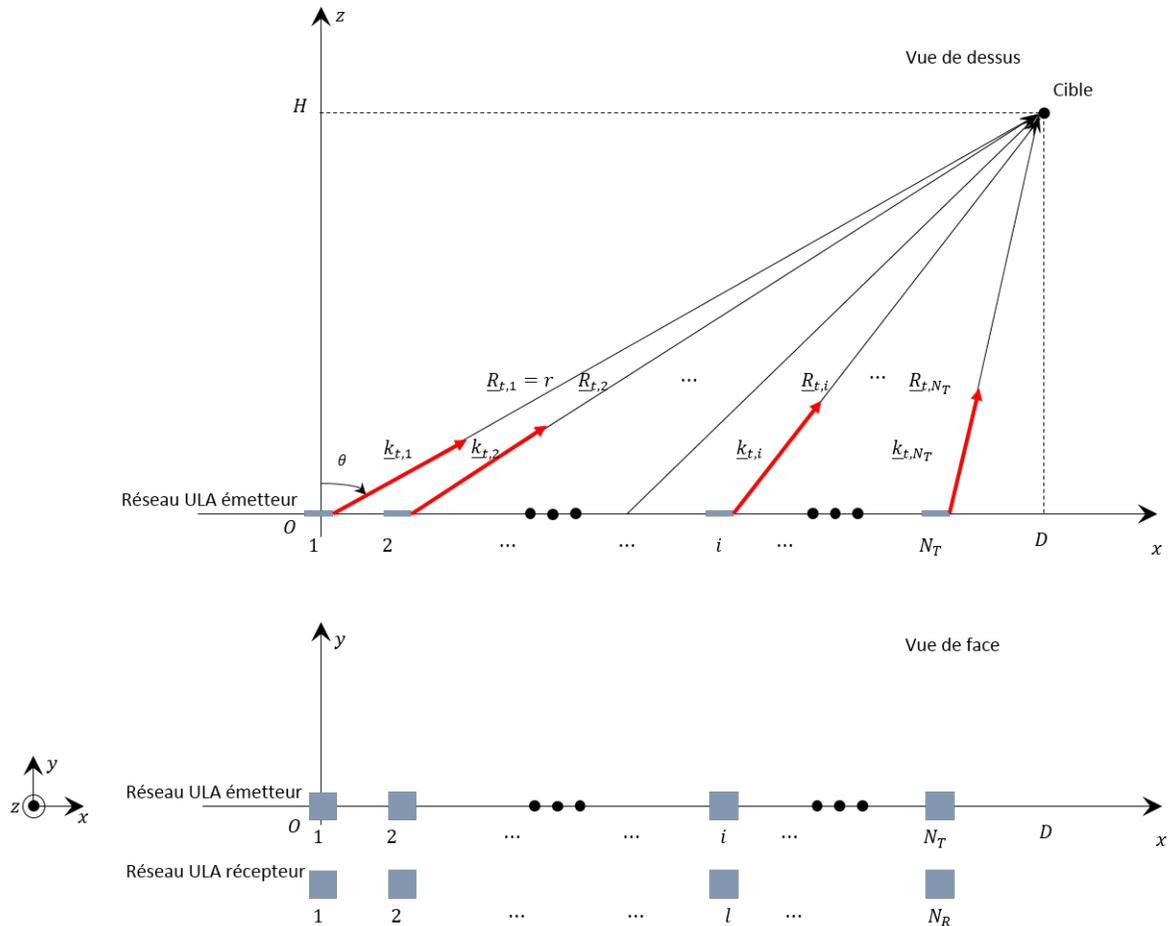


FIGURE 3.2 : Radar MIMO à antennes colocalisées.

### 3.3 Plateforme expérimentale de radar MIMO à antennes colocalisées

#### 3.3.1 Fonctionnement de la plateforme expérimentale de radar MIMO à antennes colocalisées

Lors de précédents travaux [28], une plateforme expérimentale a été développée pour évaluer les performances d'un radar MIMO à antennes colocalisées en bande étroite (voir figure 3.3). Pour représenter le fonctionnement d'un vrai système MIMO, une seule antenne transmet une forme d'onde et une seule antenne reçoit les signaux réfléchis par la ou les cibles à détecter. Un système automatisé pilotant deux rails permet de positionner ces deux antennes d'émission et de réception en des points prédéfinis pour former un réseau linéaire uniforme (en anglais Uniform Linear Array (ULA)). A chaque position de l'antenne émettrice sur le réseau d'émission, l'antenne réceptrice parcourt toutes les positions sur le réseau de réception et les différentes mesures effectuées permettent de reconstituer la matrice des signaux reçus par un vrai système MIMO en utilisant le principe de superposition. La figure 3.4 montre l'architecture de cette plateforme expérimentale. Le générateur arbitraire (Arbitrary Waveform Generator (AWG)) module les signaux QPSK construits sous MATLAB avant de les émettre à une fréquence porteuse de 5.8 GHz avec une puissance de -5 dBm. Chaque trame du signal émis est constituée d'un signal de référence et

d'un signal utile. Le signal utile amplifié de 30 dB par l'amplificateur de puissance (Power Amplifier (PA)) va permettre de détecter les cibles présentes dans l'environnement du radar. Quant au signal de référence, il est transmis via le coupleur directionnel directement du générateur à l'analyseur de signaux vectoriels (Vectorial Signal Analyzer (VSA)) pour faire la synchronisation entre les architectures d'émission et de réception [28]. L'élément SPDT (Single Port Double Throw) permet de commuter entre le signal de référence et le signal reçu par l'antenne réceptrice et amplifié par l'amplificateur faible bruit (Low Noise Amplifier (LNA)). L'analyseur de signaux fait l'acquisition des signaux reçus et leur démodulation. Ces signaux démodulés sont ensuite enregistrés pour faire le post-traitement (estimation de direction d'arrivée (ou Direction Of Arrival en anglais (DOA)) et/ou de distance). L'atténuateur variable permet d'ajuster l'amplitude du signal de référence par rapport à celle du signal utile reçu pour minimiser l'erreur de quantification lors de la conversion analogique numérique des signaux [28]. Les différentes étapes pour effectuer les mesures de DOA sont représentées sur la figure 3.5 avec :

- $N_T$  le nombre de positions de l'antenne émettrice,
- $N_R$  le nombre de positions de l'antenne réceptrice,
- $N_{rep}$  le nombre de répétitions d'une campagne de mesures (une campagne de mesures est obtenue lorsque les antennes émettrice et réceptrice ont parcouru toutes les positions du réseau linéaire uniforme),
- $n_T$  la position courante de l'antenne émettrice,
- $n_R$  la position courante de l'antenne réceptrice,
- $n_{wf}$  la forme d'onde émise par le générateur,
- $rep$  la répétition (la campagne de mesures) courante ( $rep = 1, \dots, N_{rep}$ ).

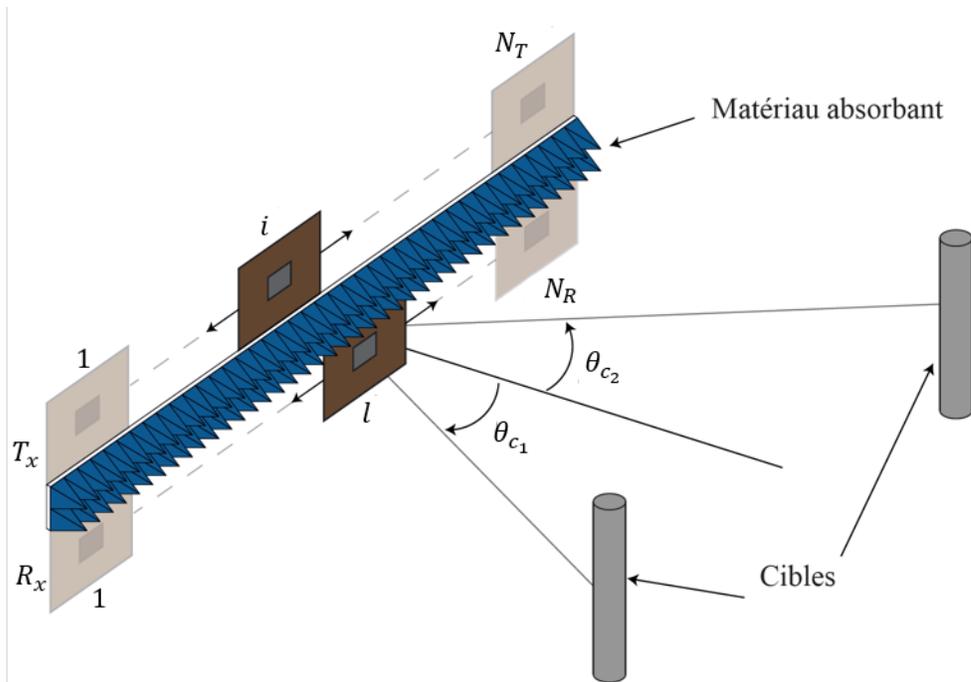


FIGURE 3.3 : Configuration de la plateforme expérimentale.

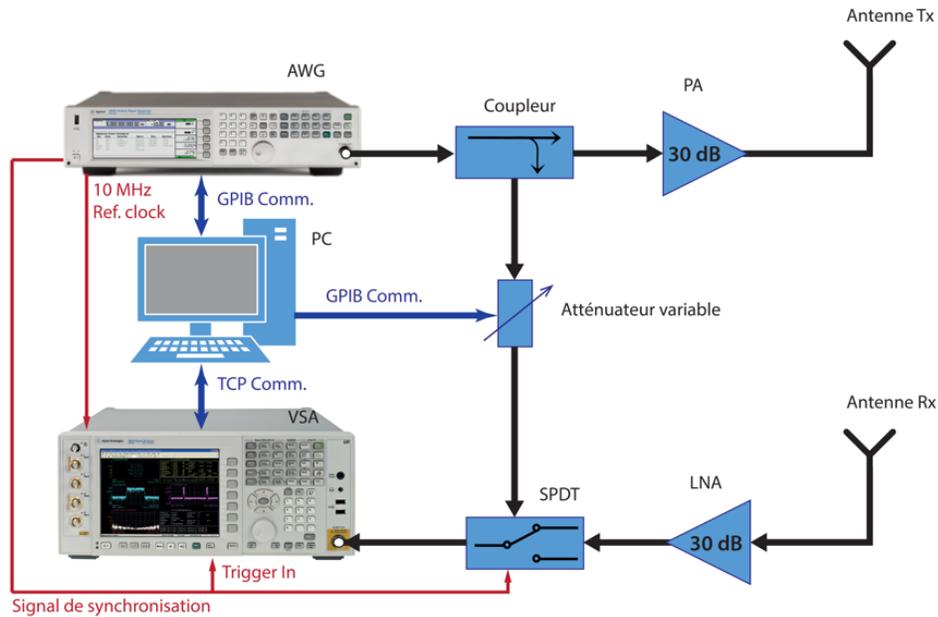


FIGURE 3.4 : Architecture RF de la plateforme expérimentale.

### 3.3.2 Limites de la plateforme expérimentale de radar MIMO à antennes colocalisées

Considérons un réseau de  $N = 6$  antennes imprimées dont les caractéristiques sont celles données dans le tableau 2.9. La distance entre les bords de deux antennes consécutives est de  $300 \mu\text{m}$ , ce qui correspond à une distance inter-élément  $d \simeq 0.39\lambda$  (la fréquence de travail étant  $f = 5.8 \text{ GHz}$  et la longueur des patches étant de  $20 \text{ mm}$ ). Nous avons mesuré le diagramme de rayonnement de chacun des six éléments actifs de ce réseau ; la charge terminale sur les éléments non alimentés du réseau est prise égale à  $Z_0 = 50 \Omega$ . Ensuite, pour simuler le fonctionnement d'un tel réseau sur la plateforme expérimentale, nous avons déplacé une antenne imprimée (antenne sous test) de mêmes caractéristiques sur le rail en des positions espacées de la même distance  $d \simeq 0.39\lambda$ . La figure 3.6 permet de comparer les diagrammes de rayonnement obtenus lorsque l'antenne imprimée isolée parcourt les six positions formant le réseau de six antennes imprimées (la position  $m$  sur la plateforme expérimentale correspond à l'élément  $m$  sur le réseau) aux diagrammes de rayonnement obtenus sur les six éléments actifs du réseau de six antennes imprimées. On peut voir que le diagramme de rayonnement de l'antenne imprimée isolée placée à la position  $m$  sur la plateforme expérimentale ( $E_{ism}^{mes.}(\theta)$ ) est bien différent de celui de l'élément actif  $m$  du réseau ( $E_m^{mes.}(\theta)$ ) ( $m = 1, \dots, N$ ). Il est alors important de reconstituer le diagramme de rayonnement de l'élément actif sur la plateforme expérimentale pour inclure les caractéristiques réelles de rayonnement des éléments formant les réseaux émetteur et récepteur du radar MIMO à antennes colocalisées et ainsi avoir une estimation plus réaliste des paramètres des cibles. Pour ce faire, nous allons utiliser la méthode de synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif basée sur la résolution de problème d'optimisation au sens des moindres carrés que nous avons proposée dans le chapitre 2 pour reconstituer le diagramme de rayonnement de l'élément actif sur la plateforme expérimentale.

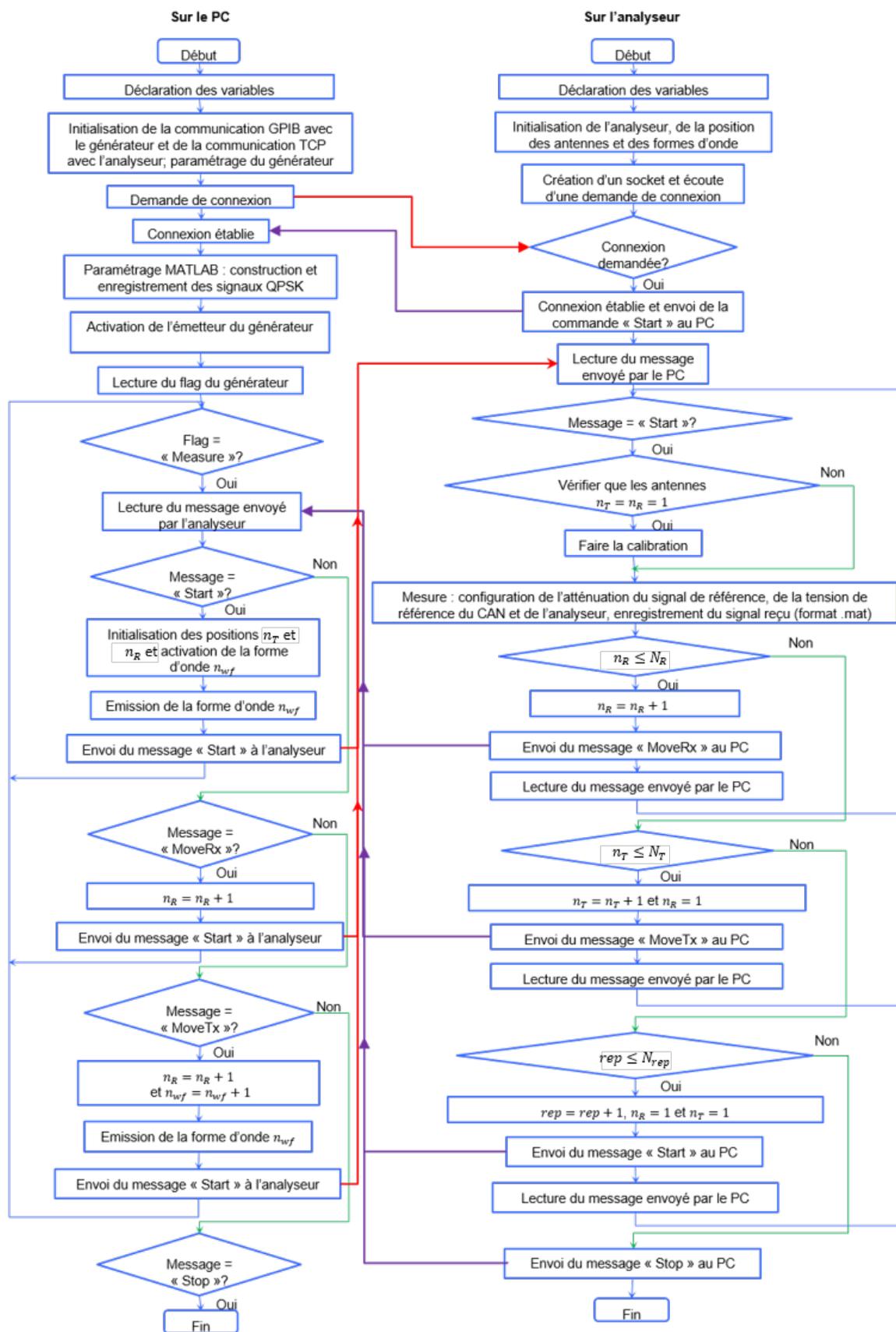


FIGURE 3.5 : Schéma de l'algorithme de fonctionnement de la plateforme expérimentale de radar MIMO à antennes colocalisées.

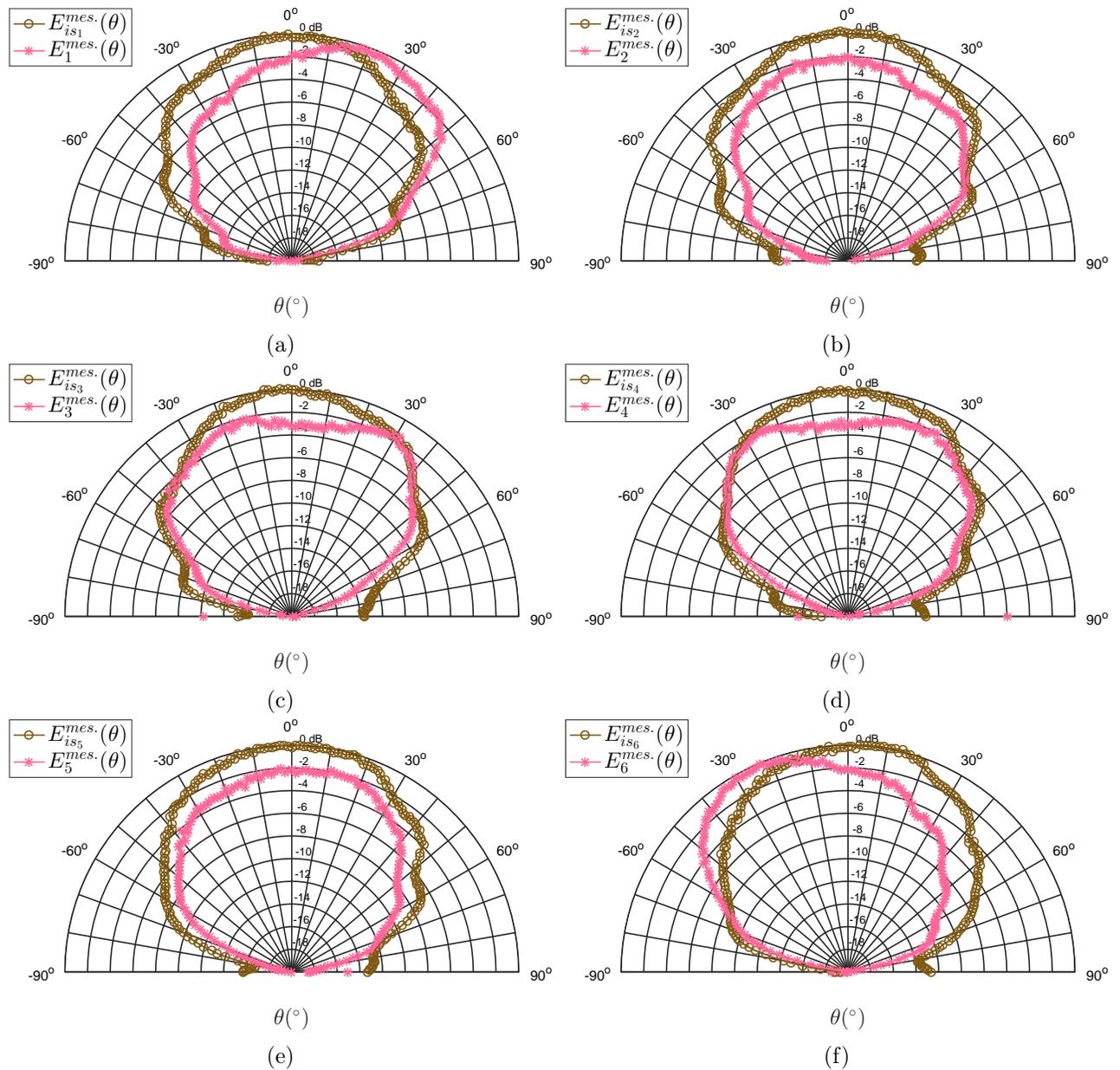


FIGURE 3.6 : Modules en dB des diagrammes de rayonnement mesurés sur les six éléments actifs du réseau d’antennes imprimées ( $E_m^{mes.}(\theta)$ ) et des diagrammes de rayonnement mesurés lorsque l’antenne imprimée isolée se déplace sur la plateforme expérimentale ( $E_{is_m}^{mes.}(\theta)$ ) ( $m = 1, \dots, N$ ).

### 3.4 Reconstitution du diagramme de rayonnement de l'élément actif sur la plateforme expérimentale

Dans cette section, nous souhaitons reconstituer le diagramme de rayonnement de l'élément actif d'un réseau d'antennes imprimées sur la plateforme expérimentale à partir du diagramme de rayonnement de l'antenne imprimée isolée qui se déplace. En nous basant sur le modèle du champ rayonné par l'élément actif que nous avons proposé dans le chapitre 2, le champ rayonné par le  $m^{\text{ième}}$  élément actif d'un réseau d'antennes imprimées peut être modélisé comme suit :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{mLS_{2NF3}}^e(\theta) &= E_{is}^{mes.}(\theta) \sum_{n=1}^N A_{nm} e^{jk\alpha_n(\theta)}, \\ m &= 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (3.9)$$

où

$$\begin{aligned} \alpha_n(\theta) &= (n-1)d \sin(\theta) - \frac{1}{2} \frac{(n-1)^2 d^2}{r} \cos^2(\theta) \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{(n-1)^3 d^3}{r^2} \sin(\theta) \cos^2(\theta) \\ &\quad + \frac{1}{8} \frac{(n-1)^4 d^4}{r^3} (1 - 6 \sin^2(\theta)). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Dans l'équation (3.9),  $\tilde{E}_{mLS_{2NF3}}^e(\theta)$  représente le diagramme de rayonnement de l'élément actif  $m$  du réseau obtenu à partir du diagramme de rayonnement de l'antenne imprimée isolée placée à l'origine du repère ( $E_{is}^{mes.}(\theta)$ ) et en utilisant les pondérations  $A_{nm}$  solutions du problème d'optimisation  $LS_{2NF3}$  que nous rappelons ci-après :

$$LS_{2NF3} : \min_{\{A_{nm}\}_{n=1, \dots, N}} \left( \sum_{\theta} |E_m^{EM}(\theta) - E_{is}(\theta) \sum_{n=1}^N A_{nm} e^{jk\alpha_n(\theta)}|^2 \right), \quad (3.11)$$

$$m = 1, \dots, N.$$

où  $E_m^{EM}(\theta)$  est le champ rayonné par l'élément actif  $m$  du réseau et  $E_{is}(\theta)$  est le champ rayonné par l'élément isolé placé à l'origine du repère, ces deux champs étant obtenus à partir des simulations électromagnétiques sous HFSS.

Nous allons également synthétiser le diagramme de rayonnement de l'élément actif à partir de  $E_{is}^{mes.}(\theta)$  en utilisant les pondérations  $A_{nm}$  solutions du problème d'optimisation  $LS_{2NF3,mes.}$  décrit par (3.12) :

$$LS_{2NF3,mes.} : \min_{\{A_{nm}\}_{n=1, \dots, N}} \left( \sum_{\theta} |E_m^{mes.}(\theta) - E_{is}^{mes.}(\theta) \sum_{n=1}^N A_{nm} e^{jk\alpha_n(\theta)}|^2 \right), \quad (3.12)$$

$$m = 1, \dots, N.$$

Les champs des éléments actifs synthétisés seront alors notés  $\tilde{E}_{mLS_{2NF3}}^e(\theta)$ .

La figure 3.7 permet de comparer les diagrammes de rayonnement obtenus à partir des simulations électromagnétiques ( $E_m^{EM}(\theta)$ ) à ceux synthétisés selon les critères décrits par (3.11) ( $\tilde{E}_{mLS_{2NF3}}^e(\theta)$ ) et (3.12) ( $\tilde{E}_{mLS_{2NF3}}^e(\theta)$ ) ( $m = 1, \dots, N$ ). La comparaison est aussi faite avec les diagrammes de rayonnement mesurés ( $E_m^{mes.}(\theta)$ ) sur les six éléments actifs du réseau d'antennes imprimées. Il y a quelques différences entre les diagrammes de rayonnement des éléments actifs obtenus à partir des simulations électromagnétiques et ceux obtenus à partir des mesures qui ont été effectuées. Nous pouvons remarquer que les diagrammes synthétisés à partir du diagramme

de rayonnement mesuré de l'antenne imprimée isolée placée à l'origine du repère et des pondérations  $A_{nm}$  obtenues à partir des données de mesure ( $\tilde{E}_{mLS_2NF_3}^e(\theta)$ ) correspondent mieux aux diagrammes mesurés que les diagrammes synthétisés avec le diagramme de rayonnement mesuré de l'antenne imprimée placée à l'origine du repère et les pondérations calculées avec les données de simulation ( $\tilde{E}_{mLS_2NF_3}^e(\theta)$ ). Toutefois ces derniers diagrammes de rayonnement ( $\tilde{E}_{mLS_2NF_3}^e(\theta)$ ) sont beaucoup plus proches des diagrammes de rayonnement des éléments actifs du réseau que ne le sont les diagrammes de rayonnement de l'antenne isolée qui se déplace sur la plateforme expérimentale représentés sur la figure 3.6. Nous avons récapitulé dans les tableaux 3.1 à 3.4 les pondérations  $A_{nm}$  trouvées avec les données de mesure et celles trouvées avec les données de simulation. On a quelques différences sur les pondérations  $A_{nm}$  trouvées avec les deux critères d'optimisation, notamment sur leurs phases où les erreurs cumulées sur les six coefficients  $A_{nm}$  intervenant dans la synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif  $m$  sont maximales pour  $m = 3$  ( $127.10^\circ$  d'erreurs cumulées contre  $72.30^\circ$  d'erreurs cumulées si on considère l'élément  $m = 6$  par exemple). Cela pourrait expliquer la différence notée entre les diagrammes de rayonnement synthétisés selon le critère décrit par (3.11) et selon le critère décrit par (3.12). Le critère (3.12) permet cependant d'avoir, en première approximation, une bonne estimation des diagrammes de rayonnement des éléments actifs du réseau d'antennes imprimées.

Tableau 3.1 : Modules des pondérations  $A_{nm}$  solutions du problème d'optimisation décrit par (3.11).

$A_{nm}$		Indice $n$					
		1	2	3	4	5	6
Indice $m$	1	0.80	0.34	0.22	0.12	0.08	0.06
	2	0.29	0.59	0.27	0.18	0.13	0.12
	3	0.19	0.24	0.59	0.24	0.16	0.16
	4	0.15	0.17	0.23	0.58	0.25	0.18
	5	0.12	0.13	0.19	0.27	0.59	0.29
	6	0.06	0.08	0.12	0.23	0.34	0.80

Tableau 3.2 : Modules des pondérations  $A_{nm}$  solutions du problème d'optimisation décrit par (3.12).

$A_{nm}$		Indice $n$					
		1	2	3	4	5	6
Indice $m$	1	0.89	0.30	0.18	0.06	0.06	0.05
	2	0.23	0.70	0.26	0.16	0.12	0.09
	3	0.11	0.26	0.66	0.25	0.14	0.15
	4	0.14	0.11	0.27	0.68	0.18	0.20
	5	0.11	0.08	0.14	0.28	0.70	0.20
	6	0.05	0.04	0.08	0.14	0.29	0.82

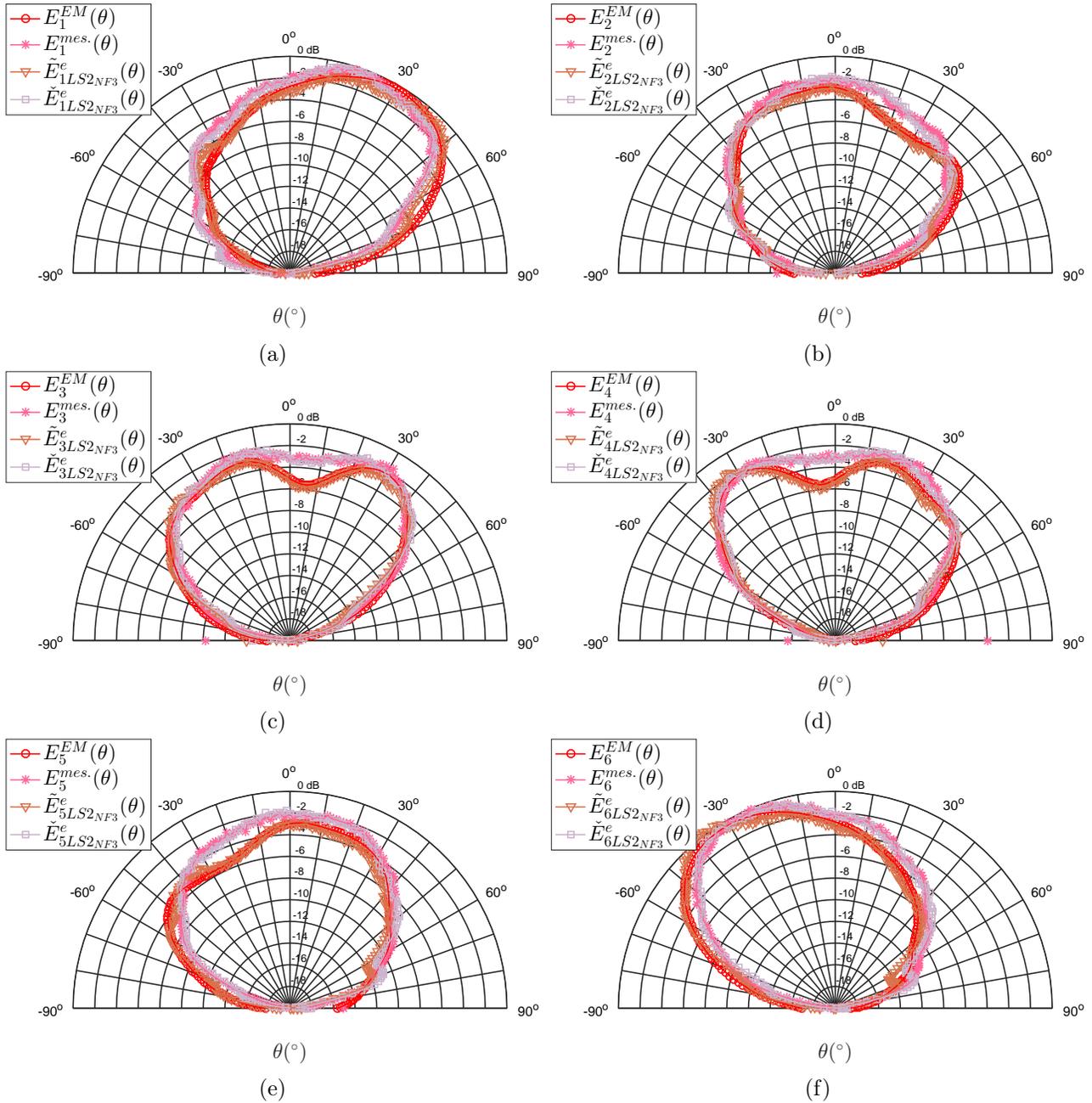


FIGURE 3.7 : Modules en dB des diagrammes de rayonnement obtenus à partir des simulations électromagnétiques ( $E_m^{EM}(\theta)$ ), synthétisés selon les critères décrits par (3.11) ( $\tilde{E}_{mLS2NF3}^e(\theta)$ ) et (3.12) ( $\tilde{E}_{mALS2NF3}^e(\theta)$ ) ou mesurés ( $E_m^{mes.}(\theta)$ ) sur les six éléments actifs du réseau d'antennes imprimées.

Tableau 3.3 : Phases en  $^\circ$  des pondérations  $A_{nm}$  solutions du problème d'optimisation décrit par (3.11).

$A_{nm}$		Indice $n$					
		1	2	3	4	5	6
Indice $m$	1	10.68	-77.88	-178.05	70.05	-41.20	146.44
	2	-78.25	22.57	-51.70	-154.79	104.36	-55.58
	3	-164.27	-55.13	16.98	-58.64	-147.57	86.89
	4	85.26	-145.31	-57.64	16.60	-58.08	-162.97
	5	-52.28	101.18	-153.15	-50.14	23.58	-80.07
	6	150.94	-47.60	71.10	-176.79	-77.73	10.67

Tableau 3.4 : Phases en  $^\circ$  des pondérations  $A_{nm}$  solutions du problème d'optimisation décrit par (3.12).

$A_{nm}$		Indice $n$					
		1	2	3	4	5	6
Indice $m$	1	8.87	-70.39	-161.07	100.03	-38.46	113.83
	2	-90.58	26.94	-33.51	-138.83	128.27	-61.17
	3	-121.43	-57.77	26.75	-35.30	-118.17	105.88
	4	119.50	-136.31	-48.70	27.94	-50.91	-125.77
	5	-40.64	117.97	-143.61	-51.76	24.77	-40.88
	6	146.89	-24.18	87.16	-168.52	-62.33	15.78

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la plateforme expérimentale de radar MIMO à antennes colocalisées qui a été développée dans [28]. De par sa constitution, (une seule antenne émettrice et une seule antenne réceptrice qui se déplacent sur des rails en des positions prédéfinies), la plateforme expérimentale qui a été développée ne tient pas compte des conditions réelles de fonctionnement d'un radar MIMO. Bien qu'une technique de réduction du crosstalk (couplage entre les réseaux émetteur et récepteur) ait été proposée dans [28], le couplage mutuel présent entre les éléments du réseau émetteur (ou récepteur) est inexistant sur la plateforme expérimentale. Nous avons montré par des mesures qu'il peut y avoir de grandes différences entre le diagramme de rayonnement de l'élément isolé qui est positionné sur le rail à une distance  $d_m = (m - 1)d$  de l'origine du repère et le diagramme de rayonnement de l'élément actif  $m$  du réseau. Nous avons utilisé la méthode de synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif que nous avons proposée dans le chapitre 2 (basée sur la résolution de problèmes d'optimisation au sens des moindres carrés) pour synthétiser ce diagramme de rayonnement sur la plateforme expérimentale avec les pondérations  $A_{nm}$  obtenues à partir des données de simulation et le diagramme de rayonnement de l'élément isolé fourni par les mesures. Les résultats ont montré une assez bonne correspondance entre les diagrammes de rayonnement des éléments actifs synthétisés et ceux d'un vrai réseau de six patches mesurés. Ainsi, avec la synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif sur la plateforme expérimentale, le fonctionnement de cette dernière se rapproche de celui d'un vrai réseau d'antennes. Les caractéristiques réelles de rayonnement des éléments formant les réseaux émetteur et récepteur du radar MIMO peuvent alors être prises en compte dans les vecteurs directionnels utilisés dans les algorithmes d'estimation de DOA. Une étude préliminaire plus réaliste des performances d'un radar MIMO à antennes colocalisées peut alors être faite pour choisir le type et la géométrie des éléments formant les réseaux émetteur et

récepteur du radar MIMO, ainsi que la distance entre les éléments. À terme, ces pondérations pourront être prises en compte lors de la synthèse des formes d'onde émises par le radar MIMO pour améliorer les performances de ce dernier en termes d'estimation de DOA.

## Chapitre 4

# Applications de la modélisation du couplage mutuel à la technologie RFID

### 4.1 Introduction à la technologie RFID

#### 4.1.1 Définition et intérêt de la RFID

La RFID (Radio Frequency IDentification) est une technologie sans fil utilisant les signaux RF pour collecter automatiquement des données et identifier des objets ([47]-[48]). Les premiers systèmes RFID sont apparus dans les années 1970 avec déjà une portée de plusieurs mètres [47]. Aujourd'hui, la RFID connaît une croissance considérable. Elle est omniprésente dans la vie de tous les jours [49] mais également dans des applications plus avancées telles que la perception du péage [50], les systèmes d'aide aux personnes handicapées, la sécurité territoriale ou personnelle [49].

Un système RFID typique est composé d'une multitude d'étiquettes radio appelées tags rattachées à des objets à identifier et d'un lecteur encore appelé scanner radio ([51], [49]) ou station de base qui interroge les tags en vue d'avoir des informations sur les objets en question [52], comme avec le système des codes-barres (voir figure 4.1).

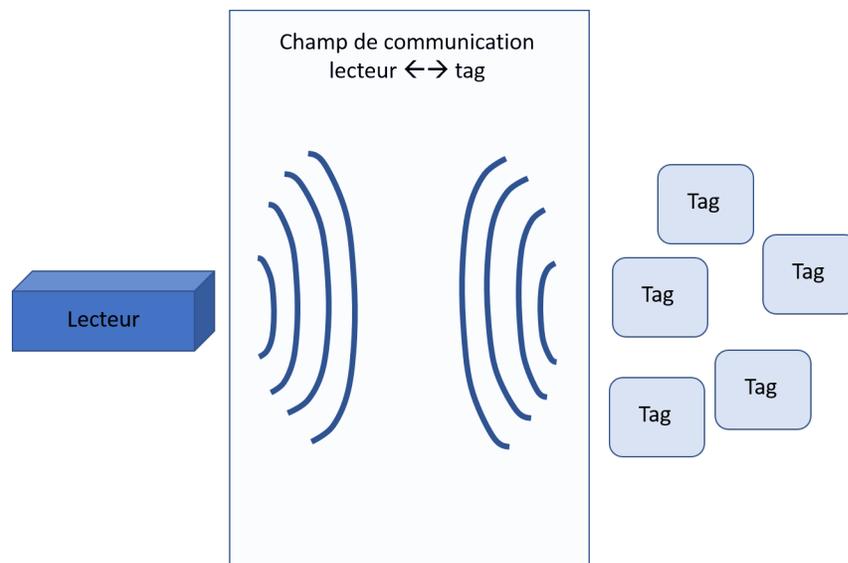


FIGURE 4.1 : Principe d'un système RFID.

La RFID a cependant des avantages sur les codes-barres. Parmi ces avantages, on peut citer le fait qu'un système RFID peut identifier plusieurs objets en même temps alors qu'un système à codes-barres ne peut identifier qu'un objet à la fois. Un autre avantage réside dans le fait que pour pouvoir communiquer en RFID, tag et lecteur n'ont pas besoin d'être en ligne de vue (Line Of Sight (LOS)) contrairement aux systèmes à codes-barres ([53], [52]).

#### 4.1.2 Principe de fonctionnement de la RFID UHF passive

D'après l'INRS (Institut National de Recherche et de Sécurité), le principe de fonctionnement de la RFID peut être résumé comme suit : "la station de base émet des ondes électromagnétiques qui induisent un courant dans l'antenne du tag. Le tag RFID émet alors, selon des fréquences définies, une suite alphanumérique fixe servant à identifier les objets étiquetés".

##### 4.1.2.1 Technologies RFID et fréquences de fonctionnement

Deux principales approches existent lors de la conception d'un système RFID pour le transfert d'énergie du lecteur vers le tag.

La première est basée sur le champ proche régnant entre le tag et le lecteur et utilise le flux magnétique existant entre eux ; la communication se fait par couplage inductif. La RFID basée sur le champ proche entre le tag et le lecteur est utilisée pour des applications courtes distances (jusqu'à 1.5 m) et fonctionne à des basses fréquences : 125 – 148 kHz et 13.56 MHz.

La deuxième approche de conception d'un système RFID est basée sur les interactions électromagnétiques en champ lointain entre le tag et le lecteur. Les distances de lecture peuvent atteindre quelques mètres [54] (voir figure 4.2). Le lecteur comprend une antenne dipôle rayonnant un champ électromagnétique. Le tag, qui comprend un dipôle plus court, reçoit ce signal qui crée une différence de potentiel alternative entre les bras du dipôle. Cette différence de potentiel redressée (avec une diode par exemple) va être accumulée dans un condensateur pour alimenter le tag qui répond à l'interrogation du lecteur par "backscattering". Le processus de "backscattering" peut être expliqué comme suit [53]. L'antenne du tag est accordée à une certaine fréquence et reçoit alors la presque totalité d'un signal se propageant dans son voisinage à une fréquence correspondant à la fréquence d'accord. En créant une désadaptation d'impédance au niveau du tag, son antenne va réfléchir (rétrodiffuser) une partie du signal reçu vers le lecteur en y incluant les informations d'identification du tag. Les systèmes RFID fonctionnant en champ lointain peuvent être limités par le niveau du signal reçu par le tag puis rétrodiffusé vers le lecteur. En effet, si on désigne par  $r$  la distance séparant le tag du lecteur, ce signal subit une première atténuation en  $\frac{1}{r^2}$  lors de sa propagation du lecteur vers le tag puis une deuxième atténuation en  $\frac{1}{r^2}$  lors de sa propagation du tag vers le lecteur. Cependant, grâce à la miniaturisation des semi-conducteurs et à l'évolution des technologies, les niveaux de sensibilité et d'activation d'un tag diminuent. La puissance nécessaire pour activer un tag est de l'ordre de quelques microwatts [53]. La communication entre le tag et le lecteur se fait en UHF (900 MHz) ou SHF (2.5 GHz). Dans la suite, nous nous intéresserons principalement à la RFID UHF.

##### 4.1.2.2 RFID passive et RFID active

On peut distinguer deux types de RFID : la RFID active et la RFID passive. Avec la RFID active, l'énergie dont les tags ont besoin est délivrée soit par une source externe, soit par une batterie intégrée ([53], [50]). Dans ce dernier cas, la durée de vie du tag, et par conséquent le nombre d'opérations de lecture que le tag peut effectuer, sont limités par la quantité d'énergie

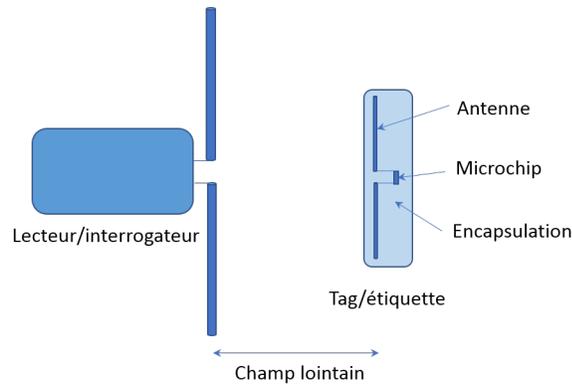


FIGURE 4.2 : Système RFID en champ lointain.

que la batterie peut fournir. L'utilisation d'une batterie augmente le coût aussi bien que la taille des tags, ce qui rend la RFID active peu attractive ([53], [50]). Les distances de lecture peuvent cependant aller jusqu'à quelques dizaines de mètres. La RFID passive ne connaît pas ces limitations puisque l'énergie nécessaire au tag est fournie par le système d'interrogation du tag lui-même ([49]-[51]), ce qui rend le tag plus facile à miniaturiser sans limite d'autonomie énergétique [53]. Le principal inconvénient de la RFID passive réside dans le fait que la distance de lecture est moins importante ([50], [52]) : elle va de quelques centimètres à quelques mètres. La RFID UHF existe en technologie active ou passive. Dans le cadre de notre travail, nous nous limiterons à la RFID UHF passive.

Un tag RFID comprend trois parties : une antenne, une puce électronique ([53], [51], [49]) et une encapsulation qui permet de garder l'intégrité du tag et de protéger la puce électronique et l'antenne des perturbations extérieures [53]. En interrogeant un tag passif, le lecteur lui fournit l'énergie nécessaire à son fonctionnement. L'énergie envoyée lorsque le lecteur interroge le tag est captée par ce dernier qui va répondre en envoyant par rétrodiffusion ("backscattering") des informations d'identification. Ce processus de "backscattering" est géré par la puce électronique qui agit comme un commutateur pour adapter ou désadapter sa charge interne à l'antenne du tag ([51], [49]).

### 4.1.3 Problématique

Depuis longtemps, la technologie RFID joue un rôle important dans la logistique industrielle. Avec la croissance de l'internet des objets (en anglais Internet of Things (IoT)), la technologie RFID devient omniprésente et incontournable [55]. Pour la traçabilité des aliments [56], l'étiquetage dans le domaine du prêt-à-porter [57] ou la logistique et la gestion de la chaîne d'approvisionnement [58], de nombreux scénarios utilisent la RFID UHF (RFID haute fréquence) pour le suivi et l'identification des produits où la densité des tags RFID est élevée. Par exemple, en logistique RFID à 865 MHz, il n'est pas rare de trouver plus d'une centaine d'objets tagués contenant une antenne dans un carton d'un mètre cube. Dans un contexte de haute densité, les fortes interactions électromagnétiques modifient les propriétés intrinsèques des antennes en termes de rayonnement et d'adaptation d'impédance. Ces modifications (distorsion du diagramme de rayonnement, désadaptation de l'impédance d'entrée) peuvent dégrader la communication entre les dispositifs. Dans le cadre des systèmes RFID, ces modifications conduisent à la non-lecture de certains tags et dégradent à la fois la plage, le débit et le taux de lecture des étiquettes.

Les travaux de recherche sur le couplage mutuel ([3], [59]) existent depuis longtemps, cependant, dans les études liées aux densités élevées d'objets connectés, l'impact du couplage mutuel

n'est pas étudié, ou l'est alors très peu. Dans [59] et [60], G. Marrocco introduit le concept de réseau RFID ou « RFID grid » pour représenter d'un point de vue électromagnétique une multitude de tags RFID UHF couplés entre eux. A partir d'une représentation multi-ports de ce réseau RFID, un modèle de bilan de liaison entre le lecteur et un tag est possible pour prédire les performances du système. Dans cette partie, nous allons utiliser et étendre le formalisme mis en œuvre dans le chapitre 2 pour étudier le comportement d'une antenne environnée. Nous présentons un modèle analytique pour estimer l'impédance d'entrée et le diagramme de rayonnement d'une antenne dipôle dans un réseau en tenant compte des effets de couplage mutuel. A terme, ce modèle pourrait être étendu pour étudier le comportement électromagnétique d'un groupe d'objets dans un contexte réel.

## 4.2 Calcul d'impédances dans un réseau de tags

Dans le chapitre 2, nous avons vu qu'il était possible de calculer l'impédance mutuelle entre deux dipôles fins placés parallèlement à l'axe  $z$  pour trois configurations différentes [12]. Dans ce chapitre, en nous aidant de la technique de H. Baker [14] pour calculer l'impédance mutuelle entre deux dipôles dans le cas où le premier qui est alimenté est droit et l'autre peut être incliné par rapport à l'axe  $z$ , nous allons proposer une formule permettant de calculer l'impédance mutuelle entre deux dipôles d'inclinaisons différentes. Ensuite, en nous basant sur l'article de Roscoe [35], nous allons généraliser ces formules pour un réseau linéaire comprenant plus de deux éléments avant de les étendre au cas d'un réseau composé d'éléments répartis aléatoirement dans le plan. Nous allons également proposer une technique de calcul de l'impédance d'un dipôle  $i$  du réseau lorsque les autres dipôles sont chargés : cette impédance, appelée impédance d'entrée, sera notée  $Z_{in_i}$ .

### 4.2.1 Impédances mutuelles

#### 4.2.1.1 Impédance mutuelle entre deux dipôles dont seul le deuxième est incliné

La formule de Baker [14] est basée sur la méthode IEMF [12]. Elle permet de calculer l'impédance mutuelle entre deux dipôles infiniment fins (dont les distributions de courant peuvent être supposées sinusoïdales), l'un de ces dipôles pouvant être incliné ou non par rapport à l'axe  $z$ . Soit  $(x, y, z)$  le repère de référence. Soit  $(x_1, y_1, z_1)$  le repère dont le centre est lié au centre du dipôle 1 et dont l'axe  $z_1$  coïncide avec l'axe du dipôle 1. Le dipôle 1 non incliné étant placé à l'origine du repère de référence et parallèlement à l'axe  $z$ , les repères  $(x, y, z)$  et  $(x_1, y_1, z_1)$  sont alors les mêmes. Soit  $(x_2, y_2, z_2)$  le repère obtenu en translatant le repère  $(x_1, y_1, z_1)$  jusqu'au centre du dipôle 2. La figure 4.3 montre le positionnement relatif des deux dipôles qui fait intervenir 7 variables : les longueurs  $L_1$  et  $L_2$  des deux dipôles, les coordonnées  $(x_{02}, y_{02}, z_{02})$  du centre du dipôle 2 dans le repère de référence  $(x, y, z)$  et les angles d'inclinaison  $\theta_2$  et  $\varphi_2$  du dipôle 2 par rapport aux axes  $z_2$  et  $x_2$  respectivement. Notons que les trois configurations (côte à côte, colinéaire, parallèle en échelon) mentionnées dans le chapitre 2 et étudiées par C. Balanis [12], sont des cas particuliers de cette configuration générale. Dans la suite, nous fixons  $x_{02} = 0$ .

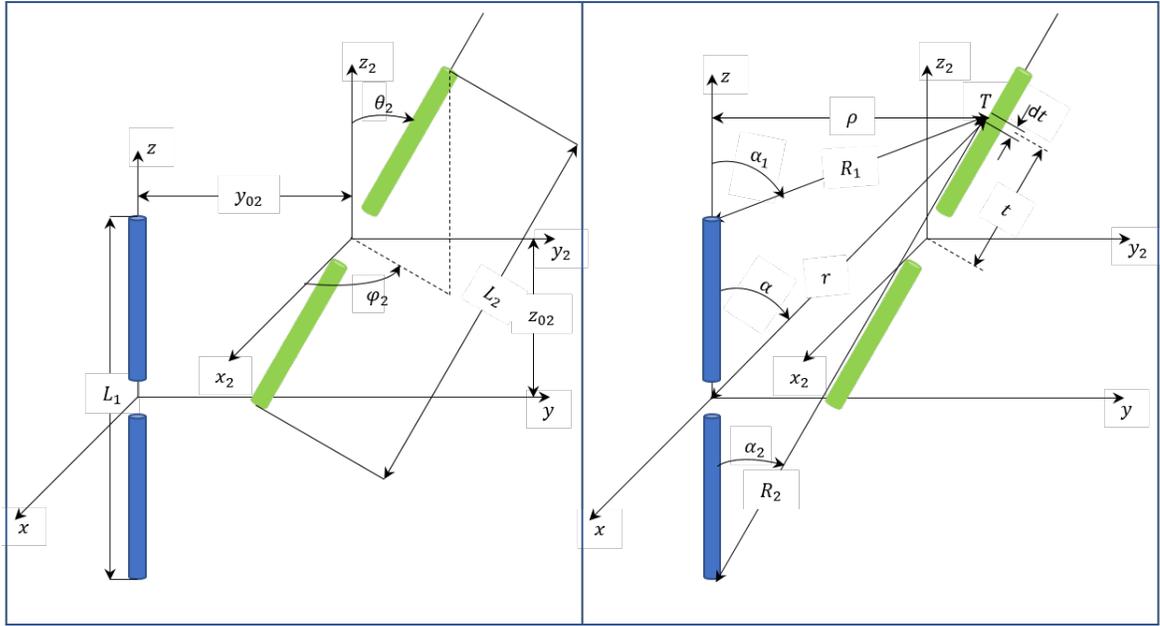


FIGURE 4.3 : Positionnement relatif de deux dipôles : premier dipôle droit, deuxième dipôle incliné.

Soit  $T$  un point pris le long du dipôle 2 et soit  $t$  la distance algébrique entre ce point et le centre du dipôle 2. Soient  $(t_{x_2}, t_{y_2}, t_{z_2})$  les coordonnées du point  $T$  dans le repère  $(x_2, y_2, z_2)$ . En utilisant les notations définies sur la figure 4.3, on a les relations suivantes [14] :

$$t_{z_2} = t \cos(\theta_2) \quad (4.1)$$

$$t_{y_2} = t \sin(\theta_2) \sin(\varphi_2) \quad (4.2)$$

$$t_{x_2} = t \sin(\theta_2) \cos(\varphi_2) \quad (4.3)$$

$$\rho = \sqrt{t_{x_2}^2 + (y_{02} + t_{y_2})^2} \quad (4.4)$$

$$r = \sqrt{\rho^2 + (z_{02} + t_{z_2})^2} \quad (4.5)$$

$$R_1 = \sqrt{\rho^2 + \left(z_{02} + t_{z_2} - \frac{L_1}{2}\right)^2} \quad (4.6)$$

$$R_2 = \sqrt{\rho^2 + \left(z_{02} + t_{z_2} + \frac{L_1}{2}\right)^2} \quad (4.7)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{t_{z_2} + z_{02}}{r} \quad (4.8)$$

$$\cos(\alpha_1) = \frac{t_{z_2} + z_{02} - \frac{L_1}{2}}{R_1} \quad (4.9)$$

$$\cos(\alpha_2) = \frac{t_{z_2} + z_{02} + \frac{L_1}{2}}{R_2} \quad (4.10)$$

On montre que, lorsque le dipôle 1 est alimenté, les résistance et réactance mutuelles entre les dipôles 1 et 2, calculées par rapport à la valeur maximale du courant, sont données par (voir

annexe H) :

$$R_{21m} = -30 \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \frac{\sin\left(k\left(\frac{L_2}{2} - |t|\right)\right)}{t} \left( t_{z_2} \left( 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\sin(kr)}{r} - \frac{\sin(kR_1)}{R_1} - \frac{\sin(kR_2)}{R_2} \right) + \frac{(t_{x_2}^2 + (y_{02} + t_{y_2})t_{y_2})}{\rho^2} \left( \sin(kR_1) \cos(\alpha_1) + \sin(kR_2) \cos(\alpha_2) - 2 \sin(kr) \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \cos(\alpha) \right) \right) dt \quad (4.11)$$

$$X_{21m} = -30 \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \frac{\sin\left(k\left(\frac{L_2}{2} - |t|\right)\right)}{t} \left( t_{z_2} \left( 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\cos(kr)}{r} - \frac{\cos(kR_1)}{R_1} - \frac{\cos(kR_2)}{R_2} \right) + \frac{(t_{x_2}^2 + (y_{02} + t_{y_2})t_{y_2})}{\rho^2} \left( \cos(kR_1) \cos(\alpha_1) + \cos(kR_2) \cos(\alpha_2) - 2 \cos(kr) \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \cos(\alpha) \right) \right) dt \quad (4.12)$$

où  $k = 2\pi/\lambda$  est le nombre d'onde associé à la longueur d'onde  $\lambda$ .

Lorsqu'elles sont calculées par rapport au courant à l'entrée des dipôles, ces résistance et réactance mutuelles sont données par (cf. (2.7)) :

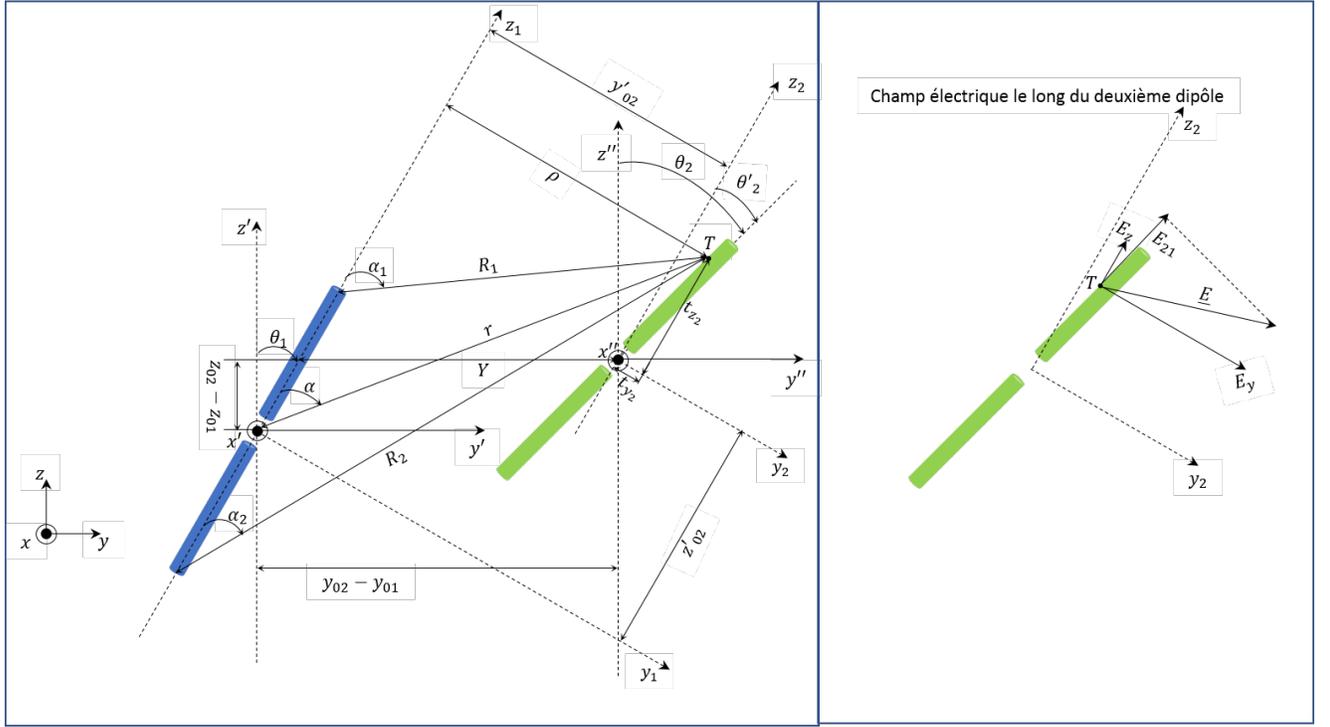
$$R_{21i} = \frac{R_{21m}}{\sin\left(k\frac{L_1}{2}\right) \sin\left(k\frac{L_2}{2}\right)}, \quad (4.13)$$

$$X_{21i} = \frac{X_{21m}}{\sin\left(k\frac{L_1}{2}\right) \sin\left(k\frac{L_2}{2}\right)}. \quad (4.14)$$

#### 4.2.1.2 Impédance mutuelle entre deux dipôles inclinés

Pour étendre le modèle de Baker au cas où le premier dipôle est incliné, nous considérons la configuration représentée sur la figure 4.4. On note  $(x_{01}, y_{01}, z_{01})$  et  $(x_{02}, y_{02}, z_{02})$  les coordonnées respectives des centres des dipôles 1 et 2 dans le repère de référence  $(x, y, z)$ . Soit  $(x', y', z')$  le repère obtenu en translatant le repère de référence jusqu'au centre du dipôle 1 et soit  $(x'', y'', z'')$  le repère obtenu en translatant le repère de référence jusqu'au centre du dipôle 2. On note également  $(\theta_1, \varphi_1)$  les inclinaisons du premier dipôle par rapport aux axes  $z'$  et  $x'$  respectivement et  $(\theta_2, \varphi_2)$  celles du deuxième dipôle par rapport aux axes  $z''$  et  $x''$  respectivement. On désigne par  $(x_1, y_1, z_1)$  le repère dont le centre est lié au centre du dipôle 1 et dont l'axe  $z_1$  coïncide avec l'axe du dipôle 1, et par  $(x_2, y_2, z_2)$  le repère obtenu en translatant le repère  $(x_1, y_1, z_1)$  jusqu'au centre du dipôle 2. Pour rester dans le plan  $(y, z)$ , on prend  $\varphi_1 = \varphi_2 = 90^\circ$  et  $x_{01} = x_{02} = 0$ . On définit l'angle  $\theta'_2$  comme l'angle d'inclinaison du dipôle 2 par rapport au dipôle 1 :  $\theta'_2 = \theta_2 - \theta_1$ . Dans le repère  $(x_2, y_2, z_2)$ , les coordonnées d'un point  $T$  situé le long du dipôle 2 sont alors données par :

$$\begin{aligned} t_{x_2} &= 0 \\ t_{y_2} &= t \sin(\theta'_2) \\ t_{z_2} &= t \cos(\theta'_2). \end{aligned} \quad (4.15)$$


 FIGURE 4.4 : Positionnement relatif de deux dipôles inclinés dans le plan  $(y, z)$ .

En utilisant les notations définies sur la figure 4.4, les coordonnées du centre du dipôle 2 peuvent être définies dans le repère  $(x_1, y_1, z_1)$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} x'_{02} &= 0 \\ y'_{02} &= Y \cos(\theta_1) \\ z'_{02} &= Y \sin(\theta_1) + \frac{(z_{02} - z_{01})}{\cos(\theta_1)} \end{aligned} \quad (4.16)$$

avec

$$Y = (y_{02} - y_{01}) - (z_{02} - z_{01}) \tan(\theta_1). \quad (4.17)$$

La distance entre le point  $T$  et son projeté orthogonal sur l'axe  $z_1$  est donnée par :

$$\rho = y'_{02} + t_{y2}. \quad (4.18)$$

De même, on a :

$$r = \sqrt{\rho^2 + (z'_{02} + t_{z2})^2} \quad (4.19)$$

$$R_1 = \sqrt{\rho^2 + \left(z'_{02} + t_{z2} - \frac{L_1}{2}\right)^2} \quad (4.20)$$

$$R_2 = \sqrt{\rho^2 + \left(z'_{02} + t_{z2} + \frac{L_1}{2}\right)^2} \quad (4.21)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\left(\frac{L_1}{2}\right)^2 + r^2 - R_1^2}{L_1 r} \quad (4.22)$$

$$\cos(\alpha_1) = -\frac{L_1^2 + R_1^2 - R_2^2}{2L_1 R_1} \quad (4.23)$$

$$\cos(\alpha_2) = \frac{L_1^2 + R_2^2 - R_1^2}{2L_1 R_2} \quad (4.24)$$

L'impédance mutuelle entre les dipôles 1 et 2, lorsque le dipôle 1 est alimenté, se calcule alors comme suit :

$$\begin{aligned} R_{21m} = & -30 \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \frac{\sin\left(k\left(\frac{L_2}{2} - |t|\right)\right)}{t} \left( t_{z_2} \left( 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\sin(kr)}{r} - \frac{\sin(kR_1)}{R_1} - \frac{\sin(kR_2)}{R_2} \right) \right. \\ & \left. + \frac{(t_{x_2}^2 + (y'_{02} + t_{y_2})t_{y_2})}{\rho^2} \left( \sin(kR_1) \cos(\alpha_1) + \sin(kR_2) \cos(\alpha_2) - 2 \sin(kr) \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \cos(\alpha) \right) \right) dt \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} X_{21m} = & -30 \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \frac{\sin\left(k\left(\frac{L_2}{2} - |t|\right)\right)}{t} \left( t_{z_2} \left( 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\cos(kr)}{r} - \frac{\cos(kR_1)}{R_1} - \frac{\cos(kR_2)}{R_2} \right) \right. \\ & \left. + \frac{(t_{x_2}^2 + (y'_{02} + t_{y_2})t_{y_2})}{\rho^2} \left( \cos(kR_1) \cos(\alpha_1) + \cos(kR_2) \cos(\alpha_2) - 2 \cos(kr) \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \cos(\alpha) \right) \right) dt \end{aligned} \quad (4.26)$$

### 4.2.1.3 Résultats de simulation

Dans cette section, nous considérons des dipôles placés dans le plan  $(y, z)$  :  $\varphi_i = 90^\circ$  et  $x_{0i} = 0$  ( $i = 1, \dots, N$ ). Les dipôles considérés sont de longueur identique  $L = 0.5\lambda$  et de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$ . Notons que puisque les dipôles sont de longueur  $L = 0.5\lambda$ , l'impédance (mutuelle entre les dipôles  $i$  et  $j$  (avec  $i \neq j$ ) ou propre si  $i = j$ ) calculée relativement à la valeur maximale du courant sur le dipôle est égale à celle calculée relativement au courant à l'entrée du dipôle. Nous la noterons  $Z_{ij}$  (de résistance  $R_{ij}$  et de réactance  $X_{ij}$ ) (pour  $i = 1, \dots, N$  et  $j = 1, \dots, N$ ).

Pour tester la validité des formules de H. Baker ((4.11) et (4.12)), nous avons simulé sous 4Nec2 deux dipôles fonctionnant à une fréquence  $f = 900$  MHz ( $\lambda \simeq 0.33$  m). Nous avons fait varier différents paramètres ( $y_{02}, z_{02}, \theta_2$ ) et avons comparé les évolutions des impédances mutuelles obtenues à partir des équations (4.11) et (4.12) à celles fournies par les simulations électromagnétiques. Nous avons étudié les configurations suivantes :

- les configurations “côte à côte”, “colinéaire” (pour laquelle on fait varier  $h_0 = z_{02} - \left(\frac{L_1}{2} + \frac{L_2}{2}\right)$ ) et “parallèle-en-échelon” (avec  $h_0 = 0.1\lambda$ ) qui sont représentées sur les figures 4.5a, 4.5d et 4.5c et qui correspondent aux configurations décrites dans la section 2.1.1,

- la configuration “en V” représentée sur la figure 4.5b et pour laquelle l’impédance mutuelle est calculée pour différentes valeurs de  $\theta_2$ ; pour éviter que les deux dipôles ne soient confondus lorsque  $\theta_2 = 0^\circ$ , on fixe  $y_{02} = 10^{-4}\lambda$ . Notons que lorsque  $\theta_2$  varie, on a  $y_{02} = 10^{-4}\lambda + \frac{L_2}{2} \sin(\theta_2)$  et  $z_{02} = \frac{L_2}{2} \cos(\theta_2) - \frac{L_1}{2}$ .

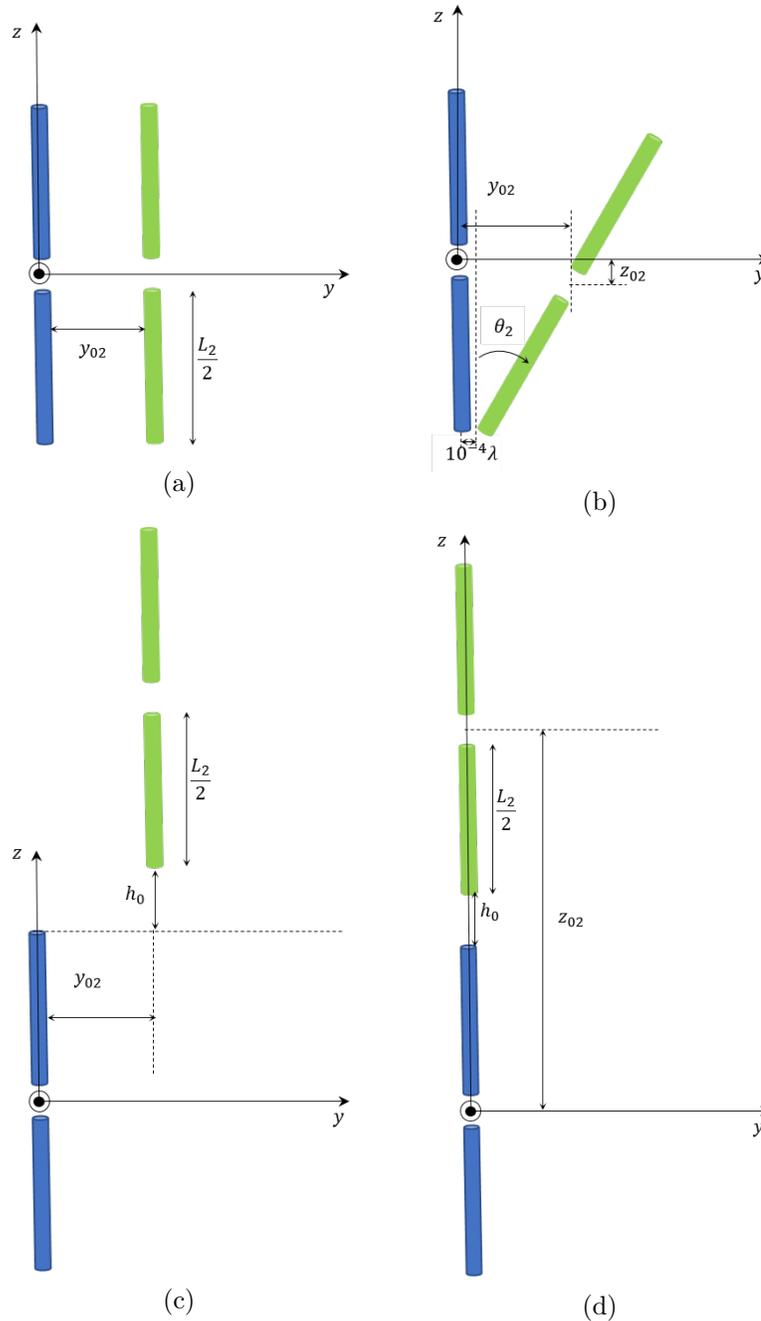


FIGURE 4.5 : Deux dipôles disposés selon les configurations “côte à côte” (4.5a), “en V” (4.5b), “parallèle-en-échelon” (4.5c) ou “colinéaire” (4.5d).

La figure 4.6 présente les résultats obtenus. On note une bonne correspondance entre simulation et théorie avec des différences qui restent globalement inférieures à  $6.5\Omega$  sur les valeurs des résistances et réactances.

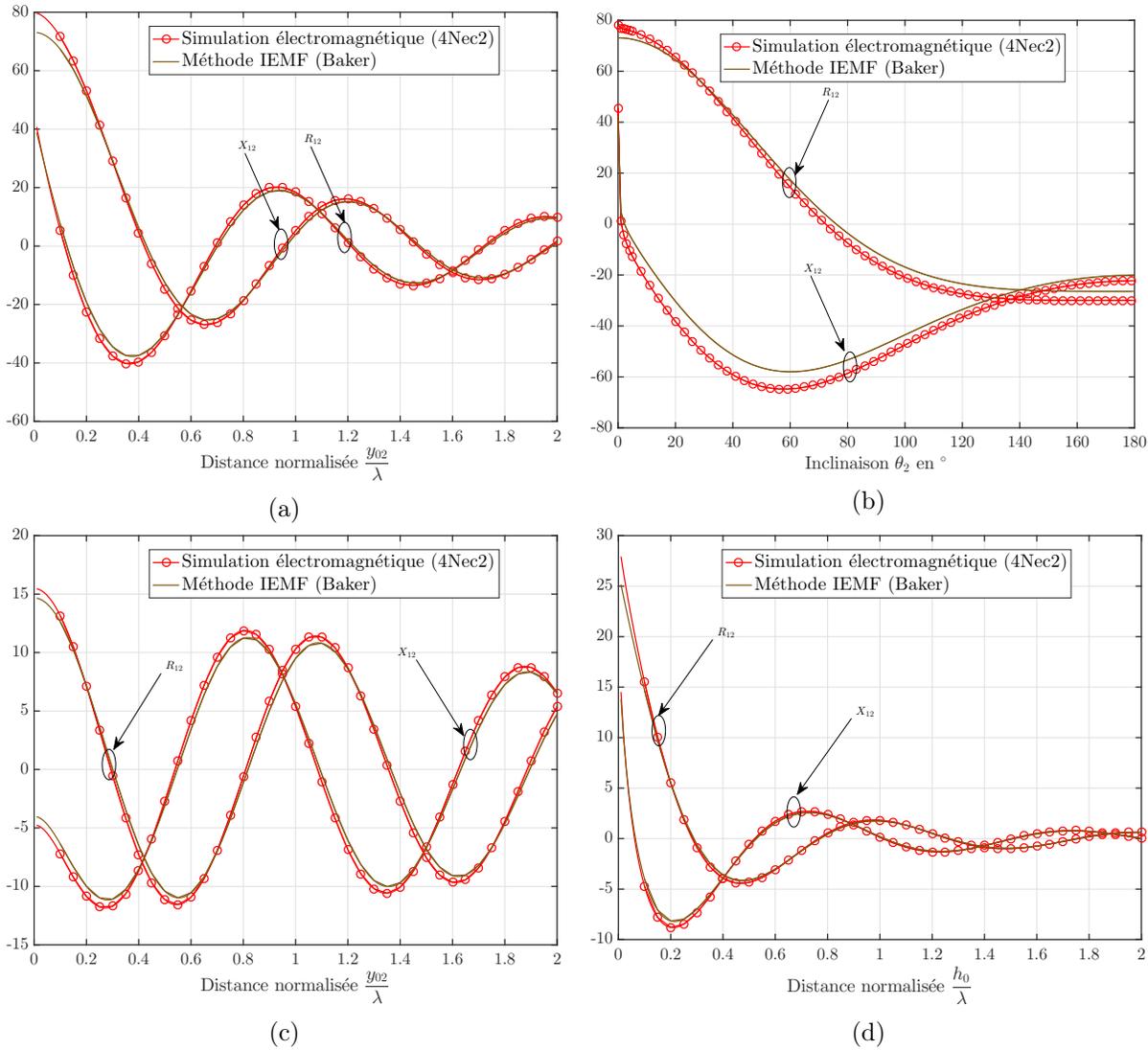


FIGURE 4.6 : Parties réelles et imaginaires en  $\Omega$  des impédances mutuelles simulées et calculées avec les formules (4.11) et (4.12) pour deux dipôles de longueur  $L = 0.5\lambda$  et de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  disposés selon les configurations côte à côte (4.6a), en V (4.6b), parallèle en échelon (4.6c) ou colinéaire (4.6d).

Pour tester la validité de la formulation théorique que nous avons proposée pour étendre les formules de Baker au cas où le dipôle excité est incliné (équations (4.25) et (4.26)), nous allons d’abord comparer les valeurs théoriques des impédances mutuelles à celles obtenues à partir des simulations électromagnétiques pour deux dipôles positionnés selon les trois configurations décrites sur la figure 4.7. Le tableau 4.1 montre les résultats obtenus. A noter que les valeurs de  $x_{01}$  et  $x_{02}$  ne sont pas données dans ce tableau car elles sont toujours nulles puisqu’on se place dans le plan  $(y, z)$ . De la même façon, on a toujours  $\varphi_1 = \varphi_2 = 90^\circ$ . Nous observons d’après ce tableau une bonne correspondance entre simulation et théorie.

La figure 4.8 permet de comparer les impédances mutuelles obtenues en faisant varier différents paramètres (voir tableau 4.2). Dans les légendes, “Baker étendu” fait référence à la formulation que nous proposons pour calculer l’impédance mutuelle entre deux dipôles basée sur la méthode de Baker et permettant de tenir compte de l’inclinaison du premier dipôle (équations (4.25) et

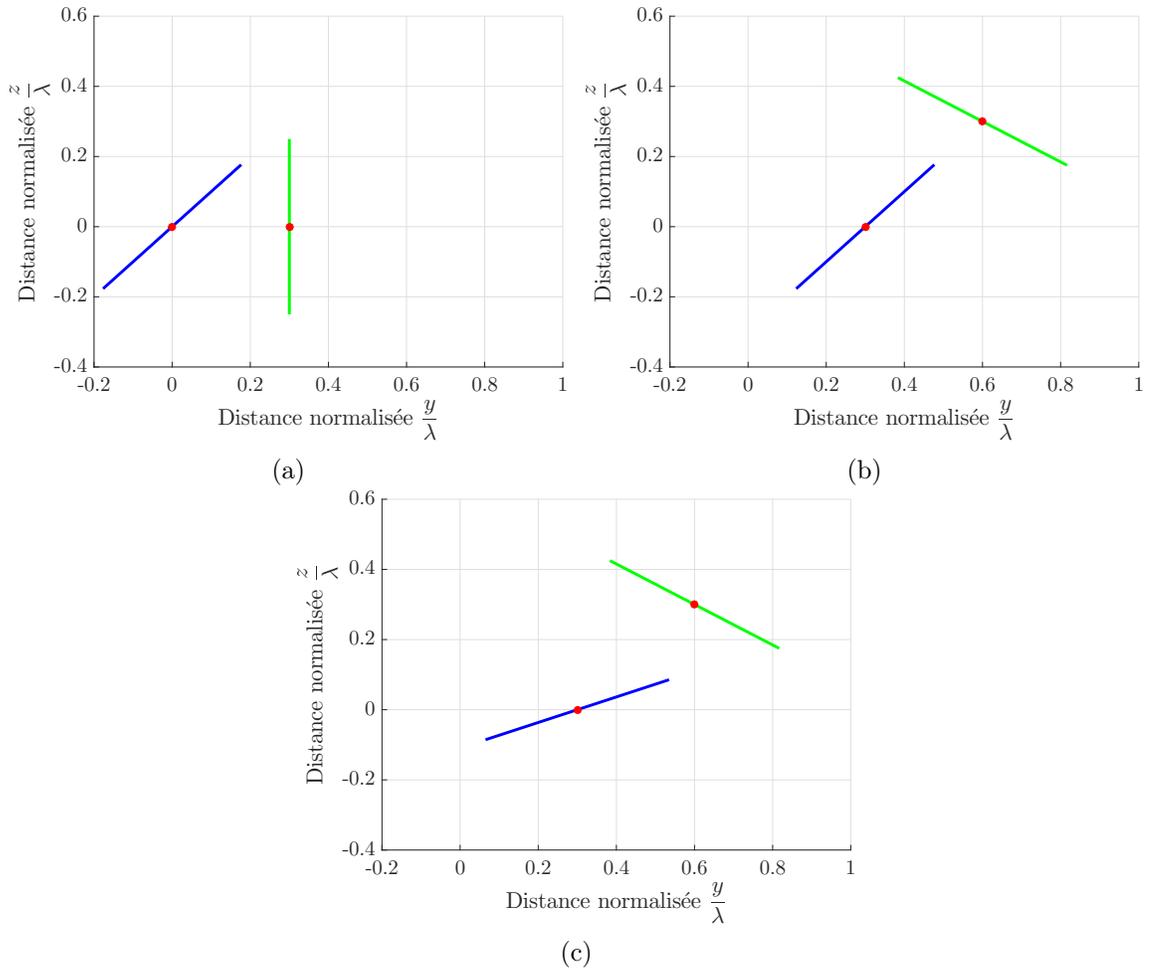
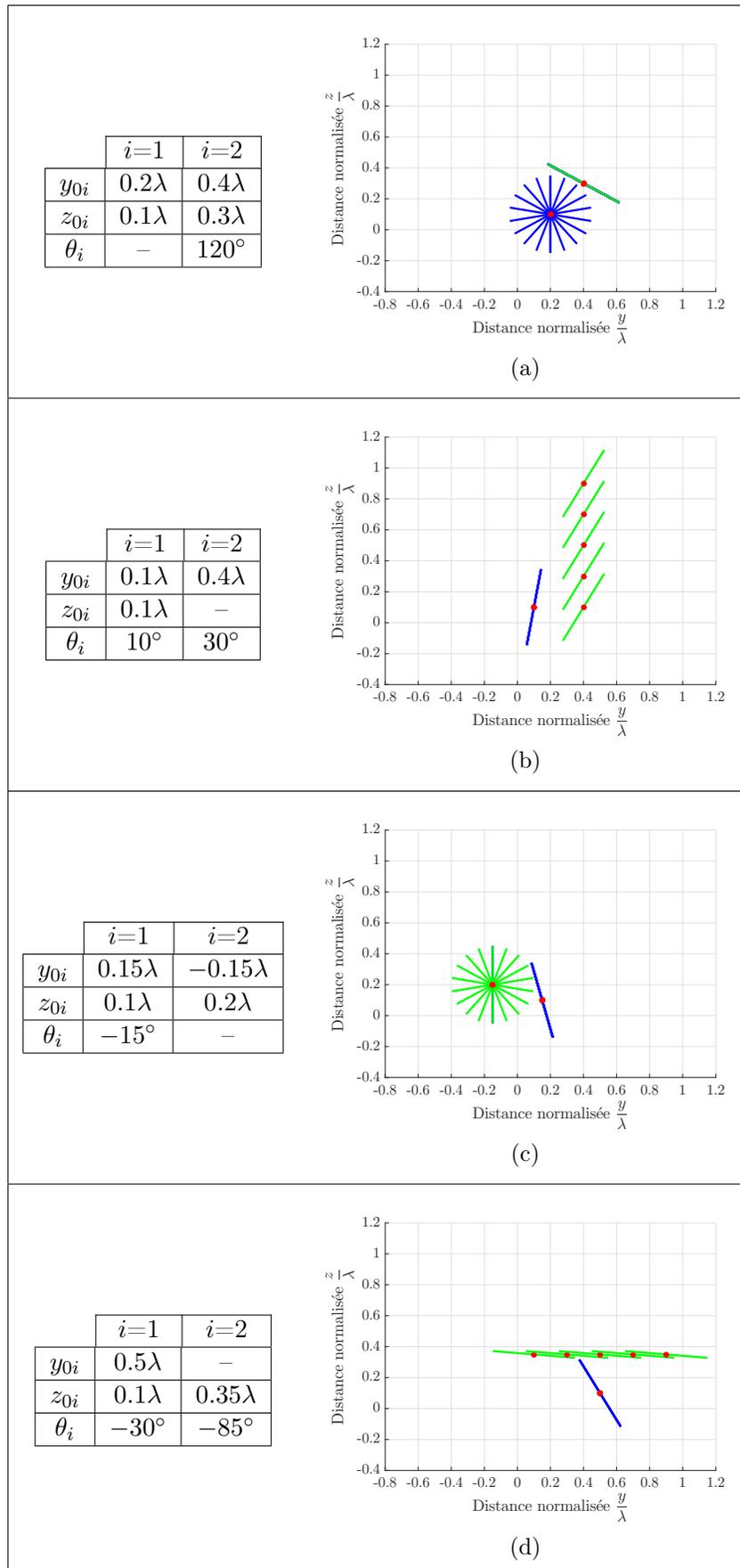


FIGURE 4.7 : Représentation graphique des configurations n°1 (4.7a), n°2 (4.7b) et n°3 (4.7c) de dipôles inclinés étudiées et données dans le tableau 4.1.

Tableau 4.1 : Impédances mutuelles théoriques et obtenues par simulation pour trois configurations de dipôles inclinés dans le repère  $(x, y, z)$  ( $L = 0.5\lambda$ ,  $a = 10^{-6}\lambda$ ).

Configurations	Dipôle 1	Dipôle 2	$Z_{21}$ en $\Omega$ (simulation)	$Z_{21}$ en $\Omega$ (théorie)
Config. n°1	$y_{01} = 0$	$y_{02} = 0.3\lambda$	21.21-30.76j	21.50-28.30j
	$z_{01} = 0$	$z_{02} = 0$		
	$\theta_1 = 45^\circ$	$\theta_2 = 0^\circ$		
Config. n°2	$y_{01} = 0.3\lambda$	$y_{02} = 0.6\lambda$	8.66-0.85j	8.30-0.34j
	$z_{01} = 0$	$z_{02} = 0.3\lambda$		
	$\theta_1 = 45^\circ$	$\theta_2 = 120^\circ$		
Config. n°3	$y_{01} = 0.3\lambda$	$y_{02} = 0.6\lambda$	8.60-18.95j	9.07-17.54j
	$z_{01} = 0$	$z_{02} = 0.3\lambda$		
	$\theta_1 = 70^\circ$	$\theta_2 = 120^\circ$		

(4.26)). Sur l'ensemble des configurations étudiées ici, nous avons une bonne concordance entre simulation et théorie, ce qui tend à valider la formule que nous avons proposée pour calculer l'impédance mutuelle entre deux dipôles positionnés dans le plan  $(y, z)$  en prenant en compte l'inclinaison du premier dipôle.

Tableau 4.2 : Configurations étudiées en faisant varier les paramètres  $\theta_1$  (4.2a),  $z_{02}$  (4.2b),  $\theta_2$  (4.2c),  $y_{02}$  (4.2d).


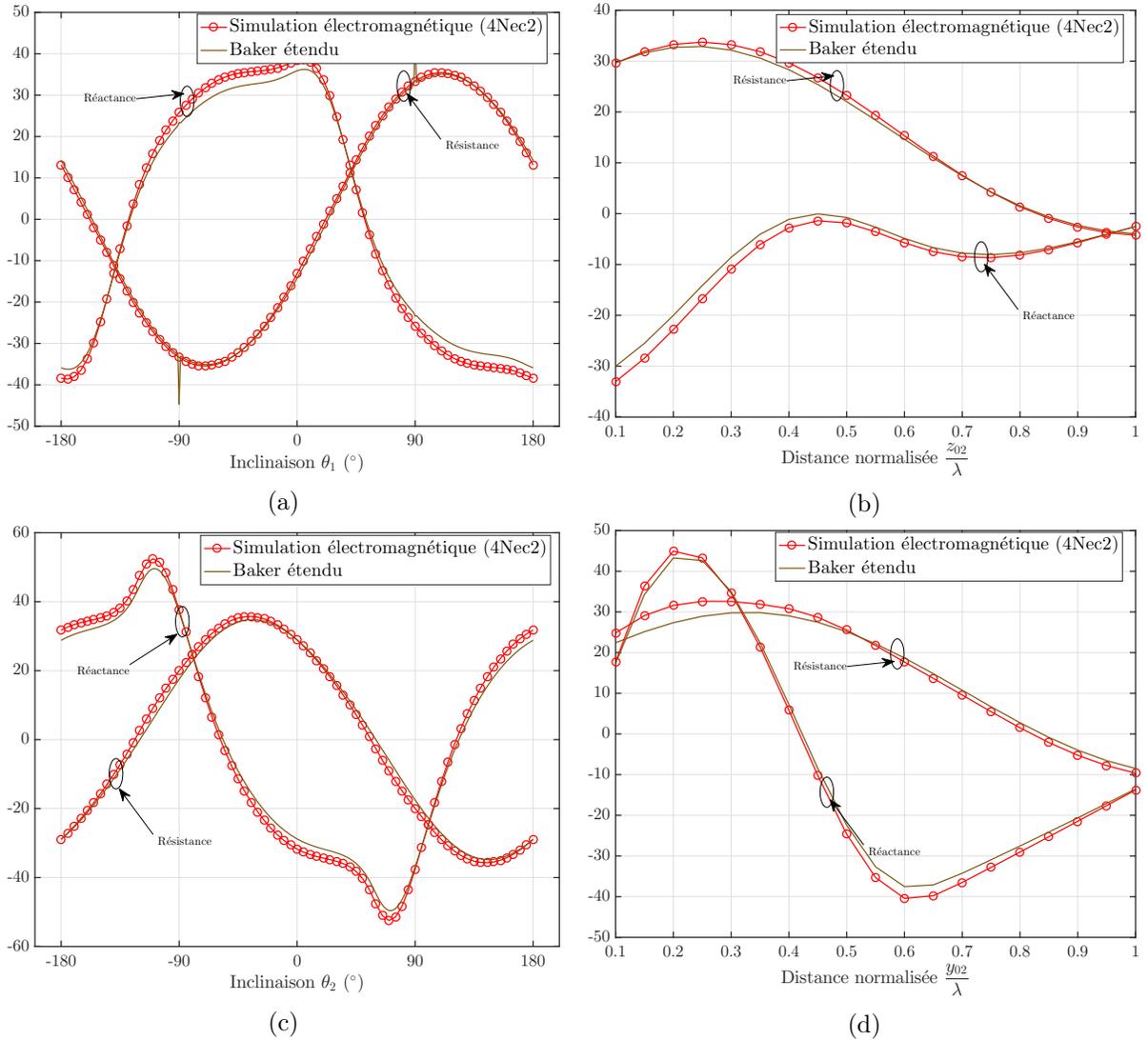


FIGURE 4.8 : Impédances mutuelles en  $\Omega$  entre deux dipôles de longueur  $L = 0.5\lambda$  et de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  obtenues à partir des simulations électromagnétiques et des formules théoriques (4.25) et (4.26) en faisant varier les paramètres  $\theta_1$  (4.8a),  $z_{02}$  (4.8b),  $\theta_2$  (4.8c),  $y_{02}$  (4.8d) (voir configurations décrites dans tableau 4.2).

Dans le chapitre 2, nous avons vu que la méthode IEMF était extensible à un réseau comprenant plus de deux éléments (en utilisant le principe de superposition) grâce à la notion de “minimum scattering antennas” [35]. Pour tester la validité des expressions (4.25) et (4.26) sur un nombre d’éléments plus important, nous avons simulé deux réseaux de dix dipôles très fins répartis aléatoirement (position et inclinaison) dans le plan  $(y, z)$  de façons différentes (voir tableau 4.3 et figure 4.9). Les figures 4.11 et 4.12 montrent les cartographies des valeurs absolues des erreurs obtenues entre simulation et théorie sur les résistances et réactances de ces deux réseaux (les résistances et réactances propres sont calculées à l’aide des équations (2.18) et (2.19) du chapitre 2). Ces erreurs sont globalement inférieures à  $6.5\Omega$  sur des valeurs de résistances et réactances qui sont comprises entre  $-70\Omega$  et  $80\Omega$  (voir figure 4.10). Plus particulièrement, sur les résistances et réactances inférieures à  $5\Omega$  en valeur absolue, nous avons des erreurs d’environ  $1\Omega$ . Notons que dans les cas où les résistances et réactances sont très faibles (de l’ordre du  $\Omega$  ou

inférieures en valeur absolue), les erreurs sont alors aussi du même ordre. Mais de façon générale, les résultats obtenus tendent à valider la formulation théorique que nous avons proposée pour déterminer l'impédance mutuelle en tenant compte de l'inclinaison de l'élément alimenté.

Dans la section suivante, nous allons proposer une méthode permettant de calculer l'impédance d'entrée d'un dipôle environné par d'autres.

Tableau 4.3 : Répartitions aléatoires de dix dipôles très fins ( $L = 0.5\lambda$ ,  $a = 10^{-6}\lambda$ ) dans le plan  $(y, z)$ .

Dipôle $i$	Cas n°1			Cas n°2		
	$y_{0i}/\lambda$	$z_{0i}/\lambda$	$\theta_i$ (°)	$y_{0i}/\lambda$	$z_{0i}/\lambda$	$\theta_i$ (°)
1	0.513	0.134	-71.53	0.340	0.224	-88.17
2	0.348	0.446	-160.47	0.257	0.841	-88.46
3	0.399	0.939	-60.14	0.795	0.446	91.69
4	0.769	0.552	-127.25	0.655	0.119	165.51
5	0.738	0.934	102.80	0.187	0.646	-80.63
6	0.928	0.032	-164.65	0.097	0.142	92.79
7	0.580	0.615	48.67	0.278	0.422	87.53
8	0.017	0.362	-78.53	0.547	0.916	-38.80
9	0.121	0.049	13.89	0.957	0.792	55.97
10	0.863	0.490	70.26	0.965	0.959	-118.37

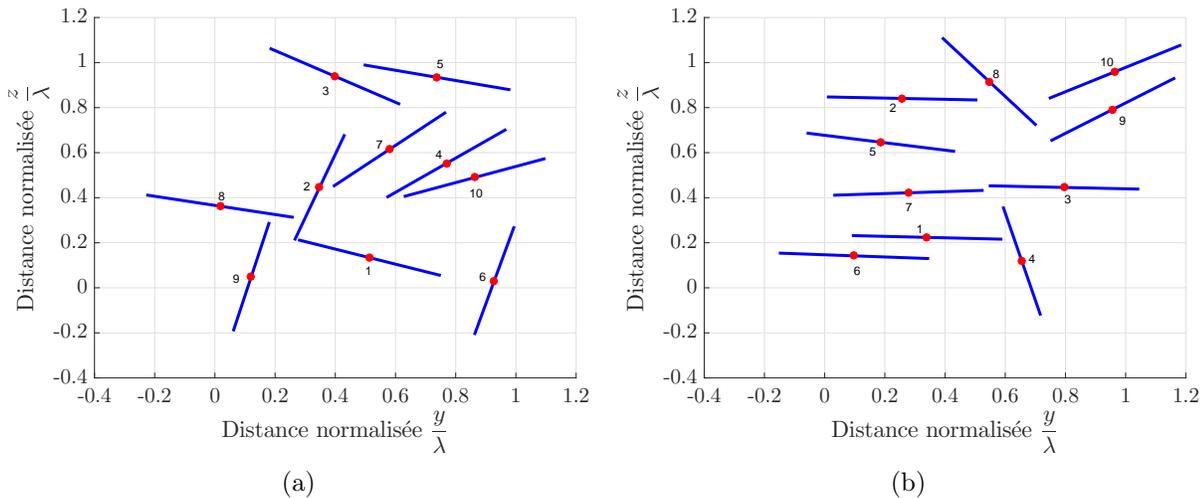


FIGURE 4.9 : Répartitions aléatoires de dix dipôles très fins ( $L = 0.5\lambda$ ,  $a = 10^{-6}\lambda$ ) dans le plan  $(y, z)$  : cas n°1 (4.9a) et cas n°2 (4.9b) du tableau 4.3.

## 4.2.2 Impédance d'entrée

### 4.2.2.1 Formulation théorique

L'impédance d'entrée d'un dipôle (ou plus généralement d'une antenne) est l'impédance que présente ce dipôle lorsqu'il est alimenté en présence d'autres éléments. Dans [12], en considérant un réseau de deux dipôles, l'impédance d'entrée  $Z_{in_1}$  du dipôle 1, aussi appelée "driving point impedance", est exprimée en fonction de son impédance propre  $Z_{11}$  (impédance du dipôle pris isolément), de l'impédance mutuelle entre les deux dipôles  $Z_{12}$  et du rapport entre le courant  $I_2'$

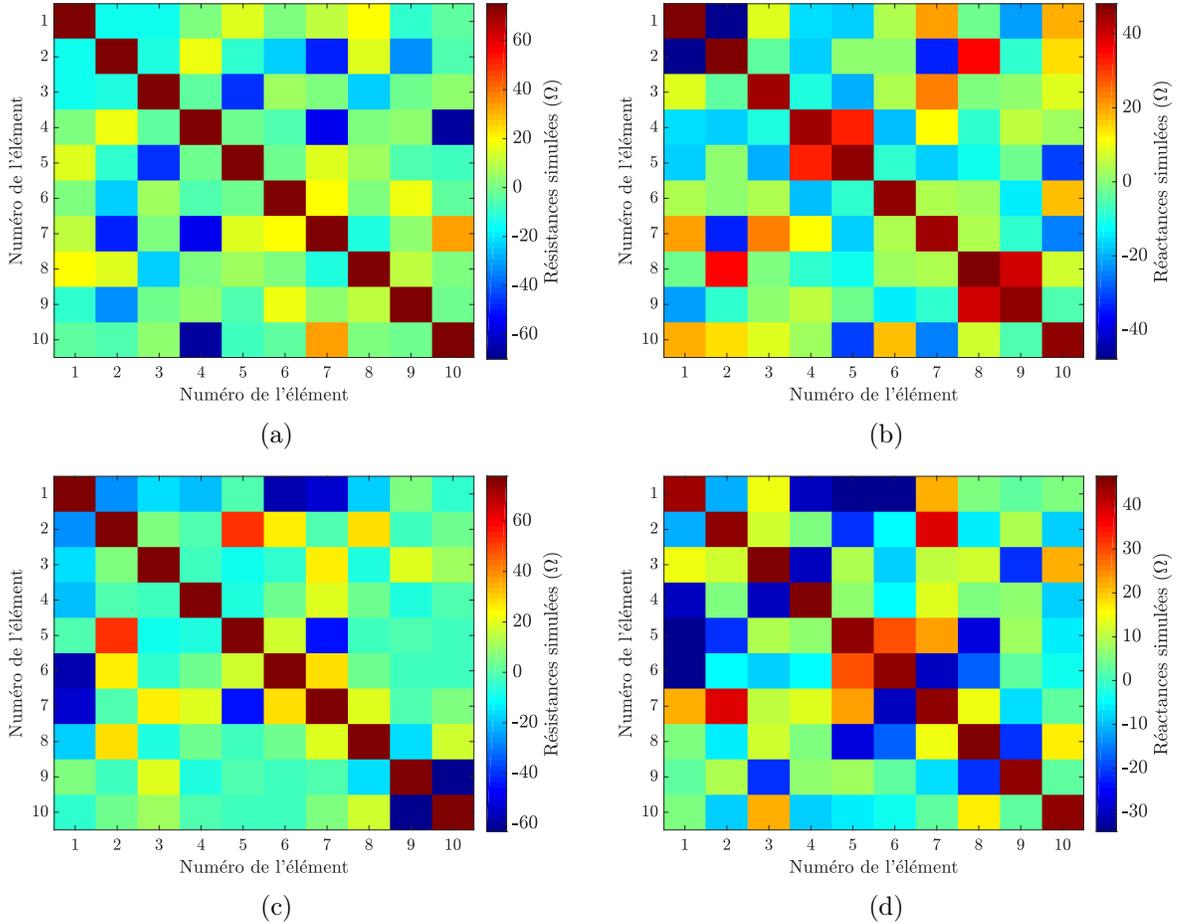


FIGURE 4.10 : Cartographie des résistances ((4.10a), (4.10c)) et réactances ((4.10b), (4.10d)) propres et mutuelles (en  $\Omega$ ) obtenues par simulation pour le cas n°1 ((4.10a), ((4.10b)) et le cas n°2 ((4.10c), ((4.10d)) de répartition aléatoire de dix dipôles très fins ( $L = 0.5\lambda$ ,  $a = 10^{-6}\lambda$ ).

induit sur le dipôle 2 par effet du rayonnement du dipôle 1 et le courant d'excitation  $I_1$  du dipôle 1 :

$$Z_{in_1} = Z_{11} + Z_{12} \frac{I'_2}{I_1}. \quad (4.27)$$

De la même façon, l'impédance d'entrée  $Z_{in_2}$  du dipôle 2 est donnée par :

$$Z_{in_2} = Z_{22} + Z_{21} \frac{I'_1}{I_2}, \quad (4.28)$$

où  $Z_{22}$  est l'impédance propre du dipôle 2,  $Z_{21}$  est l'impédance mutuelle entre les deux dipôles,  $I'_1$  est le courant induit sur le dipôle 1 par effet du rayonnement du dipôle 2 et  $I_2$  le courant d'excitation du dipôle 2. Connaissant l'impédance d'entrée du dipôle excité, il serait alors possible de connaître le courant induit sur l'autre dipôle.

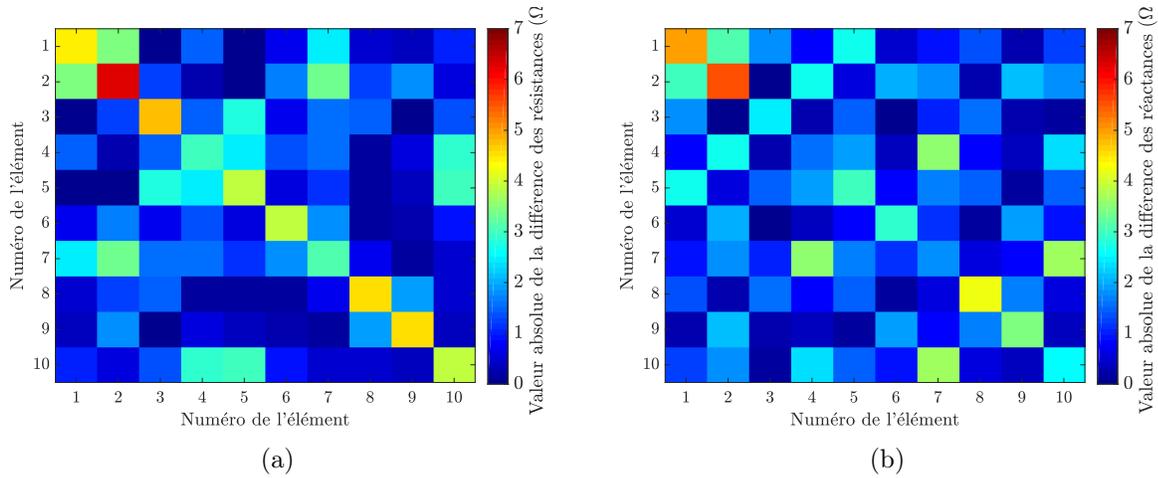


FIGURE 4.11 : Cartographie de la valeur absolue de la différence (en  $\Omega$ ) entre résistances (4.11a) et réactances (4.11b) propres et mutuelles obtenues par simulation et par calcul théorique pour une répartition aléatoire de dix dipôles très fins ( $L = 0.5\lambda$ ,  $a = 10^{-6}\lambda$ ) telle que décrite par le cas n°1 du tableau 4.3.

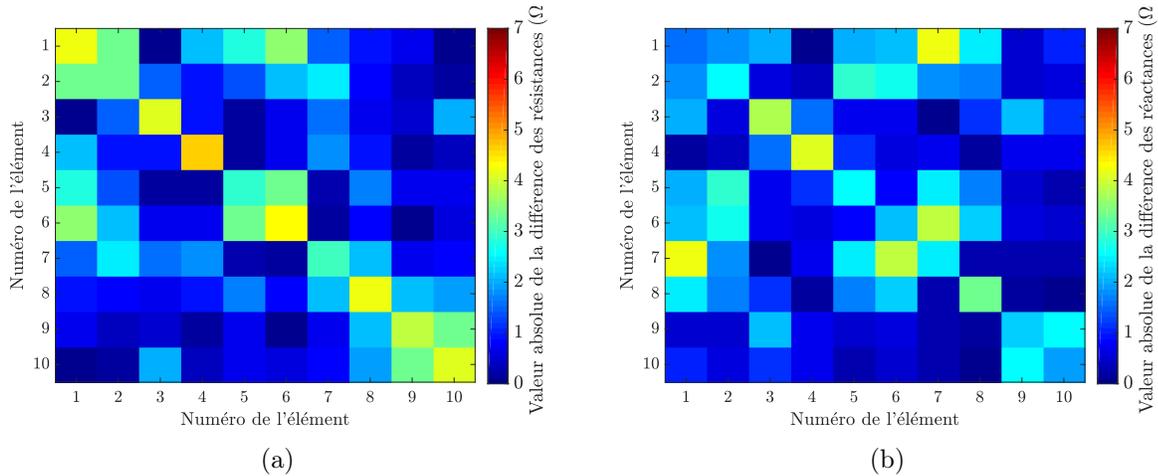


FIGURE 4.12 : Cartographie de la valeur absolue de la différence (en  $\Omega$ ) entre résistances (4.12a) et réactances (4.12b) propres et mutuelles obtenues par simulation et par calcul théorique pour une répartition aléatoire de dix dipôles très fins ( $L = 0.5\lambda$ ,  $a = 10^{-6}\lambda$ ) telle que décrite par le cas n°2 du tableau 4.3.

A partir de la généralisation du calcul de l'impédance mutuelle sur un réseau de  $N$  dipôles faite dans le chapitre 2, nous pouvons développer une formule pour calculer l'impédance d'entrée des éléments d'un réseau constitué de  $N$  dipôles. Pour ce faire, nous utilisons les relations tension-courant dans un système (un réseau) comprenant  $N$  ports tel que représenté sur la figure 4.13 :

$$\underline{V} = \underline{\underline{Z}} \underline{I} \quad (4.29)$$

où  $\underline{V}$  est le vecteur  $N \times 1$  des tensions aux bornes des  $N$  ports,  $\underline{I}$  est le vecteur  $N \times 1$  des courants dans chaque port,  $\underline{\underline{Z}}$  est la matrice  $N \times N$  des impédances  $\{Z_{ij}\}_{i=1,\dots,N, j=1,\dots,N}$  du réseau. De manière générale, l'impédance d'entrée d'un dipôle choisi dans un réseau de dipôles se calcule

comme suit (voir annexe H) :

$$Z_{in_i} = \left( \underline{\underline{\tilde{Z}}}_i^{-1}(i, i) \right)^{-1}, \quad (4.30)$$

$$i = 1, \dots, N,$$

avec

$$\underline{\underline{\tilde{Z}}}_i = \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_0 & Z_{12} & \dots & Z_{1i} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} + Z_0 & \dots & Z_{2i} & \dots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{i1} & Z_{i2} & \dots & Z_{ii} & \dots & Z_{iN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \dots & Z_{Ni} & \dots & Z_{NN} + Z_0 \end{bmatrix}, \quad (4.31)$$

où  $Z_0$  est la valeur de la charge supposée être la même sur tous les éléments du réseau.

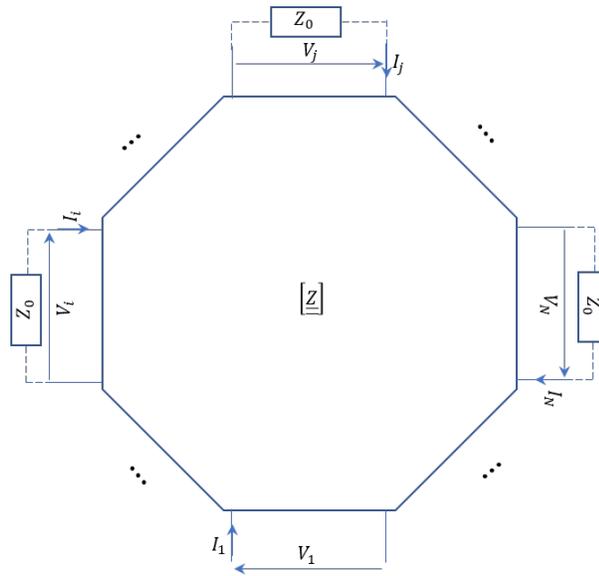


FIGURE 4.13 : Réseau à  $N$  ports.

#### 4.2.2.2 Résultats de simulation

Nous allons d'abord comparer les impédances d'entrées  $Z_{in_1}$  obtenues avec les formules théoriques à celles fournies par les simulations électromagnétiques sur 4Nec2 pour un réseau de deux dipôles de même longueur ( $L = 0.5\lambda$ ) et de même rayon (soit  $10^{-6}\lambda$ , soit  $10^{-3}\lambda$ ) en configuration côte-à-côte. Le tableau 4.4 présente les résultats obtenus pour différentes valeurs de la charge  $Z_0$ , pour deux valeurs de la distance  $d$  séparant les dipôles ( $d = 0.1\lambda$  et  $d = 0.5\lambda$ ). Pour un rayon de dipôle donné, on a une meilleure correspondance entre les valeurs théoriques trouvées et celles obtenues par simulation lorsque la distance inter-élément vaut  $d = 0.5\lambda$ . On peut aussi remarquer que pour cette valeur de  $d$ , l'impédance d'entrée est plus proche de la valeur de l'impédance propre du dipôle isolé. Cela peut s'expliquer par le fait que pour  $d = 0.5\lambda$ , les interactions entre les deux dipôles sont moins importantes que pour  $d = 0.1\lambda$ . Si on compare maintenant les valeurs obtenues pour différentes valeurs de la charge  $Z_0$ , on peut voir que la meilleure correspondance entre les impédances d'entrée théoriques et celles fournies par les simulations électromagnétiques est obtenue lorsque  $Z_0 = 1000 \Omega$  (équivalent à un circuit ouvert). Pour  $Z_0 = 0 \Omega$  (court-circuit), les

impédances théoriques et simulées diffèrent davantage puisqu'il s'agit du cas le plus défavorable (on a une réflexion totale du dipôle en court-circuit vers le dipôle excité). Une autre remarque peut être faite sur les valeurs théoriques trouvées : elles sont les mêmes pour les deux rayons de dipôles considérés. En effet, la valeur du rayon n'intervient pas dans le calcul de l'impédance mutuelle ni dans celui de la résistance propre (équations (4.11), (4.12) et (2.18)) ; seule la réactance propre dépend du rayon  $a$  du dipôle (terme  $\frac{\eta}{4\pi} \sin(kL) \text{Ci}\left(\frac{2ka^2}{L}\right)$  de l'équation (2.19)). Cependant, puisqu'on a considéré des dipôles de longueur  $L = 0.5\lambda$ , ce terme est nul ( $\sin(kL) = 0$ ) et la réactance propre pour cette valeur de  $L$  est indépendante du rayon  $a$  du dipôle.

Tableau 4.4 : Impédances d'entrée  $Z_{in_1}$  théoriques et simulées pour un réseau de deux dipôles de même rayon  $a$  et de même longueur  $L = 0.5\lambda$  séparés d'une distance  $d = y_{02} = 0.1\lambda$  et  $d = y_{02} = 0.5\lambda$  pour différentes valeurs de la charge  $Z_0$ .

rayon $a$	$Z_{11}$ ( $\Omega$ )	$Z_0$ ( $\Omega$ )	$d = 0.1\lambda$		$d = 0.5\lambda$	
			$Z_{in_1}$ en $\Omega$ (simulation)	$Z_{in_1}$ en $\Omega$ (théorie)	$Z_{in_1}$ en $\Omega$ (simulation)	$Z_{in_1}$ en $\Omega$ (théorie)
$10^{-6}\lambda$	$77+45.6j$	0	$23.78+64.84j$	$21.36+58.78j$	$79.09+32.98j$	$76.22+30.49j$
		1000	$72.91+43.58j$	$68.93+41.77j$	$77.93+44.93j$	$73.79+41.82j$
		$77-45.6j$	$44.74+38.83j$	$43.46+35.18j$	$81.99+39.91j$	$78.15+37.65j$
$10^{-3}\lambda$	$86.7+49.5j$	0	$28.78+75.61j$	$21.36+58.78j$	$86.70+35.64j$	$76.22+30.49j$
		1000	$81.87+44.08j$	$68.93+41.77j$	$88.39+49.88j$	$73.79+41.82j$
		$86.7-49.5j$	$47.92+44.56j$	$43.46+35.18j$	$91.42+41.95j$	$78.15+37.65j$

Pour vérifier la validité de la formule générale (4.30), nous avons simulé des réseaux de dix dipôles de longueur  $L = 0.5\lambda$  et de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  d'abord uniformément répartis puis aléatoirement répartis. La figure 4.14 présente les valeurs absolues des erreurs trouvées entre les résistances et réactances d'entrée calculées théoriquement et celles fournies par les simulations électromagnétiques sur 4Nec2 pour le réseau linéaire uniforme, pour différentes valeurs de la distance inter-élément  $d$ . On peut voir les deux cas extrêmes : le court-circuit qui est le cas le plus défavorable à cause de la réflexion totale des dipôles court-circuités et où on commet de plus grandes erreurs entre simulation et théorie, et le circuit ouvert où les impédances d'entrée correspondent aux impédances propres. Nous pouvons également remarquer la symétrie des erreurs tracées sur la cartographie : à une distance inter-élément donnée, l'erreur commise sur un élément  $m$  du réseau est la même que celle commise sur l'élément  $(N - m + 1)$  (par exemple les éléments 1 et 10 ou les éléments 3 et 8 dans le cas d'un réseau de  $N = 10$  éléments). En effet, vu la configuration du réseau étudié (réseau linéaire uniforme), les éléments  $m$  et  $(N - m + 1)$  du réseau subissent les effets des rayonnements provenant des autres éléments du réseau de manière symétrique. Les niveaux d'erreurs obtenus tendent ainsi à valider l'expression théorique développée pour le calcul de l'impédance d'entrée pour un réseau linéaire uniforme de dipôles très fins.

Nous avons ensuite simulé les réseaux présentés dans les cas n°1 et n°2 du tableau 4.3 correspondant à des réseaux de dipôles aléatoirement répartis dans le plan  $(y, z)$ . La figure 4.15 présente les valeurs des résistances et des réactances d'entrée obtenues sur chaque élément des réseaux et la figure 4.16 présente les valeurs absolues des erreurs obtenues entre simulation et théorie pour différentes valeurs de l'impédance de charge  $Z_0$ . Les résultats obtenus tendent à valider la formule (4.30) que nous avons proposée pour le calcul de l'impédance d'entrée d'un dipôle environné, connaissant la matrice impédance du réseau. Nous avons également récapitulé dans le tableau 4.5 les valeurs des impédances d'entrée obtenues sur chacun des dipôles des deux cas aléatoires considérés lorsque l'impédance de charge est prise égale à  $Z_0 = (77 - 45.6j) \Omega$ . On

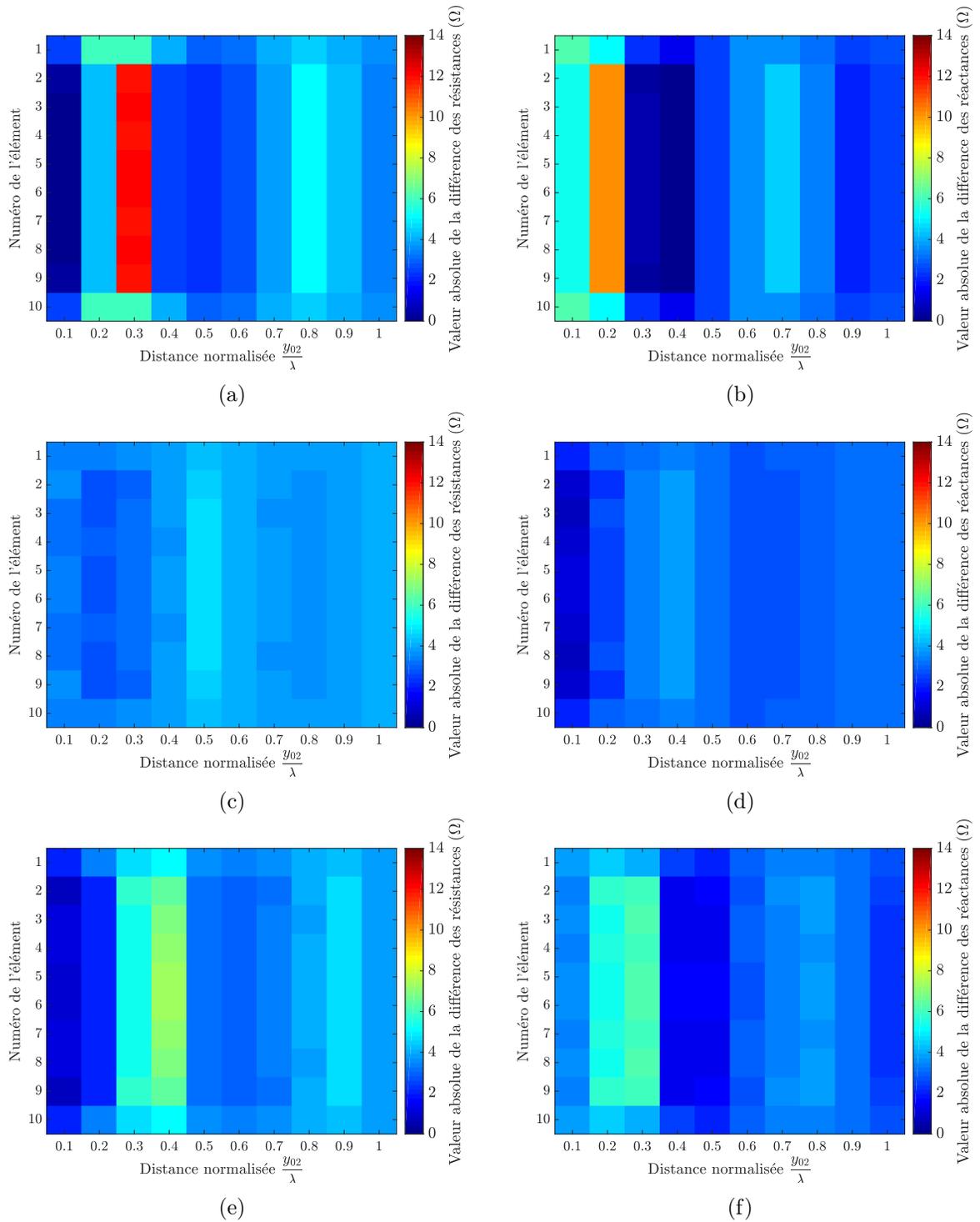


FIGURE 4.14 : Cartographie de la valeur absolue de la différence (en  $\Omega$ ) entre résistances ((4.14a), (4.14c), (4.14e)) et réactances ((4.14b), (4.14d), (4.14f)) d'entrée obtenues par simulation et par calcul théorique pour un réseau linéaire uniforme de dix dipôles de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  et de longueur  $L = 0.5\lambda$  avec des charges de  $0\Omega$  pour le court-circuit ((4.14a), (4.14b)), de  $1000\Omega$  pour le circuit-ouvert ((4.14c), (4.14d)) ou de  $(77 - 45.6j)\Omega$  pour la charge adaptée ((4.14e), (4.14f)).

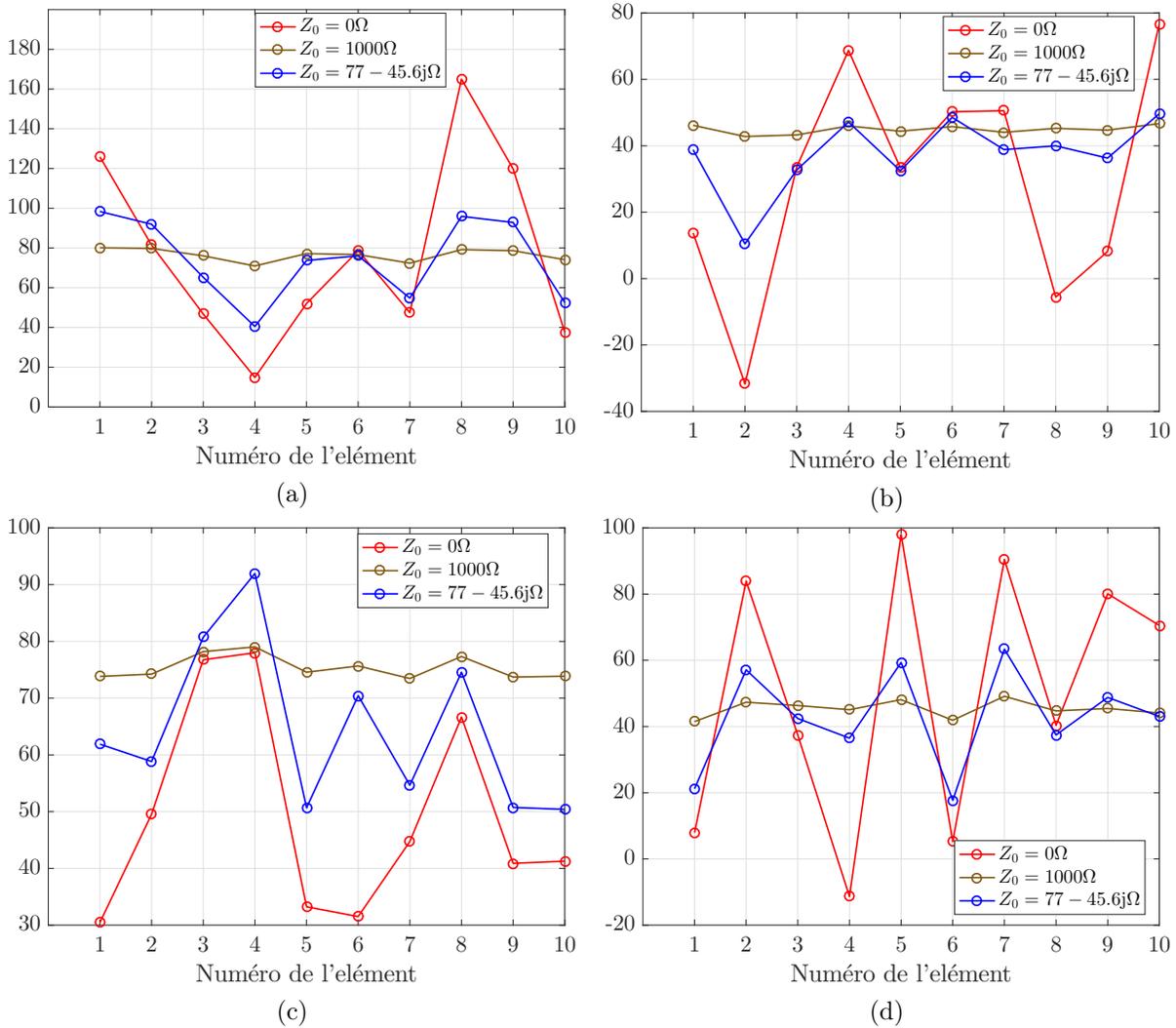


FIGURE 4.15 : Résistances ((4.15a), (4.15c)) et réactances ((4.15b), (4.15d)) d'entrée (en  $\Omega$ ) obtenues par simulation pour le cas n°1 ((4.15a), (4.15b)) et le cas n°2 ((4.15c), (4.15d)) de répartition aléatoire de dix dipôles de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  et de longueur  $L = 0.5\lambda$  avec des charges de  $0\Omega$  pour le court-circuit, de  $1000\Omega$  pour le circuit ouvert ou de  $(77 - 45.6j)\Omega$  pour la charge adaptée.

observe que l'impédance d'entrée peut être très ou peu différente de l'impédance propre du dipôle isolé ( $Z_{11} = (77 + 45.6j)\Omega$ ) selon que l'élément environné considéré subisse beaucoup ou peu d'influence de la part des autres éléments. Si on regarde les valeurs du tableau 4.5, on voit que les impédances d'entrée sur l'élément 6 du cas n° 1 et l'élément 3 du cas n° 2 sont celles qui se rapprochent le plus de la valeur de l'impédance propre du dipôle isolé; ces éléments se trouvent en périphérie des réseaux étudiés et subissent donc peu d'interactions électromagnétiques.

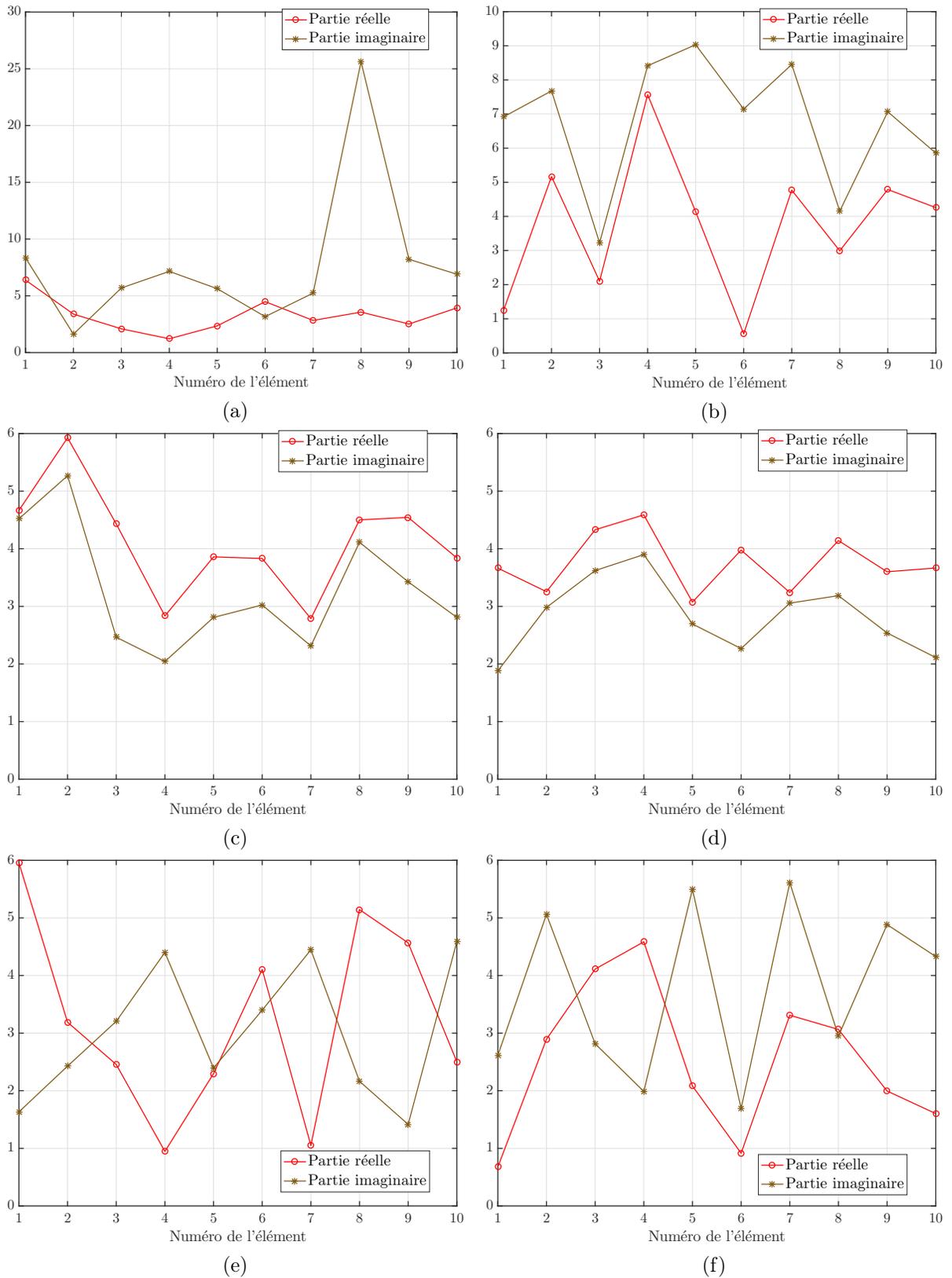


FIGURE 4.16 : Valeur absolue de la différence (en  $\Omega$ ) entre les impédances d'entrée simulées et celles calculées à partir des formules théoriques pour le cas n°1 ((4.16a), (4.16c), (4.16e)) et le cas n°2 ((4.16b), (4.16d), (4.16f)) de répartition aléatoire de dix dipôles de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  et de longueur  $0.5\lambda$  avec des charges de  $0\ \Omega$  pour le court-circuit ((4.16a), (4.16b)), de  $1000\ \Omega$  pour le circuit ouvert ((4.16c), (4.16d)) ou de  $(77 - 45.6j)\ \Omega$  pour la charge adaptée ((4.16e), (4.16f)).

Tableau 4.5 : Valeurs des impédances d'entrée simulées et théoriques sur chacun des dipôles des deux cas aléatoires étudiés pour une charge adaptée ( $Z_0 = (77 - 45.6j) \Omega$ ).

	Dipôle n° $i$	$Z_{in_i}$ en $\Omega$ (simulation)	$Z_{in_i}$ en $\Omega$ (théorie)
Cas n° 1	1	98.38+38.77j	92.43+37.14j
	2	91.97+10.46j	88.78+8.03j
	3	65.26+32.70j	62.80+29.50j
	4	40.49+47.14j	39.54+42.74j
	5	73.74+32.47j	71.44+30.07j
	6	76.08+48.56j	71.97+45.16j
	7	54.77+38.85j	53.72+34.40j
	8	95.95+39.98j	90.80+37.82j
	9	92.86+36.29j	88.30+34.87j
	10	52.49+49.65j	49.99+45.07j
Cas n° 2	1	61.89+21.19j	61.22+18.58j
	2	58.83+57.12j	55.94+52.06j
	3	80.72+42.42j	76.61+39.60j
	4	40.49+47.14j	87.38+34.51j
	5	50.67+59.34j	48.59+53.85j
	6	70.44+17.71j	69.53+16.02j
	7	54.66+63.37j	51.34+57.76j
	8	74.56+37.46j	71.49+34.51j
	9	50.74+48.78j	48.75+43.90j
	10	50.39+43.05j	48.79+38.72j

Cette étude que nous venons de mener sur le calcul d'impédances (mutuelles, d'entrée) va dans la suite nous servir à étudier l'adaptation du dipôle environné. En effet, dans le contexte RFID, connaître l'adaptation de l'antenne du tag environné est important puisque l'adaptation est un des paramètres qui intervient dans le bilan de liaison entre lecteur et tag. Nous venons de voir que l'impédance d'entrée d'un dipôle environné pouvait être déterminée à partir des impédances du réseau de dipôles. Nous allons dans la suite étudier les modifications apportées sur la bande passante du dipôle environné par rapport à la bande passante du dipôle isolé. Connaissant l'impédance d'entrée d'un élément dans le réseau, il est possible de connaître son coefficient de réflexion  $\Gamma_{in_i}$  ( $i = 1, \dots, N$ ) :

$$\Gamma_{in_i} = \frac{Z_{in_i} - Z_0^*}{Z_{in_i} + Z_0^*}, \quad (4.32)$$

où  $Z_0$  est l'impédance de charge sur les éléments autres que l'élément  $i$ . Cette impédance de charge est prise égale à  $Z_{11}^*$ ,  $Z_{11}$  étant l'impédance propre du dipôle isolé ( $Z_{11} = (77 + 45.6j) \Omega$ ). La figure 4.17 permet de comparer le coefficient de réflexion d'un dipôle pris isolément (longueur  $L = 0.5\lambda$ , rayon  $a = 10^{-6}\lambda$ ) dans la bande 850 – 950 MHz fourni par les simulations électromagnétiques à celui obtenu avec les formules théoriques. On peut observer sur cette figure que le dipôle isolé est parfaitement adapté à 900 MHz et que simulation et théorie correspondent très bien.

Nous allons considérer les deux cas de dix dipôles aléatoirement répartis dans le plan  $(y, z)$  présentés dans le tableau 4.3 et la figure 4.9. Nous allons d'abord comparer les coefficients de réflexion obtenus à partir des simulations électromagnétiques à ceux calculés théoriquement. Pour ce faire, nous choisissons dans chacun des deux cas aléatoires un dipôle situé en périphérie du réseau (donc peu environné) et un dipôle placé entre d'autres éléments. La figure 4.18 présente une comparaison des coefficients de réflexion obtenus sur les éléments 6 et 4 du cas n° 1 et sur

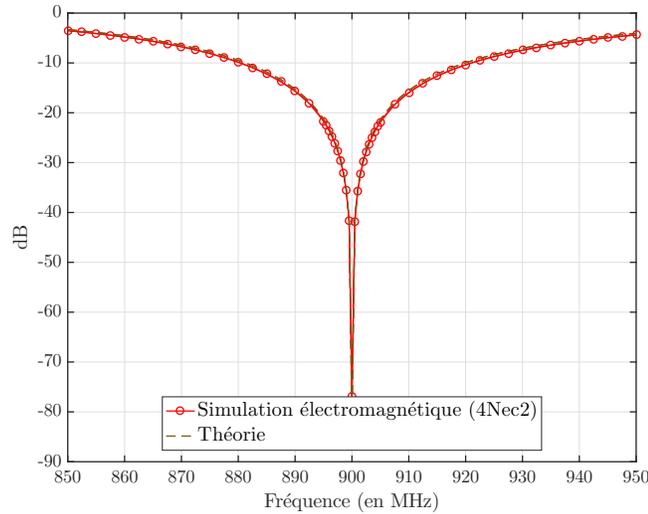


FIGURE 4.17 : Coefficient de réflexion dans la bande 850 – 950 MHz d'un dipôle isolé de longueur  $L = 0.5\lambda$  et de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$ .

les éléments 3 et 1 du cas n° 2. On peut observer une bonne concordance entre simulation et théorie et sur la figure 4.18c, on voit que le minimum du coefficient de réflexion est légèrement décalé en fréquence par rapport au coefficient de réflexion du dipôle isolé. Pour étudier la bande passante du dipôle environné, nous présentons sur la figure 4.19 les coefficients de réflexion  $\Gamma_{in_i}$  des éléments  $i$  des cas n° 1 et n° 2 de dipôles aléatoirement répartis obtenus à partir des formules théoriques. Par effet du couplage mutuel entre les éléments, nous pouvons voir que l'adaptation du dipôle environné est différente de celle du dipôle isolé dans la bande 850 – 950 MHz. Selon le critère d'adaptation choisi ( $-6$  dB,  $-10$  dB), nous voyons que certains éléments ne sont même plus adaptés ou ont le minimum de leur coefficient de réflexion décalé en fréquence. Si on choisit par exemple le critère à  $-10$  dB, on peut observer sur les deux cas de réseaux étudiés que les éléments les plus éloignés des autres sont ceux dont l'adaptation est peu modifiée, comparée à celle de l'élément isolé : c'est le cas de l'élément 6 pour le cas n°1 ou de l'élément 3 pour le cas n°2 dont les positions dans leurs réseaux respectifs sont telles qu'ils subissent peu d'interactions électromagnétiques de la part des autres éléments. Sur d'autres éléments dont le point d'excitation est fortement impacté (élément 4 pour le cas n°1 ou élément 1 pour le cas n°2), on note soit que le dipôle n'est pas bien adapté à  $-10$  dB, soit que le coefficient de réflexion est minimal à une fréquence différente de 900 MHz.

Le dipôle isolé de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  que nous avons considéré a une bande passante autour de la fréquence centrale de 900 MHz de 4.22% à  $-10$  dB et de 7.39% à  $-6$  dB (les fréquences minimales et maximales sont égales respectivement à 881.5 MHz et 919.5 MHz pour la bande passante à  $-10$  dB, et 868.5 MHz et 935 MHz pour la bande passante à  $-6$  dB). La bande passante autour de la fréquence centrale est calculée comme le rapport de la différence entre les fréquences minimale et maximale entre lesquelles le coefficient de réflexion est inférieure à une valeur donnée sur la fréquence centrale. Nous allons regarder l'effet du couplage mutuel sur cette bande passante en considérant les deux cas de distributions aléatoires de dipôles précédemment étudiés. Nous avons déjà observé qualitativement sur la figure 4.19 que la bande passante ainsi que le niveau d'adaptation étaient modifiés lorsque le dipôle est environné. Nous présentons dans le tableau 4.6 la fréquence  $f_i$  à laquelle le coefficient de réflexion est minimal et la valeur  $S_{ii}$  de ce coefficient de réflexion. Nous donnons également le décalage fréquentiel du minimum du coefficient de réflexion

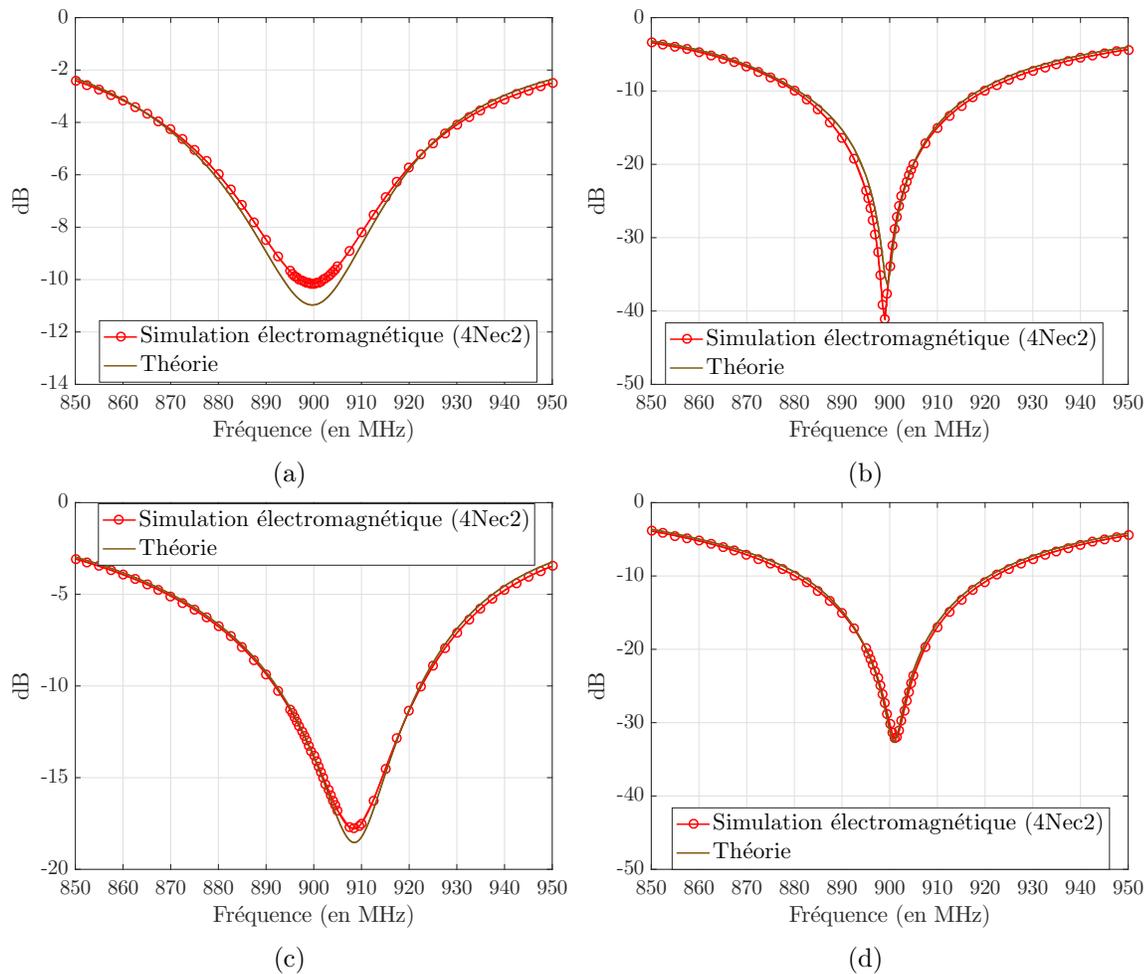


FIGURE 4.18 : Coefficients de réflexion calculés théoriquement et obtenus à partir des simulations électromagnétiques pour les éléments 4 (4.18a) et 6 (4.18b) du cas n°1 et les éléments 1 (4.18c) et 3 (4.18d) du cas n°2 des distributions aléatoires de dipôles étudiées.

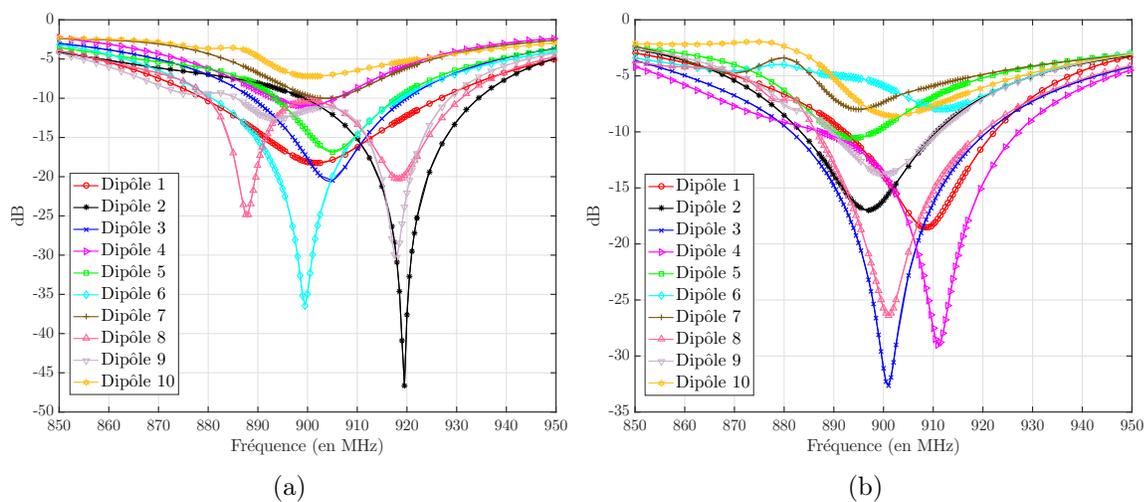


FIGURE 4.19 : Coefficients de réflexion calculés théoriquement dans la bande 850 – 950 MHz d'un ensemble de dipôles de longueur  $L = 0.5\lambda$  et de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  aléatoirement répartis dans le plan  $(y, z)$  (cas n°1 (4.19a), cas n°2 (4.19b)).

par rapport à la fréquence de résonance  $f = 900$  MHz du dipôle isolé  $\left(\frac{\Delta f_i}{f} = \frac{|f_i - f|}{f}\right)$  puis calculons le pourcentage de bande  $BW_r$  couverte par le dipôle environné par rapport à la bande couverte par le dipôle isolé à  $-10$  dB et à  $-6$  dB. Les fréquences  $f_{min_i}$  et  $f_{max_i}$  données dans le tableau sont les fréquences minimales et maximales entre lesquelles le coefficient de réflexion du dipôle  $i$  est inférieur à  $-10$  dB (ou  $-6$  dB, selon le critère d'adaptation retenu). On peut observer que la fréquence de résonance du dipôle environné peut être décalée jusqu'à 2.17% par rapport à la fréquence de résonance du dipôle isolé. Cependant, pour les deux cas aléatoires étudiés, la presque totalité des dipôles couvre au moins 3.95% de la bande passante à  $-10$  dB couverte par le dipôle isolé et 28.57% de la bande passante à  $-6$  dB couverte par le dipôle isolé. Avec les deux cas aléatoires considérés, nous avons vu qu'il était possible de prédire le comportement du dipôle environné. Jusqu'ici, nous avons considéré des dipôles de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  pour valider les expressions théoriques de calcul d'impédance que nous avons proposées. Ces dipôles très fins ne correspondent pas à ce qu'on a dans des systèmes RFID réels où les dipôles sont plus épais. Il nous faut donc vérifier que lorsqu'on a des dipôles épais, le comportement du tag environné peut également être prédit. Pour ce faire, nous considérons dix dipôles aléatoirement distribués sur une surface variable ( $1\lambda \times 1\lambda$ ,  $2\lambda \times 2\lambda$ ,  $3\lambda \times 3\lambda$  et  $4\lambda \times 4\lambda$ ). Pour chaque densité de tags envisagée, nous considérons 200 réalisations de la distribution aléatoire de ces dix dipôles et traçons la fonction de distribution cumulée (en anglais Cumulative Distribution Function (CDF)) du coefficient de réflexion de chacun des dipôles en présence des autres court-circuités ou sur charge adaptée. A la fréquence de fonctionnement considérée ( $f = 900$  MHz), la longueur d'onde est  $\lambda \simeq 0.33$  m. Cette étude est menée pour deux types de dipôles : des dipôles fins de rayon  $a = 10^{-6}\lambda \simeq 0.3$   $\mu\text{m}$  pour lesquels les coefficients de réflexion obtenus à partir des expressions théoriques développées sont comparés à ceux obtenus à partir du simulateur électromagnétique 4Nec2, et des dipôles épais de rayon  $a = 3 \cdot 10^{-3}\lambda \simeq 1$  mm pour lesquels on utilisera uniquement le simulateur électromagnétique pour avoir le coefficient de réflexion des dipôles étudiés. La figure 4.20 présente une comparaison des CDF obtenues pour les deux rayons de dipôles et pour les quatre densités (ou surfaces de distribution) considérés. Si on regarde les fonctions de distribution obtenues pour les dipôles fins, on peut voir que la correspondance est quasi parfaite entre simulation et théorie pour toutes les surfaces de distribution considérées. De plus, les fonctions de distribution des coefficients de réflexion obtenus pour les dipôles épais ont la même allure que celles obtenues pour les dipôles fins : pour une configuration donnée, les dipôles fins et épais ont des coefficients de réflexion qui peuvent être différents mais la figure 4.20 montre que statistiquement, ils ont le même comportement. Pour étudier les effets du couplage mutuel sur l'adaptation du tag environné, on peut alors examiner le comportement statistique d'un groupe de dipôles très fins en utilisant les formules théoriques que nous avons développées puis transposer les conclusions obtenues alors au cas de dipôles épais. Utiliser les expressions théoriques plutôt que le simulateur électromagnétique constitue un gain de temps d'autant plus important que le nombre de tags (dipôles) à étudier est grand. La figure 4.21 présente le temps nécessaire pour calculer la matrice impédance d'un réseau de dipôles avec le simulateur électromagnétique 4Nec2 ou avec les expressions analytiques lorsque le nombre de dipôles varie. On peut voir que lorsqu'on a très peu de dipôles (1, 2, 3 ou même 4), on a un rapport entre les temps de calcul relativement petit comparé à ce qu'on a comme rapport entre les temps de calcul lorsqu'on a une distribution de dix dipôles : la matrice impédance se calcule près de vingt-sept fois plus rapidement pour chaque distribution de dix dipôles ce qui, pour une étude statistique nécessitant un grand nombre (ici 200) de réalisations de la distribution aléatoire des dix dipôles, constitue un gain de temps assez considérable. Ainsi, avec un nombre de cas aléatoires assez représentatif, on peut prédire le taux de lecture pouvant être atteint dans un contexte RFID donné en prenant en compte la désadaptation du tag environné dans le bilan de

liaison tag/lecteur. Cependant, l'adaptation du tag n'est pas le seul paramètre qui entre en jeu dans une communication RFID. Une bonne prédiction du comportement du tag environné et du taux de lecture nécessite également la maîtrise du diagramme de rayonnement du tag environné dans un contexte RFID donné. Dans la section suivante, nous allons étudier le diagramme de rayonnement du dipôle environné.

Tableau 4.6 : Paramètres d'adaptation des dipôles formant les deux cas aléatoires étudiés (fréquences de résonance  $f_i$ , coefficients de réflexion  $S_{ii}$ , bandes passantes relatives  $BW_r$ ).

Dipôle n° $i$	$f_i$ (en MHz)	$S_{ii}$ (en dB)	$\frac{\Delta f_i}{f}$ (en %)	à -10 dB		à -6 dB		
				$f_{min_i} - f_{max_i}$ (en MHz)	$BW_r$ (en %)	$f_{min_i} - f_{max_i}$ (en MHz)	$BW_r$ (en %)	
Cas n° 1	1	902.0	-18.25	0.22	879.0 - 926.5	125.00	863.5 - 943.5	120.30
	2	919.5	-46.62	2.17	899.5 - 934.0	52.63	869.0 - 944.5	99.25
	3	904.5	-20.55	0.50	889.0 - 919.5	80.26	876.0 - 933.0	85.71
	4	899.5	-10.97	0.06	894.0 - 905.5	30.26	879.5 - 919.0	59.40
	5	905.0	-16.87	0.56	894.0 - 918.0	63.16	878.0 - 931.5	80.45
	6	899.5	-36.40	0.06	881.0 - 918.5	97.37	868.5 - 934.0	98.50
	7	903.5	-10.03	0.39	903.0 - 904.5	3.95	887.5 - 920.5	49.62
	8	887.5, 918.5	-24.82, -20.28	1.39, 2.06	880.0 - 930.5	132.89	865.0 - 942.5	116.54
	9	918.0	-30.26	2.00	886.0 - 928.5	88.16	860.5 - 939.0	118.05
	10	901.0	-7.23	0.11	-	-	894.0 - 913.0	28.57
Cas n° 2	1	908.5	-18.54	0.94	892.5 - 922.0	71.05	877.0 - 933.0	84.21
	2	897.0	-17.00	0.33	883.5 - 910.5	71.05	872.5 - 924.0	77.44
	3	901.0	-32.64	0.11	881.5 - 920.5	100.00	866.5 - 936.0	104.51
	4	911.0	-28.99	1.22	887.5 - 927.0	84.21	861.0 - 940.0	118.80
	5	894.0	-10.56	0.67	890.5 - 998.0	19.74	879.5 - 914.5	52.63
	6	911.5	-7.94	1.28	-	-	901.0 - 924.0	34.59
	7	895.0	-7.99	0.56	-	-	888.0 - 908.5	30.83
	8	901.0	-26.38	0.11	886.5 - 919.5	86.84	875.0 - 935.0	90.23
	9	900.0	-13.74	0.00	890.0 - 911.0	55.26	876.0 - 924.5	72.93
	10	902.0	-8.58	0.22	-	-	892.0 - 920.0	42.10

### 4.3 Diagrammes de rayonnement

Dans le chapitre 2, nous avons résumé la méthode présentée par C. Craeye et B. Clerckx dans [26] permettant de calculer le diagramme de rayonnement de l'élément actif à partir du diagramme de rayonnement de l'élément isolé et de la matrice  $\underline{Z}$  du réseau. Nous allons utiliser cette méthode pour déterminer le diagramme de rayonnement d'un dipôle environné. Nous considérerons d'abord un ensemble de dipôles droits puis un ensemble de dipôles inclinés.

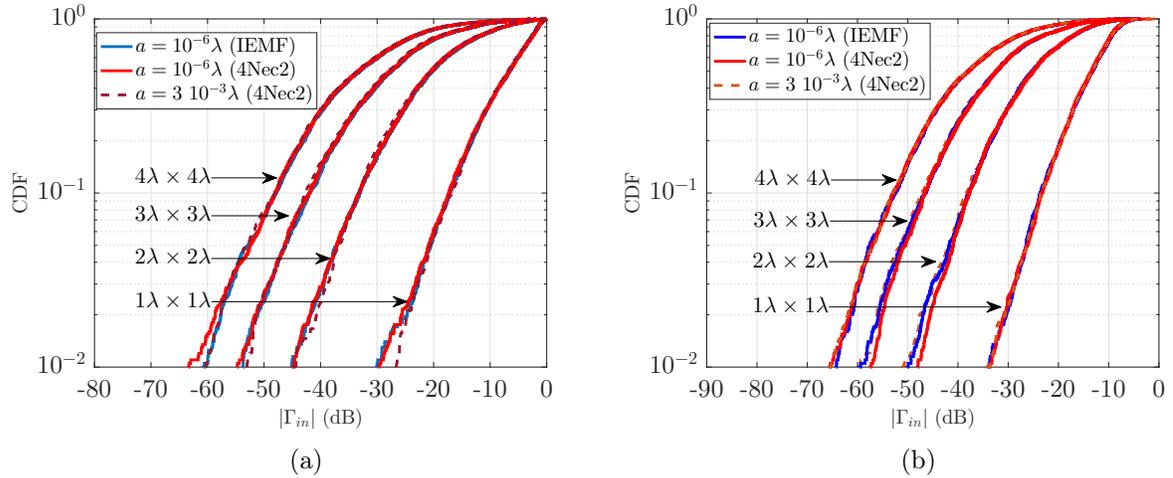


FIGURE 4.20 : Fonctions de distribution cumulée du coefficient de réflexion d'un dipôle environné par des dipôles court-circuités (4.20a) ou sur charges adaptées (4.20b).

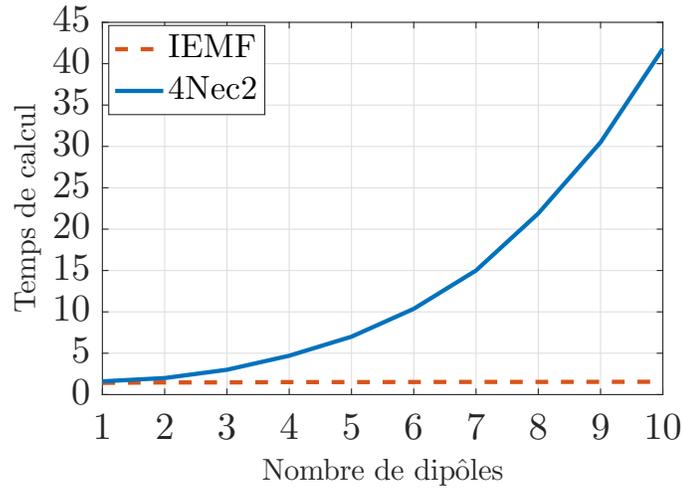


FIGURE 4.21 : Temps de calcul (en secondes) de la matrice impédance d'un réseau de dipôles avec les formules théoriques ou le simulateur électromagnétique 4Nec2 en fonction du nombre de dipôles ( $a = 10^{-6}\lambda$ ).

### 4.3.1 Formulation théorique

Nous rappelons la formule permettant de calculer le diagramme de rayonnement de l'élément actif [26] :

$$\underline{E}^e(\theta) = \underline{Z}_{norm}(\underline{Z} + \underline{Z}_L)^{-1}\underline{E}_{is}(\theta), \quad (4.33)$$

où  $\underline{E}^e(\theta) = [E_1^e(\theta) \cdots E_N^e(\theta)]$  et  $\underline{E}_{is}(\theta) = [E_{is_1}(\theta) \cdots E_{is_N}(\theta)]$  sont respectivement des vecteurs constitués des champs des différents éléments actifs du réseau et des champs des différents éléments du réseau pris isolément,  $\underline{Z}$  est la matrice impédance  $N \times N$  du réseau,  $\underline{Z}_L$  est la matrice diagonale  $N \times N$  des charges terminales (on suppose que tous les éléments sont chargés sur  $Z_0$ ),

$\underline{\underline{Z}}_{norm}$  est une matrice de normalisation donnée par :

$$\underline{\underline{Z}}_{norm} = \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & Z_{NN} + Z_0 \end{bmatrix}. \quad (4.34)$$

Dans le cas où les dipôles sont placés linéairement (ici le long de l'axe  $y$ ,  $z_{0i} = 0$  pour  $i = 1, \dots, N$ ) tel que représenté sur la figure 4.22, les composantes du vecteur  $\underline{E}_{is}(\theta)$  sont données par  $E_{is_i}(\theta) = E_{is}(\theta)e^{jk d_i \sin(\theta)}$  où  $E_{is}(\theta)$  est le champ rayonné par l'élément isolé placé à l'origine du repère et  $d_i$  est la distance du centre de l'élément  $i$  à l'origine du repère.

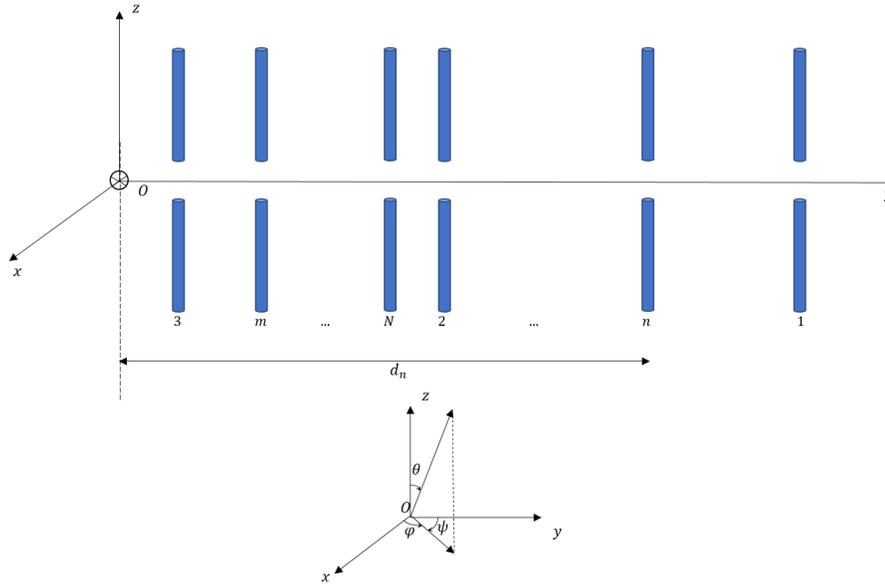


FIGURE 4.22 : Distribution linéaire de  $N$  dipôles non inclinés aléatoirement répartis.

Si on considère une distribution planaire de dipôles non inclinés telle que représentée sur la figure 4.23, la distance  $d_i$  du centre de l'élément  $i$  à l'origine du repère est alors donnée par  $d_i = \sqrt{y_{0i}^2 + z_{0i}^2}$ , où  $y_{0i}$  et  $z_{0i}$  sont les coordonnées du centre du dipôle  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ). Rappelons que pour le dipôle non incliné orienté selon l'axe  $z$ , seule la composante  $E_\theta$  du champ est prépondérante, la composante  $E_\varphi$  étant nulle. Le champ électrique rayonné par le dipôle isolé orienté selon l'axe  $z$  et placé à l'origine du repère est donné par :

$$E_{is}(\theta) = j \frac{\eta I_0}{2\pi} \frac{\cos(k \frac{L}{2} \cos(\theta)) - \cos(k \frac{L}{2})}{\sin(\theta)}, \quad (4.35)$$

$I_0$  étant l'amplitude du courant d'excitation du dipôle. La différence de marche  $\alpha_2(\theta)$  entre l'onde émise par le dipôle placé à l'origine du repère et celle émise par le dipôle placé en  $(y_{0i}, z_{0i})$  avec  $y_{0i} \neq 0$  et  $z_{0i} \neq 0$  est donnée par (voir figure 4.24) :

$$\alpha_2(\theta) = d_i \sin(\theta + \beta_{0i}) = \sqrt{y_{0i}^2 + z_{0i}^2} \sin(\theta + \beta_{0i}), \quad (4.36)$$

avec

$$\beta_{0i} = \arctan\left(\frac{z_{0i}}{y_{0i}}\right)$$

où on a considéré que le point d'observation était situé suffisamment en champ lointain pour que l'hypothèse d'onde plane soit valable et qu'on puisse supposer les rayons  $r$  et  $r_2$  parallèles

Si le dipôle est incliné selon un angle  $\theta_i \neq 0$  par rapport à l'axe  $z$ , la composante  $E_\varphi$  devient non nulle et intervient dans le calcul du champ total rayonné par le dipôle.

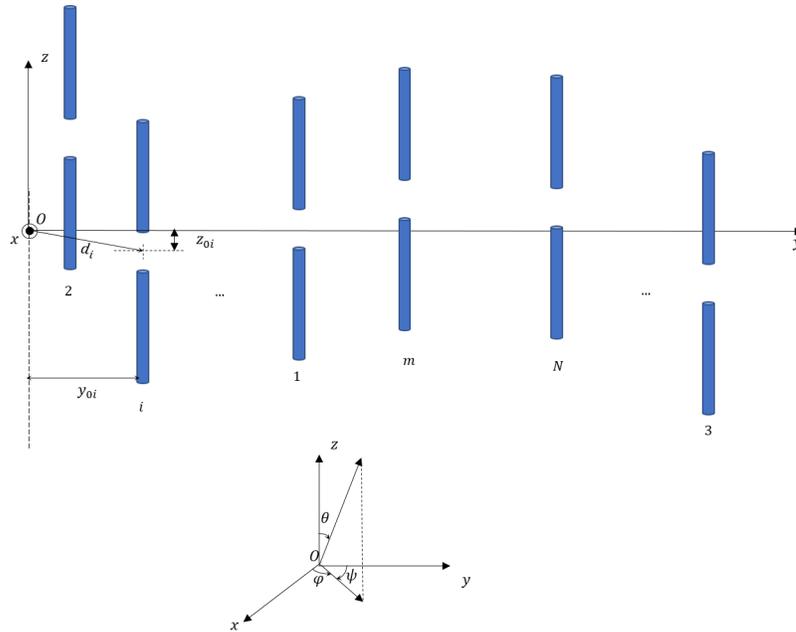


FIGURE 4.23 : Distribution planeaire de  $N$  dipôles non inclinés aléatoirement répartis.

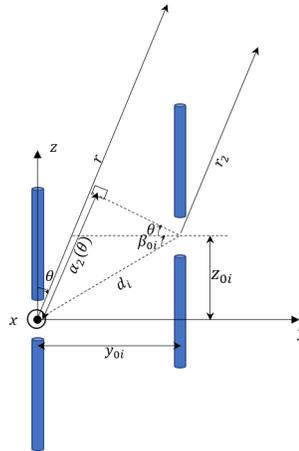


FIGURE 4.24 : Représentation de la différence de marche entre les ondes émises par deux dipôles en échelon.

### 4.3.2 Résultats de simulation

En utilisant la formule (4.33) pour la synthèse du diagramme de rayonnement de l'élément actif, ainsi que la formulation théorique du calcul de l'impédance mutuelle que nous avons proposée ((4.25) et (4.26)), nous avons synthétisé le diagramme de rayonnement d'un dipôle environné dans les plans  $\varphi = 90^\circ$  et  $\theta = 90^\circ$  dans le cas d'un réseau planeaire de dipôles non inclinés puis

d'un réseau planaire de dipôles inclinés. Dans ce qui suit, nous considérerons la composante  $E_\theta$  du champ rayonné par le dipôle (incliné ou non) dans le plan  $\theta = 90^\circ$ .

#### 4.3.2.1 Pour un réseau planaire de dipôles non inclinés

Considérons le réseau planaire de dipôles non inclinés représenté sur la figure 4.25. Les dipôles sont de longueur  $L = 0.5\lambda$  et de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$ . La figure 4.26 permet de comparer les diagrammes de rayonnement des différents éléments du réseau obtenus à partir des formules théoriques à ceux obtenus à partir des simulations électromagnétiques sur 4Nec2. Nous pouvons observer globalement une bonne correspondance entre simulation et théorie. Sur les éléments 2, 5, 7 et 8, cette correspondance est quasi parfaite : en raison de la position de ces éléments dans le réseau, leur point d'excitation n'est pas perturbé ou l'est alors très peu. Sur l'élément 3, on note une différence assez importante entre simulation et théorie qui s'explique par la position de cet élément dans le réseau : il subit une double perturbation des éléments 10 et 4 au niveau de son point d'excitation. Ce qu'il faut également retenir de cette comparaison, c'est que pour chacun des éléments du réseau, le diagramme synthétisé respecte la position du zéro de rayonnement de l'élément en question, ce qui correspondrait à une zone de silence dans une communication entre tag et lecteur.

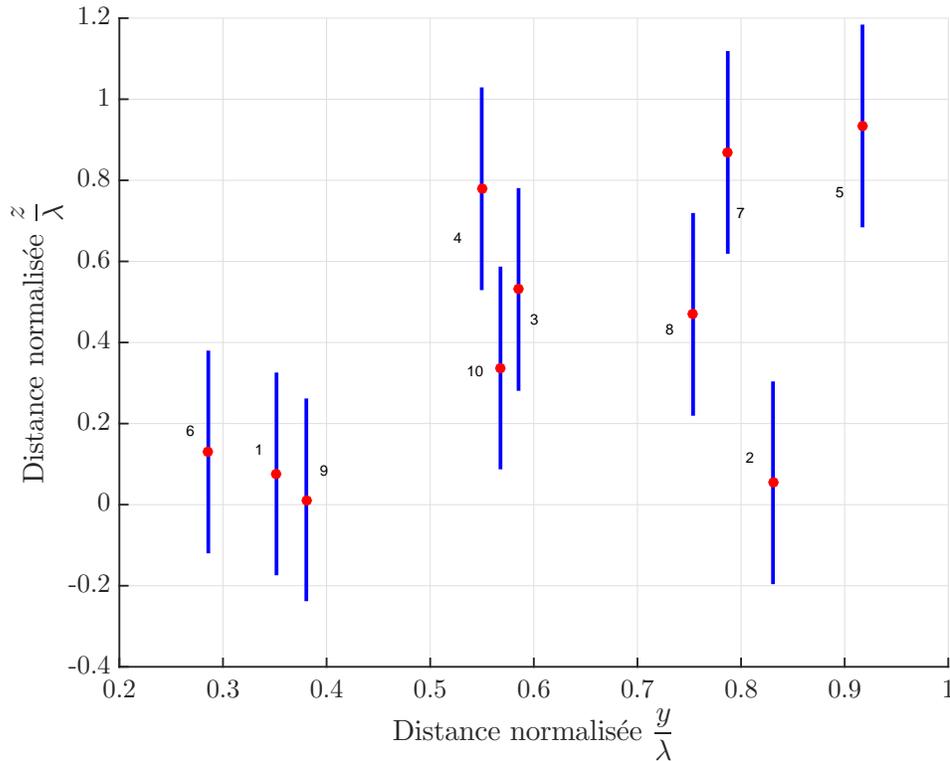


FIGURE 4.25 : Distribution planaire aléatoire de dix dipôles non inclinés.

#### 4.3.2.2 Pour un réseau planaire de dipôles inclinés

Nous allons considérer ici les deux cas de dipôles aléatoirement répartis déjà étudiés et présentés dans le tableau 4.3 et sur la figure 4.9. Les figures 4.27 et 4.28 permettent de comparer simulation et théorie. Comme dans le cas du réseau de dix dipôles non inclinés étudié dans la section précédente, nous pouvons observer que simulation et théorie correspondent bien pour

chacun des dipôles des deux cas aléatoires considérés, y compris sur les éléments qui subissent le plus d'influence de la part des autres. Comme cela a été fait avec le coefficient de réflexion, une étude statistique avec un nombre représentatif de cas aléatoires peut aussi être menée sur le diagramme de rayonnement pour connaître la proportion de tags pour lesquels les effets du couplage mutuel conduisent à une amplitude du champ rayonné (ou du gain) inférieure à un seuil fixé, seuil en dessous duquel la communication entre le tag et le lecteur devient impossible. Ainsi, connaissant la matrice impédance de la distribution des éléments et le diagramme de rayonnement de l'élément isolé, il est alors possible de délimiter des zones et distances de lecture dans une communication lecteur/tag.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous sommes partis de la méthode IEMF pour proposer une formulation théorique de l'impédance entre des dipôles fins, parcourus par des distributions de courant sinusoïdales et aléatoirement répartis dans un plan. La répartition aléatoire des dipôles est choisie pour simuler un ensemble de tags RFID, représentés par les dipôles, éparpillés dans un plan et interrogés par un lecteur. Dans le souci d'étudier l'impact du couplage mutuel sur le taux et la distance de lecture dans une communication RFID, nous avons d'abord étudié le coefficient de réflexion ainsi que la bande passante du dipôle environné par rapport à ceux du dipôle isolé. Pour ce faire, nous avons proposé une méthode de calcul de l'impédance d'entrée du dipôle environné basée sur la connaissance des impédances du réseau et permettant à son tour de calculer le coefficient de réflexion à l'entrée de chaque dipôle. Après avoir validé les expressions théoriques de calcul d'impédances que nous avons proposées, nous avons étudié deux cas de dipôles aléatoirement répartis. Nous avons vu que la bande passante ainsi que la fréquence à laquelle le minimum du coefficient de réflexion est atteint pour le dipôle environné (qui est la fréquence de résonance dans le cas d'un dipôle isolé) peuvent subir des décalages plus ou moins importants selon le niveau de couplage mutuel. Dans certains cas, les effets du couplage mutuel peuvent être tels que le dipôle environné ne satisfait plus le standard de communication (dipôle environné non adapté dans la bande couverte par le dipôle isolé). Ces résultats ayant été obtenus avec des dipôles très fins, nous avons amorcé une étude statistique sur le coefficient de réflexion qui a montré que des dipôles épais (donc plus réalistes) ont le même comportement statistique que les dipôles fins, en termes de CDF du coefficient de réflexion du dipôle environné. Cependant, l'étude des dipôles épais ne peut pas être faite avec des formules analytiques simples et nécessite donc un simulateur électromagnétique. Pour gagner en temps de calcul, les formules analytiques développées ici peuvent alors être utilisées pour étudier statistiquement des dipôles fins pour ensuite étendre les conclusions faites sur ces dipôles au cas où on a des dipôles plus épais. Les résultats ont montré un temps de calcul vingt-sept fois moins important lorsqu'on utilise les formules analytiques plutôt que le simulateur électromagnétique pour une distribution de dix dipôles. En plus de l'adaptation du dipôle environné, nous avons également étudié le diagramme de rayonnement du dipôle environné en nous basant sur le concept de diagramme de rayonnement de l'élément actif et en utilisant la matrice impédance de la distribution aléatoire obtenue avec les formules théoriques. Connaissant la forme du diagramme de rayonnement, il est alors possible de connaître les directions dans lesquelles un lecteur RFID peut être utilisé pour réveiller un tag dans un contexte haute densité.

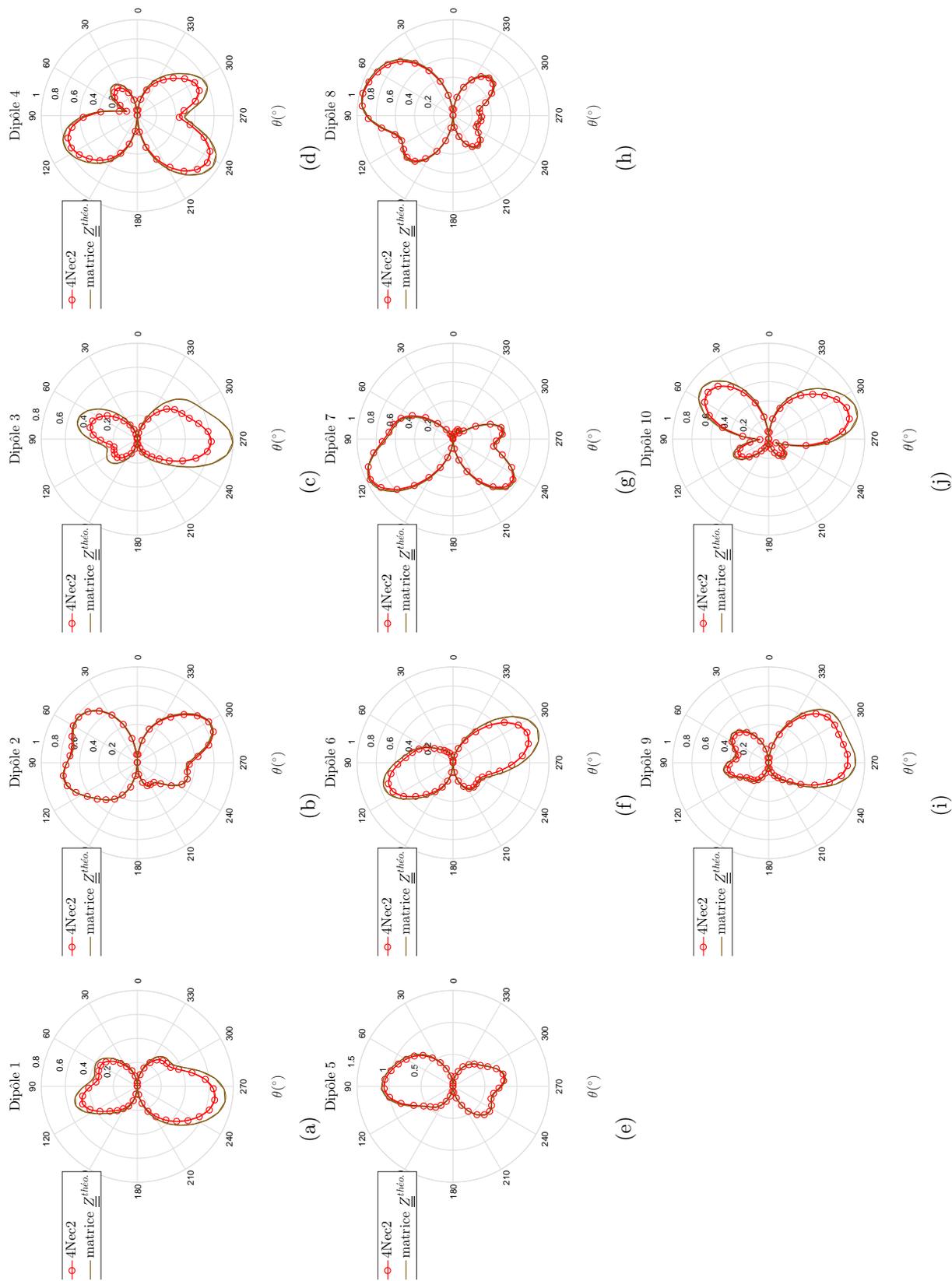


FIGURE 4.26 : Modules en V/m des champs rayonnés dans le plan  $\varphi = 90^\circ$  par les dix éléments actifs d'une distribution aléatoire planaire de dipôles de longueur  $L = 0.5\lambda$  et de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  simulés et estimés avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  calculée à partir des équations (4.25) et (4.26) et la formule (4.33).

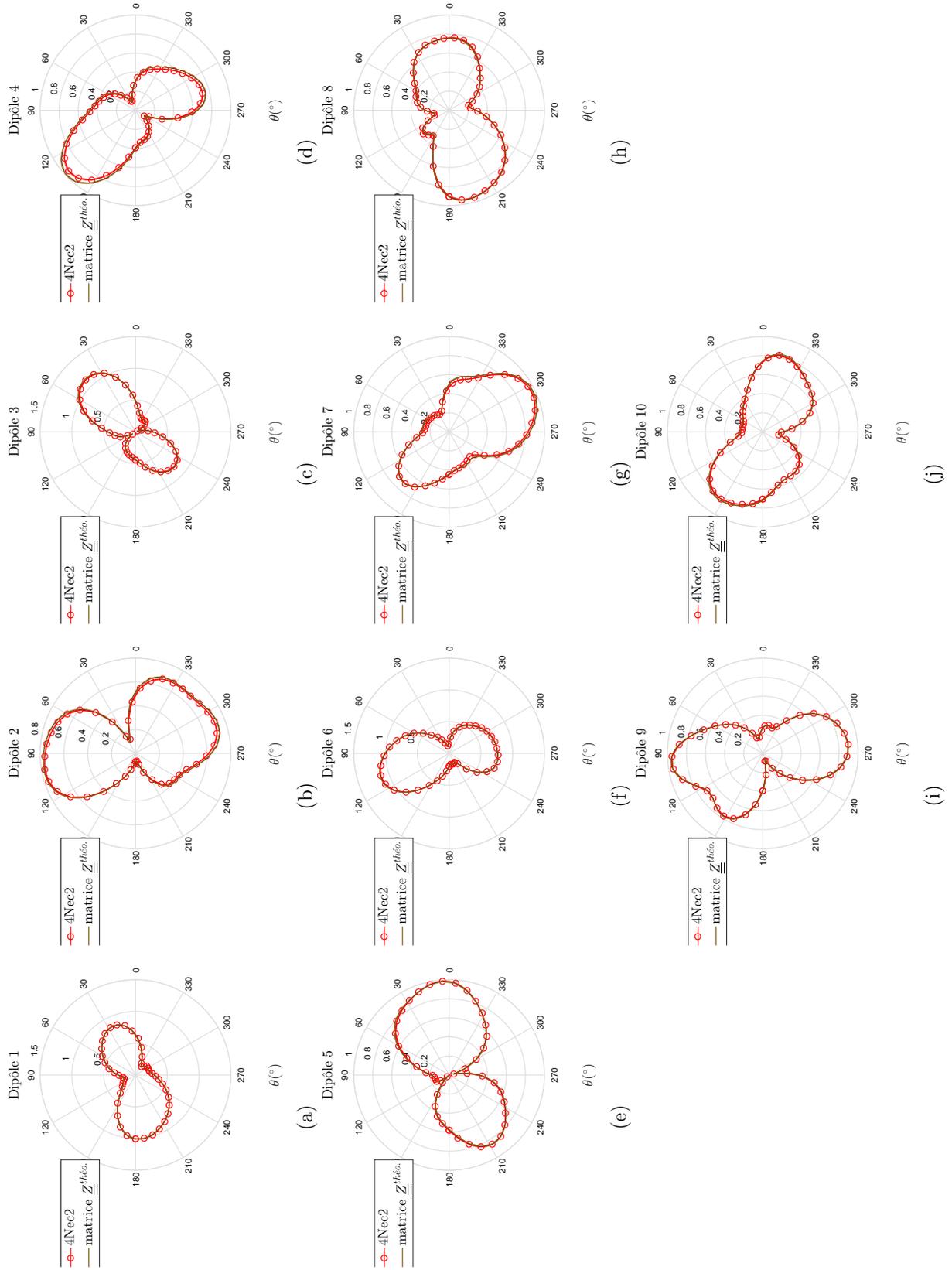


FIGURE 4.27 : Modules en  $V/m$  des champs rayonnés dans le plan  $\varphi = 90^\circ$  par les dix éléments actifs du cas n° 1 de distribution aléatoire de dipôles de longueur  $L = 0.5\lambda$  et de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  simulés et estimés avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  calculée à partir des équations (4.25) et (4.26) et la formule (4.33).

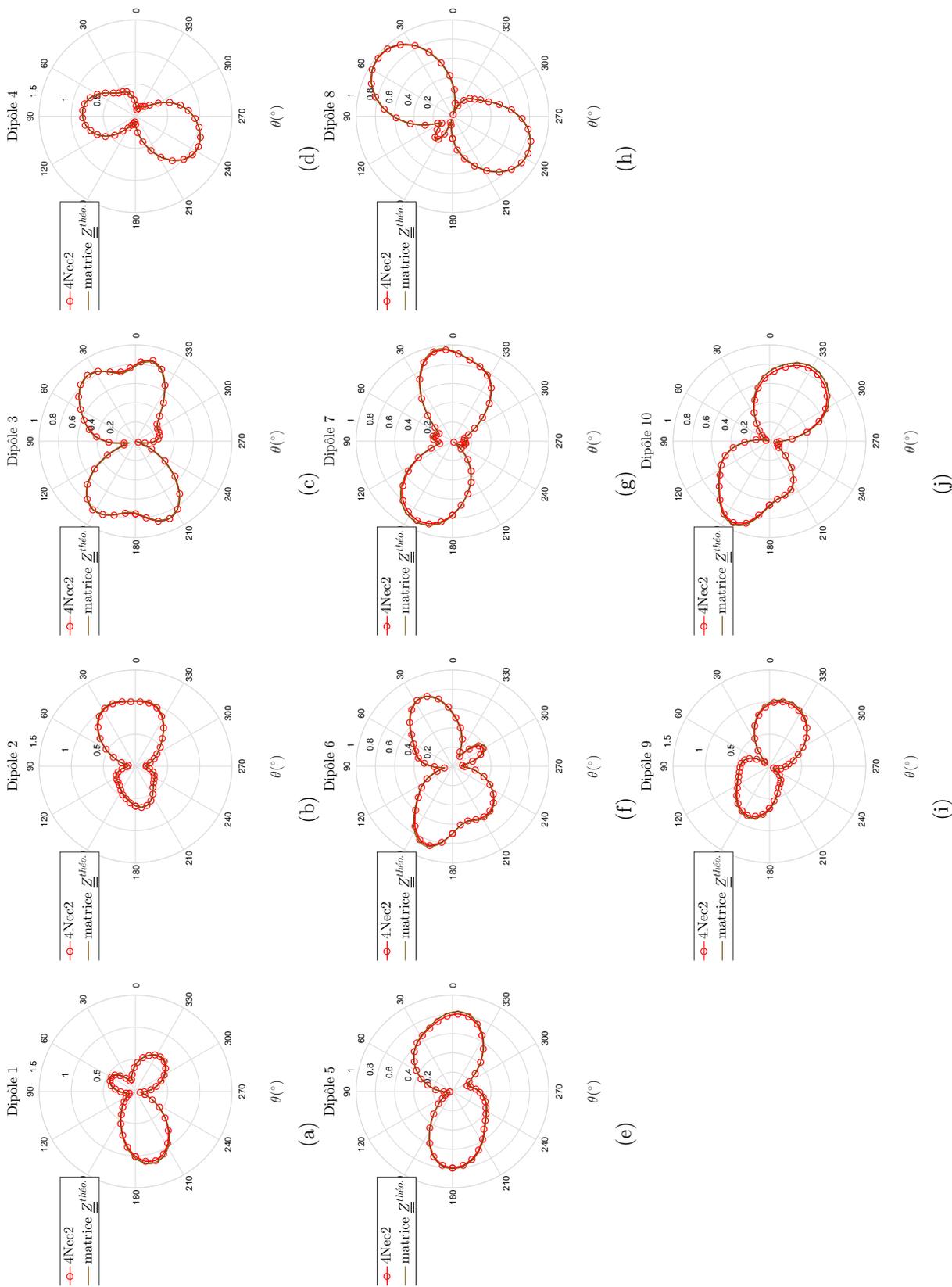


FIGURE 4.28 : Modules en V/m des champs rayonnés dans le plan  $\varphi = 90^\circ$  par les dix éléments actifs du cas n°2 de distribution aléatoire de dipôles de longueur  $L = 0.5\lambda$  et de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  simulés et estimés avec la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  calculée à partir des équations (4.25) et (4.26) et la formule (4.33).

## Chapitre 5

# Conclusions et perspectives

La méthode IEMF (Induced ElectroMotive Force) initialement proposée pour déterminer les impédances propres et mutuelles entre deux dipôles fins non inclinés placés en configuration “côte-à-côte”, “parallèle-en-échelon” ou “colinéaire” a été présentée dans le chapitre 2 avant d’être étendue au cas d’un réseau linéaire uniforme de  $N$  dipôles satisfaisant la condition de “minimum scattering antennas” (dipôles fins de rayon  $a = 10^{-6}\lambda$  espacés d’au moins  $0.07\lambda$  ou dipôles de rayon  $a = 10^{-3}\lambda$  espacés d’au moins  $0.25\lambda$ ). Nous avons également étudié dans ce chapitre la synthèse du diagramme de rayonnement de l’élément actif en utilisant la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  ou la matrice  $\underline{\underline{S}}$  du réseau. Nous avons montré qu’il était possible de synthétiser théoriquement le diagramme de rayonnement de l’élément actif d’un réseau de dipôles en utilisant la matrice  $\underline{\underline{Z}}$  calculée théoriquement avec la méthode IEMF étendue et l’expression théorique du champ rayonné par le dipôle isolé. Lorsque la méthode IEMF ne peut pas être utilisée pour déterminer la matrice impédance du réseau, nous avons proposé une méthode d’optimisation au sens des moindres carrés qui permet de déterminer des pondérations complexes prenant en compte les effets du couplage mutuel et pouvant être utilisées pour synthétiser le diagramme de rayonnement de l’élément actif. Nous avons, au cours de cette étude, montré que l’approximation champ lointain habituellement utilisée dans l’expression du facteur de réseau conduisait à des erreurs de phase qui peuvent s’avérer problématiques dans des applications nécessitant une grande précision et avons proposé un modèle sphérique de ce facteur de réseau. L’utilisation du modèle sphérique à la place de l’approximation champ lointain a donné de meilleurs résultats en termes de MSE entre le champ de l’élément actif synthétisé et celui obtenu à partir des simulations électromagnétiques, comparés aux valeurs de MSE obtenues sur les champs synthétisés en faisant l’approximation champ lointain. Plus particulièrement, lorsque la distance d’observation est de l’ordre de la limite champ proche/champ lointain d’un réseau comprenant un nombre important d’éléments, l’utilisation du modèle sphérique trouve d’autant plus son intérêt : la différence de marche entre l’onde émise par l’élément placé à l’origine du repère et celle émise par les éléments les plus éloignés de l’origine du repère est calculée avec plus de précision. Nous avons comparé la méthode de synthèse du diagramme de rayonnement de l’élément actif que nous avons proposée aux autres méthodes de synthèse étudiées ([3], [26], [25]) : la méthode que nous avons proposée a donné de meilleurs résultats en termes de MSE. Une contrainte liée à la conservation de l’énergie électromagnétique pourrait être ajoutée au problème d’optimisation pour avoir des pondérations  $A_{nm}$  qui modéliseraient de manière plus précise les interactions électromagnétiques qui se produisent entre les éléments d’un réseau d’antennes.

Dans le chapitre 3, nous avons présenté la plateforme expérimentale de radar MIMO (Multiple Input Multiple Output) à antennes colocalisées qui a été développée lors de précédents travaux [28]. Nous avons montré ses limites liées au fait qu’elle ne soit constituée que d’une seule antenne émettrice et d’une seule antenne réceptrice qui se déplacent sur des rails en des positions prédéfinies. L’antenne (émettrice ou réceptrice) qui se déplace sur le rail a un diagramme de

rayonnement qui ne reflète pas les effets du couplage mutuel présent dans un vrai réseau d’antennes. Pour prendre en compte les effets du couplage mutuel sur la plateforme expérimentale, nous avons synthétisé le diagramme de rayonnement de l’élément actif à chacune des  $N$  positions de l’antenne qui se déplace. Pour ce faire, nous avons d’abord simulé sous HFSS un réseau de  $N$  antennes imprimées séparées de la même distance que celle qui sépare les positions de l’antenne qui se déplace sur la plateforme expérimentale. A partir des diagrammes de rayonnement des éléments actifs du réseau obtenus à partir des simulations électromagnétiques, nous avons déterminé les pondérations  $A_{nm}$  solutions du problème d’optimisation au sens des moindres carrés  $LS_{2NF_3}$  énoncé dans le chapitre 2. Ensuite, nous avons utilisé ces pondérations pour synthétiser le diagramme de rayonnement de l’élément actif sur la plateforme expérimentale à partir de la mesure du diagramme de rayonnement de l’antenne imprimée isolée, placée à l’origine du repère. Les résultats ont montré une assez bonne correspondance entre diagrammes synthétisés et diagrammes mesurés. Cette méthode de synthèse du diagramme de rayonnement de l’élément actif sur une plateforme expérimentale de radar MIMO à antennes colocalisées (constituée d’une seule antenne à l’émission et d’une seule antenne à la réception qui se déplacent) pourrait être utilisée, à terme, comme un outil permettant d’étudier la géométrie des réseaux émetteurs et récepteurs du radar MIMO, ainsi que le nombre et le type d’éléments qui les composent pour atteindre des performances voulues avant la phase de réalisation du radar MIMO à antennes colocalisées. Les pondérations  $A_{nm}$  solutions du problème d’optimisation pourraient également être utilisées pour prendre en compte le couplage mutuel lors de la synthèse des formes d’onde émises par le radar MIMO.

Le chapitre 4 traite des applications de la modélisation du couplage mutuel dans les systèmes RFID à haute densité de tags. Nous avons d’abord étendu la méthode IEMF au cas de dipôles très fins (rayon  $a = 10^{-6}\lambda$ ) aléatoirement répartis et inclinés dans un plan pour modéliser les interactions électromagnétiques qui se produisent lorsque des tags RFID éparpillés sur un plan sont éclairés par un lecteur. Nous avons ensuite proposé une formulation théorique du calcul de l’impédance d’entrée d’un tag environné. Connaissant l’impédance d’entrée, nous avons étudié l’effet du couplage mutuel sur l’adaptation ainsi que sur la bande passante du dipôle environné et avons montré qu’il était possible de prédire le décalage fréquentiel de la bande passante du dipôle (tag) environné avec les formules théoriques pour deux cas de dipôles aléatoirement distribués dans un plan. Les formules théoriques de calcul d’impédance développées restent valables pour des dipôles fins parcourus par une distribution de courant sinusoïdale. Or, dans la pratique, les dipôles constituant les tags RFID sont beaucoup plus épais. Nous avons alors effectué une étude statistique sur le coefficient de réflexion du tag environné pour deux rayons de dipôles ( $a = 10^{-6}\lambda$  pour les dipôles fins et  $a = 3 \cdot 10^{-3}\lambda$  pour les dipôles épais) et avons montré avec des tracés de CDF que les coefficients de réflexion de ces dipôles fins et épais ont le même comportement statistique. Au lieu de faire une simulation électromagnétique pour étudier le tag RFID réaliste représenté par un dipôle épais, les formules théoriques peuvent donc être utilisées pour étudier des tags représentés par des dipôles fins pour ensuite en déduire le comportement statistique des tags réels avec un gain de temps assez considérable. Nous avons par ailleurs étudié le diagramme de rayonnement du dipôle environné en utilisant le concept de diagramme de rayonnement de l’élément actif. Nous avons montré qu’avec les expressions théoriques de l’impédance mutuelle entre des dipôles fins placés dans une configuration déterministe ou aléatoire donnée, il était possible de déterminer le diagramme de rayonnement du dipôle environné avec notamment une bonne estimation des zéros de rayonnement qui correspondent à des zones de silence dans une communication RFID. Les formules théoriques développées dans ce chapitre constituent un outil de base pour étudier les systèmes RFID, en particulier le comportement statistique du tag environné (modification de son coefficient de réflexion, de sa bande passante et de son diagramme de rayonnement). A terme, on pourrait établir un bilan de liaison tag/lecteur et prédire d’un point

---

de vue statistique les taux de lecture qu'on peut atteindre dans des configurations données de tags RFID interrogés par un lecteur.



## Annexe A

# Relations entre les différents systèmes de coordonnées

Pour déterminer les expressions théoriques des champs électromagnétiques rayonnés par le dipôle en champ proche et en champ lointain ou pour formuler en trois dimensions le champ électrique rayonné par un dipôle, nous devons passer d'un système de coordonnées à un autre. Nous présentons dans cette annexe les relations de passage entre eux [12]. Pour ce faire, nous considérons la figure A.1 qui représente les trois systèmes de coordonnées et la figure A.2 qui représente la géométrie des vecteurs unitaires dans les trois systèmes de coordonnées.

### A.1 Relation de passage du système de coordonnées cartésiennes au système de coordonnées cylindriques

Considérons la figure A.1b. On peut facilement trouver la relation entre coordonnées cartésiennes et cylindriques :

$$\begin{cases} x = \rho \cos(\varphi) \\ y = \rho \sin(\varphi) \\ z = z. \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Soit  $\underline{G}$  un vecteur dans le système de coordonnées cartésiennes défini par :

$$\underline{G} = G_x \underline{a}_x + G_y \underline{a}_y + G_z \underline{a}_z, \quad (\text{A.2})$$

où  $(\underline{a}_x, \underline{a}_y, \underline{a}_z)$  sont les vecteurs unitaires dans le système de coordonnées cartésiennes et  $(G_x, G_y, G_z)$  sont les composantes du vecteur  $\underline{G}$  dans le système de coordonnées cartésiennes. Si on exprime le vecteur  $\underline{G}$  dans le système de coordonnées cylindriques, on a :

$$\underline{G} = G_\rho \underline{a}_\rho + G_\varphi \underline{a}_\varphi + G_z \underline{a}_z, \quad (\text{A.3})$$

où  $(\underline{a}_\rho, \underline{a}_\varphi, \underline{a}_z)$  sont les vecteurs unitaires dans le système de coordonnées cylindriques et  $(G_\rho, G_\varphi, G_z)$  sont les composantes du vecteur  $\underline{G}$  dans le système de coordonnées cylindriques. On souhaite exprimer  $(G_\rho, G_\varphi, G_z)$  en fonction de  $(G_x, G_y, G_z)$ .

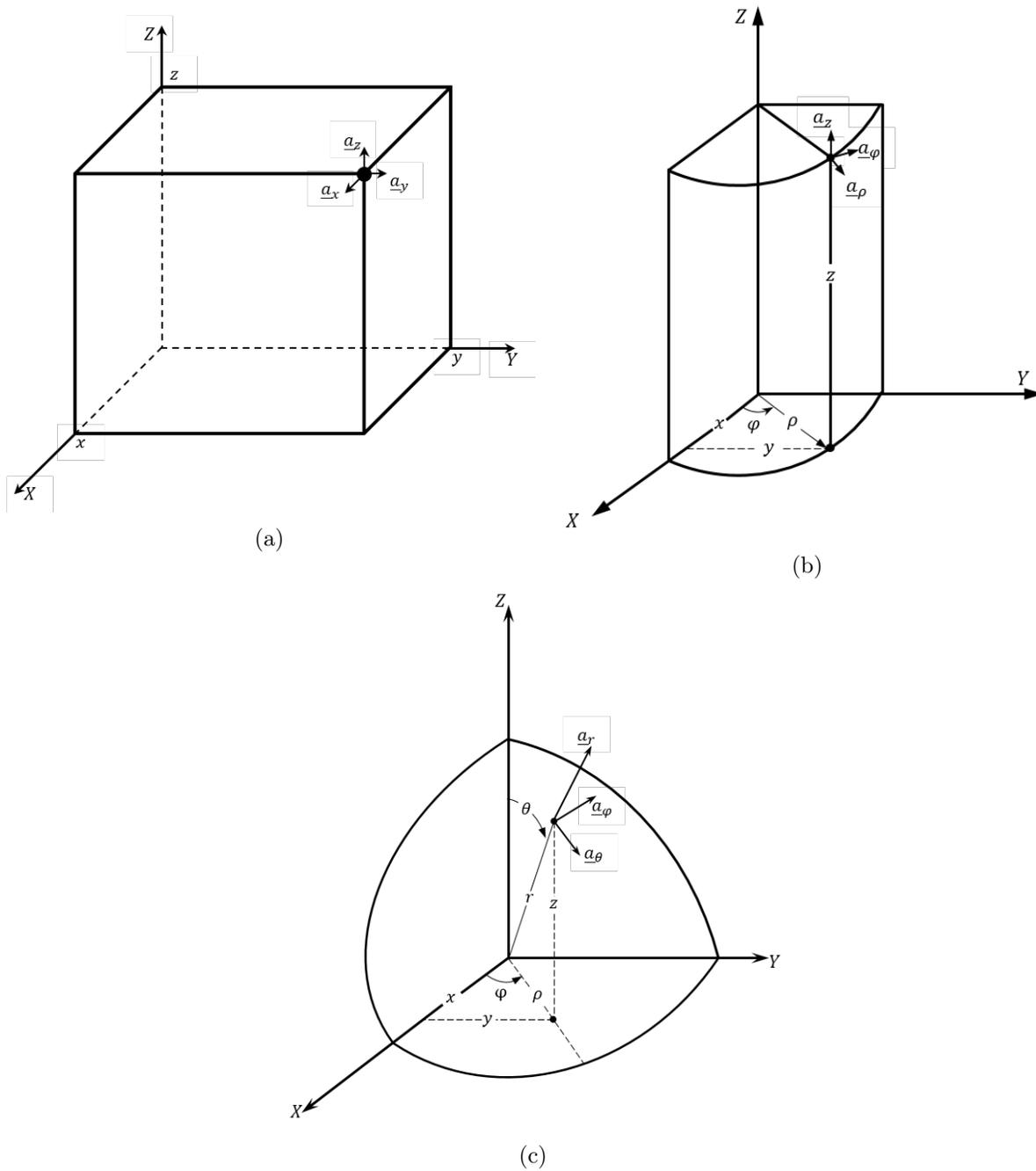


FIGURE A.1 : Systèmes de coordonnées cartésiennes (A.1a), cylindriques (A.1b), sphériques (A.1c).

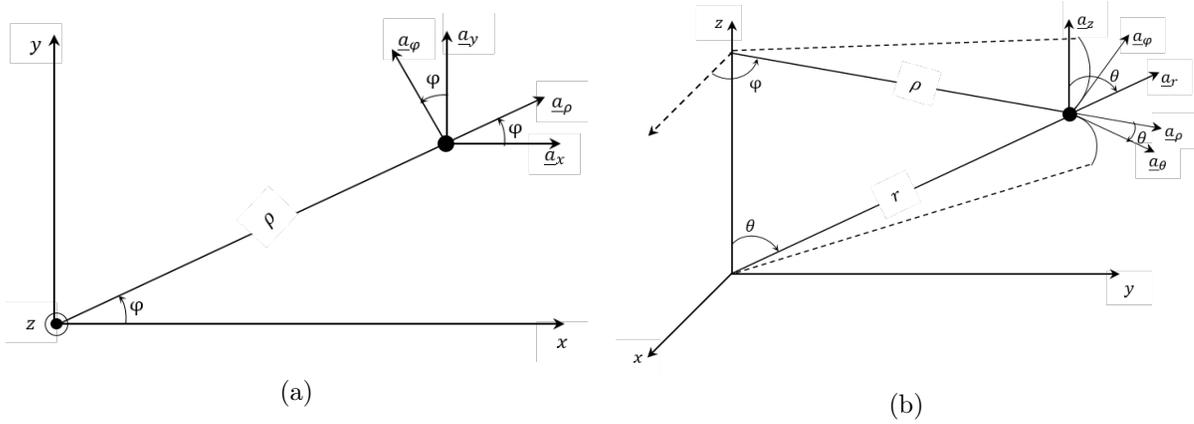


FIGURE A.2 : Représentation géométrique des transformations entre les vecteurs unitaires cartésiens, cylindriques et sphériques.

Considérons la figure A.2a. On a alors :

$$\begin{cases} \underline{a}_x = \underline{a}_\rho \cos(\varphi) - \underline{a}_\varphi \sin(\varphi) \\ \underline{a}_y = \underline{a}_\rho \sin(\varphi) + \underline{a}_\varphi \cos(\varphi) \\ \underline{a}_z = \underline{a}_z, \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} \underline{G} &= G_x(\underline{a}_\rho \cos(\varphi) - \underline{a}_\varphi \sin(\varphi)) + G_y(\underline{a}_\rho \sin(\varphi) + \underline{a}_\varphi \cos(\varphi)) + G_z \underline{a}_z \\ &= (G_x \cos(\varphi) + G_y \sin(\varphi)) \underline{a}_\rho + (-G_x \sin(\varphi) + G_y \cos(\varphi)) \underline{a}_\varphi + G_z \underline{a}_z \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

dont on peut déduire la matrice de passage du système de coordonnées cartésiennes au système de coordonnées cylindriques  $\underline{\underline{P}}_{ca/cy}$  :

$$\underline{\underline{P}}_{ca/cy} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & 0 \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

$\underline{\underline{P}}_{ca/cy}$  étant une matrice orthogonale, sa matrice inverse est égale à sa transposée. La matrice de passage  $\underline{\underline{P}}_{cy/ca}$  du système de coordonnées cylindriques au système de coordonnées cartésiennes est donc égale à :

$$\underline{\underline{P}}_{cy/ca} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

## A.2 Relation de passage du système de coordonnées cylindriques au système de coordonnées sphériques

En considérant la figure A.1c, on a la relation suivante entre les coordonnées cylindriques et les coordonnées sphériques :

$$\begin{cases} \rho = r \sin(\theta) \\ \varphi = \varphi \\ z = r \cos(\theta). \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Le vecteur  $\underline{G}$  s'écrit en coordonnées sphériques comme suit :

$$\underline{G} = G_r \underline{a}_r + G_\theta \underline{a}_\theta + G_\varphi \underline{a}_\varphi \quad (\text{A.9})$$

où  $(\underline{a}_r, \underline{a}_\theta, \underline{a}_\varphi)$  sont les vecteurs unitaires dans le système de coordonnées sphériques et  $(G_r, G_\theta, G_\varphi)$  sont les composantes du vecteur  $\underline{G}$  dans le système de coordonnées sphériques. Pour exprimer  $(G_r, G_\theta, G_\varphi)$  en fonction de  $(G_\rho, G_\varphi, G_z)$ , on considère la figure A.2b. On a :

$$\begin{cases} \underline{a}_\rho = \underline{a}_r \sin(\theta) + \underline{a}_\theta \cos(\theta) \\ \underline{a}_\varphi = \underline{a}_\varphi \\ \underline{a}_z = \underline{a}_r \cos(\theta) - \underline{a}_\theta \sin(\theta) \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \underline{G} &= G_\rho (\underline{a}_r \sin(\theta) + \underline{a}_\theta \cos(\theta)) + G_\varphi \underline{a}_\varphi + G_z (\underline{a}_r \cos(\theta) - \underline{a}_\theta \sin(\theta)) \\ &= (G_\rho \sin(\theta) + G_z \cos(\theta)) \underline{a}_r + (G_\rho \cos(\theta) - G_z \sin(\theta)) \underline{a}_\theta + G_\varphi \underline{a}_\varphi, \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

d'où la matrice de passage des coordonnées cylindriques aux coordonnées sphériques  $\underline{P}_{\underline{cy}/\underline{sph}}$  :

$$\underline{P}_{\underline{cy}/\underline{sph}} = \begin{bmatrix} \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \\ \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.12})$$

La matrice  $\underline{P}_{\underline{cy}/\underline{sph}}$  est également une matrice orthogonale dont l'inverse est égale à sa transposée. La matrice de passage  $\underline{P}_{\underline{sph}/\underline{cy}}$  du système de coordonnées sphériques au système de coordonnées cylindriques est alors égale à :

$$\underline{P}_{\underline{sph}/\underline{cy}} = \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

### A.3 Relation de passage du système de coordonnées cartésiennes au système de coordonnées sphériques

En se référant à la figure A.1c, on peut trouver la relation entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées sphériques :

$$\begin{cases} x = r \sin(\theta) \cos(\varphi) \\ y = r \sin(\theta) \sin(\varphi) \\ z = r \cos(\theta). \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Dans cette section, on cherche à exprimer  $(G_r, G_\theta, G_\varphi)$  en fonction de  $(G_x, G_y, G_z)$ . En injectant (A.10) dans (A.4), on a la matrice de passage  $\underline{P}_{\underline{ca}/\underline{sph}}$  du système de coordonnées cartésiennes au système de coordonnées sphériques donnée par :

$$\underline{P}_{\underline{ca}/\underline{sph}} = \begin{bmatrix} \sin(\theta) \cos(\varphi) & \sin(\theta) \sin(\varphi) & \cos(\theta) \\ \cos(\theta) \cos(\varphi) & \cos(\theta) \sin(\varphi) & -\sin(\theta) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

La matrice  $\underline{P}_{\underline{ca}/\underline{sph}}$  étant une matrice orthogonale, la matrice de passage  $\underline{P}_{\underline{sph}/\underline{ca}}$  du système de coordonnées sphériques au système de coordonnées cartésiennes est alors donnée par :

$$\underline{P}_{\underline{sph}/\underline{ca}} = \begin{bmatrix} \sin(\theta) \cos(\varphi) & \cos(\theta) \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\theta) \sin(\varphi) & \cos(\theta) \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \\ \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.16})$$

## Annexe B

# Calcul du champ électrique dans la méthode IEMF

La méthode IEMF [11] permet de calculer les impédances mutuelles entre les éléments (des dipôles infiniment fins) du réseau à partir de la tension induite par le rayonnement d'un élément alimenté sur un autre élément en circuit ouvert (voir figure B.1) :

$$V_{21} = -\frac{1}{I_{2i}} \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} E_{z21}(z') I_2(z') dz', \quad (\text{B.1})$$

avec  $L_2$  la longueur du deuxième dipôle,  $I_2(z')$  la distribution de courant sur le deuxième dipôle dont l'expression est donnée par :

$$I_2(z') = I_{20} \sin \left[ k \left( \frac{L_2}{2} - |z'| \right) \right], \quad (\text{B.2})$$

$I_{20}$  l'amplitude de la distribution de courant  $I_2(z')$  sur le dipôle 2,  $I_{2i}$  la valeur de  $I_2(z')$  à l'entrée du dipôle 2, c'est-à-dire en  $z' = 0$ ,  $E_{z21}$  la composante suivant  $z$  du champ électrique rayonné par le dipôle 1 sur le dipôle 2. Le calcul du champ  $\underline{E}$  en zone proche se fait comme en champ lointain en partant des équations de Maxwell :

$$\underline{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \wedge \underline{A} \quad (\text{B.3})$$

et

$$\underline{E} = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla \wedge \underline{H}. \quad (\text{B.4})$$

Dans ces deux équations,  $\underline{H}$  et  $\underline{E}$  désignent respectivement les champs magnétique et électrique rayonnés par le dipôle,  $\mu$  est la perméabilité magnétique du milieu ( $\mu = \mu_0 \mu_r$  où  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  H/m est la perméabilité du vide et  $\mu_r$  est la perméabilité relative qui dépend du milieu),  $\varepsilon$  est la permittivité diélectrique du milieu ( $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$  où  $\varepsilon_0 = 8,85418710^{-12}$  F/m est la permittivité du vide et  $\varepsilon_r$  est la permittivité relative qui dépend du milieu),  $\nabla \wedge \bullet$  représente le rotationnel d'un vecteur, et  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$  est la pulsation de l'onde,  $c$  étant la célérité et  $\lambda$  la longueur d'onde. Pour simplifier les écritures, on supposera qu'on est dans le vide, c'est-à-dire que :  $\mu = \mu_0$  et  $\varepsilon = \varepsilon_0$ .

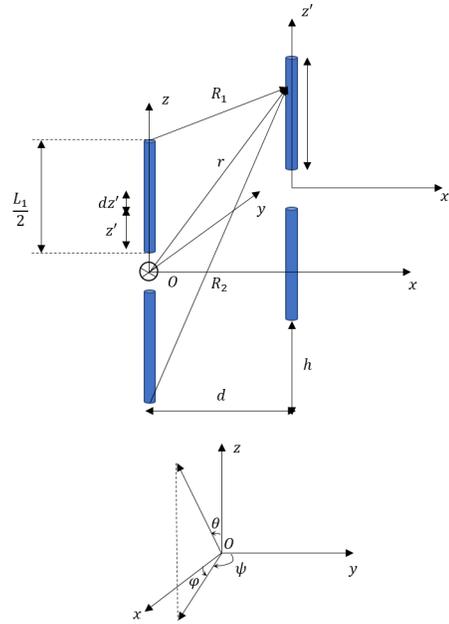


FIGURE B.1 : Positionnement relatif de deux dipôles pour le couplage mutuel.

## B.1 Calcul du champ magnétique $\underline{H}$ en champ proche

Rappelons l'expression du potentiel vecteur :

$$\underline{A} = \underline{a}_z A_z = \underline{a}_z \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\frac{L_1}{2}}^{\frac{L_1}{2}} I_1(z') \frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')} dz', \quad (\text{B.5})$$

où  $R(z')$  est la distance d'un point situé sur le dipôle 1 (situé à la distance algébrique  $z'$  du centre du repère qui est le centre du dipôle 1) au point d'observation situé sur le dipôle 2,  $I_1(z')$  est la distribution de courant le long du dipôle 1 et  $L_1$  est la longueur du dipôle 1. On considère le dipôle 1 assez fin pour que la distribution de courant  $I_1(z')$  soit sinusoïdale, d'amplitude  $I_{10}$  :

$$I_1(z') = I_{10} \sin \left[ k \left( \frac{L_1}{2} - |z'| \right) \right]. \quad (\text{B.6})$$

Le potentiel vecteur s'écrit alors :

$$\underline{A} = \underline{a}_z A_z = \underline{a}_z \frac{\mu_0 I_{10}}{4\pi} \int_{-\frac{L_1}{2}}^{\frac{L_1}{2}} \sin \left[ k \left( \frac{L_1}{2} - |z'| \right) \right] \frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')} dz'. \quad (\text{B.7})$$

Ce potentiel vecteur a une composante suivant  $z$  indépendante de l'angle  $\varphi$ . Les calculs peuvent donc être effectués en coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$  où  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ . L'expression de  $R(z')$  en coordonnées cylindriques est donnée par :

$$\begin{aligned} R(z') &= \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2} \\ &= \sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}. \end{aligned}$$

En coordonnées cylindriques, le champ magnétique est donné par :

$$\begin{aligned}\underline{H} &= \frac{1}{\mu_0} \nabla \wedge \underline{A} \\ &= \frac{1}{\mu_0} \left[ \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \underline{a}_\rho \right. \\ &\quad + \left( \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) \underline{a}_\varphi \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right) \underline{a}_z \right].\end{aligned}\quad (\text{B.8})$$

Le champ  $\underline{H}$  n'a qu'une composante suivant  $\varphi$  donnée par :

$$\underline{H} = \underline{a}_\varphi H_\varphi = -\underline{a}_\varphi \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial \rho}.\quad (\text{B.9})$$

On a, en coordonnées cylindriques :

$$\begin{cases} x = \rho \cos(\varphi) \\ y = \rho \sin(\varphi) \\ z = z. \end{cases}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}\underline{H} &= -\underline{a}_\varphi \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \\ &= -\underline{a}_\varphi \frac{I_{10}}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{-\frac{L_1}{2}}^{\frac{L_1}{2}} \sin \left[ k \left( \frac{L_1}{2} - |z'| \right) \right] \frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')} dz' \\ &= -\underline{a}_\varphi \frac{I_{10}}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \rho} \left\{ \int_{-\frac{L_1}{2}}^0 \sin \left[ k \left( \frac{L_1}{2} + z' \right) \right] \frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')} dz' + \int_0^{\frac{L_1}{2}} \sin \left[ k \left( \frac{L_1}{2} - z' \right) \right] \frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')} dz' \right\}.\end{aligned}\quad (\text{B.10})$$

En utilisant la relation suivante :

$$\sin \left[ k \left( \frac{L_1}{2} \pm z' \right) \right] = \frac{e^{jk \left( \frac{L_1}{2} \pm z' \right)} - e^{-jk \left( \frac{L_1}{2} \pm z' \right)}}{2j},$$

on a :

$$\begin{aligned}H_\varphi &= -\frac{I_{10}}{8\pi j} \frac{\partial}{\partial \rho} \left\{ \int_{-\frac{L_1}{2}}^0 e^{jk \left( \frac{L_1}{2} + z' \right)} \frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')} dz' - \int_{-\frac{L_1}{2}}^0 e^{-jk \left( \frac{L_1}{2} + z' \right)} \frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')} dz' \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{\frac{L_1}{2}} e^{jk \left( \frac{L_1}{2} - z' \right)} \frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')} dz' - \int_0^{\frac{L_1}{2}} e^{-jk \left( \frac{L_1}{2} - z' \right)} \frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')} dz' \right\},\end{aligned}\quad (\text{B.11})$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned}H_\varphi &= -\frac{I_{10}}{8\pi j} \left\{ \underbrace{e^{jk \frac{L_1}{2}} \int_{-\frac{L_1}{2}}^0 \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{e^{-jk(R(z')-z')}}{R(z')} dz'}_{T_1} - \underbrace{e^{-jk \frac{L_1}{2}} \int_{-\frac{L_1}{2}}^0 \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R(z')} dz'}_{T_2} \right. \\ &\quad \left. + \underbrace{e^{jk \frac{L_1}{2}} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R(z')} dz'}_{T_3} - \underbrace{e^{-jk \frac{L_1}{2}} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{e^{-jk(R(z')-z')}}{R(z')} dz'}_{T_4} \right\}.\end{aligned}\quad (\text{B.12})$$

Le terme  $T_3$  peut être réécrit comme suit :

$$\begin{aligned} T_3 &= e^{jk\frac{L_1}{2}} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R(z')} \right) dz' \\ &= e^{jk\frac{L_1}{2}} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \left\{ \frac{1}{R(z')} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( e^{-jk(R(z')+z')} \right) + e^{-jk(R(z')+z')} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{R(z')} \right) \right\} dz'. \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Sachant que  $R(z') = \sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}$ , alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( e^{-jk(R(z')+z')} \right) &= \frac{\partial}{\partial \rho} \left( e^{-jk(\sqrt{x^2+y^2+(z-z')^2}+z')} \right) \\ &= -jk \frac{\rho}{R(z')} e^{-jk(R(z')+z')} \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{R(z')} \right) &= \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \left[ \rho^2 + (z - z')^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right) \\ &= -\frac{\rho}{R(z')^3}. \end{aligned}$$

L'expression de  $T_3$  devient :

$$T_3 = \rho e^{jk\frac{L_1}{2}} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \left[ -jk \frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R^2} - \frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R(z')^3} \right] dz'. \quad (\text{B.14})$$

Pour calculer cette intégrale, on va utiliser l'expression de la différentielle suivante :

$$\begin{aligned} d \left[ \frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R(z')(R(z')+z'-z)} \right] &= e^{-jk(R(z')+z')} d[R(z')^{-1}(R(z')+z'-z)^{-1}] + \\ &\quad \frac{1}{R(z')(R(z')+z'-z)} d \left[ e^{-jk(R(z')+z')} \right] \\ &= e^{-jk(R(z')+z')} \left[ \frac{d(R(z')^{-1})}{R(z')+z'-z} + \frac{d(R(z')+z'-z)^{-1}}{R(z')} \right] + \\ &\quad \frac{1}{R(z')(R(z')+z'-z)} e^{-jk(R(z')+z')} d[-jk(R(z')+z')] \\ &= \left( e^{-jk(R(z')+z')} \right) \times \\ &\quad \left[ \frac{d(R(z')^{-1})}{R(z')+z'-z} + \frac{d(R(z')+z'-z)^{-1}}{R(z')} - jk \frac{d(R(z')+z')}{R(z')(R(z')+z'-z)} \right], \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

avec

$$\begin{aligned} \frac{d(R(z')^{-1})}{R(z')+z'-z} &= \frac{d \left[ \rho^2 + (z - z')^2 \right]^{-\frac{1}{2}}}{R(z')+z'-z} \\ &= \frac{z - z'}{R(z')^3(R(z')+z'-z)} dz', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\left[(R(z') + z' - z)^{-1}\right]}{R(z')} &= -\frac{\left(R(z') + z' - z\right)^{-2} d(R(z') + z' - z)}{R(z')} \\
&= -\frac{\left(R(z') + z' - z\right)^{-2} d\left[\left(\rho^2 + (z - z')^2\right)^{\frac{1}{2}} + z' - z\right]}{R(z')} \\
&= -\frac{\left(R(z') + z' - z\right)^{-2}}{R(z')} dz' \left[1 - (z - z')R(z')^{-1}\right] \\
&= -\frac{dz'}{R(z')^2(R(z') + z' - z)}
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\frac{d(R(z') + z')}{R(z')(R(z') + z' - z)} &= \frac{d\left[\left[\rho^2 + (z - z')^2\right]^{\frac{1}{2}} + z'\right]}{R(z')(R(z') + z' - z)} \\
&= dz' \frac{(1 - (z - z')R(z')^{-1})}{R(z')(z + z' - z)} \\
&= \frac{dz'}{R(z')^2}.
\end{aligned}$$

On a donc :

$$\begin{aligned}
d\left[\frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R(z')(R(z') + z' - z)}\right] &= \left(e^{-jk(R(z')+z')}\right) \times \\
&\left[\frac{z - z'}{R(z')^3(R(z') + z' - z)} - \frac{1}{R(z')^2(R(z') + z' - z)} - jk \frac{1}{R(z')^2}\right] dz' \\
&= e^{-jk(R(z')+z')} \left[-\frac{R(z') + z' - z}{R(z')^3(R(z') + z' - z)} - jk \frac{1}{R(z')^2}\right] dz' \\
&= e^{-jk(R(z')+z')} \left(-\frac{1}{R(z')^3} - jk \frac{1}{R(z')^2}\right) dz' \tag{B.16}
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
T_3 &= \rho e^{jk \frac{L_1}{2}} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \left[-jk \frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R(z')^2} - \frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R(z')^3}\right] dz' \\
&= \rho e^{jk \frac{L_1}{2}} \int_0^{\frac{L_1}{2}} e^{-jk(R(z')+z')} \left(-\frac{1}{R(z')^3} - jk \frac{1}{R(z')^2}\right) dz' \\
&= \rho e^{jk \frac{L_1}{2}} \int_0^{\frac{L_1}{2}} d\left[\frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R(z')(R(z') + z' - z)}\right] \\
&= \rho e^{jk \frac{L_1}{2}} \left[\frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R(z')(R(z') + z' - z)}\right]_0^{\frac{L_1}{2}} \\
&= \rho e^{jk \frac{L_1}{2}} \left[\frac{e^{-jk(R_1 + \frac{L_1}{2})}}{R_1(R_1 + \frac{L_1}{2} - z)} - \frac{e^{-jkr}}{r(r - z)}\right] \tag{B.17}
\end{aligned}$$

où

$$\begin{cases} R_1 = \sqrt{\rho^2 + \left(z - \frac{L_1}{2}\right)^2} \\ \text{et} \\ r = \sqrt{\rho^2 + z^2}. \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

De l'équation (B.18), on peut déduire que :

$$\rho^2 = R_1^2 - \left(\frac{L_1}{2} - z\right)^2 \text{ ou } \rho^2 = r^2 - z^2. \quad (\text{B.19})$$

On a :

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{R_1 \left(R_1 + \frac{L_1}{2} - z\right)} &= \frac{\rho}{R_1^2 \left[1 + \frac{1}{R_1} \left(\frac{L_1}{2} - z\right)\right]} \\ &= \frac{\rho^2}{R_1^2} \frac{1}{\rho \left[1 + \frac{1}{R_1} \left(\frac{L_1}{2} - z\right)\right]} \\ &= \left[1 - \frac{\left(\frac{L_1}{2} - z\right)^2}{R_1^2}\right] \frac{1}{\rho \left[1 + \frac{1}{R_1} \left(\frac{L_1}{2} - z\right)\right]} \\ &= \left[1 + \frac{\left(\frac{L_1}{2} - z\right)}{R_1}\right] \left[1 - \frac{\left(\frac{L_1}{2} - z\right)}{R_1}\right] \frac{1}{\rho \left[1 + \frac{1}{R_1} \left(\frac{L_1}{2} - z\right)\right]} \\ &= \frac{1}{\rho} \left[1 - \frac{\frac{L_1}{2} - z}{R_1}\right]. \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

De la même façon,

$$\frac{\rho}{r(r-z)} = \frac{1}{\rho} \left(1 + \frac{z}{r}\right). \quad (\text{B.21})$$

En utilisant les résultats des équations (B.20) et (B.21) dans (B.17), on a :

$$T_3 = \frac{e^{jk\frac{L_1}{2}}}{\rho} \left[ \left(1 - \frac{\frac{L_1}{2} - z}{R_1}\right) e^{-jk(R_1 + \frac{L_1}{2})} - \left(1 + \frac{z}{r}\right) e^{-jkr} \right]. \quad (\text{B.22})$$

De même,

$$\begin{aligned} T_1 &= e^{jk\frac{L_1}{2}} \int_{-\frac{L_1}{2}}^0 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{e^{-jk(R(z')-z')}}{R(z')} \right) dz' \\ &= \frac{e^{jk\frac{L_1}{2}}}{\rho} \left[ \left( 1 - \frac{\frac{L_1}{2} + z}{R_2} \right) e^{-jk(R_2 + \frac{L_1}{2})} - \left( 1 - \frac{z}{r} \right) e^{-jkr} \right], \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

$$\begin{aligned} T_2 &= e^{-jk\frac{L_1}{2}} \int_{-\frac{L_1}{2}}^0 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{e^{-jk(R(z')+z')}}{R(z')} \right) dz' \\ &= -\frac{e^{-jk\frac{L_1}{2}}}{\rho} \left[ \left( 1 + \frac{\frac{L_1}{2} + z}{R_2} \right) e^{-jk(R_2 - \frac{L_1}{2})} - \left( 1 + \frac{z}{r} \right) e^{-jkr} \right], \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

$$\begin{aligned} T_4 &= e^{-jk\frac{L_1}{2}} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{e^{-jk(R(z')-z')}}{R(z')} \right) dz' \\ &= -\frac{e^{-jk\frac{L_1}{2}}}{\rho} \left[ \left( 1 + \frac{\frac{L_1}{2} - z}{R_1} \right) e^{-jk(R_1 - \frac{L_1}{2})} - \left( 1 - \frac{z}{r} \right) e^{-jkr} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

avec

$$R_2 = \sqrt{\rho^2 + \left( z + \frac{L_1}{2} \right)^2}. \quad (\text{B.26})$$

L'expression de  $H_\varphi$  devient :

$$\begin{aligned} H_\varphi &= -\frac{I_{10}}{8\pi j} \left\{ \frac{e^{jk\frac{L_1}{2}}}{\rho} \left[ \left( 1 - \frac{\frac{L_1}{2} + z}{R_2} e^{-jk(R_2 + \frac{L_1}{2})} \right) - \left( 1 - \frac{z}{r} \right) e^{-jkr} \right] \right. \\ &\quad + \frac{e^{-jk\frac{L_1}{2}}}{\rho} \left[ \left( 1 + \frac{\frac{L_1}{2} + z}{R_2} e^{-jk(R_2 - \frac{L_1}{2})} \right) - \left( 1 + \frac{z}{r} \right) e^{-jkr} \right] \\ &\quad + \frac{e^{jk\frac{L_1}{2}}}{\rho} \left[ \left( 1 - \frac{\frac{L_1}{2} - z}{R_1} e^{-jk(R_1 + \frac{L_1}{2})} \right) - \left( 1 + \frac{z}{r} \right) e^{-jkr} \right] \\ &\quad \left. + \frac{e^{-jk\frac{L_1}{2}}}{\rho} \left[ \left( 1 + \frac{\frac{L_1}{2} - z}{R_1} e^{-jk(R_1 - \frac{L_1}{2})} \right) - \left( 1 - \frac{z}{r} \right) e^{-jkr} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

ce qui donne :

$$H_\varphi = -\frac{I_{10}}{4\pi j \rho} \left( e^{-jkR_1} + e^{-jkR_2} - 2 \cos \left( k \frac{L_1}{2} \right) e^{-jkr} \right). \quad (\text{B.28})$$

## B.2 Calcul du champ électrique $\underline{E}$ en champ proche

Le champ électrique est déterminé à partir de l'équation (B.4). On a :

$$\begin{aligned}\underline{E} &= \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \nabla \wedge \underline{H} \\ &= \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \left[ \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right) \underline{a}_\rho \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \underline{a}_\varphi \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \varphi} \right) \underline{a}_z \right].\end{aligned}\quad (\text{B.29})$$

Le champ magnétique  $\underline{H}$  a une composante suivant  $\varphi$  qui dépend de  $z$  et de  $\rho$ ; le champ  $\underline{E}$  peut donc se réécrire :

$$\underline{E} = E_\rho \underline{a}_\rho + E_z \underline{a}_z \quad (\text{B.30})$$

avec

$$E_\rho = -\frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \frac{\partial H_\varphi}{\partial z}$$

et

$$E_z = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0 \rho} \frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial \rho}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} &= -\frac{I_{10}}{4\pi j \rho} \left( \frac{\partial}{\partial z} (e^{-jkR_1}) + \frac{\partial}{\partial z} (e^{-jkR_2}) - 2 \cos\left(k \frac{L_1}{2}\right) \frac{\partial}{\partial z} (e^{-jkr}) \right) \\ &= k \frac{I_{10}}{4\pi \rho} \left[ \left( z - \frac{L_1}{2} \right) \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \left( z + \frac{L_1}{2} \right) \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2z \cos\left(k \frac{L_1}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right],\end{aligned}$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned}E_\rho &= \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \\ &= j \frac{\eta I_{10}}{4\pi \rho} \left[ \left( z - \frac{L_1}{2} \right) \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \left( z + \frac{L_1}{2} \right) \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2z \cos\left(k \frac{L_1}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right].\end{aligned}\quad (\text{B.31})$$

De la même façon,

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial \rho} &= -\frac{I_{10}}{4\pi j} \left( \frac{\partial}{\partial \rho} (e^{-jkR_1}) + \frac{\partial}{\partial \rho} (e^{-jkR_2}) - 2 \cos\left(k \frac{L_1}{2}\right) \frac{\partial}{\partial \rho} (e^{-jkr}) \right) \\ &= k \frac{I_{10}}{4\pi \rho} \left[ \rho \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \rho \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2\rho \cos\left(k \frac{L_1}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right],\end{aligned}$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned}E_z &= \frac{1}{j\omega\varepsilon_0 \rho} \frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial \rho} \\ &= -j \frac{\eta I_{10}}{4\pi} \left[ \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2 \cos\left(k \frac{L_1}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right],\end{aligned}\quad (\text{B.32})$$

qui est une fonction de  $z'$ . L'expression du champ électrique en champ proche est donc :

$$\underline{E} = j \frac{\eta I_{10}}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\rho} \left[ \left( z - \frac{L_1}{2} \right) \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \left( z + \frac{L_1}{2} \right) \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2z \cos \left( k \frac{L_1}{2} \right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right] \underline{a}_\rho \right. \\ \left. - \left[ \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2 \cos \left( k \frac{L_1}{2} \right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right] \underline{a}_z \right\}. \quad (\text{B.33})$$



## Annexe C

# Limite champ proche/champ lointain

Nous avons étudié des réseaux de dipôles et d'antennes imprimées. Pour chacun d'eux, nous avons fait varier la distance inter-élément  $d$  représentée sur les figures C.1 et C.2. Pour le réseau de dipôles, nous avons fait varier  $d$  de  $0.1\lambda$  à  $\lambda$ . Pour le réseau d'antennes imprimées, la distance inter-élément est donnée par  $d = s + W_{patch}$  et nous avons fait varier  $s$  de  $0.015\lambda$  à  $0.615\lambda$ ,  $s$  étant la distance bord à bord entre deux antennes imprimées consécutives et  $W_{patch}$  étant la largeur de l'antenne.

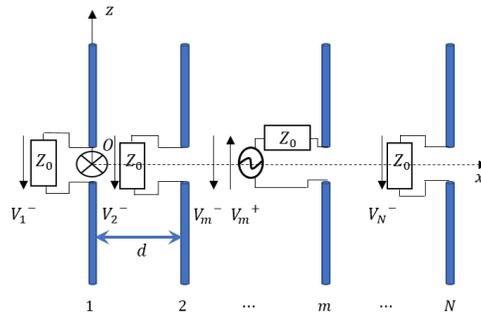


FIGURE C.1 : Géométrie de l'élément actif  $m$  d'un réseau de  $N$  dipôles.

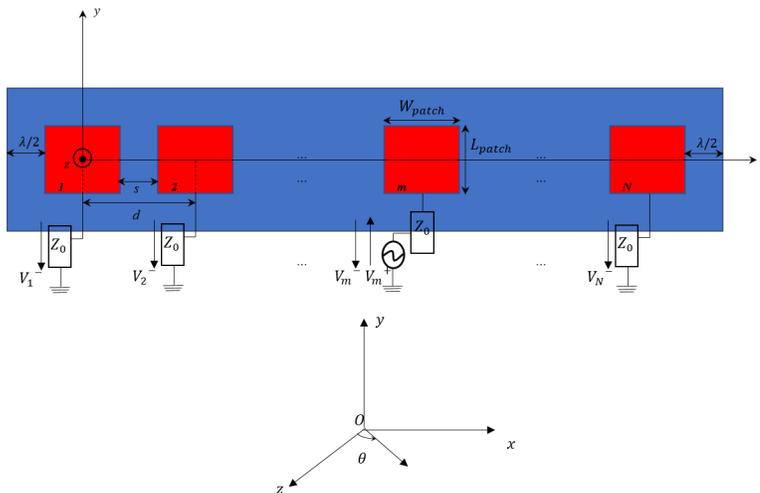


FIGURE C.2 : Géométrie de l'élément actif  $m$  d'un réseau de  $N$  antennes imprimées.

Pour chaque type de réseau étudié, nous calculons la limite champ proche/champ lointain en considérant la relation suivante [28] :

$$r_{limite} = \frac{5D^2}{\lambda}, \quad (C.1)$$

où  $D$  est la plus grande dimension du réseau suivant l'axe de distribution de ses éléments et  $\lambda$  est la longueur d'onde à la fréquence de travail.

Pour un réseau de  $N$  dipôles, on a :

$$D = (N - 1)d \quad (C.2)$$

et pour un réseau de  $N$  antennes imprimées, on a :

$$D = W_{patch} + \lambda + (N - 1)d. \quad (C.3)$$

## C.1 Erreur de phase associée à la limite champ proche/champ lointain

Par analogie avec la limite conventionnelle de  $2D^2/\lambda$  pour laquelle l'erreur de phase maximale admise en faisant l'approximation champ lointain est égale à  $\pi/8$  radians ( $22.5^\circ$ ) [11], nous allons calculer l'erreur de phase maximale que l'on peut commettre en considérant la limite donnée par  $5D^2/\lambda$  pour faire l'approximation champ lointain. Nous considérons le rayonnement du dipôle isolé pour déterminer cette erreur de phase.

Dans l'annexe D, nous avons exprimé la distance  $R(z')$  du point d'observation à un point quelconque situé le long du dipôle en fonction de la distance  $r$  (du point d'observation à l'origine du repère) (voir figure D.1) en faisant le développement limité donné dans (D.5) que nous rappelons ici :

$$\begin{aligned} R(z') &\approx r - z' \cos(\theta) + \frac{z'^2}{2r}(1 - \cos^2(\theta)) + \frac{z'^3}{2r^2} \cos(\theta) - \frac{z'^4}{8r^3} + \dots \\ &\approx r - z' \cos(\theta). \end{aligned} \quad (C.4)$$

Cette expression de  $R(z')$  est obtenue en négligeant les termes en  $1/r^q$  ( $q \geq 1$ ). Considérons le premier terme négligé :

$$T_1 = \frac{z'^2}{2r}(1 - \cos^2(\theta)). \quad (C.5)$$

Ce terme est maximal lorsque  $\cos^2(\theta) = 0$ , soit

$$T_{1max} = \frac{z'^2}{2r}, \quad (C.6)$$

avec  $z' = \frac{L}{2}$ ,  $L$  étant la longueur du dipôle. La phase associée à ce terme dans l'expression du diagramme de rayonnement serait donnée par :

$$\begin{aligned} \varphi_{max} &= \arg(e^{jkT_{1max}}) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \frac{L^2}{8r_{limite}}, \end{aligned} \quad (C.7)$$

où  $r_{limite} = 5L^2/\lambda$  ( $D = L$  pour un dipôle isolé). On a alors  $\varphi_{max} = \pi/20$  rad, soit  $\varphi_{max} = 9^\circ$ . En considérant que l'approximation champ lointain est valable pour les points d'observation situés à une distance  $r$  de l'origine du repère telle que  $r \geq 5D^2/\lambda$ , on admet alors une erreur de phase maximale de  $\pi/20$  radians ( $9^\circ$ ) sur le diagramme de rayonnement synthétisé.

## C.2 Evolutions de $r_{limite}$ selon les distances inter-élément étudiées

Nous présentons sur les figures C.3 et C.4 les évolutions de  $r_{limite}$  lorsque la distance inter-élément varie pour différents réseaux de dipôles et d'antennes imprimées ( $N = 2, 6, 10$ ).

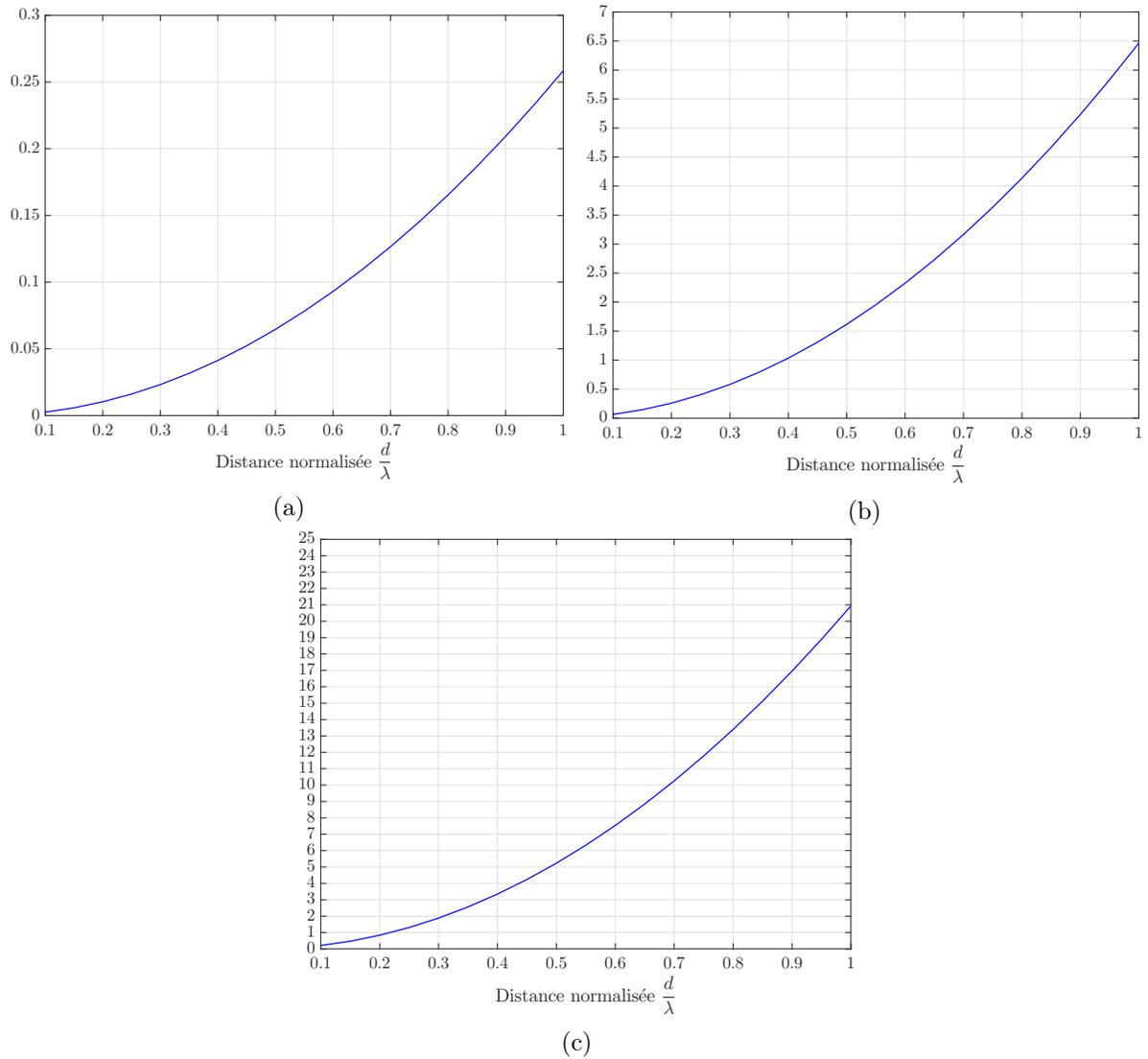


FIGURE C.3 : Evolution de la valeur de  $r_{limite}$  (en m) suivant la distance inter-élément  $d$  pour des réseaux de deux (C.3a), six (C.3b), et dix (C.3c) dipôles.

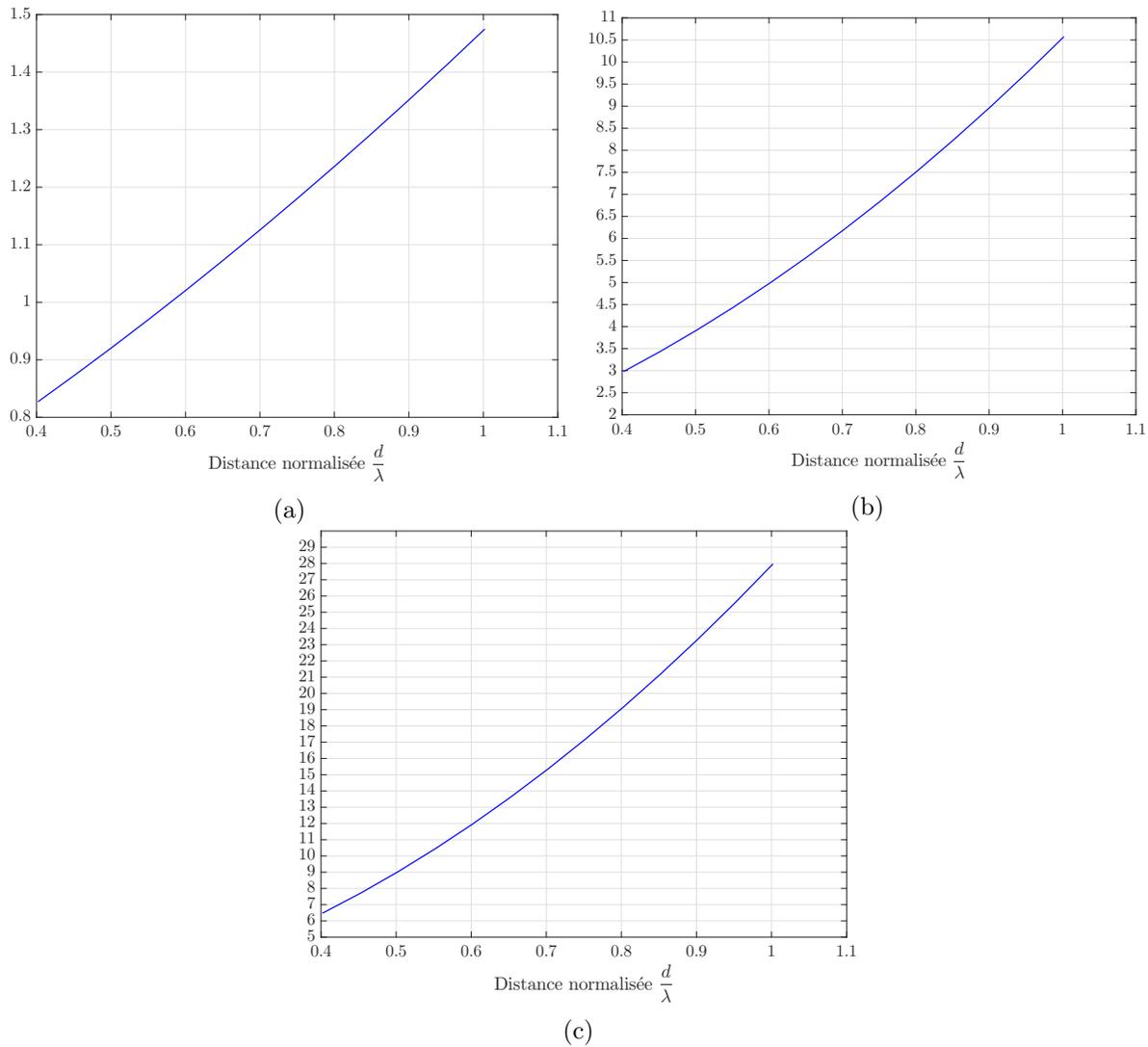


FIGURE C.4 : Evolution de la valeur de  $r_{limite}$  (en m) suivant la distance inter-élément  $d$  pour des réseaux de deux (C.4a), six (C.4b), et dix (C.4c) antennes imprimées.

## Annexe D

# Champ électromagnétique rayonné par un dipôle infiniment fin en zone lointaine

Nous allons calculer le champ électromagnétique rayonné par un dipôle demi-onde de diamètre infiniment fin en champ lointain (voir figure D.1).

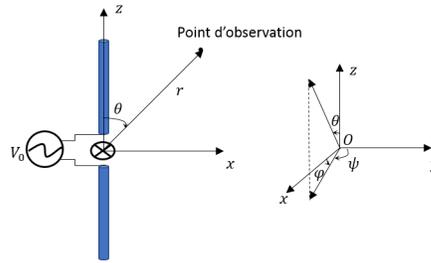


FIGURE D.1 : Géométrie du dipôle en coordonnées sphériques.

Pour un dipôle infiniment fin, la distribution de courant peut être supposée sinusoïdale et s'écrit comme suit :

$$\underline{I}(z') = I_0 \sin \left[ k \left( \frac{L}{2} - |z'| \right) \right] \underline{a}_z, \quad (\text{D.1})$$

où  $z'$  est un déplacement élémentaire le long du dipôle (voir figure B.1),  $\underline{a}_z$  est le vecteur unitaire de l'axe des  $z$ ,  $L$  est la longueur du dipôle et  $I_0$  est l'amplitude du courant d'excitation du dipôle. Avec cette distribution de courant, on calcule le potentiel vecteur  $\underline{A} = A_z \underline{a}_z$  duquel on déduit les champs magnétique et électrique selon les formules suivantes :

$$\underline{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \wedge \underline{A} \quad (\text{D.2})$$

et

$$\underline{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \wedge \underline{H}. \quad (\text{D.3})$$

Dans ces deux équations,  $\underline{H}$  et  $\underline{E}$  désignent respectivement les champs magnétique et électrique rayonnés par le dipôle,  $\mu$  est la perméabilité magnétique du milieu ( $\mu = \mu_0 \mu_r$  où  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  H/m est la perméabilité du vide et  $\mu_r$  est la perméabilité relative qui dépend du milieu),  $\epsilon$  est la permittivité diélectrique du milieu ( $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  où  $\epsilon_0 = 8,85418710^{-12}$  F/m est la permittivité du

vide et  $\varepsilon_r$  est la permittivité relative qui dépend du milieu),  $\nabla \wedge \bullet$  représente le rotationnel d'un vecteur, et  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$  est la pulsation de l'onde,  $c$  étant la célérité et  $\lambda$  la longueur d'onde. Pour simplifier les écritures, on supposera qu'on est dans le vide, c'est-à-dire que :  $\mu = \mu_0$  et  $\varepsilon = \varepsilon_0$ .

## D.1 Calcul du potentiel vecteur du champ magnétique

Le potentiel vecteur du champ magnétique se calcule suivant la formule :

$$\underline{A} = A_z \underline{a}_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I(z') \frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')} dz' \underline{a}_z, \quad (\text{D.4})$$

où  $R(z') = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2}$ . Dans le système de coordonnées cylindriques, on a  $z = r \cos(\theta)$  avec  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .  $R(z')$  peut donc être réécrit comme suit :

$$\begin{aligned} R(z') &= \sqrt{r^2 - 2z'r \cos(\theta) + z'^2} \\ &= r \sqrt{1 - 2\frac{z'}{r} \cos(\theta) + \frac{z'^2}{r^2}}. \end{aligned}$$

Pour les besoins du calcul en champ lointain, on pose  $\epsilon = \frac{z'^2}{r^2} - 2\frac{z'}{r} \cos(\theta)$  et en utilisant le développement limité de  $(1 + \epsilon)^{\frac{1}{2}}$  au voisinage de 0, on a une approximation de  $R(z')$  qui est donnée par :

$$\begin{aligned} R(z') &\approx r - z' \cos(\theta) + \frac{z'^2}{2r} (1 - \cos^2(\theta)) + \frac{z'^3}{2r^2} \cos(\theta) - \frac{z'^4}{8r^3} + \dots \\ &\approx r - z' \cos(\theta). \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

Le terme  $\frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')}$  va donc s'écrire  $\frac{e^{-jk(r-z' \cos(\theta))}}{r - z' \cos(\theta)}$ . Puisqu'on est en champ lointain,  $z' \ll r$  et le terme d'amplitude  $(r - z' \cos(\theta))$  peut être approximé par  $r$ . Le module  $A_z$  du potentiel vecteur devient :

$$\begin{aligned} A_z &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I_0 \sin \left[ k \left( \frac{L}{2} - |z'| \right) \right] \frac{e^{-jkR(z')}}{R(z')} dz' \\ &= \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sin \left[ k \left( \frac{L}{2} - |z'| \right) \right] \frac{e^{-jk(r-z' \cos(\theta))}}{r} dz' \\ &= \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \left( \underbrace{\int_{-\frac{L}{2}}^0 \sin \left[ k \left( \frac{L}{2} + z' \right) \right] e^{jkz' \cos(\theta)} dz'}_{A_{z1}} + \underbrace{\int_0^{\frac{L}{2}} \sin \left[ k \left( \frac{L}{2} - z' \right) \right] e^{jkz' \cos(\theta)} dz'}_{A_{z2}} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

A partir de la relation suivante :

$$\int_a^b e^{\alpha x} \sin(\beta x + \gamma) dx = \left[ \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^2 + \beta^2} \left( \alpha \sin(\beta x + \gamma) - \beta \cos(\beta x + \gamma) \right) \right]_a^b,$$

on calcule  $A_{z1}$  :

$$\begin{aligned}
A_{z1} &= \int_{-\frac{L}{2}}^0 \sin \left[ k \left( \frac{L}{2} + z' \right) \right] e^{jkz' \cos(\theta)} dz' \\
&= \left[ \frac{e^{jkz' \cos(\theta)}}{k^2(1 - \cos^2(\theta))} \left( jk \cos(\theta) \sin \left( k \left( \frac{L}{2} + z' \right) \right) - k \cos \left( k \left( \frac{L}{2} + z' \right) \right) \right) \right]_{-\frac{L}{2}}^0 \\
&= \frac{1}{k(1 - \cos^2(\theta))} \left[ e^{-jk\frac{L}{2} \cos(\theta)} + j \cos(\theta) \sin \left( k \frac{L}{2} \right) - \cos \left( k \frac{L}{2} \right) \right]
\end{aligned} \tag{D.7}$$

De la même façon, on obtient  $A_{z2}$  :

$$A_{z2} = \frac{1}{k(1 - \cos^2(\theta))} \left[ e^{jk\frac{L}{2} \cos(\theta)} - j \cos(\theta) \sin \left( k \frac{L}{2} \right) - \cos \left( k \frac{L}{2} \right) \right] \tag{D.8}$$

Le potentiel vecteur devient :

$$A_z = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi k} \frac{\left( \cos \left( k \frac{L}{2} \cos(\theta) \right) - \cos \left( k \frac{L}{2} \right) \right) e^{-jkr}}{\sin^2(\theta) r}. \tag{D.9}$$

## D.2 Calcul du champ $\underline{H}$

A partir du potentiel vecteur donné par l'équation (D.9), on calcule le champ magnétique  $\underline{H}$  grâce à l'équation (D.2). Dans le système de coordonnées sphériques, on a (voir annexe A) :

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\theta) \cos(\varphi) & \sin(\theta) \sin(\varphi) & \cos(\theta) \\ \cos(\theta) \cos(\varphi) & \cos(\theta) \sin(\varphi) & -\sin(\theta) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}. \tag{D.10}$$

Or, le potentiel vecteur n'a qu'une seule composante suivant  $z$ , ce qui implique :

$$\begin{cases} A_r = A_z \cos(\theta) \\ A_\theta = -A_z \sin(\theta) \\ A_\varphi = 0 \end{cases}$$

Le rotationnel de  $\underline{A}$  est donc donné par :

$$\begin{aligned}
\underline{\nabla} \wedge \underline{A} &= \frac{1}{r \sin(\theta)} \left( \frac{\partial(A_\varphi \sin(\theta))}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right) \underline{a}_r \\
&\quad + \left( \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial r} \right) \underline{a}_\theta \\
&\quad + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \underline{a}_\varphi.
\end{aligned} \tag{D.11}$$

Or, les composantes du potentiel vecteur en coordonnées sphériques dépendent de  $\theta$  et  $A_z$  (qui est fonction de  $\theta$ ). L'équation (D.11) se réduit donc à :

$$\underline{\nabla} \wedge \underline{A} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \underline{a}_\varphi. \tag{D.12}$$

Les calculs de dérivées donnent :

$$\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} = j \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \frac{\left( \cos\left(k \frac{L}{2} \cos(\theta)\right) - \cos\left(k \frac{L}{2}\right) \right)}{\sin(\theta)} e^{-jkr}, \quad (\text{D.13})$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} &= \left[ \sin^2(\theta) \left( k \frac{L}{2} \cos(\theta) \sin\left(k \frac{L}{2} \cos(\theta)\right) - \cos\left(k \frac{L}{2} \cos(\theta)\right) \right) \right. \\ &\quad \left. - 2 \cos^2(\theta) \cos\left(k \frac{L}{2} \cos(\theta)\right) + \sin^2(\theta) \cos\left(k \frac{L}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos^2(\theta) \cos\left(k \frac{L}{2}\right) \right] \frac{\mu_0 I_0}{2\pi k} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{1}{\sin^3(\theta)}. \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

L'expression  $\frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta}$  est donc fonction de  $\frac{1}{r^2}$  et peut donc être négligée devant  $\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r}$ , ce qui donne la composante suivant  $\varphi$  du champ magnétique :

$$\underline{H}_\varphi = H_\varphi \underline{a}_\varphi = j \frac{I_0}{2\pi} \frac{\left( \cos\left(k \frac{L}{2} \cos(\theta)\right) - \cos\left(k \frac{L}{2}\right) \right)}{\sin(\theta)} \frac{e^{-jkr}}{r} \underline{a}_\varphi. \quad (\text{D.15})$$

Le champ magnétique  $\underline{H}$  n'a donc qu'une seule composante prépondérante en champ lointain :  $\underline{H} = H_\varphi \underline{a}_\varphi$  où  $H_\varphi$  est une fonction de  $\theta$ . Nous allons à présent calculer le champ  $\underline{E}$ .

### D.3 Calcul du champ $\underline{E}$

Le calcul du champ électrique  $\underline{E}$  se fait selon l'équation (D.3). Le rotationnel de  $\underline{H}$  est donné par :

$$\begin{aligned} \nabla \wedge \underline{H} &= \frac{1}{r \sin(\theta)} \left( \frac{\partial(H_\varphi \sin(\theta))}{\partial \theta} - \frac{\partial H_\theta}{\partial \varphi} \right) \underline{a}_r \\ &\quad + \left( \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(rH_\varphi)}{\partial r} \right) \underline{a}_\theta \\ &\quad + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(rH_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right) \underline{a}_\varphi. \end{aligned} \quad (\text{D.16})$$

L'expression du champ électrique se résume donc à :

$$\begin{aligned} \underline{E} &= E_r \underline{a}_r + E_\theta \underline{a}_\theta \\ &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left( \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial(H_\varphi \sin(\theta))}{\partial \theta} \underline{a}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial(rH_\varphi)}{\partial r} \underline{a}_\theta \right). \end{aligned} \quad (\text{D.17})$$

Les dérivées partielles donnent :

$$\frac{\partial(H_\varphi \sin(\theta))}{\partial \theta} = j \frac{I_0 k l}{4\pi} \sin(\theta) \sin\left(k \frac{L}{2} \cos(\theta)\right) \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad (\text{D.18})$$

et

$$\frac{\partial(rH_\varphi)}{\partial r} = \frac{I_0 k}{2\pi} \frac{\left( \cos\left(k\frac{L}{2}\cos(\theta)\right) - \cos\left(k\frac{L}{2}\right) \right)}{\sin(\theta)} e^{-jkr}. \quad (\text{D.19})$$

L'expression  $\frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial(H_\varphi \sin(\theta))}{\partial \theta}$  est donc fonction de  $\frac{1}{r^2}$  et peut donc être négligée devant  $\frac{1}{r} \frac{\partial(rH_\varphi)}{\partial r}$  en champ lointain, ce qui donne la composante suivant  $\theta$  du champ électrique :

$$\underline{E}_\theta = E_\theta \underline{a}_\theta = j\eta \frac{I_0}{2\pi} \frac{\left( \cos\left(k\frac{L}{2}\cos(\theta)\right) - \cos\left(k\frac{L}{2}\right) \right)}{\sin(\theta)} \frac{e^{-jkr}}{r} \underline{a}_\theta, \quad (\text{D.20})$$

où  $\eta = \frac{k}{\omega \varepsilon_0} = \frac{1}{c \varepsilon_0}$  est l'impédance du vide avec  $c$  qui désigne la célérité ( $c \simeq 3.10^8$  m/s). On a  $\eta \simeq 377 \Omega$ . Le champ électrique  $\underline{E}$  n'a donc qu'une seule composante prépondérante en champ lointain :  $\underline{E} = E_\theta \underline{a}_\theta$  où  $E_\theta$  est une fonction de  $\theta$ .



## Annexe E

# Modèle sphérique de rayonnement d'une antenne

Le modèle sphérique de rayonnement que nous avons proposé va permettre de déterminer le diagramme de rayonnement d'une antenne placée à une distance  $d$  de l'origine du repère connaissant le diagramme de rayonnement de cette antenne lorsqu'elle est à l'origine et en utilisant le théorème de translation (voir figure E.1). Ceci nous permettra par la suite de réécrire le facteur de réseau d'un réseau linéaire uniforme.

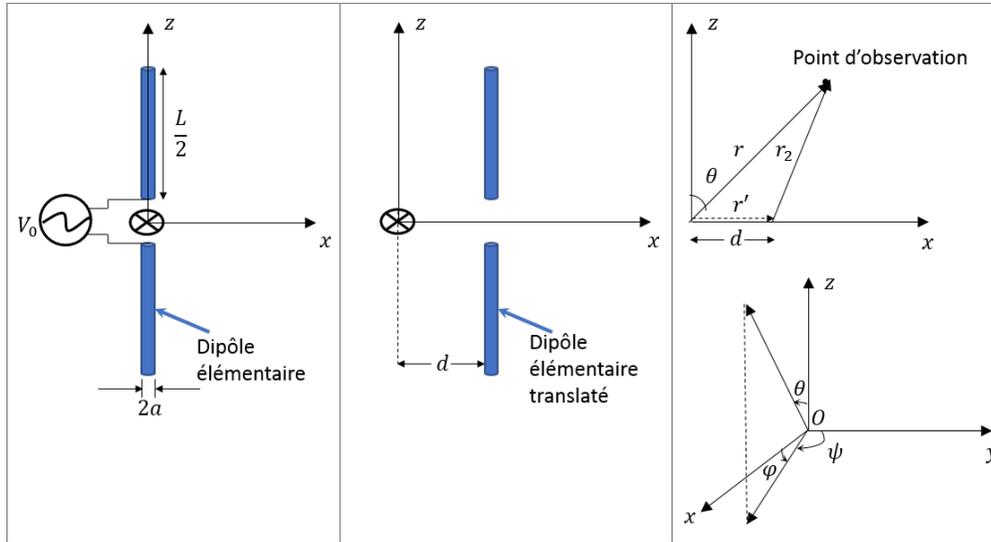


FIGURE E.1 : Translation du dipôle élémentaire.

Pour réduire la complexité des calculs, nous allons considérer le champ rayonné par un dipôle élémentaire. La longueur  $L$  d'un dipôle élémentaire est très petite devant la longueur d'onde et la distribution de courant peut être considérée comme constante :  $\underline{I}(z) = I_0 \underline{a}_z$ ,  $\underline{a}_z$  étant le vecteur unitaire sur l'axe  $z$ . En partant de l'expression générale du potentiel vecteur donnée en (B.5), nous pouvons écrire ce potentiel vecteur pour le dipôle élémentaire comme suit :

$$\begin{aligned} \underline{A} &= A_z \underline{a}_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} dz' \underline{a}_z \\ &= \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} L \frac{e^{-jkr}}{r} \underline{a}_z. \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

La distance d'observation est indépendante du déplacement élémentaire  $z'$  sur le dipôle, le dipôle étant lui-même élémentaire. Le champ magnétique  $\underline{H}$  s'obtient à partir du rotationnel de ce potentiel vecteur :  $\underline{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \wedge \underline{A}$ . En coordonnées sphériques, le rotationnel du potentiel vecteur est donné par :

$$\begin{aligned} \nabla \wedge \underline{A} &= \frac{1}{r \sin(\theta)} \left( \frac{\partial(A_\varphi \sin(\theta))}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right) \underline{a}_r \\ &+ \left( \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial r} \right) \underline{a}_\theta \\ &+ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \underline{a}_\varphi. \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

où  $A_r = A_z \cos(\theta)$ ,  $A_\theta = -A_z \sin(\theta)$ ,  $A_\varphi = 0$  et  $\underline{a}_r$ ,  $\underline{a}_\theta$  et  $\underline{a}_\varphi$  sont les vecteurs unitaires selon les composantes  $(r, \theta, \varphi)$  en coordonnées sphériques. Les composantes du rotationnel du potentiel vecteur suivant  $\underline{a}_r$  et  $\underline{a}_\theta$  étant nulles (dérivées partielles nulles), le champ magnétique  $\underline{H}$  est donc donné par :

$$\begin{aligned} \underline{H} &= H_\varphi \underline{a}_\varphi = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \underline{a}_\varphi \\ &= \frac{I_0}{4\pi} L \sin(\theta) \left[ jk \frac{e^{-jkr}}{r} + \frac{e^{-jkr}}{r^2} \right] \underline{a}_\varphi. \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

A partir du champ magnétique  $\underline{H}$ , on calcule le champ électrique  $\underline{E}$  à partir du rotationnel de  $\underline{H}$  avec la formule  $\underline{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \wedge \underline{H} = E_r \underline{a}_r + E_\theta \underline{a}_\theta$ , avec :

$$E_r = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial(H_\varphi \sin(\theta))}{\partial \theta}$$

et

$$E_\theta = -\frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{1}{r} \frac{\partial(r H_\varphi)}{\partial r}.$$

On a alors :

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{I_0}{4\pi} L \sin^2(\theta) \left[ jk \frac{e^{-jkr}}{r} + \frac{e^{-jkr}}{r^2} \right] \right) \\ &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{I_0}{4\pi} L \left( jk \frac{e^{-jkr}}{r} + \frac{e^{-jkr}}{r^2} \right) \left( 2 \cos(\theta) \sin(\theta) \right) \\ &= 2 \frac{I_0 L}{4\pi\omega\epsilon_0} \cos(\theta) \left( k \frac{e^{-jkr}}{r^2} - j \frac{e^{-jkr}}{r^3} \right), \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

$$\begin{aligned}
E_\theta &= -\frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{I_0}{4\pi} L \sin(\theta) r \left[ jk \frac{e^{-jkr}}{r} + \frac{e^{-jkr}}{r^2} \right] \right) \\
&= -\frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \frac{1}{r} \frac{I_0}{4\pi} L \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial r} \left( jk e^{-jkr} + \frac{e^{-jkr}}{r} \right) \\
&= -\frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \frac{1}{r} \frac{I_0}{4\pi} L \sin(\theta) \left( k^2 e^{-jkr} + \frac{-e^{-jkr} - jkr e^{-jkr}}{r^2} \right) \\
&= \frac{I_0 L}{4\pi\omega\varepsilon_0} \sin(\theta) \left( k \frac{e^{-jkr}}{r^2} + j \left( k^2 \frac{e^{-jkr}}{r} - \frac{e^{-jkr}}{r^3} \right) \right). \tag{E.5}
\end{aligned}$$

En posant

$$C_0 = 2 \frac{I_0 L}{4\pi\omega\varepsilon_0},$$

on a alors :

$$E_r = C_0 \cos(\theta) \left( k \frac{e^{-jkr}}{r^2} - j \frac{e^{-jkr}}{r^3} \right) \tag{E.6}$$

$$E_\theta = \frac{C_0}{2} \sin(\theta) \left( k \frac{e^{-jkr}}{r^2} + j \left( k^2 \frac{e^{-jkr}}{r} - \frac{e^{-jkr}}{r^3} \right) \right), \tag{E.7}$$

Les équations (E.6) et (E.7) donnent le champ du dipôle élémentaire calculé en champ proche. Le champ rayonné en champ lointain s'obtient en négligeant les termes en  $\frac{1}{r^2}$  et  $\frac{1}{r^3}$ .

Nous allons maintenant calculer le champ  $\underline{E}_2$  rayonné par le dipôle élémentaire translaté d'une distance  $d$  de l'origine du repère (voir figure E.1). En se basant sur les équations (E.6) et (E.7), on a :  $\underline{E}_2 = E_{2r} \underline{a}_r + E_{2\theta} \underline{a}_\theta$  avec :

$$E_{2r} = C_0 \cos(\theta) \left( k \frac{e^{-jkr_2}}{r_2^2} - j \frac{e^{-jkr_2}}{r_2^3} \right) \tag{E.8}$$

$$E_{2\theta} = \frac{C_0}{2} \sin(\theta) \left( k \frac{e^{-jkr_2}}{r_2^2} + j \left( k^2 \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} - \frac{e^{-jkr_2}}{r_2^3} \right) \right). \tag{E.9}$$

On souhaite exprimer ce champ rayonné par le dipôle translaté en fonction du champ rayonné par le dipôle positionné à l'origine du repère. La distance  $r_2$  entre le dipôle translaté et le point d'observation peut s'écrire en notation vectorielle :

$$\underline{r}_2 = \underline{r} - \underline{r}',$$

avec comme coordonnées :

$$\underline{r}_2 = \begin{cases} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{cases}, \quad \underline{r} = \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} \text{ et } \underline{r}' = \begin{cases} 0 \\ d \\ 0 \end{cases};$$

ce qui donne

$$\underline{r}_2 = \begin{cases} x \\ y - d \\ z \end{cases}.$$

Ainsi,

$$r_2 = \sqrt{x^2 + (y - d)^2 + z^2} = \sqrt{r^2 + d^2 - 2yd}.$$

On a  $y = r \sin(\theta)$  (on se ramène sur le plan  $\varphi = 90^\circ$  pour simplifier les expressions), ce qui donne :

$$r_2 = r \sqrt{1 + \frac{d^2}{r^2} - 2 \frac{d}{r} \sin(\theta)}.$$

Si  $r$  est grand devant  $d$ , alors  $\epsilon = \frac{d^2}{r^2} - 2 \frac{d}{r} \sin(\theta)$  est petit devant 1, ce qui permet de faire le développement limité d'ordre 3 au voisinage de zéro suivant :

$$\begin{aligned} r_2 &= r(1 + \epsilon)^{\frac{1}{2}} \\ &= r \left[ 1 + \frac{1}{2}\epsilon + \frac{\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})}{2!}\epsilon^2 + \frac{\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})}{3!}\epsilon^3 + o(\epsilon^3) \right] \\ &\simeq r \left[ 1 - \frac{d}{r} \sin(\theta) + \frac{1}{2} \frac{d^2}{r^2} \cos^2(\theta) + \frac{1}{2} \frac{d^3}{r^3} \sin(\theta) \cos^2(\theta) - \frac{1}{8} \frac{d^4}{r^4} (1 - 6 \sin^2(\theta)) \right] \\ &\simeq r - d \sin(\theta) + \frac{1}{2} \frac{d^2}{r} \cos^2(\theta) + \frac{1}{2} \frac{d^3}{r^2} \sin(\theta) \cos^2(\theta) - \frac{1}{8} \frac{d^4}{r^3} (1 - 6 \sin^2(\theta)) \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

On a supposé que  $r$  reste toujours grand devant  $d$ ; ce qui permet de considérer que l'erreur de phase qu'on peut faire sur le terme de rayonnement  $\frac{e^{-jkr_2}}{r_2}$  est prépondérante par rapport à l'erreur d'amplitude, ce qui permet d'approximer le module  $(\frac{1}{r_2})$  de ce terme de rayonnement par  $\frac{1}{r}$ . Les composantes du champ  $\underline{E}_2$  peuvent donc s'écrire :

$$\begin{aligned} E_{2r} &= C_0 \cos(\theta) \left( k \frac{e^{-jkr_2}}{r_2^2} - j \frac{e^{-jkr_2}}{r_2^3} \right) \\ &= C_0 \cos(\theta) \left( k \frac{e^{-jkr}}{r^2} - j \frac{e^{-jkr}}{r^3} \right) e^{jk\alpha_2} \\ &= E_r e^{jk\alpha_2} \end{aligned} \quad (\text{E.11})$$

$$\begin{aligned} E_{2\theta} &= \frac{C_0}{2} \sin(\theta) \left( k \frac{e^{-jkr_2}}{r_2^2} + j \left( k^2 \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} - \frac{e^{-jkr_2}}{r_2^3} \right) \right) \\ &= \frac{C_0}{2} \sin(\theta) \left( k \frac{e^{-jkr}}{r^2} + j \left( k^2 \frac{e^{-jkr}}{r} - \frac{e^{-jkr}}{r^3} \right) \right) e^{jk\alpha_2} \\ &= E_\theta e^{jk\alpha_2} \end{aligned} \quad (\text{E.12})$$

avec

$$\alpha_2(\theta) = d \sin(\theta) - \frac{1}{2} \frac{d^2}{r} \cos^2(\theta) - \frac{1}{2} \frac{d^3}{r^2} \sin(\theta) \cos^2(\theta) + \frac{1}{8} \frac{d^4}{r^3} (1 - 6 \sin^2(\theta)).$$

On a donc :

$$\underline{E}_2 = \underline{E} e^{jk\alpha_2(\theta)}. \quad (\text{E.13})$$

De façon générale, si le dipôle est translaté d'une distance  $(n-1)d$  de l'origine du repère, le champ de ce dipôle s'écrit comme suit :

$$\underline{E}_n = \underline{E} e^{jk\alpha_n(\theta)}, \quad (\text{E.14})$$

avec

$$\alpha_n(\theta) = (n-1)d \sin(\theta) - \frac{1}{2} \frac{(n-1)^2 d^2}{r} \cos^2(\theta) - \frac{1}{2} \frac{(n-1)^3 d^3}{r^2} \sin(\theta) \cos^2(\theta) + \frac{1}{8} \frac{(n-1)^4 d^4}{r^3} (1 - 6 \sin^2(\theta)).$$

En champ lointain,  $\alpha_n(\theta)$  s'écrit

$$\alpha_n(\theta) = (n - 1)d \sin(\theta).$$



## Annexe F

# Solutions théoriques des problèmes d'optimisation au sens des moindres carrés

En nous basant sur le concept de diagramme de rayonnement de l'élément actif, nous avons proposé des modèles de diagrammes de rayonnement pour prendre en compte le couplage mutuel présent dans un réseau d'antennes. Ces modèles sont basés sur la résolution de problèmes d'optimisation au sens des moindres carrés notés  $LS_1$ ,  $LS_{2_{FF}}$ ,  $LS_{2_{NF3}}$ ,  $LS_{2_{EM}}$  définis comme suit pour un réseau de deux éléments :

$$LS_1 : \min_{A_{21}} \left( \sum_{\psi} |E_1^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[1 + A_{21}e^{jkd\sin(\psi)}]|^2 \right), \quad (F.1)$$

$$\min_{A_{12}} \left( \sum_{\psi} |E_2^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[A_{12} + e^{jkd\sin(\psi)}]|^2 \right); \quad (F.2)$$

$$LS_{2_{FF}} : \min_{A_{11}, A_{21}} \left( \sum_{\psi} |E_1^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[A_{11} + A_{21}e^{jkd\sin(\psi)}]|^2 \right), \quad (F.3)$$

$$\min_{A_{22}, A_{12}} \left( \sum_{\psi} |E_2^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[A_{12} + A_{22}e^{jkd\sin(\psi)}]|^2 \right); \quad (F.4)$$

$$LS_{2_{NF3}} : \min_{A_{11}, A_{21}} \left( \sum_{\psi} |E_1^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[A_{11} + A_{21}e^{jk\alpha_2(\psi)}]|^2 \right), \quad (F.5)$$

$$\min_{A_{22}, A_{12}} \left( \sum_{\psi} |E_2^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[A_{12} + A_{22}e^{jk\alpha_2(\psi)}]|^2 \right); \quad (F.6)$$

$$LS_{2_{EM}} : \min_{A_{11}, A_{21}} \left( \sum_{\psi} |E_1^{EM}(\psi) - [A_{11}E_{is_1}(\psi) + A_{21}E_{is_2}(\psi)]|^2 \right), \quad (F.7)$$

$$\min_{A_{22}, A_{12}} \left( \sum_{\psi} |E_2^{EM}(\psi) - [A_{12}E_{is_1}(\psi) + A_{22}E_{is_2}(\psi)]|^2 \right), \quad (F.8)$$

où  $E_1^{EM}(\psi)$  et  $E_2^{EM}(\psi)$  sont respectivement les champs électriques des éléments actifs 1 et 2 obtenus par simulation électromagnétique,  $E_{is}(\psi)$  est le champ électrique rayonné par l'élément

isolé,  $A_{nm}$  est la pondération complexe appliquée à l'élément  $n$  pour retrouver le champ rayonné par l'élément  $m$ ,  $d$  est la distance inter-élément,  $\psi$  est la direction du point d'observation telle que représentée sur la figure D.1,  $E_{is_1}(\psi)$  et  $E_{is_2}(\psi)$  sont respectivement les champs électriques rayonnés par les éléments 1 et 2 du réseau pris isolément et obtenus par simulation électromagnétique et  $\alpha_2(\psi)$  est la différence de marche entre le champ rayonné par le deuxième élément et celui rayonné par le premier élément du réseau dans la direction  $\psi$  en considérant le modèle sphérique de rayonnement (voir annexe E) :

$$\alpha_2(\psi) = d \sin(\psi) - \frac{1}{2} \frac{d^2}{r} \cos(\psi) - \frac{1}{2} \frac{d^3}{r^2} \sin(\psi) \cos^2(\theta) + \frac{1}{8} \frac{d^4}{r^3} (1 - 6 \sin^2(\psi)). \quad (\text{F.9})$$

Le problème  $LS_1$  ((F.1), (F.2)) est établi selon le modèle de rayonnement suivant :

$$E_1^e(\psi) = E_{is}(\psi)[1 + A_{21}e^{jkd \sin(\psi)}], \quad (\text{F.10})$$

$$E_2^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{12} + e^{jkd \sin(\psi)}], \quad (\text{F.11})$$

où la contribution de l'élément alimenté dans le diagramme de rayonnement de l'élément actif est supposé être égale à son diagramme de rayonnement lorsqu'il est isolé des autres.

En réalité, cette contribution étant différente de son diagramme de rayonnement lorsqu'il est pris isolément, nous avons proposé un nouveau modèle :

$$E_1^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{11} + A_{21}e^{jkd \sin(\psi)}], \quad (\text{F.12})$$

$$E_2^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{12} + A_{22}e^{jkd \sin(\psi)}], \quad (\text{F.13})$$

dont les pondérations sont déterminées en résolvant le problème d'optimisation  $LS_{2_{FF}}$ .

Le problème d'optimisation  $LS_{2_{NF3}}$  va être utilisé pour synthétiser les diagrammes de rayonnement selon les modèles décrits par les équations (F.12) et (F.13) dans lesquelles le modèle sphérique est utilisé à la place de l'approximation champ lointain pour prendre en compte la position de chaque élément dans le système de coordonnées :

$$E_1^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{11} + A_{21}e^{jk\alpha_2(\psi)}], \quad (\text{F.14})$$

$$E_2^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{12} + A_{22}e^{jk\alpha_2(\psi)}]. \quad (\text{F.15})$$

Les pondérations sont déterminées en résolvant le problème d'optimisation  $LS_{2_{NF3}}$ .

Quant au critère  $LS_{2_{EM}}$ , il est utilisé pour synthétiser le diagramme de rayonnement en utilisant les champs des éléments pris isolément obtenus à partir des simulations électromagnétiques :

$$E_1^e(\psi) = E_{is_1}(\psi)A_{11} + E_{is_2}(\psi)A_{21}, \quad (\text{F.16})$$

$$E_2^e(\psi) = E_{is_1}(\psi)A_{12} + E_{is_2}(\psi)A_{22}. \quad (\text{F.17})$$

Les pondérations sont déterminées en résolvant le problème d'optimisation  $LS_{2_{EM}}$ .

## F.1 Résolution du problème d'optimisation basé sur le critère $LS_1$

La détermination des pondérations  $A_{21}$  et  $A_{12}$  se fait en résolvant le problème d'optimisation  $LS_1$  (équations (F.1) et (F.2)). Pour résoudre l'équation (F.1), on pose :

$$\underline{E}_1^{EM} = \begin{bmatrix} E_1^{EM}(\psi_1) \\ \vdots \\ E_1^{EM}(\psi_{N_\psi}) \end{bmatrix}, \quad \underline{E}_{is} = \begin{bmatrix} E_{is}(\psi_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & E_{is}(\psi_{N_\psi}) \end{bmatrix},$$

$$\underline{\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{N_\psi}, \quad \underline{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} e^{jkd \sin(\psi_1)} \\ \vdots \\ e^{jkd \sin(\psi_{N_\psi})} \end{bmatrix},$$

où  $N_\psi$  est la taille de la grille angulaire discrète utilisée  $\{\psi_i\}_{i=1, \dots, N_\psi}$ . Le problème (F.1) peut donc s'écrire :

$$\min_{A_{21}} \left\| \underline{\mathbf{E}}_1^{EM} - \underline{\mathbf{E}}_{is} (\underline{\mathbf{1}} + A_{21} \underline{\mathbf{V}}) \right\|_2^2, \quad (\text{F.18})$$

où  $\|\cdot\|_2$  fait référence à la norme  $L_2$ . Soit  $J_1 = \left\| \underline{\mathbf{E}}_1^{EM} - \underline{\mathbf{E}}_{is} (\underline{\mathbf{1}} + A_{21} \underline{\mathbf{V}}) \right\|_2^2$ . La valeur optimale de  $A_{21}$  selon le critère  $LS_1$  (notée  $A_{21opt_1}$ ) est obtenue en calculant la dérivée :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_1}{\partial A_{21}} &= \frac{\partial}{\partial A_{21}} \left\| \underline{\mathbf{E}}_1^{EM} - \underline{\mathbf{E}}_{is} (\underline{\mathbf{1}} + A_{21} \underline{\mathbf{V}}) \right\|_2^2 \\ &= \frac{\partial}{\partial A_{21}} \left( \left[ \underline{\mathbf{E}}_1^{EM} - \underline{\mathbf{E}}_{is} (\underline{\mathbf{1}} + A_{21} \underline{\mathbf{V}}) \right]^H \left[ \underline{\mathbf{E}}_1^{EM} - \underline{\mathbf{E}}_{is} (\underline{\mathbf{1}} + A_{21} \underline{\mathbf{V}}) \right] \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial A_{21}} \left( \left( \left[ \underline{\mathbf{E}}_1^{EM} \right]^H - \left( \underline{\mathbf{1}}^T + \underline{\mathbf{V}}^H A_{21}^* \right) \underline{\mathbf{E}}_{is}^H \right) \left[ \underline{\mathbf{E}}_1^{EM} - \underline{\mathbf{E}}_{is} (\underline{\mathbf{1}} + A_{21} \underline{\mathbf{V}}) \right] \right). \end{aligned} \quad (\text{F.19})$$

Pour faire ce calcul de dérivée, on utilise la règle de dérivation complexe suivante :

$$\frac{\partial}{\partial A} = \frac{\partial}{\partial A_R} + j \frac{\partial}{\partial A_I} \quad (\text{F.20})$$

où  $A = A_R + jA_I$  est une variable complexe. De la relation (F.20), on peut déduire que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial A} &= 1 + j^2 = 0, \\ \frac{\partial A^*}{\partial A} &= 1 + j(-j) = 2. \end{aligned} \quad (\text{F.21})$$

L'équation (F.19) devient :

$$\frac{\partial J_1}{\partial A_{21}} = -2 \underline{\mathbf{V}}^H \underline{\mathbf{E}}_{is}^H \left( \underline{\mathbf{E}}_1^{EM} - \underline{\mathbf{E}}_{is} (\underline{\mathbf{1}} + A_{21} \underline{\mathbf{V}}) \right). \quad (\text{F.22})$$

En annulant cette dérivée, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_1}{\partial A_{21}} = 0 &\Leftrightarrow -2 \underline{\mathbf{V}}^H \underline{\mathbf{E}}_{is}^H \underline{\mathbf{E}}_1^{EM} + 2 \underline{\mathbf{V}}^H \underline{\mathbf{E}}_{is}^H \underline{\mathbf{E}}_{is} + 2 \underline{\mathbf{V}}^H \underline{\mathbf{E}}_{is}^H \underline{\mathbf{E}}_{is} A_{21} \underline{\mathbf{V}} = 0 \\ &\Leftrightarrow A_{21} = \frac{\underline{\mathbf{V}}^H \underline{\mathbf{E}}_{is}^H \underline{\mathbf{E}}_1^{EM} - \underline{\mathbf{V}}^H \underline{\mathbf{E}}_{is}^H \underline{\mathbf{E}}_{is}}{\underline{\mathbf{V}}^H \underline{\mathbf{E}}_{is}^H \underline{\mathbf{E}}_{is} \underline{\mathbf{V}}}. \end{aligned} \quad (\text{F.23})$$

L'expression de la valeur optimale de  $A_{21}$  selon le critère  $LS_1$  est donc donnée par :

$$\begin{aligned} A_{21opt_1} &= \frac{\sum_{\psi} E_1^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) e^{-jkd \sin(\psi)} - \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{-jkd \sin(\psi)}}{\sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2} \\ &= \frac{\sum_{\psi} E_{is}^*(\psi) e^{-jkd \sin(\psi)} \left( E_1^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi) \right)}{\sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2}. \end{aligned} \quad (\text{F.24})$$

De la même façon on trouve l'expression de la valeur optimale de  $A_{12}$  selon le critère  $LS_1$  en partant de l'équation (F.2) :

$$\begin{aligned}
A_{12opt_1} &= \frac{\sum_{\psi} E_2^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) - \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)}}{\sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2} \\
&= \frac{\sum_{\psi} E_{is}^*(\psi) \left( E_2^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi) e^{jkd \sin(\psi)} \right)}{\sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2}.
\end{aligned} \tag{F.25}$$

## F.2 Résolution du problème d'optimisation basé sur les autres critères

### F.2.1 Critère $LS_{2FF}$

Afin de mieux prendre en compte la contribution de l'élément excité au champ rayonné par le réseau (qui est en fait différente du champ qu'il rayonne lorsqu'il est isolé des autres), les pondérations  $A_{11}$  et  $A_{22}$  sont introduites dans le modèle des champs rayonnés par les éléments actifs du réseau (équations (F.12) et (F.13)). Les différentes pondérations  $A_{11}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{12}$  et  $A_{22}$  peuvent être déterminées en résolvant le problème d'optimisation  $LS_{2FF}$  (équations (F.3) et (G.4)). En utilisant les mêmes notations que dans la section F.1, la partie du problème d'optimisation  $LS_{2FF}$  formulée dans (F.3) devient :

$$\min_{\underline{A}_1} \|\underline{E}_1^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_1\|_2^2 \tag{F.26}$$

où

$$\underline{A}_1 = \begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{21} \end{bmatrix}, \quad \underline{U} = [ \underline{1} \quad \underline{V} ].$$

Soit  $J_2 = \|\underline{E}_1^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_1\|_2^2$ . Les valeurs optimales de  $A_{11}$  et  $A_{21}$  selon le critère  $LS_2$  (notées  $A_{11opt_2}$  et  $A_{21opt_2}$ ) sont obtenues en calculant la dérivée :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J_2}{\partial \underline{A}_1} &= \frac{\partial}{\partial \underline{A}_1} \|\underline{E}_1^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_1\|_2^2 \\
&= \frac{\partial}{\partial \underline{A}_1} \left( \left[ \underline{E}_1^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_1 \right]^H \left[ \underline{E}_1^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_1 \right] \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial \underline{A}_1} \left( \left[ \left( \underline{E}_1^{EM} \right)^H - \underline{A}_1^H \underline{U}^H \underline{E}_{is}^H \right] \left[ \underline{E}_1^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_1 \right] \right) \\
&= -2 \underline{U}^H \underline{E}_{is}^H \left[ \underline{E}_1^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_1 \right].
\end{aligned} \tag{F.27}$$

En annulant cette dérivée, on obtient :

$$\frac{\partial J_2}{\partial \underline{A}_1} = \underline{0} \Leftrightarrow \underline{U}^H \underline{E}_{is}^H \left[ \underline{E}_1^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_1 \right] = \underline{0} \tag{F.28}$$

où

$$\underline{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

On a donc

$$\frac{\partial J_2}{\partial \underline{A}_1} = \underline{0} \Leftrightarrow \underline{U}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_1 = \underline{U}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_1^{EM},$$

ce qui conduit à la résolution d'un système d'équations à deux inconnues :

$$\begin{cases} \left( \underline{1}^T \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{1} \right) A_{11} + \left( \underline{1}^T \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{V} \right) A_{21} & = \underline{1}^T \underline{E}_{is}^H \underline{E}_1^{EM} \\ \left( \underline{V}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{1} \right) A_{11} + \left( \underline{V}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{V} \right) A_{21} & = \underline{V}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_1^{EM} \end{cases}$$

Les solutions  $A_{11}$  et  $A_{21}$  de ce système d'équations sont :

$$\begin{cases} A_{11} = \frac{\left( \underline{1}^T \underline{E}_{is}^H \underline{E}_1^{EM} \right) \left( \underline{V}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{V} \right) - \left( \underline{V}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_1^{EM} \right) \left( \underline{1}^T \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{V} \right)}{D} \\ A_{21} = \frac{\left( \underline{1}^T \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{1} \right) \left( \underline{V}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_1^{EM} \right) - \left( \underline{V}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{1} \right) \left( \underline{1}^T \underline{E}_{is}^H \underline{E}_1^{EM} \right)}{D}, \end{cases} \quad (\text{F.29})$$

où

$$\begin{aligned} D &= \left( \underline{1}^T \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{1} \right) \left( \underline{V}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{V} \right) - \left( \underline{V}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{1} \right) \left( \underline{1}^T \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{V} \right) \\ &= \left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2. \end{aligned} \quad (\text{F.30})$$

Les expressions des valeurs optimales de  $A_{11}$  et de  $A_{21}$  selon le critère  $LS_{2FF}$  sont donc données par :

$$\begin{cases} A_{11opt_2} = \frac{\sum_{\psi} \left( E_1^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) \right) \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2} \\ \frac{\sum_{\psi} \left( E_1^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) e^{-jkd \sin(\psi)} \right) \sum_{\psi} \left( |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right)}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2} \\ A_{21opt_2} = \frac{\sum_{\psi} \left( E_1^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) e^{-jkd \sin(\psi)} \right) \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2} \\ \frac{\sum_{\psi} \left( E_1^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) \right) \sum_{\psi} \left( |E_{is}(\psi)|^2 e^{-jkd \sin(\psi)} \right)}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2}. \end{cases} \quad (\text{F.31})$$

De la même façon on trouve les expressions des valeurs optimales de  $A_{22}$  et  $A_{12}$  selon le critère  $LS_{2_{FF}}$  en partant de (G.4) :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{12_{opt_2}} = \frac{\sum_{\psi} \left( E_2^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) \right) \sum_{\theta} |E_{is}(\psi)|^2}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2} \\ \quad \frac{\sum_{\psi} \left( E_2^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) e^{-jkd \sin(\psi)} \right) \sum_{\psi} \left( |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right)}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2} \\ A_{22_{opt_2}} = \frac{\sum_{\psi} \left( E_2^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) e^{-jkd \sin(\psi)} \right) \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2} \\ \quad \frac{\sum_{\psi} \left( E_2^{EM}(\psi) E_{is}^*(\psi) \right) \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{-jkd \sin(\psi)}}{\left( \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 \right)^2 - \left| \sum_{\psi} |E_{is}(\psi)|^2 e^{jkd \sin(\psi)} \right|^2}. \end{array} \right. \quad (F.32)$$

## F.2.2 Généralisation du critère $LS_{2_{FF}}$ au cas d'un réseau de $N$ éléments

De façon générale, le modèle du champ rayonné par l'élément actif  $m$  d'un réseau linéaire uniforme de  $N$  éléments est donné par l'équation :

$$E_m^e(\psi) = E_{is}(\psi) \sum_{n=1}^N A_{nm} e^{jk(n-1)d \sin(\psi)} \quad (F.33)$$

$$m = 1, \dots, N$$

dont les pondérations  $A_{nm}$  sont les solutions du problème d'optimisation généralisé :

$$LS_{2_{FF}} : \min_{\{A_{nm}\}_{n=1, \dots, N}} \left( \sum_{\psi} \left| E_m^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi) \sum_{n=1}^N A_{nm} e^{jk(n-1)d \sin(\psi)} \right|^2 \right), \quad (F.34)$$

$$m = 1, \dots, N.$$

En posant :

$$\underline{E}_m^{EM} = \begin{bmatrix} E_m^{EM}(\psi_1) \\ \vdots \\ E_m^{EM}(\psi_{N_\psi}) \end{bmatrix}, \quad \underline{E}_{is} = \begin{bmatrix} E_{is}(\psi_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & E_{is}(\psi_{N_\psi}) \end{bmatrix}, \quad \underline{A}_m = \begin{bmatrix} A_{1m} \\ \vdots \\ A_{Nm} \end{bmatrix},$$

on a alors :

$$\min_{\underline{A}_m} \left\| \underline{E}_m^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{A}_m \right\|_2^2 \quad (F.35)$$

où  $\underline{U}$  est la matrice  $N_\psi \times N$  qui permet de prendre en compte la position  $((m-1)d)$  de l'élément  $m$  par rapport à l'origine du réseau :

$$\underline{U} = [\underline{V}_1 \cdots \underline{V}_N] \text{ où } \underline{V}_m = \begin{bmatrix} e^{jk(m-1)d \sin(\psi_1)} \\ \vdots \\ e^{jk(m-1)d \sin(\psi_{N_\psi})} \end{bmatrix}.$$

Soit  $Q_m = \|\underline{E}_m^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_m\|_2^2$ . Le vecteur  $\underline{A}_m$  est déterminé en annulant la dérivée :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_m}{\partial \underline{A}_m} &= \frac{\partial}{\partial \underline{A}_m} \|\underline{E}_m^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_m\|_2^2 \\ &= \frac{\partial}{\partial \underline{A}_m} \left( \left[ \underline{E}_m^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_m \right]^H \left[ \underline{E}_m^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_m \right] \right) \\ &= -2 \underline{U}^H \underline{E}_{is}^H \left[ \underline{E}_m^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A}_m \right]. \end{aligned} \quad (\text{F.36})$$

Soit  $\underline{R} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial \underline{A}_1} & \cdots & \frac{\partial Q_N}{\partial \underline{A}_N} \end{bmatrix}$ . La matrice  $\underline{R}$  peut être réécrite comme suit :

$$\underline{R} = -2 \underline{U}^H \underline{E}_{is}^H \left[ \underline{E}^{EM} - \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A} \right] \quad (\text{F.37})$$

où  $\underline{E}^{EM} = \begin{bmatrix} \underline{E}_1^{EM} \cdots \underline{E}_N^{EM} \end{bmatrix}$  et  $\underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 \cdots \underline{A}_N \end{bmatrix}$ . La détermination des pondérations optimales  $A_{nm}$ , ( $n = 1, \dots, N$  et  $m = 1, \dots, N$ ) formant la matrice  $\underline{A}$  se fait en annulant la matrice  $\underline{R}$  :

$$\begin{aligned} \underline{R} = 0 &\Leftrightarrow \underline{U}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}^{EM} = \underline{U}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{U} \underline{A} \\ &\Leftrightarrow \underline{B} = \underline{D} \underline{A}, \end{aligned} \quad (\text{F.38})$$

où on a posé :

$$\underline{D} = \underline{U}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}_{is} \underline{U} \quad \text{et} \quad \underline{B} = \underline{U}^H \underline{E}_{is}^H \underline{E}^{EM}.$$

Les pondérations  $A_{nm}$  qui forment la matrice  $\underline{A}$  sont ainsi données par :

$$\begin{aligned} A_{nm} &= \frac{\Delta_{n,m}}{\Delta} \\ n &= 1, \dots, N \\ m &= 1, \dots, N \end{aligned} \quad (\text{F.39})$$

où  $\Delta$  est le déterminant de la matrice  $\underline{D}$  et  $\Delta_{n,m}$  est le déterminant de la matrice  $\underline{D}$  dans laquelle la  $n^{\text{ième}}$  colonne est remplacée par la  $m^{\text{ième}}$  colonne de la matrice  $\underline{B}$ .

### F.2.3 Critère $LS_{2NF_3}$ généralisé au cas d'un réseau de $N$ éléments

Le problème  $LS_{2NF_3}$  généralisé s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} LS_{2NF_3} : \min_{\{A_{nm}\}_{n=1, \dots, N}} &\left( \sum_{\psi} \left| E_m^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi) \sum_{n=1}^N A_{nm} e^{jk\alpha_n(\psi)} \right|^2 \right), \\ m &= 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (\text{F.40})$$

où

$$\begin{aligned} \alpha_n(\psi) = & (n-1)d \sin(\psi) - \frac{1}{2} \frac{(n-1)^2 d^2}{r} \cos^2(\psi) \\ & - \frac{1}{2} \frac{(n-1)^3 d^3}{r^2} \sin(\psi) \cos^2(\psi) \\ & + \frac{1}{8} \frac{(n-1)^4 d^4}{r^3} (1 - 6 \sin^2(\psi)). \end{aligned} \quad (\text{F.41})$$

La résolution du problème d'optimisation  $LS_{2_{NF_3}}$  se fait alors de la même façon que pour le critère  $LS_{2_{FF}}$  en réécrivant les vecteurs  $\underline{V}_m$  comme suit :

$$\underline{V}_m = \begin{bmatrix} e^{jk\alpha_m(\psi_1)} \\ \vdots \\ e^{jk\alpha_m(\psi_{N_\psi})} \end{bmatrix}.$$

#### F.2.4 Critère $LS_{2_{EM}}$ généralisé au cas d'un réseau de $N$ éléments

Concernant le problème  $LS_{2_{EM}}$ , sa forme généralisée est la suivante :

$$LS_{2_{EM}} : \min_{\{A_{nm}\}_{n=1, \dots, N}} \left( \sum_{\psi} |E_m^{EM}(\psi) - \sum_{n=1}^N E_{is_n}(\psi) A_{nm}|^2 \right), \quad (\text{F.42})$$

$$m = 1, \dots, N,$$

ou encore :

$$LS_{2_{EM}} : \min_{\underline{A}_m} \|\underline{E}_m^{EM} - \tilde{\underline{E}}_{is} \underline{A}_m\|_2^2 \quad (\text{F.43})$$

$$m = 1, \dots, N,$$

où  $\tilde{\underline{E}}_{is} = \begin{bmatrix} \underline{E}_{is_1} & \dots & \underline{E}_{is_N} \end{bmatrix}$  avec

$$\underline{E}_{is_n} = \begin{bmatrix} E_{is_n}(\psi_1) \\ \vdots \\ E_{is_n}(\psi_{N_\psi}) \end{bmatrix}.$$

Soient  $T_m = \|\underline{E}_m^{EM} - \tilde{\underline{E}}_{is} \underline{A}_m\|_2^2$  et  $T'_m = \frac{\partial T_m}{\partial \underline{A}_m} = -2\tilde{\underline{E}}_{is}^H [\underline{E}_m^{EM} - \tilde{\underline{E}}_{is} \underline{A}_m]$ . On définit la matrice

$\underline{T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial \underline{A}_1} & \dots & \frac{\partial T_N}{\partial \underline{A}_N} \end{bmatrix}$ . La matrice  $\underline{T}$  peut alors s'écrire :

$$\underline{T} = -2\tilde{\underline{E}}_{is}^H [\underline{E}^{EM} - \tilde{\underline{E}}_{is} \underline{A}]. \quad (\text{F.44})$$

Les pondérations optimales au sens du critère  $LS_{2_{EM}}$  sont les coefficients  $A_{nm}$  qui annulent  $\underline{T}$ .

$$\begin{aligned} \underline{T} = 0 & \Leftrightarrow \tilde{\underline{E}}_{is}^H \underline{E}^{EM} = \tilde{\underline{E}}_{is}^H \tilde{\underline{E}}_{is} \underline{A} \\ & \Leftrightarrow \underline{D}_1 = \underline{D}_1 \underline{A} \end{aligned} \quad (\text{F.45})$$

où on a posé :

$$\underline{D}_1 = \tilde{\underline{E}}_{is}^H \tilde{\underline{E}}_{is} \quad \text{et} \quad \underline{B}_1 = \tilde{\underline{E}}_{is}^H \underline{E}^{EM}.$$

Les pondérations  $A_{nm}$  qui forment la matrice  $\underline{A}$  sont ainsi données par :

$$\begin{aligned} A_{nm} &= \frac{\delta_{n,m}}{\delta} \\ n &= 1, \dots, N \\ m &= 1, \dots, N \end{aligned} \quad (\text{F.46})$$

où  $\delta$  est le déterminant de la matrice  $\underline{\underline{D}}_1$  et  $\delta_{n,m}$  est le déterminant de la matrice  $\underline{\underline{D}}_1$  dans laquelle la  $n^{\text{ième}}$  colonne est remplacée par la  $m^{\text{ième}}$  colonne de la matrice  $\underline{\underline{B}}_1$ .



## Annexe G

# Comparaison entre les coefficients $S_{nm}$ et les pondérations $A_{nm}$

Dans le chapitre 2, nous avons proposé des modèles de diagrammes de rayonnement basés sur la résolution de problèmes d'optimisation au sens des moindres carrés. Nous allons dans cette annexe comparer les pondérations  $A_{nm}$  solutions du problème d'optimisation  $LS_{2_{FF}}$  aux coefficients  $S_{nm}$  ( $m = 1, \dots, N$  et  $n = 1, \dots, N$ ) en considérant d'abord un réseau de  $N = 2$  dipôles dont les caractéristiques sont données dans le tableau G.1. La fréquence de travail est  $f = 5.8$  GHz ( $\lambda = 51.69$  mm) et les champs sont rayonnés à  $r = 3$  m. Le modèle de diagramme de rayonnement en champ lointain considéré ici est le suivant :

$$E_1^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{11} + A_{21}e^{jkd\sin(\psi)}], \quad (\text{G.1})$$

$$E_2^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{12} + A_{22}e^{jkd\sin(\psi)}], \quad (\text{G.2})$$

où  $A_{nm}$  ( $n = 1, 2$  et  $m = 1, 2$ ) désigne la pondération appliquée à l'élément  $n$  pour retrouver le champ rayonné par l'élément  $m$ . Les pondérations complexes optimales que nous noterons  $A_{nmopt_2}$  sont déterminées en résolvant le problème d'optimisation  $LS_{2_{FF}}$  :

$$LS_{2_{FF}} : \min_{A_{11}, A_{21}} \left( \sum_{\psi} |E_1^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[A_{11} + A_{21}e^{jkd\sin(\psi)}]|^2 \right), \quad (\text{G.3})$$

$$\min_{A_{22}, A_{12}} \left( \sum_{\psi} |E_2^{EM}(\psi) - E_{is}(\psi)[A_{12} + A_{22}e^{jkd\sin(\psi)}]|^2 \right), \quad (\text{G.4})$$

où  $E_1^{EM}(\psi)$  et  $E_2^{EM}(\psi)$  sont respectivement les champs électriques des éléments actifs 1 et 2 obtenus par simulation électromagnétique,  $E_{is}(\psi)$  est le champ électrique rayonné par l'élément isolé,  $d$  est la distance inter-élément et  $\psi$  est la direction du point d'observation.

Tableau G.1 : Caractéristiques des dipôles demi-onde simulés.

Longueur de l'antenne $L$	$0.47\lambda$
Rayon du conducteur $a$	$10^{-3}\lambda$

Dans le modèle donné dans (G.1), le coefficient  $A_{11}$  modélise le rayonnement physique de l'élément actif du réseau. Or, le coefficient  $S_{11}$  correspond à la portion du signal émis qui revient vers la source de l'élément actif (ici l'élément 1). Nous allons donc comparer les pondérations  $A_{11opt_2}$  obtenues en résolvant le problème d'optimisation  $LS_{2_{FF}}$  aux valeurs de  $(1 - S_{11})$  pour différentes valeurs de la distance inter-élément. La pondération  $A_{21}$  modélise quant à elle la

portion de signal émis par l'élément actif qui est transmise à l'élément non actif (ici l'élément 2). Elle devrait donc correspondre au coefficient  $S_{21}$  qui est le coefficient de transmission de l'élément 1 actif vers l'élément 2. Les figures G.1 et G.2 permettent de comparer  $A_{11opt_2}$  à  $(1 - S_{11})$  et  $A_{21opt_2}$  à  $S_{21}$  pour  $r = 3\text{ m}$  (on est alors en champ lointain). La figure G.1 montre une bonne correspondance entre les pondérations  $A_{11opt_2}$  et les coefficients  $(1 - S_{11})$  pour toutes les distances inter-élément étudiées, avec une légère différence de phase de moins de  $2^\circ$ , ce qui tend à valider la signification physique que nous avons donnée à la pondération  $A_{11}$ . Par contre, sur la figure G.2, nous observons une différence entre les phases des coefficients  $S_{21}$  et des pondérations  $A_{21opt_2}$ . Nous pouvons voir sur la figure G.3 qu'il s'agit d'une différence de phase d'environ  $180^\circ$ , ce qui traduit une opposition de phase entre  $S_{21}$  et  $A_{21}$  (autrement dit,  $A_{21} \simeq -S_{21}$ ).

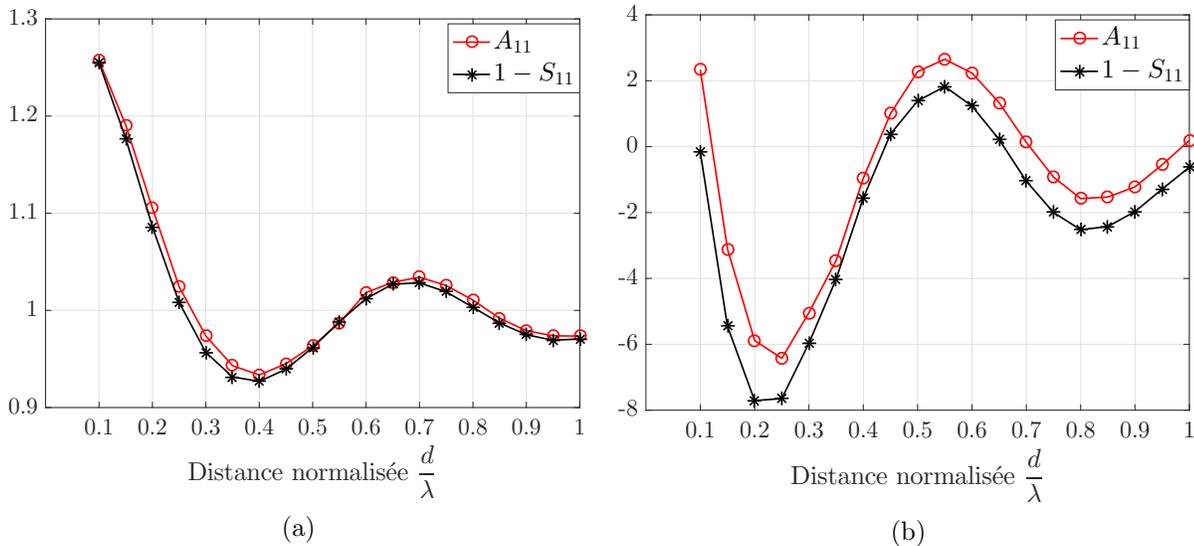


FIGURE G.1 : Modules (G.1a) et phases en  $^\circ$  (G.1b) des pondérations  $A_{11opt_2}$  et des coefficients  $(1 - S_{11})$ .

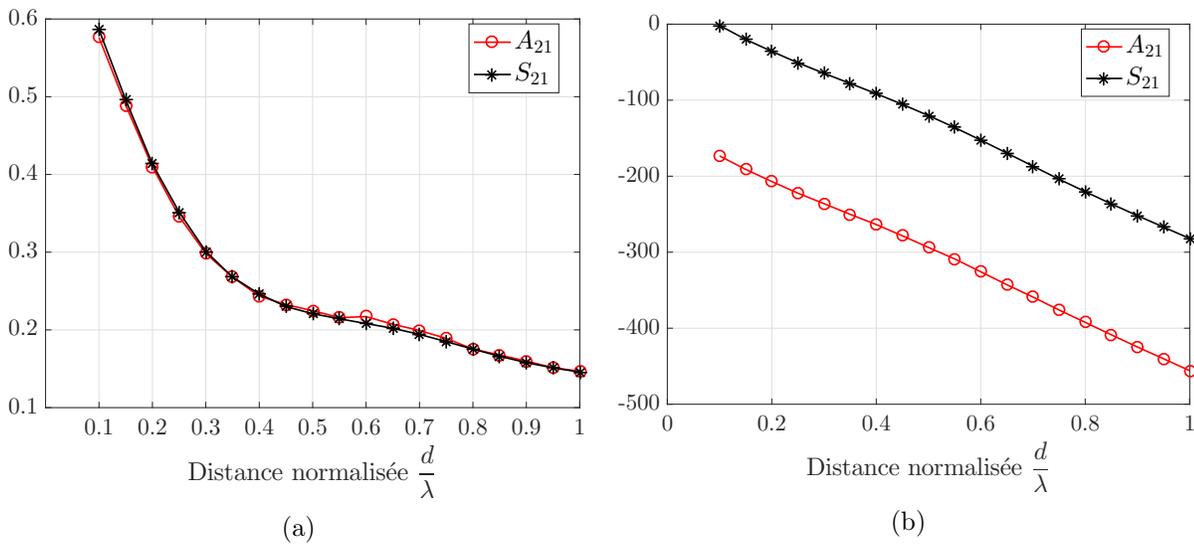
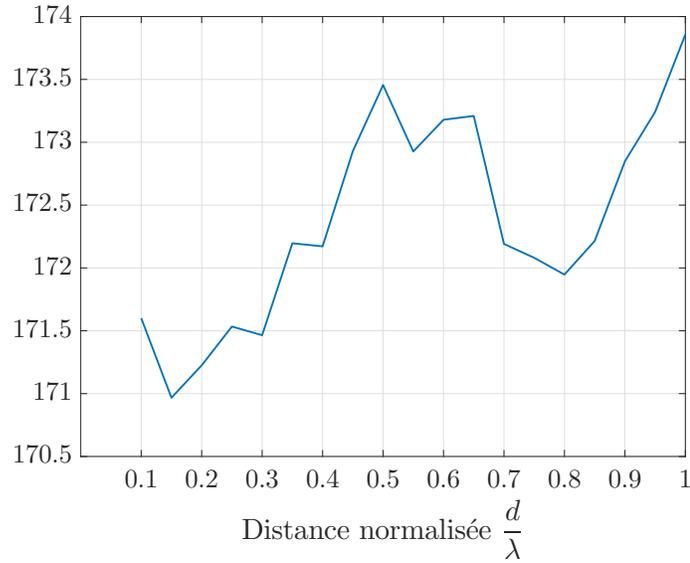
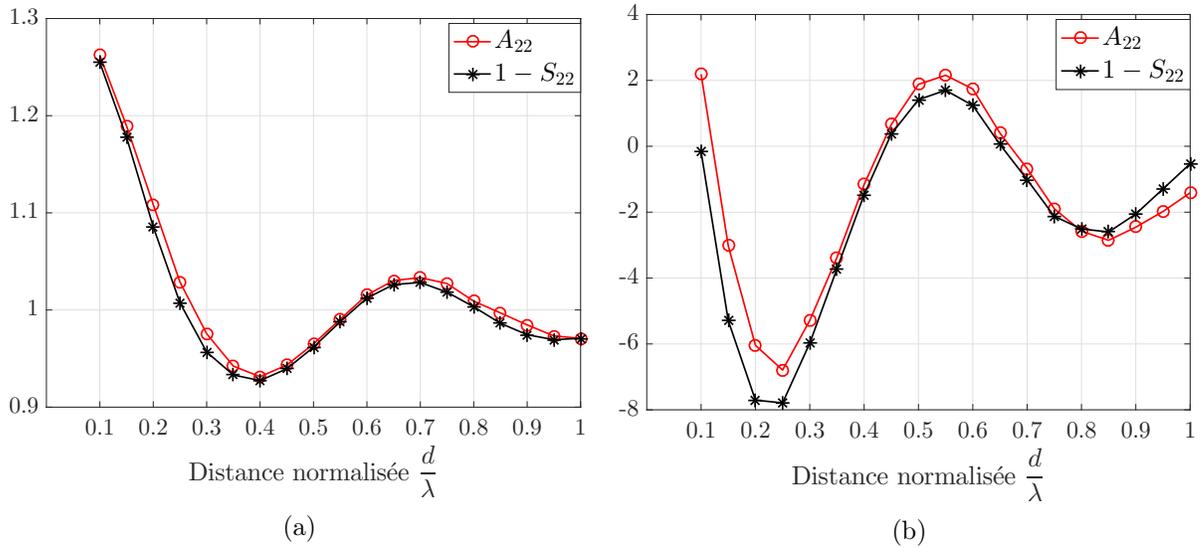


FIGURE G.2 : Modules (G.2a) et phases en  $^\circ$  (G.2b) des pondérations  $A_{21opt_2}$  et des coefficients  $S_{21}$ .

FIGURE G.3 : Différence de phase en  $^{\circ}$  entre les coefficients  $S_{21}$  et les pondérations  $A_{21opt_2}$ .

Les pondérations  $A_{22opt_2}$  et  $A_{12opt_2}$  sont également comparées aux coefficients  $(1 - S_{22})$  et  $S_{12}$  sur les figures G.4 et G.5. On observe une bonne correspondance entre les coefficients  $A_{22}$  et  $(1 - S_{22})$ ; leurs phases ont une différence inférieure à  $2^{\circ}$  ce qui n'est pas important. Les coefficients  $A_{12}$  et  $S_{12}$  sont également en opposition de phase, comme le montre la figure G.6. Autrement dit,  $A_{12} \simeq -S_{12}$ .

FIGURE G.4 : Modules (G.4a) et phases en  $^{\circ}$  (G.4b) des pondérations  $A_{22opt_2}$  et des coefficients  $(1 - S_{22})$ .

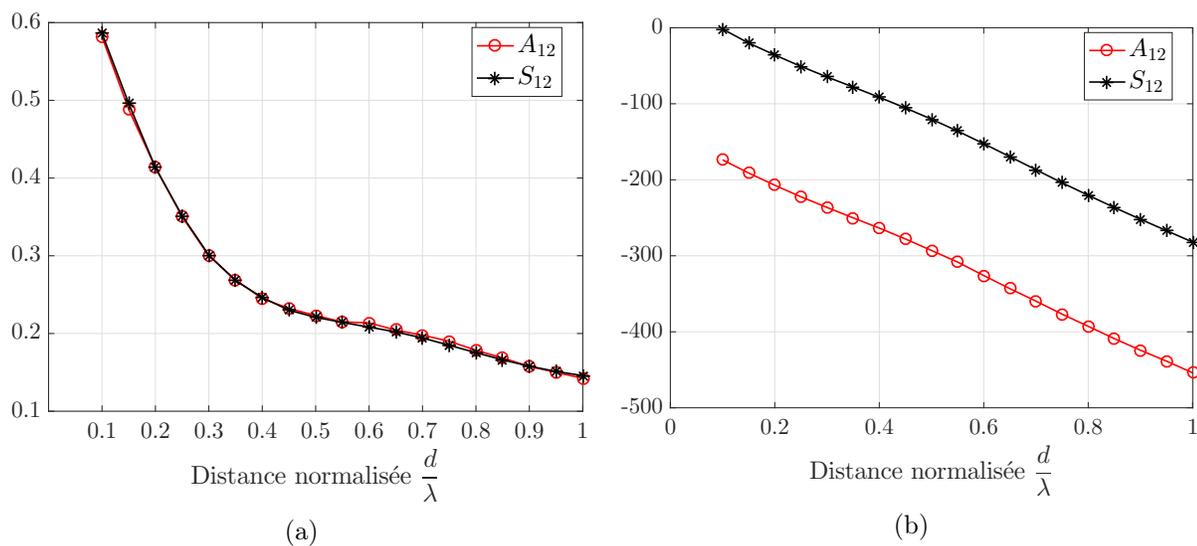


FIGURE G.5 : Modules (G.5a) et phases en  $^{\circ}$  (G.5b) des pondérations  $A_{12opt_2}$  et des coefficients  $S_{12}$ .

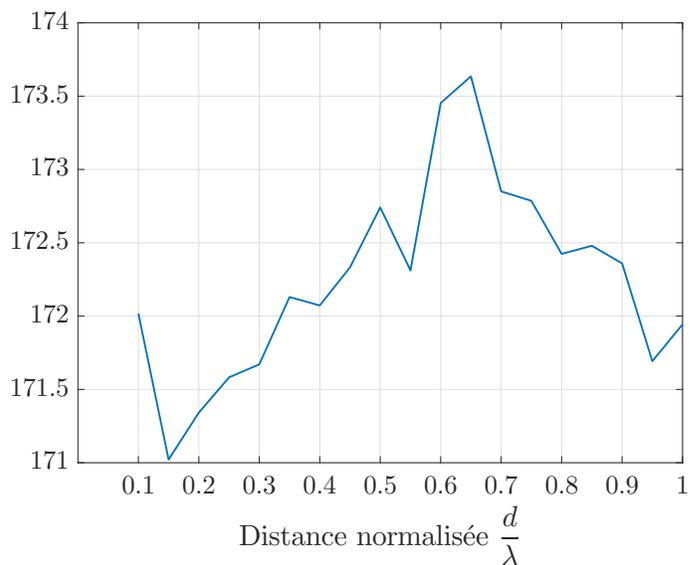


FIGURE G.6 : Différence de phase en  $^{\circ}$  entre les coefficients  $S_{12}$  et les pondérations  $A_{12opt_2}$ .

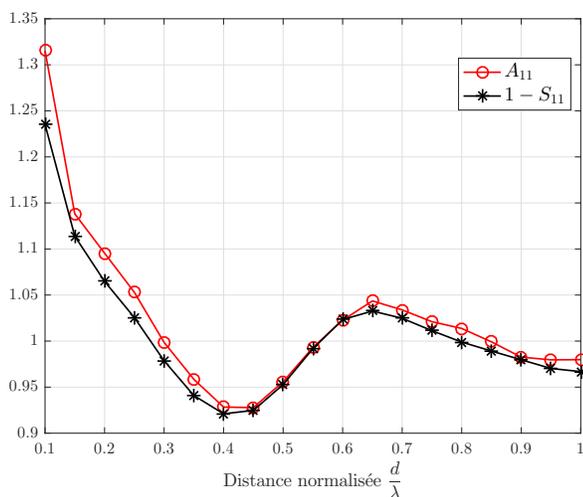
Nous allons à présent considérer un réseau de trois dipôles dont les caractéristiques sont celles données dans le tableau G.1. Le modèle du diagramme de rayonnement s'écrit alors :

$$E_1^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{11} + A_{21}e^{jkd \sin(\psi)} + A_{31}e^{jk2d \sin(\psi)}], \quad (\text{G.5})$$

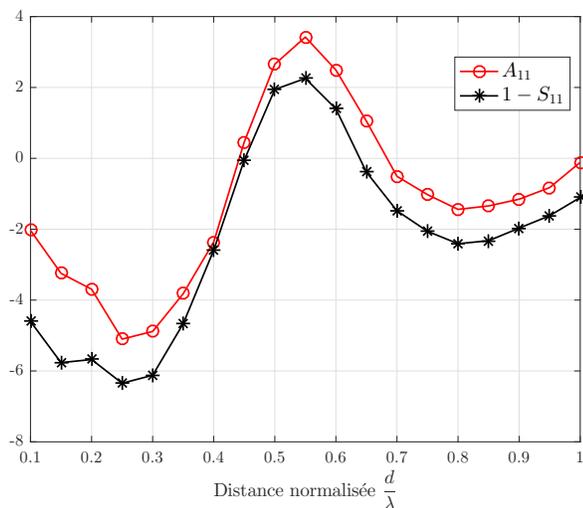
$$E_2^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{12} + A_{22}e^{jkd \sin(\psi)} + A_{32}e^{jk2d \sin(\psi)}], \quad (\text{G.6})$$

$$E_3^e(\psi) = E_{is}(\psi)[A_{13} + A_{23}e^{jkd \sin(\psi)} + A_{33}e^{jk2d \sin(\psi)}], \quad (\text{G.7})$$

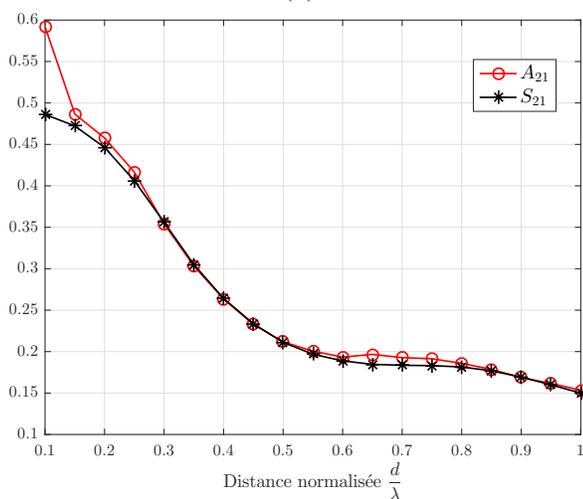
où les pondérations  $A_{nm}$  sont obtenues en résolvant le problème d'optimisation  $LS_{2_{FF}}$  défini par (2.66) pour  $N = 3$  dipôles. Les figures G.7 à G.9 permettent de comparer les pondérations  $A_{nmopt_2}$  obtenues aux coefficients  $(1 - S_{mm})$  quand  $m = n$  ou  $S_{nm}$  quand  $m \neq n$  et la figure G.10 représente les différences de phases entre les pondérations  $A_{12}$ ,  $A_{31}$  et  $A_{23}$  et les coefficients  $S_{12}$ ,  $S_{31}$  et  $S_{23}$ . On observe que les pondérations  $A_{mm}$  sont très proches (en module et en phase) des valeurs de  $(1 - S_{mm})$  pour  $m = 1, 2, 3$ . En revanche, on remarque que les pondérations  $A_{nm}$  et les coefficients  $S_{nm}$  pour  $n \neq m$  sont en opposition de phase (leurs modules étant très voisins). On a donc  $A_{nm} \simeq -S_{nm}$  pour  $n \neq m$ .



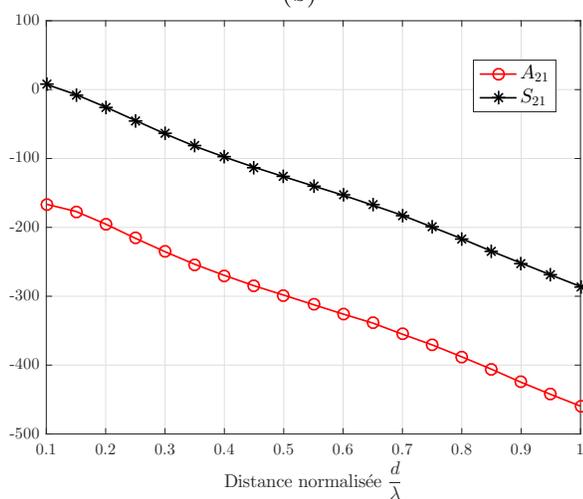
(a)



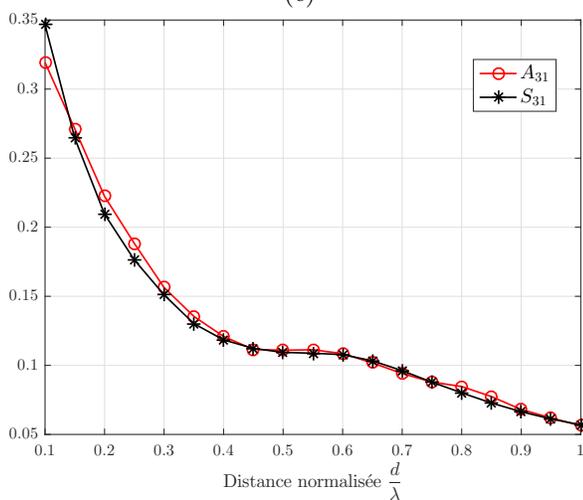
(b)



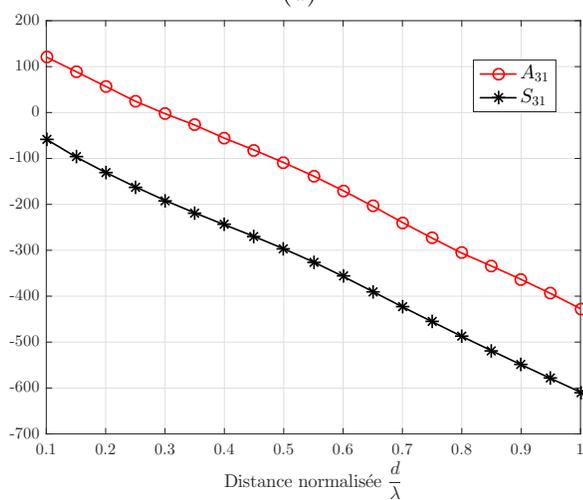
(c)



(d)

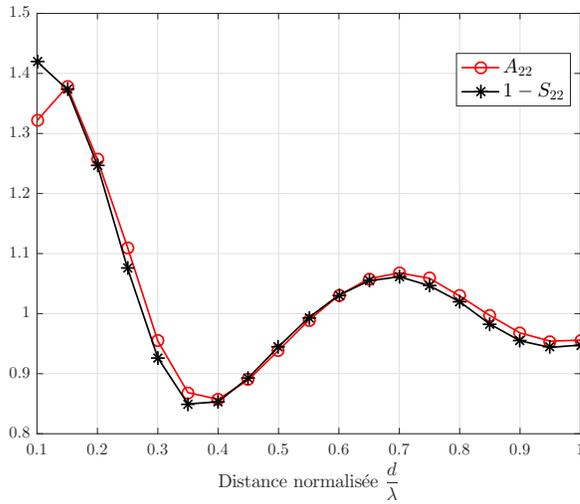


(e)

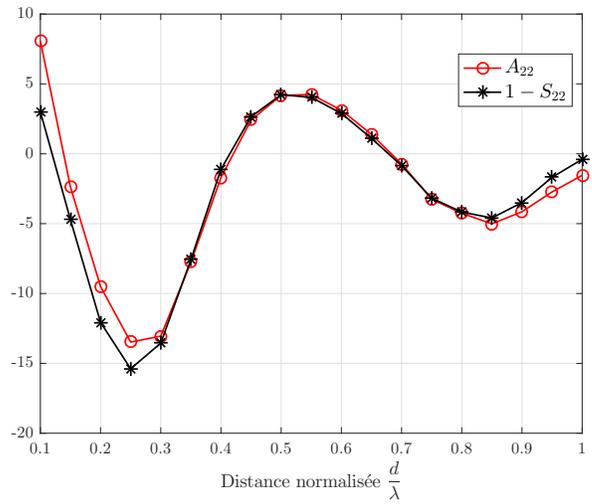


(f)

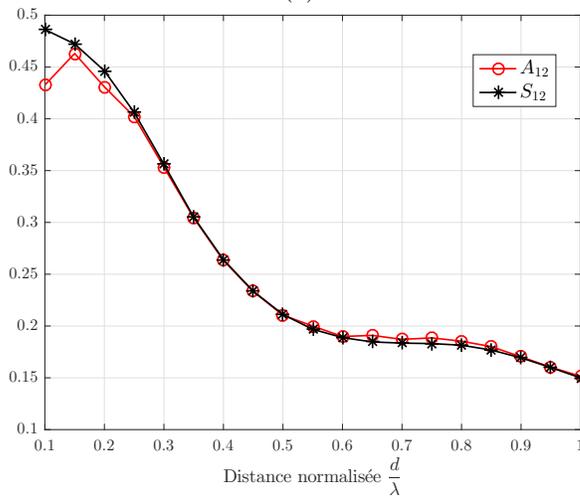
FIGURE G.7 : Modules ((G.7a), (G.7c), (G.7e)) et phases en  $^{\circ}$  ((G.7b), (G.7d), (G.7f)) des pondérations  $A_{n1}$  ( $n = 1, 2, 3$ ) et des coefficients  $(1 - S_{11})$ ,  $S_{21}$  et  $S_{31}$ .



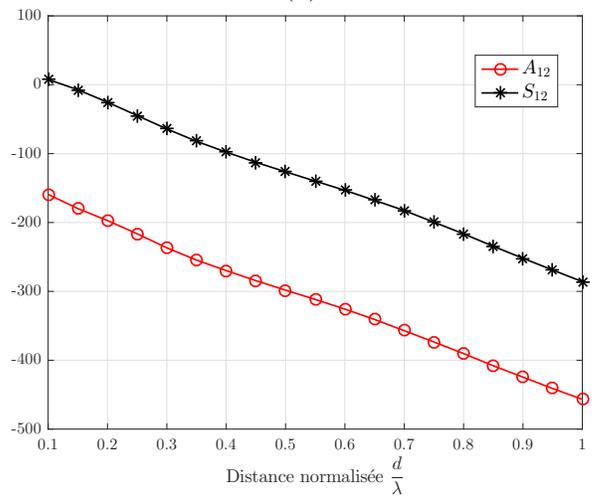
(a)



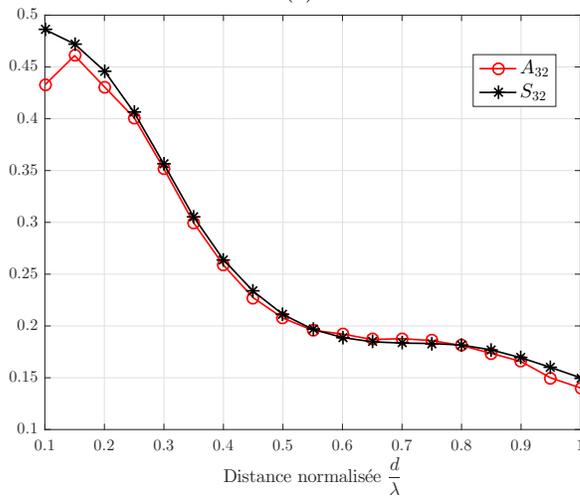
(b)



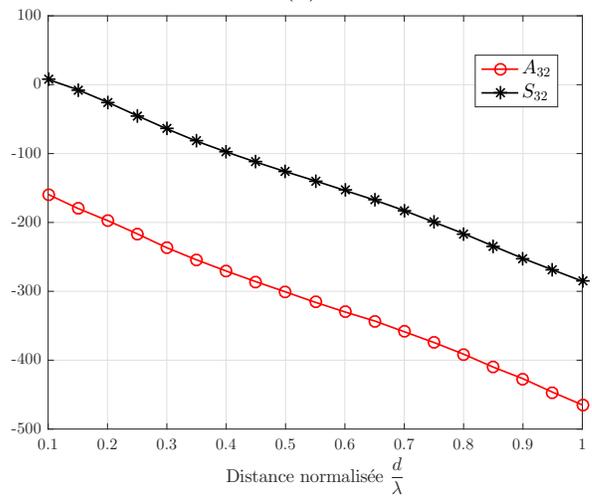
(c)



(d)

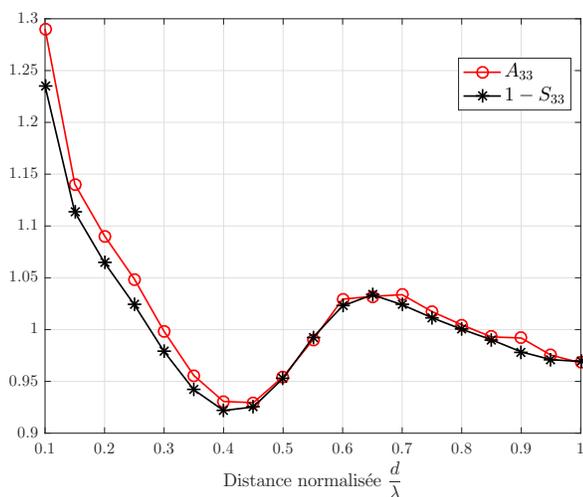


(e)

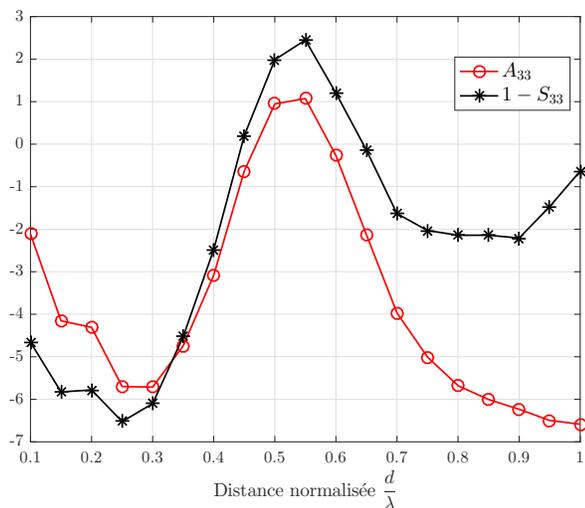


(f)

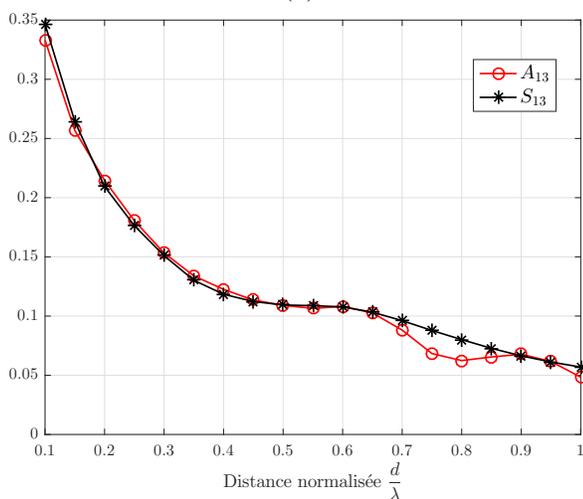
FIGURE G.8 : Modules ((G.8a), (G.8c), (G.8e)) et phases en  $^{\circ}$  ((G.8b), (G.8d), (G.8f)) des pondérations  $A_{n2}$  ( $n = 1, 2, 3$ ) et des coefficients  $(1 - S_{22})$ ,  $S_{12}$  et  $S_{32}$ .



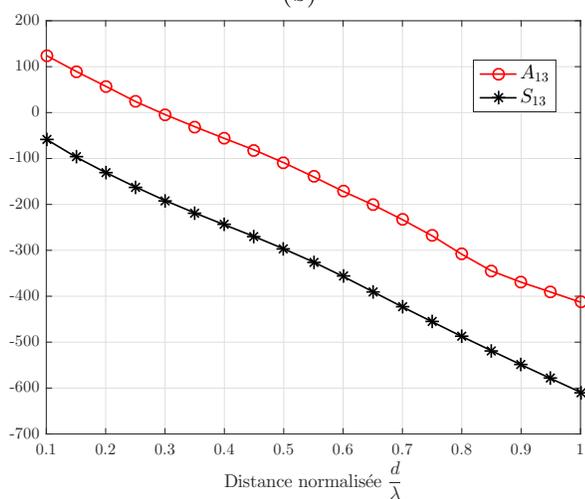
(a)



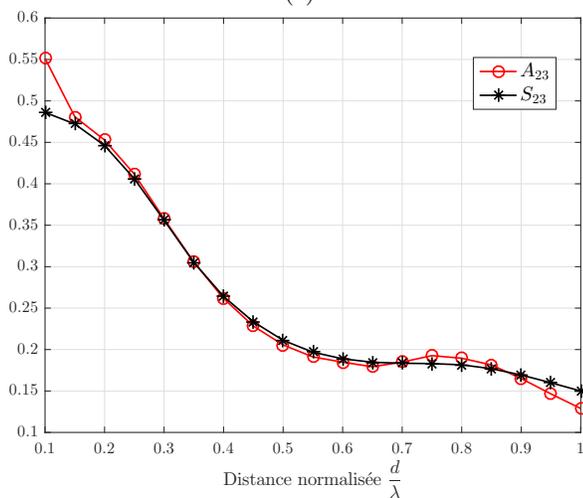
(b)



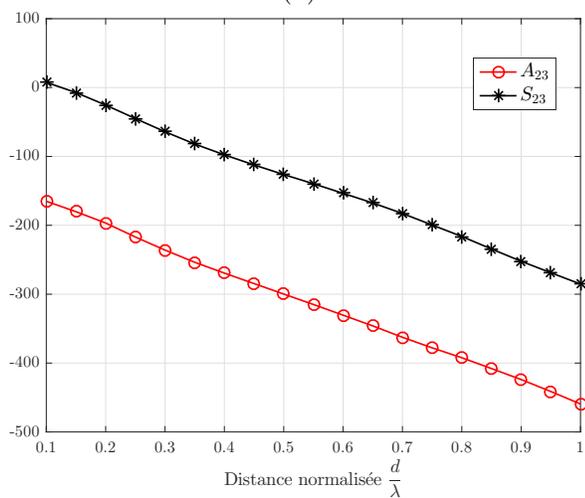
(c)



(d)



(e)



(f)

FIGURE G.9 : Modules ((G.9a), (G.9c), (G.9e)) et phases en  $^\circ$  ((G.9b), (G.9d), (G.9f)) des pondérations  $A_{n3}$  ( $n = 1, 2, 3$ ) et des coefficients  $(1 - S_{33})$ ,  $S_{13}$  et  $S_{23}$ .

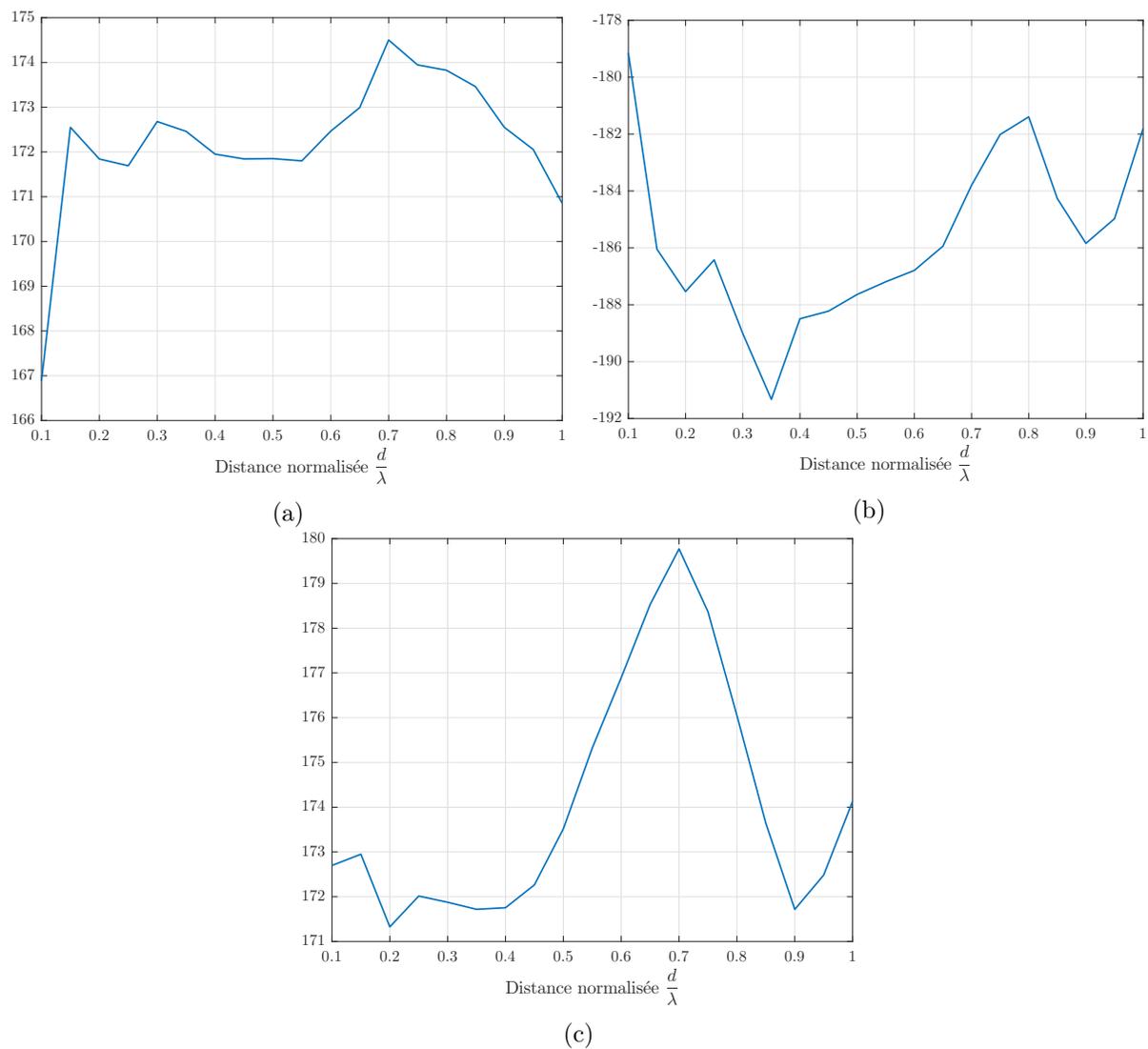


FIGURE G.10 : Différence de phase en  $^{\circ}$  entre les coefficients  $S_{12}$  et les pondérations  $A_{12}$  (G.10a), les coefficients  $S_{31}$  et les pondérations  $A_{31}$  (G.10b), les coefficients  $S_{23}$  et les pondérations  $A_{23}$  (G.10c).



## Annexe H

# Calcul d'impédances sur des réseaux de dipôles inclinés

### H.1 Impédance mutuelle entre deux dipôles dont seul le deuxième est incliné

Cette section de l'annexe reprend les calculs faits par Baker dans [14] pour déterminer l'impédance mutuelle entre deux dipôles prenant en compte l'inclinaison du deuxième dipôle non excité.

Dans [12], C. A. Balanis présente la méthode IEMF utilisée pour calculer l'impédance mutuelle entre deux dipôles dans différentes configurations : "côte à côte", "colinéaire", "parallèle en échelon". Pour chacune de ces configurations, les deux dipôles restent parallèles à l'axe  $z$ . Dans [14], H. Baker présente une technique de calcul de l'impédance mutuelle entre deux dipôles basée sur la méthode IEMF et qui permet de prendre en compte l'inclinaison du deuxième dipôle, le premier dipôle étant positionné à l'origine du système de coordonnées, selon la disposition représentée par la figure H.1. On note  $L_1$  et  $L_2$  les longueurs respectives des deux dipôles,  $(x_{02}, y_{02}, z_{02})$  les coordonnées du centre du deuxième dipôle dans le repère de référence  $(x, y, z)$  (on fixe  $x_{02} = 0$ ). Soit  $(x_1, y_1, z_1)$  le repère dont le centre est lié au centre du dipôle 1 et dont l'axe  $z_1$  coïncide avec l'axe du dipôle 1. Le dipôle 1 non incliné étant placé à l'origine du repère de référence et parallèlement à l'axe  $z$ , les repères  $(x, y, z)$  et  $(x_1, y_1, z_1)$  sont alors les mêmes. Soit  $(x_2, y_2, z_2)$  le repère obtenu en translatant le repère  $(x_1, y_1, z_1)$  jusqu'au centre du dipôle 2. On définit  $\theta_2$  et  $\varphi_2$  les angles d'inclinaison du deuxième dipôle par rapport aux axes  $z_2$  et  $x_2$  respectivement (voir figure H.1). On suppose que l'antenne excitée (celle qui est placée à l'origine du système de coordonnées) est parcourue par une distribution de courant sinusoïdale (hypothèse valable lorsque l'antenne a un rayon inférieur à  $10^{-2}\lambda$ ). Nous rappelons que la méthode IEMF permet de déterminer l'impédance mutuelle en partant du champ électrique  $E_{21}$  présent le long du deuxième dipôle par effet du champ rayonné par le premier dipôle. En supposant une distribution de courant sinusoïdale sur ce deuxième dipôle :

$$I_2(t) = I_{20} \sin \left( k \left( \frac{L_2}{2} - |t| \right) \right), \quad (\text{H.1})$$

la tension  $V_{21}$  induite sur le deuxième dipôle est donnée par :

$$V_{21} = -\frac{1}{I_{2i}} \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} I_{20} \sin\left(k\left(\frac{L_2}{2} - |t|\right)\right) E_{21}(t) dt, \quad (\text{H.2})$$

avec  $I_{2i}$  le courant à l'entrée du deuxième dipôle donné par  $I_{2i} = I_{20} \sin\left(k\frac{L_2}{2}\right)$ ,  $I_{20}$  étant l'amplitude de la distribution de courant sur le deuxième dipôle. De la tension induite, on détermine l'impédance mutuelle relativement au courant à l'entrée des dipôles  $Z_{21i}$  comme suit :

$$Z_{21i} = \frac{V_{21}}{I_{1i}}, \quad (\text{H.3})$$

où  $I_{1i} = I_{10} \sin\left(k\frac{L_1}{2}\right)$  est le courant à l'entrée du premier dipôle excité. On a alors :

$$Z_{21i} = -\frac{1}{I_{10} \sin\left(k\frac{L_1}{2}\right) \sin\left(k\frac{L_2}{2}\right)} \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \sin\left(k\left(\frac{L_2}{2} - |t|\right)\right) E_{21}(t) dt. \quad (\text{H.4})$$

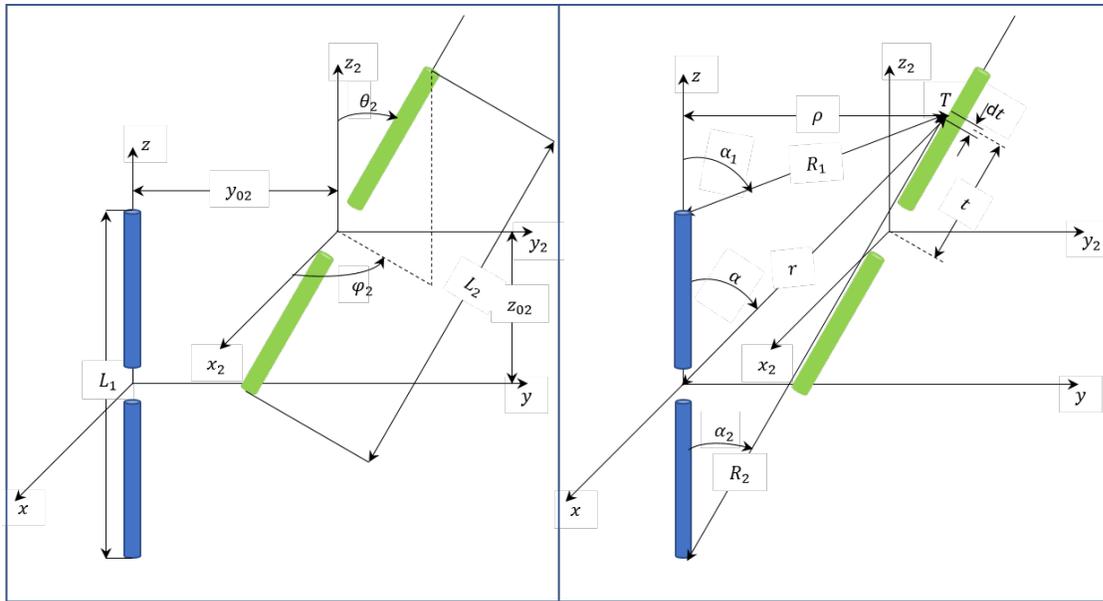


FIGURE H.1 : Positionnement relatif de deux dipôles : premier dipôle droit, deuxième dipôle incliné.

Soit  $T$  un point pris le long du dipôle 2 et soit  $t$  la distance algébrique entre ce point et le centre du dipôle 2. Soient  $(t_{x_2}, t_{y_2}, t_{z_2})$  les coordonnées du point  $T$  dans le repère  $(x_2, y_2, z_2)$ . En utilisant

les notations définies sur la figure H.1, on a les relations suivantes :

$$t_{z_2} = t \cos(\theta_2) \quad (\text{H.5})$$

$$t_{y_2} = t \sin(\theta_2) \sin(\varphi_2) \quad (\text{H.6})$$

$$t_{x_2} = t \sin(\theta_2) \cos(\varphi_2) \quad (\text{H.7})$$

$$\rho = \sqrt{t_{x_2}^2 + (y_{02} + t_{y_2})^2} \quad (\text{H.8})$$

$$r = \sqrt{\rho^2 + (z_{02} + t_{z_2})^2} \quad (\text{H.9})$$

$$R_1 = \sqrt{\rho^2 + \left(z_{02} + t_{z_2} - \frac{L_1}{2}\right)^2} \quad (\text{H.10})$$

$$R_2 = \sqrt{\rho^2 + \left(z_{02} + t_{z_2} + \frac{L_1}{2}\right)^2} \quad (\text{H.11})$$

$$\cos(\alpha) = \frac{t_{z_2} + z_{02}}{r} \quad (\text{H.12})$$

$$\cos(\alpha_1) = \frac{t_{z_2} + z_{02} - \frac{L_1}{2}}{R_1} \quad (\text{H.13})$$

$$\cos(\alpha_2) = \frac{t_{z_2} + z_{02} + \frac{L_1}{2}}{R_2} \quad (\text{H.14})$$

Dans l'annexe B, nous avons montré que le champ électrique  $\underline{E}$  en champ proche pouvait s'écrire dans le système de coordonnées cylindriques comme suit :

$$\underline{E} = E_\rho \underline{a}_\rho + E_z \underline{a}_z \quad (\text{H.15})$$

avec

$$E_\rho = j \frac{\eta I_{10}}{4\pi\rho} \left[ \left(z - \frac{L_1}{2}\right) \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \left(z + \frac{L_1}{2}\right) \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2z \cos\left(k \frac{L_1}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right] \quad (\text{H.16})$$

et

$$E_z = -j \frac{\eta I_{10}}{4\pi} \left[ \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2 \cos\left(k \frac{L_1}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right], \quad (\text{H.17})$$

où  $\eta$  est l'impédance caractéristique du vide. A partir des équations (H.12), (H.13) et (H.14), on peut écrire en notant que  $z = z_{02} + t_{z_2}$  :

$$E_\rho = j \frac{\eta I_{10}}{4\pi\rho} \left[ e^{-jkR_1} \cos(\alpha_1) + e^{-jkR_2} \cos(\alpha_2) - 2 \cos(\alpha) \cos\left(k \frac{L_1}{2}\right) e^{-jkr} \right] \quad (\text{H.18})$$

et

$$E_z = -j \frac{\eta I_{10}}{4\pi} \left[ \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2 \cos\left(k \frac{L_1}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right]. \quad (\text{H.19})$$

Il faut maintenant projeter ce champ le long du deuxième dipôle. Soit  $\underline{u}$  un vecteur unitaire sur l'axe du deuxième dipôle défini par  $\underline{u} = \underline{a}_{y_2} \sin(\theta_2) + \underline{a}_{z_2} \cos(\theta_2)$ ,  $\underline{a}_{y_2}$  et  $\underline{a}_{z_2}$  étant les vecteurs unitaires sur les axes  $y_2$  et  $z_2$  respectivement. Soit  $\xi$  l'angle formé par la ligne de champ électrique  $\underline{E}$  et le vecteur unitaire  $\underline{u}$  (voir figure H.2). On a alors :

$$E_{21} = \|\underline{E}\|_2 \cos(\xi) = \frac{1}{t} (\underline{E} \cdot \underline{t}), \quad (\text{H.20})$$

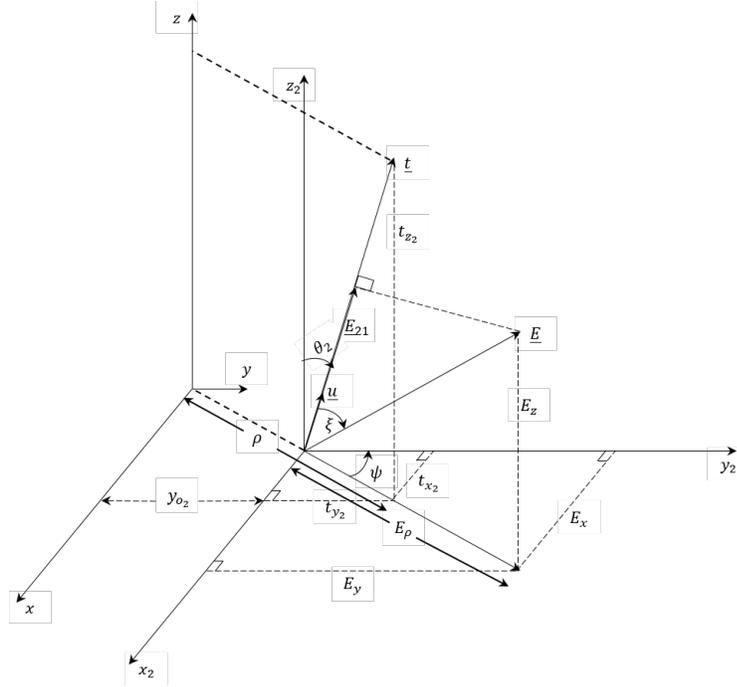


FIGURE H.2 : Projection du champ électrique rayonné par le dipôle 1 excité au voisinage du dipôle 2 en circuit ouvert dans la méthode IEMF.

où  $(\underline{E}.\underline{t})$  désigne le produit scalaire de  $\underline{E}$  par  $\underline{t}$ . La décomposition du vecteur  $\underline{E}$  dans le système de coordonnées cartésiennes donne :

$$\begin{aligned} E_x &= E_\rho \sin(\psi) = E_\rho \frac{t_{x2}}{\rho} \\ E_y &= E_\rho \cos(\psi) = E_\rho \frac{(t_{y2} + y_{02})}{\rho} \\ E_z &= E_z, \end{aligned} \quad (\text{H.21})$$

ce qui conduit à

$$\begin{aligned} E_{21} &= \frac{1}{t} (E_x t_{x2} + E_y t_{y2} + E_z t_{z2}) \\ &= \frac{1}{t} \left( E_\rho \left( \frac{t_{x2}^2 + (y_{02} + t_{y2}) t_{y2}}{\rho} \right) + E_z t_{z2} \right). \end{aligned} \quad (\text{H.22})$$

Le champ  $E_{21}$  étant fonction de  $t$ , nous le noterons  $E_{21}(t)$ . Pour alléger l'écriture, nous considérerons l'impédance mutuelle relativement au courant maximal circulant sur les dipôles donnée par  $Z_{21m} = Z_{21i} \sin\left(k \frac{L_1}{2}\right) \sin\left(k \frac{L_2}{2}\right)$ . L'impédance mutuelle est donc donnée par :

$$Z_{21m} = -\frac{1}{I_{10}} \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \sin\left(k \left(\frac{L_2}{2} - |t|\right)\right) E_{21}(t) dt. \quad (\text{H.23})$$

Les résistance et réactance mutuelles sont donc données par :

$$R_{21m} = \Re(Z_{21m}) = -\frac{1}{I_{10}} \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \sin\left(k\left(\frac{L_2}{2} - |t|\right)\right) \Re(E_{21}(t)) dt \quad (\text{H.24})$$

et

$$X_{21m} = \Im(Z_{21m}) = -\frac{1}{I_{10}} \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \sin\left(k\left(\frac{L_2}{2} - |t|\right)\right) \Im(E_{21}(t)) dt. \quad (\text{H.25})$$

Déterminer les parties réelle et imaginaire de  $E_{21}$  ( $\Re(E_{21})$  et  $\Im(E_{21})$ ) revient à déterminer les parties réelle et imaginaire de  $E_\rho$  et  $E_z$ . En partant de l'expression donnée en (H.18) et en utilisant la relation  $e^{-jx} = \cos(x) - j \sin(x)$ , on a :

$$E_\rho = \frac{\eta I_{10}}{4\pi\rho} \left[ \sin(kR_1) \cos(\alpha_1) + \sin(kR_2) \cos(\alpha_2) - 2 \sin(kr) \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \cos(\alpha) \right. \\ \left. + j \left( \cos(kR_1) \cos(\alpha_1) + \cos(kR_2) \cos(\alpha_2) - 2 \cos(kr) \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \cos(\alpha) \right) \right]. \quad (\text{H.26})$$

De la même façon, on a :

$$E_z = \frac{\eta I_{10}}{4\pi} \left[ 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\sin(kr)}{r} - \frac{\sin(kR_1)}{R_1} - \frac{\sin(kR_2)}{R_2} \right. \\ \left. + j \left( 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\cos(kr)}{r} - \frac{\cos(kR_1)}{R_1} - \frac{\cos(kR_2)}{R_2} \right) \right]. \quad (\text{H.27})$$

Sachant que  $\frac{\eta}{4\pi} = 30$ , on a alors :

$$\Re(E_{21}) = \left( \frac{(t_{x2}^2 + (y_{02} + t_{y2})t_{y2})}{\rho^2} \left( \sin(kR_1) \cos(\alpha_1) + \sin(kR_2) \cos(\alpha_2) - 2 \sin(kr) \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \cos(\alpha) \right) \right. \\ \left. + t_{z2} \left( 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\sin(kr)}{r} - \frac{\sin(kR_1)}{R_1} - \frac{\sin(kR_2)}{R_2} \right) \right) \times 30 \frac{I_{10}}{t} \quad (\text{H.28})$$

et

$$\Im(E_{21}) = \left( \frac{(t_{x2}^2 + (y_{02} + t_{y2})t_{y2})}{\rho^2} \left( \cos(kR_1) \cos(\alpha_1) + \cos(kR_2) \cos(\alpha_2) - 2 \cos(kr) \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \cos(\alpha) \right) \right. \\ \left. + t_{z2} \left( 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\cos(kr)}{r} - \frac{\cos(kR_1)}{R_1} - \frac{\cos(kR_2)}{R_2} \right) \right) \times 30 \frac{I_{10}}{t} \quad (\text{H.29})$$

ce qui donne pour les résistance et réactance mutuelles :

$$R_{21m} = -30 \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \frac{\sin\left(k\left(\frac{L_2}{2} - |t|\right)\right)}{t} \left( t_{z_2} \left( 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\sin(kr)}{r} - \frac{\sin(kR_1)}{R_1} - \frac{\sin(kR_2)}{R_2} \right) \right. \\ \left. + \frac{(t_{x_2}^2 + (y_{02} + t_{y_2})t_{y_2})}{\rho^2} \left( \sin(kR_1) \cos(\alpha_1) + \sin(kR_2) \cos(\alpha_2) - 2 \sin(kr) \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \cos(\alpha) \right) \right) dt \quad (\text{H.30})$$

$$X_{21m} = -30 \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \frac{\sin\left(k\left(\frac{L_2}{2} - |t|\right)\right)}{t} \left( t_{z_2} \left( 2 \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \frac{\cos(kr)}{r} - \frac{\cos(kR_1)}{R_1} - \frac{\cos(kR_2)}{R_2} \right) \right. \\ \left. + \frac{(t_{x_2}^2 + (y_{02} + t_{y_2})t_{y_2})}{\rho^2} \left( \cos(kR_1) \cos(\alpha_1) + \cos(kR_2) \cos(\alpha_2) - 2 \cos(kr) \cos\left(k\frac{L_1}{2}\right) \cos(\alpha) \right) \right) dt \quad (\text{H.31})$$

## H.2 Calcul de l'impédance d'entrée

L'impédance d'entrée d'un port  $i$  est déterminée lorsque ce port est excité et les autres sont chargés.

On considère le réseau à deux ports de la figure H.3. En appliquant les relations tension-courant, on a :

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2. \end{cases} \quad (\text{H.32})$$

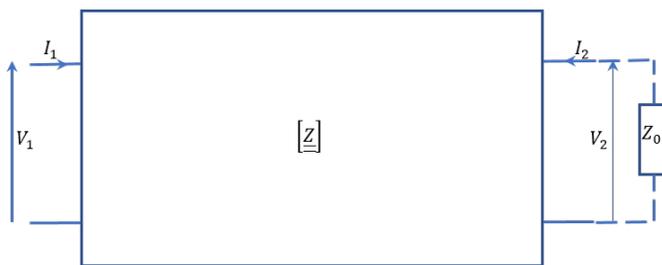


FIGURE H.3 : Réseau à deux ports.

Pour déterminer l'impédance d'entrée sur le port 1 (notée  $Z_{in_1}$ , donnée par  $Z_{in_1} = \frac{V_1}{I_1}$ ), on charge le deuxième port sur  $Z_0$ , ce qui donne :

$$V_2 = -Z_0 I_2 \quad (\text{H.33})$$

On a alors :

$$I_2 = -\frac{Z_{21}I_1}{Z_{22} + Z_0}, \quad (\text{H.34})$$

ce qui permet d'écrire :

$$V_1 = I_1 \left( Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22} + Z_0} \right), \quad (\text{H.35})$$

d'où

$$Z_{in_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22} + Z_0}. \quad (\text{H.36})$$

De la même façon, pour déterminer l'impédance d'entrée sur le port 2 (notée  $Z_{in_2}$ , donnée par  $Z_{in_2} = \frac{V_2}{I_2}$ ), on charge le premier port sur  $Z_0$ . On a alors :

$$Z_{in_2} = Z_{22} - \frac{Z_{21}Z_{12}}{Z_{11} + Z_0}. \quad (\text{H.37})$$

Considérons maintenant le réseau à trois ports de la figure H.4. Nous réécrivons les relations tension-courant comme suit :

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_{23}I_3 \\ V_3 = Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3. \end{cases} \quad (\text{H.38})$$

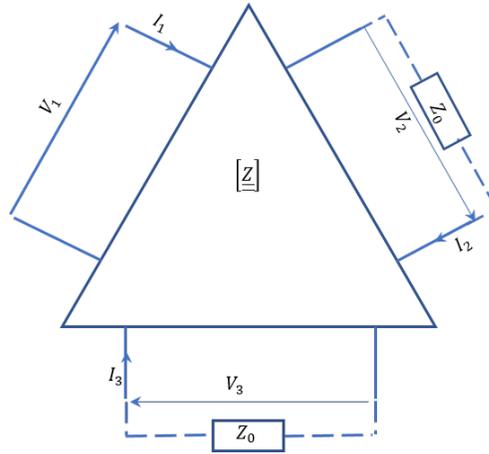


FIGURE H.4 : Réseau à trois ports.

Pour déterminer  $Z_{in_1}$ , on charge les deuxième et troisième ports sur  $Z_0$  (on a alors  $V_2 = -Z_0I_2$  et  $V_3 = -Z_0I_3$ ). Les deuxième et troisième relations du système (H.38) deviennent :

$$\begin{cases} Z_{21}I_1 + (Z_{22} + Z_0)I_2 + Z_{23}I_3 = 0 \\ Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + (Z_{33} + Z_0)I_3 = 0 \end{cases} \quad (\text{H.39})$$

On en déduit les expressions de  $I_2$  et  $I_3$  suivantes :

$$I_2 = -I_1 \left( \frac{Z_{23}Z_{31} - (Z_{33} + Z_0)Z_{21}}{Z_{23}Z_{32} - (Z_{33} + Z_0)(Z_{22} + Z_0)} \right), \quad (\text{H.40})$$

$$I_3 = -I_1 \left( \frac{Z_{32}Z_{21} - (Z_{22} + Z_0)Z_{31}}{Z_{32}Z_{23} - (Z_{22} + Z_0)(Z_{33} + Z_0)} \right). \quad (\text{H.41})$$

En injectant les expressions de  $I_2$  et  $I_3$  dans la première relation du système (H.38), on trouve :

$$V_1 = I_1 \left( Z_{11} - Z_{12} \left( \frac{Z_{23}Z_{31} - (Z_{33} + Z_0)Z_{21}}{Z_{23}Z_{32} - (Z_{33} + Z_0)(Z_{22} + Z_0)} \right) - Z_{13} \left( \frac{Z_{32}Z_{21} - (Z_{22} + Z_0)Z_{31}}{Z_{32}Z_{23} - (Z_{22} + Z_0)(Z_{33} + Z_0)} \right) \right), \quad (\text{H.42})$$

d'où l'expression de  $Z_{in_1}$  suivante :

$$Z_{in_1} = Z_{11} - Z_{12} \left( \frac{Z_{23}Z_{31} - (Z_{33} + Z_0)Z_{21}}{Z_{23}Z_{32} - (Z_{33} + Z_0)(Z_{22} + Z_0)} \right) - Z_{13} \left( \frac{Z_{32}Z_{21} - (Z_{22} + Z_0)Z_{31}}{Z_{32}Z_{23} - (Z_{22} + Z_0)(Z_{33} + Z_0)} \right). \quad (\text{H.43})$$

De la même façon, on trouve les expressions de  $Z_{in_2}$  et  $Z_{in_3}$  suivantes :

$$Z_{in_2} = Z_{22} - Z_{21} \left( \frac{Z_{13}Z_{32} - (Z_{33} + Z_0)Z_{12}}{Z_{13}Z_{31} - (Z_{33} + Z_0)(Z_{11} + Z_0)} \right) - Z_{23} \left( \frac{Z_{31}Z_{12} - (Z_{11} + Z_0)Z_{32}}{Z_{13}Z_{31} - (Z_{33} + Z_0)(Z_{11} + Z_0)} \right), \quad (\text{H.44})$$

$$Z_{in_3} = Z_{33} - Z_{31} \left( \frac{Z_{12}Z_{23} - (Z_{22} + Z_0)Z_{13}}{Z_{12}Z_{21} - (Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0)} \right) - Z_{32} \left( \frac{Z_{21}Z_{13} - (Z_{11} + Z_0)Z_{23}}{Z_{21}Z_{12} - (Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0)} \right). \quad (\text{H.45})$$

Pour donner une expression générale de l'impédance d'entrée sur un réseau de  $N$  ports, nous allons chercher l'écriture matricielle permettant de retrouver les expressions (H.36), (H.37), (H.43), (H.44) et (H.45). L'impédance d'entrée donnée en (H.36) peut s'écrire :

$$Z_{in_1} = \left( \frac{Z_{22} + Z_0}{Z_{11}(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}} \right)^{-1}. \quad (\text{H.46})$$

L'expression  $D_1 = Z_{11}(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}$  peut être vue comme le déterminant de la matrice  $\underline{\underline{M}}_1$  suivante :

$$\underline{\underline{M}}_1 = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} + Z_0 \end{bmatrix} \quad (\text{H.47})$$

dont l'inverse est :

$$\underline{\underline{M}}_1^{-1} = \frac{1}{D_1} \begin{bmatrix} Z_{22} + Z_0 & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{11} \end{bmatrix}. \quad (\text{H.48})$$

L'impédance d'entrée  $Z_{in_1}$  pour un réseau à deux ports est donc donnée par :

$$Z_{in_1} = \left( \underline{\underline{M}}_1^{-1}(1, 1) \right)^{-1}. \quad (\text{H.49})$$

De la même façon, l'impédance d'entrée  $Z_{in_2}$  pour un réseau à deux ports peut s'écrire :

$$Z_{in_2} = \left( \frac{Z_{11} + Z_0}{Z_{22}(Z_{11} + Z_0) - Z_{21}Z_{12}} \right)^{-1} \quad (\text{H.50})$$

où l'expression  $D_2 = Z_{22}(Z_{11} + Z_0) - Z_{21}Z_{12}$  peut être vue comme le déterminant de la matrice  $\underline{\underline{M}}_2$  suivante :

$$\underline{\underline{M}}_2 = \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_0 & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{H.51})$$

dont l'inverse est :

$$\underline{\underline{M}}_2^{-1} = \frac{1}{D_2} \begin{bmatrix} Z_{22} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{11} + Z_0 \end{bmatrix}. \quad (\text{H.52})$$

L'impédance d'entrée  $Z_{in_2}$  pour un réseau à deux ports est donc donnée par :

$$Z_{in_2} = \left( \underline{\underline{M}}_2^{-1}(2, 2) \right)^{-1}. \quad (\text{H.53})$$

Regardons maintenant le réseau à trois ports. L'impédance d'entrée du premier port peut être réécrite comme suit :

$$Z_{in_1} = \left( \frac{(Z_{33} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{23}Z_{32}}{D_3} \right)^{-1} \quad (\text{H.54})$$

où

$$D_3 = Z_{11}((Z_{33} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{23}Z_{32}) - Z_{12}((Z_{33} + Z_0)Z_{21} - Z_{23}Z_{31}) + Z_{13}(Z_{32}Z_{21} - (Z_{22} + Z_0)Z_{31}) \quad (\text{H.55})$$

serait le déterminant de la matrice

$$\underline{\underline{M}}_3 = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} + Z_0 & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} + Z_0 \end{bmatrix} \quad (\text{H.56})$$

dont l'inverse est :

$$\underline{\underline{M}}_3^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}_3^{-1}(1, 1) & \underline{\underline{M}}_3^{-1}(1, 2) & \underline{\underline{M}}_3^{-1}(1, 3) \\ \underline{\underline{M}}_3^{-1}(2, 1) & \underline{\underline{M}}_3^{-1}(2, 2) & \underline{\underline{M}}_3^{-1}(2, 3) \\ \underline{\underline{M}}_3^{-1}(3, 1) & \underline{\underline{M}}_3^{-1}(3, 2) & \underline{\underline{M}}_3^{-1}(3, 3) \end{bmatrix}. \quad (\text{H.57})$$

Dans (H.57),

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_3^{-1}(1, 1) &= \frac{1}{D_3} \left( (Z_{22} + Z_0)(Z_{33} + Z_0) - Z_{23}Z_{32} \right) & \underline{\underline{M}}_3^{-1}(1, 2) &= \frac{1}{D_3} \left( Z_{13}Z_{32} - (Z_{33} + Z_0)Z_{12} \right) \\ \underline{\underline{M}}_3^{-1}(1, 3) &= \frac{1}{D_3} \left( Z_{12}Z_{23} - Z_{13}(Z_{22} + Z_0) \right) & \underline{\underline{M}}_3^{-1}(2, 1) &= \frac{1}{D_3} \left( Z_{31}Z_{23} - (Z_{33} + Z_0)Z_{21} \right) \\ \underline{\underline{M}}_3^{-1}(2, 2) &= \frac{1}{D_3} \left( (Z_{33} + Z_0)Z_{11} - Z_{13}Z_{31} \right) & \underline{\underline{M}}_3^{-1}(2, 3) &= \frac{1}{D_3} \left( Z_{21}Z_{13} - Z_{11}Z_{23} \right) \\ \underline{\underline{M}}_3^{-1}(3, 1) &= \frac{1}{D_3} \left( Z_{21}Z_{32} - (Z_{22} + Z_0)Z_{31} \right) & \underline{\underline{M}}_3^{-1}(3, 2) &= \frac{1}{D_3} \left( Z_{12}Z_{31} - Z_{11}Z_{32} \right) \\ \underline{\underline{M}}_3^{-1}(3, 3) &= \frac{1}{D_3} \left( (Z_{22} + Z_0)Z_{11} - Z_{12}Z_{21} \right) & & \end{aligned}$$

L'impédance d'entrée  $Z_{in_1}$  est donc donnée par :

$$Z_{in_1} = \left( \underline{\underline{M}}_3^{-1}(1, 1) \right)^{-1}. \quad (\text{H.58})$$

L'impédance d'entrée sur le deuxième port peut aussi être réécrite comme suit :

$$Z_{in_2} = \left( \frac{(Z_{33} + Z_0)(Z_{11} + Z_0) - Z_{13}Z_{31}}{D_4} \right)^{-1} \quad (\text{H.59})$$

où

$$D_4 = Z_{22}((Z_{33} + Z_0)(Z_{11} + Z_0) - Z_{13}Z_{31}) - Z_{21}((Z_{33} + Z_0)Z_{12} - Z_{13}Z_{32}) + Z_{23}(Z_{31}Z_{12} - (Z_{11} + Z_0)Z_{32}) \quad (\text{H.60})$$

serait le déterminant de la matrice

$$\underline{\underline{M}}_4 = \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_0 & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} + Z_0 \end{bmatrix} \quad (\text{H.61})$$

dont l'inverse est :

$$\underline{\underline{M}}_4^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}_4^{-1}(1,1) & \underline{\underline{M}}_4^{-1}(1,2) & \underline{\underline{M}}_4^{-1}(1,3) \\ \underline{\underline{M}}_4^{-1}(2,1) & \underline{\underline{M}}_4^{-1}(2,2) & \underline{\underline{M}}_4^{-1}(2,3) \\ \underline{\underline{M}}_4^{-1}(3,1) & \underline{\underline{M}}_4^{-1}(3,2) & \underline{\underline{M}}_4^{-1}(3,3) \end{bmatrix}, \quad (\text{H.62})$$

avec

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_4^{-1}(1,1) &= \frac{1}{D_4} \left( Z_{22}(Z_{33} + Z_0) - Z_{32}Z_{23} \right) & \underline{\underline{M}}_4^{-1}(1,2) &= \frac{1}{D_4} \left( Z_{13}Z_{32} - (Z_{33} + Z_0)Z_{12} \right) \\ \underline{\underline{M}}_4^{-1}(1,3) &= \frac{1}{D_4} \left( Z_{12}Z_{23} - Z_{13}Z_{22} \right) & \underline{\underline{M}}_4^{-1}(2,1) &= \frac{1}{D_4} \left( Z_{31}Z_{23} - (Z_{33} + Z_0)Z_{21} \right) \\ \underline{\underline{M}}_4^{-1}(2,2) &= \frac{1}{D_4} \left( (Z_{11} + Z_0)(Z_{33} + Z_0) - Z_{13}Z_{31} \right) & \underline{\underline{M}}_4^{-1}(2,3) &= \frac{1}{D_4} \left( Z_{21}Z_{13} - (Z_{11} + Z_0)Z_{23} \right) \\ \underline{\underline{M}}_4^{-1}(3,1) &= \frac{1}{D_4} \left( Z_{21}Z_{32} - Z_{22}Z_{31} \right) & \underline{\underline{M}}_4^{-1}(3,2) &= \frac{1}{D_4} \left( Z_{12}Z_{31} - (Z_{11} + Z_0)Z_{32} \right) \\ \underline{\underline{M}}_4^{-1}(3,3) &= \frac{1}{D_4} \left( (Z_{11} + Z_0)Z_{22} - Z_{12}Z_{21} \right) & & \end{aligned}$$

L'impédance d'entrée  $Z_{in_2}$  est donc donnée par :

$$Z_{in_2} = \left( \underline{\underline{M}}_4^{-1}(2,2) \right)^{-1}. \quad (\text{H.63})$$

De la même façon, on peut également réécrire l'impédance d'entrée sur le troisième port comme suit :

$$Z_{in_3} = \left( \frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{D_5} \right)^{-1} \quad (\text{H.64})$$

où

$$\begin{aligned} D_5 &= Z_{33}((Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}) \\ &\quad - Z_{31}((Z_{22} + Z_0)Z_{13} - Z_{12}Z_{23}) \\ &\quad + Z_{32}(Z_{21}Z_{13} - (Z_{11} + Z_0)Z_{23}) \end{aligned} \quad (\text{H.65})$$

serait le déterminant de la matrice

$$\underline{\underline{M}}_5 = \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_0 & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} + Z_0 & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{H.66})$$

dont l'inverse est :

$$\underline{\underline{M}}_5^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}_5^{-1}(1,1) & \underline{\underline{M}}_5^{-1}(1,2) & \underline{\underline{M}}_5^{-1}(1,3) \\ \underline{\underline{M}}_5^{-1}(2,1) & \underline{\underline{M}}_5^{-1}(2,2) & \underline{\underline{M}}_5^{-1}(2,3) \\ \underline{\underline{M}}_5^{-1}(3,1) & \underline{\underline{M}}_5^{-1}(3,2) & \underline{\underline{M}}_5^{-1}(3,3) \end{bmatrix}, \quad (\text{H.67})$$

avec

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{M}}_5^{-1}(1, 1) &= \frac{1}{D_5} \left( Z_{33}(Z_{22} + Z_0) - Z_{32}Z_{23} \right) & \underline{\underline{M}}_5^{-1}(1, 2) &= \frac{1}{D_5} \left( Z_{13}Z_{32} - Z_{33}Z_{12} \right) \\
\underline{\underline{M}}_5^{-1}(1, 3) &= \frac{1}{D_5} \left( Z_{12}Z_{23} - Z_{13}(Z_{22} + Z_0) \right) & \underline{\underline{M}}_5^{-1}(2, 1) &= \frac{1}{D_5} \left( Z_{31}Z_{23} - Z_{33}Z_{21} \right) \\
\underline{\underline{M}}_5^{-1}(2, 2) &= \frac{1}{D_5} \left( (Z_{11} + Z_0)Z_{33} - Z_{13}Z_{31} \right) & \underline{\underline{M}}_5^{-1}(2, 3) &= \frac{1}{D_5} \left( Z_{21}Z_{13} - (Z_{11} + Z_0)Z_{23} \right) \\
\underline{\underline{M}}_5^{-1}(3, 1) &= \frac{1}{D_5} \left( Z_{21}Z_{32} - Z_{31}(Z_{22} + Z_0) \right) & \underline{\underline{M}}_5^{-1}(3, 2) &= \frac{1}{D_5} \left( Z_{12}Z_{31} - (Z_{11} + Z_0)Z_{32} \right) \\
\underline{\underline{M}}_5^{-1}(3, 3) &= \frac{1}{D_5} \left( (Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21} \right)
\end{aligned}$$

L'impédance d'entrée  $Z_{in_3}$  est donc donnée par :

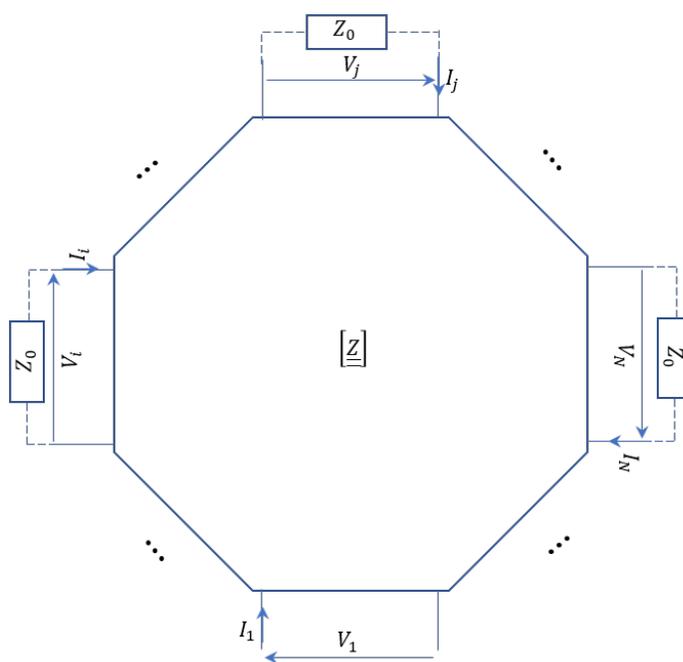
$$Z_{in_3} = \left( \underline{\underline{M}}_5^{-1}(3, 3) \right)^{-1}. \quad (\text{H.68})$$

Soit le système à  $N$  ports tel que représenté sur la figure H.5. En nous basant sur les expressions matricielles (H.49), (H.53), (H.58), (H.63) et (H.68) des impédances d'entrée sur les réseaux de deux et trois ports, les impédances d'entrée sur chacun des  $N$  ports d'un réseau peuvent être calculées en utilisant la formule générale suivante :

$$Z_{in_i} = \left( \underline{\underline{\tilde{Z}}}_i^{-1}(i, i) \right)^{-1} \quad (\text{H.69})$$

où la matrice  $\underline{\underline{\tilde{Z}}}_i$  est définie comme suit :

$$\underline{\underline{\tilde{Z}}}_i = \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_0 & Z_{12} & \cdots & Z_{1i} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} + Z_0 & & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{i1} & Z_{i2} & \cdots & Z_{ii} & \cdots & Z_{iN} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{Ni} & \cdots & Z_{NN} + Z_0 \end{bmatrix}. \quad (\text{H.70})$$

FIGURE H.5 : Réseau à  $N$  ports.

# Bibliographie

- [1] M. K. ÖZDEMİR, H. ARSLAN et E. ARVAS, « A Mutual Coupling Model for MIMO Systems », in *Proceedings of the IEEE Topical Conference on Wireless Communication Technology*, p. 306–307, 2003.
- [2] A. M. FERENDECI, « Mutual Coupling of Antenna Configurations in Phased Array Systems », in *Proceedings of the IEEE National Aerospace and Electronics Conference (NAECON)*, p. 219–221, 2011.
- [3] C. CRAEYE et D. GONZÁLEZ-OVEJERO, « A Review on Array Mutual Coupling Analysis », in *Radio Science*, vol. 46, Wiley Online Library, 2011.
- [4] K.-S. MIN, D.-J. KIM et Y.-M. MOON, « Improved MIMO Antenna by Mutual Coupling Suppression Between Elements », in *Proceedings of the European Conference on Wireless Technology*, p. 125–128, 2005.
- [5] M. M. BAIT-SUWAILAM, O. F. SIDDIQUI et O. M. RAMAHI, « Mutual Coupling Reduction Between Microstrip Patch Antennas Using Slotted-Complementary Split Ring Resonators », in *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 9, p. 876–878, 2010.
- [6] L. HUANG, H. ZHAO, H. ZHANG et C. QUANMING, « Reduction of Mutual Coupling Between Closely-Packed Antenna Elements with Split Ring Resonator (SRR) », in *Proceedings of the IEEE International Conference on Microwave and Millimeter wave Technology (ICMMT)*, p. 1873–1875, 2010.
- [7] M. M. BAIT-SUWAILAM, M. S. BOYBAY et M. RAMAHI, « Mutual Coupling Reduction in MIMO Antennas Using Artificial Magnetic Materials », in *Proceedings of the IEEE 13<sup>th</sup> International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics and the Canadian Radio Sciences Meeting*, 2009.
- [8] D. S. CHANDU, S. S. KARTHIKEYAN et K. V. PHANI KUMAR, « Reduction of Mutual Coupling in a Two Element Patch Antenna Array Using Sub-Wavelength Resonators », in *IEEE Twenty First National Conference on Communications (NCC)*, 2015.
- [9] H.-S. LUI, H. T. HUI et M. S. LEONG, « A Note on the Mutual Coupling Problems in Transmitting and Receiving Antenna Arrays », in *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 51, p. 171–176, 2009.
- [10] L. BRILLOUIN, « Sur l'origine de la résistance de rayonnement », in *Radioélectricité*, vol. 3, p. 147–152, 1922.
- [11] C. A. BALANIS, *Antenna Theory : Analysis and Design 1<sup>st</sup> Edition*. John Wiley & Sons, 1982.

- [12] C. A. BALANIS, *Antenna Theory : Analysis and Design 3<sup>rd</sup> Edition*, vol. 1. John Wiley & Sons, 2005.
- [13] H. KING, « Mutual Impedance of Unequal Length Antennas in Echelon », in *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 5, p. 306–313, 1957.
- [14] H. C. BAKER et A. H. LAGRONE, « Digital Computation of the Mutual Impedance Between Thin Dipoles », in *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, p. 172–178, 1961.
- [15] J. RICHMOND et N. GEARY, « Mutual Impedance Between Coplanar-Skew Dipoles », in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 18, p. 414–416, 1970.
- [16] J. RICHMOND et N. GEARY, « Mutual Impedance of Nonplanar-Skew Dipoles », in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 23, p. 412–414, 1975.
- [17] A. M. NORUN, Z. J. AHMAD, B. KHAIRAYU et F. I. AHMAD, « Mutual Impedance with Finite-Feed Gap Model of Dipole Antennas Using the Induced EMF Method », in *Proceedings of the IEEE 12<sup>th</sup> Malaysia International Conference on Communications (MICC)*, p. 70–73, 2015.
- [18] A. T. DE HOOP, « The N-port Receiving Antenna and its Equivalent Electrical Network », in *Philips Research Reports 30*, p. 302–315, 1975.
- [19] H. T. HUI, « A Practical Approach to Compensate for the Mutual Coupling Effect in an Adaptive Dipole Array », in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, p. 1262–1269, 2004.
- [20] H. T. HUI, « A New Definition of Mutual Impedance for Application in Dipole Receiving Antenna Arrays », in *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 3, p. 364–367, 2004.
- [21] Y. YU, H.-S. LUI, C. H. NIOW et H. T. HUI, « Improved DOA Estimations Using the Receiving Mutual Impedances for Mutual Coupling Compensation : An Experimental Study », in *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 10, p. 2228–2233, 2011.
- [22] A. RANISZEWSKI et P. PIASECKI, « The Investigation of Mutual Coupling Effects on a Large Array Antenna Radiation Pattern », in *Proceedings of the IEEE 22<sup>nd</sup> International Microwave and Radar Conference (MIKON)*, p. 52–56, 2018.
- [23] J. CORCOLES, M. A. GONZALEZ et J. RUBIO, « Mutual Coupling Compensation in Arrays Using a Spherical Wave Expansion of the Radiated Field », in *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 8, p. 108–111, 2009.
- [24] D. M. POZAR, « The Active Element Pattern », in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, p. 1176–1178, 1994.
- [25] D. M. POZAR, « A Relation Between the Active Input Impedance and the Active Element Pattern of a Phased Array », in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, p. 2486–2489, 2003.
- [26] B. CLERCKX, C. CRAEYE, D. VANHOENACKER-JANVIER et C. OESTGES, « Impact of Antenna Coupling on  $2 \times 2$  MIMO Communications », in *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, p. 1009–1018, 2007.

- [27] L. PETIT, *Antennes reconfigurables à base de MEMS RF*. Thèse doctorat, Université Joseph-Fourier-Grenoble I, 2007.
- [28] O. GÓMEZ, *MIMO Radar with Colocated Antennas : Theoretical Investigation, Simulations and Development of an Experimental Platform*. Thèse doctorat, Université Paris-Est, 2014.
- [29] L. XU, J. LI et P. STOICA, « Radar Imaging via Adaptive MIMO Techniques », in *Proceedings of the 14<sup>th</sup> European Conference on Signal Processing*, p. 1–5, 2006.
- [30] R. O. SCHMIDT, « Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation », in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, p. 276–280, 1986.
- [31] J. CAPON, « High-Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis », in *Proceedings of the IEEE*, vol. 57, p. 1408–1418, 1969.
- [32] Y.-S. YOON, L. M. KAPLAN et J. H. MCCLELLAN, « TOPS : New DOA Estimator for Wideband Signals », *IEEE Transactions on Signal processing*, vol. 54, no. 6, p. 1977–1989, 2006.
- [33] P. CARTER, « Circuit Relations in Radiating Systems and Applications to Antenna Problems », in *Proceedings of the IEEE Institute of Radio Engineers*, vol. 20, p. 1004–1041, 1932.
- [34] S. A. SHELKUNOFF et H. T. FRIIS, *Antennas : Theory and Practice*, vol. 639. Wiley New York, 1952.
- [35] A. J. ROSCOE et R. A. PERROTT, « Large Finite Array Analysis Using Infinite Array Data », in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, p. 983–992, 1994.
- [36] F. C. ROBESY, S. COUTTS, D. WEIKLE, J. C. MCHARG et K. CUOMO, « MIMO Radar Theory and Experimental Results », in *Conference Record of the Thirty-Eighth IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, vol. 1, p. 300–304, 2004.
- [37] J. LI et P. STOICA, « MIMO Radar with Colocated Antennas », in *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 24, p. 106–114, 2007.
- [38] A. M. HAIMOVICH, R. S. BLUM et L. J. CIMINI, « MIMO Radar with Widely Separated Antennas », in *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, p. 116–129, 2008.
- [39] H. GAO, J. WANG et X. ZHANG, « Resource Allocation in MIMO Radar with Widely Separated Antennas for Multi-Target Detection », in *Proceedings of the 2014 IEEE International Radar Conference*, p. 1–6, 2014.
- [40] E. FISHLER, A. HAIMOVICH, R. S. BLUM, L. J. CIMINI JR, D. CHIZHIK et R. VALENZUELA, « Spatial Diversity in Radars—Models and Detection Performance », in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, p. 823–838, 2006.
- [41] P. STOICA, J. LI et Y. XIE, « On Probing Signal Design for MIMO Radar », in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, p. 4151–4161, 2007.
- [42] C. FISHER, A. HERSCHLEIN, M. YOUNIS et W. WIESBECK, « Detection of Antipersonnel Mines by using the Factorization Method on Multistatic Ground-Penetrating Radar Measurements », in *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 54, p. 85–92, 2007.

- [43] M. LESTURGIE, « Some Relevant Applications of MIMO to Radar », in *Proceedings of the 2011 IEEE International Radar Symposium (IRS)*, p. 714–721, 2011.
- [44] A. DZVONKOVSKAYA, K.-W. GURGEL, T. POHLMAN, T. SCHLICK et J. XU, « Simulation of Tsunami Signatures in Ocean Surface Current Maps Measured by HF Radar », in *IEEE OCEANS EUROPE*, p. 1–6, 2009.
- [45] G. FRAZER, Y. ABRAMOVICH et B. JOHNSON, « Multiple Input Multiple Output Over-the-Horizon Radar : Experimental Results », in *IET Radar, Sonar and Navigation*, vol. 3, p. 290–303, 2009.
- [46] J. LI et P. STOICA, *MIMO Radar Signal Processing*. John Wiley & Sons, 2008.
- [47] P. V. NIKITIN et K. V. S. RAO, « Performance Limitations of Passive UHF RFID Systems », in *Proceedings of the IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*, p. 1011–1014, 2006.
- [48] K. V. S. RAO, P. V. NIKITIN et F. L. SANDER, « Antenna Design for UHF RFID Tags : A Review and a Practical Application », in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, p. 3870–3876, 2005.
- [49] G. MAROCCO, E. DI GIAMPAOLO et R. ALIBERTI, « Estimation of UHF RFID Reading Regions in Real Environments », in *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 51, p. 44–57, 2009.
- [50] S. NAMBI, S. NYALAMADUGU, S. M. WENTWORTH et B. A. CHIN, « Radio Frequency Identification Sensors », in *Proceedings of the 7<sup>th</sup> World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics*, p. 386–390, 2003.
- [51] G. MAROCCO, « The Art of UHF RFID Antenna Design : Impedance-Matching and Size-Reduction Techniques », in *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 50, p. 66–79, 2008.
- [52] K. V. S. RAO, D.-H. DUAN et H. HEINRICH, « On the Read Zone Analysis of Radio Frequency Identification Systems with Transponders Oriented in Arbitrary Directions », in *Proceedings of the IEEE Asia Pacific Microwave Conference*, vol. 3, p. 758–761, 1999.
- [53] R. WANT, « An Introduction to RFID Technology », in *IEEE Pervasive Computing*, vol. 5, p. 25–33, 2006.
- [54] C. BISSERIEUX, P. LAURENT, P. CABARET, C. BONNET, E. MARTEAU, C. MASSON, G. LE BERRE, A. BECKER, P. DEMARET, P. DONATI, R. KLEIN, J.-P. SERVENT et Y. GANEM, *La RFID (Radio Frequency Identification)*. Champs électromagnétiques. Institut National de Recherche et de Sécurité (INRS), ED 4217, mars 2010.
- [55] A. WHITMORE, A. AGARWAL et X. L. DA, « The Internet of Things—A Survey of Topics and Trends », *Information Systems Frontiers*, vol. 17, no. 2, p. 261–274, 2015.
- [56] X. DONG, X. JIE et W. PIN, « Logistics Tracings in Food Safety Emergencies based on the RFID Technology », *Advance Journal of Food Science and Technology*, vol. 7, no. 2, p. 94–98, 2015.
- [57] A. P. J. HUM, « Fabric Area Network—A New Wireless Communications Infrastructure to Enable Ubiquitous Networking and Sensing on Intelligent Clothing », *Computer Networks*, vol. 35, no. 4, p. 391–399, 2001.

- 
- [58] G. M. GAUKLER et R. W. SEIFERT, « Applications of RFID in Supply Chains », in *Trends in Supply Chain Design and Management*, p. 29–48, Springer, 2007.
- [59] G. MAROCCO, « RFID Grids : Part I—Electromagnetic Theory », in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, p. 1019–1026, mars 2011.
- [60] S. CAIZZONE et G. MAROCCO, « RFID Grids : Part II—Experimentations », in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, p. 2896–2904, 2011.

## Modélisation du couplage mutuel présent dans un réseau d'antennes : étude théorique, applications au radar MIMO et à un contexte RFID

Le couplage mutuel est un phénomène électromagnétique susceptible de se produire dans les réseaux d'antennes. Il est dû aux interactions électromagnétiques qui se produisent entre les éléments d'un réseau d'antennes et induisent une modification des paramètres intrinsèques des antennes. Lorsque la distance inter-élément diminue, les effets du couplage mutuel augmentent. La prise en compte du couplage mutuel dans les réseaux d'antennes, lors de leur conception ou dans les algorithmes de traitement d'antennes, permet d'avoir accès aux caractéristiques de rayonnement réel de chaque élément du réseau ce qui peut par exemple permettre d'améliorer les performances de détection/localisation de cibles à l'aide d'un radar MIMO (Multiple Input Multiple Output). Dans un contexte RFID (Radio Frequency Identification), modéliser le couplage mutuel permet de modéliser le système formé par un ensemble de tags et de statuer sur le comportement du système dans une configuration donnée.

Cette thèse porte sur la modélisation du couplage mutuel présent dans un réseau d'antennes. Nous avons d'abord proposé une nouvelle méthode de modélisation du diagramme de rayonnement de l'élément actif basée sur la résolution de problèmes d'optimisation au sens des moindres carrés pour trouver les pondérations complexes qui modélisent les interactions électromagnétiques entre les éléments du réseau. Ces pondérations complexes peuvent être utilisées comme des lois d'excitation à appliquer à une antenne isolée décrivant les positions des éléments du réseau, afin d'étudier expérimentalement le comportement d'un réseau d'antennes. Cette modélisation du couplage mutuel est ensuite appliquée dans un contexte radar MIMO où nous montrons qu'il est possible de synthétiser le diagramme de rayonnement de l'élément actif sur une plateforme expérimentale de radar MIMO composée d'une seule antenne émettrice et d'une seule antenne réceptrice qui se déplacent sur des rails en des positions prédéfinies. À la réception, la matrice des signaux reçus est obtenue en appliquant le principe de superposition. Nous avons également cherché à modéliser le couplage mutuel en proposant une formulation théorique de l'impédance mutuelle entre les éléments d'un réseau de dipôles fins aléatoirement répartis dans un plan afin d'appliquer cette modélisation du couplage mutuel à un contexte RFID, où les tags, représentés par les dipôles, sont éparpillés dans un plan et éclairés par un lecteur. Nous avons également proposé une formulation théorique de l'impédance d'entrée du dipôle environné et avons étudié les effets du couplage mutuel sur les deux paramètres intervenant dans le bilan d'une liaison RFID : l'adaptation (la bande passante) et le diagramme de rayonnement du dipôle environné. Nous avons montré qu'il était possible de synthétiser le diagramme de rayonnement du dipôle environné et de trouver la modification de l'adaptation du dipôle environné, ce qui, à terme, permettrait de statuer sur le taux et/ou la distance de lecture d'une communication RFID dans un contexte haute densité.

**Mots-clés :** Réseau d'antennes, couplage mutuel, diagramme de rayonnement, radar MIMO, RFID.

### Modeling of the Mutual Coupling Present in an Antenna Array: Theoretical Study, Applications to MIMO Radar and to an RFID Context

Mutual coupling is an electromagnetic phenomenon that can occur in antenna arrays. It is due to the electromagnetic interactions that occur between the elements of an antenna array and induce a modification of the intrinsic parameters of the antennas. Taking into account mutual coupling in antenna arrays, when designing them or in antenna processing algorithms, provides access to the real radiation characteristics of each array element which can, for example, improve target detection/localization performance using a Multiple Input Multiple Output (MIMO) radar. In an RFID (Radio Frequency Identification) context, modeling mutual coupling makes it possible to model the system formed by a set of tags and to decide on the behavior of the system in a given configuration.

This thesis focuses on the modeling of the mutual coupling present in an antenna array. We first proposed a new method for the Active Element Pattern synthesis based on solving optimization problems in the least squares sense to find the complex weights that model electromagnetic interactions between network elements. These complex weights can be used as excitation laws to be applied to an isolated antenna describing the positions of the array elements, in order to experimentally study the behavior of an array of antennas. This mutual coupling modeling is then applied in a MIMO radar context where we show that it is possible to synthesize the radiation pattern of the active element on an experimental MIMO radar platform composed of a single transmitting and a single receiving antenna that moves on rails in predefined positions. The matrix of received signals is obtained by applying the superposition principle. We also sought to model mutual coupling by proposing a theoretical formulation of the mutual impedance between the elements of an array of thin dipoles randomly distributed in a plane in order to apply this mutual coupling modeling to an RFID context, where the tags, represented by the dipoles, are scattered in a plane and illuminated by a reader. We also proposed a theoretical formulation of the input impedance of the surrounded dipole and we studied the effects of mutual coupling on the two parameters involved in the balance of an RFID link: the adaptation (bandwidth) and the radiation pattern of the surrounding dipole. We have shown that it is possible to synthesize the radiation pattern of the surrounded dipole and to find the modification of the adaptation of the surrounded dipole, which, in the long term, would allow to decide on the read rate and/or the reading distance of an RFID communication in a high density context.

**Keywords:** Antenna array, mutual coupling, radiation pattern, MIMO radar, RFID.